

MARISTELA COGO CASTANHO

MÉTODOS PARA
DETERMINAÇÃO DA ESTRUTURA DE MODELOS
DE SISTEMAS MONOVARIÁVEIS

Este exemplar corresponde à redação final da tese
defendida por Maristela Cogo Castanho
e aprovada pela Comissão
Julgadora em 28 / 06 / 91.


Orientador

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

CAMPINAS-1991

MARISTELA COGO CASTANHO

MÉTODOS PARA DETERMINAÇÃO
DA ESTRUTURA DE MODELOS DE
SISTEMAS MONOVARIÁVEIS

Dissertação apresentada à Faculdade
de Engenharia Elétrica da
Universidade de Campinas como parte
dos requisitos exigidos para a
obtenção do título de Mestre em
Engenharia Elétrica.

ORIENTADOR
WAGNER CARADORI AMARAL

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
Campinas-SP
1991

Aos meus pais

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Professor **Wagner**, orientador deste trabalho, pelo incentivo, oportunidades e amizade;

Aos **amigos** do CTI, que contribuíram para a realização deste trabalho;

Aos **meus pais e irmãos**,

Ao **Roberto**,

Aos **amigos** do laboratório, da cantina e dos corredores

... OBRIGADA !

ÍNDICE

RESUMO

NOTAÇÃO

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO 1

CAPÍTULO 2

CRITÉRIOS DE DETERMINAÇÃO DA ESTRUTURA DE SISTEMAS LINEARES MONOVARIÁVEIS

2.1-Introdução	8
2.2-Formulação do problema de Identificação da Estrutura de Sistemas Lineares Monovariáveis	10
2.3-Métodos baseados na Razão entre Determinantes.....	12
2.3.1-Caso Determinístico	13
2.3.2-Caso Estocástico - Razão entre determinantes Instrumental	20
2.3.3-Critério:Razão entre Determinantes Generalizado.....	27
2.4-Abordagem Algorítmica dos Critérios	30
2.4.1-Algoritmo para cálculo da Razão entre determinantes DR(.)	35
2.4.2-Algoritmo para cálculo da Razão entre determinantes instrumental IIDR(.).....	37
2.4.3-Algoritmo para o cálculo recursivo do determinante das matrizes de informação	39
2.5-Método de Determinação da Estrutura baseado em Medidas de Informação	40
2.5.1-Critério de Informação de Akaike	43
2.6-Método de validação da estrutura	47
2.6.1-Análise em termos do erro previsto	48
2.7-Conclusão	52

CAPÍTULO 3

DESCRIÇÃO GERAL DO MÓDULO DE IDENTIFICAÇÃO DE PROCESSOS

3.1-Introdução	55
3.2-Etapas do Procedimento de Identificação no MIP	56
3.3-Aspectos de Implementação do Sistema	60
3.4-Operação do Sistema	65
3.5-Conclusão	74

CAPÍTULO 4

EXEMPLOS DE UTILIZAÇÃO DO MIP PARA A DETERMINAÇÃO DA ESTRUTURA

4.1-Introdução	76
4.2-Simulação do sistema de segunda ordem.....	77
4.2.1-Análise dos resultados	78
4.3-Simulação do sistema de terceira ordem	85
4.3.1-Análise dos resultados	86
4.4-Simulação do sistema de terceira ordem	95
4.4.1-Análise dos resultados	96
4.5-Conclusão	102

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES

Conclusões	104
------------------	-----

BIBLIOGRAFIA	108
--------------------	-----

RESUMO

Este trabalho analisa o problema de determinação da estrutura de sistemas lineares monovariáveis descritos por equações a diferenças.

Os métodos de determinação da estrutura apresentados baseiam-se na análise do grau de dependência estatística entre os sinais de entrada, saída e de perturbação do processo. Assim sendo, são estudados os métodos baseados em: i) análise da singularidade da matriz de informação; ii) propriedade estatística do erro previsto; iii) teoria de informação.

Para estes métodos, são propostos algoritmos que foram implementados como parte integrante de um ambiente de Modelagem de Processos (Módulo de Identificação de Processos - MIP). Este ambiente é descrito do ponto de vista funcional, operacional e de implementação. Devido à sua flexibilidade e facilidade de operação, o ambiente auxilia o usuário em todas as etapas inerentes ao procedimento de identificação.

Finalmente, analisa-se o desempenho dos métodos de determinação da estrutura através de exemplos numéricos simulados no MIP.

NOTAÇÃO

S	Sistema
N	Número de amostras
k	Instante de tempo
u_k	Sinal de entrada do sistema
y_k	Sinal de saída
x_k	Sinal de saída sem perturbação
w_k	Sinal de perturbação.
e_k	Sinal do erro previsto
v_k	Variável instrumental
a_i, b_i	Coeficientes de regressão da saída e da entrada do sistema.
q^{-1}	Operador atraso
d	Atraso de transporte
$A(q^{-1}), B(q^{-1})$	Polinômios em q , com coeficientes a_i, b_i respectivamente.
n_a, n_b, n	Número de coeficientes ou ordem dos polinômios $A(.)$ e $B(.)$, e número total de parâmetros respectivamente.
$\theta(n_a, n_b)$	Vetor de $n_a + n_b$ parâmetros desconhecidos
$S(k, .)$	Vetor de medidas E/S do sistema determinístico
$Z(k, .)$	Vetor de medidas E/S do sistema estocástico
$Q(S, n_a, n_b)$	Matriz de informação sem perturbação
$Q(Z, m)$	Matriz de informação
det	Determinante de uma matriz
$\varepsilon [.]$	Operador esperança matemática.
$\hat{\theta}$	Estimador do parâmetro θ .
σ^2	Variância.
$\hat{\sigma}^2$	Estimador da variância .
$R_{x,y}(i,j)$	Coeficiente de correlação de x em relação a y
$M_i(\theta)$	Modelo de estrutura i associada ao vetor θ .
$V_i(\theta)$	Função custo associada ao modelo i .
$\ell(\theta)$	Função de verossimilhança.
m	Número de parâmetros envolvidos em um modelo.
$H(X)$	Entropia da variável X
$f(x, .)$	Função de densidade de probabilidade de X
$J(f, \hat{f})$	Medida de Kullback-leibler
AIC(m)	Critério de informação de Akaike

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Identificação de Sistemas consiste na determinação de um modelo matemático que representa os aspectos essenciais de um dado sistema [30], caracterizado por sinais de entrada e de saída, relacionados através de uma função de transferência.

Tratando-se de processos industriais, o modelo pode ser obtido através do tratamento estatístico dos dados associados ao processo, coletados a partir de uma realização experimental. Outra forma é a obtenção das equações matemáticas a partir das leis físicas do processo quando disponíveis.

O modelo final é uma forma de conhecimento da relação existente entre o sinal de entrada do processo e o sinal de saída, caracterizada no processo físico pela função de transferência, como ilustrado na figura 1.1.

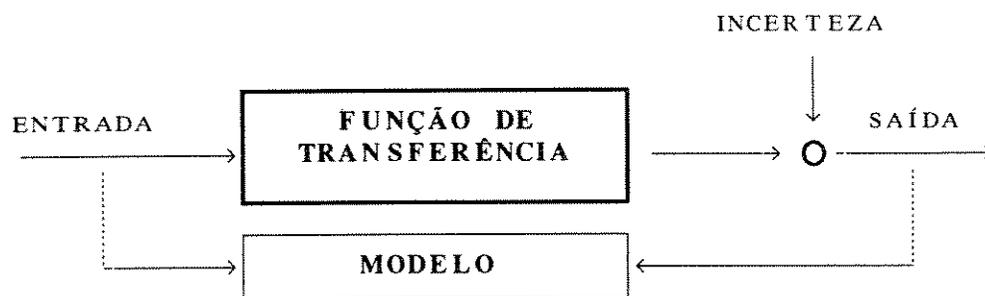


FIG.1.1 - IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

Devido a complexidade e ao grande número de aplicações de identificação em diferentes áreas, como por exemplo, estudo do crescimento populacional em ciências sociais ou a análise de uma série de batimentos cardíacos na medicina, identificação tem sido um tema de considerável atenção nos últimos anos.

Um exemplo de utilização do procedimento de identificação de sistemas em engenharia bastante enfatizado nos últimos anos, é a implementação de controladores adaptativos de processos. Estes controladores consistem de sistemas com realimentação que automaticamente modificam seus parâmetros para compensar as variações ocorridas no processo ou no ambiente, trazendo

benefícios significativos em relação a outros tipos de controle, pois as variações da dinâmica são acompanhadas pelo identificador e consequentemente pelo controlador a cada instante.

Entre os controladores adaptativos, o controlador Auto-ajustável proposto por Astrom e Wittenmark [5] tem tido crescente utilização no controle de processos industriais. Esta estratégia está dividida em duas etapas: identificação e controle, como mostrado na figura 1.2.

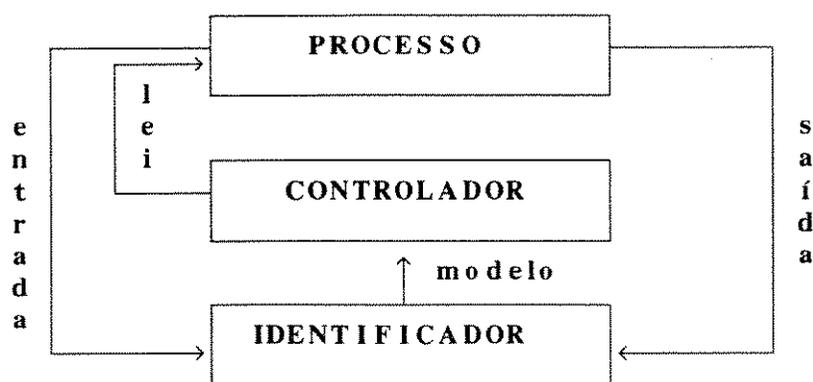


FIG 1.2- CONTROLADOR ADAPTATIVO

A etapa de **identificação** consiste na obtenção dos parâmetros do modelo do processo que será controlado, através de um estimador de parâmetros. A segunda etapa, de **controle**, consiste nos cálculos dos parâmetros do controlador através da minimização de um critério de desempenho especificado.

A identificação de modo geral, consiste de três etapas: *determinação da estrutura, estimação dos parâmetros e a validação de modelo*. A figura 1.3 ilustra as etapas da identificação de processos.

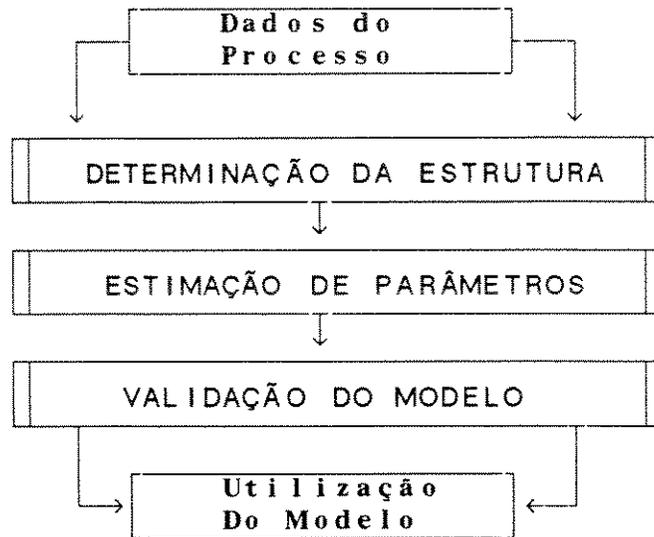


FIG. 1.3 - ETAPAS DA IDENTIFICAÇÃO

A *estimação de parâmetros* é um procedimento numérico, que determina os valores dos parâmetros do modelo, desconhecidos e não observáveis.

Chega-se a estimativas dos parâmetros através do tratamento estatístico dos dados segundo algum critério pré-estabelecido. Trata-se do ajuste dos parâmetros aos dados observados.

Uma vez encontrados os valores dos parâmetros, objetivando qualificar o desempenho do modelo estimado, métodos de *validação de modelos* são aplicados.

Estes métodos baseiam-se na comparação entre a resposta do sistema e a resposta obtida através do modelo. O modelo é tido como adequado se o erro cometido no ajuste estiver dentro de valores pré-especificados, ou ainda, para uma determinada aplicação, a resposta do modelo deve refletir satisfatoriamente a resposta do sistema, não apresentando discrepâncias significativas entre o real e o estimado.

Em uma fase que antecede a estimação de parâmetros, realiza-se a *determinação da estrutura*, que em sistemas lineares monovariáveis (SISO-Single Input Single Output) consiste na determinação do número de

parâmetros a serem estimados, ou seja, a ordem das equações a diferenças que descrevem a dinâmica do sistema.

Este aspecto é muito importante do ponto de vista de controle. A estrutura do modelo deve ser simples, de modo a ser entendida e manipulada sem esforço computacional excessivo.

A preocupação com a complexidade do modelo é justificada pelo fato de que um modelo de ordem muito baixa (com número de parâmetros menor que o verdadeiro) utilizado para representar um sistema físico pode apresentar falha na representação de certas características importantes deste sistema. Uma vez que estas características não são representadas na parte determinística do modelo, elas podem ser incorporadas à parte estocástica, aumentando o grau de incerteza já existente devido à perturbação, o que compromete o desempenho do controle. Por outro lado, modelos de ordem elevada, além de aumentar o esforço computacional, provocam uma maior imprecisão nos parâmetros estimados.

Sendo assim, este trabalho apresenta um estudo das questões relacionadas a *determinação de uma estrutura* de modelo e à decisão de quando o aumento da ordem dos polinômios traz uma melhora significativa para a representação das principais características do sistema.

Com este objetivo, realiza-se no capítulo 2 a formalização do problema de *Determinação da Estrutura de Modelos de Sistemas Monovariáveis*, através da apresentação de métodos e algoritmos específicos. É feita uma abordagem a respeito das técnicas baseadas na singularidade da matriz de informação, cujos elementos contém informação sobre o grau de dependência entre a entrada e a saída do processo em diferentes instantes de tempo. Mostra-se que a ordem do modelo é função da dimensão da matriz de informação e pode ser estimada por um teste baseado no valor do determinante da matriz.

Uma contribuição deste trabalho é a formalização dos métodos de determinação da estrutura e a apresentação de algoritmos recursivos para o cálculo dos elementos da matriz de informação e seu determinante, para modelos de estrutura geral de polos e zeros.

Neste mesmo capítulo apresentam-se também métodos de determinação e validação de estrutura baseados na teoria de informação. O princípio teórico destes métodos foi introduzido por Akaike e baseia-se na interpretação do conceito de informação no princípio de máxima verossimilhança. Este método inclui uma medida de parcimônia de modelo, que contribui para a eliminação de modelos com os parâmetros redundantes [2].

Os métodos de determinação da estrutura foram implementados como um módulo integrante do "software" : "*Módulo de Identificação de Processos*" (MIP) que contém todas as etapas inerentes ao procedimento de identificação.

No capítulo 3 revê-se os aspectos essenciais de implementação deste software, tanto a nível de algoritmos disponíveis como de interface Homem / Máquina, seguido por uma descrição da operação deste sistema.

No capítulo 4, analisa-se o desempenho dos métodos de determinação da estrutura, através de exemplos numéricos simulados no MIP. Finalmente, o capítulo 5 traz as conclusões obtidas na realização deste trabalho.

CAPÍTULO 2

MÉTODOS PARA DETERMINAÇÃO DA ESTRUTURA DE MODELOS DE SISTEMAS MONOVARIÁVEIS

2.1-INTRODUÇÃO

Como foi mencionado no capítulo anterior, a determinação ou a escolha de uma estrutura apropriada para um dado sistema é fundamental para se obter o modelo que melhor represente as características de um processo.

Um procedimento comum para determinar a estrutura de um sistema é ajustar inicialmente modelos de estrutura simples, e procurar modelos com estruturas complexas somente se os modelos mais simples não representarem suas características.

Assim, a principal questão em determinação da estrutura consiste em decidir se a inclusão de uma nova informação no modelo traz uma contribuição significativa para a explicação da variável de saída do processo.

Este capítulo apresenta métodos para a determinação da estrutura de modelos de sistemas monovariáveis.

Na seção 2.3, a estrutura do modelo é estimada sem que seja necessária a obtenção completa de um modelo. O método discutido é denominado *Razão entre Determinantes* (DR).

Razão entre Determinantes (DR) baseia-se no fato de que a utilização de um modelo de ordem super-estimada para um determinado sistema resulta em uma representação da saída de forma redundante, com muitas variáveis desnecessárias.

A redundância do modelo é detectada neste método pela análise da singularidade da matriz de informação, cujos elementos trazem informação sobre a dependência entre os sinais de entrada e saída. Quando a dimensão da matriz é função da ordem correta do sistema, o valor de seu determinante fica próximo de zero.

Nesta mesma seção são apresentados dois métodos que utilizam o critério DR. O primeiro quando não existe a influência da perturbação sobre

a saída do processo, e o segundo no caso estocástico, quando a medida é contaminada por uma perturbação que influencia a determinação da estrutura. Para diminuir a sensibilidade do DR em relação à perturbação utiliza-se métodos de identificação, como variável instrumental ou identificação da matriz de covariância da perturbação.

A seção 2.4 destina-se à apresentação dos algoritmos para o cálculo recursivo do determinante e dos elementos da matriz de informação, que reduz o esforço computacional .

Na seção 2.5, é discutido o Critério de Informação de Akaike (AIC) que serve de base na comparação e seleção de diferentes estruturas de modelo. O critério AIC foi desenvolvido sob a hipótese de que a verdadeira função de transferência do processo é descrita por um modelo com parâmetros já estimados, e aborda o problema como uma fase posterior à estimação dos parâmetros.

A medida AIC foi introduzida por Akaike [1], onde a importância da medida de informação de Kullback-Leibler na estatística é enfatizada. As derivações dadas neste capítulo seguem as deduções originais do trabalho de Akaike, contudo, são propostas modificações em sua dedução para evidenciar as hipóteses realizadas na obtenção desta medida.

Este método e as variações encontradas na literatura [17] [22] [27], também baseadas em teoria de informação, apresentam como grande atrativo a inclusão de uma medida de parcimônia do modelo, que faz com que os parâmetros redundantes sejam eliminados e, conseqüentemente, com que as estruturas mais complexas sejam penalizadas na comparação.

Na seção 2.6 apresentam-se métodos alternativos para a seleção e validação de estruturas. Neste contexto, o desempenho de um modelo de particular estrutura é avaliado segundo técnicas baseadas na análise das propriedades estatísticas do erro previsto, análise da função custo, função de autocorrelação do erro previsto, função de correlação cruzada entre a entrada e a perturbação, F-test e a análise da localização dos polos e zeros. Na seção 2.7 são apresentadas as conclusões deste capítulo.

2.2- FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE IDENTIFICAÇÃO DA ESTRUTURA DE MODELOS DE SISTEMAS MONOVARIÁVEIS

Considere um processo físico caracterizado por um sinal de entrada u , um sinal de saída y , uma perturbação w , e uma função de transferência linear.

Considere que pares de observações (u,y) são medidos em espaços de tempo iguais após uma realização experimental. Este conjunto de informação define um sistema linear, discreto, monovariável e estocástico, denominado S , como ilustrado na figura 2.1.

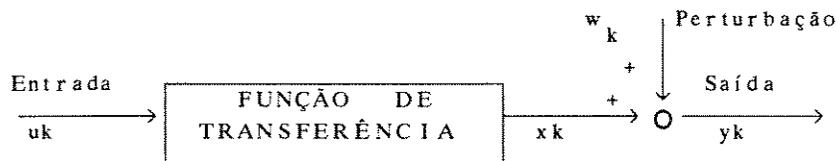


FIG.2.1 SISTEMA MONOVARIÁVEL

Seja S representado por dois modelos de estruturas diferentes M_1 e M_2 , definidas por um número de parâmetros diferentes K_1 e K_2 respectivamente. Assume-se que M_1 está contida em M_2 e conseqüentemente K_1 é menor que K_2 .

$$K_1 < K_2$$

Sejam $M(\theta_1)$ e $M(\theta_2)$ os modelos de estruturas M_1 e M_2 respectivamente. Deseja-se comparar os modelos $M(\theta_1)$ e $M(\theta_2)$, e decidir qual deles é o melhor. Desde que M_1 é sub-conjunto de M_2 , o teste de determinação da estrutura deve indicar se M_2 irá fornecer um modelo de precisão superior à de M_1 , uma vez que possui maior número de parâmetros.

Considere que os modelos $M(\theta_1)$ e $M(\theta_2)$ têm a representação matemática (2.1):

$$A(q^{-1}) y(k) = B(q^{-1}) q^{-d} u(k) + w(k) \quad (2.1)$$

onde $y(k)$ e $u(k)$ são a saída e a entrada do processo respectivamente e os polinômios $A(q^{-1})$ e $B(q^{-1})$ são dados por:

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + \dots + a_{n_a} q^{-n_a} \quad (2.2)$$

$$B(q^{-1}) = b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + \dots + b_{n_b} q^{-n_b} \quad (2.3)$$

e q^{-1} é o operador atraso definido por:

$$q^{-1} u(k) = u(k-1) \quad (2.4)$$

$$q^{-1} y(k) = y(k-1) \quad (2.5)$$

O sinal $w(k)$ representa a perturbação ocorrida em cada instante de tempo k , não correlacionada com a entrada $u(k)$, d é o atraso de transporte, n_a e n_b são as ordens dos polinômios A e B a serem determinadas, e a_i e b_i seus respectivos parâmetros.

2.3- MÉTODOS BASEADOS NA RAZÃO ENTRE DETERMINANTES

O critério Razão entre Determinantes é baseado na análise da singularidade da matriz de informação, cujos elementos contém dados sobre a correlação entre a entrada e a saída em diferentes instantes de tempo.

A característica principal desta matriz é que sua dimensão é função da ordem do modelo a ser obtido para o sistema em estudo. Quando o modelo apresenta uma ordem maior que a correta, a redundância de informação produzida pelo modelo é detectada pela ocorrência de dependência linear entre as colunas desta matriz, e conseqüentemente, a singularidade da matriz.

Em caso de medidas estocásticas, a matriz pode não ser singular, pois a perturbação que atua sobre a saída do processo pode impedir que as colunas da matriz de informação sejam linearmente dependentes.

Para reduzir o efeito da perturbação na determinação da ordem do modelo, utiliza-se métodos baseados na estimação da matriz de covariância da perturbação, e métodos baseados na utilização de variável instrumental na formação da matriz de informação, que eliminam a influência da perturbação [36] [37].

2.3.1-CASO DETERMINÍSTICO

Considera-se o *caso determinístico*, quando a perturbação w_k é nula, conforme representado na figura 2.2:

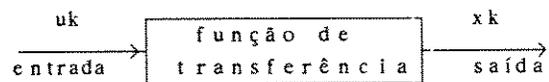


FIG. 2.2 - PROCESSO DETERMINÍSTICO

Considerando que o processo ilustrado na figura 2.2 seja representado pelo modelo abaixo,

$$A(q^{-1}) x(k) = B(q^{-1}) q^{-d} u(k) ,$$

a saída x_k pode, então, ser escrita pela equação (2.6):

$$x_k = \theta^T(m) S(k,m) \quad (2.6)$$

onde:

$$\begin{aligned} S(k,m) &= [u(k-1), x(k-1), \dots, u(k-m), x(k-m)]^T \\ \theta(m) &= [b_1, a_1, \dots, b_m, a_m]^T \end{aligned} \quad (2.7)$$

$\theta(m)$ é o vetor de parâmetros de dimensão $2m$ e $S(k,m)$ é o vetor de medidas dos sinais do sistema, e k é o instante de tempo.

Define-se a matriz de informação $Q'(S,m)$ pela equação (2.8):

$$Q'(S,m) = \varepsilon [S(k,m) S(k,m)^T] \quad (2.8)$$

Quando o número de medidas (N) é elevado, pode-se aproximar a matriz

$Q'(S,m)$, como descrito na equação (2.9):

$$Q(S,m) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N S(k,m) S(k,m)^T \quad (2.9)$$

ou ainda:

$$Q(S,m) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} u(k-1) \\ x(k-1) \\ u(k-2) \\ x(k-2) \\ \vdots \\ \vdots \\ u(k-m) \\ x(k-m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k-1) & x(k-1) & u(k-2) & \dots & u(k-m) & x(k-m) \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Definem-se os elementos da matriz de informação $Q(S,m)$ na equações (2.11), (2.12) e (2.13), conforme as diferentes condições possíveis entre os sinais x e u .

$$R_{uu}(i) = \sum_{k=1}^N \frac{u(k-1) u(k-1-i)}{N} \quad i=0 \dots m-1 \quad (2.11)$$

$$R_{ux}(i) = \sum_{k=1}^N \frac{u(k-1) x(k-1-i)}{N} \quad i=0 \dots m-1 \quad (2.12)$$

$$R_{xx}(i) = \sum_{k=1}^N \frac{x(k-1) x(k-1-i)}{N} \quad i=0 \dots m-1 \quad (2.13)$$

Cada elemento da matriz $Q(S,m)$ é a correlação entre as entradas e as saídas do sistema, e mede o grau de dependência entre as variáveis ao longo

do tempo.

Com as definições dadas pelas equações (2.11) à (2.13), a matriz $Q(S,m)$ pode ser reescrita, como em (2.14):

$$Q(S,m) = \begin{bmatrix} R_{uu}(0) & R_{ux}(0) & \dots & R_{uu}(m-1) & R_{ux}(m-1) \\ R_{ux}(0) & R_{xx}(0) & \dots & R_{ux}(m-1) & R_{xx}(m-1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ R_{ux}(m-1) & R_{xx}(m-1) & \dots & R_{ux}(0) & R_{xx}(0) \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$2m \times 2m$

Supondo que o sistema dado pela equação (2.6), reescrita abaixo:

$$x_k = \theta^T(m) S(k,m)$$

tenha estrutura igual a n , e seja representado por um modelo de estrutura $n+1$, a matriz de informação associada a esta representação $Q(S,n+1)$ é composta de $(2n+2)$ linhas e colunas e escrita como na equação (2.15):

$$Q(S,n+1) = \begin{bmatrix} R_{uu}(0) & R_{ux}(0) & R_{uu}(1) & R_{ux}(1) & \dots & R_{uu}(n) & R_{ux}(n) \\ R_{ux}(0) & R_{xx}(0) & R_{ux}(1) & R_{xx}(1) & \dots & R_{ux}(n) & R_{xx}(n) \\ R_{uu}(1) & R_{ux}(1) & R_{uu}(0) & R_{ux}(0) & \dots & R_{uu}(n-1) & R_{ux}(n-1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ R_{ux}(n-1) & R_{xx}(n-1) & R_{ux}(n-2) & R_{xx}(n-2) & \dots & R_{ux}(1) & R_{xx}(1) \\ R_{uu}(n) & R_{ux}(n) & R_{uu}(n-1) & R_{ux}(n-1) & \dots & R_{uu}(0) & R_{ux}(0) \\ R_{ux}(n) & R_{xx}(n) & R_{ux}(n-1) & R_{xx}(n-1) & \dots & R_{ux}(0) & R_{xx}(0) \end{bmatrix}$$

\uparrow 2ª coluna

(2.15)

A sub-matriz de $Q(S,n+1)$ após a eliminação das duas últimas linhas e das duas últimas colunas é a própria matriz $Q(S,n)$, como indicado na

equação (2.15), o que permite a elaboração de um algoritmo recursivo para o cálculo do determinante.

