

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
DEPARTAMENTO DE MICROONDA E ÓPTICA

Este exemplar corresponde à relação final da tese  
defendida por João Crisóstomo W. A.  
Costa e aprovada pela Comissão  
Julgadora em 11/04/94.  
  
Orientador

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO SELETIVO DE  
GUIAS DE ONDA COM GRADE DIELÉTRICA

João Crisóstomo Weyl Albuquerque [Costa 823

Orientador  
Prof. Dr. Atílio José Giarola \*

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de  
Campinas como parte dos requisitos exigidos para obtenção do Título de Doutor em  
Engenharia Elétrica.

Campinas, Abril de 1994

## AGRADECIMENTOS

- Ao Prof. Atílio José Giarola pela sugestão do tema, pela orientação e por ter acreditado em nosso trabalho.
- Ao DMO/FEE/UNICAMP, pela possibilidade de realizar o doutorado no Brasil
- Aos funcionários da FEE/UNICAMP, em particular à Marcia pelo apoio, ao Airton, pelos excelentes desenhos e à Janete, pela excelente digitação dos nossos trabalhos.
- Ao amigo Paulo Valente pela acolhida em Campinas e pela força .
- À minha amiga Tete, pela companhia constante ao longo dos últimos 8 anos.
- Aos amigos da vida, Junior, Cida, Paulo, Carla, Izavan, Celina, Josué, Sonia, Adailton, Ramiro, Marsylla, Rosywan, Leonidas, Telma, Leonardo, Adriana, Sergio, Celeste e Gilson, pela companhia e pelas alegres visitas à nossa casa.
- Aos amigos do DMO, em especial Rubem, Helder, Ricardo, Zezé e Marcelo, pelo apoio e pelas discussões .
- Aos Profs. Vincent Buonomano do IMECC, Paulo Sakanaka do IFGW e Ariovaldo do DSEE/FEE da UNICAMP, pela autorização para uso do software "Mathematica".
- Ao CNPq e à TELEBRAS pelo apoio financeiro. e à FAEP pela bolsa auxílio-ponte
- À Dorinha, pela inestimável ajuda, pela companhia e pelo carinho com as nossas crianças .
- Aos meus pais, aos meus irmãos e à toda família Weyl A. Costa, pela energia.
- Às minhas filhas, MARINA<sup>♥</sup> e LÍVIA<sup>♥</sup>, pelas novas alegrias da minha vida.
- Acima de tudo, à minha grande companheira, MERCE<sup>♥</sup> , pelo inestimável apoio, pelo carinho, pela presença , por ter partilhado comigo das minhas aflições e ajudado a superá-las, sem o que este trabalho não seria possível.

*Aos meus pais, Zenito e Zinha*

*Aos meus irmãos , Irene, Dica, Nato, Zé, Pete, Paulo e Chico*

*Às mulheres da minha vida, Lívia, Marina e Merce*

*e à memória dos meus avós, Bento, Maria Augusta e Maria Albuquerque*

*.. este rio é minha rua,  
minha e tua mururé  
vivo no leito da rua  
deito no chão da maré .....*

*Rui Barata*

*Por um novo tempo em que a fome, a miséria e a opressão , não serão mais do que  
cicatrices da história ...*

*C. Chaplin*

# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Introdução . . . . .	1
1.2	Objetivos e organização do trabalho . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Estudo das Características de Propagação em Estruturas com Multicamadas Dielétricas Periódicas Infinitas</b>	<b>8</b>
2.1	Introdução . . . . .	8
2.2	Cálculo da relação de dispersão e distribuição dos campos num meio periódico . . . . .	10
2.3	Aplicação a estruturas periódicas finitas . . . . .	15
2.4	Resultados numéricos . . . . .	17
2.4.1	Estrutura simétrica com 4 lâminas . . . . .	17
<b>3</b>	<b>Formulação Rigorosa para Análise do Guiamento e Espalhamento por Guias de Onda com Grade Dielétrica</b>	<b>33</b>
3.1	Introdução . . . . .	33
3.2	Caracterização dos campos propagando-se nas camadas uniformes . . . . .	34
3.3	Caracterização dos campos propagando-se na camada periódica . . . . .	38
3.4	Aplicações da teoria . . . . .	41
3.5	Cálculo dos campos espalhados pelo guia . . . . .	43
<b>4</b>	<b>Análise do Comportamento Seletivo de Guias de Onda com Grade Dielétrica</b>	<b>49</b>
4.1	Introdução . . . . .	49
4.2	Aspectos teóricos . . . . .	50
4.3	Resultados numéricos . . . . .	52
4.3.1	Análise do guia de Bertoni <i>et al.</i> . . . . .	53
4.3.2	Previsão das frequências de reflexão máxima . . . . .	57
4.3.3	Efeito da modificação da configuração da camada periódica no comportamento seletivo do guia . . . . .	60
4.3.4	Efeito da variação do ângulo de incidência da onda plana que excita o guia . . . . .	63

4.3.5	Comparação com um guia de onda com camada periódica modulada senoidalmente . . . . .	70
<b>5</b>	<b>Efeito do Carregamento da Camada Periódica por Camadas Homogêneas e das Perdas Dielétricas</b>	<b>74</b>
5.1	Introdução . . . . .	74
5.2	Resultados numéricos . . . . .	74
5.2.1	Influência do meio dielétrico que envolve o guia de onda . . . . .	75
5.2.2	Efeito da inclusão de camadas dielétricas homogêneas . . . . .	79
5.2.3	Efeito das perdas dielétricas . . . . .	88
<b>6</b>	<b>Conclusões</b>	<b>91</b>
<b>A</b>	<b>Dedução das Equações (3.14) - (3.17)</b>	<b>99</b>
<b>B</b>	<b>Cálculo da Equação Característica e das Curvas de Dispersão para um Guia Dielétrico Uniforme</b>	<b>101</b>

## SUMÁRIO

Este trabalho analisa as características seletivas em frequência de guias de onda com grade dielétrica, visando a utilização destes como superfícies dicróicas na faixa de ondas milimétricas.

A formulação utilizada para análise destes guias é rigorosa. Nessa formulação, inicialmente são obtidas a constante de propagação e a distribuição dos campos dentro da grade, a partir de uma equação de autovalores. Após esta determinação, pode-se determinar os campos nas demais regiões do guia. Quando a variação na constante dielétrica da camada periódica é tipo degrau, a constante de propagação e a distribuição dos campos, dentro dessa camada, podem também ser obtidas analiticamente. A partir das características de propagação em estruturas periódicas infinitas ao longo da direção transversal à periodicidade. A formulação desenvolvida neste trabalho permite, para este último caso, a análise de estruturas periódicas com célula característica constituída por um arranjo arbitrário de lâminas dielétricas, finitas ou infinitas, ao longo da periodicidade. Além disso, o procedimento adotado para determinação dos campos espalhados pelo guia de onda, permite obter os campos em qualquer região do guia. Os resultados apresentados, exploram várias configurações de projeto para utilização dos guias de onda com grade dielétrica como superfícies dicróicas.

## ABSTRACT

Frequency selective characteristics of waveguides with a dielectric grating are analyzed in this work, having in mind their use as dichroic surfaces in the millimeter frequency band.

A rigorous formulation is used for analysis of these waveguides. In this formulation the propagation constant and the field distribution inside the grating are obtained by means of an eigenvalue equation. After this calculation the fields may be obtained in the remaining regions of the waveguide. When the variation of the dielectric constant in the periodic layer is of the step type, the propagation constant and fields distribution inside this layer may also be obtained analytically from the propagation characteristics in infinite periodic structures along the direction transverse to the periodicity. The formulation developed in this work for step varying dielectric constant in the periodic layer allows the analysis of periodic structures with a characteristic cell consisting of an arbitrary array of dielectric slabs, finite or infinitely long along the periodicity. Besides, the procedure used for the evaluation of the fields scattered by the waveguide allows the calculation of the fields in any region of the waveguide. The results presented explore various design configurations of waveguides with a dielectric grating for uses as dichroic surfaces.

# Capítulo 1

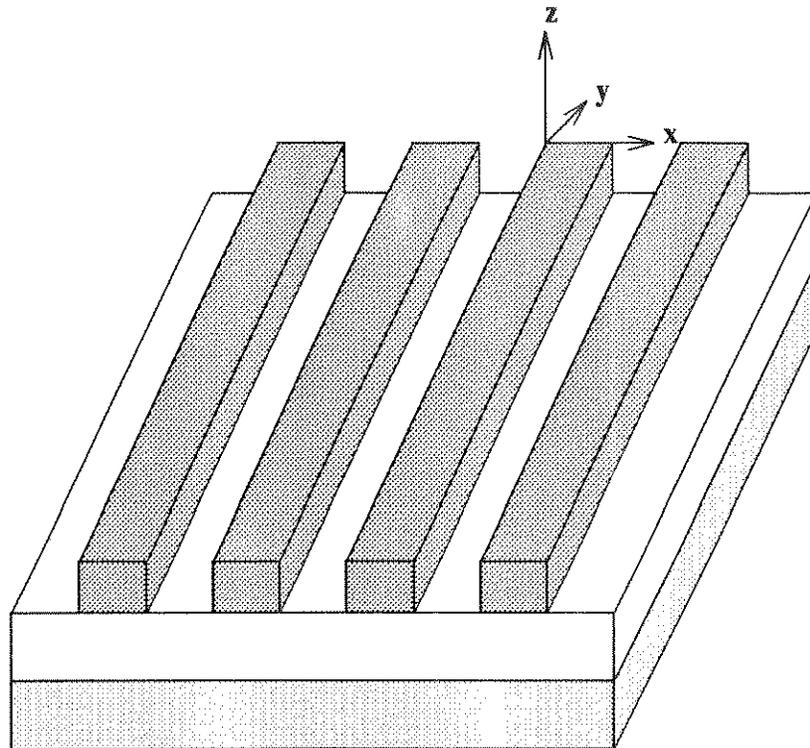
## Introdução

### 1.1 Introdução

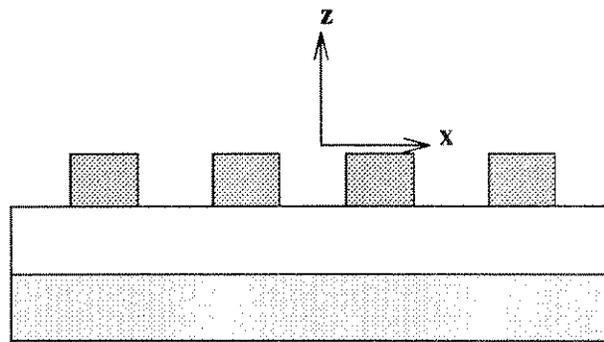
Guias de onda com grade são estruturas compostas por uma ou mais camadas com variação periódica no seu índice de refração (grade), ou em alguma outra de suas propriedades físicas, inserida entre outras multicamadas uniformes, como o mostrado na Fig. 1.1. Quando os materiais que compõem as camadas são dielétricos, como no caso dos guias analisados neste trabalho, essas estruturas são conhecidas como guias de onda com grade dielétrica.

Atualmente, a construção e projeto de guias de onda com grades é de grande interesse comercial. Estes guias são utilizados em vários dispositivos aplicáveis no campo de microondas e óptica, tais como em óptico-acústica, eletro-óptica, óptica integrada, computação óptica e eletrônica quântica. Dentre os dispositivos que utilizam grades de difração pode-se destacar: antenas, lasers, divisores e combinadores de feixes, moduladores, acopladores, filtros, multiplexadores e demultiplexadores por divisão de comprimento de onda, interconectores ópticos e as superfícies antirefletoras [1]-[5].

Bertoni *et al.*[6], propuseram que essas estruturas dielétricas fossem utilizadas como superfícies dicróicas, na faixa de ondas milimétricas. Essa utilização apresenta uma alternativa às estruturas dicróicas metálicas utilizadas nessa faixa de frequências, como por exemplo os conjuntos periódicos de dipolos impressos, usados atualmente em sistemas de alimentadores de antenas refletoras, operando em diferentes faixas de frequência [7]. A vantagem da utilização desses guias dielétricos, são as menores perdas dielétricas apresentadas nesta faixa de frequências, quando comparadas às perdas apresentadas pelas estruturas metálicas.



(a)



(b)

Fig. 1.1 Guias de onda com grade dielétrica analisados neste trabalho.

Nessas diversas aplicações, as grades podem ser passivas ou ativas. Os materiais constituintes podem ser de vários tipos, além de dielétricos, tais como: cristais fotorefrativos, semicondutores ou metais. Quanto ao tipo de estrutura, os exemplos encontrados utilizam grades finas, espessas ou corrugadas em diversos perfis, e que podem ser cascadeadas ou superpostas em um mesmo volume [1]-[5].

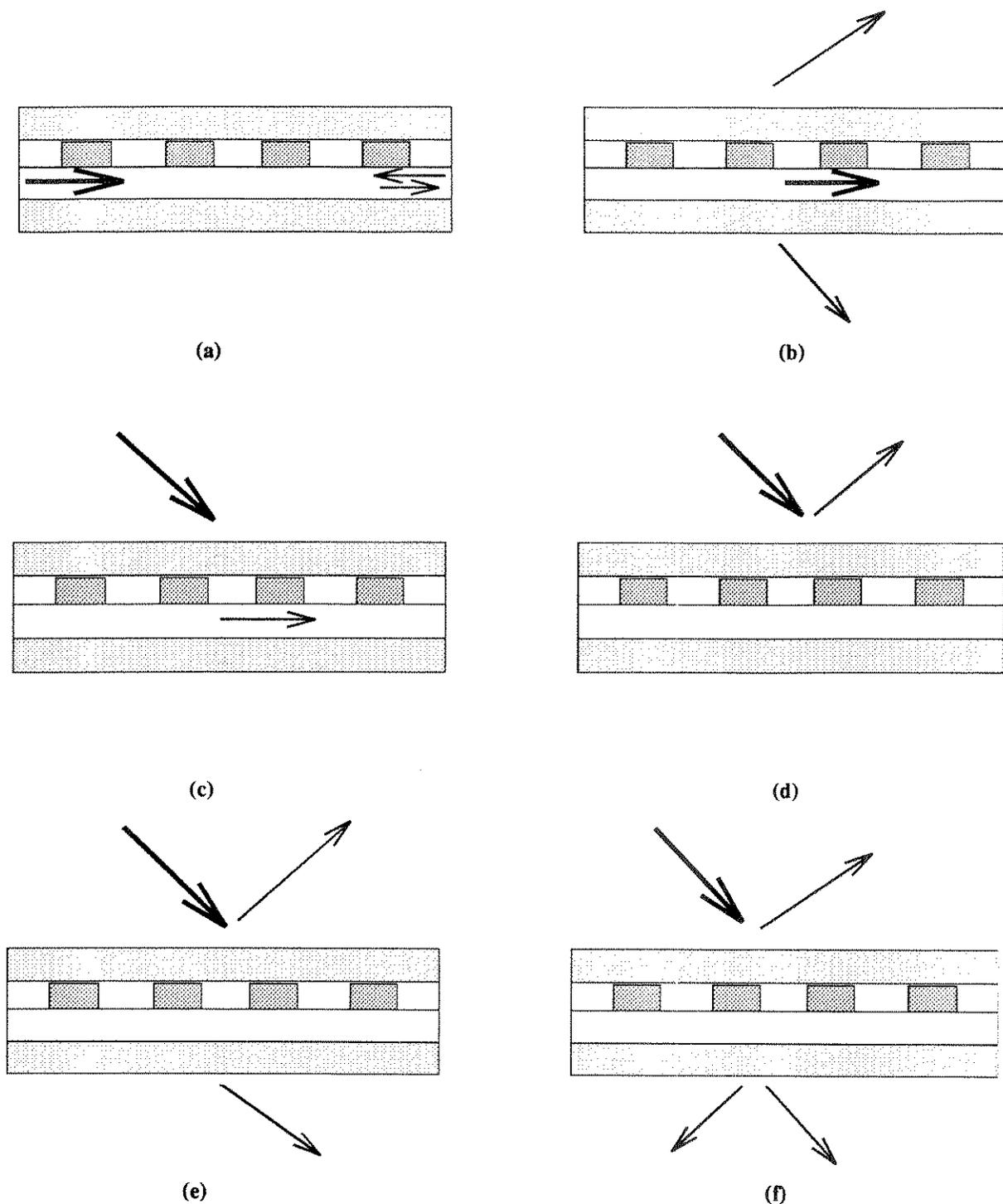


Fig. 1.2 Exemplos de utilização de guias de onda com grade dielétrica em dispositivos. A seta grossa representa o sinal de excitação e as demais, os sinais de saída desejáveis.

A idéia básica da utilização dos guias de onda com camada periódica nesses dispositivos está ilustrada na Fig. 1.2. Essas estruturas , devido a presença da região

periódica, apresentam uma resposta seletiva em frequência. Deste modo, na primeira classe desses dispositivos, os guias de onda com grade dielétrica são utilizados visando selecionar os modos guiados ao longo da direção de periodicidade, como feito em filtros e em lasers semicondutores tipo DFB - "Distributed Feedback" e DBR - "Distributed Bragg Reflection" (Figs. 1.2.a). Em outros dispositivos, como acopladores, antenas de ondas caminantes ou em lasers tipo GSE - "grating-coupled surface-emitting lasers" [8],[9], esses guias de onda são utilizados com o objetivo de selecionar os modos radiados propagando-se na direção transversa à periodicidade, como ilustrado nas figuras 1.2.b e 1.2.c. Quando excitados por uma onda incidindo numa direção oblíqua à periodicidade, como ilustrado nas figuras 1.2.d, 1.2.e e 1.2.f, essas estruturas periódicas podem também ser utilizadas visando ajustar o nível e a quantidade de modos refletidos ou transmitidos. Neste tipo de dispositivos pode-se citar as superfícies antirefletoras, filtros, divisores e combinadores de feixe e as superfícies dicróicas analisadas neste trabalho.

Deste modo, o estudo de guias de onda com grade dielétrica envolve problemas típicos de guiamento de ondas na direção longitudinal à periodicidade, para a classe de dispositivos que utilizam esses guias de onda nas configurações ilustradas nas Figs. 1.2.a, 1.2.b e 1.2.c. Já para a outra classe de dispositivos, como os que utilizam esses guias de onda nas configurações ilustradas nas Figs. 1.2.d, 1.2.e e 1.2.f, a análise de guias de onda com grade dielétrica envolve problemas típicos de espalhamento de ondas nas direções transversais à periodicidade. Nessa segunda classe de dispositivos, o número de onda de todos os modos propagando-se ao longo da direção da periodicidade (número de onda de Floquet) é conhecido, e determinado a partir das características da onda incidente; enquanto que, na primeira classe deles, o número de onda de Floquet não é conhecido, e sua determinação é parte do processo de resolução do problema [4],[5].

Existem vários métodos para análise do guiamento e difração por guias de onda com grade dielétrica. Dependendo da configuração do guia e da onda incidente, os guias de onda com grade podem ser analisados de forma eficiente por diferentes métodos, como a teoria rigorosa dos modos acoplados [4],[10]-[12], o método das diferenças finitas [13], o método dos elementos finitos [14] e as teorias modais rigorosas de Peng *et al.*[5], [15], e de Matsumoto *et al.*[16]. Dentre esses métodos, os mais utilizados são a teoria modal rigorosa de Peng *et al.*[5], [15], e a teoria rigorosa dos modos acoplados apresentada por Gaylord *et al.*[10]-[12]. A partir dessas teorias, vários métodos aproximados, usando várias simplificações foram desenvolvidas, e que, dentro das considerações feitas, apresentam bons resultados [10]. Essas duas formulações rigorosas são similares e diferem apenas na forma na qual os campos são representados dentro da grade [17].

Neste trabalho, utiliza-se a teoria modal rigorosa apresentada por Peng *et al.*[5] para problemas que envolvem estruturas bidimensionais e estendida por Peng [15], para análises que envolvem estruturas tridimensionais. Na formulação bidimensional de Peng *et al.*[5], os campos suportados pelo guia são representados em uma somatória modal infinita. Além disso, como a constante dielétrica da camada periódica pode ser expandida em série de Fourier, torna-se possível a construção de uma equação de autovalores que permite a determinação das constantes de propagação e das distribuições dos campos propagando-se dentro da região periódica. Após a caracterização dos campos em todas as regiões do guia, o problema pode ser formulado como um problema de valores de contorno. Essa teoria é rigorosa se a grade apresenta fronteiras planas, como a mostrada na Fig. 1.1. Entretanto, a teoria de Peng *et al.*[5] pode também ser aplicada de maneira aproximada para resolver problemas em que a fronteira da região periódica apresenta um perfil arbitrário [5].

Nos casos em que o perfil da variação da constante dielétrica da camada periódica é tipo degrau (grades retangulares), as constantes de propagação e a distribuição dos campos propagando-se dentro da grade dielétrica podem ser calculados, de uma forma simples e rigorosa, a partir das características de propagação dos campos em uma estrutura consistindo de um arranjo periódico de camadas dielétricas infinitas, ou seja, a camada periódica finita (ao longo da direção transversa à periodicidade), pode ser tratada como sendo parte de um arranjo periódico infinito. A formulação para análise das características de propagação em estruturas periódicas infinitas, foi apresentada por Lewys e Hessel [18] para uma estrutura periódica em que cada célula característica é composta pelo arranjo de duas lâminas dielétricas. Para o caso em que cada célula característica da estrutura periódica infinita é composta por um arranjo com um número qualquer de lâminas dielétricas, a formulação para análise das características de propagação foi apresentada por Costa e Giarola [19]-[22].

## 1.2 Objetivos e organização do trabalho

A proposta deste trabalho é analisar o comportamento dos coeficientes de reflexão e de transmissão de guias de onda com grades dielétricas, como os mostrados na Fig. 1.1, visando aplicações destes como superfícies dicróicas, na faixa de ondas milimétricas, de acordo com a proposta apresentada por Bertoni *et al.*[6].

Assume-se que os guias analisados são estruturas infinitas ao longo das direções  $x$  e  $y$  e que a onda plana incide sobre ele numa direção contida num plano perpendicular à direção da periodicidade, de modo que o problema envolvido pode ser tratado como um caso bidimensional. Além disso, assume-se também que cada uma das camadas dielétricas que constituem o guia é composta por material isotrópico e não magnético,

de modo que pode-se utilizar a formulação rigorosa de Peng *et al.*[5], para cálculo dos coeficientes de reflexão e de transmissão dos campos espalhados pela estrutura .

Desse modo, no Capítulo 2, apresenta-se a formulação para análise das características de propagação em estruturas periódicas em que cada célula característica é constituída por um arranjo arbitrário de camadas dielétricas . As análises consideram modos com polarizações tipo **TE** e **TM** . Essa extensão da formulação para estruturas periódicas com célula característica constituída por um arranjo arbitrário de lâminas dielétricas é uma das contribuições deste trabalho [19]-[22]. Além disso, nesse capítulo mostra-se também, que a formulação apresentada pode ser aplicada ao estudo de estruturas periódicas finitas ao longo da direção da periodicidade, de interesse prático em dispositivos tipo lasers MQW [23]-[26]. A finalidade principal deste capítulo , é que, a partir da determinação das constantes de propagação e da distribuição dos campos propagando-se nessas estruturas periódicas infinitas, pode-se determinar, de maneira simples, as constantes de propagação e a distribuição dos campos propagando-se em estruturas periódicas confinadas, como é o caso dos guias de onda com grade dielétrica .

No Capítulo 3 apresenta-se a teoria modal rigorosa bidimensional de Peng *et al.*[5], para cálculo dos campos guiados e espalhados por guias de onda com grade dielétrica. Adicionalmente, apresenta-se uma discussão sobre como a presença de uma grade dielétrica , mesmo que fina, pode alterar as propriedades de propagação de ondas em estruturas com multicamadas dielétricas homogêneas. Nesse capítulo , a obtenção dos campos dentro da grade dielétrica é feita de acordo com a referência [5]; entretanto, a obtenção dos coeficientes de reflexão e de transmissão é feita de uma maneira ligeiramente diferente. Apesar de se continuar trabalhando com as condições de contorno ao longo das fronteiras entre as várias camadas dielétricas do guia de onda , o procedimento adotado permite, além do cálculo dos campos espalhados para fora do guia de onda (refletidos e transmitidos), obter também de maneira imediata os campos em qualquer região do guia. Este processo fez com que as expressões apresentadas no Capítulo 3 fossem mais complexas que as apresentadas por Peng *et al.*[5]; entretanto, isto não resultou em maiores dificuldades computacionais.

No Capítulo 4 são apresentados resultados numéricos para análise do comportamento dicróico dos guias de onda com grade dielétrica . As análises apresentadas por Bertoni *et al.*[6], mostram resultados para um guia constituído por uma camada periódica , com célula característica constituída por duas lâminas dielétricas sem perdas, isolada no ar. As análises deste capítulo estendem os resultados apresentados por Bertoni *et al.*[6], mostrando como o comportamento dicróico dos guias periódicos pode ser modificado, alterando-se o perfil da camada periódica , introduzindo-se lâminas dielétricas na célula característica da camada periódica , ou modificando-se

as dimensões desta. Além disso, mostra-se como as características de reflexão e de transmissão desses guias modificam-se quando o ângulo de incidência da onda plana, que excita a camada periódica, varia. No Capítulo 4 mostra-se também que, nos casos as variações na constante dielétrica da camada periódica são suficientemente pequenas, as frequências nas quais os guias de onda com grade dielétrica apresentam reflexão e transmissão máxima, podem ser estimadas a partir das características de propagação em guias constituídos por uma camada dielétrica homogênea, com constante dielétrica igual à constante dielétrica média da camada periódica. Baseando-se nesta consideração apresentam-se expressões analíticas simples que permitem estimar a faixa, e as frequências nas quais o guia de onda apresenta reflexão máxima. Além disso, mostra-se que essas expressões podem também ser utilizadas para estimar outras características de operação do guia, nas quais ocorre reflexão máxima, se a frequência é conhecida. Finalmente, mostra-se nesse capítulo, que guias com variação senoidal na constante dielétrica da camada periódica, podem também apresentar o mesmo comportamento dicróico dos guias com variação tipo degrau na constante dielétrica da camada periódica, bastando para isso escolher, de maneira adequada o índice de modulação da constante dielétrica.

No Capítulo 5, as extensões apresentadas mostram como o comportamento dicróico dos guias de onda com grade dielétrica varia quando se incluem camadas dielétricas acima e abaixo da camada periódica formando estruturas mais complexas. Esse capítulo considera também o efeito das perdas dielétricas no comportamento seletivo dessas guias de onda, mostrando, que dependendo da aplicação esses efeitos devem ser considerados.

Os resultados apresentados no Capítulo 2 foram obtidos utilizando-se métodos numéricos clássicos [27] com programação em FORTRAN; enquanto que os resultados numéricos apresentados nos Capítulos 4 e 5, foram obtidos utilizando-se as facilidades do software "mathematica" [28].

Finalmente, no Capítulo 6, apresentam-se as conclusões a respeito deste trabalho, bem como sugestões para futuras investigações.

## Capítulo 2

# Estudo das Características de Propagação em Estruturas com Multicamadas Dielétricas Periódicas Infinitas

### 2.1 Introdução

Neste capítulo são estudadas as características de propagação em estruturas formadas pelo arranjo periódico de multicamadas dielétricas infinitas. A análise apresentada aplica-se aos modos propagando-se nas direções longitudinal e transversal à periodicidade. O uso do Teorema de Floquet reduz as análises para os campos propagando-se em uma única célula característica da estrutura periódica para ambas polarizações, **TE** e **TM**.

A formulação para a análise das características de propagação em estruturas periódicas infinitas foi apresentada por Peng [15] e de uma maneira mais detalhada por Lewys e Hessel [18], considerando que cada célula característica da estrutura periódica é formada por apenas duas camadas dielétricas. O principal objetivo deste capítulo é analisar o efeito da introdução de camadas dielétricas adicionais na célula característica da estrutura periódica multicamada, estendendo portanto as análises apresentadas em [18] para um número arbitrário de camadas dielétricas por célula característica. Mostra-se também que a formulação apresentada pode ser utilizada no estudo de estruturas periódicas finitas ao longo da direção da periodicidade.

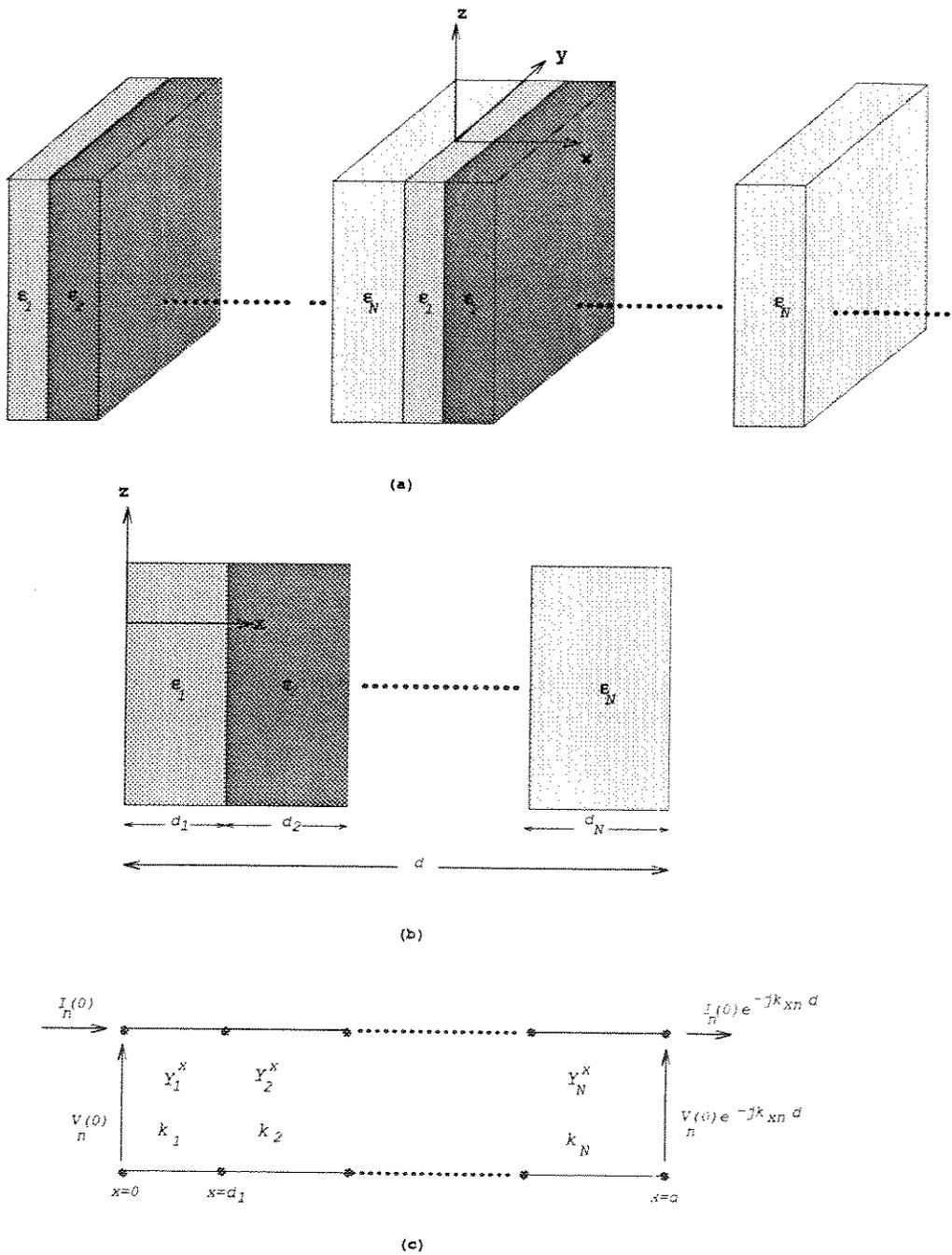


Fig. 2.1. Meio dielétrico periódico: (a) Estrutura periódica infinita. (b) Célula característica. (c) Circuito equivalente da célula característica.

Os resultados apresentados mostram o efeito da variação da espessura e da permissividade dielétrica das camadas na constante de propagação e na distribuição dos campos dentro das células considerando ambas polarizações **TE** e **TM**. Além disso,

mostra-se também a estrutura de bandas associada à estrutura periódica . O entendimento das características de propagação nas estruturas apresentadas neste capítulo é útil para as análises de espalhamento e guiamento de ondas por guias de ondas com grades dielétricas , como os analisados nos próximos capítulos deste trabalho.

## 2.2 Cálculo da relação de dispersão e distribuição dos campos num meio periódico

A estrutura analisada neste capítulo está mostrada na Fig. 2.1.a. Ela consiste de um arranjo de camadas dielétricas periódicas ao longo do eixo  $x$ . As lâminas dielétricas são homogêneas e infinitas ao longo do plano  $yz$ . Assume-se que os campos analisados possuem uma dependência temporal da forma  $\exp(j\omega t)$ , sendo  $\omega$  a frequência angular. No plano  $yz$ , transverso à direção da periodicidade, os campos são uniformes na direção  $y$  e propagam-se ao longo da direção  $z$  com uma dependência da forma  $\exp(-j\gamma z)$ , onde  $\gamma$  é a constante de fase a ser determinada. A polarização dos campos propagando-se num meio com multicamadas dielétricas como o analisado é do tipo **TE** ou **TM** com relação à direção da periodicidade  $x$ . Como assume-se que estes campos são invariantes ao longo da direção  $y$ , então os modos com polarização do tipo **TE<sub>x</sub>** ou **TM<sub>x</sub>**, possuem também polarização do tipo **TE<sub>z</sub>** ou **TM<sub>z</sub>**.

O teorema de Floquet assegura que, devido à periodicidade, as infinitas ondas propagando-se na estrutura , conhecidas como harmônicas espaciais, possuem amplitudes que apresentam um comportamento periódico ao longo da direção  $x$ , com periodicidade igual à apresentada pelo índice de refração . O teorema de Floquet garante também que essas harmônicas espaciais possuem uma variação de fase conhecida ao longo da direção  $x$ , dada por  $\kappa_{xn}d$ , sendo  $d$  a periodicidade da estrutura e  $\kappa_{xn}$  a constante de fase da  $n$ -ésima harmônica espacial na direção  $x$ , conhecida como número de onda de Floquet, dada por:

$$\kappa_{xn} = \kappa_{x0} + 2\pi n/d, \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (2.1)$$

$\kappa_{x0}$  é o número de onda da harmônica espacial fundamental e está associado com a ressonância da estrutura , sendo esta livre ou forçada caso exista excitação [6],[15].

As componentes dos campos com polarização tipo **TE** para o  $n$ -ésimo modo propagando-se no  $i$ -ésimo meio mostrado na Figura 2.1 podem ser escritas como:

$$\vec{e}_{y_{in}}(x, z) = V_{in}(x) \exp(-j\gamma_n z) \vec{y}, \quad (2.2)$$

$$\vec{h}_{z_{in}}(x, z) = I_{in}(x) \exp(-j\gamma_n z) \vec{z}, \quad (2.3)$$

$$\vec{h}_{x_{i_n}}(x, z) = -\frac{\gamma_n}{\omega\mu_0}V_{i_n}(x) \exp(-j\gamma_n z)\vec{x}, \quad (2.4)$$

e para os modos com polarização tipo **TM**, pode-se escrever:

$$\vec{h}_{y_{i_n}}(x, z) = -I_{i_n}(x) \exp(-j\gamma_n z)\vec{y}, \quad (2.5)$$

$$\vec{e}_{z_{i_n}}(x, z) = V_{i_n}(x) \exp(-j\gamma_n z)\vec{z}, \quad (2.6)$$

$$\vec{e}_{x_{i_n}}(x, z) = -\frac{\gamma_n}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_{r_i}}I_{i_n}(x) \exp(-j\gamma_n z)\vec{x}, \quad (2.7)$$

onde  $\mu_0$  e  $\varepsilon_0$  são a permeabilidade magnética e a permissividade elétrica do espaço livre e  $\varepsilon_{r_i}$  é a permissividade relativa do  $i$ -ésimo meio dielétrico. As funções  $V(x)$  e  $I(x)$  caracterizam o comportamento dos campos elétricos e magnéticos, com relação à direção de periodicidade, respectivamente e satisfazem as equações de uma linha de transmissão descritas por:

$$\frac{\partial V_{i_n}(x)}{\partial x} = -j\kappa_{i_n}Z_{i_n}^x I_{i_n}(x), \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial I_{i_n}(x)}{\partial x} = -j\kappa_{i_n}Y_{i_n}^x V_{i_n}(x), \quad (2.9)$$

sendo  $\kappa_{i_n}$  e  $Z_{i_n}^x/Y_{i_n}^x$  respectivamente, a constante de fase e a impedância/admitância na direção  $x$  do  $n$ -ésimo modo propagando-se na  $i$ -ésima região indicada na Fig. 2.1, descritos por:

$$\kappa_{i_n} = \sqrt{\kappa_0^2\varepsilon_{r_i} - \gamma_n^2}, \quad (2.10)$$

$$Z_{i_n}^x = \frac{1}{Y_{i_n}^x} = \begin{cases} \kappa_{i_n}/(\omega\varepsilon_0\varepsilon_{r_i}) & \text{para modos } \mathbf{TM} , \\ \omega\mu_0/\kappa_{i_n} & \text{para modos } \mathbf{TE} , \end{cases} \quad (2.11)$$

e  $\kappa_0$  é o número de onda do espaço livre determinado por:

$$\kappa_0 = \sqrt{\omega^2\mu_0\varepsilon_0} = \frac{2\pi}{\lambda_0} = \frac{2\pi f}{c_0}, \quad (2.12)$$

sendo  $\lambda_0$ ,  $f$  e  $c_0$ , o comprimento de onda, a freqüência e a velocidade da onda no espaço livre, respectivamente.

A solução do problema analisado consiste na avaliação das funções modais  $V_{i_n}(x)$  e  $I_{i_n}(x)$  juntamente com a constante de fase  $\gamma_n$ , de maneira a determinar as componentes dos campos  $\vec{e}$  e  $\vec{h}$ , definidos nas equações (2.2)-(2.7). Se o número de onda da harmônica espacial fundamental  $\kappa_{x0}$  é conhecido, então, de acordo com a equação (2.1), pode-se determinar o número de onda de Floquet de qualquer harmônica espacial. O problema reduz-se então ao cálculo dos campos em uma única célula

característica , mostrada na Figura 2.1.b. Desse modo, o campo de qualquer componente do  $n$ -ésimo modo em qualquer posição da célula é descrito por:

$$\vec{E}_{l,n} = \vec{e}_{l,n} \exp(-j\kappa_{xn}x)\vec{l} \quad (2.13)$$

$$\vec{H}_{l,n} = \vec{h}_{l,n} \exp(-j\kappa_{xn}x)\vec{l} \quad (2.14)$$

Para obtenção de  $V_{i_n}(x)$  ,  $I_{i_n}(x)$  e  $\gamma_n$  aplica-se o método da ressonância transversa ("transverse resonance method"-TRM) para cada modo propagando-se na estrutura . Para isto, considera-se que os modos propagam-se ao longo da direção  $x$  possuindo uma variação ao longo da direção  $z$  da forma  $\exp(-j\gamma_n z)$ . As funções modais  $V_{i_n}(x)$  e  $I_{i_n}(x)$  estão associadas , respectivamente, às distribuições de tensão e de corrente numa linha de transmissão equivalente, de maneira que a célula característica mostrada na figura 2.1.b pode ser representada pelo circuito equivalente mostrado na figura 2.1.c.

As componentes dos campos transversais a  $x$ ,  $\vec{e}_y$  e  $\vec{h}_z$  para os modos **TE** ou  $\vec{h}_y$  e  $\vec{e}_z$  para os modos **TM** em cada camada homogênea da célula característica , são descritas por:

$$\begin{bmatrix} V_{i_n}(x) \\ I_{i_n}(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \exp(-j\kappa_{i_n}(x-x_k)) & \exp(j\kappa_{i_n}(x-x_k)) \\ Y_{i_n}^x \exp(-j\kappa_{i_n}(x-x_k)) & -Y_{i_n}^x \exp(j\kappa_{i_n}(x-x_k)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{i_n}^+ \\ A_{i_n}^- \end{bmatrix}, \quad (2.15)$$

onde  $\kappa_{i_n}$  e  $Y_{i_n}^x$  são dados por (2.10) e (2.11), respectivamente, e

$$x_k = \sum_{l=0}^k d_l, \quad (2.16)$$

$$k = i - 1 \quad e \quad d_0 = 0. \quad (2.17)$$

A determinação das constantes de integração  $A_{i_n}^\pm$  é feita aplicando-se as condições de contorno nas  $N - 1$  interfaces entre as lâminas dielétricas da célula característica, juntamente com a condição de Floquet nos planos de troca de fase  $x = 0$  e  $x = d$ . Estas condições são expressas para cada modo como:

$$\begin{bmatrix} V_i(x_i) \\ I_i(x_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{i+1}(x_i) \\ I_{i+1}(x_i) \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, N - 1 \quad (2.18)$$

$$\exp(-j\kappa_{xn}d) \begin{bmatrix} V_1(0) \\ I_1(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_N(d) \\ I_N(d) \end{bmatrix}. \quad (2.19)$$

A aplicação das condições de contorno (2.19) nas fronteiras entre os meios  $k$  e  $l$  nas equações (2.15 ) permite escrever para cada modo:

$$\mathbf{A}_k = \mathbf{M}_l \mathbf{A}_l, \quad k = l + 1, \quad (2.20)$$

com

$$\mathbf{A}_{k,l} = \begin{bmatrix} A_{k_n,l_n}^+ & A_{k_n,l_n}^- \end{bmatrix}^T, \quad (2.21)$$

e

$$\mathbf{M}_l = \frac{1}{2Y_{l_n}^x} \begin{bmatrix} (Y_{k_n}^x + Y_{l_n}^x) \exp(-ju_{l_n}) & (Y_{k_n}^x - Y_{l_n}^x) \exp(ju_{l_n}) \\ (Y_{k_n}^x - Y_{l_n}^x) \exp(-ju_{l_n}) & (Y_{k_n}^x + Y_{l_n}^x) \exp(ju_{l_n}) \end{bmatrix}, \quad (2.22)$$

$$u_{l_n} = \kappa_{l_n} d_l \quad (2.23)$$

com  $u_{l_n}$  representando a constante de fase na direção  $x$  do  $n$ -ésimo modo propagando-se na  $l$ -ésima lâmina, normalizada com relação à sua espessura  $d_l$ ,  $l = 1, 2, \dots, N$ .

