

Este exemplar corresponde à redação final da tese
defendida por CHRISTIAN DAHER DE
ALENCAR pela Comissão
Julgadora em 08 JUNHO 1995

Jaime Portugheis
Orientador

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
DEPARTAMENTO DE COMUNICAÇÕES

CONSTRUÇÃO DE CÓDIGOS DE BLOCO DE
MODULAÇÃO M-PSK PARA CANAIS COM
DESVANECIMENTO

Christian Daher de Alencar

Orientador
Prof. Dr. Jaime Portugheis

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade
Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para obtenção do
Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Campinas, junho de 1995

Agradecimentos

Inicialmente, gostaria de agradecer a Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) pela oportunidade oferecida, e a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e a Telebrás pelo suporte financeiro para o desenvolvimento desta tese.

Agradeço ao meu orientador, Professor Doutor Jaime Portugheis, pelos conselhos e idéias, e pelo seu entusiasmo e colaboração, que ajudaram profundamente para a realização deste trabalho.

Aos colegas e amigos que de alguma maneira marcaram presença, os meus sinceros agradecimentos.

Finalmente, agradeço à minha mãe pelo eterno incentivo, apoio e ajuda.

Sumário

Esta tese aborda a construção de códigos de bloco de modulação M-PSK para o canal com desvanecimento de Rayleigh. O intuito é apresentar métodos sistemáticos para a construção destes códigos.

Conceitos básicos relativos a códigos corretores de erros e a modulação digital foram introduzidos juntamente com alguns parâmetros usados para avaliar o desempenho de sistemas que utilizam códigos de modulação M-PSK. O canal com desvanecimento de Rayleigh e o critério de desempenho de códigos quando utilizados neste tipo de canal, foram introduzidos e analisados.

Serão apresentados alguns códigos novos construídos a partir de dois métodos diferentes. O primeiro método, que consiste numa procura computacional exaustiva, é apropriado para comprimentos de bloco pequenos. Os parâmetros de desempenho, distância de Hamming mínima e distância produto mínima, foram considerados nesta procura. Como resultado obtivemos alguns códigos ótimos. O segundo método é baseado nos códigos de bloco multiníveis. Neste caso usamos o critério de desempenho da taxa de corte para a decodificação multiestágio. Dados a taxa do código multinível e a relação sinal-ruído (RSR) do canal, este critério nos leva às taxas dos códigos componentes que minimizam um limitante superior da probabilidade de erro de palavra da decodificação multiestágio. A partir de resultados de simulações apresentados, concluímos que o segundo método pode propor códigos melhores do que os conhecidos para RSRs baixas e moderadas.

Conteúdo

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Introdução	1
1.2	Escopo da Tese	1
2	CONCEITOS BÁSICOS	3
2.1	Introdução	3
2.2	Códigos Corretores de Erros	4
2.2.1	Códigos de Bloco	5
2.2.2	Tipos de Códigos de Bloco	8
2.2.3	Decodificação por Máxima Verossimilhança	10
2.3	Modulação Digital	11
2.3.1	Modulação M-PSK	13
2.3.2	Demodulação PSK Coerente	14
2.3.3	Largura de Faixa Necessária para Sinais PSK	16
3	MODELO DO CANAL	17
3.1	Introdução	17
3.2	Canal AWGN	18
3.3	Canal com Desvanecimento	19
3.4	Modelagem de Canais com Desvanecimento	19
3.4.1	Canal com Desvanecimento de Rayleigh	20
3.5	Entrelaçamento	23
3.6	Análise do Critério de Desempenho dos Códigos	24
3.7	Taxa de Corte do Canal	27
4	CÓDIGOS DE MODULAÇÃO M-PSK	30
4.1	Introdução	30
4.2	Particionamento de Conjuntos	33
4.2.1	Particionamento de Constelações M-PSK Bidimensionais	33
4.2.2	Particionamento de Constelações M-PSK Multidimensionais	34
4.3	Códigos Componentes	40

4.4	Processo de Codificação	40
4.5	Processo de Decodificação	44
4.5.1	Métrica de Decodificação	44
4.6	Simulação de um Esquema Multinível de Códigos de Modulação M-PSK	50
5	MÉTODOS PROPOSTOS PARA A CONSTRUÇÃO DE CÓDIGOS DE MODULAÇÃO M-PSK	54
5.1	Introdução	54
5.2	Procura Computacional de Códigos de Modulação M-PSK	55
5.2.1	Simulação	59
5.3	Esquema Multinível de Códigos de Modulação M-PSK	62
5.3.1	Simulação	68
6	CONCLUSÕES	70
6.1	Aplicações	70
6.2	Conclusão	70
6.3	Sugestões Futuras	71

Lista de Figuras

2.1	Diagrama de Blocos de um Sistema de Comunicação Digital . . .	3
2.2	Representação geométrica de algumas constelações PSK	14
2.3	Regiões de decisão para cálculo aproximado da probabilidade de erro	16
3.1	Diagrama de blocos de um sistema que utiliza entrelaçamento	24
3.2	A função $E(R)$ de um canal discreto e a taxa de corte do mesmo	28
4.1	Particionamento da constelação 8-PSK	34
4.2	Estrutura em árvore do particionamento de um conjunto mul- tidimensional ($L=2$) para canal com desvanecimento	40
4.3	Diagrama de bloco de um transmissor multinível	41
4.4	Transmissor multinível de acordo com a construção de Ginzburg	41
4.5	Diagrama de blocos do sistema	50
4.6	Particionamento da constelação 4-PSK	51
4.7	Desempenho de um código de modulação 4-PSK	53
5.1	Esquema de atribuição feito na codificação	60
5.2	Desempenho de códigos de modulação 4-PSK	61
5.3	Desempenho de códigos de modulação 8-PSK	69

Lista de Tabelas

4.1	Solução de (4.3) para vários valores de M ($L=2$)	36
5.1	Códigos de modulação 4-PSK ($\gamma = 4.0$)	57
5.2	Códigos de modulação 8-PSK ($\gamma = 0.6$)	57
5.3	Códigos de modulação 8-PSK ($\gamma = 1.0$)	58
5.4	Taxas ótimas para códigos componentes de um código de bloco de modulação 4-PSK	66
5.5	Taxas ótimas para códigos componentes de um código de bloco de modulação 8-PSK	66
5.6	Taxas ótimas para códigos componentes de um código de bloco de modulação 16-PSK	67

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

1.1 Introdução

A combinação da codificação de canal com a modulação (modulação codificada) é essencial para a construção de sistemas de comunicação digital que possuam um esquema de transmissão eficiente em termos da potência e da largura de faixa. Para canais Gaussianos, a distância Euclidiana Quadrática mínima do código é o parâmetro principal a ser considerado na construção. Para canais com desvanecimento, não somente a distância Euclidiana quadrática mínima, mas também a distância de Hamming mínima e a distância produto mínima do código devem ser consideradas na construção do mesmo.

Esquemas de modulação codificada podem ser construídos usando códigos de treliça (códigos convolucionais) ou códigos de bloco. Muitos artigos recentes apresentam resultados de construções de código de treliça para canais com desvanecimento [6, 10, 11, 12], mas apenas alguns [13, 14, 19] apresentam códigos de bloco para este tipo de canal. Nesta tese abordaremos a construção de esquemas de modulação codificada que utilizam códigos de bloco para canais com desvanecimento de Rayleigh. Chamaremos esta construção de *códigos de bloco de modulação M-PSK*, ou simplesmente *códigos de modulação M-PSK*.

1.2 Escopo da Tese

Os conceitos básicos referentes aos processos de codificação e modulação, bem como seus parâmetros característicos, estão apresentados no Capítulo 2. Neste capítulo, definimos os códigos corretores de erros, onde focalizamos alguns tipos de códigos de bloco binários que

foram usados nas simulações realizadas. Além disso, definimos a modulação digital, mais especificamente a modulação M-PSK e a demodulação PSK coerente.

No Capítulo 3 apresentamos o modelo do canal, isto é, o canal com desvanecimento. O enfoque foi no canal com desvanecimento de Rayleigh e nos parâmetros de análise do desempenho de códigos quando utilizados neste tipo de canal, ou seja, a distância de Hamming mínima e a distância produto mínima. Relacionados com este tipo de canal, definimos processos como o entrelaçamento e parâmetros como a taxa de corte do canal.

No Capítulo 4, mostramos o processo de modulação codificada usando códigos de bloco e modulação M-PSK, o qual foi referido como código de modulação M-PSK. Como utilizamos codificação multinível e decodificação multiestágio, referimos aos códigos de modulação M-PSK como esquemas multiníveis de códigos de modulação M-PSK. Para a decodificação multiestágio, propomos uma métrica de decodificação ótima que foi analisada através de uma simulação usando um esquema multinível de códigos de modulação 4-PSK.

No Capítulo 5 apresentamos dois métodos sistemáticos para a construção de códigos de modulação M-PSK. O primeiro método consiste numa procura computacional exaustiva visando a obtenção de códigos ótimos de comprimento de bloco pequeno. O segundo método é apropriado para codificação multinível e é baseado no critério de desempenho da taxa de corte para a decodificação multiestágio. Além disso, mostramos os resultados de simulações de alguns códigos construídos para os dois métodos propostos.

Áreas promissoras para a aplicação dos códigos de modulação são apresentadas no Capítulo 6. Além disso, apresentamos observações e conclusões com relação à tese, e sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

CONCEITOS BÁSICOS

2.1 Introdução

Um sistema de comunicação digital conecta uma fonte de dados a um usuário através de um canal. Este canal pode ser um cabo coaxial, um enlace de microondas, um par de fios, um cabo de fibra ótica, etc. Podemos representar as principais funções de um sistema de comunicação digital através de um diagrama de blocos conforme ilustra a Figura 2.1.

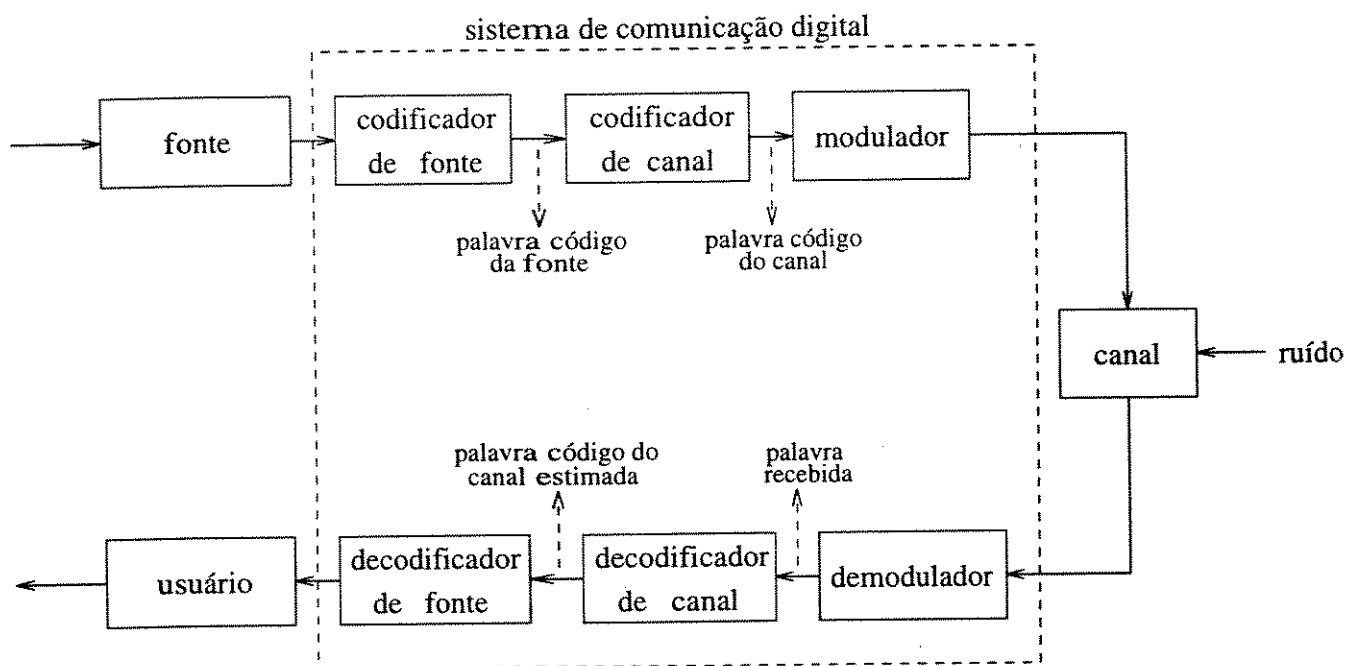


Figura 2.1: Diagrama de Blocos de um Sistema de Comunicação Digital

Os dados que entram no sistema de comunicação digital através da fonte, são inicialmente processados pelo codificador de fonte visando uma representação mais compacta dos dados da fonte. Em muitos casos o codificador de fonte consiste apenas de um conversor analógico/digital. Esta representação é uma sequência de símbolos chamada de *palavra código da fonte*. Depois, os dados são processados pelo codificador de canal que transforma a sequência de símbolos da palavra código da fonte em outra sequência chamada de *palavra código do canal*. A palavra código do canal é uma nova sequência que possui mais redundância do que a palavra código da fonte. Posteriormente, o modulador converte cada símbolo da palavra código do canal em um símbolo analógico (forma de onda adequada para a transmissão através do canal), formando assim, uma sequência de símbolos analógicos que serão transmitidos através do canal. Como o canal é sujeito a vários tipos de ruído, distorção e interferência, o sinal na saída do canal difere do sinal que entrou. O demodulador converte cada sinal recebido na saída do canal no símbolo da palavra código do canal correspondente. Cada símbolo demodulado é a melhor estimativa do símbolo transmitido, pois o demodulador comete alguns erros devido ao ruído do canal. A sequência de símbolos demodulados é chamada de *palavra recebida*.

O decodificador de canal usa a redundância na palavra código do canal para corrigir os erros da palavra recebida, produzindo assim, uma estimativa da palavra código do canal. Se todos os erros são corrigidos, a estimativa da palavra código do canal é igual à palavra código do canal original. Por fim, o decodificador de fonte realiza a operação inversa ao codificador de fonte entregando os dados de informação ao usuário.

A área que trata da construção de codificadores e decodificadores de canal é conhecida por codificação corretora de erros. Assim sendo, direcionando nossos interesses ao objetivo desta tese, definiremos conceitos básicos com relação a códigos corretores de erros e com relação a modulação digital.

2.2 Códigos Corretores de Erros

Suponha que todos os dados de interesse possam ser representados como uma informação binária, ou seja, como uma sequência de zeros e uns. Esta informação binária sofrerá erros quando transmitida por um canal. Estes erros podem ser esporádicos e independentes, neste caso são chamados erros aleatórios, ou podem ocorrer em surtos de vários erros de cada vez, onde diz-se que o canal tem memória. Assim sendo, o propósito de um código corretor de erro é adicionar símbolos extra aos símbolos de informação de modo que os erros possam ser

encontrados e corrigidos no receptor. Isto é, a sequência de símbolos (dados) a ser transmitida é representada por uma sequência de símbolos maior e com redundância suficiente para proteger os dados.

Os códigos corretores de erros podem ser divididos em duas categorias: códigos de bloco e códigos convolucionais. Nos códigos de bloco, um bloco de k bits de informação pode ser seguido por exemplo, por um grupo de r bits de verificação de paridade que são derivados do próprio bloco de bits de informação. No receptor, os bits de verificação são usados para verificar os bits de informação do bloco de informação que precede os bits de verificação. Nos códigos convolucionais, os bits de verificação são usados para verificar não somente os bits de informação do bloco que o precede imediatamente, mas também os outros blocos precedentes.

O nosso interesse é analisar somente os códigos de bloco.

2.2.1 Códigos de Bloco

Como na maioria dos sistemas de comunicação digital a informação é codificada em dígitos binários (0 ou 1), e como é de nosso interesse, discutiremos apenas os códigos de bloco lineares com símbolos do campo binário $GF(2)$ [17, p.27]. O termo linear refere-se ao fato dos dígitos redundantes serem calculados por meio de somadores módulo 2.

Na codificação de bloco, uma sequência de informação binária é segmentada em blocos de mensagem com comprimento fixo, onde cada bloco de mensagem denotado por i consiste de k dígitos de informação. Existem assim, um total de 2^k mensagens diferentes. O codificador transforma cada mensagem i em uma n -upla binária c com $n > k$, sendo que esta n -upla c é referida como a palavra código da mensagem i . Desta forma, temos um total de 2^k palavras código que formam um conjunto conhecido por *código de bloco*.

Definição 1 *Um código de bloco binário (n, k) é o conjunto de 2^k sequências binárias de comprimento n conhecidas por palavras código.*

No caso, estaremos interessados em códigos de bloco lineares que possuem a propriedade de a soma módulo-2 de duas palavras código também resultar em uma palavra código.

Conforme vimos anteriormente, um código de bloco binário representa um bloco de k bits de informação por uma palavra código de n bits. Assim sendo, a taxa do código de bloco R_c em bits de informação/bits codificados é dada por

$$R_c = \frac{k}{n}. \quad (2.1)$$

Os códigos de bloco são analisados por três parâmetros:

- comprimento do bloco n
- comprimento da informação k
- distância mínima d

Definição 2 A distância de Hamming $d(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ entre duas sequências binárias \mathbf{x} e \mathbf{y} de comprimento n é o número de posições na qual elas diferem.

Definição 3 Seja $C = \{\mathbf{c}_i, i = 0, \dots, 2^k - 1\}$ um código. Então a distância mínima d de C é a distância de Hamming do par de palavras distintas com menor distância de Hamming, ou seja.

$$d = \min\{d(\mathbf{c}_i, \mathbf{c}_j) : \mathbf{c}_i, \mathbf{c}_j \in C, i \neq j\}.$$

Assim, um código de bloco (n, k) com distância mínima d pode ser referido como um código de bloco (n, k, d) .

Com relação à capacidade corretora do código, podemos dizer que se desejamos um código de bloco capaz de corrigir t erros, devemos encontrar um código de bloco com distância mínima que satisfaça a seguinte condição

$$d \geq 2t + 1. \tag{2.2}$$

Desde que um código de bloco linear (n, k) seja um subespaço k -dimensional do espaço vetorial de todas as n -uplas binárias, é possível encontrar k palavras código linearmente independentes em C de modo que toda palavra código \mathbf{c} de C seja uma combinação linear destas k palavras código. Se estabelecermos estas k palavras código linearmente independentes como as linhas de uma matriz $k \times n$, formaremos uma matriz \mathbf{G} capaz de gerar o código linear $C(n, k)$. Esta matriz \mathbf{G} é conhecida como *matriz geradora* e pode ser usada no procedimento de codificação da seguinte maneira

$$\mathbf{c} = \mathbf{i}\mathbf{G} \tag{2.3}$$

onde \mathbf{i} , a palavra informação, é a k -upla de bits de informação a ser codificada e \mathbf{c} é a palavra código de comprimento n .

Como \mathbf{c} contém a mensagem não codificada mais os bits redundantes, a matriz geradora pode ser composta de uma matriz identidade $k \times k$, denotada por \mathbf{I}_k , e uma matriz $k \times (n - k)$,

denotada por \mathbf{P} . Assumindo que os k bits mais a direita da palavra código correspondem à mensagem não codificada, temos que

$$\mathbf{G} = [\mathbf{P} \ : \ \mathbf{I}_k]. \quad (2.4)$$

Um código de bloco com esta representação é chamado de *código de bloco linear sistemático*.

Outra importante definição é a matriz de verificação de paridade, com dimensão $(n - k) \times n$, dada por

$$\mathbf{H} = [\mathbf{I}_{n-k} \ : \ \mathbf{P}^T] \quad (2.5)$$

onde \mathbf{I}_{n-k} é uma matriz identidade $(n - k) \times (n - k)$ e \mathbf{P}^T é uma matriz $(n - k) \times k$, a transposta de \mathbf{P} . Teremos então, com aritmética módulo-2,

$$\mathbf{HG}^T = [\mathbf{I}_{n-k} \ : \ \mathbf{P}^T] \begin{bmatrix} \mathbf{P}^T \\ \dots \\ \mathbf{I}_k \end{bmatrix} = \mathbf{P}^T + \mathbf{P}^T = \mathbf{0}. \quad (2.6)$$

Assim como a matriz \mathbf{G} é usada no processo de codificação, a matriz \mathbf{H} é usada no processo de decodificação.

Deteção de Erros: Síndrome

Quando transmitimos a palavra código \mathbf{c} , ela chega na recepção como $\mathbf{r} = \mathbf{c} + \mathbf{e}$, onde \mathbf{e} é um vetor erro contendo 1s nas posições erradas e 0s nas demais. Na recepção o decodificador realiza a seguinte operação

$$\mathbf{s} = \mathbf{rH}^T \quad (2.7)$$

onde \mathbf{s} é conhecida como a síndrome de \mathbf{r} . Como $\mathbf{r} = \mathbf{c} + \mathbf{e}$ e $\mathbf{c} = \mathbf{iG}$, então

$$\mathbf{s} = \mathbf{iGH}^T + \mathbf{eH}^T = \mathbf{eH}^T. \quad (2.8)$$

Se $\mathbf{s} \neq \mathbf{0}$ então ocorreram erros. Se $\mathbf{s} = \mathbf{0}$, ou não ocorreram erros ou não puderam ser detectados.

A equação (2.8) mostra que a síndrome depende somente do padrão de erro \mathbf{e} e não da palavra código transmitida. Como \mathbf{e} é um vetor linha n -dimensional e \mathbf{H}^T é uma matriz $n \times (n - k)$, então \mathbf{s} é um vetor linha $(n - k)$ dimensional. Portanto, existem 2^{n-k} síndromes possíveis.

2.2.2 Tipos de Códigos de Bloco

Exemplificaremos a seguir, somente os códigos de bloco que são de interesse da tese.

Códigos de Repetição

Dado um bit de informação, repete-se ele n vezes.

$$0 \rightarrow 00000$$

$$1 \rightarrow 11111$$

O código de repetição é referido como um código $(n, 1)$. A distância mínima é n e

$$t = \left\lfloor \frac{n-1}{2} \right\rfloor$$

erros podem ser corrigidos pela consideração de que a maioria dos bits recebidos determinam o bit de informação correto, sendo que $\lfloor z \rfloor$ significa o maior inteiro menor ou igual a z . Assim, o código do exemplo é um código $(5, 1, 5)$.

Códigos de Verificação de Paridade

Dado k bits de informação, adiciona-se um $(k+1)$ -ésimo bit de modo que o número de "1s" da palavra código seja par. Por exemplo, com $k = 4$,

$$0000 \rightarrow 00000$$

$$0001 \rightarrow 00011$$

$$0010 \rightarrow 00101$$

$$0011 \rightarrow 00110$$

e assim por diante. O código de verificação de paridade pode ser referido como um código $(k+1, k)$ ou $(n, n-1)$. Assim, o código do exemplo é um código $(5, 4, 2)$.

