

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS E CONTROLE DE ENERGIA

## Modelamento matemático dinâmico térmico e elétrico de motores de indução

autor : Ronaldo Martins de Sousa

orientador : Prof. Dr. Ernesto Ruppert Filho

Dissertação submetida à Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Campinas, para preenchimento dos pré-requisitos parciais para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica .

janeiro 1996

9603778/BC

Este exemplar corresponde à redação final da tese defendida por Ronaldo Martins de Sousa e aprovada pela Comissão Julgadora em 20 / 12 / 96.

  
Orientador

V.	So85m
Ex.	
IMPRESO BC/	27007
PROD.	667/96
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
K	<input type="checkbox"/>
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	13/3/96
N.º CPD	

CM-00085341-9

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

So85m

Sousa, Ronaldo Martins de  
Modelamento matemático dinâmico térmico e elétrico  
de motores de indução / Ronaldo Martins de Sousa.--  
Campinas, SP: [s.n.], 1995.

Orientador: Ernesto Ruppert Filho.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de  
Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica.

1. Modelos matemáticos. 2. Motores elétricos de  
indução. 3. Temperatura. 4. \*Efeito pelicular. I. Ruppert  
Filho, Ernesto. II. Universidade Estadual de Campinas.  
Faculdade de Engenharia Elétrica. III. Título.

*Um tributo  
ao Rei  
e à Rainha*

# Resumo

*Apresenta-se um modelo matemático dinâmico térmico e elétrico para motores de indução com rotor em gaiola.*

*O modelamento elétrico é descrito pelas equações de Park e pela equação de conservação de energia, enquanto o modelamento térmico é descrito por um sistema de quatro equações diferenciais de primeira ordem que representa o processo de transferência de calor no motor.*

*O modelo apresentado pode ser utilizado para a determinação das características de desempenho térmico e elétrico para qualquer regime de carga, entretanto, ele se mostrou adequado, principalmente, para máquinas que operam em regimes continuamente transitórios.*

*O modelo matemático apresentado também incorpora as variações dos parâmetros elétricos do enrolamento do rotor devido ao efeito pelicular.*

# Abstract

*A thermal and electrical dynamic mathematical model for squirrel cage induction motors is presented.*

*The electrical model is described by Park's equations and the torque equation, while the thermal model is described by a system of four first order differential equations that represent the motor heat transfer process.*

*The model presented can be used to determine thermal and electrical performance for any operation condition. However, it is suitable mainly for machines operating under continuously transient condition.*

*The presented mathematical model also incorporate variation of rotor winding electrical parameters due to skin effect.*

# Agradecimentos

*Aos professores Carlos Rodrigues de Souza e Ernesto Ruppert Filho pela oportunidade dada para que este trabalho fosse desenvolvido.*

*Ao Departamento de Sistemas e Controle de Energia (DSCE) da Faculdade de Engenharia Elétrica da Unicamp.*

*À CAPES, pelo suporte financeiro.*

*Ao meus colegas: João Carlos, Marcio Dutra, Nilton, Caixeta, Comin, Reinaldo, Renata, Leonardo, Alexandre, Francisco, Evandro, Santos, Alessandro, Glauco, Carlos, Edson, Ricardo, Eduardo, Marcos, Omar, Salimar, Welfane, Victor, e Mohammad pelos momentos de descontração e dicas.*

*Aos meus irmãos: Lourdinha, Rivaldo, Bernadete, e Ricardo.*

# Conteúdo

<b>RESUMO</b>	<b>ii</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>iii</b>
<b>AGRADECIMENTOS</b>	<b>iv</b>
<b>CONTEÚDO</b>	<b>v</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b>ix</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b>	<b>xi</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Modelamento dinâmico elétrico</b>	<b>3</b>
2.1 Introdução . . . . .	3
2.2 Modelos matemáticos alternativos para simulação digital . . . . .	4
2.3 As transformações associadas ao circuito do estator . . . . .	5
2.4 As transformações associadas ao circuito do rotor . . . . .	7
2.5 As equações de tensão . . . . .	9
2.6 O conjugado eletromagnético . . . . .	13
2.7 A equação de movimento . . . . .	13
2.8 Os transitórios eletromecânicos . . . . .	14

2.8.1	Simulação digital de alguns transitórios típicos . . . . .	15
<b>3</b>	<b>Modelamento estático e determinação dos parâmetros elétricos</b>	<b>22</b>
3.1	Introdução . . . . .	22
3.2	Circuito equivalente para determinação do desempenho estático . . . . .	22
3.3	Determinação dos parâmetros elétricos . . . . .	24
3.3.1	Parâmetros para a condição de partida . . . . .	25
3.3.2	Parâmetros para a condição estável de operação . . . . .	28
3.4	Cálculo dos indicadores estáticos de desempenho . . . . .	33
<b>4</b>	<b>Os efeitos pelicular e térmico sobre os parâmetros elétricos</b>	<b>38</b>
4.1	Introdução . . . . .	38
4.2	Os efeitos térmicos . . . . .	38
4.2.1	Correção de resistências elétricas com a temperatura . . . . .	40
4.3	O efeito pelicular . . . . .	41
4.3.1	Modelamento não linear . . . . .	42
4.3.2	Modelamento linear . . . . .	47
4.4	Comparação entre os modelos . . . . .	48
4.5	Simulação digital do efeito pelicular . . . . .	49
<b>5</b>	<b>O modelamento dinâmico térmico e determinação dos parâmetros</b>	<b>55</b>
5.1	Introdução . . . . .	55
5.2	O motor de indução visto como um sistema termodinâmico . . . . .	55
5.3	Determinação dos parâmetros térmicos . . . . .	57
5.3.1	Condutância térmica entre o enrolamento do estator e o núcleo do estator . . . . .	57
5.3.2	Condutância térmica entre o núcleo do estator e o meio ambiente . . . . .	58
5.3.3	Condutância térmica entre o enrolamento do rotor e o núcleo do rotor . . . . .	58

5.3.4	Condutância térmica entre o núcleo do rotor e o meio ambiente . . . . .	59
5.4	O modelo implementado . . . . .	59
5.5	Um paralelo entre os modelos . . . . .	61
5.5.1	Caso A - Regime de partidas sucessivas . . . . .	61
5.5.2	Caso B - Regime contínuo de operação . . . . .	65
<b>6</b>	<b>Algumas aplicações do modelo implementado</b>	<b>69</b>
6.1	Introdução . . . . .	69
6.2	Regime normalizado S4 . . . . .	70
6.3	Regime normalizado S5 . . . . .	71
6.4	Partida com carga de alta inércia . . . . .	74
6.5	Sobrecarga . . . . .	74
6.6	Regime de rotor bloqueado . . . . .	76
<b>7</b>	<b>Conclusões e sugestões para outros trabalhos</b>	<b>79</b>
	<b>BIBLIOGRAFIA</b>	<b>80</b>
<b>A</b>	<b>Dados e parâmetros utilizados</b>	<b>82</b>
A.1	Introdução . . . . .	82
A.2	Motor de 3 cv . . . . .	83
A.2.1	Circuito elétrico equivalente . . . . .	83
A.2.2	Circuito térmico equivalente . . . . .	85
A.3	Motor de 10 cv . . . . .	86
A.3.1	Circuito elétrico equivalente . . . . .	86
A.3.2	Circuito térmico equivalente . . . . .	88
A.4	Motor de 50 cv . . . . .	89
A.4.1	Circuito elétrico equivalente . . . . .	89

---

A.4.2	Circuito térmico equivalente . . . . .	91
-------	--	----

# Lista de Figuras

2.1	Motor de indução em coordenadas bifaásicas e trifásicas . . . . .	5
2.2	Aceleração livre . . . . .	18
2.3	Visualização do processo de aceleração em 3-d . . . . .	19
2.4	Partida através de autotransformador . . . . .	20
2.5	Degrau de carga . . . . .	21
3.1	Topologia do circuito $\pi$ equivalente . . . . .	23
3.2	Diagrama de fluxo de potência . . . . .	24
3.3	Diagrama fasorial . . . . .	31
3.4	Indicadores estáticos de desempenho . . . . .	36
3.5	Indicadores estáticos de desempenho . . . . .	37
4.1	Redução da área útil devido ao efeito pelicular . . . . .	42
4.2	Variáveis $k_r$ e $k_x$ em função de $\xi$ . . . . .	45
4.3	Conjugado dinâmico em função da velocidade . . . . .	50
4.4	Conjugado estático em função da velocidade . . . . .	51
4.5	O impacto do efeito pelicular . . . . .	54
5.1	Diagrama de fluxo . . . . .	62
5.2	Regime de partidas sucessivas - Elevações de temperatura . . . . .	64
5.3	Regime contínuo de operação . . . . .	67

---

6.1	Regime normalizado S4 . . . . .	72
6.2	Regime normalizado S5 . . . . .	73
6.3	Partida com carga de alta inércia . . . . .	75
6.4	Sobrecarga . . . . .	77
6.5	Rotor bloqueado . . . . .	78

# Lista de Tabelas

3.1	Distribuição de reatâncias entre enrolamentos de estator e de rotor . . . . .	28
3.2	Elevação de temperatura para correção de $R_s$ . . . . .	29
4.1	Temperaturas admissíveis nos dielétricos conforme classe de isolamento . . .	40
5.1	Distribuição de perdas do ferro . . . . .	58
5.2	Modelo - [1] . . . . .	63
5.3	Modelo - Implementado . . . . .	63
5.4	Desvio relativo entre os modelos simulados . . . . .	65
5.5	Modelo - [1] . . . . .	66
5.6	Modelo - implementado . . . . .	66
5.7	Desvio relativo entre os modelos simulados . . . . .	68
6.1	Tempos e fatores de duração de ciclo normalizados . . . . .	70
A.1	Especificações gerais . . . . .	83
A.2	Dados de catálogo . . . . .	83
A.3	Dados adicionais . . . . .	84
A.4	Coefficientes térmicos de resistividade . . . . .	84
A.5	Parâmetros elétricos . . . . .	84
A.6	Massas e calor específicos . . . . .	85

---

A.7	Parâmetros térmicos . . . . .	85
A.8	Especificações gerais . . . . .	86
A.9	Dados de catálogo . . . . .	86
A.10	Dados adicionais . . . . .	87
A.11	Coefficientes térmicos de resistividade . . . . .	87
A.12	Parâmetros elétricos . . . . .	87
A.13	Massas e calor específicos . . . . .	88
A.14	Parâmetros térmicos . . . . .	88
A.15	Especificações gerais . . . . .	89
A.16	Dados de catálogo . . . . .	89
A.17	Dados adicionais . . . . .	90
A.18	Coefficientes térmicos de resistividade . . . . .	90
A.19	Parâmetros elétricos . . . . .	90
A.20	Massas e calor específicos . . . . .	91
A.21	Parâmetros térmicos . . . . .	91

# Capítulo 1

## Introdução

*Os motores elétricos utilizados na indústria são majoritariamente motores de indução trifásicos do tipo gaiola de esquilo.*

*Historicamente, os regimes de funcionamento impostos a esta classe de motores eram caracterizados basicamente por um funcionamento contínuo e ininterrupto durante prolongados períodos de tempo. As cargas acionadas por estes motores eram constantes, ou se variavam, variavam muito pouco.*

*Nos dias atuais percebe-se uma tendência de automação em todos os ramos das atividades humanas de forma geral, mas com maior ênfase a aquelas atividades relacionadas com os processos de produção industrial.*

*Neste contexto, os motores de indução passaram a operar em regime continuamente transitório sob a ação de cargas variáveis no tempo, partidas, reversões, e frenagens em uma frequência elevada.*

*O funcionamento contínuo, em uma larga faixa de velocidade, como por exemplo os motores de indução submetidos a partidas sucessivas, tem feito com que os motores de indução operem continuamente em regime transitório, tanto do ponto de vista elétrico como térmico.*

*O estudo do desempenho térmico e elétrico dos motores de indução em condições dinâmicas de operação revela-se de importância capital não só do ponto de vista técnico propriamente dito, mas também em um aspecto que é inseparável do primeiro, isto é, o aspecto econômico.*

*A escolha de um motor de indução para um específico processo de produção industrial não deve ser baseado apenas nas condições de funcionamento de regime perma-*

nente. Para se fazer uma escolha ótima, preenchendo assim tantos os requisitos técnicos como econômicos, o motor de indução deve ser aproveitado na sua plenitude tanto em termos elétricos como em termos térmicos.

Para avaliar as condições de aproveitamento de um motor a um específico ciclo de carga com uma dada variação dinâmica, os processos transitórios de ordem elétrica, térmica e mecânica precisam ser levados em consideração também de forma dinâmica. Se estes transitórios não forem calculados de forma rigorosa, resultados imprecisos poderão comprometer a escolha ótima.

A forma mais rigorosa de se representar matematicamente o processo de conversão eletromecânica de energia é através do modelamento matemático por meio de equações diferenciais.

O modelamento matemático do motor de indução apresentado neste trabalho é fundamentado nesta premissa. Equações diferenciais correspondentes aos modelos elétrico e térmico são estabelecidos. A partir deste equacionamento genérico, o desempenho elétrico e térmico dinâmico pode ser obtidos para qualquer situação específica de carga.

Para tornar o modelo matemático do motor de indução mais preciso e ao mesmo tempo realista, o efeito pelicular foi incorporado e apresenta-se também uma discussão sobre seu modelamento.

## Capítulo 2

# Modelamento dinâmico elétrico

### 2.1 Introdução

*A forma mais rigorosa de representar matematicamente um motor de indução é através do seu modelamento matemático por meio de equações diferenciais. Uma grande vantagem deste tipo de modelamento reside no fato de que o modelo pode ser utilizado indiscriminadamente tanto para a determinação do comportamento dos transitórios eletromagnéticos e mecânicos bem como para a determinação do comportamento do motor em regime permanente já que este último é apenas uma decorrência do primeiro.*

*O modelamento através de equações diferenciais permite também a incorporação de variações dos parâmetros elétricos devido a variações de temperatura do motor bem como devido ao efeito pelicular.*

*O modelamento através de equações diferenciais é uma ferramenta muito precisa e confiável para a avaliação das variações de correntes elétricas, conjugado, velocidade, bem como de parâmetros elétricos que ocorrem durante os transitórios.*

*É bom lembrar também que, conforme o regime de trabalho [18], o motor pode operar a cada ciclo em regime transitório de partidas e frenações, podendo mesmo operar continuamente em regime transitório em caso de partidas sucessivas.*

*Os indicadores de desempenho de motores como por exemplo, tempo de aceleração, corrente, conjugado de partida e outros servirão de subsídios para a avaliação da adequação de um motor de indução a uma determinada carga a ser acionada.*

## 2.2 Modelos matemáticos alternativos para simulação digital

*Os motores de indução, tendo em vista a análise dinâmica de seu desempenho elétrico, via simulação digital, podem ser modelados de duas maneiras distintas:*

### 1. Modelo trifásico.

*O motor de indução é representado por seis enrolamentos (referências [3] e [20]). Três enrolamentos são centrados nos eixos magnéticos das respectivas fases do estator e mais três enrolamentos são centrados nos eixos magnéticos das respectivas fases do rotor.*

### 2. Modelo bifásico.

*O motor de indução é representado por quatro enrolamentos [12]. Os enrolamentos tanto do estator como do rotor, são postos aos pares sobre eixos magnéticos hipotéticos que estão em posição de ortogonalidade entre si. Tais eixos são denominados geralmente de eixos **d** e **q**.*

*A simulação do desempenho dos motores de indução, a princípio, pode ser realizado por ambos os modelos indistintamente pois eles são equivalentes entre si. Contudo, quando as equações do motor de indução são escritas na forma do modelo trifásico encontra-se problemas computacionais. O movimento relativo entre estator e rotor faz com que o acoplamento magnético variável entre o circuito do rotor e circuito do estator origine coeficientes variáveis com o tempo nas equações diferenciais não lineares que compõem este modelo.*

*Com o uso do modelo bifásico ou modelo **dq**, os coeficientes das equações diferenciais tornam-se constantes através da aplicação de uma transformação de variáveis (transformação **dq**) sobre o modelo trifásico. As equações, entretanto, ainda continuam não lineares.*

*Os diagramas esquemáticos que representam o motor de indução em coordenadas trifásicas e bifásicas com seus respectivos enrolamentos e eixos magnéticos são apresentados na figura 2.1. Os diagramas são superpostos para que se observe as transformações realizadas entre as grandezas elétricas e magnéticas entre os dois modelos. Com o objetivo de tornar a figura 2.1 de fácil entendimento apenas a fase **a** do estator e do rotor são representadas.*

*No desenvolvimento das equações diferenciais que descrevem o processo de conversão eletromecânica de energia do motor de indução, foram feitas as seguintes hipóteses simplificadoras:*

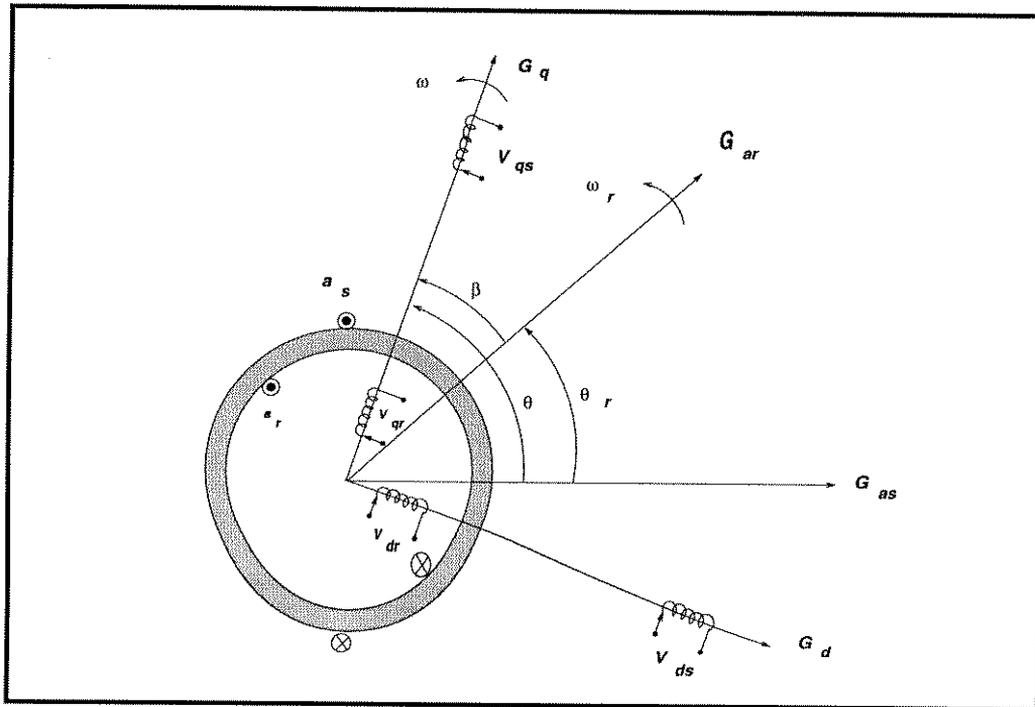


Figura 2.1: Motor de indução em coordenadas bifásicas e trifásicas

1. Não existem harmônicas temporais nem espaciais ;
2. Os efeitos de histerese e de correntes de Foucault são desprezados;
3. Não existe saturação no ferro do circuito magnético ( $\mu_r = \infty$ );
4. A distribuição dos enrolamentos dispostos na periferia do estator e do rotor são senoidais;
5. A periferia do rotor e do estator são consideradas lisas, i.e., não possuem ranhuras nem dentes.

### 2.3 As transformações associadas ao circuito do estator

A referência [12] apresenta um tratamento completo da teoria do sistema de referência utilizada para transformar o modelo trifásico em modelo bifásico. Neste ítem apresenta-se apenas o essencial para a obtenção do modelo bifásico aqui utilizado.

Para realizar a transformação de qualquer grandeza  $G$  associada ao circuito do enrolamento usa-se a seguinte transformação

$$\begin{bmatrix} G_{qdos} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{abcs} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

onde

$$\begin{bmatrix} G_{qdos} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{qs} \\ G_{ds} \\ G_{os} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

sendo  $G_q$ ,  $G_d$  as grandezas associadas ao enrolamento do estator já devidamente decompostas sobre eixos  $q$  e  $d$  e  $G_o$  uma grandeza de sequência nula <sup>1</sup>.

$$\begin{bmatrix} G_{abcs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{as} \\ G_{bs} \\ G_{cs} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

sendo  $G_{as}$ ,  $G_{bs}$  e  $G_{cs}$  as grandezas do estator em “componentes  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ” ou “componentes trifásicas”, i.e., as variáveis de cada fase do enrolamento do estator.

$[T_s]$  é a matriz transformação para o estator e pode ser assim escrita

$$\begin{bmatrix} T_s \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \gamma) & \cos(\theta + \gamma) \\ \text{sen}(\theta) & \text{sen}(\theta - \gamma) & \text{sen}(\theta + \gamma) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

onde

$$\gamma = \frac{2\pi}{3} \quad (2.5)$$

---

<sup>1</sup>Para sistemas trifásicos perfeitamente equilibrados esta componente é nula.

$\theta$  é a posição angular do sistema de referência <sup>2</sup>, ou seja, o ângulo entre a grandeza  $G$  segundo o eixo  $\mathbf{q}$  ( $G_q$ ) e a grandeza  $G$  segundo a fase  $\mathbf{a}$  ( $G_{as}$ ) e pode ser definida da seguinte forma

$$\theta = \theta(0) + \int_0^t \omega(\xi) d\xi \quad (2.6)$$

onde  $\theta(0)$  é a posição inicial do eixo  $\mathbf{q}$  em relação à fase  $\mathbf{a}$  do estator,  $\omega$  a velocidade angular do sistema de referência.

Para a realizar a transformação inversa, ou seja, a obtenção das grandezas em coordenadas trifásicas a partir das bifásicas, aplica-se a transformação inversa:

$$\begin{bmatrix} G_{abcs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_s \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} G_{qdos} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

onde

$$\begin{bmatrix} T_s \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \text{sen}(\theta) & 1 \\ \cos(\theta - \gamma) & \text{sen}(\theta - \gamma) & 1 \\ \cos(\theta + \gamma) & \text{sen}(\theta + \gamma) & 1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

## 2.4 As transformações associadas ao circuito do rotor

Da mesma forma que as transformações associadas ao circuito do estator, as transformações referentes ao circuito do rotor são feitas através da transformação  $\mathbf{dq}$ . Contudo, ao invés do ângulo  $\theta$  usa-se o ângulo  $\beta$ , pois o que está se transformando são as grandezas do rotor. Portanto

$$\begin{bmatrix} G_{qdor} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{abcr} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

onde

---

<sup>2</sup>O sistema de referência pode ser escolhido de forma arbitrária, entretanto as referências mais usuais são aquelas que estão situados no estator, no rotor ou no campo girante [12].

$$\begin{bmatrix} G_{qdor} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{qr} \\ G_{dr} \\ G_{or} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

sendo  $G_{qr}$ ,  $G_{dr}$  as grandezas associadas ao enrolamento do rotor segundo os eixos  $\mathbf{q}$  e  $\mathbf{d}$  e  $G_o$  uma grandeza de sequência nula;

$$\begin{bmatrix} G_{abcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{ar} \\ G_{br} \\ G_{cr} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

sendo  $G_{ar}$ ,  $G_{br}$  e  $G_{cr}$  as grandezas do rotor em “componentes  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$ ”, ou seja, as variáveis segundo os eixos  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  e  $\mathbf{c}$  do rotor;

$[T_r]$  é a matriz transformação para o rotor e é escrita da seguinte forma

$$\begin{bmatrix} T_r \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\beta) & \cos(\beta - \gamma) & \cos(\beta + \gamma) \\ \text{sen}(\beta) & \text{sen}(\beta - \gamma) & \text{sen}(\beta + \gamma) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

onde

$$\gamma = \frac{2\pi}{3} \quad (2.13)$$

$$\beta = \theta - \theta_r \quad (2.14)$$

$\theta_r$  é a posição angular do rotor e é definida da seguinte forma

$$\theta_r = \theta_r(0) + \int_0^t \omega_r(t) dt \quad (2.15)$$

onde  $\theta_r(0)$  é posição inicial do eixo  $\mathbf{q}$  em relação à grandeza da fase  $\mathbf{a}$  do estator,  $\omega_r$  a velocidade angular da fase  $\mathbf{a}$  do rotor (velocidade angular do rotor em radianos elétricos por segundo).

Para a realizar a transformação inversa, ou seja, a obtenção das grandezas em coordenadas trifásicas a partir das bifásicas faz-se:

$$\left[ G_{abcr} \right] = \left[ T_r \right]^{-1} \left[ G_{qdor} \right] \quad (2.16)$$

onde

$$\left[ T_r \right]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & \text{sen}(\beta) & 1 \\ \cos(\beta - \gamma) & \text{sen}(\beta - \gamma) & 1 \\ \cos(\beta + \gamma) & \text{sen}(\beta + \gamma) & 1 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

## 2.5 As equações de tensão

A Lei de Kirchoff das tensões, quando aplicada aos enrolamentos tanto do estator como do rotor e que estão situados sobre eixos  $\mathbf{d}$  e  $\mathbf{q}$  girando a uma velocidade qualquer  $\omega$ , permite escrever as seguintes expressões [12]<sup>3</sup>:

$$v_{qs} = R_s i_{qs} + \mathbf{p} \lambda_{qs} + \omega \lambda_{ds} \quad (2.18)$$

$$v_{ds} = R_s i_{ds} + \mathbf{p} \lambda_{ds} - \omega \lambda_{qs} \quad (2.19)$$

$$v_{os} = R_s i_{os} + \mathbf{p} \lambda_{os} \quad (2.20)$$

$$v_{qr} = R_r i_{qr} + \mathbf{p} \lambda_{qr} + (\omega - \omega_r) \lambda_{dr} \quad (2.21)$$

$$v_{dr} = R_r i_{dr} + \mathbf{p} \lambda_{dr} - (\omega - \omega_r) \lambda_{qr} \quad (2.22)$$

$$v_{or} = R_r i_{or} + \mathbf{p} \lambda_{or} \quad (2.23)$$

---

<sup>3</sup>Todos os parâmetros do rotor estão referidos ao circuito do estator e sendo assim dispensa-se a notação «'» comumente usada.

onde  $\mathbf{p}$  é o operador diferenciador  $\frac{d}{dt}$ ,  $R_s$  e  $R_r$  são as resistências elétricas por fase dos enrolamentos de estator e de rotor,  $\lambda_{ds}$  e  $\lambda_{qs}$  os fluxos concatenados com os enrolamentos do estator em variáveis  $\mathbf{dq}$ ,  $\lambda_{dr}$  e  $\lambda_{qr}$  os fluxos concatenados com os enrolamentos do rotor em variáveis  $\mathbf{dq}$ ,  $v_{qs}$ ,  $v_{ds}$ ,  $v_{qr}$  e  $v_{dr}$  as tensões nos enrolamentos de estator e de rotor em variáveis  $\mathbf{dq}$ .

