

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO
DEPARTAMENTO DE COMUNICAÇÕES

**Novas técnicas de processamento espaço-temporal
em transmissão conciliando diversidade e
*beamforming***

Autor

Danilo Zanatta Filho

Orientador

Prof. Dr. João Marcos Travassos Romano (FEEC/UNICAMP)

Banca Examinadora:

Prof. Dr. João Marcos Travassos Romano (FEEC/UNICAMP)

Prof. Dr. Leonardo Silva Resende (GPqCom/EEL/UFSC)

Dra. Maria Valéria Marquezini (Ericsson Research)

Prof. Dr. Raimundo Sampaio Neto (CETUC/PUC-Rio)

Prof. Dr. Paulo Cardieri (FEEC/UNICAMP)

Prof. Dr. Renato da Rocha Lopes (FEEC/UNICAMP)

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica. Este trabalho está inserido no acordo de cotutela entre FEEC/UNICAMP e CNAM-Conservatoire National des Arts et Métiers-França, tendo como orientador do lado francês o Prof. Dr. Maurice Bellanger.

Campinas, 01 de novembro de 2006

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

Z15n	Zanatta Filho, Danilo Novas técnicas de processamento espaço-temporal em transmissão conciliando diversidade e <i>beamforming</i> / Danilo Zanatta Filho. --Campinas, SP: [s.n.], 2006. Orientador: João Marcos Travassos Romano Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. 1. Antenas ajustáveis. 2. Processamento de sinais adaptativo. 3. Sistemas de comunicação móvel. 4. Telecomunicações. I. Zanatta Filho, Danilo. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.
------	--

Título em Inglês: New methods for transmit space-time processing combining diversity and beamforming

Palavras-chave em Inglês: Smart antennas, adaptive signal processing, mobile communications systems, Telecommunications.

Área de concentração: Telecomunicações e Telemática.

Titulação: Doutor em Engenharia Elétrica

Banca examinadora: Leonardo Silva Resende, Maria Valéria Marquezini, Raimundo Sampaio Neto, Paulo Cardieri, Renato da Rocha Lopes

Data da defesa: 01/11/2006

Agradecimentos

Gostaria, antes de mais nada, de expressar minha gratidão a Luc Féty pela sua amizade, pelo apoio e pela orientação, sem os quais este trabalho não teria sido realizado, mas também pelas sempre agradáveis discussões, tanto técnicas quanto sobre os mais variados assuntos. Gostaria também de expressar minha gratidão a João Marcos Travassos Romano por ter me acolhido no Laboratório de Processamento de Sinais para Comunicações (DSPCom) da UNICAMP, e também pela sua amizade, pelo apoio e pela orientação que me permitiram realizar esta tese em co-tutela entre o CNAM e a UNICAMP. Agradeço ainda a Maurice Bellanger por ter me acolhido no *Laboratoire Électronique et Communication* do *Conservatoire National des Arts et Métiers* (CNAM) e pelo apoio, especialmente no tocante à realização da tese em co-tutela.

Também agradeço a Maria Valéria Marquezini, Raimundo Sampaio Neto e Paulo Cardieri por terem aceitado participar da banca, pela leitura atenciosa e pelos comentários muito pertinentes e enriquecedores. Gostaria ainda de agradecer especialmente a Leonardo Silva Resende pela participação em ambas as defesas e pela leitura criteriosa e cuidadosa das versões em português e francês. Um grande obrigado a Renato da Rocha Lopes pela participação na banca, mas também pela sua amizade e por todas as discussões diárias que me permitiram ampliar meus conhecimentos técnicos.

Agradeço a todos os colegas do DSPCom pelas discussões técnicas, mas também pelos momentos sempre agradáveis que vocês me proporcionaram nesses anos todos de convivência no laboratório. Um grande obrigado a Leonardo Tomazeli Duarte pelas conversas sempre sinceras, pelo apoio e pelos jogos de basquete e a Ricardo Suyama por sua amizade, sua ajuda e pelas discussões enriquecedoras.

Obrigado a todos os colegas do *Laboratoire Électronique et Communications* que, cada um à sua maneira, tornaram minha estadia na França mais agradável e enriquecedora. A Cristiano Panazio pela sua amizade e sua ajuda durante o período que convivemos juntos na França. A Nicolas Paul pela sua amizade, sua simpatia e pelas conversas sempre agradáveis. Agradeço ainda a Didier Le Ruyet pelas conversas no “cafezinho” e Michel Terré, com seu sorriso contagiante, pelas discussões técnicas.

Agradeço a meus pais Danilo e Regina que me apoiaram desde o início desta tese. Também agradeço a meu grande amigo Fred pela sua amizade e seu apoio que, mesmo à distância, tanto me ajudaram. Obrigado ainda à minha cunhada Tatj e aos meus sogros Bruno e Lisa pelo apoio durante toda a tese.

At last, but not least, desejo expressar minha profunda gratidão à minha esposa Carla, a quem dedico esta tese, pela sua paciência (de me ver sempre debruçado no computador), pela seu apoio diário ao longo desses 3 anos de trabalho, pelas suas palavras de coragem e pelo seu amor sem fim.