Códigos de Reed-Muller

São uma classe de códigos de bloco linear com várias possibilidades de taxas e distâncias mínimas. Estes códigos podem ser definidos da seguinte maneira:

- Para qualquer m e $r < m$, existe um código de Reed-Muller com parâmetros dados por

$$n = 2^m, \quad k = \sum_{i=0}^r \binom{m}{i}, \quad d = 2^{m-r}. \quad (2.9)$$

A matriz geradora G do código de Reed-Muller de r -ésima ordem é definida por um conjunto de vetores. Seja v_0 um vetor onde 2^m componentes são "1s" e seja v_1, v_2, \dots, v_m as linhas da matriz com todas as m -uplas possíveis como colunas. As linhas da matriz geradora de r -ésima ordem são os vetores v_0, v_1, \dots, v_m e todos seus produtos dois a dois, três a três, até r a r .

Como exemplo, demonstraremos a geração de códigos de Reed-Muller quando $m = 3$. Existem 2 códigos com os seguintes parâmetros:

r	n	k	d
1	8	4	4
2	8	7	2

Os vetores usados para construir as matrizes geradoras são dados na tabela abaixo:

v_0	1	1	1	1	1	1	1	1
v_1	0	0	0	0	1	1	1	1
v_2	0	0	1	1	0	0	1	1
v_3	0	1	0	1	0	1	0	1
v_1v_2	0	0	0	0	0	0	1	1
v_1v_3	0	0	0	0	0	1	0	1
v_2v_3	0	0	0	1	0	0	0	1

O código de primeira ordem ($r = 1$) é gerado usando os vetores v_0, v_1, v_2, v_3 como as linhas da matriz geradora. O código de segunda ordem ($r = 2$) é gerado usando todos os vetores da tabela anterior como as linhas da matriz geradora.

Códigos BCH

Os códigos BCH são uma classe dos códigos cíclicos e apresentam uma estrutura matemática que proporciona a existência de códigos com grande capacidade corretora de erros [17, p.161].

Um código de bloco linear (n, k) é um código cíclico se e somente se qualquer deslocamento cíclico de uma palavra código produzir outra palavra código. Quando tratamos de códigos cíclicos é usual representarmos uma sequência binária como os coeficientes de um polinômio.

Assim sendo, dado um código cíclico (n, k) , existe um único polinômio código de grau $(n - k)$ que tem a forma

$$g(X) = X^{n-k} + \dots + 1. \quad (2.10)$$

Todos os outros $2^k - 1$ polinômios códigos são múltiplos de $g(X)$ e todo polinômio de grau $(n - 1)$ ou menor que é divisível por $g(X)$, é um polinômio código. Este polinômio $g(X)$ é conhecido por *polinômio gerador do código cíclico*.

Como dissemos anteriormente, os códigos BCH são uma classe dos códigos cíclicos e são um dos códigos mais usados para corrigirem erros aleatórios. Para qualquer par de inteiros positivos m e t , existe um código BCH binário com os seguintes parâmetros:

$$n = 2^m - 1, \quad n - k \leq mt, \quad d \geq 2t + 1. \quad (2.11)$$

Este código pode corrigir todas combinações de t ou menos erros. O polinômio gerador para este código pode ser construído de fatores de $(X^{2^m-1} + 1)$. Existem tabelas de polinômios geradores para códigos BCH com diferentes parâmetros [19, p.583].

Os códigos BCH são uma classe de códigos grande. Eles são amplamente usados não somente pela flexibilidade que oferecem na escolha de parâmetros como o comprimento do bloco e a taxa do código, mas também por estarem entre os melhores códigos conhecidos para determinado comprimento e taxa. Como exemplo podemos citar o código BCH $(15, 7, 5)$, com capacidade corretora $t=2$ e com o polinômio gerador $g(X) = X^8 + X^7 + X^6 + X^4 + 1$.

2.2.3 Decodificação por Máxima Verossimilhança

Se as palavras de um código (n, k, d) são selecionadas independentemente e todas tem a mesma probabilidade de serem enviadas através de um canal, uma maneira ótima de decodificá-las é a seguinte: Ao receber uma sequência \mathbf{r} , o decodificador compara-a com todas as possíveis palavras código. No caso binário isto significa comparar \mathbf{r} com 2^k sequências binárias distintas que formam o código. A palavra código que ficar mais próxima de \mathbf{r} , em termos de distância de Hamming, é selecionada, ou seja, é escolhida a palavra que diferir de \mathbf{r} no menor número de posições. Esta é supostamente a palavra transmitida.

Infelizmente o tempo necessário para decodificar uma sequência recebida pode tornar-se proibitivamente longo, mesmo para valores moderados de k . Deve-se notar que o decodificador precisa comparar \mathbf{r} com 2^k palavras durante um intervalo de tempo que corresponde à duração de n dígitos no canal. Este fato torna este processo de decodificação inadequado em muitos casos práticos.

O processo anterior foi descrito levando-se em conta a distância de Hamming. Este processo de decodificação por máxima verossimilhança também é aplicável para a distância Euclidiana ou qualquer outra métrica.

2.3 Modulação Digital

Conforme vimos na Seção 2.1, a informação digital a ser enviada a um usuário através de um canal de comunicação, pode ser representada por uma sequência de dígitos binários correspondentes à mensagem enviada pela fonte. Estes dígitos binários são gerados diretamente pela fonte ou representam a saída do codificador de fonte ou, mais usualmente, são produzidos por um codificador de canal (veja Figura 2.1). Com isso, é necessário converter a sequência de dígitos binários em formas de onda que se adequam às propriedades físicas do meio de transmissão. O mapeamento de sequências digitais em conjunto de formas de onda é conhecido por *modulação digital*.

Em canais reais a transmissão pode ser distorcida (o que é causado pela interferência intersimbólica), ter problemas de sincronização, desvanecimento (*fading*), etc. Inicialmente, suporemos que o canal tem como imperfeição, o fato do sinal ser contaminado por ruído aditivo Gaussiano e branco com densidade espectral de potência $N_0/2$. Além disso, suporemos que os dígitos binários saem diretamente da fonte para o canal, não havendo portanto, codificação de fonte e nem codificação de canal.

A fonte gera dígitos binários estatisticamente independentes e com igual probabilidade, a uma taxa de R_f bits/s e portanto com um período $T_f = 1/R_f$ s. Os dígitos binários podem ser agrupados em blocos de comprimento h chamados *símbolos*. Com h bits por bloco, existem $M = 2^h$ símbolos diferentes que formam um conjunto $\{m_i\}_{i=1}^M$ com probabilidade 2^{-h} de ocorrer um deles, e portanto, são necessárias M formas de onda diferentes para transmitir os símbolos sem que haja ambiguidade. Então, um tempo $T = hT_f$ é necessário para transmitir um símbolo, sendo que o modulador associa uma forma de onda a cada símbolo. A sequência de formas de onda gerada pelo modulador forma o sinal transmitido $v(t)$. A taxa $1/T$ na qual as formas de onda são transmitidas pelo canal é chamada de *taxa de sinalização ou taxa de modulação* e é dada em símbolos/s por

$$R_m = \frac{R_f}{\log_2 M}. \quad (2.12)$$

O conjunto das M formas de onda usado para se fazer a modulação pode diferir nos seguintes aspectos:

- amplitude, como na modulação por amplitude de pulso (PAM)
- fase, como na modulação por chaveamento de fase (PSK)
- frequência, como na modulação por chaveamento de frequência (FSK)
- amplitude e fase, como na modulação combinada em amplitude e fase (QAM)

No nosso caso, temos interesse pela modulação M-PSK onde consideraremos moduladores sem memória e receptores coerentes, ou seja, o receptor tem completo conhecimento do conjunto dos possíveis sinais transmitidos. A natureza sem memória do processo de modulação implica no fato das formas de onda avaliadas no modulador serem estritamente limitadas ao intervalo de tempo T e que o modulador tem apenas um estado, o qual não afeta os sinais gerados.

Antes porém de entrarmos em detalhes com relação à modulação M-PSK, definiremos alguns parâmetros relevantes.

Denotaremos por P a potência média dos sinais digitais transmitidos. Em qualquer caso, devemos lembrar que o desempenho do receptor depende de sua potência de entrada. Assumindo que o canal não cause atenuação no sinal transmitido, a potência média de entrada do receptor é a mesma potência P usada na transmissão. Se a fonte emite dígitos binários com taxa R_f em bits/s, a taxa que pode ser aceita pelo modulador é dada por

$$R_f = \frac{\log_2 M}{T} \quad (2.13)$$

onde M é o número de sinais de duração T avaliados no modulador e $1/T$ é a taxa de modulação. Desta maneira, a potência média do sinal pode ser expressa por

$$P = \frac{E}{T} = E \frac{R_f}{\log_2 M} = E_b R_f \quad (2.14)$$

onde

$$E = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M |s_i|^2 \quad (2.15)$$

é a energia média de uma constelação de M sinais (onde s_i é o vetor que representa cada sinal da constelação) e

$$E_b = \frac{E}{\log_2 M} \quad (2.16)$$

é a energia média requerida para transmitir um bit. Sendo W a largura de faixa do sinal, temos

$$\frac{P}{N_0 W} = \frac{E_b R_f}{N_0 W} \quad (2.17)$$

A expressão anterior mostra que a razão potência sinal-ruído é o produto de dois termos significantes na avaliação de um esquema de modulação. O primeiro termo (E_b/N_0) representa a energia de bit pela densidade espectral unilateral de ruído, enquanto que o segundo termo (R_f/W) representa a eficiência espectral em bits/s/Hz. Além destes dois termos, temos ainda a probabilidade de erro de bit P_b como outro parâmetro importante na avaliação de um esquema de modulação. Com isso, podemos dizer que os objetivos conflitantes na escolha de um esquema de modulação digital são:

- minimizar a probabilidade de erro de bit (maximizar E_b/N_0)
- minimizar a potência
- maximizar a eficiência espectral
- minimizar a complexidade do equipamento

2.3.1 Modulação M-PSK

Na modulação por chaveamento de fase (M-PSK), a sequência de símbolos modulados em fase é dada por

$$v(t) = A \sum_{k=0}^{\infty} u_T(t - kT) \cos(2\pi f_0 t + \phi_k) = I(t) \cos 2\pi f_0 t - Q(t) \sen 2\pi f_0 t \quad (2.18)$$

onde

$$I(t) \triangleq A \sum_{k=0}^{\infty} \cos \phi_k u_T(t - kT) \quad (2.19)$$

$$Q(t) \triangleq A \sum_{k=0}^{\infty} \sen \phi_k u_T(t - kT) \quad (2.20)$$

sendo A a amplitude de um pulso retangular, $u_T(t)$ a função degrau

$$u_T(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < T \\ 0, & t < 0, t > 0 \end{cases}$$

e ϕ_k valores do conjunto

$$\left\{ \frac{2\pi}{M}(i - 1) + \Phi \right\}_{i=1}^M \quad (2.21)$$

onde Φ é uma fase constante arbitrária e M o número de sinais que formam a constelação M-PSK.

A representação geométrica de algumas constelações encontra-se na Figura 2.2. Através desta figura, podemos verificar que todos os pontos da constelação tem mesma energia, ou seja, os pontos estão dispostos em um círculo. Por outro lado, conforme M aumenta, para um mesmo raio, os sinais ficam mais próximos, aumentando a probabilidade de erro. Um modo de se diminuir a probabilidade de erro é aumentar a energia da constelação.

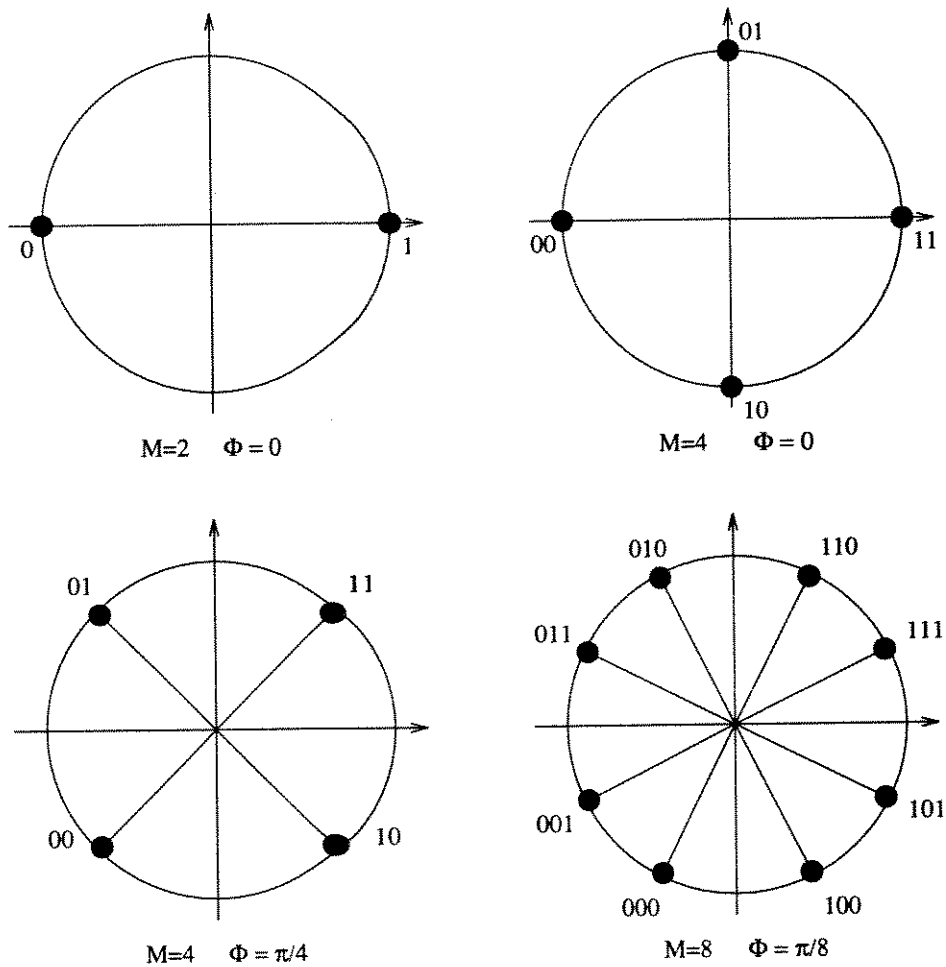


Figura 2.2: Representação geométrica de algumas constelações PSK

2.3.2 Demodulação PSK Coerente

A demodulação coerente de sinais PSK é realizada quando o receptor tem total conhecimento da fase da portadora Φ (de 2.21).

O propósito do demodulador é processar o sinal recebido $r(t)$, de modo a produzir uma estimativa \hat{m}_k de cada símbolo transmitido. O sinal recebido $r(t)$ pode ser escrito da seguinte

maneira

$$r(t) = x(t) + n(t) \quad (2.22)$$

onde $x(t)$ é o sinal transmitido e $n(t)$ é o ruído aditivo Gaussiano e branco.

O desempenho do esquema de modulação será avaliada pela probabilidade de erro de símbolo

$$P(e) = P(\hat{m}_k \neq m_k). \quad (2.23)$$

Assim, como estamos interessados em um demodulador ótimo no sentido de que o valor de $P(e)$ seja mínimo, analisaremos um receptor que utilize decisão por máxima verossimilhança. Para analisarmos tal receptor, utilizaremos a interpretação geométrica para entendermos a regra de decisão ótima.

Inicialmente, representaremos os sinais pela forma vetorial

$$\mathbf{r} = \mathbf{x}_j + \mathbf{n}, \quad j = 1, 2, \dots, M \quad (2.24)$$

onde \mathbf{x}_j é o vetor que representa os sinais transmitidos. Agora, definiremos a distância Euclidiana entre dois vetores \mathbf{r} e \mathbf{x}_i como

$$d(\mathbf{r}, \mathbf{x}_i) \triangleq |\mathbf{r} - \mathbf{x}_i|^2, \quad (2.25)$$

onde $|\mathbf{y}|$ representa a norma de \mathbf{y} . Assim sendo, o demodulador ótimo escolhe o vetor sinal \mathbf{x}_i como aquele que estiver mais próximo geometricamente do vetor recebido \mathbf{r} . Concluindo, podemos dizer que a decisão por máxima verossimilhança é implementada por um demodulador de distância mínima. Neste caso, a regra de decisão implementada pelo demodulador ótimo particiona o espaço de sinais em M regiões de decisão ($R_j, j = 1, 2, \dots, M$), onde estas regiões são sempre delimitadas por hiperplanos formados pelo conjunto de pontos equidistantes de dois sinais vizinhos. Este particionamento do espaço de sinais em regiões de decisão R_j , deve-se ao fato de aplicarmos o conceito de distância mínima, ou seja,

$$R_i \triangleq \{\mathbf{r} : d(\mathbf{r}, \mathbf{x}_i) = \min_j d(\mathbf{r}, \mathbf{x}_j)\}, \quad j = 1, 2, \dots, M. \quad (2.26)$$

Assim, a regra de decisão por máxima verossimilhança é

$$\text{escolha } \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_i \text{ sempre que } \mathbf{r} \in R_i. \quad (2.27)$$

A probabilidade de erro aproximada para o caso M-PSK pode ser obtida utilizando o seguinte método [20, pp.207-211]. Considere a Figura 2.3.

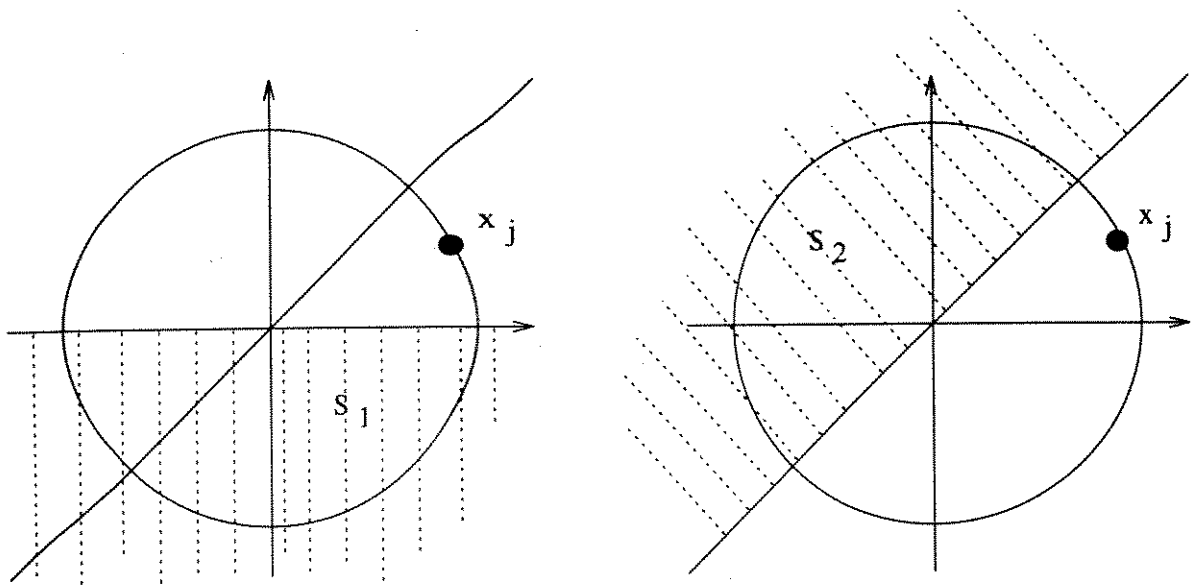


Figura 2.3: Regiões de decisão para cálculo aproximado da probabilidade de erro

Dado que x_j foi transmitido

$$P(\mathbf{r} \in S_1) \leq P(e) < P(\mathbf{r} \in S_1) + P(\mathbf{r} \in S_2). \quad (2.28)$$

Mas o vetor recebido \mathbf{r} pertencerá à região S_1 ou S_2 , se a componente do vetor ruído que é ortogonal à linha decisão for maior que a distância de \mathbf{x} até a linha de decisão (isto é, $\sqrt{E} \text{sen}(\pi/M)$). Portanto

$$\frac{1}{2} \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{E}{N_0}} \text{sen} \frac{\pi}{M} \right) \leq P(e) < \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{E}{N_0}} \text{sen} \frac{\pi}{M} \right). \quad (2.29)$$

2.3.3 Largura de Faixa Necessária para Sinais PSK

A eficiência espectral máxima para sinais modulados por fase é dada por

$$\frac{R_f}{W} = \frac{\log_2 M}{T} T = \log_2 M. \quad (2.30)$$

O resultado mostra que a eficiência espectral aumenta à medida em que o número de sinais da constelação (M) também aumenta. Entretanto, o aumento da eficiência espectral requer um aumento na potência média usada para transmitir os sinais.

Capítulo 3

MODELO DO CANAL

3.1 Introdução

No capítulo anterior, quando analisamos um sistema de comunicação digital de forma mais geral para que pudéssemos extrair os conceitos básicos de nosso interesse, consideramos o meio de transmissão como sendo um canal AWGN (do inglês *Additive White Gaussian Noise*). Neste tipo de canal, temos como imperfeição o fato do sinal ser contaminado pelo ruído aditivo Gaussiano e branco.

Entretanto, como é de nosso interesse, consideraremos o meio de transmissão como sendo um canal com desvanecimento. Um exemplo deste tipo de canal é o canal de rádio. Diz-se que este tipo de canal tem como resposta um impulso ou uma sequência de impulsos com amplitudes e atrasos aleatórios. Esta caracterização serve como modelo para a transmissão de sinais através de alguns canais de rádio tais como:

- ionosfera

 - faixas de frequência de 3 a 30 MHz (HF)

 - faixas de frequência de 30 a 300 MHz (VHF)

- troposfera

 - faixas de frequência de 300 a 3000 MHz (UHF)

 - faixas de frequência de 3000 a 30000 MHz (SHF)

As respostas destes canais em forma de impulsos que variam aleatoriamente no tempo, são consequência das constantes mudanças que ocorrem nas características físicas do meio. Por

exemplo, os íons da ionosfera que refletem os sinais transmitidos na faixa de frequência HF estão sempre em movimento. Para o usuário do canal o movimento dos íons apresenta-se de forma aleatória. Conseqüentemente, se o mesmo sinal é transmitido em HF em dois intervalos de tempo largamente separados, os dois sinais recebidos não serão somente diferentes, mas a diferença entre eles será aleatória ao invés de determinística. Com isso, as variações aleatórias que ocorrem são tratadas em termos estatísticos. Desta forma, podemos tratar o sinal sob uma base estatística e interpretaremos os resultados como eventos aleatórios que ocorrem com uma dada probabilidade.

Antes porém de entrarmos em detalhes com relação aos canais com desvanecimento, analisaremos o canal AWGN com a finalidade de referência, pois o nosso modelo de canal com desvanecimento também leva em consideração o ruído Gaussiano no receptor.

