



Tarcisio Andrade Pires Soares

ESTIMAÇÃO ÓTIMA DE VELOCIDADE EM RADAR ARCSAR
COM ALVO DISTRIBUÍDO

Campinas
2014



Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

Tarcisio Andrade Pires Soares

ESTIMAÇÃO ÓTIMA DE VELOCIDADE EM RADAR ARCSAR COM ALVO DISTRIBUÍDO

Tese de mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Telecomunicações e Telemática.

Orientador: Gustavo Fraidenraich

Este exemplar corresponde à versão final da tese defendida pelo aluno Tarcisio Andrade Pires Soares, e orientada pelo Prof. Dr. Gustavo Fraidenraich

Campinas
2014

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

So11e Soares, Tarcísio Andrade Pires, 1988-
Estimação ótima de velocidade em radar ArcSAR com alvo distribuído /
Tarcísio Andrade Pires Soares. – Campinas, SP : [s.n.], 2014.

Orientador: Gustavo Fraidenraich.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de
Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Radar meteorológico. 2. Processamento de sinais. 3. Detecção de sinais. I.
Fraidenraich, Gustavo, 1975-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade
de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Optimum velocity estimation in ArcSAR with distributed target

Palavras-chave em inglês:

Meteorological radar

Signal processing

Signal detection

Área de concentração: Telecomunicações e Telemática

Titulação: Mestre em Engenharia Elétrica

Banca examinadora:

Gustavo Fraidenraich [Orientador]

David Fernandes

Michel Daoud Yacoub

Data de defesa: 04-07-2014

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Elétrica

COMISSÃO JULGADORA - TESE DE MESTRADO

Candidato: Tarcisio Andrade Pires Soares

Data da Defesa: 4 de julho de 2014

Título da Tese: "Estimação Ótima de Velocidade em Radar ArcSAR com Alvo Distribuído"

Prof. Dr. Gustavo Fraidenraich (Presidente):

Prof. Dr. David Fernandes:

Prof. Dr. Michel Daoud Yacoub:

Resumo

Este trabalho propõe um estimador ótimo de velocidade utilizando a matriz de covariância da função de máxima verossimilhança para radares de abertura sintética (SAR) com geometria circular, denominados ArcSAR, com alvos distribuídos móveis. Radares ArcSAR podem ser utilizados em aplicações meteorológicas na detecção de nuvens, que são modeladas como alvos distribuídos por refletirem diversos ecos. Este tipo de alvo apresenta algumas dificuldades na estimação de parâmetros por ter seu espectro não simétrico, fazendo o receptor ter um somatório de sinais refletidos. Além desse problema há ainda o ruído que descaracteriza o espectro do sinal recebido e outras complicações que os alvos móveis originam, como mudanças na informação de fase do sinal. Devido à forma de operação do ArcSAR, é necessário estimar a velocidade do alvo de forma precisa para saber a localização geográfica. A estimação do método proposto apresenta o menor erro e a maior precisão dentre os métodos já existentes na literatura. A sua eficiência é comprovada por meio de simulações.

Palavras-chave: ArcSAR. Detecção de alvos distribuídos móveis. Estimação de velocidade. Processamento de sinais de radar.

Abstract

This work proposes an optimal velocity estimator, using maximum likelihood covariance matrix, for synthetic aperture radars (SAR) with circular geometry, called ArcSAR, with mobiles distributed targets. ArcSAR radars can be used in meteorological applications for detecting clouds, which are modeled as distributed targets due several echo reflections. This kind of target presents some parameters estimation difficulties, because its spectrum is non symmetrical, causing a sum of reflected signals over the receptor. Besides this problem, the noise corrupts the received signal spectrum and there are other complications that mobile targets introduce, like changes at the signal phase information. Due ArcSAR operation, it is necessary a good accuracy on target velocity estimation to know its geographic location. The proposed method estimation presents the lowest error and the best accuracy among the existent methods in the literature. Its accuracy is proven by simulations.

Key-words: ArcSAR. Distributed mobile targets detection. Radar signal processing. Velocity estimation.

Sumário

Lista de Figuras	xix
Lista de Tabelas	xxi
1 Introdução Geral	1
1.1 Radares	1
1.2 Objetivos e Proposta do Trabalho	2
1.3 Estrutura do Trabalho	3
1.4 Resumo do Capítulo	3
2 Radares SAR e ArcSAR	4
2.1 Radar Convencional	4
2.2 Radar SAR	5
2.2.1 Estrutura do Radar SAR	5
2.2.2 Abertura Sintética do Radar SAR	5
2.2.3 Arranjo de Antenas	6
2.2.4 Geometria do Radar SAR	6
2.2.5 Resolução em Range e Azimute	8
2.3 Radar ArcSAR	9
2.3.1 Alvo Pontual	9
2.3.2 Alvo Distribuído	9
2.3.3 Funcionamento do Radar ArcSAR	10
2.3.4 Estrutura do Radar ArcSAR	10
2.3.5 Geometria do Radar ArcSAR	10
2.3.6 Sinal do Radar ArcSAR	11
2.3.7 Transformada de Fourier da Função de Autocorrelação do Sinal Recebido pelo Radar ArcSAR	12
2.4 Resumo do Capítulo	14
3 Probabilidade e a Máxima Verossimilhança	16
3.1 Probabilidade	16
3.2 Máxima Verossimilhança	18

3.3	Teorema Central do Limite	19
3.4	Resumo do Capítulo	20
4	Formulação Matemática dos Métodos	21
4.1	Centroide Doppler	21
4.1.1	Transformada de Fourier do Sinal Recebido pelo Radar ArcSAR	23
4.1.2	Função de Autocorrelação do Sinal Recebido pelo Radar ArcSAR	25
4.2	Método da Correlação na Frequência	26
4.3	Método da Energia	27
4.4	Método de Madsen	28
4.5	Método Proposto	29
4.5.1	Exemplo Numérico	35
4.5.2	Diagrama de Blocos Geral	37
4.6	Resumo do Capítulo	37
5	Discussões e Resultados	39
5.1	Erro Normalizado Entre Cada Matriz Sigma e a Covariância Amostral	39
5.1.1	Parâmetros de Simulação	40
5.1.2	Resultados de Simulação	40
5.2	Simulação: Erro Médio e Erro Médio Quadrático	41
5.3	Precisão do Método Proposto	43
5.4	Comparação Para Diferentes Sigmas	45
5.5	Resumo do Capítulo	46
6	Conclusões e Perspectivas	48
	Bibliografia	50

AOS MEUS PAIS ALVARO E ELIANE.

Agradecimentos

Agradeço,

a Deus por seu amor e cuidado durante toda a minha vida

aos meus pais Alvaro e Eliane por todo amor e suporte que sempre me ofereceram

aos meus irmãos Tiago e Taisa por todo carinho e companheirismo

a toda minha família por acreditar em mim e me incentivar

ao professor Dr. Gustavo Fraidenraich pela oportunidade concedida para realização deste trabalho e todo apoio, suporte e dedicação

aos professores Dr. Michel Yacoub e Dr. José Cândido pela colaboração na minha formação

aos colegas do Laboratório WissTek: André, Bernardo, Gabriel, Gustavo, Kobi, Rubem e Thiago pelo apoio diário e por compartilhar de vários momentos importantes juntos

ao colega Marco Antonio M. Miranda pelas valiosas contribuições a este trabalho.

à CAPES pelo apoio financeiro

a todos que de alguma forma contribuíram com a minha formação e com o meu crescimento profissional e pessoal durante o período do mestrado.

Não deixe o barulho da opinião dos outros abafar sua voz interior. E mais importante, tenha a coragem de seguir seu coração e sua intuição. Eles de alguma forma já sabem o que você realmente quer se tornar. Tudo o mais é secundário.

Steve Jobs

Lista de Figuras

2.1	Diagrama de blocos básico de um sistema de radar.	4
2.2	Abertura sintética do radar SAR.	6
2.3	Diagrama de antena normalizado resultante do arranjo com 5, 10, 20 e 50 elementos de antena nas Figuras 2.3a, 2.3b 2.3c e 2.3d, respectivamente.	7
2.4	Geometria do radar SAR.	8
2.5	Alvo Pontual.	9
2.6	Alvo Distribuído.	9
2.7	Transmissão do sinal em um radar ArcSAR rotacionando em diferentes instantes de tempo.	10
2.8	Esquema de funcionamento do radar ArcSAR na detecção de um alvo distribuído	11
2.9	Gráfico normalizado da Transformada de Fourier da função de autocorrelação do sinal recebido de um alvo pontual para velocidade de 0 m/s, frequência de rotação de 300 rpm, distância inicial do alvo de 10000 m e raio da antena de 0,5 m.	12
2.10	Espectro normalizado do sinal recebido de um alvo pontual com SNR. As Figuras 2.10a, 2.10b 2.10c e 2.10d apresentam os casos com SNR de 20 dB, 10 dB, 0 dB e -10 dB, respectivamente para velocidade de 0 m/s, frequência de rotação de 300 rpm, distância inicial do alvo de 10000 m e raio da antena de 0,5 m..	13
2.11	Gráfico normalizado da Transformada de Fourier da função de autocorrelação do sinal recebido de um alvo distribuído para velocidade de 0 m/s, frequência de rotação de 300 rpm, distância inicial do alvo de 10000 m e raio da antena de 0,5 m..	14
2.12	Espectro normalizado do sinal recebido de um alvo distribuído com SNR. As Figuras 2.10a, 2.10b 2.10c e 2.10d apresentam os casos com SNR de 20 dB, 10 dB, 0 dB e -10 dB, respectivamente para velocidade de 0 m/s, frequência de rotação de 300 rpm, distância inicial do alvo de 10000 m e raio da antena de 0,5 m..	15
4.1	Radar ArcSAR em operação para um alvo pontual com velocidade	22
4.2	Função de autocorelação do sinal do radar ArcSAR, considerando $\omega_A = 1$ rad/s, $r_a = 1$ m e $\lambda = 0,03$ m.	26
4.3	Varredura dos sinais de referência em toda a faixa do espectro para as possíveis velocidades do alvo pontual com velocidade de 5 m/s num cenário sem ruído.	26

4.4	Correlação cruzada entre os sinais de referência e o sinal recebido de um alvo pontual com velocidade de 5 m/s num cenário sem ruído.	27
4.5	Balanceamento de potência pelo espectro do sinal recebido de um alvo pontual. .	27
4.6	Erro absoluto entre a matriz Σ e a covariância amostral do exemplo numérico. .	37
4.7	Diagrama de blocos básico do método proposto.	38
5.1	Erro absoluto entre Σ e a covariância amostral. O eixo y mostra o erro para cada velocidade do eixo x	40
5.2	Erro médio na estimação de v para o método proposto (verde) e os métodos Correlação na Frequência (azul), Energia (vermelho) e Madsen (preto).	41
5.3	Erro quadrático médio na estimação de v para o método proposto (verde) e os métodos Correlação na Frequência (azul), Energia (vermelho) e Madsen (preto).	42
5.4	Precisão de estimação de velocidade do método de Madsen.	43
5.5	Precisão de estimação de velocidade do método da Energia.	44
5.6	Precisão de estimação de velocidade do método da Correlação na Frequência. . .	44
5.7	Precisão de estimação de velocidade do método Proposto (Máxima Verossimilhança).	45
5.8	Precisão de estimação de velocidade do método Proposto para um fator $I = 5$. .	45
5.9	Precisão de estimação de velocidade do método Proposto para um fator $I = 10$. .	45
5.10	Precisão de estimação de velocidade do método Proposto para um fator $I = 20$. .	46

Lista de Tabelas

5.1	Parâmetros de simulação	40
5.2	Erro Médio para todos os métodos com SNR de -30 dB, -20 dB, -10 dB, 0 dB e 10 dB	41
5.3	Desvio Padrão para todos os métodos com SNR de -30 dB, -20 dB, -10 dB, 0 dB e 10 dB	42
5.4	Erro Quadrático Médio para todos os métodos com SNR de -30 dB, -20 dB, -10 dB, 0 dB e 10 dB	42
5.5	Convergência da estimação da velocidade para o valor correto com os fatores: $I = 1$, $I = 5$, $I = 10$ e $I = 20$	46

Lista de Acrônimos e Notação

SAR	<i>Synthetic Aperture Radar</i> (Radar de Abertura Sintética)
ML	<i>Maximum Likelihood</i> (Máxima Verossimilhança)
PRI	<i>Pulse Repetition Interval</i> (Intervalo de Repetição de Pulso)
PRF	<i>Pulse Repetition Frequency</i> (Intervalo de Repetição de Frequência)
SNR	<i>Signal to Noise Ratio</i> (Razão Sinal Ruído)
WissTek	<i>Wireless Technology Laboratory</i> (Laboratório de Tecnologia sem Fio)

v	velocidade
τ_p	largura de pulso
θ_V	espalhamento angular do feixe do radar na direção de range
θ_H	espalhamento angular do feixe do radar na direção de azimute
λ	comprimento de onda do sinal
W_a	largura da antena
l	comprimento da antena
W_g	largura da faixa iluminada
θ	ângulo de incidência do sinal
R	distância da antena ao centro da faixa
ρ_r	resolução na direção de range
ρ_a	resolução na direção de azimute
c	velocidade da luz
R_1	distância da antena ao centro do alvo ao enviar o sinal em t_0
R_2	distância da antena ao centro do alvo ao receber o sinal em t_1
d	distância do centro do radar ao centro do alvo
θ_{sint}	abertura sintética correspondente a uma célula de resolução
r	raio de rotação da antena utilizada no ArcSAR
A_i	variável aleatória com distribuição Rayleigh
ϕ_i	variável aleatória uniforme no intervalo $[0, 2\pi]$
Δf	largura de banda
a, b	dimensões do alvo distribuído
$s(t)$	sinal no tempo
x_i	variável aleatória uniformemente distribuída na direção de azimute
y_i	variável aleatória uniformemente distribuída na direção de range

X_n	amostragem aleatória com n variáveis
ψ	parâmetro de interesse qualquer a ser estimado
$\widehat{\Psi}$	estatística baseada em variáveis aleatórias
$E[\cdot]$	esperança de uma variável aleatória
$V[\cdot]$	viés de um estimador
$l(\cdot)$	função de máxima verossimilhança
$f_X(\cdot)$	função de densidade de probabilidade
V_{rel}	velocidade relativa
d_k	distância do alvo à antena
r_k	distância do alvo ao eixo de rotação da antena
r_a	raio de rotação da antena
θ_k	ângulo entre r_k e o eixo y positivo
θ_a	ângulo entre r_a e o eixo y positivo
ω_a	frequência angular de rotação da antena
$S(f)$	Transformada de Fourier de $s(t)$
Γ	função Gama
$\rho(\tau)$	função de autocorrelação
J_α	função Bessel
F_{pb}	filtro passa-baixa
F_a	PRF do sinal
f_{DC}	deslocamento devido ao efeito Doppler
ϕ_1 e ϕ_2	fase do sinal nos instantes de tempo t_1 e t_2 , respectivamente
CN	circularmente simétrico
α	desvio padrão
μ	média
\mathbf{s}	sinal amostrado
Σ	matriz de covariância
$\text{Cov}[\cdot]$	covariância de uma variável aleatória
$\det(\cdot)$	determinante de uma matriz
$(\cdot)^H$	hessiana de uma matriz
$\arg \max_x f(x)$	denota o ponto x em que ocorre o máximo de $f(x)$
$\arg \min_x f(x)$	denota o ponto x em que ocorre o mínimo de $f(x)$
\hat{v}	valor estimado de v
$\text{tr}(\cdot)$	traço de uma matriz
$\text{adj}(\cdot)$	adjunta de uma matriz

Introdução Geral

Este capítulo apresenta um breve histórico da criação dos radares e como eles foram modificados de acordo com o avanço tecnológico para atender diversas aplicações. São descritos desde os primeiros radares mais simples até chegar nos radares SAR e ArcSAR, que serão tratados neste trabalho, bem como a aplicação meteorológica que os envolvem. São apresentados os objetivos principais e a proposta de trabalho com suas devidas contribuições. Ao final, é mostrada a estrutura do trabalho e como estão divididos os capítulos com um breve resumo de cada um.

1.1 Radares

Os radares foram inicialmente criados com fins militares para detectar alvos como aviões, navios e transportes terrestres. Porém, com o avanço da tecnologia na área de antenas, rádio frequência e processamento de sinais, os radares ganharam novas aplicações como, por exemplo, o mapeamento terrestre, localização de queimadas e aplicações meteorológicas na detecção de nuvens, chuvas, tornados, dentre outros.

Os primeiros radares determinavam a distância de um alvo utilizando apenas a informação de atraso temporal do sinal enviado com antenas diretivas. Pouco tempo depois, o efeito Doppler começou a ser usado para discriminar alvos móveis de alvos estáticos e medir a velocidade. Foi descoberto também que o deslocamento em frequência do sinal recebido causado pelo efeito Doppler poderia ser utilizado para obter um aumento na resolução. Com este último conceito foi visto que é possível criar uma imagem de boa resolução utilizando o radar. O método foi nomeado como radar de abertura sintética (SAR - *Synthetic Aperture Radar*), se referindo ao efeito equivalente de um arranjo de antenas com um número muito grande de elementos [1].

O radar SAR é utilizado tanto em plataformas aéreas como orbitais e é capaz de produzir imagens com alta resolução após o processamento dos dados recebidos. Em uma arquitetura monoestática padrão, o sistema é composto por uma plataforma que possui apenas uma antena que é utilizada tanto na transmissão quanto na recepção do sinal [2], [3] e [4]. Quando a plataforma passa por uma área, a antena transmite uma série de pulsos eletromagnéticos. Quando um pulso atinge um objeto, ocorre o efeito de eco do sinal, ou seja, o sinal atinge o objeto e é refletido de volta. Parte dessa radiação refletida é recebida pela antena na plataforma [5]. Existem outros tipos de configuração, como o SAR biestático, onde uma antena é utilizada

apenas para transmissão e outra apenas para recepção. Este trabalho foca no caso dos radares monoestáticos, embora os resultados possam ser generalizados para outros tipos de sistemas.

Analogamente ao radar SAR, existe o radar ArcSAR, que é um sistema que utiliza o mesmo conceito de radar SAR linear, porém em uma geometria circular. Ele consiste de uma antena que gira em torno de um eixo central fixo [6], [7], [8] e [9]. Ao rotacionar, a antena transmite uma sequência de pulsos eletromagnéticos. Esta mesma antena recebe os sinais de ecos refletidos pelos alvos, que são processados para se extrair as informações de interesse. Seu funcionamento será detalhado nos capítulos seguintes.

1.2 Objetivos e Proposta do Trabalho

O principal objetivo da utilização do ArcSAR neste trabalho é uma nova aplicação deste radar na área de meteorologia. Este radar será utilizado para detectar a aproximação de nuvens a uma região de interesse.

Para o correto funcionamento desse radar na detecção da nuvem, é necessário estimar a velocidade desta a partir do sinal refletido. Pela forma de operação do ArcSAR, a velocidade é necessária para determinar a posição da nuvem. Desta forma, a precisão na detecção da velocidade é fundamental para as aplicações meteorológicas.

Uma das dificuldades em se estimar a velocidade das nuvens no processamento dos dados brutos se dá pelo fato de as nuvens serem alvos distribuídos. Este tipo de alvo reflete o sinal em diversos pontos, gerando um somatório de sinais mesmo ao se enviar apenas um pulso na transmissão. Isto faz com que o espectro do sinal, ou somatório de sinais refletidos, que chega ao receptor seja assimétrico, dificultando a detecção do parâmetro velocidade.

Há alguns métodos para a estimação da velocidade em radares SAR que podem ser adaptados para a estimação da velocidade em radares ArcSAR. Cada método tem suas características peculiares de acordo com sua abordagem. Alguns métodos são baseados na energia do sinal, enquanto que outros utilizam a informação contida na fase do sinal, por exemplo. As diferentes abordagens geram diferentes resultados em termos de precisão, porém não existe um método que consiga estimar a velocidade do sinal de forma ótima.

Em [1], há uma abordagem baseada na magnitude do sinal, onde o espectro de potência é considerado simétrico em torno da frequência central. A velocidade é estimada pela divisão do espectro no ponto onde a simetria ocorre. Já em [10] apresenta-se um algoritmo baseado na fase do sinal complexo recebido pelo radar. Estes métodos serão utilizados para comparação neste trabalho.

A contribuição deste trabalho é o desenvolvimento de um detector ótimo baseado na máxima verossimilhança (ML - *maximum likelihood*) para estimação da velocidade de um alvo distribuído em sistemas ArcSAR. A matriz Σ da função de máxima verossimilhança é utilizada no algoritmo elaborado para se obter o resultado ótimo, como será demonstrado posteriormente. Desta forma, a matriz teórica é determinada de forma analítica para se aplicar o método desenvolvido.

1.3 Estrutura do Trabalho

Este trabalho está dividido da seguinte forma:

- Capítulo 1 - São apresentadas a introdução geral do tema principal, a contextualização do assunto de radares a ser abordado e as motivações iniciais para o desenvolvimento do trabalho.
- Capítulo 2 - É feita uma análise geral do funcionamento básico do radar SAR e são mostrados os principais conceitos deste tipo de radar, tanto na transmissão quanto na recepção do sinal. É destacado o efeito do arranjo de antenas, que é utilizado na sintetização de antenas por este radar. Em seguida, é feita a definição de alvos pontuais e alvos distribuídos. Por fim, é mostrada a forma de operação do radar ArcSAR e a formulação teórica do sinal por ele recebido.
- Capítulo 3 - São mostrados, de forma geral, os conceitos básicos de probabilidade e estatística na estimação de parâmetros para apresentar o estimador de Máxima Verossimilhança. Por último, é apresentado o Teorema Central do Limite.
- Capítulo 4 - É mostrada uma forma alternativa para o cálculo do centroide Doppler para provar a relação da velocidade do alvo com o deslocamento do espectro. Apresenta-se o método da Correlação na Frequência, o método da Energia e o método de Madsen para serem comparados posteriormente. Em seguida, é apresentada a modelagem matemática do método proposto neste trabalho, bem como um exemplo numérico e o diagrama de blocos geral.
- Capítulo 5 - São apresentados os resultados e discussões das simulações que comparam o método proposto com os outros métodos descritos anteriormente.
- Capítulo 6 - São dispostas as conclusões e as considerações finais do trabalho.

1.4 Resumo do Capítulo

Este capítulo mostrou um pequeno resumo geral do desenvolvimento dos radares e como eles avançaram de forma a se obter novas aplicações, não só para fins militares, mas como também para diversas outras finalidades, especialmente na área de meteorologia, que será abordado neste trabalho. Introduziu os conceitos básicos do radar SAR e do radar ArcSAR, bem como seu objetivo na sua utilização. Apresentou, ainda, a contribuição principal deste trabalho na estimação ótima de velocidade com o estimador de máxima verossimilhança. Por último, mostra a estrutura geral do trabalho e os temas a serem abordados em cada capítulo.

Radars SAR e ArcSAR

Este capítulo apresenta a estrutura geral de um radar comum para que possa ser introduzido o funcionamento básico do SAR. Este tipo de radar tem uma complexidade maior que os radares comuns, necessitando de um processamento de sinais pela sua forma de operação para se obter a precisão desejada. É mostrado o conceito de arranjo de antenas e como este é aplicado no SAR para sintetizar uma antena com uma determinada abertura.

É ilustrada a diferença de alvos pontuais e alvos distribuídos, pois cada um possui suas características particulares para o cálculo analítico da equação do sinal recebido. Por fim, é mostrado geometricamente o funcionamento do radar ArcSAR e o sinal recebido por ele em condições ideais, bem como uma análise da influência do ruído no espectro do sinal.

2.1 Radar Convencional

O radar convencional é uma estrutura constituída por uma antena, um transmissor, um receptor, um *switch*, uma memória e um processador. O transmissor gera ondas eletromagnéticas com alta potência. O *switch* direciona o pulso transmitido para a antena e o eco recebido pela antena, para o receptor. O receptor demodula e digitaliza o sinal analógico recebido e o armazena na memória para posterior processamento. Após passar pelo processador, os dados são mostrados em um *display*. A Figura 2.1 ilustra o diagrama de blocos do radar.

2.2 Radar SAR

O SAR é um radar que normalmente opera na banda de microondas, a qual tem excelentes propriedades e potenciais aplicações [12]. Existem várias dificuldades na geração de uma imagem SAR como a informação de fase do sinal [13] [14] [15] e erros no sinal recebido pelo radar devido às propriedades físicas dos refletores [16] [17] [18]. Apesar dessas e outras complicações, existem boas técnicas na construção das imagens SAR que podem prover uma boa detecção e garantir um bom desempenho do SAR [19].

