

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO

Raquel Guerreiro Machado

UM ESTUDO SOBRE A ABORDAGEM DE ESTIMAÇÃO E DETECÇÃO CONJUNTAS EM
SISTEMAS MIMO SUBMETIDOS A CANAIS SEM-FIO SELETIVOS EM FREQUÊNCIA E
VARIANTES NO TEMPO



UNICAMP

Campinas
2010

Raquel Guerreiro Machado

UM ESTUDO SOBRE A ABORDAGEM DE ESTIMAÇÃO E DETECÇÃO CONJUNTAS EM SISTEMAS MIMO SUBMETIDOS A CANAIS SEM-FIO SELETIVOS EM FREQUÊNCIA E VARIANTES NO TEMPO

Dissertação de mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Telecomunicações e Telemática.

Orientador: Luís Geraldo Pedroso Meloni



Campinas

2010

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

M119e	<p>Machado, Raquel Guerreiro</p> <p>Um estudo sobre a abordagem de estimação e detecção conjuntas em sistemas MIMO submetidos a canais sem-fio seletivos em frequência e variantes no tempo Raquel Guerreiro Machado. – Campinas, SP: [s.n.], 2010.</p> <p>Orientador: Luís Geraldo Pedroso Meloni. Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.</p> <p>1. Sistemas MIMO. 2. Kalman, Filtragem de. 3. Sistemas de comunicação sem-fio. I. Meloni, Luís Geraldo Pedroso. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.</p>
-------	---

Título em Inglês:	A study about the approach for joint channel estimation and data detection in MIMO wireless systems subjected to frequency selective and time-varying wireless channels
Palavras-chave em Inglês:	MIMO systems, Filtering, Kalman, Wireless communication systems
Área de concentração:	Telecomunicações e Telemática
Titulação:	Mestre em Engenharia Elétrica
Banca Examinadora:	Renato da Rocha Lopes, Rui Seara
Data da defesa:	31/05/2010
Programa de Pós Graduação:	Engenharia Elétrica

Raquel Guerreiro Machado

Engenheira de Computação – Unicamp-SP

UM ESTUDO SOBRE A ABORDAGEM DE ESTIMAÇÃO E DETECÇÃO CONJUNTAS EM
SISTEMAS MIMO SUBMETIDOS A CANAIS SEM-FIO SELETIVOS EM FREQUÊNCIA E
VARIANTES NO TEMPO

Dissertação de mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Telecomunicações e Telemática.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Luís Geraldo Pedroso Meloni
FEEC/UNICAMP

Prof. Dr. Renato da Rocha Lopes
FEEC/UNICAMP

Prof. Dr. Rui Seara
LINSE/UFSC

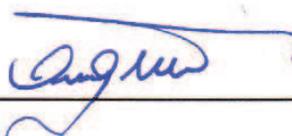
Campinas
2010

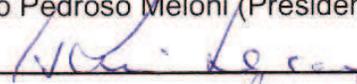
COMISSÃO JULGADORA - TESE DE MESTRADO

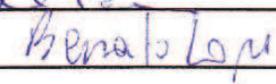
Candidata: Raquel Guerreiro Machado

Data da Defesa: 31 de maio de 2010

Título da Tese: "Um Estudo sobre a Abordagem de Estimação e Detecção Conjuntas em Sistemas MIMO Submetidos a Canais Sem-Fio Seletivos em Frequência e Variantes no Tempo"

Prof. Dr. Luís Geraldo Pedroso Meloni (Presidente):  _____

Prof. Dr. Rui Seara:  _____

Prof. Dr. Renato da Rocha Lopes:  _____

PARA OS MEUS PAIS, WALTAIR E TELMA, E PARA AS MINHAS IRMÃS, AN-
DRÉA E REBECA.

Agradecimentos

a Deus por tudo que eu sou e tenho. Meus dons e talentos são Teus.

aos meus pais, por sempre me amarem e apoiarem. Sei que nada disso seria possível sem vocês.

às minhas irmãs queridas, que me ensinaram muito mais do que imaginam. Tenho muito orgulho de vocês.

à minha avó, que sempre acreditou em mim.

ao André, pelo amor e pelo exemplo de perseverança e garra.

aos meus amigos de Elétrica e graduação, Flávio, Tiago Tavares, Alan, Rafael, Alisson, Ceará, Renato, Ricardo, Taís, Walter, Júlio, Tiago e Jurandir, Fontes, Alessandro, Cândido, Fernanda, Hugo, Tiago Fernandes e Edson por serem pessoas maravilhosas.

aos meus colegas de lab, Matias, Erick, Karlo, Vinícius, Éricles, Henri e Júlia pelo fantástico ambiente de trabalho.

às meninas que moraram comigo, Carol e Maria Olívia, pela paciência.

à Renata e Maice, amigas com quem eu tive a grande sorte de compartilhar sonhos e alegrias.

à EC03.

ao professor Renato Lopes e ao Murilo. Obrigada por toda ajuda neste trabalho.

ao professor Meloni, meu orientador. Obrigada pela confiança e orientação.

Resumo

Na prática, quando um sistema faz uso de altas taxas de transmissão, os símbolos transmitidos são sujeitos a interferência inter-simbólica (ISI). Além disso, se existe movimento relativo entre o transmissor e receptor, tal movimentação provoca mudança no perfil do canal ao longo do tempo. Portanto, para que seja possível a implementação de sistemas sem-fio modernos que usem múltiplas antenas de transmissão e/ou recepção, é essencial que sejam desenvolvidos métodos que lidem com tais condições. Nesse contexto, este trabalho estuda a utilização da abordagem de estimação dos coeficientes de um canal MIMO com interferência inter-simbólica e variante no tempo e detecção de símbolos de forma conjunta. Com base na modelagem da dinâmica temporal dos coeficientes do canal e dos símbolos transmitidos, um vetor de estados é definido contendo ambas informações levando a uma não-linearidade na equação de observação do sistema proposto. Uma solução analítica para o problema de filtragem não-linear é então apresentada, bem como dois algoritmos que propõem soluções sub-ótimas. Por fim, simulações numéricas comprovam a superioridade da abordagem conjunta e mostram o desempenho dos dois algoritmos propostos para a solução do problema de estimação e detecção conjuntas em sistemas MIMO submetidos a canais sem-fio seletivos em frequência e variantes no tempo.

Palavras-chave: estimação e detecção conjuntas, canal seletivo em frequência e variante no tempo, sistemas MIMO, solução em espaço de estados, abordagem conjunta, filtro de Kalman estendido, *cubature Kalman filter*.

Abstract

In practice, when a system uses high data transmission rates, the transmitted symbols are subjected to inter-symbol interference (ISI). Furthermore, if there exists a relative movement between the receiver and the transmitter, the wireless channel through which data is transmitted will vary in time. Therefore, in order to implement practical wireless systems that use multiple transmit and/or receive antennas, it is essential to devise methods to correctly detect symbols transmitted under such conditions. In this context, this dissertation studies the joint channel estimation and symbol detection approach. In establishing models for the temporal dynamic of the channel coefficients and transmitted symbols, an augmented state vector is defined containing both information, which leads to a non-linear observation equation. Then, an analytic solution is presented along with two sub-optimal algorithms. Finally, numeric simulations attest the superiority of the joint approach and confirm the performance of the algorithms for both the joint channel estimation and symbol detection approach in MIMO systems subject to frequency selective and time varying wireless channels.

Key-words: joint estimation and detection, frequency selective and time varying wireless channel, MIMO systems, state-space solution, joint approach, extended Kalman filter, cubature Kalman filter.

Lista de Figuras

5.1	Erro quadrático médio para canal auto-regressivo com $f_D T = 0.003$	38
5.2	Taxa de erro de símbolos para canal auto-regressivo com $f_D T = 0.003$	38
5.3	Erro quadrático médio para canal auto-regressivo com $f_D T = 0.008$	39
5.4	Taxa de erro de símbolos para canal auto-regressivo com $f_D T = 0.008$	40
5.5	Erro quadrático médio para canal Rayleigh com $f_D T = 0.008$	40
5.6	Taxa de erro de símbolos para canal Rayleigh com $f_D T = 0.008$	41
5.7	Norma dos coeficientes do canal geral, do canal estimado pelo algoritmo CKF-modificado e do canal estimado pelo algoritmo FK-FK.	43
5.8	Erro de estimação dos coeficientes do canal estimado pelos algoritmos CKF-modificado e FK-FK.	43
5.9	Símbolos recebidos e decodificados usando o CKF-modificado: (a) para a Antena 1; (b) para a Antena 2 e usando o FK-FK; (c) para a Antena 1; e (d) para a Antena 2.	44
5.10	Erro quadrático médio para canal auto-regressivo dos algoritmos EKF-modificado e CKF-modificado.	45
5.11	Taxa de erro de símbolo para canal auto-regressivo dos algoritmos EKF-modificado e CKF-modificado.	45
5.12	Erro quadrático médio para canal Rayleigh dos algoritmos EKF-modificado e CKF-modificado para diferentes situações de suavização.	46
5.13	Taxa de erro de símbolo para canal Rayleigh dos algoritmos EKF-modificado e CKF-modificado para diferentes situações de suavização.	46

Lista de Tabelas

2.1	Resumo dos tipos de canais e suas características	14
3.1	Filtro de Kalman na Equalização e na Estimação	23
5.1	Filtro de Kalman Estendido Modificado com Suavização de Atraso Fixo	36
5.2	<i>Cubature Kalman Filter</i> Modificado com Suavização de Atraso Fixo	37
5.3	Tempo despendido para cada algoritmo considerando simulações completas com canal auto-regressivo e com canal Rayleigh.	47

Lista de Símbolos e Abreviaturas

MIMO	do inglês <i>multiple input multiple output</i>
SISO	do inglês <i>single input single output</i>
\mathbf{H}	matriz de coeficientes de um canal MIMO
n_t	número de antenas transmissoras
n_r	número de antenas receptoras
\mathbf{y}	vetor com os sinais recebidos pelas n_r antenas receptoras
\mathbf{x}	vetor com os sinais transmitidos pelas n_t antenas transmissoras
\mathbf{n}	vetor com as amostras de ruído aditivo nas n_r antenas receptoras
\mathbf{U}	matriz unitária de dimensão $n_r \times n_r$ resultante da decomposição de \mathbf{H}
\mathbf{V}	matriz unitária de dimensão $n_t \times n_t$ resultante da decomposição de \mathbf{H}
Σ	matriz diagonal de dimensão $n_r \times n_t$ resultante da decomposição de \mathbf{H}
σ	valor singular de \mathbf{H}
λ	auto-valor de \mathbf{H}
R_H	rank da matriz \mathbf{H}
$\tilde{\mathbf{x}}$	vetor de sinais transmitidos transformado linearmente
$\tilde{\mathbf{y}}$	vetor de sinais recebidos transformado linearmente
$\tilde{\mathbf{n}}$	vetor de amostras de ruído transformado linearmente
$g[i]$	ganho de potência do canal SISO
$y[i]$	saída da relação de entrada e saída do canal SISO
$n[i]$	ruído aditivo da relação de entrada e saída do canal SISO
$p(g)$	distribuição de probabilidade de $g[i]$
\bar{P}	potência média de transmissão do canal
$\frac{N_0}{2}$	densidade espectral do ruído
B	largura de banda do sinal recebido
SNR	razão sinal-ruído
$\gamma[i]$	razão sinal-ruído instantânea
C	capacidade do canal
AWGN	canal com ruído aditivo gaussiano
$\mathbf{E}[\cdot]$	esperança estatística
$\bar{\gamma}$	SNR média do canal
C_{SISO}	capacidade ergódica assintótica de um canal SISO
\mathbf{I}_n	matriz identidade de dimensão $n \times n$
σ_n^2	variância de n
$Tr(\mathbf{A})$	traço da matrix \mathbf{A}
C_{MIMO}	capacidade ergódica assintótica de um canal MIMO

R	eficiência espectral
r	ganho de multiplexação
d	ganho de diversidade
\overline{P}_b	probabilidade de erro de bit média
d_{max}	ganho de diversidade máxima
$h(\tau, t)$	resposta impulsiva do canal
τ_k	perfil de potência do atraso
$P(\tau)$	erro máximo de aproximação
$\overline{\tau}$	espalhamento de atraso médio
τ_{rms}	espalhamento de atraso rms
B_c	banda de coerência
$H(f)$	resposta em frequência a f
f_D	espalhamento de Doppler
v	velocidade máxima entre o transmissor e o receptor
f_c	frequência portadora
c	velocidade da luz
T_c	tempo de coerência
$h(t)$	resposta temporal do canal
ISI	interferência inter-simbólica
T_s	tempo de símbolo
B_s	largura de banda do sinal transmitido
WSSUS	do inglês <i>wide-sense stationary uncorrelated scattering</i>
$A(\Delta\tau, \Delta t)$	função de autocorrelação
L	comprimento da resposta ao impulso do canal
$\mathbf{H}_{l,k}$	matriz $n_R \times n_T$, representando o l -ésimo coeficiente no instante k
$h_{i,j,l,k}$	valor do l -ésimo coeficiente entre a j -ésima e a i -ésima antena no instante k
\mathbf{y}_k	vetor com os sinais recebidos pelas n_R antenas receptoras no instante k
\mathbf{x}_k	vetor com os sinais enviados pelas n_T antenas transmissoras no instante k
\mathbf{y}_k	vetor de ruído aditivo nas n_R antenas receptoras no instante k
N	tamanho da janela de observação
$A_t(\Delta t)$	função de auto-correlação temporal
\mathcal{J}_0	função de Bessel de primeira ordem
$f_D T_s$	frequência de Doppler normalizada
$\tilde{\mathbf{y}}_k$	vetor obtido pelo empilhamento de N vetores recebidos
$\tilde{\mathbf{x}}_k$	vetor obtido pelo empilhamento de $N + L - 1$ vetores transmitidos
$\tilde{\mathbf{n}}_k$	vetor obtido pelo empilhamento de N vetores de ruído
\mathcal{H}	matriz de convolução de um canal MIMO
\mathbf{h}_k	coeficientes do canal empilhados
β	$\mathcal{J}_0(2\pi f_D T_s)$
\mathbf{w}_k	ruído do modelo auto-regressivo do canal
\mathbf{z}_k	estado aumentado
\mathbf{F}_x	matriz de transição temporal
\mathbf{u}_k	ruído da dinâmica dos símbolos transmitidos
\mathbf{F}_h	matriz de transição do canal

\mathbf{F}	matriz de transição do estado estendido
$\mathbf{C}(k, \mathbf{z}_k)$	função de medida do estado estendido
\mathbf{q}_k	ruído da dinâmica do estado estendido
$\hat{\mathbf{z}}_{k k-1}$	estimativa <i>a priori</i> de $\hat{\mathbf{z}}_k$
$\hat{\mathbf{x}}_{k k-1}$	estimativa <i>a priori</i> de $\hat{\mathbf{x}}_k$
$\hat{\mathbf{h}}_{k k-1}$	estimativa <i>a priori</i> de $\hat{\mathbf{h}}_k$
$\hat{\mathbf{z}}_{k k}$	estimativa <i>a posteriori</i> de $\hat{\mathbf{z}}_k$
$\hat{\mathbf{x}}_{k k}$	estimativa <i>a posteriori</i> de $\hat{\mathbf{x}}_k$
$\hat{\mathbf{h}}_{k k}$	estimativa <i>a posteriori</i> de $\hat{\mathbf{h}}_k$
$P_{k k-1}$	matriz de covariância do erro de predição
SAF	suavização de atraso fixo
FK	filtro de Kalman
EKF	filtro de Kalman estendido
CKF	do inglês <i>cubature Kalman filter</i>
QAM	do inglês <i>quadrature amplitude modulation</i>
MSE	do inglês <i>mean squared error</i>
SER	do inglês <i>symbol error rate</i>
WiMAX	padrão IEEE 802.16
FK-FK	receptor que aplica o filtro de Kalman na estimação e detecção separadamente
SAF-CPC	algoritmo de suavização de atraso fixo com conhecimento perfeito do canal
EKF-modificado	algoritmo EKF adaptado ao problema de estimação e detecção conjuntas
CKF-modificado	algoritmo CKF adaptado ao problema de estimação e detecção conjuntas

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Estrutura da Dissertação	2
2	Canais sem-fio MIMO	4
2.1	Sistemas MIMO	4
2.1.1	Ganho de multiplexação	5
2.1.2	Diversidade	9
2.2	Canais com Desvanecimento	11
2.2.1	Espalhamento do atraso e Banda de Coerência	11
2.2.2	Espalhamento Doppler e Tempo de Coerência	12
2.2.3	Tipos de Desvanecimento	13
2.2.4	Modelo WSSUS	14
3	A Estimação do Canal e a Detecção dos Símbolos Transmitidos	16
3.1	Modelo do sistema	17
3.2	Estimação e Detecção Conjuntas	20
3.3	Estimação e Equalização separadas	22
4	Filtragem não-linear	24
4.1	Filtragem bayesiana	24
4.2	Filtro de Kalman Estendido	26
4.3	<i>Cubature Kalman Filter</i>	27
4.3.1	Domínio Gaussiano	27
4.3.2	Regras de Quadratura	29
4.3.3	Square-Root Cubature Kalman Filter	32

5	Aplicações e Resultados	33
5.1	Simplificação da Etapa de Atualização Temporal	33
5.2	Suavização de Atraso Fixo	34
5.3	Filtro de Kalman Estendido Modificado	35
5.4	<i>Cubature Kalman Filter</i> Modificado	35
5.5	Simulações e Resultados	36
6	Conclusões e Perspectivas	48
	Bibliografia	51

Introdução

Atualmente, as telecomunicações têm desempenhado um papel muito importante no contexto da nossa sociedade. A busca por um acesso ilimitado a informações em tempo cada vez mais reduzido tem impulsionado a pesquisa por sistemas de transmissão e recepção de dados com altas taxas, grande mobilidade e eficiência espectral. Tais requisitos vêm sendo colocados como essenciais para as novas tecnologias sem fio que propõem a convergência de voz, vídeo e dados.

O uso de múltiplas antenas de transmissão e/ou recepção tem representado um papel central no desenvolvimento de sistemas de comunicação sem fio. Esse fato decorre principalmente da capacidade de multiplexação dos canais MIMO que podem ser vistos como múltiplos canais SISO independentes tratados paralelamente, aumentando a capacidade do canal. Tal característica permite a transmissão de informação a altas taxas sem que seja necessário aumentar a largura de banda ou a potência de transmissão.

Apesar da utilização de múltiplas antenas, a transmissão de dados com altas taxas de transmissão gera um fenômeno chamado interferência inter-simbólica (ISI) devido ao curto tempo de transmissão dos símbolos de informação. Canais que sofrem com a ISI são denominados canais seletivos em frequência [23, 28, 6]. Para mitigar os efeitos da ISI, equalizadores são geralmente implementados nos receptores. Além disso, atualmente existe a necessidade de se manter um enlace de comunicação mesmo em situações de deslocamento. No entanto, o movimento relativo entre transmissor e receptor gera mudanças rápidas no perfil do canal sem-fio que precisam ser acompanhadas pelo receptor através da estimação contínua dos coeficientes do canal. Dessa forma, para que seja possível a implementação de sistemas sem-fio práticos que usem múltiplas antenas de transmissão e/ou recepção, é essencial que sejam desenvolvidos métodos que permitam ao receptor detectar corretamente os símbolos que foram transmitidos sob tais condições. Por isso, surgiu a motivação para o estudo de sistemas de comunicação capazes de lidar com canais seletivos em frequência e variantes no tempo.

Na abordagem tradicional, quando não é assumido o conhecimento do canal, algoritmos são implementados no receptor para estimar os coeficientes do canal e equalizadores são utilizados para compensar as distorções causadas pelo canal sem-fio e detectar corretamente os símbolos transmitidos, muitas vezes usando os valores fornecidos pelos estimadores. Assim, os processos são realizados separadamente e a dependência entre eles não é levada em consideração.

Alternativamente, é possível incorporar a estimação do canal ao processo de equalização, criando um estado estendido para estimar conjuntamente os coeficientes do canal e os símbolos transmitidos como também adicionar a informação de inter-dependência entre canal estimado e o símbolo detectado ao processo de recepção. Nessa abordagem, o receptor otimiza as estimativas do canal e dos símbolos a cada iteração. A abordagem conjunta, no entanto, resulta em um sistema dinâmico não-linear e, como tal, exige algoritmos de solução mais complexos.

