

Este exemplar corresponde a redacção final da tese defendida por António Padilha Feltrin e aprovada pela Comissão Julgadora em 21 de março de 1986.

António Padilha Feltrin

CALCULO DA ESTABILIDADE TRANSITÓRIA EM
SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA UTILIZANDO
ESQUEMA SIMULTANEO IMPLÍCITO

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

CALCULO DA ESTABILIDADE TRANSITÓRIA EM
SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA UTILIZANDO
ESQUEMA SIMULTANEO IMPLÍCITO.

ANTONIO PADILHA FELTRIN

Orientador:

André Luiz Morelato França

Tese apresentada a Faculdade de Engenharia de Campinas
/ FEC/ UNICAMP/ como parte dos requisitos exigidos, pa-
ra obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Março - 1986

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

À minha família

Meus Agradecimentos:

- . a André pela valiosa orientação e estímulo;
- . aos colegas do DEE/ FEIS/ UNESP pela colaboração;
- . aos amigos e companheiros pelo apoio.

A realização deste trabalho contou com apoio financeiro:

- . da Universidade Estadual Paulista - UNESP;
- . da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES;
- . do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq.

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo contribuir para o desenvolvimento de melhores técnicas de cálculo, da estabilidade de curto prazo (também chamada de transitória), em sistemas de energia elétrica, utilizando simulação passo a passo. O problema é resolvido usando-se um esquema SIMULTANEO IMPLÍCITO, no qual as equações diferenciais são algebrizadas através da aplicação do método trapezoidal implícito de integração numérica. Estas equações formam com as demais equações algébricas um único sistema, que é resolvido pelo Método de Newton. A formulação analítica utilizada considera modelos I, II e III para os geradores, modelo tipo I para os sistemas de excitação e representação de cargas compostas de impedância, corrente e potência constantes. A rede de transmissão é modelada através da matriz Y expandida em coordenadas retangulares. Com a finalidade de diminuir a ordem da matriz jacobiana foi implementada uma técnica de redução equivalente, eliminando-se as variáveis de estado associadas aos geradores e seus controles. O desempenho do esquema SIMULTANEO é analisado em termos do comportamento do processo de convergência, da precisão e do tempo de solução para vários tamanhos de passo. São investigadas diversas técnicas de extrapolação para acelerar o processo de convergência, bem como o desempenho se o jacobiano é mantido constante durante o passo. Finalmente os resultados do

esquema SIMULTANEO são comparados com os apresentados na literatura com o esquema ALTERNADO. Os resultados foram obtidos com um sistema-teste possuindo nove barras e três geradores, frequentemente utilizado na literatura como padrão, e mostram que a técnica de manter o jacobiano constante é eficiente, e que a melhor forma de extrapolação é a quadrática nos ângulos dos geradores, combinando com geométrica linear nas tensões terminais dos geradores. O processo de convergência do esquema SIMULTANEO é rápido, porém o tamanho do passo de integração é limitado pela precisão, enquanto que no ALTERNADO o tamanho do passo é limitado pelo processo de convergência.

ÍNDICE

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO	1
------------	---

CAPÍTULO II

ESTUDO DE ESTABILIDADE EM SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA	3
2.1 - Formulação Geral	7
2.2 - Simulação do Comportamento Dinâmico	10
2.2.1 - Esquema Alternado	11
2.2.2 - Esquema Simultâneo	17

CAPÍTULO III

ESQUEMA SIMULTANEO IMPLÍCITO: DESCRIÇÃO DOS MODELOS E FORMULAÇÃO GERAL	21
3.1 - Modelagem dos Geradores Síncronos	21
3.1.1 - Equações Dinâmicas do Rotor	22
3.1.2 - Equações Elétricas do Rotor	24
3.1.3 - Equações Elétricas do Estator	27
3.1.4 - Equações de Transformação	30
3.2 - Modelagem do Sistema de Excitação	32
3.3 - Modelagem da Rede de Transmissão	39
3.4 - Modelagem das Cargas	42
3.4.1 - Impedância Constante	43
3.4.2 - Corrente Constante	44

3.4.3 - Potência Constante	45
3.4.4 - Carga Composta	46
3.5 - Estrutura Geral das Equações	47
CAPÍTULO IV	
ESQUEMA SIMULTANEO IMPLÍCITO: MÉTODO DE SOLUÇÃO	55
4.1 - Formulação Usando o Método de Newton	55
4.2 - Redução da Matriz Jacobiano	62
4.3 - Aceleração por Extrapolação	65
4.3.1 - Extrapolação Linear	65
4.3.2 - Extrapolação Quadrática	66
4.3.3 - Extrapolação Geométrica Linear	66
4.3.4 - Extrapolação Geométrica Quadrática	67
CAPÍTULO V	
ANÁLISE DE DESEMPENHO	68
5.1 - Sistema de Energia Elétrica Utilizado	68
5.2 - Testes e Resultados	71
5.3 - Avaliação das Técnicas de Extrapolação	81
5.4 - Avaliação do Desempenho do Esquema Simultâneo	92
5.5 - Comparação entre Simultâneo e Alternado	97
CAPÍTULO VI	
CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS FINAIS	100
APÊNDICE A	
MÉTODO TRAPEZOIDAL IMPLÍCITO	103

APÊNDICE B

MÉTODO TRAPEZOIDAL APLICADO AS EQUAÇÕES DOS GERADORES	105
B.1 - Equações Dinâmicas do Rotor	105
B.2 - Equações Elétricas do Rotor	106

APÊNDICE C

SISTEMA DE EXCITAÇÃO	109
C.1 - Saturação da Excitatriz	109
C.2 - Dedução da Expressão (3.24)	111
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	116

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Os sistemas de energia elétrica têm se tornado cada vez mais complexos, com a crescente interligação entre eles e com a utilização de novos componentes, tornando cada vez mais elevado o esforço computacional exigido para simulá-los, tanto na fase de planejamento quanto na operação.

A busca de formas mais eficientes de se calcular a estabilidade de curto prazo em sistemas interligados, é uma das necessidades mais importantes na análise destes sistemas. Neste sentido, este trabalho procura investigar as potencialidades de um esquema de resolução SIMULTANEO IMPLÍCITO, que algumas publicações indicam como possuindo superior desempenho [1], [6].

No capítulo II situa-se o problema de cálculo da estabilidade no contexto geral da análise dos sistemas elétricos, apresentando a sua formulação geral. Faz-se também, uma apresentação geral dos esquemas de resolução ALTERNADO e SIMULTANEO.

No capítulo III descrevem-se os modelos de cada componente envolvido no estudo, para em seguida colocá-los numa forma apropriada para resolução através de um esquema SIMULTANEO.

No capítulo IV formula-se, o método de solução do sistema de equações algébricas não-lineares pelo Método de Newton. Descrevem-se também, duas melhorias introduzidas no algoritmo pa-

ra tornar mais eficiente a solução: a redução do ordem do jacobiano através da eliminação das variáveis de estado dos geradores e, o uso de técnicas de extrapolação. Mostra-se ainda, como fica o algoritmo de solução no caso de se manter o jacobiano constante durante cada passo de integração.

No capítulo V é feita uma análise do desempenho do esquema SIMULTANEO, mostrando-se os resultados obtidos. São analisados as técnicas de extrapolação e o desempenho do Método de Newton convencional e com jacobiano constante. Apresenta-se também uma comparação entre os desempenhos dos esquemas ALTERNADO E SIMULTANEO.

O capítulo VI é dedicado às conclusões e comentários finais, onde se colocam as principais contribuições do trabalho e as sugestões para desenvolvimentos futuros.

No final do trabalho mostra-se o Apêndice A que relembra o método trapezoidal implícito de integração numérica, o Apêndice B que mostra a forma das equações diferenciais associadas aos geradores após a aplicação do método trapezoidal e o Apêndice C onde se apresenta o modo de considerar a saturação da excitatriz e o resultado da aplicação do método trapezoidal às equações diferenciais do sistema de excitação.

As páginas finais são dedicadas à apresentação das referências bibliográficas.

CAPÍTULO II

ESTUDOS DE ESTABILIDADE EM SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA

Os estudos de estabilidade em sistemas interligados de energia elétrica visam determinar, principalmente duas situações: a) se as máquinas elétricas do sistema são capazes, de permanecer em sincronismo após a ocorrência de uma grande perturbação (contingências do tipo: curto-circuito, desligamento de linha de transmissão, perda de geração, ou uma combinação destes eventos); b) se ocorrem oscilações de tensão causadas pelos mesmos motivos. Quando um defeito deste tipo ocorre, o equilíbrio entre a potência elétrica gerada pelas máquinas e a potência mecânica fornecida a elas é drasticamente rompido, principalmente nos geradores mais próximos eletricamente ao defeito. Em consequência, os rotores destas máquinas sofrerão diferentes acelerações. Se as oscilações relativas dos diversos rotores tenderem a se amortecer, fazendo-os atingir um novo ponto de operação em regime permanente, então se diz que o ponto de operação inicial é estável em relação à perturbação ocorrida. Deve ser lembrado que um ponto de operação pode ser estável ou instável dependendo do tempo de eliminação do curto-circuito, do tempo de religamento de linhas e, em suma, dos tempos de resposta dos diversos equipamentos cujo comportamento dinâmico é importante no problema.

A análise da estabilidade de sistemas de energia elétri-

ca pode ser classificada de diversas maneiras. Uma classificação, utilizada frequentemente, refere-se ao tempo de análise após a perturbação. Assim conceitua-se como estabilidade de curto prazo o comportamento dinâmico observado após alguns segundos (tipicamente 10 segundos) da ocorrência do defeito. Chama-se de estabilidade de médio prazo a análise considerada até 5 minutos e estabilidade de longo prazo a análise em simulação até 20 minutos [11]. Esta classificação reflete a influência no comportamento dinâmico dos vários componentes do sistema. A figura 2.1 mostra os principais componentes que usualmente são modelados na análise de estabilidade de sistemas de energia elétrica. Na análise da estabilidade de curto prazo, a modelagem do sistema pode ser simplificada: de um lado, eliminando-se a representação dos transitórios elétricos da rede de transmissão, que são extremamente rápidos; de outro lado, desprezando os efeitos do controle suplementar que é bastante lento. Deste modo, como ilustra a figura 2.2, a modelagem se restringe ao conjunto turbina-gerador e seus controles de tensão (incluindo estabilizador, se houver) e de velocidade, cuja representação pode assumir variados graus de detalhamento. A rede de transmissão é usualmente representada pelas equações de fluxo de potência. As cargas são, normalmente, representadas como impedância constante, corrente constante e potência constante.

Os modelos e métodos tratados neste trabalho referem-se à análise de estabilidade de curto prazo, também chamada de transitória, utilizando técnicas de simulação ponto a ponto do comportamento dinâmico através de computador digital.

A simulação, atualmente, é a melhor ferramenta disponí-

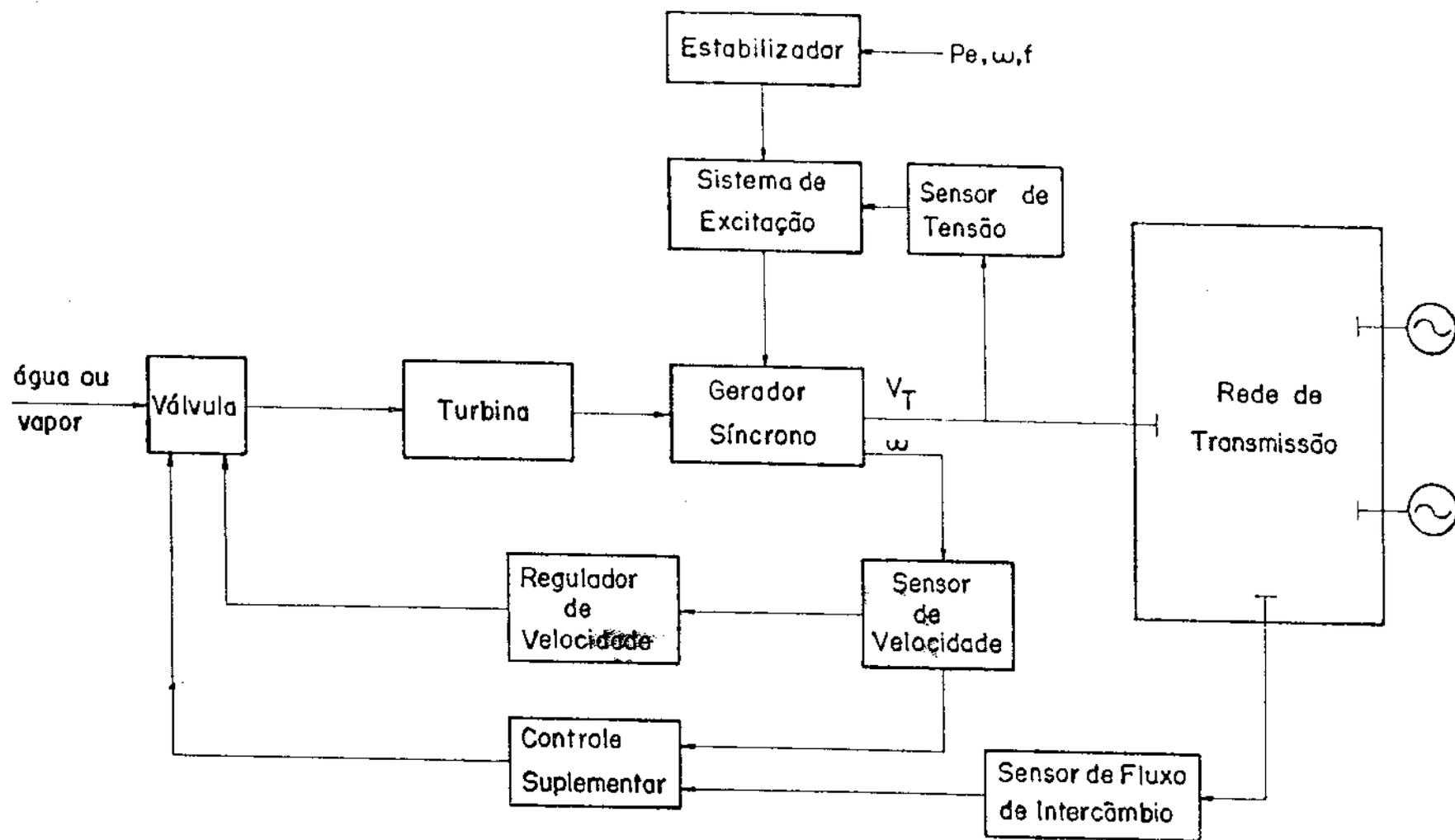


Fig. 2.1 - PRINCIPAIS MALHAS DE CONTROLE EXISTENTES EM UM SISTEMA DE ENERGIA ELÉTRICA.

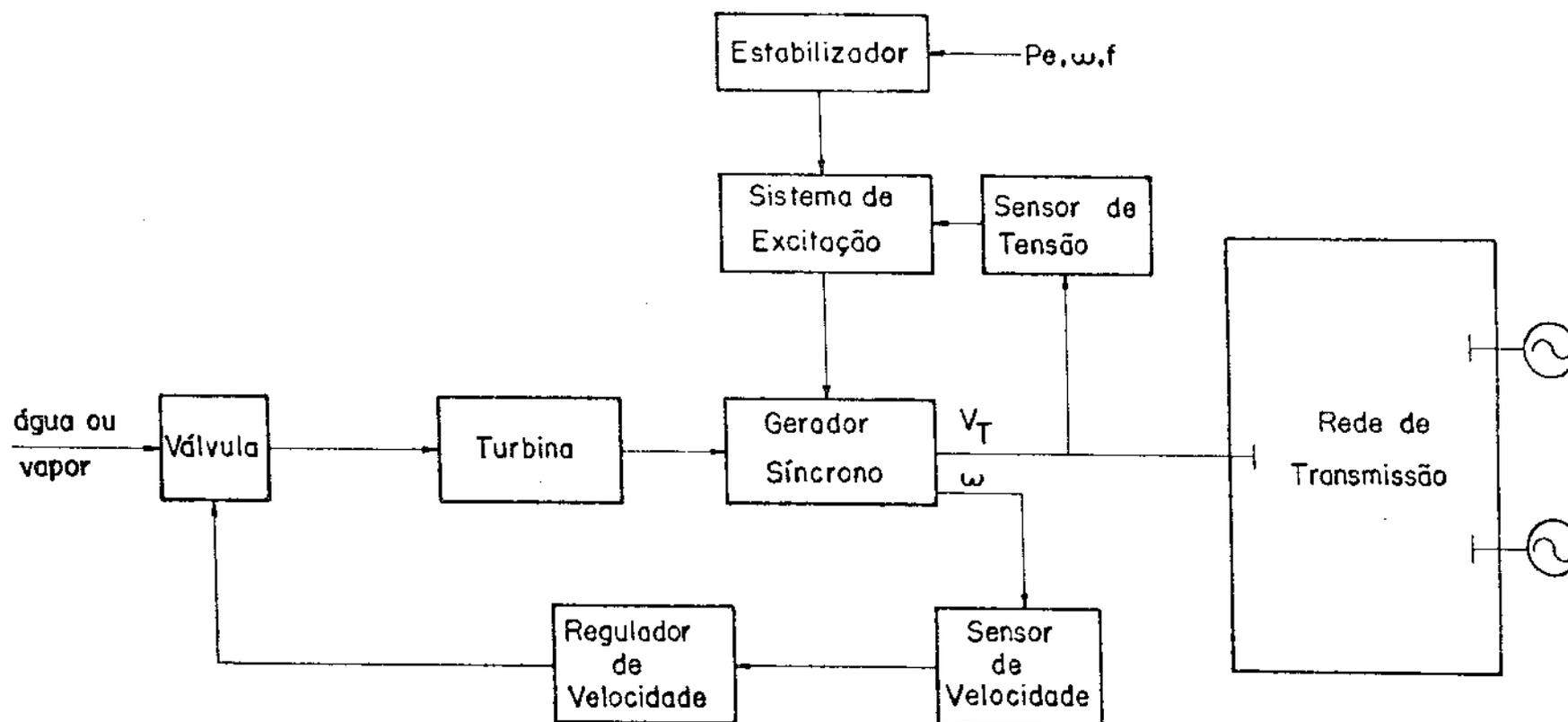


Fig. 2.2 - COMPONENTES DO SISTEMA DE ENERGIA ELÉTRICA USUALMENTE REPRESENTADOS NOS ESTUDOS DE ESTABILIDADE DE CURTO PRAZO.

vel, por permitir que o problema de estabilidade seja resolvido utilizando modelos mais completos e abrangentes fornecendo resultados confiáveis. Suas limitações ficam por conta do esforço computacional envolvido.

Por outro lado, os métodos diretos de resolução (Lyapunov), que exigem relativamente menor custo computacional, têm se mostrado aplicáveis e confiáveis somente quando a modelagem é bastante simplificada.

Portanto, se o tipo de estudo e análise desejados permitem obter conclusões com modelos simples, métodos diretos podem ser úteis, porém, se melhores modelos são indispensáveis então simulação deve ser usada. Este trabalho supõe que o segundo caminho tenha sido tomado.

2.1 - FORMULAÇÃO GERAL

A modelagem dos diversos componentes de um sistema de energia elétrica leva ao estabelecimento de um conjunto de equações constituído de equações diferenciais, que descrevem os geradores síncronos e seus controles, e de equações algébricas, que representam o estator das máquinas síncronas e a rede de transmissão incluindo as cargas. Estas equações podem ser expressas de forma geral, como:

$$\dot{\underline{y}} = \underline{f}(\underline{x}, \underline{y}), \quad (\text{DIF})$$

$$\underline{g}(\underline{x}, \underline{y}) = \underline{0}, \quad (\text{ALG})$$

onde:

\underline{f} - são funções vetoriais que definem as equações diferenciais;

\underline{g} - são funções vetoriais que definem as equações algébricas;

\underline{y} - é o vetor das variáveis de estado das equações diferenciais e

\underline{x} - é o vetor das variáveis de estado das equações algébricas.

O esquema da figura 2.3 mostra a estrutura típica das equações (DIF) e (ALG), detalhando-se as equações associadas a um único gerador síncrono [11].

O significado das variáveis que aparecem na figura 2.3 pode ser encontrado abaixo:

P_m - potência mecânica aplicada ao eixo do gerador;

ω - velocidade angular do eixo do gerador;

V_δ - tensão de saída do estabilizador;

P_e - potência elétrica de entreferro;

δ - posição angular do rotor em relação a um eixo de referência síncrono;

E_{fd} - tensão de saída do sistema de excitação aplicada ao enrolamento de campo do gerador;

V_d, V_q - componentes de eixo direto e quadratura da tensão terminal da máquina;

E'_d, E'_q - componentes de eixo direto e quadratura da tensão in-

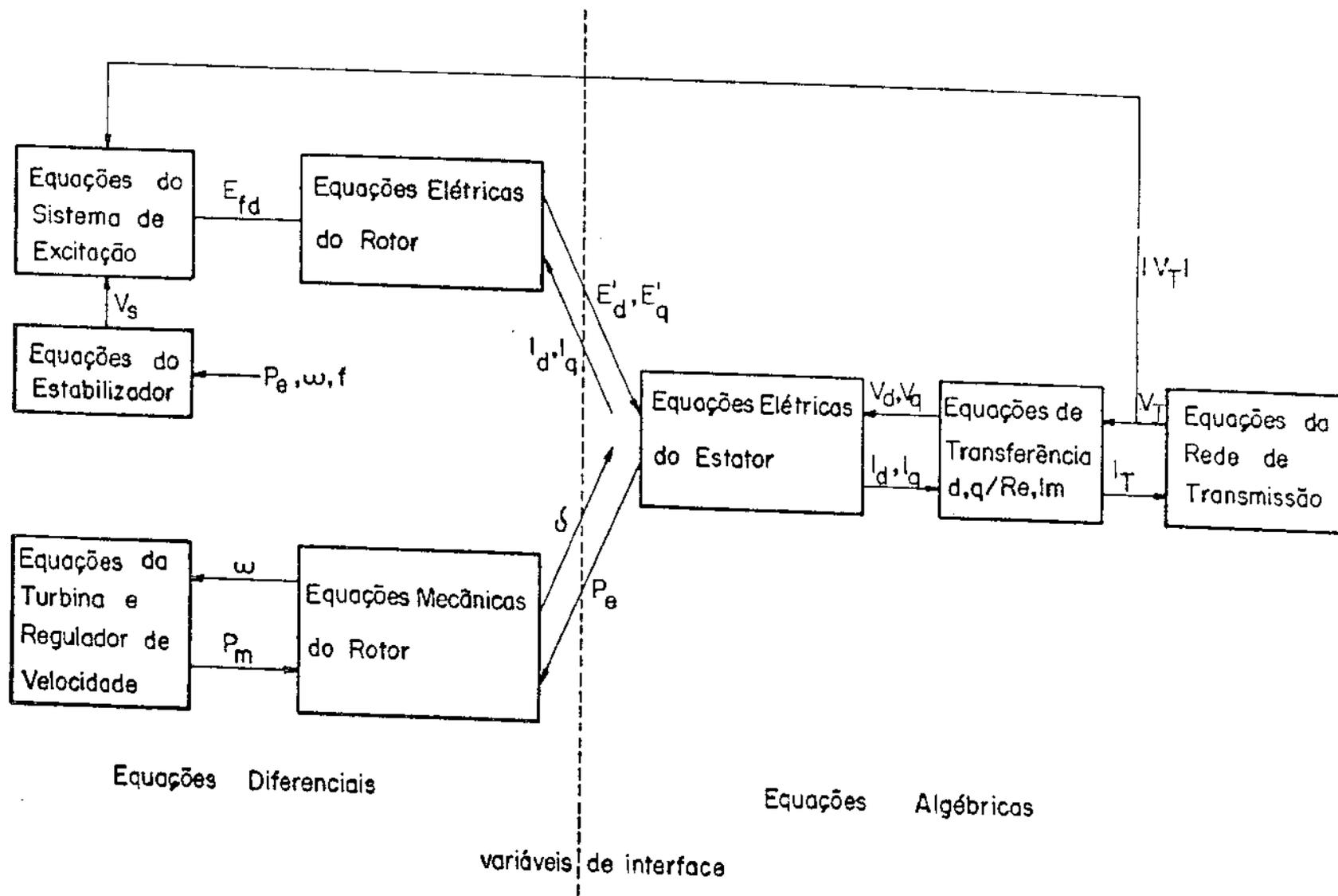


Fig. 2.3 - ESTRUTURA USUAL DAS EQUAÇÕES ENVOLVIDAS NO PROBLEMA DE ESTABILIDADE DE CURTO PRAZO.

terna da máquina;

I_d, I_q - componentes de eixo direto e quadratura da corrente de estator da máquina;

I_T - corrente de estator da máquina, que pode ser decomposta nas componentes de eixo real e imaginário I^{re} e I^{im} e

V_T - tensão terminal, que pode ser decomposta nas componentes de eixo real e imaginário V^{re} e V^{im} .

As variáveis que aparecem ao mesmo tempo em (DIF) e (ALG) são denominadas variáveis de "interface" e definidas como:

\underline{u} - subconjunto das variáveis \underline{x} que aparecem nas equações diferenciais. Por exemplo: I_d, I_q, P_e e $|V|$;

\underline{E} - subconjunto das variáveis \underline{y} que aparecem nas equações algébricas. Por exemplo: E'_d, E'_q, δ .

2.2 - SIMULAÇÃO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO

A simulação do comportamento dinâmico de um sistema de energia elétrica consiste na resolução conjunta das equações diferenciais (DIF) e das equações algébricas (ALG) que representam a dinâmica do sistema. Os diferentes esquemas de solução podem ser caracterizados pelo modo que os conjuntos algébrico e diferencial interagem; pelo método de integração numérica aplicado às equações diferenciais e pelo método de solução das equações algébricas.

