

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA

ÁREA DE COBERTURA E SOBREPOSIÇÃO DE CÉLULAS NO
AMBIENTE NAKAGAMI

Este exemplar corresponde à relação final da tese
defendida por Leonardo Guerra de Rezende
Guedes pela Comissão
Julgadora em 11 07 94.
Michel Daoud Yacoub
Orientador

Orientando

LEONARDO GUERRA DE REZENDE GUEDES

Orientador

MICHEL DAOUD YACOUB

Tese apresentada na Faculdade de Engenharia Elétrica,
Departamento de Comunicações, como parte dos requisitos
para obtenção do título Mestre em Engenharia Elétrica.

CAMPINAS, Julho de 1994

Resumo

Este trabalho envolve um dos passos necessários no planejamento de um sistema de rádio móvel, qual seja, a determinação da área de cobertura da estação rádio base e da área de sobreposição entre células a partir do modelamento estatístico do comportamento do sinal.

Considera-se que o sinal recebido decresce com a distância d na forma de $d^{-\alpha}$, onde α é o coeficiente de perda por percurso, em geral, na faixa de $2 \leq \alpha \leq 4$. Além disso, considera-se a envoltória do sinal obedecendo a uma distribuição que caracteriza o desvanecimento no ambiente.

Relativamente à área de cobertura estima-se a proporção (i) da periferia e (ii) da área da célula onde o sinal recebido esteja acima de um dado limiar.

No que concerne às áreas de sobreposição, determina-se a proporção da área da célula onde o assinante tem comunicação adequada com mais de uma estação rádio base. Mostra-se que esta proporção é significativa, da ordem de 25% a 45%, com potencial de ser utilizada em algoritmos de encaminhamento alternativo de tráfego.

Para este trabalho iremos considerar os desvanecimentos para os ambientes Nakagami e Nakagami-Sombreado.

Agradecimentos

À Universidade Federal de Goiás e à Universidade Estadual de Campinas pela oportunidade oferecida.

Aos colegas da UFG e da UNICAMP, companheiros e incentivadores deste trabalho.

Em especial, ao meu orientador Michel Daoud Yacoub pelo incentivo e apoio durante todo o período de estudos.

Aos amigos, familiares e namorada pela paciência e auxílio.

À minha irmã Aline,
aos meus pais.

Índice

Capítulo 1	1
Introdução	1
1.1. Introdução	1
1.2. Rádio Móvel Celular	3
1.2.1. Definições Básicas	5
<i>Estação Rádio Base (ERB)</i>	<i>5</i>
<i>Estação de Rádio Móvel</i>	<i>5</i>
<i>Célula</i>	<i>6</i>
<i>Centro de Controle e Comutação (CCC)</i>	<i>6</i>
<i>Centro de Operação e Manutenção (COM)</i>	<i>6</i>
<i>Área de Controle</i>	<i>7</i>
<i>Área de Serviço</i>	<i>7</i>
<i>Área de Localização</i>	<i>7</i>
<i>"Handoff"</i>	<i>7</i>
<i>Estação Móvel Visitante</i>	<i>7</i>
1.2.2. Planejamento do Sistema Rádio Móvel	8
1.3. Objetivo do Trabalho	8
1.4. Plano de Trabalho	10

Capítulo 2	13
Modelo de Propagação	13
2.1. Introdução	13
2.2. Métodos Determinísticos	14
2.2.1. Propagação em Espaço Livre	14
2.2.2. Propagação em Terreno Plano	15
2.2.3. Propagação em Ambiente com Obstruções	16
2.3. Métodos Empíricos	17
<i>Método de Egli</i>	<i>18</i>
<i>Método de Blomquist-Ladell</i>	<i>18</i>
<i>Método de Longley-Rice</i>	<i>19</i>
<i>Método de Okumura</i>	<i>19</i>
<i>Método de Hata</i>	<i>20</i>
<i>Método de Ibrahim-Parsons</i>	<i>21</i>
2.4. Métodos Estatísticos	22
2.4.1. Modelo Simplificado de Propagação	23
2.4.2. Propagação com Desvanecimento de Longo Prazo ..	24
2.4.3. Propagação com Desvanecimento de Curto Prazo ..	25
2.4.4. Propagação com Sombreamento e Multipercurso ...	26
2.4.5. Propagação com Linha de Visada e Multipercurso	28
2.4. Sumário e Conclusões	29

Capítulo 3	34
-------------------------	-----------

Distribuição de Nakagami	34
---------------------------------------	-----------

3.1. Introdução	34
3.2. Determinação da Distribuição de Nakagami	35
3.3. Média de Uma Variável Nakagami	36
3.4. Propriedades da Distribuição de Nakagami	37
3.4.1. A Distribuição de Rayleigh a partir de Nakagami	37
3.4.2. A Distribuição de Rice a partir de Nakagami ...	37
3.4.3. A Distribuição Log-Normal a partir de Nakagami	38
3.5. Razão de Duas Variáveis Nakagami	39
3.6. Distribuição da Potência de uma Variável Nakagami ...	40
3.7. Distribuição de Nakagami-Sombreado	41
3.8. Sumário e Conclusões	42

Capítulo 4	45
-------------------------	-----------

Cálculo da Área de Cobertura	45
---	-----------

4.1. Introdução	45
4.2. Cálculo e Definições Preliminares	46
4.3. Cobertura dos Locais a uma Distância x : Primeira Abordagem	47
4.3.1. Ambiente Log-Normal	48

4.3.2. Ambiente Rayleigh	48
4.3.3. Ambiente Suzuki	49
4.3.4. Ambiente Rice	49
4.3.5. Ambiente Nakagami	50
4.3.6. Ambiente Nakagami-Sombreado	52
4.4. Cobertura dos Locais até uma Distância x : Segunda Abordagem	54
4.4.1. Ambiente Log-Normal	55
4.4.2. Ambiente Rayleigh	56
4.4.3. Ambiente Suzuki	56
4.4.4. Ambiente Rice	57
4.4.5. Ambiente Nakagami	57
4.4.6. Ambiente Nakagami-Sombreado	58
4.4. Sumário e Conclusões	58
 Capítulo 5	 60
 Cálculo da Área de Sobreposição	 60
5.1. Introdução	60
5.2. Modelo de Propagação	61
5.3. Distribuição Conjunta de Dois Sinais com Desvanecimento	62
5.3.1. Distribuição Conjunta de Dois Sinais Log- Normal	62
5.3.2. Distribuição Conjunta de Dois Sinais Rayleigh	67

5.3.3. Distribuição Conjunta de Dois Sinais Nakagami	69
5.3.4. Distribuição Conjunta de Dois Sinais Nakagami-Sombreado	71
5.4. Proporção da Área de Sobreposição com Base na Potência Média	73
5.5. Proporção da Área de Sobreposição com Base na Potência Instantânea	76
5.5.1. Área de Sobreposição no Ambiente Log-Normal ...	78
5.5.2. Cálculo da Área de Sobreposição para o Ambiente Rayleigh	79
5.5.3. Área de Sobreposição no Ambiente Nakagami	79
5.5.4. Área de Sobreposição no Ambiente Nakagami-Sombreado	80
5.6. Casos Particulares da Distribuição de Nakagami e Nakagami-Sombreado	80
5.6.1. Rayleigh a partir de Nakagami	81
5.6.2. Rice a partir de Nakagami	81
5.6.3. Suzuki a partir de Nakagami-Sombreado	81
5.6.4. Rice-Sombreado a partir de Nakagami-Sombreado	82
5.6.5. Nakagami, Rayleigh e Rice a partir de Nakagami-Sombreado	82
5.7. Sumário e Conclusões	83

Capítulo 6 84

Resultados 84

6.1. Introdução 84

6.2. Área de Cobertura de Células 84

6.2.1. Área de Cobertura a uma Distância x 85

6.2.1.1. Área de Cobertura no Ambiente Nakagami .. 85

6.2.1.2. Área de Cobertura no Ambiente Nakagami-Sombreado 86

6.2.2. Área de Cobertura até uma Distância x 90

6.2.2.1. Área de Cobertura no Ambiente Nakagami .. 90

6.2.2.2. Área de Cobertura no Ambiente Nakagami-Sombreado 92

6.3. Área de Sobreposição entre Fronteiras de Células 95

6.3.1. Área de Sobreposição no Ambiente Log-Normal ... 96

6.3.2. Área de Sobreposição no Ambiente Rayleigh 100

6.3.3. Área de Sobreposição no Ambiente Nakagami 100

6.3.4. Área de Sobreposição no ambiente Nakagami-Sombreado 104

6.3. Sumário e Conclusões 110

Capítulo 7 113

Conclusões 113

7.1. Introdução 113

7.3. Conclusões sobre a Área de Sobreposição.....	116
7.4. Trabalhos Futuros.....	117
Apêndice.....	119
Bibliografia.....	121

Capítulo 1

Introdução

Este capítulo tem como objetivo apresentar de forma sucinta os conceitos básicos em sistemas de rádio móvel e rádio móvel celular.

1.1. Introdução

A partir da invenção do rádio no século passado, pensou-se na potencialidade da comunicação bilateral que dispensasse o uso de cabos ou fios. As primeiras experiências em comunicação por rádio móvel foram feitas por M.G. Marconi no final do século XIX. E a primeira aplicação de um sistema rádio móvel se fez em auxílio à navegação.

Até a Segunda Guerra Mundial, a tecnologia dos sistemas de rádio móvel era quase que totalmente dominada pelas instituições militares. Os sistemas comerciais surgiram para atender as necessidades e apresentar facilidades ao mercado das telecomunicações.

Os primeiros sistemas de rádio móvel eram constituídos por um elemento móvel e uma estação de rádio fixa com um

transmissor instalado geralmente a grandes altitudes para maior alcance. Estes sistemas eram operados manualmente, possuíam um reduzido número de canais e uma grande área de cobertura.

Por volta de 1955 foi introduzida na Europa a telefonia móvel automática que conseguiu combinar o sistema de rádio a um comutador, proporcionando aos assinantes as mesmas facilidades de um telefone fixo.

A demanda por serviços de rádio móvel aumentou muito rapidamente. Hoje há sistemas rádio móvel em funcionamento em mais de noventa países, computados 27 milhões de assinantes até junho de 1993, e com a previsão de 7 milhões de novos assinantes por ano. Estima-se que para o ano 2000 teremos mais de 100 milhões de assinantes de sistemas de rádio móvel no mundo [1].

Atualmente, os E.U.A. e Canadá correspondem à metade do mercado de sistemas celulares no mundo. A América Latina tem participação bem modesta no cenário internacional. Até dezembro de 1992, 102 cidades em 26 países latino-americanos ofereciam o serviço celular. É um mercado de grande potencial prevendo-se 5,57 milhões de assinantes até 1997 [1].

1.2. Rádio Móvel Celular

Os sistemas de rádio móvel que foram desenvolvidos são compostos basicamente por estações móveis, estações base e centrais de comutação. Os primeiros sistemas rádio móvel a nível comercial, os Sistemas Rádio Móvel Convencionais, tinham as seguintes características:

- modulação FM;
- cobertura limitada por ruído de 30 a 50 km dependendo da faixa de frequências;
- operação simples (Push-to-Talk);
- necessidade de um centro de despacho (operador).

Em seguida foi desenvolvido o Sistema de Telefone Móvel (MTS) e o Sistema de Telefone Móvel Aperfeiçoado (IMTS), com as seguintes características:

- transmissores de alta potência;
- grandes áreas de cobertura;
- operação duplex;
- uso limitado de aparelhos portáteis;
- comutação automática (somente para IMTS);
- faixas de operação a 150 e 450 MHz.

As limitações no número de usuários dos sistemas anteriores levou ao desenvolvimento de um novo sistema de alta capacidade, o Sistema Rádio Móvel Celular.

A maior capacidade desse sistema celular é obtida de duas maneiras:

- oferecendo mais canais de rádio por unidade de espectro;
- e permitindo que esses canais sejam reutilizados mais freqüentemente em uma determinada área.

As principais características do Sistema Móvel Celular são:

- alcance limitado por interferência;
- grande capacidade de tráfego;
- reutilização de freqüências;
- operação duplex;
- transmissão de baixa potência;
- sistema completamente automático.

O desenvolvimento dos sistemas rádio móvel deve continuar com os novos conceitos de comunicação pessoal, em que as chamadas são feitas à pessoa e não mais ao local. Para este sistema são previstos transmissão digital de alta qualidade, serviços de voz, radiochamada, dados e fac-símile.

1.2.1. Definições Básicas

Serão apresentados de maneira sucinta a seguir alguns conceitos em sistemas de rádio móvel celular.

Estação Rádio Base (ERB)

A Estação Rádio Base (ou estação base) é o último ponto da rede responsável pela transmissão e recepção dos sinais de rádio para e das estações de rádio móveis. Tem a função de avaliar a integridade dos canais de voz e trocar sinalização com as estações rádio móveis.

Estação Rádio Móvel

A Estação Rádio Móvel (ou estação móvel) é o equipamento de uso do assinante responsável pela transmissão e recepção dos sinais de rádio para e da estação base. Deve trocar sinalização com a estação base e prover a interface eletro-acústica necessária.

As estações móveis podem ser dos seguintes tipos:

- telefone móvel: instalado permanentemente em um veículo;
- telefone transportável: tem a portabilidade do telefone portátil mas pode ser instalado também no veículo.
- telefone portátil: facilmente transportado de um lugar para outro com baterias recarregáveis;
- unidade de assinante fixa: para locais que não possuem serviço telefônico fixo ou não podem acomodar a demanda de

uso. Podem ser usados com máquinas fax e computadores notebook.

Célula

Célula é a área coberta pelo sinal proveniente da estação base e adequadamente recebido pela estação móvel. Fatores como relevo, frequência e altura das antenas são determinantes para o cálculo da área de cobertura da célula. As células, em geral, têm raio variando entre 1 e 20 km em sistemas rádio móvel.

Centro de Controle e Comutação (CCC)

O Centro de Controle e Comutação liga as várias estações base à rede telefônica pública. Além de alocar e gerenciar os canais das estações base, coleta dados para comutação, tarifação e estatísticas do sistema.

A modularidade dos sistemas celulares confere grande facilidade para uma eventual ampliação, feitas apenas pelo acréscimo de ERBs e CCCs.

Centro de Operação e Manutenção (COM)

O Centro de Operação e Manutenção é responsável por gerenciar os vários Centros de Controle e Comutação do sistema. Centraliza as tarefas de operação e manutenção das configurações do sistema e dos assinantes em sua área de atuação.

Área de Controle

Área de Controle é a área coberta por um Centro de Controle e Comutação.

Área de Serviço

Área de Serviço é a área onde a estação móvel tem acesso ao serviço de rádio móvel.

Área de Localização

Área de Localização é o conjunto de células pelas quais a estação móvel pode mover-se livremente sem necessidade de atualização de seu registro.

"Handoff"

É o processo de comutação de uma chamada em andamento de uma estação base para outra quando a estação móvel cruza a fronteira entre as células.

Estação Móvel Visitante

É a estação móvel que acessa o sistema fora de sua Área de Localização e necessita da atualização de seu registro de localização.

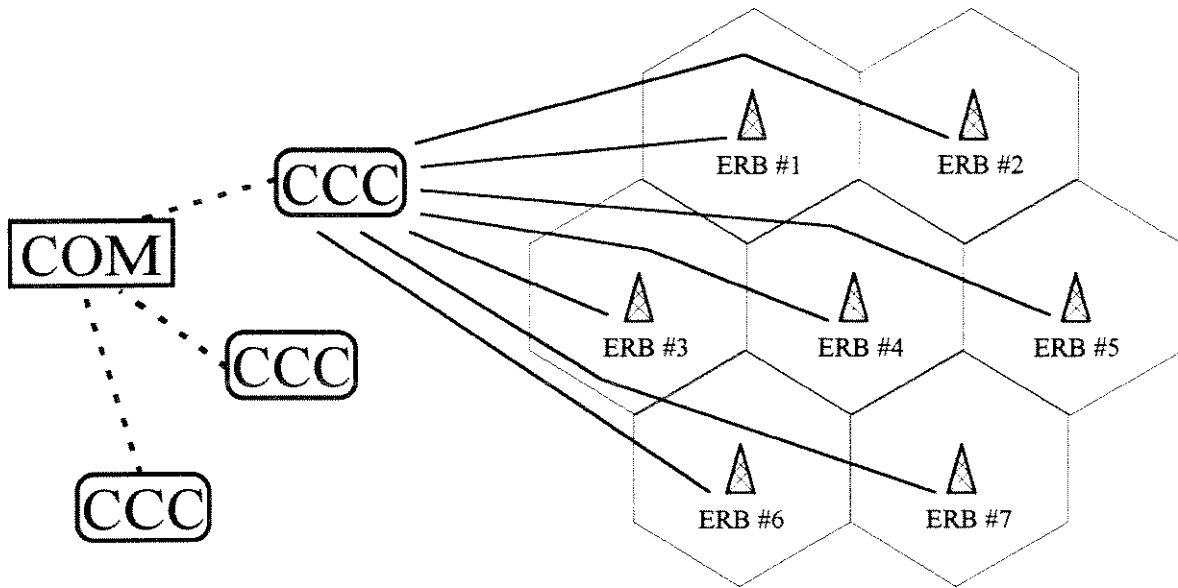


Figura 1.1: Sistema Rádio Móvel Celular

1.2.2. Planejamento do Sistema Rádio Móvel

O planejamento de um sistema rádio móvel celular inicia-se com estudos e projeções do volume e do perfil do tráfego rádio-telefônico para a determinação do número de canais de voz necessários nas diversas áreas de serviço.

Em seguida faz-se um estudo das características de propagação do sinal de rádio na área considerada e colhem-se dados de relevo, obstruções e vegetação para o posicionamento das estações rádio base e cálculo da sua área de cobertura.

Finalmente, realiza-se a alocação dos canais considerando-se as projeções de crescimento futuro do sistema.

1.3. Objetivo do Trabalho

Na prática, a área de cobertura de um sistema de rádio não coincide com a forma hexagonal idealizada, e toma diversas formas de acordo com os obstáculos que o sinal encontra no seu caminho de propagação como está mostrado na Figura 1.2(a).

A indefinição dos limites celulares ocorre nas regiões de intersecção dos raios de ação de estações rádio base vizinhas, conforme mostrado na Figura 1.3(b). Estas regiões possuem um tráfego muitas vezes significativo cuja correta manipulação pode trazer benefícios ao desempenho do sistema rádio móvel.

Muitos aspectos de projeto de sistemas de rádio móvel celular e medidas de desempenho dos sistemas são estudados considerando-se as fronteiras entre as células como fixas. Mas, como visto, as fronteiras não são bem definidas e mudam devido a que a propagação de rádio é variável tanto em espaço como em tempo. Assim, se uma estação rádio móvel se encontra perto da fronteira entre duas células, pode ter comunicação adequada com mais de uma estação rádio base.

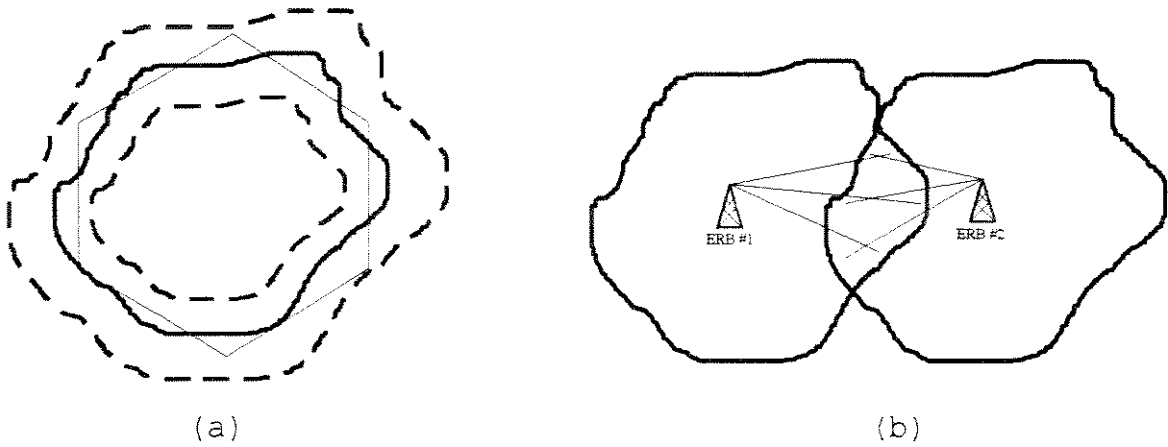


Figura 1.2.: Indefinição dos limites celulares.

Esta possibilidade de acesso adequado a mais de uma estação rádio base tem uma implicação positiva ao "Handoff", que pode acontecer de uma forma gradual à medida que a estação de rádio móvel cruza a região de fronteiras entre células.

Vários métodos têm sido propostos para a avaliação do sinal recebido pela estação rádio móvel. Os Métodos Determinísticos, baseados na teoria de propagação em espaço livre, em terreno plano, e por difração, simplificam demasiadamente o ambiente de propagação e não fornecem resultados satisfatórios. Os Métodos Empíricos, os mais usados atualmente, e desenvolvidos a partir de soluções determinísticas e de medidas de campo, aplicam-se diferentemente de acordo com a região exigindo ajustes de campo. E os Métodos Estatísticos, que consideram uma modelagem estatística do desvanecimento do sinal, e portanto, interpreta a área de cobertura como uma variável aleatória cuja distribuição de probabilidade deve ser determinada.

O objetivo deste trabalho é a determinação da área de cobertura da estação rádio base e da área de sobreposição entre células a partir do modelamento estatístico do comportamento do sinal.

São objetos deste trabalho dois modelos estatísticos para o desvanecimento da envoltória em sistemas de rádio móvel: (i) a distribuição de Nakagami, que é uma distribuição geral e que caracteriza melhor o desvanecimento rápido e (ii) a distribuição Nakagami-Sombreado, que considera o sombreamento combinado à distribuição de Nakagami.

A título de comparação ainda são abordados neste trabalho quatro outros modelos e que são temas de outros trabalhos [2,3,4]: (iii) distribuição Log-Normal, relativa ao sombreamento, (iv) distribuição de Rayleigh, relativa ao multipercurso, (v) distribuição de Rice, combinando o efeito de multipercurso a uma componente direta, (vi) distribuição de Suzuki, relativa ao sombreamento e multipercurso combinados.

1.4. Plano de Trabalho

O Capítulo 2 apresentará as principais características do modelo de propagação através de alguns métodos determinísticos, empíricos e estatísticos de predição do sinal recebido. Uma discussão mais exaustiva sobre esses métodos pode ser encontrada nas referências citadas ao longo

do texto. Serão apresentados os seguintes modelos estatísticos: distribuição Log-Normal, distribuição de Rayleigh, distribuição de Rice e distribuição de Suzuki.

No Capítulo 3 será apresentada a distribuição de Nakagami e detalhadas algumas de suas propriedades, cuja aplicação à área de cobertura e à área de sobreposição entre células é objeto desta tese.

O Capítulo 4 tem por objetivo determinar a área de cobertura de uma célula através de métodos estatísticos. Os cálculos feitos com base nas distribuições Log-Normal, Rayleigh, Suzuki e Rice serão apresentados de forma sucinta. Uma discussão mais exaustiva sobre esses cálculos pode ser encontrada nas referências citadas ao longo do texto. Os cálculos com base nas distribuições de Nakagami e Nakagami-Sombreado serão detalhados por serem estes objeto desta tese.

O Capítulo 5 tem por objetivo determinar a área de sobreposição entre as fronteiras de células através de métodos estatísticos. Para os cálculos feitos com base nas distribuições Log-Normal e Rayleigh, uma discussão mais exaustiva também pode ser encontrada nas referências citadas ao longo do texto. Novamente, os cálculos com base nas distribuições de Nakagami e Nakagami-Sombreado serão detalhados por serem estes objeto desta tese.

No Capítulo 6 apresentaremos os resultados obtidos dos Capítulos 4 e 5, cabendo, finalmente, ao Capítulo 7 as conclusões do trabalho.

Capítulo 2

Modelo de Propagação

Este capítulo tem por objetivo apresentar as principais características do modelo de propagação através de alguns métodos determinísticos, empíricos e estatísticos de predição do sinal recebido. Uma discussão mais exaustiva sobre esses métodos pode ser encontrada nas referências citadas ao longo do texto.

2.1. Introdução

Os fenômenos de propagação de sinais de rádio móvel são complexos e não podem ser totalmente descritos por um único modelo que se aplica a todas às situações. Existem muitos algoritmos de predição do sinal recebido, mas suas aplicações se limitam ao ambiente para o qual foram modelados.

Os modelos de predição estimam a intensidade do sinal a uma dada distância da estação base. Vários dados de entrada dos diversos algoritmos diferem entre si, mas relativamente à saída uma característica todos têm em comum: a média do sinal

decrece com a distância d da forma $d^{-\alpha}$, onde α é o coeficiente de perda de percurso, em geral, entre 2 e 4.

2.2. Métodos Determinísticos

Como não há modelos exatos que expressam o comportamento de um sinal em ambiente de rádio móvel, discutiremos alguns poucos modelos teóricos que se aplicam em alguns casos especiais. Uma discussão exaustiva pode ser encontrada nas Referências 2, 5, 6, 7 e 8.

Para caracterizar o sinal em um ambiente de rádio móvel, um parâmetro de grande interesse é a razão entre o sinal recebido e o sinal transmitido, chamada de perda por percurso. A perda por percurso L , expressa em decibéis, é dada por

$$L = -10 \log I = -10 \log w_r + 10 \log w_t \quad (2.1)$$

onde w_r e w_t são as potências recebida e transmitida, respectivamente.

2.2.1. Propagação em Espaço Livre

A fórmula de Friis relaciona as potências recebida e transmitida em espaço livre e é dada por [5]

$$\frac{w_r}{w_t} = G_t G_r \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 \quad (2.2)$$

onde G_t e G_r são os ganhos das antenas transmissora e receptora, respectivamente, d é a distância entre as antenas e λ é o comprimento de onda do sinal radiado.

Expressando a Equação 2.2 em decibéis, temos

$$L_0 = -10 \log G_t - 10 \log G_r - 20 \log \lambda + 20 \log d + 21.98 \quad (2.3)$$

2.2.2. Propagação em Terreno Plano

Na propagação em terreno plano o sinal recebido é a combinação do sinal em linha de visada, do sinal refletido pelo solo e de sinais resultantes de outros efeitos, em geral desconsiderados para aplicações de rádio móvel.

O sinal em linha de visada pode ser calculado pela fórmula de Friis. Já os sinais refletidos sofrerão mudanças de amplitude e fase. Considerando-se a estação móvel a uma distância suficiente da antena transmissora tal que o sinal recebido não sofra influência das ondas de superfície, a perda por percurso pode ser representada por [2,5]

$$\frac{w_r}{w_t} = G_t G_r \left(\frac{h_t h_r}{d^2} \right)^2 \quad (2.4)$$

onde h_t e G_t são a altura e o ganho da antena transmissora, h_r e G_r são a altura e o ganho da antena receptora e d é a distância entre as antenas.

Expressando a Equação 2.4 em decibéis, temos

$$L_p = -10 \log G_t - 10 \log G_r - 20 \log(h_t \cdot h_r) + 40 \log d \quad (2.5)$$

2.2.3. Propagação em Ambiente com Obstruções

Os sinais de rádio móvel estão sujeitos a obstáculos entre as antenas transmissora e receptora, ocorrendo o fenômeno da difração por gume de faca.

A perda por difração pode ser aproximada pelas expressões da Equação 2.6 [6].

$$L_k = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & , h_0 > 1 \\ 20 \log(0,5 + 0,62 \cdot h_0) & , 0 \leq h_0 \leq 1 \\ 20 \log(0,5 \cdot e^{0,95 h_0}) & , -1 \leq h_0 \leq 0 \\ 20 \log\left(0,4 - \sqrt{0,1184 - (0,1 h_0 + 0,38)^2}\right) & , -2,4 \leq h_0 \leq -1 \\ 20 \log(-0,225/h_0) & , h_0 < -2,4 \end{array} \right\} \quad (2.6)$$

$$h_0 = -h \sqrt{\frac{2}{\lambda} \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right)} \quad (2.7)$$

onde λ é o comprimento de onda e h , x_1 e x_2 são, respectivamente, a altura efetiva da obstrução e as distâncias entre as antenas e o obstáculo, como mostrado na Figura 2.1.

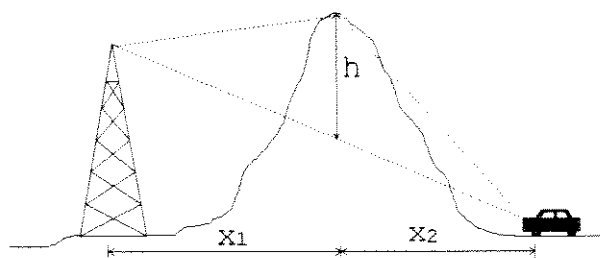


Figura 2.1: Geometria do Modelo de Difração por Gume de Faca.