Portanto, o presente trabalho propõe um estudo da abordagem conjunta de estimação de canal e detecção de símbolos para canais sem-fio seletivos em frequência e variantes no tempo em sistemas MIMO. Um modelo matemático é apresentado para a caracterização das condições do canal sem-fio como também dos símbolos transmitidos e recebidos por múltiplas antenas; a abordagem separada e a abordagem conjunta são analisadas para o modelo em questão. Além disso, o problema não-linear inerente à abordagem conjunta é discutido e duas técnicas são propostas para solucioná-lo. Ao final da dissertação, uma análise comparativa entre as abordagens separada e conjunta é realizada, bem como uma comparação entre os algoritmos apresentados.

1.1 Estrutura da Dissertação

O restante da dissertação está estruturado como se segue:

- Capítulo 2 - Canais sem-fio MIMO. Traz o embasamento teórico de vários conceitos importantes para o entendimento da motivação desta dissertação, bem como as características de sistemas MIMO e canais sem-fio seletivos em frequência e variantes no tempo.
- Capítulo 3 - A Estimação do Canal e a Detecção dos Símbolos Transmitidos. Apresenta um modelo matemático de um sistema MIMO submetido a um canal seletivo em frequência e duas abordagens para a resolução desse problema.
- Capítulo 4 - Filtragem não-linear. Discute o problema de filtragem não-linear e a

solução analítica proposta pela teoria de filtragem bayesiana. Além disso, duas ferramentas de aproximação sub-ótima são discutidas.

- Capítulo 5 - Aplicações e Resultados. Descreve as aplicações dos algoritmos de filtragem não-linear apresentados no capítulo anterior ao problema de estimação e detecção conjunta. Em seguida, simulações numéricas são apresentadas e discutidas para comparar as abordagens conjunta e separada como também os dois algoritmos de filtragem não-linear propostas.
- Capítulo 6 - Conclusões e Perspectivas. Conclui a dissertação, apresentando as considerações feitas a partir dos resultados numéricos e mostrando as perspectivas para trabalhos futuros.

Canais sem-fio MIMO

2.1 Sistemas MIMO

A utilização de múltiplas antenas, que permite que canais independentes espacialmente sejam criados, é uma das mais interessantes e promissoras áreas na inovação recente das comunicações sem fio. Claramente, os benefícios obtidos por sistemas com múltiplas antenas são devidos principalmente à utilização de uma dimensão adicional - a dimensão espacial. Sistemas de múltiplas antenas podem ser usadas para aumentar a confiabilidade do sistema, a capacidade do sistema através de um aumento da taxa de transmissão de dados, a área de cobertura e reduzir a potência de transmissão [6, 28, 2]. No entanto, esses quatro atributos desejáveis, geralmente, competem uns com os outros; por exemplo, um aumento na taxa de transmissão resulta ou em um aumento da taxa de erro, ou em um aumento da potência de transmissão. Dessa forma, a maneira na qual as antenas são utilizadas, geralmente, refletem a importância dada pelo projetista a tais atributos, assim como considerações de tempo e de espaço.

A causa raiz da pobreza de desempenho das comunicações sem fio é que a confiabilidade da comunicação depende da correta recepção de uma única cópia do sinal transmitido e existe uma probabilidade significativa de essa cópia sofrer desvanecimento. Quando o sinal sofre desvanecimento, é muito provável que o sistema de comunicação em questão apresente erros. Nesse sentido, uma solução natural para melhorar o desempenho é assegurar que diferentes cópias dos símbolos de informação sejam transmitidos, resultando em desvanecimentos independentes afetando diferentes cópias do mesmo sinal. Essa técnica é chamada de diversidade, e pode melhorar bastante o desempenho de canais com desvanecimento.

Há várias formas de obter diversidade. Diversidade no tempo pode ser obtida através de codificação e *interleaving*: a informação é codificada e os símbolos codificados são dispersos através do tempo em diferentes períodos de coerência de forma que diferentes partes das

palavras-código experimentem diferentes desvanecimentos. Analogamente, também é possível explorar diversidade em frequência se o canal é seletivo em frequência. Em um canal com múltiplas antenas de transmissão ou múltiplas antenas de recepção suficientemente espaçadas, pode-se obter também diversidade espacial.

Além disso, como antes mencionado, sob determinadas condições de desvanecimento, quando se tem múltiplas antenas de transmissão e de recepção, é possível obter dimensões adicionais resultando em ganho de grau de liberdade. Esse grau de liberdade adicional pode ser explorado através da multiplexação espacial de vários feixes de informação em um canal MIMO, o que leva a um aumento na capacidade de transmissão de dados, possibilitando a transmissão de informação a maiores taxas. A capacidade de um canal com n antenas de transmissão e recepção é proporcional a n . Esse tipo de ganho será melhor discutido na próxima Seção.

2.1.1 Ganho de multiplexação

O objetivo da multiplexação espacial é dividir o fluxo de informação em fluxos independentes. Dessa forma, assumindo que esses fluxos podem ser decodificados de forma bem-sucedida, a eficiência espectral é aumentada nominalmente pelo fator do número de fluxos independentes. Isso certamente é interessante: implica o fato de que ao se adicionar antenas, é possível aumentar a viabilidade das altas taxas de transmissão que são desejáveis para o acesso à internet de banda larga.

O ganho de multiplexação de um sistema MIMO é obtido através da decomposição de um canal MIMO em R canais paralelos independentes. Através da transmissão de informação em canais independentes, é possível obter um aumento de taxa de R vezes se comparado com um sistema com apenas uma antena transmissora e receptora. Dessa forma, múltiplas antenas também podem ser utilizadas para aumentar a taxa de transmissão (ou capacidade) de um sistema de comunicações. Em canais com alta razão sinal-ruído, é possível mostrar como a taxa de transmissão pode ser aumentada proporcionalmente ao mínimo de antenas de transmissão e recepção.

Decomposição paralela de canais MIMO

A fim de determinar a capacidade de multiplexação de um canal determinístico MIMO [6], considere um canal invariante no tempo \mathbf{H} e o seguinte sistema de comunicação com n_t antenas de transmissão e n_r antenas de recepção, onde tanto o transmissor quanto o receptor conhecem a matriz de coeficientes do canal:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & \dots & h_{1n_t} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{n_r 1} & \dots & h_{n_r n_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{n_t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ \vdots \\ n_{n_r} \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}. \quad (2.1)$$

Da teoria de matrizes, é possível obter a decomposição em valores singulares de \mathbf{H} :

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H, \quad (2.2)$$

onde a matriz \mathbf{U} tem dimensões $n_r \times n_r$, a matriz \mathbf{V} tem dimensões $n_t \times n_t$ e ambas são matrizes unitárias, e $\mathbf{\Sigma}$ é uma matriz diagonal de dimensões $n_r \times n_t$ contendo os valores singulares σ_i de \mathbf{H} . Tais valores singulares têm a propriedade de serem iguais à raiz quadrada dos autovalores de $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ ($\sigma_i = \sqrt{\lambda_i}$) e o rank da matriz \mathbf{H} , que é definido como R_H , é o número de valores singulares que não são iguais a zero. Já que R_H não pode exceder o número de linhas ou colunas de \mathbf{H} , $R_H \leq \min(n_t, n_r)$.

Definindo

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{V}^H \mathbf{x}, \quad (2.3)$$

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{U}^H \mathbf{y}, \quad (2.4)$$

$$\tilde{\mathbf{n}} = \mathbf{U}^H \mathbf{n}, \quad (2.5)$$

é possível reescrever (2.1) como:

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{\Sigma}\tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{n}}, \quad (2.6)$$

onde \mathbf{n} e $\tilde{\mathbf{n}}$ têm distribuições de probabilidade idênticas e $\|\tilde{\mathbf{x}}\|^2 = \|\mathbf{x}\|^2$. Dessa forma, a energia é preservada e obtém-se uma representação equivalente para o sistema:

$$\tilde{y}_i = \lambda_i \tilde{x}_i + \tilde{n}_i, \quad i = 1, 2, \dots, R_H, \quad (2.7)$$

na qual é possível observar a obtenção de R_H canais independentes para o sistema MIMO acima descrito.

Capacidade de Shannon

Outra forma e análise de desempenho de sistemas de comunicação sem-fio é a chamada de capacidade de canal ou capacidade de Shannon [6, 26, 28]. A capacidade de Shannon é definida como a maior taxa de transmissão possível de ser alcançada em determinado canal com uma probabilidade de erro arbitrariamente baixa. Baseando-se na teoria do ganho de multiplexação devido à utilização de múltiplas antenas, espera-se que esse ganho seja refletido em conseqüente ganho de capacidade em relação a um canal de única entrada e única saída (SISO).

Considere um canal discreto SISO com ganho estacionário e ergódico variante no tempo $\sqrt{g[i]}$, $0 \leq g[i]$, com a relação entre entrada e saída $y[i] = \sqrt{g[i]} + n[i]$. O ganho de potência $g[i]$ segue uma determinada distribuição de probabilidade $p(g)$. Assumindo que \bar{P} é a potência média de transmissão do sinal, $\frac{N_0}{2}$, é a densidade espectral do ruído e B , a largura de banda do sinal recebido, é possível escrever a razão sinal-ruído (SNR) instantânea recebida como $\gamma[i] = \frac{\bar{P}g[i]}{N_0B}$, $0 \leq \gamma[i] \leq \infty$, e seu valor esperado como $\bar{\gamma} = \frac{\bar{P}\bar{g}}{N_0B}$. Note que a distribuição de $g[i]$ determina a distribuição de $\gamma[i]$.

Em um sistema de comunicação na qual é assumido o conhecimento de $g[i]$ apenas no receptor, a capacidade de Shannon do canal SISO, com restrição de potência média \bar{P} , é dada por [6]:

$$C = \int_0^{\infty} B \log_2(1 + \gamma) p(\gamma) d\gamma. \quad (2.8)$$

Sabendo que a capacidade de um canal com ruído aditivo gaussiano (AWGN) é [26] $C = B \log_2(1 + \gamma)$ e que a expressão anterior é uma média probabilística, pode-se afirmar que a capacidade de um canal SISO com desvanecimento é igual à capacidade de Shannon para um canal AWGN com SNR γ ponderada sobre a distribuição de γ . Por esse motivo, ela também é chamada capacidade ergódica.

Pela inequação de Jensen, temos que:

$$\mathbf{E}[B \log_2(1 + \gamma)] = \int B \log_2(1 + \gamma) p(\gamma) d\gamma \leq B \log_2(1 + \mathbf{E}[\gamma]) = B \log_2(1 + \bar{\gamma}), \quad (2.9)$$

onde $\bar{\gamma}$ é a SNR média do canal. Isso significa que a capacidade de Shannon desse canal, é limitada superiormente pela capacidade de Shannon de um canal AWGN com a mesma SNR.

No entanto, ao se examinar a função $y = \log_2(1 + x)$ pode-se perceber que ela é côncava; a medida que x cresce a variação vertical no eixo y torna-se cada vez menor. Considerando que a expressão para a capacidade do canal AWGN tem a mesma forma $\log_2(1 + x)$, pode-se concluir que para baixos valores de SNR a capacidade de um canal SISO cresce linearmente com a potência recebida. No entanto, quando a SNR é alta, a capacidade cresce logaritmicamente com a potência, resultando em uma capacidade ergódica assintótica [28] de:

$$C_{SISO}(\gamma) \approx \log_2(\gamma). \quad (2.10)$$

Trata-se de um resultado importante para entender o impacto da utilização de múltiplas antenas na capacidade do canal com desvanecimento.

A fim de caracterizar o ganho de multiplexação associado à capacidade de Shannon de um canal MIMO com desvanecimento, considera-se novamente o sistema dado por (2.1), onde a

largura de banda é B e o vetor \mathbf{n} é um ruído gaussiano com média nula e matriz de covariância $\sigma_n^2 \mathbf{I}_{n_r}$, na qual $\sigma_n^2 = N_0 B$. Assumindo que existe uma restrição de potência de transmissão P , é possível definir um modelo para o qual a potência do ruído é igual à unidade e a potência de transmissão é igual a $\frac{P}{\sigma_n^2} = \gamma$. Nesse caso, γ pode ser redefinida como a SNR média por antena receptora sob canal com ganho unitário, o que implica que os símbolos de entrada x_i , referentes a cada antena transmissora i , devem satisfazer a expressão:

$$\sum_{i=1}^{n_t} \mathbf{E}[x_i x_i^*] = \gamma \quad (2.11)$$

ou seja, o traço da matriz de covariância de entrada tem que ser igual a γ ($Tr(\mathbf{R}_x) = \gamma$).

Considere agora um canal variante no tempo \mathbf{H} , cujas entradas são variáveis aleatórias gaussianas circularmente simétricas, i.i.d. (independente e identicamente distribuída) de média nula e de variância unitária, que é conhecido apenas no receptor. Como os coeficientes do canal são assumidas variáveis aleatórias, a capacidade ergódica é definida como a taxa máxima de transmissão ponderada sobre todas as realizações do canal utilizando uma estratégia de transmissão baseada somente na distribuição de \mathbf{H} . Trata-se de um problema de otimização: é necessário encontrar a matriz de correlação de entrada ótima para maximizar a capacidade ergódica sujeita à restrição da potência de transmissão. No caso de canais escalares, a matriz de covariância ótima é $\frac{\gamma}{n_t} \mathbf{I}_{n_t}$ e a capacidade ergódica é [6]:

$$C = E_{\mathbf{H}} \left[B \log_2 \det \left[\mathbf{I}_{n_r} + \frac{\gamma}{n_t} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right] \right]. \quad (2.12)$$

Lembrando que σ_i são os valores singulares de \mathbf{H} , pode-se reescrever (2.12) como [6]:

$$C = E_{\mathbf{H}} \left[\sum_{i=1}^{\min(n_t, n_r)} \log_2 \left[1 + \frac{\gamma}{n_t} \sigma_i^2 \right] \right] \sigma_n^2 = \sum_{i=1}^{\min(n_t, n_r)} E_{\mathbf{H}} \left[\log_2 \left[1 + \frac{\gamma}{n_t} \sigma_i^2 \right] \right], \quad (2.13)$$

onde percebe-se a dependência da capacidade do canal em função da distribuição probabilística dos valores singulares da matriz aleatória \mathbf{H} . Isso significa que quando o canal sofre desvanecimento, o transmissor pode transmitir a taxas que assegurem a correta recepção de dados [6]. Nesse caso, a matriz de covariância ótima é a identidade resultando em divisão igualitária de potência entre os autovetores [28].

Segundo o teorema do limite central para as distribuições dos valores de singulares de \mathbf{H} , à medida que o número de antenas de transmissão e recepção cresce a capacidade do canal tende para uma constante para todas as realizações do canal. Para n_r fixo, a lei dos grandes números implica que:

$$\lim_{n_t \rightarrow \infty} \frac{1}{n_t} \mathbf{H}\mathbf{H}^H = \mathbf{I}_{n_r}. \quad (2.14)$$

Isso significa que a capacidade é agora um constante igual a $C = n_r B \log_2(1 + \gamma)$ quando n_t tende a infinito. Definindo $n = \min(n_t, n_r)$, observa-se que a medida que n cresce a capacidade do canal MIMO se aproxima de $C = nB \log_2(1 + \gamma)$, também crescendo linearmente com n . Similarmente, para valores SNR elevados a capacidade também cresce linearmente com n para qualquer n_t e n_r [28]:

$$C_{MIMO}(\gamma) \approx \min(n_r, n_t) \log_2(\gamma). \quad (2.15)$$

Note que em comparação com (2.10) na qual a capacidade de um canal SISO cresce logaritmicamente, existe um significativo ganho de capacidade já que a capacidade de um canal MIMO cresce linearmente com o número mínimo de antenas transmissoras e receptoras. Isso significa que é possível considerar um canal MIMO como $\min(n_t, n_r)$ canais SISO paralelos independentes por onde são transmitidos dados simultaneamente. Portanto, canais MIMO suportam taxas de transmissão muito altas sem a exigência de aumento na potência de transmissão ou largura de banda.

O ganho de multiplexação, como mencionado anteriormente, é obtido através da decomposição de um canal MIMO em canais paralelos pelos quais a informação a ser transmitida é multiplexada em diferentes fluxos de dados. Definindo R como a taxa de transmissão em bits por segundo por Hertz, também chamada eficiência espectral, em função da SNR é possível definir o ganho de multiplexação r como:

$$\lim_{\log_2 \gamma \rightarrow \infty} \frac{R(\gamma)}{\log_2 \gamma} = r. \quad (2.16)$$

Lembrando então que a capacidade de um canal é a taxa de transmissão máxima permitida pelo canal, pode-se concluir ainda que o ganho de multiplexação máximo é $\min(n_t, n_r)$, obtido quando a transmissão ocorre próxima da capacidade ergódica do canal.

2.1.2 Diversidade

Para combater o impacto da taxa de erro relacionada ao desvanecimento, técnicas de equalização são geralmente utilizadas. O princípio da diversidade diz respeito a enviar aos receptores múltiplas versões do mesmo sinal. Cada uma dessas versões é definida como um ramo de diversidade. Se essas versões são afetadas por condições de desvanecimento independentes, a probabilidade de que todos os ramos sofram desvanecimento ao mesmo tempo decresce consideravelmente. Então, a diversidade ajuda a estabilizar o enlace levando a um melhor desempenho em termos da taxa de erro.

Já que o desvanecimento pode ocorrer no tempo, na frequência e no espaço, técnicas de desvanecimento podem ser exploradas em cada um desses três domínios. Por exemplo, diversidade temporal pode ser obtida através de codificação e *interleaving*. Diversidade de frequência explora o espalhamento freqüencial do canal através de técnicas de equalização ou modulação de múltiplas-portadoras. Naturalmente, tanto a diversidade temporal quanto a diversidade em frequência, requerem perdas no domínio do tempo ou frequência para que seja introduzida a redundância para mitigar o desvanecimento. Nesse sentido, a principal vantagem da diversidade espacial em relação à diversidade no tempo e na frequência é o fato de não ser necessário um acréscimo na largura de banda ou na potência do sinal.

Tradicionalmente, o objetivo principal da diversidade espacial é melhorar a confiabilidade na comunicação, reduzindo a sua sensibilidade ao desvanecimento. Se múltiplas antenas suficientemente espalhadas forem utilizadas no transmissor e no receptor, o número de percursos entre o transmissor e o receptor torna-se igual ao produto do número de antenas transmissoras e receptoras. Como a probabilidade de todos os percursos independentes experimentarem baixa SNR simultaneamente é pequena, o sistema de comunicação em questão melhora o seu desempenho em relação ao sistema SISO.

Uma forma de analisar o ganho de confiabilidade obtido através da utilização de sistemas MIMO é através da análise da probabilidade de erro em função da SNR. Para SNR elevadas, o ganho de diversidade [28] pode ser definido como a inclinação negativa da probabilidade de erro em função da SNR:

$$d = - \lim_{\gamma \rightarrow \infty} \frac{\log_2 \bar{P}_b}{\log_2 \gamma}, \quad (2.17)$$

onde \bar{P}_b é a probabilidade de erro de bit média e γ é a SNR recebida.

Considere agora um canal com desvanecimento. Sua probabilidade de erro de bit (BEP) média pode ser escrita como [28]:

$$\bar{P}_b \approx c\gamma^{-1}, \quad (2.18)$$

onde c é uma constante que depende do tipo de modulação utilizada. Quando múltiplas antenas são utilizadas no transmissor e receptor, a BEP média torna-se significativamente melhor:

$$\bar{P}_b \approx c\gamma^{-d}. \quad (2.19)$$

Dessa forma, pode-se perceber que o desempenho do sistema para valores de SNR elevados é determinado por d , uma vez que a probabilidade de erro decai com γ^{-d} . Logo, quanto maior o ganho de diversidade proporcionado pelo esquema de transmissão, menor a probabilidade de detecção errônea da informação enviada. Para um canal MIMO com n_r antenas de recepção

e n_T antenas de transmissão, o ganho de diversidade máximo é dado por [28]:

$$d_{max} = n_t \times n_r. \quad (2.20)$$

2.2 Canais com Desvanecimento

A transmissão de dados em ambientes sem fio apresenta grandes desafios; um dos mais intrigantes é o desvanecimento. O desvanecimento é causado pela recepção de múltiplas versões do mesmo sinal, que por sua vez são causadas por reflexões em obstáculos entre o transmissor e o receptor. Os sinais refletidos, também chamados de multipercursos, interferem entre si construtiva ou destrutivamente no receptor causando grandes alterações na amplitude do sinal recebido.