Resumo

O presente trabalho trata da utilização, em transmissão, de um arranjo de antenas na estação rádio-base de um sistema de comunicação celular. Na recepção, as soluções para explorar o arranjo são atualmente bem estabelecidas na literatura. Por outro lado, na transmissão, o problema se mantém aberto. Duas abordagens são possíveis: explorar o arranjo de antenas em *beamforming* ou em diversidade. Essas duas abordagens se opõem pelas hipóteses sobre a correlação dos canais, o que implica um maior ou menor espaçamento entre as antenas, de acordo com o ambiente de propagação. Na prática, essas hipóteses são muito difíceis de se respeitar. Nesta dissertação, pretendemos tratar esta questão na sua globalidade, conciliando diversidade e *beamforming* para melhor explorar o arranjo de antenas. Consideramos o contexto monousuário, assim como o caso multiusuário.

No caso monousuário, propomos uma estrutura de transmissão composta por uma técnica de diversidade de transmissão clássica aplicada a antenas virtuais diretivas e idealmente independentes. Essas antenas virtuais são fabricadas por meio de filtros puramente espaciais aplicados às antenas reais. O conjunto desses filtros é chamado *precoder* e se intercala entre a diversidade de transmissão e o arranjo de antenas utilizado em transmissão. Esse *precoder* desempenha um duplo papel, o de realizar o *beamforming* e o de criar a diversidade por meio de antenas virtuais idealmente independentes, conciliando assim diversidade de transmissão e *beamforming* em transmissão. Duas abordagens são propostas para se obter o *precoder*, uma baseada na minimização da variância da potência recebida pelo móvel e a segunda baseada diretamente na minimização da taxa de erro. Comparadas às técnicas clássicas, as novas técnicas apresentam melhores desempenhos.

Em seguida, propomos uma extensão dessa estrutura ao contexto multiusuário, para o qual técnicas de diversidade de transmissão ainda não foram propostas na literatura. Propomos a adaptação conjunta dos *precoders*, buscando minimizar a potência total de transmissão, respeitando as BERs alvo dos usuários. De maneira análoga ao caso monousuário, os *precoders* permitem conciliar *beamforming* e diversidade de transmissão. Comparada às técnicas clássicas de *beamforming* multi-usuário, a nova abordagem introduz diversidade de transmissão ao enlace, apresentando melhores desempenhos.

Abstract

This work deals with the use of an antenna array at the base station of a mobile communication system for transmission. In reception, solutions that exploit the antenna array are now well established. In transmission, however, the problem remains open. Two approaches are possible: exploit the array by using beamforming techniques or by using diversity techniques. These two approaches are based on opposing assumptions about the channels correlation, which implies a greater or smaller distance between antennas, depending on the environment. In practice, these assumptions are not verified. Here, we aim to deal with the problem as a whole for better exploiting the antenna array. This work treats the single-user case, as well as the multiuser scenario.

In the single-user case, we propose a transmission scheme composed of a classical transmit diversity technique applied to virtual antennas, which are directive and ideally independent. These virtual antennas are produced by means of purely spatial filters applied to the real antennas. This set of filters is called *precoder*, and acts as the interface between the transmit diversity technique and the transmit antenna array. The precoder function is twofold; to beamform the transmit signal, and to create diversity by means of ideally independent virtual antennas, thus combining transmit diversity and transmit beamforming. We propose two approaches to obtain this precoder, one based on the minimization of the variance of the received power at the mobile, and the other directly based on the minimization of the error rate. Compared to more classical approaches, the performance of the new methods reveals their advantage.

Then, we extend this scheme to a multiuser context, for which transmit diversity techniques have not yet been developed. We propose to jointly adapt the precoders by minimizing the total transmit power while satisfying the users' target BER. Similarly to the single-user case, the precoders allow to combine beamforming and transmit diversity. Compared to classical multiuser beamforming techniques, the new approach adds diversity to the link and obtains in return better performances.

Sumário

Agradecimentos	iii
Resumo	v
Abstract	vi
Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xv
Notação Matemática	xvii
Abreviaturas e Acrônimos	xix
1 Introdução	1
1.1 Organização e contribuições deste trabalho	2
2 Arranjo de Antenas em Transmissão	5
2.1 Introdução	5
2.2 Diversidade de Transmissão <i>versus</i> <i>Beamforming</i> em Transmissão . .	6
2.3 Estratégias de Diversidade de Transmissão (DT)	7
2.3.1 Diversidade de Transmissão em malha aberta	10
2.3.2 Diversidade de Transmissão em malha fechada	11
2.4 Estratégias de <i>Beamforming</i> em Transmissão (BT)	12
2.4.1 <i>Beamforming</i> com realimentação	14
2.4.2 <i>Beamforming</i> sem realimentação	15
2.5 Técnicas de BT monousuário	17
2.5.1 Modelo de sinal	17
2.5.2 Maximização da SNR	19
2.5.3 Inconveniente	20
2.5.4 Interpretação dos resultados	21
2.6 Conciliando DT e BT – o conceito de antenas virtuais	21
2.7 Técnicas de BT multiusuário	24

