

DISTRIBUIÇÃO DE VIAGENS :

UM ESTUDO DO MODELO DE GRAVIDADE E APLICAÇÃO

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA/ELETRÔNICA

DISTRIBUIÇÃO DE VIAGENS: UM ESTUDO
DO MODELO DE GRAVIDADE E APLICAÇÃO

por

RAUL VINHAS RIBEIRO

orientador: Prof. WALTER DELAZARO

Tese apresentada à Faculdade de
Engenharia de Campinas da Univer-
sidade Estadual de Campinas.

Fevereiro 1977

SUMÁRIO

Neste trabalho é feito um estudo do MODELO DE GRAVIDADE aplicada à Distribuição de Viagens em uma rede urbana. Após situar o problema da distribuição de viagens dentro do problema geral do planejamento de transporte é apresentado o Modelo de Gravidade, suas propriedades e sua justificação teórica pelo método da maximização de entropia, como desenvolvido por Wilson e outros. São apresentados os principais métodos de calibração para várias variantes do modelo e os métodos de projeção do modelo em uso, assim como os requisitos teóricos para a calibração. É feita uma aplicação para a cidade de São Bernardo do Campo, analisando-se os resultados obtidos. Discute-se afinal as hipóteses do modelo tentando mostrar a sua não aplicabilidade às cidades brasileiras.

ÍNDICE

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO

I.1 - Considerações Gerais -----	01
I.2 - O planejamento de Transportes -----	01
I.3 - Distribuição de Transporte -----	03

CAPÍTULO II - O MODELO DE GRAVIDADE

II.1 - Descrição Matemática -----	06
II.1.1 - O Modelo -----	06
II.1.2 - Modelos Restritos -----	07
II.1.3 - Forma Convencional do Modelo de gravidade -----	08
II.2 - Existência e Unicidade de v_{ij}^* - Processo de Furness -----	09
II.3 - Propriedades do Modelo de Gravidade -----	12
II.3.1 - Considerações Gerais -----	12
II.3.2 - Propriedade da Exclusão -----	13
II.3.3 - Propriedade de Compressibilidade ---	15
II.4 - Maximização de entropia e modelo de gravidade	18
II.4.1 - Considerações Gerais -----	18
II.4.2 - Teoria Estatística do Modelo de Gravidade -----	19
II.4.3 - Validade do Método -----	25
II.4.4 - Coeficiente de Separação (parâmetro γ_i) -----	26

II.5 - Polarização de viagens entre zonas -----	27
---	----

CAPÍTULO III - CALIBRAÇÃO E PREVISÃO PARA O MODELO DE GRAVIDADE

III.1 - O problema da Calibração e Previsão -----	30
III.2 - Métodos de Previsão -----	30
III.3 - Requisitos Teóricos para a Calibração, estimação dos Parâmetros -----	37
III.3.1 - Requisitos para o caso em que θ é uma distribuição de Poisson -----	40
III.3.2 - Requisitos para Modelos semi-restritos -----	43
III.4 - Métodos de Calibração -----	44
III.4.1 - Métodos de Fish-Brown para $\delta = \exp(-\gamma_{ij}c)$ -----	44
III.4.2 - Método de Hyman -----	52
III.4.3 - Método de Kirby -----	54
III.4.4 - Método do BPR -----	61

CAPÍTULO IV - APLICAÇÃO E CONCLUSÃO

IV.1 - A área de Aplicação -----	63
IV.2 - Aplicação do Modelo -----	65
IV.3 - Critérios de Comparação -----	67
IV.4 - Resultados -----	70
IV.5 - Análise dos Resultados e Conclusão -----	83
APÊNDICE A - Alguns Resultados de Bacharach -----	88
APÊNDICE B - Listagens de programas e subrotinas -----	91
BIBLIOGRAFIA -----	116

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS

Neste trabalho pretendemos fazer um estudo, o quanto possível completo e sistemático do modelo de distribuição de viagens chamado geralmente de modelo de gravidade.

É conveniente, antes de começarmos o trabalho propriamente, procurar situar o problema da distribuição de viagens dentro do processo mais geral do planejamento de transporte. Isto será feito em rápidas pinceladas, e qualquer esclarecimento maior poderá ser obtido nos manuais do U.S. Bureau of Public Road [1970] ou Acta Polytechnica Scandinavica [1966]. Após, apresentaremos também rapidamente as duas classes de modelos de distribuição conhecidas com o intento de localizar o modelo de gravidade. Discussões mais amplas do problema de distribuição de viagens são feitas em um trabalho de Santos [1976], realizado junto ao Grupo de Sistemas Urbanos e Regionais da FEC - UNICAMP, como tese de mestrado. O nosso estudo, realizado junto ao mesmo grupo, e o trabalho de Santos se complementam na medida em que ambos se preocupam com modelos de distribuição de viagens.

1.2 - O PLANEJAMENTO DE TRANSPORTES

Diferentes metodologias de planejamento de transporte tem sido usadas no mundo ocidental. Estas metodologias contêm elementos comuns que serão descritos a seguir por suas funções dentro do processo do planejamento:

- 1) Estudo econômico básico cujo objetivo é determinar as relações entre a demanda de transporte e os demais setores da economia numa determinada área de pesquisa.

- 2) Geração de viagens que visa à determinação do total de viagens futuras atraídas e produzidas em cada uma das zonas geográficas em que a área de pesquisa foi subdividida
- 3) Distribuição de viagens que pretende determinar os destinos específicos das viagens originadas em cada zona geográfica
- 4) Divisão modal que estuda a repartição das viagens entre os diversos modos de transportes (ônibus, táxi, metrô, etc...) das viagens entre as zonas consideradas
- 5) Atribuição ou alocação de tráfego cuja finalidade é a determinação das rotas utilizadas pelo viajante entre a origem e o seu destino
- 6) Avaliação de propostas futuras de mudanças no sistema de transportes pela análise de desempenho destas várias propostas.

Coletando-se dados, procuram-se relações estatísticas entre dados sócio-econômicos considerados como causas, e os dados de viagens. Os primeiros são projetados para um período futuro visando à determinação do uso do solo neste período, através dos indicadores das futuras atividades econômicas e sociais tais como número de fábricas, de lojas e de empregos, densidade populacional, taxa de motorização e renda familiar e outros, tendo como pano de fundo os vários projetos da rede viária e do uso do solo cujos desempenhos se desejam analisar. Vencida esta etapa são determinados os fluxos de tráfego com a realização sequencial das fases de geração, distribuição, divisão modal e alocação, não necessariamente nesta ordem.

1.3 - DISTRIBUIÇÃO DE TRANSPORTE

O problema da distribuição de viagens pode ser colocado nos seguintes termos: Supomos que a área de pesquisa, uma área urbana, por exemplo, seja subdividida em "n" zonas e que, por um modelo de geração, tenhamos obtido o número de viagens geradas o_i e atraídas d_j em cada zona i e j , de origem e destino, para o ano meta, horizonte do planejamento. Formalizaremos o problema, através da determinação de uma matriz $V_{n \times n}$, chamada matriz O/D (origem-destino) ou matriz de viagens, que satisfaça as restrições

$$\sum_{i=1}^n v_{ij} = d_j \quad \text{para cada } j \text{ (n equações) e}$$
$$i=1 \quad \text{para cada } i \text{ (n equações) ,}$$

onde a variável v_{ij} é o número de viagens da zona i para a zona j . Temos n^2 variáveis e $2n$ equações, não apresentando o problema, portanto, solução única. Procuram-se então modelos que possam determinar a proporção do volume de tráfego entre duas zonas. A maioria dos modelos admite a hipótese:

O volume de viagens entre duas zonas depende diretamente de uma medida da atração de viagens da zona de destino, função evidentemente das características desta zona, e inversamente de uma medida de resistência às viagens entre as duas zonas, medida esta que depende da rede viária.

Esta hipótese pode ser formalizada como

$$v_{ij}^* = o_i z_{ij} ,$$

onde z_{ij} é chamado fator de distribuição e representa a atra

ção relativa que a zona j exerce sobre as viagens originadas em i , assim como a resistência relativa às viagens entre as zonas i e j . A diferença entre os diversos modelos consiste na forma de z_{ij} . Os modelos podem ser classificados em duas classes: modelos analíticos e modelos de fator de crescimento.

1) Modelos analíticos

Nesta classe de modelos determina-se o valor de z_{ij} para o ano base, ano em que é feita a coleta de dados e determinadas as características das zonas, através da relação

$$z_{ij} = v_{ij} / o_i$$

onde v_{ij} é o número de viagens de i para j observadas no ano base. A matriz cujos elementos são os v_{ij} chamaremos simplesmente, para simplificação, matriz observada¹. Procura-se então colocar z como função das características das zonas e da rede de transporte atual. Esta função tem como variável dependente z e como variáveis independentes algumas medidas quantitativas de características das zonas e da rede de transporte. Determinam-se a seguir, por projeção, estas características para a área de estudo no ano meta e através da função acima, encontra-se os valores dos fatores de distribuição para este ano. Utilizando-se estes fatores e os resultados obtidos de modelos de geração, obtém-se a matriz de viagens futura. O processo de se achar os parâmetros da função descrita acima é chamado calibração do modelo. Estes parâmetros devem ser tais que, da aplicação do modelo ao ano

¹ Usaremos, daqui por diante, a seguinte notação, aos elementos da matriz observada, e a esta, denotaremos por v_{ij} e V , aos elementos da matriz de viagem, e a esta, obtidos da aplicação do modelo, por v_{ij}^* e V^* ou v_{ij}' e V' .

base, resulte uma matriz de viagens o mais próximo possível, de acordo com algum critério, da matriz observada. Existem vários modelos dentro desta classe e a diferença entre eles advém da postulação da forma da função que relaciona z e as características das zonas e do sistema viário. O modelo de gravidade pertence a esta classe.

2) Modelos de fator de crescimento

A hipótese básica destes modelos é que, dado o padrão presente de viagens representado pela matriz observada, é possível obter o padrão futuro multiplicando-se por uma medida de crescimento o padrão atual, ou seja, o número de viagens futuro entre duas zonas segue um padrão existente e implícito nos dados presentes de viagens. A diferença entre os diversos modelos reside em como se calcular este fator de crescimento para cada zona. Esta classe de modelos pode ser formalizada como

$$v_{ij}^* = v_{ij} \cdot m_{ij}$$

Estes modelos podem ser razoáveis para áreas homogêneas e de crescimento lento, pois caso contrário, a sua hipótese torna-se muito irrealista.

CAPÍTULO II

O MODELO DE GRAVIDADE

II.1 - DESCRIÇÃO MATEMÁTICA

II.1.1 - O modelo

O modelo de gravidade estabelece que o número de viagens entre uma zona i de origem e uma zona j de destino, é biproportional, através de dois coeficientes a_i e b_j , a uma função $f(c_{ij})$. A variável c_{ij} , chamada separação, é o custo, dado em tempo, ou distância, ou dispêndio monetário - ou uma combinação destes valores - um custo generalizado, entre as zonas i e j . A função separação¹ $f(c_{ij})$ é a medida do efeito da separação c_{ij} na quantidade de viagens de i para j . Os parâmetros a_i e b_j , chamados fatores de geração e atração, estariam relacionados com as capacidades das zonas i e j para gerar ou de atrair viagens. Sendo n_i e n_j o número de zonas que geram e atraem viagens, V^* a matriz² de viagens, estimada pelo modelo, de ordem $n_i \times n_j$, C e F as matrizes de separação e função de separação entre as zonas i e j , de ordens $n_i \times n_j$, teremos para cada par (i, j) :

$$v_{ij}^* = a_i b_j f(c_{ij}) \quad (1)$$

ou

$$v_{ij}^* = a_i b_j f_{ij}$$

¹ Como bem descreve Kirby [1974], "nomes mais comuns para esta função são função de impedância ou resistência. Contudo, $f(c)$ usualmente decresce à medida que c cresce, enquanto que a resistência à viagem cresce com c . Para dirimir esta dificuldade de semântica, o termo função de separação é usado aqui. Outros autores... têm proposto termos tais como função distribuição ou função custo. Estes termos não parecem inteiramente satisfatórios... pois podem ser confundidos", por exemplo, "com frequência de custo (de comprimento de viagens)".

² Usaremos letras maiúsculas latinas ou gregas para matrizes vetores ou conjuntos e minúsculas com índices para elementos de matrizes ou vetores e escalares.

onde chamaremos coeficiente de separação a δ_{ij} dado por

$$\delta_{ij} = \delta(c_{ij})$$

II.1.2 - Modelos restritos

O número de viagens entre a zona i e j pode so sofrer algumas restrições. Sendo o_i o número de viagens gera dos em i e d_j o número de viagens atraídas a j , poderemos ter os seguintes modelos, sofrendo as restrições indicadas:

- 1) Completamente restrito, quando há interações entre via-jantes de diferentes zonas de origens e de destino, in-
terações estas representadas pelas restrições:

$$\sum_i v_{ij}^* = d_j \quad \text{para cada } j \quad (2)$$

e

$$\sum_j v_{ij}^* = o_i \quad \text{para cada } i \quad (3)$$

- 2) Semi-restrito, quando a distribuição de viagens de uma zona de origem [ou destino] é independente da distri-buição de outras zonas de origem [ou destino], e no caso:

$$\sum_j v_{ij}^* = o_i \quad (\text{ou} \quad \sum_i v_{ij}^* = d_j)$$

para cada i [ou para cada j].

- 3) Irrestrito, quando nenhuma informação direta do número de viagens terminais³ em cada zona é disponível. Os pa

³ Chamaremos de viagens terminais as viagens geradas ou atraídas por uma determinada zona.

parâmetros a_i e b_j são escolhidos de forma a refletir o potencial de geração ou atração de viagens em cada zona, e são geralmente baseados em indicadores sócio-econômicos tais como população, renda, quantidades de veículos ou combinação destes. É incluído neste caso a possibilidade de que se tenha a informação sobre o número total de viagens v no sistema:

$$\sum_i \sum_j v_{ij}^* = v \quad (4)$$

Cada modelo pode servir a um propósito diferente como jornada de casa ao trabalho, viagens comerciais, para compras, passeios, sociais ou outros motivos.

II.1.3 - Forma convencional do modelo de gravidade

Substituindo [1] em [2] e [3], calculando a_i e b_j , substituindo novamente em [1] obtemos:

$$v_{ij}^* = \frac{d_j}{\sum_i a_i \delta_{ij}} \cdot \frac{o_i}{\sum_j b_j \delta_{ij}} \cdot \delta_{ij} \quad (5)$$

Fazendo

$$\bar{a}_i = \frac{1}{\sum_j b_j d_j \delta_{ij}} \quad (6)$$

$$\bar{b}_j = \frac{1}{\sum_i \bar{a}_i o_i \delta_{ij}} \quad (7)$$

obtemos então:

$$v_{ij}^* = \hat{a}_i \hat{b}_j o_i d_j \delta_{ij} \quad (8)$$

que é a forma convencional do modelo de gravidade. Os parâmetros $\hat{a}_i$ e $\hat{b}_j$ são chamados de fatores de balanceamento.

II.2 - EXISTÊNCIA E UNICIDADE DE v_{ij}^* PROCESSO DE FURNESS

Mostraremos aqui a existência e unicidade de v_{ij}^* para cada tipo de modelo de gravidade, supondo dada a função de separação.

- 1) Modelo irrestrito: É fácil ver que dados os a_i e b_j , conseguidos de alguma forma por um modelo sócio-econômico, existe um único v_{ij}^* que satisfaz o modelo de gravidade. Caso v seja conhecido, o modelo é dado na forma

$$v_{ij}^* = l a_i b_j \delta_{ij}$$

onde a única incógnita é l obtida da restrição

$$\sum_i \sum_j l a_i b_j \delta_{ij} = v$$

$$l = \frac{v}{\sum_i \sum_j a_i b_j \delta_{ij}}$$

Existe um único v_{ij}^* para o modelo, dados a_i, b_j e l , obtido através da restrição do número total de viagens no sistema.

- 2) Modelo semi-restrito: Neste caso, os fatores de atração (ou geração) das zonas devem ser fornecidos ao modelo de gravidade por um modelo sócio-econômico, mas os fatores de geração (ou atração) são obtidos através das restrições de geração (ou atração).

Temos:

$$v_{ij}^* = a_i b_j \delta_{ij}$$

e

$$\sum_j v_{ij}^* = o_i \quad \text{para cada } i$$

onde a única incôgnita é a_i , para cada zona i , e esta é obtida por

$$\sum_j a_i b_j \delta_{ij} = o_i$$

$$a_i = \frac{o_i}{\sum_j b_j \delta_{ij}}$$

Dado b_j e obtido a_i , temos um único v_{ij}^* que satisfaz o modelo

- 3) Modelo completamente restrito: O modelo restrito é:

$$v_{ij}^* = a_i b_j \delta_{ij} \quad (9)$$

$$\sum_j v_{ij}^* = o_i \quad \text{para cada } i \quad (10)$$

$$\sum_i v_{ij}^* = d_j \quad \text{para cada } j \quad (11)$$

Vemos pelas equações [5], [6] e [7] que a_i e b_j podem ser obtidos usando-se as restrições, mas aqui temos um problema pois os a_i surgem como funções dos b_j e estes como funções dos a_i e não há maneira de explicitá-los. Deve-se calcular os fatores de atração e geração usando-se algum processo iterativo. Temos aqui então três questões: Existe algum v_{ij}^* da forma [9] e que satisfaça [10] e [11]? É este v_{ij}^* único? Há algum processo iterativo que converge para este v_{ij}^* ? Vamos afirmar aqui que, as restrições e o conhecimento de f_{ij} são suficientes para determinar v_{ij}^* unicamente, cada um dos produtos $a_i b_j$ é único. Prova-se que fazendo um dos fatores de atração ou geração igual a uma constante é suficiente para determinar que cada um dos fatores a_i ($i=1, 2, \dots, n_i$) e b_j ($j=1, 2, \dots, n_j$) seja único. A existência e unicidade de v_{ij}^* , para $f_{ij} > 0$, para cada i e cada j , foi provada por Sinkhorn (1967), Evans (1970), Gorman (1963) e Parente (1975). Bacharach (1970) demonstra as condições necessárias e suficientes para que o problema tenha solução quando $f_{ij} \geq 0$ e descreve a matriz, cujos elementos são v_{ij}^* , de biproportional a matriz dos f_{ij} 's através das constantes a_i e b_j . O processo iterativo que converge para uma solução da forma [9] e que satisfaz [10] e [11] é chamado por Bacharach de processo biproportional, usualmente conhecido por método de Furness que foi o primeiro a apresentá-lo (Evans, 1970). Este método é descrito a seguir:

$$v_{ij}^{*(0)} = f_{ij}$$

Para o ciclo n do processo iterativo:

Para cada j

$$v_{ij}^{*(2n-1)} = \frac{v_{ij}^{*(2n-2)}}{\sum_j v_{ij}^{*(2n-2)}} \quad i = 1, 2, \dots, n_i \quad (12)$$

Para cada i

$$v_{\lambda_j}^*[2n] = \frac{v_{\lambda_j}^*[2n-1]}{\sum_i v_{\lambda_j}^*[2n-1]} \quad j=1, 2, \dots, n_j \quad (12)$$

O processo para quando em um dos passos do ciclo tivermos as duas relações

$$|\sum_j v_{\lambda_j}^* - o_i| < \epsilon_o$$

$$|\sum_i v_{\lambda_j}^* - d_j| < \epsilon_d$$

obedecidas. Deve-se notar que a cada passo uma dessas relações é necessariamente idêntica a zero.

Os principais resultados de Bacharach são apresentados no Apêndice A.

II.3 - PROPRIEDADES DO MODELO DE GRAVIDADE

II.3.1 - Considerações Gerais

Alguns modelos de distribuição tem a desvantagem de que predições baseadas em uma definição do sistema de zoneamento não são consistentes com predições baseadas em outras definições do sistema considerado. O modelo de gravidade, ao se fazer a agregação de zonas em zonas maiores, para uma determinada média das separações, terá predições consistentes como as feitas com as zonas originais. Diz-se então - ter o modelo a "propriedade de compressibilidade".

O modelo de gravidade possui também a "propriedade de exclusão", isto é, se os dados de uma determinada zona, ou os dados de transferência entre duas zonas, não existem, as predições feitas pelo modelo de gravidade serão consistentes com as predições que se obteriam caso estes dados fossem disponíveis.

Analísaremos a seguir estas propriedades.

11.3.2 - Propriedade da exclusão

1) Definição da propriedade de exclusão

Sejam o_i e d_j os totais de viagens geradas ou atraídas por cada zona. Um modelo de distribuição de viagens possui a propriedade de exclusão se ao excluirmos do sistema um par ordenado de transferência entre zonas (h,k) , na aplicação do modelo ao novo sistema obtem-se:

$$v'_{ij} = v^*_{ij} \quad \text{para cada } (i,j) \neq (h,k)$$

$$v'_{hk} = 0$$

onde v^*_{ij} é o número de viagens estimado na aplicação do modelo sem excluirmos o par (h,k) e v'_{ij} a estimação ao excluirmos este par.

Os novos totais zonais serão dados por

$$o'_i = o_i \quad \text{para cada } i \neq h$$

$$o'_n = o_n - v^*_{hk}$$

$$d'_j = d_j \quad \text{para cada } j \neq k$$

$$d'_k = d_k - v_{hk}^*$$

Seja V' a matriz de viagens, de ordem $n_i \times n_i$, obtida da aplicação do modelo de distribuição de viagens dado ao sistema modificado, têm-se então:

$$\sum_j v'_{ij} = o'_i$$

$$\sum_i v'_{ij} = d'_j$$

Se esta propriedade se verifica para o modelo, por indução o mesmo resultado é verificado quando vários pares são excluídos. Em particular, se todos os pares comuns a uma zona de geração ou atração são excluídos, teremos então a "propriedade de separabilidade".

2) O modelo de gravidade e a propriedade de exclusão

Em um trabalho recente Bearwood e Kirby (1975) mostram que o modelo de gravidade possui a propriedade de exclusão, como veremos abaixo.

Seja θ e $\bar{\theta}$ os conjuntos de todos os pares de zonas que permanecem no sistema e que são retirados deste. Temos então, na aplicação do modelo ao novo sistema, uma nova matriz de viagens V' cujos elementos são da forma

$$v'_{ij} = \begin{cases} v_{ij}^* & \text{se } (i, j) \in \theta \\ 0 & \text{se } (i, j) \in \bar{\theta} \end{cases}$$

Os totais zonais para a matriz V' serão

$$o'_i = o_i - \sum_{\substack{k \\ (i,k) \in \bar{\theta}}} v_{ik}^* \quad \text{para cada } i$$

$$d'_j = d_j - \sum_{\substack{h \\ (h,j) \in \bar{\theta}}} v_{hj}^* \quad \text{para cada } j$$

Definindo a nova matriz dos coeficientes de separação F' por

$$\delta'_{ij} = \begin{cases} \delta_{ij} & \text{para cada } (i,j) \in \theta \\ 0 & \text{para cada } (i,j) \in \bar{\theta} \end{cases}$$

Temos então

$$v'_{ij} = a'_i b'_j \delta'_{ij}$$

A questão que se coloca é se para uma matriz F' não negativa há uma única solução para o problema biproportional. É mostrado no Apêndice A que cumpridas determinadas condições, isto realmente acontece. Então, cumpridas estas condições, o modelo de gravidade tem a propriedade de exclusão.

11.3.3 - Propriedade de compressibilidade

1) Definição de compressibilidade

Um modelo de distribuição de viagens possui a propriedade de compressibilidade se ao combinarmos duas zonas

de geração (ou atração) i_1 e i_2 em uma nova zona que denominaremos $i_{[1,2]}$, na aplicação do modelo ao novo sistema obteremos:

$$v'_{ij} = v^*_{ij} \quad \text{para cada } i \text{ e cada } j, i \neq i_{[1,2]}$$

$$v'_{i_{[1,2]},j} = v^*_{i_1,j} + v^*_{i_2,j}$$

onde $v^*_{i_1,j}$, $v^*_{i_2,j}$ e v^*_{ij} são estimativas do número de viagens antes de mudarmos o sistema e v'_{ij} e $v'_{i_{[1,2]},j}$ são as estimativas para a nova definição do sistema.

Os novos totais zonais serão dados por

$$o'_i = o_i \quad \text{para cada } i \neq i_{[1,2]}$$

$$o'_{i_{[1,2]}} = o_{i_1} + o_{i_2}$$

$$d'_j = d_j \quad \text{para cada } j$$

Seja V' a matriz de viagens, de ordem $(n_i - 1) \times n_j$, obtida da aplicação do modelo de distribuição de viagens dado, ao sistema modificado, têm-se então

$$\sum_j v'_{ij} = d'_j$$

$$\sum_i v'_{ij} = o'_i$$

2) O modelo de gravidade e a propriedade de compressibilidade

Façamos em um sistema de n_i zonas de geração e n_j zonas de atração as seguintes combinações:

a) as zonas $i, i+1, \dots, i+n$ são agregadas em uma macrozona de geração, a qual daremos o índice "h"

b) as zonas $j, j+1, \dots, j+m$ são agregadas em uma macrozona de atração, a qual daremos o índice "k", temos então:

$$v'_{hk} = \sum_{i=i}^{i+n} \sum_{j=j}^{j+m} a_i b_j \delta_{ij}$$

que também pode ser escrito

$$v'_{hk} = \frac{\left(\sum_{i=i}^{i+n} a_i \right) \left(\sum_{j=j}^{j+m} b_j \right) \sum_{i=i}^{i+n} \sum_{j=j}^{j+m} a_i b_j \delta_{ij}}{\left(\sum_{i=i}^{i+n} a_i \right) \left(\sum_{j=j}^{j+m} b_j \right)}$$

Se fizermos

$$v'_{hk} = a'_h b'_k \delta'_{hk}$$

teremos

$$a'_h = \sum_{i=i}^{i+n} a_i$$

$$b'_k = \sum_{j=j}^{j+m} b_j$$

$$\delta'_{hk} = \frac{\sum_{i=i}^{i+n} \sum_{j=j}^{j+m} a_i b_j \delta_{ij}}{\left(\sum_{i=i}^{i+n} a_i \right) \left(\sum_{j=j}^{j+m} b_j \right)}$$

Assim, o modelo de gravidade, aplicado a nova definição de zonas, será consistente com a aplicação ao sistema original se o novo coeficiente de separação for dado - por uma média ponderada pelos fatores de atração e geração - dos coeficientes de separação individuais. Os novos fatores de geração e atração serão a soma dos fatores individuais.