Considerando, inicialmente, o modo como os conjuntos algébrico e diferencial interagem, os esquemas podem ser classificados em ALTERNADO e SIMULTANEO [11], [1]. Um esquema é chamado ALTERNADO quando os conjuntos (DIF) e (ALG) são resolvidos separadamente em cada passo de integração, alternando-se as respectivas soluções. Um esquema é chamado SIMULTANEO quando os conjuntos (DIF) e (ALG) são resolvidos ao mesmo tempo como um único conjunto de equações.

2.2.1 - ESQUEMA ALTERNADO

Atualmente, este tem sido o esquema utilizado na maioria dos programas de estabilidade [11], [3].

A solução é obtida resolvendo-se o conjunto (DIF) através de integração no intervalo $t-\Delta t$ a t para se obter $y(t)$, conhecendo-se as variáveis de "interface" $u(t-\Delta t)$; em seguida, resolve-se o conjunto (ALG) usando as variáveis de "interface" para se obter $x(t)$.

Como o conjunto (DIF) é resolvido separadamente do conjunto (ALG), a inclusão, modificação ou retirada de equações em um destes conjuntos não altera o outro e tampouco a maneira de resolvê-lo. Isto representa uma facilidade de programação e expansão quando se consideram novos componentes ou novos modelos de componentes. Esta flexibilidade é uma característica importante do ESQUEMA ALTERNADO e ao lado da eficiência computacional, uma das principais razões de sua larga utilização.

Por outro lado, como os conjuntos (DIF) e (ALG) não são resolvidos ao mesmo tempo, pode ocorrer que as variáveis de "in-

terface", não sendo devidamente atualizadas no processo, introduzem erros de "interface". Isto é uma desvantagem inerente a este esquema e deve ser adequadamente tratada.

Erro de "interface" pode ser definido como o erro que se comete quando os conjuntos algébrico e diferencial não são resolvidos, asseguradamente, ao mesmo tempo. Isto ocorre quando se resolve o conjunto (DIF) através de um método de integração numérica que necessite de mais de uma avaliação de y durante o intervalo de integração. Como para se obter cada valor de y é necessário um correspondente valor de u , se este for mantido constante, no seu valor inicial $u(t-\Delta t)$, ao longo do passo então ocorrerá erro de "interface" entre os sistemas algébrico e diferencial.

O erro de "interface" pode ser evitado se, para cada valor de y ou de sua derivada requeridos em um passo, uma solução exata do sistema (ALG) for realizada atualizando os valores de u correspondentes. Entretanto, este procedimento requer um custo computacional frequentemente inaceitável.

De outro modo, pode-se evitar o erro de "interface" resolvendo o conjunto (DIF) através de fórmulas de integração explícitas, que não necessitam de estimativas de u dentro do passo. Este esquema é conhecido como ALTERNADO EXPLÍCITO.

Embora as fórmulas explícitas, como o método de Euler simples, tenham tal vantagem não possuem desempenho numérico aceitável em estudos de estabilidade de sistemas de energia elétrica.

O erro de "interface" pode ser evitado de forma mais eficiente, quando se usam fórmulas de integração implícitas,

na qual $\underline{y}(t)$ é computado como uma função de $\underline{u}(t)$. A utilização de fórmulas implícitas leva a um processo iterativo para obtenção da solução, como mostrado no diagrama da figura 2.4. Esta figura mostra um esquema eficiente de solução, onde se faz, inicialmente, uma estimativa das variáveis $\underline{u}(t)$ através de extrapolação. Nos instantes de descontinuidade, não sendo possível extrapolar, usa-se o valor anterior. Com o valor estimado de $\underline{u}(t)$, resolvem-se as equações diferenciais obtendo-se uma estimativa para $\underline{y}(t)$. Em seguida resolvem-se as equações algébricas usando as variáveis $\underline{y}(t)$ atualizadas, obtendo-se $\underline{x}(t)$ e portanto uma nova estimativa de $\underline{u}(t)$. Com esta estimativa de $\underline{u}(t)$ as equações diferenciais são novamente resolvidas, obtendo-se outra estimativa de $\underline{y}(t)$. Neste ponto faz-se uma comparação das duas estimativas de $\underline{y}(t)$ e se a diferença, em módulo, for menor que uma certa tolerância, diz-se que o processo iterativo convergiu e o passo de integração está encerrado; caso contrário, resolvem-se novamente as equações algébricas usando a estimativa de $\underline{u}(t)$, até a convergência. Este esquema pode ser denominado ALTERNADO IMPLÍCITO NORMAL.

Uma melhoria na eficiência computacional pode ser realizada no esquema ALTERNADO IMPLÍCITO, se o sistema algébrico (ALG) não for resolvido até a convergência durante o processo. Neste caso os processos iterativos diferencial e algébrico são entrelaçados, ora realizando uma iteração em um, ora em outro [11]. O processo de convergência é controlado pelo processo iterativo diferencial que determina a precisão da solução final. Este esquema pode ser denominado ALTERNADO IMPLÍCITO ENTRELACADO. Uma comparação sistemática entre os dois citados esquemas ALTERNADOS IMPLÍ-

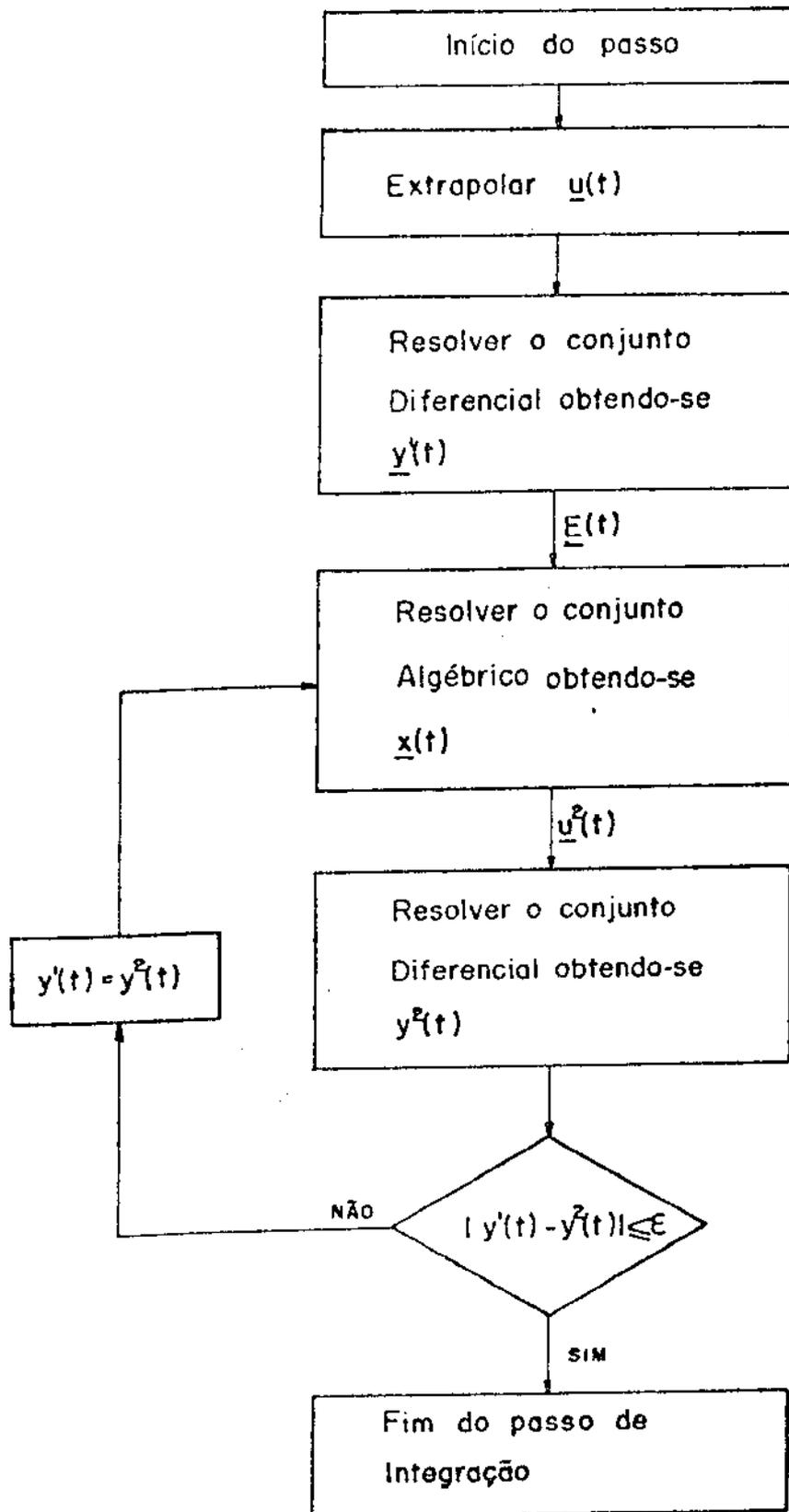


Fig. 2.4 - ESTRUTURA GERAL DE UM ESQUEMA ALTERNADO IMPLÍCITO QUE EVITA O ERRO DE INTERFACE.

CITOS, em termos de precisão e eficiência, pode ser encontrada na referência [4].

A extrapolação de $\underline{u}(t)$ realizada no início de cada passo de integração tem por objetivo a redução do número de iterações e não tem influência na precisão dos resultados.

Dentre as fórmulas de integração utilizadas para resolver as equações diferenciais nos cálculos de estabilidade, o método trapezoidal (descrito no Apêndice A) tem sido apontado como tendo um desempenho superior devido sua simplicidade e ótima estabilidade numérica [3], [1].

Deste modo, a fórmula trapezoidal será usada neste trabalho para integrar as equações diferenciais, cuja natureza conduz a um método implícito de integração.

Para resolver as equações algébricas dois métodos tem-se mostrado superiores: Fatoração da Matriz Admitância e Newton [11]. O sistema algébrico representando, normalmente, o estator das máquinas síncronas, a rede de transmissão e cargas pode ser posto na seguinte forma:

$$\underline{I}^c = Y^c \underline{V}^c$$

onde:

\underline{I}^c - vetor de correntes complexas nodais;

\underline{V}^c - vetor de tensões complexas nodais e

Y^c - matriz de admitâncias complexas nodais.

Este sistema de equações pode ser linear ou não, dependendo da modelagem. Normalmente, tem-se um sistema não-linear,

exigindo que seja resolvido iterativamente através de Fatoração Triangular de Y^e , a fim de se obter \underline{V}^e .

Para se aplicar o método de Newton é necessário modelar o sistema algébrico na forma expandida ou seja:

$$\underline{I}^e = Y^e \underline{V}^e$$

onde o índice superior e significa que as variáveis estão expandidas nas suas partes real e imaginária.

Esta equação pode ser escrita como:

$$\underline{F}^e = \underline{I}^e - Y^e \underline{V}^e = \underline{0},$$

sendo que \underline{F}^e é zero na solução. A realização de cada iteração no método de Newton requer a construção da matriz jacobiano J e a solução da equação:

$$\underline{F}^e = -J \Delta \underline{V}^e \quad \text{onde:} \quad J = \frac{\partial \underline{F}^e}{\partial \underline{V}^e}$$

para se obter o vetor de correções $\Delta \underline{V}^e$.

A fatoração de Y^e apresenta atrativos em relação ao método de Newton, já que a matriz Y^e precisa ser refatorada somente nas alterações da rede de transmissão. Outra desvantagem do método de Newton é o fato da matriz J requerer um armazenamento maior que Y^e .

Em conclusão, um esquema entrelaçado usando método trapezoidal implícito de integração e fatoração de Y^e tem-se mostrado o mais eficiente entre os esquemas do tipo ALTERNADO.

2.2.2 - ESQUEMA SIMULTANEO

A solução do problema de cálculo da estabilidade através do esquema SIMULTANEO consiste em resolver os conjuntos de equações diferenciais (DIF) e de equações algébricas (ALG) como um único conjunto, eliminando-se portanto erros de interface. Esta característica constitui o grande atrativo deste esquema.

No esquema SIMULTANEO transformam-se as equações diferenciais em algébricas através da aplicação de fórmulas de integração. Geralmente se utilizam fórmulas implícitas por sua eficiência e estabilidade numérica. Neste caso o esquema pode ser denominado SIMULTANEO IMPLÍCITO [5].

Após a aplicação de fórmulas de integração implícitas, as equações diferenciais (DIF) podem ser colocadas na seguinte forma geral:

$$\underline{y}(t) = Kh \underline{f} \left[\underline{x}(t), \underline{y}(t) \right] + \underline{c}(t - \Delta t, \dots) \quad (2.1)$$

onde:

$\underline{c}(t - \Delta t, \dots)$ - congrega as variáveis nos instantes $t - \Delta t$ e anteriores;

K - é uma constante que depende do tipo de fórmula de integração e

h - é o passo de integração.

Reunindo as equações que foram algebrizadas, às equações do conjunto (ALG), obtém-se um único conjunto de equações algé-

bricas. Assim, pode-se agora escrever:

$$\underline{F}(x, y) = \underline{0} \quad (2.2)$$

Como o ESQUEMA SIMULTANEO leva à constituição de um único sistema algébrico, não tem mais sentido considerar variáveis de estado associadas às equações diferenciais ou às equações algébricas. É mais apropriado reagrupar as variáveis de estado associando-as a cada gerador e seus controles ou à rede elétrica e suas cargas.

Desse modo, a equação (2.2) será reescrita como:

$$\underline{F}(\underline{u}_g, \underline{v}_h) = \underline{0} \quad (2.3)$$

onde os componentes do vetor \underline{u}_g são as variáveis de estado associadas às máquinas síncronas, sistemas de excitação, reguladores de velocidade e demais controles; os componentes de \underline{v}_h são as variáveis de estado associadas às barras da rede de transmissão.

Para resolver o sistema algébrico não-linear (2.3), um método indicado é o método de Newton tendo em vista seu rápido e confiável processo de convergência. Desta maneira o problema se converte em resolver a equação matricial seguinte:

$$\begin{bmatrix} \underline{F}_1(\underline{u}_g, \underline{v}_h) \\ \underline{F}_2(\underline{u}_g, \underline{v}_h) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \underline{u}_g \\ \Delta \underline{v}_h \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

onde $J_1 = \partial \underline{F}_1 / \partial \underline{u}_g$, $J_2 = \partial \underline{F}_1 / \partial \underline{v}_h$, $J_3 = \partial \underline{F}_2 / \partial \underline{u}_g$ e $J_4 = \partial \underline{F}_2 / \partial \underline{v}_h$ são sub-

matrizes que constituem a matriz jacobiano J e $F_1(\underline{u}_g, \underline{v}_\kappa)$ e $F_2(\underline{u}_g, \underline{v}_\kappa)$ são subgrupos de funções pertencentes a $F(\underline{u}_g, \underline{v}_\kappa)$.

O diagrama da figura 2.5 ilustra a resolução do problema de estabilidade através do esquema SIMULTANEO. No início de cada passo faz-se, sempre que possível, extrapolação de \underline{u}_g e \underline{v}_κ a fim de inicializar bem o método de Newton e acelerar a convergência.

O esquema ilustrado na figura 2.5 supõe que a matriz Jacobiano J é atualizada e fatorada a cada iteração. Outra possibilidade consiste em manter a matriz jacobiano constante durante todo o passo de integração, ou mesmo, durante mais de um passo. Neste caso, a matriz J somente é fatorada uma única vez neste período, tornando a solução mais eficiente computacionalmente [1].

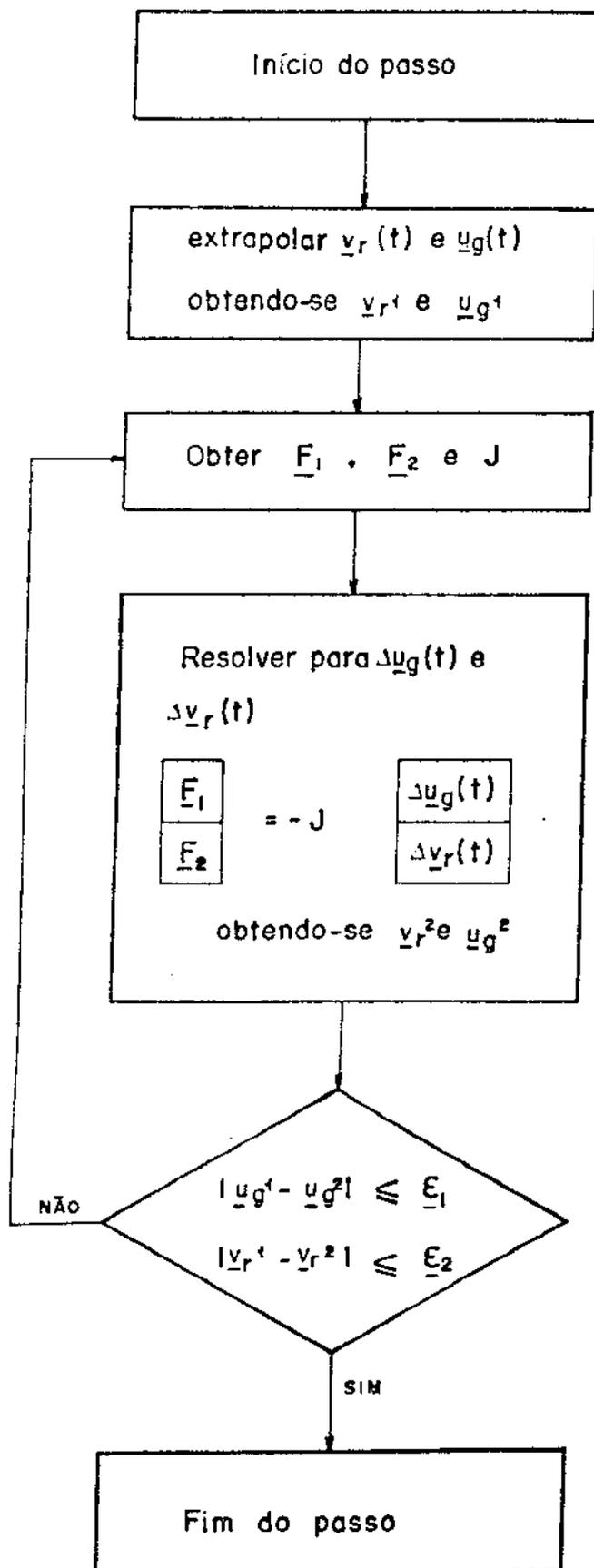


Fig. 2.5 - ESTRUTURA GERAL DE UM ESQUEMA SIMULTANEO IMPLÍCITO.

CAPÍTULO III

ESQUEMA SIMULTANEO IMPLÍCITO:
DESCRIÇÃO DOS MODELOS E FORMULAÇÃO GERAL

Neste capítulo descrevem-se, de uma forma geral, os modelos de cada componente envolvido no estudo de estabilidade de curto prazo e, em seguida, colocam-se as equações na forma adequada para resolução através do ESQUEMA SIMULTANEO IMPLÍCITO. Desta maneira se pode dizer que o sistema de equações é construído de uma forma "modular", tornando flexível a inclusão ou retirada de componentes, de acordo com o tipo de estudo que se pretende.

Uma vez definido o conjunto de equações que representa cada componente, reúnem-se estas equações em um único sistema algébrico que será colocado na forma geral $\underline{F}(\underline{u}_g, \underline{v}_n) = \underline{0}$.

3.1 - MODELAGEM DOS GERADORES SÍNCRONOS

As máquinas síncronas em estudos de estabilidade são, usualmente, representadas por quatro modelos [12]. A utilização de cada um destes modelos depende do tipo da máquina, da disponibilidade de dados e do grau de detalhamento que o estudo requer.

Neste trabalho serão considerados, por facilidade, os modelos I (clássico), II e III. O sistema de potência padrão utilizado para testar o desempenho do esquema contém geradores com modelo III.

As equações serão desenvolvidas supondo-se que o modelo III é o adotado. As modificações necessárias para usar os modelos I e II serão mencionadas oportunamente.

3.1.1 - EQUAÇÕES DINAMICAS DO ROTOR:

Duas equações diferenciais descrevem o comportamento dinâmico das partes girantes da máquina [3]:

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_{\delta}}{2H} (P_m - P_e) \quad (3.1)$$

$$\dot{\delta} = \omega - \omega_{\delta} \quad (3.2)$$

onde:

ω_{δ} - velocidade angular síncrona em radianos por segundos;

H - constante de inércia em segundos;

Aplicando-se a estas equações a fórmula trapezoidal de integração numérica (ver Apêndice B), no intervalo de tempo $(t - \Delta t)$ a (t) , obtém-se:

$$\omega(t) = -\frac{\omega_{\delta} \Delta t}{4H} \cdot P_e(t) + \alpha(t - \Delta t) \quad (3.3)$$

$$\delta(t) = \frac{\Delta t}{2} \omega(t) + \beta(t-\Delta t) \quad (3.4)$$

onde:

Δt é o passo de integração e as expressões de $\alpha(t-\Delta t)$ e $\beta(t-\Delta t)$ são:

$$\alpha(t-\Delta t) = \omega(t-\Delta t) + \frac{\omega_\delta \Delta t}{4H} \left[2P_m - P_e(t-\Delta t) \right] \quad (3.4a)$$

$$\beta(t-\Delta t) = \delta(t-\Delta t) + \frac{\Delta t}{2} \left[\omega(t-\Delta t) - 2\omega_\delta \right] \quad (3.4b)$$

Deve ser observado que as equações (3.3) e (3.4) são fórmulas implícitas e que as expressões de $\alpha(t-\Delta t)$ e $\beta(t-\Delta t)$ dependem somente de valores do passo anterior.

As equações (3.3) e (3.4) podem ser colocadas na forma matricial seguinte:

$$\begin{bmatrix} 1 & & \frac{\omega_\delta \Delta t}{4H} \\ \frac{-\Delta t}{2} & 1 & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega(t) \\ \delta(t) \\ P_e(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha(t-\Delta t) \\ \beta(t-\Delta t) \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

3.1.2 - EQUAÇÕES ELÉTRICAS DO ROTOR:

O comportamento elétrico do rotor das máquinas síncronas será modelado considerando dois enrolamentos: um no eixo direto (campo) e outro no eixo em quadratura, como mostrado na figura 3.1.

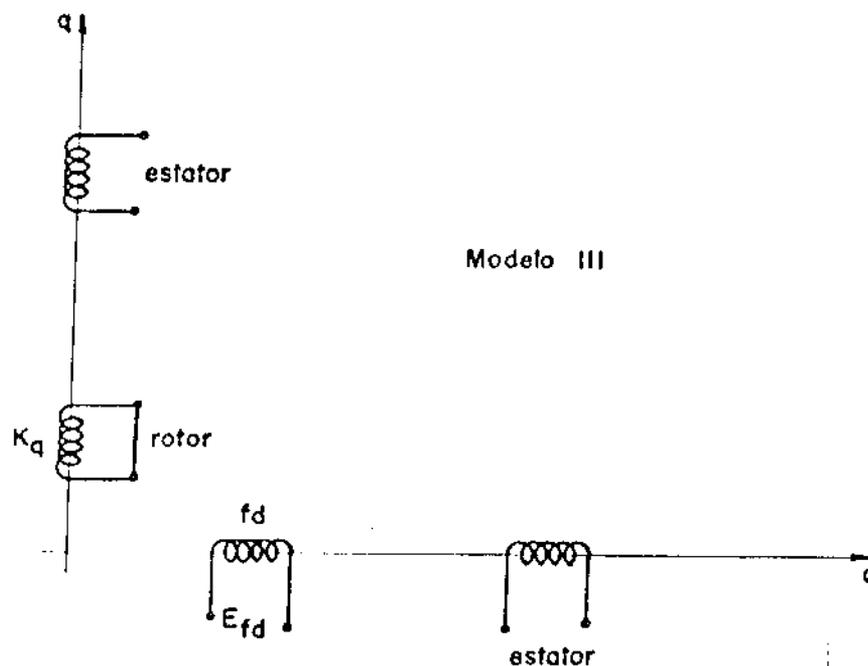


Figura 3.1 - Enrolamentos da máquina síncrona considerando o período transitório.

As equações associadas a este modelo têm a forma seguinte [10]:

$$\frac{dE'_q}{dt} = - \frac{1}{T'_{d0}} \left[E'_q - (x_d - x'_d) I_d - E_{fd} \right] \quad (3.6)$$

$$\frac{dE'_d}{dt} = -\frac{1}{T'_{d0}} \left[E'_d + (x_q - x'_q) I_q \right] \quad (3.7)$$

onde:

T'_{d0} é a constante de tempo de eixo direto com estator em aberto em segundos;

T'_{q0} é a constante de tempo de eixo em quadratura com estator em aberto em segundos;

x'_d é a reatância transitória de eixo direto em p.u.;

x'_q é a reatância transitória de eixo em quadratura em p.u.;

x_d é a reatância síncrona de eixo direto em p.u.;

x_q é a reatância síncrona de eixo em quadratura em p.u..

Aplicando-se a regra trapezoidal, no intervalo de tempo $(t - \Delta t)$ a (t) , estas equações transformam-se em (ver Apêndice B):

$$E'_d(t) = a_d (x_d - x'_d) I_d(t) + a_d E_{fd}(t) + F_d \quad (3.8)$$

$$E'_d(t) = -a_q (x_q - x'_q) I_q(t) + F_d \quad (3.9)$$

onde:

$$a_d = \frac{\Delta t}{\Delta t + 2T'_{d0}}$$

$$a_q = \frac{\Delta t}{\Delta t + 2T'_{q0}}$$

$$F_q = E'_q(t - \Delta t) + a_d \left[E_{fd}(t - \Delta t) - 2E'_q(t - \Delta t) + (x_d - x'_d) I_d(t - \Delta t) \right]$$

$$F_d = E'_d(t - \Delta t) - a_q \left[2E'_q(t - \Delta t) + (x_q - x'_q) I_q(t - \Delta t) \right]$$

As expressões de F_q e F_d dependem somente de valores do passo anterior ($t - \Delta t$).