Em presença de múltiplas obstruções vários métodos foram derivados do modelo de perda por difração por gume de faca [6]. O método de Bullington [7], por exemplo, aproxima os efeitos dos vários obstáculos presentes entre as antenas por um único obstáculo equivalente. O método de Epstein-Peterson [8] calcula a perda total pela soma das várias parcelas do resultado para cada obstrução isoladamente, desprezando-se as menos significativas. O método de Deygout [9] aplica o modelo de gume de faca recursivamente a todas as obstruções, a partir do maior obstáculo até o menor.

2.3. Métodos Empíricos

Os métodos empíricos de predição são geralmente baseados nos modelos de propagação descritos anteriormente e modificados com base em resultados obtidos em medidas de campo.

Estes algoritmos de predição lidam normalmente com um grande volume de dados, requerem um sofisticado processamento computacional e um conhecimento, às vezes

detalhado, da topografia do terreno. Alguns desses métodos empíricos são apresentados a seguir.

Método de Egli

Este método se aplica a frequências no intervalo de 40 a 900 MHz e a distâncias de propagação de até 60 km. Baseia-se na propagação em terreno plano com fatores de correções como a frequência, as alturas das antenas e a distância.

Para uma antena receptora a 1,5 m do solo, a perda é dada por [10]

$$L = 139,1 - 20 \log h_t + 40 \log d \quad (2.8)$$

onde h_t é a altura da antena transmissora, dada em metros, e d é a distância entre as antenas, dada em quilômetros.

Método de Blomquist-Ladell

Este método leva em consideração a perda de percurso em espaço livre (L_0), em terreno plano (L_p) e em terreno com obstruções (L_k). É aplicado para o intervalo de frequência de 30 a 900 MHz e distâncias entre 5 e 22 km.

A perda total por percurso é, então, calculada por uma das expressões abaixo [2].

$$L = L_0 + \text{Máx}(L_p, L_k) \quad (2.9a)$$

$$L = L_0 + \sqrt{L_p^2 + L_k^2} \quad (2.9b)$$

Método de Longley-Rice

Este é um método computacional que leva em consideração parâmetros como frequência, distância e alturas das antenas, condutividade, constante dielétrica, polarização e topologia do terreno [2].

O método de Longley-Rice se aplica a frequências de 20 MHz a 40 GHz, distâncias de 1 a 2000 km e antenas de 0,5 a 3 km de altura.

Método de Okumura

Este método se baseia em medidas de campo feitas na cidade de Tóquio por Okumura et al. [11]. Leva em consideração a propagação em terreno quasi-plano, com fator de rugosidade em torno de 20 m, e curvas de correção para as diversas características do terreno.

A fórmula geral apresentada por Okumura é

$$L = L_0 + A(f, d) - G_{\text{area}} - G(h_t) - G(h_r) \quad (2.10)$$

onde L_0 é a atenuação em espaço livre, $A(f, d)$ é obtido pela curva de atenuação que leva em consideração a distância d e a frequência f , G_{area} é um fator de correção também obtido por uma curva que leva em consideração o tipo de terreno e a frequência, e $G(h_t)$ e $G(h_r)$ são correções relativas às alturas h_t e h_r das antenas transmissora e receptora, respectivamente.

$$G(h_t) = 20 \log(h_t/200), \quad h_t > 10 m \quad (2.11)$$

$$G(h_r) = \begin{cases} 10 \log(h_r/3), & h_r < 3 m \\ 20 \log(h_r/3), & 3 m \leq h_r \leq 10 m \end{cases} \quad (2.12)$$

Método de Hata

Uma fórmula empírica apresentada por Hata [12], baseada no método de Okumura, veio facilitar os cálculos da perda por percurso. Esta fórmula apresenta resultados praticamente idênticos aos do método de Okumura, com a vantagem de ser facilmente implementada, já que não usa curvas como no método anterior.

A perda por percurso L é dada por

$$L = 69,55 + 26,16 \log f - 13,82 \log h_t - A(h_r) + (44,9 - 6,55 \log h_t) \log d \quad (2.13)$$

onde h_t e h_r são as alturas das antenas transmissora e receptora, respectivamente, d é a distância entre as antenas, f é a frequência e $A(r_t)$ é um fator de correção.

Para cidades grandes tem-se

$$A(r_t) = [1,1 \log f - 0,7] h_r - 1,56 \log f - 0,8 \quad (2.14)$$

e para cidades médias e pequenas

$$A(h_r) = \begin{cases} 8,29 \log^2(1,54 h_r) - 1,1, & f \leq 200 \text{ MHz} \\ 3,2 \log^2(11,75 h_r) - 4,97, & f \geq 400 \text{ MHz} \end{cases} \quad (2.15)$$

Método de Ibrahim-Parsons

Este método foi desenvolvido a partir de medições feitas na cidade de Londres em frequências entre 168 e 900 MHz [13]. Limita-se à predição de perdas por percurso em áreas urbanas sem ondulações, distância entre antenas menor que 10 km e antena receptora de altura inferior a 3 m.

A região analisada é dividida em quadrículas de 500 m de lado e dois fatores são considerados: o fator de utilização do solo, LU , definido como a área do quadrado coberta por edificações; e o fator de urbanização, U , que é a proporção da área coberta por edificações com prédios altos. Assim, a perda média por percurso, para duas antenas isotrópicas, é dada por

$$L = -20 \log(0,7h_t) - 8 \log h_r + \frac{f}{40} + 26 \log\left(\frac{f}{40}\right) - 86 \log\left(\frac{f+100}{156}\right) + \left[40 + 14,15 \log\left(\frac{f+100}{156}\right)\right] \log d + 0,265 LU - 0,37 H + 0,087 U - 5,5 \quad (2.16)$$

onde h_t e h_r são as alturas das antenas transmissora e receptora, respectivamente, d é a distância entre as antenas, f é a frequência e H é a diferença entre as alturas dos quadrados que contêm as antenas transmissora e receptora.

2.4. Métodos Estatísticos

O sinal de rádio móvel não deve ser tratado apenas por métodos determinísticos, devido às flutuações estatísticas de vários fenômenos envolvendo a propagação do sinal.

Várias distribuições procuram descrever o comportamento do envelope do sinal nos vários ambientes de rádio móvel:

- Distribuição Log-Normal, relativa ao sombreamento;
- Distribuição de Rayleigh, relativa ao multipercurso;
- Distribuição de Rice, combinando o efeito de multipercurso a uma componente direta;
- Distribuição de Suzuki, relativa ao sombreamento e multipercurso combinados;
- Distribuição de Nakagami, que é uma distribuição mais geral e que caracteriza melhor o desvanecimento rápido;
- Distribuição de Nakagami-Sombreado, que considera o sombreamento combinado à distribuição de Nakagami.

Neste capítulo trataremos apenas das quatro primeiras distribuições, reservando um capítulo especial para as distribuições de Nakagami e Nakagami-Sombreado, cuja aplicação à área de cobertura e à área de sobreposição entre células é objeto desta tese.

2.4.1. Modelo Simplificado de Propagação

Dos modelos de propagação apresentados anteriormente, verifica-se a influência característica de alguns parâmetros no cálculo da perda por percurso, como:

-a perda varia com a distância d da forma $d^{-\alpha}$, onde $2 \leq \alpha \leq 4$ é o coeficiente de perda por percurso;

-o método de Okumura mostra que há um ganho de 6 dB/oitava para a altura antena transmissora e de 3 a 6 dB para a antena receptora;

-a frequência f interfere na perda na forma $f^{-\nu}$, onde $2 \leq \nu \leq 3$ depende do ambiente e da própria frequência.

Assim, considerando-se o ambiente de um sistema de rádio móvel com características constantes, pode-se expressar a potência recebida pelo móvel a uma distância x e a uma frequência f por

$$w_r = C w_0 \left(\frac{x}{x_0} \right)^{-\alpha} \left(\frac{f}{f_0} \right)^{-\nu} \quad (2.17)$$

onde w_0 é a potência recebida por um móvel a uma distância x_0 e na frequência f_0 , e C é um fator de correção que inclui o ganho das antenas e vários outros fatores que influenciam a propagação do sinal.

Em uma dada circunferência de raio x de um mesmo ambiente, w_r tende a ser constante.

Pode-se, então, considerar que a potência média m_w recebida por um móvel a uma distância x da estação base é dada por

$$m_w = k \left(\frac{x}{x_0} \right)^{-\alpha} \quad (2.18)$$

onde

$$k = C w_0 \left(\frac{f}{f_0} \right)^{-\nu} \quad (2.19)$$

Em decibéis temos

$$M_w = K - 10\alpha \log(x/x_0) \quad (2.20)$$

onde $M_w = 10 \log m_w$ e $K = 10 \log k$.

2.4.2. Propagação com Desvanecimento de Longo Prazo

Quando um sinal de rádio é sombreado por obstáculos em seu caminho de propagação, verificam-se flutuações lentas no nível do sinal de recepção. Se o móvel encontra infinitos obstáculos dentro de uma área de cobertura, podemos considerar as resultantes amplitudes do sinal, após os mesmos obstáculos, como variáveis aleatórias.

Esta componente de um desvanecimento de longo prazo tem sido convenientemente modelada através da distribuição Log-Normal, onde a média local R da envoltória do sinal r ,

expressa em decibéis, tem distribuição Gaussiana [2]. Assim, a função densidade de probabilidade $p_L(R)$ é dada por

$$p_L(R) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_R} \exp\left(-\frac{(R - M_R)^2}{2\sigma_R^2}\right) \quad (2.21)$$

onde M_R é a média e σ_R é o desvio padrão, todos em decibéis.

Medidas de campo em áreas urbanas [14], mostram que os valores de σ_R encontram-se no intervalo de 4 a 10 dB.

A densidade $p_L(w)$ da potência do sinal é calculada através de uma transformação de variáveis $w = r^2/2$. Assim

$$p_L(w)|dw| = p(r)_L|dr| \quad (2.22)$$

Logo, temos

$$p_L(W) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_W} \exp\left(-\frac{(W - M_W)^2}{2\sigma_W^2}\right) \quad (2.23)$$

onde a média M_W e o desvio padrão σ_W são expressos em decibéis. Note que $p_L(W)$ é também uma Log-Normal.

As Equações 2.21 e 2.23 estão traçadas nas Figuras 2.2 e 2.3, respectivamente.

2.4.3. Propagação com Desvanecimento de Curto Prazo

Quando o sinal recebido pelo móvel é o resultado de múltiplas reflexões, que alteram sua amplitude e sua fase,

ocorre um desvanecimento rápido, conhecido como de curto prazo.

Considerando um número grande de sinais recebidos, devido ao multipercurso, e supondo-se uma distribuição uniforme da fase no intervalo 0 a 2π , a variação rápida do sinal recebido é bem caracterizada pela distribuição de Rayleigh [2].

A função densidade de probabilidade $p_R(r)$ do envelope r é dada por

$$p_R(r) = \frac{r}{\sigma_r^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right) \quad (2.24)$$

onde $\sigma_r\sqrt{\pi/2}$ é a média e $\sigma_r\sqrt{2-\pi/2}$ o desvio padrão de r .

A densidade $p_R(w)$ da potência do sinal calculada através da transformação dada pela Equação 2.22 fornece

$$p_R(w) = \frac{1}{\sigma_w} \exp\left(-\frac{w}{\sigma_w}\right) \quad (2.25)$$

As Equações 2.24 e 2.25 estão traçadas nas Figuras 2.4 e 2.5, respectivamente.

2.4.4. Propagação com Sombreamento e Multipercurso

Quando o sinal recebido pelo móvel sofre um desvanecimento de longo prazo somado ao efeito de multipercurso, usa-se um modelo estatístico que inclui as distribuições de Rayleigh e Log-Normal combinadas entre si.

Esta distribuição é conhecida como distribuição de Suzuki e pode ser representada por [2]

$$p_s(r) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_R(r|R) p_L(R) dR \quad (2.26)$$

onde r é o envelope do sinal recebido, $p_R(r|R)$ é a distribuição de Rayleigh condicionada ao valor da média local R , expresso em decibéis, e $p_L(R)$ é a distribuição Log-Normal desta média local.

Logo, a distribuição proposta por Suzuki é dada por

$$p_s(r) = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{1}{\sigma_R} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{r}{10^{R/10}} \exp\left(-\frac{\pi r^2}{4 \cdot 10^{R/10}} - \frac{(R - M_R)^2}{2\sigma_R^2}\right) dR \quad (2.27)$$

onde M_R é a média e σ_R é o desvio padrão, todos em decibéis, da distribuição Log-Normal correspondente. Alterando-se a variável de integração de modo que $R = 10 \log(m_r^2/t)$ e $M_R = 20 \log(m_r)$, temos

$$p_s(r) = \frac{5}{\ln(10)} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{r}{m_r^2 \sigma_R} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{\pi r^2}{4 m_r^2} t - \frac{50}{\sigma_R^2} \log^2 t\right) dt \quad (2.28)$$

Logo, a densidade $p_s(w)$ da potência do sinal é dada por

$$p_s(w) = \frac{5}{\ln(10)} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{m_w \sigma_w} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{w}{m_w} t - \frac{50}{\sigma_w^2} \log^2 t\right) dt \quad (2.29)$$

As Equações 2.28 e 2.29 estão traçadas nas Figuras 2.6 e 2.7, respectivamente.

2.4.5. Propagação com Linha de Visada e Multipercurso

Para um ambiente de propagação dentro de edifícios, em geral, considerada-se um componente do sinal em linha de visada, já que dutos, fiações e estruturas metálicas funcionam como guias de onda. Conseqüentemente, o sinal recebido é a soma dos sinais refletidos e do sinal direto.

O desvanecimento nessas condições tende a seguir a distribuição de Rice dada por [2]

$$p_r(r) = \frac{r}{\sigma_r^2} \exp\left(-\frac{r^2 + a^2}{2\sigma_r^2}\right) \cdot I_0\left(\frac{r \cdot a}{\sigma_r^2}\right) \quad (2.30)$$

onde $a^2/2$ é potência do sinal direto, σ_r^2 a potência dos sinais refletidos e I_0 é a função de Bessel modificada de ordem zero, definida como

$$I_0(u) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \exp(u \cos(\theta)) d\theta \quad (2.31)$$

Vemos que para $a=0$ a Equação 2.30 se reduz à distribuição de Rayleigh dada pela Equação 2.24.

A densidade $p_r(w)$ da potência do sinal é dada por

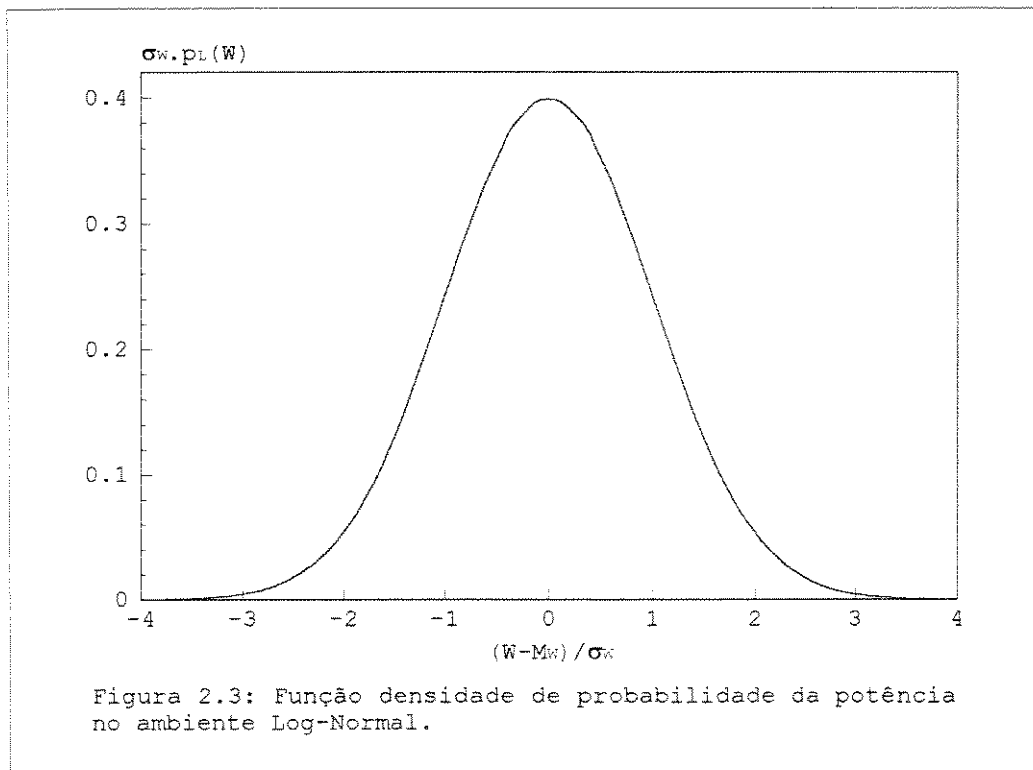
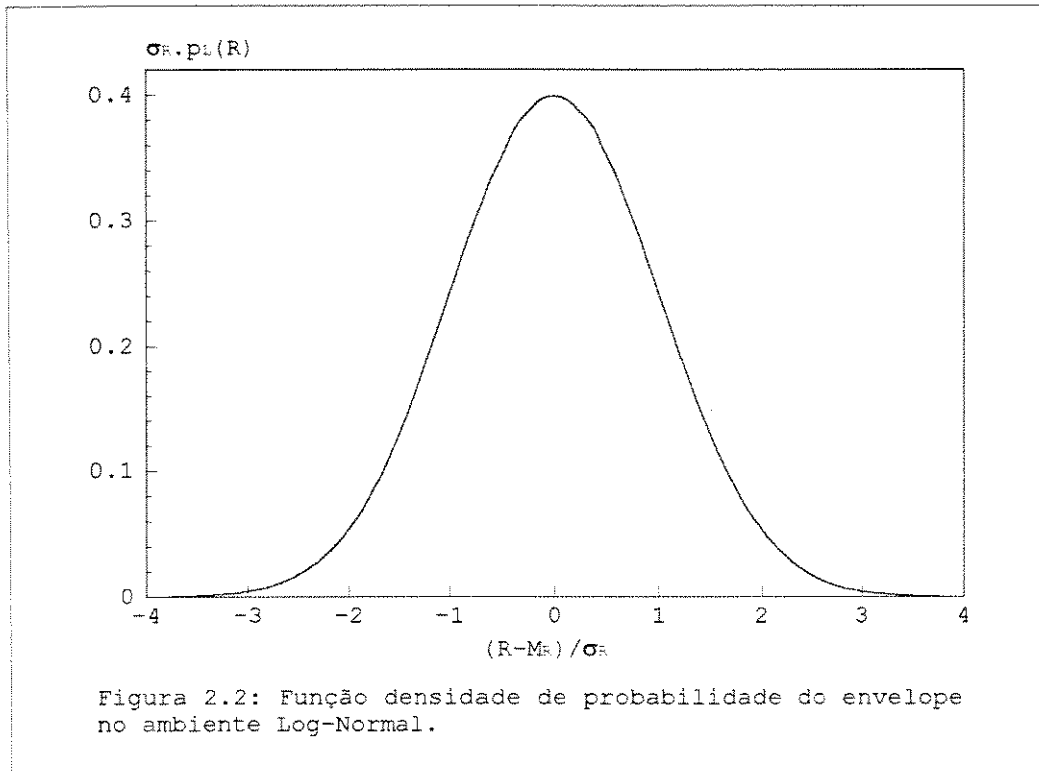
$$p_r(w) = \frac{1}{\sigma_w} \exp\left(-\frac{2w + a^2}{2\sigma_w}\right) \cdot I_0\left(\frac{a\sqrt{2w}}{\sigma_w}\right) \quad (2.32)$$

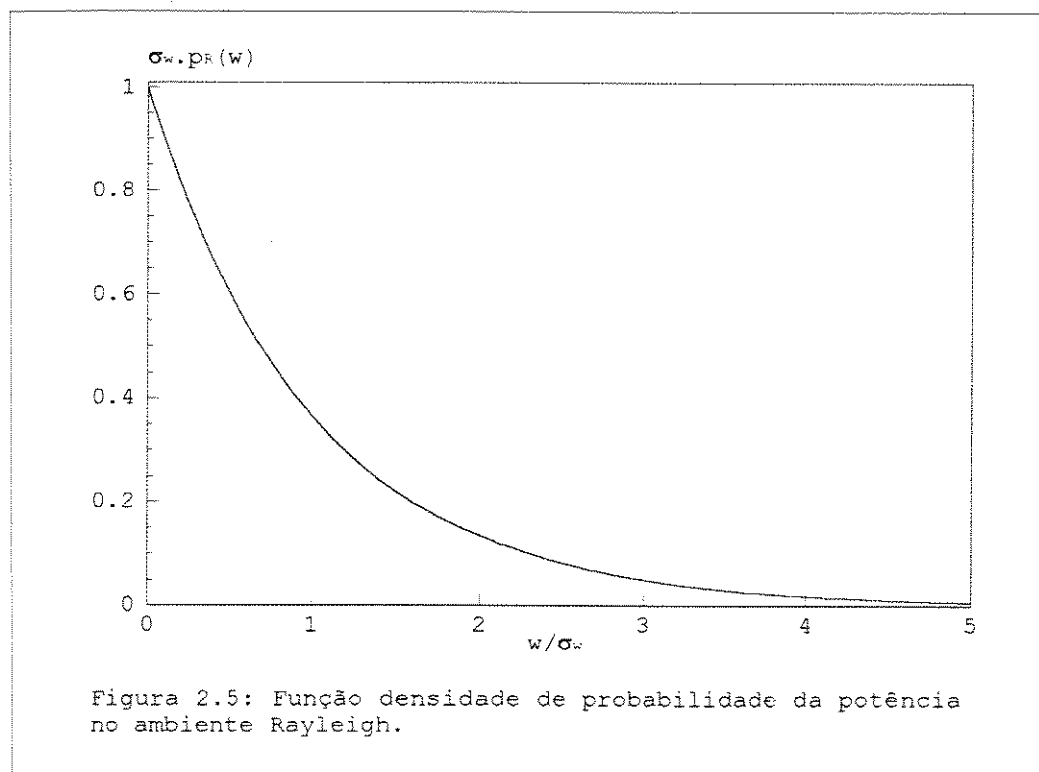
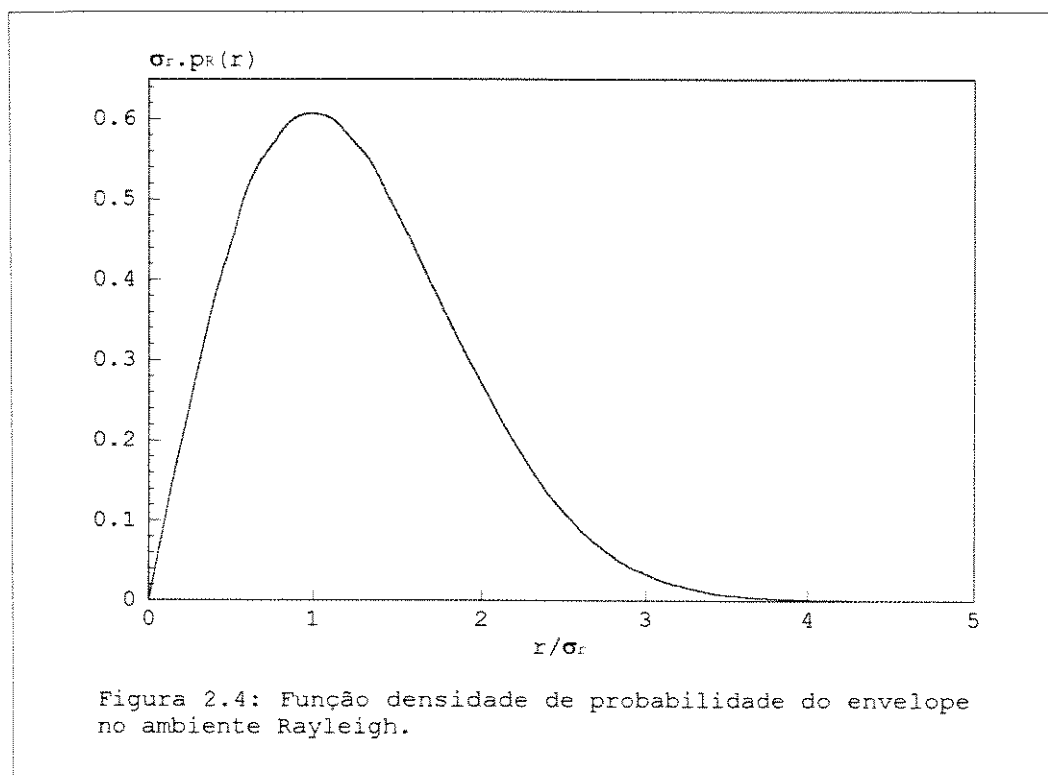
As Equações 2.30 e 2.32 estão traçadas nas Figuras 2.8 e 2.9, respectivamente.

2.4. Sumário e Conclusões

O canal de rádio móvel é um meio extremamente complexo onde três fenômenos distintos podem interagir: perdas por percurso, desvanecimento de longo prazo e desvanecimento de curto prazo. São vários os modelos de predição das perdas de propagação em ambientes de rádio móvel.

A perda por percurso depende basicamente do ambiente de propagação e é proporcional à distância d da forma $d^{-\alpha}$, onde α é o coeficiente de perda por percurso, normalmente no intervalo 2 a 4. Os desvanecimentos de longo e curto prazo podem ser devidamente modelados pelas distribuições Log-Normal e de Rayleigh, respectivamente. Já a distribuição de Suzuki modela um ambiente onde os efeitos de sombreamento e multipercurso estão combinados. Pode-se, ainda, modelar a propagação dentro de edifícios pela distribuição de Rice.





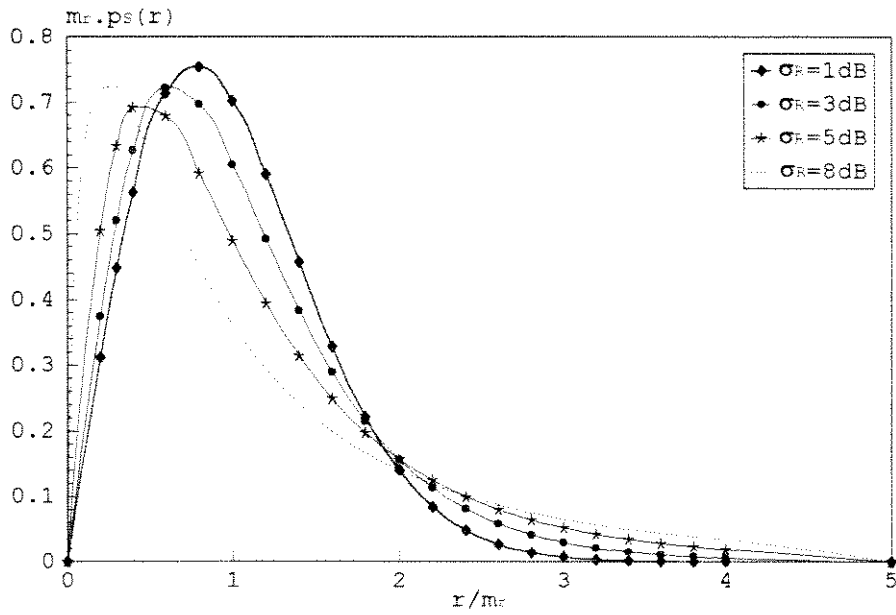


Figura 2.6: Função densidade de probabilidade do envelope no ambiente Suzuki.

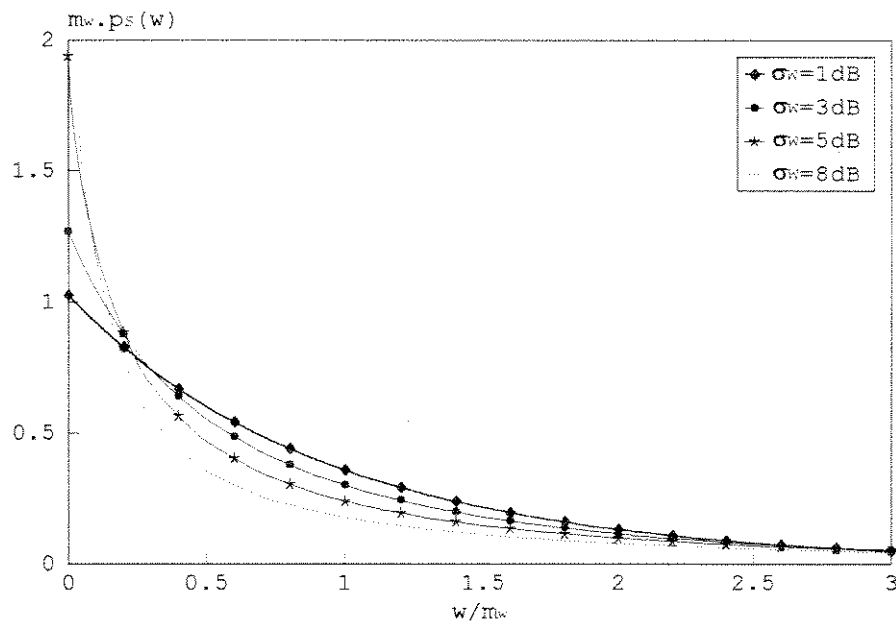


Figura 2.7: Função densidade de probabilidade da potência no ambiente Suzuki.