II.4 MAXIMIZAÇÃO DE ENTROPIA E MODELO DE GRAVIDADE

II.4.1 - Considerações gerais

O modelo de gravidade foi derivado a princípio baseado em uma analogia com a lei gravitacional de Newton, sendo apresentado na forma

$$v_{ij}^* \propto \frac{P_i P_j}{d_{ij}^2}$$

onde P_i e P_j seriam as populações das zonas i e j e d_{ij} a distância entre estas zonas. Historicamente esta proposição foi se transformando até que finalmente chegou-se à forma de apresentação dada no início deste capítulo:

$$v_{ij}^* = a_i b_j f_{ij}$$

Várias formas de funções para f_{ij} são usadas - sem nenhuma tentativa séria de justificação a não ser de que no processo de calibração parecem melhor se ajustarem aos dados em mãos. A crítica frequente a este modelo é a de que não é baseado em variáveis de comportamento sendo quando muito um método heurístico. Wilson [1967] propõe uma derivação

para o M.G. baseado em uma analogia com a mecânica estatística e que, segundo ele, ofereceu uma base teórica sólida ao modelo. Faremos a apresentação deste método com algumas modificações em relação ao apresentado por Wilson, usando sugestões apresentadas por Cesário (1973) e Fisk-Brown (1975).

11.4.2 - Teoria Estatística do modelo de gravidade

Ao conjunto de variáveis v_{ij}^* , número de viagens entre zonas i 's e j 's, chamaremos de distribuição de viagens. Chamaremos de estado do sistema a uma maneira pela qual a distribuição é levada a efeito ao nível micro, i.é, ao nível dos viajantes. Como exemplo, suponhamos um sistema com duas zonas de origem e três zonas de destino, com um total de dez viagens e distribuição dada pela matriz V abaixo.

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}$	<table border="1"> <tr> <td>①</td><td>②④</td><td>⑦⑥</td></tr> <tr> <td>③⑤ ⑧⑨</td><td>⑩</td><td></td></tr> </table>	①	②④	⑦⑥	③⑤ ⑧⑨	⑩		<table border="1"> <tr> <td>②</td><td>⑦①</td><td>④⑥</td></tr> <tr> <td>③⑤ ⑧⑨</td><td>⑩</td><td></td></tr> </table>	②	⑦①	④⑥	③⑤ ⑧⑨	⑩	
①	②④	⑦⑥												
③⑤ ⑧⑨	⑩													
②	⑦①	④⑥												
③⑤ ⑧⑨	⑩													

Matriz V

Estado 1

Estado 2

Representando cada viagem por $\textcircled{n}$, para a mesma distribuição V , apresentamos dois estados diferentes.

Para o desenvolvimento da teoria fazemos quatro hipóteses:

- 1) As viagens são feitas para um propósito específico (Ex: jornada casa - trabalho)
- 2) O conjunto dos viajantes é razoavelmente homogêneo, isto é, pertencem a uma classe ou segmento de classe específico (Ex: funcionários públicos, operários, homens de negócios).

- 3) Dada uma distribuição de viagens, todos os estados possíveis desta distribuição são equiprováveis.
- 4) A distribuição mais provável é aquela que maximiza o número de estados e minimiza uma função custo, a qual é dada um peso γ_i . Este peso γ_i é uma medida, de alguma maneira, da extensão pela qual a separação ou custo é considerada pelos viajantes da zona i . Esta distribuição deve satisfazer algumas restrições como:

$$\begin{aligned} \text{ou/e} \quad \sum_i v_{ij} &= o_i \\ \sum_j v_{ij} &= d_j \end{aligned}$$

Para o modelo irrestrito : $\sum_i \sum_j v_{ij} = v$

O número de arranjos de o_i viagens para n_j zonas de destino, com v_{ij} viagens para cada zona, é dado por

$$\frac{o_i!}{\prod_j v_{ij}!} \quad (13)$$

Uma viagem de i para j pode ser realizada para d_j destinos diferentes, então o número de combinações de v_{ij} viagens para d_j destinos é dado por

$$d_j^{v_{ij}} \quad (14)$$

Combinando (13) e (14) obtemos o número total de estados, para uma distribuição determinada, a partir da zona i :

$$E_i(V_i) = \frac{o_i!}{\prod_j v_{ij}!} \prod_j d_j^{v_{ij}} \quad (15)$$

onde V_i é o vetor $(v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{in_j})$. O número total de estados para todas as zonas i , para uma dada distribuição, é:

$$E(V) = \prod_i \left[\frac{o_i!}{\prod_j v_{ij}!} \prod_j d_j^{v_{ij}} \right] \quad (16)$$

Caso o motivo das viagens seja para o trabalho, cada viagem é realizada para um único destino, então (14) será igual a 1 e teremos

$$E_i(V_i) = \frac{o_i!}{\prod_j v_{ij}!} \quad (17)$$

e

$$E(V) = \prod_i \left[\frac{o_i!}{\prod_j v_{ij}!} \right] = \frac{\prod_i o_i!}{\prod_i \prod_j v_{ij}!} \quad (18)$$

O nosso trabalho consiste em achar a distribuição mais provável, ou seja, a distribuição que maximiza o número de estado, levando-se em conta os custos. Isto será feito então a seguir, tendo em conta as restrições, para cada um dos possíveis tipos de modelos de gravidade.

Modelo semi-restrito: Como já vimos, este modelo é usado quando a distribuição de uma zona de origem independe da

distribuição de outras zonas, ou seja v_{ij} e v_{kj} são independentes para todo $k \neq i$, a função a ser maximizada, então, é $E_i(V_i)$. Simultaneamente devemos minimizar uma função custo:

$$e_i = \gamma_i \sum_j v_{ij} c_{ij}$$

que em geral é a mais usada para sistemas urbanos.

No processo de otimização usaremos $\ln E_i(V_i)$ ao invés de $E_i(V_i)$, pois isso nos torna possível o uso das relações de Stirling⁴ e não afetará os resultados.

Minimizaremos então a função:

$$T_i(V_i) = \gamma_i \sum_j v_{ij} c_{ij} - \ln E_i(V_i) \text{ para cada } i \quad (19)$$

sujeito a

$$\sum_j v_{ij} = o_i \quad (20)$$

Criando o lagrangeano obtemos

$$L_i(V_i) = \gamma_i \sum_j v_{ij} c_{ij} - \ln E_i(V_i) + \alpha_i (\sum_j v_{ij} - o_i)$$

Derivando em relação a v_{ij} e α_i

$$\frac{\partial L_i(V_i)}{\partial v_{ij}} = \gamma_i c_{ij} - \ln d_j + \ln v_{ij} + \alpha_i = 0 \quad (21)$$

⁴ As relações de Stirling são
 $\ln N! = N \ln N - N$ e $\frac{\partial \ln N!}{\partial N} = \ln N$

$$\frac{\partial L_i(V_i)}{\partial \alpha_i} = \sum_j v_{ij} - o_i = 0 \quad (22)$$

De (21) obtemos:

$$v_{ij}^* = d_j \exp(-\alpha_i) \exp(-\gamma_i c_{ij})$$

que substituindo em (22) nos permite calcular $\exp(-\alpha_i)$ e finalmente:

$$v_{ij}^* = \frac{o_i d_j \exp(-\gamma_i c_{ij})}{\sum_j d_j \exp(-\gamma_i c_{ij})} \quad (23)$$

Fazendo as seguintes transformações

$$b = \sum_j d_j \quad \text{e} \quad b_j = \frac{d_j}{b} \quad (24)$$

$$a_i(\gamma_i) = \frac{o_i}{\sum_j b_j \exp(-\gamma_i c_{ij})} \quad (25)$$

e substituindo em (23), obtemos:

$$v_{ij}^* = a_i(\gamma_i) b_j \exp(-\gamma_i c_{ij}) \quad (26)$$

onde b_j representa uma probabilidade de que os viajantes da zona i escolheram a zona j como destino antes que considerações de custo sejam tomadas.

Modelo completamente restrito: Usaremos este modelo quando houver interações entre viajantes de diferentes zonas de origem, tal que as viagens não podem mais ser distribuídas inde

pendentemente para cada zona de origem. Devemos então minimizar a função

$$T(V) = \sum_i \sum_j v_{ij} \gamma_i c_{ij} - \ln E[V]^5 \quad (27)$$

sujeito a

$$\sum_i v_{ij} = d_j \quad \text{para cada } j \quad (28)$$

$$\sum_j v_{ij} = o_i \quad \text{para cada } i \quad (29)$$

Segundo o mesmo procedimento anterior chegamos

a

$$v_{ij}^* = d_j \exp(-\alpha_i) \exp(-\beta_j) \exp(-\gamma_i c_{ij})$$

$$\exp(-\alpha_i) = \frac{o_i}{\sum_j d_j \exp(-\beta_j) \exp(-\gamma_i c_{ij})} = a_i(\Lambda) \quad (30)$$

$$\exp(-\beta_j) = \frac{d_j}{\sum_i \exp(-\alpha_i) \exp(-\gamma_i c_{ij})} = b_j(\Lambda) \quad (31)$$

e finalmente

$$v_{ij}^* = a_i(\Lambda) b_j(\Lambda) \exp(-\gamma_i c_{ij}) \quad (32)$$

onde Λ é o vetor $(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{n_i})$.

⁵ Usaremos um peso γ_i para cada zona i pois não há transferência de custo entre diferentes zonas.

II.4.3 - Validade do método

Wilson [1967] discute a validade do método quanto a dois pontos:

- a) É a aproximação de Stirling válida para os tipos de v_{ij}^* que ocorrem na prática?
- b) É a distribuição de viagens ótima tal que a variância de $T(V)$ é pequena em torno deste ponto?

Evidentemente estas duas questões tem a ver com a coerência interna do método. No capítulo IV procuraremos discutir o método quanto às suas hipóteses básicas.

Wilson responde à primeira pergunta argumentando que se usarmos o método de Darwin-Fowler⁶, os resultados obtidos são os mesmos que os obtidos pela aproximação de Stirling, mesmo quando os números envolvidos são tão pequenos que esta aproximação não é mais válida.

Quanto à segunda questão, Wilson demonstra que isso pode ocorrer. Em sua demonstração chega a uma expressão que nos possibilita uma forma de testar, após a aplicação do modelo de gravidade, cada sistema em particular, quanto a variância de $T(V^*)$ em torno do ótimo. Neste trabalho, apesar de partirmos de uma expressão para $E(V^*)$ diferente da usada por Wilson, o resultado é o mesmo e dado por

$$M = \delta [\ln T(V)]_{\text{ótimo}} = - \frac{1}{Z} \sum_i \sum_j p_i^2 v_{ij}^*$$

⁶ Este método calcula os termos individuais da expressão $E(V^*) = \sum_{k=1}^m E(v_k^*)$, onde m é o número das distribuições possíveis (que satisfazem as restrições), usando uma função geratriz e integração complexa. Estes termos são usados como pesos para calcular as médias de todas as distribuições, e este valor médio se mostra igual ao valor mais provável obtido pela aproximação de Stirling [Wilson, 1967].

onde p é a porcentagem de variação de cada v_{ij} em torno da distribuição mais provável. Esta expressão pode ser simplificada. Suponhamos que haja na matriz V^* de viagens N conjuntos de elementos, cada conjunto com S_n elementos, onde o n -ésimo grupo tenha v_{ij}^* 's com média v_n , então

$$M = - \frac{1}{2} p^2 \sum_{n=1}^N S_n v_n \quad (33)$$

II.4.4 - Coeficiente de separação (Parâmetro γ_i)

A expressão:

$$\exp(-\gamma_i c_{ij})$$

aparece nas relações (26) e (32) como a melhor para a função separação. O parâmetro γ_i , como já dissemos, é uma medida de alguma maneira da extensão pela qual a separação ou custo é considerada pelos viajantes da zona i e esta aproximadamente relacionada com a distância média viajada. Consideremos uma região com um número muito grande de zonas de destino e suponhamos que a separação c tenha um intervalo de variação quase contínuo. Suponhamos ainda que haja m conjuntos de zonas de destino $(S_1, S_2, \dots, S_n)$, cada conjunto com fatores de atração b_j aproximadamente iguais. O custo médio ponderado para as viagens originadas na zona i é dado por:

$$\bar{e}_i = \frac{\sum_j v_{ij}^* c_{ij}}{\sum_j v_{ij}^*} = \frac{a_i [b_{S1} \sum_{j \in S1} c_{ij} \exp(-\gamma_i c_{ij}) + \dots + b_{Sn} \sum_{j \in Sn} c_{ij} \exp(-\gamma_i c_{ij})]}{a_i [b_{S1} \sum_{j \in S1} \exp(-\gamma_i c_{ij}) + \dots + b_{Sn} \sum_{j \in Sn} \exp(-\gamma_i c_{ij})]}$$

Aproximando as somatórias por integrais:

$$\bar{e}_i = \frac{b_{s1} \int_0^\infty \exp(-\gamma_i c) c \, dc + \dots + b_{sn} \int_0^\infty \exp(-\gamma_i c) c \, dc}{b_{s1} \int_0^\infty \exp(-\gamma_i c) \, dc + \dots + b_{sn} \int_0^\infty \exp(-\gamma_i c) \, dc}$$

obtemos então

$$\bar{e}_i = \frac{b_{s1} / \gamma_i^2 + b_{s2} / \gamma_i^2 + \dots + b_{sn} / \gamma_i^2}{b_{s1} / \gamma_i + b_{s2} / \gamma_i + \dots + b_{sn} / \gamma_i}$$

e finalmente

$$\bar{e}_i \approx \frac{1}{\gamma_i} \quad (34)$$

É bom ressaltar que o resultado acima é apenas uma estimativa do que γ_i possa ser, sendo necessário alguns estudos experimentais para examinar este ponto. Fisk e Brown [1975] usando técnicas estatísticas chega a mesma conclusão - supondo para a zona i , de origem, um número grande o_i de viagens e um dado custo total $e_i = \sum_j v_{ij} c_{ij}$, trabalhando com o modelo semi-restrito.

II.5 - POLARIZAÇÃO DE VIAGENS ENTRE ZONAS

Na derivação da fórmula de distribuição de viagens do modelo de gravidade

$$v_{ij}^* = a_i b_j \exp(-\gamma_i c_{ij})$$

assumimos a hipótese de que todos os estados são equiprováveis, o que leva a que o fator b_j , por exemplo se aplique a todas as zonas geradoras de viagem, o mesmo acontecendo com

o fator de geração a_i . Na prática, poderemos ter polarização entre duas zonas, na escolha do destino pelo viajante - influem considerações sócio-econômicas, não consideradas - na derivação do modelo. Como exemplo, consideremos uma indústria localizada em determinado ponto de uma cidade. Nas cercanias da indústria pode surgir, como principal fornecedora de mão de obra desta, algum bairro residencial. As viagens geradas no bairro poderam, na sua quase totalidade, se destinar à indústria, gerando uma polarização de viagens entre os dois pontos, sendo que o modelo de gravidade pode distribuir estas viagens para todas as zonas de destino.

Este problema pode ser contornado da seguinte maneira, assignamos uma probabilidade a priori a cada distribuição. A relação (18) pode ser escrita então como:

$$E(V) = \pi_i \frac{O_i}{\sum_j v_{ij}} \pi_j d_j^{v_{ij}} \pi_j p_{ij}^{v_{ij}} \quad (38)$$

onde p_{ij} é a probabilidade a priori de que o viajante na zona i escolherá a zona j como destino. De (38), pelo mesmo procedimento descrito em II.4.2 obtemos:

$$v_{ij}^* = p_{ij} a_i b_j \exp(-\gamma_i c_{ij})$$

onde

$$a_i = \frac{O_i}{\sum_j p_{ij} b_j \exp(-\gamma_i c_{ij})}$$

$$b_j = \frac{b_j}{\sum_i p_{ij} a_i \exp(-\gamma_i c_{ij})}$$

Os custos envolvidos na viagem de i para j estão contido explicitamente na variável custo generalizado c_{ij} , assim p_{ij} refletirá somente polarizações devidas à relações sócio-econômicas entre as zonas i e j ou algum dado subjetivo devido à preferências ou atitudes dos viajantes - face aos destinos. As hipóteses quanto à natureza de p_{ij} - constituem em si mesmas um problema de modelamento à parte. Por exemplo, pode ser factível expressar v_{ij} como uma função de variáveis x_i e y_j das zonas i e j , dando origem a um modelo da forma $p_{ij} = f(x_i, y_j)$.

CAPÍTULO III

CALIBRAÇÃO E PREVISÃO PARA O MODELO DE GRAVIDADE

III.1 - O PROBLEMA DA CALIBRAÇÃO E PREVISÃO

1) Calibração : O problema da calibração para o modelo de gravidade consiste em:

- a) dada a matriz de viagem [matriz $O/D|V$, no ano base, de ordem $n_i \times n_j$;
- b) dada a matriz de separação ou custos, no ano base, C , de ordem $n_i \times n_j$;

achar a matriz dos fatores da separação F , ou os parâmetros de f , função de separação,

2) Previsão : O problema da previsão consiste em:

- a) dados os vetores $O = [o_1, o_2, \dots, o_{n_i}]$ e $D = [d_1, d_2, \dots, d_{n_j}]$ - obtidos através de um modelo de geração de viagens, para o ano em que se deseja a previsão.
- b) dada a matriz dos fatores de separação, ou os parâmetros da função de separação, obtidos por um processo de calibração

achar a matriz de viagens V^* para o ano meta.

III.2 - MÉTODOS DE PREVISÃO

Apresentaremos aqui os três algoritmos de previsão conhecidos para o modelo completamente restrito que são:

- a) O procedimento iterativo de Furness
- b) Procedimento iterativo do fator de balanceamento
- c) Procedimento iterativo do fator de atração

1) Procedimento de Furness

$$v_{ij}^{*[0]} = \delta_{ij} \quad (1)$$

para cada j

$$v_{ij}^{*[2n-1]} = \frac{v_{ij}^{*[2n-2]} \cdot o_i}{\sum_j v_{ij}^{*[2n-2]}} \quad i=1,2,\dots,n_i \quad (2)$$

para cada i

$$v_{ij}^{*[2n]} = \frac{v_{ij}^{*[2n-1]} \cdot d_j}{\sum_j v_{ij}^{*[2n-1]}} \quad j=1,2,\dots,n_j \quad (3)$$

2) Procedimento do fator de balanceamento: Vimos no capítulo II, item 2.3, que o modelo de gravidade pode ser expresso por:

$$v_{ij}^* = \hat{a}_i \hat{b}_j o_i d_j \delta_{ij} \quad (4)$$

onde

$$\hat{a}_i = \frac{1}{\sum_j b_j d_j \delta_{ij}} \quad (5)$$

$$\hat{b}_j = \frac{1}{\sum_i \hat{a}_i o_i \delta_{ij}} \quad [6]$$

Os $\hat{a}_i$ e $\hat{b}_i$ podem ser obtidos resolvendo-se as equações [5] e [6] iterativamente; fazendo, por exemplo, $\hat{b}_j^{(0)} = 1$ em [5], calculamos $\hat{a}_i^{(0)}$, substituímos em [6], obtemos um novo valor $\hat{b}_j^{(1)}$ para $\hat{b}_j$ e assim por diante. O problema - que temos é se o processo iterativo converge para uma única solução de [5] e [6] e tal que [4] satisfaça as restrições de número de viagens nas origens e nos destinos. Essa convergência será provada a seguir, mostrando que este procedimento é equivalente ao de Furness. No procedimento de Furness podemos tomar para valor inicial de partida do processo, com $\hat{b}_j^{(1)}$ qualquer, a

$$v_{ij}^{*(0)} = \hat{b}_j^{(0)} o_i d_j \delta_{ij}$$

pois como Evans [1970] demonstrou (vide Apêndice A), a solução v_{ij}^* , no processo Furness, não se altera se as colunas ou linhas da matriz inicial são multiplicadas por uma constante. Na primeira iteração teremos:

$$v_{ij}^{*(1)} = \frac{(\hat{b}_j^{(0)} o_i d_j \delta_{ij}) o_i}{\sum_j \hat{b}_j^{(0)} o_i d_j \delta_{ij}}$$

fazendo

$$\hat{a}_i^{(1)} = \frac{1}{\sum_j \hat{b}_j^{(0)} d_j \delta_{ij}}$$

obtemos

$$v_{ij}^{*(1)} = \hat{a}_i^{(1)} \hat{b}_j^{(0)} o_i d_j \delta_{ij}$$

Na segunda iteração teremos

$$v_{ij}^{*(2)} = \frac{[\hat{a}_i^{(1)} \hat{b}_j^{(0)} o_i d_j \delta_{ij}] d_j}{\sum_i \hat{a}_i^{(1)} \hat{b}_j^{(0)} o_i d_j \delta_{ij}}$$

fazendo

$$\hat{b}_j^{(1)} = \frac{1}{\sum_i \hat{a}_i^{(1)} o_i \delta_{ij}}$$

temos

$$v_{ij}^{*(2)} = \hat{a}_i^{(1)} \hat{b}_j^{(1)} o_i d_j \delta_{ij}$$

por indução, nas iterações $(2n-1)$ e $2n$ ($n \geq 1$) teremos:

$$v_{ij}^{*(2n-1)} = \hat{a}_i^{(2n-1)} \hat{b}_j^{(2n-2)} o_i d_j \delta_{ij}$$

$$v_{ij}^{*(2n)} = \hat{a}_i^{(2n-1)} \hat{b}_j^{(2n-1)} o_i d_j \delta_{ij}$$

onde

$$\hat{a}_i^{(2n-1)} = \frac{1}{\sum_j \hat{b}_j^{(2n-2)} d_j \delta_{ij}}$$

$$\hat{b}_j^{(2n-1)} = \frac{1}{\sum_i \hat{a}_i^{(2n-1)} o_i \delta_{ij}}$$

Como o processo de Furness converge, então $\hat{a}_i^{(2n-1)}$ e $\hat{b}_j^{(2n-1)}$ deverão convergir para $\hat{a}_i$ e $\hat{b}_j$, não importando o valor inicial de $\hat{b}_j^{(0)}$.

Este procedimento pode ser apresentado em uma forma alternativa, como descrita por D'Esopo e Lefkowitz (1963). Substituindo o valor de $\hat{a}_i$ em $\hat{b}_j$, obtemos:

$$\hat{b}_j \sum_i \left(\frac{o_i \delta_{ij}}{\sum_k \hat{b}_k d_k \delta_{ik}} \right) = 1 \quad (7)$$

Fazendo o lado esquerdo da equação igual a $g_j(\hat{b}_j)$ podemos escrever

$$\hat{b}_j = \frac{\hat{b}_j}{g_j(\hat{b}_j)} \quad (8)$$

que sugere a seguinte relação iterativa

$$\hat{b}_j^{(n)} = \frac{\hat{b}_j^{(n-1)}}{g_j(\hat{b}_j^{(n-1)})} \quad (9)$$

Um valor inicial conveniente é fazer $\hat{b}_j^{(1)} = 1$ e iterar até que $g_j(\hat{b}_j^{(n)})$ se aproxime de um ou, alternativamente, $\hat{b}_j^{(n)} - \hat{b}_j^{(n-1)}$ se aproxime de zero. Depois que o valor final do fator de balanceamento tiver sido determinado, v_{ij}^* é calculado por:

$$v_{ij}^* = \frac{\hat{b}_j^{(n)} o_i d_j \delta_{ij}}{\sum_k \hat{b}_k^{(n)} d_k \delta_{ik}} \quad (10)$$

3) Procedimento do fator de atração : Este procedimento é empregado na bateria de programas do BPR. O modelo de gravidade do BPR é escrito sem o fator de balanceamento $\hat{b}_j$ como

$$v_{ij}^* = \frac{o_i d_j \delta_{ij}}{\sum_k d_k \delta_{ik}} \quad (11)$$

cuja solução satisfaz a restrição de produção de viagens, mas não a restrição de atração. Esta é satisfeita alterando-se os valores dos $d_j^{(n)}$'s a cada iteração n por meio da equação

$$\hat{d}_j^{(n)} = \frac{d_j}{\sum_i v_{ij}^{*(n-1)}} \cdot d_j^{(n-1)}$$

fazendo inicialmente $d_j^{(1)} = d_j$. A expressão para v_{ij}^* torna-se então

$$v_{ij}^{*(n)} = \frac{o_i d_j^{(n-1)} \delta_{ij}}{\sum_k d_k^{(n-1)} \delta_{ik}}$$

e iteramos até que $d_j^{(n)} - d_j^{(n-1)}$ se aproxime de zero. Obtido o nível desejado de convergência, a matriz $v^{*(n)}$ é tomada como a matriz de distribuição de viagens dada pelo modelo de gravidade.