Se o sistema de excitação for considerado uma simples fonte de tensão constante, então E_{fd} não sofre alterações durante a simulação; mas se o sistema de excitação for representado por um modelo mais realista, então E_{fd} precisa ser calculada convenientemente a cada passo.

Para utilizar o modelo I das máquinas não se leva em consideração as equações (3.6) e (3.7), devendo-se fazer $E'_d = 0$ e E'_q igual a magnitude da tensão (e') atrás da reatância transitória (x'_d), no circuito equivalente da figura 3.2.

Nota-se que quando este modelo é utilizado o sistema de excitação é considerado como uma fonte de tensão constante.

Para utilizar o modelo II não se leva em consideração a equação (3.7), fazendo-se $E'_d = 0$.

$$\begin{array}{|c|} \hline I_d(t) \\ \hline I_q(t) \\ \hline \end{array} = \frac{1}{R_a^2 + x'_{dm} x'_{qm}} \begin{array}{|c|c|} \hline R_a & -x'_{qm} \\ \hline x'_{dm} & R_a \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline F_d - V_d(t) \\ \hline F_q + a_d E_{fd}(t) - V_q(t) \\ \hline \end{array} \quad (3.11)$$

onde:

$$x'_{dm} = x'_d + a_d (x_d - x'_d)$$

$$x'_{qm} = x'_q + a_q (x_q - x'_q)$$

podem ser consideradas como reatâncias síncronas modificadas.

A expressão (3.11) pode ser colocada na seguinte forma matricial:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 1 & & y_m x'_{qm} a_d & -y_m R_a & -y_m x'_{qm} \\ \hline & 1 & y_m R_a a_d & y_m x'_{dm} & -y_m R_a \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|} \hline I_d(t) \\ \hline I_q(t) \\ \hline E_{fd}(t) \\ \hline V_d(t) \\ \hline V_q(t) \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \gamma(t - \Delta t) \\ \hline \rho(t - \Delta t) \\ \hline \end{array} \quad (3.12)$$

onde:

$$Y_m = \frac{1}{R_a^2 + x'_{dm} x'_{qm}}$$

$$Y(t-\Delta t) = Y_m (R_a F_d + x'_{qm} F_q) \quad (3.12a)$$

$$\rho(t-\Delta t) = Y_m (R_a F_q - x'_{qm} F_d) \quad (3.12b)$$

Notar que as expressões de $Y(t-\Delta t)$ e $\rho(t-\Delta t)$ dependem somente de valores do passo anterior.

Além das equações que fornecem a tensão de saída do estator, é necessário uma equação que forneça a potência elétrica na barra terminal, que pode ser expressa por:

$$P_e(t) = V_d(t) I_d(t) + V_q(t) I_q(t) \quad (3.13)$$

Colocando a equação (3.13) na forma matricial, fica:

$$\begin{bmatrix} 1 & -V_d(t) & -V_q(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_e(t) \\ I_d(t) \\ I_q(t) \end{bmatrix} = 0 \quad (3.14)$$

Para utilizar o modelo I, faz-se $x'_q = x'_d$ e para considerar o modelo II faz-se $x'_q = x_q$ na equação (3.10).

3.1.4 - EQUAÇÕES DE TRANSFORMAÇÃO

As equações de uma máquina síncrona são obtidas em uma forma conveniente quando as tensões internas, as correntes de armadura e as tensões terminais são representadas no sistema de referência d, q . Esta máquina está conectada a uma rede de transmissão que tem suas variáveis expressas convenientemente em um sistema de referência complexo rotativo e síncrono.

Estando a rede operando em regime permanente, estes dois sistemas de referência têm a mesma velocidade e mantêm uma diferença angular constante. Em situações transitórias, porém, a velocidade do rotor sofre alterações e o ângulo entre os dois sistemas varia.

Em estudos de estabilidade é necessário, portanto, compatibilizar as variáveis do estator das máquinas com as variáveis do sistema de transmissão. Isto pode ser feito através de uma transformação de variáveis por rotação de eixos, como mostra a figura 3.3.

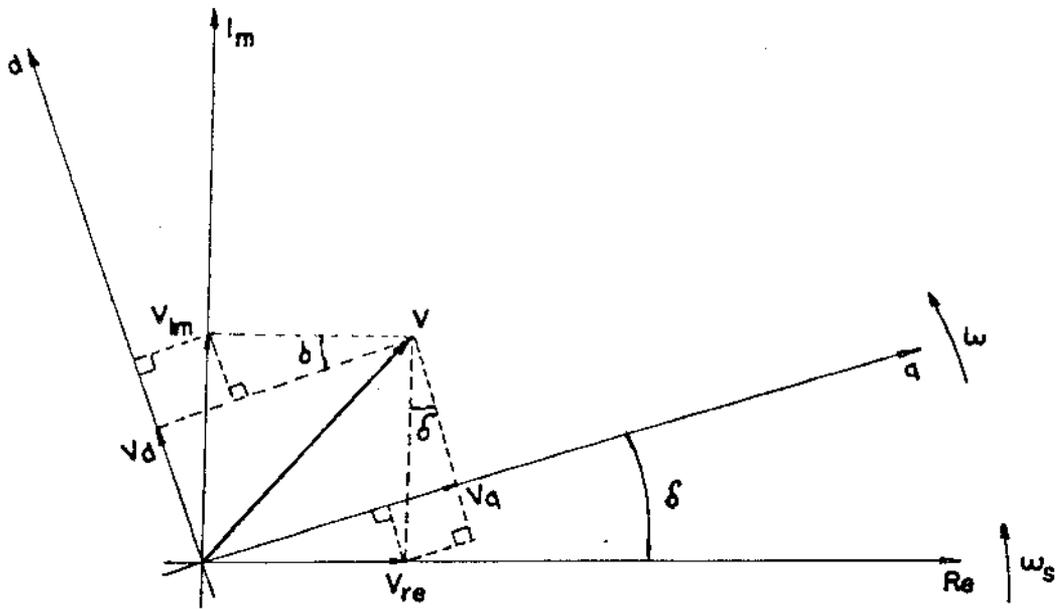


Figura 3.3 - Transformação de variáveis.

$$V_q = V^{re} \cos \delta + V^{im} \sin \delta \quad (3.14a)$$

$$V_d = -V^{re} \sin \delta + V^{im} \cos \delta \quad (3.14b)$$

Esta transformação pode ser representada simbolicamente por [11]:

$$q + jd = e^{j\delta} (\kappa e + jm) \quad (3.15)$$

ou:

$$\begin{bmatrix} q \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \delta & \sin \delta \\ -\sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa e \\ jm \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} \kappa e \\ jm \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

onde T é a matriz de transformação

3.2 - MODELAGEM DO SISTEMA DE EXCITAÇÃO

Neste trabalho o sistema de excitação das máquinas síncronas é considerado como uma tensão constante (quando é usado o modelo I para representar as máquinas), ou utiliza-se o modelo computacional designado como Tipo 1 pela referência [7] (quando é utilizado o modelo II ou III). O diagrama de blocos deste sistema é mostrado na figura 3.4, onde:

- V_T - tensão terminal do gerador;
- T_R - constante de tempo do transdutor;
- x_1 - sinal de saída do transdutor;
- V_{REF} - tensão terminal do gerador nas condições de pré-perturbação;
- x_2 - sinal de saída da malha de estabilização;
- K_A - ganho do regulador;
- T_A - constante de tempo do regulador;
- V_R - sinal de saída do regulador;
- V_{RMAX} - limite superior imposto a V_R ;
- V_{RMIN} - limite inferior imposto a V_R ;
- S_E - função que representa a saturação da excitatriz;
- K_E - ganho da excitatriz;
- T_E - constante de tempo da excitatriz;
- K_F - ganho da malha de estabilização e

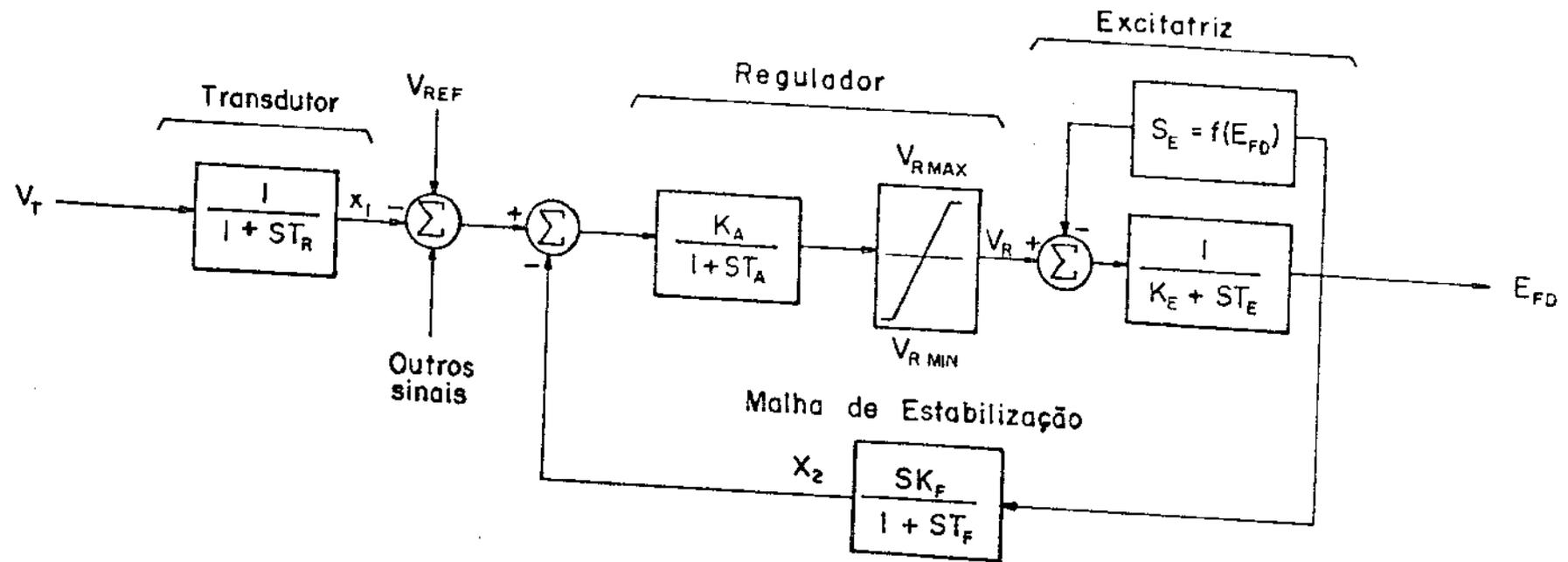


FIGURA 3.4 - REPRESENTAÇÃO DO SISTEMA DE EXCITAÇÃO TIPO 1.

T_F - constante de tempo da malha de estabilização.

Frequentemente, problemas práticos de operação impõem limites à tensão E_{fd} . Portanto tem-se: $E_{fdMIN} \leq E_{fd} \leq E_{fdMAX}$ onde E_{fdMIN} e E_{fdMAX} são especificados. O modelo computacional Tipo 1 prevê que tais limites serão considerados na variável V_R (saída do regulador) através dos coeficientes V_{RMIN} e V_{RMAX} , obtidos como segue:

$$V_R - (K_E + S_E) E_{fd} = 0 \quad (3.17)$$

Portanto, para $E_{fd} = E_{fdMAX}$ obtém-se:

$$V_{RMAX} = (K_E + S_{EMAX}) E_{fdMAX} \quad (3.18)$$

O limite inferior é obtido fazendo-se:

$$V_{RMIN} = -V_{RMAX} \quad (3.19)$$

A partir das funções de transferências de cada um dos blocos da figura 3.4, obtém-se as equações diferenciais que descrevem o sistema de excitação:

transdutor: $\frac{dx_1}{dt} = \frac{1}{T_R} (V_T - x_1)$ (3.20)

$$\text{malha de estabiliza\c{c}\~{a}o: } \frac{dE_{fd}}{dt} = \frac{x_2}{K_F} + \frac{T_F}{K_F} \frac{dx_2}{dt} \quad (3.21)$$

$$\text{regulador: } \frac{dV_R}{dt} = \frac{K_A}{T_A} (V_{REF} - x_1 - x_2) - \frac{V_R}{T_A} \quad (3.22)$$

$$\text{excitatriz: } \frac{dE_{fd}}{dt} = \frac{V_R}{T_E} - \left| \frac{K_E - K_1}{T_E} \right| E_{fd} + \frac{K_2}{T_E} \quad (3.23)$$

os coeficientes K_1 e K_2 s\~{a}o conhecidos e se referem a uma aproxima\c{c}\~{a}o linearizada por partes da curva de satura\c{c}\~{a}o da excitatriz conforme mostra o Ap\~{e}ndice C.

Estas equa\c{c}\~{o}es diferenciais s\~{a}o transformadas em equa\c{c}\~{o}es alg\~{e}bricas aplicando-se o m\~{e}todo trapezoidal impl\~{i}cito, no intervalo de tempo $t - \Delta t$ a t e em seguida reunidas em uma \~{u}nica equa\c{c}\~{a}o alg\~{e}brica linear, como descrito no Ap\~{e}ndice C. Esta equa\c{c}\~{a}o resultante coloca $E_{fd}(t)$ em fun\c{c}\~{a}o da tens\~{a}o de entrada $V_T(t)$ em m\~{o}dulo, ou seja:

$$E_{fd}(t) = E_0(t - \Delta t) - b |V_T(t)| \quad (3.24)$$

onde:

$$b = \frac{\frac{K_A}{a_R}}{a_A a_E + \frac{K_F K_A}{T_F + \frac{\Delta t}{2}}}$$

$$E_0(t-\Delta t) = \frac{a_A}{a_A a_E + \frac{2K_A K_F}{2T_F + \Delta t}} \left[b_E + \frac{K_A}{a_A} \left[2V_{REF} - \frac{1}{a_R} V_T(t-\Delta t) - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{4T_R}{2T_R + \Delta t} x_1(t-\Delta t) + \frac{2K_F}{2T_F + \Delta t} E_{fd}(t-\Delta t) - \frac{4T_F}{2T_F + \Delta t} x_2(t-\Delta t) \right] + \right. \\ \left. + \frac{2T_A - \Delta t}{2T_A + \Delta t} V_R(t-\Delta t) \right] \quad (3.24a)$$

sendo:

$$a_R = \frac{2T_R}{\Delta t} + 1$$

$$a_A = \frac{2T_A}{\Delta t} + 1$$

$$a_E = \frac{2T_R}{\Delta t} + K_E + K_I$$

$$b_E = \left[\frac{2T_E}{\Delta t} - K_E - K_I \right] E_{fd}(t-\Delta t) + V_R(t-\Delta t) + 2K_2$$

Observa-se que os limites V_{RMAX} e V_{RMIN} impostos a V_R na figura 3.4 não foram considerados na obtenção da equação (3.24), pois a variável V_R foi eliminada para se considerar $E_{fd}(t)$ em função apenas da entrada $V_T(t)$. Como existem limites impostos a esta variável, estes devem ser levados em conta ao calcular-se $E_{fd}(t)$. Algumas alternativas para considerar os limi-

tes V_{RMAX} e V_{RMIN} são apresentadas na referência [2]. Uma forma conveniente de considerá-los, consiste em refleti-los na variável $E_{fd}(t)$ [3]; isto pode ser feito observando se V_R viola seus limites durante o passo de integração; se violar, $E_{fd}(t)$ é automaticamente fixada no valor correspondente. Os valores em que $E_{fd}(t)$ é fixada, se V_R violar seus limites, são obtidos no início do passo de integração através da equação (C.12) do Apêndice C, supondo-se que a variável V_R atinja seu limite superior ou inferior no final do passo. Desta forma, se no final do passo $V_R = V_{RMAX}$ ou $V_R = V_{RMIN}$, E_{fd} torna-se igual a E_{HIGH} ou E_{LOW} , que foram obtidos, a partir de (C.12), da seguinte maneira:

$$E_{HIGH} = (b_E + V_{RMAX})/a_E \quad (3.25)$$

$$E_{LOW} = (b_E + V_{RMIN})/a_E \quad (3.26)$$

Deve-se destacar que estes limites são dinâmicos e calculados no início do passo de integração.

Desta maneira o cálculo da tensão de campo $E_{fd}(t)$ é feito através da equação (3.24):

$$E_{fd}(t) = E_0(t-\Delta t) - b|V_T(t)|$$

devendo satisfazer a seguinte restrição:

$$E_{LOW} \leq E_{fd}(t) \leq E_{HIGH} \quad (3.27)$$

Como $|V_T|$ não é variável de estado do esquema SIMULTA-

$$E_{fd}(t) = E_0(t-\Delta t) - \frac{b}{\cos(\delta-\theta)} V_q(t) \tag{3.30}$$

Colocando na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 & & \frac{b}{\cos(\delta-\theta)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{fd}(t) \\ \dots \\ V_d(t) \\ \dots \\ V_q(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_0(t-\Delta t) \end{bmatrix} \tag{3.31}$$

3.3 - MODELAGEM DA REDE DE TRANSMISSÃO

As equações da rede de transmissão são as mesmas utilizadas nos programas de fluxo estático de potência, descritas em [9], assumindo-se todas as aproximações inerentes a este tipo de modelagem.

Neste trabalho, os componentes da rede serão colocados na forma matricial $\underline{I} = Y\underline{V}$, onde: \underline{I} é o vetor de injeções líquidas de correntes nodais; \underline{V} é vetor de tensões nodais e Y é a matriz admitância nodal.

Os vetores \underline{I} e \underline{V} e a matriz Y serão colocados na forma expandida em componentes real e imaginária, para se adequarem à

formulação do método de Newton em coordenadas retangulares. Desse modo pode-se escrever:

$$\underline{I}^e = \underline{I}_g^e - \underline{I}_l^e = Y^e V^e \quad (3.32)$$

onde:

o índice superior e significa expandida nas partes real e imaginária;

\underline{I}_g - Injeção de corrente tipo geração;

\underline{I}_l - Injeção de corrente tipo carga.

A equação (3.32) pode ser apresentada de uma forma mais explicativa como em (3.33), onde:

NB - número de barras do sistema de transmissão;

G_{ii} - condutância própria da barra i ;

B_{ii} - susceptância própria da barra i ;

G_{ij} - condutância série entre as barras i e j ;

B_{ij} - susceptância série entre as barras i e j .

As correntes \underline{I}_g são obtidas nas barras onde há geração, aplicando a equação (3.16) às correntes I_d e I_q , isto é:

$$\begin{bmatrix} I_g^{re} \\ I_g^{im} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\delta & -\text{sen}\delta \\ \text{sen}\delta & \cos\delta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_q \\ I_d \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

As correntes de carga \underline{I}_l são obtidas em função da ten-

(3.33)

$$\begin{bmatrix}
 I_1^{AC} \\
 I_1^{CM} \\
 I_2^{AC} \\
 I_2^{CM} \\
 \vdots \\
 I_N^{AC} \\
 I_N^{CM}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 I_1^{AC} & I_1^{CM} & I_2^{AC} & I_2^{CM} & \dots & I_N^{AC} & I_N^{CM} \\
 I_1^{AC} & I_1^{CM} & I_2^{AC} & I_2^{CM} & \dots & I_N^{AC} & I_N^{CM} \\
 I_1^{AC} & I_1^{CM} & I_2^{AC} & I_2^{CM} & \dots & I_N^{AC} & I_N^{CM} \\
 I_1^{AC} & I_1^{CM} & I_2^{AC} & I_2^{CM} & \dots & I_N^{AC} & I_N^{CM} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
 I_1^{AC} & I_1^{CM} & I_2^{AC} & I_2^{CM} & \dots & I_N^{AC} & I_N^{CM} \\
 I_1^{AC} & I_1^{CM} & I_2^{AC} & I_2^{CM} & \dots & I_N^{AC} & I_N^{CM}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 -B_{11} & G_{11} & B_{12} & -G_{12} \\
 G_{11} & B_{11} & -G_{12} & -B_{12} \\
 B_{21} & -G_{21} & -B_{22} & G_{22} \\
 -G_{21} & -B_{21} & G_{22} & B_{22} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 -B_{N1} & -G_{N1} & B_{N2} & -G_{N2} \\
 -G_{N1} & -B_{N1} & -G_{N2} & -B_{N2}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 V_1^{CM} \\
 V_1^{AC} \\
 V_2^{CM} \\
 V_2^{AC} \\
 \vdots \\
 V_N^{CM} \\
 V_N^{AC}
 \end{bmatrix}$$

são nodal, de acordo com os diferentes modelos associados para representar as cargas. De uma forma geral, tem-se:

$$\begin{array}{|c|} \hline I_{\ell}^{re} \\ \hline I_{\ell}^{im} \\ \hline \end{array} = \frac{f_{\ell}}{\ell} \begin{pmatrix} v_{im} \\ v_{re} \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

3.4 - MODELAGEM DAS CARGAS

As cargas são implementadas em três modelos básicos, como citado em [8]: Impedância Constante, Corrente Constante e Potência Constante. Normalmente se considera a carga como uma combinação destes modelos expressa através de uma porcentagem de cada um deles. Assim, são definidas as seguintes constantes, que são respectivamente as porcentagens da parte ativa e reativa das cargas:

- a, d - porcentagens da carga com impedância constante;
- b, e - porcentagens da carga com corrente constante;
- c, f - porcentagens da carga com potência constante.

Nos itens a seguir será descrito como considerar cada um dos modelos e suas combinações.

3.4.1 - IMPEDÂNCIA CONSTANTE

Neste modelo a carga é representada como uma admitância constante para a terra:

$$Y_L = G_L + jB_L \quad (3.36)$$

onde:

$$G_L = \frac{aP_0}{|V_0|^2} \quad e \quad B_L = \frac{-dQ_0}{|V_0|^2}$$

sendo V_0 a tensão no instante inicial.

Quando este modelo é considerado a equação (3.35), torna-se, para cada barra de carga:

$$\begin{bmatrix} I_L^{re} \\ I_L^{im} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dQ_0}{|V_0|^2} & \frac{aP_0}{|V_0|^2} \\ \frac{aP_0}{|V_0|^2} & \frac{-dQ_0}{|V_0|^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V^{im} \\ V^{re} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

3.4.2 - CORRENTE CONSTANTE

Este modelo considera que o módulo da corrente solicitada pela carga não varia durante o transitório, podendo ser calculada a partir da potência complexa S , que varia com o módulo da tensão ($S=S_0|V|$), e da tensão complexa, como segue:

$$I_L = \frac{S_0^*}{V^*} |V| = |V| \frac{bP_0 - jeQ_0}{V^{re} - jV^{im}} \quad (3.38)$$

As partes real e imaginária serão:

$$I_L^{re} = \frac{bP_0 V^{re} + eQ_0 V^{im}}{|V|} \quad (3.38a)$$

$$I_L^{im} = \frac{bP_0 V^{im} - eQ_0 V^{re}}{|V|} \quad (3.38b)$$

Assim a equação (3.35) torna-se; para cada barra de carga:

$$\begin{bmatrix} I_L^{re} \\ I_L^{im} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{eQ_0}{|V|^2} & \frac{bP_0}{|V|^2} \\ \frac{bP_0}{|V|^2} & \frac{-eQ_0}{|V|^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V^{im} \\ V^{re} \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

3.4.3 - POTÊNCIA CONSTANTE

Este modelo considera que a potência de carga é constante, independentemente da tensão nodal. Com isto a corrente de carga é obtida a partir da potência S_0 e da tensão nodal V , como segue:

$$I_L = \frac{S_0^*}{V^*} = \frac{cP_0 - jfQ_0}{V^{re} - jV^{im}} \quad (3.40)$$

As partes real e imaginária serão:

$$I_L^{re} = \frac{cP_0 V^{re} + fQ_0 V^{im}}{|V|^2} \quad (3.40a)$$

$$I_L^{im} = \frac{cP_0 V^{im} - fQ_0 V^{re}}{|V|^2} \quad (3.40b)$$

E a equação (3.35) torna-se, para cada barra de carga:

$$\begin{array}{|c|} \hline I_L^{re} \\ \hline I_L^{im} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline \frac{fQ_0}{|V|^2} & \frac{cP_0}{|V|^2} \\ \hline \frac{cP_0}{|V|^2} & \frac{-fQ_0}{|V|^2} \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|} \hline V^{im} \\ \hline V^{re} \\ \hline \end{array} \quad (3.41)$$

3.4.4 - CARGA COMPOSTA

Considerando as cargas como possuindo uma porcentagem de cada um dos modelos anteriores, a equação (3.35) assume a seguinte forma para cada barra de carga:

$$\begin{array}{|c|} \hline I_l^{re} \\ \hline I_l^{im} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline -B_l & G_l \\ \hline G_l & B_l \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline v_l^{im} \\ \hline v_l^{re} \\ \hline \end{array} \quad (3.42)$$

onde:

$$G_l = \frac{aP_0}{|v_0|^2} + \frac{bP_0}{|v|} + \frac{cP_0}{|v|^2}$$

$$B_l = -\frac{dQ_0}{|v_0|^2} - \frac{eQ_0}{|v|} - \frac{fQ_0}{|v|^2}$$

3.5 - ESTRUTURA GERAL DAS EQUAÇÕES

Uma vez que a opção de resolução, aqui seguida, é a do esquema SIMULTÂNEO, as equações que descrevem os componentes do sistema de energia elétrica devem ser colocadas na forma geral $\underline{F}(\underline{u}_g, \underline{v}_n) = \underline{0}$.

No caso da modelagem utilizada neste trabalho, as variáveis de estado associadas a cada gerador são:

$$\underline{u}_{g_i} = \begin{bmatrix} \omega & \delta & P_e & I_d & I_q & E_f d & V_d & V_q \end{bmatrix}^t \quad i = 1, 2, \dots, NG$$

onde t significa transposto e NG é o número de geradores existentes.

