

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE SISTEMAS

Restrições Funcionais de Desigualdade no FPO Newton Tratadas pelo Método da Continuação

Por: Eng. Marcos Trevisan Vasconcellos

Orientador: Prof. Dr. Anésio dos Santos Jr.

Este exemplar corresponde ao original final da tese
defendida por MARCOS TREVISAN VASCONCELOS
na Comissão

LOS
Julgadora em 22 08 95 *

Orientador

Dissertação submetida à Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Campinas, para preenchimento dos pré-requisitos parciais para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Agosto 1995

A Arthur Trevisan, que gostaria muito de ver este trabalho realizado.

*Nada se edifica sobre a pedra, tudo sobre a areia, mas nosso dever é edificar
como se fora pedra a areia...*

Jorge Luis Borges

Agradecimentos

Esta tese de mestrado não é o trabalho de um ou dois anos de pesquisa científica, nem resultado dos anos de graduação. Na verdade, foi rapidamente elaborada devido a vinte anos de aprendizado e esforço. Desde que iniciei meus primeiros passos na leitura, aos cinco anos, até a carreira acadêmica de hoje, muitas coisas aconteceram e guiaram os rumos de minha vida. Conteí com a ajuda de muitas pessoas, e com a minha também. É árduo agradecer a todos que colaboraram para que este trabalho ficasse pronto, pois são muitos e encontram-se, alguns próximos, outros muito distantes, inalcançáveis, mas continuam presentes em minha vida até hoje.

Em primeiro lugar, agradeço a minha família, a meu pai e minha mãe, que me fizeram amar os livros e em cujo lar nunca faltou cultura. Ao meu pai, que cada vez está mais próximo. À minha mãe, que iniciou meu desenvolvimento espiritual. Ao meu irmão Ricardo, que sabe que pode contar comigo, e eu conto com ele.

Agradeço a meus avós paternos, Nilton e Azaléia que me deram muito carinho e povoaram minha infância de felicidade. A meus avós maternos, meu avô Arthur, que bem sei orgulharia-se muito desta tese, e minha avó Delma, que continua a tomar café comigo.

À minha esposa Marta, que tanto amo, e iluminou meus dias e noites nestes últimos anos, e continuará nos próximos. Obrigado pelo teu amor.

Ao José Américo, que sabe como viver, pelos bons momentos juntos.

Agradeço às conversas que vararam madrugadas, preocupados com o funcionamento do mundo, com meus grandes amigos Alexandre, Fabio, Thomaz, Sandro, Luciano, Erich, Cândido. Ao Julio, pelas noites frias espiando as estrelas através dos telescópios molhados de sereno.

À Evelin, que muito ajudou no começo deste trabalho, ao Felipão e Celso, que abriram as portas à minha frente e talvez um dia possamos abri-las juntos. Ao Paulo França, que tão lindamente me recebeu.

Aos professores da Escola Riachuelo e da UFSM, que proporcionaram a formação que tenho hoje.

Ao inestimável apoio do pessoal do NEPAE, principalmente ao Nelson, que todas as portas abriu e proporcionou-me a oportunidade inestimável de aprender.

Ao Anésio. Pelos conselhos valiosos, pela orientação do trabalho que culmina com esta tese e porque encontrei um grande amigo. Sei que ele mudou minha vida, e também mudei a dele. Realizaremos muito mais coisas juntos; nossa parceria começa aqui e não sei onde nos levará. Agora tenho certeza de que comecei uma aventura para o resto da vida. Este trabalho é teu, caro amigo.

Ao João Carlos, pelos diagramas unifilares dos sistemas testados.

Agradeço a oportunidade que tive de ler grandes autores, e que me influenciaram e marcaram a vida, como Hesse, Borges, Pessoa, Jung, Saramago e alguns outros mais. Seus livros mudaram minha forma de pensar e minha visão do mundo. Se hoje tenho alguma esperança, acho que devo a eles. À fantástica música de Bach, que não posso escutar sem ficar com lágrimas nos olhos.

Agradeço a todos que me disseram *não*, pois acabaram guiando-me para os lugares certos, para as pessoas certas, para o *sim*.

Ao CNPq, pela bolsa de mestrado.

Acredito que a postura de uma pessoa perante a vida acaba por moldar sua passagem por ela. Acho que toda a ventura que tive veio disso, e agradeço a própria vida por ser tão pródiga. Obrigado.

*Este trabalho teve o suporte financeiro da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo — **FAPESP** — através do Projeto Temático de Equipe: Planejamento da Operação de Sistemas de Energia Elétrica com Predominância de Geração Hidroelétrica.*

Sumário

AGRADECIMENTOS	iii
SUMÁRIO	vi
LISTA DE TABELAS	x
LISTA DE FIGURAS	xiii
RESUMO	xv
ABSTRACT	xvi
1 Introdução	1
1.1 Métodos de Resolução	3
1.2 Estrutura do Trabalho	4
2 Fluxo de Potência Ótimo: Formulação e Resolução por um Método do Tipo Gradiente — Dommel-Tinney	6
2.1 Solução com Atendimento das Restrições de Igualdade	7
2.2 Incorporação das Restrições em Variáveis de Controle	10
2.3 Incorporação das Restrições Funcionais	11
2.4 Método Aproximado de 2ª Ordem	14

3 FPO via Método de Newton	16
3.1 Formulação Matemática.	16
3.1.1 Equações e Variáveis	19
3.2 Tratamento das Restrições de Canalização em Variáveis	20
3.3 Heurísticas de Determinação das Restrições Funcionais Ativas	21
3.3.1 Método Sugerido por Sun et al.	22
3.3.2 Método Sugerido por Crisan e Mohtadi	23
3.4 Considerações Acerca das <i>Trial Iterations</i>	24
4 Homotopia Newton para o Tratamento das Restrições Funcionais de Desigualdade	25
4.1 O Método da Continuação	26
4.1.1 A Função Homotopia	26
4.1.2 A Existência do Caminho	28
4.1.3 Método Preditor-Corretor	29
4.1.4 Algoritmo Preditor-Corretor	30
4.2 Estratégia de Ativação e Relaxação das Restrições Funcionais de Desigualdade	31
4.3 Algoritmo de Ativação e Relaxação das Restrições Funcionais no Método de Newton	34
4.3.1 Critérios de Convergência	36
5 Solução do FPO com Restrições Funcionais de Desigualdade Através de uma Homotopia Newton	37
5.1 Formulação do Fluxo de Potência Ótimo	37
5.1.1 Vetor de Variáveis	37
5.1.2 Função Objetivo	38
5.1.3 Restrições de Igualdade	38
5.1.4 Restrições de Desigualdade	39

5.1.5	Restrições de Desigualdade em Variáveis	40
5.1.6	Restrições Funcionais de Desigualdade	40
5.2	Técnicas de Otimização no Tratamento das Restrições de Desigualdade . .	42
5.2.1	Penalidades em Restrições de Canalização sobre Variáveis	42
5.2.2	Parametrização das Restrições Funcionais de Desigualdade	42
5.2.3	Função Lagrangeana	44
5.3	O Método de Newton com Parametrização	45
5.4	Algoritmo Newton Parametrizado de Solução do FPO	47
6	Testes e Resultados	49
6.1	Sistema IEEE-14	50
6.2	Sistema IEEE-30	56
6.3	Sistema IEEE-57	65
6.3.1	Fases de Factibilização I e II	65
6.3.2	Fase de Relaxação	78
6.4	Sistema IEEE-118	83
6.5	Comentário aos Resultados	109
7	Conclusões	110
A	Condições de Otimalidade de Kuhn-Tucker	112
A.1	Condições de Kuhn-Tucker de 1ª Ordem	114
A.2	Condições de Kuhn-Tucker de 2ª Ordem	115
B	Teoremas da Existência de Caminhos	116
B.1	Teorema da Função Implícita	116
B.2	Teorema do Caminho	116

C Estrutura das Matrizes e Vetores do Método de Newton	117
C.1 Matriz Hessiana W	117
C.2 O Vetor de Incrementos Δz	118
C.3 O Vetor Gradiente ∇L	119
BIBLIOGRAFIA	120

Lista de Tabelas

6.1	Sistemas Utilizados em Testes	49
6.2	IEEE-14: Processo de Resolução do FPO	50
6.3	IEEE-14: Fluxo de Carga	52
6.4	IEEE-14: Fluxo de Carga: Taps	52
6.5	IEEE-14: Factibilização I	53
6.6	IEEE-14: Factibilização I: Taps	53
6.7	IEEE-14: Factibilização II	54
6.8	IEEE-14: Factibilização II: Taps	54
6.9	IEEE-30: Processo de Resolução do FPO	56
6.10	IEEE-30: Fluxo de Carga	58
6.11	IEEE-30: Fluxo de Carga: Taps	59
6.12	IEEE-30: Factibilização I	60
6.13	IEEE-30: Factibilização I: Taps	61
6.14	IEEE-30: Factibilização II	62
6.15	IEEE-30: Factibilização II: Taps	63
6.16	IEEE-57 Factibilização I e II: Processo de Resolução do FPO	65
6.17	IEEE-57: Fluxo de Carga (Barras 1 a 30)	69
6.18	IEEE-57: Fluxo de Carga (Barras 31 a 57)	70
6.19	IEEE-57: Fluxo de Carga: Taps	71

6.20 IEEE-57: Factibilização I (Barras 1 a 30)	72
6.21 IEEE-57: Factibilização I (Barras 31 a 57)	73
6.22 IEEE-57: Factibilização I: Taps	74
6.23 IEEE-57: Factibilização II (Barras 1 a 30)	75
6.24 IEEE-57: Factibilização II (Barras 31 a 57)	76
6.25 IEEE-57: Factibilização II: Taps	77
6.26 IEEE-57 Relaxação: Processo de Resolução do FPO	78
6.27 IEEE-57: Relaxação (Barras 1 a 30)	79
6.28 IEEE-57: Relaxação (Barras 31 a 57)	80
6.29 IEEE-57: Relaxação: Taps	81
6.30 IEEE-118: Processo de Resolução do FPO: Factibilização I	84
6.31 IEEE-118: Processo de Resolução do FPO: Factibilização II	85
6.32 IEEE-118: Fluxo de Carga (Barras 1 a 30)	94
6.33 IEEE-118: Fluxo de Carga (Barras 31 a 60)	95
6.34 IEEE-118: Fluxo de Carga (Barras 61 a 90)	96
6.35 IEEE-118: Fluxo de Carga (Barras 91 a 118)	97
6.36 IEEE-118: Fluxo de Carga: Taps	98
6.37 IEEE-118: Factibilização I (Barras 1 a 30)	99
6.38 IEEE-118: Factibilização I (Barras 31 a 60)	100
6.39 IEEE-118: Factibilização I (Barras 61 a 90)	101
6.40 IEEE-118: Factibilização I (Barras 91 a 118)	102
6.41 IEEE-118: Factibilização I: Taps	103
6.42 IEEE-118: Factibilização II (Barras 1 a 30)	104
6.43 IEEE-118: Factibilização II (Barras 31 a 60)	105
6.44 IEEE-118: Factibilização II (Barras 61 a 90)	106
6.45 IEEE-118: Factibilização II (Barras 91 a 118)	107

6.46 IEEE-118: Factibilização II: Taps	108
--	-----

Lista de Figuras

2.1	Penalidade	13
6.1	IEEE-14: Função Objetivo	51
6.2	IEEE-14: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 6 . . .	51
6.3	IEEE-14: Diagrama Unifilar	55
6.4	IEEE-30: Função Objetivo	57
6.5	IEEE-30: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 8 . . .	57
6.6	IEEE-30: Diagrama Unifilar	64
6.7	IEEE-57 Factibilização I e II: Função Objetivo	66
6.8	IEEE-57 Factibilização II: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 2	67
6.9	IEEE-57 Factibilização II: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 3	67
6.10	IEEE-57 Factibilização II: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 9	68
6.11	IEEE-57: Diagrama Unifilar	82
6.12	IEEE-118: Função Objetivo	86
6.13	IEEE-118: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 1 . . .	86
6.14	IEEE-118: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 15 . .	87
6.15	IEEE-118: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 19 . .	87

6.16 IEEE-118: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 55 . .	88
6.17 IEEE-118: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 56 . .	88
6.18 IEEE-118: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 65 . .	89
6.19 IEEE-118: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 70 . .	89
6.20 IEEE-118: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 74 . .	90
6.21 IEEE-118: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 76 . .	90
6.22 IEEE-118: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 77 . .	91
6.23 IEEE-118: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 85 . .	91
6.24 IEEE-118: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 92 . .	92
6.25 IEEE-118: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 104 .	92
6.26 IEEE-118: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 105 .	93
6.27 IEEE-118: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 110 .	93

Resumo

O Fluxo de Potência Ótimo (FPO) encontrou um dos algoritmos de resolução mais eficientes no método de Newton aplicado ao cálculo do ponto de estacionariedade de uma expansão quadrática da função Lagrangeana. Ao problema da minimização da função objetivo está incorporada a satisfação das restrições de igualdade e desigualdade. As restrições de desigualdade canalizadas em variáveis são tratadas por penalidades quadráticas. A inovação introduzida neste trabalho é o tratamento das restrições funcionais de desigualdade nos recursos de potência reativa do sistema, pelo método da Continuação. A parametrização realizada tem por meta a factibilização das restrições infactíveis e a identificação do conjunto de restrições ativas na solução do FPO. Isto é realizado pela construção de subproblemas parametrizados, provocando uma relaxação no problema original. Após identificar um conjunto de restrições infactíveis, estas são tratadas como igualdades parametrizadas. Após a factibilização do problema completo, realiza-se uma análise de seus multiplicadores de Lagrange a fim de localizar restrições candidatas a serem relaxadas. Se identificadas, estas restrições são suprimidas e o FPO solucionado novamente, sem incluí-las no conjunto de restrições parametrizadas. Por fim, teremos todas as restrições, antes violadas, agora factibilizadas e o conjunto de restrições ativas determinado, em relativamente poucas iterações do método de Newton. O método proposto demonstra capacidade de minimizar as perdas de transmissão e garantir a factibilidade no uso de recursos de potência reativa disponíveis no sistema. Nos testes computacionais realizados com os sistemas de 14, 30, 57 e 118 barras do IEEE, essas características estão numericamente constatadas e são também apresentadas neste trabalho.

Abstract

One of the best algorithms to solve the Optimal Power Flow (OPF) problem is Newton's method applied to calculate the stationary point of a quadratic approximation to the Lagrangian function, which represents the Kunh-Tucker's first order conditions. Equality constraints are included through Lagrange multipliers, while inequality constraints on variables are handled via quadratic penalty functions. The innovation introduced by this work is the inequality functional constraints treatment, specially on reactive power resources, accomplished through the Continuation method. The goal is to turn violated constraints feasible and identify the active constraint (binding) set by creating relaxed parameterized sub-problems. After identifying the binding set, violated inequality constraints are handled as parameterized equality constraints. Using Newton's method as corrector step, the algorithm reaches a feasible perhaps optimal solution. Then one performs the analysis of Lagrange multipliers associated to the binding constraints in order to determine some constraints bound to become inactive. If such ones exist, they are relaxed and the OPF solved again, taking care not to include them in the active set. Finally, the solution will be feasible an the binding set identified in a few Newton iterations. The method proposed is able to minimize active losses and guarantee feasibility on reactive power resources available in the electric system. This characteristics appear in tests performed with 14, 30, 57 and 118 buses IEEE electric systems.

Capítulo 1

Introdução

O **Fluxo de Potência Ótimo (FPO)** tem por objetivo otimizar o estado de operação estática de um sistema geração – transmissão de energia elétrica. O estado ótimo de operação deve satisfazer três exigências básicas:

- minimizar um critério de operação;
- atender a demanda de potência do sistema;
- manter os controles, variáveis e funções do sistema dentro de limites tolerados.

Estas exigências podem ser formuladas, respectivamente, como:

- minimização da função objetivo: custo da geração, perdas de potência nos componentes de transmissão, qualidade do perfil de tensão, etc.;
- restrições de igualdade: equações básicas do **Fluxo de Carga (FC)**, que resultam das Leis de Kirchhoff aplicadas ao circuito de potência;
- restrições de desigualdade: limites nos valores das grandezas do sistema, que representam restrições físicas dos componentes e escassez de recursos. Por exemplo, limites inferiores e superiores de tensão, de geração de potência (ativa e reativa), taps de transformadores em fase, ângulo de transformadores defasadores, fluxo máximo em linhas de transmissão, limites de intercâmbio entre áreas, restrições de segurança, etc.

Devido às características dos sistemas de potência, há uma interação acentuada entre a potência ativa fluindo no sistema e o ângulo das tensões nas barras, e entre a potência reativa e a magnitude de tensão. Estas peculiaridades resultam em uma divisão da operação do sistema em despacho ativo ($P-\theta$) e reativo ($Q-V$). Assim, podemos ter três modelos de Fluxo de Potência Ótimo:

- FPO Ativo: as magnitudes de tensão são constantes e os controles são aqueles que afetam o fluxo de potência ativa: injeções de potência ativa, ângulo de transformadores defasadores e fluxos de potência CC. As restrições de desigualdade são aplicadas nestas variáveis.
- FPO Reativo: as injeções de potência ativa são consideradas constantes, exceto na barra de referência. Os controles são as magnitudes de tensão, os taps dos transformadores em fase, capacitores e reatâncias de compensação. As restrições de desigualdade são aplicadas nestas variáveis e nas injeções de potência reativa.
- FPO Ativo-Reativo: os controles de potência (ativa e reativa) e tensão (magnitude e ângulo) são realizados simultaneamente. As restrições aplicam-se a todas as variáveis do problema.

O FPO é aplicado a sistemas com grande número de barras, a cada uma associadas as quatro variáveis de potência e tensão, acopladas matematicamente por equações algébricas não-lineares. Além disso, a função objetivo pode ser altamente não-linear, e resta a dificuldade de determinar o conjunto de restrições de desigualdade ativas na solução [20]. Estas características fazem do FPO um problema real único, devido às dimensões e à dificuldade de tratamento.

Devido à sua característica essencialmente não-linear, as técnicas mais utilizadas para resolvê-lo fazem uso da Programação Não-Linear, de onde vêm vários algoritmos e formas de modelagem para tratar o problema. Entretanto, uma das maiores dificuldades continua sendo a identificação das restrições de desigualdade ativas já que, matematicamente, sua incorporação no problema é muitas vezes difícil.

Entretanto, os usos potenciais do FPO compensam as dificuldades encontradas para solucionar o problema. O FPO pode ser usado na operação do sistema em tempo

real, na análise da segurança, no controle automático das variáveis do sistema, na previsão e planejamento da operação e na expansão do sistema de energia elétrica [5].

Os principais benefícios resultantes do uso do FPO são [18]:

- imposição de limites de operação ao sistema elétrico, assegurando segurança e qualidade operacionais;
- otimização do binômio potência reativa-tensão;
- operação econômica do sistema.

1.1 Métodos de Resolução

Vários métodos foram propostos para resolver o problema do Fluxo de Carga Ótimo. Os principais usam técnicas de otimização que satisfazem diretamente as condições de Kuhn-Tucker, Programação Linear Sucessiva, Gradiente Reduzido e Programação Quadrática Sucessiva. As técnicas que buscam satisfazer as condições de Kuhn-Tucker diretamente possuem convergência lenta e algumas vezes errática [5]. As técnicas de Programação Linear Sucessiva (isto é, resolver sucessivamente vários problemas linearizados) possuem convergência rápida e confiável. Entretanto, a mesma linearização que traz rapidez e confiabilidade pode resultar em valores imprecisos para o estado do sistema. Isto ocorre principalmente quando a função objetivo é perdas na transmissão, pois sua característica principal é a não-linearidade [5].

Já as técnicas de Gradiente, que derivam principalmente do método do gradiente reduzido de Wolf [2], fornecem resultados melhores quando aplicadas ao FPO não-linear, e possuem vários desenvolvimentos, como o de Dommel-Tinney [8], de injeções diferenciais de Carpentier [5], etc. Mesmo assim, as técnicas de Otimização Quadrática, predominantemente o método de Newton [19], são as mais promissoras, de convergência mais rápida. A principal dificuldade consiste em identificar as restrições de desigualdade ativas na solução.

O primeiro método realmente eficaz e com capacidade prática foi o de Dommel-Tinney [8]. Neste trabalho, os autores estabelecem com muita precisão as características do problema e apresentam sua solução satisfazendo as condições de Kuhn-Tucker, bem como algumas maneiras de tratar as restrições de desigualdade.

Em 1981, Dillon [7] propôs o uso do Método de Continuação para resolver o FPO, revelando-se uma técnica eficiente, que ainda permite muitos desenvolvimentos e cuja pesquisa tem sido conduzida principalmente pelo grupo de Galiana [10, 11, 16] na Universidade McGill, Canadá.

Uma das técnicas mais promissoras para a solução do FPO é a Programação Quadrática Sequencial pelo Método de Newton [19], onde uma expansão quadrática da função Lagrangeana é considerada. Iterativamente busca-se a minimização da função objetivo e o atendimento das restrições de igualdade. As restrições de desigualdade são tratadas com uma heurística de busca (*trial iterations*).

1.2 Estrutura do Trabalho

O objetivo deste trabalho é propor a utilização do método da Continuação na factibilização e identificação das restrições funcionais de desigualdade ativas no FPO reativo. A premissa principal é a substituição da heurística proposta em [6, 19] por uma metodologia mais eficiente e robusta, baseada em técnicas de otimização não-linear.

No Capítulo 2 é apresentado o método do Gradiente de Dommel-Tinney para a resolução do FPO. Apesar de não ser utilizado neste trabalho, é importante por ser um método de 1ª ordem que aborda as várias características do FPO apresentadas na literatura. Além disso, é o ponto de partida para o método de Newton.

No Capítulo 3 é apresentado o método de Newton, utilizado neste trabalho, bem como as técnicas mais utilizadas para tratar as restrições de desigualdade.

No Capítulo 4 é proposta uma abordagem que, fazendo uso do Método da Continuação, possibilita a resolução de um problema não linear com restrições funcionais de desigualdade. A abordagem proposta considera a parametrização das restrições funcionais de desigualdade dentro de um procedimento centrado no método de Newton.

O Capítulo 5 apresenta a estrutura da função objetivo e restrições de igualdade e desigualdade, a aplicação do método da Continuação para a factibilização dos recursos de potência reativa, bem como o algoritmo geral de solução do FPO.

O Capítulo 6 apresenta os testes realizados em quatro sistemas elétricos diferentes, com tabelas e figuras mostrando os estados dos sistemas e seu comportamento durante o processo de otimização. No Capítulo 7 apresentamos as conclusões e vantagens da metodologia utilizada neste trabalho.

Capítulo 2

Fluxo de Potência Ótimo: Formulação e Resolução por um Método do Tipo Gradiente — Dommel-Tinney

O problema do Fluxo de Potência Ótimo é formulado como a minimização de uma função objetivo, $f(x)$, sujeita a restrições de igualdade $g(x) = 0$ e de desigualdade $h(x) \leq 0$, em função do estado x do sistema elétrico.

