

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA

ANÁLISE DE CONTINGÊNCIAS EM REDES ELÉTRICAS: UM  
ESTUDO DO PROBLEMA REATIVO ATRAVÉS DE FATORES DE  
SENSIBILIDADE E DE DISTRIBUIÇÃO

Autor: Gelson Antônio Andrêa Brigatto n.º 762

Orientador: Carlos Alberto Favarin Murari t

Este exemplar corresponde à versão final da tese defendida por <u>Gelson Antônio A. Brigatto</u>
_____ e aprovada pela Comissão Julgadora em <u>18</u> <u>03</u> <u>94</u> .
<u>CAAF</u> Orientador

Tese apresentada à Universidade Estadual de Campinas,  
como parte dos requisitos para a obtenção do título de  
MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Campinas, Março de 1994

A toda minha família.

## Agradecimentos

- Ao professor Carlos A. F. Murari, pela orientação;
- A Osvaldo, Mantovani e Ruben, pelo apoio e ajuda dispensada;
- Aos colegas do DSEE pela harmoniosa convivência;
- Ao professor Ariovaldo Verandio Garcia, pela manutenção dos recursos do LSEE.

Este Trabalho contou com o apoio financeiro da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - *CAPES*.

## Resumo

Redes elétricas de potência podem sofrer anormalidades em sua topologia tais como saída de operação de linhas de transmissão e transformadores, denominadas contingências, que podem originar violações nos limites da rede, tais como aumentos e/ou quedas de tensões nas barras, ou ainda, sobrecarga de fluxos nos ramos. Há muitos casos de sistemas onde a magnitude de tensão é um fator crítico e o estudo do problema reativo é relevante. Porém, esta análise não pode ser totalmente desacoplada do problema ativo, dado que os fluxos ativos nos ramos dos sistemas elétricos de potência são, na maioria das vezes, superiores aos reativos. Para controle em tempo real estas análises necessitam de métodos rápidos e confiáveis para as decisões sobre as ações de controle.

Este trabalho propõe uma metodologia para a abordagem do problema reativo com base no cálculo de Fatores de Sensibilidade e Distribuição visando a análise de contingências em transformadores ou linhas de transmissão em sistemas de potência. O emprego dos fatores tem como finalidade estimar as magnitudes das tensões de barra e dos fluxos reativos dos ramos no sistema pós-contingência. A metodologia emprega o Teorema da Compensação, bem como características, roteiro de cálculo e matrizes de sensibilidade dos Métodos Desacoplados Rápidos.

# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Fluxo de Carga e Análise de Contingências</b>	<b>5</b>
2.1	Introdução . . . . .	5
2.2	O Problema do Fluxo de Carga (PFC) . . . . .	6
2.2.1	Modelagem de Componentes dos SEP . . . . .	6
2.2.2	Formulação Linear do Fluxo de Carga . . . . .	9
2.2.3	Formulação Não-Linear do Fluxo de Carga . . . . .	10
2.2.4	Método de Newton . . . . .	17
2.2.5	Métodos Desacoplados . . . . .	20
2.3	Teorema da Compensação . . . . .	23
2.3.1	Fatores de Sensibilidade (FS) e Distribuição (FD) . . . . .	27
<b>3</b>	<b>Revisão Bibliográfica</b>	<b>29</b>
3.1	Análise do Método Proposto por Lee e Chen . . . . .	31
<b>4</b>	<b>Desenvolvimento Teórico do Trabalho</b>	<b>36</b>
4.1	Deficiências no Método Proposto por Lee e Chen . . . . .	36
4.2	Compensação por Injeções Aplicada ao Modelo Linear . . . . .	38
4.2.1	Rotina de Cálculo das Injeções de Compensação . . . . .	39
4.2.2	Obtenção dos Fatores de Sensibilidade (FS) e Distribuição (FD) . . . . .	41
4.3	Compensação por Injeções Aplicada ao Modelo Não-Linear do Fluxo de Carga . . . . .	43
4.3.1	Compensação por Injeções - Métodos Desacoplados . . . . .	49
4.3.2	Fatores de Sensibilidade (FS) e Distribuição (FD) . . . . .	53
<b>5</b>	<b>Apresentação e Discussão de Resultados</b>	<b>60</b>
5.1	Resultados e Discussões Preliminares - Sistema IEEE57 . . . . .	62
5.1.1	Contingência no ramo 12-13 do IEEE57 . . . . .	63
5.1.2	Contingência no ramo 13-49 do IEEE57 . . . . .	65

5.1.3	Contingência no ramo 1-15 do IEEE57 . . . . .	68
5.1.4	Contingência no ramo 8-9 do IEEE57 . . . . .	70
5.2	Resultados e Comparações com o Sistema de 810 Barras . . . . .	72
5.2.1	Estudo da contingência no ramo 1230 – 1227 . . . . .	72
5.2.2	Estudo da contingência no ramo 1188 – 1187 . . . . .	77
5.2.3	1P – 1Q do Fluxo de Carga Exato - Comparação de Resultados . . .	82
<b>6</b>	<b>Conclusões Gerais</b>	<b>86</b>
6.1	Propostas de Trabalho . . . . .	87
<b>A</b>	<b>Aplicação da Compensação ao Modelo Linear</b>	<b>88</b>
A.1	Parte 1: Cálculos com os FS e FD . . . . .	89
A.2	Parte 2: Reutilização dos FS e FD . . . . .	94
<b>B</b>	<b>Anexo de Resultados Referentes ao Capítulo 5</b>	<b>97</b>
B.1	Resultados e Discussões Preliminares - Sistema IEEE57 . . . . .	98
B.1.1	Contingência no ramo 1-15 do IEEE57 . . . . .	98
B.1.2	Contingência no ramo 8-9 do IEEE57 . . . . .	99
B.2	Resultados e Comparações com o Sistema de 810 Barras . . . . .	100
B.2.1	Estudo da contingência no ramo 1230 – 1227 . . . . .	100
B.2.2	Estudo da contingência no ramo 1188 – 1187 . . . . .	104
B.2.3	1P-1Q do Fluxo de Carga Exato - Comparação de resultados . . . .	108

# Capítulo 1

## Introdução

Sistemas Elétricos de Potência (SEP) são circuitos destinados a transmitir grandes quantidades de energia, desde os locais de sua geração até os centros de consumo e então, distribuí-la aos consumidores individuais. Na busca da realização deste objetivo, o planejamento e a operação dos sistemas de energia elétrica são levados a utilizar técnicas bastantes sofisticadas de resolução dos problemas envolvidos, que permitem englobar toda a grande complexidade associada a esses sistemas.

Um dos problemas que sistemas de potência podem sofrer, são modificações repentinas em seu estado operativo devido a anormalidades que nele ocorrem, tais como curto-circuitos e sobrecargas. A proteção do sistema é ajustada de forma a desconectar o mais rapidamente possível os componentes do sistema afetados pela anormalidade, para que os mesmos não sejam danificados e para que as demais partes do sistema possam continuar sua operação. Além disso, os sistemas de potência estão sujeitos a desligamentos de componentes elétricos, pela proteção, devido a ações naturais.

A esses desligamentos dá-se o nome de contingências ou saída de serviço de componentes do sistema. Portanto, contingência é o termo usado para classificar ocorrências que podem originar alterações no perfil de carga ou na topologia da rede elétrica dos sistemas de potência. As contingências mais comuns são: saídas de linhas de transmissão ou transformadores, desligamento de geradores ou componentes shunts e ainda saídas de cargas [1].

Contingências em sistemas elétricos podem originar violações nos limites de operação da rede, provocadas, por exemplo, por repentinos aumentos e/ou quedas de tensões nas barras do sistema, ou ainda, sobrecarga de fluxo de potência nos ramos. Dessa forma, durante o planejamento da expansão ou na operação da rede, devem ser realizados estudos envolvendo a simulação da ocorrência de contingências, para que se possa analisar o comportamento do sistema em tais situações e, a partir disso, adotar as medidas satisfatórias. Além disso, o estudo da contingência é importante na operação de sistemas de

potência como um Problema de Fluxo de Carga Ótimo (PFCO) com restrições de segurança, visando o estudo da alteração do ponto de operação com contingência, para que, com a ocorrência da mesma, não haja violações [2]. Portanto, operadores de sistemas de potência precisam saber não somente das mudanças que uma contingência provocará ao sistema, mas também como prevenir-se de suas conseqüências. A esses estudos dá-se o nome de Análise de Contingências.

Do que foi exposto, pode-se afirmar que a Análise de Contingências é um estudo da maior importância, pois envolve a segurança da operação dos sistemas de potência. Seu objetivo é determinar, simulada uma contingência, qual seria o novo estado adquirido pela rede (novo perfil de tensões nodais) e conseqüentemente os novos fluxos de potência, geração e perdas. Com estes dados as ações de controle podem ser previstas para tentar eliminar as violações dos limites da rede.

No tocante ao controle em tempo real das redes de energia elétrica, é desejável que os operadores em Centros de Operação de Sistemas (C.O.S.), disponham de recursos computacionais que lhes ajudem nas decisões relativas às ações de manobras a serem efetivadas diante, por exemplo, de uma contingência em um ponto da rede. Logo, métodos rápidos e confiáveis são necessários para se obter os efeitos pós-contingência, para as devidas ações de controle em tempo real [6]-[12], [17]-[19].

A Análise de Contingências é essencialmente um cálculo de Fluxo de Carga. Devido ao número elevado de soluções repetidas que devem ser realizadas na Análise de Contingências, o aspecto tempo computacional passa a ser crítico, particularmente na operação em tempo real de sistemas. Devido a este fato, o método de cálculo Newton-Raphson [5] não constitui uma ferramenta satisfatória para esta análise e os Métodos Desacoplados Rápidos [3],[14]-[16], neste caso, passam a ser uma alternativa bastante atraente, mas sua formulação convencional não é suficientemente rápida para processar as muitas contingências necessárias na análise de segurança da rede, dentro dos exíguos intervalos de tempo. Porém, a maioria dos métodos de Análise de Contingências recentemente desenvolvidos são baseados nas características do Fluxo de Carga Desacoplado Rápido, e ainda no estudo de sensibilidade de rede [17]-[19].

Por outro lado, o aspecto precisão dos resultados não é crítico na Análise de Contingências porque o que se deseja é a indicação das violações dos limites da rede, o que não requer exatidão no montante dessas violações. Além disso, a utilização em tempo real impõe restrições de tempo para o processamento de Análise de Contingências [2].

É fato que algumas contingências podem ser bastante severas, provocando grandes perturbações no sistema, notadamente nos perfis de tensão e nos fluxos de potência nos ramos, ocasionando violações de limites e, nessas circunstâncias, os cálculos de resolução do novo estado operativo do sistema podem encontrar dificuldades com convergência. Logo, os métodos de análise devem possuir grande confiabilidade de convergência, englobando até mesmo as contingências severas.

Baseadas nessas premissas, várias técnicas têm sido propostas na literatura para a Análise de Contingências, tais como a utilização do Fluxo de Carga linearizado ou fluxo DC [6]-[8]. Estes métodos de Análise de Contingências são eficientes, rápidos e por isso viáveis na operação em tempo real e no planejamento de sistemas. Estes métodos determinam apenas o impacto das contingências nos ângulos de barra e sobrecarga de fluxo ativo nos ramos do sistema em estudo. Contudo, há muitos casos de sistemas de potência onde há predominância de fluxo reativo, provocado principalmente por pouca exigência de linhas de transmissão (linhas abertas) e capacitores reguladores de tensão. Nestes, a magnitude da tensão passa a ser um fator crítico para se avaliar contingências. Dessa forma, somente a análise do fluxo de potência ativa não é adequada para determinar sobrecarga de fluxo, pois alterações na tensão passam a ser significativas. Do mesmo modo, a Análise de Contingências do ponto de vista reativo não pode ser totalmente desacoplada da análise do fluxo ativo, pois este último é, na maioria das vezes, superior ao fluxo reativo nos ramos, o que pode aumentar a influência do fluxo ativo em relação às variações nos fluxos reativos, provocadas, principalmente, por quedas de tensão nas barras do sistema.

Outros métodos encontrados na referência bibliográfica com respeito a Análise de Contingências são os chamados métodos de compensação, onde diferentes maneiras de deduzir-se as equações de compensação são usadas, tais como a análise de circuitos lineares [3] ou a álgebra matricial [12]. Nestes últimos, alguns destes métodos baseiam-se em manipulações algébricas de matrizes pelo chamado Lema da Matriz Inversa [13]. Estes métodos diferem entre si por eficiência e desempenho, mas no geral não são muito diferentes nestes aspectos.

Por outro lado, as contingências, de um modo geral, provocam alterações na topologia da rede, refletindo em modificações nos elementos das matrizes que a modelam. Em muitos casos, as modificações ocorrem em apenas alguns poucos desses elementos. A idéia central dos métodos de compensação é utilizar, nos cálculos relativos ao estado da rede após as alterações em sua topologia, as mesmas matrizes que descrevem a rede antes dessas alterações, conseguindo-se, assim, evitar re-inversões, refatorações, etc. Estes métodos utilizam uma propriedade física das redes elétricas, conhecida como Teorema da Compensação [3], que se utiliza de injeções de corrente convenientes em certas barras do sistema, o que dispensa a manipulação algébrica de matrizes.

Como os métodos de resolução de Fluxo de Carga requerem o uso de matrizes em seus equacionamentos, a implementação computacional destes métodos pode encontrar problemas com memória e tempo de execução. Todavia, com o avanço dos computadores, estes problemas estão sendo amenizados e a este avanço vêm juntar-se, ainda, técnicas modernas de manuseio de matrizes, tais como armazenamento compacto e inversão por bifatorização [4].

Este trabalho tem como objetivo estudar as contingências relacionadas à mudança de topologia em redes de sistemas de potência, mais precisamente saída de linhas de

transmissão ou transformadores e suas conseqüências nos fluxos reativos do sistema pós-contingência, através do desenvolvimento de métodos de compensação por injeção de potência, que se constituem, sem dúvida, na ferramenta de Análise de Contingências mais indicada e utilizada atualmente, sendo também empregada neste trabalho e considerada aqui como a principal ferramenta teórica. Esta proposta essencialmente consiste em determinar um roteiro de cálculo para a obtenção de Fatores de Sensibilidade (FS) e Distribuição (FD), para a estimação das variáveis de estado (tensão e ângulo das tensões de barra) e dos fluxos reativos, respectivamente, do sistema pós-contingência.

No Capítulo 4 é apresentada uma discussão do trabalho mais recente em relação à determinação de Fatores de Sensibilidade e Distribuição [19] com relação ao problema reativo, bem como as melhorias encontradas no método aqui proposto. O modelo de equacionamento dos sistemas de potência usado neste trabalho é o não linear do chamado Problema do Fluxo de Carga, o que exige um conhecimento prévio dos métodos de resolução deste problema que ajudarão no desenvolvimento das idéias contidas neste trabalho. Este conhecimento está exposto no Capítulo 2. Com o objetivo de comparar numericamente os resultados desta proposta com o trabalho acima mencionado [19], no Capítulo 5 apresentam-se resultados destes dois métodos para dois sistemas elétricos conhecidos, como forma de exemplificar as melhorias aqui propostas. No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões com respeito à análise dos resultados, bem como sugestões para estudos posteriores. Em anexo é, ainda, apresentado um exemplo numérico de cálculo dos Fatores de Sensibilidade e Distribuição para o modelo linear do Fluxo de Carga (Anexo A), cujo roteiro de cálculo é adotado para a determinação dos fatores do modelo não linear do Fluxo de Carga apresentado neste trabalho. Finalmente, os resultados não apresentados no Capítulo 5, devido a motivos expostos neste capítulo, são mostrados no Anexo B.

# Capítulo 2

## Fluxo de Carga e Análise de Contingências

### 2.1 Introdução

Em Sistemas Elétricos de Potência (SEP), a determinação das condições de operação estática é de vital importância. Sua solução determina o fluxo de potência nas ligações (linhas e transformadores), as injeções de potência, as magnitudes de tensão e os ângulos das tensões nas barras, enfim, seu estado operativo. O tipo de representação estática de redes não leva em conta os transitórios e estes só podem ser devidamente estudados se for utilizada uma modelagem dinâmica envolvendo equações diferenciais, além de equações algébricas.

O planejamento da operação em estado ótimo exige soluções exatas, pois deseja-se obter parâmetros de ajuste nos tap's, nas tensões de certas barras de geração, etc., que farão o sistema operar em estado ótimo. Por sua vez, a monitoração em tempo real da rede, além de resultados confiáveis, requer alta velocidade de processamento. A aplicação de fluxo de potência envolve requisitos e métodos, específicos para cada caso. Muitos métodos envolvem requisitos de "software" e "hardware" e, dependendo da aplicação, podem operar "on-line" ou "off-line", com soluções exatas ou aproximadas, com ou sem ajustes de parâmetros, etc.. A verificação do estado operativo da rede na entrada ou saída de linha ou de carga/geração, não exige ajustes de parâmetros (tap's, p.ex.) durante o processamento, pois o objetivo é rodar o fluxo de potência para aquele estado da rede.

Os sistemas elétricos devem operar dentro de certos limites de operação para uma eficiente prestação de serviços, que pode ser deteriorada por anormalidades no sistema, notadamente devido a mudanças em sua topologia. Dentro de estudos de planejamento e operação, estes problemas são de vital importância e, dependendo da finalidade,

podem requerer soluções exatas ou aproximadas e necessitam muitas vezes de métodos computacionais para alcançar os objetivos.

Este capítulo tem como objetivo expor, de forma compacta, métodos de resolução do Problema de Fluxo de Carga, bem como a abordagem da Análise de Contingências através do método da compensação, com o intuito de, junto com uma revisão bibliográfica (Capítulo 3), esclarecer o contexto deste trabalho e fornecer a base teórica para o seu desenvolvimento.

## 2.2 O Problema do Fluxo de Carga (PFC)

Redes elétricas de potência são constituídas por componentes denominados elementos de rede que podem ser classificados em dois grupos: os que estão ligados entre um nó qualquer da rede e o nó terra (geradores, cargas, capacitores e reatores, podendo ser modelados como injeções de potência nestes nós) e os que estão ligados entre dois nós quaisquer da rede (linhas de transmissão e transformadores) [3].

Dada a topologia e uma certa condição de carga, a determinação do estado de operação do sistema constitui o chamado Problema do Fluxo de Carga, cujo estudo é, talvez, o mais freqüente dentre os que se fazem em sistemas de potência, inseridos em estudos mais complexos tais como os de otimização, estabilidade, contingências, controle e supervisão, etc.

A solução do PFC em uma rede de energia elétrica consiste, essencialmente, em determinar o estado da rede (magnitude e ângulo das tensões nodais) bem como a distribuição dos fluxos e injeções de potência (determinação das potências ativas e reativas geradas, consumidas e dissipadas no sistema). Para o PFC assume-se que a modelagem do sistema é estática, isto é, variações no perfil de carga da rede com o tempo são suficientemente lentas para que se possa ignorar os efeitos transitórios. Além disso, admite-se que a rede opera de maneira equilibrada em suas três fases e, portanto, uma representação unifilar é suficiente, com os elementos passivos do sistema modelados via parâmetros concentrados. Assim, a rede elétrica pode ser modelada por um conjunto de equações e inequações algébricas que compõem o PFC (modelagem convencional). Sua solução é obtida utilizando-se métodos computacionais desenvolvidos especificamente para a resolução deste sistema de equações e inequações, e que constituem o modelo estático da rede [5], [14]-[16].

### 2.2.1 Modelagem de Componentes dos SEP

O conjunto de equações que modelam o PFC são formados a partir da imposição da Primeira Lei de Kirchhoff às barras do sistema. Entretanto, antes de se elaborar estas equações, deve-se estudar alguns tópicos para melhor definir as mesmas, tais como:

convenções para injeções, demandas e fluxos de potência e modelos equivalentes para linhas de transmissão e transformadores.

### Convenções

Geradores e cargas podem ser representados por injeções de corrente ou de potência ativa e reativa .

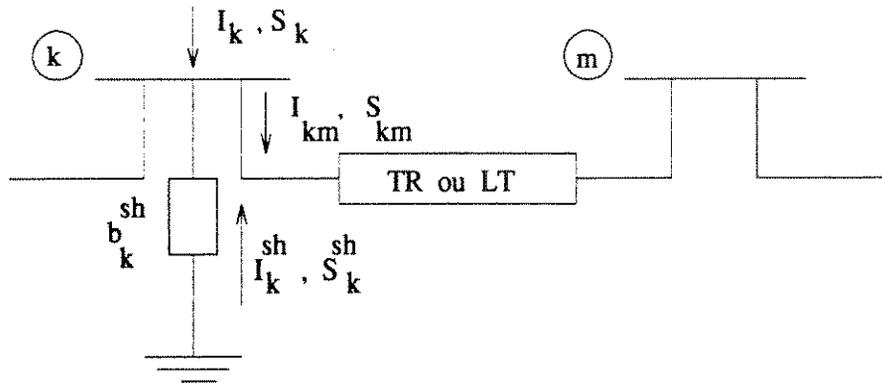


Figura 2.1: Convenções para fluxos e injeções

A Figura 2.1 mostra a convenção adotada, sendo:

- $k, m$  : barras terminais do ramo  $k - m$ ;
- $I_k, S_k$  : injeção líquida (geração menos carga) de corrente e potência aparente respectivamente ( $S_k = P_k + jQ_k$ );
- $I_{km}, S_{km}$  : fluxo de corrente e potência aparente, respectivamente.  $S_{km}$  é dado por:  
 $S_{km} = P_{km} + jQ_{km}$ ;
- $I_k^{sh}, S_k^{sh}$  : injeção de corrente e potência aparente, respectivamente, para o elemento shunt  $b_k^{sh}$  ligado à barra  $k$  ( $S_k^{sh} = jQ_k^{sh}$ );
- TR, LT : sigla adotada para transformador e linha de transmissão, respectivamente.

Conforme a Figura 2.1, para uma barra genérica  $k$ , a convenção em termos de potência (a mesma se aplica à corrente) será:

a) a injeção líquida de potência ( $S_k$ ) é adotada sempre *entrando* na barra  $k$ . Se o valor numérico da injeção for positivo, associa-se que a mesma é uma geração e se negativo, carga;

b) os fluxos de potência são adotados sempre *saindo* da barra  $k$ . Se o valor numérico do fluxo no ramo  $k - m$  ( $P_{km}, Q_{km}$ ) for positivo, denota-se que o sentido do mesmo é o adotado e se negativo, o sentido real do fluxo será entrando na barra  $k$ ;

c) para  $S_k^{sh}$  nos elementos shunt é adotado o mesmo sentido das injeções líquidas.

### Modelos de Linha de Transmissão e Transformador

Para o estudo do PFC em sistemas de potência é necessário adotar-se modelos para os componentes internos do sistema. O modelo  $\pi$  equivalente de uma linha de transmissão e o modelo de transformador em fase [3], estão representados na Figura 2.2. O transformador defasador não é considerado nesta análise.

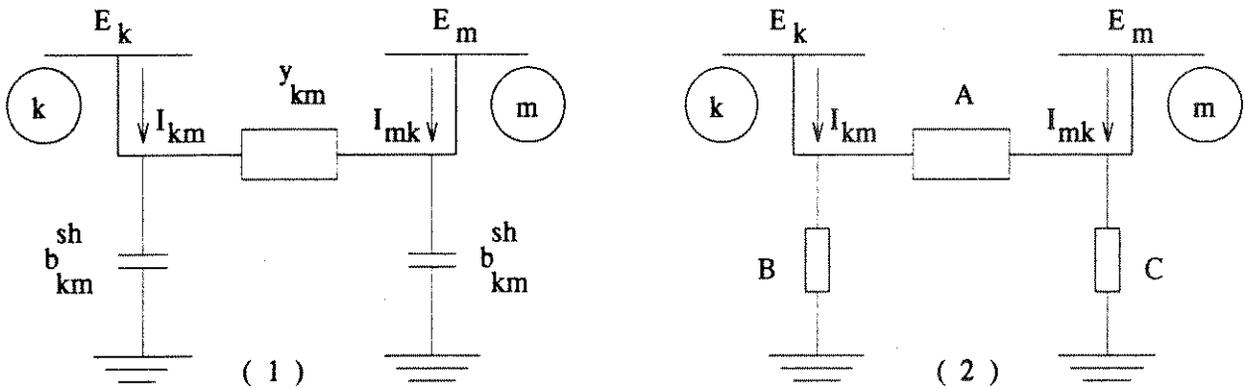


Figura 2.2: Modelo  $\pi$  da linha de transmissão (1) e do transformador em fase (2).

Estes modelos são formados por parâmetros concentrados, definidos a seguir:

- $y_{km}$  representa o elemento primitivo da admitância série complexa do ramo  $k - m$ , dada por:  $y_{km} = g_{km} + jb_{km}$ , sendo  $g_{km}$  e  $b_{km}$  a condutância e a susceptância série, respectivamente, onde:

$$g_{km} = \frac{r_{km}}{(r_{km}^2 + x_{km}^2)} \quad (2.1)$$

$$b_{km} = -\frac{x_{km}}{(r_{km}^2 + x_{km}^2)} \quad (2.2)$$

$r_{km}$ ,  $x_{km}$  são a resistência e a indutância série, respectivamente;

- $b_{km}^{sh}$  representa a metade da capacitância total da linha de transmissão, concentrada em cada barra do ramo  $k - m$ , segundo o modelo  $\pi$  (Fig. 2.2-1);
- $A = a_{km}y_{km}$  representa o elemento série do transformador em fase, onde  $a_{km}$  é o valor do tap do transformador em fase;
- $B = a_{km}(a_{km} - 1)y_{km}$  e  $C = (1 - a_{km})y_{km}$  representam o efeito do tap do transformador na barra  $k$  e  $m$ , respectivamente. Se  $a_{km} > 1$ ,  $B$  corresponde a uma susceptância indutiva e  $C$  a uma susceptância capacitiva e então, a tensão em  $k$  tende a diminuir e em  $m$  aumentar. Por outro lado, se  $a_{km} < 1$ ,  $B$  representa uma susceptância capacitiva e  $C$  uma susceptância indutiva, a tensão em  $k$  tende a aumentar e em  $m$  diminuir;
- $I_{km}, I_{mk}$  : correntes complexas no ramo  $k - m$  que saem de  $k$  e  $m$  respectivamente;
- $E_k, E_m$  : tensões complexas nas barras  $k$  e  $m$  respectivamente.

### 2.2.2 Formulação Linear do Fluxo de Carga

Uma das primeiras técnicas de análise de redes elétricas de potência, que é obtida aplicando-se as Leis de Kirchhoff, é a chamada análise nodal em um circuito linear, que procura determinar as tensões de barra do circuito em relação a uma barra de referência, sendo conhecidas as correntes injetadas nas barras e os elementos de ramos. Esta técnica consiste em resolver uma equação linear matricial, cuja constante é a chamada matriz admitância  $Y$  da rede, que relaciona as injeções de corrente complexa nas barras do sistema ( $\underline{I}$ ) com as tensões complexas destas barras ( $\underline{E}$ ), chamada equação nodal da rede, dada por:

$$\underline{I} = Y \underline{E} \quad (2.3)$$

onde  $Y$  é formada por elementos com valores também complexos, que representam a topologia da rede elétrica em estudo.

O produto  $Y \underline{E}$  representa o vetor da somatória dos fluxos de corrente que pertence a cada barra e, portanto, vem respeitar a primeira lei de Kirchhoff (balanço de corrente em cada barra do sistema deve ser nulo). As equações dos fluxos de corrente contemplam uma relação linear entre corrente e tensão de barra e esta é a razão pela qual a equação (2.3) é de natureza linear. Portanto, para sua solução, multiplica-se o vetor de injeções de corrente de barra  $\underline{I}$  pela matriz impedância  $Z$  ( $Z = Y^{-1}$ ) e obtém-se o vetor estado das tensões de barra  $\underline{E}$ .

Seja  $Y$ , então, a matriz admitância nodal que representa um sistema de potência. Para um ramo genérico  $k - m$ , os elementos de  $Y$  são dados por [3]:

$$Y_{kk} = jb_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} (jb_{km}^{sh} + a_{km}^2 y_{km}) \quad (2.4)$$

$$Y_{km} = -a_{km} y_{km} = Y_{mk} \quad (2.5)$$

$$Y_{mm} = jb_m^{sh} + \sum_{k \in \Omega_m} (jb_{km}^{sh} + y_{km}) \quad (2.6)$$

onde:

- $\Omega_k, \Omega_m$  são os conjuntos formados por todas as barras que se ligam às barras  $k$  e  $m$ , respectivamente;
- $b_k^{sh}$  e  $b_m^{sh}$  são os elementos shunt ligados às barras  $k$  e  $m$ , respectivamente.

Esta formulação linear dos sistemas de potência tem como características principais, o fato das injeções de corrente serem consideradas constantes (todas as barras são tratadas como  $PQ$ ) e não contemplar as perdas do sistema (apesar de existirem perdas, estas não são modeladas), o que significa que, nesta formulação, não é necessário o emprego de uma barra de referência para o cálculo das perdas (balanço de corrente do sistema).

### 2.2.3 Formulação Não-Linear do Fluxo de Carga

Redes de energia elétrica são circuitos elétricos e como tal podem ser equacionadas aplicando-se regras da Teoria de Circuitos. Impondo-se a Primeira Lei de Kirchhoff aos nós da rede (conservação das potências ativa e reativa em cada nó), a potência líquida injetada deve ser igual à soma das potências que fluem pelos componentes internos (linhas e transformadores) que têm este nó como um de seus terminais e assim, obtém-se as equações básicas do PFC. Aplicando-se a Segunda Lei de Kirchhoff aos componentes internos do sistema, obtém-se as expressões dos fluxos de potência como função do estado da rede [3].

Para resolver o problema linear basta multiplicar o vetor de injeções de corrente de barra  $\underline{I}$  pela inversa da matriz  $Y$ . Ocorre, no entanto, que  $\underline{I}$  normalmente não é conhecido, uma vez que as gerações e as cargas são representadas em termos de potência. Além disso, a equação nodal não contempla barras de tensão controlada e a barra de fechamento do cálculo do balanço de potência, pois considera que todas as injeções de corrente nas barras são constantes, o que não permite que se estude, por exemplo, o controle de reativos. Logo, a formulação deve contemplar a potência injetada e transmitida no sistema, o que nos leva a um equacionamento não-linear porque a relação entre as tensões e a potência não é linear.

A formulação não-linear mais simples do PFC, chamada formulação básica, consiste em associar-se a cada barra da rede quatro variáveis, sendo duas conhecidas (entram no problema como dados) e duas indeterminadas (incógnitas) [3].

Seja  $k$  uma barra qualquer do sistema. As quatro variáveis associadas a  $k$  são:

$V_k$  - magnitude da tensão nodal de  $k$  ;

$\theta_k$  - ângulo da tensão nodal;

$P_k$  - injeção líquida (geração menos carga) de potência ativa;

$Q_k$  - injeção líquida de potência reativa.

Cada barra do sistema pode ser classificada com relação às variáveis conhecidas e indeterminadas. A princípio parece lógico especificar os valores das potências ativa e reativa injetadas em cada barra, deixando como incógnitas a magnitude e o ângulo de cada tensão de barra, que é, como já mencionado, o objetivo básico do Fluxo de Carga. Porém as perdas do sistema só serão calculadas se conhecido o estado de todas as barras do sistema. Desse modo, deve haver pelo menos uma potência ativa e uma reativa sem especificação, para que as perdas do sistema possam ser calculadas. As barras podem ser classificadas assim [3]:

*Barra PQ* - conhece-se  $P_k$  e  $Q_k$  da barra  $k$  e determina-se  $V_k$  e  $\theta_k$ . Também conhecida como barra de carga,  $P_k$  e  $Q_k$  são aqui consideradas constantes e não variam em função da tensão nodal. São consideradas deste tipo, normalmente, as barras do sistema onde não existem geradores: somente suprimento a consumidores, de chaveamento e ainda as fictícias, criadas para representar certos pontos de interesse no estudo de Fluxo de Carga;

*Barra PV* - conhece-se  $P_k$  e  $V_k$  e determina-se  $Q_k$  e  $\theta_k$ . É também conhecida como barra de tensão controlada, pois é onde se deseja manter a magnitude da tensão constante, independente da ocorrência de alteração no perfil de carga ou contingência no sistema. Normalmente são representadas como barras desse tipo, aquelas onde estão conectados geradores, compensadores síncronos e outras fontes de potência reativa;

*Barra V $\theta$*  - conhece-se  $V_k$  e  $\theta_k$  e determina-se  $P_k$  e  $Q_k$ . Também conhecida como barra de referência, a elas competem duas funções:

- fornecer a referência angular, pois, como será visto adiante, as equações do PFC são funções das aberturas angulares  $\theta_{km}$  dos ramos ( $k$  e  $m$  são as barras terminais de um ramo qualquer  $k - m$ ), significando que uma mesma distribuição de fluxo na rede pode ser obtida se for somada uma constante arbitrária a todos os ângulos nodais, ou seja. o PFC é indeterminado nas variáveis  $\theta$ , o que torna necessária uma referência angular (a referência da magnitude de tensão é o próprio nó terra);

- fechar o balanço de potência do sistema, onde são calculadas as perdas ativas e reativas de transmissão, não conhecidas antes de se ter a solução final do problema. Procura-se escolher para este tipo de barra um nó com bastante reserva de geração, de modo que se consiga manter o balanço de potência do sistema, em todas as soluções para

diferentes configurações de carga do sistema.

De maneira resumida, a Tabela 2.1 apresenta quais variáveis são especificadas (esp.) e quais são calculadas (calc.) em função dos tipos de barra.

Tipo	V	$\theta$	P	Q
PQ	calc.	calc.	esp.	esp.
PV	esp.	calc.	esp.	calc.
V $\theta$	esp.	esp.	calc.	calc.

Tabela 2.1: Características das barras

Define-se a seguir, o conjunto de equações do PFC para cada barra.

A injeção de potência complexa  $S_k$  é calculada pela equação conjugada, isto é:

$$S_k^* = E_k^* I_k = P_k - jQ_k \quad (2.7)$$

onde  $E_k^*$  é o conjugado da tensão complexa da barra  $k$  ( $E_k^* = V_k e^{-j\theta_k}$ ). Usando a equação (2.7) para cada barra do sistema, as injeções de corrente nas barras podem ser escritas em função das potências injetadas e das tensões nodais. O conjunto das equações (2.3) e (2.7) constituem o modelo básico do Fluxo de Carga e, embora a primeira equação seja linear, com a introdução da segunda, o modelo do sistema torna-se não-linear. O termo  $I_k$  pode ser escrito como uma função dos elementos real ( $G_{km}$ ) e imaginário ( $B_{km}$ ) da matriz admitância do sistema ( $Y = G + jB$ ) correspondentes ao ramo genérico  $k - m$ . Logo:

$$I_k = \sum_{m \in K} (G_{km} + jB_{km}) E_m \quad (2.8)$$

onde  $K$  é o conjunto composto da própria barra  $k$  mais as barras ligadas à barra  $k$  (nós vizinhos) e  $E_m$  representa a tensão complexa nas barras vizinhas ( $E_m = V_m e^{j\theta_m}$ ).

Substituindo (2.8) em (2.7) e identificando-se as partes real e imaginária no resultado do cálculo, obtém-se as injeções de potência ativa e reativa, ou seja:

$$P_k = V_k^2 G_{kk} + V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (2.9)$$

$$Q_k = -V_k^2 B_{kk} + V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (2.10)$$

onde  $V_k$ ,  $V_m$ ,  $\theta_{km}$  são as magnitudes das tensões e a abertura angular entre as barras terminais do ramo  $k - m$  [3]. Essas equações podem ser entendidas como o resultado da aplicação da primeira lei de Kirchhoff, isto é, as injeções líquidas de potência ativa e

reativa de cada barra são iguais à somatória dos fluxos ativo e reativo, respectivamente, nos ramos vizinhos a cada barra e ainda, no caso da potência reativa, adicione-se as injeções devidas aos shunts de barra.

Tem-se ainda que as inequações associadas a cada barra são dadas por:

$$PQ : V_k^{min} < V_k < V_k^{max} \quad (2.11)$$

$$PV : Q_k^{min} < Q_k < Q_k^{max} \quad (2.12)$$

que representam os limites de operação da rede elétrica.

Dessa forma, um sistema com NB barras será modelado por 2NB equações reais, não-lineares, com 4NB variáveis, sendo 2NB especificadas. Logo, o Problema de Fluxo de Carga se resume a um sistema de 2NB equações com 2NB incógnitas, o que torna o modelo compatível para sua resolução.

Como pode ser visto na Figura 2.2, os modelos a parâmetros concentrados para linha de transmissão e transformador são diferentes entre si. Logo, as expressões para o fluxo ativo e o reativo em ambos também são diferentes entre si. Contudo, pode-se determinar uma expressão geral de cálculo de fluxo que contemple tanto a linha de transmissão quanto o transformador [3].

Neste tópico são obtidas estas expressões para cada elemento de ramo, e depois as expressões gerais.