Portanto o vetor \underline{u}_g tem a forma geral:

$$\underline{u}_g = \begin{bmatrix} u_{g1} & u_{g2} & \dots & u_{gNG} \end{bmatrix}^t$$

Já o vetor \underline{v}_n será constituído, inicialmente, pelas correntes e tensões em coordenadas retangulares associadas a todas as NB barras da rede de transmissão:

$$\underline{v}_n = \begin{bmatrix} \underline{I}_1 & \underline{I}_2 & \dots & \underline{I}_{NB} & \underline{V}_1 & \underline{V}_2 & \dots & \underline{V}_{NB} \end{bmatrix}^t$$

onde:

$$\underline{I}_i = \begin{bmatrix} I_i^{re} & I_i^{im} \end{bmatrix}^t \quad e \quad \underline{V}_i = \begin{bmatrix} V_i^{im} & V_i^{re} \end{bmatrix}^t \quad i = 1, 2, \dots, NB$$

Considerando as definições de \underline{u}_g e \underline{v}_h e reunindo as equações (3.5), (3.12), (3.14), (3.16), (3.31), (3.33), e (3.42), obtém-se a estrutura geral (3.43) para a equação $\underline{F}(\underline{u}_g, \underline{v}_h) = \underline{0}$. Esta estrutura depende da localização dos geradores na rede de transmissão e, no caso, supõe-se, por facilidade de representação que a numeração de cada gerador corresponde a numeração da barra em que ele se encontra.

A submatriz A_{gi} , onde $i = 1, 2, \dots, NG$, que se refere à dinâmica do rotor, ao comportamento elétrico do rotor, estator e sistema de excitação, tem a forma genérica apresentada em (3.44).

As submatrizes B_{gi} e C_{gi} que se referem às equações de transformação (d,q - Re, Im), têm as formas genéricas:

B_{gi}

$-\cos\delta$	$\sin\delta$
$-\sin\delta$	$-\cos\delta$

A_{g1}	A_{g2}	A_{gNG}	B_{g1}	B_{g2}	B_{gNG}
C_{g1}	C_{g2}	C_{gNG}	1	1	1
			1	1	1
			-1	-1	-1
					Y_{LNB}
					Y^e

u_{g1}	u_{g2}	\vdots	u_{gNG}	I_1	I_2	\vdots	I_{NB}	V_1	V_2	\vdots	V_{NB}
----------	----------	----------	-----------	-------	-------	----------	----------	-------	-------	----------	----------

=

R_{g1}	R_{g2}	\vdots	R_{gNG}	0	0	\vdots	0	0	0	\vdots	0
----------	----------	----------	-----------	-----	-----	----------	-----	-----	-----	----------	-----

(3.43)

$$C_{gi} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline & & & \sin\delta & -\cos\delta & & \\ \hline & & & -\cos\delta & -\sin\delta & & \\ \hline \end{array}$$

A posição das submatrizes $B_{g1}, B_{g2}, \dots, B_{gNG}$ e $C_{g1}, C_{g2}, \dots, C_{gNG}$ na estrutura geral depende da localização das barras de geração na rede de transmissão em estudo.

A submatriz Y_ℓ , que se refere ao modelo das cargas, e a matriz Y^e , que se refere ao modelo da rede de transmissão, têm as formas já mostradas nas equações (3.42) e (3.33), respectivamente.

Finalmente, o subvetor independente \underline{R}_g tem a seguinte forma genérica:

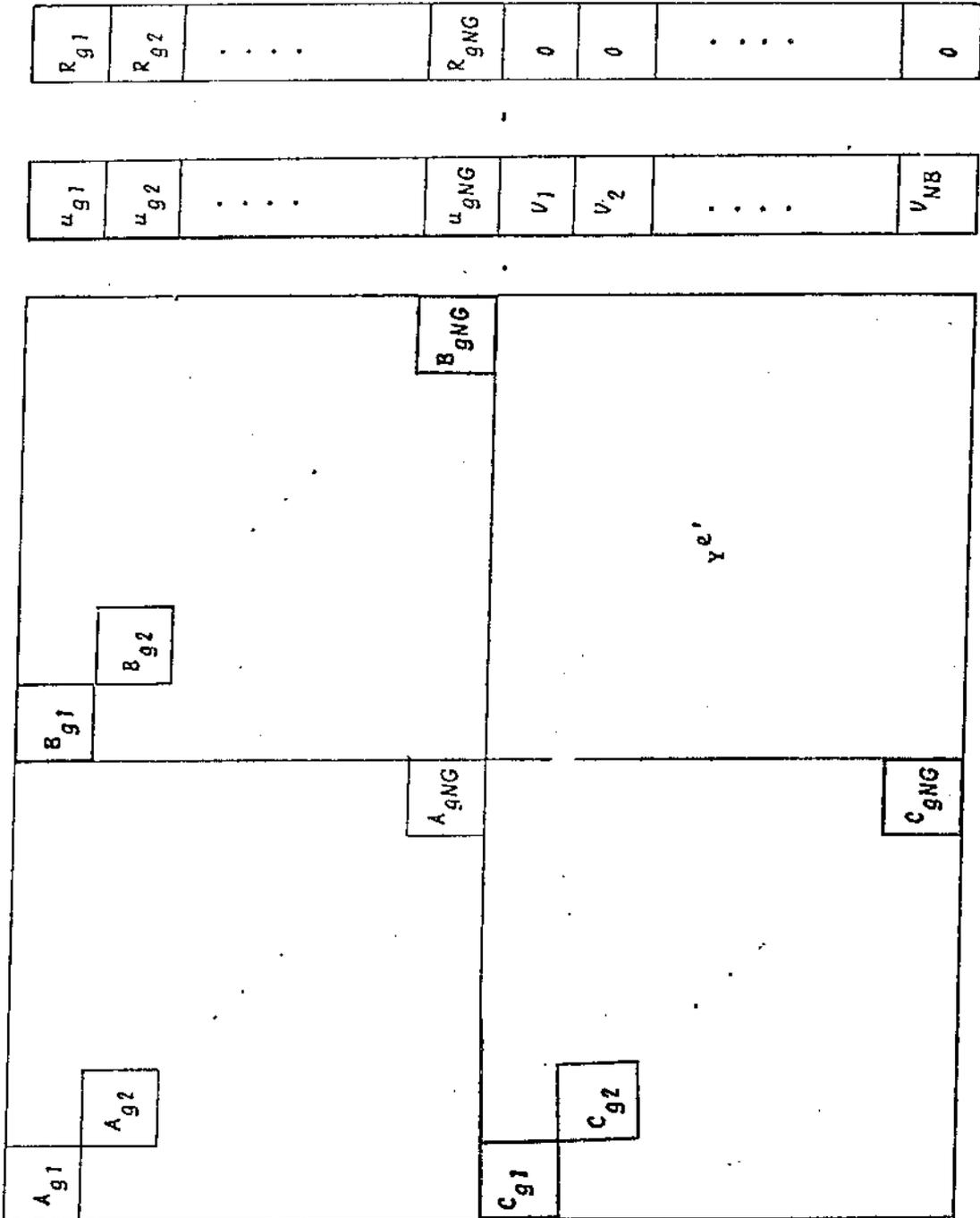
$$\underline{R}_{gi} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline \alpha(t-\Delta t) & \beta(t-\Delta t) & 0 & \gamma(t-\Delta t) & \rho(t-\Delta t) & E_0(t-\Delta t) & 0 & 0 \\ \hline \end{array}^t$$

As expressões dos componentes de \underline{R}_g são apresentadas nas equações (3.4a), (3.4b), (3.12a), (3.12b) e (3.24a). Observe que durante a solução do sistema $\underline{F}(\underline{u}_g, \underline{v}_g) = \underline{0}$ o subvetor \underline{R}_g é conhecido e com valores constantes.

Como as correntes I_1, I_2, \dots, I_{NB} não são variáveis de estado, elas podem ser eliminadas, resultando na estrutura de equações (3.45) [1]. Neste caso $Y^{e'}$ assume a forma (3.46), na qual somente os termos bloco-diagonais (2x2), de Y^e referentes às barras onde existem cargas sofrem alterações.

(3.45)

$\vec{0}$



u_{g1}	u_{g2}	\dots	u_{gNG}	v_1	v_2	\dots	v_{NB}
R_{g1}	R_{g2}	\dots	R_{gNG}	0	0	\dots	0

CAPÍTULO IV

ESQUEMA SIMULTANEO IMPLÍCITO: MÉTODO DE SOLUÇÃO

Neste capítulo apresenta-se o método de solução do sistema de equações obtido no capítulo anterior, e que resolve o problema de cálculo de estabilidade de curto prazo através do esquema SIMULTANEO. O sistema algébrico não-linear é resolvido pelo Método de Newton, com uso de técnicas de fatoração triangular de matrizes esparsas aplicadas à matriz jacobiano [13]. Isto permite que o método seja aplicado em grandes sistemas de energia elétrica.

Descrevem-se também as melhorias introduzidas no algoritmo para tornar mais eficiente, sob o ponto de vista computacional, a solução através deste esquema. Uma delas consiste em eliminar as variáveis \underline{u}_g da equação (3.45), reduzindo portanto a ordem do jacobiano. Outra se refere às formas de aceleração do Método de Newton através de técnicas de extrapolação. Considera-se ainda a possibilidade de manter o jacobiano constante durante o passo de integração ou mesmo alguns passos.

4.1- FORMULAÇÃO USANDO O MÉTODO DE NEWTON

Em cada passo da simulação o sistema de equações (3.45)

deve ser resolvido, iterativamente, pelo Método de Newton, fornecendo assim todas as variáveis \underline{u}_g das máquinas e as tensões \underline{v}_n de todas as barras da rede de transmissão. Como foram utilizadas oito variáveis de estado para cada gerador (8NG) e duas variáveis de estado para cada barra (2NB), este sistema tem uma ordem de 8NG + 2NB, podendo tornar-se um problema de grandes dimensões se o sistema de energia elétrica contiver numerosos geradores ou extensa rede de transmissão.

Resolver o sistema (3.45), pelo Método de Newton, consiste em resolver um sistema linearizado da seguinte forma (que está posto de uma maneira geral):

$$\begin{bmatrix} \underline{F}_1(\underline{u}_g, \underline{v}_n) \\ \underline{F}_2(\underline{u}_g, \underline{v}_n) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \underline{u}_g \\ \Delta \underline{v}_n \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

O vetor $\underline{F}_1(\underline{u}_g, \underline{v}_n)$ é composto de blocos de oito elementos, cada bloco correspondendo a um gerador da rede e assumindo a seguinte forma:

$$f_w^i = \omega^i(t) + \frac{\omega_s \Delta t}{4H^i} p_e^i(t) - \alpha^i(t - \Delta t);$$

$$f_\delta^i = \delta^i(t) - \frac{\Delta t}{2} \omega^i(t) - \beta^i(t - \Delta t);$$

$$f_{Pe}^i = p_e^i(t) - v_d^i(t) I_d^i(t) - v_q^i(t) I_q^i(t);$$

$$f_{Id}^i = I_d^i(t) + y_m^i x_{qm}^i (a_d^i E_{fd}^i(t) - V_q^i(t)) - y_m^i R_a^i V_d^i(t) - \gamma^i(t - \Delta t)$$

$$f_{Iq}^i = I_q^i(t) + y_m^i x_{dm}^i V_d^i(t) + y_m^i R_a^i (a_d^i E_{fd}^i(t) - V_q^i(t)) - \rho^i(t - \Delta t);$$

$$f_{Efd}^i = E_{fd}^i(t) + \frac{b^i}{\cos(\delta^i(t) - \theta^j(t))} V_q^i(t) - E_0^i(t - \Delta t);$$

$$f_{Vd}^i = V_d^i(t) + V_{ne}^j(t) \sin(\delta^i(t)) - V_{im}^j(t) \cos(\delta^i(t)) \quad e$$

$$f_{Vq}^i = V_q^i(t) - V_{ne}^j \cos(\delta^i(t)) - V_{im}^j(t) \cos(\delta^i(t)).$$

Estas equações derivam diretamente da modelagem desenvolvida no capítulo III.

O vetor $F_2(\underline{u}_g, \underline{v}_n)$ é constituído de blocos de 2 elementos, cada bloco correspondendo a uma barra j da rede.

Supondo ainda que exista um gerador i na barra j então os elementos de cada bloco assumem a seguinte forma:

$$f_{im}^j = I_q^i(t) \cos(\delta^i(t)) - I_d^i(t) \sin(\delta^i(t)) + \left[(-B_{jj}) V_1^{im} + \right. \\ \left. + G_{jj} V_1^{re} \right] + \dots + \left[(-B_{jj} - B_{lj}) V_j^{im} + (G_{jj} + G_{lj}) V_j^{re} \right] + \dots \\ \dots + (-B_{jNB} V_{NB}^{im} + G_{jNB} V_{NB}^{re}) - \left[\frac{b_j^p 0_j V_j^{re} + e_j^q 0_j V_j^{im}}{|V_{0j}|^2} \right];$$

$$J_3 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline & I_d \cos \delta + I_q \sin \delta & & \sin \delta & -\cos \delta & & \\ \hline & I_d \sin \delta - I_q \cos \delta & & -\cos \delta & -\sin \delta & & \\ \hline \end{array}$$

A submatriz J_4 assume a forma apresentada na expressão

(4.3), onde:

$$\frac{\partial B_{\ell j}}{\partial v_j^{im}} = -\frac{2P_{0j} v_j^{re} v_j^{im}}{|v_j|^2} + \frac{|v_j| Q_{0j} - 2Q_{0j} v_j^{im2}}{|v_j|^2} + \frac{eQ_{0j}}{|v_j|} - \frac{eQ_{0j} v_j^{im2}}{|v_j|^3};$$

$$\frac{\partial B_{\ell j}}{\partial v_j^{re}} = \frac{|v_j| Q_{0j} + 2Q_{0j} v_j^{re2}}{|v_j|^2} - \frac{2P_{0j} v_j^{im} v_j^{re}}{|v_j|^2} - \frac{eQ_{0j}}{|v_j|} + \frac{eQ_{0j} v_j^{re2}}{|v_j|^3};$$

$$\frac{\partial G_{\ell j}}{\partial v_j^{im}} = \frac{2Q_{0j} v_j^{re} v_j^{im}}{|v_j|^2} + \frac{|v_j| P_{0j} - 2P_{0j} v_j^{im2}}{|v_j|^2} + \frac{bP_{0j}}{|v_j|} - \frac{bP_{0j} v_j^{re2}}{|v_j|^3}$$

(4.3)

$-B_{11} \frac{\partial G_{11}}{\partial v_{1m}^2}$	$G_{11} \frac{\partial G_{11}}{\partial v_{1e}^2}$	B_{21}	$-G_{21}$	B_{1NB}	$-G_{1NB}$
$G_{11} \frac{\partial G_{11}}{\partial v_{1m}^2}$	$B_{11} \frac{\partial B_{11}}{\partial v_{1e}^2}$	$-G_{21}$	$-B_{21}$	$-G_{1NB}$	$-G_{1NB}$
B_{21}	$-G_{21}$	$-B_{21} \frac{\partial B_{21}}{\partial v_{2m}^2}$	$G_{21} \frac{\partial G_{21}}{\partial v_{2e}^2}$	B_{2NB}	$-G_{2NB}$
$-G_{21}$	$-B_{21}$	$G_{21} \frac{\partial G_{21}}{\partial v_{2m}^2}$	$B_{21} \frac{\partial B_{21}}{\partial v_{2e}^2}$	$-G_{2NB}$	$-B_{2NB}$
...					
B_{NB1}	$-G_{NB1}$	B_{NB2}	$-G_{NB2}$	$\frac{\partial B_{2NB}}{\partial v_{2m}^2} \frac{\partial G_{2NB}}{\partial v_{2e}^2}$	$\frac{\partial G_{2NB}}{\partial v_{2e}^2} \frac{\partial B_{2NB}}{\partial v_{2e}^2}$
$-G_{NB1}$	$-B_{NB1}$	$-G_{NB2}$	$-B_{NB2}$	$\frac{\partial B_{1NB}}{\partial v_{1m}^2} \frac{\partial G_{1NB}}{\partial v_{1e}^2}$	$\frac{\partial G_{1NB}}{\partial v_{1e}^2} \frac{\partial B_{1NB}}{\partial v_{1e}^2}$
...					

$J_4 =$

$$\frac{\partial G_{lj}}{\partial v_j^{re}} = \frac{|v_j| p_{0j} - 2p_{0j} v_j^{re2}}{|v_j|^2} - \frac{2q_{0j} v_j^{im} v_j^{re}}{|v_j|^2} + \frac{b p_{0j}}{|v_j|} - \frac{b p_{0j} v_j^{im2}}{|v_j|^3}$$

4.2 - REDUÇÃO DA MATRIZ JACOBIANO

O sistema de equações (4.1), para ser resolvido, requer a construção de $F_1(\underline{u}_g, \underline{v}_h)$, $F_2(\underline{u}_g, \underline{v}_h)$ e da matriz jacobiano J a cada iteração, a fim de se obter $\Delta \underline{u}_g$, $\Delta \underline{v}_h$ e conseqüentemente \underline{u}_g e \underline{v}_h .

Desta forma, o processo geral de resolução deve seguir as seguintes etapas:

- (i) - início do passo de integração;
- (ii) - obtenção de $F_1(\underline{u}_g, \underline{v}_h)$ e $F_2(\underline{u}_g, \underline{v}_h)$;
- (iii) - obtenção e fatoração de J .
- (iv) - cálculo de $\Delta \underline{u}_g$ e $\Delta \underline{v}_h$, obtendo-se então, \underline{u}_g e \underline{v}_h ;
- (v) - teste de convergência usando uma tolerância pré-fixada. Se convergiu, encerra-se o passo de integração; caso contrário retorna-se à etapa (ii).

A solução obtida desta forma exige elevado esforço computacional pois a matriz J tem, normalmente, grande dimensão e precisa ser fatorada a cada iteração.

Uma alternativa para reduzir este trabalho computacional é sugerida por [1] e consiste em colocar o sistema de equações em

função apenas das variáveis $\Delta \underline{v}_n$, eliminando-se as variáveis $\Delta \underline{u}_g$. Assim o sistema de equações (4.1) pode ser reduzido a:

$$\bar{F}_2(\underline{u}_g, \underline{v}_n) = -\bar{J}_4 \Delta \underline{v}_n \quad (4.4)$$

onde:

$$\bar{F}_2(\underline{u}_g, \underline{v}_n) = -J_3 J_1^{-1} F_1(\underline{u}_g, \underline{v}_n) + F_2(\underline{u}_g, \underline{v}_n) \quad (4.4a)$$

$$\bar{J}_4 = -J_3 J_1^{-1} J_2 + J_4 \quad (4.4b)$$

Uma vez obtido $\Delta \underline{v}_n$, calcula-se $\Delta \underline{u}_g$ da seguinte forma:

$$\Delta \underline{u}_g = -J^{-1} F_1(\underline{u}_g, \underline{v}_n) + J_2 \Delta \underline{v}_n \quad (4.5)$$

A matriz \bar{J}_4 possui a mesma estrutura da matriz de rede Y expandida, apresentando simetria em estrutura, o que favorece o uso de técnicas de fatoração triangular de matrizes esparsas, para reduzir o armazenamento e aumentar a velocidade computacional. Em relação a J_4 , para a modelagem utilizada, a matriz \bar{J}_4 apresenta alterações apenas nas posições bloco diagonais 2X2 das barras dos geradores.

Neste trabalho, em vez de calcular (4.4a), (4.4b) e (4.5) a cada iteração, optou-se por obter expressões analíticas para calcular \bar{J}_4 , $\bar{F}_2(\underline{u}_g, \underline{v}_n)$ e $\Delta \underline{u}_g$, evitando-se assim operações matriciais repetitivas e custosas computacionalmente. Assim, introduzindo-se no programa as expressões analíticas obtidas, consegue-se acelerá-lo. Este procedimento é sugerido em [11].

Com isto o processo de resolução fica:

- (i) - ordenação de \bar{J}_4 ;
- (ii) - início do passo de integração;
- (iii) - obtenção de $\bar{F}_2(\underline{u}_g, \underline{v}_h)$;
- (iv) - atualização e fatoração de \bar{J}_4 ;
- (v) - cálculo de $\Delta \underline{v}_h$, obtendo-se \underline{v}_h ;
- (vi) - cálculo de $\Delta \underline{u}_g$, obtendo-se \underline{u}_g ;
- (vii) - teste de convergência usando uma tolerância pré-fixada. Se convergiu encerra-se o passo de integração; caso contrário, retorna-se à etapa (iii).

Deve-se ressaltar que neste processo de resolução a matriz jacobiana \bar{J}_4 é atualizada e fatorada a cada iteração, até a convergência (Método de Newton convencional). Sendo este o maior esforço exigido na resolução de um passo de integração. Com o intuito de diminuir este esforço, pode-se manter \bar{J}_4 constante durante todo o passo de integração ou mesmo por mais de um passo, conseguindo-se mais eficiência computacional, se o número de iterações não crescer muito. Assim \bar{J}_4 pode ser calculada e fatorada de períodos em períodos, dependendo das condições de convergência. Portanto se o número de iterações com a matriz jacobiana sendo mantida constante, não for muito maior que o número de iterações com o Método de Newton convencional, esta técnica será vantajosa, pois economiza o trabalho de formar e fatorar \bar{J}_4 a cada iteração, apresentando um ganho em termos de tempo de solução.

4.3 - ACELERAÇÃO POR EXTRAPOLAÇÃO

Como é sabido, o Método de Newton pode ser acelerado em sua convergência se a inicialização do processo iterativo é convenientemente feita em cada passo de integração.

Os valores iniciais de um passo de integração, podem ser os do passo anterior, ou seja:

$$x^0(t) = x(t-\Delta t) \quad (4.6)$$

No entanto, se melhores valores iniciais forem obtidos o número de iterações por passo pode ser reduzido. Uma forma de conseguir isto é através de técnicas de extrapolação. Neste trabalho foram consideradas quatro fórmulas de extrapolação: linear; quadrática; geométrica linear e geométrica quadrática, sugeridas na referência [1].

4.3.1 - EXTRAPOLAÇÃO LINEAR

Esta alternativa está baseada na seguinte fórmula:

$$x^0(t) = x(t-\Delta t) + \Delta x(t-\Delta t) \quad (4.7)$$

onde $\Delta x(t-\Delta t) = x(t-\Delta t) - x(t-2\Delta t)$.

Então:

$$x^0(t) = 2x(t-\Delta t) - x(t-2\Delta t) \quad (4.8)$$

4.3.2 - EXTRAPOLAÇÃO QUADRÁTICA

Corresponde a fazer:

$$x^0(t) = x(t-\Delta t) + \Delta x(t-\Delta t) + \Delta^2 x(t-\Delta t) \quad (4.9)$$

onde $\Delta^2 x(t-\Delta t) = \Delta x(t-\Delta t) - \Delta x(t-2\Delta t)$.

Assim:

$$x^0(t) = 3x(t-\Delta t) - 3x(t-2\Delta t) + x(t-3\Delta t) . \quad (4.10)$$

4.3.3 - EXTRAPOLAÇÃO GEOMÉTRICA LINEAR

Corresponde a fazer:

$$\ln x^0(t) = \ln x(t-\Delta t) + \Delta \ln x(t-\Delta t) \quad (4.11)$$

onde $\Delta \ln x(t-\Delta t) = \ln x(t-\Delta t) - \ln x(t-2\Delta t)$.

Assim:

$$\ln x^0(t) = 2 \ln x(t-\Delta t) - \ln x(t-2\Delta t)$$

ou

$$x^0(t) = \frac{x^2(t-\Delta t)}{x(t-2\Delta t)} . \quad (4.12)$$

4.3.4 - EXTRAPOLAÇÃO GEOMÉTRICA QUADRÁTICA

Corresponde a fazer:

$$\ln x^0(t) = \ln x(t-\Delta t) + \Delta \ln x(t-\Delta t) + \Delta^2 \ln x(t-\Delta t) \quad (4.13)$$

onde $\Delta^2 \ln x(t-\Delta t) = \Delta \ln x(t-\Delta t) - \Delta \ln x(t-2\Delta t)$.

Assim:

$$\ln x^0(t) = 3 \ln(t-\Delta t) - 3 \ln(t-2\Delta t) + \ln x(t-3\Delta t)$$

ou

$$x^0(t) = \frac{x^3(t-\Delta t) x(t-3\Delta t)}{x^3(t-2\Delta t)} \quad (4.14)$$

CAPÍTULO V

ANÁLISE DO DESEMPENHO

Neste capítulo são apresentados e analisados os resultados obtidos com os testes efetuados, aplicando-se o programa computacional desenvolvido em um sistema de energia elétrica real. São testadas as técnicas de inicialização do processo iterativo de Newton descritas no capítulo IV. Apresentam-se resultados considerando os três modelos de geradores e os três modelos de cargas descritos no capítulo III. Faz-se também uma comparação entre a solução através do Método de Newton convencional e a do Método de Newton com jacobiano constante, levando-se em conta parâmetros como: a convergência do método; a velocidade de solução e o erro cometido, sendo os resultados apresentados para diferentes tamanhos de passo de integração.