O problema pode ser formulado matematicamente como:

$$\begin{array}{ll} \min f(x) & \\ \text{s.a} & \\ g(x) = 0 & \\ h(x) \leq 0 & \end{array} \quad (2.1)$$

Tanto a função objetivo, as restrições de igualdade e algumas restrições de desigualdade são funções não-lineares, muitas vezes não-convexas, do estado. Portanto, as principais técnicas de otimização empregadas para resolver o FPO são técnicas de otimização não-linear, baseadas nas condições de otimalidade de Kuhn-Tucker [2, 9, 13], cujo resumo pode ser encontrado no Apêndice A.

As condições de Kuhn-Tucker levam em conta a formulação do problema pelo método de multiplicadores de Lagrange, estabelecendo condições necessárias e suficientes

para que um dado ponto (estado) seja um ponto de mínimo factível da função $f(x)$.

Embora as condições de Kuhn-Tucker forneçam critérios de otimalidade de 1ª ordem, as dimensões das matrizes hessianas da função objetivo e das restrições são muito grandes e o custo computacional da avaliação de definição positiva é muito alto, tornando impraticável, na prática, o teste de condições de 2ª ordem.

Na verdade, para escolher um ponto de operação “melhor” do que o disponível, não é necessário atingir um ótimo global e nem mesmo um ótimo local na solução do FPO. O engenheiro de potência estará satisfeito com uma solução que melhore o atual ponto de operação do sistema, mantendo a factibilidade das restrições [18].

2.1 Solução com Atendimento das Restrições de Igualdade

O trabalho de H. Dommel e W. Tinney [8] foi o primeiro a possibilitar o uso do FPO como ferramenta prática para a operação e planejamento de grandes sistemas de energia elétrica. Embora Burchett et al. [3] tenham demonstrado posteriormente (1982) que métodos de gradiente não solucionam o FPO, o artigo [8] tem o mérito de haver introduzido o problema de forma tratável via otimização não-linear, e sua abordagem continua até hoje sendo muito esclarecedora e essencial à compreensão do FPO.

O método é derivado do gradiente reduzido de Wolf. Existe uma distinção entre as incógnitas do problema, x , e as variáveis especificadas, y (variáveis *dependentes* e *independentes*). Os vetores x e y são compostos por:

$$x = \begin{cases} V_i \\ \theta_i \end{cases} \quad i \in PQ$$

$$\theta_k \quad k \in PV \quad (2.2)$$

$$y = \begin{cases} \begin{Bmatrix} V_i \\ \theta_i \end{Bmatrix} & i \in \text{SL} \\ \begin{Bmatrix} P_k \\ Q_k \end{Bmatrix} & k \in \text{PQ} \\ \begin{Bmatrix} P_j \\ V_j \end{Bmatrix} & j \in \text{PV} \end{cases} \quad (2.3)$$

onde

- V_k : módulo da tensão na barra k ;
- θ_k : ângulo da tensão na barra k ;
- P_k : injeção líquida de potência ativa na barra k ;
- Q_k : injeção líquida de potência reativa na barra k ;
- SL: conjunto das barras onde V_k e θ_k são especificados (barra de referência, ou *slack*);
- PV: conjunto das barras onde P_k e V_k são especificados (barras de tensão controlada);
- PQ: conjunto das barras onde P_k e Q_k são especificados (barras de carga).

O Fluxo de Carga via Método de Newton é utilizado para encontrar x . Isto quer dizer que o problema

$$g(x, y) = 0 \quad (2.4)$$

onde $g(x, y)$ é o conjunto de equações do fluxo de carga, é resolvido iterativamente por

$$x^{m+1} = x^m + \Delta x^m$$

onde Δx^m é encontrado pela expansão de 2.4 em série de Taylor:

$$\Delta x^m = - \left[\frac{\partial g(x^m, y)}{\partial x} \right]^{-1} \left[g(x^m, y) \right] \quad (2.5)$$

A função objetivo para o problema ativo-reativo é o custo de geração $f = \sum K_i(P_{G_i})$, ou perdas na transmissão para o problema reativo $f = P_{SL}(V, \theta)$.

Algumas variáveis do vetor y sofrem alterações durante o processo de otimização. São as variáveis de controle do problema, u . Assim, o vetor y é particionado em dois vetores: u , das variáveis de controle, e p , dos parâmetros fixos.

$$y = \begin{bmatrix} u \\ p \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Variáveis de controle podem ser as magnitudes de tensão em barras PV, taps de transformadores em fase, potência ativa gerada, etc.

Fazendo esta distinção entre as variáveis, o problema com restrições de igualdade é formulado como

$$\begin{aligned} & \min f(x, u) \\ & \text{s.a} \\ & g(x, u, p) = 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

A função Lagrangeana associada ao problema 2.7 é dada por:

$$L(x, u, p, \lambda) = f(x, u) + \lambda^t g(x, u, p) \quad (2.8)$$

As condições de Kuhn-Tucker de 1ª ordem aplicadas ao problema 2.7 são:

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right] + \left[\frac{\partial g}{\partial x} \right]^t \lambda = 0 \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial u} = \left[\frac{\partial f}{\partial u} \right] + \left[\frac{\partial g}{\partial u} \right]^t \lambda = 0 \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = g(x, u, p) = 0 \quad (2.11)$$

Para qualquer ponto factível, mas ainda não ótimo, 2.11 está satisfeito e λ pode ser obtido de 2.9. O vetor $\frac{\partial L}{\partial u}$ é o gradiente reduzido ∇f , que indica a direção de crescimento da função objetivo.

Portando, o seguinte algoritmo de solução pode ser estabelecido:

1. definir um conjunto de variáveis de controle u
2. encontrar uma solução factível pelo fluxo de carga Newton
3. encontrar λ resolvendo 2.9

$$\lambda = - \left(\left[\frac{\partial g}{\partial x} \right]^t \right)^{-1} \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right] \quad (2.12)$$

4. substituir λ em 2.10, calculando o gradiente reduzido

$$\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial u} \right] - \left[\frac{\partial g}{\partial u} \right]^t \left(\left[\frac{\partial g}{\partial x} \right]^t \right)^{-1} \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right] \quad (2.13)$$

onde ∇f mede a sensibilidade da função objetivo com relação a variações em u

5. se $|\nabla f| < \delta$, a solução foi encontrada
6. encontrar novos valores para as variáveis de controle através das seguintes relações:

$$u^{m+1} = u^m + \Delta u^m \quad (2.14)$$

$$\Delta u^m = -c \nabla f \quad (2.15)$$

e voltar ao passo 2

A parte crítica do algoritmo é o passo 6. Além de a equação 2.15 ser apenas uma das possíveis formas de correção de u , ela é fortemente dependente da escolha do fator c . Se c for muito pequeno, a convergência é lenta devido à redução do tamanho do passo. Se c for muito grande, ocorrerão oscilações em torno do ponto de mínimo. Assim, c deve ser escolhido de forma a minimizar $f(x, u - c \nabla f)$.

2.2 Incorporação das Restrições em Variáveis de Controle

Até agora, consideramos o método de Dommel-Tinney sem restrições de desigualdade. Agora veremos como os autores tratam as restrições nas variáveis de controle u .

Estas variáveis estão sujeitas a limites impostos pelas características físicas dos equipamentos

$$u^{min} \leq u \leq u^{max} \quad (2.16)$$

O controle destas restrições é realizado de forma a não permitir que uma correção Δu_i faça com que u_i viole algum de seus limites. Se a correção tornar u_i infactível, esta variável é mantida fixada no limite violado, ou seja:

$$u_i^{m+1} = \begin{cases} u_i^{max}, & \text{se } u_i^m + \Delta u_i^m > u_i^{max} \\ u_i^{min}, & \text{se } u_i^m + \Delta u_i^m < u_i^{min} \\ u_i^m + \Delta u_i^m, & \text{se } u_i^{min} \leq u_i^m + \Delta u_i^m \leq u_i^{max} \end{cases} \quad (2.17)$$

Mesmo que uma variável de controle tenha alcançado seu limite, seu componente no vetor gradiente deve ser calculado, pois eventualmente poderá afastar-se do limite em uma direção factível.

No ponto de mínimo, os componentes $\frac{\partial f}{\partial u_i}$ do gradiente reduzido ∇f serão

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial u_i} = 0, & \text{se } u_i^{min} < u_i < u_i^{max} \\ \frac{\partial f}{\partial u_i} \leq 0, & \text{se } u_i = u_i^{max} \\ \frac{\partial f}{\partial u_i} \geq 0, & \text{se } u_i = u_i^{min} \end{cases} \quad (2.18)$$

2.3 Incorporação das Restrições Funcionais

Além das restrições de desigualdade nas variáveis de controle u , há ainda as restrições funcionais do tipo

$$h(x, u) \leq 0$$

Exemplo destas são os limites nas variáveis dependentes x

$$x^{min} \leq x \leq x^{max}$$

onde x é função de u .

Este tipo de restrição é tratado pelo método de penalidades adicionadas à função objetivo. Algumas vantagens do método de penalidades são:

- permite limites mais flexíveis sobre as restrições funcionais;
- altera muito pouco o algoritmo;
- permite soluções factíveis onde limites rígidos não permitiriam.

A principal desvantagem é a dificuldade de escolha do valor da penalidade. Uma estratégia usada é aumentar as penalidades gradativamente ao longo do processo. Isto permite limites suaves no começo e limites mais rígidos no final do processo iterativo, reforçando a factibilidade da solução.

A função objetivo aumentada pelas penalidades fica

$$f^p(x, u) = f(x, u) + \Sigma \omega_j \quad (2.19)$$

onde uma penalidade ω_j é introduzida para cada restrição funcional violada, como se vê na figura 2.1. A penalidade ω_j é definida, por exemplo, como

$$\omega_j = \begin{cases} s_j(x_j - x_j^{max})^2, & \text{se } x_j > x_j^{max} \\ s_j(x_j - x_j^{min})^2, & \text{se } x_j < x_j^{min} \end{cases} \quad (2.20)$$

Quanto maior o valor de s_j , mais rígida será a penalidade.

O problema pode ainda ser formulado incluindo-se restrições de desigualdade nas variáveis de controle na função Lagrangeana. Assim, o problema passa a ser

$$\begin{aligned} & \min f^p(x) \\ & \text{s.a} \\ & g(x, u, p) = 0 \\ & u - u^{max} \leq 0 \\ & u^{min} - u \leq 0 \end{aligned} \quad (2.21)$$

As condições necessárias de Kuhn-Tucker de 1ª ordem são

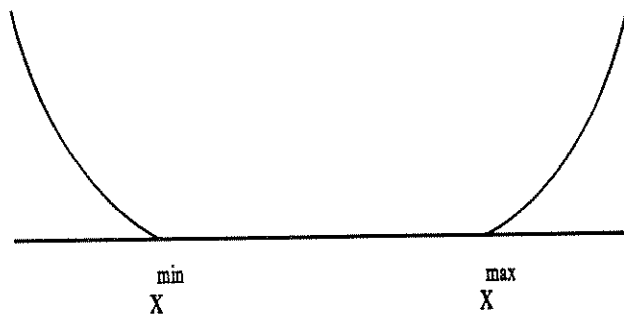


Figura 2.1: Penalidade

$$\nabla L = 0 \quad (2.22)$$

$$[\mu^{max}]^t (u - u^{max}) = 0 \quad (2.23)$$

$$[\mu^{min}]^t (u - u^{min}) = 0 \quad (2.24)$$

$$\mu^{max} \geq 0 \quad \mu^{min} \geq 0 \quad (2.25)$$

onde L é a função Lagrangeana

$$L = f^p(x, u) + [\lambda]^t g(x, u, p) + [\mu^{max}]^t (u - u^{max}) + [\mu^{min}]^t (u^{min} - u)$$

e μ^{max} e μ^{min} são vetores de multiplicadores de Lagrange associados às restrições correspondentes aos limites superiores e inferiores, respectivamente. Como uma variável não pode violar ambos os limites ao mesmo tempo, para uma variável u_j que viole uma restrição de desigualdade, existirá μ^{max} ou μ^{min} , mas não ambos simultaneamente.

O gradiente da função Lagrangeana será

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \left[\frac{\partial f^p}{\partial x} \right] + \left[\frac{\partial g}{\partial x} \right]^t \lambda = 0 \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial L}{\partial u} = \left[\frac{\partial f^p}{\partial u} \right] + \left[\frac{\partial g}{\partial u} \right]^t \lambda + \mu = 0 \quad (2.27)$$

onde $\mu_i = \mu_i^{max}$, se $u_i > u_i^{max}$ ou $\mu_i = -\mu_i^{min}$, se $u_i < u_i^{min}$

Assim, λ vem da equação 2.26 e μ , que é o negativo do gradiente reduzido, vem da equação 2.27.

No ponto de ótimo, μ deve satisfazer as equações 2.23, 2.24 e 2.25

$$\mu_i = 0, \text{ se } u_i^{min} < u_i < u_i^{max} \quad (2.28)$$

$$\mu_i = \mu_i^{max} \geq 0, \text{ se } u_i = u_i^{max} \quad (2.29)$$

$$\mu_i = -\mu_i^{min} \leq 0, \text{ se } u_i = u_i^{min} \quad (2.30)$$

o que corresponde a 2.18 se considerarmos

$$\mu = -\nabla f$$

2.4 Método Aproximado de 2ª Ordem

Pode-se aproximar a função objetivo 2.19 por uma função quadrática de u :

$$f^p(x, u + \Delta u) = f^p(x, u) + [\nabla f^p]^t [\Delta u] + \frac{1}{2} [\Delta u]^t \frac{\partial^2 f^p}{\partial u^2} [\Delta u] + \dots \quad (2.31)$$

Aplicando as Condições de Kuhn-Tucker de 1ª Ordem, temos

$$\Delta u = - \left[\frac{\partial^2 f^p}{\partial u^2} \right]^{-1} \nabla f^p \quad (2.32)$$

onde $\frac{\partial^2 f^p}{\partial u^2}$ é a matriz Hessiana de $f^p(x, u)$ com relação a u . Pode-se ignorar os elementos fora da diagonal principal, supondo que os parâmetros de controle têm pouca (ou nenhuma)

interação. Isto torna a matriz Hessiana uma matriz diagonal com elementos $\frac{\partial^2 f^p}{\partial u_i^2}$. Assim, o cálculo do vetor de incrementos Δu pode ser feito componente a componente, pois a relação será escalar, do tipo:

$$\Delta u_i = - \left(\frac{\partial^2 f^p}{\partial u_i^2} \right)^{-1} \frac{\partial f^p}{\partial u_i} \quad (2.33)$$

Utilizando-se a equação 2.33 obtém-se um método de 2ª ordem aproximado, que acelera a convergência e fornece melhores resultados [15] do que o método de Dommel-Tinney de 1ª ordem. As perspectivas de uso do método de Newton de 2ª ordem são abordadas no Capítulo 3.

Capítulo 3

FPO via Método de Newton

O método de Newton foi usado pela primeira vez para resolver o FPO por Sun et al. [19] e Burchett et al. [4] em 1984. O método de Newton possui enormes vantagens com relação a um método tipo gradiente [8] abordado no Capítulo 2. As principais são:

- convergência superlinear (2ª ordem);
- solução comparável a alguns poucos fluxos de carga;
- tempo de solução e memória utilizada pouco afetado pelo número de controles e restrições de desigualdade;
- adaptável aos três tipos de OPF: ativo/reativo, somente ativo, somente reativo;
- eficiência e robustez na busca da solução ótima.

3.1 Formulação Matemática.

O método de Newton usa uma aproximação quadrática da função Lagrangeana, onde as restrições de igualdade são incorporadas ao problema via multiplicadores de Lagrange.

Consideremos novamente o problema

$$\begin{aligned}
& \min f(x) \\
& \text{s.a} \\
& g(x) = 0
\end{aligned} \tag{3.1}$$

onde $f(x)$ é a função objetivo e $g(x) = 0$ representa as equações do fluxo de carga, satisfazendo o atendimento da demanda de potência. O vetor x é conjunto de incógnitas do problema.

A função Lagrangeana associada ao problema 3.1 é

$$L(x, \lambda) = f(x) + \lambda^t g(x) \tag{3.2}$$

Para que o ponto de ótimo seja atingido, a condição de Kuhn-Tucker de 1ª ordem exige que

$$\nabla L(x, \lambda) = 0 \tag{3.3}$$

Considere que o sistema elétrico descrito pelo problema 3.1 esteja operando em um ponto factível das restrições que seja, pelo menos, um mínimo local de $f(x)$. Se o sistema sofrer uma perturbação que afaste x do ponto de operação atual, precisamos encontrar os incrementos Δx e $\Delta \lambda$ que levem o estado do sistema novamente a um ponto factível das restrições e mínimo relativo do problema:

$$\nabla L(x + \Delta x, \lambda + \Delta \lambda) = 0 \tag{3.4}$$

Expandindo 3.4 em série de Taylor e considerando apenas os termos lineares, temos

$$\nabla L(x + \Delta x, \lambda + \Delta \lambda) = \nabla L(x, \lambda) + \frac{\partial \nabla L(x, \lambda)}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial \nabla L(x, \lambda)}{\partial \lambda} \Delta \lambda = 0 \tag{3.5}$$

Separando as componentes, temos

$$\nabla_x L(x, \lambda) + \frac{\partial \nabla_x L(x, \lambda)}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial \nabla_x L(x, \lambda)}{\partial \lambda} \Delta \lambda = 0 \quad (3.6)$$

$$\nabla_\lambda L(x, \lambda) + \frac{\partial \nabla_\lambda L(x, \lambda)}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial \nabla_\lambda L(x, \lambda)}{\partial \lambda} \Delta \lambda = 0 \quad (3.7)$$

No sistema de equações 3.6 e 3.7, podemos identificar as seguintes matrizes:

- matriz Hessiana do Lagrangeano

$$\frac{\partial \nabla_x L(x, \lambda)}{\partial x} = \frac{\partial^2 L(x, \lambda)}{\partial x^2} = \mathcal{H} \quad (3.8)$$

- matriz Jacobiana do Fluxo de Carga

$$\frac{\partial \nabla_\lambda L(x, \lambda)}{\partial x} = \frac{\partial g(x)}{\partial x} = -J \quad (3.9)$$

- matriz Jacobiana transposta

$$\frac{\partial \nabla_x L(x, \lambda)}{\partial \lambda} = -J^t \quad (3.10)$$

- matriz nula

$$\frac{\partial \nabla_\lambda L(x, \lambda)}{\partial \lambda} = \frac{\partial g(x)}{\partial \lambda} = 0 \quad (3.11)$$

Assim sendo, as equações básicas do método de Newton, aplicando as condições 3.6 e 3.7, tornam-se:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} \Delta x \quad -J^t \Delta \lambda &= -\nabla_x L(x, \lambda) \\ -J \Delta x &= -g(x) \end{aligned} \quad (3.12)$$

e podem ser reescritas na forma matricial [9, 13]

$$\begin{bmatrix} \mathcal{H} & -J^t \\ -J & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x L(x, \lambda) \\ g(x) \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

3.1.1 Equações e Variáveis

A matriz $\begin{bmatrix} \kappa & -J^t \\ -J & 0 \end{bmatrix}$ é uma “matriz Lagrangeana” (veja Luenberger [13]) ou “bordered hessian” [19], representada por W , e o vetor gradiente $\begin{bmatrix} \nabla_x L(x, \lambda) \\ g(x) \end{bmatrix}$ será doravante representado por ∇L . O vetor de incógnitas $\begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix}$ será representado por z . Logo,

$$\Delta z = \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix}$$

Portanto, o sistema 3.13 é reescrito como

$$W \Delta z = -\nabla L \quad (3.14)$$

A equação matricial 3.14, resolvida iterativamente, fornece o novo ponto de operação do sistema elétrico que minimiza a função objetivo $f(x)$ e ao mesmo tempo satisfaz as restrições de igualdade $g(x) = 0$. As incógnitas do problema são atualizadas por

$$z^{m+1} = z^m + \Delta z^m \quad (3.15)$$

O vetor x é composto pelos módulos de tensão em todas as barras, ângulos de tensão em todas as barras exceto a barra de referência (θ_{SL} continua sendo a referência angular do sistema), taps dos transformadores em fase e ângulos dos transformadores defasadores.

$$x = \begin{cases} \theta_i & i \in PV \cup PQ \\ V_i & i \in SL \cup PV \cup PQ \\ t_{km}, \phi_{km} & \text{transformadores} \end{cases} \quad (3.16)$$

Podem ainda ser incorporados no vetor x outros tipos de controle, como bancos de capacitores, fontes de potência ativa, etc [18, 19, 20]. Tanto as variáveis como os multiplicadores de Lagrange são atualizados simultaneamente, contrastando fortemente com o método de Dommel-Tinney.

Devido à sua característica de convergência de 2ª ordem, o método de Newton torna-se eficiente para resolver problemas de FPO de qualquer tamanho prático, convergindo

para as condições de Kuhn-Tucker de 1ª ordem em poucas iterações. Devido a estes motivos, o método de Newton foi utilizado neste trabalho.

A parte crítica do método é a identificação das restrições de desigualdade ativas na solução. Vários algoritmos foram propostos para tal, sendo um dos principais as *trial iterations* de Sun et al. [19]. Uma forma mais elaborada foi descrita por Crisan e Mohtadi [6].

3.2 Tratamento das Restrições de Canalização em Variáveis

Para manter o valor de uma variável próximo de limites desejados, ou suficientemente próximo de um valor pré-fixado, um dos métodos mais eficientes é o de penalidades quadráticas. A penalização pode ser aplicada nos limites de canalização ou no afastamento de um valor central. Isto significa que, para cada variável que viole seus limites ou afaste-se do valor desejado, são introduzidos termos na função objetivo do tipo

$$\omega_j = \frac{S_j}{2}(x_j - \bar{x}_j)^2 \quad (3.17)$$

onde x_j é a variável em questão, $\bar{x}_j$ é seu limite ou valor desejado e S_j o termo de penalidade.

No método de Newton, o gradiente ∇L é formado pelas derivadas de 1ª ordem da função Lagrangeana. Em decorrência do termo de penalidade, será adicionado na respectiva componente do gradiente uma parcela dada por

$$\frac{\partial \omega_j}{\partial x_j} = S_j(x_j - \bar{x}_j) \quad (3.18)$$

Nota-se que, quanto maior o valor da penalidade S_j , maior o valor da contribuição da função de penalidades na componente j do gradiente, tentando levar x_j à vizinhança próxima de $\bar{x}_j$.