A aplicação sucessiva da equação (2.20) permite que se escreva a seguinte relação entre os coeficientes da primeira e da  $N$ -ésima lâmina da célula característica :

$$\mathbf{A}_N = \prod_{i=N-1}^1 \mathbf{M}_i \mathbf{A}_1. \quad (2.24)$$

Utilizando-se a condição de Floquet, descrita pela equação (2.19), obtém-se

$$\exp(-j\kappa_{x_n} d) \mathbf{A}_1 = \mathbf{M}_N \mathbf{A}_N, \quad (2.25)$$

com

$$\mathbf{M}_N = \frac{1}{2Y_{1_n}^x} \begin{bmatrix} (Y_{1_n}^x + Y_{N_n}^x) \exp(-ju_{N_n}) & (Y_{1_n}^x - Y_{N_n}^x) \exp(ju_{N_n}) \\ (Y_{1_n}^x - Y_{N_n}^x) \exp(-ju_{N_n}) & (Y_{1_n}^x + Y_{N_n}^x) \exp(ju_{N_n}) \end{bmatrix}. \quad (2.26)$$

Utilizando-se as equações (2.24) e (2.25) pode-se escrever:

$$\exp(-j\kappa_{x_n} d) \mathbf{A}_1 = \mathbf{M} \mathbf{A}_1, \quad (2.27)$$

com

$$\mathbf{M} = \prod_{i=N}^1 \mathbf{M}_i. \quad (2.28)$$

Observe-se que a matriz resultante  $\mathbf{M}$  dada pela equação (2.28), é uma matriz  $2 \times 2$  e possui determinante unitário. A equação (2.27) é uma equação de autovalores e  $\exp(-j\kappa_{x_n} d)$  é um dos autovalores da matriz  $\mathbf{M}$ . Se  $\eta$  é um autovalor de uma matriz  $\mathbf{M}_{2 \times 2}$ , com elementos  $\mathbf{M}_{ij}$ ,  $i, j = 1, 2$ , então essa matriz tem a seguinte equação característica :

$$\eta^2 + (\mathbf{M}_{11} + \mathbf{M}_{22})\eta + \det \mathbf{M} = 0. \quad (2.29)$$

Como a matriz  $\mathbf{M}$  é unimodular, estão o seu outro autovalor é  $1/\eta$ , ou  $\exp(j\kappa_{xn}d)$ .

A equação característica da matriz  $\mathbf{M}$ , (2.29), permite que se escreva a equação transcendental característica para uma estrutura periódica com célula característica formada pelo arranjo de  $N$  lâminas dielétricas analisada neste capítulo, dada por:

$$2 \cos(\kappa_{xn}d) = \mathbf{M}_{11} + \mathbf{M}_{22}. \quad (2.30)$$

Desta maneira, conhecendo-se o número de onda de Floquet da harmônica espacial fundamental,  $\kappa_{x0}$ , e portanto o número de onda de Floquet de qualquer harmônica espacial, se são conhecidas as espessuras e as constantes dielétricas de cada lâmina da célula característica, então, de acordo com as equações (2.10),(2.11) e (2.22), a constante de fase para cada modo  $n$  propagando-se ao longo da direção transversal à periodicidade  $z$ ,  $\gamma_n$ , é o único termo desconhecido na equação transcendental (2.30), e pode portanto ser determinada através da sua resolução.

Uma vez determinada a constante de fase  $\gamma_n$ , as constantes de integração para a primeira lâmina  $A_{1n}^{\pm}$  são determinadas a partir do autovetor  $\mathbf{A}_1$ , diretamente da equação (2.27). As constantes de integração das demais lâminas  $A_{ln}^{\pm}$ ,  $l = 2, \dots, N$ , são determinadas utilizando-se a equação (2.20). Finalmente, conhecidas a constante de fase  $\gamma_n$  e as constantes  $A_{ln}^{\pm}$ ,  $l = 1, \dots, N$ , os campos podem ser determinados em qualquer posição da estrutura periódica. Observe-se que, para a determinação destes campos, é necessário normalizar-se as funções modais  $V_{in}(x)$  e  $I_{in}(x)$ , porque os autovetores obtidos pelas equações (2.27) e (2.20) também estão normalizados [6],[18]. Esta normalização é obtida de acordo com [18], impondo-se que a potência complexa fluindo ao longo da direção  $z$ , por unidade de comprimento na direção  $y$ , seja unitária, sendo descrita pela seguinte condição:

$$\int_0^d |\vec{e}_{yn}|^2 dx = 1, \quad \text{para os modos TE, e} \quad (2.31)$$

$$\int_0^d |\vec{h}_{yn}|^2 dx = 1, \quad \text{para os modos TM.} \quad (2.32)$$

A aplicação das equações (2.31) e (2.32), resulta nos fatores de normalização, pelos quais as funções modais  $V_n(x)$  e  $I_n(x)$ , e em conseqüência, as componentes dos campos devem ser divididas. Estes fatores de normalização são obtidos por:

$$\sum_{i=1}^N \int_{di}^{d(i+1)} |V_{in}|^2 dx = N_{\text{TE}}^2 \left( \frac{V^2}{m} \right), \quad \text{para os modos TE, e} \quad (2.33)$$

$$\sum_{i=1}^N \int_{di}^{d(i+1)} \frac{|I_{in}|^2}{\epsilon_{\tau_i}} dx = N_{\text{TM}}^2 \left( \frac{A^2}{m} \right), \quad \text{para os modos TM.} \quad (2.34)$$

## 2.3 Aplicação a estruturas periódicas finitas

Apesar da formulação apresentada ter sido aplicada no item anterior a estruturas periódicas infinitas ao longo da periodicidade, ou seja, com um número infinito de células, ela pode também considerar qualquer estrutura com um número qualquer finito de células, como as utilizadas em lasers MQW e outras estruturas utilizadas em óptica integrada, de maneira análoga à apresentada nas referências [23]-[26], conforme descrito a seguir.

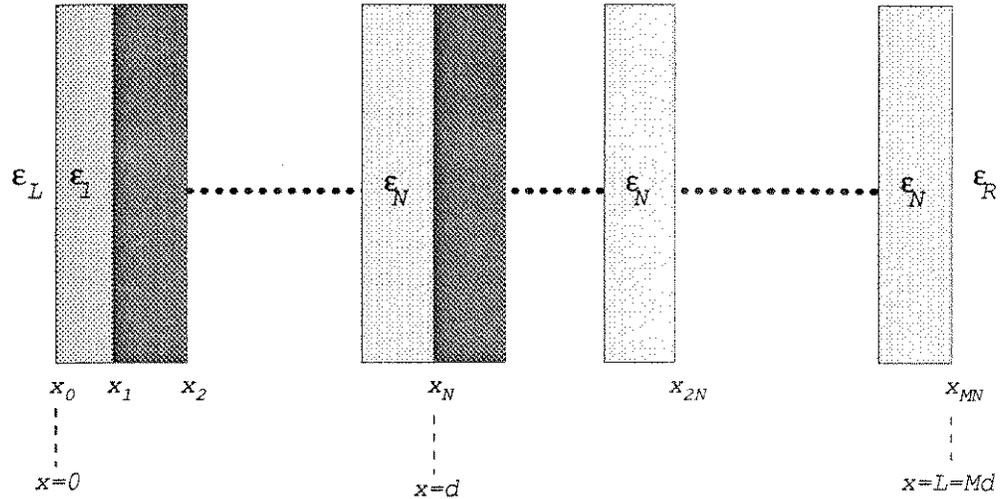


Fig. 2.2. Estrutura periódica finita formada por  $M$  células características, cada uma composta por  $N$  camadas dielétricas.

Seja a estrutura mostrada na Fig. 2.2, onde um meio periódico composto por  $M$  células, em que cada uma dessas células é composta pelo arranjo arbitrário de  $N$  camadas dielétricas é confinado entre dois meios semi-infinitos, definidos pelas letras  $R$  e  $L$ . Para a interface entre a primeira e a segunda célula, localizada no plano  $x_k = d$ , aplicando-se a condição de contorno (2.18), juntamente com as equações (2.20) e (2.24), permite que se escreva para cada modo, a seguinte relação entre as amplitudes dos campos propagando-se na primeira camada da segunda célula e da primeira camada da primeira célula do meio periódico:

$$\mathbf{A}_{N+1} = \mathbf{M}_N \mathbf{A}_N = \prod_{i=N}^1 \mathbf{M}_i \mathbf{A}_1. \quad (2.35)$$

A aplicação sucessiva da condição de contorno (2.18) nas interfaces definidas pelos planos  $x_k = md$ ,  $m = 2, \dots, M - 1$ , observando-se a equação (2.35), permite que se escreva uma relação entre a amplitude da primeira camada da  $(M-1)$ -ésima célula e

da primeira camada da primeira célula do meio periódico , descrita por:

$$\mathbf{A}_{(M-1)N+1} = \left( \prod_{i=N}^1 \mathbf{M}_i \right)^{(M-1)} \mathbf{A}_1. \quad (2.36)$$

Para as fronteiras entre o meio periódico e os dois meios semi-infinitos  $L$  e  $R$  que o confinam, definidas pelos planos  $x = 0$  e  $x = L$ , respectivamente, podem-se escrever as seguintes relações :

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{M}_L \mathbf{A}_L, \quad (2.37)$$

$$\mathbf{A}_R = \mathbf{M}_R \left( \prod_{i=N-1}^1 \mathbf{M}_i \right) \left( \prod_{i=N}^1 \mathbf{M}_i \right)^{(M-1)} \mathbf{M}_L \mathbf{A}_L, \quad (2.38)$$

onde

$$\mathbf{M}_L = \frac{1}{2Y_{1n}^x} \begin{bmatrix} (Y_{1n}^x + Y_{L_n}^x) & (Y_{1n}^x - Y_{L_n}^x) \\ (Y_{1n}^x - Y_{L_n}^x) & (Y_{1n}^x + Y_{L_n}^x) \end{bmatrix}, \quad (2.39)$$

$$\mathbf{M}_R = \frac{1}{2Y_{R_n}^x} \begin{bmatrix} (Y_{R_n}^x + Y_{N_n}^x) \exp(-ju_{N_n}) & (Y_{R_n}^x - Y_{N_n}^x) \exp(ju_{N_n}) \\ (Y_{R_n}^x - Y_{N_n}^x) \exp(-ju_{N_n}) & (Y_{R_n}^x + Y_{N_n}^x) \exp(ju_{N_n}) \end{bmatrix}. \quad (2.40)$$

Nestas equações  $Y_{R_n}^x$  e  $Y_{L_n}^x$  são as admitâncias do  $n$ -ésimo modo propagando-se ao longo da direção  $x$  nas regiões à direita e à esquerda da estrutura periódica , respectivamente. No caso especial em que  $Y_{R_n}^x = Y_{1n}^x$ ,  $\mathbf{M}_R = \mathbf{M}_N$ , obtém-se

$$\mathbf{A}_R = \left( \prod_{i=N}^1 \mathbf{M}_i \right)^M \mathbf{A}_L, \quad (2.41)$$

A resolução das equações (2.38) ou (2.41) é feita observando-se que nos problemas estabelecidos, a estrutura periódica é excitada por uma onda incidindo a partir do meio  $R$ , ( $A_{R_n}^-$  especificado), ou a partir do meio  $L$  ( $A_{L_n}^+$  especificado), e precisa-se determinar a amplitude dos demais modos espalhados refletidos ou transmitidos pelo meio periódico . Lembrando que os campos devem obedecer a condição de radiação , ou seja:

$$A_{R_n}^- = 0, \quad \text{quando } A_{L_n}^+ \text{ é especificado,} \quad (2.42)$$

$$A_{L_n}^+ = 0, \quad \text{quando } A_{R_n}^- \text{ é especificado,} \quad (2.43)$$

pode-se determinar, a partir das equações (2.38) ou (2.41) o coeficiente de reflexão e de transmissão para os modos propagando-se na estrutura mostrada na Fig. 2.2, resolvendo-se o sistema de equações em termos de  $A_{L_n}^\pm, A_{R_n}^\pm$ , ou  $A_{R_n}^\pm, A_{L_n}^\pm$ .

## 2.4 Resultados numéricos

### 2.4.1 Estrutura simétrica com 4 lâminas

Para comparação dos resultados deste trabalho com os apresentados na referência [18], inicialmente será analisada uma estrutura periódica infinita com uma célula característica formada pelo arranjo de 4 lâminas dielétricas, como mostrada na Fig. 2.3. Devido à simetria na célula característica, o sistema de coordenadas pode ser escolhido, sem perda de generalidade, como sendo no centro da célula. Esta convenção facilitará na comparação dos resultados obtidos com os apresentados por Lewys e Hessel [18], bem como na obtenção e na análise das equações características para a estrutura, quando o número de onda de Floquet está numa situação limite entre as bandas de passagem e as bandas proibidas, como será visto adiante.

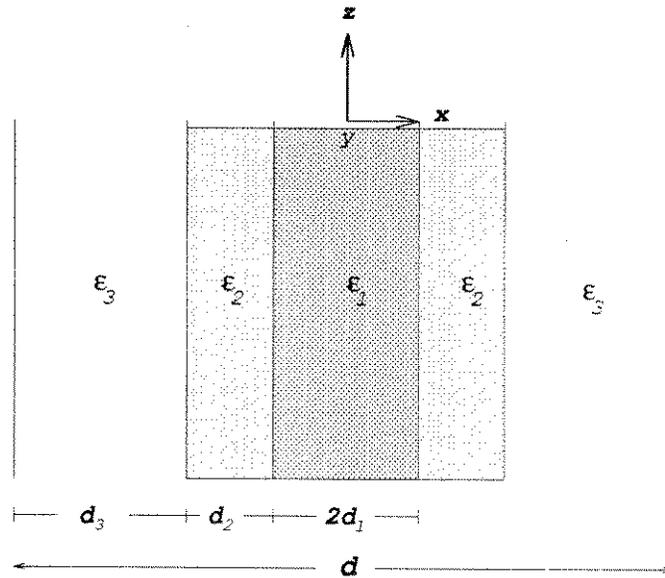


Fig. 2.3. Célula característica da estrutura periódica simétrica constituída por 4 lâminas dielétricas.

Para uma estrutura periódica com célula característica mostrada na Fig. 2.3, a aplicação da equação (2.30) permite a obtenção da equação transcendental característica para ambos os modos **TE** e **TM**, [19]-[22], a qual é descrita por:

$$\begin{aligned} & \cos 2u_1 \cos 4u_2 \cos 2u_3 - F_{12}^+ F_{23}^+ \sin 2u_1 \cos 4u_2 \sin 2u_3 - \\ & F_{12}^+ \sin 2u_1 \sin 4u_2 \cos 2u_3 - F_{23}^+ \cos 2u_1 \sin 4u_2 \sin 2u_3 - \\ & F_{12}^- F_{23}^- \sin 2u_1 \sin 2u_3 - \cos \kappa_{xn} d = 0, \end{aligned} \quad (2.44)$$

onde

$$F_{ij}^{\pm} = [(u_i^2/f_{ij} \pm f_{ij}u_j^2)/(2u_iu_j)], \quad (2.45)$$

$$f_{ij} = \alpha_i d_i / \alpha_j d_j, \quad (2.46)$$

$$\alpha_{i,j} = \begin{cases} \varepsilon_{r,i,j} & \text{para modos TM,} \\ 1 & \text{para modos TE.} \end{cases} \quad (2.47)$$

Os índices  $i, j$  das equações (2.44)-(2.47) estão associados às regiões dielétricas mostradas na Fig. 2.3, e os valores de  $u_{i,j}$  são definidos na equação (2.23).

A expressão (2.44) converge analiticamente para a apresentada nas referências [15] e [18], quando qualquer combinação de espessuras ( $d_i = 0$ ) ou de constantes dielétricas ( $\varepsilon_{r_i} = \varepsilon_{r_j}, i \neq j$ ), tornam a célula característica mostrada na Fig. 2.3 uma célula de apenas duas camadas.

Quando o modelo de célula característica é mais complexo, a obtenção de uma equação transcendental explícita, como a expressão (2.44), torna-se mais difícil. Entretanto, isto não é necessário e, pode-se utilizar a equação (2.30) para simular estas estruturas mais complexas sem maiores esforços computacionais, como será feito nos próximos capítulos deste trabalho.

A avaliação da equação (2.44), ou da equação (2.30), permite encontrar a constante de fase  $\gamma_n$  para cada modo, dada uma frequência, conhecidos os valores de  $\varepsilon_{r_i}, d, d_i$  e  $\kappa_{x0}(\kappa_{xn})$ , de maneira que pode-se então fazer um estudo do comportamento de  $\gamma_n$  com qualquer um destes parâmetros. Observe-se que não foi feita nenhuma restrição aos valores das constantes dielétricas  $\varepsilon_{r_i}$ , que podem ser reais ou complexas, se houver algum interesse de analisar o efeito das perdas dielétricas.

As equações (2.30) e (2.44) mostram que há uma correspondência entre os valores dos números de onda de Floquet,  $\kappa_{xn}$ , e a constante de fase  $\gamma_n$ . Observe-se que num caso limite, quando a célula característica é preenchida com apenas um dielétrico, com constante dielétrica ( $\varepsilon_{r_i}$ ), o número de onda  $\gamma_n$  é dado aproximadamente por:

$$\gamma_n \approx \sqrt{\kappa_0^2 \varepsilon_{r_i} - \kappa_{xn}^2}, \quad (2.48)$$

e, como  $\kappa_i \rightarrow \kappa_{xn}, d_i \rightarrow d, d_{j \neq i} \rightarrow 0$ , de (2.44) obtém-se :

$$\cos(u_{i_n}) = \cos(\kappa_{xn}d), \quad \text{ou} \quad (2.49)$$

$$\kappa_{i_n} \approx \kappa_{xn} = \kappa_{x0} + 2\pi n/d, \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2..), \quad \text{e} \quad (2.50)$$

$$\gamma_n \approx \sqrt{\kappa_0^2 \varepsilon_{r_i} - (\kappa_{x0} + 2\pi n/d)^2}. \quad (2.51)$$

A distribuição periódica nas camadas dielétricas implica na existência de uma estrutura de bandas associada às equações (2.30) e (2.44). Isto quer dizer que somente sinais com determinadas frequências podem propagar-se ao longo da direção de periodicidade  $x$ . Considerando uma propagação ao longo da direção  $x$ , as frequências em que  $\kappa_{xn}$  é real estão associados a bandas de passagem, enquanto que as frequências em que  $\kappa_{xn}$  é complexo, associam-se a bandas proibidas. Quando a estrutura mostrada na Fig. 2.1 é excitada por uma onda plana, por exemplo, o número de onda de Floquet da harmônica espacial fundamental  $\kappa_{x0}$  é real, e portanto, de acordo com a equação (2.1), o número de onda para os demais modos também o será. No caso de uma ressonância livre, o número de onda  $\kappa_{x0}$  poderá ser real ou complexo, dependendo da geometria da estrutura [3],[4],[5],[15].

### Diagramas de estabilidade

Quando  $\kappa_{xn}$  é real, então, se  $\varepsilon_r$ , também é real,  $\gamma_n$  é real, ou puramente imaginário associados a modos propagantes, ou evanescentes ao longo da direção  $z$  respectivamente. Observe-se que, de acordo com as equações (2.10) e (2.23), as constantes de fase ao longo da direção  $x$ ,  $\kappa_{in}(u_{in})$ , neste caso, também assumem valores reais ou puramente imaginários. Baseados nestas considerações Lewys e Hessel [18] apresentaram um diagrama de estabilidade para um modelo de célula característica com duas camadas dielétricas, que ajuda na classificação dos modos e na análise da estrutura de bandas associada à equação (2.44). Estes diagramas de estabilidade são representações cartesianas da função entre as constantes de fase normalizadas (ao longo da direção  $x$ ) das diferentes regiões, ou seja  $u_i = f(u_j)$ ,  $i \neq j$ , quando os valores do número de onda de Floquet  $\kappa_{xn}$  estão nas fronteiras entre as bandas de passagem e bandas proibidas. Nestes gráficos, os valores reais de  $u_i$  são representados ao longo dos eixos positivos, enquanto que os valores imaginários das constantes de fase normalizadas são representados ao longo dos eixos negativos.

De acordo com a equação (2.1) pode-se escrever a relação :

$$\left| \frac{\kappa_{xn}d}{\pi} \right| = \left| \frac{\kappa_{x0}d}{\pi} + 2n \right|, \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2..)$$
 (2.52)

Quando  $\kappa_{x0}d/\pi$  assume valores inteiros (0 ou 1) e reais, então, o parâmetro  $|\kappa_{xn}d/\pi|$  também assume valores inteiros e reais e a equação de dispersão (2.44) degenera-se em duas outras curvas, associadas aos limites entre as bandas de passagem e as bandas proibidas. Essas curvas de fronteira ("band edge") são obtidas diretamente da equação (2.44) quando:

$$\kappa_{xn}d = n\pi \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2..)$$
 (2.53)

Neste caso, o circuito equivalente da célula característica é similar ao de um guia de onda não homogêneo com placas paralelas, em que as distribuições de tensão e de corrente ao longo da direção  $x$ , tem, de acordo com a equação (2.19), a mesma amplitude em  $x = \pm d/2$ , podendo apresentar a mesma fase, ou uma defasagem de  $180^\circ$ . Pode-se notar também que essas distribuições de tensão e corrente são simétricas, ou assimétricas em torno dos planos  $x = 0$  e  $x = \pm d/2$ , de forma que nestes planos podem aparecer curto circuitos (cc) ou circuitos abertos (ca). Quando houver um curto circuito em algum destes planos, eles podem ser substituídos por paredes elétricas, enquanto que, no caso de aparecer um circuito aberto, estes planos podem ser substituídos por paredes magnéticas [18],[29], [31]. Desta forma, quando a condição (2.53) é satisfeita, a célula característica mostrada na Figura 2.3 pode então ser representada por 4 diferentes configurações de cavidade representadas na Fig. 2.4.

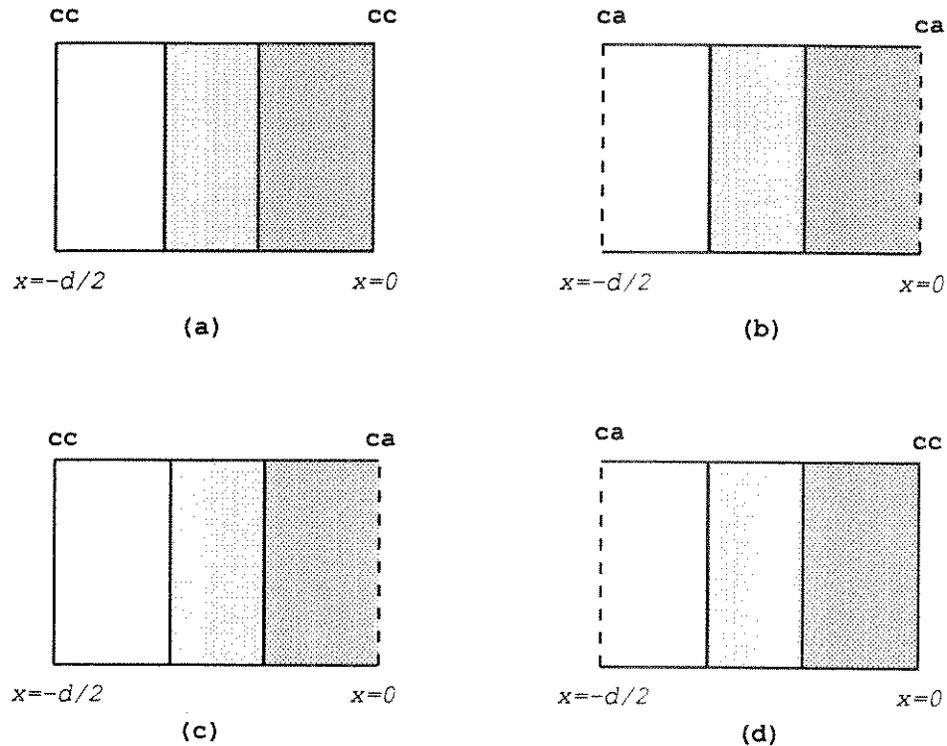


Fig. 2.4. Cavidades equivalentes que representam a célula característica mostrada na Fig. 2.3, quando  $\kappa_{xn}d = n\pi$ .

Simplificando-se a equação (2.44), ou então aplicando-se o método da ressonância transversa a cada uma dessas cavidades, pode-se escrever, quando  $\cos \kappa_{xn}d = 1$  [22]:

$$u_2^2 \frac{U_1 + f_{12}U_2}{f_{12}u_2^2 - U_1U_2} + f_{23}U_3 = 0, \quad (2.54)$$

$$u_2^2 \frac{\bar{U}_1 + f_{12}U_2}{f_{12}u_2^2 - \bar{U}_1U_2} + f_{23}\bar{U}_3 = 0, \quad (2.55)$$

considerando-se as configurações das cavidades mostradas nas Figuras 2.4.a e 2.4.b, respectivamente, que aplicam-se para modos com distribuição de campos simétricas ao longo da célula característica . Quando  $\cos \kappa_{x_n}d = -1$ , obtém-se

$$u_2^2 \frac{\bar{U}_1 + f_{12}U_2}{f_{12}u_2^2 - \bar{U}_1U_2} - f_{23}U_3 = 0, \quad (2.56)$$

$$u_2^2 \frac{U_1 + f_{12}U_2}{f_{12}u_2^2 - U_1U_2} - f_{23}\bar{U}_3 = 0, \quad (2.57)$$

considerando-se as configurações das cavidades mostradas nas Figuras 2.4.c e 2.4.d, respectivamente, associadas aos modos com distribuição de campos assimétricas ao longo da célula característica . Os valores de  $u_i$  e  $f_{ij}$  são dados de acordo com as equações (2.23) e (2.46), respectivamente, e:

$$U_i = u_i \tan u_i, \quad (2.58)$$

$$\bar{U}_i = u_i \cot u_i. \quad (2.59)$$

As equações (2.54)-(2.57) convergem para as apresentadas em [18] para uma célula característica com duas camadas dielétricas . Observe-se que as equações (2.54)-(2.57) são independentes da frequência e dependem apenas dos parâmetros  $f_{12}$  e  $f_{23}$ . De acordo com a equação (2.46), no caso de modos com polarização **TE** , esses fatores estão associados apenas à geometria da estrutura , enquanto que para modos com polarização **TM** , esses fatores estão associados também aos valores das constantes dielétricas das camadas .

A solução de qualquer uma das equações transcendentais (2.30), (2.44), (2.54), (2.55), (2.56) ou (2.57) pode ser feita aplicando-se qualquer método numérico clássico para encontrar as raízes de equações transcendentais. Os resultados apresentados nesta seção foram obtidos utilizando-se uma rotina numérica baseada no método de Newton associado ao método da bissecção [27].

A Figura 2.5 mostra o diagrama de estabilidade obtido a partir das equações (2.54)-(2.57) quando  $f_{12} = 0 (d_1 = 0)$ . Neste caso, a célula mostrada na Figura 2.3 torna-se uma célula com duas lâminas dielétricas e as curvas obtidas reproduzem as apresentadas na referência [18]. As curvas A,B,C e D mostradas, associam-se, respectivamente, às equações (2.54), (2.55), (2.56) e (2.57). As bandas de passagens ( $\kappa_{x_n}$  real) estão representadas pelas regiões hachuradas e são limitadas pelas curvas de fronteiras associadas a valores diferentes de  $|\kappa_{x_n}d/\pi|$ . As bandas proibidas ( $\kappa_{x_n}$

complexo) correspondem às regiões limitadas pelas curvas de fronteiras associadas aos mesmos valores de  $|\kappa_{xn}d/\pi|$ .

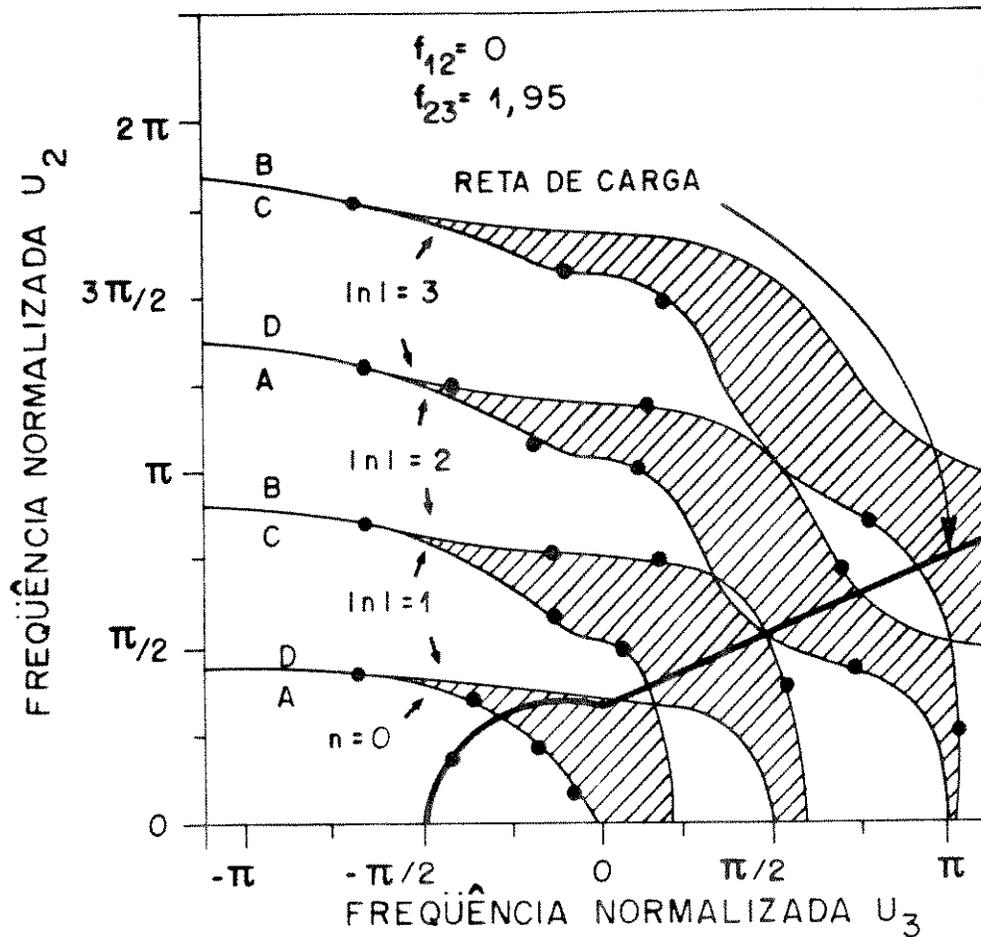


Fig. 2.5. Diagrama de estabilidade para um modelo de célula característica com duas lâminas dielétricas, com  $f_{12} = 0$  e  $f_{23} = 1,95$ . Resultados de Lewys e Hessel [18] são mostrados por pontos.

Quando  $\kappa_{x0}d/\pi \neq 0,1$ , então  $|\kappa_{xn}d/\pi|$  assume valores não inteiros e as curvas de dispersão dadas pela equação (2.44) dão uma família infinita de curvas, cada uma associada a uma diferente banda de passagem. Dentro de cada banda de passagem, essas curvas não se cruzam e variam, a partir de um limite inferior, associado a valores crescentes de  $|\kappa_{xn}d/\pi|$ . A banda de passagem do primeiro modo (fundamental,  $n = 0$ ) é limitada abaixo pela curva A ( $n = 0, \kappa_{x0}d = |\kappa_{xn}d/\pi| = 0$ ) e acima pelas curvas D ( $n = 0, \kappa_{x0}d = \pi, |\kappa_{xn}d/\pi| = 1$ ) ou C ( $n = -1, \kappa_{x0}d = \pi, |\kappa_{xn}d/\pi| = 1$ ). Nesta banda,

as curvas de dispersão (equação 2.44) estão associadas aos valores em que

$$|\kappa_{xn}d/\pi| < 1, \quad n = 0, \quad |\kappa_{x0}d/\pi| < 1. \quad (2.60)$$

A banda de passagem do segundo modo ( $n = -1$ ) é limitada abaixo pelas curvas C ou D ( $|\kappa_{xn}d/\pi| = 1$ ) e acima pelas curvas B ( $n = -1, \kappa_{x0}d = 0, |\kappa_{xn}d/\pi| = 2$ ), ou A ( $n = 1, \kappa_{x0}d = 0, |\kappa_{xn}d/\pi| = 2$ ). Nesta banda, as curvas de dispersão estão associadas aos valores

$$1 < |\kappa_{x-1}d/\pi| = |\kappa_{x0}d/\pi - 2| < 2. \quad (2.61)$$

As demais bandas de passagem são classificadas consecutivamente na seqüência  $n = +1, -2, +2, \dots$ . Essa classificação assegura que as curvas para as fronteiras entre bandas surjam continuamente às das bandas de passagem dos modos [18]. Observe-se que esta classificação assegura valores crescentes para as frequências normalizadas  $u_i$  associados às bandas de passagem dos modos de maior ordem.

A especificação do ponto de operação ( $\kappa_0, \kappa_{x0}, \varepsilon_{r_i}, d_i$ ) é que determinará qual a curva de dispersão considerada no diagrama de estabilidade ( $\gamma_n, u_{i_n}$ ). Neste caso, utilizando-se a equação (2.10) para cada região e, eliminando-se  $\gamma_n$ , pode-se estabelecer uma reta de carga associada à estrutura [18], descrita por

$$\kappa_0^2(\varepsilon_{r_i} - \varepsilon_{r_j}) = \frac{u_i^2}{d_i^2} - \frac{u_j^2}{d_j^2}, \quad (2.62)$$

que, para uma célula característica com duas lâminas dielétricas da Fig. 2.3 ( $d_1 = 0, \varepsilon_{r_2} = 2,56, \varepsilon_{r_3} = 1, d_3 = 0,2838$ ), está mostrada na Fig. 2.5.

A Figura 2.6 mostra o efeito da introdução de uma lâmina dielétrica na célula característica no diagrama de estabilidade. Observe-se que uma escolha conveniente dos parâmetros  $f_{12}$  e  $f_{23}$  ( $\varepsilon_i, d_i$  para modos com polarização **TM** ou  $d_i$  para modos com polarização **TE**) pode estreitar bastante as bandas de passagem. As curvas apresentadas nas Figs. 2.5 e 2.6 consideram apenas valores reais (positivos) de  $u_2$ , porque na aplicação tomada (Fig. 2.3) tem-se  $\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3$ .

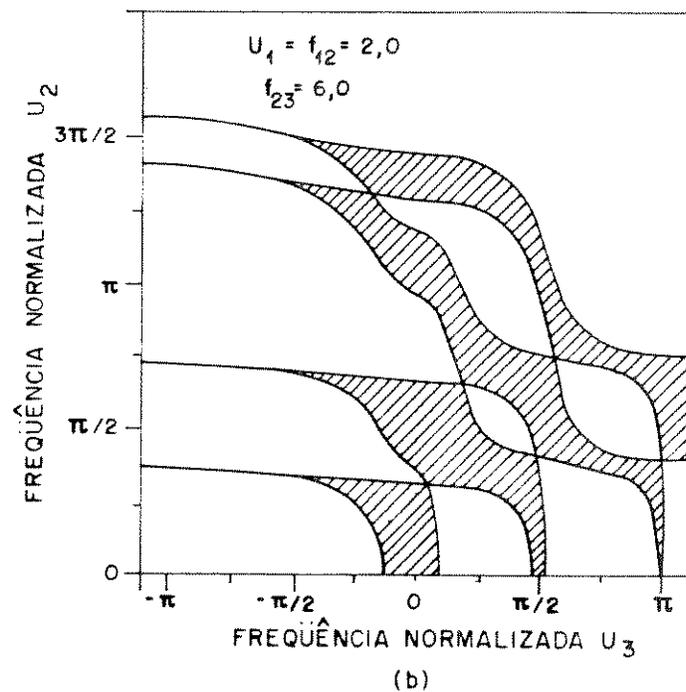
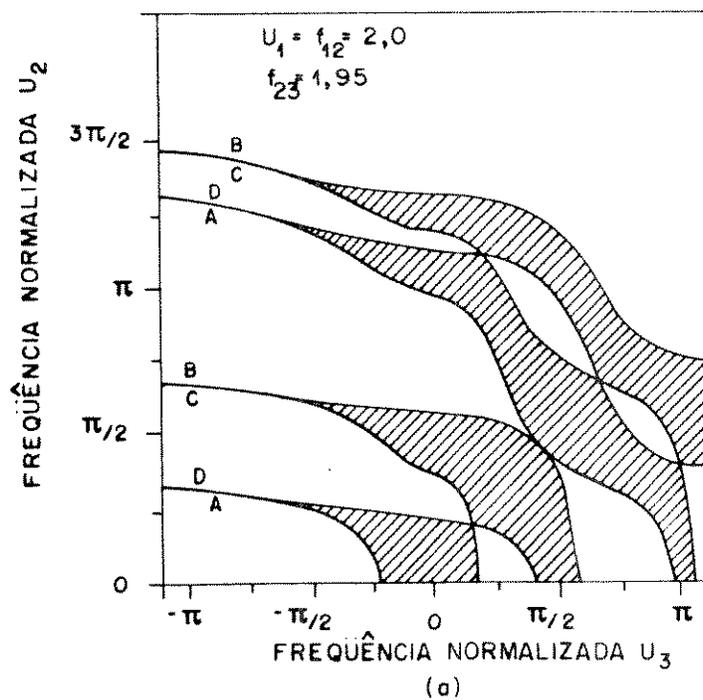


Fig 2.6. Diagramas de estabilidade para um modelo de célula característica mostrada na Fig. 2.3, com  $f_{12} = 2,0$ ,  $u_1 = 2,0$  e (a)  $f_{23} = 1,95$ , (b)  $f_{23} = 6$ .

Comportamento dos campos e de  $\gamma_n$ 

Para comparação com [18], as dimensões estão normalizadas em relação ao comprimento de onda  $\lambda_0$  e os valores das constantes de fase normalizadas em relação ao número de onda do espaço livre. As componentes dos campos são descritas pelas equações (2.2)-(2.7) e, como pode ser visto, estas componentes são proporcionais às funções modais  $V_n(x)$  ou  $I_n(x)$ . De acordo com as equações (2.33) e (2.34), quando consideram-se dimensões normalizadas em relação ao comprimento de onda, então, as componentes dos campos são multiplicadas por  $\sqrt{\lambda_0}$ .

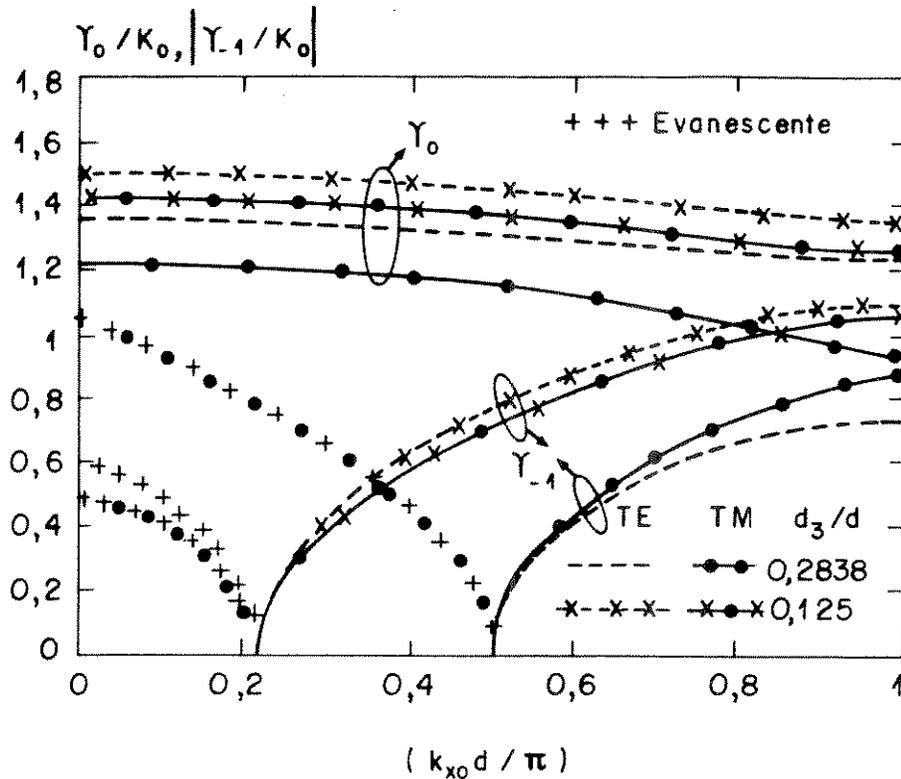


Fig. 2.7. Variação de  $\gamma_0/\kappa_0$  e  $|\gamma_{-1}/\kappa_0|$  com  $(\kappa_{x0}d/\pi)$  para os modos TE e TM numa estrutura periódica com duas lâminas dielétricas na célula característica, caracterizada por  $d = 0,6\lambda_0$ ,  $\epsilon_{r2} = 2,56$ ,  $\epsilon_{r3} = 1$  e com  $d_3/d = 0,2838$  e  $0,125$ . Resultados de Lewys e Hessel [18] são também mostrados com pontos.

As curvas da Figura 2.7 mostram o comportamento da constante de fase  $\gamma_n$  como função do número de onda de Floquet normalizado  $(\kappa_{x0}d/\pi)$ , para os modos  $n = 0$  e  $n = -1$ , considerando ambas polarizações TE e TM. As curvas de  $\gamma_0/\kappa_0$  e  $|\gamma_{-1}/\kappa_0|$  foram obtidas fazendo-se  $d_1 = 0$ , que equivale à análise de uma célula com duas camadas dielétricas. A periodicidade da célula característica é  $d = 0,6\lambda_0$  e

as constantes dielétricas das camadas são  $\epsilon_{r_2} = 2,56$  e  $\epsilon_{r_3} = 1$ . Para análise da influência da espessura das lâminas, as curvas consideram duas diferentes relações  $d_3/d$ , iguais a 0,2838 e 0,125. Os resultados de Lewys e Hessel [18] (obtidos apenas para modos com polarização **TM**) são também mostrados com pontos e pode-se observar uma excelente concordância. Observe-se que os valores de  $\gamma_0/\kappa_0$  obtidos para os modos **TE** são maiores que os obtidos para os modos **TM**, considerando-se uma mesma geometria.