5.1 - SISTEMA DE ENERGIA ELÉTRICA UTILIZADO

O sistema utilizado nos testes de desempenho, extraído da referência [1], é constituído de nove barras, nove linhas, três geradores e três cargas como mostrado na figura (5.1). Este sistema tem sido usado na literatura como referência para estudos

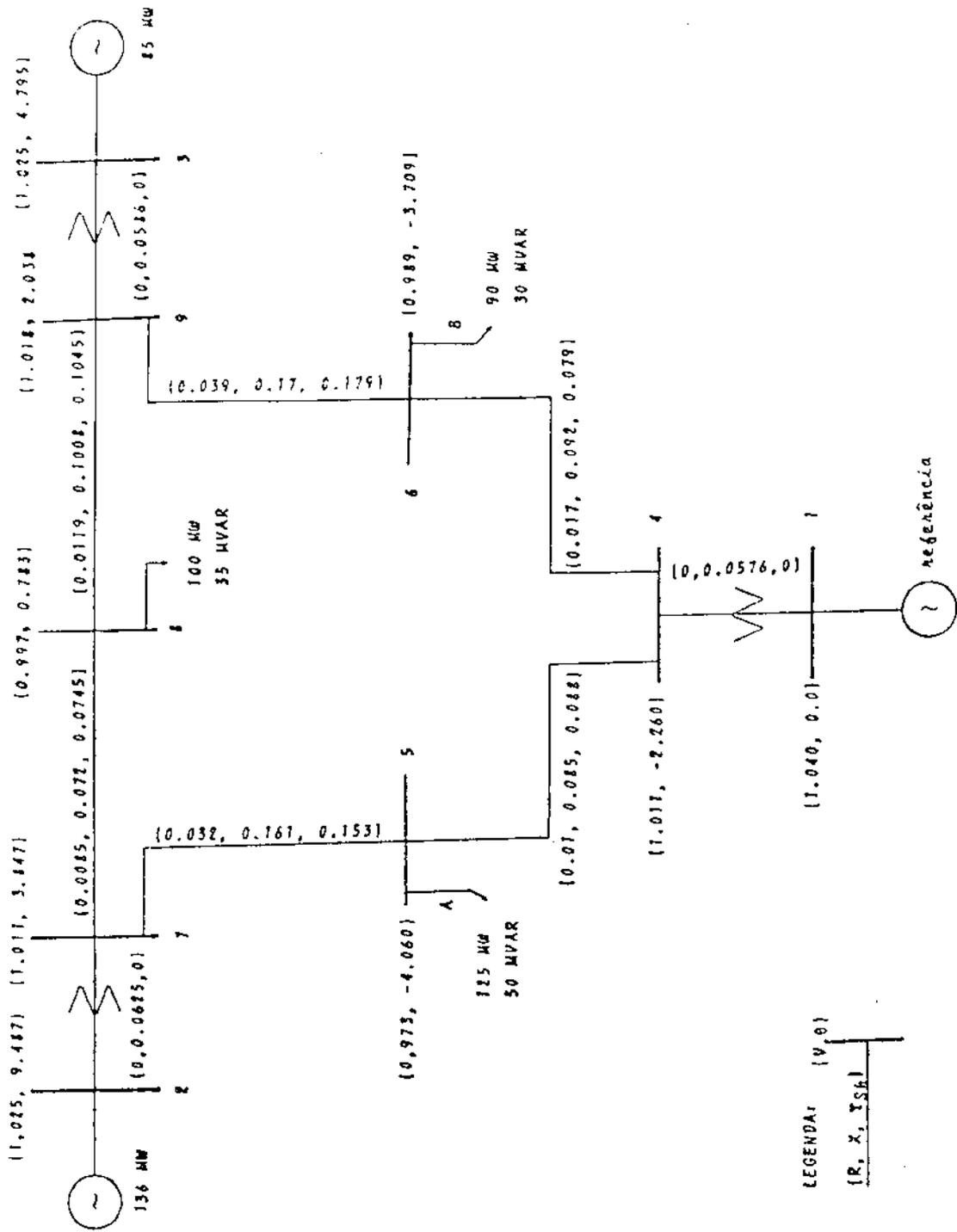


FIGURA 5.1 - SISTEMA DE ENERGIA ELÉTRICA UTILIZADO.

(R, X, YSA em p.u.; θ em graus - V em p.u. - base 100 MVA)

de desempenho de métodos e técnicas no cálculo da estabilidade transitória. Os dados dos geradores são fornecidos na tabela 5.1.

TABELA 5.1
Dados dos geradores

PARAMETROS	GERADOR		
	1	2	3
x'_d	0,0608	0,1198	0,1813
x_d		0,1969	
x'_q		0,8958	
x_q		0,8645	
T'_{d0}		6,00	
T'_{q0}		0,54	
H	23,64	6,40	3,07

Nesta tabela os valores das reatâncias estão em pu na base de 100 MVA, os valores de T'_{d0} , T'_{q0} e H estão em segun-

dos. São fornecidos dados para considerar os modelos I, II e III para o gerador 2 e modelo I para os geradores 1 e 3. Quando se utiliza o modelo II ou III para o gerador 2, representa-se o sistema de excitação como Tipo 1, sendo os dados fornecidos na tabela 5.2.

TABELA 5.2

Dados do sistema de excitação do gerador 2

T_R	T_A	T_E	T_F	K_A	K_E	K_F	$S_{.75MAX}$	S_{EMAX}	E_{fdMIN}	E_{fdMAX}
0,06	0,2	0,314	35	20	0	0,063	0,104	0,293	-3,987	3,987

5.2 - TESTES E RESULTADOS

Neste trabalho o programa computacional desenvolvido foi aplicado ao sistema da figura 5.1, entretanto deve-se ressaltar que o programa está preparado para simulações de sistemas maiores, uma vez que o uso de técnicas de fatoração triangular de matrizes esparsas, aplicadas à matriz assimétrica \tilde{J}_4 , faz com que haja uma redução no esforço computacional dispensado no seu armazenamento e ainda aumente a velocidade de sua fatoração.

Os testes efetuados consideram a perturbação como sendo um curto-circuito trifásico no final da linha 5-7, próximo à bar-

ra 7. O defeito ocorre no instante $t=0$ segundos e é eliminado no instante $t=0,08$ segundos (aproximadamente cinco ciclos), através da abertura da linha 5-7. Após a aplicação do defeito (instante $t=0^+$) as variáveis assumem os valores indicados nas tabelas 5.3 e 5.4.

Tabela 5.3

Variáveis dos geradores no instante 0^+

gerador	variáveis			
	δ (graus)	ω (rad./seg)	P_e (pu)	E_{fd} (pu)
1	2.247	376.99	0.69	1.074
2	56.500	376.99	0.00	1.922
3	12.921	376.99	0.39	1.061

Tabela 5.4

Tensões da rede no instante 0^+

BARRA	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V pu	0.859	0.322	0.636	0.660	0.419	0.590	0.000	0.206	0.502

São considerados cinco casos estáveis, classificados de acordo com o modelo de gerador ou de carga que é simulado, e um caso instável, como mostra a tabela 5.5. O objetivo destas simulações foi verificar se modelos e métodos de solução haviam sido implementados corretamente no programa, fornecendo os resultados esperados e, ao mesmo tempo, permitir analisar o desempenho do esquema.

TABELA 5.5
Casos simulados

CASO	MODELO DE GERADOR			MODELO DE CARGA		
	1	2	3	A	B	C
1	I	I	I	Y_{cte}	Y_{cte}	Y_{cte}
2	I	II	I	Y_{cte}	Y_{cte}	Y_{cte}
3	I	III	I	Y_{cte}	Y_{cte}	Y_{cte}
4	I	II	I	Y_{cte}	I_{cte}	Y_{cte}
5	I	II	I	Y_{cte}	P_{cte}	Y_{cte}
6	idem ao Caso 3 com $H=2,25$ seg.					

Os resultados apresentados a seguir foram obtidos usando o esquema SIMULTANEO com Método de Newton convencional. O passo de integração utilizado foi de 0,02 segundos.

Nas figuras (5.2a) e (5.2b) são mostrados, respectivamente, os ângulos dos rotores e as diferenças angulares em função do tempo, para uma simulação de dois segundos do Caso 1.

Como se pode notar na figura (5.2a), os três geradores possuem os mesmos modos de oscilação, o que significa que o sistema é estável para a perturbação simulada. Isto pode ser melhor visualizado através da figura (5.2b), onde a diferença angular entre dois geradores quaisquer, apesar de oscilar com pequeno amortecimento, permanece limitada.

Com intuito de mostrar as respostas do sistema, para diferentes modelos de geradores, são mostradas nas figuras (5.3), (5.4) e (5.5) os resultados obtidos nos Casos 1, 2 e 3, respectivamente.

Nota-se que quando modelos mais detalhados são utilizados, as oscilações da tensão terminal V_T do Gerador 2 diminuem, devido a ação do sistema de excitação.

Com objetivo de verificar o efeito dos modelos de cargas na simulação da estabilidade, mostram-se as figuras (5.6) e (5.7) onde são apresentadas as variáveis δ_{21} e E_{fd} dos Casos 2 e 5, ou seja, quando consideram-se os modelos impedância constante ou potência constante para a carga B, que está localizada na barra 6 do sistema.

Um outro teste efetuado, denominado Caso 6, consiste na simulação do Caso 3 com o valor da constante de inércia do Gerador 2 sendo agora 2,25 segundos. Este caso é instável à perturba-