Os fluxos concatenados com os enrolamentos de estator e de rotor podem ser escritos em função das correntes nos enrolamentos, em variáveis  $\mathbf{dq}$  como:

$$\begin{bmatrix} \lambda_{qs} \\ \lambda_{ds} \\ \lambda_{os} \\ \lambda_{qr} \\ \lambda_{dr} \\ \lambda_{or} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (L_s + M) & 0 & 0 & M & 0 & 0 \\ 0 & (L_s + M) & 0 & 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & L_s & 0 & 0 & 0 \\ M & 0 & 0 & (L_r + M) & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 & 0 & (L_r + M) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{os} \\ i_{qr} \\ i_{dr} \\ i_{or} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

onde

$$M = \frac{3}{2}L_m \quad (2.25)$$

sendo  $L_m$  a indutância de magnetização da máquina,  $L_s$  e  $L_r$  respectivamente as indutâncias de dispersão dos enrolamentos do estator e de rotor.

Normalmente são fornecidos as reatâncias de magnetização e de dispersão e não as indutâncias. Dessa maneira é conveniente escrever a equação 2.24 em termos de fluxo por unidade de tempo ou tensão trocando  $\lambda$  (fluxo) por  $\Psi$  (fluxo/s). Tem-se:

$$\begin{bmatrix} \Psi_{qs} \\ \Psi_{ds} \\ \Psi_{os} \\ \Psi_{qr} \\ \Psi_{dr} \\ \Psi_{or} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{ss} & 0 & 0 & X_{mm} & 0 & 0 \\ 0 & X_{ss} & 0 & 0 & X_{mm} & 0 \\ 0 & 0 & X_{ss} & 0 & 0 & 0 \\ X_{mm} & 0 & 0 & X_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & X_{mm} & 0 & 0 & X_{rr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{dr} \\ i_{os} \\ i_{qs} \\ i_{qr} \\ i_{or} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

onde

$$X_{mm} = \frac{3}{2}\omega_b L_m \quad (2.27)$$

$$X_s = \omega_b L_s \quad (2.28)$$

$$X_r = \omega_b L_r \quad (2.29)$$

$$X_{ss} = \omega_b \left( L_s + \frac{3}{2} L_m \right) \quad (2.30)$$

$$X_{rr} = \omega_b \left( L_r + \frac{3}{2} L_m \right) \quad (2.31)$$

$\omega_b$  é a velocidade angular base usada para calcular reatâncias.

A equação 2.26 pode ser reescrita em termos de correntes como:

$$\begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{os} \\ i_{qr} \\ i_{dr} \\ i_{or} \end{bmatrix} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} X_{rr} & 0 & 0 & -X_{mm} & 0 & 0 \\ 0 & X_{rr} & 0 & 0 & -X_{mm} & 0 \\ 0 & 0 & D/X_s & 0 & 0 & 0 \\ -X_{mm} & 0 & 0 & X_{ss} & 0 & 0 \\ 0 & -X_{mm} & 0 & 0 & X_{ss} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D/X_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{ds} \\ \Psi_{dr} \\ \Psi_{os} \\ \Psi_{qs} \\ \Psi_{qr} \\ \Psi_{or} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

onde

$$D = X_{ss}X_{rr} - X_{mm}^2 \quad (2.33)$$

Fazendo as substituições de 2.32 em 2.18 a 2.23

$$\begin{bmatrix} v_{qs} \\ v_{ds} \\ v_{os} \\ v_{qr} \\ v_{dr} \\ v_{or} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_s X_{rr}}{D} + \frac{p}{\omega_b} & \frac{\omega}{\omega_b} & 0 & -\frac{R_s X_{mm}}{D} & 0 & 0 \\ -\frac{\omega}{\omega_b} & \frac{R_s X_{rr}}{D} + \frac{p}{\omega_b} & 0 & 0 & -\frac{R_s X_{mm}}{D} & 0 \\ 0 & 0 & G & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{R_r X_{mm}}{D} & 0 & 0 & \frac{R_r X_{ss}}{D} + \frac{p}{\omega_b} & \frac{\omega - \omega_r}{\omega_b} & 0 \\ 0 & -\frac{R_r X_{mm}}{D} & 0 & -\frac{\omega - \omega_r}{\omega_b} & E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{qs} \\ \Psi_{ds} \\ \Psi_{os} \\ \Psi_{qr} \\ \Psi_{dr} \\ \Psi_{or} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

onde

$$E = \frac{R_r X_{ss}}{D} + \frac{p}{\omega_b} \quad (2.35)$$

$$F = \frac{R_r}{X_r} + \frac{p}{\omega_b} \quad (2.36)$$

$$G = \frac{R_s}{X_s} + \frac{p}{\omega_b} \quad (2.37)$$

## 2.6 O conjugado eletromagnético

Considerando que o circuito magnético do motor de indução pode ser tomado como linear (energia e a coenergia armazenada no entreferro são iguais) o conjugado eletromagnético pode ser expresso por meio da seguinte equação

$$T_e = \frac{P}{2} \frac{\partial}{\partial \theta_r} W_c(i, \theta_r) \quad (2.38)$$

onde  $T_e$  é o conjugado eletromagnético do motor,  $W_c$  a coenergia da máquina,  $\theta_r$  a posição angular do rotor,  $i$  as correntes que contribuem para a formação do balanço de energia armazenada no entreferro do motor,  $P$  o número de pólos do motor.

A aplicação direta da equação 2.38 como se pode observar, mostra-se inadequada para o uso em simulação digital. Na referência [12] foi feito um tratamento matemático na equação 2.38 de tal forma que o conjugado eletromagnético produzido pelo motor de indução pode ser expresso em termos de fluxos concatenado por segundo

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{X_{mm}}{D\omega_b} (\Psi_{qs} \Psi_{dr} - \Psi_{qr} \Psi_{ds}) \quad (2.39)$$

## 2.7 A equação de movimento

A 3ª Lei de Newton aplicada ao sistema motor com sua carga permite escrever:

$$T_e = T_L + J_\Sigma p^2 \theta_r \quad (2.40)$$

onde  $T_e$  é o conjugado eletromagnético,  $T_L$  o conjugado de carga,  $J_\Sigma$  o momento de inércia agregado das partes girantes da carga e do motor referentes à velocidade do motor.

Pode-se utilizar a variável  $\omega_r$  ao invés de  $\theta_r$  na equação 2.40 já que  $p\theta_r = \omega_r$ . Assim, a equação de movimento assume a seguinte forma

$$T_e = T_L + J_\Sigma p\omega_r \quad (2.41)$$

ou ainda

$$T_e = T_L - J_\Sigma \omega_s p s \quad (2.42)$$

onde  $p s$  é a derivada do escorregamento.

## 2.8 Os transitórios eletromecânicos

A análise dos processos transitórios eletromecânicos representa uma importante fonte de informações para a solução de problemas de ordem prática que envolvam máquinas ou equipamentos que devem ser postos em movimento através de acionamentos elétricos. A análise destes transitórios permitirá por exemplo, identificar as circunstâncias de operação em que um conjunto **motor-máquina acionada** atuará de forma eficaz e confiável (fase de seleção) ou na obtenção de características de desempenho que sejam desejáveis que um motor específico tenha quando este ainda se encontra em fase de projeto.

Os transitórios eletromecânicos que podem surgir no decorrer da operação dos motores de indução podem ter causas diversas, sendo que as mais comuns são:

1. Mudanças no nível de tensão da rede de alimentação ;
2. Variações de carga mecânica sobre o eixo do motor;
3. Variações dos parâmetros elétricos (Capítulo 4);
4. Variações dos parâmetros mecânicos (atrito, ventilação, inércia);
5. Conexão ou desconexão do motor à rede;
6. Curto-circuitos.

As informações retiradas da avaliação dos transitórios eletromecânicos servirão de subsídios para a escolha do motor que seja capaz de acionar de forma eficaz e confiável uma determinada carga. A seguir são enumerados algumas das informações que podem ser obtidas através da avaliação dos transitórios eletromecânicos:

1. Os valores máximos das massas dos equipamentos acoplados ao motor ( $J_\Sigma$ );
2. A estabilidade operacional do conjunto motor-máquina acionada na presença de variações de conjugado;

3. Os valores de correntes de partida e tempo de aceleração para que se possa adequar os dispositivos de comando e de proteção elétrica do motor;
4. O número de partidas horárias sem que os limites de temperatura admissível sejam ultrapassados (Capítulo 5).

Com a formulação matemática que descreve o comportamento dinâmico do motor de indução torna-se possível simular as modalidades de processos transitórios eletromecânicos que ocorrem com maior frequência. Pode-se então citar:

1. Partidas;
2. Variações de carga mecânica no eixo do motor;
3. Reconexão do motor à rede;
4. Frenagem (Capítulo 6);
5. Reversão do sentido de giro do motor.

### 2.8.1 Simulação digital de alguns transitórios típicos

O sistema de equações diferenciais que descreve o processo de conversão eletromecânica de energia durante os transitórios são não lineares e por isto uma solução analítica é impossível. Para contornar este problema um programa digital foi implementado em **Linguagem Pascal**. Este programa utiliza em uma de suas subrotinas o método numérico de **Runge-Kutta** de quarta ordem para integrar em passos discretos as equações 2.34 e 2.41.

A título de ilustração e da aplicabilidade do programa digital desenvolvido alguns processos transitórios mais comumente encontrados durante a operação dos motores de indução são mostrados a seguir.

#### O motor de indução em aceleração livre

Chama-se de **aceleração livre** o processo de transição do conjunto motor-máquina acionada da velocidade nula até uma velocidade muito próxima da síncrona em uma condição de completa ausência de conjugado de carga (conjugado frenante) sobre o eixo do motor.

A figura 2.2 mostra algumas grandezas elétricas e mecânicas que variam durante o processo de aceleração livre de um motor de 3 cv cujos dados estão apresentados no Apêndice A. A simulação é repetida para dois valores distintos de momentos de inércia

(0.006 e 0.012 kg.m<sup>2</sup>). São apresentadas as curvas: a) conjugado eletromagnético do motor em função da velocidade angular do rotor, b) conjugado eletromagnético do motor em função do tempo, c) velocidade angular do motor em função do tempo, d) corrente da fase a do enrolamento do estator em função do tempo, e) corrente da fase a do enrolamento do rotor em função do tempo.

Um detalhe interessante que se pode observar na figura 2.2 é a presença de **overshoot** na velocidade, isto é, oscilações acima da velocidade síncrona durante alguns ciclos da tensão de alimentação. Este overshoot se dá pela conjugação de dois fenômenos: o motor já atingiu uma velocidade muito próxima da síncrona e as correntes dos enrolamentos de estator e de rotor ainda não se amorteceram por completo, ou seja, elas ainda se encontram em patamares bastante elevados. Observa-se também que o overshoot na velocidade é mais pronunciado para momentos de inércia de baixos valores.

Uma outra observação interessante está relacionada com o tempo de aceleração do motor, ou seja, o tempo gasto pelo motor para acelerar da velocidade nula até a velocidade de regime permanente (muito próxima a síncrona). À medida que se aumenta a inércia acoplada ao motor, o tempo de aceleração cresce já que o conjugado acelerante ( $J_{\Sigma} \frac{d\omega_r}{dt}$ ) também aumenta. Os valores de tempo de aceleração simulados para os dois valores de inércia são de aproximadamente 50 e 100 ms.

A figura 2.3 mostra o processo de aceleração livre de um motor de 3 cv com um momento de inércia agregado de 0.24 kg.m<sup>2</sup>. É mostrado uma curva do conjugado eletromagnético em função do tempo e da aceleração. É mostrado também um caso particular desta última curva, isto é, a curva conjugado eletromagnético em função da velocidade.

### Partida com tensão reduzida

A partida dos motores de indução vem acompanhada de grandes variações em suas grandezas elétricas e mecânicas (correntes, fluxos, conjugados, etc.). Estas variações por sua vez provocam queda de tensão no barramento a que este motor está ligado. Caso a queda de tensão seja excessiva, o funcionamento normal do próprio motor e de outros motores que estão ligados ao mesmo barramento poderá ser comprometida caso estes não possuam uma reserva operacional de conjugado.

Na tentativa de evitar esse problema, é usual intercalar um autotransformador, entre outros recursos, entre o barramento e os terminais do motor quando este último está em processo de aceleração.

A figura 2.4 mostra o comportamento de um motor de 3 cv em aceleração livre sob diversas tensões: 100 % da nominal (curva 1), 80 % (curva 2) e 65 % (curva 3). O

quadro (a) da figura 2.4 mostra o conjugado eletromagnético em função do tempo, o quadro (b) a velocidade angular do rotor em função do tempo, o quadro (c) a corrente na fase a do enrolamento do estator ( $I_{as}$ ) em função do tempo. Pode-se observar que a medida que a tensão nos terminais do autotransformador é diminuída de  $k$  vezes, o conjugado diminui aproximadamente de  $k^2$  vezes, a corrente de estator de  $k$  vezes e a máquina atinge a velocidade de regime permanente em tempo maior.

### Motor de indução submetido à uma variação súbita de carga

Na fase inicial de seleção de um motor de indução para o uso em um determinado acionamento elétrico é necessário avaliar a sua estabilidade<sup>4</sup> na presença de possíveis exigências impostas pela carga a ser acionada. Devem ser tomados cuidados para que o conjugado de carga não supere o conjugado máximo desenvolvido pelo motor, pois caso contrário ocorrerá uma inevitável perda de estabilidade.

É usual encontrarmos na prática motores de indução que acionam equipamentos que tem por característica variações súbitas de conjugado carga. Estas variações súbitas de conjugado de carga devem ser igualmente compensadas através do conjugado desenvolvido pelo motor para que haja uma operação estável do conjunto motor-máquina acionada.

A figura 2.5 mostra um motor de indução submetido a uma variação súbita de carga. Inicialmente o motor está funcionando em um ponto de equilíbrio em vazio ( $\frac{d\omega_r}{dt} = 0$ ). Um degrau de carga é então imposto ao motor de indução. Neste instante fortes oscilações nas grandezas elétricas e mecânicas surgem e um processo de desaceleração é estabelecido ( $\frac{d\omega_r}{dt} < 0$ ) até que um novo ponto de equilíbrio seja atingido. Alguns instantes depois a carga é então retirada do eixo do motor dando origem novamente a oscilações e a um processo de aceleração ( $\frac{d\omega_r}{dt} > 0$ ) até que o ponto inicial de equilíbrio seja reestabelecido. As simulações da figura 2.5 mostram que em baixos valores de inércia as oscilações em torno dos pontos de equilíbrio são pouco amortecidas. À medida que o momento de inércia é aumentado, a curva que une os dois pontos de equilíbrio (em carga e em vazio) tenderá a uma reta, aproximando-se assim da característica estática do conjugado versus velocidade ( $\frac{d\omega_r}{dt} = 0$ ).

---

<sup>4</sup>Capacidade que um sistema qualquer tem de reestabelecer seu estado inicial, ou seja, seu regime de funcionamento normal depois de qualquer perturbação grande ou pequena.