### Linha de Transmissão

O modelo  $\pi$  de uma linha de transmissão, representado na Figura 2.2-1, é formado por elemento série ( $y_{km}$ ) e shunts ( $b_{km}^{sh}$ ). Logo, as correntes  $I_{km}$  e  $I_{mk}$  possuem duas componentes (série e shunt) e podem ser calculadas a partir das tensões terminais  $E_k$  e  $E_m$  e dos parâmetros do modelo, ou seja:

$$I_{km} = y_{km}(E_k - E_m) + jb_{km}^{sh}E_k$$

$$I_{mk} = y_{km}(E_m - E_k) + jb_{km}^{sh}E_m$$

O fluxo de potência complexo correspondente a cada corrente acima será:

$$S_{km}^* = E_k^* I_{km} = P_{km} - jQ_{km}$$

$$S_{mk}^* = E_m^* I_{mk} = P_{mk} - jQ_{mk}$$

Identificando-se as partes real e imaginária de cada equação acima, temos as expressões dos fluxos ativo e reativo para a linha de transmissão:

$$P_{km} = V_k^2 g_{km} - V_k V_m g_{km} \cos \theta_{km} - V_k V_m b_{km} \sin \theta_{km}$$

$$P_{mk} = V_m^2 g_{km} - V_k V_m g_{km} \cos \theta_{km} + V_k V_m b_{km} \sin \theta_{km}$$

$$Q_{km} = -V_k^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) + V_k V_m b_{km} \cos \theta_{km} - V_k V_m g_{km} \sin \theta_{km}$$

$$Q_{mk} = -V_m^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) + V_k V_m b_{km} \cos \theta_{km} + V_k V_m g_{km} \sin \theta_{km}$$

### Transformador em Fase

Apesar do modelo a parâmetros concentrados do transformador em fase apresentado na Figura 2.2-2 não apresentar um formato  $\pi$  simétrico, as correntes  $I_{km}$  e  $I_{mk}$  do modelo também apresentam duas componentes (série e shunt), tal que suas expressões são dadas por:

$$I_{km} = B E_k + (E_k - E_m) A = (A + B) E_k - A E_m$$

$$I_{mk} = C E_m + (E_m - E_k) A = -A E_k + (A + C) E_m$$

As equações de fluxo de potência complexa para o transformador em fase são as mesmas utilizadas no modelo de linhas de transmissão. Logo, utilizando estas equações, substituindo A, B e C por suas expressões em termos de parâmetros concentrados e identificando-se as partes real e imaginária de cada equação complexa, temos as expressões dos fluxos ativo e reativo para o transformador em fase:

$$P_{km} = (a_{km} V_k)^2 g_{km} - a_{km} V_k V_m g_{km} \cos \theta_{km} - a_{km} V_k V_m b_{km} \sin \theta_{km}$$

$$P_{mk} = V_m^2 g_{km} - a_{km} V_k V_m g_{km} \cos \theta_{km} + a_{km} V_k V_m b_{km} \sin \theta_{km}$$

$$Q_{km} = -(a_{km} V_k)^2 b_{km} + a_{km} V_k V_m b_{km} \cos \theta_{km} - a_{km} V_k V_m g_{km} \sin \theta_{km}$$

$$Q_{mk} = -V_m^2 b_{km} + a_{km} V_k V_m b_{km} \cos \theta_{km} + a_{km} V_k V_m g_{km} \sin \theta_{km}$$

### Expressões Gerais para o Fluxo de Carga

As expressões abaixo englobam os cálculos de fluxo de potência ativa e reativa tanto em linhas de transmissão quanto em transformadores em fase e portanto, são denominadas expressões gerais:

$$P_{km} = (a_{km} V_k)^2 g_{km} - a_{km} V_k V_m g_{km} \cos \theta_{km} - a_{km} V_k V_m b_{km} \sin \theta_{km} \quad (2.13)$$

$$P_{mk} = V_m^2 g_{km} - a_{km} V_k V_m g_{km} \cos \theta_{km} + a_{km} V_k V_m b_{km} \sin \theta_{km} \quad (2.14)$$

$$Q_{km} = -(a_{km} V_k)^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) + a_{km} V_k V_m b_{km} \cos \theta_{km} - a_{km} V_k V_m g_{km} \sin \theta_{km} \quad (2.15)$$

$$Q_{mk} = -V_m^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) + a_{km} V_k V_m b_{km} \cos \theta_{km} + a_{km} V_k V_m g_{km} \sin \theta_{km} \quad (2.16)$$

No caso de linhas de transmissão,  $a_{km} = 1,0$  e para transformador em fase,  $b_{km}^{sh} = 0..$

A formulação do PFC correspondente às equações (2.9) e (2.10) são de natureza não-linear. Como exposto mais adiante, a resolução das equações básicas do sistema (duas equações para cada barra) exige métodos iterativos e de emprego computacional devido ao elevado número de barras dos sistemas elétricos e, conseqüentemente, de equações. O processo de solução total do PFC envolve duas etapas, sendo a primeira a acima mencionada e a segunda a que envolve a atuação dos dispositivos de controle e da representação dos limites de operação do sistema. O objetivo deste trabalho é apenas o estudo de contingências nos ramos e suas conseqüências nos fluxos de potência reativos e magnitude de tensão, sem estender a análise destas conseqüências aos limites e controles do sistema. Logo, apenas a primeira etapa é estudada.

Seja um sistema de NB barras onde NPQ, NPV e NV $\theta$  correspondem, respectivamente, ao número de barras PQ, PV e V $\theta$  (normalmente tem-se apenas uma barra V $\theta$ ) tal que: NB=NPQ+NPV+NV $\theta$ . Logo, são conhecidos do problema,  $P_k$  e  $Q_k$  em NPQ barras,  $P_k$  e  $V_k$  em NPV barras e  $V_k$  e  $\theta_k$  da barra V $\theta$  ( $k = 1, \dots, NB$ ). O problema assim formulado pode ser decomposto em dois subsistemas de equações algébricas, a saber [3]:

*Subsistema 1:* o objetivo é calcular os valores das variáveis de estado ( $V, \theta$ ) que são incógnitas, isto é, calcular  $\theta_k$  para NPQ e NPV barras, e ainda  $V_k$  para NPQ barras, o que totaliza um total de 2NPQ+NPV equações algébricas não-lineares com igual número de incógnitas. Os valores já conhecidos de  $P_k$  e  $Q_k$  das NPQ e NPV barras são considerados especificados (fixos). Neste subsistema as incógnitas são implícitas, o que exige a aplicação de métodos iterativos para a sua solução. Logo, as equações algébricas que calculam os erros ("mismatches") do método iterativo, para uma barra genérica  $k$  neste subsistema, serão:

$$\Delta P_k = P_k^{esp} - V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) = 0 \quad (2.17)$$

para NPQ e NPV barras e,

$$\Delta Q_k = Q_k^{esp} - V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \text{sen} \theta_{km} - B_{km} \text{cos} \theta_{km}) = 0 \quad (2.18)$$

para NPQ barras.

Para as equações (2.17) e (2.18), a solução é atingida se :

$$|\Delta P_k| = |P_k^{esp} - P_k^{calc}| \leq \epsilon \quad \text{para PV ou PQ} \quad (2.19)$$

$$|\Delta Q_k| = |Q_k^{esp} - Q_k^{calc}| \leq \epsilon \quad \text{para PQ} \quad (2.20)$$

A tolerância  $\epsilon$  é determinada de acordo com a precisão exigida.

*Subsistema 2:* o objetivo é calcular as injeções líquidas de potência nas barras que ainda são incógnitas, isto é,  $Q_k$  das NPV e  $V\theta$  barras e  $P_k$  na barra  $V\theta$ , com um total de NPV+2 equações algébricas não-lineares com igual número de incógnitas. A resolução deste subsistema é trivial pois as variáveis aparecem de forma explícita nas equações (2.9) e (2.10) para as barras mencionadas.

Resolvido o subsistema 1, tem-se o estado  $(V, \theta)$  de todas as barras da rede, o que torna possível o cálculo de outras variáveis de interesse, como por exemplo, os fluxos de potência nas linhas de transmissão e transformadores.

O Fluxo de Carga DC é um modelo linearizado desenvolvido para ser expresso matricialmente por uma equação matricial do tipo  $\underline{I} = \underline{Y}\underline{E}$ . Este modelo é baseado no acoplamento entre as variáveis  $P$  e  $\theta$ . Seu desenvolvimento deve-se ao fato que o fluxo de potência ativa em uma linha de transmissão é aproximadamente proporcional à abertura angular na linha e se desloca no sentido dos ângulos maiores para os ângulos menores. Esta relação pode ser estendida também para transformadores em fase e defasadores [3]. A equação de resolução do fluxo DC é dada por:

$$\underline{P} = \underline{B}' \underline{\theta} \quad (2.21)$$

em que:  $\underline{P}$  - vetor das injeções líquidas de potência ativa;  $\underline{B}'$  - matriz susceptância nodal e  $\underline{\theta}$  - vetor dos ângulos das tensões nodais  $\theta_k$ .

Este modelo linearizado não é aplicável para sistemas de distribuição em baixa tensão mas apresenta resultados tanto melhores quanto mais elevado o nível de tensão e permite estimar, com baixo custo computacional e precisão aceitável para muitas aplicações na análise de sistemas elétricos de potência, a distribuição dos fluxos de potência ativa em uma rede de transmissão.

No entanto, o modelo DC não leva em conta as magnitudes das tensões nodais, as potências reativas e os taps dos transformadores e, por esta razão, não pode substituir por completo os métodos não-lineares de Fluxo de Carga.

A literatura técnica descreve alguns métodos computacionais para o cálculo iterativo das tensões nodais a partir do modelo básico descrito anteriormente. Neste capítulo serão estudados os dois algoritmos de solução do subsistema 1 que apresentam o maior interesse prático: o Método de Newton e os Métodos Desacoplados. Apesar da metodologia estimativa da magnitude da tensão e do fluxo reativo pós-contingência apresentada neste trabalho estar baseada nas características dos Fluxos de Carga Desacoplados Rápidos, estes foram desenvolvidos a partir do método de Newton, razão pela qual ele é descrito neste capítulo.

## 2.2.4 Método de Newton

O método de Newton para a resolução de um sistema de equações não lineares é um método numérico geral para a determinação de raízes destas equações. Consiste em obter um vetor de correções das incógnitas do sistema,  $\Delta \underline{x}$ , para que a função vetorial obtida pelos dois primeiros termos da Série de Taylor usada na linearização de uma função vetorial  $\underline{f}(\underline{x})$  seja igual a zero, ou seja:

$$\underline{f}(\underline{x} + \Delta \underline{x}) \cong \underline{f}(\underline{x}) + J(\underline{x})\Delta \underline{x} = 0 \quad (2.22)$$

Como as equações são não-lineares, o método é iterativo e portanto, designando  $\nu$  como a  $\nu$ -ésima iteração do processo, o método de Newton consistirá em resolver, a cada iteração, a seguinte equação matricial:

$$\underline{f}(\underline{x}^\nu) = -J(\underline{x}^\nu)\Delta \underline{x}^\nu \quad (2.23)$$

onde, para a resolução do PFC tem-se:

- $\underline{x}$  : vetor das incógnitas do subsistema 1 (variáveis de estado  $V$  e  $\theta$ ) para a  $\nu$ -ésima iteração, agrupados neste vetor, ou seja:

$$\underline{x}^\nu = \left[ \begin{array}{l} \underline{\theta}^\nu \\ \underline{V}^\nu \end{array} \right] \left. \vphantom{\begin{array}{l} \underline{\theta}^\nu \\ \underline{V}^\nu \end{array}} \right\} \begin{array}{l} NPQ + NPV \\ NPQ \end{array} \quad (2.24)$$

Por ser o método de Newton um processo iterativo, o mesmo necessita de valores iniciais para o vetor de incógnitas (ponto inicial), de modo a se inicializar o processo. Este ponto inicial é conhecido como "Flat-Start" [3] e é dado por:

$$\underline{V}^o = 1,0 \text{ pu} \quad \underline{\theta}^o = 0^\circ$$

- $\underline{f}(\underline{x}^\nu)$  é a função vetorial onde estão agrupadas as funções  $\Delta P_k$  e  $\Delta Q_k$  dadas pelas equações (2.17) e (2.18), ou seja:

$$\underline{f}(\underline{x}^\nu) = \left[ \begin{array}{l} \Delta \underline{P}^\nu \\ \Delta \underline{Q}^\nu \end{array} \right] \left. \vphantom{\begin{array}{l} \Delta \underline{P}^\nu \\ \Delta \underline{Q}^\nu \end{array}} \right\} \begin{array}{l} NPQ + NPV \\ NPQ \end{array} \quad (2.25)$$

onde  $\Delta \underline{P}$  e  $\Delta \underline{Q}$  são os vetores destas funções, isto é:

$$\Delta \underline{P}^\nu = \underline{P}^{esp} - \underline{P}^\nu(\underline{V}, \underline{\theta}) \quad (2.26)$$

$$\Delta \underline{Q}^\nu = \underline{Q}^{esp} - \underline{Q}^\nu(\underline{V}, \underline{\theta}) \quad (2.27)$$

- $J(\underline{x}^\nu)\Delta \underline{x}^\nu$  representa o segundo termo da série de Taylor usada na linearização da função vetorial  $\underline{f}(\underline{x})$  para  $\underline{x} = \underline{x}^\nu$ . Logo:

$\Delta \underline{x}^\nu$  : é o vetor dos incrementos iterativos para as incógnitas  $\underline{x}$ , ou seja:

$$\Delta \underline{x}^\nu = \left[ \begin{array}{l} \Delta \underline{\theta}^\nu \\ \Delta \underline{V}^\nu \end{array} \right] \left. \vphantom{\begin{array}{l} \Delta \underline{\theta}^\nu \\ \Delta \underline{V}^\nu \end{array}} \right\} \begin{array}{l} NPQ + NPV \\ NPQ \end{array} \quad (2.28)$$

e  $J(\underline{x}^\nu)$  a matriz Jacobiana que contempla a derivada da função vetorial  $\underline{f}(\underline{x}^\nu)$  ( $\Delta \underline{P}$  e  $\Delta \underline{Q}$ ), com relação às incógnitas  $\underline{x}$  ( $\underline{V}, \underline{\theta}$ ), ou seja:

$$H = \frac{\partial(\Delta \underline{P})}{\partial \underline{\theta}}; \quad N = \frac{\partial(\Delta \underline{P})}{\partial \underline{V}}; \quad M = \frac{\partial(\Delta \underline{Q})}{\partial \underline{\theta}}; \quad L = \frac{\partial(\Delta \underline{Q})}{\partial \underline{V}}$$

onde  $H, N, M$  e  $L$  são submatrizes que compõem a matriz Jacobiana. Substituindo as equações (2.26) e (2.27) nestas equações diferenciais, tem-se:

$$H = -\frac{\partial(\underline{P})}{\partial \underline{\theta}}; \quad N = -\frac{\partial(\underline{P})}{\partial \underline{V}}; \quad M = -\frac{\partial(\underline{Q})}{\partial \underline{\theta}}; \quad L = -\frac{\partial(\underline{Q})}{\partial \underline{V}}$$

Portanto, a equação matricial (2.23) para a resolução do PFC pelo método de Newton será dada por:

$$\left[ \begin{array}{l} \Delta \underline{P}^\nu \\ \Delta \underline{Q}^\nu \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{ll} H^\nu & N^\nu \\ M^\nu & L^\nu \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{l} \Delta \underline{\theta}^\nu \\ \Delta \underline{V}^\nu \end{array} \right] \quad (2.29)$$

Sendo  $k$  uma barra genérica e  $m$  uma barra pertencente ao conjunto  $\Omega_k$  das barras ligadas à barra  $k$ , as submatrizes  $H, N, M$  e  $L$  são dadas por [3]:

$$H_{kk} = -V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \text{sen} \theta_{km} - B_{km} \text{cos} \theta_{km}) = -Q_k - V_k^2 B_{kk} \quad (2.30)$$

$$H_{km} = V_k V_m (G_{km} \text{sen} \theta_{km} - B_{km} \text{cos} \theta_{km}) \quad (2.31)$$

$$N_{kk} = \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \text{cos} \theta_{km} + B_{km} \text{sen} \theta_{km}) + 2V_k G_{kk} = \frac{P_k}{V_k} + V_k G_{kk} \quad (2.32)$$

$$N_{km} = V_k (G_{km} \text{cos} \theta_{km} + B_{km} \text{sen} \theta_{km}) \quad (2.33)$$

$$M_{kk} = V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \text{cos} \theta_{km} + B_{km} \text{sen} \theta_{km}) = P_k - V_k^2 G_{kk} \quad (2.34)$$

$$M_{km} = -V_k V_m (G_{km} \text{cos} \theta_{km} + B_{km} \text{sen} \theta_{km}) \quad (2.35)$$

$$L_{kk} = \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \text{sen} \theta_{km} - B_{km} \text{cos} \theta_{km}) - 2V_k B_{kk} = \frac{Q_k}{V_k} - V_k B_{kk} \quad (2.36)$$

$$L_{km} = V_k (G_{km} \text{sen} \theta_{km} - B_{km} \text{cos} \theta_{km}) \quad (2.37)$$

A grande vantagem desse método é a sua convergência quadrática e quanto mais próximo se está da solução, mais rápido o método tende a convergir para ela. Porém, um sério problema computacional do método de Newton é a necessidade de inverter a matriz Jacobiana a cada iteração. Os tempos de computação e memória por iteração crescem de forma proporcional ao número de barras do sistema. Portanto, o tempo de solução torna-se elevado em sistemas de grande porte.

Como visto, as equações do método de Newton são obtidas por expansão das equações de Fluxo de Carga em série de Taylor, truncadas no termo de primeira ordem. Por esta razão, as correções  $\Delta \theta$  e  $\Delta V$ , calculadas em cada iteração, são aproximadas. Porém, os resíduos  $\Delta P$  e  $\Delta Q$  são calculados de maneira exata e portanto, a solução final pode ser obtida com qualquer precisão desejada. Isto leva à idéia de que, possivelmente, o esquema iterativo de Newton possa ser desenvolvido usando-se matriz Jacobiana aproximada, talvez constante, desde que a convergência seja controlada através de critérios exatos, como é o caso do PFC.

### 2.2.5 Métodos Desacoplados

Desde que um conjunto de equações lineares tenha solução, o Método de Newton [5] é sem dúvida o mais eficiente para resolvê-lo e, explorando-se a esparsidade [3], [20] da matriz Jacobiana o tempo computacional cresce linearmente com a dimensão do sistema de equações [15].

Entretanto, a resolução do subsistema 1 de equações do PFC através do Método de Newton é somente um método matemático para se chegar à sua solução (obter convergência) sem exercer qualquer influência sobre o valor numérico obtido. Em linguagem figurada, pode-se dizer que o processo de convergência é um percurso entre dois pontos (o inicial e o solução) que pode ser percorrido por diferentes caminhos e nesse sentido, a robustez da convergência do Método de Newton permite aproximações na formação da matriz Jacobiana a tal ponto que ela passa ser mantida constante durante todo o processo, com o objetivo de se evitar recalculá-la e refatorá-la a cada iteração.

Assim, sob esta óptica, surgiram os Métodos Desacoplados Rápidos, derivados do Método de Newton, com a matriz Jacobiana substituída por duas matrizes simétricas e constantes, destacando-se a versão proposta em [14]. Tal substituição corresponde a que fisicamente caracterizou-se por duas particularidades inerentes a redes de energia elétrica com tensão nominal acima de 230 kV [3]:

- 1) a sensibilidade entre potência ativa e ângulo ( $\partial P/\partial\theta$ ) é mais intensa do que a primeira com relação à tensão ( $\partial P/\partial V$ ). Esta relação é conhecida como sensibilidade  $P\theta$ ;
- 2) a sensibilidade entre potência reativa e magnitude da tensão ( $\partial Q/\partial V$ ) é mais intensa do que a primeira com relação ao ângulo ( $\partial Q/\partial\theta$ ). Esta relação é conhecida como sensibilidade  $QV$ .

Além destas duas características, outras favorecem o sucesso dos métodos desacoplados:

- 3) as magnitudes das tensões são próximas de 1,0 pu, ou seja, para as barras tipo  $PQ$  resultam em torno de seus valores nominais;
- 4) as diferenças angulares ( $\theta_k - \theta_m$ ) são pequenas a ponto de se poder definir  $\cos\theta_{km} \cong 1,0$  e  $\sin\theta_{km} \cong \theta_{km}$ ;
- 5) a relação resistência/reatância das linhas de transmissão são pequenas, ou seja, pode-se assumir  $R$  desprezível ( $R \ll X$ ).

Portanto, a idéia do desacoplamento surge das características inerentes a um sistema elétrico operando em regime permanente, onde constata-se a forte interdependência entre as potências ativas e os ângulos e entre as potências reativas e as magnitudes das tensões nodais. Este fenômeno é também conhecido como acoplamento  $P-\theta$  e acoplamento  $Q-V$ , respectivamente. Por outro lado, as sensibilidades potência ativa versus magnitude da tensão e potência reativa versus ângulo são comparativamente pequenas às anteriores. Isto, em geral, se verifica em redes de extra-alta tensão (maior que 230 kV) e ultra-alta tensão (maior que 750 kV).

Em tais condições, o processo numérico da equação (2.29) está operando com dois conjuntos de equações praticamente independentes. Tem-se então, o desacoplamento do problema original em dois subproblemas, a dizer: o subproblema ativo, que determina o vetor de estado  $\underline{\theta}$  e o subproblema reativo, que determina o vetor de estado  $\underline{V}$ . Para cada equação do Método de Newton referente a uma barra  $k$ , a divisão dos mesmos pela magnitude da tensão da própria barra  $k$  reduz o grau de não linearidade da função permitindo obter um número menor de iterações.

O desacoplamento proposto na referência [14] resultou no seguinte equacionamento para a equação (2.29) do Método de Newton:

$$\frac{\Delta P}{\underline{V}} = B' \cdot \Delta \underline{\theta} \quad (\text{subproblema } P\theta) \quad (2.38)$$

$$\frac{\Delta Q}{\underline{V}} = B'' \cdot \Delta \underline{V} \quad (\text{subproblema } QV) \quad (2.39)$$

onde  $B'$  e  $B''$  são as matrizes de sensibilidade dos Métodos Desacoplados Rápidos. Estas matrizes são constantes, de números reais e de mesma esparsidade (estrutura) que as submatrizes  $H$  e  $L$  da Jacobiana, respectivamente, determinadas com base na matriz admitância do sistema e assim formadas:

$$B'_{km} = -x_{km}^{-1} \quad (2.40)$$

$$B'_{kk} = \sum_{m \in \Omega_k} x_{km}^{-1} \quad (2.41)$$

$$B''_{km} = -B_{km} \quad (2.42)$$

$$B''_{kk} = -B_{kk} \quad (2.43)$$

Esta versão de Fluxo de Carga Desacoplado Rápido (FCDR) corresponde à Versão XB [14].

Em [15] foi proposta a Versão BX com a seguinte formação das matrizes  $B'$  e  $B''$ :

$$B'_{km} = b_{km} \quad (2.44)$$

$$B'_{kk} = - \sum_{m \in \Omega_k} b_{km} \quad (2.45)$$

$$B''_{km} = - x_{km}^{-1} \quad (2.46)$$

$$B'_{kk} = -2 b_k^{sh} - \sum_{m \in \Omega_k} (2 b_{km}^{sh} - x_{km}^{-1}) \quad (2.47)$$

E em [16] foi proposta a seguinte Versão BX:

- $B'$  corresponde à submatriz  $H$  da matriz Jacobiana calculada para  $V = 1,0$  pu e  $\theta = 0^\circ$ ;
- $B''$  corresponde à matriz  $L_{eq}$  dada por:

$$L_{eq} = L - M H^{-1} N$$

onde  $L$ ,  $M$ ,  $H$  e  $N$  são as submatrizes da Jacobiana e ainda:

- $L_{eq}$  é calculada também para  $V = 1,0$  pu e  $\theta = 0^\circ$ ;
- elementos “fill-ins” são ignorados, ou seja, a  $L_{eq}$  tem a mesma estrutura da  $L$ ;
- $b_{km}$  é substituído por  $x_{km}^{-1}$ .

As matrizes de sensibilidade adotadas neste trabalho para a obtenção de resultados são expostas a seguir. Estas propostas de cálculo incorporam as idéias mostradas em [21] e são assim definidas:

- Matrizes de sensibilidade dos FCDR, segundo versão BX - (VBX)

$$B'_{kk} = - \sum_{m \in \Omega_k} a_{km} b_{km} \quad (2.48)$$

$$B'_{km} = a_{km} b_{km} = B'_{mk} \quad (2.49)$$

$$B'_{mm} = - \sum_{k \in \Omega_m} a_{km} b_{km} \quad (2.50)$$

$$B''_{kk} = \sum_{m \in \Omega_k} a_{km}^2 x_{km}^{-1} - 2 (b_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} b_{km}^{sh}) \quad (2.51)$$

$$B''_{km} = -a_{km} x_{km}^{-1} = B''_{mk} \quad (2.52)$$

$$B''_{mm} = \sum_{k \in \Omega_m} x_{km}^{-1} - 2 (b_m^{sh} + \sum_{k \in \Omega_m} b_{km}^{sh}) \quad (2.53)$$

- Matrizes de sensibilidade dos FCDR, segundo versão XB - (VXB)

$$B'_{kk} = \sum_{m \in \Omega_k} a_{km} x_{km}^{-1} \quad (2.54)$$

$$B'_{km} = -a_{km} x_{km}^{-1} = B'_{mk} \quad (2.55)$$

$$B'_{mm} = \sum_{k \in \Omega_m} a_{km} x_{km}^{-1} \quad (2.56)$$

$$B''_{kk} = - \sum_{m \in \Omega_k} a_{km}^2 b_{km} - 2 (b_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} b_{km}^{sh}) \quad (2.57)$$

$$B''_{km} = a_{km} b_{km} = B''_{mk} \quad (2.58)$$

$$B''_{mm} = - \sum_{k \in \Omega_m} b_{km} - 2 (b_m^{sh} + \sum_{k \in \Omega_m} b_{km}^{sh}) \quad (2.59)$$

O processo de solução dos métodos desacoplados consiste em aplicar um esquema de resolução alternada dos subproblemas  $P\theta$  e  $QV$ , isto é, a cada meia-iteração, a variável  $\theta$  é atualizada resolvendo-se o subproblema  $P\theta$  e  $V$  é atualizada ao resolver-se o subproblema  $QV$ . Geralmente, na primeira meia-iteração, resolve-se o subproblema  $P\theta$ . Cada subproblema utiliza sempre os valores de  $V$  e  $\theta$  atuais e o processo pára quando os dois subproblemas estão convergidos.

Os Métodos Desacoplados Rápidos não possuem a convergência quadrática do método de Newton e não são indicados para sistemas de baixa e média tensão, porém o tempo de computação e os gastos com memória são menores, possuem convergência bastante confiável e são de fácil implementação computacional. Por causa disso, ultimamente os Métodos Desacoplados Rápidos têm sido cada vez mais utilizados em aplicações “on-line” relacionadas ao controle e supervisão das redes.

## 2.3 Teorema da Compensação

Contingências em Sistemas Elétricos de Potência são anormalidades provocadas pela atuação da proteção do sistema, devido a curto-circuitos, sobrecargas ou ações naturais, que alteram a topologia da rede e podem levar a violações dos limites de operação. Portanto, dá-se o nome de contingências a desligamentos ou saída de serviço de componentes de um sistema de potência: linhas de transmissão, transformadores, compensadores shunt, geradores e cargas. Chama-se *contingência simples* aquela que consiste no desligamento de um único componente.

Durante o planejamento da expansão e da operação da rede, são realizados estudos envolvendo a simulação da ocorrência de contingências para que se possa conhecer o

comportamento do sistema perante tais situações. A esses estudos denomina-se *Análise de Contingências*.

Os métodos de Análise de Contingências mais indicados atualmente, referem-se a aqueles baseados no Teorema da Compensação. É certo que este teorema aplicado a sistemas lineares produz resultados exatos, mas pode ser aplicado a sistemas equacionados não linearmente, porque cada iteração de resolução dos mesmos constitui-se em resolver um problema linear. O objetivo deste tópico é o estudo do Teorema da Compensação aplicado à análise de contingências simples de linhas e transformadores, que é a meta deste trabalho.

A Análise de Contingências requer algumas vezes o estudo de vários casos de desligamentos de componentes da rede e ainda pode ser requisitada sua utilização em tempo real. Estes problemas podem impor restrições de tempo para o processamento da solução. Normalmente o maior tempo gasto neste processamento se deve à manipulação de matrizes para contemplar as mudanças ocorridas na topologia do sistema, com conseqüente reinversão destas matrizes para obtenção da solução. Por outro lado, na maioria dos casos, o aspecto precisão dos resultados não é crítico porque se deseja apenas a indicação das violações. O Teorema da Compensação oferece uma teoria para evitar refatorações e reinversões de matrizes para análise de mudanças na topologia da rede, porque permite a reutilização de matrizes que representavam o sistema antes da contingência, ou seja, o sistema original (completo).

O Teorema da Compensação foi desenvolvido para o modelo linear de sistemas de potência (cuja equação representativa é:  $\underline{I} = Y\underline{E}$ ) e, portanto, será aqui utilizado para expor o método. Seja uma rede elétrica (Figura 2.3-1) em que ocorre o desligamento de um ramo qualquer  $i - j$  (Figura 2.3-2). Para obter a solução do problema contingenciado seria necessário a refatoração da matriz admitância  $Y$  desconsiderando o ramo  $i - j$  e resolver a equação acima. Porém, o objetivo é reutilizar a mesma matriz  $Y$  que modelava o sistema original. Para o modelo linear do Fluxo de Carga, proporcionalmente à variação das injeções de corrente, varia-se também a magnitude da tensão de barra, de maneira linear. Logo, para redes elétricas tratadas desta maneira, onde as injeções de corrente são consideradas constantes, há uma propriedade de rede conhecida como Teorema da Compensação que diz [3]:

*A alteração na admitância de um ramo de rede tem o mesmo efeito que a ligação de uma fonte de corrente, de intensidade conveniente, entre os nós terminais da admitância, isto é, o efeito da alteração de uma admitância da rede pode ser compensado por uma fonte de corrente adequada.*

Portanto, se as alterações na topologia da rede são *compensadas* por fontes apropriadas de corrente, significa que os elementos da matriz admitância que relaciona as injeções de corrente e as tensões de barra não se alteram, ou seja, com a aplicação do Teorema da Compensação não é necessário recalcular  $Y$  mas apenas utilizar a matriz da rede completa

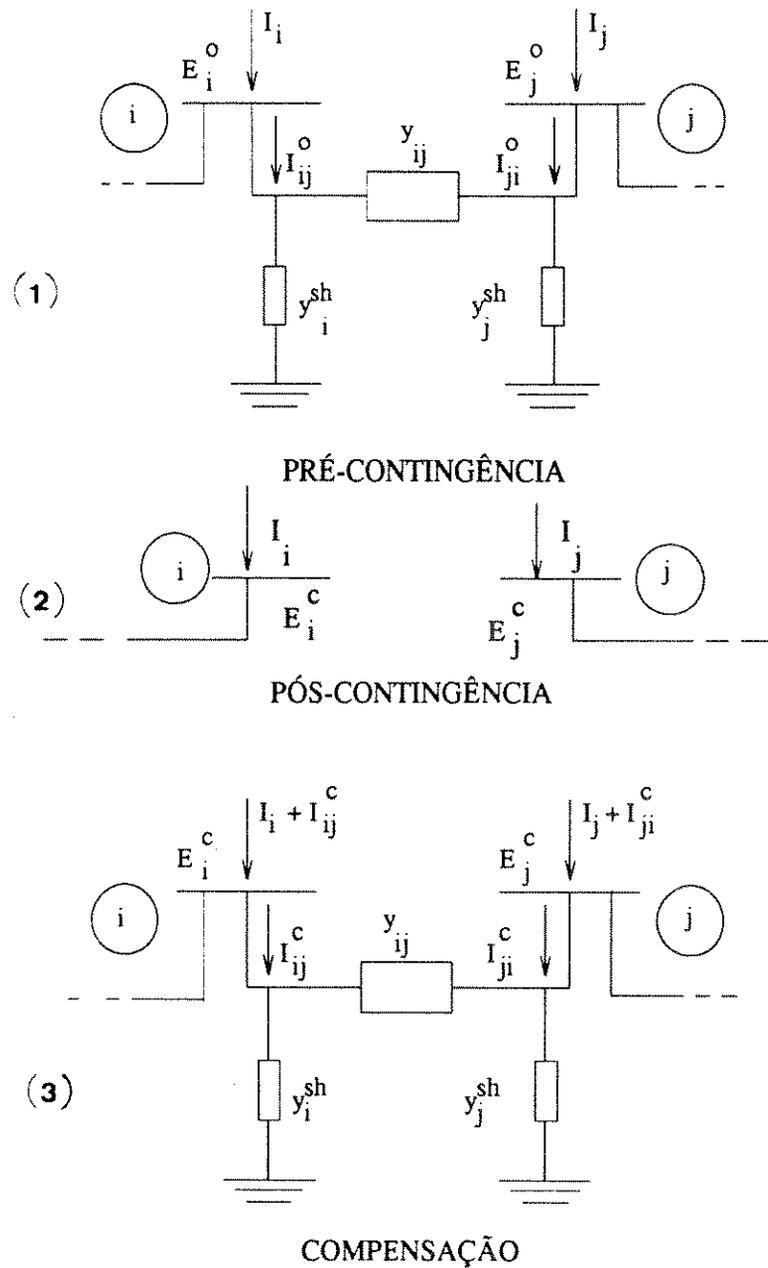


Figura 2.3: Aplicação do Teorema da Compensação em um ramo contingenciado i-j

original. Esta é a motivação para o uso deste teorema neste trabalho.

Para o propósito deste trabalho, no estudo de contingências de ramos de redes elétricas de potência, a dita alteração na admitância de um ramo é a própria saída deste ramo do sistema elétrico estudado. Com o emprego da compensação, portanto, o ramo é recolocado no sistema (Figura 2.3-3) mantendo a topologia original. Para compensar o retorno do ramo são incorporados às barras terminais do mesmo, injeções de corrente extras que são definidas então, de acordo com a Figura 2.3-3, como os fluxos que fluiria no ramo contingenciado  $i - j$ , caso o estado das barras do sistema fosse o pós-contingência. Este estudo pode ser entendido como a *análise de contingências por injeções de compensação* e é a principal ferramenta teórica deste trabalho.

A Figura 2.3 mostra o esquema elétrico do ramo  $i - j$  com suas respectivas injeções de corrente complexa,  $I_i$  e  $I_j$ . Os elementos de ramo  $y_{ij}$ ,  $y_i^{sh}$  e  $y_j^{sh}$  são admitâncias complexas, onde os dois últimos podem ser diferentemente, susceptâncias capacitivas ou indutivas, isto é, ambas capacitâncias iguais (o ramo comporta-se como linha de transmissão), ou uma é capacitiva e a outra indutiva (comportamento de transformador em fase, com tap diferente de 1,0).

Na Figura 2.3-1,  $I_{ij}^o$  e  $I_{ji}^o$  são os fluxos de corrente complexa no ramo  $i - j$  antes da ocorrência da contingência (Figura 2.3-2). Pela Figura 2.3-3 vê-se que no ramo  $i - j$  flui somente as injeções de compensação  $I_{ij}^c$  e  $I_{ji}^c$ . Entretanto, se o ramo  $i - j$  está ainda sendo considerado como presente ao sistema, deve-se identificar para onde fluíram as correntes que originalmente existiam, isto é,  $I_{ij}^o$  e  $I_{ji}^o$ . Como o problema  $\underline{I} = \underline{Y}\underline{E}$  é linear (não contempla perdas), estes fluxos *distribuem-se* para todos os ramos restantes do sistema, provocando variações nos fluxos de corrente destes ramos e nas tensões das barras, de maneira linear. Resta, então, estudar estas perturbações.

Sejam  $\underline{Y}^o$  a matriz admitância complexa pré-contingência de um sistema qualquer,  $\underline{I}$  e  $\underline{E}^o$  os vetores das injeções de corrente e tensão de barra complexas pré-contingência, respectivamente, das barras do sistema, tal que:  $\underline{I} = \underline{Y}^o \underline{E}^o$ . Ocorrida uma contingência em um ramo  $i - j$  qualquer deste sistema, a relação anterior passa a ser:  $\underline{I} = \underline{Y}^c \underline{E}^c$ , onde  $\underline{Y}^c$  é a nova matriz admitância complexa que representa o sistema e  $\underline{E}^c$  o novo vetor das tensões complexas das barras após a contingência. Pode-se, então, aplicar o Teorema da Compensação ao problema da contingência, com o objetivo de não alterar a matriz admitância original  $\underline{Y}^o$ . Deste modo, definindo-se  $\delta \underline{I}$  como o vetor de corrente complexa de compensação, onde somente os elementos  $i$  e  $j$  são não nulos e de valores iguais a  $I_{ij}^c$  e  $I_{ji}^c$ , respectivamente, e  $\delta \underline{E}$  o vetor das variações das tensões complexas das barras do sistema, o problema pode ser resumido de acordo com as passagens do equacionamento abaixo:

$$\underline{I} = \underline{Y}^o \underline{E}^o \xrightarrow{ctg.} \underline{I} = \underline{Y}^c \underline{E}^c \Rightarrow \underline{I} + \delta \underline{I} = \underline{Y}^o (\underline{E}^o + \delta \underline{E}) = \underline{Y}^o \underline{E}^o + \underline{Y}^o \delta \underline{E}$$

Observando-se a equação acima, nota-se que a resolução do problema da contingência

pode ser desmembrada em dois sistemas de equações matriciais lineares (aplicação do chamado Teorema da Superposição de Efeitos):  $\underline{I} = Y^o \underline{E}^o$  e  $\delta \underline{I} = Y^o \delta \underline{E}$ . A primeira equação representa o caso pré-contingência que é chamado de Caso Base. Geralmente este problema já está resolvido quando da ocorrência da contingência. A segunda equação representa a perturbação no sistema devido à contingência, comumente denominado Caso Contingenciado. Nesta equação se encontra o uso do Teorema da Compensação e da mesma são tiradas as relações entre tensão e corrente utilizadas no equacionamento de resolução do problema. Este equacionamento será desenvolvido no Capítulo 4.

Com o emprego de compensação em Análise de Contingências para quantificar as perturbações sofridas pelo sistema, pode-se definir fatores que determinam a solução final do problema contingenciado e têm ainda a vantagem de poderem ser reutilizados para estudo de contingências com qualquer outro perfil de injeções de corrente. Estes fatores podem ser de sensibilidade, que medem o grau de susceptibilidade da variável de estado em relação à saída do ramo do sistema, bem como de distribuição, pois quantificam as perturbações nos fluxos dos ramos restantes do sistema, quando da ocorrência da contingência.

Como mencionado anteriormente, os fluxos de corrente pré-contingência do ramo  $i - j$  distribuem-se pelo sistema ocasionando as perturbações nas variáveis de interesse do sistema. Com relação a estes fluxos, portanto, os fatores medem a sensibilidade das tensões de barra com respeito aos fluxos, bem como que parcelas dos mesmos se distribuirão a cada ramo restante do sistema. Estes fatores são discutidos a seguir.

### 2.3.1 Fatores de Sensibilidade (FS) e Distribuição (FD)

Esta secção tem como objetivo introduzir noções de Fatores de Sensibilidade e Distribuição [6],[19]. A teoria de fatores foi desenvolvida com base no modelo linear dos sistemas de potência, razão pela qual a exposição teórica é aqui apresentada com base neste modelo.

