

Silvia Maria Simões de Carvalho

Métodos de Pontos Interiores Aplicados ao Pré-Despacho com Manobras Simultâneas de Barras e Linhas

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Engenharia de Automação.

Orientador: Christiano Lyra Filho

Co-Orientador: Aurelio Ribeiro Leite de Oliveira

Campinas, SP
2010

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

C253m Carvalho, Silvia Maria Simões de
Métodos de pontos interiores aplicados ao pré-
despacho com manobras simultâneas de barras e linhas /
Silvia Maria Simões de Carvalho. --Campinas, SP: [s.n.],
2010.

Orientadores: Christiano Lyra Filho, Aurelio Ribeiro
Leite de Oliveira.

Tese de Doutorado - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de
Computação.

1. Método de pontos interiores. 2. Sistemas de
potência. 3. Energia elétrica - Transmissão. I. Lyra
Filho, Christiano. II. Oliveira, Aurelio Ribeiro Leite de.
III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de
Engenharia Elétrica e de Computação. IV. Título.

Título em Inglês: Interior point methods applied to predispach with simultaneous bar
and lines maneuvers

Palavras-chave em Inglês: Interior point method, Power systems, Electric power -
Transmission

Área de concentração: Automação

Titulação: Doutor em Engenharia Elétrica

Banca examinadora: Akebo Yamakami, Francisco de Assis Magalhães Gomes Neto,
Geraldo Gil Veiga, Geraldo Roberto Martins da Costa

Data da defesa: 15/10/2010

Programa de Pós Graduação: Engenharia Elétrica

COMISSÃO JULGADORA - TESE DE DOUTORADO

Candidata: Silvia Maria Simões de Carvalho

Data da Defesa: 15 de outubro de 2010

Título da Tese: "Métodos de Pontos Interiores Aplicados ao Pré-Despacho com Manobras Simultâneas de Barras e Linhas"

Prof. Dr. Christiano Lyra Filho (Presidente): _____

Prof. Dr. Geraldo Roberto Martins da Costa: _____

Dr. Geraldo Gil Veiga: _____

Prof. Dr. Francisco de Assis Magalhães Gomes Neto: _____

Prof. Dr. Akebo Yamakami: _____

A Mamãe Edna e Aurelio

*Pouco conhecimento faz com que as pessoas se sintam orgulhosas.
Muito conhecimento, que se sintam humildes.
É assim que as espigas sem grãos erguem desdenhosamente a cabeça para o Céu,
enquanto que as cheias as baixam para a terra, sua mãe.*

Leonardo da Vinci

Agradecimentos

Meu primeiro agradecimento deve ir a pessoa mais importante de minha vida, minha amada mãezinha Edna, sem ela nada disso seria possível. Infelizmente a senhora me deixou muito cedo, mas me recordo de cada momento que se sentava ao meu lado e me ensinava a tabuada, as frações e a tão difícil gramática. Até mesmo em minha graduação, me ajudava, agora não mais com as matérias, mas com sua torcida, carinho e compreensão. Onde quer que a senhora esteja, talvez em outro plano ou só em minha mente, gostaria muito mãezinha que a senhora soubesse que esse título é tanto meu quanto seu.

Ao querido Aurelio, por sua extensa paciência, por sempre estar disposto a me ajudar em qualquer situação e principalmente pelo seu apoio e carinho que me conforta e me deixa mais forte para superar os desafios.

Meus agradecimentos ao professor Dr. Christiano Lyra Filho, pela disponibilidade e generosidade reveladas ao longo destes anos de trabalho, pelo estímulo e exigência crescente que me foi impondo à medida que caminhávamos para a sua conclusão.

A meu irmão Mayk, por estar sempre presente, por fazer observações pertinentes sobre meu trabalho pelas dicas de programação, por ser uma das pessoas que mais confio e que sempre posso contar. Tuxo, muito obrigada.

A meu pai Gilmar, minha irmã Solange e minha sobrinha Maria Fernanda que só pelo simples fato de existirem, me fazem feliz.

A Hipátia, não é a de Alexandria não, é a minha cachorrinha boxer, que sempre me animava com sua alegria, principalmente quando eu estava meio impaciente com a tese.

Aos colegas de pós-graduação pela torcida e carinho.

À CAPES, pelo apoio financeiro.

Resumo

Os métodos de pontos interiores do tipo primal-dual são utilizados para minimizar os custos na geração e perdas na transmissão de energia elétrica no planejamento a curto-prazo da operação (pré-despacho), em um sistema hidroelétrico com manobras previamente programadas. É realizado o estudo da estrutura matricial desse problema e das alterações que as manobras impõem ao sistema. Essas informações são exploradas para obter métodos especializados para a classe de problemas estudados. A solução de parte dos sistemas lineares em cada iteração depende somente de dados físicos e topológicos da rede. Algumas das matrizes associadas aos sistemas lineares podem ser decompostas antes de iniciar o processo iterativo, aumentando a velocidade de processamento. Resultados computacionais com sistemas testes do IEEE e sistemas reais brasileiros mostram que o método proposto é rápido e robusto, obtendo convergência em todos os testes viáveis à rede, aqui realizados.

Palavras-chave: Métodos de Pontos Interiores, Manobras Programadas, Pré-Despacho, Sistemas de Potência.

Abstract

The primal-dual interior point method is used to minimize the predispach generation costs and transmission losses on short term operation planning of hydroelectric power systems with previously scheduled maneuvers. A matrix structure study is performed to consider the changes that occur in the system along the planning period. This information is used to develop specialized methods for the studied problem class. Some linear systems solved at each iteration depend only on network physical data and topology. Such matrices can be decomposed before starting the iterative process, speeding up the implementation. Numerical experiments with IEEE and real Brazilian power systems show that the proposed approach is fast and robust obtaining convergence in all performed tests.

Keywords: Interior Point Methods, Scheduled Maneuvers, Predispach Problem, Power Systems.

Sumário

Lista de Figuras	xv
Lista de Tabelas	xvii
Glossário	xvii
Lista de Símbolos	xvii
1 Apresentação	1
2 Introdução	3
2.1 Sistemas de Potência	4
2.1.1 Transmissão de Energia	5
2.1.2 Sistema Interligado Nacional	7
2.2 O Problema de Pré-Despacho	9
2.3 Métodos de Pontos Interiores	11
2.4 Comentários Adicionais	13
3 Programação Linear e Quadrática	15
3.1 Problemas de Programação Linear	15
3.2 Método Simplex	17
3.2.1 Poliedros Convexos	18
3.2.2 Programação Quadrática	19
4 Métodos de Pontos Interiores	21
4.1 Conceitos Preliminares	21
4.2 Aplicação dos Métodos de Pontos Interiores	21
4.3 Método Primal-Dual Seguidor de Caminho	22
4.4 Método Primal-Dual Preditor-Corretor	23
4.4.1 Comentários	25
5 Fluxo de Potência Ótimo	27
5.1 O Problema de Pré-Despacho	27
5.2 Fluxo de Potência Linearizado	27
5.2.1 Modelo Estático	31

5.2.2	Modelo Dinâmico	32
5.3	Desenvolvimento do Método	32
5.4	Formulação Matricial do Problema sem Manobras	33
5.5	Formulação Matricial do Problema Dual	34
5.6	Condições de Otimalidade	36
5.7	Método de Newton	36
6	Problema de Pré-Despacho com Manobras Programadas	41
6.1	Manobras Programadas	41
6.2	Manobras de Linhas	42
6.2.1	Simulação de Manobras de Linhas	42
6.3	Modelo Dinâmico com Manobras de Linhas	42
6.4	Estudo da Estrutura Matricial Para o Problema Com Manobras de Linhas	43
6.5	Heurística para Construção da Árvore Geradora	44
6.6	Resolução do Problema de Pré-Despacho com Manobras de Linhas	45
6.7	Manobras de Barras	48
6.8	Resolução do Problema de Pré-despacho com Manobras de Barras	48
6.9	Manobras de Barras e Linhas Realizadas Simultaneamente	50
6.10	Implementações e Avaliações	50
7	Experimentos Numéricos	53
7.1	Detalhes de Implementação	53
7.2	Resultados Computacionais	54
7.3	Manobras de Barras	58
7.4	Manobras de Barras e Linhas Simultâneas	59
8	Conclusões e Perspectivas Futuras	65
	Referências bibliográficas	66
	Trabalhos Publicados Pelo Autor	73
A	Noções de Grafos	75
A.0.1	Matriz de Incidência e Adjacência	77
B	Método de Newton-Raphson	79

Lista de Figuras

2.1	Produção de Energia no Brasil 2009 - Fonte: Empresa de Pesquisa Energética Balanço Energético Nacional.	4
2.2	Produção de Energia na Europa 2009 - Fonte: Empresa de Pesquisa Energética Balanço Energético Nacional.	5
2.3	Produção de Energia no Mundo 2009 - Fonte: World Energy Council.	6
2.4	Sistema Elétrico de Potência	7
2.5	Sistema Interligado Nacional (SIN).	8
2.6	Itaipu, exemplo da grande distância entre as fontes de geração hidrelétrica e os centros de consumo	9
3.1	Conjunto Convexo.	17
3.2	Conjunto Não Convexo.	18
3.3	Ponto Extremo x_1 e Pontos Não Extremos x_2 e x_3	18
5.1	Fluxo de Potência em uma Linha de Transmissão.	28
5.2	Modelo π	29
6.1	Árvore Geradora com Arcos em Negrito e Arcos Adicionais.	44
6.2	Ramos a Serem Desligados no Sistema.	45
6.3	Colunas a Serem Desligadas da Matriz de Incidência.	46
6.4	Linhas e Colunas a Saírem.	49
6.5	Matriz de Reatância do Sistema.	50
6.6	Linhas e Colunas a Saírem da Matriz de Incidência.	51
6.7	Linhas e Colunas a Saírem da Matriz de Reatância.	52
7.1	Sistema IEEE com 30 Barras.	55
7.2	Sistema IEEE com 118 Barras.	56
7.3	Geração de Energia.	61
A.1	Exemplo de um Grafo.	75
A.2	Caminhos e Cadeias.	76
A.3	Contra-Exemplo de Árvore Geradora.	77
A.4	Exemplo de Árvore Geradora.	77
A.5	Grafo.	78
B.1	Método de Newton-Raphson.	80

Lista de Tabelas

7.1	Dados de Manobras de Linhas.	53
7.2	Dados de Manobras de Barras.	54
7.3	Sistema IEEE30.	57
7.4	Sistema IEEE118.	57
7.5	Sistema SSECO com 1654 Barras.	57
7.6	Sistema SSECO com 1732 Barras.	57
7.7	Sistema Brasil com 1993 Barras.	58
7.8	Sistema Brasil com 3511.	58
7.9	Sistema IEEE30 Simulado.	59
7.10	Sistema IEEE118 Simulado.	59
7.11	Sistema SSECO1654 Simulado.	59
7.12	Sistema SSECO1732Simulado.	60
7.13	Sistema Brasil1993 Simulado.	60
7.14	Sistema IEEE30 com Manobras de Barras.	62
7.15	Sistema IEEE118 com Manobras de Barras.	62
7.16	Sistema IEEE30 com Manobras de Barras e Linhas.	63
7.17	Sistema IEEE118 com Manobras de Barras e Linhas.	63
7.18	Sistema SSECO1654 com Manobras de Barras e Linhas.	63
7.19	Sistema SSECO1732 com Manobras de Barras e Linhas.	64
7.20	Sistema BRASIL1993 com Manobras de Barras e Linhas.	64

Lista de Símbolos e Siglas

A - Matriz de Incidência

AC- Alternating Current (Corrente Alternada)

ANEEL - Agência Nacional de Energia Elétrica

CCAT- Corrente Contínua em Alta Tensão

DC - Direct Current (Corrente Contínua)

e - vetor de uns

f - Fluxo de Potência Ativa

IEEE - Institute of Electrical and Electronics Engineers

LTAs -Linhas de Transmissão Aérea

MME - Ministério de Minas e Energia

MPI - Métodos de Pontos Interiores

MPIPD - Métodos de Pontos Interiores Primal-Dual

MW - Megawatt

ONS - Operador Nacional do Sistema

p - Geração de Potência Ativa

SEB - Setor Elétrico Brasileiro

SIN - Sistema Interligado Nacional

SSECO - Sistema Sul-Sudeste-Centro Oeste

u^T - o vetor u transposto

t - intervalo de tempo

UHE - Usina Hidro-Elétrica

UTE - Usina Termo-Elétrica

V - Volt

X - Matriz de Reatância

Capítulo 1

Apresentação

Neste trabalho a abordagem de métodos de pontos interiores primais-duais é desenvolvida, para minimizar os custos da geração e perdas na transmissão do pré-despacho de um sistema hidroelétrico. Esse assunto já foi tratado por outros autores, nossa contribuição está na resolução desse problema com a introdução de manobras de linhas e barras feitas de maneira simultânea, as manobras são conhecidas a priori, ou seja, são dados de entrada para o programa. Um estudo da estrutura matricial é realizado, analisando-se todas as mudanças que as manobras impõe ao sistema.

As manobras são realizadas para adaptar a rede de transmissão às variações de demanda de energia ao longo do dia e, no caso de necessidade, para manutenções nas linhas de transmissão.

Topologicamente os sistemas interconectados são muito esparso. É importante um planejamento cuidadoso para desligar ramos de uma rede com estas características e continuar mantendo o sistema seguro e estável.

Esse trabalho está organizado da seguinte forma: No Capítulo 2, há uma descrição do sistema interconectado brasileiro, bem como é introduzido o conceito de sistemas de potência e transmissão de energia. Uma modelagem matemática do problema de pré-despacho e um breve relato histórico dos métodos de pontos interiores é apresentado.

O Capítulo 3 faz uma discussão de temas básicos de programação linear, apresenta a formulação do modelo matemático, discute o problema de programação quadrática, e faz uma breve descrição do método Simplex.

O Capítulo 4 apresenta uma introdução aos métodos de pontos interiores primal-dual e a versão preditor corretor para problemas de programação linear. A escolha por esses métodos se deu pela sua robustez e convergência rápida. O Método de Newton e sua aplicação às condições de otimalidade do problema é realizada em seu desenvolvimento.

O Capítulo 5 apresenta a formulação do problema de pré-despacho. Na sequência do capítulo, a linearização dos fluxos de potência é desenvolvida. Os métodos de pontos interiores são aplicados a este problema e o sistema linear resultante é reduzido por meio de eliminação de variáveis.

No Capítulo 6, é feita a apresentação do problema de pré-despacho considerando a realização de manobras programadas, o estudo da estrutura matricial do problema e sua comparação do mesmo sem manobras. Discute-se também a implementação do método desenvolvido, para a realização dos três tipos de manobras estudados: manobras de linhas, manobras de barras e manobras de linhas e barras simultâneas. Inclui-se uma explicação detalhada de como é realizada a simulação de manobras nas linhas de transmissão.

O Capítulo 7 apresenta detalhes da implementação desenvolvida em Matlab para todos os tipos de manobras discutidas no capítulo anterior. Resultados computacionais para os sistemas testes da IEEE e equivalentes do sistema brasileiro para diversas combinações de manobras são apresentados e analisados.

O Capítulo 8 apresenta discussões e conclusões dos resultados obtidos e também sugestões para futuros desenvolvimentos decorrentes deste trabalho.

Capítulo 2

Introdução

O Brasil está entre os cinco maiores produtores de energia elétrica do mundo. A geração de energia no Brasil tem crescido a uma taxa média anual de 4,2% ao longo dos últimos 25 anos. A geração hídrica tem um peso muito significativo na matriz energética, respondendo por 77% da oferta total de energia, em 2009 [1].

O sistema elétrico brasileiro é único no mundo. Sua flexibilidade permite até mesmo que a demanda por energia cresça antes da oferta. Essa flexibilidade decorre do sistema ser uma única e grande reserva hídrica compartilhada, com reservatórios interligados para armazenamento de energia. Além disso, tem um dos menores custos operacionais e ambientais do planeta [2].

Uma central hidrelétrica converte a energia potencial da água, em uma cota elevada, em eletricidade através da passagem desta água através de uma turbina, descarregando-a em um ponto de cota mais baixa. A energia cinética da água durante sua queda gira a turbina e esta, através de um eixo, transfere esta energia a um gerador, que produz, desta forma, energia elétrica.

Aproximadamente 450 usinas hidrelétricas estão em operação no país [3]. Entre estas, cerca de 25, com uma potência instalada superior a 1.000 MW cada, são responsáveis por mais de 70% da capacidade elétrica instalada total e por mais de 50% da geração total de energia elétrica do País. Grande parte das usinas hidrelétricas no Brasil é constituída de grandes reservatórios, com capacidade de regularização pluri-anual. Isso permite que a água armazenada possa ser utilizada num período hidrológico menos favorável.

Atualmente, outras tecnologias de geração de energia relevantes no País são por exemplo, a térmica nuclear (responsável por cerca de 2,5% do total gerado hoje), térmica a gás natural (2,6%), derivados do petróleo (2,9%), térmica a biomassa (5,4%) etc, para mais detalhes vide Figura 2.1. A critério de comparação com o sistema brasileiro, pode-se analisar a produção energética da Europa e a uma média da produção mundial nas Figuras 2.2 e 2.3 respectivamente.

As atividades ligadas ao setor de energia elétrica são a geração, transmissão, distribuição e comercialização. O Operador Nacional do Sistema (ONS) é responsável pela coordenação e controle da geração e transmissão de energia elétrica nos sistemas interligados Sul/Sudeste/Centro-Oeste e Norte/Nordeste e é um agente de direito privado, estando sujeito à autorização pela Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), agência reguladora vinculada ao Ministério das Minas e Energia, com a finalidade de regular e fiscalizar a produção, transmissão e comercialização de energia elétrica, em conformidade com as Políticas e Diretrizes do Governo Federal.

O sistema hidroenergético brasileiro opera de forma coordenada, buscando, dessa forma, mini-

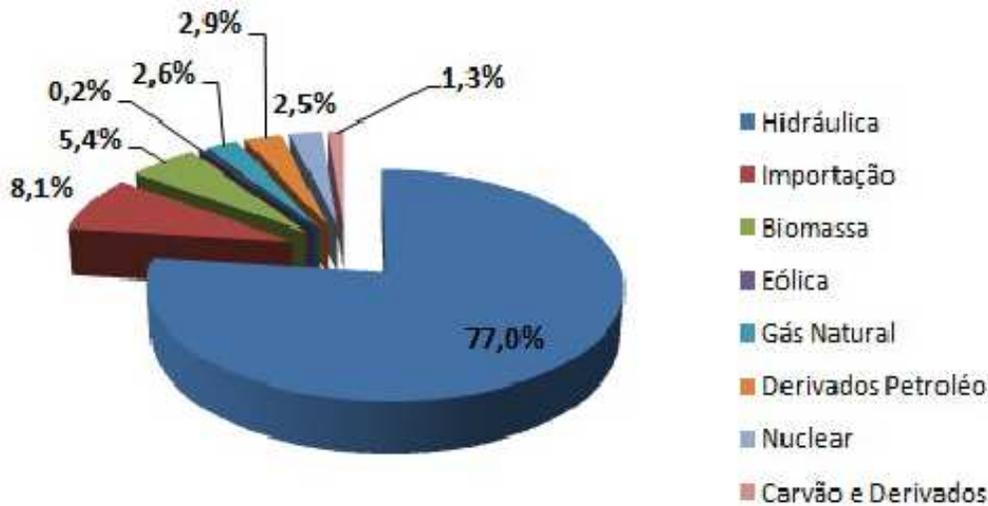


Fig. 2.1: Produção de Energia no Brasil 2009 - Fonte: Empresa de Pesquisa Energética Balanço Energético Nacional.

mizar os custos globais de produção de energia elétrica. O Operador Nacional do Sistema Elétrico, responsável pela operação do sistema, justifica sua atuação no setor elétrico pois somente a operação interligada e coordenada do sistema obtém o aproveitamento racional dos recursos naturais, sendo que o ganho em relação à operação descentralizada é de 20% [4]. Um dos destaques no Brasil é a Usina Hidrelétrica de Itaipu Binacional, a maior usina elétrica do continente, um empreendimento binacional - desenvolvido pelo Brasil e pelo Paraguai no rio Paraná.

O subsistema Sudeste/Centro-Oeste é responsável pela produção de cerca de 180 mil GWh/ano, o que representa, aproximadamente 45% da produção total do Sistema Interligado Nacional (SIN). Além disso, conta com 50% da produção da binacional Itaipu, que produz cerca de 80 mil GWh/ano [5].

Observe que apenas 3,4% da capacidade de produção de eletricidade do país encontram-se fora do SIN, em pequenos sistemas isolados, localizados principalmente na região amazônica. Quase 80% da capacidade de energia elétrica no Brasil são hidrelétricas localizadas em diferentes bacias hidrográficas e ligadas por extensas linhas de transmissão, os outros percentuais da matriz energética se completam com as usinas termelétricas convencionais e nucleares.

2.1 Sistemas de Potência

Um sistema de energia elétrica é composto por equipamentos que operam em conjunto e de maneira coordenada para gerar, transmitir e fornecer energia elétrica aos consumidores, mantendo o melhor padrão de qualidade. A Figura 2.4 ilustra os principais componentes que formam um sistema de energia elétrica: geradores, transformadores, elevadores/baixadores, linhas de transmissão e alimentadores de distribuição. Os geradores transformam energia mecânica fornecida por turbinas hidráulicas ou a vapor em energia elétrica e injetam a potência gerada na rede de transmissão.

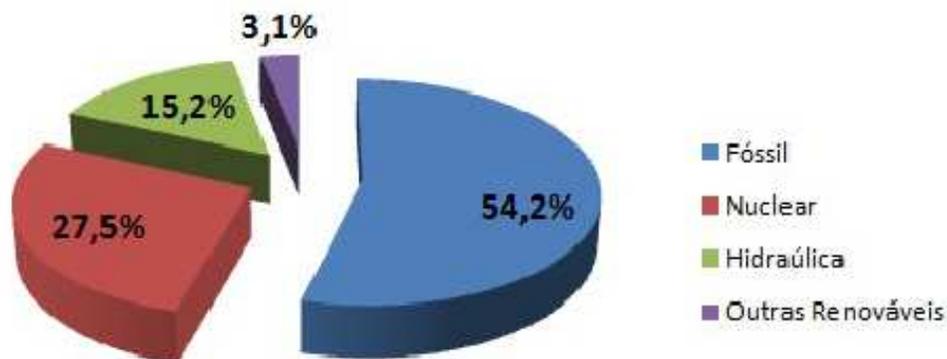


Fig. 2.2: Produção de Energia na Europa 2009 - Fonte: Empresa de Pesquisa Energética Balanço Energético Nacional.