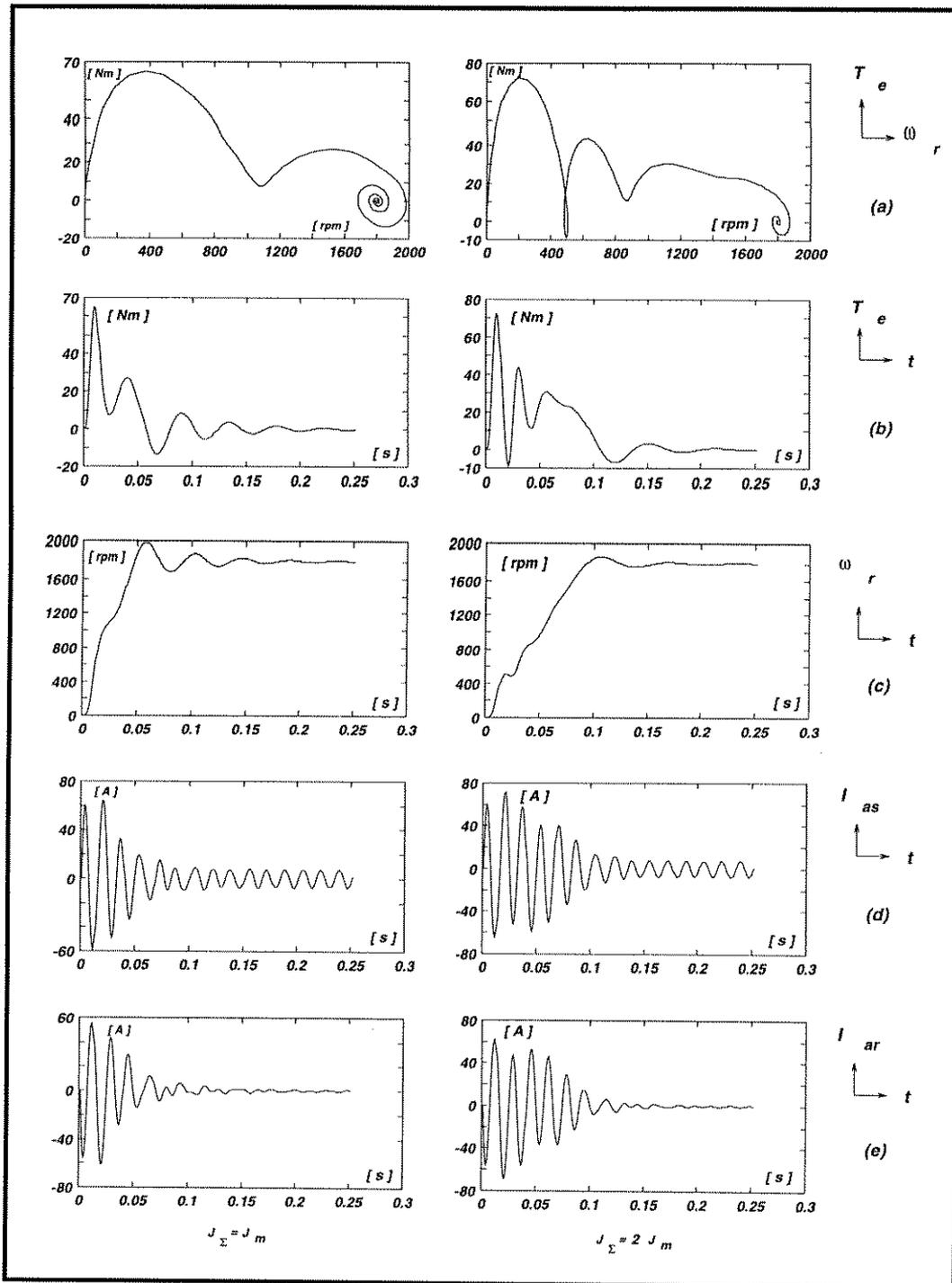


Figura 2.2: Aceleração livre

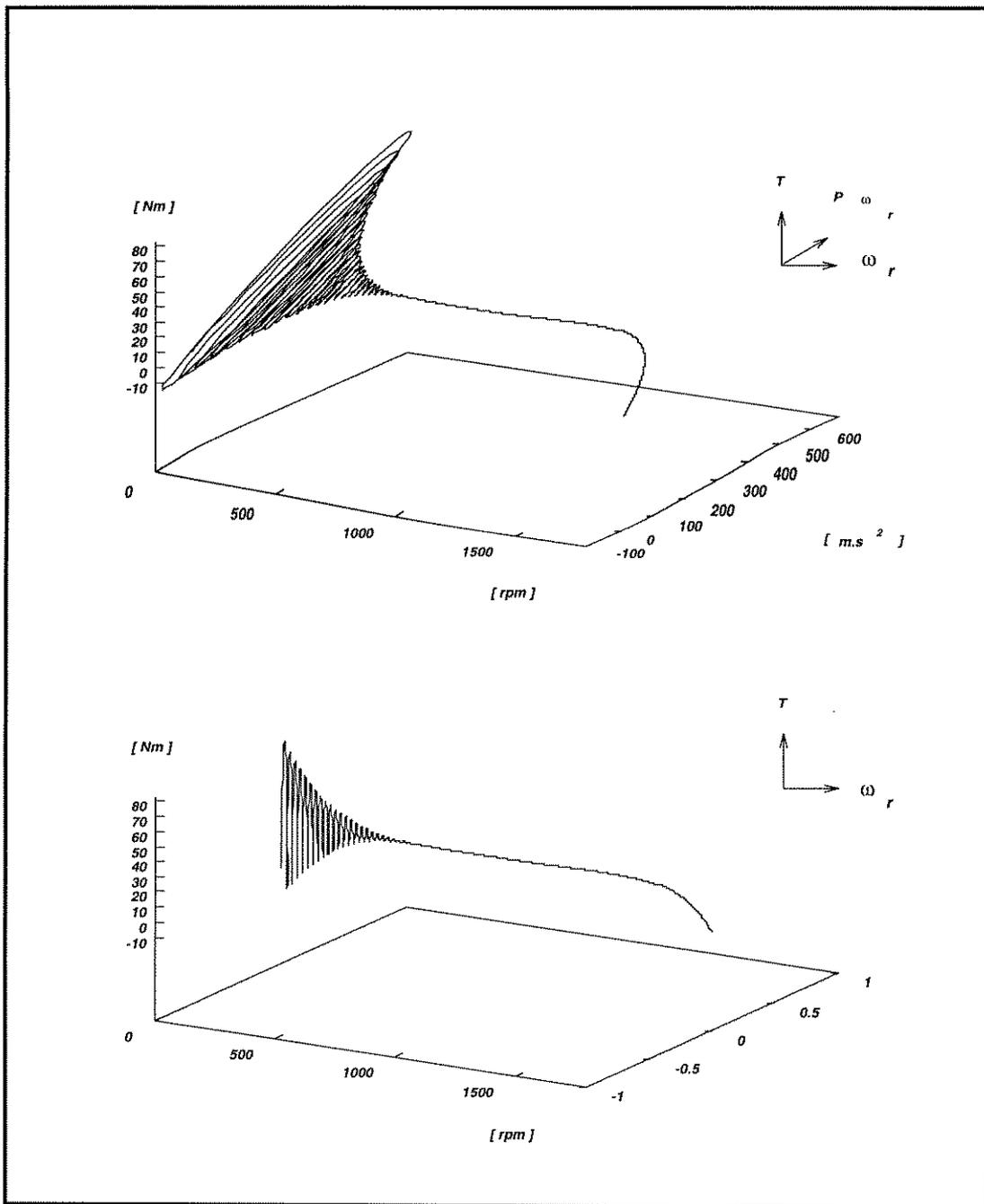


Figura 2.3: Visualização do processo de aceleração em 3-d

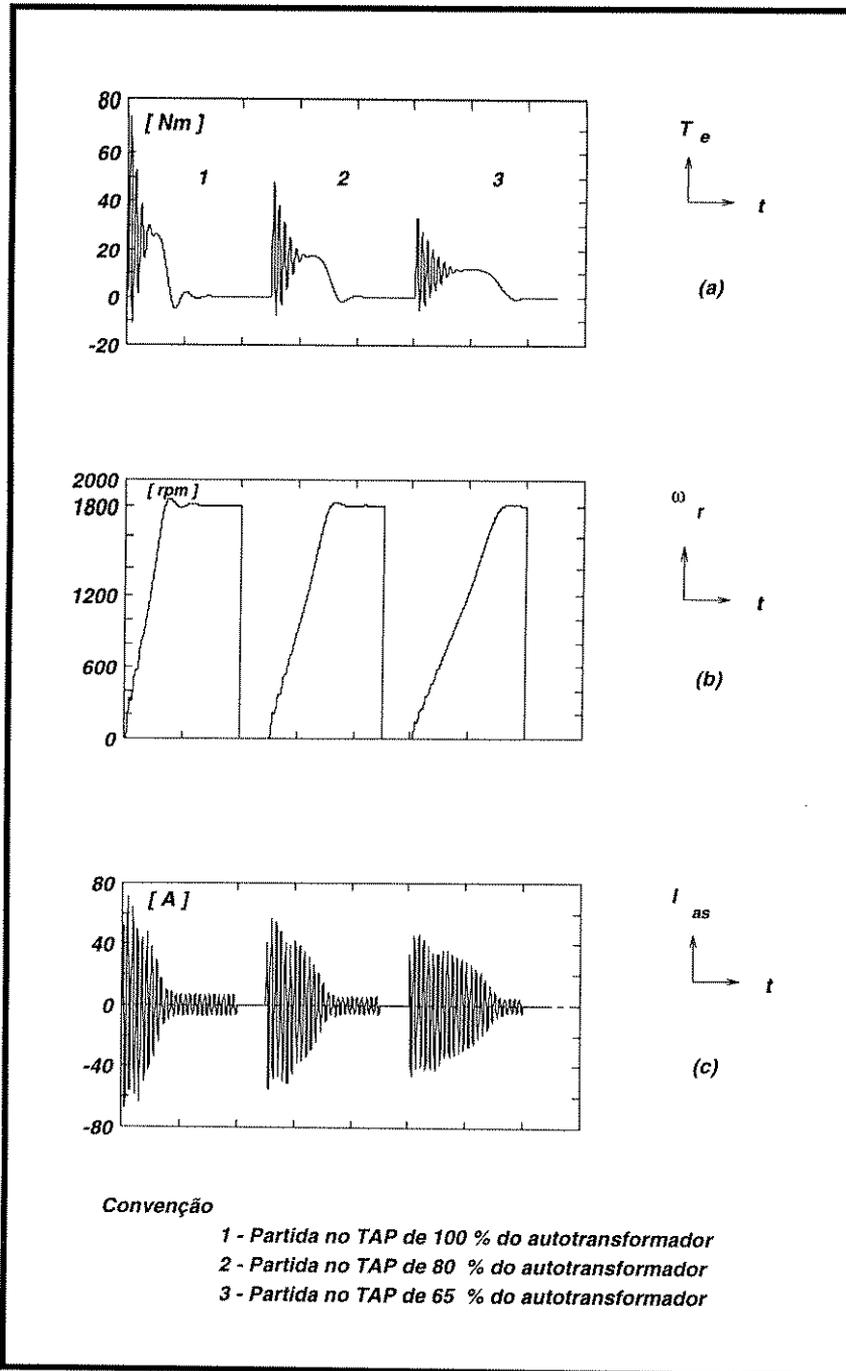


Figura 2.4: Partida através de autotransformador

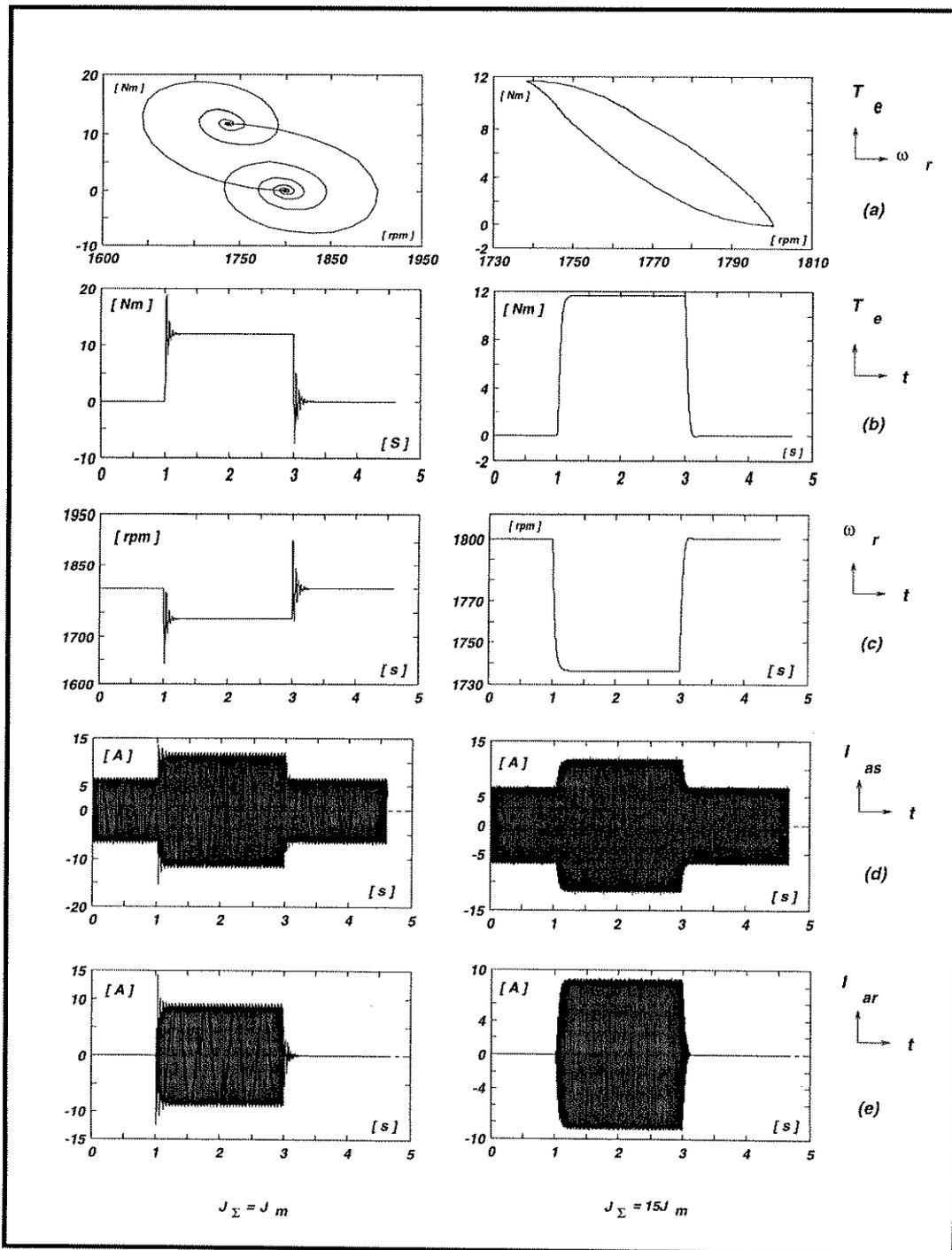


Figura 2.5: Degrau de carga

## Capítulo 3

# Modelamento estático e determinação dos parâmetros elétricos

### 3.1 Introdução

*No Capítulo anterior o motor de indução foi modelado através de equações diferenciais. Neste Capítulo, o processo de conversão eletromecânica de energia que ocorre durante o funcionamento do motor de indução é modelado unicamente através de equações algébricas.*

*Através destas equações algébricas aplicadas em pontos de operação previamente conhecidos (nominais), os parâmetros elétricos de um determinado motor são calculados.*

*Calculados os parâmetros elétricos representativos do motor, torna-se possível então determinar os indicadores de desempenho em uma larga faixa de operação do mesmo motor através de simulação digital.*

### 3.2 Circuito equivalente para determinação do desempenho estático

*Denomina-se **modelo estático** o modelo matemático que utiliza equações algébricas para descrever o processo de conversão eletromecânica de energia no motor de indução.*

*Existem diferentes versões de circuitos elétricos que podem ser utilizados para a determinação dos indicadores de desempenho de um motor de indução através de um modelo*

estático. Os circuitos elétricos equivalentes mais comumente utilizados são os circuitos em  $\pi$ , L e T. Dependendo da conveniência um ou outro pode ser utilizado indistintamente, já que todos eles foram obtidos a partir das mesmas premissas [10].

Neste trabalho o circuito elétrico equivalente utilizado foi o do tipo  $\pi$  (figura 3.1). A dedução detalhada deste circuito equivalente e as relações entre as suas grandezas elétricas podem ser encontradas na referência [10].

A figura 3.2 mostra o fluxograma de distribuição de potências para o processo de conversão eletromecânica de energia referente ao circuito  $\pi$  equivalente para motores de indução (figura 3.1).

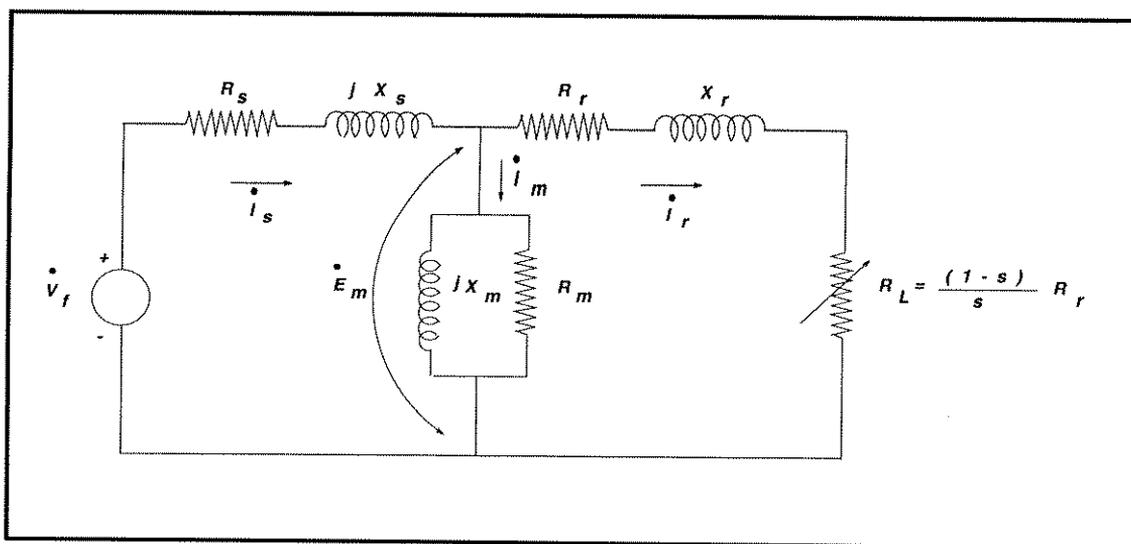


Figura 3.1: Topologia do circuito  $\pi$  equivalente

No circuito  $\pi$  equivalente da figura 3.1,  $R_s$  é a resistência elétrica do enrolamento do estator,  $X_s$  a reatância de dispersão do enrolamento estator,  $R_r$  a resistência elétrica do enrolamento do rotor,  $X_r$  a reatância de dispersão do enrolamento do rotor,  $X_m$  a reatância de magnetização,  $R_m$  a resistência de magnetização,  $R_L$  uma resistência hipotética (função do escorregamento) que representa a carga no eixo do motor,  $\dot{I}_s$  a corrente eficaz do enrolamento do estator,  $\dot{I}_r$  a corrente eficaz no enrolamento do rotor,  $\dot{I}_m$  a corrente eficaz no ramo magnetizante,  $\dot{V}_f$  a tensão eficaz nominal de fase,  $\dot{E}_m$  a tensão eficaz induzida no enrolamento do rotor,  $s$  o escorregamento do motor.

Neste circuito os parâmetros e grandezas elétricas do rotor ( $R_r$ ,  $X_r$ ,  $R_L$ ,  $\dot{I}_r$ ) estão referidas ao lado do estator.

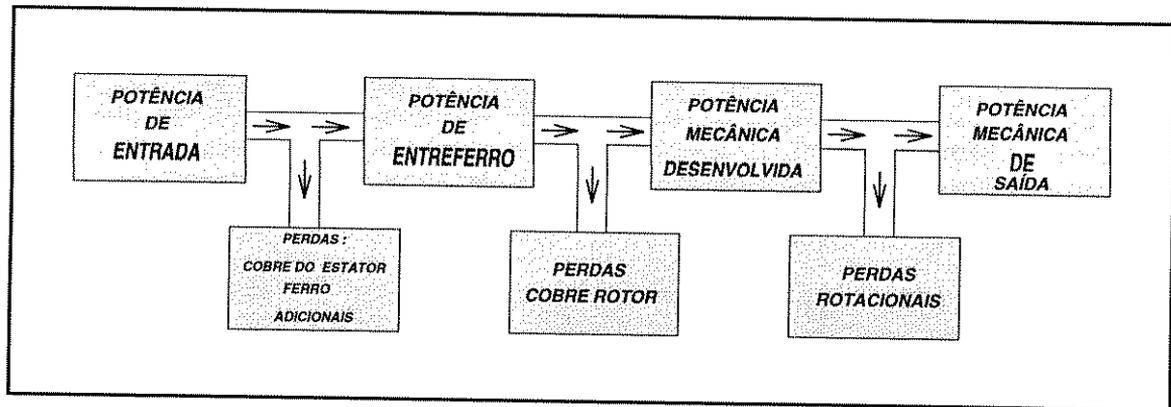


Figura 3.2: Diagrama de fluxo de potência

### 3.3 Determinação dos parâmetros elétricos

Para a determinação dos parâmetros elétricos correspondentes ao circuito  $\pi$  equivalente através da metodologia empregada neste trabalho, os seguintes dados de catálogos são necessários: potência nominal [W], tensão nominal [V], corrente nominal [A], velocidade nominal [rpm], fator de potência nominal, números de pólos, conjugado de partida [pu], conjugado máximo [pu], corrente de partida [pu].

Além deles são necessários também, mais dois dados adicionais para o uso da metodologia: resistência do estator [ $\Omega$ ] e perdas rotacionais [W].

O efeito pelicular e o aquecimento representam importantes fenômenos físicos que ocorrem durante o funcionamento dos motores de indução.

Para a determinação correta e precisa dos parâmetros elétricos do circuito  $\pi$  equivalente de um determinado motor de indução, e conseqüentemente dos indicadores de desempenho, estes fenômenos devem ser levados em conta.

A resistência elétrica do enrolamento do rotor está sujeita ao efeito pelicular e também ao efeito da temperatura, assim como a reatância elétrica do enrolamento de rotor está sujeita ao efeito pelicular, e a resistência elétrica do enrolamento do estator à temperatura. No Capítulo 4 isto será visto melhor.

A metodologia empregada neste trabalho para a determinação dos parâmetros elétricos e suas variações devido ao efeito pelicular e da temperatura, consiste na utilização de equações algébricas derivadas do circuito  $\pi$  equivalente e sua posterior aplicação em pontos de operação previamente conhecidos (dados de catálogo).

*Determinados os parâmetros elétricos e suas variações, utiliza-se então de funções para se obter os mesmos parâmetros para qualquer ponto de operação. Estas funções são apresentadas no Capítulo 4 e são utilizadas na simulação digital dos indicadores de desempenho para uma larga faixa de operação.*

### 3.3.1 Parâmetros para a condição de partida

*A impedância complexa <sup>1</sup> equivalente, vista a partir dos terminais de alimentação do circuito  $\pi$  equivalente em, qualquer ponto de operação é dada por*

$$\mathbf{Z}_1 = \mathbf{Z}_s + \frac{\mathbf{Z}_r \mathbf{Z}_m}{\mathbf{Z}_r + \mathbf{Z}_m} \quad (3.1)$$

*onde as impedâncias complexas do estator  $\mathbf{Z}_s$ , do rotor  $\mathbf{Z}_r$ , e do ramo magnetizante  $\mathbf{Z}_m$  são dadas respectivamente por 3.2, 3.3 e 3.4.*

$$\mathbf{Z}_s = R_s + jX_s \quad (3.2)$$

$$\mathbf{Z}_r = \frac{R_r}{s} + jX_r \quad (3.3)$$

$$\mathbf{Z}_m = \frac{jR_m X_m}{R_m + jX_m} \quad (3.4)$$

*Quando o motor inicia o processo de partida, o rotor se encontra em repouso e portanto o escorregamento é unitário. Nestas condições a impedância do rotor  $\mathbf{Z}_r$  é muito pequena quando comparada com a impedância equivalente do ramo magnetizante  $\mathbf{Z}_m$ , e portanto  $\mathbf{Z}_r \parallel \mathbf{Z}_m \ll \mathbf{Z}_m$ , onde  $\mathbf{Z}_m = R_m \parallel jX_m$ . Nestas condições torna-se possível trazer o ramo magnetizante  $\mathbf{Z}_m$  para os terminais do motor já que a quase totalidade da corrente que circula no enrolamento do estator também circula no enrolamento do rotor.*

*Feitas estas considerações, a impedância complexa equivalente vista a partir dos terminais de alimentação (equação 3.1) pode ser expressa da seguinte forma*

$$\mathbf{Z}_1 = R_\Sigma + jX_\Sigma \quad (3.5)$$

onde

---

<sup>1</sup>A nomenclatura referente a grandezas complexas serão expressas em negrito.

$$R_{\Sigma} = R_s + R_r \quad (3.6)$$

$$X_{\Sigma} = X_s + X_r \quad (3.7)$$

A corrente de partida  $I_p$  em amperes, pode ser obtida multiplicando a corrente de partida  $\lambda_{I_p}$ , em pu, pela corrente nominal  $I_n$

$$I_p = \lambda_{I_p} I_n \quad (3.8)$$

Conhecida a corrente de partida pode-se calcular o módulo da impedância complexa  $Z_1$  vista a partir dos terminais do motor

$$Z_{\Sigma} = \frac{V_f}{\lambda_{I_p} I_n} \quad (3.9)$$

A potência entregue ao entreferro do motor  $P_g$ , para qualquer valor de escorregamento é calculada da seguinte forma

$$P_g = 3I_r^2 \frac{R_r}{s} \quad (3.10)$$

Substituindo 3.8 em 3.10 e considerando que o rotor está em repouso ( $s = 1$ ) e energizado para partir, obtem-se

$$P_g = 3\lambda_{I_p}^2 I_n^2 R_r \quad (3.11)$$

Por outro lado pode-se também considerar que

$$P_g = T_d \omega_s \quad (3.12)$$

No instante inicial de partida ( $s = 1$ ), 3.12 torna-se:

$$P_g = \lambda_{tp} T_n \omega_s \quad (3.13)$$

onde  $T_d$  é o conjugado desenvolvido pelo motor,  $\lambda_{tp}$  o conjugado de partida (pu) para  $s = 1$ ,  $T_n$  é conjugado nominal e  $\omega_s$  é a velocidade angular síncrona.

Igualando as equações 3.13 e 3.11 obtém-se

$$\lambda_{Tp} T_n w_s = 3 \lambda_{Ip}^2 I_n^2 R_r \quad (3.14)$$

ou

$$R_r = \frac{\lambda_{Tp} T_n w_s}{3 \lambda_{Ip}^2 I_n^2} \quad (3.15)$$

Nas próximas equações, por conveniência, denotar-se-á a resistência elétrica do enrolamento do rotor  $R_r$  quando o escorregamento for unitário, por  $R_{r1}$ .

Conhecida a resistência elétrica do enrolamento do estator e do rotor, a resistência elétrica total  $R_\Sigma$  quando o motor está em repouso é:

$$R_\Sigma = R_s + R_{r1} \quad (3.16)$$

Escrevendo a equação 3.5 em módulo obtém-se:

$$Z_1^2 = R_\Sigma^2 + X_\Sigma^2 \quad (3.17)$$

A partir de 3.17 pode-se calcular a reatância total  $X_\Sigma$  no instante da partida já que se conhece  $R_\Sigma$  e  $Z_\Sigma$ :

$$X_\Sigma = \sqrt{Z_\Sigma^2 - R_\Sigma^2} \quad (3.18)$$

Conhecida a reatância total  $X_\Sigma$ , pode-se distribuí-la entre o enrolamento do estator e o enrolamento do rotor segundo critérios estabelecidos nas Normas Técnicas destinadas a motores de indução [18].

A tabela 3.1 mostra a distribuição de reatâncias entre enrolamentos de estator e de rotor estabelecidas em [18] para diversas classes e tipos de motores de indução.

Nas próximas equações, por conveniência, denotar-se-á a reatância elétrica do enrolamento do rotor  $X_r$  quando o escorregamento for unitário, por  $X_{r1}$ .

	$X_s$	$X_r$
Classe D	$0.5X_\Sigma$	$0.5X_\Sigma$
Classe N	$0.4X_\Sigma$	$0.6X_\Sigma$
Classe H	$0.3X_\Sigma$	$0.7X_\Sigma$
Rotor Enrolado	$0.5X_\Sigma$	$0.5X_\Sigma$

Tabela 3.1: Distribuição de reatâncias entre enrolamentos de estator e de rotor

### 3.3.2 Parâmetros para a condição estável de operação

Quando o motor de indução opera na condição nominal ( $s = s_n$ ), o escorregamento é pequeno e o rotor comporta-se como um circuito praticamente resistivo já que  $\frac{R_r}{s_n} \gg X_r$ . Por esta razão, grande parte da componente ativa da corrente complexa do estator  $\dot{I}_s$  também circula pelo enrolamento do rotor.

A partir destas considerações, desenvolveu-se em [5] uma expressão matemática que determina a corrente circulante no enrolamento do rotor para a condição de operação nominal, ou seja:

$$I_{rn} = I_n \cos \varphi_n \sqrt{1 + \left(\frac{s_n}{2s_c}\right)^2} \quad (3.19)$$

onde  $I_n$  é a corrente nominal do enrolamento do estator,  $\cos \varphi_n$  é o fator de potência nominal do motor,  $s_n$  o escorregamento nominal,  $s_c$  o escorregamento crítico <sup>2</sup>.

O escorregamento crítico pode ser calculado através da equação de Klöss [10]:

$$\frac{T_n}{T_m} = \frac{2(1 + s_c)}{\frac{s_n}{s_c} + \frac{s_c}{s_n} + 2s_n} \quad (3.20)$$

onde  $T_m$  é o conjugado máximo,  $T_n$  o conjugado nominal,  $s_n$  o escorregamento nominal,  $s_c$  o escorregamento crítico.

Observando o diagrama de fluxo de potência do motor de indução (figura 3.2), a potência mecânica desenvolvida  $P_d$  pode ser expressa através da soma da potência mecânica de saída (potência no eixo do motor) e das perdas rotacionais (perdas por atrito e ventilação), ou seja:

<sup>2</sup>Escorregamento no qual o conjugado máximo ocorre, ou seja, o valor de escorregamento em que o motor de indução está na iminência de perder a sua estabilidade.

$$P_d = P_n + P_{rot} \quad (3.21)$$

onde  $P_{rot}$  são as perdas rotacionais.

A potência mecânica desenvolvida  $P_d$  para qualquer escorregamento é dado por:

$$P_d = 3I_r^2 R_r \frac{1-s}{s} \quad (3.22)$$

Escrevendo a equação 3.22 para a condição nominal e igualando a equação 3.21, obtem-se

$$P_n + P_{rot} = \frac{(1-s_n)}{s_n} 3I_{rn}^2 R_r \quad (3.23)$$

ou

$$R_r = \frac{P_n + P_{rot}}{3I_{rn}^2} \frac{s_n}{1-s_n} \quad (3.24)$$

onde  $I_{rn}$  é a corrente nominal do enrolamento do rotor.

Nas próximas equações, por conveniência, denotar-se-à a resistência do enrolamento do rotor  $R_r$  quando o escorregamento for igual ao escorregamento nominal por  $R_{ro}$ .

Para calcular as **perdas Joule** no enrolamento do estator, na condição nominal de funcionamento, é necessário corrigir a resistência elétrica  $R_s$  para a temperatura nominal de trabalho (ver Capítulo 4). Esta temperatura nominal é definida pela ABNT para motores de indução [18] e depende da classe de isolamento empregado na construção do motor. A tabela 3.2 mostra a elevações de temperatura que deve ser corrigida a resistência do estator de acordo com classe de isolamento.

Classe	Elevação de temperatura [°C]
A	75
E	75
B	75
F	115
H	115

Tabela 3.2: Elevação de temperatura para correção de  $R_s$

Corrigida a resistência elétrica  $R_s$  para a condição nominal de funcionamento, as perdas Joule no enrolamento de estator podem ser expressas da seguinte forma:

$$P_{js} = 3R_s I_n^2 \quad (3.25)$$

Para a determinação das perdas Joule no enrolamento do rotor, a resistência elétrica  $R_{r_o}$  pode ser utilizada diretamente já que no cálculo de  $R_{r_o}$  a temperatura nominal foi considerada implicitamente. Feitas estas considerações, as perdas Joule no enrolamento do rotor podem ser calculadas da seguinte forma:

$$P_{jr} = 3R_{r_o} I_{rn}^2 \quad (3.26)$$

A potência elétrica de entrada no motor, para condição nominal é dada por:

$$P_1 = 3V_{fn} I_{fn} \cos \varphi_n \quad (3.27)$$

Calculada a potência elétrica total consumida e a potência mecânica útil disponível no eixo do motor, as perdas durante o processo de conversão eletromecânica de energia podem ser calculadas pela diferença entre  $P_1$  e  $P_2$  ou seja

$$P_\Sigma = P_1 - P_2 \quad (3.28)$$

As perdas totais  $P_\Sigma$  de acordo com o diagrama de fluxo de potência (figura 3.2), também podem ser expressas pela seguinte somatória

$$P_\Sigma = P_{js} + P_{jr} + P_{rot} + P_{fe} \quad (3.29)$$

onde  $P_{fe}$  são as perdas por histerese e correntes de Foucault (correntes parasitas).

Isolando as perdas no ferro  $P_{fe}$  na equação 3.29 obtém-se

$$P_{fe} = P_\Sigma - (P_{js} + P_{jr} + P_{rot}) \quad (3.30)$$

O diagrama fasorial correspondente ao circuito  $\pi$  equivalente para motores de indução é mostrado na figura 3.3. Através dele pode-se obter uma expressão matemática que calcule o módulo da força-eletromotriz induzida  $E_m$  no enrolamento do rotor. A equação 3.31 mostra esta equação aplicada para a condição nominal de operação.