Na matriz hessiana W , a parcela correspondente à penalidade é incorporada como

$$\frac{\partial^2 \omega_j}{\partial x_j^2} = S_j \quad (3.19)$$

ou seja, um número é somado à diagonal principal de W . Isto tem influência direta no cálculo do incremento Δx_j , dando uma possibilidade de controle sobre o valor de x_j em relação a $\bar{x}_j$. O valor de S_j é usado para determinar com que rigidez se pretende manter a variável x_j próxima do valor desejado ou limite $\bar{x}_j$.

Em um método de 2ª ordem, a penalidade tem ainda outro efeito: um valor relativamente elevado de S_j , adicionado à diagonal principal da matriz W , interfere em seu condicionamento numérico, e pode evitar que a matriz se torne singular. Portanto o sistema linear 3.14 tem sua resolução afetada e influencia diretamente o desempenho do método de Newton quando se utiliza uma função de penalidades. De um modo geral os algoritmos de solução do FPO baseados no método de Newton incorporam este tipo de penalidades para o tratamento das restrições em variáveis [6, 19, 20].

3.3 Heurísticas de Determinação das Restrições Funcionais Ativas

Uma dificuldade crítica na utilização do Método de Newton é o tratamento das restrições funcionais de desigualdade [2, 9, 13]. Quando o sistema 3.14 for resolvido iterativamente, é muito provável que no ponto de solução existam algumas restrições funcionais de desigualdade inactivas. Para trazê-las novamente ao seu limite, bastaria incorporá-las ao conjunto de restrições ativas $g(x) = 0$ e em seguida resolver o novo problema. Entretanto, podem surgir novas restrições inactivas associadas com as incorporações anteriores. Portanto, o desconhecimento das restrições funcionais ativas na solução faz com que a sua identificação seja através de tentativas e erros, o que aumenta consideravelmente o número de iterações e o tempo de execução dos algoritmos computacionais.

3.3.1 Método Sugerido por Sun et al.

Já que as restrições de desigualdade ativas na solução não são conhecidas *a priori*, não podem ser incorporadas previamente como igualdades. Portanto, um procedimento possível para identificá-las é, durante o processo iterativo do método no Newton, monitorar as infactibilidades, incluindo como igualdades, a cada iteração, as restrições infactíveis e retirando as que tendem à factibilidade espontânea (candidatas a não influírem na solução). Este esquema, sugerido em [19], é um método de tentativa e erro, chamado apropriadamente de *trial iterations*. Os autores sugerem algumas variantes que baseiam-se na inclusão de restrições infactíveis e retirada daquelas que tendem à factibilidade.

Uma restrição ativa tende à factibilidade estrita se estiver no valor do limite superior e seu multiplicador de Lagrange for negativo, ou se estiver no valor do limite inferior e seu multiplicador de Lagrange for positivo [2, 13, 19].

Embora este método de tentativas aumente o tempo total de solução, cada *trial iteration* é realizada bem mais rapidamente que uma iteração Newton completa, valendo-se da refatoração parcial da matriz W .

Considere, como exemplo, as restrições de geração de potência ativa ou reativa em barras de geração. A inclusão de uma (ou mais) restrição infactível deste tipo em $g(x) = 0$ força as fontes geradoras restantes a suprir a deficiência ou compensar o excesso de potência no sistema elétrico, podendo provocar novas violações em limites de geração em outras fontes do sistema. Esse efeito cascata é solucionado através das *trial iterations* antes de realizar a próxima iteração Newton, na qual a matriz W é fatorada completamente.

Portanto, um possível algoritmo para resolver o FPO, sugerido em [19], seria:

1. Teste se z satisfaz as condições de Kuhn-Tucker. Se satisfizer, pare.
2. Verifique as restrições de desigualdade
 - (a) Inclua as restrições infactíveis no conjunto de restrições de igualdade (isto significa incorporá-las em $g(x)$ na formulação da função Lagrangeana)
 - (b) retire as restrições de desigualdade que tendem à factibilidade do conjunto de restrições de igualdade

3. Resolva $W\Delta z = -\nabla L$
4. Atualize z por Δz e vá para 1

3.3.2 Método Sugerido por Crisan e Mohtadi

Por sua vez, o artigo da referência [6] propõe outra variação para o algoritmo de *trial iterations*, somente incluindo no conjunto de restrições ativas as restrições inactivas que causariam maior variação incremental na função Lagrangeana.

Para estipular quais restrições devem ser incorporadas às igualdades, para cada restrição $h_i(x)$ inactivo é calculado o incremento na função Lagrangeana

$$\Delta L_i = \left| \frac{\partial L}{\partial h_i(x)} \Delta h_i(x) \right| \quad (3.20)$$

Quando o valor de ΔL_i for elevado, significa que o efeito da inclusão de $h_i(x)$ no conjunto das restrições ativas é grande, e seu custo na manutenção da factibilidade é alto.

É definido então o conjunto normalizado de restrições violadas (*Normalised Violated Constraint Set*)

$$NVCS = \frac{(\Delta L_1, \dots, \Delta L_n)}{\max\{\Delta L_1, \dots, \Delta L_n\}} \quad (3.21)$$

Uma restrição inactivo é incluída no conjunto de restrições de igualdade se seu elemento correspondente em *NVCS* for maior do que r , um valor entre 0 e 1. Os autores apontam $r = 0,5$ como um bom compromisso entre velocidade de convergência e eficiência.

O algoritmo proposto para identificação das restrições ativas é:

- 1.1 Calcule ∇L
- 1.2 Verifique se ∇L satisfaz as condições de Kuhn-Tucker. Se satisfizer, pare
- 1.3 Calcule W
- 1.4 Selecione Δz como indicado nos passos 2.1 a 2.5
- 1.5 Faça $z^{m+1} = z^m + \Delta z^m$

1.6 Volte ao passo 1.1

Para encontrar Δz , usa-se um algoritmo de tentativas:

- 2.1 Modifique por tentativas ∇L e W em 3.14 usando o conjunto de restrições de desigualdade tratadas como igualdades
- 2.2 Calcule Δz^m e z^{m+1} usando 3.14 e 3.15
- 2.3 Retire as restrições ativas que tendem à factibilidade em z^{m+1} . As outras restrições de desigualdade permanecem no conjunto ativo
- 2.4 Considere como igualdades certas restrições de desigualdade antes não tratadas como tal em z^{m+1}
 - (a) Se não há restrições candidatas a serem tratadas como igualdades, retorne ao passo 1.5
 - (b) Calcule o *NVCS* e selecione parte das restrições violadas para serem adicionadas ao conjunto ativo
- 2.5 Volte ao passo 2.1 na próxima iteração

3.4 Considerações Acerca das *Trial Iterations*

O método de *trial iterations*, se implementado com todos os recursos de esparsidade, refatoração matricial e técnicas de vetores esparsos torna-se rápido em comparação a uma iteração do método de Newton.

Embora as *trial iterations* possam ser orientadas de forma a selecionar estrategicamente as restrições a serem consideradas ativas, o método é heurístico, e esse caráter de tentativa e erro não garante seu sucesso (*Because of this essentially trial and error approach, their success cannot be guaranteed.*) [16].

No Capítulo 4 apresenta-se uma estratégia alternativa para a identificação do conjunto de restrições funcionais de desigualdade ativas, baseada na parametrização de restrições inactiváveis durante o processo de solução através do método de Newton.

Capítulo 4

Homotopia Newton para o Tratamento das Restrições Funcionais de Desigualdade

No Capítulo 3 vimos como são usados métodos heurísticos para encontrar o conjunto de restrições funcionais ativas na solução do FPO. Algumas considerações sobre suas vantagens e desvantagens foram feitas na seção 3.4. Resumidamente, estas técnicas não garantem sucesso na identificação do conjunto de restrições funcionais de desigualdade ativas.

Neste capítulo é proposto um algoritmo que, através do método da Continuação, identifica e factibiliza o conjunto de restrições funcionais de desigualdade ativas na solução de um problema não linear genérico. Para tal, o problema original é relaxado e sua solução é calculada através de uma sequência de problemas parametrizados que são resolvidos pelo método de Newton. O método então traz, paulatinamente, as restrições violadas para seu valor limite, factibilizando o problema e ao mesmo tempo modificando o estado de modo a permitir o atendimento das restrições de desigualdade inactíveis [1].

Alguns artigos sugerem o uso do Método de Continuação para resolver, no caso do FPO, o problema completo através da parametrização de todas as restrições e função objetivo [1, 10, 16]. Neste trabalho, propõe-se usar a parametrização apenas na identificação das restrições funcionais ativas na solução do problema.

4.1 O Método da Continuação

O método da Continuação é, essencialmente, uma técnica proposta para resolver um sistema de equações algébricas não-lineares, a partir de um subsistema que tenha solução conhecida. Esse método é adaptado eficientemente para resolver problemas multidimensionais de otimização restrita [17], revelando-se poderoso onde outras técnicas falham, devido à sua capacidade de lidar tanto com restrições de igualdade como com restrições de desigualdade [7].

4.1.1 A Função Homotopia

Para apresentar a função homotopia, partimos de um exemplo [22] : encontrar uma solução para um sistema de equações não lineares do tipo

$$\begin{aligned} x_1^3 - 3x_1^2 + 8x_1 + 3x_2 - 36 &= 0 \\ x_1^2 + x_2 + 4 &= 0 \end{aligned} \quad (4.1)$$

Uma possível solução adviria de partir de outro sistema de equações cuja solução já é conhecida, e aproximar este sistema do sistema original 4.1.

Tomemos o sistema

$$\begin{aligned} x_1^3 + 8x_1 + 3x_2 &= 0 \\ x_2 &= 0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

cuja solução é $(x_1, x_2) = (0, 0)$. Introduzimos um parâmetro escalar $0 \leq \gamma \leq 1$, chamado de parâmetro de homotopia, que será usado para aproximar o sistema 4.2 cuja solução conhecemos do sistema 4.1 cuja solução buscamos:

$$\begin{aligned} x_1^3 + 8x_1 + 3x_2 - \gamma(3x_1^2 + 36) &= 0 \\ x_2 + \gamma(x_1^2 + 4) &= 0 \end{aligned} \quad (4.3)$$

Nota-se em 4.3 que, para $\gamma = 0$, temos o sistema 4.2 e para $\gamma = 1$, temos o sistema 4.1. Assim, obtemos x_1 e x_2 em função de γ :

$$\begin{aligned}x_1(\gamma) &= 6\gamma \\x_2(\gamma) &= -36\gamma^3 - 4\gamma\end{aligned}\tag{4.4}$$

Seguindo o caminho $x_1(\gamma)$ e $x_2(\gamma)$ de $\gamma = 0$ até $\gamma = 1$, obtemos a solução do problema 4.1, $(x_1(1), x_2(1)) = (6, -40)$.

Podemos formalizar o problema supondo uma função $F : R^n \rightarrow R^n$ tal que a seguinte equação

$$F(x) = 0\tag{4.5}$$

apresente a solução $x^* \in R^n$.

Então selecionamos outra função $E : R^n \rightarrow R^n$ de tal modo que a seguinte equação

$$E(x) = 0\tag{4.6}$$

tenha solução x^o conhecida.

Definimos então a função homotopia $H(x, \gamma)$, com as seguintes características:

$$H(x, 0) = E(x)\tag{4.7}$$

$$H(x, 1) = F(x)\tag{4.8}$$

Para $\gamma = 0$, $H(x, 0) = 0$ possui a solução x^o , que já conhecemos, e em $\gamma = 1$, $H(x, 1) = 0$ possui a solução x^* , que procuramos. Para γ arbitrário entre 0 e 1, $x(\gamma)$ é a solução de $H(x(\gamma), \gamma) = 0$. A solução x^* é encontrada partindo-se de $x(0) = x^o$ e aumentando γ até $x(1) = x^*$, seguindo o caminho parametrizado por γ .

Podem ser usados vários tipos de função homotopia [22], mas apresentaremos aqui apenas o tipo utilizado neste trabalho:

Homotopia Newton

$$H(x, \gamma) = F(x) - (1 - \gamma)F(x^0) \quad (4.9)$$

Esta forma de homotopia é chamada de Newton devido aos trabalhos de Sir Isaac Newton, de onde as idéias básicas se originaram. Seu ponto de partida é simples: seja um ponto arbitrário x^0 . Façamos

$$E(x) = F(x) - F(x^0) \quad (4.10)$$

A função E tem solução x^0 , que é o início do caminho ($x(0) = x^0$). Como x^0 é arbitrário, a homotopia Newton tem a vantagem de permitir iniciarmos o caminho a partir do ponto que quisermos.

4.1.2 A Existência do Caminho

A solução do sistema 4.3 supõe a existência de um caminho parametrizado por γ , que nos leva à solução do problema. Deve-se garantir a existência deste caminho, de modo a assegurar que a solução x^* seja alcançada.

Dada a homotopia $H : R^{n+1} \rightarrow R^n$, definimos

$$H^{-1} = \{(x, \gamma) \mid H(x, \gamma) = 0\} \quad (4.11)$$

como o conjunto de todas as soluções $(x, \gamma) \in R^{n+1}$ para o sistema $H(x, \gamma) = 0$. Este conjunto pode ser constituído de um ou mais caminhos, que por sua vez podem assumir várias formas, desde caminhos bem comportados a “espirais infinitas”, “laços”, “bifurcações”, “pontos isolados”, etc [22].

Definimos a matriz Jacobiana da função homotopia como

$$\nabla H(x, \gamma) = \begin{bmatrix} \frac{\partial H_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial H_1}{\partial x_n} & \frac{\partial H_1}{\partial \gamma} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial H_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial H_n}{\partial x_n} & \frac{\partial H_n}{\partial \gamma} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

A matriz Jacobiana da função homotopia com relação a x será

$$\nabla_x H(x, \gamma) = \begin{bmatrix} \frac{\partial H_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial H_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial H_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial H_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Os Teoremas da Função Implícita e do Caminho [22] asseguram a existência de um caminho H^{-1} se a matriz $\nabla_x H(x, \gamma)$ for não singular ou se a matriz $\nabla H(x, \gamma)$ tiver *rank* completo. Para verificar os teoremas, consulte o Apêndice B.

Assegurando a existência de um caminho $H^{-1}(x, \gamma)$ que leve $x(0) = x^o$ até $x(1) = x^*$, devemos examinar o método pelo qual vamos percorrer o caminho na busca da solução.

4.1.3 Método Preditor-Corretor

O método preditor-corretor é usado para construir um caminho da função homotopia. O passo preditor incrementa o parâmetro de homotopia, e afasta o ponto (x, γ) do caminho H^{-1} . O passo corretor usa o método de Newton para trazer o ponto (x, γ) novamente para o caminho. Estes passos, usados iterativa e alternadamente, possibilitam que a solução x^* seja procurada.

O Passo Preditor

Dado um ponto inicial do problema $y^o = (x^o, 0)$, suponha que na iteração m estamos no ponto $y^m = (x^m, \gamma^m)$ pertencente ao caminho ($H(x^m, \gamma^{m+1}) = 0$). A partir de y^m damos um passo preditor, isto é, incrementamos γ da forma

$$\gamma^{m+1} = \gamma^m + \Delta\gamma^m \quad (4.14)$$

levando-nos ao ponto (x^m, γ^{m+1}) que não pertence ao caminho ($H(x^m, \gamma^m) \neq 0$). O incremento $\Delta\gamma$ é calculado segundo alguma regra estabelecida.

O preditor usado neste trabalho é do tipo elevador, onde

$$\gamma^{m+1} = \gamma^m + \epsilon \quad (4.15)$$

e $0 < \epsilon \leq 1$.

O Passo Corretor

Como o passo preditor afastou-nos do caminho, devemos voltar novamente a ele, usando uma sequência de iterações do método de Newton. O corretor utilizado neste trabalho é do tipo horizontal, onde o parâmetro de homotopia γ é mantido fixo durante o passo corretor.

Portanto, usamos a fórmula de recorrência

$$x_{l+1}^{m+1} = x_l^{m+1} - \nabla_x H(x_l^{m+1}, \gamma^{m+1})^{-1} H(x_l^{m+1}, \gamma^{m+1}) \quad (4.16)$$

onde o índice l representa iterações de Newton.

4.1.4 Algoritmo Preditor-Corretor

Portando, um algoritmo para utilização do método da continuação, utilizando os passos preditor e corretor, pode ser:

1. Inicialize $y^o = (x^o, 0)$, $0 < \epsilon \leq 1$, $m = 0$, $x^1 = x^o$, $\gamma^o = 0$
2. Faça $\gamma^{m+1} = \gamma^m + \epsilon$, $m = m + 1$.
3. Faça $l = 1$ e resolva iterativamente

$$x_{l+1}^m = x_l^m - \nabla_x H(x_l^m, \gamma^{m+1})^{-1} H(x_l^m, \gamma^{m+1})$$

onde

$$H(x_l^m, \gamma^{m+1}) = F(x_l^m) - (1 - \gamma^{m+1})F(x^o)$$

e

$$x_1^m = x^m$$

incrementando l a cada iteração de Newton

4. Se $\gamma^{m+1} = 1$, pare. A solução é x_l^m
5. Volte ao passo 2.

O item 2 realiza o passo preditor elevador, enquanto que o item 3 realiza o passo corretor horizontal.

4.2 Estratégia de Ativação e Relaxação das Restrições Funcionais de Desigualdade

Na seção anterior foi apresentado o método da continuação e um algoritmo de uso geral. Agora vamos aplicar o método da continuação para a **factibilização e identificação** das restrições de desigualdade inactiváveis de um problema não linear de otimização genérico.

Consideremos o problema genérico de otimização não-linear:

$$\begin{aligned} & \min f(x) \\ & \text{s.a} \\ & g(x) = 0 \\ & h(x) \leq 0 \end{aligned} \tag{4.17}$$

A estratégia proposta aqui consiste em, inicialmente, considerar o seguinte sub-problema relaxado:

$$\begin{aligned} & \min f(x) \\ & \text{s.a} \\ & g(x) = 0 \end{aligned} \tag{4.18}$$

Seja x_o^* a solução de 4.18 obtida através do método de Newton (sistema 3.14). Se, no ponto x_o^* , todas as restrições de desigualdade $h(x) \leq 0$ estiverem satisfeitas, o problema está solucionado e o ponto de mínimo local factível é $x^* = x_o^*$. Neste caso o conjunto de restrições funcionais de desigualdade ativas é vazio.

Porém, se houver pelo menos uma restrição de desigualdade violada, precisamos factibilizá-la, ou seja, encontrar o mínimo factível $x^* \neq x_o^*$. Para tanto, construímos um conjunto B , formado pelos índices das restrições de desigualdade inactíveis

$$B = \{\nu \mid h_\nu(x) > 0\} \quad (4.19)$$

A seguir, construímos uma função homotopia Newton $H(x, \gamma)$ formulada pela seguinte equação:

$$H_\nu(x, \gamma) = h_\nu(x) - (1 - \gamma)h_\nu(x_o^*) = 0 \quad (4.20)$$

$$\nu \in B$$

para cada restrição inactível. Em seguida formulamos um problema de otimização que incorpore essas restrições violadas como igualdades a serem atendidas para cada valor do parâmetro γ . Esse problema parametrizado é descrito como:

$$\begin{aligned} & \min f(x) \\ & \text{s.a} \\ & g(x) = 0 \\ & H(x, \gamma) = 0 \end{aligned} \quad (4.21)$$

Observe que a solução desse problema para $\gamma = 0$ é x_o^* e para $\gamma = 1$ obriga as restrições pertencentes a B a se tornarem factíveis. Para γ variando de 0 até 1 podemos procurar pontos que, gradativamente e a partir de x_o^* , procurarão atender as restrições inactíveis pertencentes a B . A função Lagrangeana associada a este problema parametrizado é definida por:

$$L(x, \lambda, \mu, \gamma) = f(x) + \sum_j \lambda_j g_j(x) + \sum_{\nu \in B} \mu_\nu [h_\nu(x) - (1 - \gamma)h_\nu(x_o^*)] \quad (4.22)$$

que é equivalente a

$$L(x, \lambda, \mu, \gamma) = f(x) + \lambda^t g(x) + \mu^t H(x, \gamma) \quad (4.23)$$

onde μ_ν é o multiplicador de Lagrange, elemento do vetor μ que satisfaz A.7 e A.8.

A aplicação do método de Newton na solução do problema parametrizado 4.21 tem como equação básica a seguinte igualdade que agora passa a depender do conjunto B e do parâmetro γ :

$$\begin{bmatrix} \mathcal{H}' & -J^t & \frac{\partial H^t(x, \gamma)}{\partial x} \\ -J & 0 & 0 \\ \frac{\partial H(x, \gamma)}{\partial x} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \\ \Delta \mu \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x L(x, \lambda) \\ g(x) \\ H(x, \gamma) \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

A submatriz $\mathcal{H}'$ do sistema 4.24 difere da submatriz $\mathcal{H}$ do sistema 3.13 porque, na primeira, estão incluídas as derivadas de 2ª ordem das funções homotopia das restrições violadas pertencentes ao conjunto B .

Inicializamos μ ($\mu = 0$ é uma boa estimativa), fazemos $\gamma = 0$ e começamos a percorrer o caminho de $x(0) = x_o^*$ até $x(1) = x^*$. Isto significa que aumentamos γ gradualmente (passo preditor) e factibilizamos o problema 4.17 resolvendo iterativamente o sistema 4.24 (passo corretor).

Entretanto, o conjunto B de restrições de desigualdade inactíveis pode mudar enquanto percorrermos o caminho. À medida que trazemos as restrições $h_\nu(x)$, $\nu \in B$ ao seu limite, outras restrições de desigualdade $h_\sigma(x)$, $\sigma \notin B$, que estavam satisfeitas, podem tornar-se inactíveis. Portanto, através da análise das restrições $h(x) \leq 0$, o conjunto B é verificado a cada atualização de γ , de modo que as alterações necessárias possam ser realizadas.

A cada mudança do conjunto ativo B , a função homotopia $H(x, \gamma)$ é redefinida e um novo caminho é reiniciado. Portanto, a cada alteração do conjunto B um novo

problema parametrizado de otimização, com restrições de igualdade incorporadas, passa a ser considerado. Com esse novo problema recomeça-se a construção de um novo caminho a partir de $\gamma = 0$. A inicialização da resolução de um novo problema parametrizado é feita no ponto onde se detectou a última violação (onde houve alteração do conjunto B).

Deste modo, quando percorremos um caminho ($\gamma : 0 \rightarrow 1$) sem alterações do conjunto B , teremos identificado o conjunto candidato B de restrições ativas para o problema. Resta saber se estas restrições e seus multiplicadores atendem as condições de Kuhn-Tucker (Apêndice A).

Identificado o conjunto candidato de restrições ativas, devemos ainda examiná-lo para descobrir restrições candidatas a serem “relaxadas”: depois de solucionado o problema parametrizado para $\gamma = 1$, as restrições de desigualdade antes ineficazes estão agora ativas. Uma restrição ativa é candidata a ser relaxada se, quando estiver em seu limite superior, o seu multiplicador de Lagrange correspondente for negativo.

