

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
Dept. de SISTEMAS E CONTROLE DE ENERGIA

A POTÊNCIA COMPLEXA INSTANTÂNEA
APLICADA ÀS MÁQUINAS ELÉTRICAS
TRIFÁSICAS

Orientador: Mauro Sérgio Miskulin †

Este exemplar corresponde à versão final da tese
defendida por Dalgerti Leles Milanez
Julgada em 11/93 pela Comissão
[Assinatura] Orientador

Tese apresentada à Faculdade de
Engenharia Elétrica da Universidade
Estadual de Campinas como parte dos
requisitos para a obtenção do título de
"DOUTOR EM ENGENHARIA
ELÉTRICA"

DALGERTI LELIS MILANEZ ⁵⁸⁹

CM000384804

CAMPINAS - NOVEMBRO DE 1993

À minha esposa, por ser parte da
minha alma.

Aos meus pais, em agradecimento.

Aos meus filhos, para estimulá-los à
luta, com a graça de Deus.

AGRADECIMENTOS

- Ao Mauro Sérgio Miskulin pela orientação.
- Ao DSCE-FEE-UNICAMP e ao DEE-FEIS-UNESP pelo apoio.

A POTÊNCIA COMPLEXA INSTANTÂNEA APLICADA ÀS MÁQUINAS ELÉTRICAS TRIFÁSICAS

RESUMO

Desenvolve-se, neste trabalho, a teoria da Potência Reativa de Akagi et al., utilizando-se a álgebra exponencial complexa e a definição de Potência Complexa Instantânea apresentada por Torrens .

Apresenta-se uma terminologia para os novos conceitos de potência, e define-se uma nova grandeza: A Potência Complexa Distorciva Instantânea.

A teoria é aplicada ao estudo do fluxo de potência em um gerador de indução auto-excitado.

Desta forma, obtém-se um avanço na compreensão dos significados físicos das potências desenvolvidas nas máquinas elétricas trifásicas, e de circuitos elétricos em geral.

Interpreta-se vetorialmente a compensação de reativos apresentada por Akagi.

O modelo matemático do sistema foi obtido e simulado digitalmente.

Vários ensaios foram realizados em laboratório e os resultados comparados com os da simulação digital.

Os resultados da simulação poderão direcionar novas pesquisas, abrindo-se um novo horizonte para a aplicação da teoria.

ABSTRACT

The Akagi's Instantaneous Reactive Power Theory was developed using complex exponential algebra and the definition of Instantaneous Complex Power by Torrens.

It is presented a terminology for the new concepts of power and a new definition of power: The Instantaneous Complex Distortion Power.

A better understanding of the physical meanings for the power flow on three-phase electrical machines and electrical circuits, in general, was achieved.

The reactive power compensation proposed by Akagi was interpreted in a vectorial form.

A digital simulation of the proposed mathematical model is presented.

Many results were obtained in the laboratory and compared with those obtained by simulation.

The laboratory and simulation results presented may direct new researches on this field and may open a new horizon for the theory application.

CONTEÚDO

	Página
Capítulo I.....	001
Introdução.....	001
Capítulo II.....	004
Os Conceitos Usuais de Potência Elétrica em Circuitos de Corrente Alternada.....	004
Capítulo III.....	006
Os Conceitos de Potência Elétrica Apresentados por Akagi	006
Capítulo IV.....	013
A Potência Complexa Instantânea.....	013
4.1. A Representação Vetorial de Tensões e Correntes em Circuitos de Corrente Alternada em Regime Permanente Senoidal.....	013
4.2. A Representação Vetorial de Tensões e Correntes em Regime Permanente Não-Senoidal e Transitórios.....	015
4.3. Definições e Propriedades da Potência Complexa Instantânea.....	017
4.4. Aplicação da Potência Complexa Instantânea aos Sistemas Trifásicos sem o Condutor Neutro.....	021
4.5. Método Prático para Obtenção da Potência Complexa Instantânea em Termos de Grandezas de Linha.....	025
Capítulo V.....	034
Modelagem da Máquina de Indução Trifásica Utilizando-se a Álgebra Vetorial.....	034
5.1. A Operação como Motor.....	034

5.2. A Operação como Gerador.....	038
Capítulo VI.....	041
Interpretação do Significado Físico da Potência Complexa Instantânea Desenvolvida em um Bipolo Linear RL para o Caso de Tensão Senoidal e Corrente Não-Senoidal.....	041
Capítulo VII.....	049
Interpretação da Teoria de Akagi e Compensação da Potência Complexa Instantânea.....	049
Capítulo VIII.....	052
Aplicação da Teoria ao Estudo do Comportamento da Máquina de Indução Trifásica.....	052
8.1 Determinação do Fluxo de Potência na Máquina de Indução Trifásica com Rotor em Curto-Circuito.....	052
8.2. Interpretação do Significado Físico das Potências Consumidas pela Máquina.....	056
Capítulo IX.....	060
Parte Experimental.....	060
9.1. O Sistema Montado em Laboratório.....	060
9.2. "Hardware".....	062
9.3 "Software".....	062
9.4. Simulação Digital e Ensaio de Laboratório.....	064
9.5. Processo de Auto-Excitação do Gerador.....	066
9.6. Aplicação de Cargas.....	075
Capítulo X.....	085
Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros.....	085

10.1.Considerações Gerais.....	086
Bibliografia.....	087
Apêndice 1 - Levantamento dos Parâmetros da Máquina.....	088
Apêndice 2 - Listagem do Programa para Simulação do Sistema Gerador-Carga.....	098

LISTA DE SÍMBOLOS

a, b, c	designação das fases do sistema trifásico
a	operador vetor unitário, $e^{j \frac{2\pi}{3}}$
$\alpha' - \beta'$	plano real definido pelos eixos α' e β'
$\alpha - \beta$	plano complexo definido pelos eixos α e β
\tilde{V}, \tilde{I}	vetores instantâneos representativos da tensão e corrente
\dot{V}, \dot{I}	amplitudes complexas (fasores) dos vetores instantâneos
V, I	amplitudes dos vetores instantâneos da tensão e corrente
α, β	quando usados como sub-índice designam a projeção dos vetores nestes eixos.
$(\alpha' - \beta')$	quando usado como sub-índice designa o plano em que o vetor é definido
$(\alpha - \beta)_a$	sub-índice que designa o plano com o eixo α coincidente com o eixo do enrolamento da fase a
r, s	sub-índices que designam grandezas referidas ao rotor e estator, respectivamente
3ϕ	sub-índice que designa grandezas trifásicas
v	tensão instantânea
i	corrente instantânea
α	ângulo de fase das amplitudes complexas
ϕ	ângulo instantâneo dos vetores espaciais ou de defasagem destes vetores
w	velocidade angular dos vetores instantâneos
w_m	velocidade angular mecânica
\tilde{S}	potência complexa instantânea
\tilde{C}	potência complexa resultante instantânea
\tilde{P}	potência complementar instantânea
P	potência real instantânea

Q	potência imaginária instantânea
p	potência instantânea convencional
\bar{P}	potência ativa convencional
\bar{Q}	potência reativa convencional
\bar{S}	potência complexa convencional
\tilde{H}	potência complexa distorciva instantânea
\bar{H}	potência distorciva convencional
ψ	fluxo magnético instantâneo
Ψ	vetor fluxo magnético instantâneo
R	resistência
L	indutância
C	capacitância

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

As primeiras informações sobre potência reativa datam de 1888. As explicações dadas por Stanley e Shallemberger ainda são encontradas em livros textos e normas de engenharia. Após 1888, transcorreram-se mais de 40 anos para o pleno reconhecimento da potência reativa e do fator de potência, com a colaboração de Steinmetz, Houston, Kennely, Iliovici, Budeanu, Emde, Knowlton e Fortescue.

Ainda hoje, em circuitos elétricos com formas de onda não-senoidais, as definições de potência reativa e distorciva tem sido muito criticadas; principalmente no que se refere aos significados físicos. As informações que trazem não são satisfatórias para serem usadas em projetos de compensadores.

Não existe um consenso, na comunidade de engenheiros, para definições de aceitação universal de potências em circuitos com formas de onda não-senoidais [1].

No que se refere às potências em regime transitório, muito pouco se encontra na literatura.

Nos últimos anos, uma nova teoria sobre a potência reativa vem sendo delineada: A Teoria da Potência Reativa Instantânea introduzida por Akagi et al. [2]. Esta encontra-se bem estabelecida como instrumento de controle de reativos, porém, de difícil interpretação.

Tendo em vista a inexistência de uma teoria geral sobre a potência elétrica, o desenvolvimento teórico, aqui apresentado, iniciou-se com o objetivo de obter-se uma formalização matemática

para a descrição do processo de armazenamento de energia eletromagnética num sistema gerador de indução auto-excitado.

Utiliza-se a definição da Potência Complexa Instantânea apresentada por Torrens [3], que emprega a álgebra exponencial complexa, aplicando-a aos vetores espaciais instantâneos que representam as grandezas elétricas em máquinas de corrente alternada trifásicas, em quaisquer regimes de operação, sem componentes de sequência zero [2,4,9,10].

O emprego da álgebra exponencial complexa constitui-se em uma nova abordagem da teoria da Potência Reativa Instantânea de Akagi e proporciona um aprofundamento desta teoria.

Ver-se-á que a denominação de "Teoria da Potência Reativa Instantânea" é inadequada.

A potência distorciva, nos sistemas com ondas não-senoidais, é analisada e propõem-se uma nova definição: A Potência Complexa Distorciva Instantânea.

A determinação da Potência Complexa Instantânea, utilizando-se as equações dinâmicas das máquinas trifásicas, facilita a análise do fluxo de potência destas e amplia o horizonte de aplicação da teoria; restrito, no momento, à compensação de reativos.

São obtidas as expressões das potências desenvolvidas em máquinas de indução trifásica, e o caso de alimentação com onda de tensão senoidal e corrente não-senoidal é analisado.

Comenta-se sobre a compensação da potência reativa e da potência distorciva proposta por Akagi.

Foi montado em laboratório um sistema constituído de um gerador de indução auto-excitado, tendo como carga uma ponte retificadora não controlada, alimentando um resistor.

Projetou-se e construiu-se um sistema de amostragem de dados, baseado em microcomputador, com a interface para a transformação dos sinais análogos em digitais.

Obteve-se o modelo matemático do sistema, o qual foi simulado digitalmente e os resultados comparados com os dos ensaios em laboratório.

Apresenta-se, este trabalho, como uma contribuição a uma teoria mais abrangente sobre a potência elétrica, que considere os casos de regimes permanentes senoidais, não-senoidais e transitórios.

Os assuntos foram divididos da seguinte forma:

No capítulo 2, faz-se um breve comentário sobre os conceitos usuais de potência.

No capítulo 3, apresentam-se os novos conceitos de potência de Akagi.

No capítulo 4, apresentam-se as definições de potência de Torrens, e estendem-se os seus conceitos aos sistemas trifásicos em quaisquer regimes de operação.

Apresenta-se a modelagem matemática da máquina de indução trifásica e do sistema gerador-carga, no capítulo 5.

No capítulo 6, visando a aplicação da teoria à máquina de indução, faz-se uma análise em um bipolo linear R, L .

No capítulo 7, interpreta-se, de forma mais aprofundada, as potências definidas por Akagi apresentadas no capítulo 3.

No capítulo 8, aplica-se a teoria à máquina de indução trifásica, e os resultados são apresentados no capítulo 9.

Finalmente, no capítulo 10, apresentam-se as conclusões e algumas sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO II

OS CONCEITOS USUAIS DE POTÊNCIA ELÉTRICA EM CIRCUITOS DE CORRENTE ALTERNADA.

Em circuitos elétricos de corrente alternada, as definições de potência ativa e reativa usuais se aplicam aos casos de regime permanente senoidal. Tratando-se de regime permanente não-senoidal, decompõem-se as ondas de tensão e corrente em série de Fourier e aplicam-se as definições de potência, acima referidas, aos pares de harmônicas de mesma ordem. A consideração dos pares de harmônicas de ordens diferentes leva à definição da potência distorciva. Desta forma, a análise dos casos não-senoidais reduz-se, nos sistemas lineares, aos casos senoidais.

A potência elétrica instantânea fornecida a um bipolo constituído de elementos armazenadores e consumidores de energia, em regime permanente senoidal, é uma forma de onda senoidal, assimétrica em relação ao eixo dos tempos, com o dobro da frequência da onda de tensão e corrente.

Na análise convencional, decompõem-se esta forma de onda em uma reta paralela ao eixo dos tempos, definida pelo valor médio da potência instantânea e duas componentes senoidais, simétricas em relação ao mesmo.

A potência ativa é definida como sendo esse valor médio da potência instantânea fornecida (ou recebida) pelos bipolos. Fisicamente, é o valor médio da taxa de energia que é transformada em calor por efeito joule, ou em trabalho mecânico nas máquinas de conversão eletromecânica de energia.

Define-se a potência reativa como a amplitude de uma das componentes senoidais denominada de potência reativa instantânea,

que é a taxa da energia que oscila entre os elementos armazenadores do bipolo e da fonte.

A definição da potência reativa tem a finalidade de quantizar a energia armazenada no sistema, na forma oscilante, que não é transformada em calor ou em trabalho útil.

Esta energia é necessária para a manutenção dos campos magnéticos (ou elétricos) das máquinas de conversão eletromecânica de energia.

As técnicas de compensação de reativos, normalmente, têm por objetivo limitar o fluxo dessa energia a áreas restritas do sistema, eliminando o seu fluxo por todo o sistema, o que acarreta perdas indesejáveis por efeito joule.

Tendo em vista, desta forma, o fenômeno do fluxo de energia em sistemas operando em regime permanente senoidal, pretende-se, neste trabalho, desenvolverem-se as bases para uma teoria mais abrangente, que considere o fluxo de potência internamente ao sistema elétrico, e o fluxo entre o sistema elétrico e as fontes externas, para os casos de regimes permanentes não-senoidais e transitórios.

CAPÍTULO III

OS CONCEITOS DE POTÊNCIA ELÉTRICA APRESENTADOS POR AKAGI

Com o aumento, nos últimos anos, dos circuitos chaveados de eletrônica de potência e, conseqüentemente, das formas de onda de tensão e corrente não-senoidais, a compensação da potência reativa passou a ser um problema mais complexo devido à potência harmônica presente nos sistemas.

Os trabalhos de Akagi, Kanagawa e Nabae [2], significaram um avanço na teoria da potência elétrica no sentido de que não apenas os estados de regime permanente não-senoidal mas, também, os regimes transitórios, passaram a ser analisados.

A teoria por eles introduzida, denominada de "Teoria da Potência Reativa Instantânea", apresentada de forma resumida a seguir, conduziu a uma técnica de projeto de compensadores para a potência reativa devida à componente fundamental da tensão e corrente, bem como das potências distorcivas.

Os significados físicos, porém, são de difícil interpretação devido à abordagem algébrica utilizada.

Seja a seguinte expressão matricial, definida por Akagi, para os componentes do vetor espacial instantâneo, representativo da tensão, em um sistema de coordenadas no plano real α' - β' , de um sistema trifásico sem o condutor neutro, em termos das grandezas de fase:

$$\begin{bmatrix} v_{\alpha'} \\ v_{\beta'} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Esta transformação é invariante em potência.

A mesma transformação pode ser aplicada às correntes de fase.

Akagi definiu um sistema de coordenadas α' - β' no plano real, e o eixo imaginário perpendicular a este plano; fato este, que provavelmente o conduziu a uma abordagem escalar da sua teoria.

No próximo capítulo, será apresentada outra forma de transformação, porém semelhante, normalmente utilizada no estudo de transitórios de máquinas elétricas. Com esta transformação, as denominações de vetores espaciais instantâneos ficam melhor justificadas, por serem definidos de forma análoga aos vetores que representam as forças magnetomotrizes e os fluxos magnéticos; os quais são vetores espaciais (usualmente toma-se o plano complexo definido pelo sistema de coordenadas α - β fixo no estator, com o eixo α coincidente com o eixo do enrolamento de uma das fases) [2,4].

Os vetores tensão e corrente, entretanto, representam grandezas temporais, e os vetores força magnetomotriz e fluxo magnético representam grandezas espaciais e temporais simultaneamente.

Tendo-se portanto as tensões e correntes de um sistema trifásico em termos de suas coordenadas no plano real, α' - β' , pode-se verificar que a potência instantânea trifásica, dada por

$$p_{3\phi} = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \quad (3.2)$$

é igual à potência real instantânea definida pela seguinte expressão:

$$P_{3\phi} = V_{\alpha'} I_{\alpha'} + V_{\beta'} I_{\beta'} \quad (3.3)$$

Visando a definição da potência reativa instantânea, os autores definem a potência imaginária instantânea por:

$$Q_{3\phi} = -V_{\beta'} I_{\alpha'} + V_{\alpha'} I_{\beta'} \quad (3.4)$$

A definição do sistema de coordenadas, α' - β' , no plano real e a representação da potência imaginária em um eixo perpendicular a este plano, considerado um eixo imaginário, é pouco significativa e não usual.

Akagi abandona o tratamento vetorial passando a trabalhar com as grandezas na forma escalar, o que dificulta as interpretações dos significados físicos.

A seguir, apresentam-se a suas demonstrações :

As potências real e imaginária trifásicas instantâneas, $P_{3\phi}$ e $Q_{3\phi}$, dadas pelas expressões (3.3 e 3.4) podem ser colocadas na forma matricial seguinte:

$$\begin{bmatrix} P_{3\phi} \\ Q_{3\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{\alpha'} & V_{\beta'} \\ -V_{\beta'} & V_{\alpha'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{\alpha'} \\ I_{\beta'} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

de onde podem ser obtidas as correntes:

$$\begin{bmatrix} I_{\alpha'} \\ I_{\beta'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{\alpha'} & V_{\beta'} \\ -V_{\beta'} & V_{\alpha'} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} P_{3\phi} \\ Q_{3\phi} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

as quais podem ser decompostas da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} I_{\alpha'} \\ I_{\beta'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{\alpha'} & V_{\beta'} \\ -V_{\beta'} & V_{\alpha'} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} P_{3\phi} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{\alpha'} & V_{\beta'} \\ -V_{\beta'} & V_{\alpha'} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ Q_{3\phi} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

ou seja,

$$\begin{bmatrix} I_{\alpha'} \\ I_{\beta'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{P\alpha'} \\ I_{P\beta'} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{Q\alpha'} \\ I_{Q\beta'} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

portanto, podem ser distinguidas as seguintes componentes de corrente:

corrente ativa instantânea do eixo α' :

$$I_{P\alpha'} = \frac{V_{\alpha'}}{V_{\alpha'}^2 + V_{\beta'}^2} P_{3\phi} \quad (3.9)$$

corrente reativa instantânea do eixo α' :

$$I_{Q\alpha'} = \frac{-V_{\beta'}}{V_{\alpha'}^2 + V_{\beta'}^2} Q_{3\phi} \quad (3.10)$$

corrente ativa instantânea do eixo β' :

$$I_{P\beta'} = \frac{V_{\beta'}}{V_{\alpha'}^2 + V_{\beta'}^2} P_{3\phi} \quad (3.11)$$

corrente reativa instantânea do eixo β' :

$$I_{Q\beta'} = \frac{V_{\alpha'}}{V_{\alpha'}^2 + V_{\beta'}^2} Q_{3\phi} \quad (3.12)$$

A potência real, $P_{3\phi}$, pode ser decomposta em potência real do eixo α' , $P_{3\phi_{\alpha'}}$, e potência real do eixo β' , $P_{3\phi_{\beta'}}$, usando-se (3.5) e (3.7):

$$P_{3\phi} = P_{3\phi_{\alpha'}} + P_{3\phi_{\beta'}} \quad (3.13)$$

ou seja,

$$\begin{aligned}
 P_{3\phi} &= \frac{V_{\alpha'}^2}{V_{\alpha'}^2 + V_{\beta'}^2} P_{3\phi} + \frac{V_{\beta'}^2}{V_{\alpha'}^2 + V_{\beta'}^2} P_{3\phi} + \\
 &+ \frac{-V_{\alpha'} V_{\beta'}}{V_{\alpha'}^2 + V_{\beta'}^2} Q_{3\phi} + \frac{V_{\alpha'} V_{\beta'}}{V_{\alpha'}^2 + V_{\beta'}^2} Q_{3\phi} \quad (3.14)
 \end{aligned}$$

onde são denominadas:

potência ativa instantânea do eixo α' :

$$P_{3\phi P_{\alpha'}} = \frac{V_{\alpha'}^2}{V_{\alpha'}^2 + V_{\beta'}^2} P_{3\phi} \quad (3.15)$$

potência reativa instantânea do eixo α' :

$$P_{3\phi Q_{\alpha'}} = \frac{-V_{\alpha'} V_{\beta'}}{V_{\alpha'}^2 + V_{\beta'}^2} Q_{3\phi} \quad (3.16)$$

potência ativa instantânea do eixo β' :

$$P_{3\phi P_{\beta'}} = \frac{V_{\beta'}^2}{V_{\alpha'}^2 + V_{\beta'}^2} P_{3\phi} \quad (3.17)$$

potência reativa instantânea do eixo β' :

$$P_{3\phi Q_{\beta'}} = \frac{\frac{V_{\alpha'}^2}{2} - \frac{V_{\beta'}^2}{2}}{V_{\alpha'} + V_{\beta'}} \quad Q_{3\phi} \quad (3.18)$$

A soma de (3.16) e (3.18) é igual a zero e denomina-se,

potência reativa instantânea :

$$P_{3\phi Q} = P_{3\phi Q_{\alpha'}} + P_{3\phi Q_{\beta'}} = 0 \quad (3.19)$$

As expressões 3.10 e 3.12, podem ser reescritas da seguinte forma:

$$I_{Q_{\alpha'}} = \frac{-V_{\beta'}}{V'^2} \quad Q_{3\phi} \quad (3.20)$$

$$I_{Q_{\beta'}} = \frac{V_{\alpha'}}{V'^2} \quad Q_{3\phi} \quad (3.21)$$

Do que foi exposto, as seguintes observações foram feitas por Akagi:

1) A soma das potências instantâneas, $P_{3\phi P_{\alpha'}}$ e $P_{3\phi P_{\beta'}}$, é igual à potência ativa trifásica instantânea nos circuitos trifásicos; portanto, foram denominadas de potências ativas instantâneas.

2) As potências instantâneas, $P_{3\phi Q_{\alpha'}}$ e $P_{3\phi Q_{\beta'}}$, são iguais e de sinais opostos, e não contribuem para o fluxo de potência instantânea da fonte para a carga e foram, por isto,

denominadas de potências reativas instantâneas.

A estratégia de Akagi constitui-se em projetar um compensador, que forneça a corrente:

$$\tilde{I}_{c0} = - \tilde{I}_0 \quad (3.22)$$

cujas componentes podem ser calculadas pela expressão abaixo, derivada das expressões (3.20) e (3.21).

$$\begin{bmatrix} I_{c0\alpha'} \\ I_{c0\beta'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V\alpha' & V\beta' \\ -V\beta' & V\alpha' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -Q_3\phi \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

O compensador não fornece potência ativa e, portanto, não necessita de elementos armazenadores de energia.

Estas conclusões não são óbvias. Há necessidade de uma teoria onde estes conceitos possam ser melhor firmados.

Com este propósito, serão adotadas, neste trabalho, as definições de potência de Torrens, e o plano real α' - β' , definido por Akagi, será tratado como plano complexo.

CAPÍTULO IV

A POTÊNCIA COMPLEXA INSTANTÂNEA.