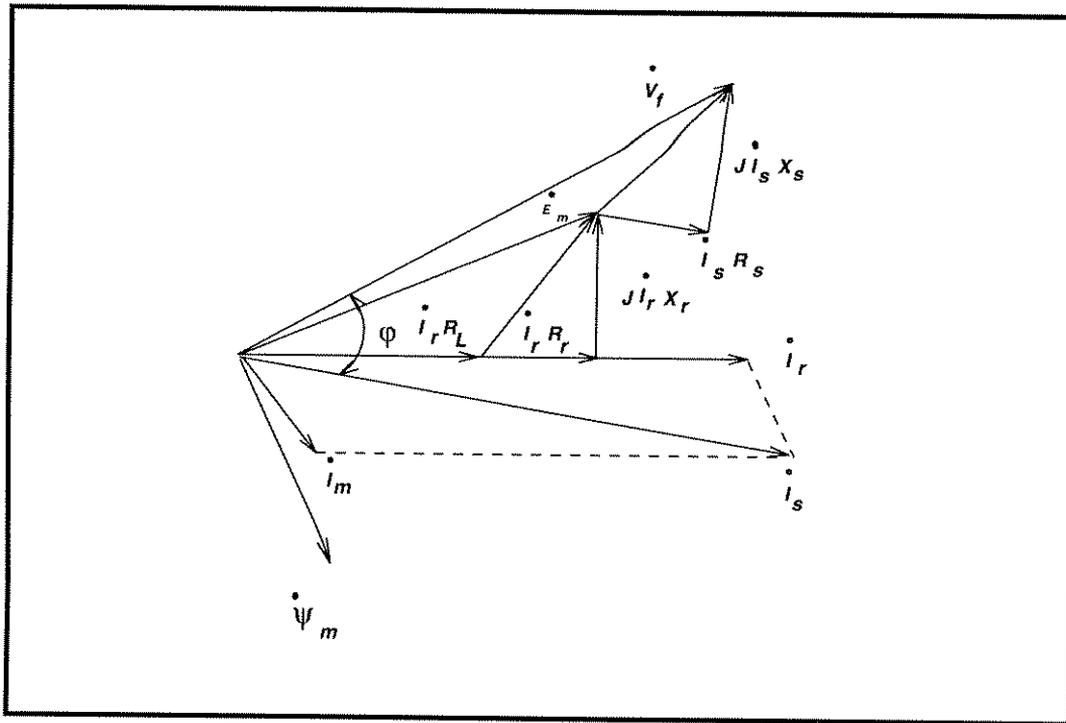


Figura 3.3: Diagrama fasorial

$$E_m = \sqrt{[V_{fn} - I_n(R_s \cos \varphi_n + X_s \sin \varphi_n)]^2 + [I_n(X_s \cos \varphi_n - R_s \sin \varphi_n)]^2} \quad (3.31)$$

Calculada a força eletromotriz induzida  $E_m$ , a resistência elétrica  $R_m$  que representa as perdas no ferro é obtida por:

$$R_m = \frac{3E_m^2}{P_{fe}} \quad (3.32)$$

De acordo com procedimento matemático desenvolvido em [10], a seguinte relação para o conjugado máximo foi estabelecida

$$T_m = \frac{3V_{fn}^2}{2\omega_s [R_s + \sqrt{R_s^2 + X_\Sigma^2}]} \quad (3.33)$$

onde

$$X_\Sigma = X_s + X_{ro} \quad (3.34)$$

O conjugado máximo  $T_m$  em N.m pode ser obtido multiplicando o conjugado máximo  $\lambda_{T_m}$  em pu pelo conjugado nominal  $T_n$ , ou seja

$$T_m = \lambda_{T_m} T_n \quad (3.35)$$

Resolvendo a equação 3.33 a partir dos parâmetros já conhecidos, obtém-se a reatância total de dispersão  $X_\Sigma$  na qual o conjugado máximo ocorre, e a partir daí, calcula-se a reatância de dispersão do rotor  $X_{r_o}$ :

$$X_{r_o} = X_\Sigma - X_s \quad (3.36)$$

A potência reativa total consumida pelo motor para a condição nominal de operação pode ser obtida de 3.37.

$$Q_1 = P_1 \frac{\text{sen}\varphi_n}{\text{cos}\varphi_n} \quad (3.37)$$

As potências reativas no enrolamento do estator e no enrolamento do rotor podem ser calculadas respectivamente pelas equações 3.38 e 3.39.

$$Q_s = 3X_s I_n^2 \quad (3.38)$$

$$Q_r = 3X_{r_o} I_n^2 \quad (3.39)$$

O balanço de potência reativa no motor de indução portanto pode ser assim escrito

$$Q_1 = Q_m + Q_s + Q_r \quad (3.40)$$

Isolando  $Q_m$  na equação 3.40 obtém-se a potência reativa de magnetização  $Q_m$ , ou seja

$$Q_m = Q_1 - (Q_s + Q_r) \quad (3.41)$$

Calculado a potência reativa  $Q_m$  obtém-se a reatância de magnetização correspondente, ou seja

$$X_m = \frac{3E_m^2}{Q_m} \quad (3.42)$$

### 3.4 Cálculo dos indicadores estáticos de desempenho

Na seção anterior os parâmetros elétricos representativos de um motor de indução foram obtidos a partir de alguns indicadores de desempenho ( $\cos\varphi$ ,  $\eta$ ,  $I_s$ ,  $I_r$ , etc.) em pontos de operação previamente conhecidos, ou seja, no escorregamento unitário, crítico e nominal.

Nestas seção, os indicadores de desempenho são obtidos em qualquer situação de carga através da resolução do circuito  $\pi$  equivalente. Neste processo foram utilizadas funções que são apresentadas no Capítulo 4 e que corrigem a reatância de dispersão e a resistência do rotor devido ao efeito pelicular.

O programa computacional implementado para cálculo dos indicadores estáticos de desempenho para uma larga faixa de operação executa basicamente os seguintes passos [17]:

1. Calcular a reatância de dispersão do enrolamento do rotor, conforme as equações do Capítulo 4.

$$X_r(s) \quad (3.43)$$

2. Calcular a resistência do enrolamento do rotor, conforme as equações do Capítulo 4.

$$R_r(s) \quad (3.44)$$

3. Calcular a componente ativa da corrente do estator.

$$I_{sa}(s) \quad (3.45)$$

4. Calcular a componente reativa da corrente do estator.

$$I_{sr}(s) \quad (3.46)$$

5. Calcular o valor absoluto da corrente do estator.

$$I_s(s) = \sqrt{I_{sa}(s)^2 + I_{sr}(s)^2} \quad (3.47)$$

6. Calcular o fator de potência.

$$\cos\varphi(s) = \frac{I_{sa}(s)}{I_s(s)} \quad (3.48)$$

7. Calcular as perdas Joule no enrolamento do estator.

$$P_{js}(s) = 3I_s(s)^2 R_s \quad (3.49)$$

8. Calcular as perdas no ferro.

$$P_{fe} = 3 \frac{E_m^2}{R_m} \quad (3.50)$$

9. Calcular as perdas rotacionais.

$$P_{rot}(s) = P_{rot}(1 - s)^2 \quad (3.51)$$

10. Calcular a potência total consumida pelo motor da rede.

$$P_1(s) = 3V_f I_s(s) \cos\varphi(s) \quad (3.52)$$

11. Calcular as perdas adicionais.

$$P_{ad}(s) = 5P_1(s) \left[ \frac{I_s(s)}{I_s(s_n)} \right]^2 (1 - s)^{1.5} \cdot 10^{-3} \quad (3.53)$$

12. Calcular as perdas Joule no enrolamento do rotor.

$$P_{jr}(s) = [P_1(s) - P_{fe} - P_{js}]s \quad (3.54)$$

13. Calcular as perdas totais.

$$P_{\Sigma}(s) = P_{js}(s) + P_{jr}(s) + P_{rot}(s) + P_{fe} + P_{ad}(s) \quad (3.55)$$

14. Calcular a potência útil (potência no eixo do motor).

$$P_2(s) = P_1(s) - P_{\Sigma}(s) \quad (3.56)$$

15. Calcular a velocidade angular do rotor.

$$\omega_r(s) = (1 - s)\omega_s \quad (3.57)$$

16. Calcular o conjugado.

$$T(s) = \frac{P_2(s)}{\omega_r(s)} \quad (3.58)$$

17. Calcular o rendimento.

$$\eta(s) = 1 - \frac{P_\Sigma(s)}{P_1(s)} = \frac{P_2(s)}{P_1(s)} \quad (3.59)$$

O algoritmo citado acima modela estaticamente o processo de conversão eletromecânica de energia nos motores de indução. Este algoritmo foi automatizado para que a determinação dos indicadores estáticos de desempenho do motor para qualquer situação de carga imposta ao mesmo fosse obtida. O cálculo, permite também comprovar a eficiência da metodologia para a determinação dos parâmetros elétricos do circuito  $\pi$  equivalente de um dado motor de indução utilizada neste trabalho. Esta comprovação pode ser feita através do cruzamento entre os indicadores de desempenho previamente conhecidos (dados de catálogo) e os indicadores obtidos através de simulação digital.

As figuras 3.4 e 3.5 mostram alguns dos indicadores de desempenho referentes a um motor de indução de 3 cv. Os parâmetros elétricos obtidos para este motor e seus respectivos dados de catálogo encontram-se no Apêndice A.

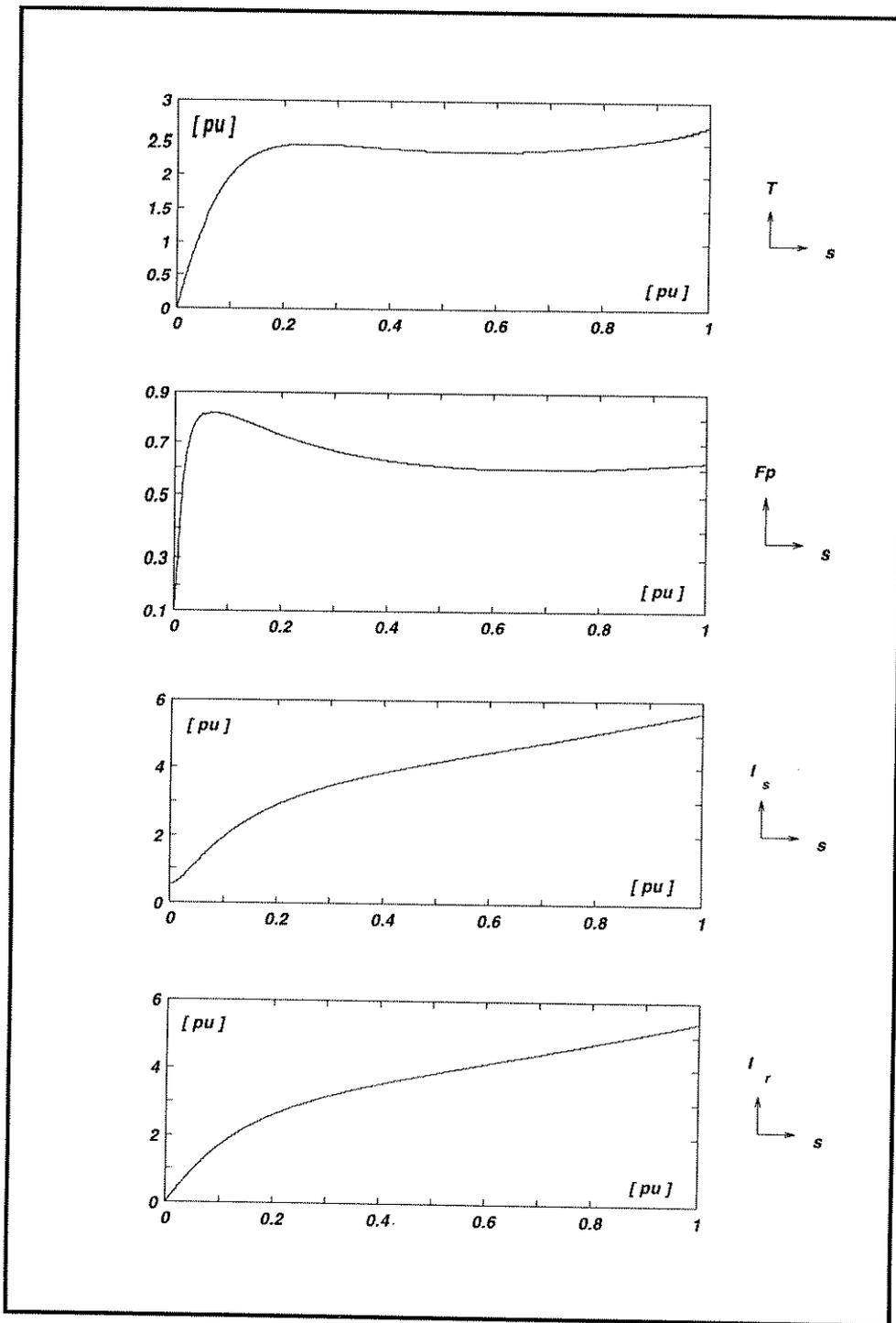


Figura 3.4: Indicadores estáticos de desempenho

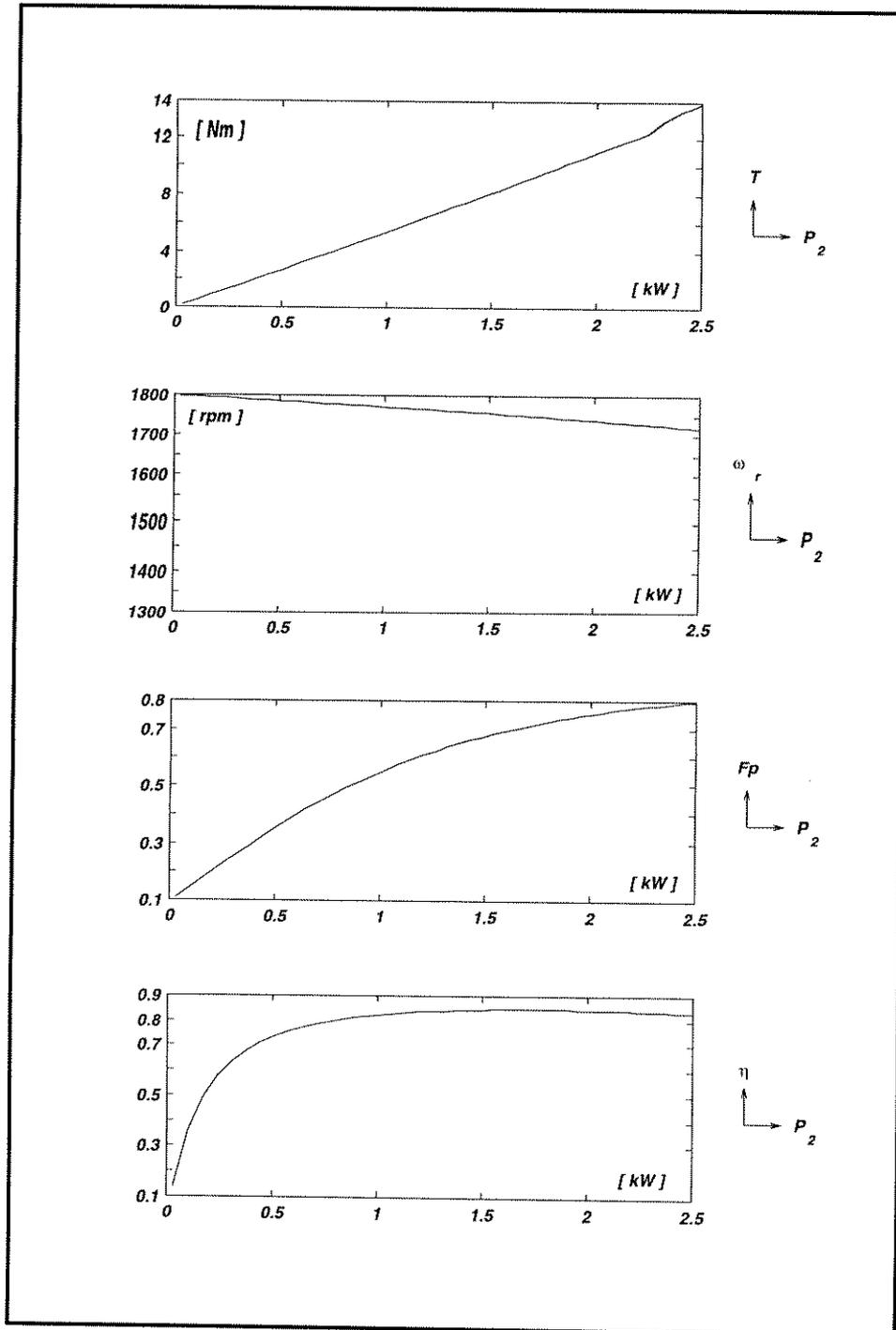


Figura 3.5: Indicadores estáticos de desempenho

## Capítulo 4

# Os efeitos pelicular e térmico sobre os parâmetros elétricos

### 4.1 Introdução

*Uma das características físicas dos elementos metálicos (bons condutores de energia elétrica), é a fragilidade das ligações que unem os elétrons situados na camada de valência e os respectivos núcleos dos seus átomos.*

*Se um determinado condutor metálico for submetido a elevações de temperatura ocorrerá um processo de liberação de elétrons das camadas de valência.*

*Como a quantidade de elétrons livres é muito grande nestas condições, eles ficam submetidos a um movimento aleatório, ou seja, um movimento não orientado no interior do condutor. Uma consequência deste movimento aleatório é a diminuição da mobilidade eletrônica no interior do condutor.*

*Do ponto de vista macroscópico, a diminuição da mobilidade eletrônica é representada por um aumento da resistência elétrica do condutor.*

### 4.2 Os efeitos térmicos

*Quando um motor de indução é ligado a um barramento, um contínuo processo de transformação de energia elétrica em energia mecânica ocorre. Entretanto, parte da energia elétrica consumida durante este processo é convertida em calor devido às perdas Joule em seus condutores e em materiais magnéticos.*

*A energia térmica (calor) que é produzida durante o processo de transformação eletromecânica de energia vem acompanhada da elevação de temperatura dos seus condutores e dos núcleos magnéticos.*

*A elevação de temperatura afeta de várias formas o funcionamento do motor de indução:*

### **1. Desempenho elétrico.**

*As resistências elétricas do enrolamento do estator e do enrolamento do rotor são funções da temperatura. Com a variação destes parâmetros, os indicadores de desempenho se alteram (Capítulos 5 e 6). Se por exemplo, um enrolamento de cobre ficar sujeito a uma variação de temperatura de  $130^{\circ}\text{C}$ , o aumento correspondente a esta variação é de 51 % em sua resistência elétrica em relação à resistência elétrica à temperatura de  $20^{\circ}\text{C}$  [4].*

### **2. Solicitações térmicas no dielétrico.**

*Os motores de indução empregam materiais dielétricos para isolar as partes que conduzem corrente elétrica (enrolamentos) das partes não condutoras (núcleos, carcaça, etc.) e para isolar espiras, bobinas e enrolamentos entre si. Estes materiais dielétricos por sua vez, possuem limitações em relação à temperatura de trabalho a que ficam submetidos. Se estas limitações forem superadas, suas propriedades elétricas irão se deteriorar rapidamente.*

*Os dielétricos empregados nas máquinas elétricas de forma geral (mica, epoxi, fibra de vidro, etc.) bem como os sistemas de isolamento são classificados de acordo com a sua **resistência ao calor** ou **estabilidade térmica**<sup>1</sup>. A tabela 4.1 mostra os diversos limites de temperatura para as várias classes de dielétricos [4].*

*Para que se assegure a vida útil do dielétrico e conseqüentemente do motor, os limites mostrados na tabela 4.1 devem ser respeitados pois, caso contrário, o dielétrico sofrerá um processo de envelhecimento precoce podendo culminar com a sua ruptura e um curto-circuito na máquina.*

*A cada  $10^{\circ}\text{C}$  de temperatura acima da temperatura admissível (tabela 4.1), mesmo por curtos intervalos de tempo, a vida útil do dielétrico é reduzida pela metade [24].*

### **3. Solicitações mecânicas.**

*Juntamente com a elevação de temperatura de um motor de indução, ocorre dilatação térmica de suas partes.*

---

<sup>1</sup>Capacidade que o isolante possui de resistir durante muito tempo a uma dada temperatura limite admissível, sem perder as suas características iniciais [4].

Classe	Temperatura admissível [°C]
Y	90
A	105
E	120
B	130
F	155
H	180
C	Superior a 180

Tabela 4.1: Temperaturas admissíveis nos dielétricos conforme classe de isolamento

*Este problema é particularmente crítico em motores de indução do tipo gaiola que operam em regime intermitente de trabalho ( Capítulos 5 e 6). Como as dilatações e contrações das barras do rotor são frequentes neste regime de trabalho e, como praticamente não existem espaços para que estas dilatações ocorram livremente, tensões mecânicas de valores bastante elevados surgem. Nestas condições de trabalho, as barras do rotor podem ser facilmente rompidas, dando origem assim a ruídos e funcionamento inadequado do motor. Uma situação deste tipo pode culminar com a perda total do motor.*

*Devido a todos os aspectos enfocados acima, torna-se então necessário incorporar o fenômeno de elevação de temperatura no modelo matemático do motor de indução através da correção, a cada instante, dos seus parâmetros.*

#### 4.2.1 Correção de resistências elétricas com a temperatura

*Na seção anterior foi discutida a influência da temperatura no desempenho elétrico e na vida útil dos motores de indução. Nesta seção é apresentado o modelo matemático para a correção das resistências elétricas do motor em função da temperatura.*

*A elevação de temperatura nos enrolamentos do motor de indução é relativamente baixa. Devido a este fato, a dependência da resistência elétrica com a temperatura pode ser tratada de forma linear sem perda significativa de precisão nos cálculos através do seguinte modelamento [4]:*

$$R(\vartheta) = R_o [1 + \alpha \Delta \vartheta] \quad (4.1)$$

$$\Delta\vartheta = \vartheta - \vartheta_0$$

onde  $R(\vartheta)$  é a resistência elétrica a uma dada temperatura  $\vartheta$ ,  $R_0$  é a mesma resistência a uma temperatura de referência  $\vartheta_0$ ,  $\Delta\vartheta$  é o incremento de temperatura e  $\alpha$  é uma constante.

O coeficiente  $\alpha$  da equação 4.1 é denominado de “coeficiente térmico de resistividade”, e depende da constituição física do condutor (cobre, alumínio, etc.).

O coeficiente térmico de resistividade em nosso caso (condutores metálicos) é maior que zero. Esta característica indica que com o aumento da temperatura, a resistência elétrica também é aumentada <sup>3</sup>.

### 4.3 O efeito pelicular

Quando uma corrente alternada circula em um condutor, a distribuição do fluxo magnético na sua seção transversal se dá de uma maneira não uniforme. Esta distribuição não uniforme de fluxo é denominada de “efeito pelicular”. O efeito pelicular é um fenômeno físico que está intimamente relacionado com a frequência elétrica.

Ele está fortemente presente nos motores de indução, sendo que sua manifestação se dá de forma mais intensa no enrolamento do rotor pois a frequência das correntes do estator não variam com a velocidade do motor, enquanto a frequência das correntes induzidas no rotor variam significativamente.

O desempenho elétrico dos motores de indução está diretamente relacionado com seus parâmetros elétricos. Sendo assim, o efeito pelicular representa um fenômeno físico de grande relevância no desempenho de motores de indução.

O efeito pelicular nos motores de indução pode ser explicado da seguinte forma: quando um motor inicia o seu processo de aceleração e ainda se encontra em repouso, a distribuição das linhas de fluxo associada com o campo de dispersão que enlaça as ranhuras do rotor é bastante irregular. As seções inferiores da ranhura apresentam uma densidade de fluxo muito maior que as seções localizadas próximas ao entreferro. Isto equivale a dizer que as seções inferiores da ranhura possuem uma indutância muito maior que as seções superiores, e que a reatância das seções inferiores torna-se bastante elevada quando comparadas com a das seções superiores. Com isto, uma migração de portadores de carga a procura de um caminho mais “fácil” em direção das seções superiores ocorre. A densidade de corrente nas seções superiores portanto, aumenta consideravelmente. Isto equivale a

<sup>2</sup>Neste trabalho a temperatura de referência  $\vartheta_0$  foi tomada como sendo igual a 20 °C [18].

<sup>3</sup>Para os materiais semicondutores, este coeficiente é menor do que zero.

aumentar a resistência elétrica do condutor já que que a corrente circula em apenas uma fração da área total do condutor.

A figura 4.1 mostra a redução da área útil de condução devido ao efeito pelicular para uma ranhura de configuração retangular, onde  $h_s$  é altura correspondente a área útil.

À medida que o motor acelera, a distribuição das linhas de fluxo associada com o fluxo de dispersão que enlaça as ranhuras do rotor torna-se cada vez mais uniforme e a frequência das correntes induzidas vai diminuindo paulatinamente. Com isto, o efeito pelicular vai perdendo intensidade.

A seguir são mostrados dois modelos matemáticos que simulam o efeito pelicular a partir das variações que os parâmetros do rotor sofrem durante variações na velocidade do motor.

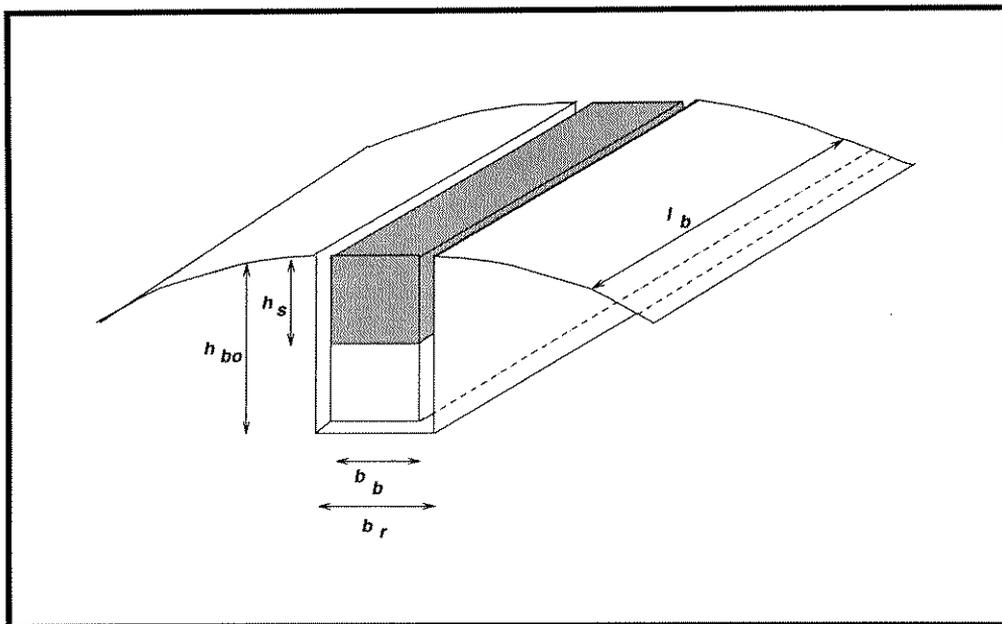


Figura 4.1: Redução da área útil devido ao efeito pelicular

#### 4.3.1 Modelamento não linear

Para caracterizar a variação da seção útil de condução de uma barra de configuração retangular, a seguinte relação é usada [10]:

$$k_r = \frac{A_{bo}}{A_s} \quad (4.2)$$

onde  $A_{bo}$  é a área útil de condução da barra durante o escorregamento nominal, e  $A_s$  é a área de condução útil para um escorregamento  $s$ .