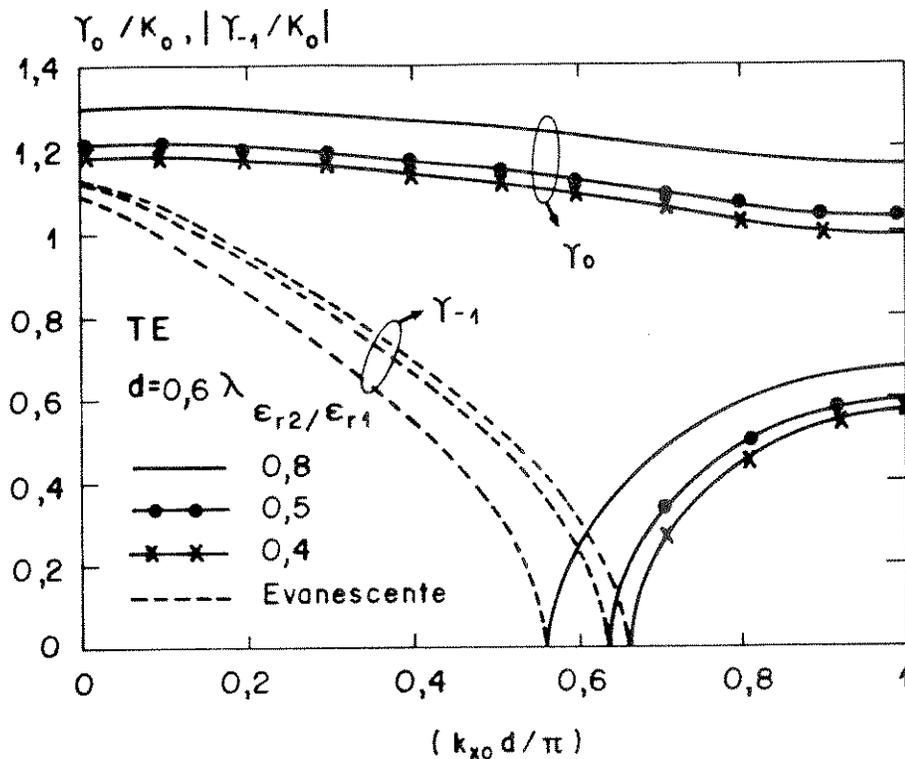


Fig. 2.8. Variação de  $\gamma_0/\kappa_0$  e  $|\gamma_{-1}/\kappa_0|$  com  $(\kappa_{x0}d/\pi)$  para os modos **TE** numa estrutura periódica com célula mostrada na Fig. 2.3, com  $d = 0,6\lambda_0$ ,  $\epsilon_{r_1} = 2,56$ ,  $\epsilon_{r_3} = 1$ ,  $\epsilon_{r_2}/\epsilon_{r_1} = 0,8$ ;  $0,5$  e  $0,4$ ,  $d_1/d = 0,1$  e  $d_3/d = 0,2838$ .

A Figura 2.8 mostra o efeito da introdução de camadas dielétricas na célula característica da estrutura periódica nas curvas de  $\gamma_n/\kappa_0$  como função de  $\kappa_{x0}d/\pi$  para os modos **TE**<sub>0</sub> e **TE**<sub>-1</sub>. A geometria da estrutura é especificada por  $d = 0,6\lambda_0$ ,  $d_1/d = 0,1$  e  $d_3/d = 0,2838$ . Para efeito da análise da influência da constante dielétrica da camada introduzida, considerou-se  $\epsilon_{r_1} = 2,56$ ,  $\epsilon_{r_3} = 1$ , sendo as permissividades das demais camadas especificadas pela relação  $\epsilon_{r_2}/\epsilon_{r_1}$ , com valores iguais a  $0,8$ ;  $0,5$  e  $0,4$ .

Na Figura 2.9 as curvas de  $\gamma_0/\kappa_0$  e  $|\gamma_{-1}/\kappa_0|$  são mostradas para os modos com

polarização **TM**, fixando-se a espessura  $d_3 = 0,2838$  e variando-se desta vez a espessura das demais lâminas para relações  $d_1/d$ , com valores iguais a 0,05 ; 0,1 e 0,2. A periodicidade da célula foi mantida ( $d = 0,6\lambda_0$ ), e as constantes dielétricas das camadas são  $\epsilon_{r1} = 2,56$ ,  $\epsilon_{r2} = 1,28$  ( $0,5\epsilon_{r1}$ ) e  $\epsilon_{r3} = 1$ .

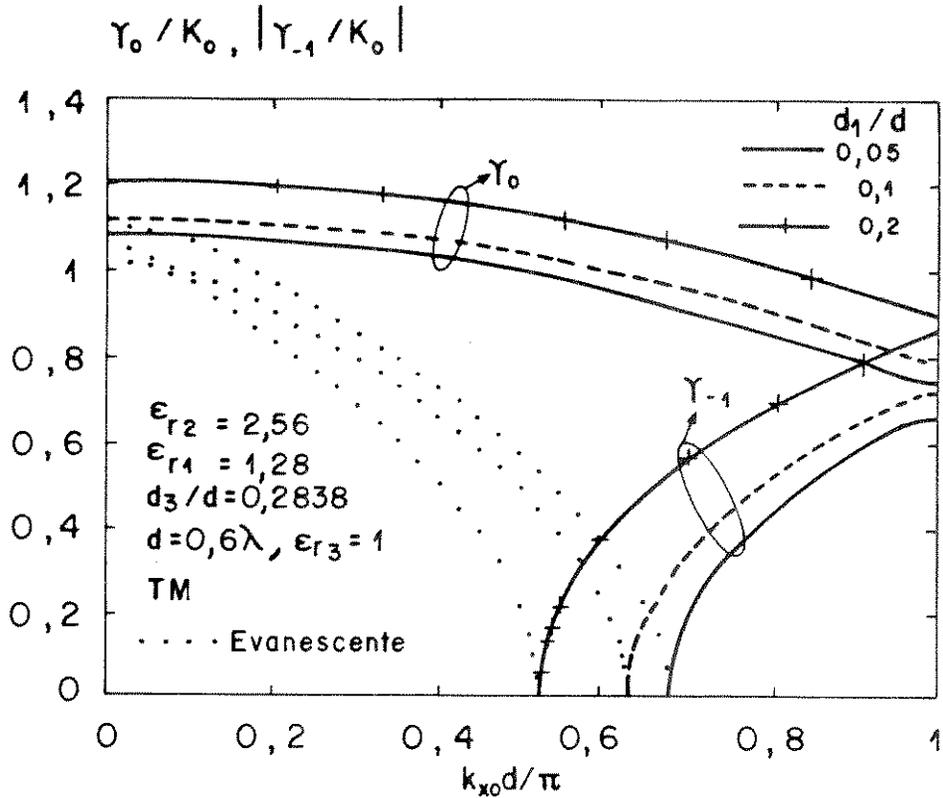


Fig. 2.9. Variação de  $\gamma_0/\kappa_0$  e  $|\gamma_{-1}/\kappa_0|$  com  $(k_{x0}d/\pi)$  para os modos TM numa estrutura periódica com célula mostrada na Fig. 2.3, com  $d = 0,6\lambda_0$ ,  $\epsilon_{r1} = 2,56$ ,  $\epsilon_{r2} = 1,28$ ,  $\epsilon_{r3} = 1$ , com  $d_1/d = 0,05$ ;  $0,1$  e  $0,2$  e  $d_3/d = 0,2838$ .

A variação dos valores  $k_{x0}d/\pi$  associadas aos cortes em  $\gamma_{-1}/\kappa_0$  mostrado nas Figs. 2.7 a 2.9 pode ser explicada observando-se que, de acordo com a equação (2.51), as curvas de dispersão situam-se todas entre os casos em que a célula é preenchida totalmente apenas pelo dielétrico de maior e de menor constante dielétrica,  $\epsilon_{r1} = 1$  (ar) ou  $\epsilon_{r1} = 2,56$ . Para os casos aqui analisados, em que as variações na constante dielétrica não são muito acentuadas (baixas modulações), a célula característica pode ser representada por uma camada dielétrica equivalente, com constante dielétrica  $\epsilon_a$  igual à sua constante dielétrica média. Neste caso, de acordo com a equação (2.51), na frequência de corte (ao longo da direção  $z$ ) dos modos, tem-se:

$$\sqrt{\epsilon_a} = \left| \frac{\kappa_{xn}}{\kappa_0} \right|. \quad (2.63)$$

Usando a relação (2.52) pode-se escrever:

$$\left| \frac{\kappa_{xn}}{\kappa_0} \right| \left( \frac{2d}{\lambda_0} \right) = \left| \frac{\kappa_{x0}d}{\pi} + 2n \right|, \quad (2.64)$$

e daí, o corte em  $\gamma_n/\kappa_0$  para cada modo ocorre para os valores de  $\kappa_{x0}d/\pi$  calculados pela relação :

$$\frac{2d}{\lambda_0} \sqrt{\varepsilon_a} \approx \left| \frac{\kappa_{x0}d}{\pi} + 2n \right|, \quad 0 \leq \left( \frac{\kappa_{x0}d}{\pi} \right) \leq 1, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (2.65)$$

A relação (2.65) explica porque o corte em  $\gamma_{-1}/\kappa_0$  ocorre em maiores valores de  $\kappa_{x0}d/\pi$  quando  $d_3/d$  aumenta, como mostrado na Fig. 2.7 para um modelo com duas lâminas dielétricas por célula característica, bem como quando  $\varepsilon_{r2}/\varepsilon_{r1}$  ou  $d_1/d$  diminuem, como mostrado nas Figs. 2.8 e 2.9, respectivamente, para um modelo com 4 lâminas dielétricas por célula característica. Isto ocorre pois, nestes casos, os valores de  $\varepsilon_a$  diminuem, e quando  $n = -1$ , tem-se

$$\frac{2d}{\lambda_0} \sqrt{\varepsilon_a} \approx 2 - \frac{\kappa_{x0}d}{\pi}, \quad (2.66)$$

onde pode-se observar que os valores de  $\kappa_{x0}d/\pi$  aumentam. A relação (2.65) explica também porque o corte dos modos ocorre para os mesmos valores de  $\kappa_{x0}d/\pi$ , como observado na Fig. 2.7. Observe-se que quando  $\varepsilon_{r2}/\varepsilon_{r1} \rightarrow 1$  na Fig. 2.8, ou quando  $d_1/d \rightarrow 0,2262$ ,  $(d_1 + d_3)/(2d) \rightarrow 0,5$  na Fig. 2.9, as curvas aproximam-se das apresentadas na Fig. 2.7 para o caso de uma célula característica com duas camadas dielétricas.

Se houver interesse de trabalhar em faixas de freqüências em que  $\kappa_{in}/\kappa_0$  seja real dentro de uma determinada camada da célula (modos não evanescentes ao longo da direção  $x$ ) então, de acordo com (2.10),  $|\gamma_n/\kappa_0|^2$  deve ser menor que a constante dielétrica dessa camada.

A Figura 2.10 mostra o comportamento das componentes do campo magnético ao longo da direção  $y$ , para os modos com polarização **TM**, considerando valores de  $\kappa_{x0}d/\pi = 0; 1$ , ou  $|\kappa_{xn}d/\pi| = k$ , ( $k$  inteiro positivo), associados às fronteiras das bandas de passagem, para os 5 primeiros modos encontrados, representados seqüencialmente pelas curvas A, D, C, AA e B, considerando a mesma geometria especificada na Fig. 2.7 para uma célula com duas lâminas dielétricas ( $d_1 = 0, d_3 = 0,2838d$ ). Valores de campo lidos diretamente de [18] são também marcados com triângulos para verificação. Por conveniência e para comparação dos resultados com a referência [18], foram traçadas as curvas da magnitude da função normalizada  $|I(x)|/N_{\text{TM}}$ , onde o

fator de normalização  $N_{\text{TM}}$  foi calculado utilizando-se a equação (2.34). De acordo com a normalização adotada por [18], esta função normalizada é igual à magnitude da distribuição da componente transversal do campo magnético, ao longo da direção  $x$ , normalizada em relação ao comprimento de onda,  $|h_y|/\sqrt{\lambda_0}$ . O comportamento observado na componente  $h_y$  pode ser explicado analisando-se a reta de carga mostrada no diagrama de estabilidade da Fig. 2.5, onde observa-se que o ponto de operação desloca-se na reta de carga cruzando, na mesma seqüência da ordem dos modos encontrados, as curvas A, D, C, A, B,... Como dito anteriormente, essas curvas de fronteira resultam das equações (2.54)-(2.57), deduzidas quando a célula característica é representada por cavidades equivalentes, mostradas na Fig. 2.4, curto-circuitadas (campo magnético máximo) ou abertas (campo magnético nulo) nas extremidades ( $x = 0, \pm d/2$ ). É interessante observar que, apesar do ponto de operação no limite superior da banda de passagem do modo  $n = -1$  (curva A-Fig. 2.5, e curva AA-Fig. 2.10) estar bastante próximo do ponto de operação no limite inferior da banda de passagem do modo  $n = 1$  (curvas B-Figs. 2.5 e 2.10), as configurações modais são bastante distintas. As constantes de propagação destes modos são bastante próximas ( $\gamma_{-1} = -j1,07462, \gamma_1 = -j1,07481$ ) e quando isto ocorre, o traçado da distribuição dos campos ajuda na identificação modal.

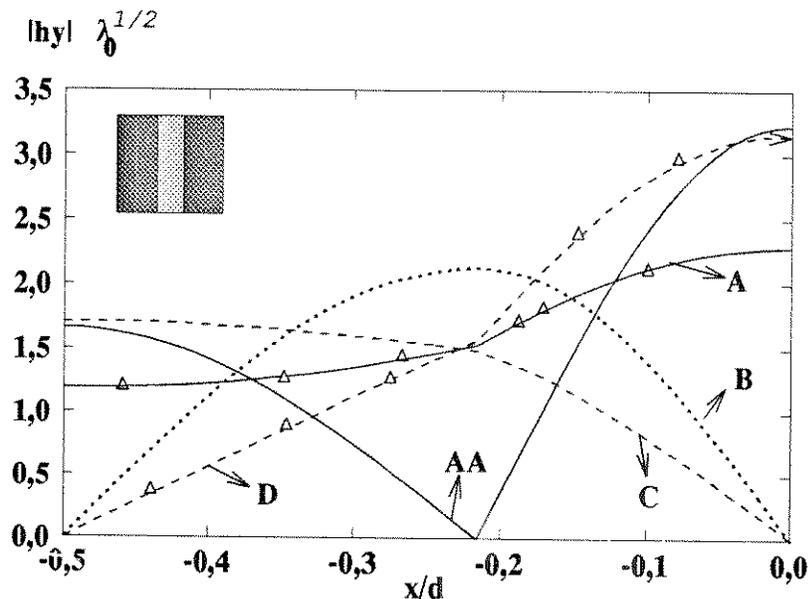


Fig. 2.10. Comportamento da componente normalizada do campo magnético,  $|h_y|/\sqrt{\lambda_0}$  para os 5 primeiros modos TM propagando-se numa estrutura periódica com duas lâminas dielétricas na célula característica, caracterizada por  $d = 0,6\lambda_0$ ,  $\epsilon_{r_2} = 2,56$ ,  $\epsilon_{r_3} = 1$ ,  $d_3/d = 0,2838$ . Resultados de Lewys e Hessel [18] são também marcados com triângulos.

Nas Figuras 2.11 e 2.12 é mostrado o efeito da introdução de uma lâmina dielétrica

na célula característica no comportamento de  $h_y$  para os modos  $\mathbf{TM}_0$  e  $\mathbf{TM}_{-1}$  quando o ponto de operação da estrutura está nas fronteiras das bandas de passagem destes modos ( $\kappa_{x0}d/\pi = 0;1$ ), para as mesmas geometrias especificadas na Fig. 2.9. As curvas (A,B,C,D) obtidas para o caso com duas lâminas na célula característica estão também mostradas para análise. Pode-se observar em todas as curvas que, quando  $d_1/d \rightarrow 0,2262$ ,  $(d_1 + d_3)/(2d) \rightarrow 0,5$ , as curvas aproximam-se das apresentadas na Fig. 2.10, como também foi observado na Fig. 2.9 no comportamento de  $\gamma_n/\kappa_0$ . Pode-se observar claramente também o deslocamento do ponto de operação, em relação ao caso com duas lâminas dielétricas na células (Fig. 2.10), quando  $d_1/d = 0,05$  e  $0,1$ , para as curvas mostradas nas Figs. 2.11.b ( $n = 0, \kappa_{x0}d = \pi$ ) e 2.12.b ( $n = -1, \kappa_{x0}d = \pi$ ), associadas às curvas da fronteira superior da banda de passagem do modo fundamental, e da fronteira inferior da banda de passagem do modo  $n = -1$ , respectivamente. Nestes casos, a cavidade equivalente que representa a célula característica troca de configuração, passando da configuração CC( $x = 0$ )-CA( $x = \pm d/2$ ) quando existem apenas duas lâminas dielétricas na célula característica, para a configuração CA( $x = 0$ )-CC( $x = \pm d/2$ ) na Fig. 2.11.b, ocorrendo um processo inverso na Fig. 2.12.b. Além disso, o ponto de operação na fronteira superior da banda de passagem do segundo modo  $n = -1$  foi deslocado para a configuração CA( $x = 0$ )-CA( $x = \pm d/2$ ), mesmo quando  $d_1/d = 0,2$ , como pode ser visto na Fig. 2.12.a.

Apesar dos resultados numéricos deste capítulo terem sido apenas mostrados para estruturas periódicas com célula característica formada por até 4 lâminas dielétricas com perdas dielétrica nulas, o método utilizado pode ser aplicado também a estruturas periódicas com célula característica formada por um arranjo genérico de  $N$  lâminas dielétricas, considerando também as perdas dielétricas, como será feito nas aplicações apresentadas nos capítulos 4 e 5 deste trabalho.

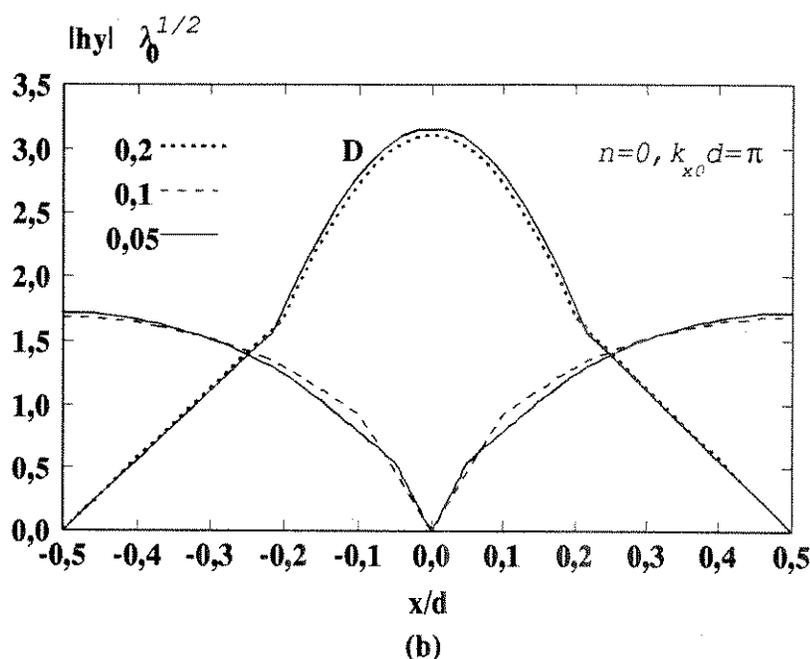
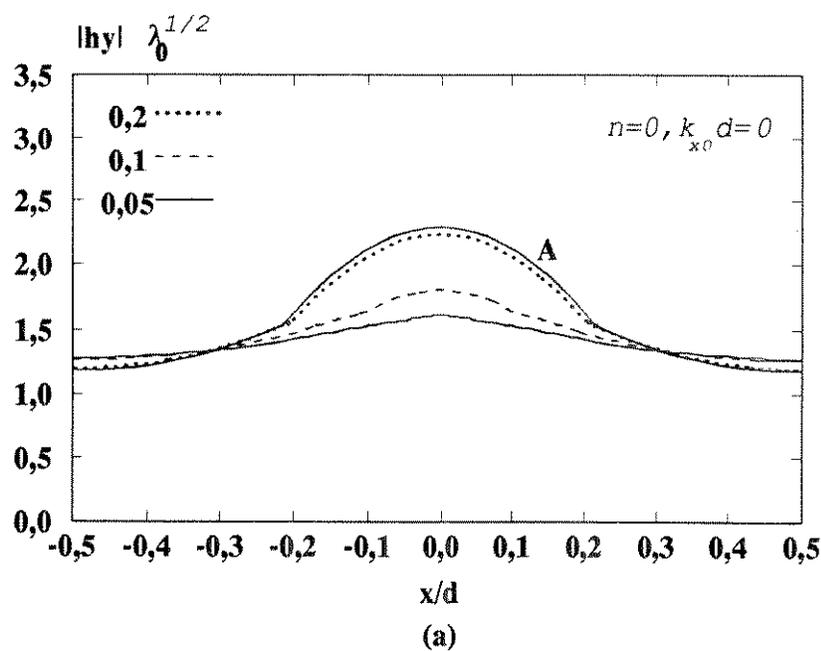


Fig. 2.11. Comportamento da componente normalizada do campo magnético,  $|h_y|\sqrt{\lambda_0}$  para os modos TM propagando-se numa estrutura periódica com célula característica mostrada na Fig. 2.3, com  $d = 0,6\lambda_0$ ,  $\epsilon_{r1} = 2,56$ ,  $\epsilon_{r2} = 1,28$ ,  $\epsilon_{r3} = 1$ , com dimensões  $d_1/d = 0,05; 0,1$  e  $0,2$  e  $d_3/d = 0,2838$ , quando  $n = 0, \kappa_{x0}d = 0$  (a) e  $\pi$  (b). Resultados quando  $d_1 = 0$  (duas lâminas) são mostrados para comparação (curvas A e D).

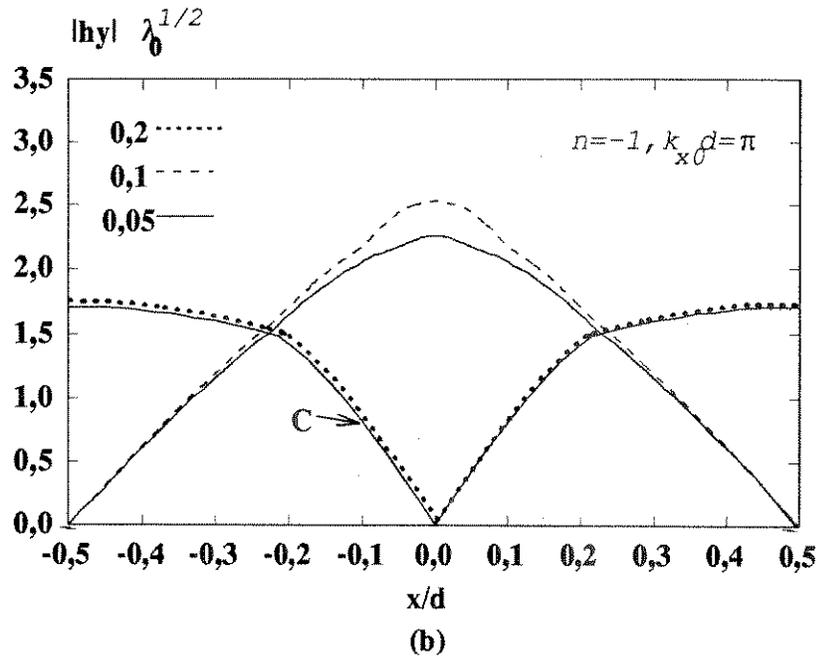
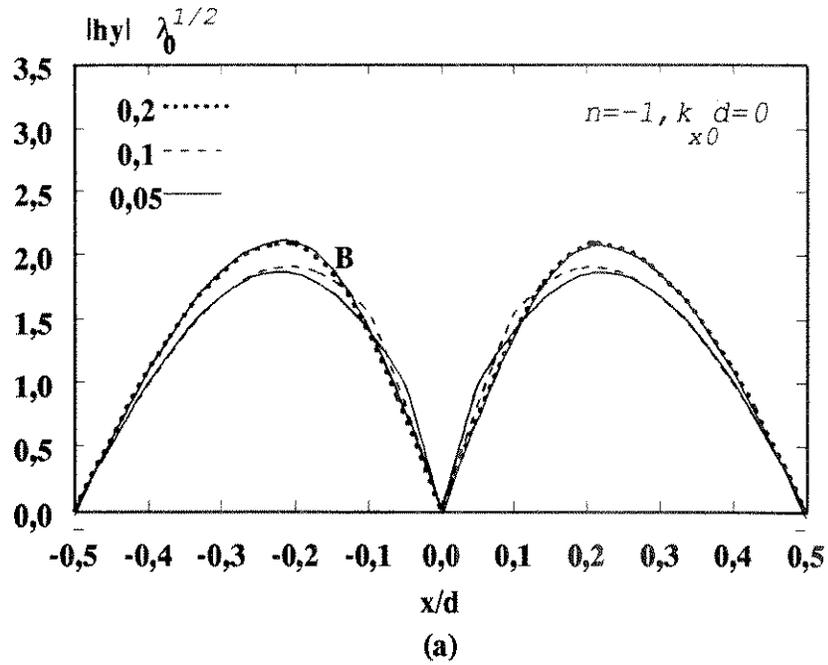


Fig. 2.12. Comportamento da componente normalizada do campo magnético,  $|h_y| \sqrt{\lambda_0}$  para os 4 primeiros modos TM propagando-se numa estrutura periódica com célula característica mostrada na Fig. 2.3, com  $d = 0,6\lambda_0$ ,  $\epsilon_{r1} = 2,56$ ,  $\epsilon_{r2} = 1,28$ ,  $\epsilon_{r3} = 1$ , com dimensões  $d_1/d = 0,05$ ;  $0,1$  e  $0,2$  e  $d_3/d = 0,2838$ , quando  $n = -1, \kappa_{x0}d = 0$  (a) e  $\pi$  (b). Resultados quando  $d_1 = 0$  (duas lâminas) são mostrados para comparação (curvas B e C).

## Capítulo 3

# Formulação Rigorosa para Análise do Guiamento e Espalhamento por Guias de Onda com Grade Dielétrica

### 3.1 Introdução

Neste capítulo discutem-se os fenômenos de alteração das ondas propagando-se numa estrutura com multicamadas dielétricas uniformes, quando inclui-se nela uma camada dielétrica com variação periódica no índice de refração. Além disso, apresenta-se a metodologia para cálculo dos campos espalhados ou guiados pela estrutura, de acordo com a teoria modal rigorosa apresentada por Peng *et al.*[5].

A teoria aplica-se a estruturas com geometrias semelhantes às da Fig. 3.1. Estas estruturas também são conhecidas como guias de onda com grade dielétrica. Considera-se que as estruturas são bidimensionais (infinitas em  $y$ ) e que o material constituinte de cada região dielétrica uniforme é não magnético ( $\mu = \mu_0$ ) e isotrópico. Considera-se também que os campos suportados apresentam uma variação temporal na forma  $\exp(j\omega t)$  e são invariantes em  $y$ , de modo que podem ser decompostos em modos com polarização do tipo **TE** e **TM**. Com estas restrições, o espalhamento ou guiamento de ondas por guias de onda com grade dielétrica como o mostrado na Fig. 3.1, pode ser analisado como um problema de valor de contorno em que os campos propagando-se em todas as regiões, dentro e fora da camada periódica, são determinados.

Apesar da teoria modal rigorosa aplicar-se a grades planas, com variações na

permissividade dielétrica da camada periódica apenas em  $x$ , ela pode ser também aplicada a estruturas em que o perfil da grade é arbitrário e a permissividade dielétrica da camada periódica é uma função de  $x$  e de  $z$ .

Neste capítulo, a obtenção dos campos dentro da grade dielétrica é feita de acordo com a referência [5], entretanto, a obtenção dos campos espalhados para fora da camada periódica do guia de onda é feita de uma maneira ligeiramente diferente. Apesar de se continuar trabalhando com as condições de contorno ao longo das fronteiras entre as várias camadas dielétricas do guia de onda, o procedimento aqui adotado permite obter também, de maneira imediata, os campos em qualquer região do guia, ao contrário do apresentado por Peng *et al.*[5], onde somente os campos espalhados para fora do guia são obtidos diretamente. Mostra-se que as expressões apresentadas neste capítulo convergem para as apresentadas em [5], e, apesar de mais complexas, a sua implementação não resulta em nenhuma dificuldade adicional.

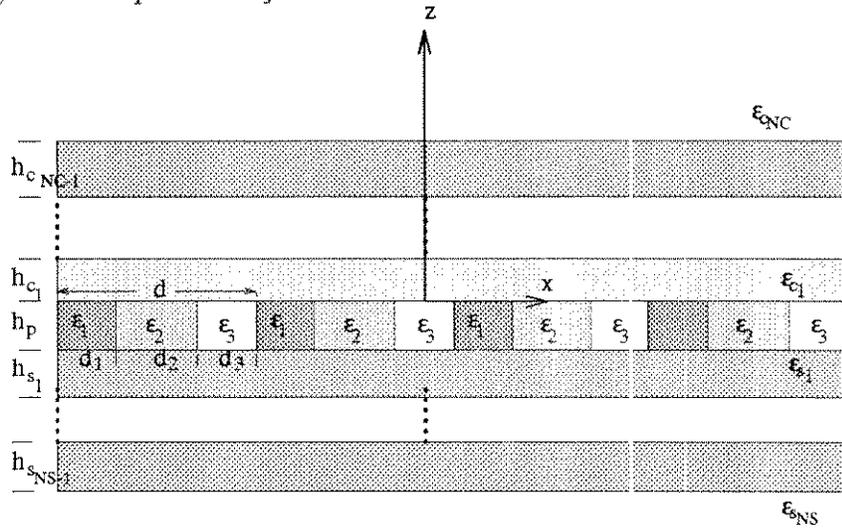


Fig. 3.1. Guia de onda com grade dielétrica.

### 3.2 Caracterização dos campos propagando-se nas camadas uniformes

Em um guia constituído por multicamadas com grade dielétrica, como mostrado na Fig. 3.1, com as considerações feitas anteriormente (dimensões do guia e variação dos campos ao longo da direção  $y$ ), as amplitudes das componentes transversais a  $z$ , dos campos propagantes nas regiões uniformes, externas à camada periódica, são

descritos, de acordo com o Teorema de Floquet, numa somatória de modos na forma

$$E_{t_{k_i}} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [A_{k_{i_n}}^+ \exp[-j\gamma_{k_{i_n}}(z - z_{k_i})] + A_{k_{i_n}}^- \exp[j\gamma_{k_{i_n}}(z - z_{k_i})]] \exp[-j\kappa_{x_n}x] \quad (3.1)$$

$$H_{t_{k_i}} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} Y_{k_{i_n}}^z [A_{k_{i_n}}^+ \exp[-j\gamma_{k_{i_n}}(z - z_{k_i})] - A_{k_{i_n}}^- \exp[j\gamma_{k_{i_n}}(z - z_{k_i})]] \exp[-j\kappa_{x_n}x] \quad (3.2)$$

onde  $\kappa_{x_n}$  é o número de onda de Floquet, definido no Cap. 2, dado por

$$\kappa_{x_n} = \kappa_{x_0} + 2\pi n/d, \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2..) \quad (3.3)$$

sendo  $\kappa_{x_0}$  o número de onda do modo fundamental e  $d$  é o período da grade. O índice  $k$  determina a região considerada, onde  $k = s$  ou  $k = c$ , para as regiões inferiores ou superiores à camada periódica, respectivamente; o índice  $i$  determina qual camada deve ser considerada. O número de camadas considerado em cada região é arbitrário e igual a  $NS$  ou  $NC$ . O parâmetro  $z_{k_i}$  é dado por  $z_{k_i} = \sum_{j=0}^i h_{k_j}$ , com  $h_{c_0} = 0$ , e  $h_{s_0} = -h_p$ . As amplitudes  $A_{k_{i_n}}^{\pm}$ , estão associadas às ondas propagando-se ao longo das direções  $\pm z$ , com constante de fase  $\mp \gamma_{k_{i_n}}$ , respectivamente. As componentes transversais  $E_{t_k}, H_{t_k}$  são caracterizadas por

$$\begin{cases} E_{t_k} = E_{y_k} \\ H_{t_k} = -H_{x_k} \end{cases} \quad \text{para os modos } \mathbf{TE} \text{ e}, \quad (3.4)$$

$$\begin{cases} E_{t_k} = E_{x_k} \\ H_{t_k} = H_{y_k} \end{cases} \quad \text{para os modos } \mathbf{TM}. \quad (3.5)$$

$Y_{i_n}^z$  representa a admitância ao longo da direção  $z$  de cada modo em cada região, dada por

$$Y_{i_n}^z = \begin{cases} \gamma_{i_n}/\omega\epsilon_0\epsilon_{r_i} & \text{para os modos } \mathbf{TM} \\ \omega\mu_0/\gamma_{i_n} & \text{para os modos } \mathbf{TE} \end{cases} \quad (3.6)$$

onde  $\mu_0$  e  $\epsilon_0$ , são a permeabilidade e a permissividade do espaço livre, respectivamente;  $\epsilon_{r_i}$  é a constante dielétrica de cada camada e  $\omega$  é a frequência angular.

Os campos descritos por (3.1) e (3.2) obedecem, para cada modo, a equação de Helmholtz

$$\nabla^2 F_j(x, z) + \kappa_j^2 F_j(x, z) = 0, \quad (3.7)$$

com  $F_j = E_{t_j}$ , ou  $H_{t_j}$ . Então, cada onda parcial obedece à relação de dispersão

$$\gamma_{j_n} = \pm[\kappa_0^2\epsilon_{r_j} - \kappa_{x_n}^2]^{1/2} \quad (3.8)$$

Aqui, o sinal da equação (3.8) não está associado apenas à direção  $+z$  ou  $-z$ . O sinal deve ser escolhido de maneira que, se  $\kappa_{x_0}$  e  $\epsilon_{r_j}$  são reais, então  $\gamma_{j_n}$  deve ser

real positivo ou puramente imaginário negativo. Quando  $\kappa_{x0}$  ou  $\varepsilon_{r_i}$  são complexos, então  $\gamma_{j_n}$  deve também ser complexo e os sinais devem obedecer as condições de continuidade estabelecidas por Collin e Zucker [33], como será visto adiante.

Se a grade é suficientemente fina, então, o fator de propagação  $\kappa_{x0}$  do modo fundamental se aproxima bastante do fator de propagação  $\beta_{sw}$  de uma onda de superfície suportada por uma estrutura com camadas homogêneas, sem a camada periódica. Entretanto, os campos expressos pelas equações (3.1) e (3.2) não descrevem mais ondas de superfície, mesmo na presença de uma camada periódica fina. Isto porque a existência desta grade implica em uma modificação das ondas de superfície (guiadas pelo guia multicamadas sem a grade), de modo a obedecer às condições de contorno periódicas. Isto quer dizer, que mesmo uma grade fina vai requerer a presença de todos os  $n$  modos (com números de onda  $\kappa_{xn}$ ) para satisfazer essas condições de contorno. Em determinados casos (como no caso de camadas periódicas finas), as amplitudes dos modos  $A_{\kappa_{i,n}}^{\pm}$ ,  $n \neq 0$  são muito pequenas, mas mesmo assim, alguns desses modos de maior ordem gerados podem modificar a natureza das ondas guiadas. Isto pode ser entendido analisando-se as equações (3.3) e (3.8) onde, se  $\kappa_{x0} = \beta_{sw}$  (maior que  $\kappa_0$ ), então  $|\kappa_{xn}|$  pode ser menor que  $\kappa_0^2 \varepsilon_{r_i}$  ( $n$  negativo), o que implica em valores reais para  $\gamma_{j_n}$ . Nestes casos, quando  $\gamma_{j_n}$ , para  $j = NC$  ou  $j = NS$ , são reais, a energia flui para fora do guia, porque existem modos de maior ordem que são não evanescentes ao longo da direção  $z$  e, como a energia não está mais fluindo toda numa direção paralela ao eixo  $x$ , as equações (3.1) e (3.2) não representam mais verdadeiras ondas de superfície [3],[4], [5].

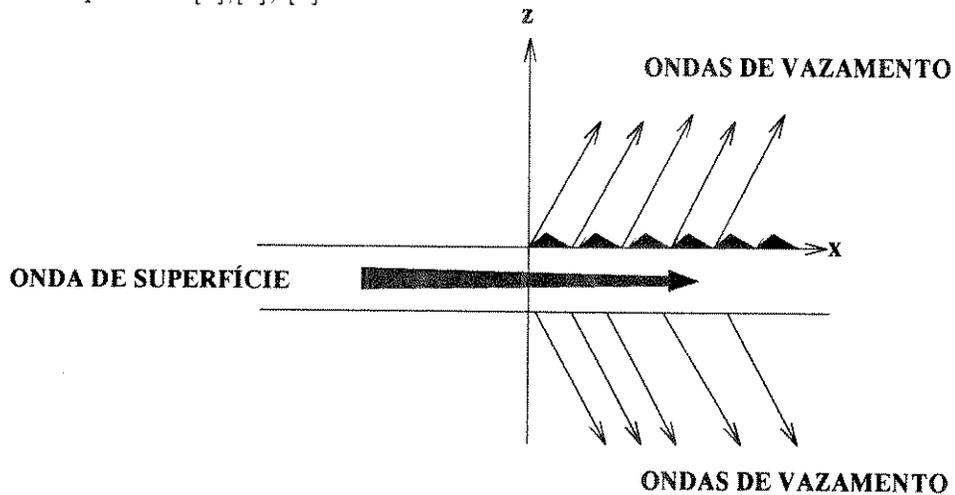


Fig. 3.2. Onda de superfície incidindo de uma região uniforme ( $x < 0$ ) em uma região contendo uma perturbação periódica ( $x > 0$ ).

Uma maneira interessante de compreender o fenômeno que acontece com a onda propagando-se na estrutura com multicamadas na presença da camada periódica,

de acordo com Peng *et al.*[5], consiste em se considerar uma onda guiada por um meio com camadas uniformes incidindo em um meio perturbado levemente por uma camada periódica, como mostrado na Fig. 3.2. A onda de superfície incidente, ao atingir a região perturbada pela camada periódica tem suas características levemente alteradas por essa perturbação, de modo que, nessa região ( $x > 0$ ), ocorre um espalhamento fraco e as características da onda de superfície propagando-se nela ainda são bastante similares às da onda propagando-se na região não perturbada ( $x < 0$ ). Quando, entretanto, a região periódica é longa, a energia "vazada" por espalhamento aumenta e, devido à localização regular dos "espalhadores", os campos espalhados individualmente interferem-se construtivamente em direções preferenciais, de maneira que a energia é "vazada" através de feixes de onda de vazamento ("leaky waves") ao longo de direções dadas por [5]

$$\tan(\theta_{k_{in}}) = \frac{\kappa_{zn}}{\gamma_{k_{in}}}. \quad (3.9)$$

Observe-se que, quando  $\gamma_{k_{in}}$  é real ( $\kappa_{zn}$  real),  $\theta_{k_{in}}$  será um ângulo real. Neste caso, o fluxo de energia aparecerá na forma de radiação para as regiões externas ao guia ao longo destes ângulos. Como consequência deste vazamento de energia devido à radiação, o campo da onda que caminha guiada ao longo da direção  $x$  na região com a grade ( $x > 0$ ) deve decair. Isto quer dizer que o fator de propagação  $\kappa_{x0}$  da onda de superfície guiada ao longo da região não perturbada, não pode mais ser puramente real para a região perturbada, passando em vez disso, a assumir valores complexos cuja parte imaginária representa um fator de perdas. O número de onda de Floquet descrito em (3.3) será agora descrito por

$$\kappa_{zn} = \beta_n - j\alpha = \beta_0 - j\alpha + 2\pi n/d, \quad \alpha < 0. \quad (3.10)$$

Nessa expressão observa-se que a perda  $\alpha$  ao longo da direção  $x$  é a mesma para todas as componentes dos campos descritos pelas equações (3.1) e (3.2). A partir das equações (3.8) e (3.10), observa-se que a constante de propagação ao longo da direção  $z$ ,  $\gamma_{j_n}$ , agora também será complexa, dada por

$$\gamma_{j_n} = \xi_{j_n} - j\eta_{j_n}. \quad (3.11)$$

Enquanto  $\alpha$  é pequeno (no caso de grades finas) e independe de  $n$ ,  $\eta_{j_n}$  geralmente não é o mesmo para diferentes modos  $n$  e, pode também assumir valores elevados [5].

Voltando a discussão do sinal da equação 3.8, para o caso em que  $\gamma_{j_n}$  é complexo, de acordo com Collin e Zucker [33], deve-se ter

$$\begin{aligned} \beta_n > 0 &\rightarrow \eta_n > 0, \\ \beta_n < 0 &\rightarrow \eta_n < 0. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Embora o fenômeno do aparecimento de ondas de vazamento tenha sido explicado em termos de pequenas perturbações, é evidente que as argumentações mantêm-se válidas quando a região periódica é maior. Isto porque, o tamanho da perturbação afeta apenas quantitativamente a onda de vazamento. Desta forma, o fator de perdas  $\alpha$  e a amplitude dos modos de maior ordem  $A_{k_{in}}^{\pm}$ ,  $n \neq 0$ , são pequenas somente no caso de leves perturbações e, quando o tamanho destas aumenta, geralmente esses efeitos tornam-se mais pronunciados.

### 3.3 Caracterização dos campos propagando-se na camada periódica

Dentro da camada periódica, a permissividade dielétrica não é constante e portanto, a equação de onda (3.7) é redefinida para

$$\nabla^2 F_p(x, z) + \kappa^2(x, z)F_p(x, z) = 0 \quad (3.13)$$

e as soluções características  $F_p(x, z)$  devem ser determinadas conhecendo-se primeiramente a função  $\kappa^2(x, z)$ . No caso em que  $\varepsilon_p(x, z)$  é uma função apenas de  $x$ , os campos vetoriais  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$ , são determinados a partir de  $F_p(x, z)$ , de acordo com o Apêndice A, por [5]

*modos TE :*

$$\vec{E} = F_p \vec{y}, \quad \vec{H} = \frac{-1}{j\omega\mu_0} \nabla X \vec{E}, \quad (3.14)$$

$$\kappa^2(x) = \kappa_0^2 \varepsilon_p(x). \quad (3.15)$$

*modos TM :*

$$\vec{H} = \sqrt{\varepsilon_p(x)} F_p \vec{y}, \quad \vec{E} = \frac{1}{j\omega\varepsilon_0\varepsilon_p(x)} \nabla X \vec{H}, \quad (3.16)$$

$$\kappa^2(x) = \kappa_0^2 \varepsilon_p(x) - \frac{3}{4} \left[ \frac{\varepsilon_p'(x)}{\varepsilon_p(x)} \right]^2 + \frac{\varepsilon_p''(x)}{2\varepsilon_p(x)}, \quad (3.17)$$

onde  $\vec{y}$  é um vetor unitário na direção  $y$ ,  $\varepsilon_p(x)$  é uma função periódica da permissividade da grade e o símbolo ' representa derivação com relação a  $x$ .