A fim de analisar os efeitos do desvanecimento nos sinais transmitidos, bem como caracterizar o comportamento do canal, alguns parâmetros são utilizados para quantificar as propriedades do canal com multipercurso. Tais parâmetros são importantes porque dependendo da relação entre os parâmetros do sinal e do canal, sinais distintos podem sofrer diferentes efeitos de desvanecimento. Considerando que a comunicação entre o transmissor e o receptor em determinado instante pode ser descrita como uma coleção de impulsos igualmente espaçados, é possível modelar tal comunicação como um sistema linear variante no tempo e, assim, obter a resposta ao impulso do canal. A partir desse modelo, são definidos os parâmetros do canal que determinam as linhas gerais para o desenvolvimento de sistemas sem-fio.

A resposta ao impulso do canal com desvanecimento pode ser descrita como a resposta $h(\tau, t)$ no instante t para um impulso transmitido no instante $t - \tau$:

$$h(\tau, t) = h_0(t)\delta(\tau - \tau_0(t)) + h_1(t)\delta(\tau - \tau_1(t)) + \dots + h_\nu(t)\delta(\tau - \tau_\nu(t)) \quad (2.21)$$

onde $\tau_i(t)$, $0 \leq \nu$, é o atraso de propagação relativo ao percurso i entre o transmissor e o receptor e ν é o número de multipercursos não-negligenciáveis que chegam ao receptor. Observe que $h(\tau, t)$ depende das variações de tempo devido ao movimento relativo transmissor-receptor, representada pela variável t e do atraso de multipercurso do canal para um t fixo, representado pela variável τ . Nesse caso, cada impulso representa uma versão do sinal refletida em algum obstáculo; à medida que o transmissor e o receptor movem-se em relação ao outro, o perfil do canal muda.

2.2.1 Espalhamento do atraso e Banda de Coerência

O espalhamento do atraso τ_k (*delay spread*) especifica a duração da resposta ao impulso $h(\tau, t)$; ele pode ser definido como a diferença de tempo entre a chegada do primeiro sinal

refletido e o último. Quantitativamente, pode-se obter o espalhamento de atraso através do perfil de potência do atraso (*power delay profile*) [23, 2] $P(\tau_k)$, que mostra a intensidade do sinal recebido em função do espalhamento do atraso. O espalhamento de atraso médio é calculado a partir do primeiro momento do perfil de potência do atraso [23]:

$$\bar{\tau} = \frac{\sum_k P(\tau_k)\tau_k}{\sum_k P(\tau_k)}. \quad (2.22)$$

Analogamente, o espalhamento de atraso rms (*root mean square*) é definido como [23]:

$$\tau_{rms} = \sqrt{\overline{\tau^2} - (\bar{\tau})^2}, \quad (2.23)$$

onde

$$\overline{\tau^2} = \frac{\sum_k P(\tau_k)\tau_k^2}{\sum_k P(\tau_k)}. \quad (2.24)$$

Note que τ_{rms} é a medida de espalhamento da resposta do canal no tempo.

A largura de banda de coerência do canal B_c , é por sua vez o dual no domínio da frequência do espalhamento de atraso. Ela é a faixa na qual todas as frequências são afetadas igualmente pelo desvanecimento do canal; dessa forma, a largura de banda de coerência determina a faixa de frequência onde dois componentes são altamente correlacionados:

$$|f_1 - f_2| \leq B_c \rightarrow H(f_1) \approx H(f_2) \quad (2.25)$$

$$|f_1 - f_2| \geq B_c \rightarrow H(f_1) \neq H(f_2). \quad (2.26)$$

Nesse caso, se a correlação entre f_1 e f_2 for maior que 0.5, significa que as duas frequências são correlacionadas e é possível mostrar que [23]:

$$B_c \approx \frac{1}{5\tau_{rms}} \quad (2.27)$$

2.2.2 Espalhamento Doppler e Tempo de Coerência

O espalhamento de atraso e a largura de banda de coerência descrevem a dispersão temporal causada pelas propriedades do canal, mas não oferecem informação sobre a variação temporal dos multipercursos do canal devido ao movimento relativo entre o transmissor e o receptor. Por sua vez, o espectro de potência Doppler, que é a transformada de Fourier do perfil de potência do atraso, descreve a distribuição estatística de potência do canal em função da frequência para um sinal transmitido em uma dada frequência f . Dessa forma, o espalhamento de Doppler é:

$$f_D = \frac{vf_c}{c} \quad (2.28)$$

onde v é a velocidade máxima entre o transmissor e o receptor, f_c é a frequência portadora e c é a velocidade da luz.

O tempo de coerência T_c é o dual no domínio do tempo do espalhamento Doppler e é usado para caracterizar a variação temporal da dispersão frequencial do canal no domínio do tempo. Similarmente à largura de banda de coerência, pode-se definir o tempo de coerência através das relações:

$$|t_1 - t_2| \leq T_c \rightarrow h(t_1) \approx h(t_2) \quad (2.29)$$

$$|t_1 - t_2| \geq T_c \rightarrow h(t_1) \neq h(t_2). \quad (2.30)$$

Além disso, o espalhamento Doppler e o tempo de coerência são inversamente proporcionais:

$$T_c \approx \frac{1}{f_D}. \quad (2.31)$$

2.2.3 Tipos de Desvanecimento

Conforme mencionado nas seções 2.2.1 e 2.2.2, dependendo da natureza do canal transmitido e sua relação com as características do canal, o sinal transmitido pode experimentar diversos efeitos do desvanecimento. Dois desses efeitos são a seletividade e a dispersão. Quando um canal é definido como seletivo, ele muda o perfil do sinal transmitido no tempo e na frequência. Já a dispersão provoca o espalhamento do canal no tempo ou na frequência. Portanto, seletividade e dispersão são duais um do outro: enquanto o espalhamento de atraso causa dispersão no tempo e seletividade na frequência, o espalhamento Doppler causa dispersão de frequência e seletividade no tempo.

Quando o espectro do canal tem ganho constante e resposta de fase linear em uma faixa frequência maior do que a largura de banda do sinal transmitido, o sinal transmitido experimenta um desvanecimento plano (*flat fading*) e tem suas características espectrais preservadas no receptor. No entanto, quando a largura de banda no canal é menor do que a largura de banda do sinal transmitido, o desvanecimento não atinge todas os componentes de frequência componentes do sinal uniformemente. Nesse caso, a resposta do impulso do canal tem um espalhamento de atraso maior do que o período do símbolo transmitido, causando desvanecimento seletivo em frequência (*frequency selective fading*). Quando isso ocorre, o sinal transmitido em um determinado instante interfere em sinais transmitidos em outros instantes, provocando interferência inter-simbólica (ISI - *intersymbol interference*).

Dependendo da velocidade de mudança dos componentes do canal em relação à taxa de transmissão do sinal, o canal pode causar desvanecimento lento (*slow fading*) ou desvanecimento rápido (*fast fading*). Quando o canal tem desvanecimento lento, sua resposta ao

Tabela 2.1: Resumo dos tipos de canais e suas características

Tipos de Canal	Característica
Desvanecimento Plano	$B_s \ll B_c$
Desvanecimento Seletivo em Frequência	$B_s \geq B_c$
Desvanecimento Lento	$T_s \ll T_c$
Desvanecimento Rápido	$T_s \geq T_c$

impulso muda em taxas muito menores do que o sinal transmitido. Em um canal com desvanecimento rápido, a resposta ao impulso do canal muda mais rapidamente do que a duração dos símbolos transmitidos, ou seja, o tempo de coerência do canal é menor do que o período do símbolo do sinal transmitido. Dessa forma, o sinal experimenta dispersão frequencial devido ao espalhamento de Doppler.

Definindo T_s e B_s como o tempo e a largura de banda do sinal transmitido, é possível destacar a relação entre os parâmetros do canal e os tipos de desvanecimento experimentados pelo sinal transmitido (veja Tabela 2.1).

2.2.4 Modelo WSSUS

A fim de desenvolver e caracterizar canais sem fio que sejam realizáveis na prática, é necessário analisar a relação entre os parâmetros já estudados e avaliar de que forma eles variam no tempo, na frequência e espaço. Por esse motivo, vários modelos foram criados com inspiração experimental e estatística. Como os modelos estatísticos são mais simples e úteis para análise e simulação, o foco desta seção será um modelo estocástico em particular, o modelo WSSUS (*wide-sense stationary uncorrelated scattering*) [21, 9].

Os modelos WSSUS são as mais importantes classes de modelos de canal variantes no tempo; eles descrevem a relação de entrada e saída dos canais sem fio para a transmissão de sinais em que durante o período de observação a estacionariedade é garantida.

Considere novamente a resposta ao impulso (2.21). Para avaliar a maneira pela qual os componentes do canal evoluem com o tempo, cada multipercorso é modelado como uma variável aleatória e a função de autocorrelação $A(\Delta\tau, \Delta t)$ é avaliada. Assumindo que a função de autocorrelação depende apenas de $\Delta t = t_1 - t_2$ e que a resposta do canal para componentes

chegando em instantes diferentes, τ_1 e τ_2 , é estacionária, é possível mostrar que [21]:

$$\begin{aligned}
 A(\Delta\tau, \Delta t) &= E[h(\tau_1, t_1)h^*(\tau_2, t_2)] \\
 &= E[h(\tau_1, t)h^*(\tau_2, t + \Delta t)] \\
 &= E[h(\tau, t)h^*(\tau + \Delta\tau, t + \Delta t)]
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

Para $\Delta t = 0$, a função de autocorrelação $A_t(\Delta t)$ descreve como o canal é correlacionado no tempo, dependendo principalmente da frequência Doppler f_D que caracteriza o movimento relativo entre transmissor e receptor [23].

Essa propriedade dos canais WSSUS é fundamental para caracterização da evolução temporal dos coeficientes do canal e para o desenvolvimento de sistemas de comunicações móveis. Esse importante resultado será usado no restante desta dissertação para o desenvolvimento de um algoritmo de estimação dos coeficientes de um canal MIMO seletivo em frequência com movimento relativo entre transmissor e receptor.

A Estimação do Canal e a Detecção dos Símbolos Transmitidos

Conforme visto no capítulo anterior, sistemas com múltiplas antenas apresentam-se como uma alternativa interessante para o desenvolvimento de sistemas de comunicação com altas taxas de transmissão, já que a capacidade do canal aumenta com a utilização de técnicas de multiplexação espacial. No entanto, certas características do canal sem-fio desafiam a confiabilidade da transmissão de dados em determinadas condições.

Na prática, quando um sistema faz uso de altas taxas de transmissão, os símbolos transmitidos estão sujeitos a interferência intersimbólica. Além disso, se existe movimento relativo entre o transmissor e receptor, tal movimentação provoca mudança no perfil do canal ao longo do tempo. Tais características podem ser observadas através da análise da resposta ao impulso do canal em (2.21). Se um grande número de versões refletidas do sinal chega ao receptor, ocorre dispersão no tempo resultante de um longo espalhamento de atraso, que por sua vez acaba resultando em seletividade na frequência, ou seja, a resposta em frequência do canal varia ao longo da banda transmitida. Ainda, se existe mobilidade do receptor ou dos objetos que refletem os sinais, os caminhos de propagação não permanecem fixos, alterando o valor dos coeficientes do canal, que variam com o tempo.

A interferência inter-simbólica, como já mencionado, ocorre quando o período do símbolo transmitido T_s é menor do que o tempo de coerência T_c do canal. Tal fenômeno provoca distorções nos dados transmitidos já que ocorre interferência entre diferentes símbolos no receptor. Nesse sentido, a utilização de equalizadores mostra-se a alternativa mais lógica para a atenuação da ISI, porque não requer utilização de mais antenas ou de uma largura de banda maior. Os equalizadores lineares funcionam como um filtro que se apresenta como o inverso do canal (quando o canal é conhecido no receptor); sua implementação é simples mas acabam sofrendo com o problema de amplificação do ruído (*noise enhancement*), tendo

desempenho não desejável em canais variantes no tempo, ou com ISI severa [23].

Quando o canal é variante no tempo e desconhecido no receptor, é necessário que seja associada à equalização alguma técnica de estimação e rastreamento dos coeficientes do canal [23]. Na estimação de canal, assume-se que a seqüência transmitida é conhecida no receptor. Quando é utilizado o esquema de inserção de pilotos, uma seqüência conhecida é transmitida e usada para estimar o canal. No esquema de decisão realimentada (*decision feedback*), os símbolos detectados previamente são utilizados para atualizar as estimativas do canal. Dessa forma, para que sejam atenuados os efeitos dos canais sem-fio, o receptor necessita de estimadores para fazer a estimação dos coeficientes do canal e de equalizadores para compensar os efeitos da interferência inter-simbólica. Tradicionalmente, estimadores e equalizadores trabalham separadamente em cada iteração, em que estimadores lineares iterativos utilizam o algoritmo LMS (*least-mean-square*) [7], RLS (*recursive least squares*) [7] e filtro de Kalman [7] para acompanhar as variações dos coeficientes do canal [15, 29, 19]. Esse tipo de abordagem, no entanto, funciona bem apenas em canais com desvanecimento lento. Outro problema é que como o estimador e o equalizador utilizam estimativas obtidas um do outro, a correlação entre as estimativas do canal e dos símbolos de dados pode ser significativa. Geralmente essa inter-dependência é difícil de ser quantificada e é por isso ignorada no processo de equalização e detecção. Uma alternativa interessante é descrita em [22], na qual é proposto um esquema de estimação e detecção conjunta semi-cega usando a teoria de estimação bayesiana.

Portanto, com o objetivo de estudar os processos de estimação dos coeficientes do canal e de detecção dos símbolos transmitidos, assim como aproveitar essa correlação entre estimação e detecção, neste capítulo é apresentado o modelo matemático de um sistema MIMO sujeito a um canal seletivo em frequência e variante no tempo no qual são aplicadas as técnicas de estimação e equalização separadamente e de estimação e detecção conjunta.

3.1 Modelo do sistema

Para modelar um canal seletivo em frequência variante no tempo, pode-se utilizar um filtro de resposta finita (FIR - *finite impulse response*) de comprimento L [2]. Assumindo que os sinais recebidos são amostrados na taxa de símbolo, é possível interpretar L como o espalhamento do atraso medido em intervalos com um atraso de l períodos de símbolo onde l , $0 \leq l < L$, representa um sinal refletido que chegou ao receptor. Analogamente, um canal MIMO seletivo em frequência pode ser descrito como uma coleção de filtros FIR na qual cada estrutura FIR corresponde a cada par antena transmissora - receptora.

Considere um sistema MIMO com N_T antenas transmissoras e N_R antenas receptoras que interferem umas com as outras. Devido à interferência inter-simbólica, um sinal recebido pela

antena i em determinado instante sofre interferência de símbolos transmitidos em momentos anteriores. Dessa forma, a relação entre os símbolos recebidos e os símbolos transmitidos no instante k pode ser expressa como:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_k &= \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{H}_{l,k} \mathbf{x}_{k-l} + \mathbf{n}_k \\ &= [\mathbf{H}_{0,k} \quad \mathbf{H}_{1,k} \quad \dots \quad \mathbf{H}_{L-1,k}] \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ \mathbf{x}_{k-l} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{k-L+1} \end{bmatrix} + \mathbf{n}_k \end{aligned} \quad (3.1)$$

onde L é o número de multi-percursos, $\mathbf{y}_k = [y_{1,k} \quad y_{2,k} \quad \dots \quad y_{N_R,k}]^T$ é o vetor de sinais recebido pelas N_R antenas, $\mathbf{x}_k = [x_{1,k} \quad x_{2,k} \quad \dots \quad x_{N_T,k}]^T$ é o vetor de sinais transmitidos pelas N_T antenas, $\mathbf{H}_{l,k}$ é uma matriz $N_R \times N_T$, $\forall l = 0, \dots, L-1$, cujos elementos localizados na i -ésima linha e na j -ésima coluna são denotados por $h_{i,j,l,k}$, e correspondem ao valor do l -ésimo coeficiente do canal entre a j -ésima antena transmissora e a i -ésima antena receptora no instante k , e $\mathbf{n}_k = [n_{1,k} \quad n_{2,k} \quad \dots \quad n_{N_R,k}]^T$ é um vetor de amostras independentemente de um processo gaussiano branco, circunamente simétrico de média nula e variância σ_n^2 .

Analisando o sistema MIMO em (3.1), assume-se que não existe linha de visada entre o transmissor e o receptor e que o sinal recebido é composto apenas de versões refletidas do sinal transmitido. Supondo ainda que existem um grande número de sinais recebidos com amplitudes e fases aleatórias, pelo teorema do limite central [20] é possível modelar os elementos $h_{i,j,l,k}$ de cada matriz $\mathbf{H}_{l,k}$ como variáveis aleatórias gaussianas complexas, circularmente simétricas de média nula e variância unitária [28, 4]. Utilizando então o modelo WSSUS apresentado em 2.2.4 e assumindo que cada sinal refletido que chega ao receptor pode ser interpretado como uma amostra da função de distribuição de Rayleigh [9, 21, 23] a cada T_c segundos, a função de autocorrelação temporal pode ser escrita como [9, 2, 21]

$$A_t(\Delta t) = E[h_{i,j,l,k} h_{i,j,l,k+\Delta k}^*] \approx \mathcal{J}_0(2\pi f_D T_s |\Delta k|) \quad (3.2)$$

onde \mathcal{J}_0 é a função de Bessel de primeira ordem, $f_D T_s$ é a frequência de Doppler normalizada e T_s é o período do símbolo. A função $A_t(\Delta t)$ descreve a correlação temporal dos coeficientes do canal. A partir desse resultado, torna-se possível descrever a dinâmica temporal do sistema MIMO em (3.1). Já que a função de Doppler f_D determina a velocidade da variação dos coeficientes do canal, neste trabalho, considera-se que os coeficientes do canal permanecem constantes durante $N \geq 1$ símbolos, e que suas evoluções temporais obedecem a função de

autocorrelação (3.2). Dessa forma, é possível empilhar os N vetores recebidos e escrever os sinais recebidos como uma combinação linear dos símbolos transmitidos, obtendo:

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \mathcal{H}\tilde{\mathbf{x}}_k + \tilde{\mathbf{n}}_k \quad (3.3)$$

onde $\tilde{\mathbf{y}}_k = [\mathbf{y}_k^T \ \mathbf{y}_{k-1}^T \ \dots \ \mathbf{y}_{k-N+1}^T]^T$ é um vetor contendo N vetores recebidos, $\tilde{\mathbf{x}}_k = [\mathbf{x}_k^T \ \mathbf{x}_{k-1}^T \ \dots \ \mathbf{x}_{k-N-L+2}^T]^T$ é um vetor contendo $N + L - 1$ vetores transmitidos empilhados, $\tilde{\mathbf{n}}_k = [\mathbf{n}_k^T \ \mathbf{n}_{k-1}^T \ \dots \ \mathbf{n}_{k-N-L+2}^T]^T$ é o vetor de ruído e

$$\mathcal{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{0,k} & \dots & \mathbf{H}_{L-1,k} & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{H}_{0,k} & \dots & \mathbf{H}_{L-1,k} & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \mathbf{H}_{0,k} & \dots & \mathbf{H}_{L-1,k} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

é uma matriz Toeplitz em blocos na qual cada bloco representa os coeficientes do canal MIMO.