2.7.1	Minimização da Potência - Controle de Potência	26
2.7.2	Restrições de SINR	28
2.7.3	Dualidade enlace reverso e enlace direto	30
2.7.4	Controle de potência	32
2.7.5	Existência de uma solução	33
2.7.6	Solução Iterativa - Algoritmo DBPC	34
2.7.7	Versão Rápida - Algoritmo F-DBPC	41
2.8	As Antenas Virtuais revisitadas - o caso Multiusuário	47
2.9	Conclusão	49
3	Técnicas Monousuário	51
3.1	Introdução	51
3.2	<i>Precoder</i> e Diversidade de Transmissão	52
3.2.1	Diversidade de Transmissão	55
3.3	Diversidade de Transmissão e BER	59
3.3.1	Canais correlacionados	62
3.4	Alocação Ótima de Potência para DT	63
3.5	Minimização da variância	68
3.5.1	Modelo de sinal	69
3.5.2	Critério de Mínimo de Variância	72
3.5.3	Solução Ótima - Algoritmo CPA	75
3.5.4	Resultados de Simulação	80
3.5.5	Necessidade de um Novo Critério	90
3.6	Minimização da BER	92
3.6.1	Modelo de Sinal	92
3.6.2	Critério de Mínima BER	93
3.6.3	Algoritmo mBER-TD-DB	95
3.6.4	Resultados de Simulação	100
3.7	Conclusão	106
4	Técnicas Multiusuário	109
4.1	Introdução	109
4.2	Modelo de Sinal	110
4.3	Critério Multiusuário com Restrições de BER	112
4.3.1	Solução Ótima	112
4.4	Algoritmo MU-cBER	119
4.5	Resultados de Simulação	123
4.5.1	Canal Seletivo em Frequência	129
4.6	Idéias e Perspectivas	130
4.6.1	Algumas Considerações sobre a Convergência	130
4.6.2	Versão Adaptativa	131
4.6.3	Versão Simplificada	132

4.7 Conclusão	133
5 Conclusões e Perspectivas	135
Referências Bibliográficas	137
Índice de autores	143

Lista de Figuras

2.1	Esquema clássico de diversidade de transmissão	9
2.2	Processamento puramente espacial em transmissão	13
2.3	Estrutura de transmissão: <i>precoder</i> ω e diversidade de transmissão	23
2.4	Evolução da potência total de transmissão do algoritmo DBPC com o número de iterações.	37
2.5	Evolução da potência de transmissão α_u de cada usuário u para o algoritmo F-DBPC com o número de iterações.	45
2.6	Estrutura de transmissão multiusuário: <i>precoder</i> ω e diversidade de transmissão	48
3.1	Estrutura de transmissão: <i>precoder</i> ω e diversidade de transmissão	53
3.2	Função densidade de probabilidade (fdp) de $\gamma_{fd}(b)$ para diferentes valores de L	58
3.3	Comparação do desempenho de um canal equilibrado e um canal desequilibrado.	61
3.4	Comparação do desempenho da alocação ótima de potência para $M = 3$ e repartição igual de potência utilizando 1, 2 ou 3 antenas	64
3.5	Alocação ótima de potência em função da potência de transmissão	65
3.6	fdp da potência recebida para 1, 2 e 3 antenas e repartição igual da potência de transmissão para $P_{TX} = 25$ dB.	65
3.7	Zoom da fdp da potência recebida para 1, 2 e 3 antenas e repartição igual da potência de transmissão para $P_{TX} = 25$ dB.	66
3.8	BER em função da potência recebida	67
3.9	Variância da potência recebida em função do número de antenas L	69
3.10	Comparação da solução de mínimo de variância e <i>beamforming</i>	74
3.11	BER em função da potência de transmissão. Comparação da técnica <i>beamforming</i> e da técnica CPA para diferentes valores de β	79
3.12	Diagrama de radiação da solução <i>beamforming</i> e da solução CPA com $\beta = 0$ e $\beta = 0,3$	80
3.13	Cenário NLOS para dois valores de espalhamento angular	83
3.14	Repartição da potência entre os modos próprios do canal em função da potência de transmissão para o cenário NLOS com $\Delta = 5^\circ$	83

3.15	Potência recebida média e variância da potência recebida em função da potência de transmissão para o cenário NLOS com $\Delta = 5^\circ$	84
3.16	Potência recebida média e variância da potência recebida em função da potência de transmissão para o cenário NLOS com $\Delta = 25^\circ$	85
3.17	Repartição da potência entre os modos próprios do canal em função da potência de transmissão para o cenário NLOS com $\Delta = 25^\circ$	85
3.18	Cenário LOS	87
3.19	Potência recebida média e variância da potência recebida em função da potência de transmissão para o cenário LOS	88
3.20	Repartição da potência entre os modos próprios do canal em função da potência de transmissão para o cenário LOS.	88
3.21	Canal seletivo em frequência	90
3.22	Potência recebida média e variância da potência recebida em função da potência de transmissão para o canal seletivo em frequência	91
3.23	Repartição da potência entre os modos próprios do canal em função da potência de transmissão para o canal seletivo em frequência.	91
3.24	Comparação entre a BER aproximada e a BER simulada	94
3.25	Comparação entre as funções $Q(\sqrt{\gamma_b})$ e $f(\gamma_b)$	96
3.26	Convergência do algoritmo mBER-TD-DB para uma potência de transmissão de 0 dB e 30 dB	102
3.27	Cenário NLOS com $\Delta = 5^\circ$	103
3.28	Repartição da potência entre os modos próprios do canal em função da potência de transmissão para o cenário NLOS com $\Delta = 5^\circ$	103
3.29	Potência recebida média e variância da potência recebida em função da potência de transmissão para o cenário NLOS com $\Delta = 5^\circ$	104
3.30	Canal seletivo em frequência	105
3.31	Potência recebida média e variância da potência recebida em função da potência de transmissão para o canal seletivo em frequência	106
4.1	Estrutura de transmissão multiusuário: <i>precoder</i> ω_u e diversidade de transmissão	110
4.2	Linearização da função $g_j(p_j)$ em torno do ponto p_j^-	118
4.3	Evolução da potência de transmissão e da BER durante a convergência do algoritmo MU-cBER para $K = 4$, $L = 2$ e uma BER alvo de 10^{-4}	125
4.4	Diagrama de radiação da solução <i>beamforming</i> puramente espacial DBPC para $K = 4$	126
4.5	Diagrama de radiação da solução MU-cBER para $K = 4$ e $L = 2$	126
4.6	Potência de transmissão total dos algoritmos DBPC e MU-cBER ($L = 2$) em função da BER alvo para 2 usuários e $K = 4$	127
4.7	Potência de transmissão total dos algoritmos DBPC e MU-cBER ($L = 2$) para 3 usuários em função da BER alvo e do número de antenas (K).	128