Em função da variação periódica de  $\varepsilon_p(x)$ ,  $\kappa^2(x)$  pode ser representado em série de Fourier na forma

$$\kappa^2(x) = \kappa_0^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_n \exp[-j2\pi nx/d], \quad (3.18)$$

onde os coeficientes  $g_n$  são determinados conhecendo-se a geometria da grade por

$$g_n = \frac{1}{d} \int_0^d \frac{\kappa^2(x)}{\kappa_0^2} \exp[j2\pi nx/d] dx. \quad (3.19)$$

Uma vez conhecida a função  $\kappa^2(x)$ , pode-se encontrar a solução característica dos campos dentro da camada periódica  $F_p(x, z)$ . Essas soluções características, devido à periodicidade da camada, devem aparecer na forma de Floquet

$$F_p = \sum_{n=-\infty}^{\infty} q_n(z) \exp[-j\kappa_{xn}x/d], \quad (3.20)$$

onde o número de onda de Floquet  $\kappa_{xn}$  foi definido em (3.3). Aplicando-se as equações (3.18) e (3.20) na equação (3.13) e utilizando-se também a regra do produto de Cauchy

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_m = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m B_{n-m}, \quad (3.21)$$

obtém-se um sistema de equações diferenciais, que pode ser expresso matricialmente na forma

$$\frac{d^2}{dz^2} \mathbf{q} = -\mathbf{G}\mathbf{q}, \quad (3.22)$$

onde  $\mathbf{q}$  é uma matriz coluna, dependente apenas de  $z$ , dada por

$$\mathbf{q} = [\dots q_{-2}(z), q_{-1}(z), q_0(z), q_1(z), q_2(z), \dots]^T, \quad (3.23)$$

$\mathbf{G}$  é uma matriz quadrada com elementos  $G_{nl}$  determinados por

$$[\mathbf{G}]_{nl} = \kappa_0^2 g_{n-l} - \kappa_{ln}^2 \delta_{nl}, \quad (3.24)$$

sendo  $\delta_{nl}$ , a função Delta de Kronecker

$$\delta_{nl} = \begin{cases} 0, & n \neq l, \\ 1, & n = l. \end{cases} \quad (3.25)$$

As soluções características procuradas para a equação (3.22) são da forma

$$\mathbf{q} = \mathbf{a} \exp[-j\gamma_p z], \quad (3.26)$$

em que  $\gamma_p$  é a constante de propagação ao longo da direção  $z$  dentro da camada periódica e  $\mathbf{a}$  é uma matriz coluna com elementos constantes e independentes de  $z$ . A aplicação de (3.26) em (3.22) permite escrever a equação homogênea para encontrar os autovalores da matriz  $\mathbf{G}$

$$\mathbf{G}\mathbf{a} = \gamma_p^2 \mathbf{a}, \quad (3.27)$$

cuja equação característica é

$$\det [\mathbf{G} - \gamma_p^2 \mathbf{1}] = 0, \quad (3.28)$$

onde  $\mathbf{1}$  é uma matriz identidade de ordem infinita. Desta forma,  $\gamma_{p_m}^2$  são os autovalores da equação (3.28) e, para cada um desses autovalores pode-se resolver o sistema (3.27) para obtenção dos autovetores associados  $\mathbf{a}_m$ . Cada um desses autovetores possui  $n$  elementos e, desse modo, a solução modal completa para os campos propagando-se dentro da camada periódica envolve, para cada modo  $m$ , um somatório infinito de  $n$  modos, denominados harmônicos espaciais, com amplitudes  $a_{mn}$ . Já nas regiões externas à camada periódica, qualquer modo contém apenas um harmônico espacial simples, cada um deles sendo solução independente da equação de onda. Observe-se que a equação (3.26) estabelece não apenas um, mas um par de autovalores  $\mp \gamma_{p_m}$  associados a modos propagando-se nas direções  $\pm z$ , respectivamente, ou seja

$$\mathbf{q}_m^+(z) = \mathbf{a}_m \exp[-j\gamma_{p_m} z], \quad (3.29)$$

$$\mathbf{q}_m^-(z) = \mathbf{a}_m \exp[j\gamma_{p_m} z]. \quad (3.30)$$

Com essas considerações, as componentes transversais a  $z$  dos campos propagando-se dentro da camada periódica são descritas na forma

$$E_{t_p} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} [p_m^+ \exp[-j\gamma_{p_m} z] + p_m^- \exp[j\gamma_{p_m} z]] \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{mn} \exp[-j\kappa_{xn} x], \quad (3.31)$$

$$H_{t_p} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y_{p_m}^z [p_m^+ \exp[-j\gamma_{p_m} z] - p_m^- \exp[j\gamma_{p_m} z]] \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{mn} \exp[-j\kappa_{xn} x], \quad (3.32)$$

sendo  $E_{t_p}$  e  $H_{t_p}$  caracterizados de acordo com as equações (3.4) e (3.5). Similarmente às equações (3.1) e (3.2), os coeficientes  $p_m^\pm$  estão associados às amplitudes das ondas propagando-se nas direções  $\pm z$ , respectivamente, e  $Y_{p_m}^z$  representa a admitância do  $m$ -ésimo modo ao longo da direção  $z$ , calculada de acordo com (3.6). Fica evidente que a representação modal dos campos dentro da grade, estabelecida por (3.31) e (3.32), é mais complexa que nas regiões exteriores a ela, descritos em (3.1) e (3.2), por envolver o acoplamento de  $mn$  modos.

### 3.4 Aplicações da teoria

A teoria modal apresentada é rigorosa para as considerações feitas de grades planas e quando  $\varepsilon_p$  é função apenas de  $x$ . Numericamente, a questão é qual o número de modos a serem considerados para a construção da matriz  $\mathbf{G}$  dada em (3.24). De acordo com Peng *et al.*[5], a condição para truncamento de  $\mathbf{G}$  será

$$\frac{1}{\kappa_0^2} |\kappa_0^2 g_0 - \kappa_{xn}^2 - \gamma_{pn}^2| > \sum_{i=0, \neq n}^N |g_i|, \quad (3.33)$$

para  $n > N$ , sendo  $N$  um número positivo finito e o termo  $i = n$  deve ser excluído da somatória à direita.

A condição (3.33) é satisfeita sempre que a série de Fourier (3.18) para  $\kappa^2(x)$  convergir absolutamente. Este é o caso de grades planas com variação senoidal em  $\varepsilon_p(x)$  largamente utilizadas [34], [35]-[37], onde  $\varepsilon_p(x)$  é descrita como

$$\varepsilon_p(x) = \varepsilon_a [1 + M \text{sen}(2\pi x/d)] , \quad (3.34)$$

sendo  $\varepsilon_a$ , a constante dielétrica média da camada periódica e  $M$  o índice de modulação. Neste caso, a função é bem comportada e a convergência é rápida [34].

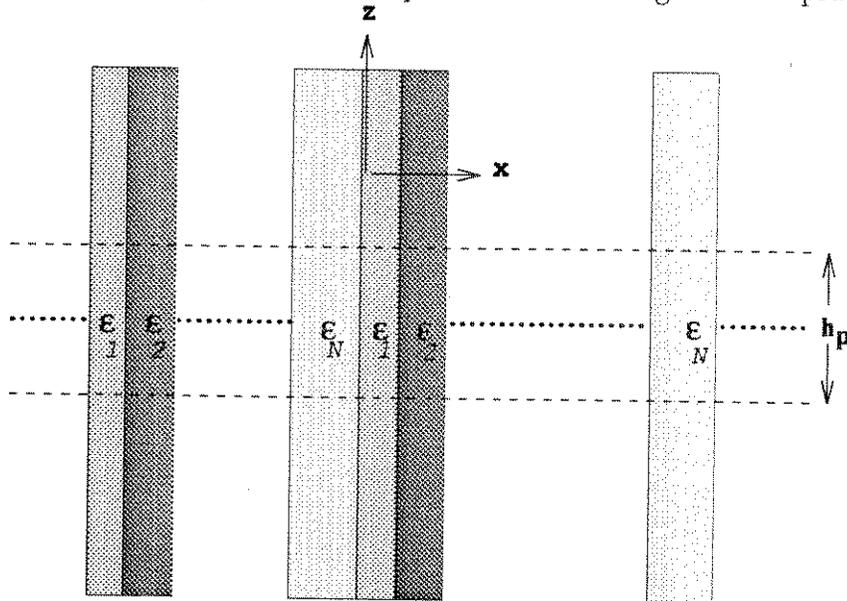
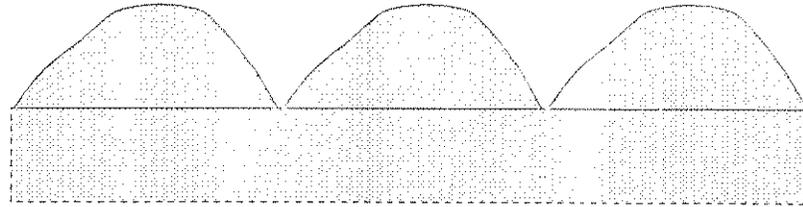


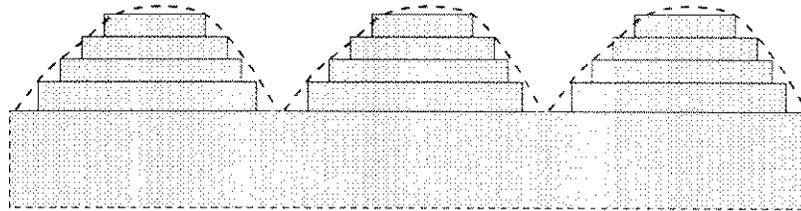
Fig. 3.3. Aproximação de uma camada periódica finita por uma estrutura periódica com lâmina infinitas.

Quando a camada periódica apresenta variações tipo degrau, a série de Fourier (3.18) não converge absolutamente, particularmente para modos **TM**, para os quais

$\kappa^2(x)$  é dado por (3.17). Isto pode levar a imprecisões numéricas. Entretanto, ainda assim a utilização da teoria modal rigorosa permite obter bons resultados quando comparados às demais teorias [38].



(a)



(b)

Fig. 3.4. (a) Grade com perfil variável. (b) Aproximação proposta constituída de uma estrutura com multicamadas periódicas para utilização da teoria modal rigorosa.

Ainda no caso de grades retangulares, uma outra maneira de obter os autovalores  $\gamma_{pm}$  e as autofunções  $\mathbf{a}_{mn}$  relacionadas aos modos propagando-se dentro da camada periódica, é supor que a grade retangular finita analisada é parte de uma estrutura periódica infinita como ilustrado na Fig. 3.3. Essas estruturas periódicas infinitas foram analisadas no Capítulo 2 deste trabalho e a equação de dispersão para cálculo da  $\gamma_{pm}$ , considerando um arranjo arbitrário de  $NP$  lâminas dielétricas na célula característica da região periódica, de acordo com a equação (2.29), é dada por

$$2 \cos(\kappa_{xn}d) = \mathbf{M}_{11} + \mathbf{M}_{22}, \quad (3.35)$$

com  $\mathbf{M}_{jj}$ ,  $j = 1, 2$  dado por (2.28). As amplitudes das ondas características que aparecem dentro da camada periódica são descritas pelas equações (2.2)-(2.7) e (2.15) e, portanto as autofunções  $\mathbf{a}_{mn}$ , podem ser calculadas a partir da teoria apresentada no capítulo 2, por

$$\mathbf{a}_{mn} = \mathbf{V}_{i_{mn}}(x) \quad \text{modos TE}, \quad (3.36)$$

$$\mathbf{a}_{mn} = \mathbf{I}_{i_{mn}}(x) \quad \text{modos TM}, \quad (3.37)$$

onde o ponto  $x$  pode ser escolhido em qualquer região  $i$  da célula característica.

Quando o perfil da grade não é mais plano, como o ilustrado na Fig. 3.4.a, ainda assim a teoria modal rigorosa pode ser utilizada de maneira a aproximar a camada periódica real, através de subdivisões, transformando-a numa estrutura com multi-camadas periódicas, obtendo-se a configuração ilustrada na Fig. 3.4.b (observe-se que todas as camadas periódicas possuem o mesmo período). Esta aproximação pode ser feita a mais precisa possível, aumentando-se o número de divisões na camada periódica e também têm sido utilizada em outras teorias [4], [5], [16], [39].

### 3.5 Cálculo dos campos espalhados pelo guia

Após a especificação dos campos em todas as regiões do guia, fora e dentro da camada periódica, através das equações (3.1), (3.2) e (3.31), (3.32) respectivamente, o cálculo dos campos espalhados resume-se num problema de valores de contorno. É importante ressaltar que, se  $\varepsilon_p(x)$  é conhecido então,  $a_{mn}$  e  $\gamma_{pm}$  são determinados através das equações (3.27) e (3.28), respectivamente (ou pelas equações (3.36), (3.37) e (3.35), se for o caso de grades retangulares). Falta determinar as constantes  $A_{k_i n}^\pm$  e  $p_m^\pm$  dos modos propagando-se ao longo da direção  $z$ . Isto é feito aplicando-se as condições de contorno ao longo das interfaces entre as camadas às componentes transversais a  $z$  dos campos propagantes descritos nas equações (3.1), (3.2) e (3.31), (3.32).

Nas interfaces  $z = z_{s_i} \neq h_p$  abaixo da camada periódica, utilizando as equações (3.1) e (3.2), a aplicação das condições de contorno, para cada um dos modos, permite relacionar as constantes  $A_{s_i n}^\pm$  e  $A_{s_k n}^\pm$  associadas ao  $n$ -ésimo modo na  $i$ -ésima e da  $k$ -ésima camada, respectivamente. Essa relação pode ser escrita matricialmente como

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{s_i}^+ \\ \mathbf{A}_{s_i}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{s_i 11} & m_{s_i 12} \\ m_{s_i 21} & m_{s_i 22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{s_k}^+ \\ \mathbf{A}_{s_k}^- \end{bmatrix}, \text{ ou} \quad (3.38)$$

$$\mathbf{A}_{s_i} = \mathbf{m}_{s_i} \mathbf{A}_{s_k}, \text{ com } k = i + 1, i = 1, \dots, NS - 1. \quad (3.39)$$

Aqui  $\mathbf{A}_{s_i}^\pm$  representam vetores formados pelos elementos  $A_{s_i n}^\pm$  e  $\mathbf{m}_{s_i}$  é uma matriz quadrada com dimensões  $4N \times 4N$ , sendo  $N$  é o número de modos considerados, composta por 4 submatrizes quadradas e diagonais  $\mathbf{m}_{s_i ij}$ ,  $i, j = 1, 2$ , com elementos

$$(\mathbf{m}_{s_i 11})_{mn} = \delta_{mn} \left( \frac{Y_{s_i n}^z + Y_{s_k n}^z}{2Y_{s_i n}^z} \right) \exp[-ju_{s_i n}], \quad (3.40)$$

$$(\mathbf{m}_{s_i 12})_{mn} = \delta_{mn} \left( \frac{Y_{s_i n}^z - Y_{s_k n}^z}{2Y_{s_i n}^z} \right) \exp[-ju_{s_i n}], \quad (3.41)$$

$$(\mathbf{m}_{s_i}_{21})_{mn} = \delta_{mn} \left( \frac{Y_{s_{in}}^z - Y_{s_{kn}}^z}{2Y_{s_{in}}^z} \right) \exp[+ju_{s_{in}}], \quad (3.42)$$

$$(\mathbf{m}_{s_i}_{11})_{mn} = \delta_{mn} \left( \frac{Y_{s_{in}}^z + Y_{s_{kn}}^z}{2Y_{s_{in}}^z} \right) \exp[+ju_{s_{in}}], \quad (3.43)$$

sendo  $Y_{s_{in}}^z$  a admitância de cada modo ao longo da direção  $z$  dada por (3.6),  $\delta_{mn}$  a função Delta de Kronecker e  $u_{s_{in}}$  representa a constante de fase ao longo da direção  $z$  do  $n$ -ésimo modo na  $i$ -ésima camada dielétrica (normalizada), dada por

$$u_{s_{in}} = \gamma_{s_{in}} h_{s_i}. \quad (3.44)$$

A aplicação sucessiva da equação (3.39) permite escrever a seguinte relação entre as amplitudes dos campos nas camadas  $s_1$  e  $s_{NS}$

$$\mathbf{A}_{s_1} = \mathbf{M}_s \mathbf{A}_{s_{NS}}, \text{ com} \quad (3.45)$$

$$\mathbf{M}_s = \prod_{i=1}^{NS-1} \mathbf{m}_{s_i} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{s_{11}} & \mathbf{M}_{s_{12}} \\ \mathbf{M}_{s_{21}} & \mathbf{M}_{s_{22}} \end{bmatrix}. \quad (3.46)$$

Analogamente, a aplicação das condições de contorno nas interfaces  $z = z_{c_i} \neq 0$  permite escrever a seguinte relação matricial entre as constantes  $A_{c_{in}}^\pm$  e  $A_{c_{kn}}^\pm$ ,  $k = i + 1$ ,  $i = 1, \dots, NC - 1$ ,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{c_i}^+ \\ \mathbf{A}_{c_i}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{c_{i11}} & \mathbf{m}_{c_{i12}} \\ \mathbf{m}_{c_{i21}} & \mathbf{m}_{c_{i22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{c_k}^+ \\ \mathbf{A}_{c_k}^- \end{bmatrix}, \text{ ou} \quad (3.47)$$

$$\mathbf{A}_{c_i} = \mathbf{m}_{c_i} \mathbf{A}_{c_k}, \quad (3.48)$$

sendo os vetores  $\mathbf{A}_{c_i}^\pm$  formados pelos elementos  $A_{c_{in}}^\pm$ . A matriz  $\mathbf{m}_{c_i}$  é semelhante à matriz  $\mathbf{m}_{s_i}$  descrita por (3.39), exceto que os elementos das suas submatrizes diagonais  $\mathbf{m}_{c_{ij}}$ ,  $i, j = 1, 2$  são definidos como

$$(\mathbf{m}_{c_i}_{11})_{mn} = \delta_{mn} \left( \frac{Y_{c_{in}}^z + Y_{c_{kn}}^z}{2Y_{c_{in}}^z} \right) \exp[+ju_{c_{in}}], \quad (3.49)$$

$$(\mathbf{m}_{c_i}_{12})_{mn} = \delta_{mn} \left( \frac{Y_{c_{in}}^z - Y_{c_{kn}}^z}{2Y_{c_{in}}^z} \right) \exp[+ju_{c_{in}}], \quad (3.50)$$

$$(\mathbf{m}_{c_i}_{21})_{mn} = \delta_{mn} \left( \frac{Y_{c_{in}}^z - Y_{c_{kn}}^z}{2Y_{c_{in}}^z} \right) \exp[-ju_{c_{in}}], \quad (3.51)$$

$$(\mathbf{m}_{c_i}_{11})_{mn} = \delta_{mn} \left( \frac{Y_{c_{in}}^z + Y_{c_{kn}}^z}{2Y_{c_{in}}^z} \right) \exp[-ju_{c_{in}}]. \quad (3.52)$$

A relação entre as amplitudes dos campos nas camadas  $c_1$  e  $c_{NC}$  será

$$\mathbf{A}_{c_1} = \mathbf{M}_c \mathbf{A}_{c_{NC}}, \text{ com} \quad (3.53)$$

$$\mathbf{M}_c = \prod_{i=1}^{NC-1} \mathbf{m}_{c_i} = \begin{vmatrix} \mathbf{M}_{c_{11}} & \mathbf{M}_{c_{12}} \\ \mathbf{M}_{c_{21}} & \mathbf{M}_{c_{22}} \end{vmatrix}. \quad (3.54)$$

Conforme discutido no Capítulo 1, nas aplicações em que os guias de onda com grade dielétrica são utilizados, estes poderão ou não ser excitados por uma onda plana incidindo sobre eles a partir das regiões exteriores ( $c_{NC}$  ou  $s_{NS}$ ). Considerando-se que, se esta excitação existe, ela se dá a partir da região  $c_{NC}$ , os elementos dos vetores  $\mathbf{A}_{c_{NC}}^{\pm}$  e  $\mathbf{A}_{s_{NS}}^{\pm}$  das regiões externas ao guia devem obedecer as seguintes condições :

$$\mathbf{A}_{c_{NC_n}}^- = \begin{cases} \delta_{n0}, & \text{se há onda plana excitando o guia,} \\ 0, & \text{se não há onda plana excitando o guia e,} \end{cases} \quad (3.55)$$

$$\mathbf{A}_{s_{NS_n}}^+ = 0. \quad (3.56)$$

Os vetores  $\mathbf{A}_{c_{NC}}^+$  e  $\mathbf{A}_{s_{NS}}^-$  estão associados às amplitudes dos modos espalhados refletidos ou transmitidos pelo guia, respectivamente, no caso em que este é excitado por uma onda plana incidindo sobre ele a partir da região  $c_{NC}$ . Quando  $\mathbf{A}_{c_{NC_n}}^- = 0$  (inexistência de excitação na camada  $c_{NC}$ ), os vetores  $\mathbf{A}_{c_{NC}}^+$  e  $\mathbf{A}_{s_{NS}}^-$  estão associados às amplitudes dos modos "vazados" para fora do guia, quando uma onda de superfície incide (ao longo da direção  $x$ ) na região periódica.

Aplicando-se a equação (3.56) em (3.45) pode-se escrever

$$\mathbf{A}_{s_1}^+ = \mathbf{M}_{s_{12}} \mathbf{A}_{s_{NS}}^- \quad (3.57)$$

$$\mathbf{A}_{s_1}^- = \mathbf{M}_{s_{22}} \mathbf{A}_{s_{NS}}^- \quad (3.58)$$

Pode-se agora aplicar as condições de contorno nas superfícies  $z = 0$  e  $z = -h_p$  que envolvem a camada periódica utilizando-se as equações (3.1), (3.2) e (3.31), (3.32). Essas condições podem ser escritas matricialmente na forma

$$\mathbf{V}[\mathbf{E}_p^- \mathbf{P}^+ + \mathbf{E}_p^+ \mathbf{P}^-] = \mathbf{A}_{s_1}^+ + \mathbf{A}_{s_1}^-, \quad (3.59)$$

$$\mathbf{I}[\mathbf{E}_p^- \mathbf{P}^+ - \mathbf{E}_p^+ \mathbf{P}^-] = \mathbf{Y}_{s_1}^z [\mathbf{A}_{s_1}^+ - \mathbf{A}_{s_1}^-], \quad (3.60)$$

para  $z = -h_p$  e

$$\mathbf{V}[\mathbf{P}^+ + \mathbf{P}^-] = \mathbf{A}_{c_1}^+ + \mathbf{A}_{c_1}^-, \quad (3.61)$$

$$\mathbf{I}[\mathbf{P}^+ - \mathbf{P}^-] = \mathbf{Y}_{c_1}^z [\mathbf{A}_{c_1}^+ - \mathbf{A}_{c_1}^-] \quad (3.62)$$

para  $z = 0$ . Nestas equações,  $\mathbf{P}^\pm$  representam matrizes colunas com elementos  $p_m^\pm$ ;  $\mathbf{I}$  e  $\mathbf{V}$ , são matrizes quadradas com elementos

$$\mathbf{I}_{mn} = Y_{p_m}^z a_{nm}, \quad (3.63)$$

$$\mathbf{V}_{mn} = a_{nm} \quad (3.64)$$

para modos com polarização **TE**, e

$$\mathbf{I}_{mn} = a_{nm}, \quad (3.65)$$

$$\mathbf{V}_{mn} = a_{nm}/Y_{p_m}^z \quad (3.66)$$

para modos com polarização **TM**.  $\mathbf{E}_p^\pm$  e  $\mathbf{Y}_{s_1, c_1}^z$  representam matrizes diagonais com elementos

$$\mathbf{E}_{p_{mn}}^\pm = \delta_{mn} \exp[\pm j\gamma_{p_m} h_p], \quad (3.67)$$

$$\mathbf{Y}_{s_1, c_1}^z = \delta_{mn} Y_{s_{1n}, c_{1n}}, \quad (3.68)$$

com  $Y_{s_{1n}, c_{1n}}$  dado em (3.6).

Utilizando-se as equações (3.45), (3.46) e (3.57), (3.58), as equações (3.59)-(3.62) podem ser reescritas em função de  $\mathbf{A}_{s_{NS}}^-$ ,  $\mathbf{A}_{c_{NC}}^+$  e  $\mathbf{A}_{c_{NC}}^-$  na forma

$$\mathbf{V}[\mathbf{E}_p^- \mathbf{P}^+ + \mathbf{E}_p^+ \mathbf{P}^-] = (\mathbf{M}_{s_{12}} + \mathbf{M}_{s_{22}}) \mathbf{A}_{s_{NS}}^-, \quad (3.69)$$

$$\mathbf{I}[\mathbf{E}_p^- \mathbf{P}^+ - \mathbf{E}_p^+ \mathbf{P}^-] = \mathbf{Y}_{s_1}^z (\mathbf{M}_{s_{12}} - \mathbf{M}_{s_{22}}) \mathbf{A}_{s_{NS}}^-, \quad (3.70)$$

$$\mathbf{V}[\mathbf{P}^+ + \mathbf{P}^-] = (\mathbf{M}_{c_{11}} + \mathbf{M}_{c_{21}}) \mathbf{A}_{c_{NC}}^+ + (\mathbf{M}_{c_{12}} + \mathbf{M}_{c_{22}}) \mathbf{A}_{c_{NC}}^-, \quad (3.71)$$

$$\mathbf{I}[\mathbf{P}^+ - \mathbf{P}^-] = \mathbf{Y}_{c_1}^z [(\mathbf{M}_{c_{11}} - \mathbf{M}_{c_{21}}) \mathbf{A}_{c_{NC}}^+ + (\mathbf{M}_{c_{12}} - \mathbf{M}_{c_{22}}) \mathbf{A}_{c_{NC}}^-]. \quad (3.72)$$

Eliminando-se  $\mathbf{A}_{s_{NS}}^-$  entre as equações (3.69) e (3.70) pode-se escrever a relação entre  $\mathbf{P}^+$  e  $\mathbf{P}^-$

$$\mathbf{P}^+ = \mathbf{E}_p^- \mathbf{\Gamma}_{hp} \mathbf{E}_p^- \mathbf{P}^-, \quad (3.73)$$

$$\mathbf{\Gamma}_{hp} = (\mathbf{I} + \mathbf{Y}_{s_1, in}^z \mathbf{V})^{-1} (\mathbf{I} - \mathbf{Y}_{s_1, in}^z \mathbf{V}), \quad (3.74)$$

$$\mathbf{Y}_{s_1, in}^z = \mathbf{Y}_{s_1}^z (\mathbf{M}_{s_{22}} - \mathbf{M}_{s_{12}}) (\mathbf{M}_{s_{22}} + \mathbf{M}_{s_{12}})^{-1}. \quad (3.75)$$

A matriz  $\mathbf{\Gamma}_{hp}$  representa o coeficiente de reflexão olhando-se da região  $s$ , em  $z = -h_p$ , considerando-se o efeito de todas as demais camadas na matriz de entrada equivalente  $\mathbf{Y}_{s_1, in}^z$ .

Pode-se agora eliminar  $\mathbf{A}_{c_{NC}}^+$  em (3.71) e (3.72), usando-se (3.73)-(3.75), para estabelecer a seguinte relação entre as amplitudes dos modos dentro da grade e da onda incidente

$$\mathbf{P}^- = 2\mathbf{R}^{-1}\mathbf{Y}_{c_1}^z \mathbf{D}_c \mathbf{A}_{c_{NC}}^-, \quad \text{com} \quad (3.76)$$

$$\mathbf{D}_c = \mathbf{M}_{c_{11}}\mathbf{M}_{c_{22}} - \mathbf{M}_{c_{12}}\mathbf{M}_{c_{21}}, \quad (3.77)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R} = & [\mathbf{M}_{c_{21}}(\mathbf{I} - \mathbf{Y}_{c_1}^z \mathbf{V}) + \mathbf{M}_{c_{11}}(\mathbf{I} + \mathbf{Y}_{c_1}^z \mathbf{V})] - \\ & [\mathbf{M}_{c_{21}}(\mathbf{I} + \mathbf{Y}_{c_1}^z \mathbf{V}) + \mathbf{M}_{c_{11}}(\mathbf{I} - \mathbf{Y}_{c_1}^z \mathbf{V})]\mathbf{E}_p^- \Gamma_{hp} \mathbf{E}_p^-. \end{aligned} \quad (3.78)$$

Finalmente, pode-se especificar matricialmente a amplitude dos modos espalhados para as regiões exteriores da estrutura em função da onda incidente. Usando as equações (3.71), (3.72), (3.76)-(3.78) pode-se escrever a relação

$$\mathbf{A}_{c_{NC}}^+ = \mathbf{D}_c^{-1}(\mathbf{Y}_{c_1}^z)^{-1}\mathbf{U}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{Y}_{c_1}^z \mathbf{D}_c \mathbf{A}_{c_{NC}}^-, \quad \text{onde} \quad (3.79)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{U} = & [\mathbf{M}_{c_{12}}(\mathbf{I} - \mathbf{Y}_{c_1}^z \mathbf{V}) + \mathbf{M}_{c_{22}}(\mathbf{I} + \mathbf{Y}_{c_1}^z \mathbf{V})]\mathbf{E}_p^- \Gamma_{hp} \mathbf{E}_p^- \\ & - [\mathbf{M}_{c_{12}}(\mathbf{I} + \mathbf{Y}_{c_1}^z \mathbf{V}) + \mathbf{M}_{c_{22}}(\mathbf{I} - \mathbf{Y}_{c_1}^z \mathbf{V})], \end{aligned} \quad (3.80)$$

para a região acima da camada periódica . Usando-se (3.69) e (3.70), obtém-se

$$\mathbf{A}_{s_{NS}}^- = 2(\mathbf{M}_{s_{12}} + \mathbf{M}_{s_{22}})^{-1}\mathbf{V}(\Gamma_{hp} + 1)\mathbf{E}_p^- \mathbf{R}^{-1}\mathbf{Y}_{c_1}^z \mathbf{D}_c \mathbf{A}_{c_{NC}}^-, \quad (3.81)$$

para a região abaixo da camada periódica .

Deste modo, quando uma onda plana excita o guia incidindo a partir da região  $c_{NC}$  então ,  $\mathbf{A}_{c_{NC}}^+$  (3.79) e  $\mathbf{A}_{s_{NS}}^-$  (3.81) permitem determinar as amplitudes do campo refletido e transmitido pelo mesmo, respectivamente . O número de onda fundamental de Floquet neste caso é real e conhecido, dado por

$$\kappa_{x0} = \kappa_0 \sqrt{\varepsilon_{c_{NC}}} \text{sen} \theta, \quad (3.82)$$

sendo  $\theta$  o ângulo que a onda plana incidindo a partir do meio  $c_{NC}$ , forma com o eixo  $z$ . Portanto, como o número de onda de Floquet para todos os modos também é conhecido através da equação (3.3), o processo de determinação de  $\gamma_{pm}$  e  $a_{mn}$  é direto.

Quando, entretanto,  $\mathbf{A}_{c_{NC}}^- = \mathbf{0}$ , utilizando-se as equações (3.71) e (3.73) pode-se escrever

$$\mathbf{A}_{c_{NC}}^+ = (\mathbf{M}_{c_{11}} + \mathbf{M}_{c_{21}})^{-1}\mathbf{V}(\mathbf{E}_p^- \Gamma_{hp} \mathbf{E}_p^- + 1)\mathbf{P}^-. \quad (3.83)$$

A substituição da expressão anterior na equação (3.72) permite escrever a equação transcendental

$$\mathbf{S}\mathbf{P}^- = \mathbf{0}, \quad \text{com} \quad (3.84)$$

$$\mathbf{S} = (\mathbf{I} - \mathbf{Y}_{c_1}^z \mathbf{WV}) \mathbf{E}_p^- \Gamma_{hp} \mathbf{E}_p^- - (\mathbf{I} + \mathbf{Y}_{c_1}^z \mathbf{WV}), \quad (3.85)$$

$$\mathbf{W} = (\mathbf{M}_{c_{11}} - \mathbf{M}_{c_{21}})(\mathbf{M}_{c_{11}} + \mathbf{M}_{c_{21}})^{-1}. \quad (3.86)$$

Agora portanto, os valores de  $\mathbf{P}^-$  são os autovetores da equação matricial (3.84), que, uma vez calculados, permitem determinar a amplitude dos modos espalhados para fora do guia com grade dielétrica. Para a região acima da camada periódica esses valores são obtidos diretamente de  $\mathbf{P}^-$  pela equação (3.83) e, para a região abaixo da camada periódica, utilizando-se (3.69) e (3.70) obtém-se

$$\mathbf{A}_{sNS}^- = (\mathbf{M}_{s_{12}} + \mathbf{M}_{s_{22}})^{-1} \mathbf{V}(\Gamma_{hp} + \mathbf{1}) \mathbf{E}_p^- \mathbf{P}^-. \quad (3.87)$$

Neste caso, o número de onda fundamental de Floquet não é conhecido e a sua determinação, fundamental para resolução do problema, é feita calculando-se o determinante

$$\det \mathbf{S} = 0. \quad (3.88)$$

Na equação acima supõe-se que o único termo desconhecido é  $k_{x0}$ ; portanto, embora  $\gamma_{pm}$  e  $a_{mn}$  não sejam conhecidos explicitamente, a determinação dos seus valores é parte do processo de computação para encontrar  $k_{x0}$  [5]. As soluções para este tipo de problema envolvem normalmente, valores complexos para  $k_{x0}$ .

É importante ressaltar que, quando  $NS = NC = 1$ , temos

$$\mathbf{M}_{s_{ij}} = \mathbf{M}_{c_{ij}} = \delta_{ij}, \quad \mathbf{Y}_{s_{1in}}^z = \mathbf{Y}_{s_1}^z, \quad (3.89)$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{D}_c = \mathbf{1}; \quad (3.90)$$

desta forma, as expressões (3.79), (3.81), (3.83), (3.84), (3.87) convergem para as apresentadas em [5] e [6]. Além disso, apesar destas equações aparentarem mais complexidade que as apresentadas naquelas referências, as suas implementações não resultaram em nenhuma dificuldade adicional (como será demonstrado nos capítulos seguintes deste trabalho), e o procedimento adotado para o cálculo de  $\mathbf{A}_{cNC}^+$  e  $\mathbf{A}_{sNS}^-$  permite também, se necessário, calcular de maneira imediata os campos em qualquer camada da estrutura.

## Capítulo 4

# Análise do Comportamento Seletivo de Guias de Onda com Grade Dielétrica

### 4.1 Introdução

O objetivo deste capítulo é estudar as características de reflexão e de transmissão de guias de onda com grade dielétrica, como o mostrado na Fig. 4.1, utilizando a teoria apresentada nos capítulos anteriores, explorando o potencial de uso destes guias como superfícies dicróicas na faixa de ondas milimétricas, de acordo com a proposta apresentada por Bertoni *et al.*[6].

Essa nova alternativa de utilização dos guias de onda com grade dielétrica foi feita considerando que, na faixa de frequências de ondas milimétricas, as estruturas dielétricas apresentam menor perda por absorção, quando comparadas às estruturas dicróicas metálicas, como por exemplo, os arranjos periódicos de condutores usados atualmente em sistemas de alimentadores de antenas refletoras operando em várias bandas de frequência [6], [7].

As análises apresentadas por Bertoni *et al.*[6] consideram que a camada periódica do guia de onda tem uma célula característica que é formada por duas lâminas dielétricas sem perdas, de mesma espessura e que nas regiões acima e abaixo dela existe apenas um único dielétrico ( $NC = NS = 1$ ). As extensões apresentadas neste capítulo mostram como o comportamento seletivo do guia modifica-se quando se altera a configuração da grade dielétrica, introduzindo-se lâminas dielétricas na célula característica ou variando-se as suas dimensões; ou ainda, quando o ângulo de incidência da onda plana, que excita o guia, varia. Apresenta-se também uma

expressão analítica simples que permite estimar as frequências nas quais o guia de onda apresenta reflexão máxima, baseada nas curvas de dispersão de um guia de onda constituído por uma camada dielétrica homogênea. Finalmente, demonstra-se que o mesmo comportamento seletivo pode ser obtido quando a camada periódica é modulada senoidalmente, ajustando-se o índice de modulação convenientemente.

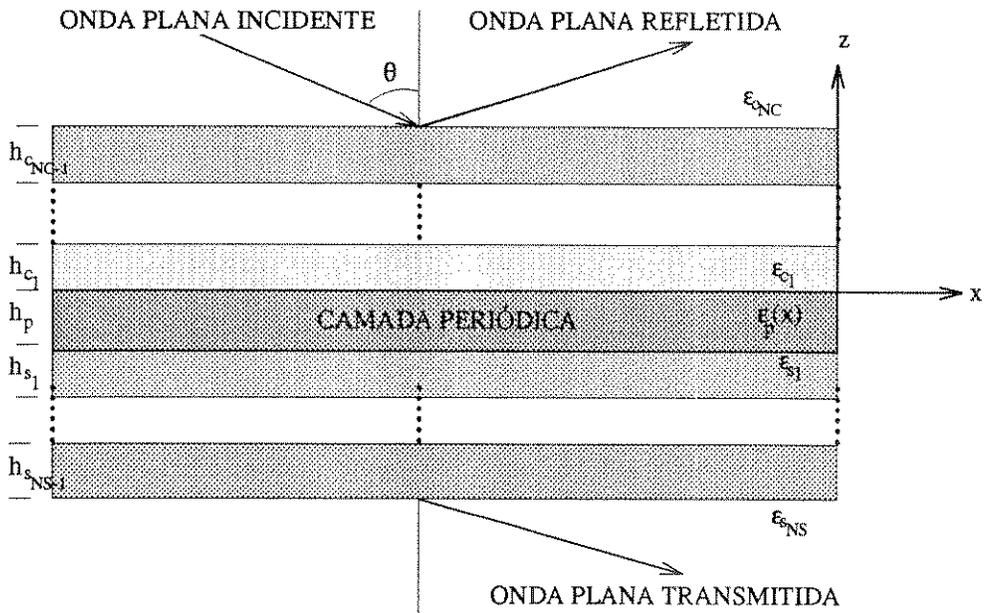


Fig 4.1. Guia de onda com grade dielétrica utilizado como superfície dicróica .

## 4.2 Aspectos teóricos

De acordo com a teoria apresentada no Capítulo 3, quando um guia de onda com grade dielétrica for excitado por uma onda plana incidindo sobre ele, a partir da região  $NC$ , numa direção formando um ângulo  $\theta$  com o eixo  $z$ , como mostrado na Fig 4.1, então ele suportará um número infinito de modos que propagam-se individualmente como ondas planas . Cada um desses modos possui números de onda ao longo da direção  $z$  que são diferentes em cada camada dielétrica ; entretanto, o número de onda ao longo da direção  $x$ ,  $\kappa_{xn}$ , é o mesmo em qualquer região do guia (número de onda de Floquet). Para essa classe de problemas, o número de onda fundamental de Floquet é conhecido e determinado por

$$\kappa_{x0} = \kappa_0 \sqrt{\epsilon_{c_{NC}}} \sin \theta, \quad (4.1)$$

e, através dele, os números de onda  $\kappa_{xn}$  de todas as demais harmônicas espaciais são obtidos pela equação (3.3).

Quando algum modo é excitado na camada periódica ao longo da superfície  $z = 0$ , então ele será múltiplamente refletido dentro dela. As ondas propagando-se dentro da camada periódica excitam por sua vez ondas planas para as regiões exteriores, espalhando novas ondas transmitidas (região  $s$ ) ou refletidas (região  $c$ ). A composição de fase ao longo da direção  $z$  dos modos excitados é tal que, dependendo da frequência, eles podem combinar-se construtivamente ao longo da superfície  $z = 0$ , mas destrutivamente ao longo da superfície  $z = -h_p$ , para realçar a intensidade de campo da onda refletida; ou de maneira inversa, a interferência entre os modos excitados pode ocorrer de modo a realçar a intensidade da onda transmitida. Como resultado deste processo, torna-se possível a existência de várias frequências nas quais ocorre reflexão total ou transmissão total [6]. É evidente que os modos espalhados para fora da grade também são múltiplamente refletidos dentro das camadas homogêneas e que este processo interfere no comportamento da estrutura; entretanto, a camada periódica é que possibilita o comportamento seletivo em frequência do guia de onda com grade dielétrica.

A análise do comportamento dicróico dos guias de onda com grade dielétrica é feita neste capítulo observando-se a amplitude dos campos espalhados refletidos ( $\mathbf{A}_{cNC}^+$ ), ou transmitidos ( $\mathbf{A}_{sNS}^-$ ) pelo guia, que são obtidas em função da amplitude da onda plana incidente ( $\mathbf{A}_{cNC}^-$ ), através das expressões matriciais (3.79) e (3.81) por

$$\mathbf{A}_{cNC}^+ = \mathbf{D}_c^{-1}(\mathbf{Y}_{c1}^z)^{-1}\mathbf{U}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{Y}_{c1}^z\mathbf{D}_c\mathbf{A}_{cNC}^- \quad e \quad (4.2)$$

$$\mathbf{A}_{sNS}^- = 2(\mathbf{M}_{s12} + \mathbf{M}_{s22})^{-1}\mathbf{V}(\mathbf{\Gamma}_{hp} + 1)\mathbf{E}_p^-\mathbf{R}^{-1}\mathbf{Y}_{c1}^z\mathbf{D}_c\mathbf{A}_{cNC}^-, \quad (4.3)$$

onde as matrizes  $\mathbf{D}_c$ ,  $\mathbf{Y}_{c1}^z$ ,  $\mathbf{U}$ ,  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{M}_{s12}$ ,  $\mathbf{M}_{s22}$ ,  $\mathbf{V}$ ,  $\mathbf{\Gamma}_{hp}$  e  $\mathbf{E}_p^-$  foram definidas na Seção 3.5. Deste modo, como a amplitude da onda plana incidente é considerada unitária,  $\mathbf{A}_{cNC}^+$  e  $\mathbf{A}_{sNS}^-$  fornecem as amplitudes normalizadas dos campos dos modos refletidos e transmitidos pelo guia, respectivamente.