Além disso, definindo $\text{vec}(\cdot)$ como o operador que empilha as colunas de uma matriz, uma sobre as outras, o vetor

$$\mathbf{h}_k = \text{vec}([\mathbf{H}_{0,k} \ \mathbf{H}_{1,k} \ \dots \ \mathbf{H}_{L-1,k}]) \quad (3.5)$$

representa os coeficientes de canal empilhados. De acordo com [14], é possível aproximar a dinâmica de um vetor que representa os coeficientes de um canal por um processo autorregressivo de primeira ordem. Portanto, para o vetor de elementos empilhados \mathbf{h}_k , a evolução temporal do seus coeficientes pode ser aproximada por:

$$\mathbf{h}_k = \beta\mathbf{h}_{k-1} + \mathbf{w}_k \quad (3.6)$$

onde $\beta = \mathcal{J}_0(2\pi f_D T_s)$, \mathbf{w}_k é um vetor de amostras gaussianas, branco, circularmente simétrico de média nula e matriz de covariância igual a $\mathbf{W} = \sigma_w^2 I_{N_R N_T}$, e $\sigma_w^2 = (1 - |\beta|^2)$.

Observando (3.3), verifica-se que o sinais recebidos pelo receptor $\tilde{\mathbf{y}}_k$ estão descritos como uma combinação linear do símbolos transmitidos. No entanto, a fim de obter uma formulação em espaço de estados que possibilite a caracterização da trajetória dos coeficientes do canal, define-se cada termo \mathbf{y}_k como a combinação linear em (3.1). Além disso, definindo também:

$$\mathbf{X}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ \mathbf{x}_{k-1} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{k-L+1} \end{bmatrix} \otimes I_{N_R}, \quad (3.7)$$

(3.3) pode ser reescrita como uma combinação dos coeficientes do canal para um bloco de N amostras passadas:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_k \\ \mathbf{y}_{k-1} \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{k-N+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_k \\ \mathbf{X}_{k-1} \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{k-N+1} \end{bmatrix} \mathbf{h}_k + \begin{bmatrix} \mathbf{n}_k \\ \mathbf{n}_{k-1} \\ \vdots \\ \mathbf{n}_{k-N+1} \end{bmatrix}, \quad (3.8)$$

ou ainda

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \mathcal{X} \mathbf{h}_k + \tilde{\mathbf{n}}_k, \quad (3.9)$$

com

$$\mathcal{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k^T & \mathbf{x}_{k-1}^T & \cdots & \mathbf{x}_{k-L+1}^T \\ \mathbf{x}_{k-1}^T & \mathbf{x}_{k-2}^T & \cdots & \mathbf{x}_{k-L}^T \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \mathbf{x}_{k-N+1}^T & \mathbf{x}_{k-N}^T & \cdots & \mathbf{x}_{k-N-L+2}^T \end{bmatrix} \otimes I_{N_R} \quad (3.10)$$

onde \otimes representa o produto de Kronecker. Note que (3.9) e (3.6) sugerem a formulação de um problema de filtragem para realizar a estimação do canal; no entanto, em um sistema de comunicação prático alguns elementos em \mathcal{X} não são conhecidos pelo receptor.

3.2 Estimação e Detecção Conjuntas

Nesta seção, a correlação temporal entre os símbolos transmitidos é utilizada para construir um modelo em espaço de estados que realiza a estimação dos coeficientes do canal variante no tempo e detecção dos símbolos transmitidos de forma conjunta, possibilitando a utilização de uma única ferramenta para mitigar os efeitos da interferência inter-simbólica e do movimento relativo entre transmissor e receptor.

A fim de desenvolver um modelo de estado para realizar a estimação e detecção conjuntas, o estado aumentado, \mathbf{z}_k , é definido como:

$$\mathbf{z}_k = [\tilde{\mathbf{x}}_k^T \quad \mathbf{h}_k^T]^T. \quad (3.11)$$

Observe que para obter as equações do sistema dinâmico relacionado ao vetor de estados aumentado, faz-se necessário descrever o comportamento dinâmico do vetor $\tilde{\mathbf{x}}_k$, que contém os vetores de símbolos transmitidos empilhados. Para isso, note que, à medida que o tempo evolui, novos símbolos transmitidos são inseridos no topo de $\tilde{\mathbf{x}}_k$, enquanto os símbolos já presentes na pilha são deslocados para o fundo. Conseqüentemente, definindo $\mathbf{0}_{i \times j}$ como uma matriz de zeros i -por- j , a estrutura de deslocamento temporal pode ser modelada como

$$\tilde{\mathbf{x}}_k = \mathbf{F}_x \tilde{\mathbf{x}}_{k-1} + \mathbf{u}_k, \quad (3.12)$$

onde

$$\mathbf{F}_x = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N_T \times N_T(N+L-2)} & \mathbf{0}_{N_T \times N_T} \\ \mathbf{I}_{N_T(N+L-2)} & \mathbf{0}_{N_T(N+L-2) \times N_T} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

é uma matriz de deslocamento e

$$\mathbf{u}_k = [\mathbf{x}_k^T \quad \mathbf{0}_{1 \times N_T(N+L-2)}]^T \quad (3.14)$$

é um ruído não gaussiano com matriz de covariância dada por

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= E[\mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^H] \\ &= \sigma_u^2 \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{N_T} & \mathbf{0}_{N_T \times N_T(N+L-2)} \\ \mathbf{0}_{N_T(N+L-2) \times N_T} & \mathbf{0}_{N_T(N+L-2) \times N_T(N+L-2)} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Além disso, utilizando (3.6) como a expressão que descreve a evolução temporal dos coeficientes do canal, é possível caracterizar o processo de transição do canal:

$$\mathbf{h}_k = \mathbf{F}_h \mathbf{h}_{k-1} + \mathbf{w}_k, \quad (3.16)$$

onde $\mathbf{F}_h = \beta I$. A matriz de covariância do ruído \mathbf{w}_k é dada por \mathbf{W} , como anteriormente visto.

Com o comportamento dinâmico de $\tilde{\mathbf{x}}_k$ e \mathbf{h}_k caracterizados, (dado por (3.12) e (3.16), respectivamente), é possível escrever a matriz de transição do instante $k-1$ para o instante k como

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_x & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F}_h \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

Portanto, usando (3.3)–(5.1), são definidas as equações de observação e de processo para o problema de estimação dos coeficientes do canal e detecção de dados conjunta como

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{F} \mathbf{z}_{k-1} + \mathbf{q}_k \quad (3.18)$$

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{C}(k, \mathbf{z}_k) + \tilde{\mathbf{n}}_k \quad (3.19)$$

com

$$\mathbf{C}(k, \mathbf{z}_k) = \mathcal{X} \mathbf{h}_k = \mathcal{H} \tilde{\mathbf{x}}_k \quad (3.20)$$

e

$$\mathbf{q}_k = [\mathbf{u}_k^T \quad \mathbf{w}_k^T]^T, \quad (3.21)$$

$$\mathbf{Q} = E[\mathbf{q}_k \mathbf{q}_k^H] = \begin{bmatrix} \mathbf{U} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{W} \end{bmatrix}. \quad (3.22)$$

Note que a equação de processo descrita em (5.1) é linear e nos permite estimar o estado predito ($\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}$) e a matriz de covariância do erro de predição ($P_{k|k-1}$) usando a teoria de filtragem de Kalman [7, 12, 1]. A equação de observação, por sua vez, é uma função não-linear da variável de estado, já que envolve uma multiplicação entre os elementos do vetor de estados. Conseqüentemente, para as atualizações da equação de medida, o filtro de Kalman tradicionalmente usado não pode ser utilizado, sendo necessária a utilização de técnicas de filtragem não linear para resolver o problema de estimação e detecção conjuntas.

3.3 Estimação e Equalização separadas

No esquema de estimação e detecção separadas, é possível utilizar seqüências de símbolos conhecidas no receptor para treinar algoritmos de estimação de trajetória como o filtro de Kalman (FK) [7, 12, 1]. Com o objetivo de obter estimativas adequadas dos coeficientes do canal para corretamente detectar os símbolos transmitidos, o filtro de Kalman é utilizado em [14] na saída de um equalizador MMSE-DFE (*minimum mean-square error estimation with decision feedback equalizer*) e em [18, 22, 13] para rastrear canais em sistemas OFDM.

No caso do sistema descrito por (3.3), (3.12), (3.9) e (3.6), o filtro de Kalman pode ser usado tanto para estimação dos coeficientes do canal, quanto para a detecção dos símbolos transmitidos. Conhecendo a dinâmica dos coeficientes e da transmissão de símbolos, é possível arranjar cada par de equações como um sistema de estimação para o canal e para os símbolos:

$$\text{Equação de Processo do Canal : } \mathbf{h}_k = \beta \mathbf{h}_{k-1} + \mathbf{w}_k \quad (3.23)$$

$$\text{Equação de Medida do Canal : } \tilde{\mathbf{y}}_k = \mathcal{X} \mathbf{h}_k + \tilde{\mathbf{n}}_k \quad (3.24)$$

e

$$\text{Equação de Processo dos Símbolos : } \tilde{\mathbf{x}}_k = \mathbf{F}_x \tilde{\mathbf{x}}_{k-1} + \mathbf{u}_k \quad (3.25)$$

$$\text{Equação de Medida dos Símbolos : } \tilde{\mathbf{y}}_k = \mathcal{H} \tilde{\mathbf{x}}_k + \tilde{\mathbf{n}}_k. \quad (3.26)$$

Como mencionado anteriormente, para o correto funcionamento do receptor é necessário que a estimação resultante de cada um desses sistemas seja utilizada para alimentar o outro, a ser utilizado na etapa de medida do algoritmo do FK. Dessa forma, o receptor com estimação e equalização em processos separados pode ser descrito segundo o pseudo-código no Quadro 3.1, onde o termo do tipo $\hat{x}_{k|k}$ indica a estimativa do termo x a partir das estimativa até o instante k .

Tabela 3.1: Filtro de Kalman na Equalização e na Estimação

Atualização Temporal dos Símbolos Transmitidos					
$\mathcal{H} =$	$\mathbf{H}_{0,k-1}$	\dots	$\mathbf{H}_{L-1,k-1}$	\dots	0
	0	$\mathbf{H}_{0,k-1}$	\dots	$\mathbf{H}_{L-1,k-1}$	0
	\vdots	\ddots	\ddots	\ddots	\vdots
	0	0	$\mathbf{H}_{0,k-1}$	\dots	$\mathbf{H}_{L-1,k-1}$
	$\hat{\mathbf{x}}_{k k-1} = \mathbf{F}_x \tilde{\mathbf{x}}_{k-1 k-1}$				
	$P_{S_{k k-1}} = \mathbf{F}_x P_{k-1 k-1} \mathbf{F}_x^H + Q_s$				
Atualização de Medida dos Símbolos Transmitidos					
	$G_s = P_{S_{k k-1}} \mathcal{H}^H (\mathcal{H} P_{S_{k k-1}} \mathcal{H}^H + R)^{-1}$				
	$\hat{\mathbf{x}}_{k k} = \hat{\mathbf{x}}_{k k-1} + G_s (\tilde{\mathbf{y}}_k - \mathcal{H} \mathbf{x}_{k k-1})$				
	$P_{S_{k k}} = (\mathbf{I} - G_s \mathcal{H}) P_{S_{k k-1}}$				
Atualização Temporal do Canal					
$\mathcal{X} =$	$\hat{\mathbf{x}}_{k k}^T$	$\hat{\mathbf{x}}_{k k-1}^T$	\dots	$\hat{\mathbf{x}}_{k k-L+1}^T$	$\otimes I_{N_R}$
	$\hat{\mathbf{x}}_{k k-1}^T$	$\hat{\mathbf{x}}_{k k-2}^T$	\dots	$\hat{\mathbf{x}}_{k k-L}^T$	
	\vdots	\vdots	\dots	\vdots	
	$\hat{\mathbf{x}}_{k k-N+1}^T$	$\hat{\mathbf{x}}_{k k-N}^T$	\dots	$\hat{\mathbf{x}}_{k k-N-L+2}^T$	
	$\hat{\mathbf{h}}_{k k-1} = \mathbf{F}_h \hat{\mathbf{h}}_{k-1 k-1}$				
	$P_{C_{k k-1}} = \mathbf{F}_h P_{C_{k-1 k-1}} \mathbf{F}_h^H + Q_c$				
Atualização de Medida do Canal					
	$G_c = P_{C_{k k-1}} \mathcal{X}^H (\mathcal{X} P_{C_{k k-1}} \mathcal{X}^H + R)^{-1}$				
	$\hat{\mathbf{h}}_{k k} = \hat{\mathbf{h}}_{k k-1} + G_c (\tilde{\mathbf{y}}_k - \mathcal{X} \mathbf{h}_{k k-1})$				
	$P_{C_{k k}} = (\mathbf{I} - G_c \mathcal{X}) P_{C_{k k-1}}$				

Filtragem não-linear

Conforme visto no capítulo anterior, o problema de estimação dos coeficientes do canal e detecção de símbolos conjuntas em um sistema MIMO submetido a um canal variante no tempo e seletivo em frequência resulta em um problema de filtragem não linear. Tais problemas são mais complexos do que os usuais problemas lineares e exigem ferramentas matemáticas mais avançadas para a obtenção de soluções precisas. Em [8], é apresentada a teoria de filtragem bayesiana onde é apresentada uma solução para problemas de filtragem não-lineares.

Na filtragem bayesiana [8], a densidade posterior do estado de um sistema é usada para calcular as atualizações de tempo e de medida. O filtro calcula a esperança estatística dessas densidades condicionais utilizando integrais multi-dimensionais, provendo um solução analítica ótima para problemas de filtragem não-lineares. No entanto, a solução dessas integrais envolve grande custo computacional e revela-se um problema matematicamente intratável, o que torna necessário o desenvolvimento de aproximações para o filtro bayesiano.

Portanto, neste capítulo, é apresentado o conceito de filtragem bayesiana, bem como algumas de suas aproximações existentes na literatura. Dessa forma, deseja-se obter ferramentas menos custosas computacionalmente para a o problema de estimação e detecção conjunta com custo computacional razoável.

4.1 Filtragem bayesiana

Considere o seguinte sistema dinâmico não-linear:

$$\text{Equação de Processo : } \mathbf{z}_k = \mathbf{f}(\mathbf{z}_{k-1}) + \mathbf{v}_{k-1} \quad (4.1)$$

$$\text{Equação de Medida : } \mathbf{y}_k = \mathbf{c}(\mathbf{z}_k) + \mathbf{s}_k \quad (4.2)$$

onde $\mathbf{z}_k \in \mathcal{R}^{n_z}$ é o estado do sistema no instante k , $\mathbf{f} : \mathcal{R}^{n_z} \times \mathcal{R}^{n_z} \rightarrow \mathcal{R}^{n_z}$ e $\mathbf{c} : \mathcal{R}^{n_z} \rightarrow \mathcal{R}^{n_y}$ são funções conhecidas; $\mathbf{y}_k \in \mathcal{R}^{n_y}$ é a medida do estado; \mathbf{v}_{k-1} e \mathbf{s}_k são ruídos brancos independentes de média nula e covariâncias \mathbf{Q}_{k-1} e \mathbf{R}_k , respectivamente. O objetivo do filtro bayesiano é obter uma estimativa $\hat{\mathbf{z}}$ do estado \mathbf{z} com base nas medidas \mathbf{y} obtidas até o instante k .

De acordo com a teoria de filtragem bayesiana, a função densidade de probabilidade que descreve o conhecimento sobre o estado depois das medidas efetuadas sobre o mesmo é chamada de função de densidade posterior (ou à posteriori) de \mathbf{z} . Por definição, essa função contém todas as informações necessárias para a estimação do estado em determinado momento [8].

Como no sistema busca-se a estimação do estado em vários estágios de acordo com a dinâmica definida por (4.1) e (4.2), faz-se necessário considerar um conjunto completo de medidas $\mathcal{Y}_k \triangleq (\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_k)$. Portanto, a densidade posterior a ser calculada é definida como $p(\mathbf{z}_k | \mathcal{Y}_k)$ e pode ser obtida através de dois passos:

1. Primeiramente calcula-se a atualização temporal através da predição da estimativa do estado \mathbf{z}_k a partir do histórico de medidas \mathcal{Y}_{k-1} :

$$\begin{aligned} p(\mathbf{z}_k | \mathcal{Y}_{k-1}) &= \int_{\mathcal{R}^{n_z}} p(\mathbf{z}_k, \mathbf{z}_{k-1} | \mathcal{Y}_{k-1}) d\mathbf{z}_{k-1} \\ &= \int_{\mathcal{R}^{n_z}} p(\mathbf{z}_{k-1} | \mathcal{Y}_{k-1}) p(\mathbf{z}_k | \mathbf{z}_{k-1}) d\mathbf{z}_{k-1} \end{aligned} \quad (4.3)$$

2. Então, calcula-se a atualização de medida, através da função de densidade posterior com base na densidade preditiva $p(\mathbf{z}_k | \mathcal{Y}_{k-1})$ e na função de verossimilhança $p(\mathbf{y}_k | \mathbf{z}_k)$:

$$p(\mathbf{z}_k | \mathcal{Y}_k) = \frac{p(\mathbf{z}_k | \mathcal{Y}_{k-1}) p(\mathbf{y}_k | \mathbf{z}_k)}{\int_{\mathcal{R}^{n_z}} p(\mathbf{z}_k | \mathcal{Y}_{k-1}) p(\mathbf{y}_k | \mathbf{z}_k) d\mathbf{z}_k}. \quad (4.4)$$

A solução analítica proposta pelo paradigma de filtragem bayesiana é ótima. Porém, é fácil notar que (4.3) e (4.4) são matematicamente custosas e impraticáveis em modelos reais. Portanto, o grande desafio relacionado à filtragem não-linear tem sido desenvolver aproximações do filtro bayesiano que levem a resultados precisos, com baixo custo computacional. Nesse sentido, duas abordagens foram tomadas para a solução de problemas não-lineares, a abordagem local e a abordagem global. Na abordagem local [1], os algoritmos são desenvolvidos considerando que a densidade posterior tem uma forma pré-estabelecida; dessa forma, os filtros mostram-se simples e de baixo custo computacional, mas nem sempre apresentam boas estimativas e podem sofrer com problemas de divergência e mínimos locais. Na

abordagem global [3], nenhuma suposição é feita em relação à forma da densidade de probabilidade posterior, mas os métodos desenvolvidos segundo essa abordagem possuem grande custo computacional.

Além disso, todos os filtros já desenvolvidos sofrem com problemas relacionados à dimensão do estado e divergência. Isso se deve principalmente a problemas de modelagem e perda de informação devido à aproximação e erros numéricos [3]. Conseqüentemente, para que tais filtros funcionem satisfatoriamente, eles, em geral, são atrelados a aplicações específicas e muitas vezes acabam por mostrar ineficiência prática.

4.2 Filtro de Kalman Estendido

O Filtro de Kalman Estendido, do inglês *Extended Kalman Filter* (EKF) [12, 1, 11], é o algoritmo mais comumente utilizado em problemas de filtragem não-linear. Ele aproxima as funções não-lineares através da série de Taylor de primeira ordem linearizando em torno da média e covariância do estado atual, utilizando, portanto, uma abordagem local. Dessa forma, para a utilização do EKF, as funções \mathbf{f} e \mathbf{h} em (4.1) e (4.2) precisam ser diferenciáveis. Nesse contexto, as funções de transição de estado e de medida são expandidas pela série de Taylor em torno das médias condicionais $\hat{\mathbf{z}}_{k-1|k-1}$ e $\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}$:

$$\mathbf{f}(\mathbf{z}_{k-1}) = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{z}}_{k-1|k-1}) + \mathbf{F}_k(\mathbf{z}_{k-1} - \hat{\mathbf{z}}_{k-1|k-1}) + \dots \quad (4.5)$$

$$\mathbf{c}(\mathbf{z}_k) = \mathbf{c}(\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}) + \mathbf{C}_k(\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}) + \dots \quad (4.6)$$

onde \mathbf{F}_k e \mathbf{C}_k são as matrizes jacobianas:

$$\mathbf{F}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{z}} \right|_{\hat{\mathbf{z}}_{k-1|k-1}} \quad \text{e} \quad \mathbf{C}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{c}}{\partial \mathbf{z}} \right|_{\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}} \quad (4.7)$$

que são calculadas a cada instante k a partir das atuais estimativas do estado.