4.8	Potência de transmissão total dos algoritmos DBPC e MU-cBER em função da BER alvo para 2 usuários e canal seletivo em frequência . . .	130
-----	--	-----

Lista de Tabelas

2.1	Algoritmo DBPC	35
2.2	Algoritmo F-DBPC	44
3.1	Algoritmo CPA	78
3.2	Características do cenário LOS	86
3.3	Parâmetros N , $\overline{N}_e$ e $d_{\min}$ para as modulações QAM.	93
3.4	Algoritmo mBER-TD-DB	98
3.5	Características do canal seletivo em frequência	104
4.1	Algoritmo MU-cBER	120
4.2	Características do cenário composto por 2 percursos e 2 usuários . . .	124
4.3	Características do cenário composto por 2 percursos e 3 usuários . . .	128

Notação Matemática

a ou A	Escalar
$\mathbf{a}$	Vetor coluna (letra minúscula em negrito)
$\mathbf{A}$	Matriz (letra maiúscula em negrito)
$\mathbf{I}_N$	Matriz identidade $N \times N$
$\mathbf{1}_N$	Vetor coluna com todos os N elementos iguais a unidade
$\mathbf{0}_N$	Vetor coluna com todos os N elementos iguais a zero
$\mathbf{0}_{N \times M}$	Matriz $N \times M$, com todos os elementos iguais a zero
$\star$	Produto de convolução
$(\cdot)^*$	Complexo conjugado de um escalar, vetor ou matriz
$(\cdot)^T$	Transposto de um vetor ou matriz
$(\cdot)^H$	Complexo conjugado e transposto de um vetor ou matriz
$\ \mathbf{a}\ $	Norma 2 do vetor $\mathbf{a}$: $\ \mathbf{a}\ = \sqrt{\mathbf{a}^H \mathbf{a}}$
$\text{tr}(\mathbf{A})$	Traço da matriz $\mathbf{A}$
$\text{diag}(\mathbf{a})$	Matriz diagonal formada pelo vetor $\mathbf{a}$
$\mathbf{a}[m]$	Elemento da linha m do vetor (coluna) $\mathbf{a}$
$\mathbf{A}[m, n]$	Elemento da linha m e coluna n da matriz $\mathbf{A}$
$\ \mathbf{A}\ _F$	Norma de Frobenius da matriz $\mathbf{A}$ ($M \times N$), dada por $\sqrt{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \left(\mathbf{A}[m, n]\right)^2}$
$E\{\cdot\}$	Operador esperança

Abreviaturas e Acrônimos

Abreviatura	Significado
APS	<i>Azimuthal Power Spectrum</i>
AWGN	<i>Additive White Gaussian Noise</i>
BER	<i>Bit Error Rate</i>
BPSK	<i>Binary Phase Shift Keying</i>
BT	<i>Beamforming</i> em Transmissão
CDMA	<i>Code Division Multiple Access</i>
CMA	<i>Constant Modulus Algorithm</i>
CPA	<i>Constant Power Algorithm</i>
CSIT	<i>Channel State Information at the Transmitter</i>
DBPC	<i>Downlink Beamforming and Power Control</i>
DOA	<i>Direction of Arrival</i>
DT	Diversidade de Transmissão
DTD	<i>Delay Transmit Diversity</i>
Eig-BF	<i>Eigen-Beamforming</i>
ERB	Estação Rádio-Base
fdp	função densidade de probabilidade
F-DBPC	<i>Fast-DBPC</i>
FDD	<i>Frequency Division Duplex</i>
FDMA	<i>Frequency Division Multiple Access</i>
LOS	<i>Line of Sight</i>

Abreviatura	Significado
mBER-TD-DB	<i>minimum BER-Transmit Diversity-Downlink Beamforming</i>
MCE	Matriz de Covariância Espacial
MCET	Matriz de Covariância Espaço-Temporal
MLSE	<i>Maximum-Likelihood Sequence Estimation</i>
MU-cBER	<i>Multi-User constrained BER</i>
NLOS	<i>Non Line of Sight</i>
OFDM	<i>Orthogonal Frequency Division Multiplex</i>
OSTBC	<i>Orthogonal Space-Time Block Codes</i>
PSK	<i>Phase Shift Keying</i>
QAM	<i>Quadrature Amplitude Modulation</i>
SDMA	<i>Space Division Multiple Access</i>
SINR	Relação Sinal-Interferência-mais-Ruído (<i>Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio</i>)
SIR	Relação Sinal-Interferência (<i>Signal-to-Interference Ratio</i>)
SNR	Relação Sinal-Ruído (<i>Signal-to-Noise Ratio</i>)
STBC	<i>Space-Time Block Codes</i>
STD	<i>Selective Transmit Diversity</i> (STD)
TDD	<i>Time Division Duplex</i>
TDMA	<i>Time Division Multiple Access</i>
TxAA	<i>Transmit Adaptive Array</i> (TxAA)
UM	Usuário Móvel