A resistência elétrica do condutor situado na ranhura nestas duas situações distintas de operação ( $s = s_n$  e  $s$  qualquer) pode ser expressa da seguinte forma

$$R_{bo} = \rho \frac{l_b}{A_{bo}} \quad (4.3)$$

$$R_{bs} = \rho \frac{l_b}{A_{bs}} \quad (4.4)$$

onde:  $R_{bo}$  é a resistência elétrica do condutor situado na ranhura para o escorregamento nominal,  $R_{bs}$  a resistência elétrica do condutor situado na ranhura para um escorregamento  $s$  qualquer,  $l_b$  o comprimento do condutor situado na ranhura, e  $\rho$  a resistividade do condutor empregado.

A área de condução para estas duas condições de funcionamento pode ser escrita da seguinte maneira:

$$A_{bo} = h_{bo} b_b \quad (4.5)$$

$$A_{bs} = h_{bs} b_b \quad (4.6)$$

onde  $b_b$  é a largura da barra condutora.

Isolando as áreas nas equações 4.3 e 4.4 e substituindo posteriormente na equação 4.2 obtém-se o fator  $k_r$  em função das resistências elétricas do enrolamento do rotor, ou seja:

$$k_r = \frac{R_{bs}}{R_{bo}} \quad (4.7)$$

Por analogia, a variação das reatâncias de dispersão do condutor situado sobre a ranhura do rotor é dada por:

$$k_x = \frac{X_{bs}}{X_{bo}} \quad (4.8)$$

onde  $X_{bo}$  é a reatância de dispersão do condutor situado na ranhura para  $s = s_n$ , e  $X_{bs}$  a reatância de dispersão do condutor situado na ranhura para um escorregamento  $s$  qualquer.

Conforme a referência [10], as leis de variação para a resistência elétrica do enrolamento do rotor  $R_r$  e para a reatância de dispersão do enrolamento rotor  $X_r$  de um motor de indução de configuração geométrica de barras retangulares, são as seguintes:

$$R_r(s) = k_r R_{bo} + R_a \quad (4.9)$$

$$X_r(s) = k_x X_{bo} + X_a \quad (4.10)$$

onde  $R_a$  é a resistência elétrica do anel de curto-circuito, e  $X_a$  a reatância de dispersão do anel de curto-circuito.

Os fatores  $k_r$  e  $k_x$  que corrigem a resistência elétrica e a reatância de dispersão do enrolamento do rotor devido ao efeito pelicular, para qualquer ponto de operação da máquina, são expressos através das seguintes relações:

$$k_r = \xi \frac{\sinh(2\xi) + \sin(2\xi)}{\cosh(2\xi) - \cos(2\xi)} \quad (4.11)$$

$$k_x = \frac{3}{2\xi} \frac{\sinh(2\xi) - \sin(2\xi)}{\cosh(2\xi) - \cos(2\xi)} \quad (4.12)$$

As equações 4.11 e 4.12 são válidas para máquinas com barras retangulares e seus gráficos são mostrados na figura 4.2.

A variável  $\xi$  por sua vez, varia de acordo com a velocidade (escorregamento) do motor. Esta variável também depende das características físicas do material condutor empregado (cobre, alumínio, etc.) e de sua geometria. A variável  $\xi$  é definida matematicamente da seguinte maneira:

$$\xi = h_{bo} \sqrt{\pi \mu_o \frac{b_b f_2}{b_r \rho}} \quad (4.13)$$

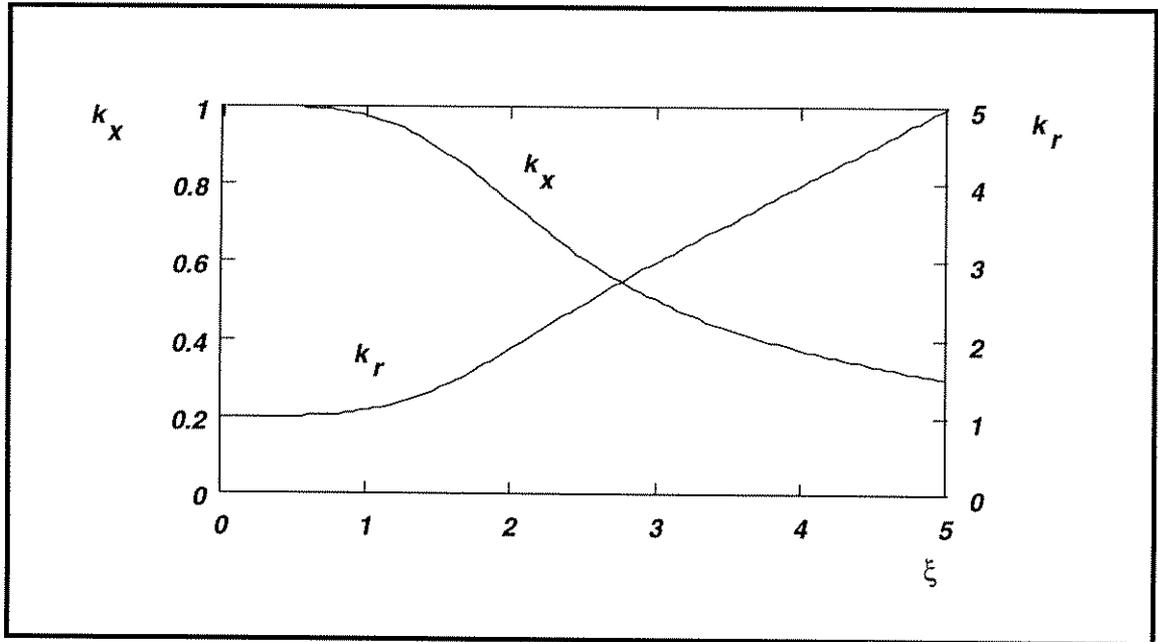


Figura 4.2: Variáveis  $k_r$  e  $k_x$  em função de  $\xi$

onde  $h_{bo}$  é a altura da barra condutora [m],  $\mu_o$  a permeabilidade magnética absoluta do ar [H/m],  $b_b$  a largura da barra [m],  $b_r$  a largura da ranhura [m],  $f_2$  a frequência da corrente elétrica do rotor [Hz].

De maneira mais simples a equação 4.13 pode ser escrita da seguinte forma:

$$\xi = k_\xi s^{0.5} \tag{4.14}$$

onde

$$k_\xi = h_{bo} \sqrt{\frac{\pi \mu_o}{\rho} f_1} \tag{4.15}$$

Os grandes inconvenientes do modelo mostrado são: a) válido para barras retangulares, b) exige o conhecimento das dimensões da barra do rotor. Em geral, o usuário da máquina não conhece as dimensões da barra do rotor quando realiza estudos, de maneira que o modelo se aplica a fabricantes e não a usuários.

Os motores modernos, em geral, não tem mais barras retangulares de modo que para se obter os conjugados que eles apresentam o modelo acima não se presta. Para

adequá-lo melhor às barras não retangulares e ao usuário desenvolve-se a seguir um modelo não linear, baseado no anterior, que não exige o conhecimento das dimensões da barra.

Define-se  $k_r$  e  $k_x$  como

$$k_r = \frac{R_{bs}}{R_{ro}} \quad (4.16)$$

$$k_x = \frac{X_{bs}}{X_{ro}} \quad (4.17)$$

onde  $R_{bs}$  e  $X_{bs}$  são a resistência elétrica e a reatância de dispersão da barra do rotor quando a máquina tem escorregamento  $s$ .

Define-se também

$$K_r = \frac{R_{r1}}{R_{bo}} \quad (4.18)$$

$$K_x = \frac{X_{r1}}{X_{bo}} \quad (4.19)$$

onde  $R_{r1}$  e  $X_{r1}$  são a resistência elétrica e a reatância de dispersão do enrolamento do rotor completo para  $s = 1$  (início da partida),  $R_{ro}$  e  $X_{ro}$  são os mesmos parâmetros para o escorregamento nominal ( $s = s_n$ ). Os valores de  $R_{r1}$ ,  $X_{r1}$ ,  $R_{ro}$  e  $X_{ro}$  são calculados conforme metodologia descrita no Capítulo 3 e portanto  $K_r$  e  $K_x$  podem ser calculados.

As seguintes relações são verdadeiras:

$$R_{r1} = R_{b1} + R_a \quad (4.20)$$

$$R_{ro} = R_{bo} + R_a \quad (4.21)$$

$$X_{r1} = X_{b1} + X_a \quad (4.22)$$

$$X_{ro} = X_{bo} + X_a \quad (4.23)$$

onde  $R_{b1}$ ,  $R_{bo}$ ,  $X_{b1}$  e  $X_{bo}$  são, respectivamente, resistência elétrica da barra para  $s = 1$  e  $s = s_n$  e reatância de dispersão da barra para  $s = 1$  e  $s = s_n$ .  $R_a$  e  $X_a$  são, respectivamente

a resistência elétrica dos anéis de curto-circuito do enrolamento de rotor e reatância de dispersão correspondente a esses anéis.

Substituindo 4.16, 4.20, 4.21 em 4.18 e 4.17, 4.22, 4.19 obtém-se

$$k_r = (\mathbf{K}_r - 1) \frac{R_{ro}}{R_{bo}} + 1 \quad (4.24)$$

$$k_x = (\mathbf{K}_x - 1) \frac{X_{ro}}{R_{bo}} + 1 \quad (4.25)$$

Observa-se que em 4.24 e 4.25  $R_{bo}$  e  $X_{bo}$  não são conhecidos pois  $R_a$  e  $X_a$  não o são. Como as barras não são retangulares, não se consegue obter  $k_r$  e  $k_x$  que determinam um único  $\xi$  nas expressões 4.11 e 4.12.

De fato, para máquinas modernas com barras não retangulares, para conseguir as características de conjugado em regime permanente em função da velocidade é necessário definir-se um  $\xi_r$  para a resistência elétrica e um  $\xi_x$  para a reatância de dispersão, obtidos na figura 4.2 que representam as equações 4.16 e 4.17.

Os valores de  $\xi_r$  e de  $\xi_x$  dependem dos valores admitidos para  $R_a$  e  $X_a$  de sorte que escolhidos  $R_a$  e  $X_a$ , obtem-se  $k_r$  e  $k_x$  de 4.24 e 4.25,  $\xi_r$  e  $\xi_x$  da figura 4.2 e conseqüentemente as alturas equivalentes  $h_{bor}$  e  $h_{box}$  de 4.13, fazendo  $s = 1$  e em seguida  $k_{\xi_r}$  e  $k_{\xi_x}$  usando 4.15.

$k_{\xi_r}$  e  $k_{\xi_x}$  são constantes e permitem calcular, para cada  $s$ :

$$\xi_r = k_{\xi_r} s^{0.5} \quad (4.26)$$

$$\xi_x = k_{\xi_x} s^{0.5} \quad (4.27)$$

### 4.3.2 Modelamento linear

Como foi visto na seção anterior, o efeito pelicular foi modelado matematicamente através de relações não lineares. Entretanto, este fenômeno pode ser tratado de uma forma mais simples, ou seja, através de sua linearização.

A linearização do efeito pelicular como a própria palavra sugere, consiste na substituição de relações não lineares por relações lineares. Na referência [1] é apresentado um modelo linearizado que é dado pelas seguintes equações:

$$R_r(s) = R_{r0} + s\Delta R_r \quad (4.28)$$

$$X_r(s) = X_{r0} + s\Delta X_r \quad (4.29)$$

$$\Delta R_r = R_{r1} - R_{r0} \quad (4.30)$$

$$\Delta X_r = X_{r1} - X_{r0} \quad (4.31)$$

onde  $\Delta R_r$  e  $\Delta X_r$  são os incrementos de resistência elétrica e de reatância de dispersão do enrolamento.

#### 4.4 Comparação entre os modelos

Como descrito na seção anterior, a utilização do modelo não linear requer o conhecimento da resistência e da reatância de dispersão do anel de curto circuito do enrolamento do rotor. Estes parâmetros representam uma fração da resistência total  $R_{r0}$  e da reatância total de dispersão  $X_{r0}$  do enrolamento do rotor. Atribuída esta fração, as componentes de reatância e resistência do condutor situado dentro e fora da ranhura são calculados.

Simulações demonstraram, entretanto, que esta fração deve estar dentro de certos limites para que se possa obter bons resultados comparados com os obtidos na prática. Bons resultados foram obtidos para  $R_a$  e  $X_a$  com um percentual entre 1 e 10 % de  $X_{r0}$  e de  $R_{r0}$ .

O quadro (a) da figura 4.3 mostra o conjugado dinâmico em função da velocidade de um motor de 3 hp, utilizando as funções não lineares e lineares. Para a função não linear, a resistência do condutor situado fora da ranhura foi mantida constante em 10 % de  $R_{r0}$  e a reatância do condutor situado fora da ranhura assumiu de 1 % e 10 % de  $X_{r0}$ .

O quadro (b) mostra também o conjugado dinâmico em função da velocidade. Para a função não linear a reatância do condutor situado fora da ranhura foi mantida constante em 10 % de  $X_{r0}$  e a resistência do condutor situado fora da ranhura assume valores de 1 % e 10 % de  $R_{r0}$ .

Os quadros (a) e (b) da figura 4.4 mostram o conjugado estático em função da velocidade para os mesmos casos citados anteriormente.

A comparação entre os resultados obtidos de conjugado em função da velocidade mostram valores bastante semelhantes entre si. Entretanto, observou-se uma aproximação maior da simulação que utiliza a função linear para a correção dos parâmetros elétricos com valores reais da máquina, principalmente para as velocidades de transição entre a velocidade nula e a velocidade nominal. Por este motivo e pela maior facilidade de se aplicar o modelo linear, este foi preferencialmente utilizado neste trabalho. Em todas as simulações subsequentes o modelo linear será utilizado.

## 4.5 Simulação digital do efeito pelicular

Nesta seção, o impacto do efeito pelicular sobre o desempenho elétrico (estático e dinâmico) de um motor de 3 cv é avaliado por meio de simulação digital. Foram realizadas simulações considerando e não considerando a influência do efeito pelicular sobre os parâmetros elétricos do motor.

Dois casos que consideram o efeito pelicular foram simulados. No primeiro caso, os parâmetros elétricos que variam com frequência das correntes no enrolamento do rotor são corrigidos, à medida que a velocidade do motor varia, ou seja, a resistência elétrica do rotor e a reatância de dispersão do enrolamento do rotor. No segundo caso, o efeito pelicular também é considerado, entretanto, os parâmetros elétricos do rotor são mantidos constantes e numericamente iguais aos valores correspondentes para o instante inicial de partida.

No caso da simulação que não considera o efeito pelicular, os parâmetros elétricos do enrolamento do rotor foram mantidos constantes e numericamente iguais aos valores correspondentes para a região estável de operação ( $s < s_c$ ).

Os parâmetros elétricos representativos do motor de indução foram obtidos de acordo com a metodologia descrita no Capítulo 3 e seus valores numéricos encontram-se no Apêndice A.

A influência do efeito pelicular sobre alguns dos indicadores de desempenho do motor é mostrada na figura 4.5, através do modelo matemático dinâmico (Capítulo 2) e do modelo matemático estático (Capítulo 3) do motor de indução.

O quadro (a) da figura 4.5 mostra o conjugado dinâmico em função da velocidade do motor. As curvas 1, 2 e 3 indicam respectivamente conjugados considerando o efeito

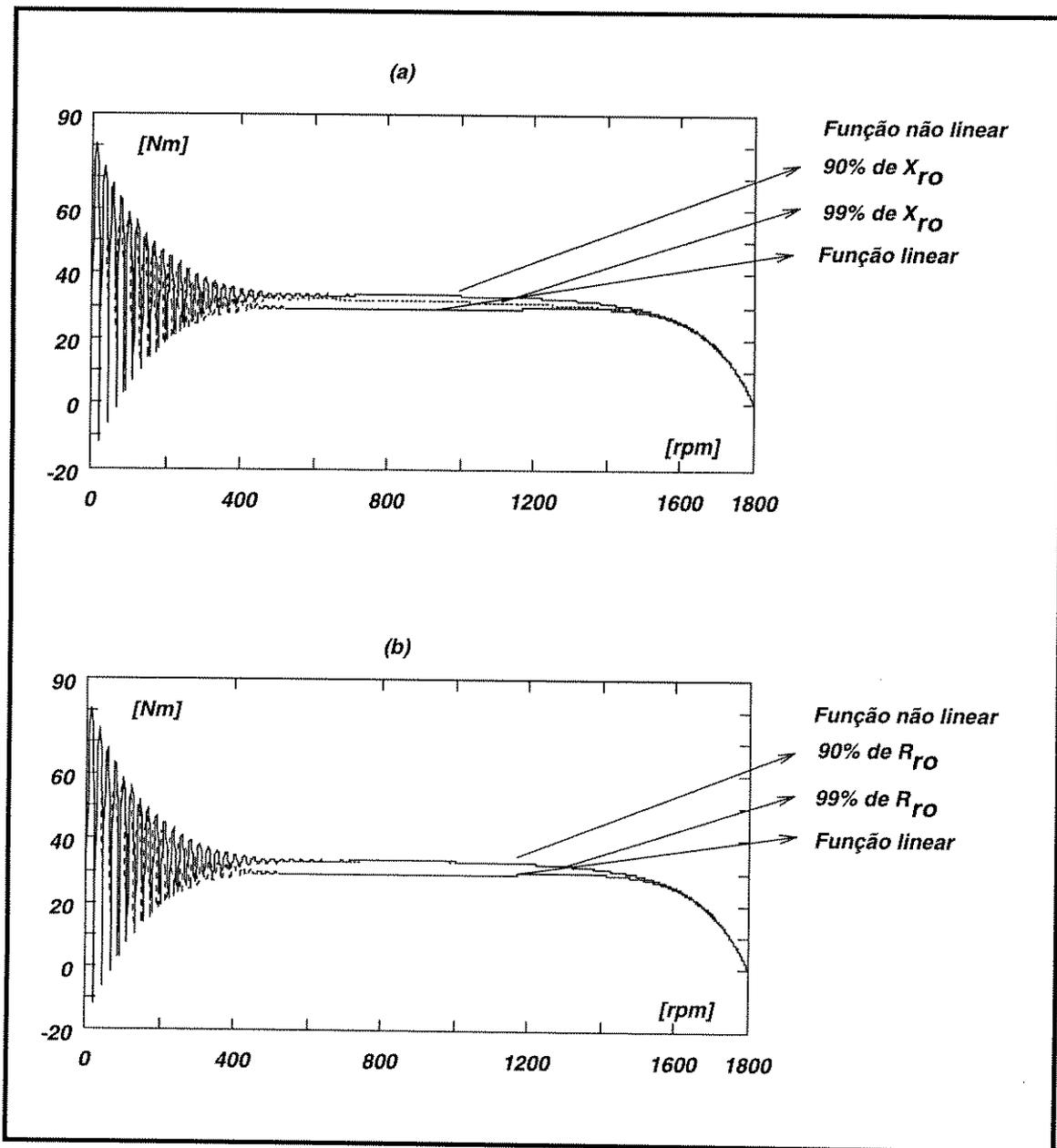


Figura 4.3: Conjugado dinâmico em função da velocidade

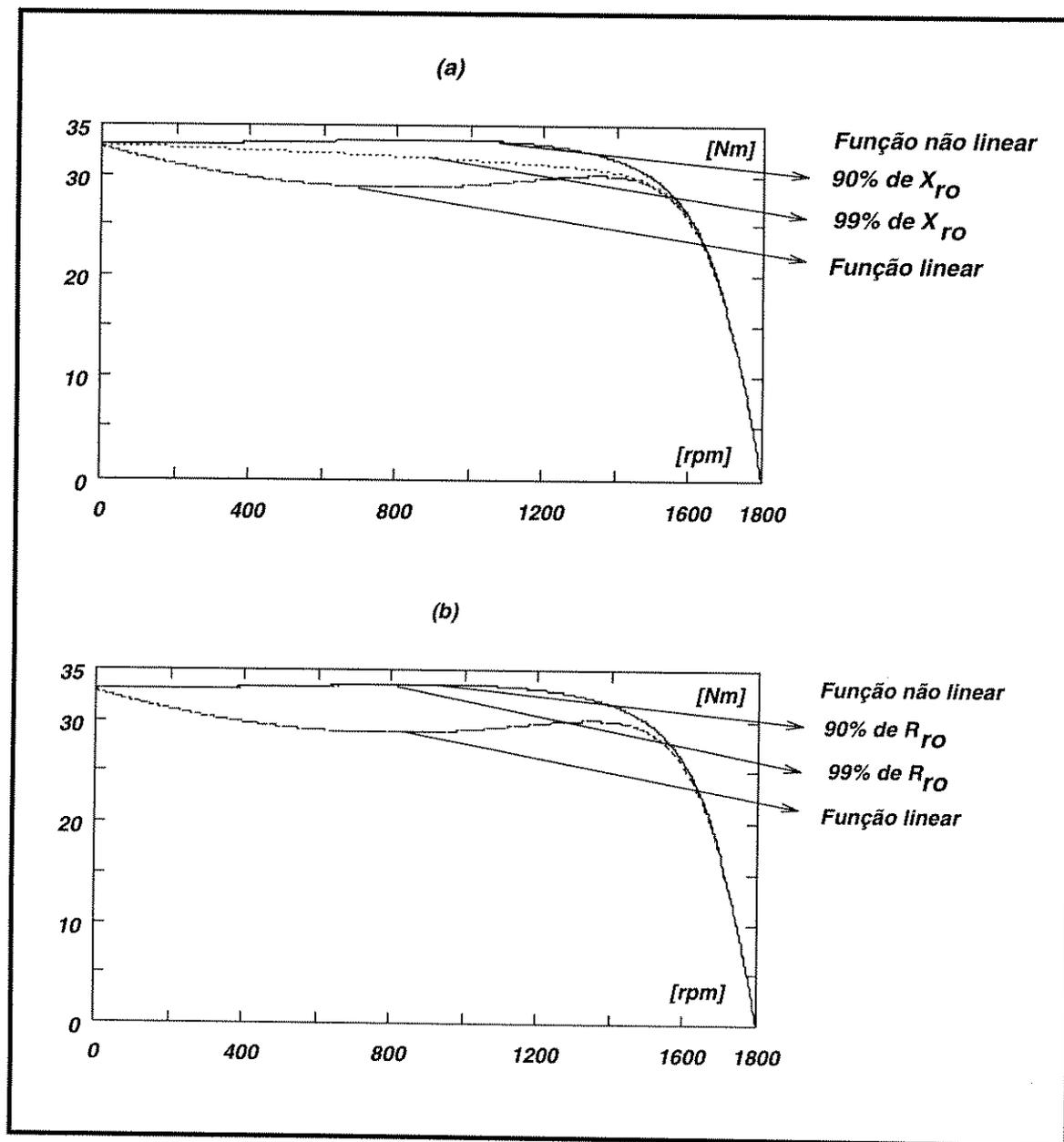


Figura 4.4: Conjugado estático em função da velocidade

pelicular com parâmetros variáveis, considerando o efeito pelicular mas com parâmetros constantes aos da partida, e não considerando o efeito pelicular. Esta figura evidencia com clareza a influência do efeito pelicular sobre o conjugado do motor. Pode-se identificar duas regiões distintas, isto é, uma região para velocidades menores que a velocidade correspondente ao conjugado máximo, e outra região para velocidades maiores que a velocidade correspondente ao conjugado máximo.

Na primeira região o efeito pelicular se manifesta com grande intensidade. No instante inicial da partida, isto é em  $s = 1$ , esta intensidade é máxima já que a frequência da corrente induzida no enrolamento do rotor é igual à frequência da rede de alimentação. Neste instante, a diferença entre os valores obtidos de conjugado para simulações que consideram e não consideram o efeito pelicular atinge 240 %. À medida que o motor acelera, o escorregamento vai caindo paulatinamente e conseqüentemente a frequência das corrente induzida no enrolamento do rotor, já que  $f_r = sf_s$ .

Na segunda região, o escorregamento é bastante reduzido e conseqüentemente a frequência da corrente induzida no enrolamento do rotor. Desta forma, o efeito pelicular se manifesta de forma quase imperceptível, de tal forma que as curvas das simulações que considera e não considera o efeito pelicular praticamente se sobrepõem.

O mesmo raciocínio descrito acima pode ser aplicado ao quadro (b) da figura 4.5, onde as curvas de conjugado em função da velocidade foram obtidas através do circuito  $\pi$  equivalente do motor.

O quadro (c) da figura 4.5 mostra o conjugado dinâmico do motor em função do tempo para os mesmos casos considerados anteriormente. Observa-se que o tempo de aceleração quando se considera o efeito pelicular com parâmetros variáveis é pronunciadamente maior do que quando não se considera. Isto é explicado pelo fato do conjugado aumentar com efeito pelicular na primeira região conforme mencionado anteriormente.