Sejam  $E_k^o$  e  $E_m^o$  as tensões originais das barras  $k$  e  $m$  respectivamente, de um ramo genérico  $k - m$  do sistema em estudo e ainda  $I_{km}^o$  e  $I_{mk}^o$  os fluxos de corrente originais neste ramo, segundo o mesmo modelo para o ramo  $i - j$  dado na Figura 2.3. As conseqüências no ramo  $k - m$  devido a uma contingência em um ramo  $i - j$  qualquer do sistema, podem ser determinadas segundo dois estudos mencionados a seguir:

- 1) Definindo  $\delta E_k$  como sendo a variação na tensão da barra  $k$  devido à contingência  $i - j$ , tem-se que a tensão final  $E_k^c$  nesta barra será:  $E_k^c = E_k^o + \delta E_k$ . Esta perturbação pode ser definida em função dos fluxos de corrente originais do ramo contingenciado, isto é:  $\delta E_k = \alpha_k^{ij} I_{ij}^o + \alpha_k^{ji} I_{ji}^o$ . Os termos  $\alpha_k^{ij}$  e  $\alpha_k^{ji}$  são constantes pois só dependem dos elementos da matriz inversa de  $Y$  (que permanece inalterada apesar da contingência), e dos elementos primitivos do ramo  $k - m$ . Estes termos são chamados

*Fatores de Sensibilidade* da tensão da barra  $k$  em relação à contingência do ramo  $i - j$ . Para a variação da tensão na barra  $m$ , o raciocínio é análogo:

- 2) Seja  $\delta I_{km}$  a variação de fluxo de corrente para o ramo  $k - m$  devido à contingência  $i - j$ . O fluxo de corrente final  $I_{km}^c$  será dado por:  $I_{km}^c = I_{km}^o + \delta I_{km}$ . Esta perturbação pode ser entendida como sendo uma parcela dos fluxos de corrente originais,  $I_{ij}^o$  e  $I_{ji}^o$ , do ramo contingenciado  $i - j$ , que se distribuíram pelo sistema, tal que:  $\delta I_{km} = \beta_{km}^{ij} I_{ij}^o + \beta_{km}^{ji} I_{ji}^o$ . Os termos  $\beta_{km}^{ij}$  e  $\beta_{km}^{ji}$  são também constantes pois só dependem dos Fatores de Sensibilidade das barras  $k$  e  $m$  e dos elementos primitivos deste ramo. Estes termos são chamados *Fatores de Distribuição* para o ramo  $k - m$  devido à contingência no ramo  $i - j$ . Para a variação de corrente  $I_{mk}^o$  o raciocínio é análogo.

Os Fatores de Sensibilidade são definidos em função dos elementos da matriz que contempla a relação entre as injeções de compensação e as variáveis de estado de interesse. No caso linear, estes elementos são da matriz impedância ( $Y^{-1}$ ). No caso não-linear, os elementos são da matriz de sensibilidade do método adotado, como as dos métodos desacoplados. Se algumas dessas variáveis forem especificadas, isto é, não constituem incógnita ao problema, estes fatores são nulos. Este fato ocorre notadamente com barras PV's ou  $V\theta$  modeladas no caso não-linear, onde as magnitudes das tensões de barra já estão definidas e, portanto, os elementos das matrizes são nulos, isto é, não contemplam a sensibilidade destas tensões para com o processo de solução do PFC não-linear [19]. Este fato não ocorre com o modelo linear, visto todas as barras serem modeladas como PQ's, sendo que, para estas últimas, os Fatores de Sensibilidade podem ser nulos ou não, pois este fato depende da susceptibilidade que a variável de estado tem com relação a uma determinada contingência, que pode ser grande ou praticamente desprezível (magnitude dos elementos da matriz).

Os Fatores de Distribuição, por sua vez, são proporcionais aos Fatores de Sensibilidade de suas barras terminais. No modelo não-linear, notadamente para ramos com barras terminais do tipo PV ou  $V\theta$ , os Fatores de distribuição são, portanto, nulos [19]. Portanto, os Fatores de Distribuição poderão contemplar perturbações de fluxo nos ramos restantes se, pelo menos uma das barras do ramo contingenciado for modelado como de carga (PQ).

A determinação destes fatores é abordada no Capítulo 4.

# Capítulo 3

## Revisão Bibliográfica

Este capítulo tem como objetivo revisar trabalhos publicados relacionados com Análise de Contingências, com respeito a métodos iterativos e com o emprego de Fatores de Sensibilidade e Distribuição.

O problema de cálculo do Fluxo de Carga tem merecido muitos estudos de solução matemática com emprego computacional, tal como apresentado em [5], onde um processo iterativo de solução das equações não-lineares do Fluxo de Carga com base no método de Newton-Raphson é apresentado.

Os problemas referentes a fluxos ativos são os que têm merecido os maiores estudos sobre contingências em Sistemas Elétricos de Potência (SEP) devido às suas características pouco não-lineares o que estimula o desenvolvimento de métodos baseados em Fatores de Distribuição (FD). Em [6], [7] e [8] são apresentados métodos de Análise de Contingências baseados nas características do Fluxo de Carga DC [3]. Em [6] é apresentado o tradicional conjunto de Fatores de Distribuição de fluxo de potência ativa. Em [7] é desenvolvida a representação do sistema por um modelo de Fluxo de Carga, usando a matriz  $Z_{BUS}$  para simular contingências nos elementos do sistema. O método emprega injeções extras de potências ativas convenientes nas barras terminais dos ramos contingenciados para calcular as correções nos ângulos de fase das barras do sistema. Em [8] é descrito um método para determinar o impacto do retorno ao serviço de um equipamento (linha de transmissão ou transformador) de SEP que sofreu contingência, usando Fatores de Distribuição calculados com base no fluxo de potência ativa. Estes trabalhos se restringem apenas ao estudo do impacto de contingências no fluxo ativo dos sistemas elétricos e não engloba as correções nas magnitudes das tensões de barra.

Alguns dos primeiros trabalhos relativos aos problemas de contingências com base na modelagem AC dos SEP são apresentados em [9], [10], [11] e [12].

Em [9], Petersen et al. introduziram uma técnica de solução iterativa linear do Fluxo de Carga AC em estudos aproximados e rápidos de contingências. Este trabalho baseou-

se no Lemma de Inversão de Matrizes [13]. Cada tempo total de simulação do método corresponde a 1,5 vezes ao de uma iteração do método de Newton-Raphson [5].

Os trabalhos [10], [11] e [12] são baseados em análise de sensibilidade de redes e nas características do método de Fluxo de Carga Newton-Raphson [5]. Estes métodos consideram conhecido o estado pré-contingência (Caso Base), usam matrizes de sensibilidade (fundamentadas na Matriz Jacobiana) calculadas no Caso Base e injeções convenientes de potência ativa e reativa nas barras terminais dos ramos contingenciados. Calculadas as correções nos ângulos e nas magnitudes das tensões de barra e atualizados estes valores, os mesmos são utilizados para o cálculo (estimativo) dos fluxos ativos e reativos nos ramos restantes do sistema.

Em [14]-[16] são propostos os métodos iterativos de solução do Fluxo de Carga AC denominados Desacoplados Rápidos, que são usados como base teórica para muitos estudos de seleção de contingências para análises de segurança da operação dos SEP, bem como para o estudo de fatores [17]-[19].

Recentemente, os problemas associados com fluxo de potência reativa e tensão de barra têm adquirido uma maior importância. A capacidade de transmissão pode ser, algumas vezes, limitada por considerações de fluxo reativo e em alguns casos, o colapso na transmissão pode ser atribuído a um fluxo de potência reativa anormal. Algoritmos baseados no Fluxo de Carga AC para resolver problemas associados com fluxo reativo e magnitude de tensão têm sido propostos, com melhorias nos tempos de execução e na precisão dos resultados. Em [17], [18] e [19] são estudadas contingências de ramos por Fatores de Distribuição, para análise exclusiva de fluxo reativo e magnitude de tensão de barra.

Em [17] desenvolveu-se uma nova formulação de Fatores de Distribuição, adequada à análise do problema reativo. Esta formulação é baseada na representação S-E de sistemas de potência (potência aparente complexa - tensão de barra complexa) e nas características dos Fluxos de Carga Desacoplados (separação dos problemas  $P-\theta$  e  $Q-V$ ). Este trabalho envolve estudo de contingências de ramos, transformadores e linhas de transmissão e são modelados identicamente como ramos de transmissão, adotando-se um modelo  $\pi$  de fluxo de potência reativo para estes ramos. Este modelo consiste em separar o fluxo, usado nos cálculos dos fatores, em duas parcelas: transmissão e perdas, aplicando-se o princípio da superposição de efeitos. Este modelo foi definido com base na aplicação de uma adaptação do teorema "I-shift" (substituição de um ramo por injeções do fluxo de corrente deste ramo em suas barras terminais) para o caso  $Q-V$ . Este método requer nove Fatores de Distribuição para estimar o fluxo de potência reativa de um ramo no estado pós-contingência e podem ser armazenados e usados para outra configuração de carga porque dependem basicamente da matriz impedância do sistema (enquanto a mesma não sofrer modificações). O tempo e a memória requeridos são bem menores que as usadas no programa de Fluxo de Carga.

Em [18] é descrito um algoritmo para a análise de fluxo de potência reativa com base em [17], onde são incorporados Fatores de Distribuição de fluxo de potência ativa para estimar os ângulos de barra do sistema pós-contingência, os quais são usados para determinar os Fatores de Distribuição de fluxo de potência reativa, obtidos através do modelo S-E de SEP, como forma de determinar o efeito da perturbação do ângulo sobre o fluxo reativo e ainda nas magnitudes das tensões de barra. O algoritmo é rápido e simples de implementar e seu maior propósito é formar uma base sólida para o estudo do problema reativo em Sistemas de Gerenciamento de Energia.

O método de cálculo de fatores para estudo do problema reativo desenvolvido neste trabalho está baseado no método proposto por Lee e Chen [19], razão pela qual o mesmo é analisado mais detidamente a seguir. Posteriormente são apresentadas algumas deficiências encontradas em [19] (Capítulo 4) que motivaram a elaboração do método aqui apresentado. A melhoria dos resultados com base em [19] constitui, então, no objetivo principal a ser alcançado por este trabalho.

### 3.1 Análise do Método Proposto por Lee e Chen

Em [19], Lee e Chen apresentam uma melhoria do trabalho proposto em [17], onde também são adotadas as características dos métodos desacoplados, promovendo o total desacoplamento do problema reativo. Neste trabalho, as matrizes de sensibilidade são agora as dos Métodos Desacoplados Rápidos ( $B''$ ) ao invés da representação S-E do sistema de potência utilizada em [17].

Em [19] são propostos cálculos de Fatores de Distribuição (FD) para estimar fluxos reativos dos ramos restantes do sistema pós-contingência e ainda Fatores de Sensibilidade (FS) para estimar as magnitudes das tensões de barra. As características destes fatores, bem como suas deficiências são discutidas no Capítulo 4.

Para cada tipo de ramo de transmissão (linha e transformador) é proposto um novo modelo de fluxo de potência reativa, onde a definição dos fatores são, então, separados de acordo o tipo do ramo contingenciado. A estes modelos são incorporadas as idéias do Teorema da Compensação (injeções de compensação), estudo de sensibilidade de redes e o Teorema da Superposição de Efeitos para a obtenção do cálculo dos fatores. O ponto inicial adotado no método é o estado pré-contingência, razão pela qual o problema se resume a resolver apenas uma equação linear matricial que contempla apenas um vetor de injeções de compensação (os mismatches  $\Delta Q$  dos métodos desacoplados são, dentro da precisão adotada, nulos), equação esta em que são retiradas as relações entre as perturbações nas magnitudes de tensão de barra devido à contingência e as injeções de compensação, utilizadas na determinação dos fatores.

Como hipóteses iniciais, o método considera que a diferença angular entre duas barras terminais de um ramo qualquer  $k - m$  do sistema é muito pequena, de tal forma que:

$\cos\theta_{km} \cong 1,0$  e  $\text{sen}\theta_{km} \cong \theta_{km}$  e são consideradas constantes ao problema, ou seja, não sofrem perturbações devido à saída de um ramo do sistema. Logo, as expressões de fluxo reativo para um ramo contingenciado  $i - j$  qualquer em termos dos elementos primitivos da rede serão dados por:

$$Q_{ij} = -(a_{ij}V_i)^2 (b_{ij} + b_{ij}^{sh}) + a_{ij}V_iV_jb_{ij} - a_{ij}V_iV_jg_{ij}\theta_{ij}$$

$$Q_{ji} = -V_j^2 (b_{ij} + b_{ij}^{sh}) + a_{ij}V_iV_jb_{ij} + a_{ij}V_iV_jg_{ij}\theta_{ij}$$

Estas são as equações das injeções de compensação que, conforme o tipo do ramo contingenciado  $i - j$ , são tratadas de acordo com o modelo de fluxo reativo proposto no trabalho. Tais modelos e modos de obtenção dos Fatores de Sensibilidade e Distribuição são expostos a seguir:

1) Cálculo dos fatores para contingências em linhas de transmissão

Seja  $i - j$  o ramo contingenciado de um Sistema Elétrico de Potência. A Figura 3.1 mostra o modelo  $\pi$  de fluxo reativo proposto em [17], onde os fluxos reativos  $Q_{ij}$  e  $Q_{ji}$  são divididos em duas componentes: transmissão (T) e perdas. Este modelo é utilizado também por Lee e Chen para o estudo de contingências em linhas, onde as componentes de transmissão e perdas são calculadas diferentemente de [17] devido à utilização das características de cálculo dos Métodos Desacoplados Rápidos.

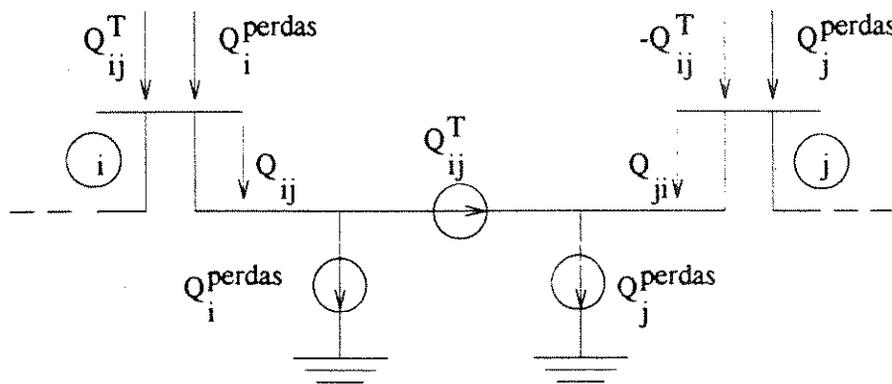


Figura 3.1: Modelo de linha de transmissão de fluxo reativo para o cálculo de fatores.

De acordo com a figura acima tem-se que:  $Q_{ji}^T = -Q_{ij}^T$  e  $Q_i^{perdas} = Q_j^{perdas}$ . Para linhas de transmissão tem-se que o valor do tap é definido como unitário ( $a_{ij} = 1,0$ ). Logo, as expressões das injeções de compensação de transmissão e perdas são dadas por:

$$Q_{ij}^T = \frac{Q_{ij} - Q_{ji}}{2} = -\frac{1}{2} (V_i^2 - V_j^2) (b_{ij} + b_{ij}^{sh}) - V_i V_j g_{ij} \theta_{ij}$$

$$Q_i^{perdas} = \frac{Q_{ij} + Q_{ji}}{2} = -\frac{1}{2} (V_i^2 + V_j^2) (b_{ij} + b_{ij}^{sh}) + V_i V_j b_{ij}$$

de tal forma que:  $Q_{ij} = Q_{ij}^T + Q_i^{perdas}$  e  $Q_{ji} = -Q_{ij}^T + Q_j^{perdas}$ , o que pode ser também constatado pela Figura 3.1.

As parcelas de injeções de transmissão e perdas são estudadas separadamente, isto é, compensa-se uma parcela por vez e posteriormente aplica-se o Teorema da Superposição de Efeitos para somar as perturbações de ambas as parcelas aos fluxos reativos e às magnitudes de tensões de barra do caso base (valores iniciais que são calculados no estado pré-contingência). Para calcular estas perturbações determina-se Fatores de Sensibilidade e Distribuição da seguinte forma:

- FS: definidos como a relação entre a perturbação na magnitude de tensão de uma barra  $k$  qualquer do sistema e os fluxos reativos de transmissão e perdas pré-contingência do ramo contingenciado  $i - j$ , ou seja:

$$\alpha_k^T = \frac{\Delta V_k^T}{Q_{ij}^T} \quad e \quad \alpha_k^{perdas} = \frac{\Delta V_k^{perdas}}{Q_i^{perdas}}$$

- FD: definidos como a relação entre a perturbação no fluxo de potência reativa de transmissão e de perdas de um ramo  $k - m$  qualquer do sistema pós-contingência e os fluxos reativos de transmissão e perdas pré-contingência, respectivamente, do ramo contingenciado  $i - j$ , ou seja:

$$\beta_{km}^T = \frac{\Delta Q_{km}^T}{Q_{ij}^T} \quad e \quad \beta_{km}^{perdas} = \frac{\Delta Q_{km}^{perdas}}{Q_i^{perdas}}$$

onde, por inspeção, os Fatores de Distribuição para o fluxo reativo no sentido  $m - k$  são dados por:  $\beta_{mk}^T = -\beta_{km}^T$  e  $\beta_{mk}^{perdas} = \beta_{km}^{perdas}$ .

Dessa forma, o método propõe o cálculo de dois Fatores de Sensibilidade e dois de Distribuição, correspondentes a cada uma das parcelas de injeções de compensação, onde todas as magnitudes de tensão e os fluxos reativos restantes do sistema são estimados com estas parcelas. Logo:

- para uma barra  $k$  qualquer, a magnitude da tensão pós-contingência será dada por:

$$V_k^{pos} = V_k^{pre} + \alpha_k^T Q_{ij}^T + \alpha_k^{perdas} Q_i^{perdas}$$

- para um ramo  $k - m$  qualquer, o fluxo reativo pós-contingência será dado por:

$$Q_{km}^{pos} = Q_{km}^{pre} + \beta_{km}^T Q_{ij}^T + \beta_{km}^{perdas} Q_i^{perdas}$$

onde estas equações contemplam a superposição das perturbações às variáveis de interesse (tensão e fluxo) devido a cada uma das parcelas compensadas.

## 2) Cálculo dos fatores para contingências em transformadores

Devido ao fato do modelo  $\pi$  do transformador ser diferente do modelo  $\pi$  de linhas de transmissão, ou ainda, que a impedância de um lado do transformador é refletida para o outro lado através do quadrado da relação de transformação ( $a_{ij}^2$ ), para o cálculo de fatores devido a contingências em transformadores é necessário um novo modelo que contemple uma relação entre as injeções de compensação injetadas em cada barra terminal do ramo contingenciado.

As considerações iniciais para este estudo são: o valor do tap pode ser diferente de 1,  $b_{ij}^{sh}$  é nula e  $g_{ij}$  é considerada desprezível (portanto  $b_{ij} = -x_{ij}^{-1}$ ). Logo, as equações de fluxo reativo para transformador são dadas por:

$$Q_{ij} = (a_{ij}V_i)^2 x_{ij}^{-1} - a_{ij}V_iV_j x_{ij}^{-1}$$

$$Q_{ji} = V_i^2 x_{ij}^{-1} - a_{ij}V_iV_j x_{ij}^{-1}$$

Derivando estas equações com relação ao tap e dividindo-se os resultados obtém-se uma relação entre os dois diferenciais de fluxo:  $dQ_{ji} = K_1 dQ_{ij}$ . Esta equação pode ser entendida como a relação infinitesimal entre as injeções de compensação devido à mudança infinitesimal no tap do transformador. Esta relação é modificada para obter fatores mais precisos, de tal forma que:

$$dQ_{ji} = a_{ij}^2 K_1 dQ_{ij}, \quad \text{onde} \quad K_1 = \frac{V_j}{-2a_{ij}V_i + V_j}$$

Subtraindo  $Q_{ji}$  de  $Q_{ij}$  e dividindo-se o resultado por 2 obtém-se a equação do fluxo reativo médio de compensação do ramo contingenciado no sentido  $i - j$  ( $Q_{ij}^T$ , tal como obtido para linhas de transmissão), ou seja:

$$Q_{ij}^T = \frac{Q_{ij} - Q_{ji}}{2} = \frac{1}{2} (a_{ij}^2 V_i^2 - V_j^2) x_{ij}^{-1}$$

A relação de injeções infinitesimais é então validada para o fluxo médio, de modo que:

$$Q_{ji}^T = a_{ij}^2 K_1 Q_{ij}^T$$

onde  $Q_{ji}^T$  é a injeção de compensação para a barra  $j$  (sentido  $j - i$ ) e ambas são agora utilizadas como as injeções de compensação para o estudo de contingências em transformadores.

Obtida a relação final acima, para o cálculo de fatores adota-se o mesmo procedimento e considerações utilizados para a parcela de transmissão do problema de contingência em linhas de transmissão, ou seja, os FS e FD são definidos da mesma forma que anteriormente.

Desse modo, o método propõe o cálculo de apenas um fator de Sensibilidade e Distribuição, correspondente à parcela do fluxo médio no ramo contingenciado, onde, conseqüentemente, todos os fluxos restantes são estimados pelo fluxo médio.

Portanto, como forma de estudar contingências em ramos dos Sistemas Elétricos de Potência, o método proposto em [19] propõe o cálculo de Fatores de Sensibilidade para estimar as magnitudes das tensões de barra e Fatores de Distribuição para estimar os fluxos reativos pós-contingência dos ramos restantes. Os FS são utilizados nas definições dos FD onde estes últimos são diretamente proporcionais aos Fatores de Sensibilidade das barras terminais do ramo a ser estimado seu fluxo reativo. Usando-se estes fatores para estudar as perturbações pós-contingência no subproblema  $Q - V$ , os resultados podem ser obtidos rapidamente e os mesmos podem ser armazenados para estudo posterior de contingências ocorridas com outro perfil de carga, visto serem os fatores mais dependentes da configuração do sistema (impedâncias) do que do Fluxo de Carga.

## Capítulo 4

# Desenvolvimento Teórico do Trabalho

No Capítulo 2 foi abordada a base teórica para a solução do Problema de Fluxo de Carga (PFC) bem como as características do Teorema da Compensação por injeção, para resolver o problema linear. Esta solução é obtida em um passo (iteração) de cálculo e permite definir Fatores de Sensibilidade (FS) para as tensões complexas de barra e de Distribuição (FD) para os fluxos de corrente complexa nos ramos restantes.

A formulação do PFC é não-linear mas sua solução consiste em resolver, por um processo iterativo, um sistema de equações lineares. Por este motivo, podem-se definir FS para as variáveis de estado e FD para os fluxos de potência no PFC, para um determinado ponto de solução do mesmo (ou iteração  $\nu$ ), não obtendo-se resultados exatos mas aceitáveis do ponto de vista da análise de perturbações a quaisquer variáveis de interesse do sistema pós-contingência. Esta é a idéia básica com a qual são propostos neste trabalho, fatores para o estudo do problema reativo cujas variáveis de interesse são as tensões de barra e os fluxos reativos nos ramos. Este método de cálculo de fatores também apresenta melhorias com relação ao trabalho de Lee e Chen [19].

O objetivo deste capítulo é, então, desenvolver um estudo para determinar Fatores de Sensibilidade e Distribuição para o caso linear e, baseados em sua metodologia, determinar fatores também ao caso não-linear, com respeito ao problema reativo.

### 4.1 Deficiência no Método Proposto por Lee e Chen

Baseando-se no trabalho de Ilic-Spong e Phadke [17], Ching-Yin Lee e Nanming Chen apresentam um método para determinar um conjunto de Fatores de Distribuição [19], baseando-se nas características do Fluxo de Carga Desacoplado Rápido (sensibilidade entre potência reativa e magnitude da tensão) e no método da compensação por injeções de

potência. A potência reativa que originalmente fluía no ramo contingenciado, é distribuída para todos os ramos restantes no estado pós-contingência, de acordo com estes fatores. Embora as equações do método são deduzidas baseadas em uma condição de Fluxo de Carga, os FS e FD são mais dependentes da topologia da rede (impedâncias) do que da configuração da carga. Logo, as aplicações podem ser estendidas para uma larga faixa de variação de carga e perfil de diferença angular.

No trabalho de Ching-Yin Lee e Nanming Chen foram também desenvolvidos cálculos de Fatores de Sensibilidade para as perturbações nas tensões de barra do sistema pós-contingência, baseando-se nas mesmas características descritas acima. As expressões matemáticas dos Fatores de Distribuição de fluxo reativo de cada ramo restante do sistema são proporcionais aos Fatores de Sensibilidade das tensões das barras terminais destes ramos. Logo, se os FS para uma determinada barra forem nulos, significa que a mesma não sofre a influência que uma determinada contingência provoca ao sistema e isto ocorre particularmente com as barras onde há controle de tensão, ou seja,  $V\theta$  e  $PV$ 's (os Fatores de Sensibilidade de tensão são diferentes de zero apenas para as barras  $PQ$ 's). Desse modo, estas barras devem ser cuidadosamente estudadas quando da elaboração de métodos de estimação de fluxos reativos pós-contingência que se propõem a resolver o problema proposto em apenas um passo de cálculo, como é o caso do uso de fatores para este fim.

Um dos objetivos de maior interesse em operação de sistemas de potência consiste na entrega eficiente de fluxo ativo às cargas. Logo, ramos com fluxos ativos elevados são importantes no estudo de contingências, pois a saída de operação destes ramos podem deteriorar bastante este serviço que pode ter, como uma de suas conseqüências, perturbações consideráveis nos fluxos reativos, provocados principalmente por aumento de perdas.

Usando Fatores de Distribuição para calcular o fluxo de potência reativa pós-contingência e Fatores de Sensibilidade para o cálculo das magnitudes de tensão, os resultados podem ser obtidos com bastante rapidez e com boa precisão, desde que a potência reativa do ramo contingenciado seja bastante predominante em relação à potência ativa. Desse modo, as perturbações nos ângulos de barra do sistema, devido à saída de um ramo cujo fluxo ativo pré-contingência seja pequeno, serão muito pouco significativas, o que se pode concluir que as variações de fluxo no sistema serão provocadas quase que exclusivamente pelas perturbações no estado das tensões de barra em todo sistema. Logo, o problema contingenciado pode ser restringido à sensibilidade potência reativa-módulo de tensão, o que justifica os bons resultados do método [19].

Contudo, o método não é eficiente quando se trata de contingências em ramos cujas barras que compõem o mesmo (barras terminais) são de tensão controlada ( $PV$ 's ou  $V\theta$ ). Neste caso, todos os FS e FD são nulos (não há sensibilidade entre o resto do sistema e o ramo contingenciado porque não há variações nas tensões das barras terminais), e os fluxos reativos, bem como as tensões de barra, não sofrem correção, o que pode representar erros grandes se a perturbação nos mesmos, devido à contingência, forem consideráveis.

Este problema também ocorre com ramos remanescentes cujas barras terminais são de tensão controlada, isto é, apesar de ser possível a determinação dos fatores para uma determinada contingência (pelo menos uma das barras terminais do ramo contingenciado é do tipo  $PQ$ ), os Fatores de Distribuição de fluxo reativo calculados para estes ramos são nulos pois os Fatores de Sensibilidade das tensões das barras terminais são nulos. No entanto, este resultado é coerente com as características do subproblema  $Q - V$  em que se baseiam o método de Lee e Chen, pois, neste caso, os ângulos de barra são considerados constantes, as tensões não sofrem correções e, portanto, os fluxos reativos permanecem no valor inicial. Mas, mesmo assim, as perturbações de fluxo reativo nestes ramos podem ser consideráveis e, portanto, qualquer método fundamentado em Fatores de Sensibilidade deverá contemplar este tipo de ramo. Isto pode ser feito levando-se em conta o fluxo ativo pré-contingência, através de correções provocadas no ângulo de barra.

Portanto, a Análise de Contingências requer, em muitos casos, a avaliação pós-contingência das duas grandezas de estado da rede (ângulo e tensão de barra), como requisitos para se obter resultados mais confiáveis, o bastante para que se justifique o emprego da análise nas áreas de planejamento e operação da rede.

## 4.2 Compensação por Injeções Aplicada ao Modelo Linear

Seja um Sistema Elétrico de Potência modelado através da equação linear complexa  $\underline{I} = Y^o \underline{E}^o$ , onde  $\underline{I}$  é o vetor de injeções de corrente,  $Y^o$  a matriz admitância e  $\underline{E}^o$  o vetor de tensões de barra. O índice  $o$  denota o caso pré-contingência (Caso Base).

Sendo as injeções de corrente constantes e especificadas, o vetor  $\underline{I}$  passa a ser denotado por  $\underline{I}^{esp}$ . Aplicando-se a primeira lei de Kirchhoff a cada barra do sistema, tem-se que o balanço de corrente ( $\Delta \underline{I}^o$ ) em cada barra do sistema no Caso Base é dado por:

$$\Delta \underline{I}^o = \underline{I}^{esp} - \underline{I}^{calc} = \underline{0} \Rightarrow \underline{I}^{esp} - Y^o \underline{E}^o = \underline{0} \Rightarrow \underline{I}^{esp} = Y^o \underline{E}^o \quad (4.1)$$

onde  $\underline{I}^{calc}$  corresponde ao vetor das somatórias de todos os fluxos de corrente dos ramos vizinhos a cada barra e portanto, representa a própria equação matricial do Caso Base:  $\underline{I}^{calc} = Y^o \underline{E}^o$ .

Considere o desligamento de um ramo  $i - j$  qualquer do sistema. Com a saída deste ramo, a topologia do sistema passa a ser representada por outra matriz admitância,  $Y^c$ , e o novo estado do sistema por  $\underline{E}^c$ , de tal forma que:  $\underline{I}^{esp} = Y^c \underline{E}^c$ . Contudo, o objetivo aqui é obter a solução pós-contingência do sistema, com o emprego da matriz admitância original  $Y^o$ . Para alcançar este objetivo, aplicar-se-á o método da compensação por injeções de corrente.

Seja  $\delta \underline{I}$  o vetor das injeções de compensação do ramo contingenciado  $i-j$ . Este vetor será formado por elementos nulos exceto nas posições  $i$  e  $j$ , onde são iguais ao fluxo de corrente pós-contingência deste ramo, ou seja,  $I_{ij}^c$  e  $I_{ji}^c$ . O vetor  $\delta \underline{I}$  é função do estado pós-contingência  $\underline{E}^c$  ( $\delta \underline{I} = f(\underline{E}^c)$ ). Dessa forma, visto não se saber previamente o valor de  $\underline{E}^c$ ,  $\delta \underline{I}$  só será determinado quando determinado o estado pós-contingência. No entanto, pode-se obter o valor exato de  $\delta \underline{I}$  devido ao equacionamento do problema ser linear, como poderá ser visto pelos cálculos desenvolvidos mais adiante.

Portanto, o balanço de corrente nas barras do sistema pós-contingência ( $\Delta \underline{I}^c$ ), será dado por:

$$\Delta \underline{I}^c = \underline{I}^{esp} + \delta \underline{I} - \underline{I}^{calc} = \underline{0} \Rightarrow \underline{I}^{esp} + \delta \underline{I} - Y^o \underline{E}^c = \underline{0} \quad (4.2)$$

onde, como visto,  $\underline{I}^{calc}$  é o vetor da somatória de todos os fluxos de corrente dos ramos pertencentes a cada barra, inclusive o ramo  $i-j$ . Logo, para o sistema contingenciado,  $\underline{I}^{calc} = Y^o \underline{E}^c$ . Logo, o termo da equação (4.2),  $\delta \underline{I} - \underline{I}^{calc}$  representa a subtração dos elementos do ramo  $i-j$  da matriz  $Y^o$ , isto é:

$$\delta \underline{I} - \underline{I}^{calc} = \delta \underline{I} - Y^o \underline{E}^c = -Y^c \underline{E}^c$$

Assim, o problema contingenciado pode ser resolvido através da equação (4.2) de maneira direta, através do Teorema da Superposição de efeitos. Definindo-se o vetor das tensões de barra complexas pós-contingência  $\underline{E}^c$  como:  $\underline{E}^c = \underline{E}^o + \delta \underline{E}$ , onde  $\delta \underline{E}$  é o vetor das perturbações nas tensões complexas de barra devido à injeção extra de corrente  $\delta \underline{I}$ , tem-se que o problema consiste em resolver duas equações matriciais:

$$\underline{I}^{esp} = Y^o \underline{E}^o \quad e \quad \delta \underline{I} = Y^o \delta \underline{E} \quad (4.3)$$

onde a primeira equação é o já mencionado Caso Base e a segunda o Caso Contingenciado. Logo, o primeiro caso define o ponto inicial (Caso Base) para a resolução do segundo caso.

### 4.2.1 Rotina de Cálculo das Injeções de Compensação

Seja  $Z^o$  a matriz impedância definida como a inversa da matriz admitância do sistema elétrico, isto é,  $Z^o = (Y^o)^{-1}$ . Logo, a equação matricial de perturbação do caso contingenciado pode ser expressa por:  $\delta \underline{E} = Z^o \delta \underline{I}$ . A forma matricial desta equação é dada abaixo:

$$\begin{bmatrix} \delta E_1 \\ \vdots \\ \delta E_i \\ \vdots \\ \delta E_j \\ \vdots \\ \delta E_{NB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & \dots & Z_{1i} & \dots & Z_{1j} & \dots & Z_{1NB} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ Z_{i1} & \dots & Z_{ii} & \dots & Z_{ij} & \dots & Z_{iNB} \\ \vdots & \dots & \vdots & \ddots & \vdots & \dots & \vdots \\ Z_{j1} & \dots & Z_{ji} & \dots & Z_{jj} & \dots & Z_{jNB} \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{NB1} & \dots & Z_{NBi} & \dots & Z_{NBj} & \dots & Z_{NB NB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ I_{ij}^c \\ \vdots \\ I_{ji}^c \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Para uma barra  $k$  qualquer do sistema, a tensão pós-contingência da mesma será:

$$E_k^c = E_k^o + \delta E_k \quad (4.4)$$

onde:

$$\delta E_k = Z_{ki} I_{ij}^c + Z_{kj} I_{ji}^c \quad (4.5)$$

Com o modelo de ramo visto em teoria (Figura 2.2), determina-se as equações dos fluxos de corrente complexa de um ramo genérico  $k - m$ , para valores também genéricos de tensões de barra  $E_k$  e  $E_m$ , isto é:

$$I_{km} = y_k^{sh} E_k + y_{km} (E_k - E_m) = (y_{km} + y_k^{sh}) E_k - y_{km} E_m \quad (4.6)$$

$$I_{mk} = y_m^{sh} E_m + y_{km} (E_m - E_k) = -y_{km} E_k + (y_{km} + y_m^{sh}) E_m \quad (4.7)$$

Determinadas as equações dos fluxos de corrente, necessita-se agora explicitá-las em função da perturbação de tensão  $\delta \underline{E}$  provocada pela contingência, isto é, obter a Série de Taylor (linearização) destas equações no ponto inicial  $\underline{E}^o$ . As equações de fluxo de corrente são lineares e portanto, as linearizações são exatas, isto é, não sofrem aproximações. Seja então, o ramo genérico  $k - m$  como sendo o ramo contingenciado  $i - j$ , isto é,  $k - i$  e  $m = j$ . As equações linearizadas dos fluxos pós-contingência ( $I_{ij}^c$  e  $I_{ji}^c$ ) deste ramo, são dadas por:

$$I_{ij}^c = I_{ij}^o + \frac{\partial I_{ij}}{\partial E_i} \delta E_i + \frac{\partial I_{ij}}{\partial E_j} \delta E_j = I_{ij}^o + (y_{ij} + y_i^{sh}) \delta E_i - y_{ij} \delta E_j \quad (4.8)$$

$$I_{ji}^c = I_{ji}^o + \frac{\partial I_{ji}}{\partial E_i} \delta E_i + \frac{\partial I_{ji}}{\partial E_j} \delta E_j = I_{ji}^o - y_{ij} \delta E_i + (y_{ij} + y_j^{sh}) \delta E_j \quad (4.9)$$

Os termos  $I_{ij}^o$  e  $I_{ji}^o$  são os valores dos fluxos de corrente no ramo  $i - j$  obtidos pela aplicação do estado base nas equações de fluxo (4.6) e (4.7), ou seja, são os fluxos pré-contingência desse ramo.

Substituindo as equações (4.4) e (4.5), para  $k = i$  e  $k = j$ , nas equações linearizadas dos fluxos de corrente pós-contingência (equações (4.8) e (4.9)), obtém-se um sistema de duas equações a duas incógnitas:

$$\begin{cases} c_{11}I_{ij}^c + c_{12}I_{ji}^c = I_{ij}^o \\ c_{21}I_{ij}^c + c_{22}I_{ji}^c = I_{ji}^o \end{cases}$$

onde  $c_{11}$ ,  $c_{12}$ ,  $c_{21}$  e  $c_{22}$  são constantes numéricas complexas, dadas por:

$$\begin{aligned} c_{11} &= 1 - (y_{ij} + y_i^{sh})Z_{ii} + y_{ij}Z_{ji} \\ c_{12} &= -(y_{ij} + y_i^{sh})Z_{ij} + y_{ij}Z_{jj} \\ c_{21} &= y_{ij}Z_{ii} - (y_{ij} + y_j^{sh})Z_{ji} \\ c_{22} &= 1 + y_{ij}Z_{ij} - (y_{ij} + y_j^{sh})Z_{jj} \end{aligned} \tag{4.10}$$

Definindo  $cte$  como outra constante numérica complexa tal que  $cte = c_{11}c_{22} - c_{12}c_{21}$ , tem-se que os fluxos de corrente pós-contingência no ramo  $i - j$  são dados por:

$$I_{ij}^c = (c_{22}I_{ij}^o - c_{12}I_{ji}^o)/cte \tag{4.11}$$

$$I_{ji}^c = (-c_{21}I_{ij}^o + c_{11}I_{ji}^o)/cte \tag{4.12}$$

Com os valores de  $I_{ij}^c$  e  $I_{ji}^c$  obtidos acima, pode-se calcular todas as variações de tensão do sistema através da equação (4.5) e usar estes resultados na equação (4.4) para obter todas as tensões complexas do sistema. Além disso, obtido o estado  $\underline{E}^c$ , pode-se aplicar estes valores nas equações (4.6) e (4.7) para se obter os fluxos de corrente pós-contingência dos ramos remanescentes do sistema. Porém, deseja-se definir Fatores de Sensibilidade e Distribuição para o caso linear porque os mesmos podem ser armazenados e usados posteriormente para uma outra configuração de injeção de correntes complexas.