A diferença principal entre este procedimento e o anterior (D'Esopo e Leffkowitz) é que aqui calculamos uma matriz revisada de viagens a cada iteração e o anterior calcula uma matriz após ter calculado todos os fatores de balanceamento. O parâmetro de atração $b_j^{(n)}$ no procedimento anterior é equivalente a $d_j^{(n)} / d_j$ deste método.

Foram feitas aplicações dos métodos iterativos para várias matrizes F $n \times n$ ($n=10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100$) e vetores $(o_1, o_2, \dots, o_n)$ e $(d_1, d_2, \dots, d_n)$ arbitrários. Tomando como referência o tempo de computação gasto pelo processo de Furness, podemos construir a tabela abaixo do tempo de computação requerido pelas técnicas iterativas descritas:

MÉTODO	TEMPO RELATIVO
FURNESS	1.0
FATOR DE BALANCEAMENTO	1.6
FATOR DE ATRAÇÃO	1.8

Para $u \geq 30$, a variação em torno dos valores acima é no máximo igual a 0.1.

Quanto ao espaço de memória requerido pelo método do Fator de Atração é cerca de dobro do requerido pelos métodos do Fator de Balanceamento e Furness, assumindo que a matriz V possa ser armazenada no espaço que originalmente armazenava F . Assim o método de Furness é mais eficiente que os outros dois, pelo menos para o programa feito por nós, e o usaremos, como veremos depois em alguns dos processos de calibração do Modelo de Gravidade.

4) Modelos semi-restritos : Para estes modelos não precisamos de processos iterativos; basta usarmos diretamente as relações que definem o modelo e a restrição, pois os valores dos fatores de atração (ou geração) são definidos externamente ao modelo:

$$v_{ij}^* = a_i b_j \delta_{ij}$$

$$\sum_j v_{ij}^* = o_i$$

Destas relações obtemos:

$$v_{ij}^* = \frac{o_i b_j \delta_{ij}}{\sum_j b_j \delta_{ij}}$$

III.3 - REQUISITOS TEÓRICOS PARA A CALIBRAÇÃO, ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS

Suporemos inicialmente que haja um conjunto P de pares de zonas para os quais haja pelo menos uma estimação v_{ij}^0 do número de viagens de i para j , para um período de tempo considerado, no ano base. O conjunto P , no máximo, conterá todos os pares $[i, j]$ de zonas. Seja v_{ij} , o número médio de viagens de i para j , onde v_{ij} pode ser calculado estimando a média de várias observações independentes do número de viagens de i para j . Cada observação simples v_{ij}^0 pode ser considerada como tendo uma probabilidade que depende de uma função de distribuição cuja média é v_{ij} . A probabilidade $\phi(v_{ij})$ de se obter a observação v_{ij}^0 é assumida depender somente dos valores de v_{ij} , v_{ij}^0 e de certos parâmetros independentes de i e j , assim

$$\phi(v_{ij}^0) = \phi(v_{ij}, v_{ij}^0)$$

A estimação do número de viagens pelo modelo de gravidade é dado por

$$v_{ij}^* = a_i b_j \phi(c_{ij}, \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n_k})$$

Nesta apresentação, para tornar o estudo mais geral, não suporemos uma forma particular para a função de separação. Esta depende de c_{ij} e de n_k parâmetros, onde o parâmetro π_k se aplica a conjuntos específicos de pares de zonas, conjunto este que denotaremos por S_k .

A escolha do método que estima os parâmetros $a_i, b_j, \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n_k}$ que melhor ajuste os valores de v_{ij}^* a matriz de viagens dada depende do que se conheça do sistema. Se a forma da função ϕ é conhecida, o método de máxima verossimilhança é apropriado. O problema então pode ser definido assim: Obter os requisitos necessários para que, no processo de calibração do modelo de gravidade, os parâmetros $a_i, b_j, \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n_k}$ sejam tais que a probabilidade $\phi(v_{ij}, v_{ij}^*)$ de se obter v_{ij} pelo modelo de gravidade seja máxima.

A função de probabilidade composta para o problema pode então ser definida como:

$$\Phi = \prod_{(i,j) \in P} \phi(v_{ij}, v_{ij}^*) = \prod_{(i,j) \in P} (v_{ij}, a_i b_j \phi(c_{ij}, \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n_k})) \quad (16)$$

A função de verossimilhança será:

$$L = \ln \Phi = \sum_{(i,j) \in P} \ln \phi(v_{ij}, a_i b_j \phi(c_{ij}, \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n_k})) \quad (17)$$

O valor máximo de L é obtido para:

$$\frac{\partial L}{\partial a_i} = 0 \quad \frac{\partial L}{\partial b_j} = 0 \quad \frac{\partial L}{\partial r_k} = 0$$

Obtemos então

$$\frac{\partial L}{\partial a_i} = \sum_{\substack{j \\ (i,j) \in P}} \frac{d \ln \theta}{dv_{ij}^*} b_j \delta(c_{ij}) = \frac{1}{a_i} \sum_{\substack{j \\ (i,j) \in P}} v_{ij}^* \frac{d \ln \theta}{dv_{ij}^*} = 0 \quad \text{pa-}$$

ra cada i

$$\frac{\partial L}{\partial b_j} = \frac{1}{b_j} \sum_{\substack{i \\ (i,j) \in P}} v_{ij}^* \frac{d \ln \theta}{dv_{ij}^*} = 0 \quad \text{para cada } j$$

$$\frac{\partial L}{\partial r_k} = \sum_{\substack{(i,j) \in S_k \\ S_k \subset P}} \frac{d \ln \theta}{dv_{ij}^*} \frac{dv_{ij}^*}{dr_k} \left[\frac{\partial \delta}{\partial r_k} \right]_{c=c_{ij}}$$

$$= \sum_{\substack{(i,j) \in S_k \\ S_k \subset P}} \frac{d \ln \theta}{dv_{ij}^*} v_{ij}^* \left[\frac{\partial \ln \delta}{\partial r_k} \right]_{c=c_{ij}} \quad \text{para cada } k$$

Como por definição a_i e b_j são estritamente positivos obtemos:

$$\sum_{\substack{j \\ (i,j) \in P}} v_{ij}^* \frac{d \ln \theta}{dv_{ij}^*} = 0 \quad \text{para cada } i \quad (18)$$

$$\sum_{\substack{i \\ (i,j) \in P}} v_{ij}^* \frac{d \ln \theta}{d v_{ij}^*} = 0 \quad \text{para cada } i \quad (19)$$

$$\sum_{\substack{(i,j) \in S_k \\ S_k \subset P}} v_{ij}^* \frac{d \ln \theta}{d v_{ij}^*} \left(\frac{\partial \ln \theta}{\partial r_k} \right)_{c=c_{ij}} = 0 \quad \text{para cada } k \quad (20)$$

As relações [18], [19] e [20] são então restrições gerais que teremos no processo de calibração do modelo de gravidade, não sendo necessário que se tenha as estimativas de todas as viagens na matriz do ano base, obtidas através de um levantamento de dados, sendo esta uma grande vantagem do modelo.

A forma da função θ irá diferir evidentemente para cada propósito de viagens; por exemplo, pode-se esperar, a cada dia, uma grande variação, do número de viagens sociais ou para compras em relação a viagens para o trabalho. A função θ dependerá também dos métodos de amostragem, pois cada v_{ij} da matriz de viagens, do ano base, é estimado de uma amostragem aleatória em casa e veículos. Assim, diferentes θ 's serão apropriados a diferentes propósitos de viagens e suas formas podem ser estudadas empiricamente ou aplicando-se a teoria de amostragens a procedimentos de levantamentos de dados em uso no planejamento de transporte.

III.3.1 - Requisitos para o caso em que θ é uma distribuição de Poisson

A função de distribuição de Poisson, segun-

do Bexelius et al [1969], descreve bem a variação no fluxo de tráfego em um ponto qualquer de uma rede, e como argumenta Kirby [1974], a variação de tráfego entre dois lugares particulares da rede pode seguir padrão similar. Mas esta distribuição é tal que sua variancia é igual a média, e o espalhamento da distribuição pode ser muito grande para representar realisticamente a variação do número de viagens entre duas zonas, para um propósito determinado de viagens, como por exemplo, viagens para o trabalho, podendo ser razoável para uma combinação de finalidades. Neste trabalho, faremos uma aplicação de modelo de gravidade a uma zona urbana e, como os dados de que dispomos são para uma combinação de propósitos, suporemos então esta função de distribuição para os dados que temos.

Para esta distribuição temos:

$$P(v_{ij}, v_{ij}^*) = \frac{(v_{ij}^*)^{v_{ij}} \exp[-v_{ij}^*]}{v_{ij}!} \quad (21)$$

e [18], [19] e [20] se reduzem a

$$\sum_{\substack{j \\ (i,j) \in P}} (v_{ij} - v_{ij}^*) = 0 \quad \text{para cada } i \quad (22)$$

$$\sum_{\substack{i \\ (i,j) \in P}} (v_{ij} - v_{ij}^*) = 0 \quad \text{para cada } j \quad (23)$$

$$\sum_{\substack{(i,j) \in S_k \\ S_k \subset P}} (v_{ij} - v_{ij}^*) \left(\frac{\partial \ln f}{\partial \pi_k} \right) = 0 \quad \text{para cada } k \quad (24)$$

$c = c_{ij}$

1) Função de separação $f(c) = \exp(-\gamma_i \cdot c)$: Para o caso em que a função de separação é desta forma, [24] se reduz a:

$$\sum_{\substack{j \\ (i,j) \in P}} (v_{ij} - v_{ij}^*) c_{ij} = 0 \quad \text{para cada } i \quad (25)$$

Se supusermos ainda que o parâmetro da função exponencial é aplicável a todas as zonas do sistema (que denotaremos por γ), então [24] pode ser re-escrito como

$$\sum_i \sum_{\substack{j \\ (i,j) \in P}} (v_{ij} - v_{ij}^*) c_{ij} = 0 \quad (26)$$

2) Requisitos de Kirby: É proposto por Kirby (1974) um método de calibração do modelo de gravidade, pelo qual nenhuma forma especial para a função de separação é requerida. A função $f(c)$ não é definida como contínua, mas como um conjunto discreto de fatores, onde cada um corresponde a um intervalo de custo ao qual c pertença. Suponhamos que o custo seja dividido em n_k intervalos com pontos médios $c_1, c_2, \dots, c_{n_k}$ tal que $c_1 < c_2 < \dots < c_{n_k}$ e onde o comprimento do k -ésimo intervalo seja $2\delta_k$. O parâmetro n_k , que denominaremos: fator de separação, é definido como:

$$\text{se} \quad c_k - \delta_k \leq c_{ij} < c_k + \delta_k$$

$$\text{então} \quad f(c_{ij}) = r_k$$

Todos os r_k serão positivos e chamaremos de S_k ao conjunto de pares de zona tais que os custos c_{ij} pertençam ao intervalo $c_k - \delta_k \leq c_{ij} < c_k + \delta_k$. O modelo de gravidade pode então ser escrito na forma:

$$v_{ij}^* = a_i b_j r_k$$

Para este caso como:

$$\frac{\partial \ln g}{\partial r_k} = \frac{1}{r_k}$$

a relação [24] se transforma para:

$$\sum_{\substack{(i,j) \in S_k \\ s_k \in CP}} [v_{ij} - v_{ij}^*] = 0 \quad (27)$$

III.3.2 - Requisitos para modelos semi-restritos

Como vimos no Item II.4.2 (pag.19), os modelos com restrição de geração somente, são usados quando a distribuição das viagens de uma zona de origem independe da distribuição de outras zonas de origem. Neste caso o parâmetro b_j representa a probabilidade a priori de que o viajante irá escolher a zona j antes que considerações de custo sejam tomadas. Esta probabilidade deve ser dada antes da calibração do modelo, levando-se em consideração a finalidade da viagem e as condições que as zonas de destino oferecem para a satisfação de tal finalidade. Assim, na calibração do modelo deveremos procurar a estimação somente dos parâmetros $a_i, r_1, r_2, \dots, r_k$. Para o caso geral, as restrições serão dadas pelas equações [18] e [20]. Para a distribuição de Poisson e $f(c) = \exp[-\gamma c]$ ou $f(c) = \exp[-\gamma c]$, as restrições serão dadas pelas equações [22] e [25] ou [26]. Para o método de calibração de Kirby, as restrições serão [22] e [27]. Neste caso as restrições serão as mesmas que as requeridas pelo método de calibração proposto pelo U.S. Bureau of

Public Roads (BPR).

Finalizando este item, observa-se que os processos de calibração usuais requerem geralmente restrições - que são da forma das relações [22], [23] e [24], sendo aplicados para quaisquer propósitos de viagem. Neste trabalho estudaremos estes métodos usuais de calibração, também supondo-os aplicáveis a qualquer finalidade de viagem. O enfoque aqui apresentado ao problema dos requisitos teóricos necessários à calibração ficam como um indicador de uma direção de pesquisa, a qual seja, o estudo da forma de θ para cada propósito de viagens.

III.4 - MÉTODOS DE CALIBRAÇÃO

Descrevemos aqui cinco processos de calibração do modelo de gravidade: Métodos de Fisk-Brown para modelos restritos e semi-restritos, método de Hyman, método de Kirby, método do BPR.

III.4.1 - Métodos de Fisk-Brown para $\theta = \exp(-\gamma_i^c)$

1) Modelo semi-restrito: O modelo semi-restrito é dado por

$$v_{ij}^* = a_i(\gamma_i) b_j \exp(-\gamma_i^c c_{ij}) \quad (28)$$

onde

$$a_i(\gamma_i) = \frac{o_i}{\sum_j b_j \exp(-\gamma_i^c c_{ij})} \quad (29)$$

e desejamos estimar o valor dos γ_i 's tais que

$$\sum_j v_{ij}^* = \sum_j v_{ij} = o_i \quad \text{para cada } i \quad (30)$$

$$\sum_j v_{ij}^* c_{ij} = \sum_j v_{ij} c_{ij} = e_i \quad \text{para cada } i \quad (31)$$

Vamos definir as novas variáveis:

$$v'_{ij} = v_{ij}^* / o_i \quad \text{e} \quad \bar{e}_i = e_i / o_i$$

ou seja, v'_{ij} é a proporção do número de viagens totais geradas em i que se destinam a j e $\bar{e}_i$ é o custo médio destas viagens geradas em i .

Procuramos a derivada de v'_{ij} em relação a γ_i

$$\frac{dv'_{ij}}{d\gamma_i} = \frac{1}{o_i} \frac{dv_{ij}^*}{d\gamma_i} = \frac{1}{o_i} \left[\frac{da_i(\gamma_i)}{d\gamma_i} \cdot \frac{1}{a_i(\gamma_i)} \cdot c_{ij} \right] a_i(\gamma_i) \cdot$$

$$b_j \exp(-\gamma_i c_{ij})$$

$$\frac{da_i(\gamma_i)}{d\gamma_i} \cdot \frac{1}{a_i(\gamma_i)} = \frac{o_i \sum_j c_{ij} b_j \exp(-\gamma_i c_{ij})}{\left[\sum_j b_j \exp(-\gamma_i c_{ij}) \right]^2} \cdot \frac{\sum_j b_j \exp(-\gamma_i c_{ij})}{o_i}$$

$$= \frac{\sum_j v_{ij}^* c_{ij}}{o_i} = \bar{e}_i$$

então

$$\frac{dv'_{ij}}{d\gamma_i} = [\bar{e}_i - c_{ij}] v'_{ij}$$

A derivada de $\bar{e}_i$ em relação a γ_i é dada por

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{e}_i}{d\gamma_i} &= \sum_j c_{ij} \frac{dv'_{ij}(\gamma_i)}{d\gamma_i} \\ &= \bar{e}_i^2 - \sum_j v'_{ij} c_{ij}^2 = \sigma_i(\gamma_i) \end{aligned} \quad (32)$$

Demonstra-se que $\sigma_i(\gamma_i)$ é sempre negativo, podemos então concluir que $\bar{e}_i$ é função monotonicamente decrescente de γ_i . Para c_{ij} e b_j fixos, $\bar{e}_i$ é função somente de γ_i , que nos dá uma indicação da magnitude de $\bar{e}_i$: quanto menor γ_i maior será $\bar{e}_i$.

Para obtermos γ_i , expressaremos $\bar{e}_i(\gamma_i)$ por sua série de Taylor em torno de $\gamma_i = 0$. Tomaremos os termos lineares da série e resolveremos a equação obtida para γ_i , obtendo uma aproximação inicial γ_i^1 para γ_i . Expandimos novamente $\bar{e}_i(\gamma_i)$ em torno de γ_i^1 e repetimos o processo até que tenhamos obtido convergência satisfatória:

$$\bar{e}_i(\gamma_i) = \bar{e}_i(0) + \gamma_i \left. \frac{d\bar{e}_i(\gamma_i)}{d\gamma_i} \right|_{\gamma_i=0} + \dots$$

$$= \bar{e}_i(0) - \gamma_i^1 \sigma_i(0)$$

então

$$\gamma_i^1 = \frac{\bar{e}_i(0) - \bar{e}_i(\gamma_i)}{\sigma_i(0)}$$

$$\bar{e}_i(\gamma_i) = \bar{e}_i(\gamma_i^1) + (\gamma_i - \gamma_i^1) \left. \frac{de_i(\gamma_i)}{d\gamma_i} \right|_{\gamma_i = \gamma_i^1} + \dots$$

$$= \bar{e}_i(\gamma_i^1) + (\gamma_i^2 - \gamma_i^1) \sigma(\gamma_i^1)$$

e

$$\gamma_i^2 = \gamma_i^1 + \frac{\bar{e}_i(\gamma_i^1) - \bar{e}_i(\gamma_i)}{\sigma(\gamma_i^1)}$$

Na k-ésima aproximação teremos

$$\gamma_i^k = \gamma_i^{k-1} + \frac{\bar{e}_i(\gamma_i^{k-1}) - \bar{e}_i(\gamma_i)}{\sigma(\gamma_i^{k-1})} \quad (33)$$

O custo médio $\bar{e}_i(\gamma_i)$ é obtido dos dados e calculamos $\bar{e}_i(\gamma_i^k)$ e $\sigma(\gamma_i^k)$ através das relações (28), (29), (31) e (32). É interessante notar que pela relação (34), Item II. 4.4 (pag. 26), em geral deveremos ter $\gamma_i < 1$.

2) Modelo completamente restrito : Este modelo é descrito por:

$$v_{ij}^* = a_i(\Lambda) b_j(\Lambda) \exp(-\gamma_i c_{ij}) \quad (34)$$

e

$$a_i(\Lambda) = \frac{o_i}{\sum_j b_j(\Lambda) \exp(-\gamma_i c_{ij})} \quad (35)$$

$$b_j(\Lambda) = \frac{d_j}{\sum_i a_i(\Lambda) \exp(-\gamma_i c_{ij})} \quad (36)$$

onde Λ é o vetor $(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{ni})$ e desejamos estimá-lo de maneira que:

$$\sum_j v_{ij}^* = o_i \quad \text{para cada } i$$

$$\sum_i v_{ij}^* = d_j \quad \text{para cada } j$$

$$\sum_j v_{ij}^* c_{ij} = e_i \quad \text{para cada } i$$

O procedimento empregado aqui é semelhante ao anterior. Vamos definir as novas variáveis:

$$v'_{ij} = \frac{v_{ij}^*}{v}, \quad g_i = \frac{o_i}{v}, \quad h_j = \frac{d_j}{v}, \quad \bar{e}_i = \sum_j c_{ij} v'_{ij}$$

onde v é o número total de viagens no sistema e $\bar{e}_i$ é a parcela do custo médio total correspondente a zona i .

A derivada parcial de v'_{ij} com respeito a γ_m é dada por:

$$\frac{\delta v'_{ij}}{\delta \gamma_m} = (p_{i,m} + q_{i,m} - \delta_i^m c_{ij}) v'_{ij}$$

onde

$$\delta_i^m = \begin{cases} 1, & \text{se } i=m \\ 0, & \text{se } i \neq m \end{cases}$$

$$p_{i,m} = \frac{\delta a_i(\Lambda)}{\delta \gamma_m} \cdot \frac{1}{a_i(\Lambda)}$$

$$q_{i,m} = \frac{\delta b_j(\Lambda)}{\delta \gamma_m} \cdot \frac{1}{b_j(\Lambda)}$$

Os valores de $p_{i,m}$ e $q_{j,m}$, para dado γ_m , podem ser obtidos resolvendo-se o sistema de equações:

$$\sum_i \frac{\delta v'_{ij}}{\delta \gamma_m} = \frac{\delta (o_i/v)}{\delta \gamma_m} = 0 \quad \text{para cada } j$$

$$\sum_j \frac{\delta v'_{ij}}{\delta \gamma_m} = \frac{\delta (d_j/v)}{\delta \gamma_m} = 0 \quad \text{para cada } i$$

ou ainda

$$\sum_i (p_{i,m} + q_{j,m} \delta_i^m c_{ij}) v'_{ij} = 0 \quad \text{para cada } j \quad (37)$$

$$\sum_j (p_{i,m} + q_{j,m} \delta_i^m c_{ij}) v'_{ij} = 0 \quad \text{para cada } i$$

Dado γ_m , podemos obter v'_{ij} , usando-se, por exemplo, o processo de Furness; o sistema (37) é então linear em $p_{i,m}$ e $q_{j,m}$.

A derivada parcial de $\bar{e}_i(\Lambda)$ em relação a γ_m é dada por

$$\frac{\delta \bar{e}_i(\Lambda)}{\delta \gamma_m} = \sum_j c_{ij} \frac{\delta v_{ij}(\Lambda)}{\delta \gamma_m} = \sum_j c_{ij} (p_{i,m} + q_{j,m} - \delta_{ij}^m c_{ij}) v'_{ij} \quad (38)$$

Expressemos $\bar{e}_i(\Lambda)$ ($i=1,2,\dots,n_i$) por sua série de Taylor em torno do ponto $\Lambda = 0$.

$$\bar{e}_i(\Lambda) = \bar{e}_i(0) + \sum_{m=1}^{n_i} \gamma_m \left. \frac{\delta \bar{e}_i(\Lambda)}{\delta \gamma_m} \right|_{\gamma_m=0} + \dots \text{ para cada } i$$

tomando-se os dois primeiros termos da série, podemos escrever:

$$\bar{e}_i(\Lambda) = \bar{e}_i(0) + \sum_{m=1}^{n_i} \gamma_m \left. \frac{\delta \bar{e}_i(\Lambda)}{\delta \gamma_m} \right|_{\gamma_m=0} \quad \text{para cada } i \quad (39)$$

Resolvendo-se o sistema de equações (39) obtemos uma aproximação Λ^1 para Λ . Para se obter a aproximação k de Λ , o sistema (40) pode ser generalizado para

$$\bar{e}_i(\Lambda) = \bar{e}_i(\Lambda^{k-1}) + \sum_{m=1}^{n_i} (\gamma_m^k - \gamma_m^{k-1}) \left. \frac{\delta \bar{e}_i(\Lambda)}{\delta \gamma_m} \right|_{\gamma_m = \gamma_m^{k-1}} \quad \text{para cada } i \quad (41)$$

Segundo Fisk-Brown, não é necessário calcularmos $\delta \bar{e}_i(\Lambda) / \delta \gamma_m$ a cada iteração, sendo conveniente usarmos um único valor para esta derivada em (41). Do ponto de vista computacional, como veremos a seguir, o valor mais conveniente é $\left. (\delta \bar{e}_i(\Lambda) / \delta \gamma_m) \right|_{\gamma_m=0}$, pois este pode ser achado analiticamente, não havendo a necessidade de usarmos métodos iterativos no cálculo de v'_{ij} em (37). De (34), (35) e (36), obtem-se,

para $\Lambda = 0$

$$v_{ij}^* = \frac{o_i d_j}{\sum_j a_i(0) \sum_j b_j(0)} = \frac{o_i d_j}{\sum_i \sum_j a_i(0) b_j(0)} = \frac{o_i d_j}{v} \quad (42)$$

e então

$$v'_{ij}(0) = g_i h_j \quad (42)$$

A relação (42) substituída em (37) nos permite chegar a

$$p_{i,m} + q_{j,m} = c_{mj} g_m + \delta_i^m \sum_j c_{ij} d_j - e_m \quad (43)$$

Substituindo (43) em (38), obtemos:

$$\left(\frac{\delta \bar{e}_i(\Lambda)}{\delta \gamma_m} \right) \Big|_{\gamma_m=0} = a_i (\delta_i^m - a_m) \left(\sum_j c_{ij} d_j \sum_j c_{mj} d_j - \sum_j c_{ij} c_{mj} d_j \right) \quad (44)$$

A equação (41) pode ser reescrita como:

$$e_i(\Lambda) - e_i(\Lambda^{k-1}) + \sum_m (\gamma_m^k - \gamma_m^{k-1}) \left(\frac{\delta e_i(\Lambda)}{\delta \gamma_m} \right) \Big|_{\gamma_m=0} \quad (45)$$

para cada i

Usando a seguinte notação:

$E_{n_i \times 1}(\Lambda)$: vetor onde cada elemento $\bar{e}_i(\Lambda)$

$DE_{n_i \times n_i}(\Lambda)$: matriz onde cada elemento $\bar{e}_i \frac{\delta e_i(\Lambda)}{\delta \gamma_m}$

podemos representar (45) matricialmente

$$E(\Lambda) = E(\Lambda^{k-1}) + (\Lambda^k - \Lambda^{k-1}) DE(0)$$

Assim são precisamos de uma inversão de matriz para todo o processo iterativo que pode ser descrito pela equação:

$$\Lambda^k = \Lambda^{k-1} + [E(\Lambda^{k-1}) - E(\Lambda)] DE^{-1}(0) \quad (46)$$

A cada passo, tendo-se o valor de Λ^k , é necessário que calculemos $E(\Lambda^k)$, sendo necessário que obtenhamos a matriz $V'(\Lambda^k)$ onde cada elemento é dado por $v'_{ij}(\Lambda^k)$. Esta matriz pode ser obtida aplicando-se, por exemplo, o processo de Furness a matriz F , onde cada $f_{ij} = \exp(\gamma_i^k c_{ij})$ e tal que:

$$\sum_i v'_{ij} = h_j$$

$$\sum_j v'_{ij} = g_i$$

III.4.2 Método de Hyman

Este método é proposto para o caso em que o parâmetro γ , da função separação, é comum a todo o sistema. Para este caso existem vários métodos, dos quais os mais usuais, além deste devido a Hyman, são os métodos de Evans[1971] e Hathaway[1973]. Willians [1976] faz um estudo comparativo desses métodos, chegando a conclusão que o método de Hyman é superior aos outros dois, pois permite uma estimação de γ ao nível de precisão desejado com um esforço computacional menor.