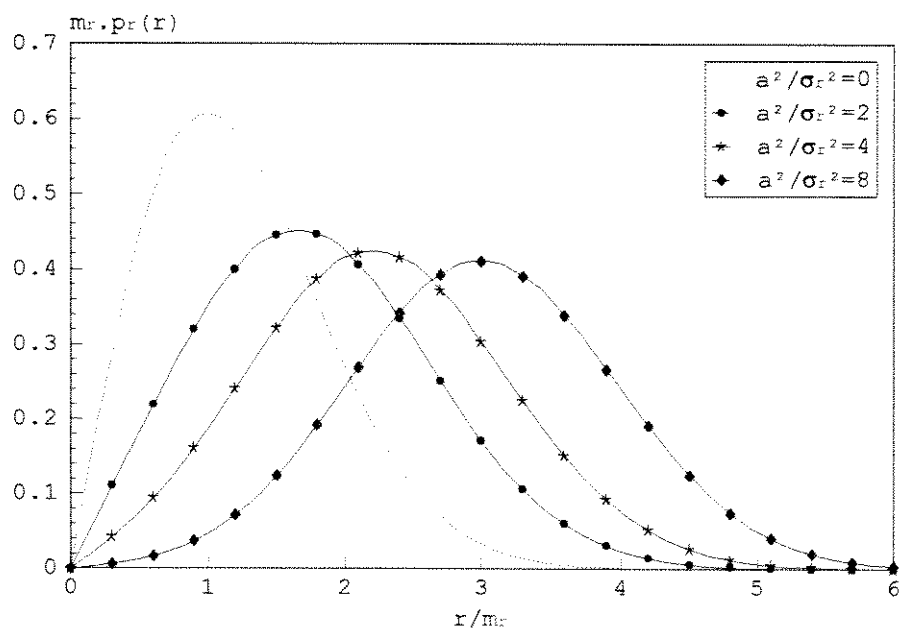


Figura 2.8: Função densidade de probabilidade do envelope no ambiente Rice.

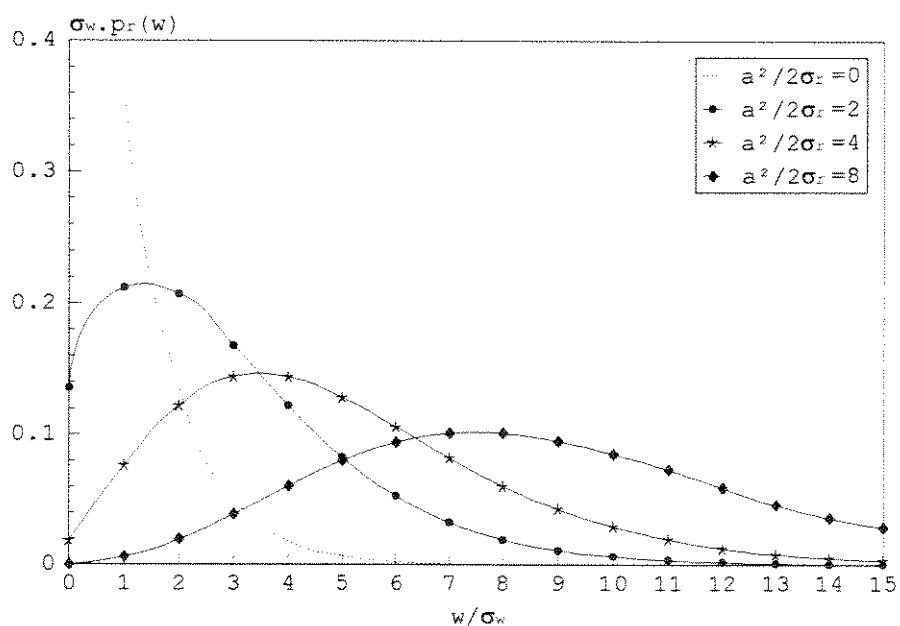


Figura 2.9: Função densidade de probabilidade da potência no ambiente Rice.

Capítulo 3

Distribuição de Nakagami

O objetivo deste capítulo é apresentar a distribuição de Nakagami e detalhar algumas de suas propriedades, cuja aplicação à área de cobertura e à área de sobreposição entre células é objeto desta tese.

3.1. Introdução

A distribuição de Nakagami foi introduzida por Nakagami em 1940 para caracterizar o desvanecimento rápido em propagação de sinais HF em longas distâncias [15]. Essencialmente, esta distribuição é uma distribuição chi-quadrada centralizada definida por

$$p(r) = \frac{2m^m r^{2m-1}}{\Gamma(m)\Omega^m} \exp\left(-\frac{mr^2}{\Omega}\right) \quad (3.1)$$

onde r é o envelope do sinal, $m = \frac{\Omega^2}{\text{Var}(r^2)} \geq \frac{1}{2}$ e $\Omega = E[r^2]$.

O parâmetro m é conhecido como fator de desvanecimento.

3.2. Determinação da Distribuição de Nakagami

Após várias medições de campo feitas por Nakagami, considerando-se apenas o desvanecimento rápido na propagação de sinais HF em longas distâncias, foi verificado, por inspeção, que a distribuição dessas medições poderia ser bem aproximada por [15]

$$p'(\chi) = \exp \left\{ m \left(1 + \frac{2\chi}{M} - e^{2\chi/M} \right) \right\} \quad (3.2)$$

onde χ é a intensidade do sinal em decibéis, $M = 20 \log e$ e m determina a inclinação das curvas dos valores medidos traçados em coordenadas log-log.

Verificou-se, também, que esta aproximação é válida apenas para a condição $m \geq 1/2$.

Pela normalização da Equação 3.2, obtemos a função de distribuição de χ em decibéis.

$$p(\chi) = \frac{2m^m}{M\Gamma(m)} \exp \left\{ m \left(\frac{2\chi}{M} - e^{2\chi/M} \right) \right\} \quad (3.3)$$

Fazendo-se a transformação $e^{\chi/M} = X = \frac{r}{\sqrt{\Omega}}$, onde Ω é a média temporal de r^2 , chega-se à Distribuição de Nakagami [15], dada por

$$p(X) = \frac{2m^m}{\Gamma(m)} X^{2m-1} e^{-mX^2} \quad (3.4)$$

Fazendo-se agora a transformação $X = \frac{r}{\sqrt{\Omega}}$, chega-se finalmente à distribuição do envelope de um sinal Nakagami.

$$p_N(r) = \frac{2m^m r^{2m-1}}{\Gamma(m)\Omega^m} e^{-(m/\Omega)r^2} \quad (3.5)$$

A Equações 3.4 e 3.5 estão traçadas nas Figuras 3.1 e 3.2, respectivamente.

3.3. Média de Uma Variável Nakagami

Os momentos e variâncias para uma variável Nakagami são apresentados na Referência 15 e reescritos nas Equações 3.6 e 3.7.

$$E[r^v] = \frac{\Gamma(m + v/2)}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{v/2} \quad (3.6)$$

$$Var(r^2) = \frac{\Omega^2}{m}, \quad Var(r) = \Omega \left[1 - \left\{ \frac{\Gamma(m+1/2)}{\sqrt{m} \Gamma(m)} \right\}^2 \right] \cong \frac{\Omega}{5m} \quad (3.7)$$

onde v é um número inteiro positivo. Assim, para $v=1$ temos a média estatística de r dada por

$$\bar{r} = E[r] = \frac{\Gamma(m+1/2)}{\Gamma(m)} \sqrt{\frac{\Omega}{m}} \quad (3.8)$$

3.4. Propriedades da Distribuição de Nakagami

A razão para se usar a distribuição de Nakagami para modelar o desvanecimento do sinal se deve a que várias das distribuições conhecidas (Rayleigh, Rice, Log-Normal) são casos particulares dela. As subseções seguintes detalham estes casos.

3.4.1. A Distribuição de Rayleigh a partir de Nakagami

Verifica-se que distribuição de Rayleigh é apenas um caso especial da distribuição de Nakagami quando $m=1$, quando

$$p_R(r) = \frac{2r}{\Omega} e^{-(r^2/\Omega)} = \frac{r}{\sigma^2} e^{-(r^2/2\sigma^2)} \quad (3.9)$$

Na Equação 3.9 tem-se

$$\Omega = E[r^2] = 2\sigma^2 \quad (3.10)$$

3.4.2. A Distribuição de Rice a partir de Nakagami

A distribuição de Nakagami coincide com a distribuição de Rice [15], usando-se a relação entre o fator de Rice k e m dada por

$$k = \frac{\sqrt{m^2 - m}}{m - \sqrt{m^2 - m}} \quad m > 1 \quad (3.11)$$

onde

$$k = \frac{r^2}{2\sigma^2} \quad (3.12)$$

$$r^2 = \frac{\Omega}{m} \sqrt{m^2 - m}, \quad 2\sigma^2 = \frac{\Omega}{m} (m - \sqrt{m^2 - m}) \quad (3.13)$$

Neste caso

$$p_r(r) = \frac{r}{\sigma_r^2} \exp\left(-\frac{r^2 + a^2}{2\sigma_r^2}\right) I_0\left(\frac{r \cdot a}{\sigma_r^2}\right) \quad (3.14)$$

3.4.3. A Distribuição Log-Normal a partir de Nakagami

É mostrado na Referência 15 que a Equação 3.3 tem seu ponto de máximo em $\chi=0$, ou $r=\sqrt{\Omega}$, para m grande. Assim

$$p(0) = \frac{2m^m}{M\Gamma(m)e^m} \cong \frac{1}{M} \sqrt{\frac{2m}{\pi}} \quad (3.15)$$

Se aplicarmos a este resultado uma distribuição em decibéis, vemos que para $\chi \leq M$ na Equação 3.3, a distribuição de Nakagami se aproxima à da Log-Normal na forma

$$p(\chi) \cong \frac{1}{M} \sqrt{\frac{2m}{\pi}} e^{-2m(\chi/M)^2} \quad (3.16)$$

Generalizando este resultado obtemos

$$p(\tau) = \frac{2m^m}{M\Gamma(m)^m} \exp \left[m \left\{ \frac{2(\tau - \tau_0)}{M} - e^{2(\tau - \tau_0)/M} \right\} \right] \quad (3.17)$$

onde τ e τ_0 são r e $\sqrt{\Omega}$ em decibéis, respectivamente.

3.5. Razão de Duas Variáveis Nakagami

Para determinarmos a área de sobreposição entre células iremos estimar a proporção da área da célula na qual os sinais recebidos de duas estações base não difiram mais que uma dada tolerância entre si. Para isto é importante determinarmos a distribuição da razão de duas variáveis Nakagami, cuja aplicação à área de sobreposição entre células é objeto desta tese.

Sejam r_1 e r_2 duas variáveis Nakagami independentes, com parâmetros m_1, Ω_1 e m_2, Ω_2 , respectivamente. A distribuição

$p(F)$ da razão $F = \frac{r_1^2}{\Omega_1} / \frac{r_2^2}{\Omega_2}$ é dada por [15]

$$p(F) = \frac{\Gamma(m_1 + m_2)}{\Gamma(m_1)\Gamma(m_2)} \left(\frac{m_1}{m_2} \right)^{m_1} F^{m_1-1} \left(1 + \frac{m_1}{m_2} F \right)^{-(m_1+m_2)} \quad (3.18)$$

Defina b como a razão entre as duas médias, $\bar{r}_1$ e $\bar{r}_2$. Assim, em termos dos parâmetros de Nakagami

$$b = \frac{\bar{r}_2}{\bar{r}_1} = \frac{\frac{\Gamma(m_2 + 1/2)}{\Gamma(m_2)} \sqrt{\Omega_2}}{\frac{\Gamma(m_1 + 1/2)}{\Gamma(m_1)} \sqrt{\Omega_1}} \quad (3.19)$$

Se os dois sinais seguirem as mesmas condições de desvanecimento, isto é, $m_1 = m_2 = m$, então

$$p(F) = \frac{\Gamma(2m)}{\Gamma^2(m)} F^{m-1} (1-F)^{-2m} \quad (3.20)$$

$$e \quad b = \frac{\Omega_2}{\Omega_1} \quad (3.21)$$

Estes resultados serão utilizados no Capítulo 5 para a determinação da área de sobreposição entre células.

3.6. Distribuição da Potência de uma Variável Nakagami

O cálculo da função da densidade de potência de um sinal é de fundamental importância para o cálculo da área de cobertura de uma célula em um determinado ambiente.

Seja $w = r^2/2$ a potência do sinal recebido e $\bar{w} = E[w]$. Assim, utilizando-se a transformação $p(w)|dw| = p(r)|dr|$ obtém-se

$$p_N(w) = \left(\frac{m}{\bar{w}}\right)^m \frac{w^{m-1}}{\Gamma(m)} \exp\left(-\frac{m \cdot w}{\bar{w}}\right) \quad (3.22)$$

A Equação 3.22 está traçada na Figura 3.3.

3.7. Distribuição de Nakagami-Sombreado

No caso mais geral quando o desvanecimento de curto prazo se sobrepõe ao de longo prazo, é possível modelar a estatística do sinal recebido também através da distribuição de Nakagami-Sombreado. A obtenção da densidade resultante segue o mesmo procedimento daquele para a de Suzuki.

Considerando-se que na Equação 3.22 a distribuição de w é condicionada a que sua média $\bar{w}$ sofra desvanecimento lento, a incondicional será obtida integrando a Equação 3.22 multiplicada pela distribuição de $\bar{w}$ no intervalo apropriado. Isto é

$$p_n(w) = \int_0^{\infty} p_N(w|\bar{w}) p_L(\bar{w}) d\bar{w} \quad (3.23)$$

onde $w = r^2/2$ é a potência do sinal recebido, $p_N(w|\bar{w})$ é a distribuição de Nakagami condicionada ao valor $\bar{w}$ e $p_L(\bar{w})$ é a distribuição Log-Normal desta média local. Assim

$$p_N(w|\bar{w}) = \left(\frac{m}{\bar{w}}\right)^m \frac{w^{m-1}}{\Gamma(m)} \exp\left(-\frac{mw}{\bar{w}}\right) \quad (3.24)$$

Utilizando a distribuição $p_L(\bar{w})$ na sua forma linear [2] tem-se

$$p_L(\bar{w}) = \frac{a}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma \cdot \bar{w}} \exp\left[-\frac{(a \ln \bar{w} - a \ln m_w)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (3.25)$$

onde $a = 10/\ln 10$, $m_w = E[\bar{w}]$ e σ é o desvio padrão. Assim, com as Equações 3.24 e 3.25 em 3.23 obtém-se a distribuição Nakagami-Sombreado como dado pela Equação 3.26.

$$p_n(w) = \int_0^{+\infty} \frac{a \cdot m^m \cdot w^{m-1}}{\Gamma(m) \sqrt{2\pi} \cdot \sigma \cdot \bar{w}^{m+1}} \exp\left(-\frac{mw}{\bar{w}} - \frac{(a \ln \bar{w} - a \ln m_w)^2}{2\sigma^2}\right) d\bar{w} \quad (3.26)$$

Alterando-se a variável de integração de modo que $\bar{w} = m_w/t$, temos

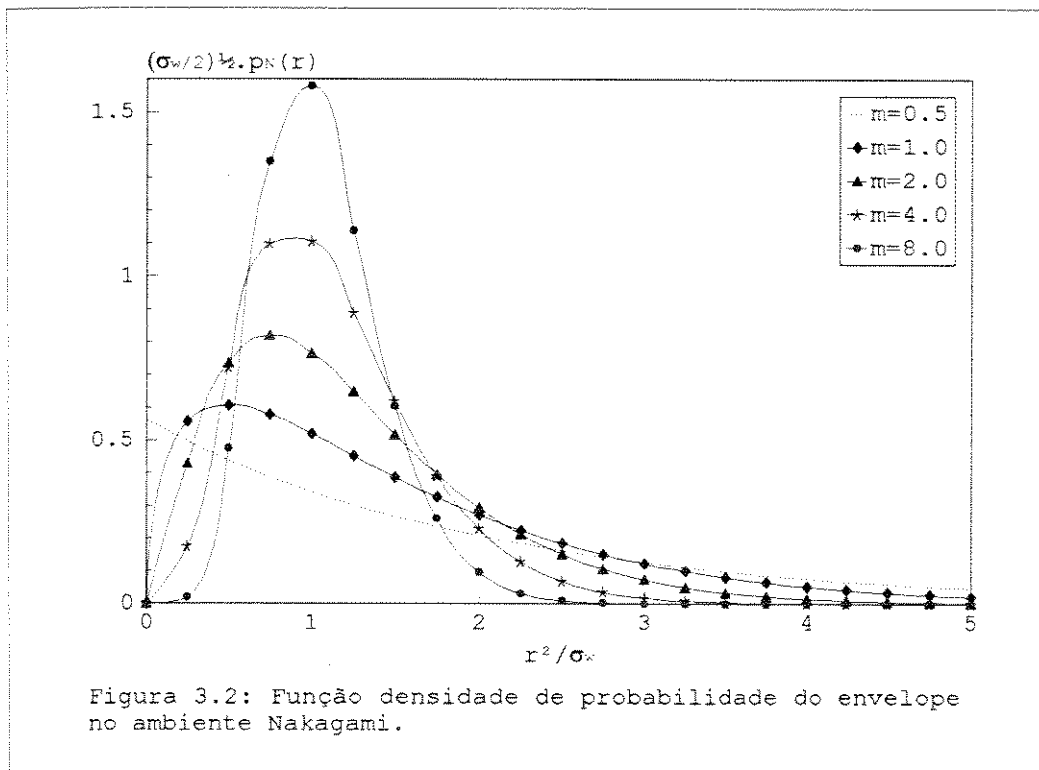
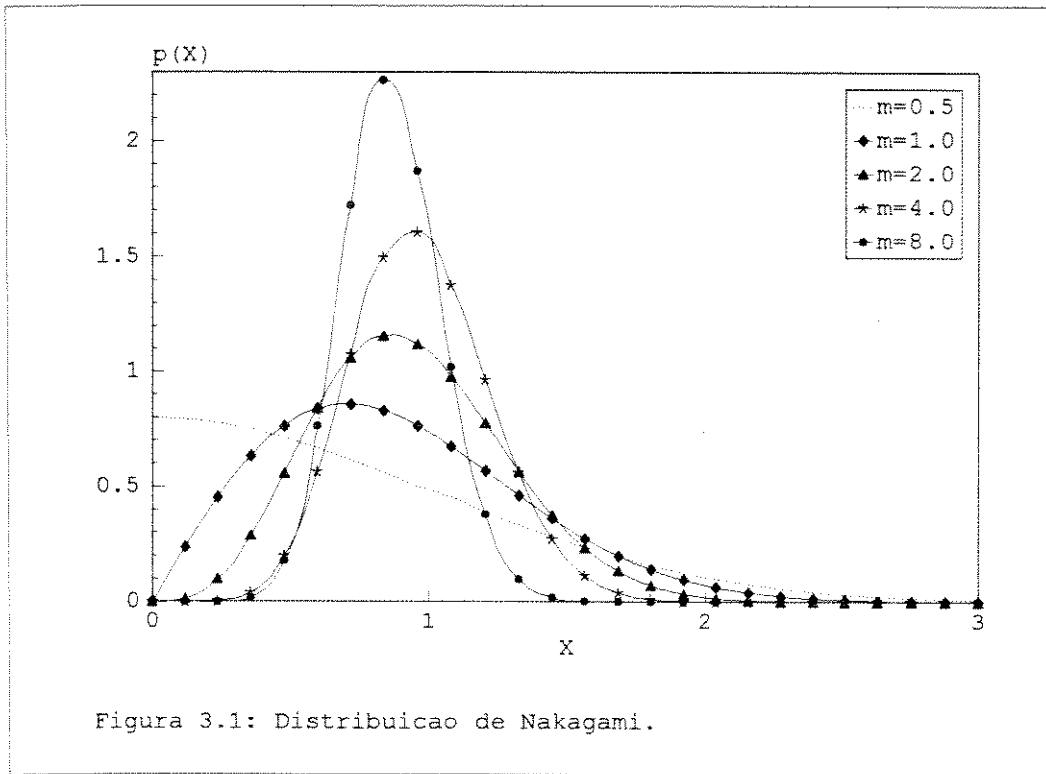
$$p_n(w) = \int_0^{+\infty} \frac{a \cdot m^m \cdot w^{m-1} \cdot t^{m-1}}{\Gamma(m) \sqrt{2\pi} \cdot \sigma \cdot m_w^m} \exp\left(-\frac{m \cdot w}{m_w} t - \frac{a^2 \ln^2 t}{2\sigma^2}\right) dt \quad (3.27)$$

A Equação 3.27 está traçada na Figura 3.4.

3.8. Sumário e Conclusões

A distribuição de Nakagami tem uma grande flexibilidade e simplicidade matemática quando comparada com outras distribuições de desvanecimento. Pelas várias propriedades da distribuição de Nakagami (seção 3.4), ela vem sendo usada para modelar ambientes microcelulares e também ambientes celulares onde há desvanecimento rápido.

A distribuição Nakagami-Sombreado combina o efeito de sombreamento com as características do desvanecimento rápido da distribuição de Nakagami. É mais complexa que a distribuição de Nakagami pura e também pode ser usada para modelar ambientes microcelulares.



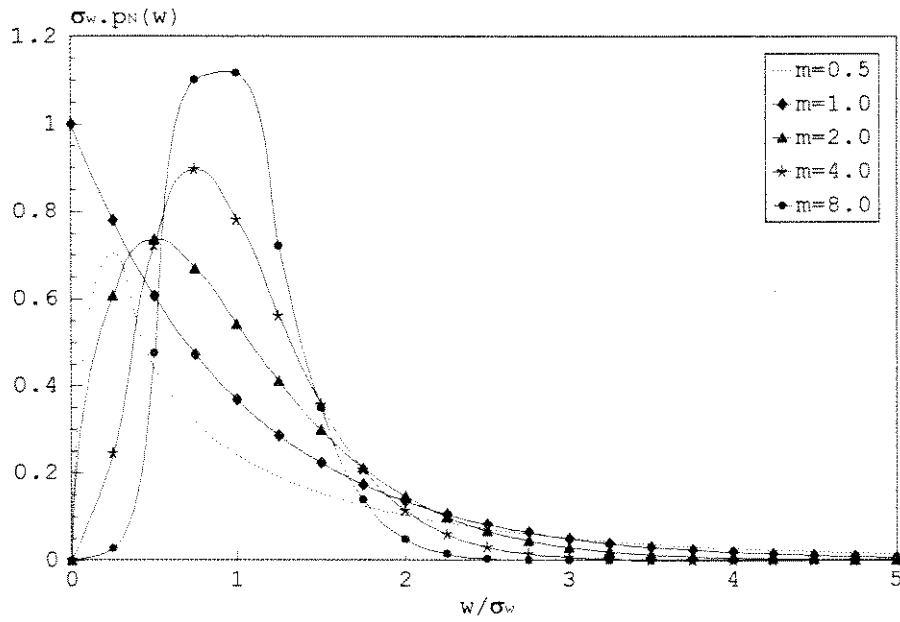


Figura 3.3: Função densidade de probabilidade da potência no ambiente Nakagami.

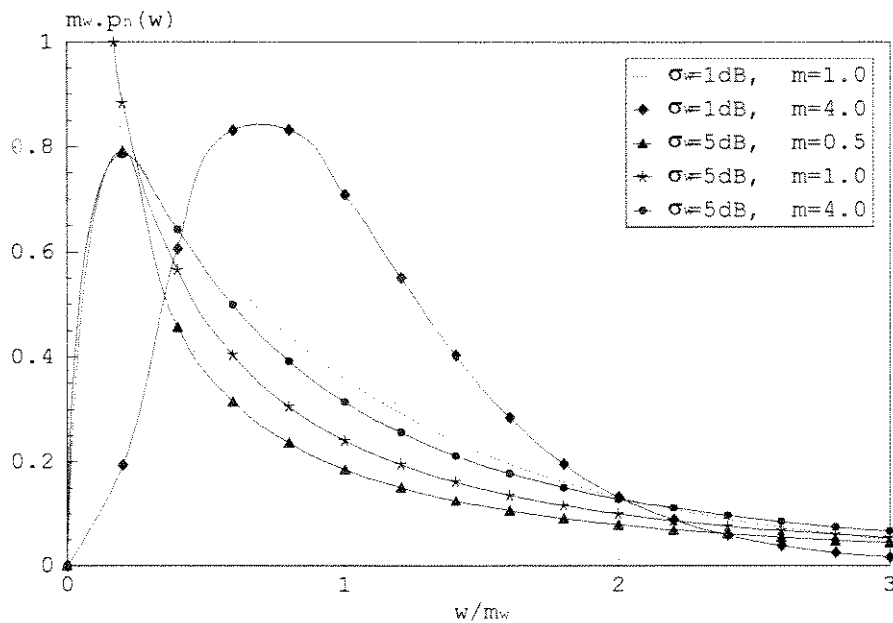


Figura 3.4: Função densidade de probabilidade da potência no ambiente Nakagami-Sombreado.

Capítulo 4

Cálculo da Área de Cobertura

Este capítulo tem por objetivo determinar a área de cobertura de uma célula através de métodos estatísticos. Os cálculos feitos com base nas distribuições Log-Normal, Rayleigh, Suzuki e Rice serão apresentados de forma sucinta neste texto. Uma discussão mais exaustiva sobre esses cálculos pode ser encontrada nas referências citadas ao longo do texto. Os cálculos com base nas distribuições de Nakagami e Nakagami-Sombreado serão detalhados por serem estes objeto desta tese.

4.1. Introdução

A avaliação da potência recebida pelo móvel em sua Área de Serviço é um dos passos necessários ao planejamento de sistemas de rádio móvel. Esta avaliação está diretamente ligada à determinação da área de cobertura da célula, ou seja, à proporção da região atendida pela estação base em que o sinal é recebido satisfatoriamente.

Capítulo 4. Cálculo da Área de Cobertura

Os modelos de perda por percurso, apresentados no Capítulo 2, permitem calcular a média do sinal a uma dada distância do transmissor. As estatísticas do sinal recebido, apresentados nos Capítulos 2 e 3, descrevem a variabilidade do sinal recebido. A combinação do cálculo da média do sinal e a sua variabilidade permite estimar a área de serviço da estação rádio base com um certo grau de confiabilidade.

4.2. Cálculo e Definições Preliminares

São apresentadas na Referência 2 duas abordagens para a determinação da área de cobertura de uma célula.

Na primeira abordagem estima-se a proporção do perímetro de uma circunferência, com centro na estação rádio base, no qual as estações móveis mantêm comunicação adequada com a estação base com a potência recebida acima de uma dada tolerância, especificada no projeto do sistema.

Na segunda abordagem busca-se a proporção da área de um círculo, com centro na estação base, na qual os móveis mantêm comunicação adequada com a estação base com a potência recebida acima desta mesma tolerância.

4.3. Cobertura dos Locais a uma Distância x : Primeira Abordagem

Deseja-se calcular a proporção β da área da célula a uma distância x da estação base que experimentam um sinal acima de um limiar w_0 . Ou seja, deve-se calcular a probabilidade de que o sinal w recebido pelo móvel esteja acima de w_0 .

Considerando-se que a média do sinal recebido a uma distância x_0 é conhecida, o que pode ser feito por medidas de campo ou até pelos métodos de predição descritos no Capítulo 2, a probabilidade β procurada é dada por

$$\beta = \text{prob}(w \geq w_0) = \int_{w_0}^{\infty} p(w) dw \quad (4.1)$$

onde $p(w)$ é a densidade de probabilidade de w , dada por uma daquelas distribuições apresentadas nos Capítulos 2 e 3.

A seguir estimaremos β para os ambientes Log-Normal (β_L), Rayleigh (β_R), Suzuki (β_S) e Rice (β_r). Nestes cálculos não serão dados os detalhes que podem ser vistos na Referência 3.

Estimaremos também a proporção β para os ambientes Nakagami e Nakagami-Sombreado. Estes cálculos serão detalhados por serem objeto deste tese.