### 4.2.2 Obtenção dos Fatores de Sensibilidade (FS) e Distribuição (FD)

Como visto, Fatores de Sensibilidade representam o grau de influência que uma determinada contingência provoca nas tensões complexas nodais de um sistema elétrico, ou ainda, a sensibilidade destas tensões em relação aos fluxos de corrente complexa pré-contingência do ramo contingenciado.

Seja  $k$  uma barra qualquer de um sistema elétrico. Ocorrida uma contingência em um ramo  $i - j$  qualquer, a tensão complexa da barra  $k$  é dada pela equação (4.4), onde a

perturbação  $\delta E_k$  é obtida por meio da equação (4.5). Substituindo esta última equação na primeira e ainda tomando os resultados das equações (4.11) e (4.12), pode-se obter a seguinte equação:

$$E_k^c = E_k^o + \alpha_k^{ij} I_{ij}^o + \alpha_k^{ji} I_{ji}^o \quad (4.13)$$

onde:

$$\alpha_k^{ij} = \frac{c_{22}Z_{ki} - c_{21}Z_{kj}}{cte} \quad (4.14)$$

$$\alpha_k^{ji} = \frac{-c_{12}Z_{ki} + c_{11}Z_{kj}}{cte} \quad (4.15)$$

As constantes  $\alpha_k^{ij}$  e  $\alpha_k^{ji}$  são os chamados Fatores de Sensibilidade da tensão na barra  $k$  para com a contingência no ramo  $i - j$ . Observando-se seus elementos, constata-se que a unidade de medida dos mesmos é ohms ( $\Omega$ ), ou seja, são qualitativamente iguais a impedâncias. Pelo fato de só dependerem dos valores numéricos da topologia da rede, estes fatores são independentes da configuração de injeção de corrente de barra. Portanto, uma vez calculados, podem ser armazenados e usados imediatamente à ocorrência de uma contingência, necessitando-se saber apenas qual era o estado das tensões de barra do caso base ( $E_k^o$ ) e a seguir calcular as variações de tensão ( $\delta E_k$ ) com o emprego dos FS armazenados e obter o estado de tensão pós-contingência ( $E_k^c$ ).

Seja um sistema qualquer de NB barras e NR ramos. Para cada uma das NR contingências do sistema, são necessários dois Fatores de Sensibilidade para cada barra. Portanto, deve-se armazenar  $2 \cdot NR \cdot NB$  Fatores de Sensibilidade e utilizar os fatores apropriados para uma contingência, quando da ocorrência da mesma, para o cálculo das tensões de barra do sistema em estudo.

Seja, agora, um ramo genérico  $k - m$  do sistema contingenciado. Correspondem a Fatores de Distribuição as constantes que calculam as parcelas dos fluxos de corrente complexa pré-contingência do ramo  $i - j$ , que passam a fluir pelos ramos restantes do sistema. Similares às equações  $I_{ij}^c$  e  $I_{ji}^c$ , os fluxos de corrente complexa pós-contingência para o ramo genérico  $k - m$  são:

$$I_{km}^c = y_k^{sh} E_k^c + y_{km} (E_k^c - E_m^c) = (y_{km} + y_k^{sh}) E_k^c - y_{km} E_m^c \quad (4.16)$$

$$I_{mk}^c = y_m^{sh} E_m^c + y_{km} (E_m^c - E_k^c) = -y_{km} E_k^c + (y_{km} + y_m^{sh}) E_m^c \quad (4.17)$$

Os valores de  $E_k^c$  e  $E_m^c$  já foram calculados com o auxílio dos FS, através da equação (4.13). Substituindo, então, os valores de  $E_k^c$  e  $E_m^c$  às equações de fluxo de corrente (4.16) e (4.17) acima, obtém-se:

$$I_{km}^c = I_{km}^o + \beta_{km}^{ij} I_{ij}^o + \beta_{km}^{ji} I_{ji}^o \quad (4.18)$$

$$I_{mk}^c = I_{mk}^o + \beta_{mk}^{ij} I_{ij}^o + \beta_{mk}^{ji} I_{ji}^o \quad (4.19)$$

onde  $I_{km}^o$  e  $I_{mk}^o$  são os valores dos fluxos de corrente complexa pré-contingência do ramo  $k - m$  e  $\beta_{km}^{ij}$ ,  $\beta_{km}^{ji}$ ,  $\beta_{mk}^{ij}$  e  $\beta_{mk}^{ji}$  são os Fatores de Distribuição dos fluxos pré-contingência do ramo  $i - j$  para o ramo  $k - m$ , cujas equações genéricas são:

$$\beta_{km}^{ij} = (y_{km} + y_k^{sh})\alpha_k^{ij} - y_{km}\alpha_m^{ij} \quad (4.20)$$

$$\beta_{km}^{ji} = (y_{km} + y_k^{sh})\alpha_k^{ji} - y_{km}\alpha_m^{ji} \quad (4.21)$$

$$\beta_{mk}^{ij} = -y_{km}\alpha_k^{ij} + (y_{km} + y_m^{sh})\alpha_m^{ij} \quad (4.22)$$

$$\beta_{mk}^{ji} = -y_{km}\alpha_k^{ji} + (y_{km} + y_m^{sh})\alpha_m^{ji} \quad (4.23)$$

Observando-se estas expressões constata-se que os FD também são constantes em relação à configuração de injeções de corrente de barra da rede elétrica em estudo. Isto pode ser constatado porque os Fatores de Sensibilidade, como visto, são constantes em relação às injeções de corrente e, além disso, os termos que representam os elementos de rede não se alteram com as contingências. Os Fatores de Distribuição não possuem unidade de medida, isto é, são adimensionais e também pode-se calculá-los e armazená-los para posteriormente serem utilizados nos cálculos dos fluxos de corrente pós-contingência.

Seja um sistema qualquer de NR ramos. Para cada uma das NR contingências são necessários quatro FD para cada um dos ramos restantes do sistema. Portanto, são necessários armazenar  $4 \cdot NR \cdot (NR - 1)$  Fatores de Distribuição e utilizar os fatores apropriados para uma contingência, quando da ocorrência da mesma, para o cálculo dos fluxos de corrente complexa.

O Apêndice A mostra um exemplo numérico do estudo de contingências de ramos por fatores, para o modelo linear do Fluxo de Carga (FC).

### 4.3 Compensação por Injeções Aplicada ao Modelo Não-Linear do Fluxo de Carga

Partindo-se da idéia de que cada iteração do processo de convergência dos métodos de solução do Fluxo de Carga se resume em resolver sistemas de equações matriciais lineares, os cálculos de contingências desenvolvidos no modelo linear são adotados como base para o desenvolvimento dos cálculos para o caso não linear. O objetivo é definir FS e FD para o estudo de contingências de ramo por injeções de compensação, aplicando-se as características dos Métodos Desacoplados Rápidos. Contudo, estes métodos são derivados do Método de Newton, onde toda a formulação está baseada na linearização por Série de Taylor das equações básicas do Fluxo de Carga (equações do balanço de potência ativa

e reativa nas barras). Logo, iniciar o estudo da compensação por injeções com base no Método de Newton será, sobretudo, didático.

Seja um Sistema Elétrico de Potência (SEP), modelado de forma não linear, isto é, de forma a resolver o Problema de Fluxo de Carga. Considere a ocorrência de uma contingência de ramo  $i - j$  qualquer neste sistema. Os subvetores  $\underline{P}^{esp}$  e  $\underline{Q}^{esp}$  representam as potências ativa (barras  $PV$  e  $PQ$ ) e reativas (barras  $PQ$ ), injetadas nas barras do sistema. As respectivas somatórias dos fluxos ativo e reativo de cada barra são chamadas de  $\underline{P}^{calc}$  e  $\underline{Q}^{calc}$  cujas equações são não-lineares e calculadas com as variáveis de estado ( $\underline{V}, \underline{\theta}$ ) do sistema. Logo, aplicando-se a primeira lei de Kirchhoff em cada barra do sistema, obtém-se as equações básicas do problema de Fluxo de Carga:

$$\begin{bmatrix} \Delta \underline{P} \\ \Delta \underline{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{P}^{esp} \\ \underline{Q}^{esp} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{P}^{calc} \\ \underline{Q}^{calc} \end{bmatrix} = \underline{0} \quad (4.24)$$

Estas equações podem ser resolvidas através do Método de Newton:

$$\begin{bmatrix} \Delta \underline{P}^\nu \\ \Delta \underline{Q}^\nu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{P}^{esp} \\ \underline{Q}^{esp} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{P}^{calc \nu} \\ \underline{Q}^{calc \nu} \end{bmatrix} = J_c^\nu \begin{bmatrix} \Delta \underline{\theta}^\nu \\ \Delta \underline{V}^\nu \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

onde  $\Delta \underline{\theta}^\nu$  e  $\Delta \underline{V}^\nu$  são os incrementos de ângulo e de magnitude de tensão de barra, respectivamente, da  $\nu$ -ésima iteração, cuja matriz de sensibilidade do método para a solução deste Caso Contingenciado é a matriz Jacobiana  $J_c^\nu$ . Os vetores  $\Delta \underline{P}^\nu$  e  $\Delta \underline{Q}^\nu$  são, também, o balanço parcial de potências ativas e reativas das barras, na  $\nu$ -ésima iteração.

Aplicando compensação por injeção de potência em cada barra terminal deste ramo, tem-se novos vetores de injeções extras  $\delta \underline{P}$  e  $\delta \underline{Q}$  incorporados ao sistema, porém seus valores são todos nulos, exceto nas posições  $i$  e  $j$ , que assumem os valores dos fluxos ativo ( $P_{ij}$  e  $P_{ji}$ ) e reativo ( $Q_{ij}$  e  $Q_{ji}$ ) pós-contingência do ramo  $i - j$ . Considerando, ainda,  $\delta \underline{P}$  e  $\delta \underline{Q}$  constantes e conhecidos, a equação de resolução do problema passa a ser:

$$\begin{bmatrix} \Delta \underline{P}^\nu \\ \Delta \underline{Q}^\nu \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta \underline{P} \\ \delta \underline{Q} \end{bmatrix} = J^\nu \begin{bmatrix} \Delta \underline{\theta}^\nu \\ \Delta \underline{V}^\nu \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

onde a matriz de sensibilidade passa a ser definida como a Jacobiana calculada no ponto  $\nu$  para o sistema completo ( $J^\nu$ ), isto é, com base na matriz admitância do sistema pré-contingência.

Cumprе ressaltar que a iteração  $\nu$ , neste ponto desta exposição deste trabalho, corresponde um ponto qualquer do estado do sistema em que se deseja calcular os Fatores de Sensibilidade e Distribuição, isto é, o ponto inicial (não confundir com o Caso Base) da rotina de cálculo desenvolvida neste trabalho.

Aplicando o Teorema da Superposição de efeitos à equação linear acima, pode-se desmembrar os vetores de correção  $\Delta \underline{\theta}^\nu$  e  $\Delta \underline{V}^\nu$  em duas componentes:

$$\begin{bmatrix} \Delta \underline{P}^\nu \\ \Delta \underline{Q}^\nu \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta \underline{P} \\ \delta \underline{Q} \end{bmatrix} = J^\nu \begin{bmatrix} \Delta \underline{\theta}^\nu + \delta \underline{\theta} \\ \Delta \underline{V}^\nu + \delta \underline{V} \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

onde  $\Delta \underline{\theta}^\nu$  e  $\Delta \underline{V}^\nu$  são agora denominadas as correções do estado  $(\underline{V}, \underline{\theta})$  devido aos balanços parciais de potência  $\Delta \underline{P}^\nu$  e  $\Delta \underline{Q}^\nu$ , e  $\delta \underline{\theta}$  e  $\delta \underline{V}$  são correções devidas às injeções de compensação  $\delta \underline{P}$  e  $\delta \underline{Q}$ . Logo, o estado final  $(\underline{V}^{\nu+1}, \underline{\theta}^{\nu+1})$  obtido na  $\nu$ -ésima iteração é dado por:

$$\underline{V}^{\nu+1} = \underline{V}^\nu + \Delta \underline{V}^\nu + \delta \underline{V} \quad e \quad \underline{\theta}^{\nu+1} = \underline{\theta}^\nu + \Delta \underline{\theta}^\nu + \delta \underline{\theta} \quad (4.28)$$

Como ocorre com o caso linear, os valores das injeções de compensação  $\delta \underline{P}$  e  $\delta \underline{Q}$  não são conhecidos previamente, pois os fluxos de potência ativa e reativa são funções de  $(\underline{V}^{\nu+1}, \underline{\theta}^{\nu+1})$ . Contudo, como cada iteração do método de Newton se resume à resolução de uma equação linear, pode-se adotar como base o procedimento desenvolvido no caso linear.

Dessa forma, tem-se dois subsistemas de equações: o primeiro denominado Caso Base e o segundo subsistema que é denominado Caso Contingenciado. Estes são, portanto, respectivamente dados por:

$$\begin{bmatrix} \Delta \underline{P}^\nu \\ \Delta \underline{Q}^\nu \end{bmatrix} = J^\nu \begin{bmatrix} \Delta \underline{\theta}^\nu \\ \Delta \underline{V}^\nu \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

$$\begin{bmatrix} \delta \underline{P} \\ \delta \underline{Q} \end{bmatrix} = J^\nu \begin{bmatrix} \delta \underline{\theta} \\ \delta \underline{V} \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Considere as equações genéricas dos fluxos de potência ativa e reativa para um ramo  $k - m$  qualquer do sistema:

$$P_{km} = (a_{km} V_k)^2 g_{km} - a_{km} V_k V_m g_{km} \cos \theta_{km} - a_{km} V_k V_m b_{km} \sin \theta_{km}$$

$$P_{mk} = V_m^2 g_{km} - a_{km} V_k V_m g_{km} \cos \theta_{km} + a_{km} V_k V_m b_{km} \sin \theta_{km}$$

$$Q_{km} = -(a_{km} V_k)^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) + a_{km} V_k V_m b_{km} \cos \theta_{km} - a_{km} V_k V_m g_{km} \sin \theta_{km}$$

$$Q_{mk} = -V_m^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) + a_{km} V_k V_m b_{km} \cos \theta_{km} + a_{km} V_k V_m g_{km} \sin \theta_{km}$$

Sabe-se que, para uma determinada iteração  $\nu$  do processo de solução do problema contingenciado pelo método de Newton, as injeções de compensação são funções do estado final desta iteração  $(\underline{V}^{\nu+1}, \underline{\theta}^{\nu+1})$ . Para adotar, como base, os cálculos de obtenção das injeções de corrente de compensação vistas para o caso linear, deve-se obter equações linearizadas para as injeções de potência de compensação, isto é, obter a Série de Taylor

de primeira ordem para as equações de fluxo ativo e reativo do ramo contingenciado  $i - j$ . Para isto, deve-se determinar o ponto inicial em que serão linearizadas as equações de  $\delta P$  e  $\delta Q$  (que são ainda incógnitas ao problema), ou seja, o Caso Base. De acordo com o caso linear, pode-se concluir que este ponto será  $(\underline{V}^\nu + \Delta \underline{V}^\nu, \underline{\theta}^\nu + \Delta \underline{\theta}^\nu)$ , cuja obtenção é direta pois, uma vez conhecido o estado inicial  $(\underline{V}^\nu, \underline{\theta}^\nu)$  adotado para o problema contingenciado e o cálculo de fatores, pode-se resolver a equação matricial do Caso Base para obter  $\Delta \underline{\theta}^\nu$  e  $\Delta \underline{V}^\nu$ .

Definindo-se, portanto,  $(\underline{V}^\circ, \underline{\theta}^\circ)$  como o estado base para o Caso Contingenciado, tem-se:

$$\begin{aligned}\underline{V}^\circ &= \underline{V}^\nu + \Delta \underline{V}^\nu \\ \underline{\theta}^\circ &= \underline{\theta}^\nu + \Delta \underline{\theta}^\nu\end{aligned}\tag{4.32}$$

Logo, deseja-se obter as equações de injeção de compensação em função dos incrementos  $\delta \underline{\theta}$  e  $\delta \underline{V}$ , pois o valor final das incógnitas do problema são determinadas por:  $\underline{V}^{\nu+1} = \underline{V}^\circ + \delta \underline{V}$  e  $\underline{\theta}^{\nu+1} = \underline{\theta}^\circ + \delta \underline{\theta}$ . Definindo, então,  $k = i$  e  $m = j$  nas equações genéricas de fluxo ativo e reativo, as equações linearizadas das mesmas, no ponto  $(\underline{V}^\circ, \underline{\theta}^\circ)$ , correspondem a:

$$\begin{aligned}P_{ij} &= P_{ij}^\circ + \frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_{ij}} \delta \theta_{ij} + \frac{\partial P_{ij}}{\partial V_i} \delta V_i + \frac{\partial P_{ij}}{\partial V_j} \delta V_j \\ P_{ji} &= P_{ji}^\circ + \frac{\partial P_{ji}}{\partial \theta_{ij}} \delta \theta_{ij} + \frac{\partial P_{ji}}{\partial V_i} \delta V_i + \frac{\partial P_{ji}}{\partial V_j} \delta V_j \\ Q_{ij} &= Q_{ij}^\circ + \frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta_{ij}} \delta \theta_{ij} + \frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_i} \delta V_i + \frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_j} \delta V_j \\ Q_{ji} &= Q_{ji}^\circ + \frac{\partial Q_{ji}}{\partial \theta_{ij}} \delta \theta_{ij} + \frac{\partial Q_{ji}}{\partial V_i} \delta V_i + \frac{\partial Q_{ji}}{\partial V_j} \delta V_j\end{aligned}\tag{4.33}$$

onde  $P_{ij}^\circ, P_{ji}^\circ, Q_{ij}^\circ$  e  $Q_{ji}^\circ$  são os valores dos fluxos ativos e reativos iniciais do Caso Contingenciado, isto é, os fluxos calculados no Caso Base  $(\underline{V}^\circ, \underline{\theta}^\circ)$ . Resolvendo as derivadas parciais das equações acima obtém-se finalmente as equações de fluxo linearizadas, ou seja:

$$\begin{aligned}P_{ij} &= P_{ij}^\circ + a_1 \delta \theta_{ij} + a_2 \delta V_i + a_3 \delta V_j \\ P_{ji} &= P_{ji}^\circ + b_1 \delta \theta_{ij} + b_2 \delta V_i + b_3 \delta V_j \\ Q_{ij} &= Q_{ij}^\circ + c_1 \delta \theta_{ij} + c_2 \delta V_i + c_3 \delta V_j \\ Q_{ji} &= Q_{ji}^\circ + d_1 \delta \theta_{ij} + d_2 \delta V_i + d_3 \delta V_j\end{aligned}\tag{4.34}$$

onde os termos  $a_l, b_l, c_l, d_l$  ( $l = 1, 2, 3$ ) são dados por:

$$a_1 = \frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_{ij}} = a_{ij} V_i^\circ V_j^\circ (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij}^\circ - b_{ij} \text{cos} \theta_{ij}^\circ)$$

$$a_2 = \frac{\partial P_{ij}}{\partial V_i} = 2a_{ij}^2 V_i^\circ g_{ij} - a_{ij} V_j^\circ (g_{ij} \text{cos} \theta_{ij}^\circ + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}^\circ)$$

$$a_3 = \frac{\partial P_{ij}}{\partial V_j} = -a_{ij} V_i^\circ (g_{ij} \text{cos} \theta_{ij}^\circ + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}^\circ)$$

$$b_1 = \frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_{ij}} = a_{ij} V_i^\circ V_j^\circ (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij}^\circ + b_{ij} \text{cos} \theta_{ij}^\circ)$$

$$b_2 = \frac{\partial P_{ij}}{\partial V_i} = -a_{ij} V_j^\circ (g_{ij} \text{cos} \theta_{ij}^\circ - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}^\circ)$$

$$b_3 = \frac{\partial P_{ij}}{\partial V_j} = 2V_j^\circ g_{ij} - a_{ij} V_i^\circ (g_{ij} \text{cos} \theta_{ij}^\circ - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}^\circ)$$

$$c_1 = \frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta_{ij}} = a_{ij} V_i^\circ V_j^\circ (-b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}^\circ - g_{ij} \text{cos} \theta_{ij}^\circ)$$

$$c_2 = \frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_i} = -2a_{ij}^2 V_i^\circ (b_{ij} + b_{ij}^{sh}) + a_{ij} V_j^\circ (b_{ij} \text{cos} \theta_{ij}^\circ - g_{ij} \text{sen} \theta_{ij}^\circ)$$

$$c_3 = \frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_j} = a_{ij} V_i^\circ (b_{ij} \text{cos} \theta_{ij}^\circ - g_{ij} \text{sen} \theta_{ij}^\circ)$$

$$d_1 = \frac{\partial Q_{ji}}{\partial \theta_{ij}} = a_{ij} V_i^\circ V_j^\circ (-b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}^\circ + g_{ij} \text{cos} \theta_{ij}^\circ)$$

$$d_2 = \frac{\partial Q_{ji}}{\partial V_i} = a_{ij} V_j^\circ (b_{ij} \text{cos} \theta_{ij}^\circ + g_{ij} \text{sen} \theta_{ij}^\circ)$$

$$d_3 = \frac{\partial Q_{ji}}{\partial V_j} = -2V_j^\circ (b_{ij} + b_{ij}^{sh}) + a_{ij} V_i^\circ (b_{ij} \text{cos} \theta_{ij}^\circ + g_{ij} \text{sen} \theta_{ij}^\circ)$$

Resta, então, resolver o subsistema do Caso Contingenciado. Seja  $n$  o número de barras do sistema em estudo cuja matriz Jacobiana  $J^\nu$  possui dimensão  $2n$ . De acordo com a equação (4.30) do Caso Contingenciado, os incrementos na tensão e na diferença angular para o ramo  $i - j$  são dados por:

$$\delta \theta_{ij} = (J_{i,i}^{-1\nu} - J_{j,i}^{-1\nu}) P_{ij} + (J_{i,j}^{-1\nu} - J_{j,j}^{-1\nu}) P_{ji} + (J_{i+n,i}^{-1\nu} - J_{j+n,i}^{-1\nu}) Q_{ij} + (J_{i+n,j}^{-1\nu} - J_{j+n,j}^{-1\nu}) Q_{ji}$$

$$\delta V_i = J_{i,i+n}^{-1\nu} P_{ij} + J_{i,j+n}^{-1\nu} P_{ji} + J_{i+n,i+n}^{-1\nu} Q_{ij} + J_{i+n,j+n}^{-1\nu} Q_{ji}$$

$$\delta V_j = J_{j,i+n}^{-1\nu} P_{ij} + J_{j,j+n}^{-1\nu} P_{ji} + J_{j+n,i+n}^{-1\nu} Q_{ij} + J_{j+n,j+n}^{-1\nu} Q_{ji}$$

Aplicando estes valores nas equações de fluxo de compensação linearizadas, obtém-se um sistema de quatro equações a quatro incógnitas, a saber:

$$\begin{cases} c_{11} P_{ij} + c_{12} P_{ji} + c_{13} Q_{ij} + c_{14} Q_{ji} = P_{ij}^o \\ c_{21} P_{ij} + c_{22} P_{ji} + c_{23} Q_{ij} + c_{24} Q_{ji} = P_{ji}^o \\ c_{31} P_{ij} + c_{32} P_{ji} + c_{33} Q_{ij} + c_{34} Q_{ji} = Q_{ij}^o \\ c_{41} P_{ij} + c_{42} P_{ji} + c_{43} Q_{ij} + c_{44} Q_{ji} = Q_{ji}^o \end{cases} \quad (4.35)$$

onde os termos  $c_{ln}$  ( $l, n = 1, 2, 3, 4$ ) são dados por:

$$\begin{cases} c_{11} = 1 - a_1(J_{i,i}^{-1\nu} - J_{j,i}^{-1\nu}) - a_2 J_{i,i+n}^{-1\nu} - a_3 J_{j,i+n}^{-1\nu} \\ c_{12} = -a_1(J_{i,j}^{-1\nu} - J_{j,j}^{-1\nu}) - a_2 J_{i,j+n}^{-1\nu} - a_3 J_{j,j+n}^{-1\nu} \\ c_{13} = -a_1(J_{i+n,i}^{-1\nu} - J_{j+n,i}^{-1\nu}) - a_2 J_{i+n,i+n}^{-1\nu} - a_3 J_{j+n,i+n}^{-1\nu} \\ c_{14} = -a_1(J_{i+n,j}^{-1\nu} - J_{j+n,j}^{-1\nu}) - a_2 J_{i+n,j+n}^{-1\nu} - a_3 J_{j+n,j+n}^{-1\nu} \\ c_{21} = -b_1(J_{i,i}^{-1\nu} - J_{j,i}^{-1\nu}) - b_2 J_{i,i+n}^{-1\nu} - b_3 J_{j,i+n}^{-1\nu} \\ c_{22} = 1 - b_1(J_{i,j}^{-1\nu} - J_{j,j}^{-1\nu}) - b_2 J_{i,j+n}^{-1\nu} - b_3 J_{j,j+n}^{-1\nu} \\ c_{23} = -b_1(J_{i+n,i}^{-1\nu} - J_{j+n,i}^{-1\nu}) - b_2 J_{i+n,i+n}^{-1\nu} - b_3 J_{j+n,i+n}^{-1\nu} \\ c_{24} = -b_1(J_{i+n,j}^{-1\nu} - J_{j+n,j}^{-1\nu}) - b_2 J_{i+n,j+n}^{-1\nu} - b_3 J_{j+n,j+n}^{-1\nu} \\ c_{31} = -c_1(J_{i,i}^{-1\nu} - J_{j,i}^{-1\nu}) - c_2 J_{i,i+n}^{-1\nu} - c_3 J_{j,i+n}^{-1\nu} \\ c_{32} = -c_1(J_{i,j}^{-1\nu} - J_{j,j}^{-1\nu}) - c_2 J_{i,j+n}^{-1\nu} - c_3 J_{j,j+n}^{-1\nu} \\ c_{33} = 1 - c_1(J_{i+n,i}^{-1\nu} - J_{j+n,i}^{-1\nu}) - c_2 J_{i+n,i+n}^{-1\nu} - c_3 J_{j+n,i+n}^{-1\nu} \\ c_{34} = -c_1(J_{i+n,j}^{-1\nu} - J_{j+n,j}^{-1\nu}) - c_2 J_{i+n,j+n}^{-1\nu} - c_3 J_{j+n,j+n}^{-1\nu} \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_{41} = -d_1(J_{i,i}^{-1\nu} - J_{j,i}^{-1\nu}) - d_2J_{i,i+n}^{-1\nu} - d_3J_{j,i+n}^{-1\nu} \\ c_{42} = -d_1(J_{i,j}^{-1\nu} - J_{j,j}^{-1\nu}) - d_2J_{i,j+n}^{-1\nu} - d_3J_{j,j+n}^{-1\nu} \\ c_{43} = -d_1(J_{i+n,i}^{-1\nu} - J_{j+n,i}^{-1\nu}) - d_2J_{i+n,i+n}^{-1\nu} - d_3J_{j+n,i+n}^{-1\nu} \\ c_{44} = 1 - d_1(J_{i+n,j}^{-1\nu} - J_{j+n,j}^{-1\nu}) - d_2J_{i+n,j+n}^{-1\nu} - d_3J_{j+n,j+n}^{-1\nu} \end{cases}$$

Logo, resolvido o sistema de equações (4.35), obtém-se as injeções de compensação ativa e reativa, isto é:  $P_{ij}$ ,  $P_{ji}$ ,  $Q_{ij}$  e  $Q_{ji}$ . Com estes resultados pode-se, portanto, obter os vetores de correção  $\delta\underline{V}$  e  $\delta\underline{\theta}$  e, conseqüentemente, o estado final tal como mostrado na equação (4.28).

Estes valores finais obtidos, diferentemente da rotina de cálculo feita para o caso linear, não representa o estado exato pós-contingência visto que essas correções estão sujeitas a erros inerentes à escolha do ponto inicial, à linearização das equações de injeções de compensação e à problemas de sensibilidade com o uso de matrizes que não representa o sistema contingenciado.

O objetivo deste trabalho não é obter fatores com base no Fluxo de Carga de Newton. Com as características dos métodos desacoplados, este equacionamento sofrerá mais algumas simplificações. Contudo, as matrizes destes métodos não dependem do ponto inicial a ser adotado nas rotinas de cálculo do problema contingenciado (conseqüentemente dos fatores), o que elimina um pouco a deficiência da escolha de um ponto inicial muito distante da solução exata. Além disso, o objetivo deste trabalho é estudar o caso reativo (fluxo e tensão de barra), o que pode ser feito mais facilmente com as características dos métodos desacoplados.

### 4.3.1 Compensação por Injeções - Métodos Desacoplados

Os Métodos Desacoplados Rápidos são definidos a partir do Método de Newton, onde o processo de correção das variáveis de estado (magnitude e ângulo de tensão de barra) são corrigidos alternadamente (desacopladamente) por dois sistemas de equações lineares com matrizes de sensibilidade constantes. Cada correção promovida a uma variável de estado é feita com base no último estado calculado.

Aplicando-se então as características dos Métodos Desacoplados Rápidos no equacionamento do problema contingenciado com base no Método de Newton, visto na secção anterior, tem-se:

$$\Delta\underline{P}^\nu + \delta\underline{P} = H^\nu (\Delta\underline{\theta}^\nu + \delta\underline{\theta}) \qquad \Delta\underline{Q}^\nu + \delta\underline{Q} = L^\nu (\Delta\underline{V}^\nu + \delta\underline{V})$$

sendo estes sistemas de equações denominados, respectivamente, Caso  $P-\theta$  e Caso  $Q-V$ .

Dividindo a componente genérica  $k$  dos vetores de injeções pela respectiva tensão de barra  $V_k^\nu$  da  $\nu$ -ésima iteração, tem-se:

$$\underline{\text{Caso } P - \theta}: \quad \frac{\Delta P^\nu}{V^\nu} + \frac{\delta P}{V^\nu} = H^{\nu'} (\Delta \underline{\theta}^\nu + \delta \underline{\theta})$$

$$\underline{\text{Caso } Q - V}: \quad \frac{\Delta Q^\nu}{V^\nu} + \frac{\delta Q}{V^\nu} = L^{\nu'} (\Delta \underline{V}^\nu + \delta \underline{V})$$

onde  $V^\nu$  é uma matriz diagonal tal que:  $H^\nu = H^{\nu'} V^\nu$  e  $L^\nu = L^{\nu'} V^\nu$ . Além disso,  $\Delta \underline{\theta}^\nu$  e  $\Delta \underline{V}^\nu$  são agora o incremento de ângulo e de tensão de barra devido a  $\Delta \underline{P}^\nu / V^\nu$  e  $\Delta \underline{Q}^\nu / V^\nu$ , respectivamente, e  $\delta \underline{\theta}$  e  $\delta \underline{V}$  devido a  $\delta \underline{P} / V^\nu$  e  $\delta \underline{Q} / V^\nu$ , respectivamente.

Aplicando novamente as características dos Métodos Desacoplados Rápidos, as matrizes  $H^{\nu'}$  e  $L^{\nu'}$  podem ser aproximadas, respectivamente, pelas matrizes  $B'$  e  $B''$  (calculadas no Flat-Start), de modo que:

$$\underline{\text{Caso } P - \theta}: \quad \frac{\Delta P}{V^\nu} + \frac{\delta P}{V^\nu} = B' (\Delta \underline{\theta}^\nu + \delta \underline{\theta}) \quad (4.36)$$

$$\underline{\text{Caso } Q - V}: \quad \frac{\Delta Q^\nu}{V^\nu} + \frac{\delta Q}{V^\nu} = B'' (\Delta \underline{V}^\nu + \delta \underline{V}) \quad (4.37)$$

onde  $B'$  e  $B''$  são as matrizes de sensibilidade dos Métodos Desacoplados Rápidos. Estas matrizes são constantes e de mesma esparsidade das submatrizes  $H$  e  $L$  da Jacobiana.

A sequência de cálculo é a normalmente adotada nos Métodos Desacoplados Rápidos:  $P - \theta$  e  $Q - V$ . Os dois casos são, então, estudados separadamente, antes da definição dos FS e FD.

### Caso $P - \theta$

Este caso envolve apenas a sensibilidade entre a potência ativa e o ângulo de barra, ou seja, as magnitudes das tensões são consideradas constantes e portanto não sofrem as perturbações  $\Delta \underline{V}^\nu$  e  $\delta \underline{V}^\nu$  vistas no equacionamento geral do método de Newton. Logo, nas equações linearizadas de fluxo ativo (injeções de compensação  $\delta \underline{P}$ ) vistas anteriormente (equações (4.34)), as constantes  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $b_2$  e  $b_3$  são agora nulas. Desse modo, as equações linearizadas dos fluxos de potências ativos na  $\nu$ -ésima iteração são redefinidos assim:

$$P'_{ij} = \frac{P_{ij}}{V_j^\nu} = P_{ij}^{\circ'} + a_1' \delta \theta_{ij} \quad P'_{ji} = \frac{P_{ji}}{V_j^\nu} = P_{ji}^{\circ'} + b_1' \delta \theta_{ij} \quad (4.38)$$

Para o Caso  $Q - V$ , seguindo o roteiro de cálculo dos métodos desacoplados, o Caso Base (de acordo com a equação (4.32)) para o Caso Contingenciado é agora dado por:

$$\underline{V}^{\circ} = \underline{V}^{\nu} \quad \underline{\theta}^{\circ} = \underline{\theta}^{\nu} + \Delta\underline{\theta}^{\nu+1} \quad (4.39)$$

Desse modo, as componentes das equações linearizadas do fluxos ativos são dadas por:

$$\begin{aligned} P'_{ij} &= \frac{P^{\circ}_{ij}}{V^{\nu}} = a_{ij}^2 V_i^{\circ} g_{ij} - a_{ij} V_j^{\circ} g_{ij} \cos \theta_{ij}^{\circ} - a_{ij} V_j^{\circ} b_{ij} \sin \theta_{ij}^{\circ} \\ P'_{ji} &= \frac{P^{\circ}_{ji}}{V_j^{\nu}} = V_j^{\circ} g_{ij} - a_{ij} V_i^{\circ} g_{ij} \cos \theta_{ij}^{\circ} + a_{ij} V_i^{\circ} b_{ij} \sin \theta_{ij}^{\circ} \\ a'_1 &= \frac{a_1}{V_1^{\nu}} = a_{ij} V_j^{\circ} (g_{ij} \sin \theta_{ij}^{\circ} - b_{ij} \cos \theta_{ij}^{\circ}) \\ b'_1 &= \frac{b_1}{V_j^{\nu}} = a_{ij} V_i^{\circ} (g_{ij} \sin \theta_{ij}^{\circ} + b_{ij} \cos \theta_{ij}^{\circ}) \end{aligned} \quad (4.40)$$

e o incremento referente à abertura angular do ramo  $i-j$ , devido às injeções de compensação ativas, é dada por:

$$\delta\theta_{ij} = (B'_{ii}{}^{-1} - B'_{ji}{}^{-1}) P'_{ij} + (B'_{ij}{}^{-1} - B'_{jj}{}^{-1}) P'_{ji}$$

Logo, o sistema de equações obtido no método de Newton para o cálculo das injeções de compensação ativa (equação (4.35)) se resume a um sistema de duas equações a duas incógnitas, já que são nulas as componentes  $c_{13}$ ,  $c_{14}$ ,  $c_{23}$  e  $c_{24}$ . Logo, este sistema corresponde a:

$$\begin{aligned} c_{11} P'_{ij} + c_{12} P'_{ji} &= P^{\circ}_{ij}{}' \\ c_{21} P'_{ij} + c_{22} P'_{ji} &= P^{\circ}_{ji}{}' \end{aligned}$$

onde, de acordo com as expressões dos termos  $c_{ln}$  ( $l, n = 1, 2$ ) obtidos na equação (4.35) do método de Newton, estes termos são agora dados por:

$$\begin{aligned} c_{11} &= 1 - a'_1 (B'_{ii}{}^{-1} - B'_{ji}{}^{-1}) & c_{12} &= -a'_1 (B'_{ij}{}^{-1} - B'_{jj}{}^{-1}) \\ c_{21} &= -b'_1 (B'_{ii}{}^{-1} - B'_{ji}{}^{-1}) & c_{22} &= 1 - b'_1 (B'_{ij}{}^{-1} - B'_{jj}{}^{-1}) \end{aligned}$$

As incógnitas deste sistema de equações podem ser determinadas pelas seguintes equações:

$$\begin{aligned} P'_{ij} &= (c_{22} P^{\circ}_{ij}{}' - c_{12} P^{\circ}_{ji}{}')/cte \\ P'_{ji} &= (-c_{21} P^{\circ}_{ij}{}' + c_{11} P^{\circ}_{ji}{}')/cte \end{aligned} \quad (4.41)$$

onde o termo  $cte$  é dado por:  $cte = c_{11} c_{22} - c_{12} c_{21}$ .

Desse modo, obtido o vetor das injeções de compensação  $\delta \underline{P}$ , pode-se obter o vetor de correções  $\delta \underline{\theta}$  do Caso  $P - \theta$  e, portanto, calcular o valor final dos ângulos de barra da  $\nu$ -ésima iteração, isto é:  $\underline{\theta}^{\nu+1} = \underline{\theta}^{\circ} + \delta \underline{\theta}$ .