1

Introdução

O objetivo de um sistema de comunicação digital é, de maneira geral, a transmissão de dados a altas taxas, utilizando o mínimo possível de energia e com a menor taxa de erro possível. Estes objetivos se tornam cada vez mais evidentes nos modernos sistemas de comunicação sem fio, como por exemplo os sistemas celulares de terceira e quarta geração ou os sistemas de transmissão de dados sem fio WiFi e WiMax. Além disso, a evolução dos sistemas de comunicação sem fio é impulsionada pelo acesso à Internet e pela crescente demanda por serviços baseados na transmissão de dados, como a transmissão de televisão digital, vídeo-conferências, *downloads* em geral etc.

Para que esses modernos sistemas de comunicação sem fio possam oferecer altas taxas de transmissão de dados, novas técnicas de processamento de sinais foram amplamente desenvolvidas. Nesse contexto, o uso de um arranjo de antenas na estação rádio-base foi considerado na literatura como um fator chave para melhor explorar a capacidade desses sistemas [32, 34]. Mesmo se o uso de um arranjo de antenas no terminal móvel é também possível, seu uso é limitado pelo consumo de bateria e o tamanho do terminal. Contudo, o arranjo de antenas na estação rádio-base pode ser utilizado tanto na recepção quanto na transmissão dos sinais. Assim, os dois enlaces (direto e reverso) se beneficiam do ganho decorrente do uso do arranjo na estação rádio-base.

O uso do arranjo de antenas em recepção (enlace reverso) é um problema relativamente bem estudado na literatura e já produziu um certo número de resultados, ver, por exemplo [19, 20, 48]. O uso do arranjo em transmissão (enlace direto), por

outro lado, é um problema relativamente novo e menos estudado pela comunidade científica. Podemos classificar esses trabalhos em dois grupos, em função do enfoque: 1. Técnicas de diversidade de transmissão, que se beneficiam do ganho de diversidade fornecido pelo arranjo; 2. Técnicas de *beamforming* em transmissão, que se beneficiam do ganho de arranjo ou ganho de diretividade. Entretanto, as hipóteses nas quais se baseiam cada uma dessas estratégias são contraditórias no sentido de que as técnicas de diversidade de transmissão supõem que as antenas são descorrelacionadas e as técnicas de *beamforming* em transmissão, que as antenas são fortemente correlacionadas. Além disso, as técnicas de *beamforming* em transmissão tentam direcionar a transmissão de forma a aproveitar ao máximo a potência de transmissão, enquanto as técnicas de diversidade de transmissão irradiam de maneira omnidirecional.

Num contexto monousuário, existe claramente um compromisso entre o ganho fornecido pelas técnicas de diversidade e as de *beamforming*. Em função do cenário específico, o uso de uma ou outra técnica é mais vantajoso para aproveitar ao máximo a potência de transmissão, no sentido de minimizar a taxa de erro no receptor móvel. Além disso, na prática, é mais provável que o cenário seja tal que nenhuma das hipóteses seja totalmente verificada. Assim, a questão que se coloca é de como utilizar o arranjo de antenas da melhor maneira possível num cenário de transmissão qualquer.

Ao passarmos ao caso multiusuário, as técnicas de diversidade de transmissão não são mais utilizáveis devido à transmissão omnidirecional resultante. As técnicas de *beamforming* multiusuário, por outro lado, parecem bem adaptadas a este problema. Essas técnicas reduzem a interferência multiusuário, melhorando a qualidade do enlace dos usuários. Isso leva a uma redução na potência de transmissão, para uma mesma taxa de erro. Como a potência de transmissão é um recurso *raro* nos sistemas sem fio, sua redução conduz a um aumento da capacidade global do sistema, seja em termos do número de usuários ou da taxa de transmissão agregada. Porém, podemos ainda nos perguntar como conciliar a diversidade de transmissão ao *beamforming* multiusuário de forma a melhorar ainda mais o desempenho do sistema.

1.1 Organização e contribuições deste trabalho

Neste trabalho, estudamos como utilizar da melhor forma possível o arranjo de antenas na estação rádio-base para transmitir para um ou mais usuários móveis. Para tanto, tentaremos responder as questões suscitadas anteriormente pela utilização de técnicas de processamento de sinais e otimização.

Começamos, no capítulo 2, por uma discussão sobre a utilização do arranjo de antenas em transmissão do ponto de vista da diversidade de transmissão e do *beamforming*. Apresentamos, brevemente, o estado da arte das técnicas de diversidade de transmissão em malha aberta e fechada, assim como das técnicas de *beamfor-*

ming em transmissão com e sem realimentação (*feedback*). Em seguida detalhamos a técnica de *beamforming* baseada na maximização da relação sinal-ruído (SNR, do inglês *Signal-to-Noise Ratio*), considerando a utilização de um filtro puramente espacial. Propomos, então, uma estrutura baseada num *precoder* composto de vários filtros puramente espaciais com o objetivo de conciliar diversidade de transmissão e *beamforming*, o que nos leva à introdução do conceito de antenas virtuais.