Neste caso, o critério de convergência adotado para determinação do número de modos utilizados para representar os campos fora e dentro da região periódica, expressos através das equações (3.1),(3.2) e (3.31),(3.32), respectivamente, pode ser obtido através da condição de conservação de energia [6]. O critério de convergência define também a ordem da matriz  $\mathbf{G}$ , necessária para o cálculo da constante de propagação  $\gamma_{pm}$  e dos coeficientes modais  $a_{mn}$ , associados aos modos propagando-se dentro da grade, dada pela equação (3.24), e das demais matrizes utilizadas nas equações (4.2) e (4.3) para o cálculo dos campos espalhados pelo guia. Quando as perdas dielétricas são nulas, a condição de conservação de energia pode ser escrita como

$$\sum_{n=n_{min}}^{n_{max}} (DE_{r_n} + DE_{t_n}) = 1 \pm erro, \quad (4.4)$$

onde  $DE_{t_n, r_n}$  representam a eficiência de difração de cada modo transmitido  $DE_{t_n}$  ou refletido  $DE_{r_n}$  pelo guia, respectivamente, dadas por

$$DE_{r_n, t_n} = \frac{\text{Re}[|r_n, t_n|^2 Y_{r_n, t_n}]}{\sum_{n=n_{\min}}^{n_{\max}} \text{Re}[|r_n|^2 Y_{r_n} + |t_n|^2 Y_{t_n}]}, \quad (4.5)$$

com  $r_n = A_{c_{NC_n}}^+$ ,  $Y_{r_n} = Y_{c_{NC_n}}^z$ ,  $t_n = A_{c_{NC_n}}^-$ ,  $Y_{t_n} = Y_{s_{NS_n}}^z$ ; sendo  $Y_{c_{NC_n}}^z$  e  $Y_{s_{NS_n}}^z$  as admitâncias ao longo da direção  $z$  de cada onda nas regiões externas acima e abaixo da grade dielétrica, definidas pela equação (3.6). A equação (4.4) também está diretamente relacionada à condição de truncamento (equação (3.33)) da matriz  $\mathbf{G}$ .

### 4.3 Resultados numéricos

Para comparação com os resultados apresentados por Bertoni [6], o comportamento seletivo dos guias de onda com grade dielétrica foi analisado observando-se a dependência da magnitude ao quadrado dos coeficientes de reflexão  $|r_n|^2$  e de transmissão  $|t_n|^2$  dos campos espalhados pelo guia, calculados pelas equações (4.2) e (4.3) respectivamente, com a frequência normalizada  $\kappa_0 h_p$ , fixando-se uma relação altura/período da camada periódica  $h_p/d$ . As simulações consideram dimensões normalizadas em relação ao comprimento de onda  $\lambda_0$  e constantes de propagação normalizadas em relação ao número de onda  $\kappa_0$ . Todas as curvas apresentadas referem-se a modos com polarização tipo **TE** e desconsideraram-se as perdas dielétricas. Os cálculos foram feitos utilizando-se as facilidades do software "Mathematica" [28]. O número de modos considerados foi igual a 8, com  $m, n = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$  ( $n_{\min} = -4, n_{\max} = 3$ ) para um erro menor que  $10^{-5}$ .

A obtenção da constante de propagação  $\gamma_{pm}$  e dos coeficientes modais  $a_{mn}$  necessários para o cálculo dos coeficientes de reflexão e de transmissão foi feita através da matriz  $\mathbf{G}$ , visando aplicações a grades planas com outras formas de variações em  $\varepsilon_p(x)$ , além da degrau. Entretanto, a utilização da teoria apresentada no Capítulo 2 para obtenção de  $\gamma_{pm}$  e  $a_{mn}$ , no caso de grades em que  $\varepsilon_p(x)$  apresenta variações tipo degrau, permite uma fácil visualização do comportamento da equação característica descrita pelas expressões (2.29) ou (3.35) e ajuda a entender o comportamento dicróico da estrutura, bem como observar os problemas numéricos envolvidos no cálculo dos autovalores da matriz  $\mathbf{G}$  ( $\gamma_{pm}$ ), como poderá ser visto adiante.

Para os guias de onda em que a célula característica da camada periódica é formada por um arranjo arbitrário de  $NP$  lâminas dielétricas, como mostrado na Fig. 2.1, e no caso de modos com polarização **TE** aqui considerados, os coeficientes  $g_n$  da

matriz  $\mathbf{G}$ , são obtidos, de acordo com as equações (3.15) e (3.19), por

$$g_n = \frac{1}{j2\pi n} \sum_{i=1}^{NP} \varepsilon_{p_i} [\exp[j2\pi n x_{i_F}/d] - \exp[j2\pi n x_{i_I}/d]], \quad (4.6)$$

onde  $x_{i_I}$  e  $x_{i_F}$  representam os valores da coordenada  $x$  inicial e final, respectivamente, de cada  $i$ -ésima lâmina dielétrica da célula característica.

### 4.3.1 Análise do guia de Bertoni et al.

Um dos objetivos deste capítulo é observar como o comportamento dicróico do guia de onda com grade dielétrica varia alterando-se a configuração da camada periódica ou o ângulo de incidência da onda plana que o excita. Para isto, e para comparação com os resultados apresentados na referência [6], inicialmente será estudado um guia de onda com as mesmas características do analisado por Bertoni et al. [6], constituído por uma camada periódica com relação  $h_p/d = 2,037$  e célula característica formada por duas lâminas dielétricas ( $NP = 2$ ), com  $\varepsilon_{p_1} = 2,56$ ,  $\varepsilon_{p_2} = 1,44$ ,  $d_1 = d_2 = d/2$ , isolada no ar ( $NC = NS = 1$ ,  $\varepsilon_{c_1} = \varepsilon_{s_1} = 1$ ), excitado por uma onda plana incidindo sobre ele com um ângulo  $\theta = 45^\circ$ .

A Fig. 4.2 mostra o comportamento da equação característica com a constante de fase normalizada  $\gamma_p/\kappa_0$ , obtida através da equação (2.29), para uma camada periódica com as mesmas características em três frequências normalizadas,  $\kappa_0 h_p = 4, 8, 10$ , em cuja faixa de variação estão os resultados apresentados a seguir. Nessa figura, os valores complexos de  $\gamma_p/\kappa_0$  são representados como negativos. Como  $\kappa_{x0}$  e  $\varepsilon_p$  são reais, então as raízes da equação característica  $\gamma_{p_m}$  tem valores reais ou imaginários puros. Os modos  $\gamma_{p_m}$  são caracterizados, da esquerda para a direita, a partir do modo fundamental  $m = 0$ , alternativamente na seqüência  $m = -1, 1, -2, 2, \dots$ . Observe-se que em baixas frequências o único modo não evanescente é o modo fundamental e que para  $\kappa_0 h_p = 8$  o modo  $m = -1$  também já é propagante. Observe-se também que, com o aumento da frequência, as raízes da equação característica aproximam-se; isto pode determinar uma dificuldade na identificação dos modos através dos valores de  $\gamma_{p_m}$  e a necessidade de se analisar a distribuição dos campos dentro da célula característica, como feito no Capítulo 2.

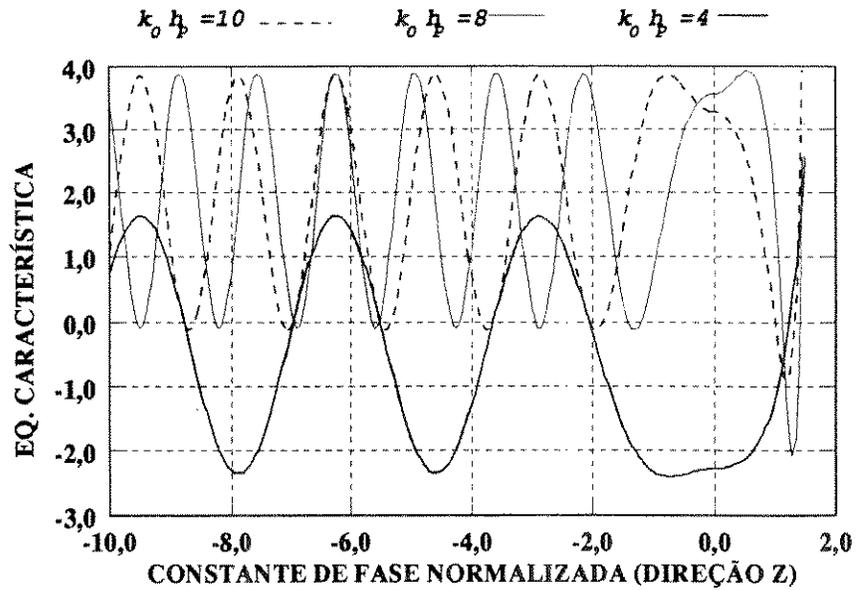


Fig. 4.2. Comportamento da equação característica (2.29), cujos nulos fornecem a constante de fase normalizada,  $\gamma_{pm}/\kappa_0$ .

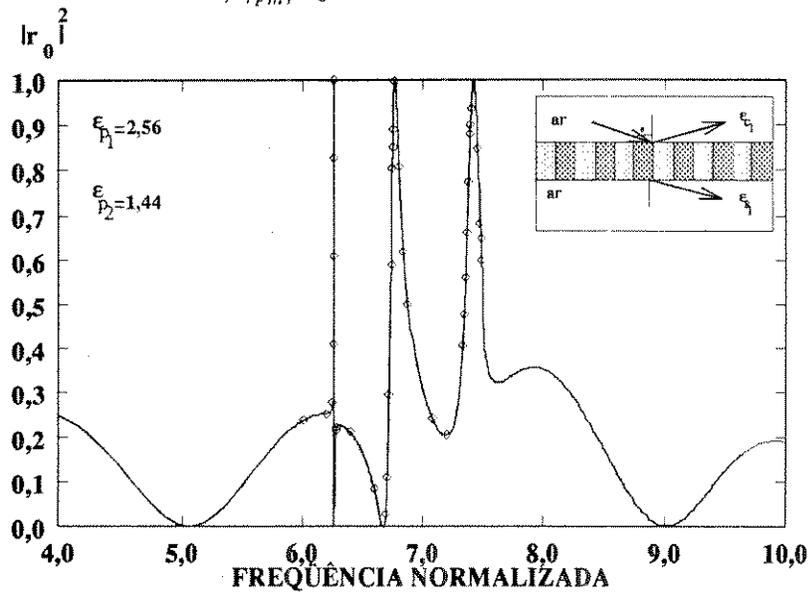


Fig. 4.3. Comportamento de  $|r_0|^2$  com  $\kappa_0 h_p$  para o guia proposto por Bertoni et al.[6] ( $h_p/d = 2,037$ ,  $NP = 2$ ,  $\epsilon_{p1} = 2,56$ ,  $\epsilon_{p2} = 1,44$ ,  $d_1 = d_2$ ,  $NC = NS = \epsilon_{c1} = \epsilon_{s1} = 1$  e  $\theta = 45^\circ$ ). Valores marcados foram obtidos da referência [6].

A Fig. 4.3 mostra o comportamento do coeficiente de reflexão do modo fundamental,  $|r_0|^2$ , com a frequência normalizada  $\kappa_0 h_p$ , calculada a partir da equação (4.2) para o guia proposto por Bertoni et al.[6]. Os valores de  $|r_0|^2$  obtidos diretamente das curvas mostradas naquela referência também estão marcados para comparação. Ressalte-se que os resultados apresentados na referência [6] foram obtidos utilizando-

se 6 modos para representar os campos com um erro menor que  $5 \cdot 10^{-4}$ .

A Fig. 4.4 mostra os valores obtidos para as constantes de fase (direção  $z$ ) normalizadas,  $\gamma_p/\kappa_0$ , para os três primeiros modos propagando-se na camada periódica ( $m = 0, -1, 1$ ) desse mesmo guia, considerando a mesma faixa de frequência analisada na Fig 4.3. O modo  $m = -1$  começa a propagar-se quando  $\kappa_0 h_p > 6,1051$  e todos os demais modos são evanescentes ( $\gamma_{pm}$ ,  $m \neq 0, 1$  imaginários) ao longo da direção  $z$  nas frequências investigadas. Pode-se observar na Fig. 4.3 a ocorrência de reflexão total em três frequências bem definidas, dadas na Tab. 4.1; e que a largura de banda entre as frequências onde  $|r_0|^2 = 0.9$ , cujos valores são especificados na Tab. 4.2, aumenta com a frequência. Uma análise conjunta das Figs. 4.3 e 4.4 indica que os três picos de reflexão observados na Fig. 4.3 encontram-se na faixa de frequências em que o modo  $m = -1$  torna-se propagante dentro da camada periódica, e é justamente a excitação deste modo dentro da grade que é o fenômeno responsável pelo surgimento dos máximos de reflexão observados no comportamento do guia.

O número de modos propagantes espalhados para fora do guia é especificado a partir da frequência de operação. Essa frequência deve garantir que todos os demais modos de maior ordem, associados às constantes de fase  $\gamma_{c_{NCn}}$  e  $\gamma_{s_{NSn}}$ , devem ser evanescentes. Desta forma, partindo-se das equações (3.3), (3.8) e (4.1), obtém-se a condição para que todos os modos de ordem maior que o  $n$ -ésimo modo espalhados para fora do guia sejam evanescentes

$$\kappa_0^2 \varepsilon_{max} \leq \left| \kappa_0 \sqrt{\varepsilon_{c_{NC}}} \sin\theta + 2\pi n/d \right|^2, \text{ onde} \quad (4.7)$$

$$\varepsilon_{max} = \max\{\varepsilon_{c_{NC}}, \varepsilon_{s_{NS}}\}. \quad (4.8)$$

Se houver interesse em que apenas um único modo (fundamental) seja espalhado para fora do guia, então, aplicando-se  $n = -1$  na expressão (4.6), a faixa de frequências normalizadas deve ser tal que

$$\kappa_0 h_p \leq \frac{2\pi}{\left( \sqrt{\varepsilon_{max}} + \sqrt{\varepsilon_{c_{NC}}} \sin\theta \right)} \frac{h_p}{d}. \quad (4.9)$$

Quando a condição (4.9) é satisfeita, então, de (4.4) e (4.5), se  $Y_{rn} = Y_{tn}$ , tem-se que  $|r_0|^2 + |t_0|^2 \approx 1$  e o valor do coeficiente de transmissão pode ser obtido diretamente da curva de  $|r_0|^2$ .

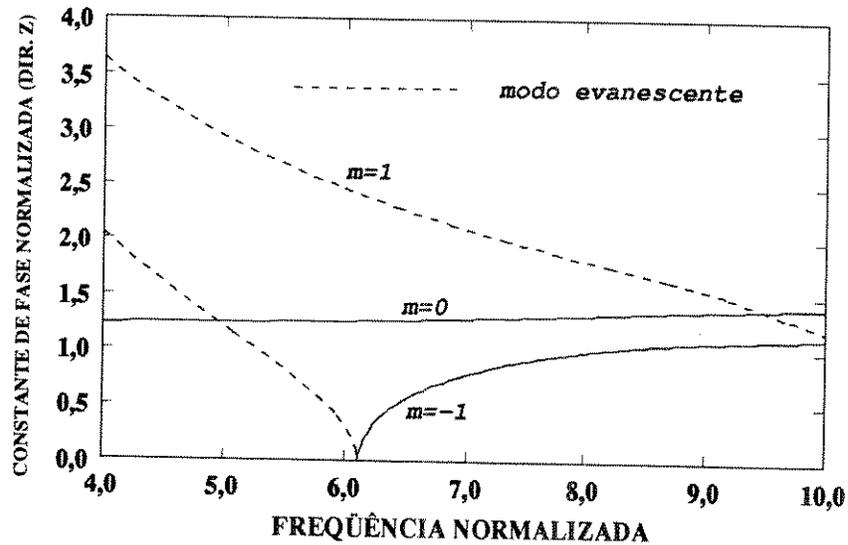


Fig. 4.4. Variação da constante de fase normalizada dos modos propagando-se na camada periódica do guia analisado na Fig. 4.3.,  $\gamma_{pm}/\kappa_0$ , para  $m = 0, -1$  e  $1$ .

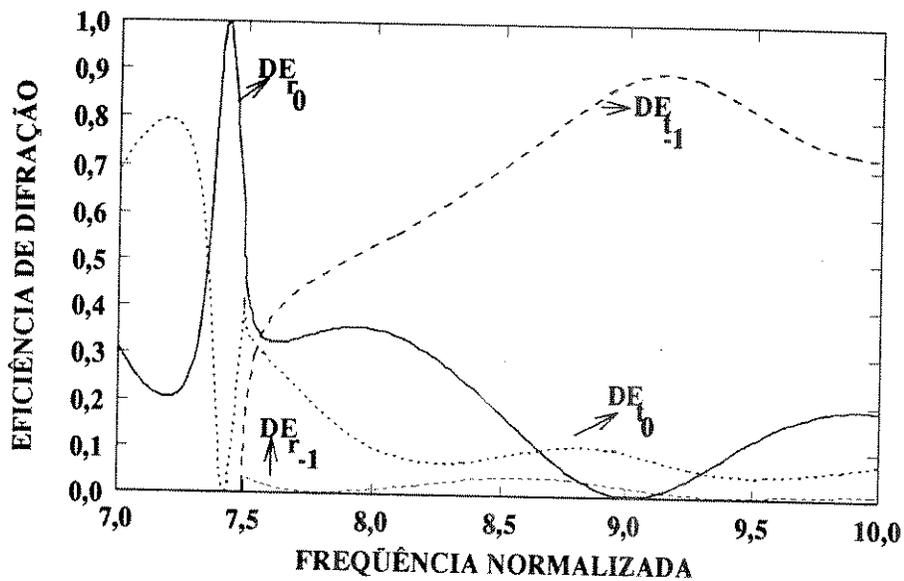


Fig. 4.5. Comportamento da eficiência de difração dos 4 primeiros modos espalhados pelo guia de onda com grade dielétrica .

Para o guia analisado na Fig. 4.3, de acordo com a equação (4.9), o modo  $n = -1$  começa a espalhar-se para fora do guia (ar), quando  $\kappa_0 h_p > 7,497$ . Isto pode ser observado numericamente na Fig. 4.5, que mostra a eficiência de difração dos modos espalhados para fora do guia para  $7 \leq \kappa_0 h_p \leq 10$ . O modo  $n = -1$  começa a propagar-se numa mesma frequência para as duas regiões porque  $\epsilon_{c1} = \epsilon_{s1}$ .

As Figuras 4.3 , 4.4 e 4.5 mostram que, na maior parte da faixa das frequências investigadas, mais de 80% da energia é transmitida, e que, quando o segundo modo ( $n = -1$ ) espalha-se para fora do guia, a energia é transferida, em sua maior parte, para ele. Essas figuras mostram, também, que as frequências , nas quais a reflexão total acontece, estão numa faixa de frequências tendo como limite inferior a frequência de corte na qual o modo  $m = -1$  propaga-se dentro da camada periódica , e como limite superior a frequência de corte na qual o modo  $n = -1$  propaga-se para fora do guia.

### 4.3.2 Previsão das frequências de reflexão máxima

Quando apenas o modo  $m = 0$  é não evanescente, o guia de onda atua aproximadamente como uma camada dielétrica homogênea com constante dielétrica  $\varepsilon_a$  igual à sua constante dielétrica média. Desta forma, ela atua como um filtro de meia onda e, no caso de pequenas variações em  $\varepsilon_p(x)$ , o coeficiente de reflexão se anula nas frequências estimadas por [6], [40],[41]

$$\gamma_{p_0} h_p \approx h_p \left( \kappa_0^2 \varepsilon_a - \kappa_{x0}^2 \right)^{1/2} = n\pi, \quad n = 1, 2, \dots \quad (4.10)$$

Para a curva mostrada na Fig. 4.3, o primeiro nulo de reflexão ocorre em  $\kappa_0 h_p = 5,06$ , onde, usando (4.9),  $\gamma_{p_0} h_p = 6,197$ . O desvio do valor esperado,  $\gamma_{p_0} h_p = 2\pi$ , deve-se aos modos de maior ordem excitados, apesar de evanescentes [6].

A ocorrência de reflexão total observada nas Figs. 4.3 e 4.5, pode ser também explicada em termos do aparecimento de "ondas de vazamento" guiadas através da camada dielétrica periódica . A presença dessas "ondas de vazamento" em outras estruturas periódicas está associada com a ocorrência de um zero próximo a um polo no plano complexo do coeficiente de reflexão [6],[42],[43]. Quando as variações em  $\varepsilon_p(x)$  são suficientemente pequenas, então estas frequências podem ser estimadas a partir das curvas de dispersão de um guia de onda constituído por uma camada dielétrica uniforme equivalente com constante dielétrica  $\varepsilon_a$  [6], como será visto a seguir.

As características de dispersão das ondas guiadas por uma camada dielétrica homogênea com constante dielétrica  $\varepsilon_a$  situada entre dois meios semi-infinitos são bem conhecidas [29], [31],[44]. De acordo com o Apêndice B, que mostra o comportamento do número de onda normalizado  $\beta_g h_p$  versus a frequência normalizada  $\kappa_0 h_p$  da onda guiada por uma camada dielétrica equivalente à considerada na referência [6], com  $\varepsilon_a = 2$  e  $\varepsilon_{c_1} = \varepsilon_{s_1} = \varepsilon_{max} = 1$ , as curvas dos modos guiados têm frequências de corte dadas por

$$(\kappa_0 h_p)_c = \frac{l\pi}{\sqrt{\varepsilon_a - \varepsilon_{max}}}, \quad l = 0, 1, 2, \dots \quad (4.11)$$

ao longo da reta  $\beta_g h_p = \sqrt{\varepsilon_{max}} \kappa_0 h_p$  e tendem assintoticamente para a reta  $\beta_g h_p = \sqrt{\varepsilon_a} \kappa_0 h_p$ .

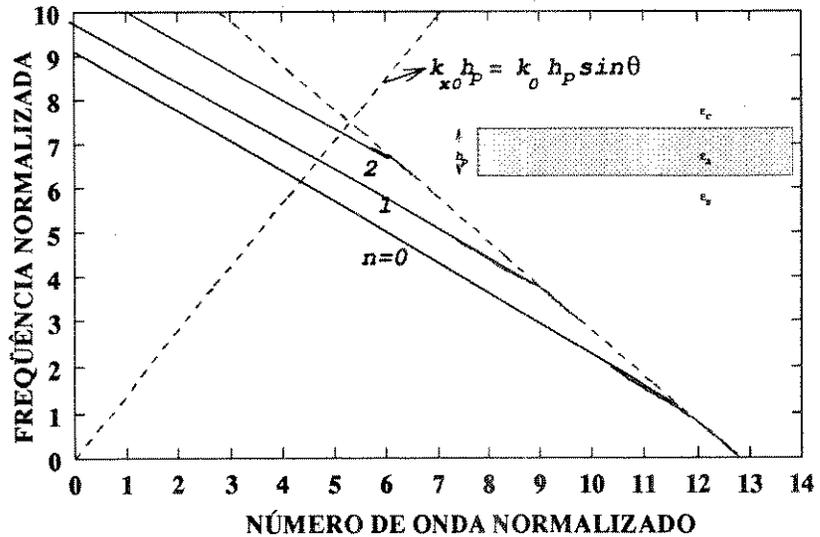


Fig. 4.6. Curvas do número de onda normalizado da onda incidente na direção  $x$ ,  $\kappa_{x0} h_p$ , e da dispersão dos três primeiros modos guiados pela harmônica espacial  $n = -1$ , para o guia analisado quando as variações na constante dielétrica da camada periódica são pequenas, com  $\varepsilon_a = 2$ ,  $h_p/d = 2,037$  e  $\theta = 45^\circ$  [6].

Quando a camada dielétrica é periódica, então, cada modo guiado pelo guia periódico consiste de uma série de harmônicas espaciais, com números de onda ao longo da direção  $x$  dados por

$$\beta_{g_n} = \beta_{g_0} + 2\pi n/d, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (4.12)$$

Se as variações na constante dielétrica da camada periódica são suficientemente pequenas, então o valor do número de onda fundamental  $\beta_{g_0}$  do modo guiado pelo guia periódico se aproxima bastante do valor de  $\beta_g$  do guia constituído por uma camada dielétrica homogênea. O número de onda da harmônica espacial  $n = -1$  de uma onda guiada na camada periódica, propagando-se na direção  $x$ , de acordo com (4.12), é  $-\beta_{g_{-1}} = -\beta_{g_0} + 2\pi/d$ . As curvas de dispersão normalizadas dessa harmônica espacial têm a mesma forma das curvas de dispersão de  $-\beta_g h_p$  versus  $\kappa_0 h_p$ , mostradas no Apêndice B, exceto por um deslocamento de  $2\pi h_p/d$  para a direita, como pode ser visto na Fig. 4.6 para um guia com as características analisadas por Bertoni *et al.*[6] ( $\varepsilon_a = 2$ ,  $h_p/d = 2,037$ ).

Nas frequências onde ocorre reflexão total existe um forte acoplamento entre a onda plana incidente e as ondas guiadas através da harmônica espacial  $n = -1$  [6], [42],[43]. Baseado neste princípio Bertoni *et al.*[6] apresentam um método gráfico para estimação destas frequências, cruzando as curvas de dispersão normalizadas

dos modos guiados através da harmônica espacial  $n = -1$  e a curva do número de onda normalizado da onda incidente  $\kappa_{x0}h_p = \kappa_0h_p\sqrt{\varepsilon_{cNC}}\sin\theta$ . Este procedimento está ilustrado na Fig. 4.6 e observa-se que a interseção ocorre nas freqüências  $\kappa_0h_p = 6,22$ ,  $6,67$  e  $7,30$ . O desvio observado entre esses valores e os obtidos na Fig. 4.3 deve-se à diferença entre os valores de  $\beta_g$  (camada homogênea) e  $\beta_{g0}$  (camada periódica).

Partindo-se destas mesmas considerações, pode-se determinar uma expressão analítica para o cálculo dessas freqüências onde  $|r_0| = 1$ , aproximado-se as curvas de dispersão mostradas na Fig. 4.6, por retas passando pelos pontos  $(\kappa_0h_p)_c$  dados pela equação (4.11), com inclinação  $-1/\sqrt{\varepsilon_a}$  e origem nos pontos  $(\beta_{g-1}h_p)_c = 2\pi h_p/d - (\beta_{g0}h_p)_c = 2\pi h_p/d - (\kappa_0h_p)_c\sqrt{\varepsilon_{max}}$ . O cruzamento de uma reta com essas características com a reta definida por  $\beta_{g0}h_p = \kappa_0h_p\sqrt{\varepsilon_{cNC}}\sin\theta$  determina as freqüências

$$\kappa_0h_p = \left[ 2\pi \frac{h_p}{d} + l\pi \frac{\sqrt{\varepsilon_a} - \sqrt{\varepsilon_{max}}}{\sqrt{\varepsilon_a} - \varepsilon_{max}} \right] / \left[ \sqrt{\varepsilon_a} + \sqrt{\varepsilon_{cNC}}\sin\theta \right], \quad l = 0, 1, 2, \dots \quad (4.13)$$

A aplicação de  $l = 0, 1, 2, 3$  na expressão (4.13) resulta em  $\kappa_0h_p = 6,03$ ,  $6,64$ ,  $7,26$  e  $7,87$ , respectivamente. Esses três primeiros valores são menos precisos que os estimados graficamente em [6], contudo a expressão (4.13) permite uma estimativa mais rápida destas freqüências. O quarto valor encontrado para  $\kappa_0h_p$  ( $l = 3$ ) não atende a condição (4.9), confirmando o número esperado de três máximos observados na Fig. 4.3. Desse modo, a equação (4.13) pode ser combinada com a equação (4.9) para estimar as freqüências de operação que maximizem o coeficiente de reflexão, bem como o número de pontos em que isto é possível, com a condição de que apenas o modo fundamental espalhe-se para fora do guia de onda com grade dielétrica.

Estas equações podem também ser utilizadas num projeto para estimar qualquer um dos valores dos parâmetros  $\theta$ ,  $\varepsilon_a$ ,  $\varepsilon_c$  ou  $h_p/d$  para os quais ocorre reflexão máxima, se os demais, além da freqüência, são fornecidos. A equação (4.13) também ajuda a entender o deslocamento no ponto de operação em que  $|r_0| = 1$ , observado nas curvas de  $|r_0|^2$  com  $\kappa_0h_p$ , quando se varia algum dos parâmetros de projeto, como será visto adiante. Observe-se que, se necessário, pode-se utilizar uma melhor aproximação para estimar as freqüências a partir das equações de dispersão do guia uniforme [35]-[37], mas nesse caso é necessário resolver-se uma equação transcendental numericamente.

A freqüência de corte para o modo  $m = -1$  (e dos outros modos de maior ordem), também pode ser estimada pela equação (4.9), no caso de pequenas variações em  $\varepsilon_p(x)$ , fazendo-se  $\varepsilon_{max} = \varepsilon_a$ . Deste modo, a faixa de freqüências na qual ocorrem os picos de reflexão com espalhamento de modo único pode ser aproximada, nestes

casos, por

$$\frac{2\pi}{(\sqrt{\varepsilon_a} + \sqrt{\varepsilon_{c_{NC}} \sin \theta})} \frac{h_p}{d} \leq \kappa_0 h_p \leq \frac{2\pi}{(\sqrt{\varepsilon_{max}} + \sqrt{\varepsilon_{c_{NC}} \sin \theta})} \frac{h_p}{d}. \quad (4.14)$$

### 4.3.3 Efeito da modificação da configuração da camada periódica no comportamento seletivo do guia

#### a) Efeito da introdução de lâminas dielétricas na célula característica da camada periódica

O efeito da introdução de lâminas dielétricas na célula característica da camada periódica no comportamento do coeficiente de reflexão do modo fundamental  $|r_0|^2$  como função da frequência normalizada  $\kappa_0 h_p$  é mostrado na Fig. 4.7, onde, além do guia analisado por Bertoni *et al.*[6] ( $NP = 2$ ,  $\varepsilon_{p_1} = 2,56$ ,  $\varepsilon_{p_2} = 1,44$ ,  $d_1 = d_2$ ), também são incluídos resultados para os guias com célula característica com  $NP = 3$  ( $\varepsilon_{p_1} = 2,56$ ,  $\varepsilon_{p_2} = 1,44$ ,  $\varepsilon_{p_3} = 1,7$ , com  $d_1 = d_2 = 0,4d$ );  $NP = 6$  ( $\varepsilon_{p_1} = 2,56$ ,  $\varepsilon_{p_2} = \varepsilon_{p_6} = 2,2$ ,  $\varepsilon_{p_3} = \varepsilon_{p_5} = 1,9$ ,  $\varepsilon_{p_4} = 1,5$  com  $d_1 = 0,2d$ ,  $d_2 = d_6 = 0,15d$ ,  $d_3 = d_5 = 0,2d$  e  $d_4 = 0,1d$ ) e  $NP = 8$  ( $\varepsilon_{p_1} = 1,9$ ,  $\varepsilon_{p_2} = \varepsilon_{p_8} = 2,2$ ,  $\varepsilon_{p_3} = \varepsilon_{p_7} = 1,6$ ,  $\varepsilon_{p_4} = \varepsilon_{p_6} = 2,56$ ,  $\varepsilon_{p_5} = 1,4$  com  $d_1 = d_5 = 0,2d$  e  $d_2 = d_3 = d_4 = d_6 = d_7 = d_8 = 0,1d$ ). Todas as curvas consideram  $\theta = 45^\circ$ ,  $NC = NS = 1$ ,  $\varepsilon_{c_1} = \varepsilon_{s_1} = 1$ , e  $h_p/d = 2,037$ . Para facilitar a visualização, as curvas estão traçadas apenas na faixa de frequências onde ocorre reflexão total. As constantes dielétricas das lâminas da célula característica foram tomadas dentro da faixa de valores das constantes dielétricas analisadas em [6], por conveniência. Note-se que o guia com 6 lâminas dielétricas apresenta um comportamento suave em  $\varepsilon_p(x)$ , ao passo que o guia com 8 lâminas dielétricas apresenta variações mais abruptas.

Pode observar-se que as curvas têm comportamento semelhante com 3 frequências de reflexão total, dadas na Tabela 4.1, onde também estão dadas as frequências previstas utilizando-se a expressão (4.13), para comparação, além das frequências de corte dos modos  $m = -1$  e  $n = -1$ . A frequência de corte, a partir da qual o segundo modo ( $n = -1$ ) começa a propagar-se para fora dos guias é a mesma para todos eles uma vez que os valores de  $\varepsilon_{max}$ ,  $\theta$  e  $h_p/d$ , que determinam essa frequência foram mantidos. Desta forma, novamente verifica-se que os picos de reflexão ocorrem na faixa de frequências, estimada pela equação (4.14), entre as frequências de corte dos modos  $m = -1$  (mínima) e  $n = -1$  (máxima). Pode-se verificar, também, que o deslocamento observado nos pontos de reflexão máxima nas curvas mostradas na Fig. 4.7 é função da excitação do modo  $m = -1$  dentro da camada periódica. As frequências de corte estimadas para o modo  $m = -1$ , utilizando-se a equação

(4.14), são  $\kappa_0 h_p = 6,033$ ,  $6,094$ ,  $5,95$  e  $6,094$  para os guias com  $NP = 2, 3, 6$  e  $8$ , respectivamente e estão bastante próximas dos valores encontrados, dados na Tab. 4.1. A introdução de lâminas dielétricas na célula característica implica numa diminuição da largura de banda ( $|r_o|^2$ ), e esta redução é maior ainda quando se tem variações mais abruptas em  $\varepsilon_p(x)$  ( $NP = 8$ ), conforme mostra a Tab. 4.2. Essa característica pode ser interessante ao projeto de filtros.

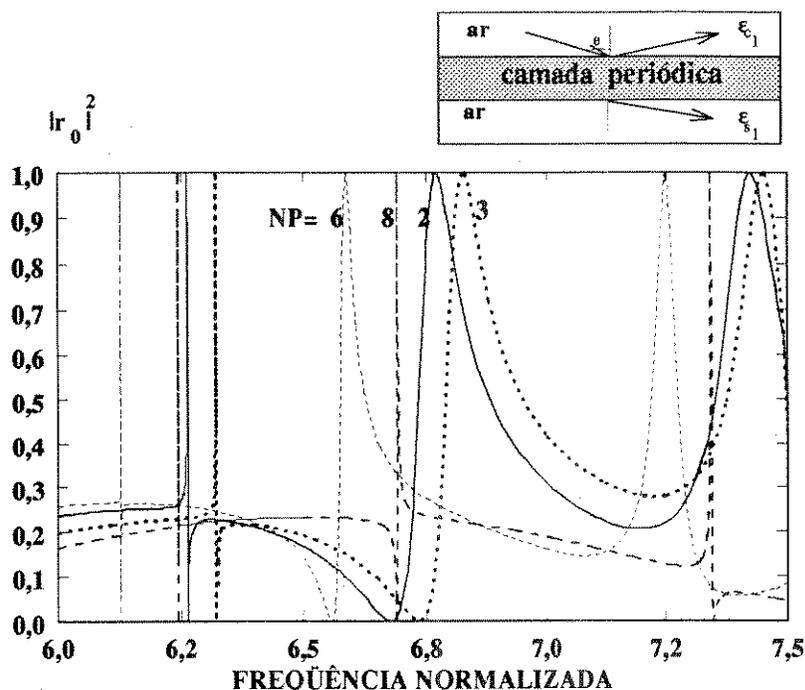


Fig. 4.7. Efeito da introdução de lâminas dielétricas na célula característica da camada periódica no comportamento de  $|r_o|^2$  como função de  $\kappa_0 h_p$  para  $NC = NS = 1$ ,  $\varepsilon_{c_1} = \varepsilon_{s_1} = 1$ ,  $\theta = 45^\circ$ ,  $h_p/d = 2,037$  e  $NP = 2, 3, 6, 8$ .

**b) Efeito da variação da geometria da camada periódica**

A Fig. 4.8 mostra o comportamento do coeficiente de reflexão ( $n = 0$ ) com a freqüência normalizada para um guia com duas lâminas dielétricas na camada periódica, com  $h_p/d = 2,037$ ,  $\theta = 45^\circ$ ,  $\varepsilon_{p_1} = 2,56$ ,  $\varepsilon_{p_2} = 1,44$ ,  $NC = NS = 1$ ,  $\varepsilon_{c_1} = \varepsilon_{s_1} = 1$ , quando se altera a espessura das lâminas dielétricas através relação  $d_1/d$ . A Fig. 4.9 mostra esse mesmo comportamento para um guia com características semelhantes ( $\theta = 45^\circ$ ,  $\varepsilon_{p_1} = 2,56$ ,  $\varepsilon_{p_2} = 1,44$ ,  $d_1 = d_2$ ,  $NC = NS = 1$ ,  $\varepsilon_{c_1} = \varepsilon_{s_1} = 1$ ), quando se varia a relação  $h_p/d$ . O guia de onda analisado em [6] é mostrado em ambas as figuras para comparação. As freqüências onde  $|r_o|^2 = 1$  estão especificadas

na Tabela 4.1, juntamente com os valores estimados a partir de (4.13).

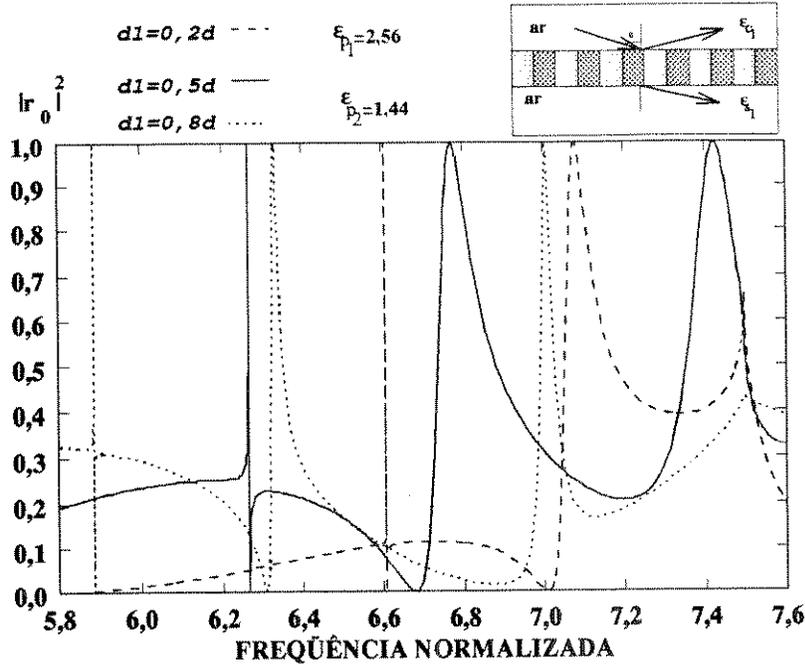


Fig. 4.8. Efeito da modificação da geometria da camada periódica através da variação da relação  $d_1/d$  no comportamento seletivo do guia.

A variação no número de máximos observado nas Figs. 4.8 e 4.9 pode ser prevista a partir das equações (4.9) e (4.13). A utilização dessas duas expressões permite estimar os seguintes valores de corte para os parâmetros envolvidos no projeto, supondo-se  $\epsilon_{max} = \epsilon_{c1}$

$$\epsilon_a \leq \left[ 1 + \left( \frac{1 + \text{sen}\theta}{2h_p/d} \right)^2 l_{max}^2 \right] \epsilon_{c1}, \quad (4.15)$$

$$\frac{h_p}{d} \leq l_{max} \frac{\sqrt{\epsilon_{c1}} (1 + \text{sen}\theta)}{2\sqrt{\epsilon_a - \epsilon_{c1}}}, \quad (4.16)$$

onde  $l_{max} = 1, 2, ..$  dá o número de máximos esperados. Para os guias analisados na Fig. 4.8 têm-se  $\epsilon_a < 1,175, 1,702$  e  $2,58$  (equação 4.15), e para os guias considerados na Fig. 4.9,  $h_p/d < 0,85, 1,71$ , e  $2,56$  (equação 4.16), para  $l_{max} = 1, 2$  e  $3$ , respectivamente, concordando com os resultados apresentados em ambas as figuras. Observe-se que para o guia analisado na Fig. 4.8, para qualquer valor de  $d_1/d$ , obtém-se  $1,44 \leq \epsilon_a \leq 2,56$ , e, portanto, não é possível conseguir um número de máximos superior a 3 ou inferior a 2. A Fig. 4.8 mostra, também, que é possível diminuir-se a largura de banda entre as freqüência onde  $|r_0|^2 = 0,9$ , alterando-se as espessuras da lâmina dielétricas. Esses valores de largura de banda também estão dados na Tab. 4.2. As expressões 4.15 e 4.16 são úteis para especificar-se a geometria do guia ou

a constante dielétrica do material utilizado quando se deseja obter um determinado número de frequências de reflexão total.

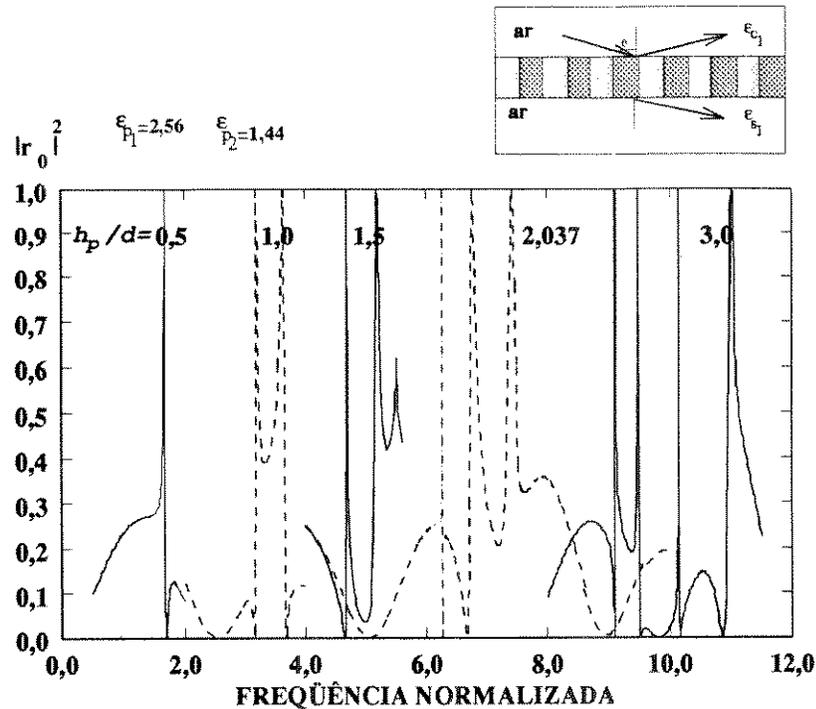


Fig. 4.9. Efeito da modificação da geometria da camada periódica através da variação da relação  $h_p/d$  no comportamento seletivo do guia.