Para entendimento dos aspectos abordados neste trabalho é necessário entender como é estruturado o radar SAR e o funcionamento da abertura sintética, ou abertura simulada, do

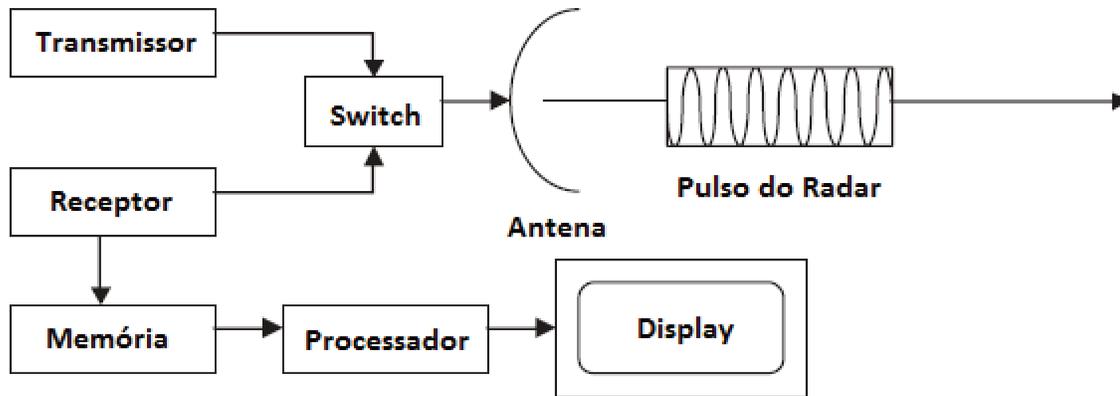


Figura 2.1: Diagrama de blocos básico de um sistema de radar.

Fonte: [11] (modificado)

radar devido ao efeito do arranjo de antenas. Outro ponto fundamental é o processamento de dados para que estas técnicas possam ser aplicadas.

2.2.1 Estrutura do Radar SAR

O SAR é acoplado geralmente a um avião ou a um satélite. A plataforma voa a uma velocidade constante. A direção do movimento é definida como direção azimute e a direção perpendicular a esta é definida como direção range. O movimento da plataforma é utilizado para sintetizar uma antena muito longa simulando o efeito de um arranjo de antenas e, consequentemente, se obter uma melhor resolução. Quanto maior é a antena, maior é a sua resolução, então quanto maior o número de elementos deste conjunto de antenas, maior será a antena sintetizada e melhor será a resolução obtida. A cada posição do movimento da plataforma é transmitido um pulso. O eco que retorna passa pelo receptor e é armazenado na memória para posterior processamento dos dados.

O principal objetivo do processamento de dados no SAR é gerar uma imagem da cena imageada. Há basicamente duas abordagens para o processamento SAR: *Two-Dimension Algorithm* e *Range Doppler Processing Algorithm*. O primeiro algoritmo processa os dados em range e azimute simultaneamente, enquanto o segundo algoritmo implementa primeiro a compressão em range e depois a compressão em azimute e ainda requer menos memória e custo computacional que o primeiro. O *Range Doppler Processing Algorithm* é o algoritmo mais comum empregado nos sistemas de processamento de dados no SAR. As duas dimensões são processadas com dois filtros casados unidimensionais. Essas operações são nomeadas de compressão em range e compressão em azimute. Após essas duas compressões é obtida uma imagem em duas dimensões.

2.2.2 Abertura Sintética do Radar SAR

A Figura 2.2 ilustra um radar com abertura sintética de comprimento L , onde com o movimento do radar é transmitido um pulso eletromagnético a um dado intervalo (PRI - *Pulse*

Repetition Interval). A cada PRI o sinal enviado e recebido funciona como um elemento do arranjo de antenas, onde existe apenas uma antena transmitindo e recebendo o sinal. Como esta antena está em movimento, obtém-se como resultado final, após o processamento dos dados, um arranjo de antenas de comprimento L . É importante ressaltar que L pode ter quilômetros de extensão, porém L depende da abertura angular azimutal da antena real do SAR. Isso explica o termo abertura sintética, já que a antena não possui, de fato, um comprimento real quilométrico. Na realidade, essa abertura na escala de quilômetros é simulada computacionalmente. Vale ressaltar a importância do processamento de sinais para se obter o resultado final desejado da simulação da antena.

Quanto menor o intervalo entre os pulsos transmitidos, maior é o número do arranjo de antenas sintetizado, pois para uma mesma distância L percorrida pela antena mais elementos se têm no arranjo, o que afeta a diretividade e a amostragem do sinal na dimensão azimutal.

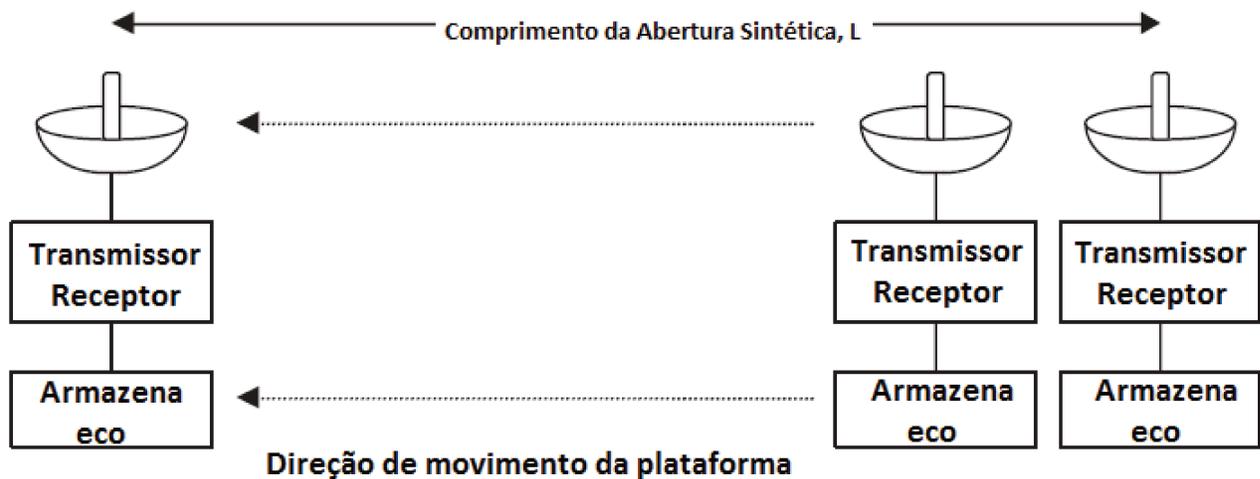


Figura 2.2: Abertura sintética do radar SAR.

Fonte: [11] (modificado)

2.2.3 Arranjo de Antenas

O arranjo de antenas tem um aspecto fundamental na diretividade da antena resultante, já que a quantidade de elementos no arranjo influencia o resultado dos lóbulos principais e secundários do diagrama da antena. Quanto maior o número de elementos da antena, maior é a precisão da antena. A expressão geral para um arranjo de antenas linear uniforme pode ser descrita por:

$$|A(\psi)| = \frac{1}{N} \left| \frac{\sin(N\psi/2)}{\sin(\psi/2)} \right| \quad (2.1)$$

onde $|A(\psi)|$ é a magnitude do lóbulo no ângulo ψ , N é o número de elementos e ψ é o ângulo de irradiação.

A Figura 2.3 ilustra o diagrama de irradiação equivalente de 4 arranjos de antena diferentes. Cada arranjo possui um número diferente de elementos de antena para mostrar o efeito obtido

no diagrama de irradiação para diferentes arranjos. A Figura 2.3a ilustra o diagrama para um arranjo que possui 5 elementos, a Figura 2.3b para um arranjo que possui 10 elementos, a Figura 2.3c para um arranjo que possui 20 elementos e a Figura 2.3d para um arranjo que possui 50 elementos. É possível observar claramente que com o aumento do número de elementos há um aumento da diretividade da antenna resultante. No caso do SAR essa diretividade é obtida apenas depois do processamento dos dados, pois o arranjo de antenas é formado após a aquisição de todos os dados e posterior processamento de forma a simular os elementos da antenna.

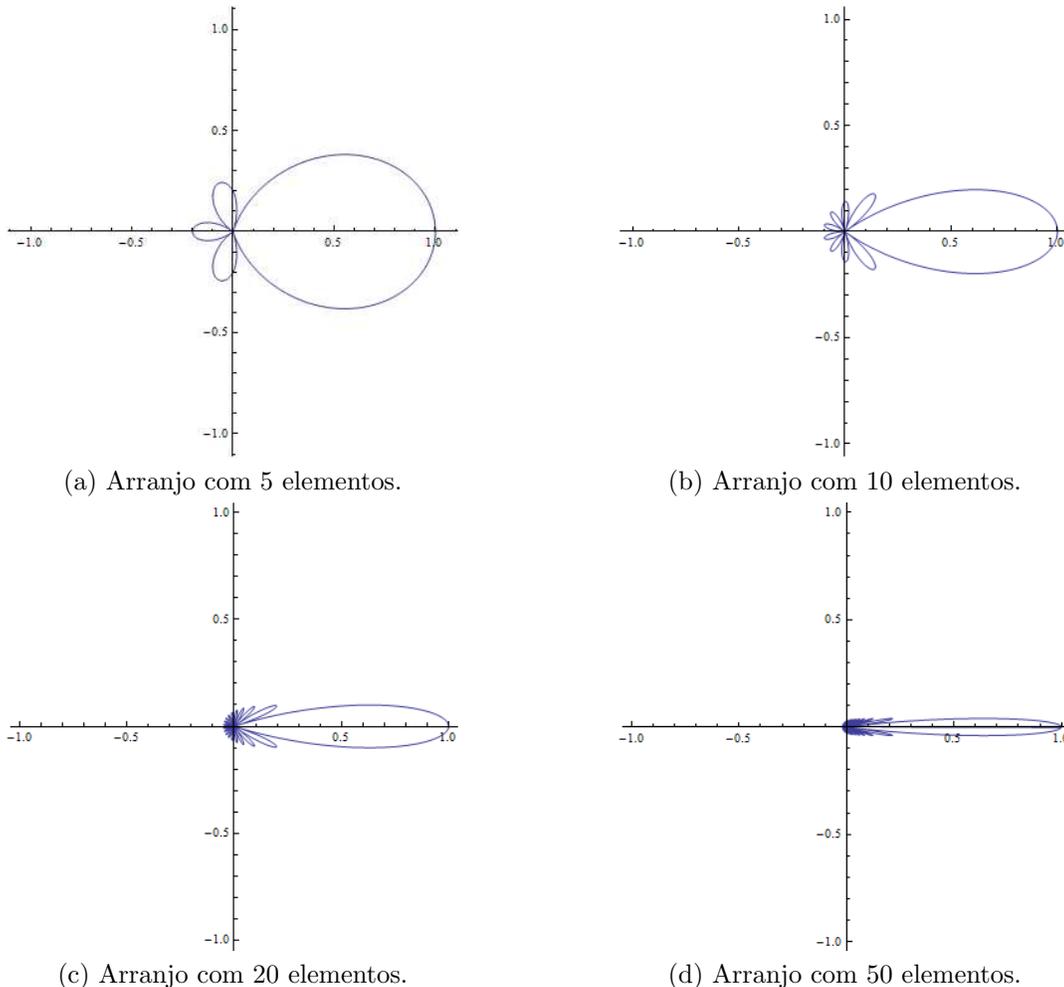


Figura 2.3: Diagrama de antenna normalizado resultante do arranjo com 5, 10, 20 e 50 elementos de antenna nas Figuras 2.3a, 2.3b 2.3c e 2.3d, respectivamente.

2.2.4 Geometria do Radar SAR

A Figura 2.4 ilustra a geometria do radar SAR montado em uma plataforma que pode ser aérea ou orbital, com velocidade v . A abertura física da antenna do radar tem largura W_a e comprimento l . O radar gera pulsos de largura τ_p que iluminam uma faixa (*swath*) de largura W_g . O ângulo θ_V é o espalhamento angular na direção de range e é determinado pela largura da antenna e pelo comprimento de onda (λ) do sinal transmitido. Essa relação é definida da seguinte forma:

$$\theta_V = \lambda/W_a \quad (2.2)$$

O espalhamento angular do feixe do radar na direção de azimute é definido por:

$$\theta_H = \lambda/l \quad (2.3)$$

A largura da faixa iluminada pode ser determinada pela seguinte relação [11]:

$$W_g = \frac{\lambda R}{W_a \cos \theta} \quad (2.4)$$

onde θ é o ângulo de incidência e R é a distância da antena ao centro da faixa.

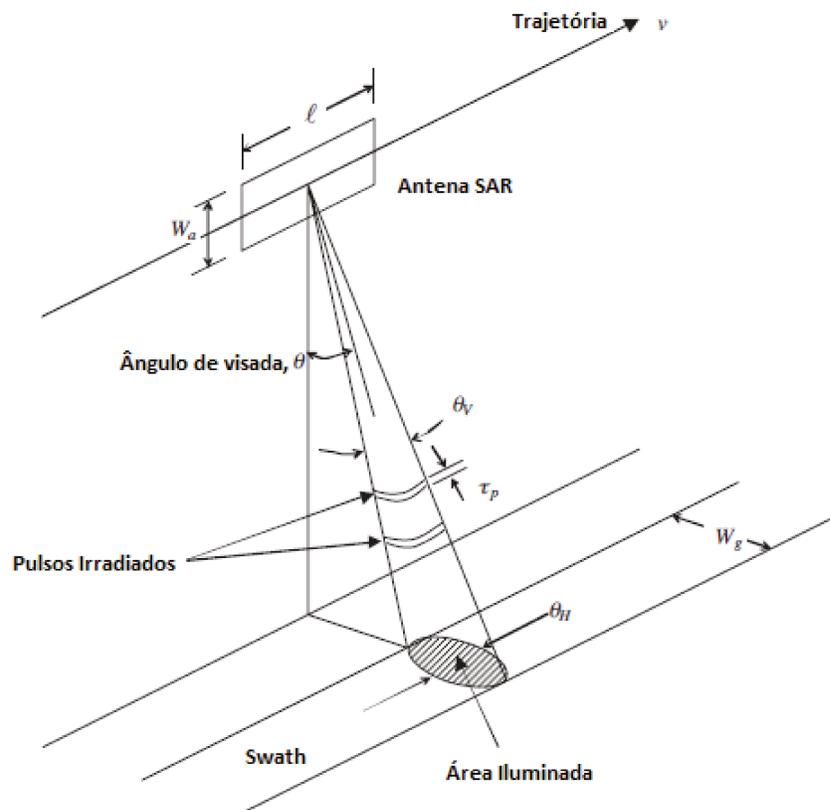


Figura 2.4: Geometria do radar SAR.

Fonte: [11] (modificado)

2.2.5 Resolução em Range e Azimute

A resolução é definida, basicamente, como a capacidade do sistema em distinguir dois alvos distintos. A resolução do SAR é formada diretamente pelas resoluções em range e azimute. A resolução em range depende do comprimento do pulso e do ângulo de abertura da antena e é definida por [3]:

$$\rho_r = \frac{c\tau_p}{2\sin(\theta)} \quad (2.5)$$

onde c é a velocidade da luz.

Para o SAR, com processamento do sinal eco, essa resolução é dada por:

$$\rho_r \geq \frac{c}{2\Delta\varphi} \quad (2.6)$$

onde $\Delta\varphi$ é a banda espectral do sinal transmitido.

A resolução em azimute é a distância mínima na direção paralela ao movimento da plataforma na qual dois alvos podem ser iluminados separadamente. Esta resolução depende da abertura da antena e é definida por [11]:

$$\rho_a = R\theta_H = \frac{R\lambda}{l} \quad (2.7)$$

O processamento do SAR é feito utilizando o efeito Doppler do sinal de eco [20]. Para a abertura sintética, é demonstrado em [11] que:

$$\rho_a \geq \frac{l}{2} \quad (2.8)$$

Portanto, a melhor resolução em azimute possível para o radar de abertura sintética será quando:

$$\rho_a = \frac{l}{2} \quad (2.9)$$

Na elaboração de um projeto de um radar, deseja-se o menor custo na construção que atenda ao requisito mínimo exigido. Por exemplo, uma aplicação na qual deseja-se uma precisão de 1 metro tem um custo diferente de um radar com precisão de 10 metros. Seria um desperdício de recursos utilizar o radar com precisão de 1 metro na aplicação que exige 10 metros de precisão. Por isso, existem diversos fatores e parâmetros que podem ser escolhidos na elaboração de um projeto de radar SAR, tais como: frequência de transmissão, modulação, resolução espacial, PRF, antena, dentre outros.

2.3 Radar ArcSAR

O radar ArcSAR é uma modificação do radar SAR linear que opera em uma geometria circular, porém utiliza os mesmos conceitos e formulações do radar SAR linear com algumas adaptações devido à sua geometria. Apesar de suas semelhanças e conceitos similares, o radar ArcSAR possui uma estrutura diferente tendo, portanto, aplicações diferentes, como a utilizada neste trabalho em uma aplicação meteorológica na detecção de nuvens. O radar SAR é mais utilizado para mapeamento terrestre, detecção de queimadas, desmatamentos, etc.

Serão tratados basicamente dois tipos de alvo: alvo pontual e alvo distribuído. Os alvos pontuais são mais simples e ajudam na formulação matemática inicial da análise do ArcSAR. Os alvos distribuídos já possuem uma complexidade maior, por se tratarem de um conjunto

de pontos distribuídos aleatoriamente formando uma estrutura não uniforme que pode refletir o sinal em diversas direções. O alvo distribuído é utilizado para modelar nuvens, dado o enorme número de partículas que formam a mesma.

2.3.1 Alvo Pontual

Um alvo pontual é um alvo de dimensão pontual que é idealmente criado para análises fundamentais na modelagem de radares para determinação, por exemplo, da função espalhamento pontual ou resposta impulsiva do Sistema Radar. Seus resultados podem ser estendidos para outros tipos de alvos de interesse. A Figura 2.5 ilustra um radar ArcSAR enviando um sinal de pulso para detectar um alvo pontual que, por sua vez, reflete este sinal gerando um único sinal de eco na recepção do radar.

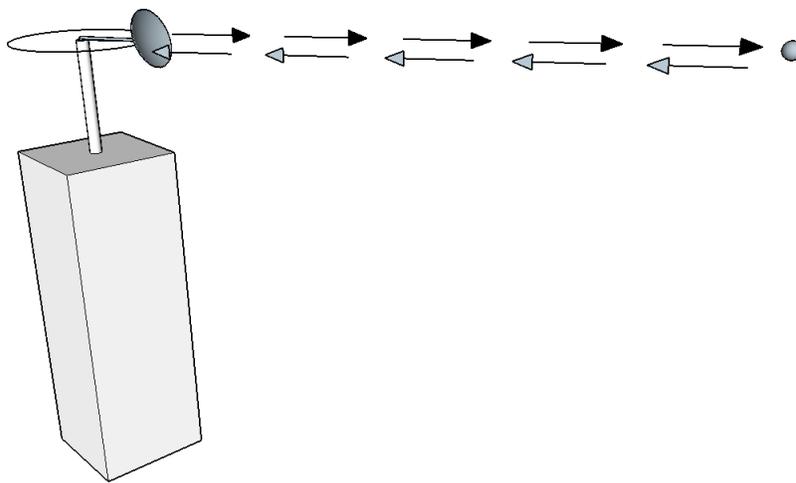


Figura 2.5: Alvo Pontual.

A antena receptora do radar detecta o sinal eco que, em condições ideais, deve ser exatamente o mesmo sinal enviado diferindo apenas de uma diferença de fase. Porém, na prática, existem diversos fatores que podem degradar o sinal recebido, como o ruído e o desvanecimento.

2.3.2 Alvo Distribuído

Alvos distribuídos são alvos encontrados em cenas reais que tem uma dimensão não pontual de modo que o sinal eco é composto pela interferência das múltiplas reflexões que ocorrem na extensão do alvo.

Uma nuvem é um exemplo de alvo distribuído pois é formada por diversas partículas de água, que refletem, refratam e absorvem parte do sinal enviado.

Assim como no caso do alvo pontual, é preciso considerar a presença do ruído aditivo para simular as condições reais que degradam o sinal, além da degradação proveniente do alvo distribuído. A Figura 2.6 ilustra um radar ArcSAR enviando um sinal de pulso para detectar uma nuvem.

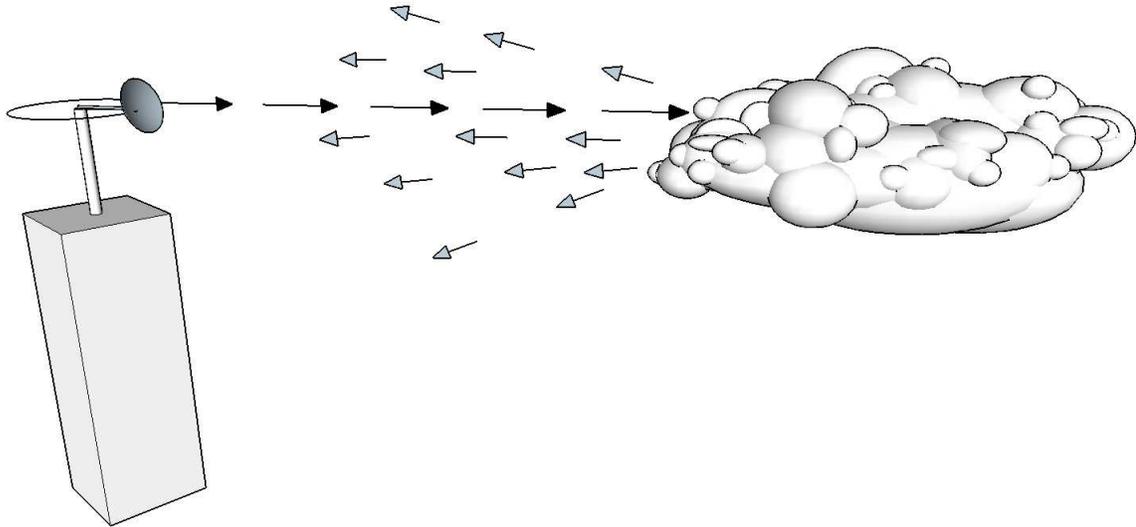


Figura 2.6: Alvo Distribuído.

2.3.3 Funcionamento do Radar ArcSAR

Diferentemente de aeronaves e satélites com radar SAR, onde normalmente a plataforma descreve uma trajetória linear, uma implementação mecânica de uma trajetória linear para a antena em uma plataforma na Terra se torna difícil. O sistema ArcSAR apresentado, simplifica este problema por meio da rotação da antena em torno de um eixo [21].

O radar ArcSAR é acoplado a uma estrutura fixa na Terra que gira em torno de um eixo. Durante a rotação, o radar transmite pulsos em intervalos regulares de tempo que corresponde a uma determinada frequência (*PRF - Pulse Repetition Frequency*) e recebe os ecos dos alvos de interesse. Os ecos são processados de forma a obter a melhor resolução possível de acordo com a velocidade angular da antena.

2.3.4 Estrutura do Radar ArcSAR

A Figura 2.7 ilustra a estrutura fixa na Terra com o radar ArcSAR transmitindo pulsos em diferentes instantes de tempo, de acordo com a sua *PRF*. Esta imagem deixa clara a forma básica de funcionamento do radar ArcSAR evidenciando a rotação da antena em torno de um eixo central. O pulso é radiado na frequência da portadora durante o tempo de transmissão e em seguida espera-se pelo retorno do eco durante o tempo de escuta. Após esse período, outro pulso é radiado novamente e o ciclo se repete. O tempo entre a transmissão do primeiro pulso e o pulso seguinte é chamado de *PRI (Pulse Repetition Interval)* e é igual ao inverso da *PRF*, como segue:

$$PRI = \frac{1}{PRF} \quad (2.10)$$

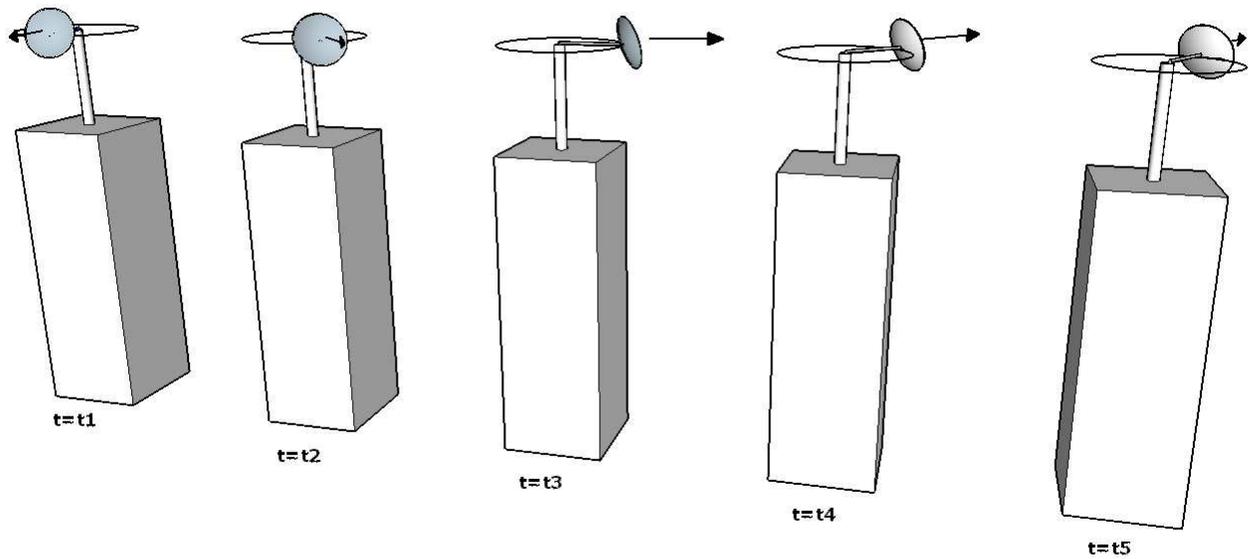


Figura 2.7: Transmissão do sinal em um radar ArcSAR rotacionando em diferentes instantes de tempo.