Vale ressaltar que o mais usual é definir os sistemas de transporte de energia a nível de tensão, no entanto, existem diferentes definições para os valores de limites das tensões, logo decidimos apresentá-los como segue:

- Transmissão - interligação da geração aos centros de carga;
- Interconexão - interligação entre sistemas independentes;
- Subtransmissão - rede para casos em que a distribuição não se conecta diretamente à transmissão;
- Distribuição - rede que interliga a transmissão ou a subtransmissão aos pontos de consumo.

As tensões típicas de transmissão no Brasil são os níveis em alta tensão (AT) de 138 kV e 230 kV, e, em extra-alta tensão (EAT), de 345 kV, 440 kV, 500 kV e 765 kV. As tensões típicas de subtransmissão são os níveis de 34,5 kV, 69 kV, 88 kV e 138 kV e, em alguns grandes centros urbanos, o nível de 230 kV [6].

Antes de ser consumida, a energia elétrica passa por mais um estágio, isto é, a distribuição. Subestações de distribuição reduzem a tensão do nível de repartição para que a energia possa chegar próximo às nossas casas e permitir o seu uso. As tensões de distribuição no Brasil são de 3 a 25 kV na rede primária e de 127 a 440 kV na rede secundária.

O problema de pré-despacho, estudado neste trabalho, procura os melhores compromissos entre geração a curto-prazo e transmissão de energia.

2.1.1 Transmissão de Energia

O uso de corrente alternada para transmissão de energia tornou-se comum principalmente em consequência dos equipamentos conceitualmente simples que funcionam em corrente alternada. Os

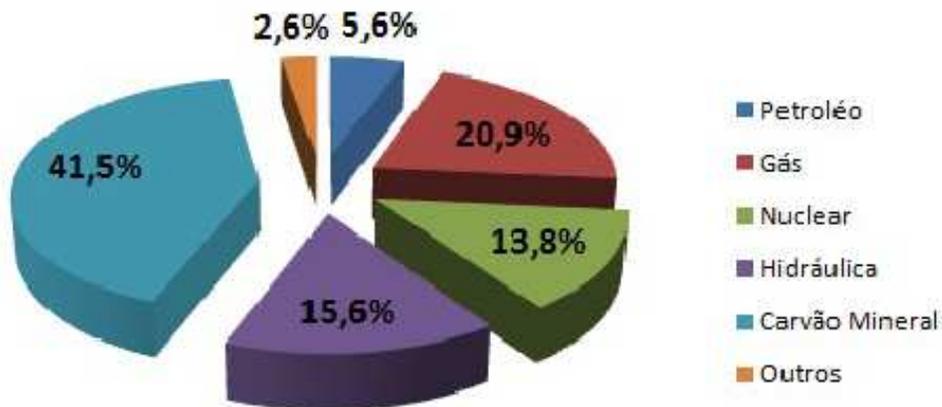


Fig. 2.3: Produção de Energia no Mundo 2009 - Fonte: World Energy Council.

transformadores elevam a tensão para transporte a longa distância e reduzem as tensões próximo aos pontos de consumo. Ao elevar as tensões para transporte, permitem reduzir as correntes e, conseqüentemente, reduzir as perdas por efeito Joule, que são proporcionais ao quadrado das correntes. Sendo P a perda de potência, R a resistência equivalente da linha e I o módulo da corrente, essa perda é dada por:

$$P = RI^2.$$

No Brasil e na maior parte do mundo, praticamente todos os sistemas de transmissão são feitos em corrente alternada, devido à facilidade com que se fazem as variações de tensões, com o uso dos transformadores.

Nas últimas décadas, vem-se também usando corrente contínua em alta tensão (CCAT) para a transmissão de grandes quantidades de energia. A conversão entre corrente alternada e corrente contínua é realizada através de retificadores utilizando tiristores de alta tensão.

Os elos de corrente contínua são normalmente utilizados para conectar dois sistemas de corrente alternada, ou duas partes de um mesmo sistema. Por exemplo, dois sistemas distintos podem ser interligados por um elo de corrente contínua, quando as distâncias são muito elevadas ou por razões operacionais, já que o elo DC praticamente isola os dois sistemas de muitos tipos de interferência que seriam observados se a ligação fosse em corrente alternada. O elo de corrente contínua, devido à sua rápida capacidade de reação, pode também desempenhar importante papel durante transitórios que ocorrem na parte de corrente alternada do sistema [6].

Uma outra vantagem das linhas de transmissão de corrente contínua é que, após as retificações, tem-se economias decorrentes das reduções de números de cabos, em relação a corrente alternada para o mesmo nível de potência. Por essa razão, sistemas em corrente contínua podem ser competitivos para transporte a longas distâncias, por exemplo na ordem de 800 ou 1000 km. De fato, para cada nível de potência e condições de ambiente, há uma distância em que redes de corrente contínua transportam energia de modo mais econômico do que redes de corrente alternada. Por exemplo, linhas submarinas



Fig. 2.4: Sistema Elétrico de Potência

com poucas dezenas de quilômetros podem ser mais econômicas em corrente contínua do que em corrente alternada [7].

No caso de Itaipu, a transmissão em corrente contínua foi necessária para que o Brasil, que utiliza a frequência de 60 Hz, pudesse também comprar energia da parte paraguaia da usina de Itaipu, que é gerada em 50 Hz. De acordo com esta estratégia, a energia é gerada em corrente alternada, retificada para corrente contínua, transmitida em corrente contínua e, no ponto receptor, convertida novamente para corrente alternada, solução adotada na linha de transmissão de Furnas, que sai de Foz do Iguaçu e chega até a cidade de Ibiúna, no Estado de São Paulo.

2.1.2 Sistema Interligado Nacional

O Sistema Interligado Nacional, que cobre praticamente todo o País, permite às diferentes regiões permutarem energia entre si. Esse sistema é muito útil para interligar as geradoras de energia que, sendo na sua maioria usinas hidrelétricas, localizadas longe dos centros consumidores e dependentes do regime pluviométrico regional, têm altos e baixos em sua produtividade. Apenas o Amazonas, Roraima, Acre, Amapá e Rondônia ainda não fazem parte do Sistema Interligado.

Atualmente, as usinas hidroelétricas são responsáveis por mais de 90% da energia produzida anualmente no SIN, percentual este que é variável ao longo dos anos em função das condições hidrológicas e das políticas de otimização eletroenergética verificadas em cada ano. Uma característica singular do SIN é sua dimensão continental que lhe confere uma maior complexidade operacional quando comparado aos sistemas de outros países. Este aspecto está ilustrado na Figura 2.5.

A fim de se aproveitar, de forma ótima, os recursos energéticos existentes no País e a sazonalidade hidrológica própria de cada Região, foi necessário o estabelecimento de uma extensa malha de transmissão que funciona como uma usina virtual, que possibilita a transferência de excedentes energéticos, permitindo a otimização dos estoques armazenados nos reservatórios das usinas hidroelétricas situadas em regiões de ciclos hidrológicos complementares.

Do ponto de vista da economia física, a interligação permite otimizar o aproveitamento da energia potencial estocada nos reservatórios das usinas; em contrapartida, as perdas relativas de energia no sistema interligado são maiores do que nos sistemas regionais interligados devido à transferência de cargas a longas distâncias.

O planejamento de curto prazo serve a uma diretriz operacional, que requer uma representação da operação do sistema mais detalhada, na qual as usinas hidrelétricas e termoeletricas são representadas no nível das turbinas/geradores e todas as restrições relevantes do sistema de geração devem ser levadas em consideração.



Fig. 2.5: Sistema Interligado Nacional (SIN).

A maioria das unidades de geração hidrelétrica está situada longe dos seus principais centros de consumo, como no exemplo ilustrado na Figura 2.6.

No Sistema Elétrico Brasileiro, a decisão sobre o despacho e a transmissão de energia elétrica é feita de forma centralizada pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS), baseada em um critério de custo mínimo de operação. Isto é, a decisão sobre a quantidade de energia a ser ofertada por cada usina, em cada instante do tempo, não cabe ao proprietário desta, e sim ao ONS, que procura planejar o despacho de cada usina seguindo uma ordem de mínimo custo marginal de operação, até que a demanda seja plenamente atendida.

Assim, um planejamento da operação a curto prazo (pré-despacho) adequado do sistema de trans-



Fig. 2.6: Itaipu, exemplo da grande distância entre as fontes de geração hidrelétrica e os centros de consumo

missão contribui para aproveitar os diferentes recursos de geração presentes nas distintas partes do sistema, auxiliando na otimização dos recursos hidrelétricos. Neste nível de planejamento, os requisitos de transmissão do sistema (o fluxo de potência máximo) também devem ser considerados. Informações detalhadas sobre a topologia e características elétricas do sistema de transmissão são necessárias.

A otimização energética pode ser definida como o resultado do conjunto de ações que visam ao atendimento da carga do SIN ao menor custo, ou seja, evitando vertimentos nos reservatórios das usinas, minimizando a utilização de geração térmica e equalizando, na medida do possível, os custos marginais de operação entre as regiões interligadas.

O SIN tem características singulares: predominância hidroelétrica, aproveitamentos em cascata com grandes reservatórios de regularização e múltiplos proprietários, diferentes bacias hidrográficas com diversidades hidrológicas, rede de transmissão extensa e geração térmica complementar. Diante dessas características, os procedimentos necessários para a otimização de seus recursos energéticos apresentam um elevado grau de complexidade, com reflexo direto no processo de planejamento e programação da operação do Sistema.

2.2 O Problema de Pré-Despacho

É necessário a aplicação de métodos que minimizem os custos todas as etapas de geração e perdas na transmissão do sistema elétrico brasileiro. O pré-despacho é um problema operacional de curto-prazo que considera horizontes de planejamento de uma semana, ou até de um dia. O que se procura é atender a demanda com as menores perdas de transmissões e custos de gerações térmicas, ao mesmo tempo, procura-se satisfazer as metas energéticas definidas no planejamento de longo-prazo.

As perdas de energia na transmissão e custos de gerações térmicas caracterizam os critérios de desempenho [8] a serem minimizados. As restrições de fluxos de energia na rede podem ser divididas em blocos que se repetem a cada intervalo de tempo, representando o sistema elétrico nestes intervalos. Cada bloco pode ser representado por um modelo de fluxos em rede como em [9]. Assim, tem-se uma formulação independente das leis de Kirchhoff, onde os fluxos de potência são representados, permitindo a consideração direta dos limites de transmissão como restrições.

Os problemas de pré-despacho são normalmente formulados com o modelo de fluxo de carga simplificado, denominado DC (corrente contínua). Adotando-se esse modelo, o problema de pré-despacho pode ser modelado da seguinte forma [10]:

$$\begin{aligned} \min \quad & \alpha \sigma_1(f) + \beta \sigma_2(p) \\ \text{s.a} \quad & Af = Ep - d \\ & f^{min} \leq f \leq f^{max} \\ & p^{min} \leq p \leq p^{max} \end{aligned} \tag{2.1}$$

- f representa o fluxo de potência ativa;
- p representa a geração de potência ativa;
- σ_1 representa a componente da função objetivo relacionada às perdas na transmissão;
- σ_2 representa a componente da função objetivo relacionada aos custos de geração;
- d representa a demanda de potência ativa;
- E representa uma matriz de ordem $m \times g$ com cada coluna contendo exatamente um elemento igual a 1 e os demais elementos nulos;
- A representa a matriz de incidência da rede de transmissão;
- f^{max} , f^{min} , p^{max} e p^{min} são os limites de fluxo e geração de potência ativa;
- α e β são ponderações dos objetivos a minimizar.

Nesse trabalho, o pré-despacho é tratado de maneira linearizada, assunto esse que será tratado em detalhes no Capítulo 5. A função objetivo é formada por dois critérios relacionados aos custos: o primeiro critério está relacionado às perdas de energia no sistema de transmissão; o segundo critério representa custos de geração em usinas térmicas. Ambos são representados por uma função objetivo quadrática com variáveis separáveis, e serão combinados para formar uma função objetivo única através de escalares α e β . A topologia da rede será modificada através de manobras previamente programadas e estudos da estrutura matricial serão realizados.

O modelo da rede elétrica será o modelo barra-linha, onde os nós representam as barras e as linhas representam os elos entre esses nós. As barras de carga, em geral, estão localizadas em subestações

e podem ser constituídas por várias seções de barras ligadas através de chaves ou disjuntores. As seções de barras que, em um dado momento, estejam conectadas por chaves e disjuntores fechados formam uma única barra do ponto de vista do modelo barra-linha [6]

No pré-despacho de sistemas hidroelétricos, as usinas têm uma meta a cumprir em um determinado dia, estabelecida pelo planejamento de longo-prazo. Em consequência das variações das demandas ao longo do dia, é necessário a realização de manobras programadas nas linhas de transmissão para manter o sistema estável, alterando a configuração da rede ao longo do dia. Neste trabalho, as manobras serão consideradas conhecidas a priori, definidas pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS). Outros tipos de manobras, como por exemplo, alteração no tap de transformadores não serão estudadas neste trabalho.

Em geral, a investigação sobre as manobras a serem realizadas tem início com um estudo, que determina as situações mais críticas para as tensões e correntes monitoradas. Uma vez determinados os casos mais críticos, simula-se cada uma das manobras nas situações mais severas para cada uma das grandezas monitoradas. Para realizar esses estudos, embora seja necessário considerar transitórios eletromagnéticos, estes são analisados a partir de estudos determinísticos [11].

Os métodos de pontos interiores [12, 13] permitem implementações eficientes para o problema de pré-despacho com manobras programadas, através da exploração da estrutura matricial do sistema resultante.

2.3 Métodos de Pontos Interiores

Os métodos de pontos interiores tiveram origem na forma de métodos de barreiras, amplamente usados na década de 60 para problemas com restrições não lineares [14]. No entanto, sua utilização para problemas de programação linear não foi elaborada nessa época, pois existia uma total dominância do método simplex.

Durante a década de 70, o método de barreiras foi substituído quase que totalmente por alternativas mais eficientes como o método do Lagrangiano aumentado e programação quadrática sequencial. Assim, ao longo dos primeiros anos da década de 80, o método de barreiras foi caindo em desuso. Isso mudaria drasticamente em 1984, quando Narendra K. Karmarkar, um matemático indiano, divulgou resultados sobre um algoritmo de pontos interiores para resolver problemas de programação linear [15], cuja filosofia divergia radicalmente do Simplex [16], na época já um algoritmo consagrado por 35 anos de aplicações. Em análise de “pior caso”, as propriedades de convergência no algoritmo eram melhores do que o simplex.

Karmarkar não apresentou resultados computacionais que comprovassem a eficiência do método, mas os bons resultados obtidos em [17] comprovaram e impulsionaram as pesquisas sobre o método de pontos interiores.

O método simplex era visto com um certo descontentamento por aqueles interessados em complexidade computacional, um campo cuja importância aumentou durante os anos 1960 e 1970 [18]. De fato, um princípio subjacente da área de complexidade de algoritmos é que um bom algoritmo deve ser de tempo polinomial, o que significa que o número de operações necessárias para resolver o problema deve ser limitada por um polinômio relacionado com a dimensão do problema. Em 1972 Klee e Minty mostraram que o método simplex tem convergência exponencial no pior caso [19].

O método simplex busca uma solução ótima através de deslocamentos entre os pontos extremos da

fronteira da região de factibilidade (vértices), usando a informação de que um desses pontos é solução ótima do problema. O algoritmo proposto por Karmarkar (1984) baseia-se em pontos interiores à região factível e em sucessivas transformações projetivas que levam a um bom comportamento do processo, com convergência polinomial. Além do mais, o número de iterações no método Simplex tende a crescer com o problema, e o mesmo não ocorre nos métodos de pontos interiores.

O primeiro algoritmo em tempo polinomial para resolver problemas de otimização linear foi concebido em 1979 por Leonid Khachian [20], da então União Soviética. O método dos elipsóides de Khachian é baseado na especialização de abordagens não-lineares desenvolvidas anteriormente por outros matemáticos soviéticos, nomeadamente Shor [21], Yudin e Nemirovskii [22].

Já o método de Karmarkar tinha várias propriedades incomuns: uma forma especial, diferente do padrão adotado para o simplex, era usada para representações de problema e geometria projetiva não-linear era utilizada na sua descrição. Em 1985 foi mostrada, uma equivalência formal entre o método de Karmarkar e o método de barreira logarítmica clássica aplicado a um problema programação linear. Pouco depois, os investigadores começaram a ver os métodos de barreira como fonte de algoritmos de tempo polinomial para programação linear.

Observada a relação entre o método Karmarkar e o método de barreira logarítmica, pesquisadores começaram a desenvolver outros métodos de pontos interiores e a derivar as propriedades dos métodos de barreira e aplicados a programas lineares. Além disso, uma vez que os métodos de barreira (ao contrário do método simplex) estavam inicialmente destinados para problemas não lineares, era evidente que eles poderiam ser aplicados não apenas para a programação linear, mas também para outros problemas de otimização, tais como programação quadrática, complementaridade linear e não linear.

No ano de 1991, Clements, Davis e Frey [23] apresentaram o primeiro estudo de pontos interiores aplicados a sistemas de potência. Nesse ano, foi apresentado também um método primal-dual baseado no método de Karmarkar [24, 25]. Pouco depois, Resende e Veiga desenvolveram especializações de métodos de pontos interiores para problema de otimização de fluxos em redes [26].

No ano seguinte, Mehrotra [27] inovou com a apresentação do método de pontos interiores preditor-corretor, que passou a ser utilizado como base da maioria dos códigos de pontos interiores, onde se utiliza um polinômio de Taylor de segunda ordem para aproximar a trajetória primal-dual, conforme sugerido em [28].

Em 1994, Potra [29] propôs o algoritmo de pontos interiores preditor-corretor para problemas que iniciam o processo iterativo com pontos infactíveis. Em 1996, Kojima [30] apresentou lemas para problemas lineares que permitiram grande flexibilidade e aperfeiçoamento em restrições impostas sobre pontos iniciais e tamanho do passo no espaço primal-dual [31]. Nesse mesmo ano Gondzio, apresentou o método das múltiplas correções. No ano de 2000, Potra e Wright [32] apresentaram uma revisão de algoritmos e softwares para programação linear, e para classes mais gerais de problemas.

Ao longo dos últimos anos, muitos autores tem estudado o problema de pré-despacho ótimo através de métodos de pontos interiores [33, 34, 35]. Uma discussão detalhada de métodos de pontos interiores aplicados a problemas de redes, incluindo problemas na área de sistemas de potência, é apresentada por Resende e Veiga [36].

A revolução dos métodos de pontos interiores, levou a uma mudança fundamental no pensamento sobre a otimização contínua. Hoje, em contraste com o cenário anterior a 1984, os pesquisadores de programação linear e não linear têm uma perspectiva unificada, onde ninguém seriamente argumenta que a programação linear é independente da programação não-linear.

Existem muitos trabalhos com pontos interiores em sistemas de potência, em particular na área de fluxo de carga ótima [36], [13] e [12].

2.4 Comentários Adicionais

Neste trabalho é utilizado o método de pontos interiores, em particular o método primal-dual. O próximo capítulo apresenta uma revisão de programação linear em especial nos aspectos usados no decorrer do trabalho.

Capítulo 3

Programação Linear e Quadrática

A programação linear é uma das técnicas da pesquisa operacional mais utilizadas. Os problemas de programação linear (PL) buscam a distribuição eficiente de recursos limitados para atender um determinado objetivo, em geral, maximizar lucros ou minimizar custos. Esse objetivo é expresso através de uma função linear, denominada “Função Objetivo”.

As informações sobre disponibilidade ou limitações de recursos são apresentadas em forma de equações ou inequações lineares, uma para cada recurso.

O problema de otimizar uma função linear sujeita a restrições lineares teve a sua origem com os estudos de Fourier sobre sistemas lineares de inequações em 1826 e também com Vallée Possin em 1911 [37]. No entanto, só em 1939 Kantorovich observou a importância prática desses problemas, tendo criado um método para a sua solução. Seu trabalho foi publicado em um artigo intitulado “Mathematical Methods in the Organization and Planning of Production”[38].

Essa área de pesquisa se consolidou com George Dantzig, em 1947, que desenvolveu o Método Simplex [39], capaz de resolver qualquer problema de Programação linear. Dantzig desenvolveu esta técnica quando trabalhava na Rand Corporation no projeto SCOP (Scientific Computation of Optimum Programs) para a Força Aérea Americana, desenvolvendo técnicas de otimização para problemas militares.

O método simplex acabou por se apresentar como um poderoso instrumento teórico para provar teoremas, bem como uma poderosa ferramenta computacional.

Inovações da última metade do século passado fizeram com que os métodos de programação linear se tornassem eficientes e aplicáveis à resolução de uma larga variedade de problemas envolvendo questões de decisão. É um ramo da teoria de otimização significativamente avançado, podendo resolver problemas de muito grande porte [40].

3.1 Problemas de Programação Linear

Um problema de programação linear é normalmente definido como a minimização da função objetivo em uma determinada região M , conhecida como região factível.

Matematicamente, pode-se formular o problema na “forma padrão”, como descrito a seguir [41]:

Sejam $A \in^{m \times n}$, $x \in^{n \times 1}$, $c \in^{n \times 1}$ e $b \in^{m \times 1}$ com $m \leq n$. Define-se a forma padrão de um PL como sendo:

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ \text{s.a} \quad & Ax = b \quad (\text{Primal}) \\ & x \geq 0, \end{aligned} \quad (3.1)$$

e o dual associado a forma padrão como sendo:

$$\begin{aligned} \max \quad & b^T y \\ \text{s.a} \quad & A^T y + z = c \quad (\text{Dual}) \\ & z \geq 0 \text{ e } y \text{ livre.} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Definição 3.1 *O gap de dualidade γ é a diferença entre os valores das funções objetivos para as formulações primal e dual do mesmo problema, ou seja:*

$$\gamma = c^T x - b^T y. \quad (3.3)$$

Tendo formulado os problemas primal e dual, pode-se agora enunciar as condições de complementaridade que terão de ser satisfeitas pelas soluções primal e dual ótimas.

