

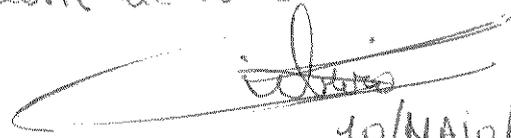
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA

PLANEJAMENTO DO ROTEAMENTO

DE TRONCOS TELEFÔNICOS

Este exemplar corresponde à redação final da tese defendida por Thadeusa Fortunato Bim e aprovada pela Comissão Julgadora em 28 de abril de 1988.


40/MAIO/88

THADEUSA MARIA FORTUNATO BIM

Orientador : Prof.Dr. Raul V. Ribeiro

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP - como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Abril 1988

RESUMO

O planejamento a curto prazo do roteamento de troncos de uma rede telefônica multi-estações, visando a segurança da transmissão, é o objetivo deste trabalho. É utilizada a formulação arco-rota para descrever a rede e a estrutura de restrições do problema tem uma forma adequada ao emprego do método GUB (Generalized Upper Bound)

Com o desenvolvimento do método GUBLPP, extensão do método GUB para programação linear por partes, torna-se possível otimizar o roteamento de troncos considerando toda a demanda de troncos para o período de planejamento e permitindo ainda que somente uma parte da atual estrutura de roteamento seja alterada. É possível também considerar a diminuição de demanda de um período de planejamento para outro, situação que pode ocorrer se houver redefinições nas zonas de filiação das estações.

O modelo utilizado é aplicado a uma rede teste, construída a partir dos dados da rede de Belo Horizonte.

Desenhos - Maria Lúcia C. Cardoso

Este trabalho foi parcialmente realizado através do Convênio UNICAMP-TELEBRAS - 024/83 e contou com o apoio financeiro, pela concessão de bolsa de estudo, do CNPq e da IBM do Brasil.

ÍNDICE

CAPÍTULO I	- INTRODUÇÃO	
CAPÍTULO II	- O PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE TRONCOS	
	II.1 - INTRODUÇÃO.....	II.1
	II.2 - DEFINIÇÃO DA REDE DE TRONCOS.....	II.1
	II.3 - CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA DE FLUXO MULTI-PRODUTO.....	II.3
	II.4 - RESTRIÇÕES TÉCNICAS.....	II.3
	II.5 - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE ROTEA- MENTO.....	II.5
CAPÍTULO III	- ROTEAMENTO COM SEGURANÇA	
	III.1 - INTRODUÇÃO.....	III. 1
	III.2 - DEFINIÇÃO DO PROBLEMA DE ROTEA- MENTO COM SEGURANÇA.....	III. 1
	III.3 - TRATAMENTO DO PROBLEMA DE SEGU- RANÇA NO ROTEAMENTO.....	III. 2
	III.4 - ESTRUTURA DE CUSTOS E PENALIZA- ÇÕES.....	III. 4
	III.5 - FORMULAÇÃO DO EXEMPLO.....	III. 7
	III.5.1 - PRIMEIRA ETAPA DA ESTRUTURA DE CUSTOS E PENALIZAÇÕES.....	III. 8
	III.5.2 - SEGUNDA ETAPA DA ESTRUTURA DE CUSTOS E PENALIZAÇÕES.....	III.11
	III.6 - CASOS NÃO ABORDADOS PELO EXEMPLO.....	III.13
	III.7 - FLEXIBILIDADE DO MODELO.....	III.15
	III.7.1 - EMENDA DE CABOS.....	III.15
	III.7.2 - COMPETIÇÃO ENTRE TRANSMISSÃO ANALÓGICA E DIGITAL.....	III.16
CAPÍTULO IV	- ESTRUTURA COMPUTACIONAL DO PROGRAMA	
	IV.1 - INTRODUÇÃO.....	IV.1
	IV.2 - UMA VISÃO GLOBAL DO SISTEMA PORRUS.....	IV.1
	IV.3 - MÓDULO 1.....	IV.3
	IV.4 - MÓDULO 2.....	IV.5
	IV.5 - MÓDULO 3.....	IV.9

CAPÍTULO V	- EXEMPLO DE APLICAÇÃO E CONCLUSÃO	
V.1	- INTRODUÇÃO.....	V. 1
V.2	- DESCRIÇÃO DA REDE.....	V. 1
V.3	- RESOLUÇÃO DO PROBLEMA PELO PROGRAMA PORRUS.....	V. 1
V.3.1	- DETERMINAÇÃO DOS CAMINHOS.....	V. 1
V.3.2	- DADOS DE ENTRADA DO MÓDULO 2.....	V. 3
V.3.3	- DADOS RELATIVOS AO MODELO DE OTIMI- ZAÇÃO.....	V. 5
V.3.4	- A HEURÍSTICA DE CONSTRUÇÃO DE CUSTOS.....	V. 5
V.4	- TESTES EFETUADOS.....	V. 5
V.5	- RESULTADOS OBTIDOS.....	V. 6
V.6	- CONCLUSÃO.....	V.17

APÊNDICES

I - MÉTODO DE LIMITE SUPERIOR GENERALIZADO
PARA PROBLEMAS COM CRITÉRIO LINEAR POR
PARTES.

II - PROGRAMAÇÃO LINEAR POR PARTES.

III - MÉTODO DE LIMITE SUPERIOR GENERALIZADO.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

O roteamento de troncos é uma das etapas do planejamento da expansão de redes telefônicas urbanas, dentro de uma metodologia que pode ser dividida em :

1) localização de centros de fios e/ou ampliação das estações existentes para um determinado Ano Horizonte de Planejamento (AHP), definindo a tecnologia a ser utilizada e a capacidade de cada centro de fios [01] [02] . Uma vez feita esta localização, determina-se o cronograma de implantação para as novas estações e/ou ampliações, procedendo à evolução da rede do estágio atual para a "fotografia" do AHP [03]. Estabelecido o cronograma, determina-se a evolução da rede em termos de cortes de área (zonas de influência) das estações [04]

Com os dados obtidos nesta etapa de localização, pode-se determinar uma matriz de Interesse de Tráfego entre as estações para os vários períodos de planejamento.

2) cálculo do entroncamento - determina-se a quantidade de circuitos telefônicos(troncos) necessária ao atendimento das demandas de tráfego entre as estações [05] [06], tendo-se em conta algumas características do sistema, tais como:-

- rede de troncos envolvida
- plano de encaminhamento das chamadas telefônicas
- qualidade de serviço das ligações existentes (perda máxima admissível)
- restrições técnicas das ligações (atenuações mínima e máxima, resistência ôhmica máxima)
- características dos meios de transmissão (atenuação e resistência ôhmica por quilômetro, custos)

3) otimização do roteamento - consiste em como atender, a um custo mínimo, as várias demandas de troncos, aproveitando os recursos (meios de transmissão, galerias) já existentes na rede.

Pode ser um processo estático, onde se obtém o roteamento ótimo para a demanda de troncos em um dado período (objetivo deste trabalho), ou um processo dinâmico, onde se procura evoluir de uma situação de referência para uma situação alvo no Ano Horizonte de Planejamento [07]

A FIG.1.1 apresenta o diagrama do procedimento descrito para o planejamento de redes telefônicas urbanas.

Na tecnologia analógica, somente um par de assinantes por vez tem acesso a um certo circuito. Com a digitalização, vários assinantes utilizam um certo circuito de transmissão ao mesmo tempo. Este número aumenta ainda mais com o emprego da fibra ótica. Deste modo, o sistema telefônico terá sua capacidade aumentada consideravelmente sem a necessidade de abertura de novas galerias na rede. Por outro lado, esta concentração leva à necessidade de se considerar o problema de segurança de transmissão. Portanto, além do aproveitamento ótimo dos recursos existentes, o roteamento tem como objetivo a segurança da transmissão, ou seja, a garantia de que ao menos uma parcela de cada demanda seja sempre atendida.

Este trabalho permite determinar o roteamento ótimo para a demanda de troncos num dado período de planejamento, levando em consideração a segurança da transmissão e permitindo que somente uma parte da atual estrutura de roteamento seja alterada.

Esta restrição procura impedir que a configuração da rede de troncos sofra grandes alterações pois, com o roteamento da demanda de troncos total, a estrutura resultante da rede poderia ser bem diferente da atual, o que seria, do ponto de vista operacional, inviável.

Para contornar este problema, trabalhos anteriores levaram em conta somente a demanda de expansão para o próximo período de planejamento, ficando impedidos de efetuar qualquer alteração no roteamento já implantado.

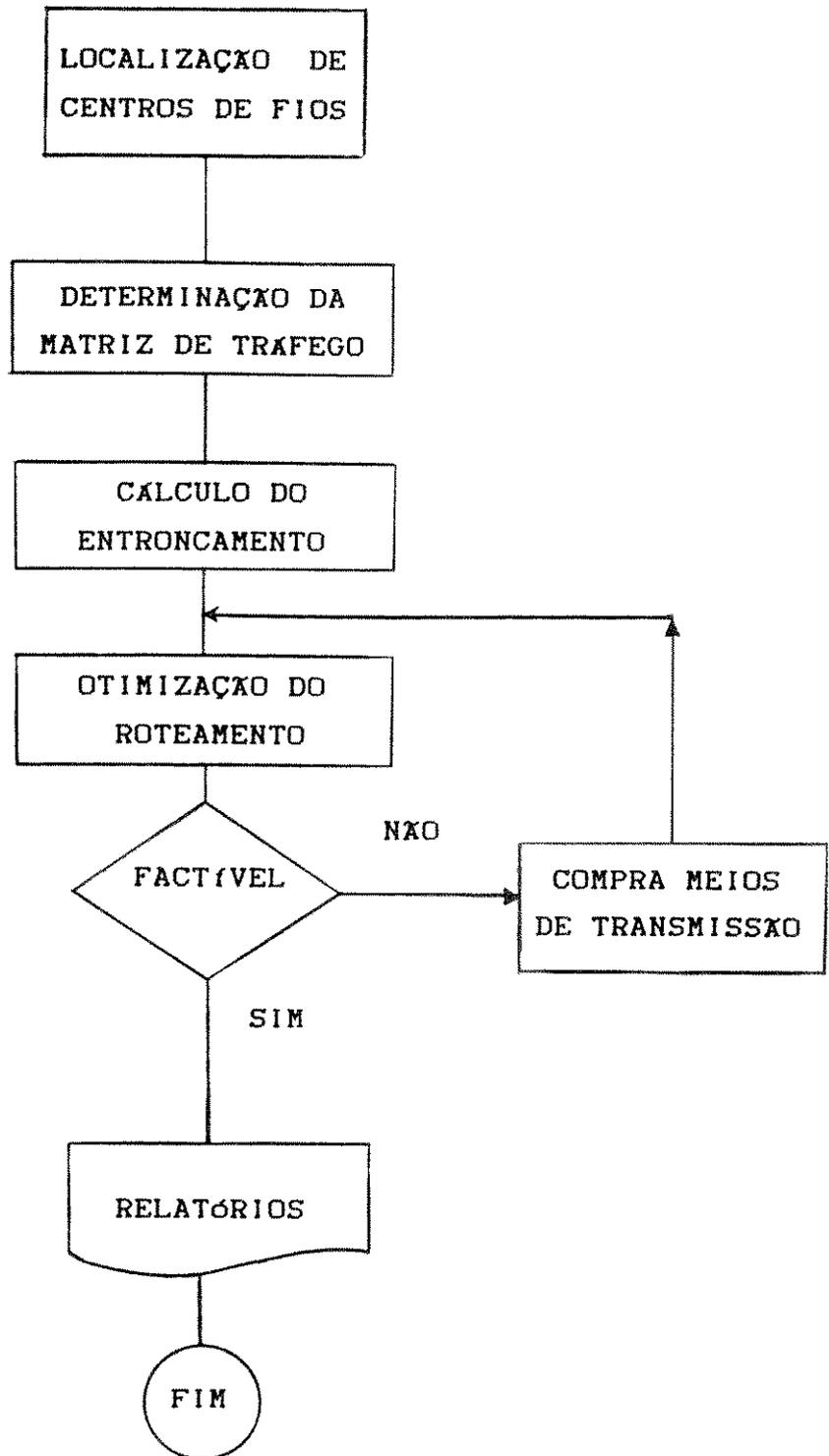


FIG.1.1 - DIAGRAMA DO PLANEJAMENTO DE REDES TELEFÔNICAS

Além disso, a introdução na rede de novos centros de fios e/ou ampliação dos já existentes pode implicar numa redefinição das zonas de filiação das estações. Este fato pode ocasionar uma diminuição na demanda de troncos, entre duas estações, de um período de planejamento para outro.

A formulação arco-rota (arco-caminho [08]) utilizada para descrever a rede e a estrutura de restrições do problema, adequada à aplicação do método GUB, são apresentadas no Cap.II, com a função objetivo linear. Este tipo de abordagem foi feito por Shibata [09] e permite o roteamento da demanda de expansão de um período de planejamento a outro e não considera os aspectos de segurança da transmissão.

Com a introdução da **função objetivo linear por partes**, torna-se possível otimizar o roteamento de troncos com as seguintes considerações:-

1 - roteamento com segurança da transmissão

2 - roteamento para a demanda total da rede, em cada período de planejamento e permissão de pequenas alterações na atual estrutura de roteamento.

3 - a diminuição da demanda de troncos de um período para outro; esta situação pode ocorrer devido à introdução na rede de novos centros de fios e/ou ampliação das estações existentes, que definem uma nova estrutura de zonas de filiação para as estações.

Os procedimentos adotados para a consideração dos itens acima são descritos no Cap.III. A estrutura de restrições (do tipo GUB) permanece a mesma do Cap.II e a função objetivo linear por partes é construída em duas etapas. Os custos são supostos, em princípio, lineares e as penalizações que são impostas aos custos em cada rota tornam a função do tipo linear por partes e convexa.

A estrutura do programa PDRRUS (Programa de Otimização do Roteamento em Redes Urbanas com Segurança) é apresentada no Cap.IV , sendo ela dividida em três módulos que permitem:-

* determinar os caminhos disjuntos de soma mínima entre cada par de estações. Quando não existir, o programa indica o caminho mínimo entre as estações.

* identificar os meios de transmissão que atendam às restrições técnicas de resistência e atenuação entre os grupamentos envolvidos

* efetuar a otimização com um programa do tipo GUBLPP, com uma estrutura de custos que satisfaça as considerações 1,2 e 3 acima.

No Cap.V estão os resultados obtidos da otimização do roteamento de uma rede hipotética, porém, baseada na rede de Belo Horizonte.

Os apêndices I, II e III contêm a ferramenta matemática utilizada neste trabalho, respectivamente, extensão do método GUB para problemas com critério linear por partes, síntese do método primal de programação linear por partes e o método GUB aplicado a redes telefônicas urbanas.

CAPÍTULO II

O PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE TRONCOS

11.1 - INTRODUÇÃO

O problema de roteamento de troncos para uma área multi-estações é apresentado como um modelo de fluxo multi-produto.

A utilização da formulação arco-rota (arco-caminho) e as restrições de atendimento às demandas levam a um modelo do tipo limite superior generalizado (GUB)

A partir de um exemplo são mostradas as estruturas de restrições do problema e a construção da função objetivo linear, adotada nos modelos apresentados em [09] e [10]

11.2 - DEFINIÇÃO DA REDE DE TRONCOS

A rede telefônica urbana pode ser dividida em três tipos: a rede secundária, que liga os assinantes às seções de serviço, a rede primária, que efetua as ligações das diversas seções de serviço com as centrais locais e a rede de troncos, que faz a comunicação entre as estações.

O roteamento, que é a etapa do planejamento de redes telefônicas urbanas abordada neste trabalho, vai utilizar somente a rede de troncos (FIG.11.1) a fim de atender às necessidades do entroncamento entre os centros de fios; portanto, as redes primária e secundária podem ser ignoradas.

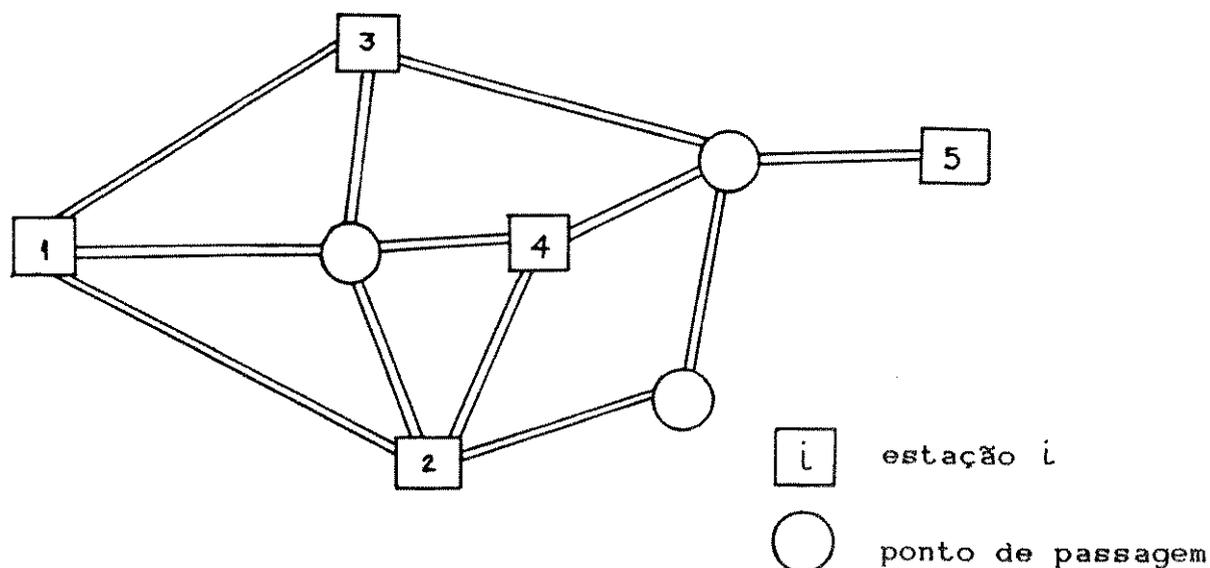


FIG.11.1 - REDE DE TRONCOS

A rede de troncos pode ser representada por um grafo não-orientado, onde os nós representam pontos de passagem (seção de serviço) ou estações (onde se encontram as centrais a serem interligadas) e os arcos representam as galerias de dutos por onde passam meios de transmissão com características técnicas diferenciadas.

Com esta caracterização da rede de troncos, verifica-se que entre um par de estações (i,j) é possível existir mais de um **caminho** - seqüência de galerias adjacentes passando uma única vez em cada nó. Quanto mais curto o caminho, maior a quantidade de tipos de meios de transmissão que podem ser utilizados em uma ligação. Em cada caminho há meios com características técnicas de transmissão diferenciadas, correspondendo cada um deles a uma rota. Uma **rota** é, portanto, a associação de um caminho físico com um meio de transmissão; **enlace** é definido como um par de fios de uma determinada rota.

Aos caminhos entre duas estações que não contêm arcos comuns, dá-se o nome de **caminhos disjuntos**. A FIG.II.2 representa uma rede de troncos entre um par de estações (i,j) ; dos quatro caminhos determinados entre (i,j) , K1 e K3 são disjuntos, assim como K1 e K4 ou então K2 e K3.

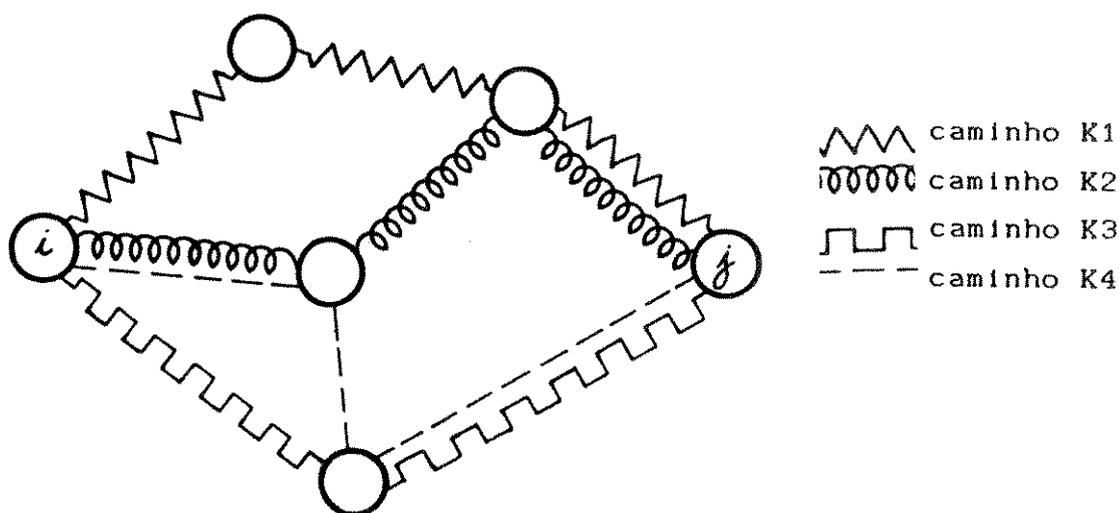


FIG.II.2 - CAMINHOS ENTRE (i,j)

Em cada estação podem estar alocadas mais de uma central, que podem ser de tipos e tecnologias diferentes (ARF,PC,AXE,TRÓ-PICO..) e ter finalidades diversas (local, tandem..) e cada central tem assinantes de uma certa área conectados a ela, que definem uma zona de filiação.

As centrais com as mesmas características de entroncamento na entrada e na saída são agrupadas, formando os grupamentos origem/destino de cada nó(estação) do grafo.

11.3 - CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA DE FLUXO MULTI-PRODUTO

A comunicação entre assinantes pertencentes a estações diferentes é feita através de ligações entre os grupamentos.

A cada necessidade de ligação entre os vários grupamentos é associado um produto p , ao qual está associada uma demanda d^p - determinada na fase de entroncamento - de circuitos telefônicos, capazes de escoar o tráfego demandado entre as estações. Uma vez que em cada estação podem existir vários grupamentos, entre um par de estações (i, j) é possível ser gerado mais de um produto.

Na FIG.11.3, por exemplo, a estação A contém dois grupamentos A_1 e A_2 provocando o aparecimento de dois produtos $(A_1 \rightarrow B)$ e $(A_2 \rightarrow B)$, tecnicamente diferenciados, ou seja, duas demandas d^1 e d^2 .



FIG.11.3

O fato de poder existir mais de um produto entre um par de estações, pode aumentar consideravelmente o número de produtos a rotear; isto faz com que o roteamento se torne um problema de grande porte e seu modelamento, neste trabalho, será na forma de fluxo multi-produto, já que se quer otimizar o roteamento de vários produtos que competem pelas mesmas facilidades existentes em cada arco da rede de troncos.

11.4 - RESTRIÇÕES TÉCNICAS

Para cada par de grupamentos (i, j) há restrições técnicas, associadas aos equipamentos de comutação, que devem ser respeitadas de tal modo que a qualidade de uma ligação telefônica seja mantida a um nível adequado; assim, nem todos os cabos

disponíveis poderão ser utilizados em uma ligação entre um determinado par de grupamentos. Os cabos que satisfazem estas restrições técnicas são obtidos a partir da TAB.II.1, que contém a atenuação mínima e máxima e resistência ôhmica máxima para cada par de grupamentos e da TAB.II.2, que contém as características dos cabos.

Tomando como exemplo a rede da FIG.II.3 e supondo que:

* a ligação entre A₁ e B é do tipo 5 da TAB.II.1

* a distância entre as duas estações correspondentes, por um dado caminho, é de 7km

verifica-se que apenas os cabos dos tipos 4 e 5 da TAB.II.2 são factíveis para a ligação. A escolha entre um ou outro dependerá da disponibilidade do mesmo no(s) caminho(s) existente(s) entre A e B ou, em caso de compra, aquele que implicar em menor custo. Por este caminho define-se, então, duas rotas factíveis correspondentes aos cabos de tipos 4 e 5.

TIPOS DA LIGAÇÃO ENTRE GRUPAMENTOS ENTRADA/SAÍDA	ATENUAÇÃO (dB)		RESISTÊNCIA ÔHMICA (Ω) MAXIMA
	MIN	MAX	
1	0.0	8.0	2000.0
2	0.0	8.0	1400.0
3	2.2	4.2	2000.0
4	2.2	4.2	1400.0
5	1.7	3.7	2000.0
6	1.7	3.7	1400.0
7	0.0	2.7	2000.0
.	.	.	.
.	.	.	.