Antes de serem apresentadas as definições de Torrens, faz-se necessária uma revisão das formas de representação das tensões e correntes nos circuitos de corrente alternada.

4.1. A REPRESENTAÇÃO VETORIAL DE TENSÕES E CORRENTES EM CIRCUITOS DE CORRENTE ALTERNADA EM REGIME PERMANENTE SENOIDAL.

Considerem-se, inicialmente, os vetores girantes convencionais que representam tensões e correntes em circuitos monofásicos em regime permanente senoidal, na forma exponencial complexa, funções do tempo, fixado um sistema de coordenadas α, β , no plano complexo :

$$\tilde{V} = \dot{V} e^{j\omega t} \quad (4.1)$$

e

$$\tilde{I} = \dot{I} e^{j\omega t} \quad (4.2)$$

Estes vetores possuem amplitudes e velocidades angulares constantes.

Suas projeções no eixo real, fornecem as respectivas funções senoidais do tempo:

$$v = V \cos (wt + \alpha_v) \quad (4.3)$$

$$i = I \cos (wt + \alpha_i) \quad (4.4)$$

As amplitudes complexas,

$$\dot{V} = V e^{j\alpha_V} \quad (4.5)$$

e

$$\dot{I} = I e^{j\alpha_I} \quad (4.6)$$

são denominadas fasores (usualmente as amplitudes destes é tomada como sendo o valor eficaz).

Na análise de circuitos elétricos em corrente alternada, a utilização dos fasores possibilita a transformação das equações diferenciais de tensão e corrente em equações algébricas, funções da frequência angular ω .

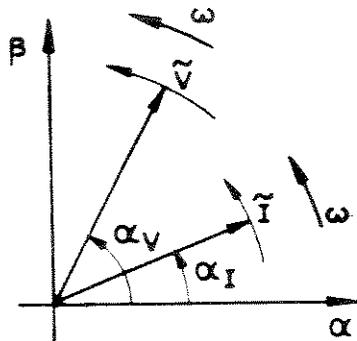


Fig. 4.1- Representação no plano complexo α - β , dos vetores temporais, \tilde{V} e \tilde{I} , para circuitos em regime permanente senoidal.

4.2. A REPRESENTAÇÃO VETORIAL DE TENSÕES E CORRENTES EM REGIME PERMANENTE NÃO-SENOIDAL E TRANSITÓRIOS.

A seguir, estes vetores representativos de tensão e corrente, são generalizados para circuitos operando em quaisquer regimes, considerando-se suas amplitudes e velocidades angulares, como variáveis funções do tempo. Pelas justificativas apresentadas no capítulo anterior, serão denominados, de agora em diante, de vetores espaciais instantâneos, quando forem obtidos pela expressão (3.1) ou similar; e, simplesmente, de vetores instantâneos, quando forem mais genéricos.

Podem ser representados no plano complexo α - β na forma polar (Figura 4.2):

$$\tilde{V} = V e^{j\phi_V} \quad (4.7)$$

$$\tilde{I} = I e^{j\phi_I} \quad (4.8)$$

sendo suas velocidades angulares dadas respectivamente por:

$$w_V = \frac{d}{dt} \phi_V \quad (4.9)$$

$$w_I = \frac{d}{dt} \phi_I \quad (4.10)$$

ou, na forma cartesiana:

$$\tilde{V} = V\alpha + j V\beta \quad (4.11)$$

$$\tilde{I} = I\alpha + j I\beta \quad (4.12)$$

As especificações desses vetores devem ser tais que:

$$v = \text{Real} \{ \tilde{V} \} \quad (4.13)$$

$$i = \text{Real} \{ \tilde{I} \} \quad (4.14)$$

Deve-se observar, agora, a variação de suas amplitudes para os procedimentos de derivação e integração.

Poderão ser definidos para circuitos monofásicos, associando-se às variáveis destes, que são funções reais do tempo, as suas correspondentes funções exponenciais complexas.

Esta nova abordagem poderá possibilitar a análise das potências desenvolvidas em conversores estáticos monofásicos, ou polifásicos, considerando-se as suas equações de tensões e correntes da mesma forma que serão abordadas para as máquinas elétricas neste trabalho.

Um estudo de conversores utilizando-se esta nova metodologia é uma proposta para trabalhos futuros.

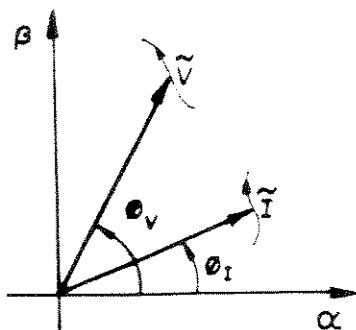


Fig. 4.2- Representação no plano complexo α - β , dos vetores instantâneos \tilde{V} e \tilde{I} .

Será conveniente definir-se, também, o valor eficaz instantâneo para a tensão:

$$V_{\text{ef}} = \frac{V}{\sqrt{2}} \quad (4.15)$$

e, de forma análoga, o mesmo para a corrente.

Esta definição de valor eficaz não tem o mesmo significado físico que a convencional. Pode ser interpretada, numa aproximação, como o valor eficaz de uma onda senoidal, considerando-se os transitórios como uma sequência infinita de pontos de equilíbrio em regime permanente senoidal.

Ver-se-á, no capítulo 9, que essa suposição apresenta uma boa aproximação visto que os transitórios estudados se processam, na sua maior parte do tempo, com frequência constante e variação lenta das amplitudes das variáveis de estado (apresentam a forma senoidal com amplitude variável no tempo).

4.3. DEFINIÇÕES E PROPRIEDADES DA POTÊNCIA COMPLEXA INSTANTÂNEA

Utiliza-se a álgebra exponencial complexa nas expressões das potências definidas por Torrens [3], ressaltando-se a sua simplicidade na conversão das variáveis complexas para variáveis reais e vice-versa; bem como, a facilidade de integração e diferenciação daquelas em relação ao tempo.

Utilizando-se as representações de tensão e corrente, do capítulo anterior, a seguir aplicam-se as definições de potência elétrica de Torrens, para circuitos em quaisquer regimes de operação, observando-se que são funções complexas do tempo; pois

as amplitudes e velocidades dos vetores da tensão e corrente são variáveis funções do tempo.

A potência complexa instantânea fornecida a um bipolo, é dada pelo produto vetorial:

$$\tilde{S} = \frac{1}{2} \tilde{V} \tilde{I}^* \quad (4.16)$$

(Deve-se observar que esta definição é exemplificada por Torrens para circuitos monofásicos em regime permanente senoidal, e nenhuma referência é feita à utilização dos vetores espaciais \tilde{V} e \tilde{I}).

Pode-se denominar de potência complementar instantânea à seguinte expressão:

$$\tilde{\Gamma} = \frac{1}{2} \tilde{V} \tilde{I} \quad (4.17)$$

E de potência complexa resultante instantânea à soma vetorial:

$$\tilde{C} = \tilde{S} + \tilde{\Gamma} \quad (4.18)$$

A potência real instantânea vem a ser a parte real de \tilde{S} :

$$P = \text{Real} \{ \tilde{S} \} \quad (4.19)$$

e a potência imaginária instantânea, a parte imaginária de \tilde{S} :

$$Q = \text{Imag} \{ \tilde{S} \} \quad (4.20)$$

Portanto, escreve-se a potência complexa instantânea na seguinte forma cartesiana:

$$\tilde{S} = P + j Q \quad (4.21)$$

Alternativamente, os resultados podem ser obtidos considerando-se as potências na forma escalar, como vem sendo feito por Akagi e outros, e apresentados no capítulo 3. Porém, perdem-se de vista conceitos importantes que serão vistos neste trabalho.

Para os casos de regime permanente senoidal a expressão (4.16) é constante; sendo \tilde{S} a potência complexa convencional e P e Q respectivamente as potências ativas e reativas convencionais que serão representadas por \bar{S} , \bar{P} e \bar{Q} .

As definições da potência complementar e resultante instantâneas permitem a obtenção imediata da potência instantânea convencional:

Potência instantânea:

$$p = \text{Real} \{ \tilde{C} \} = v i \quad (4.22)$$

Como pode ser demonstrado a seguir:

Sendo

$$\tilde{S} = \frac{1}{2} \tilde{V} \tilde{I}^* = \frac{1}{2} V e^{j\phi_V} I e^{-j\phi_I} = \frac{1}{2} V I e^{j(\phi_V - \phi_I)} \quad (4.23)$$

$$\tilde{\Gamma} = \frac{1}{2} \tilde{V} \tilde{I} = \frac{1}{2} V I e^{j(\phi_V + \phi_I)} \quad (4.24)$$

a potência complexa resultante instantânea é dada por:

$$\tilde{C} = \tilde{S} + \tilde{I} = \frac{1}{2} V I e^{j\phi v} (e^{j\phi I} + e^{-j\phi I}) \quad (4.25)$$

ou

$$\tilde{C} = V I e^{j\phi v} \cos \phi I \quad (4.26)$$

Tomando-se a parte real, tem-se finalmente:

$$p = \text{Real} \{ \tilde{C} \} = V \cos \phi v I \cos \phi I = v i \quad (4.27)$$

A potência aparente instantânea é dada por:

$$S = \frac{1}{2} V I \quad (4.28)$$

É útil a definição do fator de potência instantâneo:

$$\text{FPI} = \frac{P}{S} = \cos \phi \quad (4.29)$$

que é igual ao cosseno do ângulo da defasagem instantânea, ϕ , entre \tilde{V} e \tilde{I} .

Serão de maior interesse, nesse trabalho, a potência complexa instantânea e suas partes real e imaginária.

A representação gráfica da potência complexa resultante instantânea, para o caso de circuitos monofásicos em regime permanente senoidal, é dada na figura 4.3:

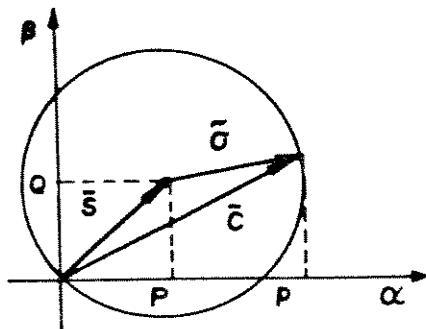


Fig. 4.3- Representação da potência complexa resultante instantânea e de suas componentes, para o caso de circuitos monofásicos em regime permanente senoidal.

No próximo capítulo, estas definições de potência são extendidas aos sistemas trifásicos sem o condutor neutro.

O condutor neutro pode ser considerado; porém, este caso não será analisado no presente trabalho.

4.4. APLICAÇÃO DA POTÊNCIA COMPLEXA INSTANTÂNEA AOS SISTEMAS TRIFÁSICOS SEM O CONDUTOR NEUTRO.

Na análise do comportamento transitório das máquinas elétricas trifásicas utiliza-se, normalmente, a transformação a seguir [4] (no plano complexo α - β):

$$\begin{bmatrix} v_{\alpha} \\ v_{\beta} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Usualmente esta expressão é dada na forma vetorial:

$$\tilde{V} = \frac{2}{3} (v_a + a v_b + a^2 v_c) \quad (4.31)$$

onde a é o operador vetor unitário:

$$a = e^{j \frac{2\pi}{3}} \quad (4.32)$$

Esta transformação, embora não invariante em potência, tem a propriedade de que as projeções dos vetores espaciais instantâneos nos eixos dos enrolamentos das máquinas trifásicas, são os respectivos valores instantâneos das grandezas que estes representam, como pode ser verificado facilmente:

A projeção de um vetor, \tilde{I} , em uma determinada direção, \tilde{R} , sendo,

$$\tilde{R} = e^{j\phi_R} \quad (4.33)$$

é dada por (recordando-se a fórmula de Euler):

$$\text{Real} \{ \tilde{I} \tilde{R}^* \} = (\tilde{I} \tilde{R}^* + \tilde{I}^* \tilde{R}) / 2 = I \cos (\phi_I - \phi_R) \quad (4.34)$$

Portanto, a projeção de \tilde{I} , por exemplo, na direção do eixo da fase b, ou seja, i_b , direção esta dada por :

$$a = e^{j \frac{2\pi}{3}} \quad (4.35)$$

(fazendo-se o eixo α coincidir com o eixo do enrolamento da fase a).

obtém-se da seguinte forma:

$$i_b = \text{Real} \{ \tilde{I} a^* \} = \text{Real} \left\{ \frac{2}{3} (i_a + a i_b + a^2 i_c) a^2 \right\} \quad (4.36)$$

ou

$$i_b = \frac{2}{3} [i_a \text{Real} \{ a^2 \} + i_b + i_c \text{Real} \{ a \}] \quad (4.37)$$

sendo

$$a^* = a^2, \quad (4.38)$$

$$a a^2 = 1, \quad (4.39)$$

e

$$\text{Real} \{ a^2 \} = \text{Real} \{ a \} = -\frac{1}{2} \quad (4.40)$$

Considerando-se a ausência do condutor neutro, tem-se:

$$i_a + i_b + i_c = 0 \quad (4.41)$$

verifica-se que a equação (4.37) é uma identidade.

Dar-se-á preferência à transformação (4.30), neste trabalho, alternativamente à transformação (3.1), por conduzir aos resultados práticos de medição utilizando-se o teorema de Blondel, que serão apresentados na sessão 4.5, e pela sua aplicação imediata às equações dinâmicas da máquina.

Considerando-se que existem as seguintes relações:

$$\tilde{V}_{(\alpha', \beta')} = \sqrt{\frac{3}{2}} \tilde{V}_{(\alpha, \beta)} \quad (4.42)$$

e

$$\tilde{I}_{(\alpha', \beta')} = \sqrt{\frac{3}{2}} \tilde{I}_{(\alpha, \beta)} \quad (4.43)$$

define-se a potência complexa instantânea trifásica como:

$$\tilde{S}_3\phi = \tilde{V}_{(\alpha', \beta')} \tilde{I}_{(\alpha', \beta')}^* \quad (4.44)$$

ou, no plano complexo α - β , (será omitido o subíndice α, β quando não houver possibilidade de confusão)

$$\tilde{S}_3\phi = \frac{3}{2} \tilde{V} \tilde{I}^* \quad (4.45)$$

Os sistemas trifásicos assimétricos em regime permanente senoidal, após as transformações (3.1) ou (4.30), comportam-se de forma semelhante aos sistemas simétricos em regime permanente com conteúdo harmônico, no que se refere às trajetórias das extremidades dos vetores que representam as variáveis de estado.

Nestes casos, as potências reais e imaginárias instantâneas são oscilantes.

A figura 4.3 pode ser utilizada tanto para representar, nos sistemas simétricos, a potência resultante instantânea em cada fase, ou a potência trifásica.

A compensação da potência distorciva e do desequilíbrio entre fases tem como meta a obtenção de trajetórias circulares para a extremidade do vetor \tilde{C} como mostra esta figura. Isto ficará melhor evidenciado até o final deste trabalho.

Pode-se interpretar que a expressão

$$\tilde{S} = \frac{1}{2} \tilde{V} \tilde{I}^* \quad (4.46)$$

é a potência desenvolvida na fase cujo eixo é tomado como referência para o sistema de coordenadas α - β ; no caso de sistemas simétricos, tendo-se em mente que é um terço da potência trifásica, como pode ser demonstrado:

A potência real instantânea trifásica, obtém-se por:

$$P_{3\phi} = \text{Real} \{ \tilde{S}_{3\phi} \} \quad (4.47)$$

que é igual à potência instantânea trifásica, $p_{3\phi}$, convencional,

$$p_{3\phi} = P_{3\phi} = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \quad (4.48)$$

Seja a potência complexa instantânea na fase a.

$$\tilde{S}_a = \frac{1}{2} \tilde{V}_a \tilde{I}_a^* \quad (4.49)$$

As coordenadas cartesianas de \tilde{V}_a são dadas a seguir (utilizando-se a transformação (4.30) e lembrando-se a ausência do condutor neutro):

$$V_{a\alpha} = v_a \quad (4.50)$$

e

$$V_{a\beta} = \frac{1}{\sqrt{3}} (2 v_b + v_a) \quad (4.51)$$

($I_{a\alpha}$ e $I_{a\beta}$, obtém-se de forma semelhante)

A expressão (4.50) é uma conclusão imediata devido à propriedade do vetor \tilde{V} com relação às suas projeções.

portanto,

$$\tilde{S}_a = \frac{1}{2} (V_{a\alpha} + j V_{a\beta}) (I_{a\alpha} - j I_{a\beta}) \quad (4.52)$$

realizando-se o produto e tomando-se a parte real obtém-se:

$$P_a = \frac{1}{2} \left\{ v_a i_a + \frac{1}{\sqrt{3}} (2 v_b + v_a) \frac{1}{\sqrt{3}} (2 i_b + i_a) \right\} \quad (4.53)$$

desenvolvendo-se esta expressão, tem-se:

$$P_a = \frac{1}{3} (v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c) \quad (4.54)$$

ou seja,

$$P_{3\phi} = 3 P_a \quad (4.55)$$

A potência imaginária instantânea trifásica obtém-se tomando-se a parte imaginária de $\tilde{S}_{3\phi}$:

$$Q_{3\phi} = \text{Imag} \{ \tilde{S}_{3\phi} \} \quad (4.56)$$

desta expressão deduz-se, de forma análoga, a expressão

correspondente em termos das variáveis instantâneas de fase:

$$Q_{3\phi} = \frac{\sqrt{3}}{3} (v_b i_a - v_a i_b) \quad (4.57)$$

Em regime permanente senoidal, a potência imaginária é a soma dos valores máximos das potências reativas instantâneas das três fases.

Como já foi referido na sessão 4.2, os transitórios do gerador de indução se processam, por um grande intervalo de tempo, à frequência constante, com variação apenas das amplitudes das variáveis de estado. Sendo assim, pode-se considerar o processo transitório como um sequência de estados de equilíbrio em regime permanente senoidal e, portanto, a potência imaginária pode ser interpretada como a soma dos valores máximos da potência reativa instantânea das três fases desenvolvidas em cada estado de equilíbrio.

Ver-se-á que, com frequência constante, a potência imaginária é proporcional à energia armazenada no sistema; portanto, pode ser interpretada como uma grandeza que mede a energia instantânea armazenada no sistema.

Desenvolvendo-se a expressão (4.45) e tomando-se a sua parte real, tem-se:

$$P_{3\phi} = \frac{3}{2} (V_{\alpha} I_{\alpha} + V_{\beta} I_{\beta}) \quad (4.58)$$

e, tomando-se a sua parte imaginária,

$$Q_{3\phi} = \frac{3}{2} (-V_{\beta} I_{\alpha} + V_{\alpha} I_{\beta}) \quad (4.59)$$

Demonstra-se, desta forma, que as expressões (3.3) e (3.4), de Akagi, podem ser obtidas a partir da definição da potência complexa instantânea, através do uso da álgebra exponencial complexa.

Estas expressões podem ser aplicadas para a obtenção das potências fornecidas a qualquer carga trifásica.

No próximo capítulo, apresenta-se um método prático para a obtenção da potência complexa instantânea utilizando-se as grandezas de linha e o teorema de Blondel

4.5. MÉTODO PRÁTICO PARA OBTENÇÃO DA POTÊNCIA COMPLEXA INSTANTÂNEA EM TERMOS DE GRANDEZAS DE LINHA.

Tomando-se o plano complexo (α, β) fixo no estator, com o eixo real, α , coincidente com o eixo do enrolamento da fase a os vetores espaciais instantâneos para tensão e corrente podem ser definidos, supondo-se os enrolamentos ligados em estrela, da seguinte forma, em termos das grandezas de linha :

Tensão :

$$\tilde{V}_{(\alpha, \beta)_a} = \frac{2}{3} (v_{ab} + a v_{bc} + a^2 v_{ca}) \quad (4.60)$$

Corrente :

$$\tilde{I}_{(\alpha, \beta)_a} = \frac{2}{3} (i_a + a i_b + a^2 i_c) \quad (4.61)$$

na forma exponencial,

$$\tilde{V}_{(\alpha, \beta)_a} = V e^{j\phi v} \quad (4.62)$$

$$\tilde{I}_{(\alpha,\beta)a} = I e^{j\phi I} \quad (4.63)$$

onde v_{ab} , v_{bc} , v_{ca} e i_a , i_b , i_c são os valores instantâneos das tensões e correntes de linha.

De forma análoga, são definidas as variáveis do rotor e os fluxos magnéticos. Porém, aqui, não serão utilizadas.

Considerando-se que:

$$\tilde{V}_{ab} = \tilde{V}_{(\alpha,\beta)a} \quad (4.64)$$

e, através de transformações de coordenadas, com a rotação de (α, β) , fazendo-se o eixo α coincidir, respectivamente, com os eixos dos enrolamentos das fases b e c do estator,

$$\tilde{V}_{bc} = \tilde{V}_{(\alpha,\beta)b} = \tilde{V}_{(\alpha,\beta)a} e^{-j\frac{2\pi}{3}} \quad (4.65)$$

$$\tilde{V}_{ca} = \tilde{V}_{(\alpha,\beta)c} = \tilde{V}_{(\alpha,\beta)a} e^{j\frac{2\pi}{3}} \quad (4.66)$$

$$\tilde{I}_a = \tilde{I}_{(\alpha,\beta)a} \quad (4.67)$$

$$\tilde{I}_b = \tilde{I}_{(\alpha,\beta)b} = \tilde{I}_{(\alpha,\beta)a} e^{-j\frac{2\pi}{3}} \quad (4.68)$$

$$\tilde{I}_c = \tilde{I}_{(\alpha,\beta)c} = \tilde{I}_{(\alpha,\beta)a} e^{j\frac{2\pi}{3}} \quad (4.69)$$

Na forma cartesiana, sejam as seguintes representações:

$$\tilde{V}_{ab} = V_{ab\alpha} + j V_{ab\beta} \quad (4.70)$$

$$\tilde{V}_{bc} = V_{bc\alpha} + j V_{bc\beta} \quad (4.71)$$

$$\tilde{V}_{ca} = V_{ca\alpha} + j V_{ca\beta} \quad (4.72)$$

$$\tilde{I}_a = I_{a\alpha} + j I_{a\beta} \quad (4.73)$$

$$\tilde{I}_b = I_{b\alpha} + j I_{b\beta} \quad (4.74)$$

$$\tilde{I}_c = I_{c\alpha} + j I_{c\beta} \quad (4.75)$$

Considerando-se que:

$$V_{ab} + V_{bc} + V_{ca} = 0 \quad (4.76)$$

e, devido à ausência do condutor neutro,

$$i_a + i_b + i_c = 0 \quad (4.77)$$

as componentes reais e imaginárias da tensão e corrente são dadas por:

$$V_{ab\alpha} = V_{ab} \quad (4.78)$$

$$V_{ab\beta} = \frac{1}{\sqrt{3}} (V_{ab} + 2V_{bc}) \quad (4.79)$$

$$I_{a\alpha} = i_a \quad (4.80)$$

$$I_{a\beta} = \frac{1}{\sqrt{3}} (i_a + 2i_b) \quad (4.81)$$

Pode-se constatar a aplicabilidade do Teorema de Blondel:

"Em um sistema trifásico sem o condutor neutro, são suficientes dois wattômetros e dois varômetros na medição das potências ativa e reativa".