4.3.1. Ambiente Log-Normal

Num ambiente de sombreamento, onde a potência do sinal obedece a uma distribuição Log-Normal, basta substituírmos a Equação 2.23 na Equação 4.1. Assim

$$\beta_L = \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{W_0 - M_w}{\sqrt{2} \sigma_w} \right) \right] \quad (4.2)$$

onde $M_w = K - 10 \alpha \log(x/x_0)$ é a potência do sinal, K é a potência média em x_0 , σ_w é o desvio padrão, todos expressos em decibéis. Para $x = x_0$ temos que $M_w = K$.

4.3.2. Ambiente Rayleigh

Com sinal propagando-se em um ambiente de multipercurso, onde o desvanecimento segue a distribuição de Rayleigh, substituímos a Equação 2.25 na Equação 4.1 e obtemos

$$\beta_R = \exp \left[-\frac{w_0}{k} \left(\frac{x}{x_0} \right)^a \right] \quad (4.3)$$

onde k é a potência média em x_0 . Para $x = x_0$, temos

$$\beta_R = \exp \left(-\frac{w_0}{k} \right) \quad (4.4)$$

4.3.3. Ambiente Suzuki

Para um ambiente onde os efeitos de multipercurso e sombreamento estão combinados, faz-se a substituição da Equação 2.29 na Equação 4.1 e chega-se a

$$\beta_s = \frac{5\sqrt{2}}{\sigma_w \sqrt{\pi \ln 10}} \int_0^\infty \frac{1}{t} \exp \left[-\frac{w_0}{k} \left(\frac{x}{x_0} \right)^\alpha t - \frac{50}{\sigma_w^2} \log^2 t \right] dt \quad (4.5)$$

onde k é a potência média em x_0 . Para $x=x_0$, temos

$$\beta_s = \frac{5\sqrt{2}}{\sigma_w \sqrt{\pi \ln 10}} \int_0^\infty \frac{1}{t} \exp \left[-\frac{w_0}{k} t - \frac{50}{\sigma_w^2} \log^2 t \right] dt \quad (4.6)$$

4.3.4. Ambiente Rice

Para um ambiente com multipercurso e linha de visada, onde o desvanecimento segue a distribuição de Rice, o cálculo da probabilidade β é feito substituindo-se a Equação 2.32 na Equação 4.1. Assim, obtemos

$$\beta_r = \exp \left(-\frac{2w_0 + a^2}{2\sigma_w} \right) \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{a}{\sqrt{2w_0}} \right)^j I_j \left(\frac{a\sqrt{2w_0}}{\sigma_w} \right) \quad (4.7)$$

onde $\sigma_w + a^2/2$ é a potência média e I_j é a função de Bessel modificada de ordem j .

Expandindo-se I_j em série de potência, e depois de algumas manipulações algébricas, chega-se a [3]

$$\beta_r = \exp\left(-\left(1+A\right)\frac{w_0}{k}\left(\frac{x}{x_0}\right)^\alpha\right) \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1-e_{i-1}(A)e^{-A}}{i!} \left(\left(1+A\right)\frac{w_0}{k}\left(\frac{x}{x_0}\right)^\alpha\right)^i \quad (4.8)$$

onde k é a potência média em x_0 , $A = a^2/2\sigma_w$ é a razão entre as potência das ondas direta e refletidas e $e_n(u) = \sum_{m=0}^n \frac{u^m}{m!}$.

Para $x=x_0$ temos

$$\beta_r = \exp\left(-\left(1+A\right)\frac{w_0}{k}\right) \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1-e_{i-1}(A)e^{-A}}{i!} \left(\left(1+A\right)\frac{w_0}{k}\right)^i \quad (4.9)$$

4.3.5. Ambiente Nakagami

A função densidade de probabilidade da potência de um sinal Nakagami é dada pela Equação 3.22, onde $\bar{w}$ é a média estatística de w . Da Equação 2.18 temos que $\bar{w} = k.(x_0/x)^\alpha$.

Substituindo-se a Equação 3.22 na Equação 4.1 temos

$$\beta_N = \int_{x_0}^{\infty} \left(\frac{m.u^\alpha}{k}\right)^m \frac{w^{m-1}}{\Gamma(m)} \exp\left(-\frac{m.w.u^\alpha}{k}\right) dw \quad (4.10)$$

onde k é a potência média em x_0 e $u = x/x_0$.

Deseja-se calcular a integral

$$I = \int_{x_0}^{\infty} w^{m-1} \exp\left(-\frac{m.w.u^\alpha}{k}\right) dw \quad (4.11)$$

Esta integral pode ser decomposta em

$$I = \int_0^{\infty} w^{m-1} \exp\left(-\frac{m \cdot w \cdot u^{\alpha}}{k}\right) dw - \int_0^{w_0} w^{m-1} \exp\left(-\frac{m \cdot w \cdot u^{\alpha}}{k}\right) dw \quad (4.12)$$

Verificamos que o primeiro termo da Equação 4.12 é equivalente à função Gamma, definida por

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} \exp(-t) dt \quad (4.13)$$

Assim, fazendo $\frac{m \cdot w \cdot u^{\alpha}}{k} = t$, tem-se

$$\int_0^{\infty} w^{m-1} \exp\left(-\frac{m \cdot w \cdot u^{\alpha}}{k}\right) dw = \frac{\Gamma(m)}{(m \cdot u^{\alpha}/k)^m} \quad (4.14)$$

A função exponencial do segundo termo da Equação 4.12 pode ser expandida em série de potências, tal que

$$\begin{aligned} \int_0^{w_0} w^{m-1} \exp\left(-\frac{m \cdot w \cdot u^{\alpha}}{k}\right) dw &= \int_0^{w_0} w^{m-1} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\left(-\frac{m \cdot u^{\alpha}}{k}\right)^i w^i}{i!} dw \\ &= \int_0^{w_0} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\left(-\frac{m \cdot u^{\alpha}}{k}\right)^i w^{m-1+i}}{i!} dw = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\int_0^{w_0} \left(-\frac{m \cdot u^{\alpha}}{k}\right)^i w^{m-1+i} dw}{i!} \end{aligned} \quad (4.15)$$

Resolvendo a integral dentro da somatória tem-se

$$\int_0^{w_0} w^{m-1} \exp\left(-\frac{m \cdot w \cdot u^{\alpha}}{k}\right) dw = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\left(-\frac{m \cdot u^{\alpha}}{k}\right)^i w^{m+i}}{i!(m+i)} \quad (4.16)$$

Assim, obtemos a integral da Equação 4.11 como

$$I = \frac{\Gamma(m)}{(m/(k.u^\alpha))^m} + \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-m/(k.u^\alpha))^i w^{m+i}}{i!(m+i)} \quad (4.17)$$

A proporção dos locais a uma distância x da estação base que experimentam um sinal acima de um valor w_0 num ambiente Nakagami é dada por

$$\beta_N = 1 + \frac{1}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1} m^{m+i} (w_0/(k.u^\alpha))^{m+i}}{i!(m+i)} \quad (4.18)$$

Para $x=x_0$, temos

$$\beta_N = 1 + \frac{1}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1} m^{m+i} (w_0/k)^{m+i}}{i!(m+i)} \quad (4.19)$$

Podemos verificar que para $m=1$ a Equação 4.19 reduz-se a Equação 4.4, como mostrado a seguir

$$\beta_N = 1 + \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-w_0/k)^i}{(i+1)!} = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-w_0/k)^j}{(j)!} = \exp(-w_0/k) = \beta_R \quad (4.20)$$

4.3.6. Ambiente Nakagami-Sombreado

Num ambiente Nakagami-Sombreado temos o sinal recebido obedecendo à distribuição dada pela Equação 3.27. Fazendo a substituição da Equação 3.27 na Equação 4.1 obtém-se.

$$\beta_n = \int_{w_0}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{a \cdot m^m \cdot (w \cdot t)^{m-1}}{\Gamma(m) \sqrt{2\pi} \cdot \sigma \cdot m_w^m} \exp\left(-\frac{m \cdot w}{m_w} t - \frac{50 \log^2 t}{\sigma^2}\right) dw dt \quad (4.21)$$

Assim

$$\beta_n = 0.5 - \frac{a \cdot m^m}{\Gamma(m) \sqrt{2\pi} \cdot \sigma \cdot m_w^m} \int_0^{\infty} \left(\int_0^{w_0} w^{m-1} \cdot e^{-\frac{m \cdot w}{m_w} t} dw \right) \cdot t^{m-1} \cdot e^{-\frac{50 \log^2 t}{\sigma^2}} dt \quad (4.22)$$

onde m_w é a média do sinal recebido, σ é o desvio padrão e $a = 10/\ln 10$.

Verifica-se que a integral em w pode ser colocada em termos da função Gamma incompleta dada por

$$\gamma(z, y) = \int_0^y t^{z-1} e^{-t} dt \quad \text{Re}\{z\} > 0 \quad (4.23)$$

Da Equação 2.18 temos que $m_w = k \cdot (x_0/x)^\alpha$. Assim, a proporção dos locais a uma distância x da estação base que experimentam um sinal acima de um valor w_0 num ambiente Nakagami-Sombreado é

$$\beta_n = 0.5 - \frac{5\sqrt{2}}{\Gamma(m) \sqrt{\pi} \cdot \ln 10 \cdot \sigma} \int_0^{\infty} \frac{1}{t} \gamma\left(m, \frac{m \cdot w_0 \cdot t \cdot u^\alpha}{k}\right) \cdot e^{-\frac{50 \log^2 t}{\sigma^2}} dt \quad (4.24)$$

onde k é a potência média em x_0 e $u = x/x_0$. Para $x = x_0$, temos

$$\beta_n = 0.5 - \frac{5\sqrt{2}}{\Gamma(m) \sqrt{\pi} \cdot \ln 10 \cdot \sigma} \int_0^{\infty} \frac{1}{t} \gamma\left(m, \frac{m \cdot w_0}{k} t\right) \cdot e^{-\frac{50 \log^2 t}{\sigma^2}} dt \quad (4.25)$$

Verifica-se que para $m=1$, a Equação 4.25 se iguala à Equação 4.6 calculada para o ambiente Suzuki.

4.4. Cobertura dos Locais até uma Distância x : Segunda Abordagem

O cálculo da área de cobertura de uma célula pode ser obtido considerando-se a proporção μ da área de um círculo centrado na estação base, no interior da qual o nível de potência do sinal recebido está acima de um limiar pré-estabelecido.

Para esta segunda abordagem sugerida devemos calcular a probabilidade

$$\mu = \frac{1}{S} \int_S \text{prob}(w \geq w_0) dA \quad (4.26)$$

onde $A = \pi x_0^2$ é a área da região circular considerada e dA é o incremento infinitesimal da área.

Verifica-se que $\text{prob}(w \geq w_0)$ é a mesma probabilidade β calculada para a primeira abordagem. Então, fazendo uma transformação de coordenadas, onde $dA = x dx d\theta$, com $0 \leq x \leq x_0$ e $0 \leq \theta \leq 2\pi$, temos

$$\mu = \frac{1}{\pi x_0^2} \int_0^{x_0} \int_0^{2\pi} \beta x d\theta dx = \frac{2}{x_0^2} \int_0^{x_0} \beta x dx \quad (4.27)$$

Definindo-se $u = x/x_0$, temos que

$$\mu = 2 \int_0^1 \beta \cdot u \cdot du \quad (4.28)$$

A seguir estimaremos μ para os ambientes Log-Normal (μ_L), Rayleigh (μ_R), Suzuki (μ_S) e Rice (μ_r). Nestes cálculos não serão dados os detalhes que podem ser vistos na Referência 3. Estimaremos também a proporção μ para os

ambientes Nakagami e Nakagami-Sombreado. Estes cálculos serão detalhados por serem objeto desta tese.

4.4.1. Ambiente Log-Normal

Para o cálculo da área de cobertura pela abordagem μ num ambiente Log-Normal, basta substituírmos a Equação 4.2 na Equação 4.28 e teremos

$$\mu_L = \int_0^1 \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{W_0 - K + 10\alpha \log u}{\sqrt{2} \sigma_w} \right) \right] u du \quad (4.29)$$

O resultado desta integração, obtido por Reudink [5], é

$$\mu_L = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \operatorname{erf}(a) + \exp \left(\frac{2ab+1}{b^2} \right) \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{ab+1}{b} \right) \right] \right\} \quad (4.30)$$

onde $a = (K - W_0) / \sqrt{2} \sigma_w$, $b = 10\alpha \log(e) / \sqrt{2} \sigma_w$ e $\operatorname{erf}(\cdot)$ é a função erro, definida como

$$\operatorname{erf} z = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt \quad (4.31)$$

Note que K , W_0 e σ_w são dados em decibéis.

4.4.2. Ambiente Rayleigh

Do mesmo modo, a área de cobertura calculada pela abordagem μ num ambiente Rayleigh é obtida substituindo-se a Equação 4.3 na Equação 4.28. Assim, temos

$$\mu_R = 2 \int_0^1 \exp\left(-\frac{w_0 \cdot u^\alpha}{k}\right) u du \quad (4.32)$$

Usando-se a função Gamma incompleta definida na Equação 4.23, obtemos a integral da Equação 4.26 na forma

$$\mu_R = \frac{2}{\alpha} \left(\frac{w_0}{k}\right)^{-2/\alpha} \gamma\left(\frac{2}{\alpha}, \frac{w_0}{k}\right) \quad (4.33)$$

4.4.3. Ambiente Suzuki

Para o ambiente Suzuki, da mesma forma, devemos substituir a Equação 4.5 na Equação 4.28. Assim, para a abordagem μ , temos

$$\mu_s = \frac{10\sqrt{2}}{\sigma_w \sqrt{\pi} \ln 10} \int_0^\infty \int_0^1 \frac{1}{t} \exp\left[-\frac{w_0 \cdot u^\alpha}{k} - \frac{50}{\sigma_w^2} \log^2 t\right] u du dt \quad (4.34)$$

Resolvendo a integral em u , e usando a função Gamma incompleta definida na Equação 4.23, obtemos

$$\mu_s = \frac{10\sqrt{2}}{\alpha \ln 10 \sigma_w \sqrt{\pi}} \left(\frac{w_0}{k}\right)^{-\frac{2}{\alpha}} \int_0^\infty t^{-\left(\frac{2}{\alpha}+1\right)} \exp\left[-\frac{50}{\sigma_w^2} \log^2 t\right] \gamma\left(\frac{2}{\alpha}, \frac{w_0 \cdot t}{k}\right) dt \quad (4.35)$$

4.4.4. Ambiente Rice

Para o ambiente Rice substituímos a Equação 4.8 na Equação 4.28 e obtemos a proporção μ procurada. Assim

$$\mu_r = 2 \int_0^1 e^{-\frac{(1+A)w_0 u^\alpha}{k}} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1 - e_{i-1}(A) e^{-A}}{i!} \left((1+A) \frac{w_0 u^\alpha}{k} \right)^i u du \quad (4.36)$$

Também utilizando a função Gamma incompleta definida na Equação 4.23, obtemos a integral da Equação 4.28 na forma

$$\mu_r = \frac{2}{\alpha} \left((1+A) \frac{w_0}{k} \right)^{-\frac{2}{\alpha}} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1 - e_{i-1}(A) e^{-A}}{i!} \gamma \left(\frac{2}{\alpha} + i, (1+A) \frac{w_0}{k} \right) \quad (4.37)$$

onde $A = a^2/2\sigma_w$ é o fator de Rice e $e_n(u) = \sum_{m=0}^n \frac{u^m}{m!}$.

4.4.5. Ambiente Nakagami

Para um ambiente Nakagami, substituímos a Equação 4.18 na Equação 4.28 para obtermos a proporção μ na forma

$$\mu_N = 1 + 2 \int_0^1 \frac{u}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1} m^{m+i} (w_0 u^\alpha / k)^{m+i}}{i! (m+i)} du \quad (4.38)$$

Resolvendo a integral em u , obtemos

$$\mu_N = 1 + \frac{2}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1}}{i! (m+i)} \cdot \left(\frac{m w_0}{k} \right)^{m+i} \cdot \frac{1}{\alpha (m+i) + 2} \quad (4.39)$$

que representa a proporção da área da célula, que experimenta comunicação adequada a uma estação base, recebendo um nível de potência acima de um limiar w_0 pré-estabelecido.

4.4.6. Ambiente Nakagami-Sombreado

O cálculo da proporção μ no ambiente Nakagami-Sombreado é feito substituindo-se a Equação 4.25 na Equação 4.28. Assim, temos

$$\mu_{NS} = 0.5 - \frac{10\sqrt{2}}{\Gamma(m)\sqrt{\pi} \ln 10 \cdot \sigma} \int_0^1 \int_0^{+\infty} \frac{u}{t} \gamma \left(m, \frac{m \cdot w_0 \cdot t \cdot u^\alpha}{k} \right) e^{-\frac{50 \log^2 t}{\sigma^2}} du dt \quad (4.40)$$

As integrais parecem não chegar a uma fórmula fechada, mas podem ser calculadas através de métodos numéricos.

4.4. Sumário e Conclusões

Foi estimada a proporção da região atendida pela estação base em que o sinal é recebido satisfatoriamente. Os cálculos foram feitos com base na função densidade de probabilidade da potência do sinal para os ambientes Log-Normal, Rayleigh, Suzuki e Rice. Estes cálculos não foram detalhados e podem ser vistos na Referência 3. Estimamos também a proporção para os ambientes Nakagami e Nakagami-

Sombreado. Estes cálculos foram detalhados por serem objeto deste tese.

Duas abordagens foram levadas em consideração para os cálculos: a proporção dos locais a uma dada distância da estação base, e a proporção dos locais até uma dada distância da estação base que mantêm a comunicação adequada.

O cálculo da área de cobertura da célula através dos modelos derivados das distribuições Nakagami e Nakagami-Sombreado mostram-se muito atraentes, pois podem aproximar bem a maioria das outras distribuições apresentadas no Capítulo 2.

Capítulo 5

Cálculo da Área de Sobreposição

Este capítulo tem por objetivo determinar a área de sobreposição entre as fronteiras de células através de métodos estatísticos. Para os cálculos feitos com base nas distribuições Log-Normal e Rayleigh, uma discussão mais exaustiva pode ser encontrada nas referências citadas ao longo do texto. Os cálculos com base nas distribuições de Nakagami e Nakagami-Sombreado serão detalhados por serem estes objeto desta tese.

5.1. Introdução

As células dos sistemas rádio móvel não são bem definidas. Elas possuem fronteiras que se sobrepõem devido a flutuações estatísticas nas perdas de propagação. Se as estações móveis estão próximos à fronteira da célula elas podem ter comunicação adequada com mais de uma estação base.

A proporção da área da célula na qual as estações móveis podem ter acesso a mais de uma estação base depende da distribuição do desvanecimento, da tolerância permitida

entre as perdas por percurso para comunicação adequada com mais de uma estação base e da distribuição geográfica das estações móveis na célula.

Neste capítulo iremos estimar a proporção da área da célula na qual os sinais recebidos de duas estações base não difiram mais que uma dada tolerância entre si. Os cálculos serão feitos separadamente com base na potência média e na potência instantânea.

5.2. Modelo de Propagação

O modelo de propagação utilizado considera que a média do sinal recebido decresce com a distância d da estação base na forma $d^{-\alpha}$, onde α é o coeficiente de perda por percurso, e que o envelope do sinal segue a distribuição Log-Normal, ou Rayleigh, ou Nakagami, ou Nakagami-Sombreado, separadamente.

No caso da área de sobreposição com base na potência média os cálculos, embora utilizando expressões longas, são simples e fazem uso apenas das relações geométricas dos pontos considerados. Para o caso da área de sobreposição com base no valor instantâneo, torna-se necessário o conhecimento da distribuição conjunta dos sinais cujas estatísticas serão consideradas. Na seção 5.3 estas distribuições conjuntas serão determinadas.

5.3. Distribuição Conjunta de Dois Sinais com Desvanecimento

Sejam r_1 e r_2 dois sinais com desvanecimento independentes. Deseja-se calcular a probabilidade $P(a,b)$ de que os dois sinais não difiram mais que $A=20\log a$ dB entre si, onde $b=m_2/m_1$ é a razão entre as potências médias m_1 e m_2 dos sinais r_1 e r_2 , respectivamente.

A probabilidade $P(a,b)$, dada a razão de potências médias b , pode ser determinada estimando-se a probabilidade de que a razão dos sinais instantâneos r_1/r_2 esteja no intervalo de $1/a$ a a , isto é

$$P(a,b) = \text{prob} \left(\frac{1}{a} \leq \frac{r_1}{r_2} \leq a \right) \quad (5.1)$$

onde a densidade de r_1/r_2 será função de r_1/r_2 e de b .

5.3.1. Distribuição Conjunta de Dois Sinais Log-Normal

Para um sinal r obedecendo a distribuição Log-Normal, tem-se que a função densidade de probabilidade $p_L(R)$ é dada por

$$p_L(R) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_R} \exp \left(-\frac{(R - M_R)^2}{2\sigma_R^2} \right) \quad (5.2)$$

onde M_R é a média e σ_R o desvio padrão, todos em decibéis.

Deseja-se obter a probabilidade $P_L(A,B)$ de que dois sinais não difiram mais que $A=20\log a$ dB entre si, considerando-se dois sinais R_1 e R_2 como variáveis aleatórias independentes, expressas em decibéis, e que obedecem à distribuição Log-Normal.

Seja a densidade conjunta $p_L(R_1, R_2)$ de R_1 e R_2 tal que

$$p_L(R_1, R_2) = p_L(R_1) \cdot p_L(R_2) \quad (5.3)$$

ou seja,

$$p_L(R_1, R_2) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma)^2} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} \exp\left[(R_1 - M_1)^2 + (R_2 - M_2)^2\right]\right\} \quad (5.4)$$

onde M_1 e M_2 são as médias de R_1 e R_2 , respectivamente, e σ é o desvio padrão, considerado, por conveniência, idêntico em ambos os casos, todos expressos em decibéis.

Deseja-se estimar a probabilidade $P_L(A,B)$ de que a razão dos sinais instantâneos r_1/r_2 esteja no intervalo de $1/a$ a a , ou seja, de que $|R_1 - R_2| \leq A$. Assim

$$Prob_L(|R_1 - R_2| \leq A, B) = P_L(A, B) = \iint_S p_L(R_1, R_2) dR_1 dR_2 \quad (5.5)$$

onde S é a superfície de integração mostrada na Figura 5.1.

Para facilitar os cálculos, é feita uma transformação de variáveis aleatórias na Equação 5.5 através de uma rotação nos eixos do plano cartesiano $R_1 \times R_2$. Sejam x e y estes novos eixos como mostrado na Figura 5.1.

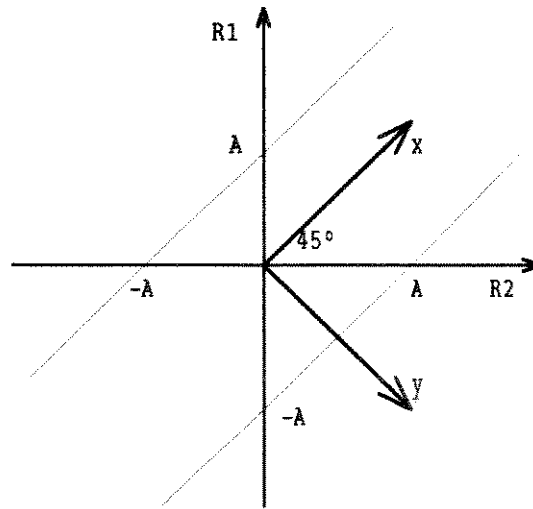


Figura 5.1: Plano de Integração da densidade $p_L(R_1, R_2)$.
Rotação de eixos no plano $R_1 \times R_2$.

Desta forma

$$P_L(A, B) = \iint_S p_L(R_1, R_2) dR_1 dR_2 = \iint_{S'} p_L(x, y) |J| dx dy \quad (5.6)$$

onde S' é o novo plano de integração, J é o Jacobiano da transformação e $p_L(x, y)$ é a nova densidade de probabilidades das variáveis x e y .

Pelas relações entre R_1 , R_2 , e x , y vem

$$R_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{\sqrt{2}}{2}y \quad (5.7)$$

$$R_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2}y \quad (5.8)$$

Assim

$$\begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

E

$$|J| = 1 \quad (5.10)$$

Da mesma forma

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_x \\ \mu_y \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

ou

$$\begin{bmatrix} \mu_x \\ \mu_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \\ -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

onde μ_x e μ_y são as médias de x e y , respectivamente. Então

$$\mu_x = \frac{\sqrt{2}}{2} M_1 + \frac{\sqrt{2}}{2} M_2 \quad (5.13)$$

e

$$\mu_y = -\frac{\sqrt{2}}{2} M_1 + \frac{\sqrt{2}}{2} M_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} (M_2 - M_1) = \frac{\sqrt{2}}{2} B \quad (5.14)$$

onde $B = M_2 - M_1$ é a diferença, em decibéis, entre os valores médios dos sinais Log-Normais.

Logo, temos a distribuição conjunta das variáveis x e y dada por

$$p_L(x, y) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma)^2} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} \left[(x - \mu_x)^2 + (y - \mu_y)^2\right]\right\} \quad (5.15)$$

Das Equações 5.7 e 5.8 vem que

$$|R_1 - R_2| = |\sqrt{2}y| \quad (5.16)$$

Como a condição $|R_1 - R_2| \leq A$ deve ser satisfeita, tem-se que

$$-\frac{A}{\sqrt{2}} \leq y \leq \frac{A}{\sqrt{2}}, \quad A \geq 0 \quad (5.17)$$

Assim

$$P_L(A, B) = \int_0^{\infty} \int_{-A/\sqrt{2}}^{A/\sqrt{2}} p_L(x, y) |J| dx dy \quad (5.18)$$

Usando as Equações 5.10 e 5.15 na Equação 5.18 tem-se

$$P_L(A, B) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-A/\sqrt{2}}^{A/\sqrt{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(y - B/\sqrt{2})^2\right\} dy \quad (5.19)$$

onde $\mu_y = B/\sqrt{2}$.

Pela transformação de variáveis na Equação 5.19

$$\frac{y - B/\sqrt{2}}{\sigma} = z, \quad dy = \sigma dz \quad (5.20)$$

obtemos finalmente a probabilidade $P_L(A, B)$ de que dois sinais que obedecem à distribuição Log-Normal não difiram mais que $A = 20 \log a$ dB entre si. Finalmente

$$P_L(A, B) = \Phi\left(\frac{B+A}{\sqrt{2}\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{B-A}{\sqrt{2}\sigma}\right) \quad (5.21)$$

onde $A \geq 0$, $B = 20 \log b = M_2 - M_1$ e

$$\Phi(u) = \int_{-\infty}^u \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2} dz \quad (5.22)$$

5.3.2. Distribuição Conjunta de Dois Sinais Rayleigh

A função densidade de probabilidade $p_R(r)$ do envelope r em um ambiente Rayleigh é dada por

$$p_R(r) = \frac{r}{\sigma_r^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right) \quad (5.23)$$

onde $\sigma_r\sqrt{\pi/2}$ é a média e $\sigma_r\sqrt{2-\pi/2}$ o desvio padrão de r .

Considerando-se dois sinais r_1 e r_2 como variáveis aleatórias independentes que obedecem à distribuição de Rayleigh, iremos calcular a probabilidade $P_R(a,b)$ de que estes dois sinais não difiram mais que $A=20\log a$ dB entre si, onde $b=m_2/m_1$ é a razão entre os seus níveis médios.

Dada a distribuição de Rayleigh pela Equação 5.23 e considerando-se que os sinais sofrem desvanecimentos independentes, então a densidade conjunta será simplesmente

$$p_R(r_1, r_2) = p_R(r_1) \cdot p_R(r_2) \quad (5.24)$$

Talvez seja também desejável que nenhum dos sinais seja recebido abaixo de um limiar $C=-10\log(c^2/m_1m_2)$ dB.

Assim, a probabilidade desejada pode ser calculada integrando-se a Equação 5.24 na região mostrada pela Figura 5.2.

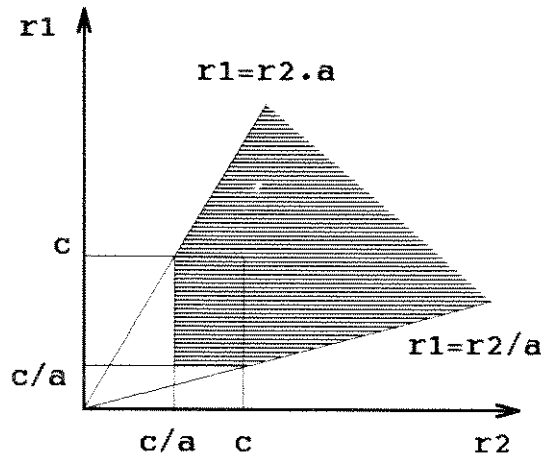


Figura 5.2: Região de integração para a distribuição conjunta de Rayleigh.