O quadro (d) mostra a característica da corrente do estator em função da velocidade para os mesmos casos anteriores. Percebe-se que a corrente para a simulação que leva em conta o efeito pelicular com parâmetros variáveis atinge aproximadamente 51 amperes em  $s = 1$ , enquanto a simulação que não considera o efeito pelicular, a corrente atinge aproximadamente 36 amperes, isto é, uma diferença de quase 30 %. Isto pode ser explicado da seguinte forma: à medida que o motor acelera, a resistência elétrica do rotor diminui, enquanto a reatância de dispersão do enrolamento do rotor aumenta. Entretanto, a reatância aumenta de uma forma mais acentuada do que a resistência diminui. Com isto, a impedância do enrolamento do rotor é relativamente maior para uma velocidade alta do que para a velocidade nula (momento inicial de partida). Como a simulação que não considera o efeito pelicular, os parâmetros são considerados constantes e correspondentes a

*velocidade nominal, a corrente do estator teve seu valor real diminuído.*

*É interessante ressaltar que o modelo utilizados para representar o efeito pelicular com produz curvas intermediárias (curva 1) entre situações opostas e radicais onde não se considera o efeito pelicular (curva 3) ou onde o mesmo é superestimado (curva 2), prática comum em estudos de máquinas elétricas.*

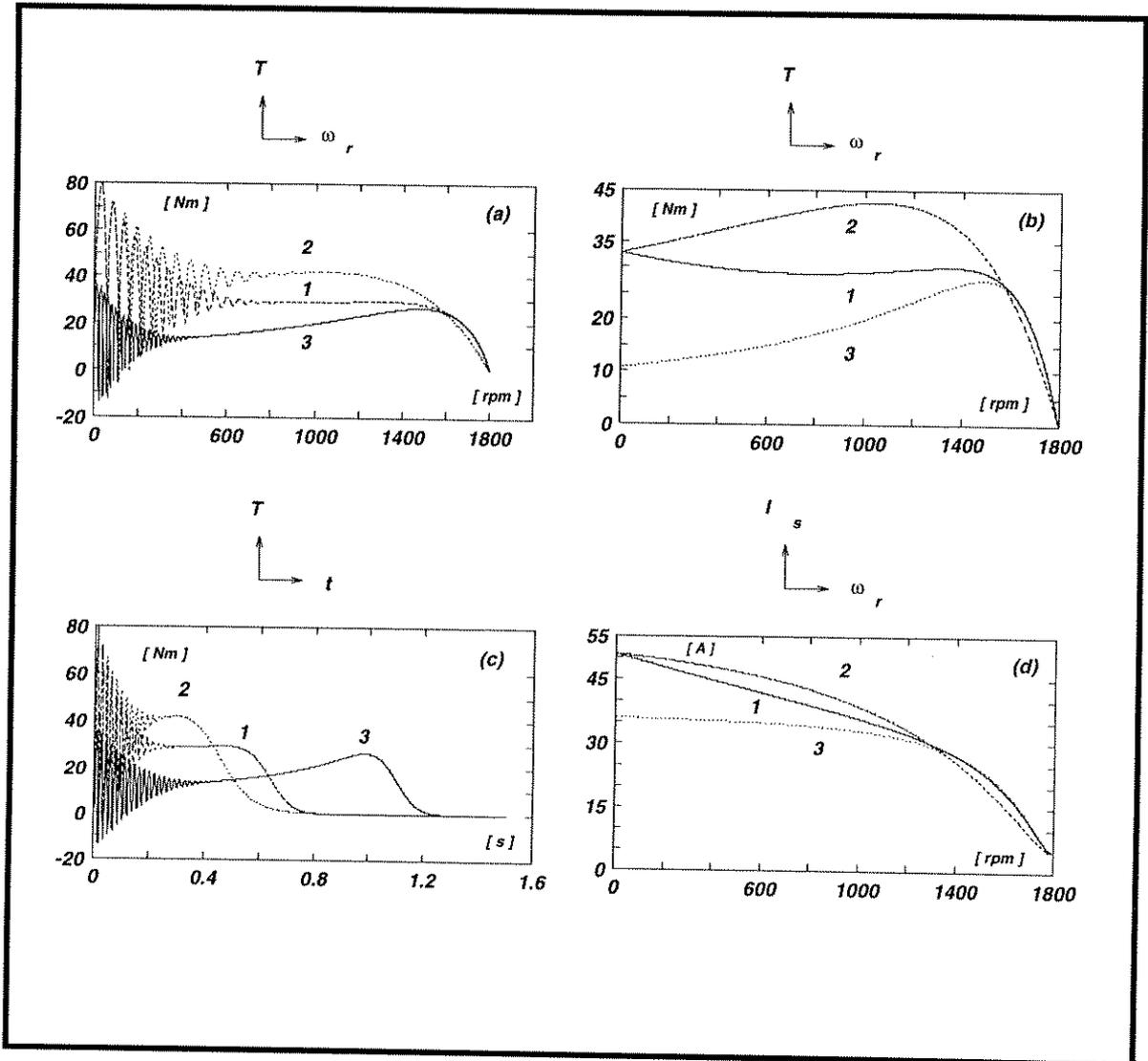


Figura 4.5: O impacto do efeito pelicular

## Capítulo 5

# O modelamento dinâmico térmico e determinação dos parâmetros

### 5.1 Introdução

*No Capítulo 2 foi apresentado o modelo que descreve matematicamente o processo de conversão eletromecânica de energia do motor de indução. Este processo de conversão vem invariavelmente acompanhado de perdas. As perdas por sua vez dão origem a problemas de ordem térmica nas diversas partes (enrolamentos, isolamento, circuitos magnéticos, e carcaça) que compõem o motor.*

*Os transitórios térmicos são tão importantes quanto os transitórios elétricos e mecânicos estudados no Capítulo 2, pois eles mostram se o motor está funcionando de forma adequada do ponto de vista térmico. Sendo assim, com o objetivo simultâneo de tornar o modelo elétrico mais realista e o de avaliar os transitórios térmicos, o motor de indução neste Capítulo é modelado no aspecto térmico através de um sistema de quatro equações diferenciais de primeira ordem, além das equações elétricas e mecânica já mencionadas anteriormente.*

### 5.2 O motor de indução visto como um sistema termodinâmico

*O motor de indução é um dispositivo elétrico composto construtivamente de materiais de propriedades física distintas (cobre, alumínio, ferro, etc.), isto é, o motor de indução é essencialmente heterogêneo em sua composição física. Porém pode-se tomar estes*

materiais (corpos) individualmente como sendo homogêneos e a partir daí modelar o motor de indução como um todo na forma de um sistema termodinâmico, isto é, um conjunto de corpos homogêneos que trocam calor entre si e com o seu meio ambiente.

Pode-se identificar quatro fontes principais de calor no motor de indução, que fazem com que as suas partes fiquem submetidas a variações de temperatura. São as seguintes: perdas Joule nos enrolamentos do estator e do rotor, e perdas no ferro dos núcleos do estator e do rotor. Desta maneira pode-se admitir que o motor de indução seja composto por quatro corpos homogêneos, dois no estator (enrolamento de cobre e núcleo de aço) e dois no rotor (enrolamento de cobre ou alumínio e núcleo de aço)<sup>1</sup>.

A partir das considerações acima, pode-se modelar o processo de transferência de calor que ocorre no motor de indução por meio do sistema de equações diferenciais normalmente encontrado em referências que tratam de problemas termodinâmicos e também em [2].

$$\begin{bmatrix} P_{js} \\ P_{fes} \\ P_{jr} \\ P_{fer} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda_{12s} & 0 \\ \Lambda_{20s} & \Lambda_{12s} \\ 0 & \Lambda_{12r} \\ \Lambda_{12r} & \Lambda_{20s} \end{bmatrix} [A] + \begin{bmatrix} C_{1s} & 0 \\ 0 & C_{2s} \\ C_{1r} & 0 \\ 0 & C_{2r} \end{bmatrix} [B] \quad (5.1)$$

$$[A] = \begin{bmatrix} \Delta\vartheta_{1s} - \Delta\vartheta_{2s} & \Delta\vartheta_{2s} & 0 & \Delta\vartheta_{2r} - \Delta\vartheta_{1r} \\ 0 & \Delta\vartheta_{2s} - \Delta\vartheta_{1s} & \Delta\vartheta_{1r} - \Delta\vartheta_{2r} & \Delta\vartheta_{2r} \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} p\Delta\vartheta_{1s} & 0 & p\Delta\vartheta_{1r} & 0 \\ 0 & p\Delta\vartheta_{2s} & 0 & p\Delta\vartheta_{2r} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Onde  $P_{js}$  são as perdas Joule no enrolamento do estator,  $P_{jr}$  as perdas Joule no enrolamento do rotor,  $P_{fes}$  as perdas no ferro do estator,  $P_{fer}$  as perdas no ferro do

<sup>1</sup>Outras perdas como perdas por atrito e ventilação e perdas adicionais podem ser desprezadas sem perda considerável de precisão

rotor,  $\Lambda$  a condutividade térmica <sup>2</sup>,  $\Delta\vartheta$  é elevação de temperatura das partes do motor,  $C$  capacidade térmica,  $\mathbf{p}$  operador diferencial  $\frac{d}{dt}$ .

### 5.3 Determinação dos parâmetros térmicos

Para caracterizar o processo de transferência de calor entre os corpos que constituem o sistema termodinâmico do motor de indução necessita-se das condutâncias térmicas entre as diversas partes do sistema. Estes parâmetros térmicos podem, como descrito mais adiante, ser determinados através das perdas nominais referentes a cada corpo e de valores de elevação de temperatura admitidos pelas Normas Técnicas.

#### 5.3.1 Condutância térmica entre o enrolamento do estator e o núcleo do estator

Quando o motor de indução estiver operando em carga nominal e em regime térmico permanente, a taxa de variação da elevação de temperatura entre o enrolamento e o núcleo do estator é nula, isto é,  $\mathbf{p}\Delta\vartheta_{1s} = 0$ . Sendo assim, o balanço de energia térmica correspondente a troca de calor entre o enrolamento do estator e o núcleo do estator, obtido da equação 5.1 torna-se:

$$P_{js} = \Lambda_{12s}(\Delta\vartheta_{1s} - \Delta\vartheta_{2s}) \quad (5.4)$$

Assim, a condutância térmica representativa do processo de transferência de calor entre o enrolamento do estator e o núcleo do estator pode ser dada por:

$$\Lambda_{12s} = \frac{P_{js}}{\Delta\vartheta_{1s} - \Delta\vartheta_{2s}} \quad (5.5)$$

onde  $P_{js}$  para efeito de cálculo da condutância térmica  $\Lambda_{12s}$  é tomado como sendo as perdas nominais correspondentes ao enrolamento do estator (Capítulo 3),  $\Delta\vartheta_{1s}$  é tomado como sendo a elevação de temperatura do ponto mais quente do enrolamento, e  $\Delta\vartheta_{2s}$  como sendo a elevação de temperatura média do enrolamento.

As elevações de temperatura máximas admissíveis  $\Delta\vartheta_{1s}$  e  $\Delta\vartheta_{2s}$  ou mesmo a diferença  $\Delta\vartheta_{1s} - \Delta\vartheta_{2s}$ , são funções da classe de isolamento do dielétrico empregado na fabricação do motor. Estes valores podem ser obtidos na referência [18].

<sup>2</sup>Os índices da equação 5.1 estão relacionados da seguinte forma: 0 para o meio ambiente, 1 para os enrolamentos, 2 para os núcleos, s para o estator, e r para o rotor. Estes mesmos índices se aplicam as elevações de temperatura e capacidades térmicas.

### 5.3.2 Condutância térmica entre o núcleo do estator e o meio ambiente

Estando o motor de indução em regime térmico permanente e em carga nominal, a taxa de variação da elevação de temperatura do núcleo do estator é nula, isto é,  $\mathbf{p}\Delta\vartheta_{2s} = 0$ . Sendo assim, o balanço de energia correspondente à troca de calor entre o núcleo do estator e o meio ambiente, obtido da equação 5.1, torna-se:

$$P_{fes} + \Lambda_{12s}(\Delta\vartheta_{1s} - \Delta\vartheta_{2s}) = \Lambda_{20s}\Delta\vartheta_{2s} \quad (5.6)$$

Substituindo 5.4 em 5.6 obtemos:

$$\Lambda_{20s} = \frac{P_{js} + P_{fes}}{\Delta\vartheta_{2s}} \quad (5.7)$$

As perdas no ferro  $P_{fe}$  podem ser decompostas em componentes referentes ao núcleo do estator ( $P_{fes}$ ) e ao núcleo do rotor ( $P_{fer}$ ). Esta decomposição depende do tipo de alimentação da máquina. A tabela 5.1 mostra esta distribuição [25].

Alimentação	$P_{fes}$	$P_{fer}$
Senoidal	$0.5P_{fe}$	$0.5P_{fe}$
Não senoidal	$0.4P_{fe}$	$0.6P_{fe}$

Tabela 5.1: Distribuição de perdas do ferro

A elevação máxima admissível  $\Delta\vartheta_{2s}$  é obtida da mesma maneira como no item anterior.

### 5.3.3 Condutância térmica entre o enrolamento do rotor e o núcleo do rotor

Da mesma forma como nos itens anteriores, quando a taxa de variação da elevação da temperatura do enrolamento do rotor é nula, isto é,  $\mathbf{p}\Delta\vartheta_{1r} = 0$ , o balanço de energia térmica entre o enrolamento do rotor e o núcleo do rotor, obtido da equação 5.1, torna-se:

$$P_{jr} = \Lambda_{12r}(\Delta\vartheta_{1r} - \Delta\vartheta_{2r}) \quad (5.8)$$

Assim, a condutância térmica representativa do processo de transferência de calor entre o enrolamento do rotor e o núcleo do rotor pode ser assim obtida:

$$\Lambda_{12r} = \frac{P_{jr}}{\Delta\vartheta_{1r} - \Delta\vartheta_{2r}} \quad (5.9)$$

onde  $P_{jr}$  para efeito de cálculo da condutância térmica  $\Lambda_{12r}$  é tomado como sendo as perdas nominais correspondentes ao enrolamento do rotor (Capítulo 3).

Os valores máximos admissíveis de elevação de temperatura para o enrolamento do rotor  $\Delta\vartheta_{1r}$  e de elevação de temperatura para o núcleo do rotor  $\Delta\vartheta_{2r}$  são funções da classe de isolamento do motor e podem ser obtidos na referência [10].

### 5.3.4 Condutância térmica entre o núcleo do rotor e o meio ambiente

Estando o motor de indução em regime térmico permanente e em carga nominal, a taxa de variação de elevação de temperatura do núcleo é nula, e portanto  $\mathbf{p}\Delta\vartheta_{2r} = 0$ . A equação de balanço térmico entre o núcleo e o meio ambiente, obtida da equação 5.1, pode ser assim escrito:

$$P_{fer} + \Lambda_{12r}(\Delta\vartheta_{1r} - \Delta\vartheta_{2r}) = \Lambda_{20r}\Delta\vartheta_{2r} \quad (5.10)$$

Substituindo a equação 5.9 em 5.10, obtem-se a condutância representativa da troca de calor entre o núcleo do rotor e o meio ambiente:

$$\Lambda_{20r} = \frac{P_{jr} + P_{fer}}{\Delta\vartheta_{2r}} \quad (5.11)$$

As perdas no ferro do rotor  $P_{fer}$  são uma fração das perdas totais no ferro  $P_{fe}$  e podem ser obtidas utilizando a tabela 5.1. A elevação máxima admissível  $\Delta\vartheta_{2r}$  é obtida da mesma maneira como no item anterior.

## 5.4 O modelo implementado

O grau de precisão com que se determina as perdas de origem elétrica irá implicar em maior ou menor precisão nos cálculos referentes ao desempenho térmico do motor de indução.

Para estimar as temperaturas dos enrolamentos e núcleos, foi utilizado em [2] o circuito  $\pi$  equivalente para determinar as perdas elétricas nos motores de indução. Apesar de empregar um modelo estático, utilizou-se em [2] a equação de swing para tratar de problemas dinâmicos.

O cálculo das potências dissipadas nos enrolamentos do estator e do rotor, a partir do circuito  $\pi$  equivalente juntamente com a equação de swing resulta em valores não instantâneos. Apesar dos resultados obtidos em [2] terem sido bons, não foram estudados casos onde motores de indução operam continuamente em transitórios térmicos, elétricos e mecânicos.

Constatada esta limitação de cálculo, a aplicação do modelo desenvolvido em [2] fica restrita a regimes operacionais cujos conjugados e velocidades se mantêm constantes ou pelo menos praticamente constantes por um prolongado período de tempo [18]. Nestas circunstâncias o modelo implementado em [2] apresenta boa precisão.

Em máquinas cujos processos industriais exigem uma intensiva taxa de utilização de seus acionamentos elétricos na forma de frequentes partidas ou variações de conjugados, a necessidade de se calcular as perdas de origem elétrica com maior precisão e rigor aumenta. Um modelo que calcule as perdas elétricas na presença de variações rápidas de velocidade torna-se então imperativo.

Para cobrir esta exigência, o modelamento elétrico do motor de indução por meio do conjunto de equações diferenciais não lineares, ou seja, as equações de Park, que foram apresentadas no Capítulo 2, foi utilizado.

Com o objetivo de determinar as temperaturas das partes do motor de indução, ou seja, enrolamentos e núcleos, desenvolveu-se um software em Linguagem Pascal (Sun Pascal 2.0). Este programa executa basicamente as seguintes tarefas: a) determinação dos parâmetros elétricos, b) determinação dos parâmetros térmicos, c) solução do sistema de equações diferenciais elétricas e mecânicas, d) solução do sistema de equações diferenciais térmicas.

Para a execução da primeira etapa, isto é, a determinação dos parâmetros elétricos do motor de indução, a metodologia descrita no Capítulo 3 foi automatizada através de uma subrotina.

Para a execução da segunda etapa, uma subrotina que calcula os parâmetros térmicos baseados na metodologia proposta na referência [2] foi também automatizada.

A terceira etapa consiste na integração numérica das equações elétricas e mecânicas pelo método numérico de Runge-Kutta de quarta ordem. A rotina implementada é baseada nas equações apresentadas no Capítulo 2.

A quarta etapa consiste na integração numérica das equações térmicas que descrevem o processo de transmissão de calor dentro do motor de indução. A rotina implementada para realização desta tarefa foi baseada nas equações mostradas neste Capítulo. A integração destas equações também é feita pelo método numérico de Runge-Kúttá de quarta ordem.

O detalhamento das diversas tarefas executadas pelo programa implementado é mostrado figura 5.1 através de um diagrama de fluxo.

## 5.5 Um paralelo entre os modelos

Nesta seção são apresentados resultados de simulações que foram realizadas com o objetivo de traçar um paralelo entre o modelo implementado neste trabalho e aquele desenvolvido em [2]. Os resultados das simulações permitem identificar qual o modelo que mais se adequa a uma dada aplicação específica.

Nos casos investigados nesta seção, não houve um compromisso rigoroso em simular os regimes estabelecidos em [18], já que em circunstâncias reais de operação o perfil de carga pode variar bastante em relação à aqueles.

Os parâmetros elétricos e térmicos que foram utilizados nas simulações do motor de 10 e 50 cv encontram-se anexadas no Apêndice A.

### 5.5.1 Caso A - Regime de partidas sucessivas

Os resultados da simulação de um motor de 50 cv submetido a partidas sucessivas é apresentado. As características do regime de operação são:

- Número de partidas - 14;
- Tempo de duração de cada ciclo -  $T_{\Sigma} = 2.5$  [min.];
- Fator de duração de ciclo<sup>3</sup> -  $\varepsilon = 0.4$ ;
- Característica do conjugado de carga -  $T_L(\omega_r) = 0.25 + 0.75\omega_r^2$  [pu];
- Momento de inércia agregado -  $J_{\Sigma} = 5$  [kgm<sup>2</sup>].

A figura 5.2 mostra as curvas dos transitórios térmicos das partes do motor de indução, isto é, os enrolamentos e núcleos, tanto do estator como do rotor. Em cada

---

<sup>3</sup>Ver Capítulo 6

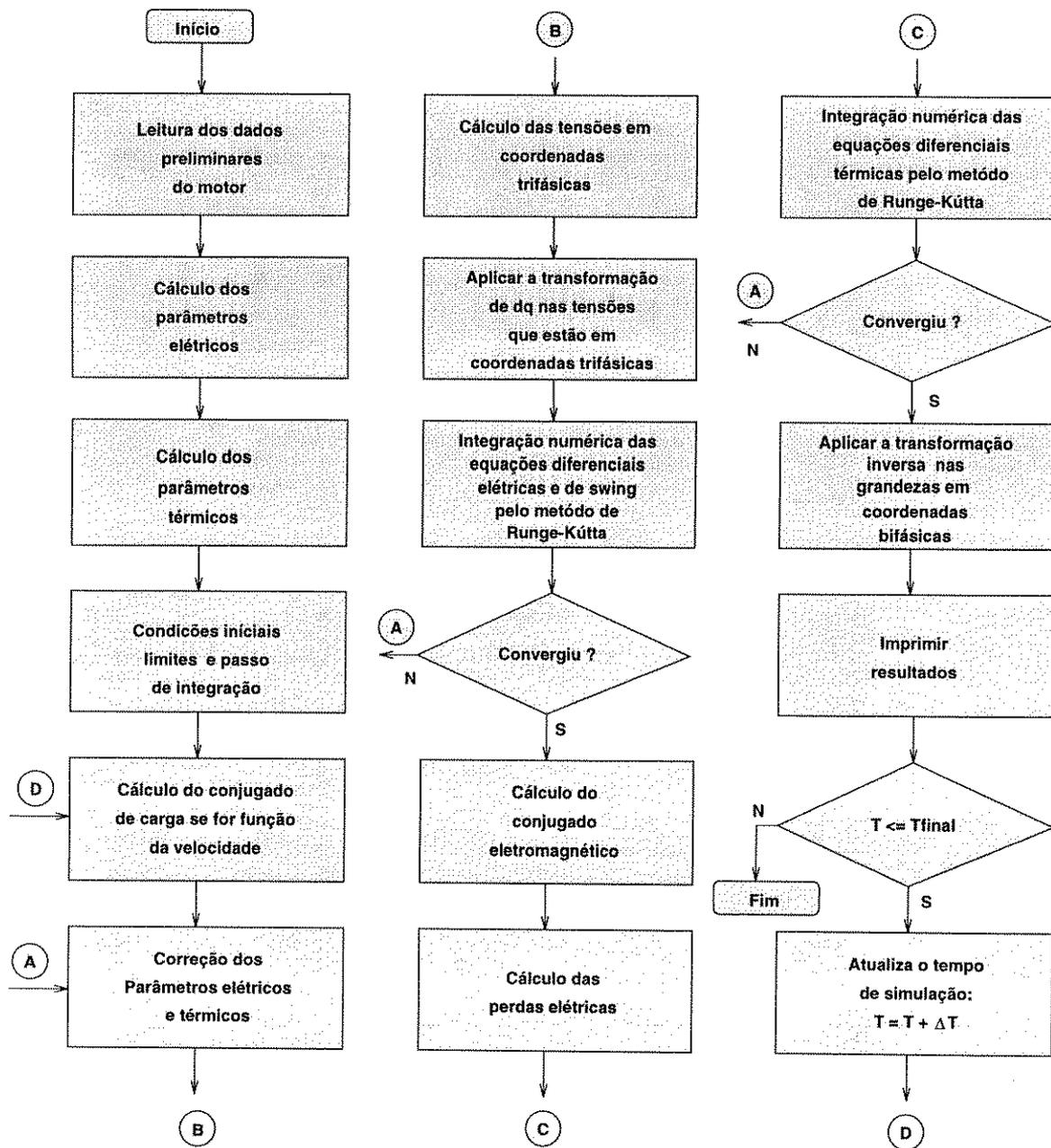


Figura 5.1: Diagrama de fluxo

quadro são superpostas as curvas obtidas pelo modelo implementado neste trabalho e aquele desenvolvido em [2]. O quadro (a) mostra a elevação de temperatura do enrolamento do estator  $\Delta\vartheta_{1s}$ , o quadro (b) a elevação de temperatura do enrolamento do rotor  $\Delta\vartheta_{1r}$ , o quadro (c) a elevação de temperatura do núcleo do estator  $\Delta\vartheta_{2s}$ , o quadro (d) a elevação do núcleo do rotor  $\Delta\vartheta_{2r}$ .

Com o objetivo de reforçar as diferenças dos resultados obtidos através dos dois modelos simulados, alguns pontos selecionados sobre as curvas da figura 5.2 são mostrados nas tabelas 5.2 e 5.3. A tabela 5.4 quantifica o desvio relativo entre os mesmos pontos.