Sejam os wattômetros fictícios P_1 e P_2 e os varômetros Q_1 e Q_2 , os quais podem ser ligados de forma a obterem-se:

Potência real instantânea trifásica:

$$P_{3\phi} = P_1 + P_2 \quad (4.82)$$

$$P_1 = \text{Real} \left\{ \frac{1}{2} \tilde{V}_{ab} \tilde{I}_a^* \right\} \quad (4.83)$$

$$P_2 = \text{Real} \left\{ \frac{1}{2} \tilde{V}_{cb} \tilde{I}_c^* \right\} \quad (4.84)$$

Potência imaginária instantânea trifásica:

$$Q_{3\phi} = Q_1 + Q_2 \quad (4.85)$$

$$Q_1 = \text{Img} \left\{ \frac{1}{2} \tilde{V}_{ab} \tilde{I}_a^* \right\} \quad (4.86)$$

$$Q_2 = \text{Img} \left\{ \frac{1}{2} \tilde{V}_{cb} \tilde{I}_c^* \right\} \quad (4.87)$$

Utilizando-se as notações definidas anteriormente, e, realizando-se o produto, obtém-se:

$$P_1 = \frac{1}{2} (V_{ab\alpha} I_{a\alpha} + V_{ab\beta} I_{a\beta}) \quad (4.88)$$

$$P_2 = \frac{1}{2} (-V_{bc\alpha} I_{c\alpha} - V_{bc\beta} I_{c\beta}) \quad (4.89)$$

$$Q_1 = \frac{1}{2} (-V_{ab\alpha} I_{a\beta} + V_{ab\beta} I_{a\alpha}) \quad (4.90)$$

$$Q_2 = \frac{1}{2} (V_{bc\alpha} I_{c\beta} - V_{bc\beta} I_{c\alpha}) \quad (4.91)$$

Estas expressões podem ser utilizadas para o cálculo das potências real e imaginária trifásicas.

Desenvolvendo-se estas expressões, obtém-se as potências real e imaginária instantâneas trifásicas, em termos de grandezas instantâneas de fase:

$$P_3\phi = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \quad (4.92)$$

$$Q_3\phi = \sqrt{3} (v_b i_a - v_a i_b) \quad (4.93)$$

Por outro lado, o teorema de Blondel pode ser demonstrado da seguinte forma:

Colocando-se as variáveis de linha na expressões (4.83) e (4.84), em termos das variáveis de fase, obtém-se para as potências reais:

$$P_1 = \text{Real} \left\{ \frac{1}{2} (\tilde{V}_a - \tilde{V}_b) \tilde{I}_a^* \right\} \quad (4.94)$$

$$P_2 = \text{Real} \left\{ \frac{1}{2} (\tilde{V}_c - \tilde{V}_b) \tilde{I}_c^* \right\} \quad (4.95)$$

donde, obtém-se:

$$P_1 + P_2 = \text{Real} \left\{ \frac{3}{2} \tilde{V}_a \tilde{I}_a^* \right\} \quad (4.96)$$

De forma análoga, pode-se aplicar o teorema de Blondel para obter-se a potência imaginária.

CAPÍTULO V

MODELAGEM DA MÁQUINA DE INDUÇÃO TRIFÁSICA UTILIZANDO-SE A ÁLGEBRA VETORIAL.

O sistema exemplificado constitui-se de uma máquina de indução excitada por um banco de capacitores, alimentando uma carga resistiva, através de uma ponte retificadora não controlada.

O banco de capacitores, a ponte retificadora e o resistor são representados por uma reatância capacitiva e uma resistência em paralelo. No caso de pontes controladas, demonstra-se que podem ser representados por reatâncias e resistências equivalentes [6].

Apenas os transitórios eletromagnéticos são considerados.

5.1. A OPERAÇÃO COMO MOTOR

As equações de tensão para cada fase do estator são escritas como segue [4]:

$$v_{sa} = R_{s_a} i_{sa} + \frac{d}{dt} \psi_{s_a} \quad (5.1)$$

$$v_{sb} = R_{s_b} i_{sb} + \frac{d}{dt} \psi_{s_b} \quad (5.2)$$

$$v_{sc} = R_{s_c} i_{sc} + \frac{d}{dt} \psi_{s_c} \quad (5.3)$$

e para o rotor, escritas em termos das grandezas do rotor referidas ao estator, tem-se:

$$v_{ra} = R_{r_a} i_{ra} + \frac{d}{dt} \psi_{r_a} \quad (5.4)$$

$$v_{rb} = R_{r_b} i_{rb} + \frac{d}{dt} \psi_{r_b} \quad (5.5)$$

$$v_{rc} = R_{r_c} i_{rc} + \frac{d}{dt} \psi_{r_c} \quad (5.6)$$

O fluxo concatenado com o enrolamento da fase a é dado por:

$$\psi_{s_a} = L_s i_{s_a} + L_{aa} i_{ra} + L_{ab} i_{rb} + L_{ac} i_{rc} \quad (5.7)$$

As expressões do fluxo para as fases b e c são semelhantes.

Para escrever-se as equações (5.1)- (5.3) na forma vetorial, em termos dos vetores espaciais instantâneos, deve-se multiplicar a equação (5.1) por $2/3$, a equação (5.2) por $2a/3$, a equação (5.3) por $2a^2/3$ e somá-las membro a membro:

Desta forma, tendo-se em vista a transformação (4.30), tem-se a equação resultante para o estator referida ao plano α - β fixo no estator (sistema de coordenadas estacionário), tomando-se o eixo α coincidente com o eixo do enrolamento da fase a:

$$\tilde{V}_s = R_s \tilde{I}_s + \frac{d}{dt} \tilde{\Psi}_s \quad (5.8)$$

Para o rotor, com o mesmo procedimento, obtém-se:

$$\tilde{V}_r = R_r \tilde{I}_r + \frac{d}{dt} \tilde{\Psi}_r - j\omega_m \tilde{\Psi}_r \quad (5.9)$$

onde:

$$\tilde{I}_s = \frac{(\tilde{\Psi}_s - k_2 \tilde{\Psi}_r)}{L_s'} \quad (5.10)$$

$$\tilde{I}_r = \frac{(\tilde{\Psi}_r - k_1 \tilde{\Psi}_s)}{L_r'} \quad (5.11)$$

$$\tilde{\Psi}_s = (L_s \tilde{I}_s + L_{sr} \tilde{I}_r) \quad (5.12)$$

$$\tilde{\Psi}_r = (L_{sr} \tilde{I}_s + L_r \tilde{I}_r) \quad (5.13)$$

e

$\tilde{\Psi}_s$ -fluxo resultante concatenado com as bobinas do estator.

$\tilde{\Psi}_r$ -idem, com as bobinas do rotor.

\tilde{V}_s -tensão terminal resultante do estator.

R_s -resistência do estator.

R_r -resistência do rotor.

L_s -indutância própria resultante do enrolamento do estator

L_{aa} -indutância própria do enrolamento da fase a

L_{ab} -indutância mútua entre os enrolamentos da fase a e b

L_s' -indutância transitória do estator.

L_r' -idem, do rotor

k_1 -fator de acoplamento do estator

k_2 -idem, do rotor

ω_m - velocidade angular do rotor

Como, tratando-se de máquina com rotor em curto-circuito,

$$\tilde{V}_r = 0 \quad (5.14)$$

e, utilizando-se a notação:

$$\tilde{I}_r = I_r e^{j\phi I_r} \quad (5.15)$$

tem-se da expressão (5.9):

$$\frac{d}{dt} \tilde{\Psi}_r = -R_r \tilde{I}_r + j\omega_m \tilde{\Psi}_r \quad (5.16)$$

As equações (5.8) e (5.16) podem ser colocadas na forma de equações de estado.

O comportamento do motor de indução pode ser obtido pela integração, portanto, do seguinte sistema de equações de estado na forma vetorial :

$$\frac{d}{dt} \begin{vmatrix} \tilde{\Psi}_s \\ \tilde{\Psi}_r \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -R_s/L_s' & k_2 R_s/L_s' \\ k_1 R_r/L_r' & -R_r/L_r' + j\omega_r \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \tilde{\Psi}_s \\ \tilde{\Psi}_r \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix} \tilde{V}_s \quad (5.17)$$

5.2. A OPERAÇÃO COMO GERADOR

A equação de tensões para a associação paralela do capacitor C e do resistor R, é dada por:

$$\tilde{V}_s = - \frac{\tilde{I}_s}{\left(\frac{1}{R} + C p\right)} \quad (5.18)$$

onde p é o operador:

$$p = \frac{d}{dt} \quad (5.19)$$

ou, em termos de fluxos magnéticos, substituindo-se \tilde{I}_s pela expressão (5.10), tem-se:

$$\tilde{V}_s = - \frac{R}{L_s'} \frac{\tilde{\Psi}_s - k_2 \tilde{\Psi}_r}{(1 + RC p)} \quad (5.20)$$

Isolando-se a derivada 1.^a da tensão, tem-se mais uma linha para a equação matricial :

$$d/dt \begin{vmatrix} \tilde{\Psi}_s \\ \tilde{\Psi}_r \\ \tilde{V}_s \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -R_s / L_s' & k_2 R_s / L_s' & 1 \\ k_1 R_r / L_r' & -R_r / L_r' + j\omega_m & 0 \\ -1 / C L_s' & k_2 / C L_s' & -1 / RC \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \tilde{\Psi}_s \\ \tilde{\Psi}_r \\ \tilde{V}_s \end{vmatrix} \quad (5.21)$$

Que são as equações de estado, na forma vetorial, do sistema completo.

Tratam-se de sistemas de equações não lineares devido a não linearidade da indutância de magnetização L_{sr} .

Suas resoluções podem ser obtidas por métodos numéricos, ou utilizando-se um computador analógico.

As resistências e as indutâncias de dispersão foram assumidas constantes.

Para levar em conta a não linearidade da indutância de magnetização, construiu-se uma tabela (bloco 103 do diagrama de blocos), e a indutância é calculada a cada passo de integração, em função do valor eficaz da corrente de magnetização.

Na página seguinte tem-se o diagrama de blocos:

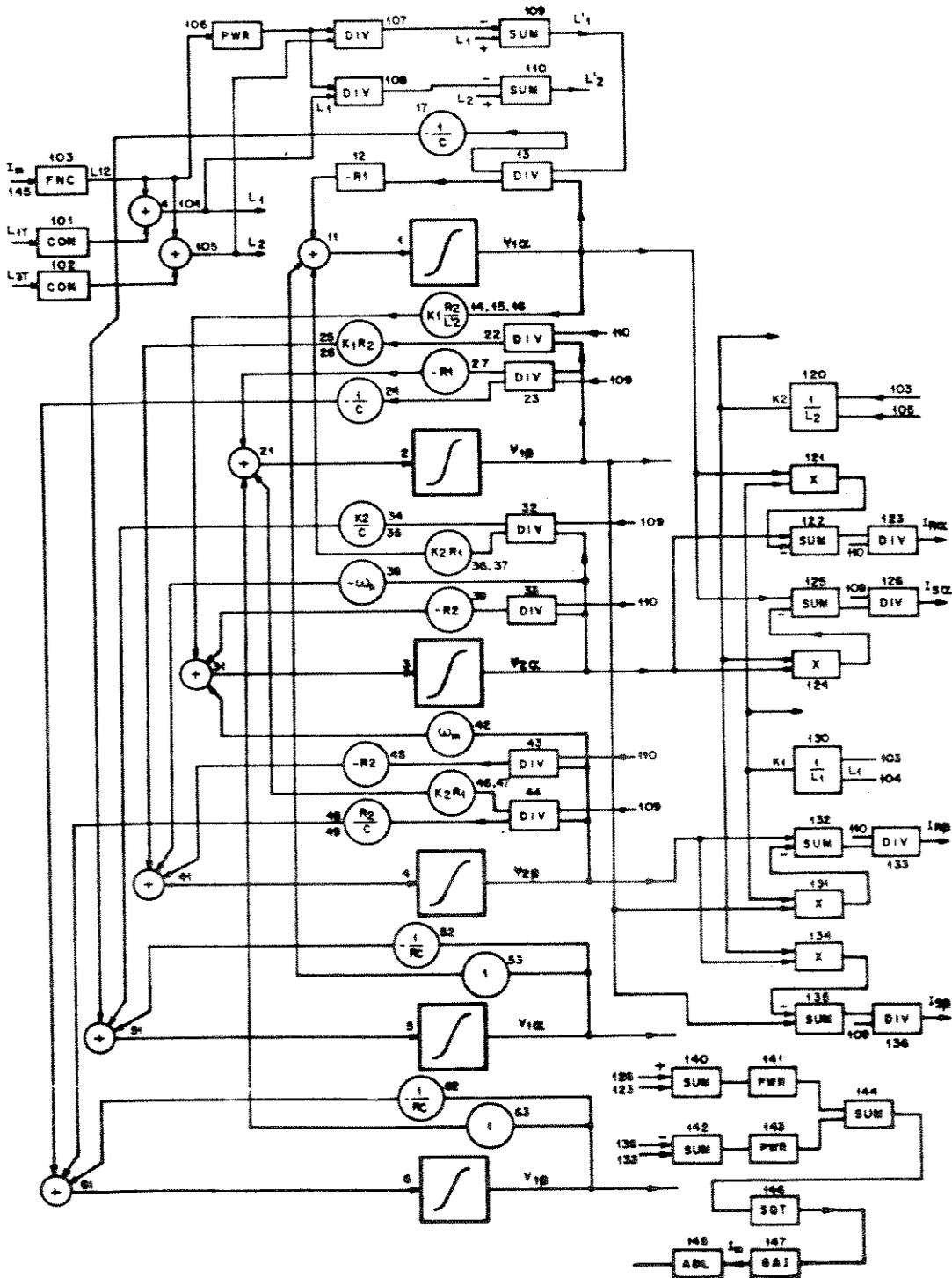


Fig. 5.1- Diagrama de blocos do programa para a simulação digital do sistema Gerador-Carga.

CAPÍTULO VI

INTERPRETAÇÃO DO SIGNIFICADO FÍSICO DA POTÊNCIA COMPLEXA INSTANTÂNEA DESENVOLVIDA EM UM BIPOLO LINEAR RL PARA O CASO DE TENSÃO SENOIDAL E CORRENTE NÃO-SENOIDAL.

Uma vez definida a potência complexa instantânea, a seguir será feita uma análise das potências desenvolvidas em um bipolo linear R,L, considerando-se a corrente, não-senoidal, decomposta em seu conteúdo harmônico.

Os resultados desta análise em um bipolo R,L, serão aplicados à análise da máquina de indução. Sob o ponto de vista de uma teoria geral para circuitos elétricos, seria desejável analisarem-se os circuitos R,C e R,L,C e suas combinações. Porém, estes serão objetos de trabalhos futuros.

Às parcelas da potência real e imaginárias instantâneas oscilatórias, dar-se-á a denominação de potências distorcivas instantâneas.

Seja \tilde{I} a representação de uma forma de onda periódica, não-senoidal, circulando no bipolo linear R,L.

(Formas de ondas de corrente não-senoidais, em bipolos lineares, são obtidas em regime de chaveamento)

A tensão em cada elemento do bipolo, em termos da corrente completa, \tilde{I} , pode ser facilmente obtida:

$$\tilde{V} = R \tilde{I} + L \frac{d}{dt} \tilde{I} \quad (6.1)$$

Deve-se observar que esta equação pode ser obtida da mesma forma que as equações da máquina, utilizando-se a transformação (4.30) para os sistemas trifásicos sem o condutor

neutro; porém, o seu conceito pode ser mais genérico, a partir da especificação da corrente \tilde{I} como feito abaixo na expressão (6.7).

Sendo

$$\tilde{I} = I e^{j\phi I} \quad (6.2)$$

e

$$w_I = \frac{d\phi I}{dt} \quad (6.3)$$

tem-se para a derivada de \tilde{I} em relação ao tempo (observando-se que a amplitude de \tilde{I} também é variável):

$$L \frac{d}{dt} \tilde{I} = jw_I L \tilde{I} + L \frac{d}{dt} I e^{j\phi I} \quad (6.4)$$

portanto, a equação de tensão para o bipolo vem a ser:

$$\tilde{V} = R \tilde{I} + jw_I L \tilde{I} + L \frac{d}{dt} I e^{j\phi I} \quad (6.5)$$

e a potência complexa fornecida ao bipolo,

$$\tilde{S} = \frac{1}{2} (R I^2 + jw_I L I^2 + L I \frac{d}{dt} I) \quad (6.6)$$

A seguir, cada um destes termos será analisado:

Decompondo-se \tilde{I} em série de Fourier, na forma exponencial complexa, tem-se :

$$\tilde{I} = \sum_{k=1}^{\infty} \dot{I}_k e^{jk\omega t} \quad (6.7)$$

Se o sistema for trifásico e, considerando-se que as transformações (3.1) e (4.30) são lineares, cada componente harmônica da expressão acima pode ser transformada; porém, a análise a seguir é genérica.

O primeiro termo do membro direito da expressão (6.6), ou seja, a potência real instantânea dissipada no resistor, pode ser obtido do produto vetorial:

$$P_R = \frac{1}{2} R \cdot \tilde{I} \tilde{I}^* \quad (6.8)$$

É uma potência proporcional ao quadrado do valor da amplitude instantânea da corrente que o atravessa.

Portanto,

$$P_R = \frac{1}{2} R (I_1 e^{j\omega t} + I_2 e^{j2\omega t} + \dots) (I_1^* e^{-j\omega t} + I_2^* e^{-j2\omega t} + \dots) \quad (6.9)$$

desenvolvendo-se esta expressão, tem-se:

$$P_R = \frac{1}{2} \{ R (I_1^2 + I_2^2 + \dots) + R [2 I_1 I_2 \cos(\omega t + \phi_2 - \phi_1)] + \dots \} \quad (6.10)$$

ou seja,

$$P_R = R I_{ef}^2 + P_{dR} \quad (6.11)$$

onde

P_{dR} = Potência Real Distorçiva Instantânea

é dada pela soma dos termos senoidais de (6.10) com valor médio,

calculado durante um ciclo, nulo.

Observa-se, portanto, que a potência real dissipada no resistor possui uma parcela constante e uma parcela oscilatória. A parcela constante é dada pelo produto:

$$\bar{P}_R = R \dot{I}_{ef} \dot{I}_{ef}^* \quad (6.12)$$

\bar{P}_R = Potência Ativa Convencional

Por definição, I_{ef} , é o valor eficaz.

Portanto,

$$P_R = \bar{P}_R + P_{dR} \quad (6.13)$$

De forma análoga, podem ser deduzidas as expressões para as potências fornecidas a indutores em termos das componentes harmônicas:

Potência complexa instantânea fornecida a um indutor:

$$\tilde{S}_L = \frac{1}{2} [j\omega_1 L (\tilde{I}_1 + \tilde{I}_2 + \dots) (\tilde{I}_1^* + \tilde{I}_2^* + \dots) + L I \frac{d}{dt} I] \quad (6.14)$$

$$\tilde{S}_L = \frac{1}{2} [j\omega_1 L (I_1^2 + I_2^2 + \dots) + j\omega_1 L (\tilde{I}_1 \tilde{I}_2^* + \tilde{I}_2 \tilde{I}_1^* + \dots) + L I \frac{d}{dt} I] \quad (6.15)$$

considerando-se que a velocidade angular, ω_1 , de \tilde{I} , possui um valor médio, durante um ciclo, sendo dada por:

$$w_I = \bar{w}_I + w'_I \quad (6.16)$$

tem-se uma parcela constante:

$$\bar{Q}_L = \bar{w}_I L I_{ef}^2 = \bar{w}_I L \tilde{I}_{ef} \tilde{I}_e^* \quad (6.17)$$

onde:

\bar{Q}_L = Potência Reativa Convencional

as demais parcelas são oscilatórias:

$$Q_{dL} = w'_I L I_{ef}^2 + \frac{1}{2} w L (\tilde{I}_1 \tilde{I}_2^* + \tilde{I}_2 \tilde{I}_1^* \dots) \quad (6.18)$$

Q_{dL} = Potência Imaginária Distorciva Instantânea

$$P_{dL} = \frac{1}{2} L I \frac{d}{dt} I \quad (6.19)$$

P_{dL} = Potência Real Distorciva Instantânea

A relação entre as potências distorcivas acima definidas e a potência distorciva convencional, aqui representada por \bar{H} , é facilmente obtida:

Seja a potência total fornecida ao bipolo:

$$\tilde{S} = \frac{1}{2} \tilde{V} \tilde{I}^* = \frac{1}{2} \tilde{V} \sum_{k=1}^{\infty} \tilde{I}_k^* = \frac{1}{2} \tilde{V} (\tilde{I}_1^* + \tilde{I}_2^* + \tilde{I}_3^* \dots) \quad (6.20)$$

ou

$$\tilde{S} = \frac{1}{2} \tilde{V} \tilde{I}_1^* + \frac{1}{2} \tilde{V} (\tilde{I}_2^* + \tilde{I}_3^* + \dots) \quad (6.21)$$

O primeiro termo do segundo membro desta expressão é constante, e o segundo termo é oscilatório com valor médio nulo.

Define-se a Potência Complexa Distorciva Instantânea, fornecida a um bipolo alimentado com tensão senoidal e corrente não-senoidal, da seguinte forma:

$$\tilde{H} = \frac{1}{2} V \left(I_2 e^{-j\omega t} + I_3 e^{-j2\omega t} + \dots \right) = P_d + j Q_d \quad (6.22)$$

Multiplicando-se ambos os membros desta expressão pelo seu complexo conjugado, tem-se:

$$\tilde{H} \tilde{H}^* = \frac{1}{4} V^2 \left(I_2 e^{-j\omega t} + I_3 e^{-j2\omega t} + \dots \right) \left(I_2 e^{j\omega t} + I_3 e^{j2\omega t} + \dots \right) \quad (6.23)$$

ou seja:

$$H = \frac{1}{4} V^2 \left[\left(I_2^2 + I_3^2 + \dots \right) + \left(I_2 I_3 e^{j\omega t} + I_2 I_4 e^{j2\omega t} + \dots \right) \right] \quad (6.24)$$

Tomando-se o valor médio de (6.24), tem-se a potência distorciva convencional:

$$H = \frac{1}{4} V^2 \left(I_2^2 + I_3^2 + \dots \right) \quad (6.25)$$

Portanto, a potência distorciva convencional é o valor eficaz da amplitude da potência complexa.

A seguir tem-se a representação gráfica para o caso estudado, observando-se que:

$$P_d = P_{dR} + P_{dL} \quad (6.26)$$

$$Q_d = Q_{dL} \quad (6.27)$$

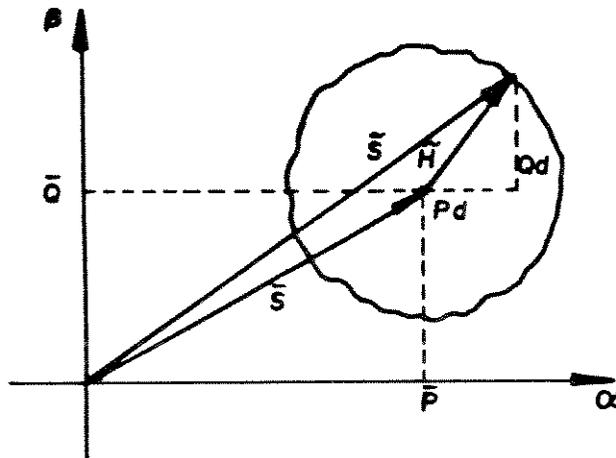


Fig. 6.1- A potência complexa instantânea em sistemas com formas de onda de tensão senoidais e de corrente não-senoidais.