Teorema 3.1 (Condições de Complementaridade) *Sejam x e (y, z) soluções factíveis para os problemas primal e dual respectivamente. Uma condição necessária e suficiente para que ambas soluções sejam ótimas é que [41]:*

- i Se $x_j > 0$ então $z_j = 0$;*
- ii Se $z_j > 0$ então $x_j = 0$.*

Então, as condições de otimalidade de um problema linear são as seguintes:

Corolário 3.1 (Condições de Otimalidade) *Tem-se que (x, y, z) é solução ótima primal e dual de um problema linear se, e somente se, satisfizer*

- *Factibilidade Primal:* $\begin{cases} Ax = b \\ x \geq 0; \end{cases}$
- *Factibilidade Dual:* $\begin{cases} A^t y + z = c \\ z \geq 0; \end{cases}$
- *Complementaridade:* $\begin{cases} XZe = 0 \end{cases}$

onde $X = \text{diag}(x)$, $Z = \text{diag}(z)$ e $e = (1, \dots, 1)^t$.

Quando se resolve um problema de programação linear, encontra-se uma solução ótima, denotada a partir de agora por x^* . Como o problema primal é de minimização, a solução ótima é um mínimo global do problema [42].

3.2 Método Simplex

O método simplex proposto por Dantzig [43] é um método iterativo para encontrar uma solução ótima de um problema de programação linear, expresso na forma padrão (3.1).

onde A é uma matriz de posto m , isto é, as m linhas de A são linearmente independentes.

Definição 3.2 *Seja B uma submatriz não singular ($m \times m$) construída a partir das colunas de A . Então, se todas $(n - m)$ componentes de x não associadas com as colunas de B são iguais a zero, a solução do conjunto resultante de equações é dito ser uma solução básica com respeito à base B . As componentes de x associadas com as colunas de B são chamadas variáveis básicas.*

Se uma ou mais variáveis básicas em uma solução básica tem valor nulo, essa solução é chamada de solução básica degenerada.

Teorema 3.2 (Teorema Fundamental de Programação Linear) [41]. *Dado um problema de programação linear na forma padrão 3.1, onde A é uma matriz ($m \times n$) de posto m ,*

1. *se existe uma solução factível, então existe uma solução básica factível;*
2. *se existe uma solução ótima factível, então existe uma solução básica ótima factível.*

Definição 3.3 *O Conjunto S é convexo se, para quaisquer $x_1 \in S$ e $x_2 \in S$, o segmento $[x_1, x_2]$ está contido em S .*

Algebricamente, pode-se descrever um conjunto convexo da seguinte forma:

$\forall x_1, x_2 \in S$ se $x = \alpha x_1 + (1 - \alpha)x_2$, $0 \leq \alpha \leq 1$, então $x \in S$.

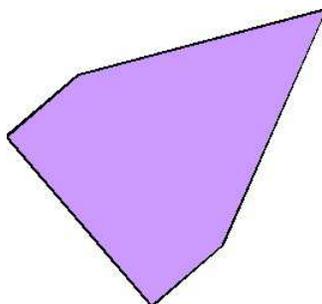


Fig. 3.1: Conjunto Convexo.

As Figuras 3.1 e 3.2 mostram exemplos de conjuntos convexos e não convexos, respectivamente.

Definição 3.4 *x é considerado um ponto extremo, de um conjunto convexo S se não puder ser representado como combinação convexa estrita de pontos distintos de S*

Da definição de conjunto convexo, é fácil concluir que a interseção de um número finito de conjuntos convexos é um conjunto convexo.

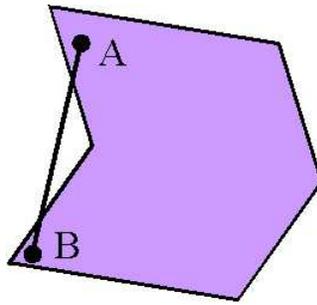
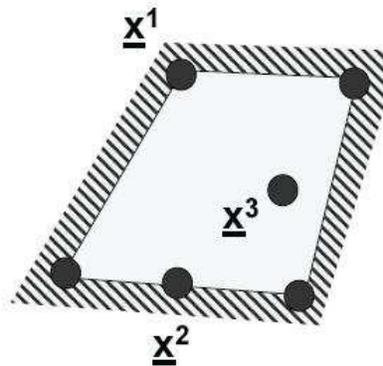


Fig. 3.2: Conjunto Não Convexo.

Fig. 3.3: Ponto Extremo x_1 e Pontos Não Extremos x_2 e x_3 .

3.2.1 Poliedros Convexos

Chama-se *Hiperplano* de R^n a um conjunto da forma:

$$H_i = \{x \in R^n : a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n = b_i\}$$

Tal como em R^2 , um hiperplano divide R^n em dois *Semi-Espaços* definidos por:

$$\begin{aligned} S_i &= \{x \in R^n : a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \leq b_i\} \\ \widehat{S}_i &= \{x \in R^n : a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \geq b_i\} \end{aligned}$$

Chama-se *Poliedro* a interseção finita de semi-espacos. É fácil observar que hiperplanos e semi-espacos são conjuntos convexos. Como o conjunto factível de um programa linear é um poliedro, então verifica-se o seguinte resultado.

Teorema 3.3 *O conjunto factível de um problema de programação linear é um poliedro convexo [41].*

A Figura 3.3, mostra exemplo de ponto extremo x_1 e pontos não extremos x_2 e x_3 de um poliedro convexo.

O método simplex parte de uma solução básica factível não ótima até encontrar uma solução básica factível ótima. Mais informações sobre o método simplex podem ser vistas em [41, 44].

3.2.2 Programação Quadrática

A programação quadrática é uma extensão da programação linear, e consiste na minimização de uma função $f(x)$ quadrática sujeita a restrições lineares [45]. Esse tipo de problema é considerado um dos mais simples na área de otimização não linear. Frequentemente, aparece como um sub-problema para auxiliar na resolução de problemas não lineares mais complexos.

Um problema de programação quadrática pode ser equacionado na forma a seguir:

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2}x^T Gx + c^T x \\ \text{s a} \quad & Ax \leq b \\ & x \geq 0 \end{aligned} \quad (3.4)$$

onde G é uma matriz quadrada, $(n \times n)$, simétrica, c é um vetor n -dimensional, cujas componentes são os coeficientes dos termos lineares na função objetivo. Se $G = 0$, $f(x)$ é linear, mostrando que a programação linear pode ser vista como um caso particular de programação quadrática.

Como na programação linear, as variáveis de decisão são denotadas pelo vetor coluna n -dimensional x , e as restrições são definidas por uma matriz A $(m \times n)$ e por um vetor m -dimensional b .

Na resolução de um problema de programação linear utilizando o método de pontos interiores, será necessária a utilização do conceito de matrizes simétricas definidas positivas: uma matriz $A \in R^{n \times n}$ é semi-definida positiva se $x^T A x \geq 0$ para todo $x \in R^n$, $x \neq 0$. Esse conceito será utilizado nos resultados a seguir

Lema 3.2.1 *Uma função f duas vezes diferenciável é uma função convexa se e somente se para todo $x \in R^n$ tem-se $\nabla^2 f(x) \geq 0$.*

Demonstração: Considere x e y quaisquer. Usando a aproximação de Taylor de segunda ordem temos que existe $z = \alpha x + (1 - \alpha)y$, com $\alpha \in (0, 1)$, tal que

$$f(y) = f(x) + \langle \nabla f(x), y - x \rangle + \frac{1}{2} \langle \nabla^2 f(z)(y - x), y - x \rangle$$

Se vale $\nabla^2 f(x) \geq 0$ para todo $x \in R^n$, temos que $\frac{1}{2} \langle \nabla^2 f(z)(y - x), y - x \rangle \geq 0$. Logo,

$$f(y) \geq f(x) + \langle \nabla f(x), y - x \rangle.$$

Reciprocamente, suponha por absurdo que existem $x \in R^n$ e $d \in R^n$ tais que

$$\langle \nabla^2 f(x)d, d \rangle < 0. \quad (3.5)$$

Considere a função $g : R \rightarrow R$ definida por $g(\lambda) = f(x + \lambda d)$. Pela regra da cadeia,

$$g''(\lambda) = \langle \nabla^2 f(x + \lambda d)d, d \rangle. \quad (3.6)$$

Usando 3.6 e 3.5, temos que $g(0) < 0$. Pela conservação de sinal, existe $\delta > 0$ tal que $g''(t) < 0$ para todo $t \in (-\delta, \delta)$. Considere $y = x + \frac{\delta}{2}d$. Por Taylor, existe

$$z = x + \alpha(y - x) \quad z = x + \alpha \frac{\delta}{2}d$$

com $\alpha \in (0, 1)$ tal que,

$$\begin{aligned} f(y) &= f(x) + \langle \nabla f(x), y - x \rangle + \frac{1}{2} \langle \nabla^2 f(z)(y - z), y - x \rangle \\ f(y) &= f(x) + \langle \nabla f(x), y - x \rangle + \frac{\delta^2}{8} \langle \nabla^2 f(x + \alpha \frac{\delta}{2} d), d \rangle. \end{aligned}$$

Mas $\frac{\alpha\delta}{2} \in (-\delta, \delta)$. Logo $g''(\frac{\alpha\delta}{2}) < 0$, o que implica

$$f(y) < f(x) + \langle \nabla f(x), y - x \rangle,$$

o que contradiz o fato de f ser convexa, completando a demonstração.

O Corolário seguinte trata de um caso especial de programação quadrática, cuja demonstração é realizada para fins de ilustração.

Corolário 3.2 *Seja $f : R^n \rightarrow R$ definida da seguinte forma:*

$$f(x) = \frac{1}{2} x^t G x$$

onde G é uma matriz $n \times n$ simétrica definida positiva. Então f é uma função convexa.

Demonstração: Tem-se que $f(x) = \frac{1}{2} x^t G x \Rightarrow \nabla f(x) = Gx \Rightarrow \nabla^2 f(x) = G \Rightarrow \nabla^2 f(x)$ definida positiva, então pelo Lema 3.2.1 tem-se que f função convexa.

Quando a função objetivo $f(x)$ é estritamente convexa para todos pontos, o problema tem um mínimo local único que é mínimo global. Uma condição suficiente para garantir convexidade estrita é G ser definida positiva [41].

Tendo a formulação primal da Equação (3.4), obtém-se a formulação dual:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & b^t y - \frac{1}{2} x^t G x \\ \text{s.a} \quad & A^t y - Gx + z = c \\ & (x, z) \geq 0 \end{aligned} \tag{3.7}$$

Assim, com as formulações das Equações (3.4) e (3.7) pode-se enunciar o seguinte corolário:

Corolário 3.3 (Condições de Otimalidade 2) *Tem-se que (x, y, z) é solução ótima primal e dual de um problema quadrático se e somente se satisfizer*

- *Factibilidade Primal:* $\begin{cases} Ax = b \\ x \geq 0 \end{cases};$
- *Factibilidade Dual:* $\begin{cases} A^t y - Gx + z = c \\ (x, z) \geq 0 \end{cases};$
- *Complementaridade:* $\{ X Z e = 0 .$

onde $e = (1, \dots, 1)^t$.

Observe que, o procedimento para desenvolver os métodos de pontos interiores do tipo primal-dual para programação quadrática é essencialmente o mesmo utilizado na programação linear. Em particular, o esforço por iteração é praticamente igual quando a matriz G é diagonal. Desta forma, os métodos de pontos interiores para esse tipo de problemas são, na prática, tão eficientes quanto para problemas de programação linear.

Capítulo 4

Métodos de Pontos Interiores

Há mais de duas décadas, os métodos de pontos interiores têm mostrado bons resultados na solução de problemas de programação linear [17]. Este capítulo apresenta um resumo dos principais conceitos usados em métodos de pontos interiores da família primal-dual. Parte desses conceitos será usada para a solução de problemas quadráticos de fluxos de potência, incluindo o modelo de pré-despacho, foco deste trabalho.

4.1 Conceitos Preliminares

Definição 4.1 *Um vetor que satisfaz as restrições de um problema linear é chamado de ponto interior se todas as suas componentes se encontram estritamente dentro de seus limites.*

Se um sistema é simétrico definido positivo, sabe-se que a fatoração $A = LDL^T$ existe. Entretanto, nessa situação pode ser usada a fatoração de Cholesky, adotada neste trabalho.

Teorema 4.1 (*Fatoração de Cholesky*) *Se $A \in R^{n \times n}$ é simétrica definida positiva, então existe uma única matriz triangular inferior $G \in R^{n \times n}$ com diagonal positiva tal que $A = GG^T$ [46].*

4.2 Aplicação dos Métodos de Pontos Interiores

Os métodos de pontos interiores procuram encontrar uma solução ótima de um problema de programação linear caminhando pelo interior do ortante positivo [42, 47].

Os métodos de pontos interiores primais-duais consistem na aplicação do método de Newton às condições de otimalidade do problema [47].

Considere:

$$F(x, y, z) = \begin{bmatrix} b - Ax \\ c - A^T y - z \\ XZe \end{bmatrix},$$

onde X e Z são matrizes diagonais, formadas pelos vetores x e z , respectivamente, e e é um vetor com todos os elementos iguais a um. Considere os resíduos:

$$F(x, y, z) = - \begin{bmatrix} r_p \\ r_d \\ r_a \end{bmatrix}.$$

A partir de um ponto inicial (x^0, y^0, z^0) , calcula-se, através do método de Newton, o ponto (x^1, y^1, z^1) , da seguinte forma:

$$(x^1, y^1, z^1) = (x^0, y^0, z^0) - [J(x^0, y^0, z^0)]^{-1} F(x^0, y^0, z^0)$$

onde o Jacobiano é dado por:

$$J(x, y, z) = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A^T & I \\ Z & 0 & X \end{bmatrix}.$$

De forma generalizada define-se $(x^{k+1}, y^{k+1}, z^{k+1}) = (x^k, y^k, z^k) + d^k$, em que o passo d^k é dado por:

$$d^k = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A^T & I \\ Z^k & 0 & X^k \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} r_p^k \\ r_d^k \\ r_a^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix}.$$

Para assegurar que os pontos nunca deixem de ser interiores, multiplica-se o passo por uma constante α_k , denominada “tamanho do passo”. Assim, após aplicar o método de Newton às condições de otimalidade, obtém-se:

$$(x^{k+1}, y^{k+1}, z^{k+1}) = (x^k, y^k, z^k) + \alpha^k d^k.$$

Pode-se, então, escrever:

$$(x^{k+1}, y^{k+1}, z^{k+1}) = (x^k, y^k, z^k) + \alpha^k (dx^k, dy^k, dz^k).$$

Os passos primal e dual, são calculados, respectivamente, da seguinte forma:

$$\alpha_p = \min\{-(x_i)^k / (dx_i)^k \mid dx_i^k < 0\}$$

$$\alpha_d = \min\{-(z_i)^k / (dz_i)^k \mid dz_i^k < 0\},$$

seja $\alpha_1^k = \min\{\alpha_p^k, \alpha_d^k\}$, faz-se $\alpha^k = \min\{\tau \alpha_1^k, 1\}$ onde $\tau \in (0, 1)$. Na prática, usando passos diferentes para as variáveis primais e duais, obtém-se melhores resultados computacionais.

4.3 Método Primal-Dual Seguidor de Caminho

O método primal-dual apresentado no item anterior é conhecido também como método primal-dual afim-escala [28]. Normalmente, na forma que foi apresentado, esse método não obtém bons resultados na prática. Um conceito usado para aperfeiçoamento é o uso de uma perturbação μ :

$$XZe = \mu e$$

onde μ é um parâmetro tal que $\mu = \sigma \sum \frac{x_i z_i}{n} = \sigma \frac{\lambda}{n}$. Na prática, usa-se $\sigma = 1/n$ para problemas de pequeno porte e $\sigma = 1/\sqrt{n}$, para problemas de grande porte, onde n é a dimensão do vetor x . O método primal-dual afim escala com perturbação é denominado *seguidor de caminho*.

Obtém-se então o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} Adx = r_p \\ A^T dy + dz = r_d \\ Zdx + Xdz = r_a - \mu e = r_c. \end{cases}$$

Esse sistema pode ser reduzido através de substituição de variáveis. Isolando dz na última equação, tem-se

$$dz = X^{-1}(r_c - Zdx).$$

Substituindo no sistema:

$$\begin{cases} Adx = r_p \\ A^T dy - X^{-1}Zdx = r_d - X^{-1}r_c. \end{cases}$$

Isolando dx na segunda equação e substituindo na primeira equação, obtém-se:

$$(ADA^T)dy = r_p + AZ^{-1}Xr_d - AZ^{-1}r_c,$$

onde ADA^T é uma matriz simétrica definida positiva. Logo, esse sistema pode ser resolvido através da decomposição de Cholesky [46].

4.4 Método Primal-Dual Preditor-Corretor

Este método utiliza uma direção que contém três componentes [27]:

- Direção afim-escala;
- Direção de centragem, com parâmetro μ escolhido a cada iteração;
- Correção não linear, que compensa a aproximação linear do método de Newton.

Usando-se as informações da direção afim-escala, tem-se:

$$(x + dx)^T(z + dz) = x^T z + dx^T z + x^T dz + dx^T dz.$$

Usando-se a informação sobre a direção dz , vem

$$dz = X^{-1}(r_a - Zdx)$$

e

$$x^T z + dx^T z + x^T X^{-1} r_a - x^T X^{-1} Z dx + dx^T dz = x^T z + dx^T z + e^T r_a - e^T Z dx + dx^T dz.$$

Como $r_a = -XZe$ tem-se:

$$\begin{aligned} x^T z + e^T r_a + dx^T dz &= \\ x^T z - e^T XZe + dx^T dz &= \\ x^T z - x^T z + dx^T dz &= dx^T dz. \end{aligned}$$

Assim, $D_x D_y$ corresponde ao resíduo da iteração seguinte se a direção afim-escala for adotada. Considere:

$$\begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A^T & I \\ Z^k & 0 & X^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_1 \\ dy_1 \\ dz_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_p^k \\ r_d^k \\ r_a^k \end{bmatrix}.$$

Se $\alpha^k = 1$, na iteração $k + 1$ tem-se:

$$\begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A^T & I \\ Z^{k+1} & 0 & X^{k+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -Dx_1 Dz_1 e \end{bmatrix},$$

e, na iteração seguinte, tem-se $x^{k+2} = x^{k+1} + dx = x^k + dx_1 + dx_2$.

O segundo sistema linear pode ser aproximado substituindo-se na matriz de restrições Z^{k+1} por Z^k e X^{k+1} por X^k . Com isso, obtém-se a mesma matriz do primeiro sistema, ou seja, o esforço computacional para decompor $AD^k A^T$ não existe no segundo sistema, pois $D^k = (Z^k)^{-1} X^k$.

Aproveitando o fato que um segundo sistema é resolvido, calculamos μ^k utilizando a informação do primeiro sistema. Se a direção afim-escala (dx_1, dy_1, dz_1) for uma boa direção, então μ^k deve ser pequeno, caso contrário μ^k deve ser grande. Assim, dado que

$$\tilde{\gamma}^k = (x^{k+1})^T z^{k+1} = (x + \alpha_{p1} dx_1)^T (z + \alpha_{d1} dz_1),$$

tem-se [27]:

$$\text{se } \gamma^k \geq 1 \text{ então } \sigma^k = \left(\frac{\gamma^{k+1}}{\gamma^k}\right)^2;$$

$$\text{se } \gamma^k < 1 \text{ então } \sigma^k = \gamma^k.$$

Assim, o segundo sistema será:

$$\begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A^T & I \\ Z^k & 0 & X^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_2 \\ dy_2 \\ dz_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -Dx_1 Dz_1 e + \mu^k e \end{bmatrix}.$$

Finalmente, somando-se os dois sistemas, tem-se:

$$\begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A^T & I \\ Z^k & 0 & X^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_1 + dx_2 \\ dy_1 + dy_2 \\ dz_1 + dz_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_p^k \\ r_d^k \\ r_a^k - Dx_1Dz_1e + \mu^k e \end{bmatrix}. \quad (4.1)$$

Logo,

$$(dx, dy, dz) = (dx_1 + dx_2, dy_1 + dy_2, dz_1 + dz_2).$$

Pode-se, assim, obter a direção final, resolvendo-se diretamente o Sistema (4.1).

O esforço por iteração é maior do que os outros métodos de pontos interiores, mas não muito, porque ao calcular dy , a matriz ADA^T já foi calculada e decomposta. Na prática, o número de iterações é aproximadamente a metade com relação ao método primal- dual seguidor de caminho. Com base na teoria de programação não linear, pode-se chamar o método preditor-corretor de método de Newton perturbado, modificado por uma correção não linear de ordem 1.

4.4.1 Comentários

Neste trabalho, utilizou-se o método de pontos interiores seguidor de caminhos, apoiado no fato de que para problemas de pré-despacho, os resultados foram bastante satisfatórios. A implementação do método preditor-corretor para o problema de manobras de linhas foi realizada mas, por questões que ainda serão estudadas, uma convergência satisfatória não foi possível.

Capítulo 5

Fluxo de Potência Ótimo

Neste trabalho utiliza-se o fluxo de potência linearizado (DC) [6]. Dessa forma, as leis de Kirchhoff caracterizam as restrições lineares de um problema de programação quadrática.

5.1 O Problema de Pré-Despacho

O pré-despacho é um problema operacional de curto-prazo, que procura definir as melhores alternativas de geração hidroelétrica, transporte de energia e geração térmica para horizontes de uma semana ou até de um dia. O que se procura é atender a demanda e satisfazer as metas energéticas, definidas no planejamento de longo-prazo.