Considerando que a saída x_k é escrita como combinação linear das demais medidas dos sinais do sistema em instantes de tempo atrasados, pode-se dizer que a utilização de um vetor de medidas super-dimensionado para a descrição de x_k resultará em redundância de informação no modelo que conseqüentemente, resultará na singularidade da matriz de informação $Q(S,n+1)$.

Proposição:

A matriz $Q(s,m)$ é singular quando sua dimensão é função de uma estrutura maior que a verdadeira estrutura do sistema associado.

Prova:

Para verificar esta propriedade considera-se que o sistema genérico de ordem igual a n (2.6) seja representado por um modelo de ordem superior a verdadeira, $n+1$.

$$x(k) = \sum_{i=1}^n a_i x(k-i) + \sum_{i=1}^n b_i u(k-i) \quad (2.16)$$

Multiplicando a equação (2.16) por $u(k-i)$:

$$x(k)u(k-i) = \sum_{i=1}^n a_i x(k-i)u(k-i) + \sum_{i=1}^n b_i u(k-i)u(k-i) \quad (2.17)$$

A equação (2.17) pode ser reescrita tomando as estimativas da esperança matemática:

$$\sum_{k=1}^N \frac{x(k) u(k-i)}{N} = \sum_{i=1}^n a_i \sum_{k=1}^N \frac{x(k-i) u(k-i)}{N} + \sum_{i=1}^n b_i \sum_{k=1}^N \frac{u(k-i) u(k-i)}{N} \quad (2.18)$$

Reescrevendo a equação (2.18) obtém-se:

$$R_{ux}(k) = \sum_{i=1}^n a_i R_{ux}(k-i) + \sum_{i=1}^n b_i R_{uu}(k-i) \quad (2.19)$$

onde R_{ux} é o coeficiente de correlação cruzado entre a entrada e saída e R_{uu} é o coeficiente de autocorrelação da entrada.

Com o mesmo procedimento, multiplicando a equação (2.16) por $x(k-i)$ e tomando a esperança obtém-se outro resultado, mostrado na equação (2.20):

$$R_{xx}(k) = \sum_{i=1}^n a_i R_{xx}(k-i) + \sum_{i=1}^n b_i R_{ux}(k-i) \quad (2.20)$$

As equações (2.19) e (2.20) mostram que os elementos R_{ux} e R_{xx} , quem são elementos da segunda coluna da matriz $Q(S, n+1)$ em (2.15), podem ser escritos como combinação linear de R_{xx} e R_{ux} , como é mostrado a seguir:

$$\begin{aligned} k=0 \quad R_{ux}(0) &= a_1 R_{ux}(1) + a_2 R_{ux}(2) + \dots + a_n R_{ux}(n) + \\ & b_1 R_{uu}(1) + b_2 R_{uu}(2) + \dots + b_n R_{uu}(n) \end{aligned} \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} k=0 \quad R_{xx}(0) &= a_1 R_{xx}(1) + a_2 R_{xx}(2) + \dots + a_n R_{xx}(n) + \\ & b_1 R_{ux}(1) + b_2 R_{ux}(2) + \dots + b_n R_{ux}(n) \end{aligned} \quad (2.22)$$

$$\begin{aligned}
k=1 \quad R_{ux}(1) &= a_1 R_{ux}(1-1) + a_2 R_{ux}(1-2) + \dots + a_n R_{ux}(1-n) + \\
& b_1 R_{uu}(0) + b_2 R_{uu}(1) + \dots + b_n R_{uu}(n-1) \quad (2.23)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k=1 \quad R_{xx}(1) &= a_1 R_{xx}(0) + a_2 R_{xx}(1) + \dots + a_n R_{xx}(n-1) + \\
& b_1 R_{ux}(0) + b_2 R_{ux}(1) + \dots + b_n R_{ux}(n-1) \quad (2.24)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k=n \quad R_{ux}(n) &= a_1 R_{ux}(n-1) + a_2 R_{ux}(n-2) + \dots + a_n R_{ux}(0) + \\
& b_1 R_{uu}(n-1) + b_2 R_{uu}(n-2) + \dots + b_n R_{uu}(0) \quad (2.25)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k=n \quad R_{xx}(n) &= a_1 R_{xx}(n-1) + a_2 R_{xx}(n-2) + \dots + a_n R_{xx}(0) + \\
& b_1 R_{ux}(n-1) + b_2 R_{ux}(n-2) + \dots + b_n R_{ux}(0) \quad (2.26)
\end{aligned}$$

De acordo com os resultados anteriores, a singularidade ocorre porque as últimas medidas de entrada e de saída são linearmente dependentes das demais contidas na matriz de informação.

Um método para determinar a verdadeira estrutura do modelo é calcular o determinante da matriz de informação e comparar seu valor em relação ao valor do determinante da matriz de dimensão imediatamente superior. A ordem é determinada quando a razão entre estes valores apresentar um rápido crescimento.

$$\lim_{m=n} \det Q(S, m+1) = 0$$

$$DR(m) = \left| \frac{\det Q(S, m)}{\det Q(S, m+1)} \right| \quad (2.27)$$

De acordo com a definição de $DR(m)$ na equação (2.27), o valor do critério $DR(m)$ é elevado em relação aos outros valores associados a diferentes ordens testadas quando m é a ordem correta, ou seja:

para $m = 1..M$, se $DR(m) > DR(m-1)$ então $m=n$.

2.3.2-CASO ESTOCÁSTICO

Denomina-se *caso estocástico* quando o sinal de saída do processo é contaminada por uma perturbação w_k , conforme ilustrado na figura 2.3.

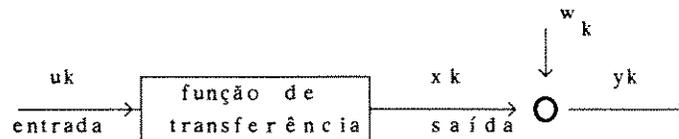


FIG. 2.3 - PROCESSO ESTOCÁSTICO

Neste caso a condição de singularidade descrita anteriormente para o caso de sinais sem ruído, não é verdadeira. O método Razão entre Determinantes mostra-se sensível à presença da perturbação, pois dependendo do nível da influência exercida por ela, a matriz de informação não se torna singular ocorrendo o risco de super-dimensionamento do modelo.

Para análise deste problema, considere a saída do processo descrita pela equação (2.28):

$$y_k = x_k + w_k \quad (2.28)$$

Supõe-se que a perturbação é constituída por elementos ortogonais à $S(k,.)$, independentes e identicamente distribuídos, com média zero e variância constante, isto é:

$$E [u_k, w_k] = 0 \quad (2.29)$$

$$E [w_k, w_k] = \sigma^2 \quad (2.30)$$

onde σ^2 é a variância de $w(t)$.

Definindo-se outro vetor de medidas $Z(k,m)$ em (2.31):

$$Z(k,m) = S(k,m) + \mu(k,m) \quad (2.31)$$

onde $\mu(k,m)$ é o vetor formado pelos elementos da perturbação e definido em (2.32):

$$\mu(k,m) = [0, w_{k-1}, 0, w_{k-2}, \dots, 0, w_{k-m}] \quad (2.32)$$

pode-se escrever:

$$Z(k,m) = [u(k-1), x(k-1)+w(k-1), \dots, u(k-m), x(k-m)+w(k-m)] \quad (2.33)$$

Tem-se que a matriz de informação $Q(Z,m)$ é dada por:

$$Q(Z,m) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N Z(k,m)Z(k,m)^T \quad (2.34)$$

ou ainda:

$$\left[\begin{array}{ccc} \sum_{k=1}^N \frac{u_{k-1}^2}{N} & \sum_{k=1}^N \frac{u_{k-1} x_{k-1}}{N} & \dots & \sum_{k=1}^N \frac{u_{k-1} x_{k-m}}{N} \\ \sum_{k=1}^N \frac{x_{k-1} u_{k-1}}{N} & \sum_{k=1}^N \frac{x_{k-1}^2}{N} + \text{CTE} & \dots & \sum_{k=1}^N \frac{x_{k-1} x_{k-m}}{N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sum_{k=1}^N \frac{u_{k-1} x_{k-m}}{N} & \sum_{k=1}^N \frac{x_{k-1} x_{k-m}}{N} & \dots & \sum_{k=1}^N \frac{x_{k-m}^2}{N} + \text{CTE} \end{array} \right]$$

(2.35)

Da análise da matriz $Q(Z,m)$ definida em (2.35), verifica-se a não existência de dependência linear entre as colunas da matriz, uma vez que a constante CTE se faz presente somente na diagonal principal. Logo, o valor do determinante pode não ser igual a zero, mesmo que ocorra redundância de informação entre os sinais do sistema ($u(k)$ e $x(k)$). Neste caso, não se

pode utilizar o procedimento de determinação de ordem descrito na seção anterior.

Com o objetivo de eliminar a influência da perturbação no cálculo do determinante, supõe-se que se trata de um ruído branco. Neste caso, a matriz de informação pode ser escrita conforme a equação (2.36) [12]:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} Q(Z,m) = \lim_{N \rightarrow \infty} Q(S,m) + R(\mu,m) \quad (2.36)$$

onde $R(\mu,m)$ é a matriz de covariância da perturbação.

Considerando um grande número de observações N , uma estimativa da matriz $Q(S,m)$, denotada por $\hat{Q}(S,m)$, obtida a partir de sinais contaminados por ruído é:

$$\hat{Q}(S,m) = Q(Z,m) - \hat{R}(\mu,m) \quad (2.37)$$

Assim, $\hat{Q}(S,m)$ é singular quando sua dimensão é função de uma estrutura imediatamente superior a verdadeira estrutura do sistema associado.

Define-se o critério EDR(m) na equação (2.38):

$$\lim_{m=n} \det \hat{Q}(S,m+1) = 0$$

$$EDR(m) = \left| \frac{\det \hat{Q}(S,m)}{\det \hat{Q}(S,m+1)} \right| \quad (2.38)$$

$EDR(m) > EDR(m-1)$ então $m=n, m=1.. M$

Outra abordagem para solucionar o problema da presença do ruído na saída no critério Razão entre Determinantes é sugerido por Weelstead [36], denominado Razão entre Determinantes Instrumental (IDR). O IDR baseia-se na utilização de uma variável intrumental $v(t)$ no vetor de medidas. A variável é calculada filtrando a entrada $u(t)$, produzindo um sinal não

correlacionado com o ruído e eliminando assim, o elemento CTE da matriz de informação.

Seja os vetores de medidas $f(k,m)$ e $g(k,m)$ definidos por:

$$f(k,m) = [u(k+1)...u(k+m), v(k+1)...v(k+m)]^T \quad (2.39)$$

$$g(k,m) = [u(k+1)...u(k+m), y(k+1)...y(k+m)]^T \quad (2.40)$$

A matriz de informação é redefinida por:

$$W(m) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N f(k,m) g(k,m)^T =$$

$$\sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} \frac{u_{k+1}^2}{N} & \dots & \frac{u_{k+1} u_{k+m}}{N} & \frac{u_{k+1} [x_{k+1} + w_{k+1}]}{N} & \dots & \frac{u_{k+1} [x_{k+m} + w_{k+m}]}{N} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{v_{k+1} u_{k+1}}{N} & \dots & \frac{v_{k+1} u_{k+m}}{N} & \frac{v_{k+1} [x_{k+1} + w_{k+1}]}{N} & \dots & \frac{v_{k+1} [x_{k+m} + w_{k+m}]}{N} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{v_{k+m} u_{k+1}}{N} & \dots & \frac{v_{k+m} u_{k+m}}{N} & \frac{v_{k+m} [x_{k+1} + w_{k+1}]}{N} & \dots & \frac{v_{k+m} [x_{k+m} + w_{k+m}]}{N} \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

$$\begin{bmatrix} R_{uu}(1,1) & \dots & R_{uu}(1,m) & R_{ux}(1,1) + R_{uw}^{\nearrow}(1,1) & \dots & R_{ux}(1,m) + R_{uw}^{\nearrow}(1,m) & 0 \\ R_{vu}(1,1) & \dots & R_{vu}(1,m) & R_{vx}(1,1) + R_{vw}^{\nearrow}(1,1) & \dots & R_{vx}(1,m) + R_{vw}^{\nearrow}(1,m) & 0 \\ R_{vu}(m,1) & \dots & R_{vu}(m,m) & R_{vx}(m,1) + R_{vw}^{\nearrow}(m,1) & \dots & R_{vx}(m,m) + R_{vw}^{\nearrow}(m,m) & 0 \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

onde R é o coeficiente de correlação entre os sinais.

Verifica-se que a matriz $W(m)$ torna-se singular quando sua dimensão é função de uma estrutura estritamente superior à verdadeira estrutura do sistema a ela associado. Se n é a ordem correta do sistema, então as equações (2.43) e (2.44):

$$\sum_{k=1}^N \frac{u(k-i)y(k)}{N} = \sum_{i=1}^n a_i \sum_{k=1}^N \frac{u(k-i) y(k-i)}{N} + \sum_{i=1}^n b_i \sum_{k=1}^N \frac{u(k-i) u(k-i)}{N} \quad (2.43)$$

$$\sum_{k=1}^N \frac{v(k-i)y(k)}{N} = \sum_{i=1}^n a_i \sum_{k=1}^N \frac{v(k-i) y(k-i)}{N} + \sum_{i=1}^n b_i \sum_{k=1}^N \frac{v(k-i) u(k-i)}{N} \quad (2.44)$$

mostram que é possível detectar a dependência linear entre as colunas da matriz de informação com a utilização da variável instrumental $v(t)$, assegurando o bom desempenho do critério baseado na relação entre determinantes.

Este procedimento de determinação da ordem consiste em calcular os elementos da matriz de informação $W(m)$, avaliar a relação entre os valores dos determinantes, e é denominado Razão entre Determinantes Instrumental (IDR).

Quando o valor da razão entre os determinantes assumir um valor discrepante dos demais, a matriz $W(n+1)$ está próxima de ser uma matriz singular.

Assim, o procedimento resume-se ao cálculo da quantidade IDR para matrizes de diferentes dimensões e para consecutivos valores de ordens de

modelos. A ordem correta é seleccionada quando o comportamento atípico no valor de IDR é detectado.

$$\text{IDR}(m) = \left| \frac{\det W(m)}{\det W(m+1)} \right| \quad (2.45)$$

Esta abordagem apresenta os seguintes inconvenientes:

1-A escolha do filtro para a geração da variável instrumental afeta diretamente o comportamento do IDR(.).

2-O cálculo do determinante da matriz $W(m)$ não pode ser feito de modo recursivo. Torna-se inviável sua computação, a medida que a dimensão da matriz aumenta, pois o tempo de cálculo e o custo de armazenagem de valores cresce consideravelmente.

Para minimizar estas desvantagens, utiliza-se as seguintes modificações [14] :

1-A sequencia $v(k)$, é escolhida como as entradas com um atraso de tempo variante de 1 a m , considerando a hipótese de independência entre a entrada e a perturbação:

$$v(k+i) = u(k+1-i) \quad i=1..m \quad (2.46)$$

2-A forma dos vetores de medidas é alterado para :

$$f_1(k,m) = [v(k+1),u(k+1),\dots,v(k+m),u(k+m)] \quad (2.47)$$

$$g_1(k,m) = [y(k+1),u(k+1),\dots,y(k+m),u(k+m)] \quad (2.48)$$

3-A matriz de informação reformulada é:

$$H(m) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N f_1(k,m) g_1(k,m)^T \quad (2.49)$$

$$H(m) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} u(k) \\ u(k+1) \\ u(k-1) \\ \vdots \\ u(k-m+1) \\ u(k+m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(k+1) & u(k+1) & \dots & y(k+m) & u(k+m) \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

$H^*(1)$	$H(1)$	$H^*(2)$	$H(2)$	$H(m)$
\swarrow	\swarrow	\swarrow	\swarrow	\swarrow
$u_k \ y_{k+1}$	$u_k \ u_{k+1}$	$u_k \ y_{k+2}$	$u_k \ u_{k+2}$	$\dots u_k \ u_{k+m}$
$u_{k+1} \ y_{k+1}$	u_{k+1}^2	$u_{k+1} \ y_{k+2}$	$u_{k+1} \ u_{k+2}$	$\dots u_{k+1} \ u_{k+m}$
$u_{k-1} \ y_{k+1}$	$u_{k-1} \ u_{k+1}$	$u_{k-1} \ y_{k+2}$	$u_{k-1} \ u_{k+2}$	$\dots u_{k-1} \ u_{k+m}$
$u_{k+2} \ y_{k+1}$	$u_{k+2} \ u_{k+1}$	$u_{k+2} \ y_{k+2}$	u_{k+2}^2	$\dots u_{k+2} \ u_{k+m}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	$\dots \vdots$
$u_{k-m+1} \ y_{k+1}$	$u_{k-m+1} \ u_{k+1}$	$u_{k-m+1} \ y_{k+2}$	$u_{k-m+1} \ u_{k+2}$	$\dots u_{k-m+1} \ u_{k+m}$
$u_{k+m} \ y_{k+1}$	$u_{k+m} \ u_{k+1}$	$u_{k+m} \ y_{k+2}$	$u_{k+m} \ u_{k+2}$	$\dots u_{k+m}^2$

(2.51)

O teste é definido pela relação entre determinantes IIDR(m) como em (2.52):

$$IIDR(m) = \left| \frac{\det H(m)}{\det H(m+1)} \right| \quad (2.52)$$

Quando $IIDR(m) \gg IIDR(m-1)$ então m é a estrutura correta para o sistema em estudo.

2.3.3 - CRITÉRIO : RAZÃO ENTRE DETERMINANTES GENERALIZADO

Os métodos anteriores tem como hipótese que o número de zeros é igual ao número de polos do sistema. Para estender a aplicação da Razão entre Determinantes para modelos de ordens distintas para os polinômios A e B [37], a forma básica da matriz de informação denotada por $Q(z,m)$, é modificada conforme descrito a seguir:

$$G(n_a, n_b) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N Z(u, y) Z(u, y)^T \quad (2.53)$$

onde $Z(u, y)$ é definido por (2.54):

$$Z(u, y)^T = [u_{k-1}, \dots, u_{k-n_b-1}, y_{k-1}, \dots, y_{k-n_a}] \quad (2.54)$$

Desta forma $G(n_a, n_b)$ é definida formalmente por:

$$G(\hat{n}_a, \hat{n}_b) = \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} u_{k-1}^2 & \dots & u_{k-1} u_{k-n_b-1} & u_{k-1} y_{k-1} & \dots & u_{k-1} y_{k-n_a} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ u_{k-n_b-1} u_{k-1} & \dots & u_{k-n_b-1}^2 & u_{k-n_b-1} y_{k-1} & \dots & u_{k-n_b-1} y_{k-n_a} \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

Se o número total de parâmetros do modelo for maior que a soma dos parâmetros estruturais verdadeiros do sistema, a matriz $G(n_a, n_b)$ será singular. Desta forma a combinação perfeita dos dois elementos n_a e n_b pode ser determinada pela razão entre os determinantes de G . Assim, o teste $GDR(n_a, n_b)$ é definido pela equação(2.56):

$$\text{GDR}(n_a, n_b) = \frac{\det G(n_a, n_b)}{\det G(n_a+1, n_b+1)} \quad (2.56)$$

A medida GDR apresenta um crescimento rápido em seu valor quando as ordens n_a e n_b forem as corretas.

Da mesma forma que no teste Razão entre Determinantes DR(m), a presença da perturbação influencia o resultado de GDR. Neste caso também utiliza-se uma variável instrumental, e definindo outro teste, Razão entre Determinantes Instrumental Generalizado, GIDR, como segue:

Seja os vetores modificados $Z(u, \nu)$ e $Z(u, y)$ definidos como:

$$Z(u, \nu)^T = [u_{k-1} \dots u_{k-n_b-1}, \nu_{k-1} \dots \nu_{k-n_a}] \quad (2.57)$$

$$Z(u, y)^T = [u_{k-1} \dots u_{k-n_b-1}, y_{k-1} \dots y_{k-n_a}] \quad (2.58)$$

onde ν é a variável instrumental.

$$\text{GIDR}(n_a, n_b) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N Z(u, \nu) Z(u, y)^T \quad (2.59)$$

$$\begin{bmatrix} u_{k-1}^2 & \dots & u_{k-1} u_{k-n_b-1} & u_{k-1} y_{k-1} & \dots & u_{k-1} y_{k-n_a} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ u_{k-n_b-1} u_{k-1} & \dots & u_{k-n_b-1}^2 & u_{k-n_b-1} y_{k-1} & \dots & u_{k-n_b-1} y_{k-n_a} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \nu_{k-1} u_{k-1} & \dots & \nu_{k-1} u_{k-n_b-1} & \nu_{k-1} y_{k-1} & \dots & \nu_{k-1} y_{k-n_a} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \nu_{k-n_a} u_{k-1} & \dots & \nu_{k-n_a} u_{k-n_b-1} & \nu_{k-n_a} y_{k-1} & \dots & \nu_{k-n_a} y_{k-n_a} \end{bmatrix}$$

$\underbrace{\hspace{15em}}_{n_b \text{ elementos}}$
 $\underbrace{\hspace{15em}}_{n_a+1 \text{ elementos}}$

$n_a+n_b+1 \times n_a+n_b+1$

O teste Razão entre Determinantes Generalizado Instrumental é definido pela equação (2.60):

$$\text{GIDR}(\hat{n}_a, \hat{n}_b) = \frac{\det \text{GI}(\hat{n}_a, \hat{n}_b)}{\det \text{GI}(\hat{n}_a+1, \hat{n}_b+1)} \quad (2.60)$$

A medida $\text{GIDR}(n_a, n_b)$ apresentará um crescimento rápido, quando as ordens aproximadas \hat{n}_a e \hat{n}_b forem as ordens verdadeiras.

2.4 - ABORDAGEM ALGORÍTMICA DOS CRITÉRIOS

Nesta seção é feito um estudo sobre a lei de formação da matriz de informação $Q(Z,m)$ para uma ordem qualquer, com o objetivo de explorar suas particularidades e de obter algoritmos que requerem um menor esforço computacional. Seja m uma ordem genérica de um modelo a ser determinado de um sistema de ordem verdadeira igual a n .

Por simplicidade é feita a análise supondo-se o modelo com o mesmo número de polos e zeros, podendo o mesmo raciocínio ser aplicado no caso das ordens distintas.

$$Q(m) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N S(k,m) S(k,m)^T =$$

$$\frac{1}{N} \sum_{K=1}^N \begin{bmatrix} \begin{array}{cc} \overset{Q^*(1)}{\underbrace{u(k-1)^2}} & \overset{Q(1)}{\underbrace{x(k-1)u(k-1)}} \\ \underbrace{u(k-1)x(k-1)} & \underbrace{x(k-1)^2} \end{array} & \begin{array}{c} \overset{Q^*(2)}{\underbrace{u(k-2)u(k-1)}} \dots \underbrace{x(k-n)u(k-1)} \\ \underbrace{u(k-2)x(k-1)} \dots \underbrace{x(k-m)x(k-1)} \\ \underbrace{u(k-2)^2} \dots \underbrace{x(k-m)u(k-2)} \\ \underbrace{u(k-2)x(k-2)} \dots \underbrace{x(k-m)x(k-2)} \end{array} \\ \dots \\ \begin{array}{c} \underbrace{u(k-1)u(k-m)} \quad \underbrace{x(k-1)u(k-m)} \quad \underbrace{u(k-2)u(k-m)} \quad \dots \underbrace{x(k-m)u(k-m)} \\ \underbrace{u(k-1)x(k-m)} \quad \underbrace{x(k-1)x(k-m)} \quad \underbrace{u(k-2)x(k-m)} \quad \dots \underbrace{x(k-m)^2} \end{array} \end{bmatrix}$$

A análise da estrutura da matriz Q , deixa claro que é possível fazer com que $Q(m+1)$ seja obtida a partir de $Q(m)$, e consequentemente, o determinante da matriz $Q(m+1)$ em função de determinante de $Q(m)$.

A matriz $Q(m)$ pode ser particionada como segue:

$$Q(m) = \begin{bmatrix} Q^*(m) & c_m^* \\ r_m^* & d_m^* \end{bmatrix}$$

onde :

$Q^*(m)$ é a matriz superior de dimensão $(2m-1, 2m-1)$;

c_m^* é a última coluna de $Q(m)$ excluindo o último elemento, e de dimensão $(2m-1, 1)$;

r_m^* é a última linha de $Q(m)$ excluindo o último elemento, com dimensão $(1, 2m-1)$;

d_m^* é o último elemento esquerdo (escalar) da matriz $Q(m)$.

Com o objetivo de encontrar uma forma para calcular determinante de $Q(m+1)$ em função do determinante de $Q(m)$ inicialmente e obtendo o determinante de $Q(m)$ em função do determinante de $Q^*(m)$. Para tanto, utiliza-se o **lema da inversão** enunciado abaixo, na equação (2.61).

Seja a matriz E de dimensão $(m+n) \times (m+n)$, não singular e particionada como:

$$E = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

então: $\det E = \det A \times \det (D - C A^{-1} B)$ e

$$E^{-1} = \begin{bmatrix} A^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A^{-1} B \\ -I \end{bmatrix} \left[D - C A^{-1} B \right]^{-1} \begin{bmatrix} C A^{-1} & -I \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

Sendo assim tem-se que:

$$\begin{aligned} E &= Q(m) \\ A &= Q^*(m) \\ B &= c_m \\ C &= r_m \\ D &= d_m \end{aligned}$$

e ainda :

$$\det Q(m) = \det Q^*(m) \times \det \underbrace{[d_m - r_m Q^*(m)^{-1} c_m]}_{\mu_m} \quad (2.62)$$

Definindo $\mu_m = \det (d_m - r_m Q^*(m)^{-1} c_m)$ obtém-se a equação (2.63) para o cálculo recursivo do determinante da matriz de informação, em função da ordem do sistema, m:

$$\det Q(m) = \det Q^*(m) \mu_m \quad (2.63)$$

onde $Q^*(m)$ é a matriz embutida em $Q(m)$, de dimensão igual a $(2m-1) \times (2m-1)$.
Escrevendo $Q^*(m+1)$ em função de $Q(m)$ tem-se :

$$Q^*(m+1) = \begin{bmatrix} Q(m) & c_m \\ r_m & d_m \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

Com a mesma abordagem, obtém-se o determinante de $Q^*(m+1)$ em função do determinante de $Q(m)$, onde:

$Q(m)$ é a matriz superior de dimensão $(2m, 2m)$;

c_m é a última coluna de $Q(m)$ excluindo o último elemento, e de dimensão $(2m, 1)$;

r_m é a última linha de $Q(m)$ excluindo o último elemento, com dimensão $(1, 2m)$;

d_m é o último elemento esquerdo (escalar) da matriz $Q(m)$.