TAB.II.1 - RESTRIÇÕES TÉCNICAS DAS LIGAÇÕES

TIPO DE CABO	ATENUAÇÃO (dB/km)	RESISTÊNCIA ÔHMICA (Ω /km)
1	1.59	276.0
2	1.00	106.0
3	0.85	175.0
4	0.48	111.0
5	0.30	57.0

TAB.II.2 - CARACTERÍSTICAS DOS CABOS

Eventualmente, nenhum cabo atenderá às restrições técnicas impostas para um determinado par de grupamentos, sendo necessário então o uso de meios de transmissão alternativos (PCM, Fibra ótica, ...), que por sua vez estarão sujeitos a outras limitações.

A partir da análise anterior, pode-se determinar o número de rotas entre cada par de grupamentos, denominadas ROTAS FACTÍVEIS, pela seqüência de passos :-

* identificação dos grupamentos em cada estação

* determinação dos caminhos entre cada par de estações

* identificação dos meios de transmissão, para cada caminho, que atendam às restrições técnicas de resistência e atenuação do par de grupamentos (i,j).

11.5 - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE ROTEAMENTO

De acordo com o que foi visto anteriormente, para cada produto p está associado um conjunto de rotas factíveis $R(p)$, cada rota relacionada a um caminho K e a um tipo de cabo c .

A parcela da demanda d^p escoada pela rota $r \in R(p)$ é denominada fluxo x_r , que expressa a quantidade de enlaces utilizados nesta rota.

Para maior facilidade no entendimento do problema, sua formulação e a construção de sua estrutura de restrições serão apresentadas através de um exemplo.

Na rede dada abaixo, FIG.II.4, suponha que:

- * a tecnologia utilizada é a analógica
- * os nós A, B, C, D representam as estações
- * o nó E representa um ponto de passagem
- * a estação A contém dois grupamentos de centrais A_1 e A_2 , caracterizando a geração de mais de um produto na estação A.

* há dois tipos de cabos disponíveis para o escoamento da demanda, mostrados na FIG.II.5, onde o arco a_{ij} está relacionado à galeria g_i da FIG.II.4 e ao tipo de cabo c_j .

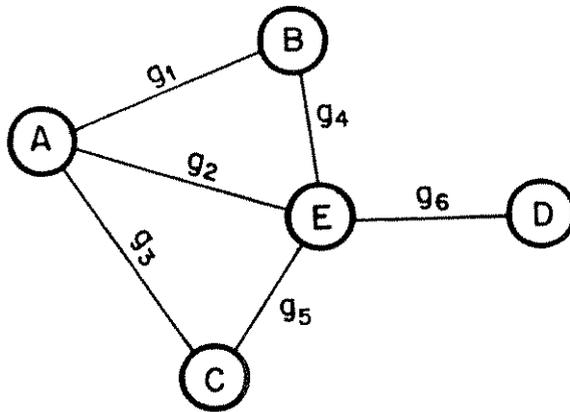


FIG. II.4 - REDE EXEMPLO

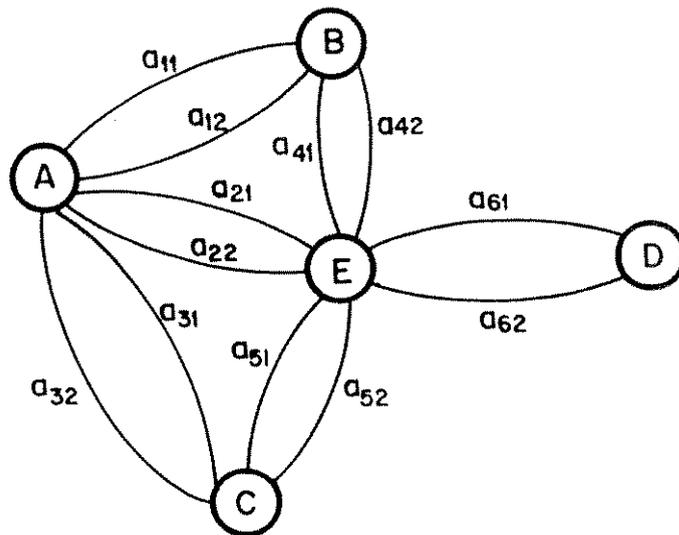


FIG. II.5 - ARCO a_{ij} ASSOCIADO À GALERIA g_i

Dois caminhos podem ser obtidos entre cada par de estações (TAB.II.3), através de um programa que, por exemplo, utilize o algoritmo de caminhos \hat{C} -mínimos (caminho, entre dois nós, cujo comprimento ultrapassa o do caminho mínimo de um valor \hat{C}) [11]. Para cada caminho, são identificados os cabos que atendem às restrições técnicas de resistência e atenuação entre as estações envolvidas e, assim, ficam definidas as rotas factíveis para cada produto p , dadas na TAB.II.4. Desde que existem dois caminhos entre cada par de estações e dois tipos de cabos disponíveis, cada produto terá, no máximo, quatro rotas.

PAR DE ESTAÇÕES	NÚMERO DO CAMINHO	GALERIAS
A - B	1	1
	2	2 , 4
A - C	3	3
	4	2 , 5
A - D	5	2 , 6
	6	1 , 4 , 6
B - C	7	1 , 3
	8	4 , 5
B - D	9	4 , 6
	10	1 , 2 , 6
C - D	11	5 , 6
	12	3 , 2 , 6

TAB.II.3 - DESCRIÇÃO DOS CAMINHOS

Ao analisar o quadro de rotas factíveis (TAB.11.4), verifica-se que :-

* há rotas não-factíveis como, por exemplo, o cabo c_2 utilizado para escoar a demanda do produto 1 pelo caminho 2 .

* há arcos que nunca são utilizados, como o arco a_{32} , que corresponderia ao cabo c_2 na galeria 3.

* vários produtos competem pelo(s) mesmo(s) arco(s). Por exemplo, os produtos 1 ,6 e 8 competem pelo arco a_{12} (cabo 2 pela galeria 1)

* todas as rotas que têm uma extremidade no centro de fios D passam pela galeria 6, já que não há um caminho alternativo.

PRODUTOS p	CENTRAIS (i,j)	CAMINHO K(p)	ROTAS FACTÍVEIS			
			r	CABO	ARCOS	
1	A_1, B	1	1	C_1	a_{11}	
			2	C_2	a_{12}	
			2	3	C_1	a_{21}, a_{41}
2	A_2, B	1	4	C_1	a_{11}	
			2	5	C_1	a_{21}, a_{41}
3	A_1, C	3	6	C_1	a_{31}	
			4	7	C_1	a_{21}, a_{51}
4	A_2, C	3	8	C_1	a_{31}	
			4	9	C_1	a_{21}, a_{51}
5	A_1, D	5	10	C_1	a_{21}, a_{61}	
6	A_2, D	6	11	C_1	a_{11}, a_{41}, a_{61}	
			12	C_2	a_{12}, a_{42}, a_{62}	
7	B, C	7	13	C_1	a_{11}, a_{31}	
			8	14	C_1	a_{41}, a_{51}
8	B, D	9	15	C_1	a_{41}, a_{61}	
			10	16	C_1	a_{11}, a_{21}, a_{61}
				17	C_2	a_{12}, a_{22}, a_{62}
9	C, D	11	18	C_1	a_{51}, a_{61}	
			19	C_2	a_{52}, a_{62}	
			12	20	C_1	a_{31}, a_{21}, a_{61}

TAB.11.4 - ROTAS FACTÍVEIS

Por facilidade de tratamento do problema, os arcos da FIG.11.5 são numerados novamente, conforme a TAB.11.5, de tal modo que somente os arcos utilizados no roteamento são considerados.

Com os dados da TAB.11.4, é construída uma matriz chamada arco-rota, dada pela TAB.11.6, também denominada matriz de acoplamento, por motivos que ficarão claros ao longo da exposição.

A cada linha desta matriz está associado um arco e a cada coluna uma rota factível. Para o exemplo dado, a matriz arco-rota é constituída de 11 arcos e 20 rotas factíveis e, portanto, 20 variáveis de fluxo, uma para cada rota.

NÚMERO DO ARCO = a	a
1	a_{11}
2	a_{12}
3	a_{21}
4	a_{22}
5	a_{31}
6	a_{41}
7	a_{42}
8	a_{51}
9	a_{52}
10	a_{61}
11	a_{62}

TAB.11.5 - NUMERAÇÃO DOS ARCOS

Os elementos não-nulos da matriz de acoplamento (TAB. 11.6) são identificados a partir das TAB.11.4 e 11.5. O elemento A_a^r , da linha "a" e coluna "r", se caracteriza por

$$A_a^r = \begin{cases} 1, & \text{se o arco "a" participa da rota "r"} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

ROTA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
ARCO																				
1	1										1		1			1				
2		1		1								1						1		
3			1		1		1			1						1				1
4										1								1		
5						1		1					1							1
6			1		1							1				1				
7												1		1						
8							1												1	
9										1				1						1
10										1	1				1	1		1		1
11												1					1		1	

TAB.II.6 - MATRIZ A / ARCO-ROTA

Da forma como foi apresentado (formulação arco-rota), o problema de roteamento de troncos está sujeito às duas restrições abaixo:-

1 - utilização de cabos disponíveis na galeria

2 - satisfação das demandas de circuitos telefônicos entre os grupamentos.

Seja s_a a disponibilidade de pares de fios no arco "a", representado por uma linha da TAB.II.6; as restrições de acoplamento referentes à primeira restrição podem ser escritas na forma

$$A x \leq s \quad (3)$$

onde

$x = (x_r)$, $r = 1, \dots, 20$ é o vetor das variáveis de fluxo (rotas)

$s = (s_a)$, $a = 1, \dots, 11$ é o vetor das disponibilidades

O atendimento à segunda restrição pode implicar na compra de pares de fios, y_a , para um arco "a", quando o número de pares exigidos neste arco ultrapassar s_a . Isto leva a uma alteração no sistema (3) para

$$A x \leq s + y \quad (4)$$

sendo

$$y = (y_a), \quad a = 1, \dots, 11 \quad \text{o vetor das variáveis de compra}$$

Com a introdução das variáveis de folga $t = (t_a), a=1, \dots, 11$, o sistema pode ser escrito como

$$A x - y + t = s$$

$$[A \quad -I \quad I] \begin{bmatrix} x \\ y \\ t \end{bmatrix} = s \quad (5)$$

com $x, y, t \geq 0$

O atendimento à demanda exige que, para cada produto p , a soma dos fluxos pertencentes a $R(p)$ seja igual à demanda d^p . Como exemplo, há para o produto 8 (TAB.II.4) três rotas factíveis:- 15, 16 e 17; desse modo, a soma dos fluxos x_{15}, x_{16}, x_{17} deve ser igual à demanda d^8 , que é conhecida.

Portanto, as restrições de atendimento à demanda são definidas para cada produto p , especificando quais as rotas utilizadas para escoar a demanda d^p (TAB.II.7).

VARIÁVEL DE FLUXO																				
PRODUTO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	1	1	1																	
2				1	1															
3						1	1													
4								1	1											
5										1										
6											1	1								
7													1	1						
8															1	1	1			
9																		1	1	1

R(1)
R(2)
.....
R(8)
R(9)

TAB.II.7 - ATENDIMENTO A DEMANDA

Matematicamente, essas restrições de atendimento à demanda, para cada produto, são representadas por

$$\sum_{r \in R(p)} x_r = d^p \tag{6}$$

ou

$$e^p x^p = d^p \tag{7}$$

sendo que

$$e^p = [1 \ 1 \ \dots \ 1]$$

$$x^p = (x_r) \quad , \quad r \in R(p)$$

O sistema de restrições (5) e (7) tem a forma da estrutura GUB (Generalized Upper Bound) adaptada ao planejamento de redes telefônicas urbanas.[12]

O objetivo do problema de roteamento, além de atender às restrições acima, é atender às demandas com um mínimo investimento, traduzido pelos custos de ligação de enlaces (mão-de-obra etc., por par de fios) e compra de cabos.

Neste caso, a função objetivo pode ser escrita como

$$f = \sum_{r=1}^{20} C_r x_r + \sum_{a=1}^{11} \gamma_a y_a \quad (8)$$

onde

C_r , em Cz\$/par, é o custo da ligação do enlace r
 γ_a , em Cz\$/par, é o custo de compra para o arco a

Define-se, assim, um modelo de programação matemática para o problema de roteamento da forma abaixo

$$\text{MIN } f = \sum_{r=1}^{N_r} C_r x_r + \sum_{a=1}^{N_a} \gamma_a y_a \quad (9)$$

s.a.

$$\left\{ \begin{array}{l} [A \quad -I \quad I] \begin{bmatrix} x \\ y \\ t \end{bmatrix} = s \\ \\ \\ \end{array} \right. \quad (10)$$

$$e^p x^p = d^p \quad p/ \quad p = 1, N_p \quad (11)$$

$$x, y, t \geq 0 \quad (12)$$

sendo

N_r , o número total de rotas existentes

N_a , o número de arcos utilizados no roteamento

N_p , o número de produtos existentes

A , matriz de acoplamento (N_a, N_r)

I , matriz identidade (N_a, N_a)

Para o sistema digital, o sistema de restrições tem a mesma forma que (10), (11), (12) , sendo s a quantidade de pares de f_i os disponíveis para transmissão digital; a demanda d^P é dada em função de sistemas PCM e a variável y representa a compra de pares mais regeneradores.

CAPÍTULO III

ROTEAMENTO COM SEGURANÇA

III.1 - INTRODUÇÃO

O modelo do capítulo anterior é reformulado, levando-se em conta, agora, o problema de segurança na transmissão. Esta reformulação implica na alteração da estrutura de custos e, portanto, da função objetivo, que passa a ser linear por partes.

A construção dessa estrutura de custos e penalizações adotada no tratamento do problema, é dividida em duas etapas e apresentada através de um exemplo.

No final do capítulo, são discutidas algumas facilidades que podem ser incorporadas ao modelo, tais como diminuição da demanda de um período de planejamento para outro, emenda de cabos e competição entre a tecnologia analógica e digital por um certo tipo de cabo.

III.2 - DEFINIÇÃO DO PROBLEMA DE ROTEAMENTO COM SEGURANÇA

A tecnologia adotada atualmente nas redes telefônicas exige um alto nível de confiabilidade do sistema, que pode ser alcançado com a aplicação de métodos que proporcionem a segurança da transmissão na rede de troncos.

A consideração da segurança no problema de roteamento pode ser efetuada segundo dois enfoques alternativos:[13]

* estabelecimento de uma rede reserva, cujos arcos são comutados de acordo com a necessidade. O inconveniente na utilização dessa rede é o seu alto custo, além de causar grandes ociosidades.

* multi-roteamento para as demandas de troncos envolvidas, ou seja, mais de um caminho, disjuntos entre si, para escoar o fluxo de um certo produto, de tal modo que, se ocorrer alguma falha em um arco, uma ligação telefônica tenha rotas alternativas que também satisfaçam o nível de qualidade da transmissão. O grau de multi-roteamento é dado pelo número de caminhos diferentes e disjuntos entre si por onde a demanda pode ser escoada. Se houver dois ou mais caminhos disjuntos entre dois grupamentos

com grau de segurança desejado de 50%, tem-se um caso de bi-roteamento, onde o ideal seria alocar uma parcela menor ou igual a $d^P / 2$ (d^P - demanda do produto p) em cada caminho.[14]

Há duas propostas básicas de modificação no modelo de roteamento, que visam à segurança da transmissão utilizando o multi-roteamento:

* Introdução de restrições adicionais como, por exemplo, a restrição de que a demanda para um dado caminho deve ser no máximo igual a metade da demanda total. Este tipo de restrição pode levar a alterações na estrutura GUB, aumentando o número de restrições e tornando o modelo mais complexo.

* Penalização da função objetivo - a cada unidade adicional de fluxo que ultrapassar um certo valor da demanda é atribuído um custo maior, induzindo esta demanda a utilizar uma rota alternativa. A penalização também pode ser utilizada para fluxos que se tornem menores que um determinado valor, procurando evitar que alguns caminhos tenham seus fluxos abruptamente reduzidos, o que poderia provocar perturbações na rede [15]. A função objetivo, nestes casos, tem a forma linear por partes. Essa caracterização da função objetivo permite ainda que o roteamento, em cada período de planejamento, seja efetuado para a demanda total da rede, ao mesmo tempo que procura evitar grandes alterações na estrutura do roteamento existente.

O critério adotado neste trabalho é o multi-roteamento com penalização na função objetivo.

III.3 - TRATAMENTO DO PROBLEMA DE SEGURANÇA NO ROTEAMENTO

O tratamento do problema de segurança da transmissão utilizando o multi-roteamento exige que os caminhos determinados entre cada par de estações que compõem a rede sejam disjuntos. Portanto, as rotas correspondentes aos caminhos já existentes no roteamento atual e que não coincidem com um dos caminhos disjuntos, sofrem penalizações de modo a possibilitar a diminuição dos fluxos nelas roteados.

A demanda de um dado produto , d^p , ao ser escoada com um grau "n" de multi-roteamento, é limitada em um número máximo de circuitos alocados em cada caminho disjunto que foi determinado para este produto. Esse nível de segurança pode ser obtido através de alterações convenientes efetuadas nas funções de custos. A estrutura de restrições não sofre alterações, permanecendo igual à descrita no Cap.II.

Portanto, o modelo matemático para o problema de otimização do roteamento com segurança pode ser colocado na forma abaixo:-

$$\text{MIN } F = \sum_{j=1}^{N_r} f_j(x_j) + \sum_{a=1}^{N_a} \partial_a(y_a)$$

s. a.

$$\left\{ \begin{array}{l} [A \quad -I \quad I] \begin{bmatrix} x \\ y \\ t \end{bmatrix} = s \\ e^p x^p = d^p, \quad p = 1, N_p \end{array} \right.$$

sendo $f_j(x_j)$ e $\partial_a(y_a)$ funções convexas lineares por partes.

Para a resolução deste tipo de modelo, são utilizados conceitos de programação linear, método simplex, para funções objetivos lineares por partes [16] [17] [18] [19].

O procedimento adotado para consideração da segurança no problema de roteamento pode ser resumido em cinco passos:

1 - determinação de caminhos disjuntos entre cada par de estações, que serão denominados "caminhos de interesse".

2 - identificação da estrutura de roteamento da demanda atual

3 - identificar, entre os caminhos de interesse determinados, aqueles que já pertencem à atual estrutura de roteamento

4 - estabelecer, para os caminhos existentes e que não pertençam ao elenco de caminhos de interesse, uma estrutura de custos e penalizações que permita a diminuição dos fluxos neles roteados e dificulte a passagem de unidades adicionais. A diminuição de fluxo admitida em cada caminho é dada pela porcentagem α , denominada **coeficiente de flexibilidade** da rede.

5 - adotar critérios de custos e penalizações para roteamento da demanda nos caminhos de interesse, visando alcançar o nível de segurança estabelecido.

O grau de segurança desejado só é obtido após alguns períodos de planejamento do roteamento, dado que a cada período não se permite grandes alterações na rede existente. O coeficiente de flexibilidade é, em geral, pequeno, devido a problemas operacionais.

111.4 - ESTRUTURA DE CUSTOS E PENALIZAÇÕES

A construção da estrutura de custos e penalizações é baseada nos passos mencionados no item 111.3 ; o procedimento heurístico é desenvolvido em duas etapas distintas, com as seguintes considerações:

1) os custos e penalizações são apresentados por rota

2) dos caminhos disjuntos escolhidos, alguns já fazem parte da atual estrutura de roteamento.

3) para os caminhos existentes é permitido o desligamento de enlaces de uma quantidade máxima dada por $\Delta = \alpha \left[\sum_{r \in K} x_r \right]$ sendo K o caminho utilizado e x_r o fluxo na rota r.

Esse desligamento de enlaces será incentivado nos seguintes casos:

* o caminho não é de interesse para a obtenção da segurança.

* o caminho é de interesse mas o fluxo nele roteado é superior a d^p / n .

Diferentes políticas de desligamento podem ser adotadas como, por exemplo, as representadas na FIG.III.1, sendo que:

- * POLÍTICA 1 - incentiva as mudanças no roteamento atual com a diminuição de custos
- * POLÍTICA 2 - adota um custo nulo para o desligamento de circuitos
- * POLÍTICA 3 - adota um custo de desligamento de enlaces em cada rota.

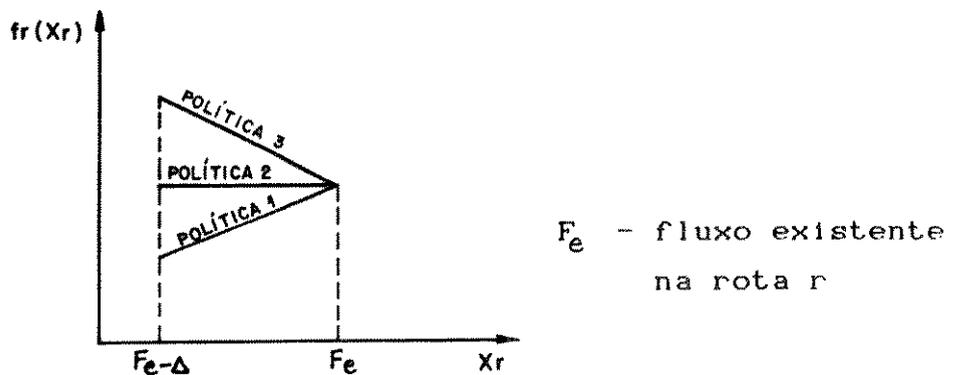


FIG. III.1

4) para os caminhos de interesse (disjuntos) adota-se o custo de ligar enlaces até d^p/n , que é o valor máximo de circuitos permitido para a obtenção da segurança. A penalização é adotada para unidades de fluxo que ultrapassam este valor.

A estrutura de custos de uma rota, pertencente a um caminho de interesse, é mostrada na FIG.III.2.A, onde c_r é o custo de ligar enlaces e δ a penalização adotada.

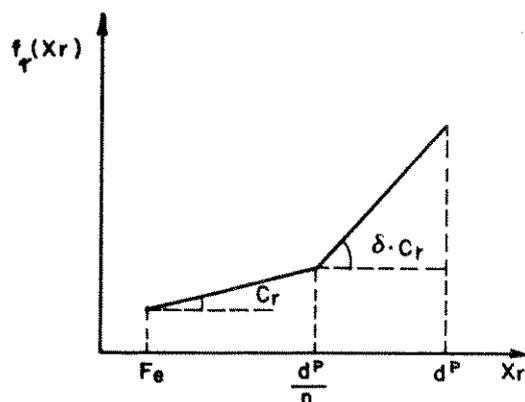


FIG. III.2.A

Se um caminho de interesse for um caminho existente, a estrutura de custos de uma rota pertencente a ele fica na forma da FIG.III.2.B., onde F_e é o fluxo existente nesta rota e Δ a quantidade de fluxo que pode ser alterada, dada pelo coeficiente de flexibilidade α .

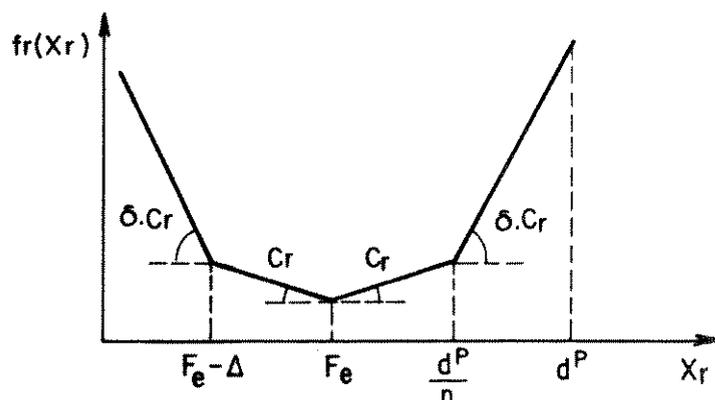


FIG.III.2.B

Das duas últimas considerações acima, (3) e (4) nota-se que na montagem da estrutura de custos, principalmente na segunda etapa, deve-se ter duas preocupações básicas:-

* não deixar o fluxo, em um dado caminho, diminuir mais que a quantidade estabelecida pelo coeficiente de flexibilidade da rede.

* que o fluxo em um dado caminho seja o mais próximo possível de d^P/n .