Modelo - [1]			
	Tempo [min.]		
	2.5	15	30
$\Delta\vartheta_{1s}$	3.64	15.00	25.96
$\Delta\vartheta_{1r}$	10.03	34.21	56.04
$\Delta\vartheta_{2s}$	2.32	13.39	24.11
$\Delta\vartheta_{2r}$	2.89	21.96	42.80

Tabela 5.2: Modelo - [1]

Modelo - Implementado			
	Tempo [min.]		
	2.5	15	30
$\Delta\vartheta_{1s}$	4.76	25.24	45.09
$\Delta\vartheta_{1r}$	11.01	46.64	81.24
$\Delta\vartheta_{2s}$	4.55	24.75	44.31
$\Delta\vartheta_{2r}$	5.96	37.57	71.12

Tabela 5.3: Modelo - Implementado

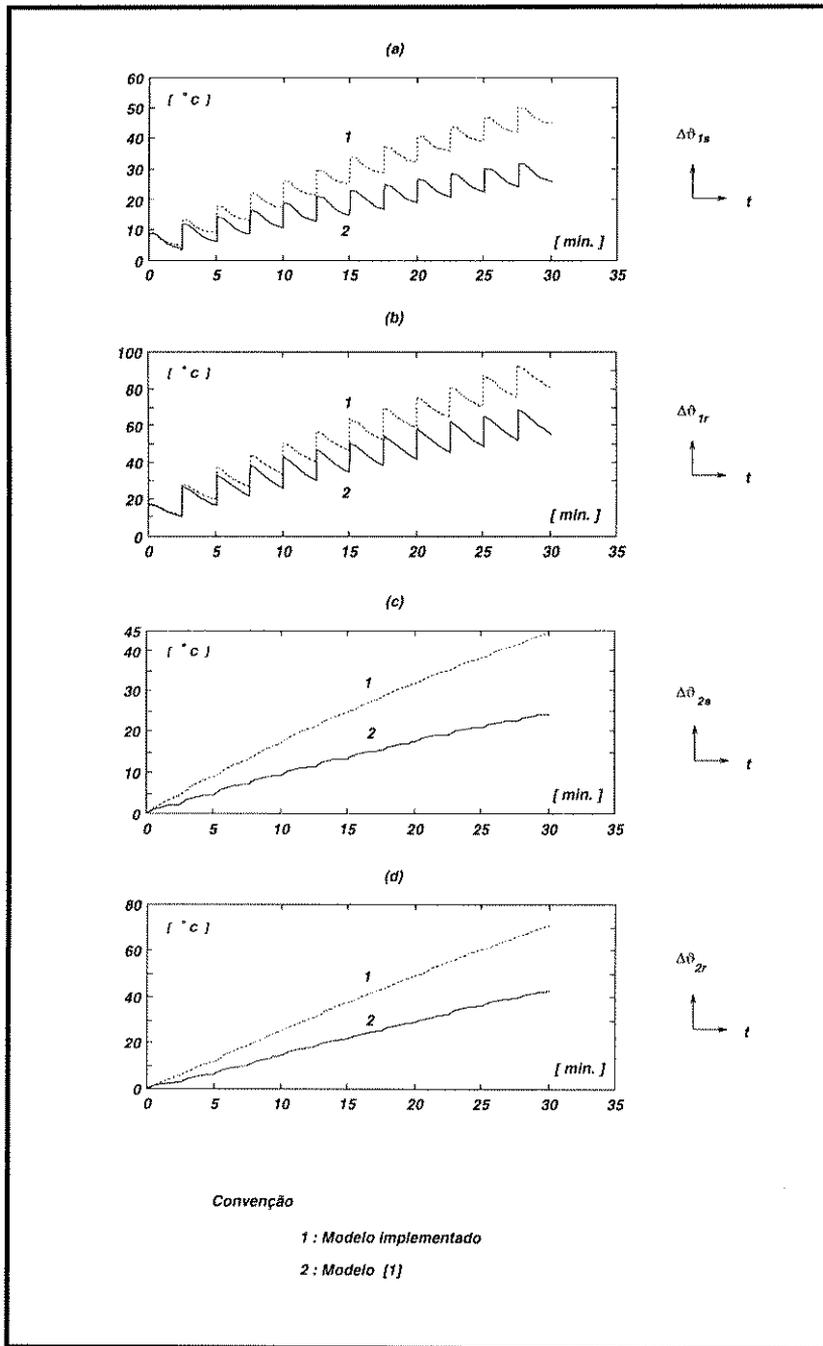


Figura 5.2: Regime de partidas sucessivas - Elevações de temperatura

	Desvio relativo [%]		
	Tempo [min.]		
	2.5	15	30
$\Delta\vartheta_{1s}$	30.76	68.27	73.69
$\Delta\vartheta_{1r}$	9.77	36.33	44.97
$\Delta\vartheta_{2s}$	96.12	86.23	83.38
$\Delta\vartheta_{2r}$	106.23	83.74	66.17

Tabela 5.4: Desvio relativo entre os modelos simulados

### Comentários

1. As temperaturas tanto do estator como do rotor são, via de regra, são maiores quando calculadas pelo método implementado neste trabalho, quando comparado com a metodologia desenvolvida em [2].
2. No primeiro ciclo de carga, as diferenças de temperatura entre os modelos simulados são praticamente imperceptíveis. Entretanto, à medida que as partidas se sucedem, as diferenças entre as temperaturas calculadas tornam-se cada vez maiores.
3. Outras simulações realizadas mostraram que à medida em o tempo de partida do motor é aumentado, as diferenças nos resultados obtidos também aumentam.
4. As diferenças nas simulações confirmam que a metodologia desenvolvida em [2] não deve ser empregada a motores que são submetidos a regime de partidas sucessivas.

#### 5.5.2 Caso B - Regime contínuo de operação

Os resultados da simulação de um motor de 10 cv submetido a um regime contínuo de operação <sup>4</sup> é apresentado. As características do regime de operação são:

- Número de partidas - 1;
- Tempo de duração do ciclo -  $T_{\Sigma} = 2.5$  [horas];
- Característica do conjugado de carga -  $T_L(\omega_r) = 1$  [pu];
- Momento de inércia agregado -  $J_{\Sigma} = 0.356$  [kgm<sup>2</sup>].

<sup>4</sup>Ver Capítulo 6.

A figura 5.3 mostra as curvas dos transitórios térmicos dos corpos que constituem os circuitos térmicos do estator e do rotor. Em cada quadro são superpostas as curvas obtidas pelo modelo implementado neste trabalho e aquele desenvolvido em [2]. O quadro (a) mostra a elevação de temperatura do enrolamento do estator  $\Delta\vartheta_{1s}$ , o quadro (b) a elevação de temperatura do enrolamento do rotor  $\Delta\vartheta_{1r}$ , o quadro (c) a elevação de temperatura do núcleo do estator  $\Delta\vartheta_{2s}$ , o quadro (d) a elevação do núcleo do rotor  $\Delta\vartheta_{2r}$ .

Observa-se que os resultados obtidos com os dois modelos são praticamente o mesmo. O modelo aqui implementado apresenta valores de elevações de temperaturas ligeiramente superiores aos apresentados em [2] porém as diferenças como mostram as tabelas 5.5, 5.6, 5.7 são insignificantes.

Modelo - [1]			
	Tempo [min.]		
	15	60	150
$\Delta\vartheta_{1s}$	44.87	72.07	74.28
$\Delta\vartheta_{1r}$	37.86	63.29	65.37
$\Delta\vartheta_{2s}$	50.27	94.50	102.28
$\Delta\vartheta_{2r}$	42.47	82.45	89.50

Tabela 5.5: Modelo - [1]

Modelo - Implementado			
	Tempo [min.]		
	15	60	150
$\Delta\vartheta_{1s}$	44.37	71.55	73.93
$\Delta\vartheta_{1r}$	37.41	62.80	65.03
$\Delta\vartheta_{2s}$	48.58	91.73	99.50
$\Delta\vartheta_{2r}$	41.17	80.25	87.3

Tabela 5.6: Modelo - implementado

### Comentários

1. Em regime contínuo de operação, as diferenças entre as temperaturas calculadas por ambos os métodos são praticamente imperceptíveis.

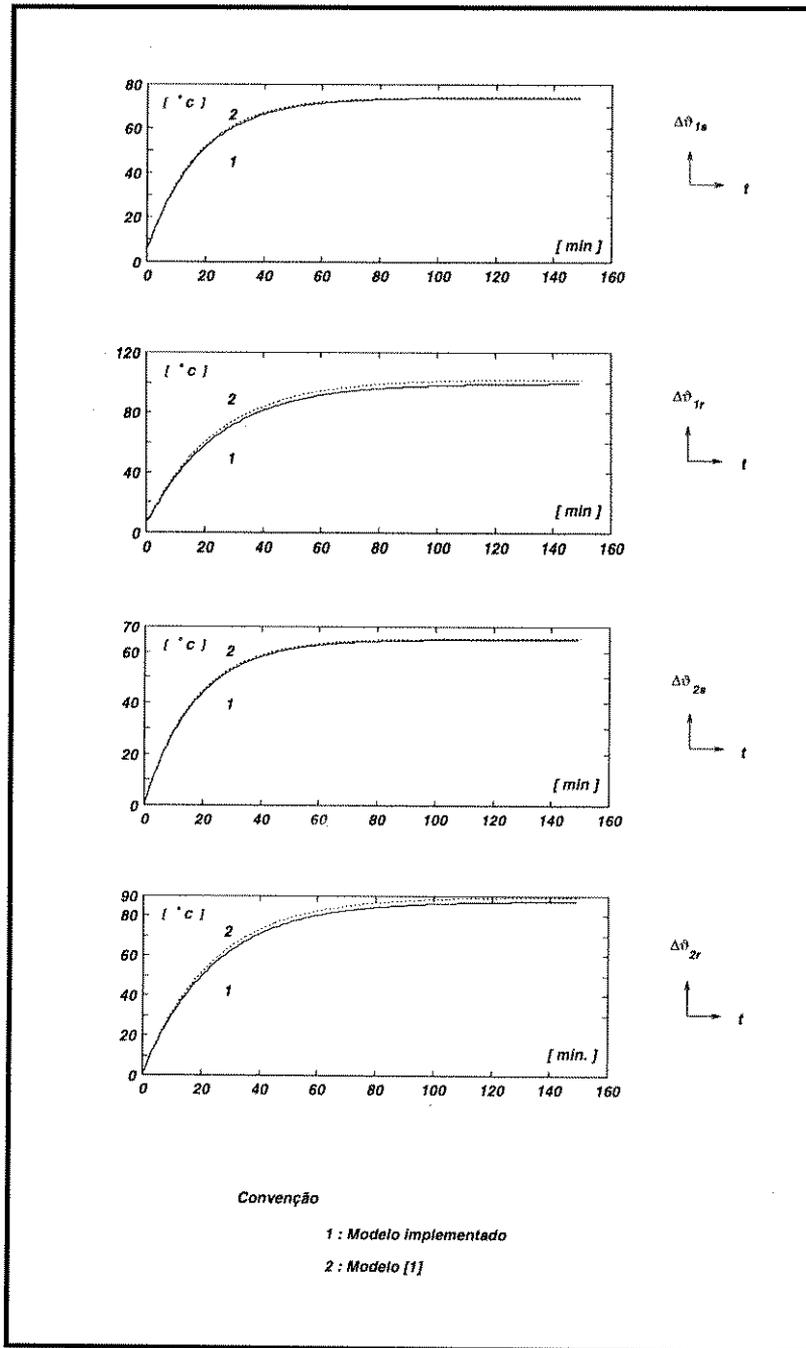


Figura 5.3: Regime contínuo de operação

	Desvio relativo [%]		
	Tempo [min.]		
	15	60	150
$\Delta\vartheta_{1s}$	1.11	0.72	0.47
$\Delta\vartheta_{1r}$	1.19	0.77	0.52
$\Delta\vartheta_{2s}$	3.36	2.93	2.72
$\Delta\vartheta_{2r}$	3.06	2.67	2.46

Tabela 5.7: Desvio relativo entre os modelos simulados

2. A metodologia desenvolvida em [2] pode ser empregada sem perda significativa de precisão em motores que operam em regime contínuo.

## Capítulo 6

# Algumas aplicações do modelo implementado

### 6.1 Introdução

*Para o cálculo do desempenho térmico segundo o ciclo de carga a que um motor é submetido, as Normas Técnicas [18] estabelecem três classes básicas de regimes de funcionamento:*

**1. Regime contínuo.**

*É o termo adotado para caracterizar as condições de serviço onde o tempo em que o motor permanece operando em carga é suficientemente longo para que a temperatura de regime permanente de cada uma de suas partes seja alcançada.*

*Este regime de funcionamento é representado pela sigla S1.*

**2. Regime de curta duração.**

*É o termo adotado para caracterizar as condições de serviço onde o tempo em que o motor permanece operando é suficientemente pequeno para que o motor não atinja a temperatura de regime permanente, e por outro lado o tempo em que o motor permanece desligado é suficientemente longo para que o equilíbrio térmico com o meio ambiente seja estabelecido.*

*Este regime de funcionamento é representado pela sigla S2.*

**3. Regime intermitente.**

*É o termo adotado para caracterizar as condições de serviço onde ocorre uma alternância entre os intervalos de funcionamento em carga e intervalos de repouso.*

Nestas condições de operação, o motor permanece em um contínuo transitório térmico, ou seja, a temperatura de estado permanente não é atingida no período de carga, nem o equilíbrio térmico com o meio ambiente é alcançado durante os períodos de repouso.

Variantes do regime intermitente são estabelecidas em [18]. Dependendo das peculiaridades de funcionamento, o regime intermitente pode variar do S3 ao S8.

Como forma de caracterizar os regimes intermitentes, é usual empregar a seguinte relação

$$\varepsilon = \frac{T_c}{T_c + T_r} = \frac{T_c}{T_\Sigma} \quad (6.1)$$

onde  $\varepsilon$  é chamado de fator de duração de ciclo,  $T_c$  é o tempo em que o motor opera em carga,  $T_r$  o tempo em que o motor permanece em repouso,  $T_\Sigma$  o tempo total de duração do ciclo.

A tabela 6.1 mostra os tempos normalizados pelas Normas Técnicas para motores que operam em regime S2. Também são mostrados os fatores de duração de ciclo normalizados, referentes a motores que operam em regime intermitente.

Regime	$\varepsilon$	$T_\Sigma$ [min.]
Curta Duração		10, 30, 60, 90
Intermitente	0.15, 0.25, 0.4, 0.6	10

Tabela 6.1: Tempos e fatores de duração de ciclo normalizados

Para ilustrar os transitórios térmicos em modos normalizados de operação os regimes S4 e S5 foram simulados.

## 6.2 Regime normalizado S4

A figura 6.1 mostra as curvas dos transitórios térmicos dos corpos que constituem os circuitos térmicos do estator e do rotor quando o motor é submetido a um regime S4. O quadro (a) mostra a elevação de temperatura do enrolamento do estator  $\Delta\vartheta_{1s}$ , o quadro (b) a elevação de temperatura do enrolamento do rotor  $\Delta\vartheta_{1r}$ , o quadro (c) a elevação de temperatura do núcleo do estator  $\Delta\vartheta_{2s}$ , o quadro (d) a elevação do núcleo do rotor  $\Delta\vartheta_{2r}$ .

As características do regime de operação utilizados na simulação digital são <sup>1</sup>:

- Número de partidas - 6;
- Tempo de duração de cada ciclo -  $T_{\Sigma} = 10$  [min.];
- Fator de duração de cada ciclo -  $\varepsilon = 0.6$ ;
- Característica do conjugado de carga -  $T_L(\omega_r) = 1$  [pu];
- Momento de inércia agregado -  $J_{\Sigma} = 0.24$  [kgm<sup>2</sup>].

### 6.3 Regime normalizado S5

A figura 6.2 mostra as curvas dos transitórios térmicos dos corpos que constituem os circuitos térmicos do estator e do rotor quando o motor é submetido a um regime s5. O quadro (a) mostra a elevação de temperatura do enrolamento do estator  $\Delta\vartheta_{1s}$ , o quadro (b) a elevação de temperatura do enrolamento do rotor  $\Delta\vartheta_{1r}$ , o quadro (c) a elevação de temperatura do núcleo do estator  $\Delta\vartheta_{2s}$ , o quadro (d) a elevação do núcleo do rotor  $\Delta\vartheta_{2r}$ , o quadro (e) a velocidade do motor  $\omega_r$  em função do tempo.

As características do regime de operação utilizados na simulação digital são:

- Número de partidas - 10;
- Número de frenagens - 10;
- Tipo de frenagem - contra-corrente;
- Tempo de duração de cada ciclo -  $T_{\Sigma} = [10 \text{ min.}]$ ;
- Fator de duração de cada ciclo -  $\varepsilon = 0.6$ ;
- Característica do conjugado de carga -  $T_L(\omega_r) = 1$  [pu];
- Momento de inércia agregado -  $J_{\Sigma} = 0.24$  [kgm<sup>2</sup>].

---

<sup>1</sup>O tempo base utilizado para normalizar o tempo em cada ciclo de carga mostrado na figura 6.1 foi tomado como sendo igual a 10 minutos (1 pu = 10 min). As diversas curvas em cada quadro representam intervalos de tempo sucessivos de 10 minutos.

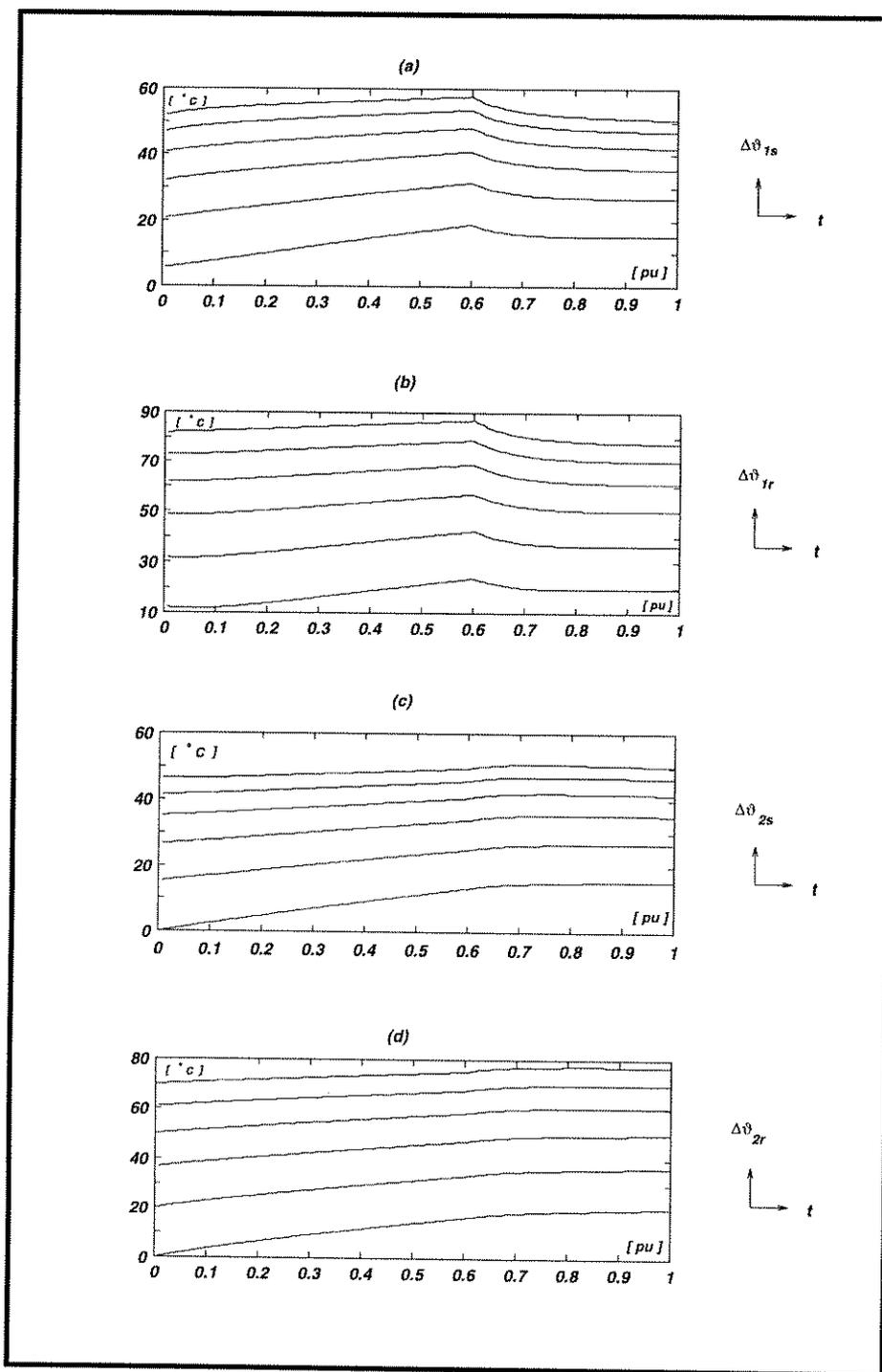


Figura 6.1: Regime normalizado S4

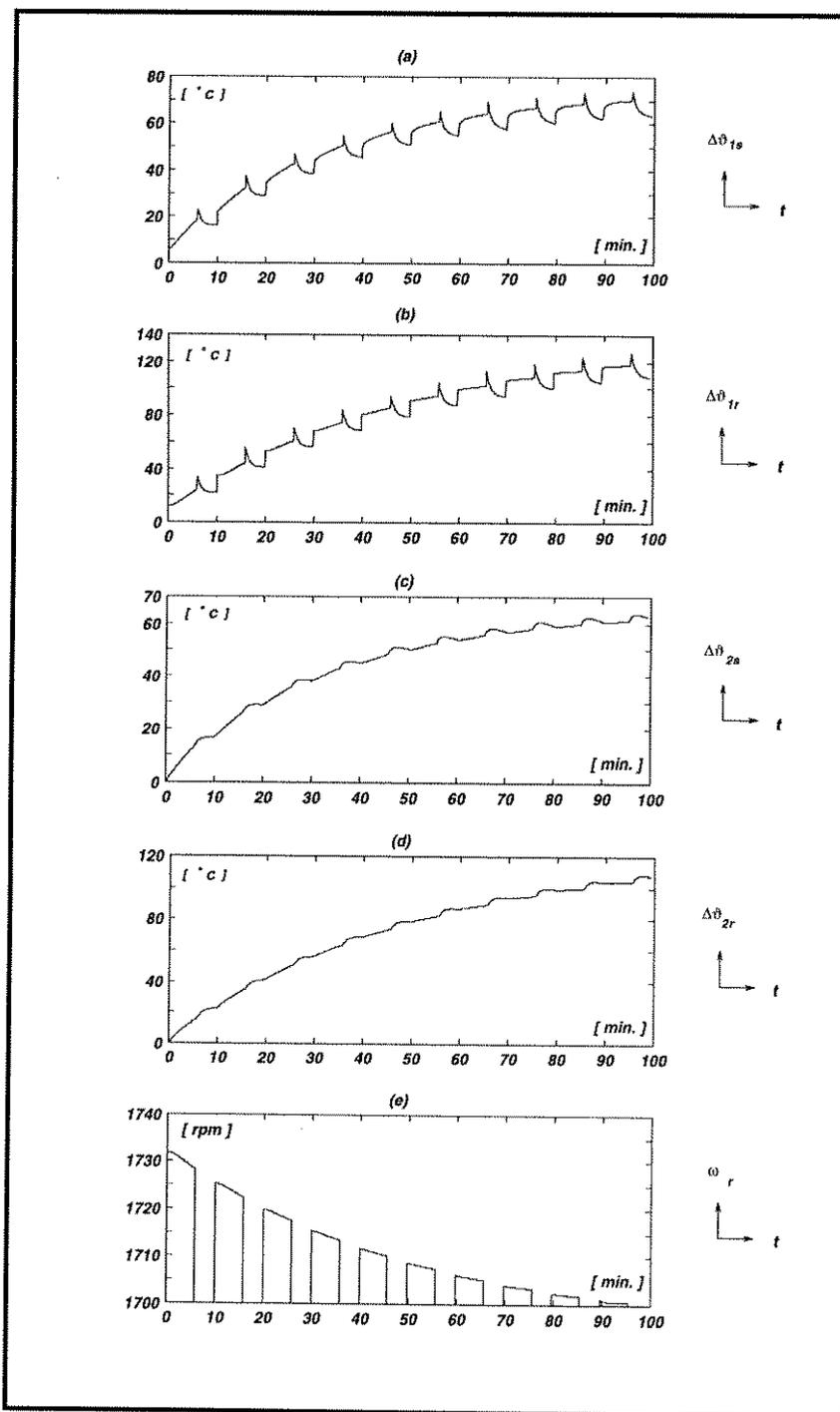


Figura 6.2: Regime normalizado S5

## 6.4 Partida com carga de alta inércia

Para realizar esta simulação um motor de 50 cv foi usado. A partida foi feita com um momento de inércia de  $30 \text{ kg.m}^2$  sobre o eixo do motor. A figura 6.3 mostra os gráficos correspondentes a esta simulação. O quadro (a) mostra a elevação da temperatura do enrolamento do estator  $\Delta\vartheta_{1s}$  em função da velocidade do motor  $\omega_r$ , o quadro (b) a elevação de temperatura do núcleo do estator  $\Delta\vartheta_{2s}$  em função do tempo, o quadro (c) mostra a elevação do enrolamento do rotor  $\Delta\vartheta_{1r}$  em função da velocidade do motor  $\omega_r$ , o quadro (d) mostra a elevação do núcleo do rotor em função do tempo, o quadro (e) mostra a envoltória da corrente do estator em função do tempo.

Pode-se observar que o processo de aceleração é bastante lento e que a corrente de estator (envoltória) permanece em um valor extremamente elevado enquanto a velocidade de operação normal não é atingida.

Os núcleos do rotor e do estator são pouco solicitados termicamente, já que durante a partida, o processo de transferência de calor se dá praticamente de forma adiabática, ou seja, a transferência de calor dos enrolamentos para os núcleos e para o meio ambiente pode ser ignorada.

A elevação de temperatura do enrolamento do estator atinge um valor de aproximadamente de 60 % do valor admissível para o regime permanente correspondente à classe de isolamento empregado na construção do motor.

Uma partida consecutiva à primeira, seria provavelmente inadmissível do ponto de vista térmico, já que colocaria a vida útil do motor em risco.

## 6.5 Sobrecarga

A figura 6.4 mostra as curvas dos transitórios térmicos dos corpos que constituem os circuitos térmicos do estator e do rotor quando o motor é submetido a uma sobrecarga de 50 % do conjugado nominal. O quadro (a) mostra a elevação de temperatura do enrolamento do estator  $\Delta\vartheta_{1s}$ , o quadro (b) a elevação de temperatura do núcleo do estator  $\Delta\vartheta_{2s}$ , o quadro (c) a elevação de temperatura do enrolamento do rotor  $\Delta\vartheta_{1r}$ , o quadro (d) a elevação do enrolamento do rotor  $\Delta\vartheta_{1r}$ , o quadro (e) a velocidade do motor  $\omega_r$  em função do tempo.