Segundo o Lema de Inversão, o determinante de $Q^*(m+1)$ pode ser reescrito, como na equação (2.65):

$$\det Q^*(m+1) = \det Q(m) \times \det [d_m - r_m Q(m)^{-1} c_m] \quad (2.65)$$

Sendo $\lambda_m = d_m - r_m Q(m)^{-1} c_m$ tem-se que:

$$\det Q^*(m+1) = \det Q(m) \lambda_m \quad (2.66)$$

Para o cálculo da matriz inversa de $Q^*(m)$ e $Q(m)$ tem-se o seguinte resultado:

$$Q(m)^{-1} = \begin{bmatrix} Q^*(m)^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q^*(m)^{-1} c_m^* \\ -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_m^* - r_m^* Q^*(m)^{-1} c_m^* \\ c_m^* Q^*(m)^{-1}, -I \end{bmatrix}^{-1}$$

$$Q(m)^{-1} = \begin{bmatrix} Q^*(m)^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{\mu_m} \begin{bmatrix} Q^*(m)^{-1} c_m^* \\ -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_m^* Q^*(m)^{-1}, -I \end{bmatrix}$$

$$Q^*(m+1)^{-1} = \begin{bmatrix} Q(m)^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q(m)^{-1} c_m \\ -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d - r_m Q(m)^{-1} c_m \\ r_m Q(m)^{-1}, -I \end{bmatrix}^{-1}$$

$$Q^{(m+1)^{-1}} = \begin{bmatrix} Q^{(m)^{-1}} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{\lambda_m} \begin{bmatrix} Q^{(m)^{-1}} & c_m \\ & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_m & Q^{(m)^{-1}} & -I \end{bmatrix}$$

A seguir, os algoritmos para o cálculo dos elementos da matriz de informação $Q(m)$ para o critério DR e IIDR são resumidos, juntamente com o cálculo de determinante.

2.4.1 - ALGORITMO RECURSIVO PARA O CALCULO DA RAZÃO ENTRE DETERMINANTES - DR(m)

$$Q(m) = \begin{bmatrix} Q^*(m) & c^*_m \\ r^*_m & d^*_m \end{bmatrix}$$

$$Q^*(m+1) = \begin{bmatrix} Q^*(m) & c_m \\ r_m & d_m \end{bmatrix}$$

for m = 1 to Máx do
begin

/* CÁLCULO E DEFINIÇÃO DOS ELEMENTOS c^* , r^* , d^* : */

for i = 1 to 2 m - 1 do
begin
if odd(i) then

$$c^*[i] = r^*[i] = 1/N \sum_{k=1}^N u(k-(i+1)/2) y(k-m)$$

else

$$c^*[i] = r^*[i] = 1/N \sum_{k=1}^N y(k-i/2) y(k-m)$$

end; /* i */

$$d^* = 1/N \sum_{k=1}^N y(k-m)^2$$

/* CÁLCULO DOS ELEMENTOS c, r, d */

```

for j = 1 to 2 m do
  begin
    if odd( j ) then
      c[j] = r[j] = 1/N  $\sum_{k=1}^N u(k-(j+1)/2) u(k-m-1)$ 
    else
      c[j] = r[j] = 1/N  $\sum_{k=1}^N y(k-j/2) u(k-m-1)$ ;
    end; /* j */

    d = 1/N  $\sum_{k=1}^N u(k-m-1)^2$ ;

  end. /* m */

```

2.4.2 - ALGORITMO PARA O CALCULO DA RAZÃO ENTRE DETERMINANTES
INSTRUMENTAL - IIDR(M)

$$H(m) = \begin{bmatrix} H^*(m) & c^*_m \\ r^*_m & d^*_m \end{bmatrix}$$

$$H^*(m+1) = \begin{bmatrix} H^*(m) & c^*_m \\ r^*_m & d^*_m \end{bmatrix}$$

for m =1 to Máx do

begin

/* CÁLCULO E DEFINIÇÃO DOS ELEMENTOS c^* , r^* , d^* : */

for i = 1 to 2m - 1 do

begin

if odd(i) then

begin

$$c^*[i] = 1/N \sum_{k=1}^N u(k-(i-1)/2) u(k+m)$$

$$r^*[i] = 1/N \sum_{k=1}^N y(k+(i+1)/2) u(k+m)$$

end

else

$$c^*[i] = r^*[i] = 1/n \sum_{k=1}^N u(k+i/2) u(k+m);$$

end; **/* i */**

$$d^* = 1/N \sum_{k=1}^N u(k+m)^2$$

/* CÁLCULO DOS ELEMENTOS c,r,d */

```

for j = 1 to 2m do begin
  if odd( j ) then
    begin
      c[j] = 1/N \sum_{k=1}^N u(k-(j-1)/2) y(k+m+1);
      r[j] = 1/N \sum_{k=1}^N y(k+(j+1)/2) u(k-m);
    end
  else
    begin
      c[j] = 1/N \sum_{k=1}^N u(k+j/2) y(k+m+1);
      r[j] = 1/N \sum_{k=1}^N u(k+j/2) u(k-m);
    end
end; /* j */

d = 1/N \sum_{k=1}^N u(k-m) y(k+m+1)

end. /* m */

```

2.4.3- ALGORITMO PARA O CÁLCULO RECURSIVO DO DETERMINANTE DA MATRIZ DE INFORMAÇÃO $Q(m)$ E $H(m)$.

/* condição inicial para o cálculo de $Q^*(m)^{-1}$ */

$$Q^*(1)^{-1} = \left[\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N u^2(k-1) \right]^{-1}$$

/* condição inicial para o cálculo de $H^*(m)^{-1}$ */

$$/* \quad H^*(1)^{-1} = \left[\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N u(k) u(k+1) \right]^{-1} \quad */$$

for m=1 to max do

begin

$$\mu = d_m^* - r_m^* Q^*(m)^{-1} c_m^*$$

$$\det Q(m) = \mu \det Q^*(m)$$

$$\lambda = d_m^* - r_m^* Q(m)^{-1} c_m^*$$

$$\det Q^*(m+1) = \lambda \det Q(m).$$

end.

2.5 - MÉTODO DE DETERMINAÇÃO DA ESTRUTURA BASEADO EM MEDIDAS DE INFORMAÇÃO

O conceito matemático de informação foi introduzido por Claude E. Shannon em 1948, motivado pelo problema de reprodução de uma mensagem enviada de um ponto a outro em num sistema de comunicação.

Shannon mostrou que a quantidade de informação transmitida após a ocorrência de um evento é função da probabilidade com que este evento ocorre.

Quanto menos provável é um evento, mais informação *a posteriori* é obtida com a ocorrência deste evento, ou seja, a quantidade de informação, denotada por $I(X)$ é inversamente proporcional à probabilidade de X , $P\{X=x\}$. Se um evento ocorre com probabilidade máxima ($P\{X=x\}=1$), a quantidade de informação obtida pela ocorrência é nula, pois não existe incerteza *a priori*.

Observando-se os resultados de N realizações com a variável aleatória X , a quantidade média de informação obtida *a posteriori*, ou ainda, a quantidade de incerteza existente antes de cada observação define o conceito fundamental da teoria de informação, a *entropia*, que matematicamente pode ser descrita como a esperança da variável $I(x)$, que representa a informação:

$$H(X) = \epsilon \left\{ I(X) \right\} \quad (2.67)$$

Se X é uma variável aleatória contínua representado por uma densidade de probabilidade $f(x)$ conhecida, a *entropia* de X é definida na equação (2.68):

$$H(f) = - \int f(x) \log f(x) dx \quad (2.68)$$

onde $f(x)$ é a densidade de probabilidade da variável x .

Uma vez que os procedimentos de estimação são baseados na comparação de dados observados com os resultados calculados através do modelo, utiliza-se uma medida da distância entre a verdadeira função $f(x)$ e sua estimativa $\hat{f}(x)$, para obter informações que reflitam a qualidade da estrutura estabelecida para o modelo.

Esta medida é definida na equação (2.68), em termos da entropia condicional do sistema, :

$$H(f/\hat{f}) = - \int f(x) \log \frac{f(x)}{\hat{f}(x)} dx \quad (2.68)$$

A partir desta definição, é proposta ainda, a *medida de informação de Kullback-Leibler* [16], definida como a entropia negativa de $f(x)$ dada $\hat{f}(x)$. Este valor mede a quantidade de informação da verdadeira densidade de probabilidade comparada com a função aproximada.

$$J(f,\hat{f}) = - H(f/\hat{f}) \quad (2.69)$$

$$J(f,\hat{f}) = \int f(x) \log \frac{f(x)}{\hat{f}(x)} dx \quad (2.70)$$

A medida de Kullback-Leibler é definida por:

$$J(f,\hat{f}) = \int f(x) \log f(x) dx - \int f(x) \log \hat{f}(x) dx \quad (2.71)$$

O primeiro termo da igualdade [2.71] é uma constante que depende somente de $f(x)$, verdadeira e desconhecida. O segundo termo é a esperança matemática da função $\hat{f}(x)$ com respeito a verdadeira função $f(x)$, logo, a diferença entre estes dois termos pode ser entendida como a distância entre a verdadeira função $f(x)$ e a estimada $\hat{f}(x)$.

A utilização de medidas de informação para propósitos de identificação de sistemas tem atraído muita atenção nos últimos anos, inclusive na busca de solução para o problema de determinação da estrutura de modelos.

Akaike [1] foi o primeiro a fazer referência de utilização do conceito de informação para se obter a um critério de determinação da estrutura. O critério proposto por Akaike, AIC, tem como base teórica a minimização da erro entre o modelo aproximado e a verdadeira função de transferência, utilizando a medida de Kullback-Leibler [16].

Baseados nestes conceitos, muitos autores desenvolveram diferentes critérios para a seleção da estrutura, como é mostrado em Krolikowski [17].

Estes critérios e suas variações apresentam vantagens em relação aos convencionais (função custo e função de autocorrelação do resíduo), devido a inclusão de uma medida de parcimônia na estimação, o que faz com que os parâmetros redundantes do modelo sejam eliminados.

Na próxima seção é apresentado um método de seleção da estrutura baseado em teoria de informação conforme proposto por Akaike [1]. Este método considera a mesma ponderação para o número de parâmetros do modelo e para a função de verossimilhança do sinal de saída do processo.

2.5.1 - CRITÉRIO DE INFORMAÇÃO DE AKAIKE (AIC)

Considere Y uma variável aleatória com função de densidade de probabilidade de forma funcional conhecida, porém dependente de um vetor de parâmetros θ_n desconhecido, que pode assumir qualquer valor em um conjunto Ω .

Denota-se a função de densidade de probabilidade por $f(y, \theta_n)$, $\theta_n \in \Omega$, onde Ω é denominado o espaço paramétrico de dimensão n . Dispondo somente dos dados observados de Y , deseja-se encontrar $\hat{\theta}_n$ tal que $f(y, \hat{\theta}_n)$ seja uma aproximação da verdadeira densidade $f(y, \theta_n)$.

Assim, o vetor $\hat{\theta}_n$ deve fornecer uma função de densidade $f(y, \hat{\theta}_n)$ que apresente a menor distância da função verdadeira, ou ainda, que forneça a menor estimativa para a medida de Kullback-Leibler [2.71].

$$J[f(y, \theta_n), f(y, \hat{\theta}_n)] = \int f(y, \theta_n) \log \frac{f(y, \theta_n)}{f(y, \hat{\theta}_n)} dy \quad (2.72)$$

$$J[f(y, \theta_n), f(y, \hat{\theta}_n)] =$$

$$\underbrace{\int f(y, \theta_n) \log f(y, \theta_n) dy}_{\ell(\theta_n)} - \underbrace{\int f(y, \theta_n) \log f(y, \hat{\theta}_n) dy}_{\ell(\hat{\theta}_n)} \quad (2.73)$$

ou seja, a medida de Kullback-Leibler pode ser reescrita como:

$$J[f(y, \theta_n), f(y, \hat{\theta}_n)] = \varepsilon \left\{ \log \frac{f(y, \theta_n)}{f(y, \hat{\theta}_n)} \right\} \quad (2.74)$$

onde $\hat{\theta}$ é o estimador do parâmetro θ , pertencente ao mesmo subespaço de θ_n . Seja θ^* um valor próximo de θ_n , não contido no seu subespaço.

Desenvolvendo $l(\theta_n)$ em série de Taylor em torno de θ^* tem-se o resultado (2.75):

$$l(\theta_n) = l(\theta^*) + (\theta_n - \theta^*) \left. \frac{\partial l}{\partial \theta} \right|_{\theta^*} + \frac{1}{2} (\theta_n - \theta^*) \left. \frac{\partial^2 l}{\partial \theta^2} \right|_{\theta^*} (\theta_n - \theta^*)^T \quad (2.76)$$

$$l(\theta_n) = l(\theta^*) + \frac{1}{2} (\theta_n - \theta^*) \left. \frac{\partial^2 l}{\partial \theta^2} \right|_{\theta^*} (\theta_n - \theta^*)^T \quad (2.77)$$

De forma análoga, tem-se $l(\theta^*)$ em função de $\hat{\theta}$, em (2.78):

$$l(\theta^*) = l(\hat{\theta}) + \frac{1}{2} (\theta^* - \hat{\theta}) \left. \frac{\partial^2 l}{\partial \theta^2} \right|_{\hat{\theta}} (\theta^* - \hat{\theta})^T \quad (2.78)$$

Supondo que $\hat{\theta}$ converge para θ_n quando N é grande suficiente, tem-se que:

$$\frac{1}{N} \left[\frac{\partial^2 l}{\partial \theta^2} \right]_{\theta_n} \xrightarrow{N} -M \quad (2.79)$$

onde M é a matriz de informação de Fisher [16].

Sendo :

$$(\hat{\theta} - \theta^*) \left. \frac{\partial^2 l}{\partial \theta^2} \right|_{\theta^*} (\hat{\theta} - \theta^*)^T = || \hat{\theta} - \theta^* ||_M \quad (2.80)$$

as equações (2.77) e (2.78) podem ser reescritas nas equações (2.81) e (2.82):

$$\ell(\theta_n) = \ell(\theta^*) + \frac{1}{2} \|\theta_n - \theta^*\|_M \quad (2.81)$$

$$\ell(\theta^*) = \ell(\hat{\theta}) + \frac{1}{2} \|\theta^* - \hat{\theta}\|_M \quad (2.82)$$

$$J[f(y, \theta_n), f(y, \hat{\theta})] = \frac{1}{2} \|\theta_n - \theta^*\|_M + \frac{1}{2} \|\hat{\theta} - \theta^*\|_M \quad (2.83)$$

Tomando a esperança matemática na expressão (2.83) obtém-se:

$$\varepsilon \left\{ 2NJ(f(\theta), f(\hat{\theta})) \right\} = \varepsilon \left\{ N \|\theta_n - \theta^*\|_M \right\} + \varepsilon \left\{ N \|\hat{\theta} - \theta^*\|_M \right\} \quad (2.84)$$

Sabendo que $N \|\hat{\theta} - \theta^*\|_M$ segue uma distribuição qui-quadrado com K graus de liberdade (k é o número de elementos do vetor $\hat{\theta}$) [21] tem-se que:

$$\varepsilon \left\{ 2NJ(f(\theta), f(\hat{\theta})) \right\} = \varepsilon \left\{ N \|\theta_n - \theta^*\|_M \right\} + K \quad (2.85)$$

Quando N é suficientemente grande, $N \|\theta_n - \theta^*\|_M$ pode ser estimado pela equação (2.86) [2] :

$$2 \left\{ \sum_{i=1}^N \log f(y_i, \theta_n) - \sum_{i=1}^N \log f(y_i, \theta^*) \right\} \quad (2.86)$$

Quando se substitui θ^* por $\hat{\theta}$ no primeiro termo do lado direito da

equação (2.86), Akaike [2] propõe somar a quantidade K para eliminar a polarização devido $N \|\hat{\theta} - \theta^*\|_M$ ter uma distribuição com valor médio K . Substituindo (2.86) em (2.85) tem-se:

$$E \left\{ 2NJ(f(\theta), f(\hat{\theta})) \right\} = 2 \sum_{i=1}^N \log f(y_i, \theta_n) - 2 \sum_{i=1}^N \log f(y_i, \hat{\theta}) + K + K \quad (2.87)$$

Para identificação da ordem do modelo somente interessa a variação dos termos em função de $\hat{\theta}$, logo a medida de Akaike, AIC é definida como:

$$AIC(K) = -2 \sum_{i=1}^N \log f(y_i, \hat{\theta}) + 2K \quad (2.88)$$

ou ainda:

$$AIC(\hat{n}) = -2(\text{máx. função de veros.}) + 2(\text{número de par. do modelo})$$

Dentro de um conjunto de possíveis modelos, escolhe-se aquele que apresenta menor valor para a medida AIC, ou seja minimiza a medida de AIC.

No contexto geral, o critério AIC é usado como uma medida de adequacidade de modelo resultante de um sistema, obtido a partir da observação dos sinais experimentais, pois exige a parametrização completa da estrutura.

2.6- MÉTODOS DE VALIDAÇÃO DA ESTRUTURA

Uma abordagem comum para se procurar uma estrutura adequada do modelo é identificar um sistema através de vários modelos de diferentes estruturas e avaliar a qualidade e o custo da obtenção e utilização de cada um.

Dentro de um conjunto finito de modelos é possível encontrar um determinado modelo que melhor se ajusta aos dados segundo algum critério. Desta forma, a estrutura é implicitamente determinada.

Uma análise preliminar da performance do modelo pode ser concluída com a avaliação visual do grau de concordância entre as curvas produzidas pelo sinal de saída real do processo e a saída estimada pelo modelo, que reflete a capacidade do modelo obtido em representar o processo identificado.

Um outro procedimento que testa se o modelo fornece uma descrição apropriada do sistema e não apresenta parâmetros redundantes foi sugerido por Soderstrom [6] e é baseada no cancelamento de polos e zeros.

Estes procedimentos são baseados no fato de que informações contidas na parte estocástica do modelo podem ser incorporadas ao modelo através da inclusão de um par de parâmetros nos polinômios da função de transferência. Estes parâmetros dão origem a um novo par de polos e zeros que ocupam o mesmo lugar no plano Z , indicando super-dimensionamento do modelo determinístico. Entretanto, em muitas situações práticas, onde a influência da perturbação sobre a saída é grande, o cancelamento não é óbvio e torna o método muito subjetivo.

2.6.1- ANÁLISE EM TERMOS DO ERRO PREVISTO

Definindo uma sequência de erro como a diferença entre a saída estimada por um modelo e a saída real do processo físico, considera-se que para um modelo adequado esta sequência deva se comportar ao longo do tempo com características de ruído branco, evidenciando a não existência de informação relevante não identificada pelo modelo [30].

Neste contexto, um critério que pode ser adotado para validação da estrutura de modelo é a *análise da função de autocorrelação do erro previsto*, pois as propriedades estatísticas do sinal ruído branco são bem conhecidas e permitem uma comparação segura [6] [7].

A *função de covariância amostral* do erro fornece uma medida de dependência entre os sinais em diferentes intervalos de tempo τ , dada pela equação (2.90):

Seja $\hat{e}_t = y_t - \hat{y}_t$ então:

$$R_e(k) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{e}_{t+i} \hat{e}_{t+ik} \quad (2.94)$$

onde \hat{e}_k é o erro previsto.

Tendo em vista que o modelo deve descrever as principais características da dinâmica do sistema e assim produzir um erro do tipo ruído branco, a função de autocorrelação amostral do erro previsto deve se comportar de modo similar à função de autocorrelação teórica de um ruído branco.

A verificação desse comportamento é feito pela análise do gráfico da função normalizada (correlograma), onde o primeiro valor deve ser unitário e os demais devem se apresentar de forma aleatória em torno do zero.

O problema da utilização de critérios baseados na análise das propriedades estatísticas do erro previsto, é que estes apresentam-se satisfatórios para a constatação da não adequacidade do modelo, ou ainda quando uma ordem muito baixa está sendo adotada para um sistema. No caso de um modelo super-dimensionado, estes testes não trazem muita informação pois a caracterização do erro previsto pode ser a mesma de ruído branco, permitindo a validação de um modelo não adequado.

Considerando que o estimador de Mínimos Quadrados [12] [30] utiliza um critério para a estimação dos parâmetros baseado na minimização do critério do erro quadrático médio, neste trabalho estende-se a utilização do critério, agora denominado Minimização da *Função Custo* [12], para propósitos de determinação da estrutura do modelo dentro de um conjunto de modelos pré-selecionados.

A *função custo* é definida pela equação (2.89) :

$$V(\hat{\theta}_n) = \sum_{k=1}^N \hat{e}_k \hat{e}_k \quad (2.89)$$

onde \hat{e}_k é o erro de previsão.

A utilização da função custo $V(\theta_n)$ para fins de validação de estrutura de modelo tem como base teórica o fato de que seu valor atinge o mínimo quando o modelo descreve completamente a dinâmica do sistema.

No caso em que um sistema é identificado por um modelo de ordem mais baixa que a verdadeira, é provável que a sequência do erro incorpore informação não modelada, fazendo com que o valor da *função custo* seja maior em relação ao valor de uma outra função referente a um modelo de ordem superior.

Suponha que \hat{e}_k seja o erro previsto sobre o modelo com n parâmetros, não branco e w_k é uma sequência do tipo ruído branco. A sequência \hat{e}_k pode ser escrita como:

$$\hat{e}_k = \hat{w}_k + \hat{c}_1 \hat{w}_{k-1} + \hat{c}_2 \hat{w}_{k-2} + \dots \quad (2.90)$$

Usando a definição (2.89) tem-se:

$$\begin{aligned} \varepsilon \{ V(\hat{\theta}_n) \} &= \varepsilon \left\{ \frac{1}{N} \underline{\hat{e}}_k \underline{\hat{e}}_k^T \right\} = \\ &= \varepsilon \left\{ \frac{1}{N} (\hat{w}_k + \hat{c}_1 \hat{w}_{k-1} + \hat{c}_2 \hat{w}_{k-2} + \dots) (\hat{w}_k^T + \hat{c}_1 \hat{w}_{k-1}^T + \hat{c}_2 \hat{w}_{k-2}^T + \dots) \right\} = \\ \text{Constante } \varepsilon \left\{ \frac{1}{N} \underline{\hat{w}}_k \underline{\hat{w}}_k^T \right\} &; \text{ Constante} > 0 \quad (2.91) \end{aligned}$$

Assim, obtém-se o resultado que:

$$\varepsilon \{ V(\hat{\theta}_e) \} \geq \varepsilon \{ V(\hat{\theta}_w) \} \quad (2.92)$$

O resultado (2.92) indica que modelos que produzem um erro de predição do tipo de ruído branco fornecem função custo de menor valor. Entretanto para modelos super parametrizados o teste não traz nenhuma contribuição. Para tal propósito, Astrom (1968) descreve um teste, "F-test", que indica se a diminuição no valor da função custo é significativo ou não. Neste contexto, o problema da seleção entre duas estruturas de modelos M_1 e M_2 pode ser abordado como um problema de teste de hipótese. A idéia básica é testar a hipótese nula H_0 contra a hipótese alternativa H_1 :

H_0 : Os dados foram gerados por M_0

H_1 : Os dados foram gerados por M_1

Se M_1 possui um maior número de parâmetros que M_0 , então ela deve produzir uma diminuição da função custo significativa para justificar a inclusão de mais parâmetros no modelo, caso contrário, a estrutura mais simples será considerada como a verdadeira.

A decisão pela hipótese H_0 ou H_1 deve ser tomada considerando um risco (a probabilidade) de rejeição de H_0 quando ela é verdadeira menor que um certo α (alfa), maximizando desta forma, a probabilidade de

rejeitar H_0 quando H_1 é verdadeira.

Sob a hipótese nula H_0 , sabe-se da literatura que a quantidade

$$D = N \frac{V(M_0) - V(M_1)}{V(M_1)}$$

segue uma distribuição qui-quadrado com $d(M_1) - d(M_0)$ graus de liberdade, onde $V(M_0)$ e $V(M_1)$ são os valores das funções custo dos modelos de estrutura M_0 e M_1 respectivamente e $d(M_0)$ e $d(M_1)$ são as dimensões das estruturas M_0 e M_1 , e N é o número de observações.

A hipótese nula pode ser testada para um determinado nível de significância usando a quantidade D . Segundo Sorderstrom (77), a expressão t é

$$t = \frac{V(M_0) - V(M_1)}{V(M_1)} \frac{N - d(M_1)}{d(M_1) - d(M_0)}$$

segue uma distribuição $F(N - d(M_1), d(M_1) - d(M_0))$, e baseando-se na distribuição assintótica da variável t , o teste F pode ser aplicado.

2.7 - CONCLUSÃO

Neste capítulo foram apresentados métodos de estimação da ordem de sistemas a partir de medidas de entrada e saída.

Os métodos abordados na seção 2.2 tratam o problema de determinação da estrutura como uma fase que antecede a estimação de parâmetros, não sendo necessária a obtenção do modelo do sistema. Esta técnica baseia-se no fato de que quando um sistema é parametrizado em uma estrutura mais complexa que a verdadeira, ocorre redundância de informação, que é detectada pelo valor do determinante de uma matriz, cujos elementos são coeficientes de correlação entre os sinais. Uma vez que estes coeficientes medem o grau de dependência entre as variáveis do processo, eles se apresentam sensíveis a perturbação atuante, necessitando a inclusão de técnicas de identificação.

Nas seções 2.3 e 2.4, a determinação da estrutura de sistemas é tratada como um problema a ser solucionado após a estimação dos parâmetros. Após o modelo ter sido obtido segundo uma estrutura particular, seu desempenho é testado em relação a outros modelos de estruturas diferentes, segundo critérios baseados em teoria de informação, como no caso do Critério de Informação de Akaike, ou então baseados nas propriedades estatísticas do erro previsto.

Sobre os testes baseados em análise preliminar das características do erro previsto, pode-se dizer que a seleção de estrutura de modelo é um procedimento que envolve testes de hipótese, não sendo adequado quando se pretende uma automação mais abrangente da tarefa de identificação de sistemas.

Caracterizando o procedimento de identificação pela busca de uma estrutura adequada de um sistema e pela busca de um modelo representativo para a dada estrutura, a escolha da ordem deve ser feita pela combinação dos resultados de técnicas diversas, e ainda dos interesses do usuário, tais como: a aplicação final do modelo, o custo de obtenção e utilização do modelo, desempenho, eficiência e precisão.

Diante destes fatos, é necessário uma ferramenta para auxiliar o usuário no procedimento de identificação. Neste trabalho utiliza-se um sistema computacional que facilita a execução das etapas de identificação: manipulação dos dados (filtragem, visualização gráfica dos sinais, análise espectral), determinação da estrutura, parametrização de modelos, apresentação das propriedades do modelo (simulação, gráficos) e ainda validação de modelos.