Na construção da estrutura de custos e penalizações das duas etapas será apresentado, como recurso expositivo, um exemplo, para um dado produto, com as seguintes características:-

- nível de segurança desejado de 50% (bi-roteamento)
- dois caminhos disjuntos para escoar a demanda
- são admitidas, no máximo, duas rotas por caminho

Na exposição do exemplo (FIG.III.3), tem-se ainda que

- os dois primeiros caminhos do quadro de distribuição do roteamento são os de interesse
- todos os dados se referem a um produto p , que corresponde à demanda entre dois grupamentos i e j

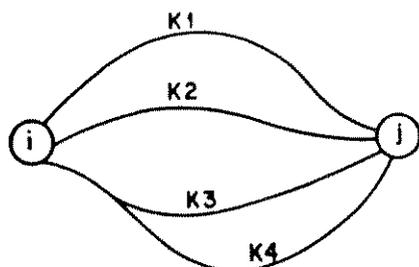


FIG.III.3

III.5 - FORMULAÇÃO DO EXEMPLO

Suponha que o produto p tem uma demanda atual de 700 troncos, cuja quantidade roteada pelos caminhos existentes é dada no Quadro 1. Suponha também que a demanda futura é de 1000 troncos e que a flexibilidade da rede é $\alpha = 10\%$ do roteamento já implantado. Assim, a quantidade de fluxo que pode ser retirada de K_1 é 10 unidades, ou seja, 10% da soma dos fluxos escoados pelas rotas deste caminho.

A quantidade de fluxo desejada máxima em cada caminho, para a obtenção da segurança, é $d^p / 2 = 500$.

Para o desligamento de enlaces é adotada a Política 3 e o custo considerado, assim como o de ligar enlaces, é c_r .

CAMINHO	FLUXO	QUANTIDADE ROTEADA
K1	x_1	100
	x_2	-
K2	x_3	200
	x_4	300
K3	x_5	30
	x_6	20
K4	x_7	50

QUADRO 1 - DISTRIBUIÇÃO DO ROTEAMENTO ATUAL

III.5.1 - Primeira etapa da estrutura de custos e penalizações

Nesta etapa, os fluxos são considerados independentes e, portanto, a porcentagem admitida para alteração na estrutura de roteamento é válida para cada um dos fluxos, não importando se utilizam o mesmo caminho físico (galerias).

Dos dados apresentados no Quadro 1, observa-se que pelo caminho K2 escoam uma parcela da demanda igual a desejável ($d^P / 2$) para o roteamento com segurança (bi-roteamento); desse modo, permite-se uma variação de 50 unidades ($\Delta = 10\% [x_3 + x_4]$) em torno de $d^P / 2$. A estrutura de custos para x_3 e x_4 , pertencentes a K2 é dada pela FIG. III.4

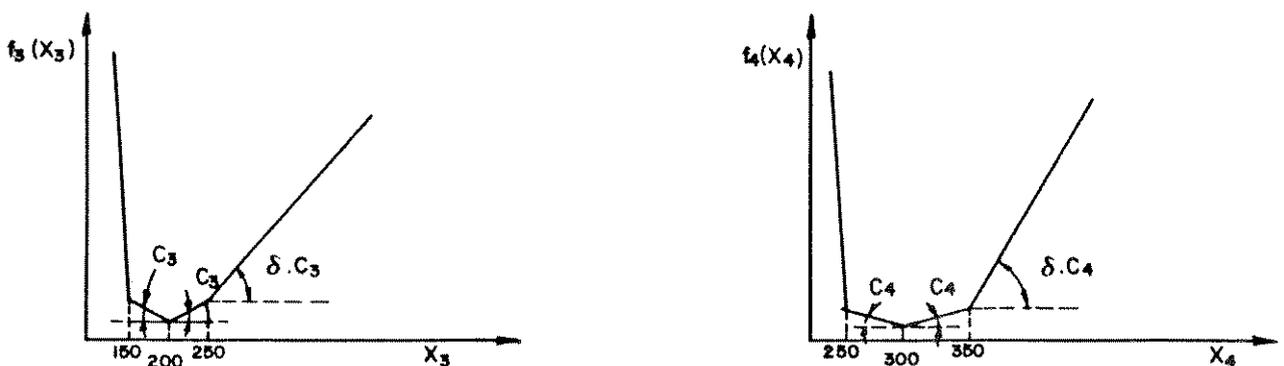


FIG. III.4

As estruturas de custos para os fluxos x_1 e x_2 , pertencentes ao caminho de interesse K1, são apresentadas na FIG.III.5, onde as unidades que ultrapassam $d^P/2$ são penalizadas, pois comprometem a segurança do sistema (bi-roteamento). A rota x_1 , que tem 100 unidades de fluxo, admite uma diminuição de 10 unidades, conforme o coeficiente de flexibilidade considerado para esta rede.

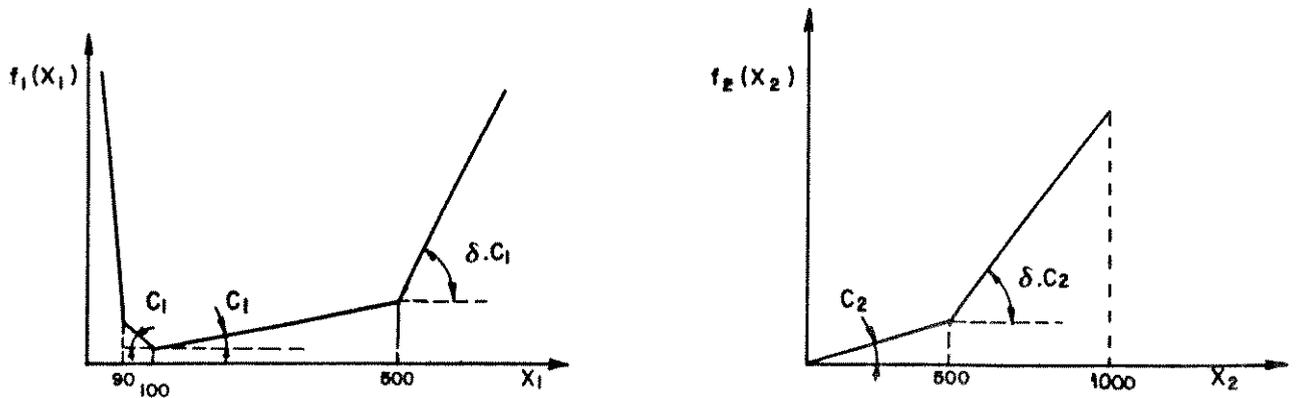


FIG.III.5

Aos caminhos K3 e K4 não é permitido o aumento de fluxo, já que eles não são disjuntos; portanto, seus fluxos associados x_5 , x_6 e x_7 devem ser incentivados a diminuir de acordo com a variação que cada caminho admite. A FIG.III.6 apresenta a estrutura de custos para os fluxos pertencentes aos caminhos K3 e K4, com o custo sendo reduzido de c_r para c_r/β , $\beta > 1$; poderiam também ser adotadas as Políticas 1 ou 2.

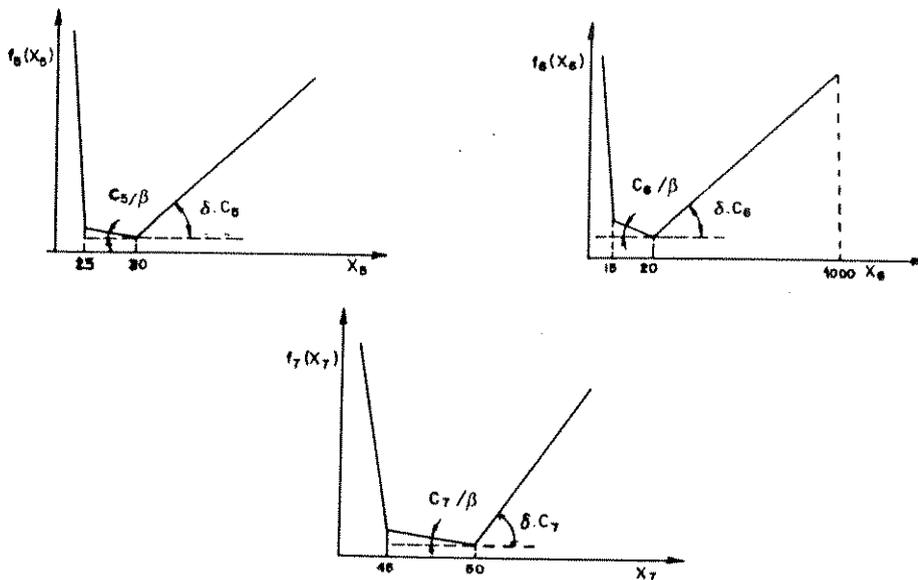


FIG.III.6

Os resultados obtidos com a primeira etapa de otimização são mostrados no Quadro 2.

CAMINHO	FLUXO	ROTEAMENTO JÁ IMPLANTADO	ROTEAMENTO APÓS 1ª ETAPA
K1	x_1	100	315
	x_2	-	200
K2	x_3	200	150
	x_4	300	250
K3	x_5	30	25
	x_6	20	15
K4	x_7	50	45

QUADRO 2 - ROTEAMENTO APÓS A 1ª ETAPA

Dado que a um determinado caminho podem estar associados vários fluxos, a consideração de independência dos fluxos, admitida na primeira etapa, pode levar às seguintes situações:

* em algum caminho é verificada uma variação de fluxo superior à permitida, ocasionada pela diminuição de Δ , que é a porcentagem (dada por α) da somatória dos fluxos que escoam em cada uma das rotas pertencentes a esse caminho.

* em algum caminho de interesse o roteamento obtido é superior à parcela desejada para o multi-roteamento.

A cada caminho sujeito a uma das situações acima, deve ser elaborada uma segunda etapa para a estrutura de custos das rotas correspondentes. Da análise dos dados do Quadro 2, verifica-se que os fluxos dos caminhos K1, K2 e K3 sofrerão alterações na estrutura de custos através da 2ª etapa, pois :-

* no caminho K1 a demanda roteada é maior do que a desejável para o bi-roteamento

* nos caminhos K2 e K3 a variação de fluxo é maior que a parcela permitida pelo coeficiente de flexibilidade

III.5.2 - Segunda etapa da estrutura de custos e penalizações

Nesta etapa, as estruturas de custos das rotas pertencentes a um certo caminho poderão ter seus pontos críticos redefinidos se:

- a soma das variações permitidas nos fluxos, na primeira etapa, ultrapassaram o Δ do caminho; neste caso, para cada rota será calculado um novo Δ .

- não foi satisfeita a segurança (bi-roteamento).

Nos dois casos acima, se houver necessidade de diminuição de fluxo em um dado caminho, ela é feita a partir da rota de maior custo, ou seja, procura-se deixar livres os cabos de maior calibre, que poderão ser utilizados no atendimento a outras demandas.

Em relação ao primeiro caso, observa-se que no caminho de interesse K2, a diminuição de fluxo ocorrido na primeira etapa do roteamento foi de 100 unidades, enquanto que a permitida é de 50 unidades. Supondo que x_3 corresponde ao meio de maior alcance, procura-se deixar livre este meio, incentivando a diminuição destas 50 unidades do fluxo x_3 , e procura-se manter o fluxo de x_4 , com penalizações mostradas na FIG.III.7

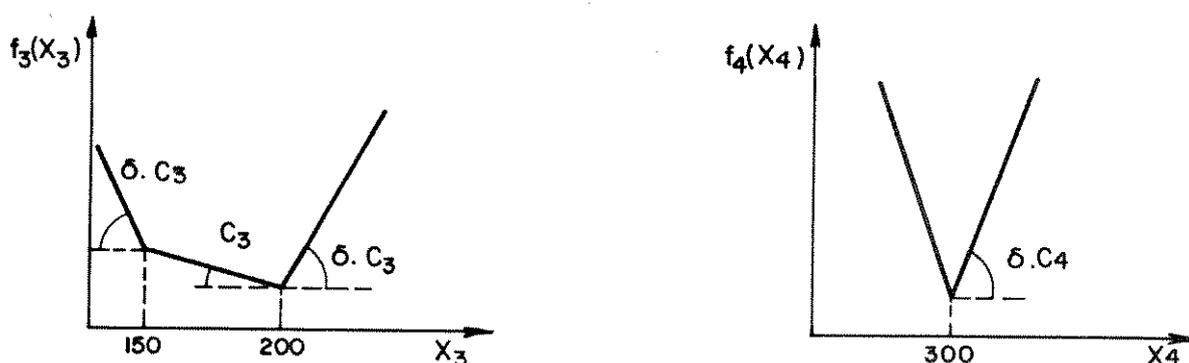


FIG.III.7

No caminho K3, não-disjunto, houve uma diminuição de 10 unidades no roteamento, enquanto que a esperada é de 5 unida-

des. Suponha que x_5 corresponde ao meio de maior alcance; as estruturas de custos para x_5 e x_6 são apresentadas na FIG. III.8

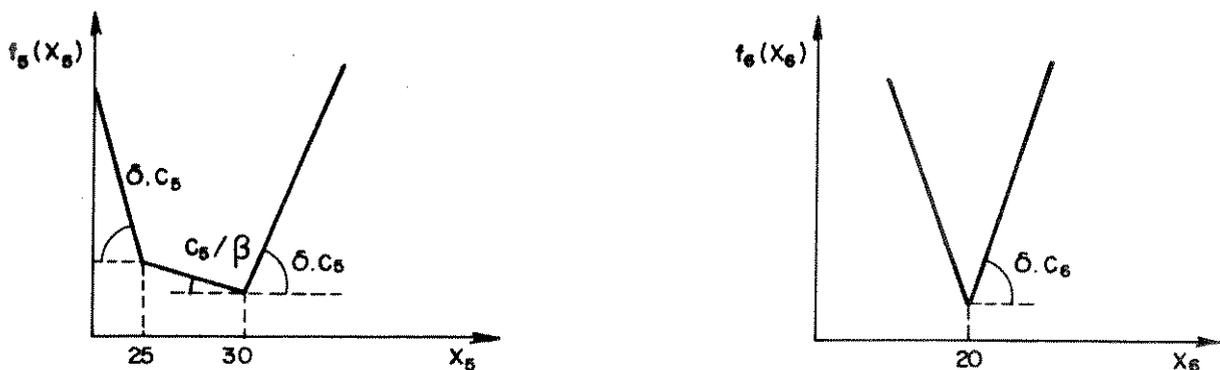


FIG. III.8

No segundo caso, a quantidade de fluxo que ultrapassa o valor limite para o bi-roteamento deve ser redistribuída, procurando deixar livres os meios de transmissão que têm maior alcance. Supondo que x_1 corresponde ao cabo de maior alcance, as 15 unidades de fluxo em excesso no caminho K1 serão retiradas de x_1 e desse modo, induzidas a fazer parte de outros caminhos; para isso, penaliza-se o custo de x_1 para unidades adicionais a 300 (FIG. III.9). Como não ocorreu diminuição de fluxo em nenhuma das duas rotas, a variação permitida pelo coeficiente de flexibilidade pode ser desprezada.

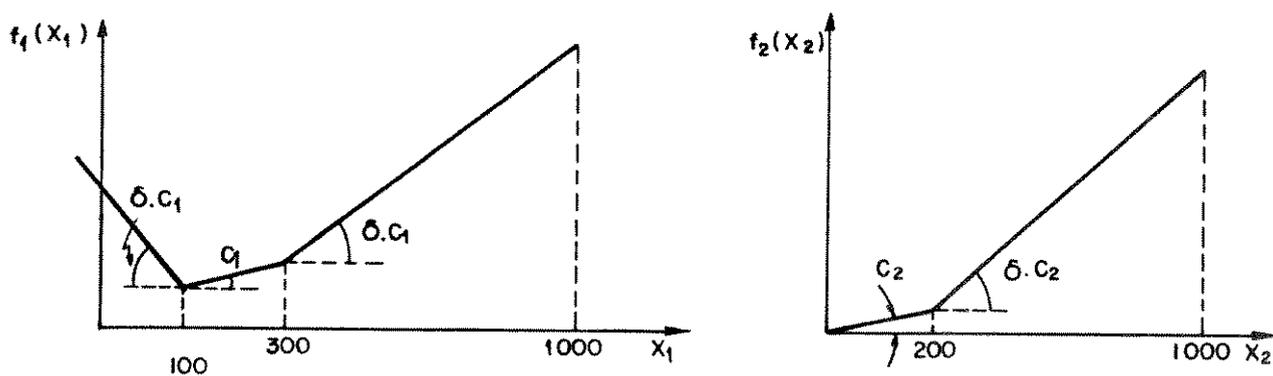


FIG. III.9

A estrutura de custo de x_7 , pertencente ao caminho K4, permanece a mesma da primeira etapa.

III.6 - CASOS NÃO ABORDADOS PELO EXEMPLO

Outras situações práticas podem ocorrer, com relação à distribuição da demanda nos vários caminhos entre duas estações:

A) Fluxo nos caminhos existentes maior que d^P/n

Para um certo caminho, a soma dos fluxos existentes nas rotas já implantadas pode ser maior que a parcela d^P/n desejável para o roteamento com segurança. Neste caso, o procedimento adotado na montagem da estrutura de custos é análogo ao dos caminhos não-disjuntos.

B) Roteamento sem segurança da transmissão

Para o roteamento de produtos onde não há segurança, isto é, não existe caminho disjunto entre as estações que contêm esses produtos, a estrutura de custos da primeira etapa é dada pela FIG. III.10

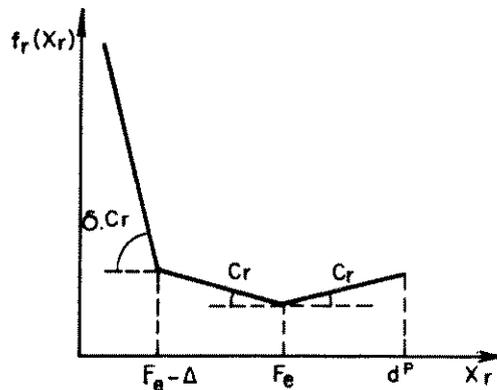


FIG. III.10

Na segunda etapa do roteamento, a soma dos fluxos que diminufram em um determinado caminho deve ser menor ou igual ao Δ do caminho. Se o resultado do Custo1 satisfizer esta condição, a estrutura de custos do Custo2 permanece a mesma do Custo1. Caso contrário, tem-se os dois casos:

1) Para a rota cujo fluxo tenha diminuído ou permanecido constante são adotados, na montagem da estrutura de custos, os mesmos critérios aplicados às rotas pertencentes aos caminhos não-disjuntos (no exemplo anterior, K3 e K4).

2) Se o fluxo da rota aumentou, a estrutura de custo adotada é a da FIG. III.11, onde F_1 é o fluxo resultante da primeira etapa do roteamento e $\gamma < 1$.

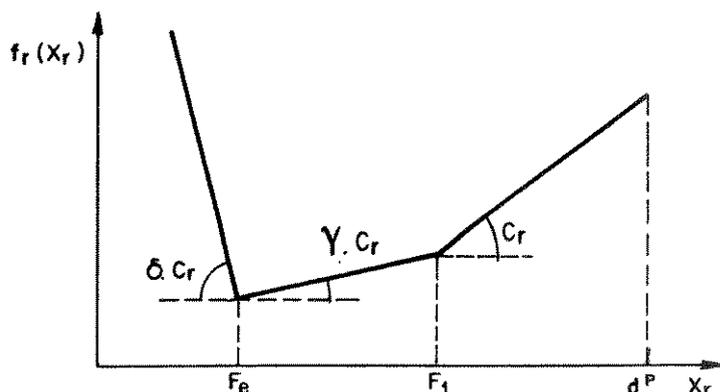


FIG. III.11

C) Diminuição da demanda

A introdução na rede de novos centros de fios e/ou ampliação das estações existentes define uma nova estrutura de zonas de filiação para as estações. Esta situação pode levar a uma diminuição na demanda de troncos entre alguns grupamentos para o estágio de planejamento considerado.

Esta diminuição na demanda, em princípio, parece um problema simples que consiste apenas em desligar enlaces em cada uma das rotas envolvidas. Entretanto, a procura de um certo grau de segurança e a restrição de não se efetuar grandes alterações no roteamento atual dão ao problema, que visa otimizar o desligamento de enlaces em cada rota, uma complexidade idêntica à dos casos mostrados anteriormente. [20]

Nas duas etapas da montagem da estrutura de custos, os desligamentos de enlaces são feitos, inicialmente, nos caminhos não-disjuntos. Para este desligamento é adotada, agora, a Política 1.

Se, para um determinado caminho, a alteração permitida no roteamento atual for menor que a quantidade de troncos que será diminuída (DIFTRO), então a quantidade que poderá ser retirada Δ' , é dada por $\Delta' = | \text{DIFTRO} |$. Caso contrário, $\Delta' = \Delta$ como mostrado no item III.4.

A FIG.III.12 apresenta a estrutura de custos para as rotas pertencentes aos caminhos de não interesse, onde F_e é o fluxo existente e $\beta > 1$.

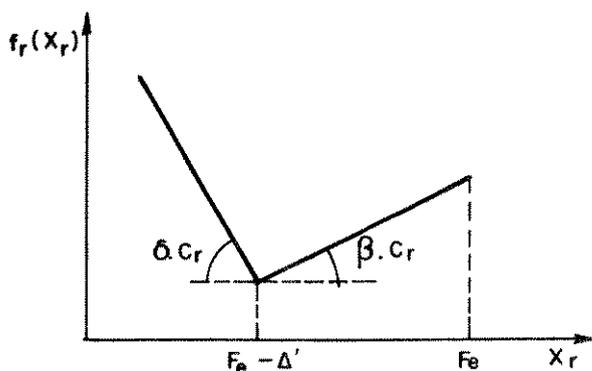


FIG.III.12

Se, após a diminuição dos fluxos existentes nos caminhos de não interesse, a demanda não foi diminuída totalmente, o fluxo que ainda precisa ser retirado dos caminhos disjuntos sofrerá as mesmas penalizações impostas aos caminhos de interesse nas duas etapas do roteamento, de acordo com o item III.5

III.7 - FLEXIBILIDADE DO MODELO

III.7.1 - Emenda de cabos

Na formulação apresentada no capítulo anterior, as rotas consideradas são homogêneas, isto é, usam sempre o mesmo tipo de meio de transmissão (cabo), no atendimento à demanda de um dado produto, ao longo de todo o caminho físico. A estrutura do modelo adotada permite, no entanto, considerar a possibilidade

de emenda, isto é, a existência de rotas heterogêneas. Embora não necessária, adota-se aqui uma hipótese restritiva, também assumida por Reis[10] : é permitida a emenda, criando uma rota heterogênea, se as rotas homogêneas correspondentes (que usam o mesmo caminho) forem factíveis. Neste caso, é necessário inserir uma nova coluna na matriz arco-rota(TAB.II.6) com alterações correspondentes nas restrições de atendimento à demanda e na função objetivo.

III.7.2 - Competição entre transmissão analógica e digital

Supondo que a transmissão digital pode ser efetuada com alguns tipos de cabos utilizados na transmissão analógica, o atendimento à demanda cujas características de atenuação e resistência ôhmica não são atendidas por cabos será feito por meio digital. Neste caso, o par de fios utilizado atende à uma quantidade h da demanda, e os elementos correspondentes da matriz arco-rota passam a ser $1/h$ em cada uma das posições. Desse modo, num dado arco, pertencente ao caminho por onde a demanda em questão é roteada, ocorre a competição entre a transmissão digital e a analógica.

CAPÍTULO IV

ESTRUTURA COMPUTACIONAL DO PROGRAMA

IV.1 - INTRODUÇÃO

O sistema PORRUS fornece o roteamento de troncos para redes urbanas multi-estações considerando a segurança da transmissão. O processo de otimização utiliza um método do tipo GUB linear por partes, cuja função objetivo é construída em duas etapas. Devido à sua complexidade, o programa está desmembrado em três módulos.