Por aplicações sucessivas da integral

$$\int r \exp(kr^2) dr = -\frac{\exp(-kr^2)}{2k} \quad (5.25)$$

mostra-se que [2]

$$P_R(a, b, c) = \frac{\exp\left[-\frac{c^2}{2m_2^2}\left(1 + \frac{b^2}{a^2}\right)\right]}{1 + \frac{b^2}{a^2}} + \frac{\exp\left[-\frac{c^2}{2m_1^2}\left(1 + \frac{1}{a^2b^2}\right)\right]}{1 + \frac{1}{a^2b^2}} - \exp\left[-\frac{c^2}{2}\left(\frac{1}{m_1^2} + \frac{1}{m_2^2}\right)\right] \quad (5.26)$$

Por expansão da função exponencial em $P_R(a, b, c)$ chega-se a

$$P_R(a, b, c) - P_R(a, b, 0) = \frac{c^4}{4m_1^2m_2^2}\left(1 - \frac{1}{a^2}\right) + O(c^6) \quad (5.27)$$

que mostra ser bem pequeno para valores possíveis de c . Logo, a expressão $P_R(a,b,0)$ é uma boa aproximação da Equação 5.26.

Assim, para o ambiente Rayleigh temos

$$P_R(a,b) = \frac{a^2 - 1/a^2}{(a^2 + 1/a^2) + (b^2 + 1/b^2)} \quad (5.28)$$

5.3.3. Distribuição Conjunta de Dois Sinais Nakagami

A função densidade de probabilidade $p_A(r)$ do envelope r em um ambiente Nakagami é dada por

$$p(r) = \frac{2m^m r^{2m-1}}{\Gamma(m)\Omega^m} \exp\left(-\frac{mr^2}{\Omega}\right) \quad (5.29)$$

onde r é o envelope do sinal, $m = \frac{\Omega^2}{\text{Var}(r^2)} \geq \frac{1}{2}$ e $\Omega = E[r^2]$, e onde a média estatística de r é dada por

$$\bar{r} = E[r] = \frac{\Gamma(m+1/2)}{\Gamma(m)} \sqrt{\frac{\Omega}{m}} \quad (5.30)$$

Para o cálculo da distribuição conjunta de dois sinais Nakagami faremos uso da distribuição da razão de duas variáveis Nakagami dada pela Equação 3.20 (seção 3.5).

Se os dois sinais seguirem as mesmas condições de desvanecimento vemos que $b = \Omega_2/\Omega_1$, função da distância x .

O cálculo de

$$P_N(a,b) = \text{Prob}_N\left(\frac{1}{a} \leq \frac{r_1}{r_2} \leq a\right) \quad (5.31)$$

é equivalente à

$$P_N(a,b) = \text{Prob}_N\left(\frac{b}{a^2} \leq F \leq a^2 b\right) \quad (5.32)$$

onde $F = \frac{r_1^2/\Omega_1}{r_2^2/\Omega_2}$ e $b = \frac{\Omega_2}{\Omega_1}$.

Logo

$$P_N(a,b) = \int_{F_1}^{F_2} p(F) dF = \int_{\left(\frac{1}{a}\right)^2 \frac{\Omega_2}{\Omega_1}}^{a^2 \frac{\Omega_2}{\Omega_1}} \frac{\Gamma(2m)}{\Gamma^2(m)} F^{m-1} (1+F)^{-2m} dF \quad (5.33)$$

Por aplicações sucessivas de integração parcial

$$\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v \cdot du \quad (5.34)$$

é mostrado no Apêndice A que

$$\Theta(F) = \int F^{m-1} (1+F)^{-2m} dF = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(m-1)!}{(m+i)!} \frac{(2m-1+i)!}{(2m-1)!} F^{m+i} (1+F)^{-(2m+i)} \quad (5.35)$$

Ou, para m inteiro,

$$\Theta(F) = \int F^{m-1} (1+F)^{-2m} dF = \sum_{i=0}^{m-1} \frac{(-1)^{i+1}}{(m+i)!} \frac{(m-1)!}{i!(m-1-i)!} (1+F)^{-(m+i)} \quad (5.36)$$

Assim, a probabilidade $P_N(a,b)$ pode ser escrita como

$$P_N(a,b) = \frac{\Gamma(2m)}{\Gamma^2(m)} \left[\Theta(a^2 \cdot b) - \Theta\left(\frac{1}{a^2} \cdot b\right) \right] \quad (5.37)$$

5.3.4. Distribuição Conjunta de Dois Sinais Nakagami-Sombreado

Procuramos seguir os mesmos passos do cálculo da probabilidade $P_R(a,b)$ no ambiente Rayleigh, para o cálculo da probabilidade de que dois sinais não difiram mais que $A=20\log a$ dB entre si, sendo os dois sinais r_1 e r_2 variáveis independentes que obedecem à distribuição Nakagami-Sombreado.

A função densidade de probabilidade $p_n(w)$ da potência $w=r^2/2$ em um ambiente Nakagami-Sombreado é dada por

$$p_n(w) = \int_0^{+\infty} \frac{a \cdot m^m \cdot w^{m-1}}{\Gamma(m) \sqrt{2\pi} \cdot \sigma \cdot \bar{w}^{m+1}} \exp\left(-\frac{mw}{\bar{w}} - \frac{(a \ln \bar{w} - a \ln m_w)^2}{2\sigma^2}\right) d\bar{w} \quad (5.38)$$

onde $a=10/\ln 10$, $m_w = E[\bar{w}]$ e σ é o desvio padrão.

Assim, se os dois sinais sofrerem desvanecimentos independentes, então a densidade conjunta será

$$p_n(w_1, w_2) = p_n(w_1) \cdot p_n(w_2) \quad , \quad w = r^2/2 \quad (5.39)$$

Então, para o mesmo ambiente onde $m=m_1=m_2$, teremos

$$p_n(w_1, w_2) = \frac{a^2 m^{2m} (w_1 w_2)^{m-1}}{2\pi \Gamma^2(m) \sigma^2} \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \frac{e^{-m\left(\frac{w_1}{\bar{w}_1} + \frac{w_2}{\bar{w}_2}\right) - \frac{a\left(\ln^2\left(\frac{\bar{w}_1}{m_{w_1}}\right) + \ln^2\left(\frac{\bar{w}_2}{m_{w_2}}\right)\right)}{2\sigma^2}}}{(\bar{w}_1 \bar{w}_2)^{m+1}} d\bar{w}_1 d\bar{w}_2 \quad (5.40)$$

Integrar esta distribuição conjunta $p_n(w_1, w_2)$ na região hachurada na Figura 5.2 constitui uma tarefa tediosa, viável apenas através de métodos numéricos. Além disso, não parece

ser possível manipular as variáveis de forma a se ter nesta integração a razão entre as potências médias $b = \bar{w}_2 / \bar{w}_1$ como nos casos das distribuições anteriores. Torna-se necessário buscar um caminho alternativo.

Os princípios que mostraram a obtenção da distribuição de Nakagami-Sombreado podem ser agora utilizados para a dedução da distribuição $P_n(a, B)$ que dois sinais Nakagami-Sombreado, r_1 e r_2 , não difiram entre si mais que $A = 20 \log a$ dB dado que a razão de suas médias é $B = 20 \log b$.

Seja a distribuição da Equação 5.37. Ela pode ser entendida como sendo a probabilidade que dois sinais Nakagami não difiram entre si mais que $A = 20 \log a$ dB dado que a razão de suas médias seja b . Renomeamos, por conveniência, esta razão de $T = 20 \log t$. Então, reescrevendo-a tem-se

$$P_N(a|T) = \frac{\Gamma(2m)}{\Gamma^2(m)} \left[\Theta\left(a^2 \cdot 10^{T/10}\right) - \Theta\left(\frac{1}{a^2} \cdot 10^{T/10}\right) \right] \quad (5.41)$$

Supondo-se que a média do sinal Nakagami segue a distribuição Log-Normal, então a razão entre as médias de dois sinais com a distribuição Log-Normal segue a distribuição dada pela Equação 5.21 reescrita na Equação 5.42 com o parâmetro redefinido T . Assim

$$P_L(T, B) = \Phi\left(\frac{B+T}{\sqrt{2}\sigma}\right) + \Phi\left(\frac{B-T}{\sqrt{2}\sigma}\right) \quad (5.42)$$

A densidade correspondente será $p_L(T, B)$ tal que

$$p_L(T, B) = \frac{d}{dT} P_L(T, B) = \varphi\left(\frac{T+B}{\sqrt{2}\sigma}\right) + \varphi\left(\frac{T-B}{\sqrt{2}\sigma}\right) \quad (5.43)$$

onde

$$\varphi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}(\sqrt{2}\sigma)} \exp[-u^2/2] \quad (5.44)$$

Finalmente, a probabilidade $P_n(a, B)$ procurada será

$$P_n(a, B) = \int_0^\infty P_N(a|T) \cdot p_L(T, B) dT \quad (5.45)$$

Assim, a probabilidade da razão de duas variáveis Nakagami-Sombreado estar acima de uma dada tolerância $A = 20 \log a$ dB é

$$P_n(a, B) = \int_0^\infty \left[\frac{\Gamma(2m)}{\Gamma^2(m)} \left[\Theta\left(a^2 \cdot 10^{\frac{T}{10}}\right) - \Theta\left(\frac{1}{a^2} \cdot 10^{\frac{T}{10}}\right) \right] \right] \left[\varphi\left(\frac{T+B}{\sqrt{2}\sigma}\right) + \varphi\left(\frac{T-B}{\sqrt{2}\sigma}\right) \right] dT \quad (5.46)$$

5.4. Proporção da Área de Sobreposição com Base na Potência Média

Suponha que a potência média do sinal diminua com a distância x como $x^{-\alpha}$, onde α é o coeficiente de perda por percurso. Considere uma estação móvel a distâncias x_1 e x_2 de duas estações base de mesma potência.

Então, a razão $\overline{w}_2/\overline{w}_1$ das potências dos sinais recebidos é

$$b^2 = \left(\frac{\bar{w}_2}{\bar{w}_1} \right) = \left(\frac{x_1}{x_2} \right)^a \quad (5.47)$$

O lugar geométrico dos pontos com um dado b é aquele dos pontos com a razão h de distâncias tal que

$$h = \frac{x_1}{x_2} = b^{2/a} \quad (5.48)$$

Expressando a Equação 5.48 em coordenadas cartesianas com origem no ponto médio entre as estações base (Figura 5.3) e rearranjando como uma equação quadrática obtemos

$$y^2 + \left(x - \frac{h^2 + 1}{h^2 - 1} \right)^2 = \left(\frac{2h}{h^2 - 1} \right)^2 \quad (5.49)$$

Vemos que a Equação 5.49 define um círculo como mostrado na Figura 5.3.

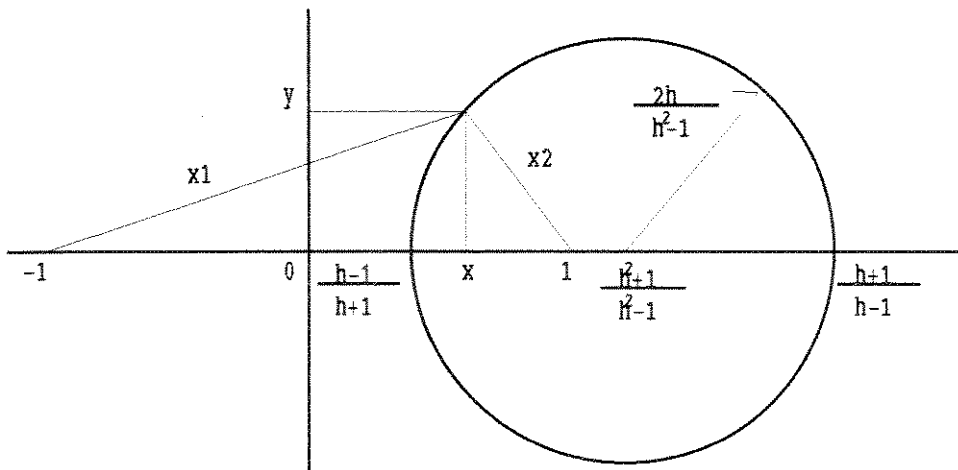


Figura 5.3: Lugar geométrico de constante b

Deseja-se estimar a proporção de área da célula onde a diferença entre as médias dos sinais para sete estações

base, tomadas duas a duas, esteja acima de uma dada tolerância $B = 20 \log b$.

Considere duas estações base adjacentes como mostrado na Figura 5.4.

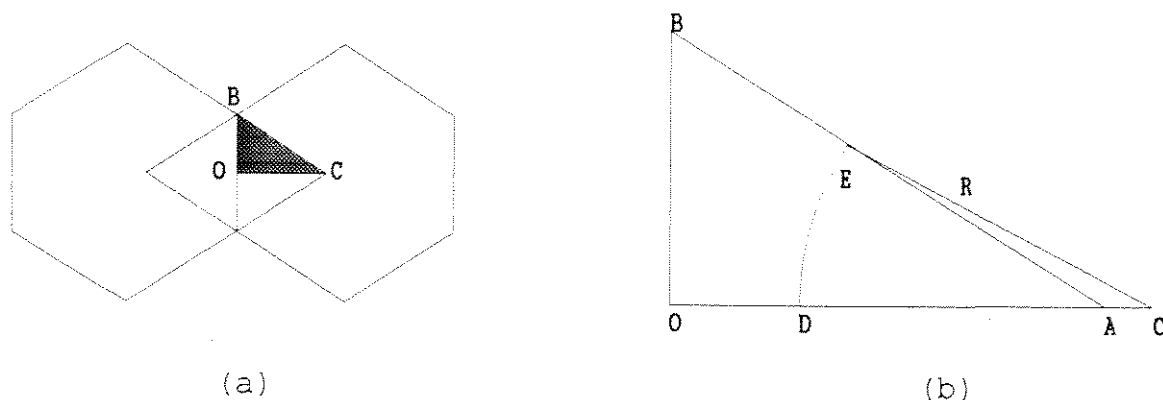


Figura 5.4: (a) Duas células adjacentes; (b) setor de célula

Por simetria, será necessário considerar apenas um setor triangular (OAB) compreendendo $1/12$ da célula. Para a dada tolerância a razão de potência b^2 pode ser calculada e, portanto, a razão de distância h . Isto define um lugar geométrico circular com centro C , do qual DE é um arco. Na área $OBED$, a razão das potências médias estará na tolerância estipulada. Estimada para toda a célula, a proporção da célula com tal razão entre potências será

$$\gamma = \frac{\text{area } OBED}{\text{area } OBA} \quad (5.50)$$

Por simples geometria temos

$$\gamma = 1 + \frac{2\sqrt{3} \cdot Y_E}{h^2 - 1} - 4\sqrt{3} \left(\frac{h}{h^2 - 1} \right)^2 \sin^{-1} \left(\frac{Y_E(h^2 - 1)}{2h} \right) \quad (5.51)$$

onde

$$2\sqrt{3} \cdot Y_E = -3 \left(\frac{1}{h^2 - 1} \right) + \sqrt{\left(\frac{2h^2 + 1}{h^2 - 1} \right)^2 - 4} \quad (5.52)$$

A proporção γ é traçada na Figura 6.9 (Seção 6.3) como uma função da tolerância B para $\alpha = 3.0$, 3.5 e 4.0 .

Se as estações móveis são consideradas como uniformemente distribuídas na célula, na média, γ nos dá diretamente a proporção de estações móveis com acesso a dois caminhos de rádio, cujas diferenças de perda média por percurso não excedem B dB.

5.5. Proporção da Área de Sobreposição com Base na Potência Instantânea

A ocorrência de desvanecimento irá modificar a distribuição da razão das potências dos sinais. Assim, nem todas as estações móveis na região da fronteira da célula irão ter acesso às estações base com a mesma tolerância, pois um ou os dois caminhos poderão divergir do valor médio. Por outro lado, algumas estações móveis fora da fronteira da célula terão acesso aos dois caminhos.

Assim, é possível estimar a proporção total da área da célula em que as estações móveis podem ter acesso a dois caminhos mais precisamente com base na potência instantânea do que usando-se o critério da média.

Considerando-se a Figura 5.3, onde x é a variável de posição, temos a densidade de estações móveis na vizinhança de x dada por $d(x)$. Seja $P(a,x)$ a probabilidade de uma estação móvel, tendo sua posição descrita pela variável x , ter acesso a dois caminhos com uma tolerância $A=10\log a$ dB.

A probabilidade incondicional

$$\gamma = \int_0^1 d(x)P(a,x)dx \quad (5.53)$$

é a proporção média de estações móveis na célula tendo acesso a dois caminhos com a dada tolerância levando-se em conta o desvanecimento.

Note que, como a razão b ou B das potência médias recebidas a uma distância x e $1-x$ das estações base é função da própria distância x , de fato tem-se $P(a,x)=P(a,b)$ onde $P(a,b)$ ou $P(A,B)$ constitui as distribuições calculadas para cada um dos ambientes considerados. Em particular, da Equação 5.47 tem-se

$$b^{2/\alpha} = \frac{x_1}{x_2} \cong \frac{1+x}{1-x} \quad (5.54)$$

ou

$$b \cong \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^{\alpha/2} \quad (5.55a)$$

Da mesma forma

$$B = 10. \alpha. \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right) \quad (5.55b)$$

Num padrão hexagonal a densidade $d(x) = 2(1-x)$ dá uma boa aproximação para a distribuição uniforme em uma célula [2].

5.5.1. Área de Sobreposição no Ambiente Log-Normal

Para determinarmos a proporção da área de sobreposição para o ambiente Log-Normal basta substituírmos as Equações 5.21 e 5.55 na Equação 5.53. Assim, temos a Equação 5.56, que pode ser calculada por métodos numéricos.

$$\gamma_L = \int_0^1 2(1-x) \left[\Phi\left(\frac{B+A}{\sqrt{2}\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{B-A}{\sqrt{2}\sigma}\right) \right] dx \quad (5.56)$$

Com algumas mudanças de variáveis na Equação 5.56, podemos utilizar a função erro complementar tal que

$$\Phi(u) = 1 - \int_u^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2} dz = 1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(u) \quad (5.57)$$

Assim

$$\gamma_L = \int_0^1 (1-x) \left[\operatorname{erfc}\left(\frac{10. \alpha. \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right) - A}{\sqrt{2}\sigma}\right) - \operatorname{erfc}\left(\frac{10. \alpha. \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right) + A}{\sqrt{2}\sigma}\right) \right] dx \quad (5.58)$$

5.5.2. Cálculo da Área de Sobreposição para o Ambiente Rayleigh

Para determinarmos a proporção da área de sobreposição no ambiente Rayleigh, substituímos as Equações 5.28 e 5.54 na Equação 5.53. Assim, temos

$$\gamma = \int_0^1 2(1-x) \left[\frac{a^2 - 1/a^2}{(a^2 + 1/a^2) + \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^a + \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^a} \right] dx \quad (5.59)$$

A Equação 5.59 pode ser calculada através de métodos numéricos.

5.5.3. Área de Sobreposição no Ambiente Nakagami

Substituindo-se a Equação 5.54 na Equação 5.37 obtém-se

$$P_N(a, x) = \frac{\Gamma(2m)}{\Gamma^2(m)} \left[\Theta \left(a^2 \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^a \right) - \Theta \left(\frac{1}{a^2} \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^a \right) \right] \quad (5.60)$$

Assim, a proporção média de estações móveis em uma célula tendo acesso a dois caminhos com tolerância A dB é calculada substituindo a Equação 5.60 na Equação 5.53.

$$\gamma = \int_0^1 2(1-x) \frac{\Gamma(2m)}{\Gamma^2(m)} \left[\Theta \left(a^2 \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^a \right) - \Theta \left(\frac{1}{a^2} \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^a \right) \right] dx \quad (5.61)$$

Tal como as demais a integral na Equação 5.61 parece não chegar a uma forma fechada, mas pode ser calculada por métodos numéricos.

5.5.4. Área de Sobreposição no Ambiente Nakagami-Sombreado

Para determinarmos a proporção da área de sobreposição no ambiente Nakagami-Sombreado, substituímos as Equações 5.46 e 5.55 na Equação 5.53. Assim, temos

$$\gamma = \frac{2\Gamma(2m)}{\Gamma^2(m)} \int_0^1 \int_0^\infty (1-x) \left[\Theta(a^2 \cdot 10^{\frac{T}{10}}) - \Theta\left(\frac{1}{a^2} \cdot 10^{\frac{T}{10}}\right) \right] \left[\Phi\left(\frac{T + 20\log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{\frac{a_2}{2}}}{\sqrt{2}\sigma}\right) + \Phi\left(\frac{T - 20\log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{\frac{a_2}{2}}}{\sqrt{2}\sigma}\right) \right] dT dx \quad (5.62)$$

A integral acima parece não chegar a uma forma fechada, mas pode ser calculada por métodos numéricos.

5.6. Casos Particulares da Distribuição de Nakagami e Nakagami-Sombreado

Verifica-se que para certos valores de m e σ nas distribuições Nakagami e Nakagami-Sombreado obtemos casos especiais destas distribuições, seja igualando-as ou aproximando-as a outras distribuições já conhecidas.

5.6.1. Rayleigh a partir de Nakagami

Sabemos da seção 3.4, que para $m=1$ a distribuição de Nakagami se iguala à distribuição de Rayleigh. Assim, também verificamos que a probabilidade $P_N(a,b)$ de que dois sinais Nakagami não difiram mais que $A=20\log a$ dB entre si, para $m=1$, é equivalente à Equação 5.28.

5.6.2. Rice a partir de Nakagami

Também da seção 3.4, particularmente da Equação 3.11, temos que a distribuição de Nakagami se iguala à distribuição de Rice para $m=\frac{1+k}{\sqrt{1+2k}}$, onde $k=\frac{a^2}{2\sigma^2}$.

Assim, a probabilidade $P_N(a,b)$ calculada para o ambiente Nakagami pode nos dar valores equivalentes para o ambiente Rice se usarmos a relação descrita acima.

5.6.3. Suzuki a partir de Nakagami-Sombreado

É fácil notar que o cálculo de sombreado do ambiente Nakagami pela distribuição Log-Normal na seção 3.7. é semelhante ao feito para a determinação da distribuição de Suzuki na seção 2.4.4.

Igualando a distribuição de Nakagami com a distribuição de Rayleigh, conforme mostrado na seção 3.4, o sombreado da distribuição de Nakagami calculado nada mais é do que a própria distribuição de Suzuki.

Logo, podemos calcular a probabilidade $P_s(a,B)$ para o ambiente Suzuki apenas fazendo $m=1$ na probabilidade $P_n(a,B)$ para o ambiente Nakagami-Sombreado dada pela Equação 5.62.

5.6.4. Rice-Sombreado a partir de Nakagami-Sombreado

De forma semelhante à determinação da probabilidade $P_r(a,b)$ para o ambiente Rice a partir da probabilidade $P_n(a,b)$ de Nakagami, apenas observamos os valores de m na Equação 3.11 e os aplicamos na probabilidade $P_n(a,B)$ para o ambiente Nakagami-Sombreado dada pela Equação 5.62.

Assim, obtemos os valores para o ambiente Rice-Sombreado apenas utilizando as Equações 3.11 e 5.62.

5.6.5. Nakagami, Rayleigh e Rice a partir de Nakagami-Sombreado

Verifica-se para pequenos valores de σ , que a distribuição de Suzuki se aproxima bem da distribuição de Rayleigh. Da mesma forma podemos aproximar a distribuição de Nakagami a partir da distribuição de Nakagami-Sombreado.

Se considerarmos $m=1$ ou considerarmos a relação dada pela Equação 3.11, podemos aproximar as distribuições de Rayleigh e Rice, respectivamente, para pequenos valores de σ , pela distribuição de Nakagami-Sombreado. Assim podemos obter a probabilidade $P(a,b)$ para as distribuições de Nakagami, Rayleigh e Rice a partir da probabilidade $P_n(a,B)$ de um ambiente Nakagami-Sombreado.

5.7. Sumário e Conclusões

Foi estimada a proporção da área de uma célula em que as estações móveis podem ter comunicação adequada com mais de uma estação base. Os cálculos foram feitos tanto com base na potência média do sinal, como na potência instantânea.

Os cálculos com base na potência instantânea dependem dos parâmetros de propagação, onde o sinal sofre um desvanecimento que pode ser modelado pelas distribuições apresentadas nos Capítulos 2 e 3.

O cálculo da área de sobreposição entre as fronteiras das células através dos modelos derivados das distribuições Nakagami e Nakagami-Sombreado mostram-se muito atraentes, pois podem se igualar ou aproximar bem a maioria das outras distribuições apresentadas no Capítulo 2.

Os gráficos relativos às proporções obtidas serão mostradas no Capítulo 6.

Capítulo 6

Resultados

Neste capítulo analisaremos os resultados obtidos nos Capítulos 4 e 5.

6.1. Introdução

Para facilitar a tarefa de análise dos resultados, os vários cálculos obtidos anteriormente serão apresentados novamente neste capítulo na forma de gráficos.

Para as expressões mais complexas desenvolvidas nos Capítulos 4 e 5, os resultados foram obtidos através de métodos numéricos, como as regras de Simpson ou o método dos trapézios.

6.2. Área de Cobertura de Células

O Capítulo 4 contém o cálculos da área de cobertura para os seis ambientes apresentados nos Capítulos 2 e 3. Para esse desenvolvimento foram apresentadas duas abordagens

para a determinação da área de cobertura de uma célula com base na potência instantânea do sinal.

Na primeira abordagem estima-se a proporção do perímetro de uma circunferência, com centro na estação base, no qual as estações móveis mantêm comunicação adequada com a estação base com a potência recebida acima de uma dada tolerância.

Na segunda abordagem estima-se a proporção da área de um círculo, com centro na estação base, na qual as estações móveis mantêm comunicação adequada com a estação base com a potência recebida acima de uma dada tolerância.

6.2.1. Área de Cobertura a uma Distância x

Os resultados e gráficos apresentados nesta seção são referentes às expressões obtidas para β a partir dos ambientes Nakagami e Nakagami-Sombreado das seções 4.3.5 e 4.3.6. Considera-se $x=x_0$, de modo que a dependência da distância não é apresentada de maneira explícita nos gráficos a seguir.

6.2.1.1. Área de Cobertura no Ambiente Nakagami

Para ambientes onde a envoltória do sinal pode ser caracterizada pela distribuição de Nakagami, temos que a

cobertura dos locais a uma distância x_0 da estação rádio base, isto é, na circunferência de raio x_0 , é dada pela Equação 4.19, ou seja

$$\beta_N = 1 + \frac{1}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1} m^{m+i} (w_0/k)^{m+i}}{i!(m+1)} \quad (6.1)$$

onde w_0 é o limiar, k é a potência média em x_0 e m é o fator de desvanecimento.

Assim, obtém-se para β_N em função de $W_0 = 10 \log w_0$ e $K = 10 \log k$ os resultados apresentados na Figura 6.1, para vários valores do fator de desvanecimento m .

Observa-se desta figura que para $m \leq 4$, a área de cobertura cai abruptamente no intervalo $-5 \text{ dB} \leq W_0 - K \leq 5 \text{ dB}$, enquanto que para $m > 4$ esta queda é mais amena. À medida que m cresce os desvanecimentos vão desaparecendo, implicando num sinal tendendo a ser determinístico.

Também podemos observar que $\beta_N \approx 0$ para $W_0 - K > 5 \text{ dB}$. Isto significa que potências excedendo o valor médio de uma quantidade positiva (e.g., 5 dB) ocorrem com muito baixa probabilidade.

6.2.1.2. Área de Cobertura no Ambiente Nakagami-Sombreado

Para ambientes onde a envoltória do sinal pode ser caracterizada pela distribuição Nakagami-Sombreado, temos que a cobertura dos locais a uma distância x_0 da estação

rádio base, isto é, na circunferência de raio x_0 , é dada pela Equação 4.25, ou seja

$$\beta_n = 0.5 - \frac{5\sqrt{2}}{\Gamma(m)\sqrt{\pi} \ln 10 \cdot \sigma} \int_0^\infty \frac{1}{t} \gamma\left(m, \frac{m \cdot w_0}{k} t\right) \cdot e^{-\frac{50 \log^2 t}{\sigma^2}} dt \quad (6.2)$$

onde w_0 é o limiar, k é a potência média em x_0 , m é o fator de desvanecimento e σ é o desvio padrão do sombreamento.