4.3 Algoritmo de Ativação e Relaxação das Restrições Funcionais no Método de Newton

O processo de solução do problema 4.17 pode então ser dividido em três fases:

- **Factibilização I** : obtenção de uma solução factível quanto às restrições de igualdade solucionando o problema

$$\begin{array}{ll} \min f(x) & \\ \text{s.a} & \\ g(x) = 0 & \end{array} \quad (4.25)$$

através do método de Newton.

- **Factibilização II** : caso a fase anterior não forneça uma solução também factível quanto às restrições de desigualdade, esta fase identifica as restrições candidatas a serem ativas na solução, fornecendo um ponto ótimo factível quanto às restrições de desigualdade, através dos métodos de Newton e da Continuação, resolvendo uma série de problemas parametrizados do tipo

$$\begin{aligned}
& \min f(x) \\
& \text{s.a} \\
& g(x) = 0 \\
& H(x, \gamma) = 0
\end{aligned} \tag{4.26}$$

através da resolução sequencial de 4.24.

- **Relaxação:** algumas restrições parametrizadas, portanto tratadas como de igualdade, podem ter multiplicadores de Lagrange negativos, o que indica uma tendência à relaxação. Portanto, esta restrição é retirada definitivamente do conjunto ativo e o processo de **Factibilização II** é executado novamente a partir de $\gamma = 1$.

Podemos sintetizar os passos anteriores no seguinte algoritmo:

1. Obtenha uma solução factível x_o^* para o problema 4.18, através do método de Newton.
2. Forme o conjunto de restrições de desigualdade violadas B . Se $B = \emptyset$, a solução é $x^* = x_o^*$. Senão, inicialize μ e faça $x^1 = x_o^*$.
3. Faça $m = 0$ e $\gamma^0 = 0$.
4. Atualize $\gamma^{m+1} = \gamma^m + \epsilon$ e faça $m = m + 1$.
5. Resolva 4.24 iterativamente, obtendo a solução de 4.21 x^m .
6. Construa novamente o conjunto B de restrições de desigualdade violadas, incluindo novas violações. Se houver alteração em B , faça $x_o^* = x^m$ e vá para 3.
7. Se $\gamma = 1$, a solução é $x^* = x(1)$, vá para 8. Senão, vá para 4.
8. Analize os multiplicadores de Lagrange das restrições de desigualdade ativas, para descobrir restrições candidatas a serem relaxadas. Se houver alguma restrição com multiplicador de Lagrange negativo, exclua-a definitivamente do conjunto B , faça $\gamma = 1$ e vá para 5., recomeçando o processo novamente. Senão a solução é x^* .

O passo 1. corresponde à fase de **Factibilização I**, os passos 2. a 7. correspondem à fase de **Factibilização II**, e o passo 8. à fase de **Relaxação**.

Este algoritmo é uma generalização da aplicação do método da continuação no **atendimento (factibilização e identificação)** das restrições de desigualdade violadas para um problema do tipo 4.17. No próximo capítulo, veremos como aplicar este algoritmo ao problema do Fluxo de Carga Ótimo.

4.3.1 Critérios de Convergência

Vários critérios podem ser usados para analisar a convergência do processo de solução. Entretanto, dentre os mais significativos, podemos salientar:

- factibilização das restrições de igualdade: os resíduos máximos das restrições de igualdade (incluindo as parametrizadas) devem estar dentro da tolerância especificada;
- decremento da função objetivo: após os resíduos das restrições serem satisfeitos, o processo de solução continua enquanto houver decréscimo da função objetivo.

Capítulo 5

Solução do FPO com Restrições Funcionais de Desigualdade Através de uma Homotopia Newton

Neste capítulo, expomos a formulação do FPO usada neste trabalho, detalhando-a em termos de expressões e variáveis. Também é apresentada a estratégia de solução do FPO através da aplicação dos métodos de Newton e da Continuação, como foi proposto no Capítulo 4.

5.1 Formulação do Fluxo de Potência Ótimo

O Fluxo de Potência Ótimo é representado por um problema de otimização não-linear sujeito a restrições de igualdade e desigualdade do tipo apresentado em 2.1.

Agora vamos explicitar as funções f , g e h e o vetor x , detalhando a formulação e o algoritmo de solução.

5.1.1 Vetor de Variáveis

O vetor x de variáveis do problema é composto por

- ângulo das tensões θ nas barras PV e PQ
- magnitude das tensões V em todas as barras
- taps t em todos os transformadores em fase reguláveis

Portanto

$$x = \begin{bmatrix} \theta \\ V \\ t \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

5.1.2 Função Objetivo

A função objetivo utilizada neste trabalho são as perdas ativas na transmissão, dadas por

$$f(\theta, V) = \sum_{\text{ramos}} g_{km}(V_k^2 + V_m^2 - 2V_kV_m \cos \theta_{km}) \quad (5.2)$$

onde

- $g_{km} \rightarrow$ condutância do ramo k - m que liga a barra k à barra m
- $V_k, V_m \rightarrow$ magnitude da tensão nas barras k e m
- $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m \rightarrow$ diferença angular entre as tensões das barras k e m

Esta função objetivo tem como característica a não separabilidade, não linearidade e não convexidade.

5.1.3 Restrições de Igualdade

As restrições de igualdade são as equações estáticas do fluxo de carga [14], que vêm da aplicação das leis de Kirchoff à malha do sistema elétrico. São representadas pelos resíduos de potência ativa e reativa, respectivamente:

- $P^{esp} - P(\theta, V, t) = 0$ em barras PV e PQ
- $Q^{esp} - Q(\theta, V, t) = 0$ em barras PQ

onde o sobrescrito *esp* significa potência especificada (geração menos o consumo). As expressões acima podem ser expandidas em [14]

$$P_{g_k} - P_{c_k} - V_k \sum_{m \in \mathcal{K}} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) = 0 \quad (5.3)$$

$$Q_{g_k} - Q_{c_k} - V_k \sum_{m \in \mathcal{K}} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) = 0 \quad (5.4)$$

onde P_{g_k} e P_{c_k} são as potências ativas geradas e consumidas na barra k , respectivamente; Q_{g_k} e Q_{c_k} as potências reativas geradas e consumidas na barra k , respectivamente. $\mathcal{K}$ é o conjunto de barras vizinhas à barra k mais a própria barra k , e G_{km} e B_{km} são elementos da matriz admitância nodal.

Estas restrições representam o atendimento da carga em regime permanente.

5.1.4 Restrições de Desigualdade

De um modo geral, as restrições de desigualdade do FPO são representadas por limites superiores e inferiores em variáveis e funções. Estes limites são devidos a:

- limitações físicas dos aparelhos
- limites de segurança
- limites de estabilidade

As principais variáveis e funções limitadas são [18, 20]:

- magnitude das tensões nas barras
- fluxo de potência em linhas (ou diferença angular entre barras)

- taps de transformadores em fase
- ângulo de transformadores defasadores
- admitância de compensadores estáticos
- geração de potência ativa e reativa

Neste trabalho serão consideradas as restrições de canalização sobre as magnitudes das tensões e sobre os taps dos transformadores em fase. Estas serão tratados pelo método de penalidades. Como estamos tratando o problema do FPO reativo (geração ativa pré-fixada), as restrições de desigualdade funcionais consideradas dizem respeito aos limites de geração de potência reativa em barras de tensão controlada (PV e SLACK). Estas restrições terão sua factibilidade garantida através da aplicação do método de parametrização proposto neste trabalho.

5.1.5 Restrições de Desigualdade em Variáveis

Também chamadas de restrições de canalização, representam limites inferiores e superiores para as variáveis do problema, definidas na seção 5.1.1. Neste trabalho, consideramos limites nas magnitudes de tensão e nos taps de transformadores:

$$V_j^{min} \leq V_j \leq V_j^{max} \quad (5.5)$$

$$t_{km}^{min} \leq t_{km} \leq t_{km}^{max} \quad (5.6)$$

5.1.6 Restrições Funcionais de Desigualdade

Nas barras de tensão controlada, a geração de potência reativa, realizada por compensadores (estáticos ou síncronos) ou geradores, possui limites inferiores e superiores, Q_g^{min} e Q_g^{max} , respectivamente. Portanto, estas restrições de desigualdade são formuladas como

$$h(x) \leq 0 \implies Q_g^{min} \leq Q_g \leq Q_g^{max} \quad (5.7)$$

A restrição 5.7 pode ser decomposta em outras duas

$$\begin{aligned} Q_g - Q_g^{max} &\leq 0 \\ -Q_g + Q_g^{min} &\leq 0 \end{aligned} \quad (5.8)$$

onde Q_g representa a potência reativa gerada na barra considerada.

O resíduo de potência reativa ΔQ , em um ponto x factível das restrições de igualdade $g(x) = 0$, pode ser escrito como

$$\Delta Q = Q_g - Q_c - Q(x) = 0 \quad (5.9)$$

onde Q_g e Q_c são, respectivamente, a potência reativa gerada e consumida na barra em questão, e $Q(x)$ é a equação de balanço de potência reativa do fluxo de carga

$$Q(x) = V_k \sum_{m \in \mathcal{K}} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km})$$

que representa a soma dos fluxos nos ramos ligados à barra considerada.

Podemos então substituir 5.9 nas inequações 5.8, originando

$$\begin{aligned} Q_c + Q(x) - Q_g^{max} &\leq 0 \\ -Q_c - Q(x) + Q_g^{min} &\leq 0 \end{aligned} \quad (5.10)$$

Estas restrições representam limites superiores e inferiores de geração de potência reativa em barras de tensão controlada. Apenas é considerada de cada vez, pois ambos os limites não podem ser violados ao mesmo tempo.

5.2 Técnicas de Otimização no Tratamento das Restrições de Desigualdade

Nesta seção serão apresentadas as técnicas de otimização utilizadas conjuntamente com o método de Newton na composição do método de solução do FPO.

5.2.1 Penalidades em Restrições de Canalização sobre Variáveis

Para manter as variáveis em seus limites, à função objetivo são adicionados termos relativos à magnitude de tensão do tipo

$$\begin{aligned} s_j(V_j - V_j^{max})^2, \quad \text{se } V_j > V_j^{max} \\ \text{ou} \\ s_j(V_j - V_j^{min})^2, \quad \text{se } V_j < V_j^{min} \end{aligned} \quad (5.11)$$

onde j corresponde à violação da restrição canalizada e s_j é a intensidade da penalidade. No caso dos transformadores com tap variável, os termos são do tipo

$$\begin{aligned} s_{km}(t_{km} - t_{km}^{max})^2, \quad \text{se } t_{km} > t_{km}^{max} \\ \text{ou} \\ s_{km}(t_{km} - t_{km}^{min})^2, \quad \text{se } t_{km} < t_{km}^{min} \end{aligned} \quad (5.12)$$

onde km corresponde à violação da restrição canalizada e s_{km} é a intensidade da penalidade. As penalidades são aumentadas durante o processo de solução da fase de **Factibilização I**, com o intuito de reforçar aos poucos a rigidez do limite. Durante a fase de **Factibilização II** a intensidade é mantida constante no valor final da fase anterior.

5.2.2 Parametrização das Restrições Funcionais de Desigualdade

Após obtermos uma solução factível quanto às restrições de igualdade através da fase de **Factibilização I**, analisamos as restrições funcionais de desigualdade. Se houver alguma violação, partimos para a fase **Factibilização II**. Contruímos então uma função

homotopia para cada restrição de geração reativa infactível. As infactibilidades são consideradas no problema pela inclusão das suas respectivas funções homotopia no conjunto ativo.

O objetivo da parametrização é trazer os níveis de geração de potência reativa novamente a seus valores limite, percorrendo o caminho descrito pelas funções homotopia.

Podemos então detalhar a formulação da função homotopia para as restrições infactíveis, especificando uma função homotopia para cada limite (superior ou inferior).

Portanto, se ocorrer uma infactibilidade no limite superior de geração de potência reativa do tipo:

$$Q_{g\nu} > Q_{g\nu}^{max} \implies Q_{c\nu} + Q_{\nu}(x) - Q_{g\nu}^{max} > 0 \quad (5.13)$$

então construímos a função homotopia:

$$H_{\nu}(x, \gamma) = Q_{c\nu} + Q_{\nu}(x) - Q_{g\nu}^{max} - (1 - \gamma)(Q_{c\nu} + Q_{\nu}(x_o^*) - Q_{g\nu}^{max}) = 0 \quad (5.14)$$

que após alguma manipulação torna-se

$$H_{\nu}(x, \gamma) = Q_{\nu}(x) - (1 - \gamma)Q_{\nu}(x_o^*) - \gamma(Q_{g\nu}^{max} - Q_{c\nu}) = 0 \quad (5.15)$$

O índice ν é incluído no conjunto B e a restrição correspondente passa a ser tratada como uma igualdade parametrizada.

Entretanto, se a infactibilidade ocorrer no limite inferior do nível de geração de potência reativa, do tipo:

$$Q_{g\nu} < Q_{g\nu}^{min} \implies -Q_{c\nu} - Q_{\nu}(x) + Q_{g\nu}^{min} > 0 \quad (5.16)$$

a função homotopia torna-se:

$$H_\nu(x, \gamma) = -Q_{c_\nu} - Q_\nu(x) + Q_{g_\nu}^{min} - (1 - \gamma)(-Q_{c_\nu} - Q_\nu(x_o^*) + Q_{g_\nu}^{min}) = 0 \quad (5.17)$$

que pode ser transformada em

$$H_\nu(x, \gamma) = -Q_\nu(x) + (1 - \gamma)Q_\nu(x_o^*) + \gamma(Q_{g_\nu}^{min} - Q_{c_\nu}) = 0 \quad (5.18)$$

que passa a fazer parte das restrições de igualdade parametrizadas.

Podemos notar que, para $\gamma = 1$, teremos a solução x^* satisfazendo as equações 5.14, 5.15, 5.17 e 5.18, que por sua vez satisfazem as restrições 5.10 e zeram o resíduo de potência reativa

$$\Delta Q_\nu = Q_{g_\nu}^{limite} - Q_{c_\nu} - Q_\nu(x) = 0 \quad (5.19)$$

levando o nível de geração reativa de volta ao limite.

5.2.3 Função Lagrangeana

A função Lagrangeana é considerada com a função objetivo acrescida dos termos de penalidade, com as restrições de igualdade e restrições funcionais de desigualdade inactiváveis agregadas via respectivos multiplicadores de Lagrange. Assim, esta função fica definida como:

$$L(x, \lambda, \mu) = f(x) + \sum_i \lambda_i g_i(x) + \sum_\nu \mu_\nu H_\nu(x, \gamma) + \text{penalidades} \quad (5.20)$$

que pode ser explicitada como

$$\begin{aligned}
L = & \sum_{\text{ramos}} g_{km} (V_k^2 + V_m^2 - 2V_k V_m \cos \theta_{km}) + \\
& \sum_{i \in PV, PQ} \lambda_{P_i} [P_i^{esp} - P_i(x)] + \sum_{i \in PQ} \lambda_{Q_i} [Q_i^{esp} - Q_i(x)] + \\
& \text{penalidades} +
\end{aligned} \tag{5.21}$$

$$\sum_{\nu} \begin{cases} \mu_{\nu} [-Q_{c\nu} - Q_{\nu}(x) + Q_{g\nu}^{min} - (1 - \gamma)(-Q_{c\nu} - Q_{\nu}(x_o^*) + Q_{g\nu}^{min})], \\ \text{se } -Q_{c\nu} - Q_{\nu}(x) + Q_{g\nu}^{min} > 0 \\ \mu_{\nu} [Q_{c\nu} + Q_{\nu}(x) - Q_{g\nu}^{max} - (1 - \gamma)(Q_{c\nu} + Q_{\nu}(x_o^*) - Q_{g\nu}^{max})], \\ \text{se } Q_{c\nu} + Q_{\nu}(x) - Q_{g\nu}^{max} > 0 \end{cases}$$

onde $\nu \in B$ e B é o conjunto de restrições funcionais inactiváveis:

$$B = \{\nu \mid Q_{c\nu} + Q_{\nu}(x) - Q_{g\nu}^{max} > 0 \text{ ou } -Q_{c\nu} - Q_{\nu}(x) + Q_{g\nu}^{min} > 0\} \tag{5.22}$$

e λ_{P_i} e λ_{Q_i} são os multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade das potências ativas e reativas na barra i e μ_{ν} é o multiplicador de Lagrange associado à restrição parametrizada da barra ν .

Na fase de **Factibilização I**, o conjunto B é considerado vazio ($B = \emptyset$), o que retira as funções homotopia da formulação da função Lagrangeana.

5.3 O Método de Newton com Parametrização

O método de Newton apresentado no Capítulo 3 é utilizado para fornecer um ponto factível quanto às restrições de igualdade na fase de **Factibilização I** e como passo corretor do método da Continuação na fase de **Factibilização II**.

Assim, na fase de **Factibilização I**, o sistema

$$\begin{bmatrix} \mathcal{H} & -J^t \\ -J & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x L(x, \lambda) \\ g(x) \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

é resolvido iterativamente até que as condições de Kuhn-Tucker de 1ª ordem (vide Apêndice A) estejam satisfeitas. O sistema 5.23 pode ser escrito na forma

$$W \Delta z = -\nabla L \quad (5.24)$$

Os detalhes da estrutura da matriz W , e dos vetores Δz e ∇L podem ser encontrados no Apêndice C.

Após termos obtido uma solução factível para o problema 4.18 através da fase de **Factibilização I**, devemos atender as restrições de desigualdade percorrendo o caminho gerado pela função homotopia usando o passo corretor Newton (**Factibilização II**). Isto significa encontrar o conjunto de restrições de desigualdade violadas

$$B = \{\nu \mid Q_{c\nu} + Q_\nu(x) - Q_{g\nu}^{max} > 0 \text{ ou } -Q_{c\nu} - Q_\nu(x) + Q_{g\nu}^{min} > 0\}$$

e inclui-las na formulação da função Lagrangeana:

$$L(x, \lambda, \mu, \gamma) = f(x) + \lambda^t g(x) + \mu^t H(x, \gamma) + \text{penalidades} \quad (5.25)$$

exatamente como em 5.21.

Visto que a função Lagrangeana é aumentada pelo conjunto B , considerado agora não vazio, o sistema 5.23 fica alterado para acomodar as funções homotopia $H(x, \gamma)$:

$$\begin{bmatrix} \mathcal{H}' & -J^t & \frac{\partial H^t(x, \gamma)}{\partial x} \\ -J & 0 & 0 \\ \frac{\partial H(x, \gamma)}{\partial x} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \\ \Delta \mu \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x L(x, \lambda) \\ g(x) \\ H(x, \gamma) \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

Resolvendo-se iterativamente o sistema 5.26, realiza-se o passo corretor (volta ao caminho) do método da Continuação, ao mesmo tempo em que as restrições de igualdade são satisfeitas.

5.4 Algoritmo Newton Parametrizado de Solução do FPO

1. Inicialize x^o (pode ser uma solução do fluxo de carga ou perfil horizontal de tensões) e λ^o (alguma estimativa razoável, por exemplo, $\lambda = 0$). Faça $m = 0$.
2. Obtenha uma solução factível x_o^* para as restrições de igualdade, através da resolução iterativa de

$$\begin{bmatrix} \mathcal{H} & -J^t \\ -J & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x L(x, \lambda) \\ g(x) \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

$$x^{m+1} = x^m + \Delta x^m \quad (5.28)$$

$$\lambda^{m+1} = \lambda^m + \Delta \lambda^m \quad (5.29)$$

$$m = m + 1 \quad (5.30)$$

3. Forme o conjunto B de restrições funcionais de desigualdade violadas, onde

$$B = \{\nu \mid Q_{c\nu} + Q_\nu(x_o^*) - Q_{g\nu}^{max} > 0 \vee -Q_{c\nu} - Q_\nu(x_o^*) + Q_{g\nu}^{min} > 0\} \quad (5.31)$$

Se $B = \emptyset$, pare. O ponto ótimo é $x^* = x_o^*$. Senão, inicialize μ^o ($\mu^o = 0$ é uma boa estimativa), faça $x^1 = x_o^*$ e vá para 4.

4. Faça $\gamma^o = 0$, $m = 0$.
5. Incremente $\gamma^{m+1} = \gamma^m + \epsilon$ e faça $m = m + 1$.
6. Defina as funções homotopia

$$H_\nu(x^m, \gamma^m) = \begin{cases} Q_{c\nu} + Q_\nu(x^m) - Q_{g\nu}^{max} - (1 - \gamma^m)(Q_{c\nu} + Q_\nu(x_o^*) - Q_{g\nu}^{max}), \\ \quad \text{se } Q_{c\nu} + Q_\nu(x^m) - Q_{g\nu}^{max} > 0 \\ -Q_{c\nu} - Q_\nu(x^m) + Q_{g\nu}^{min} - (1 - \gamma^m)(-Q_{c\nu} - Q_\nu(x_o^*) + Q_{g\nu}^{min}), \\ \quad \text{se } -Q_{c\nu} - Q_\nu(x^m) + Q_{g\nu}^{min} > 0 \end{cases} \quad (5.32)$$

e incorpore-as na função Lagrangeana formulada como em 5.21

7. Faça $l = 1$ e resolva iterativamente

$$\begin{bmatrix} \mathcal{H}' & -J^t & \frac{\partial H'(x, \gamma)}{\partial x} \\ -J & 0 & 0 \\ \frac{\partial H(x, \gamma)}{\partial x} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \\ \Delta \mu \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x L(x, \lambda) \\ g(x) \\ H(x, \gamma) \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

$$x_{l+1}^m = x_l^m + \Delta x_l^m \quad (5.34)$$

$$\lambda_{l+1}^m = \lambda_l^m + \Delta \lambda_l^m \quad (5.35)$$

$$\mu_{l+1}^m = \mu_l^m + \Delta \mu_l^m \quad (5.36)$$

$$l = l + 1 \quad (5.37)$$

obtendo x^m .

8. Construa novamente o conjunto B de restrições de desigualdade violadas, incluindo novas violações. Se houver alteração em B , faça $x_0^* = x^m$ e vá para 4.
9. Se $\gamma^m = 1$, a solução é $x^* = x(1) = x^m$ e vá para 10. Senão, vá para 5.
10. Analise os multiplicadores de Lagrange das restrições de desigualdade ativas, para descobrir restrições candidatas a serem relaxadas. Se houver multiplicadores negativos, retire definitivamente as respectivas restrições do conjunto B , faça $\gamma = 1$ e vá para 6., recomeçando a solução da fase de Factibilização II novamente. Senão, a solução ótima factível é x^* .