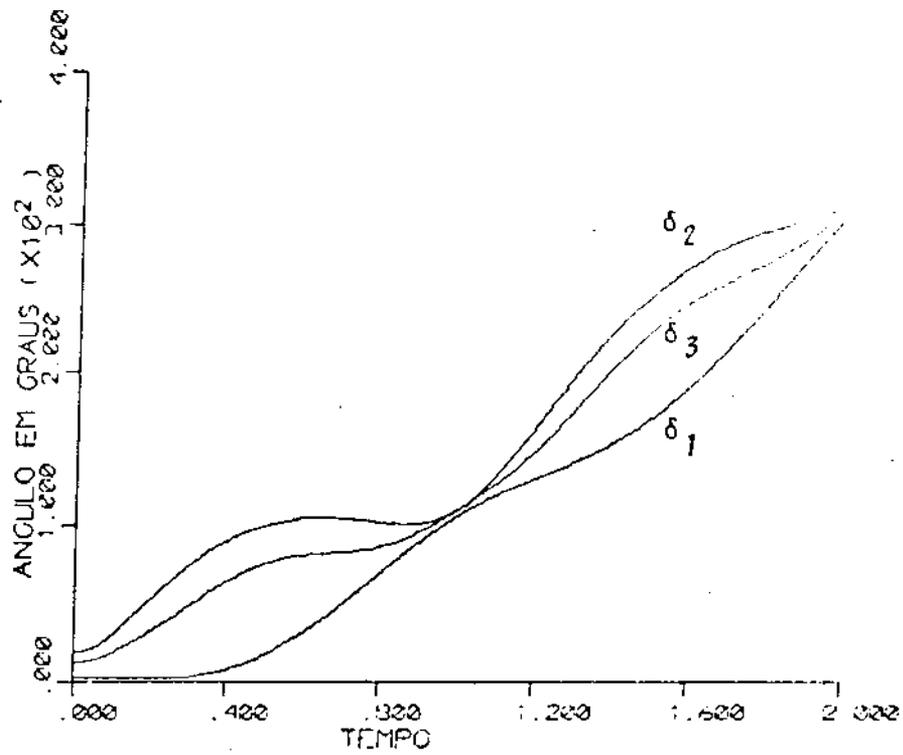


FIGURA 5.2a - ÂNGULOS DOS GERADORES - SIMULAÇÃO DO CASO 1

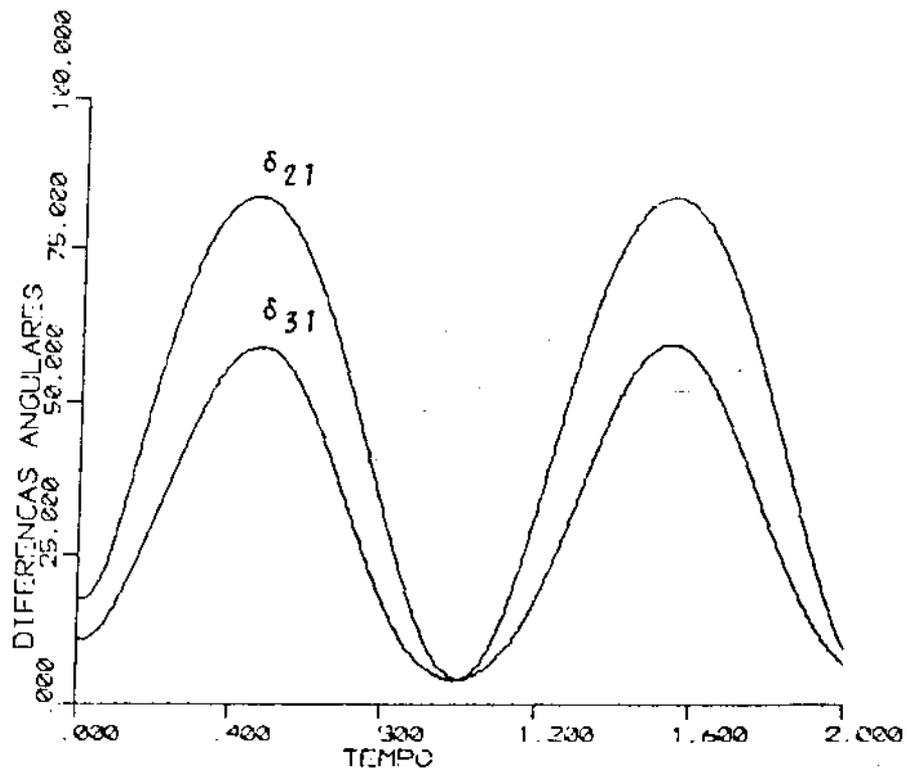


FIGURA 5.2b - DIFERENÇAS ANGULARES - SIMULAÇÃO DO CASO 1

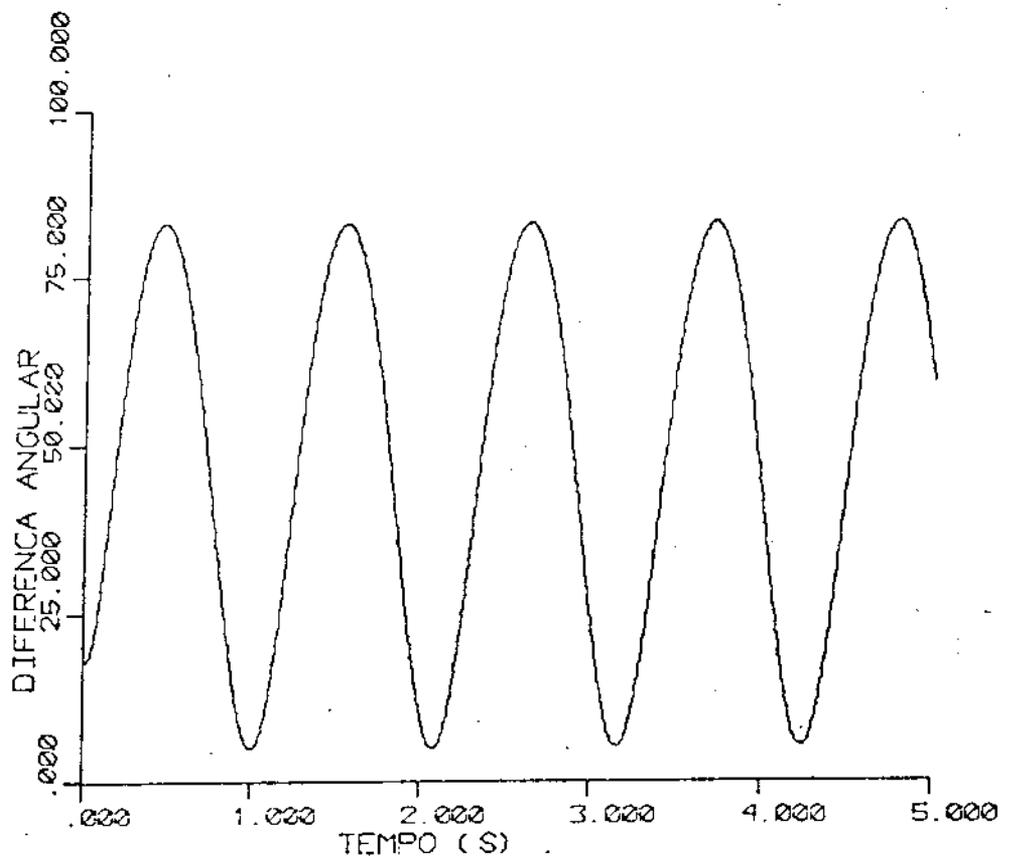


FIGURA 5.3a - DIFERENÇA ANGULAR δ_{21} - SIMULAÇÃO DO CASO 1

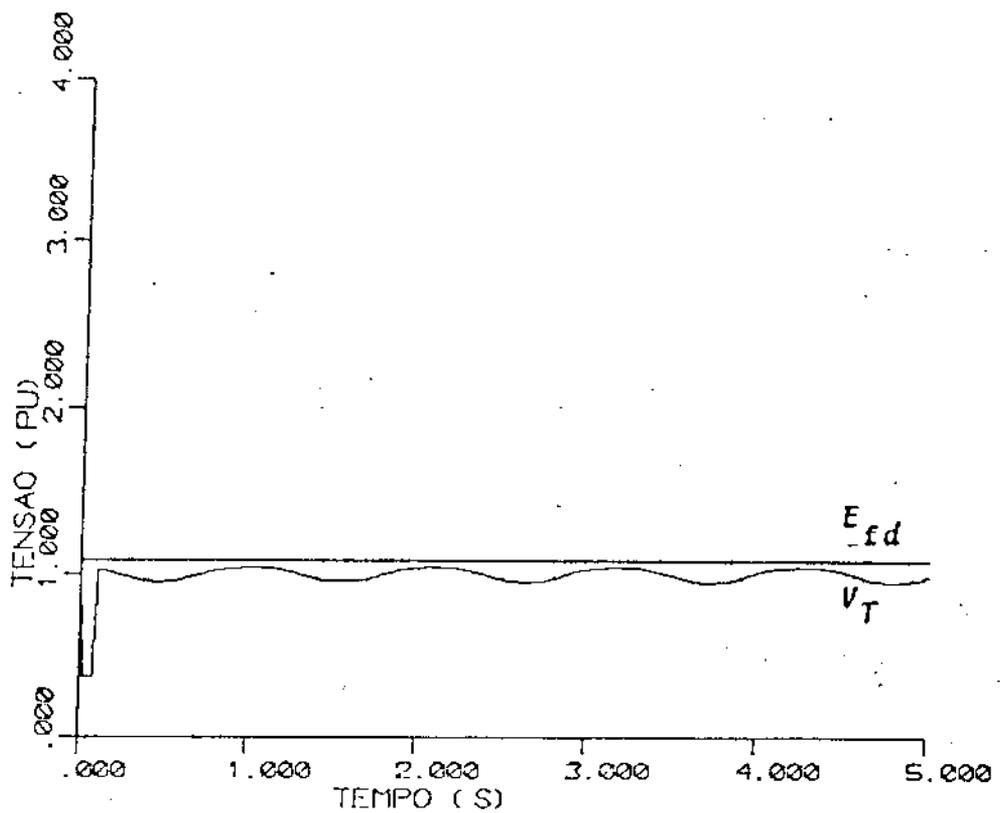


FIGURA 5.3b - TENSÃO TERMINAL E DE CAMPO - SIMULAÇÃO DO CASO 1

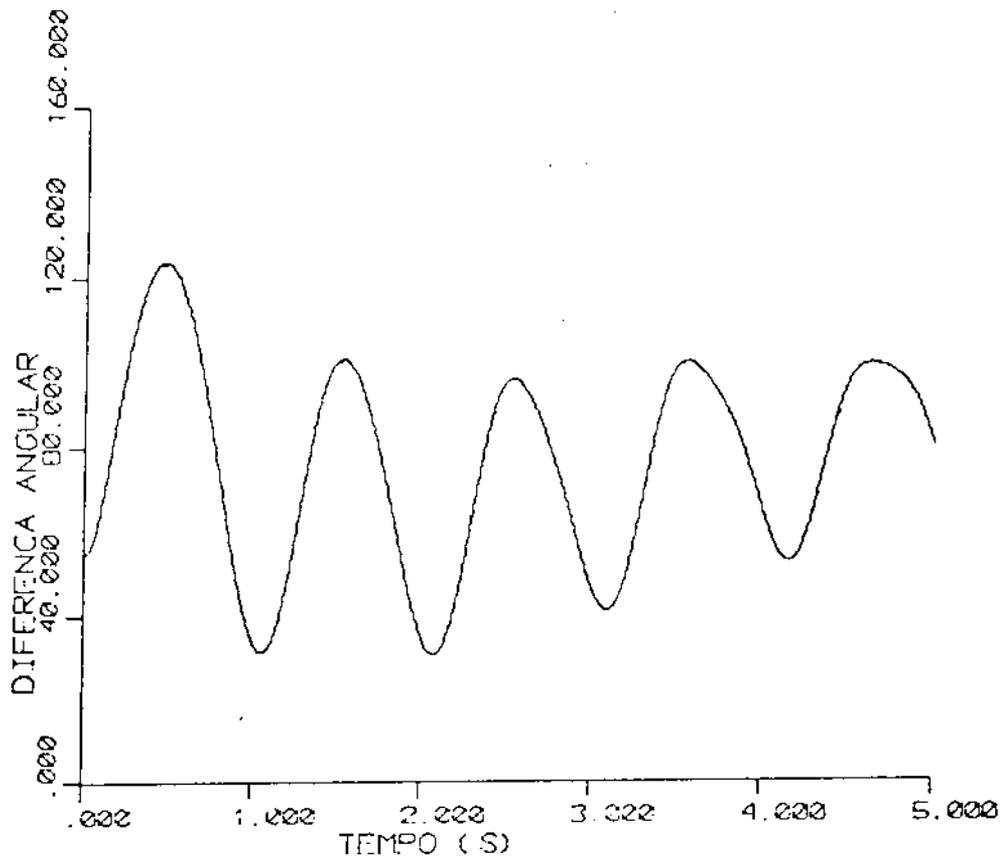


FIGURA 5.4a - DIFERENÇA ANGULAR δ_{21} - SIMULAÇÃO DO CASO 2

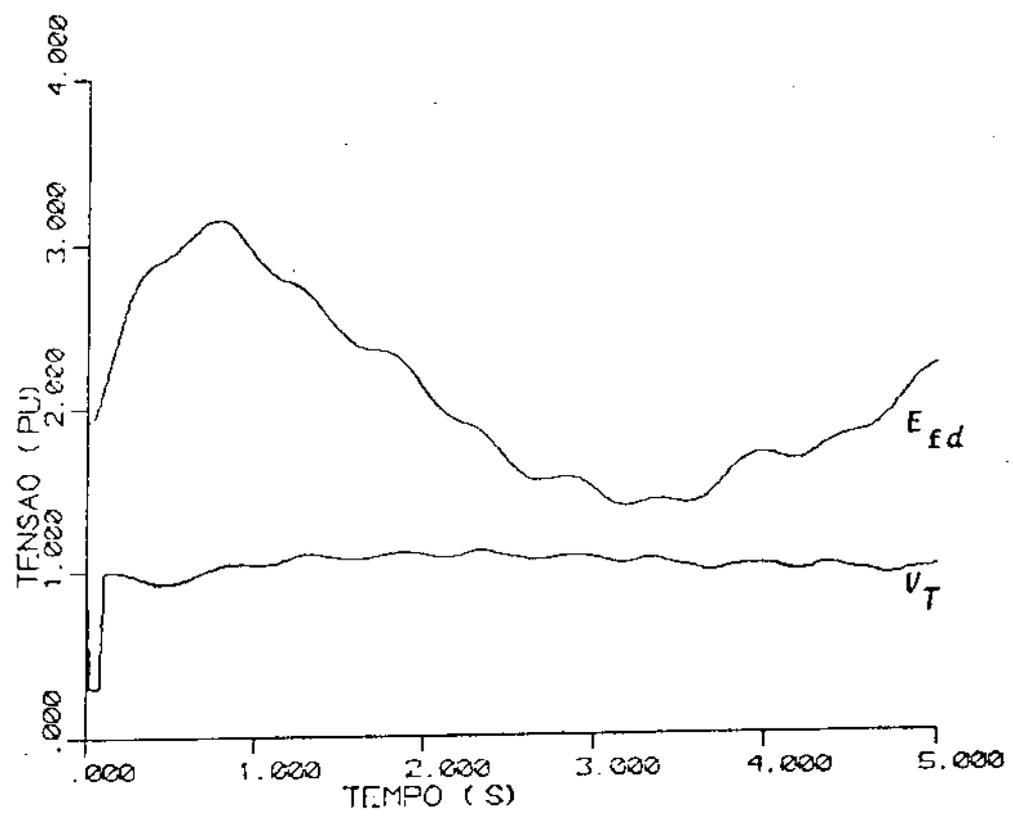


FIGURA 5.4b - TENSÃO TERMINAL E DE CAMPO - SIMULAÇÃO DO CASO 2

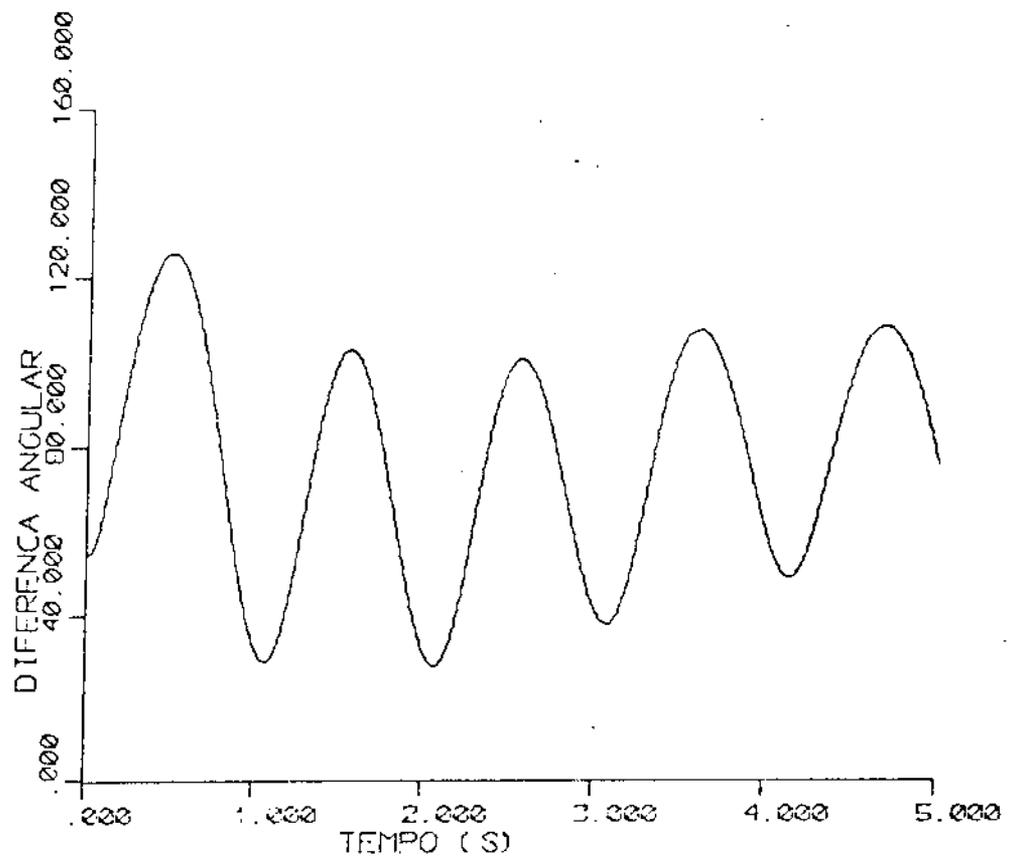


FIGURA 5.5a - DIFERENÇA ANGULAR δ_{21} - SIMULAÇÃO DO CASO 3

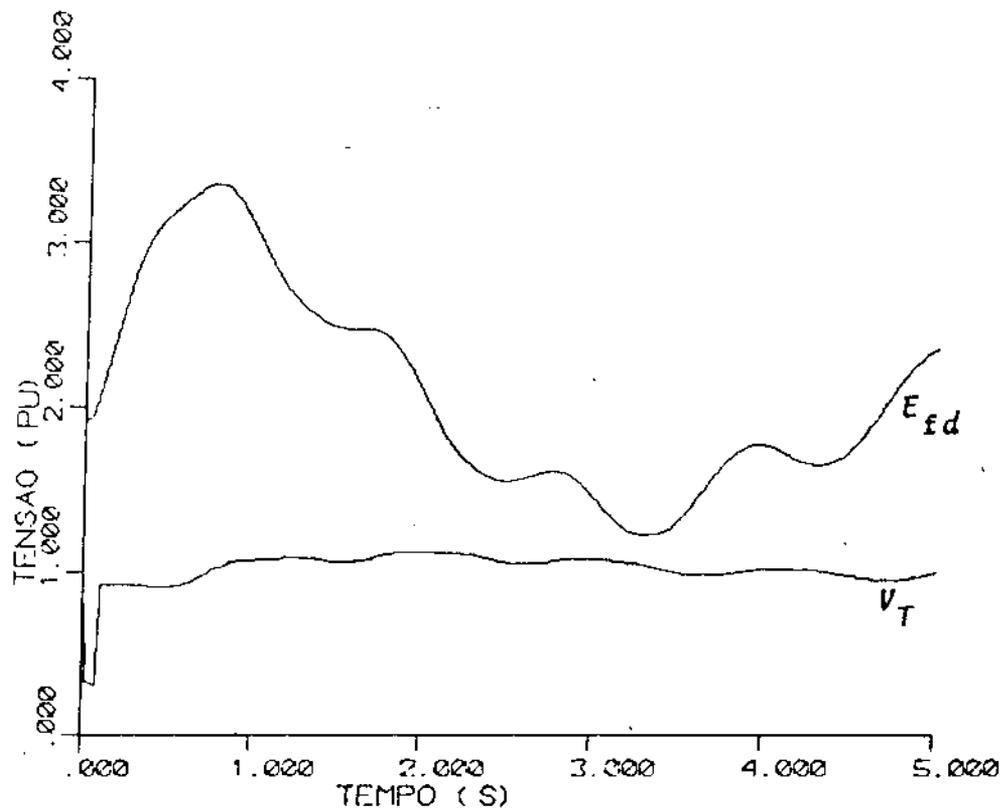


FIGURA 5.5b - TENSÃO TERMINAL E DE CAMPO - SIMULAÇÃO DO CASO 3

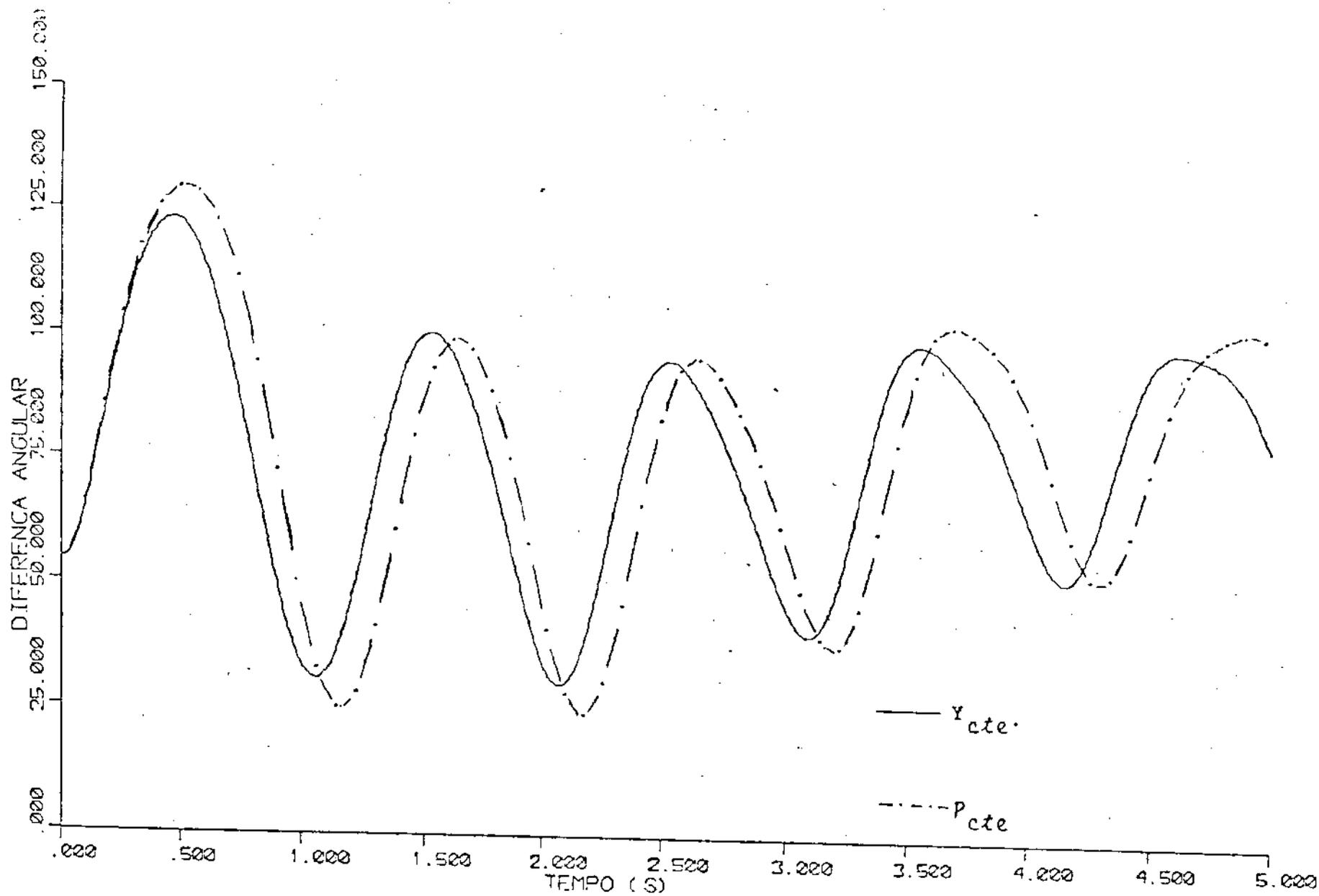


FIGURA 5.6 - DIFERENÇA ANGULAR δ_{21} - SIMULAÇÃO DOS CASOS 2 E 5

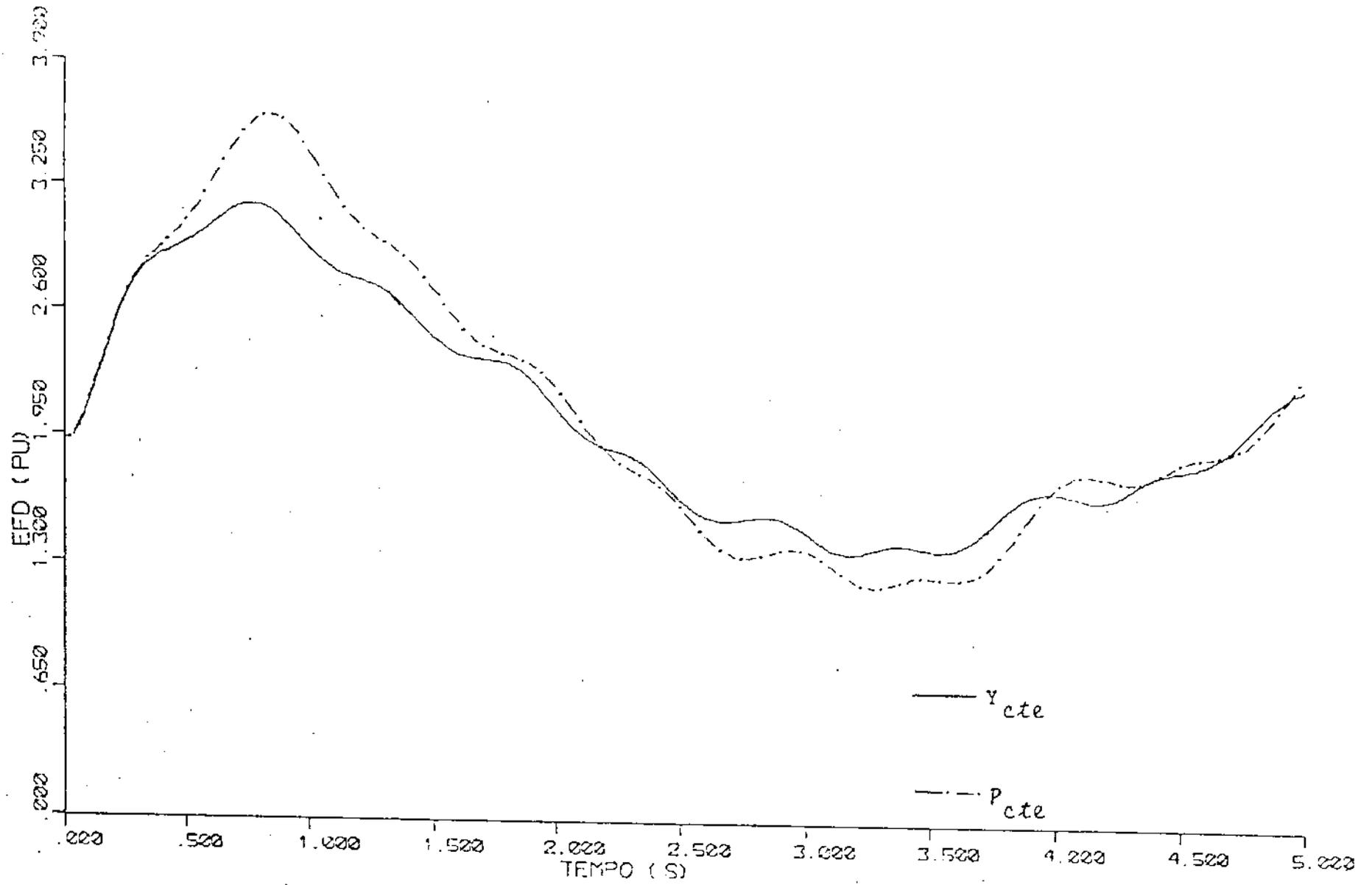


FIGURA 5.7 - TENSÃO DE CAMPO - SIMULAÇÃO DOS CASOS 2 E 5

ção ocorrida, como se pode observar pela figura 5.8a, onde aparece a diferença angular δ_{21} em função do tempo. A figura 5.8b mostra a tensão terminal no Gerador 2 em função do tempo, onde se notam rápidas oscilações de tensão, a partir do instante em que a diferença angular δ_{21} passa a crescer significativamente, indicando a iminente perda de sincronismo. Observou-se, no caso instável, que as condições de convergência pioraram, o que levou à realização de outras simulações com diferentes passos de integração e técnicas de extrapolação. Estes resultados estão apresentados nas figuras 5.9, 5.10 e 5.11, mostrando que o uso de passos maiores que 0,04 conduz a resultados inaceitáveis em termos das tensões. Constatou-se, neste caso, que extrapolação, se não for criteriosamente aplicada, pode dificultar o processo de convergência em vez de acelerá-lo. Uma avaliação sistemática das técnicas de extrapolação são apresentadas a seguir.

5.3 - AVALIAÇÃO DAS TÉCNICAS DE EXTRAPOLAÇÃO

Sabendo-se da importância da inicialização no processo de convergência do Método de Newton, testaram-se as diferentes técnicas de extrapolação descritas no capítulo IV. Os testes foram realizados considerando uma tolerância de 0,001 nos ângulos das máquinas.

Inicialmente se trabalhou com extrapolação das variáveis dos geradores (ω , δ , P_e , I_d , I_q , E_{fd} , V_d e V_q), verificando-se que no caso da extrapolação de todas estas variáveis o número de

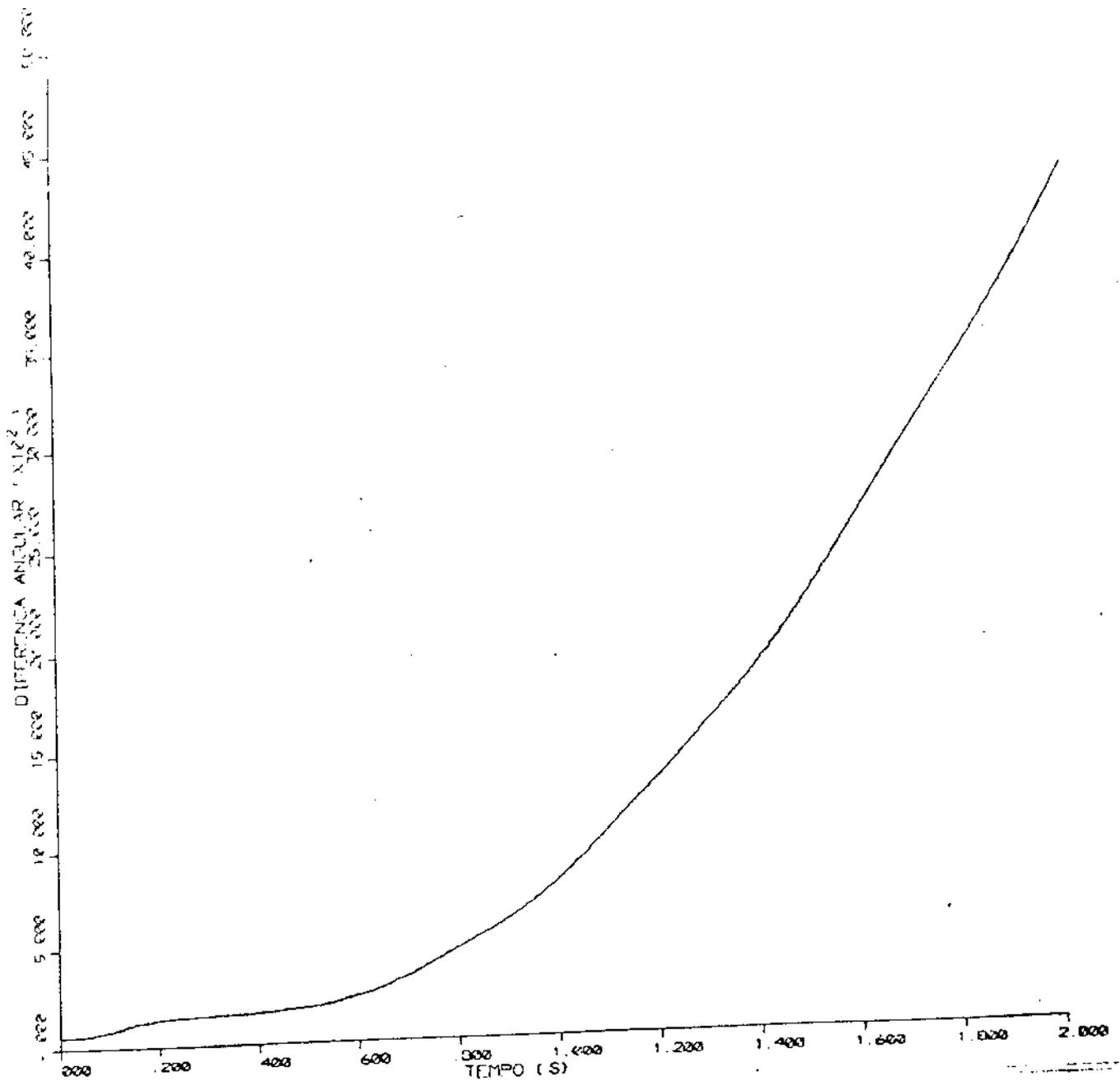


FIGURA 5.8a - DIFERENÇA ANGULAR δ_{21} - SIMULAÇÃO DO CASO 6 COM PASSO 0,02 .

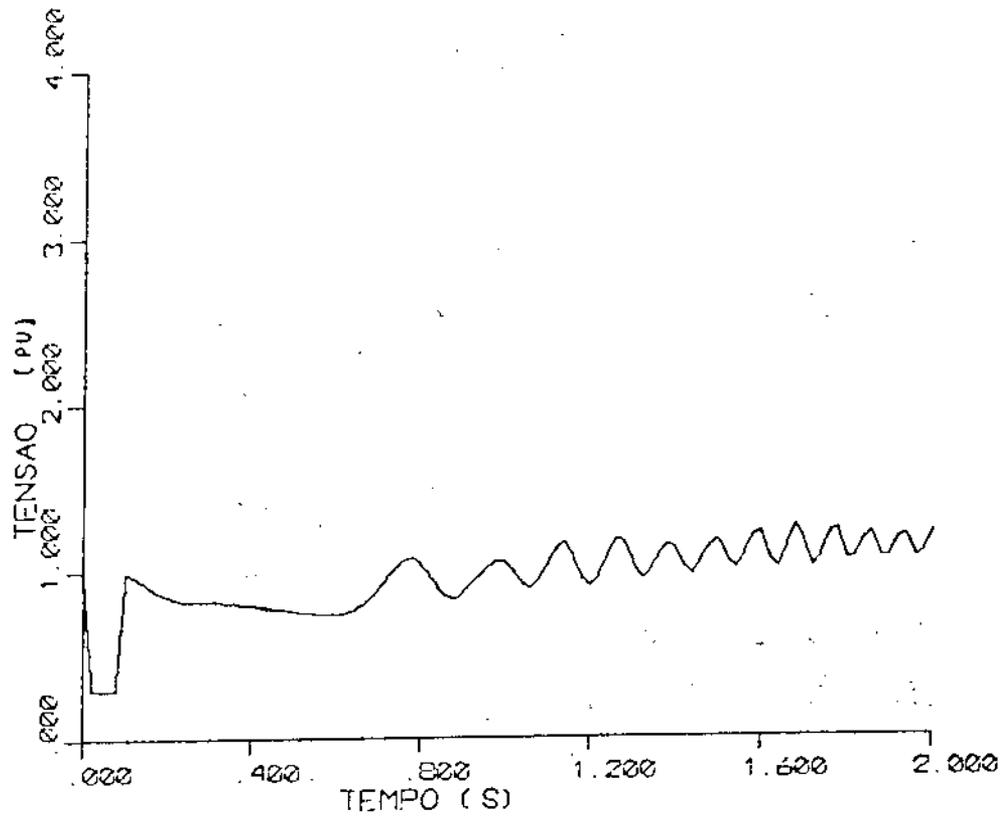


FIGURA 5.8b - TENSÃO TERMINAL V_T - SIMULAÇÃO DO CASO 6 COM PASSO 0,02.

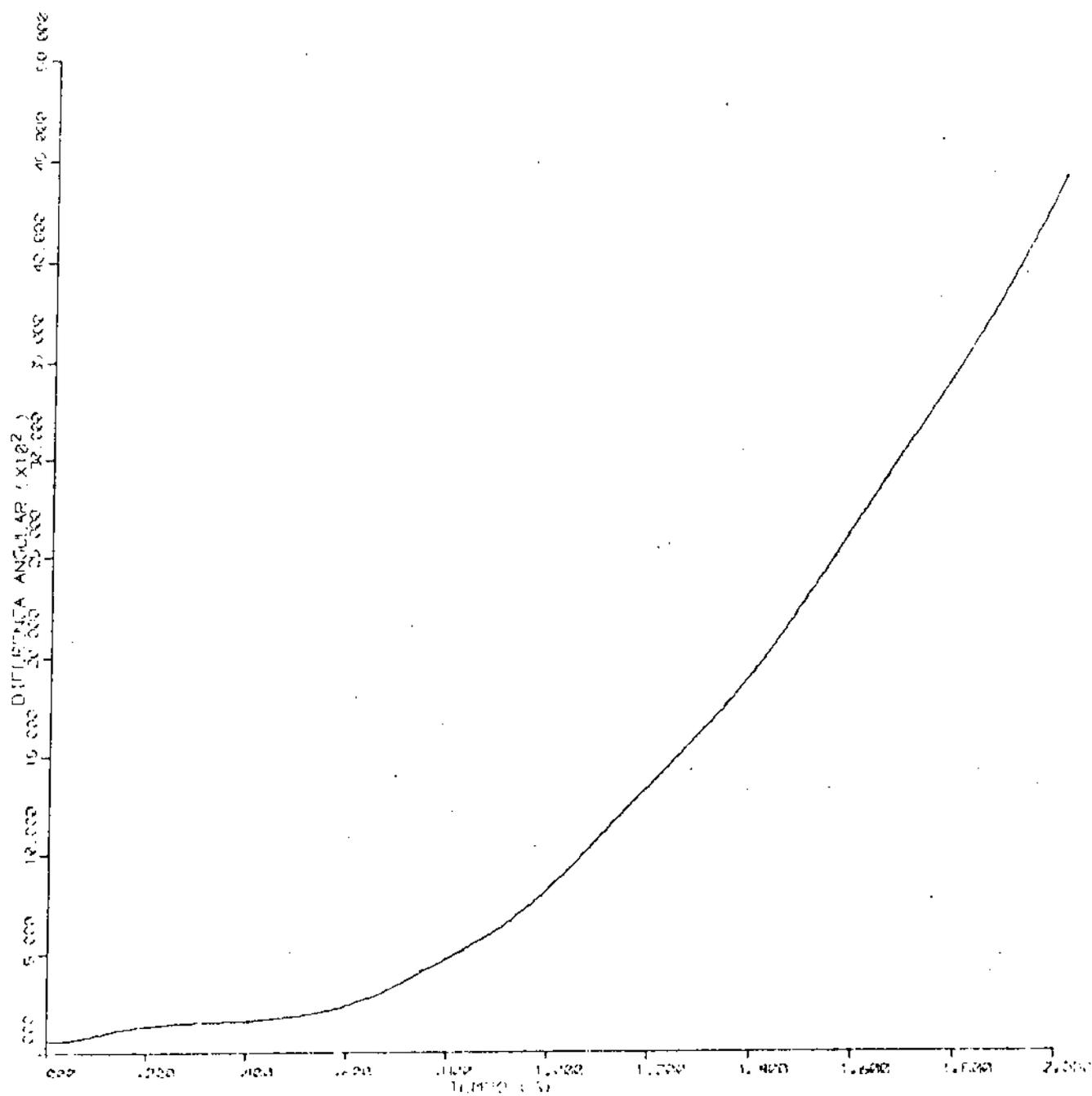


FIGURA 5.9a - DIFERENÇA ANGULAR δ_{21} - SIMULAÇÃO DO CASO 6 COM PASSO 0,001 .

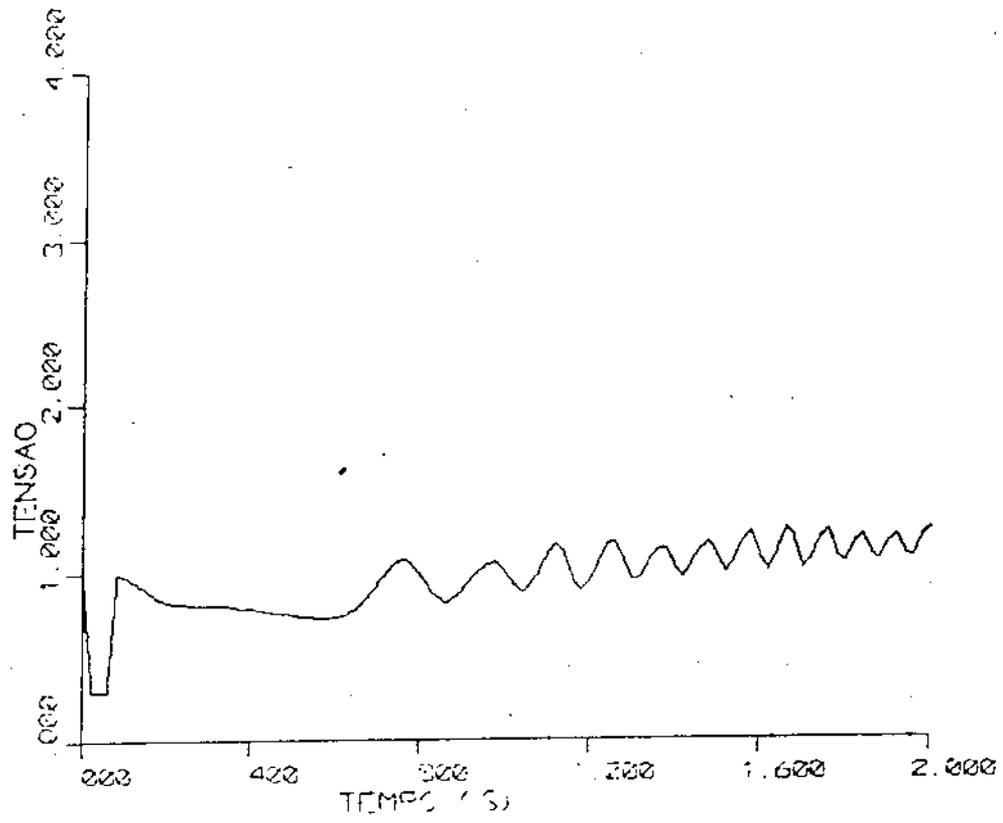


FIGURA 5.9b - TENSÃO TERMINAL V_T - SIMULAÇÃO DO CASO 6 COM PASSO 0,001.