Com relação a expressão (6.6), conclui-se que a potência real dada pelo primeiro termo, compõe-se da potência ativa convencional e uma parcela da potência real distorcitiva instantânea (6.13) e (6.26).

A potência real dada pelo último termo, é a outra parcela da potência real distorcitiva instantânea (6.19) que representa fisicamente uma potência que é fornecida por fontes de energia externa e está sendo armazenada no sistema elétrico.

Em outras palavras, a primeira parcela desta potência distorçiva, P_{dR} , é a taxa de dissipação de energia no resistor, durante o processo de armazenamento da energia fornecida ao sistema elétrico pela fonte externa. As potências reais são grandezas relacionadas com a energia recebida ou fornecida pelo sistema elétrico.

A potência imaginária, dada pelo segundo termo, compõe-se da potência reativa convencional (6.17), e da potência imaginária distorçiva instantânea (6.18), devida à variação oscilatória da energia armazenada nos elementos reativos do próprio sistema. São grandezas relacionadas com a energia armazenada no sistema elétrico.

O mesmo método pode ser aplicado para a obtenção da potência fornecida a uma máquina trifásica, em termos de seus parâmetros; aplicação esta, que será vista no capítulo 8.

CAPÍTULO VII

INTERPRETAÇÃO DA TEORIA DE AKAGI E COMPENSAÇÃO DA POTÊNCIA COMPLEXA INSTANTÂNEA.

Utilizando-se variáveis exponenciais complexas (método vetorial), é possível uma melhor interpretação da teoria de Akagi e, considerando-se que o plano real $\alpha' - \beta'$ de Akagi será redefinido como plano complexo, $\alpha - \beta$, como já mencionado anteriormente, tem-se o seguinte:

Pode-se verificar que a potência reativa instantânea do eixo α' e a potência reativa instantânea do eixo β' (3.16), (3.18) e (3.19), são produzidas pelas componentes real e imaginária da corrente \tilde{I}_0 (Figura 7.1), e podem ser obtidas pela expressão:

$$P_3\phi_0 = \text{Real} \{ \tilde{V} \tilde{I}_0^* \} = 0 \quad (7.1)$$

Considerando-se que a potência imaginária instantânea trifásica, $Q_3\phi$, pode ser dada pela forma,

$$Q_3\phi = V I \sin \phi \quad (7.2)$$

e, levando-se em conta as expressões (3.20) e (3.21), tem-se que:

$$I_{0\alpha'} = \frac{-V_{\beta'}}{V'^2} V I \sin \phi \quad (7.3)$$

$$I_{0\beta'} = \frac{V_{\alpha'}}{V'^2} V I \sin \phi \quad (7.4)$$

Ou seja, $I_{0\alpha'}$ e $I_{0\beta'}$ são as projeções nos eixos real e imaginário, respectivamente, de um vetor \tilde{I}_0 perpendicular a \tilde{V} .

A análise da figura 7.1, abaixo, possibilita a constatação deste fato.

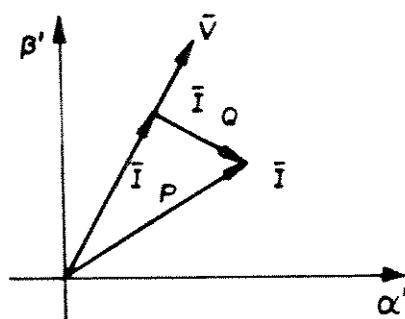


Fig. 7.1 - Decomposição da corrente, \tilde{I} , na direção e em quadratura com \tilde{V} no plano complexo α - β (α' - β').

Sendo que as potências reativas instantâneas dos eixos α' e β' são obtidas respectivamente pelos produtos vetoriais entre as componentes reais e imaginárias da corrente \tilde{I}_0 e a tensão \tilde{V} , torna-se evidente que são grandezas oscilatórias, periódicas, de valor médio nulo, sugerindo-se tratar de potências reativas. Porém, pela própria definição, tratam-se de potências reais e são, portanto, denominadas de potências reais distorcíveis.

Portanto, o compensador fornece a corrente $-\tilde{I}_0$ em quadratura com \tilde{V} . Torna-se evidente que não há fornecimento de potência real, não necessitando de armazenadores de energia, para esta função, como demonstrou Akagi. O compensador corrige a

defasagem entre \tilde{V} e \tilde{I} .

Resumindo, a compensação proposta consiste em um controle da velocidade instantânea da corrente de linha, o que pode ser obtido por filtros sem armazenadores de energia, pois a potência real não é função da velocidade da mesma.

Os filtros com armazenadores de energia compensam as variações da amplitude da corrente, que traduzem o fornecimento de energia aos campos elétricos e magnéticos por fontes externas.

CAPÍTULO VIII

APLICAÇÃO DA TEORIA AO ESTUDO DO COMPORTAMENTO DA MÁQUINA DE INDUÇÃO TRIFÁSICA.

O controle de campo orientado de máquinas elétricas de indução trifásicas tem o principal objetivo de controlar a velocidade do eixo mecânico, utilizando-se técnicas de cálculo em tempo real do torque eletromagnético, e, conseqüentemente, da potência eletromagnética. É um dos grandes avanços nas técnicas de controle da máquina de indução trifásica, pois permite tratá-la como uma máquina de corrente contínua com excitação em separado, possibilitando, desta forma, o controle independente das correntes do estator e do rotor, como é realizado na máquina de corrente contínua.

A implementação prática exige, entretanto, um sistema de controle digital que inclua um modelo matemático de segunda ordem que deve ser resolvido em tempo real [5,10].

Neste capítulo, desenvolvem-se as expressões para as potências complexas instantâneas que são aplicadas à análise da máquina de indução trifásica, em regime transitório.

Os resultados decorrentes, apresentados no capítulo 9, podem levar a técnicas alternativas para o controle vetorial, com a redução da ordem do sistema .

8.1 DETERMINAÇÃO DO FLUXO DE POTÊNCIA NA MÁQUINA DE INDUÇÃO TRIFÁSICA COM ROTOR EM CURTO-CIRCUITO

Será adotado, no desenvolvimento a seguir, a transformação (4.30).

Pode-se relacionar à expressão (5.9), a seguinte expressão para a potência:

$$\frac{3}{2} \frac{d}{dt} \tilde{\Psi}_r \tilde{I}_r^* = \frac{3}{2} (- R_r I_r^2 + j W_m \tilde{\Psi}_r \tilde{I}_r^*) \quad (8.1)$$

de (5.13) obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \tilde{\Psi}_r = & j \omega_r L_r \tilde{I}_r + L_r \left(\frac{d}{dt} I_r \right) e^{j\phi_{I_r}} + j \omega_s L_{sr} \tilde{I}_s + \\ & + L_{sr} \left(\frac{d}{dt} I_s \right) e^{j\phi_{I_s}} \end{aligned} \quad (8.2)$$

utilizando-se (8.2), obtém-se a potência complexa instantânea:

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} \frac{d}{dt} \tilde{\Psi}_r \tilde{I}_r^* = & \frac{3}{2} [j \omega_r L_r I_r^2 + L_r I_r \left(\frac{d}{dt} I_r \right) + j \omega_s L_{sr} \tilde{I}_s \tilde{I}_r^* + \\ & + L_{sr} \left(\frac{d}{dt} I_s \right) \tilde{I}_r e^{j\phi_{I_s}}] \end{aligned}$$

e, de (8.1), (8.3)

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} j W_m \tilde{\Psi}_r \tilde{I}_r^* = & \frac{3}{2} [R_r I_r^2 + j \omega_r L_r I_r^2 + L_r I_r \left(\frac{d}{dt} I_r \right) + \\ & + j \omega_s L_{sr} \tilde{I}_s \tilde{I}_r^* + L_{sr} \left(\frac{d}{dt} I_s \right) \tilde{I}_r e^{j\phi_{I_s}}] \end{aligned} \quad (8.4)$$

o primeiro membro desta equação representa-se por:

$$\tilde{S}_{3\phi_{\text{eletromag}}} = \frac{3}{2} j W_m \tilde{\Psi}_r \tilde{I}_r^* \quad (8.5)$$

onde:

$\tilde{S}_{3\phi_{\text{eletromag}}}$ = Potência complexa eletromagnética fornecida ao rotor relacionada com os termos de tensão induzida rotacional (a parte real é a potência eletromagnética fornecida pelo eixo).

Por outro lado, a potência complexa instantânea fornecida ao estator da máquina, através de seus terminais, é dada por:

$$\tilde{S}_{3\phi} = \frac{3}{2} \tilde{V}_s \tilde{I}_s^* \quad (8.6)$$

Utilizando-se a expressão (5.8) e derivando-se (5.12), tem-se:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{3\phi} = \frac{3}{2} [& R_s \tilde{I}_s^2 + L_s \tilde{I}_s \cdot j \omega_s \tilde{I}_s^* e^{j\phi_{I_s}} + L_s \tilde{I}_s \left(\frac{d}{dt} \tilde{I}_s \right)^* e^{j\phi_{I_s}} + \\ & + L_{sr} \tilde{I}_r \cdot j \omega_r \tilde{I}_s e^{j\phi_{I_r}} + L_{sr} \tilde{I}_s \left(\frac{d}{dt} \tilde{I}_r \right)^* e^{j\phi_{I_r}}] \end{aligned} \quad (8.7)$$

ou,

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{3\phi} = \frac{3}{2} [& R_s \tilde{I}_s^2 + j \omega_s L_s \tilde{I}_s \tilde{I}_s^* + L_s \tilde{I}_s \left(\frac{d}{dt} \tilde{I}_s \right)^* + \\ & + j \omega_r L_{sr} \tilde{I}_s \tilde{I}_r^* + L_{sr} \left(\frac{d}{dt} \tilde{I}_r \right)^* \tilde{I}_s e^{j\phi_{I_r}}] \end{aligned} \quad (8.8)$$

sendo:

ω_s -velocidade angular de \tilde{I}_s

ω_r -velocidade angular de \tilde{I}_r

A potência complexa instantânea total fornecida à máquina é dada pela equação:

$$\tilde{S}_{3\phi} + \tilde{S}_{3\phi_{\text{eletromag}}} = P_{3\phi_{\text{joule}}} + \tilde{S}_{3\phi_{\text{mag}}} \quad (8.9)$$

onde:

$\tilde{S}_{3\phi}$ = Potência complexa trifásica instantânea fornecida aos terminais da máquina.

$P_{3\phi_{\text{joule}}}$ = Perdas por efeito joule.

$\tilde{S}_{3\phi_{mag}}$ = Potência complexa trifásica instantânea fornecida aos campos magnéticos dada pela soma do 3.º, 4.º e 5.º termos de (8.4) e (8.8).

Utilizando-se as expressões deduzidas acima, tem-se finalmente:

$$\tilde{S}_{3\phi} = \frac{3}{2} [R_s I_s^2 + j \omega_s L_s I_s^2 + j \omega_r L_r I_r^2 + \tilde{S}_{3\phi_{mag}} + R_r I_r^2 - j \omega_m \tilde{\Psi}_r \tilde{I}_r^*] \quad (8.10)$$

Isto é, tomando-se a parte real, conclui-se que da potência real instantânea fornecida aos terminais da máquina, parte é dissipada por efeito joule, parte armazenada nos campos magnéticos e parte fornecida ao sistema mecânico.

Tomando-se a parte imaginária, verifica-se que a potência imaginária instantânea "fornecida" aos terminais da máquina é "consumida" pelos enrolamentos. Em linguagem mais apropriada, a parte imaginária do primeiro membro representa a energia armazenada na máquina na forma magnética, e a parte imaginária do segundo membro, a forma como essa energia armazenada é distribuída.

Nos casos de transitórios, com a mudança do ponto de operação da máquina, geralmente ocorre acréscimo ou decréscimo da energia armazenada nos campos magnéticos, e os termos do tipo

$$L I \frac{d}{dt} I \quad (8.11)$$

das expressões (8.4) e (8.8), que são as potências reais fornecidas aos campos magnéticos, e as suas integrais definidas, a variação de parcela da energia armazenada nos mesmos, representam parte da taxa de variação dessa energia.

8.2 INTERPRETAÇÃO DO SIGNIFICADO FÍSICO DAS POTÊNCIAS CONSUMIDAS PELA MÁQUINA.

Nesta sessão será analisada a expressão (8.10), em termos do conteúdo harmônico, para os casos de regime permanente e alimentação com tensão senoidal e corrente não-senoidal.

A análise, nesse regime de operação, permitirá a observação dos casos transitórios do capítulo 9, observando-se que as parcelas da potência não oscilante, $\bar{P}_3\phi$ e $\bar{Q}_3\phi$, crescem ou decrescem exponencialmente. Considerando-se cada instante como um ponto de equilíbrio, durante o transitório, estas potências representam as potências ativas e reativas convencionais.

Fazendo-se:

P_{dRs} = potência real distorciva instantânea consumida por efeito joule no estator,

P_{dRr} = idem, para o rotor,

as quais são obtidas de forma semelhante àsquelas do capítulo 6 para o bipolo R,L; e, aplicando-se o método desse capítulo para a determinação das demais potências desenvolvidas nos enrolamentos e no eixo da máquina, tem-se a identificação dos seguintes termos (por simplicidade não serão analisados todos os termos componentes da potência fornecida aos campos magnéticos, $S_3\phi_{mag}$):

Potência complexa instantânea fornecida aos terminais da máquina:

$$\tilde{S}_3\phi = P_3\phi + j Q_3\phi = (\bar{P}_3\phi + P_{d3\phi}) + j (\bar{Q}_3\phi + Q_{d3\phi})$$

(8.12)

onde:

$$\begin{aligned} \bar{P}_3\phi = & \frac{3}{2} \left\{ R_s I_{sef}^2 + R_r I_{ref}^2 + \right. \\ & \left. + \text{Real} \left\{ jW_m L_{sr} (I_{s1} I_{r1} e^{j[(w_{s1}-w_{r1})t + \phi_{11}]} + \dots) \right\} \right\} \end{aligned} \quad (8.13)$$

e

$$\begin{aligned} \bar{Q}_3\phi = & \frac{3}{2} \left\{ w_{s1} L_s (I_{s1}^2 + 2 I_{s2}^2 + \dots) + w_{r1} L_r (I_{r1}^2 + 2 I_{r2}^2 + \dots) + \right. \\ & \left. + \text{Imag} \left\{ jW_m L_{sr} (I_{s1} I_{r1} e^{j[(w_{s1}-w_{r1})t + \phi_{11}]} + \dots) \right\} + \right. \\ & \left. + W_m L_r I_{ref}^2 \right\} \end{aligned} \quad (8.14)$$

Observa-se que essas duas expressões são constantes e cada termo compõem-se de frequências de mesma ordem.

$$\begin{aligned} P_{d3}\phi = & \frac{3}{2} \left\{ P_d R_s + P_d R_r + \text{Real} \left\{ jw_{s1} L_s \tilde{I}_{s1} \tilde{I}_{s2} + jw_{s1} L_s \tilde{I}_{s1} \tilde{I}_{s3} + \dots \right\} + \right. \\ & \left. + \text{Real} \left\{ jw_{r1} L_r \tilde{I}_{r1} \tilde{I}_{r2} + jw_{r1} L_r \tilde{I}_{r1} \tilde{I}_{r3} + \dots \right\} + \right. \\ & \left. + \text{Real} \left\{ jW_m L_{sr} (\tilde{I}_{s1} \tilde{I}_{r2} e^{j[(w_{s1}-w_{r2})t + \phi_{12}]} + \dots) + \dots \right\} \right\} \end{aligned} \quad (8.15)$$

$$\begin{aligned} Q_{d3}\phi = & \frac{3}{2} \left\{ \text{Imag} \left\{ jw_{s1} L_s \tilde{I}_{s1} \tilde{I}_{s2} + jw_{s1} L_s \tilde{I}_{s1} \tilde{I}_{s3} + \dots \right\} + \right. \\ & \left. + \text{Imag} \left\{ jw_{r1} L_r \tilde{I}_{r1} \tilde{I}_{r2} + jw_{r1} L_r \tilde{I}_{r1} \tilde{I}_{r3} + \dots \right\} + \right. \\ & \left. + \text{Imag} \left\{ jW_m L_{sr} (\tilde{I}_{s1} \tilde{I}_{r2} e^{j[(w_{s1}-w_{r2})t + \phi_{12}]} + \dots) + \dots \right\} + \right. \\ & \left. + \dots \right\} \end{aligned} \quad (8.16)$$

Essas duas expressões são oscilatórias e compõem-se de produtos de harmônicas de ordens diferentes.

Foram denominados:

w_{si} - velocidade angular da i -ésima harmônica,

$\bar{P}_3\phi$ - potência ativa trifásica convencional (parcela constante da potência real),

$\bar{Q}_{3\phi}$ - potência reativa trifásica convencional (parcela constante da potência imaginária),

$P_{d3\phi}$ - potência real distorciva instantânea trifásica (parcela oscilatória),

$Q_{d3\phi}$ - potência imaginária distorciva instantânea trifásica (idem).

Estas expressões permitem uma compreensão da forma como contribui cada uma das harmônicas nas potências.

Com estes resultados, podem ser verificadas as seguintes identidades, com os termos da expressão (8.10):

$$R_s I_s^2 = R_s I_{sef}^2 + P_{dR_s} \quad (8.17)$$

$$R_r I_r^2 = R_r I_{ref}^2 + P_{dR_r} \quad (8.18)$$

$$L_s I_s \frac{d}{dt} I_s = \text{Real} \{ j\omega_{s1} L_s \tilde{I}_{s1} \tilde{I}_{s2} + j\omega_{s1} L_s \tilde{I}_{s1} \tilde{I}_{s3} + \dots \} \quad (8.19)$$

$$L_r I_r \frac{d}{dt} I_r = \text{Real} \{ j\omega_{r1} L_r \tilde{I}_{r1} \tilde{I}_{r2} + j\omega_{r1} L_r \tilde{I}_{r1} \tilde{I}_{r3} + \dots \} \quad (8.20)$$

O último termo de (8.10) é a potência complexa instantânea fornecida ao eixo da máquina. Seus componentes estão relacionados com as tensões rotacionais (dependem de ω_m). A parte imaginária, evidentemente, representa a soma dos valores máximos da potência reativa instantânea das três fases (a potência reativa trifásica instantânea é nula).

A potência real instantânea (eletromagnética) constitui-se, também, de parcelas constantes e oscilatórias do tipo:

$$\begin{aligned}
 \text{Real} \left\{ -j\omega_m \tilde{\Psi}_r^* \tilde{I}_r \right\} = & \\
 & \text{Real} \left\{ j\omega_m L_{sr} (I_{s1} I_{r1} e^{j[(\omega_{s1}-\omega_{r1})t + \phi_{11}] + \dots}) + \right. \\
 & + \text{Real} \left\{ j\omega_m L_{sr} (\tilde{I}_{s1} \tilde{I}_{r2} e^{j[(\omega_{s1}-\omega_{r2})t + \phi_{12}] + \dots}) \right. \\
 & \left. \left. \right. \right.
 \end{aligned}
 \tag{8.21}$$

A potência real distorciva instantânea (parcela oscilatória) fornecida ao eixo, relaciona-se com o torque pulsante neste.

Pode-se projetar um compensador que forneça as potências $\bar{Q}_{3\phi}$ e $Q_{d3\phi}$, dadas por (8.14) e (8.16), através do controle da velocidade angular da corrente de linha \tilde{I} . Porém, sem possibilidade de compensar a potência real distorciva, ou seja, a parcela relacionada com a oscilação da amplitude de \tilde{I}_P (figura 7.1).

Na expressão (8.15), observa-se que esta potência é fornecida aos enrolamentos primários e secundários (perdas e oscilação da energia armazenada) e ao sistema mecânico (traduzida em torques pulsantes no eixo da máquina).

A instalação, nos terminais da máquina, de filtros com armazenadores de energia, poderá compensar esta potência real distorciva devida à variação da amplitude da corrente como foi visto no capítulo 7.

CAPÍTULO IX

PARTE EXPERIMENTAL

9.1 O SISTEMA MONTADO EM LABORATÓRIO

A máquina de indução foi acionada por um motor de corrente contínua, com excitação em separado; possibilitando-se, assim, obterem-se os ensaios a várias velocidades.

Muitas vezes foi necessário magnetizar-se a máquina a velocidades maiores que a nominal, devido ao baixo magnetismo residual.

Um problema constante era a sua desmagnetização devido às sobrecargas, o que foi contornado utilizando-se um contator magnético atuando como relé de sub-tensão, o qual desligava-se sempre que a tensão nos terminais da máquina caía abaixo da sua tensão mínima de retenção.

Cuidados especiais foram tomados com relação às sobre-tensões; o que ocorre, normalmente, após uma retirada brusca de carga.

A carga utilizada constituiu-se de um retificador não controlado alimentando um resistor.

A excitação deu-se com um banco de capacitores a óleo de 40 μ F.

A máquina de indução e o banco de capacitores foram ligados em triângulo.

A seguir, apresentam-se a figura esquemática e a fotografia do sistema físico:

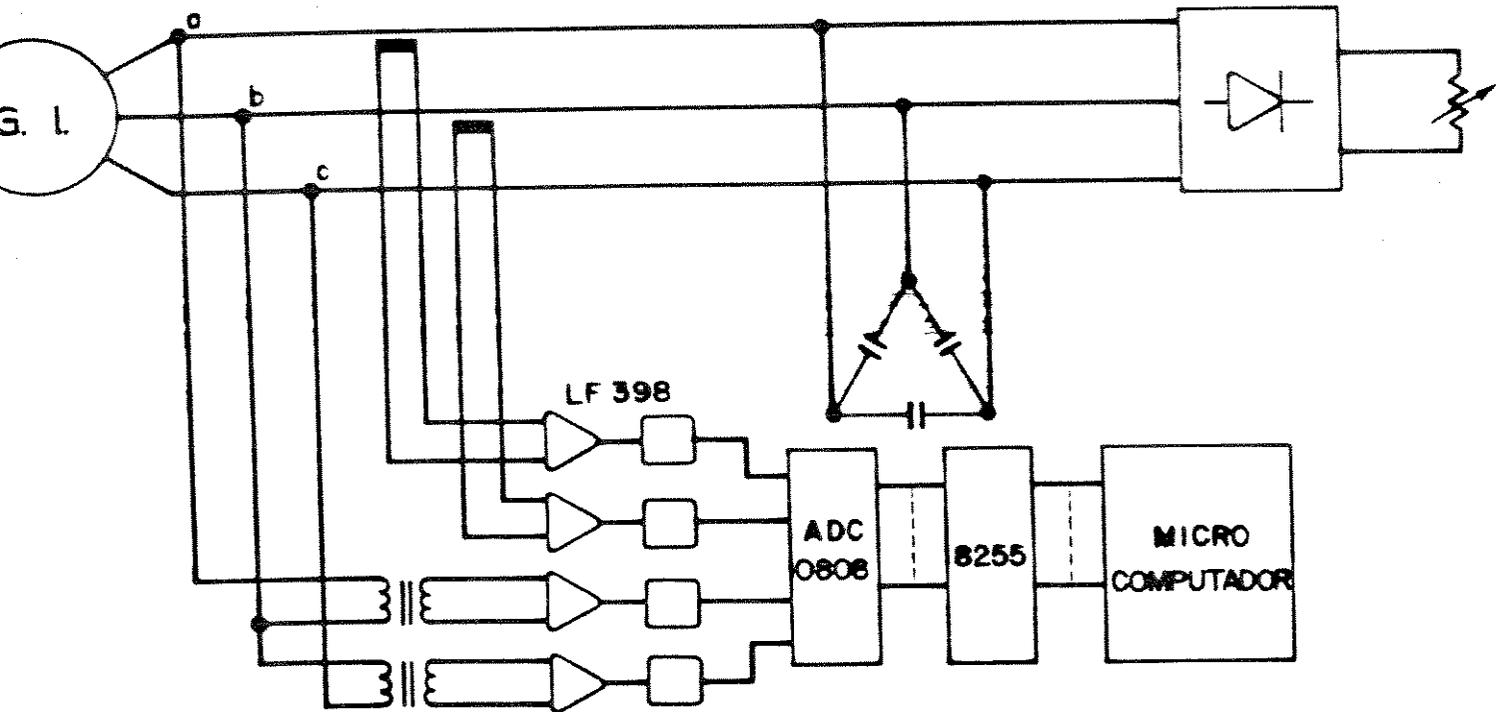


Fig. 9.1- Esquema elétrico do gerador de indução auto-excitado alimentando o retificador.