O modelo neste caso é dado por:

$$v_{ij}^* = a_i(\gamma) b_j(\gamma) \exp(-\gamma c_{ij}) \quad [47]$$

$$a_i(\gamma) = \frac{o_i}{\sum_j b_j(\gamma) \exp(-\gamma c_{ij})} \quad [48]$$

$$b_j(\gamma) = \frac{d_j}{\sum_i a_i(\gamma) \exp(-\gamma c_{ij})} \quad [49]$$

e desejamos estimar o valor de γ , tal que

$$\sum_j v_{ij}^* = o_i$$

$$\sum_i v_{ij}^* = d_j$$

$$\sum_i \sum_j v_{ij}^* c_{ij} = e$$

Na calibração usaremos as variáveis definidas abaixo:

$$v'_{ij} = v_{ij}^* / v, \quad g_i = o_i / v, \quad h_j = d_j / v, \quad \bar{e} = e / v$$

onde $\bar{e}(\gamma)$ é uma função monotônica decrescente e cujo limite para γ tendendo a $+\infty$ ou $-\infty$ existe e é finito, como demonstrado por Evans (1971).

No processo de calibração, iniciamos com uma aproximação γ^1 de γ , que na prática pode ser dado por $1/\bar{e}(\gamma)$ (vide Item II.4,4, pag.26). Com este valor de γ^1 , através de um processo iterativo, por exemplo Furness, obtemos $v'_{ij}(\gamma^1)$ e $\bar{e}(\gamma^1)$. O valor de γ^k , na iteração k , pode ser obtido usando-se a relação:

$$\gamma^k = \frac{\bar{e}(\gamma^{k-1}) \gamma^{k-1}}{\bar{e}(\gamma)} \quad [50]$$

que $\bar{e}$ sempre convergente. Mas Hyman, a partir de γ^2 , usa uma relação, chamada em análise numérica de método da secante, que converge mais rapidamente que a relação (50). Para $k \geq 2$ a relação é dada por:

$$\gamma^{k+1} = \gamma^k + \frac{[e(\gamma) - e(\gamma^k)] (\gamma^k - \gamma^{k-1})}{e(\gamma) - e(\gamma^{k-1})} \quad [51]$$

Este método pode se tornar mais rápido se ao invés de (50) para calcular γ^2 usarmos $\gamma^2 = 0$, pois para este valor $\bar{e}(0)$ pode ser achado analiticamente. De (1), (2) e (3), para $\gamma^2 = 0$ obtemos:

$$\bar{e}(0) = \sum_i \sum_j g_i^h c_{ij}$$

A relação (51) pode não convergir sempre, pode-se então usar (50) até que γ^k comece a convergir e a partir deste ponto passamos a usar (51).

III.4.3 Método de Kirby

O modelo a ser calibrado é da forma

$$v_{ij}^* = a_i b_j r_k \quad [52]$$

e desejamos estimar os parâmetros r_k tal que

$$\sum_i v_{ij}^* = o_i \quad \text{para cada } j \quad [53]$$

$$\sum_j v_{ij}^* = d_j \quad \text{para cada } i \quad [54]$$

$$\sum_{(i,j) \in S_k} v_{ij}^* = \sum_{(i,j) \in S_k} v_{ij} = s_k \quad \text{para cada } k \quad [55]$$

onde chamaremos de frequência de custo ao vetor

$$S = (s_1, s_2, \dots, s_{n_k})$$

Uma consideração a se fazer é que, para uma dada definição dos intervalos de custo (ver item III.3 p.12), poderemos ter $s_k = 0$, para um dado k . Para o que se segue, não haverá perda de generalidade se tais casos forem excluídos e se supuzermos que estes intervalos serão definidos de tal modo - que $s_k > 0$ para $k=1, 2, \dots, n_k$. Deve-se notar também que não é necessário que tenhamos $c_k + \delta_k = c_{k+1} - \delta_{k+1}$, ou seja que os limites de intervalos subsequentes sejam os mesmos. Na prática pode também ser necessário definir alguns intervalos maiores que outros. Poderemos em alguns casos considerar o custo entre duas zonas i e j infinito, seja porque a comunicação entre i e j é impossível, seja porque a pesquisa de dados é de tal forma que não é possível a observação destas viagens, não sendo então conveniente na calibração sintetizar um valor de viagens v_{ij}^* para este par de zona. No caso em que a pesquisa de dados pode dar uma estimação de movimento entre i e j , e o valor desta é zero, repetindo-se a experiência pode-se obter um valor não zero, não se justificando então fazer $c_{ij} = \infty$ e no processo de calibração obter-se a um valor não zero para v_{ij}^* .

Para o estudo deste método é mais conveniente-

representar a matriz de viagens V^* como uma matriz tridimensional da seguinte maneira:

$$v_{ijk}^* = p_i q_j r_k \theta_{ijk} \quad (56)$$

onde

$$\theta_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{se } c_{ij} \in [c_k - \delta_k \leq c_k \leq c_k + \delta_k] \\ 0 & \text{se } c_{ij} \notin [c_k - \delta_k \leq c_k \leq c_k + \delta_k] \end{cases}$$

Conhecendo-se o custo c_{ij} e dado uma definição dos pontos médios c_k e da faixa $2\delta_k$ dos intervalos de custo, pode-se determinar a matriz θ . Deve-se notar que todas as celas da matriz tridimensional θ referentes ao par (i,j) tal que $c_{ij} = \infty$ terão valor zero, não sendo necessário definir um intervalo para este custo. As restrições (53), (54) e (55) podem ser re-escritas como

$$\sum_j \sum_k v_{ijk}^* = o_i \quad \text{para cada } i \quad (57)$$

$$\sum_i \sum_k v_{ijk}^* = d_j \quad \text{para cada } j \quad (58)$$

$$\sum_i \sum_j v_{ijk}^* = s_k \quad \text{para cada } k \quad (59)$$

Ao problema definido por (56), (57), (58) e (59), por analogia ao problema biproportional, chamar-se-á (Evans e Kirby, 1974) de problema triproporcional. O processo de se encontrar cada v_{ijk}^* , análogo ao de Furness, será chamado de processo triproporcional, cujo esquema é dado a seguir⁷.

⁷ Prova-se que qualquer que seja o valor positivo usado para $v_{ijk}^{(0)}$, o processo converge para o mesmo valor final de v_{ijk}^* . Assim, se por alguma calibração anterior tivermos valores aproximados $r_k^{(0)}$ de r_k , podemos usar $v_{ijk}^{(0)} = r_k^{(0)} \theta_{ijk}$ como valor inicial, o que pode talvez diminuir o número de ciclos para a convergência desejada.

$$v_{ijk}^{*(0)} = \theta_{ijk} \quad \text{para cada } i, j, k$$

Para o n -ésimo ciclo do procedimento

Para cada j, k

$$v_{ijk}^{*(3n-2)} = \frac{v_{ijk}^{*(3n-3)} o_i}{\sum_j \sum_k v_{ijk}^{*(3n-2)}} \quad i = 1, 2, \dots, n_i \quad (60)$$

Para cada k, i

$$v_{ijk}^{*(3n-1)} = \frac{v_{ijk}^{*(3n-2)} d_j}{\sum_k \sum_i v_{ijk}^{*(3n-1)}} \quad j = 1, 2, \dots, n_j \quad (61)$$

Para cada i, j

$$v_{ij}^{*(3n)} = \frac{v_{ijk}^{*(3n-1)} s_k}{\sum_i \sum_j v_{ijk}^{*(3n-1)}} \quad k = 1, 2, \dots, n_k \quad (62)$$

A cada passo do ciclo teremos:

$$\sum_j \sum_k v_{ijk}^{*(3n-2)} = o_i \quad (63)$$

$$\sum_i \sum_k v_{ijk}^{*(3n-1)} = d_j \quad (64)$$

$$\sum_i \sum_j v_{ijk}^{*(3n)} = s_k \quad (65)$$

Evans e Kirby demonstraram que se existe uma solução para o problema triproporcional, esta é única, e que o processo triproporcional converge para ela.

No processo de calibração, não estamos interessados na obtenção de v_{ij}^* , mas sim nos fatores de separação r_k 's. Evans e Kirby mostram que o processo iterativo definido por (60), (61) e (62) é equivalente a uma solução iterativa de equações em a_i , b_j e r_k e que por meio de transformações pertinentes, a n -ésima aproximação $r_k^{(n)}$ de r_k é obtida a partir de $r_k^{(n-1)}$, no n -ésimo ciclo do procedimento através de:

$$r_k^{(n)} = \frac{s_k}{\sum_i \sum_j v_{ijk}^{*(3n-1)}} r_k^{(n-1)} \quad k = 1, 2, \dots, n_k \quad (66)$$

e

$$r_k^{(0)} = 1 \quad k = 1, 2, \dots, n_k$$

O teste de convergência para este processo é semelhante ao de Furness. O processo deve parar quando as relações:

$$\left. \begin{aligned} \left| \sum_j \sum_k v_{ijk}^{(m)} - a_i \right| &< \epsilon_a && \text{para cada } i \\ \left| \sum_k \sum_i v_{ijk}^{(m)} - b_j \right| &< \epsilon_b && \text{para cada } j \\ \left| \sum_i \sum_j v_{ijk}^{(m)} - s_k \right| &< \epsilon_s && \text{para cada } k \end{aligned} \right\}$$

forem simultaneamente satisfeitas. A cada passo uma destas relações acima será identicamente nula, dependendo se $m=3n-2$, $3n-1$ ou $3n$. Evans e Kirby propõem um teste alternativo, derivado do estudo teórico do problema triproporcional, dado pela relação:

$$\begin{aligned}
 & - \sum_i d_i \ln \left(\frac{d_i}{\sum_j \sum_k v_{ijk}^* (3n-3)} \right) - \sum_j d_j \ln \left(\frac{d_j}{\sum_i \sum_k v_{ijk}^* (3n-2)} \right) \\
 & + \sum_k s_k \ln \left(\frac{s_k}{\sum_i \sum_j v_{ijk}^* (3n-1)} \right) < \epsilon
 \end{aligned} \tag{68}$$

onde cada uma das quantidades entre parênteses é calculada a cada passo do ciclo n , não envolvendo um trabalho computacional a mais muito grande no cálculo deste teste.

Computacionalmente, não é interessante programar o esquema acima; somente uma proporção $1/n_k$ da matriz tridimensional tem celas não zero, pois para cada par (i, j) há no máximo um valor não zero em Θ . A matriz Θ pode ser representada bidimensionalmente desde que:

$$v_{ij}^{*(m)} = \sum_k v_{ijk}^{*(m)}$$

As somatórias nos passos (60), (61) e (62) do ciclo podem ser representadas como:

$$\sum_j \sum_k v_{ijk}^{*(m)} = \sum_j v_{ij}^{*(m)} \quad \text{para cada } i$$

$$\sum_i \sum_k v_{ijk}^{*(m)} = \sum_i v_{ij}^{*(m)} \quad \text{para cada } j$$

$$\sum_i \sum_j v_{ijk}^{*(m)} = \sum_{(i,j) \in S_k} v_{ij}^{*(m)} \quad \text{para cada } k$$

e S_k pode ser achado reportando-se a matriz C de custos entre as zonas i 's e j 's. O esquema do processo pode então ser

reformulado para:

$$v_{ij}^{*(0)} = \begin{cases} 1 & \text{se } c_{ij} < \infty \\ 0 & \text{se } c_{ij} = \infty \end{cases}$$

Para o n -ésimo ciclo ($n \geq 1$):

$$v_{ij}^{*(3n-2)} = \frac{v_{ij}^{*(3n-3)} o_i}{\sum_j v_{ij}^{*(3n-3)}} \quad \text{para cada } i \quad (69)$$

$$v_{ij}^{*(3n-1)} = \frac{v_{ij}^{*(3n-2)} d_j}{\sum_i v_{ij}^{*(3n-2)}} \quad \text{para cada } j \quad (70)$$

$$v_{ij}^{*(3n)} = \frac{v_{ij}^{*(3n-1)} \delta_k}{\sum_{(i,j) \in S_k} v_{ij}^{*(3n-1)}} \quad \text{para cada } k \quad (71)$$

$$\pi_k^{(n)} = \frac{\delta_k}{\sum_{(i,j) \in S_k} v_{ij}^{*(3n-1)}} \cdot \pi_k^{(n-1)} \quad (72)$$

Teste de convergência : Para cada passo do ciclo

$$\left| \sum_j v_{ij}^{*(m)} - o_i \right| < \varepsilon_o \quad \text{para cada } i$$

$$\left| \sum_i v_{ij}^{*(m)} - d_j \right| < \varepsilon_d \quad \text{para cada } j \quad (73)$$

$$\left| \sum_{(i,j) \in S_k} v_{ij}^{*(m)} - \delta_k \right| < \varepsilon_\delta \quad \text{para cada } k$$

ou, para o n -ésimo ciclo:

$$-\sum_i o_i \ln \left(\frac{o_i}{\sum_j v_{ij}^*} \right) - \sum_j d_j \ln \left(\frac{d_j}{\sum_i v_{ij}^*} \right) - \sum_k s_k \ln \left(\frac{s_k}{\sum_{(i,j) \in S_k} v_{ij}^*} \right) < \epsilon \quad (74)$$

III.4.4 Método do BPR (1970)

A bateria de programas do BPR contém um programa de calibração para o modelo de gravidade que é apresentado na forma:

$$v_{ij}^* = a_i d_j r_k \quad (75)$$

e os parâmetros r_k 's devem ser tais que:

$$\sum_j v_{ij}^* = o_i \quad \text{para cada } i \quad (76)$$

$$\sum_{(i,j) \in S_k} v_{ij}^* = s_k \quad \text{para cada } k \quad (77)$$

O modelo pode ser re-escrito na forma

$$v_{ij}^* = \frac{o_i d_j r_k}{\sum_j d_j r_k} \quad (78)$$

notando-se que satisfaz a restrição de geração de viagens mas não a de atração.

No processo de calibração $\bar{e}$ usado como valor inicial para r_k : $r_k^{(0)} = 1$. Usando-se a relação (78) com este valor de r_k obtem-se uma estimação inicial de viagem $v_{ij}^{*(0)}$. A partir desta matriz calcula-se um novo valor para r_k por meio da relação:

$$r_k^{(1)} = \frac{s_k}{\sum_{(i,j) \in S_k} v_{ij}^{*(0)}} r_k^{(0)} \quad \text{para cada } k$$

Neste ponto uma opção $\bar{e}$ oferecida, os valores de $r_k^{(1)}$ podem ser ajustados a uma curva do tipo $f(c) = ac^\beta e^{-\gamma c}$ e destas obtem-se uma aproximação $r_k^{(1')}$ para r_k ou então pode-se continuar o processo com $r_k^{(1)}$. De qualquer forma, um ou outro destes valores $\bar{e}$ substituído em (78), obtendo-se $v_{ij}^{*(1)}$, e o processo continua até que algum critério estatístico, na comparação entre frequência de custo obtida da matriz de viagens dada e a obtida pelo modelo, seja satisfeito.

CAPÍTULO IV

APLICAÇÃO E CONCLUSÃO

IV.1 - A ÁREA DE APLICAÇÃO

Para uma aplicação do modelo de gravidade usamos os dados levantados pela prefeitura de São Bernardo do Campo para a elaboração do Plano de Desenvolvimento Integrado do Município (PDIM).

Na elaboração do PDIM foi considerada como área de estudo todo o município e como área de pesquisa todo o aglomerado urbano a exceção do Distrito de Riacho Grande. Esta área de pesquisa foi dividida em 50 zonas. Como para São Bernardo é grande o volume de viagens externas e através, foram consideradas ainda 20 zonas externas.

No estudo do PDIM, o sistema de transporte considerado não inclui o sistema ferroviário, abrangendo o conjunto de vias com cruzamentos e terminais utilizados por ônibus, caminhões ou carros, transportando passageiros, não se considerando os deslocamentos de carga.

Em 1974, a Secretaria do Planejamento de S.B.C. fez um levantamento de uma matriz origem-destino das viagens no interior do município, realizadas até as 10 horas da manhã. Da análise dos dados obtidos pode-se construir a seguinte tabela, que mostra a variação das viagens por modo e motivo no período de pico (6-9 hs).

MOTIVO	MODO				TOTAL
	A.VEIC.	PASS.A.	ÔNIBUS	TÁXI	%
ESCOLA	0,4	0,0	0,9	-	1,5
COMPRAS	0,8	1,0	2,6	-	3,1
NEGÓCIO	0,7	0,4	1,6	-	2,5
RECREAÇÃO	1,6	2,7	2,9	-	3,6
TRABALHO	22,4	6,0	42,5	0,8	78,3
OUTROS	2,5	3,3	6,8	0,2	11,0
TOTAL	31,5	12,2	15,3	1,0	100

TABELA IV.1

Como as viagens externas com destino na área de pesquisa e as viagens através não puderam ser estimadas pela pesquisa mencionada acima, foram utilizados da dos do METRÔ - S.P. No levantamento destes dados, pelo METRÔ para a Grande São Paulo, o município de S.B.C. havia sido dividido em 5 zonas. Para o PDIM, as viagens para estas 5 zo nas foram divididas entre as 50 zonas proporcionalmente ao número de empregos oferecidos por cada zona. É importante - ressaltar que as viagens de não residentes na área de estudo representam no período de tempo considerado 6-9 hs - 65,4% do total de todas as viagens.

Foram efetuadas também pesquisas de tráfego para determinar a taxa de ocupação dos veículos, volume de tráfego, velocidade nos segmentos de ruas, composição de tráfego e movimentos de conversão nos principais cruzamen - tos.

Para o estudo do PDIM, foi considerado apenas um único motivo de viagens [trabalho] e a seguinte divisão modal:

- a) auto-veículos motoristas
- b) auto-pessoas motoristas + passageiros
- c) ônibus + táxi

Foram construídas, no estudo, as seguintes matrizes I/D:

- a) auto - veículos - pico
- b) pessoas - pico

Neste trabalho, consideraremos, de acordo com os dados que temos, apenas viagens de indivíduos ao trabalho, realizadas por ônibus, táxi ou carros particulares, no período da 6 às 9 horas da manhã, ou seja, trabalharemos com a segunda matriz apresentada acima.

IV.2 - APLICAÇÃO DO MODELO

Na aplicação do modelo consideramos o tempo de viagens entre dois centróides como sendo o custo. Trabalhamos também com três tipos de matrizes O/D:

- a) tendo em conta somente as viagens internas, ou seja, as viagens com ambos os terminais em zonas internas, sendo então a matriz de ordem 50x50.
- b) tendo em conta as viagens internas e as viagens com terminal de origem interno e de destino ex

terno, A matriz é de ordem 50×70 .

c) considerando todas as viagens, a matriz, sendo -
então, de ordem 70×70 .

Esta aplicação para tres matrizes diferen -
tes pode ser justificada. A hipótese em estudo é a de que
o número de viagens entre duas zonas i e j é proporcional a
alguma função que depende do custo. Ora, as zonas externas,
na formulação da rede viária básica de S.B.C., são coloca -
das a pequena distância do limite da área de pesquisa. Como
exemplo, o centróide 62, que representa as viagens origina -
das de São Paulo, através da Via dos Emigrantes, é represen -
tado a 300 m do nó interno a ele ligado (nó 274). Assim te -
mos uma grande diferença entre o custo real destas viagens -
e a obtida do modelo básico da rede. Assim, os custos entre
as zonas internas se apresentam relacionados com os custos -
reais, o que não acontece com as viagens externas ou atra -
vês. Assim, trabalhando com as tres matrizes deveremos ver
como os resultados serão afetados por estas diferenças nos
custos.

Um outro ponto a se considerar, se refere -
ao método de FISK-BROWN, para o modelo completamente restri -
to, para o caso da matriz O/D de ordem 70×70 . Há algumas
zonas externas cujos custos para todos os outros nós da re -
de são iguais, sendo que os custos entre si também são
iguais, como é o caso, por exemplo, dos centróides 63 e 69,
ligados ao nó 119 (vide figura IV.1). Assim na matriz de
custo teremos linhas iguais.

Como neste método é calculada, a partir da matriz de custo e dos vetores de totais zonais $[o_1, o_2, \dots, o_n]$ e $[d_1, d_2, \dots, d_{n_j}]$, uma matriz das derivadas dos custos zonais $c_{ij}(i=1, n_i)$ em relação aos parâmetros $\gamma_{ij}(i=1, n_i)$, esta deverá ter algumas linhas iguais ou proporcionais, não sendo portanto inversível. Para solucionar este problema, nas zonas em que isto acontecia, suas viagens foram somadas e passaram a ser representadas por uma única zona. Assim, as zonas 63 e 69 passaram a ser representadas pela zona 63.

Um dos métodos de FISK-BROWN e o método do BPR não satisfazem as restrições de atração, no entanto, em suas formulações são consideradas fatores de atração para as zonas de destino. O número de emprego em cada zona parece ser uma medida razoável da atração destas zonas para viagens cujo motivo é o trabalho. Como não tínhamos estes dados, usamos como medida o número de viagens totais que chegam a cada zona.

Finalmente, as listagens dos programas usados estão em apêndice. Estes programas foram testados construindo-se matrizes de viagens fictícias que obedecessem as hipóteses pressupostas para cada método.

IV.3 - CRITÉRIOS DE COMPARAÇÃO

1) Dada as matrizes de viagem V e V^* , obtidos respectivamente do levantamento dos dados e do modelo, se plotássemos o conjunto de pontos $\{v_{ij}, v_{ij}^*\}$ em um gráfico para um ajuste perfeito do modelo, estes pontos representariam uma reta com inclinação de 45°, passando pela origem, com todos os pontos em cima da reta, ou seja, com dispersão nula, medida pelo "fator de correlação", que seria 1.

Para um ajuste não perfeito, mas bom, uma regressão linear com o conjunto de pontos $\{(v_{ij}, v_{ij}^*)\}$ deveria nos dar um coeficiente angular perto de um, coeficiente linear perto de zero e fator de correlação perto de um.

Este foi um dos critérios usados então para medir o ajuste dos diversos métodos de calibração para as tres matrizes mencionadas anteriormente $[70 \times 70, 50 \times 70, 50 \times 50]$. Para a matriz de ordem 70×70 fizemos o estudo acima para tres conjuntos de pontos: a) os pontos pertencentes a submatriz referente às zonas de origem de números 1 a 50, b) os pontos pertencentes a submatriz referente às zonas de origem de números 51 a 70, c) todos os pontos

2) Como segundo critério, usamos a raiz do erro médio quadrático [REM_Q] e a porcentagem da raiz do erro médio quadrático [%REM_Q] definidos pelas relações:

$$REM_Q = \left[\frac{\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} (v_{ij} - v_{ij}^*)^2}{n_i \times n_j} \right]^{1/2} \quad (1)$$

$$\%REM_Q = \frac{REM_Q \times N_i \times N_j}{\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} v_{ij}} \quad (2)$$

ou

$$\%REM_Q = \frac{REM_Q}{\bar{v}} \quad (3)$$

onde $\bar{v}$ é o número médio de viagens observadas para o conjunto de pares origem-destino $\{(i, j) / i \in I \text{ e } j \in J\}$ em consideração, n_i e n_j são os números de elementos pertencentes aos conjuntos I e J respectivamente.

Calculamos o REMQ e %REMQ para vários conjuntos de pontos, a tres matrizes já mencionadas e para subconjuntos de pontos da matriz 70 x 70 que apresentaram erro maior que 4 x REMQ, com isto teremos uma idéia da contribuição dos pares origem-destino com maior erro absoluto para a porcentagem dos REMQ. Fizemos o mesmo para os conjuntos de pontos que correspondem a pares O/D com volumes de viagens variando entre dois extremos, também para a matriz 70 x 70. Estes extremos são dados abaixo para os diversos conjuntos:

[0,50] , [50,100] , [100,200] , [200,400] , [400,800] ,

[800,1600] , [1600,3200]

3) Os métodos do BPR e FISK-BROWN para o modelo semi restrito não satisfazem as restrições de atração. Procuramos então medir o grau de aproximação dos totais de viagens nas zonas de destino para estes métodos, verificando também o erro médio quadrático e o coeficiente de correlação entre os vetores $\{d_1, d_2, \dots, d_{nj}\}$ obtido da matriz O/D e $\{d_1^*, d_2^*, \dots, d_{nj}^*\}$ obtido do resultado do modelo.