2.3.5 Geometria do Radar ArcSAR

A Figura 2.8 ilustra o radar ArcSAR com a antena girando em torno de um eixo. É considerado que a antena de transmissão é a mesma utilizada na recepção. A distância d representa a distância do centro do radar ao centro do alvo, r é o raio de rotação da antena utilizada, R_1 é a distância da antena ao alvo em t_0 , R_2 é a distância da antena ao alvo em t_1 , θ é o ângulo da antena com relação ao centro de coordenadas. O sinal transmitido é um pulso linearmente modulado em frequência de largura de banda Δf , que após a aplicação da compressão de pulso (filtro casado) proporciona uma resolução espacial na direção radial equivalente a $a = c/(2\Delta f)$ [1] e $b = d\theta_{sint}$ é a resolução na direção azimutal resultante da técnica de abertura sintética, estas são as dimensões do alvo distribuído e θ_{sint} é a abertura sintética correspondente a uma célula de resolução.

2.3.6 Sinal do Radar ArcSAR

O sinal enviado em t_0 é uma onda eletromagnética e devido à propagação desta onda, há um deslocamento de fase proporcional a $2\pi/\lambda$, onde λ é o comprimento de onda. O alvo reflete esta onda e a antena recebe o sinal em t_1 com uma distância R_2 . O sinal recebido após a compressão em range é então definido por:

$$s(t) = Ae^{\phi} e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(R_1+R_2)} \quad (2.11)$$

onde A e ϕ são variáveis aleatórias com distribuição Rayleigh e uniforme no intervalo $[0, 2\pi]$, respectivamente, que representam a alteração em amplitude e fase introduzida por cada partí-

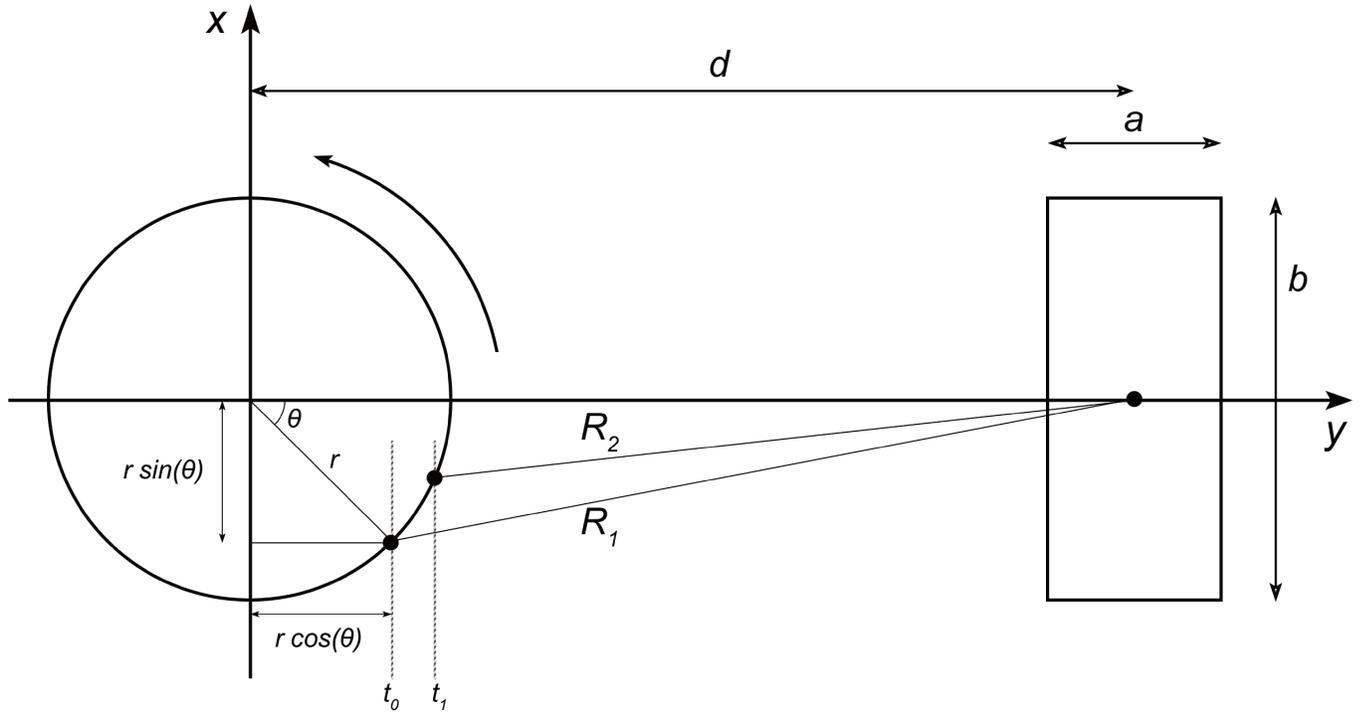


Figura 2.8: Esquema de funcionamento do radar ArcSAR na detecção de um alvo distribuído cula.

Como $t_0 \approx t_1$, pode-se assumir que $R_2 \approx R_1$. Desta forma:

$$s(t) = Ae^{\phi} e^{j\frac{4\pi}{\lambda} R_1} \quad (2.12)$$

A distância R_1 pode ser calculada geometricamente como:

$$R_1 = \sqrt{(d - r \cos \theta)^2 + (r \sin \theta)^2} \quad (2.13)$$

Para um alvo distribuído com geometria retangular de dimensões $a \times b$, é definido que cada partícula do alvo estará em uma posição (x_i, y_i) , no qual o zero do sistema de coordenadas é o centro do alvo. Define-se que estes alvos têm posição espacial uniformemente distribuídas nesse retângulo, portanto $x_i \sim U(d\theta_{sint})$ e $y_i \sim U(c/(2\Delta f))$ [22]. Além disso, o alvo distribuído possui velocidade v , que altera a localização em função do tempo t . Fazendo ainda $\theta = \omega t$, a distância R_i pode ser descrita como:

$$R_i = \sqrt{(y_i + d + vt - r \cos(\omega t))^2 + (r \sin(\omega t) - x_i)^2} \quad (2.14)$$

Com o cálculo de R_i é possível descrever matematicamente o sinal recebido como um somatório de N partículas:

$$s(t) = \sum_{i=1}^N A_i e^{j\phi_i} e^{j\frac{4\pi}{\lambda} \sqrt{(y_i + d + vt - r \cos(\omega t))^2 + (r \sin(\omega t) - x_i)^2}} \quad (2.15)$$

2.3.7 Transformada de Fourier da Função de Autocorrelação do Sinal Recebido pelo Radar ArcSAR

A transformada de Fourier da função de autocorrelação do sinal recebido pelo radar ArcSAR provindo de um alvo pontual, já considerando a compressão de pulso, está ilustrada na Figura 2.9. O espectro do sinal é centralizado na velocidade do alvo, e como este sinal simula um alvo que não possui velocidade, observa-se que o espectro está centralizado em zero.

No caso do alvo pontual, o espectro possui simetria em relação ao eixo y , como é possível observar na figura. Este caso apresenta o espectro de um sinal sem ruído para analisar o formato padrão do espectro e estudar as melhores formas de abordar o problema da detecção da velocidade. Porém em casos reais o sinal que chega ao receptor possui ruído, deformando o formato padrão com picos ruidosos aleatórios em toda a faixa analisada. Quanto menor é a razão sinal ruído, mais difícil se dá a detecção do formato do espectro e consequentemente da detecção da velocidade na qual o espectro está centralizado.

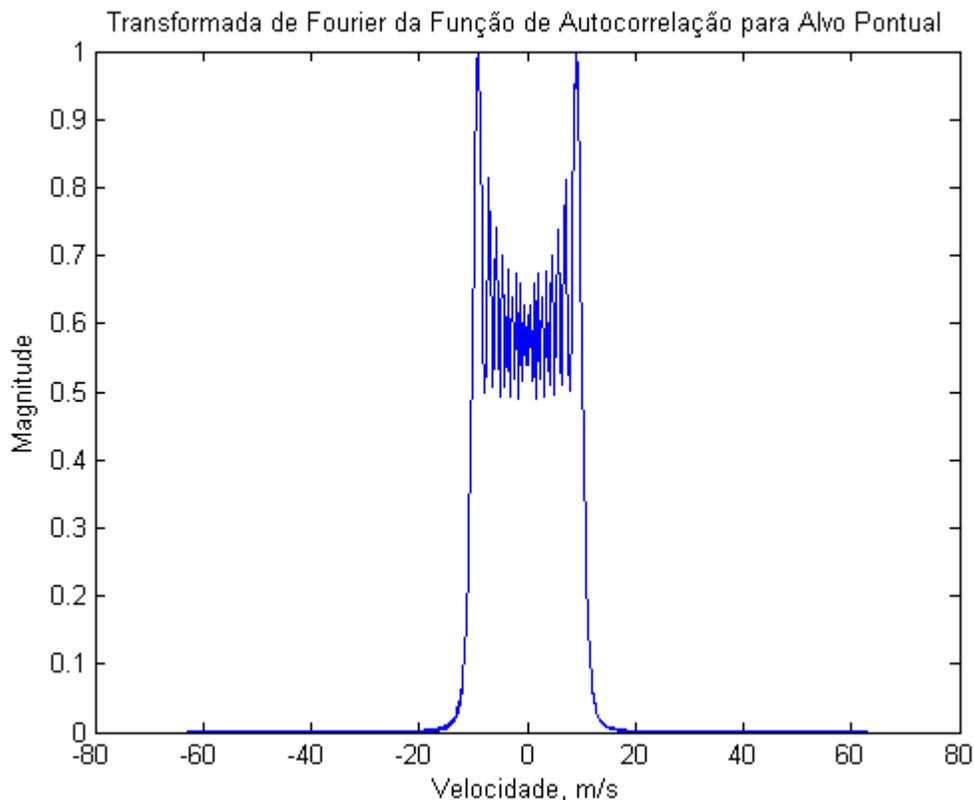


Figura 2.9: Gráfico normalizado da Transformada de Fourier da função de autocorrelação do sinal recebido de um alvo pontual para velocidade de 0 m/s, frequência de rotação de 300 rpm, distância inicial do alvo de 10000 m e raio da antena de 0,5 m.

A Figura 2.10 mostra um caso mais real, pois ilustra o espectro da função de autocorrelação também de um alvo pontual sem velocidade, mas com ruído. Para evidenciar a dificuldade da detecção da velocidade, os gráficos mostram os espectros do sinal em diferentes condições de ruído. A Figura 2.10a ilustra o caso onde a SNR é de 20 dB, a Figura 2.10b o caso onde a SNR

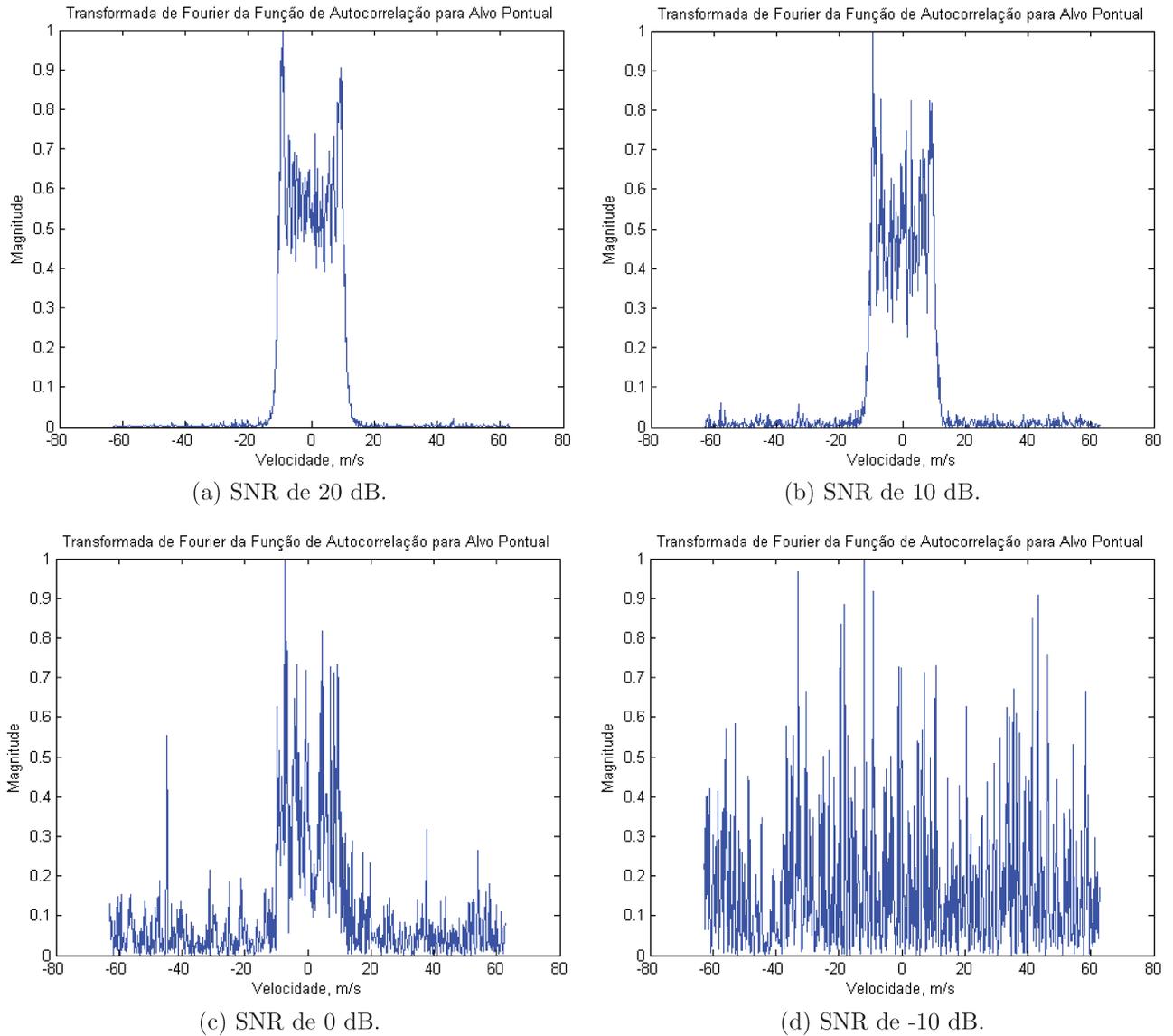


Figura 2.10: Espectro normalizado do sinal recebido de um alvo pontual com SNR. As Figuras 2.10a, 2.10b, 2.10c e 2.10d apresentam os casos com SNR de 20 dB, 10 dB, 0 dB e -10 dB, respectivamente para velocidade de 0 m/s, frequência de rotação de 300 rpm, distância inicial do alvo de 10000 m e raio da antena de 0,5 m..

é de 10 dB, a Figura 2.10c o caso onde a SNR é de 0 dB e a Figura 2.10d o caso onde a SNR é de -10 dB .

A Figura 2.11 ilustra a transformada de Fourier da função de autocorrelação do sinal recebido com compressão de pulso no caso do alvo distribuído. Da mesma forma que no caso do alvo pontual, o espectro fica centralizado em torno da velocidade do alvo. Porém para alvo distribuído o espectro não possui simetria, pois o sinal que chega ao receptor é, na verdade, um somatório de vários sinais refletidos por diversos pontos do alvo distribuído. A falta de simetria dificulta a detecção da velocidade. Esta figura também apresenta um caso sem ruído. Portanto além da falta de simetria, o ruído vai piorar ainda mais a detecção da velocidade na qual o espectro está centralizado inserindo picos aleatórios em todo o espectro. A Figura 2.12 mostra este caso mais real do espectro da função de autocorrelação do sinal recebido de um alvo distribuído para diferentes condições de ruído. A Figura 2.12a ilustra o caso onde a SNR é de 20 dB, a Figura 2.12b o caso onde a SNR é de 10 dB, a Figura 2.12c o caso onde a SNR é de 0 dB e a Figura 2.12d o caso onde a SNR é de -10 dB .

Por estes fatores torna-se clara a maior complexidade de se detectar a velocidade de um alvo distribuído do que a detecção da velocidade de um alvo pontual, especialmente para casos onde a razão sinal ruído é baixa.

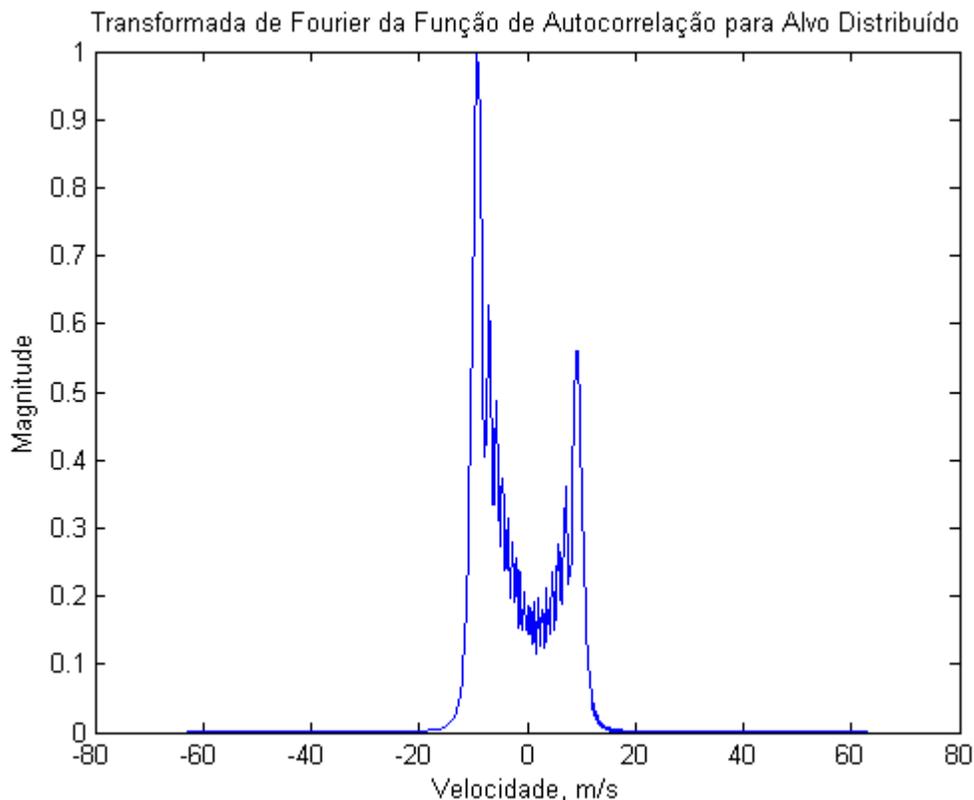


Figura 2.11: Gráfico normalizado da Transformada de Fourier da função de autocorrelação do sinal recebido de um alvo distribuído para velocidade de 0 m/s, frequência de rotação de 300 rpm, distância inicial do alvo de 10000 m e raio da antena de 0,5 m..

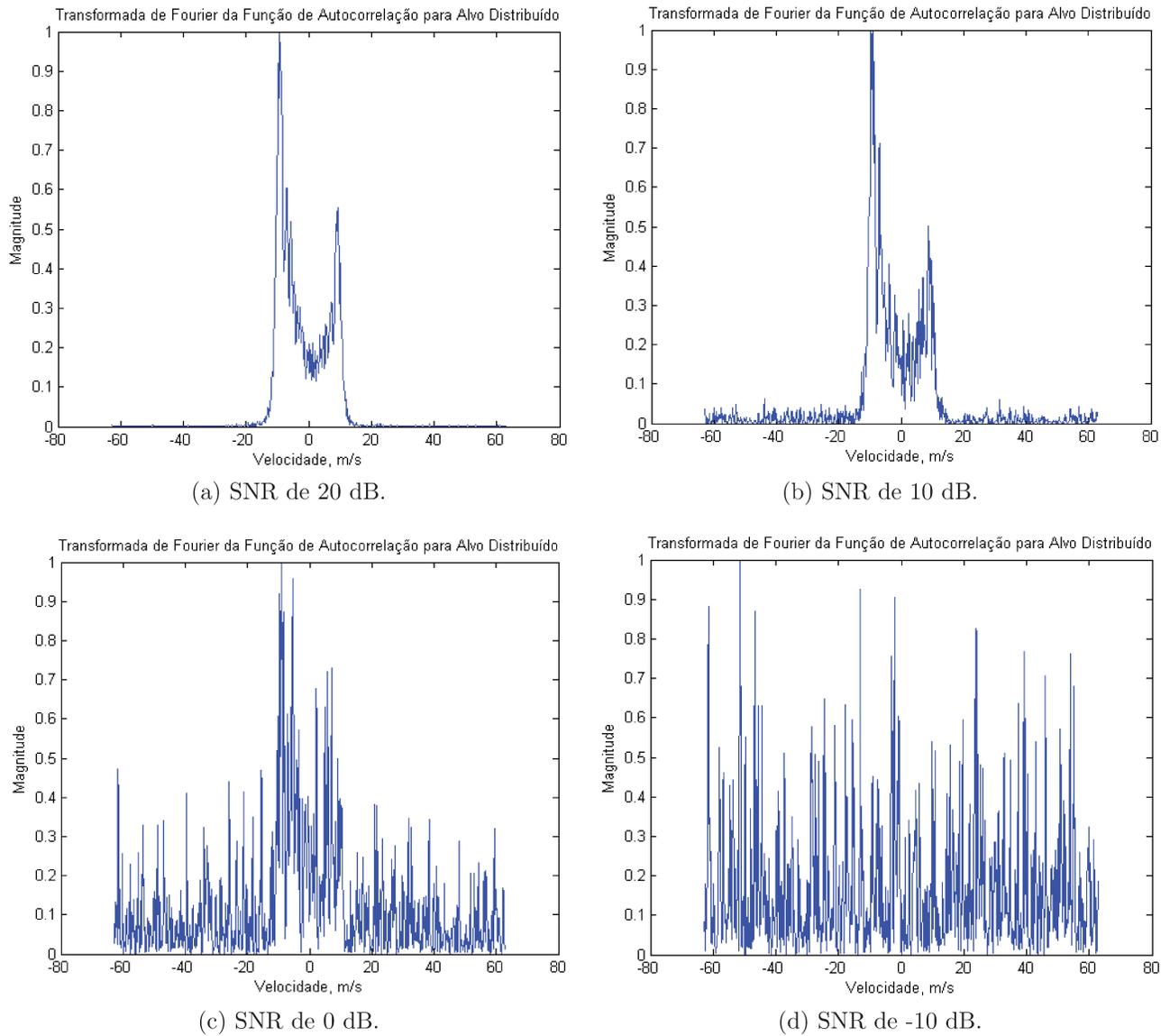


Figura 2.12: Espectro normalizado do sinal recebido de um alvo distribuído com SNR. As Figuras 2.10a, 2.10b 2.10c e 2.10d apresentam os casos com SNR de 20 dB, 10 dB, 0 dB e -10 dB, respectivamente para velocidade de 0 m/s, frequência de rotação de 300 rpm, distância inicial do alvo de 10000 m e raio da antena de 0,5 m..

2.4 Resumo do Capítulo

Este capítulo mostrou o funcionamento básico de um sistema de radar, bem como seu diagrama de blocos. Em seguida, foi mostrado, de forma geral, os principais conceitos do radar SAR e como ele funciona para se obter boas resoluções. O processamento de sinais é algo fundamental para sua operação, pois os dados são coletados para posterior processamento. Este é o principal conceito utilizado pelo radar SAR, utilizando a ideia de uma arranjo de antenas, mas de forma sintética, pois não há um arranjo real.

O radar ArcSAR foi definido como uma modificação do radar SAR linear, porém com uma geometria circular. Para se entender o funcionamento do radar ArcSAR foi visto a definição de alvos pontuais e alvos distribuídos. Os alvos pontuais são mais simples e ajudam na formulação matemática inicial do radar ArcSAR, porém os resultados podem ser expandidos para alvos distribuídos, que são alvos mais reais e que possuem uma complexidade mais alta na análise dos sinais. Em seguida, foi apresentado o esquema de funcionamento do radar ArcSAR para os dois tipos de alvos citados, bem como as transformadas de Fourier da função de autocorrelação de cada caso, evidenciando as suas diferenças no espectro que podem atrapalhar a detecção da velocidade do alvo. Foi visto ainda, como o ruído pode alterar o espectro e se tornar mais um obstáculo na detecção da velocidade.

Probabilidade e a Máxima Verossimilhança

Este capítulo mostra alguns conceitos importantes de probabilidade e estatística na análise de estimadores de parâmetros. Existem vários tipos de estimadores que podem ser utilizados de acordo com a necessidade do problema a ser tratado. Estes conceitos são apresentados para que possa ser introduzido o estimador de máxima verossimilhança, que é o estimador utilizado neste trabalho. Em seguida, é apresentado o Teorema Central do Limite, que tem um resultado muito importante que será utilizado no Capítulo 4.

3.1 Probabilidade

A teoria de probabilidade permite que sejam modeladas situações que apresentam aleatoriedade em termos de experimentos envolvendo espaço amostral, eventos e distribuições probabilísticas. Os axiomas de probabilidade permitem o desenvolvimento de um conjunto extenso de ferramentas para calcular probabilidades e médias para um conjunto longo de experimentos. A estatística tem um papel fundamental por ser a ponte entre os modelos probabilísticos e o mundo real. Para aplicar os modelos probabilísticos em situações reais, é preciso realizar experimentos e coletar dados para descobrir os parâmetros do processo estocástico, como médias e variâncias, e analisar qual distribuição se adapta ao conjunto de dados coletados.