IV.2 - UMA VISÃO GLOBAL DO SISTEMA PORRUS

A estrutura computacional do programa PORRUS é constituída de três módulos, descritos abaixo, e permite otimizar o roteamento de troncos com as seguintes considerações:

1. Roteamento com segurança da transmissão

2. Roteamento para a demanda total da rede em cada período de planejamento e admitindo-se que alterações sejam efetuadas na atual estrutura de roteamento

3. Roteamento para os casos em que há diminuição da demanda de um período de planejamento para outro

- * Módulo 1 - determinação dos caminhos entre cada par de estações

- * Módulo 2 - identificação dos meios de transmissão que atendam às restrições técnicas de resistência e atenuação entre os grupamentos envolvidos e obtenção de uma solução básica factível inicial

- * Módulo 3 - otimização do roteamento obtida com um programa do tipo GUBLPP e com uma estrutura de custos que satisfaça os itens 1,2 e 3 acima

A FIG.IV.1 apresenta o diagrama computacional geral do programa PORRUS

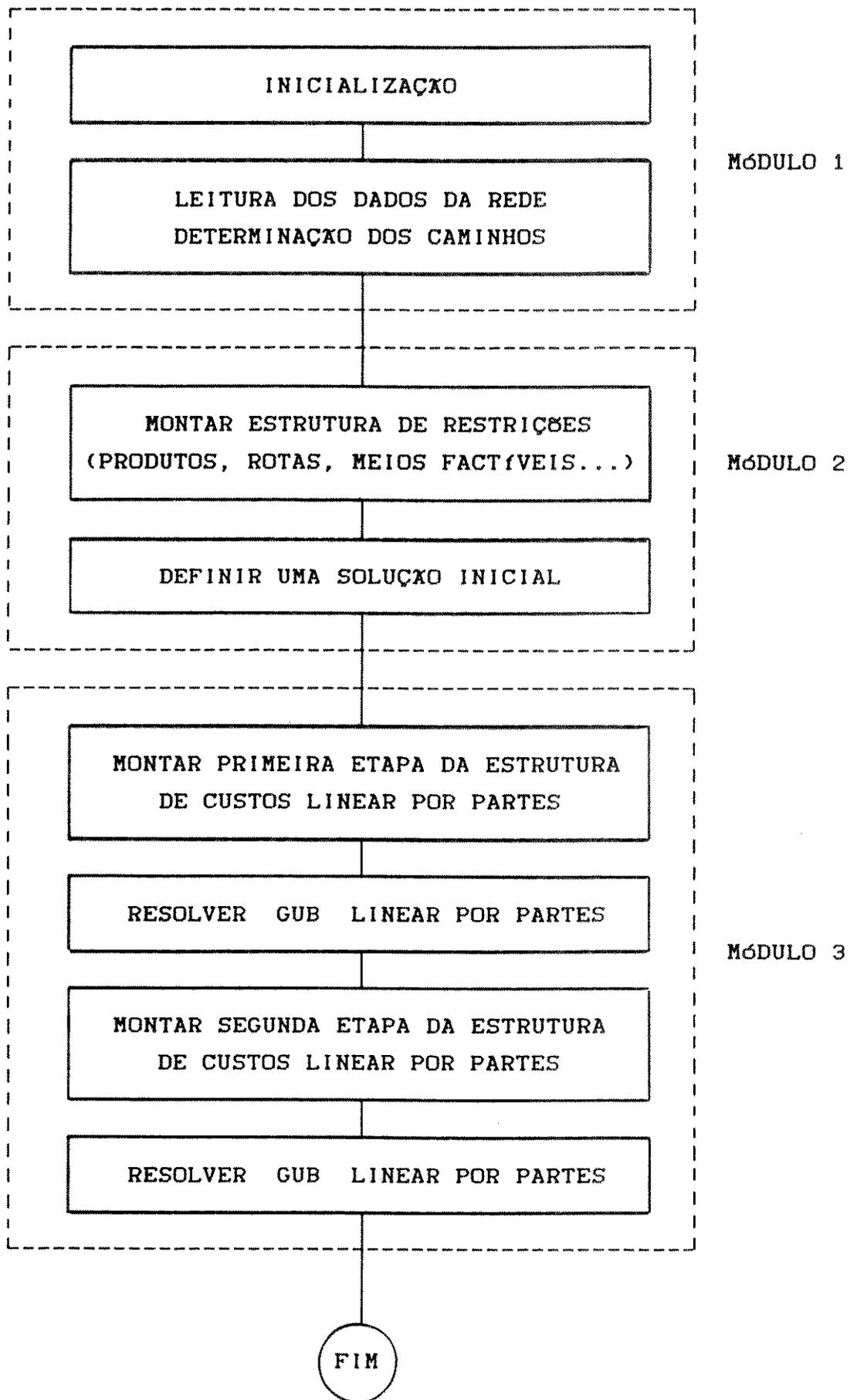


FIG. IV.1 - DIAGRAMA DE BLOCOS DO PROGRAMA PORRUS

IV.3 - MÓDULO 1

Utilizando os dados da rede, o módulo 1 pode determinar, para cada par de estações, os caminhos disjuntos cuja soma dos comprimentos é mínima.

A estes caminhos determinados poderão ser acrescentados caminhos alternativos factíveis apontados pelo planejador.

Deste modo, os caminhos devem ser organizados de forma que apareçam somente uma vez no elenco de caminhos utilizados entre um par de estações.

O arquivo de dados da rede é inserido sob a forma:

NOME DA REDE				
nº de nº de nº de Analógico 0 estações nós arcos ou Digital 1				
Nº DO ARCO	Nº ORIGEM	Nº DESTINO	DISTÂNCIA DO ARCO	DISPONIBILIDADE DE CADA TIPO DE CABO
.
.
RELAÇÃO DAS ESTAÇÕES				
.				
.				
.				

TAB. IV.1 - DADOS DA REDE

O diagrama de blocos da FIG IV.2 representa o Módulo 1

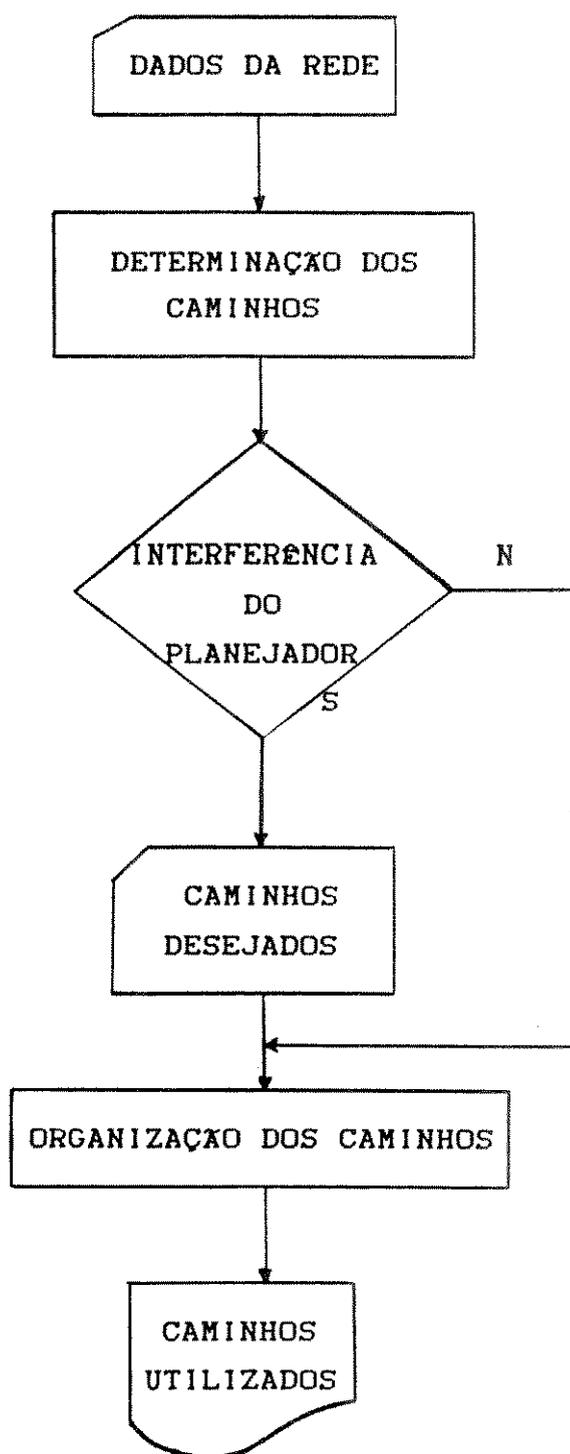


FIG IV.2 - MÓDULO 1

IV.4 - MÓDULO 2

Prepara os dados de entrada para o processo de otimização (GUBLPP), identificando as rotas que são factíveis no atendimento às demandas e obtendo uma solução básica inicial para o roteamento do estágio em consideração.

Se a estrutura de roteamento implantada for considerada, o arquivo de caminhos existentes também participa como dado de entrada, sendo apresentado na TAB.IV.2, para um dado produto. Os cabos são numerados da seguinte forma:

NÚMERO DO CABO	TIPO DO CABO
1	26NP
2	24NP
3	22NP
4	24PUP
5	22PUP

Os caminhos existentes serão acrescentados ao elenco de caminhos utilizados, desde que já não tenham sido determinados no Módulo 1.

PARA UM DADO PRODUTO

ESTAÇÃO ORIGEM	ESTAÇÃO DESTINO	TIPO DA LIGAÇÃO	Nº DE CAMINHOS
DISTANCIA ENTRE ESTAÇÕES		Nº DE GALERIAS ENTRE ESTAÇÕES	Nº DE TIPOS DE CABOS
SEQÜENCIA DE GALERIAS QUE FAZEM PARTE DO CAMINHO		FLUXO NO CABO	Nº DO CABO

TAB IV.2 - Arquivo de Caminhos Existentes (CAMEX)

O arquivo referente aos tipos de ligações existentes entre os grupamentos origem/destino e aos tipos de cabos reúne os dados das tabelas IV.3 e IV.4 mostradas abaixo.

TIPO DA LIGAÇÃO	ATENUAÇÃO(dB)		RESISTÊNCIA ÔHMICA(Ω) MAX
	MIN	MAX	
T1	0	3	2000
T2	0	4	2000
T3	0	8	2000

TAB.IV.3 - TIPOS DE LIGAÇÕES ENTRE GRUPAMENTOS

MEIOS	dB/Km	Ω /Km	CUSTO par/Km
26NP	2.23	273	147.3
24NP	1.80	171	189.5
22NP	1.39	106	286.7
24PUP	0.77	177	251.7
22PUP	0.49	112	348.9

TAB.IV.4 - CARACTERÍSTICAS DOS CABOS UTILIZADOS

A demanda de troncos é um dado para o roteamento, gerada no cálculo do entroncamento. A quantidade de troncos necessária ao escoamento do tráfego gerado entre as várias estações origem/destino é apresentada na TAB IV.5, onde a demanda inicial é a existente e a demanda futura é a prevista para o próximo período de planejamento; NTLIG é o número total de ligações entre grupamentos.

NTLIG				
ESTAÇÃO ORIGEM	ESTAÇÃO DESTINO	TIPO DA LIGAÇÃO	DEMANDA INICIAL	DEMANDA FUTURA
CIN	PAM	T2	20	70
		T3	0	90
.

TAB IV.5 - DEMANDA DE TRONCOS

O diagrama de blocos do Módulo-2 é apresentado na FIG IV.3; os dados de saída contêm informações sobre:

* matriz de restrições (TAB.11.6 e TAB.11.7) para o próximo período de planejamento

* cálculo dos custos das rotas: o custo associado a cada rota depende do meio de transmissão utilizado e é proporcional à distância do caminho, no caso analógico, e ao número de pontos de regeneração, no caso digital.

O custo também é calculado para cada variável de compra, que expressa a quantidade necessária de um tipo de cabo em uma galeria. Para as variáveis de folga, que expressam a quantidade disponível de um tipo de cabo em uma galeria, o custo é nulo.

* as demandas que não podem ser atendidas por cabos devem ser atendidas por meio digital e estão relacionadas no arquivo PCM.

* para cada produto são dados a demanda, o tipo da ligação e a descrição de seus caminhos (comprimento, arcos e nós)

* os arcos nas galerias são ordenados de tal modo que somente aqueles que correspondam aos meios de transmissão factíveis façam parte do roteamento, como mostrado na TAB.IV.6

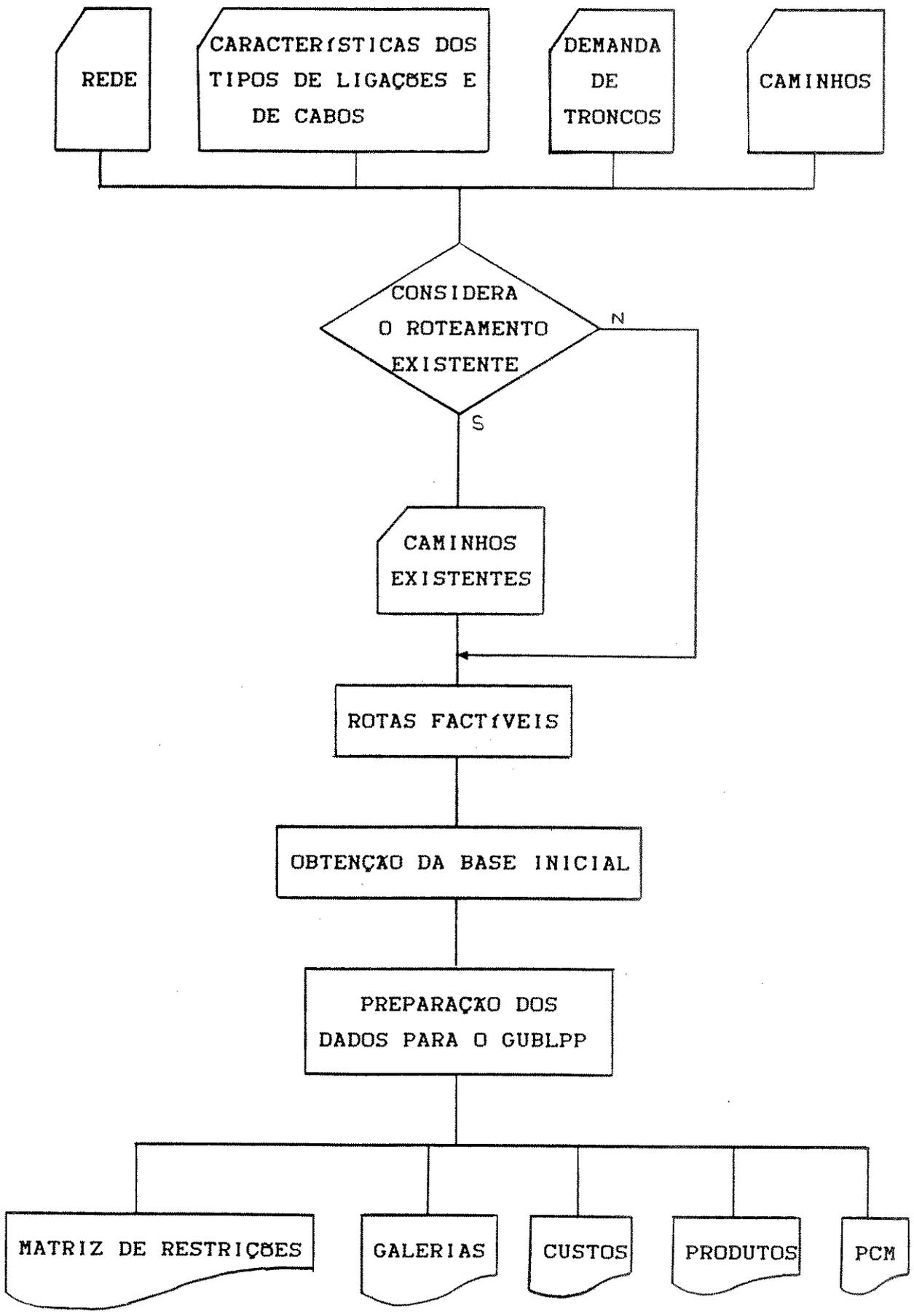


FIG.IV.3 - Módulo 2

Nº DO ARCO	GALERIA	Nº DO TIPO DO CABO	TIPO DO CABO
1	1	3	22NP
2	1	4	24PUP
3	1	5	22PUP
4	2	2	24NP
5	2	3	22NP
6	2	4	24PUP
7	2	5	22PUP
8	3	4	24PUP
.	.	.	.

TAB. IV.6 - DESCRIÇÃO DAS GALERIAS

IV.5 - Módulo 3

O programa GUBLPP (GUB linear por partes) permite que se considere ou não a segurança no roteamento, através das estruturas de custos das duas etapas. No caso do roteamento sem segurança a segunda etapa do roteamento também é acionada pois a condição de alteração de fluxo em um certo caminho, dada pelo coeficiente de flexibilidade α , pode não ser respeitada. (caso B do item III.6)

Os dados de entrada para o módulo 3 são gerados no módulo 2 e o diagrama computacional apresentado na FIG. IV.4.

A montagem da estrutura de custos das duas etapas de roteamento é efetuada de acordo com os itens III.5 e III.6.

Dos dados obtidos na saída do módulo 3, fazem parte:-

- FOBCOM -custo total de compra de meios necessários para atender à demanda.

- FOBLIN - custo total das rotas supondo que cada uma delas tem custo linear.(sem consideração de penalizações)

- para cada rota são apresentados os dados de fluxo após a primeira e segunda etapas do roteamento.

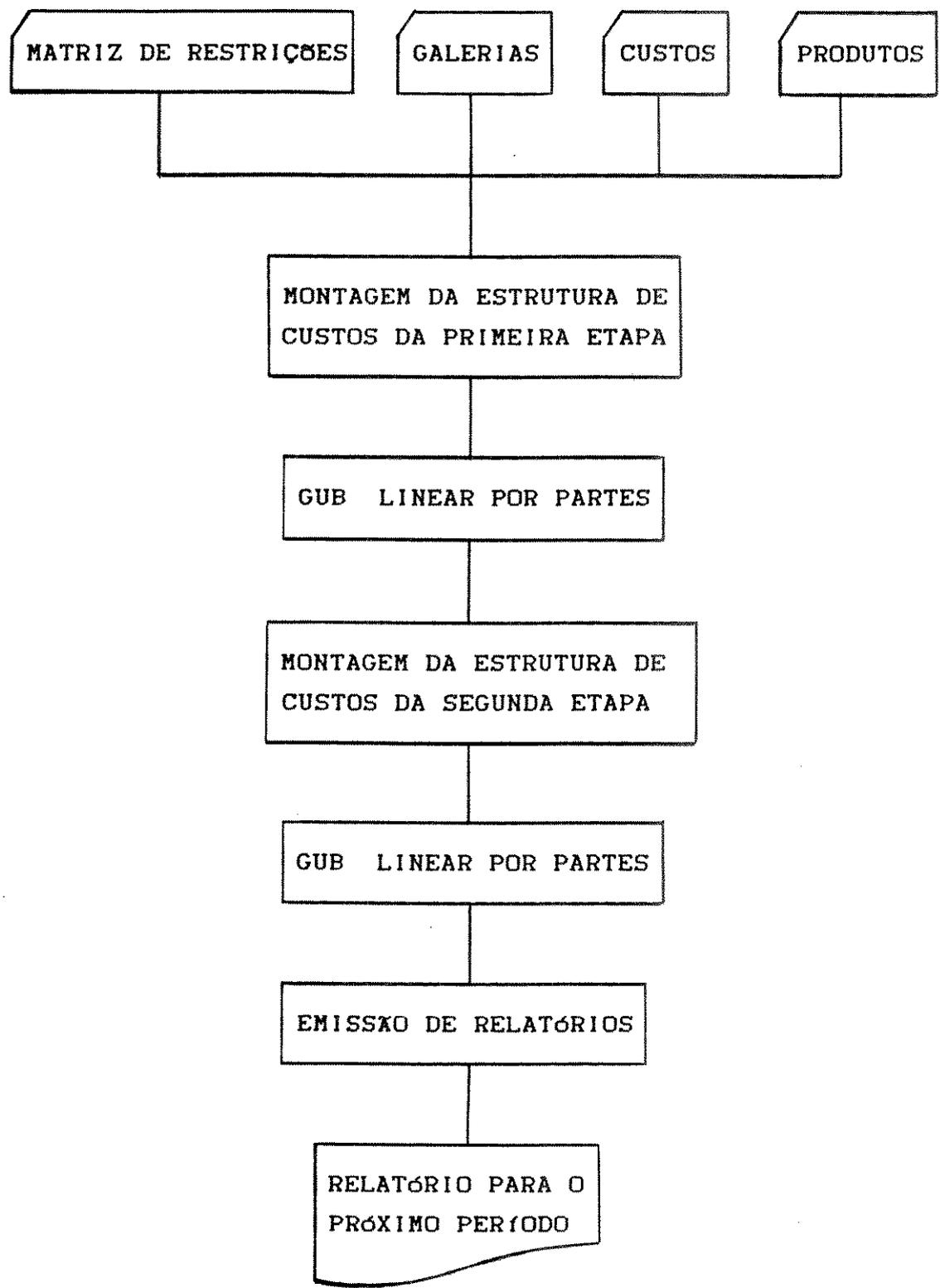


FIG. IV.4 - Módulo 3

CAPÍTULO V

EXEMPLO DE APLICAÇÃO E CONCLUSÃO

V.1 - INTRODUÇÃO

A rede de troncos utilizada na aplicação computacional da metodologia adotada para a otimização do roteamento de troncos com segurança de transmissão está descrita na FIG.V.1. É uma rede fictícia, mas baseada nos dados da rede de Belo Horizonte.

V.2 - DESCRIÇÃO DA REDE

A rede exemplo conta com 41 nós (17 estações telefônicas e o restante, nós de passagem), 59 arcos e 5 tipos de cabos 26NP, 24NP, 22NP, 24PUP, 22PUP.

Algumas estações têm mais de um grupamento origem/destino, como por exemplo, GOI/MPI, HGA/BAR etc.

Os nós pontas PAM, CIN etc, não possuem caminhos disjuntos; portanto, as ligações envolvendo os grupamentos localizados nestes nós não terão segurança de transmissão.

Neste roteamento exemplo, algumas ligações entre grupamentos apresentam diminuição da demanda de um período de planejamento para outro (CIN/PAM, GOI/MPI etc.).

V.3 - RESOLUÇÃO DO PROBLEMA PELO PROGRAMA PORRUS

V.3.1 - Determinação dos caminhos

No módulo 1 são determinados, quando houver, dois caminhos disjuntos de soma mínima entre cada par de estações (roteamento com segurança).

Neste exemplo, nenhum caminho factível alternativo adicional foi introduzido.

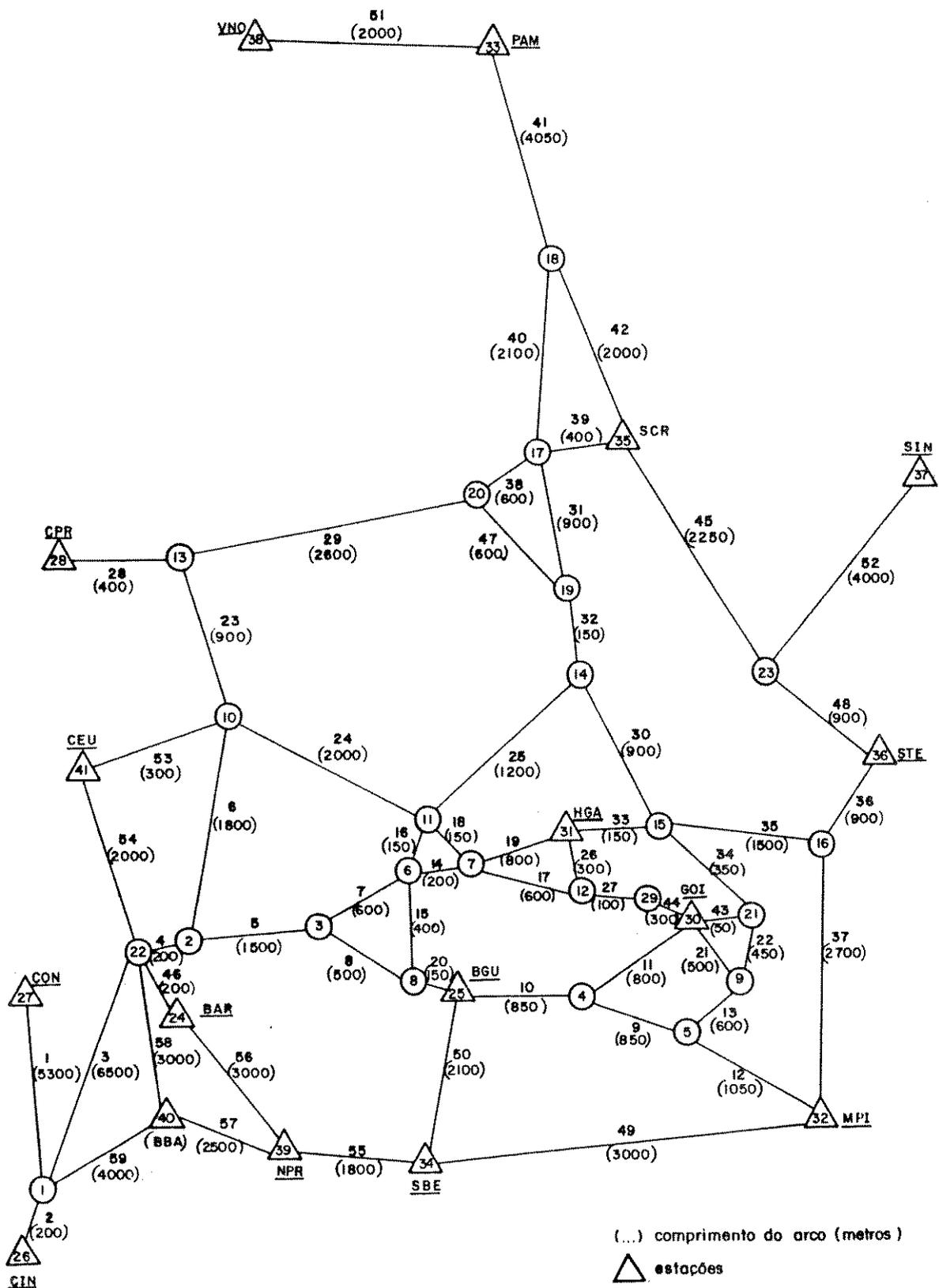


FIG. V. 1 - REDE EXEMPLO

V.3.2 - Dados de entrada do Módulo 2

Os arquivos que formam os dados de entrada para este Módulo foram descritos no Cap.IV.