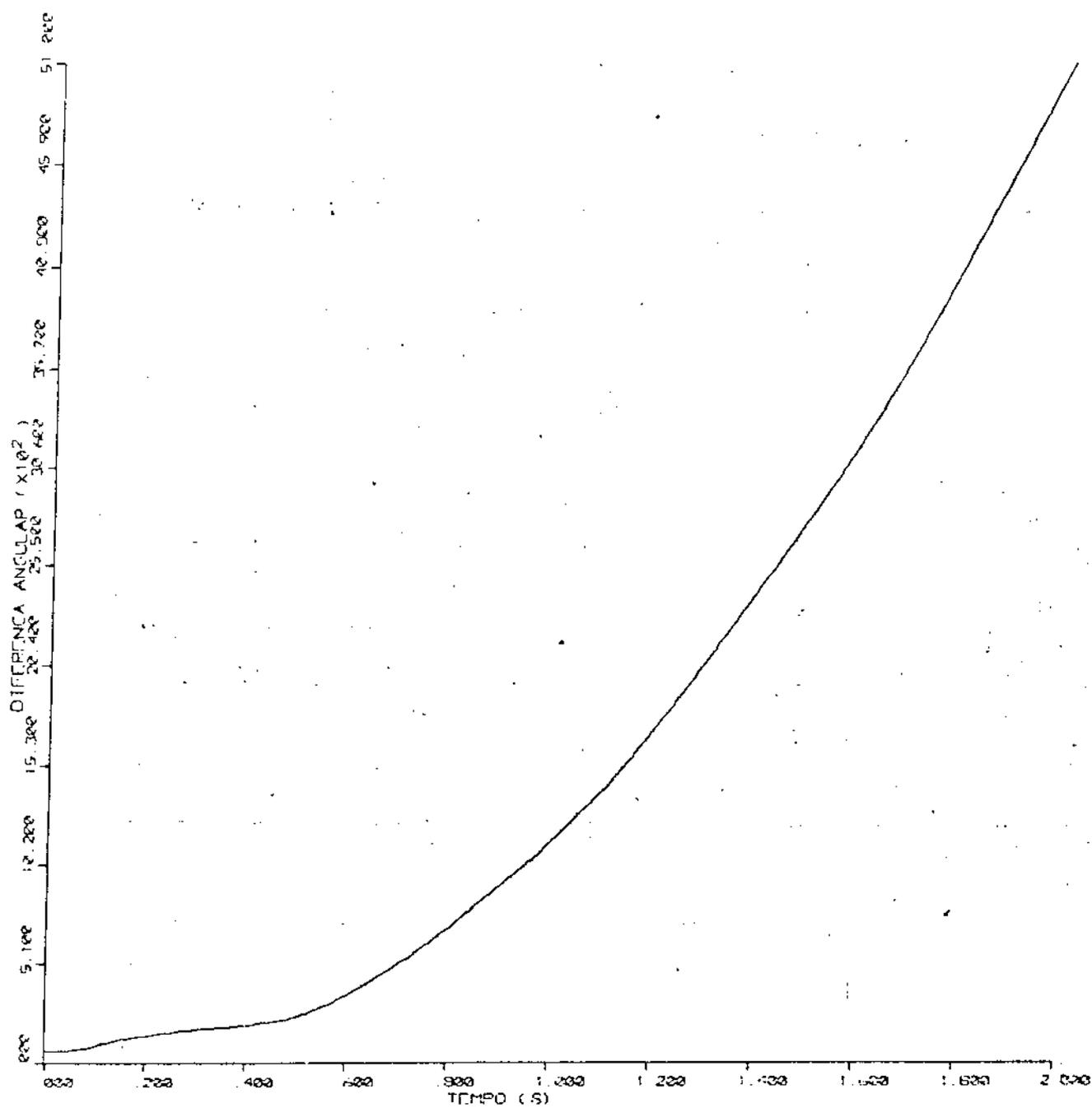


FIGURA 5.10a - DIFERENÇA ANGULAR δ_{21} - SIMULAÇÃO DO CASO 6 COM PASSO 0,04.

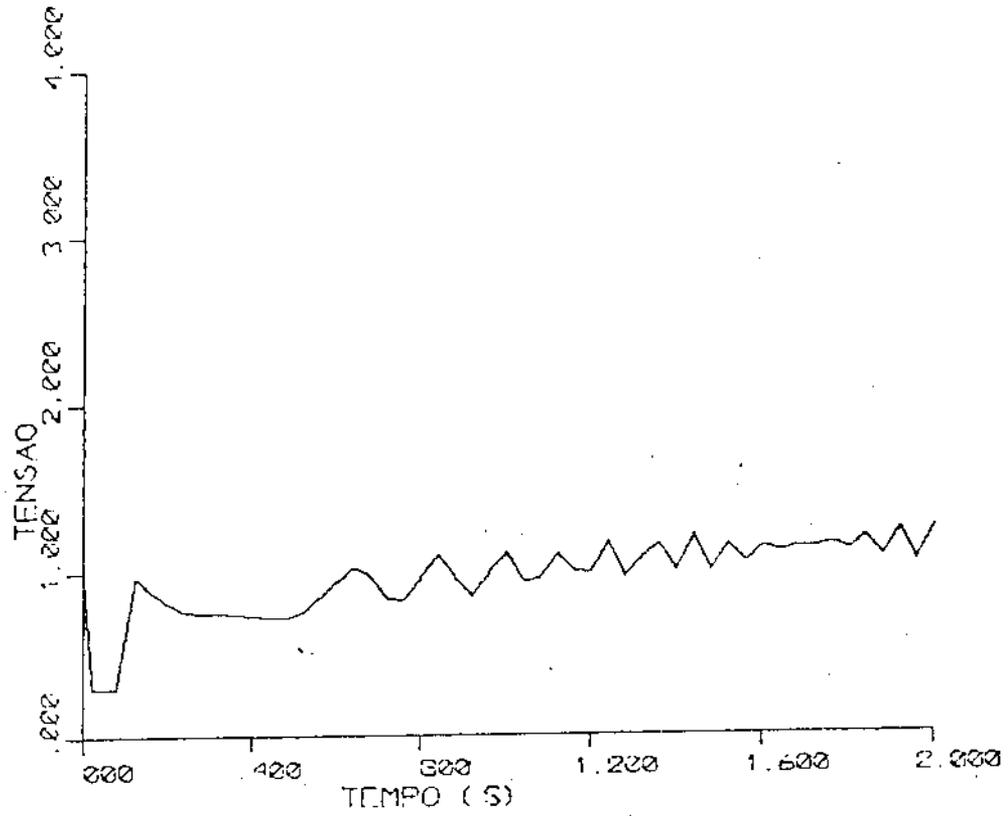


FIGURA 5.10b - TENSÃO TERMINAL V_T - SIMULAÇÃO DO CASO 6 COM PASSO 0,04.

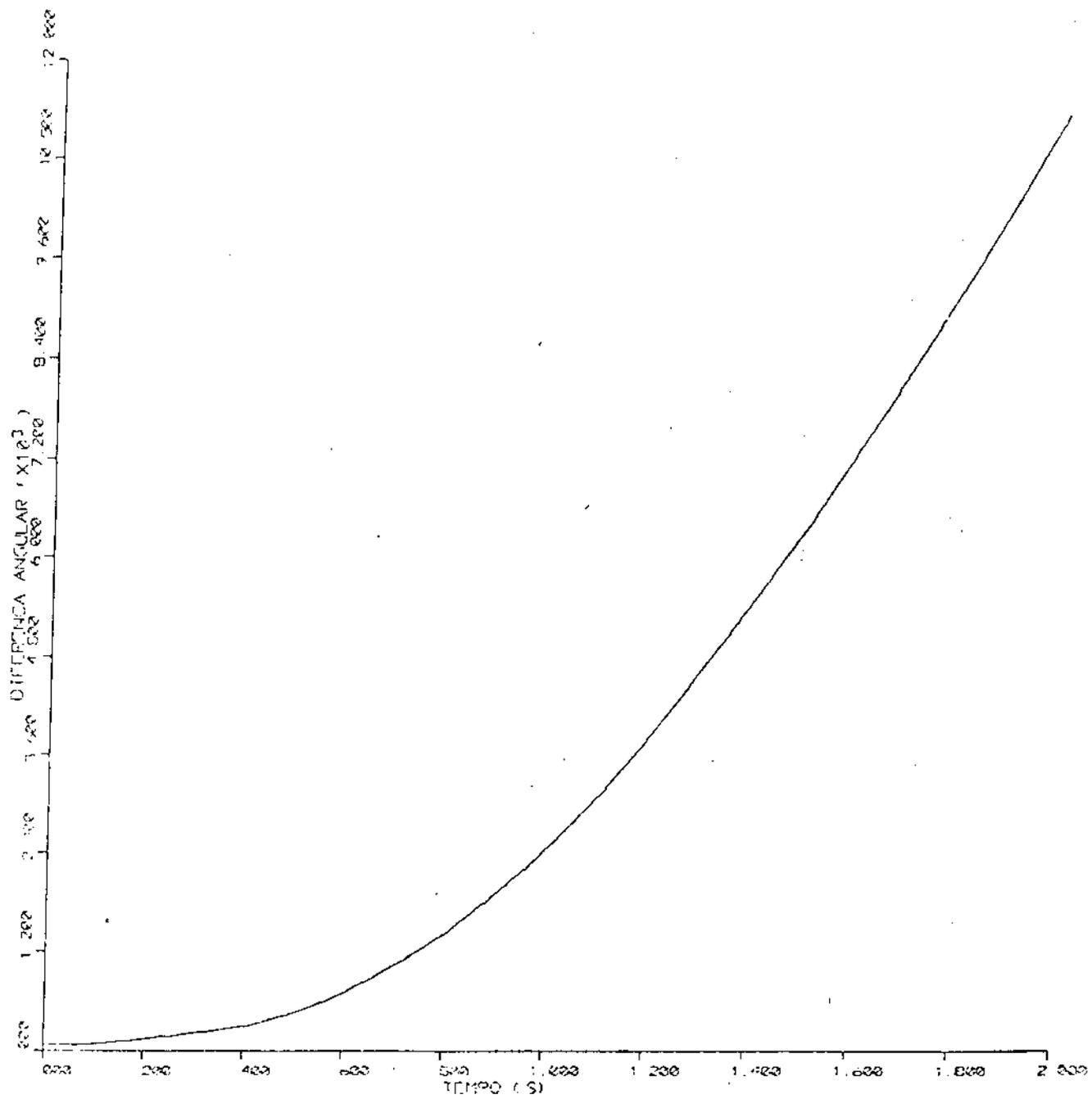


FIGURA 5.11a - DIFERENÇA ANGULAR δ_{21} - SIMULAÇÃO DO CASO 6 COM PASSO 0,08 .

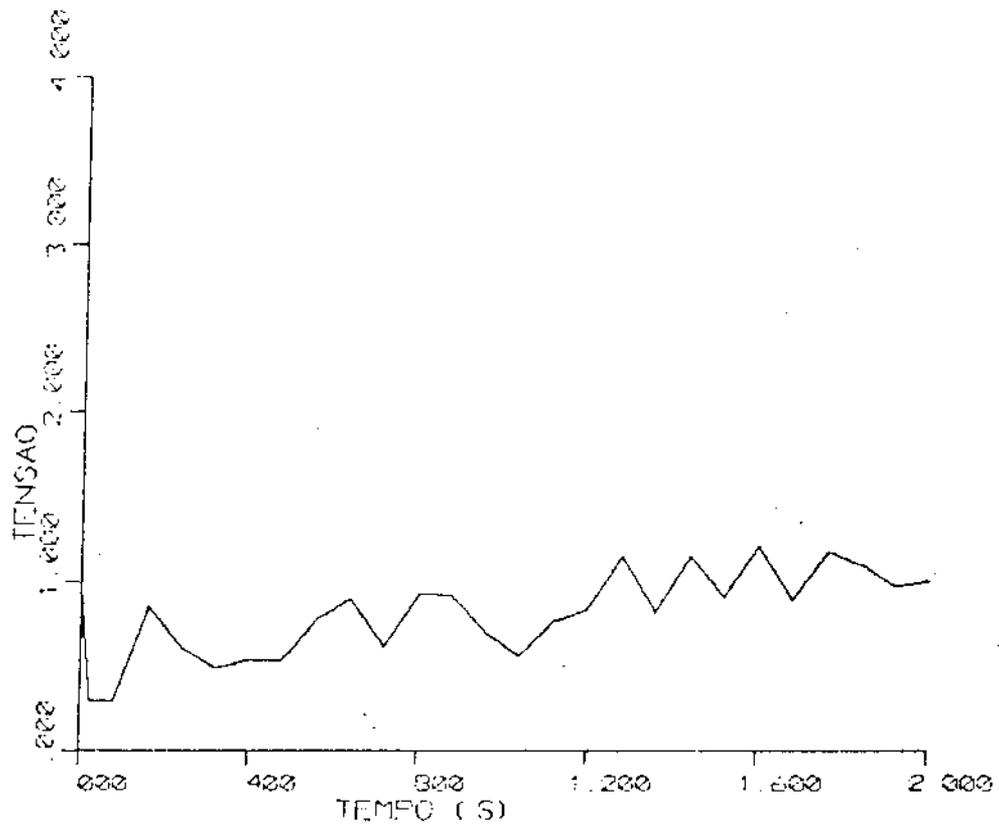


FIGURA 5.11b - TENSÃO TERMINAL V_T - SIMULAÇÃO DO CASO 6 COM PASSO 0,08 .

iterações requeridos até a convergência foi maior que no caso sem extrapolação. Isto se explica pelo fato de que algumas destas variáveis são oscilantes, por exemplo: P_e ; E_{fd} , o que torna os seus valores extrapolados mais distantes da solução em alguns pontos da simulação. Verificou-se então que a forma que introduz maior eficiência é a extrapolação somente do ângulo δ , que apresenta valores bem comportados, quase sempre crescentes, durante toda a simulação.

Com isto, passou-se a trabalhar com extrapolação em δ e em todas as tensões da rede. Optou-se pela extrapolação das tensões em sua forma complexa, uma vez que esta forma é a que melhor leva em conta a variação do módulo e da fase da tensão, pois durante a simulação a variação do módulo é oscilante e geralmente sofre pequenas alterações, face a variação da fase que geralmente tem uma variação crescente.

Outro ponto importante observado é que a extrapolação em todas as tensões da rede não traz vantagens sobre a extrapolação somente nas tensões das barras terminais dos geradores.

Assim passou-se a aplicar as diferentes técnicas de extrapolação em δ e nas tensões terminais (tensões complexas das barras terminais dos geradores), verificando-se que a extrapolação quadrática e geométrica quadrática nas tensões pioraram a convergência.

A tabela 5.6 mostra os resultados de diversas combinações das extrapolações nas tensões terminais e nos ângulos para uma simulação de dois segundos do Caso 3 com passo de integração de 0,02 segundos. Da tabela conclui-se que a extrapolação quadrática e a geométrica quadrática em δ apresentam melhores re-

TABELA 5.6
Técnicas usadas na inicialização

FORMAS DE EXTRAPOLAÇÃO		Nº MÉDIO DE ITERAÇÕES POR PASSO NO N.C.*	Nº MÉDIO DE ITERAÇÕES POR PASSO NO JCTE**
TENSÕES DA REDE	ÂNGULO δ		
sem extrapolação	sem extrapolação	2,04	2,04
linear	linear	2,00	2,00
linear	quadrática	1,30	1,30
linear	geom. linear	2,04	2,04
linear	geom. quadrática	1,33	1,33
geom. linear	linear	2,00	2,00
geom. linear	quadrática	1,29	1,29
geom. linear	geom. linear	2,04	2,04
geom. linear	geom. quadrática	1,33	1,33

*Método de Newton convencional

**Método de Newton com jacobiano constante

sultados, sendo que a combinação geométrica linear (nas tensões da rede) e quadrática (em δ) mostrou-se a mais eficiente. Estes resultados porém devem ser vistos com cautela, já que mesmo esta técnica de extrapolação aplicada às tensões, quando utilizada na simulação do Caso 6 (considerado instável) fizeram com que o processo iterativo não convergisse. Isto pode ser explicado pela oscilação da tensão terminal do gerador observada neste caso, como mostram as figuras 5.8, 5.9, 5.10, 5.11, onde aparecem os resultados da simulação com extrapolação apenas em δ , para diferentes tamanhos de passo de integração. Conclui-se portanto, que nem sempre extrapolação nas tensões traz bons resultados, e que um programa de uso geral deve possuir mecanismos de controle sobre isto. Ajustar convenientemente a forma de extrapolação pode ser uma dificuldade inerente ao esquema SIMULTANEO.

5.4 - AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DO ESQUEMA SIMULTANEO

Como já descrito nos capítulos anteriores o maior esforço computacional é gasto na formação e fatoração da matriz jacobiano. O esforço pode ser diminuído usando-se o Método de Newton com jacobiano constante, desde que o número de iterações não cresça demasiadamente. Assim, mostram-se nas tabelas 5.7, 5.8 e 5.9 o desempenho do esquema SIMULTANEO com Método de Newton convencional e com jacobiano constante, em função do tamanho do passo de integração, para dois segundos de simulação, com extrapolação quadrática em δ e geométrica linear nas tensões. Nestas tabe-

TABELA 5.7
Desempenho do programa computacional
[simulação do caso 3]

PARÂMETROS DE DESEMPENHO	SOLUÇÃO	TAMANHO DO PASSO			
		0,01	0,02	0,04	0,08
Nº médio de iterações por passo	N.C.	1,10	1,29	1,92	2,16
	JCTE	1,10	1,29	1,92	2,28
tempo médio de CPU por passo (mseg.)	N.C.	68,01	71,89	108,98	122,80
	JCTE	67,74	68,07	85,46	98,56
tempo de solução (seg.)	N.C.	13,60	7,187	5,434	3,070
	JCTE	13,55	6,807	4,273	2,464
erros médios (%)	N.C.	0,92	2,68	6,23	12,92
	JCTE	0,92	2,73	6,32	12,98

TABELA 5.8
 Desempenho do programa computacional
 [simulação do caso 3 com modelo corrente constante na carga B]

PARÂMETROS DE DESEMPENHO	SOLUÇÃO	TAMANHO DO PASSO			
		0,01	0,02	0,04	0,08
Nº médio de iterações por passo	N.C.	1,10	1,45	2,00	2,36
	JCTE	1,10	1,45	2,00	2,48
tempo médio de CPU por passo (mseg.)	N.C.	70,36	98,48	136,98	171,52
	JCTE	68,91	86,52	94,80	110,24
tempo de solução (seg.)	N.C.	14,07	9,85	6,85	4,29
	JCTE	13,78	8,65	4,74	2,76
erros médios (%)	N.C.	0,70	2,18	5,01	10,92
	JCTE	0,71	2,12	5,04	10,96

Tabela 5.9
Desempenho do programa computacional
[simulação do caso 3 com modelo potência constante na carga B]

PARAMETROS DE DESEMPENHO	SOLUÇÃO	TAMANHO DO PASSO			
		0,01	0,02	0,04	0,08
N médio de iterações por passo	N.C.	1,10	1,35	1,98	2,80
	JCTE	1,10	1,35	1,98	2,88
tempo médio de CPU por passo (mseg.)	N.C.	69,69	88,49	128,06	170,24
	JCTE	62,81	72,74	88,04	115,16
tempo de solução (seg.)	N.C.	13,94	8,85	6,40	4,26
	JCTE	12,56	7,27	4,40	2,88
erros médios (%)	N.C.	0,59	2,27	8,46	15,54
	JCTE	0,64	2,28	8,48	15,22

las o número médio de iterações foi calculado como sendo a média do número de iterações em cada passo, incluindo os instantes de descontinuidade; o tempo médio de CPU por passo é a média do tempo gasto no processo iterativo em cada passo, não sendo computado o tempo usado com extrapolação, entrada e saída de dados; o tempo de solução é a soma do tempo gasto no processo iterativo durante a solução e, o erro médio, calculado no ângulo do Gerador 2, é a diferença entre o ângulo "correto" e o ângulo em questão, dividido pelo ângulo "correto"; este cálculo foi repetido em vários pontos e apresentado um número médio. Como ângulo "correto" foi considerado aquele da simulação com passo 0,001 com Método de Newton convencional.

Considerando-se estas tabelas, que mostram a simulação de um caso estável, podem-se destacar as seguintes observações:

- . o número de iterações por passo mantém-se relativamente pequeno com passos grandes, diferentes modelos de carga e jacobiano constante, indicando que o processo iterativo do esquema SIMULTANEO retém as boas características de convergência do método de Newton;
- . como consequência, o tempo total de solução apresenta-se decrescente quando o tamanho do passo aumenta (apesar do tempo de solução por passo ir aumentando) permitindo que passos grandes possam ser dados;
- . o erro médio porcentual no ângulo δ cresce rapidamente à medida que se aumenta o passo de integração, limitando portanto o tamanho do passo a ser utilizado;
- . outro ponto a ser destacado é a superioridade do méto-

do com jacobiano constante, uma vez que o número de iterações manteve-se praticamente igual ao do método convencional, com redução no tempo de simulação.

Considerando a simulação do caso instável (Caso 6), mostrado nas figuras 5.8, 5.9, 5.10 e 5.11, nota-se que as simulações até o passo 0,04, quando comparadas à simulação com passo 0,001, se mostram aceitáveis. A simulação deste caso com passo 0,08, não apresentou bons resultados principalmente na análise das oscilações das tensões.

5.5 - COMPARAÇÃO ENTRE ESQUEMA SIMULTANEO E ALTERNADO

Esta comparação pode ser melhor entendida, fazendo-se uma analogia destes esquemas com as técnicas de cálculo de fluxo de carga: Método de Newton e Desacoplado Rápido, respectivamente.

Considerando os resultados obtidos pela referência [4] com o esquema alternado implícito e os resultados obtidos neste trabalho com o esquema simultâneo, podem-se fazer algumas comparações, tomando-se sempre certa cautela, pois comparar diferentes programas de estabilidade sempre apresenta algumas dificuldades para estabelecer condições idênticas.

A tabela 5.10 extraída da referência [4] mostra o desempenho do esquema alternado normal e do alternado entrelaçado com fatoração de Y complexa e método trapezoidal implícito para integração numérica. Os resultados obtidos consideram o Gerador 2

como possuindo modelo II e os demais modelo I, as cargas são todas modeladas como admitância constante. Portanto, a comparação será com o Caso 3 deste trabalho.

Tabela 5.10
Desempenho do esquema ALTERNADO [4]

N - normal E - entrelaçado

		Tamanho do passo (segundos) →						
		0.004	0.008	0.01	0.02	0.04	0.08	
PARÂMETROS DE DESEMPENHO	Número médio de iterações por passo do processo iterativo algébrico.	N	1.740	2.510	2.950	3.930	6.920	25.160
		E	1.020	1.044	1.055	1.110	1.460	5.200
	Número médio de iterações por passo do processo iterativo diferencial.	N	1.000	1.004	1.005	1.010	1.380	3.120
		E	1.000	1.004	1.005	1.010	1.260	4.800
	Tempo médio de CPU por passo de integração. (milisegundos)	N	60.0	61.2	69.8	75.8	92.7	195.9
		E	23.4	25.3	23.2	26.0	31.4	82.2
	Tempo total de CPU. (segundos)	N	29.52	15.29	13.97	7.58	4.64	4.90
		E	11.70	6.34	4.64	2.60	1.57	2.05

Assim observando-se as tabelas 5.7 e 5.10, podem ser feitas as seguintes considerações:

- o esquema SIMULTANEO apresenta um processo de convergência mais rápido que o ALTERNADO, possuindo bom desempenho mesmo com passos considerados grandes;

. o tempo de solução requerido pelo esquema ALTERNADO NORMAL é pouco maior que o exigido pelo SIMULTANEO com jacobiano constante, que por sua vez é bem maior que o requerido pelo ALTERNADO ENTRELAÇADO.

Outras considerações podem ainda ser feitas, tais como:

. a modelagem feita para o esquema ALTERNADO mostra-se mais flexível, já que a solução é feita em blocos de equações, facilitando a alteração ou inclusão de modelos de componentes e uso de diferentes passos de integração para diferentes equações. No SIMULTANEO fazer alterações ou incluir componentes pode requerer um rearranjo das equações, mudanças significativas nas variáveis, além de requerer uma nova redução analítica.

Em resumo, o desempenho do esquema ALTERNADO é limitado pelo processo de convergência quando o tamanho do passo cresce, enquanto o esquema SIMULTANEO tem seu desempenho limitado pela precisão. Nas simulações realizadas verifica-se que, com um passo de 0,04 ambos os esquemas atingem seu melhor desempenho, notando-se porém que o esquema ALTERNADO ENTRELAÇADO com fatoração de Y complexa é superior.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS FINAIS

A realização deste trabalho foi o desenvolvimento de um programa computacional que simula a estabilidade de curto prazo, através do esquema SIMULTANEO.

O programa comporta os modelos I, II e III para os geradores, classificados de acordo com o critério de [12]. O sistema de excitação pode ser considerado como uma tensão constante ou como Tipo 1 da referência [7]. As cargas podem ser representadas por modelos de impedância constante, corrente constante, potência constante ou ainda possuindo uma porcentagem destes. A formação e fatoração da matriz jacobiano são feitas com uso de técnicas de esparsidade, o que torna o programa apto para simular grandes sistemas.