4) Os métodos de Hyman, Kirby e BPR calibram de modo a manter o custo médio total do sistema, mas não os custos zonais. A aproximação entre os custos zonais-médios observados e os obtidos pelos modelos acima são também comparados usando-se o erro médio quadrático e o coeficiente de correlação.

5) Os resultados da calibração da matriz 70 x 70 são analisados para tres conjuntos de zonas de origem:

- a) As zonas internas, numeradas de 1 a 50 ,
- b) As zonas externas numeradas de 51 a 70 ,
- c) As zonas internas e externas (1 a 70).

IV.4 - RESULTADOS

Apresentaremos abaixo as tabelas obtidas da comparação dos resultados dos diversos modelos com os dados. O método de FISK-BROWN sem restrição esta na tabela com o nome BROWN, o método completamente restrito aparece com o nome FISK. são apresentados também tres mapas:

MAPA 1 - Localização das áreas de estudo e de pesquisa

MAPA 2 - Zonas de Tráfego e Centrôides

MAPA 3 - Rede Viária Básica

e uma relação das zonas externas (Tabela IV.11)

		ORDEM DA MATRIZ	HYMAN	BPR	KIRBY	
CUSTOS MÉDIOS NAS ORIGENS	REM2	70 x 70	2,59	2,30	2,28	
		50 x 70	1,60	1,39	1,38	
		50 x 50	1,95	1,81	1,77	
	COEFICIENTE ANGULAR	70 x 70	0,65	0,67	0,65	
		50 x 70	0,28	0,31	0,25	
		50 x 50	0,24	0,25	0,20	
	TERMO INDEPENDENTE	70 x 70	4,0	3,71	3,79	
		50 x 70	5,2	5,66	6,18	
		50 x 50	5,4	6,08	6,46	
	FATOR DE CORRELAÇÃO	70 x 70	0,73	0,79	0,78	
		50 x 70	0,40	0,45	0,42	
		50 x 50	0,35	0,35	0,33	

Tabela IV.2

		ORDEN DA MATRIZ	BROWN	BPR	
VIAGENS NOS DESTINOS	RMEQ	70 x 70	197	484	
		50 x 70	30	155	
		50 x 50	35	118	
	% RMEQ	70 x 70	13%	32%	
		50 x 70	9,5%	35%	
		50 x 50	11,7%	40%	
	TERMO IN COEFICIENTE ANGU- LAR	70 x 70	1,0	0,92	
		50 x 70	0,97	1,24	
		50 x 50	0,95	1,13	
	TERMO IN DEPENDENTE	70 x 70	1,6	122	
		50 x 70	8,01	-73,7	
		50 x 50	13,4	-38,7	
	CORRE- LAÇÃO	70 x 70	0,99	0,98	
		50 x 70	0,99	0,96	
		50 x 50	0,99	0,96	

Tabela IV.3

		ORDEN DA MATRIZ		BROWN	FISK	HYMAN	SPR	KIRBY	
MATRIZ DE VIAGENS	COEFICIENTE ANGULAR	70 x 70	1x50	0,49	0,11	0,37	0,41	0,43	
			51-70	0,57	0,22	0,30	0,34	0,38	
			1-70	0,57	0,14	0,32	0,36	0,39	
		50 x 70		0,21	0,22	0,20	0,38	0,37	
		50 x 50		0,20	0,21	0,18	0,38	0,38	
	TERMO CONSTANTE		1-50	5,44	18,8	6,7	6,2	6,08	
			51-70	21,7	14,3	35,0	33,1	31,3	
			1-70	9,40	17,6	14,8	14,0	13,3	
		50 x 70		4,9	4,9	5,01	3,9	3,96	
		50 x 50		4,70	4,6	4,75	3,60	3,61	
	CORRELAÇÃO		1-50	0,68	0,35	0,53	0,61	0,57	
			51-70	0,77	0,58	0,56	0,65	0,68	
			1-70	0,77	0,41	0,57	0,66	0,68	
		50 x 70		0,47	0,47	0,45	0,57	0,60	
		50 x 50		0,46	0,47	0,43	0,60	0,62	
	REMQ	70 x 70		81	102	103	96	93	
		50 x 70		18	18	18	17	16	
		50 x 50		17,5	17	18	16	15	
	% REMQ	70 x 70		369%	476%	471%	437%	425%	
		50 x 70		286%	285%	286%	267%	257%	
		50 x 50		301%	299%	305%	272%	265%	
PARES O/D COM ERRO MAIOR QUE 4 x REMQ	Nº DE PARES	70 x 70		40	38	37	42	41	
		50 x 70		46	46	45	46	44	
		50 x 50		33	36	34	35	32	
	NOVIAGENS OBSER- VADAS	70 x 70		34072	37960	32328	34842	30890	
		50 x 70		5690	5611	8660	4959	5245	
		50 x 50		4189	4394	4269	3639	3682	
	NOVIAGENS PELO MODELO	70 x 70		21191	6125	15615	18601	16882	
		50 x 70		1143	1231	1140	2190	1879	
		50 x 50		710	878	669	1377	1361	
	ERRO ABSOLUTO	70 x 70		27585	32769	31755	31530	30248	
		50 x 70		4922	4920	4859	4502	4173	
		50 x 50		3478	3670	3599	3188	2865	
	REMQ	70 x 70		783	984	1072	953	907	
		50 x 70		111	111	113	101	98	
		50 x 50		110	106	110	94	92	
	% REMQ	70 x 70		92%	97%	123%	112%	120%	
		50 x 70		90%	84%	89%	94%	81%	
		50 x 50		86%	85%	83%	91%	80%	

METODO DE BROWN

PARES O/D COM ERRO MAIOR QUE 4.00 X RMSE

			VIAGENS	VIAGENS	
			OBSERVADAS	ESPERADAS	DIFERENÇA
PAR:(2, 59)			830.00	421.08	418.92
PAR:(51, 52)			1089.00	47.05	1041.95
PAR:(52, 21)			1112.00	133.52	978.48
PAR:(52, 37)			1983.00	945.85	957.15
PAR:(52, 42)			0.00	665.58	665.58
PAR:(52, 50)			0.00	606.94	606.94
PAR:(52, 59)			688.00	1203.47	515.47
PAR:(52, 62)			2402.00	417.64	1984.36
PAR:(53, 37)			870.00	368.83	501.17
PAR:(53, 59)			0.00	419.36	419.36
PAR:(54, 42)			729.00	222.94	506.06
PAR:(54, 59)			729.00	243.19	485.81
PAR:(54, 59)			0.00	769.58	769.58
PAR:(56, 25)			1449.00	1078.35	370.65
PAR:(56, 37)			769.00	291.91	477.09
PAR:(57, 25)			0.00	469.35	469.35
PAR:(57, 37)			883.00	238.51	644.49
PAR:(57, 69)			617.00	67.80	549.20
PAR:(58, 25)			987.00	513.68	473.32
PAR:(58, 37)			0.00	586.87	586.87
PAR:(58, 42)			1262.00	530.54	731.46
PAR:(58, 50)			1262.00	462.13	799.86
PAR:(58, 59)			0.00	1286.02	1286.02
PAR:(59, 42)			796.00	405.24	390.76
PAR:(59, 50)			796.00	409.27	386.73
PAR:(59, 59)			0.00	798.45	798.45
PAR:(60, 54)			722.00	25.66	696.34
PAR:(60, 59)			0.00	504.68	504.68
PAR:(61, 59)			0.00	335.62	335.62
PAR:(63, 50)			562.00	38.52	523.48
PAR:(64, 26)			690.00	91.99	598.01
PAR:(64, 37)			2622.00	544.51	2077.49
PAR:(64, 62)			0.00	394.33	394.33
PAR:(65, 25)			1178.00	342.93	835.07
PAR:(67, 58)			460.00	19.44	440.56
PAR:(69, 52)			795.00	175.32	619.68
PAR:(69, 59)			1018.00	454.62	593.38
PAR:(70, 25)			4804.00	4338.22	465.78
PAR:(70, 37)			1004.00	159.44	844.56
PAR:(70, 25)			1504.00	159.06	844.94

NUMERO DE VIAGENS OBSERVADAS PARA ESTES PARES= 34272.00

NUMERO DE VIAGENS ESPERADAS PARA ESTES PARES= 21191.40

ERRO TOTAL PARA ESTES PARES= 27585.12

RAIZ DO ERRO MEDIO QUADRATICO PARA ESTES PARES= 782.99

NUMERO DE PARES O/D COM ERRO MAIOR QUE 4.00 X RMSE= 40

METODO DE FISK

PARES O/D COM ERRO MAIOR QUE 4.00 X RMSE

			VIAGENS	VIAGENS	
			OBSERVADAS	ESPERADAS	DIFERENÇA
PAR:(2, 27)			967.00	43.34	923.66
PAR:(3, 55)			1089.00	52.21	1036.79
PAR:(4, 26)			0.00	467.19	467.19
PAR:(4, 53)			1262.00	89.83	1172.17
PAR:(5, 53)			796.00	61.32	734.68
PAR:(6, 7)			603.00	83.36	519.64
PAR:(9, 62)			483.00	65.16	417.84
PAR:(15, 53)			1357.00	94.62	1262.38
PAR:(16, 62)			651.00	86.90	564.10
PAR:(18, 57)			722.00	18.68	703.32
PAR:(23, 38)			501.00	45.39	455.61
PAR:(25, 62)			688.00	66.68	621.32
PAR:(26, 39)			1983.00	279.61	1623.39
PAR:(27, 39)			870.00	185.17	684.83
PAR:(28, 39)			769.00	176.88	592.12
PAR:(31, 39)			883.00	125.63	757.37
PAR:(32, 54)			620.00	57.25	562.75
PAR:(33, 39)			772.00	130.03	631.97
PAR:(35, 38)			690.00	34.01	655.99
PAR:(36, 62)			1049.00	136.69	911.31
PAR:(37, 56)			2955.00	308.69	2646.31
PAR:(38, 39)			2622.00	296.11	2325.89
PAR:(42, 51)			849.00	154.00	686.00
PAR:(42, 56)			617.00	139.82	477.18
PAR:(43, 44)			920.00	81.17	838.83
PAR:(44, 43)			493.00	11.04	451.96
PAR:(44, 51)			525.00	110.64	408.36
PAR:(45, 22)			1117.00	25.97	1091.03
PAR:(47, 44)			1262.00	224.02	1037.98
PAR:(48, 44)			796.00	142.17	653.83
PAR:(56, 26)			1178.00	258.80	919.20
PAR:(57, 26)			1663.00	274.30	1393.70
PAR:(58, 1)			623.00	62.21	540.79
PAR:(58, 26)			845.00	220.20	624.80
PAR:(59, 26)			1419.00	547.29	901.71
PAR:(63, 26)			987.00	402.91	584.09
PAR:(64, 26)			1489.00	470.29	1018.71
PAR:(67, 52)			920.00	49.77	870.23

NÚMERO DE VIAGENS OBSERVADAS PARA ESTES PARES= 37960.00

NÚMERO DE VIAGENS ESPERADAS PARA ESTES PARES= 6125.37

ERRO TOTAL PARA ESTES PARES= 32769.00

RAIZ DO ERRO MEDIO QUADRÁTICO PARA ESTES PARES= 984.23

NÚMERO DE PARES O/D COM ERRO MAIOR QUE 4.00X RMSE= 38

METODO DE HYMAN

PARES 0/0 COM ERRO MAIOR QUE 4.02 X RMSE

			VIAGENS OBSERVADAS	VIAGENS ESPERADAS	DIFERENCA
PAR:(	5,	59)	848.00	253.51	586.49
PAR:(	51,	57)	1289.00	41.27	1047.73
PAR:(	52,	21)	1112.00	170.48	941.52
PAR:(	52,	37)	1903.00	1028.63	874.37
PAR:(	52,	50)	0.00	453.64	453.64
PAR:(	52,	52)	0.00	790.47	790.47
PAR:(	52,	53)	2422.00	299.58	2102.42
PAR:(	53,	37)	872.00	357.49	512.51
PAR:(	53,	59)	0.00	419.19	419.19
PAR:(	54,	42)	729.00	209.61	519.39
PAR:(	54,	50)	729.00	198.73	530.27
PAR:(	54,	59)	0.00	433.47	433.47
PAR:(	56,	25)	1449.00	160.32	988.68
PAR:(	56,	37)	769.00	310.90	458.10
PAR:(	56,	59)	0.00	502.60	502.60
PAR:(	57,	37)	883.00	227.72	655.28
PAR:(	57,	59)	617.00	50.16	566.84
PAR:(	58,	37)	0.00	572.57	572.57
PAR:(	58,	47)	1262.00	527.26	734.74
PAR:(	58,	50)	1262.00	424.37	837.63
PAR:(	58,	59)	0.00	1090.38	1090.38
PAR:(	59,	25)	1489.00	877.89	611.11
PAR:(	59,	59)	0.00	1247.50	1247.50
PAR:(	60,	54)	722.00	24.53	697.47
PAR:(	62,	52)	567.00	18.87	548.13
PAR:(	64,	36)	692.00	99.95	592.05
PAR:(	64,	37)	2672.00	443.63	2178.37
PAR:(	65,	25)	1178.00	402.13	775.87
PAR:(	67,	58)	462.00	13.01	448.99
PAR:(	69,	52)	795.00	102.43	692.57
PAR:(	69,	59)	1048.00	251.85	796.15
PAR:(	70,	25)	4804.00	849.46	3954.54
PAR:(	70,	37)	1004.00	212.43	791.57
PAR:(	70,	50)	1074.00	203.56	860.44
PAR:(	70,	37)	0.00	788.40	788.40
PAR:(	70,	59)	34.00	473.58	439.58
PAR:(	70,	59)	0.00	783.48	783.48

NUMERO DE VIAGENS OBSERVADAS PARA ESTES PARES= 32328.00

NUMERO DE VIAGENS ESPERADAS PARA ESTES PARES= 15615.03

ERRO TOTAL PARA ESTES PARES= 31755.53

RAIZ DO ERRO MEDIO QUADRATICO PARA ESTES PARES= 1072.05

NUMERO DE PARES 0/0 COM ERRO MAIOR QUE 4.02 X RMSE= 37

METODO DO BPR

PARES O/D COM ERRO MAIOR QUE 4.00 X RMSE

			VIAGENS OBSERVADAS	VIAGENS ESPERADAS	DIFERENÇA
PAR:(	2,	59)	848.00	318.72	521.28
PAR:(	51,	52)	1089.00	50.11	1038.89
PAR:(	52,	6)	0.00	398.40	398.40
PAR:(	52,	21)	1112.00	154.31	957.69
PAR:(	52,	25)	1618.00	1057.19	560.81
PAR:(	52,	37)	1903.00	1340.88	562.12
PAR:(	52,	42)	0.00	453.32	453.32
PAR:(	52,	46)	51.00	442.33	391.33
PAR:(	52,	50)	0.00	519.05	519.05
PAR:(	52,	63)	2402.00	286.34	2115.66
PAR:(	53,	23)	845.00	455.73	389.27
PAR:(	53,	37)	870.00	368.99	501.01
PAR:(	53,	59)	0.00	584.66	584.66
PAR:(	54,	49)	729.00	261.09	467.91
PAR:(	54,	50)	729.00	262.03	466.97
PAR:(	56,	23)	1449.00	390.87	1058.13
PAR:(	56,	37)	759.00	344.58	414.42
PAR:(	57,	37)	883.48	263.72	619.28
PAR:(	57,	59)	0.00	468.69	468.69
PAR:(	57,	69)	617.00	54.88	562.12
PAR:(	58,	37)	0.00	632.64	632.64
PAR:(	58,	47)	1262.00	328.50	933.50
PAR:(	58,	59)	1262.00	557.81	704.19
PAR:(	58,	59)	0.00	700.26	700.26
PAR:(	59,	23)	1489.00	1100.51	388.49
PAR:(	59,	59)	0.00	820.51	820.51
PAR:(	60,	54)	722.00	35.23	686.77
PAR:(	63,	52)	552.00	29.89	532.11
PAR:(	64,	36)	690.00	69.07	620.93
PAR:(	64,	37)	2622.00	541.43	2080.57
PAR:(	64,	59)	0.00	445.45	445.45
PAR:(	65,	23)	1178.00	380.60	797.40
PAR:(	67,	38)	450.00	17.83	442.17
PAR:(	69,	37)	0.00	494.48	494.48
PAR:(	69,	52)	795.00	162.25	632.75
PAR:(	69,	59)	1048.00	379.43	668.57
PAR:(	70,	23)	4804.00	1346.11	3457.89
PAR:(	70,	32)	1004.00	162.84	841.16
PAR:(	70,	35)	1004.00	150.30	853.70
PAR:(	70,	37)	0.00	525.28	525.28
PAR:(	70,	50)	30.00	646.95	612.95
PAR:(	70,	59)	0.00	597.89	597.89

NUMERO DE VIAGENS OBSERVADAS PARA ESTES PARES= 34842.00

NUMERO DE VIAGENS ESPERADAS PARA ESTES PARES= 18601.15

ERRO TOTAL PARA ESTES PARES= 31530.70

RAIZ DO ERRO MEDIO QUADRATICO PARA ESTES PARES= 933.98

NUMERO DE PARES O/D COM ERRO MAIOR QUE 4.00X RMSE= 42

METODO DE KIRBY

PARES O/D COM ERRO MAIOR QUE 4.00 X RMSE

			VIAGENS	VIAGENS	
			OBSERVADAS	ESPERADAS	DIFERENÇA
PAR:(	2,	59)	840.00	343.33	496.67
PAR:(	4,	25)	0.00	388.09	388.09
PAR:(	51,	25)	0.00	424.55	424.55
PAR:(	51,	52)	1089.00	59.23	1029.77
PAR:(	52,	21)	1112.00	230.56	881.44
PAR:(	52,	37)	1903.00	1264.30	638.70
PAR:(	52,	42)	0.00	386.26	386.26
PAR:(	52,	46)	51.00	452.31	401.31
PAR:(	52,	50)	0.00	406.18	406.18
PAR:(	52,	63)	2402.00	331.07	2070.93
PAR:(	53,	37)	870.00	343.11	526.89
PAR:(	53,	59)	0.00	557.16	557.16
PAR:(	54,	25)	0.00	398.65	398.65
PAR:(	54,	43)	729.00	254.98	474.02
PAR:(	54,	50)	729.00	228.16	500.84
PAR:(	56,	25)	1449.00	462.22	986.78
PAR:(	56,	37)	769.00	333.61	435.39
PAR:(	57,	37)	883.00	254.34	628.66
PAR:(	57,	59)	0.00	526.43	526.43
PAR:(	57,	69)	617.00	63.35	553.65
PAR:(	58,	37)	0.00	619.05	619.05
PAR:(	58,	42)	1262.00	322.02	939.98
PAR:(	58,	50)	1262.00	490.89	771.11
PAR:(	58,	59)	0.00	734.01	734.01
PAR:(	59,	59)	0.00	853.99	853.99
PAR:(	60,	54)	722.00	34.87	687.13
PAR:(	61,	59)	0.00	378.67	378.67
PAR:(	63,	52)	502.00	37.15	524.85
PAR:(	64,	36)	690.00	51.95	638.05
PAR:(	64,	37)	2022.00	492.50	2129.50
PAR:(	65,	25)	1178.00	522.35	655.65
PAR:(	67,	58)	460.00	16.80	443.11
PAR:(	69,	37)	0.00	486.11	486.11
PAR:(	69,	52)	795.00	201.66	593.34
PAR:(	69,	59)	1048.00	347.01	700.99
PAR:(	70,	25)	4804.00	1643.99	3160.01
PAR:(	70,	37)	1004.00	171.40	832.60
PAR:(	70,	25)	1004.00	176.33	827.67
PAR:(	70,	37)	0.00	484.02	484.02
PAR:(	70,	50)	34.00	549.26	515.26
PAR:(	70,	59)	0.00	560.76	560.76

NUMERO DE VIAGENS OBSERVADAS PARA ESTES PARES= 30890.00

NUMERO DE VIAGENS ESPERADAS PARA ESTES PARES= 16882.80

ERRO TOTAL PARA ESTES PARES= 30249.20

RAIZ DO ERRO MEDIO QUADRATICO PARA ESTES PARES= 997.93

NUMERO DE PARES O/D COM ERRO MAIOR QUE 4.00X RMSE= 41

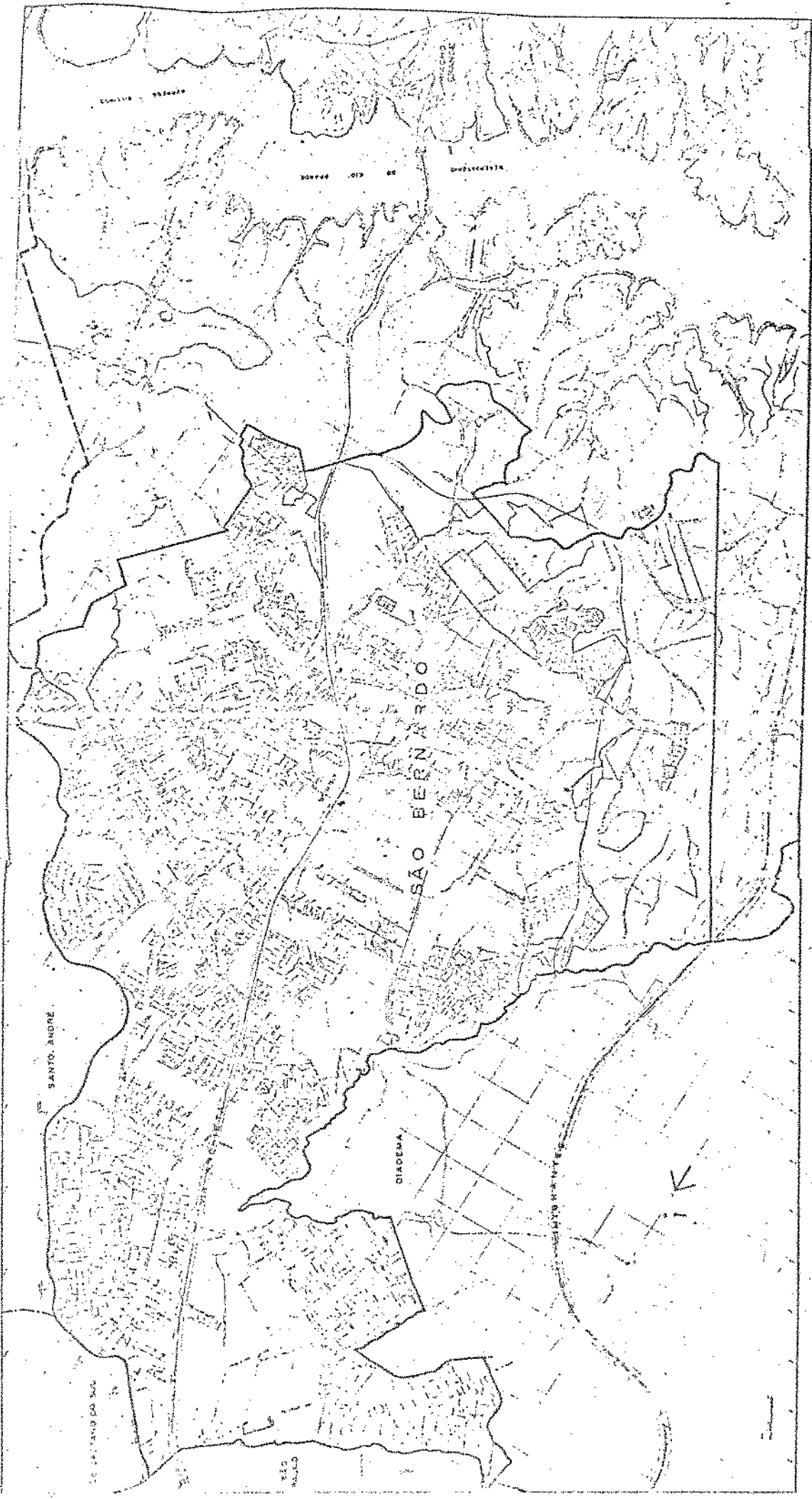
VOLUME DE VIAGENS		BROWN	HYMAN	BPR	KIRBY
0-50	REMQ	43,18	48,39	42,82	42,52
	% REMQ	1136%	1273%	1126%	1119%
	Nº DE PARES	4510	4510	4510	4510
50-100	REMQ	55,28	62,84	67,11	74,42
	% REMQ	80%	90%	97%	107%
	Nº DE PARES	186	186	186	186
100-200	REMQ	78,55	94,69	90,47	92,43
	% REMQ	57%	69%	66%	67%
	Nº DE PARES	91	91	91	91
200-400	REMQ	160,84	176,30	166,99	173,41
	% REMQ	58%	64%	60%	63%
	Nº DE PARES	65	65	65	65
400-800	REMQ	395,47	399,51	373,62	372,01
	% REMQ	66%	66%	62%	62%
	Nº DE PARES	27	27	27	27
800-1600	REMQ	664,46	717,38	721,04	692,71
	% REMQ	61%	66%	67%	64%
	Nº DE PARES	16	16	16	16
1600-3200	REMQ	1519,58	1581,69	1535,84	1524,17
	% REMQ	71%	74%	72%	71%
	Nº DE PARES	4	4	4	4