A segunda parte do capítulo 2 é dedicada às técnicas de *beamforming* multiusuário. Apresentamos a técnica DBPC e sua versão simplificada (F-DBPC). Essas técnicas otimizam conjuntamente os filtros puramente espaciais dos usuários e as potências de transmissão alocadas de forma a minimizar a potência total de transmissão respeitando-se as SNR alvo de cada usuário. Essas duas técnicas foram originalmente propostas durante meu mestrado [53]. Todavia, a prova de convergência da versão simplificada (F-DBPC), apresentada na seção 2.7.7.2, é uma contribuição realizada *a posteriori*, durante este trabalho de doutorado. Finalmente, o capítulo termina com a extensão do esquema de transmissão proposto ao caso multiusuário através de uma estrutura de transmissão baseada na utilização de um *precoder* por cada um dos usuários móveis.

A questão de como utilizar da melhor forma possível a potência de transmissão num cenário genérico ou, em outras palavras, qual é o *precoder* ótimo para um dado cenário, é tratada no capítulo 3. Nesse capítulo, propomos dois critérios para a obtenção do *precoder* ótimo, o que nos leva a dois algoritmos iterativos. O primeiro é baseado na minimização da variância da potência recebida pelo móvel. A partir desta técnica, mostramos que existe um compromisso entre a minimização da variância da potência recebida e o ganho de diretividade do arranjo. Introduzimos, então, um parâmetro para ajustar este compromisso. Entretanto, não é fácil adaptar esse compromisso de forma automática com a SNR. Para vencer esse desafio, propomos um segundo critério baseado diretamente na minimização da BER no móvel. O algoritmo resultante (mBER-TD-DB) conduz sempre ao melhor compromisso diretividade *versus* diversidade.

O capítulo 4 trata do problema multiusuário, onde propomos um critério e um algoritmo para se obter a solução ótima desse critério, que é uma extensão da técnica mBER-TD-DB. Num contexto multiusuário, a principal preocupação é a coexistência de vários usuários numa mesma célula no que diz respeito à interferência entre eles. Assim, a questão colocada é como utilizar da melhor maneira possível a potência de transmissão para servir o maior número possível de usuários respeitando a qualidade de enlace necessária a cada um deles. Esta questão nos conduz, para um número fixo de usuários, a um critério baseado na minimização da potência total de transmissão sujeito a restrições de BER para cada usuário.

Finalmente, o capítulo 5 tece algumas conclusões sobre os estudos desenvolvidos e indica algumas perspectivas de continuidade desses trabalhos.

2

Arranjo de Antenas em Transmissão

2.1 Introdução

Do ponto de vista da propagação, podemos dizer que os dois principais pontos fracos dos sistemas de comunicação celular são que:

- as transmissões sem fio não são guiadas como no caso das transmissões com fio. Essa característica implica, por um lado, que apenas parte da potência transmitida é recebida pelo usuário e, por outro lado, que a transmissão para um usuário pode interferir na recepção de outro usuário.
- o canal rádio-móvel é menos controlável que o canal com fio, por causa da própria natureza do canal sem fio, que é composto de múltiplos percursos, e às mudanças provenientes do movimento relativo entre transmissor e receptor.

O segundo ponto pode se melhor compreendido se detalharmos melhor o canal de propagação. Este canal é formado pela soma de múltiplos percursos. Cada um desses percursos é caracterizado por uma atenuação, um atraso e uma fase relativa. Esses parâmetros são freqüentemente variáveis no tempo devido ao movimento relativo entre transmissor e receptor e também devido ao movimento dos refletores que compõem o canal. O canal equivalente resulta da soma desses múltiplos percursos, o que provoca a variação da potência recebida ao longo do tempo. Esse fenômeno é conhecido como desvanecimento (ou *fading*, em inglês) e provém da contribuição dos vários percursos que, de acordo com suas fases, podem estar em fase e se somar em potência ou, pelo contrário, as fases podem ser tais que a potência recebida

seja nula ou muito atenuada. Neste último caso, dizemos que o canal se encontra numa condição de desvanecimento profundo. Na prática, o desempenho dos sistemas de comunicação sem fio é fortemente degradado pela ocorrência de desvanecimentos profundos. Combater ou explorar o desvanecimento é, portanto, uma das prioridades para se melhorar a qualidade dos enlaces de comunicação sem fio.

É bem estabelecido que o uso de um arranjo de antenas contribui à mitigação dos dois pontos fracos citados acima [29, 52, 38]. Em relação ao primeiro ponto, o arranjo de antenas pode dirigir a transmissão do sinal de maneira a melhor aproveitar a potência de transmissão. Isto se faz pela utilização de técnicas de *beamforming*. O desvanecimento, por outro lado, pode ser combatido explorando-se a diversidade espacial do canal, introduzida pelo arranjo na estação rádio-base (ERB). Isto é feito pela transmissão de cópias decorrelacionadas do sinal, sendo muito pouco provável que todas as cópias se encontrem em desvanecimento ao mesmo tempo.

Este capítulo apresenta as técnicas de diversidade de transmissão e *beamforming* clássicas, com o objetivo de colocar em evidência a dicotomia existente entre elas. A partir dessa observação, propomos uma estrutura de transmissão baseada na introdução de um *precoder* entre a técnica de diversidade de transmissão e o arranjo de antenas, o que nos leva ao conceito de antenas virtuais, introduzido na seção 2.6.