#### 4.3.4 Efeito da variação do ângulo de incidência da onda plana que excita o guia

O efeito da variação do ângulo de incidência da onda plana que excita o guia no comportamento seletivo do guia de onda com grade dielétrica está mostrado na Fig. 4.10, onde novamente mostra-se a curva de Bertonni *et al.*[6] ( $\theta = 45^\circ$ ) para comparação. As outras curvas consideram um guia com mesmas características variando-se apenas o ângulo de incidência da onda plana, com valores  $\theta = 38^\circ$  e  $\theta = 51^\circ$ . Pode-se observar que a forma das curvas varia substancialmente, mas todas apresentam 3 pontos de reflexão máxima, especificados na Tab. 4.1. Note-se que, quando  $\theta$  cresce, aumenta o nível da onda refletida na faixa de frequência entre os últimos picos. O inverso ocorre quando  $\theta$  diminui, aumentando a faixa de frequências em que o guia de onda é quase transparente à onda incidente e diminuindo a faixa de passagem em torno das frequências de reflexão máxima. Esse comportamento foi

observado para outros ângulos [32]. O deslocamento para a esquerda observado nas curvas é previsto com o auxílio da equação (4.13). Esta expressão, juntamente com a expressão (4.9) permite estimar o ângulo a partir do qual um número  $l_{max}$  de reflexões totais ocorre, supondo-se  $\epsilon_{max} = \epsilon_{c1}$

$$\text{sen } \theta \geq \frac{2(h_p/d)\sqrt{\epsilon_a - \epsilon_{c1}}}{l_{max}\sqrt{\epsilon_{c1}}} - 1. \quad (4.17)$$

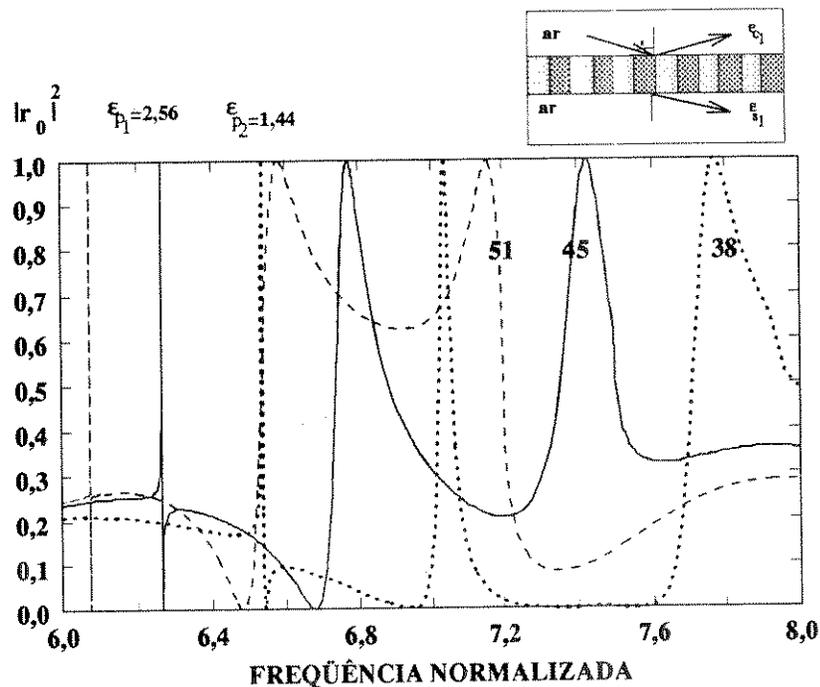


Fig. 4.10. Efeito da variação do ângulo de incidência da onda plana no comportamento seletivo do guia ( $\theta = 38^\circ, \theta = 45^\circ, \theta = 51^\circ$ ).

Para o guia analisado, a equação 4.17 fornece  $\theta \geq 20,9^\circ$ , para  $l_{max} = 3$  (ou  $\theta < 20,9^\circ$ , para  $l_{max} = 4$ ). A expressão 4.17 só é aplicável, logicamente, quando o termo do lado direito da desigualdade for menor que 1, ou seja, se  $(h_p/d)\sqrt{\epsilon_a - \epsilon_{c1}} \geq l_{max}\sqrt{\epsilon_{c1}}$ . Para verificar-se a aplicabilidade desta expressão, analisou-se a resposta do mesmo guia quando o ângulo de incidência da onda plana é igual a  $15^\circ$ , cuja curva está mostrada na Fig. 4.11, onde se observa a ocorrência de quatro máximos de reflexão, cujas frequências, juntamente com as estimadas através da expressão (4.13), estão dadas na Tab. 4.1. Observe-se que a tendência quando  $\theta$  diminui, observada nas curvas da Fig. 4.10, mantém-se e que a largura de banda (dada na Tab. 4.2) em torno do terceiro máximo observado é bastante reduzida. Ressalte-se, mais uma vez, que esses valores estimados para  $\theta$  por 4.17, bem como os valores de  $\epsilon_a, \epsilon_{c1}$  e  $h_p/d$  estimados pelas equações 4.15 e 4.16, respectivamente, são aproximados (e válidos

para um guia de onda no qual a constante dielétrica da sua camada periódica  $\epsilon_p(x)$  varia suavemente; portanto é razoável trabalhar-se com uma margem de erro em torno deles. Entretanto, ainda assim essas expressões mostram-se válidas para a estimação dos parâmetros do projeto de um guia de onda usado como superfície dicróica, tanto quanto ao ponto de operação em que  $|r_0|^2 = 1$ , como para previsão do número de freqüências de operação em que isto é possível numa dada geometria.

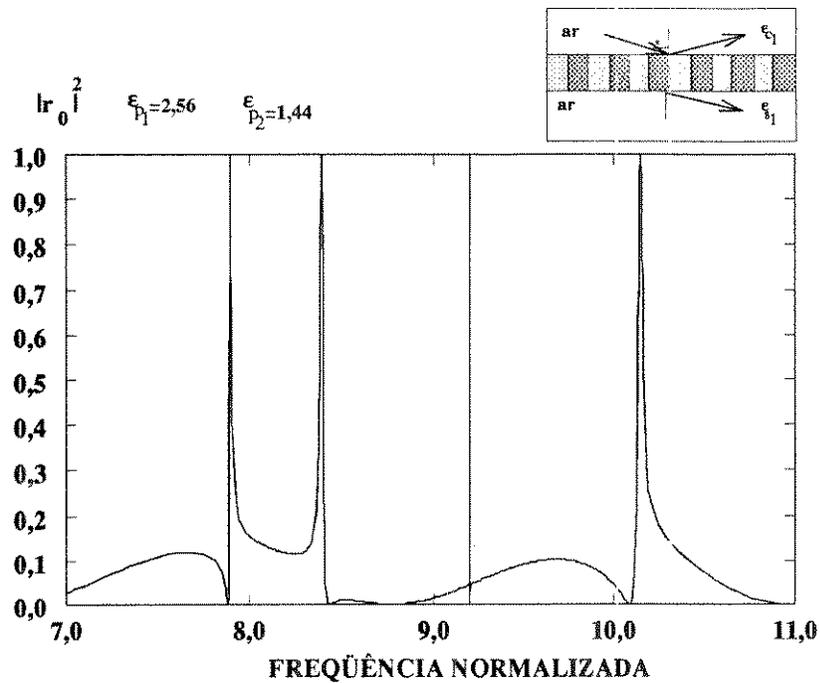


Fig. 4.11. Efeito da variação ângulo de incidência da onda plana no comportamento seletivo do guia para  $\theta = 15^\circ$ .

TABELA 4.1. FREQUÊNCIAS NORMALIZADAS ESTIMADAS E OBTIDAS NAS QUAIS O COEFICIENTE DE REFLEXÃO DO MODO FUNDAMENTAL É MÁXIMO

Figura 4.7, $h_p/d = 2,307$ , $\theta = 45^\circ$ , $d_1 = d_2$							
NP	$\varepsilon_a$	$(\kappa_0 h_p)_{corte}$		$(\kappa_0 h_p \text{ Eq. (4.13)})/(\kappa_0 h_p \text{ obtidos})$			
		$m = -1$	$n = -1$	1 <sup>o</sup>	2 <sup>o</sup>	3 <sup>o</sup>	4 <sup>o</sup>
2	2,0	6,105	7,497	6,03/6,265	6,64/6,771	7,26/7,425	-
3	1,94	6,162	7,497	6,09/6,323	6,70/6,826	7,31/7,452	-
6	2,08	5,974	7,497	5,95/6,128	6,57/6,58	7,20/7,252	-
8	1,94	6,094	7,497	6,09/6,247	6,70/6,693	7,31/7,344	-

Figura 4.8, $h_p/d = 2,307$ , $\theta = 45^\circ$ , $NP = 2$ , $\varepsilon_{p_1} = 2,56$ , $\varepsilon_{p_2} = 1,44$							
$d_1/d$	$\varepsilon_a$	$(\kappa_0 h_p)_{corte}$		$(\kappa_0 h_p \text{ Eq. (4.13)})/(\kappa_0 h_p \text{ obtidos})$			
		$m = -1$	$n = -1$	1 <sup>o</sup>	2 <sup>o</sup>	3 <sup>o</sup>	4 <sup>o</sup>
0,2	1,664	6,446	7,497	6,41/6,606	6,96/7,077	-	-
0,8	2,336	5,735	7,497	5,73/5,885	6,37/6,329	7,01/7,005	-

Figura 4.9, $NP = 2$ , $\varepsilon_{p_1} = 2,56$ , $\varepsilon_{p_2} = 1,44$ , $d_1 = d_2$ , $\theta = 45^\circ$							
$h_p/d$	$\varepsilon_a$	$(\kappa_0 h_p)_{corte}$		$(\kappa_0 h_p \text{ Eq. (4.13)})/(\kappa_0 h_p \text{ obtidos})$			
		$m = -1$	$n = -1$	1 <sup>o</sup>	2 <sup>o</sup>	3 <sup>o</sup>	4 <sup>o</sup>
0,5	2	1,498	1,84	1,48/1,678	-	-	-
1,0	2	2,997	3,68	2,96/3,199	3,57/3,639	-	-
1,5	2	4,996	5,52	4,44/4,687	5,06/5,188	-	-
3,0	2	8,991	11,04	8,88/9,124	9,50/9,496	10,11/10,155	10,72/11,008

Figuras 4.10 e 4.11, $NP = 2$ , $\varepsilon_{p_1} = 2,56$ , $\varepsilon_{p_2} = 1,44$ , $d_1 = d_2$ , $h_p/d = 2,037$							
$\theta$	$\varepsilon_a$	$(\kappa_0 h_p)_{corte}$		$(\kappa_0 h_p \text{ Eq. (4.13)})/(\kappa_0 h_p \text{ obtidos})$			
		$m = -1$	$n = -1$	1 <sup>o</sup>	2 <sup>o</sup>	3 <sup>o</sup>	4 <sup>o</sup>
15 <sup>o</sup>	2	7,721	10,147	7,65/7,898	8,43/8,396	9,21/9,204	9,98/10,147
38 <sup>o</sup>	2	6,375	7,922	6,30/6,535	6,94/7,038	7,58/7,770	-
51 <sup>o</sup>	2	5,915	7,202	5,84/6,075	6,43/6,580	7,03/7,157	-

TABELA 4.2. LARGURAS DE BANDA ENTRE AS FREQUÊNCIAS COM (%  $|r_0|^2 = 0,9$ ) OBTIDAS EM TORNO DAS FREQUÊNCIAS NORMALIZADAS NAS QUAIS O COEFICIENTE DE REFLEXÃO DO MODO FUNDAMENTAL É MÁXIMO (%  $|r_0|^2 = 1$ ).

Figura 4.7				
$NP$	1 <sup>o</sup>	2 <sup>o</sup>	3 <sup>o</sup>	4 <sup>o</sup>
2	$6,2 \cdot 10^{-3}$	0,584	0,673	-
3	$3,7 \cdot 10^{-3}$	0,586	0,552	-
6	$4,5 \cdot 10^{-4}$	0,167	0,237	-
8	$1,28 \cdot 10^{-6}$	$9,04 \cdot 10^{-3}$	0,119	-

Figura 4.8				
$d_1/d$	1 <sup>o</sup>	2 <sup>o</sup>	3 <sup>o</sup>	4 <sup>o</sup>
0,2	$3,78 \cdot 10^{-4}$	0,365	-	-
0,8	$1,46 \cdot 10^{-3}$	0,104	0,165	-

Figura 4.9				
$h_p/d$	1 <sup>o</sup>	2 <sup>o</sup>	3 <sup>o</sup>	4 <sup>o</sup>
0,5	0,441	-	-	-
1,0	0,375	0,769	-	-
1,5	0,192	0,634	-	-
3,0	0,052	0,066	0,031	0,541

Figuras 4.10 e 4.11				
$\theta$	1 <sup>o</sup>	2 <sup>o</sup>	3 <sup>o</sup>	4 <sup>o</sup>
15 <sup>o</sup>	0,043	0,094	$5,86 \cdot 10^{-6}$	0,127
38 <sup>o</sup>	0,017	0,172	0,849	-
51 <sup>o</sup>	$1,29 \cdot 10^{-4}$	0,971	0,911	-

Para finalizar esta seção mostra-se como as características de operação do guia de onda, em torno das freqüências de máxima reflexão, podem degradar-se quando se alteram os parâmetros envolvidos no projeto. Para isto considerou-se o guia analisado anteriormente, no caso em que a incidência da onda plana se dá num ângulo  $\theta = 38^\circ$ , cuja curva de variação de  $|r_0|^2$  com  $\kappa_0 h_p$  está mostrada na Fig. 4.10. As Figs. 4.12, 4.13 e 4.14 mostram o comportamento do coeficiente de reflexão do modo fundamental nas freqüências normalizadas  $\kappa_0 h_p = 6,535$ ,  $7,038$  e  $7,770$ , quando se varia o ângulo  $\theta$ , a constante dielétrica  $\epsilon_{p1}$  ou a relação  $d_1/d$ , respectivamente. Nessas figuras pode verificar-se que, da mesma forma observada na Fig. 4.10, a operação é bastante estreita para a freqüência mais baixa  $\kappa_0 h_p = 6,535$ , onde um erro menor que 1% em  $\theta$  ou  $\epsilon_{p1}$  (ou menor que 2% em  $d_1/d$ ) torna o guia quase totalmente transparente à onda plana ( $|r_0|^2 < 0,2$ ). Já na freqüência maior,  $\kappa_0 h_p = 7,77$ , um erro de até 6% em  $d_1/d$  ou de até 2% em  $\theta$  permite uma operação com  $|r_0|^2 > 0,8$ .

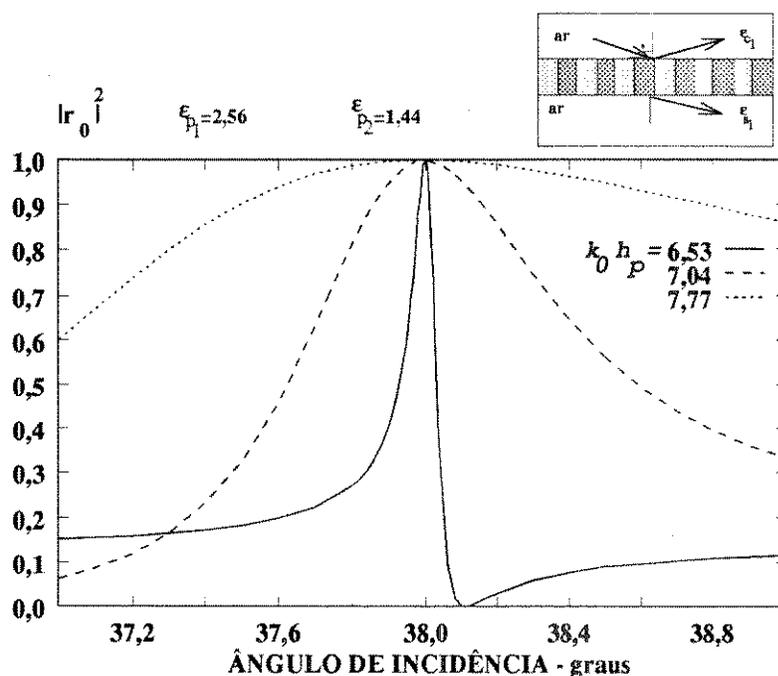


Fig. 4.12. Efeito da variação ângulo de incidência da onda plana no comportamento seletivo do guia analisado na Fig. 4.10, em torno das freqüências nas quais o coeficiente de reflexão do modo fundamental é máximo

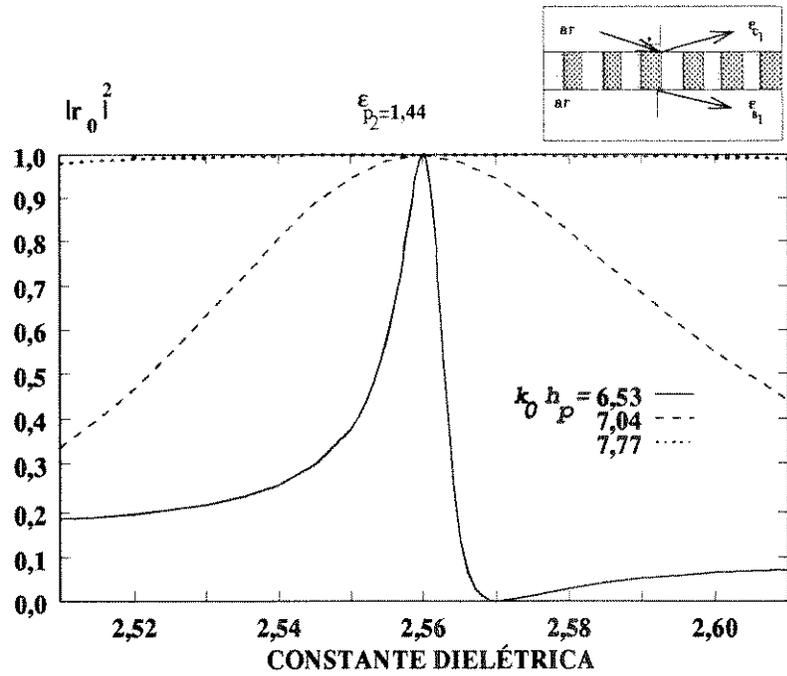


Fig. 4.13. Idem Fig. 4.12, variando-se desta vez a constante dielétrica  $\epsilon_{p_1}$ .

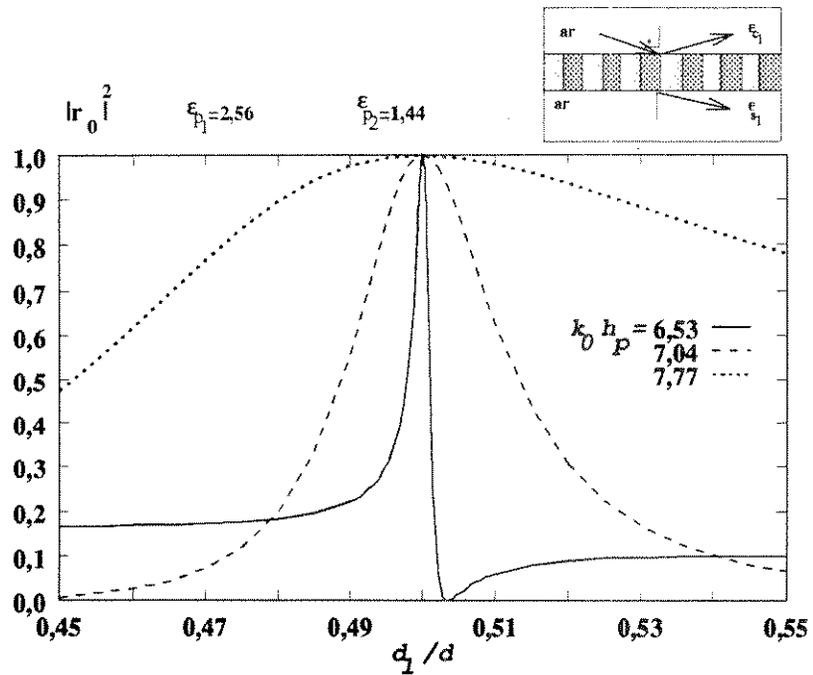


Fig. 4.14. Idem Fig. 4.12, variando-se desta vez a relação  $d_1/d$ .

### 4.3.5 Comparação com um guia de onda com camada periódica modulada senoidalmente

É possível obter-se o mesmo comportamento seletivo observado num guia de onda com grade dielétrica com célula característica da camada periódica com variações suaves tipo degrau, como os analisados nos itens anteriores, utilizando-se um guia de onda com grade dielétrica no qual a constante dielétrica da camada periódica apresenta modulação senoidal. Esta equivalência entre os desempenhos dos dois guias pode ser obtida se o índice de modulação da constante dielétrica do guia de onda com camada periódica senoidal é ajustado convenientemente, de maneira que a constante dielétrica deste seja equivalente à representação em série de Fourier da constante dielétrica da camada periódica do guia de onda com grade retangular, mantendo-se apenas o termo fundamental além do médio. Estes resultados são interessantes porque este tipo de variação (senoidal) permite um ajuste eletrônico do ponto de operação do guia.

O cálculo do índice de modulação  $M$  pode ser feito supondo-se uma variação senoidal da forma

$$\varepsilon_{p_{cos}}(x) = \varepsilon_a \left[ 1 + M \cos \left( \frac{2\pi x}{d} \right) \right], \quad (4.18)$$

sendo  $\varepsilon_a$  a constante dielétrica média da camada periódica, considerada igual à do guia com grade retangular equivalente.

De acordo com a teoria apresentada no Capítulo 3, a constante dielétrica da camada periódica  $\varepsilon_p(x)$  pode ser representada em série de Fourier, com coeficientes  $g_n$  dados pela equação (3.19). Para os modos **TE** considerados, usando-se (3.15) e (3.18), se a constante dielétrica da camada periódica, com variação retangular,  $\varepsilon_{p_{ret}}(x)$ , é expandida em série de Fourier, mantendo-se apenas os termos fundamentais  $g_{\pm 1}$ , além do médio  $g_0 = \varepsilon_a$ , obtém-se

$$\varepsilon_{p_{ret}}(x) = \varepsilon_a \left[ 1 + \frac{g_1 \exp(-2\pi x/d) + g_{-1} \exp(2\pi x/d)}{\varepsilon_a} \right]. \quad (4.19)$$

Os valores de  $g_n$  são especificados através da expressão (4.6). Como  $g_n = g_n^*$  (conjugado complexo), a equação (4.19) pode ser reescrita como

$$\varepsilon_{p_{ret}}(x) = \varepsilon_a \left[ 1 + \frac{2}{\varepsilon_a} \operatorname{Re} \{ g_1 \exp(-2\pi x/d) \} \right]. \quad (4.20)$$

Comparando-se as equações (4.18) e (4.20), desprezando-se a fase do complexo  $g_1$ , já que a estrutura periódica é considerada infinita, pode-se encontrar o valor do índice de modulação

$$M = \frac{2|g_1|}{\varepsilon_a}. \quad (4.21)$$

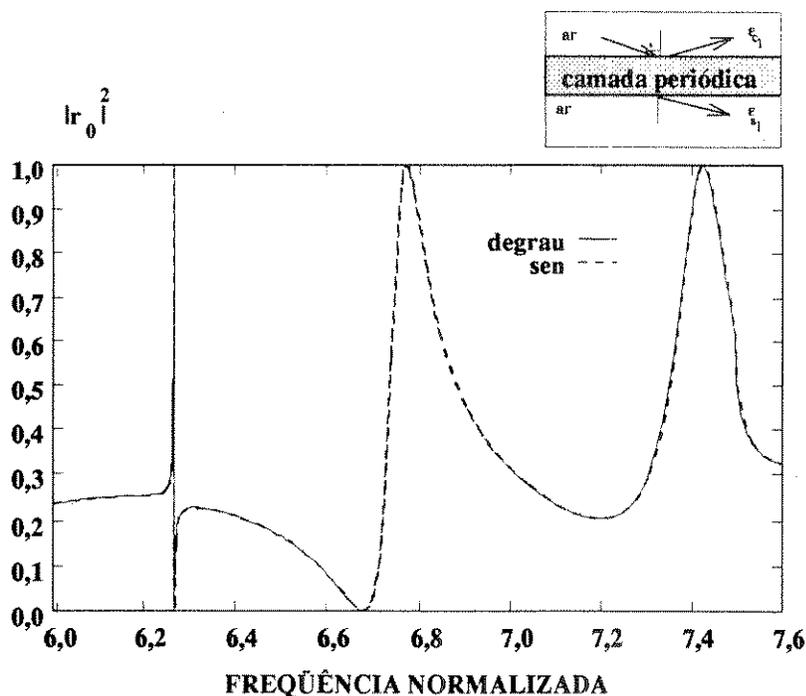


Fig. 4.15. Comparação entre o comportamento dicróico de um guia de onda com grade dielétrica com célula característica da camada periódica composta por duas lâminas dielétricas e o de um guia de onda com constante dielétrica da camada periódica modulada senoidalmente.

A Figura 4.15 faz uma comparação entre o comportamento do coeficiente de reflexão do modo fundamental com a frequência normalizada entre o guia de onda com camada periódica com variação tipo degrau analisado por Bertoni *et al.*[6] ( $\epsilon_{p1} = 2,56$ ,  $\epsilon_{p2} = 1,44$ ,  $d_1 = d_2$ ) e o guia de onda com camada periódica modulada senoidalmente equivalente ( $\epsilon_a = 2$ ,  $M = 0,3565$ ). Os demais parâmetros utilizados nas duas configurações são iguais ( $h_p/d = 2,037$ ,  $\theta = 45^\circ$ ,  $NC = NS = 1$ ,  $\epsilon_{c1} = \epsilon_{s1} = 1$ ). Pode-se observar uma excelente concordância entre as curvas dos dois guias. Os máximos para o guia com modulação senoidal estão nas frequências  $\kappa_0 h_p = 6,2659$ ,  $6,775$ ,  $7,4266$  e estão bastante próximas das encontradas para o guia com variação retangular na camada periódica ( $\kappa_0 h_p = 6,2646$ ,  $6,771$ ,  $7,425$ ). A frequência de corte, a partir da qual o modo  $m = -1$  propaga-se dentro da camada periódica do guia com variação senoidal é  $\kappa_0 h_p = 6,105$ , e também está bastante próxima da frequência de corte encontrada para o guia com variação degrau  $\kappa_0 h_p = 6,103$ . A frequência de corte, a partir da qual o modo  $n = -1$  espalha-se para fora do guia, é a mesma para as duas configurações porque os parâmetros que a definem, de acordo com a equação (4.9), são os mesmos.

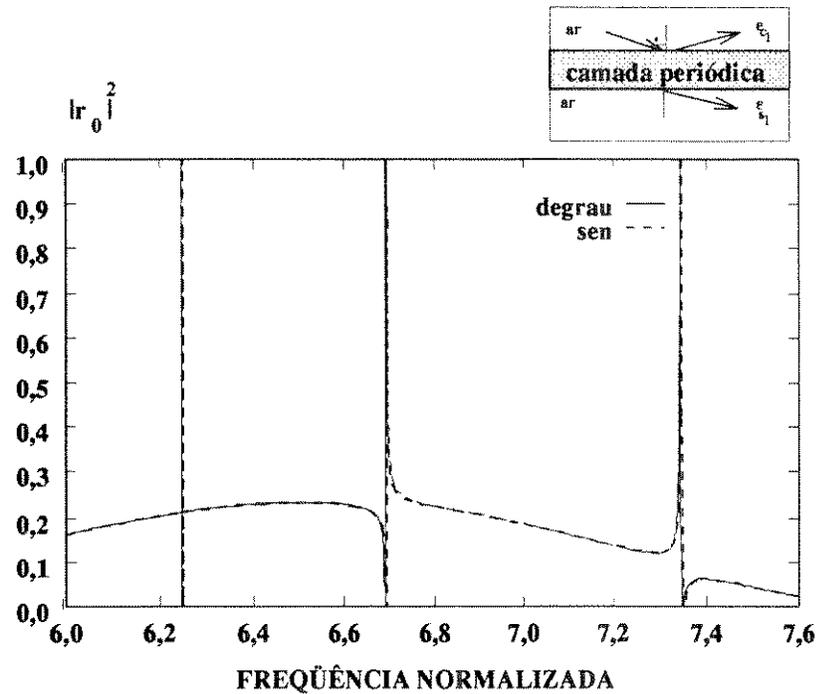


Fig. 4.16. Comparação entre o comportamento dicróico de um guia de onda com grade dielétrica com célula característica da camada periódica composta por oito lâminas dielétricas e o de um guia de onda com constante dielétrica da camada periódica modulada senoidalmente.

Essa mesma comparação é feita na Fig 4.16, considerando uma variação mais genérica da camada periódica do guia com grade degrau, com  $NP = 8$ , analisado na Fig. 4.7. As características do guia senoidal equivalente são  $\varepsilon_a = 1,94$  e  $M = 0,04581$ , mantendo-se os demais parâmetros da Fig. 4.15. Os máximos observados para o guia de onda com grade modulada senoidalmente estão nas frequências  $\kappa_0 h_p = 6,249$ ,  $6,695$ ,  $7,347$  e também estão próximos dos valores observados para o guia de onda com camada periódica com variação degrau ( $\kappa_0 h_p = 6,247$ ,  $6,693$ ,  $7,344$ ). As Figs. 4.15 e 4.16 mostram que diminuindo-se o índice de modulação pode-se reduzir a largura de banda em torno das frequências de reflexão máxima.

A Tabela 4.3 faz uma comparação entre o comportamento do coeficiente de reflexão de guias de onda com variação tipo degrau e tipo senoidal na camada periódica. O guia tipo degrau é especificado por  $NP = 2$ ,  $\varepsilon_{p1} = 2,56$ ,  $\varepsilon_{p2} = 1,44$ ,  $h_p/d = 2,037$ ,  $\theta = 45^\circ$ ,  $NC = NS = 1$ ,  $\varepsilon_{c1} = \varepsilon_{s1} = 1$ , considerando-se diferentes relações  $d_1/d$ . A forma da curva obtida foi a mesma; desta forma, mostra-se que o mesmo comportamento pode ser obtido, no caso de polarização tipo **TE**, entre guias de onda com grade dielétrica em que a camada periódica é modulada senoidalmente (eletronicamente), ou apresenta variações tipo degrau. A verificação dessa equivalência

também é possível para modos com polarização tipo **TM** e é aqui sugerida como uma seqüência natural desta investigação .

TABELA 4.3. COMPARAÇÃO ENTRE O COMPORTAMENTO DO COEFICIENTE DE REFLEXÃO DE GUIAS DE ONDA COM VARIAÇÃO SENOIDAL E DEGRAU NA CONSTANTE DIELÉTRICA DA CAMADA PERIÓDICA .

$\epsilon_a$	$M$	$d_1/d$	$(\kappa_0 h_p - \text{degrau}) / (\kappa_0 h_p - \text{senoidal})$		
			1 <sup>o</sup>	2 <sup>o</sup>	3 <sup>o</sup>
1,664	0,2518	0,2	6,606/6,609	7,077/7,076	-
1,880	0,3592	0,4	6,390/6,387	6,904/6,906	7,490/7,487
2,112	0,321	0,6	6,131/6,138	6,618/6,629	7,295/7,308
2,336	0,179	0,8	5,885/5,891	6,329/6,339	7,005/7,017

## Capítulo 5

# Efeito do Carregamento da Camada Periódica por Camadas Homogêneas e das Perdas Dielétricas

### 5.1 Introdução

Neste capítulo analisam-se as características de reflexão e de transmissão seletivas em frequência de guias de onda com grade dielétrica , dando-se ênfase ao efeito da introdução de camadas dielétricas homogêneas acima e abaixo da região periódica do guia de onda , bem como ao efeito das perdas dielétricas no comportamento dicróico da estrutura.

### 5.2 Resultados numéricos

Analogamente ao que foi feito no Capítulo 4 deste trabalho, e para efeito de comparação com resultados anteriores [6], a análise do comportamento dicróico dos guias de onda com grade dielétrica foi feita observando-se a dependência dos coeficientes de reflexão e de transmissão dos modos espalhados para fora do guia com a frequência normalizada  $\kappa_0 h_p$ . Esses coeficientes foram calculados de acordo com as equações (4.2) e (4.3), respectivamente. As análises referem-se a modos com polarização tipo **TE** . A determinação do número de modos necessários ao cálculo dos campos espalhados foi feita utilizando-se o mesmo critério de convergência descrita na equação (4.4) quando desconsideram-se as perdas dielétricas . Desse modo, em todos os resultados

apresentados, considerou-se  $n_{min} = -4$  e  $n_{max} = 3$ .

### 5.2.1 Influência do meio dielétrico que envolve o guia de onda

A expressão (4.15) indica que também é possível variar-se o número de reflexões totais através da escolha da constante dielétrica do material que envolve a camada periódica. Para analisar-se esse efeito, considerou-se um guia de onda formado por uma camada periódica com características semelhantes à analisada no Capítulo 4, com  $NP = 2$ ,  $\epsilon_{p1} = 2,56$ ,  $\epsilon_{p2} = 1,44$ ,  $d_1 = d_2$ ,  $h_p/d = 2,037$ ,  $\theta = 45^\circ$ , para o qual observaram-se três frequências de reflexão total quando  $NC = NS = 1$ ,  $\epsilon_{c1} = \epsilon_{s1} = 1(ar)$ , e variaram-se as constantes dielétricas dos meios que a envolvem, ainda considerando-os semi-infinitos ( $NC = NS = 1$ ). Para um guia com essa geometria ( $\epsilon_a = 2$ ), utilizando-se a expressão (4.15) pode-se prever 1,2 ou 3 pontos de reflexão total, se  $\epsilon_{c1} = \epsilon_{s1} > 1,7$ ,  $1,8$  ou  $0,78$ , respectivamente.

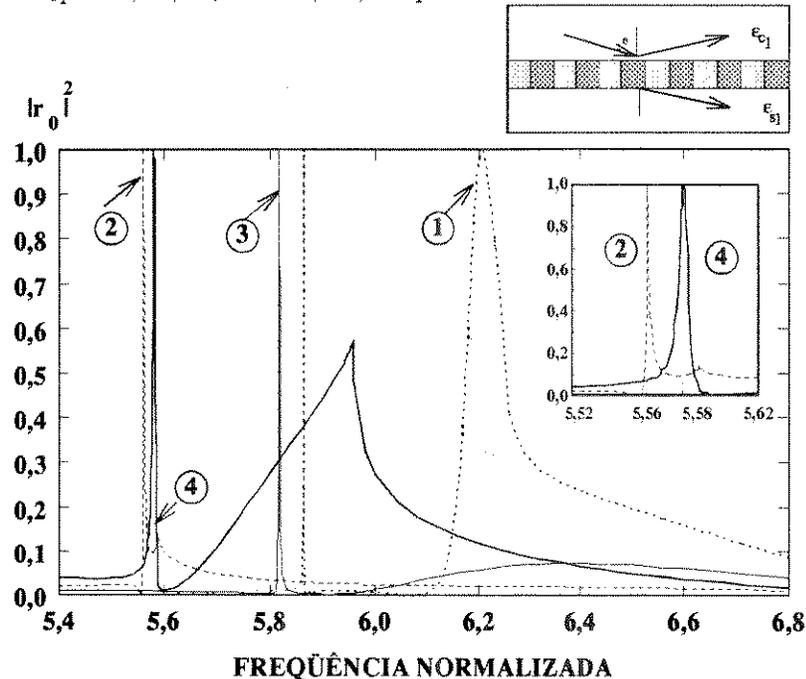


Fig 5.1. Influência dos meios dielétricos que envolvem a camada periódica, no comportamento dicróico de um guia de onda com  $NP = 2$ ,  $\epsilon_{p1} = 2,56$ ,  $\epsilon_{p2} = 1,44$ ,  $d_1 = d_2$ ,  $h_p/d = 2,037$ ,  $\theta = 45^\circ$ ,  $NC = NS = 1$ , considerando  $\epsilon_{c1} = \epsilon_{s1} = 1,44$  (curva 1),  $\epsilon_{c1} = \epsilon_{s1} = 1,8$  (curva 2),  $\epsilon_{c1} = 1,44$ ,  $\epsilon_{s1} = 1,8$  (curva 3) e  $\epsilon_{c1} = 1,8$ ,  $\epsilon_{s1} = 1,44$  (curva 4).

A Fig 5.1 mostra a influência dos meios dielétricos que envolvem o guia de onda, constituído por uma camada periódica com as características descritas acima,

considerando-se 4 configurações para os meios externos, sendo duas simétricas, com  $\varepsilon_{c_1} = \varepsilon_{s_1} = 1,44$  (curva 1) e  $\varepsilon_{c_1} = \varepsilon_{s_1} = 1,8$  (curva 2) e duas assimétricas, com  $\varepsilon_{c_1} = 1,44$ ,  $\varepsilon_{s_1} = 1,8$  (curva 3) e  $\varepsilon_{c_1} = 1,8$ ,  $\varepsilon_{s_1} = 1,44$  (curva 4). A Fig. 5.1 mostra também o detalhe das curvas 2 e 4 em torno do ponto de reflexão máxima. Para as configurações simétricas, quando  $\varepsilon_{c_1} = \varepsilon_{s_1} = 1,44$  observaram-se duas reflexões máximas em  $\kappa_0 h_p = 5,865$  e  $6,206$ , com larguras de banda (% ,  $|r_0|^2 = 0,9$ ) iguais a  $0,0038$  e  $0,4$  respectivamente. Os valores estimados para essas frequências (equação (4.13)) são, respectivamente,  $\kappa_0 h_p = 5,65$  e  $6,05$ . Para o guia simétrico com  $\varepsilon_{c_1} = \varepsilon_{s_1} = 1,8$  o único pico de reflexão observado ocorre na frequência  $\kappa_0 h_p = 5,561$ , com largura de banda igual a  $0,012\%$ , para um valor estimado em  $\kappa_0 h_p = 5,42$ . O segundo modo, ( $m = -1$ ), propaga-se dentro da camada periódica para as frequências  $\kappa_0 h_p > 5,733$  quando  $\varepsilon_{c_1} = \varepsilon_{s_1} = 1,44$  e para  $\kappa_0 h_p > 5,5018$  quando  $\varepsilon_{c_1} = \varepsilon_{s_1} = 1,8$ . O modo  $n = -1$  espalha-se para fora da camada periódica para as frequências  $\kappa_0 h_p > 6,247$  e para  $\kappa_0 h_p > 5,588$  quando  $\varepsilon_{c_1} = \varepsilon_{s_1} = 1,44$  e  $1,8$ , respectivamente. Quando  $\varepsilon_{c_1} \neq \varepsilon_{s_1}$  observou-se apenas uma frequência de reflexão máxima, como era esperado, uma vez que o valor de  $\varepsilon_{max} = \max\{\varepsilon_{c_1}, \varepsilon_{s_1}\}$  (equações (4.13), (4.9)) é que determina esse número. Quando  $\varepsilon_{c_1} = 1,44$  e  $\varepsilon_{s_1} = 1,8$  a reflexão total ocorre em  $\kappa_0 h_p = 5,8177$  com largura de banda igual a  $0,013\%$  (previsão em  $\kappa_0 h_p = 5,656$ ) e quando  $\varepsilon_{c_1} = 1,8$  e  $\varepsilon_{s_1} = 1,44$  a reflexão total ocorre em  $\kappa_0 h_p = 5,58$  com largura de banda igual a  $0,03\%$  (previsão em  $\kappa_0 h_p = 5,42$ ). As frequências de corte para os modos propagando-se dentro da camada periódica assim como para os modos refletidos, são determinadas, de acordo com as equações (3.28) e (3.8), respectivamente, além do ângulo de incidência da onda plana que excita o guia, pelas características da região a partir da qual ela incide (convencionada como a região com  $\varepsilon_r = \varepsilon_{c_1}$ ). Portanto, para as configurações assimétricas, as frequências de corte para o modo  $m = -1$  (dentro da região periódica) e para o modo refletido  $n = -1$  são as mesmas das configurações simétricas em que  $\varepsilon_{c_1}$  (simétrica) =  $\varepsilon_{c_1}$  (assimétrica). Entretanto, no caso de configurações assimétricas, as frequências de corte do modo  $n = -1$  para as regiões acima e abaixo da camada periódica são diferentes, como pode ser visto nas Figs. 5.2 e 5.3. Para o guia assimétrico com  $\varepsilon_{c_1} = 1,44$ , a Fig. 5.2 mostra que o segundo modo começa a ser transmitido quando  $\kappa_0 h_p > 5,843$  e refletido quando  $\kappa_0 h_p > 6,247$  (mesmo valor do guia simétrico com  $\varepsilon_{c_1} = \varepsilon_{s_1} = 1,44$ ). Já para o guia assimétrico com  $\varepsilon_{c_1} = 1,8$ , a Fig. 5.3 mostra que a frequência de corte para o segundo modo é menor para a região superior e este começa a ser refletido quando  $\kappa_0 h_p > 5,588$  (mesmo valor do guia simétrico com  $\varepsilon_{c_1} = \varepsilon_{s_1} = 1,8$ ) e transmitido quando  $\kappa_0 h_p > 5,956$ . Pode-se observar na Fig. 5.3 que a tendência à transmissão total, observada na curva de  $|t_0|^2$  com  $\kappa_0 h_p$  para o guia assimétrico com  $\varepsilon_{c_1} = 1,8$  e  $\varepsilon_{s_1} = 1,44$  é contida devido à reflexão do modo  $n = -1$ , quando  $\kappa_0 h_p > 5,588$ ; a tendência ao segundo pico de reflexão, observada na curva de  $|r_0|^2$  com  $\kappa_0 h_p$  para esse mesmo guia, é contida devido à transmissão do modo  $n = -1$ , quando  $\kappa_0 h_p > 5,956$ .