### Caso $Q - V$

Diferentemente do Caso  $P - \theta$ , este caso envolve apenas a sensibilidade entre potência reativa e tensão de barra (os ângulos são considerados constantes) e portanto não sofrem as perturbações  $\Delta \underline{\theta}^{\nu}$  e  $\delta \underline{\theta}$  vistas no equacionamento do método de Newton. Logo, nas equações linearizadas de fluxo reativo (equações (4.34)), as constantes  $c_1$  e  $d_1$  são agora nulas. Desse modo, as equações linearizadas dos fluxos reativos na  $\nu$ -ésima iteração são redefinidas como:

$$\begin{aligned} Q'_{ij} &= \frac{Q_{ij}}{V_i^{\nu}} = Q_{ij}^{\circ'} + c'_2 \delta V_i + c'_3 \delta V_j \\ Q'_{ji} &= \frac{Q_{ji}}{V_j^{\nu}} = Q_{ji}^{\circ'} + d'_2 \delta V_i + d'_3 \delta V_j \end{aligned} \quad (4.42)$$

onde os valores das tensões e ângulos de barra do Caso Base (equação (4.32)) para o Caso Contingenciado são dados por:

$$\underline{V}^{\circ} = \underline{V}^{\nu} + \Delta \underline{V}^{\nu} \quad \underline{\theta}^{\circ} = \underline{\theta}^{\nu+1} \quad (4.43)$$

Logo, as componentes das equações linearizadas dos fluxos reativos são dadas por:

$$\begin{aligned} Q_{ij}^{\circ'} &= \frac{Q_{ij}^{\circ}}{V_i^{\nu}} = [ -(a_{ij} V_i^{\circ})^2 (b_{ij} + b_{ij}^{sh}) + a_{ij} V_i^{\circ} V_j^{\circ} b_{ij} \cos \theta_{ij}^{\circ} - a_{ij} V_i^{\circ} V_j^{\circ} g_{ij} \sin \theta_{ij}^{\circ} ] / V_i^{\nu} \\ Q_{ji}^{\circ'} &= \frac{Q_{ji}^{\circ}}{V_j^{\nu}} = [ -V_j^{\circ 2} (b_{ij} + b_{ij}^{sh}) + a_{ij} V_i^{\circ} V_j^{\circ} b_{ij} \cos \theta_{ij}^{\circ} + a_{ij} V_i^{\circ} V_j^{\circ} g_{ij} \sin \theta_{ij}^{\circ} ] / V_j^{\nu} \\ c'_2 &= \frac{c_2}{V_i^{\nu}} = [ -2a_{ij}^2 V_i^{\circ} (b_{ij} + b_{ij}^{sh}) + a_{ij} V_j^{\circ} (b_{ij} \cos \theta_{ij}^{\circ} - g_{ij} \sin \theta_{ij}^{\circ}) ] / V_i^{\nu} \\ c'_3 &= \frac{c_3}{V_i^{\nu}} = [ a_{ij} V_i^{\circ} (b_{ij} \cos \theta_{ij}^{\circ} - g_{ij} \sin \theta_{ij}^{\circ}) ] / V_i^{\nu} \\ d'_2 &= \frac{d_2}{V_j^{\nu}} = [ a_{ij} V_j^{\circ} (b_{ij} \cos \theta_{ij}^{\circ} + g_{ij} \sin \theta_{ij}^{\circ}) ] / V_j^{\nu} \\ d'_3 &= \frac{d_3}{V_j^{\nu}} = [ -2V_j^{\circ} (b_{ij} + b_{ij}^{sh}) + a_{ij} V_i^{\circ} (b_{ij} \cos \theta_{ij}^{\circ} + g_{ij} \sin \theta_{ij}^{\circ}) ] / V_j^{\nu} \end{aligned} \quad (4.44)$$

e os incrementos de tensão de barra do ramo  $i - j$ , devido às injeções de compensação reativas, são dados por:

$$\delta V_i = B_{ii}''^{-1} Q_{ij} + B_{ij}''^{-1} Q_{ji}$$

$$\delta V_j = B_{ji}''^{-1} Q_{ij} + B_{jj}''^{-1} Q_{ji}$$

Logo, o sistema de equações obtido no método de Newton para o cálculo das injeções de compensação reativa (equação (4.35)) se resume agora a um sistema de duas equações a duas incógnitas (as componentes  $c_{31}$ ,  $c_{32}$ ,  $c_{41}$  e  $c_{42}$  nulas). Logo, este sistema é dado por:

$$c_{33} Q'_{ij} + c_{34} Q'_{ji} = Q_{ij}^{o'}$$

$$c_{43} Q'_{ij} + c_{44} Q'_{ji} = Q_{ji}^{o'}$$

onde, de acordo com as expressões dos termos  $c_{ln}$  ( $l, n = 3, 4$ ) obtidos na equação (4.35) do método de Newton, estes termos são agora dados por:

$$c_{33} = 1 - c'_2 B_{ii}''^{-1} - c'_3 B_{ji}''^{-1} \quad c_{34} = -c'_2 B_{ij}''^{-1} - c'_3 B_{jj}''^{-1}$$

$$c_{43} = -d'_2 B_{ii}''^{-1} - d'_3 B_{ji}''^{-1} \quad c_{44} = 1 - d'_2 B_{ij}''^{-1} - d'_3 B_{jj}''^{-1}$$

As incógnitas deste sistema de equações podem ser determinadas pelas seguintes equações:

$$Q'_{ij} = (c_{44} Q_{ij}^{o'} - c_{34} Q_{ji}^{o'}) / ct \tag{4.45}$$

$$Q'_{ji} = (-c_{43} Q_{ij}^{o'} + c_{33} Q_{ji}^{o'}) / ct$$

onde o termo  $ct$  é dado por:  $ct = c_{33} c_{44} - c_{34} c_{43}$ .

Logo, obtido o vetor das injeções de compensação  $\delta \underline{Q}$ , pode-se obter o vetor de correções  $\delta \underline{V}$  do Caso  $Q - V$  e portanto calcular o valor final das tensões de barra, isto é:  $\underline{V}^{\nu+1} = \underline{V}^{\nu} + \delta \underline{V}$ .

### 4.3.2 Fatores de Sensibilidade (FS) e Distribuição (FD)

Como mencionado na análise de contingências por injeções de compensação do caso linear, FS representam a influência das tensões complexas de barra em relação a uma determinada contingência de ramo do sistema. Logo, para os métodos desacoplados aplicados ao Problema de Fluxo de Carga, FS representam a sensibilidade da magnitude e do ângulo destas tensões em relação aos fluxos de potência reativa e ativa, respectivamente. Pode-se, então, determinar Fatores de Sensibilidade e, conseqüentemente, de Distribuição, para um determinado ponto do estado das barras do sistema (ou iteração  $\nu$ ).

### Fatores de Sensibilidade

Seja  $k$  uma barra qualquer de um sistema de potência. Ocorrida uma contingência em um ramo  $i - j$  qualquer deste sistema, os Fatores de Sensibilidade da barra  $k$  em relação a esta contingência são definidos de acordo com o Caso  $P - \theta$  ou  $Q - V$  em estudo. Logo:

- Caso  $P - \theta$  : como visto anteriormente, para a barra genérica  $k$ , o ângulo da tensão de barra final obtido na  $\nu$ -ésima iteração é dado por:

$$\theta_k^{\nu+1} = \theta_k^o + \delta\theta_k = \theta_k^o + B_{ki}'^{-1} P_{ij}' + B_{kj}'^{-1} P_{ji}'$$

onde  $P_{ij}'$  e  $P_{ji}'$  são dados pelas equações (4.41). Logo,  $\theta_k^{\nu+1}$  pode ser calculado por:

$$\theta_k^{\nu+1} = \theta_k^o + \alpha_{k,\theta}^{ij} P_{ij}^{o'} + \alpha_{k,\theta}^{ji} P_{ji}^{o'} \quad (4.46)$$

onde  $\alpha_{k,\theta}^{ij}$  e  $\alpha_{k,\theta}^{ji}$  são os Fatores de Sensibilidade do ângulo de tensão da barra  $k$ , em relação à contingência do ramo  $i - j$  e suas expressões são:

$$\begin{aligned} \alpha_{k,\theta}^{ij} &= (B_{ki}'^{-1} c_{22} - B_{kj}'^{-1} c_{21})/cte \\ \alpha_{k,\theta}^{ji} &= (-B_{ki}'^{-1} c_{12} + B_{kj}'^{-1} c_{11})/cte \end{aligned} \quad (4.47)$$

- Caso  $Q - V$  : como também visto anteriormente, para a barra genérica  $k$ , o módulo da tensão final obtido na  $\nu$ -ésima iteração é dado por:

$$V_k^{\nu+1} = V_k^o + \delta V_k = V_k^o + B_{ki}''^{-1} Q_{ij}^{\nu'} + B_{kj}''^{-1} Q_{ji}^{\nu'}$$

onde  $Q_{ij}^{\nu'}$  e  $Q_{ji}^{\nu'}$  são dados pelas equações (4.45). Logo,  $V_k^{\nu+1}$  pode ser calculado por:

$$V_k^{\nu+1} = V_k^o + \alpha_{k,V}^{ij} Q_{ij}^{o'} + \alpha_{k,V}^{ji} Q_{ji}^{o'} \quad (4.48)$$

onde  $\alpha_{k,V}^{ij}$  e  $\alpha_{k,V}^{ji}$  são os FS da tensão da barra  $k$ , em relação à contingência do ramo  $i - j$  e suas expressões são:

$$\begin{aligned} \alpha_{k,V}^{ij} &= (B_{ki}''^{-1} c_{44} - B_{kj}''^{-1} c_{43})/ct \\ \alpha_{k,V}^{ji} &= (-B_{ki}''^{-1} c_{34} + B_{kj}''^{-1} c_{33})/ct \end{aligned} \quad (4.49)$$

Como pode ser observado pelas expressões dos Fatores de Sensibilidade de cada barra, tanto para o caso ativo quanto o reativo, estes são diretamente proporcionais aos valores dos elementos do inverso das matrizes de sensibilidade referentes a cada barra. Logo, se estes elementos forem nulos ou desprezíveis, estes fatores serão nulos, ou seja, a variável de estado referente a uma determinada barra não é susceptível à contingência estudada. Este aspecto dos Fatores de Sensibilidade é particularmente notado com barras  $PV$ 's ou  $V\theta$  quando no estudo do caso reativo, pois os elementos de  $B''^{-1}$  são nulos devido ao fato da magnitude de tensão, para estas barras, serem especificadas.

### Fatores de Distribuição

Como a proposta inicial é o estudo do problema reativo, nesta secção só serão definidos Fatores de Distribuição para os fluxos de potência reativos. Portanto, apenas o Caso  $Q - V$  é estudado.

Seja  $i - j$  o ramo contingenciado de um sistema de potência. Para um ramo genérico  $k - m$  do sistema pós-contingência, os Fatores de Distribuição calculam as parcelas dos fluxos de potência reativa do ramo  $i - j$ , para um determinado Caso Base como ponto inicial, que serão distribuídas a este ramo.

Analogamente ao ocorrido com o ramo contingenciado  $i - j$  (equação (4.34)), os fluxos de potência reativa do ramo genérico  $k - m$ , linearizado no Caso Base da  $\nu$ -ésima iteração, são dados por:

$$Q_{km} = Q_{km}^o + c_{2_{km}} \delta V_k + c_{3_{km}} \delta V_m$$

$$Q_{mk} = Q_{mk}^o + d_{2_{km}} \delta V_k + d_{3_{km}} \delta V_m$$

que representam a linearização do fluxo reativo do ramo  $k - m$  no Caso Base do Caso  $Q - V$ . Os termos  $c_{2_{km}}$ ,  $c_{3_{km}}$ ,  $d_{2_{km}}$  e  $d_{3_{km}}$  são análogos aos termos  $c_2$  e  $c_3$ ,  $d_2$  e  $d_3$  obtidos anteriormente e os termos  $\delta V_k$  e  $\delta V_m$  podem ser expressos em função dos FS das barras  $k$  e  $m$ . Logo, estes termos são dados por:

$$\delta V_k = \alpha_{k,V}^{ij} Q_{ij}^{o'} + \alpha_{k,V}^{ji} Q_{ji}^{o'}$$

$$\delta V_m = \alpha_{m,V}^{ij} Q_{ij}^{o'} + \alpha_{m,V}^{ji} Q_{ji}^{o'}$$

$$c_{2_{km}} = -2a_{km}^2 V_k^o (b_{km} + b_{km}^{sh}) + a_{km} V_m^o (b_{km} \cos \theta_{km}^o - g_{km} \sin \theta_{km}^o)$$

$$c_{3_{km}} = a_{km} V_k^o (b_{km} \cos \theta_{km}^o - g_{km} \sin \theta_{km}^o)$$

$$d_{2_{km}} = a_{km} V_m^o (b_{km} \cos \theta_{km}^o + g_{km} \sin \theta_{km}^o)$$

$$d_{3_{km}} = -2V_m^o (b_{km} + b_{km}^{sh}) + a_{km} V_k^o (b_{km} \cos \theta_{km}^o + g_{km} \sin \theta_{km}^o)$$

(4.50)

E os fluxos de potência reativa finais expressos por:

$$Q_{km} = Q_{km}^o + \beta_{km,Q}^{ij} Q_{ij}^{o'} + \beta_{km,Q}^{ji} Q_{ji}^{o'} \quad (4.51)$$

$$Q_{mk} = Q_{mk}^o + \beta_{mk,Q}^{ij} Q_{ij}^{o'} + \beta_{mk,Q}^{ji} Q_{ji}^{o'}$$

onde os termos  $\beta_{km,Q}^{ij}$ ,  $\beta_{km,Q}^{ji}$ ,  $\beta_{mk,Q}^{ij}$  e  $\beta_{mk,Q}^{ji}$  são os Fatores de Distribuição de fluxo reativo do ramo  $k - m$  em relação à contingência no ramo  $i - j$  e são dados por:

$$\begin{aligned} \beta_{km,Q}^{ij} &= c_{2km} \alpha_{k,V}^{ij} + c_{3km} \alpha_{m,V}^{ij} & \beta_{km,Q}^{ji} &= c_{2km} \alpha_{k,V}^{ji} + c_{3km} \alpha_{m,V}^{ji} \\ \beta_{mk,Q}^{ij} &= d_{2km} \alpha_{k,V}^{ij} + d_{3km} \alpha_{m,V}^{ij} & \beta_{mk,Q}^{ji} &= d_{2km} \alpha_{k,V}^{ji} + d_{3km} \alpha_{m,V}^{ji} \end{aligned} \quad (4.52)$$

Como pode ser observado pelas expressões dos Fatores de Distribuição, para um determinado ramo qualquer do sistema pós-contingência, os fatores são diretamente proporcionais aos Fatores de Sensibilidade referentes às barras terminais do ramo. Com relação ao caso reativo, portanto, se os tipos destas barras terminais forem de tensão controlada ( $PV$ 's ou  $V\theta$ ), estes fatores serão nulos. Este aspecto ocorre para este tipo ramo, tanto se o ramo for o contingenciado ou restante no sistema.

### Algoritmo para o Cálculo e Uso dos Fatores

Nesta secção estabelece-se a rotina de cálculo dos fatores segundo a teoria exposta anteriormente. Para o cálculo de fatores com base na metodologia desenvolvida neste trabalho, para cada estudo de contingência de ramo, procede-se da seguinte maneira:

- i) adotar um ponto inicial para o cálculo dos fatores ( $\underline{V}^\nu, \underline{\theta}^\nu$ );
- ii) obter o Caso Base para o problema contingenciado  $P - \theta$ , isto é,  $\underline{\theta}^o = \underline{\theta}^\nu + \Delta\underline{\theta}^\nu$ , onde  $\Delta\underline{\theta}^\nu$  é obtido do sistema de equações:  $\Delta\underline{P}^\nu = B' \Delta\underline{\theta}^\nu$ . O Caso Base para o problema contingenciado  $P - \theta$  será, então: ( $\underline{V}^\nu, \underline{\theta}^o$ );
- iii) obter os FS dos ângulos de barra (equações (4.47));
- iv) corrigir os ângulos do Caso Base do sistema  $P - \theta$  com os FS (obter  $\delta\underline{\theta}$ ), ou seja:  $\underline{\theta}^{\nu+1} = \underline{\theta}^o + \delta\underline{\theta}$ . O ponto inicial para o caso  $Q - V$  será, portanto: ( $\underline{V}^\nu, \underline{\theta}^{\nu+1}$ );
- v) obter o Caso Base para o problema contingenciado  $Q - V$ , isto é,  $\underline{V}^o = \underline{V}^\nu + \Delta\underline{V}^\nu$ , onde  $\Delta\underline{V}^\nu$  é obtido do sistema de equações:  $\Delta\underline{Q}^\nu = B'' \Delta\underline{V}^\nu$ . O Caso Base para o problema contingenciado  $Q - V$  será, então: ( $\underline{V}^o, \underline{\theta}^{\nu+1}$ );

- vi) obter os FS de tensão (equações (4.49)), os FD para o cálculo do fluxo reativo pós-contingência (equações (4.52)) e os fluxos de potência reativos nos ramos restantes para o Caso Base;
- vii) corrigir as magnitudes de tensões do Caso Base com os FS de tensão (obter  $\delta V$ ), ou seja:  $\underline{V}^{\nu+1} = \underline{V}^{\nu} + \delta \underline{V}$ . Obtém-se, então, o estado final ( $\underline{V}^{\nu+1}, \underline{\theta}^{\nu+1}$ );
- viii) corrigir os fluxos de potência reativos calculados no Caso Base com os FD (equações (4.51)).

Para a reutilização de fatores pré-calculados, a rotina de obtenção das estimativas de tensão de barra e fluxos reativos de ramos com base nestes fatores, é análoga ao roteiro descrito acima, apenas que não é necessário obter os FS e FD, mas apenas reutilizar os mesmos já armazenados.

### Comentários a Respeito dos Fatores

Nesta secção comenta-se algumas características apresentadas pelos Fatores de Sensibilidade e Distribuição definidos neste trabalho.

Definidos os FS e FD para o Problema de Fluxo de Carga, pode-se observar que, diferentemente do modelo linear, estes fatores não são constantes pois dependem, além das impedâncias primitivas dos ramos, do estado no qual estão sendo definidos (o Caso Base do Caso Contingenciado). Desse modo, a reutilização dos fatores para diferentes perfis de carga não tem a mesma abrangência verificada para o caso linear. No entanto, os sistemas de potência possuem casos críticos como a operação com carga perto dos limites da rede. Nestes casos, uma contingência qualquer do sistema pode levar os fluxos reativos a violar os seus limites, o que muito provavelmente não acontece com perfis menores que a carga média. Logo, o estudo de contingências por fatores se faz necessário em sistemas a plena carga e estes fatores podem ser reutilizados para estudos com um perfil próximo (por exemplo, 80% da plena carga), como poderá ser visto no próximo capítulo. Portanto, apesar de sua limitada faixa de utilização, os fatores para o PFC possuem sua finalidade prática.

Como já comentado anteriormente, o uso de fatores para cálculo de tensões e fluxos reativos não resultam em valores exatos. Contudo, em estudos de operação e controle de rede elétricas, não se faz necessária a obtenção de resultados exatos, mas apenas estimativas confiáveis para justificar o seu uso.

Observando-se as equações dos FS e FD pode-se notar que os mesmos possuem as mesmas características verificadas nos fatores propostos por Lee e Chen [19] citados no Capítulo 3. Os FS desenvolvidos neste trabalho não são nulos apenas para as barras PQ's do sistema, e os FD são diretamente proporcionais a estes fatores. Logo, para

ramos contingenciados cujas barras terminais são de tensão controlada ( $PV$ 's e  $V\theta$ ), todos os Fatores de Distribuição são nulos. Do mesmo modo, com os ramos restantes do sistema pós-contingência com barras terminais de tensão controlada, os seus FD em relação à qualquer contingência serão nulos. Mas o método ameniza os erros nestes casos através da inclusão do problema  $P - \theta$  como auxílio ao cálculo de fatores para estimar fluxo reativo e tensões de barra (que funciona como um pré-filtro para o ponto inicial de estudo do problema reativo).

A metodologia de cálculo de fatores exposta neste trabalho não necessitou de modelos de linhas de transmissão e transformadores, tal como é abordado pelo trabalho de Lee e Chen. Logo, os dois tipos de ramos são tratados como injeções de compensação totais de fluxos ativo e reativo, o que não exige modelos para os ramos.

### Comparação do método com a iteração $1P - 1Q$ dos FCDR

A Figura 4.1 mostra o diagrama de blocos do cálculo do método desenvolvido neste trabalho. Pode-se notar que os três primeiros blocos de cálculo no diagrama referentes aos casos ativo e reativo correspondem a uma iteração completa de solução do Problema do Fluxo de Carga pelos Métodos Desacoplados Rápidos ( $1P - 1Q$ ). Os dois blocos restantes em cada caso correspondem à contribuição deste trabalho, isto é, contemplam o cálculo de fatores para estimar as magnitudes de tensão de barra e os fluxos reativos (compensação por injeções).

Pode-se utilizar a iteração  $1P - 1Q$  para estimar as magnitudes das tensões e os fluxos reativos pós-contingência, o que requer a construção das matrizes de sensibilidade  $B'$  e  $B''$  com base no sistema contingenciado, isto é, sem o emprego de álgebra matricial para alterar aquelas matrizes para que as mesmas não contemplem o ramo contingenciado. Neste caso, para cada contingência é necessário refatorar e reinverter as matrizes de sensibilidade, o que representa num tempo computacional que limita sua aplicação.

A inclusão dos blocos de cálculo que contemplam a compensação para o estudo de contingências forneceram a base teórica para a reutilização das matrizes de sensibilidade  $B'$  e  $B''$  calculadas com base na matriz admitância do sistema completo. Desse modo, a aplicação de compensação por injeções apresenta características bastante atraentes quando da análise de vários casos de contingências, que é o objetivo de muitos estudos de SEP.

Expostos todos os comentários com respeito ao método aqui proposto, passa-se, então, à exemplificação numérica para ratificar estes estudos e tecer comentários acerca dos resultados. Este é o objetivo do capítulo a seguir.

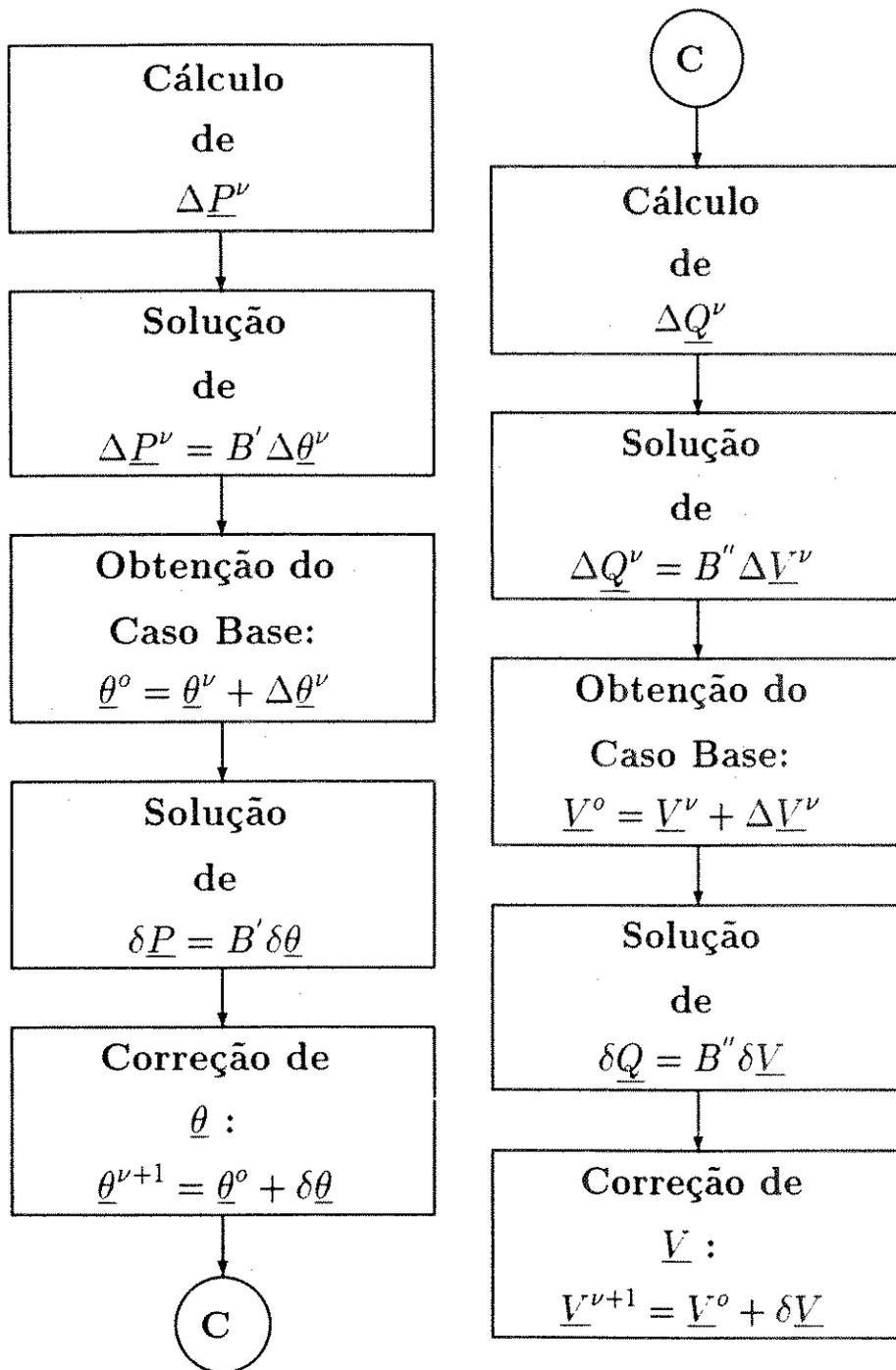


Figura 4.1: Fluxograma do método proposto.

# Capítulo 5

## Apresentação e Discussão de Resultados

Neste capítulo são apresentados os resultados do método de estimação dos valores de tensão de barra e fluxo reativo por Fatores de Sensibilidade (FS) e Distribuição (FD) desenvolvido neste trabalho, em comparação com o método proposto por Lee e Chen [19].

Para alcançar este objetivo, resultados para dois sistemas são apresentados: primeiramente para o IEEE57 [22] e posteriormente para o sistema brasileiro de 810 barras. Com os resultados do primeiro sistema, procura-se exemplificar numericamente as deficiências apresentadas pelo trabalho de Lee e Chen, bem como as melhorias para estes problemas apresentadas neste trabalho. Esta análise é, então, validada para a análise do segundo sistema. Para as duas partes são apresentados resultados comparativos entre os dois métodos bem como os erros comparativos com resultados exatos.

Os métodos de cálculo de fatores abordados nestes resultados estão baseados nas rotinas dos Métodos Desacoplados Rápidos, versões BX e XB. Como em geral ambas vinham apresentando resultados bastante próximos, julgou-se não ser necessário apresentar resultados para ambas as versões e assim, tabelas com respeito aos valores obtidos para a versão XB, eventualmente não apresentadas neste capítulo, estão nos anexos.

Para identificar o que representa cada dado apresentado nas tabelas, convencionou-se as seguintes siglas:

- Prog1: resultados obtidos pelo programa proposto em [19];
- Prog2: resultados obtidos pelo programa com o método desenvolvido neste trabalho;
- (VXB): resultados dos programas de fatores usando como matriz de sensibilidade, as matrizes do desacoplado rápido versão XB;

- (VBX): resultados dos programas de fatores usando como matriz de sensibilidade, as matrizes do desacoplado rápido versão BX;
- (pré): dados exatos do sistema pré-contingência (obtido por um programa de fluxo de carga exato Newton ou desacoplado);
- (pós): dados exatos do sistema pós-contingência (obtido por um programa de fluxo de carga exato Newton ou desacoplado).

Para medir a qualidade dos resultados obtidos por fatores com os dois métodos, optou-se pelo cálculo de dois tipos de erros: normalizado e relativo. Seja  $i - j$  o ramo contingenciado e  $k - m$  um ramo qualquer do sistema pós-contingência. As equações dos erros são dadas por:

- Erro1: erro normalizado em relação ao módulo do fluxo reativo de transmissão pré-contingência no ramo  $i - j$  ( $|Q_{ij}^T|$ ), dado por:

$$Erro1 = \frac{|Q_{km}^{FP} - Q_{km}^{FD}|}{|Q_{ij}^T|} 100 (\%) \quad (5.1)$$

onde  $Q_{km}^{FP}$  é o valor exato do fluxo reativo pós-contingência no sentido  $k - m$ ,  $Q_{km}^{FD}$  o valor calculado por Fatores de Distribuição e ainda:

$$Q_{ij}^T = \frac{|Q_{ij}^o - Q_{ji}^o|}{2}$$

Este erro normalizado calcula a importância do ramo contingenciado, do ponto de vista reativo, em relação ao resto do sistema, ou seja, o impacto ou severidade da saída do ramo  $i - j$ , porque leva em conta o fluxo pré-contingência. Este cálculo representa um erro global e fornece medidas mais práticas para o estudo de perturbações dos fluxos reativos. Para o cálculo deste erro no sentido  $m - k$  a equação é análoga.

- Erro2: erro relativo ao módulo do valor exato do fluxo pós-contingência ( $|Q_{km}^{FP}|$ ), dado por:

$$Erro2 = \frac{|Q_{km}^{FP} - Q_{km}^{FD}|}{|Q_{km}^{FP}|} 100 (\%) \quad (5.2)$$

Este cálculo representa apenas o erro matemático dos fluxos reativos estimados. Para o cálculo deste erro no sentido  $m - k$  a equação é análoga.

A razão para se adotar os dois tipos de erros reside no fato de que os fluxos nos ramos tem, na maioria das vezes, a predominância de fluxos ativos. Desse modo, se o fluxo pré-contingência for pequeno e as perturbações no fluxo reativo do sistema forem consideráveis, Erro1 pode perder suas características, necessitando-se de uma outra medida. Neste caso, adotou-se aqui um erro de medida local, que é o caso de Erro2, para se estudar o impacto da saída do ramo no fluxo reativo dos ramos restantes.

Para medir a qualidade dos valores obtidos para as tensões e ângulos de barra foram adotados os erros absolutos, isto é, a diferença entre o valor exato e o calculado pelos Fatores de Sensibilidade. A análise dos erros de abertura angular depende da magnitude do valor exato. A análise dos erros de tensão serão aqui considerados satisfatórios para os menores que 0,01 pu.

De acordo com a teoria desenvolvida, pode-se arbitrar qualquer ponto inicial para o cálculo de FS e Distribuição aqui apresentado. O “Flat-Start” é o ponto inicial que normalmente seria adotado, visto o mesmo não exigir nenhum cálculo prévio e ter sua eficiência comprovada pelos Métodos Desacoplados. Todavia, os valores iniciais de estado das barras comumente usado nas propostas de estudo do caso reativo vistos no Capítulo 3 é o estado pré-contingência, que pode ser obtido por um programa de Fluxo de Carga (FC) ou estimadores de estado. Este, portanto, é o ponto inicial para o cálculo de todos os valores numéricos dos programas de fatores aqui apresentados.

Normalmente, as maiores perturbações nos fluxos reativos ocorrem nos ramos vizinhos ao contingenciado. Porém, a regra adotada para a escolha dos resultados de fluxo reativo, que são exemplificados nas tabelas, são alguns dos maiores fluxos pós-contingência do sistema. Isto deve-se ao fato de serem o maior objetivo do estudo de contingências pois informam as violações de limites de fluxo nos ramos. Para exemplificar os valores das tensões escolheu-se os que apresentavam, quando possível, o maior erro absoluto em ambos os métodos.

## 5.1 Resultados e Discussões Preliminares - Sistema IEEE57

Como mencionado anteriormente, esta seção tem como objetivo apresentar os resultados dos métodos para o sistema IEEE57 (57 barras e 80 linhas), compará-los, discutir e obter conclusões e posteriormente validar os resultados para um sistema elétrico mais complexo que é o de 810 barras (1340 ramos).

Como o objetivo desta seção consiste em comparar qualitativamente os dois métodos, apenas os valores de fluxo no sentido  $k - m$  serão abordados (sentido do arquivo de entrada de dados do IEEE57), bem como apenas os valores obtidos pelos métodos para as tensões de barra e fluxo reativo. Os valores dos fatores, calculados pelo método objeto

deste trabalho, serão apresentados na Análise de Contingências do sistema de 810 barras. Como mencionado em teoria, o modelo de transformador será o exposto por A. Monticelli [3], com o valor do tap fixado no inverso do seu valor de leitura de arquivo ( $tap^{-1}$ ).

### 5.1.1 Contingência no ramo 12-13 do IEEE57

O ramo 12 – 13 (linha de transmissão) foi escolhido para estudo de contingência por fatores porque possui fluxo reativo relativamente grande e bastante predominante em relação ao ativo e o mesmo foi escolhido também por Lee e Chen para exemplificação. Os valores de fluxo pré-contingência para este ramo são:  $P_{ij}^o = -0.48$  (MW),  $P_{ji}^o = 1.17$  (MW),  $Q_{ij}^o = 60.26$  (MVar) e  $Q_{ji}^o = -64.01$  (MVar). Os tipos das barras terminais são PV – PQ e, portanto, os Fatores de Sensibilidade de tensão de barra referentes à barra 13 podem ser não nulos.

Fluxos pré e pós-contingência com os métodos de fatores - versão (VBX)								
Ramo ( $k - m$ )	Valor exato		Prog1 (MVar)	Erro1 (%)	Erro2 (%)	Prog2 (MVar)	Erro1 (%)	Erro2 (%)
	(pré)	(pós)						
1-2	75.00	74.84	75.00	0.25	0.21	75.08	0.39	0.32
8-9	19.82	19.81	19.82	0.02	0.08	19.83	0.03	0.10
1-15	33.75	45.30	43.32	3.17	4.35	44.15	1.84	2.52
10-12	-20.06	-22.00	-21.78	0.36	1.02	-21.84	0.26	0.72
14-15	-9.56	-22.04	-19.85	3.53	9.95	-20.15	3.04	8.58
14-46	27.35	25.45	30.14	7.56	18.45	25.02	0.70	1.70
46-47	25.43	23.57	23.67	0.15	0.39	23.54	0.05	0.14
13-49	33.65	27.84	30.65	4.51	10.07	27.79	0.09	0.20

Tabela 5.1: Fluxos de potência reativa pré e pós-contingência de ramos do IEEE57 e cálculo de erros, para a contingência no ramo 12 – 13 - Sentido  $k - m$  - versão (VBX).

As Tabelas 5.1 e 5.2 apresentam os valores dos fluxos reativos pré e pós-contingência exatos e os calculados pelos programas de fatores, para as versões (VBX) e (VXB), respectivamente. A razão para se apresentar os dados exatos são para demonstrar a evolução do fluxo de antes para depois da saída do ramo (informação da alteração e do sentido dos fluxos nos ramos), bem como fornecer dados para o cálculo dos erros.

Por estas tabelas pode-se observar que, de ambos os métodos, obtém-se resultados satisfatórios, comprovando os comentários feitos no Capítulo 4. Os resultados demonstram também que o Programa Prog2 foi mais eficiente para seguir a evolução dos valores dos fluxos pré para pós-contingência.

Fluxos pré e pós-contingência com os métodos de fatores - versão (VXB)								
Ramo	Valor exato		Prog1	Erro1	Erro2	Prog2	Erro1	Erro2
$(k - m)$	(pré)	(pós)	(MVA <sub>r</sub> )	(%)	(%)	(MVA <sub>r</sub> )	(%)	(%)
1-2	75.00	74.84	75.00	0.25	0.21	75.07	0.37	0.31
8-9	19.82	19.81	19.82	0.02	0.08	19.83	0.03	0.10
1-15	33.75	45.30	44.74	0.89	1.22	45.68	0.62	0.85
10-12	-20.06	-22.00	-21.79	0.34	0.96	-21.84	0.25	0.72
14-15	-9.56	-22.04	-21.71	0.53	1.49	-22.03	0.02	0.05
14-46	27.35	25.45	31.23	9.31	22.72	25.25	0.32	0.79
46-47	25.43	23.57	23.73	0.26	0.67	23.61	0.06	0.16
13-49	33.65	27.84	30.86	4.86	10.85	27.55	0.47	1.04

Tabela 5.2: Fluxos de potência reativa pré e pós-contingência de ramos do IEEE57 e cálculo de erros, para a contingência no ramo 12 – 13 - Sentido  $k - m$  - versão (VXB).

Tensão de barra pré e pós-contingência exatos (pu)					
Barra	Valor das tensões		Barra	Valor das tensões	
$(k)$	(pré)	(pós)	$(k)$	(pré)	(pós)
25	0.9825	0.9691	33	0.9478	0.9317
30	0.9627	0.9486	34	0.9592	0.9430
31	0.9631	0.9208	35	0.9662	0.9501
32	0.9501	0.9340	57	0.9648	0.9487

Tabela 5.3: Valores das tensões pré e pós-contingência de barras do IEEE57, para contingência no ramo 12 – 13.

Tensão de barra e erros absolutos obtidos pelos métodos (pu)								
Barra	Prog1				Prog2			
(k)	(VXB)	Erro	(VBX)	Erro	(VXB)	Erro	(VBX)	Erro
25	0.9701	-0.0011	0.9719	-0.0028	0.9699	-0.0009	0.9717	-0.0027
30	0.9500	-0.0014	0.9518	-0.0032	0.9498	-0.0012	0.9517	-0.0031
31	0.9226	-0.0018	0.9246	-0.0038	0.9224	-0.0016	0.9245	-0.0037
32	0.9355	-0.0015	0.9379	-0.0039	0.9353	-0.0013	0.9377	-0.0037
33	0.9332	-0.0015	0.9356	-0.0039	0.9330	-0.0013	0.9354	-0.0037
34	0.9440	-0.0010	0.9463	-0.0033	0.9438	-0.0007	0.9461	-0.0031
35	0.9509	-0.0008	0.9532	-0.0032	0.9507	-0.0006	0.9531	-0.0030
57	0.9496	-0.0009	0.9519	-0.0032	0.9493	-0.0006	0.9517	-0.0030

Tabela 5.4: Valores de tensões de barra do IEEE57 obtidos pelos métodos, para a contingência do ramo 12 – 13.

A Tabela 5.3 mostra os valores exatos das tensões pré e pós-contingência para as barras que apresentaram maior erro absoluto. Os valores obtidos pelos programas Prog1 e Prog2 são, então, apresentadas na Tabela 5.4, onde pode-se observar que os resultados foram satisfatórios para ambos os métodos, e os mesmos seguiram a tendência de queda que se verificou nas tensões destas barras.