Os arquivos REDE.DAT, TIPOS.DAT, MTRONC.DAT estão detalhados nas TAB.IV.1, IV.3 e 4, IV.5, respectivamente.

As tabelas V.1 e V.2 apresentam um trecho dos arquivos REDE.DAT e MTRONC.DAT, respectivamente. O arquivo TIPOS.DAT é formado pelos dados apresentados nas TAB.IV.3 e IV.4.

1 REDE DE TRONCOS TESTE							
17 41 59 1							
SBE	MPI	3000	0	400	240	500	380
SBE	BGU	2100	0	900	340	220	400
PAM	VNO	2000	0	0	0	0	0
12	HGA	300	9200	400	2000	500	1200
23	STE	900	0	200	100	140	800
29	GOI	300	7300	700	900	560	500
SCR	23	2250	0	200	100	140	800
:	:	:	:	:	:	:	:

TAB.V.1 - REDE.DAT

257			
HGA	GOI	T2	73 90
		T3	351 660
HGA	MPI	T1	180 477
		T2	161 170
		T3	193 388
HGA	CIN	T3	58 88
HGA	CON	T3	0 109
HGA	BAR	T2	89 88
		T3	96 183
HGA	BGU	T3	150 340
HGA	PAM	T3	58 198
HGA	SCR	T3	91 238
HGA	STE	T3	108 304
HGA	CPR	T3	79 232
HGA	VNO	T3	0 21
HGA	SBE	T3	45 88
HGA	HPR	T3	0 60
:	:	:	:

TAB.V.2 - MTRONC.DAT

No arquivo de caminhos existentes (TAB.V.3) foi considerado que cada produto tem, no máximo, três caminhos, que irão se juntar aos caminhos disjuntos (a não ser que o caminho existente seja um caminho disjunto). Portanto, cada produto terá, no máximo, cinco caminhos pelos quais sua demanda será escoada.

Tomando o produto assinalado no arquivo CAMEX, tem-se que:

1ª linha - Estação origem - HGA
 Estação destino - GOI
 Tipo da ligação - T3
 Nº de caminhos - 3

2ª linha - Comprimento do 1º caminho - 550m
 Nº de galerias - 3
 Nº de tipos de cabos - 2

3ª linha - Galerias que formam o 1º caminho - 33 34 43
 Fluxo no cabo 1 - 84
 Fluxo no cabo 2 - 80

4ª linha - Comprimento do 2º caminho - 700m

⋮

	HGA	GOI	T2	3
	1	550	3	1
	33	34	43	20 1
	1	700	3	1
	26	27	44	30 1
	1	1450	4	1
	33	34	22	21 23 1
	HGA	GOI	T3	3
*	1	550	3	2
	33	34	43	84 1 80 2
	1	700	3	1
	26	27	44	136 1
	1	1450	4	1
	33	34	22	21 50 1
	HGA	MP1	T1	3
	1	2850	6	1
	26	27	44	21 13 12 46 4
	1	2850	7	1
	26	27	44	43 22 13 12 52 4
	1	3250	6	2
	33	34	43	11 9 12 40 4 41 5

TAB.V.3 - TRECHO DO ARQUIVO CAMEX

V.3.3 - Dados para a otimização

* 216 produtos são analógicos e outros 41 indicados para transmissão digital.

* são 265 arcos (um certo tipo de cabo em uma galeria) que participam do roteamento.

* com a introdução das variáveis de folga e de compra nos arcos, a matriz de acoplamento fica com dimensão (265,1473), com 943 variáveis de fluxo.

* a obtenção da estrutura de custo de cada rota é feita de acordo com o item V.3.4 abaixo.

V.3.4 - A heurística de construção de custos

A construção da estrutura de custos, da primeira e da segunda etapas, é baseada nos itens III.5 e III.6.

O custo do par-km de cada cabo utilizado no roteamento é apresentado na TAB.IV.4.(referência Maio/85 - em cruzeiros)

Nos casos em que os produtos têm diminuição da demanda, suas rotas pertencentes aos caminhos não-disjuntos devem ter seus fluxos diminuídos preferencialmente ao dos outros caminhos, de acordo com o caso C do item III.6.

Para as duas etapas do roteamento, o custo adotado nas penalizações (vide FIG.III.2A - pag.III.5) é 50 vezes maior que o custo da rota (calculado no módulo 2)

V.4 - TESTES EFETUADOS

V.4.1 - Os testes efetuados visaram :-

* roteamento somente para transmissão analógica

* roteamento com segurança (bi-roteamento)

* roteamento sem segurança

Foram feitas as seguintes considerações :-

1. a demanda considerada para o roteamento é a demanda total da rede, implicando na introdução do arquivo de caminhos existentes.

2. a porcentagem de alteração da demanda α (coeficiente de flexibilidade) admitida para cada caminho foi variada de 0 até 90% .

3. o coeficiente β foi variado de 1 até 10 (vide item III.6.3).

V.5 - RESULTADOS OBTIDOS

Após a execução do módulo 3, com variações de α e β , foram obtidos os custos envolvidos no roteamento (FOBCOM, FOBLIN), bem como a parcela da demanda que flui em cada um dos caminhos de um dado produto.

Para valores de β maiores que 5, observou-se nos testes realizados que o custo total de compras, FOBCOM, não se altera com a variação de β . (caso C do item III.6). Daí a inclusão, somente, dos dados obtidos com $\beta = 2$ e $\beta = 5$ nos resultados apresentados para o roteamento com segurança. A variação de β não influi nos resultados quando o roteamento não considera a segurança da transmissão .

As tabelas V.4, V.5, contêm os dados referentes aos custos FOBCOM e FOBLIN, respectivamente, variando com α . (vide Cap.IV - pag.10)

α (%)	CUSTO (* 10 ³ Cr\$)		
	COM SEGURANÇA		SEM SEGURANÇA
	$\beta = 2$	$\beta = 5$	
0	5079	5093	4206
10	5041	5051	4156
20	4416	5021	4112
30	5077	5047	4058
50	5166	5183	-
70	5328	5351	3909
80	5300	5494	3903
90	5380	5754	3872

TAB.V.4 - FOBCOM
Custo total de compra
de cabos

0	3092	3108	2285
10	3122	3131	2302
20	3120	3186	2323
30	3233	3234	2351
50	3436	3458	-
70	3713	5351	2426
80	3867	5494	2429
90	5380	5754	2447

TAB.V.5 - FOBLIN
Custo total das rotas sem
consideração de penaliza-
ções

As figuras a seguir mostram a variação de FOBCOM (custo total de compras) com os valores de α . A FIG.V.2 apresenta esta variação para o roteamento com segurança e a FIG.V.3 para o roteamento sem segurança.

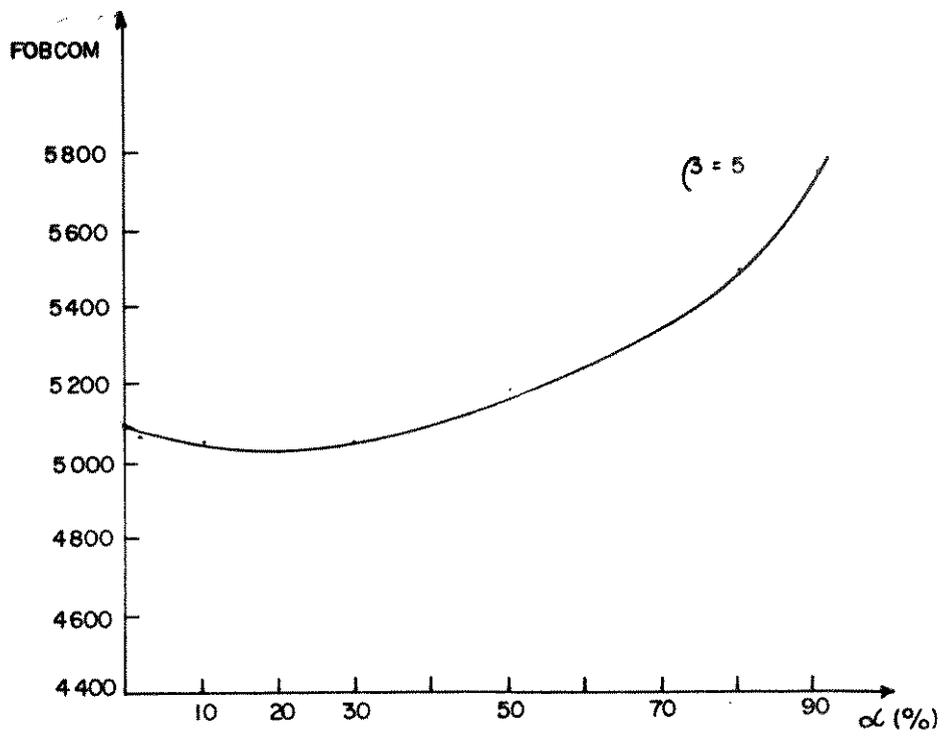


FIG.V.2 - FOBCOM X α - ROTEAMENTO COM SEGURANÇA

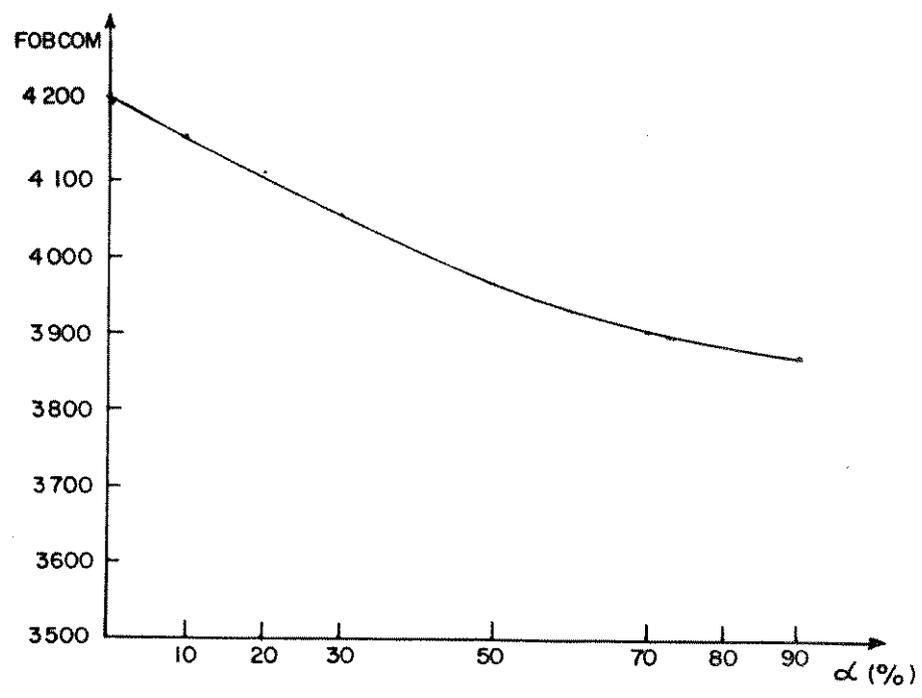


FIG.V.3 - FOBCOM X α - ROTEAMENTO SEM SEGURANÇA

As tabelas V.6 a V.8 apresentam os dados relativos ao produto 24, que tem diminuição de demanda. A TAB.V.6 fornece a demanda existente, a demanda futura, a variação de demanda e a descrição de cada caminho. Os dois primeiros caminhos (1 e 2) são os caminhos disjuntos de soma mínima. Os caminhos 1, 3 e 4 são os caminhos existentes; portanto, o caminho 1, de comprimento 2150 m e formado pelas galerias 21-13-12, é um caminho disjunto e já existente no roteamento atual.

Com o intuito de ilustrar as estruturas de custo das rotas de um produto, quando se considera a segurança, são apresentadas, nas FIG.V.4 e V.5, as duas etapas do roteamento para o produto 24.

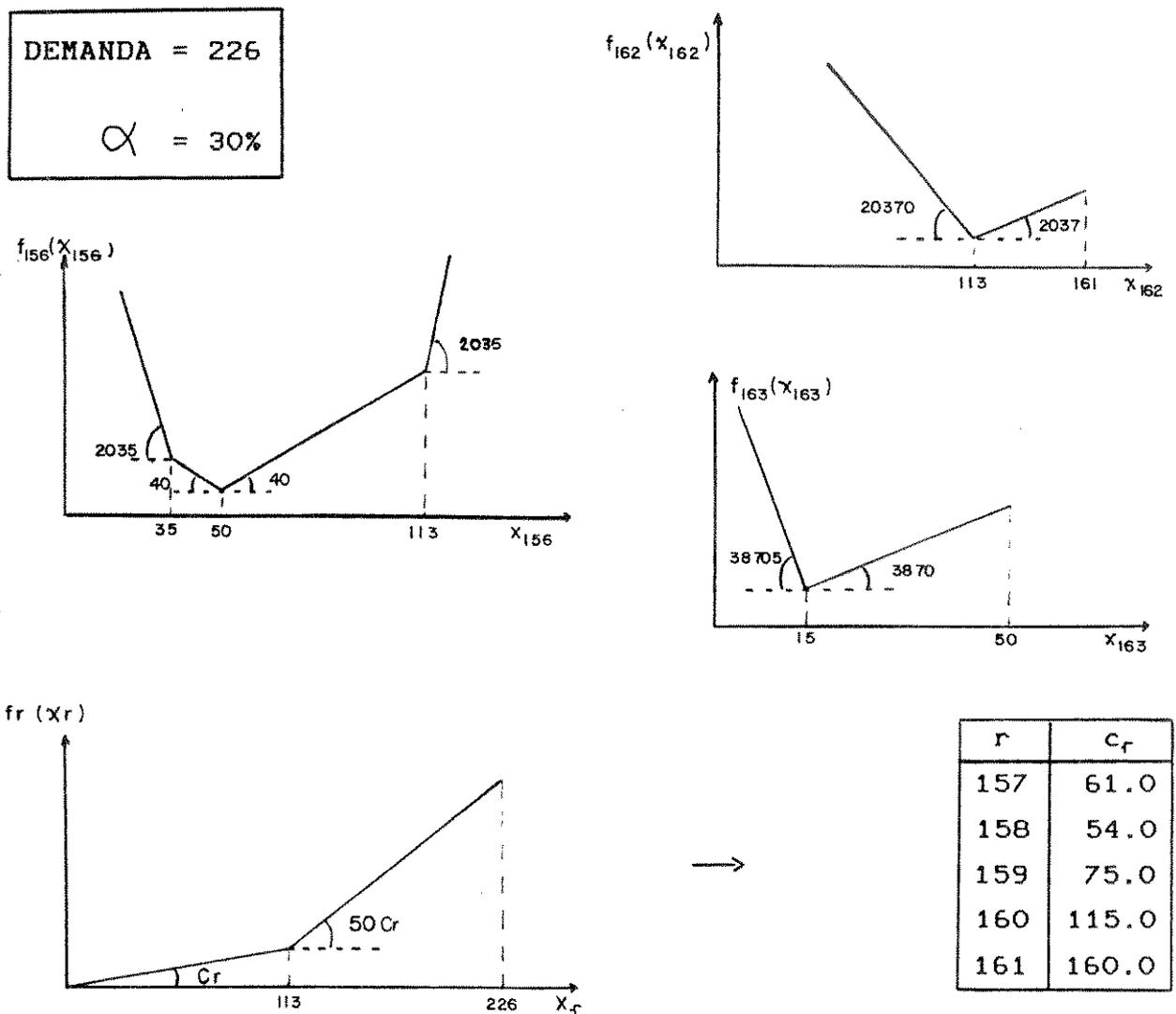


FIG.V.4 - PRIMEIRA ETAPA DO ROTEAMENTO

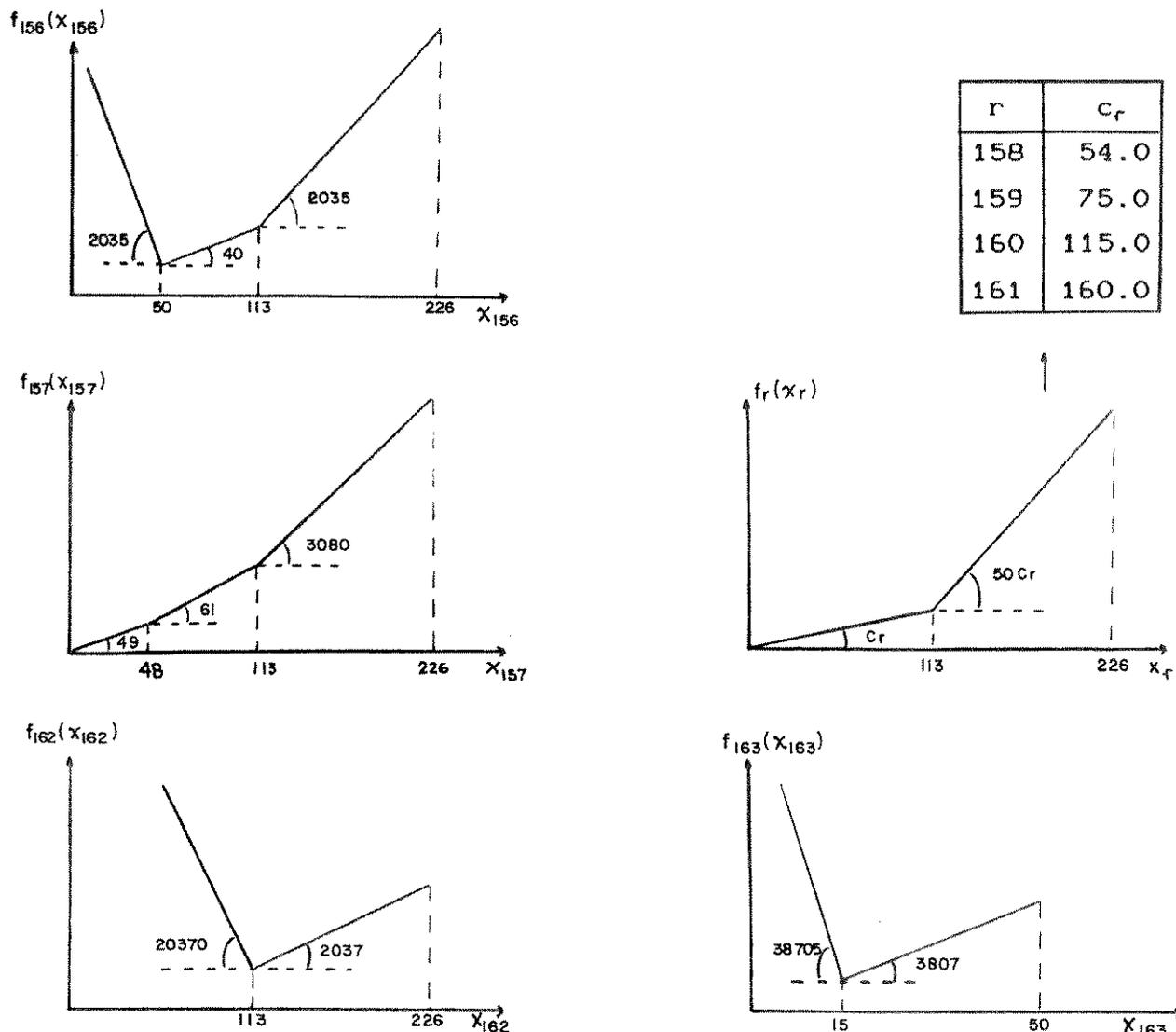


FIG.V.5 - SEGUNDA ETAPA DO ROTEAMENTO

Observe que na primeira etapa a quantidade de troncos que se permite diminuir para a rota 163 é 35, que é o número de troncos que serão retirados deste produto, e não o $\Delta = 30\%(50)$

A TAB.V.7 apresenta os resultados obtidos das duas etapas do roteamento, para alguns valores de α , sendo F_e o fluxo existente na rota correspondente, F_1 o fluxo resultante da primeira etapa do roteamento e F_2 o fluxo resultante da segunda etapa.

Para $\alpha = 0$ (isto é, nenhuma alteração no roteamento já implantado é permitida) não deveria haver diminuição de fluxos caminhos existentes 3 e 4; porém, como houve diminuição de demanda, a quantidade de troncos diminuída deve ser retirada dos

caminhos não-disjuntos que, neste caso, são os dois caminhos existentes.

O fluxo no caminho 1 (para $\alpha = 50$ e 80) resultante da primeira etapa é maior que o desejável (113 unidades de fluxo) para o roteamento com segurança ; a segunda etapa se encarrega de fazer uma redistribuição deste fluxo pelos caminhos disjuntos, liberando pares de fios de maior calibre e não permitindo que o fluxo em cada caminho seja maior que $d^{24}/2$. Observe que, mesmo após a segunda etapa, a soma dos fluxos das rotas 156 e 157 é igual a 117, maior que $d^{24}/2$.

Isto acontece porque foi considerada como aceitável, para o bi-roteamento, uma variação de 3% em torno da metade do valor da demanda.

A TAB.V.8 apresenta os fluxos nos caminhos (para $\alpha = 10$ e 80) para o roteamento sem segurança. Observe que o fluxo foi retirado do caminho 1 (disjunto) e não mais dos caminhos 3 e 4, como ocorre na TAB.V.7, porque agora todos os caminhos têm a mesma prioridade, ou seja, nenhum deles é de interesse para a obtenção da segurança.

As tabelas seguintes apresentam alguns produtos com características diversificadas, sendo que :-

PRODUTO 24 - apresenta diminuição de demanda de um período de planejamento para outro.

PRODUTO 40 - produto a ser implantado neste período de planejamento e, portanto, sem demanda existente.

PRODUTOS 133 e 134 - estão localizados nas mesmas estações origem/destino, mas são de tipos diferentes. O produto 133 apresenta aumento de demanda, enquanto que o produto 134 apresenta diminuição da demanda.

PRODUTO 154 - assim como o PROD. 24, apresentará diminuição de demanda.