No próximo capítulo é apresentado o Módulo de Identificação Off-Line de Sistemas, uma ferramenta a ser usada em projetos dependentes da obtenção de modelos paramétricos de sistemas, como ocorre em projetos de controladores adaptativos.

CAPÍTULO 3

DESCRIÇÃO GERAL DO MÓDULO DE IDENTIFICAÇÃO OFF-LINE DE PROCESSOS

3.1-INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresenta-se a descrição do software para modelagem de processo, desenvolvido pela Faculdade de Engenharia Elétrica da Unicamp e pelo Centro Tecnológico para Informática.

O software denomina-se Módulo de Identificação de Processos (MIP) e permite a identificação de processos com uma entrada e uma saída.

Na seção 3.2 descreve-se as principais funções do Módulo de Identificação de Processos que estão disponíveis para utilização. Estas funções permitem o tratamento dos dados, onde o usuário pode realizar uma análise preliminar dos dados adquiridos, a seleção de uma estrutura adequada de modelo através do *módulo de determinação da estrutura*, que foi implementado neste trabalho, até a obtenção e avaliação do modelo resultante.

Na seção 3.3, apresentam-se os aspectos básicos da implementação, da estrutura lógica do programa principal, a filosofia da interface homem/máquina, bem como as facilidades oferecidas pelo sistema.

Na seção 3.4 descrevem-se os procedimentos a serem seguidos para a operação do sistema e, na 3.5, a conclusão deste capítulo.

3.2 - ETAPAS DO PROCEDIMENTO DE IDENTIFICAÇÃO NO MIP.

Neste sistema procura-se obter uma representação matemática do tipo entrada e saída discreta do tipo ARMAX para o processo a ser identificado, dado pela equação a seguir:

$$A(q^{-1}) y(k) = q^{-d} B(q^{-1}) u(k) + C(q^{-1}) w(k) + dc$$

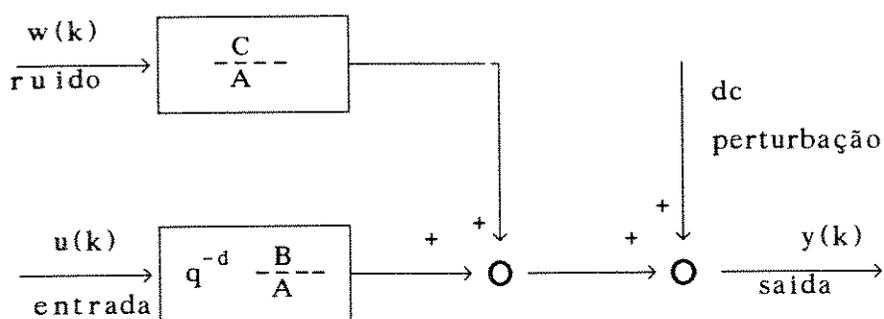


FIG. 3.1 - PROCESSO A SER IDENTIFICADO

Os sinais $u(k)$ e $y(k)$ são a entrada e a saída do processo respectivamente, d é o atraso de transporte; $w(k)$ é o ruído adicionado a saída $y(k)$ e dc representa o nível "dc" na saída ou um efeito de um ganho estático (em regime) do processo. A , B , e C são polinômios no operador atraso q , de ordem na , nb , nc respectivamente, dados por:

$$A(q) = 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + \dots + a_{na} q^{-na}$$

$$B(q) = b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + \dots + b_{nb} q^{-nb}$$

$$C(q) = 1 + c_1 q^{-1} + c_2 q^{-2} + \dots + c_{nc} q^{-nc}$$

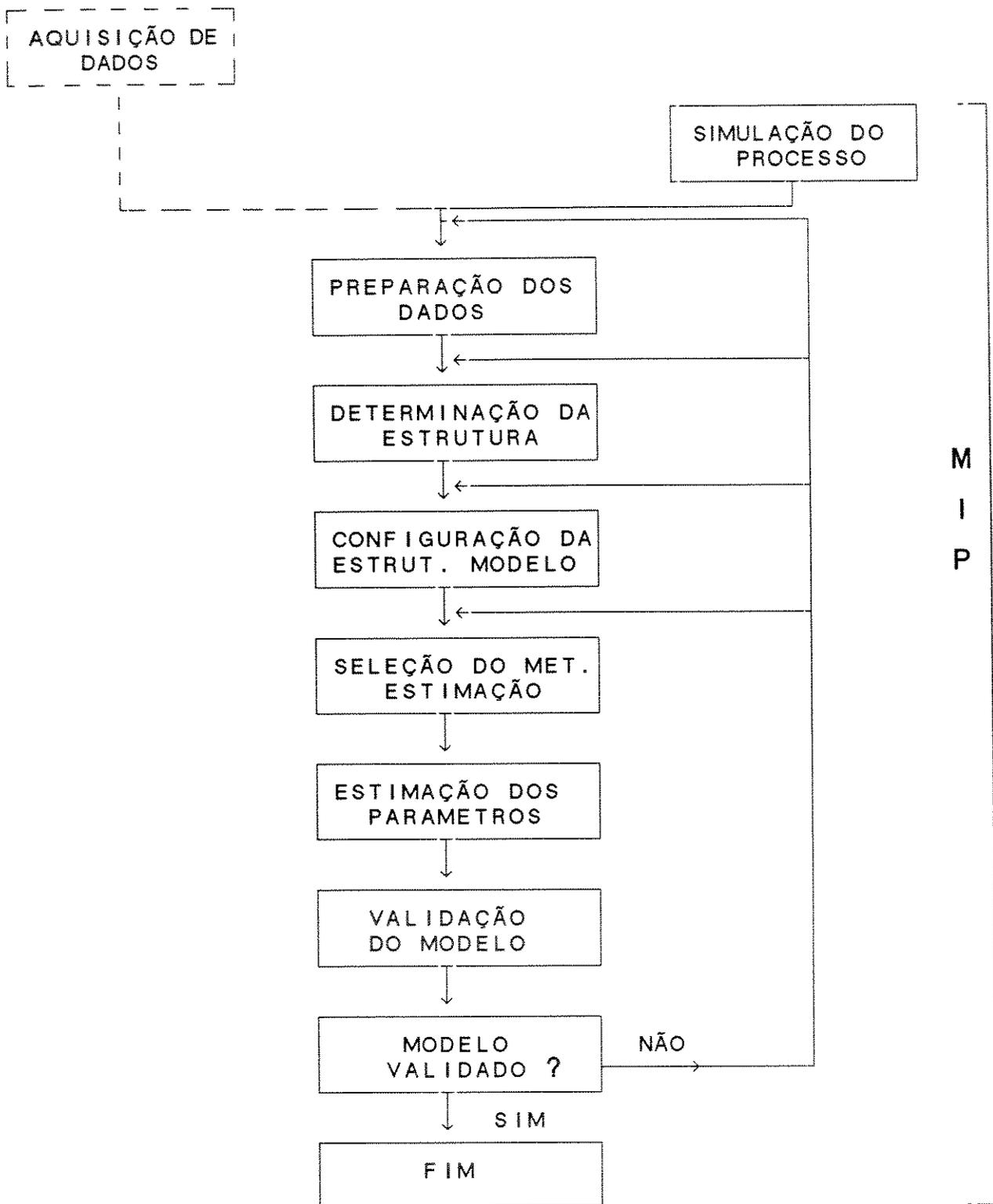


FIG. 3.2-IDENTIFICAÇÃO DE PROCESSOS

Para a identificação de um processo propriamente dita, é necessário que o usuário execute a sequência de etapas conforme o fluxograma, representado na figura 3.2.

Além das etapas de identificação, o "software" permite realizar aquisição de dados ou simulação de um determinado processo.

As etapas inerentes ao procedimento de identificação disponíveis no "software" são:

PREPARAÇÃO DOS DADOS: permite um tratamento inicial dos dados de entrada e saída antes destes serem utilizados no procedimento de identificação propriamente dita. Este tratamento abrange as seguintes opções:

-visualização gráfica do sinal de saída e eliminação de dados - permite a substituição de pontos não representativos do processo.

-análise espectral dos sinais de E/S, permite identificar as frequências significativas do sinal.

-filtragem dos sinais de entrada e saída, permite eliminar frequências indesejáveis no espectro dos sinais.

DETERMINAÇÃO DA ESTRUTURA: permite ao usuário executar métodos para a determinação das ordens dos polinômios do modeloantes de se identificar os parâmetros propriamente ditos.

CONFIGURAÇÃO DA ESTRUTURA DOS MODELOS: consiste em especificar as ordens dos polinômios da função de transferência, já determinados na etapa anterior, e o atraso de transporte.

SELEÇÃO DO MÉTODO DE ESTIMAÇÃO: consiste em especificar e inicializar o método de estimação de parâmetros a ser utilizado.

ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS: os parâmetros do modelo são estimados de forma recursiva, segundo a estrutura configurada e o método selecionado.

VALIDAÇÃO DO MODELO: após a estimação de parâmetros, apresenta-se o modelo final obtido e diversas informações para a validação do modelo. Esta função permite verificar se o modelo obtido representa adequadamente o processo em questão. Caso o modelo seja considerado adequado, a identificação está encerrada. Caso contrário, é necessário retornar a uma das etapas anteriores, seja determinar estrutura, alterar a configuração do modelo ou ainda selecionar outro método de estimação, e reiniciar o procedimento.

3.3 - ASPECTOS DA IMPLEMENTAÇÃO DO MIP

O sistema MIP foi desenvolvido para ser utilizado em micro-computadores compatíveis com IBM PC, modelos XT ou AT, com placa de vídeo EGA (Enhanced Graphic Adapter).

Embora, o sistema possa ser executado em qualquer configuração XT/AT básica, a utilização de um co-processor aritmético promove um substancial aumento na eficiência do sistema. Pode-se também, com prejuízo da saída gráfica, executá-lo em equipamento com a placa CGA (Color Graphic adapter).

A linguagem de programação utilizada é a linguagem C, na versão 5.0 da Microsoft, utilizando o sistema operacional IBM DOS versão 3.30.

A estrutura lógica do MÓDULO DE IDENTIFICAÇÃO DE PROCESSOS está representada na figura 3.3, que ilustra a comunicação entre o processador e o usuário através da interface Homem/Máquina IHM. Esta interface fornece informações em forma de comandos a um GERENCIADOR que coordena a execução das tarefas do programa.

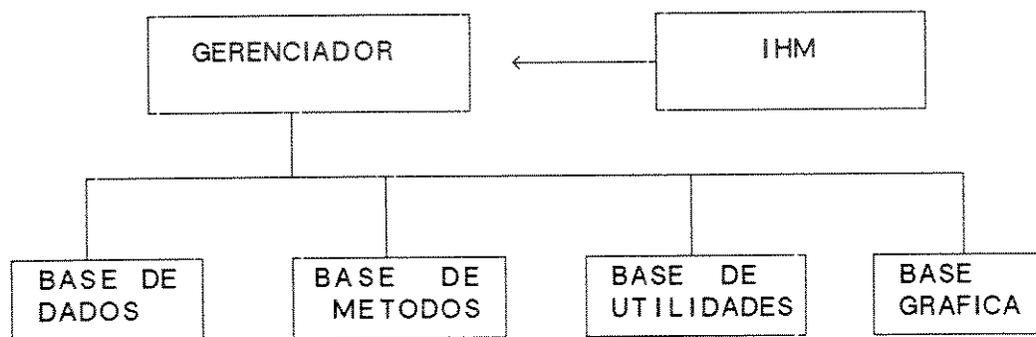


FIG. 3.3- ESTRUTURA LÓGICA DO SISTEMA MIP

A filosofia da interface HOMEM/MÁQUINA é possibilitar a execução de qualquer comando a qualquer instante, assegurando a eficiência e a integridade dos dados. Para tanto, a interface é baseada em menus, teclas de funções, janelas de entradas de dados, entrada de informações, janelas

gráficas, advertências, mensagens de erro e janelas de auxílio ao usuário, permitindo ao usuário o total controle do programa.

Para a implementação desta filosofia utilizou-se um sistema para Geração de Interface com Usuário (GUI) desenvolvido no Centro Tecnológico para Informática.

O sistema GUI, consiste em uma biblioteca de funções Microsoft C que possibilitam ao programador a implementação de interfaces H/M baseadas em janelas, menus e teclas de função, de maneira fácil e eficiente.

O GUI reúne funções para acesso ao vídeo (cor, posicionamento de cursor etc), criação, seleção e eliminação de janelas e menus, armazenamento de textos em janelas, leitura de números inteiros, reais, texto e valores booleanos, bem como funções para especificação de telas de entrada de dados e gerenciamento das mesmas.

Para a implementação das funções para a execução das tarefas de identificação apresentadas na figura 3.2, foram criadas quatro bases independentes:

BASE DE DADOS : é constituída por estruturas e variáveis organizadas de maneira a sistematizar e facilitar a compreensão e implementação do sistema. Nela são armazenados todos os dados necessários ao funcionamento do sistema.

BASE DE MÉTODOS: é constituída pelas rotinas que implementam os métodos de identificação propriamente dita, que são, estimação de parâmetros, determinação da estrutura, cálculo do coeficientes de correlação, cálculo das raízes dos polinômios, etc.

BASE DE UTILIDADES: é constituída por rotinas matemáticas elementares de mais baixo nível, como geração de sinais, operação de matrizes, etc.

BASE GRÁFICA: é responsável por toda a confecção da parte gráfica do sistema, como janelas, edição de curvas etc. Para a implementação desta base utilizou-se uma biblioteca gráfica GUI, descrito anteriormente.

O acesso a cada comando no MIP pode ser visto na árvore de menus que é apresentada a seguir.

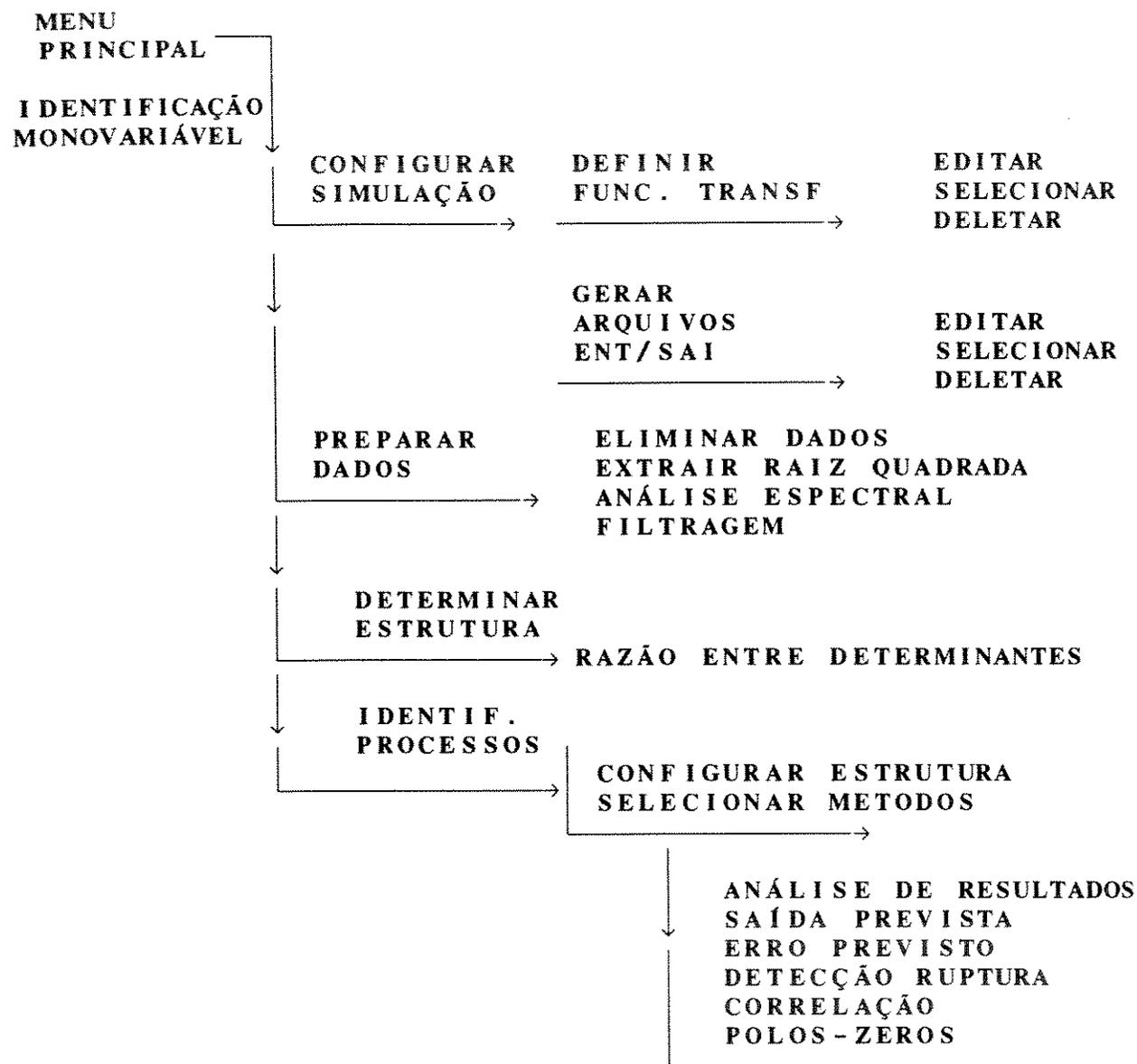


FIG. 3.4 - ARVORE DE MENUS DO MIP

Fisicamente o sistema MIP é composto de vários módulos, organizados conforme descrito abaixo. Cada módulo é constituído por um conjunto de procedimentos afins, necessários para se atingir o objetivo final do respectivo módulo.

MIP.C - Inicialização e gerenciamento do sistema.

M_CONF_S.C - Geração de arquivos de sinais de entrada e saída para sistemas SISO. Agrupa um conjunto de rotinas para edição de registros de funções de transferências e de sinais de excitação.

M_FILTRA.C- Possui rotinas para filtragem, geração de sinais, simulação de processos tipo ARMAX, rotinas de eliminação de dados, extração de raiz quadrada de sinais etc.

ESPECTRO.C - Possui rotinas de gerenciamento do comando de execução da análise espectral.

SIP01.C - Rotinas de uso geral para manipulação de telas de "Help", de "Warning", de informações, de pausa, apresentação etc.

FMP.C - Módulo que contém rotinas para o gerenciamento dos processos de leitura e escrita de registros em arquivos.

ZERO-POL.C - Contém rotinas para encontrar as raízes de um polinômio.

ESTRU.C - Contém as rotinas para o cálculo dos critérios de determinação da estrutura do modelo.

M_IDENTI.C - Módulo que contém rotinas que implementam os métodos de identificação para sistemas monovariáveis, incluindo rotinas de entrada e validação de dados, execução e validação da saída de dados.

M_GRAFIC.C - Contém todas as rotinas de entrada e saída de dados para representação em forma gráfica.

Na figura 3.5 é apresentado o diagrama hierárquico de funções do programa principal do MIP.

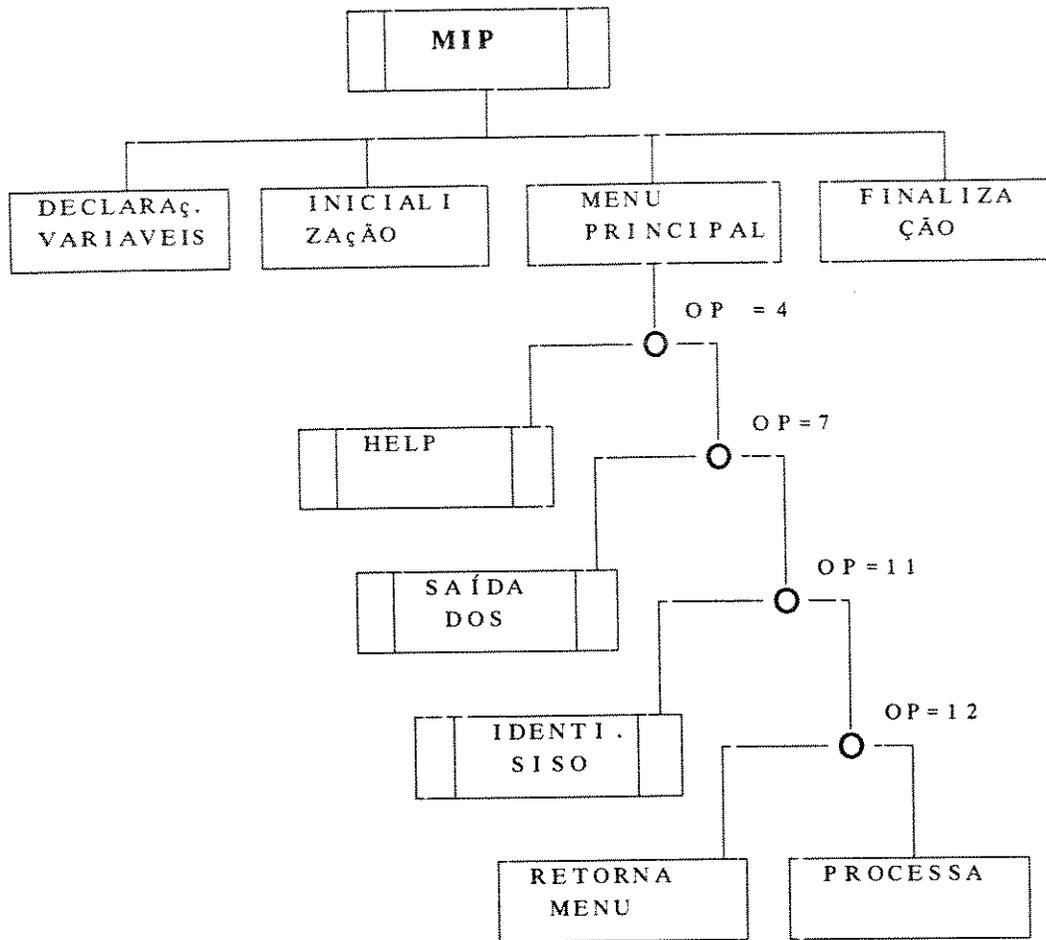


FIG. 3.5 - DIAGRAMA HIERÁRQUICO DE FUNÇÕES DO PROGRAMA PRINCIPAL DO MIP

Para facilitar a utilização, reduzir a possibilidade de erro e aumentar a eficiência de programação do MIP, criou-se para cada arquivo fonte ".c", um arquivo de protótipos com extensão ".H", contendo os protótipos de todas as funções que podem ser acessadas externamente de outros módulos, por exemplo: definições de constantes, tipos específicos de dados utilizados, etc.

3.4 - OPERAÇÃO DO SISTEMA

Para a utilização do sistema, opera-se com menus e as teclas de funções conforme descrito a seguir:

As teclas de funções estão associadas as funções gerais do programa como:

ESCOLHA DE OPÇÕES.....SETAS
PROSSEGUIMENTO.....F1 - RETURN
CANCELAMENTO.....ESCAPE - F8
HELP.....F4
SAIDA TEMPORARIA.....F7
EXECUÇÃO.....F1

Quanto a operação do **HELP**, o MIP dispõe de telas de auxílio para fornecer informações ao usuário. O auxílio é acionado através da tecla de função F4, que quando pressionada, aparece no vídeo uma janela contendo informações a respeito da etapa em que se encontra o programa, o método a ser executado, e ainda informações sobre os parâmetros de entrada para seu funcionamento. Para retirar a tela de auxílio do vídeo, é necessário pressionar a tecla "escape" < ESC >.

Com relação a entrada de dados pelo usuário, o programa apresenta algumas facilidades, como:

- VALORES PRÉ-ESPECIFICADOS.
- TAMANHO DOS CAMPOS LIMITADO EM VÍDEO REVERSO
- VALIDAÇÃO DOS VALORES NUMÉRICOS ANTES DA EXECUÇÃO
- CONFIRMAÇÃO ATRAVÉS DA TECLA "RETURN"
- RECUPERAÇÃO DOS VALORES PRÉ-ESPECIFICADOS COM A TECLA <ESC>
- CAMPOS LÓGICOS DO TIPO S/N ALTERÁVEIS COM A TECLA <ESPAÇO>

Uma vez instalado o sistema, a execução se inicia através do comando:

C> MIP

em seguida é apresentado o menu principal, e as opções relativas a identificação monovariável, COMO NA FIGURA 3.6.

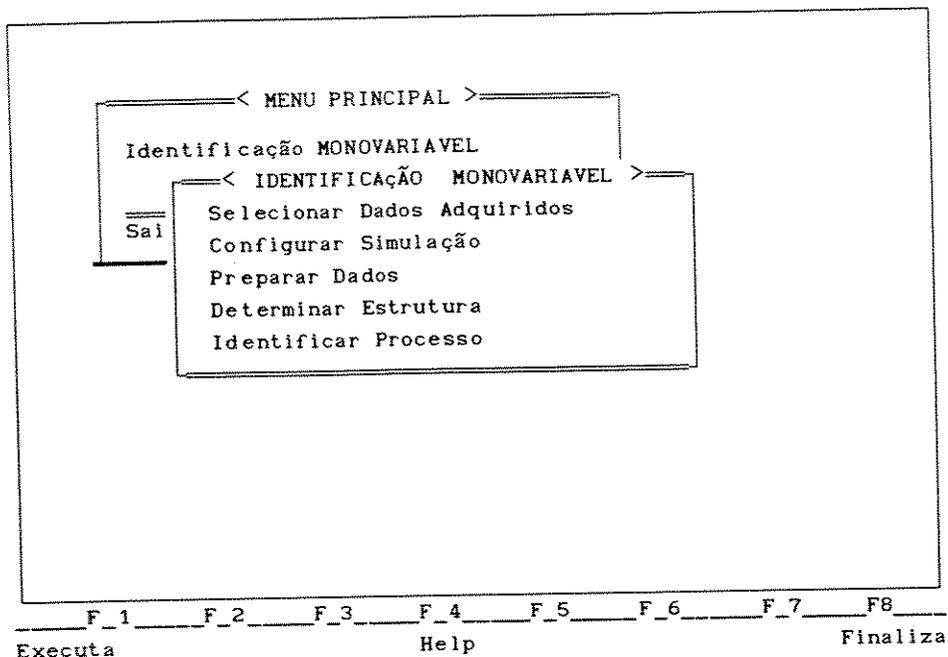


FIG.3.6 - MENU PRINCIPAL DO MIP

Em caso de simulação, a opção *CONFIGURAR SIMULAÇÃO* é utilizada para gerar os arquivos dos sinais de entrada e saída para a identificação, em substituição aos dados adquiridos.

Para a geração destes arquivos, a seguinte sequência de comandos deve ser executada:

1- especifica-se uma função de transferência, por intermédio da *definição da função de transferência*. Esta função, que relaciona os sinais de entrada com a saída, é definida através da *edição da função de transferência*.