### 5.1.2 Contingência no ramo 13-49 do IEEE57

O ramo 13–49 foi escolhido para estudo de contingência por fatores porque representa o transformador de maior fluxo reativo do sistema IEEE57, sendo também o escolhido por Lee e Chen para exemplificação. Os valores de fluxos pré-contingência para este ramo são:  $P_{ij}^o = 32.43$  (MW),  $P_{ji}^o = -32.43$  (MW),  $Q_{ij}^o = 33.65$  (MVar) e  $Q_{ji}^o = -30.16$  (MVar). Os tipos dos ramos terminais são  $PQ - PQ$  e, portanto, os Fatores de Sensibilidade de tensão de barra referentes à ambas as barras podem ser não nulos.

As Tabelas 5.5 e 5.6 apresentam os valores dos fluxos reativos pré e pós-contingência exatos e os calculados pelos programas de fatores, para as versões (VBX) e (VXB), respectivamente. Observa-se, então, que ambos os métodos obtêm resultados satisfatórios para seguir a evolução dos valores dos fluxos pré para pós-contingência. No entanto, observa-se novamente que os valores obtidos pelo programa Prog2 foram, no geral, melhores que os apresentados pelo Prog1.

A Tabela 5.7 mostra os valores exatos das tensões pré e pós-contingência para as barras que apresentaram maior erro absoluto. Os valores obtidos pelos programas Prog1

Fluxos pré e pós-contingência com os métodos de fatores - versão (VBX)								
Ramo	Valor exato		Prog1	Erro1	Erro2	Prog2	Erro1	Erro2
$(k - m)$	(pré)	(pós)	(MVar)	(%)	(%)	(MVar)	(%)	(%)
1-2	75.00	74.64	75.00	1.13	0.48	75.11	1.49	0.64
13-14	22.33	36.58	30.99	17.53	15.29	33.91	8.38	7.31
1-15	33.75	35.27	33.15	6.65	6.01	34.64	1.98	1.79
10-12	-20.06	-24.77	-22.71	6.46	8.32	-24.09	2.14	2.76
12-13	60.26	52.50	52.33	0.53	0.32	52.58	0.27	0.16
14-46	27.35	42.83	36.36	20.27	15.10	41.30	4.78	3.56
46-47	25.43	39.30	32.77	20.47	16.61	36.63	8.36	6.79
10-51	29.63	21.04	18.39	8.34	12.64	20.14	2.83	4.29

Tabela 5.5: Fluxos de potência reativa pré e pós-contingência de ramos do IEEE57 e cálculo de erros, para a contingência no ramo 13 – 49 - Sentido  $k - m$  - versão (VBX).

Fluxos pré e pós-contingência com os métodos de fatores - versão (VXB)								
Ramo	Valor exato		Prog1	Erro1	Erro2	Prog2	Erro1	Erro2
$(k - m)$	(pré)	(pós)	(MVar)	(%)	(%)	(MVar)	(%)	(%)
1-2	75.00	74.64	75.00	1.13	0.48	75.08	1.39	0.59
13-14	22.33	36.58	31.69	15.34	13.38	35.32	3.93	3.43
1-15	33.75	35.27	33.07	6.92	6.26	34.59	2.13	1.93
10-12	-20.06	-24.77	-22.74	6.37	8.20	-24.18	1.86	2.40
12-13	60.26	52.50	51.60	2.81	1.71	51.56	2.93	1.78
14-46	27.35	42.83	36.19	20.81	15.50	41.22	5.05	3.76
46-47	25.43	39.30	33.51	18.16	14.74	38.33	3.05	2.48
10-51	29.63	21.04	18.21	8.89	13.47	19.87	3.69	5.59

Tabela 5.6: Fluxos de potência reativa pré e pós-contingência de ramos do IEEE57 e cálculo de erros, para a contingência no ramo 13 – 49 - Sentido  $k - m$  - versão (VXB).

Tensão de barra pré e pós-contingência exatos (pu)					
Barra	Valor das tensões		Barra	Valor das tensões	
( <i>k</i> )	(pré)	(pós)	( <i>k</i> )	(pré)	(pós)
25	0.9825	0.9585	33	0.9478	0.9199
30	0.9627	0.9377	34	0.9592	0.9324
31	0.9361	0.9093	49	1.0362	0.9775
32	0.9501	0.9223	57	0.9648	0.9467

Tabela 5.7: Valores das tensões pré e pós-contingência de barras do IEEE57, para contingência no ramo 13 – 49.

Tensão de barra e erros absolutos obtidos pelos métodos (pu)								
Barra	Prog1				Prog2			
( <i>k</i> )	(VXB)	Erro	(VBX)	Erro	(VXB)	Erro	(VBX)	Erro
25	0.9726	-0.0142	0.9735	-0.0150	0.9616	-0.0031	0.9630	-0.0045
30	0.9527	-0.0150	0.9535	-0.0159	0.9414	-0.0037	0.9429	-0.0052
31	0.9257	-0.0164	0.9226	-0.0173	0.9139	-0.0046	0.9154	-0.0062
32	0.9391	-0.0169	0.9402	-0.0179	0.9266	-0.0044	0.9283	-0.0060
33	0.9369	-0.0170	0.9379	-0.0180	0.9243	-0.0044	0.9260	-0.0061
34	0.9480	-0.0157	0.9489	-0.0166	0.9357	-0.0033	0.9371	-0.0048
49	1.0080	-0.0304	1.0134	-0.0358	0.9745	0.0030	0.9831	-0.0055
57	0.9584	-0.0117	0.9599	-0.0132	0.9481	-0.0014	0.9506	-0.0039

Tabela 5.8: Valores de tensões de barra do IEEE57 obtidos pelos métodos, para a contingência do ramo 13 – 49.

e Prog2 são apresentadas na Tabela 5.8. Aqui pode-se verificar o montante da influência do fluxo ativo nos ângulos e, conseqüentemente, nas tensões de barra do sistema. porque a qualidade dos resultados do programa Prog1 são bem inferiores aos obtidos pelo programa Prog2, o que vem confirmar a melhor estimativa por Fatores de Sensibilidade proposta neste trabalho.

Deve ser notado que os resultados obtidos por ambas as versões (VBX) e (VXB) não se mostram bastante diferentes. Desse modo, como o objetivo deste trabalho é uma melhoria dos métodos de fatores até aqui pesquisados, daqui em diante serão mostrados apenas os resultados para a versão (VBX). Os mesmos resultados para a versão (VXB) são apresentados em anexo.

### 5.1.3 Contingência no ramo 1-15 do IEEE57

O ramo 1 – 15 (linha de transmissão) foi escolhido para estudo de contingência por fatores porque possui fluxos ativos bastante superiores aos reativos e a saída de ramos do sistema nestas condições pode deteriorar bastante a qualidade da potência ativa entregue às cargas, que é o objetivo principal dos sistemas de potência. A escolha deste ramo vem, então, confirmar a hipótese de que reconfigurações significativas de fluxos ativos no sistema pós-contingência pode exercer grande influência nos fluxos reativos, quer nas alterações dos ângulos (conseqüentemente nas aberturas angulares), quer nos níveis de tensão das barras.

Os valores de fluxos pré-contingência para este ramo são:  $P_{ij}^o = 149.00$  (MW),  $P_{ji}^o = -145.07$  (MW),  $Q_{ij}^o = 33.75$  (MVar) e  $Q_{ji}^o = -23.95$  (MVar). Os tipos dos ramos terminais são  $V\theta - PQ$  e, portanto, apenas os Fatores de Sensibilidade de tensão referentes à barra 15 podem ser não nulos.

A Tabela 5.9 apresenta os valores dos fluxos reativos pré e pós-contingência exatos e os calculados pelos programas de fatores, para a versão (VBX).

Observando-se os valores obtidos pelo programa Prog1 para os ramos com barras terminais de tensão controlada (\*), 1 – 2 ( $V\theta - PV$ ) e 2 – 3 ( $PV - PV$ ), nota-se que os mesmos são iguais aos valores de seus fluxos pré-contingência. Como já discutido no Capítulo 4, por serem de tensão controlada, os Fatores de Sensibilidade destas barras, referentes à qualquer contingência de ramo do sistema, são nulos. Como os Fatores de Distribuição de cada ramo do sistema pós-contingência é diretamente proporcional aos Fatores de Sensibilidade de suas barras terminais, os mesmos também são nulos (no caso  $Q - V$ , os ângulos são considerados constantes e as tensões destas barras não sofrem perturbações). Logo, o valor inicial do fluxo reativos nos ramos 1 – 2 e 2 – 3 permanecem nos valores do Caso Base (estado pré-contingência), isto é, não sofrem correções.

Este fato também ocorre com os FS e FD desenvolvidos neste trabalho (Prog2), porém, como mencionado também no Capítulo 4, os valores iniciais dos fluxos reativos

Fluxos pré e pós-contingência com os métodos de fatores - versão (VBX)								
Ramo	Valor exato		Prog1	Erro1	Erro2	Prog2	Erro1	Erro2
( $k - m$ )	(pré)	(pós)	(MVA <sub>r</sub> )	(%)	(%)	(MVA <sub>r</sub> )	(%)	(%)
1-2	75.00	50.91	75.00*	83.51	47.33	51.51	2.08	1.18
2-3	-4.64	-24.14	-4.64*	67.60	80.78	-23.60	1.88	2.25
13-14	22.33	25.40	26.36	3.36	3.81	24.24	3.99	4.53
12-13	60.26	61.35	65.81	15.45	7.27	59.84	5.25	2.47
12-16	8.82	23.28	8.82†	50.13	62.12	22.40	3.06	3.79
12-17	9.17	23.54	9.17†	49.81	61.06	22.74	2.75	3.37
46-47	25.43	24.82	24.74	0.29	0.34	24.69	0.45	0.52
13-49	33.65	33.99	34.23	0.86	0.73	33.64	1.20	1.02

Tabela 5.9: Fluxos de potência reativa pré e pós-contingência de ramos do IEEE57 e cálculo de erros, para a contingência no ramo 1 – 15 - Sentido  $k - m$  - versão (VBX).

não são obtidos no estado pré-contingência mas em um ponto melhorado pelas correções dos ângulos e tensões de barra pelos Fatores de Sensibilidade. Portanto, comparando-se os resultados da Tabela 5.9, fornecidos pelos dois métodos nota-se que os resultados obtidos por Prog2 são bem mais promissores que os obtidos por Prog1.

Os resultados do programa Prog1 para os fluxos pós-contingência dos ramos 12 – 16 e 12 – 17 (†) também foram iguais aos do Caso Base, porém as barras 16 e 17 são do tipo  $PQ$ , ou seja, estes valores não podem ser explicados pelo razões anteriores. Logo, as mudanças significativas nos valores dos fluxos nestes ramos devem ser creditados às mudanças nas aberturas angulares, ou seja, na influência do fluxo ativo pré-contingência. Observando-se também os resultados do programa Prog2 nota-se que os mesmos também são mais promissores que os obtidos pelo Prog1, pois o mesmo incorpora a influência da potência ativa nos ângulos de barra e, conseqüentemente, nas estimativas dos fluxos reativos.

A Tabela 5.10 mostra os resultados dos programas de fatores para as tensões de barra do sistema, com a versão (VBX). Devido à todas as discussões já mencionados nos parágrafos anteriores, aqui pode-se notar facilmente que os fatores do programa Prog2 são melhores, ou seja, conclui-se que o estudo da influência do fluxo ativo na estimativa das mudança dos valores das tensões pós-contingência deve ser considerado.

Tensão de barra e erros absolutos - método (VBX)						
Barra (k)	Valor das tensões		Prog1		Prog2	
	(pré)	(pós)	(VBX)	Erro	(VBX)	Erro
15	0.9881	0.9668	0.9787	-0.0118	0.9672	-0.0004
31	0.9361	0.9232	0.9313	-0.0082	0.9257	-0.0025
32	0.9501	0.9364	0.9451	-0.0087	0.9388	-0.0024
33	0.9478	0.9341	0.9428	-0.0087	0.9366	-0.0025
38	1.0129	0.9988	1.0072	-0.0084	1.0000	-0.0012
44	1.0168	1.0006	1.0103	-0.0097	1.0018	-0.0012
45	1.0360	1.0148	1.0277	-0.0129	1.0156	-0.0008
46	1.0598	1.0446	1.0535	-0.0088	1.0454	-0.0008

Tabela 5.10: Valores de tensões de barra do IEEE57 obtidos pelos métodos, para a contingência do ramo 1 – 15 - versão (VBX).

#### 5.1.4 Contingência no ramo 8-9 do IEEE57

O ramo 8 – 9 (linha de transmissão) foi escolhido para estudo de contingência por fatores porque os tipos de suas barras terminais são de tensão controlada ( $PV - PV$ ), além de possuir os maiores fluxos ativos do sistema e serem também bastante superiores aos reativos. A escolha deste ramo vem, então, mais uma vez confirmar a hipótese de que reconfigurações significativas de fluxos ativos no sistema pós-contingência pode exercer grande influência nos fluxos reativos, além de exemplificar o problema com ramos contingenciados com barras terminais de tensão controlada já discutido no Capítulo 4.

Os valores dos fluxos ativo e reativo pré-contingência para este ramo são:  $P_{ij}^o = 178.04$  (MW),  $P_{ji}^o = -174.89$  (MW),  $Q_{ij}^o = 19.82$  (MVar) e  $Q_{ji}^o = -9.92$  (MVar). Como os tipos dos ramos terminais são  $PV - PV$ , todos os Fatores de Sensibilidade de tensão, para ambos os métodos Prog1 e Prog2, são nulos.

A Tabela 5.11 apresenta os valores dos fluxos reativos pré e pós-contingência exatos e os calculados pelos programas de fatores, para a versão (VBX).

Observando-se os valores obtidos pelo programa Prog1 (\*), nota-se que os mesmos são todos iguais aos seus valores pré-contingência, ou seja, como todos os Fatores de Sensibilidade de tensão para qualquer ramo do sistema pós-contingência são nulos (independentemente do tipo das barras terminais destes ramos), os respectivos Fatores de Distribuição também o são. Pode-se, então, confirmar novamente que a mudança do ponto inicial para o cálculo dos Fatores de Sensibilidade (tensões) e Distribuição (fluxo reativo) do caso  $Q - V$  (Prog2) tem se mostrado eficiente em resolver os problemas apontados no método de Lee e Chen e de maneira promissora.

Fluxos pré e pós-contingência com os métodos de fatores - versão (VBX)								
Ramo	Valor exato		Prog1	Erro1	Erro2	Prog2	Erro1	Erro2
( $k - m$ )	(pré)	(pós)	(MVA <sub>r</sub> )	(%)	(%)	(MVA <sub>r</sub> )	(%)	(%)
1-2	75.00	82.64	75.00*	52.84	9.25	86.11	23.98	4.20
3-4	-8.18	31.93	-8.18*	277.16	125.62	33.92	13.76	6.24
13-14	22.33	39.64	22.33*	119.60	43.67	37.44	15.18	5.54
1-15	33.75	38.40	33.75*	32.16	12.12	38.03	2.59	0.97
3-15	-18.25	-29.95	-18.25*	80.77	39.05	-32.22	15.71	7.59
12-13	60.26	70.36	60.26*	69.82	14.35	68.86	10.40	2.14
14-46	37.35	30.85	37.35*	24.19	11.35	30.71	0.98	0.46
46-47	25.43	29.02	25.43*	24.85	12.39	28.88	0.97	0.48
13-49	33.65	37.20	33.65*	24.56	9.55	36.71	3.41	1.33
9-55	10.40	32.22	10.40*	150.80	67.71	30.67	10.72	4.82

Tabela 5.11: Fluxos de potência reativa pós-contingência de ramos do IEEE57 e cálculo de erros, segundo dois critérios, para a contingência no ramo  $\delta - 9$  - Sentido  $k - m$ .

Tensão de barra e erros absolutos - método (VBX)						
Barra	Valor das tensões		Prog1		Prog2	
(k)	(pré)	(pós)	(VBX)	Erro	(VBX)	Erro
20	0.9641	0.9450	0.9641*	-0.0191	0.9490	-0.0041
24	0.9992	0.9847	0.9992*	-0.0145	0.9911	-0.0064
26	0.9590	0.9389	0.9590*	-0.0201	0.9450	-0.0061
32	0.9501	0.9288	0.9501*	-0.0213	0.9350	-0.0062
33	0.9478	0.9265	0.9478*	-0.0214	0.9327	-0.0062
53	0.9710	0.9491	0.9710*	-0.0219	0.9581	-0.0091
54	0.9964	0.9676	0.9964*	-0.0288	0.9759	-0.0083
55	1.0309	1.0055	1.0309*	-0.0254	1.0073	-0.0018

Tabela 5.12: Valores de tensões de barra do IEEE57 obtidos pelos métodos, para a contingência do ramo  $\delta - 9$  - versão (VBX).

A Tabela 5.12 mostra os resultados dos programas de fatores para as tensões de barra do sistema, com a versão (VBX). De acordo com as razões mencionadas nos parágrafos anteriores, as tensões obtidas pelo programa Prog1 (\*) permaneceram igual ao estado pré-contingência, o que ocasionou o aparecimento de erros consideráveis em comparação ao valor exato. Novamente se comprovou as melhorias nas estimativas de fluxo reativo e tensão de barra com o acréscimo do estudo da influência do fluxo ativo pré-contingência (Prog2).

## 5.2 Resultados e Comparações com o Sistema de 810 Barras

Esta secção tem como objetivo apresentar resultados de contingências em linhas de transmissão e transformadores, para um sistema bem mais complexo que o anterior, de modo a ratificar as melhorias propostas neste trabalho. O sistema de 810 barras possui 1340 ramos, dentre os quais serão escolhidos dois dos mesmos para exemplificar, discutir e concluir sobre os resultados apresentados nas tabelas a seguir. O tratamento dos taps de transformadores deste sistema são adotados normalmente como sendo o inverso do valor lido no arquivo de entrada de dados ( $tap^{-1}$ ).

Nesta secção serão apresentados também resultados de fluxo reativo exatos e os calculados pelos métodos Prog1 e Prog2, para o sentido  $m - k$  (sentido inverso ao contido no arquivo de entrada de dados do sistema) para que se tenha uma exemplificação mais abrangente do uso dos Fatores de Distribuição.

Como forma de mostrar a principal vantagem de fatores para a estimação de fluxos e variáveis de estado (dentre os quais os desenvolvidos neste trabalho), isto é, a armazenagem de fatores para posterior uso com outro perfil de carga, serão apresentadas comparações entre os Fatores de Sensibilidade e Distribuição calculados para o perfil de 100% e 80% da carga do sistema, bem como apresentar resultados de fluxos reativos e tensões do sistema com 80% de carga, porém, estimados com os fatores calculados e armazenados para o perfil de 100% da carga.

### 5.2.1 Estudo da contingência no ramo 1230 – 1227

O ramo 1230 – 1227 (linha de transmissão) foi escolhido para o estudo de contingências com os programas Prog1 e Prog2 porque sua saída do sistema não provoca ilhamento no mesmo e não são encontrados problemas de divergência ou não convergência com a solução do sistema pós-contingência, ou seja, pode-se obter a solução exata do problema contingenciado e, portanto, comparar os resultados e obter conclusões.

Obedecidas as condições expostas acima, esta linha de transmissão é a que possui

o maior fluxo ativo e reativo, o tipo de suas barras terminais são dados por:  $PQ - PQ$  (para ambas as barras os Fatores de Sensibilidade e Distribuição podem ser não nulos) e seus fluxos pré-contingência:  $P_{ij}^o = 2987.36$  (MW),  $P_{ji}^o = -2987.36$  (MW),  $Q_{ij}^o = -733.51$  (MVar) e  $Q_{ji}^o = 1202.88$  (MVar).

Abertura angular e erros absolutos (°)					
Ramo	$\theta_{km}^c$	$\theta_{km}^c$	Erro	$\theta_{km}^c$	Erro
( $k - m$ )	(exat.)	(VXB)	(VXB)	(VBX)	(VBX)
1184-1117	-5.29	-5.24	-0.06	-5.24	-0.06
1136-1226	1.45	1.48	-0.03	1.48	-0.03
1145-1149	8.95	8.66	0.29	8.66	0.29
1162-1177	-9.53	-9.41	-0.12	-9.41	-0.12
1177-1229	-15.96	-15.80	-0.16	-15.81	-0.15
1188-1187	5.05	5.13	-0.08	5.13	-0.08
1230-1226	22.20	20.02	2.17	20.05	2.15
1229-1228	-16.36	-14.94	-1.42	-14.93	-1.43

Tabela 5.13: Resultados de abertura angular de ramos do sistema de 810 barras. para a contingência no ramo 1230 – 1227.

A Tabela 5.13 mostra os resultados dos ângulos de barra (graus), expressos em aberturas angulares, obtidos com os Fatores de Sensibilidade de ângulos, relacionados à contingência do ramo 1230 – 1227. Os ramos escolhidos para este fim são os mesmos usados para a análise de resultados de fluxo reativo porque os valores de abertura angular são importantes no cálculo do fluxo reativo inicial do caso  $Q - V$  para estes ramos. Pode-se observar, então, que o problema ativo (caso  $P - \theta$ ) se mostrou bem comportado e, assim, apresentou bons resultados.

As Tabelas 5.14 (sentido  $k - m$ ) e 5.15 (sentido  $m - k$ ) mostram valores de fluxo reativo, estimados pelos métodos de fatores, usando a versão (VBX) para as matrizes de sensibilidade. Pode-se notar, pelos resultados das tabelas, que ambos os métodos são eficientes em acompanhar a direção das mudanças de fluxo reativo, porém os valores obtidos pelo programa Prog2 aqui também se mostram melhores.

A Tabela 5.16 mostra valores de tensão, estimados pelos programas de fatores na versão (VBX). Comparando-se os dados pré e pós-contingência exatos, observa-se que se trata de uma contingência bastante severa para o perfil de tensões, pois o mesmo sofre, em alguns casos, grandes perturbações. Em casos deste tipo fica evidente um problema de sensibilidade com as matrizes usadas pelos métodos, porém, os resultados do programa Prog2 conseguiram acompanhar melhor estas perturbações que o Prog1.

Fluxos pré e pós-contingência com os métodos de fatores - versão (VBX)								
Ramo ( $k - m$ )	Valor exato		Prog1 (MVar)	Erro1 (%)	Erro2 (%)	Prog2 (MVar)	Erro1 (%)	Erro2 (%)
	(pré)	(pós)						
1184-1117	-259.07	-893.90	-508.40	39.81	43.12	-652.26	24.95	27.02
1136-1226	586.53	1977.47	1482.90	51.08	25.01	1723.54	26.23	12.84
1145-1149	-305.43	-539.36	-424.21	11.89	21.35	-439.60	10.30	18.49
1162-1177	217.80	331.25	242.41	9.18	26.82	303.72	2.84	8.31
1177-1229	98.66	326.46	146.29	16.81	55.19	291.43	3.62	10.73
1188-1187	387.13	341.51	376.06	3.57	10.12	349.03	0.78	2.20
1230-1226	-369.24	-482.73	-891.79	42.25	84.74	-432.55	5.18	10.40
1229-1228	226.34	467.63	309.28	16.36	33.86	380.61	8.99	18.61

Tabela 5.14: Fluxos de potência reativa pós-contingência de ramos do sistema de 810 barras e cálculo de erros, para a contingência no ramo 1230 – 1227 - Sentido  $k - m$  - versão (VBX).

Fluxos pré e pós-contingência com os métodos de fatores - versão (VBX)								
Ramo ( $m - k$ )	Valor exato		Prog1 (MVar)	Erro1 (%)	Erro2 (%)	Prog2 (MVar)	Erro1 (%)	Erro2 (%)
	(pré)	(pós)						
1117-1184	766.94	1425.44	1016.13	42.28	28.72	1165.73	26.82	18.22
1226-1136	-604.21	-2099.13	-1501.94	61.18	28.45	-1842.58	26.50	12.22
1149-1145	-32.25	223.12	86.62	14.10	61.18	143.26	8.25	35.79
1177-1162	-150.89	-243.87	-175.56	7.05	28.01	-222.23	2.23	8.87
1229-1177	-125.91	-224.58	-173.78	5.25	22.62	-198.07	2.74	11.81
1187-1188	-230.72	-182.80	-219.64	3.80	20.15	-193.38	1.09	5.79
1226-1230	604.21	2099.13	1126.56	100.45	46.33	1752.38	35.81	16.52
1228-1229	100.94	105.51	17.65	9.07	83.27	122.95	1.80	16.53

Tabela 5.15: Fluxos de potência reativa pós-contingência de ramos do sistema de 810 barras e cálculo de erros, para a contingência no ramo 1230 – 1227 - Sentido  $m - k$  - versão (VBX).

Tensão de barra e erros absolutos - método (VBX)						
Barra (k)	Valor das tensões		Prog1		Prog2	
	(pré)	(pós)	(VBX)	Erro	(VBX)	Erro
588	0.9670	0.9311	0.9614	-0.0303	0.9463	-0.0152
650	0.9626	0.9263	0.9570	-0.0308	0.9417	-0.0155
1135	1.0127	0.9312	0.9828	-0.0516	0.9537	-0.0225
1141	1.0038	0.9491	0.9815	-0.0324	0.9675	-0.0184
1228	0.9644	0.8868	0.9360	-0.0492	0.9083	-0.0215
1229	1.0205	0.9555	1.0031	-0.0476	0.9705	-0.0150
1230	0.9682	0.8919	0.9371	-0.0452	0.9140	-0.0221
1231	1.0215	0.9597	1.0054	-0.0457	0.9737	-0.0140

Tabela 5.16: Valores de tensões de barra do sistema de 810 barras obtidos pelos métodos, para a contingência do ramo 1230 – 1227 - versão (VBX).

#### Análise da contingência 1230 – 1227 para 80% do perfil de carga

Este item tem como objetivo o estudo da eficiência dos Fatores de Sensibilidade e Distribuição para o estudo de contingências ocorridas com um outro perfil de carga. No caso, escolheu-se uma redução em 20% da carga total contidas no arquivo do entrada de dados do sistema de 810 barras. Para este estudo, coletou-se resultados de fluxo reativo e tensão pós-contingência com o programa Prog2, usando fatores calculados para 80% de carga e, para confrontá-los, reutilizou-se fatores já determinados para 100% da carga.

A Tabela 5.17 mostra FS para ângulos e tensões de barra para os dois perfis de estudo de contingência em questão. Pode-se, então, observar que as diferenças numéricas entre cada fator de ambos perfis de carga são pequenas, o que sugere que os fatores calculados para 100% de carga possam ser utilizados com os cálculos estimativos das tensões e ângulos de barra do estudo desta contingência com 80% da carga, economizando-se assim tempos computacionais neste estudo.

A Tabela 5.18 mostra os resultados de tensões de barra do programa Prog2 utilizando Fatores de Sensibilidade calculados para 80% e 100% de carga, com os respectivos erros absolutos calculados em relação ao valor exato. Pela análise destes erros pode-se constatar que obteve-se bons resultados de tensão também com os fatores calculados a 100% de carga e, o que justifica a proposta apresentada na discussão da Tabela 5.17.

A Tabela 5.19 mostra Fatores de Distribuição de fluxo reativo, relacionados à contingência 1230 – 1228, para os dois perfis de estudo de contingência em questão. Pode-se, então, observar que as diferenças numéricas entre cada fator de ambos perfis de carga são

Fatores de Sensibilidade para os dois perfis de carga								
(VBX)	100%		80%		100% - $\times 10^{-3}$		80% - $\times 10^{-3}$	
Barra	$(\theta)$		$(\theta)$		$(V)$		$(V)$	
$(k)$	$\alpha_{k,\theta}^{ij}$	$\alpha_{k,\theta}^{ji}$	$\alpha_{k,\theta}^{ij}$	$\alpha_{k,\theta}^{ji}$	$\alpha_{k,V}^{ij}$	$\alpha_{k,V}^{ji}$	$\alpha_{k,V}^{ij}$	$\alpha_{k,V}^{ji}$
1102	0.0203	0.0186	0.0199	0.0187	0.3100	0.1258	0.3131	0.1187
1135	0.0324	0.0264	0.0320	0.0266	4.3835	1.4581	4.4432	1.3666
1141	0.0327	0.0267	0.0323	0.0268	3.2663	1.0827	3.3109	1.0146
1157	0.0203	0.0186	0.0199	0.0187	0.2779	0.1028	0.2808	0.1064
1158	0.0203	0.0186	0.0199	0.0187	0.2879	0.1168	0.2908	0.1103
1197	0.0159	0.0146	0.0155	0.0147	0.1913	0.0927	0.1925	0.0880
1228	0.0324	0.0264	0.0320	0.0266	4.1748	1.3887	4.2316	1.3015
1230	0.0332	0.0268	0.0328	0.0269	4.5655	1.5129	4.6279	1.4177

Tabela 5.17: Valores dos Fatores de Sensibilidade de ângulo e tensão para dois perfis de carga (100% e 80%), obtidos pelo método Prog2, para a contingência do ramo 1230 – 1227 do sistema de 810 barras - versão (VBX).

Tensão de barra para 80% da carga - método (VBX)						
Barra	Exato		Fatores à 80%		Fatores à 100%	
(k)	(pré)	(pós)	(VBX)	Erro	(VBX)	Erro
1102	1.2282	1.2260	1.2273	-0.0013	1.2274	-0.0014
1135	1.0746	1.0406	1.0411	-0.0005	1.0423	-0.0017
1141	1.0649	1.0437	1.0444	-0.0007	1.0453	-0.0016
1157	1.1647	1.1626	1.1639	-0.0013	1.1640	-0.0013
1158	1.1836	1.1815	1.1828	-0.0013	1.1829	-0.0013
1197	1.0989	1.0892	1.0910	-0.0019	1.0911	-0.0019
1228	1.0235	0.9910	0.9915	-0.0005	0.9927	-0.0017
1230	1.0241	0.9926	0.9934	-0.0009	0.9947	-0.0021

Tabela 5.18: Valores de tensões de barra do sistema de 810 barras à 80% de carga obtidos pelo método Prog1, usando também Fatores de Sensibilidade calculados à 100% da carga, para a contingência do ramo 1230 – 1227 - versão (VBX).

Fatores de Distribuição para dois perfis de carga (VBX)								
Ramo	100%				80%			
(k - m)	$\beta_{km,Q}^{ij}$	$\beta_{km,Q}^{ji}$	$\beta_{mk,Q}^{ij}$	$\beta_{mk,Q}^{ji}$	$\beta_{km,Q}^{ij}$	$\beta_{km,Q}^{ji}$	$\beta_{mk,Q}^{ij}$	$\beta_{mk,Q}^{ji}$
1115-1187	-0.0220	-0.0085	0.0222	0.0085	-0.0222	-0.0080	0.0246	0.0088
1184-1117	0.3447	0.1143	-0.3545	-0.1176	0.3638	0.1115	-0.3599	-0.1103
1136-1226	-0.3244	-0.1798	0.3288	0.1873	-0.3700	-0.1727	0.3726	0.1773
1160-1158	-0.0037	-0.0011	0.0043	0.0013	-0.0040	-0.0011	0.0047	0.0013
1161-1158	0.0032	0.0010	-0.0042	-0.0013	0.0034	0.0010	-0.0046	-0.0013
1188-1187	0.0160	0.0061	-0.0146	-0.0055	0.0173	0.0061	-0.0161	-0.0057
1230-1226	0.3248	-0.1209	-0.3014	0.1942	0.3756	-0.1377	-0.3643	0.1818
1430-1453	-0.0014	-0.0012	0.0014	0.0012	-0.0014	-0.0012	0.0015	0.0013

Tabela 5.19: Valores dos Fatores de Distribuição de fluxo reativo para dois perfis de carga (100% e 80%), obtidos pelo método Prog2, para a contingência do ramo 1230 – 1227 do sistema de 810 barras - versão (VBX).

pequenos, o que sugere que os fatores calculados para 100% de carga possam ser utilizados com os cálculos estimativos dos fluxos reativos do estudo desta contingência à 80% da carga, economizando-se novamente tempos computacionais neste estudo.

A Tabela 5.20 mostra os resultados do programa Prog2 utilizando FD calculados para 80% e 100% de carga, para estimar os fluxos reativos do sistema pós-contingência à 80% de carga. Analisando-se numericamente os resultados observa-se que a reutilização dos fatores não depreciou a qualidade dos resultados, o que justifica a proposta apresentada na discussão da Tabela 5.19.

### 5.2.2 Estudo da contingência no ramo 1188 – 1187

O ramo 1188 – 1187 foi escolhido para o estudo de contingências com os programas Prog1 e Prog2 porque é um transformador de dois enrolamentos (no método desenvolvido neste trabalho não se estudou contingências em transformadores com três enrolamentos), a saída do mesmo do sistema não provoca ilhamento e a solução do sistema pós-contingência não encontra problemas de divergência ou não convergência, ou seja, pode-se obter a solução exata do problema contingenciado e, portanto, comparar os resultados e obter conclusões.

Obedecidas as condições expostas acima, este ramo é o transformador que possui o maior fluxo ativo do sistema, o tipo de suas barras terminais são PQ – PQ (para ambas as barras os Fatores de Sensibilidade podem ser não nulos) e seus fluxos pré-contingência

Resultados de fluxo reativo para 80% da carga								
(VBX)	(k - m)				(m - k)			
Ramo	Exato		Fatores	Fatores	Exato		Fatores	Fatores
(k - m)	(Pré)	(Pós)	(80%)	(100%)	(Pré)	(Pós)	(80%)	(100%)
1115-1187	-424.29	-398.79	-397.78	-398.49	449.38	420.95	419.81	419.37
1184-1117	710.18	464.38	480.69	484.26	-388.85	-145.19	-164.11	-173.72
1136-1226	281.08	952.44	942.68	952.36	-291.00	-1016.46	-1007.91	-1021.34
1160-1158	608.40	619.01	626.42	626.47	-667.07	-680.60	-691.35	-691.41
1161-1158	-552.04	-559.83	-564.07	-564.01	667.07	680.60	691.27	691.29
1188-1187	500.50	480.78	477.57	477.52	-403.02	-382.99	-380.55	-380.26
1230-1226	-159.25	-165.98	-132.10	-133.17	291.00	1016.46	994.80	1011.50
1430-1453	501.38	-501.64	-500.81	-500.87	420.54	421.01	420.63	420.55

Tabela 5.20: Valores dos fluxos reativos exatos e obtidos pelo método Prog2, com 80% da carga, para a contingência do ramo 1230 – 1227 do sistema de 810 barras, usando também Fatores de Distribuição calculados à 100% - versão (VBX).

são:  $P_{ij}^o = 1703.38$  (MW),  $P_{ji}^o = -1738.38$  (MW),  $Q_{ij}^o = 387.13$  (MVar) e  $Q_{ji}^o = -230.72$  (MVar). Deve-se notar que este ramo possui elevada perda reativa ( $Q_{ij}^o + Q_{ji}^o$ ).

Para verificar os resultados de abertura angular obtidas com os Fatores de Sensibilidade dos ângulos de barras, para os ramos escolhidos para análise de resultados de fluxo reativo, pode-se consultar a tabela referente a estes dados que estão em anexo.

As Tabelas 5.21 (sentido  $k - m$ ) e 5.22 (sentido  $m - k$ ) mostram valores de fluxo reativo, estimados pelos métodos de fatores, usando a versão (VBX) para as matrizes de sensibilidade. Pode-se notar, pelos resultados das tabelas, que ambos os métodos também são eficientes em acompanhar a direção das mudanças de fluxo reativo, porém os valores obtidos pelo programa Prog2 aqui também se mostram melhores. Desse modo, o fato do método desenvolvido neste trabalho tratar linhas de transmissão e transformadores da mesma maneira, sem distinção do tipo de ramo, estes resultados demonstram que não foi preciso adotar modelos de fluxo de potência ativa e reativa diferentes para linhas e transformadores, pois o roteiro de cálculo trata cada ramo contingenciado pelas injeções totais de seus fluxos ativos e reativos, e isto não exigiu modelos de fluxos para os ramos.

A Tabela 5.23 mostra valores de tensão, estimados pelos programas de fatores na versão (VBX). Comparando-se os dados pré e pós-contingência exatos, observa-se que se trata de uma contingência bastante severa para o perfil de tensões, pois este ramo possui grandes perdas reativas e, portanto, estas tensões podem sofrer, em alguns casos, grandes perturbações. Em casos deste tipo fica novamente evidente um problema de

Fluxos pré e pós-contingência com os métodos de fatores - versão (VBX)								
Ramo	Valor exato		Prog1	Errol	Erro2	Prog2	Errol	Erro2
$(k - m)$	(pré)	(pós)	(MVA <sub>r</sub> )	(%)	(%)	(MVA <sub>r</sub> )	(%)	(%)
1115-1187	-91.68	362.44	11.03	113.75	96.96	372.63	3.30	2.81
1184-1117	-259.07	-273.85	-254.19	6.37	7.18	-279.27	1.76	1.98
1136-1226	586.53	595.05	591.00	1.31	0.68	598.72	1.19	0.62
1136-1227	1103.56	1110.61	1116.44	1.89	0.52	1112.41	0.71	0.20
1160-1158	556.55	435.26	505.64	22.78	16.17	456.51	6.88	4.88
1161-1158	-493.06	-326.02	-442.79	37.80	35.82	-350.73	8.00	7.58
1230-1226	-369.24	-376.28	-366.24	3.25	2.67	-381.83	1.80	1.47
1230-1227	-733.51	-746.89	-727.79	6.18	2.56	-757.62	3.47	1.44

Tabela 5.21: Fluxos de potência reativa pós-contingência de ramos do sistema de 810 barras e cálculo de erros, para a contingência no ramo 1188 – 1187 - Sentido  $k - m$  - versão (VBX).

Fluxos pré e pós-contingência com os métodos de fatores - versão (VBX)								
Ramo	Valor exato		Prog1	Errol	Erro2	Prog2	Errol	Erro2
$(m - k)$	(pré)	(pós)	(MVA <sub>r</sub> )	(%)	(%)	(MVA <sub>r</sub> )	(%)	(%)
1187-1115	92.85	-344.14	-9.86	108.21	97.13	-435.42	29.55	26.52
1117-1184	766.94	782.11	762.06	6.49	2.56	787.29	1.68	0.66
1226-1136	-604.21	-612.85	-608.79	1.35	0.68	-616.40	1.15	0.58
1227-1136	-1138.37	-1145.58	-1151.25	1.84	0.50	-1147.48	0.61	0.17
1158-1160	-622.64	-548.95	-571.73	7.37	4.15	-561.80	4.16	2.34
1158-1161	622.64	548.95	572.37	7.58	4.27	560.35	3.69	2.08
1226-1230	604.21	612.85	601.21	3.77	1.90	616.13	1.06	0.53
1227-1230	1202.88	1219.37	1197.16	7.19	1.82	1225.51	1.99	0.50

Tabela 5.22: Fluxos de potência reativa pós-contingência de ramos do sistema de 810 barras e cálculo de erros, para a contingência no ramo 1188 – 1187 - Sentido  $m - k$  - versão (VBX).