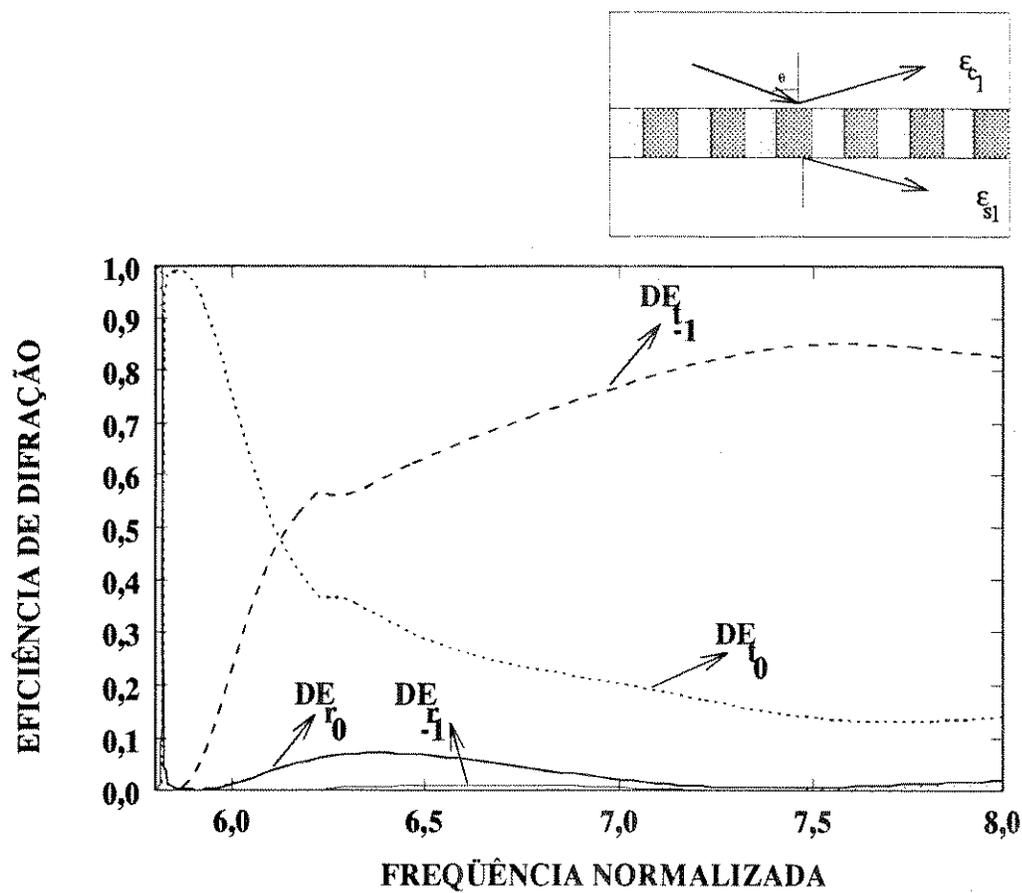


Fig 5.2. Eficiência de difração dos 4 primeiros modos espalhados pelo guia analisado na Fig. 5.1, quando  $\epsilon_{c1} = 1,44$  ,  $\epsilon_{s1} = 1,8$  (curva 3) .

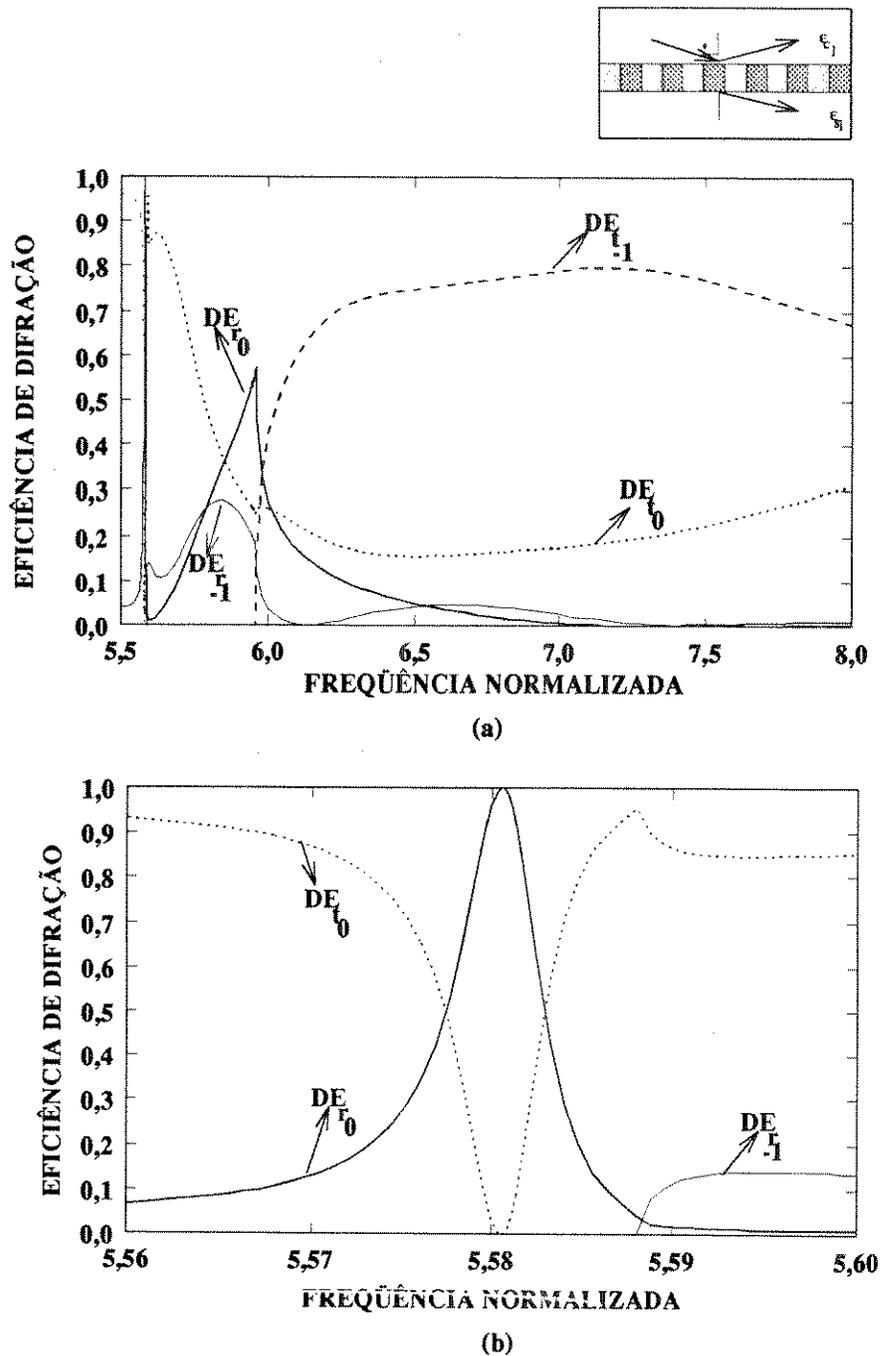


Fig 5.3. Eficiência de difração dos 4 primeiros modos espalhados pelo guia analisado na Fig. 5.1, quando  $\epsilon_{c1} = 1,8$ ,  $\epsilon_{s1} = 1,44$  (curva 4). Em (a) a frequência normalizada se estende de 5,5 a 8,0, enquanto que em (b) apenas a faixa de 5,56 a 5,60 é mostrada (ampliada).

## 5.2.2 Efeito da inclusão de camadas dielétricas homogêneas

Para investigar-se o efeito das camadas dielétricas homogêneas no comportamento do guia de onda considerou-se inicialmente um guia constituído por uma camada periódica e duas camadas dielétricas homogêneas dispostas uma acima e outra abaixo da região periódica, isolando-a dos meios semi-infinitos, variando-se a espessura ou a constante dielétrica dessas camadas dielétricas homogêneas.

A Fig. 5.4 mostra esse efeito para um guia com camada periódica caracterizada por  $NP = 2$ ,  $\varepsilon_{p1} = 2,56$ ,  $\varepsilon_{p2} = 1,44$ ,  $d_1 = d_2$ ,  $h_p/d = 2,037$ , considerando  $\theta = 45^\circ$  e  $NC = NS = 2$ ,  $\varepsilon_{c1} = 2,56$ ,  $\varepsilon_{s1} = 1,44$ ,  $\varepsilon_{c2} = \varepsilon_{s2} = 1$ , com dimensões  $h_{c1}/h_p = h_{s1}/h_p = 0; 0,01; 0,05$  e  $0,1$ . Portanto a curva com  $h_{c1} = h_{s1} = 0$  refere-se ao caso sem carregamento ( $NC = NS = 1$ ,  $\varepsilon_{c1} = \varepsilon_{s1} = 1$ ) apresentada na referência [6], que foi reproduzida no Capítulo 4, e está mostrada novamente para comparação. Para  $h_{c1} = h_{s1} = 0,01h_p$ , a reflexão é total quando  $\kappa_0 h_p = 6,253; 6,73$  e  $7,363$ , com larguras de bandas iguais a  $0,0085\%; 0,52\%$  e  $0,81\%$ , respectivamente. Quando  $h_{c1} = h_{s1} = 0,05h_p$ , a reflexão é total em  $\kappa_0 h_p = 6,205; 6,57$  e  $7,126$ , com larguras de bandas (%) iguais a  $0,035; 0,37$  e  $1,1$ , respectivamente. Portanto, mesmo quando  $h_{c1} = h_{s1} = 0,01h_p$ , já há um deslocamento na frequência de reflexão total (para valores menores), e esse deslocamento aumenta com  $h_{c1}/h_p$ ,  $h_{s1}/h_p$  e com a frequência normalizada. Associado a isso, observou-se que quando  $h_{c1}/h_p$  e  $h_{s1}/h_p$  aumentam, a largura de banda ( $|r_0|^2 = 0,9$ ) em torno das frequências de reflexão máxima aumenta para o 1º e o 3º pico e diminui para o 2º pico. Para a curva na qual  $h_{c1} = h_{s1} = 0,1h_p$ , ou seja, quando a espessura das camadas dielétricas homogêneas é igual a 10% da espessura da camada periódica, observaram-se 4 picos de reflexão em  $\kappa_0 h_p = 6,119; 6,418; 6,939$  e  $7,489$ , com larguras de banda iguais a  $0,1\%; 0,1\%; 0,8\%$  e  $0,2\%$ , respectivamente. Esses 4 picos de reflexão situam-se todos na faixa de frequências em que o modo  $m = -1$  propaga-se na camada periódica  $\kappa_0 h_p > 6,105$ , obedecida a condição de espalhamento de um único modo para fora do guia (ar), dada pela equação (4.9), ou seja, para  $\kappa_0 h_p < 7,497$ . Observe-se que o segundo modo já é propagante para  $\kappa_0 h_p > 5,547$  dentro da camada dielétrica superior ( $\varepsilon_{c1} = 2,56$ ) e para  $\kappa_0 h_p > 6,711$  dentro da camada dielétrica inferior ( $\varepsilon_{s1} = 1,44$ ). Observe-se também que a curva com  $h_{c1} = h_{s1} = 0,05h_p$  já mostra a tendência de pico em  $|r_0|^2$  quando a frequência normalizada aproxima-se da frequência calculada pela expressão (4.9). Este comportamento pode ser melhor observado na Fig. 5.5 onde se mostram curvas para guias com  $h_{c1}/h_p = h_{s1}/h_p = 0,08$  e  $0,2$ , mantidos os demais parâmetros da Fig. 5.4. Pode-se perceber que a tendência ao 4º pico é mais pronunciada na curva na qual  $h_{c1} = h_{s1} = 0,08h_p$  quando  $\kappa_0 h_p \rightarrow 7,497$ . A Fig. 5.5 mostra também que, quando  $h_{c1} = h_{s1} = 0,2h_p$  existem 5 frequências de reflexão total. Entretanto, o primeiro pico ocorre na frequência  $\kappa_0 h_p = 5,919$ , na qual apenas o modo fundamental é não evanescente dentro da camada periódica. Para as

curvas mostradas na Fig. 5.5 ocorre reflexão total em  $\kappa_0 h_p = 6,158$  ;  $6,469$  e  $7,00$  com larguras de banda (%) iguais a  $0,084$  ;  $0,23$  e  $0,1$  , quando  $h_{c_1} = h_{s_1} = 0,08h_p$ . e em  $\kappa_0 h_p = 5,919$  ;  $6,30$  ;  $6,733$  ;  $7,142$  e  $7,476$  com larguras de banda (%) iguais a  $0,062$  ;  $0,018$  ;  $0,23$  ;  $0,76$  e  $0,42$  , quando  $h_{c_1} = h_{s_1} = 0,2h_p$ .

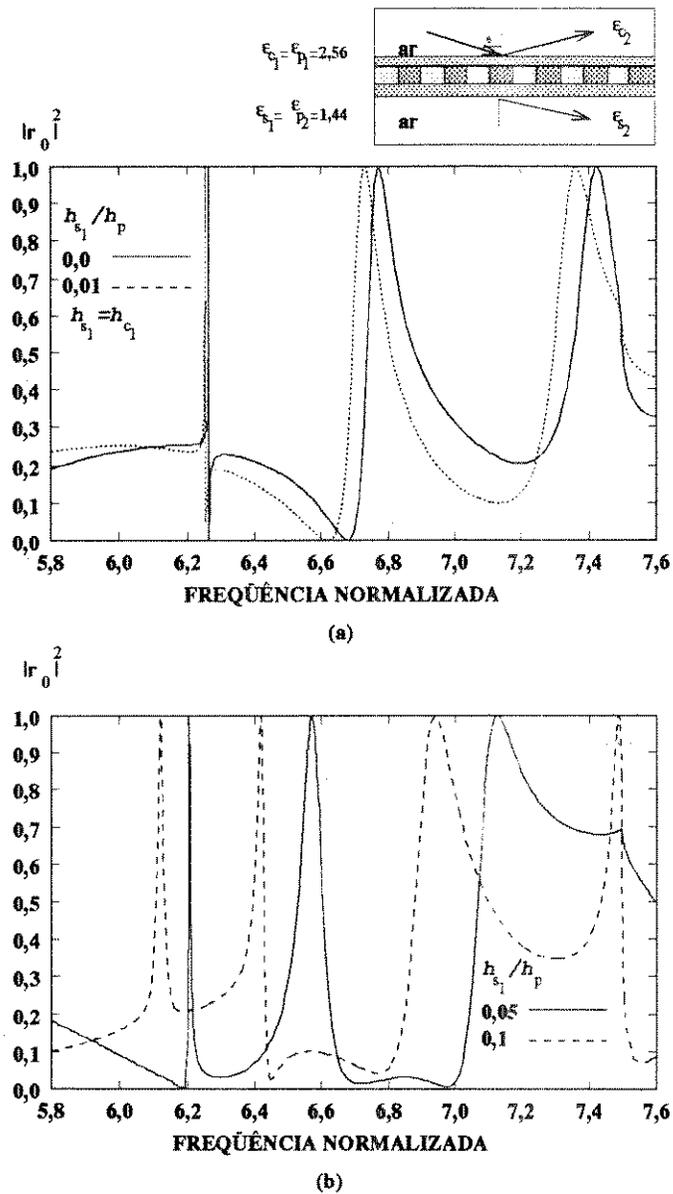


Fig 5.4. Efeito da inclusão de camadas dielétricas homogêneas no comportamento diacrítico do guia de onda com  $NP = 2$ ,  $\epsilon_{p1} = 2,56$ ,  $\epsilon_{p2} = 1,44$ ,  $d_1 = d_2$ ,  $h_p/d = 2,037$ ,  $\theta = 45^\circ$ ,  $NC = NS = 2$ ,  $\epsilon_{c1} = 2,56$ ,  $\epsilon_{s1} = 1,44$ ,  $\epsilon_{c2} = \epsilon_{s2} = 1$ , considerando  $h_{c1}/h_p = h_{s1}/h_p = 0; 0,01$  (a), e  $0,05; 0,1$ (b).

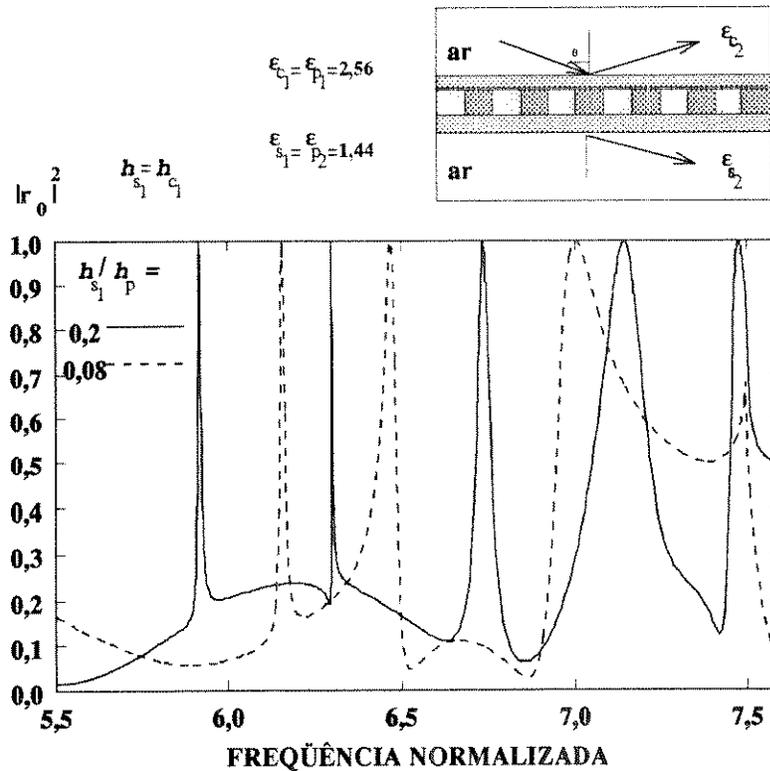


Fig 5.5. Idem Fig. 5.4, considerando  $h_{c_1}/h_p = h_{s_1}/h_p = 0,08$  e  $0,2$ .

A Fig. 5.6 mostra esse mesmo efeito, considerando ainda que a camada periódica apresenta variação tipo degrau, com célula característica formada pelo arranjo de 8 lâminas dielétricas caracterizadas por  $\epsilon_{p_1} = 1,9$ ,  $\epsilon_{p_2} = \epsilon_{p_8} = 2,2$ ,  $\epsilon_{p_3} = \epsilon_{p_7} = 1,6$ ,  $\epsilon_{p_4} = \epsilon_{p_6} = 2,56$ ,  $\epsilon_{p_5} = 1,4$ , com  $d_1 = d_5 = 0,2d$  e  $d_2 = d_3 = d_4 = d_6 = d_7 = d_8 = 0,1d$ , com relação  $h_p/d = 2,037$ . As camadas dielétricas homogêneas são especificadas por  $NC = NS = 2$ ,  $\epsilon_{c_1} = 2,56$ ,  $\epsilon_{s_1} = 1,44$ ,  $\epsilon_{c_2} = \epsilon_{s_2} = 1$  e o ângulo de incidência é igual a  $45^\circ$ . Os resultados mostrados consideram camadas dielétricas com espessuras determinadas pelas relações  $h_{c_1}/h_p = h_{s_1}/h_p = 0,1$  e  $0,2$ . A Fig. 5.7 ilustra o mesmo comportamento, mas considerando que a camada periódica do guia de onda possui constante dielétrica modulada senoidalmente, com  $\epsilon_a = 1,94$  e índice de modulação ( $M$ ) igual a  $0,04581$ . Esses valores de  $\epsilon_a$  e  $M$  foram tomados de acordo com a teoria apresentada no Capítulo 4, para que as camadas periódicas sejam equivalentes. Para o caso sem carregamento ( $h_{c_1} = h_{s_1} = 0$ ), esses guias foram analisados no Capítulo 4, quando se fez a comparação entre o comportamento dicróico de guias de onda com camada periódica com variação degrau e com modulação senoidal. As curvas para o coeficiente de reflexão do modo fundamental desses guias (sem carregamento) foram mostradas na Fig 4.16. Observa-se das Figs. 5.6 e 5.7 que essa equivalência entre o comportamento dicróico de guias de onda com grade dielétrica com camada periódica com modulação senoidal e com variação de-

grau permanece quando se faz o carregamento das camadas periódicas por camadas dielétricas homogêneas.

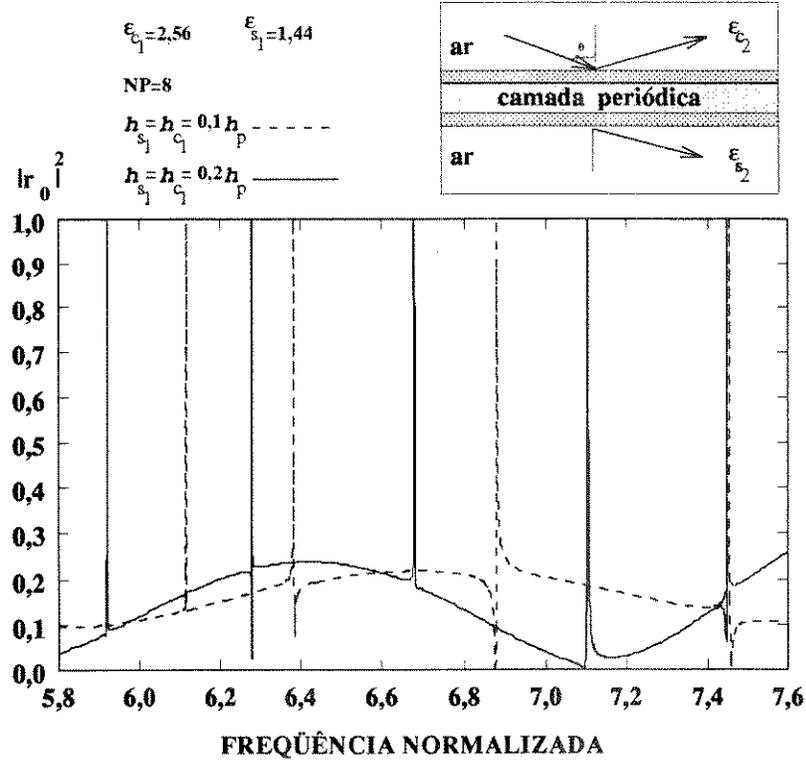


Fig 5.6. Efeito da inclusão de camadas dielétricas homogêneas no comportamento di-cróico do guia de onda com  $NP = 8$ ,  $\epsilon_{p_1} = 1,9$ ,  $\epsilon_{p_2} = \epsilon_{p_8} = 2,2$ ,  $\epsilon_{p_3} = \epsilon_{p_7} = 1,6$ ,  $\epsilon_{p_4} = \epsilon_{p_6} = 2,56$ ,  $\epsilon_{p_5} = 1,4$ , com  $d_1 = d_5 = 0,2d$  e  $d_2 = d_3 = d_4 = d_6 = d_7 = d_8 = 0,1d$ ,  $h_p/d = 2,037$ ,  $\theta = 45^\circ$ ,  $NC = NS = 2$ ,  $\epsilon_{c_1} = 2,56$ ,  $\epsilon_{s_1} = 1,44$ ,  $\epsilon_{c_2} = \epsilon_{s_2} = 1$ , considerando  $h_{c_1}/h_p = h_{s_1}/h_p = 0,1$  e  $0,2$ .

A Fig. 5.8 mostra a eficiência de difração dos 4 primeiros principais modos espalhados para o guia com camada periódica modulada senoidalmente analisado na Fig 5.7, quando  $h_{c_1} = h_{s_1} = 0,2h_p$ . Observa-se que a eficiência de difração dos modos de maior ordem, transmitido e refletido, permanece com valores abaixo de 0,05 na faixa investigada. Esse comportamento foi também observado quando  $h_{c_1} = h_{s_1} = 0$  (sem carregamento) e  $0,1h_p$ , assim como para o guia de onda com camada periódica com variação degrau equivalente ( $NP = 8$ ), analisado na Fig. 5.6. Observe-se, entretanto, que este comportamento difere do observado quando o índice de modulação da camada periódica é maior, como pode ser visto nas Figs. 4.5, 5.2 e 5.3, onde a amplitude do modo superior transmitido ( $n = -1$ ) aumenta. Estas observações podem ser interessantes para o projeto de dispositivos como divisores de feixes.

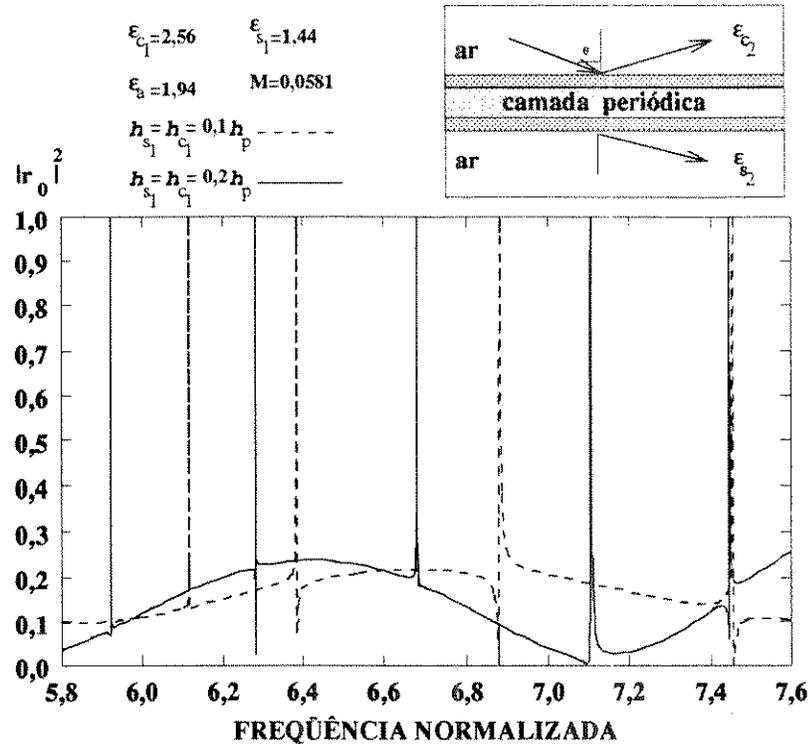


Fig 5.7. Efeito da inclusão de camadas dielétricas homogêneas no comportamento diacrítico do guia de onda com modulação senoidal na camada periódica com  $\epsilon_a = 1,94$ ,  $M = 0,04581$ ,  $h_p/d = 2,037$ ,  $\theta = 45^\circ$ ,  $NC = NS = 2$ ,  $\epsilon_{c_1} = 2,56$ ,  $\epsilon_{s_1} = 1,44$ ,  $\epsilon_{c_2} = \epsilon_{s_2} = 1$ , considerando  $h_{c_1}/h_p = h_{s_1}/h_p = 0,1$  e  $0,2$ .

Concordando com o que foi verificado nas Figs. 5.4 e 5.5, pode-se verificar nas Figs. 5.6 e 5.7, que existe reflexão total em quatro frequências quando  $h_{c_1} = h_{s_1} = 0,1 h_p$ , e que esse número sobe para 5 quando as espessuras das lâminas dielétricas homogêneas são iguais a  $0,2 h_p$ . Para as curvas mostradas na Fig 5.6, quando  $h_{c_1} = h_{s_1} = 0,1 h_p$ , as reflexões totais ocorrem nas frequências  $\kappa_0 h_p = 6,114$ ;  $6,383$ ;  $6,879$  e  $7,455$  com larguras de bandas (%) iguais  $0,0014$ ;  $0,0043$ ;  $0,011$  e  $0,0076$ , respectivamente. Para os guias em que  $h_{c_1} = h_{s_1} = 0,2 h_p$  as reflexões totais ocorrem nas frequências  $\kappa_0 h_p = 5,919$ ;  $6,279$ ;  $6,678$ ;  $7,103$  e  $7,447$ , com larguras de bandas (%) iguais  $0,00083$ ;  $0,00051$ ;  $0,0058$ ;  $0,013$  e  $0,0037$ , respectivamente. Para as curvas mostradas na Fig. 5.7, quando a espessura das lâminas dielétricas homogêneas é igual a  $0,1 h_p$ , observou-se reflexão total nas frequências  $\kappa_0 h_p = 6,116$ ;  $6,385$ ;  $6,882$  e  $7,456$ , com larguras de bandas (%) iguais a  $0,0016$ ;  $0,0047$ ;  $0,012$  e  $0,0083$ , respectivamente. Para o caso em que  $h_{c_1} = h_{s_1} = 0,2 h_p$  observou-se reflexão total em  $\kappa_0 h_p = 5,919$ ;  $6,282$ ;  $6,680$ ;  $7,105$  e  $7,448$ , com larguras de banda (%) iguais a  $0,00084$ ;  $0,00056$ ;  $0,0065$ ;  $0,014$  e  $0,0042$ , respectivamente.

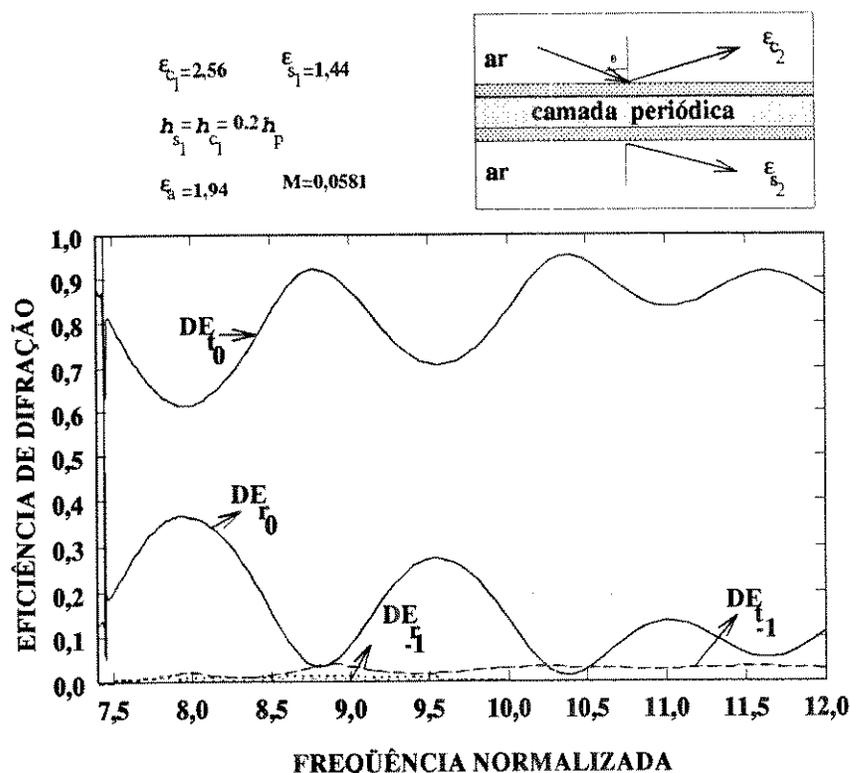


Fig 5.8. Eficiência de difração dos 4 primeiros modos espalhados pelo guia analisado na Fig. 5.7, quando  $h_{c_1} = h_{s_1} = 0,2h_p$ .

Novamente observou-se nas Figs 5.6 e 5.7, que quando  $h_{c_1} = h_{s_1} = 0,2h_p$  a primeira reflexão total ocorre na mesma frequência ( $\kappa_0 h_p = 5,919$ ) do guia com variação degrau na camada periódica, analisado na Fig. 5.5. Nesta frequência, para os guias analisados nas Figs 5.5, 5.6 e 5.7, apenas o modo fundamental propaga-se na região periódica. Entretanto, na camada dielétrica superior ( $\epsilon_{c_1} = 2,56$ ), o segundo modo passa a propagar-se quando  $\kappa_0 h_p > 5,547$  (e para  $\kappa_0 h_p > 5,547$  na camada dielétrica inferior com  $\epsilon_{c_1} = 1,44$ ). Supõe-se que este pico ocorre em função da excitação do segundo modo na camada dielétrica superior, uma vez que as camadas periódicas dos guias analisados nas Figs. 5.4, 5.5, 5.6 e 5.7; bem como o comportamento do coeficiente de reflexão com a frequência normalizada, apresentado para os casos sem carregamento analisados no Capítulo 4, possuem características distintas.

Uma análise das Figs 5.4 a 5.8 a luz do modelo apresentado no Capítulo 4 para estimação do número de vezes e das frequências nas quais ocorre reflexão total, com espalhamento apenas do modo fundamental, mostra que o mesmo não pode mais ser utilizado, porque, na realidade, existem 3 guias competindo entre si, mesmo quando a espessura das camadas dielétricas homogêneas é pequena (em relação a espessura da camada periódica). Quando a camada periódica é carregada por camadas

dielétricas homogêneas, varia-se a composição de fase dos modos suportados pela estrutura (excitados dentro da camada periódica), modificando-se, como consequência, o comportamento dicróico do guia de onda. Além disso, o comportamento dos campos espalhados pelo guia de onda é influenciado também pelos modos excitados nas camadas dielétricas superpostas à região periódica .

Quando a camada periódica é carregada por camadas dielétricas homogêneas, dependendo da espessura e das constantes dielétricas dessas camadas, pode-se aumentar o número de freqüências nas quais o guia apresenta reflexão total, com a condição de espalhamento apenas do modo fundamental. Observe-se que a espessura mínima das camadas dielétricas homogêneas para que esse número de reflexões totais aumente, depende do valor das suas constantes dielétricas. As Figs. 5.9 e 5.10 confirmam essas observações , onde considerou-se um guia com camada periódica apresentando variação tipo degrau, com  $NP = 2$ ,  $\varepsilon_{p1} = 2,56$ ,  $\varepsilon_{p2} = 1,44$ ,  $d_1 = d_2$ ,  $h_p/d = 2,037$ , considerando  $\theta = 45^\circ$  e  $NC = NS = 2$ , variando-se em cada uma delas as constantes dielétricas e as espessuras das camadas dielétricas homogêneas. A Fig 5.9 considera que  $\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{c1} = 1,44$ , com espessuras iguais a  $h_{s1} = h_{c1} = 0,1$  e  $0,2h_p$ . Para esses guias a reflexão total ocorre nas freqüências (e largura de banda %)  $\kappa_0 h_p = 6,240(0,01)$ ;  $6,666(0,3)$  e  $7,198(0,1)$ , quando  $h_{s1} = h_{c1} = 0,1h_p$  e para  $\kappa_0 h_p = 6,235(0,02)$ ;  $6,632(0,2)$ ;  $7,056(0,4)$  e  $7,375(0,5)$ , quando  $h_{s1} = h_{c1} = 0,2h_p$ . Na Fig. 5.10, as constantes dielétricas das camadas homogêneas são  $\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{c1} = 2,56$ , também com espessuras iguais a  $h_{s1} = h_{c1} = 0,1$  e  $0,2h_p$ . Observe-se nesta figura, que o número de reflexões totais é igual a 4, nas freqüências (e largura de banda %)  $\kappa_0 h_p = 6,08(0,1)$ ;  $6,230(0,1)$ ;  $6,647(0,7)$  e  $7,295(0,5)$ , quando  $h_{s1} = h_{c1} = 0,1h_p$  e igual a 5, nas freqüências (e largura de banda %)  $\kappa_0 h_p = 5,90(0,08)$ ;  $5,943(0,06)$ ;  $6,833(0,3)$ ;  $6,623(0,1)$  e  $7,237(1,5)$ , quando  $h_{s1} = h_{c1} = 0,2h_p$ . As Figs. 5.5 a 5.10 mostram que para obter-se reflexão total na faixa de freqüências em que apenas um modo é propagante na camada periódica , pode-se utilizar uma camada dielétrica homogênea superposta à região periódica (com constante dielétrica maior que a constante dielétrica média da camada periódica).

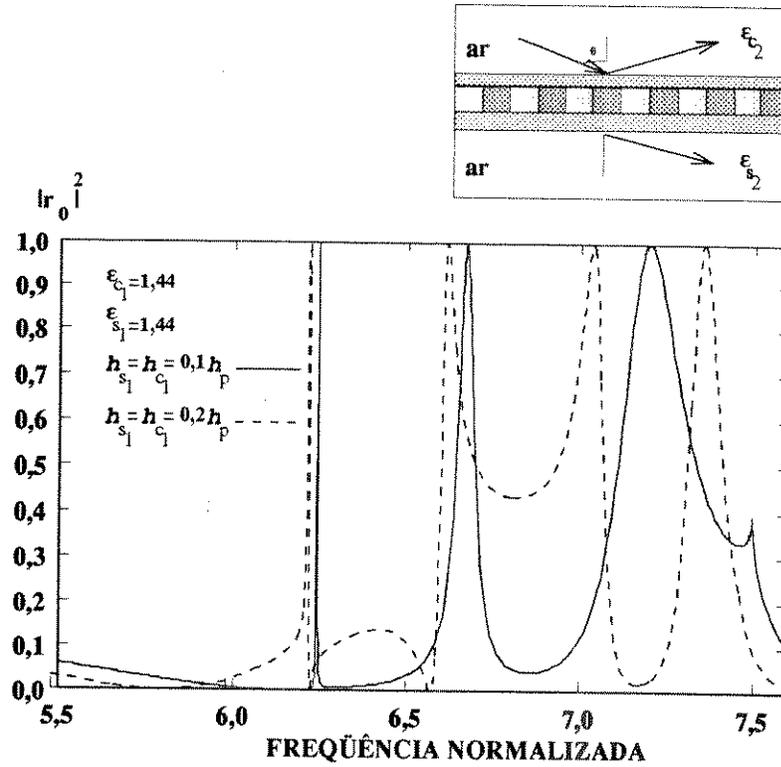


Fig 5.9. Efeito da inclusão de camadas dielétricas homogêneas no comportamento de crítico do guia de onda com  $NP = 2$ ,  $\epsilon_{p1} = 2,56$ ,  $\epsilon_{p2} = 1,44$ ,  $d_1 = d_2$ ,  $h_p/d = 2,037$ ,  $\theta = 45^\circ$ ,  $NC = NS = 2$ ,  $\epsilon_{c1} = \epsilon_{s1} = 1,44$ ,  $\epsilon_{c2} = \epsilon_{s2} = 1$ , para  $h_{c1}/h_p = h_{s1}/h_p = 0,1$  e  $0,2$ .

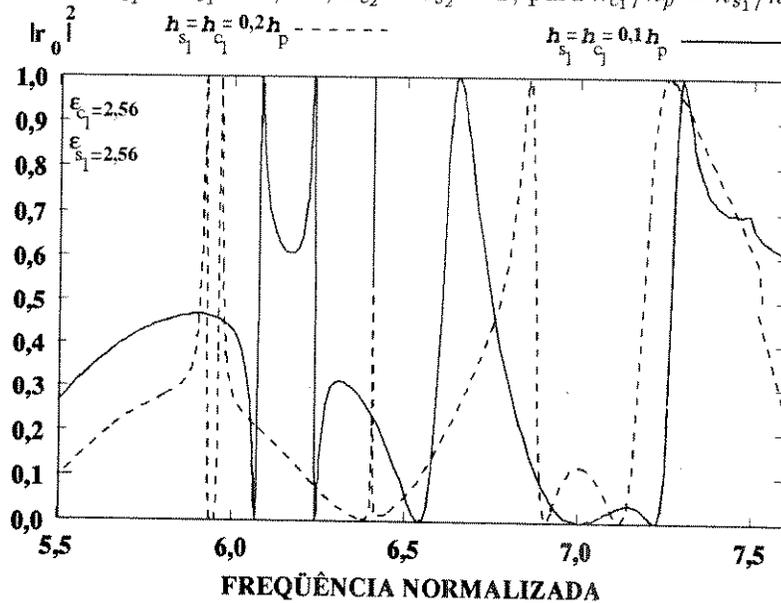


Fig 5.10. Idem Fig 5.9, considerando  $\epsilon_{c1} = \epsilon_{s1} = 2,56$ ,  $\epsilon_{c2} = \epsilon_{s2} = 1$ , com  $h_{c1}/h_p = h_{s1}/h_p = 0,1$  e  $0,2$ .

A Fig. 5.11 mostra o comportamento de  $|r_0|^2$  quando se utilizam mais que duas camadas dielétricas carregando a camada periódica, para  $NC = NS = 4$  e  $5$ . Nas duas curvas considerou-se que o valor de  $\theta$ , bem como as características da camada periódica, são as mesmas analisadas nas Figs. 5.9 e 5.10., e que as camadas dielétricas homogêneas têm a mesma espessura, iguais a  $0,05h_p$ . Quando  $NC = NS = 5$ , as camadas homogêneas são caracterizadas por  $\epsilon_{s_1} = \epsilon_{s_3} = \epsilon_{c_2} = \epsilon_{c_4} = 2,56$ ,  $\epsilon_{s_2} = \epsilon_{s_4} = \epsilon_{c_1} = \epsilon_{c_3} = 1,44$  e  $\epsilon_{s_5} = \epsilon_{c_5} = 1$ ; e por  $\epsilon_{s_1} = \epsilon_{s_3} = \epsilon_{c_2} = 2,56$ ,  $\epsilon_{s_2} = \epsilon_{c_1} = \epsilon_{c_3} = 1,44$  e  $\epsilon_{s_4} = \epsilon_{c_4} = 1$  quando  $NC = NS = 4$ . Observa-se na Fig. 5.11 que quando a espessura total das camadas dielétricas é igual a  $0,2h_p$  ( $NC = NS = 5$ ) ocorre reflexão total 5 vezes nas frequências (e largura de banda %)  $\kappa_0 h_p = 6,131(0,08)$ ;  $6,313(0,1)$ ,  $6,591(0,1)$ ;  $7,037(0,5)$  e  $7,477(0,6)$ , enquanto quando a espessura total é igual a  $0,15h_p$  ( $NC = NS = 4$ ), ocorre reflexão total 4 vezes nas frequências (e largura de banda %)  $\kappa_0 h_p = 6,144(0,09)$ ;  $6,379(0,05)$ ;  $6,731(0,5)$  e  $7,210(0,8)$ . Deste modo, confirma-se na Fig. 5.11 que é possível aumentar-se o número de reflexões totais variando-se a espessura das camadas dielétricas que carregam a camada periódica.

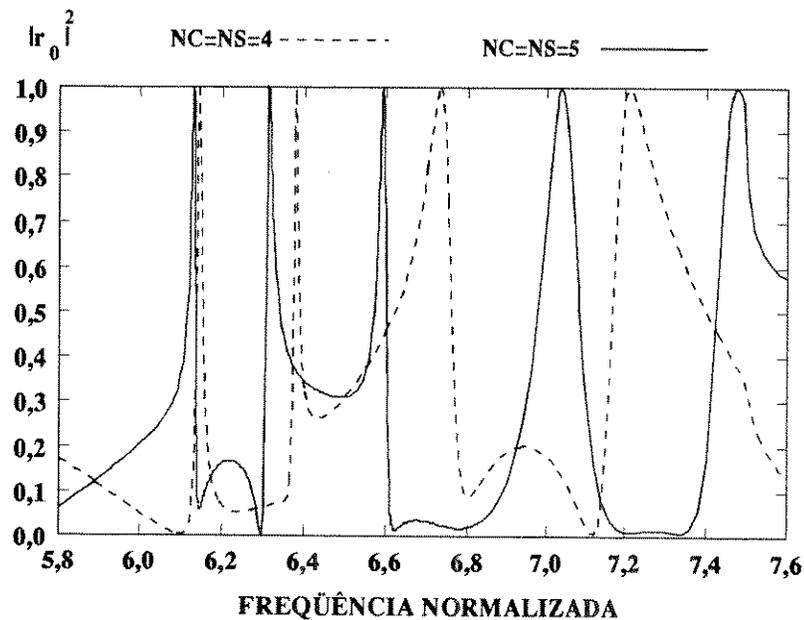


Fig 5.11. Efeito da inclusão de camadas dielétricas homogêneas no comportamento dicróico do guia de onda com  $NP = 2$ ,  $\epsilon_{p_1} = 2,56$ ,  $\epsilon_{p_2} = 1,44$ ,  $d_1 = d_2$ ,  $h_p/d = 2,037$ ,  $\theta = 45^\circ$ , para  $NC = NS = 4$  e  $5$ .