As restrições de fluxo podem ser divididas em blocos que se repetem a cada intervalo de tempo, representando o sistema elétrico nesses intervalos. Assim, tem-se uma formulação independente das leis de Kirchhoff, para cada intervalo. No modelo de fluxos em rede, os fluxos de potência permitem a consideração dos limites de transmissão como restrições; as perdas de transmissão caracterizam um dos critérios de desempenho [9].

5.2 Fluxo de Potência Linearizado

No cálculo de fluxo de potência, as linhas de transmissão são representadas por um modelo π . Nesse tipo de modelo unifilar, aparecem as barras terminais entre as quais a linha está ligada, a impedância série ($z_{km} = r_{km} + jx_{km}$), as admitâncias *shunt* (y_{km}) e a terra [6], [48].

A ilustração de uma linha de transmissão é mostrada na Figura 5.1, onde as setas representam uma convenção de sinais (positivos). As setas sem corte representam os fluxos de potência ativa e com corte representam os fluxos de potência reativa. A Figura 5.2 dá o modelo π correspondente. A impedância série da linha é dada por

$$z_{km} = r_{km} + jx_{km},$$

sendo a admitância correspondente dada por

$$y_{km} = g_{km} + jb_{km}.$$

As relações entre resistência, reatância, condutância e susceptância do elemento série do modelo π são:

$$g_{km} = \frac{r_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2},$$

$$b_{km} = -\frac{x_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2}.$$

onde

- x_{km} representa reatância da linha de transmissão da barra $k - m$;
- r_{km} representa a resistência da linha de transmissão $k - m$.

Seja o fluxo de potência ativa dado:

$$P_{km} = V_k^2 g_{km} - V_k V_m g_{km} \cos \theta_{km} - V_k V_m b_{km} \sin \theta_{km}$$

onde

- P_{km} é a potência ativa fluindo da barra k para a barra m ;
- V_k e V_m são as magnitudes das tensões nodais;
- θ_{km} representa a abertura angular na linha.

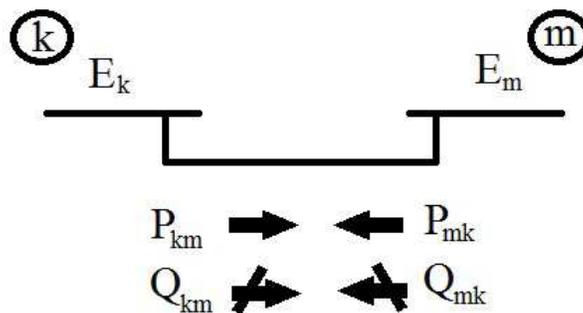
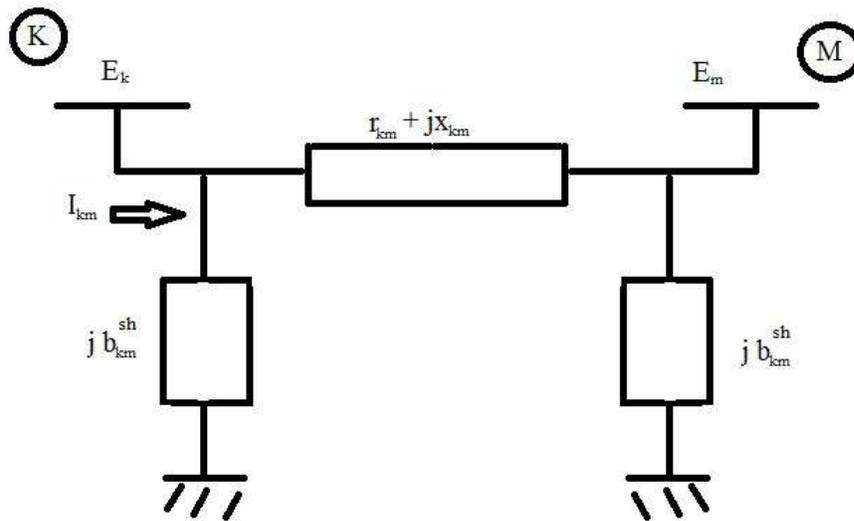


Fig. 5.1: Fluxo de Potência em uma Linha de Transmissão.

Fig. 5.2: Modelo π .

Sob condições usuais de operação estável, pode-se introduzir as seguintes aproximações em P_{km} [6].

$$\begin{aligned} V_k &\approx V_m \approx 1 \text{ p.u} \\ \text{sen}\theta_{km} &\approx \theta_{km} \\ b_{km} &\approx -1/x_{km}. \end{aligned}$$

Assim, o fluxo P_{km} pode ser aproximado por:

$$P_{km} = x_{km}^{-1} \theta_{km} = \frac{\theta_k - \theta_m}{x_{km}} \quad (5.1)$$

O modelo da rede de transmissão baseado na Equação (5.1) é conhecido também como Modelo DC. Em consequência da linearização, o modelo pode ser expresso matricialmente por uma equação do tipo $I = YE$, onde I é o vetor das injeções de corrente, E é o vetor das tensões nodais e $Y = G + jB$ é a matriz de admitância nodal. Por uma questão de simplicidade, considera-se uma rede de transmissão sem transformadores em fase ou defasadores. Neste caso, os fluxos de potência ativa nos ramos da rede são dados por:

$$P_{km} = x_{km}^{-1} \theta_{km}$$

A injeção de potência ativa na barra k é igual a soma dos fluxos que saem da barra (Primeira Lei de Kirchhoff), logo $P_k = \sum_{m \in \delta_k} x_{km}^{-1} \theta_{km}$ para $k = 1 : N$. Pode-se colocar essa expressão na forma:

$$P_k = (\sum_{m \in \delta_k} x_{km}^{-1}) \theta_k + \sum_{m \in \delta_k} (-x_{km}^{-1} \theta_m)$$

cuja representação matricial é:

$$P = B\theta,$$

sendo

- θ o vetor dos ângulos das tensões nodais;
- P o vetor da injeções líquidas de potência ativa;
- B a matriz admitância nodal.

Em um modelo de fluxo de potência ativa, a Primeira Lei de Kirchhoff estabelece que, num ponto qualquer da rede, a soma algébrica das correntes é nula. Essa lei pode ser expressa por:

$$Af = Ep - d. \quad (5.2)$$

A Lei de Ohm, por sua vez, permite estabelecer que os fluxos de potência dos ramos sejam proporcionais às diferenças angulares e susceptâncias. Assim,

$$Xf = A^T \theta. \quad (5.3)$$

A formulação clássica nodal do problema de fluxo de potência ativa funde ambas as leis em uma única equação linear, substituindo a equação (5.3) na equação (5.2).

$$\begin{aligned} Af &= (AX^{-1}A^T)\theta \\ Af &= B\theta \\ Af &= Ep - d \end{aligned} \quad (5.4)$$

onde $B = AX^{-1}A^T$ é a matriz de susceptância.

Assim, o modelo de fluxo de potência ativa baseado na formulação nodal reduz o sistema linear que representa as leis de Kirchhoff para a dimensão do número de cargas, através da eliminação de variáveis de fluxo de potência nos ramos e expressando as leis de Kirchhoff somente em termos de injeção de potência e variáveis angulares de carga.

De outra maneira, o problema de fluxo de potência ativa é formulado por uma abordagem de fluxo de rede onde as leis de Kirchhoff são expressas pelo seguinte conjunto de equações lineares [49].

$$\begin{aligned} Af &= Ep - d \\ Xf &= 0. \end{aligned}$$

Note que:

$$\begin{aligned} Xf &= XX^{-1}A^T\theta \\ Xf &= A^T\theta = 0, \end{aligned}$$

onde $A^T\theta = 0$ significa que as diferenças angulares ao longo de todo percurso fechado deve ser zero.

5.2.1 Modelo Estático

O problema de otimização dos custos de geração e transmissão para um sistema de potência com m barras, n linhas e g geradores pode ser caracterizado da seguinte forma [50]:

$$\begin{aligned} \min \quad & \alpha \frac{1}{2} [f^T R f] + \beta \frac{1}{2} [p^T Q p + c^T p] \\ \text{s.a} \quad & Af = Ep - d, \quad Xf = 0 \\ & f^{\min} \leq f \leq f^{\max}, \quad p^{\min} \leq p \leq p^{\max} \end{aligned}$$

onde:

- $f \in R^{n \times 1}$ representa o fluxo de potência ativa;
- $p \in R^{g \times 1}$ representa a geração de potência ativa;
- $Q \in R^{g \times g}$ representa a componente quadrática do custo de geração;
- $R \in R^{n \times n}$ representa a matriz diagonal de resistência das linhas;
- $d \in R^{m \times 1}$ representa a demanda de potência ativa;
- $X \in R^{n-m+1 \times n}$ representa a matriz de reatância das linhas;
- E representa uma matriz de ordem $m \times g$ com cada coluna contendo exatamente um elemento igual a 1 e os demais elementos nulos;
- $A \in R^{m \times n}$ representa a matriz de incidência da rede de transmissão ;
- $c \in R^{g \times 1}$ representa a componente linear do custo de geração;
- $f^{\max}, f^{\min} \in R^{n \times 1}$, p^{\max} e $p^{\min} \in R^{g \times 1}$ são os limites de fluxo e geração de potência ativa respectivamente;
- α e β são ponderações dos objetivos a minimizar;
- $q \in R^{g \times 1}$ representa a meta de geração de energia estabelecida pelo planejamento a longo-prazo.

Para esse modelo, as duas componentes da função objetivo são quadráticas com variáveis separáveis. A primeira componente representa o valor das perdas na transmissão. A segunda componente caracteriza o custo de geração das usinas [51].

5.2.2 Modelo Dinâmico

No modelo estático, tem-se a representação do problema para um único instante de tempo. O modelo dinâmico procura as melhores alternativas de geração para horizontes de t -intervalos de tempo. Logo temos t -subproblemas, com a mesma estrutura que o modelo estático, acoplados por restrições adicionais.

Ou seja, o problema de pré-despacho é um modelo dinâmico de fluxo de potência ótimo, que pode ser representado da seguinte forma [10]:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \frac{\alpha}{2} \sum_{k=1}^t [(f^k)^T R^k f^k] + \frac{\beta}{2} \sum_{k=1}^t [(p^k)^T Q^k p^k + c^T p^k] \\
 \text{s.a} \quad & A^k f^k - E p^k = -d^k && \forall k = 1, \dots, t \\
 & X^k f^k = 0 && \forall k = 1, \dots, t \\
 & f^{\min} \leq f^k \leq f^{\max} && \forall k = 1, \dots, t \\
 & p^{\min} \leq p^k \leq p^{\max} && \forall k = 1, \dots, t \\
 & \sum_{k=1}^t p^k = q
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

onde o vetor q representa as metas de geração de energia, estabelecidas pelo planejamento a longo-prazo.

5.3 Desenvolvimento do Método

Como já visto anteriormente, o objetivo é minimizar os custos de geração e perdas na transmissão de um sistema hidroelétrico. O problema será abordado através de métodos de pontos interiores.

Este problema de pré-despacho é modelado com a minimização de uma função quadrática com variáveis separáveis, representando as perdas na geração e transmissão do sistema elétrico, com restrições lineares de potência ativa.

O Problema apresentado em (5.5), pode ser simplificado utilizando as seguintes mudanças de variáveis [52]:

$$\begin{aligned}
 \tilde{f}^k &= f^k - f^{\min} \\
 \tilde{f}^{\max} &= f^{\max} - f^{\min} \\
 \tilde{p}^k &= p^k - p^{\min} \\
 \tilde{p}^{\max} &= p^{\max} - p^{\min}.
 \end{aligned}$$

Com essas modificações, os limites inferiores da geração e transmissão de energia passam a ser nulos. Dessa forma, o problema pode ser reescrito como:

$$\begin{aligned}
& \min \frac{\alpha}{2} \sum_{k=1}^t [(\tilde{f}^k)^T R \tilde{f}^k + c_f^T \tilde{f}^k] + \frac{\beta}{2} \sum_{k=1}^t [(\tilde{p}^k)^T Q (\tilde{p}^k)^T + c_p^T \tilde{p}^k] \\
s.a \quad & A \tilde{f}^k - E \tilde{p}^k = -d^k + p^{min} - A f^{min} = \tilde{d}^k, \quad \forall k = 1, \dots, t \\
& X \tilde{f}^k = -X f^{min} = l^k, \quad \forall k = 1, \dots, t \\
& 0 \leq \tilde{f}^k \leq \tilde{f}^{max}, \quad \forall k = 1, \dots, t \\
& 0 \leq \tilde{p}^k \leq \tilde{p}^{max}, \quad \forall k = 1, \dots, t \\
& \sum_{k=1}^t \tilde{p}^k = \tilde{q}
\end{aligned}$$

onde:

$$\begin{aligned}
c_f^T &= 2(f^{min})^T R, \\
c_p^T &= 2(p^{min})^T Q + c^T.
\end{aligned}$$

As restrições do problema ainda não estão na forma padrão, definida no Capítulo 3, pois tem-se desigualdades nas restrições lineares. Acrescentando-se variáveis de folga, tem-se o problema primal na sua forma padrão:

$$\begin{aligned}
& \min \frac{\alpha}{2} \sum_{k=1}^t [(\tilde{f}^k)^T R \tilde{f}^k + c_f^T \tilde{f}^k] + \frac{\beta}{2} \sum_{k=1}^t [(\tilde{p}^k)^T Q (\tilde{p}^k)^T + c_p^T \tilde{p}^k] \\
s.a \quad & A \tilde{f}^k - E \tilde{p}^k = \tilde{d}^k, \quad \forall k = 1, \dots, t \\
& X \tilde{f}^k = l^k, \quad \forall k = 1, \dots, t \\
& \tilde{f}^k + s_f^k = \tilde{f}^{max}, \quad \forall k = 1, \dots, t \\
& \tilde{p}^k + s_p^k = \tilde{p}^{max}, \quad \forall k = 1, \dots, t \\
& \sum_{k=1}^t \tilde{p}^k = \tilde{q}, \\
& (\tilde{f}^k, s_f^k) \geq 0, \quad (\tilde{p}^k, s_p^k) \geq 0.
\end{aligned}$$

5.4 Formulação Matricial do Problema sem Manobras

As restrições do problema de pré-despacho, podem ser colocadas na forma matricial [52]:

$$B = \begin{bmatrix} A \\ X \end{bmatrix},$$

onde a matriz B é formada pelas linhas justapostas das matrizes de incidência e reatância respectivamente. A matriz B tem dimensão $m + (n - m + 1) \times n$, admitindo-se que o modelo que está sendo trabalhado tem m barras, n linhas de transmissão e g geradores. Define-se também a matriz:

$$\hat{E} = \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix},$$

onde cada linha não nula de E corresponde a uma barra de geração. Assim sendo, a matriz \hat{E} tem dimensões $(n + 1) \times g$, onde as últimas $(n - m + 1)$ linhas são nulas.

Assim, o problema primal de pré-despacho na forma padrão tem a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{\alpha}{2} \sum_{k=1}^t [(\tilde{f}^k)^T R^k \tilde{f}^k + c_{\tilde{f}}^T \tilde{f}^k] + \frac{\beta}{2} \sum_{k=1}^t [(\tilde{p}^k)^T Q^k (\tilde{p}^k)^T + c_{\tilde{p}}^T \tilde{p}^k] \\ \text{s.a} \quad & B \tilde{f}^k - \hat{E} \tilde{p}^k = \tilde{d}^k, & \forall k = 1, \dots, t \\ & \tilde{f}^k + s_{\tilde{f}}^k = \tilde{f}^{max}, & \forall k = 1, \dots, t \\ & \tilde{p}^k + s_{\tilde{p}}^k = \tilde{p}^{max}, & \forall k = 1, \dots, t \\ & \sum_{k=1}^t \tilde{p}^k = \tilde{q}, \\ & (\tilde{f}^k, s_{\tilde{f}}^k, \tilde{p}^k, s_{\tilde{p}}^k) \geq 0. \end{aligned} \tag{5.6}$$

onde define-se:

$$\tilde{d}^k = \begin{bmatrix} \tilde{d}^k \\ l^k \end{bmatrix}.$$

Observe que a matriz $[B \ E]$ tem posto completo, logo não existem restrições redundantes no problema.

5.5 Formulação Matricial do Problema Dual

Para descrição do problema dual, serão usadas as definições matriciais [31]:

$$H = \begin{bmatrix} B & -\hat{E} & 0 & 0 \\ I & 0 & I & 0 \\ 0 & I & 0 & I \end{bmatrix},$$

$$I_{\tilde{p}} = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$(v^k)^T = \begin{bmatrix} (\tilde{f}^k)^T & (\tilde{p}^k)^T & s_{\tilde{f}}^{kT} & s_{\tilde{p}}^{kT} \end{bmatrix}$$

$$(b^k)^T = [(\hat{d}^k)^T \quad (\tilde{f}^{max})^T \quad (\tilde{p}^{max})^T \quad (\tilde{q})^T]$$

$$G = \begin{bmatrix} H & 0 & 0 \dots & 0 \\ 0 & H & 0 \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & H \\ \tilde{I}_p & \tilde{I}_p & \dots & \tilde{I}_p \end{bmatrix}$$

Assim, o problema dual em sua notação matricial associada ao seu modelo primal fica da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \max \quad & b^T y - \sum_{k=1}^t \left[\frac{\alpha}{2} (\tilde{f}^k)^T R \tilde{f}^k + \frac{\beta}{2} (\tilde{p}^k)^T Q (\tilde{p}^k) \right] \\ \text{s.a.} \quad & G^T y \leq c \\ & y \text{ livre} \end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned} y^T &= [(y_1^k)^T \quad (y_2^k)^T \quad (y_3^k)^T \quad (y_a)^T] \\ c^T &= [c_{\tilde{f}}^k + R \tilde{f}^k \quad c_{\tilde{p}}^k + Q \tilde{p}^k \quad 0 \quad 0]. \end{aligned}$$

Fazendo-se as substituições a seguir:

$$\begin{aligned} y_1^k &= y_{\tilde{f}}^k, \\ y_2^k &= -w_{\tilde{f}}^k, \\ y_3^k &= -w_{\tilde{p}}^k, \end{aligned}$$

e acrescentando-se as variáveis de folga, temos o seguinte problema dual:

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{k=1}^t [(\hat{d}^k)^T y_{\tilde{f}}^k - (\tilde{f}^{max})^T w_{\tilde{f}}^k - (\tilde{p}^{max})^T w_{\tilde{p}}^k + (\tilde{q})^T y_a - \frac{\alpha}{2} [(\tilde{f}^k)^T R \tilde{f}^k] - \frac{\beta}{2} \sum_{k=1}^t [(\tilde{p}^k)^T Q \tilde{p}^k] \\ \text{s.a.} \quad & B^T y_{\tilde{f}}^k - w_{\tilde{f}}^k - R \tilde{f}^k + z_{\tilde{f}}^k = c_{\tilde{f}}^k \quad \forall k = 1, \dots, t \\ & -\tilde{E}^T y_{\tilde{f}}^k - w_{\tilde{p}}^k + y_a - Q \tilde{p}^k + z_{\tilde{p}}^k = c_{\tilde{p}}^k \quad \forall k = 1, \dots, t \\ & (z_{\tilde{f}}^k, w_{\tilde{f}}^k, z_{\tilde{p}}^k, w_{\tilde{p}}^k) \geq 0, \quad y_{\tilde{f}}^k, y_a \text{ livres.} \end{aligned}$$

Antes de aplicar o método de Newton para resolver os problemas primais-duais, deve-se determinar as condições de otimalidade, discutidas na próxima seção.

5.6 Condições de Otimalidade

As condições de otimalidade podem ser decompostas em factibilidade primal, factibilidade dual e condições de complementaridade, detalhadas a seguir.