Devido à linearização de primeira ordem, o Filtro de Kalman Estendido apresenta problemas de divergência quando a estimativa inicial do estado é incorreta, ou quando o processo não foi modelado precisamente. Além disso, a matriz de covariância estimada tende a não representar corretamente a real matriz de covariância, podendo o sistema tornar-se inconsistente com o modelo estatístico e necessitar da adição de um ruído estabilizador. Por essas razões, o EKF funciona bem em apenas uma pequena gama de ambientes não-lineares. No entanto, ele foi utilizado em muitos trabalhos como ferramenta de estimação de canais [16, 5, 25, 17].

4.3 Cubature Kalman Filter

A fim de obter um algoritmo de filtragem mais preciso para problemas não-lineares, em [3] foi desenvolvido um filtro capaz de resolver uma maior variedade de problemas de filtragem não-linear: o *Cubature Kalman Filter* (CKF). O CKF aproxima a descrição estatística do filtro bayesiano assumindo que as densidades condicionais são gaussianas. Dessa forma, a solução do filtro bayesiano se reduz ao cálculo de integrais do produto de funções não-lineares com funções gaussianas, permitindo a utilização de eficientes métodos de integração numérica chamados de regras de quadratura.

4.3.1 Domínio Gaussiano

A aproximação utilizada pelo CKF assume que a densidade preditiva $p(\mathbf{z}_k|\mathcal{Y}_{k-1})$ e a densidade de verossimilhança do filtro $p(\mathbf{y}_k|\mathcal{Y}_k)$ são gaussianas; o que leva a uma densidade posterior $p(\mathbf{z}_k|\mathcal{Y}_k)$ também gaussiana. Assim, a recursão funcional do filtro bayesiano se reduz a uma recursão de operações sobre as médias e as covariâncias das densidades condicionais relativas às atualizações temporais e de medida.

Para obter a atualização temporal, o filtro bayesiano calcula a média e a covariância da densidade preditiva levando em consideração a equação de processo (4.1):

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} &= \mathbb{E}(\mathbf{z}_k|\mathcal{Y}_{k-1}) \\ &= \mathbb{E}[\mathbf{f}(\mathbf{z}_{k-1}) + \mathbf{v}_{k-1}|\mathcal{Y}_{k-1}].\end{aligned}\tag{4.8}$$

Assumindo \mathbf{v}_{k-1} como um processo i.i.d. e definindo $\mathcal{N}(a; b, P)$ como o símbolo indicativo de densidade gaussiana com relação à variável a , de média b e matriz de covariância P , é possível obter o valor médio da densidade preditiva:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} &= \int_{\mathcal{R}^{n_z}} \mathbf{f}(\mathbf{z}_{k-1}) p(\mathbf{z}_{k-1}|\mathcal{Y}_{k-1}) d\mathbf{z}_{k-1} \\ &= \int_{\mathcal{R}^{n_z}} \mathbf{f}(\mathbf{z}_{k-1}) \mathcal{N}((\mathbf{z}_{k-1}; \hat{\mathbf{z}}_{k-1|k-1}, \mathbf{P}_{k-1|k-1}) d\mathbf{z}_{k-1},\end{aligned}\tag{4.9}$$

e a covariância do erro associado:

$$\begin{aligned}P_{k|k-1} &= \mathbb{E}[(\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1})(\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1})^T|\mathcal{Y}_{k-1}] \\ &= \int_{\mathcal{R}^{n_z}} \mathbf{f}(\mathbf{z}_{k-1}) \mathbf{f}^T(\mathbf{z}_{k-1}) \times \mathcal{N}((\mathbf{z}_{k-1}; \hat{\mathbf{z}}_{k-1|k-1}, \mathbf{P}_{k-1|k-1}) d\mathbf{z}_{k-1} \\ &\quad - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}^T + Q_{k-1}.\end{aligned}\tag{4.10}$$

Para obter a atualização de medida, calcula-se a densidade posterior $p(\mathbf{z}_k|\mathcal{Y}_k)$ através da regra de Bayes [20] a partir da densidade conjunta de estado e medida $p([\mathbf{z}_k^T \ \mathbf{y}_k^T]^T|\mathcal{Y}_{k-1})$ e da densidade de verossimilhança $p(\mathbf{y}_k|\mathcal{Y}_{k-1})$:

$$p(\mathbf{z}_k|\mathcal{Y}_k) = \frac{p(\mathbf{z}_k, \mathbf{y}_k|\mathcal{Y}_{k-1})}{p(\mathbf{y}_k|\mathcal{Y}_{k-1})}. \quad (4.11)$$

Assumindo que os erros de predição são brancos de média nula e gaussianos, a densidade de verossimilhança do filtro pode ser descrita como uma gaussiana:

$$p(\mathbf{y}_k|\mathcal{Y}_{k-1}) = \mathcal{N}(\mathbf{y}_k; \hat{\mathbf{y}}_{k|k-1}, P_{yy,k|k-1}) \quad (4.12)$$

onde a estimativa da medida a priori é definida como:

$$\hat{\mathbf{y}}_{k|k-1} = \int_{\mathcal{R}^{n_y}} \mathbf{h}(\mathbf{z}_k) \mathcal{N}(\mathbf{z}_k; \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}, \mathbf{P}_{k|k-1}) d\mathbf{z}_k \quad (4.13)$$

e a covariância associada como:

$$\begin{aligned} P_{yy,k|k-1} &= \int_{\mathcal{R}^{n_y}} \mathbf{h}(\mathbf{z}_k) \mathbf{h}^T(\mathbf{z}_k) \mathcal{N}(\mathbf{z}_k; \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}, P_{k|k-1}) d\mathbf{z}_k \\ &\quad - \hat{\mathbf{y}}_{k|k-1} \hat{\mathbf{y}}_{k|k-1}^T + R_k. \end{aligned} \quad (4.14)$$

A densidade conjunta do estado e da medida, por sua vez, é descrita através dos valores médios do estado e da medida e das suas correspondentes covariâncias e covariâncias-cruzadas:

$$p([\mathbf{z}_k^T \ \mathbf{y}_k^T]^T|\mathcal{Y}_{k-1}) = \left(\mathcal{N} \left(\begin{array}{c} \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} \\ \hat{\mathbf{y}}_{k|k-1} \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} P_{k|k-1} & P_{zy,k|k-1} \\ P_{zy,k|k-1}^T & P_{yy,k|k-1} \end{array} \right) \right) \quad (4.15)$$

onde a covariância cruzada $P_{zy,k|k-1}$ é dada por:

$$\begin{aligned} P_{xy,k|k-1} &= \int_{\mathcal{R}^{n_y}} \mathbf{z}_k \mathbf{c}^T(\mathbf{z}_k) \mathcal{N}(\mathbf{z}_k; \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}, P_{k|k-1}) d\mathbf{z}_k \\ &\quad - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} \hat{\mathbf{y}}_{k|k-1}^T. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Portanto, é possível definir a densidade posterior $p(\mathbf{z}_k|\mathcal{Y}_k)$ como uma gaussiana de média $\hat{\mathbf{z}}_k$ e covariância $P_{k|k}$

$$p(\mathbf{z}_k|\mathcal{Y}_k) = \mathcal{N}(\mathbf{z}_k; \hat{\mathbf{z}}_k, P_{k|k}) \quad (4.17)$$

onde:

$$\hat{\mathbf{z}}_k = \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} + W_k(\mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_{k|k-1}) \quad (4.18)$$

$$P_{k|k} = P_{k|k-1} - W_k P_{zz,k|k-1} W_k^T \quad (4.19)$$

$$W_k = P_{xz,k|k-1} P_{zz,k|k-1}^{-1}. \quad (4.20)$$

Como se pode perceber, por meio da abordagem do filtro bayesiano no domínio gaussiano, o problema de estimação se reduz ao cálculo de integrais gaussianas ponderadas por funções conhecidas como em (4.9), (4.10), (4.13), (4.14) e (4.16). Esse tipo integral pode ser calculada numericamente através de métodos chamados de regras de quadratura e, no caso específico da aproximação do filtro bayesiano, é possível desenvolver uma regra que resolva satisfatoriamente as integrais acima citadas com a acurácia desejada.

4.3.2 Regras de Quadratura

A fim de calcular numericamente as integrais multi-dimensionais requeridas pela teoria de filtragem bayesiana, busca-se aproximá-las por uma soma ponderada de valores da função para determinados pontos, de forma que:

$$I(\mathbf{f}) = \int_{\mathcal{D}} \mathbf{f}(\mathbf{x})w(\mathbf{x})d\mathbf{x} \approx \sum_{i=1}^m \omega_i \mathbf{f}(\mathbf{x}_i) \quad (4.21)$$

onde \mathcal{D} é o domínio de integração e a função $w(\mathbf{x})$ é não-negativa, chamada função de ponderação. O objetivo das regras de quadratura [24] é encontrar os pontos $\{\mathbf{x}_i, \omega_i\}$ que satisfaçam (4.21).

Para que o cálculo desses pontos não acabe gerando a chamada “maldição de dimensionalidade” (*curse of dimensionality*), torna-se necessário escolher pontos diretamente do domínio de integração. Nesse caso, deseja-se obter uma regra de quadratura de terceiro grau completamente simétrica [24], cuja complexidade em termo do cálculo das funções cresça linearmente com a dimensão n . A regra de quadratura é exata para um conjunto de monômios de grau d ou menor, como mostrado abaixo [24]:

$$\int_{\mathcal{P}} \mathcal{P}(\mathbf{x})w(\mathbf{x})d\mathbf{x} = \sum_{i=1}^m \omega_i \mathcal{P}(\mathbf{x}_i), \quad (4.22)$$

onde $\mathcal{P}(\mathbf{x}) = x_1^{d_1} x_2^{d_2} \dots x_n^{d_n}$ são inteiros não-negativos e $\sum_{i=1}^n d_i \leq d$. O grau das regras de quadratura define a acurácia da solução obtida, mas acaba interferindo também na sua complexidade, uma vez que o sistema de equações gerado para encontrar tal solução cresce fatorialmente em relação ao grau da regra de quadratura. Portanto, faz-se necessário buscar um compromisso entre a precisão requerida e a complexidade dos cálculos exigidos. Dessa forma, a fim de reduzir o tamanho do sistema de equações algebricamente independentes, utiliza-se da *teoria invariante* [24] de Sobolev a qual explora simetrias da região de integração e da função de ponderação para diminuir substancialmente o número de pontos de quadratura e de equações de momento a serem calculados. Note que os pontos e pesos da

regra de quadratura são independentes do integrando $\mathbf{f}(\mathbf{x})$. Então, eles podem ser computados independentemente e armazenados previamente para acelerar a execução do algoritmo de filtragem.

Como já discutido anteriormente, o algoritmo do CKF busca resolver numericamente integrais da forma *função não-linear* \times *densidade gaussiana*. Para tanto, utiliza-se primeiramente a transformação de variável $\mathbf{x} = \sqrt{2\Sigma}\mathbf{y} + \mu$ a fim de utilizar a função exponencial como função de ponderação, o que facilita o cálculo dos pontos de quadratura:

$$\int_{\mathcal{R}^n} \mathbf{f}(\mathbf{x}) \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mu, \Sigma) d\mathbf{x} = \frac{1}{\sqrt{\pi^n}} \int_{\mathcal{R}^n} \mathbf{f}(\sqrt{2\Sigma}\mathbf{y} + \mu) \exp(-\mathbf{x}^T \mathbf{x}) d\mathbf{x}. \quad (4.23)$$

Especificamente, a fim de se utilizar regras de quadratura esférico-radiais para o cálculo numérico de integrais como (4.23), faz-se necessário transformar o vetor cartesiano $\mathbf{x} \in \mathcal{R}^n$ no produto de um raio r e um vetor \mathbf{y} . Assim, se $\mathbf{x} = r\mathbf{y}$, com $\mathbf{y}^T \mathbf{y} = 1$ e $\mathbf{x}^T \mathbf{x} = r^2$ para $r \in [0, \infty)$, pode-se escrever:

$$\begin{aligned} I(\mathbf{f}) &= \int_{\mathcal{R}^n} \mathbf{f}(\mathbf{x}) \exp(-\mathbf{x}^T \mathbf{x}) d\mathbf{x} \\ &= \int_0^\infty \int_{\mathcal{U}_n} \mathbf{f}(r\mathbf{y}) r^{n-1} \exp(-r^2) d\sigma(\mathbf{y}) dr \end{aligned} \quad (4.24)$$

onde \mathcal{U}_n é a superfície da esfera definida por $\mathcal{U}_n = \{\mathbf{y} \in \mathcal{R}^n | \mathbf{y}^T \mathbf{y} = 1\}$ e $\sigma(\cdot)$ é o elemento de área em \mathcal{U}_n . Dessa forma, podemos escrever (4.24) como uma integral esférico-radial pois:

$$I = \int_0^\infty S(r) r^{n-1} \exp(-r^2) dr \quad (4.25)$$

pode ser definida como uma *integral radial*, enquanto $S(r)$ pode ser definida como uma *integral esférica* com função de ponderação $w(\mathbf{y}) = 1$:

$$S(r) = \int_{\mathcal{U}_n} \mathbf{f}(r\mathbf{y}) d\sigma(\mathbf{y}). \quad (4.26)$$

As integrais esférica e radial são computadas, respectivamente, pela regra de quadratura esférica e pela regra de quadratura gaussiana [27].

A regra de quadratura esférica tem uma estrutura simples graças à teoria invariante e, para o caso em que a regra de quadratura tem grau ímpar, é possível obter solução exata. Portanto, para a regra de quadratura esférica de terceiro grau temos:

$$\int_{\mathcal{U}_n} \mathbf{f}(\mathbf{y}) d\sigma(\mathbf{y}) \approx \omega \sum_{i=1}^{2n} \mathbf{f}[u]_i, \quad (4.27)$$

onde $[u]$ denota o ponto de quadratura gerador que representa o conjunto completo e totalmente simétrico de pontos que podem ser obtidos pela permutação e troca de sinal do gerador

u de todas as formas possíveis. Uma vez que tal integral tem solução exata, é possível calcular os parâmetros desconhecidos u e ω , que para esse caso assumem os valores de $u = 1$ e $w = \frac{2\sqrt{\pi^n}}{\Gamma(n/2)}$.

Para o cálculo da integral radial, utiliza-se a regra de quadratura gaussiana, que é exata para polinômios de grau $(2m - 1)$ e é definida como:

$$\int_a^b f(x)w(x)dx \approx \sum_{i=1}^m \omega_i f(x_i), \quad (4.28)$$

onde $w(x)$ é uma função de ponderação conhecida e não-negativa no intervalo $[a, b]$ e os pontos x_i e pesos w_i são desconhecidos e podem ser determinados de forma única. Comparando-se (4.25) e (4.28), é possível definir a função de ponderação como $w(x) = x^{n-1} \exp(-x^2)$ e o intervalo de integração como $[0, \infty)$. Através da mudança de variável $t = x^2$, é possível obter:

$$\int_0^\infty f(x)x^{n-1} \exp(-x^2)dx = \frac{1}{2} \int_0^\infty \tilde{f}(t)t^{\frac{n}{2}-1} \exp(-t)dt \quad (4.29)$$

onde $\tilde{f}(t) = f(\sqrt{t})$. A integral do lado direito de (4.29) é conhecida como a fórmula de Gauss-Laguerre e requer o cálculo de apenas um ponto e de um peso associado para a regra de quadratura esférico-radial de terceiro grau. Dessa forma, pode-se escrever:

$$\int_0^\infty f(x)x^{n-1} \exp(-x^2) \approx \omega_1 f(x_1) \quad (4.30)$$

onde $\omega_1 = \frac{\Gamma(n/2)}{2}$ e $x_1 = \sqrt{\frac{n}{2}}$.

Portanto, a regra de quadratura esférico-radial é obtida através da combinação das regras radial e esférica calculadas separadamente.

Seja a regra de quadratura gaussiana de m_r pontos:

$$\int_0^\infty f(r)r^{n-1} \exp(-r^2)dr = \sum_{i=1}^{m_r} a_i f(r_i) \quad (4.31)$$

e a regra de quadratura esférica de m_s pontos:

$$\int_{\mathcal{U}_n} \mathbf{f}(r\mathbf{s})d\sigma(\mathbf{s}) = \sum_{j=1}^{m_s} b_j \mathbf{f}(r\mathbf{s}_j), \quad (4.32)$$

então:

$$\int_{\mathcal{R}^n} \mathbf{f}(\mathbf{x}) \exp(-\mathbf{x}^T \mathbf{x})d\mathbf{x} \approx \sum_{j=1}^{m_s} \sum_{i=1}^{m_r} a_i b_j \mathbf{f}(r_i \mathbf{s}_j) \quad (4.33)$$

Finalmente, a partir de (4.33) e do resultado em (4.23), as integrais da forma *função não-linear* \times *gaussiana* podem ser calculadas pela regra esférico-radial de terceiro grau anteriormente descrita, considerando $m_r = 1$ e $m_s = 2n$:

$$\int_{\mathcal{R}^n} \mathbf{f}(\mathbf{x}) \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{0}, \mathbf{I}) d\mathbf{x} \approx \sum_{i=1}^m \omega_i \mathbf{f}(\xi_i) \quad (4.34)$$

onde

$$\xi_i = \sqrt{\frac{m}{2}} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}, \quad (4.35)$$

sendo que cada termo entre parênteses representa um conjunto de pontos no seu domínio \mathcal{R}^n e

$$\omega_i = \frac{1}{m}, i = 1, 2, \dots, m = 2 * n. \quad (4.36)$$

Essa aproximação é utilizada no algoritmo do Filtro de Quadratura de Kalman para calcular as integrais (4.9)–(4.16).

4.3.3 Square-Root Cubature Kalman Filter

Alguns problemas de filtragem são intrinsecamente mal-condicionados e acabam sofrendo com problemas de instabilidade no algoritmo de filtragem e até com comportamento divergente. Isso se deve principalmente ao fato de que algumas operações aritméticas executadas por esses algoritmos acabam por introduzir erros que provocam a corrupção de duas propriedades fundamentais da matriz de covariância do erro: a simetria e a propriedade de ser positiva-definida. Dentre essas operações, estão a realização das operações de raiz quadrada e elevação ao quadrado de matrizes, inversão de matrizes e subtração de duas matrizes definidas-positivas [3]. Além disso, a matriz de covariância tende a se tornar não-positiva quando medidas extremamente precisas são processadas [3], ou quando uma combinação linear dos componentes do vetor de estados é observável enquanto outras combinações não são [3].

A fim de atenuar tais problemas numéricos, foi desenvolvido o *square-root cubature Kalman filter* (SCKF), que propaga as raízes das covariâncias do erro das densidades preditiva e posterior [3]. O SCKF usa o método de mínimos quadrados para calcular o ganho de Kalman e o método de triangularização para o cálculo da atualização das covariâncias. Apesar de envolver algumas operações mais complexas, a complexidade do SCKF em termos de número de operações em ponto flutuante por segundo cresce com o cubo da dimensão do estado, sendo comparável à complexidade do EKF e do CKF.