3.2 Canal AWGN

Em alguns casos é apropriado modelar a composição de um canal discreto no tempo como possuindo um alfabeto de entrada finito $X = \{x_0, x_1, \dots, x_{q-1}\}$ e um alfabeto de saída Y que pode assumir qualquer valor real, ou seja, $Y = \{-\infty, \infty\}$. Isto nos permite definir um canal sem memória discreto no tempo que é caracterizado por uma entrada discreta X , uma saída contínua Y e um conjunto de funções densidade de probabilidade condicional

$$p(y|X = x_k) \quad k = 0, 1, \dots, q - 1. \quad (3.1)$$

O mais importante canal desse tipo é o canal com ruído aditivo Gaussiano e branco (AWGN) para o qual

$$Y = X + N \quad (3.2)$$

onde N é uma variável aleatória Gaussiana de média zero com variância σ^2 e $X = x_k$, $k = 0, 1, \dots, q - 1$. Para um dado X , teremos Y como uma variável aleatória Gaussiana de média x_k com variância σ^2 . Isto é,

$$p(y|X = x_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp \left\{ -\frac{(y - x_k)^2}{2\sigma} \right\}. \quad (3.3)$$

Para qualquer sequência de entrada X_i , $i = 1, 2, \dots, n$, existe uma sequência de saída correspondente

$$Y_i = X_i + N_i \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.4)$$

3.3 Canal com Desvanecimento

Quando transmitimos um sinal por um canal com desvanecimento, este sinal propaga-se por caminhos múltiplos. O fato deste sinal propagar-se por diferentes caminhos antes de chegar ao receptor, faz com que tanto a amplitude como a fase do sinal recebido sofram variações aleatórias no tempo. Diz-se que este sinal que chega ao receptor é um sinal com desvanecimento.

Um exemplo de canal com desvanecimento é um canal de satélite móvel. Neste tipo de canal, temos a largura de faixa restringida pelo desejo de acomodarmos um grande número de usuários em uma dada largura de faixa de transmissão, e além disso, temos também uma restrição de potência devido à capacidade limitada de transmissão do satélite e devido ao tamanho da antena móvel. Além do ruído aditivo, o canal de satélite móvel está sujeito a fatores prejudiciais tais como o deslocamento da frequência Doppler devido à locomoção do receptor, o atraso no sinal (delay), o desvanecimento causado pelos caminhos múltiplos e o sombreamento devido a obstruções. Entretanto, as mais sérias imperfeições do canal de satélite móvel são as duas últimas, ou seja, o desvanecimento e o sombreamento, pois para termos um desempenho confiável o sistema deve ser capaz de combater desvanecimentos pequenos e recuperar-se rapidamente de desvanecimentos longos.

3.4 Modelagem de Canais com Desvanecimento

Quando um sinal com desvanecimento é recebido em uma antena móvel, podemos identificar três componentes no mesmo: a componente em visada direta, a componente refletida e a componente dispersada. A componente em visada direta mais a componente refletida é referida como componente recebida coerente, e a componente dispersada é referida como componente recebida não coerente. Assim, definimos o parâmetro K como a razão entre a componente coerente e a não coerente.

Se recebermos um sinal sombreado por obstruções (morros, construções, árvores, etc), somente a componente coerente pode ser atenuada, e assim, a envoltória do sinal pode ser representada pela distribuição log-normal. Se o sinal recebido tiver a componente não coerente predominante, isto é, o sinal se propaga por caminhos múltiplos onde os caminhos indiretos predominam amplamente sobre o caminho direto, o parâmetro K tende a zero e a envoltória do sinal pode ser representada pela distribuição de Rayleigh. Caso a componente coerente seja predominante, isto é, o caminho direto predomine sobre os caminhos indiretos, teremos

$0 < K < \infty$ e a envoltória do sinal recebido pode ser representada pela distribuição de Rice. Quando o parâmetro K tende a infinito, o canal tende ao modelo sem desvanecimento.

Matematicamente falando, temos um canal com desvanecimento onde a amplitude com desvanecimento do sinal recebido é uma variável aleatória ρ com função densidade de probabilidade dada por

$$p(\rho) = \begin{cases} 2\rho(1+K)\exp\{-K - \rho^2(1+K)\}I_0(2\rho\sqrt{K(1+K)}) & \rho \geq 0 \\ 0 & \rho < 0 \end{cases} \quad (3.5)$$

onde $I_0(x)$ é a função de Bessel modificada de ordem zero e de primeira espécie.

Considerando desvanecimento lento, assumiremos que a fase desvanecida é constante sobre um ou mais intervalos de símbolos, e assim, o desempenho do sistema vai depender somente da função densidade de probabilidade de primeira ordem da envoltória com desvanecimento. Caso o desvanecimento seja rápido, a fase com desvanecimento vai variar rapidamente sobre o intervalo de símbolo, e assim, teremos de considerar a função de correlação do processo de desvanecimento para avaliarmos o desempenho.

Como é de nosso interesse, analisaremos os canais com desvanecimento que são caracterizados pela distribuição de Rayleigh, e que são conhecidos por *canais com desvanecimento de Rayleigh*.

3.4.1 Canal com Desvanecimento de Rayleigh

O sinal recebido em uma antena móvel dificilmente terá uma linha de visada direta com o transmissor. Este sinal recebido é a soma de sinais com diferentes amplitudes e fases, formados através do caminho devido ao espalhamento do sinal transmitido quando este encontrou obstruções espalhadas aleatoriamente. Este processo é conhecido por *propagação multipercurso* ou *propagação por caminhos múltiplos*.

É plausível supor que as fases das ondas espalhadas são uniformemente distribuídas de 0 a 2π rad e que as amplitudes e fases são estatisticamente independentes umas das outras. Consequentemente, podemos esperar que em certos momentos as ondas estarão em fase produzindo uma amplitude grande (interferência construtiva), e que em outro instante elas poderão estar fora de fase produzindo uma amplitude pequena (interferência destrutiva).

Considere um sinal s de frequência ω_0 com amplitude a descrito em forma exponencial

$$s = a \exp\{j\omega_0 t\}. \quad (3.6)$$

Seja a_i e θ_i a amplitude e a fase da i -ésima onda espalhada. O sinal resultante s_r que chega ao receptor é a soma das n ondas espalhadas:

$$s_r = \sum_{i=1}^n a_i \exp\{j(\omega_0 t + \theta_i)\}. \quad (3.7)$$

Equivalentemente,

$$s_r = r \exp\{j(\omega_0 t + \theta)\} \quad (3.8)$$

$$r \exp\{j\theta\} = \sum_{i=1}^n a_i \exp\{j\theta_i\}. \quad (3.9)$$

Entretanto,

$$r \exp\{j\theta\} = \sum_{i=1}^n a_i \cos\theta_i + j \sum_{i=1}^n a_i \sen\theta_i \triangleq x + jy. \quad (3.10)$$

Então

$$x \triangleq \sum_{i=1}^n a_i \cos\theta_i \quad (3.11)$$

e

$$y \triangleq \sum_{i=1}^n a_i \sen\theta_i \quad (3.12)$$

onde

$$r^2 = x^2 + y^2 \quad (3.13)$$

$$x = r \cos\theta \quad (3.14)$$

$$y = r \sen\theta. \quad (3.15)$$

Como n é geralmente muito grande, as amplitudes a_i são aleatórias e as fases θ_i tem densidade uniforme, podemos supor que x e y são ambas variáveis Gaussianas com média zero e variâncias $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 \triangleq \sigma_r^2$. Consequentemente, suas densidades são do tipo (pelo Teorema Central do Limite)

$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} \exp\left\{-\frac{z^2}{2\sigma_z^2}\right\} \quad (3.16)$$

onde $z = x$ ou $z = y$.

As variáveis aleatórias x e y são independentes mesmo sendo Gaussianas com a mesma distribuição. A distribuição conjunta $p(x, y)$ é

$$p(x, y) = p(x)p(y) = \frac{1}{2\pi\sigma_r^2} \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma_r^2}\right\}. \quad (3.17)$$

A distribuição $p(r, \theta)$ pode ser escrita como uma função de $p(x, y)$ da seguinte maneira

$$p(r, \theta) = |J| p(x, y) \tag{3.18}$$

onde

$$J \triangleq \begin{vmatrix} \frac{\delta x}{\delta r} & \frac{\delta x}{\delta \theta} \\ \frac{\delta y}{\delta r} & \frac{\delta y}{\delta \theta} \end{vmatrix} \tag{3.19}$$

é o Jacobiano da transformação das variáveis aleatórias x, y em r, θ . Usando as equações (3.14) e (3.15) em (3.19), obtemos $J = r$. Desta forma, usando a equação (3.17) na (3.18) temos

$$p(r, \theta) = \frac{r}{\sqrt{2\pi}\sigma_r} \exp\left\{-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right\}. \tag{3.20}$$

A densidade $p(r)$ é obtida pela ponderação de $p(r, \theta)$ sobre o intervalo de variação de θ .

Assim

$$\begin{aligned} p(r) &= \int_0^{2\pi} p(r, \theta) d\theta \\ p(r) &= \begin{cases} \frac{r}{\sigma_r^2} \exp\left\{-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right\} & r \geq 0 \\ 0 & r < 0 \end{cases} \end{aligned} \tag{3.21}$$

A equação (3.21) é a função densidade de probabilidade de Rayleigh. Alguns valores importantes da distribuição:

- valor médio:

$$E[r] = \int_0^\infty r p(r) dr = \sqrt{\pi/2}\sigma_r$$

- segundo momento:

$$E[r^2] = \int_0^\infty r^2 p(r) dr = 2\sigma_r^2$$

- variância:

$$E[r^2] - E^2[r] = (2 - \pi/2)\sigma_r^2$$

- valor mais provável:

$$\max\{p(r)\} = \sigma_r$$

Como podemos observar, a equação (3.21) é a mesma equação (3.5) quando o parâmetro K tende a zero, e quando consideramos na equação (3.21) que a variância σ_r^2 seja igual a $1/2$ e que r seja a amplitude com desvanecimento do sinal recebido ρ . Assim teremos

$$p(\rho) = \begin{cases} 2\rho \exp\{-\rho^2\} & \rho \geq 0 \\ 0 & \rho < 0 \end{cases} \tag{3.22}$$

Com isso, podemos caracterizar um canal com desvanecimento de Rayleigh por

$$r_k = \rho x_k + n_k \quad (3.23)$$

onde x_k é o k -ésimo elemento da sequência de símbolos \mathbf{x} que foi transmitida, r_k é o k -ésimo elemento da sequência de símbolos \mathbf{r} que foi recebida, ρ é a amplitude do desvanecimento que perturba o símbolo x_k tendo distribuição de Rayleigh dada pela equação (3.22) e n_k é o ruído Gaussiano branco bidimensional com densidade espectral de potência $N_0/2$.

3.5 Entrelaçamento

A maioria dos códigos conhecidos que foram projetados para aumentar a confiabilidade na transmissão da informação, são efetivos quando os erros causados pelo canal são estatisticamente independentes. Este é o caso para canais AWGN. Entretanto, no caso de canais com desvanecimento, a situação é diferente. O sinal desvanecido geralmente sofre quedas abaixo do nível de ruído devido à propagação multi-percurso variante no tempo, resultando assim no aparecimento de um grande número de erros (surtos de erros). Um surto de erro de comprimento b é definido como uma sequência de b bits errados dos quais o primeiro e o último são "1s". Uma técnica prática de impedir estes surtos de erros é o que chamamos de *entrelaçamento*, onde a ordem da sequência de dados codificada é rearranjada de maneira determinística, ou seja, os dados codificados serão manipulados de maneira tal que os surtos de erros sejam espalhados no tempo, e conseqüentemente tornem distantes os possíveis erros ocorridos nas palavras código. O diagrama de um sistema que utiliza entrelaçamento é mostrado na Figura 3.1.

Como estamos interessados em códigos de bloco, analizaremos a estrutura de um entrelaçador de bloco. Um entrelaçador de bloco formata os dados codificados em uma matriz de m linhas e n colunas. Geralmente, cada linha da matriz constitui uma palavra código de comprimento n . Um entrelaçador de grau m consiste em uma matriz de m linhas (m palavras código) onde as colunas é que serão transmitidas pelo canal. No receptor, o deentrelaçador armazena os dados no mesmo formato da matriz de transmissão lendo os mesmos pelas linhas, uma palavra código por intervalo de tempo. Como resultado dessa reordenação dos dados durante a transmissão, um surto de erros de comprimento $l = mb$ é quebrado em m surtos de comprimento b . Assim, um código (n, k) que corrige surtos de erros de comprimento $b \leq \lfloor (n - k)/2 \rfloor$, pode ser combinado com um entrelaçador de grau m para criar um código (mn, mk) que pode corrigir surtos de comprimento mb .

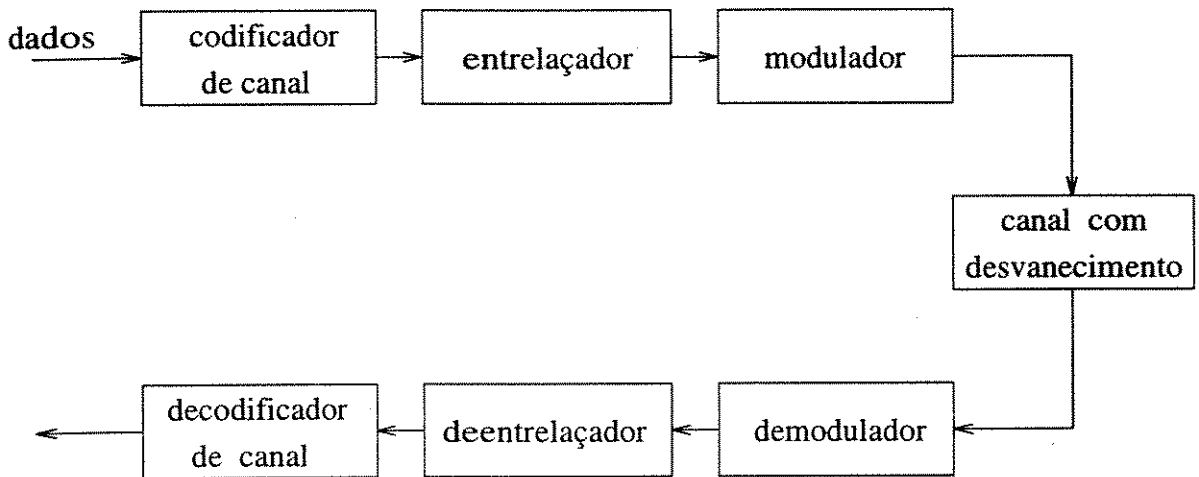


Figura 3.1: Diagrama de blocos de um sistema que utiliza entrelaçamento

3.6 Análise do Critério de Desempenho dos Códigos

O desempenho dos códigos num canal com desvanecimento será analisado através do limitante superior da probabilidade de erro de bit média conforme foi proposto e desenvolvido em [1].

Temos que o limitante superior da probabilidade de erro de bit média é obtido por

$$P_b \leq \frac{1}{k} \sum_{\mathbf{x}} \sum_{\hat{\mathbf{x}} \in C, \hat{\mathbf{x}} \neq \mathbf{x}} a(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) p(\mathbf{x}) P(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) \quad (3.24)$$

onde k é o número de bits de informação, $a(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$ é o número de bits errados ocorridos quando a sequência \mathbf{x} é transmitida e a sequência $\hat{\mathbf{x}} \neq \mathbf{x}$ é escolhida pelo decodificador, $p(\mathbf{x})$ é a probabilidade a priori de transmissão de \mathbf{x} , C é o conjunto de todas as sequências codificadas e $P(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$ é a probabilidade do decodificador escolher $\hat{\mathbf{x}}$ quando \mathbf{x} foi transmitido (probabilidade de erro par a par), supondo a existência de apenas \mathbf{x} e $\hat{\mathbf{x}}$.

Avaliar esta probabilidade de erro par a par, depende da métrica de decodificação proposta, do tipo de detecção usada e da presença ou não da informação do estado do canal (CSI). A informação do estado do canal (CSI) é um parâmetro derivado do canal que pode ser usado no cálculo da métrica de decodificação dando uma melhoria no desempenho. Este parâmetro pode ser obtido através da potência da frequência piloto extraída na recepção. Com isso, vamos considerar dois casos:

a) Detecção coerente e uso de informação do estado do canal (CSI)

Para este caso, conforme foi mostrado em [1], temos a probabilidade de erro par a par

condicionada pelo vetor amplitude com desvanecimento $\rho = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n)$ dada por

$$P(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}|\rho) \leq \exp \left\{ -\frac{E_s}{4N_0} d^2(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) \right\} \quad (3.25)$$

onde

$$d^2(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) = \sum_{n \in \eta} \rho_n^2 |x_n - \hat{x}_n|^2 \quad (3.26)$$

representa a distância Euclidiana quadrática entre duas sequências de símbolos \mathbf{x} e $\hat{\mathbf{x}}$, onde η é o conjunto de todos n para os quais $x_n \neq \hat{x}_n$ e ρ_n é a amplitude com desvanecimento normalizada para o n -ésimo intervalo de transmissão cuja função densidade de probabilidade é dada pela equação (3.5). Além disso, E_s/N_0 é a razão entre a energia do símbolo M-ário e a densidade espectral do ruído. Para entrelaçamento ideal, os ρ_n 's são independentes e identicamente distribuídos. Então a média de (3.25) sobre (3.5) pode ser escrita da seguinte forma

$$P(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) \leq \exp \left(-\frac{\bar{E}_s}{4N_0} d^2 \right) \quad (3.27)$$

com

$$d^2 = \sum_{n \in \eta} \left\{ \frac{|x_n - \hat{x}_n|^2 K}{1 + K + \frac{\bar{E}_s}{4N_0} |x_n - \hat{x}_n|^2} + \left(\frac{\bar{E}_s}{4N_0} \right)^{-1} \ln \left(\frac{1 + K + \frac{\bar{E}_s}{4N_0} |x_n - \hat{x}_n|^2}{1 + K} \right) \right\} \quad (3.28)$$

sendo que a razão \bar{E}_s/N_0 é a relação sinal ruído média por símbolo transmitido (RSR). A energia média de símbolo M-ário (\bar{E}_s) é dada por

$$\bar{E}_s = E\{\rho^2 E_s\}$$

onde E_s é definida pela equação (2.15).

Para $K = \infty$ (sem desvanecimento) teremos

$$P(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) \leq \exp \left(-\frac{\bar{E}_s}{4N_0} \sum_{n \in \eta} |x_n - \hat{x}_n|^2 \right) \quad (3.29)$$

Para $K = 0$ (desvanecimento de Rayleigh) e \bar{E}_s/N_0 grande teremos

$$P(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) \leq \prod_{n \in \eta} \frac{1}{\frac{\bar{E}_s}{4N_0} |x_n - \hat{x}_n|^2} \quad (3.30)$$

Para $0 < K < \infty$ (desvanecimento de Rice) e considerando relação sinal-ruído suficientemente grande, podemos simplificar (3.27) para

$$P(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) \leq \prod_{n \in \eta} \frac{1}{\frac{\bar{E}_s}{N_0} \frac{|x_n - \hat{x}_n|^2}{4(1+K)}} e^{-K} \quad (3.31)$$

Substituindo (3.31) em (3.24) teremos

$$P_b \leq \sum_{\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}} \in C} a(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) p(\mathbf{x}) \prod_{n \in \eta} \frac{1}{\frac{\bar{E}_s}{N_0} \frac{|x_n - \hat{x}_n|^2}{4(1+K)}} e^{-K} \quad (3.32)$$

cujas avaliação depende do código usado.

Para identificarmos considerações importantes para projetos em meios com desvanecimento, devemos primeiro observar que o limitante superior de (3.32) será dominado pelo termo do somatório que tem a menor taxa de declínio com \bar{E}_s/N_0 , ou seja, isto corresponde à sequência de símbolos errada com o menor número de elementos em η . Vamos nos referir a esta sequência, como a *menor sequência com ocorrência de erro* e definiremos o *quantidade* de erros desta sequência, como o número de distâncias Euclidianas não nulas entre símbolos desta sequência e da sequência correta. Na verdade, esta *quantidade* de erros é a distância de Hamming entre símbolos M-ários da sequência de dados estimada e da sequência de dados enviada, e será denotada por $d_H(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$.

b) Detecção coerente e ausência de informação do estado do canal (CSI)

Conforme foi desenvolvido em [1], para uma relação sinal-ruído suficientemente alta, teremos a probabilidade de erro de elementos do par de sequências dado por

$$P(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) \leq \frac{\left(\frac{2e}{L_\eta}\right)^{L_\eta}}{\left(\frac{\bar{E}_s}{N_0}\right)^{L_\eta}} \left(\prod_{n \in \eta} \frac{|x_n - \hat{x}_n|^2}{\left(\sum_{n \in \eta} |x_n - \hat{x}_n|^2\right)^{1/2}} \right)^{-2} (1+K)^{L_\eta} e^{-L_\eta K} \quad (3.33)$$

onde $L_\eta = d_H(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$ é a distância de Hamming entre duas sequências de símbolos \mathbf{x} e $\hat{\mathbf{x}}$. Assim, substituindo (3.33) em (3.24) teremos o limitante superior da probabilidade de erro de bit média para este caso.

Observando os dois casos anteriores, podemos ver que assintoticamente com relação sinal-ruído alta, a probabilidade de erro de bit média é aproximadamente dada por

$$P_b \cong \frac{1}{k} C \left(\frac{(1+K)e^{-K}}{\bar{E}_s/N_0} \right)^{d_H(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})} ; \frac{\bar{E}_s}{N_0} \gg K \quad (3.34)$$

onde k é o número de bits de informação e C é uma constante que depende da estrutura de distância do código, ou seja

$$C = \begin{cases} 4^{d_H(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})} \left(\prod_{n \in \eta} |x_n - \hat{x}_n|^2 \right)^{-1} & (\text{caso a}) \\ \left(\frac{2e}{d_H(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})} \right)^{d_H(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})} \left(\prod_{n \in \eta} \frac{|x_n - \hat{x}_n|^2}{\left(\sum_{n \in \eta} |x_n - \hat{x}_n|^2\right)^{1/2}} \right)^{-2} & (\text{caso b}) \end{cases} \quad (3.35)$$

A aproximação feita em (3.34) deve-se ao fato de se considerar somente um único termo em (3.24), isto é, o termo devido à sequência com menor número de erros (termo com menor distância de Hamming $d_H(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$). Também, para simplificar, ignoramos a quantidade destas sequências na computação de C . Mesmo assim, (3.34) também representa um limitante inferior preciso de P_b .

Definiremos a distância produto entre as sequências \mathbf{x} e $\hat{\mathbf{x}}$, como

$$d_p(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) = \prod_{n \in \eta} |x_n - \hat{x}_n|^2 \quad (3.36)$$

onde $|x_n - \hat{x}_n|^2$ é a distância Euclidiana quadrática entre os n -ésimos símbolos das sequências \mathbf{x} e $\hat{\mathbf{x}}$.