- Factibilidade primal

$$\begin{aligned}
 B\tilde{f}^k - \hat{E}\tilde{p}^k &= \hat{d}^k, & \forall k = 1, \dots, t \\
 \tilde{f}^k + s_{\tilde{f}}^k &= \tilde{f}^{max}, & \forall k = 1, \dots, t \\
 \tilde{p}^k + s_{\tilde{p}}^k &= \tilde{p}^{max}, & \forall k = 1, \dots, t \\
 \sum_{k=1}^t \tilde{p}^k &= \tilde{q}, \\
 (\tilde{f}^k, s_{\tilde{f}}^k, \tilde{p}^k, s_{\tilde{p}}^k) &\geq 0.
 \end{aligned}$$

- Factibilidade dual

$$\begin{aligned}
 B^T y_f^k - w_f^k - R\tilde{f}^k + z_f^k &= c_{\tilde{f}} \quad \forall k = 1, \dots, t \\
 -\hat{E}^T y_f^k - w_p^k + y_a - Q\tilde{p}^k + z_p^k &= c_{\tilde{p}} \quad \forall k = 1, \dots, t \\
 (z_f^k, w_f^k, z_p^k, w_p^k) &\geq 0, \quad y_f^k, y_a \text{ livres.}
 \end{aligned}$$

- Condições de complementaridade

$$\begin{aligned}
 \tilde{F}^k Z_{\tilde{f}}^k e &= 0, \\
 S_{\tilde{f}}^k W_{\tilde{f}}^k e &= 0, \\
 \tilde{P}^k Z_{\tilde{p}}^k e &= 0, \\
 S_{\tilde{p}}^k W_{\tilde{p}}^k e &= 0.
 \end{aligned}$$

5.7 Método de Newton

Aplicando o método de Newton às condições de otimalidade, tem-se:

$$Jd = r$$

onde

$$J = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 \dots & 0 \\ 0 & M_2 & 0 \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & M_t \\ I_{\tilde{p}}^1 & I_{\tilde{p}}^2 & \dots & I_{\tilde{p}}^t \end{bmatrix},$$

cada M_k corresponde à seguinte matriz:

$$\begin{bmatrix} B & -\widehat{E} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ I & 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -R & 0 & 0 & 0 & B^T & -I & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -Q & 0 & 0 & -\widehat{E}^T & 0 & 0 & -I & I & I \\ Z_{\tilde{f}}^k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{F}^k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & W_{\tilde{f}}^k & 0 & 0 & S_{\tilde{f}}^k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_{\tilde{p}}^k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{P}^k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & W_{\tilde{p}}^k & 0 & 0 & 0 & S_{\tilde{p}}^k & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

cujas direções são:

$$d^T = \left[(d\tilde{f}^k)^T \quad (d\tilde{p}^k)^T \quad (ds_{\tilde{f}}^k)^T \quad (ds_{\tilde{p}}^k)^T \quad (dy_{\tilde{f}}^k)^T \quad (dw_{\tilde{f}}^k)^T \quad (dz_{\tilde{f}}^k)^T \quad (dw_{\tilde{p}}^k)^T \quad (dz_{\tilde{p}}^k)^T \quad (dy_a)^T \right],$$

e r representa o vetor de resíduos:

$$r_1 = \widehat{d}^k - B\tilde{f}^k + \widehat{E}\tilde{p}^k \quad (5.7)$$

$$r_2 = \tilde{f}^{max} - \tilde{f}^k - s_{\tilde{f}}^k \quad (5.8)$$

$$r_p = \tilde{p}^{max} - \tilde{p}^k - s_{\tilde{p}}^k \quad (5.9)$$

$$r_y = c_{\tilde{f}} - B^T y_{\tilde{f}}^k + w_{\tilde{f}}^k + R\tilde{f}^k - z_{\tilde{f}}^k \quad (5.10)$$

$$r_g = c_{\tilde{p}} + \widehat{E}^T y_{\tilde{f}}^k + w_{\tilde{p}}^k - y_a + Q\tilde{p}^k - z_{\tilde{p}}^k \quad (5.11)$$

$$r_{zf} = \mu e - \tilde{F}^k Z_{\tilde{f}}^k e \quad (5.12)$$

$$r_{wf} = \mu e - S_{\tilde{f}}^k W_{\tilde{f}}^k e \quad (5.13)$$

$$r_{zp} = \mu e - \tilde{P}^k Z_{\tilde{p}}^k e \quad (5.14)$$

$$r_{wp} = \mu e - S_{\tilde{p}}^k W_{\tilde{p}}^k e \quad (5.15)$$

$$r_m = \tilde{q} - \sum_{k=1}^t \tilde{p}^k. \quad (5.16)$$

Assim, tem-se o seguinte sistema de equações formado pelas direções de Newton:

$$\left\{ \begin{array}{l} B d\tilde{f}^k - \hat{E} d\tilde{p}^k = r_1 \\ d\tilde{f}^k + ds_f^k = r_f \\ d\tilde{p}^k + ds_p^k = r_p \\ B^T dy_f^k - dw_f^k - R d\tilde{f}^k + dz_f^k = r_y \\ -\hat{E}^T dy_f^k - dw_p^k + dy_a - Q d\tilde{p}^k + dz_p^k = r_g \\ \tilde{F}^k dz_f^k + Z_f^k d\tilde{f}^k = r_{zf} \\ S_f^k dw_f^k + W_f^k ds_f^k = r_{wf} \\ \tilde{P}^k dz_p^k + Z_p^k d\tilde{p}^k = r_{zp} \\ S_p^k dw_p^k + W_p^k ds_p^k = r_{wp} \\ \sum_{k=1}^t d\tilde{p}^k = r_m. \end{array} \right. \quad (5.17)$$

Este sistema pode ser consideravelmente reduzido através de substituição de variáveis. Considere a eliminação de dz_f^k , dw_f^k , dz_p^k , dw_p^k , ds_f^k e ds_p^k obtendo o seguinte sistema de equações:

$$\left\{ \begin{array}{l} B d\tilde{f}^k - \hat{E} d\tilde{p}^k = r_1 \\ B^T dy_f^k - D_f^k d\tilde{f}^k = r_a \\ -\hat{E}^T dy_f^k - D_p^k d\tilde{p}^k + dy_a = r_b \\ \sum_{k=1}^t d\tilde{p}^k = r_m \end{array} \right. \quad (5.18)$$

onde:

$$\begin{aligned} D_f^k &= R + (\tilde{F}^k)^{-1} Z_f^k + (S_f^k)^{-1} W_f^k \\ D_p^k &= Q + (\tilde{P}^k)^{-1} Z_p^k + (S_p^k)^{-1} W_p^k \\ r_a &= r_y + (S_f^k)^{-1} r_{wf} - (\tilde{F}^k)^{-1} r_{zf} - (S_f^k)^{-1} W_f^k r_f \\ r_b &= r_g + (S_p^k)^{-1} r_{wp} - (\tilde{P}^k)^{-1} r_{zp} - (S_p^k)^{-1} W_p^k r_p. \end{aligned}$$

Eliminando $d\tilde{f}^k$ e $d\tilde{p}^k$ na segunda e terceira equações do Sistema (5.18) e substituindo na primeira equação, obtemos o sistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} [B(D_f^k)^{-1} B^T + \hat{E}(D_p^k)^{-1} \hat{E}^T] dy_f^k - \hat{E}(D_p^k)^{-1} dy_a = r \\ \sum_{k=1}^t d\tilde{p}^k = r_m \end{array} \right. \quad (5.19)$$

onde

$$r = r_1 + B(D_f^k)^{-1}r_a - \hat{E}(D_p^k)^{-1}r_b.$$

Pelo sistema (5.17), tem-se que:

$$d\tilde{p}^k = (D_p^k)^{-1}[-r_b + B^T dy_f^k + dy_a].$$

Substituindo a expressão acima em (5.19), vem:

$$\sum_{k=1}^t [(D_p^k)^{-1}[dy_a - \hat{E}^T dy_f^k]] = r_m + \sum_{k=1}^t (D_p^k)^{-1}r_b.$$

Portanto, tem-se o seguinte sistema a ser resolvido:

$$\begin{cases} [B(D_f^k)^{-1}B^T + \hat{E}(D^k)^{-1}\hat{E}^T]dy_f^k - \hat{E}(D_p^k)^{-1}dy_a = r \\ \sum_{k=1}^t [(D_p^k)^{-1}[dy_a - \hat{E}^T dy_f^k]] = r_m + \sum_{k=1}^t (D_p^k)^{-1}r_b. \end{cases} \quad (5.20)$$

Eliminando-se dy_f^k da primeira equação do sistema anterior e substituindo na segunda equação, obtém-se:

$$\sum_{k=1}^t [(D_p^k)^{-1} - (D_p^k)^{-1}\hat{E}^T M^{-1}\hat{E}(D_p^k)^{-1}]dy_a = r_m + \sum_{k=1}^t (D_p^k)^{-1}[r_b + \hat{E}^T M^{-1}r], \quad (5.21)$$

cuja solução direta exige muito esforço computacional, pois $M = B(D_f^k)^{-1}B^T + D^k$ tem dimensão igual ao número de linhas mais um $(n + 1)$ e dy_a tem como dimensão o número de geradores. Por exemplo, para o sistema brasileiro com 3511 barras, estudado nesse trabalho, a matriz M tem dimensão (4238×4238) e dy_a é um vetor com dimensão (265×1) . Portanto, a abordagem direta para solução desse sistema em problemas de grande porte deve ser descartada.

É importante ressaltar que a solução do Sistema (5.21) é a etapa de maior esforço computacional para resolver o problema de fluxo de potência ótimo, modelado como descrito nesse trabalho. O objetivo consiste em explorar alternativas para resolver este sistema da melhor forma possível. Esta consideração é ainda mais crítica na abordagem do problema de pré-despacho, pois existem muitas matrizes que devem ser decompostas no sistema a ser resolvido, tantas quanto forem o número de intervalos definidos no horizonte de estudo (nesse trabalho, os intervalos serão 24).

O problema de pré-despacho com manobras acrescenta novos aspectos a serem explorados na solução do Sistema (5.21), pois as matrizes B e E relacionadas respectivamente às linhas de transmissão e geradores sofrem modificações entre os intervalos do horizonte de planejamento. Esses aspectos serão explorados no próximo capítulo.

Capítulo 6

Problema de Pré-Despacho com Manobras Programadas

Como já destacado anteriormente, o pré-despacho de um sistema hidroelétrico é um problema operacional de curto-prazo, que pode ser formulado como a minimização de uma função quadrática com variáveis separáveis, onde o objetivo a ser minimizado considera as perdas na transmissão e os custos de geração. As leis de Kirchhoff caracterizam as restrições do problema, um conjunto de equações matriciais que se modificam ao longo de horizontes de estudo, em consequência das manobras programadas.

6.1 Manobras Programadas

As manobras de linhas de transmissão podem ocorrer devido a interrupções momentâneas não programadas, ou para atender às necessidades de manutenção da rede e de transferências de cargas, alimentadores e subestações. A sequência de operações na rede deve obedecer requisitos elétricos e critérios previamente estabelecidos, normatizados por órgãos governamentais ou pela concessionária de transmissão ou distribuição de energia elétrica [53]. O objetivo é atender todas as cargas, sem sobrecarregar linhas, alimentadores e usinas de geração.

Nesse trabalho, as manobras são um dado de entrada, ou seja, elas estão previamente programadas para serem realizadas. Normalmente, são realizadas de quatro a seis manobras por dia ¹. As manobras são realizadas para adaptar a rede de transmissão às variações da carga (variação da demanda de energia) ao longo do dia. São também realizadas, quando há necessidade de manutenções nas linhas de transmissão.

Três tipos de manobras programadas serão consideradas nesse trabalho:

- manobras de linhas;
- manobras de barras;
- manobras simultâneas de linhas e barras.

¹Informações obtidas em discussões com engenheiros do ONS - (Operador Nacional do Sistema)

6.2 Manobras de Linhas

Quando uma manobra de linha é realizada, ou seja, um ramo é retirado do sistema, a topologia da rede é modificada. Algebricamente, uma coluna da matriz de incidência, referente ao ramo manobrado, e uma linha da matriz de reatância são retiradas [54].

6.2.1 Simulação de Manobras de Linhas

Para simular uma manobra, atribui-se aos limites da linha correspondente ao ramo manobrado valores próximo de zero nos intervalos em que ele for desligado. Desta forma, na simulação da inserção (retirada) de uma linha de transmissão, a rede permanece constante em todo o horizonte de tempo. Portanto, a matriz B (formada pelas linhas da matriz de incidência justaposta com as linhas da matriz de reatância) não tem sua dimensão modificada como no caso discutido anteriormente.

6.3 Modelo Dinâmico com Manobras de Linhas

O problema de pré-despacho tem uma representação através de modelo com repetições em t -intervalos de tempo, que caracterizam o horizonte de estudo. O problema de pré-despacho com manobras pode ser formulado na forma padrão como:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \frac{\alpha}{2} \sum_{k=1}^t [(\tilde{f}^k)^T R^k \tilde{f}^k + c_f^T \tilde{f}^k] + \frac{\beta}{2} \sum_{k=1}^t [(\tilde{p}^k)^T Q^k (\tilde{p}^k)^T + c_p^T \tilde{p}^k] \\
 \text{s.a} \quad & B^k \tilde{f}^k - \hat{E}^k \tilde{p}^k = \hat{d}^k, & \forall k = 1, \dots, t \\
 & \tilde{f}^k + s_{\tilde{f}}^k = \tilde{f}^{max}, & \forall k = 1, \dots, t \\
 & \tilde{p}^k + s_{\tilde{p}}^k = \tilde{p}^{max}, & \forall k = 1, \dots, t \\
 & \sum_{k=1}^t \tilde{p}^k = \tilde{q}, \\
 & (\tilde{f}^k, s_{\tilde{f}}^k, \tilde{p}^k, s_{\tilde{p}}^k) \geq 0.
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

Esse problema é semelhante ao caso sem manobras 5.6. Entretanto as matrizes B e E variam de acordo com os intervalos de tempo (B^k e E^k), refletindo as modificações nas redes e barramentos por manobras realizadas ao longo de horizonte de estudos.

A exploração das características especiais dessas matrizes permitirá desenvolver melhores alternativas para a solução do Sistema de Equações (5.21), apresentado no Capítulo 5.

As próximas seções detalham os aspectos explorados, levando em consideração os diferentes tipos de manobras.

6.4 Estudo da Estrutura Matricial Para o Problema Com Manobras de Linhas

Supõe-se que ocorram i manobras previamente programadas ao longo de t intervalos de tempo, onde cada intervalo de tempo corresponde a um período de 1 ou 1/2 hora. O número de manobras i é normalmente pequeno no sistema brasileiro, variando de zero a seis.

A matriz B , formada pelas linhas justapostas da matriz de incidência e reatância, não é mais constante ao longo dos t intervalos de tempo. Cada vez que uma manobra é realizada, uma linha e uma coluna da matriz B são retiradas (inseridas). No caso de existir mais de uma manobra no mesmo intervalo de tempo, um número maior de linhas e colunas da matriz B são retiradas (inseridas).

Quando considerarmos um sistema com manobras em diferentes intervalos de tempo, utilizaremos a seguinte notação:

$$\tilde{B}^k = \begin{bmatrix} A^k \\ X^k \end{bmatrix}$$

onde

$$k = 1, 2, \dots, t.$$

Como a dimensão da matriz B pode se modificar a cada manobra, deve-se ajustar o sistema a essas mudanças. Ou seja, para a realização do produto e somatório com B , as dimensões e estruturas das outras matrizes envolvidas no sistema (decorrentes das características de B) são modificadas.

A matriz B pode ser decomposta como:

$$B = \begin{bmatrix} A \\ X \end{bmatrix}$$

De forma mais detalhada:

$$B = \begin{bmatrix} T & N \\ X_T & X_N \end{bmatrix}$$

onde

$$A = \begin{bmatrix} T & N \end{bmatrix}$$

e,

$$X = \begin{bmatrix} X_T & X_N \end{bmatrix}.$$

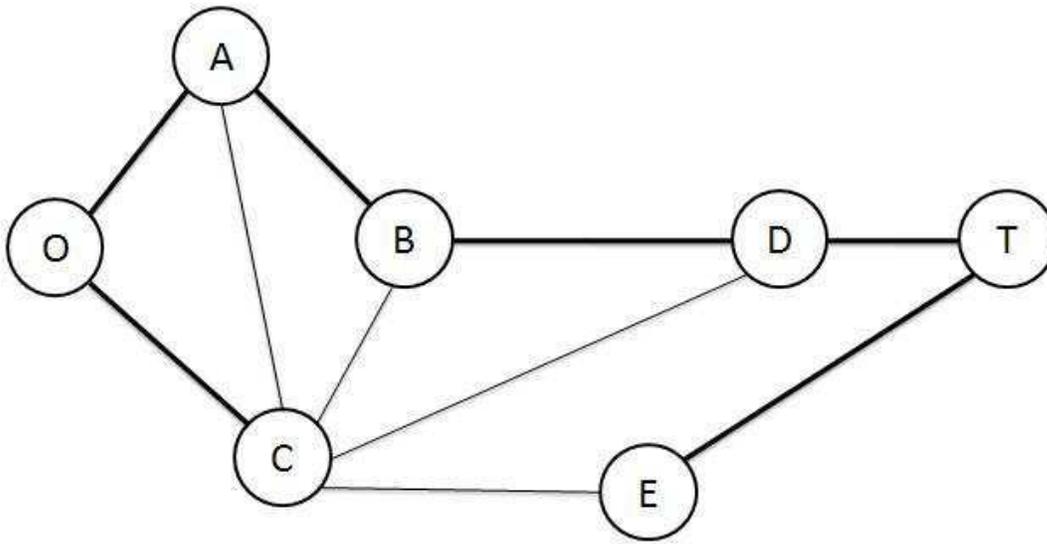


Fig. 6.1: Árvore Geradora com Arcos em Negrito e Arcos Adicionais.

Com esta decomposição, as colunas da matriz de incidência A estão divididas de tal forma que T contém os arcos de uma árvore geradora e N é formada pelos demais arcos, pertencentes à co-árvore [55]. A matriz de reatância X é particionada de forma equivalente.

Na Figura 6.1 temos os nós e arcos de um sistema elétrico, onde as linhas em negrito representam uma árvore geradora e as demais linhas os arcos adicionais da mesma.

A Figura 6.2, é o grafo um sistema elétrico, onde as linhas pontilhadas representam os ramos a serem desligados do sistema, cuja matriz de incidência é mostrada na Figura 6.3.

6.5 Heurística para Construção da Árvore Geradora

O objetivo dessa seção é mostrar a heurística utilizada para a construção das árvores geradoras utilizadas nos experimentos realizados. Neste trabalho, optou-se pela construção de uma árvore geradora com arcos adicionais. Dessa forma, é possível ter uma matriz de reatância cuja estrutura possa ser explorada com eficiência.

A matriz de reatância será denotada por $[X_T \ X_N]$, onde a submatriz X_N é diagonal e representa os arcos da co-árvore. É sabido que a esparsidade da matriz de reatância depende dos circuitos adotados em sua construção. A seguinte heurística busca construir uma matriz de reatância esparsa:

- É escolhida a barra com maior grau como raiz, e todos seus vizinhos como filhos;
- As barras remanescentes vizinhas da folha de maior grau são então acrescentadas na árvore;
- O procedimento é repetido até que todas as barras façam parte da árvore.

Assim, procura-se construir uma árvore com profundidade pequena. Os laços obtidos acrescentando uma linha não pertencente a árvore de cada vez formam a matriz de reatância. Em uma árvore

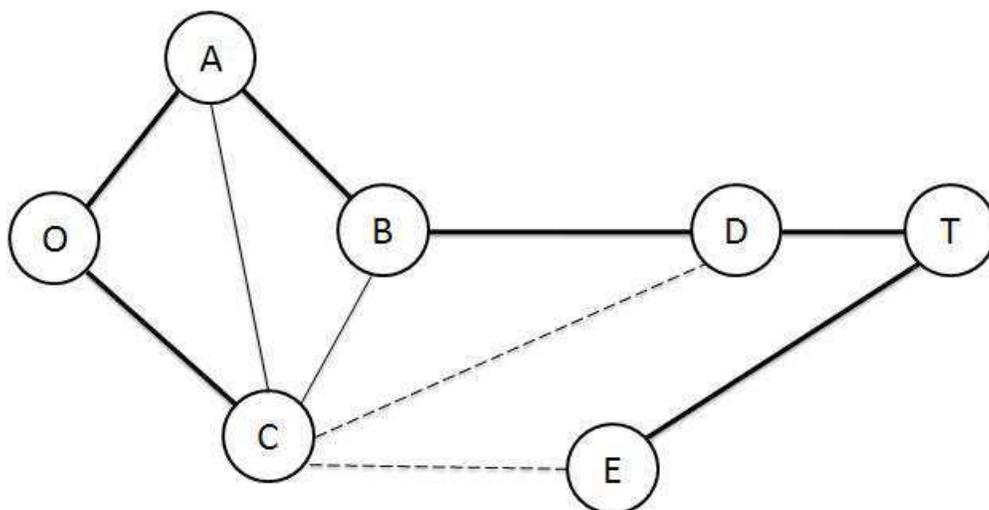


Fig. 6.2: Ramos a Serem Desligados no Sistema.

pouco profunda, estes laços tendem a conter poucas barras, resultando em uma matriz esparsa. Observe também que cada arco adicional pertence a um único circuito, ou seja, X_N é diagonal. Finalmente, dado que X_N é diagonal, a matriz de reatância tem linhas linearmente independentes e, uma vez que há $n - m + 1$ arcos fora da árvore, obtemos o número de equações necessário para formar X [50].

6.6 Resolução do Problema de Pré-Despacho com Manobras de Linhas

Vamos estudar as consequências de manobras de linhas na estrutura das matrizes. Observamos que, na Equação (5.20), que não considera manobras, a matriz

$$D^k = \hat{E}(D_p^k)^{-1}\hat{E}^T \quad (6.2)$$

é quadrada e tem dimensão $(n + 1) \times (n + 1)$, onde suas primeiras m linhas constituem a matriz diagonal $(D_p^k)^{-1}$, enquanto que o restante de seus elementos são nulos.

Percebe-se que as matrizes que são diretamente influenciadas pela mudança na dimensão de B são \hat{E} , D_f^k e D^k . Assim, ao inserir as manobras ao sistema, a Equação (6.2) terá agora a seguinte forma:

$$D^k = \hat{E}^k(D_p^k)^{-1}(\hat{E}^k)^T.$$

A matriz M é calculada de acordo com a equação 6.3,

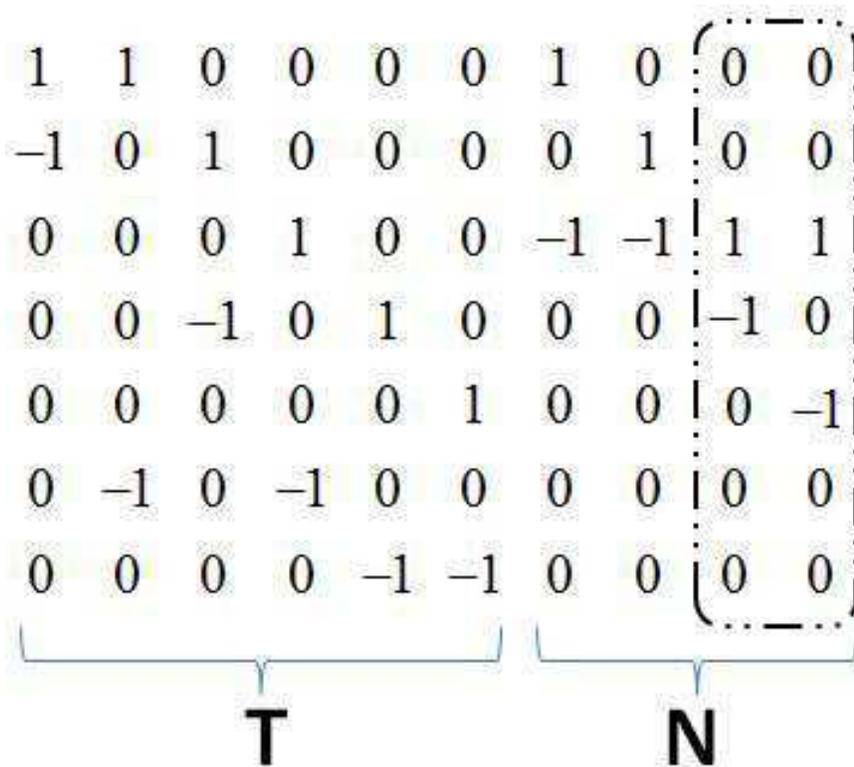


Fig. 6.3: Colunas a Serem Desligadas da Matriz de Incidência.

$$M^k = [B^k (D_f^k)^{-1} (B^k)^T + D^k], \quad (6.3)$$

A resolução direta do sistema (5.21), exige muito esforço computacional, pois, a matriz M tem dimensão do número de linhas, enquanto d_{ya} tem dimensão do número de geradores. Uma resolução eficiente pode ser realizada com a seguinte sequência de passos [52]:

Passo 1) Considere uma matriz \tilde{B}^k , constituída da matriz B^k e do vetor canônico e_j , assim $\tilde{B}^k = [B^k \ e_j]$ (note que esta matriz é quadrada e não-singular).