Tabela IV.10

NÚMERO DA ZONA	LOCALIZAÇÃO
51	Santos e Litoral - Via Anchieta Riacho Grande - Via Anchieta Ribeirão Pires (outros - Via Anchieta)
52	Santo André - (Pereira Barreto) Santo André - (Baeta Neves)
53	Santo André - (Winston Churchill)
54	Santo André - (Rudge Ramos - R. Afonsina)
55	S. Caetano - (S. André - R. Pereira Barreto)
56	S. Caetano - (Rudge Ramos - R. Afonsina)
57	S. Caetano - (Rudge Ramos - R. Gertí)
58	S. Caetano - Estrada das Lágrimas
59	S. Paulo - Via Anchieta (Rudge Ramos) S. Paulo - Via Anchieta
60	S. Paulo - Estrada do Cursino
61	S. Paulo - Estrada da Água Funda
62	S. Paulo - Via dos Imigrantes (Diadema MMDC)
63	S. Paulo - (Diadema - Piraporinha) S. Paulo - Via Imigrantes (Piraporinha)
64	S. Paulo - Via Imigrantes (Estr. Eldorado)
65	S. Paulo - Via Imigrantes (Estr. Alvarenga)
66	S. Paulo - Via Imigrantes (Estr. Galvão)
67	Diadema - (Taboão)
68	Diadema - (MMDC)
69	Diadema - (Piraporinha)
70	Diadema - (V. Paulicéia)

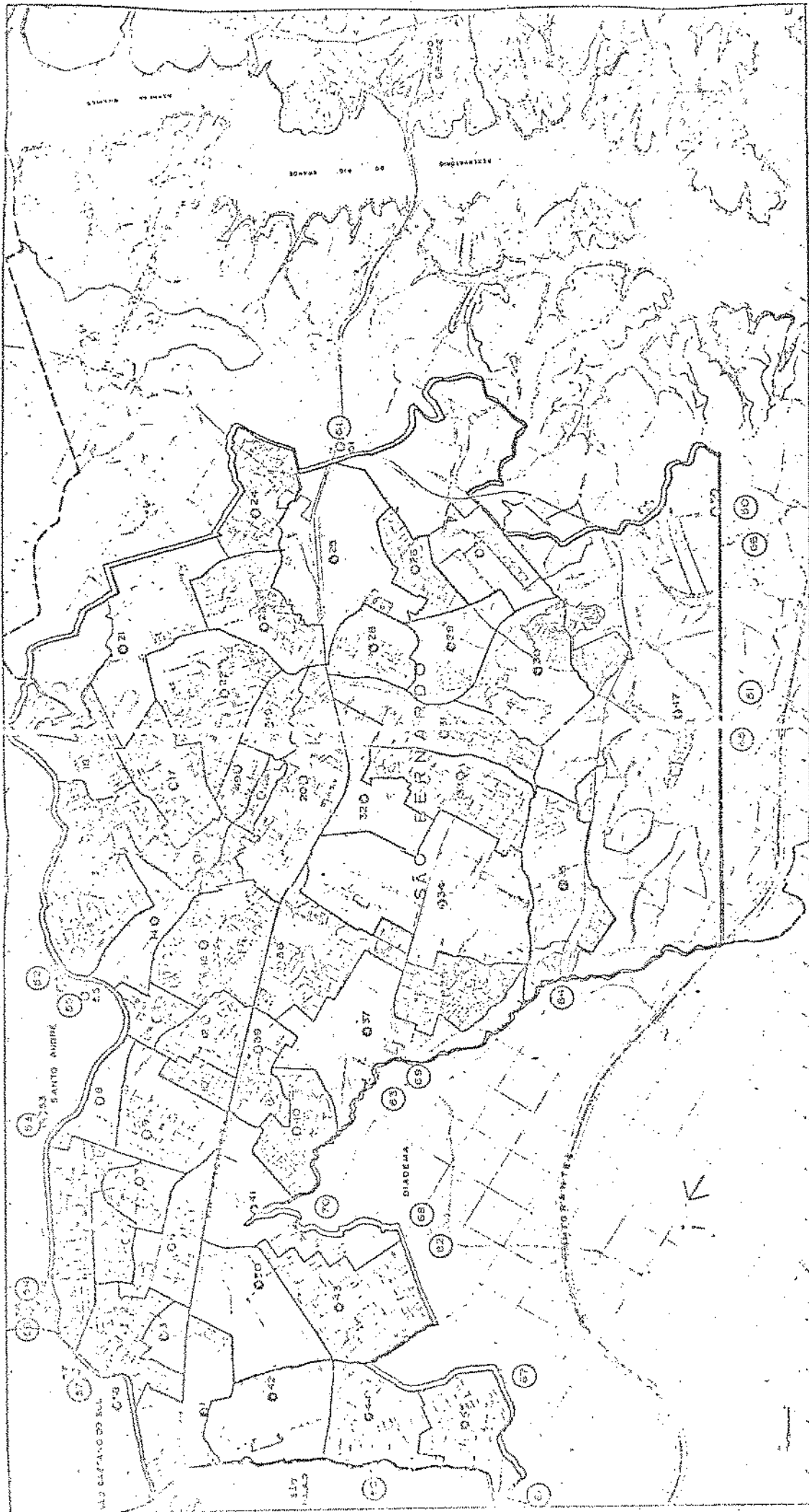
Tabela IV.11

PDIM
ESTU
LOCAL
ESTU



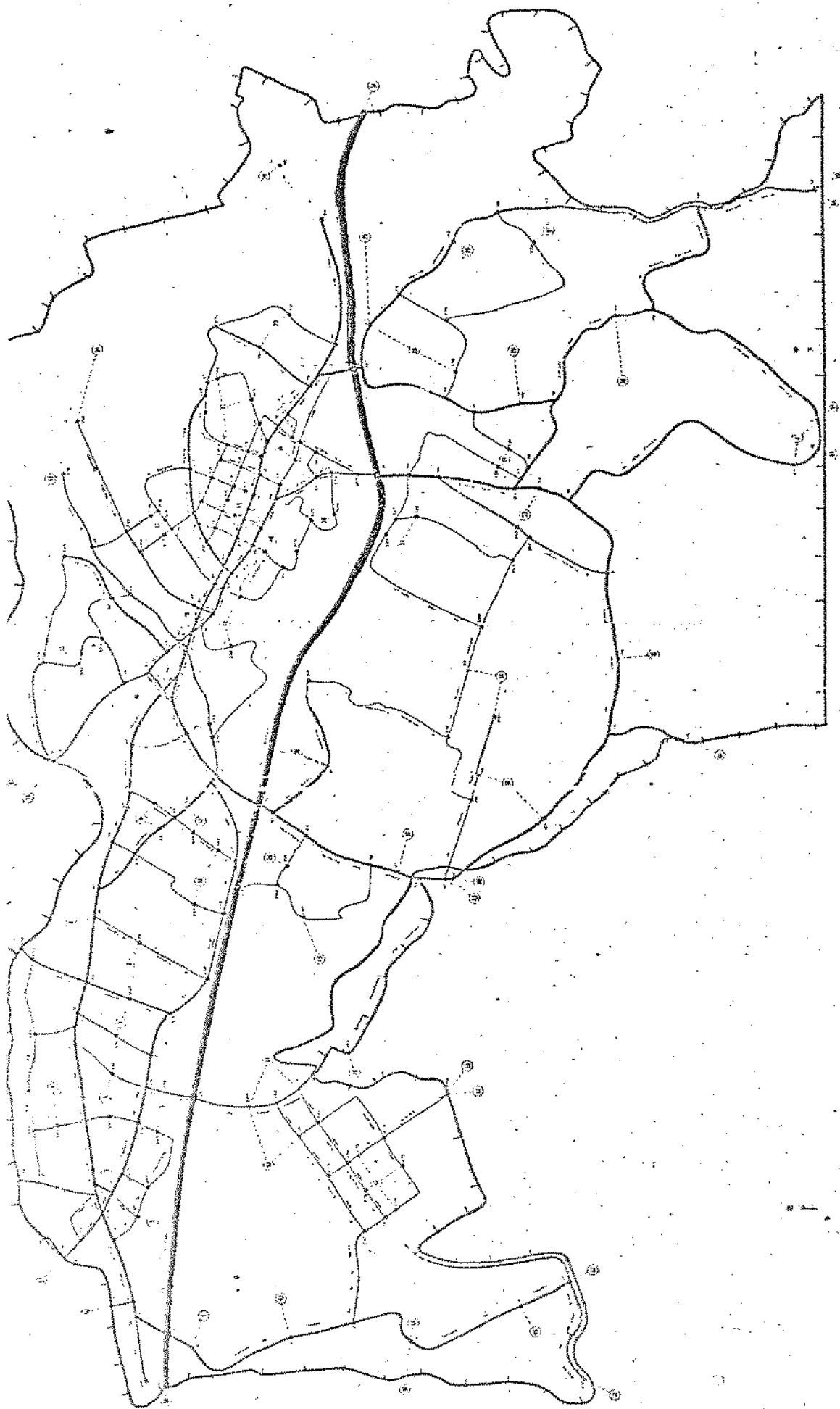
LIMITE DA ÁREA DE ESTUDO
LIMITE DA ÁREA DE PESQUISA

MAPA 1 - LOCALIZAÇÃO DAS ÁREAS
DE ESTUDO E DE PESQUISA



WPA 2 - JOEY L. SWOZ, - SINGAPORE CONTRACTORS

DEPT. OF THE ARMY



PDIM - SBC

ESTUDO DE TRANSPORTES

REDE VIARIA BASICA

SETEMBRO 1974

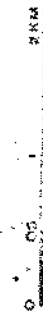
--- LIMITE DA AREA DE PESQUISA

③ N.º DO CENTRO (ZONA DE TRAFEGO)

● 129 N.º DO NÓ

— MÃO ÚNICA DE DIREÇÃO

ESCALA



3

IV.5 - ANÁLISE DOS RESULTADOS E CONCLUSÃO

Os resultados da tabela IV.2 mostram que os custos médios para as viagens em cada origem obtidos pelos métodos de Hymán, BPR e Kirby e aqueles obtidos dos dados não se ajustam bem. O fator de correlação e o coeficiente angular da reta de regressão máximos são respectivamente de valores 0,79 e 0,65. O ângulo da reta para este valor do coeficiente angular é de aproximadamente 33°.

Quanto ao número de viagens nos destinos, para os métodos de Brown e BPR, vemos pela tabela IV.3, que para o primeiro método a ajustagem entre o resultado do modelo e os dados é boa, o que não acontece para o segundo.

Pela tabela IV.4 pode-se notar que os coeficientes angulares das retas de regressão para as diversas matrizes se apresentam baixos para todos os métodos. O máximo coeficiente angular que temos é de aproximadamente 29° - 68'.

Por outro lado, todos os modelos apresentam valor não nulo para o termo constante da reta. Para o caso dos modelos aplicados à matriz de 70 x 70, o termo constante é da ordem de 50% ou mais do valor médio de viagem por par O/D (22 viagens). Para o caso das matrizes 50 x 70 e 50 x 50, onde o número de viagens é respectivamente 4,5 e 3, o termo constante é maior que estes valores. Assim, o modelo tende a super-estimar o valor do número de viagens para os pares que apresentam baixo valor deste e a subestimar em caso contrário. Uma amostra disto pode ser visto comparando o número de viagens observadas e obtidas pelo modelo, para os pares com erro maior que 4 x REMQ (tabela IV.5 a IV.9). É interessante notar que o número de viagens observadas para estes pares corresponde a aproximadamente 30% do total de viagens no sistema.

O modelo de gravidade, em suas diversas variantes estudadas neste trabalho, não pode levar em conta as

polarizações entre as diversas zonas. Um estudo da matriz de viagem observada nos mostra que das 4900 celas da matriz, aproximadamente 4000 tem elementos nulos, enquanto que quase todas as celas obtidas pelos modelos apresentam elementos diferentes de zero. Observando-se novamente as tabelas IV.5 a IV.9, podemos ver que aproximadamente 25% dos pares que apresentar erro maior que $4 \times \text{REMQ}$, têm valores zero na matriz observada. Dado que é alto o número de elementos nulos na matriz observada, que a $\% \text{ REMQ}$ é grande para os diversos modelos, que o REMQ é da ordem de 4 vezes ou mais o número médio de viagens por O/D e dado que, como podemos observar na tabela IV. 10, os conjuntos de pares O/D com volumes menores de viagem apresentam maiores valores de porcentagem de erro médio quadrático, pode-se afirmar que há polarizações em um número grande de pares de zona, e que estas tem grande importância pelos valores altíssimos do REMQ e da $\% \text{ REMQ}$ para os resultados dos diversos subconjuntos de pares-O/D para todos os modelos.

Pode-se explicar o menor valor de $\% \text{ REMQ}$ para as celas da matriz com maior valor, tendo-se em conta, que pares O/D com grandes volumes de viagem, em geral, estão no cruzamento de linhas e colunas da matriz que representam zonas que geram ou atraem maiores números de viagens. Pelo processo de calibração força-se a matriz resultante a manter estes volumes de viagens gerados ou atraídos pelas zonas. As celas pertencentes ao cruzamento destas linhas e colunas são então submetidas a restrições que tendem a manter os seus volumes de viagens alto.

Os resultados apresentados pelos modelos não são bons para as tres matrizes analisadas. Caso o modelo de gravidade explicasse a distribuição de viagens para São Bernardo do Campo, os resultados para a matriz 50×50 deveriam ser melhores que os obtidos pela matriz 70×70 , onde

são consideradas as zonas externas, cujos custos de viagens para as outras zonas são irreais.

Como resultado deste trabalho pode-se afirmar que o modelo de gravidade não explica a distribuição de viagens para São Bernardo do Campo. É bem verdade que este município tem características especiais, como, por exemplo, a grande porcentagem de viagens através e externas. Tentaremos, analisando as hipóteses das varias variantes do modelo fazer algumas previsões quanto à sua aplicabilidade a outras cidades brasileiras menos atípicas que São Bernardo do Campo.

Os modelos de Fisk-Brown e Hyman tem como hipóteses que o número de viagens entre duas zonas para um motivo específico é proporcional a :

- a) capacidade de gerar viagens da primeira zona
- b) capacidade de gerar viagens da segunda zona
- c) à uma exponencial negativa, função do custo entre duas zonas.

Nos deteremos na discussão do item c) considerando que o número maior de viagens em zonas urbanas é para o trabalho e que grande parte delas são realizadas pelas classes menos favorecidas economicamente. Em uma economia que não é de pleno emprego, onde o número de desempregos e subempregados é enorme, não se pode escolher o local de emprego. Ou seja, o local de trabalho é onde haja emprego, independente geralmente de considerações de distância ou tempo de viagem até o local. Pode-se passar a trabalhar mais perto ou mais longe da residência dependendo da oferta de empregos e que mesmo em conjunturas econômicas boas tende a ser mais baixa que a demanda, se bem que seja necessária uma qualificação quanto aos diversos níveis da mão de obra ou

ramo específico da produção. A instalação de serviços de in
fra - estrutura em zonas residenciais de trabalhadores po
dem expulsá-los para lugares mais distantes pela incapacida
de em pagar estes serviços ou pelos alugueis que sobem, caso
não seja proprietário. Em uma economia que tende a oligapo
lização, a formação de grandes fábricas e a concentração -
destas em zonas determinadas da cidade, forçando a concentra
ção de empregos em pontos determinados e ao mesmo tempo, com
a expulsão da grande massa trabalhadora para zonas periféri
cas e distantes, leva a que os custos de viagens sejam cada
vez maiores e ao mesmo tempo, objetivamente, impõem ao tra
balhador que precisa vender sua força de trabalho, a reali
zação destas viagens, a despeito dos custos. Pelo lado das
classes mais favorecidas, outros pontos que não o custo de
viagem são levados em conta dos seus elementos. Por exemplo, mo
rar em um bairro bom e que lhes dê status social mais alto, po
de levá-los a bairros mais distantes das zonas de emprego.
Criam-se então fortes polarizações entre zonas da cidade e
a distribuição de viagens é feita segundo leis bem mais com
plexas que a simples consideração de custo em tempo ou dis
tância.

Os métodos do BPR e KIRBY têm como hipóteses
as duas primeiras do caso anterior e uma terceira, a de que
pares O/D com os mesmos custos têm o mesmo fator de separa
ção, o que é por demais irrealista, pois não leva em consi
deração as características específicas de cada zona que po
dem produzir polarizações como mencionado acima não explicã
veis pelo custo.

Podemos então, nesta linha de pensamento, crí
ticar o desenvolvimento teórico de justificação do modelo -
de gravidade feito por WILSON quanto a um ponto, a de que
todas as distribuições de viagens são equiprováveis, quando
na verdade as polarizações por motivos sócio econômicos po

dem ser muito importantes.

Para uma crítica mais fundamentada nos fatos seria necessária uma aplicação do modelo a vários municípios, o que poderia, a meu juízo, corroborar a hipótese de que o modelo de gravidade não distribui as viagens de modo a se ajustarem, evidentemente dentro de uma certa aproximação, à realidade. Isto não foi possível devido a falta de dados. Os únicos disponíveis foram postos à nossa disposição pela Secretaria de Planejamento de São Bernardo do Campo, a quem devemos nossos agradecimentos.

APÊNDICE A

ALGUNS RESULTADOS DE BACHARACH

Apresentamos aqui os resultados de Bacharach - que são de interesse direto ao trabalho. O último item deste apêndice é devido a Evans (1970).

1) Seja F uma matriz de ordem $n_i \times n_j$ e tal-que todos os seus elementos são não negativos. Sejam os vetores $O = \{o_1, o_2, \dots, o_{n_i}\}$ e $D = \{d_1, d_2, \dots, d_{n_j}\}$ tais que $o_i > 0$, qualquer que seja i , $d_j > 0$, qualquer que seja j . O problema-biproporcional é definido como o problema de se achar uma matriz V , de ordem $n_i \times n_j$, cumprindo as restrições

$$v_{ij} \geq 0 \quad \text{qualquer que seja } i \text{ e } j \quad (1)$$

$$\sum_j v_{ij} = o_i \quad (2)$$

$$\sum_i v_{ij} = d_j \quad (3)$$

e tal que, exista uma sequência de vetores $A^m = \{a_1^{(m)}, a_2^{(m)}, \dots, a_{n_i}^{(m)}\}$ e $B_j^{(m)} = \{b_1^{(m)}, b_2^{(m)}, \dots, b_{n_j}^{(m)}\}$ onde

$$v_{ij} = \lim_{m \rightarrow \infty} a_i^{(m)} b_j^{(m)} \delta_{ij} \quad (4)$$

$$m \rightarrow \infty$$

Qualquer solução V cujos elementos tenham a forma

$$v_{ij} = a_i b_j \delta_{ij} \quad \text{qualquer que seja } i \text{ e } j \quad (5)$$

é chamada uma solução interior, qualquer solução não expressa nesta forma é chamada de solução na fronteira.

2) Uma solução do problema bîproporcional $(F, 0, D)$ é única

3) Se existe uma solução do problema bîproporcional $(F, 0, D)$, esta pode ser achada pelo procedimento iterativo chamado de processo bîproporcional (Processo de Furness)

4) Se V é uma solução do problema bîproporcional $(F, 0, D)$, então esta solução está na fronteira se para al gum par (k, l) tenhamos $\delta_{kl} > 0$ e $v_{kl} = 0$.

5) Se existe uma solução V para o problema bîproporcional $(F, 0, D)$ e se $\delta_{kl} > 0$, a condição necessária e su ficiente para que $v_{kl} = 0$ é que existam conjuntos de numeros inteiros I' e J' , $I' \subset N_i$ e $J' \subset N_j$, onde $N_i = \{1, 2, \dots, n_i\}$ e $N_j = \{1, 2, \dots, n_j\}$ e tal que

$$a) \delta_{ij} = 0 \quad \text{para todo } (i, j) \in I' \times J'$$

$$b) \sum_{i \in I'} o_i = \sum_{j \in (N_j - J')} d_j$$

$$c) \sum_{i \in (N_i - I')} o_i = \sum_{j \in J'} d_j$$

$$d) (k, l) \in (N_i - I') \times (N_j - J')$$

6) Qualquer solução V pode ser expressa na forma:

$$v_{ij} = a_i b_j \bar{\delta}_{ij}$$

onde $\bar{F}$ é a matriz $n_i \times n_j$ obtida fazendo-se

$$\bar{\delta}_{ij} = 0 \quad \text{para todo } (i, j) \text{ tal que } v_{ij} = 0$$

$$\bar{v}_{ij} = v_{ij} \quad \text{para todo } (i,j) \text{ tal que } v_{ij} > 0$$

A matriz V é solução interior se e só se $\bar{F} = F$

7) A condição necessária e suficiente para que o problema biproporcional tenha solução interior é que exista uma matriz que satisfaça (1), (2) e (3) e contenha zero so mente onde F contenha zero (tal matriz é conhecida como solução factível).

8) A condição necessária e suficiente para que o problema biproporcional tenha solução interior é que nas condições (a) e (b) do Item (5) tenhamos:

$$\sum_{i \in (N_i - I')} 0_i + \sum_{j \in (N_j - J')} > \sum_{i \in I'} 0_i + \sum_{j \in J'} d_j$$

Evidentemente, é mais fácil aplicar o processo biproporcional à matriz F e verificar se ela converge para uma solução interior. Isto é feito normalmente na prática; em geral, para sistemas reais, o processo de Furness deve convergir para solução interior.

9) (Evans, 1970). Dados os problemas biproporcionais $(F, 0, D)$ e $(U, 0, D)$ com soluções V e V^* , então $V = V^*$ se e somente se

$$b_{ij} = a_i B_j u_{ij}$$

APENDICE B

LISTAGENS DE PROGRAMAS E SUBROTINAS

[illegible]

```

* =1,13,/)
300  FORMAT(20X,'APROXIMACAO PORCENTUAL EXIGIDA ENTRE OS CUSTOS
*MEIOS OBSERVADOS E ESPERADOS=',F10.4,/)
400  FORMAT(20X,'APROXIMACAO PORCENTUAL EXIGIDA ENTRE OS TOTAIS
* DE VIAGENS OBSERVADOS E ESPERADOS NAS ORIGENS(OU DESTINOS
*)=',F10.4,/)
500  FORMAT(20X,'NUMERO DE ITERACOES COM A FORMULA DE
*HYMAN=',I3,/)
      L=0
501  CALL COMPAR(V,F,CK,NI,NJ,KESCO,IG,KKLL,XP,NYY,NXX,A,B)
      L=L+1
      IF(L.EQ.2)GO TO 501
      AA=A
      BB=B
      IF(LML.EQ.0)GO TO 40
501  IF(KMK.NE.0)GO TO 120
      WRITE(15,50)
      CALL SAIDA(NI,NJ,F)
      WRITE(15,60)
      CALL SAIDA(NI,NJ,V)
50  FORMAT(1H1,50X,'MATRIZ O/D OBTIDA DA CALIBRACAO',/)
60  FORMAT(1H1,50X,'MATRIZ DE POLARIZACAO',/)
70  FORMAT(50X,'METODO DE BROWN',/)
80  FORMAT(50X,'METODO DE FISK',/)
90  FORMAT(50X,'METODO DE HYMAN',/)
100  FORMAT(10G)
110  FORMAT(10F14.7)
120  STOP
      END

```

```
C *****  
C  
C  
C  
C  
C  
C  
  
MAIN2.F4  
  
C *****  
DIMENSION V(7*,7*), C(7*,7*), CK(7*,7*)  
DIMENSION R(10*), AC(10*), KB(2,2)  
READ(34,8*) KESCO, NI, NJ, NINT, KA, NID, KC, THETA, ETHA  
READ(34,1*) KKK, KKLL, XF, NYX, LML.  
DO 5 I=1,NI  
  READ(35,9*)(V(I,J),J=1,NJ)  
CONTINUE  
DO 6 I=1,NI  
  READ(36,9*)(C(I,J),J=1,NJ)  
CONTINUE  
DO 9 I=1,NI  
  DO 9 J=1,NJ  
    CK(I,J)=C(I,J)  
CONTINUE  
GO TO (28,1*),KESCO  
CALL KIRBY(V,C,NI,NJ,NINT,KA,AC,KB,NID,KC,R,THETA)  
GO TO 3*  
CALL BPRIV(C,NI,NJ,NINT,AC,KA,KB,KC,R,NID,ETHA)  
GO TO 3*  
CONTINUE
```

```

DO 35 I=1,19
GO TO (32,31),KESCO
31 WRITE(15,6*)
GO TO 33
32 WRITE(15,7*)
33 CONTINUE
WRITE(15,2***)NI
WRITE(15,3***)NJ
WRITE(15,4***)NINT
IF(KESCO.EQ.1)WRITE(15,5***)ETHA
IF(KESCO.EQ.2)WRITE(15,6***)THETA
200 FORMAT(1H1,2**X,'NUMERO DE ZONAS DE GERACAO DE VIAGENS=',
*13,/)
300 FORMAT(2**X,'NUMERO DE ZONAS DE ATRACAO DE VIAGENS=',13,/)
400 FORMAT(2**X,'NUMERO DE INTERVALOS DE CUSTO=',13,/)
600 FORMAT(2**X,'APROXIMACAO EXIGIDA NA CALIBRACAO(KIRBY)=',
*F1*,1,/)
500 FORMAT(2**X,'APROXIMACAO EXIGIDA PARA OS FATORES DE SEPARACAO
*(BPR)=',F1*,34,/)
LG=8
L=0
GO TO 40
40 DO 47 I=1,NI
DO 47 J=1,NJ
C(I,J)=(1./AA)*(C(I,J)-BB)
IF(C(I,J).LT.0.)C(I,J)=0.
47 CONTINUE
WRITE(15,5*2)
502 FORMAT(1H1,4**X,'MODELO USANDO PARAMETROS DA RETA DE REGRESSAO'
*,//'/')
46 CALL COMPAT(V,C,CK,NI,NJ,KESCO,LG,KLL,XF,NYY,NXX,A,B)