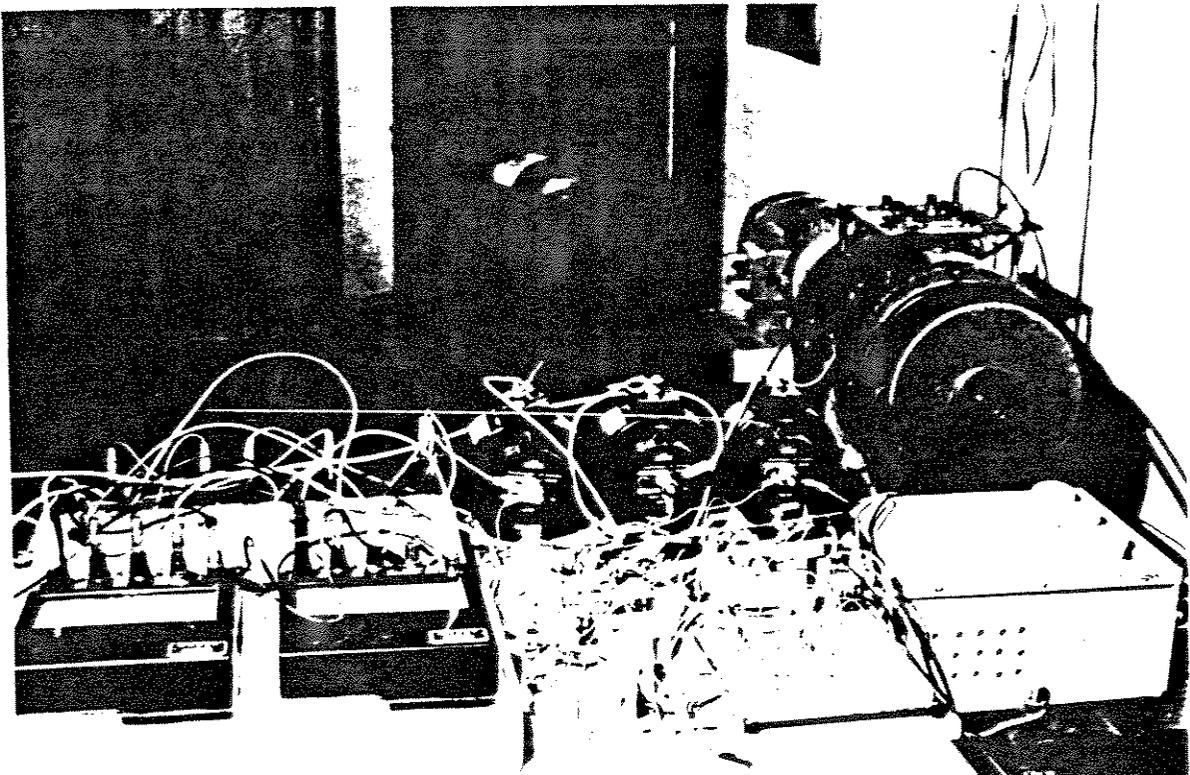


Fig. 9.2- Fotografia do gerador de indução auto-excitado alimentando o retificador.

9.2 "HARDWARE"

Utilizou-se um microcomputador baseado no integrado 6502 com 48K de memória RAM. A interface é constituída de amostradores-retentores (S&H, LF398), conversor analógico-digital (ADC0808), de oito bits, tempo de conversão de 100 μ s, porto programável (8255), e outros componentes de circuitos auxiliares.

Pela quantidade de memória utilizada no microcomputador, sugere-se que todo o sistema de amostragem e processamento digital dos sinais possa ser efetuado utilizando-se microcontroladores discretos.

A amostragem e retenção simultânea dos quatros sinais de entrada e o "handshaking" são realizados via "software", convertidos seqüencialmente na forma binária e armazenados na memória.

Nas figuras (9.3) e (9.4), a seguir, tem-se respectivamente, o esquema elétrico e a foto da interface.

9.3 "SOFTWARE"

Emprega-se a linguagem ASSEMBLY na conversão e armazenamento dos dados. Os cálculos são realizados em BASIC. Em aplicações que exigem os cálculos em tempo real, estes devem ser executados em ASSEMBLY; ou, alternativamente, em LINGUAGEM C. A utilização de coprocessadores aritméticos é desejável.

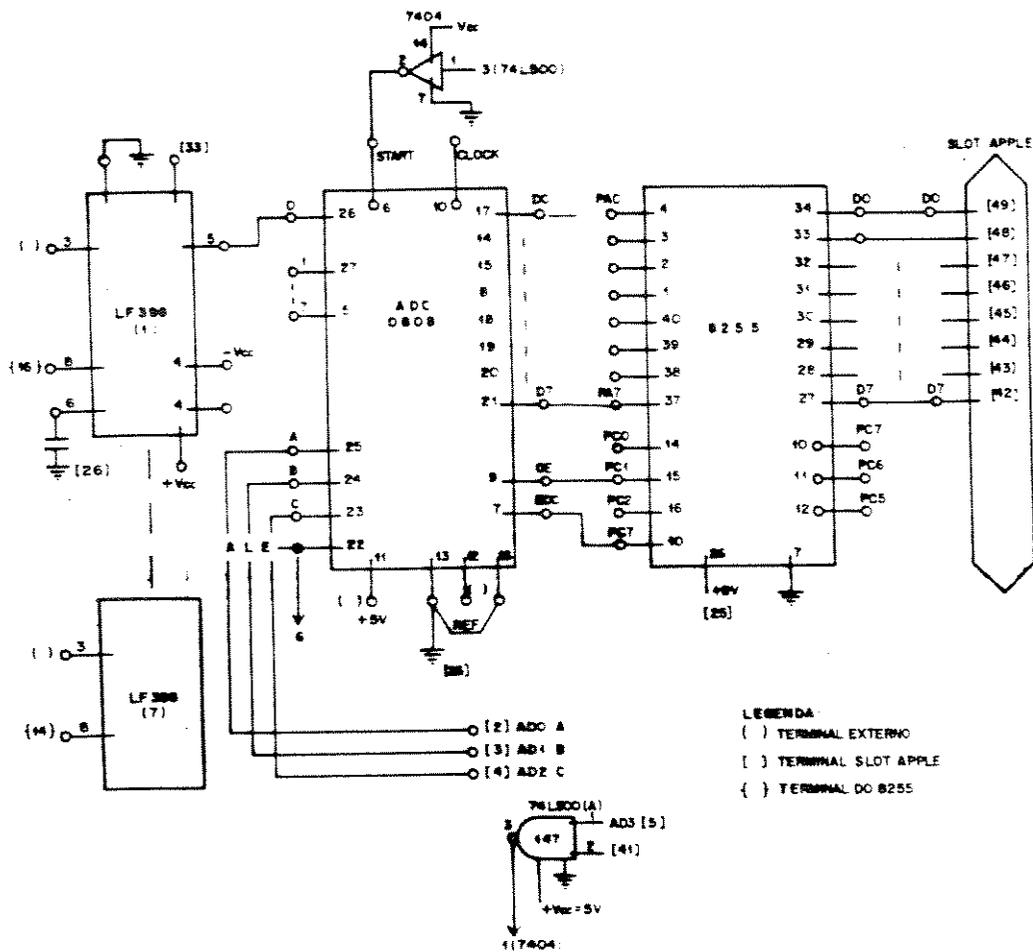


Fig. 9.3- Esquema elétrico da interface para conversão analógica-digital.

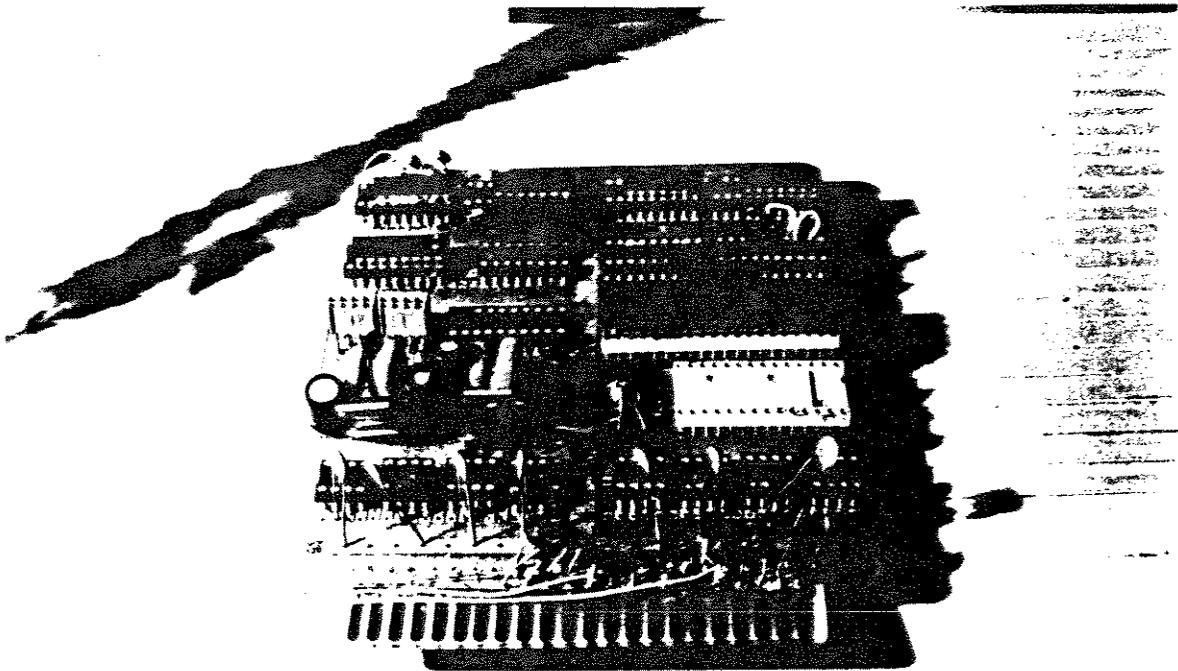


Fig. 9.4- Fotografia da interface para conversão analógica-digital.

9.4. SIMULAÇÃO DIGITAL E ENSAIOS DE LABORATÓRIO

Nos ensaios efetuados para a máquina operando em regime permanente, constatou-se que os valores médios da potência real e imaginária instantâneas, calculados, são boas aproximações dos valores lidos nos aparelhos analógicos; porém, ocorrem maiores imprecisões com o aumento das distorções das formas de onda, como era de se esperar, visto que estes aparelhos apresentam erros na presença de ondas não-senoidais.

Os resultados práticos para os transitórios, apresentados, têm a finalidade de permitir uma análise qualitativa; entretanto, mostram-se muito bons na avaliação das constantes de tempo e dos valores eficazes e máximos; porém, não são satisfatórios para a análise das formas de onda, visto que o período de amostragem é muito alto (0.95 ms).

A parte real da equação (8.10) pode ser verificada integrando-se todos os seus termos:

$$\int_0^t \text{Real}\{\tilde{S}_3\phi\} dt = \frac{3}{2} \int_0^t \text{Real}\{R_s I_s^2 + \tilde{S}_3\phi_{\text{mag}} + R_r I_r^2 - j\omega_m \tilde{\Psi}_r \tilde{I}_r^*\} dt \quad (9.1)$$

Quanto à parte imaginária, sua verificação é mais difícil, devido à necessidade de serem obtidas as velocidades angulares instantâneas dos vetores representativos da corrente no estator e no rotor, ω_s e ω_r , o que não será feito no presente trabalho.

Será obtida, numericamente, a quantidade de energia magnética armazenada na máquina através da integração da potência eletromagnética real instantânea fornecida pelo eixo (último termo

da equação 9.1), da potência real instantânea fornecida pelos terminais (primeiro membro) e das potências dissipadas por efeito joule.

A energia eletromagnética armazenada na máquina, em um determinado instante, é igual à energia residual, mais a energia recebida através do eixo, subtraindo-se a energia fornecida à carga e a energia dissipada nos enrolamentos por efeito joule (não foram consideradas as perdas no ferro).

Obtém-se, desta forma, uma das curvas da figura 9.6.

Por outro lado, a energia eletromagnética armazenada no sistema pode ser obtida pela seguinte expressão analítica (pois utiliza-se um banco fixo de capacitores):

$$\frac{3}{2} C V_s^2 \quad (9.2)$$

A determinação da energia magnética armazenada utilizando-se a expressão analítica $\frac{3}{2} L I^2$ só deve ser utilizada no caso de sistemas lineares.

Obtém-se, também, neste capítulo, a potência complexa eletromagnética instantânea desenvolvida no eixo da máquina, dada na equação (8.10), através de simulação digital.

Utilizando-se as técnicas de controle vetorial, esta poderá ser calculada "on-line", em tempo real.

A técnica apresentada neste capítulo para a determinação da potência eletromagnética no eixo da máquina, utilizando-se as equações de potência, simplifica os cálculos normalmente empregados no controle vetorial, que necessita a solução "on-line", em tempo real, como mencionado acima, de um sistema de segunda ordem.

Devido à difícil implementação prática, com recursos materiais superiores aos até agora utilizados neste trabalho, sugere-se sua verificação experimental em trabalhos futuros.

A verificação das equações (8.10) e (9.1) também pode ser constatada nos gráficos das figuras 9.10 e 9.26.

9.5 PROCESSO DE AUTO-EXCITAÇÃO DO GERADOR

Durante o processo de auto-excitação, o sistema possui as raízes de sua equação característica situadas no semi-plano direito do plano complexo [6]. A amplitude de suas variáveis de estado tenderiam ao infinito, com o decorrer do tempo, caso não houvesse o fenômeno da saturação. O crescimento das variáveis de estado é possível graças à transferência da energia cinética armazenada nas partes girantes da máquina.

Os resultados, apresentados a seguir, foram obtidos considerando-se o valor eficaz da corrente de magnetização para a obtenção da indutância de magnetização. Portanto, não são levadas em consideração as componentes harmônicas e, conseqüentemente, as potências distorcivas.

A figura (9.5), abaixo, apresenta a curva de saturação em vazio obtida por simulação digital; pode-se constatar a grande precisão, comparando-a com a curva experimental da figura A.1 (Apêndice 1).

Note-se que o ponto final da curva e a origem do gráfico definem a reta do capacitor.

As curvas das figuras 9.5 a 9.11, foram obtidas acionando-se a máquina à frequência nominal de 60 Hz (377 rd/s).

As escalas de tempo, quando não indicadas, são em segundos.

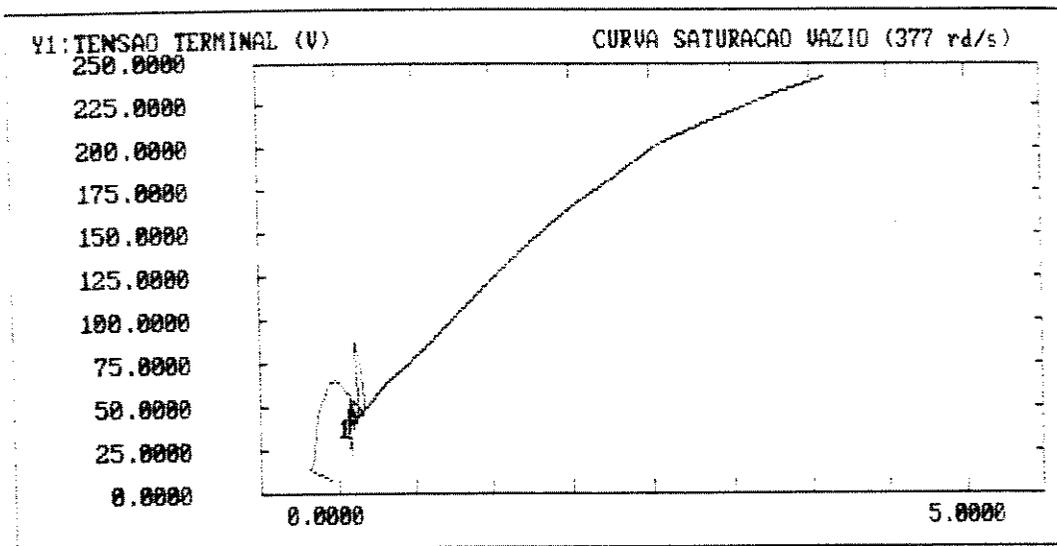


Fig. 9.5- Curva simulada de saturação em vazio- Tensão terminal ($V_s=V_{ab}$) e corrente de magnetização ($I_s=I_m$).

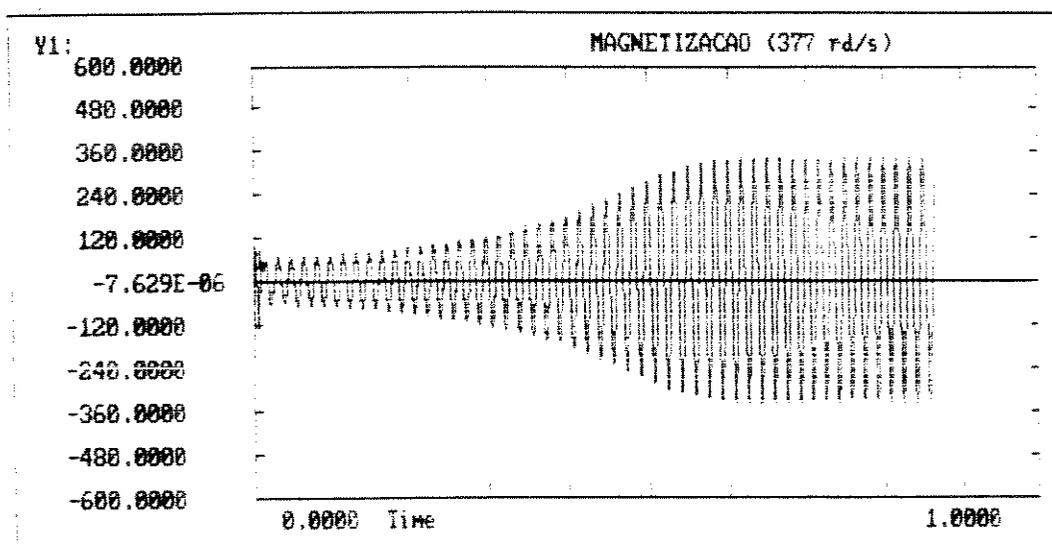


Fig.9.6- Processo de auto-excitação- Tensão terminal (V_{ab}) em função do tempo.

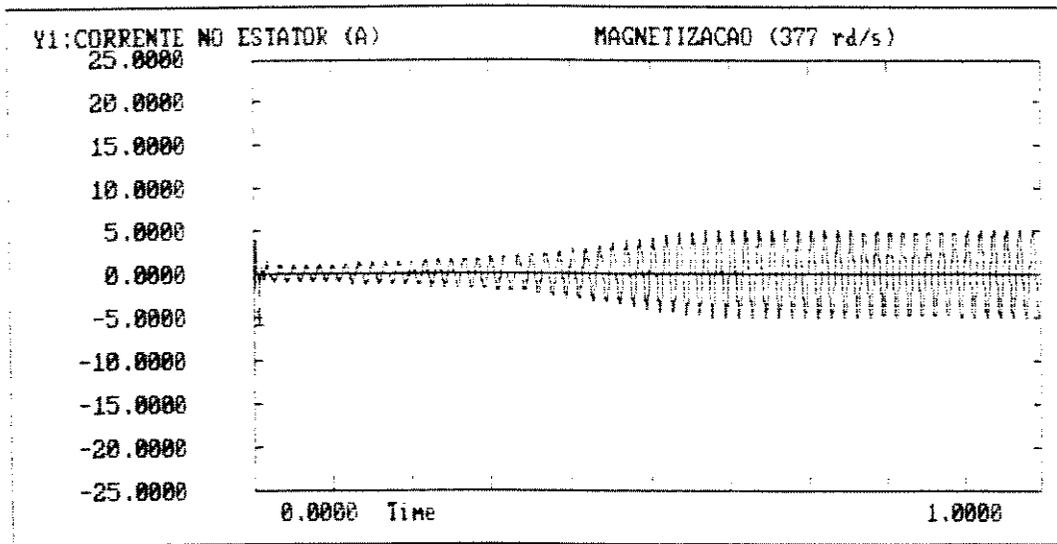


Fig.9.7- Processo de auto-excitação- Corrente de linha (I_a) em função do tempo.

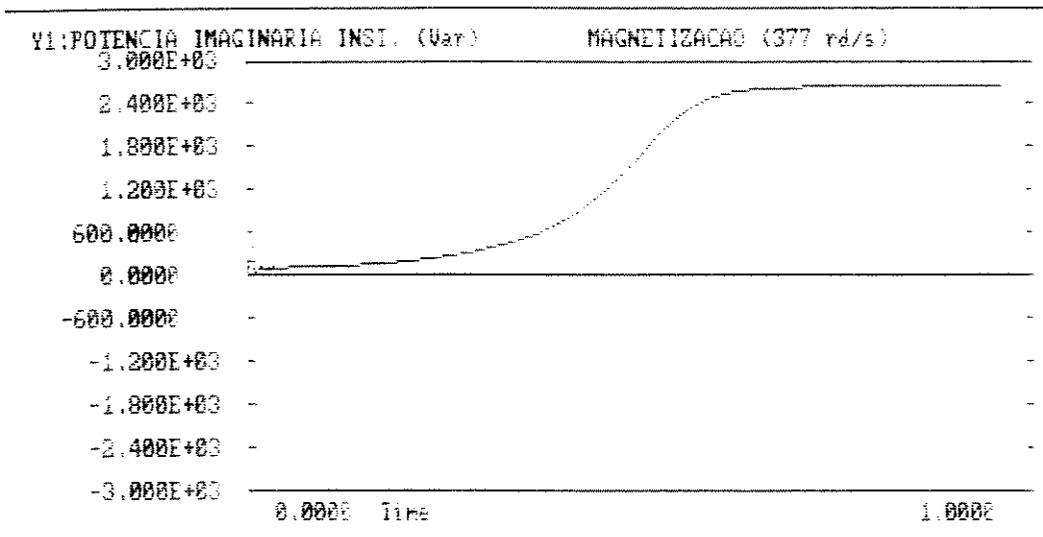


Fig. 9.8- Processo de auto-excitação- Potência imaginária instantânea em função do tempo.