Passo 2) À matriz $(D_f^k)^{-1}$ é acrescentada uma linha e uma coluna, para ajustar sua dimensão para a multiplicação entre as matrizes.

Passo 3) Já da matriz D^k retira-se a j -ésima linha e j -ésima coluna, com j variando de $1, 2, \dots, m$, onde suas intersecções não podem ser nulas. Dessa forma, estamos retirando uma barra de geração da matriz, sua dimensão não é alterada, havendo somente a substituição por zero da j -ésima linha e coluna retiradas.

Com essas modificações as matrizes são reajustadas, logo $(D_f^k)^{-1}$ de $(\widetilde{D}_f^k)^{-1}$ e D^k de \widetilde{D}^k , a matriz M passa a ser denominada \widetilde{M}^k e reescrita como $\widetilde{M}^k = \widetilde{B}^k(\widetilde{D}_f^k)^{-1}(\widetilde{B}^k)^T + \widetilde{D}^k$, que tem dimensão $(n+1) \times (n+1)$. O vetor $\widetilde{r}^k = r_1 + \widetilde{B}^k(\widetilde{D}_f^k)^{-1}r_a - \widetilde{E}^k(\widetilde{D}_p^k)^{-1}r_b$.

Passo 4) Define-se

$$[\widetilde{B}^k(\widetilde{D}_f^k)^{-1}(\widetilde{B}^k)^T + \widetilde{D}^k]d\widehat{y}_f^k = \widetilde{r}^k. \quad (6.4)$$

Esse sistema é resolvido em duas etapas [31]:

1. Resolvemos primeiro os seguintes sistemas lineares

$$[\widetilde{B}^k \widetilde{D}_f^k (\widetilde{B}^k)^T] d\widehat{y}_f^k = \widetilde{r} \quad k = 1, 2, \dots, t$$

É importante salientar que estamos supondo que em t intervalos de tempo ocorrem i -manobras programadas, ou seja, as matrizes \widetilde{B}^k e $(\widetilde{B}^k)^T$ variam ao longo do intervalo em função desse número de manobras.

O vetor $d\widehat{y}$ pode ser encontrado sem dificuldades utilizando-se, por exemplo, a fatoração LU de \widetilde{B}^k , que não varia ao longo das iterações. De forma algébrica, escreve-se:

$$d\widehat{y} = [\widetilde{B}^k \widetilde{D}_f^k (\widetilde{B}^k)^T]^{-1} \widetilde{r}.$$

2. A fórmula de Sherman-Morrison-Woodbury [56] é usada para o cálculo da inversa da matriz \widetilde{M}^k :

$$(C + USV^T)^{-1} = C^{-1} - C^{-1}U(S^{-1} + V^T C^{-1}U)^{-1}V^T C^{-1},$$

onde U e V são matrizes de dimensão $p \times q$ e S tem dimensão $q \times q$. Adequando ao nosso problema, temos $C = \widetilde{B}^k \widetilde{D}_f^k (\widetilde{B}^k)^T$ e $USV^T = \widetilde{D}^k$.

Observe que

- S é uma matriz diagonal de dimensão $g \times g$, cujos elementos são os que pertencem a matriz \widetilde{D}^k ;
- U contém suas colunas tiradas da matriz identidade;
- $V^T = U^T$.

Logo, $(\widetilde{M}^k)^{-1}$ é escrita como:

$$[\widetilde{B}^k \widetilde{D}_f^k (\widetilde{B}^k)^T + \widetilde{D}^k]^{-1} = [\widetilde{B}^k \widetilde{D}_f^k (\widetilde{B}^k)^T]^{-1} - [\widetilde{B}^k \widetilde{D}_f^k (\widetilde{B}^k)^T]^{-1} \widehat{E}^k Z^{-1} (\widehat{E}^k)^T [\widetilde{B}^k \widetilde{D}_f^k (\widetilde{B}^k)^T]^{-1}$$

onde

$$Z = S^{-1} + (\hat{E}^k)^T [\tilde{B}^k \tilde{D}_f^k (\tilde{B}^k)^T]^{-1} \hat{E}^k.$$

Note que Z é uma matriz simétrica definida positiva, com dimensão igual ao número de geradores. Logo, o cálculo de Z é simples, pois a matriz permite a aplicação da decomposição de Cholesky e tem dimensão relativamente pequena.

Multiplicando a equação de Sherman-Morrison-Woodbury já aplicada nesse problema por \tilde{r}^k , temos:

$$d\hat{y}_f^k = d\hat{y} - ([B^k]^{-1})^T (\tilde{f}^k)^{-1} (\tilde{B}^k)^{-1} \hat{E}^k Z^{-1} (\hat{E}^k)^T d\hat{y}_f^k.$$

Observe que as matrizes $B^k = L^k U^k$ podem ser decompostas antes do processo iterativo, de forma análoga ao que pode ser realizado com a matriz B , no caso do problema sem manobras.

6.7 Manobras de Barras

Uma manobra de barra ocorre quando geradores ou cargas são desligado do sistema. As cargas têm variações nem sempre previsíveis com o tempo, fator que pode dificultar a modelagem do sistema.

Diferentemente das manobras de linhas, nas manobras de barras, não se pode optar por ramos pertencentes ou não à árvore geradora, pois obviamente ao desligar uma barra, linhas da árvore geradora e dos arcos adicionais devem ser desligados. Para evitar danos ao sistema, escolheu-se fazer manobras somente nas barras com grau menor que dois (somente um arco da árvore tocando nele). Novamente é fácil alterar a heurística em [57] para obter árvores com essas características.

Supõe-se que n -arcos incidem na barra a ser manobrada, logo n -linhas e colunas de B e mais uma linha da matriz de incidência $A = [TN]$ devem ser retirados.

6.8 Resolução do Problema de Pré-despacho com Manobras de Barras

As manobras envolvendo barras de geração e carga são semelhantes às manobras de linhas. Mas nesse caso, o estudo da estrutura matricial do problema associado a essas manobras precisa também ser realizado na árvore geradora. Quando existem manobras de barras em diferentes intervalos de tempo, tem-se a topologia da rede modificada. Logo:

$$\tilde{B}^k = \begin{bmatrix} A^k \\ X^k \end{bmatrix}$$

onde

$$k = 1, 2, \dots, t.$$

Neste trabalho, decidiu-se considerar manobras apenas em barras cujos nós associados na árvore tenham grau menor que dois, ou seja as manobras são realizadas em folhas da árvore. Com isso, evita-se que o sistema fique desconexo, o que pode ocorrer principalmente em problemas de pequeno porte. Logo, na Figura 6.1, as únicas barras que podem ser desligadas são C e E . Supondo-se que a barra E tenha sido escolhida, as alterações na matriz de incidência são mostradas na Figura 6.4. As colunas e linha em destaque, devem ser retiradas da matriz.

1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
-1	0	1	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	0	0	-1	-1	1	1
0	0	-1	0	1	0	0	0	-1	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	-1
0	-1	0	-1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-1	-1	0	0	0	0
T					N				

Fig. 6.4: Linhas e Colunas a Saírem.

Na matriz de incidência, as colunas referentes aos ramos que se ligam à barra serão desligados. Note ao retirar essas colunas, a matriz de incidência passa a ter uma linha nula, logo essa linha também é retirada da matriz.

As alterações na matriz de reatância são ilustradas na Figura 6.5:

Note que basta buscar o elemento diferente de zero na coluna do ramos dos arcos adicionais e retirar a reatância a ele associado, assim como é feito para o caso com manobras de linhas.

Esta forma de abordar o problema não acarreta perda de generalidade. De fato, se for necessário manobrar uma barra que corresponde a um nó da árvore de grau 2, é sempre possível construir uma nova árvore onde esta barra esteja em uma extremidade.

O próximo passo será realizar manobras de linhas e de barras no mesmo intervalo de tempo.

0	$-x_{ao}$	0	x_{co}	0	0	x_{ac}	0	0	0
x_{ab}	$-x_{ao}$	0	x_{co}	0	0	0	x_{bc}	0	0
x_{ab}	$-x_{ao}$	x_{bd}	x_{co}	0	0	0	0	$-x_{cd}$	0
x_{ab}	$-x_{ao}$	x_{bd}	x_{co}	x_{ct}	$-x_{ei}$	0	0	0	$-x_{ce}$
XT					XN				

Fig. 6.5: Matriz de Reatância do Sistema.

6.9 Manobras de Barras e Linhas Realizadas Simultaneamente

As manobras de barra e de linha feitas de forma simultâneas caracterizam mudanças mais complexas na rede. Nesses casos, um número maior linhas e colunas da matriz de incidência e suas respectivas reatâncias são retiradas da matriz B , formada pelas matrizes de incidência e reatância do sistema.

Supondo que, por exemplo, na rede da Figura 6.1, seja realizada uma manobra na barra E e que o ramo $C - D$ seja desligado nesse mesmo período. As Figuras 6.6 e 6.7, destacam linhas e colunas a saírem das matrizes de incidência e reatância respectivamente. Quando se realiza uma manobra onde p arcos incidam na barra manobrada e, ao mesmo tempo, uma manobra de linha, tem-se que a matriz B terá $p + 1$ linhas e $p + 1$ colunas retiradas.

As manobras de barras serão realizadas em barras com grau menor que dois, e as linhas manobradas deverão pertencer à matriz de arcos-adicionais.

6.10 Implementações e Avaliações

As idéias desenvolvidas neste Capítulo foram implementada em linguagem de programação Matlab. A avaliação de seus benefícios e possibilidades de aplicação em sistemas reais será realizado no próximo Capítulo.

É preciso mencionar que não existem implementações alternativas para solução do problema de pré-despacho com manobras programadas. Assim, a metodologia será comparada com uma abordagem para o problema de pré-despacho sem consideração de manobras programadas. Usando-se este mesmo código, faz-se também, para comparações, a simulação de manobras, através do controle de limites nos fluxos das linhas de transmissão manobradas.

No caso de simulação de uma manobra de linha, o que se faz é atribuir aos limites da linha corres-

1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
-1	0	1	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	0	0	-1	-1	1	1
0	0	-1	0	1	0	0	0	-1	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	-1
0	-1	0	-1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-1	-1	0	0	0	0
<div style="display: flex; justify-content: space-around; width: 100%;"> T N </div>									

Fig. 6.6: Linhas e Colunas a Saírem da Matriz de Incidência.

pendente ao ramo manobrado valores próximo de zero nos intervalos em que ele for desligado. Desta forma, na simulação da retirada/inserção de uma linha de transmissão a rede permanece constante em todo o horizonte de tempo. Portanto, a matriz B não tem sua dimensão modificada. A implementação computacional desenvolvida em [10] é utilizada nessas simulações.

0	$-x_{ao}$	0	x_{co}	0	0	x_{ac}	0	0	0
x_{ab}	$-x_{ao}$	0	x_{co}	0	0	0	x_{bc}	0	0
x_{ab}	$-x_{ao}$	x_{bd}	x_{co}	0	0	0	0	$-x_{cd}$	0
x_{ab}	$-x_{ao}$	x_{bd}	x_{co}	x_{dt}	$-x_{et}$	0	0	0	$-x_{ce}$

XT
XN

Fig. 6.7: Linhas e Colunas a Saírem da Matriz de Reatância.

Capítulo 7

Experimentos Numéricos

7.1 Detalhes de Implementação

Com a implementação dos métodos de pontos interiores para a solução do problema de pré-despacho com manobras, a estrutura matricial do sistema é modificada. Neste trabalho, as manobras são um dado de entrada. Logo, as alterações ocorridas nas matrizes são conhecidas a priori e podem ser estudadas antes do início do processo iterativo.

Com o objetivo de facilitar a implementação do método e proporcionar uma maior eficiência computacional, a árvore geradora, denotada por T , não teve seus arcos manobrados. Assim, somente os ramos da co-árvore geradora N são alterados. A reatância associada a esses arcos é armazenada na matriz diagonal X_N .

Sem perda de generalidade, é possível utilizar uma heurística para construção de uma árvore geradora, de forma a garantir que os ramos a serem manobrados sempre pertençam à co-árvore [57].

A cada manobra de linha realizada, pode-se retirar/inserir uma linha e coluna da matriz B . Nesse caso, optou-se por armazenar no arquivo de dados somente o horário da manobra e os respectivos ramos envolvidos, como pode ser visto na Tabela 7.1. Na tabela, o sinal negativo indica que, em determinada hora, os respectivos ramos serão desligados. A ausência do sinal implica a ativação.

Horário	Ramo
-2	(1,3)
-2	(3,4)
8	(1,3)
8	(3,4)
-18	(14,15)
-18	(14,12)

Tab. 7.1: Dados de Manobras de Linhas.

Na versão de simulação de manobras, atribui-se aos limites de fluxo correspondente ao ramo desligado valores próximo de zero nos intervalos de desligamento. Para essa abordagem, os limites de fluxo, que é um vetor na versão das manobras de linhas sem simulação, se torna uma matriz, onde o número de colunas corresponde às 24 horas do dia e o número de linhas corresponde ao número de

ramos dos sistema. Por exemplo, se desejarmos manobrar o ramo i no período das 2 às 3 da manhã, a matriz de fluxo ficará como segue:

$$f^{max} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} & f_{14} & \dots & f_{1t} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} & f_{24} & \dots & f_{2t} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{i1} & 0,001 & 0,001 & f_{i4} & \dots & f_{it} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{m1} & f_{m2} & f_{m3} & f_{m4} & \dots & f_{mt} \end{bmatrix}$$

Na simulação da retirada/inserção de uma linha de transmissão, a rede permanece constante em todo o horizonte de tempo estudado. Portanto, a matriz B não tem sua dimensão modificada como no caso discutido anteriormente.

O arquivo de manobras de barras é ilustrado na Tabela 7.2. As duas primeiras colunas se referem ao horário de desligamento e volta à operação da barra manobrada, respectivamente. A terceira coluna nos mostra qual barra será alterada. Observe que, no instante de tempo $t = 0$, todas as barras do sistema estão ligadas.

Desligar	Ligar	Barra
2	4	3
4	8	14
8	18	29
18	22	11
18	22	30
22	24	28

Tab. 7.2: Dados de Manobras de Barras.

Tanto para manobras de linhas como de barras, a matriz B^k é armazenada para cálculos posteriores da resolução de sistemas lineares do método de pontos interiores. Por questão de funcionalidade, são armazenados somente os ramos que estão ativos no sistema, ou seja, as colunas da matriz N que estão ligadas em um determinado intervalo de tempo.

7.2 Resultados Computacionais

As redes nas quais os testes foram realizados incluem os sistemas IEEE30, IEEE118, mostrados nas Figuras 7.1 e 7.2, respectivamente, representando o meio oeste americano. São estudados também o sistema Sul-Sudeste-Centro-Oeste brasileiro com 1654 e 1732 barras (SSECO1654/SSECO1732) e o sistema interconectado brasileiro composto por 1993 e 3511 barras.

O sistema brasileiro com 3511 barras e 4237 ramos corresponde a programação da operação do sistema brasileiro do dia 24/06/2006. Nesse caso, foi necessário a implementação de uma rotina de leitura de dados alternativa, pois a leitura dos dados do ANAREDE é diferente dos demais sistemas aqui estudados.

Nos experimentos computacionais aqui realizados, foi utilizado o método de pontos interiores primal-dual e feito testes com o número de manobras variando de zero a seis em um dia, o que normalmente ocorre na prática no sistema elétrico brasileiro.

A implementação foi desenvolvida em Matlab 7.0 com precisão de 10^{-3} para considerar satisfeitas as condições de otimalidade do problema. O computador possui processador Intel Centrino Core 2 Duo, com 4 GB de memória RAM e velocidade de 2.13GHz.

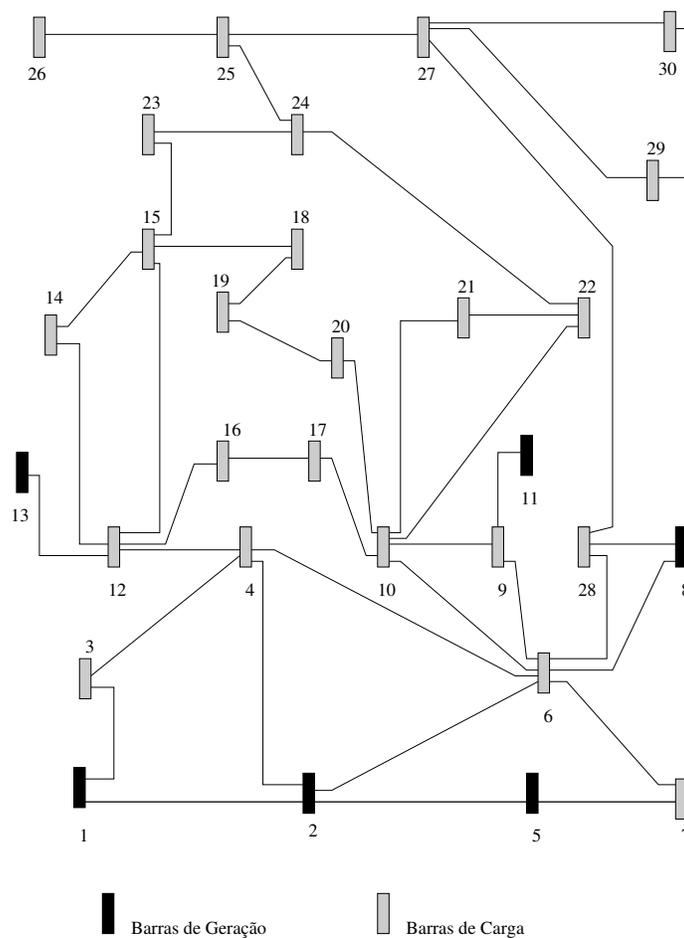


Fig. 7.1: Sistema IEEE com 30 Barras.

Os testes realizados nesta seção usaram o ponto inicial mostrado na Equação (7.1). Este foi definido como em [10], que apresentou bons resultados em experimentos anteriores.

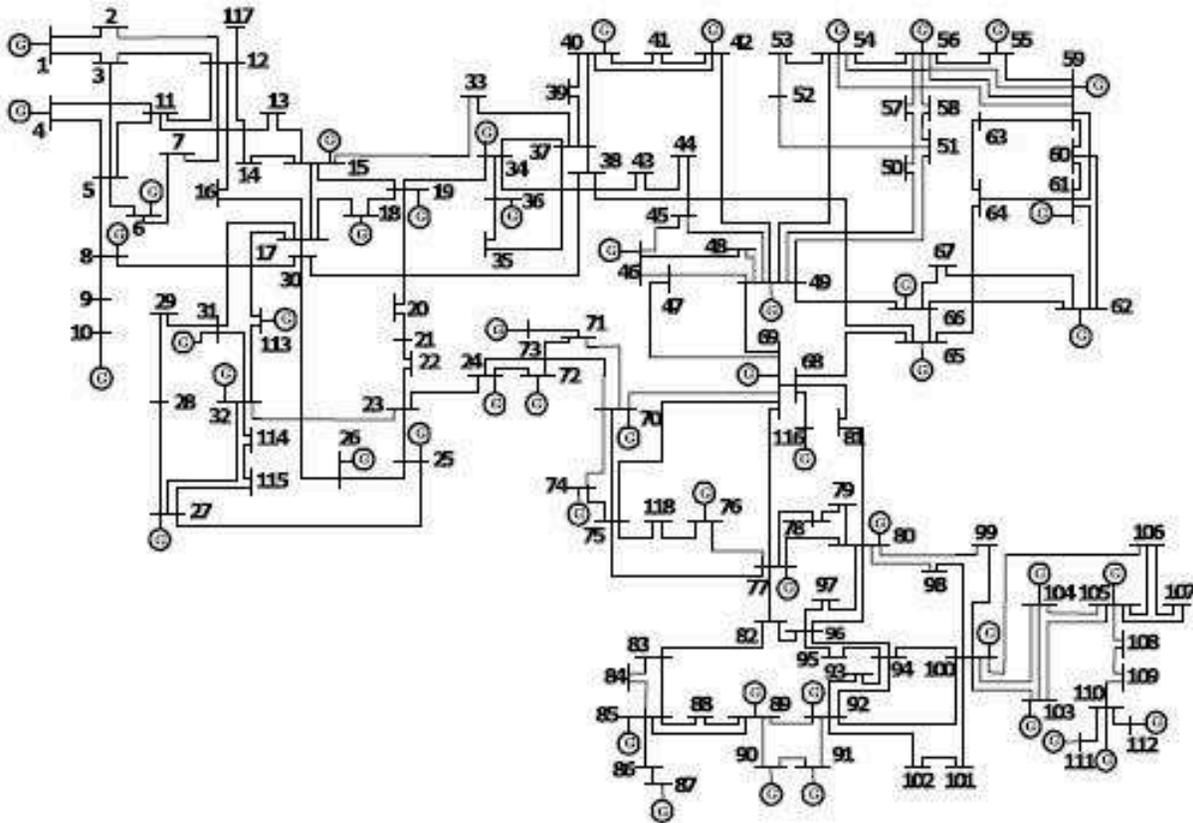


Fig. 7.2: Sistema IEEE com 118 Barras.

$$\begin{aligned}
 f^0 &= \frac{f^{max}}{2} \\
 p^0 &= \frac{p^{max}}{2} \\
 y_1^0 &= y_2^0 = y_3^0 = y_4^0 = 0 \\
 z_1^0 &= w_1^0 = (R + I)e \\
 z_2^0 &= w_2^0 = e \\
 z_3^0 &= w_3^0 = e.
 \end{aligned} \tag{7.1}$$

O número de iterações necessárias para a convergência pode variar significativamente dependendo do ramo que está sendo manobrado. Se um ramo com fluxo alto é desligado, o sistema terá que encontrar um novo caminho para atender a demanda, refletindo no número de iterações e, conseqüentemente, no tempo computacional. No entanto, outros motivos podem ser responsáveis por esse aumento, pois dependendo do ramo que está sendo manobrado e de sua rede resultante, a adequação do sistema pode não ser eficiente.