Do ponto de vista de solicitações elétricas, o motor é capaz de cobrir as exigências de carga, já que possui ainda uma reserva considerável de conjugado, ou seja,  $\lambda_{Tm} - T_L = 2.93 - 1.5 = 1.43 \text{ pu}$  (ver Apêndice A). Entretanto do ponto de vista de

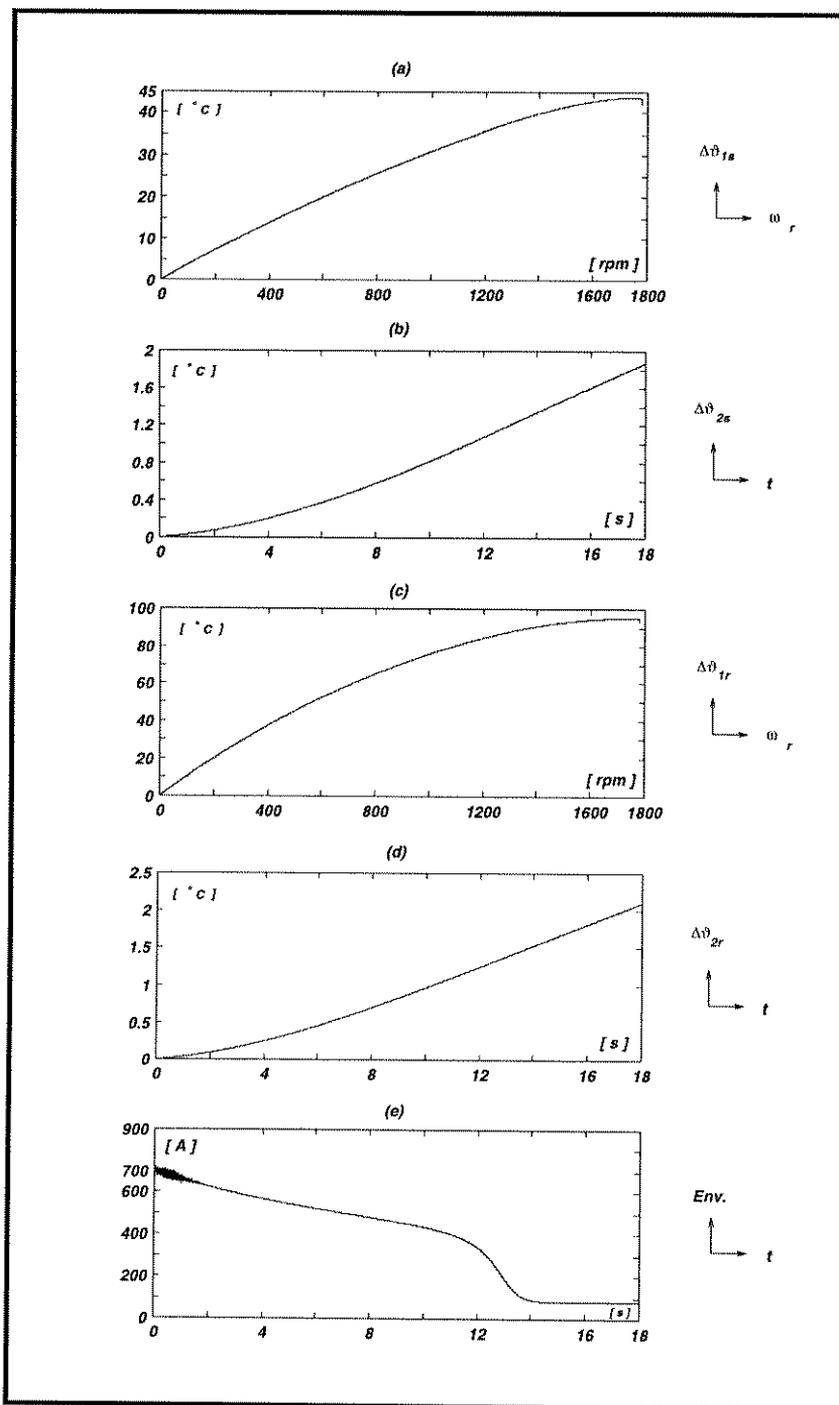


Figura 6.3: Partida com carga de alta inércia

*solicitações térmicas, uma sobrecarga de tão longa duração põem em risco a vida útil do motor, já que os limites estabelecidos de elevação de temperatura para a classe de isolamento utilizada pelo motor são ultrapassados.*

## 6.6 Regime de rotor bloqueado

*O bloqueio do rotor de um motor de indução ocorre quando, por uma razão qualquer, o conjugado frenante sob o seu eixo torna-se maior do que o conjugado desenvolvido pelo mesmo. Nestas circunstâncias, quase toda a energia elétrica entregue ao motor será gasta para elevar as temperaturas de suas partes.*

*A figura 6.5 mostra as temperaturas de um motor de 50 cv quando o rotor é travado. O quadro (a) mostra a elevação da temperatura do enrolamento do estator  $\Delta\vartheta_{1s}$  em função do tempo, o quadro (b) a elevação de temperatura do núcleo do estator  $\Delta\vartheta_{2s}$  em função do tempo, o quadro (c) a elevação do enrolamento do rotor  $\Delta\vartheta_{1r}$  em função da velocidade do motor  $\omega_r$ , o quadro (d) a elevação do núcleo do rotor em função do tempo, o quadro (e) a envoltoria da corrente do estator em função do tempo.*

*Os altos valores de elevação da temperatura observados no enrolamento do rotor são devidos ao alto valor de corrente circulante e à influência do efeito pelicular, já que nestas condições a seção transversal das barras do enrolamento de rotor tem uma redução drástica da área útil de condução de corrente.*

*Pode-se observar também que apesar da corrente circulante no enrolamento do estator ser praticamente a mesma do enrolamento do rotor, a temperatura do enrolamento do estator é menor do que a do enrolamento do rotor.*

*As temperaturas dos núcleos são relativamente baixas, já que o tempo em que o rotor permanece travado é bastante pequeno para que haja propagação do calor produzido nos enrolamentos para os núcleos.*

*Observa-se também que a corrente do estator (envoltória) tem uma leve diminuição de sua amplitude no decorrer do tempo em que o rotor é mantido bloqueado. Esta diminuição se dá pelo fato de que as resistências dos enrolamentos aumentam também com a elevação de temperatura.*

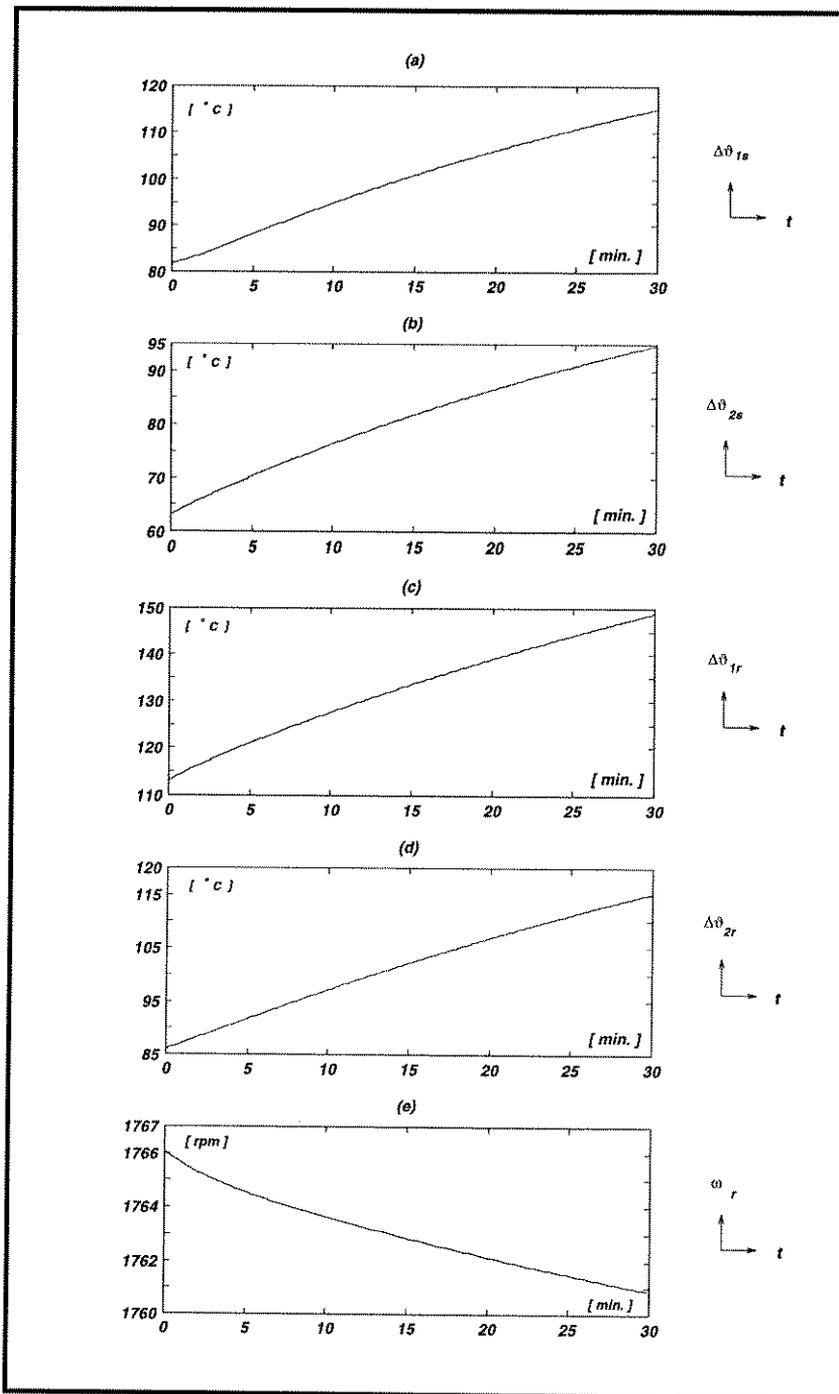


Figura 6.4: Sobrecarga

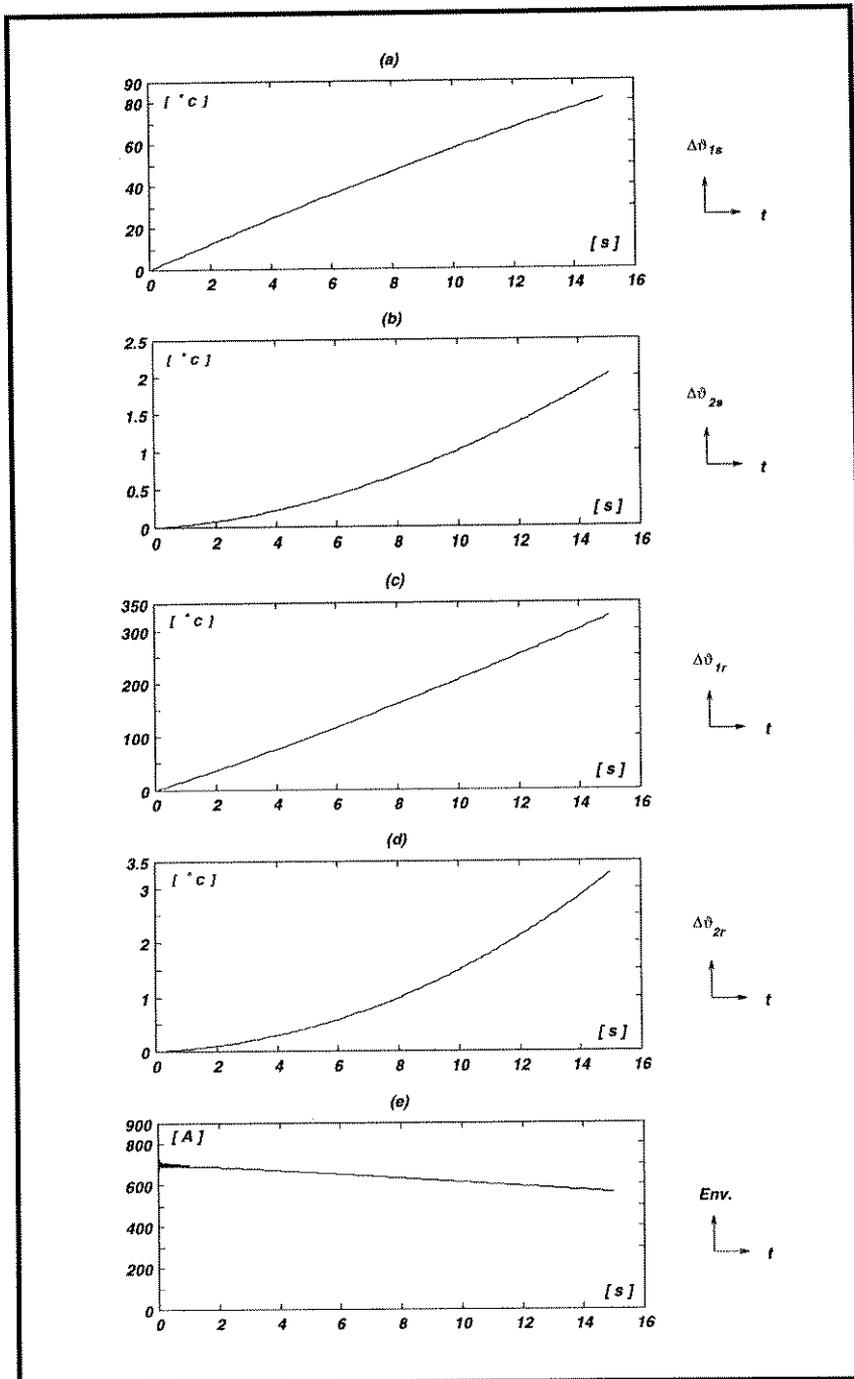


Figura 6.5: Rotor bloqueado

## Capítulo 7

### Conclusões e sugestões para outros trabalhos

*O trabalho apresentou uma maneira nova de determinar os parâmetros elétricos do motor de indução no que diz respeito à utilização da equação 3.33 no processo. Os resultados obtidos se aproximam muito bem dos apresentados no catálogo do fabricante dos motores simulados (Apêndice A).*

*Fica claro que, por utilizar equações elétricas dinâmicas, o modelo se aplica melhor a estudos de transitórios rápidos como partidas sucessivas ou regimes continuamente transitórios, principalmente os intermitentes com partidas e paradas em tempos de duração de ciclos bem curtos.*

*Apresentou-se também uma discussão sobre modelos matemáticos para a análise de efeito pelicular. O modelo linear mostrou-se mais próximo da realidade do que o modelo não linear convencional. Ficou claro que o efeito pelicular não pode em hipótese nenhuma ser esquecido quando se modela motores de indução para estudos transitórios e que representá-lo por um modelo linear além de ser simples é eficiente nas simulações.*

*Como este trabalho se aplicou a motores de pequenas potências, há necessidade de se promover novas pesquisas no sentido de adequá-lo a motores que, possuem barras de rotor de seções maiores e até mesmo dupla gaiola, conforme sua aplicação, possam exigir aperfeiçoamentos do mesmo.*

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Akbaba, M. ; Fakhro, S. Q. - "New Model for Single-unit Representation of Induction Motor Loads, Including Skin Effect, for Power System Transient Stability Studies", *IEE Proceedings-B*, Vol. N<sup>o</sup> 6, November 1992.
- [2] Avolio, E. - "Uma Contribuição ao Estudo do Comportamento Térmico e do Desempenho Elétrico de Motores de Indução com Rotor em Gaiola", Tese de Doutorado apresentado à Universidade Estadual de Campinas - SP, 1992.
- [3] Blom, J.F. - "The Transient Behaviour of a Three-phase Induction Motor Studied with an Analogue Computer", *Ingenieur*, Vol. 81 pp. E61-E70, 1959.
- [4] Bogoroditski, N. P. ; Pasinkov, V.V. ; Tareiev, B. M. - "Materiales Electrotecnicos", Editorial Mir Moscú - URSS, 1979.
- [5] De Sá, J.S. - "Contribuição à Análise do Comportamento Térmico de Motores de Indução Trifásicos com Rotor do Tipo Gaiola", Tese de Doutorado apresentado à Universidade Estadual de Campinas - SP, 1989.
- [6] Eliassen, A. N. - "The Protection of High-inertia Drive Motors During Abnormal Starting Conditions", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-99, pp. 1483-1492, July/August 1980.
- [7] Hughes, F.M ; Alfred A.S - "Transient Characteristics and Simulation of Induction Motors", *IEE Procedures*, Vol. 111, N<sup>o</sup> 12 December 1964.
- [8] Jordan, H. E. - "Analysis of Induction Machines in Dynamic Systems", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-84, pp. 1080-1088, November 1965.
- [9] Klingshirn, E. A. ; Jordan H. E. - "Simulation of Polyphase Induction Machines with Deep Rotor Bars", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-89, pp. 1038-1043, July/August 1970.
- [10] Kostenko , M. ; Piotrovsky , L. - "Electrical Machines", Mir Publishers Moscow - URSS, 1969.

- [11] Kopchenova, N. V. ; Maron I. A. - "Computational Mathematics", Mir Publishers Moscow - URSS, 1987.
- [12] Krause, P. C. - "Analysis of Electric Machinery" , Mcgraw-Hill, 1986.
- [13] Krause, P. C. - "Method of Multiple Reference Frames Applied to the Analysis of Symmetrical Induction Machines", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-87, pp. 218-227, January 1968.
- [14] Lund, P. - "Induction Machine Models for Practical Use in Simulation of Transients in Power Station Auxiliaries", *Electric Power Systems Research*, pp 233-241, November 1986.
- [15] Liwschitz-Garik, M.M. - "Skin-effect Bars of Squirrel-cage Rotors", *AIEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol 73, pp 255-258, 1954.
- [16] Liwschitz-Garik, M.M. - "Computation of Skin-effect Bars of Squirrel-cage Rotors", *AIEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol 74, pp 268-271, 1954.
- [17] Miklyaev, M. S. ; Zhula, E.V. - "Investigation of the Characteristics and Operating Regimes of Asynchronous Motors by Frequency-Analysis Techniques", *Sibniee*, N<sup>o</sup> 21 part 1, Novosibirsk, 1972.
- [18] NBR 5383 - "Máquinas Elétricas Girantes - Máquinas de Indução : Determinação das Características", *Associação Brasileira de Normas Técnicas - ABNT*, nov/1982.
- [19] Salomzoda, F. ; Okhotim, V. - "Fundamentals of Heat Engineering", Mir Publishers Moscow - URSS, 1987.
- [20] Sarkar, A. K. ; Berg, G. J. - "Digital Simulation of Three-phase Induction Motors", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-89, pp. 1031-1037, July/August 1970.
- [21] Slater, R. D. ; Wood W. S. ; Flynn F. P. ; Simpson R. - "Digital Computation of Induction-motor Transient Torque Patterns", *IEE Procedures*, Vol. 113, N<sup>o</sup> 5, pp. 819-822, May 1966.
- [22] Stanley, H. C. - "An analysis of the Induction Motor", *AIEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol 57, pp. 751-757, 1938.
- [23] Std 112 - 1978 - "IEEE Standart Test Procedure for Polyphase Induction Motors and Generators", 1978.
- [24] Strugar, D. ; Weiss, R - "Why Electric Motors Fail", *Plant Engineering*, pp 65-66, July 1994.
- [25] Zhu, D. S. ; Champenois, G. ; Gruszczynski, P. - "Coupling of Electrical and Thermal Models of an Induction Motor for Performance Predictions", *Procedure International Conference on Electrical Machines*, pp 281-286, Massachusetts, USA, 1990.

# Apêndice A

## Dados e parâmetros utilizados

### A.1 Introdução

*Neste apêndice são apresentados os parâmetros que foram utilizados para a determinação do desempenho estático (elétrico) e dinâmico (elétrico e térmico) dos motores de indução simulados neste trabalho. Os parâmetros elétricos anexados neste apêndice foram obtidos de acordo a metodologia descrita no Capítulo 3. Os parâmetros térmicos, por sua vez, foram obtidos com a metodologia proposta na referência [2].*

*Os dados que serviram de subsídio para o cálculo dos parâmetros do circuito elétrico equivalente e do circuito térmico equivalente também são apresentados.*

## A.2 Motor de 3 cv

### A.2.1 Circuito elétrico equivalente

#### Especificações gerais

Fabricante	Kolbach
Modelo	182.T
Regime de funcionamento	S1
Categoria	N
Classe de isolamento	B
Tipo de ventilação	aberto
Fator de serviço	1.15
Proteção	IP21

Tabela A.1: Especificações gerais

#### Dados de catálogo

$P_n$	3	cv
$I_n$	9	A
$V_n$	220	V
$N_n$	1730	rpm
$\lambda_{T_p}$	2.8	pu
$\lambda_{T_m}$	2.4	pu
$\lambda_{I_p}$	5.5	pu
$\eta_n$	0.82	pu
$\cos\varphi_n$	0.77	pu
$f$	60	Hz
$J_\Sigma$	0.24	$\text{kgm}^2$
$t_{rb}$	6	s
Ligação	$\Delta$	

Tabela A.2: Dados de catálogo

## Dados adicionais

$P_{rot}$	44	W
$R_s@25\text{ }^\circ\text{C}$	0.77	$\Omega$

Tabela A.3: Dados adicionais

## Coeficientes térmicos de resistividade

$\alpha_{1s}$	$39.31^{-4}$	$1/^\circ\text{C}$
$\alpha_{1r}$	$40.83^{-4}$	$1/^\circ\text{C}$

Tabela A.4: Coeficientes térmicos de resistividade

## Parâmetros do circuito elétrico equivalente

Parâmetro [ $\Omega$ ]	Situação	
	Partida	Nominal
$R_m$	772.3915	772.3915
$X_m$	25.4141	25.4141
$X_s$	0.7877	0.7877
$R_r$	0.8750	0.6325
$X_r$	1.1815	2.7484

Tabela A.5: Parâmetros elétricos

## A.2.2 Circuito térmico equivalente

## Massas e calor específicos

$G_{1s}$	1.5980	kg
$G_{2s}$	7.6000	kg
$G_{1r}$	0.6600	kg
$G_{2r}$	3.9000	kg
$c_{1s}$	388	W / °C.s.kg
$c_{2s}$	460	W / °C.s.kg
$c_{1r}$	880	W / °C.s.kg
$c_{2r}$	460	W / °C.s.kg

Tabela A.6: Massas e calor específicos

## Parâmetros do circuito térmico equivalente

$\Lambda_{12s}$	24.5488	W / °C
$\Lambda_{20s}$	3.8789	W / °C
$\Lambda_{12r}$	9.1387	W / °C
$\Lambda_{20r}$	1.4677	W / °C

Tabela A.7: Parâmetros térmicos

### A.3 Motor de 10 cv

#### A.3.1 Circuito elétrico equivalente

##### Especificações gerais

Fabricante	Kolbach
Modelo	132.S
Regime de funcionamento	S1
Categoria	N
Classe de isolamento	B
Tipo de ventilação	fechado
Fator de serviço	1.15
Proteção	IP54

Tabela A.8: Especificações gerais

##### Dados de catálogo

$P_n$	10	cv
$I_n$	29.0	A
$V_n$	220	V
$N_n$	1760	rpm
$\lambda_{T_p}$	2.54	pu
$\lambda_{T_m}$	3.7	pu
$\lambda_{I_p}$	7.4	pu
$\eta_m$	0.848	pu
$\cos\varphi_n$	0.78	pu
$f$	60	Hz
$J_\Sigma$	0.356	$\text{kgm}^2$
$t_{rb}$	6	s
Ligação	$\Delta$	

Tabela A.9: Dados de catálogo

## Dados adicionais

$P_{rot}$	97.3	W
$R_s @ 25\text{ }^\circ\text{C}$	0.151	$\Omega$

Tabela A.10: Dados adicionais

## Coeficientes térmicos de resistividade

$\alpha_{1s}$	$39.31^{-4}$	$1/^\circ\text{C}$
$\alpha_{1r}$	$40.83^{-4}$	$1/^\circ\text{C}$

Tabela A.11: Coeficientes térmicos de resistividade

## Parâmetros do circuito elétrico equivalente

Parâmetro [ $\Omega$ ]	Situação	
	Partida	Nominal
$R_m$	65.5747	65.5747
$X_m$	9.177	9.177
$X_s$	0.2066	0.2066
$R_r$	0.1384	0.1098
$X_r$	0.3099	0.4921

Tabela A.12: Parâmetros elétricos

## A.3.2 Circuito térmico equivalente

## Massas e calor específicos

$G_{1s}$	5.28	kg
$G_{2s}$	16.48	kg
$G_{1r}$	1.60	kg
$G_{2r}$	10.79	kg
$c_{1s}$	388	W / °C.s.kg
$c_{2s}$	460	W / °C.s.kg
$c_{1r}$	880	W / °C.s.kg
$c_{2r}$	460	W / °C.s.kg

Tabela A.13: Massas e calor específicos

## Parâmetros do circuito térmico equivalente

$\Lambda_{12s}$	37.31	W / °C
$\Lambda_{20s}$	9.95	W / °C
$\Lambda_{12r}$	14.1884	W / °C
$\Lambda_{20r}$	5.819	W / °C

Tabela A.14: Parâmetros térmicos

## A.4 Motor de 50 cv

### A.4.1 Circuito elétrico equivalente

#### Especificações gerais

Fabricante	Kolbach
Modelo	200.L
Regime de funcionamento	S1
Categoria	N
Classe de isolamento	B
Tipo de ventilação	fechado
Fator de serviço	1.15
Proteção	IP54

Tabela A.15: Especificações gerais

#### Dados de catálogo

$P_n$	50	cv
$I_n$	59.7	A
$V_n$	440	V
$N_n$	1785	rpm
$\lambda_{T_p}$	2.98	pu
$\lambda_{T_m}$	2.93	pu
$\lambda_{I_p}$	8.2	pu
$\eta_m$	0.916	pu
$\cos\varphi_n$	0.88	pu
$f$	60	Hz
$J_\Sigma$	4.949	$\text{kgm}^2$
$t_{rb}$	10	s
Ligação	$\Delta$	

Tabela A.16: Dados de catálogo

## Dados adicionais

$P_{rot}$	680	W
$R_s@25\text{ }^\circ\text{C}$	0.0643	$\Omega$

Tabela A.17: Dados adicionais

## Coeficientes térmicos de resistividade

$\alpha_{1s}$	$39.31^{-4}$	$1/^\circ\text{C}$
$\alpha_{1r}$	$40.83^{-4}$	$1/^\circ\text{C}$

Tabela A.18: Coeficientes térmicos de resistividade

## Parâmetros do circuito elétrico equivalente

Parâmetro [ $\Omega$ ]	Situação	
	Partida	Nominal
$R_m$	133.4242	133.4242
$X_m$	12.3252	12.3252
$X_s$	0.1883	0.1883
$R_r$	0.1538	0.0380
$X_r$	0.2825	0.6352

Tabela A.19: Parâmetros elétricos

## A.4.2 Circuito térmico equivalente

## Massas e calor específicos

$G_{1s}$	19.80	kg
$G_{2s}$	71.85	kg
$G_{1r}$	7.17	kg
$G_{2r}$	54.57	kg
$c_{1s}$	388	W / °C.s.kg
$c_{2s}$	460	W / °C.s.kg
$c_{1r}$	880	W / °C.s.kg
$c_{2r}$	460	W / °C.s.kg

Tabela A.20: Massas e calor específicos

## Parâmetros do circuito térmico equivalente

$\Lambda_{12s}$	90.3667	W / °C
$\Lambda_{20s}$	22.4913	W / °C
$\Lambda_{12r}$	31.2491	W / °C
$\Lambda_{20r}$	12.2962	W / °C

Tabela A.21: Parâmetros térmicos