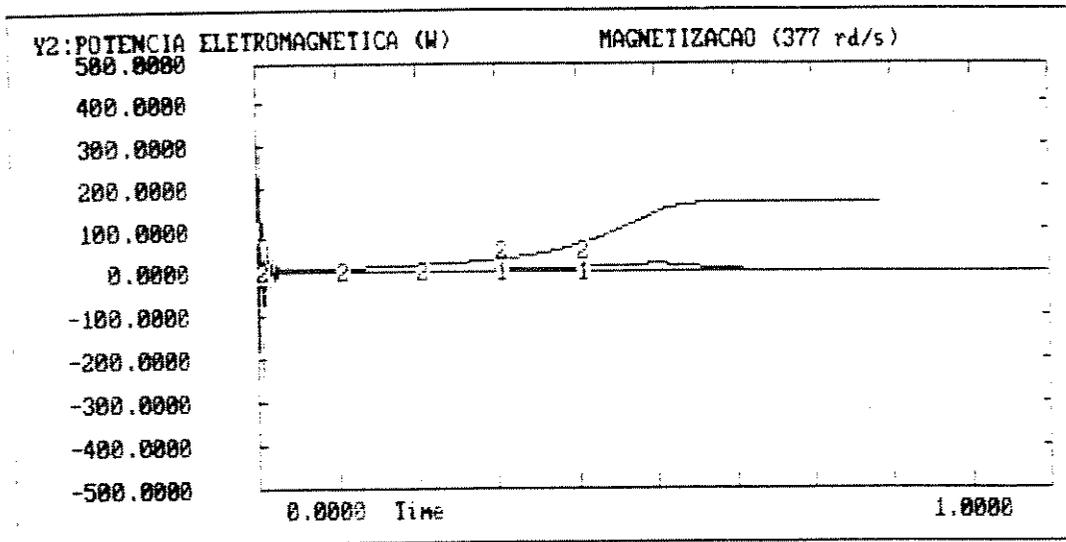


Fig. 9.9- Processo de auto-excitação- Potências eletromagnética (curva 2) e real instantânea (curva 1) em função do tempo.

Como era de se esperar, a frequência da tensão gerada é praticamente 60 Hz, visto que a excitação em vazio se processa com escorregamento de valor muito baixo, pois a máquina supre apenas as perdas.

Grantham [6] apresenta uma metodologia para a determinação do ponto de operação da máquina, sem a necessidade de resolver-se o sistema de equações diferenciais. Obtém o valor da reatância de magnetização para o ponto de operação em regime, através de uma subrotina que calcula o valor desta, de forma que as raízes da equação característica estejam no eixo imaginário. O valor mínimo da capacitância necessário para que ocorra a excitação é também obtido.

O presente modelo pode fornecer todas essas informações, simulando-se para diferentes valores de capacitâncias.

A seguir, apresenta-se a curva da energia armazenada nos campos elétricos e magnéticos em função do tempo:

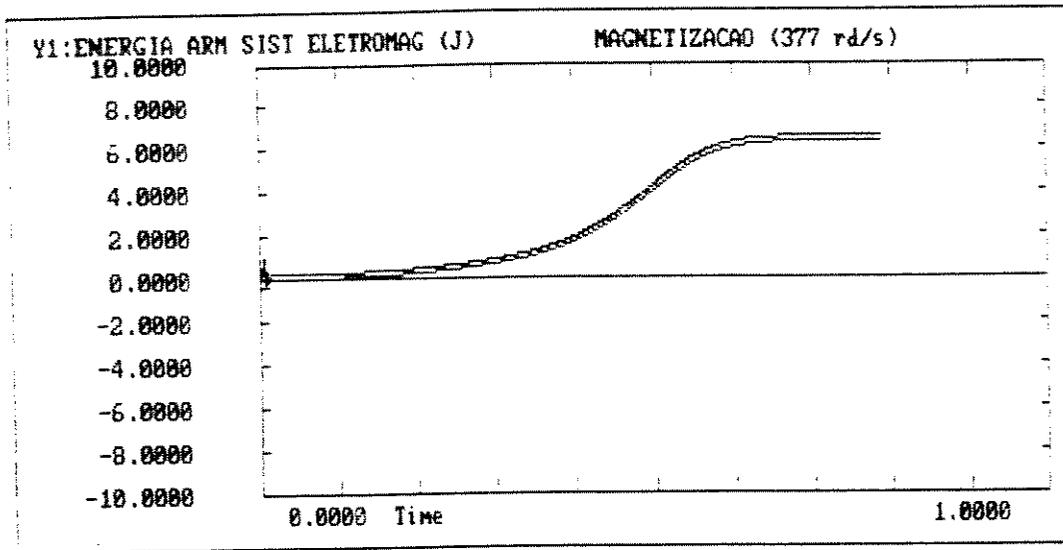


Fig. 9.10- Processo de auto-excitação- Energia armazenada no sistema eletromagnético em função do tempo.

Foram obtidas duas curvas, pelo processo indicado acima, referentes as expressões (9.1) e (9.2); as quais, para serem comparadas, foram plotadas assumindo-se condições iniciais (magnetismo residual) diferentes. Para as mesmas condições iniciais, as curvas se sobrepõem.

Outro processo, para a obtenção da curva, seria pela integração dos termos que representam a potência magnética fornecida aos campos magnéticos, desenvolvendo-se a equação (8.10); o que, como já foi mencionado, não será objeto deste trabalho.

Outra alternativa seria pela integração dos termos que depende do produto da corrente de magnetização com a indutância de magnetização, da corrente de carga no estator com a indutância de dispersão do estator e da corrente do rotor com a indutância de dispersão do rotor.

Esta última alternativa foi simulada e os resultados não apresentaram a mesma precisão da figura 9.6; talvez, por problemas de integração numérica.

Pode-se verificar a relação constante que existe entre a potência imaginária instantânea e a energia armazenada no sistema eletromagnético, durante o transitório de magnetização.

A inclinação da reta (figura 9.7) fornece a frequência; portanto, este método pode ser utilizado para obtê-la, a partir do cálculo da potência imaginária e da energia armazenada.

No próximo capítulo, ver-se-á que esta relação perdura mesmo em transitórios de aplicação de cargas.

A relação entre a quantidade de energia armazenada no sistema e a amplitude das variações durante o transitório, pode fornecer informações sobre maneiras de se atenuar os picos destas.

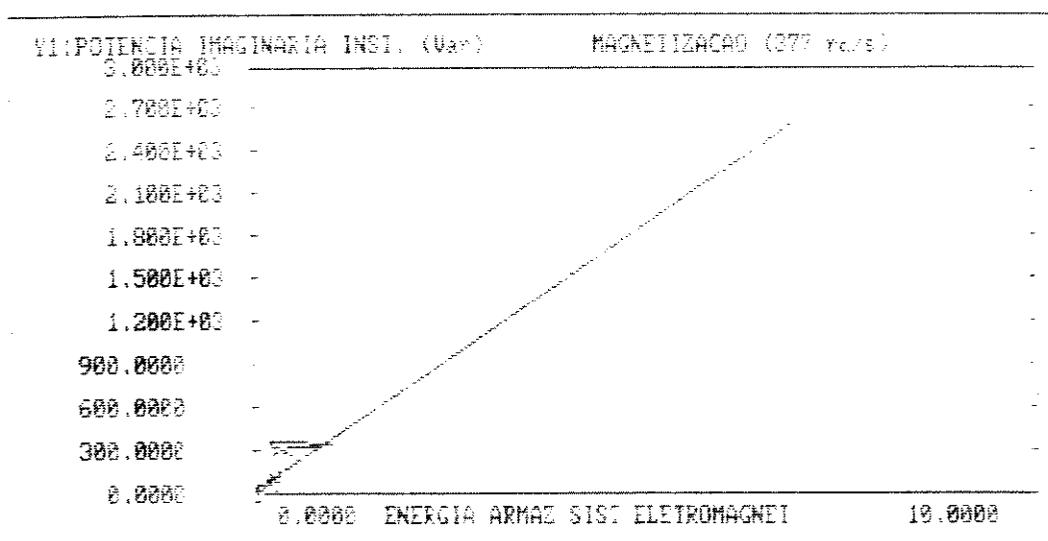


Fig. 9.11- Processo de auto-excitação- Potência imaginária instantânea em função da energia armazenada no sistema eletromagnético.

As figuras a seguir, mostram as curvas levantadas durante a magnetização, acionando-se a máquina a 1238 rpm (389 rd/s). As curvas obtidas por simulação digital estão justapostas às obtidas experimentalmente no laboratório, para comparação.

Utilizou-se esta velocidade devido ao baixo magnetismo residual, insuficiente para a magnetização à velocidade nominal.

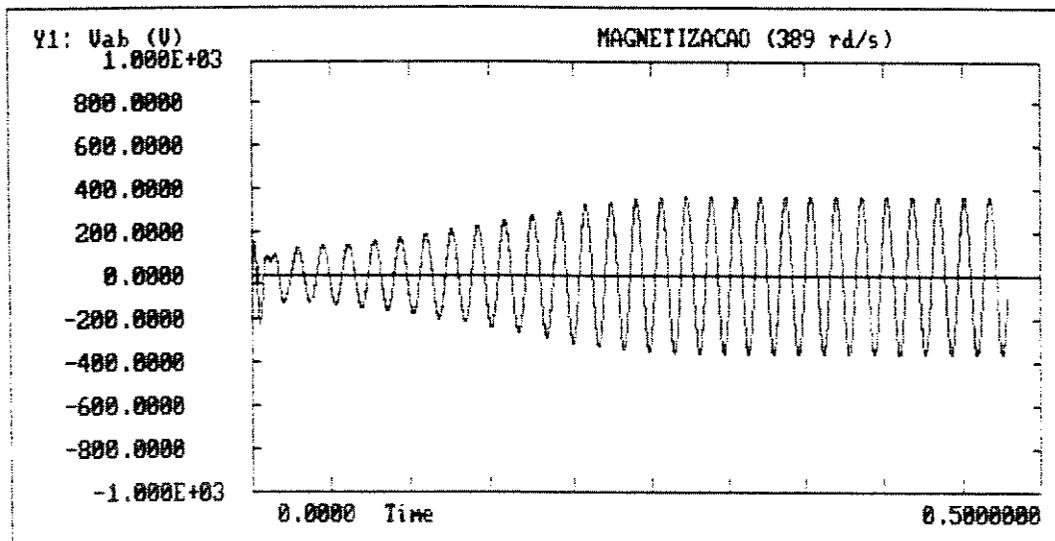


Fig. 9.12- Processo de auto-excitação- Tensão terminal (V_{ab}) em função do tempo.

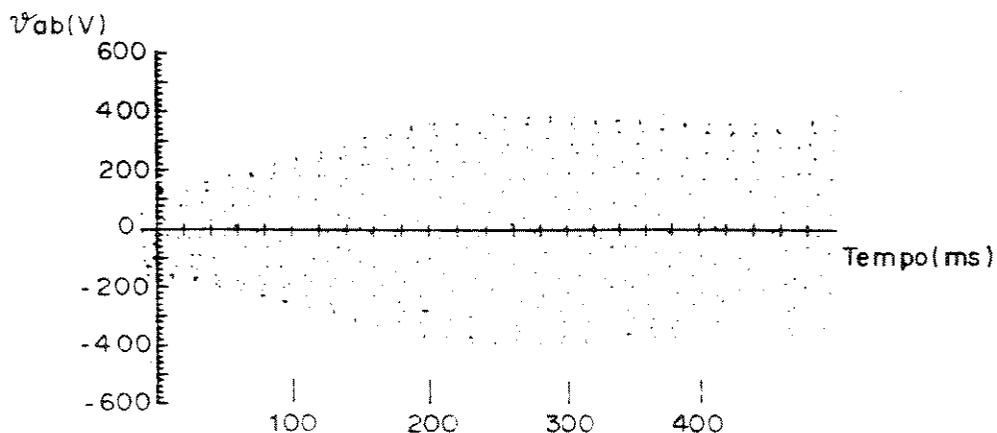


Fig. 9.13- Processo de auto-excitação- Tensão terminal (V_{ab}) em função do tempo (resultado experimental).

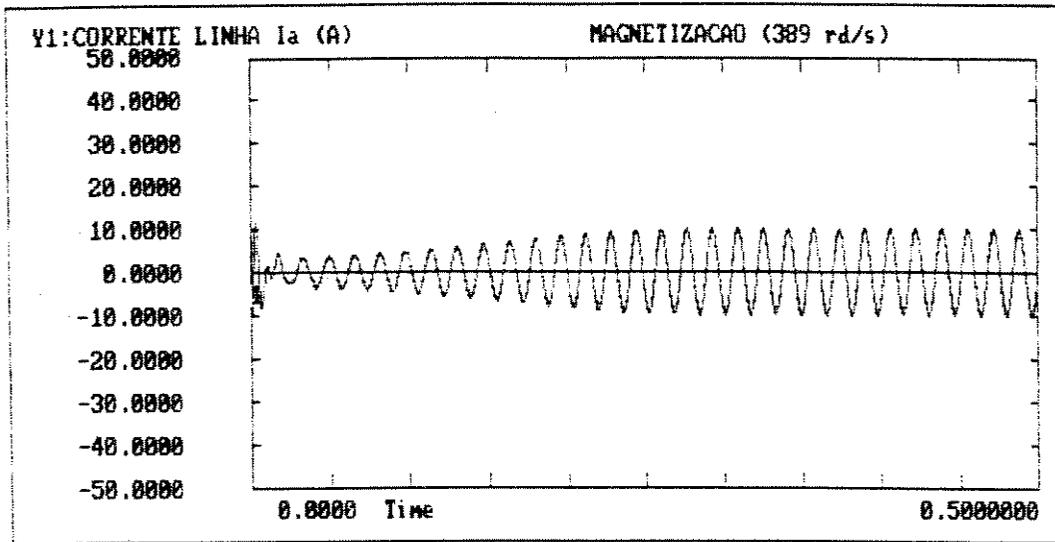


Fig. 9.14- Processo de auto-excitação- Corrente de linha (I_a) em função do tempo.

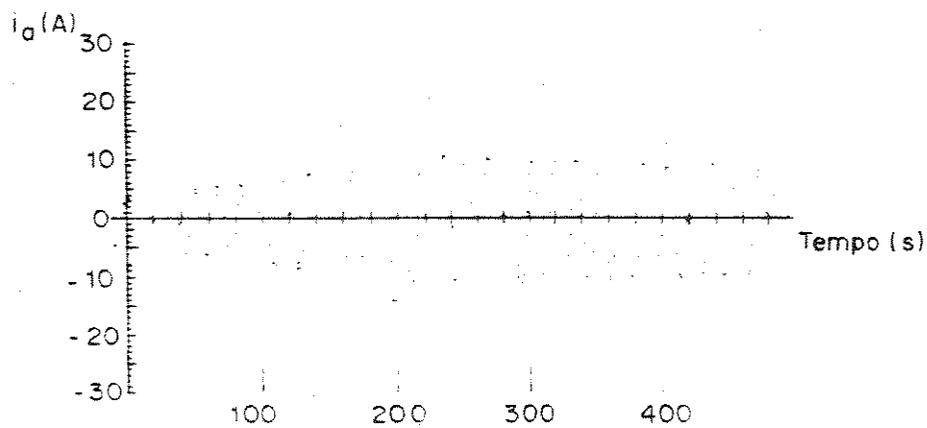


Fig. 9.15- Processo de auto-excitação- Corrente de linha (I_a) em função do tempo (resultado experimental).

Os resultados, apresentados nas figuras a seguir, foram obtidos utilizando-se os valores instantâneos da corrente de magnetização, ao invés dos valores eficazes, para a obtenção da indutância correspondente. Produzindo-se, desta forma, as oscilações devidas às componentes harmônicas.

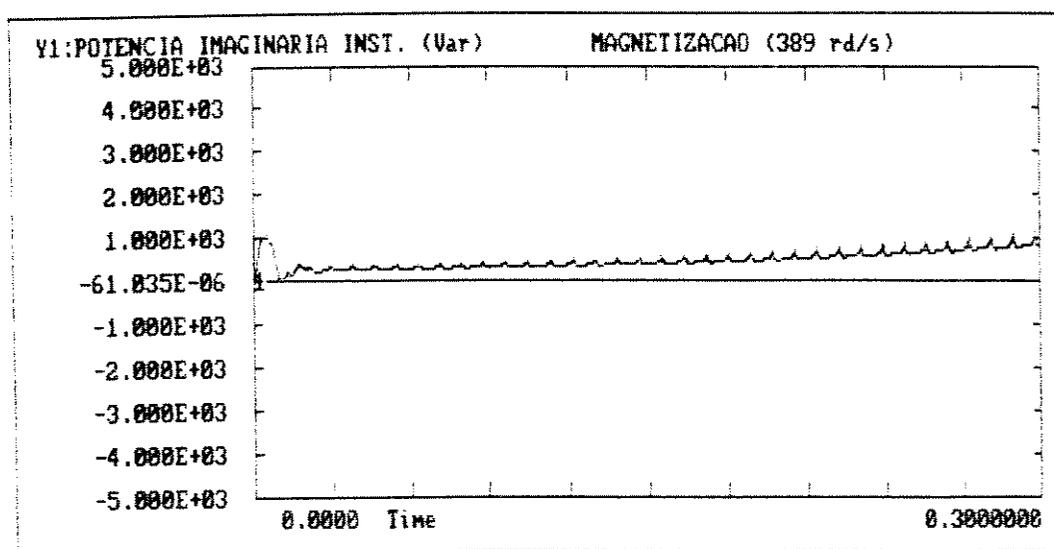


Fig. 9.16- Processo de auto-excitação- Potência imaginária instantânea em função do tempo (com as oscilações).

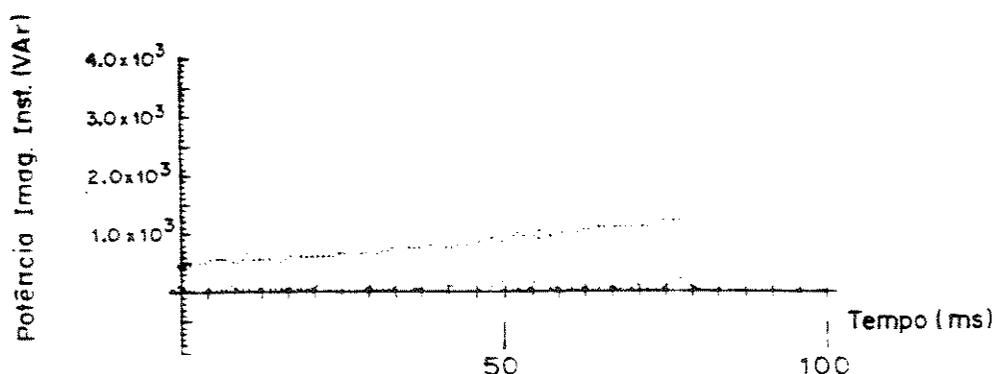


Fig. 9.17- Processo de auto-excitação- Potência imaginária instantânea em função do tempo (resultado experimental).

9.6 APLICAÇÃO DE CARGAS

Como já se sabe da literatura, o gerador, na operação isolada, apresenta um comportamento pobre quanto à regulação da tensão terminal em função da carga aplicada.

Esta é uma das principais dificuldades na utilização generalizada desta máquina. Podem ser necessários valores altos de capacitâncias, devido à saturação, tornando o sistema economicamente inviável, sendo limitada, na prática, a sua aplicação, às pequenas potências.

Os resultados apresentados exemplificam a aplicação de carga e o processo de desmagnetização do gerador.

Sabe-se, também, que o gerador de indução é auto-protegido contra sobre-cargas e curtos-circuitos devido à sua rápida desmagnetização, o que pode ser observado nas figuras adiante.

Após o processo de magnetização, a velocidade da máquina era reduzida para evitarem-se as sobretensões quando da retirada de carga.

A seguir, apresentam-se os resultados da aplicação de uma carga resistiva (125 ohms) à máquina operando em regime:

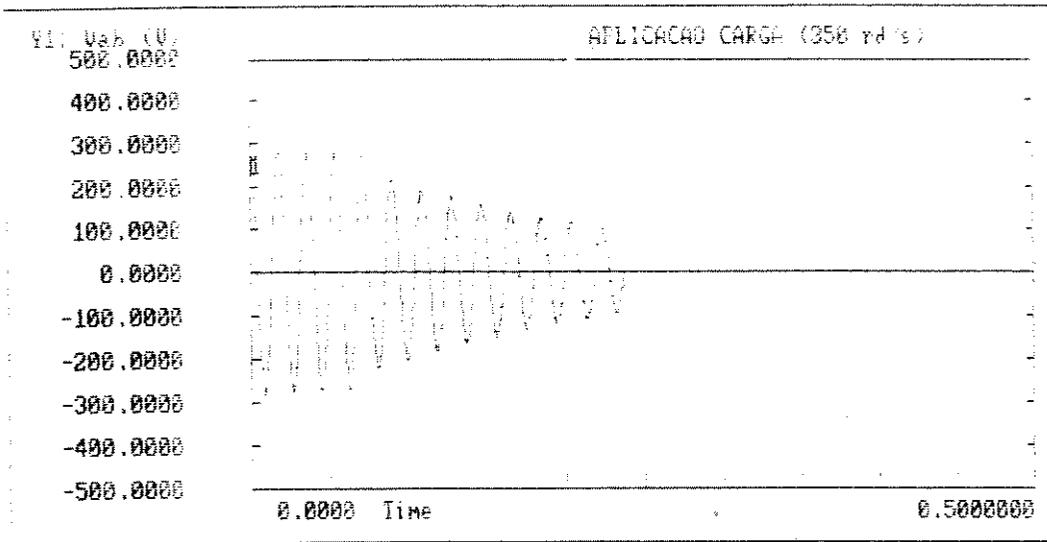


Fig. 9.18 - Aplicação de carga- Tensão terminal (V_{ab}) em função do tempo.

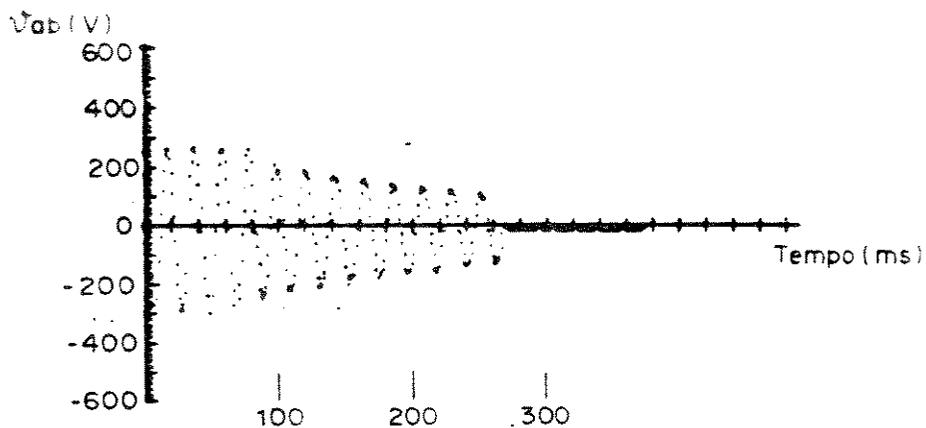


Fig. 9.19 - Aplicação de carga- Tensão terminal (V_{ab}) em função do tempo (resultado experimental).