### 5.2.3 Efeito das perdas dielétricas

Como dito anteriormente, a proposta da utilização dos guias de onda com grade dielétrica como superfícies dicróicas na faixa de ondas milimétricas, foi feita baseando-se nas baixas perdas dielétricas apresentadas por essas estruturas, quando comparadas às estruturas metálicas [6]. Desse modo, torna-se interessante investigar como varia o comportamento seletivo dos guias de onda analisados, quando se consideram as perdas dielétricas, o que será feito a seguir.

Para verificar-se esse efeito, analisou-se o mesmo guia apresentado por Bertoni *et al.*[6] ( $NP = 2, h_p/d = 2,037, NC = CS = 1, \epsilon_{c_1} = \epsilon_{s_1} = 1$ ), para um ângulo de incidência igual a  $45^\circ$ , considerando-se que as constantes dielétricas do material da camada periódica agora são dadas por  $\epsilon_{p_1} = 2,56 - j\epsilon''_{p_1}$  e  $\epsilon_{p_2} = 1,44 - j\epsilon''_{p_2}$ .

As Figs. 5.12 a 5.13 mostram o efeito das perdas dielétricas no comportamento dos coeficientes de reflexão e de transmissão, respectivamente, para um guia com essas características, em torno da frequência do 1º pico de reflexão (e nulo de transmissão), considerando-se  $\epsilon''_{p_1} = \epsilon''_{p_2} = 10^{-3}, 10^{-4}$  e  $10^{-5}$ . A Fig. 5.14 mostra esse mesmo efeito para a faixa de frequências onde ocorrem os outros dois picos, considerando apenas  $\epsilon''_{p_1} = \epsilon''_{p_2} = 10^{-3}$ . As curvas com  $\epsilon''_{p_1,2} = 0$  referem-se aos casos sem perdas dielétricas. Pode-se observar nessas figuras, que as perdas dielétricas tem um efeito mais significativo no 1º pico de reflexão, o que era esperado, uma vez que nessa frequência o fator Q é maior. Pode-se observar também nas Figs. 5.12 e 5.13, que parte da perda no sinal refletido é devido à transferência para o sinal transmitido. Isto é explicado baseando-se no fato de que a composição de fase dos modos suportados dentro da camada periódica em torno desse ponto de transmissão nula (reflexão total) é modificada pelas perdas dielétricas. As perdas por absorção dielétrica no caso menos favorável ( $\epsilon''_{p_1} = \epsilon''_{p_2} = 10^{-3}$ ) são menores que 0,1%, exceto em torno do 1º pico de reflexão, quando sobem a cerca de 40%. O comportamento das perdas dielétricas na faixa de frequências normalizadas investigadas é mostrado na Fig. 5.15 para esse caso. A Fig. 5.15 mostra também as perdas por absorção dielétrica na faixa de frequências do 1º pico de reflexão para  $\epsilon''_{p_1} = \epsilon''_{p_2} = 10^{-4}$  e  $10^{-5}$ . É interessante ressaltar que a amplitude dos modos de maior ordem radiados (quando  $\kappa_0 h_p > 7,497$ ) também não variou significativamente na faixa investigada.

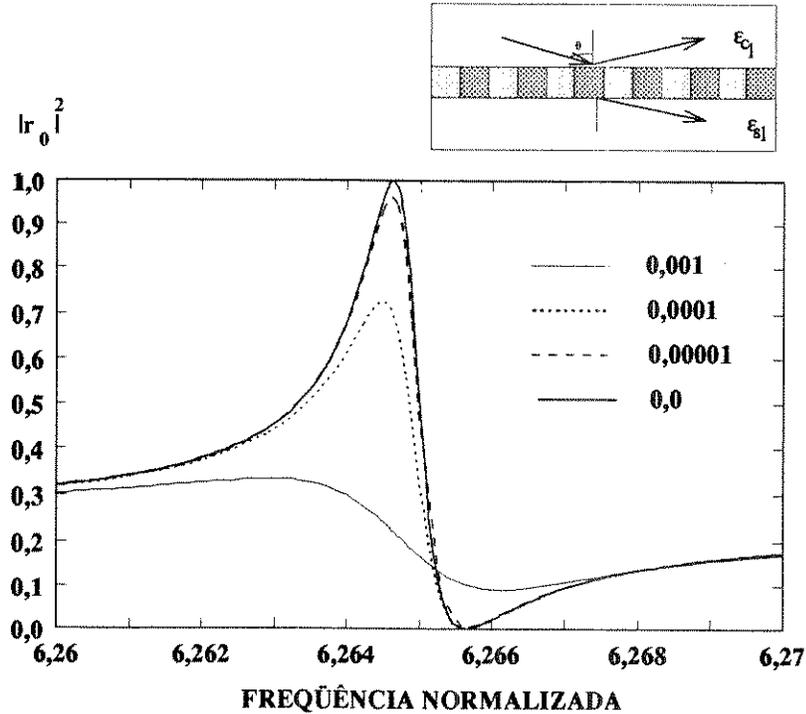


Fig 5.12. Efeito das perdas dielétricas no comportamento do coeficiente de reflexão de um guia de onda com  $NP = 2$ ,  $\epsilon_{p1} = 2,56 - j\epsilon_{p1}''$ ,  $\epsilon_{p2} = 1,44 - j\epsilon_{p2}''$ ,  $d_1 = d_2$ ,  $h_p/d = 2,037$ ,  $NC = NS = 1$ ,  $\epsilon_{c1} = \epsilon_{s1} = 1$ , e  $\theta = 45^\circ$ , em torno da frequência do 1º máximo de reflexão, considerando  $\epsilon_{p1}'' = \epsilon_{p2}'' = 10^{-3}$ ,  $10^{-4}$  e  $10^{-5}$ .

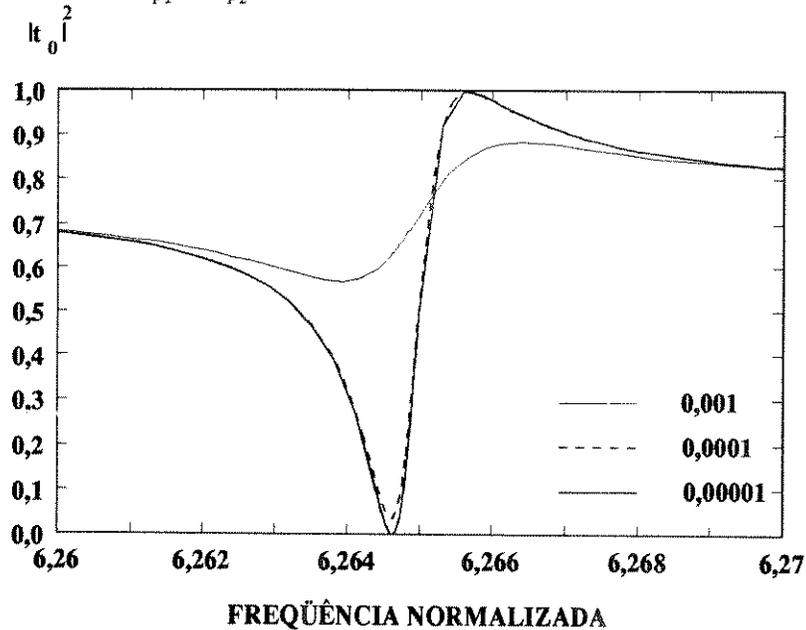


Fig 5.13. Efeito das perdas dielétricas no comportamento do coeficiente de transmissão do mesmo guia analisado na Fig. 5.12 em torno da frequência do 1º máximo de reflexão, considerando  $\epsilon_{p1}'' = \epsilon_{p2}'' = 10^{-3}$ ,  $10^{-4}$  e  $10^{-5}$ .

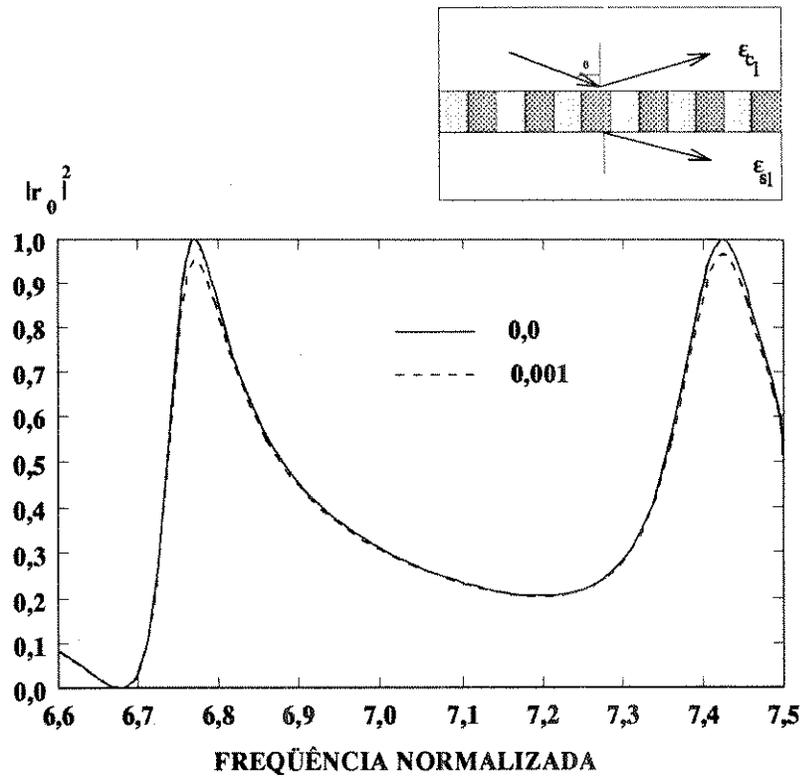


Fig 5.14. Idem Fig. 5.12, considerando a faixa de frequências normalizadas onde ocorrem o 2º e 3º máximos de reflexão, para  $\epsilon_{p1}'' = \epsilon_{p2}'' = 10^{-3}$  e 0.

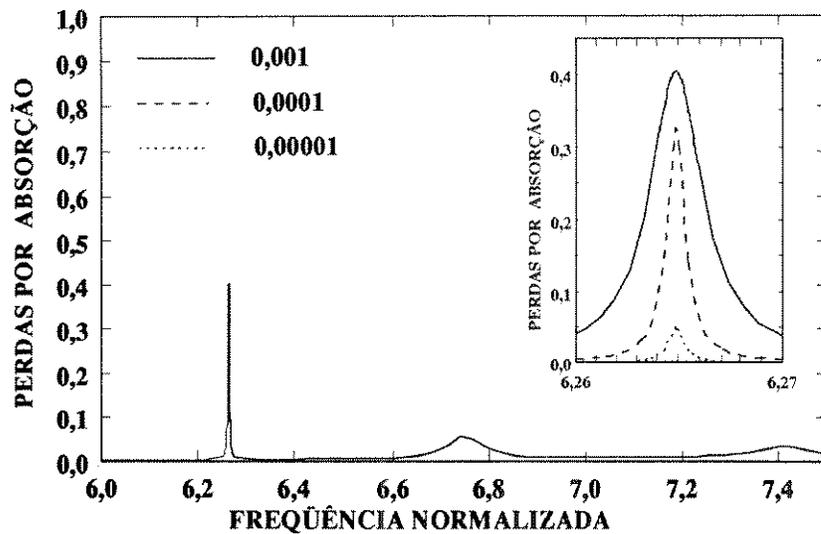


Fig 5.15. Comportamento das perdas por absorção dielétrica para o guia analisado na Fig. 5.12 com a frequência normalizada, quando  $\epsilon_{p1}'' = \epsilon_{p2}'' = 10^{-3}, 10^{-4}$  e  $10^{-5}$ .

# Capítulo 6

## Conclusões

Neste trabalho foram analisadas as características de reflexão e de transmissão seletivas em frequência de guias de onda com grade dielétrica , explorando o potencial de utilização dessas estruturas como superfícies dicróicas , aplicáveis à faixa de ondas milimétricas. Essa utilização para os guias de onda com grade dielétrica foi apresentada por Bertoni *et al.*[6], considerando as baixas perdas dielétricas apresentadas nessa faixa de frequências .

Para análise dos coeficientes de reflexão e de transmissão dos campos espalhados por esses guias, utilizou-se a teoria modal bidimensional de Peng *et al.*[5]. Essa teoria é rigorosa, para os casos em que as grades dielétricas são infinitas ao longo da direção da periodicidade e apresentam um perfil plano, mas pode também ser aplicada em problemas que envolvem grades com perfis arbitrários. Entretanto, apesar de ter sido utilizada a formulação apresentada em [5], para obtenção da constante de propagação e dos campos dentro da camada periódica, o cálculo dos coeficientes de reflexão e de transmissão foi feito de uma maneira ligeiramente diferente, também aplicando-se condições de contorno ao longo das fronteiras entre as camadas dielétricas , obtendo-se expressões que permitem avaliar, de maneira imediata, os campos em qualquer região do guia. Como resultado, as expressões apresentadas envolvem um número maior de operações matriciais, mas isto não resultou em maiores dificuldades computacionais.

Quando a camada periódica apresenta variação tipo degrau, a obtenção da constante de propagação e dos campos dentro da camada periódica pode também ser feita, de maneira mais simples, a partir das características de propagação dos campos em estruturas periódicas formadas por multicamadas dielétricas infinitas. Tendo em vista essas observações , foi desenvolvida uma formulação geral, que permite analisar as características de propagação nessas estruturas com multicamadas dielétricas periódicas e infinitas, considerando que a célula característica é constituída por um número arbitrário de lâminas dielétricas . Esta extensão é uma das contri-

buições deste trabalho. Foi mostrado que as configurações das bandas, e dos campos associados a essas estruturas podem ser alteradas convenientemente, quando se introduzem lâminas dielétricas na célula característica da estrutura periódica. Além disso, mostrou-se que essa formulação pode ser utilizada para análises de estruturas periódicas finitas ao longo da direção da periodicidade.

Os resultados apresentados por Bertoni *et al.*[6] consideram guias compostos por apenas uma camada periódica isolada, com célula característica formada por apenas duas lâminas dielétricas, de mesma dimensão e sem perdas, considerando modos com polarização tipo **TE**. As contribuições apresentadas neste trabalho, estendem as análises apresentadas por Bertoni *et al.*[6], explorando exaustivamente várias configurações de projeto para utilização dos guias de onda com grade dielétrica como superfícies dicróicas.

Foi mostrado inicialmente, no Capítulo 4, como o comportamento dicróico destes guias varia, quando se altera a configuração da região periódica: introduzindo-se lâminas dielétricas na célula característica, variando-se a espessura dessas lâminas dielétricas, ou quando se modifica a relação altura/período da camada periódica. Em seguida mostrou-se como o comportamento seletivo varia com o ângulo de incidência da onda que excita o guia. Foi mostrado também que a mesma resposta pode ser obtida quando a camada periódica apresenta uma variação tipo senoidal, escolhendo-se convenientemente o índice de modulação da constante dielétrica média da camada periódica. A vantagem da utilização de uma camada periódica com variação senoidal é a possibilidade de um ajuste eletrônico.

Mostrou-se que, nas frequências em que apenas um modo propaga-se dentro da camada periódica do guia, esta comporta-se aproximadamente como um filtro de meia onda. Mostrou-se, também, que o guia apresenta um determinado número de reflexões máximas, situadas numa faixa de frequências bem definida. Essa faixa de frequências tem, como limite inferior, a frequência de corte, a partir da qual o segundo modo propaga-se (ao longo da direção transversal à periodicidade) dentro da região periódica, e como limite superior, a frequência de corte, a partir da qual o segundo modo espalha-se para fora do guia. Foram apresentadas expressões analíticas simples que permitem estimar a faixa e as frequências nas quais as reflexões totais ocorrem, quando a constante dielétrica da camada periódica apresenta pequenas variações. Além disso, mostrou-se que destas expressões podem ser deduzidas outras, que auxiliam no cálculo dos outros parâmetros de projeto destes guias, tais como altura e período da camada periódica, ângulo de incidência e constantes dielétricas dos materiais utilizados. Apesar de aproximadas, estas expressões mostraram-se úteis ao projeto, e também ajudaram a entender as modificações observadas no comportamento dicróico do guia.

No Capítulo 5 foram mostrados os efeitos dos meios que limitam a região periódica, pela inclusão de camadas dielétricas acima e abaixo da região periódica do guia, bem como o efeito das perdas dielétricas. O comportamento dos guias de onda com grade dielétrica é sensível a essas modificações. Mostrou-se que o número de reflexões totais pode ser alterado, dependendo das características dos meios que limitam a camada periódica. Com relação às perdas, mostrou-se que estas devem ser consideradas, dependendo da frequência e do fator  $Q$  do ponto de operação.

Os resultados apresentados nos Capítulos 4 e 5 mostraram a viabilidade de utilização dos guias de onda com grade dielétrica como superfícies dicróicas, apresentando várias configurações para o projeto dessas estruturas. Entretanto, apesar do enfoque dado neste trabalho, as contribuições aqui apresentadas são válidas também ao projeto de dispositivos nos quais os guias de onda com grade dielétrica são utilizados nessa mesma configuração, tais como em divisores de feixes, filtros, acopladores, dentre outros.

Uma extensão natural deste trabalho é fazer as mesmas análises, considerando que os campos apresentam polarização tipo **TM**. Neste caso, como no caso **TE** aqui analisado, é possível encontrar-se expressões para estimação das frequências de reflexão máxima. Observe-se entretanto, que esses máximos de reflexão, bem como os de transmissão, ocorrem em diferentes frequências. Este fato possibilita a utilização dos guias estudados como polarizadores [45]. No caso de polarização **TM**, o cálculo dos elementos da matriz **G**, a partir da qual se obtém a constante de propagação para os campos propagando-se dentro da grade, é mais complicado, em decorrência das funções envolvidas nos cálculos dos termos da expansão de  $\kappa(x)^2$  em série de Fourier. Observe-se entretanto que, para o caso de grades retangulares, a formulação utilizada no Capítulo 2 permite essa obtenção de maneira simples.

Outra possível extensão deste trabalho é o estudo dos guias de onda considerando que a fronteira da camada periódica apresenta um perfil arbitrário, utilizando a aproximação sugerida no Capítulo 3. Neste caso, é esperado que existam perfis que realcem o sinal refletido e/ou transmitido, a exemplo das aplicações existentes em acopladores e em lasers, onde são utilizados perfis tipo "dente de serra" visando evitar a perda de energia para direções indesejáveis. Nesta linha, a configuração dos guias de onda analisadas no Capítulo 5, pode ser também utilizada, simulando-se um espelho dielétrico, com um arranjo de lâminas dielétricas acima ou abaixo da camada periódica, a exemplo do trabalho apresentado na referência [46].

Apesar das análises deste trabalho envolverem apenas o cálculo dos campos espalhados, a formulação apresentada permite a análise destes guias, visando aplicações nas quais estes são utilizados para guiamento. Deste modo, um estudo poderá

também ser feito para dispositivos como lasers semicondutores, observando-se as modificações nas características do dispositivo com relação aos parâmetros do guia de onda .

As análises envolvidas aqui consideram problemas bidimensionais. Entretanto, em várias aplicações , torna-se de interesse prático considerar problemas tridimensionais. O trabalho apresentado por Peng [15] estende a formulação de Peng *et al.*[5] para guias de onda com grade dielétrica , considerando um caso geral de incidência oblíqua, entretanto até o momento ainda não foram publicados resultados numéricos utilizando-se esta formulação , o que também é deixado aqui como sugestão . Os resultados obtidos podem ser comparados com os apresentados nas referências [11], [12] e [16].

# Bibliografia

- [1] "Grating diffraction", Ed. T. K. Gaylord e E. N. Glysts, *Journal Opt. Soc. America A*, vol. 7, n° 8, Agosto 1990, pgs. 1357-1566.
- [2] "Grating diffraction", Ed. T. K. Gaylord e E. N. Glysts, *Journal Opt. Soc. America A*, vol. 7, n° 9, Settembre 1990, pgs. 1661-1800.
- [3] C. Elachi, "Waves in Active and Passive Periodic Structures. - A Review", *Proceedings IEEE*, vol. 64, pgs. 1666-1698, Dez. 1976.
- [4] T. K. Gaylord e M. G. Moharam, "Analysis and Application of Optical Diffractions by Gratings", *Proceedings IEEE*, vol. 73, pgs. 894-938, Maio 1985.
- [5] S. T. Peng, T. Tamir e H. L. Bertoni, "Theory of Periodic Dielectric Waveguides", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol MTT-23, pgs. 123-133, Jan. 1975.
- [6] H. L. Bertoni, L. S. Cheo e T. Tamir, "Frequency-Selective Reflection and Transmission by a Periodic Layer", *IEEE Trans. Antennas and Prop.*, vol AP-37, pgs. 78-83, Jan. 1989.
- [7] R. Mittra, C.H .Chan e T. Cwik, "Techniques for Analysing Frequency Selective Surface - A Review", *Proceedings IEEE*, vol. 76 ,pgs. 1593-1615, Dez. 1988.
- [8] R. Parke, R. Waarts, D. F. Welch, A. Hardy , W. Streifer e D. R. Scifres, "High Efficiency, High Uniformity, Grating Coupled Surface Emitting Lasers", *Electron. Lett.*, vol. 26, pgs. 125-127, Janeiro 1990.
- [9] R. Parke, R. Waarts, D. F. Welch, A. Hardy , W. Streifer e D. R. Scifres, "High Power, 16 W, Grating Surface Emitting Lasers with a Superlattice Substrate Reflector", *Electron. Lett.*, vol. 26, pgs. 757-758, Maio 1990.
- [10] T. K. Gaylord e M. G. Moharam, "Planar Dielectric Grating Diffraction Theories", *Applied Physics B*, vol. 28, pgs 1-14, Janeiro 1982.

- [11] E. N. Glitsys e T. K. Gaylord, "Three-Dimensional Vector Coupled-Wave Analysis of Planar Grating Diffraction," *Journal Opt. Soc. America A*, vol. 73, pgs. 1105-1112, Agosto 1983.
- [12] E. N. Glitsys e T. K. Gaylord, "Three-Dimensional (Vector) Rigorous Coupled-Wave Analysis of Anisotropic Grating Diffraction," *Journal Opt. Soc. America A*, vol. 7, pgs. 1399-1420, Agosto 1990.
- [13] M. Moaveni, "Plane Wave Diffraction by Dielectric Gratings, Finite Difference Formulation," *IEEE Trans. Antennas and Prop.*, vol. AP-37, pgs. 1026-1031, 1989.
- [14] N. Nakata, M. Koshihara e M. Suzuki, "Finite-Element Analysis of Plane Wave Diffraction from Dielectric Gratings," *Electron. Commun. Japanese*, vol. 70, pgs. 42-52, 1987.
- [15] S. T. Peng, "Rigorous Formulation of Scattering and Guidance by Dielectric Gratings Waveguides: General Case of Oblique Incidence," *Journal Opt. Soc. America A*, vol. 6, pgs. 1869-1883, Dez. 1989.
- [16] K. Matsumoto, K. Rokushima e J. Yamakita, "Three-Dimensional Rigorous Analysis of Dielectric Gratings Waveguides for General Cases of Oblique Propagation," *Journal Opt. Soc. America A*, vol. 10, pgs. 269-276, Fevereiro 1993.
- [17] R. Magnusson e T. K. Gaylord, "Equivalence of Multiwave Coupled-Wave Theory and Modal Theory for Periodic Media Diffraction," *Journal Opt. Soc. America A*, vol. 68, pgs. 1777-1779, Dezembro 1978.
- [18] L. R. Lewys e A. Hessel, "Propagation Characteristics of Periodic Array of Dielectric Slabs," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-19, pgs. 276-286, Mar. 1971.
- [19] J. C. W. A. Costa e A. J. Giarola, "Electromagnetic Wave Propagation in Multilayer Dielectric Periodic Structures" *IEEE Trans. Antennas and Prop.*, vol. 41., pgs. 1432-1428, Out. 1993.
- [20] J. C. W. A. Costa e A. J. Giarola, "Características de Propagação em Estruturas Dielétricas Periódicas", *Anais do V Simp. da Soc. Bras. de Microondas*, Brasília, DF, Brasil, pgs. 187-191, Julho 1992.
- [21] J. C. W. A. Costa e A. J. Giarola, "Propagation Characteristics in Multilayered Dielectric Periodic Structures", *Proc. Seventeenth International Conference on Infrared and Millimeter Waves*, Pasadena, CA, Dez. 1992.

- [22] J. C. W. A. Costa e A. J. Giarola, "Wave Propagation in Multilayer Dielectric Periodic Structures", *Proc. 1993 International Antennas and Propagation Symposium*, Ann Arbor, MI, USA, Jul. 1993, pgs. 1964-1967.
- [23] Y. F. Li, K. Iizuka, e J. W. Y. Lit, "Equivalent Method for Optical Waveguides with a Multiple Quantum-Well Structure", *Optics Letters*, vol. 17, pgs. 273-275, Fev. 1992.
- [24] Y. F. Li, K. Iizuka, e J. W. Y. Lit, "Periodic Stratified Structure in a Multilayer Planar Optical Waveguide," *Journal Opt. Soc. America A*, vol. 9, pgs. 559-568, Abril 1992.
- [25] G. Lenz e J. Salzman, "Bragg Reflection Waveguide Composite Structures," *IEEE J. Quant. Electr.*, vol. 26, pgs. 519-53, Março 1990.
- [26] T. Miyoshi, H. Goto e H. Kimura, "Transmission Characteristics of Optical Waveguides with MQW Structures," *Electronics Letters*, vol. 22, pgs. 953-954, Agosto 1986.
- [27] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky e W. T. Vetterling, "*Numerical Recipes- The Art of Scientific Computing*", Cambridge University Press, 1986.
- [28] S. Wolfram, "Mathematica - A System for Doing Mathematics by Computer", Reading, MA, Addison-Wesley, 1992.
- [29] R. E. Collin, "*Field Theory of Guided Waves*", New York, MacGraw Hill, 1960.
- [30] M. Born, e E. Wolf, "*Principles of Optics*", New York, Macmillan, 1964.
- [31] C. Balanis, "*Advanced Engineering Electromagnetics*," John Wiley, 1989.
- [32] J. C. W. A. Costa e A. J. Giarola, "Análise de Superfícies Seletivas Formadas por Grades Dielétricas", *Anais 11º Cong. da Sociedade Brasileira de Telecomunicações*, Natal, RN, Brasil, pgs. 345-350, Set. 1993.
- [33] R. E. Collin e F. J. Zucker, Ed. "*Antenna Theory*", vol. 2, New York, MacGraw Hill, 1969, pg. 203.
- [34] T. Tamir, H. C. Wang e A. A. Oliner, "Wave Propagation in Sinusoidally Stratified Dielectric Media," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 12, pgs. 323-335, Nov. 1964.
- [35] S. S. Wang e R. Magnusson, "Theory and Applications of Guided-Mode Resonance Filters," *Applied Optics*, vol. 32, pgs. 2606-2613, Maio 1993.

- [36] S. S. Wang, R. Magnusson, J. S. Bagby e M. G. Mohoram, "Guided-Mode Resonances in Planar Dielectric-Layer Diffraction Gratings," *Journal Opt. Soc. America A*, vol. 7, pgs. 1470-1474, Agosto 1990.
- [37] R. Magnusson e S. S. Wang, "New Principle for Optical Filters," *Applied Physics Letters*, vol. 61, pgs 1022-1024, Agosto 1992.
- [38] L. Li e C. W. Haggans, "Convergence of Coupled-Wave Method for Metallic Lamellar Diffraction Gratings," *Journal Opt. Soc. America A*, vol. 10, pgs. 1184-1189, Junho 1993.
- [39] M. Matsumoto, "Analysis of the Blazing Effect in Second-Order Gratings," *IEEE J. Quant. Electr.*, vol, 28, pgs. 2016-2023, Outubro 1992.
- [40] T. Tamir, "Nonspecular Phenomena in Beam Fields Reflected by Multilayered Media," *Journal Opt. Soc. America A*, vol. 3, pgs. 558-565, 1986.
- [41] A. Hessel, "General Characteristics of Travelling-Wave Antennas", R. E. Collin e F. J. Zucker, Ed. "*Antenna Theory*", vol. 2, New York, MacGraw hill, sec II, 1969.
- [42] C. W. Hsue e T. Tamir, "Lateral Displacement and Distortion of Beams Incident Upon a Transmitting Layer Configuration," *Journal Opt. Soc. America A*, vol. 2, pgs. 978-988, 1985.
- [43] A. Hessel e A. A. Oliner, "A New Theory of Wood's Anomalies in Optical Gratings," *Applied Optics*, vol, 38, pgs. 2073-2094, 1966.
- [44] D. Marcuse, "*Theory of Dielectric Optical Waveguides*", Academic, New York, 1991.
- [45] M. C. Gupta e S. T. Peng, "Diffraction Characteristics of Surface-Relief Gratings," *Applied Optics*, vol. 32, pgs. 2911-2917, Julho 1993.
- [46] R. L. Roncone, L. Li, K. A. Bates, J. J. Burke, L. Woisenbach e B. J. J. Zelinski, "Design and Fabrication of a Single Leakage-Channel Grating Coupler," *Applied Optics*, vol. 32, pgs. 4523-4527, Agosto 1993.

# Apêndice A

## Dedução das Equações (3.14) - (3.17)

Considera-se que as soluções características procuradas devem obedecer a equação de onda

$$\nabla^2 F_p(x, z) + \kappa^2(x, z)F_p(x, z) = 0. \quad (\text{A.1})$$

Considera-se, também, que os campos suportados pela estrutura são invariantes em  $y$  e que podem ser decompostos em modos com polarização tipo **TE** e **TM**. Quando a constante dielétrica da camada periódica  $\epsilon_p(x, z)$  é função apenas de  $x$ , obtém-se

*modos TE :*

$$\vec{E} = E_y \vec{y}, \quad (\text{A.2})$$

então, utilizando-se as equações de Maxwell

$$\nabla X \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H}, \quad \nabla X \vec{H} = j\omega\epsilon_0\epsilon_p(x)\vec{E}, \quad (\text{A.3})$$

e a identidade vetorial

$$\nabla X \nabla X \vec{E} = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}, \quad (\text{A.4})$$

como  $\nabla \cdot \vec{E} = 0$ , tem-se que

$$\nabla^2 E_y + \kappa_0^2 \epsilon_p(x) E_y = 0, \quad (\text{A.5})$$

e, daí

$$E_y = F_p, \quad \kappa^2(x) = \kappa_0^2 \epsilon_p(x). \quad (\text{A.6})$$

*modos TM :*

$$\vec{H} = H_y \vec{y}, \quad (\text{A.7})$$

então , utilizando-se as equações de Maxwell pode-se escrever

$$j\omega\varepsilon_0\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_p(x)}\nabla X\vec{H}, \quad (\text{A.8})$$

e daí tem-se que

$$j\omega\varepsilon_0\nabla X\vec{E} = \nabla X\left(\frac{1}{\varepsilon_p(x)}\nabla X\vec{H}\right) = \kappa_0^2 H_y \vec{y}. \quad (\text{A.9})$$

Se

$$H_y = \sqrt{\varepsilon_p(x)}F_p, \quad (\text{A.10})$$

então

$$\nabla X\vec{H} = \sqrt{\varepsilon_p(x)}\frac{\partial F_p}{\partial x}\vec{z} + F_p\frac{\partial\sqrt{\varepsilon_p(x)}}{\partial x}\vec{z} - \sqrt{\varepsilon_p(x)}\frac{\partial F_p}{\partial z}\vec{x}, \quad (\text{A.11})$$

$$\nabla X\left(\frac{1}{\varepsilon_p(x)}\nabla X\vec{H}\right) = \nabla X\left[\left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_p(x)}}\frac{\partial F_p}{\partial x} + \frac{F_p}{\varepsilon_p(x)}\frac{\partial(\sqrt{\varepsilon_p(x)})}{\partial x}\right)\vec{z} - \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_p(x)}}\frac{\partial F_p}{\partial z}\vec{x}\right] \quad (\text{A.12})$$

Finalmente, desenvolvendo-se (A.12) e utilizando-se (A.10) e (A.11) obtém-se

$$\nabla^2 F_p + \kappa^2(x)F_p = 0, \quad (\text{A.13})$$

com

$$\kappa^2(x) = \left[\kappa_0^2\varepsilon_p(x) - \frac{3}{4}\left(\frac{\varepsilon_p'(x)}{\varepsilon_p(x)}\right)^2 + \frac{\varepsilon_p''(x)}{2\varepsilon_p(x)}\right], \quad (\text{A.14})$$

onde o símbolo ' representa derivação com relação a  $x$ .

## Apêndice B

# Cálculo da Equação Característica e das Curvas de Dispersão para um Guia Dielétrico Uniforme

Seja o guia de onda constituído por uma camada dielétrica homogênea, com constante dielétrica  $\varepsilon_a$ , imerso entre dois meios semi-infinitos com constantes dielétricas  $\varepsilon_c$  e  $\varepsilon_s$ , conforme mostra a Fig. B.1. Considere-se, também, que essas camadas dielétricas são infinitas ao longo da direção  $y$ .

Os campos suportados por uma estrutura com essas características podem ser decompostos em modos com polarizações tipo **TE** e **TM**. De acordo com os Capítulos 2 e 3, as amplitudes das componentes tangenciais às fronteiras de separação entre esses meios, do  $n$ -ésimo modo propagante, em cada uma dessas regiões são descritas por

$$E_{t_{k_n}} = [A_{k_n}^+ \exp[-j\gamma_{k_n}(z - z_k)] + A_{k_n}^- \exp[j\gamma_{k_n}(z - z_k)]] \exp[-j\beta_{g_n}x], \quad (\text{B.1})$$

$$H_{t_{k_n}} = Y_{k_n}^z [A_{k_n}^+ \exp[-j\gamma_{k_n}(z - z_k)] - A_{k_n}^- \exp[j\gamma_{k_n}(z - z_k)]] \exp[-j\beta_{g_n}x], \quad (\text{B.2})$$

onde  $k = c, g$  ou  $s$ , se a região considerada é a cobertura, guia ou substrato, respectivamente, e  $z_k$  é dado por  $z_c = z_g = 0$ ,  $z_s = -h_p$ , sendo  $h_p$  a altura do guia dielétrico. As amplitudes  $A_{k_n}^\pm$ , as direções das componentes transversais  $E_{t_k}$ ,  $H_{t_k}$  e a admitância  $Y_k^z$  são caracterizadas de acordo com a Seção 3.2 deste trabalho e  $\beta_{g_n}$  representa a constante de fase de cada modo propagando-se ao longo da direção  $z$ . As constantes de fase ao longo da direção  $z$ , em cada região com constante dielétrica  $\varepsilon_k$ ,  $k = s, c, g$ , são dadas, para cada modo, a partir de  $\beta_{g_n}$ , por

$$\gamma_{k_n} = \pm \sqrt{\kappa_0^2 \varepsilon_k - \beta_{g_n}^2}. \quad (\text{B.3})$$

Como procuram-se soluções para os modos guiados pela camada dielétrica homogênea, então, tem-se que  $A_{c_n}^- = A_{s_n}^+ = 0$ . Daí, aplicando-se condições de contorno às componentes dos campos descritos nas equações (B.1),(B.2) obtém-se para cada modo

$$A_{c_n}^+ = A_{g_n}^+ + A_{g_n}^-, \quad (B.4)$$

$$Y_{c_n}^z A_{c_n}^+ = Y_{g_n}^z [A_{g_n}^+ - A_{g_n}^-], \quad (B.5)$$

$$A_{s_n}^- = A_{g_n}^+ \exp[j\gamma_{g_n} h_p] + A_{g_n}^- \exp[-j\gamma_{g_n} h_p], \quad (B.6)$$

$$-Y_{s_n}^z A_{s_n}^- = Y_{g_n}^z [A_{g_n}^+ \exp[j\gamma_{g_n} h_p] - A_{g_n}^- \exp[-j\gamma_{g_n} h_p]]. \quad (B.7)$$

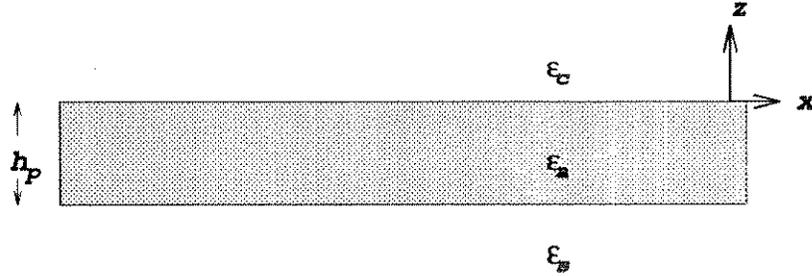


Fig. B.1. Guia formado por uma camada dielétrica homogênea embebida entre dois meios semi infinitos

Das equações (B.4)-(B.7) tem-se que

$$[Y_{c_n}^z - Y_{g_n}^z]A_{g_n}^+ + [Y_{c_n}^z + Y_{g_n}^z]A_{g_n}^- = 0, \quad (B.8)$$

$$[Y_{s_n}^z + Y_{g_n}^z] \exp[j\gamma_{g_n} h_p] A_{g_n}^+ + [Y_{s_n}^z - Y_{g_n}^z] \exp[-j\gamma_{g_n} h_p] A_{g_n}^- = 0, \quad (B.9)$$

de onde obtém-se a equação transcendental para determinação de  $\beta_{g_n}$ , válida para modos com polarização **TE** e **TM**,

$$[Y_{s_n}^z + Y_{g_n}^z][Y_{c_n}^z + Y_{g_n}^z] \exp[j\gamma_{g_n} h_p] + [Y_{s_n}^z - Y_{g_n}^z][Y_{g_n}^z - Y_{c_n}^z] \exp[-j\gamma_{g_n} h_p] = 0, \quad (B.10)$$

ou ainda

$$-j \tan [\gamma_{g_n} h_p] = \frac{Y_{g_n}^z (Y_{s_n}^z + Y_{c_n}^z)}{(Y_{g_n}^z)^2 + Y_{s_n}^z Y_{c_n}^z}. \quad (B.11)$$

Para modos com polarização **TE**,  $Y_{k_n}^z = \omega\mu/\gamma_{k_n}$ , a equação (B.10) pode ser reescrita, normalizando-se as constantes de fase em relação a  $h_p$ , como

$$-\tan X = \frac{X \sqrt{V_s^2 - X^2} + \sqrt{V_c^2 - X^2}}{X^2 - \sqrt{V_s^2 - X^2} \sqrt{V_c^2 - X^2}}, \quad (B.12)$$

onde,

$$X^2 = (\gamma_{g_n} h_p)^2 = (\kappa_0^2 h_p) \varepsilon_a - (\beta_{g_n} h_p)^2, \quad (\text{B.13})$$

$$V_{s,c}^2 = X^2 - (\kappa_0 h_p)^2 (\varepsilon_a - \varepsilon_{s,c}). \quad (\text{B.14})$$

Finalmente, no caso analisado na referência [6], tem-se que  $Y_{c_n}^z = Y_{c_n}^z$ ; daí  $V_s = V_c$ , e a equação (B.12) pode ser simplificada para

$$\tan X = \frac{2X\sqrt{V_c^2 - X^2}}{V_c^2 - 2X^2}, \quad (\text{B.15})$$

a partir da qual podem-se obter as curvas de dispersão normalizadas mostradas na Fig. B.2.

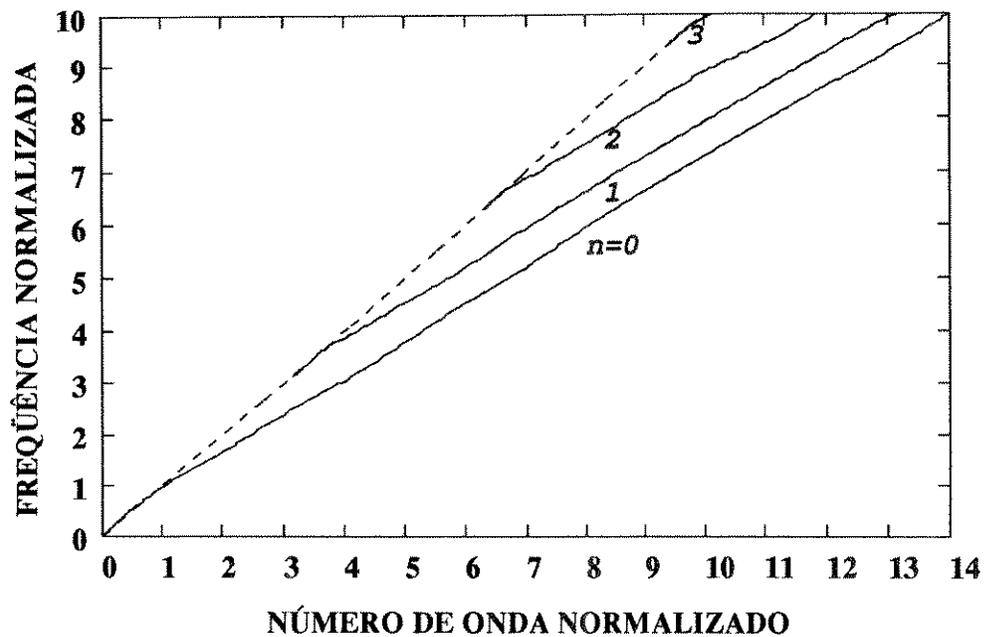


Fig. B.2. Curvas de dispersão normalizadas para os modos guiados pelo guia mostrado na Fig. B.1, quando  $\varepsilon_a = 2, \varepsilon_c = \varepsilon_b = 1$ . Os modos são identificados pelos índices  $n = 0, 1, 2$  e 3.