Capítulo 6

Testes e Resultados

Foram realizados experimentos com os seguintes sistemas de teste do IEEE:

Sistema	Barras	Barras PV	Barras PQ	Ramos	Linhas	Trafos em Fase
IEEE-14	14	4	9	20	17	3
IEEE-30	30	5	24	41	37	4
IEEE-57	57	6	50	78	63	15
IEEE-118	118	53	64	179	170	9

Tabela 6.1: Sistemas Utilizados em Testes

O ponto de inicialização do sistema não é muito importante — tanto pode ser uma solução do fluxo de carga quanto o perfil horizontal de tensões ($V = 1$, $\theta = 0$, $\text{tap} = 1$). Nos casos expostos a seguir, foi utilizado o perfil horizontal de tensões. O critério de parada utilizado foi o valor do maior resíduo de potência ativa ou reativa, igual ou menor a 0,0001. O parâmetro de homotopia γ foi incrementado linearmente, aumentado de 0,25 a cada atualização.

6.1 Sistema IEEE-14

A Tabela 6.2 apresenta uma síntese do processo de otimização do FPO. Nela estão a variação da função objetivo (perdas) e da potência reativa gerada na barra em que ocorreu violação. Também está representado o caminho percorrido pela restrição violada até sua factibilização. Alguns resultados do Fluxo de Carga (FC) são apresentados a termo de comparação.

		Factibilização II						
		Parâmetro de Homotopia γ						μ
	FC	Factb. I	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00	
Nº de Violações	0	1	1	1	1	1	1	
Perdas (MW)	13,41	13,22	13,22	13,21	13,23	13,23	13,24	
MVAr Gerado								
Barra 6	13,62	32,66	32,66	30,50	28,34	26,17	24,00	0,005755
Iterações Newton	3	5		3	1	1	1	

Tabela 6.2: IEEE-14: Processo de Resolução do FPO

O comportamento da função objetivo pode ser acompanhado na Figura 6.1, mostrando a tendência de aumentar seu valor à medida em que o domínio de factibilidade diminui (**Factibilização II**).

Ao final da fase de **Factibilização II** a restrição de geração de potência reativa na barra 6 está atendida. Seu multiplicador de Lagrange, μ , é positivo, o que indica que esta restrição não tende à factibilidade, isto é, um novo decrescimento da função objetivo só é alcançado às custas de uma nova violação desta restrição. O conjunto B de restrições violadas não foi modificado durante a fase de parametrização, de modo que o caminho ($\gamma : 0 \rightarrow 1$) original conduziu o problema à factibilidade, como vemos na Figura 6.2.

Nas Tabelas 6.3 e 6.4 é apresentado o estado do sistema elétrico fornecido pela solução do fluxo de carga. Este resultado pode ser comparado com os estados fornecidos pelas fases de **Factibilização I** (Tabelas 6.5 e 6.6) e **Factibilização II** (Tabelas 6.7 e 6.8). Nota-se, com relação ao FC, a redução da função objetivo e a melhora do perfil de tensão.

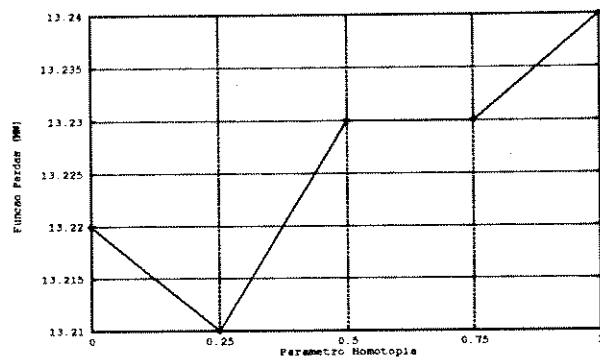


Figura 6.1: IEEE-14: Função Objetivo

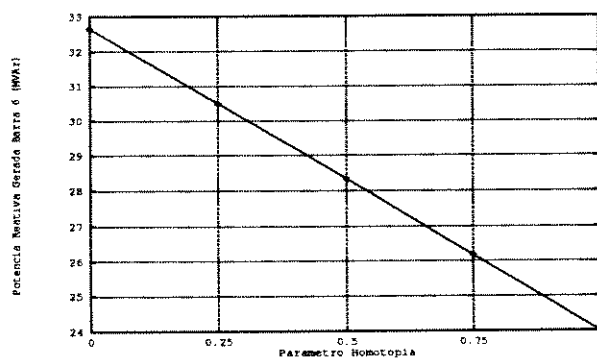


Figura 6.2: IEEE-14: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 6

Barra	V (pu)	θ (graus)	Q_g (MVar)	Q_g^{min} (MVar)	Q_g^{max} (MVar)
1	1,060	0,00	-16,01	-9999,00	9999,00
2	1,045	-4,99	45,41	-40,00	50,00
3	1,010	-12,74	25,28	0,00	40,00
4	1,016	-10,28			
5	1,018	-8,76			
6	1,070	-14,22	13,62	-6,00	24,00
7	1,060	-13,34			
8	1,090	-13,34	18,24	-6,00	24,00
9	1,055	-14,92			
10	1,050	-15,08			
11	1,056	-14,78			
12	1,055	-15,07			
13	1,050	-15,15			
14	1,035	-16,02			

Tabela 6.3: IEEE-14: Fluxo de Carga

De	Para	t	t^{min}	t^{max}
4	7	0,978	0,950	1,050
4	9	0,969	0,950	1,050
5	6	0,932	0,950	1,050

Tabela 6.4: IEEE-14: Fluxo de Carga: Taps

Barra	V (pu)	θ (graus)	Q_g (MVar)	Q_g^{min} (MVar)	Q_g^{max} (MVar)
1	1,066	0,00	-14,27	-9999,00	9999,00
2	1,048	-4,88	32,76	-40,00	50,00
3	1,017	-12,60	27,41	0,00	40,00
4	1,022	-10,16			
5	1,030	-8,72			
6	1,033	-14,65	32,66	-6,00	24,00
7	1,024	-13,47			
8	1,039	-13,47	8,48	-6,00	24,00
9	1,020	-15,21			
10	1,015	-15,42			
11	1,020	-15,18			
12	1,018	-15,55			
13	1,013	-15,63			
14	0,998	-16,47			

Tabela 6.5: IEEE-14: Factibilização I

De	Para	t	t^{min}	t^{max}
4	7	0,997	0,950	1,050
4	9	1,007	0,950	1,050
5	6	0,980	0,950	1,050

Tabela 6.6: IEEE-14: Factibilização I: Taps

Barra	V (pu)	θ (graus)	Q_g (MVar)	Q_g^{min} (MVar)	Q_g^{max} (MVar)
1	1,067	0,00	-9,92	-9999,00	9999,00
2	1,048	-4,86	32,62	-40,00	50,00
3	1,017	-12,61	28,94	0,00	40,00
4	1,020	-10,13			
5	1,027	-8,66			
6	1,020	-14,61	24,00	-6,00	24,00
7	1,020	-13,51			
8	1,040	-13,51	11,79	-6,00	24,00
9	1,013	-15,29			
10	1,006	-15,48			
11	1,010	-15,19			
12	1,005	-15,54			
13	1,000	-15,62			
14	0,989	-16,53			

Tabela 6.7: IEEE-14: Factibilização II

De	Para	t	t^{min}	t^{max}
4	7	0,992	0,950	1,050
4	9	1,004	0,950	1,050
5	6	0,986	0,950	1,050

Tabela 6.8: IEEE-14: Factibilização II: Taps

6.2 Sistema IEEE-30

A Tabela 6.9 apresenta os resultados obtidos para o sistema IEEE-30. Apenas uma violação funcional ocorreu durante a fase de **Factibilização I**. Não ocorreram novas violações durante a fase de **Factibilização II**; portanto o caminho original leva a geração da barra 8 à factibilidade. Seu multiplicador de Lagrange é positivo, e consequentemente a fase de **Relaxação** não é realizada.

	FC	Factb. I	Factibilização II					
			Parâmetro de Homotopia γ					μ
			0,00	0,25	0,50	0,75	1,00	
Nº de Violações	2	1	1	1	1	1	1	
Perdas (MW)	17,86	17,28	17,28	17,26	17,32	17,32	17,32	
MVAr Gerado								
Barra 8	18,96	43,74	43,74	42,80	41,87	40,94	40,00	0,003131
Iterações Newton	3	5		2	1	1	1	

Tabela 6.9: IEEE-30: Processo de Resolução do FPO

A variação da função objetivo durante a parametrização pode ser observada na Figura 6.4. Observe seu crescimento à medida em que a restrição é factibilizada. A variação da geração de potência reativa na barra 8 pode ser acompanhada na Figura 6.5. A geração violada decresce linearmente em função do parâmetro de homotopia, visto que a variação deste último é realmente linear.

Nas Tabelas 6.10 e 6.11 é apresentado o estado correspondente ao Fluxo de Carga do sistema. O estado fornecido pela fase de **Factibilização I** é mostrado nas Tabelas 6.12 e 6.13. O estado proveniente da fase de **Factibilização II** encontra-se nas Tabelas 6.14 e 6.15.

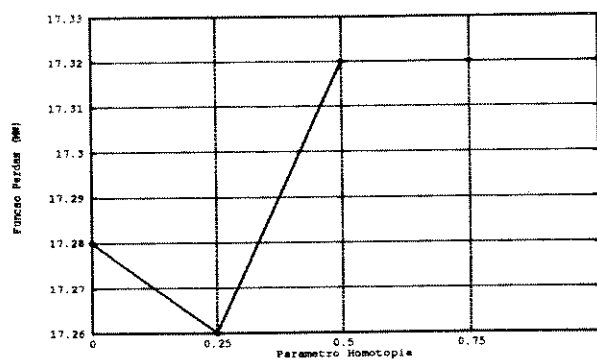


Figura 6.4: IEEE-30: Função Objetivo

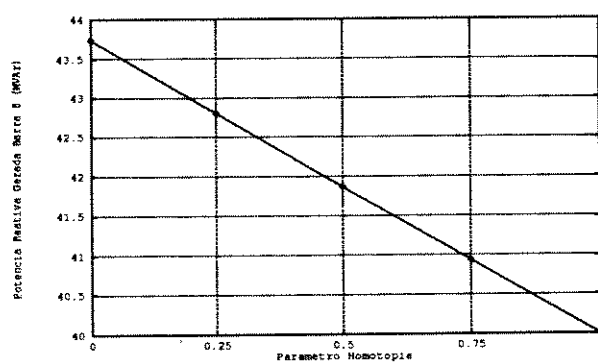


Figura 6.5: IEEE-30: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 8

Barra	V (pu)	θ (graus)	Q_g (MVar)	Q_g^{min} (MVar)	Q_g^{max} (MVar)
1	1,060	0,00	-26,82	-9999,00	9999,00
2	1,045	-5,51	44,70	-40,00	60,00
3	1,033	-8,14			
4	1,026	-9,81			
5	1,010	-14,31	32,11	-40,00	40,00
6	1,017	-11,42			
7	1,006	-13,13			
8	1,010	-12,13	18,96	-10,00	40,00
9	1,022	-15,14			
10	1,006	-17,08			
11	1,082	-15,14	31,24	-6,00	24,00
12	1,012	-16,40			
13	1,071	-16,40	45,25	-6,00	24,00
14	0,996	-17,39			
15	0,992	-17,50			
16	1,002	-16,99			
17	0,999	-17,28			
18	0,984	-18,11			
19	0,983	-18,26			
20	0,988	-18,03			
21	0,992	-17,64			
22	0,992	-17,66			
23	0,980	-18,03			
24	0,972	-18,35			
25	0,953	-18,67			
26	0,934	-19,15			
27	0,952	-18,60			
28	1,008	-12,44			
29	0,930	-20,02			
30	0,918	-21,05			

Tabela 6.10: IEEE-30: Fluxo de Carga

De	Para	t	t^{min}	t^{max}
6	9	0,978	0,950	1,050
6	10	0,969	0,950	1,050
4	12	0,932	0,950	1,050
27	28	1,033	0,950	1,050

Tabela 6.11: IEEE-30: Fluxo de Carga: Taps

Barra	V (pu)	θ (graus)	Q_g (MVar)	Q_g^{min} (MVar)	Q_g^{max} (MVar)
1	1,075	0,00	-15,28	-9999,00	9999,00
2	1,057	-5,30	42,89	-40,00	60,00
3	1,039	-7,80			
4	1,031	-9,41			
5	1,022	-13,92	33,60	-40,00	40,00
6	1,026	-11,04			
7	1,017	-12,73			
8	1,027	-11,87	43,74	-10,00	40,00
9	1,019	-14,57			
10	1,011	-16,45			
11	1,038	-14,57	9,84	-6,00	24,00
12	1,018	-15,68			
13	1,048	-15,67	22,20	-6,00	24,00
14	1,003	-16,67			
15	0,999	-16,81			
16	1,008	-16,30			
17	1,005	-16,63			
18	0,991	-17,43			
19	0,989	-17,59			
20	0,994	-17,37			
21	0,998	-17,01			
22	0,999	-17,03			
23	0,989	-17,40			
24	0,984	-17,81			
25	0,978	-18,39			
26	0,959	-18,84			
27	0,983	-18,46			
28	1,018	-12,07			
29	0,962	-19,80			
30	0,950	-20,76			

Tabela 6.12: IEEE-30: Factibilização I

De	Para	t	t_{min}	t_{max}
6	9	0,989	0,950	1,050
6	10	0,993	0,950	1,050
4	12	0,983	0,950	1,050
27	28	0,983	0,950	1,050

Tabela 6.13: IEEE-30: Factibilização I: Taps

Barra	V (pu)	θ (graus)	Q_g (MVar)	Q_g^{min} (MVar)	Q_g^{max} (MVar)
1	1,073	0,00	-22,02,28	-9999,00	9999,00
2	1,057	-5,37	47,81	-40,00	60,00
3	1,039	-7,85			
4	1,032	-9,47			
5	1,024	-13,99	35,26	-40,00	40,00
6	1,026	-11,09			
7	1,018	-12,80			
8	1,026	-11,91	40,00	-10,00	40,00
9	1,026	-14,60			
10	1,018	-16,45			
11	1,051	-14,60	12,67	-6,00	24,00
12	1,025	-15,68			
13	1,056	-15,68	23,50	-6,00	24,00
14	1,010	-16,66			
15	1,006	-16,80			
16	1,015	-16,30			
17	1,012	-16,62			
18	0,998	-17,41			
19	0,996	-17,57			
20	1,001	-17,35			
21	1,005	-17,00			
22	1,006	-17,03			
23	0,996	-17,39			
24	0,991	-17,80			
25	0,985	-18,39			
26	0,967	-18,84			
27	0,990	-18,49			
28	1,018	-12,11			
29	0,970	-19,80			
30	0,958	-20,75			

Tabela 6.14: IEEE-30: Factibilização II

De	Para	t	t_{min}	t_{max}
6	9	0,992	0,950	1,050
6	10	0,997	0,950	1,050
4	12	0,986	0,950	1,050
27	28	0,974	0,950	1,050

Tabela 6.15: IEEE-30: Factibilização II: Taps

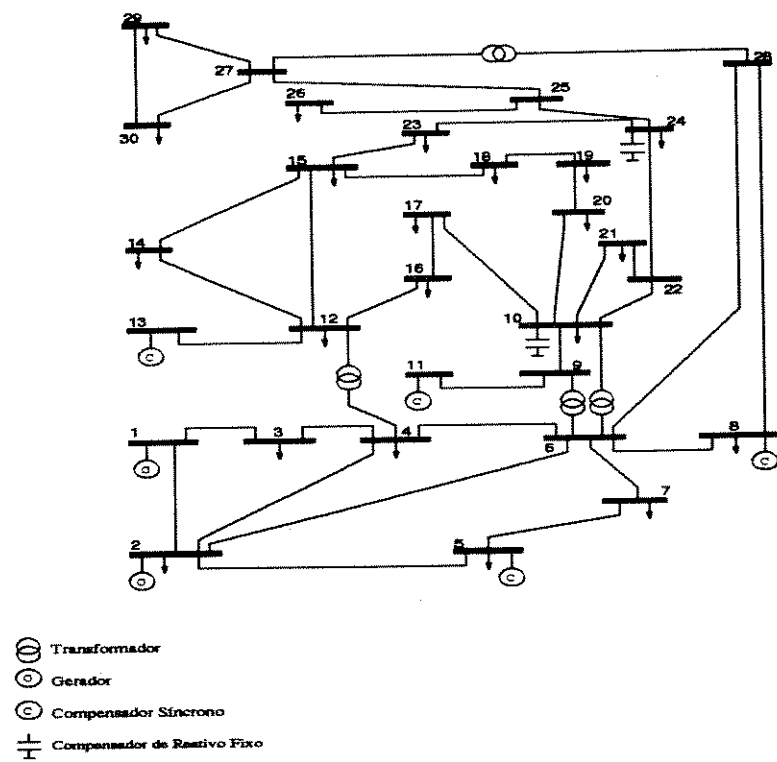


Figura 6.6: IEEE-30: Diagrama Unifilar

6.3 Sistema IEEE-57

Este caso exigiu a retirada de uma restrição do conjunto B . Assim, mostramos os resultados obtidos na fase de **Relaxação**. No final da fase de **Factibilização II**, uma das restrições de igualdade parametrizadas possui multiplicador de Lagrange negativo, o que indica uma tendência a tornar-se factível sem a imposição da igualdade parametrizada. A fase de **Relaxação** é então necessária, retirando-se definitivamente a restrição considerada do conjunto B . Vemos que, na solução final, a restrição permanece factível.

6.3.1 Fases de Factibilização I e II

A tabela 6.16 mostra o processo de solução do FPO. Nota-se que uma reparametrização ocorreu durante a fase de **Factibilização II**, pois uma nova restrição foi violada em $\gamma = 0,25$.

			Factibilização II							
			Parâmetro de Homotopia γ							μ
	FC	Factb. I	0,00	0,25	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00	
Nº de Violações	0	2	2	3	3	3	3	3	3	
Perdas (MW)	28,35	25,42	25,42	25,34	25,34	25,35	25,39	25,44	25,51	
MVar Gerado										
Barra 2	-0,80	54,44	54,44	53,35	53,35	52,51	51,68	50,85	50,00	-0,001325
Barra 3	-0,75				63,18	62,39	61,59	60,80	60,00	0,004325
Barra 9	3,87	71,51	71,51	55,89	55,89	44,17	32,48	20,76	9,00	0,021490
Iterações Newton	3	4		3		2	1	1	2	

Tabela 6.16: IEEE-57 Factibilização I e II: Processo de Resolução do FPO

A solução final chama a atenção para a restrição da barra 2, que possui multiplicador de Lagrange negativo. Isto significa que esta restrição é candidata a tornar-se factível sem a imposição de igualdade em seu limite. Portanto, devemos agora partir para a fase de **Relaxação**.

Antes, porém, apresentaremos alguns gráficos e tabelas. O comportamento da função objetivo pode ser observado na Figura 6.7. Notamos que o Caminho 1 foi abandonado

devido à reparametrização; o Caminho 2 levou à factibilização da geração reativa.

As Figuras 6.8, 6.9 e 6.10 mostram o comportamento da geração de potência reativa na barras em que houve violação. Nas Figuras 6.8 e 6.10 notamos a mudança do Caminho na variação do parâmetro de homotopia.

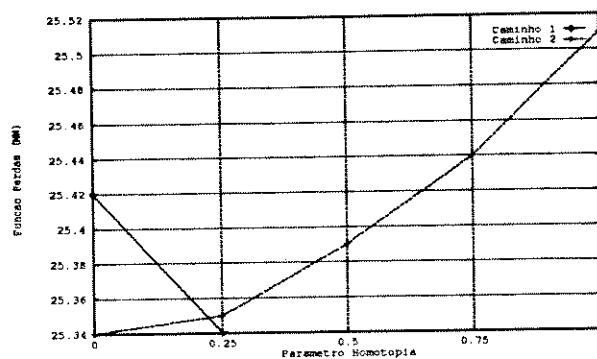


Figura 6.7: IEEE-57 Factibilização I e II: Função Objetivo

Nas Tabelas 6.17, 6.18 e 6.19 temos o resultado do Fluxo de Carga para o sistema. O estado correspondente à fase de **Factibilização I** encontra-se nas Tabelas 6.20, 6.21 e 6.22. O estado da fase **Factibilização II** encontra-se nas Tabelas 6.23, 6.24 e 6.25.