A estatística está preocupada com a aquisição e análise dos dados para se tirar conclusões sobre uma população (coleção de elementos sob estudo em determinada situação). Geralmente o tamanho da população é muito grande para fazer análises exaustivas, então são feitas inferências estatísticas sobre toda a população baseadas em amostras. O objeto de interesse pode ser medido e modelado por uma variável aleatória X . Para que as inferências sobre a população sejam válidas, é importante que os indivíduos das amostras sejam representativos sobre toda população. Em essência, é requerido que as n observações do experimento sejam feitas sob as mesmas condições. Por esta razão, é definida a amostragem aleatória $\mathbf{X}_n = (X_1, X_2, \dots, X_n)$, que consiste de n variáveis aleatórias independentes com a mesma distribuição de X .

Os métodos estatísticos envolvem cálculos utilizando os dados observados. Por alguma razão, por exemplo, pode ser necessário estimar certo parâmetro ψ de uma população com variável aleatória X , o que leva a se tirar conclusões de ψ baseado em \mathbf{X}_n . Então o cálculo de uma estatística baseada no vetor de variáveis aleatórias \mathbf{X}_n pode ser escrita como:

$$\widehat{\Psi}(\mathbf{X}_n) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (3.1)$$

Em outras palavras, uma estatística é simplesmente uma função do conjunto de variáveis aleatórias \mathbf{X}_n . Claramente a estatística $\widehat{\Psi}$ é uma variável aleatória. Portanto estimativas, inferências e conclusões baseadas na estatísticas devem ser formuladas em termos probabilísticos.

Existem estatísticas para estimar parâmetros importantes de uma variável aleatória. A média amostral, por exemplo, é utilizada para estimar o valor esperado de uma variável aleatória X :

$$\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_j \quad (3.2)$$

Outras estatísticas importantes envolvem a variância de X , o mínimo, o máximo, a correlação cruzada entre duas variáveis aleatórias, etc.

A distribuição amostral de uma estatística $\widehat{\Psi}$ é dada pela função densidade de probabilidade. A distribuição amostral permite o cálculo de parâmetros de $\widehat{\Psi}$, como média e variância, assim como as probabilidades envolvendo $\widehat{\Psi}$, como a probabilidade de um evento ocorrer em dado intervalo, por exemplo. A distribuição amostral e seus parâmetros permitem determinar a precisão e a qualidade de uma estatística $\widehat{\Psi}$.

Após fazer as n observações, tem-se os valores (x_1, x_2, \dots, x_n) que são utilizados para estimar o parâmetro ψ como um simples valor $g(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Por esta razão $\widehat{\Psi}$ é chamado o ponto estimador para o parâmetro ψ . Podem existir vários estimadores para ψ e cada estimador possui suas características próprias para o tratamento dos dados e como eles são processados. Portanto, é preciso caracterizar cada estimador de forma a poder compará-los e encontrar o melhor estimador para ψ .

O estimador ideal é o que, na média, encontra o valor exatamente igual a ψ .

$$E[\widehat{\Psi}] = \psi \quad (3.3)$$

Com o objetivo de se assegurar cálculos de estimadores de qualidade para um dado parâmetro, é utilizado o conceito de viés associado aos estimadores produzidos, que podem ser calculados matematicamente.

O viés é calculado como a esperança da diferença entre o verdadeiro valor do parâmetro e o valor produzido pelo estimador.

O viés (ou vício) de um estimador é definido por:

$$V[\widehat{\Psi}] = E[\widehat{\Psi}] - \psi \quad (3.4)$$

Se a igualdade em (3.3) ocorre, então diz-se que o estimador é não viesado (ou não viciado), porém se a igualdade não for satisfeita, então o estimador é dito como sendo um estimador viesado (ou viciado).

Uma segunda medida de qualidade do estimador a ser analisado é o erro quadrático médio, que é definido por:

$$\begin{aligned}
E[(\widehat{\Psi} - \psi)^2] &= E[(\widehat{\Psi} - E[\widehat{\Psi}] + E[\widehat{\Psi}] - \psi)^2] \\
&= E[(\widehat{\Psi} - E[\widehat{\Psi}] + V[\widehat{\Psi}])^2] \\
&= E[(\widehat{\Psi} - E[\widehat{\Psi}])^2 + 2(\widehat{\Psi} - E[\widehat{\Psi}])V[\widehat{\Psi}] + (V[\widehat{\Psi}])^2] \\
&= E[(\widehat{\Psi} - E[\widehat{\Psi}])^2] + E[2(\widehat{\Psi} - E[\widehat{\Psi}])V[\widehat{\Psi}]] + E[(V[\widehat{\Psi}])^2] \\
&= Var[\widehat{\Psi}] + 2V[\widehat{\Psi}]E[(\widehat{\Psi} - E[\widehat{\Psi}])] + V[\widehat{\Psi}]^2 \\
&= Var[\widehat{\Psi}] + 2V[\widehat{\Psi}](E[\widehat{\Psi}] - E[E[\widehat{\Psi}]]) + V[\widehat{\Psi}]^2 \\
&= Var[\widehat{\Psi}] + 2V[\widehat{\Psi}](E[\widehat{\Psi}] - E[\widehat{\Psi}]) + V[\widehat{\Psi}]^2 \\
&= Var[\widehat{\Psi}] + V[\widehat{\Psi}]^2
\end{aligned} \tag{3.5}$$

Obviamente um bom estimador deve ter um erro médio quadrático pequeno, pois isto implica que o valor estimado está próximo de ψ . Se o viés é zero, então o erro médio quadrático é dado simplesmente pela variância do estimador $\widehat{\Psi}$. Ao comparar dois estimadores com viés nulo, claramente é preferível o estimador que possui a menor variância.

Uma terceira medida de qualidade de um estimador consiste no seu comportamento quando o número de amostras n aumenta. O estimador $\widehat{\Psi}$ é considerado um estimador consistente se $\widehat{\Psi}$ converge para ψ para todo $\epsilon > 0$. Desta forma:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P[|\widehat{\Psi} - \psi| > \epsilon] = 0 \tag{3.6}$$

O estimador $\widehat{\Psi}$ é dito como sendo um estimador forte e consistente se $\widehat{\Psi}$ converge para ψ certamente, ou seja, com probabilidade 1. Estimadores consistentes, sejam viesados ou não viesados, tendem para o valor correto de ψ quando n aumenta.

Os estimadores ideais desejados são aqueles onde o viés é nulo, o erro médio quadrático é mínimo e são consistentes. Infelizmente não há garantias que existam estimadores com estas características para todos os parâmetros de interesse a serem tratados. Porém, existe uma classe particular de estimadores com algumas características interessantes. Esta classe é conhecida como a classe dos estimadores de máxima verossimilhança, que tem várias propriedades desejáveis para n grande e podem ser modificados para se obter viés pequeno e variância mínima.

3.2 Máxima Verossimilhança

Considerando que $\mathbf{x}_n = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ sejam os valores observados de uma amostra aleatória da variável aleatória X e ψ seja o parâmetro de interesse, a função de máxima verossimilhança [23] da amostra é uma função de ψ definida por:

$$\begin{aligned}
l(\mathbf{x}_n; \psi) &= l(x_1, x_2, \dots, x_n; \psi) \\
&= f_X(x_1, x_2, \dots, x_n | \psi)
\end{aligned} \tag{3.7}$$

onde f_X é a função densidade de probabilidade conjunta dos valores observados e X é uma variável aleatória contínua. Se as amostras X_1, X_2, \dots, X_n são iid, chega-se a uma expressão mais simples para a função de máxima verossimilhança:

$$f_X(x_1, x_2, \dots, x_n | \psi) = f_X(x_1 | \psi) f_X(x_2 | \psi) \dots f_X(x_n | \psi) = \prod_{j=1}^n f_X(x_j | \psi) \quad (3.8)$$

O método da máxima verossimilhança seleciona o valor do estimador $\hat{\Psi} = \psi^*$, onde ψ^* é o valor do parâmetro que maximiza a função de máxima verossimilhança, ou seja:

$$l(x_1, x_2, \dots, x_n; \psi^*) = \max_{\psi} l(x_1, x_2, \dots, x_n; \psi) \quad (3.9)$$

onde o máximo é escolhido dentre todos os valores possíveis de ψ . Normalmente ψ possui um conjunto de valores contínuos, então o máximo da função de máxima verossimilhança, em função de ψ , pode ser determinado por qualquer método padrão de cálculo.

Normalmente é mais conveniente trabalhar com a função logarítmica, pois se trabalha com a soma dos termos ao invés do produto, portanto:

$$L(\mathbf{x}_n | \psi) = \ln l(\mathbf{x}_n; \psi) \quad (3.10)$$

$$L(\mathbf{x}_n | \psi) = \sum_{j=1}^n \ln f_X(x_j | \psi) = \sum_{j=1}^n L(x_j | \psi) \quad (3.11)$$

Maximizar a função logarítmica ML é equivalente a maximizar a função ML, já que a função $\ln(x)$ é crescente com x . A estimação de máxima verossimilhança pode ser obtida derivando a função de verossimilhança em relação a ψ e igualando a zero, portanto:

$$\frac{\partial}{\partial \psi} L(\mathbf{x}_n | \psi) = \frac{\partial}{\partial \psi} \ln l(\mathbf{x}_n | \psi) = 0 \quad (3.12)$$

Ao resolver o problema acima, encontra-se o valor do parâmetro ψ^* estimado pelo método da máxima verossimilhança.

3.3 Teorema Central do Limite

O Teorema Central do Limite [23] é muito utilizado devido à importância de seu resultado na área de probabilidade e estatística. Seja X_1, X_2, \dots, X_n uma sequência de variáveis aleatórias com média finita μ e variância σ^2 , e seja S_n a soma das n primeiras variáveis aleatórias definida por:

$$S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n \quad (3.13)$$

O Teorema Central do Limite diz que quando n aumenta, a função densidade de probabilidade de S_n se aproxima de uma distribuição normal. Muitas demonstrações de teoremas e fórmulas dependem deste teorema, pois partem deste resultado para o seu desenvolvimento matemático. O Teorema Central do Limite explica porque a variável aleatória Gaussiana é tão importante e aparece em muitas aplicações na engenharia e em diversas áreas do conhecimento.

Em muitos problemas a média é o grande interesse da análise, que geralmente consiste da soma de variáveis aleatórias independentes, o que leva justamente à variável aleatória Gaussiana.

Uma das razões da força deste resultado se dá por não importar a distribuição da variável de interesse, pois para grandes amostras a distribuição da soma tenderá para a distribuição normal à medida que o número de amostras cresce. O teorema pode ser enunciado da seguinte forma:

Teorema Central do Limite: Seja S_n a soma das n variáveis aleatórias iid com média finita $E[X] = \mu$ e variância finita σ^2 , e seja Z_n a variável aleatória de média nula e variância unitária definida por:

$$Z_n = \frac{S_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \quad (3.14)$$

Então:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P[Z_n \leq z] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-x^2/2} dx \quad (3.15)$$

3.4 Resumo do Capítulo

Este capítulo apresentou a importância da probabilidade na modelagem de experimentos que possuem aleatoriedade, bem como o objetivo da estatística ao se tirar conclusões a partir da aquisição e análise dos dados de campo. Foi vista uma forma geral do cálculo de uma estatística baseada em uma variável aleatória, que representa os dados aleatórios obtidos, e, ainda, como os métodos estatísticos podem ser utilizados na estimação de parâmetros. Estimadores ideais possuem certas características específicas que foram mostradas de acordo com algumas medidas de qualidade do estimador.

Com estes conceitos apresentados, foi introduzido o estimador de Máxima Verossimilhança, que é um estimador que possui algumas propriedades desejáveis na estimação de parâmetros. Este estimador seleciona o valor que maximiza a função de Máxima Verossimilhança. Foi visto a forma logarítmica da função de Máxima Verossimilhança, pois esta é mais conveniente de se trabalhar do que a própria função.

A última parte deste capítulo apresentou o Teorema Central do Limite, que tem uma grande importância em diversas áreas da ciência que envolvem probabilidade e estatística. Este teorema tem um forte resultado que será aplicado posteriormente na demonstração do método proposto para a estimação de velocidade do radar ArcSAR.

Formulação Matemática dos Métodos

Alguns autores referem-se ao problema de estimação de velocidade como estimação do centroide Doppler ou frequência Doppler, pois há uma relação entre a frequência Doppler e a velocidade do alvo. Essa relação é dada por [24] [25] [23] :

$$f = \frac{2V_{rel}}{\lambda} \quad (4.1)$$

onde λ é o comprimento de onda do sinal e V_{rel} é a velocidade radial relativa.

Este capítulo apresenta uma forma alternativa para o cálculo do centroide Doppler para demonstrar matematicamente o efeito do deslocamento espectral devido à velocidade do alvo. Este efeito é um ponto crucial para a estimação da velocidade, sendo utilizado pelos métodos de estimação. Estendendo um pouco a análise espectral do sinal recebido, além desta demonstração, é calculada a autocorrelação do sinal recebido pelo radar ArcSAR e é feita, ainda, uma aproximação para a função de autocorrelação deste mesmo sinal.

Com esta demonstração já explícita, é feita a formulação matemática dos seguintes métodos já existentes:

- Método da Correlação na Frequência
- Método da Energia
- Método de Madsen

Por último, é feita uma demonstração teórica do método proposto neste trabalho. A proposta é baseada no método de estimação da máxima verossimilhança, na qual pode ser utilizada a matriz de covariância da função de máxima verossimilhança para a aplicação do algoritmo elaborado neste trabalho. Ao final da demonstração é feito um exemplo numérico para ilustrar as matrizes teóricas que são utilizadas na estimação da velocidade e, por último é mostrado o diagrama geral de blocos do método proposto.

4.1 Centroid Doppler

Como visto no capítulo 2, o espectro do sinal do radar ArcSAR tem uma relação direta com a velocidade do alvo, pois o espectro fica centralizado em torno da velocidade. Para demonstrar

essa relação é preciso recorrer à forma de operação do radar ArcSAR. A Figura 4.1 mostra o radar ArcSAR detectando um alvo pontual e, por simplificação, este esquema será considerado para provar a relação da velocidade com a frequência, porém os resultados para o alvo pontual podem ser estendidos para o caso de alvos distribuídos. No capítulo 2 foi apresentado um modelo geométrico apropriado para modelar o alvo distribuído, neste capítulo um modelo mais simples será apresentado com a finalidade de calcular a autocorrelação e o espectro do sinal.

A Figura 4.1 mostra um alvo pontual se deslocando com velocidade v em uma única direção, porém esta velocidade será adicionada posteriormente à equação. Inicialmente é considerado que o alvo está estático. Por uma relação geométrica, a distância d_k pode ser calculada por (4.2).

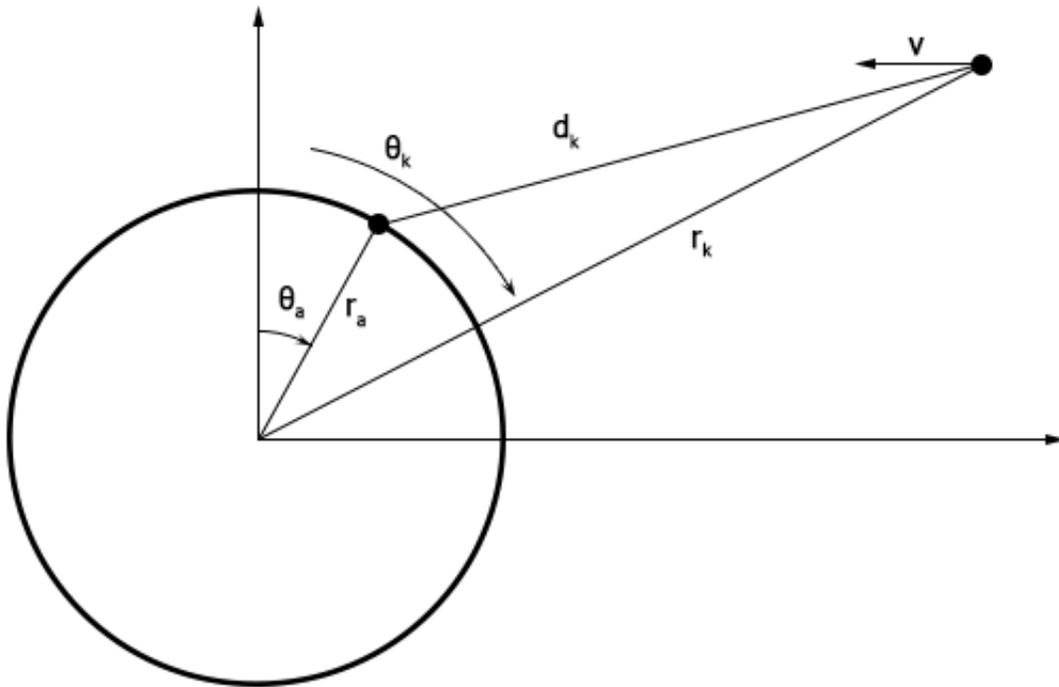


Figura 4.1: Radar ArcSAR em operação para um alvo pontual com velocidade

$$d_k = \sqrt{(r_k \sin \theta_k - r_a \sin \theta_a)^2 + (r_k \cos \theta_k - r_a \cos \theta_a)^2} \quad (4.2)$$

Simplificando o termo de dentro da raiz, tem-se:

$$d_k = \sqrt{r_k^2 + r_a^2 - 2r_a r_k \cos(\theta_a - \theta_k)} \quad (4.3)$$

Colocando-se r_k^2 em evidência:

$$d_k = \sqrt{r_k^2 \left(1 + \frac{r_a^2}{r_k^2} - 2 \frac{r_a r_k}{r_k^2} \cos(\theta_a - \theta_k) \right)} \quad (4.4)$$

Então:

$$d_k = r_k \sqrt{1 + \frac{r_a^2 - 2r_a r_k \cos(\theta_a - \theta_k)}{r_k^2}} \quad (4.5)$$

Para resolver a raiz quadrada é possível utilizar uma aproximação que pode ser definida da seguinte forma:

$$\sqrt{1+x} \simeq 1 + \frac{x}{2} \quad (4.6)$$

Essa relação é válida quando $x \ll 1$.

Portanto:

$$d_k \simeq r_k \left(1 + \frac{r_a^2 - 2r_a r_k \cos(\theta_a - \theta_k)}{2r_k^2} \right) \quad (4.7)$$

Como r_a^2 é muito menor que $2r_k^2$, tem-se que:

$$d_k \simeq r_k \left(1 - \frac{r_a \cos(\theta_a - \theta_k)}{r_k} \right) \quad (4.8)$$

Expandindo a expressão, obtém-se:

$$d_k \simeq r_k - r_a \cos(\theta_a - \theta_k) \quad (4.9)$$

Após determinar a distância d_k do alvo pontual à antena do radar, pode-se neste ponto inserir a velocidade do alvo, pois a distância real de d_k do alvo à antena será dada pela distância inicial mais a distância vt , que varia a cada instante de tempo devido à velocidade radial do alvo. Desta forma, fazendo $r_k = r_0 + vt$, tem-se que:

$$d_k \simeq r_0 + vt - r_a \cos(\theta_a - \theta_k) \quad (4.10)$$

Portanto, como a propagação da onda eletromagnética gera um deslocamento de fase, o sinal recebido pelo radar será dado por:

$$s(t) \simeq e^{\frac{j4\pi}{\lambda} d_k} = e^{\frac{j4\pi}{\lambda} (r_0 + vt - r_a \cos(\theta_a - \theta_k))} \quad (4.11)$$

Com o movimento da antena, o ângulo θ_a varia com o tempo e pode ser escrito em função do tempo por $\theta_a = \omega_a t$. Então o sinal $s(t)$ pode ser reescrito como:

$$s(t) \simeq e^{\frac{j4\pi}{\lambda} d_k} = e^{\frac{j4\pi}{\lambda} (r_0 + vt - r_a \cos(\omega_a t - \theta_k))} \quad (4.12)$$

4.1.1 Transformada de Fourier do Sinal Recebido pelo Radar Arc-SAR

Definindo-se $s_{est}(t)$ como o sinal recebido pelo radar de um alvo pontual estático, sem velocidade, tem-se que:

$$s_{est}(t) \simeq e^{\frac{j4\pi}{\lambda}d_k} = e^{\frac{j4\pi}{\lambda}(r_k - r_a \cos(\omega_a t - \theta_k))} \quad (4.13)$$

Com isto, pode-se escrever $s(t)$ em função de $s_{est}(t)$ da seguinte forma:

$$s(t) = s_{est}(t)e^{\frac{j4\pi}{\lambda}vt} \quad (4.14)$$

$$= s_{est}(t)e^{j2\pi\left(\frac{2v}{\lambda}t\right)} \quad (4.15)$$

A transformada de Fourier de $s(t)$ pode ser definida por $S(f)$ e a transformada de $s_{est}(t)$ pode ser definida por $S_{est}(f)$. Para se verificar a relação entre $S(f)$ e $S_{est}(f)$ pode ser utilizada a propriedade da transformada de Fourier de deslocamento em frequência, que é definida da seguinte forma:

$$s(t)e^{j2\pi f_0 t} \Leftrightarrow S(f - f_0) \quad (4.16)$$

Utilizando-se esta propriedade, a transformada de Fourier do sinal $s(t)$ será dada por:

$$S(f) = S_{est}\left(f - \frac{2v}{\lambda}\right) \quad (4.17)$$

A Eq. (4.17) mostra que haverá um deslocamento em frequência de $\frac{2v}{\lambda}$ do sinal estático em relação ao alvo com velocidade.

Portanto, pela propriedade de deslocamento em frequência da transformada de Fourier, fica claro que o espectro do sinal recebido pelo radar ArcSAR se deslocará quando o alvo possui velocidade e ficará centralizado em torno da velocidade do alvo.

Para encontrar o espectro do sinal, é preciso determinar a transformada de Fourier do sinal determinado em (4.12). A transformada de Fourier do sinal $s(t)$ é definida por:

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-j2\pi ft} dt \quad (4.18)$$

Substituindo-se (4.12) em (4.18), encontra-se a transformada de Fourier do sinal do radar ArcSAR:

$$S(f) = \int_{-\frac{\pi}{2\omega_A}}^{\frac{\pi}{2\omega_A}} e^{\frac{j4\pi}{\lambda}(r_k + v_t - r_a \cos(\omega_a t - \theta_k))} e^{-j2\pi ft} dt \quad (4.19)$$

Assumindo, por simplicidade, que a partícula está localizada a zero grau em relação à antena do radar tem-se que $\theta_k = 0$. Portanto a transformada será calculada como:

$$S(f) = \int_{-\frac{\pi}{2\omega_A}}^{\frac{\pi}{2\omega_A}} e^{\frac{j4\pi}{\lambda}(r_k + v_t - r_a \cos(\omega_a t))} e^{-j2\pi ft} dt \quad (4.20)$$

$$S(f) = \int_{-\frac{\pi}{2\omega_A}}^{\frac{\pi}{2\omega_A}} e^{-j2\pi ft + \frac{j4\pi}{\lambda}(r_k + v_t - r_a \cos(\omega_a t - \theta_k))} dt \quad (4.21)$$

Resolvendo a integral, por meio do *software* Wolfram Mathematica, tem-se:

$$S(f) = \frac{4j\pi r r_k}{\lambda} \pi \left(\lambda {}_q F_p \left[1, \left(1 - \frac{\pi(f - \frac{2v}{\lambda})}{\omega_A}, 1 + \frac{\pi(f - \frac{2v}{\lambda})}{\omega_A} \right), -\frac{4\pi^2 r_a^2}{\lambda^2} \right] \right) - \left(2j\pi^2 r_a H \left[1, \frac{3}{2} - \frac{\pi(f - \frac{2v}{\lambda})}{\omega_A}, \frac{3}{2} + \frac{\pi(f - \frac{2v}{\lambda})}{\omega_A}, -\frac{4\pi^2 r_a^2}{\lambda^2} \right] \right) \quad (4.22)$$

onde ${}_q F_p$ é a função hipergeométrica generalizada regularizada, definida por:

$${}_q F_p(a_1, \dots, a_p; b_1, \dots, b_q; z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\prod_{j=1}^p (a_j)_k z^k}{k! \prod_{j=1}^q \Gamma(k + b_j)} \quad (4.23)$$

e Γ é a função Gama, definida por:

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt \quad (4.24)$$

4.1.2 Função de Autocorrelação do Sinal Recebido pelo Radar ArcSAR

Também é possível determinar uma expressão aproximada para a autocorrelação do sinal do radar ArcSAR. Partindo-se da definição de autocorrelação para o sinal, tem-se:

$$\rho(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \bar{s}(t - \tau) dt \quad (4.25)$$

onde \bar{s} representa o conjugado complexo de s e τ um atraso no tempo.

Substituindo-se (4.12) em (4.25), encontra-se a função de autocorrelação em função da integral, definida por:

$$\rho(\tau) = \int_{-\frac{\pi}{2\omega_A}}^{\frac{\pi}{2\omega_A}} e^{\frac{j4\pi}{\lambda} [r_k - r_a \cos(\omega_A t)]} e^{-\frac{j4\pi}{\lambda} [r_k - r_a \cos(\omega_A (t - \tau))]} dt \quad (4.26)$$

Simplificando os termos da exponencial, tem-se:

$$\rho(\tau) = \int_{-\frac{\pi}{2\omega_A}}^{\frac{\pi}{2\omega_A}} e^{\frac{4i\pi r_a [-\cos(t\omega_A) + \cos((t-\tau)\omega_A)]}{\lambda}} dt \quad (4.27)$$

É possível resolver a integral da Eq. (4.27) de forma a encontrar um valor aproximado para a função de autocorrelação do sinal do radar ArcSAR. Após resolver esta integral, por meio do *software* Wolfram Mathematica, encontra-se a seguinte expressão aproximada:

$$\rho(\tau) \simeq \frac{1}{\omega_A} \pi J_\alpha \left[0, \frac{8\pi r_a \sin(\frac{\tau\omega_A}{2})}{\lambda} \right] \quad (4.28)$$

onde J_α é a função Bessel, a qual é definida por ser a solução da seguinte equação diferencial:

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - \alpha^2) y = 0 \quad (4.29)$$

onde α é um número qualquer real ou complexo. Para o caso específico onde seu valor é inteiro, ele é definido como sendo a ordem da função Bessel.