```

```

L=L+1
IF(L.EQ.2)GO TO 501
AA=A
BB=B
IF(CML.EQ.0)GO TO 43
501 IF(KMK.NE.0)GO TO 100
WRITE(15,4*)
CALL SAIDA(NI,NJ,V)
WRITE(15,5*)
CALL SAIDA(NI,NJ,C)
40 FORMAT(1H1,5**X,'MATRIZ DE POLARIZACAO',//)
50 FORMAT(1H1,5**X,'MATRIZ O/D OBTIDA DA CALIBRACAO',//)
60 FORMAT(5**X,'METODO DE KIRBY',//)
70 FORMAT(5**X,'METODO DO BPR',//)
80 FORMAT(1*G)
90 FORMAT(1*F14,7)
101 FORMAT(1*G)
100 STOP
END

```



```

C*****
C
C
C
C
C
C
C*****
      BROWN,F4
C*****
      SUBROUTINE BROWN(V,D,C,NI,NJ,NL,EPSYL,F,GAMA)
      DIMENSION V(NI,NJ),C(NI,NJ),GAMA(NI),F(NI,NJ),D(NJ)
      DIMENSION O(100),E(100),BX(100),NC(100),AX(100),MC(100)
      DO 20 I=1,NI
        O(I)=0.
      DO 20 J=1,NJ
        O(I)=O(I)+V(I,J)
20      CONTINUE
      IF(NL.EQ.00)GO TO 35
      DO 30 J=1,NJ
        D(J)=0.
      DO 30 I=1,NI
        D(J)=D(J)+V(I,J)
30      CONTINUE
35      CALL COMPAT(V,C,O,D,NI,NJ,NA,MA,AX,MC,BX,NC)
      DO 40 I=1,NI
        E(I)=0.
      DO 40 J=1,NJ
        E(I)=E(I)+V(I,J)*C(I,J)
40      CONTINUE
      DO 50 I=1,NI
        GAMA(I)=0.
50      CONTINUE
      DO 90 I=1,NI
        SOMA1=0.
        SOMA2=0.
        EA=0.
      DO 60 J=1,NJ
        SOMA1=SOMA1+D(J)*EXP(-GAMA(I)*C(I,J))
60      CONTINUE
      DO 70 J=1,NJ
        F(I,J)=O(I)*D(J)*EXP(-GAMA(I)*C(I,J))/SOMA1
        EA=EA+F(I,J)*C(I,J)
        SOMA2=SOMA2+F(I,J)*C(I,J)*C(I,J)
70      CONTINUE
        DELTA=(ABS(E(I)-EA)/E(I))*100.
        IF(DELTA.GT.EPSYL)GO TO 90
        ROQUAD=(EA*EA/O(I))/SOMA2
        GAMA(I)=GAMA(I)+(EA-E(I))/POQUAD
        GO TO 55
90      CONTINUE
      CALL DISCOM(F,V,NI,NJ,NA,MA,MC,NC,O,D,BX,AX)
      RETURN
      END

```

```

C*****
C
C
C
C
C
C
C*****
SUBROUTINE FISK(V,C,EPSYL,THETA,NI,NJ,GAMA,F)
DIMENSION V(NI,NJ),C(NI,NJ),GAMA(NI),F(NI,NJ)
DIMENSION E(100),DERE(100,100),OLIN(100),DLIN(100),EA(100)
DIMENSION DO(100),O(100),D(100),LX(100),LY(100)
DIMENSION A(5000),DDL(100)
DIMENSION BX(100),NC(100),AX(100),MC(100)
VT=0
NM=10
DO 10 I=1,NI
DO 10 J=1,NJ
VT=VT+V(I,J)
10 CONTINUE
DO 20 I=1,NI
O(I)=0
DO 20 J=1,NJ
O(I)=O(I)+V(I,J)
20 CONTINUE
DO 30 J=1,NJ
D(J)=0
DO 30 I=1,NI
D(J)=D(J)+V(I,J)
30 CONTINUE
PAUSE
CALL COMPAT(V,C,O,D,NI,NJ,NA,MA,AX,MC,BX,NC)
PAUSE
DO 40 I=1,NI
O(I)=O(I)/VT
DO 50 J=1,NJ
D(J)=D(J)/VT
50 CONTINUE
DO 60 I=1,NI
E(I)=0
DO 60 J=1,NJ
E(I)=E(I)+V(I,J)*C(I,J)
60 CONTINUE
E(I)=E(I)/VT
70 CONTINUE
DO 100 I=1,NI
SOMA1=0
DO 80 J=1,NJ
SOMA1=SOMA1+C(I,J)*D(J)
80 CONTINUE
DO 100 IN=1,NI
SOMA2=0
SOMA3=0
DO 90 J=1,NJ
SOMA2=SOMA2+C(IN,J)*D(J)
SOMA3=SOMA3+C(I,J)*C(IN,J)*D(J)
90 CONTINUE
IF(I.NE.IN)DELTA=0
IF(I.EQ.IN)DELTA=1
DERE(I,IN)=O(I)*(DELTA-O(IN))*(SOMA1+SOMA2-SOMA3)
100 CONTINUE
LK=1

```

```

DO 176 J=1,NI
DO 175 I=1,NI
A(LK)=DERE(I,J)
LK=LK+1
175 CONTINUE
CALL NISV(A,NI,DX,LX,LY)
IF(DX,ED=99)TYPE 414,DX
414 FORMAT(SX,'O DETERMINANTE E ZERO',//)
LK=1
DO 178 J=1,NI
DO 178 I=1,NI
DERE(I,J)=A(LK)
LK=LK+1
178 CONTINUE
DO 182 I=1,NI
GAMA(I)=0
EA(I)=0
DO 182 J=1,NJ
EA(I)=EA(I)+C(I,J)*O(J)*O(I)
F(I,J)=O(J)*O(I)
182 CONTINUE
L=0
184 L=L+1
IF(L,GT,NN)GO TO 322
IF(L,ED,NN)TYPE 800,NN
800 FORMAT(2X,'L E MAIOR QUE 100',14,/)
DO 200 I=1,NJ
DO(I)=0
DO 200 J=1,NI
DO(I)=DO(I)+(E(J)-EA(J))*DERE(I,J)
200 CONTINUE
DO 210 I=1,NI
GAMA(I)=GAMA(I)+DO(I)
DO 215 I=1,NI
ODD(I)=(ABS(EA(I)-E(I))/E(I))/100
IF(ODD(I),GT,EPSYL)GO TO 219
IF(L,ED,NI)GO TO 322
215 CONTINUE
DO 220 I=1,NI
DO 220 J=1,NJ
F(I,J)=EXP(-GAMA(I)*C(I,J))
220 CONTINUE
DO 230 J=1,NJ
OLIN(J)=0
DO 230 I=1,NI
OLIN(J)=OLIN(J)+F(I,J)
230 CONTINUE
DO 240 J=1,NJ
DO 240 I=1,NI
F(I,J)=F(I,J)*O(J)/OLIN(J)
240 CONTINUE
DO 250 I=1,NI
OLIN(I)=0
DO 250 J=1,NJ
OLIN(I)=OLIN(I)+F(I,J)
250 CONTINUE
DO 255 I=1,NI
ERR=(ABS(OLIN(I)-OLIN(I))/O(I))*1000
IF(ERR,GT,THETA)GO TO 272
IF(L,ED,NI)GO TO 322

```

```

265 CONTINUE
270 DO 290 I=1,NI
    DO 290 J=1,NJ
        F(I,J)=F(I,J)*O(I)/OLIN(I)
275 CONTINUE
    GO TO 225
300 DO 310 I=1,NI
    EA(I)=0.
    DO 310 J=1,NJ
        EA(I)=EA(I)+F(I,J)*C(I,J)
310 CONTINUE
    GO TO 190
320 CONTINUE
    DO 330 I=1,NI
    DO 330 J=1,NJ
        F(I,J)=F(I,J)*VT
330 CONTINUE
    TYPE 510,L
510 FORMAT(15X,'O VALOR DO NUMERO DE ITERAÇÃO E',I5)
    CALL DISCOM(V,F,NI,NJ,MA,NA,MC,NC,O,D,BX,AX)
    RETURN
    END

```

```

C*****
C
C
C
C
C
C*****
SUBROUTINE HYMAN(V,C,EPSYL,THETA,NI,NJ,NR,K,F,GAMA)
    DIMENSION V(NI,NJ),C(NI,NJ),F(NI,NJ),GAMA(NI)
    DIMENSION OLIN(100),OLIX(100),O(100),D(100)
    DIMENSION BX(100),NC(100),AX(100),MC(100)
    NM=100
    DO 10 I=1,NI
    DO 10 J=1,NJ
        XT=0.5+V(I,J)*C(I,J)
        VT=VT+V(I,J)
10 CONTINUE
    EM=CT/VT
    DO 20 I=1,NI
    O(I)=0.
    DO 20 J=1,NJ
        O(I)=O(I)+V(I,J)
20 CONTINUE
    DO 30 J=1,NJ
    D(J)=0.
    DO 30 I=1,NI
        D(J)=D(J)+V(I,J)
30 CONTINUE
    CALL COMPAT(V,C,O,D,NI,NJ,NA,NA,AX,MC,BX,NC)
    DO 40 I=1,NI
    O(I)=O(I)/VT
    DO 50 J=1,NJ
    D(J)=D(J)/VT
50 GAMA=0.
    EM1=0.

```

```

DO 55 I=1,NI
DO 55 J=1,NJ
EM1=EM1+D(J)*O(I)*C(I,J)
55 CONTINUE
GAMA2=1./EM
L=L+1
55 DO 65 I=1,NI
DO 65 J=1,NJ
F(I,J)=EXP(-GAMA2*C(I,J))
65 CONTINUE
75 DO 85 J=1,NJ
DLIN(J)=0.
DO 85 I=1,NI
DLIN(J)=DLIN(J)+F(I,J)
85 CONTINUE
DO 95 J=1,NJ
DO 95 I=1,NI
F(I,J)=F(I,J)*D(J)/DLIN(J)
95 CONTINUE
DO 105 I=1,NI
OLIN(I)=0.
DO 105 J=1,NJ
OLIN(I)=OLIN(I)+F(I,J)
105 CONTINUE
DO 115 I=1,NI
EPS=(ABS(O(I)-OLIN(I))/O(I))*100.
IF(EPS>CT*THETA)GO TO 125
125 IF(I=EQ,NI)GO TO 145
145 CONTINUE
DO 135 I=1,NI
DO 135 J=1,NJ
F(I,J)=F(I,J)*O(I)/OLIN(I)
135 CONTINUE
GO TO 75
145 CONTINUE
EM2=0.
DO 155 I=1,NI
DO 155 J=1,NJ
EM2=EM2+F(I,J)*C(I,J)
155 CONTINUE
DELTA=(ABS(EM-EM2)/EM2)*100.
IF(DELTA<LT,EPSTL)GO TO 185
L=L+1
IF(L>CT,NN)GO TO 185
IF(L=EQ,NN)TYPE 888,NN
888 FORMAT(2X,'L E MAIOR QUE',I4,/)
IF(NX,NEP)GO TO 165
IF(L>CT,K)GO TO 165
GAMA1=GAMA2
EM1=EM2
GAMA2=EM2+GAMA1/EM
GO TO 55
165 DELTA=(EM-EM2)*(GAMA2+GAMA1)/(EM+EM1)
GAMA1=GAMA2
GAMA2=GAMA2+DELTA
EM1=EM2
GO TO 55
185 GAMA1=GAMA2
DO 195 I=1,NI
DO 195 J=1,NJ
F(I,J)=F(I,J)*VT
195 CONTINUE
CALL DISCON(V,F,NI,NJ,MA,BA,MC,NC,O,D,BX,AX)
RETURN
END

```

```

C *****
C
C
C
C
C
C *****
      SUBROUTINE BPR(V,C,NI,NJ,NINT,AC,KA,KB,KE,R,VID,ETHA)
      DIMENSION V(NI,NJ),C(NI,NJ),S(78,78)
      DIMENSION R(181),AC(NINT),KB(2,NID)
      DIMENSION S(186),SLIN(186),A(186),O(186),D(186)
      DIMENSION GAMA(186),BX(186),NC(186),AX(186),PC(186)
      NA=186
      DO 17 I=1,NI
        O(I)=0
      DO 18 J=1,NJ
        O(I)=O(I)+V(I,J)
10      CONTINUE
      DO 21 J=1,NJ
        O(J)=0
      DO 22 I=1,NI
        D(J)=D(J)+V(I,J)
20      CONTINUE
      CALL COMPAT(V,C,O,D,NI,NJ,NE,MA,AX,MC,BX,NC)
      IF(KA.EQ.0)GO TO 40
      AC(1)=1
      DO 32 I=2,NINT
        AC(I)=AC(I-1)+1
30      CONTINUE
40      DO 82 I=1,NI
        DO 81 J=1,NJ
          DO 66 IAC=1,NINT
            IF(C(I,J).LE.AC(IAC))GO TO 70
60      CONTINUE
70      K(I,J)=IAC
80      CONTINUE
          DO 92 I=1,NIT
            S(I)=0
90      CONTINUE
            II=1
95      DO 152 J=1,NI
          DO 151 J=1,NJ
            IF(K(I,J).NE.II)GO TO 120
            S(II)=S(II)+V(I,J)
100      CONTINUE
            II=II+1
            IF(II.LE.NINT)GO TO 95
            IF(KE.NE.0)GO TO 104
            DO 125 KP=1,NED
              I=KB(1,KP)
              J=KB(2,KP)
              K(I,J)=NINT+1
104      C(NINT+1)=0
              K(NINT+1)=0
105      CONTINUE
              DO 142 BK=1,NINT
                R(BK)=1
110      CONTINUE
                LM=0
115      LM=LM+1

```

[illegible][illegible]

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

```

40      DO 80 I=1,NI
        DO 80 J=1,NJ
        DO 80 IAC=1,NINT
        IF(C(I,J),LEWAC(IAC))GO TO 70
60      CONTINUE
70      K(I,J)=IAC
80      CONTINUE
        DO 90 I=1,NINT
        Z(I)=0
90      CONTINUE
        II=1
93      DO 100 I=1,NI
        DO 100 J=1,NJ
        IF(K(I,J),NE,II)GO TO 100
        S(II)=S(II)+V(I,J)
100     CONTINUE
        II=II+1
        IF(II,LEWINT)GO TO 93
        DO 110 I=1,NI
        DO 110 J=1,NJ
        C(I,J)=1
110     CONTINUE
        IF(KC,NE,0)GO TO 120
        DO 120 KP=1,NID
        I=KB(1,KP)
        J=KB(2,KP)
        C(I,J)=0
120     CONTINUE
        DO 125 KK=1,NINT
        R(KK)=1
125     CONTINUE
126     DO 130 I=1,NI
        OLIN(I)=0
        DO 130 J=1,NJ
        OLIN(I)=OLIN(I)+C(I,J)
130     CONTINUE
        DO 140 I=1,NI
        DO 140 J=1,NJ
        C(I,J)=C(I,J)*O(I)/OLIN(I)
140     CONTINUE
        DO 150 J=1,NJ
        DLIN(J)=0
        DO 150 I=1,NI
        DLIN(J)=DLIN(J)+C(I,J)
150     CONTINUE
        DO 160 J=1,NJ
        DO 160 I=1,NI
        C(I,J)=C(I,J)*D(J)/DLIN(J)
160     CONTINUE
        DO 170 I=1,NINT
        SLIN(I)=0
170     CONTINUE
        II=1
175     DO 180 I=1,NI
        DO 180 J=1,NJ
        IF(K(I,J),NE,II)GO TO 180
        SLIN(II)=SLIN(II)+C(I,J)
180     CONTINUE
        II=II+1
        IF(II,LEWINT)GO TO 175
        DO 190 NA=1,NINT
        DO 190 I=1,NI
        DO 190 J=1,NJ
        IF(K(I,J),NE,NA)GO TO 190
        IF(S(NA),EQ,0)GO TO 195
        C(I,J)=C(I,J)*S(NA)/SLIN(NA)
        GO TO 190
195     C(I,J)=0
199     CONTINUE

```



```

DO 222 NA=1,NINT
IF(S(NA)EQ,0)GO TO 195
R(NA)=S(NA)*R(NA)/SLIN(NA)
GO TO 222
195 R(NA)=0
200 CONTINUE
DO 222 I=1,NI
OLINI=0
DO 210 J=1,NJ
OLINI=OLINI+C(I,J)
210 CONTINUE
DEL=(ABS(OLINI-D(I))/D(I))*100
IF(DELGT,PHETA)GO TO 126
220 CONTINUE
LM=LM+1
IF(LMGT,NM)GO TO 250
IF(LMEQ,NM)TYPE 800,NM
800 FORMAT(20X,'LM E MAIOR QUE',I4,/)
DO 240 J=1,NJ
OLINI=0
DO 230 I=1,NI
OLINI=OLINI+C(I,J)
230 CONTINUE
DEL=(ABS(OLINI-D(J))/D(J))*100
IF(DELGT,PHETA)GO TO 126
240 CONTINUE
250 CALL DISCOM(V,C,NI,NJ,MA,ME,MC,NC,O,D,BX,AX)
RETURN
END

```

```

C*****
C
C
C COMPAT=F4
C
C*****
SUBROUTINE COMPAT(V,C,O,D,NI,NJ,NA,MA,AX,MC,BX,NC)
DIMENSION BX(NJ),D(NJ),NC(NJ),V(NI,NJ),C(NI,NJ)
DIMENSION AX(NI),MC(NI),O(NI)
DO 2 J=1,NJ
BX(J)=0
IF(D(J)NE,0)BX(J)=1
2 CONTINUE
K=0
DO 7 J=1,NJ
NC(J)=0
IF(BX(J)NE,0)GO TO 5
NC(J)=K
K=K+1
GO TO 7
5 NC(J)=K
7 CONTINUE
NA=NJ
NO=NJ-K
J=1
LV=NA
20 IF(JGT,NJ)GO TO 40
30 IF(V(J)NE,0)GO TO 10
IF(LVLT,0)GO TO 10
DO 30 K=J,NJ-1
D(K)=D(K+1)
30 CONTINUE

```

```

DO 1 I=1,NI
DO 1 K=J,NJ=1
V(I,K)=V(I,K+1)
C(I,K)=C(I,K+1)
1 CONTINUE
LV=LV+1
GO TO 50
12 J=J+1
GO TO 20
40 CONTINUE
NJ=NO
C COMPACTA NAS LINHAS
DO 100 I=1,NI
AX(I)=0
IF(O(I),NE=0)AX(I)=1
100 CONTINUE
K=0
DO 110 I=1,NI
MC(I)=0
IF(AX(I)NE=0)GO TO 105
MC(I)=K
K=K+1
GO TO 110
105 MC(I)=K
110 CONTINUE
MA=NI
MO=NI-K
I=1
LV=MA
120 IF(LGT,NI)GO TO 140
130 IF(O(I),NE=0)GO TO 210
IF(LV,LT=0)GO TO 210
DO 155 K=1,NI=1
O(K)=O(K+1)
155 CONTINUE
DO 181 J=1,NJ
DO 181 K=1,NI=1
V(K,J)=V(K+1,J)
C(K,J)=C(K+1,J)
181 CONTINUE
LV=LV+1
GO TO 150
210 I=I+1
GO TO 120
140 CONTINUE
NI=MO
DO 300 I=1,NI
O(I)=0
DO 320 J=1,NJ
O(I)=O(I)+V(I,J)
300 CONTINUE
DO 400 J=1,NI
D(J)=0
DO 420 I=1,NI
O(J)=O(J)+V(I,J)
400 CONTINUE
RETURN
END

```

```

C *****
C
C
C
C
C
C
C *****
      SUBROUTINE DISCOM(V,C,NI,NJ,MA,NA,MC,NC,O,D,BX,AX)
      DIMENSION V(MA,NA),C(MA,NA),MC(MA),NC(NA),O(NA),D(NA),AX(MA)
      DIMENSION BX(NA),MC(NA)
      DO 10 J=NA,1,-1
      DO 10 I=1,MA
      V(I,J)=V(I,J)*NC(J)*BX(J)
      C(I,J)=C(I,J)*NC(J)*BX(J)
      O(J)=O(J)*NC(J)*BX(J)
10    CONTINUE
      DO 20 I=MA,1,-1
      DO 20 J=1,NA
      V(I,J)=V(I,MC(I),J)*AX(I)
      C(I,J)=C(I,MC(I),J)*AX(I)
      O(I)=O(I)*MC(I)*AX(I)
20    CONTINUE
      NI=MA
      NJ=NA
      RETURN
      END
C *****
C
C
C
C
C
C
      SUBROUTINE SAIDA
C *****
      SUBROUTINE SAIDA(NI,NJ,T)
      DIMENSION T(7*,7*)
      KMAX=FLOAT(NJ*10)/100
      L=0
      DO 1 I=1,NI
      L=L+1
      WRITE(15,4)I
      WRITE(15,5)
      DO 2 K=0,KMAX
      KK=K*10
      WRITE(15,3)KK,(T(I,KK+J),J=1,10)
2    CONTINUE
      KK=KK+10
      IF(NJ-50*KK)GO TO 10
      WRITE(15,3)KK,(T(I,KK+J),J=1,(NJ-KK))
10   IF(L*11.3)GO TO 1
      L=L+1
      WRITE(15,8)
1    CONTINUE
1    FORMAT(/,47X,'I=1,10')
5    FORMAT(/,15X,'1',9X,'11',9X,'13',9X,'15',9X,'17',9X,'19',9X,'21',9X,'23',9X,'25',9X,'27',9X,'29',9X,'31',9X,'33',9X,'35',9X,'37',9X,'39',9X,'41',9X,'43',9X,'45',9X,'47',9X,'49',9X,'51',9X,'53',9X,'55',9X,'57',9X,'59',9X,'61',9X,'63',9X,'65',9X,'67',9X,'69',9X,'71',9X,'73',9X,'75',9X,'77',9X,'79',9X,'81',9X,'83',9X,'85',9X,'87',9X,'89',9X,'91',9X,'93',9X,'95',9X,'97',9X,'99')
3    FORMAT(/,5X,T3,2X,10(F10.2))
4    FORMAT(11)
      RETURN
      END
C
C
C *****

```

```

*****
                                COMPAR 2F4
*****
SUBROUTINE COMPAR(VO,VE,CE,NI,NJ,KESCO,LG,KKLL,XF,NYY,NXX,A,B)
  DIMENSION VO(NI,NJ),VE(NI,NJ),CE(NI,NJ)
  DIMENSION DE(100),D(100),DD(100),EMO(100),EME(100)
  DIMENSION OO(100),OE(100),PHE(100)
  DIMENSION AA(5000),BB(5000)
  RMSE=0.0
  DO 15 I=1,NI
    DO 15 J=1,NJ
      IF(VO(I,J).EQ.0.AND.VE(I,J).EQ.0)GO TO 18
      RMSE=RMSE+(VO(I,J)-VE(I,J))**2.0
    CONTINUE
  RMSE=RMSE/(NI*NJ)
  RMSE=SQRT(RMSE)
  XX=0.0
  DO 15 I=1,NI
    DO 15 J=1,NJ
      XX=XX+VO(I,J)
    CONTINUE
  PRMSE=((RMSE*NI*NJ)/XX)*100.0
  DO 20 J=1,NJ
    D(J)=0.0
    DE(J)=0.0
    DO 20 I=1,NI
      D(J)=D(J)+VO(I,J)
      DE(J)=DE(J)+VE(I,J)
    CONTINUE
    IF(KESCO.NE.1)GO TO 26
    CALL RECVIN(D,DE,1,NJ,10,A,B,E,RO)
    RMSED=0.0
    DO 25 J=1,NJ
      DD(J)=0.0
      RMSED=RMSED+(D(J)-DE(J))**2.0
      IF(D(J).EQ.0.0)GO TO 25
      DD(J)=((D(J)-DE(J))/D(J))*100.0
    CONTINUE
    RMSED=RMSED/NJ
    RMSED=SQRT(RMSED)
    IF(LG.NE.0)GO TO 40
    DO 30 I=1,NI
      EMO(I)=0.0
      EME(I)=0.0
      OO(I)=0.0
      OE(I)=0.0
      DO 30 J=1,NJ
        EMO(I)=EMO(I)+VO(I,J)*CE(I,J)
        EME(I)=EME(I)+VE(I,J)*CE(I,J)
        OO(I)=OO(I)+VO(I,J)
        OE(I)=OE(I)+VE(I,J)
      CONTINUE
      RMSEE=0.0
      DO 35 I=1,NI
        PHE(I)=0.0