2-especifica-se também o tipo e as características do sinal a ser utilizado como entrada, que é realizado através do comando *geração do sinal entrada/saída*. O MIP gera um arquivo de entrada e a partir deste e da função de transferência já selecionada, o MIP gera outro arquivo contendo os sinais de saída.

Assim, a opção *SIMULAÇÃO*, gera um outro menu que contém as seguintes opções:

- definição da função de transferencia*
- geração dos arquivos de entrada e saída*

A opção da *definição da função de transferência (f)*, resulta em uma tela que apresenta as funções disponíveis já anteriormente editadas. Existe a possibilidade das funções de transferência serem selecionadas ou modificadas. Para manipulá-las existem as opções:

- editar função*
- selecionar função*
- deletar função*

Para qualquer uma das opções é necessário o nome da função de transferência, que em caso de ser inválido, o programa avverte o usuário.

A *edição da função* permite definir a função de transferência e armazená-la. As informações necessárias são:

- nome da função de transferência*
- tipo de processo (estacionario ou não)*
- atraso de transporte*
- média do ruído (incerteza no modelo)*
- variância do ruído (quanto maior é maior a influência do ruído no sinal de saída)*
- valores dos coeficientes dos polinômios.*

A *seleção da função* seleciona uma das funções já existentes para realizar a simulação.

A *deleção*, elimina o registro associado a determinada função e atualiza a relação de funções disponíveis.

Geração dos sinais de entrada e saída: permite definir o tipo e a característica dos dados que constituem o arquivo de entrada e a partir destes e da função de transferência, um outro arquivo dos sinais de saída é gerado.

Uma vez definida a função de transferência, e selecionado a opção de *geração de entrada/saída* um outro menu é apresentado ao usuário.

- editar e/s*
- selecionar e/s*
- deletar e/s*

A escolha do *editar* permite a criação de um novo par de arquivos, ou então modificar um já existente em registro.

As informações relativas ao par entrada/saída são fornecidos através de uma janela de entrada de dados cujos os campos são:

- nome do arquivo de entrada*
- nome do arquivo de saída*
- opção gráfica*
- número de pontos (max=8192)*

-*tipo de sinal* (escolhido de acordo coma faixa de frequência em que se deseja identificar o processo. Cada tipo de sinal tem diferente conteúdo de frequência e assim diferente capacidade de excitação.

Selecionar entrada/saída: como o próprio termo diz, permite selecionar os pares E/S de interesse para a identificação.

Após a seleção dos arquivos, é inicializado o processamento, aparecendo na tela, um contador, que indica as iterações que estão sendo executadas. Após o término da geração, se a opção *saída gráfica* foi selecionada, apresenta-se o gráfico dos sinais de entrada e de saída do processo, plotados em função do tempo.

Outra etapa do processo de identificação é a *PREPARAÇÃO DOS DADOS* de entrada e saída.

A *preparação dos dados* permite fazer um tratamento inicial dos dados contidos nos arquivos de entrada e saída especificados anteriormente.

O menu de opções é o seguinte:

eliminação de dados - permite a visualização gráfica dos dados do arquivo especificado, e possibilita a substituição dos dados não representativos do processo pela média dos dois pontos adjacentes a ele.

Análise espectral permite obter o espectro de potência, em amplitude dos dados contido no arquivo especificado.

Filtragem dos dados: permite filtrar os dados através de um filtro discreto de primeira e segunda ordem.(Butterwoth)

Este tipo de filtro possui um comportamento passa-baixa, ou seja, elimina as componentes de alta frequência presentes nos dados, e que se situam acima de um determinado valor f_c especificado pelo usuário, a *frequência de corte*.

A *DETERMINAÇÃO DA ESTRUTURA:* permite ao usuário a determinação das ordens dos polinômios do modelo através de métodos baseados na singularidade da matriz de informação. Os métodos disponíveis são " Razão entre Determinantes" e " Razão entre Determinantes Instrumental" , que determinam a ordem do polinômio A e B.

Os critérios são selecionados através de menus de opções e pela tecla F1, e como resultado é apresentado uma tela gráfica indicando, a ordem obtida.

Uma vez que a ordem está determinada, pode-se selecionar a opção *IDENTIFICAR PROCESSO*. Nesta etapa, a próxima opção deve ser *configurar estrutura*, que consiste em especificar outros atributos além das ordens dos polinômios, por exemplo atraso de transporte.

<p>MODELO DO PROCESSO</p> $A(.)y(k) = B(.)z^{-d}u(k) + C(.)e(k) + dc$	
<p>Dados relativos a estrutura do processo:</p>	
Ordem do polinomio A(.)	= 2
Ordem do polinomio B(.)	= 2
Ordem do polinomio C(.)	= 1
Atraso de transporte d	= 0
Estimar nivel dc?	= nao
Intervalo de amostragem	= 2.
<p>Dados Complementares (Confirmar):</p>	
Arquivo de entrada	= e1.FIL
Arquivo de saida	= s1.FIL
Numero de iteracoes	= 200

F_1
F_2
F_3
F_4
F_5
F_6
F_7
F_8

Executa
Help
Finaliza

FIG.3.7 - TELA DE ENTRADA DE INFORMAÇÕES PARA ESPECIFICAÇÃO DA ESTRUTURA DO MODELO

A opção *selecionar método* permite ao usuário definir o tipo de método a ser utilizado na estimação de parâmetros. É necessário nesta etapa, fornecer ao programa as condições iniciais para a estimação, por exemplo, fator de esquecimento, matriz de covariância, etc.

Os métodos de estimação de parâmetros disponíveis no MIP são:

- mínimos quadrados* (matriz estendida).
- variável instrumental*

O algoritmo implementado no módulo é o dos mínimos quadrados estendido, possibilitando a estimação dos coeficientes dos polinômios A, B, e C e do parâmetro *dc*. A descrição deste método pode ser encontrado em [12] [30].

No método variável instrumental, utiliza-se uma variável formada de elementos fortemente correlacionados com os sinais próprios do processo e ortogonais ao ruído.

Desta maneira, o algoritmo resulta parâmetros que não são polarizados, independentemente das características do ruído. Por este motivo, este método supõe que a ordem do polinômio C seja igual a zero.

Este método, além dos vetores de medidas e de parâmetros, requer outro vetor, a variável instrumental $z(t)$, constituída pelos sinais filtrados y^* e os sinais de entrada $u(t)$.

$$y^* = \frac{\hat{B}(q^{-1})}{\hat{A}(q^{-1})} q^{-d} u(t)$$

onde \hat{A} e \hat{B} são estimados pelo método de mínimos quadrados.

Para a execução destes métodos é necessário inicializar a matriz de covariância. Quanto maior o valor dos elementos da diagonal desta, maior é o ganho inicial do estimador. O MIP inicializa com o valor pré-especificado 1000, podendo ser alterado pelo usuário.

O intervalo para atualizar a saída, define o período em que os dados de saída serão apresentados ao usuário durante a estimação. Isto porque os valores dos parâmetros aparecem de forma dinâmica a cada iteração. Neste caso valor pré-definido no "software" é 10.

Considerando o caso de se escolher o método de mínimos quadrados para se estimar os parâmetros de um modelo de polinômios de ordem 2, obtém-se a seguinte saída:

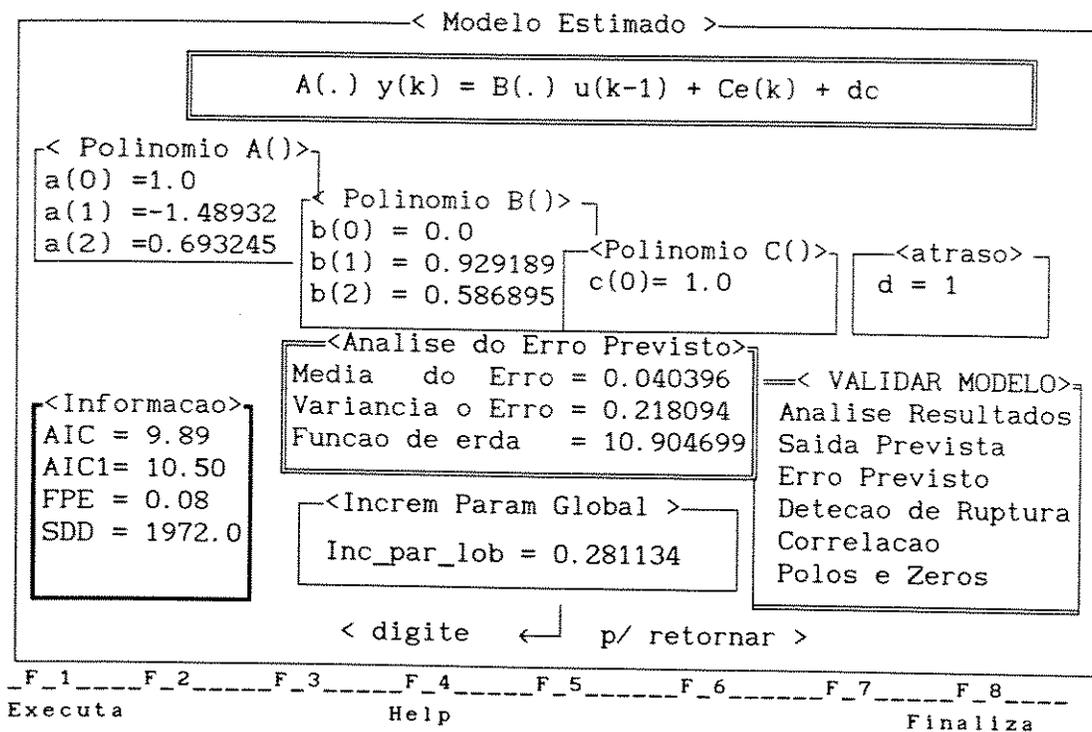


FIG.3.8- TELA DE SAÍDA DOS RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS E MENU DE FUNÇÕES DE VALIDAÇÃO DO MODELO ESTIMADO

Após a estimação dos parâmetros, a tela exibida é constituída pelos coeficientes estimados, e pelo menu com as opções de *validar modelo*, que fornece ao usuário informações que permite analisar se o modelo final representa corretamente o processo.

A seleção da opção *análise de resultados* possibilita uma avaliação do comportamento do estimador a partir de valores numéricos obtidos a partir do erro previsto e dos parâmetros estimados, bem como medidas de informação de Akaike.

Saída prevista: permite a visualização gráfica do sinal do processo e a saída prevista pelo modelo.

Este gráfico permite uma avaliação visual do grau de concordância entre as duas curvas, a que reflete a capacidade do modelo obtido em representar o processo.

Erro previsto: permite avaliar o comportamento do erro previsto obtido a cada iteração através de um gráfico. O ideal é que o erro se apresente de forma aleatória em torno do zero.

Deteção da ruptura: só é executado se a deteção da ruptura do modelo tiver sido especificada na *seleção do método*.

Correlação: esta opção exhibe ao usuário dois gráficos de correlação envolvendo o erro previsto.

Estes gráficos de correlações fornecem indicações a respeito da estrutura especificada para o modelo, principalmente em relação as ordens dos polinômios.

Polos e zeros: exhibe ao usuário o diagrama de polos e zeros. Os polos são as raízes do polinômio A(.) e os zeros as raízes do polinômio B(.).

3.5- CONCLUSÃO

Neste capítulo descreveu-se o Módulo de Identificação de Processos (MIP) , que é uma ferramenta para auxiliar projetos de modelagem de sistemas.

O MIP é um sistema computacional baseado em menus, que oferece uma interface amigável ao usuário, composta de telas de entradas de dados, saídas gráficas, e apresentação de resultados de cálculos envolvidos nos métodos como estimativas de parâmetros, correlação, etc.

A utilização de um sistema computacional interativo como o MIP é necessária para a obtenção de um modelo eficiente.

CAPÍTULO 4

EXEMPLOS DE UTILIZAÇÃO DO MÓDULO DE IDENTIFICAÇÃO DE PROCESSOS PARA DETERMINAÇÃO DA ESTRUTURA DE SISTEMAS MONOVARIÁVEIS

4.1-INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresentam-se os resultados obtidos através de simulação, que ilustram o desempenho dos métodos de determinação da estrutura de modelos. Para esta simulação e análise utilizou-se o sistema MIP.

Os sistemas simulados para análise do desempenho dos métodos de identificação da estrutura são descritos por modelos tipo ARMA do tipo:

$$A(q^{-1}) y(t) = q^{-d} B(q^{-1}) u(t) + w(t)$$

onde os polinômios $A(\cdot)$ e $B(\cdot)$ tem ordens n_a , n_b respectivamente, d é o atraso de transporte do processo, $w(t)$ é uma sequência de variáveis aleatórias guassianas com média zero e variância constante. Para a entrada $u(t)$ utiliza-se um ruído branco com média zero. A variância da entrada é escolhida de acordo com o valor desejado da relação Sinal/Ruído (S/R).

Nas seções seguintes são apresentados resultados de simulações para sistemas de segunda, terceira e quarta ordem respectivamente.

4.2- SIMULAÇÃO DE SISTEMA DE 2º ORDEM

O sistema de SEGUNDA ordem simulado é descrito pela função de transferência dada na equação (4.1):

$$y(t)=1.0360 y(t-1)-0.2636y(t-2)+0.1387u(t-1)+ 0.0890u(t-2) \quad (4.1)$$

Para este sistema, as ordens corretas dos polinômio A(.) e B(.) são iguais a 2 ($n_a=n_b=2$), e o atraso d é igual a 1.

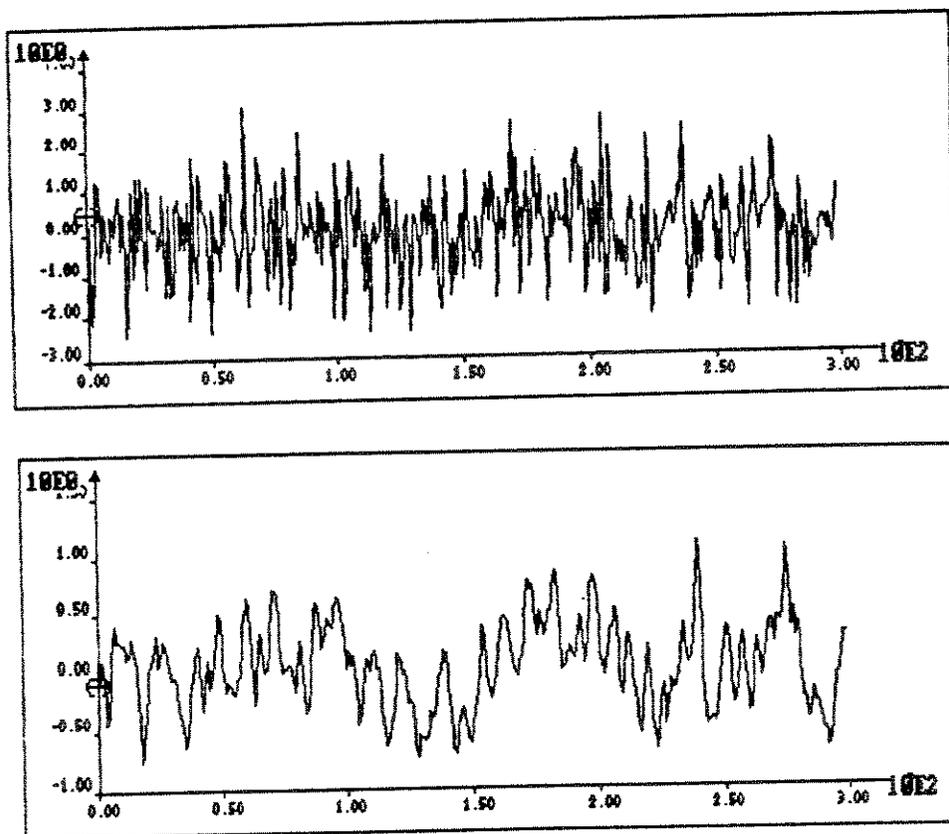


FIG. 4.1 - DADOS DOS SINAIS DE ENTRADA E SAÍDA SISTEMA DINÂMICO. AMOSTRA DE TAMANHO 300.

4.2.1- RESULTADOS

As figuras 4.2 à 4.8 apresentam a evolução dos critérios DR(.) e IIDR(.) para diferentes valores de S/R.

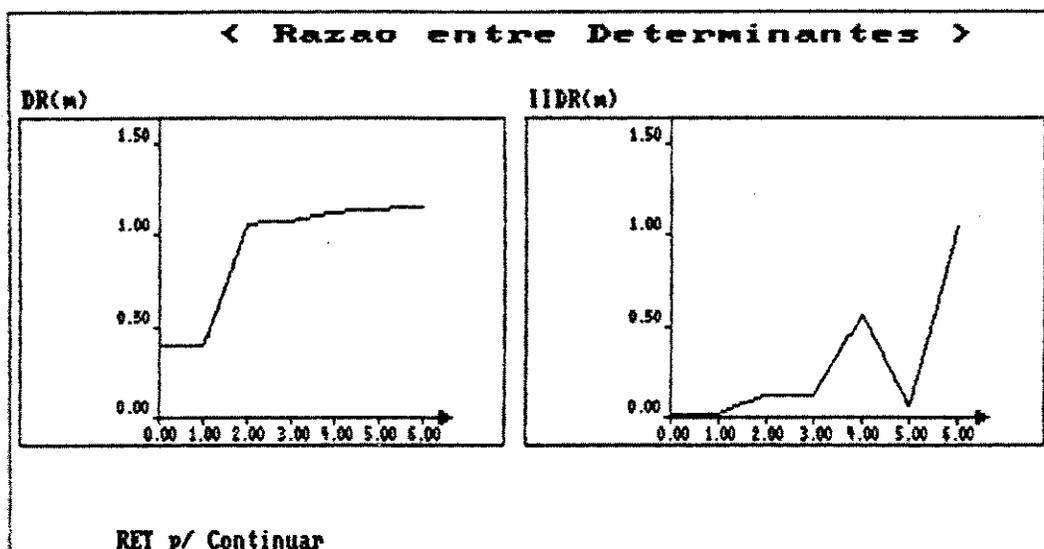


FIG. 4.2- EVOLUÇÃO DR(.) E IIDR(.) PARA S/R=100

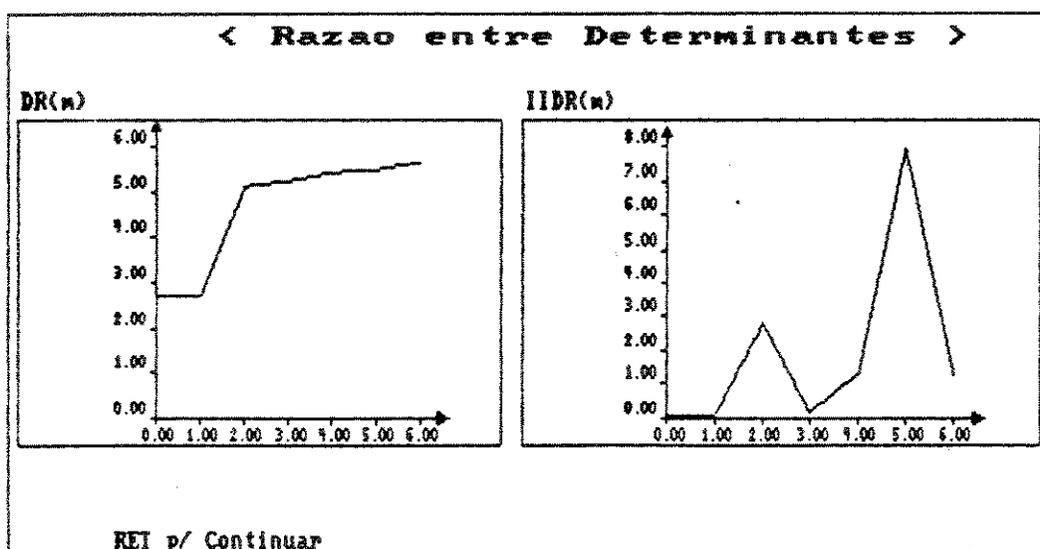


FIG 4.3- EVOLUÇÃO DR(.) E IIDR(.) PARA S/R=50

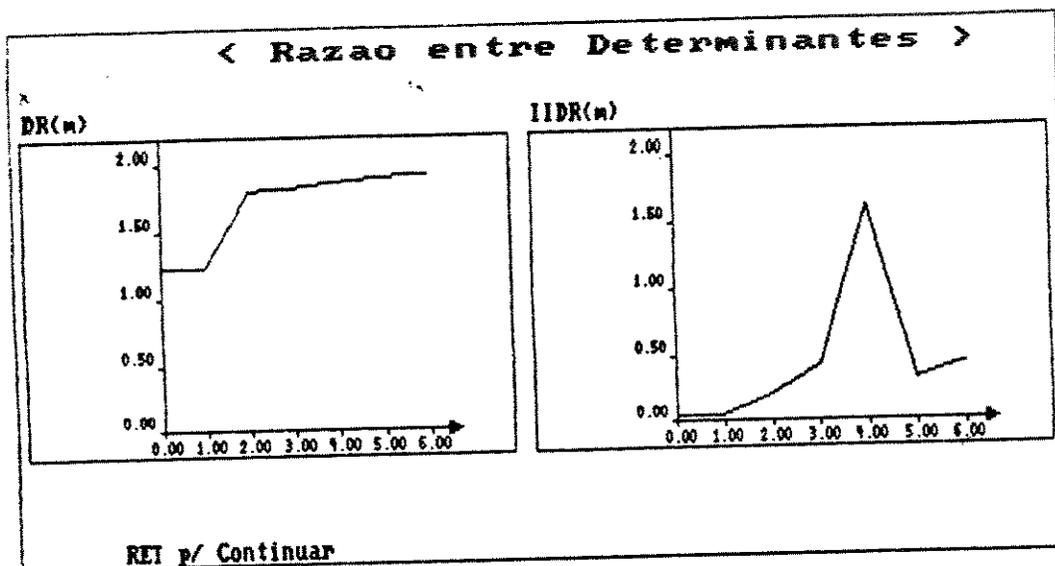


FIG.4.4 - EVOLUÇÃO DR(.) E IIDR(.) PARA S/R=20

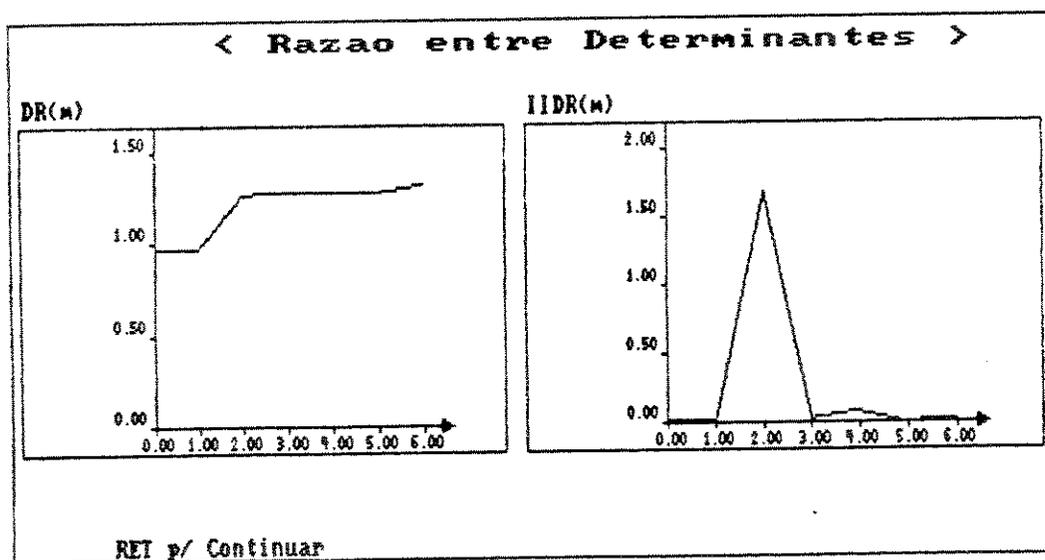


FIG.4.5 - EVOLUÇÃO DR(.) E IIDR(.) PARA S/R=10

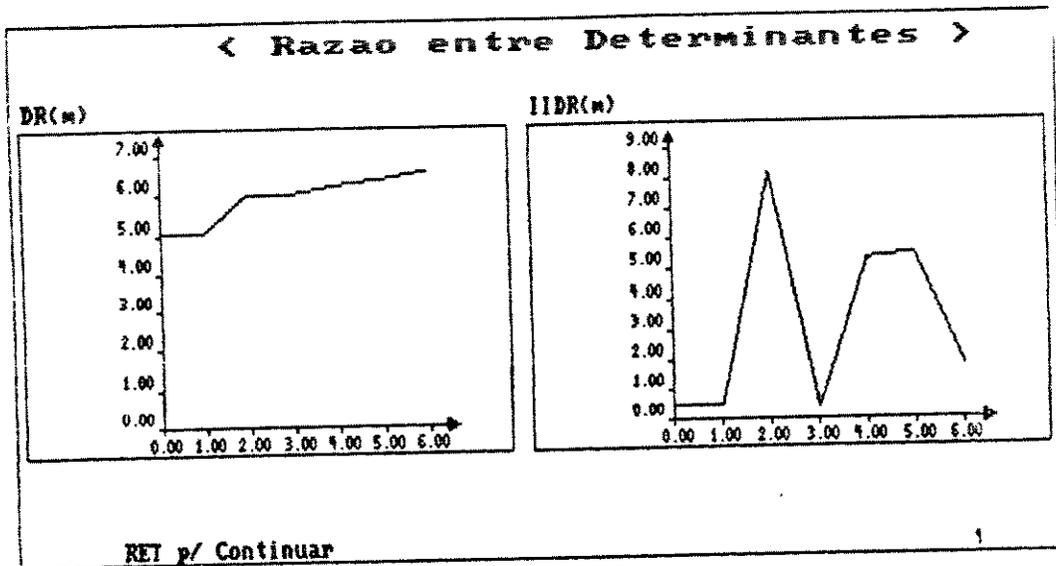


FIG.4.6 - EVOLUÇÃO DR(.) E IIDR(.) PARA S/R=5

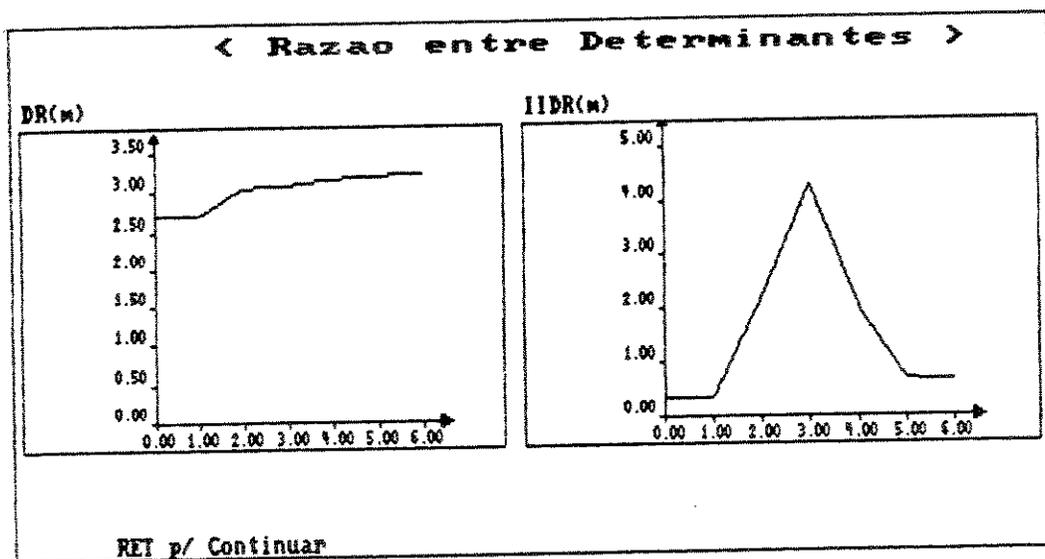


FIG.4.7 - EVOLUÇÃO DR(.) E IIDR(.) PARA S/R=3

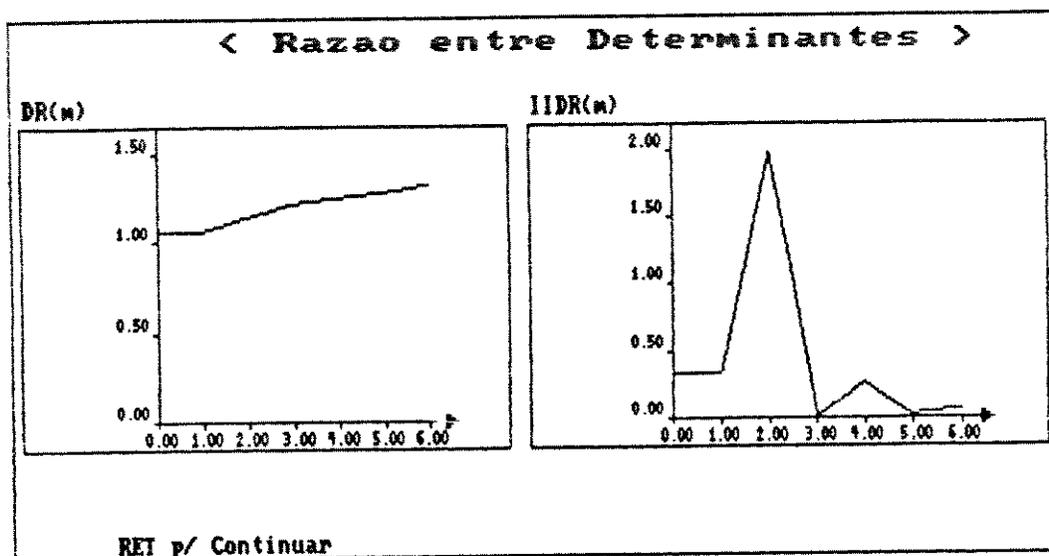


FIG.4.8 - EVOLUÇÃO DR(.) E IIDR(.) PARA S/R=2

Os valores do critério AIC(m) são mostrados na tabela a seguir.