Aplicações e Resultados

5.1 Simplificação da Etapa de Atualização Temporal

Como mencionado no Capítulo 3, a equação de processo permite a utilização do filtro de Kalman para a realização da etapa de atualização temporal do problema de estimação e detecção conjuntas. Segundo a teoria de filtragem de Kalman, na etapa de atualização temporal a estimativa do estado é atualizada a partir da matriz de transição de estados, que para o sistema em questão é dada por . Portanto, a atualização temporal da estimativa do estado pode ser descrita como:

$$\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} = \mathbf{F}\hat{\mathbf{z}}_{k-1|k-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_x & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F}_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} \\ \hat{\mathbf{h}}_{k-1|k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_x \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} \\ \mathbf{F}_h \hat{\mathbf{h}}_{k-1|k-1} \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Dessa forma, lembrando que a matriz de transição dos símbolos é uma matriz de deslocamento e que a matriz de transição dos coeficientes do canal é simplesmente um multiplicação pelo escalar β , é possível simplificar a atualização temporal da estimativa do estado:

$$\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N_T \times 1}^T & \tilde{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}^T & \cdots & \tilde{\mathbf{x}}_{k-N-L+2|k-1}^T & \beta \hat{\mathbf{h}}_{k-1|k-1} \end{bmatrix}. \quad (5.2)$$

Ainda, utilizando a estrutura em blocos da matriz de transição de estados \mathbf{F} , também é possível simplificar a atualização temporal da matriz de covariância do erro de predição $\mathbf{P}_{k-1|k-1}$. Primeiramente, levando em consideração as dimensões dos blocos \mathbf{F}_x e \mathbf{F}_h e da matriz de transição \mathbf{F} , particiona-se a matriz de covariância do erro de predição em blocos correspondentes às matrizes de transição:

$$\mathbf{P}_{k-1|k-1} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{N_T(N+L-1) \times N_T(N+L-1)} & \mathbf{B}_{N_T(N+L-1) \times LN_R N_T} \\ \mathbf{C}_{LN_R N_T \times N_T(N+L-1)} & \mathbf{D}_{LN_R N_T \times LN_R N_T} \end{bmatrix}. \quad (5.3)$$

Em seguida, a atualização temporal da matriz de covariância do erro de predição pode ser obtida:

$$\mathbf{F}\mathbf{P}_{k-1|k-1}\mathbf{F}^H = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_x \mathbf{A} \mathbf{F}_x^H & \mathbf{F}_x \mathbf{B} \mathbf{F}_h^H \\ \mathbf{F}_h \mathbf{C} \mathbf{F}_x^H & \mathbf{F}_h \mathbf{D} \mathbf{F}_h^H \end{bmatrix}, \quad (5.4)$$

onde

$$\mathbf{F}_x^H = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N_T(N+L-2) \times N_T} & \mathbf{0}_{N_T(N+L-2)} \\ \mathbf{0}_{N_T(N+L-2) \times N_T} & \mathbf{0}_{N_T(N+L-2) \times N_T} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{F}_h^H = \mathbf{F}_h. \quad (5.5)$$

Analisando cada termo de (5.4), tem-se que:

$$\mathbf{F}_x \mathbf{A} \mathbf{F}_x^H = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N_T \times N_T} & \mathbf{0}_{N_T \times N_T(N+L-2)} \\ \mathbf{0}_{N_T(N+L-2) \times N_T} & \mathbf{A}_{1:N_T(N+L-2) \times 1:N_T(N+L-2)} \end{bmatrix}, \quad (5.6)$$

$$\mathbf{F}_x \mathbf{B} \mathbf{F}_h^H = \beta \left[\mathbf{0}_{N_T \times LN_R N_T} \mathbf{B}_{1:N_T(N+L-2) \times 1:LN_R N_T} \right], \quad (5.7)$$

$$\mathbf{F}_h \mathbf{C} \mathbf{F}_x^H = \beta \left[\mathbf{0}_{N_T \times LN_R N_T} \right] \quad \text{e} \quad (5.8)$$

$$\mathbf{F}_h \mathbf{D} \mathbf{F}_h^H = \beta^2 \mathbf{D}. \quad (5.9)$$

Para completar o cálculo da atualização temporal da matriz de covariância do erro de predição, é necessário levar em consideração a matriz de covariância do estado \mathbf{z} (3.22), definida a partir das matrizes de covariância dos símbolos transmitidos (\mathbf{U}) e dos coeficientes do canal (\mathbf{W}). Finalmente, é possível escrever $\mathbf{P}_{k|k-1}$ como:

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{N_T} & \mathbf{0}_{N_T \times N_T(N+L-2) + LN_R N_T} \\ \mathbf{0}_{N_T(N+L-2) + LN_R N_T} & \begin{bmatrix} \mathbf{A}' & \mathbf{B}' \\ \mathbf{C}' & \mathbf{D}' \end{bmatrix} \end{bmatrix}, \quad (5.10)$$

onde

$$\mathbf{A}' = \mathbf{P}_{k|k-1}(1 : P_1, 1 : P_1), \quad (5.11)$$

$$\mathbf{B}' = \beta \mathbf{P}_{k|k-1}(1 : P_1, P_2 : P_3), \quad (5.12)$$

$$\mathbf{C}' = \beta \mathbf{P}_{k|k-1}(P_2 : P_3, 1 : P_1), \quad (5.13)$$

$$\mathbf{D}' = \beta^2 \mathbf{P}_{k|k-1}(P_2 : P_3, P_2 : P_3) + \sigma_w^2 \mathbf{I}, \quad (5.14)$$

$$P_1 = N_T(N + L - 2),$$

$$P_2 = N_T(N + L - 1) + 1,$$

$$P_3 = N_T(N + L - 1) + LN_R N_T.$$

5.2 Suavização de Atraso Fixo

Note que ao fazer a estimação dos vetores empilhados, o termo $\hat{\mathbf{x}}_k$ contém a estimativa dos símbolos transmitidos no instante presente, mas também a estimativa de vetores transmitidos nos $N + L - 2$ instantes passados:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = [\hat{\mathbf{x}}_k \quad \hat{\mathbf{x}}_{k-1} \quad \dots \quad \hat{\mathbf{x}}_{k-N-L+2}]^T. \quad (5.15)$$

Dessa forma, no instante de tempo k , o algoritmo de estimação gera uma estimativa de $x_{k-N-L-2}$ baseada em todas as observações realizadas até o instante k . Tal estimativa é

melhor do que aquela obtida no instante $k - N - L - 2$, porque dispõe de mais informação do que a anterior. Então, para os algoritmos tratados neste trabalho, um atraso fixo é introduzido na detecção dos símbolos recebidos de forma que a estimativa final do vetor $\hat{\mathbf{x}}_k$ é obtida no instante de tempo $k + N + L - 2$, para finalmente ser detectada por um dispositivo de decisão. Essa técnica é conhecida como suavização de atraso fixo [1] e é utilizada neste trabalho com a finalidade de melhorar a detecção dos símbolos transmitidos.

5.3 Filtro de Kalman Estendido Modificado

Conforme descrito na Seção 4.2, o filtro de Kalman Estendido utiliza a linearização de primeira ordem das funções de transição não-lineares do sistema dinâmico. No caso do sistema formado por (5.1) e (3.19), faz-se necessário linearizar a função de medida $\mathbf{C}(k, \mathbf{z}_k) = \mathcal{X}\mathbf{h}_k = \mathcal{H}\tilde{\mathbf{x}}_k$ em torno da estimativa $\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}$, dado que a atualização temporal da estimativa do estado já foi efetuada pela etapa de predição. Nesse sentido, a matriz jacobiana \mathbf{C}_k em (4.7) é dada por:

$$\mathbf{C}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{c}}{\partial \mathbf{z}} \right|_{\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}} = [\hat{\mathcal{H}}_{k|k-1} \quad \hat{\mathcal{X}}_{k|k-1}]. \quad (5.16)$$

Finalmente, o filtro de Kalman estendido adaptado ao problema de estimação e detecção conjunta é descrito na Tabela 5.1 [17].

5.4 Cubature Kalman Filter Modificado

De acordo com o algoritmo do *cubature kalman filter* apresentado em [3], é necessária a obtenção da raiz quadrada da matriz de covariância do erro de predição, $\mathbf{S}_{k|k-1}$. No entanto, a partir da simplificação do cálculo de $\mathbf{P}_{k|k-1}$ em (5.10), é possível simplificar também o cálculo de $\mathbf{S}_{k|k-1}$:

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{S}_{k|k-1} \mathbf{S}_{k|k-1}^T \quad (5.17)$$

$$\mathbf{S}_{k|k-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \sqrt{\begin{bmatrix} \mathbf{A}' & \mathbf{B}' \\ \mathbf{C}' & \mathbf{D}' \end{bmatrix}} \end{bmatrix}. \quad (5.18)$$

Dessa forma, o algoritmo do CKF tem sua complexidade computacional reduzida.

O *cubature Kalman filter* adaptado ao problema de estimação e detecção conjunta é descrito na Tabela 5.2.

Tabela 5.1: Filtro de Kalman Estendido Modificado com Suavização de Atraso Fixo

Atualização Temporal
$\hat{\mathbf{z}}_{k k-1} = \left[\mathbf{0}_{N_T \times 1}^T \quad \hat{\mathbf{x}}_{k-1 k-1}^T(1 : N_T(N+L-2)) \quad \beta \hat{\mathbf{h}}_{k-1 k-1}^T \right]^T$
$\mathbf{A}' = \mathbf{P}_{k k-1}(1 : P_1, 1 : P_1)$
$\mathbf{B}' = \beta \mathbf{P}_{k k-1}(1 : P_1, P_2 : P_3)$
$\mathbf{C}' = \beta \mathbf{P}_{k k-1}(P_2 : P_3, 1 : P_1)$
$\mathbf{D}' = \beta^2 \mathbf{P}_{k k-1}(P_2 : P_3, P_2 : P_3) + \sigma_w^2 \mathbf{I}$
$P_1 = N_T(N+L-2)$
$P_2 = N_T(N+L-1) + 1$
$P_3 = N_T(N+L-1) + LN_R N_T$
$\mathbf{P}_{k k-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{N_T} & \mathbf{0}_{N_T \times N_T(N+L-2) + LN_R N_T} \\ \mathbf{0}_{N_T(N+L-2) + LN_R N_T} & \begin{bmatrix} \mathbf{A}' & \mathbf{B}' \\ \mathbf{C}' & \mathbf{D}' \end{bmatrix} \end{bmatrix}$
$\mathbf{C}_k = [\hat{\mathcal{H}}_{k k-1} \quad \hat{\mathcal{X}}_{k k-1}]$
Atualização de Medida
$\mathbf{G} = P_{k k-1} \mathbf{C}_k^H [\mathbf{C}_k P_{k k-1} \mathbf{C}_k^H + \mathbf{R}]^{-1}$
$\hat{\mathbf{z}}_{k k} = \hat{\mathbf{z}}_{k k-1} + \mathbf{G}(\mathbf{y}_k - \hat{\mathcal{H}}_{k k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k k-1})$
$P_{k k} = (\mathbf{I} - \mathbf{G} \mathbf{C}_k) P_{k k-1}$
Suavização de Atraso Fixo
$\hat{\mathbf{x}}_k^{final} = \hat{\mathbf{x}}_{k k+N+L-2}$

5.5 Simulações e Resultados

Nesta seção, serão apresentados os resultados de algumas simulações numéricas com o objetivo de analisar o desempenho dos algoritmos apresentados neste trabalho. A proposta de estimação e detecção conjuntas será comparada com um receptor que emprega os processos de estimação de canal e detecção de símbolos separadamente e, então, o desempenho dos dois algoritmos descritos nas Seções 5.3 e 5.4 como solução para o problema de estimação de canal e detecção de símbolos conjuntas em canais MIMO seletivos em frequência e variantes no tempo será analisado. Para a obtenção dos resultados numéricos, é utilizado o esquema de portadora única e supõe-se que o sistema possui sincronismo perfeito. Além disso, é simulada a transmissão de aproximadamente 1×10^6 símbolos 16-QAM e utilizada média de 10 realizações do canal sem-fio.

O primeiro cenário simula a comunicação utilizando 2 antenas de transmissão e 4 antenas de recepção, na qual os símbolos transmitidos são divididos em blocos de 25 símbolos de treinamento e 125 símbolos desconhecidos pelo receptor. Os coeficientes do canal sem-fio são variáveis aleatórias i.i.d., circularmente simétricas de média nula e variância unitária e gerados através de um processo auto-regressivo conforme (3.6). Nesse cenário o canal possui

Tabela 5.2: *Cubature Kalman Filter* Modificado com Suavização de Atraso Fixo

Atualização Temporal
$\hat{\mathbf{z}}_{k k-1} = \left[\mathbf{0}_{N_T \times 1}^T \quad \hat{\mathbf{x}}_{k-1 k-1}^T(1 : N_T(N+L-2)) \quad \beta \hat{\mathbf{h}}_{k-1 k-1}^T \right]^T$
$\mathbf{A}' = \mathbf{P}_{k k-1}(1 : P_1, 1 : P_1)$
$\mathbf{B}' = \beta \mathbf{P}_{k k-1}(1 : P_1, P_2 : P_3)$
$\mathbf{C}' = \beta \mathbf{P}_{k k-1}(P_2 : P_3, 1 : P_1)$
$\mathbf{D}' = \beta^2 \mathbf{P}_{k k-1}(P_2 : P_3, P_2 : P_3) + \sigma_w^2 \mathbf{I}$
$P_1 = N_T(N+L-2)$
$P_2 = N_T(N+L-1) + 1$
$P_3 = N_T(N+L-1) + LN_R N_T$
$S_{k k-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \sqrt{\begin{bmatrix} \mathbf{A}' & \mathbf{B}' \\ \mathbf{C}' & \mathbf{D}' \end{bmatrix}}$
Atualização de Medida
$\mathbf{Z}_{i,k k-1} = (S_{k k-1} \xi_i + \hat{\mathbf{z}}_{k k-1})_{(i=1, \dots, m)}$
$\mathbf{Y}_{i,k k-1} = \mathbf{h}(\mathbf{Z}_{i,k k-1})$
$\hat{\mathbf{y}}_{k k-1} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mathbf{Y}_{i,k k-1}$
$P_{yy,k k-1} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mathbf{Y}_{i,k k-1} \mathbf{Y}_{i,k k-1}^T - \hat{\mathbf{y}}_{k k-1} \hat{\mathbf{y}}_{k k-1}^T + R_k$
$P_{zy,k k-1} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \omega_i \mathbf{Z}_{i,k k-1} \mathbf{Y}_{i,k k-1}^T - \hat{\mathbf{z}}_{k k-1} \hat{\mathbf{y}}_{k k-1}^T$
$\mathbf{W}_k = P_{zy,k k-1} P_{yy,k k-1}^{-1}$
$\hat{\mathbf{z}}_k = \hat{\mathbf{z}}_{k k-1} + \mathbf{W}_k (\mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_{k k-1})$
$P_k = P_{k k-1} - W_k P_{yy,k k-1} W_k^T$
Suavização de Atraso Fixo
$\hat{\mathbf{x}}_k^{final} = \hat{\mathbf{x}}_{k k+N+L-2}$

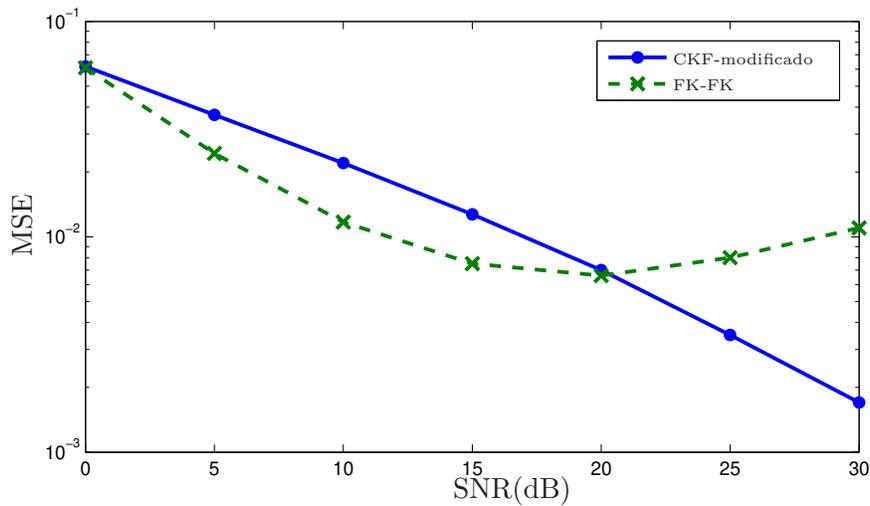


Figura 5.1: Erro quadrático médio para canal auto-regressivo com $f_D T = 0.003$.

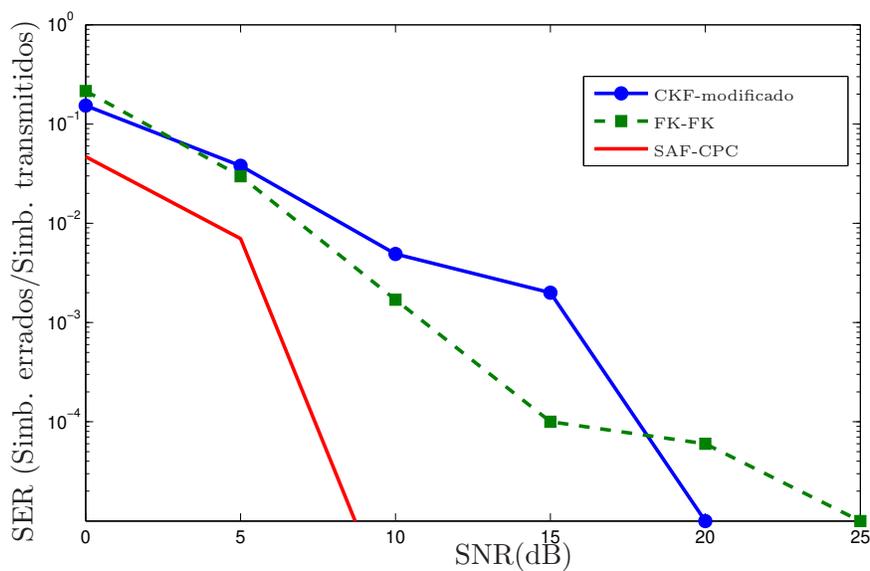


Figura 5.2: Taxa de erro de símbolos para canal auto-regressivo com $f_D T = 0.003$.

comprimento $L = 5$ e são empilhados $N = 18$ vetores de símbolos no receptor. A fim de comparar o desempenho da proposta de estimação e detecção conjuntas com um receptor no qual as tarefas são realizadas separadamente, foram utilizados os algoritmos descritos em 3.3 e 5.4.

A Figura 5.1 mostra o erro quadrático médio (MSE) obtidos na estimação dos coeficientes do canal pelo algoritmo CKF-modificado e pelo FK-FK, o algoritmo da Seção 3.3 no qual filtros de Kalman operam em decisão direta, para uma frequência Doppler normalizada ($f_D T$) de 0.003, que equivale aproximadamente a uma velocidade relativa entre o transmissor e

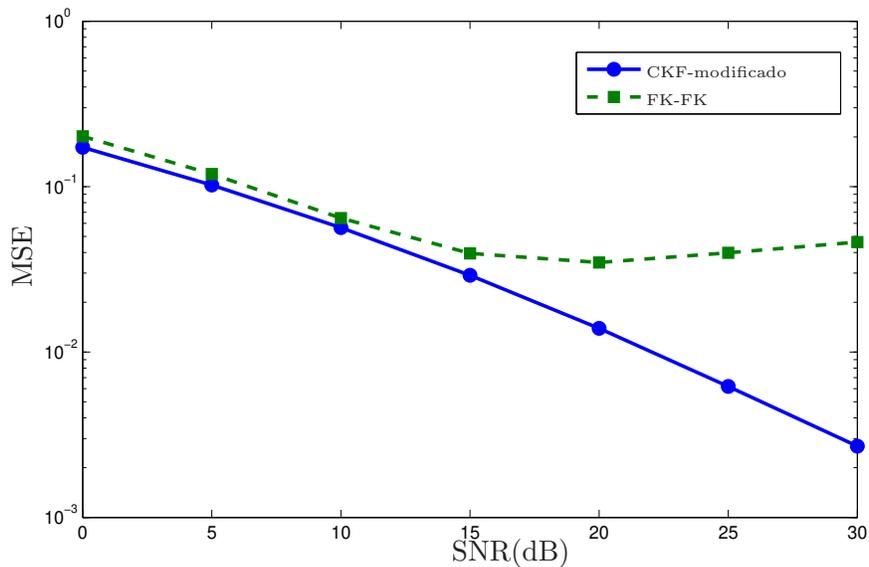


Figura 5.3: Erro quadrático médio para canal auto-regressivo com $f_D T = 0.008$.

receptor em um sistema de comunicação sem-fio móvel de 15 km/h. É possível observar que para uma $f_D T$ pequena como essa, o MSE obtido pelo algoritmo FK-FK se mostra menor do que o MSE obtido pelo algoritmo CKF-modificado para valores pequenos de SNR, porém à medida que o valor da SNR aumenta, o algoritmo FK-FK demonstra instabilidade, fazendo com que a sua curva de MSE pare de decrescer. O mesmo comportamento pode ser notado na Figura 5.2, que apresenta a taxa de erro de símbolo (SER) obtida para os dois algoritmos e para um filtro de Kalman com suavização de atraso fixo, possuindo conhecimento perfeito do canal (SAF-CPC). A curva do algoritmo FK-FK tem comportamento mais próximo do SAF-CPC para valores menores de SNR, mas se afasta dela à medida que o valor de SNR aumenta. Tal comportamento em parte se deve à sensibilidade numérica do cálculo da matriz de erro de estimação, que pode gerar erros numéricos que são propagados devido à realimentação de estimativas de símbolos e coeficientes do canal e, em parte, à dificuldade em se lidar com a grande dimensão da variável de estado que representa os coeficientes do canal.