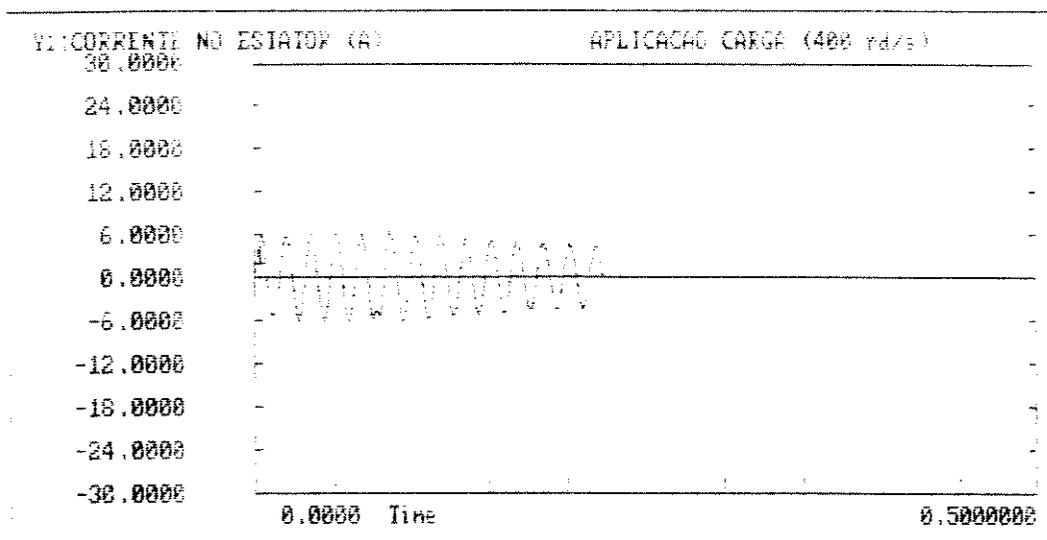


Fig. 9.20 - Aplicação de carga- Corrente de linha (I_a) em função do tempo.

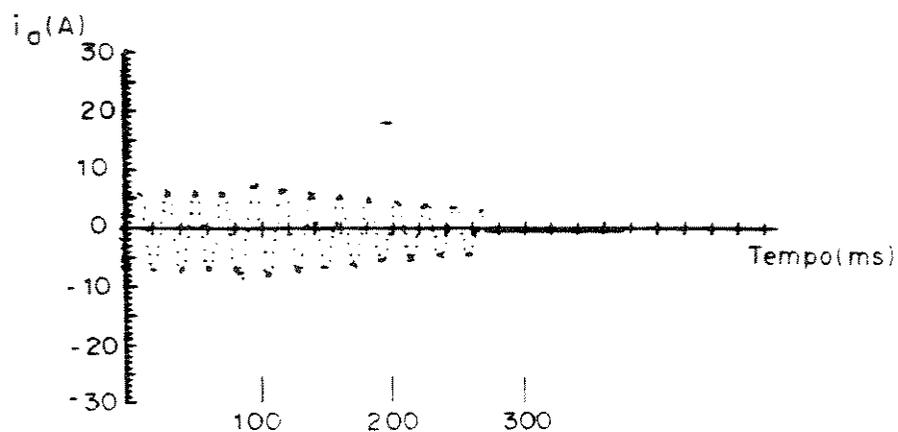


Fig. 9.21 - Aplicação de carga- Corrente de linha (I_a) em função do tempo (resultado experimental).

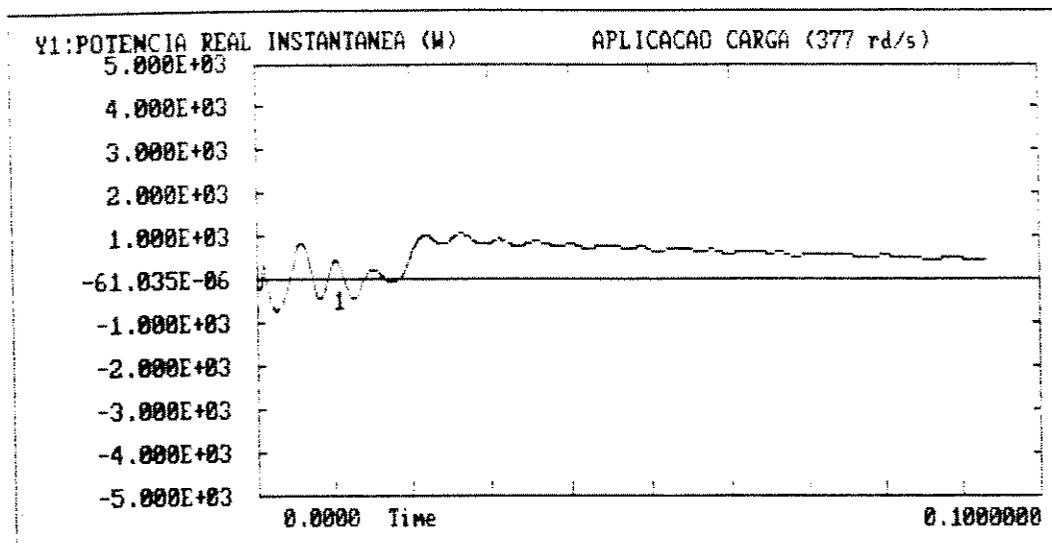


Fig. 9.22- Aplicação de carga- Potência real instantânea em função do tempo.

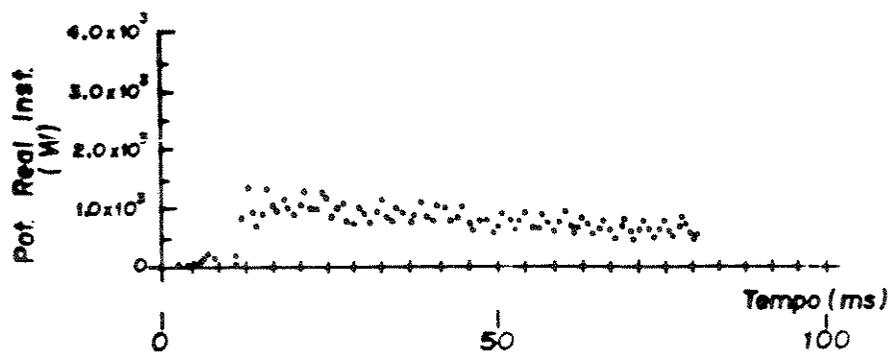


Fig. 9.23- Aplicação de carga- Potência real instantânea em função do tempo (resultado experimental).

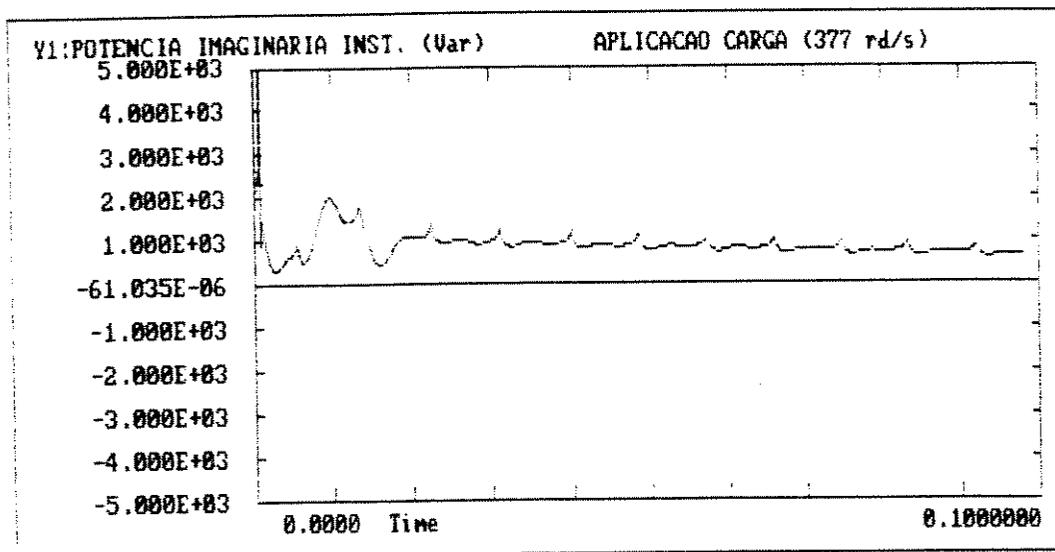


Fig. 9.24- Aplicação de carga- Potência imaginária instantânea em função do tempo.

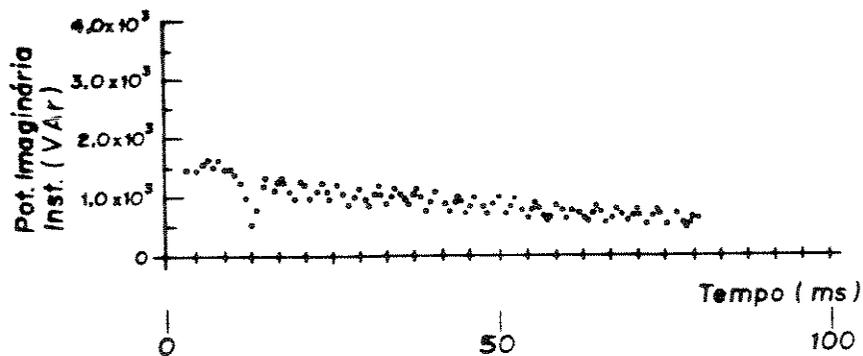


Fig. 9.25- Aplicação de carga- Potência imaginária instantânea em função do tempo (resultado experimental).

As potências real e imaginária instantâneas apresentam oscilações devido à saturação magnética.

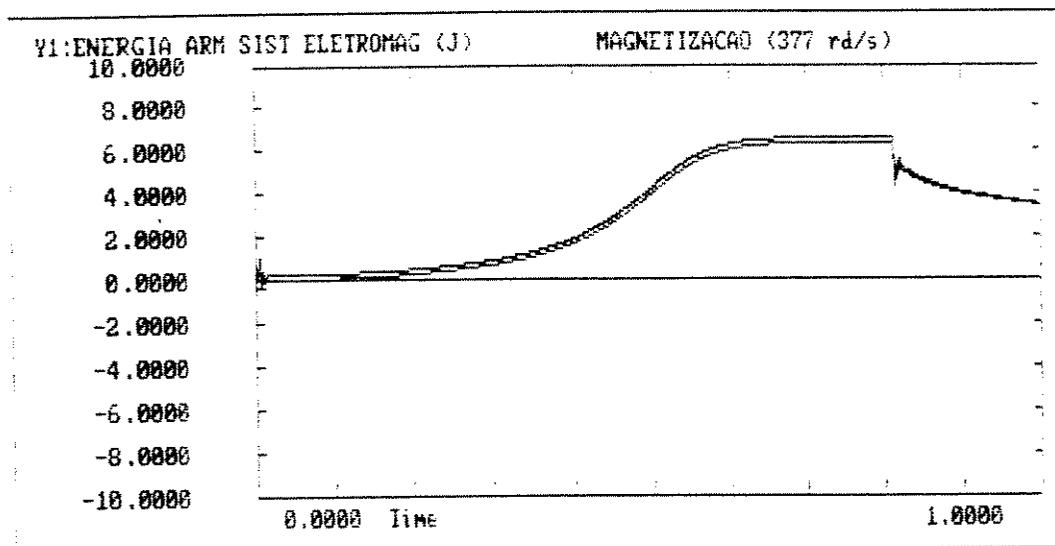


Fig. 9.26- Aplicação de carga- Energia armazenada no sistema eletromagnético em função do tempo.

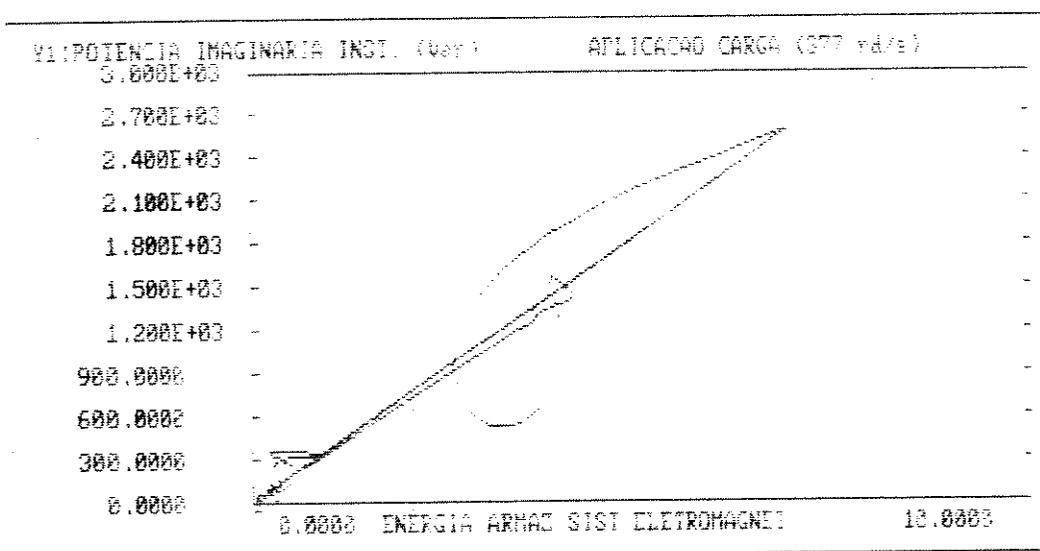


Fig. 9.27- Aplicação de carga- Potência imaginária instantânea em função da energia armazenada no sistema eletromagnético.

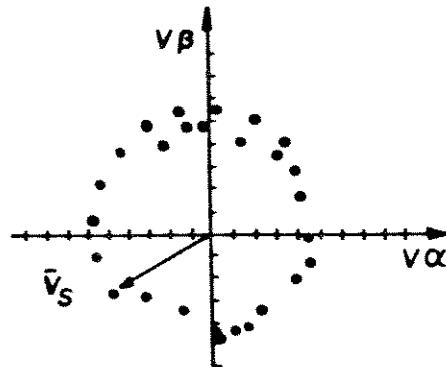


Fig. 9.28 -Aplicação de carga- Trajetória descrita pela extremidade do vetor \vec{V}_s (escalas 50 V/div)

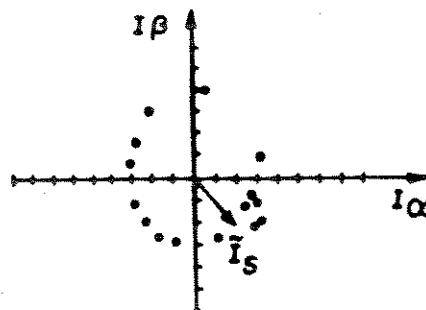


Fig. 9.29 -Aplicação de carga- Trajetória descrita pela extremidade do vetor \vec{I}_s (escalas 2 A/div)

As figuras 9.28 e 9.29 mostram respectivamente o caminho traçado pela extremidade dos vetores \vec{V}_s e \vec{I}_s no 1º sub-período de ocorrência da sobre-carga.

Pode-se notar uma diminuição da defasagem entre esses vetores; o que justifica a variação brusca das potências real e imaginária no instante da ocorrência desta.

Ocorre, de imediato, uma diminuição na velocidade de \tilde{I}_s , e, posteriormente, na de \tilde{V}_s (concentração maior de pontos no 4.º quadrante).

Neste intervalo de tempo, não se mantém a proporcionalidade entre a potência imaginária instantânea e a energia armazenada (figura 9.27).

Como já foi mencionado, a inclinação dessa reta fornece a frequência.

Após a aplicação da carga, a reta sofre uma maior inclinação e tem trajetória descendente, pois a energia armazenada no sistema diminui (oscila em alguns períodos).

Portanto, dois sub-períodos transitórios se verificam: um, de curta duração, no qual ocorre a variação da energia armazenada e a variação da frequência e, outro, idem, com frequência constante.

A figura (9.30) exemplifica a variação do escorregamento instantâneo, s , com a aplicação da carga.

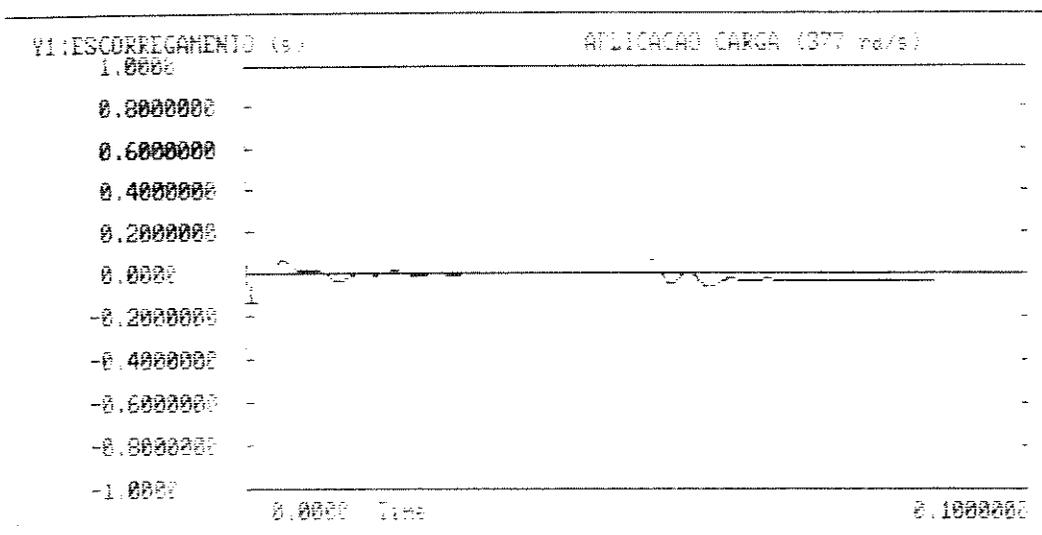


Fig. 9.30- Aplicação de carga-Variação do escorregamento instantâneo em função do tempo.

A possibilidade de calcular-se o escorregamento instantâneo, em tempo real, sugere a definição da resistência de carga equivalente instantânea:

$$R_{Linst} = R_r \frac{1 - s}{s} \quad (9.3)$$

Pode-se obter da equação (8.10) a parte real como segue:

$$P_{entreferro} = P_{eletromag} - P_{joule\ rotor} - P_{mag\ rotor} \quad (9.4)$$

e

$$P_{entreferro} = P_{mag\ est} + P_{joule\ est} + P_{carga} \quad (9.5)$$

Considerando-se que:

$$P_{eletromag} = (P_{entreferro} - P_{mag\ rotor}) \frac{R_{Linst}}{R_r + R_{Linst}} \quad (9.6)$$

ou seja, a potência eletromagnética recebida do eixo distribui-se, de forma proporcional, em potência real instantânea fornecida ao estator através do entreferro mais potência armazenada no campo magnético, e em perdas no rotor.

Constata-se a validade destas equações para o período de magnetização e o segundo sub-período transitório.

Quanto ao primeiro sub-transitório, deve-se fazer um estudo mais aprofundado, visto que o método não se aplica ; talvez devido à baixa taxa de amostragem, relacionada com as rápidas variações de frequência (passo de integração de 100µs usado na simulação).

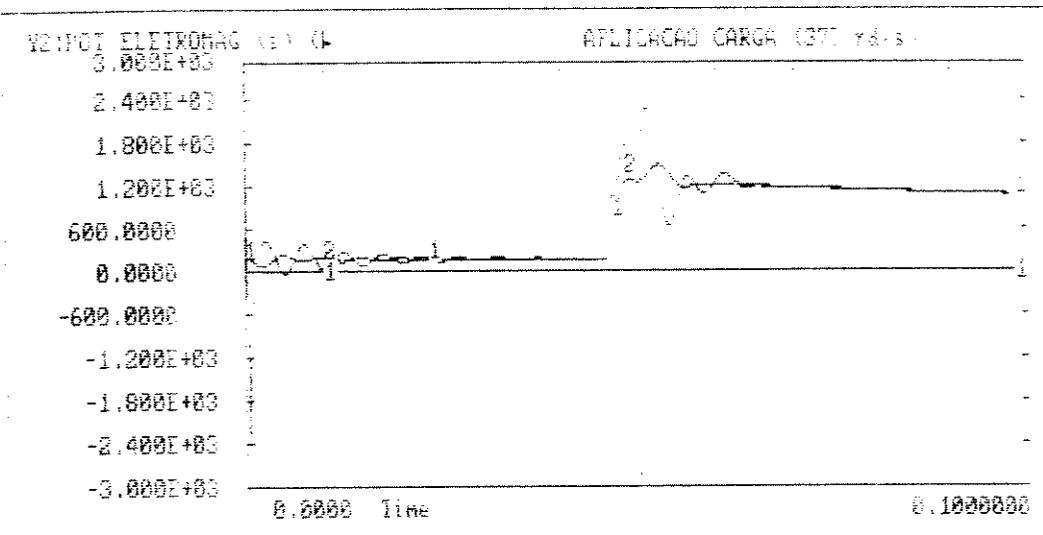


Fig.9.31- Magnetização e aplicação de carga- Potência eletromagnética instantânea em função do tempo.

Na figura 9.31 foram traçadas duas curvas que se sobrepõem nos períodos mencionados: a curva 2 obteve-se utilizando-se as equações (9.3) a (9.6) e a curva 1, tomando-se a parte real da expressão da potência eletromagnética das equações (8.5) e (8.10).

Tem-se, desta forma, uma importante técnica para a determinação da potência e o torque eletromagnético no eixo da máquina, que envolve mais cálculos algébricos do que integrações.

Sugere-se a comprovação experimental para trabalhos futuros.

CAPÍTULO X

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A determinação das potências real e imaginária instantâneas "on-line" das máquinas elétricas, torna-se um instrumento para a análise do comportamento transitório e em regime destas.

Particularmente, ressalta-se a sua importância no estudo de torques pulsantes no eixo, e estudos de otimização do rendimento.

O controle das potências real e imaginária instantâneas nos terminais da máquina, pode ser efetuado utilizando-se a técnica desenvolvida por Akagi que se aplica ao projeto e controle de filtros.

Estes são projetados e controlados de forma a minimizaram-se as oscilações das potências, através do fornecimento de potência imaginária em oposição às variações daquela consumida pela máquina, constituindo-se em filtros adaptativos de aplicação para qualquer espectro de frequência.

Nos métodos de controle vetorial, calcula-se em tempo real, o torque eletromagnético dado por [5], [10] :

$$T = K I_{mr} I_{1q} \quad (10.1)$$

onde

\tilde{I}_{mr} - corrente magnetizante modificada;

I_{1q} - corrente do estator em quadratura com \tilde{I}_{mr} ;

K - constante;

Este cálculo é de difícil implementação prática.

Sugere-se a utilização dos resultados do capítulo 9 para a pesquisa de um método alternativo.

Além disso, em aplicações como acionamentos em regimes intermitentes, com alta frequência de manobra, estas técnicas podem conduzir a resultados mais precisos na avaliação do desempenho da máquina.

10.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS

A utilização das variáveis exponenciais complexas dá um tratamento mais elegante à teoria da potência reativa instantânea de Akagi, e permite uma melhor interpretação dos significados físicos dos conceitos envolvidos.

Uma melhor compreensão desta teoria possibilita maior divulgação e, conseqüentemente, o desenvolvimento de novas técnicas de controle e projetos de compensadores de potência reativa em sistemas de potência.

A representação gráfica vetorial contribue neste sentido.

Propõem-se a denominação à teoria de "Teoria da Potência Complexa Instantânea", pois a denominação utilizada por Akagi originou-se de uma interpretação errônea da potência real distorciva instantânea.

Expressões para potências complexas em termos de parâmetros de circuitos podem ser desenvolvidas para circuitos de corrente alternada em geral, e aplicadas para uma melhor análise de conversores estáticos.