A função Bessel de primeira ordem pode ser representada por uma série de Taylor da seguinte forma:

$$J_\alpha(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m! \Gamma(m + \alpha + 1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2m+\alpha} \quad (4.30)$$

Ou na forma integral por:

$$J_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(n\tau - x \sin(\tau)) d\tau \quad (4.31)$$

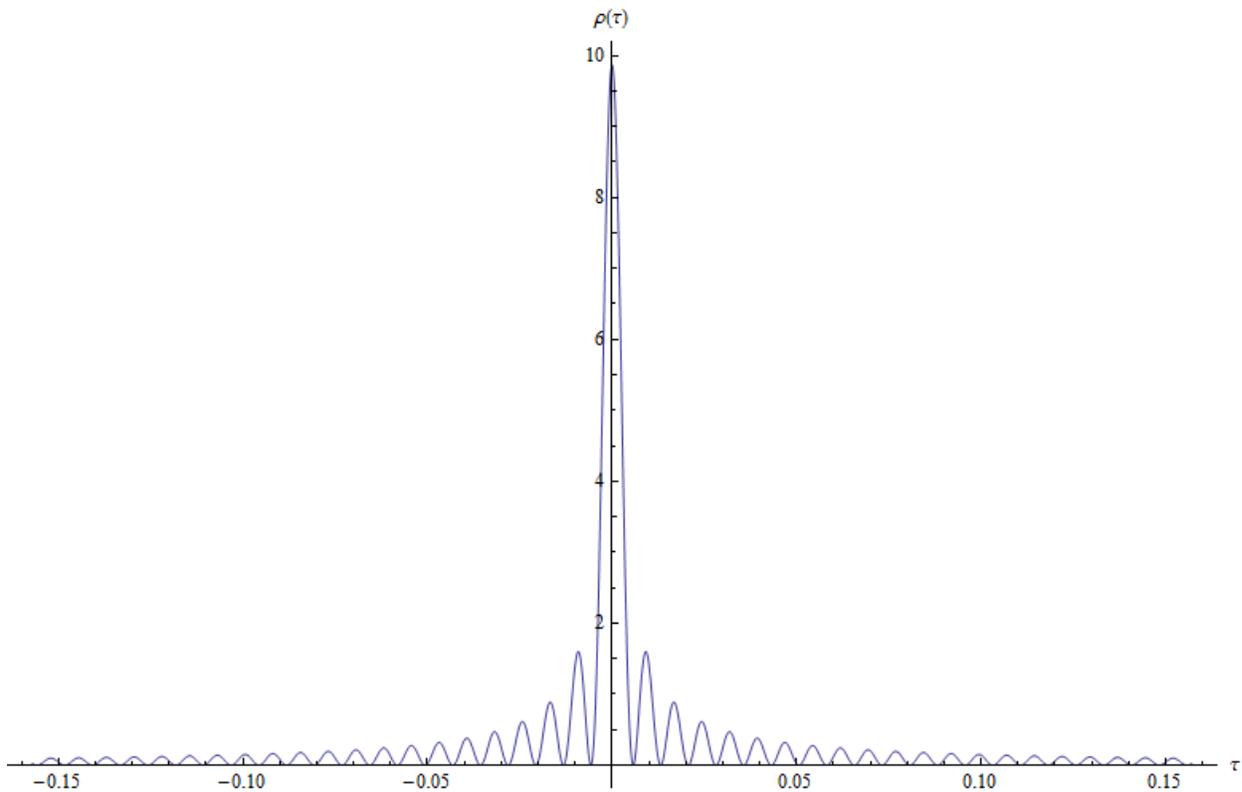


Figura 4.2: Função de autocorrelação do sinal do radar ArcSAR, considerando $\omega_A = 1$ rad/s, $r_a = 1$ m e $\lambda = 0,03$ m.

Desta forma, foi possível encontrar uma expressão aproximada para a função de autocorrelação do sinal do radar ArcSAR em função da função Bessel. A Figura 4.2 ilustra a função de autorrelação do sinal ArcSAR dado pela expressão encontrada, considerando $\omega_A = 1$ rad/s, $r_a = 1$ m e $\lambda = 0,03$ m.

A seguir, serão descritos, de uma forma geral, três métodos diferentes de estimação da velocidade já existentes na literatura.

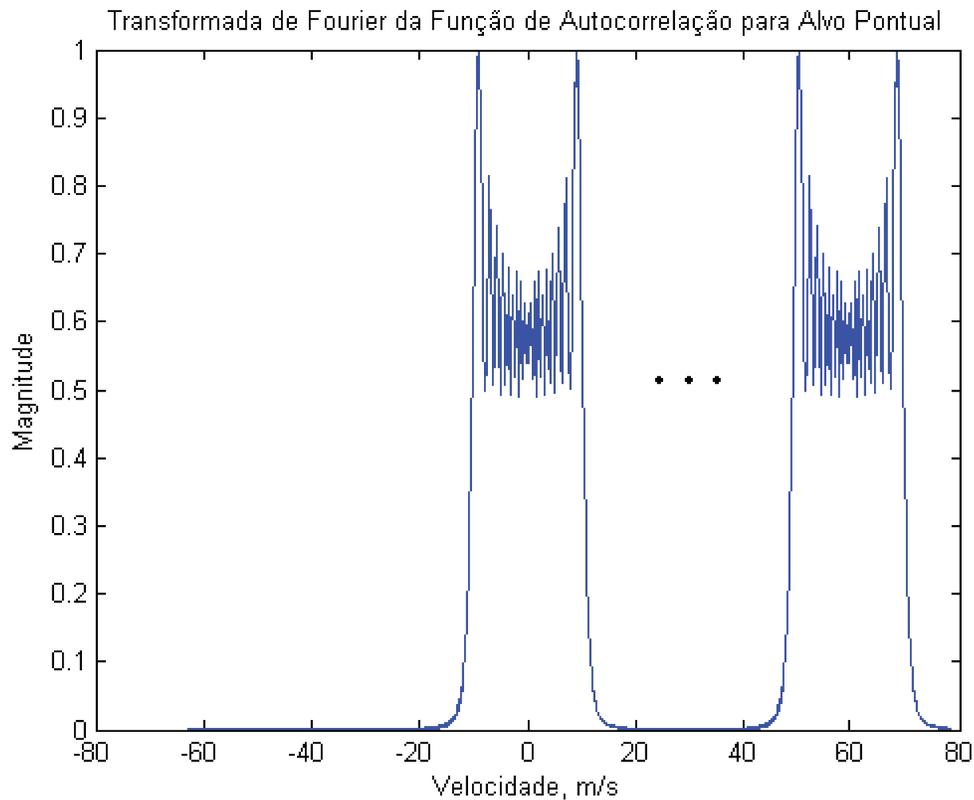


Figura 4.3: Varredura dos sinais de referência em toda a faixa do espectro para as possíveis velocidades do alvo pontual com velocidade de 5 m/s num cenário sem ruído.

4.2 Método da Correlação na Frequência

Este método utiliza a comparação do sinal recebido com todos os possíveis sinais que poderiam chegar ao receptor, ou seja, o método simula um sinal de referência para cada velocidade diferente, gerando um conjunto de sinais que varre toda a faixa de possíveis velocidades do alvo, como mostra a Figura 4.3. Esse conjunto de sinais é calculado numericamente a partir da formulação teórica descrita na Equação (2.15). Para a busca da solução, é utilizado o método da força bruta.

O método da força bruta é um método bem genérico para resolver vários tipos de problemas em diversas áreas da computação e da engenharia. É basicamente um método simples de busca por uma ou mais soluções de um problema. Ele também é conhecido como método da busca exaustiva, pois a sua técnica consiste, de forma genérica, em gerar possíveis soluções de forma a enumerar todos os possíveis candidatos à solução e testá-los um a um para verificar se satisfazem o problema.

É um método simples de ser implementado e a busca pela solução sempre encontrará uma solução caso ela exista, porém seu custo é proporcional ao número de possíveis candidatos à solução.

Após gerar todos os sinais, é calculada a correlação cruzada entre cada sinal de referência

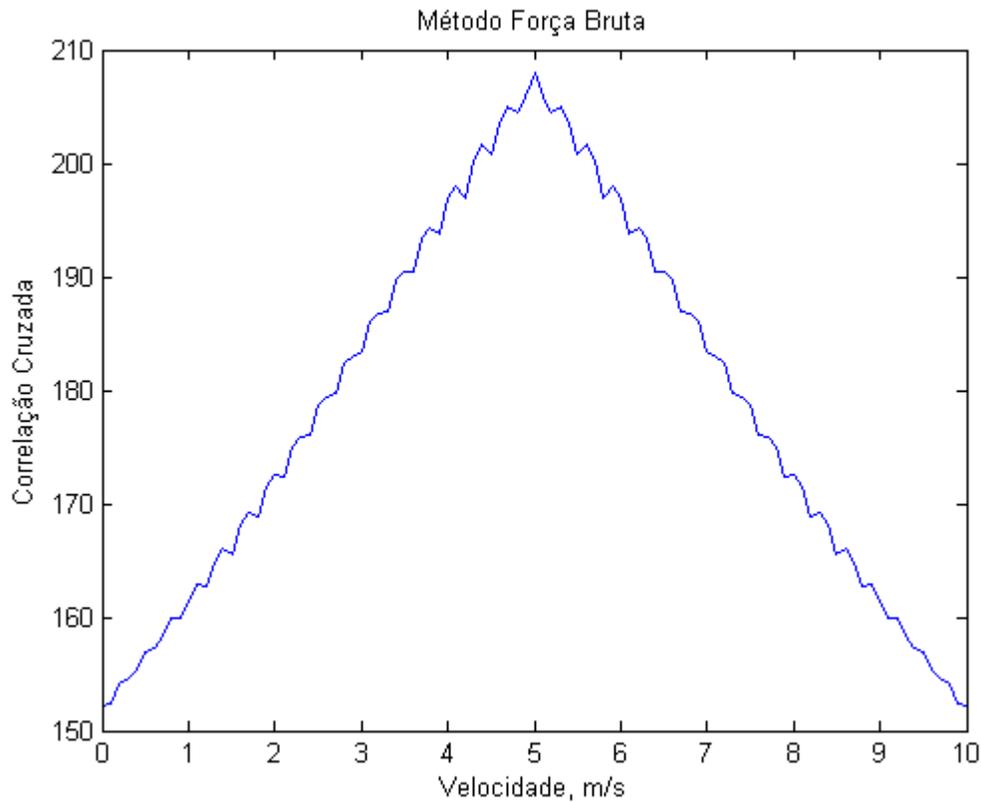


Figura 4.4: Correlação cruzada entre os sinais de referência e o sinal recebido de um alvo pontual com velocidade de 5 m/s num cenário sem ruído.

e o sinal recebido. O sinal de referência que apresenta a máxima correlação cruzada com o sinal recebido é escolhido como o mais provável. A Figura 4.4 ilustra um exemplo onde havia um alvo pontual com velocidade de 5 m/s em um cenário sem ruído. Este gráfico apresenta a correlação cruzada entre cada sinal de referência e o sinal recebido. É possível observar que a correlação vai aumentando de forma praticamente linear a medida que a velocidade do sinal de referência se aproxima da velocidade real do alvo e, da mesma forma, começa a diminuir quase linearmente a medida que a velocidade do sinal de referência se distancia da velocidade real do alvo pontual.

É um método eficaz na detecção, porém exige um alto custo computacional pois é necessário fazer a correlação cruzada do sinal recebido com todos os possíveis sinais de referência. Quanto maior a precisão desejada, maior é o tamanho do conjunto de sinais de referência e maior o custo computacional.

4.3 Método da Energia

Este método estima a velocidade utilizando a frequência central do espectro de potência Doppler do sinal recebido. É conhecido como método *spectral fit* [1]. A frequência central é estimada assumindo que o espectro esperado é simétrico, o que nem sempre é verdade para o

caso de alvos distribuídos.

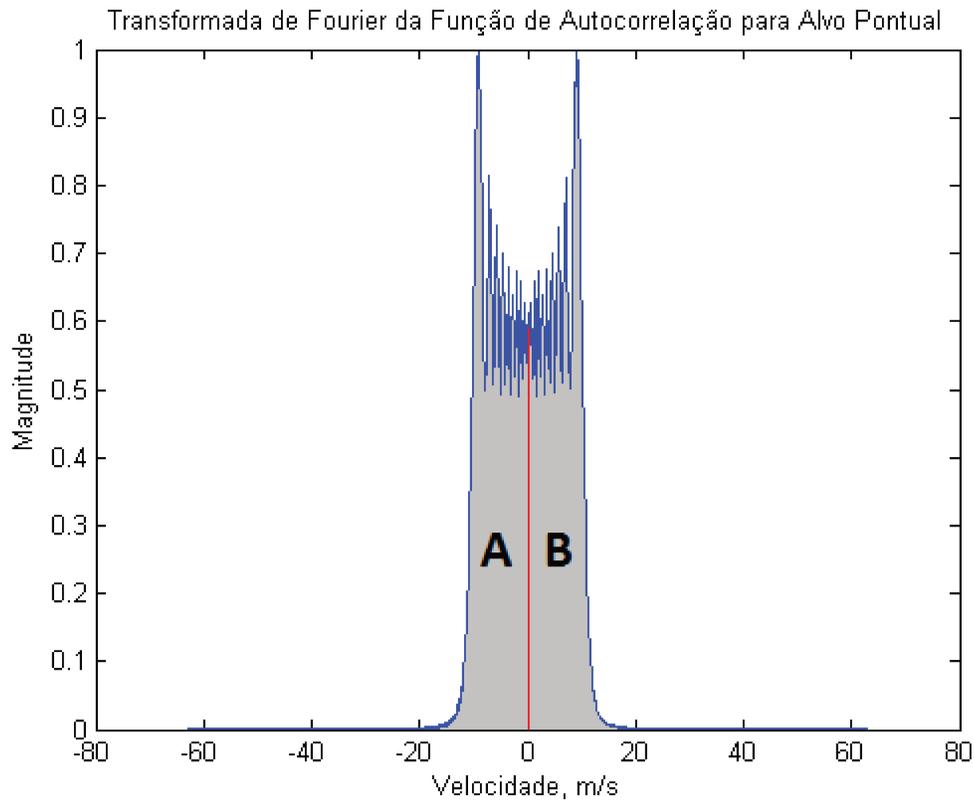


Figura 4.5: Balanceamento de potência pelo espectro do sinal recebido de um alvo pontual.

Assumindo que o espectro de potência é simétrico, uma forma simples de determinar a velocidade é pelo balanceamento de potência, ou seja, encontrar o ponto do eixo da frequência que divide o espectro em duas partes iguais, considerando a propriedade circular do espectro. A Figura 4.5 ilustra o espectro de um alvo pontual sem velocidade, portanto está centralizado em torno de zero. Este método consiste em determinar o ponto onde as áreas A e B se igualam. O balanceamento de potência é feito utilizando a convolução circular do espectro médio recebido com o seguinte filtro:

$$F_{pb}(f_n) = \begin{cases} +1 & \text{se } 0 \leq f_n \leq F_a/2 \\ -1 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.32)$$

onde F_a é a PRF.

O filtro $F_{pb}(f_n)$ funciona como um filtro passa-baixa. Ao convoluir o espectro médio com este filtro, o resultado obtido é uma curva suavizada como uma senoide. A frequência onde a potência está balanceada é indicada pelo momento onde a curva corta o eixo x , em $y = 0$. Desta forma o centro do espectro é determinado.

4.4 Método de Madsen

O método proposto por Madsen utiliza a fase do sinal complexo recebido para estimar a frequência Doppler, ou a velocidade. Também é conhecido como método de incremento de fase, pois o estimador utiliza a diferença de fase de amostra por amostra [10]. Supondo que, no receptor, chega um sinal em t_1 deslocado em frequência devido ao efeito Doppler dado por:

$$s(t_1) = e^{j\theta(t_1)} e^{j2\pi f_{DC} t_1} \quad (4.33)$$

onde f_{DC} representa o deslocamento devido ao efeito Doppler. A fase de $s(t_1)$ é dada por:

$$\phi_1 = \theta(t_1) + 2\pi f_{DC} t_1 \quad (4.34)$$

Da mesma forma, considera-se um sinal chegando ao receptor no tempo t_2 para se obter a diferença de fase. Este sinal será:

$$s(t_2) = e^{j\theta(t_2)} e^{j2\pi f_{DC} t_2} \quad (4.35)$$

E a sua fase:

$$\phi_2 = \theta(t_2) + 2\pi f_{DC} t_2 \quad (4.36)$$

A diferença de fase pode ser calculada como:

$$\phi_2 - \phi_1 = [\theta(t_1) + 2\pi f_{DC} t_1] - [\theta(t_2) + 2\pi f_{DC} t_2] \quad (4.37)$$

$$\phi_2 - \phi_1 = \theta(t_1) - \theta(t_2) + 2\pi f_{DC} (t_2 - t_1) \quad (4.38)$$

Assumindo que $\theta(t_1) \approx \theta(t_2)$, então:

$$\phi_2 - \phi_1 = 2\pi f_{DC} (t_2 - t_1) \quad (4.39)$$

Deseja-se determinar f_{DC} , portanto ao isolar este parâmetro:

$$f_{DC} = \frac{\phi_2 - \phi_1}{2\pi(t_2 - t_1)} \quad (4.40)$$

Como $\Delta t = t_2 - t_1 = 1/F_a$, onde F_a é a PRF, então a fórmula para o cálculo do centróide Doppler é dada por:

$$f_{DC} = \frac{\Delta\phi}{2\pi} F_a \quad (4.41)$$

onde $\Delta\phi$ é a diferença de fase.

Este método é relativamente simples de ser implementado, porém sua estimação não é muito precisa.

4.5 Método Proposto

O método proposto baseia-se na função de máxima verossimilhança [23] para estimar a velocidade do alvo. Partindo-se do sinal recebido $s(t)$ para o caso de alvo distribuído (2.15), devido ao teorema do limite central pode-se considerar que $s(t) \sim CN(0, \sigma^2)$. Ao amostrar $s(t)$, tem-se que:

$$\mathbf{s} = \{s(t_m), \quad m = 1, 2, \dots, N\} \quad (4.42)$$

Portanto, a distribuição conjunta de $s(t)$ amostrado é dada por:

$$f_{\mathbf{s}}(\mathbf{s}, \mu, \Sigma) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N \det(\Sigma)}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{s}-\mu)\Sigma^{-1}(\mathbf{s}-\mu)^H} \quad (4.43)$$

onde Σ é a matriz de covariância que depende da velocidade v e \mathbf{s} é o vetor sinal recebido N-dimensional. A matriz Σ é dada por:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1N} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & \cdots & \sigma_{NN} \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

Cada elemento σ_{mw} da matriz é dado por:

$$\sigma_{mw} = \text{Cov}[s(t_m), s(t_w)] \quad (4.45)$$

para $m = 1, 2, \dots, N$ e $w = 1, 2, \dots, N$.

Desta forma:

$$\sigma_{mw} = \sigma_{wm}^* \quad (4.46)$$

A função de Máxima Verossimilhança, descrita pela Eq. (3.8), será dada por:

$$l(\mu, \Sigma) = \prod_{i=1}^n f_{\mathbf{s}}(\mathbf{s}, \mu, \Sigma) \quad (4.47)$$

onde n é o número de amostras.

Portanto:

$$l(\mu, \Sigma) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N \det(\Sigma)}} e^{-\frac{1}{2}(s_i-\mu)\Sigma^{-1}(s_i-\mu)^H} \quad (4.48)$$

$$l(\mu, \Sigma) = (2\pi)^{-nN/2} \det(\Sigma)^{-n/2} \prod_{i=1}^n e^{-\frac{1}{2}(s_i-\mu)\Sigma^{-1}(s_i-\mu)^H} \quad (4.49)$$

$$l(\mu, \Sigma) = (2\pi)^{-nN/2} \det(\Sigma)^{-n/2} e^{-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (s_i-\mu)\Sigma^{-1}(s_i-\mu)^H} \quad (4.50)$$

O detector ML consiste em encontrar o estimador \hat{v} que maximiza a função de Máxima Verossimilhança, dada pela Eq. (4.50). Desta forma, o estimador pode ser calculado da seguinte forma:

$$\hat{v} = \arg \max_v l(\mu, \Sigma) \quad (4.51)$$

onde $\arg \max_x f(x)$ denota o ponto x em que ocorre o máximo de $f(x)$.

É mais conveniente trabalhar com a função ML logarítmica, pois tem-se a soma dos termos ao invés da multiplicação. Maximizar a função ML logarítmica é equivalente a maximizar a função ML já que $\ln(x)$ é uma função crescente com x . Portanto define-se a função ML logarítmica como:

$$L(\mu, \Sigma) = \ln(l(\mu, \Sigma)) \quad (4.52)$$

$$L(\mu, \Sigma) = -\frac{nN}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(\det(\Sigma)) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (s_i - \mu) \Sigma^{-1} (s_i - \mu)^H \quad (4.53)$$

O estimador ML é obtido ao derivar esta função em relação aos parâmetros μ e Σ e igualar a zero para encontrar o ponto de máximo:

$$\frac{\partial}{\partial \mu} L(\mu, \Sigma) = 0 \quad (4.54)$$

$$\frac{\partial}{\partial \Sigma} L(\mu, \Sigma) = 0 \quad (4.55)$$

Uma forma alternativa da derivada da função ML pode ser feita por meio do cálculo matricial. Como $(s_i - \mu) \Sigma^{-1} (s_i - \mu)^H$ é um escalar, então:

$$(s_i - \mu) \Sigma^{-1} (s_i - \mu)^H = \text{tr} [(s_i - \mu) \Sigma^{-1} (s_i - \mu)^H] \quad (4.56)$$

onde tr é o operador traço de uma matriz.

Este passo não intuitivo permite escrever este termo como o traço da matriz. Substituindo pelo traço na Eq. (4.53), tem-se:

$$L(\mu, \Sigma) = -\frac{nN}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(\det(\Sigma)) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \text{tr} [(s_i - \mu) \Sigma^{-1} (s_i - \mu)^H] \quad (4.57)$$

Desta forma, é possível utilizar a seguinte propriedade do traço de uma matriz:

Propriedade [26]: O traço de um produto de matriz é independente da ordem do produto. Se \mathbf{A} é uma matriz $m \times n$ e \mathbf{B} uma matriz $n \times m$, então:

$$\text{tr}(\mathbf{AB}) = \text{tr}(\mathbf{BA}) \quad (4.58)$$

Utilizando-se esta propriedade, pode-se escrever:

$$L(\mu, \Sigma) = -\frac{nN}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(\det(\Sigma)) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \text{tr} [\Sigma^{-1} (s_i - \mu)^H (s_i - \mu)] \quad (4.59)$$

Colocando-se o somatório para dentro do traço, a Função ML logaritmica pode ser reescrita da seguinte forma:

$$L(\mu, \Sigma) = -\frac{nN}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(\det(\Sigma)) - \frac{1}{2} \text{tr} \left[\Sigma^{-1} \sum_{i=1}^n (s_i - \mu)^H (s_i - \mu) \right] \quad (4.60)$$

Agora é preciso calcular a derivada desta função. Como a soma da derivada é igual a derivada da soma, a Eq. (4.60) será dividida em duas partes. A primeira parte será:

$$\alpha = -\frac{nN}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(\det(\Sigma)) \quad (4.61)$$

E a segunda parte será:

$$\gamma = \frac{1}{2} \text{tr} \left[\Sigma^{-1} \sum_{i=1}^n (s_i - \mu)^H (s_i - \mu) \right] \quad (4.62)$$

Portanto:

$$L(\mu, \Sigma) = \alpha - \gamma \quad (4.63)$$

Desta forma:

$$\frac{\partial L(\mu, \Sigma)}{\partial \mu} = \frac{\partial \alpha}{\partial \mu} - \frac{\partial \gamma}{\partial \mu} \quad (4.64)$$

$$\frac{\partial L(\mu, \Sigma)}{\partial \Sigma} = \frac{\partial \alpha}{\partial \Sigma} - \frac{\partial \gamma}{\partial \Sigma} \quad (4.65)$$

A derivada parcial de α em relação a μ é, obviamente, zero, já que α não depende de μ .

Para calcular a derivada de α em relação a Σ é necessário recorrer à definição da derivada do determinante, pois o primeiro termo depende do determinante de Σ .