Calculou-se a estabilidade com duas versões do Método de Newton, concluindo-se que a solução com Método de Newton mantendo o jacobiano constante durante o passo é mais eficiente que a solução com Método de Newton convencional. Foram testadas algumas técnicas de extrapolação, obtendo-se melhores resultados com extrapolação quadrática nos ângulos dos geradores e extrapolação geométrica linear nas tensões terminais dos geradores, devendo-se ressaltar que este processo de extrapolação deve ser controlado de alguma forma nos programas industriais de cálculo de estabili-

dade, pois em certos casos (fortes oscilações de tensão, por exemplo) a extrapolação pode levar a piores valores iniciais.

Realizou-se uma comparação entre os esquemas SIMULTANEO e ALTERNADO, em condições semelhantes, concluindo-se que o processo de convergência do esquema SIMULTANEO não se apresentou tão superior ao do esquema ALTERNADO, para justificar sua utilização preferencial. A menor flexibilidade na expansão e modificação da modelagem e a sensibilidade à forma de extrapolação são outros fatores de desvantagem do SIMULTANEO.

As principais contribuições deste trabalho para o estudo de estabilidade são:

- . apresentar de forma detalhada uma análise geral sobre os esquemas de resolução;
- . apresentar a modelagem que deve ser feita e a forma na qual se deve colocar as equações, a fim de facilitar a compreensão das modificações necessárias para incluir novos componentes no esquema SIMULTANEO;
- . apresentar uma análise sistemática das técnicas de extrapolação das variáveis, com objetivo de melhorar o processo de convergência;
- . analisar sistematicamente o desempenho do esquema SIMULTANEO em termos de precisão, velocidade e convergência;
- . apresentar uma comparação sistemática entre os resultados obtidos com o esquema SIMULTANEO e com o esquema ALTERNADO IMPLÍCITO, que não se encontra na literatura.

Em termos de desenvolvimentos futuros, o programa desenvolvido abre perspectivas para uma comparação sistemática mais abrangente entre os esquemas de solução. Para se concluir com mais segurança sobre as vantagens e desvantagens de cada esquema, é necessário analisar o desempenho em condições mais severas, que certamente serão encontradas aprofundando-se a modelagem e utilizando sistemas com alto grau de rigidez ("stiffness").

APÊNDICE A

MÉTODO TRAPEZOIDAL IMPLÍCITO

Neste apêndice apresenta-se, de uma forma geral, o método trapezoidal implícito de integração numérica.

Considere-se a seguinte equação:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \quad (\text{A.1})$$

da qual se deseja obter a solução no ponto x_n a partir de sua solução conhecida no ponto x_{n-1} .

Integrando-se a equação (A.1) no intervalo x_{n-1} a x_n , obtém-se:

$$y_n - y_{n-1} = \int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x, y) dx \quad (\text{A.2})$$

Com base na figura A.1, a integral da equação (A.2) pode ser aproximada por:

$$\int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x, y) dx = \left[f(x_{n-1}, y_{n-1}) + f(x_n, y_n) \right] \frac{h}{2} \quad (\text{A.3})$$

onde $h = x_n - x_{n-1}$.

Desta forma, a equação (A.2) torna-se:

$$y_n - y_{n-1} = \left[f(x_{n-1}, y_{n-1}) + f(x_n, y_n) \right] \frac{h}{2} \quad (\text{A.4})$$

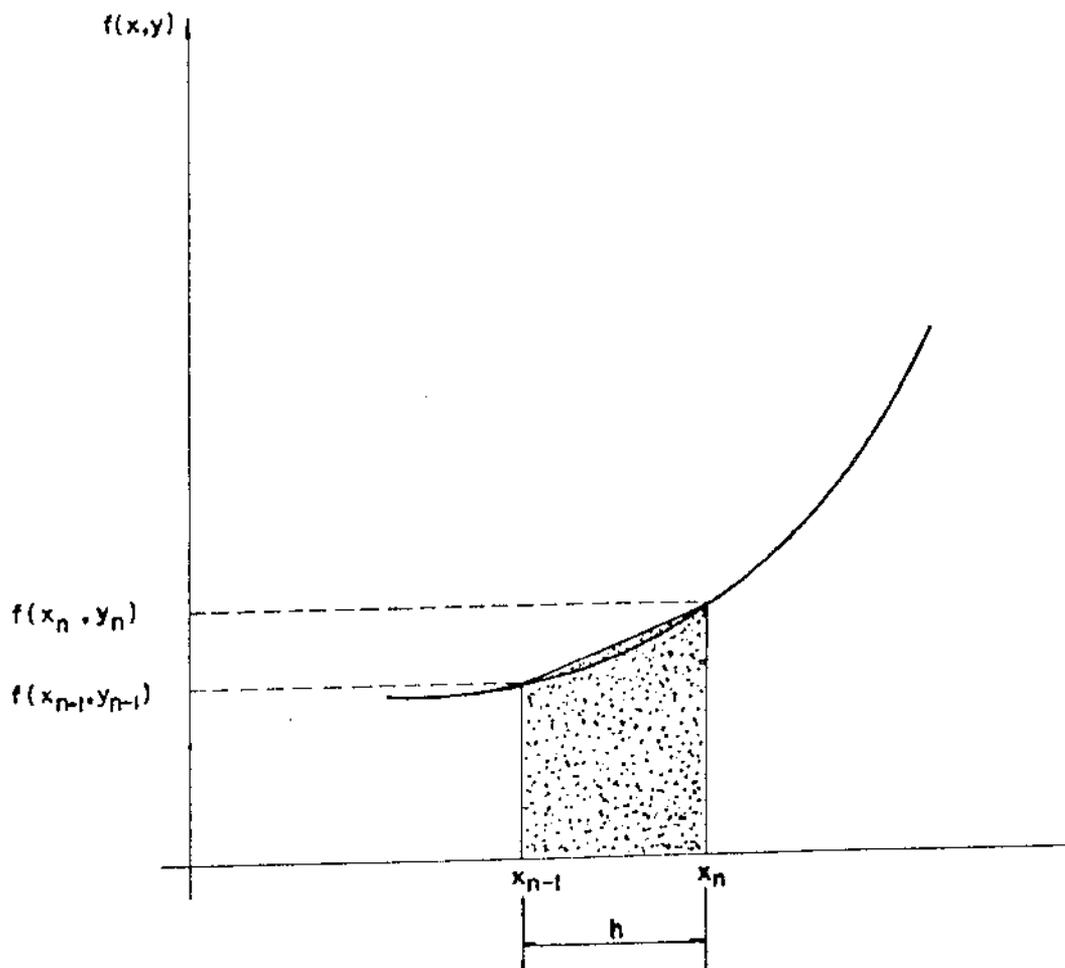


Figura A.1 - Regra do Trapézio.

A equação (A.4) resultante da aplicação do método trapezoidal é uma equação implícita e algébrica. Assim, com uso do método trapezoidal um sistema de equações diferenciais pode ser transformado em um sistema algébrico.

APÊNDICE B

MÉTODO TRAPEZOIDAL
APLICADO AS EQUAÇÕES DOS GERADORES

Neste apêndice aplica-se o método trapezoidal implícito às equações dinâmicas e elétricas do rotor, obtendo-se assim equações na forma algébrica.

B.1 - EQUAÇÕES DINÂMICAS DO ROTOR

Integrando-se as equações:

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_{\delta}}{2H} (P_m - P_e)$$

$$\dot{\delta} = \omega - \omega_{\delta}$$

no intervalo $t - \Delta t$ a t , pelo método trapezoidal implícito, obtém-se:

$$\omega(t) - \omega(t - \Delta t) = \frac{[P_m - P_e(t)] + [P_m - P_e(t - \Delta t)]}{4H} \omega_{\delta} \Delta t \quad (\text{B.1})$$

$$\delta(t) - \delta(t - \Delta t) = \frac{[\omega(t) - \omega_{\delta}] + [\omega(t - \Delta t) - \omega_{\delta}]}{2} \Delta t \quad (\text{B.2})$$

ou ainda:

$$\omega(t) = -\frac{\omega_s \Delta t}{4H} P_e(t) + \omega(t-\Delta t) + \frac{\omega_s \Delta t}{4H} \left[2P_m - P_e(t-\Delta t) \right] \quad (\text{B.3})$$

$$\delta(t) = \frac{\Delta t}{2} \omega(t) + \delta(t-\Delta t) + \frac{\Delta t}{2} \left[\omega(t-\Delta t) - 2\omega_s \right] \quad (\text{B.4})$$

Definindo-se:

$$\alpha(t-\Delta t) = \omega(t-\Delta t) + \frac{\omega_s \Delta t}{4H} \left[2P_m - P_e(t-\Delta t) \right] \quad (\text{B.5})$$

$$\beta(t-\Delta t) = \delta(t-\Delta t) + \frac{\Delta t}{2} \left[\omega(t-\Delta t) - 2\omega_s \right] \quad (\text{B.6})$$

nas equações (B.3) e (B.4) respectivamente, obtém-se:

$$\omega(t) = -\frac{\omega_s \Delta t}{4H} P_e(t) + \alpha(t-\Delta t) \quad (\text{B.7})$$

$$\delta(t) = \frac{\Delta t}{2} \omega(t) + \beta(t-\Delta t) \quad (\text{B.8})$$

B.2 - EQUAÇÕES ELÉTRICAS DO ROTOR

Aplicando-se o método trapezoidal implícito, no intervalo $t-\Delta t$ a t , às seguintes equações:

$$\frac{dE'_q}{dt} = -\frac{1}{T'_{d0}} \left[E'_q - (x_d - x'_d) I_d - E_{fd} \right]$$

$$\frac{dE'_d}{dt} = -\frac{1}{T'_{q0}} \left[E'_d - (x_q - x'_q) I_q \right]$$

obtem-se:

$$\begin{aligned} E'_q(t) - E'_q(t - \Delta t) &= -\frac{1}{T'_{d0}} \left[\frac{E'_q(t) - E'_q(t - \Delta t)}{2} \right] \Delta t + \\ &+ \frac{x_d - x'_d}{T'_{d0}} \left[\frac{I_d(t) + I_d(t - \Delta t)}{2} \right] \Delta t + \frac{1}{T'_{d0}} \left[\frac{E_{fd}(t) - E_{fd}(t - \Delta t)}{2} \right] \Delta t \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

$$\begin{aligned} E'_d(t) - E'_d(t - \Delta t) &= -\frac{1}{T'_{q0}} \left[\frac{E'_d(t) + E'_d(t - \Delta t)}{2} \right] \Delta t - \\ &- \frac{x_q - x'_q}{2} \left[\frac{I_q(t) - I_q(t - \Delta t)}{2} \right] \Delta t \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

ou ainda:

$$\begin{aligned} E'_q(t) &= \frac{\Delta t}{\Delta t + 2T'_{d0}} (x_d - x'_d) I_d(t) + \frac{\Delta t}{\Delta t + 2T'_{d0}} E_{fd}(t) + E'_q(t - \Delta t) + \\ &+ \frac{\Delta t}{\Delta t + 2T'_{d0}} \left[E_{fd}(t - \Delta t) - 2E'_d(t - \Delta t) + (x_d - x'_d) I_d(t - \Delta t) \right] \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

$$E'_d(t) = -\frac{\Delta t}{\Delta t + 2T'_{q0}}(x_q - x'_q)I_q(t - \Delta t) + E'_d(t - \Delta t) -$$

$$-\frac{\Delta t}{\Delta t + 2T'_{q0}} \left[2E'_d(t - \Delta t) + (x_q - x'_q)I_q(t - \Delta t) \right] \quad (\text{B.12})$$

Definindo-se:

$$a_d = \frac{\Delta t}{\Delta t + 2T'_{d0}}$$

$$F_q = E'_q(t - \Delta t) + a_d \left[E_{fd}(t - \Delta t) - 2E'_d(t - \Delta t) + (x_d - x'_d)I_d(t - \Delta t) \right]$$

$$a_q = \frac{\Delta t}{\Delta t + 2T'_{q0}}$$

$$F_d = E'_d(t - \Delta t) - a_q \left[2E'_d(t - \Delta t) + (x_q - x'_q)I_q(t - \Delta t) \right]$$

obtem-se:

$$E'_q(t) = a_d(x_d - x'_d)I_d(t) + a_d E_{fd}(t) + F_q \quad (\text{B.13})$$

$$E'_d(t) = -a_q(x_q - x'_q)I_q(t) + F_d \quad (\text{B.14})$$

APÊNDICE C

SISTEMA DE EXCITAÇÃO

Neste apêndice apresenta-se uma maneira de considerar a saturação da excitatriz e deduz-se a expressão algébrica (3.24) que fornece $E_{fd}(t)$ em função da entrada $V_T(t)$, considerando o diagrama da figura 3.4.

C.1 - SATURAÇÃO DA EXCITATRIZ [2]

Considerando a curva de saturação da excitatriz linearizada com duas inclinações, uma para a região saturada e outra para a região não saturada, como mostra a figura C.1, tem-se:

$$S_E E_{fd} = 0 \quad (\text{para a região não saturada}) \quad (\text{C.1})$$

e

$$S_E E_{fd} = K_1 E_{fd} - K_2 \quad (\text{para a região saturada}) \quad (\text{C.2})$$

Os valores de K_1 e K_2 podem ser obtidos a partir de S_{EMAX} , $S_{E.75}$, E_{fdMAX} e E_{fdMIN} , se estes forem dados de entrada do programa. Assim pela equação (C.2) tem-se:

$$S_{EMAX} E_{fdMAX} = K_1 E_{fdMAX} - K_2 \quad (C.3)$$

$$S_{E.75} E_{fd.75} = K_1 E_{fd.75} - K_2 \quad (C.4)$$

Portanto K_1 e K_2 são:

$$K_1 = S_{EMAX} + \left| \frac{S_{EMAX} - S_{E.75}}{E_{fdMAX} - E_{fd.75}} \right| E_{fd.75} \quad (C.5)$$

$$K_2 = \left| \frac{S_{EMAX} - S_{E.75}}{E_{fdMAX} - E_{fd.75}} \right| E_{fdMAX} E_{fd.75} \quad (C.6)$$

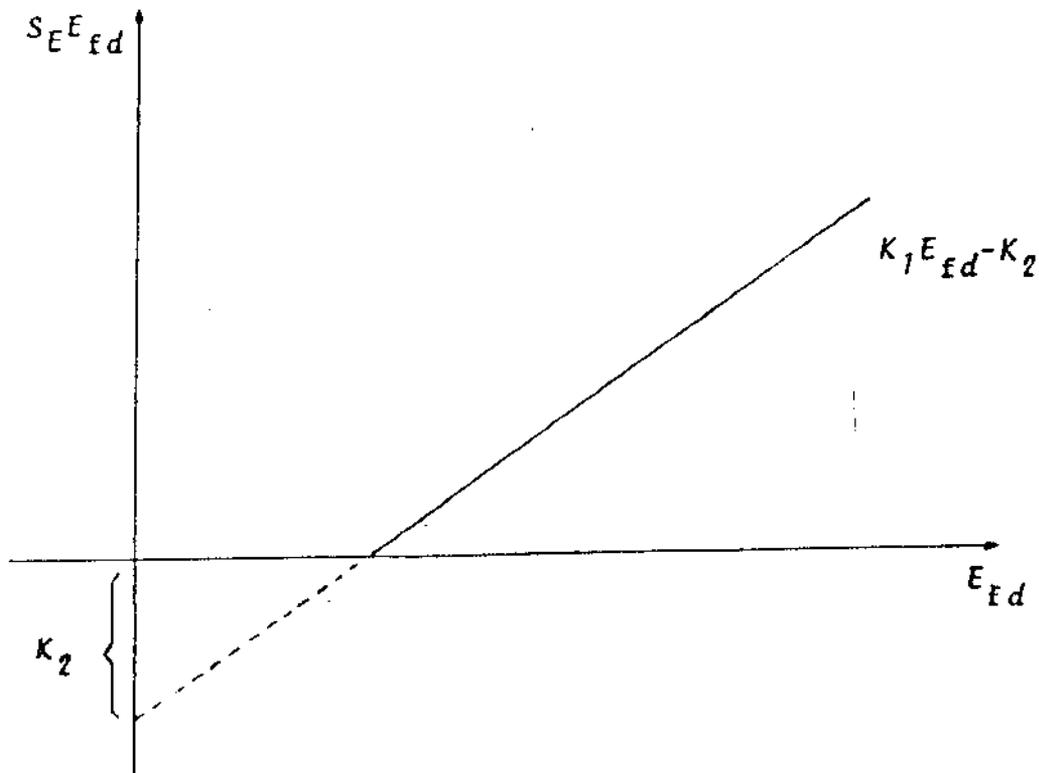


Figura C.1 - Curva $S_E E_{fd}$ x E_{fd} linearizada por partes.

De acordo com a figura C.1, no ponto em que a reta $K_1 E_{fd} - K_2$ encontra o eixo das abscissas, tem-se:

$$E_{fd} = \frac{K_2}{K_1}$$

Este valor é utilizado para se saber qual região da curva de saturação considerar durante a simulação, ou seja:

$$S_E E_{fd} = 0 \quad \text{para} \quad E_{fd} \leq \frac{K_2}{K_1}$$

e

$$S_E E_{fd} = K_1 E_{fd} - K_2 \quad \text{para} \quad E_{fd} \geq \frac{K_2}{K_1}$$

C.2 - DEDUÇÃO DA EXPRESSÃO (3.24)

Integrando-se as equações:

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{1}{T_R} (V_T - x_1)$$

$$\frac{dE_{fd}}{dt} = \frac{x_2}{K_F} + \frac{T_e}{K_F} \frac{dx_2}{dt}$$

$$\frac{dV_R}{dt} = \frac{K_A}{T_A} (V_{REF} - x_1 - x_2) - \frac{V_R}{T_A}$$

no intervalo $t - \Delta t$ a t , pelo método trapezoidal implícito, obtém-se respectivamente:

$$x_1(t) = \frac{1}{a_R} \left| V_T(t) + V_T(t - \Delta t) \right| + \left| \frac{2T_R - \Delta t}{2T_R + \Delta t} \right| x_1(t - \Delta t) \quad (C.7)$$

$$x_2(t) = \left| \frac{2K_F}{2T_F + \Delta t} \right| \left| E_{fd}(t) - E_{fd}(t - \Delta t) \right| + \left| \frac{2T_F - \Delta t}{2T_F + \Delta t} \right| x_2(t - \Delta t) \quad (C.8)$$

$$V_R(t) = \frac{K_A}{a_A} \left| 2V_{REF} - x_1(t) - x_1(t - \Delta t) - x_2(t) - x_2(t - \Delta t) \right| + \left| \frac{2T_A - \Delta t}{2T_A + \Delta t} \right| V_R(t - \Delta t) \quad (C.9)$$

onde:

$$a_A = \frac{2T_A}{\Delta t} + 1$$

$$a_R = \frac{2T_R}{\Delta t} + 1$$

Integrando-se a equação:

$$\frac{dE_{fd}}{dt} = \frac{V_R}{T_E} - \left(\frac{K_E - K_1}{T_E} \right) E_{fd} + \frac{K_2}{T_E}$$

no intervalo $t - \Delta t$ a t , pelo método trapezoidal implícito, obtém-se:

$$E_{fd}(t) - E_{fd}(t-\Delta t) = \frac{\Delta t}{T_E} \left| \frac{V_R(t) + V_R(t-\Delta t)}{2} \right| -$$

$$- \left| \frac{K_E - K_1}{T_E} \right| \Delta t \left| \frac{E_{fd}(t) - E_{fd}(t-\Delta t)}{2} \right| + \frac{2K_2}{2T_E} \Delta t \quad (C.10)$$

ou ainda:

$$\left| \frac{2T_E}{\Delta t} + K_E + K_1 \right| E_{fd}(t) = \left| \frac{2T_E}{\Delta t} - K_E - K_1 \right| E_{fd}(t-\Delta t) +$$

$$+ V_R(t-\Delta t) + 2K_2 + V_R(t) \quad (C.11)$$

Definindo-se:

$$a_E = \frac{2T_E}{\Delta t} + K_E + K_1$$

$$b_E = \frac{2T_E}{\Delta t} - K_E - K_1 E_{fd}(t-\Delta t) + V_R(t-\Delta t) + 2K_2$$

Obtém-se:

$$E_{fd}(t) = \frac{b_E + V_R(t)}{a_E} \quad (C.12)$$

Substituindo-se as equações (C.7) e (C.8) em (C.9), ob-
tém-se:

$$\begin{aligned}
 V_R(t) = & \frac{K_A}{a_A} \left[2V_{REF} - \frac{1}{a_R} V_T(t-\Delta t) - \frac{4T_R}{2T_R+\Delta t} x_1(t-\Delta t) + \right. \\
 & \left. + \frac{2K_F}{2T_F+\Delta t} E_{fd}(t-\Delta t) - \frac{4T_F}{2T_F+\Delta t} x_2(t-\Delta t) \right] - \frac{K_A}{a_A a_R} V_T(t) - \\
 & - \frac{2K_F K_A}{a_A (2T_F+\Delta t)} E_{fd}(t) + \frac{2T_A-\Delta t}{2T_A+\Delta t} V_R(t-\Delta t) \quad (C.13)
 \end{aligned}$$

Substituindo (C.13) em (C.12), obtém-se:

$$\begin{aligned}
 E_{fd}(t) = & \frac{a_A}{a_A a_E + \frac{2K_A K_F}{2T_F+\Delta t}} \left[b_E + \frac{K_A}{a_A} \left[2V_{REF} - \frac{1}{a_R} V_T(t-\Delta t) - \right. \right. \\
 & \left. - \frac{4T_R}{2T_R+\Delta t} x_1(t-\Delta t) + \frac{2K_F}{2T_F+\Delta t} E_{fd}(t-\Delta t) - \frac{4T_F}{2T_F+\Delta t} x_2(t-\Delta t) \right] + \\
 & + \frac{2T_A-\Delta t}{2T_A+\Delta t} V_R(t-\Delta t) \left[- \frac{\frac{K_A}{a_R}}{a_A a_E + \frac{K_F K_A}{T_F+\Delta t/2}} V_T(t) \right] \quad (C.14)
 \end{aligned}$$

Definindo-se:

$$\begin{aligned}
 E_0(t-\Delta t) = & \frac{a_A}{a_A a_E + \frac{2K_A K_F}{2T_F+\Delta t}} \left[b_E + \frac{K_A}{a_A} \left[2V_{REF} - \frac{1}{a_R} V_T(t-\Delta t) - \right. \right. \\
 & \left. - \frac{4T_R}{2T_R+\Delta t} x_1(t-\Delta t) + \frac{2K_F}{2T_F+\Delta t} E_{fd}(t-\Delta t) - \frac{4T_F}{2T_F+\Delta t} x_2(t-\Delta t) \right] + \\
 & \left. + \frac{2T_A-\Delta t}{2T_A+\Delta t} V_R(t-\Delta t) \right]
 \end{aligned}$$

$$b = \frac{\frac{K_A}{a_R}}{a_A a_E + \frac{K_F K_A}{T_F + \frac{\Delta t}{2}}}$$

Obtendo-se, finalmente:

$$E_{fd}(t) = E_0(t - \Delta t) - b|V_T(t)| \quad . \quad (C.15)$$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] BOEING COMPUTER SERVICE. Power system dynamic analysis phase I. Palo Alto, Calif., EPRI, 1977. (EL-484 Project 670-1 Final Report)
- [2] COSTA, V.F. Análise de estabilidade transitória em sistemas de energia elétrica. Campinas (SP), Faculdade de Engenharia de Campinas, 1981. Tese (mestrado)-FEC/UNICAMP.
- [3] DOMMEL, H.W. & SATO, N. Fast transient stability solutions. IEEE Trans. Power Apparatus Systems. PAS-91(4):1643-650, jul/aug., 1972.
- [4] FRANÇA, A.L.M. Simulação da dinâmica de curto prazo em sistemas de energia elétrica: comportamento do esquema alternado implícito. In: Congr. Bras. Automática, 5/Congr. Lat. Americ. Automática, 1, Campina Grande (PB), 1984. p.172-76.
- [5] GEAR, C.W. Simultaneous numerical solution of differential algebraic equations. IEEE Trans. Circuit Theory, CT-18(1):89-95, Jan. 1971.
- [6] HARTKOPF, T. Simulation on power system dynamics using trapezoidal rule and Newton's methods. In: PSCC. Power Systems Computation Conference, 7, Lausanne, 12-17 Jul. 1981. p.608-612.
- [7] IEEE COMMITTEE REPORT. Computer representation of excitation system. IEEE Trans. Power Apparatus Systems, PAS-87(6):1460-464, Jun. 1968.
- [8] McGRACKIN, F.G. & SCHMUS, W. The representation of system

- load in stability studies. In: IEEE Tutorial Course. **Modern concepts of power system dynamics**. New York, IEEE, 1970. p.41-46.
- [9] MONTICELLI, A. **Fluxo de carga em redes de energia elétrica**. São Paulo, Edgar Blucher, 1983. Cap.1, p.1-16 e Cap.5, p.75-109.
- [10] MONTICELLI, A.; COSTA, V.F. & FRANÇA, A.L.M. **Modelagem de máquinas síncronas no estudo de estabilidade transitória**. Campinas(SP), FEC/UNICAMP, 1981. (Publ. FEC 22/81)
- [11] STOTT, B. Power system dynamic response calculations. *Proc. IEEE*, 67(2):219-41, Febr. 1979.
- [12] YOUNG, C.C. The synchronous machine. In: IEEE Tutorial Course. **Modern concepts of power system dynamics**. New York, IEEE, 1970. p.11-24.
- [13] ZOLLENKOPF, K. BI-factorisation basic computational algorithm and programming techniques. In: REID, J.K. ed. **Large sparse sets of linear equations**. London, Academic Press, 1971. p.75-96. (Conference of Institute of Mathematics and Its Application, Oxford, 5-8 April, 1970).