Já para uma $f_D T$ de 0.008, equivalente a uma velocidade relativa de aproximadamente 35 km/h, os valores obtidos de MSE e SER são apresentados nas Figuras 5.3 e 5.4, respectivamente. Nota-se que nesse ambiente de simulação o desempenho do algoritmo CKF-modificado é superior ao desempenho do FK-FK para todos os valores de SNR. Novamente, o desempenho do algoritmo FK-FK apresenta degradação para valores de SNR maiores do que 20, tanto para o MSE quanto para a SER.

No segundo cenário, foi simulada a transmissão de símbolos utilizando-se 2 antenas de

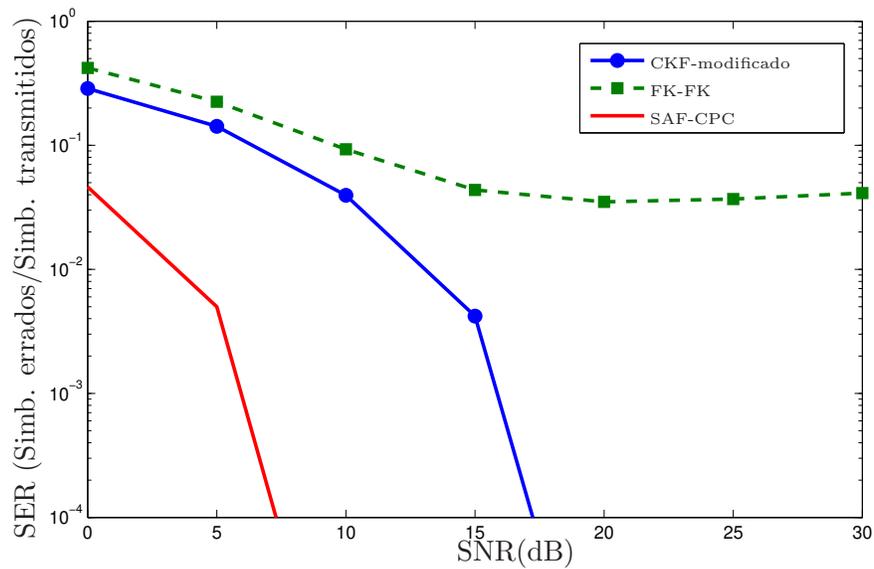


Figura 5.4: Taxa de erro de símbolos para canal auto-regressivo com $f_D T = 0.008$.

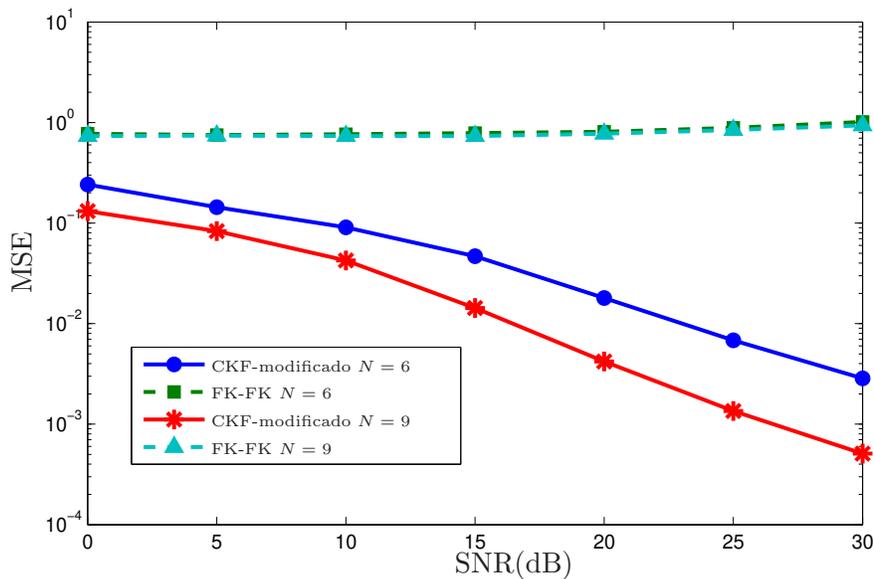


Figura 5.5: Erro quadrático médio para canal Rayleigh com $f_D T = 0.008$.

transmissão e 4 antenas de recepção. Dessa vez, porém, os coeficientes do canal sem-fio foi gerado utilizando a função `rayleighchan()` do MATLAB que simula um canal de desvanecimento Rayleigh de acordo com [10], baseado no modelo de Jakes [9]. O canal foi gerado com comprimento $L = 2$ e frequência Doppler normalizada de 0.008 ($f_D T = 0.008$), que equivale aproximadamente a uma velocidade relativa entre transmissor e receptor em um sistema de comunicação móvel de 35 km/h. Nesse cenário os símbolos foram transmitidos em um es-

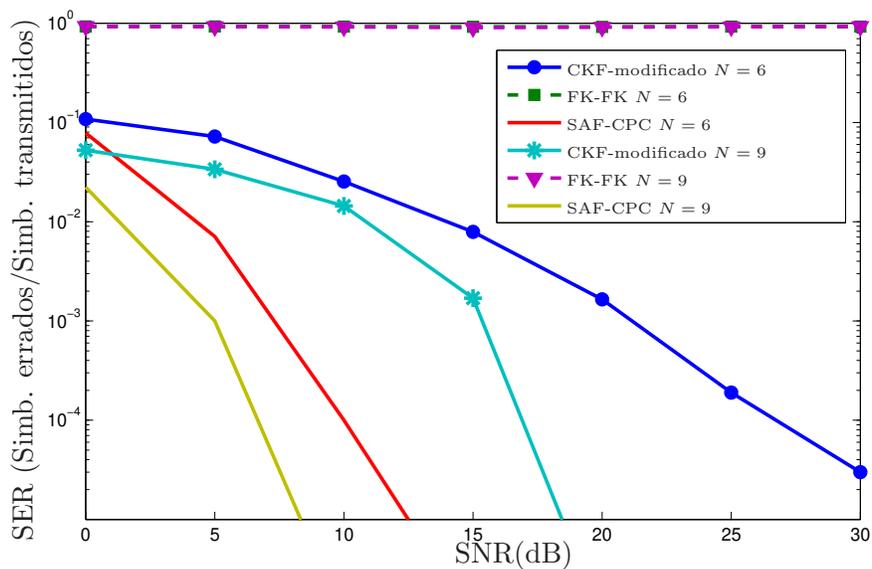


Figura 5.6: Taxa de erro de símbolos para canal Rayleigh com $f_D T = 0.008$.

quema de inserção de pilotos no qual 1 símbolo de treinamento conhecido pelo receptor era transmitido antes de cada grupo de 10 símbolos de informação. Além disso, para observar a influência da quantidade de vetores de símbolos empilhados no receptor, duas situações foram testadas: $N = 6$ e $N = 10$. Os resultados numéricos obtidos pelos receptores que utilizaram os algoritmos CKF-modificado e FK-FK são apresentados nas Figuras 5.5 e 5.6.

O desempenho da estimação dos coeficientes do canal é mostrado na Figura 5.5 através dos valores de MSE. É fácil perceber a superioridade na estimação do canal apresentada pelo CKF-modificado em relação ao FK-FK. Enquanto as curvas obtidas pelo CKF-modificado decrescem para as duas situações de suavização com o aumento da SNR, as curvas obtidas pelo FK-FK demonstram comportamento praticamente constante da ordem de 10^0 , que se constitui um erro de estimação bastante elevado. É interessante notar, no entanto, a influência no número de vetores empilhados, utilizados no receptor, no desempenho do CKF-modificado; uma diferença de 3 já é suficiente para perceber uma melhora considerável de desempenho, principalmente em SNRs elevadas. O fato de um maior número de símbolos recebidos ser utilizado traz mais informação ao processo de estimação e contribui para melhores índices de MSE.

A abordagem de inserção de pilotos traz grandes vantagens para a detecção dos símbolos transmitidos no receptor utilizando o CKF-modificado. Os resultados de SER para o CKF-modificado foram comparáveis ao receptor com perfeito conhecimento do canal (CPC-SAF). Enquanto o desempenho do CKF-modificado é próximo ao do CPC-SAF; o FK-FK apresenta

valores de SER muito pobres, não sendo realmente capaz de acompanhar as variações do canal Rayleigh e conseqüentemente de detectar corretamente os símbolos transmitidos. Mais uma vez, pode-se notar que um maior número de vetores empilhados no receptor contribui para melhores estimativas e menores erros, nesse caso para a SER.

Com o objetivo de realizar uma análise comparativa mais detalhada dos desempenhos dos algoritmos CKF-modificado e FK-FK, foi simulado um terceiro cenário no qual um canal Rayleigh de comprimento $L = 2$ é gerado com uma $f_D T$ de 0.01, o que equivale aproximadamente a uma velocidade relativa de 45 km/h. O esquema de pilotos é utilizado de forma que um símbolo conhecido pelo receptor é transmitido e seguido por outros 10 símbolos desconhecidos, com uma SNR fixa de 15 dB. Além disso, são utilizadas 2 antenas de transmissão e 4 antenas de recepção, e $N = 15$ vetores de símbolos são empilhados no receptor.

A Figura 5.7 apresenta a evolução da norma euclidiana dos coeficientes do canal Rayleigh gerado e dos canais estimados pelos algoritmos CKF-modificado e FK-FK ao longo dos símbolos transmitidos. É possível notar que, após um breve período, a estimativa do canal obtida pelo CKF-modificado permanece sempre muito próxima ao canal gerado, enquanto a estimativa obtida pelo FK-FK não é capaz de acompanhá-lo, apresentando um comportamento irregular. Tal comportamento pode ser melhor observado na Figura 5.8, onde o erro quadrático médio da norma das estimativas obtidas pelos algoritmos considerados é apresentado. Observe que o algoritmo CKF-modificado converge para um erro muito pequeno após aproximadamente 200 símbolos transmitidos, enquanto o FK-FK apresenta picos de erro em ciclos, devidos principalmente ao curto período de treinamento de apenas 1 símbolo, mostrando não ser capaz de acompanhar variações tão grandes nos coeficientes do canal. Ainda, a Figura 5.9 mostra os símbolos detectados pelo receptor referentes a cada antena transmissora. Mais uma vez, fica clara a superioridade da abordagem conjunta representada pelo CKF-modificado, que acerta quase todos os pontos da constelação do símbolos transmitidos, em relação à abordagem separada representada pelo FK-FK que apresenta uma detecção deficiente dos símbolos transmitidos.

Também, para explorar a abordagem de estimação dos coeficientes do canal e detecção de símbolos conjuntas, os dois algoritmos descritos neste trabalho como soluções propostas para o problema de filtragem não-linear: o filtro de Kalman estendido (ver Seção 5.3) e o *cubature kalman filter* (ver Seção 5.4), são utilizados em receptores diferentes e têm seus desempenhos comparados. Os dois algoritmos foram utilizados em cenário com canais gerados por processo auto-regressivo e pela função `rayleighchan()` do MATLAB, conforme já explicado, e seus desempenhos são comparados através dos resultados numéricos a seguir.

Primeiramente foi simulado um cenário de comunicação utilizando-se 2 antenas de trans-

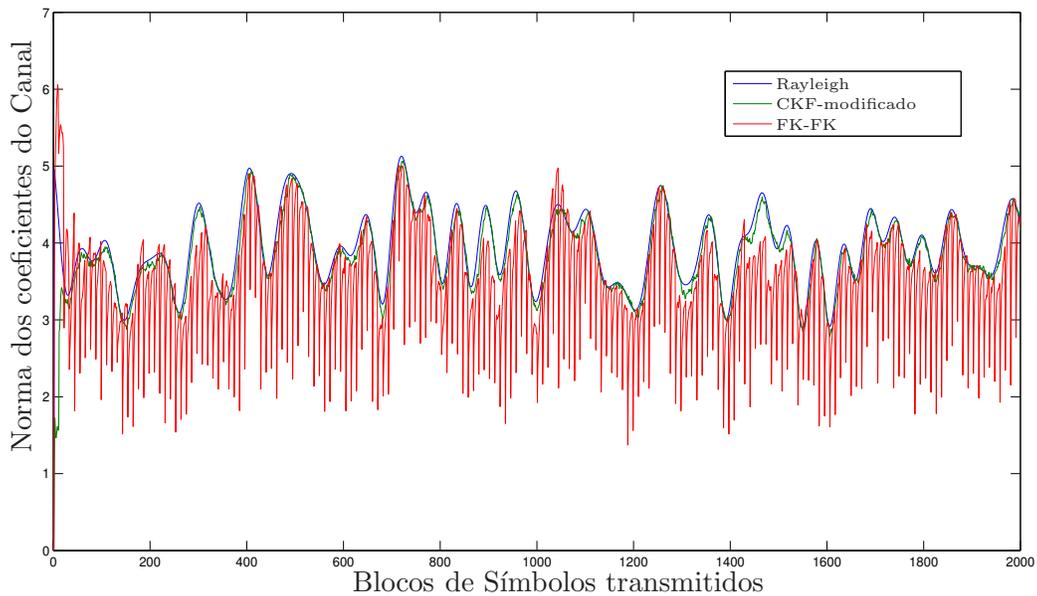


Figura 5.7: Norma dos coeficientes do canal geral, do canal estimado pelo algoritmo CKF-modificado e do canal estimado pelo algoritmo FK-FK.

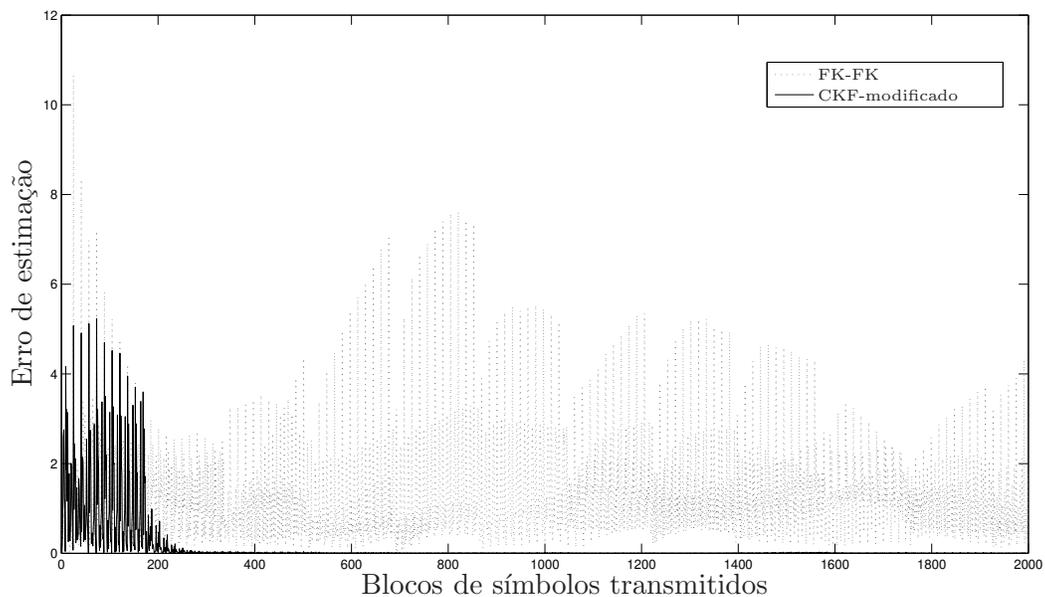


Figura 5.8: Erro de estimação dos coeficientes do canal estimado pelos algoritmos CKF-modificado e FK-FK.

missão e 4 antenas de recepção com canal de comprimento $L = 5$, cujos coeficientes foram gerados por processo auto-regressivo e frequência Doppler normalizada ($f_D T$) de 0.001 e

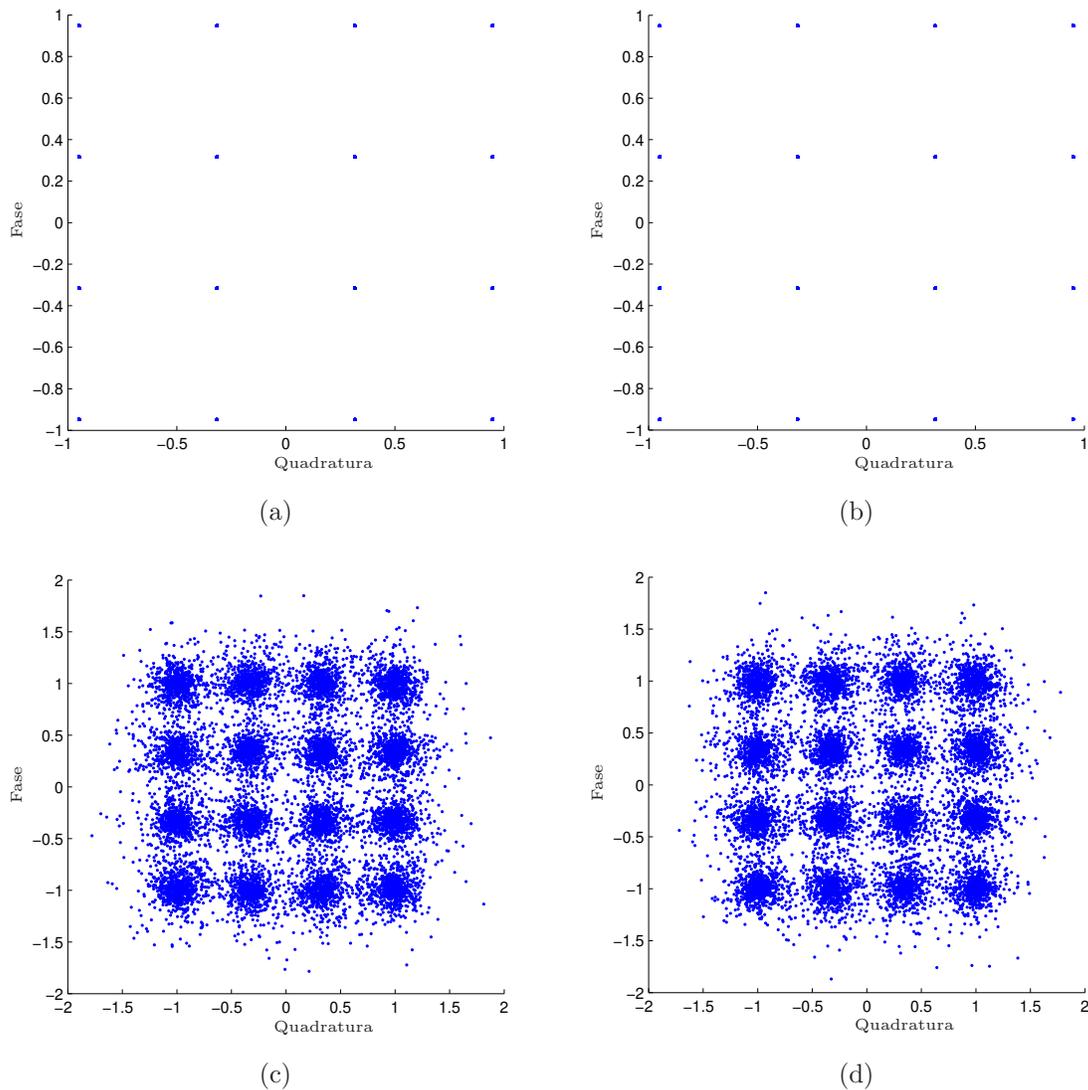


Figura 5.9: Símbolos recebidos e decodificados usando o CKF-modificado: (a) para a Antena 1; (b) para a Antena 2 e usando o FK-FK; (c) para a Antena 1; e (d) para a Antena 2.

0.01, que equivale aproximadamente às velocidades relativas de 4.5 e 45 km/h. Os resultados são apresentados nas Figuras 5.10 e 5.11, nas quais são comparados os desempenhos do erro quadrático médio e taxa de erro de símbolos. Tanto o MSE quanto a SER apresentam desempenhos muito próximos para o EKF-modificado e para o CKF-modificado. Note que uma pequena vantagem se estabelece para o CKF-modificado para $f_D T$ de 0.01 em altos valores de SNRs, decorrente do fato de o algoritmo CKF-modificado possuir maior estabilidade numérica; mas tal vantagem não justifica a diferença do alto tempo de simulação do CKF.