S/R	(1,1)	(2,1)	(2,2)	(3,3)
100	3.599	2.999	2.988	4.006
50	4.654	4.050	3.967	5.004
20	7.729	7.435	7.458	8.504
10	14.141	11.979	12.119	13.237
5	23.295	21.558	21.191	22.249
3	29.761	28.632	28.416	29.923

TAB.4.1- VALORES DO CRITÉRIO AIC(.)

Observa-se nas figuras 4.2 à 4.6, um importante salto no valor dos critérios DR(.) e IIDR(.) em todas as situações, para a a estrutura (2,2). Nas mesmas figuras, nota-se que o critério DR(.) apresenta pouca

variação em seu valor o que permite a determinação da ordem mais fácil que o IADR(.). Entretanto, a medida que a influência da perturbação aumenta, a diferença entre o valor de DR(1) e DR(2) diminui, e aumenta a diferença entre IADR(1) e IADR(2), visto na figura 4.8.

Os valores da medida de Akaike (AIC) mostrados na tabela 4.1, apresentam uma diminuição para a estrutura $n_a=2$ e $n_b=2$, exceto para $S/R=20$.

Estes resultados indicam que a estrutura do modelo para representar o sistema deve ser composta por 2 parâmetros na parte Autoregressiva e 2 parâmetros na parte Média Móvel. Para validar este resultado, analisa-se a função de autocorrelação do erro para estrutura $n_a=1$ e $n_b=1$, para $S/R=20$, onde o critério AIC apresenta menor valor.

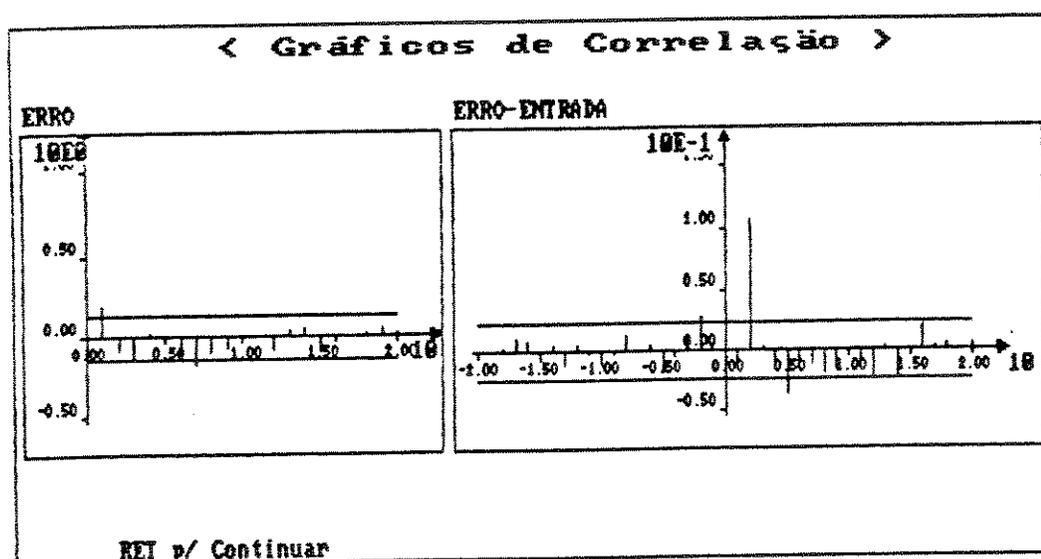


FIG 4.9- FUNÇÃO DE CORRELAÇÃO PARA ESTRUTURA $N_A=N_B=1$

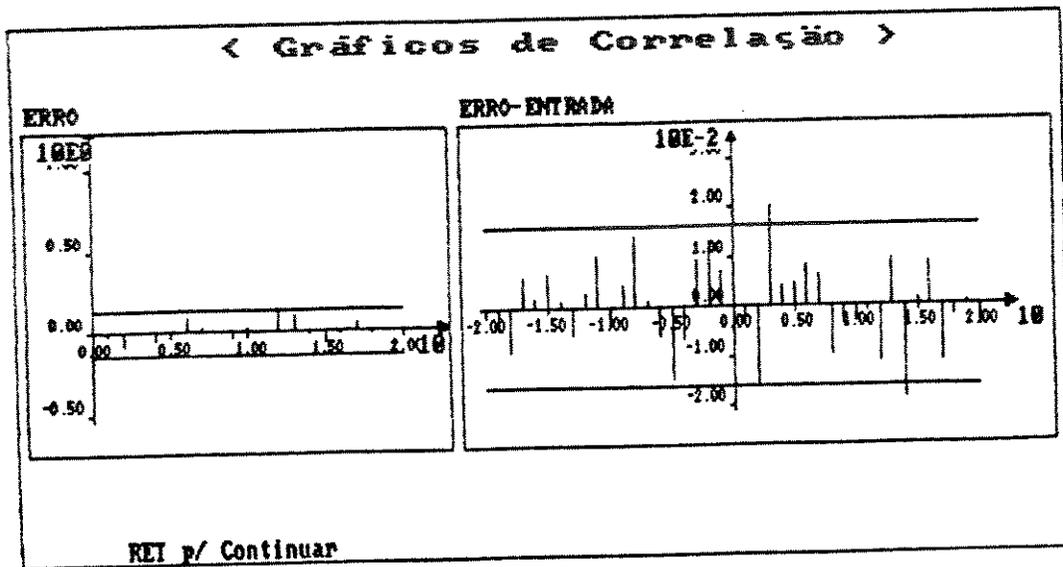


FIG 4.10- FUNÇÃO DE CORRELAÇÃO PARA ESTRUTURA $NA=NB=2$

De acordo com a figura 4.9, o modelo de estrutura (1,1) produz um erro cuja função de autocorrelação apresenta valores fora dos limites de confiança. Este resultado indica que o modelo com tal estrutura está pouco dimensionado. Na figura 4.10, os valores da função de autocorrelação para a estrutura (2,2) estão dispostos de forma aleatória em torno do zero, e todos dentro do intervalo de confiança, como um ruído branco.

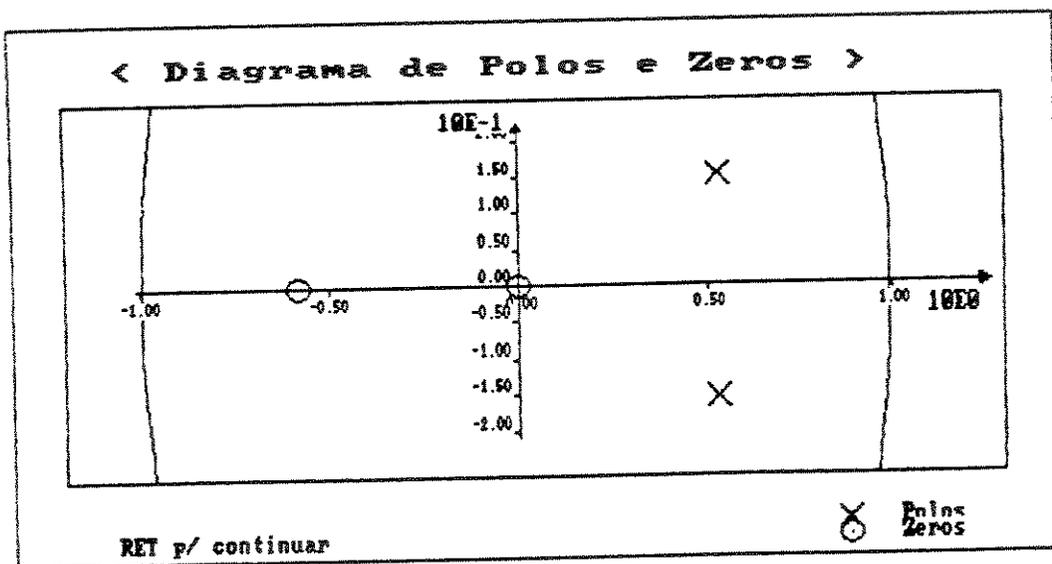


FIG. 4.11-DIAGRAMA DE POLOS E ZEROS PARA ESTRUTURA $NA=NB=2$

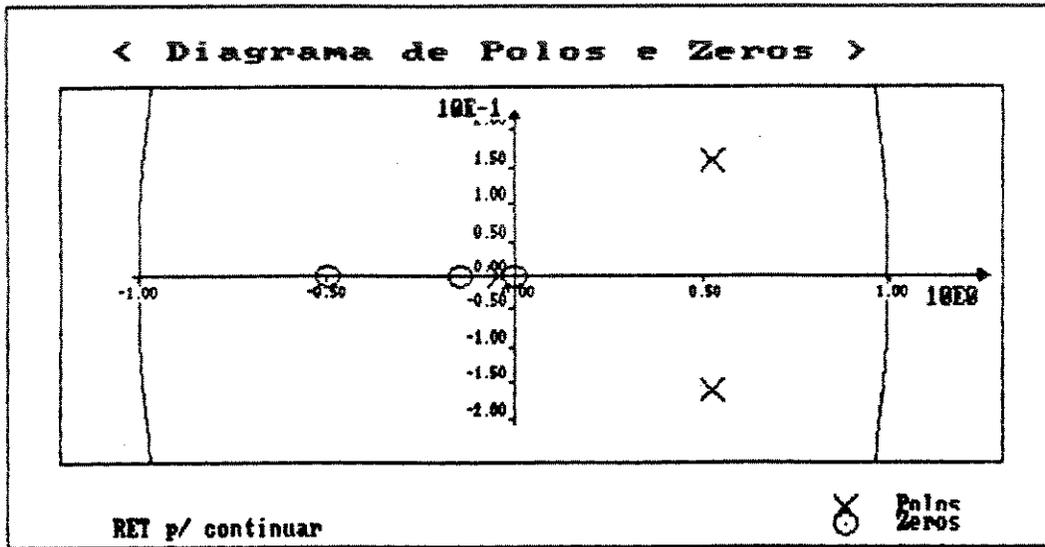


FIG. 4.12-DIAGRAMA DE POLOS E ZEROS PARA ESTRUTURA NA=NB=3

Do diagrama de polos e zeros, nas figuras 4.11 e 4.12, a ocorrência do cancelamento de raízes para estrutura $n_a=3$ e $n_b=3$, indica um super-dimensionamento de modelo. Assim, mediante estes resultados, a estrutura escolhida para a parametrização do modelo para o sistema é composta 2 parâmetros AR e 2 parâmetros MA. A seguir, os parâmetros estimados na estrutura determinada são apresentados na tabela 4.2.

	real	estimado
a 1	-1.036	-0.9973
a 2	0.2636	0.2498
b 1	0.1387	0.1441
b 2	0.0889	0.0874

média do erro0.007
 variância do erro0.021
 Incremento Global nos parâmetros...0.444

TAB. 4.2 - VALORES DOS PARÂMETROS ESTIMADOS PARA ESTRUTURA $n_a=2$ E $n_b=2$.

4.3- SIMULAÇÃO DE SISTEMA DE 3^o ORDEM

O sistema de TERCEIRA ordem simulado é descrito pela função de transferência dada na equação (4.3):

$$y(t) = 1.70600 y(t-1) - 0.958 y(t-2) - 0.1767 y(t-3) + 0.00186 u(t-1) + 0.048 u(t-2) + 0.0078 u(t-3) \quad (4.3)$$

Para este sistema, as ordens corretas dos polinômio A(.) e B(.) são iguais a 3 ($n_a=n_b=3$), e o atraso d é igual a 1.

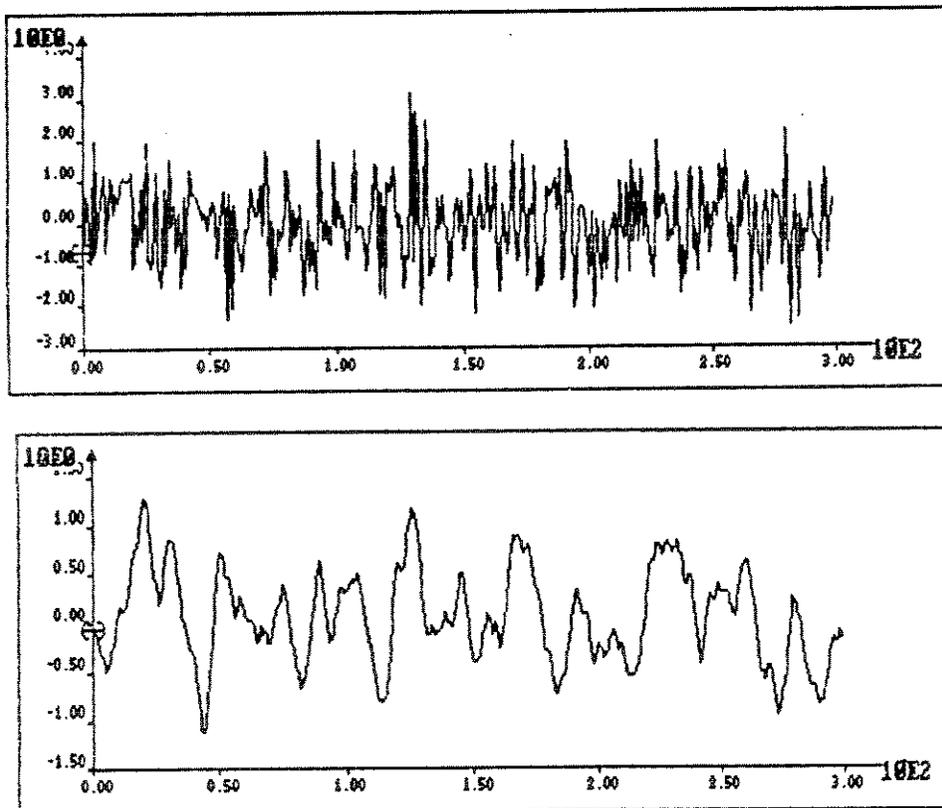


FIG. 4.13- DADOS DOS SINAIS DE ENTRADA E SAÍDA SISTEMA DINÂMICO. AMOSTRA DE TAMANHO 300.

4.3.1- RESULTADOS

As figuras 4.14 à 4.19 apresentam a evolução dos critérios DR(.) e IIDR(.) para diferentes valores de S/R. Os valores do critério AIC(.) são mostrados na tabela 4.3.

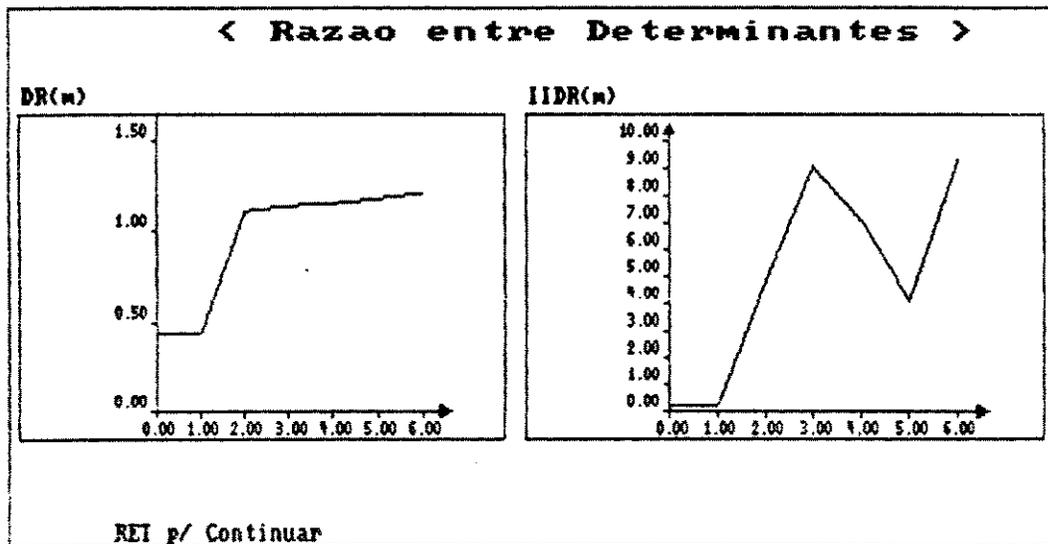


FIG. 4.14- EVOLUÇÃO DR(.) E IIDR(.) PARA S/R=100

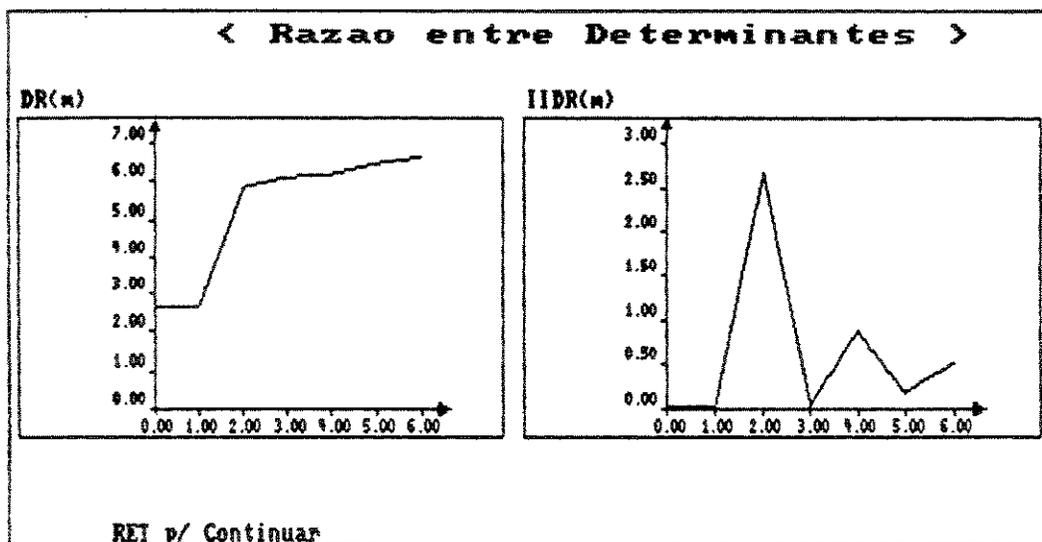


FIG 4.15- EVOLUÇÃO DR(.) E IIDR(.) PARA S/R=50

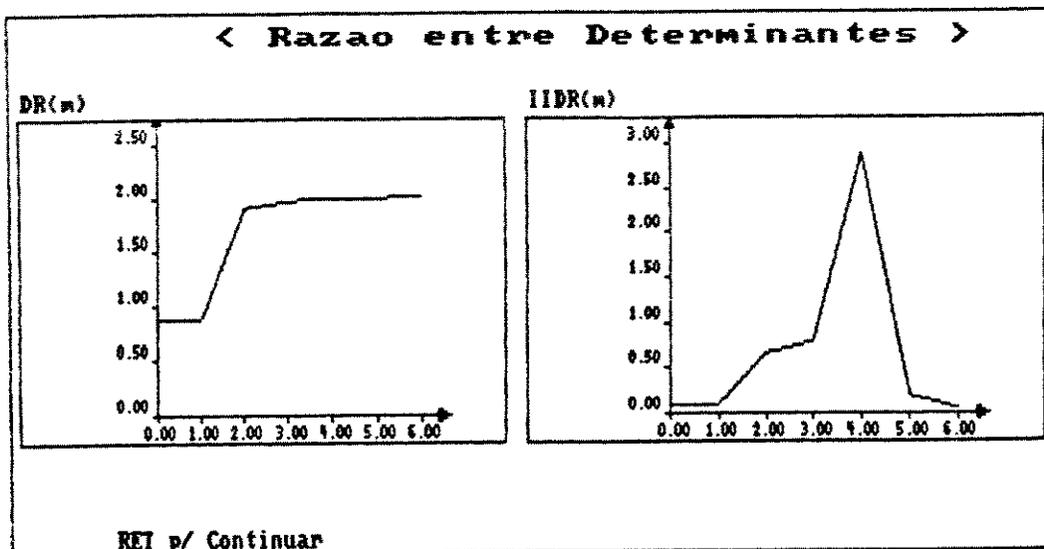


FIG.4.16 - EVOLUÇÃO DR(.) E IIDR(.) PARA S/R=20

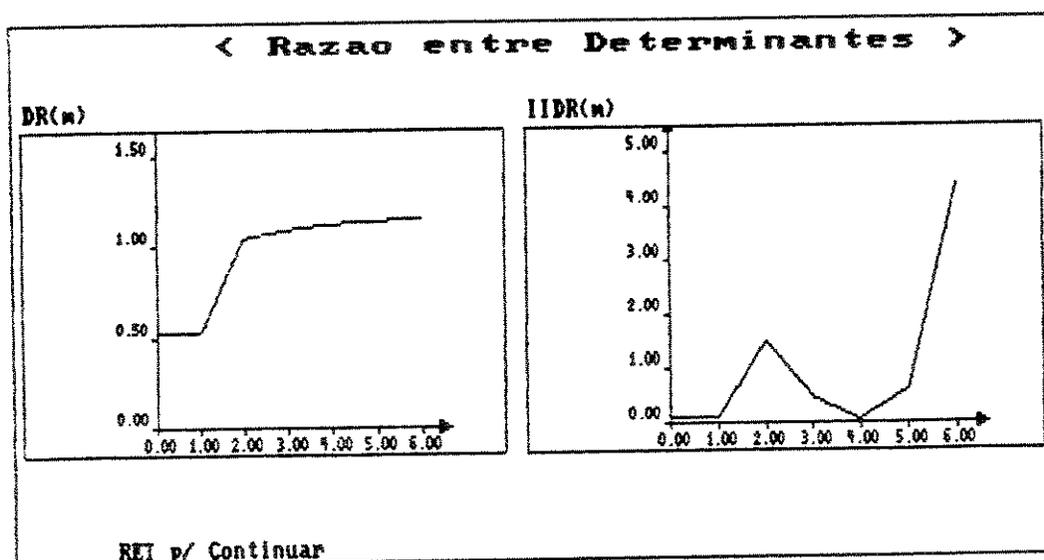


FIG.4.17 - EVOLUÇÃO DR(.) E IIDR(.) PARA S/R=10

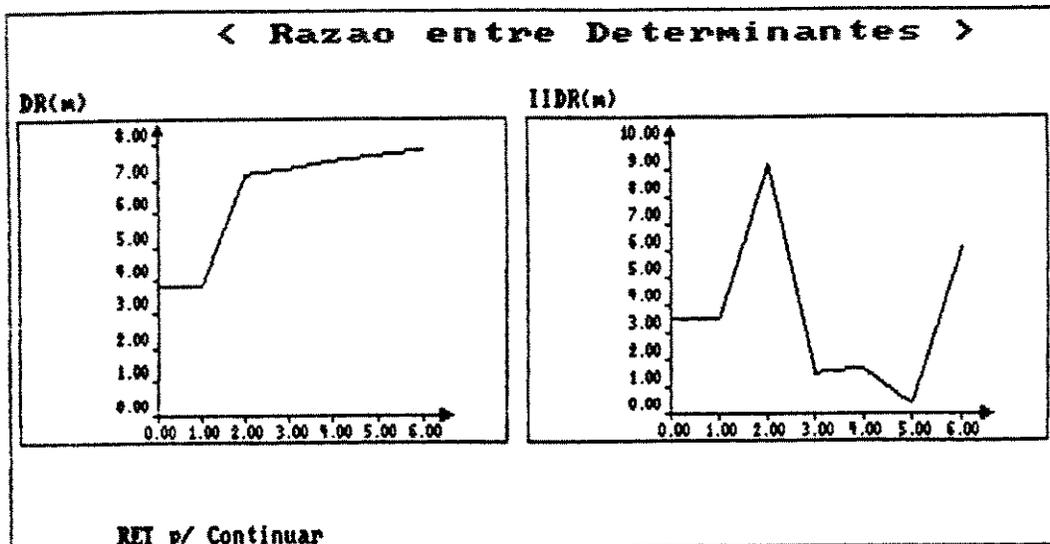


FIG.4.18 - EVOLUÇÃO DR(.) E IADR(.) PARA S/R=5

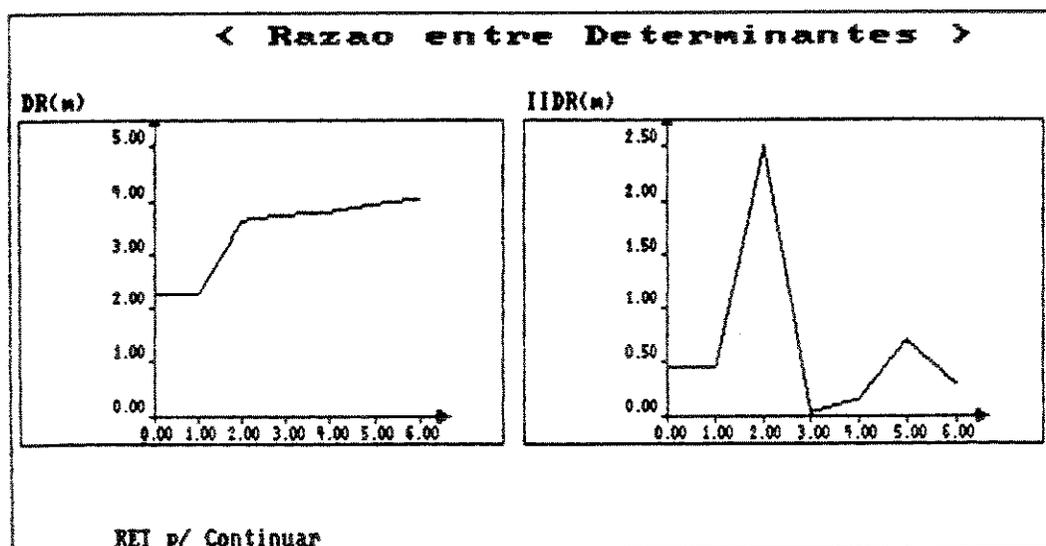


FIG.4.19 - EVOLUÇÃO DR(.) E IADR(.) PARA S/R=3

A seguir os valores da medida de Akaike:

S/R	(1,1)	(2,2)	(3,2)	(3,3)	(4,4)
100	3.901	3.044	3.619	4.014	5.023
50	5.195	3.934	4.187	4.964	5.974
20	11.593	7.770	7.959	8.462	9.415
10	18.703	11.078	11.646	12.252	13.269
5	28.153	17.751	17.688	18.271	19.403
3	57.037	30.932	31.139	31.846	33.787

TAB. 4.3- VALORES DO CRITÉRIO AIC(.)