Num. Manobras	Tempo(seg)	Iterações
0	0,154	3
1	0,167	3
2	0,182	3
3	0,189	3
4	0,191	3
5	0,191	3
6	0,192	3

Tab. 7.3: Sistema IEEE30.

Num. Manobras	Tempo(seg)	Iterações
0	0,835	3
1	0,898	3
2	0,954	3
3	1,018	3
4	1,053	3
5	1,101	3
6	1,150	3

Tab. 7.4: Sistema IEEE118.

Num. Manobras	Tempo(seg)	Iterações
0	143	9
1	144	9
2	145	9
3	145	9
4	147	9
5	148	9
6	149	9

Tab. 7.5: Sistema SSECO com 1654 Barras.

Num. Manobras	Tempo(seg)	Iterações
0	150	9
1	152	9
2	152	9
3	154	9
4	155	9
5	156	9
6	158	9

Tab. 7.6: Sistema SSECO com 1732 Barras.

Num. Manobras	Tempo(seg)	Iterações
0	214	9
1	215	9
2	215	9
3	216	9
4	219	9
5	225	9
6	225	9

Tab. 7.7: Sistema Brasil com 1993 Barras.

Num. Manobras	Tempo(seg)	Iterações
0	278	5
1	278	5
2	279	5
3	280	5
4	280	5
5	281	5
6	282	5

Tab. 7.8: Sistema Brasil com 3511.

Para o caso com manobras explícitas, ou seja, quando a topologia da rede é modificada, observa-se somente um pequeno aumento no tempo computacional, como apresentado nas Tabelas 7.3, 7.4, 7.5, 7.6, 7.7 e 7.8, que é afetado não somente pelo número de manobras, mas também pelos ramos manobrados. Esse resultado difere do caso de simulação de manobras visto nas Tabelas 7.9, 7.10, 7.11, 7.12, 7.13, onde tanto o tempo computacional quanto o número de iterações aumentam.

A explicação para o custo computacional ser maior para as manobras simuladas, é que as perturbações nesse caso são mais drásticas, pois os limites das linhas de transmissão desligadas se tornam muito pequenos (próximos de zero), causando problemas de convergência para o método de pontos interiores.

7.3 Manobras de Barras

As manobras de barras não causam grandes modificações nos resultados computacionais pois, ao se realizar uma dessas manobras, o sistema é reduzido a um subsistema mais simples. Os resultados das Tabelas 7.14 e 7.15 comprovam que essas modificações não acarretam maiores custos computacionais. Na próxima seção, será tratado o caso em que manobras de barras e linhas são realizadas simultaneamente, então será possível uma análise mais interessante em relação ao comportamento do sistema.

Num. Manobras	Tempo(seg)	Iterações
0	0,159	3
1	0,216	5
2	0,216	5
3	0,313	9
4	0,330	10
5	0,338	10
6	0,370	11

Tab. 7.9: Sistema IEEE30 Simulado.

Num. Manobras	Tempo(seg)	Iterações
0	0,835	3
1	1,244	5
2	2,128	9
3	2,158	9
4	2,319	10
5	2,756	12
6	2,761	12

Tab. 7.10: Sistema IEEE118 Simulado.

Num. Manobras	Tempo(seg)	Iterações
0	143	9
1	160	10
2	287	18
3	300	19
4	301	19
5	303	19
6	306	19

Tab. 7.11: Sistema SSECO1654 Simulado.

7.4 Manobras de Barras e Linhas Simultâneas

Nesta seção, será tratado o caso em que manobras de barras e de linhas são realizadas de forma simultânea. Analisamos também as consequências que elas causam ao sistema.

Vale ressaltar, que as manobras de barra continuam sendo realizadas somente em barras que tem grau menor que dois na árvore geradora, evitando assim desconexidade no sistema.

Nos testes aqui realizados, considerou-se o seguinte padrão:

Para o caso com uma manobra, foi realizado o teste com uma manobra de barra e uma manobra de linha, ambas feitas exatamente no mesmo período de tempo, para analisar o sistema para o pior caso possível. Para a aplicação de duas manobras, foi realizado o teste com somente uma manobra de barra e duas de linhas. Para três manobras, foram realizadas duas manobras de barras e três de linhas,

Num. Manobras	Tempo(seg)	Iterações
0	150	9
1	167	10
2	317	19
3	317	19
4	318	19
5	334	20
6	335	20

Tab. 7.12: Sistema SSECO1732 Simulado.

Num. Manobras	Tempo(seg)	Iterações
0	213	9
1	230	10
2	406	17
3	628	27
4	629	27
5	634	27
6	653	28

Tab. 7.13: Sistema Brasil1993 Simulado.

e assim sucessivamente até alcançar o número máximo de seis manobras de linhas e três manobras de barras.

Considerou-se estes estudos de caso para testar a rede de forma mais drástica. Lembrando que as manobras de barra causam menos problemas de convergência para o método, já que reduzem o sistema e a demanda do mesmo, o intuito é somente analisar como o sistema reage com ambas modificações. Assim, as manobras de barras foram realizadas em menor número.

No entanto, quando são realizadas cinco manobras, que corresponderiam a cinco de linhas e três de barras, efetua-se o desligamento de um gerador, fazendo com que os sistemas apresentados nas tabelas 7.16 e 7.17 tenham o seu custo computacional aumentado significativamente. Os sistemas representados em 7.18, 7.19 e 7.20 também sofreram consequências com o desligamento de uma usina, mas de forma menos drástica, pois as manobras realizadas anteriormente ajudaram o sistema a se portar de forma mais eficiente.

É importante deixar claro que dependendo do ramo/barra que está sendo manobrado, a convergência do método pode não ser obtida. Por exemplo, no sistema IEEE30, a manobra de barra envolvendo o gerador oito não pôde ser realizada, pois ela funciona nesse sistema como a usina de Itaipu para o Brasil, ou seja, sua meta de geração é alta e o seu desligamento implica que a demanda total do sistema não pode ser atendida.

Na comparação com o problema que não considera manobras, o custo computacional por iteração é essencialmente o mesmo. Além disso, verificou-se um pequeno aumento no número de iterações no problema com manobras em relação ao mesmo problema sem a consideração das mesmas.

A eficiência da metodologia utilizada neste trabalho pôde ser comprovada não só pela convergência, mas até pela não convergência de alguns testes realizados. Deste modo ficou possível comprovar

que a implementação realmente otimiza os problemas abordados.

Por exemplo, para o sistema teste da IEEE com 30 barras, a capacidade de geração de energia foi reduzida de 100 MW para 61,5 MW, logo algumas variáveis de folga relacionadas a geração atingiram seu limite.

Na figura 7.3 é possível verificar que no chamado horário de pico, tem-se que todos os geradores trabalham no seu limite para atender a demanda de energia do sistema.

A implementação também detecta inviabilidade do sistema, por exemplo ao reduzir os limites dos fluxos das linhas de transmissão de 100 MW para 59 Mw, a convergência do método não é possível, isso pois embora o gerador consiga produzir a energia necessária, a mesma não pode ser distribuída para todas as barras de carga e assim atender a demanda do sistema.

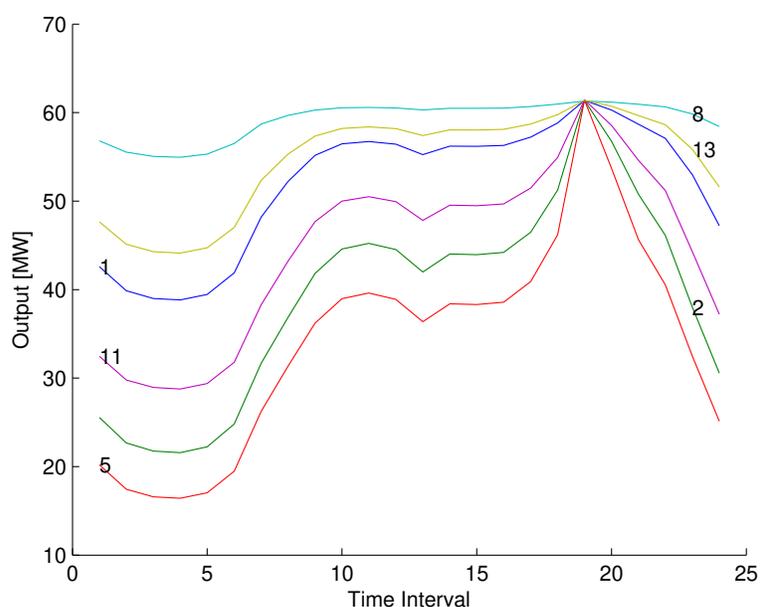


Fig. 7.3: Geração de Energia.

Dessa forma, o modelo resolvido se aproxima muito mais do problema real com um esforço computacional adicional insignificante e sem apresentar nenhum problema de estabilidade numérica.

Num. Manobras	Tempo(seg)	Iterações
0	0,156	3
1	0,156	3
2	0,157	3
3	0,208	3
4	0,201	3
5	0,194	3
6	0,195	3

Tab. 7.14: Sistema IEEE30 com Manobras de Barras.

Num. Manobras	Tempo(seg)	Iterações
0	1,962	3
1	1,960	3
2	1,962	3
3	1,964	3
4	1,962	3
5	1,972	3
6	1,952	3

Tab. 7.15: Sistema IEEE118 com Manobras de Barras.

Num. Manobras	Tempo(seg)	Iterações
0	0,141	3
1	0,153	3
2	0,181	4
3	0,179	4
4	0,179	4
5	0,219	5
6	0,192	5

Tab. 7.16: Sistema IEEE30 com Manobras de Barras e Linhas.

Num. Manobras	Tempo(seg)	Iterações
0	1,756	3
1	1,944	4
2	1,941	4
3	2,137	5
4	2,113	5
5	2,481	7
6	2,485	7

Tab. 7.17: Sistema IEEE118 com Manobras de Barras e Linhas.

Num. Manobras	Tempo(seg)	Iterações
0	119	9
1	128	10
2	129	10
3	129	10
4	130	10
5	131	10
6	135	10

Tab. 7.18: Sistema SSECO1654 com Manobras de Barras e Linhas.

Num. Manobras	Tempo(seg)	Iterações
0	119	9
1	122	9
2	172	14
3	244	21
4	246	21
5	246	21
6	247	21

Tab. 7.19: Sistema SSECO1732 com Manobras de Barras e Linhas.

Num. Manobras	Tempo(seg)	Iterações
0	178	9
1	193	10
2	193	10
3	195	10
4	208	11
5	207	11
6	254	14

Tab. 7.20: Sistema BRASIL1993 com Manobras de Barras e Linhas.

Capítulo 8

Conclusões e Perspectivas Futuras

Neste trabalho, os métodos de pontos interiores são utilizados para resolver um problema de pré-despacho em um sistema hidroelétrico. A contribuição dessa pesquisa está em resolver esse problema com manobras de linhas e barras realizadas de maneira simultânea. Quando essas manobras ocorrem, a topologia da rede é modificada. As características deste problema e sua importância para o sistema elétrico brasileiro motivaram o desenvolvimento da tese.

O número de modificações na rede é pequeno na prática, variando de zero a seis em um período de vinte e quatro horas. Supõe-se, neste trabalho, que todas as mudanças na rede são conhecidas a priori. Assim, as matrizes associadas ao problema podem ser analisadas e decompostas antes da aplicação dos métodos de pontos interiores. Abordagem análoga foi realizada por outros autores para o caso sem manobras.

As manobras de linhas representam o desligamento, ou volta à operação, de determinadas linhas de transmissão. As manobras de barras correspondem ao desligamento uma barra de carga ou de geração. Como pode-se ter o desligamento de um grande centro consumidor de energia, ou o desligamento de uma usina hidroelétrica, procurou-se avaliar como o sistema reagiria a essas mudanças que, em alguns casos podem ser drásticas.

Para cada ocorrência de manobra de linha, uma coluna da matriz de incidência e uma linha da matriz de reatância são retiradas. Para o caso de manobras de barras, supõe-se que n ramos incidam na barra a ser manobrada. Logo, $n + 1$ colunas e $n + 1$ linhas são retiradas das matrizes de incidência e reatância respectivamente. Estudou-se também manobras simultâneas de linhas e barras.

A metodologia utilizada no desenvolvimento deste trabalho é o método de pontos interiores primal-dual, pois o mesmo apresenta bons resultados para problemas de fluxo de potência ótimo.

Com o objetivo de obter melhor eficiência na resolução do problema de pré-despacho aqui estudado, é utilizada uma heurística para a construção de uma árvore geradora pouco profunda, para que a matriz de reatância utilizada seja mais esparsa.

Do ponto de vista computacional, o esforço para resolver um problema com ou sem modificação na topologia da rede é semelhante. Mesmo com as modificações nas matrizes do problema, o número de sistemas lineares que precisam ser resolvidos continua sendo o mesmo, em comparação com o problema sem manobras. Além disso, o número de iterações necessárias para a convergência do método de pontos interiores depende da importância que ramos e barras manobrados têm no sistema.

A metodologia desenvolvida foi codificada em linguagem Matlab, e aplicada em dois conjuntos de problemas. O primeiro conjunto foi construído a partir de sistemas testes da IEEE, com redes

do meio-oeste americano. O segundo conjunto corresponde a problemas equivalentes do Sistema Interligado Nacional, com 1993 e 3511 barras.

Comparando as manobras de linhas explícitas, ou seja, quando a topologia da rede é modificada, ao caso sem manobras, vê-se somente um pequeno aumento no tempo computacional, mas não no número de iterações. Ou seja, o novo método não acarreta maiores custos, embora seja sabido que isso depende fortemente dos ramos que estão sendo desligados, pois se o fluxo de um ramo manobrado for muito elevado, o sistema poderá não se readaptar, trazendo como consequência problemas de convergência para o método.

As manobras de linhas apresentaram resultados muito próximos ao caso em que são realizadas manobras de barras e linhas simultaneamente. Neste último o número de iterações é ligeiramente maior, pois o sistema deve realizar um conjunto de manobras mais complexo.

Já na comparação da versão com manobras explícitas com a de simulação por modificações nos fluxos, onde tem-se a vantagem da rede ser fixa em todos os intervalos de tempo, verifica-se que as iterações e o tempo computacional para as simulações são bem maiores. Isso se deve ao fato de que, quando se realizam manobras, os geradores tem que se adaptar para atender a demanda e, no caso da simulação, as perturbações são mais drásticas pois os limites das linhas de transmissão desligadas se tornam muito pequenos (próximos de zero), causando problemas de convergência para o método de pontos interiores.

Os resultados obtidos mostraram a adequação da metodologia, tanto nos aspectos numéricos como em tempos de convergência: os tempos gastos na obtenção da solução ficaram abaixo de cinco minutos para os problemas de maior porte para a implementação em Matlab. Porém, esses tempo pode ser drasticamente reduzido para muito poucos segundos em uma linguagem de alto desempenho.

Em continuidade e esta pesquisa, deseja-se estudar os seguintes aspectos:

- Aplicar o método preditor-corretor ;
- Adicionar ao modelo restrições de reserva de segurança e reserva girante [58];
- Implementar manobras de barras para o sistema real brasileiro com 3511 barras;
- Implementar manobras de barras e linhas, realizadas de forma simultânea, para o sistema brasileiro com 3511 barras;
- Implementar o método adotado na linguagem de programação C++, o que permitirá explorar aspectos adicionais de esparsidade nas estruturas particulares das matrizes;
- Utilizar paralelismo na implementação com o objetivo de ter ganhos computacionais.

Referências Bibliográficas

- [1] Ministério de Minas e Energia. *Balanco Energético Nacional*. 168p, Brasília, DF, 2009.
- [2] G. Santos, E. Barbosa, J. Silva, and R. Abreu. Propostas para o setor elétrico brasileiro. *Revista do BNDES, Rio de Janeiro, RJ*, 14:435 – 474, 2008.
- [3] R. Schaeffer. O futuro da energia elétrica no brasil. *mudanças climáticas*, 2008.
- [4] M. A. Cicogna. Análise de sensibilidade da otimização energética de sistemas hidrotérmicos. *Anais Sispot, Faculdade de Engenharia Elétrica - UNICAMP*, page 17, 2001.
- [5] G. C. Silva. A eficiência energética e o panorama brasileiro: onde encontrar soluções para a crise de energia? Technical report, UFSM, Maio 2005. Dissertação de Mestrado.
- [6] A. Monticelli and A. Garcia. *Introdução a Sistemas de Energia Elétrica*. Editora UNICAMP, Campinas, SP, 2003.
- [7] T. J Hammons, D. Woodford, J. Loughtan, M. Chamia, J. Donahoe, D. Povh, B. Bisewski, and W. Long. Role of hvdc transmission in future energy development. *Power Engineering Review, IEEE*, pages 10–25, 2000.
- [8] M. F. Carvalho, S. Soares, and T. Ohishi. Optimal active power dispatch by network flow approach. *IEEE Transactions on Power Systems*, 3(3):1640–1647, 1988.
- [9] T. Ohishi, S. Soares, and M. F. Carvalho. Short term hydrothermal scheduling approach for dominantly hydro systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 6(2):637–643, 1991.
- [10] A. R. L. Oliveira, S. Soares, and L. Nepomuceno. Short term hydroelectric scheduling combining network flow and interior point approaches. *Electrical Power & Energy Systems*, 27(2):91–99, 2005.
- [11] A. B. Fernandes and R. M. Silva. Configuração Ótima para manobra de equipamentos elétricos de potência via análise no domínio da frequência. *CBA - Congresso Brasileiro de Automática, Anais*, 2004.
- [12] J. A. Momoh, M. E. El-Hawary, and R. Adapa. A review of selected optimal power flow literature to 1993, part II Newton, linear programming and interior point methods. *IEEE Transactions on Power Systems*, 14(1):105–111, 1999.

- [13] V. H. Quintana, G. L. Torres, and J. M. Palomo. Interior point methods and their applications to power systems: A classification of publications and software codes. *IEEE Transactions on Power Systems*, 15(1):170–176, 2000.
- [14] A. V. Fiacco and G. P. McCormick. The sequential unconstrained minimization technique for nonlinear programming, a primal-dual method. *Management Science*, 10:360–366, 1964.
- [15] N. Karmarkar. A new polynomial-time algorithm for linear programming. *Combinatorica*, 4(4):373–395, 1984.
- [16] G. B. Dantzig. *Maximization of a Linear Function of Variables subject to Linear Inequalities*, pages 339–347. *Activity Analysis of Production and Allocation*, (T. C. Koopmans ed.), Wiley, New York, 1951.
- [17] I. Adler, M. G. C. Resende, G. Veiga, and N. Karmarkar. An implementation of Karmarkar's algorithm for linear programming. *Mathematical Programming*, 44:297–335, 1989.
- [18] M. R. Garey and D. S. Johnson. *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*. WH Freeman, San Francisco, 1979.
- [19] V. Klee and G.J. Minty. "how good is the simplex algorithm?". In *O. Shisha*, Academic Press, New York, NY:159–175, 1972.
- [20] L. G. Khashian. Polynomial algorithms in linear programming. *Soviet Mathematics Doklady*, 20:191–194, 1979.
- [21] N. Z. Shor. Utilization of the operation of space dilation in the minimization of convex functions. *Kibernetika, N. 1*, pages 6–12, 1970.
- [22] D. B. Yudin e A. S. Nemirovskii. Informational complexity and efficient methods for the solution of convex extremal problems. *Ekonomika Matematicheskie Metody* 12, pages 357–369, 1976.
- [23] K Clements, P Davis, and K D Frey. An interior point algorithm for weighted least absolute value power system state estimation. *IEEE/PES Winter Meeting*, 91:WM235–2PWRS, 1991.
- [24] D. Megiddo. Pathways to the optimal set in linear programming. *Progress in mathematical programming, interior-point and related methods*, Springer-Verlag. pages 131–158, 1989.
- [25] M. Kojima, S. Mizuno, and A. Yoshise. A primal-dual interior-point method for linear programming. *progress in mathematical programming, interior-point and related methods*, Springer-Verlag, new york. pages 29–47, 1989.
- [26] M.G.C. Resende and G. Veiga. An efficient implementation of a network interior point method. *Network Flows and Matching: First DIMACS Implementation Challenge*, D.S. Johnson and C.C. McGeoch, eds., *DIMACS Series on Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science*, 12:299–348, 1993.

- [27] S. Mehrotra. Implementations of affine scaling methods: Approximate solutions of systems of linear equations using preconditioned conjugate gradient methods. *ORSA Journal on Computing*, 4:103–118, 1992.
- [28] R. D. C. Monteiro, I. Adler, and M. G. C. Resende. A polynomial-time primal-dual affine scaling algorithm for linear and convex quadratic programming and its power series extension. *Mathematics of Operations Research*, 15:191–214, 1990.
- [29] F. A Potra. A quadratically convergent predictor-corrector method for solving linear programs from infeasible starting points. *Mathematical Programming*, 67:383–406, 1994.
- [30] M. Kojima. Basics lemmas in polynomial-time infeasible-interior-point methods for linear programming. *Annals of Operations Research*, 62:1–28, 1996.
- [31] L. M. R. Carvalho. *Métodos de Pontos Interiores Aplicados Pré-Despacho de um Sistema Hidroelétrico Usando o Princípio de Mínimo Esforço – Comparação com o Modelo de Fluxo em Redes*. PhD thesis, ICMC – USP, São Carlos SP, Novembro, 2005.
- [32] F. A Potra and S. J. Wright. Interior point methods. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 124:281–302, 2000.
- [33] A. T. Azevedo, M. F. Carvalho, A. R. L. Oliveira, and S. Soares. Problema de fluxo de potência Ótimo dc com grafo generalizado via método de pontos interiores com restrições adicionais. *Anais do XXXIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, em CD-ROM, Campos do Jordão, SP*, pages 1454–1462, 2001.
- [34] A. T. Azevedo, A. A. Mota, L. T. M. Mota, A. R. L. Oliveira, M. F. Carvalho, S. Soares, and A. L. M. França. Visualização de soluções de fluxo de potência Ótimo DC via métodos de pontos interiores para sistemas elétricos de grande porte. *Anais do XXXVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, pages 2060–2071, 2005.
- [35] V.A. de Sousa, E.C. Baptista, and G.R.M. da Costa. Loss minimization by the predictor-corrector modified barrier approach. *Elsevier B.V.*, 79:803–808, 2009.
- [36] M.G.C. Resende and G. Veiga. An annotated bibliography of network interior point methods. *Networks*, 42:114 – 121, 2003.
- [37] R. W. Farebrother. A linear programming procedure based on the la vallée poussin’s minimax. *Computational Statistics Data Analysis*, pages 453 – 456, 2006.
- [38] M. J. Todd. The many facets of linear programming. *Springer-Verlag*, 2001.
- [39] G. B. Dantzig. Linear programming. *Operation Research (Informs)*, 50 n.1:42 – 47, 2002.
- [40] J. Gondzio and A. Grothey. *Direct Solution of Linear Systems of Size 10^9 Arising in Optimization with Interior Point Methods*, pages 513–525. Parallel Processing and Applied Mathematics PPAM 2005, Springer-Verlag, Berlin, 2006.
- [41] D. G. Luenberger. *Linear and Nonlinear Programming*. Addison-Wesley, Reading, 1984.