A segunda parte deste capítulo trata do problema multiusuário¹. Inicialmente, apresentaremos as técnicas de *beamforming* multiusuário e, mais especificamente, a técnica DBPC e sua versão simplificada, originalmente propostas no meu mestrado [53]. Todavia, a demonstração de convergência da versão simplificada (F-DBPC) apresentada na seção 2.7.7.2 é uma contribuição dessa dissertação de doutorado. Uma outra contribuição original é a extensão da estrutura de transmissão baseada no *precoder* ao caso multiusuário e a introdução do conceito de antenas virtuais nesse contexto. Conseguimos então, de forma natural, explorar a diversidade num contexto multiusuário.

2.2 Diversidade de Transmissão *versus Beamforming* em Transmissão

O uso de um arranjo de antenas nos sistemas celulares traz, ao mesmo tempo, ganho de diversidade e ganho de arranjo [2, 3]. Contudo, as técnicas existentes exploram esses ganhos de forma mutuamente exclusiva, utilizando estratégias de diversidade de transmissão ou estratégias de *beamforming* em transmissão. As hipóteses fundamentais das duas estratégias já são contraditórias. Para que a antena seja utilizada num

¹De acordo com a literatura, as técnicas de diversidade de transmissão apenas foram estudadas no contexto monousuário.

esquema de diversidade, supõe-se que os canais vistos pelas antenas são descorrelacionados. Por outro lado, para se explorar o ganho de arranjo resultante do *beamforming*, supõe-se que os canais visto pelas antenas possuem uma certa correlação.

Ora, na prática, o canal de propagação entre a estação rádio-base (ERB) e o móvel nunca é completamente correlacionado ou completamente descorrelacionado, sendo a correlação função do ambiente rádio-móvel e da geometria do arranjo. Uma outra maneira de se influenciar a correlação entre os canais é construir o arranjo de modo que a probabilidade que os canais sejam correlacionados ou descorrelacionados seja alta [44]. Podemos, então, diferenciar o *arranjo de diversidade* e o *arranjo de beamforming*. De modo geral, considerando-se um arranjo linear na ERB, o arranjo de *beamforming* utiliza antenas próximas – distância entre antenas de $d \leq \lambda_c/2$, onde λ_c é o comprimento de onda da portadora – enquanto que o arranjo de diversidade utiliza antenas distantes – distância entre antenas de $d \gg \lambda_c/2$ e tipicamente $d > 10\lambda_c$.

Uma outra diferença entre essas técnicas é que o *beamforming* em transmissão necessita de algum tipo de informação sobre o canal direto, enquanto que a diversidade de transmissão pode ser tanto realizada sem nenhum tipo de informação, de maneira cega, como com algum tipo de informação sobre o canal direto.

2.3 Estratégias de Diversidade de Transmissão (DT)

As técnicas de diversidade de transmissão têm como objetivo combater os desvanecimentos profundos. A idéia principal é explorar a descorrelação do canal para transmitir diferentes cópias de um mesmo sinal, cópias estas que sofrerão atenuações descorrelacionadas. Portanto, é muito pouco provável que todas essas cópias sofram um desvanecimento profundo ao mesmo tempo. Assim, a probabilidade que o sinal recebido tenha sofrido um desvanecimento profundo é altamente reduzida e, sendo o caso, a duração do desvanecimento é também reduzida. Além disso, deve-se fazer com que as cópias veiculadas por *caminhos* descorrelacionados do canal sejam elas mesmas descorrelacionadas. Assim, o receptor pode combinar essas diferentes cópias e somar os diferentes caminhos em potência, recuperando o máximo possível da potência transmitida a todos os instantes.

Os diferentes *caminhos* do canal são representados pelos diferentes modos descorrelacionados pelos quais se pode transmitir e seu número é chamado de ordem de diversidade do canal. Os diferentes modos descorrelacionados podem ser diferenciados pelas suas características espaciais (direção de chegada), temporais (diferentes atrasos) ou ainda freqüenciais (diferentes atenuações). Podemos então ter descorrelação no domínio temporal, chamada diversidade temporal. De maneira equivalente, pode-se interessar pela descorrelação no domínio freqüencial, sendo chamada diversidade

freqüencial. Por outro lado, a utilização de um arranjo de antenas introduz um novo domínio de processamento e, conseqüentemente, uma nova diversidade explorando o domínio espacial, chamada diversidade espacial. A diversidade espacial é uma contribuição muito importante aos sistemas celulares pois ela permite obter uma ordem de diversidade superior a um mesmo no caso de canais planos em freqüência e invariantes no tempo.

No contexto das técnicas de diversidade espacial em transmissão, realiza-se um processamento antes da transmissão pelo arranjo com a finalidade de se obter um ganho de diversidade no receptor do móvel. Uma outra maneira de explorar a diversidade presente no enlace direto seria a utilização de um arranjo de antenas no terminal móvel, ao invés de na ERB. Neste caso, ter-se-ia ganho de arranjo no móvel, além do ganho de diversidade em recepção. O ganho de arranjo resulta da combinação dos sinais das diferentes antenas para se obter o sinal desejado, realizando a média do ruído presente nas antenas, reduzindo assim a sua potência. Como as diferentes antenas (no receptor) possuem ruídos descorrelacionados, tem-se um ganho de M vezes em relação sinal-ruído (SNR, do inglês *Signal-to-Noise Ratio*) para um arranjo com M antenas.