Definição [26]: A derivada do determinante de uma matriz \mathbf{A} que depende de um parâmetro t pode ser representada em função de sua adjunta e da derivada de \mathbf{A} pela fórmula de Jacobi da seguinte forma:

$$\frac{d \det(\mathbf{A})}{dt} = \text{tr} \left(\text{adj}(\mathbf{A}) \frac{d\mathbf{A}}{dt} \right) \quad (4.66)$$

Lembrando-se ainda a seguinte propriedade:

Propriedade [26]: Se \mathbf{A} é uma matriz inversível, então:

$$\text{adj}(\mathbf{A}) = \det(\mathbf{A}) \mathbf{A}^{-1} \quad (4.67)$$

É possível calcular a derivada de α utilizando a regra da cadeia da seguinte forma:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \Sigma} = -\frac{n}{2} \frac{1}{\det \Sigma} \text{tr} [\text{adj}(\Sigma) d\Sigma] \quad (4.68)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \Sigma} = -\frac{n}{2} \frac{1}{\det \Sigma} \text{tr} [\det(\Sigma) \Sigma^{-1} d\Sigma] \quad (4.69)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \Sigma} = -\frac{n}{2} \text{tr} [\Sigma^{-1} d\Sigma] \quad (4.70)$$

Para calcular a derivada de γ em relação a Σ será preciso recorrer à definição da derivada de uma matriz inversa. Esta definição é enunciada da seguinte forma:

Definição [26]: Suponha que existe uma matriz \mathbf{A} que seja inversível e dependente de um parâmetro t . Então a derivada da inversa de \mathbf{A} , ou seja, a derivada de \mathbf{A}^{-1} em relação a t é dada por:

$$\frac{d\mathbf{A}^{-1}}{dt} = -\mathbf{A}^{-1} \frac{d\mathbf{A}}{dt} \mathbf{A}^{-1} \quad (4.71)$$

Utilizando ainda a regra do produto, a derivada de γ em relação a Σ pode ser calculada da seguinte forma:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \Sigma} = \frac{1}{2} \text{tr} \left[-\Sigma^{-1} (d\Sigma) \Sigma^{-1} \sum_{i=1}^n (s_i - \mu)^H (s_i - \mu) \right] \quad (4.72)$$

A derivada de γ em relação a μ será:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \mu} = \frac{1}{2} \text{tr} \left[-2\Sigma^{-1} \sum_{i=1}^n (s_i - \mu)^H d\mu \right] \quad (4.73)$$

Portanto:

$$\frac{\partial L(\mu, \Sigma)}{\partial \mu} = -\frac{1}{2} \text{tr} \left[-2\Sigma^{-1} \sum_{i=1}^n (s_i - \mu)^H d\mu \right] \quad (4.74)$$

$$\frac{\partial L(\mu, \Sigma)}{\partial \Sigma} = -\frac{n}{2} \text{tr} \left[\Sigma^{-1} \frac{d\Sigma}{dv} \right] - \frac{1}{2} \text{tr} \left[-\Sigma^{-1} \frac{d\Sigma}{dv} \Sigma^{-1} \sum_{i=1}^n (s_i - \mu)(s_i - \mu)^H \right] \quad (4.75)$$

A condição de primeira ordem descrita pelas Eqs. (4.54) e (4.55) é satisfeita quando os termos que multiplicam $d\mu$ e $d\Sigma$ são identicamente zero. Assumindo Σ não singular, a condição de primeira ordem para a estimação do vetor médio é:

$$\sum_{i=1}^n (s_i - \mu) = 0 \quad (4.76)$$

o que leva ao estimador ML para a média:

$$\hat{\mu} = \bar{s} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n s_i \quad (4.77)$$

O que permite a seguinte simplificação:

$$\sum_{i=1}^n (s_i - \mu)(s_i - \mu)^H = \sum_{i=1}^N (s_i - \bar{s})(s_i - \bar{s})^H \quad (4.78)$$

Definindo ainda que:

$$Q = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (s_i - \bar{s})(s_i - \bar{s})^H \quad (4.79)$$

Os termos envolvendo $d\Sigma$ em (4.75) podem ser combinados da seguinte forma:

$$-\frac{n}{2} \text{tr} \left[\Sigma^{-1} \frac{d\Sigma}{dv} \right] - \frac{1}{2} \text{tr} \left[-\Sigma^{-1} \frac{d\Sigma}{dv} \Sigma^{-1} \sum_{i=1}^n (s_i - \mu)(s_i - \mu)^H \right] = -\frac{1}{2} \text{tr} \left[\Sigma^{-1} \frac{d\Sigma}{dv} (nI - \Sigma^{-1} nQ) \right] \quad (4.80)$$

onde I é a matriz identidade.

A condição de primeira ordem $\frac{\partial L(\mu, \Sigma)}{\partial \Sigma} = 0$ será mantida se $(nI - \Sigma^{-1} nQ) = 0$. Isto ocorre quando:

$$\hat{\Sigma} = Q \quad (4.81)$$

Portanto, a matriz de covariância Σ pode ser utilizada para encontrar o detector de máxima verossimilhança para estimar a velocidade. Dito de outra forma, a velocidade que maximiza a função de ML ocorre no mesmo ponto em que a igualdade em (4.81) é satisfeita. A equação do estimador ML dada em (4.51) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\arg \max_v l(\mu, \Sigma) = \arg \min_{v \in V} \|\Sigma_v - Q\| \quad (4.82)$$

Q é obtido pelos valores do sinal detectado pela antena, como definido em (4.79). Neste ponto, é necessário calcular os valores teóricos da matriz Σ para se utilizar do modelo dado em (4.82). A seguir, será mostrado como os valores de σ_{mw} , definido em (4.45), são calculados.

A média de $s(t)$ é nula, pois a média de $A_i e^{j\phi_i}$ em (2.15) é nula. Desta forma, σ_{mw} dado pela covariância em (4.45) se resumirá a:

$$\sigma_{mw} = E[s(t_m) s^*(t_w)] \quad (4.83)$$

Substituindo $s(t)$ pelo sinal em (2.15), tem-se:

$$\sigma_{mw} = E \left[\sum_{i=1}^n A_i e^{j\phi_i} e^{j\frac{4\pi}{\lambda} \beta_{im}} \sum_{k=1}^n A_k e^{-j\phi_k} e^{-j\frac{4\pi}{\lambda} \beta_{kw}} \right] \quad (4.84)$$

onde:

$$\beta_{im} = \sqrt{(y_i + d + vt_m - r \cos(\omega t_m))^2 + (r \sin(\omega t_m) - x_i)^2} \quad (4.85)$$

Então:

$$\sigma_{mw} = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n E[A_i e^{j\phi_i} e^{j\frac{4\pi}{\lambda}\beta_{im}} A_k e^{-j\phi_k} e^{-j\frac{4\pi}{\lambda}\beta_{kw}}] \quad (4.86)$$

Como as variáveis aleatórias são independentes:

$$\sigma_{mw} = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n E[A_i e^{j\phi_i} A_k e^{-j\phi_k}] E[e^{j\frac{4\pi}{\lambda}\beta_{im}} e^{-j\frac{4\pi}{\lambda}\beta_{kw}}] \quad (4.87)$$

Se $i \neq k$:

$$E[A_i e^{j\phi_i} A_k e^{-j\phi_k}] = 0 \quad (4.88)$$

E se $i = k$:

$$E[A_i e^{j\phi_i} A_k e^{-j\phi_k}] = \sum_{i=1}^n E[A_i^2] = \sum_{i=1}^n 2\sigma^2 = 2n\sigma^2 \quad (4.89)$$

Portanto, a média será nula para $i \neq k$ e não nula para $i = k$. Como y_i é uma variável aleatória uniforme entre $-a/2$ e $a/2$ e x_i uma variável aleatória uniforme entre $-b/2$ e $b/2$, é possível encontrar uma expressão em função da integral dupla para os intervalos citados:

$$E[e^{j\frac{4\pi}{\lambda}\beta_{im}} e^{-j\frac{4\pi}{\lambda}\beta_{kw}}] = \frac{1}{ab} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} e^{j\frac{4\pi}{\lambda}\beta_{im}} e^{-j\frac{4\pi}{\lambda}\beta_{iw}} dx_i dy_i \quad (4.90)$$

Ao juntar as duas médias, encontra-se uma expressão para determinar os valores de cada elemento $\sigma_{m,w}$ da matriz Σ :

$$\sigma_{mw} = \frac{2n\sigma^2}{ab} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} e^{j\frac{4\pi}{\lambda}\beta_{im}} e^{-j\frac{4\pi}{\lambda}\beta_{iw}} dx_i dy_i \quad (4.91)$$

Note que σ_{mw} depende da velocidade v , ou seja, Σ é função da velocidade, como dito anteriormente.

Cada elemento da matriz de covariância é dado pela integral dupla em (4.91). Apesar de não haver uma solução fechada para a integral, é possível fazer o cálculo para valores numéricos e, desta forma, preencher todos os elementos da matriz. A matriz Σ é calculada para um intervalo que considera as possíveis velocidades que o alvo possa ter. Desta forma é obtido um conjunto de matrizes para diferentes velocidades que pode ser representado por uma matriz tridimensional, onde cada dimensão corresponde a uma matriz de covariância para uma determinada velocidade.

O próximo passo é determinar a matriz do sinal recebido, que é dada pela multiplicação do vetor sinal recebido pelo seu vetor transposto. Esta matriz é comparada com todas as diferentes matrizes de covariância. O índice da matriz de covariância mais próxima da matriz do sinal recebido indica a velocidade estimada do alvo. Sendo assim a escolha da velocidade é dada por:

$$\hat{v} = \arg \min_{v \in V} \|\Sigma_v - Q\| \quad (4.92)$$

onde V representa o conjunto das possíveis velocidades que o alvo possa ter.

4.5.1 Exemplo Numérico

Para exemplificar o funcionamento do método proposto, é considerado um sinal recebido já amostrado, onde:

$$Q = \begin{bmatrix} 0.09 & 0.09 - 0.03i & 0.08 - 0.05i & 0.06 - 0.07i & 0.03 - 0.09i \\ 0.09 + 0.03i & 0.09 & 0.09 - 0.03i & 0.08 - 0.05i & 0.06 - 0.07i \\ 0.08 + 0.05i & 0.09 + 0.03i & 0.09 & 0.09 - 0.03i & 0.08 - 0.05i \\ 0.06 + 0.07i & 0.08 + 0.05i & 0.09 + 0.03i & 0.09 & 0.09 - 0.03i \\ 0.03 + 0.09i & 0.06 + 0.07i & 0.08 + 0.05i & 0.09 + 0.03i & 0.09 \end{bmatrix} \quad (4.93)$$

Supondo o conjunto de velocidades, em m/s, $V = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10)$, calcula-se as matrizes teóricas para cada velocidade. Portanto:

$$\Sigma_{v=0} = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.85 - 0.53i & 0.45 - 0.89i & -0.09 - 0.10i & -0.59 - 0.81i \\ 0.85 + 0.53i & 1.00 & 0.85 - 0.52i & 0.45 - 0.89i & -0.08 - 0.10i \\ 0.45 + 0.89i & 0.85 + 0.52i & 1.00 & 0.85 - 0.52i & 0.46 - 0.89i \\ -0.09 + 0.10i & 0.45 + 0.89i & 0.85 + 0.52i & 1.00 & 0.85 - 0.52i \\ -0.59 + 0.81i & -0.08 + 0.10i & 0.46 + 0.89i & 0.85 + 0.52i & 1.00 \end{bmatrix} \quad (4.94)$$

$$\Sigma_{v=1} = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.88 - 0.48i & 0.54 - 0.84i & 0.06 - 0.10i & -0.42 - 0.91i \\ 0.88 + 0.48i & 1.00 & 0.88 - 0.48i & 0.54 - 0.84i & 0.07 - 0.10i \\ 0.54 + 0.84i & 0.88 + 0.48i & 1.00 & 0.88 - 0.48i & 0.54 - 0.84i \\ 0.06 + 0.10i & 0.54 + 0.84i & 0.88 + 0.48i & 1.00 & 0.88 - 0.48i \\ -0.42 + 0.91i & 0.07 + 0.10i & 0.54 + 0.84i & 0.88 + 0.48i & 1.00 \end{bmatrix} \quad (4.95)$$

$$\Sigma_{v=2} = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.90 - 0.44i & 0.62 - 0.79i & 0.21 - 0.98i & -0.23 - 0.97i \\ 0.90 + 0.44i & 1.00 & 0.90 - 0.44i & 0.62 - 0.78i & 0.22 - 0.98i \\ 0.62 + 0.79i & 0.90 + 0.44i & 1.00 & 0.90 - 0.43i & 0.62 - 0.78i \\ 0.21 + 0.98i & 0.62 + 0.78i & 0.90 + 0.43i & 1.00 & 0.90 - 0.43i \\ -0.23 + 0.97i & 0.22 + 0.98i & 0.62 + 0.78i & 0.90 + 0.43i & 1.00 \end{bmatrix} \quad (4.96)$$

$$\Sigma_{v=3} = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.92 - 0.39i & 0.69 - 0.72i & 0.36 - 0.93i & -0.03 - 0.10i \\ 0.92 + 0.39i & 1.00 & 0.92 - 0.39i & 0.70 - 0.72i & 0.36 - 0.93i \\ 0.69 + 0.72i & 0.92 + 0.39i & 1.00 & 0.92 - 0.39i & 0.70 - 0.72i \\ 0.36 + 0.93i & 0.70 + 0.72i & 0.92 + 0.39i & 1.00 & 0.92 - 0.39i \\ -0.03 + 0.10i & 0.36 + 0.93i & 0.70 + 0.72i & 0.92 + 0.39i & 1.00 \end{bmatrix} \quad (4.97)$$

$$\Sigma_{v=4} = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.94 - 0.35i & 0.76 - 0.65i & 0.49 - 0.87i & 0.17 - 0.99i \\ 0.94 + 0.35i & 1.00 & 0.94 - 0.34i & 0.76 - 0.65i & 0.50 - 0.87i \\ 0.76 + 0.65i & 0.94 + 0.34i & 1.00 & 0.94 - 0.34i & 0.77 - 0.64i \\ 0.49 + 0.87i & 0.76 + 0.65i & 0.94 + 0.34i & 1.00 & 0.94 - 0.34i \\ 0.17 + 0.99i & 0.50 + 0.87i & 0.77 + 0.64i & 0.94 + 0.34i & 1.00 \end{bmatrix} \quad (4.98)$$

$$\Sigma_{v=5} = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.95 - 0.30i & 0.82 - 0.57i & 0.62 - 0.79i & 0.36 - 0.93i \\ 0.95 + 0.30i & 1.00 & 0.95 - 0.30i & 0.82 - 0.57i & 0.62 - 0.78i \\ 0.82 + 0.57i & 0.95 + 0.30i & 1.00 & 0.96 - 0.30i & 0.83 - 0.56i \\ 0.62 + 0.79i & 0.82 + 0.57i & 0.96 + 0.30i & 1.00 & 0.9 - 0.29i \\ 0.36 + 0.93i & 0.62 + 0.78i & 0.83 + 0.56i & 0.96 + 0.29i & 1.00 \end{bmatrix} \quad (4.99)$$

$$\Sigma_{v=6} = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.97 - 0.25i & 0.87 - 0.48i & 0.73 - 0.69i & 0.54 - 0.84i \\ 0.97 + 0.25i & 1.00 & 0.97 - 0.25i & 0.88 - 0.48i & 0.73 - 0.68i \\ 0.87 + 0.48i & 0.97 + 0.25i & 1.00 & 0.97 - 0.25i & 0.88 - 0.48i \\ 0.73 + 0.69i & 0.88 + 0.48i & 0.97 + 0.25i & 1.00 & 0.97 - 0.25i \\ 0.54 + 0.84i & 0.73 + 0.68i & 0.88 + 0.48i & 0.97 + 0.25i & 1.00 \end{bmatrix} \quad (4.100)$$

$$\Sigma_{v=7} = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.98 - 0.20i & 0.92 - 0.40i & 0.82 - 0.57i & 0.69 - 0.72i \\ 0.98 + 0.20i & 1.00 & 0.98 - 0.20i & 0.92 - 0.39i & 0.83 - 0.56i \\ 0.92 + 0.40i & 0.98 + 0.20i & 1.00 & 0.98 - 0.20i & 0.92 - 0.39i \\ 0.82 + 0.57i & 0.92 + 0.39i & 0.98 + 0.20i & 1.00 & 0.98 - 0.20i \\ 0.69 + 0.72i & 0.83 + 0.56i & 0.92 + 0.39i & 0.98 + 0.20i & 1.00 \end{bmatrix} \quad (4.101)$$

$$\Sigma_{v=8} = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.99 - 0.15i & 0.95 - 0.30i & 0.90 - 0.44i & 0.82 - 0.57i \\ 0.99 + 0.15i & 1.00 & 0.99 - 0.15i & 0.95 - 0.30i & 0.90 - 0.43i \\ 0.95 + 0.30i & 0.99 + 0.15i & 1.00 & 0.99 - 0.15i & 0.96 - 0.29i \\ 0.90 + 0.44i & 0.95 + 0.30i & 0.99 + 0.15i & 1.00 & 0.99 - 0.15i \\ 0.82 + 0.57i & 0.90 + 0.43i & 0.96 + 0.29i & 0.99 + 0.15i & 1.00 \end{bmatrix} \quad (4.102)$$

$$\Sigma_{v=9} = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.99 - 0.10i & 0.98 - 0.20i & 0.95 - 0.30i & 0.92 - 0.39i \\ 0.99 + 0.10i & 1.00 & 0.99 - 0.10i & 0.98 - 0.20i & 0.96 - 0.30i \\ 0.98 + 0.20i & 0.99 + 0.10i & 1.00 & 1.00 - 0.10i & 0.98 - 0.20i \\ 0.95 + 0.30i & 0.98 + 0.20i & 1.00 + 0.10i & 1.00 & 1.00 - 0.10i \\ 0.92 + 0.39i & 1.00 + 0.30i & 0.98 + 0.20i & 1.00 + 0.10i & 1.00 \end{bmatrix} \quad (4.103)$$

$$\Sigma_{v=10} = \begin{bmatrix} 1.00 & 1.00 - 0.05i & 0.99 - 0.11i & 0.99 - 0.16 & 0.98 - 0.20i \\ 1.00 + 0.05i & 1.00 & 1.00 - 0.05i & 0.99 - 0.10i & 1.00 - 0.15i \\ 0.99 + 0.11i & 1.00 + 0.05i & 1.00 & 1.00 - 0.05i & 1.00 - 0.10i \\ 0.99 + 0.16i & 0.99 + 0.10i & 1.00 + 0.05i & 1.00 & 1.00 - 0.05i \\ 0.98 + 0.20i & 0.99 + 0.15i & 1.00 + 0.10i & 1.00 + 0.05i & 1.00 \end{bmatrix} \quad (4.104)$$

Após calcular as matrizes teóricas, deve-se utilizar a Eq. (4.92) para encontrar a matriz referente ao seu respectivo parâmetro v que minimiza a função descrita pela Equação citada. Para o conjunto com as 11 velocidades, obtem-se nesse exemplo que o v que minimiza a diferença é $v = 5$ m/s.

A Figura 4.6 ilustra o erro absoluto entre a matriz Σ calculada teoricamente para cada uma das 11 velocidades testadas e a covariância amostral Q , dada em (4.93), que foi encontrada por meio de simulação. Observa-se que o erro absoluto começa a diminuir à medida que a velocidade se aproxima da velocidade real do alvo, 5 m/s, onde atinge seu menor erro absoluto. Da mesma forma, ao se distanciar da velocidade real do alvo, o erro volta a aumentar.

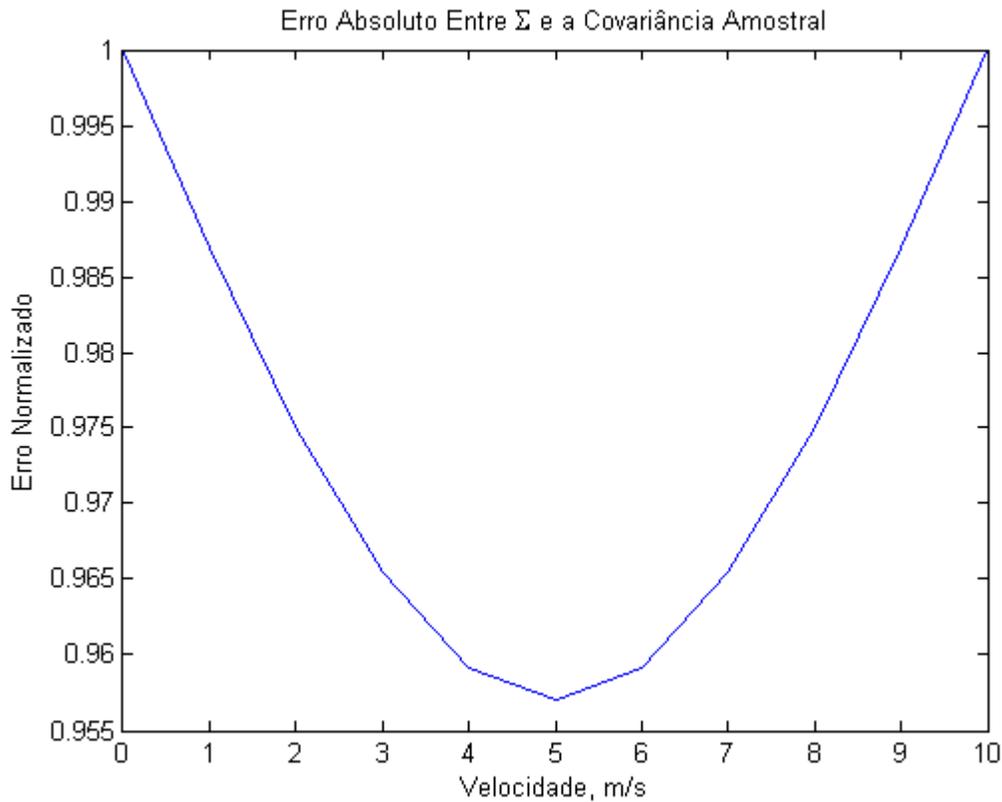


Figura 4.6: Erro absoluto entre a matriz Σ e a covariância amostral do exemplo numérico.

4.5.2 Diagrama de Blocos Geral

A Figura 4.7 representa o diagrama de blocos geral da metodologia proposta. O primeiro passo é definir o tipo de alvo que será detectado pelo radar ArcSAR, com o objetivo de definir a estimativa de suas dimensões, mesmo que esta definição seja estatística baseada em alguma variável aleatória da modelagem do alvo. No caso deste trabalho, é tratada uma aplicação meteorológica onde há o caso particular da detecção de nuvens, as quais foram modeladas como alvos distribuídos com velocidade, pois foi considerado o deslocamento da nuvens devido ao efeito do vento.

A partir da definição destas dimensões, deve ser calculado o valor do parâmetro β_{im} definido em (4.85). Este parâmetro pode ser modificado de acordo com o tipo de alvo tratado e com a configuração adotada para o radar utilizado. Portanto, este é um ponto chave para a definição do sinal de eco que será posteriormente recebido e, conseqüentemente, afetará a precisão do método.

No caso do alvo ter velocidade, a definição de β_{im} será uma função da velocidade do alvo. Por isso, deve ser definida uma margem de possíveis velocidade que o alvo pode ter, ou seja, matematicamente isto significa que é necessária uma definição do domínio da função β_{im} , que é o conjunto onde a função é definida. Além disso, deve ser definida a precisão desejada da velocidade para o cálculo da matriz Σ . Quanto maior é a precisão escolhida, maior é a matriz Σ e, conseqüentemente, mais cálculos serão necessários para a estimação da velocidade. Com

estes três elementos é possível calcular a matriz Σ .

Após os cálculos teóricos, o receptor está pronto para receber os dados e operar na detecção. Ao receber os dados (ecos provenientes do alvo), deve ser calculada a multiplicação do sinal recebido com seu transposto, de forma a encontrar uma matriz amostral que será utilizada na etapa seguinte.

A última etapa do método consiste em fazer o cálculo numérico da norma descrita pela Eq. (4.92), que foi demonstrada anteriormente. Ao calcular esta norma, encontra-se o valor estimado \hat{v} que é escolhida como a velocidade mais provável do alvo.

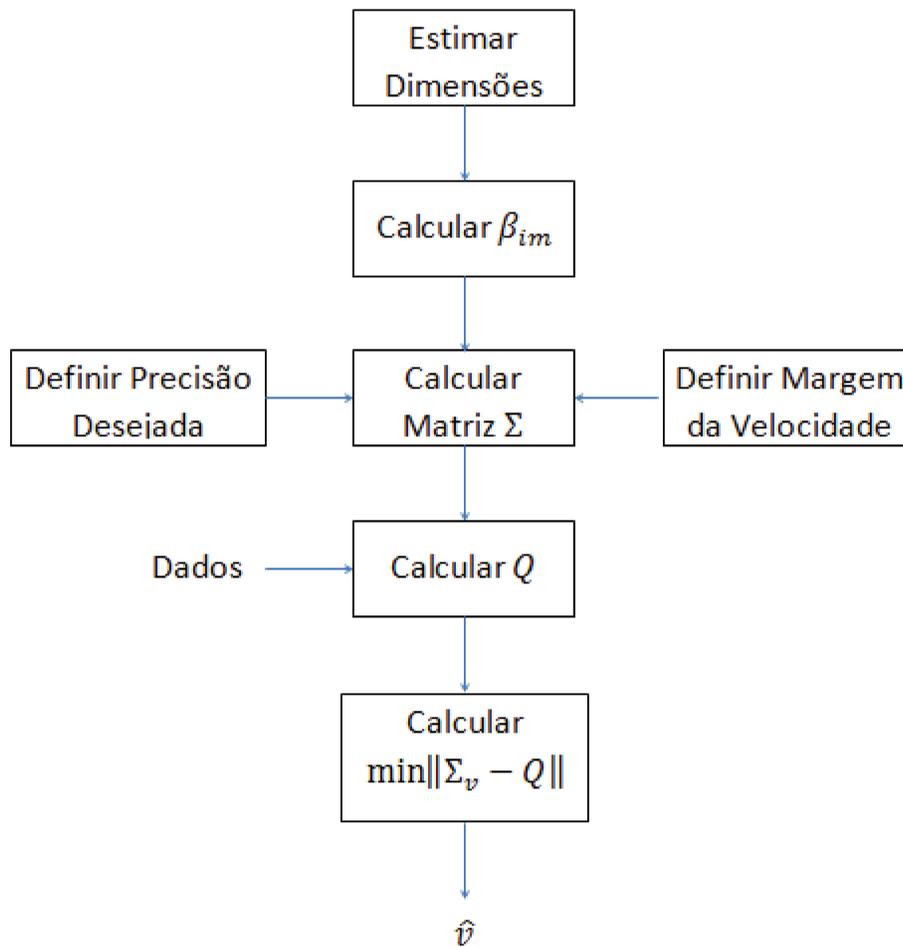


Figura 4.7: Diagrama de blocos básico do método proposto.