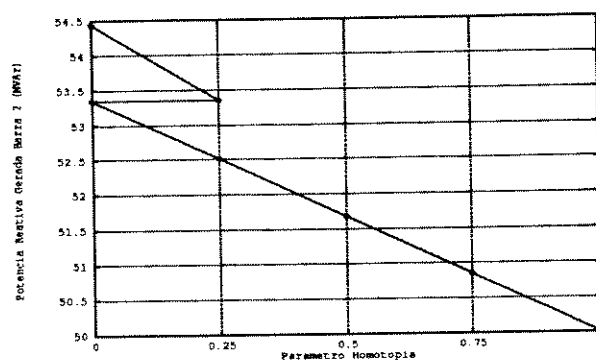


Figura 6.8: IEEE-57 Factibilização II: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 2

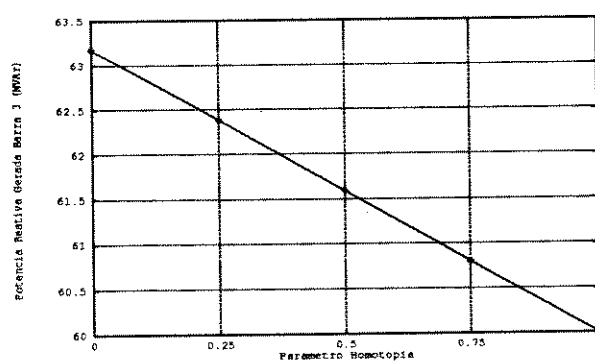


Figura 6.9: IEEE-57 Factibilização II: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 3

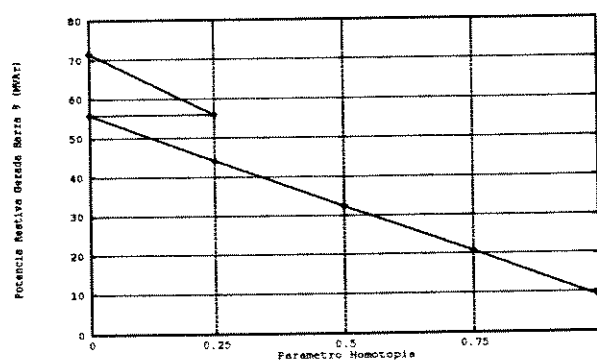


Figura 6.10: IEEE-57 Factibilização II: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 9

Barra	V (pu)	θ (graus)	Q_g (MVar)	Q_g^{min} (MVar)	Q_g^{max} (MVar)
1	1,040	0,00	129,89	-9999,00	9999,00
2	1,010	-1,18	-0,80	-17,00	50,00
3	0,985	-5,94	-0,75	-10,00	60,00
4	0,981	-7,23			
5	0,976	-8,47			
6	0,980	-8,62	0,95	-8,00	25,00
7	0,984	-7,58			
8	1,005	-4,48	62,75	-140,00	200,00
9	0,980	-9,63	3,87	-3,00	9,00
10	0,986	-11,52			
11	0,973	-10,25			
12	1,015	-10,53	130,37	-50,00	155,00
13	0,978	-9,86			
14	0,969	-9,41			
15	0,987	-7,21			
16	1,013	-8,90			
17	1,017	-5,42			
18	1,005	-15,90			
19	1,007	-16,21			
20	1,020	-15,70			
21	0,997	-13,32			
22	1,004	-13,08			
23	1,002	-13,12			
24	0,992	-13,12			
25	0,934	-22,14			
26	0,953	-12,81			
27	0,978	-11,44			
28	0,995	-10,44			
29	1,009	-9,76			
30	0,914	-22,46			

Tabela 6.17: IEEE-57: Fluxo de Carga (Barras 1 a 30)

Barra	V (pu)	θ (graus)	Q_g (MVar)	Q_g^{min} (MVar)	Q_g^{max} (MVar)
31	0,886	-22,44			
32	0,902	-20,29			
33	0,899	-20,34			
34	0,953	-14,67			
35	0,961	-14,33			
36	0,971	-13,99			
37	0,980	-13,75			
38	1,008	-12,93			
39	0,978	-13,80			
40	0,968	-14,01			
41	0,995	-14,22			
42	0,964	-15,70			
43	1,008	-11,43			
44	1,013	-12,02			
45	1,034	-9,37			
46	1,057	-11,23			
47	1,030	-12,67			
48	1,024	-12,78			
49	1,034	-13,09			
50	1,022	-13,54			
51	1,052	-12,62			
52	0,979	-11,50			
53	0,970	-12,26			
54	0,996	-11,74			
55	1,030	-10,84			
56	0,965	-16,26			
57	0,961	-16,80			

Tabela 6.18: IEEE-57: Fluxo de Carga (Barras 31 a 57)

De	Para	t	t_{min}	t_{max}
4	18	0,970	0,950	1,050
7	29	0,967	0,950	1,050
9	55	0,940	0,950	1,050
10	51	0,930	0,950	1,050
11	41	0,955	0,950	1,050
11	43	0,958	0,950	1,050
13	49	0,895	0,950	1,050
14	46	0,900	0,950	1,050
15	45	0,955	0,950	1,050
20	21	1,043	0,950	1,050
24	25	1,000	0,950	1,050
24	26	1,043	0,950	1,050
32	34	0,975	0,950	1,050
39	57	0,980	0,950	1,050
40	56	0,958	0,950	1,050

Tabela 6.19: IEEE-57: Fluxo de Carga: Taps

Barra	V (pu)	θ (graus)	Q_g (MVar)	Q_g^{min} (MVar)	Q_g^{max} (MVar)
1	1,053	-0,00	-4,79	-9999,00	9999,00
2	1,046	-1,50	54,44	-17,00	50,00
3	1,045	-6,31	53,92	-10,00	60,00
4	1,042	-7,51			
5	1,039	-8,71			
6	1,043	-8,88	19,43	-8,00	25,00
7	1,037	-7,96			
8	1,056	-5,04	26,67	-140,00	200,00
9	1,046	-9,68	71,51	-3,00	9,00
10	1,030	-11,14			
11	1,029	-10,08			
12	1,044	-10,01	79,94	-50,00	155,00
13	1,028	-9,59			
14	1,021	-9,15			
15	1,033	-7,16			
16	1,038	-8,50			
17	1,037	-5,21			
18	1,031	-15,97			
19	1,007	-15,88			
20	1,004	-15,12			
21	0,997	-13,27			
22	0,999	-12,96			
23	0,999	-13,01			
24	1,005	-13,18			
25	0,996	-21,46			
26	0,977	-12,81			
27	1,018	-11,59			
28	1,040	-10,70			
29	1,058	-10,10			
30	0,975	-21,75			

Tabela 6.20: IEEE-57: Factibilização I (Barras 1 a 30)

Barra	V (pu)	θ (graus)	Q_g (MVar)	Q_g^{min} (MVar)	Q_g^{max} (MVar)
31	0,946	-21,78			
32	0,956	-19,95			
33	0,954	-19,99			
34	0,954	-14,62			
35	0,961	-14,29			
36	0,970	-13,94			
37	0,978	-13,67			
38	1,001	-12,77			
39	0,976	-13,72			
40	0,969	-14,00			
41	1,000	-14,17			
42	0,963	-15,50			
43	1,024	-11,28			
44	1,011	-11,91			
45	1,044	-9,40			
46	1,031	-10,89			
47	1,012	-12,35			
48	1,008	-12,51			
49	1,012	-12,68			
50	1,002	-13,19			
51	1,037	-12,29			
52	1,020	-11,64			
53	1,006	-12,32			
54	1,018	-11,70			
55	1,039	-10,73			
56	0,957	-15,91			
57	0,950	-16,45			

Tabela 6.21: IEEE-57: Factibilização I (Barras 31 a 57)

De	Para	t	t_{min}	t_{max}
4	18	1,009	0,950	1,050
7	29	1,033	0,950	1,050
9	55	1,000	0,950	1,050
10	51	1,015	0,950	1,050
11	41	1,004	0,950	1,050
11	43	1,006	0,950	1,050
13	49	1,019	0,950	1,050
14	46	1,022	0,950	1,050
15	45	1,019	0,950	1,050
20	21	0,999	0,950	1,050
24	25	1,040	0,950	1,050
24	26	0,969	0,950	1,050
32	34	0,974	0,950	1,050
39	57	1,000	0,950	1,050
40	56	0,999	0,950	1,050

Tabela 6.22: IEEE-57: Factibilização I: Taps

Barra	V (pu)	θ (graus)	Q_g (MVar)	Q_g^{min} (MVar)	Q_g^{max} (MVar)
1	1,057	-0,00	-5,88	-9999,00	9999,00
2	1,049	-1,47	50,00	-17,00	50,00
3	1,049	-6,26	60,00	-10,00	60,00
4	1,044	-7,41			
5	1,040	-8,54			
6	1,042	-8,68	13,15	-8,00	25,00
7	1,038	-7,74			
8	1,057	-4,83	55,04	-140,00	200,00
9	1,033	-9,38	9,00	-3,00	9,00
10	1,032	-11,02			
11	1,024	-9,90			
12	1,055	-10,04	120,23	-50,00	155,00
13	1,030	-9,50			
14	1,022	-9,08			
15	1,035	-7,10			
16	1,048	-8,51			
17	1,044	-5,22			
18	1,036	-15,80			
19	1,011	-15,71			
20	1,008	-14,95			
21	1,003	-13,14			
22	1,005	-12,84			
23	1,004	-12,89			
24	1,006	-13,03			
25	0,994	-21,26			
26	0,981	-12,69			
27	1,015	-11,43			
28	1,034	-10,51			
29	1,050	-9,88			
30	0,975	-21,56			

Tabela 6.23: IEEE-57: Factibilização II (Barras 1 a 30)

Barra	V (pu)	θ (graus)	Q_g (MVar)	Q_g^{min} (MVar)	Q_g^{max} (MVar)
31	0,948	-21,62			
32	0,963	-19,87			
33	0,960	-19,90			
34	0,959	-14,47			
35	0,966	-14,14			
36	0,976	-13,81			
37	0,984	-13,54			
38	1,007	-12,66			
39	0,982	-13,58			
40	0,975	-13,86			
41	1,002	-14,00			
42	0,964	-15,32			
43	1,027	-11,10			
44	1,017	-11,80			
45	1,050	-9,32			
46	1,039	-10,81			
47	1,018	-12,25			
48	1,015	-12,40			
49	1,019	-12,58			
50	1,008	-13,07			
51	1,042	-12,16			
52	1,010	-11,43			
53	0,995	-12,11			
54	1,006	-11,45			
55	1,025	-10,44			
56	0,957	-15,72			
57	0,950	-16,27			

Tabela 6.24: IEEE-57: Factibilização II (Barras 31 a 57)

De	Para	t	t^{min}	t^{max}
4	18	1,012	0,950	1,050
7	29	1,024	0,950	1,050
9	55	0,998	0,950	1,050
10	51	1,019	0,950	1,050
11	41	1,010	0,950	1,050
11	43	1,014	0,950	1,050
13	49	1,025	0,950	1,050
14	46	1,028	0,950	1,050
15	45	1,022	0,950	1,050
20	21	1,002	0,950	1,050
24	25	1,033	0,950	1,050
24	26	0,973	0,950	1,050
32	34	0,968	0,950	1,050
39	57	0,995	0,950	1,050
40	56	0,990	0,950	1,050

Tabela 6.25: IEEE-57: Factibilização II: Taps

6.3.2 Fase de Relaxação

A Tabela 6.26 mostra o processo de resolução da fase de **Relaxação**. De acordo com as considerações feitas anteriormente, a restrição possuía tendência à factibilização. Isto foi confirmado pelo resultado da fase de **Relaxação**, cujo estado encontra-se nas Tabelas 6.27, 6.28 e 6.29. Na Tabela 6.27, vemos que a injeção reativa da barra 2 tornou-se factível.

	Relaxação	μ
Nº de Violações	2	
Perdas (MW)	25,52	
MVA _r Gerado		
Barra 3	60,00	0,004919
Barra 9	9,00	0,021487
Iterações de Newton	1	

Tabela 6.26: IEEE-57 Relaxação: Processo de Resolução do FPO

Barra	V (pu)	θ (graus)	Q_g (MVar)	$Q_g^{\min}$ (MVar)	$Q_g^{\max}$ (MVar)
1	1,057	-0,00	-1,16	-9999,00	9999,00
2	1,048	-1,45	45,12	-17,00	50,00
3	1,048	-6,25	60,00	-10,00	60,00
4	1,044	-7,41			
5	1,040	-8,54			
6	1,043	-8,67	13,55	-8,00	25,00
7	1,038	-7,74			
8	1,057	-4,83	54,87	-140,00	200,00
9	1,034	-9,37	9,03	-3,00	9,00
10	1,032	-11,02			
11	1,024	-9,89			
12	1,055	-10,04	120,17	-50,00	155,00
13	1,030	-9,50			
14	1,023	-9,07			
15	1,035	-7,10			
16	1,048	-8,51			
17	1,044	-5,22			
18	1,036	-15,79			
19	1,011	-15,70			
20	1,008	-14,95			
21	1,003	-13,14			
22	1,005	-12,83			
23	1,004	-12,89			
24	1,006	-13,03			
25	0,994	-21,25			
26	0,981	-12,69			
27	1,015	-11,42			
28	1,034	-10,50			
29	1,050	-9,88			
30	0,975	-21,56			

Tabela 6.27: IEEE-57: Relaxação (Barras 1 a 30)

BARRA	V (pu)	θ (graus)	Q_g (MVar)	Q_g^{min} (MVar)	Q_g^{max} (MVar)
31	0,948	-21,62			
32	0,963	-19,86			
33	0,960	-19,90			
34	0,959	-14,46			
35	0,966	-14,13			
36	0,976	-13,80			
37	0,984	-13,54			
38	1,007	-12,65			
39	0,982	-13,58			
40	0,975	-13,86			
41	1,002	-13,99			
42	0,964	-15,32			
43	1,027	-11,10			
44	1,017	-11,80			
45	1,050	-9,31			
46	1,039	-10,80			
47	1,018	-12,25			
48	1,015	-12,40			
49	1,019	-12,57			
50	1,008	-13,06			
51	1,042	-12,16			
52	1,010	-11,43			
53	0,995	-12,11			
54	1,006	-11,44			
55	1,025	-10,43			
56	0,957	-15,71			
57	0,950	-16,27			

Tabela 6.28: IEEE-57: Relaxação (Barras 31 a 57)

De	Para	t	t_{min}	t_{max}
4	18	1,012	0,950	1,050
7	29	1,024	0,950	1,050
9	55	0,998	0,950	1,050
10	51	1,019	0,950	1,050
11	41	1,010	0,950	1,050
11	43	1,014	0,950	1,050
13	49	1,025	0,950	1,050
14	46	1,028	0,950	1,050
15	45	1,022	0,950	1,050
20	21	1,002	0,950	1,050
24	25	1,033	0,950	1,050
24	26	0,973	0,950	1,050
32	34	0,968	0,950	1,050
39	57	0,995	0,950	1,050
40	56	0,990	0,950	1,050

Tabela 6.29: IEEE-57: Relaxação: Taps

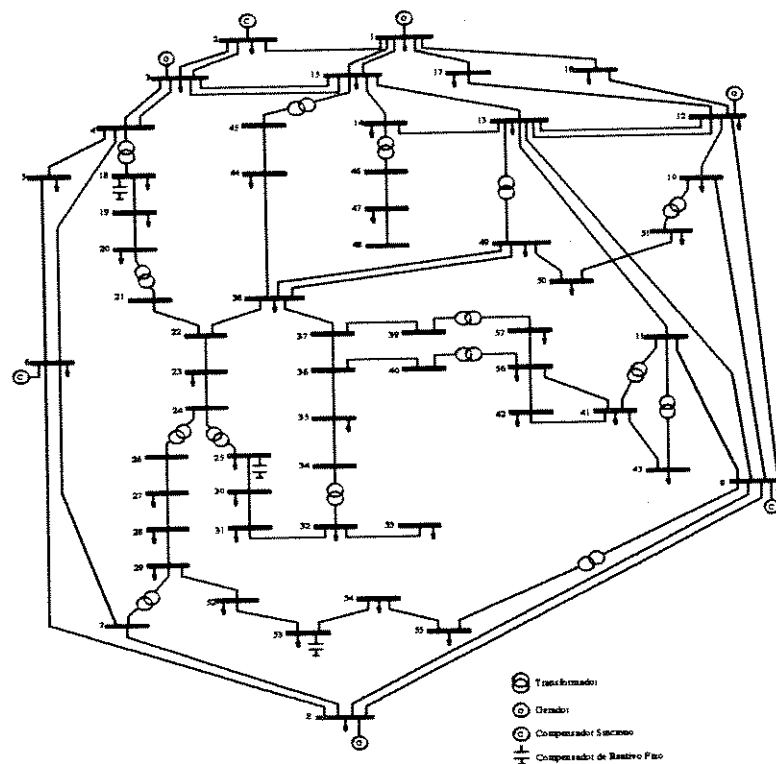


Figura 6.11: IEEE-57: Diagrama Unifilar

6.4 Sistema IEEE-118

As Tabelas 6.30 e 6.31 contém o sumário do processo de otimização do sistema. Nota-se que na fase de **Factibilização II** ocorreram duas reparametrizações, devido à novas violações entrando no conjunto ativo. Embora o número de violações seja relativamente grande (15) em comparação com o número total de restrições funcionais (53) (ver Tabela 6.1), o método da Continuação foi capaz de factibilizar todas as restrições violadas.

A Figura 6.12 mostra o comportamento da função objetivo durante as reparametrizações. Note que os gráficos da função objetivo dos sistemas IEEE-57 e IEEE-118 (respectivamente Figuras 6.7 e 6.12) mostram uma tendência de queda do valor da função perdas nos caminhos que precedem o caminho final, isto é, aquele caminho em que o conjunto ativo já está identificado. Neste último caminho, porém, a tendência da função perdas é aumentar. Isto é explicado pelo fato de que, durante as tentativas de identificação das restrições ativas, o algoritmo minimiza a função objetivo às custas da infactibilidade de certas restrições. Entretanto, quando o conjunto ativo está identificado, a função objetivo aumenta devido à redução do domínio de factibilidade do problema, já que as restrições violadas estão sendo trazidas aos seus limites.

As Tabelas 6.32 a 6.36 mostram o estado do sistema para o Fluxo de Carga. As Tabelas 6.37 a 6.41 mostram o estado do sistema após a fase de **Factibilização I**, e as Tabelas 6.42 a 6.46 fornecem o estado do sistema para a fase de **Factibilização II**, que é o estado ótimo.

	FC	Factibilização I
Nº de Violações	5	12
Perdas (MW)	152,81	139,57
MVA _r Gerado		
Barra 1	-5,21	40,13
Barra 15	7,14	33,33
Barra 19	-14,51	29,80
Barra 55	4,97	33,38
Barra 56	14,29	32,14
Barra 65	62,43	-85,68
Barra 70	9,54	
Barra 74	-10,47	33,79
Barra 76	3,27	65,09
Barra 77	47,36	
Barra 85	-5,27	27,81
Barra 92	-2,99	49,10
Barra 104	2,39	28,38
Barra 105	-18,33	
Barra 110	0,28	33,75
Iterações Newton	3	4

Tabela 6.30: IEEE-118: Processo de Resolução do FPO: Factibilização I

Factibilização II											
Nº de Violações	Parâmetro de Homotopia γ										μ
	0,00	0,25	0,50	0,00	0,25	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00	
	12	12	14	14	15	15	15	15	15	15	
Perdas (MW)	139,57	138,95	138,90	138,90	138,87	138,87	138,87	138,88	138,92	138,97	
MVar Gerado											
Barra 1	40,13	33,84	27,56	27,56	24,42	24,42	22,07	19,71	17,36	15,00	0,019270
Barra 15	33,33	32,50	31,67	31,67	31,25	31,25	30,94	30,62	30,31	30,00	0,000916
Barra 19	29,80	28,35	26,90	26,90	26,18	26,18	25,63	25,09	24,54	24,00	0,001192
Barra 55	33,38	30,78	28,19	28,19	26,89	26,89	25,92	24,95	23,97	23,00	0,001829
Barra 56	32,14	27,86	23,57	23,57	21,43	21,43	19,82	18,21	16,61	15,00	0,001255
Barra 65	-85,68	-81,01	-76,34	-76,34	-74,01	-74,01	-72,25	-70,50	-68,75	-67,00	0,000543
Barra 70				33,49	33,11	33,11	32,83	32,56	32,28	32,00	0,007723
Barra 74	33,79	27,59	21,40	21,40	18,30	18,30	15,97	13,65	11,32	9,00	0,027360
Barra 76	65,09	54,51	44,04	44,04	38,78	38,78	34,84	30,89	26,95	23,00	0,059806
Barra 77				81,15	78,36	78,36	76,27	74,18	72,09	70,00	0,007526
Barra 85	27,81	26,59	25,40	25,40	24,80	24,80	24,35	23,90	23,45	23,00	0,002308
Barra 92	49,10	39,09	29,05	29,05	24,04	24,04	20,28	16,52	12,76	9,00	0,006251
Barra 104	28,38	27,04	25,69	25,69	25,02	25,02	24,51	24,01	23,50	23,00	0,001150
Barra 105						23,06	23,05	23,03	23,02	23,00	0,000447
Barra 110	33,75	31,06	28,38	28,38	27,03	27,03	26,02	25,02	24,01	23,00	0,002379
Iterações Newton		4	4		3		3	3	3	3	