Assim, para minimizarmos a probabilidade de erro de bit média nos casos a e b , devemos usar códigos que maximize a distância de Hamming $d_H(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$ e a distância produto $d_p(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$.

Como estamos interessados no canal com desvanecimento de Rayleigh ($K = 0$) e no uso de detecção coerente e presença de informação do estado do canal (CSI), ou seja, o caso a , teremos a probabilidade de erro de bit média dada por

$$P_b \cong \frac{1}{k} \frac{1}{d_p(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})} \left(\frac{4}{\bar{E}_s/N_0} \right)^{d_H(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})} \quad (3.37)$$

De acordo com a equação (3.37) podemos constatar que ambos os parâmetros, distância de Hamming $d_H(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$ e distância produto $d_p(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$, influenciam no desempenho. Acontece porém, que esta influência ocorre de maneira diferenciada onde o parâmetro mais importante é determinado pela relação sinal-ruído. Como a distância de Hamming $d_H(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$ é expoente da relação sinal-ruído, teremos para uma relação sinal-ruído alta, variações mais sensíveis na equação (3.37) quando alterarmos a distância de Hamming $d_H(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$, visto que a distância produto $d_p(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$ não afetará de maneira relevante o resultado final. Caso contrário, ou seja, para uma relação sinal-ruído baixa, o fator predominante na performance será a distância produto $d_p(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$. Assim sendo, para construirmos códigos bons para sistemas de comunicação digital via canal com desvanecimento, teremos de considerar valores ponderados tanto para a distância de Hamming quanto para a distância produto.

3.7 Taxa de Corte do Canal

Considere um codificador de canal que processe símbolos da fonte a uma taxa $R = k/n$. Se n é aumentado, aumentaremos k para manter R fixo. De acordo com esta consideração

anterior, temos o segundo teorema de Shannon descrito da seguinte maneira:

- Sejam os símbolos da fonte codificados em palavras código de comprimento n e seja P_{WE} a probabilidade de decodificação errônea. Se C é a capacidade do canal e $R < C$, então existe um código de taxa R tal que $P_{WE} \rightarrow 0$ quando $n \rightarrow \infty$.

Isto significa mais especificamente que, se quisermos transmitir dados modulados por um canal discreto, existe um código de comprimento n e com taxa $R \leq C$ para o qual a probabilidade de erro de palavra é limitada por

$$P_{WE} \leq 2^{-nE(R)} \tag{3.38}$$

onde $E(R)$, a função confiabilidade do canal, é uma função não negativa de R para $0 \leq R \leq C$ e é especificada pelas probabilidades de transição do canal. O teorema da codificação prova a existência de códigos que podem tornar a probabilidade de decodificação errônea muito pequena, e também fornece um intervalo de valores de taxas onde a transmissão confiável é possível, porém não fornece nenhuma indicação de como construir tais códigos. Entretanto, observa-se que P_{WE} decresce quando n é aumentado, e isto normalmente é acompanhado de um aumento na complexidade do sistema.

Seja uma função típica $E(R)$ caracterizada pela Figura 3.2.

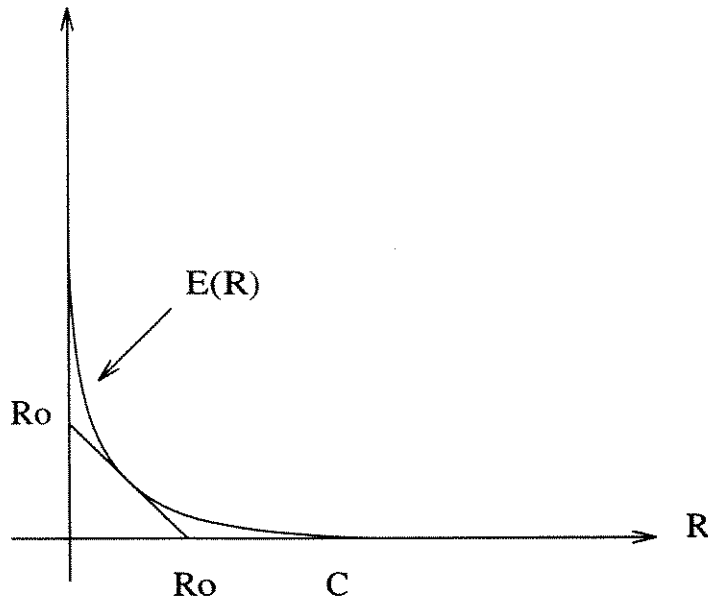


Figura 3.2: A função $E(R)$ de um canal discreto e a taxa de corte do mesmo

Baseado na figura anterior, apresentaremos um parâmetro muito importante a ser considerado, a *taxa de corte do canal* (R_0). Esta é a taxa na qual a tangente de $E(R)$ de inclinação -1

intercepta o eixo R , tanto que para $R \leq R_0$ teremos

$$P_{WE} \leq 2^{-n(R_0-R)} \quad (3.39)$$

A inequação anterior mostra que enquanto C fornece somente um intervalo de taxas onde a transmissão confiável é possível, R_0 fornece tanto um intervalos de taxas como também um expoente para a probabilidade de erro. Assim, para uma dada energia transmitida média, R_0 é o que de melhor um canal codificado pode oferecer. Além do mais, acredita-se que R_0 é também a taxa acima da qual a transmissão confiável tornaria os custos muito elevados. Desta maneira, a taxa de corte do canal (R_0) pode ser interpretada como um limitante superior prático da taxa do código (R).

Podemos expressar a taxa de corte do canal (R_0) da seguinte maneira. Considere um canal sem memória com um alfabeto de entrada discreto denotado por $E_q = 0, 1, \dots, q-1$ e uma distribuição de probabilidades de entrada $Q(x)$, $x \in E_q$. Sejam $p(\mathbf{r}|i)$, $i = 0, \dots, q-1$, as densidades de probabilidade de transição do canal. O parâmetro R_0 , isto é, a taxa de corte do canal, é dada por

$$R_0 = -\log_2 \left\{ \min_{Q(x)} \sum_{i=0}^{q-1} \sum_{j=0}^{q-1} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{p(\mathbf{r}|i)p(\mathbf{r}|j)} \, d\mathbf{r} \, Q(i)Q(j) \right\} \quad (3.40)$$

onde $\mathbf{r} = (r_0, \dots, r_{D-1})$, com D denotando a dimensão do vetor canal.

Capítulo 4

CÓDIGOS DE MODULAÇÃO M-PSK

4.1 Introdução

Em um sistema de comunicação digital clássico, conforme observamos no diagrama de blocos da Figura 2.1, as funções codificação e modulação são tratadas como processos separados. Basicamente falando, o conjunto modulador/demodulador converte um canal de forma de onda analógica em um canal binário equivalente, enquanto que o conjunto codificador/decodificador tem a função de corrigir os possíveis erros que podem ocorrer nesse canal discreto. Acontece porém, que a necessidade de se fazer um sistema mais confiável em termos da probabilidade de erro de bit, exige a introdução de mais redundância e conseqüentemente, a taxa de informação será menor.

Geralmente, podemos compensar o decréscimo na taxa de informação produzido pelo processo de codificação, ou pelo aumento da taxa de modulação ou pelo aumento do conjunto de sinais do sistema de modulação. Entretanto, sistemas práticos de comunicação digital são na maioria das vezes, projetados de forma a explorar ao máximo as características do canal com o intuito de alcançar a eficiência máxima, ou seja, tais sistemas são limitados em largura de faixa e em potência e trabalham bem perto do limite máximo. Deste modo, um aumento na taxa de modulação e/ou potência de transmissão é quase sempre fora de questão. Assim sendo, a solução que nos resta é expandir o conjunto de sinais da modulação para ganharmos mais confiabilidade enquanto mantemos a mesma taxa de informação.

De acordo com as considerações anteriores, foi apresentada uma técnica de codificação, que mesmo mantendo a taxa de informação e a largura de faixa do sistema constantes, possibilitava um ganho considerável de codificação em relação a sistemas que usam modulação mas não

usam a codificação. Esta técnica foi denominada de *modulação codificada* e consiste em um modo de otimização na qual o desempenho de um sistema de comunicação digital é melhorado considerando os processos de codificação e modulação como um só. Esta técnica utiliza um código corretor de erro de forma a codificar diretamente os sinais modulados.

Existem no mínimo, duas técnicas principais para a construção de esquemas de modulação codificada. A primeira é a modulação codificada por treliça (TCM) que foi iniciada por Ungerboeck [2]. A segunda é a codificação multinível e decodificação multiestágio que foi iniciada por Imai e Hirakawa [3].

De acordo com o nosso interesse, direcionaremos o nosso empenho na obtenção e construção de esquemas de modulação codificada conforme a técnica que foi descrita inicialmente por Imai e Hirakawa [3]. Chamaremos estas construções de *esquemas multinível de códigos de modulação M-PSK*.

Um esquema multinível de códigos de modulação M-PSK é formado basicamente por dois ingredientes:

- Particionamento de conjuntos
- Códigos componentes

O primeiro ingrediente, refere-se à partição do conjunto de pontos que formam a constelação de sinais M-PSK usada na modulação. Esta constelação de sinais M-PSK pode ser tanto uma constelação em duas dimensões (bidimensional), como pode ser uma constelação com mais de duas dimensões (multidimensional). O segundo ingrediente, refere-se ao código que será concatenado a cada nível da partição. Estes códigos, que no nosso esquema serão códigos de bloco, são denominados de *códigos externos*.

A utilização de um esquema multinível de códigos de modulação M-PSK, seja ele formado tanto com uma constelação bidimensional ou com um constelação multidimensional, gera um resultado que pode ser interpretado de forma sistêmica sob dois pontos de vista diferentes. Um destes pontos de vista seria considerar o resultado proveniente do esquema como sendo um código de bloco, enquanto que o outro ponto de vista, consideraria o resultado como sendo proveniente de uma modulação M-PSK multidimensional.

Quando usamos um esquema multinível de códigos de modulação M-PSK formado por uma constelação bidimensional, teremos para uma dada constelação de sinais, que a partir de um determinado valor o ganho de codificação não compensará o aumento da complexidade do código utilizado no sistema. Com isso, a fim de aumentarmos o ganho de codificação, teremos

de mudar a constelação de sinais. Esta mudança pode ser feita utilizando-se constelações de sinais multidimensionais.

O uso de constelações multidimensionais em esquemas mais gerais de código de modulação, não importando o tipo de modulação e nem o tipo de código utilizado, oferece as seguintes vantagens [23, p.208]:

- À medida em que aumentamos a dimensão do espaço para um conjunto de sinais de uma constelação, teremos um espaço maior para acomodar os sinais e conseqüentemente uma distância Euclidiana maior entre os sinais do conjunto. Assim, teremos uma margem de ruído maior e uma probabilidade de erro menor na recepção do sinal.
- Quando dobramos o tamanho de uma constelação de uma ou de duas dimensões para serem usadas em esquemas de códigos de modulação, temos de aumentar a energia média para transmitirmos os sinais. Por exemplo, se dobrarmos o tamanho de um constelação retangular bidimensional (QAM), gastaremos $3dB$. Sem este aumento da energia, o ganho de codificação do esquema de código de modulação poderia ser maior. No caso de se usar uma constelação retangular multidimensional, este custo de $3dB$ para duas dimensões cai para $1,5dB$ em 4 dimensões ou cai para $0,75dB$ em 8 dimensões.
- Constelações multidimensionais oferecem um maior grau de flexibilidade na obtenção de altas taxas efetivas de informação.
- Esquemas multidimensionais são adequados para serem usados como códigos internos em sistemas multinível de códigos de modulação.

Em contrapartida às vantagens citadas anteriormente, temos como desvantagem o fato pelo qual a complexidade do modulador e demodulador aumenta na medida em que o número de dimensões da constelação aumenta.

Inicialmente, descreveremos o processo de particionamento de conjuntos e faremos referência aos códigos componentes, que juntos formam os ingredientes necessários para construirmos um esquema multinível de códigos de modulação M-PSK. Posteriormente, descreveremos os processos de codificação e decodificação empregados neste esquema.

4.2 Particionamento de Conjuntos

O particionamento de conjuntos é a idéia principal que está por trás de um esquema multinível de códigos de modulação M-PSK, e que também está por trás do esquema de modulação codificada proposto por Ungerboeck [2]. O particionamento de conjuntos consiste basicamente em separar os pontos de um esquema de modulação em subconjuntos com aumento progressivo da distância Euclidiana mínima entre pontos. Consideraremos a seguir, a partição de conjuntos de pontos que formam tanto constelações de sinais M-PSK bidimensionais como multidimensionais.

4.2.1 Particionamento de Constelações M-PSK Bidimensionais

Para esclarecermos a idéia do particionamento de uma constelação M-PSK bidimensional, consideraremos o exemplo a seguir.

Considere a constelação 8-PSK com energia unitária (Figura 4.1), portanto com distância Euclidiana mínima entre pontos, $\Delta_0 = 2 \cdot \text{sen}(\pi/8) = 0.765$. A constelação original é o conjunto A_0 . O primeiro nível de partição consiste em separar a constelação original em 2 subconjuntos B_0 e B_1 de 4 pontos cada, onde a distância Euclidiana mínima entre pontos em cada subconjunto vale $\Delta_1 = 1.414$. O segundo nível de partição consiste em separar B_0 (B_1) em 2 subconjuntos C_0 e C_1 (C_2 e C_3) de 2 pontos cada, onde a distância Euclidiana mínima vale $\Delta_2 = 2$. O terceiro nível de partição consiste em separar C_0 ($C_i, i = 1, 2, 3$) em 2 subconjuntos D_0 e D_1 (D_i e $D_{i+1}, i = 2, 4, 6$) de 1 ponto cada, onde a distância Euclidiana mínima vale $\Delta_3 = \infty$. Com isso o particionamento chega ao seu último nível. A Figura 4.1 ilustra o procedimento descrito acima.

O principal objetivo do particionamento está no rotulamento dos pontos da constelação para se fazer o mapeamento dos sinais, e isso é feito da seguinte maneira. Em todos os pontos que fazem parte de B_0 , o bit menos significativo b_1 é igual a 0, e em todos os pontos de B_1 , b_1 é igual a 1. Em todos os pontos de C_0 , $b_2=0$, e em todos os pontos de C_1 , $b_2=1$. E assim por diante. Deste modo, são alocados rótulos aos pontos da constelação. Observe que pontos diametralmente opostos, como é o caso de 0=000 e 4=100, diferem apenas nos bits mais significativos, enquanto que em pontos vizinhos, como é o caso de 0=000 e 1=001, diferem já no bit menos significativo. Isto mostra que, devido ao particionamento de conjuntos, os bits mais significativos têm proteção maior do que os menos significativos. Portanto o código corretor de erros precisa proteger melhor os bits menos significativos.

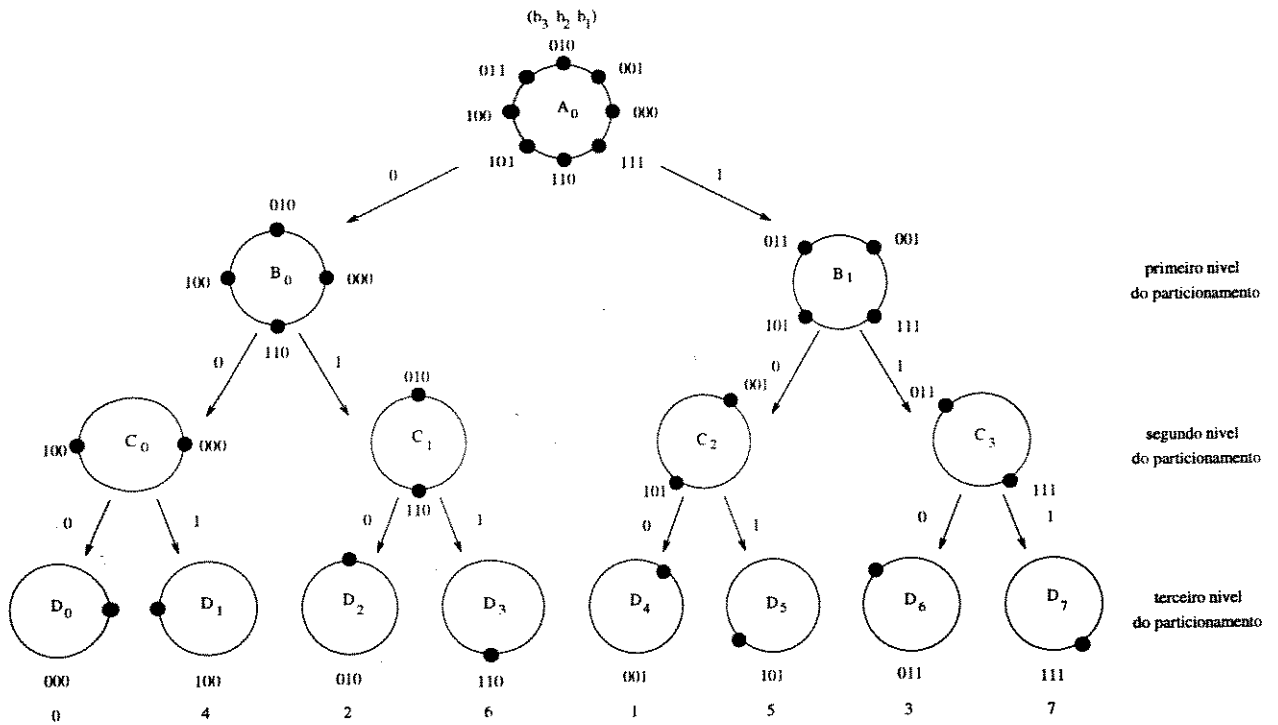


Figura 4.1: Particionamento da constelação 8-PSK

4.2.2 Particionamento de Constelações M-PSK Multidimensionais

Uma maneira de se obter uma constelação de sinais multidimensionais seria utilizando o procedimento onde L constelações de sinais bidimensionais são unidas por um produto cartesiano. O termo L é referido como a multiplicidade do código, ou seja, o número de constelações bidimensionais utilizadas, onde no nosso caso, estas constelações bidimensionais seriam conjuntos de sinais M-PSK.

A utilização deste procedimento gera um conjunto total formado de $L - 1$ produtos cartesianos entre constelações M-PSK bidimensionais, ou seja, qualquer sinal pertencente a este conjunto total é uma sequência de L sinais M-PSK bidimensionais. Assim sendo, o conjunto total de sinais pode ser visto como um código de bloco onde estas sequências de L sinais M-PSK bidimensionais são as palavras código do mesmo, ou ainda, este conjunto total de sinais pode ser visto como uma constelação multidimensional.

Depois de formados estes conjuntos, podemos seguir com o particionamento. No caso, para realizarmos um particionamento de conjuntos da melhor maneira possível, de forma que a cada nível de partição possamos concatenar um código, e que se tivesse em vista o uso deste esquema em canais com desvanecimento, podemos seguir as regras de partição propostas por Divsalar e

Simon em [4]. Para exemplificarmos estas regras de partição, focalizaremos inicialmente o caso com multiplicidade $L = 2$.

Seja A_0 o conjunto de sinais M-PSK e seja $A_0 \times A_0$ o produto cartesiano de A_0 por ele mesmo. Então um elemento do conjunto $A_0 \times A_0$ é uma dupla na qual o primeiro e o segundo símbolo são escolhidos do conjunto A_0 . O primeiro passo é particionar $A_0 \times A_0$ em M conjuntos de sinais definidos pelo produto cartesiano ordenado $A_0 \times B_i$ ($i = 0, 1, 2, \dots, M - 1$), onde o j -ésimo elemento ($j = 0, 1, 2, \dots, M - 1$) de B_i é definido por $nj + i$ sendo a adição módulo M . Assim, a j -ésima dupla do produto $A_0 \times B_i$ é o par ordenado $(j, nj + i)$. A escolha de um inteiro ímpar n é a chave do método de partição. Antes de apresentarmos a relação na qual a solução determina os valores desejados de n , discutiremos o que o primeiro passo do particionamento está tentando realizar.

O primeiro passo do particionamento tem dois propósitos. O primeiro, é garantir que em qualquer um dos M subconjuntos, cada dupla seja diferente uma da outra nas duas posições de símbolos, ou seja, a distância Euclidiana de cada um dos dois símbolos com os símbolos correspondentes em qualquer outra dupla dentro do mesmo subconjunto é não nula. Esta propriedade é necessária sob o ponto de vista de maximizarmos a distância de Hamming de símbolos M-ários, conforme constatamos no capítulo anterior (Seção 3.6) onde analisamos o critério de desempenho de códigos quando utilizados em um canal com desvanecimento.

O segundo propósito, que também foi constatado no capítulo anterior (Seção 3.6), é maximizar o produto da distância Euclidiana mínima entre duplas do conjunto particionado, ou seja, é maximizar a distância produto mínima entre símbolos de todos os pares de duplas. Para determinarmos o valor desta distância, observemos que o conjunto $B_i + 1$ é um deslocamento cíclico do conjunto B_i , ou seja, uma rotação dos sinais no sentido horário de um ângulo de $2\pi/M$. Assim sendo, desde que a distância Euclidiana quadrática entre um par de duplas seja a soma das distâncias Euclidianas quadráticas entre símbolos de posição correspondente das duplas, o particionamento de conjuntos anterior garante uma estrutura de distâncias idêntica para todas as partições $A_0 \times B_i$. Assim, é suficiente estudarmos a estrutura de distância de $A_0 \times B_0$, chamado de *conjunto gerador*. Para este conjunto, o produto das distâncias quadráticas entre a i -ésima e a j -ésima dupla é

$$\prod d_{i,j}^2 = \left(4\text{sen}^2 \left(\frac{(j-i)\pi}{M} \right) \right) \left(4\text{sen}^2 \left(\frac{n(j-i)\pi}{M} \right) \right). \quad (4.1)$$

Baseado na equação (4.1), desejamos escolher n de modo que o mínimo de $d_{i,j}^2$ sobre todos os pares de duplas em $A_0 \times B_0$ seja maximizado. Fazendo uso das propriedades de simetria

do conjunto de sinais M-PSK em torno de um círculo, podemos escrever a equação (4.1) da seguinte maneira. Se denotarmos por n^* o valor ou valores desejados de n , então n^* tem solução máxima

$$f(n^*) = \max_{n^*=1,3,5,\dots,M/2-1} \min_{m=1,3,5,\dots,M/2-1} 16 \operatorname{sen}^2\left(\frac{m\pi}{M}\right) \operatorname{sen}^2\left(\frac{n^*m\pi}{M}\right) \quad (4.2)$$

que pode ser escrita na forma vetorial

$$g(n^*) = \max_{n^*=1,3,5,\dots,M/2-1} \min_{m=1,3,5,\dots,M/2-1} |z^m - 1|^2 |z^{n^*m} - 1|^2 \quad (4.3)$$

onde $z = \exp(j2\pi/M)$ representa um vetor unitário.