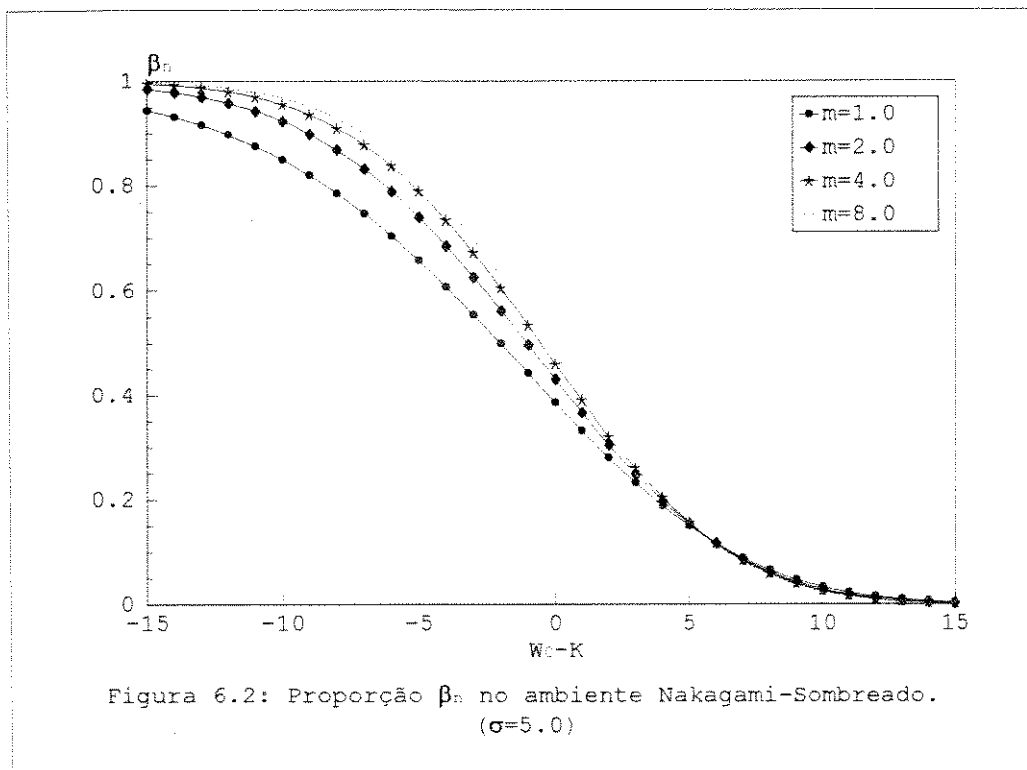
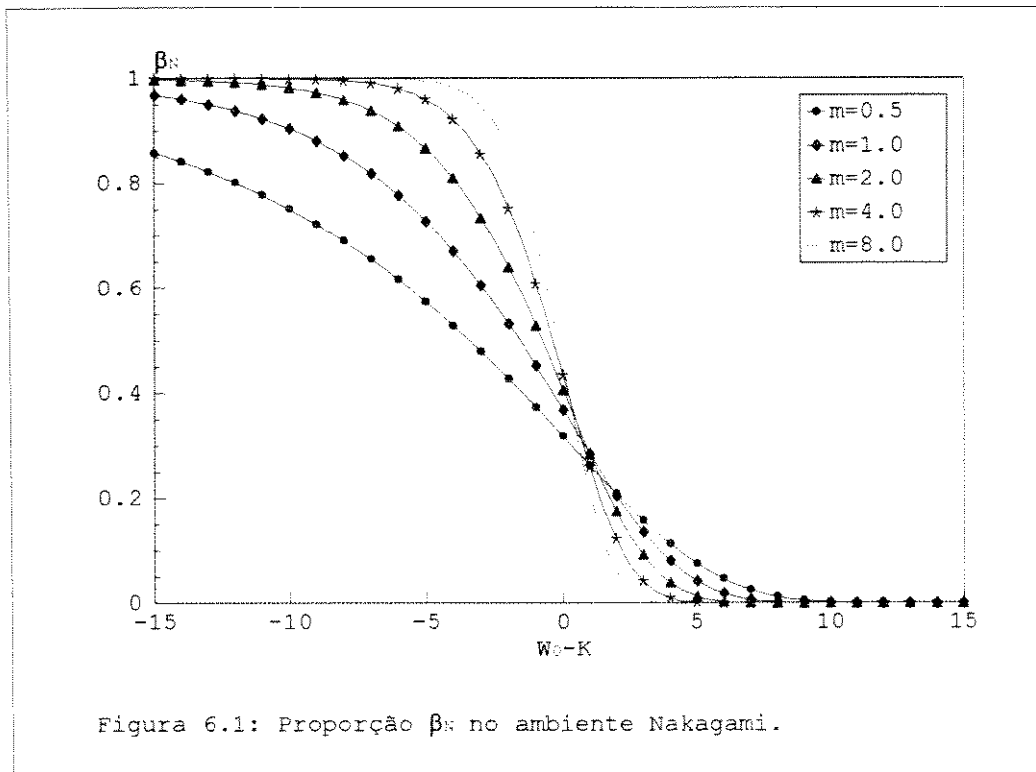
A função Gamma incompleta $\gamma(.)$ pode ser calculada pela somatória [3]

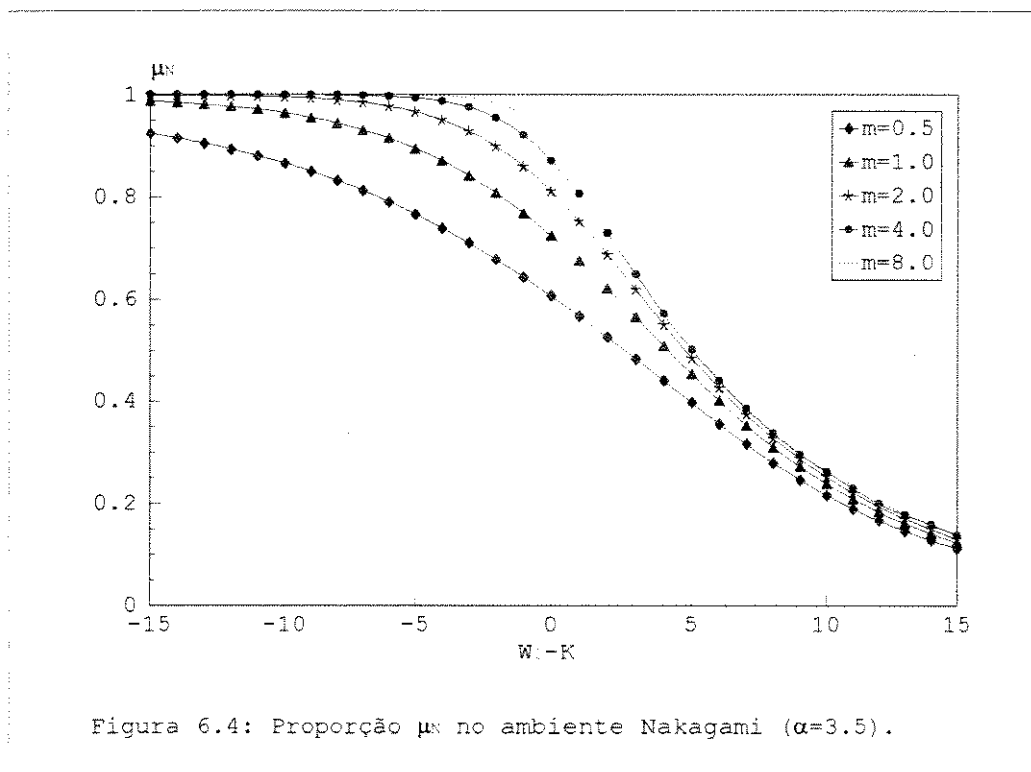
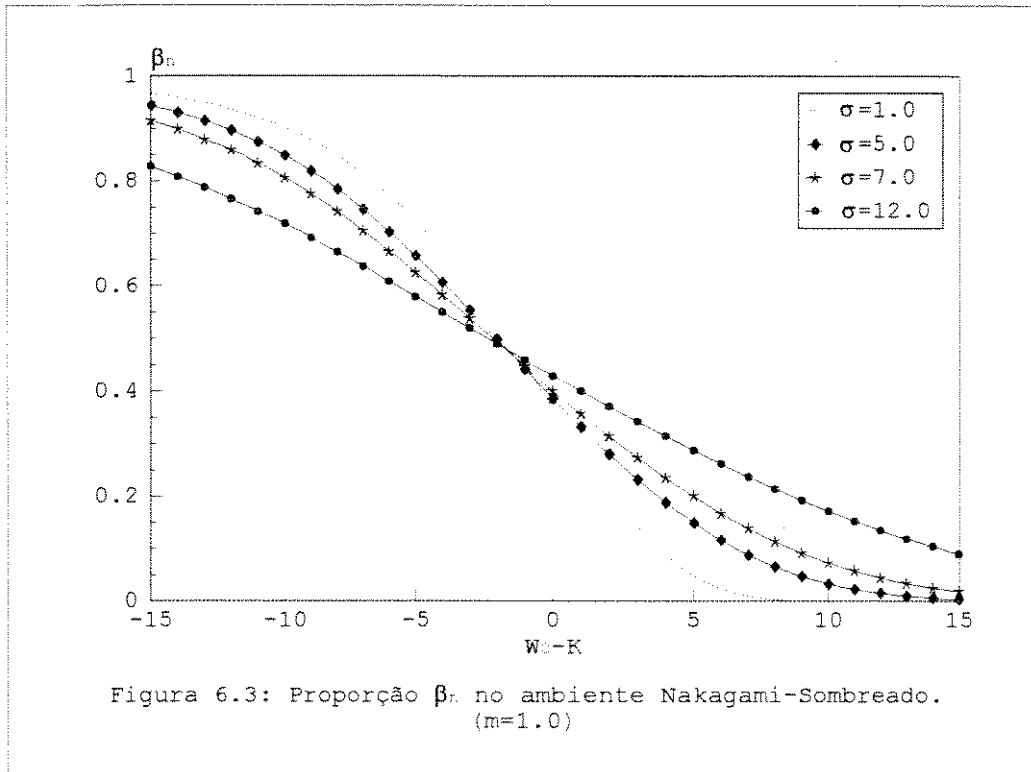
$$\gamma(z, y) = e^{-y} y^z \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{(z)_{j+1}} y^j \quad (6.3)$$

onde $(z)_{j+1} = (z)(z+1)(z+2)\dots(z+j)$. E a integral em t da Equação 6.2 pode ser calculada através de métodos numéricos, sendo escolhido neste trabalho o método dos trapézios.

Assim utilizando-se a Equação 6.3 na Equação 6.2, obtém-se para β_n os resultados apresentados nas Figuras 6.2 e 6.3, para vários valores do fator de desvanecimento m e do desvio padrão σ , respectivamente.

Na Figura 6.2 observa-se que para valores maiores do fator de desvanecimento m , e para um mesmo desvio padrão σ , encontramos valores menores para a área de cobertura para $W_0 - K < 5dB$. Já para $W_0 - K > 5dB$, as curvas tendem a se igualar. Este efeito é semelhante ao observado no item 6.2.1.1, só que o sombreamento ($\sigma = 5dB$) impõe um desvanecimento extra tornando o efeito do crescimento de m menos significativo.





Na Figura 6.3 observa-se que para um mesmo fator de desvanecimento m , valores mais altos do desvio padrão σ implicam num maior espalhamento da potência do sinal. Conseqüentemente, há um decaimento mais suave da área de cobertura β_n . Nota-se que o fator de maior influência no caso é o desvio padrão σ .

6.2.2. Área de Cobertura até uma Distância x

Os resultados e gráficos apresentados nesta seção são referentes às expressões obtidas para μ a partir dos ambientes Nakagami e Nakagami-Sombreado das seções 4.4.5 e 4.4.6.

6.2.2.1. Área de Cobertura no Ambiente Nakagami

Para ambientes onde a envoltória do sinal pode ser caracterizada pela distribuição de Nakagami, temos que a cobertura dos locais até uma distância x_0 da estação rádio base é dada pela Equação 4.39, ou seja

$$\mu_N = 1 + \frac{2}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^{m+i}}{i!(m+1)} \left(\frac{m \cdot w_0}{k} \right)^{m+i} \cdot \frac{1}{\alpha(m+i)+2} \quad (6.4)$$

onde w_0 é o limiar, k é a potência média em x_0 , m é o fator de desvanecimento e α é o coeficiente de perda por percurso.

Assim, μ_N representa a proporção da área da célula, que experimenta comunicação adequada a uma estação base, recebendo um nível de potência acima de um limiar w_0 pré-estabelecido.

Obtém-se para μ_N em função de $W_0 = 10 \log w_0$ e $K = 10 \log k$ os resultados apresentados nas Figuras 6.4 e 6.5, para vários valores de m e α , respectivamente.

A Figura 6.4 apresenta os resultados obtidos para vários valores do fator de desvanecimento m . Observa-se desta figura que a área de cobertura cai abruptamente para $W_0 > K$. Vemos que a proporção da área de cobertura é maior para valores menores do fator de desvanecimento m , mas a queda também é mais acentuada para estes valores. As curvas tendem a um mesmo valor a partir de $W_0 - K > 10 \text{ dB}$. Observe aqui como a proporção é sempre maior que aquela para a periferia (Figura 6.1), como esperado.

A Figura 6.5 ilustra a influência do coeficiente de perda de percurso α no ambiente Nakagami considerando-se os valores $\alpha = 3.0$, 3.5 e 4.0 . Observa-se que para $W_0 < K$, a cobertura μ_N praticamente independe de α .

Vemos que valores maiores de α resultam em uma maior área coberta. Isto porque, para diferentes valores do coeficiente de perda por percurso, uma mesma potência média k em x_0 só é possível se alterarmos fatores como altura de

antenas ou potência do transmissor, entre outros, a fim de se contraporem à maior perda por percurso caracterizada pelos maiores valores de α .

6.2.2.2. Área de Cobertura no Ambiente Nakagami-Sombreado

Para ambientes onde a envoltória do sinal pode ser caracterizada pela distribuição de Nakagami-Sombreado, temos que a cobertura dos locais até uma distância x_0 da estação rádio base é dada pela Equação 4.40, ou seja

$$\mu_{NS} = 0.5 - \frac{10\sqrt{2}}{\Gamma(m)\sqrt{\pi}\ln 10 \cdot \sigma} \int_0^1 \int_0^{+\infty} \frac{u}{t} \gamma\left(m, \frac{m \cdot w_0 \cdot t \cdot u^\alpha}{k}\right) \cdot e^{-\frac{50\log^2 t}{\sigma^2}} du dt \quad (6.5)$$

onde w_0 é o limiar, k é a potência média em x_0 , m é o fator de desvanecimento, α é o coeficiente de perda por percurso e σ é o desvio padrão do sombreamento.

As integrais parecem não chegar a uma fórmula fechada, e foram calculadas através de métodos numéricos. O resultados de μ_N em função de $W_0 = 10\log w_0$ e $K = 10\log k$ estão apresentados nas Figuras 6.6, 6.7 e 6.8, para vários valores de m , α e σ , respectivamente.

A Figura 6.6 ilustra a influência do fator de desvanecimento no ambiente Nakagami-Sombreado. Observa-se que há uma grande diferença na proporção da área de cobertura para uma variação no fator de desvanecimento m .

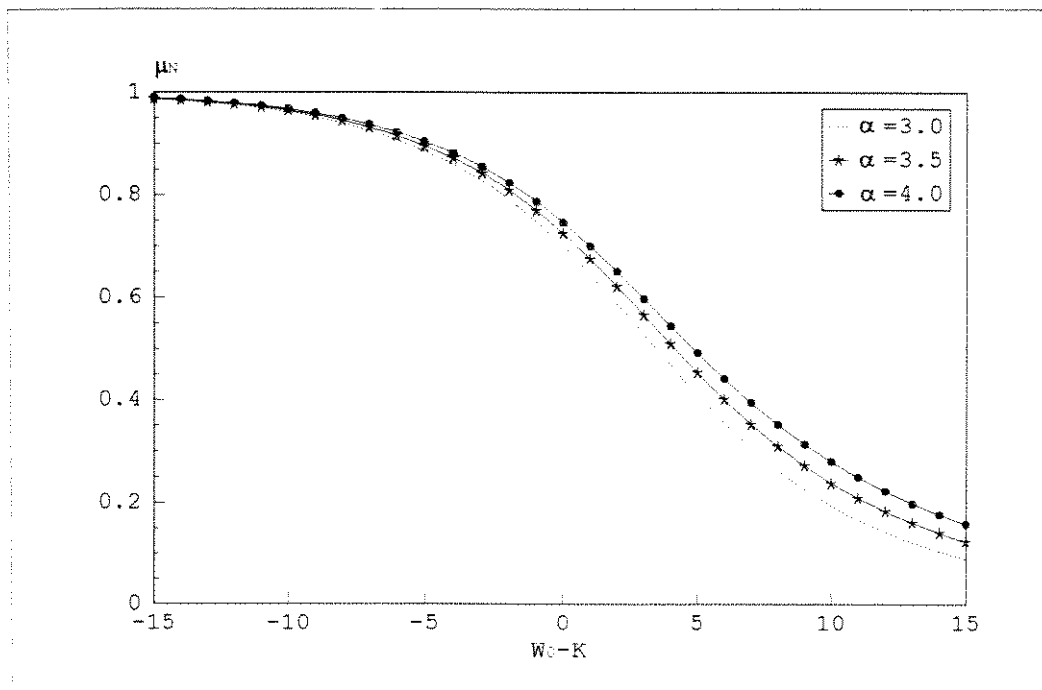


Figura 6.5: Proporção μ_n no ambiente Nakagami ($m=1.0$).

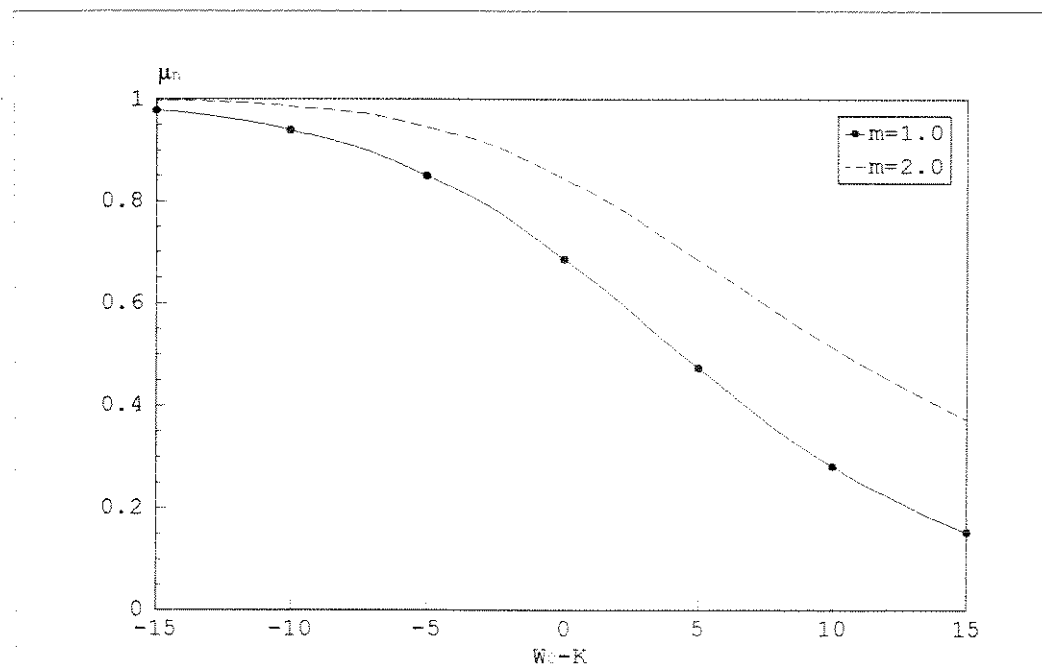
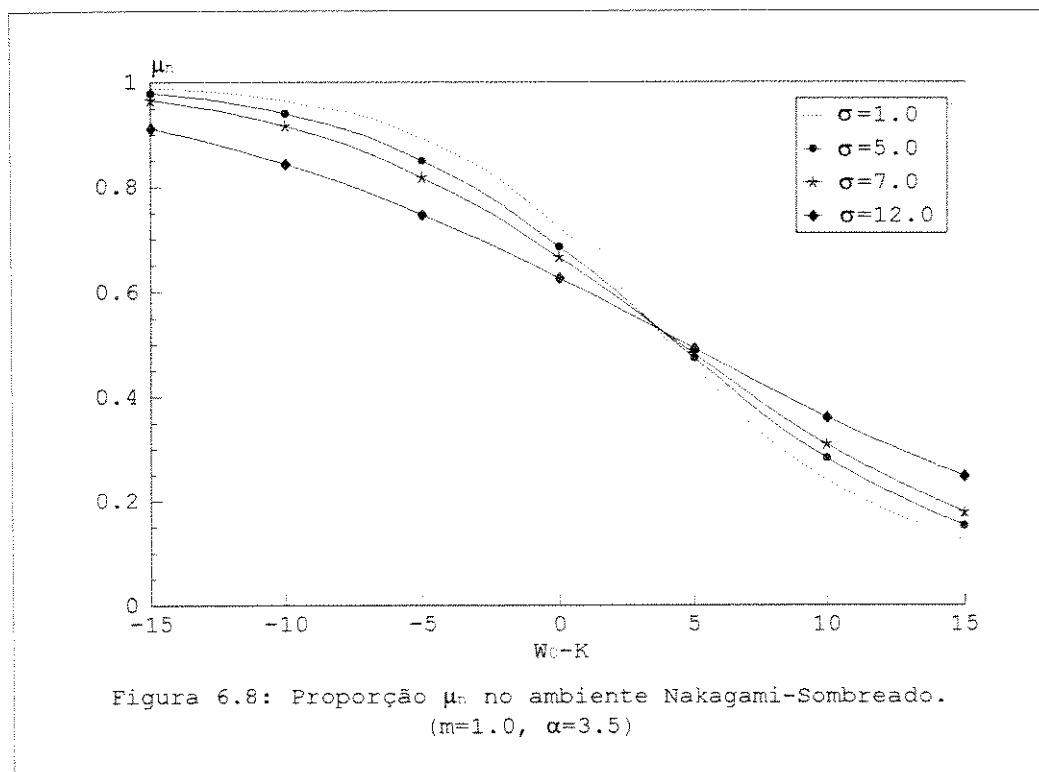
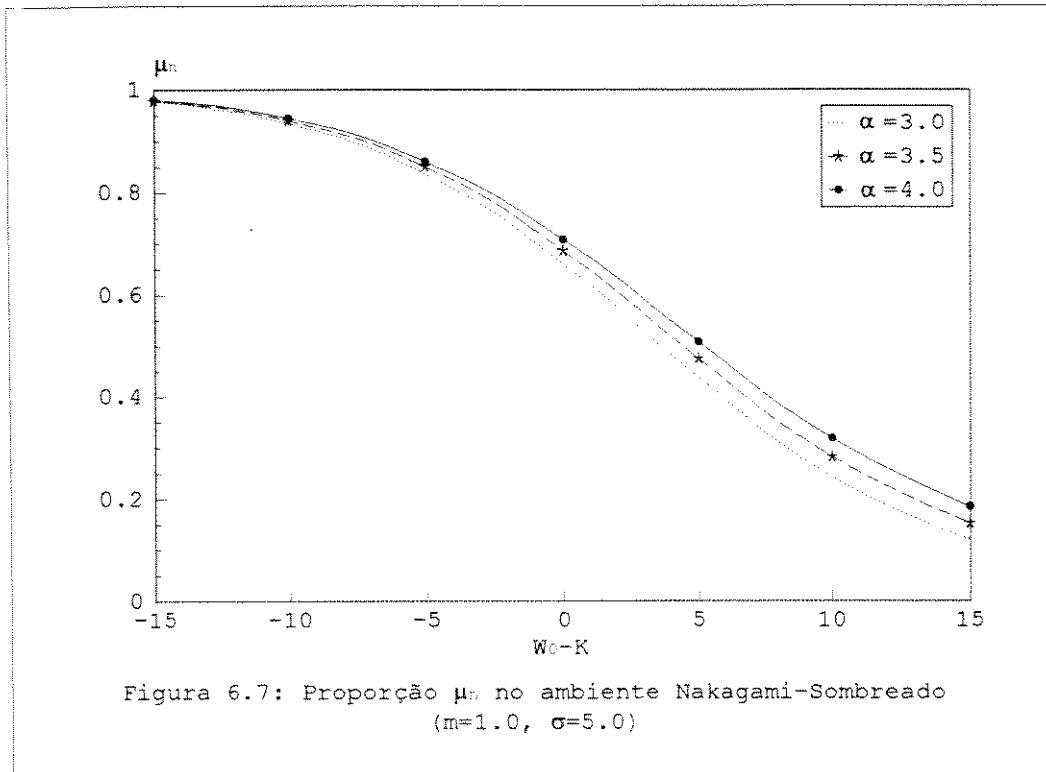


Figura 6.6: Proporção μ_n no ambiente Nakagami-Sombreado ($\sigma=5.0$, $\alpha=3.5$)



Na Figura 6.7 pode-se observar que de modo semelhante ao analisado para o ambiente Nakagami, valores menores do coeficiente de perda por percurso implicam em valores menores de cobertura. Observa-se também que para $W_0 - K < 5\text{dB}$, a cobertura μ_N praticamente independe de α .

Na Figura 6.8 verifica-se o decaimento mais suave da proporção μ_n para valores mais altos do desvio padrão σ e para um mesmo fator de desvanecimento m . Como foi visto para β_n , valores maiores de σ implicam num maior espalhamento da potência do sinal.

6.3. Área de Sobreposição entre Fronteiras de Células

No Capítulo 5 estimamos a proporção γ da área da célula na qual os sinais recebidos de duas estações base não diferem mais que uma dada tolerância entre si. Os cálculos foram feitos separadamente com base na potência média e na potência instantânea.

Para o cálculos com base na potência média obtemos a proporção γ como função da tolerância $B = 20\log b$ dB, dada pela Equação 5.51. Esta proporção é traçada, apresentada na Figura 6.9 para $\alpha = 3.0, 3.5$ e 4.0 . Vemos que, ao contrário do que para o cálculo para a área de cobertura, valores menores do coeficiente de perda por percurso implicam em maiores valores da área de sobreposição entre células.

Se as estações móveis são considerados como uniformemente distribuídos na célula, na média, γ nos dá diretamente a proporção de assinantes com acesso a dois caminhos, cujas diferenças de perda média por percurso não excedem B decibéis.

Como vimos, a ocorrência de desvanecimento irá modificar a distribuição da razão das potências dos sinais, pois um ou os dois caminhos poderão divergir do valor médio.

A seguir analisaremos os cálculos feitos no Capítulo 5 com base na potência instantânea enfatizando os ambientes Nakagami e Nakagami-Sombreado, por constituírem objeto desta tese.