- [42] R. J. Vanderbei. *Linear Programming – Foundations and Extensions*. Kluwer Academics Publishers, Boston, USA, 1996.
- [43] J. C Nash. The (dantzig) simplex method for linear programming. *Computing Science Engineering*, 2:29–31, 2002.
- [44] M. S. Bazaraa, J. J. Jarvis, and H. F. Sherali. *Linear Programming and Network Flows*. John Wiley & Sons, New York, second edition, 1990.
- [45] John E. Dennis and Robert B. Schnabel. *Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations*. SIAM, Philadelphia, PA, 1996.
- [46] G. H. Golub and F. Charles Van Loan. *Matrix Computations 2nd Edition*. The Johns Hopkins University Press, Baltimore, Maryland, 1989.
- [47] S. J. Wright. *Primal–Dual Interior–Point Methods*. SIAM Publications, SIAM, Philadelphia, PA, USA, 1996.
- [48] A. Monticelli. *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*. Editora Edgard Blücher Ltda, São Paulo, SP, 1983.
- [49] Aníbal Tavares Azevedo. *Métodos de Pontos Interiores Aplicados em Sistemas de Potência Modelados por Fluxo em Redes*. PhD thesis, FEEC – UNICAMP, Campinas SP, Março, 2006. <http://libdigi.unicamp.br/document/?view=vtls000377599>.
- [50] P. Franco, M. F. Carvalho, and S. Soares. A network flow model for short-term hydro-dominated hydrothermal scheduling problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, 9(2):1016–1021, 1994.
- [51] S. Soares and C. T. Salmazo. Minimum loss predispach model for hydroelectric systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 12(3):1220–1228, 1997.
- [52] A. R. L. Oliveira, S. Soares, and L. Nepomuceno. Optimal active power dispatch combining network flow and interior point approaches. *IEEE Transactions on Power Systems*, 18(4):1235–1240, November 2003.
- [53] C. Cavellucci. "sistema especialista em manobras de redes de distribuição de energia elétrica". Technical report, FEEC – UNICAMP, Junho 1989. Dissertação de Mestrado.
- [54] S. M. S. Carvalho. *Métodos de Pontos Interiores Aplicados ao Problema de Pré-Despacho de um Sistema Hidroelétrico com Manobras Programadas*. PhD thesis, Agosto 2007. Dissertação de Mestrado.
- [55] R. Ahuja, T. Magnanti, and J. B. Orlin. *Network Flows*. Prentice Hall, United States, 1993.
- [56] I. S. Duff, A. M. Erisman, and J. K. Reid. *Direct Methods for Sparse Matrices*. Clarendon Press, Oxford, 1986.

- [57] A. R. L. Oliveira and S. Soares. Métodos de pontos interiores para problema de fluxo de potência ótimo DC. *SBA: Controle & Automação*, 14(3):278–285, 2003.
- [58] M. V. Coelho. *Método de pontos interiores aplicados ao problema de fluxo de potencia ótimo com restrições de reserva de potencia operacional*. PhD thesis, agosto 2008. Dissertação de Mestrado.

Trabalhos Publicados Pelo Autor

1. S. M. S. Carvalho, A. R. L. Oliveira, C. Lyra, “Métodos de Pontos Interiores Aplicados ao Problema de Pré-Despacho com Manobras Programadas”. *XVIII Congresso Brasileiro de Automática - CBA*, Bonito, Mato Grosso do Sul, Brasil, Setembro 2010.
2. S. M. S. Carvalho, A. R. L. Oliveira, C. Lyra, “Predispatch of Interconnected Hydroelectric Power Systems With Network Topology Modification”, *XXIV European Conference on Operational Research - EURO*, Lisboa, Portugal, Julho 2010.
3. S. M. S. Carvalho, A. R. L. Oliveira, C. Lyra, “Métodos de Pontos Interiores Aplicados ao Problema de Pré-Despacho para o Sistema Elétrico Brasileiro”, *XLI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional - SBPO*, Porto Seguro, Bahia, Brasil, Setembro 2009.
4. S. M. S. Carvalho, A. R. L. Oliveira, C. Lyra “Métodos de Pontos Interiores Aplicados ao Problema de Pré-Despacho com Simulação de Manobras Programadas”, *XL Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional - SBPO*, João Pessoa, Paraíba, Brasil, Setembro 2008.
5. S. M. S. Carvalho, A. R. L. Oliveira, “Métodos de Pontos Interiores Aplicados ao Problema de Pré-Despacho com Manobras”, *XXX Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional - CN-MAC*, Florianópolis, Santa Catarina, Brasil, Setembro 2007.

Apêndice A

Noções de Grafos

Este Capítulo será desenvolvido com o objetivo de definir conceitos e notações básicas em fluxos de rede e teoria de grafos.

Grafo é uma noção simples e bastante intuitiva, sobre a representação de uma espécie de relação entre “objetos”. Graficamente aparece representado por uma figura com nós ou vértices unidos por uma aresta. Sua representação matemática é $G = (N, A)$ consistindo de um conjunto N de nós e um conjunto A de arcos.

Um grafo G' é dito ser subgrafo de G se todos os vértices e arestas de G' estiverem em G , e cada aresta do grafo possuir os mesmos vértices finais em G e G' , sendo este conceito análogo ao de subconjunto na teoria de conjuntos.

Uma rede é um grafo não-direcionado, no qual um número real é associado aos vértices, na prática esse número pode representar, custos, capacidades, e/ou suprimentos e demandas. Define-se neste Capítulo a notação n para o número de nós e m para o número de arcos de G .

A Figura A.1, ilustra um grafo não direcionado.

É denotado por arco (i, j) , aquele que tem emana no nó i e termina no nó j

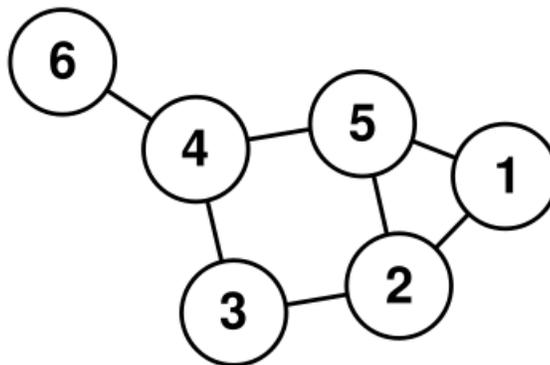


Fig. A.1: Exemplo de um Grafo.

Definição A.1 Os arcos adjacentes de um nó i , denotado por $A(i)$, é o conjunto de arcos emanados desse nó, isto é $A(i) = \{(i, j) \in A : j \in N\}$

Em um grafo (não direcionado), o grau, é o número de linhas incidentes em um nó, ou ainda, de forma equivalente, o número de nós adjacentes a ele. O grau de um nó pode variar de zero, caso no qual o nó é isolado, até $g - 1$, onde g é o número de nós do grafo, caso no qual o nó está em contato com todos os demais nós do grafo.

Definição A.2 *Uma cadeia, num grafo G , é uma sequência de arcos, ou arestas, tal que cada arco, ou cada aresta, tem uma extremidade em comum com o arco ou aresta, antecedente, com exceção do primeiro, e a outra extremidade em comum com o arco ou aresta subsequente, com exceção do último.*

Definição A.3 *Um caminho, num grafo G , é uma cadeia na qual todos os arcos possuem a mesma orientação.*

Como se vê, o conceito de caminho é orientado. Representaremos um caminho pela sequência de arcos que o constitui. Dizemos que um caminho é simples, quando não passar duas vezes pela mesma aresta ou pelo mesmo arco.

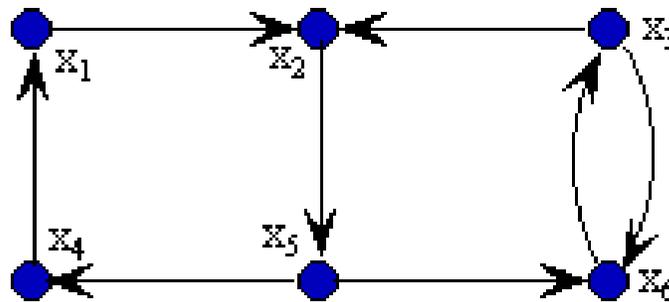


Fig. A.2: Caminhos e Cadeias.

A seqüência de vértices (x_6, x_5, x_4, x_1) e $(x_1, x_2, x_5, x_6, x_3)$ um exemplo de cadeia e caminho respectivamente da Figura A.2.

Um grafo é dito conexo se, para ir de um nó v do grafo a qualquer outro nó w , existe pelo menos um caminho de v a w . Uma árvore é um grafo conexo que não contém circuitos. Uma árvore geradora para um grafo G é um sub-grafo que é uma árvore e que contém todos os nós de G . Assim, em uma árvore, quaisquer dois nós são unidos por um único caminho. Além disso, o número de arcos é igual a 1 mais o número de nós. Isso implica que, se qualquer arco é retirado, a árvore estará desmembrada em duas sub-árvores desconexas.

a Figura A.3 não é uma árvore geradora, pois os nós O, A, B e C não estão conectados aos nós D, E e T. Já Figura A.4 é uma árvore geradora, pois ela é:

- acíclica;
- todo par de nós está conectado;
- existem $6(n - 1)$ arcos para $7(n)$ nós.

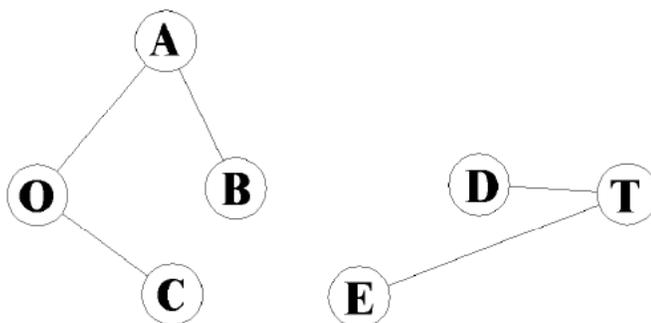


Fig. A.3: Contra-Exemplo de Árvore Geradora.

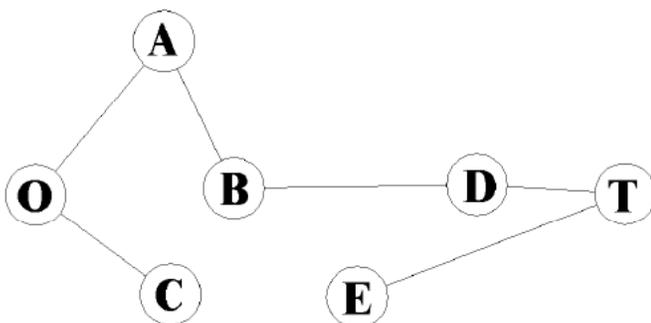


Fig. A.4: Exemplo de Árvore Geradora.

Definição A.4 Se T é uma árvore geradora de G então o complemento de T em relação a G é chamada co-árvore de T . No trabalho aqui apresentado foi utilizado também o termo arcos adicionais da árvore geradora.

A.0.1 Matriz de Incidência e Adjacência

Seja G um grafo de n vértices v_1, v_2, \dots, v_n , e m arestas a_1, a_2, \dots, a_m , e nenhum laço. A matriz de incidência é uma matriz $(n \times m)$, onde o valor de cada elemento e_{jk} da matriz é determinado da seguinte maneira:

$e_{jk} = 1$, se a aresta a_k é incidente ao vértice a_j ,
 $e_{jk} = 0$, caso contrário.

A matriz de incidência do grafo da Figura A.5 é a seguinte:

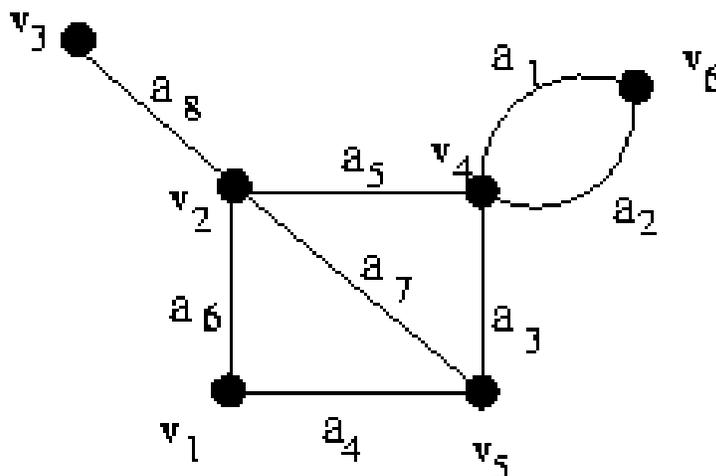


Fig. A.5: Grafo.

$$X = \begin{bmatrix} & a1 & a2 & a3 & a4 & a5 & a6 & a7 & a8 \\ v1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ v2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ v3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ v4 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ v5 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ v6 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Seja G um grafo simples de n vértices v_1, v_2, \dots, v_n . A matriz de adjacência é uma matriz $(n \times n)$, onde o valor de cada elemento e_{jk} da matriz é determinado da seguinte maneira:

$e_{jk} = 1$, se os vértices v_j e v_k são ligados por uma aresta,

$e_{jk} = 0$, caso contrário.

$$X = \begin{bmatrix} & v1 & v2 & v3 & v4 & v5 & v6 \\ v1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ v2 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ v3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ v4 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ v5 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ v6 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Maiores informações sobre teoria de grafos podem ser encontradas em [55].

Apêndice B

Método de Newton-Raphson

Para a aplicação dos métodos de pontos interiores é necessária a utilização do Método de Newton-Raphson, isso pois os métodos de pontos interiores pode ser visto como a aplicação desse método às condições de otimalidade.

Método de Newton-Raphson

O método de Newton-Raphson é um método de iteração para a procura de zeros de uma função diferenciável f . O zero da tangente a uma curva é próximo ao zero da curva, e é utilizado como novo ponto para uma nova tangente e assim sucessivamente até encontrar o zero da função. Este é considerado por muitos autores o melhor método para encontrar sucessivas melhores aproximações de raízes (ou zeros) de uma determinada função real. A convergência frequentemente é rápida, em especial se a estimativa inicial está "suficientemente próximo" da raiz da função. O método é atribuído a Sir Isaac Newton (1643-1727) e Joseph Raphson (1648-1715).

A convergência no método de Newton-Raphson está sempre garantida para um certo intervalo $[a, b]$ que contém a raiz de $f(x)$, desde que $f(x)$ e $f'(x)$ sejam contínuas nesse intervalo e que $f'(\alpha) \neq 0$, onde α é a raiz de $f(x)$ ($f(\alpha) = 0$). Portanto, se utilizarmos uma estimativa inicial x_0 tal que $x_0 \in [a, b]$, a convergência estará garantida.

Para o método de Newton-Raphson convergir, é preciso que a estimativa inicial esteja próxima da raiz de $f(x)$. A proximidade exigida para a convergência vai depender de caso a caso e nem sempre é simples de determinar.

Para desenvolver esse método utiliza-se a expansão de uma função em série de Taylor em torno do ponto x_0 . Sendo escrita da seguinte forma:

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0)f'(x_0) + (x - x_0)^2 \frac{1}{2!} f''(x_0) + \dots$$

Mantendo apenas os dois primeiros termos da série, obtém-se:

$$f(x) \approx f(x_0) + (x - x_0)f'(x_0)$$

que é a equação da reta tangente que passa pelo ponto $f(x_0)$ com inclinação $f'(x_0)$, isto é, ela é tangente à curva no ponto x_0 .

Supondo que a função seja aproximada por uma reta, o ponto que essa reta cruza o eixo x , está próximo ao ponto que a função cruza o eixo x . este ponto x para o qual a função cruza o eixo, será:

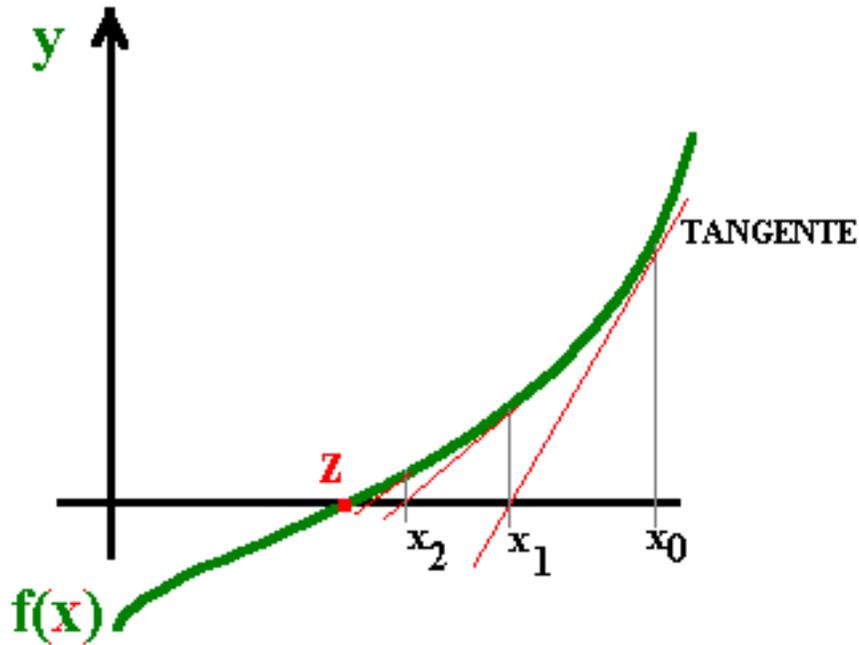


Fig. B.1: Método de Newton-Raphson.

$$\begin{aligned}
 0 &= f(x_0) + (x - x_0)f'(x_0) \\
 -f(x_0) &= (x - x_0)f'(x_0) \\
 x &= x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}.
 \end{aligned}$$

O ponto x é utilizado no lugar de x_0 como um novo valor inicial, melhorando assim a aproximação.

De forma genérica, o método pode ser escrito como:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

onde n indica a n -ésima iteração do algoritmo e $f'(x_n)$ indica a derivada da função f no ponto x_n .

O método de Newton também pode ser visto como um caso particular do método do ponto fixo onde é possível obter uma convergência quadrática.

Teorema: Condições Suficientes para a Convergência do Método de Newton

Seja f uma função $\in C^2[a, b]$

- $f(a) \cdot f(b) \leq 0$
- $f'(x) \neq 0$
- $f''(x) \geq 0$ ou $f''(x) \leq 0 \quad \forall x \in [a, b]$
- $|f(a)f'(a)| < |a - b|$ e $|f(b)f'(b)| < |a - b|$ ou
- $f(x_0) \cdot f''(x) \geq 0 \quad \forall x \in [a, b]$.

Fórmula do Erro do Método de Newton

Obtém-se, facilmente, através do desenvolvimento em série de Taylor (em torno de x_n):

$$f(z) = f(x_n) + f'(x_n)(z - x_n) + 12f''(\delta_m)(z - x_n)^2$$

para um certo δ_m no intervalo aberto, cujos extremos são z e x_n .

Dividindo por $f'(x_n)$ não nulo, obtém-se:

$$0 = f(x_n)f'(x_n) + z - x_n + 12f''(\xi_n)f'(x_n)(z - x_n)^2$$

logo

$$e_{n+1} = -12f''(\xi_n)f'(x_n)e_n^2$$

na prática, se tivermos assegurado as condições de convergência num intervalo $[a,b]$, podemos garantir:

$$|e_{n+1}| = 12 \frac{\max|f''(x)|}{\min|f'(x)|} e_n^2$$

onde $x \in [a, b]$.

Proposição: (Convergência Local)

Seja f uma função $C^2(I)$, onde I é um intervalo que é vizinhança da raiz z . Se $f'(z) \neq 0$, então a sucessão definida pelo método de Newton converge para z (desde que x_0 seja suficientemente próximo de z), e temos convergência quadrática

$$\lim_{m \rightarrow \infty} e_{m+1}e_m^2 = -12f''(z)f'(z)$$

Método de Newton Generalizado

Pretende-se resolver $F(x) = 0$ [45], onde $F(x)$ representa um vetor de funções e sua expansão em Taylor de segunda ordem estabelece, numa vizinhança da solução, a seguinte equivalência:

$$F(x) = 0 \iff x = x - J_F^{-1}(x)F(x)$$

onde J é a matriz jacobiana da função e a função vetorial F de classe C^1 e que $\det[J_F(x)] \neq 0$, nessa vizinhança.

O método de Newton generalizado fica então :

Iteração inicial: x^0

Determinar d , resolvendo o sistema linear

$$\begin{aligned} J_F(x^k)d &= -F(x^k) \\ x^{k+1} &= x^k + d \end{aligned}$$

Como dissemos, a convergência deste método é quadrática, sendo:

$$\|z - x^{k+1}\| < K\|z - x^k\|^2.$$