Note que o inverso ou inversos aditivos de n^* ($M - n^*$) são soluções válidas também. Esta conclusão é derivada da substituição de $z^{M-n} = \exp[j2\pi(M - n)/M] = z^{-n}$ por z^n em (4.3) e observando que a equação não muda. A Tabela 4.1 fornece a solução de (4.3) para $M=4,8,16,32$ e 64.

M	n^*
2	1,1
4	1,3
8	3,5
16	7,9
32	7,9,23,25
64	19,27,37,45

Tabela 4.1: Solução de (4.3) para vários valores de M (L=2)

Os conjuntos obtidos pela primeira partição são ilustrados abaixo para o caso $M=8$ e $n^* = 3$:

$$A_0 \times B_0 = \begin{bmatrix} 00 \\ 13 \\ 26 \\ 31 \\ 44 \\ 57 \\ 62 \\ 75 \end{bmatrix} \quad A_0 \times B_1 = \begin{bmatrix} 01 \\ 14 \\ 27 \\ 32 \\ 45 \\ 50 \\ 63 \\ 76 \end{bmatrix}$$

$$A_0 \times B_2 = \begin{bmatrix} 02 \\ 15 \\ 20 \\ 33 \\ 46 \\ 51 \\ 64 \\ 77 \end{bmatrix} \quad A_0 \times B_3 = \begin{bmatrix} 03 \\ 16 \\ 21 \\ 34 \\ 47 \\ 52 \\ 65 \\ 70 \end{bmatrix}$$

$$A_0 \times B_4 = \begin{bmatrix} 04 \\ 17 \\ 22 \\ 35 \\ 40 \\ 53 \\ 66 \\ 71 \end{bmatrix} \quad A_0 \times B_5 = \begin{bmatrix} 05 \\ 10 \\ 23 \\ 36 \\ 41 \\ 54 \\ 67 \\ 72 \end{bmatrix}$$

$$A_0 \times B_6 = \begin{bmatrix} 06 \\ 11 \\ 24 \\ 37 \\ 42 \\ 55 \\ 60 \\ 73 \end{bmatrix} \quad A_0 \times B_7 = \begin{bmatrix} 07 \\ 12 \\ 25 \\ 30 \\ 43 \\ 56 \\ 61 \\ 74 \end{bmatrix}$$

(4.4)

O segundo passo no procedimento de particionamento seria particionar cada um dos M conjuntos $A_0 \times B_i$, onde $i = 0, 1, 2, \dots, M - 1$, como por exemplo em (4.4), em dois conjuntos $C_0 \times D_{i0}$ e $C_1 \times D_{i1}$, com o primeiro contendo os elementos pares ($j = 0, 2, 4, \dots, M - 2$) e o segundo contendo os elementos ímpares ($j = 1, 3, 5, \dots, M - 1$). Embora seja verdade que para cada um destes conjuntos particionados, cada dupla seja diferente uma da outra nas duas

posições de símbolos, nem sempre é verdadeiro que estes conjuntos tenham a distância produto mínima entre duplas maximizada. Assim, podemos concluir que o método apropriado para gerar conjuntos no segundo nível de partição, não segue necessariamente uma estrutura de árvore.

Podemos observar, que para conseguirmos uma partição de modo tal que os conjuntos resultantes (de dimensionalidade $M/2$) tenham uma estrutura de distância produto igual à que foi conseguida pelo particionamento no primeiro nível, basta trocarmos M por $M/2$ na equação (4.3). O interessante é que o segundo nível do particionamento de conjuntos pode ser feito pela divisão par-ímpar do particionamento do primeiro nível conforme descrevemos anteriormente, entretanto o valor de n^* usado para gerar os conjuntos no primeiro nível devem corresponder à solução de (4.3) com M trocado por $M/2$. Note que se uma das soluções de (4.3) (incluindo o inverso aditivo) for igual a uma das soluções de (4.3) (incluindo de novo o inverso aditivo) quando M é trocado por $M/2$, então realmente teremos os dois primeiros níveis da partição seguindo uma estrutura de árvore. Observando a Tabela 4.1 notamos que para $M=4,8$ e 32 existe um valor de n^* comum para estes valores de M e os valores correspondentes de $M/2$. Assim, para $M=4,8$ e 32 os dois primeiros níveis da partição seguem uma estrutura de árvore, o que não acontece quando $M=16$.

Como um exemplo do segundo nível do particionamento, temos os seguintes subconjuntos como resultado do particionamento dos conjuntos em (4.4):

$$\begin{array}{ll}
 C_0 \times D_{00} = \begin{bmatrix} 00 \\ 26 \\ 44 \\ 62 \end{bmatrix} & C_1 \times D_{01} = \begin{bmatrix} 13 \\ 31 \\ 57 \\ 75 \end{bmatrix} \\
 C_0 \times D_{10} = \begin{bmatrix} 01 \\ 27 \\ 45 \\ 63 \end{bmatrix} & C_1 \times D_{11} = \begin{bmatrix} 14 \\ 32 \\ 50 \\ 76 \end{bmatrix} \\
 C_0 \times D_{20} = \begin{bmatrix} 02 \\ 20 \\ 46 \\ 64 \end{bmatrix} & C_1 \times D_{21} = \begin{bmatrix} 15 \\ 33 \\ 51 \\ 77 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 C_0 \times D_{30} &= \begin{bmatrix} 03 \\ 21 \\ 47 \\ 65 \end{bmatrix} & C_1 \times D_{31} &= \begin{bmatrix} 16 \\ 34 \\ 52 \\ 70 \end{bmatrix} \\
 C_0 \times D_{40} &= \begin{bmatrix} 04 \\ 22 \\ 40 \\ 66 \end{bmatrix} & C_1 \times D_{41} &= \begin{bmatrix} 17 \\ 35 \\ 53 \\ 71 \end{bmatrix} \\
 C_0 \times D_{50} &= \begin{bmatrix} 05 \\ 23 \\ 41 \\ 67 \end{bmatrix} & C_1 \times D_{51} &= \begin{bmatrix} 10 \\ 36 \\ 54 \\ 72 \end{bmatrix} \\
 C_0 \times D_{60} &= \begin{bmatrix} 06 \\ 24 \\ 42 \\ 60 \end{bmatrix} & C_1 \times D_{61} &= \begin{bmatrix} 11 \\ 37 \\ 55 \\ 73 \end{bmatrix} \\
 C_0 \times D_{70} &= \begin{bmatrix} 07 \\ 25 \\ 43 \\ 61 \end{bmatrix} & C_1 \times D_{71} &= \begin{bmatrix} 12 \\ 30 \\ 56 \\ 74 \end{bmatrix}
 \end{aligned}
 \tag{4.5}$$

A estrutura em árvore correspondente está ilustrada na Figura 4.2.

O terceiro passo e os seguintes, são construídos de maneira idêntica ao segundo passo, ou seja, particionaremos cada conjunto do nível presente em dois conjuntos contendo as linhas alternadas e sendo determinados por um valor de n^* computado de (4.3) com M sucessivamente trocado por $M/4$, $M/8$ e assim por diante.

Todo o procedimento anterior de particionamento de conjuntos pode ser generalizado para $L > 2$, onde a equação (4.3) ficaria do seguinte modo

$$g(\mathbf{n}^*) = \max_{\mathbf{n}^*} \min_{m=1,2,\dots,N/2-1} |z^m - 1|^2 \prod_{i=1}^{j-1} |z^{n_i^* m} - 1|^2 \tag{4.6}$$

onde $\mathbf{n}^* = (n_1^*, n_2^*, \dots, n_{j-1}^*)$ cujos elementos são valores tirados do conjunto de inteiros ímpares

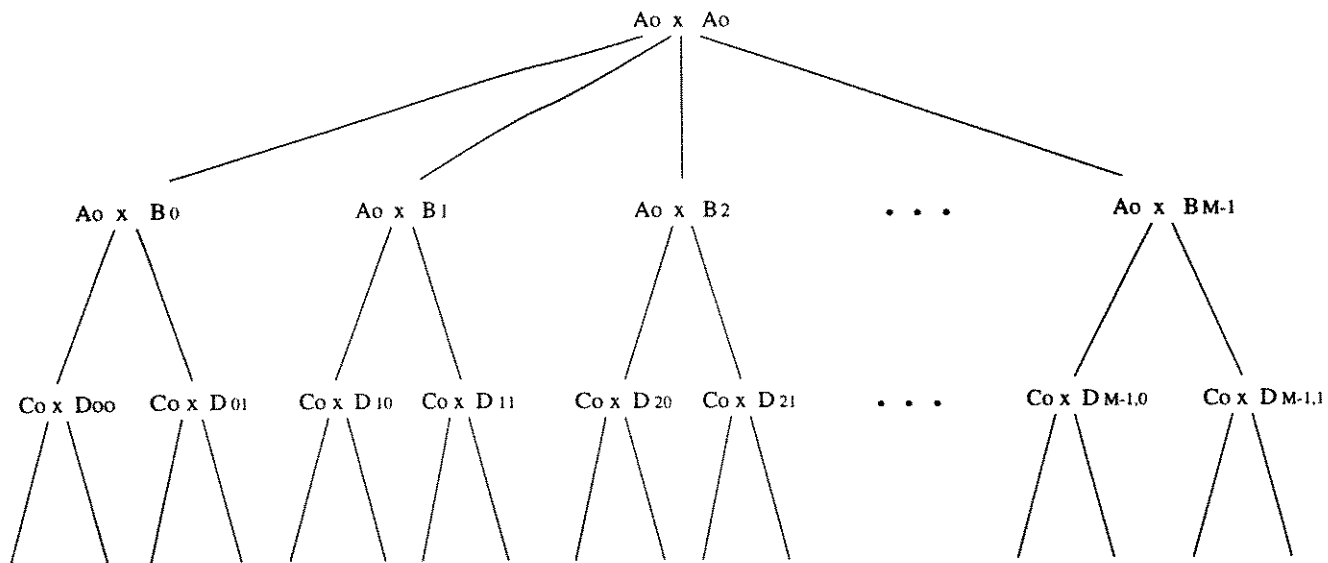


Figura 4.2: Estrutura em árvore do particionamento de um conjunto multidimensional ($L=2$) para canal com desvanecimento

1, 3, 5, ..., $N/2 - 1$. Para $j = L$ e $N = M$, a solução máxima de n^* pode ser usada para produzir todos os conjuntos necessários para qualquer nível de partição de uma constelação multidimensional formada a partir de um produto cartesiano de L constelações M-PSK bidimensionais.

Como pudemos ver, o objetivo de Divsalar e Simon em [4] foi construir primeiro a partição para depois associar os códigos componentes.

4.3 Códigos Componentes

Os códigos componentes são aqueles concatenados em cada nível do particionamento de conjuntos com a finalidade de formar esquemas multinível de códigos de modulação M-PSK. Estes códigos são denominados de códigos externos. O nosso interesse é utilizar códigos de bloco binários como códigos externos.

4.4 Processo de Codificação

Um transmissor utilizado em um esquema multinível de códigos de modulação M-PSK pode ser representado pelo diagrama de bloco da Figura 4.3.

Na Figura 4.3, C_1, C_2, \dots, C_L são os códigos componentes, e estão dispostos de maneira tal

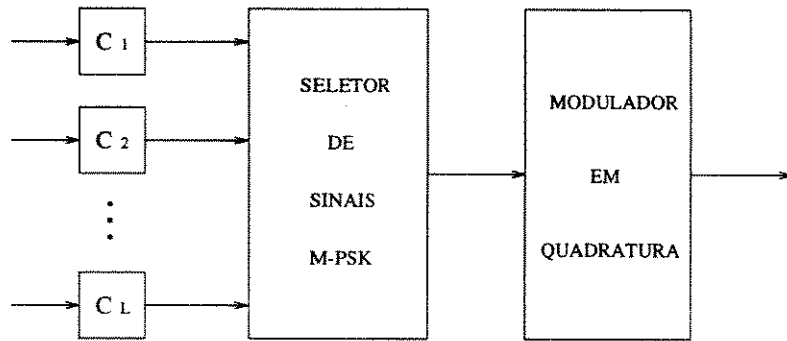


Figura 4.3: Diagrama de bloco de um transmissor multinível

a formar um conjunto de codificadores em paralelo. O parâmetro L refere-se ao número de codificadores utilizados no esquema, e é dado por

$$L = \log_2 M \tag{4.7}$$

onde M é o número de sinais da constelação usada na modulação. Além disso, o parâmetro L refere-se ao número de dígitos binários designados para cada ponto da modulação.

Para descrevermos o processo de codificação usado em um esquema multinível de códigos de modulação M-PSK, observamos a construção de Ginzburg [23, pp.224-229] e os processos de codificação descritos por Sayegh [5] e por Imai e Hirakawa [3].

Representaremos o transmissor multinível da seguinte maneira:

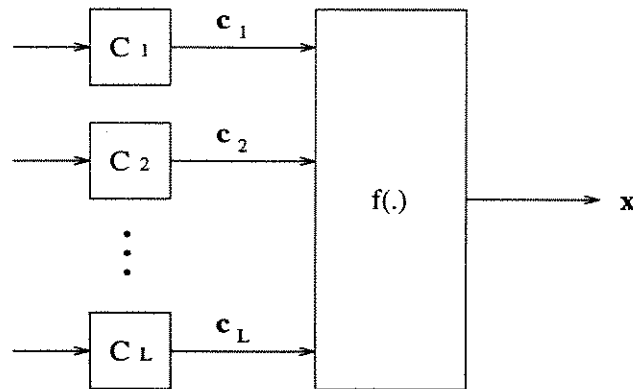


Figura 4.4: Transmissor multinível de acordo com a construção de Ginzburg

Na saída de cada codificador de bloco C_1, C_2, \dots, C_L , teremos uma palavra código $c_i = (q_{i1}, q_{i2}, \dots, q_{in})$, $i = 1, 2, \dots, L$, onde n é o comprimento da palavra código. O sinal x a ser

transmitido, vai depender das L n -uplas, isto é, da matriz

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \dots & q_{1n} \\ q_{21} & q_{22} & \dots & q_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{L1} & q_{L2} & \dots & q_{Ln} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

onde podemos escrever \mathbf{x} nas seguintes formas:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= f(\mathbf{Q}) \\ \mathbf{x} &= f(\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_L) \\ \mathbf{x} &= (F(\mathbf{q}_1), F(\mathbf{q}_2), \dots, F(\mathbf{q}_n)) \end{aligned} \quad (4.9)$$

onde as palavras código \mathbf{c}_i , $i = 1, 2, \dots, L$, são as linhas de \mathbf{Q} , e \mathbf{q}_j , $j = 1, \dots, n$, são as colunas. Cada componente do vetor \mathbf{x} , chamado de *senal elementar*, é função do vetor coluna \mathbf{q}_j , referido como *rótulo* do sinal elementar. Os sinais elementares $F(\mathbf{q}_j)$ são escolhidos de um conjunto A_0 (constelação de sinais) com $M = M_1 M_2 \dots M_L$ elementos, onde M_i é o número de elementos do alfabeto (no nosso caso, como estamos interessados nos códigos binários, $M_1 = M_2 = \dots = M_L = 2$) do i -ésimo código.

O mapeamento F é gerado buscando uma distância Euclidiana mínima entre dois sinais elementares, que depende somente da diferença entre seus rótulos. Para este propósito, dividiremos o conjunto A_0 através de L -partições conforme descrevemos na Seção 4.2. Cada classe da l -ésima partição possui M_l classes da $(l-1)$ -ésima partição, e isto levará a $M_1 M_2 \dots M_l$ sinais elementares. Numerando as classes do $(l-1)$ -ésimo nível que ocorrem em uma classe do l -ésimo nível, obtemos o mapeamento do conjunto de classes da $(l-1)$ -ésima partição no conjunto dos inteiros $\{0, \dots, M_l\}$. Deste modo, se q_{lj} é escolhido do conjunto $\{0, \dots, M_l\}$, $l = 1, \dots, L$, então qualquer L -upla (q_{1j}, \dots, q_{Lj}) define um único valor do j -ésimo sinal elementar $F(q_{1j}, \dots, q_{Lj})$.

Resumindo a descrição anterior, podemos dizer que cada coluna da matriz \mathbf{Q} corresponde a um ponto da constelação de sinais, e que a transmissão é feita enviando as colunas da matriz uma por uma. Para exemplificarmos o mapeamento, considere a Figura 4.1. Se tivermos uma coluna $\mathbf{q}_1 = (q_{11}, q_{21}, q_{31}) = (001)$, então o primeiro componente do vetor sinal elementar \mathbf{x} será $F(\mathbf{q}_1) = F(001) = 4$.

Conforme observamos na Seção 4.2.1, foi associado ao l -ésimo nível de partição a distância Euclidiana mínima entre sinais da classe, que foi denotado por Δ_l . A partição foi feita de modo que

$$\Delta_0 < \Delta_1 < \dots < \Delta_L = \infty. \quad (4.10)$$

O conjunto de sinais obtidos através da construção descrita anteriormente, tem um número de dimensões

$$N = n \nu \quad (4.11)$$

onde ν é a dimensão dos sinais elementares. O número de sinais elementares ν -dimensional é M , enquanto o número total de sinais N -dimensional é igual ao produto do número de palavras código em C_1, C_2, \dots, C_L .

Sejam os códigos componentes C_1, C_2, \dots, C_L códigos de bloco binários denotados por (n, k_i, d_i) , $i = 1, 2, \dots, L$, onde n é o comprimento do código, k_i o número de bits de informação e d_i a distância de Hamming mínima. Assim sendo, a distância Euclidiana quadrática mínima do conjunto de sinais N -dimensional produzido pelo sistema, D_{min}^2 , satisfaz

$$D_{min}^2 \geq \min(\Delta_{i-1} \cdot d_i), \quad 1 \leq i \leq L \quad (4.12)$$

onde Δ_{i-1} é a menor distância Euclidiana quadrática entre os sinais da constelação anterior à i -ésima partição. A distância de Hamming mínima do código multinível é dada por

$$d_H = \min(d_i), \quad 1 \leq i \leq L. \quad (4.13)$$

A taxa dos códigos componentes C_1, C_2, \dots, C_L são $k_1/n, k_2/n, \dots, k_L/n$ respectivamente. Sendo assim, a taxa total em bits por símbolo de modulação é dada por

$$R = \frac{k_1 + k_2 + \dots + k_L}{n}. \quad (4.14)$$

Além dos parâmetros citados anteriormente, definiremos mais dois parâmetros que devem ser levados em consideração num esquema multinível de código de modulação M-PSK. Estes dois parâmetros foram tratados na Seção 3.6, onde analisamos o critério de desempenho de códigos quando utilizados em canais com desvanecimento, e serão redefinidos de maneira sistêmica. A partir da equação (3.30) juntamente com as considerações feitas (deteção coerente, uso de informação do estado do canal (CSI) e entrelaçamento ideal) e considerando ainda uma relação sinal-ruído alta, teremos uma probabilidade de erro par a par, isto é, a probabilidade do decodificador escolher a sequência $\hat{\mathbf{x}}$ quando foi transmitido a sequência \mathbf{x} e apenas $\hat{\mathbf{x}}$ e \mathbf{x} pertencem ao código, dada por

$$P(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) \approx \frac{(4N_0/E_s)^{d_H(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{x})}}{d_p(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{x})} \quad (4.15)$$

onde $d_H(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{x})$ é a distância de Hamming de símbolos entre as sequências \mathbf{x} e $\hat{\mathbf{x}}$, ou seja, é o número de símbolos diferentes entre duas sequências, e $d_p(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{x})$ é a distância produto entre \mathbf{x} e $\hat{\mathbf{x}}$ (equação 3.36).

Levando em conta o esquema multinível de códigos de modulação M-PSK como um todo, faremos as seguintes definições:

- d_H → distância de Hamming de símbolos mínima, ou seja, é a menor distância de Hamming de símbolos entre quaisquer duas sequências do código de modulação (equação 4.13)
- d_p → distância produto mínima, ou seja, é a menor distância produto entre quaisquer duas sequências do código de modulação que tenham distância de Hamming de símbolos mínima d_H

4.5 Processo de Decodificação

Uma estratégia de decodificação ótima é a decodificação por máxima verossimilhança, que embora seja um processo simples, torna-se complexo quando o número de bits de informação a serem transmitidos é grande.

A decodificação multiestágio é uma técnica subótima que foi introduzida por Imai e Hirakawa em [3] para a decodificação de códigos multiníveis. Posteriormente tivemos um esboço desta decodificação explanada por Sayegh em [5] para modulação codificada usando códigos de bloco. Mais recentemente, um novo algoritmo de decodificação multiestágio foi proposto por Seshandri e Sundberg em [6].

Antes de descrevermos o processo de decodificação multiestágio, entraremos em maiores detalhes com relação à métrica de decodificação.

4.5.1 Métrica de Decodificação

Suponha inicialmente que nós podemos descrever os sinais multiníveis através de uma treliça. Sendo assim, a tarefa do decodificador multiestágio é estimar o caminho pelo qual a sequência de sinais codificados percorreu a treliça. Isto é feito através da associação de um número para cada ramo da treliça, que nós denominamos de *métrica*, e procurando o caminho na treliça pelo qual a métrica total é mínima. Este caminho corresponde à sequência de sinais transmitidos. Assim, podemos dividir o problema da decodificação em duas partes:

- Definir uma métrica, e fazer seu cálculo baseado nos valores do sinal recebido.
- Achar o caminho de menor métrica.

Consideraremos os dois problemas separadamente.

Definição da Métrica

Considere uma sequência de símbolos M-ários a ser transmitida,

$$\mathbf{x} = (x_0, x_1, \dots, x_{N-1})$$

onde cada x_n , $0 \leq n \leq N - 1$, é um dos M valores. Estes símbolos que foram resultado de uma modulação, formam um vetor que será enviado através de um canal. Se o efeito que o canal provoca é adicionar o vetor ruído Gaussiano branco \mathbf{n} ao vetor transmitido, ou seja, se utilizarmos um canal AWGN, podemos escrever o sinal recebido \mathbf{r} na forma

$$\mathbf{r} = \mathbf{x} + \mathbf{n}. \quad (4.16)$$

A tarefa do demodulador é processar \mathbf{r} de forma a produzir uma estimativa $\hat{\mathbf{x}}$ da sequência de símbolos transmitidas \mathbf{x} ,

$$\hat{\mathbf{x}} = (\hat{x}_0, \hat{x}_1, \dots, \hat{x}_{N-1}).$$

Estamos interessado no processo ótimo, que resulte num esquema de transmissão no qual a probabilidade de erro de sequência é minimizada.