PRODUTO Nº 24 - GOI/MPI

PRODUTO	ORIG/DEST	TIPO	DEMANDA	VAR. DEM.	
24	GOI/MPI	T2	261 - 226	-35	
CAMINHO	COMPRIMENTO	GALERIAS			
1*	2150	21	13	12	
2	4600	43	34	35	37
3*	2150	43	22	13	12
4*	2700	11	9	12	

TAB.V.6 - DESCRIÇÃO DOS CAMINHOS
 (*) caminho existente

α (%)			0		10		20		30		50		80		
C	ROTA	CABO	F _e	F ₁	F ₂										
1	156	2	50	50	55	50	75	50	81	50	75	50	50	75	75
	157	3	-	35	30	35	10	35	4	48	23	80	67	108	42
	158	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	159	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2	160	4	-	-	-	-	-	-	-	-	1	-	-	-	-
	161	5	-	-	-	-	-	-	-	-	12	-	66	-	-
3	162	2	161	126	126	126	126	126	126	113	113	81	81	33	33
4	163	3	50	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	10	10

TAB.V.7 - ROTEAMENTO COM SEGURANÇA

α (%)			10		80		
CAMIN	ROTA	CABO	F _e	F ₁	F ₂	F ₁	F ₂
1	156	2	50	15	15	15	15
	157	3	-	-	-	-	-
	158	4	-	-	-	-	-
	159	5	-	-	-	-	-
2	160	4	-	-	-	-	-
	161	5	-	-	-	-	-
3	162	2	161	161	161	161	161
4	163	3	50	50	50	50	50

TAB.V.8 - ROTEAMENTO SEM SEGURANÇA

PRODUTO Nº 40 - GOI/NPR

PRODUTO	ORIG/DEST	TIPO	DEMANDA	VAR.DEM.	
40	GOI/NPR	T3	0 - 16	16	
CAMINHO	COMPRIMENTO	GALERIAS			
1	5550	11	10	50	55
2	6700	44	27	17	14 7 5 4 46 56

TAB.V.9 - DESCRIÇÃO DOS CAMINHOS

α (%)				0		10		20		30		50		80	
C	ROTA	CABO	F_e	F_1	F_2										
1	244	3	-	-	-	4	3	8	7	8	7	8	7	8	7
	245	4	-	8	8	8	5	8	1	8	1	8	1	8	1
	246	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2	247	4	-	8	8	4	8	-	8	-	8	-	8	-	8
	248	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

TAB.V.10 - ROTEAMENTO COM SEGURANÇA

α (%)				10		80	
CAMIN	ROTA	CABO	F_e	F_1	F_2	F_1	F_2
1	244	3	-	-	-	-	-
	245	4	-	16	16	16	16
	246	5	-	-	-	-	-
2	247	4	-	-	-	-	-
	248	5	-	-	-	-	-

TAB.V.11 - ROTEAMENTO SEM SEGURANÇA

PRODUTO Nº 133 - SCR/GOI

PRODUTO	ORIG/DEST	TIPO	DEMANDA	VAR.DEM.					
133	SCR/GOI	T2	76 - 145	69					
CAMINHO	COMPRIMENTO	GALERIAS							
1	3200	39	31	32	30	33	26	27	44
2*	5950	45	48	36	35	34	43		
3*	3050	39	38	47	32	30	34	43	

TAB.V.12 - DESCRIÇÃO DOS CAMINHOS

α (%)				0		10		20		30		50		80	
C	ROTA	CABO	F _e	F ₁	F ₂										
1	620	4	-	-	-	-	-	2	2	2	2	-	-	17	17
	621	5	-	69	69	71	71	72	72	72	72	72	72	72	58
2	622	5	26	26	26	24	24	21	21	21	21	23	23	6	20
3	623	4	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50

TAB.V.13 - ROTEAMENTO COM SEGURANÇA

α (%)				10		80	
CAMIN.	ROTA	CABO	F _e	F ₁	F ₂	F ₁	F ₂
1	620	4	-	-	-	-	-
	621	5	-	71	71	69	69
2	622	5	26	24	24	26	26
3	623	4	50	50	50	50	50

TAB.V.14 - ROTEAMENTO SEM SEGURANÇA

(*) caminho existente

PRODUTO Nº 134 - SCR/GOI

PRODUTO 134	ORIG/DEST SCR/GOI	TIPO T3	DEMANDA 168 - 158	VAR. DEM. -10
CAMINHO	COMPRIMENTO	GALERIAS		
1	3200	39	31 32 30 33	26 27 44
2*	5950	45	48 36 35 34	43
3*	2750	39	31 32 30 34	43

TAB.V.15 - DESCRIÇÃO DOS CAMINHOS

α (%)			0		10		20		30		50		80		
C	ROTA	CABO	F_e	F_1	F_2										
1	624	1	-	-	-	10	10	23	23	40	40	74	74	79	79
	625	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	45	3
	626	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	627	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	628	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2	629	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	630	5	100	100	100	90	90	80	80	70	70	50	50	20	62
3	631	1	68	58	58	58	58	55	55	48	48	34	34	14	14

TAB.V.16 - ROTEAMENTO COM SEGURANÇA

α (%)				10		80	
CAMIN.	ROTA	CABO	F_e	F_1	F_2	F_1	F_2
1	624	1	-	-	-	70	70
	625	2	-	-	-	-	-
	626	3	-	-	-	-	-
	627	4	-	-	-	-	-
	628	5	-	-	-	-	-
2	629	4	-	-	-	-	-
	630	5	100	90	90	20	20
3	631	1	68	68	68	68	68

TAB.V.17 - ROTEAMENTO SEM SEGURANÇA

(*) caminho existente

PRODUTO Nº 154 - STE/BGU

PRODUTO	ORIG/DEST	TIPO	DEMANDA	VAR.DEM.						
154	STE/BGU	T3	88 - 85	-3						
CAMINHO	COMPRIMENTO	GALERIAS								
1*	4450	36	35	34	43	11	10			
2	6500	48	45	39	31	32	25	16	15	20
3*	4200	36	35	33	26	17	14	15	20	

TAB.V.18 - DESCRIÇÃO DOS CAMINHOS

α (%)			0			10		20		30		50		80	
C	ROTA	CABO	F _e	F ₁	F ₂										
1	713	3	44	44	42	45	42	49	42	54	42	63	42	76	42
	714	4	-	-	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	715	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2	716	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	717	5	-	-	-	-	3	-	7	-	12	-	21	-	34
3	718	3	44	41	41	40	40	36	36	31	31	22	22	9	9

TAB.V.19 - ROTEAMENTO COM SEGURANÇA

α (%)				10		80	
CAMIN.	ROTA	CABO	F _e	F ₁	F ₂	F ₁	F ₂
1	713	3	44	41	41	41	41
	714	4	-	-	-	-	-
	715	5	-	-	-	-	-
2	716	4	-	-	-	-	-
	717	5	-	-	-	-	-
3	718	3	44	44	44	44	44

TAB.V.20 - ROTEAMENTO SEM SEGURANÇA

(*) caminho existente

V.6 - CONCLUSÃO

O programa desenvolvido neste trabalho mostra-se de grande utilidade no planejamento do roteamento de troncos de uma rede telefônica urbana multi-estações. Dois aspectos referentes ao planejamento devem ser considerados:

1 - automatização do procedimento : permite maior rapidez e confiabilidade, principalmente para grandes centros urbanos.

2 - esta automatização inclui a otimização do roteamento. Para centros urbanos de pequeno porte, o custo de entroncamento/roteamento é pequeno frente a outros investimentos, tais como comutação e rede primária. Este custo cresce de forma acentuada com o número de estações; em cidades como São Paulo, Rio de Janeiro, Belo Horizonte, pode chegar perto de 50% do investimento total.

Este programa faz parte de uma família: tem como predecessor o programa SETTER, desenvolvido na Telesp pelo Eng^o Mitsuo Shibata (tese de mestrado), e como sucessor o programa PRETA, trabalho de tese de doutorado de Anilton S. Garcia. O programa SETTER, em comparação com o procedimento anterior de roteamento (manual), mostrou-se capaz de economia considerável em sua aplicação a redes analógicas.

O programa PRETA, especializado para redes digitais, em uma aplicação à rede da cidade do Rio de Janeiro, apresentou também economia de investimento muito grande.

Não foi possível a aplicação do programa PORRUS à uma rede real, devido a dificuldades na obtenção de dados. Mas a aplicação à uma rede fictícia, tendo como base a de Belo Horizonte, mostrou seu potencial de aplicação com algumas vantagens em relação ao SETTER, pois considera:

* o problema de segurança do roteamento, vital quando se trata do roteamento digital.

* a demanda total de troncos e não somente a demanda de expansão, como é o caso do SETTER. Desse modo, pode-se permitir alterações no roteamento já implantado através da estrutura peculiar da função de custo, linear por partes. Isto permite re-rotear parcelas de demandas, aproveitando a disponibilidade de cabos ociosos e, se houver diminuição de fluxo em algum caminho, liberando pares de fios de maior calibre para serem utilizados por demandas entre centrais mais distantes entre si.

* emendas de cabos de calibres diferentes em uma rota qualquer.

Avaliando os resultados do exemplo de aplicação, constata-se que, quando se considera o roteamento com segurança, o menor valor do custo de compras, FOBCOM, encontra-se em torno do coeficiente de flexibilidade igual a 20%. Bastante razoável, dado que alterações acima desta ordem na rede já implantada não são factíveis, face aos problemas operacionais que poderiam provocar. A heurística escolhida para se considerar a flexibilidade da rede e que leva à criação do Custo1 e do Custo2, é boa dentro destes limites.

Pode-se verificar também que, considerar a segurança da transmissão, implica em custo adicional, para a rede exemplo, da ordem de 25%. Evidentemente, o custo de segurança pode ser minorado se somente for considerado este aspecto para algumas demandas, tais como aquelas entre zonas comerciais ou aquelas de maior intensidade.

Finalmente, o aspecto mais importante deste trabalho é que a partir dele pode-se desenvolver o programa PRETA, especializado para o roteamento digital, considerando-se a utilização de fibras óticas, em um ambiente de transição de tecnologia analógica para digital. Tanto no PORRUS quanto no PRETA, a ferramenta matemática fundamental é um programa linear com estrutura GUB e função custo linear por partes.

APENDICES

MÉTODO DE LIMITE SUPERIOR GENERALIZADO PARA
PROBLEMAS COM CRITÉRIO LINEAR POR PARTES

I.1 - APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

Conforme mostrado no CAP. III, o critério adotado para o multi-roteamento da demanda de cada produto através de caminhos disjuntos, visando a segurança de transmissão, leva a uma função objetivo linear por partes da seguinte forma

$$\text{MIN } F = \sum_{r=1}^R f_r(x_r) + \sum_{j=1}^M \delta_j(x_j) \quad (1)$$

sendo x_r as variáveis de fluxo do problema, x_j as variáveis de compra, e $f_r(x_r)$ e $\delta_j(x_j)$ funções do tipo da FIG.1.1

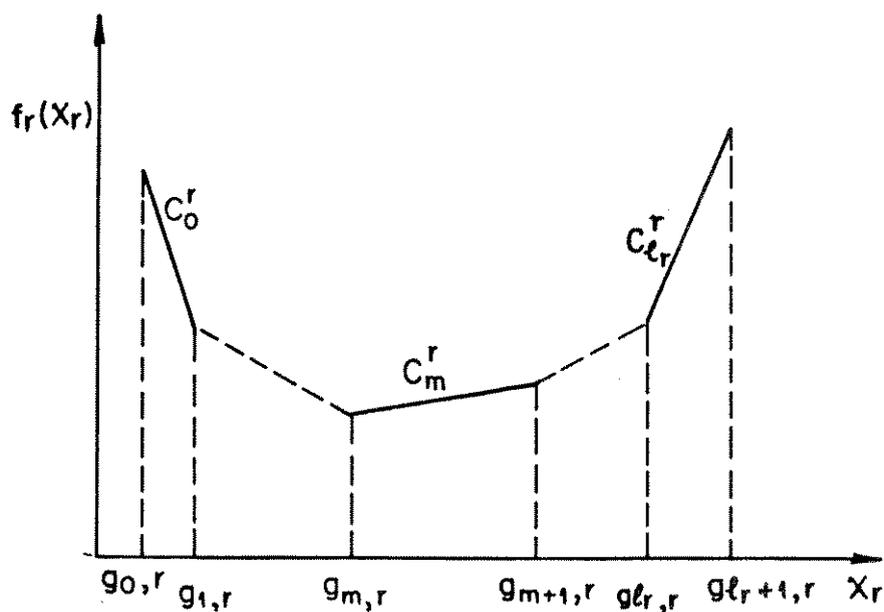


FIG.1.1

onde $f_r(x_r)$ é a função linear por partes, convexa e separável, como mostrado abaixo

$$B = \left[\begin{array}{cccc|c|c|c} A_1 & \dots & A_p & & -I & & +I \\ \hline e^1 & & & & & & \\ & \cdot & & & & & \\ & & e^p & & 0 & & 0 \end{array} \right]$$

onde a coluna A_p , $p=1, \dots, P$, representa $r(p)$ colunas (definido no AP.II) e

$$B \ (M+P, R+M+M)$$

$$\underline{g} \ (R+M+M, 1)$$

$$\underline{w} \ (M+P, 1)$$

Sejam I e J os conjuntos de índices das variáveis básicas e não-básicas, respectivamente; o sistema (5) pode ser colocado na forma

$$B^I \underline{x}_I + B^J \underline{x}_J = \underline{w}$$

$$\underline{x}_I = (B^I)^{-1} [\underline{w} - B^J \underline{x}_J]$$

$$\underline{x}_I = \hat{\underline{w}} - \hat{B}^J \underline{x}_J \tag{6}$$

sendo que neste caso, uma variável não-básica pode estar em qualquer um dos "pontos críticos" de sua correspondente função linear por partes. Então

$$\begin{bmatrix} \underline{x}_I \\ \underline{x}_J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\underline{w}} - \hat{B}^J \underline{g}_{m,J} \\ \underline{g}_{m,J} \end{bmatrix} \tag{7}$$

logo, $\underline{x} = [\underline{x}_I \ \underline{x}_J]^T$ é uma solução básica factível do sistema (3),(4) se satisfizer as restrições de factibilidade para cada tipo de variável, dadas por

$$\left[\begin{array}{l} g_{m,i} \leq s_i \leq g_{m+1,i} , i \in I \\ s_j = g_{m,j} , j \in J \end{array} \right] \quad \begin{array}{l} \text{para variável de fluxo e} \\ \text{de compra} \end{array} \quad (8)$$

e

$$\left[\begin{array}{l} s_i \geq 0 , i \in I \\ s_j = 0 , j \in J \end{array} \right] \quad \begin{array}{l} \text{para variável de folga} \end{array} \quad (9)$$

A solução básica \underline{g} será considerada não-degenerada, ou seja, os valores das variáveis básicas, $s_i, i \in I$ não podem coincidir com os "pontos críticos" de suas correspondentes funções lineares por partes.

1.2 - CALCULO DO VALOR DAS VARIÁVEIS BÁSICAS

As variáveis não-básicas estarão em um dos pontos críticos da função e seus valores são

- * $g_{m,r}$, para a variável de fluxo
- * $g_{m,j}$, para a variável de aumento
- * zero , para a variável de folga, pois não tem limitação de " capacidade "

Supondo não-degenerescência, o valor de uma variável básica deve estar, necessariamente, entre dois pontos críticos

Os valores das variáveis básicas são dados por $s_i, i=1, \dots, (M+P)$; $s = (s_i)$ é dado pela expressão abaixo

$$s = (B^I)^{-1} \begin{bmatrix} b \\ \text{---} \\ d \end{bmatrix} - (B^I)^{-1} B^J [g_{m,J}] \quad (10)$$

efetuando as multiplicações da equação (10), onde

$$* (B^I)^{-1} = \left[\begin{array}{c|c} -c' T^{-1} & I + c' T^{-1} A_P \\ \hline T^{-1} & -T^{-1} A_P \end{array} \right]$$

* $g_{m,J}$ é a coluna cujos componentes correspondem aos pontos críticos onde estão localizadas as variáveis não-básicas.

* B^J é o conjunto das colunas não-básicas, representadas por

$$B_i^J, \begin{matrix} i=1, \dots, M \\ j=1, \dots, M \\ p=1, \dots, P \end{matrix} = \begin{bmatrix} B_{ji}^N \\ \dots \\ B_{pi}^0 \end{bmatrix} \quad B_i^0 = [0 \dots 1 \dots 0]^T$$

↑
posição p

obtem-se

$$s = \left[\begin{array}{c} d - c' T^{-1} (b - A_P d) \\ \hline T^{-1} (b - A_P d) \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} B^0 - c' T^{-1} (B^N - A_P B^0) \\ \hline T^{-1} (B^N - A_P B^0) \end{array} \right] g_{m,J}$$

1.3 - CALCULO DOS MULTIPLICADORES

O cálculo dos multiplicadores obedece às mesmas relações obtidas no AP.II, com o custo de cada variável correspondendo à inclinação da função no intervalo em que se encontra esta variável.

$$\underline{\pi} = \underline{c}^{I_2} T^{-1} \quad (11)$$

$$\underline{\mu} = \underline{c}^{I_1} - \underline{\pi} A \quad (12)$$

onde

$\underline{c}^{I_1} = [\underline{c}_m^{I_1}]$, corresponde às variáveis de fluxo chaves

\underline{c}^{I_2} , corresponde às variáveis básicas não-chaves cujos componentes são

* $c_m^r = [c_m^r(\text{var.chaves}) - c_m^r(\text{var.não-chaves})]$, para as variáveis de fluxo

* 0, para as variáveis de folga

* ρ_m^j , para as variáveis de compra

1.4 - DETERMINAÇÃO DA VARIÁVEL QUE ENTRA NA BASE

1.4.1 - Cálculo da INCLINAÇÃO DE REFERÊNCIA Z e dos custos relativos para todas variáveis não-básicas

A forma preparada para o problema linear por partes é análoga à apresentada no AP.II, a menos dos componentes dos vetores de custo

$$\begin{array}{l}
 \text{(FP)} \left\{ \begin{array}{l}
 \text{MIN } F - \lambda \begin{bmatrix} \underline{b} \\ \underline{d} \end{bmatrix} = [\underline{c}_m^{I_1} - \lambda B^{I_1}] x_{I_1} + \\
 + [\underline{c}_m^{I_2} - \lambda B^{I_2}] x_{I_2} + \hat{\underline{c}}^J x_J \quad (13) \\
 \text{s.a.} \\
 B^{I_1} x_{I_1} + B^{I_2} x_{I_2} + B^J x_J = \begin{bmatrix} \underline{b} \\ \underline{d} \end{bmatrix}
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

onde o custo relativo das variáveis não-básicas é dado por

$$\hat{\underline{c}}^J = \underline{c}^J - [\underline{\pi} \quad \underline{\mu}] B^J \quad (14)$$

Tomando $Z^J = [\underline{\pi} \quad \underline{\mu}] B^J$ e denominando-o de Inclinação de Referência, a equação (14) fica

$$\hat{\underline{c}}^J = \underline{c}^J - Z^J \quad (15)$$

onde Z^J pode assumir os seguintes valores, dependendo da variável associada a ele:

* VARIÁVEL DE FLUXO

$$z^d = \begin{bmatrix} \pi & \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_j \\ \vdots \\ e_p \end{bmatrix}$$

$$j \in J$$

$$e_p = [0 \dots 0 1 0 \dots 0]^T$$

↑
posição p

$$z^d = \pi A_j + \mu p$$

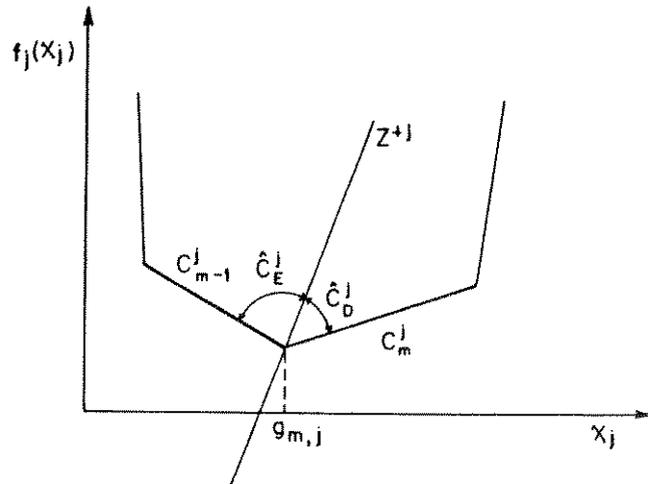


FIG. I.2

Através da FIG. I.2, pode-se observar que as variáveis de fluxo possuem dois custos relativos, o da direita e o da esquerda, dados por:

$$\hat{c}_D^j = c_m^j - \pi A_j - \mu p$$

$$\hat{c}_E^j = c_{m-1}^j - \pi A_j - \mu p$$

* VARIÁVEL DE COMPRA

Apresenta também dois custos relativos, à direita e à esquerda, dados por

$$\hat{c}^d = c^d - z^d$$

onde

$$z^d = [\pi \quad \mu] \begin{bmatrix} -1^d \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} = -\pi^d, \quad j \in J$$

Portanto

$$\hat{c}_D^d = p_m^d - z^d = p_m^d + \pi^d$$

$$\hat{c}_E^d = p_{m-1}^d - z^d = p_{m-1}^d + \pi^d$$

* VARIÁVEL DE FOLGA

Seu custo relativo é dado por

$$\hat{c}^d = c^d - z^d = 0 - z^d$$

onde

$$z^d = [\pi \quad \mu] \begin{bmatrix} 1^d \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} = \pi^d, \quad j \in J$$

Logo

$$\hat{c}^d = -\pi^d$$

1.4.2 - Variável candidata a entrar na base

O termo $\hat{c}^J x_J$ influi na variação da função objetivo (vide Ap. II) de modo que uma variável, para ser candidata a entrar na base, deve ter:-

* ambos os custos relativos (direita e esquerda) positivos ou negativos, se ela for uma variável de fluxo ou de compra. Se os custos relativos tiverem sinais contrários, então a solução é ótima.

* o custo relativo negativo, se ela for uma variável de folga (linear)

1.4.3 - Critério de escolha, entre as variáveis candidatas, da variável a entrar na base.

- Para as variáveis de fluxo ou de compra :

Se ambos os custos forem negativos (CASO A do AP.II), toma-se o menor custo relativo, que é o da direita

$$\hat{c}^d = | \hat{c}_D^d |$$

Se ambos os custos relativos forem positivos (CASO B do AP.II), toma-se o custo à esquerda

$$\hat{c}^d = | \hat{c}_E^d |$$

- Para as variáveis de folga, se $\pi^d > 0$, toma-se

$$\hat{c}^d = \pi^d$$

A variável a entrar na base é a variável x_e , tal que

$$\hat{c}^e = \text{MAX } \hat{c}^d$$

1.5 - DETERMINAÇÃO DA VARIÁVEL QUE SAI DA BASE

A variável não-básica x_e - candidata a entrar na base - e as variáveis básicas deverão ser alteradas de um valor ϵ até alcançar o ponto crítico ; o máximo valor permitido para ϵ será dado pela variável cujo ϵ seja mínimo (vide AP.II)

$$\epsilon_{\text{MAX}} = \text{MIN} (\epsilon_e ; \epsilon_j, \forall j \in I)$$

Desse modo, dois casos podem ocorrer

A) $\mathcal{E}_{MAX} = \mathcal{E}_e$, ou seja, o bloqueio é dado pela variável não-básica, que atinge seu ponto crítico $g_{m-1,e}$ ou $g_{m+1,e}$, se os custos relativos forem positivos ou negativos, respectivamente, não havendo mudança de base

A inclinação de referência também não se altera e mudam apenas os custos relativos da variável x_e . Se os novos custos relativos tiverem sinais contrários, deve-se procurar outra variável não-básica candidata a entrar na base.

B) $\mathcal{E}_{MAX} = \mathcal{E}_s$, $s \in I$, ou seja, o bloqueio é dado pela variável x_s , ocorrendo mudança de base e alteração nos valores das variáveis básicas e da variável x_e , como explicitado no AP.

II

Atualiza-se a inversa da base de modo análogo ao caso linear e, conseqüentemente, deve-se calcular os novos multiplicadores, a nova inclinação de referência e os novos custos relativos para as variáveis não-básicas.