Uma expressão semelhante à (8.10), pode ser desenvolvida para a máquina síncrona e ser utilizada na análise e controle da estabilidade de sistemas de potência.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Emanuel, A. E.- (1990). "Powers in Nonsinusoidal Situations-A Review of Definitions and Physical Meaning." IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 5 n^o3, July: 630-636.
- [2] Akagi, H.; Kanazawa, Y. and Nabae, A.- (1984). "Instantaneous Reactive Power Compensator Comprising Switching Devices Without Energy Storage Components." IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. IA-20, n^o 3, May/June: 625-630.
- [3] Torrens, A.B.- (1981). "Time-Dependent Complex Quantities and Instantaneous Complex Power." Int. J. of Electrical Enging. Education, Manchester, U.K., Vol. 18 : 345-350.
- [4] Ivanov, A, & Smolensky - (1988). "Electrical Machines", Moscou, Mir Publishers.280 p.
- [5] Leonard, W. - (1986). "Microcomputer Control of High Dynamic Performance ac-Drives-A Survey", Automatica, U.K. Vol.22, n^o1: 1-19.
- [6] Grantham, C. et alli.- (1989). "Steady-State and Transient Analysis of Selfexcited Induction Generators", IEE PROCEEDINGS. Vol 136, Pt. B, No.2, :580-587.
- [7] Fitzgerald, A. E. and Kingsley Jr, C.- (1961). "Electric Machinery", McGRAW-HILL, Tokyo, 568 p.
- [8] De Doncker, R.; Geysen, W.; Vandenput, A. and Bolmans, R.- (1983) "A Three Phase Selfexcited Induction Generator Loaded by a Controlled Rectifier Bridge- IPEC- Tokyo.
- [9] Milanez, D. L.; Miskulin, M. S.- (1993). "The Instantaneous Complex Power Applied to Three-Phase Machines"- IAS Annual Meeting- Toronto- Canada:171-176
- [10] Bose, B. K.- (1988). "Technology Trends in Microcomputer Control of Electric Machines", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 35, n^o1, February:655-661

APÊNDICE 1**LEVANTAMENTO DOS PARÂMETROS DA MÁQUINA****DADOS DE PLACA DA MÁQUINA DE INDUÇÃO**

- Motor de Indução Trifásico
- Marca: WEG
- Potência: 2 CV
- Frequência: 60 Hz
- Tensões:
 - Triângulo - 220 V
 - Estrela - 380 V
- Correntes:
 - Triângulo - 7,6 A
 - Estrela - 4,4 A
- Velocidade Nominal - 1150 rpm
- Categoria B
- Fator de Serviço - 1,15
- Isolação Classe B
- Código D
- Regime Contínuo
- Carcaça IP 44

Os dados necessários para o levantamento dos parâmetros da máquina foram obtidos através do ensaio em vazio, ensaio com rotor bloqueado e medição da resistência, à corrente contínua, dos enrolamentos do estator.

Seguiram-se as recomendações dadas por Fitzgerald [7].

ENSAIO EM VAZIO

Em vazio, a corrente no rotor é muito baixa, necessária somente para produzir o torque para vencer o atrito nos mancais e por ventilação. As perdas no cobre do rotor são, portanto, baixas.

Porém, as perdas no cobre do estator são elevadas devido à considerável corrente de excitação.

As perdas rotacionais em condições normais de operação são dadas por:

$$P_{rot} = P_{vazio} - 3 I_{vazio}^2 R_s \quad (A.1)$$

onde P_{vazio} é a potência trifásica fornecida à máquina, e I_{vazio} é a corrente de fase.

VALORES MEDIDOS

VAZIO

Com os enrolamentos ligados em triângulo.

P_{vazio} (W)	Corrente linha (A)		Tensão de linha (V)	
	I_a	I_b	V_{ab}	V_{bc}
300	5,2	5,18	220	220

Portanto, as perdas rotacionais são:

$$P_{rot} = 189,56 \text{ W} \quad (A.2)$$

Sendo o escorregamento em vazio muito pequeno, a resistência do rotor refletida no estator é muito grande. Portanto, a combinação paralela dessa resistência com a reatância do ramo magnetizante é dada praticamente por X_{sr} . Consequentemente, a reatância aparente, X_{vazio} , medida pelos

terminais do estator, é praticamente dada por:

$$X_{\text{vazio}} = X_s = X_{s\sigma} + X_{sr} \quad (\text{A.3})$$

A reatância própria do estator, X_s , portanto, pode ser determinada por medições em vazio, como segue:

Considerando-se ligação estrela, no estator, o módulo da impedância por fase é:

$$Z_{\text{vazio}} = \frac{V_{\text{vazio}}}{\sqrt{3} I_{\text{vazio}}} = 73,42 \text{ ohms} \quad (\text{A.4})$$

A resistência de entrada, em vazio, é dada por:

$$R_{\text{vazio}} = \frac{P_{\text{vazio}}}{3 I_{\text{vazio}}^2} = 11,14 \text{ ohms} \quad (\text{A.5})$$

Portanto, a reatância em vazio, X_{vazio} , obtem-se por:

$$X_{\text{vazio}} = \sqrt{Z_{\text{vazio}}^2 - R_{\text{vazio}}^2} = 72,57 \text{ ohms} \quad (\text{A.6})$$

ENSAIO COM ROTOR BLOQUEADO

Este ensaio fornece informações sobre as impedâncias de dispersão.

O circuito equivalente da máquina para essa condição, é semelhante ao do transformador em curto-circuito.

Embora a impedância de dispersão seja afetada pela saturação magnética e pela frequência do rotor, neste trabalho ela será considerada constante. O ensaio será realizado com a frequência nominal, pois para pequenas máquinas essa influência é desprezível.

VALORES MEDIDOS

Para motores de indução tipo gaiola de esquilo, a impedância equivalente praticamente não depende da posição do rotor, θ , como pode ser verificado:

ROTOR BLOQUEADO

$$\theta = 0^\circ$$

PRB (W)	Corrente linha (A)		Tensão de linha (V)	
	I _a	I _b	V _{ab}	V _{bc}
179	4,99	5	41	42

$$\theta = 120^\circ$$

PRB (W)	Corrente linha (A)		Tensão de linha (V)	
	I _a	I _b	V _{ab}	V _{bc}
180	5	5	42	41

$$\theta = 240^\circ$$

PRB (W)	Corrente linha (A)		Tensão de linha (V)	
	I _a	I _b	V _{ab}	V _{bc}
180	5	5	42	41

Portanto,

$$Z_{rb} = \sqrt{3} \frac{V_{rb}}{I_{rb}} = 14,37 \text{ ohms} \quad (\text{A.7})$$

e

$$R_{rb} = \frac{P_{rb}}{2 I_{rb}} = 7,2 \text{ ohms} \quad (\text{A.8})$$

e, portanto,

$$X_{rb} = \sqrt{Z_{rb}^2 - R_{rb}^2} = 12,44 \text{ ohms} \quad (\text{A.9})$$

Desprezando-se a corrente de excitação com rotor bloqueado, X_{rb} é igual à soma das reatâncias de dispersão do estator e rotor:

$$X_{rb} = X_{s\sigma} + X_{r\sigma} \quad (\text{A.10})$$

O comportamento da máquina é pouco afetado pela distribuição deste valor entre o estator e o rotor. Neste trabalho será adotado o mesmo valor para ambas.

Portanto,

$$X_{s\sigma} = X_{r\sigma} = 6,21 \text{ ohms} \quad (\text{A.11})$$

A reatância de magnetização pode ser dada por:

$$X_{sr} = X_{vazio} - X_{s\sigma} = 66,35 \text{ ohms} \quad (\text{A.12})$$

A resistência do estator foi considerada pelo valor obtido em medição em corrente contínua com a máquina à frio, já que todos os ensaios foram realizados nestas condições.

V _{cc} (V)	3,93	5,06	9,28	13,54	18,63
I _{cc} (A)	0,97	1,26	2,30	3,34	4,57
R _{scc} (ohms)	4,05	4,01	4,03	4,05	4,07

Foi adotado no modelo matemático o valor:

$$R_s = 4,1 \text{ ohms} \quad (\text{A.13})$$

igual ao valor obtido com um ohmímetro digital.

A resistência do rotor foi obtida da seguinte forma:

Pode-se obter a resistência equivalente com rotor bloqueado, R_{rb} , de forma análoga àquela para a resistência equivalente no ensaio em vazio.

Denotando-se a diferença entre esta resistência e a resistência do estator por R , ou seja,

$$R = R_{rb} - R_s = 3,1 \text{ ohms} \quad (\text{A.14})$$

Esta resistência, R , também poder ser dada por:

$$R = R_r \frac{X_{sr}^2}{R_r^2 + X_s^2} \approx R_r \frac{X_{sr}^2}{X_s^2} \quad (\text{A.15})$$

Pois, com o escorregamento igual a um, a resistência, R , é dada pela combinação de $R_r + j X_r$ em paralelo com $j X_{sr}$.

Onde

$$X_r = X_{r\sigma} + X_{sr} \quad (\text{A.16})$$

é a reatância própria do rotor.

Portanto, de (A.15), obtém-se R_r :

$$R_r \approx (R_{rb} - R_s) \frac{X_r^2}{X_{sr}} = 3,7 \text{ ohms} \quad (\text{A.17})$$

LEVANTAMENTO DA CURVA DE SATURAÇÃO EM VAZIO

A curva de saturação em vazio constitui-se da curva Tensão nos Terminais da Máquina x Corrente de Magnetização.

Para o seu levantamento, aciona-se a máquina à velocidade síncrona.

Desta forma, as perdas devido ao atrito nos mancais e ventilação, serão supridas pela máquina acionadora através do eixo.

Aumenta-se a tensão aplicada aos terminais da máquina desde zero até ao valor máximo permitido pela isolação, medindo-se as correntes de magnetização correspondente.

A rêde fornecerá a corrente necessária ao estabelecimento do campo girante e uma componente para suprir as perdas no ferro. As perdas no cobre são desprezíveis.

Deve-se observar inicialmente, o sentido do campo girante, para evitar o funcionamento na região de frenagem da máquina.

A seguir, tem-se a tabela dos valores medidos, a curva de saturação em vazio e a curva da variação da indutância de magnetização em função da corrente de magnetização (esta foi obtida tomando-se a tangente em cada ponto da curva de saturação em vazio):

ENSAIO EM VAZIO

TENSÃO DE LINHA (V)	CORRENTE DE LINHA I_L (A)	CORRENTE DE FASE I_{ϕ} (A)	E_s (V)	E_s/W	L_m
0	0				
15	0				
30	0,5	0,29			
40	1,0	0,58	36,33	0,096	0,166
50	1,15	0,66			
60	1,38	0,80	54,94	0,146	0,188
70	1,53	0,88			
80	1,79	1,03	73,49	0,195	0,189
90	1,96	1,13			
100	2,19	1,26	92,04	0,244	0,194
110	2,38	1,37			
120	2,57	1,48	110,66	0,294	0,198
130	2,75	1,59			
140	2,96	1,71	129,21	0,343	0,200
150	3,19	1,84			
160	3,40	1,96	147,63	0,392	0,200
170	3,62	2,09			
180	3,90	2,25	165,79	0,440	0,195
190	4,18	2,41			
200	4,40	2,54	183,95	0,490	0,192
210	4,82	2,78			
220	5,20	3,00	201,02	0,533	0,178
230	5,60	3,23			
240	6,10	3,52	217,70	0,577	0,164

Tab. A.1- Dados levantados no ensaio para obtenção da curva de saturação em vazio.

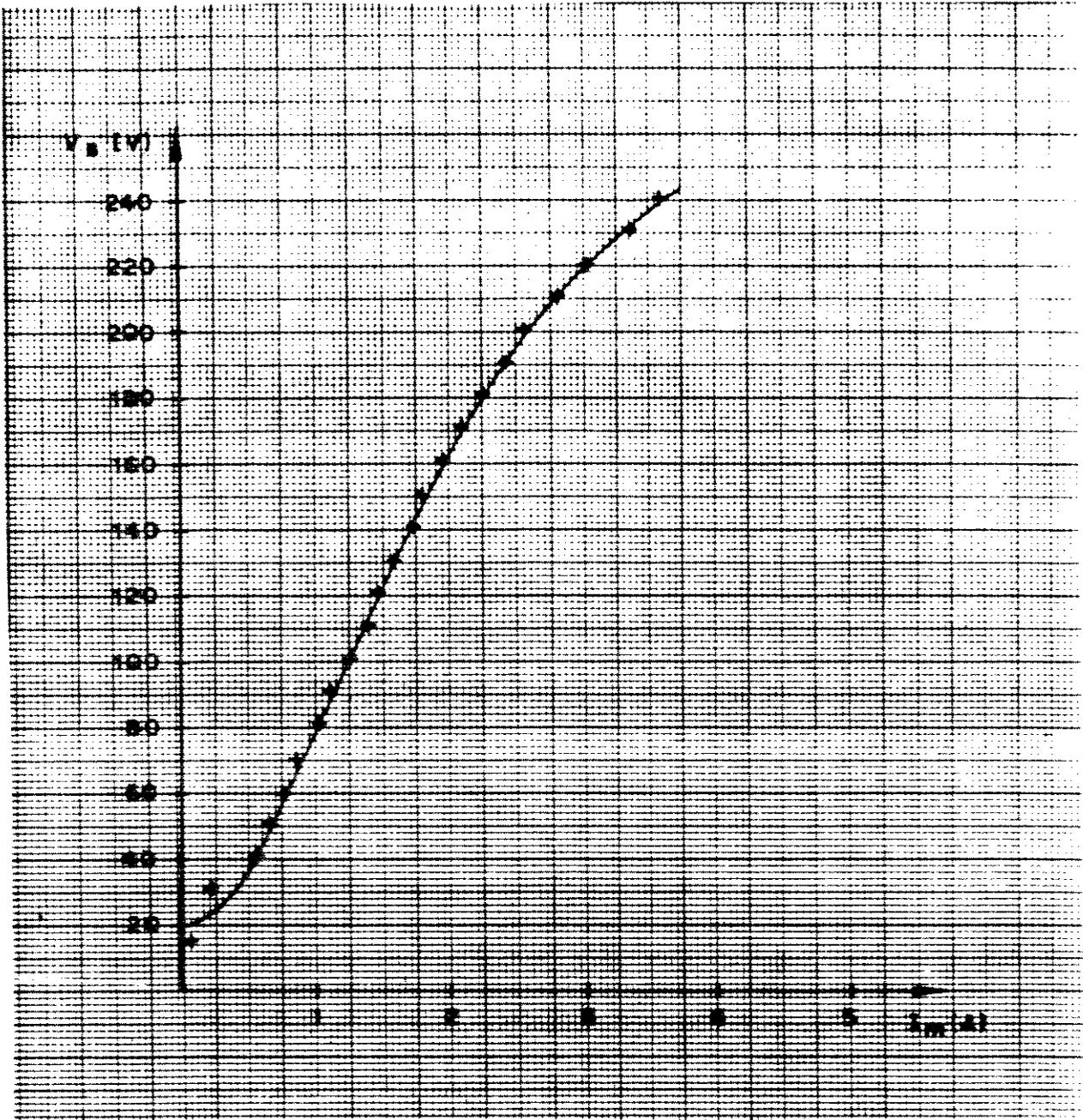


Fig. A.1- Curva experimental de saturação em vazio- Tensão terminal (V_s) e corrente de magnetização (I_m).

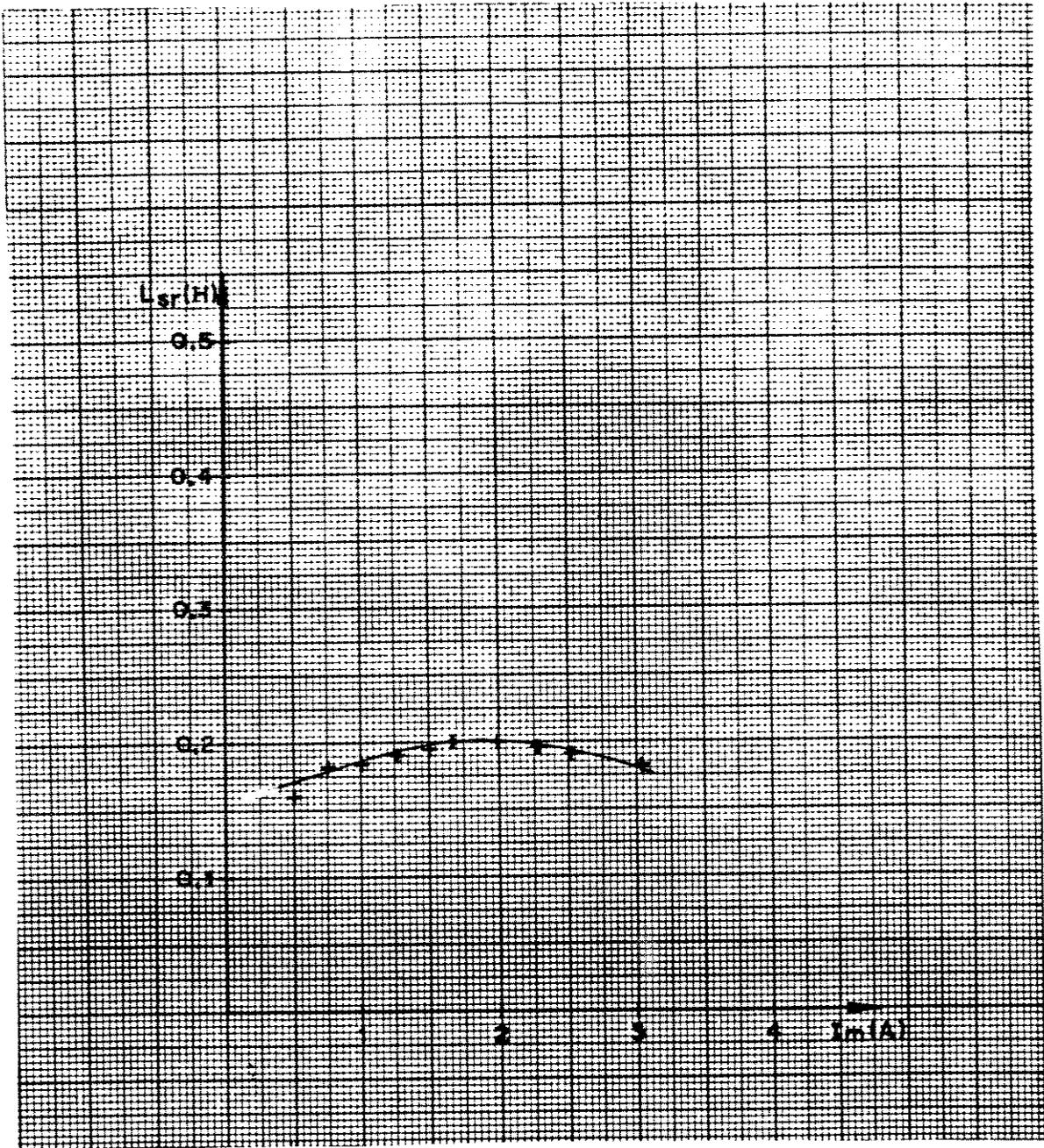


Fig. A.2- Curva experimental da indutância de magnetização (L_{sr}), em função da corrente de magnetização (I_m).

APÊNDICE 2**LISTAGEM DO PROGRAMA PARA SIMULAÇÃO DO SISTEMA GERADOR-CARGA**

Model File: GEH13993

Date: 9 / 28 / 1993

99

Time: 15 : 28

Timing: 100.000E-06 ,DELTA ; 1.0000 ,RANGE

PlotBlocks and Scales:

Format:

BlockNo,	Plot-MINimum,	Plot-MAXimum;	Comment
Horz: 0 ,	0.0000 ,	0.1000000 ;	Time
Y1: 1240 ,	-10.0000 ,	10.0000 ;	ENERGIA ARM SIST ELETROMAG (J)
Y2: ,	, ,	, ;	
Y3: ,	, ,	, ;	
Y4: ,	, ,	, ;	

0.0600000	1 INT	11		
-1.0000	2 INT	21		
0.0800000	3 INT	31		
-0.8900000	4 INT	41		
351.0000	5 INT	51		;Vab (V)
7.9300	6 INT	61		
0.3000000	7 INT	570		
0.0000	8 INT	430		
0.0000	9 INT	755		
	11 SUM	-12	37	53
4.1000	12 GAI	13		
	13 DIV	1	109	
	14 DIV	1	110	
3.7000	15 GAI	14		
	16 MUL	15	130	
40.000E-06	17 ATT	13		
	21 SUM	-27	47	63
	22 DIV	2	110	
	23 DIV	2	109	
40.000E-06	24 ATT	23		
3.7000	25 GAI	22		
	26 MUL	25	130	
4.1000	27 GAI	23		
	31 SUM	16	-39	-42
	32 DIV	3	109	
	33 DIV	3	110	
40.000E-06	34 ATT	32		
	35 MUL	34	120	
4.1000	36 GAI	32		
	37 MUL	36	120	
377.0000	38 GAI	3		
3.7000	39 GAI	33		
	41 SUM	26	38	-45
377.0000	42 GAI	4		
	43 DIV	4	110	
	44 DIV	4	109	
3.7000	45 GAI	43		
4.1000	46 GAI	44		
	47 MUL	46	120	
40.000E-06	48 ATT	44		
	49 MUL	48	120	
	51 SUM	-17	35	-52
5.000E+03	52 GAI	5		
1.0000	53 GAI	5		
	61 SUM	-24	49	-62
5.000E+03	62 GAI	6		
1.0000	63 GAI	6		

	253 MUL	252	259		101
	254 MUL	5	6	259	
	255 MUL	253	253		
	256 MUL	254	254		
	257 SUM	255	256		
	258 SQT	257			
40.000E-06	259 CON				
	260 MUL	6	6		
	261 SUM	250	260		
0.5000000	262 GAI	261			
	263 MUL	262	259		
	264 SQT	261			;TENSAO TERMINAL (V)
0.7070000	265 GAI	264			
	310 SUM	210	-220		
0.5000000	311 GAI	310			
	312 DIV	311	109		
	313 MUL	1	3		
	314 SUM	313	-333		
	315 DIV	120	109		
	316 DIV	130	110		
	317 MUL	314	-318		
	318 SUM	315	316		
	319 MUL	323	323		
	320 MUL	209	209		
	321 SUM	319	320		
	322 SQT	321			;energia armazenada na maquina
	323 SUM	312	332	317	
	324 SUM	210	220		
0.5000000	325 GAI	324			
	326 DIV	325	104		
	327 SQT	324			
	330 SUM	230	-240		
0.5000000	331 GAI	330			
	332 DIV	331	110		
	333 MUL	2	4		
	334 SUM	230	240		
0.5000000	335 GAI	334			
	336 DIV	335	105		
	337 SQT	334			
	350 SUM	250	260		
0.5000000	351 GAI	350			
40.000E-06	352 GAI	351			;energia armaz no capacitor
	400 MUL	5	126		
	410 MUL	6	136		
	420 SUM	400	410		
1.5000	430 GAI	-420			;POTENCIA REAL INSTANTANEA (W)
	440 MUL	6	126		
	450 MUL	5	136		
	460 SUM	-440	450		
1.5000	470 GAI	-460			;POTENCIA IMAGINARIA INST. (Var)
	530 MUL	4	123		
	540 MUL	3	133		
	550 SUM	530	-540		
377.0000	560 GAI	550			
1.5000	570 GAI	-560			;POTENCIA ELETROMAGNETICA (W)
1.5000	580 GAI	550			;TORQUE ELETROMAGNETICO (N.m)
	600 MUL	261	259		
	610 MUL	126	126		
	620 MUL	136	136		
	630 SUM	610	620		