4.6 Resumo do Capítulo

Neste capítulo foi visto que a velocidade do alvo provoca um deslocamento em frequência. A partir da intuição de que a relação final entre a velocidade e o sinal seria $s(t)e^{jvt}$, foi feita uma análise alternativa da forma de operação do radar ArcSAR para verificar o efeito da velocidade no deslocamento espectral. Foi feita uma demonstração matemática para demonstrar como a

velocidade do alvo influencia o sinal recebido pelo radar e, conseqüentemente, o deslocamento que causa no espectro. Foi calculada a transformada de Fourier do sinal recebido, a qual foi expressa em função da hipergeométrica generalizada regularizada. Por último, nesta análise, foi determinada uma expressão aproximada para a função de autocorrelação do sinal recebido.

Foi visto que o método da Correlação na Frequência gera um conjunto de sinais de referência para comparar com o sinal que chega no receptor por meio da correlação cruzada. Este método utiliza o método da força bruta para buscar a solução do problema.

Foi visto o funcionamento do método da Energia, que assume a simetria do espectro (condição ideal) para estimar a velocidade. A estimação é feita por meio de um um filtro passa-baixa que faz o balanceamento de potência do espectro.

Foi visto que o método de Madsen utiliza a fase do sinal complexo recebido para estimar a velocidade do alvo por meio da diferença de fase de amostra por amostra.

Por último, foi feita uma demonstração analítica do método proposto neste trabalho. O método utiliza o detector ML para estimar a velocidade do alvo. O detector ML consiste em encontrar o estimador \hat{v} que maximiza a função de Máxima Verossimilhança. Foi demonstrado que existe uma forma alternativa para encontrar o detector ML, a partir da a matriz de covariância. Partindo deste princípio, foi encontrada uma expressão para o detector ML de velocidade para o radar ArcSAR. Em seguida, foi feito um exemplo numérico para ilustrar o funcionamento do detector numericamente. Por fim, foi feito um esquemático em forma de diagrama de blocos que resume, de forma geral, o funcionamento de método proposto.

Discussões e Resultados

Os resultados encontrados são promissores, pois comprovaram a teoria desenvolvida nos capítulos anteriores de forma a destacar, principalmente, a eficácia do método proposto que foi demonstrado matematicamente no Capítulo 4. As técnicas desenvolvidas foram aplicadas de acordo com o diagrama da Figura 4.7.

Este capítulo começa mostrando o erro normalizado entre cada matriz Σ possível do conjunto de matrizes para as velocidades do alvo e a covariância amostral para mostrar o princípio do funcionamento do método proposto. É ilustrado o gráfico que é utilizado como princípio básico do método, no qual se encontra o erro mínimo, representado por um vale, entre a matriz teórica e a covariância amostral.

Após esta demonstração gráfica, é feita uma simulação de 1000 sinais, para se calcular o erro médio e o erro médio quadrático de cada método a fim de compará-los e mostrar o comportamento de cada um para uma faixa de SNR escolhida. É evidenciado o melhor comportamento do método proposto para toda faixa de SNR.

A precisão do método proposto, bem como dos outros métodos é mostrada na subseção seguinte. É feita uma análise de cada método, de forma a mostrar os pontos críticos de cada um por meio do desvio médio na estimação e do desvio padrão encontrado.

Todas as simulações deste trabalho que serão apresentadas nas próximas seções foram feitas utilizando o programa computacional Matlab.

5.1 Erro Normalizado Entre Cada Matriz Sigma e a Covariância Amostral

Para verificar o funcionamento do método proposto, a primeira simulação gera o sinal recebido pelo radar, simulando um sinal de eco provindo de um alvo distribuído com velocidade de 5 m/s, com ruído Gaussiano Branco e com SNR de -6 dB. A frequência de rotação da antena foi escolhida como 300 rpm e seu raio de 0,5 m.

5.1.1 Parâmetros de Simulação

A Tabela 5.1 mostra as configurações dos principais parâmetros para esta simulação. É importante ressaltar que a precisão de Σ foi escolhida como 0,1 m. Quanto maior a precisão desejada maior é a matriz Σ , o que gera maior custo computacional. Portanto, é necessário se atentar para o valor escolhido para não gerar um custo desnecessário.

Tabela 5.1: Parâmetros de simulação

Frequência do Sinal	$9,4 \times 10^9$ Hz
Comprimento de Onda	0,032 m
PRF	$7,87 \times 10^3$ Hz
Banda do Sinal	50×10^6 Hz
Frequência de rotação	300 rpm
Abertura da Antena	$\pi/2$
Raio da Antena	0,5 m
Tipo do Ruído	Gaussiano Branco
SNR	-6 dB
Velocidade do Alvo no Eixo y	5 m/s
Velocidade do Alvo no Eixo x	0 m/s
Movimento do Alvo em relação ao Radar	Aproximação
Distância Inicial do Alvo	10000 m
Faixa de Velocidades Possíveis	0 a 10 m/s
Precisão de Σ	0,1 m

5.1.2 Resultados de Simulação

A Figura 5.1 apresenta no seu eixo x todas as possíveis velocidades que o alvo pode ter, como uma nuvem no caso da aplicação meteorológica. Nesta simulação, a faixa de variação da velocidade do alvo foi definida pelo intervalo de 0 a 10 m/s.

A curva apresenta o erro normalizado entre cada matriz Σ e a covariância amostral. Pode ser observado um vale em um ponto, enquanto para os outros pontos há uma diferença maior e praticamente uniforme para o sinal, o que deixa clara a precisão na estimação. A velocidade v escolhida é a que minimiza esse erro, neste caso 5 m/s. Com a diminuição da SNR, há uma diminuição na precisão da estimação, e mesmo em piores condições de ruído, o método proposto obteve um bom comportamento. A segunda simulação mostrará uma comparação entre os métodos para diferentes valores de SNR.

5.2 Simulação: Erro Médio e Erro Médio Quadrático

A fim de verificar a sensibilidade do método com a SNR, foi feita uma simulação com 1000 sinais variando a SNR de -30 dB a 10 dB. Este caso também simula um alvo distribuído móvel

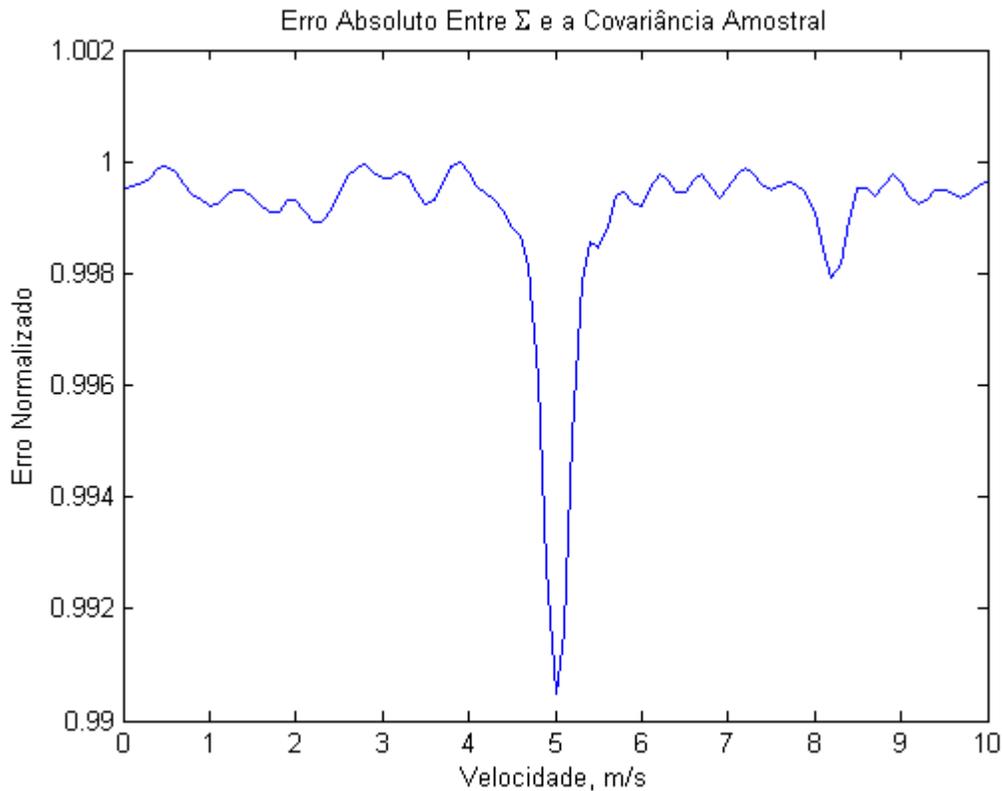


Figura 5.1: Erro absoluto entre Σ e a covariância amostral. O eixo y mostra o erro para cada velocidade do eixo x .

com velocidade de 5 m/s, mas para diferentes valores de SNR para observar o comportamento da estimação da velocidade em diferentes condições de ruído. Foi calculado o erro médio, em m/s, para os quatro métodos em toda a faixa de SNR citada.

As curvas apresentadas na Figura 5.2 mostram o erro médio de cada método com o aumento da SNR para uma faixa de -30 dB até 10 dB. O método de Madsen (em preto) foi o que obteve o pior comportamento apresentando o maior erro médio. Ao chegar em -5 dB, o erro médio do método de Madsen se aproxima do método da Energia (em vermelho), tendendo a um comportamento similar a este até 10 dB. O método da Correlação na Frequência (em azul) obteve menor erro médio que os outros dois métodos, mas exige um custo computacional maior.

Já as curvas ilustradas na Figura 5.3 apresentam o erro médio quadrático com o aumento da SNR para a mesma faixa de -30 dB a 10 dB. Estas curvas são parecidas com as curvas do erro médio ilustradas na Figura 5.2, evidenciando a maior eficácia do método proposto diante os outros métodos testados neste trabalho.

Pelo gráfico, é possível observar que o método proposto (em verde) alcança um erro médio menor que todos os outros métodos citados para toda a faixa de SNR.

Todas as curvas tendem a decair com o aumento gradativo da SNR, pois quanto maior a SNR menor é o erro médio.

Para exemplificar numericamente, a Tabela 5.2 mostra os valores do erro médio dos métodos

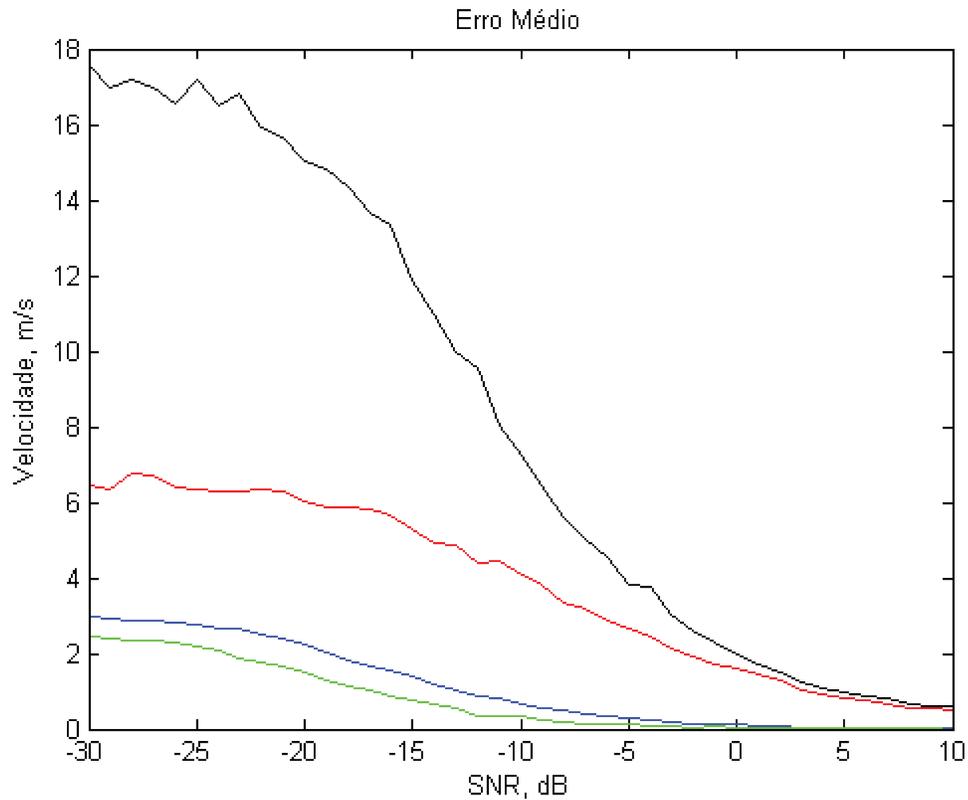


Figura 5.2: Erro médio na estimação de v para o método proposto (verde) e os métodos Correlação na Frequência (azul), Energia (vermelho) e Madsen (preto).

Tabela 5.2: Erro Médio para todos os métodos com SNR de -30 dB, -20 dB, -10 dB, 0 dB e 10 dB

Método \ SNR(dB)	-30 dB	-20 dB	-10 dB	0 dB	10 dB
Madsen	17,5957	15,9206	7,2193	1,9891	0,5999
Energia	6,4581	6,0007	4,0935	1,5904	0,4784
Correlação na Frequência	2,9767	2,2146	0,6832	0,1112	0,0066
Método Proposto	2,4276	1,504	0,3293	0,0462	0

Tabela 5.3: Desvio Padrão para todos os métodos com SNR de -30 dB, -20 dB, -10 dB, 0 dB e 10 dB

Método \ SNR(dB)	-30 dB	-20 dB	-10 dB	0 dB	10 dB
Madsen	12,2952	11,5180	8,9971	3,9214	1,6793
Energia	4,5709	4,2621	3,4925	2,0088	0,8597
Correlação na Frequência	1,5770	1,7482	1,1639	0,4694	0,1574
Método Proposto	1,5108	1,6411	0,9871	0,3644	0,1361

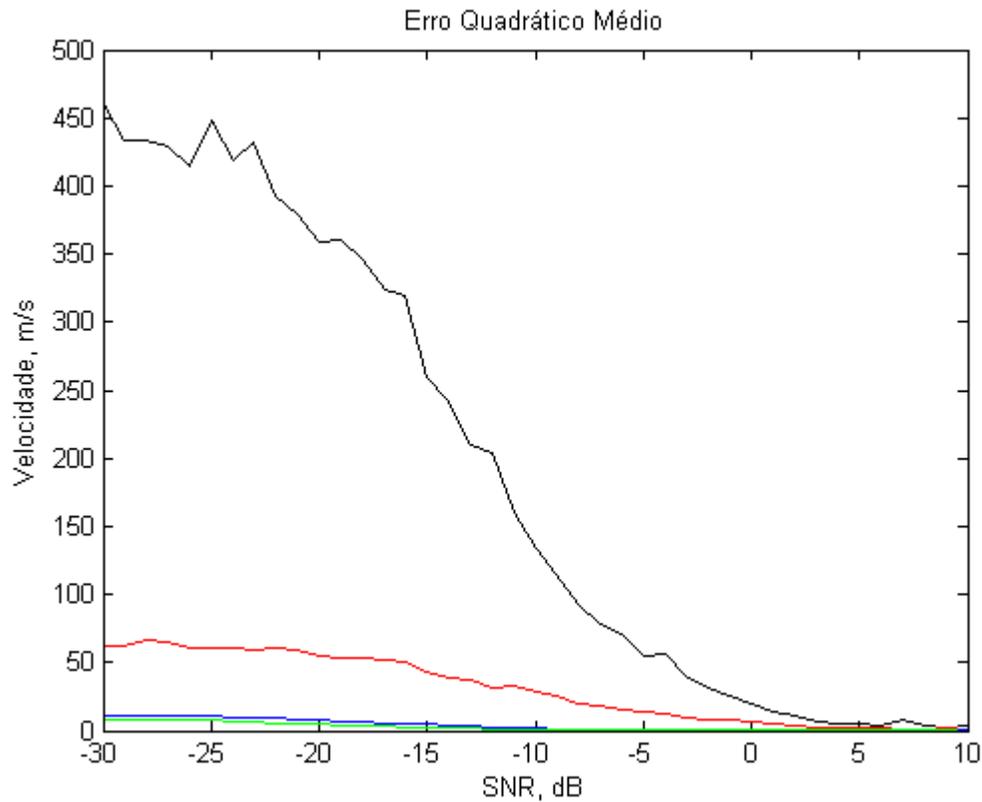


Figura 5.3: Erro quadrático médio na estimação de v para o método proposto (verde) e os métodos Correlação na Frequência (azul), Energia (vermelho) e Madsen (preto).

Tabela 5.4: Erro Quadrático Médio para todos os métodos com SNR de -30 dB, -20 dB, -10 dB, 0 dB e 10 dB

Método \ SNR(dB)	-30 dB	-20 dB	-10 dB	0 dB	10 dB
Madsen	460,7789	358,6361	133,0663	19,3339	3,1799
Energia	62,5794	54,1559	28,9416	6,5609	0,9672
Correlação na Frequência	11,3453	7,9576	1,8200	0,2325	0,0033
Método Proposto	8,1735	4,9526	1,0818	0,1348	0

analisados no gráfico da Figura 5.2 para SNR de -30 dB, -20 dB, -10 dB, 0 dB e 10 dB e a Tabela 5.3 mostra os valores do desvio padrão dos quatro métodos para os mesmos valores de SNR. Para SNR de -30 dB, é possível observar que o erro médio do método de Madsen é mais do que o dobro do erro médio obtido pelo método da Energia.

O método de Madsen obteve o maior erro médio para os cinco valores de SNR e o maior desvio padrão, o que mostra que sua estimação não foi precisa. O método proposto foi o que apresentou o menor erro médio e o menor desvio padrão para todos os cinco valores, chegando a apresentar um erro médio muito próximo de zero em 10 dB. Devido à aproximação feita para

limitar as casas decimais, este valor é apresentado como zero na tabela de erro médio.

Pela Tabela do erro médio, observa-se que o método proposto obteve um erro médio de 2,4276 para SNR de -30 dB, enquanto os métodos de Madsen, da Energia e Correlação na Frequência apresentaram um erro médio de 17,5957, 6,4581 e 2,9767, respectivamente. Considerando ainda esta mesma situação, o método proposto obteve um desvio padrão de 1,5178 para SNR de -30 dB e os métodos de Madsen, da Energia e Correlação na Frequência obtiveram desvio padrão de 12,2952, 4,5709 e 1,5770, respectivamente. Observa-se que o método proposto obteve erro médio e desvio padrão menores que os métodos de Madsen e da Energia mesmo com SNR menor, ou seja, o método proposto consegue ser mais robusto em uma SNR de -30 dB que os métodos de Madsen e da Energia para SNR mais alta de -10 dB. O método que mais se aproximou do método proposto foi o método da Correlação na Frequência.

5.3 Precisão do Método Proposto

A precisão de um método é algo fundamental na estimação de parâmetros, pois dependendo da aplicação envolvida, um pequeno erro pode ser fatal, especialmente na área de radares. Por exemplo, radares com aplicações militares requerem uma alta precisão em suas estimatições, já que muitas vezes é necessário determinar a posição exata de um alvo, seja este móvel ou estático.

Portanto, a precisão de cada método deve ser analisada para avaliar se um dado método atende as condições mínimas de variação dos dados requeridas pela aplicação. Esta análise torna possível fazer a escolha adequada do método a ser utilizado, pois há aplicações que não exigem tanta precisão enquanto outros necessitam de precisão máxima para atingir seus objetivos.

Para verificar a precisão do método proposto e poder comparar com os outros métodos, foi feita uma simulação de um alvo distribuído com velocidade de 6 m/s para diferentes valores de SNR, a qual variou em uma faixa de -30 dB a 10 dB.

O primeiro método a ser analisado é o método de Madsen. O gráfico da Figura 5.4 mostra a estimação média deste método em torno do desvio padrão, representado pelas barras verticais. Para valores de SNR mais baixas, o método de Madsen obteve um desvio padrão alto, estimando a velocidade para valores bem distantes de 6 m/s. Para valores acima de -10 dB, o método obteve um melhor desempenho, estimando valores mais próximos de 6 m/s e com desvio padrão um pouco menor. Apesar da melhora na estimação para SNR acima de -10 dB, o desvio padrão ainda é alto, considerando-se o aumento da SNR.

O segundo método testado foi o método da Energia. Este método está representado na Figura 5.5, a qual mostra o gráfico da sua estimação média em torno do desvio padrão. Analogamente ao método de Madsen, o método da Energia também apresentou um grande desvio médio entre os valores estimados e o valor real da velocidade de 6 m/s e também apresentou um alto desvio padrão, principalmente para baixa SNR. Na SNR de -10 dB, os valores começam a convergir, se aproximando de 6 m/s e com desvio padrão relativametne pequeno. O método da Energia apresentou uma precisão relativamente melhor que método de Madsen, porém, dependendo da aplicação a ser utilizada e do nível de ruído, ainda pode gerar grandes erros na sua estimação.

O método da Correlação na Frequência foi o terceiro analisado. O gráfico da estimação média em torno do desvio padrão deste método está ilustrado na Figura 5.6. Ao comparar com

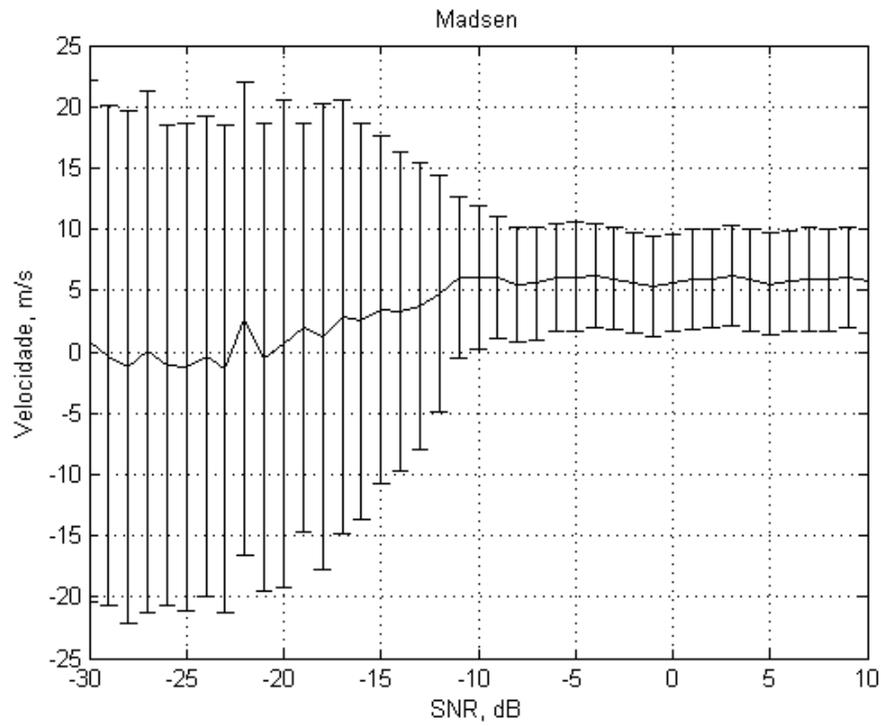


Figura 5.4: Precisão de estimação de velocidade do método de Madsen.