PROGRAMAÇÃO LINEAR POR PARTES
(PLP)

11.1 - APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO LINEAR POR PARTES

O problema de programação matemática (P) abaixo

$$(P) \left\{ \begin{array}{l} \text{MIN } F(\underline{x}) \\ \text{s.a.} \\ A \underline{x} = \underline{b} \\ \underline{\alpha} \leq \underline{x} \leq \underline{\beta} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (1) \\ (2) \end{array}$$

com

$$\underline{x} (n,1), \underline{b} (m,1), A (m,n) \text{ de rank } m$$

e $F(\underline{x})$ convexa, linear por partes e separável, da forma

$$F(\underline{x}) = \sum_{j=1}^n f_j(x_j)$$

é um problema de programação linear por partes, onde cada função $f_j(x_j)$ tem a seguinte representação

$$f_j(x_j) = \begin{cases} c_0^j x_j + h_{0,j} & , \alpha_j \leq x_j \leq g_{1,j} \\ \vdots & \vdots \\ c_k^j x_j + h_{k,j} & , g_{k,j} \leq x_j \leq g_{k+1,j} \\ \vdots & \vdots \\ c_{l_j}^j x_j + h_{l_j,j} & , g_{l_j,j} \leq x_j \leq \beta_j \end{cases}$$

cujo gráfico é mostrado na FIG.11.1

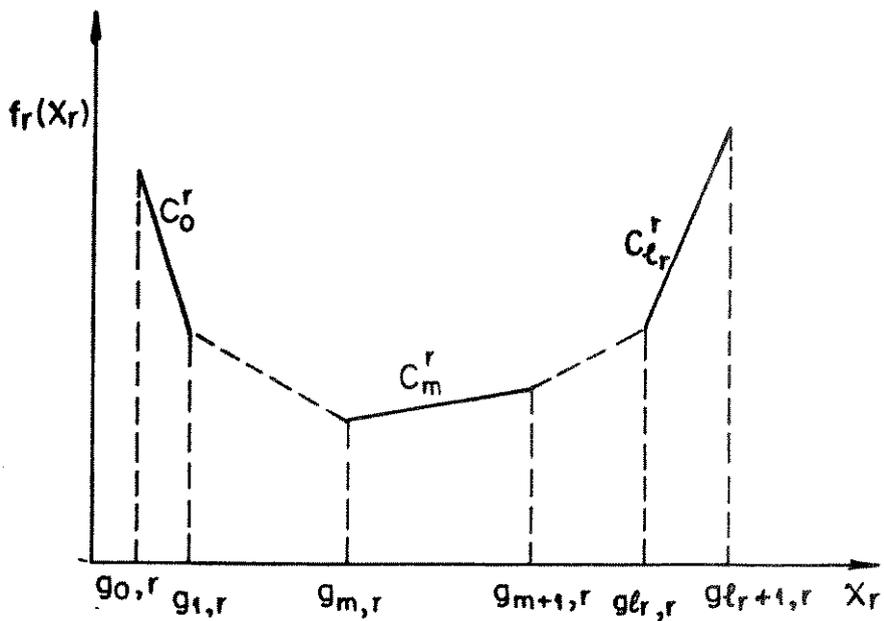


FIG. II.1

Para o intervalo $[g_{k,j}; g_{k+1,j}]$ são definidos

$$h_{k,j} = f_j(g_{k,j}) - c_k^j g_{k,j}$$

$$c_k^j = c_0^j + \sum_{i=1}^k \sigma_i^j, \quad \sigma_i^j > 0$$

Os pontos $g_{k,j}$, onde ocorrem mudanças de inclinação do gráfico, são denominados "pontos críticos" de $f_j(x_j)$. São nestes pontos críticos que as variáveis não-básicas estão situadas; as variáveis básicas estarão sempre localizadas no interior de um determinado intervalo, exceto se ocorrer degenerescência.

Como o problema (P), linear por partes, é uma extensão de programação linear canalizado, a mesma caracterização de conjuntos básicos I e não-básicos J, [8], pode ser utilizada na resolução do sistema $A \underline{x} = \underline{b}$. Desse modo, tem-se que

$$A^I \underline{x}_I + A^J \underline{x}_J = \underline{b}$$

$$\underline{x}_I = (A^I)^{-1} [\underline{b} - A^J \underline{x}_J]$$

$$\underline{x}_I = \hat{\underline{b}} - \hat{A}^J \underline{x}_J \quad (3)$$

sendo $\underline{x}_J = \underline{g}_{k,J}$ o vetor dos pontos críticos associado às variáveis não-básicas.

Reescrevendo a expressão (5) e lembrando que

$$f_j(x_j) = h_{k,j} + c_k^I x_j, \quad j \in I$$

obtem-se a expressão

$$F(\underline{x}^+) - \underline{\Pi}^+ \underline{b} = \sum_{j \in I} h_{k,j} + \sum_{j \in J} [f_j(x_j^+) - z^{+j} x_j^+] \quad (7)$$

definida somente em função das variáveis não-básicas, o que facilita a análise local da variação de $F(\underline{x})$ em torno de cada componente não-básica. Então

$$F(\underline{x}) - z_0 = \sum_{j \in J} [f_j(x_j^+) - z^{+j} x_j^+] \quad (8)$$

com

$$z_0 = \underline{\Pi}^+ \underline{b} + \sum_{j \in I} h_{k,j} \quad e$$

$$[f_j(x_j^+) - z^{+j} x_j^+] = \underbrace{[c_{\gamma}^j - z^{+j}]}_{\hat{c}_{\gamma}^j} x_j^+ = \hat{c}_{\gamma}^j x_j^+ \quad (9)$$

onde

\hat{c}_{γ}^j representa o custo relativo da variável não-básica, com $\gamma = k$ e/ou $\gamma = (k-1)$.

Desse modo, a variável x_j , $j \in J$, tem dois custos relativos: o custo relativo à direita, $\hat{c}_{\gamma}^j = \hat{c}_k^j$, e o custo relativo à esquerda $\hat{c}_E^j = \hat{c}_{k-1}^j$.

Considerando o vetor $\underline{\Pi} = \underline{\Pi}^+$ dado em (6), o problema (P) pode ser escrito na forma preparada em relação à base I (pré-multiplicando (1) por $(A^I)^{-1}$)

$$\begin{array}{l}
 \text{(PP)} \left\{ \begin{array}{l}
 \text{MIN } F(\underline{x}^+) - z_0 = \hat{c}^J \underline{x}_J \\
 \text{s.a.} \\
 \underline{x}_I + \hat{A}^J \underline{x}_J = \hat{b} \\
 \underline{\alpha}_I \leq \underline{x}_I \leq \underline{\beta}_I \\
 \underline{\alpha}_J \leq \underline{x}_J \leq \underline{\beta}_J
 \end{array} \right. \quad (10)
 \end{array}$$

sendo a função objetivada (PP) uma aproximação da função original em torno da solução básica correspondente \underline{x}^+ , mostrada nas FIG. II.2 e 3

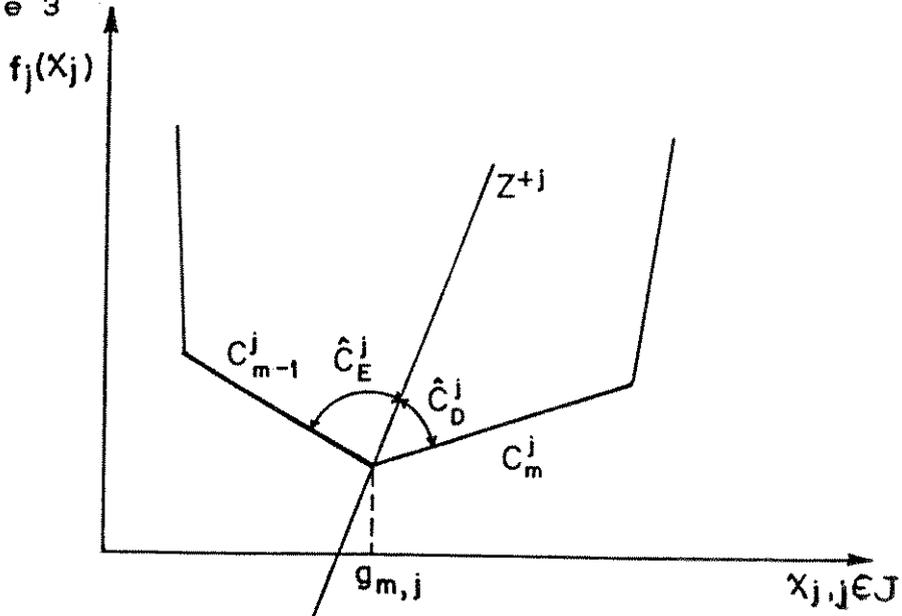


FIG. II.2

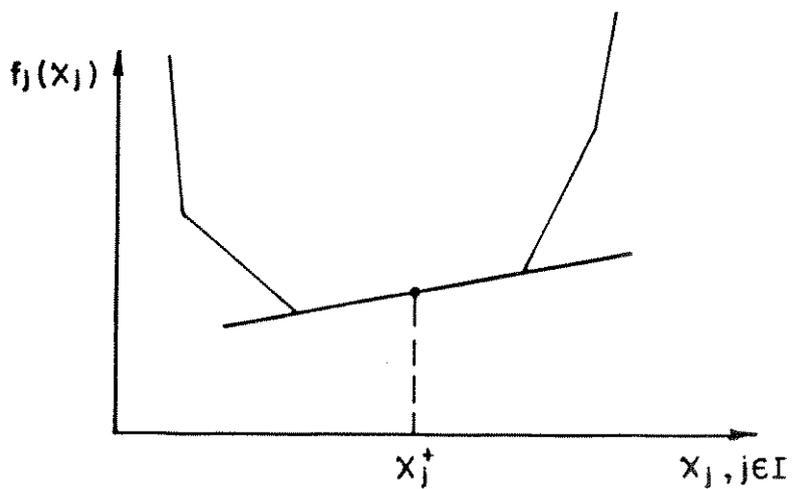


FIG. II.3

II.2 - CRITÉRIO DE OTIMALIDADE

Três casos podem ocorrer quanto aos valores assumidos por Z^d

A) $Z^d > c_k^d > c_{k-1}^d$, ou seja, ambos os custos relativos, à direita e à esquerda, são negativos.

Da forma preparada (10), tem-se que a variação da função objetivo depende do termo $\hat{c}^J x_J$ (9), isto é, do custo relativo das variáveis não-básicas; analisando graficamente os custos relativos e tomando x_j^+ como o valor da variável não-básica na base atual, obtém-se a FIG. II.4, onde $\hat{c}_E^d < 0$ e $\hat{c}_D^d < 0$.

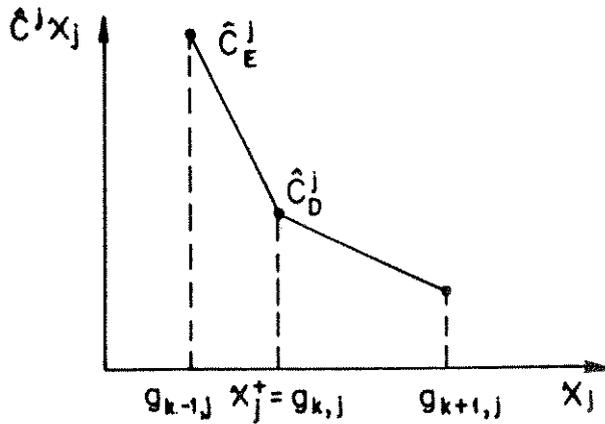


FIG. II.4

Da FIG. II.4, observa-se que se $x_j = x_j^+$ aumentar de valor, $\hat{c}^d x_j$ diminui e o valor da função objetivo também diminui. Portanto, x_j^+ tende para $g_{k+1,j}$, como mostra a FIG. II.5

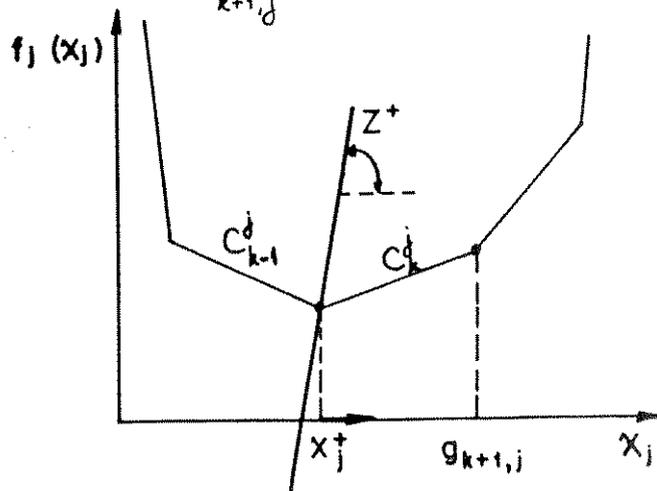


FIG. II.5

B) $Z^{+j} < c_{k-1}^j < c_k^j$, ou seja, os custos relativos são positivos.

Da equação (9), obtém-se os custos relativos da variável x_j^+ , $j \in J$, mostrados na FIG. II.6, onde $\hat{c}_E^j > 0$ e $\hat{c}_D^j > 0$

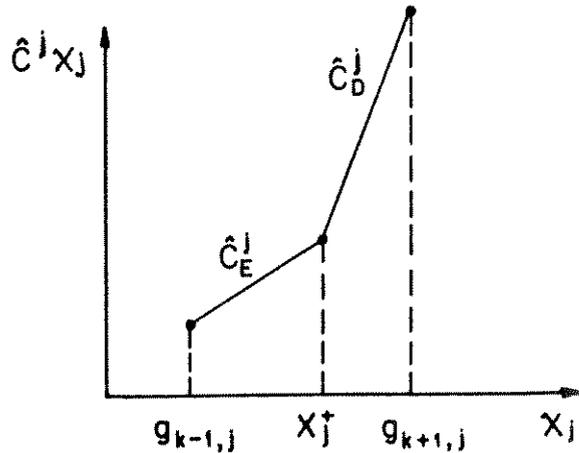


FIG. II.6

se $x_j = x_j^+$ diminuir de valor, $\hat{c}^j(x_j)$ diminuir e conseqüentemente, o valor da função objetivo também diminuir. Logo, x_j^+ tende para $g_{k-1,j}$, como mostra a FIG. II.7

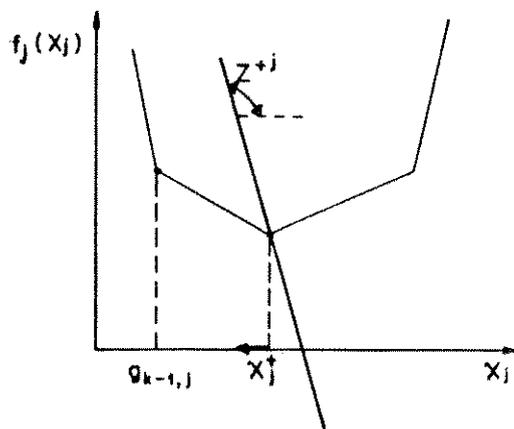


FIG. II.7

C) $c_{k-1}^j < Z^{+j} < c_k^j$

Os custos relativos da variável não-básica x_j^+ , obtidos da equação (9), são mostrados na FIG. II.8, onde $\hat{c}_E^j < 0$ e $\hat{c}_D^j > 0$

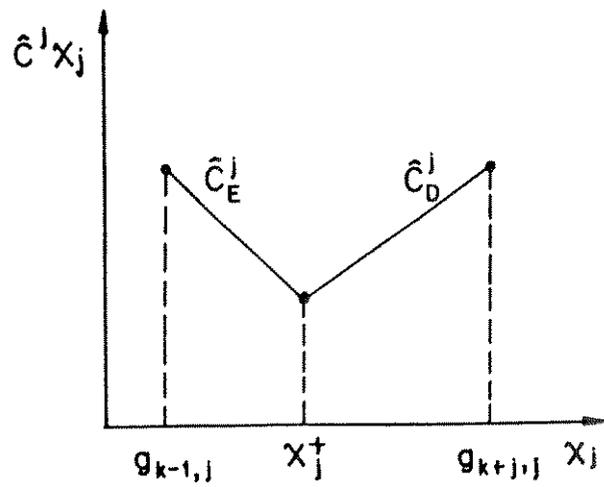


FIG. II.8

Qualquer que seja a variação em torno de $x_j = x_j^+$, a função objetivo terá um acréscimo no seu valor, como mostra a FIG. II.9

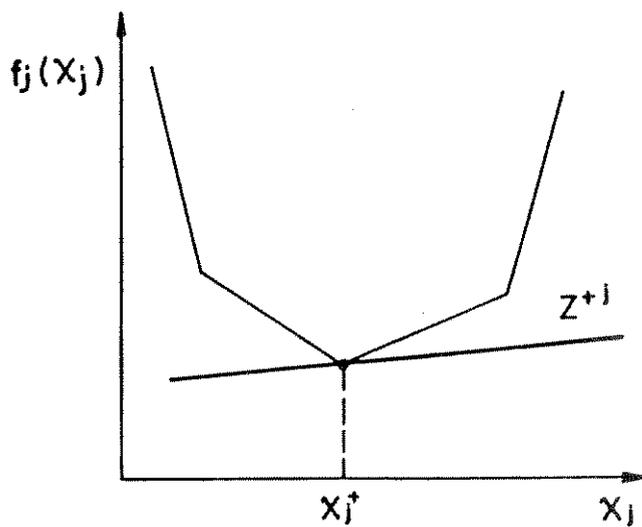


FIG. II.9

Desse modo, a solução x^+ é ótima se

$$c_{k-1}^j < z^j < c_k^j, \quad \forall j, j \in J$$



CRITÉRIO DE OTIMALIDADE

11.3 - UMA ITERAÇÃO DO MÉTODO SIMPLEX PARA A PLP

Seja x_e a variável candidata a entrar na base, definida por um dos casos A) ou B) já mencionados, e suponha que x_e e as variáveis básicas serão alteradas de um valor ϵ que leva uma delas a alcançar um ponto crítico. (para valores ultrapassando este ponto, deixaria de valer a forma preparada (P') referente à solução básica x^+)

Cálculo de ϵ :

* Para a variável x_e , $e \in J$, tem-se

1) se $Z^{+e} > c_k^e > c_{k-1}^e$, x_e vai se deslocar em direção ao próximo ponto crítico à direita. Supondo que x_e alcance o ponto crítico, tem-se

$$\epsilon_e = g_{k+1,e} - g_{k,e} > 0$$

2) se $Z^e < c_{k-1}^e < c_k^e$, x_e se desloca em direção ao próximo ponto crítico à esquerda. Neste caso, supondo que x_e alcance o ponto crítico, obtém-se

$$\epsilon_e = g_{k-1,e} - g_{k,e} < 0$$

* Para as variáveis básicas, o cálculo de ϵ depende dos custos relativos da variável não-básica x_e . Tem-se então os dois casos abaixo:

1) Para os custos relativos à direita e à esquerda negativos, tem-se que x_e caminha para a direita. Então

$$\underline{x}_J = \underline{x}_J^+ + \underline{\epsilon} \quad , \quad \underline{\epsilon} = [0 \dots 0 \underset{\substack{\uparrow \\ \text{posição } e}}{1} 0 \dots 0]^T \quad (11)$$

Da forma preparada (PP), tem-se que

$$\underline{x}_I = \underline{\hat{b}} - \hat{A}^J \underline{x}_J$$

substituindo x_J pelo valor dado em (11), fica

$$\underline{x}_I = \underline{\hat{b}} - \hat{A}^J \underline{x}_J^+ - \hat{A}^J \underline{\epsilon}$$

$$\underline{x}_I = \underline{x}_I^+ - \hat{A}^e \underline{\epsilon}$$

$$x_j = x_j^+ - \hat{A}_j^e \epsilon, \quad j \in I, \quad e \in J$$

a variável básica x_j , $j \in I$, tenderá para o limite inferior ou superior do seu intervalo de definição se $\hat{A}_j^e > 0$ ou $\hat{A}_j^e < 0$, respectivamente

Para x_j , $j \in I$, tendendo para $g_{k,j}$, tem-se

$$\epsilon_j = \frac{g_{k,j} - x_j^+}{\hat{A}_j^e}$$

e tendendo para o limite inferior $g_{k-1,j}$,

$$\epsilon_j = \frac{g_{k-1,j} - x_j^+}{\hat{A}_j^e}$$

2) Para os custos relativos à direita e à esquerda positivos, tem-se que $\underline{x}_J = (\underline{x}_J^+ - \underline{\epsilon})$ e

$$x_j = x_j^+ + \hat{A}_j^e \epsilon, \quad j \in I$$

A variável x_j , $j \in I$, tenderá para o ponto crítico à esquerda se $\hat{A}_j^e < 0$ e se ϵ_j for dado por

$$\epsilon_j = \frac{g_{k+1,j} - x_j^+}{\hat{A}_j^e}$$

e tenderá para o ponto crítico à direita se $\hat{A}_j^e > 0$; neste caso

$$\epsilon_j = \frac{g_{k,j} - x_j^+}{\hat{A}_j^e}$$

O máximo valor do parâmetro ϵ , tal que uma das variáveis básicas ou a variável não-básica, x_e , alcance um ponto crítico, é dado por

$$\epsilon_{MAX} = \text{MIN} (\epsilon_e; \epsilon_j, \forall j \in I)$$

Dois casos podem ocorrer :

1) $\epsilon_{MAX} = \epsilon_e$ - o bloqueio é dado pela variável não-básica que atinge seu ponto crítico $g_{k-1,e}$ ou $g_{k,e}$ se os custos relativos forem positivos ou negativos, respectivamente. Neste caso, não há mudança de base.

1.a) Para os custos relativos negativos, a variável não-básica assume o valor do ponto crítico à direita, conforme a FIG. 11.10

$$x_e = g_{k+1,e}$$

$$x_j = x_j^+ - \epsilon_{MAX} \hat{A}_j^e, \quad x_j \in [g_{k,j}; g_{k+1,j}], \quad j \in I$$

A inclinação de referência não se altera e mudam apenas os custos relativos da variável x_e

$$(c_e^{esq})_{ATUAL} = (c_e^{dir})_{ANTI00}$$

$$(c_e^{dir})_{ATUAL} = c_{k+1,e} - z^{+e}$$

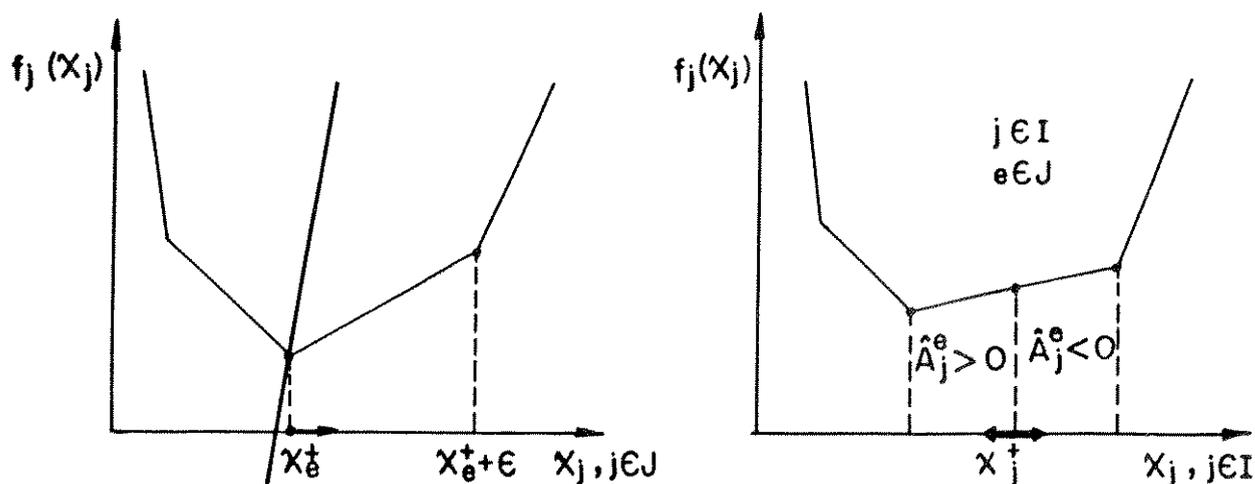


FIG.11.10 - CUSTOS RELATIVOS NEGATIVOS

1.b) Se os custos relativos forem positivos, a variável não-básica assume o valor do ponto crítico à esquerda, conforme a FIG.11.11

$$x_e = g_{k-1,e}$$

$$x_j = x_j^+ - \epsilon_{\text{MAX}} \hat{A}_j^e, x_j \in [g_{k,j}; g_{k+1,j}], j \in I$$

Atualizando os custos relativos, tem-se que

$$(c_e^{\text{dir}})_{\text{ATUAL}} = (c_e^{\text{esq}})_{\text{ANTIGO}}$$

$$(c_e^{\text{esq}})_{\text{ATUAL}} = c_{k-1,e} - z^{+e}$$

Se os novos custos relativos tiverem sinais contrários, deve-se procurar outra variável não-básica candidata a entrar na base.