6.3.1. Área de Sobreposição no Ambiente Log-Normal

Para ambientes onde a envoltória do sinal pode ser caracterizada pela distribuição de Log-Normal, temos que a proporção γ_L da área da célula na qual os sinais recebidos de duas estações base não diferem mais que $A=10\log a$ decibéis entre si é dada pela Equação 5.58 , ou seja

$$\gamma_L = \int_0^1 (1-x) \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{10 \cdot \alpha \cdot \log \left(\frac{1+x}{1-x} \right) - A}{\sqrt{2} \sigma} \right) - \operatorname{erfc} \left(\frac{10 \cdot \alpha \cdot \log \left(\frac{1+x}{1-x} \right) + A}{\sqrt{2} \sigma} \right) \right] dx \quad (6.5)$$

onde a função erro complementar $erfc(.)$ é definida como

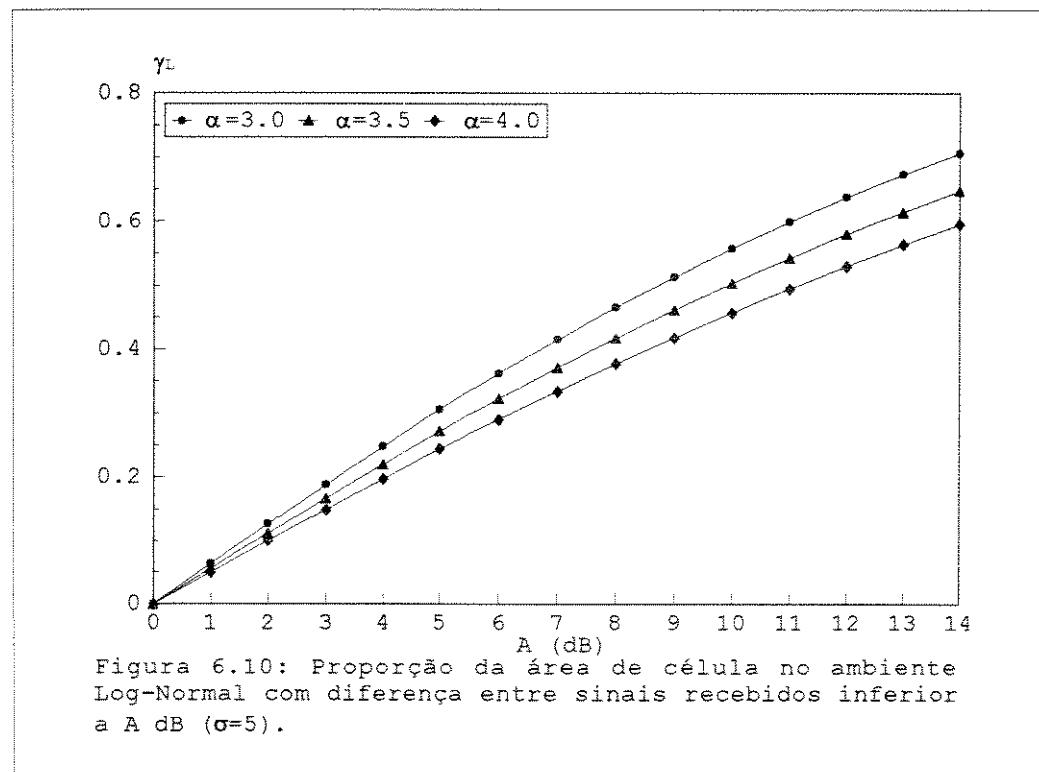
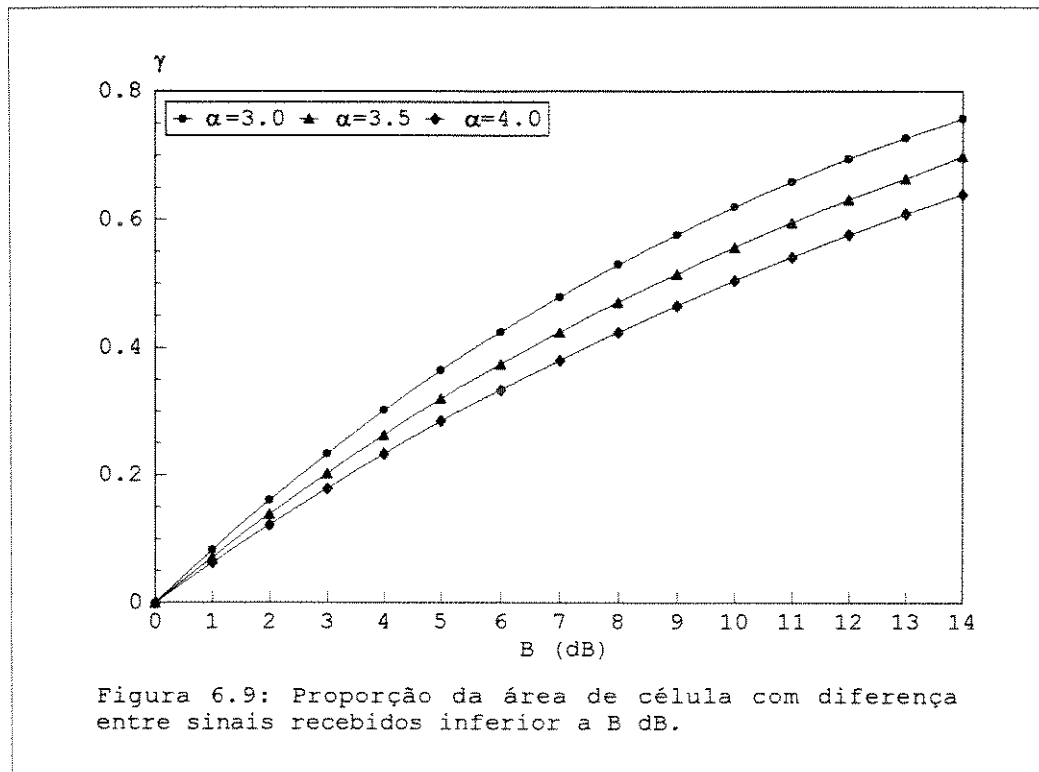
$$erfc(u) = 2 \int_u^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2} dz \quad (6.6)$$

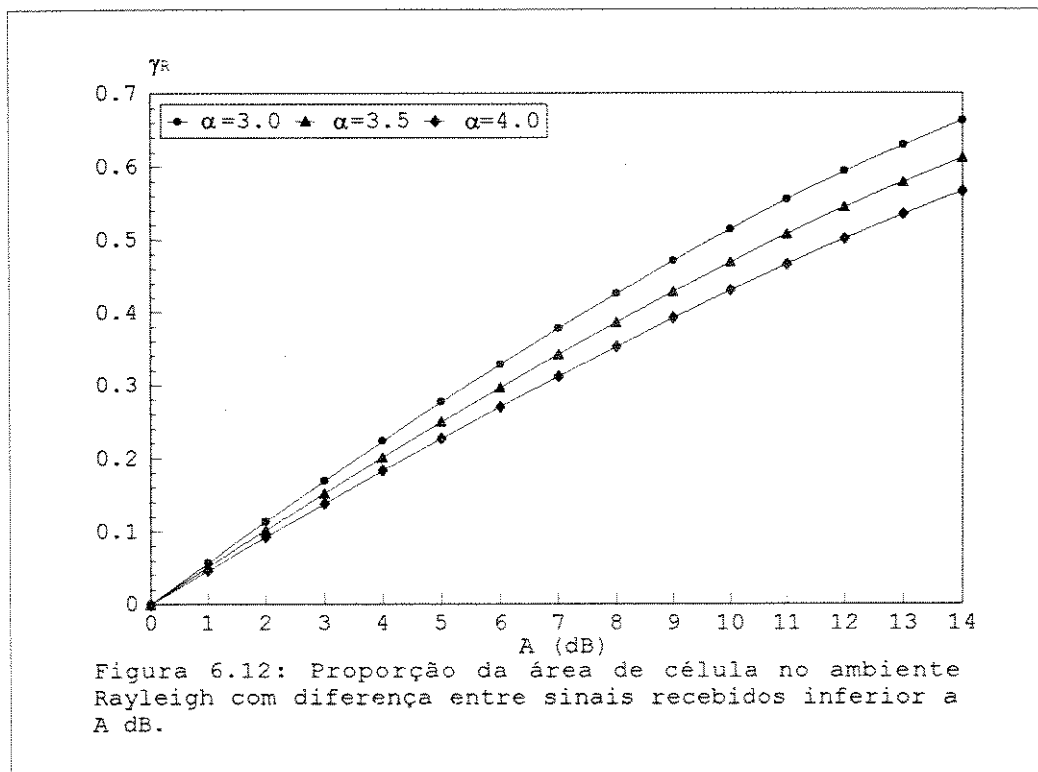
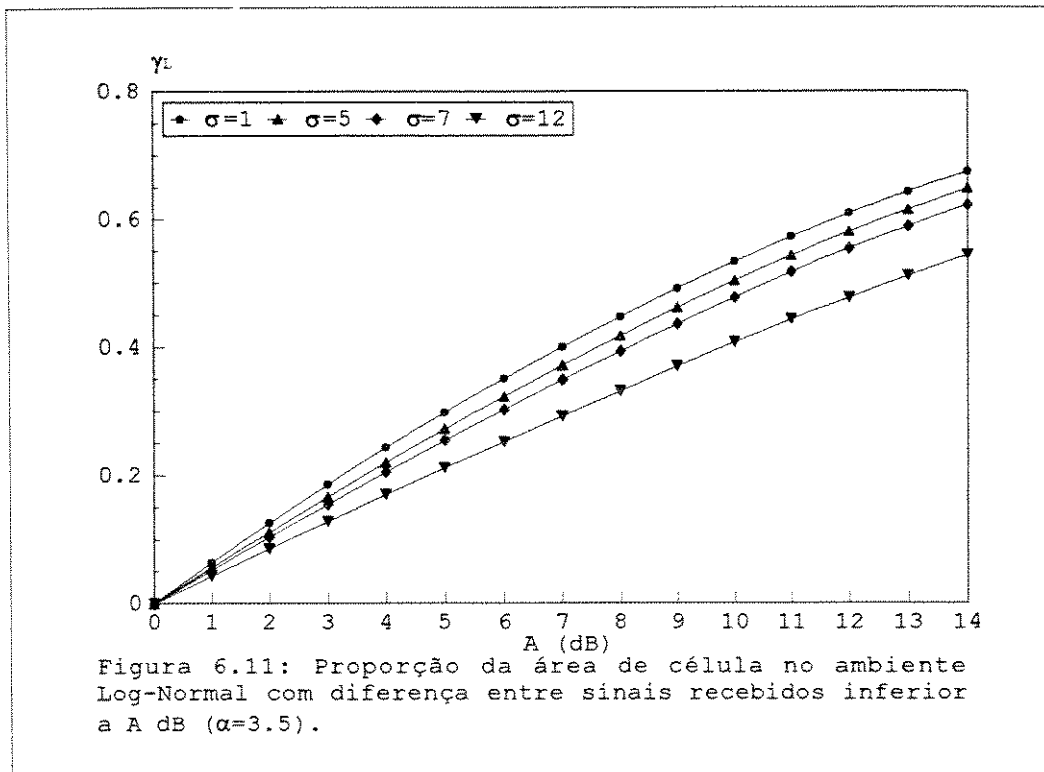
A Figura 6.10 ilustra a influência do coeficiente de perda de percurso α no ambiente Log-Normal dado o desvio padrão $\sigma = 5dB$. Verifica-se que valores menores do coeficiente de perda por percurso implicam em valores maiores da área de sobreposição.

Na Figura 6.11 vemos a influência do desvio padrão σ no ambiente Log-Normal considerando-se o coeficiente de perda por percurso fixo em $\alpha = 3.5$. Observamos valores menores da área de sobreposição para valores maiores de σ . Como sabemos maiores valores de σ implicam num maior espalhamento da potência do sinal.

Nota-se que o fator de maior influência no caso do ambiente Log-Normal é o desvio padrão σ .

Verifica-se também que para uma tolerância $A = 8dB$ temos valores entre 37% e 47% de área de sobreposição entre células adjacentes.





6.3.2. Área de Sobreposição no Ambiente Rayleigh

Para ambientes onde a envoltória do sinal pode ser caracterizada pela distribuição de Rayleigh, temos que a proporção γ_R da área da célula na qual os sinais recebidos de duas estações base não difiram mais que $A=10\log a$ decibéis entre si é dada pela Equação 5.59 , ou seja

$$\gamma = \int_0^1 2(1-x) \left[\frac{a^2 - 1/a^2}{(a^2 + 1/a^2) + \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^a + \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^a} \right] dx \quad (6.7)$$

Na Figura 6.12 temos ilustrada a influência do coeficiente de perda de percurso α no ambiente Rayleigh considerando-se os valores $\alpha=3.0$, 3.5 e 4.0 . Observa-se, neste caso, que para uma tolerância $A=8dB$ temos valores entre 34% e 42% de área de sobreposição entre células adjacentes.

6.3.3. Área de Sobreposição no Ambiente Nakagami

Para ambientes onde a envoltória do sinal pode ser caracterizada pela distribuição de Nakagami, temos que a proporção γ_N da área da célula na qual os sinais recebidos de duas estações base não diferem mais que $A=10\log a$ decibéis entre si é dada pela Equação 5.61 , ou seja

$$\gamma_N = \int_0^1 2(1-x) \frac{\Gamma(2m)}{\Gamma^2(m)} \left[\Theta \left(a^2 \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^\alpha \right) - \Theta \left(\frac{1}{a^2} \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^\alpha \right) \right] dx \quad (6.8)$$

onde

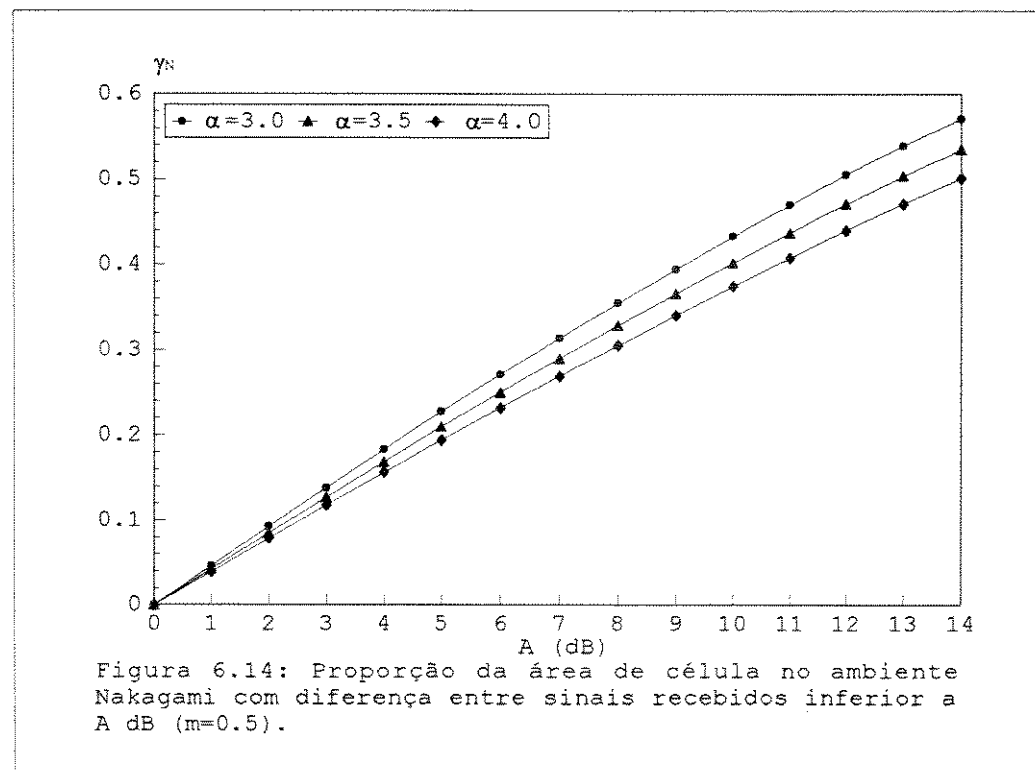
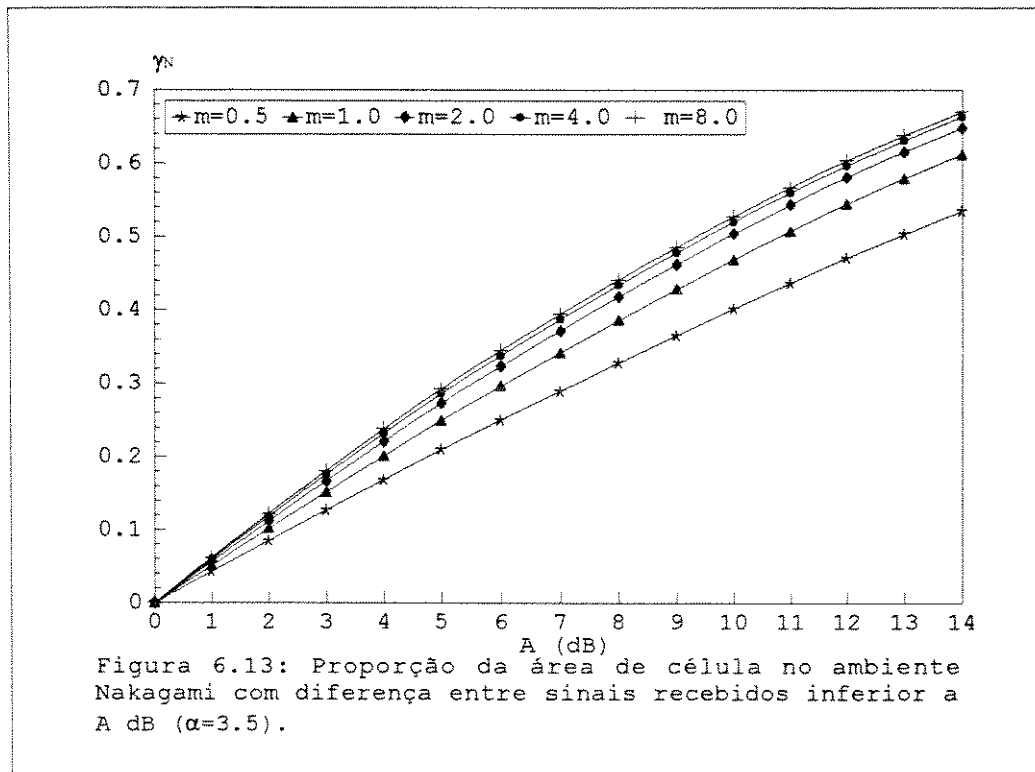
$$\Theta(F) = \int F^{m-1} (1+F)^{-2m} dF = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(m-1)! (2m-1+i)!}{(m+i)! (2m-1)!} F^{m+1} (1+F)^{-(2m+i)} \quad (6.9)$$

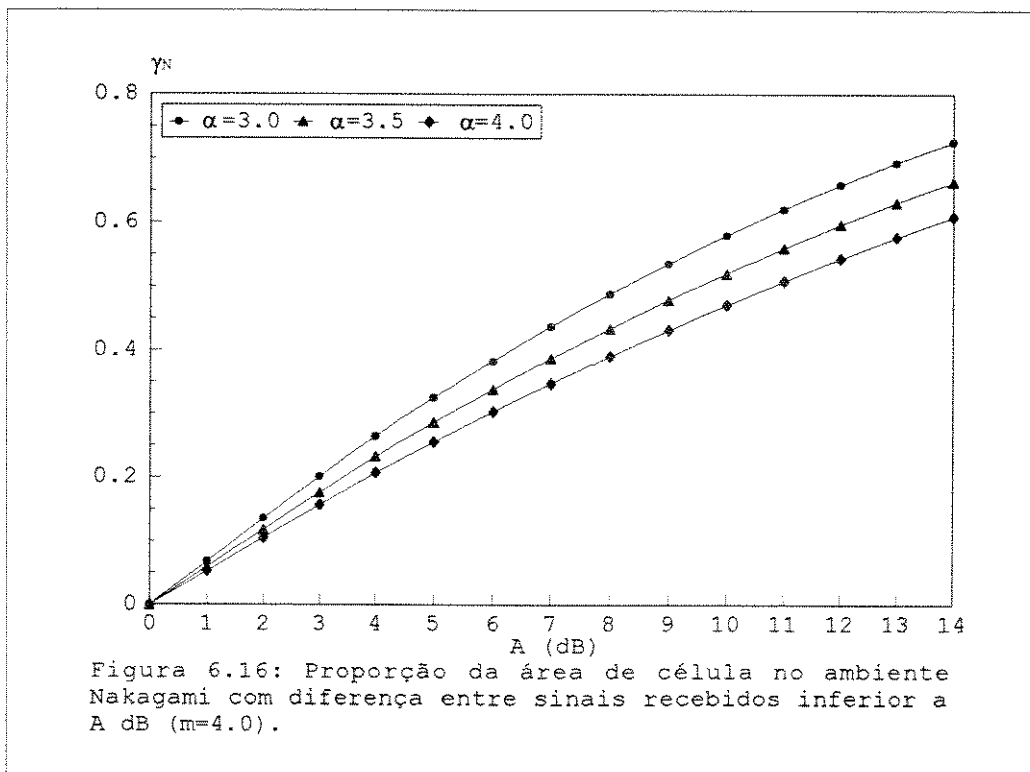
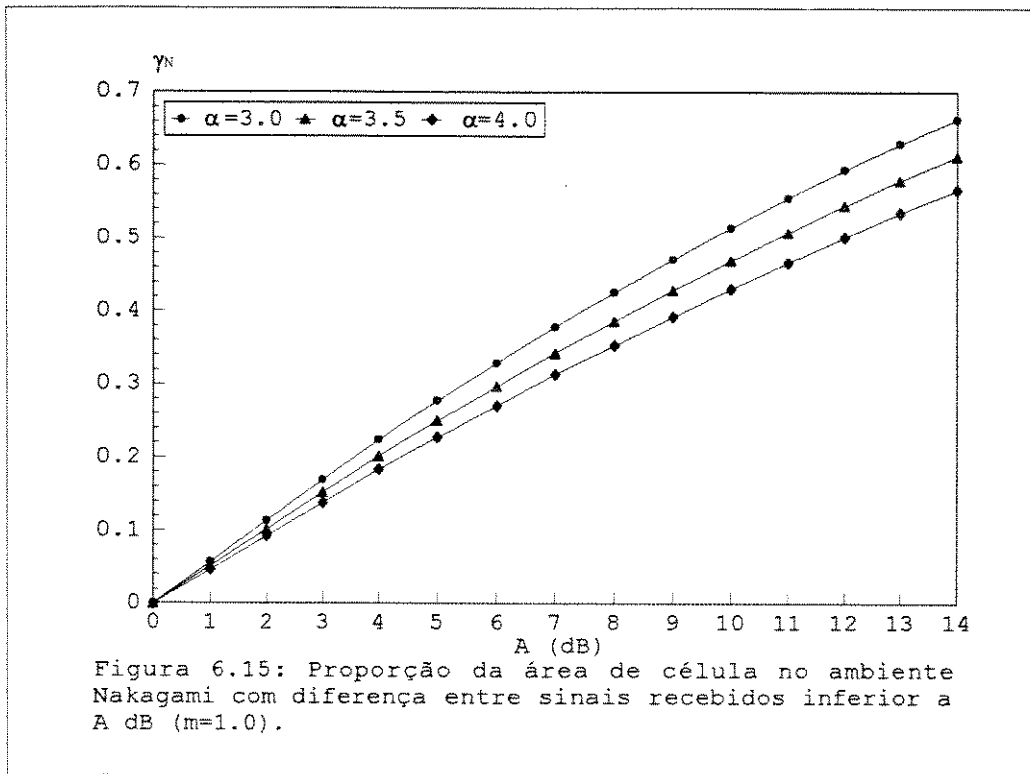
Ou, para m inteiro,

$$\Theta(F) = \int F^{m-1} (1+F)^{-2m} dF = \sum_{i=0}^{m-1} \frac{(-1)^{i+1} (m-1)!}{(m+i)! i! (m-1-i)!} (1+F)^{-(m+i)} \quad (6.10)$$

A Figura 6.13 apresenta os resultados obtidos para vários valores do fator de desvanecimento m , dado o coeficiente de perda por percurso $\alpha=3.5$. Vemos que a proporção da área sobreposta é menor para valores menores do fator de desvanecimento m . As curvas tendem a um mesmo valor a partir de $m \geq 4$. Para $m \leq 2$, obtemos valores entre 32% e 42% para a área de sobreposição. Já para $m > 2$ temos valores em torno dos 45% de proporção de área sobreposta.

As Figuras 6.14, 6.15 e 6.16 ilustram a influência do coeficiente de perda de percurso α no ambiente Nakagami considerando-se os valores $\alpha=3.0$, 3.5 e 4.0. Observa-se que para valores maiores do fator de desvanecimento m há uma maior influência do coeficiente de perda por percurso α na proporção de área sobreposta. Isto reforça o fato de que esta proporção é fortemente dependente das condições de desvanecimento.





6.3.4. Área de Sobreposição no ambiente Nakagami-Sombreado

Para ambientes onde a envoltória do sinal pode ser caracterizada pela distribuição de Nakagami-Sombreado, temos que a proporção γ_n da área da célula na qual os sinais recebidos de duas estações base não diferem mais que $A=10\log a$ decibéis entre si é dada pela Equação 5.62 , ou seja

$$\gamma = \frac{2\Gamma(2m)}{\Gamma^2(m)} \int_0^1 \int_0^\infty (1-x) \left[\Theta(a^2 \cdot 10^{\gamma/10}) - \Theta\left(\frac{1}{a^2} \cdot 10^{\gamma/10}\right) \right] \left[\varphi\left(\frac{T + 20\log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2} \cdot \sigma}\right) + \varphi\left(\frac{T - 20\log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2} \cdot \sigma}\right) \right] dT dx \quad (5.11)$$

onde

$$\Theta(F) = \int F^{m-1} (1+F)^{-2m} dF = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(m-1)! (2m-1+i)!}{(m+i)! (2m-1)!} F^{m+1} (1+F)^{-(2m+i)} \quad (6.12)$$

Ou, para m inteiro,

$$\Theta(F) = \int F^{m-1} (1+F)^{-2m} dF = \sum_{i=0}^{m-1} \frac{(-1)^{i+1}}{(m+i)!} \frac{(m-1)!}{i!(m-1-i)!} (1+F)^{-(m+i)} \quad (6.13)$$

E onde

$$\phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}(\sqrt{2} \cdot \sigma)} \exp[-u^2/2] \quad (6.14)$$

A integral em T parece não chegar a uma forma fechada, mas pode ser calculada por métodos numéricos.

A Figura 6.17 apresenta os resultados obtidos para vários valores do desvio padrão σ , dados o fator de desvanecimento $m=1$ e o coeficiente de perda por percurso $\alpha=3.5$. Vemos que a proporção da área de sobreposição é maior para valores menores do desvio padrão, pois valores maiores de σ implicam num maior espalhamento da potência do sinal.

As Figuras 6.18, 6.19, 6.20 e 6.21 ilustram a influência do coeficiente de perda de percurso α no ambiente Nakagami-Sombreado, considerando-se os valores $\alpha=3.0$, 3.5 e 4.0. Observa-se que para maiores valores do desvio padrão, a influência do coeficiente de perda de percurso α é menor. Verifica-se a grande dependência da área de sobreposição em relação às condições de desvanecimento.

Nas Figuras 6.22, 6.23, 6.24 e 6.25 ilustramos a influência do fator de desvanecimento m para vários valores do desvio padrão σ , dado o coeficiente de perda por percurso $\alpha=3.5$. Observamos que a proporção da área sobreposta é maior para valores maiores do fator de desvanecimento m e valores menores do desvio padrão σ . As curvas tendem a um mesmo valor a partir de $m \geq 4$. Para grandes valores de σ , que implicam num maior espalhamento da potência do sinal, as curvas tendem a um mesmo valor para os vários fatores de desvanecimento considerados.

Nota-se que o fator de maior influência no caso do ambiente Nakagami-Sombreado é o desvio padrão σ .

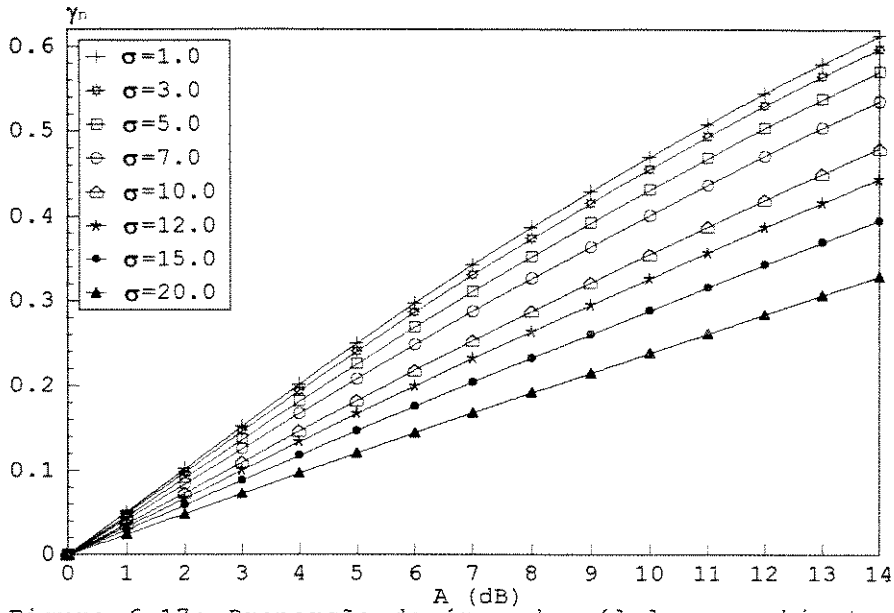


Figura 6.17: Proporção da área de célula no ambiente Nakagami-Sombreado com diferença entre sinais recebidos inferior a A dB ($m=1.0$; $\alpha=3.5$).

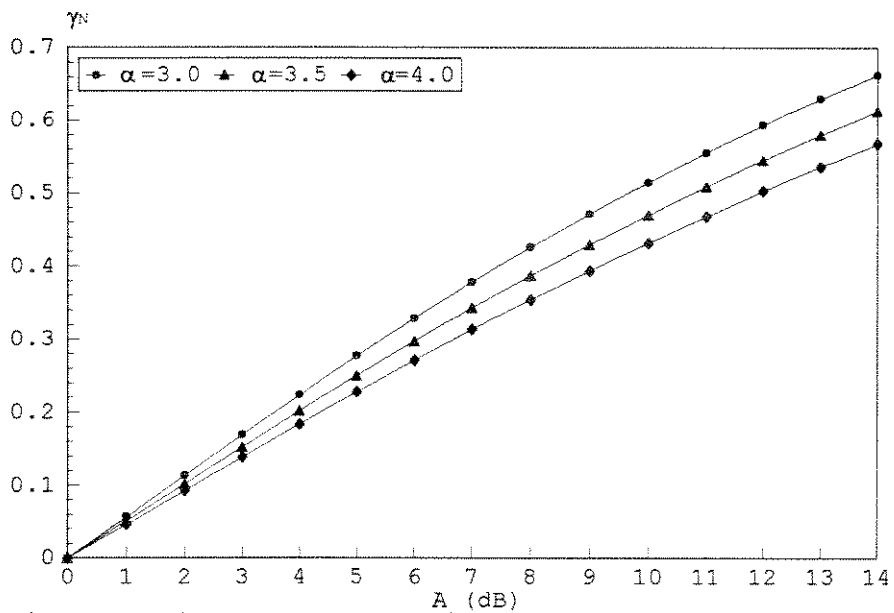


Figura 6.18: Proporção da área de célula no ambiente Nakagami com diferença entre sinais recebidos inferior a A dB ($m=1.0$; $\sigma=1.0$).