Tabela 6.31: IEEE-118: Processo de Resolução do FPO: Factibilização II

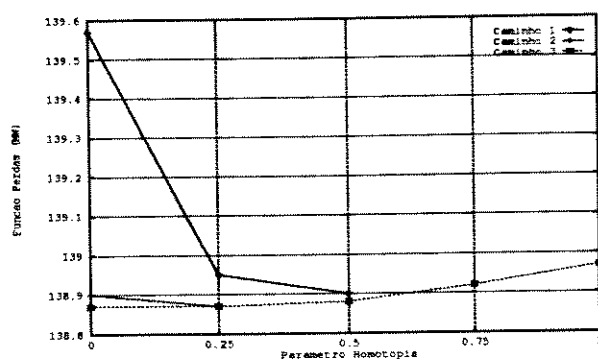


Figura 6.12: IEEE-118: Função Objetivo

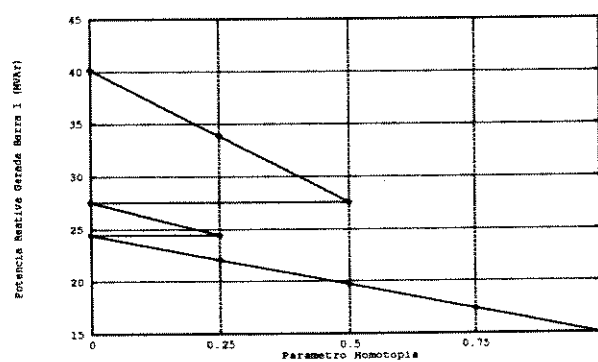


Figura 6.13: IEEE-118: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 1

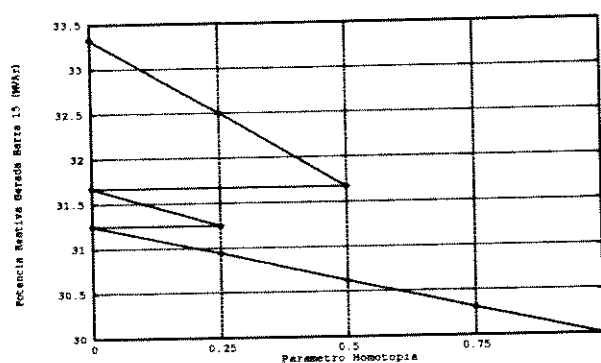


Figura 6.14: IEEE-118: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 15

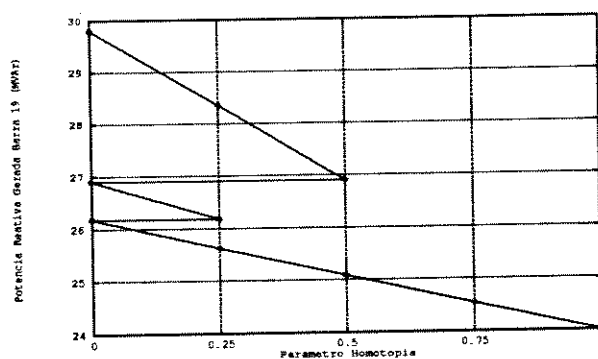


Figura 6.15: IEEE-118: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 19

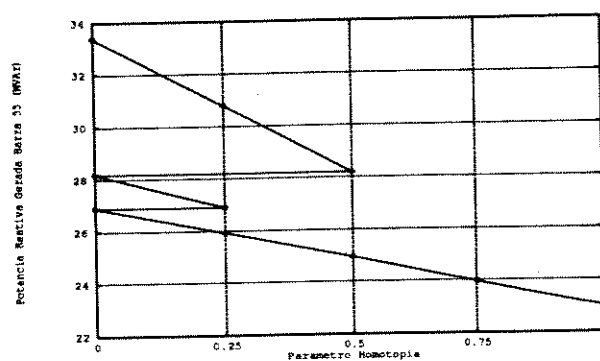


Figura 6.16: IEEE-118: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 55

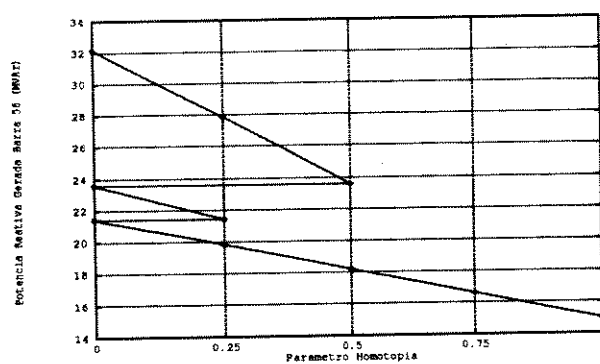


Figura 6.17: IEEE-118: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 56

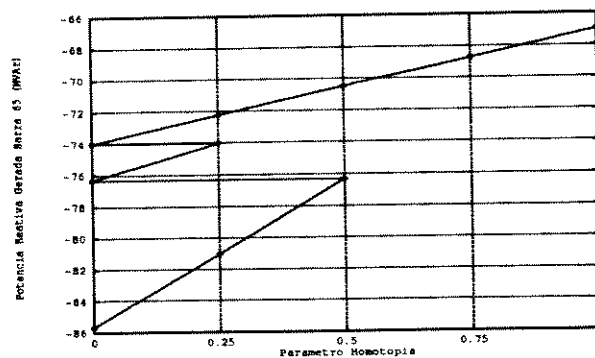


Figura 6.18: IEEE-118: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 65

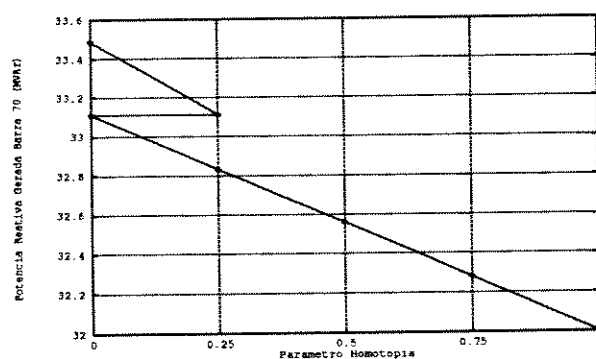


Figura 6.19: IEEE-118: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 70

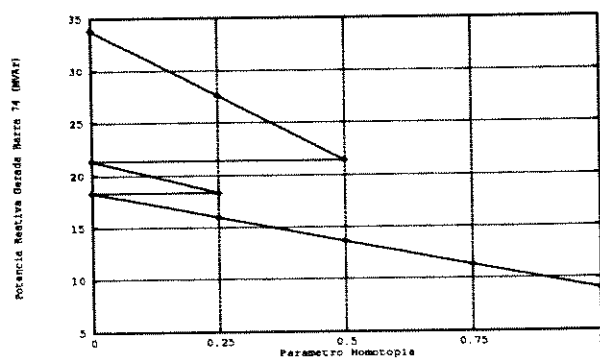


Figura 6.20: IEEE-118: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 74

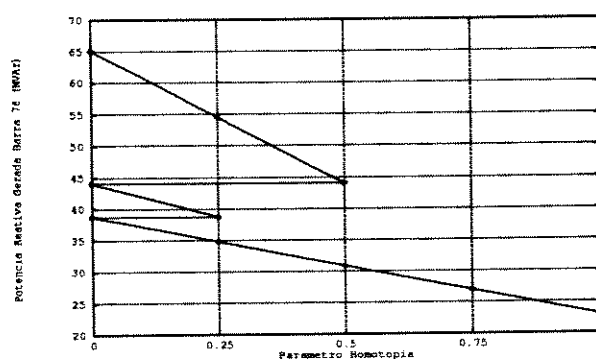


Figura 6.21: IEEE-118: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 76

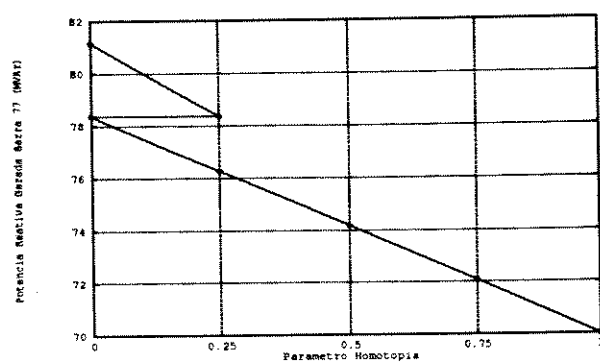


Figura 6.22: IEEE-118: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 77

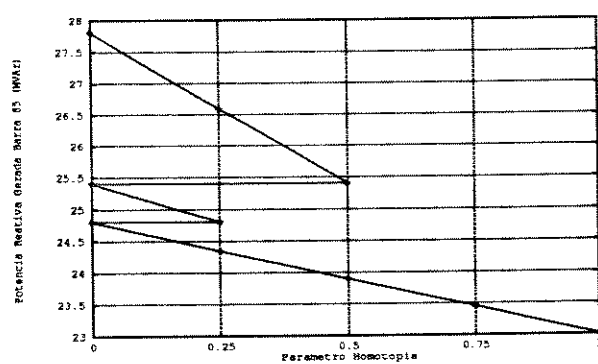


Figura 6.23: IEEE-118: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 85

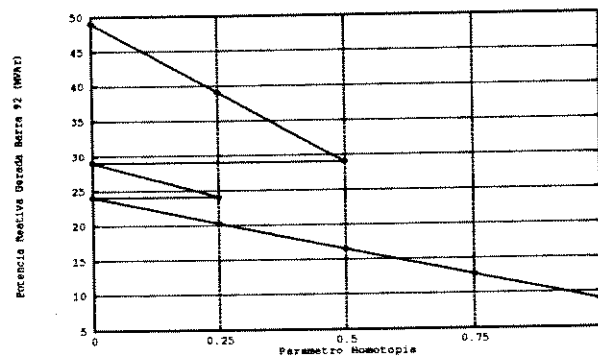


Figura 6.24: IEEE-118: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 92

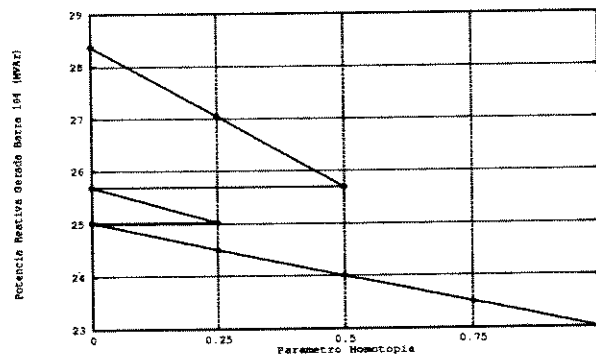


Figura 6.25: IEEE-118: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 104

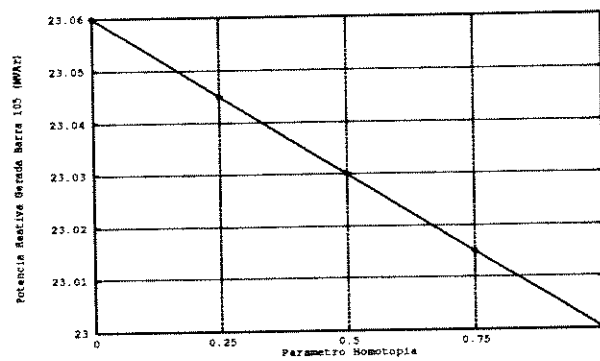


Figura 6.26: IEEE-118: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 105

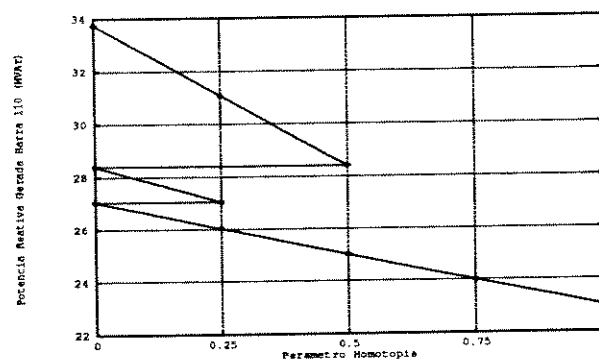


Figura 6.27: IEEE-118: Parametrização da Geração de Potência Reativa na Barra 110

Barra	V (pu)	θ (graus)	Q_g (MVar)	Q_g^{min} (MVar)	Q_g^{max} (MVar)
1	0,955	-21,60	-5,21	-5,00	15,00
2	0,971	-21,08			
3	0,969	-20,73			
4	0,998	-16,99	-64,78	-300,00	300,00
5	1,006	-16,59			
6	0,990	-19,28	8,86	-13,00	50,00
7	0,989	-19,74			
8	1,015	-11,37	44,41	-300,00	300,00
9	1,043	-4,12			
10	1,050	3,46	-51,04	-147,00	200,00
11	0,986	-19,60			
12	0,990	-20,11	87,53	-35,00	120,00
13	0,969	-21,03			
14	0,984	-20,89			
15	0,970	-21,36	7,14	-10,00	30,00
16	0,984	-20,47			
17	0,995	-18,78			
18	0,973	-21,04	29,32	-16,00	50,00
19	0,962	-21,56	-14,51	-24,00	24,00
20	0,957	-20,64			
21	0,958	-19,03			
22	0,969	-16,45			
23	1,000	-11,49			
24	0,992	-11,57	-10,76	-300,00	300,00
25	1,050	-4,47	50,65	-47,00	140,00
26	1,015	-2,48	7,44	-1000,00	1000,00
27	0,968	-17,11	4,11	-300,00	300,00
28	0,962	-18,85			
29	0,963	-19,85			
30	0,986	-13,27			

Tabela 6.32: IEEE-118: Fluxo de Carga (Barras 1 a 30)

Barra	V (pu)	θ (graus)	Q_g (MVar)	Q_g^{min} (MVar)	Q_g^{max} (MVar)
31	0,967	-19,74	32,84	-300,00	300,00
32	0,963	-17,67	-16,92	-24,00	42,00
33	0,972	-22,28			
34	0,984	-21,88	-47,02	-24,00	24,00
35	0,981	-22,36			
36	0,980	-22,35	3,65	-8,00	24,00
37	0,993	-21,50			
38	0,962	-14,93			
39	0,970	-26,20			
40	0,970	-28,05	30,50	-300,00	300,00
41	0,967	-29,09			
42	0,985	-29,13	61,30	-300,00	300,00
43	0,976	-21,50			
44	0,983	-18,40			
45	0,986	-16,34			
46	1,005	-13,33	-3,58	-100,00	100,00
47	1,016	-10,88			
48	1,021	-11,91			
49	1,025	-10,91	127,65	-85,00	210,00
50	1,001	-13,20			
51	0,966	-16,14			
52	0,956	-17,19			
53	0,946	-18,41			
54	0,955	-17,69	29,13	-300,00	300,00
55	0,952	-17,79	4,97	-8,00	23,00
56	0,954	-17,74	14,29	-8,00	15,00
57	0,970	-16,19			
58	0,959	-17,12			
59	0,985	-11,00	76,13	-60,00	180,00
60	0,993	-6,63			

Tabela 6.33: IEEE-118: Fluxo de Carga (Barras 31 a 60)

Barra	V (pu)	θ (graus)	Q_g (MVar)	Q_g^{min} (MVar)	Q_g^{max} (MVar)
61	0,995	-5,73	-39,47	-100,00	300,00
62	0,998	-8,15	2,48	-20,00	20,00
63	0,969	-7,13			
64	0,984	-5,27			
65	1,005	-2,02	82,43	-67,00	200,00
66	1,050	-1,15	-15,27	-67,00	200,00
67	1,019	-4,21			
68	1,003	-2,23			
69	1,035	-0,00	-89,52	0,00	0,00
70	0,984	-7,40	9,54	-10,00	32,00
71	0,986	-7,55			
72	0,980	-12,87	-5,23	-100,00	100,00
73	0,991	-7,77	11,90	-100,00	100,00
74	0,958	-8,43	-10,47	-16,00	9,00
75	0,969	-7,23			
76	0,943	-8,41	3,27	-8,00	23,00
77	1,006	-3,59	47,36	-20,00	70,00
78	1,003	-3,82			
79	1,009	-3,38			
80	1,040	-0,75	79,85	-165,00	280,00
81	0,998	-1,70			
82	0,988	-2,70			
83	0,984	-1,24			
84	0,980	1,71			
85	0,985	3,48	-5,27	-8,00	23,00
86	0,987	2,11			
87	1,015	2,37	11,02	-100,00	1000,00
88	0,987	6,98			
89	1,005	11,29	-7,94	-210,00	300,00
90	0,985	-3,49	98,18	-300,00	300,00

Tabela 6.34: IEEE-118: Fluxo de Carga (Barras 61 a 90)

Barra	V (pu)	θ (graus)	Q_g (MVar)	Q_g^{min} (MVar)	Q_g^{max} (MVar)
91	0,980	-1,22	-10,33	-100,00	100,00
92	0,990	2,79	-2,99	-23,00	9,00
93	0,986	0,10			
94	0,990	-1,77			
95	0,981	-2,60			
96	0,993	-2,58			
97	1,011	-2,01			
98	1,023	-2,56			
99	1,010	-3,16	-17,44	-100,00	100,00
100	1,017	-2,36	92,48	-50,00	155,00
101	0,992	-1,05			
102	0,989	1,41			
103	1,010	-6,10	75,42	-15,00	80,00
104	0,971	-8,67	2,39	-8,00	23,00
105	0,965	-9,77	-18,33	-28,00	23,00
106	0,961	-10,03			
107	0,952	-12,84	6,56	-200,00	200,00
108	0,966	-10,97			
109	0,967	-11,43			
110	0,973	-12,27	0,28	-8,00	23,00
111	0,980	-10,63	-1,84	-100,00	1000,00
112	0,975	-15,37	41,51	-100,00	1000,00
113	0,993	-18,78	8,12	-100,00	200,00
114	0,960	-18,00			
115	0,960	-18,00			
116	1,005	-2,67	47,34	-1000,00	1000,00
117	0,974	-21,66			
118	0,951	-8,24			

Tabela 6.35: IEEE-118: Fluxo de Carga (Barras 91 a 118)

De	Para	t	t_{min}	t_{max}
5	8	1,015	0,950	1,050
25	26	1,042	0,950	1,050
17	30	1,042	0,950	1,050
37	38	1,070	0,950	1,050
59	63	1,042	0,950	1,050
61	64	1,015	0,950	1,050
65	66	0,935	0,950	1,050
68	69	0,935	0,950	1,050
80	81	1,070	0,950	1,050

Tabela 6.36: IEEE-118: Fluxo de Carga: Taps

Barra	V (pu)	θ (graus)	Q_g (MVar)	Q_g^{min} (MVar)	Q_g^{max} (MVar)
1	1,012	-20,70	40,13	-5,00	15,00
2	1,010	-19,95			
3	1,013	-19,71			
4	1,027	-15,99	-6,82	-300,00	300,00
5	1,030	-15,56			
6	1,019	-18,14	19,33	-13,00	50,00
7	1,017	-18,56			
8	1,026	-10,62	-76,16	-300,00	300,00
9	1,038	-3,35			
10	1,030	4,49	-97,30	-147,00	200,00
11	1,013	-18,41			
12	1,017	-18,88	42,18	-35,00	120,00
13	1,001	-19,80			
14	1,016	-19,66			
15	1,015	-20,23	33,33	-10,00	30,00
16	1,012	-19,22			
17	1,026	-17,62			
18	1,017	-19,91	35,40	-16,00	50,00
19	1,015	-20,51	29,80	-24,00	24,00
20	1,002	-19,69			
21	0,998	-18,22			
22	1,002	-15,82			
23	1,020	-11,13			
24	1,017	-11,40	-4,84	-300,00	300,00
25	1,034	-3,90	-7,97	-47,00	140,00
26	1,030	-2,10	-61,65	-1000,00	1000,00
27	1,016	-16,64	35,92	-300,00	300,00
28	1,009	-18,17			
29	1,009	-19,02			
30	1,035	-12,66			

Tabela 6.37: IEEE-118: Factibilização I (Barras 1 a 30)

Barra	V (pu)	θ (graus)	Q_g (MVar)	Q_g^{min} (MVar)	Q_g^{max} (MVar)
31	1,012	-18,89	33,27	-300,00	300,00
32	1,014	-17,17	29,78	-24,00	42,00
33	1,014	-20,92			
34	1,027	-20,48	11,14	-24,00	24,00
35	1,024	-20,90			
36	1,024	-20,91	14,36	-8,00	24,00
37	1,031	-20,03			
38	1,037	-14,36			
39	1,010	-24,57			
40	1,011	-26,38	50,96	-300,00	300,00
41	1,004	-27,35			
42	1,009	-27,39	48,74	-300,00	300,00
43	1,010	-20,33			
44	1,001	-17,65			
45	0,997	-15,75			
46	1,013	-12,88	1,56	-100,00	100,00
47	1,018	-10,45			
48	1,023	-11,41			
49	1,026	-10,39	68,82	-85,00	210,00
50	1,015	-12,76			
51	0,998	-15,73			
52	0,992	-16,76			
53	0,994	-17,96			
54	1,011	-17,34	53,05	-300,00	300,00
55	1,011	-17,46	33,38	-8,00	23,00
56	1,010	-17,40	32,14	-8,00	15,00
57	1,009	-15,83			
58	1,001	-16,72			
59	1,027	-10,78	141,24	-60,00	180,00
60	1,021	-6,64			

Tabela 6.38: IEEE-118: Factibilização I (Barras 31 a 60)

Barra	V (pu)	θ (graus)	Q_g (MVar)	Q_g^{min} (MVar)	Q_g^{max} (MVar)
61	1,023	-5,80	-32,83	-100,00	300,00
62	1,019	-6,14	7,25	-20,00	20,00
63	1,026	-7,23			
64	1,027	-5,37			
65	1,027	-2,07	-85,68	-67,00	200,00
66	1,031	-0,83	5,56	-67,00	200,00
67	1,019	-4,09			
68	1,020	-2,23			
69	1,029	-0,00	-43,86	-9999,00	9999,00
70	1,004	-7,61	0,52	-10,00	32,00
71	1,006	-7,77			
72	1,014	-12,76	-0,76	-100,00	100,00
73	1,010	-7,97	8,33	-100,00	100,00
74	1,001	-8,97	33,79	-16,00	9,00
75	1,000	-7,66			
76	1,002	-9,22	65,09	-8,00	23,00
77	1,010	-3,79	51,24	-20,00	70,00
78	1,005	-3,98			
79	1,006	-3,49			
80	1,024	-0,66	18,05	-165,00	280,00
81	1,025	-1,69			
82	1,004	-3,00			
83	1,008	-1,70			
84	1,016	0,90			
85	1,027	2,45	27,81	-8,00	23,00
86	1,014	1,41			
87	1,016	1,86	-1,79	-100,00	1000,00
88	1,029	5,72			
89	1,045	9,72	-7,47	-210,00	300,00
90	1,011	-3,74	74,12	-300,00	300,00

Tabela 6.39: IEEE-118: Factibilização I (Barras 61 a 90)

Barra	V (pu)	θ (graus)	Q_g (MVar)	Q_g^{min} (MVar)	Q_g^{max} (MVar)
91	1,017	-1,78	-0,94	-100,00	100,00
92	1,032	1,87	49,10	-23,00	9,00
93	1,015	-0,46			
94	1,009	-2,09			
95	0,996	-2,84			
96	1,003	-2,76			
97	1,009	-2,08			
98	1,017	-2,60			
99	1,018	-3,32	-8,96	-100,00	100,00
100	1,028	-2,55	36,82	-50,00	155,00
101	1,016	-1,48			
102	1,025	0,67			
103	1,021	-6,14	12,55	-15,00	80,00
104	1,016	-9,08	28,38	-8,00	23,00
105	1,014	-10,17	20,59	-28,00	23,00
106	1,007	-10,33			
107	1,009	-13,03	15,52	-200,00	200,00
108	1,013	-11,20			
109	1,013	-11,60			
110	1,015	-12,31	33,75	-8,00	23,00
111	1,019	-10,75	-6,11	-100,00	1000,00
112	1,006	-14,94	23,00	-100,00	1000,00
113	1,022	-17,62	-10,67	-100,00	200,00
114	1,010	-17,46			
115	1,010	-17,47			
116	1,013	-2,62	-157,37	-1000,00	1000,00
117	1,001	-20,34			
118	0,995	-8,82			

Tabela 6.40: IEEE-118: Factibilização I (Barras 91 a 118)

De	Para	t	t_{min}	t_{max}
5	8	0,996	0,950	1,050
25	26	0,998	0,950	1,050
17	30	1,001	0,950	1,050
37	38	1,005	0,950	1,050
59	63	1,002	0,950	1,050
61	64	0,998	0,950	1,050
65	66	1,001	0,950	1,050
68	69	1,007	0,950	1,050
80	81	0,994	0,950	1,050

Tabela 6.41: IEEE-118: Factibilização I: Taps

Barra	V (pu)	θ (graus)	Q_g (MVar)	Q_g^{min} (MVar)	Q_g^{max} (MVar)
1	0,999	-20,12	15,00	-5,00	15,00
2	1,008	-19,52			
3	1,007	-19,22			
4	1,030	-15,64	0,45	-300,00	300,00
5	1,033	-15,21			
6	1,021	-17,78	16,42	-13,00	50,00
7	1,020	-18,20			
8	1,027	-10,27	-74,68	-300,00	300,00
9	1,039	-3,00			
10	1,029	4,83	-99,91	-147,00	200,00
11	1,017	-18,07			
12	1,021	-18,54	67,83	-35,00	120,00
13	1,004	-19,43			
14	1,019	-19,31			
15	1,015	-19,84	30,00	-10,00	30,00
16	1,015	-18,87			
17	1,027	-17,25			
18	1,018	-19,53	38,99	-16,00	50,00
19	1,014	-20,11	24,00	-24,00	24,00
20	1,002	-19,29			
21	0,998	-17,82			
22	1,003	-15,43			
23	1,021	-10,74			
24	1,019	-11,04	-5,80	-300,00	300,00
25	1,034	-3,52	-9,40	-47,00	140,00
26	1,029	-1,72	-63,50	-1000,00	1000,00
27	1,016	-16,26	35,70	-300,00	300,00
28	1,009	-17,78			
29	1,009	-18,64			
30	1,036	-12,30			

Tabela 6.42: IEEE-118: Factibilização II (Barras 1 a 30)

Barra	V (pu)	θ (graus)	Q_g (MVar)	Q_g^{min} (MVar)	Q_g^{max} (MVar)
31	1,013	-18,51	32,91	-300,00	300,00
32	1,015	-16,79	29,77	-24,00	42,00
33	1,015	-20,54			
34	1,028	-20,11	8,32	-24,00	24,00
35	1,024	-20,53			
36	1,024	-20,53	13,26	-8,00	24,00
37	1,031	-19,66			
38	1,039	-14,01			
39	1,011	-24,19			
40	1,011	-26,00	50,34	-300,00	300,00
41	1,004	-26,97			
42	1,010	-27,01	47,36	-300,00	300,00
43	1,012	-19,97			
44	1,004	-17,32			
45	1,001	-15,43			
46	1,016	-12,57	-1,63	-100,00	100,00
47	1,024	-10,20			
48	1,027	-11,15			
49	1,030	-10,15	73,78	-85,00	210,00
50	1,019	-12,49			
51	1,000	-15,44			
52	0,995	-16,46			
53	0,996	-17,66			
54	1,012	-17,05	75,52	-300,00	300,00
55	1,010	-17,13	23,00	-8,00	23,00
56	1,010	-17,07	15,00	-8,00	15,00
57	1,010	-15,52			
58	1,002	-16,41			
59	1,028	-10,52	138,27	-60,00	180,00
60	1,022	-6,41			