```

```

1F(OO(I)EQ0)GO TO 32
EMO(I)=EMO(I)/OO(I)
32 IF(OE(I)EQ0)GO TO 33
EME(I)=EME(I)/OE(I)
33 RMSEE=RMSEE+(EMO(I)-EME(I))**2
IF(EMO(I)EQ0)GO TO 34
PME(I)=((EMO(I)-EME(I))/EMO(I))*100
GO TO 35
34 PME(I)=3**4
35 CONTINUE
CALL REGLIN(EMO,EME,1,NI,12,AW,BW,E,HE)
RMSEE=RMSEE/NI
RMSEE=SQRT(RMSEE)
43 IF(KESCORNE(1)GO TO 55
WRITE(15,100)
DO 58 J=1,NJ
58 WRITE(15,101)J,D(J),DE(J),DD(J)
WRITE(15,102)RMSED
WRITE(15,103)RD
WRITE(15,104)A,B
55 IF(LC,NEE2)GO TO 65
WRITE(15,105)
DO 68 I=1,NI
68 WRITE(15,106)I,EMO(I),EME(I),PME(I)
WRITE(15,107)RMSEE
WRITE(15,108)RE
WRITE(15,109)AW,BW
65 WRITE(15,110)RMSE
WRITE(15,111)PRMSE
100 FORMAT(1H1,3X,'ZONA DE DESTINO',15X,'VIAGENS OBSERVADAS',15X,
* 'VIAGENS ESPERADAS',15X,'ERRO PORCENTUAL',15X,////)
101 FORMAT(9X,13,23X,F12.6,23X,F12.6,24X,F12.6)
102 FORMAT(3X,'RAIZ DO ERRO MEDIO QUADRATICO(VIAGENS NO DESTINO)=',
* F11.6,/)
103 FORMAT(1H1,3X,'ZONA DE ORIGEM',16X,'CUSTO MEDIO OBSERVADO',
* 13X,'CUSTO MEDIO ESPERADO',17X,'ERRO PORCENTUAL',15X,////)
104 FORMAT(3X,'RAIZ DO ERRO MEDIO QUADRATICO(CUSTOS
* MEDIOS NAS ORIGENS)=',F12.6,/)
105 FORMAT(1H1,3X,'RAIZ DO ERRO MEDIO QUADRATICO(MATRIZ O/D)=',F10.
* 6,/)
106 FORMAT(3X,'RAIZ DO ERRO MEDIO QUADRATICO (MATRIZ O/D)
* =',F12.6)
KCT=0
DO 551 I=1,NI
DO 551 J=1,NJ
KCT=KCT+1
AA(KCT)=VO(I,J)
BB(KCT)=VE(I,J)
551 CONTINUE
N=NI*NJ
WRITE(15,552)NYY,NXX
NYY1=(NYY+1)*NJ+1
NXX1=NXX+1
CALL REGLIN(AA,BB,NYY1,NXX1,12,A,B,E,PM)
WRITE(15,553)A,B,PM
552 FORMAT(//,1X,'COMPARACAO ENTRE AS MATRIZES OBSERVADA E
* ESPERADA PARA OS CENTROIDES ORIGEM DE NUMERO',13,' AO NO
* MERO',13,/)
553 FORMAT(3X,'COEFICIENTE DA RETA=',F10.2,/,13X,
* 'TERMO INDEPENDENTE=',F10.2,/,13X,'COEFICIENTE DE COR

```

```

*RELACAO='F10.2)
  KG=0
  KF=0
112  RMSE=XF*RMSE
  IF(KKLL,NE=0)GO TO 107
  WRITE(15,540)XF
630  FORMAT(1H1,2FX,'PARES O/D COM ERRO MAIOR QUE',F8.2,' X
*RMSE',//)
  WRITE(15,541)
631  FORMAT(3X,'VIAGENS OBSERVADAS',12X,'VIAGENS ESPERADAS',12X,
*'DIFERENCA',//)
107  DO 110 I=1,NI
  DO 110 J=1,NJ
  IF(KKLL,NE=0)GO TO 108
  XC=VO(I,J)-VE(I,J)
  IF(XC,LT=0)XC=-XC
  IF(XC,GT=RMSE)WRITE(15,899)I,J,VO(I,J),VE(I,J),XC
  IF(XC,GT=RMSE)KG=KG+1
  IF(XC,GT=RMSE)XY=XY+VO(I,J)
  IF(XC,GT=RMSE)YX=YX+VE(I,J)
  IF(XC,GT=RMSE)XZ=XZ+ABS(VO(I,J)-VE(I,J))
  IF(XC,GT=RMSE)ZX=ZX+(VO(I,J)-VE(I,J))**2
830  FORMAT(2FX,'PAR:(',14,','14,')',20X,F10.2,20X,F10.2,20X,F10.2,/)
108  IF(VO(I,J)EQ=0)GO TO 110
930  FORMAT(//,20X,'NUMERO DE PARES O/D COM VIAGENS OBSERVADAS
* DIFERENTES DE ZERO=',14,/)
  IF(VO(I,J)NE=0)KF=KF+1
110  CONTINUE
  IF(KKLL,NE=0)GO TO 650
  IF(XC,EQ=0)TYPE 931,XF
931  FORMAT(10X,'PARES COM ERRO MAIOR QUE',F10.2,'XRMSE')
  IF(XC,EQ=0)GO TO 111
  ZX=ZX/(KG+1)
  ZX=SQRT(ZX)
111  IF(XC,EQ=0)ZX=0
  IF(XC,EQ=0)XF=XF+1
  IF(XC,EQ=0)GO TO 112
  WRITE(15,740)XY
  WRITE(15,740)YX
  WRITE(15,740)XZ
  WRITE(15,550)ZX
550  FORMAT(//,20X,'RAIZ DO ERRO MEDIO QUADRATICO PARA ESTES
*PARES=',F10.2)
230  FORMAT(//,20X,'NUMERO DE VIAGENS OBSERVADAS PARA
* ESTES PARES=',F10.2)
330  FORMAT(//,20X,'NUMERO DE VIAGENS ESPERADAS PARA ESTES
*PARES=',F10.2)
430  FORMAT(//,20X,'ERRO TOTAL PARA ESTES PARES=',F10.2)
  WRITE(15,540)XF,KG
530  FORMAT(//,20X,'NUMERO DE PARES O/D COM ERRO MAIOR
*QUE ',F8.2,'X RMSE=',14,/)
630  WRITE(15,740)XZ
730  FORMAT(//,20X,'NUMERO TOTAL DE VIAGENS NO SISTEMA=',F10.2,/)
  WRITE(15,930)KF
  XF=XF+1
  IF(XF,LT=1)XF=0.5
  IF(XC,LT=0)GO TO 110
113  XC1=XC**2
  XC2=XC**2
  WRITE(15,312)

```

```

815 KLL=0
    XCC=0
    LL=0
    XC=0
    DO 810 I=1,N1
    DO 810 J=1,NJ
    IF (VO(I,J) GE XC2 OR VO(I,J) LT XC1) GO TO 810
    XC=XC+(VO(I,J)+VE(I,J))*2
    LL=LL+1
    XCC=XCC+VO(I,J)
810 CONTINUE
    XC=XC/LL
    XC=SQRT(XC)
    XD=XC*LL/XCC
    WRITE(15,813)XC1,XC2,XC,XD
    WRITE(15,814)LL
    KLL=KLL+1
    XC1=XC1+XC1
    IF (KLL EQ 1) XC1=500
    XC2=2.*XC2
    IF (XC1 GT 16000) GO TO 811
    GO TO 815
811 CONTINUE
812 FORMAT(1H1,5PX,'CALCULO DO RMEQ POR GRUPOS DE PARES O/D',//)
813 FORMAT(15X,'RMEQ PARA PARES O/D COM VOLUME ENTRE ',F8.2,
* ' E ',F8.2,' VIAGENS: RMEQ=',F8.2,/,9PX,'RMEQ=',F9.2,/)
814 FORMAT(/,7PX,'NUMERO DESTES PARES=',I4,/)
8122 FORMAT(3PX,'FATOR DE CORRELACAO(VIAGENS OBSERVADAS X VIAGENS
* ESPERADAS NOS DESTINOS)=',F10.6,/)
8144 FORMAT(3PX,'FATOR DE CORRELACAO(CUSTOS MEDIOS ESPERADOS
* X OBSERVADOS NOS DESTINOS)=',F10.6,/)
815 FORMAT(3PX,'COEFICIENTE DA RETA=',F10.2,/,3PX,'TERMO INDEPEN
* DENTE=',F10.2,/)
    RETURN
    END

```

SUBROTINA REGLIN

```

*****
SUBROUTINE REGLIN(X,Y,N1,N,OO,A,B,E,R)
    DIMENSION X(1),Y(1)
    SX=0
    SY=0
    SX2=0
    SY2=0
    SXY=0
    DO 1 I=1,N
    SX=SX+X(I)
    SY=SY+Y(I)
    SX2=SX2+X(I)**2
    SY2=SY2+Y(I)**2
    SXY=SXY+X(I)*Y(I)
    CONTINUE
    D=FLOAT(N*N1+1)*SX/SX2
    A=((FLOAT(N*N1+1)*SXY/SX2)/D)*OO*(1-OO)*SXY/SX2
    B=((SX2*SY-SX*SXY)/D)*OO
    R3=FLOAT(N*N1+1)*SY2/SY2
    R4=SQRT(D)
    R5=SQRT(R3)
    R=(A*D)/(R4*R5)
    E=0
    DO 2 I=1,N
    E=E+(Y(I)-A*X(I)-B)**2
    CONTINUE
    RETURN
    END

```

```

C *****
C
C
C
C
C
C *****
C
      DIMENSION O(72),D(72),F(72,72)
      DIMENSION V(72,72)
      DIMENSION DELTA1(72),DELTA2(72),DELTA(72)
      READ(14,19)NI,NJ,KESCO,EPSYLON
      READ(14,19)(O(I),I=1,NI)
      READ(14,19)(D(J),J=1,NJ)
      DO 3 I=1,NI

      READ(14,19)(F(I,J),J=1,NJ)
5      CONTINUE
12      FORMAT(14G)
      GO TO (34,42,52,62),KESCO
32      CALL PREFAT(O,D,F,NI,NJ,EPSYLON,LCICLO,V,DELTA1,DELTA2)
      GO TO 72
42      CALL PRESOP(O,D,F,NI,NJ,EPSYLON,LCICLO,V,DELTA)
      GO TO 72
52      CALL PREFUR(O,D,F,EPSYLON,NI,NJ,LCICLO)
      GO TO 72
62      CALL PREBPR(O,D,F,EPSYLON,NI,NJ,V,LCICLO)
72      CONTINUE
      IF(KESCO.EQ.3)GO TO 86
      DO 84 I=1,NI
      DO 84 J=1,NJ
      F(I,J)=V(I,J)
80      CONTINUE
84      DO 85 I=1,17
      GO TO (81,82,83,84),KESCO
81      WRITE(15,198)
      GO TO 85
82      WRITE(15,208)
      GO TO 85
83      WRITE(15,218)
      GO TO 82
84      WRITE(15,228)
85      CONTINUE
      WRITE(15,128)LCICLO
      GO TO (92,122,112,118),KESCO
92      WRITE(15,138)
      WRITE(15,142)(I,DELTA1(I),I=1,NI)
      WRITE(15,152)
      WRITE(15,142)(J,DELTA2(J),J=1,NJ)
      GO TO 112
102      WRITE(15,172)
      WRITE(15,142)(J,DELTA(J),J=1,NJ)
112      WRITE(15,182)
      CALL SAID3(NI,NJ,F)
122      FORMAT(1H1,///,5X,'LCICLO=',15)
132      FORMAT(///,5X,'DELTA1',/)
142      FORMAT(5X,12,X,512,5)
152      FORMAT(///,5X,'DELTA2',/)
162      FORMAT(///,5X,'DELTA',/)
172      FORMAT(1H1,52X,'MATRIZ DE VIAGEM (O/D)')
182      FORMAT(52X,'PREFAT',/)
192      FORMAT(52X,'PRESOP',/)
202      FORMAT(52X,'PREFUR',/)
212      FORMAT(52X,'PREBPR',/)
222      STOP
      END

```



```

C*****
C
C
C      PREBPR,F4
C
C*****
      SUBROUTINE PREBPR(O,D,F,EPSILON,NI,NJ,V,LCICLO)
      DIMENSION O(NI),D(NJ),F(NI,NJ),V(NI,NJ)
      DIMENSION DA(100),DE(100)
      LCICLO=0
      DO 2 J=1,NJ
      DA(J)=D(J)
      CONTINUE
      LCICLO=LCICLO+1
      DO 2 I=1,NI
      SOMA1=0
      DO 1 J=1,NJ
      SOMA1=SOMA1+D(J)*F(I,J)
      CONTINUE
      DO 2 J=1,NJ
      V(I,J)=O(I)*D(J)*F(I,J)/SOMA1
      CONTINUE
      DO 3 J=1,NJ
      DE(J)=0
      DO 3 I=1,NI
      DE(J)=DE(J)+V(I,J)
      CONTINUE
      DO 4 J=1,NJ
      DELTA=(ABS(DA(J)-DE(J))/DA(J))*100
      IF(DELTA.GT.EPSILON) GO TO 50
      IF(J.EQ.NJ) GO TO 70
      CONTINUE
      DO 6 J=1,NJ
      D(J)=DA(J)*D(J)/DE(J)
      CONTINUE
      GO TO 5
      CONTINUE
      RETURN
      END

```

```

C*****
C
C
C      PREFUR,F4
C
C*****
      SUBROUTINE PREFUR(O,D,F,EPSILON,NI,NJ,LCICLO)
      DIMENSION O(NJ),D(NJ),F(NI,NJ)
      DIMENSION SOMA1(100)
      LCICLO=0
      LCICLO=LCICLO+1
      DO 2 I=1,NI
      SOMA1=0
      DO 1 J=1,NJ
      SOMA1=SOMA1+F(I,J)
      CONTINUE
      DO 2 J=1,NJ
      F(I,J)=F(I,J)*O(I)/SOMA1
      CONTINUE
      DO 3 J=1,NJ
      SOMA2(J)=0
      DO 3 I=1,NI
      SOMA2(J)=SOMA2(J)+F(I,J)
      CONTINUE

```

```

      DO 40 J=1,NJ
      DELTA=(ABS(D(J)-SOMA2(J))/D(J))*100.
      IF(DELTA.GT.EPSILON)GO TO 50
40    CONTINUE
      GO TO 70
50    DO 60 J=1,NJ
      DO 60 I=1,NI
      F(I,J)=F(I,J)*D(J)/SOMA2(J)
60    CONTINUE
      GO TO 5
70    CONTINUE
      RETURN
      END
C*****
C
C
C
C
C
C
C*****
      SUBROUTINE PRESOP(O,D,F,NI,NJ,EPSON,LICLO,V,DELTA)
      DIMENSION V(NI,NJ)
      DIMENSION O(NI),D(NJ),F(NI,NJ)
      DIMENSION SOMA2(100),B(100),DELTA(100)
      LICLO=0
      DO 10 J=1,NJ
      B(J)=10
10    CONTINUE
15    LICLO=LICLO+1
      DO 20 I=1,NI
      SOMA2(I)=0
      DO 20 J=1,NJ
      SOMA2(I)=SOMA2(I)+B(J)*D(J)*F(I,J)
20    CONTINUE
      DO 40 J=1,NJ
      SOMA1=0
      DO 30 I=1,NI
      SOMA1=SOMA1+O(I)*F(I,J)/SOMA2(I)
30    CONTINUE
      C=B(J)
      B(J)=10/SOMA1
      DELTA(J)=(ABS(B(J)-C)/B(J))*100.
40    CONTINUE
C=====
C=====
      DO 42 I=1,NI
      SOMA3=0
      DO 41 J=1,NJ
      SOMA3=SOMA3+B(J)*D(J)*F(I,J)
41    CONTINUE
      DO 42 J=1,NJ
      V(I,J)=B(J)*O(I)*D(J)*F(I,J)/SOMA3
42    CONTINUE
      DO 44 J=1,NJ
      OLIN=0
      DO 43 I=1,NI
      OLIN=OLIN+V(I,J)
43    CONTINUE
      DELTA=(ABS(OLIN-O(J))/O(J))*100.
      IF(DELTA.GT.EPSILON)GO TO 15
44    CONTINUE
      GO TO 70
C=====

```

```
C=====
      DO 50 J=1,NJ
      IF(DELTA(J).GT.EPSILON) GO TO 15
50    CONTINUE
      DO 70 I=1,NI
      SOMA3=*
      DO 60 J=1,NJ
      SOMA3=SOMA3+B(J)*D(J)*F(I,J)
60    CONTINUE
      DO 70 J=1,NJ
      F(I,J)=B(J)*O(I)*D(J)*F(I,J)/SOMA3
70    CONTINUE
      RETURN
      END
```

```

C*****
C
C
C
C
C
C
C*****
                                DAD01,F4
C*****
      DIMENSION V(7*,7*),C(7*,7*)
      CALL LEITUR(NI,NJ,V,C)
      DO 15 I=1,NI
        WRITE(45,25)(V(I,J),J=1,NJ)
15      CONTINUE
      DO 20 I=1,NI
        WRITE(46,25)(C(I,J),J=1,NJ)
20      CONTINUE
25      FORMAT(10F14.7)
      STOP
      END
C*****
C
C
C
C
C
C
                                DAD02,F4
C*****
      DIMENSION V(7*,7*)
      DIMENSION KA(5),KB(5)
      READ(43,55)NK
      READ(43,55)(KA(K),K=1,NK)
      READ(43,55)(KB(K),K=1,NK)
      READ(44,45)NI,NJ,KI,KJ
      DO 15 I=1,NI
        READ(45,55)(V(I,J),J=1,NJ)
15      CONTINUE
      DO 10 K=1,NK
        DO 10 J=1,NJ
          V(KA(K),J)=V(KA(K),J)+V(KB(K),J)
          V(KB(K),J)=0
10      CONTINUE
      DO 16 K=1,NK
        DO 16 I=1,NI
          V(I,KA(K))=V(I,KA(K))+V(I,KB(K))
          V(I,KB(K))=0
16      CONTINUE
      DO 20 I=1,KI
        WRITE(35,55)(V(I,J),J=1,KJ)
20      CONTINUE
      DO 25 I=1,NI
        READ(45,55)(V(I,J),J=1,NJ)
25      CONTINUE
      DO 30 I=1,KI
        WRITE(35,55)(V(I,J),J=1,KJ)
30      CONTINUE
40      FORMAT(4G)
50      FORMAT(10F14.7)
55      FORMAT(10G)
      STOP
      END

```

```

C*****
C
C
C
C
C
C*****
      DIMENSION V(70,70)
      DIMENSION KM(10)
      READ(14,45)NI,NJ,KI,KJ,NK,KNK
      DO 15 I=1,NI
      READ(14,52)(V(I,J),J=1,NJ)
15      CONTINUE
      IF(KNK.NE.0)GO TO 18
      READ(12,160)(KM(LK),LK=1,NK)
      DO 35 K=1,NK
      DO 10 J=1,NJ
      V(KM(K),J)=0
16      CONTINUE
18      DO 20 I=1,KI
      WRITE(30,54)(V(I,J),J=1,KJ)
20      CONTINUE
C      WRITE(15,140)
C100      FORMAT(30X,'MATRIZ O/D(DADOS OBSERVADOS)',//////)
C      CALL SAIDA(NI,NJ,V)
      DO 25 I=1,NI
      READ(14,52)(V(I,J),J=1,NJ)
25      CONTINUE
      DO 30 I=1,KI
      WRITE(30,54)(V(I,J),J=1,KJ)
30      CONTINUE
45      FORMAT(6G)
50      FORMAT(10F14.7)
100      FORMAT(10G)
      STOP
      END

```

```

C*****
C
C
C
C
C
C*****
      SUBROUTINE LEITUR(NI,NJ,V,C)
      DIMENSION ND(1000),ND(1000),CUSTO(1000),C(70,70)
      DIMENSION V(70,70)
      READ MARCA(500)
      READ(31,1) NI,NJ,NA,NA,NKF
1      FORMAT(10I2)
      DO 2 I=1,NA
      READ(31,1) ND(I),ND(I),DIST,VELOC
      VELOC=VELOC/6000
      IF(NKF.EQ.0) VELOC=1
      IF(DIST.EQ.0)CUSTO(I)=50000
      IF(CUSTO(I).EQ.0)C(I,I)=0
      CUSTO(I)=DIST/VELOC
2      CONTINUE
      DO 3 I=1,NI
      CALL DIJSTR(NA,NA,ND,ND,CUSTO,I,MARCA)
      DO 3 J=1,NJ
      C(I,J)=MARCA(J)
      V(I,J)=0
3      CONTINUE

```

```

9      READ(34,1)N1,N2,X
      IF(N1,LT=0)GO TO 10
      V(N1,N2)=X
      GO TO 9
10     CONTINUE
      DO 12 I=1,N1
      CM=1000
      DO 11 J=1,N2
      IF(I,EQ,J)GO TO 11
      IF(CM,GT=C(I,J))CM=C(I,J)
11     CONTINUE
      C(I,1)=CM
12     CONTINUE
      RETURN
      END

```

C
C
C
C
C
C

SUBROUTINA DIJSTR

10

2

3

4

7

3

11

5

30

```

SUBROUTINE DIJSTR(NN,NA,NO,ND,CUSTO,R,MA)
DIMENSION CUSTO(1),NO(1),ND(1),MA(1),MT(1000),J1(1000)
DIMENSION NS(1000),IR(1000),IRT(1000),MCA(1000)
REAL MA,MT,MARCA,NCAN
INTEGER R
DO 10 I=1,NN
10  NS(I)=0
DO 2 J=1,NA
I=NO(J)
2  NS(I)=NS(I)+1
J1(I)=1
DO 3 I=1,NN
3  J1(I+1)=J1(I)+NS(I)
DO 4 I=1,NN
MA(I)=300000
4  MT(I)=300000
IR(R)=0
MA(R)=0
M=R
7  LI=J1(M)
L2=J1(M+1)-1
IF(L1,GT=L2)GO TO 11
DO 5 L=L1,L2
KO=NO(L)
IF(MA(KO),NE=300000)GO TO 5
MARCA=MA(N)+CUSTO(L)
IF(MARCA,GE,MT(KO))GO TO 5
MT(KO)=MARCA
IRT(KO)=R
CONTINUE
3  LL=1
MARCA=MT(1)
DO 6 I=2,NN
IF(MT(I),GE,MARCA)GO TO 6
MARCA=MT(I)
LL=I
5  CONTINUE
IF((LL,EQ,1)AND,(MARCA,EQ,300000))GO TO 30
IR(LL)=IR(LL)
MA(LL)=MARCA
MT(LL)=300000
M=LL
GO TO 7
RETURN
30  END

```

BIBLIOGRAFIA

B I B L I O G R A F I A

- "Acta Polytechnica Scandinavica" (1966) - Civil Engineering and Building Construction Series, n° 37. K. R. Overgaard, Copenhagen.
- Cesario, F. J. (1973): "Note on the Entropy Model of Trip Distribution". Transportation Research, Vol. 8, pp. 105-122.
- Crilly, M. L. (1974): "A perspective of the Functions and criticisms of Trip Distribution Models". Operational Research Quarterly, Vol. 25, n° 1, pp. 111-121.
- Deo, N. (1974): "Graph Theory with Applications to Engineering and Computer Science". Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, N.J.
- Evans, A. W. (1970): "Some Properties of Trip Distribution Methods". Transportation Research, Vol. 4, n° 1, pp. 19-36.
- Evans, S. P. (1973): "A Relationship between the Gravity Model for Trip Distribution Problem in Linear Programming". Transportation Research, V. 7, pp. 39 - 61
- Evans, S. P. e Kirby, H. (1974): "A Three-dimensional Furness procedure for Calibrating Gravity Models". Transportation Research, Vol. 8, pp. 105-122.
- Federal Highway Administration (1972): "Urban Transportation-Planning General Information and Introduction to System 360". U.S. Department of Transportation, Washington, D.C.
- Harris, B. (1964): "A Note on the Probability of Interaction at a Distance" Journal of Regional Science, Vol. 5, n° 2, pp. 31-35.

- Heanne, K.E. e Pyers, C.E. (1966): "A Comparative Evaluation of Trip Distribution Procedures". Origin Destination: Methods and Evaluation, Record nº114 Highway Research Board, Washington, D.C., pp. 20-37.
- Henley, E.J. e Williams, R.A. (1973): "Graph Theory in Modern Engineering". Academic Press, New York.
- Hildebrand, F.B. (1956): "Introduction to Numerical Analysis" Mc Graw-Hill, pp. 443
- Howe, R.T. (1963): "A Critical Analysis of an Origin - Destination Survey". Highway Research Record, nº 41, pp. 79-98.
- Merlok, E.K. (1970): "An Analysis of Transport Technology and Network Structure". Northwestern University-Printing, Evanston, Illinois.
- Pyers, C.E. (1966): "Evaluation of Intervening Opportunities-Trip Distribution Model". Highway Research Record, nº 114, pp. 71-98.
- Robillard, P. e Stewart, N.F. (1974): "Iterative Numerical Methods for Trip Distribution Problems". Transportation Research, Vol. 8, pp. 575-582.
- Roy, B. (1969): "Algèbre Moderne et Théorie des Graphes". Dunod, Paris
- Ruiter, E.R. (1967a): "Improvements in Understanding, Calibrating and Applying the Opportunity Model".
- Ruiter, E.R. (1967b): "Toward a Better Understanding of the Intervening Opportunities Model". Transportation Research, Vol. 1 pp. 47-56.
- Salemius, A.G. (1972): "An Intervening Opportunities Trip Distribution Model with Competing Tripmakers". Transportation Research, Vol. 6, pp. 169-185
- Schneider, M. (1959): "Gravity Models and Trip Distribution Theory". Regional Science Association, Vol. 5

pp. 51-56

Schneider, Morton (1960): Contribution to "Panel Discussion - on Inter-Area Travel Formulas", moderated by John T. Lynch. Traffic Origin and Destination Studies, Bulletin n° 253, Highway Research Board, Washington, D.C., pp. 134-138.

Whitaker, R.W. e West, K.E. (1968): "The Intervening Opportunities Model: A Theoretical Consideration". Highway Research Record, n° 250, pp. 1-7

Wilson, A.G. (1967): "A Statistical Theory of Spatial Distribution Models". Transportation Research, Vol. 1 pp. 253-269.

Wilson, A.G. (1970): "Advances and Problems in Distribution Modeling". Transportation Research, Vol. 4, pp. 1-18.