Se considerarmos que todos os símbolos são igualmente prováveis, ou seja, são transmitidos com probabilidades iguais, então a probabilidade de demodulação errônea da sequência é minimizada pelo processamento de \mathbf{r} de acordo com o procedimento chamado de *máxima verossimilhança*. Este procedimento compara a probabilidade condicional do vetor recebido dada cada sequência transmitida possível, e escolhe a sequência transmitida correspondente à maior dentre elas. Isto é, o decodificador escolhe $\hat{\mathbf{x}}$ se

$$P(\mathbf{r}|\hat{\mathbf{x}}) = \max_{\mathbf{x}} P(\mathbf{r}|\mathbf{x}).$$

Esta forma das probabilidades condicionais depende do canal. Para um canal AWGN, teremos

$$\ln P(\mathbf{r}|\mathbf{x}) = \sum_{n=0}^{N-1} \ln P(r_n|x_n) = C - \sum_{n=0}^{N-1} |r_n - x_n|^2$$

onde C é uma constante que pode ser desconsiderada na maximização. Concluindo, a demodulação por máxima verossimilhança de uma sequência de símbolos x_n , $n = 0, \dots, N - 1$, é equivalente à minimização, com respeito a todas as possíveis sequências da quantidade

$$m(\mathbf{r}, \mathbf{x}) = \sum_{n=0}^{N-1} |r_n - x_n|^2 \quad (4.17)$$

chamada de *métrica* associada a \mathbf{r} .

Considere inicialmente o caso em que os símbolos x_k não são codificados. Nesta situação todos os termos $|r_n - x_n|^2$ na equação 4.17 são independentes, então

$$\min_{\mathbf{x}} m(\mathbf{r}, \mathbf{x}) = \sum_{n=0}^{N-1} \min_{x_n} |r_n - x_n|^2 \quad (4.18)$$

ou seja, o mínimo da soma torna-se igual a soma dos mínimos. Esta situação é chamada *demodulação símbolo a símbolo*, na qual a demodulação separada do símbolo transmitido em cada intervalo é entendida como ótima. A demodulação é feita usando a *regra da distância mínima*, ou seja, procurando o valor de x_n tal que a distância Euclidiana

$$|r_n - x_n|^2$$

entre o símbolo observado r_n e o símbolo candidato x_n seja mínima.

A quantidade anterior é a métrica associada com a amostra observada r_n e o símbolo transmitido x_n . A tarefa do demodulador é observar r_n e calcular a distância entre ele e cada candidato x_n . O candidato x_n mais próximo é a escolha feita pelo demodulador.

Analizaremos agora, a métrica para o caso de um canal com desvanecimento. Seja \mathbf{x} a sequência codificada e modulada de símbolos M-PSK a ser transmitida, e seja \mathbf{r} a sequência de saída de um canal com desvanecimento. Sendo assim, teremos (equação 3.23)

$$\mathbf{r} = \rho \mathbf{x} + \mathbf{n}$$

onde ρ é a amplitude do desvanecimento com distribuição dada pela equação (3.5), e \mathbf{n} é o vetor ruído Gaussiano com densidade espectral de ruído $N_0/2$. Se considerarmos a informação do estado do canal (CSI), esta sequência de informações será denotada por \mathbf{z} .

Assumindo um canal sem memória (entrelaçamento ideal), o ρ torna-se uma variável aleatória independente, e assim, as funções densidade de probabilidade do canal podem ser escritas por

$$p(\mathbf{r}|\mathbf{x}, \mathbf{z}) = \prod_{n=1}^N p(r_n|x_n, z_n) \quad (4.19)$$

onde N é o comprimento das sequências \mathbf{r} , \mathbf{x} e \mathbf{z} .

Para qualquer sistema de comunicação codificado, o processo de decodificação usa uma métrica da forma $m(\mathbf{r}, \mathbf{x}; \mathbf{z})$ se considerarmos a informação do estado do canal (CSI), e $m(\mathbf{r}, \mathbf{x})$ caso contrário. Quando a métrica é selecionada, deseja-se do ponto de vista de simplificação do processo de decodificação, que ela tenha uma propriedade aditiva, ou seja, a métrica total de uma sequência de símbolos é a soma das métricas de cada par entrada/saída do canal. Sendo assim, podemos escrever

$$m(\mathbf{r}, \mathbf{x}; \mathbf{z}) = \sum_{j=1}^N m(r_j, x_j; z_j) \quad (4.20)$$

A métrica de decodificação de máxima verossimilhança, quando consideramos a informação do estado do canal (CSI), é dada por

$$m(\mathbf{r}, \mathbf{x}; \mathbf{z}) = \ln p(\mathbf{r}|\mathbf{x}, \mathbf{z}). \quad (4.21)$$

Caso não consideremos a informação do estado do canal (CSI), teremos

$$m(\mathbf{r}, \mathbf{x}) = \ln p(\mathbf{r}|\mathbf{x}). \quad (4.22)$$

Considerando a informação do estado do canal como sendo ideal, seria equivalente a assumirmos que a variável aleatória de informação do estado do canal z_j , seja igual à amplitude do desvanecimento ρ . Portanto, desde que os elementos do vetor \mathbf{n} tenham distribuição Gaussiana e, x_j e r_j sejam quantidades complexas, se usarmos (3.5) e (4.21) teremos

$$m(r_j, x_j; z_j) = -|r_j - \rho x_j|^2 \quad (4.23)$$

que é a métrica de decodificação de máxima verossimilhança para um canal com desvanecimento.

Quando não considerarmos a informação do estado do canal, teremos que a métrica de decodificação para um canal com desvanecimento dada por (4.22), ficará da seguinte forma

$$m(r_j, x_j) = -|r_j - x_j|^2. \quad (4.24)$$

Decodificação Multiestágio

Descreveremos a decodificação multi-estágio em um esquema de códigos de modulação M-PSK usando 3 códigos de bloco C_1 , C_2 e C_3 e uma constelação 8-PSK. Portanto, consideraremos o particionamento da constelação 8-PSK realizado na Seção 4.2.1.

Para um símbolo recebido r_j , o decodificador acha o ponto mais próximo em cada um dos dois subconjuntos de sinais pertencentes ao primeiro nível de partição do particionamento de

conjuntos. Estes dois subconjuntos de sinais estão ilustrados na Figura 4.1. Em cada um dos subconjuntos, temos quatro pontos com o mesmo bit menos significativo b_1 . Representaremos os quatro pontos com o bit menos significativo $b_1 = 0$ pelo vetor $x_j(k/b_1 = 0)$, enquanto que os outros quatro pontos com $b_1 = 1$ serão representados pelo vetor $x_j(k/b_1 = 1)$, onde o índice k é dado por $4b_3 + 2b_2 + b_1$ e o índice j denota o tempo.

O decodificador calcula as métricas Euclidianas por símbolo em cada tempo j da seguinte maneira

$$m_j(i) = \min_{k/b_1=i} |r_j - x_j(k/b_1 = i)|^2, \quad i = 0, 1. \quad (4.25)$$

Estas métricas serão usadas no algoritmo de Viterbi para decodificar o código C_1 (o algoritmo de Viterbi é usado na decodificação de códigos quando estes são caracterizados por uma estrutura de treliça capaz de representar todas as palavras código). Se um estado de transição da treliça resulta em um bit 0 (ou 1) no tempo j , então $m_j(0)$ (ou $m_j(1)$) é usado no cálculo da métrica do ramo. A decodificação é realizada achando-se o caminho através da treliça com a menor métrica Euclidiana acumulada.

Na decodificação do código C_2 , as métricas usadas no algoritmo de Viterbi serão calculadas por

$$m_j(i) = \min_{k/b_2=i, b_1=\hat{b}_{1j}} |r_j - x_j(k/b_2 = i, \hat{b}_{1j})|^2, \quad i = 0, 1 \quad (4.26)$$

onde \hat{b}_{1j} corresponde à j -ésima saída do codificador de C_1 . A decisão sobre \hat{b}_{1j} já foi tomada pelo decodificador de C_1 . Com isso, podemos notar que a métrica Euclidiana para o decodificador de C_2 , é calculada usando os sinais que estão no segundo nível do particionamento de conjunto, conforme Figura 4.1.

Da mesma maneira, teremos a decodificação do código C_3 , onde agora, as métricas Euclidianas por símbolos usadas pelo algoritmo de Viterbi na decodificação, serão dadas por

$$m_j(i) = |r_j - x_j(k/b_3 = i, \hat{b}_{2j}, \hat{b}_{1j})|^2, \quad i = 0, 1 \quad (4.27)$$

onde \hat{b}_{2j} é a j -ésima saída do codificador para C_2 . Podemos notar, que agora a métrica é calculada usando-se somente um sinal, pois estamos no último nível do particionamento de conjunto (Figura 4.1).

A métrica Euclidiana usada anteriormente não é uma métrica ótima, embora seja uma boa escolha de engenharia. Assim sendo, podemos usar uma métrica ótima dentro do procedimento de decodificação descrito anteriormente.

Seja $p(r_j|x_j, \rho)$ a função densidade de probabilidade condicional de r_j dado x_j e ρ

$$p(r_j|x_j, \rho) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}|r_j - \rho x_j|^2} \quad (4.28)$$

onde r_j é um símbolo recebido, x_j um símbolo enviado e ρ a amplitude do desvanecimento.

Com isso, a métrica usada no algoritmo de Viterbi para decodificar o código C_1 , será calculada por

$$m_j(i) = \ln \left\{ \frac{1}{4} \sum_{k/b_1=i} p(r_j|x_j(k/b_1=i), \rho) \right\}, \quad i = 0, 1. \quad (4.29)$$

Para o decodificador do código C_2 , teremos

$$m_j(i) = \ln \left\{ \frac{1}{2} \sum_{k/b_2=i, b_1=\hat{b}_{1j}} p(r_j|x_j(k/b_2=i, \hat{b}_{1j}), \rho) \right\}, \quad i = 0, 1. \quad (4.30)$$

Para o decodificador do código C_3 , teremos

$$m_j(i) = \ln \{ p(r_j|x_j(k/b_3=i, \hat{b}_{2j}, \hat{b}_{1j}), \rho) \}, \quad i = 0, 1. \quad (4.31)$$

Como podemos observar pelo que foi descrito anteriormente, a métrica ótima usada em cada estágio de decodificação leva em consideração o uso de informação do estado do canal (CSI), e além disso, considera todos os pontos de um subconjunto e não somente o ponto mais próximo, conforme as métricas descritas inicialmente no processo de decodificação multiestágio.

É possível obter-se um limitante superior simples para a probabilidade de erro de palavra de um sistema que emprega decodificação multiestágio. Seja G_i , $i = 1, \dots, L$, o evento $P(\hat{c}_i = c_i)$, isto é, a palavra código estimada no estágio i está correta. Seja P_{WE} a probabilidade de que pelos menos um dos decodificadores D_i , $1 \leq i \leq L$, decodificou erroneamente (probabilidade de erro de palavra). Nós podemos escrever:

$$P_{WE} \leq P_1(WE) + P_2(WE|G_1) + \dots + P_L(WE|G_1G_2 \dots G_{L-1}) \quad (4.32)$$

onde

- $P_1(WE)$ é a probabilidade de erro de palavra do estágio 1, e
- $P_i(WE|G_1G_2 \dots G_{i-1})$, $1 \leq i \leq L$, é a probabilidade de que o decodificador do estágio i cometa um erro condicionado ao evento de que os decodificadores anteriores estão corretos.

Este limitante é chamado de *limitante multiestágio*. Por simplicidade nós escreveremos

$$P_i(WE|G_1G_2 \dots G_{i-1}) = P_i(WE|G), \quad 1 \leq i \leq L.$$

4.6 Simulação de um Esquema Multinível de Códigos de Modulação M-PSK

Simularemos um sistema de comunicação digital que utiliza um esquema multinível de códigos de modulação 4-PSK. O modelo do sistema está ilustrado pelo diagrama de blocos da Figura 4.5.

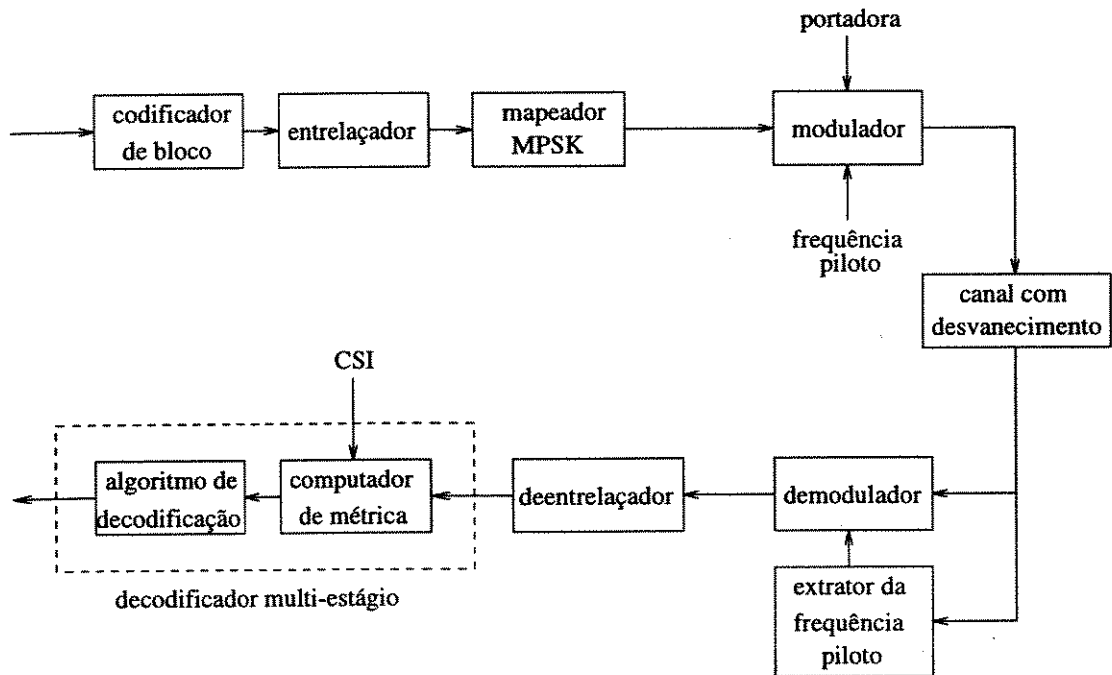


Figura 4.5: Diagrama de blocos do sistema

Assumiremos um canal com desvanecimento de Rayleigh onde tenhamos um desvanecimento independente em cada símbolo do canal (isto é possível usando-se entrelaçamento infinito). Além disso, consideraremos uma detecção coerente ideal (somente amplitude do desvanecimento) e tanto presença como ausência de informação do estado do canal (CSI). Caso esta informação esteja presente, ela poderá ser obtida extraíndo a potência da frequência piloto na recepção.

Utilizaremos como códigos componentes, o código de repetição $C_1 = (4, 1, 4)$ e o código de verificação de paridade $C_2 = (4, 3, 2)$. O esquema tem uma taxa $R = 1$ bit/ símbolo de modulação, uma distância de Hamming mínima $d_H = 2$ e uma distância produto mínima $d_p = 16$. A partição da constelação 4-PSK é feita conforme indica a Figura 4.6.

Seja $x_j(\mathbf{a}) = \sqrt{E_s}(\cos\phi_j(\mathbf{a}), \sin\phi_j(\mathbf{a}))$ o sinal bidimensional 4-PSK transmitido no tempo j correspondente à sequência de dados de entrada \mathbf{a} . Então, para o nosso caso, teremos um sinal

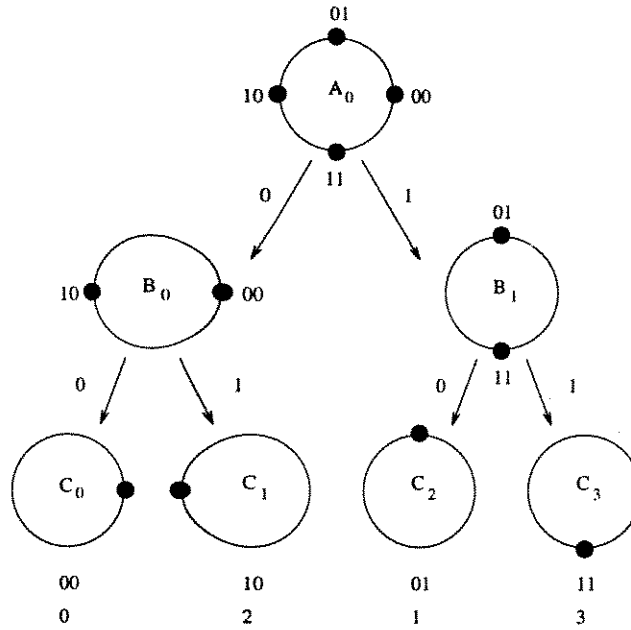


Figura 4.6: Particionamento da constelação 4-PSK

recebido dado por

$$r_j = \rho_j x_j(\mathbf{a}) + n_j \tag{4.33}$$

onde ρ_j é a amplitude do desvanecimento no tempo j e $n_j = n_{Ij} + n_{Qj}$ é o ruído branco bi-dimensional de média zero e variância $E\{n_{Ij}^2\} = E\{n_{Qj}^2\} = N_0/2$.

A energia média por símbolo recebido é

$$\bar{E}_s = E\{\rho_j^2 E_s\} = E_s E\{\rho_j^2\} = E_s \tag{4.34}$$

onde E_s é a energia por símbolo transmitido e $E\{\rho_j^2\} = 1$ com distribuição de Rayleigh

$$p(\rho) = 2\rho e^{-\rho^2}, \quad \rho \geq 0 \tag{4.35}$$

A relação sinal-ruído (RSR) é dada por

$$RSR = \frac{E_b}{N_0} = \frac{E_s}{R N_0} \tag{4.36}$$

O desempenho de um sistema de comunicação é frequentemente avaliado através da probabilidade de erro de bit (P_b), que é também conhecida por taxa de erro de bit. Dado que a potência de transmissão, a taxa de informação e a largura de faixa são iguais para dois sistemas de comunicação digital, teremos que o melhor sistema será aquele com menor probabilidade de erro de bit (P_b).

O desempenho de um sistema que utiliza modulação codificada é geralmente calculado levando-se em consideração as restrições de largura de faixa limitada e taxa de informação fixa. Estas restrições são impostas por um sistema que utiliza modulação mas não utiliza codificação, o qual serve como modelo para a construção de um sistema com modulação codificada. Desta maneira, torna-se óbvio o uso do desempenho de um sistema não codificado (ou seja, somente modulado) como referência para avaliar o desempenho de um sistema correspondente que utiliza modulação codificada.

De acordo com as considerações anteriores para o modelo do canal, para os códigos utilizados, para o tipo de modulação e para a avaliação de desempenho, foi desenvolvido um programa para simular o sistema e obter a probabilidade de erro de bit (P_b) em função da relação sinal-ruído (RSR) utilizando-se uma métrica ótima dada pelas equações (4.29), (4.30) e (4.31) adaptadas para 4-PSK (SISTEMA I) e uma métrica subótima dada pelas equações (4.25), (4.26) e (4.27) também adaptadas para 4-PSK (SISTEMA II). No SISTEMA I, como usamos a métrica ótima, consideramos a presença de informação do estado do canal (CSI). Já no SISTEMA II, nós não consideramos esta informação. Os resultados de simulação estão mostrados na Figura 4.7 e comparados com um sistema onde se utiliza 2-PSK não codificado (SISTEMA III) cuja taxa é a mesma.

Podemos concluir através do gráfico da Figura 4.7, que o uso de uma métrica ótima no SISTEMA I, não proporcionou um ganho considerável em relação ao SISTEMA II onde foi usado uma métrica subótima. Entretanto, o SISTEMA II forneceu um ganho de codificação de aproximadamente 11 dB em relação ao 2-PSK não codificado (SISTEMA III), para uma probabilidade de erro de bit (P_b) de 10^{-3} .

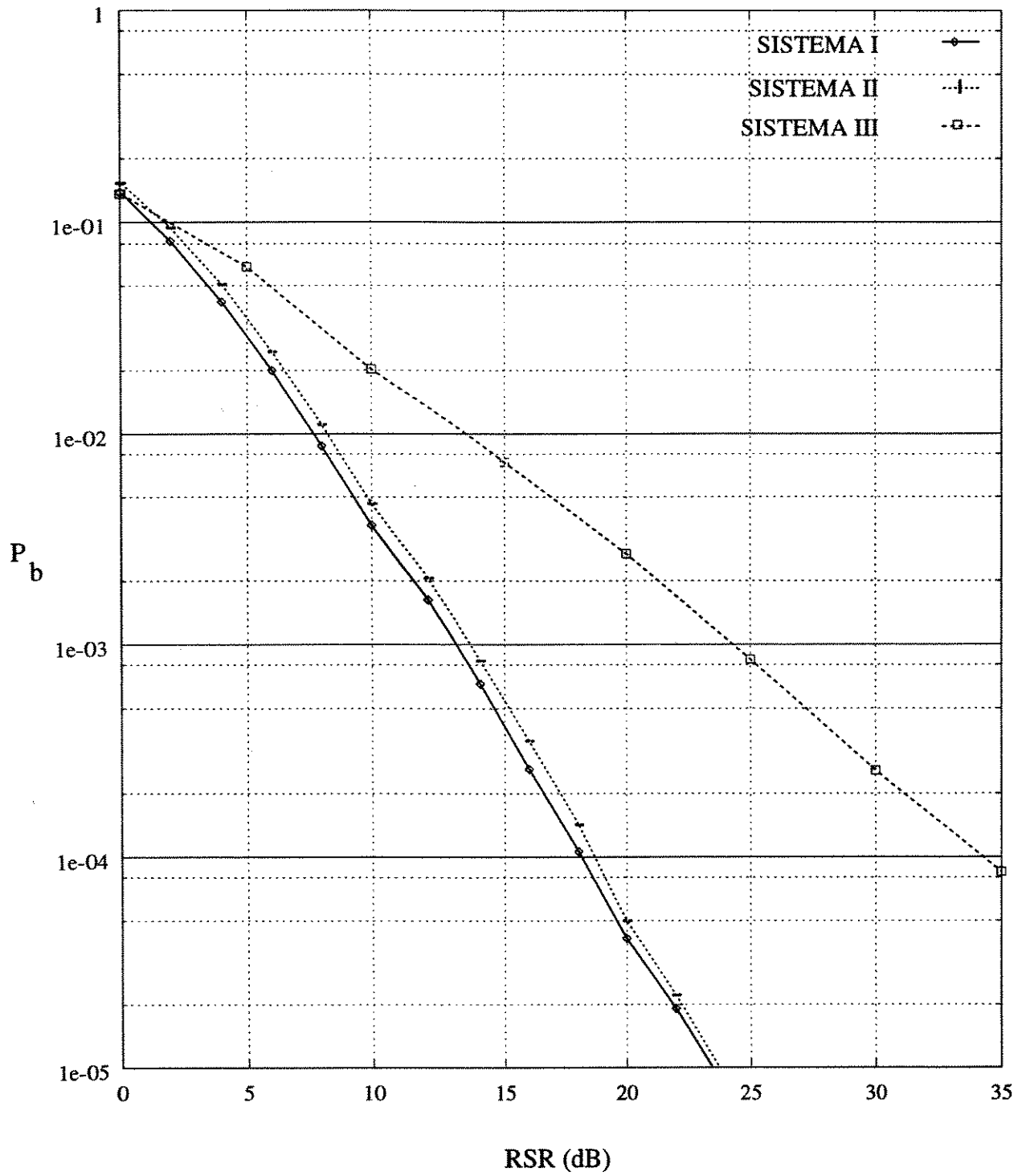


Figura 4.7: Desempenho de um código de modulação 4-PSK

Capítulo 5

MÉTODOS PROPOSTOS PARA A CONSTRUÇÃO DE CÓDIGOS DE MODULAÇÃO M-PSK

5.1 Introdução

Conforme foi analisado na Seção 3.6, podemos observar que o desempenho do esquema multinível do código de modulação M-PSK, quando usado em um canal com desvanecimento de Rayleigh, depende fortemente da distância de Hamming de símbolo mínima (d_H) e da distância produto mínima (d_p) do código de modulação. Estes dois parâmetros devem ser os maiores possíveis, entretanto eles influenciam diferentemente na determinação do desempenho do código de modulação. Para relações sinal-ruído baixas, a distância produto mínima (d_p) é mais importante, enquanto que para relações sinal-ruído altas, a distância de Hamming de símbolo mínima (d_H) torna-se mais importante.