De acordo com as figuras 4.14 à 4.19, verifica-se que o aumento do valor de $DR(m)$ e $DR(m-1)$ ocorre quando $m=2$. O mesmo comportamento é observado para a Razão entre Determinantes Instrumental, $IIDR(.)$. Sendo assim, os critérios baseados na singularidade da matriz de informação indicam que a estrutura adequada para o modelo deste sistema é composta por 2 parâmetros AR e 2 parâmetros MA.

Da tabela 4.3, os valores AIC indicam que a estrutura correta para o sistema é composta por 2 parâmetros na parte AR e 2 na parte MA, pois exceto para $S/R=5$, a medida apresenta um decréscimo de valor em relação às demais estruturas.

Para verificar estes resultados, analisa-se a função de autocorrelação do erro e o diagrama de polos e zeros.

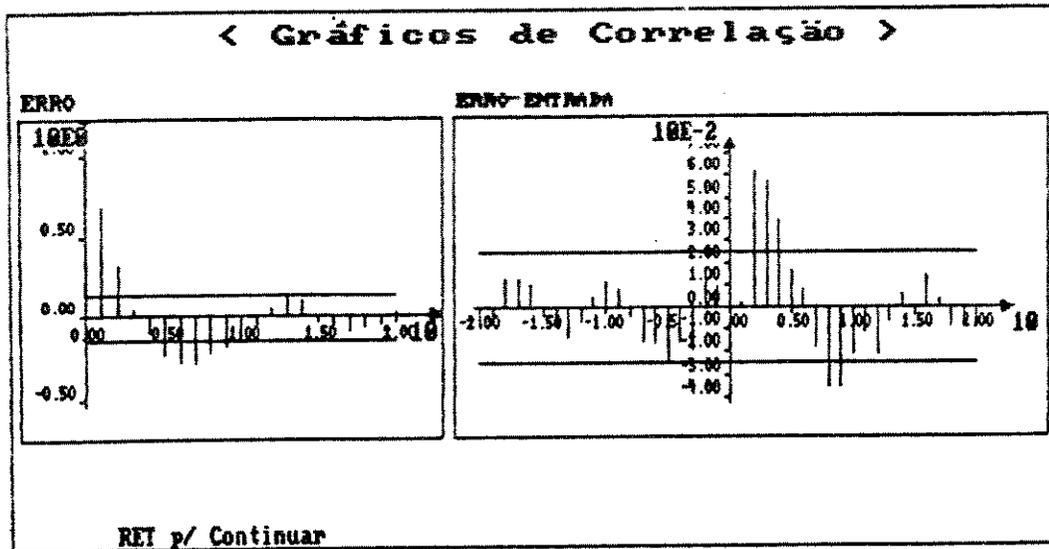


FIG 4.20- FUNÇÃO DE CORRELAÇÃO PARA ESTRUTURA $N_A=N_B=1$

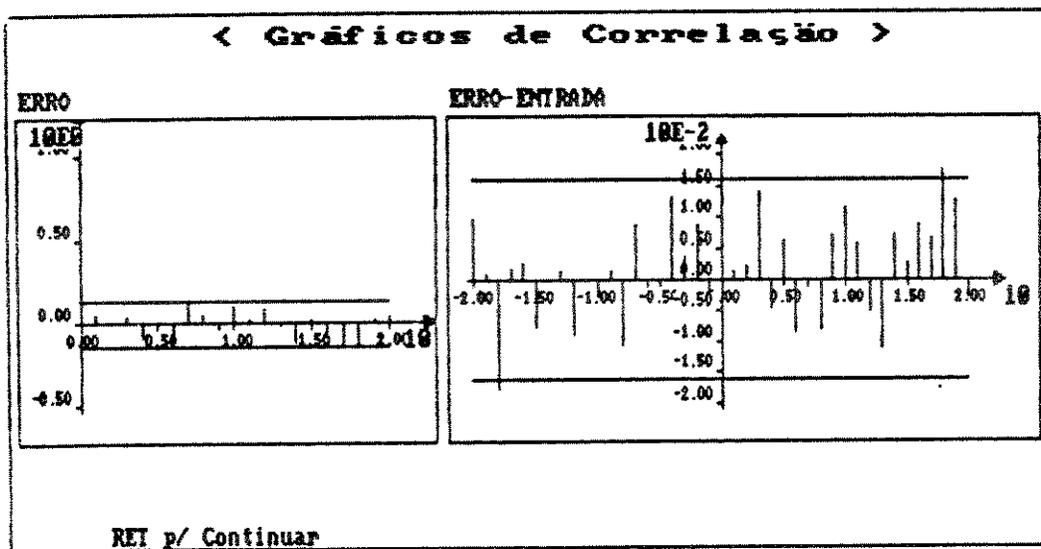


FIG 4.21- FUNÇÃO DE CORRELAÇÃO PARA ESTRUTURA $N_A=N_B=2$

De acordo com a função de correlação do erro, mostrada na figura 4.20, a estrutura (1,1) apresenta valores fora dos limites de confiança. Na figura 4.21 observa-se que a estrutura (2,2) produz uma sequência de erros com as mesmas características de ruído branco, da mesma forma que para

estrutura (3,3). Entretanto, do diagrama de polos e zeros observa-se que não existe cancelamento de raízes para a estrutura (3,3) como ocorre para (4,4), como mostrado nas figuras 4.22, 23, 24 e 25.

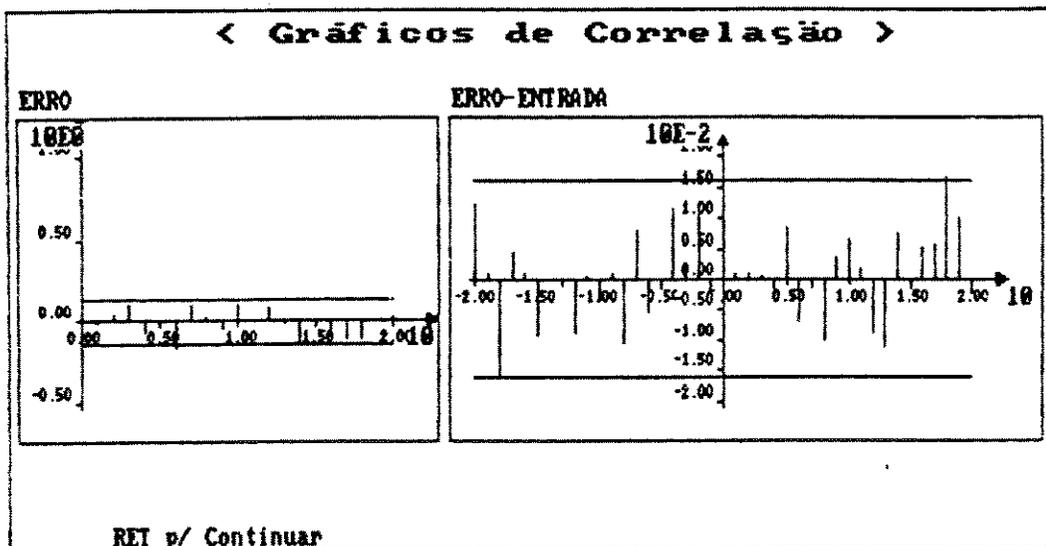


FIG 4.22-FUNÇÃO DE CORRELAÇÃO PARA ESTRUTURA $N_A=N_B=3$

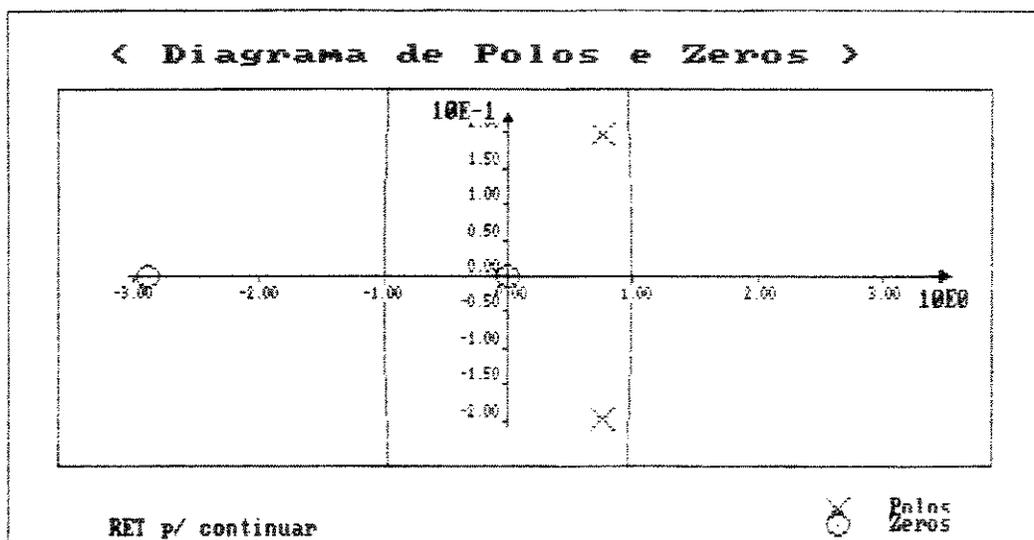


FIG. 4.23-DIAGRAMA DE POLOS E ZEROS PARA ESTRUTURA $N_A=N_B=2$

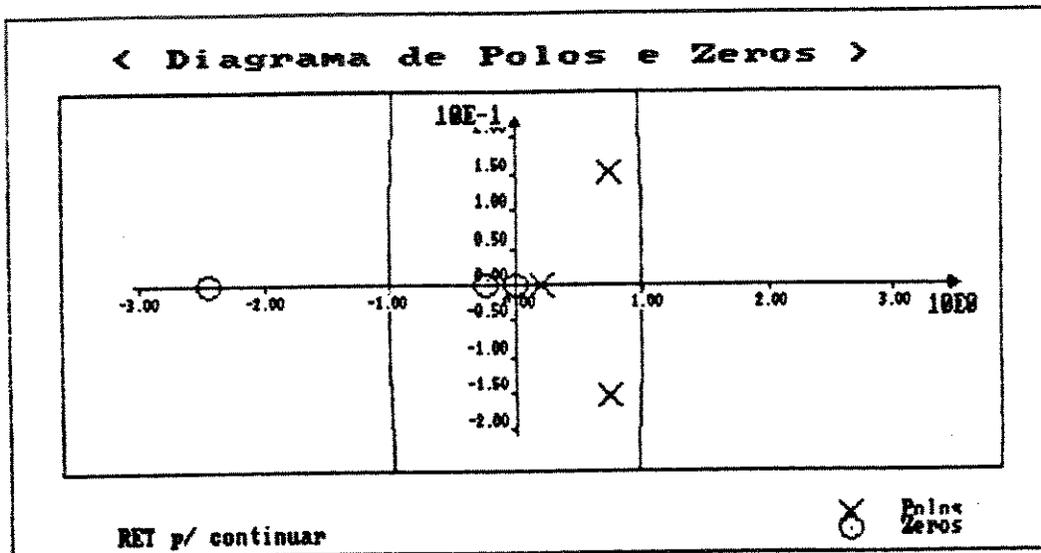


FIG. 4.24-DIAGRAMA DE POLOS E ZEROS PARA ESTRUTURA $N_A=N_B=3$

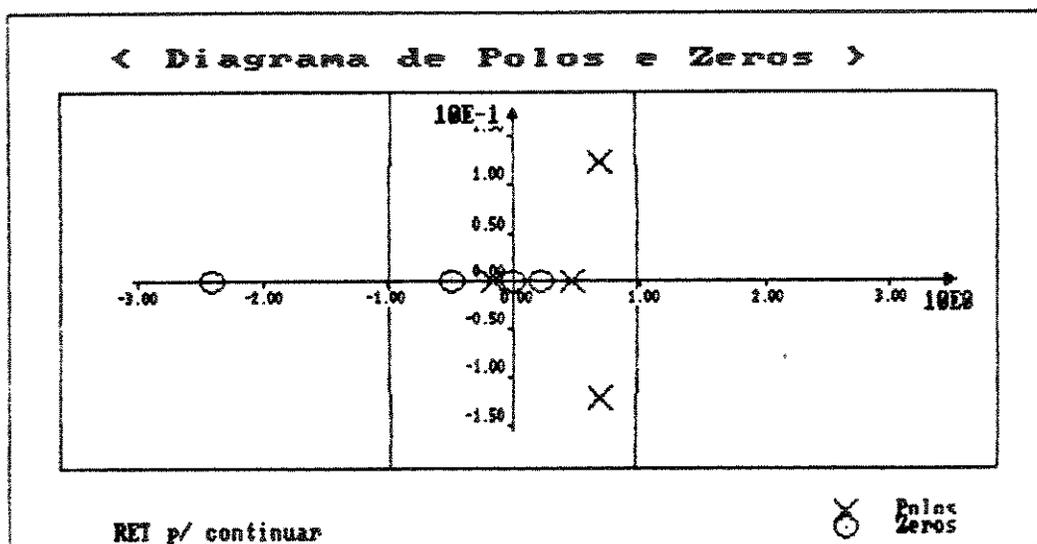


FIG. 4.25-DIAGRAMA DE POLOS E ZEROS PARA ESTRUTURA $N_A=N_B=4$

A partir dos resultados e da análise destes métodos de determinação da estrutura, decide-se que o modelo para o sistema em estudo deve ser composto por 2 parâmetros AR e 2 parâmetros MA.

Apesar do verdadeiro sistema ter estrutura de dimensão igual a 3, verifica-se que o modelo de segunda ordem representa as principais características do sistema. Do gráfico da saída estimada pelo modelo cujos parâmetros estão tabulados abaixo e saída real do sistema, não observa-se nenhuma discrepância entre os valores.

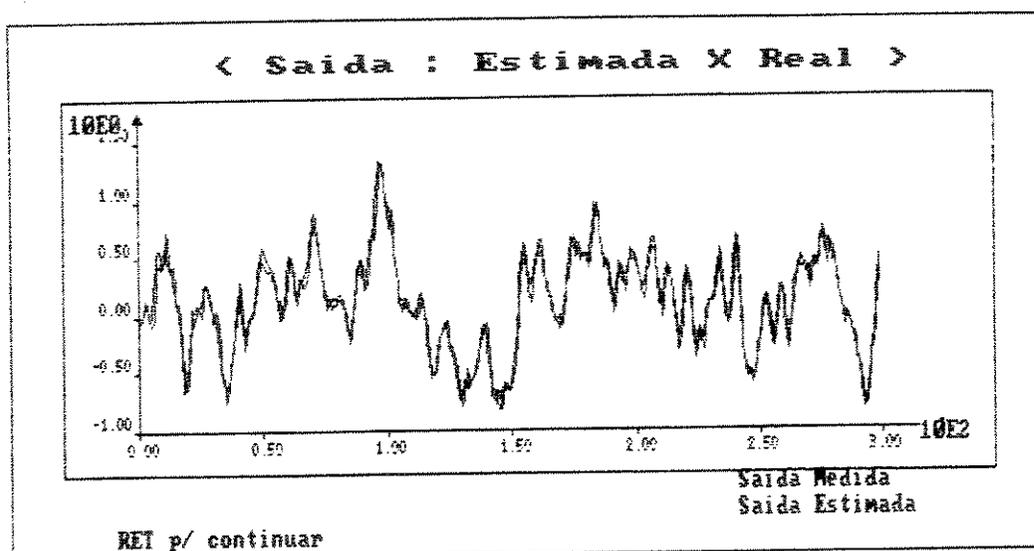


FIG. 4.26-GRÁFICO SAÍDA REAL X ESTIMADA

	real	estimado
a 1	-1.70600	-1.5680
a 2	0.95800	0.6593
a 3	0.17670	-----
b 1	0.00186	0.0175
b 2	0.04800	0.0500
b 3	0.00780	-----

média do erro0.010
 variância do erro0.020
 Incremento Global nos parâmetros...0.087

TAB. 4.4 - VALORES DOS PARÂMETROS ESTIMADOS
 PARA ESTRUTURA $N_a=2$ E $N_b=2$

Este resultado é explicado pelo fato de que os parâmetros a_3 e b_3 do sistema terem valores desprezíveis em relação aos demais, e portanto não influenciando a descrição do sinal de saída do sistema.

4.4- SIMULAÇÃO DS SISTEMA DE 4^o ORDEM

O sistema de QUARTA ordem simulado é descrito pela função de transferência dada na equação (4.4):

$$y(t) = y(t-1) - 0.18 y(t-2) + 0.784 y(t-3) - 0.656 y(t-4) + 0.115 u(t-1) + 0.115 u(t-3) \quad (4.4)$$

Para este sistema, as ordens corretas dos polinômio A(.) e B(.) são iguais a 4 e 3 respectivamente ($n_a=4$ e $n_b=3$) e o atraso d é igual a 1.

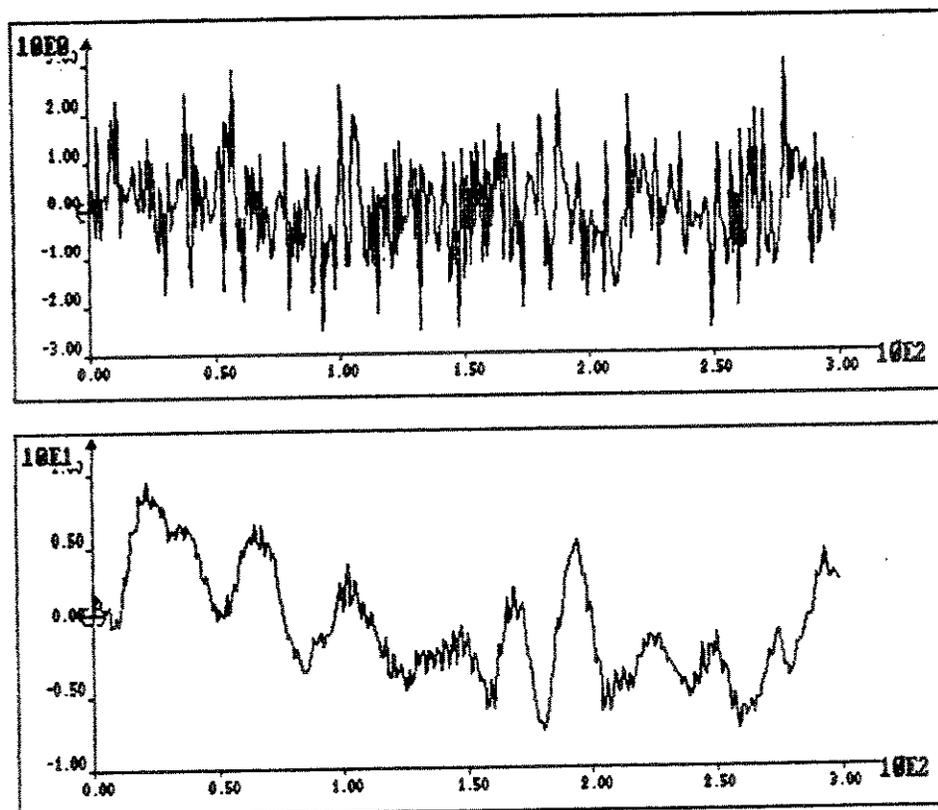


FIG. 4.27- DADOS DOS SINAIS DE ENTRADA E SAÍDA SISTEMA DINÂMICO. AMOSTRA DE TAMANHO 300.

4.4.1- RESULTADOS

As figuras 4.28 à 4.33 apresentam a evolução dos critérios $DR(.)$ e $IIDR(.)$ para diferentes valores de S/R . Os valores do critério $AIC(.)$ são mostrados na tabela 4.5.