Tensão de barra e erros absolutos - método (VBX)						
Barra (k)	Valor das tensões		Prog1		Prog2	
	(pré)	(pós)	(VBX)	Erro	(VBX)	Erro
1116	1.0006	0.9381	0.9867	-0.0485	0.9330	0.0051
1128	0.9922	0.9386	0.9864	-0.0481	0.9315	0.0069
1129	0.9922	0.9386	0.9864	-0.0481	0.9315	0.0069
1188	1.0270	1.0244	1.0487	-0.0244	1.0041	0.0202
1191	1.0031	0.9462	0.9970	-0.0508	0.9384	0.0078
1198	0.9986	0.9453	0.9928	-0.0476	0.9371	0.0082
1199	1.0417	0.9944	1.0427	-0.0483	0.9869	0.0075
1219	0.9922	0.9384	0.9864	-0.0481	0.9315	0.0069

Tabela 5.23: Valores de tensões de barra do sistema de 810 barras obtidos pelos métodos, para a contingência do ramo 1188 – 1187 - versão (VBX).

sensibilidade com as matrizes usadas pelos métodos, porém, os resultados do programa Prog2 conseguiram acompanhar melhor estas perturbações que o Prog1.

### Análise da contingência 1188 – 1187 para 80% do perfil de carga

Este item tem como objetivo, o estudo da eficiência dos Fatores de Sensibilidade e Distribuição para o estudo de contingências ocorridas com um outro perfil de carga. Escolheu-se novamente uma redução em 20% da carga total contidas no arquivo do entrada de dados do sistema de 810 barras. Para este estudo, coletou-se resultados de fluxo reativo e tensão pós-contingência com o programa Prog2, usando fatores calculados para 80% de carga e, para confrontá-los, reutilizou-se fatores já determinados para 100% da carga.

A Tabela 5.24 mostra FS para ângulos e tensões de barra para os dois perfis de estudo de contingência em questão. Pode-se, novamente, observar que as diferenças numéricas entre cada fator de ambos perfis de carga são pequenos, ou seja, os fatores calculados para 100% de carga podem ser utilizados com os cálculos estimativos das tensões e ângulos de barra do estudo desta contingência com 80% da carga, economizando-se também tempos computacionais neste estudo.

A Tabela 5.25 mostra os resultados de tensão de barra do programa Prog2 utilizando Fatores de Sensibilidade calculados para 80% e 100% de carga, com os respectivos erros absolutos calculados em relação ao valor exato. Através da análise destes erros pode-se constatar que obteve-se bons resultados de tensão também com os fatores calculados a 100% de carga e, o que justifica a proposta apresentada na discussão da Tabela 5.24.

Fatores de Sensibilidade para os dois perfis de carga								
(VBX)	100%		80%		100% - $\times 10^{-3}$		80% - $\times 10^{-3}$	
Barra	$(\theta)$		$(\theta)$		$(V)$		$(V)$	
$(k)$	$\alpha_{k,\theta}^{ij}$	$\alpha_{k,\theta}^{ji}$	$\alpha_{k,\theta}^{ij}$	$\alpha_{k,\theta}^{ji}$	$\alpha_{k,V}^{ij}$	$\alpha_{k,V}^{ji}$	$\alpha_{k,V}^{ij}$	$\alpha_{k,V}^{ji}$
1101	0.0273	0.0310	0.0269	0.0320	6.2195	4.9309	5.9391	4.5667
1110	0.0261	0.0284	0.0258	0.0291	4.3539	3.0181	4.1928	2.7681
1116	0.0288	0.0431	0.0278	0.0456	5.5639	8.6145	4.9713	8.2405
1161	0.0301	0.0311	0.0298	0.0318	7.2464	4.5233	6.7930	4.3143
1187	0.0288	0.0431	0.0278	0.0456	5.5639	8.6145	4.9713	8.2405
1188	0.0336	0.0315	0.0335	0.0318	10.7890	5.5183	10.5492	4.9213
1197	0.0182	0.0204	0.0179	0.0210	2.7869	2.2001	2.6620	2.0370
1209	0.0307	0.0315	0.0304	0.0321	7.7265	4.7271	7.4918	4.2907

Tabela 5.24: Valores dos Fatores de Sensibilidade de ângulo e tensão para dois perfis de carga (100% e 80%), obtidos pelo método Prog2, para a contingência do ramo 1188 – 1187 do sistema de 810 barras - versão (VBX).

Tensão de barra para 80% da carga - método (VBX)						
Barra	Exato		Fatores à 80%		Fatores à 100%	
$(k)$	(pré)	(pós)	(VBX)	Erro	(VBX)	Erro
1101	1.1439	1.1335	1.1230	0.0104	1.1288	0.0046
1110	1.2108	1.2079	1.2002	0.0077	1.2035	0.0044
1116	1.0464	1.0014	1.0000	0.0014	1.0107	-0.0093
1161	1.0993	1.1018	1.0917	0.0102	1.0965	0.0053
1187	1.0464	1.0014	1.0000	0.0014	1.0107	-0.0093
1188	1.0787	1.1001	1.0858	0.0104	1.0915	0.0086
1197	1.0898	1.0827	1.0757	0.0070	1.0783	0.0044
1209	1.0939	1.0981	1.0874	0.0107	1.0925	0.0056

Tabela 5.25: Valores de tensões de barra do sistema de 810 barras à 80% de carga obtidos pelo método Prog1, usando também Fatores de Sensibilidade calculados à 100% da carga, para a contingência do ramo 1188 – 1187 - versão (VBX).

Fatores de Distribuição para dois perfis de carga (VBX)								
Ramo	100%				80%			
$(k - m)$	$\beta_{km,Q}^{1j}$	$\beta_{km,Q}^{j1}$	$\beta_{mk,Q}^{1j}$	$\beta_{mk,Q}^{j1}$	$\beta_{km,Q}^{1j}$	$\beta_{km,Q}^{j1}$	$\beta_{mk,Q}^{1j}$	$\beta_{mk,Q}^{j1}$
1162-1104	0.3578	0.2219	-0.4201	-0.2606	0.3861	0.2246	-0.4070	-0.2368
1223-1131	0.0571	0.0366	-0.0563	-0.0360	0.0572	0.0345	-0.0545	-0.0328
1136-1227	-0.0171	-0.0108	0.0171	0.0108	-0.0178	-0.0106	0.0179	0.0106
1160-1158	-0.0475	0.0490	0.0521	-0.0597	-0.0580	0.0550	0.0657	-0.0644
1161-1158	0.0449	-0.0401	-0.0491	0.0611	0.0519	-0.0471	-0.0634	0.0654
1180-1223	0.0560	0.0358	-0.0568	-0.0364	0.0587	0.0354	-0.0569	-0.0343
1230-1227	0.0377	0.0240	-0.0391	-0.0249	0.0505	0.0243	-0.0409	-0.0245
1430-1453	-0.0076	-0.0056	0.0079	0.0058	-0.0073	-0.0052	0.0080	0.0057

Tabela 5.26: Valores dos Fatores de Distribuição de fluxo reativo para dois perfis de carga (100% e 80%), obtidos pelo método Prog2, para a contingência do ramo 1188 – 1187 do sistema de 810 barras - versão (VBX).

A Tabela 5.26 mostra FD de fluxo reativo, relacionados à contingência 1188 – 1187, para os dois perfis de estudo de contingência em questão. Pode-se novamente, observar que as diferenças numéricas entre cada fator de ambos perfis de carga são pequenos, ou seja, os fatores calculados para 100% de carga podem novamente serem utilizados com os cálculos estimativos dos fluxos reativos no estudo desta contingência à 80% da carga, economizando-se novamente tempos computacionais.

A Tabela 5.27 mostra os resultados do programa Prog2 utilizando Fatores de Distribuição calculados para 80% e 100% de carga, para estimar os fluxos reativos do sistema pós-contingência à 80% de carga. Analisando-se numericamente os resultados reitera-se as conclusões anteriores, ou seja, a reutilização dos fatores não depreciou a qualidade dos resultados obtidos pelos fatores calculados com base em 80% da carga, justificando a proposta apresentada na discussão da Tabela 5.26.

### 5.2.3 $1P - 1Q$ do Fluxo de Carga Exato - Comparação de Resultados

O método de fatores proposto neste trabalho para a estimação de fluxos reativos e tensões de barra pós-contingência consiste no cálculo de meia iteração do subsistema  $P - \theta$  e meia do subsistema  $Q - V$ . As matrizes de sensibilidade usadas para o cálculo destes fatores, no entanto, são as matrizes dos métodos desacoplados calculadas com base na matriz admitância do sistema pré-contingência. Teoricamente, contudo, as melhores

Resultados de fluxo reativo para 80% da carga								
(VBX)	(k - m)				(m - k)			
Ramo	Exato		Fatores	Fatores	Exato		Fatores	Fatores
(k - m)	(Pré)	(Pós)	(80%)	(100%)	(Pré)	(Pós)	(80%)	(100%)
1162-1104	375.18	396.02	291.94	290.30	-363.61	-383.17	-341.92	-349.96
1223-1131	396.96	398.38	372.44	373.07	-367.87	-369.23	-344.98	-348.12
1136-1227	847.82	847.04	854.28	855.02	-868.98	-868.22	-875.31	-876.09
1160-1158	608.40	503.35	504.41	513.96	-667.07	-584.88	-593.37	-606.90
1161-1158	-552.04	-425.01	-415.47	-420.84	667.07	584.88	592.37	607.29
1180-1223	321.88	323.32	296.10	293.23	-396.96	-398.38	-372.56	-373.16
1230-1227	-339.50	-338.01	-357.54	-360.72	604.10	602.76	620.12	622.04
1430-1453	-501.38	-497.13	-491.79	-492.25	420.54	415.69	409.23	409.69

Tabela 5.27: Valores dos fluxos reativos exatos e obtidos pelo método Prog2, com 80% da carga, para a contingência do ramo 1188 – 1187 do sistema de 810 barras, usando também Fatores de Distribuição calculados à 100% - versão (VBX).

sensibilidades são as matrizes calculadas com a matriz admitância do sistema contingenciado. Logo, pode-se também utilizar apenas a primeira iteração completa do programa de Fluxo de Carga ( $1P - 1Q$ ) como forma de obter estimativas para fluxo reativo e tensão de base.

Esta seção tem como objetivo comparar os resultados de fluxo e tensão de barra expostos neste trabalho, com resultados de uma iteração completa do Fluxo de Carga exato, onde ambos os programas foram inicializados com o estado pré-contingência. Para o armazenamento compacto de  $B'$  e  $B''$  e fatoração dos vetores de "mismatches" utilizados nestes programas é utilizado o programa Harwell Subroutine Library (MA28) - Harwell Laboratory of the United Kingdom Atomic Energy Authority.

Observando os resultados das Tabelas 5.28 e 5.29 nota-se que ambos os cálculos estimativos podem fornecer resultados satisfatórios, ou mesmo, não se pode concluir que o cálculo com a iteração completa  $1P - 1Q$  do FC fornece resultados melhores que o método de fatores. Como forma de um estudo complementar, obteve-se os tempos de processamento de uma iteração  $1P - 1Q$  do FCDR e do método proposto (envolvendo apenas o cálculo da solução, não levando-se em conta a construção e inversão das matrizes de sensibilidade), para se obter as estimativas apenas do estado pós-contingência. Notou-se que os tempos de execução são ligeiramente diferentes (em média 0,15 e 0,16 segundos, respectivamente) porque as rotinas de cálculo são bastante similares. Contudo, o método de fatores passa a ser extremamente vantajoso em relação ao cálculo de  $1P - 1Q$  porque,

Compar. de resultados do Prog2 com $1P - 1Q$ do FC - Cont. 1230-1227							
Barra	Exato	$1P - 1Q$	Prog2	Barra	Exato	$1P - 1Q$	Prog2
( $k$ )	(Pós)	(VBX)	(VBX)	( $k$ )	(Pós)	(VBX)	(VBX)
588	0.9311	0.9464	0.9463	1228	0.8868	0.9078	0.9083
650	0.9263	0.9418	0.9417	1229	0.9555	0.9716	0.9705
1135	0.9312	0.9532	0.9537	1230	0.8919	0.9129	0.9140
1141	0.9491	0.9666	0.9675	1231	0.9597	0.9749	0.9737
Compar. de resultados do Prog2 com $1P - 1Q$ do FC - Cont. 1188-1187							
1116	0.9381	0.9469	0.9330	1191	0.9462	0.9563	0.9384
1128	0.9386	0.9483	0.9315	1198	0.9453	0.9544	0.9371
1129	0.9386	0.9483	0.9315	1199	0.9944	1.0025	0.9869
1188	1.0244	1.0314	1.0041	1219	0.9384	0.9483	0.9315

Tabela 5.28: Comparação de resultados de tensões do método com a iteração completa  $1P - 1Q$  do FC, para as contingências do sistema de 810 barras - versão (VBX).

como mencionado, utiliza as matrizes de sensibilidade do sistema pré-contingência. Desse modo, diferentemente do cálculo  $1P - 1Q$ , no estudo da contingência de um conjunto de ramos, estas matrizes precisam ser montadas e invertidas apenas uma vez e o tempo de execução passa a ser bem menor, além de apresentar a vantagem do armazenamento dos fatores para posterior uso com outro perfil de carga.

Compar. de resultados do Prog2 com $1P - 1Q$ do FC - Cont. 1230-1227						
(VBX)	sentido $k - m$			sentido $m - k$		
Ramo	Exato	$1P - 1Q$	Prog2	Exato	$1P - 1Q$	Prog2
$(k - m)$	(Pós)	(VBX)	(VBX)	(Pós)	(VBX)	(VBX)
1184-1117	-893.80	-660.29	-652.26	1425.44	1174.45	1165.73
1136-1226	1977.47	1753.50	1723.54	-2099.13	-1866.79	-1842.58
1145-1149	-539.36	-444.73	-439.60	223.12	146.86	143.26
1162-1177	331.25	296.73	303.72	-243.87	-219.47	-222.23
1177-1229	326.46	286.21	291.43	-224.58	-201.68	-198.07
1188-1187	341.51	352.35	349.03	-182.80	-197.21	-193.38
1230-1226	-482.73	-465.64	-432.55	2099.13	1829.40	1752.38
1229-1228	467.63	386.08	380.61	105.51	106.38	122.95
Compar. de resultados do Prog2 com $1P - 1Q$ do FC - Cont. 1188-1187						
1115-1187	362.44	298.28	372.63	-344.14	-285.89	-435.42
1184-1117	-273.85	-264.12	-279.27	782.11	772.04	787.29
1136-1226	595.05	589.76	598.72	-612.85	-607.49	-616.40
1136-1227	1110.61	1105.92	1112.41	-1145.58	-1140.80	-1147.48
1160-1158	435.26	442.06	456.51	-548.95	-550.52	-561.80
1161-1158	-326.02	-333.12	-350.73	548.95	550.60	560.35
1230-1226	-376.28	-371.93	-381.83	612.95	607.42	616.13
1230-1227	-746.89	-738.61	-757.62	1219.37	1208.98	1225.51

Tabela 5.29: Comparação de resultados de fluxo reativo do método com a iteração completa  $1P - 1Q$  do FC, para as contingências do sistema de 810 barras - versão (VBX).

# Capítulo 6

## Conclusões Gerais

Este trabalho apresenta um roteiro de cálculo de Fatores de Sensibilidade e Distribuição para a Análise de Contingências (caso reativo), com base no Teorema da Compensação e nos Métodos Desacoplados Rápidos para o Problema do Fluxo de Carga.

Com relação ao método proposto por Lee e Chen [19], esta metodologia incorpora também o estudo do fluxo ativo como auxílio na análise do problema reativo, partindo-se da constatação de que não é suficientemente satisfatório a hipótese de um desacoplamento total do problema reativo para estimar as magnitudes de tensões de barra e dos fluxos reativos nos ramos do sistema pós-contingência.

Como conclusão inicial, constata-se que a metodologia é de fácil implementação computacional porque não requer modelos de fluxo de potência ativa ou reativa para os ramos (ambos os tipos de ramos, transformadores e linhas de transmissão, são tratados como injeções de compensação empregadas em seu montante total) e tem similaridades com a iteração 1P-1Q dos Fluxos de Carga Desacoplados Rápidos, que são métodos bastantes conhecidos e largamente implementados por causa de suas simplicidades e eficiências.

O uso de fatores mostra sua importância quando usados para um perfil de carga diferente para o qual foram determinados, como é mostrado pelos resultados apresentados no Capítulo 5. Desse modo, estes fatores, armazenados, implicam em economia de tempo computacional pois seu emprego posterior envolvem apenas equações simples para estimar o ângulo, magnitude de tensão e os fluxos reativos. Portanto, a metodologia se mostra versátil para a análise de várias contingências pois os fatores podem ser reutilizados e não há refatoração de matrizes, contribuição esta conseguida com o emprego do Teorema da Compensação e, portanto, pode encontrar emprego em análises em tempo real.

Devido aos bons resultados do método comparados com a iteração 1P-1Q do FCDR, o cálculo dos fatores pode se constituir em uma alternativa para metodologias que utilizem o cálculo de 1P-1Q para estimar variáveis de interesse.

O fato do problema reativo ser mais não-linear que o ativo e ainda os métodos de

fatores encontrarem dificuldades com barras de tensão controlada, evidenciou-se nesta metodologia a importância do emprego do problema ativo como estudo prévio dos ângulos de barra pós-contingência, utilizados como um ponto inicial melhorado, para o caso reativo. Logo, nos resultados obtidos se evidencia a importância de se incorporar o fluxo ativo no estudo de contingências para o problema reativo, pois esta inclusão permitiu ao método:

- 1) reduzir os erros nas estimativas de fluxos reativos em ramos do sistema contingenciado conectado a barras com tensão controlada;
- 2) englobar contingências em ramos com barras terminais de tensão controlada;
- 3) além de calcular resultados satisfatórios para ramos contingenciados de fluxo reativo predominante, o método melhora também as estimativas para ramos com fluxos ativos predominantes.

Na análise de resultados constatou-se que alguns dos dados obtidos não foram totalmente satisfatórios, porém, numa análise final, o método apresenta algumas contribuições e grandes melhorias na análise de fluxo reativo por Fatores de Sensibilidade e Distribuição em relação à proposta [19].

## 6.1 Propostas de Trabalho

A metodologia desenvolvida neste trabalho sugere duas propostas para estudos futuros:

- 1) como os fatores são definidos com base no processo iterativo dos métodos desacoplados para um passo de cálculo, pode-se fazer um estudo em que destina determinar outras matrizes de sensibilidade para os cálculos dos fatores;
- 2) para o estudo de contingências em transformadores, abranger o cálculo de fatores para transformadores de três enrolamentos.

# Apêndice A

## Aplicação da Compensação ao Modelo Linear

Este apêndice tem como objetivo exemplificar numericamente o desenvolvimento teórico visto no Capítulo 4 com respeito à aplicação do Teorema da Compensação através de injeções de corrente complexas, para o estudo de contingências de ramos por Fatores de Sensibilidade (FS) e Distribuição (FD), em sistemas elétricos modelados linearmente.

Para atingir este objetivo, este exemplo numérico foi dividido em duas partes:

- 1: para um perfil de corrente especificado, calcula-se o Caso Base para as tensões e fluxos de corrente, e depois dá-se prosseguimento ao estudo da compensação aplicada à contingência no ramo 2 – 3 com a utilização de fatores para definir estas mesmas variáveis;
- 2: para um novo perfil de injeção de corrente, é feito o mesmo roteiro de cálculo da Parte 1, para constatação das características e emprego dos Fatores de Sensibilidade e Distribuição;

A Figura A.1 apresenta o sistema elétrico que será utilizado no estudo de contingências de ramos com base no modelo linear, segundo teoria vista no Capítulo 4. Os elementos primitivos de ramos são dados em admitâncias.

Como a técnica da compensação não afeta os valores da matriz admitância  $Y^o$  do circuito no estudo das contingências, a mesma é apresentada a seguir, calculada para a topologia completa do sistema, configurando assim o Caso Base (pré-contingência). Apresenta-se também a sua inversa (matriz impedância  $Z^o$ ).

$$Y^o = \begin{bmatrix} 1.0 - j7.0 & -1.0 + j3.0 & 0.0 + j5.0 & 0.0 + j0.0 \\ -1.0 + j3.0 & 2.0 - j6.0 & 0.0 + j4.0 & -1.0 + j4.0 \\ 0.0 + j5.0 & 0.0 + j4.0 & 2.0 - j17.0 & -2.0 + j6.0 \\ 0.0 + j0.0 & -1.0 + j4.0 & -2.0 + j6.0 & 3.0 - j7.0 \end{bmatrix} (\Omega)^{-1}$$

$$Z^{\circ} = \begin{bmatrix} 0.0361 + j0.0135 & 0.0017 - j0.1466 & 0.0175 - j0.0863 & -0.0032 - j0.1511 \\ 0.0017 - j0.1466 & 0.0084 - j0.1189 & 0.0028 - j0.1352 & -0.0127 - j0.1764 \\ 0.0175 - j0.0863 & 0.0028 - j0.1352 & 0.0130 - j0.0367 & -0.0019 - j0.1038 \\ -0.0032 - j0.1511 & -0.0127 - j0.1764 & -0.0019 - j0.1038 & 0.0210 - j0.0582 \end{bmatrix} (\Omega)$$

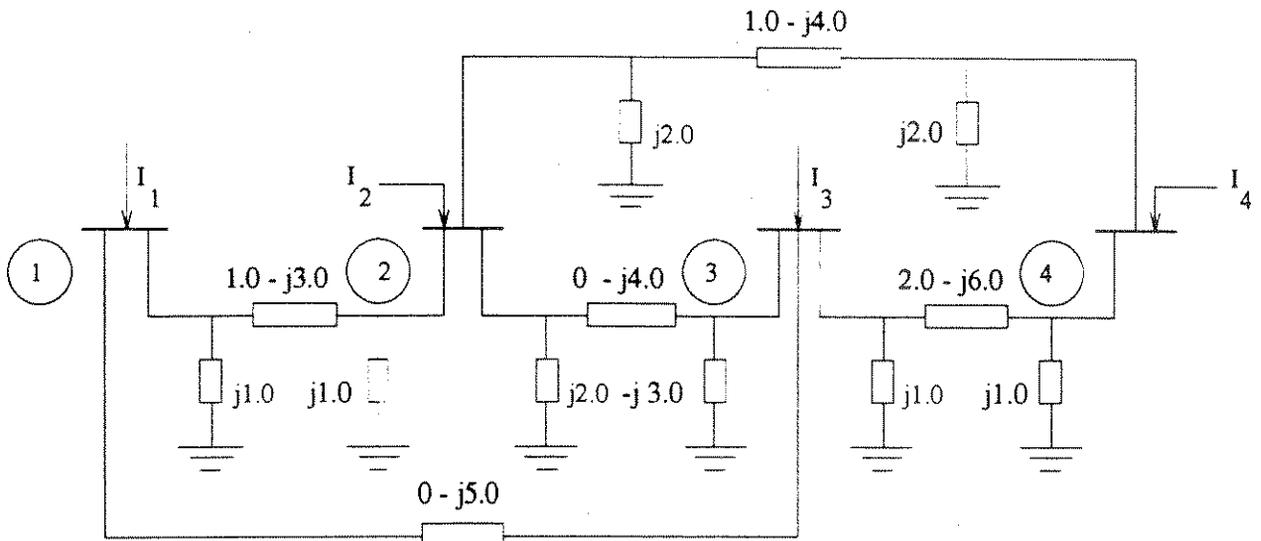


Figura A.1: Circuito elétrico para cálculo das tensões e fluxos de corrente complexas pós-contingência de ramo.

Definidos os resultados iniciais, prossegue-se então aos cálculos das parte 1 e 2.

## A.1 Parte 1: Cálculos com os FS e FD

Seja o perfil de injeção de corrente dado abaixo:

$$I_1 = -5.0 - j4.0 \quad (A)$$

$$I_2 = 9.0 + j8.0 \quad (A)$$

$$I_3 = -6.0 + j7.0 \quad (A)$$

$$I_4 = 5.0 - j3.0 \quad (A)$$

Com a relação de sensibilidade entre injeções de corrente e tensões de barra vistas em teoria,  $\underline{I}^{esp} = Y^o \underline{E}^o$  ou  $\underline{E}^o = Y^{o-1} \underline{I}^{esp}$ , tem-se que o Caso Base das tensões deste sistema corresponde a:

$$E_1^o = 1.0908 - j1.6231 \quad (V)$$

$$E_2^o = 0.7691 - j0.2898 \quad (V)$$

$$E_3^o = 0.5323 - j1.0341 \quad (V)$$

$$E_4^o = 1.3760 - j0.6654 \quad (V)$$

Conforme visto em teoria, o fluxo de corrente para um ramo genérico  $k - m$  é dado por:  $I_{km}^o = y_k^{sh} E_k^o + y_{km}(E_k^o - E_m^o)$  e  $I_{mk}^o = y_m^{sh} E_m^o + y_{km}(E_m^o - E_k^o)$ . Logo, aplicando os valores das tensões do Caso Base obtidos acima e os dados de ramos da Figura A.1, tem-se que:

$$I_{12}^o = -2.0551 - j1.2075 \quad (A) \quad ; \quad I_{21}^o = 3.9680 + j3.0675 \quad (A)$$

$$I_{13}^o = -2.9449 - j2.7925 \quad (A) \quad ; \quad I_{31}^o = 2.9449 + j2.7925 \quad (A)$$

$$I_{23}^o = 3.5568 + j0.5910 \quad (A) \quad ; \quad I_{32}^o = -6.0795 - j0.6497 \quad (A)$$

$$I_{24}^o = 1.4752 + j4.3415 \quad (A) \quad ; \quad I_{42}^o = 0.4351 - j0.0511 \quad (A)$$

$$I_{34}^o = -2.8653 + j4.8572 \quad (A) \quad ; \quad I_{43}^o = 4.5649 - j2.9489 \quad (A)$$

Obtidos todos os valores necessários do Caso Base, prossegue-se ao estudo da contingência do ramo 2 - 3 do sistema.

Primeiramente, deseja-se calcular os valores das tensões complexas de barra e dos fluxos de corrente nos ramos com base na matriz admitância  $Y^c$  do sistema pós-contingência, dada a seguir:

$$Y^c = \begin{bmatrix} 1.0 - j7.0 & -1.0 + j3.0 & 0.0 + j5.0 & 0.0 + j0.0 \\ -1.0 + j3.0 & 2.0 - j4.0 & 0.0 + j0.0 & -1.0 + j4.0 \\ 0.0 + j5.0 & 0.0 + j0.0 & 2.0 - j10.0 & -2.0 + j6.0 \\ 0.0 + j0.0 & -1.0 + j4.0 & -2.0 + j6.0 & 3.0 - j7.0 \end{bmatrix} \quad (\Omega)^{-1}$$

onde a relação entre tensões e injeções de corrente complexas para o sistema contingenciado é dada por:  $\underline{I}^{esp} = Y^c \underline{E}^c$ . O vetor  $\underline{I}^{esp}$  permanece o mesmo do sistema pré-contingência. Logo, resolvendo esta equação matricial, o estado de tensões das barras são dados por:

$$E_1^c = 0.9107 - j1.5488 \text{ (V)}$$

$$E_2^c = 0.8827 + j0.6206 \text{ (V)}$$

$$E_3^c = 0.3793 - j1.5350 \text{ (V)}$$

$$E_4^c = 1.3540 - j0.5927 \text{ (V)}$$

Com estes valores de tensões pode-se agora obter facilmente os valores dos fluxos de corrente complexas nos ramos restantes, através de suas equações de fluxo, ou seja:

$$I_{12}^c = y_1^{sh} E_1^c + y_{12}(E_1^c - E_2^c) = -4.9313 - j1.3428 \text{ (A)}$$

$$I_{21}^c = y_2^{sh} E_2^c + y_{12}(E_2^c - E_1^c) = 5.8595 + j3.1362 \text{ (A)}$$

$$I_{13}^c = y_1^{sh} E_1^c + y_{13}(E_1^c - E_3^c) = -0.0687 - j2.6572 \text{ (A)}$$

$$I_{31}^c = y_3^{sh} E_3^c + y_{13}(E_3^c - E_1^c) = 0.0687 + j2.6572 \text{ (A)}$$

$$I_{24}^c = y_2^{sh} E_2^c + y_{24}(E_2^c - E_4^c) = 3.1405 + j4.8638 \text{ (A)}$$

$$I_{42}^c = y_4^{sh} E_4^c + y_{24}(E_4^c - E_2^c) = -3.1964 - j0.3905 \text{ (A)}$$

$$I_{34}^c = y_3^{sh} E_3^c + y_{34}(E_3^c - E_4^c) = -6.0687 + j4.3428 \text{ (A)}$$

$$I_{43}^c = y_4^{sh} E_4^c + y_{34}(E_4^c - E_3^c) = 8.1964 - j2.6095 \text{ (A)}$$

Obtidos os valores para comprovação dos resultados, parte-se agora para o emprego de fatores. Com os dados do ramo contingenciado e os elementos da matriz impedância  $Z^o$ , obtém-se as constantes definidas na análise teórica, ou seja:

$$c_{11} = 1 - (y_{23} + y_2^{sh})Z_{22} + y_{23}Z_{32} = 0.6972 + j0.0055$$

$$c_{12} = -(y_{23} + y_2^{sh})Z_{23} + y_{23}Z_{33} = 0.1234 - j0.0465$$

$$c_{21} = y_{23}Z_{22} - (y_{23} + y_3^{sh})Z_{32} = 0.4704 - j0.0139$$

$$c_{22} = 1 + y_{23}Z_{23} - (y_{23} + y_3^{sh})Z_{33} = 0.7165 + j0.0800$$

$$cte = c_{11}c_{22} - c_{12}c_{21} = 0.4418 + j0.0833$$

Como visto em teoria, os valores pós-contingência calculados acima (tensões e fluxos de corrente), podem ser obtidos através de fatores de sensibilidade e distribuição. Seja  $k$ , então, uma barra genérica pertencente a um ramo genérico  $k - m$  do sistema onde ocorreu uma contingência num ramo genérico  $i - j$ . Pela teoria sabe-se que os Fatores de Sensibilidade e Distribuição para esta barra  $k$  e o ramo  $k - m$ , respectivamente, são dados por:

$$\alpha_k^{ij} = (c_{22}Z_{ki} - c_{21}Z_{kj})/cte \quad ; \quad \alpha_k^{ji} = (-c_{12}Z_{ki} + c_{11}Z_{kj})/cte$$

$$\beta_{km}^{ij} = (y_{km} + y_k^{sh})\alpha_k^{ij} - y_{km}\alpha_m^{ij} \quad ; \quad \beta_{km}^{ji} = (y_{km} + y_k^{sh})\alpha_k^{ji} - y_{km}\alpha_m^{ji}$$

$$\beta_{mk}^{ij} = -y_{km}\alpha_k^{ij} + (y_{km} + y_m^{sh})\alpha_m^{ij} \quad ; \quad \beta_{mk}^{ji} = -y_{km}\alpha_k^{ji} + (y_{km} + y_m^{sh})\alpha_m^{ji}$$

Logo, para uma contingência no ramo 2 - 3 tem-se que:

- Fatores de Sensibilidade:

$$\text{Barra 1: } \begin{cases} \alpha_1^{23} = (c_{22}Z_{12} - c_{21}Z_{13})/cte = -0.0135 - j0.1425 \quad (\Omega) \\ \alpha_1^{32} = (-c_{12}Z_{12} + c_{11}Z_{13})/cte = 0.0249 - j0.0995 \quad (\Omega) \end{cases}$$

$$\text{Barra 2: } \begin{cases} \alpha_2^2 = (c_{22}Z_{22} - c_{21}Z_{23})/cte = 0.0266 - j0.0524 \quad (\Omega) \\ \alpha_2^{32} = (-c_{12}Z_{22} + c_{11}Z_{23})/cte = -0.0169 - j0.1760 \quad (\Omega) \end{cases}$$

$$\text{Barra 3: } \begin{cases} \alpha_3^{23} = (c_{22}Z_{32} - c_{21}Z_{33})/cte = -0.0169 - j0.1760 \quad (\Omega) \\ \alpha_3^{32} = (-c_{12}Z_{32} + c_{11}Z_{33})/cte = 0.0297 - j0.0254 \quad (\Omega) \end{cases}$$

$$\text{Barra 4: } \begin{cases} \alpha_4^{23} = (c_{22}Z_{42} - c_{21}Z_{43})/cte = -0.0164 - j0.1748 \quad (\Omega) \\ \alpha_4^{32} = (-c_{12}Z_{42} + c_{11}Z_{43})/cte = -0.0013 - j0.1157 \quad (\Omega) \end{cases}$$

- Fatores de Distribuição:

$$\text{Ramo } 1 - 2 \left\{ \begin{array}{l} \beta_{12}^{23} = (y_{12} + y_1^{sh})\alpha_1^{23} - y_{12}\alpha_2^{23} = -0.1678 + j0.0166 \\ \beta_{12}^{32} = (y_{12} + y_1^{sh})\alpha_1^{32} - y_{12}\alpha_2^{32} = 0.3707 - j0.0240 \\ \beta_{21}^{23} = -y_{12}\alpha_1^{23} + (y_{12} + y_2^{sh})\alpha_2^{23} = 0.3627 - j0.0036 \\ \beta_{21}^{32} = -y_{12}\alpha_1^{32} + (y_{12} + y_2^{sh})\alpha_2^{32} = -0.0952 + j0.0320 \end{array} \right.$$

$$\text{Ramo } 1 - 3 \left\{ \begin{array}{l} \beta_{13}^{23} = (y_{13} + y_1^{sh})\alpha_1^{23} - y_{13}\alpha_3^{23} = 0.1678 - j0.0167 \\ \beta_{13}^{32} = (y_{13} + y_1^{sh})\alpha_1^{32} - y_{13}\alpha_3^{32} = -0.3707 + j0.0240 \\ \beta_{31}^{23} = -y_{13}\alpha_1^{23} + (y_{13} + y_3^{sh})\alpha_3^{23} = -0.1678 + j0.0167 \\ \beta_{31}^{32} = -y_{13}\alpha_1^{32} + (y_{13} + y_3^{sh})\alpha_3^{32} = 0.3707 - j0.0240 \end{array} \right.$$

$$\text{Ramo } 2 - 4 \left\{ \begin{array}{l} \beta_{24}^{23} = (y_{24} + y_2^{sh})\alpha_2^{23} - y_{24}\alpha_4^{23} = 0.6374 + j0.0036 \\ \beta_{24}^{32} = (y_{24} + y_2^{sh})\alpha_2^{32} - y_{24}\alpha_4^{32} = 0.0952 - j0.0320 \\ \beta_{42}^{23} = -y_{24}\alpha_2^{23} + (y_{24} + y_4^{sh})\alpha_4^{23} = -0.1830 + j0.0166 \\ \beta_{42}^{32} = -y_{24}\alpha_2^{32} + (y_{24} + y_4^{sh})\alpha_4^{32} = 0.4882 - j0.0044 \end{array} \right.$$

$$\text{Ramo } 3 - 4 \left\{ \begin{array}{l} \beta_{34}^{23} = (y_{34} + y_3^{sh})\alpha_3^{23} - y_{34}\alpha_4^{23} = 0.1678 - j0.0167 \\ \beta_{34}^{32} = (y_{34} + y_3^{sh})\alpha_3^{32} - y_{34}\alpha_4^{32} = 0.6293 + j0.0240 \\ \beta_{43}^{23} = -y_{34}\alpha_3^{23} + (y_{34} + y_4^{sh})\alpha_4^{23} = 0.1830 - j0.0166 \\ \beta_{43}^{32} = -y_{34}\alpha_3^{32} + (y_{34} + y_4^{sh})\alpha_4^{32} = -0.4882 + j0.0044 \end{array} \right.$$

Tendo-se os Fatores de Sensibilidade, pode-se obter as tensões pós-contingência:

$$E_1^c = E_1^o + \alpha_1^{23} I_{23}^o + \alpha_1^{32} I_{32}^o = 0.9107 - j1.5488 \quad (V)$$

$$E_2^c = E_2^o + \alpha_2^{23} I_{23}^o + \alpha_2^{32} I_{32}^o = 0.8827 + j0.6206 \quad (V)$$

$$E_3^c = E_3^o + \alpha_3^{23} I_{23}^o + \alpha_3^{32} I_{32}^o = 0.3793 - j1.5350 \quad (V)$$

$$E_4^c = E_4^o + \alpha_4^{23} I_{23}^o + \alpha_4^{32} I_{32}^o = 1.3540 - j0.5927 \quad (V)$$

que são iguais aos valores obtidos anteriormente.

Com os Fatores de Distribuição pode-se calcular os fluxos de corrente nos ramos restantes do sistema:

$$I_{12}^c = I_{12}^o + \beta_{12}^{23} I_{23}^o + \beta_{12}^{32} I_{32}^o = -4.9313 - j1.3428 \quad (A)$$

$$I_{21}^c = I_{21}^o + \beta_{21}^{23} I_{23}^o + \beta_{21}^{32} I_{32}^o = 5.8595 + j3.1362 \quad (A)$$

$$I_{13}^c = I_{13}^o + \beta_{13}^{23} I_{23}^o + \beta_{13}^{32} I_{32}^o = -0.0687 - j2.6572 \quad (A)$$

$$I_{31}^c = I_{31}^o + \beta_{31}^{23} I_{23}^o + \beta_{31}^{32} I_{32}^o = 0.0687 + j2.6572 \quad (A)$$

$$I_{24}^c = I_{24}^o + \beta_{24}^{23} I_{23}^o + \beta_{24}^{32} I_{32}^o = 3.1405 + j4.8638 \quad (A)$$

$$I_{42}^c = I_{42}^o + \beta_{42}^{23} I_{23}^o + \beta_{42}^{32} I_{32}^o = -3.1964 - j0.3905 \quad (A)$$

$$I_{34}^c = I_{34}^o + \beta_{34}^{23} I_{23}^o + \beta_{34}^{32} I_{32}^o = -6.0687 + j4.3428 \quad (A)$$

$$I_{43}^c = I_{43}^o + \beta_{43}^{23} I_{23}^o + \beta_{43}^{32} I_{32}^o = 8.1964 - j2.6095 \quad (A)$$

que são também os mesmos valores obtidos anteriormente.