Em seguida, os algoritmos EKF-modificado e CKF-modificado foram utilizados em um cenário com canal Rayleigh, com $f_D T = 0.008$. Os resultados foram obtidos em um sistema

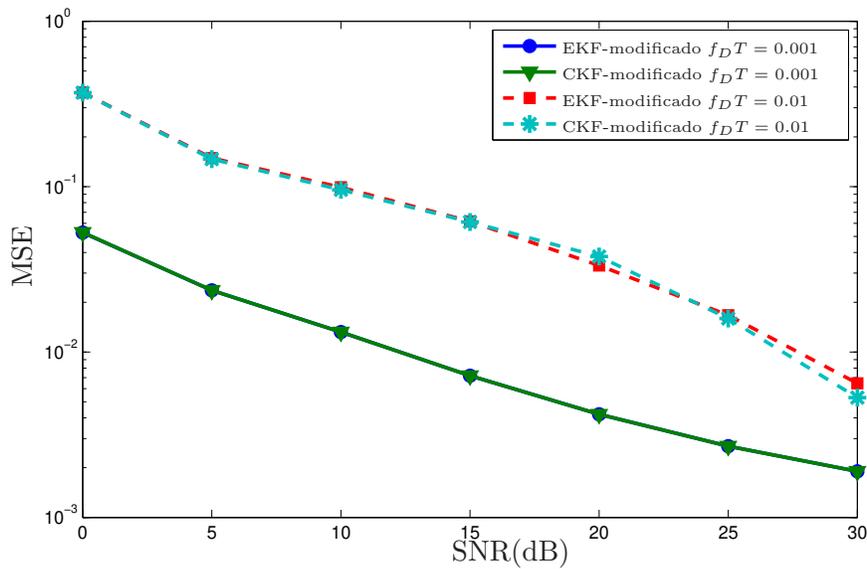


Figura 5.10: Erro quadrático médio para canal auto-regressivo dos algoritmos EKF-modificado e CKF-modificado.

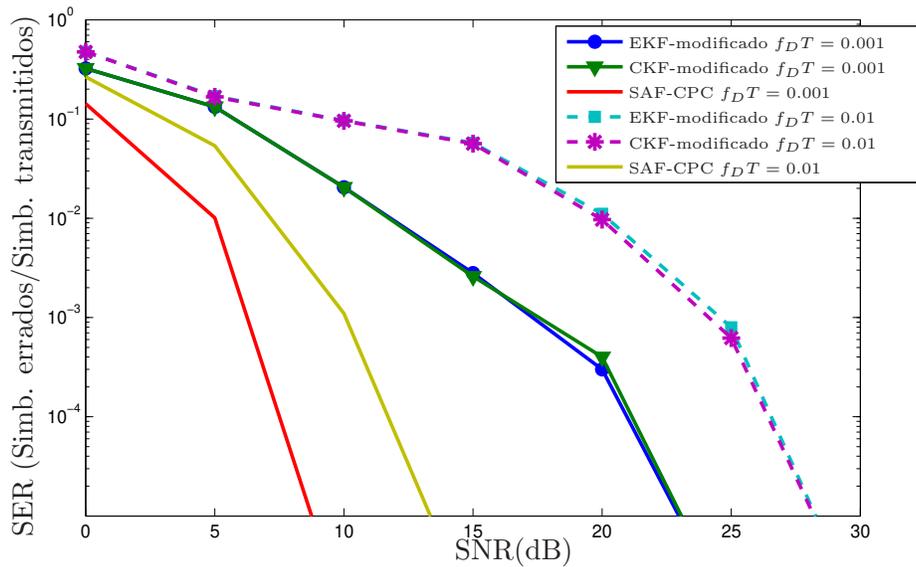


Figura 5.11: Taxa de erro de símbolo para canal auto-regressivo dos algoritmos EKF-modificado e CKF-modificado.

de comunicação com 2 antenas de transmissão e 4 antenas de recepção, com canal de comprimento $L = 4$, blocos de símbolos transmitidos com 1 símbolo de treinamento e 15 símbolos de informação e duas situações de suavização: com $N = 7$ e $N = 10$ vetores empilhados no receptor. Novamente o desempenho dos algoritmos foi muito semelhante observando as Fig-

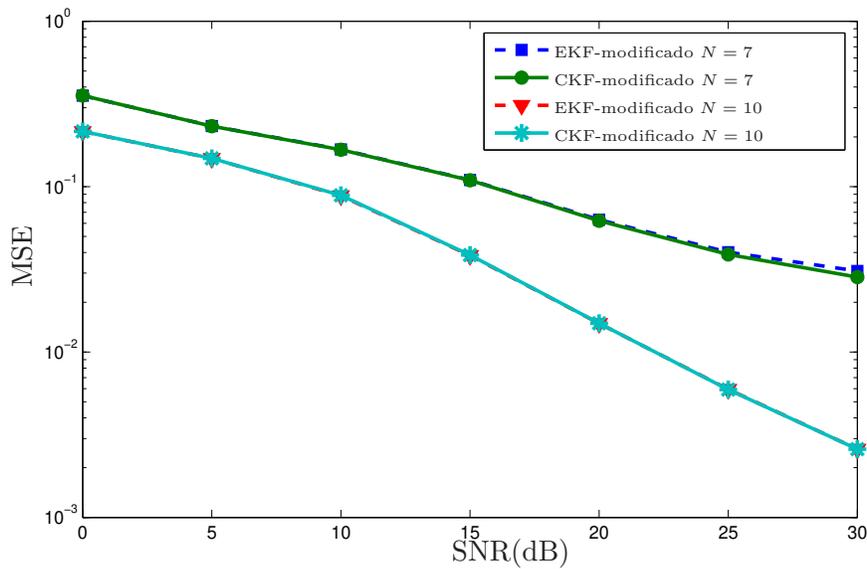


Figura 5.12: Erro quadrático médio para canal Rayleigh dos algoritmos EKF-modificado e CKF-modificado para diferentes situações de suavização.

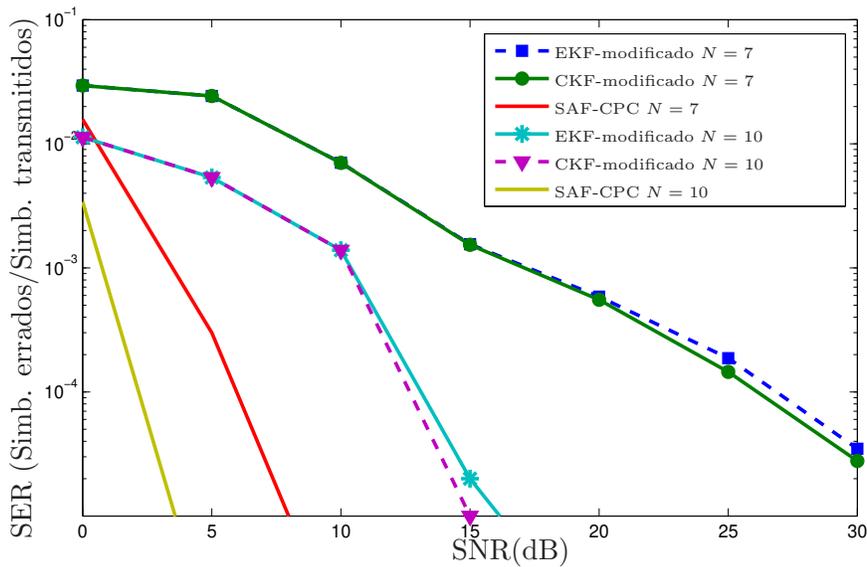


Figura 5.13: Taxa de erro de símbolo para canal Rayleigh dos algoritmos EKF-modificado e CKF-modificado para diferentes situações de suavização.

uras 5.12 e 5.13, onde as curvas obtidas para o EKF-modificado e CKF-modificado ficaram praticamente sobrepostas, com leve vantagem, mais uma vez, para o CKF-modificado para altas SNR. É importante ressaltar a influência do número de vetores empilhados no receptor para a suavização de atraso fixo, que pode ser percebida principalmente na Figura 5.13, na

Tabela 5.3: Tempo despendido para cada algoritmo considerando simulações completas com canal auto-regressivo e com canal Rayleigh.

Algoritmo	Canal auto-regressivo	Canal Rayleigh
Filtro de Kalman estendido	58min	1h e 26min
<i>Cubature Kalman Filter</i>	8h e 16min	12h e 19min

qual a curva do sistema utilizando $N = 10$ vetores empilhados apresentou desempenho bem próximo ao do SAF-CPC para os dois algoritmos estudados. O sistema utilizando $N = 7$ vetores empilhados, por sua vez, apresentou valores consideráveis de taxa de erro de símbolos mesmo para altas SNR's.

Finalmente, para fins de comparação, as funções `tic` e `toc` do MATLAB foram utilizadas de forma a contar o tempo que os algoritmos EKF-modificado e CKF-modificado para produzirem cada estimativa do estado estendido composto de coeficientes de canal e símbolos transmitidos. A Tabela 5.3 mostra o tempo acumulado de todas as interações dos algoritmos nas simulações da transmissão de todos os símbolos com canal auto-regressivo e Rayleigh.

A diferença de tempo nos dois casos é de aproximadamente 8,6 vezes, podendo ser considerada bem significativa. Isso se deve, neste caso, principalmente a um trecho de código que utiliza a função `for` para o cálculo dos somatórios necessários para a determinação dos pontos de quadratura do algoritmo CKF.

Conclusões e Perspectivas

O presente trabalho destinou-se, como o próprio título aponta, ao estudo de sistemas MIMO submetidos a canais seletivos em frequência e variantes no tempo de acordo com a abordagem conjunta que incorpora a estimação dos coeficientes do canal ao processo de equalização e detecção dos símbolos transmitidos.

Primeiramente, com o objetivo de mostrar a motivação deste trabalho de mestrado foram apresentados uma série de conceitos que discutem os desafios e as características de sistemas MIMO e de canais sem-fio, bem como a importância de sistemas de comunicação que lidem com múltiplas antenas e canais seletivos em frequência e variantes no tempo. Esses requisitos são essenciais para o estabelecimento de comunicação com altas taxas de transmissão, mobilidade e eficiência espectral.

Em seguida, para resolver o problema de transmissão de dados por um canal sem-fio seletivo em frequência e variante no tempo, utilizando múltiplas antenas, um modelo em espaço de estados foi apresentado que reduziu os processos de estimação dos coeficientes do canal e detecção de símbolos a um problema de estimação de parâmetros para um sistema dinâmico. No caso da abordagem tradicional, em que a estimação de canal e equalização são realizadas separadamente, dois sistemas lineares foram definidos para cada um desses processos no receptor e as estimativas são utilizadas em esquema de decisão direta. No caso da abordagem conjunta, uma variável estendida foi definida de forma a incorporar as informações do canal e dos símbolos em um mesmo sistema de estimação. Tal abordagem resultou em uma equação de medida não-linear, apontando para um sistema de estimação mais complexo e que, portanto, necessita de soluções mais elaboradas.

Por esse motivo, posteriormente o problema de filtragem não-linear foi apresentado, assim como uma solução analítica ótima: o filtro bayesiano. Apesar de ótima, a solução bayesiana é matematicamente intratável, requerendo aproximações sub-ótimas que proporcionem boas estimativas com razoável esforço computacional. Dessa forma, duas ferramentas utilizadas

para a resolução de problemas não-lineares foram discutidas: o filtro de Kalman estendido e o filtro de Kalman de quadratura. Este último, por sua vez, foi apresentado recentemente como ferramenta alternativa de uso mais geral para resolução de problemas não-lineares e por isso discutido em detalhes na presente dissertação.

Finalmente, simulações em MATLAB foram realizadas com o objetivo de obter resultados numéricos que possibilitem a análise de desempenho das abordagens conjunta e separada e dos dois algoritmos apresentados como solução para o problema de estimação e detecção conjuntas. A partir dessas simulações, foi possível tirar várias conclusões, dentre elas duas principais:

- A abordagem conjunta com CKF mostra desempenho superior em relação à abordagem separada com filtros de Kalman para cenários com canais gerados por processo auto-regressivo. Apesar de uma pequena vantagem apresentada para um baixo valor de frequência Doppler normalizada, tal desempenho não é mantido em cenários com SNRs elevadas ou quando submetido a canais com valores maiores de frequência Doppler normalizada devido a erros numéricos e por não ser capaz de acompanhar maiores variações nos coeficientes do canal. Além disso, a abordagem separada usando filtros de Kalman apresenta desempenho muito pobre quando submetida a um canal Rayleigh. O FK-FK não é capaz de acompanhar as rápidas variações de um modelo de canal mais real, o que resulta em elevados erros de estimação. Portanto, um receptor baseado na abordagem separada com filtros de Kalman, não é indicado para sistemas em que é requerida grande mobilidade.
- Os dois algoritmos apresentados para a resolução do problema de estimação e detecção conjuntas, o EKF-modificado e o CKF-modificado, mostram desempenhos muito semelhantes tanto com canais gerados por canais auto-regressivos, quanto com canais Rayleigh. Os dois algoritmos são capazes de estimar eficientemente as variações de um canal seletivo no tempo e detectar corretamente os símbolos transmitidos com baixa taxa de erros. Embora o algoritmo baseado no filtro de Kalman de quadratura apresente leve vantagem em altas SNRs para cenários com maiores frequências Doppler relativas, o tempo de simulação de cada iteração do algoritmo mostra que o EKF-modificado tem menor custo computacional do que o FKQ-modificado. Dessa forma, apesar de apresentar uma abordagem local na aproximação do filtro bayesiano, o EKF-modificado funciona de forma adequada no ambiente não-linear caracterizado pelo problema de estimação e detecção conjuntas.

Perspectivas

O estudo da abordagem conjunta em sistemas MIMO submetidos a canais seletivos em frequência apresenta muitos desafios e, dada a importância de desenvolver sistemas que sejam capazes de lidar com cenários com tais características, ainda existem muitas questões interessantes que podem constituir contribuições relevantes para o problema em questão. Elas são:

- Análise de complexidade dos algoritmos de filtragem não-linear: o *cubature Kalman Filter* cresce com o cubo da dimensão do estado em termos de *flops* (Floating point Operations Per Second); tendo complexidade computacional comparável ao EKF segundo [3]. Seria interessante estudar uma forma de adaptar melhor o CKF ao problema de estimação e detecção conjuntas e avaliar o impacto no seu desempenho.
- Inserir correlação em símbolos independentes: a dependência entre os símbolos recebidos é necessária para estabelecer o processo de evolução temporal, mas em sistemas do tipo OFDM tal dependência é quase inexistente. Uma possibilidade idealizada seria o tratamento de sistemas OFDM inserindo-se uma correlação no transmissor também conhecida do receptor.
- Analisar o impacto de características de projeto como a frequência de inserção de pilotos e o número de vetores empilhados no receptor.

Publicações Relacionadas ao Tema

O estudo sobre a abordagem de estimação e detecção conjuntas em sistemas MIMO submetidos a canais sem-fio seletivos em frequência e variantes no tempo gerou duas publicações ao longo do mestrado:

R.G. Machado, L.G.P. Meloni, e R.R. Lopes. A new approach for joint channel estimation and data detection in MIMO wireless systems. In *43th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, Pacific Grove, CA, USA, 2009.

R.G. Machado, L.G.P. Meloni, e R.R. Lopes. Joint channel estimation and data detection with cubature Kalman filters. In *SBrT 2009 - XXVII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, Blumenau, Santa Catarina, Brasil, 2009.

Bibliografia

- [1] B. D. O. Anderson and J. B. Moore. *Optimal Filtering*. Prentice-Hall, 1979.
- [2] Jeffrey G. Andrews, Arunabha Ghosh, and Rias Muhamed. *Fundamentals of WiMAX - Understanding Broadband Wireless Networking*. Pearson Education, 2007.
- [3] I. Arasaratnam and S. Haykin. Cubature Kalman filters. *IEEE Trans. Automatic Control*, 54(6):742–772, 2009.
- [4] J. R. Barry, E. A. Lee, and D. G. Messerschmitt. *Digital Communications*. Springer, 2004.
- [5] H. Gerlach, D. Dahlhaus, M. Pesce, and W. Xu. Joint kalman channel estimation and equalization for the umts fdd downlink. volume 2, pages 1263–1267, 2003.
- [6] Andrea Goldsmith. *Wireless Communication*. Cambridge University Press, 2005.
- [7] S. Haykin. *Adaptive Filter Theory*. Prentice-Hall, 2002.
- [8] Y. Ho and R. Lee. A bayesian approach to problems in stochastic estimation and control. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 9(4):333–339, Oct 1964.
- [9] W.C. Jakes. *Microwave Mobile Communications*. John Wiley and Sons, 1974.
- [10] M. C. Jeruchim, P. Balaban, and K. S. Shanmugan. *Simulation of Communication Systems*. Kluwer Academic/Plenum, 2000.
- [11] S. M. Kay. *Fundamentals of Statistical Signal Processing - Estimation Theory*. Prentice-Hall, 1998.
- [12] T. Kaylath, A. H. Sayed, and B. Hassibi. *Linear Estimation*. Prentice Hall, 2000.

-
- [13] K. J. Kim and R. A. Iltis. Data detection and soft-kalman filter based semi-blind channel estimation algorithms for mimo-ofdm systems. volume 4, pages 2488–2492, 2005.
- [14] C. Komminakis, C. Fragouli, A. Sayed, and R. Wesel. Multi-input multi-output fading channel tracking and equalization using kalman estimation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 50:1065–1076, 2002.
- [15] C. Laot, A. Glavieux, and J. Labat. Turbo equalization: Adaptive equalization and channel decoding jointly optimized. *IEEE J. Select. Areas Commun.*, 19(9):1744–1752, 2001.
- [16] X. Li and T. F. Wong. Turbo equalization with nonlinear kalman filtering for time-varying frequency-selective fading channels. *IEEE Trans. Wireless Communications*, 6(2):691–700, 2007.
- [17] M.B. Loiola and R.R. Lopes. A state-space approach to semi-blind signal detection in fast frequency-selective fading MIMO channels. In *Signal Processing Advances in Wireless Communications, 2008. SPAWC 2008. IEEE 9th Workshop on*, pages 276–280, 2008.
- [18] M.Enescu, T. Roman, and V. Koivunen. State-space approach to spatially correlated mimo ofdm channel estimation. *Signal Processing*, 87:2272–2279, 2007.
- [19] R. Otnes and M. Tuchler. Iterative channel estimation for turbo equalization of time-varying frequency-selective channels. *IEEE Trans. Wireless Communications*, 3(6):1918–1923, 2004.
- [20] A. Papoulis. *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. McGraw-Hill, 2002.
- [21] Matthias Patzold. *Mobile Fading Channels*. John Wiley and Sons, 2002.
- [22] R.J. Piechocki, A.R. Nix, J.P. McGeehan, and S.M.D. Armour. Joint blind and semi-blind detection and channel estimation. *IEE Proceedings on Communications*, 150(6):419–426, 2003.
- [23] Theodore S. Rappaport. *Wireless Communications - Principles and Practice*. Prentice Hall PTR, 2002.
- [24] R.Cools. Constructing cubature formulae: the science behind the art. pages 1–54, 1997.

-
- [25] D. Schafhuber, G. Matz, and F. Hlawatsch. Kalman tracking of time-varying channels in wireless MIMO-OFDM systems. In *Asilomar Conference on Signals Systems and Computers*, pages 1261–1265, 2003.
- [26] C. E. Shannon and W. Weaver. *The Mathematical Theory of Communications*. Univ. Illinois Press, 1949.
- [27] A. H. Stroud. *Gaussian quadrature formulas*. Prentice Hall, 1966.
- [28] David Tse and Pramod Viswanath. *Fundamentals of Wireless Communication*. Cambridge University Press, June 2005.
- [29] M. Tuchler, R. Koetter, and A. C. Singer. Turbo equalization: Principles and new results. *IEEE Trans. Communications*, 50(5):754–767, 2002.