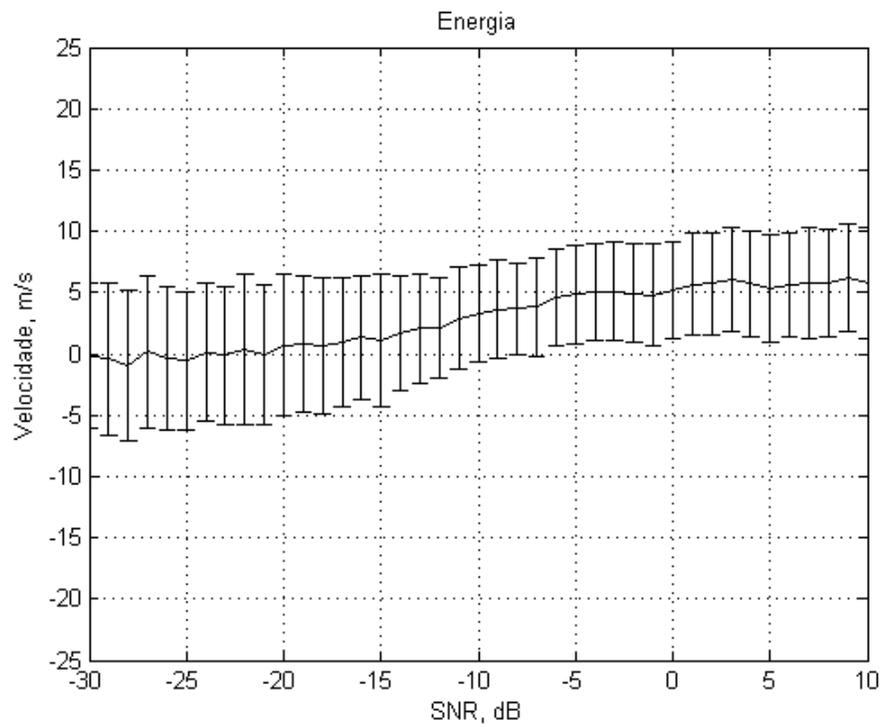


Figura 5.5: Precisão de estimação de velocidade do método da Energia.

os métodos de Madsen e da Energia, pode-se observar uma razoável melhoria na estimação com valores médios bem mais próximos de 6 m/s, tanto para SNR mais baixas quanto para SNR mais alta. Obviamente, para valores de SNR mais baixa a estimação foi mais dispersa com desvio padrão mais elevado que os valores de SNR mais alto. Ao passar de -10 dB, a estimação melhora consideravelmente e tende para o valor real de 6 m/s e com desvio padrão pequeno.

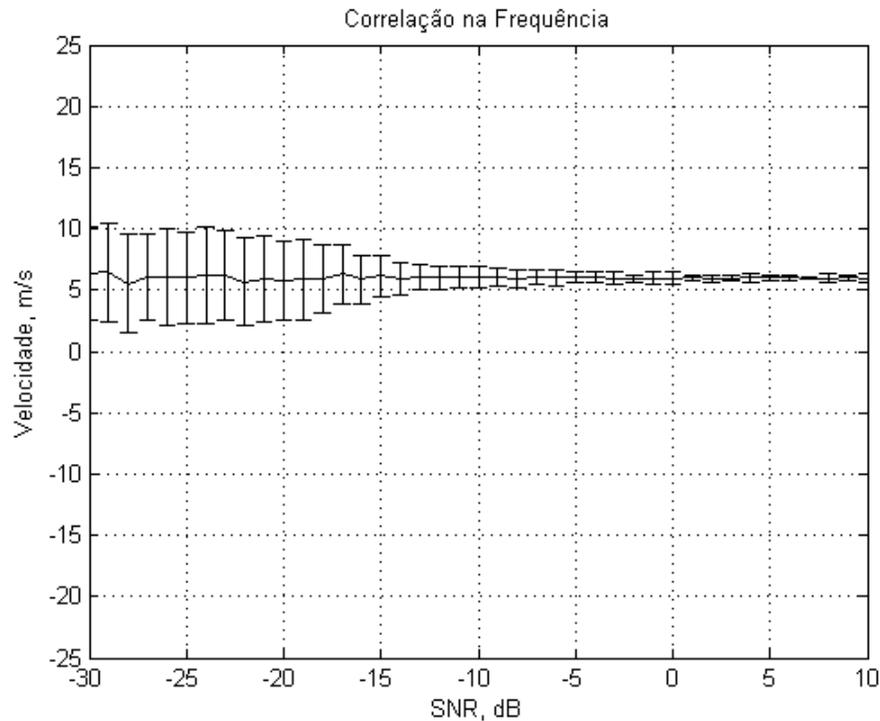


Figura 5.6: Precisão de estimação de velocidade do método da Correlação na Frequência.

Por último foi feito o teste de precisão com o método proposto. Este método tem seu gráfico de estimação média em torno do desvio padrão ilustrado na Figura 5.7. Para toda a faixa do espectro, o método proposto obteve resultados mais próximos de 6 m/s que todos os outros métodos anteriores, evidenciando melhor desempenho que todos os métodos, inclusive o método da Correlação na Frequência. Até para valores relativamente baixos de SNR este método obteve um bom comportamento com pequeno desvio entre os valores estimados e o valor real da velocidade. O método apresentou ainda pequenos valores para o desvio padrão, o que mostra o seu bom desempenho na estimação da velocidade de alvos distribuídos. Como nos métodos anteriores, houve uma melhoria na estimação de acordo com o aumento da SNR, porém ao chegar em uma SNR de -15 dB, o método praticamente convergiu para o valor real de 6 m/s, já que seu desvio médio tendeu a zero, mostrando que não há uma variação grande na estimação, o que evidencia a boa precisão do método proposto.

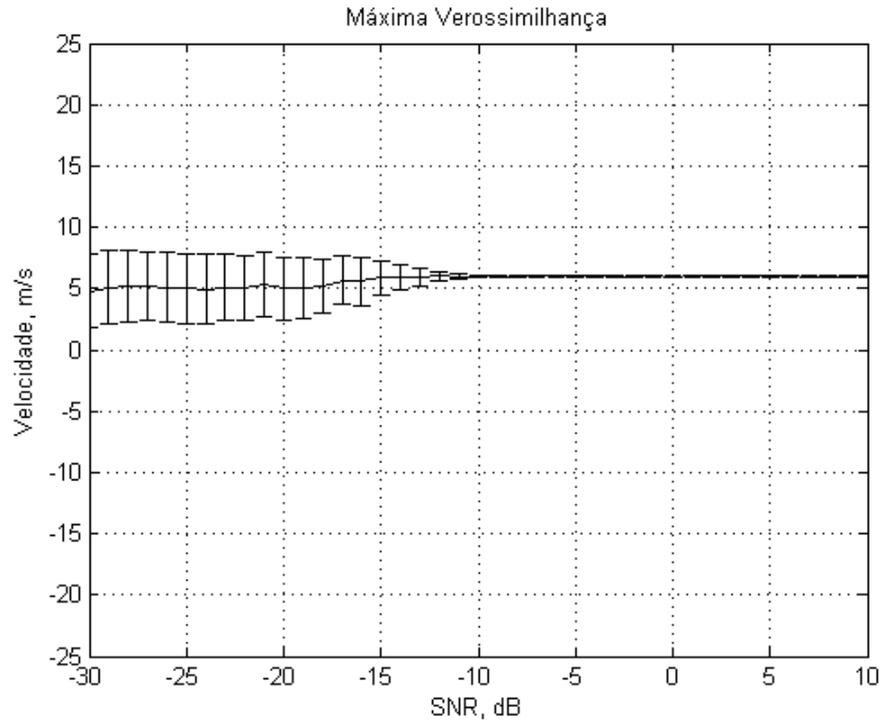


Figura 5.7: Precisão de estimacão de velocidade do método Proposto (Máxima Verossimilhança).

5.4 Comparacão Para Diferentes Sigmas

Nem sempre as aplicacões requerem precisão máxima na estimacão da velocidade. Algumas aplicacões exigem um algoritmo mais rápido ao custo de uma precisão mais baixa. Levando isto em consideracão, pode haver variaçoes do método proposto, nas quais a matriz Σ teórica pode ter uma menor dimensão com menos elementos, gerando menos cálculos computacionais, ao custo de uma precisão menor. Quanto menor é a dimensão da matriz Σ , menor é a precisão do método, tendo como vantagem menos cálculos feitos na comparacão da matriz teórica com os dados adquiridos pelo radar, bem como na construçao da matriz teórica.

Uma ideia simples é diminuir a matriz Σ selecionando elementos em um intervalo definido. Uma matriz $M \times M$ pode ser diminuída por um fator simples do tamanho de um intervalo I desejado, sendo que I é um número inteiro e positivo. Desta forma, a matriz passa a ser uma matriz $\frac{M}{I} \times \frac{M}{I}$.

Para testar esta ideia, foi feita a mesma simulacão do caso anterior, com um alvo distribuído móvel com velocidade de 6 m/s dentro da faixa de SNR entre -30 dB e 10 dB.

O primeiro caso foi selecionado um fator $I = 5$. Neste caso, a precisão do método já começou a cair nítidamente pelo gráfico da Figura 5.8. Com a matriz Σ completa, a estimacão já converge para o valor correto da velocidade em aproximadamente -10 dB, enquanto para a matriz selecionando de 5 em 5 elementos o método começa a convergir em aproximadamente -5 dB. Portanto, houve uma perda de 5 dB com este fator.

Utilizando um fator de $I = 10$, a precisão diminui ainda mais. Este caso está ilustrado na

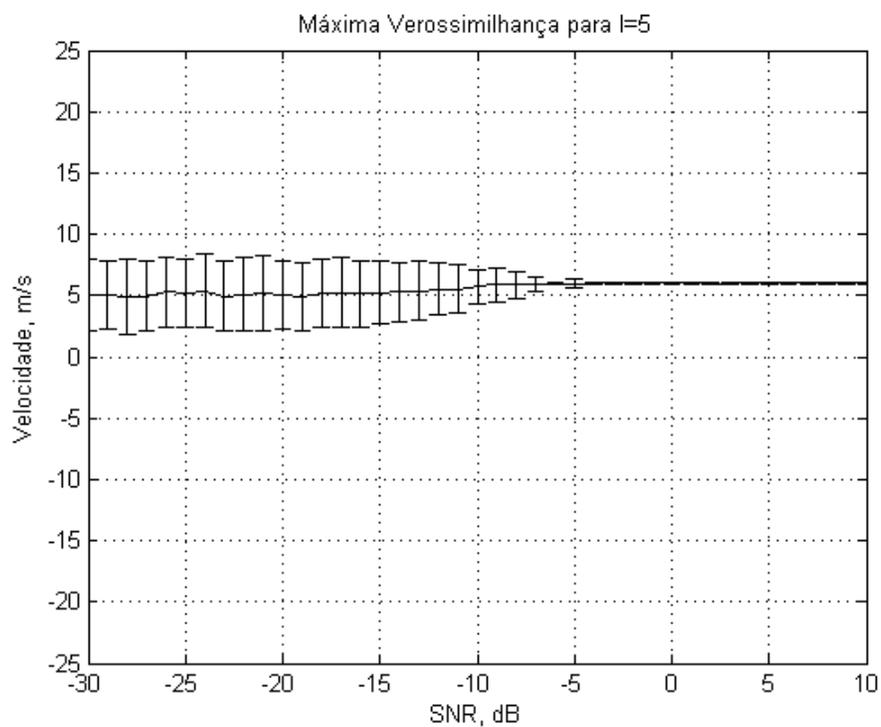


Figura 5.8: Precisão de estimação de velocidade do método Proposto para um fator $I = 5$.

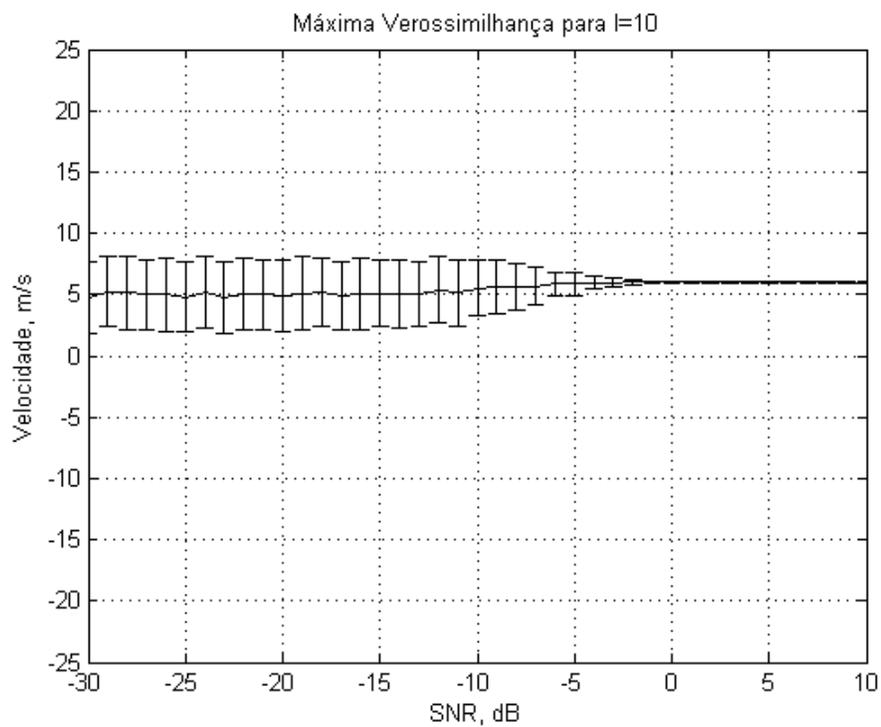


Figura 5.9: Precisão de estimação de velocidade do método Proposto para um fator $I = 10$.

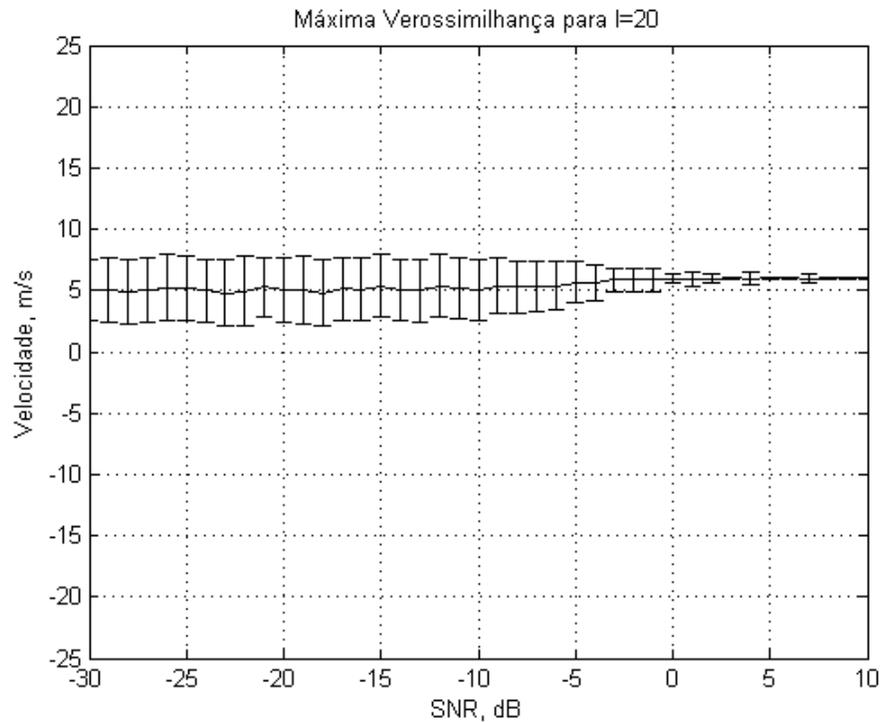


Figura 5.10: Precisão de estimação de velocidade do método Proposto para um fator $I = 20$.

Figura 5.9. Pelo gráfico, é possível observar que a estimação da velocidade converge para o valor correto para SNR de -1 dB, enquanto o caso anterior a convergência se deu com 4 dB a menos.

Tabela 5.5: Convergência da estimação da velocidade para o valor correto com os fatores: $I = 1$, $I = 5$, $I = 10$ e $I = 20$.

Fator I	Convergência
1	-10 dB
5	-5 dB
10	-1 dB
20	5 dB

O último caso foi uma simulação para um fator $I = 20$, no qual houve mais uma queda na precisão da estimação da velocidade. Pelo gráfico da Figura 5.10, a convergência da velocidade para o valor correto se dá apenas em 5 dB, sendo 6 dB a mais que o caso para o fator $I = 10$.

Tendo em vista os quatro casos: fator $I = 1$ (matriz completa), fator $I = 5$, fator $I = 10$ e fator $I = 20$, foi observada uma queda praticamente linear na precisão da estimação da velocidade. A tabela 5.5 mostra o ponto de convergência na estimação da velocidade para estes quatro casos.

5.5 Resumo do Capítulo

Este capítulo começou mostrando os parâmetros de simulação utilizados para a geração do sinal. Foi calculado o erro absoluto entre a matriz teórica Σ e a covariância amostral, mostrando a precisão do método proposto ao ter um mínimo no erro na velocidade real do alvo.

Outra simulação foi feita para diferentes condições de SNR. Nesta simulação foram utilizados, além do método proposto, o método da Correlação na Frequência, o método da Energia e o método de Madsen para fins de comparação. O método proposto se mostrou mais robusto, possuindo o menor erro médio e o menor erro médio quadrático dentre os métodos testados. O método que mais se aproximou do método proposto foi o método da Correlação na Frequência. Os outros métodos apresentaram erros consideravelmente maiores.

Foi evidenciada a precisão do método proposto ao se mostrar a estimação média em torno do desvio padrão para cada método. Foi avaliada a mesma faixa de SNR para cada método, onde foi possível observar que o método proposto converge para o valor correto da velocidade com SNR mais baixa que os outros métodos, ou seja, o método proposto apresentou o melhor compartimento mesmo para baixa SNR.

Por último, foram apresentadas algumas variações do método proposto, de forma a se obter menos cálculos computacionais ao custo de uma menor precisão. Algumas aplicações não exigem alto nível de precisão e, por isso, é possível diminuir a dimensão, ou o número de elementos da matriz e, conseqüentemente ter um algoritmo com menos cálculos e mais rápido. A ideia utilizada foi adotar diferentes intervalos para o cálculo das matrizes teóricas. Quanto maior o intervalo escolhido, menos elementos tem a matriz, menos cálculos são feitos e, como resultado, menor é a precisão do método.

Conclusões e Perspectivas

Este trabalho apresentou alguns conceitos básicos de radares SAR e ArcSAR, que foram utilizados em aplicações meteorológicas na detecção de nuvens. O radar SAR possui diversas características interessantes que fazem com que este tenha uma boa resolução diferenciando-o dos radares convencionais. A partir deste, abordou-se o radar ArcSAR, que é uma variação do radar SAR, porém a sua forma de operação é em geometria circular. O radar ArcSAR é uma boa alternativa para diminuir os custos de um radar convencional, pois necessita de uma antena menor e consegue atingir altas resoluções devido às suas características.

O objetivo principal foi desenvolver um método baseado na máxima verossimilhança para estimação ótima de velocidade em radar ArcSAR a partir dos ecos provindos de alvos distribuídos, pois são alvos reais que possibilitam a aplicação na área de meteorologia na detecção de nuvens. Os alvos distribuídos apresentam um espectro não simétrico, o que prejudica a estimação da velocidade. Foi feito um desenvolvimento analítico para demonstrar matematicamente o funcionamento do método baseado na função de máxima verossimilhança. Foi encontrada uma expressão matemática em função da matriz de covariância que estima a velocidade de forma ótima. O método proposto faz uma comparação desta matriz, para cada velocidade dentro de um conjunto de possíveis velocidades, com o sinal recebido de forma a encontrar uma velocidade estimada que minimize o erro absoluto entre a matriz de covariância e o sinal recebido.

Por meio de simulações, o método proposto foi implementado para verificar a sua eficiência na detecção da velocidade. Ao compará-lo com outros métodos já existentes para verificar a eficiência e precisão, ficou claro que o método proposto obteve o melhor desempenho para toda a faixa de SNR testada por meio do erro médio, erro médio quadrático e a estimação feita para cada método separadamente, onde foram gerados os gráficos da estimação média em torno do desvio padrão. Indo um pouco além, foram feitas propostas de diferentes matrizes Σ com menores dimensões para diminuir a quantidade de cálculos feitos pelo algoritmo, em detrimento da precisão do método, já que existem diversas aplicações que exigem diferentes valores de precisão.

Perspectivas

Para dar continuidade ao trabalho, sugere-se que sejam feitas análises detalhadas do custo e da complexidade do método proposto. Desta forma, será possível medir a velocidade do algoritmo e comparar a sua complexidade com a de outros métodos existentes para avaliar a viabilidade do método proposto neste trabalho em aplicações em tempo real, que requerem algoritmos velozes e enxutos.

Outra proposta seria, a partir da complexidade do algoritmo, encontrar outras métricas para a matriz Σ de forma a se obter uma base matemática que permita escolher o custo exato do algoritmo. Com isto, seria possível criar uma qualificação de diferentes matrizes de acordo com a aplicação, já que cada uma requer uma precisão diferente.

Pode ser feita uma extensão do caso monoestático para o caso biestático, utilizando os cálculos feitos neste trabalho como base ao se usar diferentes canais para transmissão e recepção do sinal. Deve-se verificar quais os impactos que a utilização de outra antena terá sobre a forma de operação do radar ArcSAR e o comportamento do método proposto de acordo com as possíveis variações na matriz de covariância teórica do sinal.

Publicações

Soares, T. A. P., Fraidenraich, G., Santos Filho, J. C. S., Miranda, M. A. M., Yacoub, M. D. (2013). Estimação Ótima de Velocidade em Radar ArcSAR com Alvo Distribuído, 09/2013, XXXI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, SBrT 2013, Vol. 1, pp.1-5, Fortaleza, CE, Brasil.

Bibliografia

- [1] I.G. Cumming and F.H.C. Wong. *Digital Signal Processing of Synthetic Aperture Radar Data: Algorithms and Implementation*. Artech House signal processing library. Artech House, Incorporated, 2005. ISBN 9781580530583.
- [2] G. Franceschetti and R. Lanari. *Synthetic Aperture Radar Processing*. Electronic engineering systems series. Taylor & Francis, 1999. ISBN 9780849378997.
- [3] J.C. Curlander and R.N. McDonough. *Synthetic Aperture Radar: Systems and Signal Processing*. Wiley Series in Remote Sensing and Image Processing. Wiley, 1991. ISBN 9780471857709.
- [4] D. Massonnet and J.C. Souyris. *Imaging with Synthetic Aperture Radar*. Engineering sciences: Electrical engineering. EFPL Press, 2008. ISBN 9781439808139.
- [5] Armando Marino. Introduction. In *A New Target Detector Based on Geometrical Perturbation Filters for Polarimetric Synthetic Aperture Radar (POL-SAR)*, Springer Theses, pages 1–7. Springer Berlin Heidelberg, 2012. ISBN 978-3-642-27162-5.
- [6] Hoonyol Lee, Seong-Jun Cho, and Kwang-Eun Kim. A ground-based arc-scanning synthetic aperture radar (arcsar) system and focusing algorithms. In *Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS), 2010 IEEE International*, pages 3490–3493, 2010.
- [7] Helmut Klausing. Feasibility of a synthetic aperture radar with rotating antennas (rosar). In *Microwave Conference, 1989. 19th European*, pages 287–299, 1989.
- [8] Min Jeon and Young Soo Kim. Migration technique for rotor synthetic aperture radar. *Electronics Letters*, 33(7):630–631, 1997.
- [9] W. Kreitmair-Steck, H. Klausing, A. P. Wolfram, and G. Weiss. Heliradar - a synthetic aperture radar with rotating antennas. In *Microwave Conference, 1993. 23rd European*, pages 972–974, 1993.
- [10] S.N. Madsen. Estimating the doppler centroid of sar data. *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, 25(2):134–140, 1989.

-
- [11] Y. K. Chan and V. C. Koo. An introduction to synthetic aperture radar (sar). *Progress In Electromagnetics Research B*, 2:27–60, 2008.
- [12] F. Gao, A. Ru, J. Sun, and A. Hussain. A novel sar target detection algorithm based on contextual knowledge. *Progress In Electromagnetics Research B*, 142:123–140, 2013.
- [13] J.R. Fienup. Detecting moving targets in sar imagery by focusing. *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, 37(3):794–809, July 2001.
- [14] R. W. Deming. Along-track interferometry for simultaneous SAR and GMTI: application to Gotcha challenge data. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 8051 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, May 2011.
- [15] R. Deming, S. MacIntosh, and M. Best. Three-channel processing for improved geo-location performance in sar-based gmti interferometry. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 8394 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, May 2012.
- [16] B.H. Borden and M.L. Mumford. A statistical glint/radar cross section target model. *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, AES-19(5):781–785, Sept 1983.
- [17] F.L. Posner. Texture and speckle in high resolution synthetic aperture radar clutter. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 31(1):192–203, Jan 1993.
- [18] R.K. Raney and G.J. Wessels. Spatial considerations in sar speckle consideration. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 26(5):666–672, Sep 1988.
- [19] Gregory Newstadt, Edmund G. Zelnio, and Alfred O. Hero III. Moving target inference with hierarchical bayesian models in synthetic aperture radar imagery. *CoRR*, abs/1302.4680, 2013.
- [20] S. A. Hovanesian. *Introduction to Synthetic Array and Imaging Radars*. Artech House , Dedham. Artech House, Incorporated, 1980. ISBN 9781580530583.
- [21] Zhang Jun. The static small object detection based on ground-based arc sar. In *Microwave and Millimeter Wave Technology (ICMMT), 2012 International Conference on*, volume 4, pages 1–4, May 2012.
- [22] R. D. Palmer Cheong, B. L. and M. Xue. A time series weather radar simulator based on high-resolution atmospheric models. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, 25:230–243, March 2008.
- [23] A. Leon-Garcia. *Probability, Statistics, and Random Processes for Electrical Engineering*. Pearson/Prentice Hall, 2008. ISBN 9780131471221.
- [24] I.G. Cumming. A spatially selective approach to doppler estimation for frame-based satellite sar processing. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 42(6):1135–1148, 2004.

-
- [25] A. M. M. Miranda, J. C. S. Santos, G. Fraidenraich, M. D. Yacoub, J. R. M. Neto, and Y. C. Zuniga. A novel meteorological radar scheme based on the correlation between fixed antennas: a first look. *Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, SBrT*, "September"2012.
- [26] Roger A. Horn and Charles R. Johnson. *Matrix Analysis*. Cambridge University Press, 1990. ISBN 0521386322.