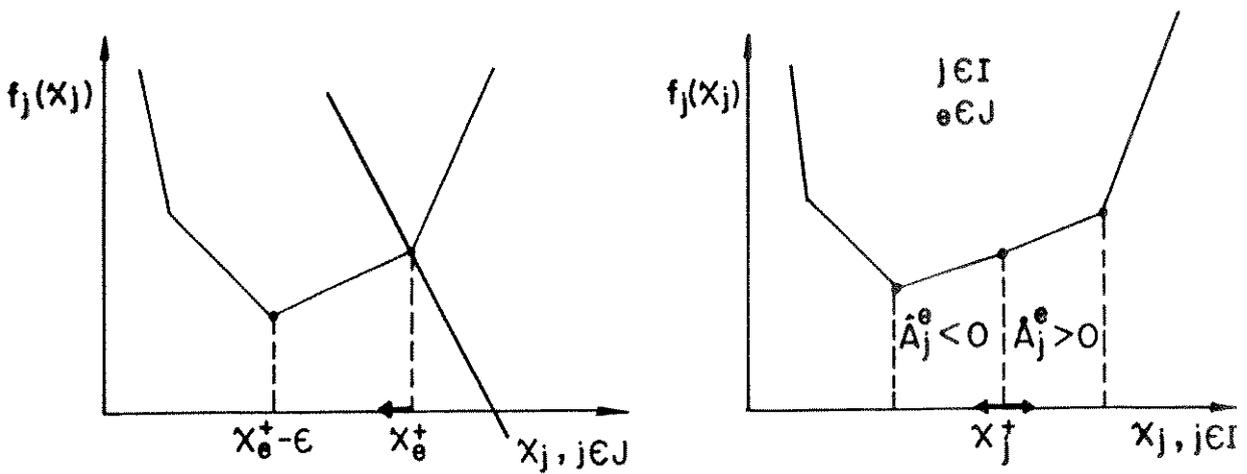


FIG.II.11 - CUSTOS RELATIVOS POSITIVOS

2) $\epsilon_{MAX} = \epsilon_s$, $s \in I \rightarrow$ o bloqueio é dado pela variável básica x_s ; haverá mudança de base e alteração nos valores das variáveis básicas e da variável x_e

$$x_j = x_j^+ - \hat{A}_j^e \epsilon_s, \quad j \in I - (s)$$

A FIG.II.12 ilustra este caso 2), onde a variável básica é a primeira a alcançar um ponto crítico

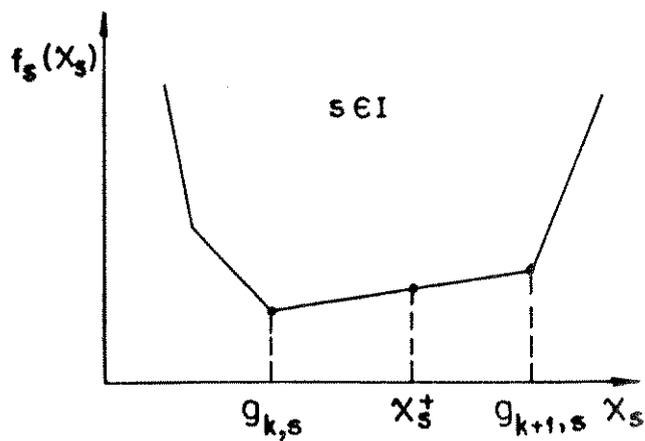


FIG.II.12

Os novos valores das variáveis (básica x_s e não-básica x_e) serão

$$x_s = \begin{cases} g_{k,s} \\ \text{ou} \\ g_{k+1,s} \end{cases}$$

$$x_e = g_{k,e} + \epsilon_s$$

A variável x_e entra na base e sai a variável x_s . Atualiza-se então a base e calcula-se a nova inclinação de referência e os novos custos relativos à esquerda e à direita das variáveis não-básicas.

Continua-se o processo até ser atingida a condição de otimalidade do problema.

* M é o número de arcos existentes na rede

* $p = 1, \dots, P$, quantidade de produtos existentes

* $r(p)$ é o número de rotas factíveis do produto p ; portanto, é igual ao $\text{card}[R(p)]$, sendo $R(p)$ o conjunto de rotas factíveis para o produto p

* $\underline{b} = [b_1, \dots, b_M]^T$, representa a capacidade inicial dos arcos, ou seja, a disponibilidade de cada meio de transmissão em cada galeria

* d^P é a demanda de troncos associada a cada produto

* x_p é o vetor das variáveis de fluxo relativas ao produto p , t é o vetor das variáveis de folga e y é o vetor das variáveis de aumento ou compra.

é fácil verificar que o sistema de restrições (1),(2),(3) possui sempre uma solução factível [21]

As equações (1) e (2) podem ser representadas por

$$B x = \begin{bmatrix} b \\ \text{---} \\ d \end{bmatrix} \quad (4)$$

onde

$$B (M+P, \sum_{p=1}^P r(p)+M+M)$$

$$\underline{x}^T = [x_1^T \ x_2^T \ \dots \ x_3^T \ t^T \ y^T]$$

Separando as variáveis do problema em dois conjuntos de índices I (básico) e J (não-básico) , a expressão (4) pode ser escrita novamente como

$$B^I \underline{x}_I + B^J \underline{x}_J = \begin{bmatrix} b \\ \text{---} \\ d \end{bmatrix} \quad (5)$$

e a solução básica correspondente será representada por

$$\begin{aligned} \underline{x}_J &= 0 \\ \underline{x}_I &= (B^I)^{-1} \begin{bmatrix} b \\ \text{---} \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \text{---} \\ \hat{d} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{6}$$

que será factível se $\underline{x}_I \geq 0$; neste caso, B^I é uma base factível.

III.2 - DEFINIÇÕES E NOTAÇÃO

Considerando o conjunto de restrições (1) ,(2) , define-se

* S_i , $i = 1, \dots, P$, o conjunto de colunas que possuem o coeficiente "1" na posição (M+1)

* S_+ , conjunto de colunas que contêm a matriz +I, de dimensão M , e zeros nas posições (M+1) até (M+P)

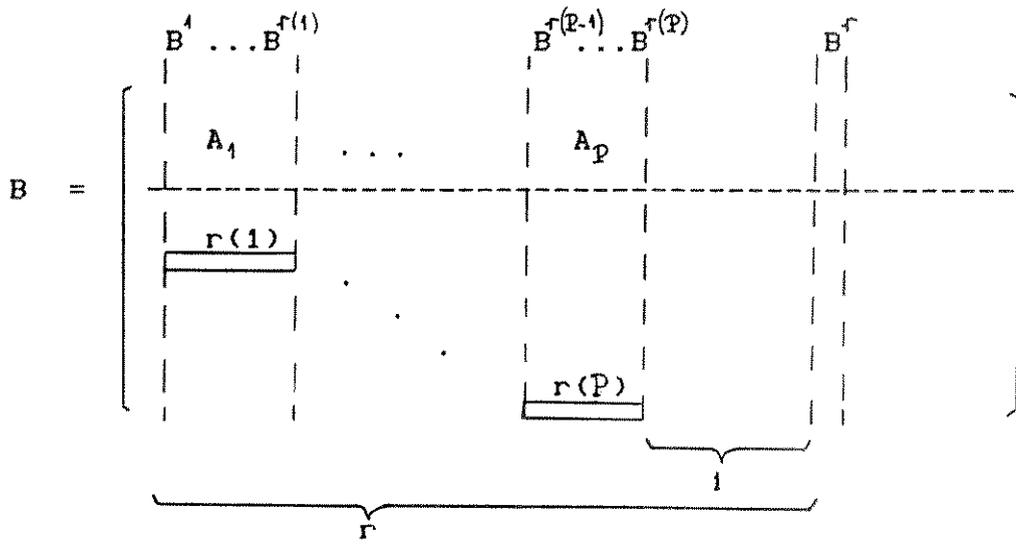
* S_- , conjunto de colunas que contêm a matriz -I , de dimensão M , e zeros nas posições (M+1) até (M+P)

Qualquer base factível de (1),(2) deve incluir pelo menos uma coluna de cada conjunto S_i , $i = 1, \dots, P$ [21],[22]. Escolhendo uma coluna básica de cada conjunto S_i e denominando-a de "COLUNA-CHAVE" , pode-se dividir o conjunto básico I em

I_1 - conjunto de índices das variáveis básicas-chaves

I_2 - conjunto de índices das variáveis básicas não-chaves

Desse modo, as colunas da matriz B^I , de ordem (M+P) , podem ser ordenadas da seguinte forma



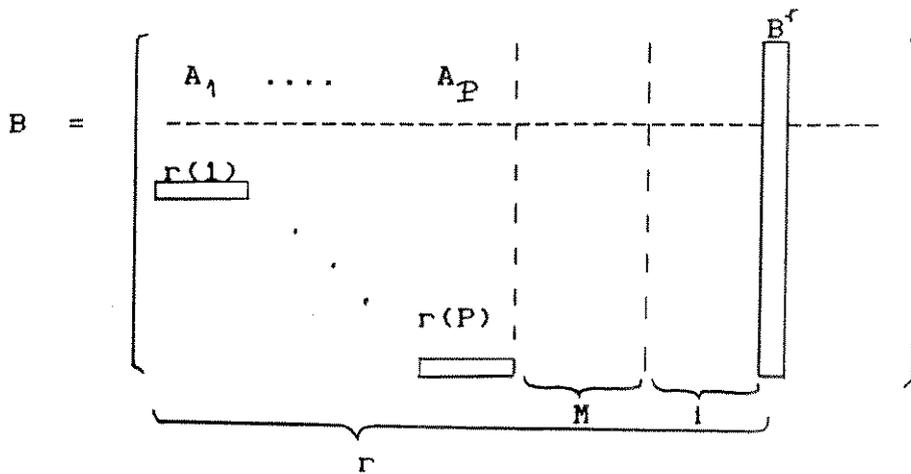
$$B^r = \begin{bmatrix} e_i \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

(9)

$$B^r = [e_i], \quad B^r \in S_t$$

* COMPRA y

$$r = \sum_{p=1}^P r(p) + M + i$$



$$\underline{B}^r = \begin{bmatrix} -e_i \\ \hline 0 \end{bmatrix}$$

(10)

$$B^r = [-e_i] , B^r \in S_y$$

Conforme visto em [21] , a matriz básica B^I (7) pode ser transformada para a forma bloco-triangular , resultando em

$$(B^I)' = \left[\begin{array}{cccc|ccc} A_1^{I_1} & \dots & \dots & A_P^{I_1} & \tilde{A}_N & I_t & -I_y \\ \hline 1 & & & & & & \\ & \cdot & & & & & 0 \\ & & \cdot & & & & \\ & & & 1 & & & \end{array} \right] \quad (11)$$

e

$T = T_{M \times M} = [\tilde{A}_N \quad I_t \quad -I_y]$ é denominada "matriz de trabalho" .

A coluna v de \tilde{A}_N é $(A_P^{I_2} - A_P^{I_1})$, com a coluna v de A_N dada por $A_P^{I_2} \in S_p$

A inversa da matriz de trabalho é fundamental, já que a inversa da matriz básica B^I é dada por : [22]

$$(B^I)^{-1} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} -C'_{P \times M} & T^{-1}_{M \times M} & & I_{P \times P} + C'_{P \times M} & T^{-1}_{M \times M} & A_{M \times P} \\ \hline & T^{-1}_{M \times M} & & & -T^{-1}_{M \times M} & A_{M \times P} \end{array} \right]$$

III.3 - DETERMINAÇÃO DA VARIÁVEL A ENTRAR NA BASE

III.3.1 - Cálculo dos custos relativos para as variáveis não-básicas

Seja o vetor multiplicador $\underline{\lambda} = [\underline{\pi} \quad \underline{\mu}]$, com $\underline{\pi}$ associado às restrições (1) e $\underline{\mu}$ associado às restrições (2)

A forma preparada de (P) em relação à base $I = I_1 \oplus I_2$ é

$$(FP) \left\{ \begin{array}{l} \text{MIN } F - \underline{\lambda} \begin{bmatrix} \underline{b} \\ \underline{d} \end{bmatrix} = [\underline{c}^{I_1} - \underline{\lambda} B^{I_1}] \underline{x}_{I_1} + \quad (12) \\ \quad \quad \quad + [\underline{c}^{I_2} - \underline{\lambda} B^{I_2}] \underline{x}_{I_2} + [\underline{c}^J - \underline{\lambda} B^J] \underline{x}_J \\ \text{s.a.} \\ B^{I_1} \underline{x}_{I_1} + B^{I_2} \underline{x}_{I_2} + B^J \underline{x}_J = \begin{bmatrix} \underline{b} \\ \underline{d} \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

Utilizando as propriedades da programação linear, os custos relativos obtidos são :

- Para as variáveis básicas

* CHAVES

$$\begin{aligned} \hat{c}^{I_1} &= \underline{c}^{I_1} - \underline{\lambda} B^{I_1} = \underline{c}^{I_1} - [\underline{\pi} \quad \underline{\mu}] \begin{bmatrix} A^{I_1} \\ \underline{I} \end{bmatrix} = \\ &= \underline{c}^{I_1} - \underline{\pi} A^{I_1} - \underline{\mu} = \underline{0} \end{aligned} \quad (13)$$

* NÃO-CHAVES

$$\begin{aligned} \hat{c}^{I_2} &= \underline{c}^{I_2} - \underline{\lambda} B^{I_2} = \underline{c}^{I_2} - [\underline{\pi} \quad \underline{\mu}] \begin{bmatrix} T \\ \underline{0} \end{bmatrix} = \\ &= \underline{c}^{I_2} - \underline{\pi} T = \underline{0} \end{aligned} \quad (14)$$

de onde se obtém

$$\underline{\pi} = \underline{c}^{I_2} T^{-1} \quad (15)$$

$$\underline{\mu} = \underline{c}^{I_1} - \underline{\pi} A^{I_1} \quad (16)$$

- Para as variáveis não-básicas

$$\underline{\hat{c}}^J = \underline{c}^J - [\underline{\pi} \quad \underline{\mu}] B^J \quad (17)$$

$$* \hat{c}^j = c^j - \pi B^j - \mu, \text{ para as variáveis de fluxo,}$$

$$\text{com } B^j = [A_{p}^j] \quad (18)$$

$$* \hat{c}^j = -\pi, \text{ para as variáveis de folga} \quad (19)$$

$$* \hat{c}^j = \delta^j + \pi, \text{ para as variáveis de compra} \quad (20)$$

III.3.2 - Variável a entrar na base

A condição para que uma variável não-básica entre na base é dada por

$$\hat{c}^j < 0, \quad j \in J$$

Desse modo, a variável a entrar na base é a variável correspondente a e -ésima coluna da matriz B , sistema (1),(2), tal que

$$\hat{c}^e = \min_{j \in J} (\hat{c}^j / \hat{c}^j < 0) \quad (21)$$

Quando $\hat{c}^j \geq 0$, para todo $j \in J$, a solução básica correspondente é ÓTIMA.

III.4 - REPRESENTAÇÃO DA COLUNA QUE ENTRA NA BASE , B^e , E DO VETOR \underline{b}' , EM RELAÇÃO A BASE ATUAL

A coluna atualizada é dada por

$$\hat{\underline{B}}^e = (B^I)^{-1} \underline{B}^e \quad , \quad e = \hat{j} \hat{p} \text{ (rota } \hat{j} \text{ do produto } \hat{p} \text{)} \quad (22)$$

e a obtenção de cada elemento de $\hat{\underline{B}}^e$ depende das condições abaixo:

* para os P-primeiros componentes , ou seja, a coluna não-básica corresponde a uma variável de fluxo, tem-se

$$\begin{aligned} \hat{B}_i^e &= - \sum_{t \in L(i)} \bar{D}_t^e \quad , \quad 1 \leq i \leq P \quad , \quad i \neq \hat{p} \quad (23) \\ &= 1 - \sum_{t \in L(i)} \bar{D}_t^e \quad , \quad i = \hat{p} \end{aligned}$$

onde

$$\bar{D}^e = T^{-1} [A^e - A_j^{I_1}] \quad , \quad \text{sendo } j \text{ a variável-chave do produto } \hat{p}$$

e

$L(i)$ é o conjunto das colunas não-chaves que pertencem ao produto i

* para os M - últimos componentes

$$\hat{B}_{p+i}^e = \bar{D}_i^e \quad , \quad i = 1, \dots, M \quad (24)$$

A coluna \underline{b}' atualizada, sendo $\underline{b}' = \begin{bmatrix} \underline{b} \\ \text{---} \\ \underline{d} \end{bmatrix}$, fica da seguinte forma

$$\hat{\underline{b}}' = (B^I)^{-1} \begin{bmatrix} \underline{b} \\ \text{---} \\ \underline{d} \end{bmatrix}$$

III.5 - DETERMINAÇÃO DA VARIÁVEL A SAIR DA BASE

Sendo x_e a variável a entrar na base e x_i a variável básica, tem-se

$$x_i = \hat{b}_i^1 - \hat{B}_i^e x_e \quad (25)$$

Se $\hat{B}_i^e \leq 0$, $i = 1, \dots, (M+P)$, x_i cresce e o problema tem solução ilimitada.

Se, entretanto, tiver componentes de \hat{B}_i^e , tal que $\hat{B}_i^e > 0$, x_i só pode diminuir até zero e a equação (25) fica

$$0 = \hat{b}_i^1 - \hat{B}_i^e x_e$$

$$x_e = \left[\frac{\hat{b}_i^1}{\hat{B}_i^e} \right]$$

Desse modo, o máximo que x_e pode variar tal que o problema seja factível é

$$\text{MIN}_{\hat{B}_i^e > 0} \left[\frac{\hat{b}_i^1}{\hat{B}_i^e} \right] = \frac{\hat{b}_s^1}{\hat{B}_s^e} = \theta \quad (26)$$

Portanto, a variável x_s vai sair da base, e a nova base I' será

$$I' = I + (e) - (s)$$

III.6 - ATUALIZAÇÃO DOS VALORES DAS VARIÁVEIS BÁSICAS

A variável que entra na base, x_e , estará na posição s da base e como $x_e = \theta$, os novos valores das variáveis básicas são dados por

$$(\hat{b}_s)_{\text{ATUAL}} = \theta$$

$$(\hat{b}_i)_{\text{ATUAL}} = (\hat{b}_i)_{\text{ANTIGO}} - \hat{B}_i^e \theta, \quad i = 1, \dots, (M+P), \\ i \neq s$$

Estes valores podem também ser obtidos através da inversa da base de trabalho, cuja atualização depende da variável x_s , que pode ser chave ou não-chave.

III.7 - ATUALIZAÇÃO DA INVERSA DA BASE DE TRABALHO

CASO 1 - a variável x_s é não-chave

A coluna que sai da base pertence à base de trabalho; assim, pode haver a troca direta das colunas correspondentes a x_e e a x_s que a estrutura bloco angular não será alterada.

Então, a coluna que entra na base estará na posição

$$B^r, \quad r = K + i_2, \quad 1 \leq i_2 \leq M, \quad \text{e é dada por}$$

$$\tilde{B}^e = \begin{cases} B^e, & \text{se } x_e \text{ é uma variável de folga ou aumento} \\ [A^e - A_j^{I_1}], & \text{se } x_e \text{ é variável de fluxo e } j \\ & \text{a variável chave do produto } \hat{p} \end{cases}$$

A base de trabalho precisa ser atualizada, fazendo o pivoteamento no elemento i_2 de \hat{B}^e (24) e, para isso, utilizando a forma produto

$$(T^{-1})_{\text{ATUAL}} = E (T^{-1})_{\text{ANTIGO}}$$

onde E é uma matriz elementar de ordem M , cuja coluna i_2 é dada por

$$\text{coluna } i_2 \text{ de } E \left\{ \begin{array}{l} - \frac{\hat{e}}{B_{i_1}} \\ \hline \hat{e} \\ B_{i_2} \\ 1 \\ \hline \hat{e} \\ B_{i_2} \end{array} \right. , \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, M, \quad i \neq i_2 \\ \\ \\ \\ \\ i = i_2 \end{array}$$

Será necessário atualizar também os vetores multiplicadores π e μ .

CASO 2 - x_s é uma variável-chave

2.A) As variáveis x_e e x_s pertencem ao mesmo produto p

Se houver uma variável básica não-chave pertencente ao produto p , efetua-se a troca da coluna correspondente a esta variável com a da variável x_s . Desse modo, as atualizações necessárias podem ser efetuadas como no CASO 1

Caso contrário, é feita a troca direta entre as colunas correspondentes a x_e e x_s ; neste caso, a base de trabalho e o vetor π não se alteram e somente um componente do vetor μ , associado à posição da variável x_s na base, é alterado.

2.B) As variáveis x_e e x_s pertencem a produtos diferentes

Não pode haver a troca direta de x_s com x_e , pois a estrutura bloco-diagonal não pode ser alterada. Como deve haver pelo menos uma variável de cada produto na base [21], após a saída de x_s haverá, no mínimo, uma variável não-chave pertencente ao mesmo produto de x_s . Faz-se a troca das colunas correspondentes e a variável x_s torna-se básica não-chave, resultando num caso idêntico ao CASO 1.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [01] OLIVEIRA, G.C. - "Um Problema de Planejamento de Redes Telefônicas", Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, 1975.
- [02] NAKAGAWA, J.M. - "Planejamento de Sistemas Telefônicos : Alocação de Centros de Fios", Tese de Mestrado, UNICAMP/FEC/DEE, 1984.
- [03] CARLSON Fº, C.M. - "Planejamento de Sistemas Telefônicos : Plano de Interligação e Cronograma de Implantação de Estações Urbanas", Tese de Mestrado, UNICAMP/FEC/DEE, 1984.
- [04] FRAISLEBEM, F. - "Evolução Dinâmica de Cortes de Área em Redes Telefônicas Urbanas", Tese de Mestrado, UNICAMP/FEC/DEE, 1984.
- [05] TIBA, C.R.; SOLON, L.R.; UEHARA, J.M. - "Otimização do Entroncamento Local", Relatório Interno, TELESP, 1981.
- [06] MORENO, A.O. - "Planejamento de Redes Telefônicas : Determinação do Circuito de Junção", Tese de Mestrado, ITA, 1974.
- [07] GARCIA, A.S. - "Planejamento do Entroncamento em Redes Telefônicas Urbanas em Processo de Digitalização", Tese de Doutorado, UNICAMP/FEC/DEE, 1987.
- [08] BAZARAA, M.; JARVIS, J.J. - "Linear Programming and Network Flows", John Wiley, 1977.
- [09] SHIBATA, M. - "Otimização do Investimento a Curto Prazo em Redes de Transmissão Telefônicas de Áreas Multi-Centrais" Tese de Mestrado, UNICAMP/IMECC, 1981.
- [10] REIS, A.C.F. - "Aplicações de Modelos de Programação Combinatória ao Problema de Expansão de Redes Telefônicas", Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, 1979.

- [11] AUTHIÉ, G. - "Otimização em Grafos", UNICAMP, 1976.
- [12] McCALLUM, C.J. - "A Generalized Upper Bounding Approach to a Communications Network Planning Problem", Network , 7, pp 1-23, 1977.
- [13] MINOUX, M.; SERREAUULT, J.Y. - "Synthese Optimale D'un Réseaux de Telecommunication avec Contraintes de Sécurité- Annales de Télécommunication, 36, nº 3-4, 1981.
- [14] SERREAUULT, J.Y.; MINOUX, M. - "Le Programme d'Admissibilité Avec Contraintes de Sécurité et Couts de Mutation : Application Aux Réseaux de Transmission Mistes" - Annales de Télécommunication, 36, nº 1-2, 1980.
- [15] GARCIA, A.S., TAVARES, H.M.F.; RIBEIRO, R.V.; BIM, T.M.F.- "Uma Metodologia para Otimização de Roteamento de troncos em Redes Telefônicas Urbanas com Segurança", II CLAIO , Buenos Aires, 1984.
- [16] YODINE, D.; GOLSTEIN, E. - "Problèmes Particuliers de la Programmation Linéaire", MIR, 1973.
- [17] GARCIA, A.S. - "Método Dual Simplex para Problemas com Critério Linear por Partes", Tese de Mestrado, UNICAMP/IMECC 1978.
- [18] FERREIRA, E.P. - "Programação Linear Por Partes : Método Primal-Dual", Tese de Mestrado, UNICAMP/FEC/DEE, 1979.
- [19] BIM, T.M.F.; GARCIA, A.S.; RIBEIRO, R.V.; TAVARES, H.M.F.- "Uma Extensão do Método Generalized Upper Bound (GUB) para Programação Linear por Partes", 6º Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional, São José dos Campos, 1983.
- [20] GARCIA, A.S.; RIBEIRO, R.V. - "PORRUS-PORULP : Uma Metodologia Otimizante para Cálculo de Roteamento a Longo Prazo

com Segurança", Revista TELEBRAS, pp.49-59, junho 1984.

[21] LASDON, L.S. - "Optimization Theory for Large Systems, MacMillan, NY, 1970.

[22] RIBEIRO, R.V. - "Estudos em Programação Linear", Tese de Doutorado, UNICAMP/FEC, 1980.