Tabela 6.43: IEEE-118: Factibilização II (Barras 31 a 60)

Barra	V (pu)	θ (graus)	Q_g (MVar)	Q_g^{min} (MVar)	Q_g^{max} (MVar)
61	1,024	-5,57	-44,60	-100,00	300,00
62	1,019	-5,92	6,63	-20,00	20,00
63	1,029	-6,98			
64	1,030	-5,14			
65	1,036	-1,90	-67,00	-67,00	200,00
66	1,031	-0,65	-25,79	-67,00	200,00
67	1,019	-3,89			
68	1,032	-2,10			
69	1,046	-0,00	-1,50	-9999,00	9999,00
70	1,021	-7,43	32,00	-10,00	32,00
71	1,021	-7,55			
72	1,015	-12,37	-1,53	-100,00	100,00
73	1,025	-7,74	8,78	-100,00	100,00
74	1,000	-8,49	9,00	-16,00	9,00
75	1,004	-7,27			
76	0,983	-8,49	23,00	-8,00	23,00
77	1,021	-3,59	70,00	-20,00	70,00
78	1,017	-3,78			
79	1,018	-3,31			
80	1,037	-0,56	39,28	-165,00	280,00
81	1,038	-1,58			
82	1,011	-2,75			
83	1,013	-1,43			
84	1,018	1,22			
85	1,028	2,80	23,00	-8,00	23,00
86	1,015	1,76			
87	1,017	2,22	-1,82	-100,00	1000,00
88	1,030	6,08			
89	1,046	10,09	8,56	-210,00	300,00
90	1,011	-3,41	73,47	-300,00	300,00

Tabela 6.44: IEEE-118: Factibilização II (Barras 61 a 90)

Barra	V (pu)	θ (graus)	Q_g (MVar)	Q_g^{min} (MVar)	Q_g^{max} (MVar)
91	1,018	-1,49	5,94	-100,00	100,00
92	1,025	2,30	9,00	-23,00	9,00
93	1,013	-0,12			
94	1,010	-1,81			
95	0,999	-2,58			
96	1,009	-2,53			
97	1,018	-1,90			
98	1,027	-2,41			
99	1,021	-3,05	-14,61	-100,00	100,00
100	1,030	-2,29	47,64	-50,00	155,00
101	1,015	-1,16			
102	1,020	1,05			
103	1,022	-5,84	13,97	-15,00	80,00
104	1,016	-8,75	23,00	-8,00	23,00
105	1,015	-9,85	23,00	-28,00	23,00
106	1,008	-10,02			
107	1,010	-12,71	15,26	-200,00	200,00
108	1,013	-10,87			
109	1,012	-11,26			
110	1,014	-11,96	23,00	-8,00	23,00
111	1,020	-10,44	-2,40	-100,00	1000,00
112	1,006	-14,64	26,74	-100,00	1000,00
113	1,023	-17,24	-11,07	-100,00	200,00
114	1,011	-17,08			
115	1,010	-17,08			
116	1,026	-2,48	-152,43	-1000,00	1000,00
117	1,006	-19,99			
118	0,988	-8,26			

Tabela 6.45: IEEE-118: Factibilização II (Barras 91 a 118)

De	Para	t	t_{min}	t_{max}
5	8	0,995	0,950	1,050
25	26	0,998	0,950	1,050
17	30	1,001	0,950	1,050
37	38	1,006	0,950	1,050
59	63	1,002	0,950	1,050
61	64	0,999	0,950	1,050
65	66	1,002	0,950	1,050
68	69	1,007	0,950	1,050
80	81	0,994	0,950	1,050

Tabela 6.46: IEEE-118: Factibilização II: Taps

6.5 Comentário aos Resultados

O método foi eficiente e robusto na identificação e factibilização do conjunto de restrições ativas. Na solução final, todas as restrições foram atendidas em seus limites, respeitando a disponibilidade dos recursos de potência reativa do sistema.

Dificuldades em identificar o conjunto ativo real, como ocorreu com o sistema de 57 barras, deve-se à não linearidade das restrições: a violação pode torna-se factível sem a interferência do método. Esta tendência, analisada a partir dos multiplicadores de Lagrange, revelou-se correta. A melhor providência é deixar a violação factibilizar-se sem incorporá-la no conjunto ativo.

Embora a política de penalidades fosse adotada, ocorreram algumas violações de tensão, mas que não chegam a comprometer a qualidade da solução.

Capítulo 7

Conclusões

A aplicação do método da Continuação especificamente no tratamento das restrições funcionais de desigualdade inactiváveis revelou-se extremamente poderosa e robusta. É capaz de identificar e factibilizar o conjunto de restrições ativas independente do número de inactividades (1 no sistema de 14 barras e 15 no sistema de 118 barras).

A obtenção de uma solução irrestrita com relação às restrições funcionais de desigualdade (**Factibilização I**) reduz a possibilidade de incluir no conjunto ativo restrições que estarão satisfeitas na solução do FPO, acelerando o processo de **Factibilização II** e aumentando o conjunto de possíveis soluções para o problema.

De um modo geral, os métodos de *trial iterations* [19] incluem ou excluem um número pequeno e limitado de restrições no conjunto ativo, a cada iteração. Mesmo métodos de parametrização [1] têm o cuidado de introduzir apenas uma restrição inactivável a cada mudança do conjunto ativo. Já o método apresentado neste trabalho permite a inclusão e relaxamento de um número indeterminado de restrições a cada passo de parametrização, acarretando em uma identificação mais rápida do conjunto ativo.

Os métodos de *trial iterations* [6, 19, 20] baseiam-se em uma série de estimativas do conjunto ativo, através de tentativas que podem não ser eficientes. As iterações desperdiçadas em estimativas rejeitadas retardam e não garantem a convergência do método. Já o método da continuação permite uma determinação mais eficiente e direta do conjunto ativo, alocando os recursos de potência reativa à medida em que o sistema os necessita. Além disto, o conjunto ativo é identificado corretamente no final da solução do problema,

pois a parametrização das restrições de desigualdade não depende de heurísticas do tipo tentativa-e-erro [19].

A variação gradual do parâmetro de homotopia permite reduzir o impacto da imposição das restrições de desigualdade, resolvendo o conflito entre magnitude de tensão e injeções de potência reativa, impedindo a degeneração das tensões à medida em que as restrições de desigualdade são factibilizadas. A reparametrização é essencial no método proposto, pois permite reiniciar o caminho definido pelas funções homotopia, diminuindo o impacto das restrições já parametrizadas e incluindo novas restrições de maneira suave. Estas características, quando combinadas, permitem o acompanhamento gradual da evolução do parâmetro e satisfação das restrições inactiváveis, proporcionando um algoritmo extremamente eficiente para tratar com restrições de desigualdade no FPO.

Eventuais restrições parametrizadas que, após obtida a solução, são candidatas à relaxação, ocorrem devido à não-linearidade inerente ao problema, e não podem ser evitadas. Portanto, a fase de **Relaxação** é necessária para determinar-se corretamente o conjunto ativo, relaxando as restrições que possuem tendência de tornarem-se factíveis.

Outras restrições funcionais podem ser facilmente incluídas na formulação das funções homotopia, tais como: limites de carregamento em linhas de transmissão, restrições de segurança, etc...

Perspectivas para o futuro dizem respeito a melhorias na implementação do software, através de técnicas de esparsidade que permitam a simulação de sistemas de grande porte em tempo hábil, projeto de interface de visualização para a comunicação homem-máquina e análise do comportamento global do algoritmo.

Apêndice A

Condições de Otimalidade de Kuhn-Tucker

Consideremos o problema genérico

$$\begin{array}{ll} \min & f(x) \\ \text{s.a} & \\ & x \in \Omega \end{array} \quad (\text{A.1})$$

onde f é uma função real $R^n \rightarrow R$, e Ω é o conjunto factível, $\Omega \subset R^n$.

Definição: um ponto x é um ponto factível do problema A.1 se $x \in \Omega$, isto é, se x pertence ao conjunto factível do problema.

Definição: um ponto $x^* \in \Omega$ é um ponto de mínimo local de f sobre Ω se existir um $\varepsilon > 0$ tal que $f(x) \geq f(x^*)$ para todo $x \in \Omega$ numa vizinhança de raio ε de x^* (isto é, $x \in \Omega$ e $\|x - x^*\| < \varepsilon$).

Considere agora o problema de programação não-linear

$$\begin{aligned}
& \min f(x) \\
& \text{s.a} \\
& g(x) = 0, \quad g : R^n \rightarrow R^m \\
& h(x) \leq 0, \quad h : R^n \rightarrow R^p \\
& x \in \Omega \subset R^n
\end{aligned} \tag{A.2}$$

Definição: diz-se que uma restrição de desigualdade $h_i(x) \leq 0$ está ativa em um ponto factível x se $h_i(x) = 0$, e inativa (ou folgada) em x se $h_i(x) < 0$. Uma restrição de igualdade $g_i(x) = 0$, em um ponto x factível, está sempre ativa.

As restrições ativas em um ponto factível x diminuem o domínio de factibilidade do problema, enquanto que as restrições inativas não têm influência na determinação da solução do problema.

As restrições de igualdade $g(x) = 0$ e as restrições de desigualdade ativas $h_i(x) = 0$ definem uma região do espaço, uma hipersuperfície que é a região factível do problema.

Associado a cada ponto nesta hipersuperfície, existe um *Plano Tangente*. O Plano Tangente é ortogonal aos vetores gradiente de todas as restrições ativas do problema (restrições de igualdade e desigualdade ativas).

Definição: seja x^* um ponto satisfazendo as restrições

$$g(x^*) = 0$$

$$h(x^*) \leq 0$$

e seja I o conjunto de índices i para os quais $h_i(x^*) = 0$. Então diz-se que x^* é um *ponto regular* das restrições se os vetores gradientes de todas as restrições de igualdade $\nabla g_j(x^*)$ e de todas as restrições de desigualdade ativas $\nabla h_i(x^*)$ forem linearmente independentes.

Definição: em um ponto regular x^* da superfície definida por $g(x^*) = 0$ e $h_i(x^*) = 0$ o Plano Tangente é equivalente a

$$M = \{y : \nabla g(x^*)y = 0, \nabla h_i(x^*)y = 0, i \in I\}$$

sendo

$$I = \{i : h_i(x^*) = 0\}$$

Assim, podemos enunciar as Condições de Otimalidade de Kuhn-Tucker como:

A.1 Condições de Kuhn-Tucker de 1ª Ordem

Seja x^* um ponto de mínimo relativo para o problema

$$\begin{aligned} & \min f(x) \\ & \text{s.a} \\ & g(x) = 0 \\ & h(x) \leq 0 \end{aligned} \tag{A.3}$$

e suponha que x^* seja um ponto regular das restrições. Então existe um vetor $\lambda \in R^m$ e um vetor $\mu \in R^p$ com $\mu \geq 0$ tal que

$$\nabla f(x^*) + \lambda^t \nabla g(x^*) + \mu^t \nabla h(x^*) = 0 \tag{A.4}$$

$$\mu^t h(x^*) = 0 \tag{A.5}$$

Note que $\mu \geq 0$ e $h(x^*) = 0$, juntamente com A.5 leva à conclusão de que μ_i é não-nulo se e somente se a restrição $h_i(x^*)$ estiver ativa.

A.2 Condições de Kuhn-Tucker de 2ª Ordem

Suponha que x^* , um ponto regular das restrições, é um ponto de mínimo relativo (*mínimo relativo estrito*) para o problema

$$\begin{aligned} & \min f(x) \\ \text{s.a} \quad & g(x) = 0 \\ & h(x) \leq 0 \end{aligned} \tag{A.6}$$

Então existem vetores $\lambda \in R^m$ e $\mu \in R^p$ com $\mu \geq 0$ tais que

$$\mu \geq 0 \tag{A.7}$$

$$\mu^t h(x^*) = 0 \tag{A.8}$$

$$\nabla f(x^*) + \lambda^t \nabla g(x^*) + \mu^t \nabla h(x^*) = 0 \tag{A.9}$$

$$\tag{A.10}$$

e a matriz hessiana

$$L(x^*) = F(x^*) + \lambda^t G(x^*) + \mu^t H(x^*) \tag{A.11}$$

seja positiva semidefinida (*positiva definida*) sobre o Plano Tangente, definido por

$$M = \{y : \nabla g(x^*)y = 0, \nabla h_i(x^*)y = 0, i \in I\}$$

onde

$$I = \{i : h_i(x^*) = 0, \mu_i \geq 0\}$$

Apêndice B

Teoremas da Existência de Caminhos

B.1 Teorema da Função Implícita

Seja $H : R^{n+1} \rightarrow R^n$ continuamente diferenciável, $(\bar{x}, \bar{\gamma}) \in H^{-1}$ e $\nabla_x H(\bar{x}, \bar{\gamma})$ não singular. Então em uma vizinhança de $(\bar{x}, \bar{\gamma})$ todos os pontos (x, γ) que satisfazem $H(x, \gamma) = 0$ formam um único e continuamente diferenciável caminho através de $(\bar{x}, \bar{\gamma})$.

B.2 Teorema do Caminho

Seja $H : R^{n+1} \rightarrow R^n$ continuamente diferenciável e suponha que para cada $(x, \gamma) \in H^{-1}$, a matriz Jacobiana $\nabla H(x, \gamma)$ tenha *rank* completo. Então H^{-1} consiste somente de caminhos continuamente diferenciáveis.

Apêndice C

Estrutura das Matrizes e Vetores do Método de Newton

C.1 Matriz Hessiana W

A matriz W do problema 5.24 é formada pelas derivadas de 2ª ordem da função Lagrangeana com relação às variáveis θ , V , t e aos multiplicadores de Lagrange. A matriz

$$W = \begin{bmatrix} \mathcal{H} & -J^t \\ -J & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{C.1})$$

é composta pela matriz de derivadas

$$W = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial \theta^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial \theta \partial V} & \frac{\partial^2 L}{\partial \theta \partial t} & -\frac{\partial P(x)}{\partial \theta} & -\frac{\partial Q(x)}{\partial \theta} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial V \partial \theta} & \frac{\partial^2 L}{\partial V^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial V \partial t} & -\frac{\partial P(x)}{\partial V} & -\frac{\partial Q(x)}{\partial V} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial t \partial \theta} & \frac{\partial^2 L}{\partial t \partial V} & \frac{\partial^2 L}{\partial t^2} & -\frac{\partial P(x)}{\partial t} & -\frac{\partial Q(x)}{\partial t} \\ -\frac{\partial P(x)}{\partial \theta} & -\frac{\partial P(x)}{\partial V} & -\frac{\partial P(x)}{\partial t} & 0 & 0 \\ -\frac{\partial Q(x)}{\partial \theta} & -\frac{\partial Q(x)}{\partial V} & -\frac{\partial Q(x)}{\partial t} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{C.2})$$

onde

$$\mathcal{H} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial \theta^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial \theta \partial V} & \frac{\partial^2 L}{\partial \theta \partial t} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial V \partial \theta} & \frac{\partial^2 L}{\partial V^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial V \partial t} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial t \partial \theta} & \frac{\partial^2 L}{\partial t \partial V} & \frac{\partial^2 L}{\partial t^2} \end{bmatrix} \quad (\text{C.3})$$

$$-J = \begin{bmatrix} -\frac{\partial P(x)}{\partial \theta} & -\frac{\partial P(x)}{\partial V} & -\frac{\partial P(x)}{\partial t} \\ -\frac{\partial Q(x)}{\partial \theta} & -\frac{\partial Q(x)}{\partial V} & -\frac{\partial Q(x)}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (\text{C.4})$$

$$-J^t = \begin{bmatrix} -\frac{\partial P(x)}{\partial \theta} & -\frac{\partial Q(x)}{\partial \theta} \\ -\frac{\partial P(x)}{\partial V} & -\frac{\partial Q(x)}{\partial V} \\ -\frac{\partial P(x)}{\partial t} & -\frac{\partial Q(x)}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (\text{C.5})$$

C.2 O Vetor de Incrementos Δz

O vetor z é formado pelos vetores associados às variáveis

- ângulos θ
- magnitudes de tensão V
- taps de transformadores t
- multiplicadores de Lagrange associados aos resíduos ativos λ_P
- multiplicadores de Lagrange associados aos resíduos reativos λ_Q

Portanto, o vetor z é

$$z = \begin{bmatrix} \theta \\ V \\ t \\ \lambda_P \\ \lambda_Q \end{bmatrix} \quad (\text{C.6})$$

Assim, o vetor de incrementos Δz é formado pelos incrementos das variáveis componentes do vetor z :

$$z = \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \\ \Delta t \\ \Delta\lambda_P \\ \Delta\lambda_Q \end{bmatrix} \quad (\text{C.7})$$

Por usar uma aproximação quadrática da função Lagrangeana $L = f(x) + \lambda^t g$, todas as variáveis do vetor z são incrementadas ao mesmo tempo, sejam elas primais (x) ou duais (λ).

C.3 O Vetor Gradiente ∇L

O vetor ∇L é formado pelas derivadas de 1ª ordem da função Lagrangeana em relação ao vetor z . Portanto, sua estrutura é:

$$\nabla L = \begin{bmatrix} \nabla_x L \\ g(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial L}{\partial \theta} \\ \frac{\partial L}{\partial V} \\ \frac{\partial L}{\partial t} \\ P^{esp} - P(x) \\ Q^{esp} - Q(x) \end{bmatrix} \quad (\text{C.8})$$

onde

$$\nabla_x L = \begin{bmatrix} \frac{\partial L}{\partial \theta} \\ \frac{\partial L}{\partial V} \\ \frac{\partial L}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (\text{C.9})$$

e

$$g(x) = \begin{bmatrix} P^{esp} - P(x) \\ Q^{esp} - Q(x) \end{bmatrix} \quad (\text{C.10})$$

BIBLIOGRAFIA

- [1] Almeida, K. C.; Galiana, F. D.; Soares, S. *A General Parametric Optimal Power Flow*, IEEE Transactions on PWRS, v. 9, n. 1, p. 540-547, fev. 1994.
- [2] Bazaraa, M. S.; Sherali, H. D.; Shetty, C. M. *Nonlinear Programming*, John Wiley & Sons, 2^a ed., Singapore, 1993.
- [3] Burchett, R. C.; Happ, H. H.; Wirgau, K. A. *Large Scale Optimal Power Flow*, IEEE Transactions on PAS, v. 101, n. 10, p. 3722-3732, out. 1982.
- [4] Burchett, R. C.; Happ, H. H.; Vierath, D. R. *Quadratically Convergent Optimal Power Flow*, IEEE Transactions on PAS, v. 103, n. 11, p. 3267-3275, nov. 1984.
- [5] Carpentier, J. L. *Optimal Power Flows: Uses, Methods and Developments*, Proceedings of IFAC Conference, Rio de Janeiro, 1985.
- [6] Crisan, O.; Mohtadi, M. A. *Efficient Identification of Binding Inequality Constraints in the Optimal Power Flow Newton Approach*, IEE Proceedings-C, vol. 139, n. 5, p. 365-370, set. 1992.
- [7] Dillon, T. S. *Rescheduling, Constrained Participation Factors and Parameter Sensitivity in the Optimal Power Flow Problem*, IEEE Transactions on PAS, v. 100, n. 5, maio 1981.
- [8] Dommel, Hermann W.; Tinney, William F. *Optimal Power Flow Solutions*, IEEE Transactions on PAS, vol. 87, n. 10, p. 1866-1876, out. 1968.
- [9] Gill, P. E.; Murray, W.; Wright, M. H. *Practical Optimization*, Academic Press, New York, 1981.
- [10] Huneault, M.; Fahmideh-Vojdani, A.; Juman, M.; Calderon, R.; Galiana, F. D. *The Continuation Method in Power System Optimization: Applications to*

- Economy-Security Functions*, IEEE Transactions on PAS, v. 104, n. 1, p. 114-124, jan. 1985.
- [11] **Huneault, M.; Galiana, F. D.** A Survey of the Optimal Power Flow Literature, IEEE Transactions on PWRS, v. 6, n. 2, p. 762-770, maio 1991.
 - [12] **Lima, Flávio G. M.** *Estudos de Fluxo de Potência Ótimo Via Otimização Paramétrica*. Campinas, 1993. Tese de Mestrado – FEE, Unicamp.
 - [13] **Luenberger, D. G.** *Linear and Nonlinear Programming*, 2ª ed., Addison Wesley, Amsterdam, 1984.
 - [14] **Monticelli, Alcir** *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*, Edgard Blücher, São Paulo, 1983.
 - [15] **Murari, C. A. F.** *Minimização de Perdas em Sistemas de Energia Elétrica*. Campinas, 1980. Tese de Mestrado – FEE, UNICAMP.
 - [16] **Ponrajah, R. A.; Galiana, F. D.** *The Minimum Cost Optimal Power Flow Problem Solved via the Restart Homotopy Continuation Method*, IEEE Transactions on PWRS, v. 4, n. 1, p. 139-148, fev. 1989.
 - [17] **Richter, S. L.; DeCarlo, R. A.** *Continuation Methods: Theory and Applications*, IEEE Transactions on Automatic Control, v. 28, n. 6, jun. 1983.
 - [18] **Stott, B.; Alsac, O.; Marinho, J. L.** *The Optimal Power Flow Problem*, In: Erisman, A. M. et al. (editores), *Electric Power Problems: The Mathematical Challenge*, p. 327-351, SIAM, 1980.
 - [19] **Sun, David I.; Ashley, Bruce; Brewer, Art Hughes; Tinney, William F.** *Optimal Power Flow by Newton Approach*, IEEE Transactions on PAS, vol. 103, n. 10, p. 2864-2880, out. 1984.
 - [20] **Sun, David I.; Demaree, K. D.; Brewer, B.** *Application and Adaptation of Newton for Optimal Power Flow*, In: *Application of Optimization Methods for Economy/Security Functions in Power System Operations*, IEEE Tutorial Course, New York, 1990.
 - [21] **Valença, Maurício M.** *Um Modelo de Decisão Baseado em Conjuntos Nebulosos Aplicado ao Planejamento da Operação de Sistemas de Energia Elétrica*. Campinas, 1993. Tese de Mestrado – FEE, UNICAMP.

- [22] **Zangwill, W. I.; Garcia, C. B.** *Pathways to Solutions, Fixed Points, and Equilibria*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1981.