Com isso, concluímos que a construção de um sistema digital usando um esquema multinível de código de modulação M-PSK para canais com desvanecimento, torna-se mais difícil porque o desempenho do código de modulação passa a depender tanto da distância de Hamming de símbolo mínima (d_H) como da distância produto mínima (d_p). Por isso, devemos maximizar estes dois parâmetros ao mesmo tempo na construção do código de modulação.

As regras de construção propostas em [7], as quais maximizam primeiro a distância de Hamming de símbolo mínima (d_H) e depois escolhem um código com distância produto mínima (d_p) máxima entre os códigos com distância de Hamming de símbolo mínima (d_H) maximizados,

podem resultar em um código com distância produto mínima (d_p) pequena. Esta distância produto mínima (d_p) pequena afeta severamente o desempenho do código. Para dois códigos de modulação C_1 e C_2 , se a distância de Hamming de símbolo mínima (d_H) de C_1 é maior do que a de C_2 , mas a distância produto mínima (d_p) de C_1 é muito menor do que a de C_2 , então C_2 pode ter um desempenho melhor do que C_1 para RSRs moderadas.

Tendo em vista estes dois parâmetros fundamentais na construção de códigos de modulação M-PSK utilizados em canais com desvanecimento, apresentaremos dois métodos diferentes para a construção destes códigos. O primeiro método consiste numa procura computacional exaustiva, onde os parâmetros de desempenho, a distância de Hamming mínima (d_H) e a distância produto mínima (d_p), são considerados. Este método é apropriado para códigos de modulação de comprimento pequeno. O segundo método é para a construção de esquemas multinível de códigos de modulação M-PSK. Neste caso usamos o critério de desempenho da taxa de corte para a decodificação multiestágio. Para uma dada taxa do código multinível e uma dada relação sinal-ruído do canal, este critério nos leva às taxas dos códigos componentes que minimizam o limitante superior da probabilidade de erro de palavra da decodificação multiestágio. Apresentaremos a seguir a descrição destes dois métodos.

5.2 Procura Computacional de Códigos de Modulação M-PSK

Conforme vimos anteriormente, podemos construir um esquema multinível de códigos de modulação M-PSK usando a técnica de codificação multinível e a vantagem da decodificação multiestágio, sendo os códigos componentes constituídos de códigos de bloco. Através desta técnica, podemos construir bons códigos de modulação, entretanto ela nem sempre nos leva a códigos ótimos.

Visando a procura de códigos ótimos utilizamos uma procura computacional exaustiva. Se o comprimento de bloco do código (n) é pequeno e $M=4,8,16$, é possível gerar todas as M^n sequências de símbolos M-PSK e a partir daí, armazenar o subconjunto de sequências com o maior número de elementos que satisfaça um critério específico de construção. Além disso, devido ao comprimento de bloco do código (n) ser pequeno, decodificadores para estes códigos terão uma complexidade de implementação aceitável.

Nosso propósito de construir códigos está baseado no seguinte critério de construção:

- Para um dado comprimento do código n e para um dado valor da distância de Hamming mínima d_H desejada, encontrar o código com a maior taxa R em bits/símbolo de modo que a distância produto mínima d_p não seja menor que γ .

Seguindo o critério de construção anterior, contruímos um programa da seguinte maneira:

- O comprimento do código (n) e a modulação M-PSK são estabelecidas.
- O conjunto total de M^n seqüências de símbolos M-PSK é gerado.
- O valor desejado para a distância de Hamming mínima (d_H) é estabelecido.
- São feitas restrições de valores para a distância produto mínima (d_p), ou seja, o parâmetro γ é estabelecido de forma que $d_p \geq \gamma$.
- Tendo em vista este conjunto total como um código de bloco, procuramos todas as suas palavras código que satisfaçam os valores estabelecidos para d_H e d_p .
- A taxa do código encontrado em bits/símbolo de modulação é dada por

$$R = \frac{\log_2|C|}{n} \quad (5.1)$$

onde $|C|$ é a cardinalidade do código, ou seja, o número de palavras códigos.

De acordo com a execução do programa anterior, encontramos para a modulação 4-PSK, novos códigos com comprimento $n=4,5,6$ (número de símbolos M-PSK) e com diferentes distâncias de Hamming mínima. O parâmetro γ foi estabelecido como sendo igual a 4, e a energia média dos sinais foi normalizada para o valor unitário. Estes códigos estão na Tabela 5.1.

As Tabelas 5.2 e 5.3 mostram os códigos de comprimento $n=4,5,6,7$ e distâncias de Hamming mínima diferentes para o caso da modulação 8-PSK. Na Tabela 5.2, o parâmetro γ foi igual a 0.6 e na Tabela 5.3 foi igual a 1.0. Novamente, a energia média dos sinais foi normalizada para o valor unitário.

Suponha agora, que queiramos construir um esquema multinível de códigos de modulação M-PSK com o comprimento do código $n = 6$ e com $d_H = 4$, sendo a modulação 4-PSK e 8-PSK. Denotaremos um código binário com comprimento de bloco n_b , k bits de informação e distância de Hamming mínima d por (n_b, k, d) . Se existe um código binário $(6,3,4)$, então nós podemos usar este código como o código componente em cada nível da construção multinível. Assim sendo, teríamos para a modulação 4-PSK um código multinível de taxa $R = 1.0$ e para a

n	d_H	d_P	R
4	2	4.0	1.5
	3	8.0	1.0
5	2	4.0	1.6
	3	8.0	1.2
	4	16.0	0.8
6	2	4.0	1.667
	3	8.0	1.0
	4	16.0	1.0

Tabela 5.1: Códigos de modulação 4-PSK ($\gamma = 4.0$)

n	d_H	d_P	R
4	2	0.6863	1.7273
	3	0.6863	1.3809
5	2	0.6863	1.7476
	3	0.6863	1.4571
	4	0.6863	1.0853
6	2	0.6863	1.7801
	3	0.6863	1.4799
	4	0.6863	1.2203
7	3	0.6863	1.5107
	4	0.6863	1.2596
	5	0.8040	1.0341

Tabela 5.2: Códigos de modulação 8-PSK ($\gamma = 0.6$)

n	d_H	d_P	R
4	2	1.172	1.5759
	3	1.172	1.2611
5	2	1.172	1.6390
	3	1.172	1.3229
	4	1.373	1.0419
6	2	1.172	1.6939
	3	1.172	1.3479
	4	1.373	1.1388
7	3	1.1036	1.3815
	4	1.1036	1.1742
	5	1.1036	0.9901

Tabela 5.3: Códigos de modulação 8-PSK ($\gamma = 1.0$)

modulação 8-PSK, um código multinível de taxa $R = 1.5$. Acontece porém, que não existe um código binário (6,3,4). Se tentarmos a construção do código multinível usando como códigos componentes o código binário (6,2,4), teremos taxas de $R = 0.67$ e $R = 1.0$ para modulação 4-PSK e 8-PSK, respectivamente. Estas taxas são menores do que as obtidas pela procura computacional realizada para $n = 6$ e $d_H = 4$, conforme podemos ver através das Tabelas 5.1, 5.2 e 5.3.

Concluindo, podemos dizer que para alguns códigos de modulação obtidos através da procura computacional exaustiva, não existe a possibilidade da associação de códigos componentes para a formação de um sistema multinível de códigos de modulação, visto que não existem códigos binários com taxas suficientes para gerarem o código de modulação obtido. Com isso, podemos dizer que o processo computacional gera códigos melhores mas sem uma estrutura de partição conforme aquela apresentada na Seção 4.2.2. Portanto, se quisermos utilizar um destes códigos de modulação que não se adequam à formação de um sistema multinível, devemos considerar o código como um todo e teremos de usar a decodificação por máxima verossimilhança ao invés da decodificação multiestágio.

5.2.1 Simulação

Visando a análise do desempenho de um sistema de comunicação digital que utiliza um código de modulação M-PSK construído através do método de procura computacional exaustiva, simularemos um sistema usando um dos códigos de modulação 4-PSK mostrado na Tabela 5.1. Seja X este código, onde o comprimento $n = 6$, a distância de Hamming mínima $d_H = 4$ e a taxa $R = 1$ bit/símbolo de modulação. Conforme vimos no Capítulo 4, podemos construir um código com a mesma taxa do código X usando a técnica de codificação multinível. O código Y é um código multinível com códigos componentes $C_1 = (4, 1, 4)$, $C_2 = (4, 3, 2)$, ou seja, o mesmo código do SISTEMA II que foi simulado na Seção 4.6.

As considerações sobre o sistema são as mesmas expostas na simulação feita na Seção 4.6, ou seja, assumiremos um canal com desvanecimento de Rayleigh onde tenhamos um desvanecimento independente em cada símbolo do canal (isto é possível usando-se entrelaçamento infinito); consideraremos uma detecção coerente ideal (somente amplitude do desvanecimento) e ausência de informação do canal (CSI). O modelo do sistema é o mesmo ilustrado na Figura 4.5, mudando apenas os processos de codificação e decodificação quando usamos o código X .

O processo de codificação consiste na atribuição direta um a um dos 64 pontos do conjunto em 64 palavras códigos binárias conforme indica o esquema na Figura 5.1.

De acordo com o sistema de comunicações digitais como um todo, temos uma fonte que gera bits os quais serão mapeados (modulados) em sinais do esquema de modulação, e que serão transmitidos pelo canal com desvanecimento.

Na recepção, a demodulação será feita calculando-se a distância Euclidiana quadrática entre a palavra recebida e uma determinada palavra do código, para todas as palavras do conjunto de pontos, onde a palavra estimada será a que tiver a menor distância dentre todas as outras. Após isso, a decodificação procede atribuindo à palavra estimada, a referente palavra código binária.

O programa que simula todo este sistema, obtem ao final do mesmo, uma probabilidade de erro de bit (P_b) em função da relação sinal-ruído (RSR). Estes resultados são mostrados e comparados com o SISTEMA II (sistema que utiliza o código Y) citado anteriormente, conforme indica o gráfico da Figura 5.2.

Observando o desempenho através do gráfico da Figura 5.2, temos que para uma relação sinal-ruído baixa de até 5 dB, os dois sistemas possuem um comportamento similar. A partir de 5 dB, temos uma melhora gradativa do sistema que utiliza o código X onde obtivemos para uma probabilidade de erro de bit (P_b) de 10^{-3} um ganho de aproximadamente 3 dB.

000000 → 000000	100000 → 200213
000001 → 001111	100001 → 201302
000010 → 002222	100010 → 202031
000011 → 003333	100011 → 203120
000100 → 010123	100100 → 210330
000101 → 011032	100101 → 211221
000110 → 012301	100110 → 212112
000111 → 013210	100111 → 213003
001000 → 020231	101000 → 220022
001001 → 021320	101001 → 221133
001010 → 022013	101010 → 222200
001011 → 023102	101011 → 223311
001100 → 030312	101100 → 230101
001101 → 031203	101101 → 231010
001110 → 032130	101110 → 232323
001111 → 033021	101111 → 233232
010000 → 100132	110000 → 300321
010001 → 101023	110001 → 301230
010010 → 102310	110010 → 302103
010011 → 103201	110011 → 303012
010100 → 110011	110100 → 310202
010101 → 111100	110101 → 311313
010110 → 112233	110110 → 312020
010111 → 113322	110111 → 313131
011000 → 120303	111000 → 320110
011001 → 121212	111001 → 321001
011010 → 122121	111010 → 322332
011011 → 123030	111011 → 323223
011100 → 130220	111100 → 330033
011101 → 131331	111101 → 331122
011110 → 132002	111110 → 332211
011111 → 133113	111111 → 333300

Figura 5.1: Esquema de atribuição feito na codificação

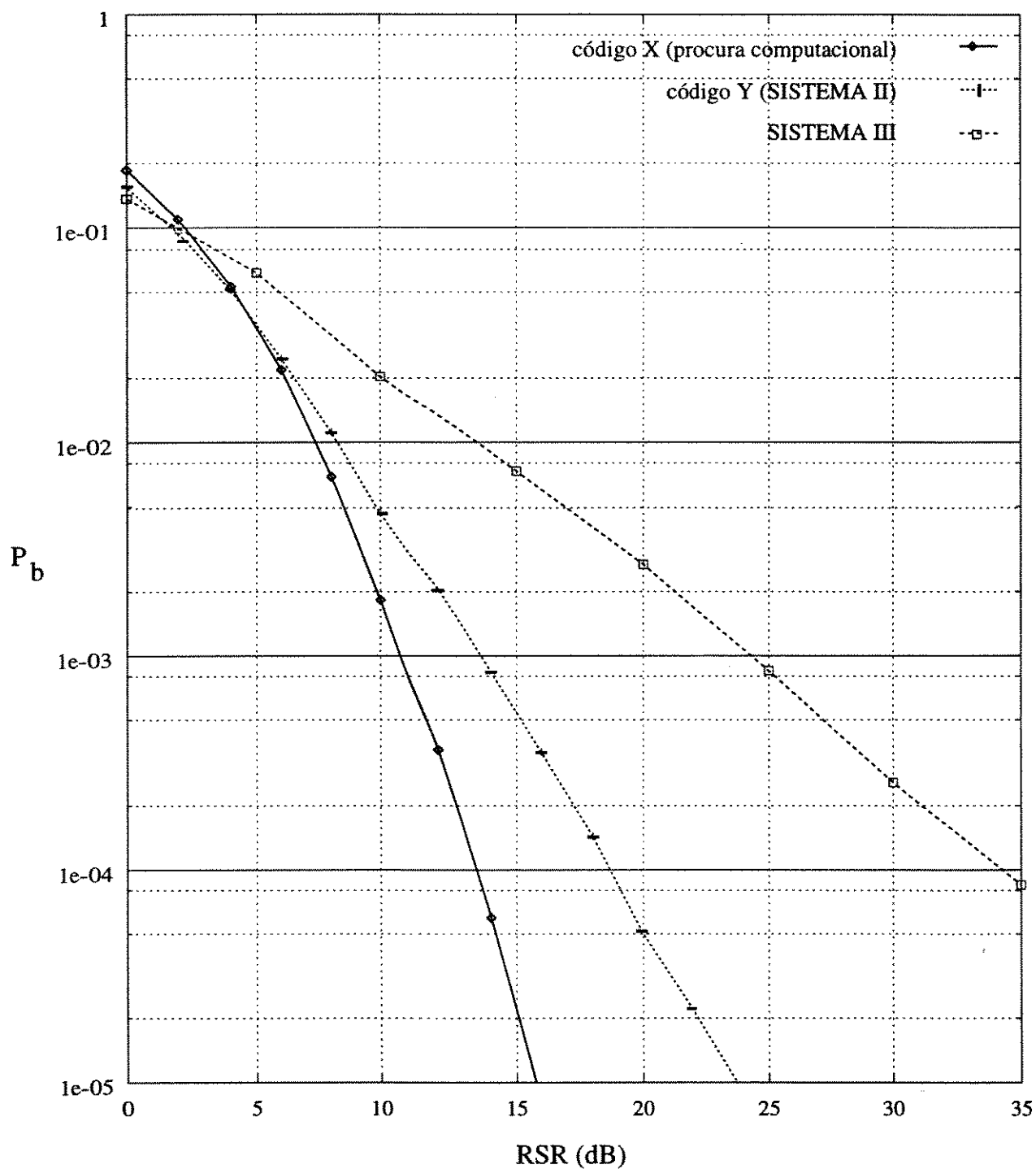


Figura 5.2: Desempenho de códigos de modulação 4-PSK

Uma outra questão a ser analisada é com relação à taxa de corte de um canal com desvanecimento não correlacionado. De acordo com [16], onde a taxa de corte foi utilizada para determinar o potencial de ganho de codificação quando usamos a modulação-codificada em canais com desvanecimento, temos para uma probabilidade de erro de bit (P_b) de 10^{-3} que o ganho de codificação máximo usando-se um esquema de modulação 4-PSK é de 19 dB em relação ao 2-PSK não codificado. O sistema utilizando o código Y forneceu um ganho de codificação de aproximadamente 11 dB em relação ao 2-PSK não codificado, tendo-se uma probabilidade de erro de bit (P_b) de 10^{-3} . Já o sistema utilizando o código X, obteve para a mesma probabilidade de erro de bit (P_b), um ganho de codificação de aproximadamente 14 dB em relação ao 2-PSK não codificado. Com isso, podemos concluir que a partir de certos valores para o ganho de codificação, teremos acréscimos neste ganho cada vez menores na medida em que este se aproxime do valor máximo, e ao mesmo tempo, teremos que usar códigos mais complexos. Entretanto, com uma distância de Hamming $d_H = 4$ (código X), obtivemos um ganho de 14 dB, o que representa 70% do ganho máximo previsto.

5.3 Esquema Multinível de Códigos de Modulação M-PSK

Consideraremos a construção de esquemas multinível de códigos de modulação baseado em uma sequência de partições binárias da modulação M-PSK. De acordo com a equação (4.7) teremos um código de bloco multinível com L níveis e formado pelos códigos componentes binários C_1, C_2, \dots, C_L que possuem taxas R_1, R_2, \dots, R_L , respectivamente. O método para a construção de esquemas multinível de códigos de modulação que nós propomos lida com a seguinte questão: Para uma determinada taxa $R = R_1 + R_2 + \dots + R_L$ do código multinível e uma determinada relação sinal-ruído (RSR) do canal, como as taxas dos códigos componentes podem ser escolhidas de modo tal que o valor da probabilidade de erro de palavra (P_{WE}) para a decodificação multiestágio do código multinível seja minimizada? Esta questão é respondida em [8] baseada no critério de desempenho da taxa de corte. Este critério nos leva às taxas dos códigos componentes que minimiza o limitante superior da P_{WE} da decodificação multiestágio dado pela equação (4.32).

O modelo do canal de um sistema de comunicação que utiliza um código multinível no transmissor e um decodificador multiestágio no receptor, consiste num conjunto de L canais em paralelo (um para cada código componente) [3]. Com o intuito de utilizarmos o critério de

desempenho da taxa de corte, devemos obter as densidades de probabilidade de transição destes canais em paralelo. Antes porém, relembremos o canal com desvanecimento de Rayleigh. O vetor bidimensional recebido \mathbf{r} , é descrito pela equação (3.23)

$$\mathbf{r} = \rho \mathbf{x} + \mathbf{n}$$

onde ρ é a amplitude do desvanecimento, \mathbf{x} é o vetor M-PSK transmitido e \mathbf{n} é o vetor Gaussiano com densidade espectral de ruído unilateral N_0 . A amplitude ρ tem distribuição dada pela equação (3.22), ou seja

$$p(\rho) = 2\rho \exp\{-\rho^2\} \quad \rho \geq 0,$$

onde a energia recebida média por símbolo M-PSK é $E\{\rho^2 E_s\} = E_s$.

Seja $p(\mathbf{r}|\mathbf{x}_i)$ a densidade de probabilidade para o vetor recebido $\mathbf{r} = (r_x, r_y)$, dado que o vetor M-PSK \mathbf{x}_i , $0 \leq i \leq M - 1$, foi transmitido. Sendo assim,

$$p(\mathbf{r}|\mathbf{x}_i) = \int_{-\infty}^{\infty} p(\mathbf{r}|\mathbf{x}_i, \rho) p(\rho) d\rho \triangleq E\{p(\mathbf{r}|\mathbf{x}_i, \rho)\}. \quad (5.2)$$

Como o ruído é Gaussiano, teremos

$$p(\mathbf{r}|\mathbf{x}_i, \rho) = p(\mathbf{r} - \rho \mathbf{x}_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} |\mathbf{r} - \rho \mathbf{x}_i|^2\right\}. \quad (5.3)$$

Seja a variância do ruído $\sigma^2 = N_0/2$. Então, substituindo 5.3 em 5.2, teremos

$$p(\mathbf{r}|\mathbf{x}_i) = \int_0^{\infty} \frac{1}{\pi N_0} \exp\left\{-\frac{|\mathbf{r} - \rho \mathbf{x}_i|^2}{N_0}\right\} p(\rho) d\rho. \quad (5.4)$$

Para cada um dos L canais paralelos nós utilizamos um código componente C_j , $1 \leq j \leq L$, e um decodificador D_j , $1 \leq j \leq L$, onde a saída destes decodificadores são símbolos $s_j = \{0, 1\}$, $1 \leq j \leq L$. Cada canal (com exceção do L -ésimo canal) pode ser modelado como um par de canais sem memória em cascata. Considere o primeiro canal desse par. O alfabeto de entrada do j -ésimo canal é o alfabeto do j -ésimo código componente C_j , que no nosso caso é binário. O alfabeto de saída do j -ésimo canal é um símbolo M-PSK que vai depender do j -ésimo nível de partição da constelação. Assumiremos os códigos binários C_1, C_2, \dots, C_L lineares e os bits de informação destes códigos equiprováveis, ou seja, as probabilidades de que $s_j = 0$ e $s_j = 1$ são ambas iguais a $1/2$ para qualquer j , $1 \leq j \leq L$. As probabilidades de transição do primeiro canal são dadas por:

$$P(s_j) = \frac{1}{2^{L-j}}, \quad 1 \leq j \leq L \quad (5.5)$$

onde L é o número de canais paralelos. Portanto, a densidade de probabilidade de transição do canal j é

$$p_{s_j}(\mathbf{r}) = \sum_i P(s_j) p(\mathbf{r}|\mathbf{x}_i), \quad (5.6)$$

onde os símbolos \mathbf{x}_i , $0 \leq i \leq M - 1$, são símbolos do subconjunto que foi designado por s_j no j -ésimo nível de partição da constelação M-PSK.