## A.2 Parte 2: Reutilização dos FS e FD

Considere um novo perfil de injeções de corrente:

$$I_1 = 6.0 + j4.0 \quad (A)$$

$$I_2 = -8.0 - j5.0 \quad (A)$$

$$I_3 = 7.0 - j2.0 \quad (A)$$

$$I_4 = -3.0 + j6.0 \quad (A)$$

As matrizes  $Y^\circ$  e conseqüentemente  $Z^\circ$ , continuam sendo as mesmas obtidas na Parte 1. O Caso Base para este novo perfil de injeção de corrente será, então, dado por:

$$E_1^\circ = 0.2824 + j1.1847 \quad (V)$$

$$E_2^\circ = 0.7801 - j0.4623 \quad (V)$$

$$E_3^\circ = 0.3979 + j0.6365 \quad (V)$$

$$E_4^\circ = -0.1290 + j0.1332 \quad (V)$$

Com os valores das tensões do Caso Base tem-se que os fluxos pré-contingência são:

$$I_{12}^\circ = 3.2587 + j3.4224 \quad (A) \quad I_{21}^\circ = -3.9811 - j2.3599 \quad (A)$$

$$I_{13}^\circ = 2.7413 + j0.5776 \quad (A) \quad I_{31}^\circ = -2.7413 - j0.5776 \quad (A)$$

$$I_{23}^\circ = -3.4705 + j0.0316 \quad (A) \quad I_{32}^\circ = 6.3045 + j0.3348 \quad (A)$$

$$I_{24}^\circ = -0.5484 - j2.6717 \quad (A) \quad I_{42}^\circ = 1.2065 + j3.9739 \quad (A)$$

$$I_{34}^\circ = 3.4368 - j1.7572 \quad (A) \quad I_{43}^\circ = -4.2065 + j2.0261 \quad (A)$$

Prosseguindo-se com o mesmo roteiro de cálculo desenvolvido na Parte 1, constata-se que: as constantes  $c_{11}$ ,  $c_{12}$ ,  $c_{21}$ ,  $c_{22}$  e *cte* possuem os mesmos valores que os obtidos para o perfil de injeção de corrente anterior. Como a matriz  $Z^\circ$  continua a mesma, então os Fatores de Sensibilidade e Distribuição também são os mesmos. Logo, para a mesma contingência 2 - 3, os valores das tensões e fluxos de corrente nos ramos restantes pós contingência, podem ser obtidos com os fatores já calculados na Parte 1. Assim, com os valores de  $I_{23}^\circ$  e  $I_{32}^\circ$  obtidos acima e reempregando os FS e FD tem-se:

$$E_1^c = E_1^\circ + \alpha_1^{23} I_{23}^\circ + \alpha_1^{32} I_{32}^\circ = 0.5243 + j1.0595 \quad (V)$$

$$E_2^c = E_2^\circ + \alpha_2^{23} I_{23}^\circ + \alpha_2^{32} I_{32}^\circ = 0.6422 - j1.3949 \quad (V)$$

$$E_3^c = E_3^\circ + \alpha_3^{23} I_{23}^\circ + \alpha_3^{32} I_{32}^\circ = 0.6578 + j1.0967 \quad (V)$$

$$E_4^c = E_4^\circ + \alpha_4^{23} I_{23}^\circ + \alpha_4^{32} I_{32}^\circ = -0.0363 + j0.0096 \quad (V)$$

E ainda:

$$I_{12}^c = I_{12}^o + \beta_{12}^{23} I_{23}^o + \beta_{12}^{32} I_{32}^o = 6.1859 + j3.3325 \quad (A)$$

$$I_{21}^c = I_{21}^o + \beta_{21}^{23} I_{23}^o + \beta_{21}^{32} I_{32}^o = -5.8504 - j2.1660 \quad (A)$$

$$I_{13}^c = I_{13}^o + \beta_{13}^{23} I_{23}^o + \beta_{13}^{32} I_{32}^o = -0.1859 + j0.6675 \quad (A)$$

$$I_{31}^c = I_{31}^o + \beta_{31}^{23} I_{23}^o + \beta_{31}^{32} I_{32}^o = 0.1859 - j0.6675 \quad (A)$$

$$I_{24}^c = I_{24}^o + \beta_{24}^{23} I_{23}^o + \beta_{24}^{32} I_{32}^o = -2.1496 - j2.8340 \quad (A)$$

$$I_{42}^c = I_{42}^o + \beta_{42}^{23} I_{23}^o + \beta_{42}^{32} I_{32}^o = 4.9204 + j4.0460 \quad (A)$$

$$I_{34}^c = I_{34}^o + \beta_{34}^{23} I_{23}^o + \beta_{34}^{32} I_{32}^o = 6.8141 - j1.3325 \quad (A)$$

$$I_{43}^c = I_{43}^o + \beta_{43}^{23} I_{23}^o + \beta_{43}^{32} I_{32}^o = -7.9203 + j1.9540 \quad (A)$$

Portanto, para o modelamento linear do Fluxo de Carga, uma vez calculados para um determinado caso de contingência em um ramo da rede, os Fatores de Sensibilidade e Distribuição são os mesmos para qualquer perfil de injeções de corrente e sua utilização requer equações simples para calcular o estado das tensões das barras e fluxos de corrente nos ramos restantes. Logo, as reutilizações dos FS e FD não requerem também refatorações e reinversões da matriz admitância, o que representa em grande economia de tempo computacional quando os fatores são aplicados para um grande número de análises de casos.

# Apêndice B

## Anexo de Resultados Referentes ao Capítulo 5

Este Apêndice tem como objetivo, complementar os resultados dos programas implementados para análise (Prog1 e Prog2), com respeito à versão (VXB) destes programas e demais resultados que foram julgados não imprescindíveis na análise da performance do método proposto neste trabalho. Este Apêndice, portanto, está dividido igualmente ao Capítulo 5.

## B.1 Resultados e Discussões Preliminares - Sistema IEEE57

### B.1.1 Contingência no ramo 1-15 do IEEE57

Fluxos pré e pós-contingência com os métodos de fatores - versão (VXB)								
Ramo	Valor exato		Prog1	Erro1	Erro2	Prog2	Erro1	Erro2
( $k - m$ )	(pré)	(pós)	(MVA <sub>r</sub> )	(%)	(%)	(MVA <sub>r</sub> )	(%)	(%)
1-2	75.00	50.91	75.00	83.51	47.33	53.76	9.90	5.61
2-3	-4.64	-24.14	-4.64	67.60	80.79	-21.56	8.94	10.69
13-14	22.33	25.40	26.87	5.11	5.80	25.53	0.47	0.54
12-13	60.26	61.35	66.48	17.78	8.36	61.93	2.01	0.94
12-16	8.82	23.28	8.82	50.13	62.13	21.07	7.66	9.49
12-17	9.17	23.54	9.16	49.82	61.07	21.31	7.73	9.47
46-47	25.43	24.82	24.75	0.26	0.30	24.73	0.31	0.36
13-49	33.65	33.99	34.31	1.13	0.96	33.69	1.03	0.88

Tabela B.1: Fluxos de potência reativa pré e pós-contingência de ramos do IEEE57 e cálculo de erros, para a contingência no ramo 1 – 15 - Sentido  $k - m$  - versão (VXB).

Tensão de barra e erros absolutos obtidos pelos métodos (pu)						
Barra	Valor das tensões		Prog1		Prog2	
(k)	(pré)	(pós)	(VXB)	Erro	(VXB)	Erro
15	0.9881	0.9668	0.9776	-0.0108	0.9669	-0.0001
31	0.9361	0.9232	0.9307	-0.0075	0.9255	-0.0023
32	0.9501	0.9364	0.9444	-0.0080	0.9386	-0.0022
33	0.9478	0.9341	0.9421	-0.0080	0.9363	-0.0023
38	1.0129	0.9988	1.0064	-0.0076	0.9997	-0.0009
44	1.0168	1.0006	1.0093	-0.0088	1.0014	-0.0008
45	1.0360	1.0148	1.0261	-0.0116	1.0151	0.0003
46	1.0598	1.0446	1.0526	-0.0079	1.0451	-0.0004

Tabela B.2: Valores de tensões pré de barra do IEEE57 obtidos pelos métodos, para a contingência do ramo 1 – 15 - versão (VXB).

**B.1.2 Contingência no ramo 8-9 do IEEE57**

Fluxos pré e pós-contingência com os métodos de fatores - versão (VXB)								
Ramo	Valor exato		Prog1	Errol	Erro2	Prog2	Errol	Erro2
( $k - m$ )	(pré)	(pós)	(MVA <sub>r</sub> )	(%)	(%)	(MVA <sub>r</sub> )	(%)	(%)
1-2	75.00	82.64	75.00	52.84	9.25	83.08	3.05	0.53
3-4	-8.18	31.93	-8.18	277.16	125.62	20.28	80.48	36.48
13-14	22.33	39.64	22.33	119.60	43.67	33.45	42.75	15.61
1-15	33.75	38.40	33.75	32.16	12.12	36.52	13.02	4.91
3-15	-18.25	-29.95	-18.25	80.81	39.05	-29.29	4.49	2.17
12-13	60.26	70.36	60.26	69.77	14.35	65.85	31.23	6.42
14-46	37.35	30.85	37.35	24.19	11.35	29.44	9.73	4.56
46-47	25.43	29.02	25.43	24.85	12.39	27.80	8.41	4.19
13-49	33.65	37.20	33.65	24.56	9.55	35.55	11.41	4.44
9-55	10.40	32.22	10.40	150.74	67.71	23.94	57.22	25.70

Tabela B.3: Fluxos de potência reativa pré e pós-contingência de ramos do IEEE57 e cálculo de erros, para a contingência no ramo 8 – 9 - Sentido  $k - m$  - versão (VXB).

Tensão de barra e erros absolutos - métodos (VXB)						
Barra	Valor das tensões		Prog1		Prog2	
(k)	(pré)	(pós)	(VXB)	Erro	(VXB)	Erro
20	0.9641	0.9450	0.9641	-0.0191	0.9538	-0.0088
24	0.9992	0.9847	0.9992	-0.0145	0.9932	-0.0085
26	0.9590	0.9389	0.9590	-0.0201	0.9489	-0.0100
32	0.9501	0.9288	0.9501	-0.0213	0.9404	-0.0116
33	0.9478	0.9265	0.9478	-0.0214	0.9381	-0.0116
53	0.9710	0.9491	0.9710	-0.0219	0.9616	-0.0125
54	0.9964	0.9676	0.9964	-0.0288	0.9836	0.0160
55	1.0309	1.0055	1.0309	-0.0254	1.0151	-0.0096

Tabela B.4: Valores de tensões de barra do IEEE57 obtidos pelos métodos, para a contingência do ramo 8 – 9 - versão (VXB).

## B.2 Resultados e Comparações com o Sistema de 810 Barras

### B.2.1 Estudo da contingência no ramo 1230 – 1227

Fluxos pré e pós-contingência com os métodos de fatores - versão (VXB)								
Ramo	Valor exato		Prog1	Erro1	Erro2	Prog2	Erro1	Erro2
$(k - m)$	(pré)	(pós)	(MVA <sub>r</sub> )	(%)	(%)	(MVA <sub>r</sub> )	(%)	(%)
1184-1117	-259.07	-893.90	-508.31	39.82	43.13	-651.21	25.06	27.14
1136-1226	586.53	1977.47	1485.53	50.81	24.88	1722.10	26.38	12.91
1145-1149	-305.43	-539.36	-423.96	11.92	21.40	-438.40	10.43	18.72
1162-1177	217.80	331.25	242.57	9.16	26.77	304.01	2.81	8.22
1177-1229	98.66	326.46	146.43	18.59	55.15	291.20	3.64	10.80
1188-1187	387.13	341.51	376.00	3.56	10.10	348.96	0.77	2.18
1230-1226	-369.24	-482.73	-892.88	42.36	84.97	-433.68	5.07	10.16
1229-1228	226.34	467.63	309.93	16.38	33.91	379.94	9.06	18.75

Tabela B.5: Fluxos de potência reativa pós-contingência de ramos do sistema de 810 barras e cálculo de erros, para a contingência no ramo 1230 – 1227 - Sentido  $k - m$  - versão (VXB).

Fluxos pré e pós-contingência com os métodos de fatores - versão (VXB)								
Ramo	Valor exato		Prog1	Erro1	Erro2	Prog2	Erro1	Erro2
$(m - k)$	(pré)	(pós)	(MVA <sub>r</sub> )	(%)	(%)	(MVA <sub>r</sub> )	(%)	(%)
1117-1184	766.94	1425.44	1016.03	42.29	28.72	1164.65	26.94	18.30
1226-1136	-604.21	-2099.13	-1504.58	61.41	28.32	-1840.88	26.67	12.30
1149-1145	-32.25	223.12	86.36	14.12	61.29	142.50	8.33	36.13
1177-1162	-150.89	-243.87	-175.72	7.04	27.94	-222.59	2.20	8.72
1229-1177	-125.91	-224.58	-173.92	5.23	22.56	-198.37	2.71	11.67
1187-1188	-230.72	-182.80	-219.58	3.80	20.12	-193.30	1.08	5.74
1226-1230	604.21	2099.13	1127.66	100.34	46.28	1750.82	35.97	16.59
1228-1229	100.94	105.51	17.90	9.05	83.04	123.71	1.88	17.25

Tabela B.6: Fluxos de potência reativa pós-contingência de ramos do sistema de 810 barras e cálculo de erros, para a contingência no ramo 1230 – 1227 - Sentido  $m - k$  - versão (VXB).

Tensão de barra e erros absolutos - métodos (VXB)						
Barra	Valor das tensões		Prog1		Prog2	
(k)	(pré)	(pós)	(VXB)	Erro	(VXB)	Erro
588	0.9670	0.9311	0.9613	-0.0301	0.9456	-0.0144
650	0.9626	0.9263	0.9568	-0.0306	0.9410	-0.0147
1135	1.0127	0.9312	0.9828	-0.0516	0.9537	-0.0225
1141	1.0038	0.9491	0.9815	-0.0324	0.9675	-0.0185
1228	0.9644	0.8868	0.9360	-0.0492	0.9083	-0.0215
1229	1.0205	0.9555	1.0031	-0.0476	0.9704	-0.0149
1230	0.9682	0.8919	0.9370	-0.0451	0.9140	0.0221
1231	1.0215	0.9597	1.0053	-0.0456	0.9750	-0.0139

Tabela B.7: Valores de tensões de barra do sistema de 810 barras obtidos pelos métodos, para a contingência do ramo 1230 – 1227 - versão (VXB).

#### Análise da contingência 1230 – 1227 para 80% do perfil de carga

Fatores de Sensibilidade para tensão e ângulo de barra								
(VXB)	100%		80%		100% - $\times 10^{-3}$		80% - $\times 10^{-3}$	
Barra	$(\theta)$		$(\theta)$		$(V)$		$(V)$	
(k)	$\alpha_{k,\theta}^{1j}$	$\alpha_{k,\theta}^{j1}$	$\alpha_{k,\theta}^{1j}$	$\alpha_{k,\theta}^{j1}$	$\alpha_{k,V}^{1j}$	$\alpha_{k,V}^{j1}$	$\alpha_{k,V}^{1j}$	$\alpha_{k,V}^{j1}$
1102	0.0202	0.0185	0.0198	0.0186	0.3139	0.1226	0.3170	0.1204
1135	0.0322	0.0262	0.0318	0.0264	4.3982	1.4705	4.4577	1.3780
1141	0.0325	0.0265	0.0321	0.0266	3.2774	1.0920	3.3220	1.0231
1157	0.0202	0.0185	0.0198	0.0186	0.2814	0.1144	0.2842	0.1079
1158	0.0202	0.0185	0.0198	0.0186	0.2915	0.1184	0.2944	0.1118
1197	0.0158	0.0146	0.0155	0.0147	0.1930	0.0935	0.1943	0.0887
1228	0.0322	0.0262	0.0318	0.0264	4.1888	1.4005	4.2454	1.3523
1230	0.0330	0.0266	0.0326	0.0267	4.5797	1.5254	4.6419	1.4922

Tabela B.8: Valores dos Fatores de Sensibilidade de ângulo e tensão para dois perfis de carga (100% e 80%), obtidos pelo método Prog2, para a contingência do ramo 1230 – 1227 do sistema de 810 barras - versão (VXB).

Tensão de barra para 80% da carga - método (VXB)						
Barra (k)	Exato		Fatores à 80%		Fatores à 100%	
	(pré)	(pós)	(VXB)	Erro	(VXB)	Erro
1102	1.2282	1.2260	1.2273	-0.0012	1.2274	-0.0013
1135	1.0746	1.0406	1.0411	-0.0005	1.0423	-0.0017
1141	1.0649	1.0437	1.0444	-0.0008	1.0454	-0.0017
1157	1.1647	1.1626	1.1638	-0.0012	1.1639	-0.0013
1158	1.1836	1.1815	1.1827	-0.0012	1.1828	-0.0013
1197	1.0989	1.0892	1.0910	-0.0018	1.0911	-0.0019
1228	1.0235	0.9910	0.9915	-0.0005	1.9927	-0.0017
1230	1.0241	0.9926	0.9934	-0.0009	0.9947	-0.0021

Tabela B.9: Valores de tensões de barra do sistema de 810 barras à 80% de carga obtidos pelo método Prog1, usando também Fatores de Sensibilidade calculados à 100% da carga, para a contingência do ramo 1230 – 1227 - versão (VXB).

Fatores de Distribuição para dois perfis de carga (VXB)								
Ramo (k - m)	100%				80%			
	$\beta_{km,Q}^{1j}$	$\beta_{km,Q}^{j1}$	$\beta_{mk,Q}^{1j}$	$\beta_{mk,Q}^{j1}$	$\beta_{km,Q}^{1j}$	$\beta_{km,Q}^{j1}$	$\beta_{mk,Q}^{1j}$	$\beta_{mk,Q}^{j1}$
1115-1187	-0.0221	-0.0085	0.0223	0.0086	-0.0223	-0.0080	0.0247	0.0089
1184-1117	0.3453	0.1151	-0.3551	-0.1184	0.3644	0.1123	-0.3605	-0.1111
1136-1226	-0.3245	-0.1805	0.3288	0.1881	-0.3702	-0.1734	0.3728	0.1781
1160-1158	-0.0036	-0.0011	0.0042	0.0013	-0.0040	-0.0011	0.0046	0.0013
1161-1158	0.0031	0.0009	-0.0041	-0.0013	0.0034	0.0009	-0.0046	-0.0013
1188-1187	0.0161	0.0062	-0.0147	-0.0056	0.0174	0.0062	-0.0162	-0.0058
1230-1226	0.3250	-0.1214	-0.3014	0.1951	0.3759	-0.1383	-0.3545	0.1826
1430-1453	-0.0014	-0.0012	0.0014	0.0012	-0.0014	-0.0012	0.0015	0.0013

Tabela B.10: Valores dos Fatores de Distribuição de fluxo reativo para dois perfis de carga (100% e 80%), obtidos pelo método Prog2, para a contingência do ramo 1230 – 1227 do sistema de 810 barras - versão (VXB).

Resultados de fluxo reativo para 80% da carga								
(VXB)	(k - m)				(m - k)			
Ramo	Exato		Fatores	Fatores	Exato		Fatores	Fatores
(k - m)	(Pré)	(Pós)	(80%)	(100%)	(Pré)	(Pós)	(80%)	(100%)
1115-1187	-424.29	-398.79	-397.70	-398.33	449.38	420.95	419.72	419.33
1184-1117	710.18	464.38	481.32	484.96	-388.85	-145.19	-164.73	-174.40
1136-1226	281.08	952.44	941.53	951.12	-291.00	-1016.46	-1006.60	-1020.05
1160-1158	608.40	619.01	626.28	626.31	-667.07	-680.60	-691.19	-691.23
1161-1158	-552.04	-559.83	-563.96	-564.01	667.07	680.60	691.10	691.11
1188-1187	500.50	480.78	477.51	477.50	-403.02	-382.99	-380.48	-380.25
1230-1226	-159.25	-165.98	-132.91	-110.74	291.00	1016.46	993.53	1010.33
1430-1453	501.38	-501.64	-500.82	-500.88	420.54	421.01	420.63	419.48

Tabela B.11: Valores dos fluxos reativos exatos e obtidos pelo método Prog2, com 80% da carga, para a contingência do ramo 1230 – 1227 do sistema de 810 barras, usando também Fatores de Distribuição calculados à 100% - versão (VXB).

**B.2.2 Estudo da contingência no ramo 1188 – 1187**

Abertura angular e erros absolutos (°)					
Ramo	$\theta_{km}^c$	$\theta_{km}^c$	Erro	$\theta_{km}^c$	Erro
( $k - m$ )	(exat.)	(VXB)	(VXB)	(VBX)	(VBX)
1115-1187	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1184-1117	-5.243	-5.242	-0.001	-5.242	-0.001
1136-1226	0.587	0.584	0.003	0.584	0.003
1136-1227	0.587	0.584	0.003	0.584	0.003
1160-1158	5.697	5.546	0.151	5.545	0.151
1161-1158	11.767	11.280	0.487	11.279	0.488
1230-1226	8.163	8.119	0.045	8.118	0.045
1230-1227	8.163	8.119	0.045	8.118	0.045

Tabela B.12: Resultados de abertura angular de ramos do sistema de 810 barras, para a contingência no ramo 1188 – 1187.

Fluxos pré e pós-contingência com os métodos de fatores - versão (VXB)								
Ramo	Valor exato		Prog1	Erro1	Erro2	Prog2	Erro1	Erro2
( $k - m$ )	(pré)	(pós)	(MVar)	(%)	(%)	(MVar)	(%)	(%)
1115-1187	-91.68	362.44	11.96	113.45	96.70	364.05	0.52	0.44
1184-1117	-259.07	-273.85	-254.13	6.38	7.20	-278.65	1.55	1.75
1136-1226	586.53	595.05	591.09	1.28	0.67	598.33	1.06	0.55
1136-1227	1103.56	1110.61	1116.66	1.96	0.54	1112.42	0.59	0.16
1160-1158	556.55	435.26	505.88	22.86	16.23	456.11	6.75	4.79
1161-1158	-493.06	-326.02	-442.93	37.84	35.86	-350.25	7.84	7.43
1230-1226	-369.24	-376.28	-366.21	3.26	2.68	-381.43	1.67	1.37
1230-1227	-733.51	-746.89	-727.74	6.20	2.57	-756.85	3.22	1.33

Tabela B.13: Fluxos de potência reativa pós-contingência de ramos do sistema de 810 barras e cálculo de erros, para a contingência no ramo 1188 – 1187 - Sentido  $k - m$  - versão (VXB).

Fluxos pré e pós-contingência com os métodos de fatores - versão (VXB)								
Ramo	Valor exato		Prog1	Erro1	Erro2	Prog2	Erro1	Erro2
$(m - k)$	(pré)	(pós)	(MVA <sub>r</sub> )	(%)	(%)	(MVA <sub>r</sub> )	(%)	(%)
1187-1115	92.85	-344.14	-10.79	107.91	96.86	-425.79	26.43	23.73
1117-1184	766.94	782.11	762.01	6.51	2.57	786.66	1.47	0.58
1226-1136	-604.21	-612.85	-608.77	1.32	0.67	-616.00	1.02	0.51
1227-1136	-1138.37	-1145.58	-1151.48	1.91	0.51	-1147.55	0.49	0.13
1158-1160	-622.64	-548.95	-571.97	7.45	4.19	-561.47	4.05	2.28
1158-1161	622.64	548.95	572.50	7.62	4.29	560.08	3.60	2.03
1226-1230	604.21	612.85	601.19	3.78	1.90	615.74	0.93	0.47
1227-1230	1202.88	1219.37	1197.11	7.20	1.82	1224.77	1.75	0.44

Tabela B.14: Fluxos de potência reativa pós-contingência de ramos do sistema de 810 barras e cálculo de erros, para a contingência no ramo 1188 – 1187 - Sentido  $m - k$  - versão (VXB).

Tensão de barra e erros absolutos - métodos (VXB)						
Barra	Valor das tensões		Prog1		Prog2	
(k)	(pré)	(pós)	(VXB)	Erro	(VXB)	Erro
1116	1.0006	0.9381	0.9865	-0.0484	0.9343	0.0038
1128	0.9922	0.9386	0.9865	-0.0482	0.9326	0.0058
1129	0.9922	0.9386	0.9865	-0.0482	0.9326	0.0058
1188	1.0270	1.0244	1.0489	-0.0245	1.0054	0.0190
1191	1.0031	0.9462	0.9970	-0.0509	0.9394	0.0068
1198	0.9986	0.9453	0.9929	-0.0477	0.9382	0.0070
1199	1.0417	0.9944	1.0428	-0.0484	0.9878	0.0066
1219	0.9922	0.9384	0.9865	-0.0482	0.9326	0.0058

Tabela B.15: Valores de tensões de barra do sistema de 810 barras obtidos pelos métodos, para a contingência do ramo 1188 – 1187 - versão (VXB).

Análise da contingência 1188 – 1187 para 80% do perfil de carga

Fatores de Sensibilidade para os dois perfis de carga								
(VXB)	100%		80%		100% - $\times 10^{-3}$		80% - $\times 10^{-3}$	
Barra	$(\theta)$		$(\theta)$		$(V)$		$(V)$	
(k)	$\alpha_{k,\theta}^{ij}$	$\alpha_{k,\theta}^{ji}$	$\alpha_{k,\theta}^{ij}$	$\alpha_{k,\theta}^{ji}$	$\alpha_{k,V}^{ij}$	$\alpha_{k,V}^{ji}$	$\alpha_{k,V}^{ij}$	$\alpha_{k,V}^{ji}$
1101	0.0271	0.0307	0.0267	0.0317	6.2564	4.9401	5.9748	4.5719
1110	0.0260	0.0282	0.0256	0.0290	4.3620	2.9989	4.2021	2.7472
1116	0.0286	0.0426	0.0276	0.0451	5.5594	8.6489	4.9609	8.2738
1161	0.0299	0.0309	0.0296	0.0315	7.2718	4.5230	7.0442	4.1088
1187	0.0286	0.0426	0.0276	0.0451	5.5594	8.6489	4.9609	8.2738
1188	0.0334	0.0312	0.0333	0.0315	10.8218	5.5134	10.5826	4.9107
1197	0.0181	0.0202	0.0178	0.0208	2.8059	2.2062	2.6804	2.0412
1209	0.0305	0.0312	0.0302	0.0319	7.7528	4.7262	7.5179	4.2857

Tabela B.16: Valores dos Fatores de Sensibilidade de ângulo e tensão para dois perfis de carga (100% e 80%), obtidos pelo método Prog2, para a contingência do ramo 1188–1187 do sistema de 810 barras - versão (VXB).

Tensão de barra para 80% da carga - método (VXB)						
Barra	Exato		Fatores à 80%		Fatores à 100%	
(k)	(pré)	(pós)	(VXB)	Erro	(VXB)	Erro
1101	1.1439	1.1335	1.1237	0.0097	1.1293	0.0041
1110	1.2108	1.2079	1.2008	0.0070	1.2040	0.0039
1116	1.0464	1.0014	1.0003	0.0010	1.0108	-0.0094
1161	1.0993	1.1018	1.0923	0.0095	1.0970	0.0048
1187	1.0464	1.0014	1.0003	0.0010	1.0108	-0.0094
1188	1.0787	1.1001	1.0867	0.0134	1.0922	0.0079
1197	1.0898	1.0827	1.0763	0.0065	1.0788	0.0039
1209	1.0939	1.0981	1.0882	0.0099	1.0931	0.0050

Tabela B.17: Valores de tensões de barra do sistema de 810 barras à 80% de carga obtidos pelo método Prog1, usando também Fatores de Sensibilidade calculados à 100% da carga, para a contingência do ramo 1188 – 1187 - versão (VXB).

Fatores de Distribuição para dois perfis de carga (VXB)								
Ramo	100%				80%			
$(k - m)$	$\beta_{km,Q}^U$	$\beta_{km,Q}^I$	$\beta_{mk,Q}^U$	$\beta_{mk,Q}^I$	$\beta_{km,Q}^U$	$\beta_{km,Q}^I$	$\beta_{mk,Q}^U$	$\beta_{mk,Q}^I$
1162-1104	0.3593	0.2220	-0.4207	-0.2600	0.3877	0.2245	-0.4077	-0.2360
1223-1131	0.0572	0.0364	-0.0563	-0.0359	0.0573	0.0343	-0.0545	-0.0327
1136-1227	-0.0170	-0.0107	0.0170	0.0107	-0.0177	-0.0105	0.0178	0.0105
1160-1158	-0.0471	0.0495	0.0515	-0.0602	-0.0575	0.0556	0.0651	-0.0650
1161-1158	0.0446	-0.0405	-0.0484	0.0617	0.0516	-0.0476	-0.0628	0.0660
1180-1223	0.0563	0.0359	-0.0571	-0.0364	0.0590	0.0354	-0.0572	-0.0343
1230-1227	0.0377	0.0239	-0.0391	-0.0248	0.0406	0.0242	-0.0410	-0.0244
1430-1453	-0.0076	-0.0056	0.0078	0.0057	-0.0051	-0.0051	0.0079	0.0056

Tabela B.18: Valores dos Fatores de Distribuição de fluxo reativo para dois perfis de carga (100% e 80%), obtidos pelo método Prog2, para a contingência do ramo 1188 – 1187 do sistema de 810 barras - versão (VXB).

Resultados de fluxo reativo para 80% da carga								
(VXB)	$(k - m)$				$(m - k)$			
Ramo	Exato		Fatores	Fatores	Exato		Fatores	Fatores
$(k - m)$	(Pré)	(Pós)	(80%)	(100%)	(Pré)	(Pós)	(80%)	(100%)
1162-1104	375.18	396.02	291.52	297.27	-363.61	-383.17	-366.27	-353.04
1223-1131	396.96	398.38	373.56	374.20	-367.87	-369.23	-346.02	-349.09
1136-1227	847.82	847.04	853.93	854.67	-868.98	-868.22	-874.97	-875.75
1160-1158	608.40	503.35	504.31	513.77	-667.07	-584.88	-593.21	-606.93
1161-1158	-552.04	-425.01	-415.42	-420.77	667.07	584.88	592.74	607.20
1180-1223	321.88	323.32	297.18	294.37	-396.96	-398.38	-373.59	-374.21
1230-1227	-339.50	-338.01	-356.77	-360.01	604.10	602.76	619.39	621.38
1430-1453	-501.38	-497.13	-491.93	-492.47	420.54	415.69	409.39	409.32

Tabela B.19: Valores dos fluxos reativos exatos e obtidos pelo método Prog2, com 80% da carga, para a contingência do ramo 1188 – 1187 do sistema de 810 barras, usando também Fatores de Distribuição calculados à 100% - versão (VXB).

**B.2.3 1P-1Q do Fluxo de Carga Exato - Comparação de resultados**

Compar. de resultados do Prog2 com 1P-1Q do FC - Cont. 1230-1227							
Barra	Exato	1P-1Q	Prog2	Barra	Exato	1P-1Q	Prog2
(k)	(Pós)	(VXB)	(VXB)	(k)	(Pós)	(VXB)	(VXB)
588	0.9311	0.9457	0.9456	1228	0.8868	0.9078	0.9083
650	0.9263	0.9411	0.9410	1229	0.9555	0.9715	0.9704
1135	0.9312	0.9532	0.9537	1230	0.8919	0.9129	0.9140
1141	0.9491	0.9667	0.9675	1231	0.9597	0.9748	0.9750
Compar. de resultados do Prog2 com 1P-1Q do FC - Cont. 1188-1187							
1116	0.9381	0.9475	0.9343	1191	0.9462	0.9567	0.9494
1128	0.9386	0.9488	0.9326	1198	0.9453	0.9549	0.9382
1129	0.9386	0.9488	0.9326	1199	0.9944	1.0030	0.9878
1188	1.0244	1.0320	1.0054	1219	0.9384	0.9488	0.9326

Tabela B.20: Comparação de resultados de tensões do método com a iteração completa 1P-1Q do FC, para as contingências do sistema de 810 barras - versão (VXB).

Compar. de resultados do Prog2 com 1P-1Q do FC - Cont. 1230-1227						
(VXB)	sentido $k - m$			sentido $m - k$		
Ramo	Exato	1P-1Q	Prog2	Exato	1P-1Q	Prog2
( $k - m$ )	(Pós)	(VXB)	(VXB)	(Pós)	(VXB)	(VXB)
1184-1117	-893.80	-659.36	-651.21	1425.44	1173.49	1164.65
1136-1226	1977.47	1752.50	1722.10	-2099.13	-1865.55	-1840.88
1145-1149	-539.36	-443.57	-438.40	223.12	146.14	142.50
1162-1177	331.25	297.09	304.01	-243.87	-219.85	-222.59
1177-1229	326.46	286.10	291.20	-224.58	-201.97	-198.37
1188-1187	341.51	352.24	348.96	-182.80	-197.12	-193.30
1230-1226	-482.73	-467.17	-433.68	2099.13	1828.26	1750.82
1229-1228	467.63	385.42	379.94	105.51	107.24	123.71
Compar. de resultados do Prog2 com 1P-1Q do FC - Cont. 1188-1187						
1115-1187	362.44	293.95	364.05	-344.14	-281.91	-425.79
1184-1117	-273.85	-263.85	-278.65	782.11	771.77	786.66
1136-1226	595.05	589.59	598.33	-612.85	-607.32	-616.00
1136-1227	1110.61	1105.76	1112.42	-1145.58	-1140.64	-1147.55
1160-1158	435.26	442.28	456.11	-548.95	-550.67	-561.47
1161-1158	-326.02	-333.23	-350.25	548.95	550.77	560.08
1230-1226	-376.28	-371.77	-381.43	612.95	607.25	615.74
1230-1227	-746.89	-738.29	-756.85	1219.37	1208.66	1224.77

Tabela B.21: Comparação de resultados de fluxo reativo do método com a iteração completa 1P-1Q do FC, para as contingências do sistema de 810 barras - versão (VXB).

# Bibliografia

- [1] O. I. Elgerd: "Introdução à Teoria de Sistemas de Energia Elétrica"; Ed. McGraw-Hill do Brasil
- [2] Stott, Alsac and Monticelli; "Security Analysis and Optimization"; Proceedings Of The IEEE, Vol. 75, No. 12, December 1987, 1623-1644
- [3] A. Monticelli; "Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica"; Editora Edgard Blücher Ltda, 1983.
- [4] "Bi-Factorisation - Basic Computational Algorithm and Programming Techniques"; Proceedings of the Oxford Conference of the Institute of Mathematics and Its Applications, April, 1970
- [5] Tinney, W. F. and Hart, C. E.; "Power Flow Solution by Newton's Method"; IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-86, New York, No. 11, Nov/1967, pp 1449-1456
- [6] A.J. Wood and B.F. Wollenberg; "Power Generation, Operation and Control"; John Wiley & Sons, Inc., 1984, pp 368-374
- [7] H. Daniels and M.S. Chen; "An Optimization Technique and Security Calculations for Dispatching Computers"; IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-91, May,June, 1972, pp 883-888
- [8] Yan, H. H., Willson, J. D.: "A Real Time Reclosing Technique Using Distribution Factors"; IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, PAS-99, No. 6, Nov/Dec 1980, pp 2400-2405
- [9] N.M. Petersen, W.F. Tinney and D.W. Bree; "Interactive Linear AC Power Flow Solution for Fast Aproximate Outage Studies"; IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-91, September/October, 1972, pp 2048-2058
- [10] K.R.C. Mamandur and G.J. Berg; "Efficient Simulation of Line and Transformer Outages in Power Systems"; IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, PAS-101, No. 10, October, 1982, pp 3733-3741

- [11] M.S. Sachdev and S.A. Ibrahim; "A Fast approximate Technique for Outage Studies in Power System Planning and Operating"; IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-93, May, 1974, pp 1133-1142
- [12] M.S. Sachdev and S.A. Ibrahim; "A Simulation Technique for Studying Real and Reactive Power Flow Patterns"; IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-94, 1975. pp 2092-2100
- [13] Sherman. J. and Morison. W. J.; "Adjustment of an Inverse Matrix Corresponding to a Change in One Element of a Given Matrix"; Ann. Math. Stat. Vol 21, 1950. pp 124
- [14] B. Stott and O. Alsac; "Fast Decoupled Load Flow"; IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-93, No. 3 May-June/1974, pp 859-869
- [15] Amerongen, R. A. M.; "A General-Purpose Version of the Fast Decoupled Loadflow"; IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 4, No. 2, Maio/1989, pp 760-770
- [16] Monticelli, A., Garcia, A., Saavedra, O. R.; "Fast Decoupled Load Flow: Hypothesis, Derivations and Testing"; IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 5, No. 4, Novembro/1990, pp1425-1431
- [17] Marija Ilic-Spong and Arun Phadke; "Redistribution of Reactive Power Flow in contingency Studies"; IEEE Transactions on Power Systems, Vol. PWRS-1, No. 3, August, 1986, pp 266-275
- [18] Taylor, D. G. and Maahs, L. J.; "A Reactive Contingency Analysis Algorithm Using MW and MVAR Distribution Factors"; IEEE Transactions on Power Systems, February, 1991, Vol. 6, pp 349-355
- [19] Lee, C. e Chen, N.; "Distribution Factors of Reactive Power Flow in Transmission Line and Transformer Outage Studies"; IEEE Transactions on Power Systems, vol.7, No.1, February, 1992, pp. 194-200.
- [20] Tinney, W. F. e Walker, J. W.; "Direct Solutions of Sparse Network Equations by Optimally Ordered Triangular Factorization"; Proceedings of the IEEE, Vol 55, No. 11, Novembro/1967, pp 1801-1809
- [21] O.R. Saavedra, A. Garcia, A. Monticelli; "The Representation of Shunt Elements in Fast Decoupled Power Flows"; paper SP93-235, IEEE Summer Meeting, 1993.
- [22] Freris, L. L., Sasson. A. M.; "Investigation of the Load-Flow Problem"; Proceedings IEE, Vol 115, No. 10, October/1968, pp 1459-1470