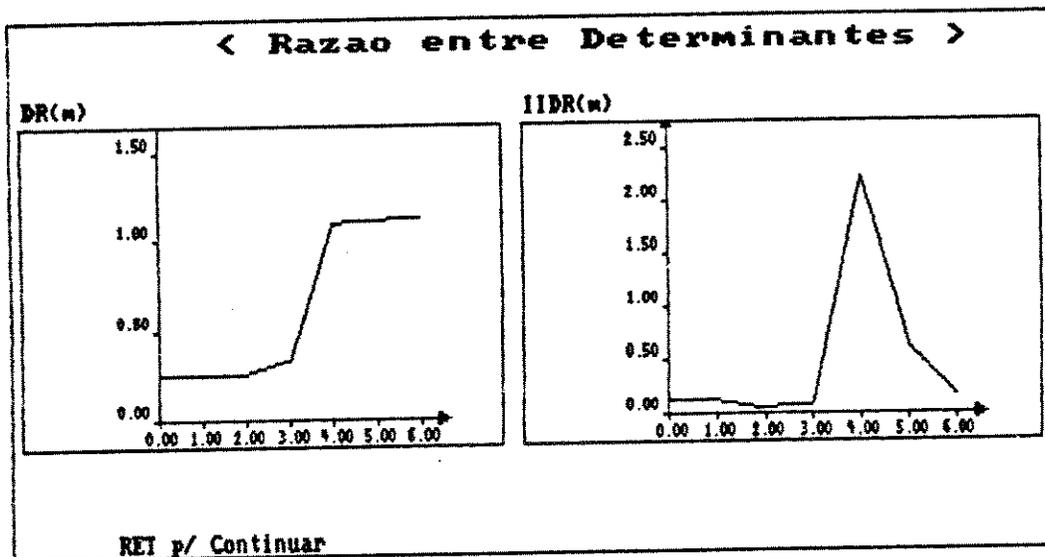


FIG 4.28- EVOLUÇÃO $DR(.)$ E $IIDR(.)$ PARA $S/R=100$

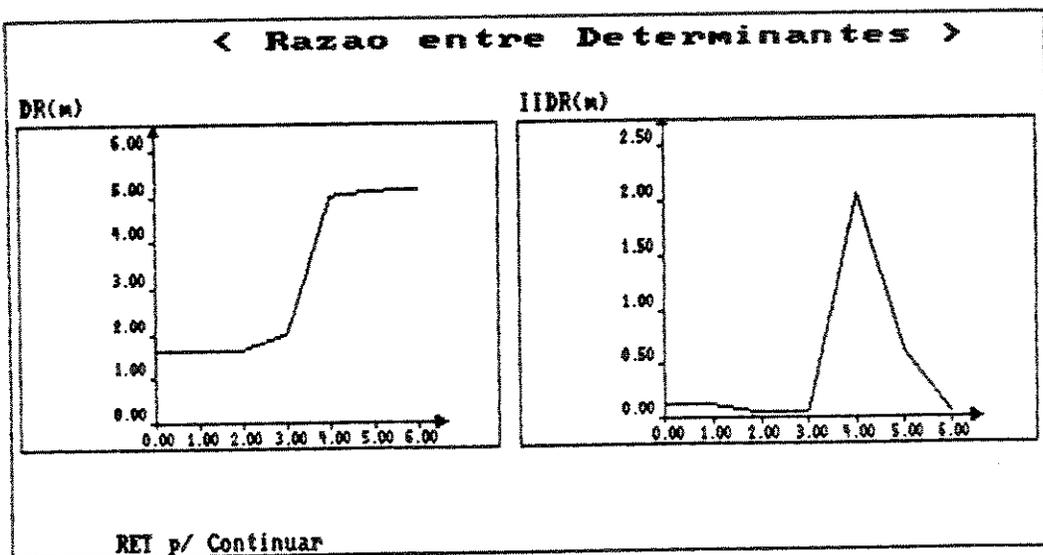


FIG 4.29- EVOLUÇÃO $DR(.)$ E $IIDR(.)$ PARA $S/R=50$

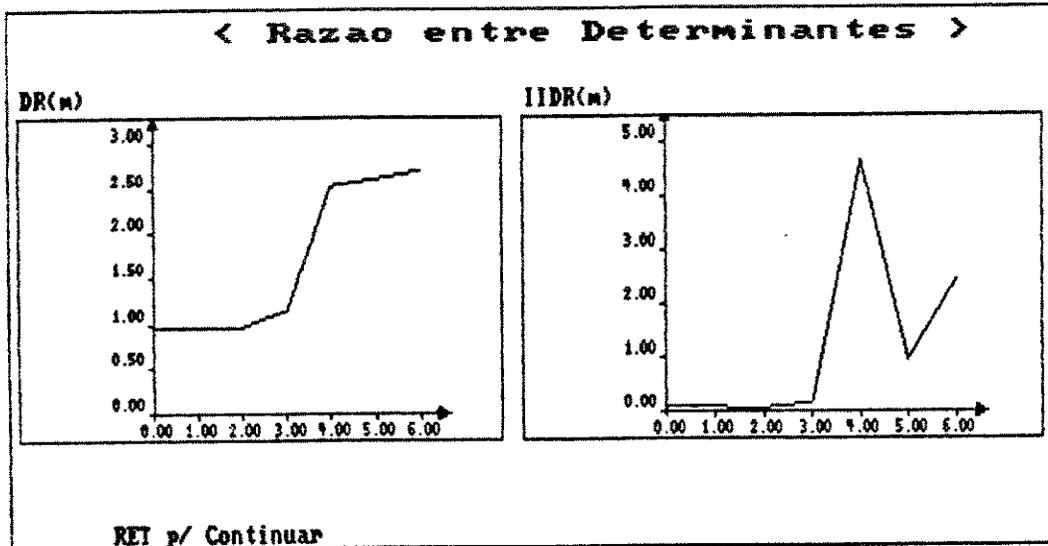


FIG.4.30 - EVOLUÇÃO DR(.) E IIDR(.) PARA S/R=20

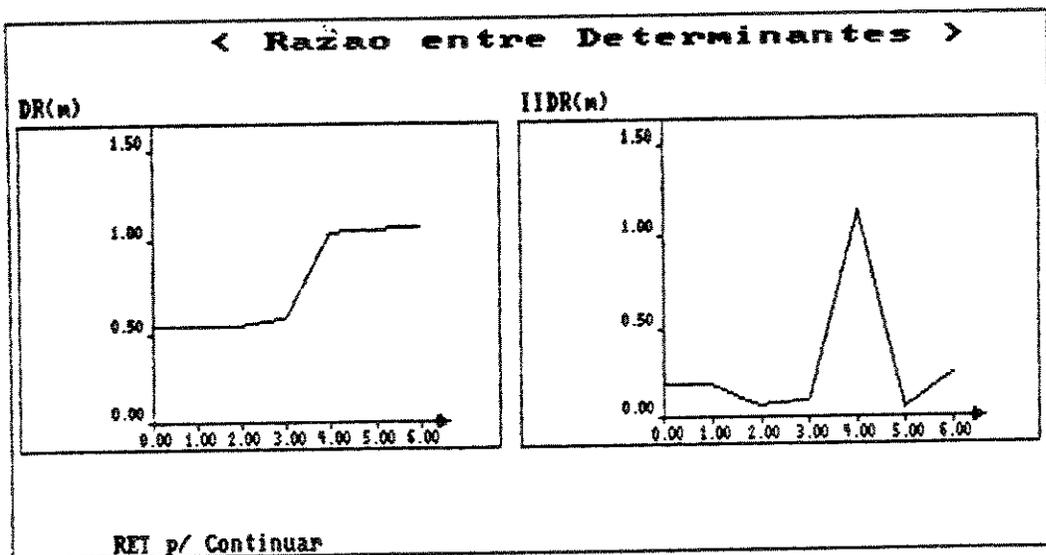


FIG.4.31 - EVOLUÇÃO DR(.) E IIDR(.) PARA S/R=10

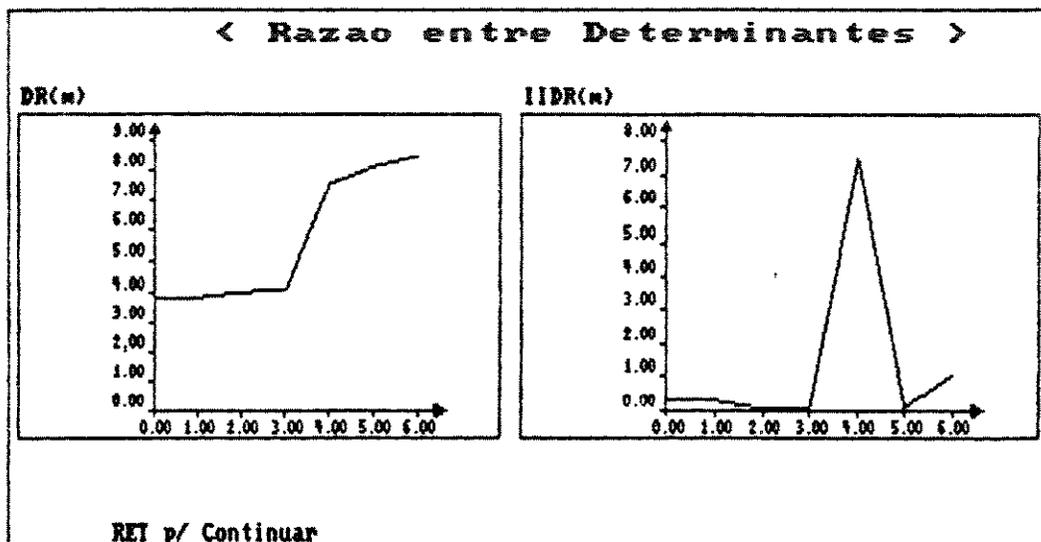


FIG.4.32 - EVOLUÇÃO DR(.) E IIDR(.) PARA S/R=5

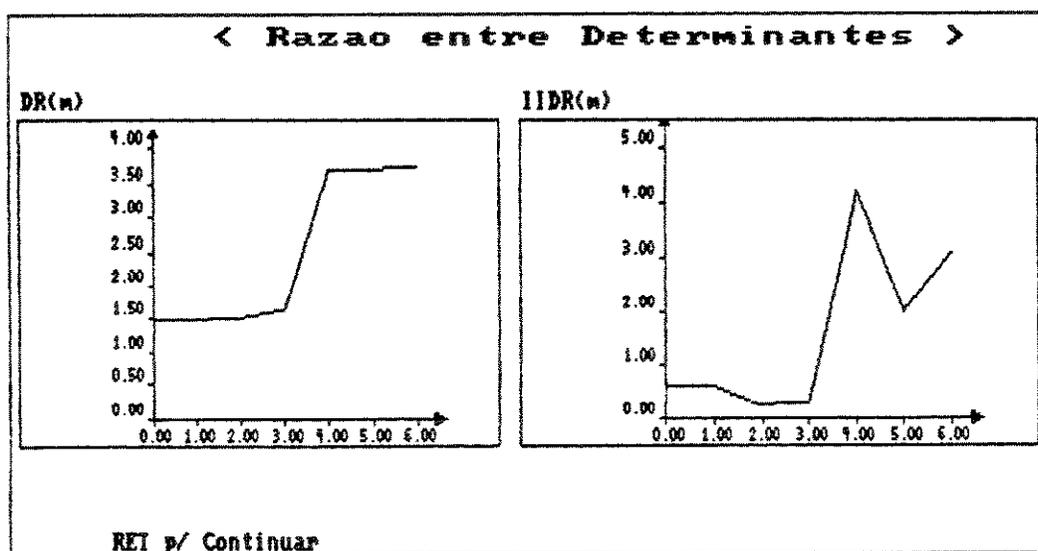


FIG.4.33 - EVOLUÇÃO DR(.) E IIDR(.) PARA S/R=5

Das figuras 4.28 à 4.33 observa-se que os testes DR(.) e IIDR(.) indicam com grande evidência que a ordem do sistema é 4.

S/R	(1,1)	(2,2)	(3,3)	(4,3)	(4,4)	(5,5)
100	4.965	5.821	6.322	4.611	5.114	6.141
50	6.768	7.770	7.353	5.215	5.721	6.733
20	15.282	16.673	16.147	9.483	10.019	11.058
10	23.361	23.942	21.213	13.219	13.665	14.755
5	29.557	30.912	31.302	21.153	21.704	22.723
3	58.812	59.931	55.082	37.192	37.947	39.139

TAB.4.5- VALORES DO CRITÉRIO AIC(.)

Da tabela 4.5, a estrutura que apresenta valores de $AIC(m) < AIC(m-1)$ e $AIC(m) < AIC(m+1)$ é 7, ou seja 4 parâmetros AR e 3 MA.

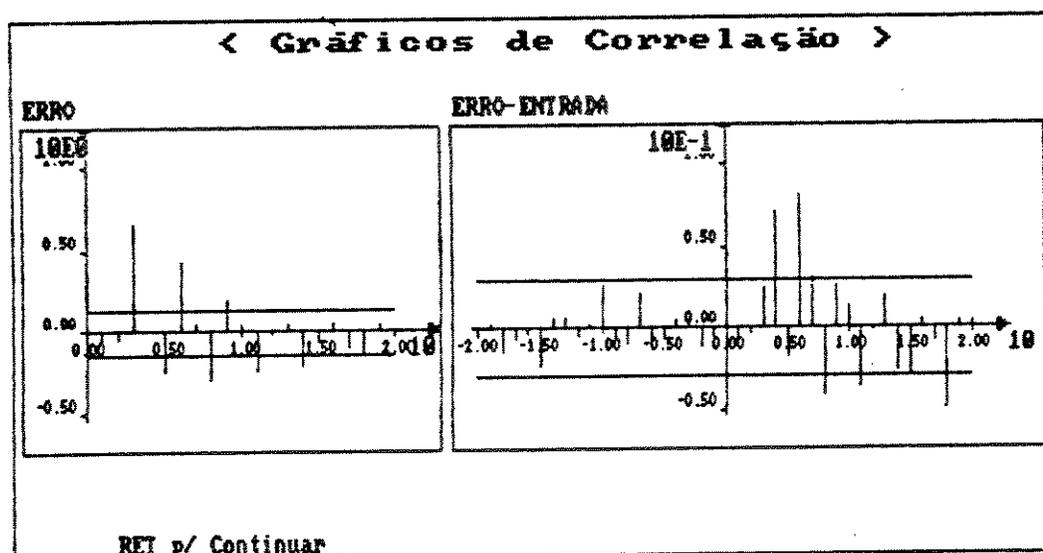


FIG 4.34- FUNÇÃO DE CORRELAÇÃO PARA ESTRUTURA NA=NB=3,3

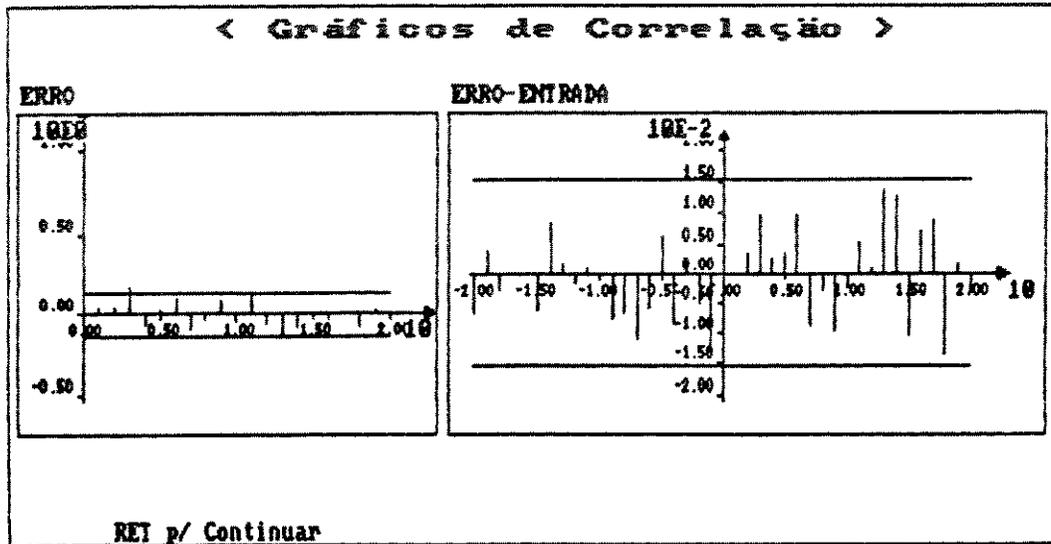


FIG 4.35- FUNÇÃO DE CORRELAÇÃO PARA ESTRUTURA NA=4 NB=3

Da análise da função de autocorrelação do erro, conclui-se, da mesma forma que o critério AIC, que a estrutura (4,3) produz um modelo, cuja sequência de erros é ruído branco, embora não ocorra cancelamento de raízes para estrutura (4,4).

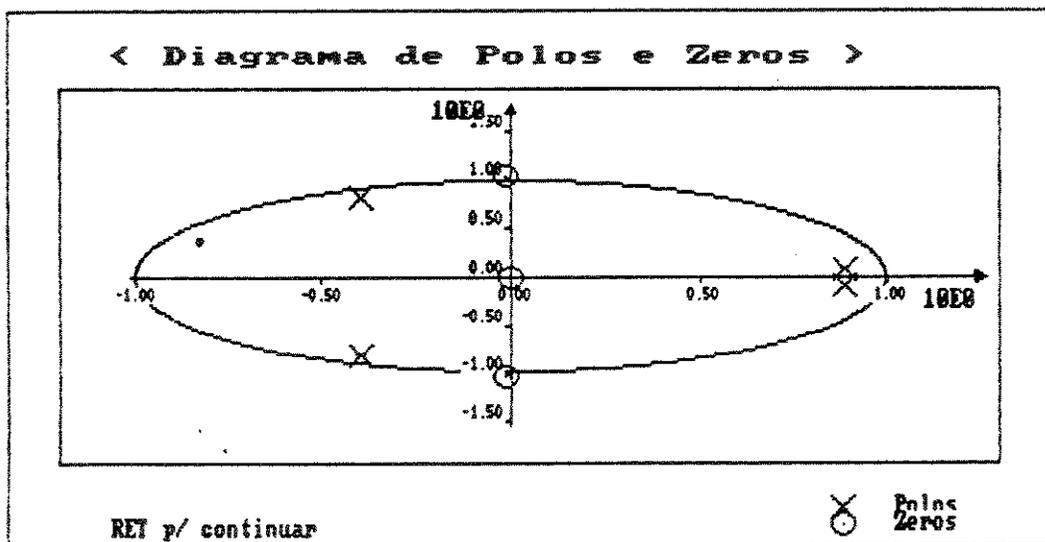


FIG. 4.36-DIAGRAMA DE POLOS E ZEROS PARA ESTRUTURA NA=NB=4

Na tabela 4.6, mostra-se os valores dos parâmetros estimados para a estrutura correta, $n_a=4$ e $n_b=3$.

	real	estimado
a 1	-1.00000	-1.04094
a 2	0.18000	0.18797
a 3	-0.78400	-0.69738
a 4	0.65600	0.59069
b 1	0.11500	0.11226
b 2	0.00000	0.00079
b 3	0.11500	0.112429

média do erro0.0006
 variância do erro0.0190
 Incremento Global nos parâmetros...0.2387

TAB. 4.6-VALORES DOS PARÂMETROS ESTIMADOS

4.5-CONCLUSÃO

A partir dos resultados e da análise das simulações, pode-se concluir que:

1- O teste Razão entre determinantes DR(.) mostrou-se eficiente para a determinação da estrutura mesmo quando a relação S/R é menor que 4. Através da utilização da variável instrumental, sua aplicabilidade foi aumentada, pois assegura a determinação da estrutura em situações em que a perturbação é grande parte do sinal de saída. Através das simulações e da análise do comportamento dos testes estabeleceu-se que critério adequado para a determinação da estrutura do sistema através do DR(m) e IIDR(m) é: m é a estrutura correta para o modelo quando m corresponde à estrutura que ocorre primeiro salto no valor da quantidade DR(.) e IIDR(.)

Quando a relação S/R é elevada, os dois métodos apresentam desempenho semelhantes, entretanto, em algumas situações, a medida que a relação S/R torna-se mais baixa, o critério DR diminui a variação do valor, dificultando a determinação da estrutura, como no sistema de segunda ordem apresentado na seção 4.2.

Quanto ao desempenho dos critérios baseados na Razão entre Determinantes, todos mostraram-se eficientes mesmo na presença de perturbação e em pequenas amostras. Por se tratarem de técnicas gráficas, o teste DR(.) mostra-se mais eficiente pois seus valores apresentam menos variações o que permite a determinação com maior facilidade do que o IIDR(.)

Quanto à utilização da variável instrumental como os sinais de entrada em instantes atrasados no tempo, trata-se de uma técnica eficiente que permite a determinação da estrutura em situações onde a perturbação não permite o bom desempenho do critério DR(.), e não compromete o esforço computacional uma vez que permite que o cálculo da matriz e de seu determinante seja feito de modo recursivo.

2- A medida de Akaike $AIC(.)$ mostrou-se eficiente para a determinação da estrutura em todos os casos. Através dos resultados de simulação foi possível estabelecer um procedimento para a determinação da estrutura correta:

Se $AIC(m-1) > AIC(m)$ e $AIC(m+1) > AIC(m)$ então m é a estrutura correta para o sistema.

3- Sobre a análise da função de correlação do erro, observou-se que quando as ordens dos polinômios são especificados corretamente, a série do erro previsto obtido após a estimação de parâmetros aproxima-se de um ruído branco, o que caracteriza a não correlação. Neste caso, os valores da função apresentam-se dentro do intervalo de confiança demarcado pelas linhas horizontais no gráfico. Caso as ordens sejam menores que as corretas, a série do erro previsto é ruído colorido, o que indica a presença de informação disponível que não foi representada pelo modelo. Neste caso, os valores da função plotada apresentam-se fora dos limites de confiança.

No caso da estrutura ser maior que a correta, nenhuma informação pode ser obtida por esta análise.

4-Sobre a análise de polos e zeros, verificou-se que este método traz informação a respeito da estrutura apenas para modelos super dimensionados, indicado no diagrama pelo cancelamento de raízes.

CAPÍTULO 5

CONCLUSÃO

Neste trabalho apresentou-se um sistema para Identificação de Processos (MIP), e enfatizou-se o problema de determinação da estrutura de modelos, cujos métodos foram desenvolvidos e implementados como parte integrante do sistema MIP.

Os métodos para determinação da estrutura foram classificados em dois tipos: métodos que possibilitam a determinação do valor da ordem do modelo em uma fase que antecede à de estimação dos parâmetros, e métodos que determinam a estrutura após a estimação dos parâmetros do modelo.

Os métodos do primeiro tipo baseiam-se no fato de que, quando um sistema é parametrizado em uma estrutura mais complexa do que a verdadeira, ocorre redundância de informação na representação pelo modelo. O procedimento básico destes métodos é o cálculo da matriz de informação. Esta matriz é formada pelos elementos de correlação entre sinais de entrada e saída.

Foi mostrado que se essa matriz é construída de uma forma apropriada, modelos de ordem maior que a correta implica em sua singularidade. Assim sendo, foi proposto um algoritmo recursivo para o cálculo do determinante da matriz de informação, em função da ordem do modelo. A ordem correta é obtida quando o determinante dessa matriz assume valor próximo de zero. O método estudado é denominado Razão entre Determinantes.

No segundo tipo, os métodos fundamentam-se em teoria de informação e diferem dos demais pela sua interpretação e pela inclusão de uma medida de parcimônia do modelo. Estes métodos foram desenvolvidos sob a hipótese de que a verdadeira função de transferência do processo pode ser descrita por um modelo com parâmetros já estimados, e a estrutura é determinada através de uma análise comparativa entre diversas estruturas possíveis para o modelo. A partir desta análise, escolhe-se a estrutura que fornece o menor valor para o critério calculado.

O método estudado é o Critério de Informação de Akaike, que tem como base teórica a minimização da distância entre o modelo estimado e a verdadeira função de transferência do sistema, quantificada pela medida de Kullback-Leibler.

Outros métodos alternativos para a determinação da estrutura também são apresentados neste trabalho. Trata-se de métodos baseados nas propriedades estatísticas do erro previsto, como o teste de "brancura do resíduo", realizado pela análise da função de autocorrelação do erro previsto, análise da função custo, etc.

Para análise de desempenho destes métodos realizaram-se simulações através do MIP, cujos resultados encontram-se no capítulo 4.

A partir dos resultados de simulação, pode-se concluir que:

Sobre os critérios Razão entre Determinantes, observa-se que o crescimento em seu valor pela primeira vez indica a estrutura adequada para o sistema; entretanto, quando os sinais são contaminados por perturbação, seu valor pode não apresentar diferença significativa quando a estrutura é adequada, dificultando a determinação da estrutura.

Sobre o método Razão entre Determinantes Instrumental (IIDR), que faz uso de uma variável instrumental para a redução da influência da perturbação na saída do processo, observa-se uma maior discriminação na determinação da estrutura correta do modelo.

A utilização dos sinais de entrada em instantes atrasados no tempo como variável instrumental, sob a hipótese de que a entrada e a perturbação são não correlacionadas, mostrou-se uma técnica eficiente, que permite a determinação da estrutura mesmo na presença de ruído, e que não afeta o esforço computacional de sua utilização, pois o cálculo dos elementos da matriz de informação e do seu determinante é realizado de forma recursiva.

O critério de Informação de Akaike AIC(.) mostrou-se eficiente para a determinação do número de parâmetros do modelo; entretanto, requer a estimação dos parâmetros para o seu cálculo.

Constatou-se para todas as simulações, que a análise da função de autocorrelação do erro previsto é eficiente somente para a verificação de que a estrutura está pouco dimensionada, pois esta função, para estruturas

de dimensões superiores à verdadeira, apresenta as mesmas características de quando a ordem é correta.

O diagrama de polos-zeros é uma técnica para a detecção de um modelo super-dimensionado, pois os polinômios passam a apresentar polos e zeros comuns.

A partir destas considerações conclui-se que a busca por uma estrutura adequada para um modelo deve ser feita mediante a combinação de resultados das várias técnicas; deve-se levar em consideração a relação custo/benefício da utilização das técnicas e o interesse em cada aplicação, como visto na seção 4.3 do capítulo 4, onde uma estrutura é escolhida como a mais adequada para o sistema mesmo quando é sabido que não é a verdadeira.

Devido a complexidade dos procedimentos envolvidos, não só de determinação da estrutura mas também de estimação de parâmetros, faz-se necessária a utilização de um ambiente de auxílio ao usuário em todas as etapas de identificação de processos. Assim sendo, o sistema MIP, por sua flexibilidade e facilidade de operação mostrou-se de extrema utilidade para o teste de diferentes algoritmos de determinação da estrutura e estimação de parâmetros.

Uma extensão possível, deste trabalho, consiste no estudo de métodos de determinação da estrutura de sistemas multivariáveis, que incluem a estimação simultânea da ordem do modelo e dos seus parâmetros. Uma outra proposta é a incorporação de uma base de conhecimento no sistema MIP para auxiliar a tomada de decisões em todas as etapas inerentes à modelagem de processos.

BIBLIOGRAFIA

- 1-AKAIKE, H."Canonical correlation analysis of time series and the use of an information criterion, System identification. Advance and case studies. R.K. Mehra and D.G. Lainiots, eds., Academic Press, NY.
- 2-AKAIKE,H." A new look at the statistical model identification". IEEE transactions on automatic control, Vol 19, 1974.
- 3-ASTROM,K.J."Lectures on the identification problem-the least squares methods".1968.
- 4-ASTROM,K.J. "Tutorial on System identification".IFAC 1979.
- 5-ASTROM, K.J. "Practical Issues in the implementation of self-tuning control". Automatica, Vol 20, 1984.
- 6-BOOM V.D.,Enden V.D."The determination orders of process- and noise dynamics". Automatica, Vol 10, 1974.
- 7-BOX and Jenkins."Time series analysis, forecasting and control". Holden-Day. California, 1976.
- 8-BROERSEN, P.M.T." A comparison of a criteria for autorregressive order selection". IFAC,1988.
- 9-CASTANHO, M. C., AMARAL, W. C. " Métodos para determinação da estrutura de sistemas monovariáveis". IX Simpósio Brasileiro de Probabilidade e Estatística. IME, USP, 1990.
- 10-CHAN,C.W, HARRIS, C.J.,Weelstead, P.E. "An order testing criterion for mixed autorregressive moving average process". Int. J. Control. Vol 20, 1974.
- 11-EDMUNDS, J.M."Model order determination for state space control design methods". Int. J. Control, Vol 41, 1985.

- 12-EYKHOFF."System identification", Wiley, NY, 1974.
- 13-FREEMAN, T.G." Selecting the best linear transfer function model". Automatica, Vol 21, 1985.
- 14- GOTANDA, H. Sagara, S., Wada, K.. " A unified approach to determination of process and noise order". IFAC, 1985.
- 15-HAEST, Bastin, Gevers, Wertz. " An expert workstation for system identification". IFAC, 1988.
- 16-KULLBACK, S., "Information ththeory and satistics. Wiley, NY, 1959.
- 17- KROLIKOWSKI, A. "Model structure selection in linear system identification-Survey of methods with emphasis on the information theory approach". Technical research report, Eindhoven,1982.
- 18-LJUNG L. "System identification, theory for the user". Prentice-Hall, Inc. N.J. 1987.
- 19-NG, T.N. "On line order determination and parameter estimation".IFAC,1988.
- 20-PARZEN, E." Some recent advances in time series modeling". IEEE Transactions on automatic control. Vol ac-19, 1974.
- 21-PAYNE R.L., GOODWIM, G.C. "Dynamic System Identification: Experimental Design and Data Analysis". Academic Press,NY,1977.
- 22-PONOMARENKO, M.F. " Information theory and identificationç account of an effective interation. IFAC symposium on identification and system parameter estimation, Washington, 1982.
- 23-RISSANEN, J. "Modeling by shortest data description". Automatica, Vol 14, 1978.
- 24-RISSANEN, J. ,Wertz."Structure estimation by accumulated prediction error criterion". IFAC,1985.

- 25-SAKAMOTO, Y., Ishiguro, M., and Kitagowa, G. " Akaike Information Criterion Statistics". KTK Scientific Publishers/Tokyo, 1983.
- 26-SCHOUKENS, J.S., Pintelon, R." On lthe limits of order estimation". IFAC 1988.
- 27-SHIBATA, R. "Selection of the order of an autorregressive model by Akaike's information criterion". Biometrica, Vol 63, 1976.
- 28-SHINNKA,S., Tanaka, K., Suzuke, T. " A simple order determination method based on generalized". Int. J. Control, vol 41, 1985.
- 29-SHWARTZ, G."Estimating the dimension of a model".The Annals of Statistics.Vol6, 1978.
- 30-SINHA, N.K., Kuszta, B. "Modeling and identification of dynamics systems". 1983.
- 31-SORDERSTROM, T. "On model structure testing in system identification". Int. J. Control, Vol 26, 1977.
- 32-SORDERSTROM, T. "On a method for model structure selection in system identification". Automatica, Vol 17, 1981.
- 33-SPRIET, J.A. "Structure characterization - an overview". IFAC, 1985.
- 34-STOICA, P., Eykhoff,P., Janssen,P. and Sordertrom, T."Model structure by cross validation". Int. J. Control, Vol 43, 1986.
- 35- UNBEHAUDEN, H., Gohring, B."Tests for determining model order in "parameter estimation". automatica,Vol 10, 1974.
- 36-WEELSTEAD, P.E."An instruemntal Product moment for order estimation". Automatica, Vol 14, 1978.
- 37-WEELSTEAD, P.E. , Rojas, R.A. "Instrumental product moment model order testing:extension and application". Int. J. Control. Vol 6, 1982.

38-WOODSIDE, C.M."Estimation of the order of linear systems". Automatica, Vol 7, 1971.

39-YOUNG, P., Jakeman, A., Mcmurtries, R.."An instrumental variable method for model order identification". Automatica, Vol 16, 1980.

40- ZHANG, Z.F., Huang, Z.G. and Hu, L.Q."A multiobjective making method for determining model's order". IFAC, 1988.