Como exemplo, mostraremos a obtenção das densidades de probabilidade de transição de um decodificador para códigos de bloco de modulação 8-PSK. O vetor x_i será um vetor 8-PSK onde $0 \leq i \leq 7$. Teremos $L = \log_2 8 = 3$ codificadores em paralelo e conseqüentemente, 3 canais em paralelo. Então as densidades de probabilidade de transição dos canais em paralelo são

- no primeiro nível

$$\begin{aligned} p_0(\mathbf{r}) &= (1/4)\{p(\mathbf{r}|\mathbf{x}_0) + p(\mathbf{r}|\mathbf{x}_2) + p(\mathbf{r}|\mathbf{x}_4) + p(\mathbf{r}|\mathbf{x}_6)\}, \\ p_1(\mathbf{r}) &= (1/4)\{p(\mathbf{r}|\mathbf{x}_1) + p(\mathbf{r}|\mathbf{x}_3) + p(\mathbf{r}|\mathbf{x}_5) + p(\mathbf{r}|\mathbf{x}_7)\}, \end{aligned}$$

- no segundo nível

$$\begin{aligned} p_0(\mathbf{r}) &= (1/2)\{p(\mathbf{r}|\mathbf{x}_0) + p(\mathbf{r}|\mathbf{x}_4)\}, \\ p_1(\mathbf{r}) &= (1/2)\{p(\mathbf{r}|\mathbf{x}_2) + p(\mathbf{r}|\mathbf{x}_6)\}. \end{aligned}$$

- no terceiro nível

$$p_0(\mathbf{r}) = p(\mathbf{r}|\mathbf{x}_0); \quad p_1(\mathbf{r}) = p(\mathbf{r}|\mathbf{x}_4)$$

para os símbolos binários s_j .

Considere a seguinte proposição, onde $[z]$ significa o menor inteiro maior ou igual a z :

- Para qualquer $R < R_0$ existe um código de bloco C com pelo menos $|C| = [2^{Rn}]$ palavras códigos de comprimento n , e um algoritmo de decodificação apropriado tal que

$$P_{WE} < 2^{-n(R_0-R)} \quad (5.7)$$

onde R_0 é a taxa de corte do canal que foi definida na Seção 3.7.

Seja R_j a taxa do código componente C_j , $1 \leq j \leq L$, e R_0^j a taxa de corte do j -ésimo canal em paralelo. Se $R_j < R_0^j, \forall j$, a probabilidade de erro de palavra P_{WE} é limitada superiormente por

$$P_{WE} \leq \sum_{i=0}^{m-1} P_i(WE|G) < \sum_{i=0}^{m-1} 2^{-n(R_0^i - R_j)}. \quad (5.8)$$

As taxas ótimas R_j são aquelas que minimizam a expressão

$$\sum_{i=0}^{m-1} 2^{-n(R_0^i - R_j)}.$$

De acordo com [8], temos que as taxas ótimas para os códigos componentes são dadas por

$$R_{op}(j) = \frac{(R - R_0^{ms})}{L} + R_0^j, \quad j = 1, \dots, L \quad (5.9)$$

onde

- R é a taxa do código multinível
- R_0^j é a taxa de corte do j -ésimo canal em paralelo
- $R_0^{ms} = \sum_{j=1}^L R_0^j$ é a taxa de corte da decodificação multiestágio.

Substituindo-se os valores de $R_{op}(j)$ da equação anterior na equação (5.8) nós obtemos

$$P_{WE} < L 2^{-(n/L)(R_0^{ms} - R)} \quad (5.10)$$

e portanto, podemos afirmar:

- Para qualquer $R < R_0^{ms}$ existe um código multinível de bloco C com pelo menos $|C| = \lceil 2^{Rn} \rceil$ palavras códigos de comprimento do código componente n , e um algoritmo de decodificação apropriado tal que a equação (5.10) seja satisfeita.

De acordo com a equação (3.40) teremos os valores $R_0^j, j = 1, \dots, L$ das taxas de corte dos L canais em paralelo dados por

$$R_0^j = -\log_2 \left\{ 0.5 \left[1 + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{p_0(\mathbf{r})p_1(\mathbf{r})} d\mathbf{r} \right] \right\}. \quad (5.11)$$

Sendo assim, temos em mãos todos os parâmetros para calcular as taxas ótimas dos códigos componentes. Usando a integração numérica (com a ajuda do *software Mathematica*), calculamos os valores $R_0^j, j = 1, \dots, L$, e obtemos para diferentes valores de RSR (equação 4.36)

$$RSR = \frac{E_b}{N_0} = \frac{E_s}{RN_0},$$

as taxas ótimas para os códigos componentes de códigos de bloco de modulação 4-PSK, 8-PSK e 16-PSK.

SNR (dB)	R_0^{ms}	$R_{op}(1)$	$R_{op}(2)$
10.	1.0422	0.3172	0.6828
15.	1.6159	0.4148	0.5852
20.	1.8667	0.4687	0.5313
25.	1.9562	0.4895	0.5105
30.	1.9866	0.4972	0.5028
35.	1.9998	0.5	0.5

Tabela 5.4: Taxas ótimas para códigos componentes de um código de bloco de modulação 4-PSK

A Tabela 5.4 mostra as taxas ótimas $R_{op}(j)$, $j = 1, 2$ e a taxa de corte da decodificação multiestágio R_0^{ms} para uma taxa fixa $R = 1.0$ bit/símbolo de um código de bloco de modulação 4-PSK.

A Tabela 5.5 mostra as taxas ótimas $R_{op}(j)$, $j = 1, 2, 3$ e a taxa de corte da decodificação multiestágio R_0^{ms} para uma taxa fixa $R = 2.0$ bits/símbolo de um código de bloco de modulação 8-PSK.

SNR (dB)	R_0^{ms}	$R_{op}(1)$	$R_{op}(2)$	$R_{op}(3)$
13.	2.0577	0.3511	0.7540	0.8949
15.	2.3473	0.4362	0.7349	0.8289
20.	2.7628	0.5766	0.6955	0.7279
25.	2.9242	0.6372	0.6773	0.6855
30.	2.9954	0.6637	0.6681	0.6682
35.	2.9999	0.6666	0.6667	0.6667

Tabela 5.5: Taxas ótimas para códigos componentes de um código de bloco de modulação 8-PSK

A Tabela 5.6 mostra as taxas ótimas $R_{op}(j)$, $j = 1, 2, 3, 4$ e a taxa de corte da decodificação multiestágio R_0^{ms} para uma taxa fixa $R = 3.0$ bits/símbolo de um código de bloco de modulação 16-PSK.

Conhecendo as taxas ótimas $R_{op}(j)$ dos códigos componentes para uma dada RSR, podemos construir códigos de bloco multinível com a ajuda da Tabela apresentada em [9]. Como ilustração, construiremos alguns códigos de modulação 8-PSK para a RSR de 15.0 dB.

SNR (dB)	R_0^{ms}	$R_{\text{op}}(1)$	$R_{\text{op}}(2)$	$R_{\text{op}}(3)$	$R_{\text{op}}(4)$
20.	0.6475	0.5263	0.7623	0.8447	0.8667
25.	0.8731	0.6679	0.7566	0.7848	0.7907
30.	0.9949	0.7487	0.7488	0.7494	0.7531
35.	1	0.75	0.75	0.75	0.75

Tabela 5.6: Taxas ótimas para códigos componentes de um código de bloco de modulação 16-PSK

Código 1: Escolhemos $n = 8$ e tentamos encontrar códigos componentes binários cuja as taxas se aproximassem da taxas ótimas. Isto nos levou aos seguintes códigos:

$$C_1 = (8, 3, 4), C_2 = (8, 6, 2) \text{ e } C_3 = (8, 7, 2).$$

Código 2: Escolhemos $n = 16$ e tentamos encontrar códigos componentes binários cuja as taxas se aproximassem da taxas ótimas. Isto nos levou aos seguintes códigos:

$$C_1 = (16, 7, 6), C_2 = (16, 12, 2) \text{ e } C_3 = (16, 13, 2).$$

Código 2a:(Código 2 modificado) Se utilizarmos $C_1 = (16, 7, 6)$, $C_2 = (16, 11, 4)$ e $C_3 = (16, 15, 2)$, teremos um código com $R = 2.06$.

Código 3: Escolhemos $n = 16$ e tentamos encontrar códigos componentes binários cuja as taxas se aproximassem da taxas ótimas. Isto nos levou aos seguintes códigos: $C_1 = (31, 15, 8)$, $C_2 = (31, 21, 5)$ and $C_3 = (31, 26, 3)$.

Podemos notar nas Tabelas 5.4, 5.5 e 5.6, que para RSRs altas (por exemplo, RSR=35. dB), teríamos a mesma distribuição de taxas que poderia ser usada se considerássemos somente a distância de Hamming mínima como critério de desempenho.

Este método de codificação multinível seleciona taxas ótimas para os código componentes baseado no critério de desempenho da taxa de corte para a decodificação multiestágio. Este critério engloba todos os parâmetros que influenciam no desempenho do código e também, leva em consideração as nuances da decodificação multiestágio.

5.3.1 Simulação

Visando a análise do desempenho de um sistema de comunicação digital que utiliza um esquema multinível de códigos de modulação 8-PSK, simularemos dois sistemas: um sistema construído através do método que se baseia no critério de desempenho da taxa de corte para a decodificação multiestágio e um sistema baseado apenas na distância de Hamming mínima como critério. Estes dois sistemas utilizam códigos de modulação 8-PSK e assumem as mesmas considerações feitas para as simulações anteriores, ou seja, assumiremos um canal com desvanecimento de Rayleigh onde tenhamos um desvanecimento independente em cada símbolo do canal (isto é possível usando-se entrelaçamento infinito); consideraremos uma detecção coerente ideal (somente amplitude do desvanecimento) e ausência de informação do canal (CSI). Os dois sistemas são similares, mas utilizam códigos componentes distintos. O modelo destes sistemas é o mesmo ilustrado na Figura 4.5.

Um dos sistemas utiliza o código X1, que é o *código 2a* da Seção 5.3 e que foi projetado para uma relação sinal-ruído (RSR) de 15.0 dB. Este código tem distância de Hamming mínima $d_H = 2$. O outro sistema utiliza o código Y1, que é um código de mesma taxa, ou seja, $R = 2,06$ bits/símbolo, e distância de Hamming mínima $d_H = 4$, construído com códigos componentes iguais, $C_1 = C_2 = C_3 = (16, 11, 4)$.

O programa que simula estes sistemas, obtém ao final do mesmo, uma probabilidade de erro de bit (P_b) em função da relação sinal-ruído (RSR) para cada sistema. Estes resultados são mostrados e comparados entre si, conforme indica o gráfico da Figura 5.3.

Observando o comportamento do gráfico da Figura 5.3, temos que o código X1 tem desempenho melhor que o código Y1 para RSRs baixas e moderadas. Para $P_b = 10^{-3}$, o código X1 tem um ganho de codificação em torno de 1.0 dB sobre o código Y1. Para RSRs maiores que 17.0 dB, o desempenho do código Y1 é superior. Este comportamento pode ser explicado devido ao fato do código Y1 ter o valor de d_H maior, que é o parâmetro de desempenho dominante para RSRs altas.

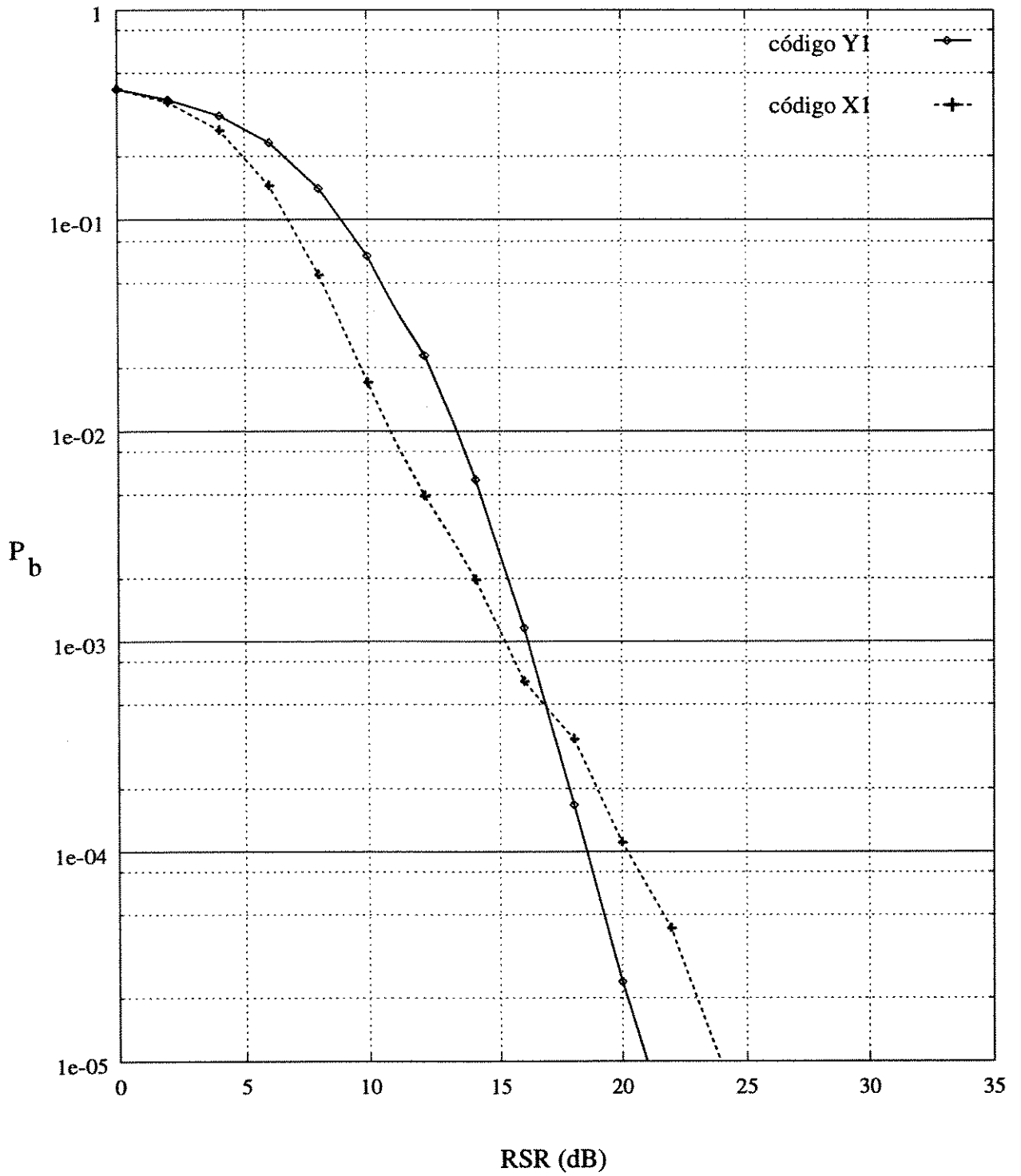


Figura 5.3: Desempenho de códigos de modulação 8-PSK

Capítulo 6

CONCLUSÕES

6.1 Aplicações

Na literatura recente, temos presenciado um grande número de construções de esquemas de modulação codificada. O estudo e desenvolvimento intensivo das técnicas de modulação codificada deve-se ao fato dela poder ser utilizada em várias aplicações da transmissão digital. Um exemplo no qual a modulação codificada vem sendo aplicada com sucesso é na construção de modems.

Nesta tese, nós direcionamos o uso da modulação codificada para canais com desvanecimento. Como exemplo de sistemas onde estes canais estão presentes, podemos citar os sistemas de rádio celular digital, as redes de comunicação pessoal, os sistemas de radiodifusão de áudio digital para receptores móveis, sistemas de telefone sem fio digital, transmissão digital para televisão de alta definição (HDTV) e sistemas de comunicações móveis via satélite (M-SAT). Em todos estes exemplos, podemos utilizar com êxito a modulação codificada, ou seja, embora alguns destes sistemas já tenham seus próprios conjuntos de padronizações, esquemas de modulação codificada são alternativas promissoras para transmissões eficientes e para aumento de capacidade dos sistemas no futuro.

6.2 Conclusão

Conforme citamos anteriormente, um grande número de esquemas de modulação codificada têm sido apresentados. Entretanto, poderíamos perguntar qual é o melhor esquema. Acontece que para canais com desvanecimento, esta questão não é tão simples como é para o canal

Gaussiano. Neste caso, parâmetros como a distância de Hamming mínima, a distância produto mínima, a probabilidade de erro para RSRs altas e baixas, o atraso codificação/decodificação (*delay*), o entrelaçamento e a complexidade do esquema, devem ser avaliados.

O fato de termos escolhido códigos de bloco para serem usados no esquema de modulação codificada, deve-se à situação de que se estes códigos forem curtos o atraso codificação multinível/decodificação multiestágio pode ser mantido dentro dos limites permissíveis para a comunicação de voz em tempo real.

Tendo em vista estas considerações, foram aplicados dois métodos sistemáticos na construção de novos códigos de bloco M-PSK. O primeiro método é apropriado para comprimentos de bloco pequenos: uma procura computacional exaustiva. O segundo método é baseado na técnica de codificação multinível e pode ser aplicado a qualquer comprimento de bloco. A procura computacional gerou códigos ótimos com parâmetros que não podem ser sustentados pela técnica multinível. O segundo método seleciona taxas ótimas para os códigos componentes baseado no critério de desempenho da taxa de corte para a decodificação multiestágio. Este critério engloba todos os parâmetros que influenciam no desempenho do código e também, leva em consideração as nuances da decodificação multiestágio. Através dos resultados obtidos pelas simulações, podemos esperar que para RSRs baixas e moderadas, o segundo método nos leve a códigos com desempenho melhor do que os códigos sugeridos previamente. Isto pode ser uma ferramenta de ajuda para a construção de códigos baseados na técnica multinível.

6.3 Sugestões Futuras

Como sugestão para trabalhos futuros, poderíamos utilizar os métodos propostos para a construção de códigos de modulação QAM. Além disso, poderíamos tentar encontrar métodos de construção de códigos com proteção desigual contra erros. Outra proposta, seria aplicar os métodos de construção de códigos para outros modelos de canais com desvanecimento, como por exemplo o canal com desvanecimento de Rice.

Bibliografia

- [1] D.Divsalar, M.K.Simon, *The design of trellis coded MPSK for fading channels: performance criteria*, IEEE Trans. Commun., Vol.36, No.9, pp.1004-1012, Setembro 1988.
- [2] G.Ungerboeck, *Channel coding with multilevel/phase signals*, IEEE Trans. on Information Theory, Vol.IT-28, pp.55-67, Janeiro 1982.
- [3] H.Imai, S.Hirakawa, *A new multilevel coding method using error-correcting codes*, IEEE Trans. on Information Theory, Vol.IT-23, No.3, pp.371-377, Maio 1977.
- [4] D.Divsalar, M.K.Simon, *The design of trellis coded MPSK for fading channels: set partitioning for optimum code design*, IEEE Trans. Commun., Vol.36, No.9, pp.1013-1021, Setembro 1988.
- [5] S.L.Sayegh, *A class of optimum block codes in signal spaces*, IEEE Trans. Commun., Vol.34, No.10, pp.1043-1045, Outubro 1986.
- [6] N.Seshadri, C-E.W.Sundberg, *Multilevel trellis coded modulations for the Rayleigh fading channel*, IEEE Trans. Commun, Vol.41, No.9, pp.1300-1310, Setembro 1993.
- [7] C.Schlegel, D.J.Costelo, Jr., *Bandwidth efficient coding for fading channels: code construction and performance analysis*, IEEE J. Selected Areas Commun., Vol.7, No.9, pp.1356-1358, Dezembro 1989.
- [8] J. Portugheis, *Cutoff Rate Performance Criterion for Multistage Decoding*, Proceedings Sixth Joint Swedish-Russian Int. Workshop on Inform. Theory, pp. 56-60, Suécia, Agosto 1993.
- [9] T. Verhoeff, *An Updated Table of Minimum-Distance Bounds for Binary Linear Codes*, IEEE Trans. Inform. Theory, vol. IT-33, pp. 665-680, Setembro 1987.

- [10] J. Wu, S. Lin, *Multilevel Trellis MPSK Modulation Codes for the Rayleigh Fading Channel*, IEEE Trans. Commun., vol. 41, pp. 1311-1318, Setembro 1993.
- [11] J. Du, B. Vucetic, L. Zhang, *Construction of New MPSK Trellis Codes for Fading Channels*, IEEE Trans. Commun., aceito para publicação em Junho 1993.
- [12] L. Zhang, E. Leonardo, B. Vucetic, *Multidimensional MPSK Trellis Codes for Fading Channels*, Proceedings 1994 IEEE Int. Symp. on Inform. Theory, pp. 450, Noruega, 27 Junho - 01 Julho, 1994.
- [13] C.-E. W. Sundberg, N. Seshadri, *Coded Modulations for Fading Channels: An Overview*, European Trans. Telecommun., vol. 4, no. 3, pp. 309-324, Maio-Junho 1993.
- [14] L. Zhang, B. Vucetic, *Bandwidth Efficient Block Codes for Rayleigh Fading Channels*, Electronic Letters, vol. 26, no. 5, Março 1990.
- [15] S. Lin, S. Rajpal, D. J. Rhee, *MPSK Coded Modulations for the Rayleigh Fading Channel*, Proceedings 1994 IEEE Int. Symp. on Inform. Theory, pp. 451, Noruega, 27 Junho - 01 Julho, 1994.
- [16] K. Leeuw-Boullé, J. C. Belfiore, *The Cutoff Rate of Time Correlated Fading Channels*, IEEE Trans. Inform. Theory, vol. IT-39, pp. 612-617, Março 1993.
- [17] R.E.Blahut *Theory and Practice of Error Control Codes*, Addison-Wesley Publishing Company, 1983.
- [18] M.D.Yacoub *Foundations of Mobile Radio Engineering*, CRC, 1993.
- [19] S.Lin, D.J.Costello, Jr. *Error Control Coding: Fundamentals and Applications*, PRENTICE-HALL, 1983.
- [20] S.Benedetto, E.Biglieri e V.Castellani *Digital Transmission Theory*, PRENTICE-HALL, 1987.
- [21] J.G.Proakis *Digital Communications*, McGRAW-HILL, 1989.
- [22] J.M.Wozencraft, I.M.Jacobs *Principles of Communication Engineering*, WILEY, 1965.
- [23] E.Biglieri, D.Divsalar, P.J.Maclane e M.K.Simon *Introduction to Trellis-Coded Modulation with Applications*, MACMILLAN, 1991.