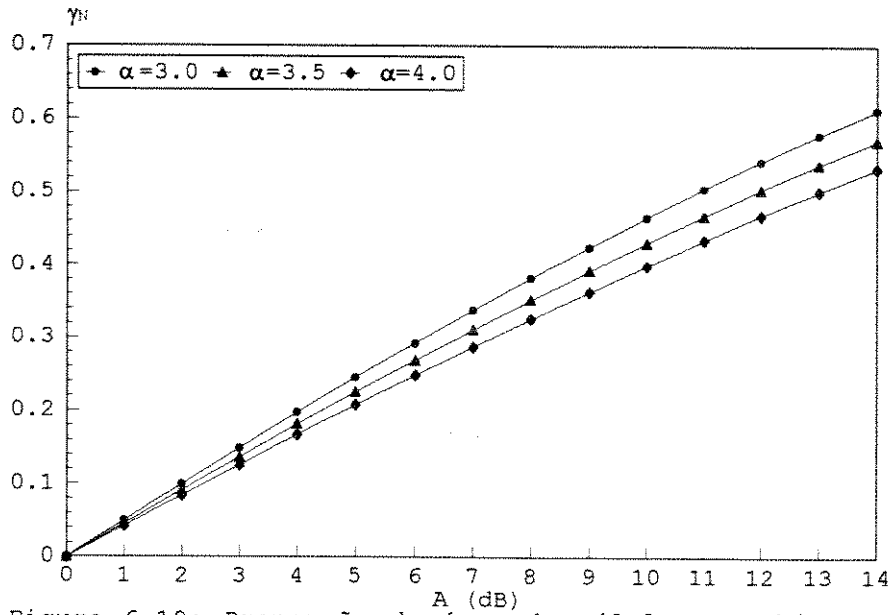


Figura 6.19: Proporção da área de célula no ambiente Nakagami com diferença entre sinais recebidos inferior a A dB ($m=1.0$; $\sigma=5.0$).

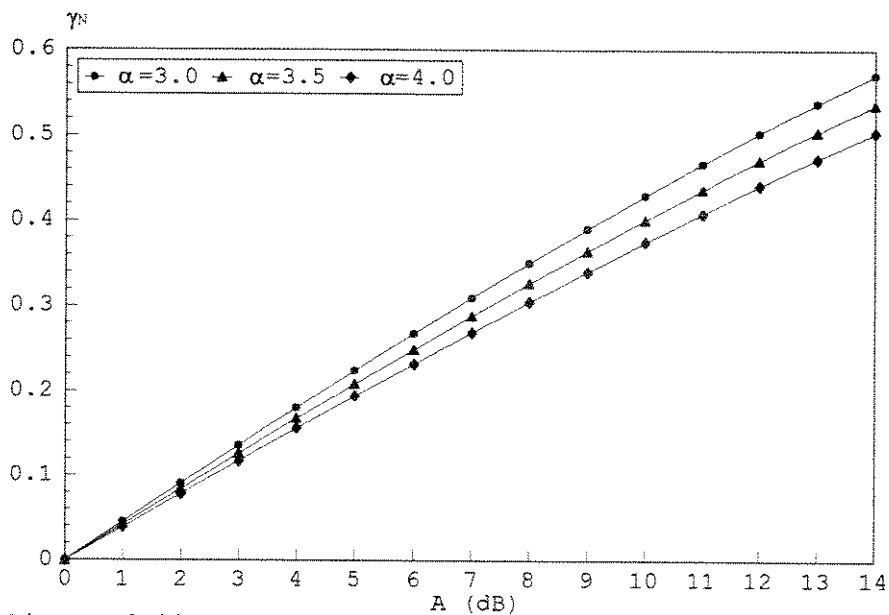


Figura 6.20: Proporção da área de célula no ambiente Nakagami com diferença entre sinais recebidos inferior a A dB ($m=1.0$; $\sigma=7.0$).

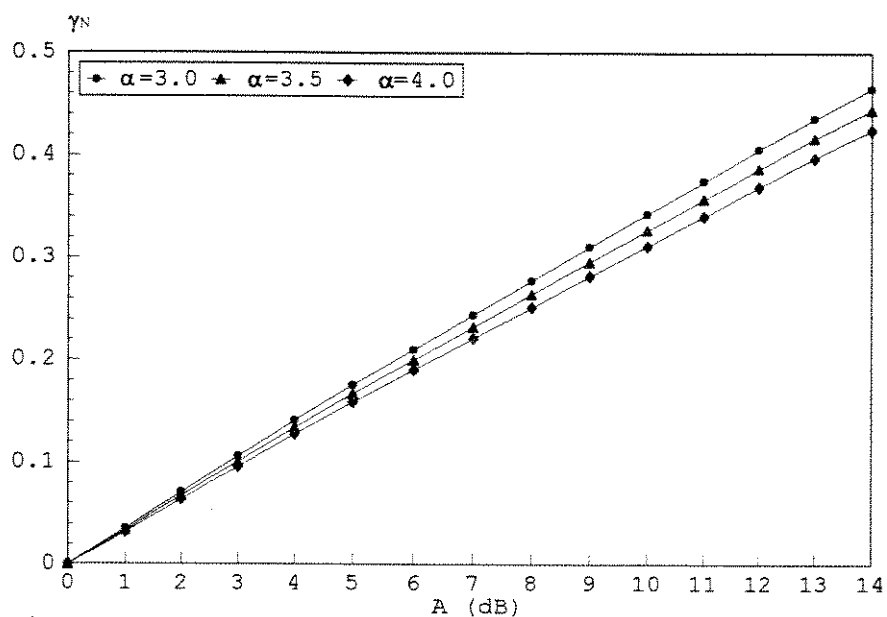


Figura 6.21: Proporção da área de célula no ambiente Nakagami com diferença entre sinais recebidos inferior a A dB ($m=1.0$; $\sigma=12.0$).

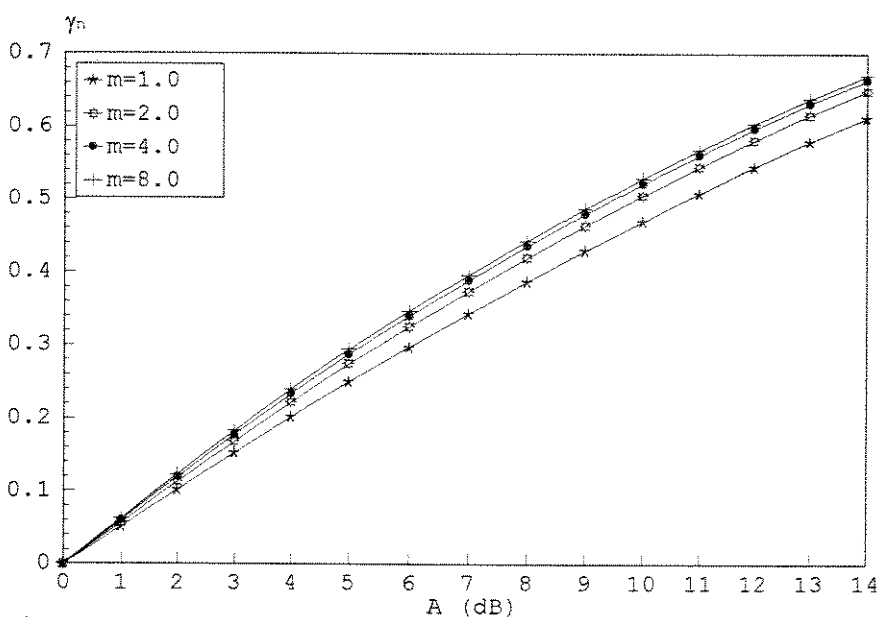


Figura 6.22: Proporção da área de célula no ambiente Nakagami-Sombreado com diferença entre sinais recebidos inferior a A dB ($\sigma=1.0$; $\alpha=3.5$).

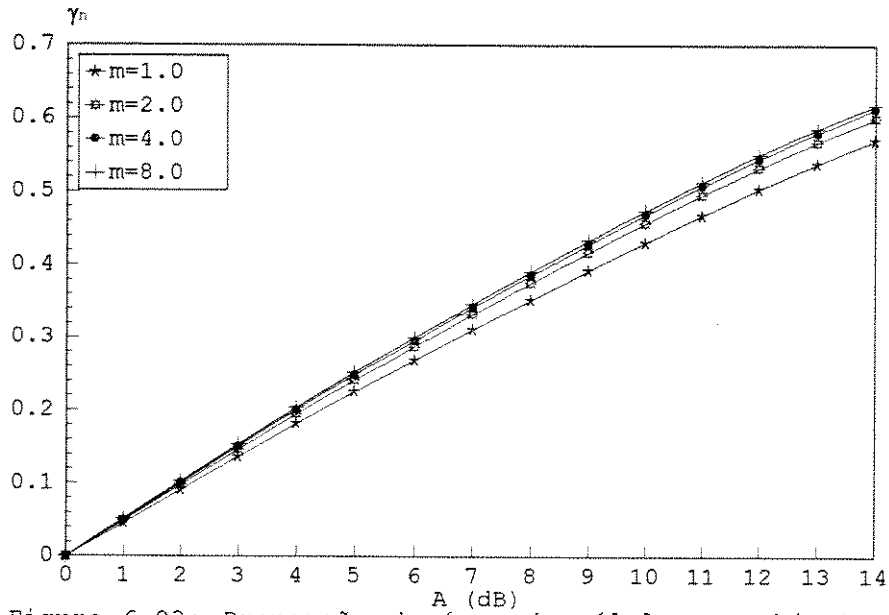


Figura 6.23: Proporção da área de célula no ambiente Nakagami-Sombreado com diferença entre sinais recebidos inferior a A dB ($\sigma=5.0$; $\alpha=3.5$).

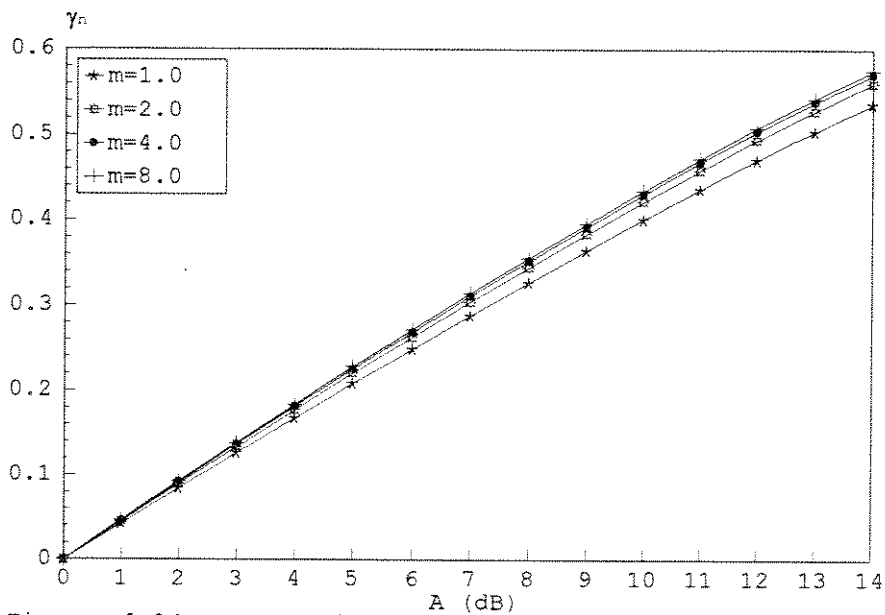
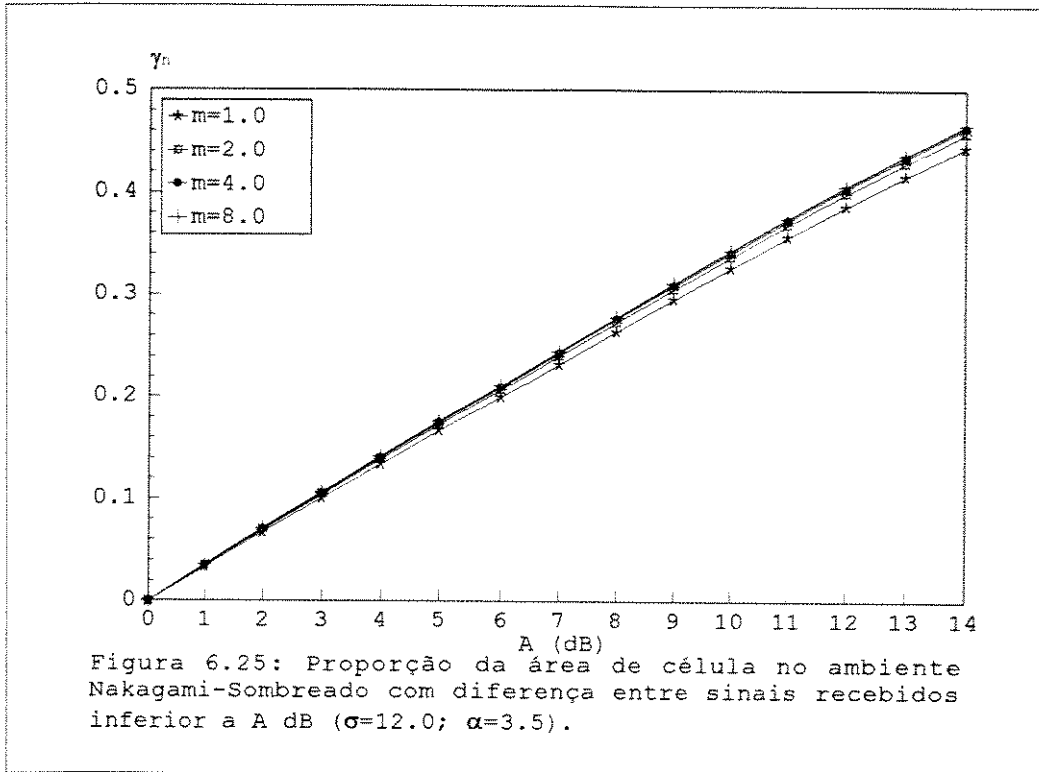


Figura 6.24: Proporção da área de célula no ambiente Nakagami-Sombreado com diferença entre sinais recebidos inferior a A dB ($\sigma=7.0$; $\alpha=3.5$).



6.3. Sumário e Conclusões

Os resultados apresentados neste capítulo foram obtidos dos cálculos feitos nos Capítulos 4 e 5, para determinação da área de cobertura e área de sobreposição entre células, respectivamente.

Os resultados da determinação da área de cobertura foram apresentados para as duas abordagens propostas no Capítulo 5 com a potência instantânea do sinal obedecendo as distribuições de Nakagami e Nakagami-Sombreado.

Verifica-se que os resultados obtidos para a abordagem β (cobertura da periferia) apresentam valores inferiores de área de cobertura se comparados aos obtidos para a abordagem μ (cobertura da área). Isto é esperado já que na abordagem β a proporção é estimada sobre o perímetro da circunferência enquanto que na abordagem μ os cálculos são feitos sobre toda a área do círculo.

Vemos que a proporção da área de cobertura para ambas as abordagens é maior para valores menores do fator de desvanecimento m , mas para limiares superiores à potência média do sinal na periferia a queda também é mais acentuada.

Observa-se, também, que para um mesmo fator de desvanecimento m no ambiente Nakagami-Sombreado, valores mais altos do desvio padrão σ implicam num maior espalhamento da potência do sinal; conseqüentemente há um decaimento mais suave da área de cobertura. Nota-se que o fator de maior influência neste caso é o desvio padrão σ .

Para os resultados do Capítulo 5, onde estimamos a proporção da área da célula na qual os sinais recebidos de duas estações base não diferem entre si mais do que uma dada tolerância, os cálculos foram feitos separadamente com base na potência média e na potência instantânea. Os resultados dos cálculos com base na potência instantânea foram apresentados para os ambientes Log-Normal, Rayleigh, Nakagami e Nakagami-Sombreado.

Para os resultados nos ambientes Log-Normal e Nakagami-Sombreado, o fator de maior influência é o desvio padrão σ .

Já para o ambiente Nakagami o fator de maior influência é o fator de desvanecimento. Verifica-se, em todos os resultados, a grande dependência da área de sobreposição em relação às condições de desvanecimento.

Para uma tolerância $A=8dB$ encontramos valores da área sobreposta entre 25% e 45% da área da célula. Os valores mais baixos são relativos aos maiores valores do desvio padrão para os ambientes com sombreamento.

Os resultados obtidos para a área de sobreposição entre células são bem significativos e de grande importância, pois esta regiões possuem um tráfego muitas vezes considerável e cuja correta manipulação pode trazer benefícios ao desempenho do sistema rádio móvel.

Capítulo 7

Conclusões

Neste capítulo algumas importantes conclusões foram extraídas dos resultados obtidos no cálculo da área de cobertura e da área de sobreposição entre células para os ambientes Nakagami e Nakagami-Sombreado.

7.1. Introdução

Como vimos, na prática, a área de cobertura de um sistema de rádio toma diversas formas de acordo com os obstáculos que o sinal encontra no seu caminho de propagação. A propagação do sinal de rádio é variável tanto em espaço como em tempo. Vários métodos foram propostos para a avaliação do sinal recebido pela estação rádio móvel.

Neste trabalho objetivamos a determinação da área de cobertura e da área de sobreposição entre células a partir do modelamento estatístico do comportamento do sinal para os ambientes Nakagami e Nakagami-Sombreado.

O canal de rádio móvel é um meio extremamente complexo onde três fenômenos distintos podem interagir: perdas por

percurso, desvanecimento de longo prazo e desvanecimento de curto prazo. A perda por percurso depende basicamente do ambiente de propagação e é proporcional à distância d da forma $d^{-\alpha}$, onde α é o coeficiente de perda por percurso, normalmente no intervalo 2 a 4. Os desvanecimentos de longo e curto prazos podem ser modelados pelas distribuições Log-Normal e de Rayleigh, respectivamente. Para modelar os ambientes onde os efeitos de sombreamento e multipercurso são combinados temos a distribuição de Suzuki. Já a distribuição de Rice modela o ambiente onde ocorre o efeito de multipercurso combinado a uma componente direta do sinal.

Para este estudo trabalhamos com a distribuição de Nakagami que vem sendo usada para modelar ambientes microcelulares e também ambientes celulares onde há desvanecimento rápido. Além de ter uma grande flexibilidade e simplicidade matemática quando comparada com outras distribuições, esta pode aproximar ou até igualar-se à maioria das distribuições citadas anteriormente.

Combinando o efeito de sombreamento com as características do desvanecimento rápido da distribuição de Nakagami, obtemos a distribuição Nakagami-Sombreado, que também é objeto desta tese.

7.2. Conclusões sobre a Área de Cobertura

Para a determinação da área de cobertura da estação base, os cálculos foram feitos com base na função densidade de probabilidade da potência do sinal para os seis ambientes citados anteriormente. Duas abordagens foram levadas em consideração para estes cálculos: a proporção dos locais a uma dada distância da estação base, e a proporção dos locais até uma dada distância da estação base que mantêm comunicação adequada com esta.

Os cálculos da área de cobertura da célula através dos modelos derivados das distribuições Nakagami e Nakagami-Sombreado mostraram-se muito atraentes, por poderem aproximar bem ou até igualarem-se à maioria dos resultados obtidos para as outras distribuições apresentadas.

Verifica-se que os resultados obtidos para a primeira abordagem apresentam valores inferiores de área de cobertura que os obtidos para a segunda. Isto porque os cálculos foram feitos sobre o perímetro da circunferência para a primeira abordagem, e sobre toda a área do círculo para a segunda.

Vemos que a proporção da área de cobertura para ambas as abordagens é maior para valores menores do fator de desvanecimento m , mas a queda também é mais acentuada para estes valores para limiares de potência acima da potência média na periferia. Valores mais altos do desvio padrão σ implicam num maior espalhamento da potência do sinal e

conseqüentemente num decaimento mais suave da área de cobertura.

7.3. Conclusões sobre a Área de Sobreposição

Outro objetivo desta tese foi estimar a proporção da área de uma célula em que as estações móveis podem ter comunicação adequada com mais de uma estação base, ou seja, a área de sobreposição entre células. Para isto, os cálculos foram feitos tanto com base na potência média do sinal, como na potência instantânea.

Para os cálculos com base na potência média consideramos o sistema bicelular, onde os resultados foram obtidos através de cálculos geométricos bastante simples.

Já os cálculos com base na potência instantânea dependem dos parâmetros de propagação, onde o sinal sofre um desvanecimento que pode ser modelado pelas distribuições apresentadas nos Capítulos 2 e 3.

O cálculo da área de sobreposição entre as fronteiras das células através dos modelos derivados das distribuições Nakagami e Nakagami-Sombreado mostram-se muito atraentes, pois podem se igualar ou aproximar bem a maioria das outras distribuições apresentadas no Capítulo 2.

Encontramos, para uma tolerância $A=8dB$, valores da área sobreposta entre 25% e 45% da área da célula. Os valores mais baixos são relativos aos maiores valores do desvio

padrão para os ambientes com sombreamento, pois para os ambientes Log-Normal e Nakagami-Sombreado, o fator de maior influência é o desvio padrão σ .

Já para o ambiente Nakagami o fator de maior influência é o fator de desvanecimento. Verifica-se, em todos os resultados, a grande dependência da área de sobreposição em relação às condições de desvanecimento.

Os resultados obtidos para a área de sobreposição entre células são bastante significativos e de grande importância, pois estas regiões possuem um tráfego muitas vezes considerável. O tráfego de tais regiões é usualmente chamado de tráfego flexível. Através de técnicas de alocação de canais pode-se direcionar eficientemente este tráfego a fim de melhorar o desempenho do sistema celular sem a necessidade de ampliação do número de estações base nem do alargamento do espectro de frequências utilizadas [16,17].

A possibilidade de acesso adequado a mais de uma estação rádio base tem uma implicação positiva também para o "Handoff", que pode acontecer de uma forma gradual à medida que a estação de rádio móvel cruza a região de fronteiras entre células.

7.4. Trabalhos Futuros

Alguns trabalhos podem ser sugeridos em continuidade a este. Por exemplo, o cálculo da área de cobertura e

sobreposição para microcélulas usando as distribuições de Nakagami e Nakagami-Sombreado. Também, em continuidade a este trabalho, sugerimos o cálculo da área de sobreposição entre três células adjacentes. Pode-se ainda, como tarefa futura, comparar os resultados teóricos obtidos com medidas de campo.

Apêndice A

A.1. Distribuição Conjunta de Dois Sinais Nakagami

Da seção 5.3.3, em particular da Equação 5.33, temos

$$P_N(a, b) = \int_{\left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{\Omega_1}{\Omega_2}}}^{\frac{a^2 \Omega_2}{\Omega_1}} \frac{\Gamma(2m)}{\Gamma^2(m)} F^{m-1} (1+F)^{-2m} dF \quad (\text{A.1})$$

Aplicamos a integração parcial

$$\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v \cdot du \quad (\text{A.2})$$

na integral

$$\Theta(F) = \int F^{m-1} (1+F)^{-2m} dF \quad (\text{A.3})$$

Para isto definimos

$$u'_1 = F^{m-1} \Rightarrow u_1 = \frac{F^m}{m} \quad (\text{A.4})$$

$$v_1 = (1+F)^{-2m} \Rightarrow v'_1 = (-2m)(1+F)^{-2m-1} \quad (\text{A.5})$$

Logo, temos a integral da Equação A.3 na forma

$$\Theta(F) = \frac{F^m}{m} (1+F)^{-2m} - \int \frac{F^m}{m} (-2m)(1+F)^{-2m-1} dF \quad (\text{A.6})$$

Chamamos o primeiro termo desta Equação de $\Theta_0(F)$ e aplicamos novamente a integração parcial no segundo termo.

Assim, temos

$$u'_2 = \frac{F^m}{m} \Rightarrow u_2 = \frac{F^{m+1}}{m(m+1)} \quad (\text{A.7})$$

$$v_2 = (-2m)(1+F)^{-2m-1} \Rightarrow v'_2 = (-2m)(-2m-1)(1+F)^{-2m-2} \quad (\text{A.8})$$

A Equação A.6 é, então, reescrita na forma

$$\begin{aligned} \Theta(F) = \Theta_0(F) - \frac{F^{m+1}}{m(m+1)}(-2m)(-2m-1)(1+F)^{-2m-1} - \\ - \int \frac{F^{m+1}}{m(m+1)}(-2m)(-2m-1)(1+F)^{-2m-2} dF \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Chamando o segundo termo da Equação A.9 de $\Theta_1(F)$ e aplicando novamente a integração parcial no terceiro termo, verifica-se, por inspeção, que

$$\Theta_i(F) = \frac{(m-1)!(2m-1+i)!}{(m+i)!(2m-1)!} F^{m+i} (1+F)^{-2m-i} \quad (\text{A.10})$$

Logo, podemos calcular a integral A.6 pela seguinte somatória

$$\Theta(F) = \sum_{i=0}^{\infty} \Theta_i(F) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(m-1)!(2m-1+i)!}{(m+i)!(2m-1)!} F^{m+i} (1+F)^{-2m-i} \quad (\text{A.11})$$

Se considerarmos m inteiro, as sucessivas integrações parciais a partir da Equação A.3 são tabeladas e nos dão a integral da Equação A.3 pela somatória finita

$$\Theta(F) = \int F^{m-1} (1+F)^{-2m} = \sum_{i=0}^{m-1} \frac{(-1)^{i+1}}{(m+i).i!} \frac{(m-1)!}{(m-1-i)!} (1+F)^{-m-i} \quad (\text{A.12})$$

Bibliografia

[1] __, "Seminário Latino Americano de Telecomunicações sem Fio", Motorola, São Paulo, Brasil, 1993.

[2] M.D.Yacoub, "Foundations of Mobile Radio Engineering", CRC Press, Boca Raton, FL, USA, 1993.

[3] E.J.Leonardo, "Métodos Estatísticos para a Determinação da Área de Cobertura de Células e Microcélulas em Sistemas de Rádio Móvel", Tese de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Brasil, 1992.

[4] R.Amorim, "Fronteiras entre Células: Casos Rice e Suzuki", Tese de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Brasil (a ser publicada).

[5] Reudink,D.O., "Large-Scale Variations of the Average Signal in Microwave Mobile Communications", John Wiley & Sons, pp.79-131, New York, 1974.

[6] Lee,W.C.Y., "Mobile Communications Engineering", McGraw-Hill Book Co., New York, 1982.

[7] Bullington, K., "Radio Propagation at Frequencies above 30 Mc/s", Proc. IRE 35, pp.1122-1136, 1947.

[8] Epstein, J., Peterson, D.W., "An Experimental Study of Wave Propagation at 850 Mc", Proc. IRE 41, pp.595-611, 1947.

[9] Deygout, J., "Multiple Knife-edge Diffraction of Microwaves", IEEE Trans. Ant. Prop. 14, pp.480-489, 1966.

[10] Egli, J., "Radio Propagation above 40 Mc over Irregular Terrain", Proc. IRE 45, pp.1383,1391. 1957.

[11] Okumura, Y., Ohmori, E., Kawano, T., Fukuda, K., "Field Strength and its Variability in VHF and UHF Land Mobile Service", Rev. Electr. Commun. 16, pp.825-873, 1968.

[12] Hata, M., "Empirical Formula for Propagation Loss in Land-Mobile Radio Services", IEEE Trans. Veh. Tech. 29, pp.317-325, 1980.

[13] Ibrahim, M.F., Parsons, J.D., "Signal Strength Prediction in Built-up Areas", Part 1: Median Signal Strength, Proc. IEE Part F 130, pp.377-384, 1983.

[14] Parsons, J.D., Gardiner, J.G., "Mobile Communications Systems", Blakie and Son Ltd., London, England, 1989.

[15] Nakagami, M., "The m Distribution, A General Formula of Intensity Distribution of Rapid Fading", Statistical Methods in Radio Wave Propagation. W.G.Hoffman, Ed., pp.3-36, Oxford, England, 1960.

[16] Mencia, J.C.E., "Desempenho de um Sistema de Comunicações Móveis com a Variação do Limiar de Bloqueio", Tese de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Brasil, Janeiro, 1991.

[17] D'Annibale, J.L.A., "Métodos Não Exatos para a Solução da Cadeia de Markov Aplicados a Sistemas Celulares de Grande Porte", Tese de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Brasil, Maio, 1992.