Entretanto, tipicamente, o desempenho dos canais rádio-móvel é mais sensível ao desvanecimento que ao ruído térmico. Logo, o ganho de diversidade é substancialmente superior ao ganho de arranjo. Conseqüentemente, podemos dizer que a exploração da diversidade em transmissão pela ERB ou em recepção pelo terminal móvel traz essencialmente o mesmo ganho ao enlace, ou seja, o ganho de diversidade. Além disso, a diversidade de transmissão apresenta a grande vantagem de manter o receptor simples (apenas uma antena), sendo a complexidade transferida à ERB, que possui muito mais recursos, como potência computacional, alimentação, espaço físico para montagem das antenas etc.

A figura 2.1 mostra o esquema clássico de diversidade de transmissão, no qual os canais que ligam cada antena da ERB ao terminal móvel são descorrelacionados. Esses canais são assumidos como sendo não-seletivos em freqüência e podem, portanto, ser caracterizados por um único coeficiente complexo $h_m(b)$, o qual pode variar de bloco em bloco mas permanece constante durante a transmissão de um bloco. O caso de canais seletivos em freqüência é menos estudado na literatura já que esses canais já possuem uma certa diversidade, que pode ser explorada no domínio temporal ou freqüencial. Os canais planos, por outro lado, não possuem nenhum tipo de diversidade intrínseca e necessitam do uso de um arranjo de antenas com o objetivo de introduzir diversidade espacial. Além disso, os sistemas modernos de transmissão utilizam cada vez mais a técnica OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplex*) para melhor explorar os recursos disponíveis. A utilização do OFDM transforma o canal seletivo em freqüência em vários canais planos em paralelo, o que reforça o interesse de estudar o caso de canais planos. Uma hipótese fundamental dos siste-

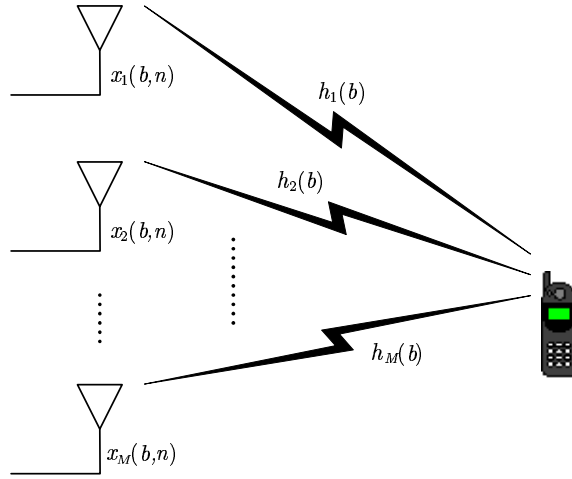


Figura 2.1: Esquema clássico de diversidade de transmissão: canais planos e descorrelacionados entre eles.

mas OFDM é que o canal permanece constante durante um símbolo OFDM, o que corresponderia a um bloco segundo a notação aqui empregada.

A descorrelação dos canais $h_m(b)$ depende do canal de propagação e do arranjo de antenas na ERB. A correlação dos canais entre duas antenas é inversamente proporcional ao espaçamento entre antenas e também inversamente proporcional ao espalhamento angular dos percursos que formam o canal, como mostra [35]. Assim, a condição de descorrelação dos canais $h_m(b)$ pode ser atingida através de um espaçamento suficiente entre as antenas do arranjo para um dado espalhamento angular. Por exemplo, no caso de um único percurso na direção 0° (perpendicular ao arranjo), é mostrado em [35] que, para se obter uma correlação normalizada ρ inferior a 0,7 (para se obter um ganho de diversidade aceitável, deve-se ter $\rho < 0,7$, segundo [28]), o espaçamento entre antenas deve ser de 0,5, 0,8, 1,8 e 8,5 comprimentos de onda para um espalhamento angular de 20° , 10° , 5° e 1° , respectivamente. Na prática, os esquemas de diversidade utilizam um espaçamento da ordem de uma dezena de comprimentos de onda para garantir uma fraca correlação para qualquer condição de propagação.

Dentre as técnicas de diversidade de transmissão propostas na literatura, podemos identificar dois grupos: aquelas baseadas no conhecimento do canal direto, chamadas de diversidade de transmissão em malha fechada (ou com realimentação), e aquelas que não necessitam do conhecimento do canal direto, chamadas diversidade de transmissão em malha aberta (ou sem realimentação).

2.3.1 Diversidade de Transmissão em malha aberta

As técnicas de diversidade de transmissão em malha aberta não utilizam nenhuma informação das características espaciais ou temporais do canal direto. Essas técnicas são baseadas na idéia de que cada antena transmite uma cópia decorrelacionada do sinal desejado. O terminal móvel, por sua vez, combina essas diferentes versões do sinal segundo um critério particular para aproveitar a diversidade espacial do canal. Essas técnicas exigem que as antenas sejam decorrelacionadas para que o ganho de diversidade obtido seja máximo. A seguir, apresentamos dois exemplos dessas técnicas.

Delay Transmit Diversity (DTD) [41, 42] – esquema simples no qual a antena m transmite uma cópia do sinal transmitido pela antena $m - 1$ atrasado de um período de símbolo. Esta técnica exige que o móvel possua um equalizador. É sabido [36] que a utilização de um equalizador introduz uma perda em relação ao uso do filtro casado. Mesmo o receptor ótimo MLSE (*Maximum Likelihood Sequence Estimation*) apresenta uma degradação em função do comprimento do canal [36], para canais de comprimento superior a 2. Entretanto, é mostrado em [51] que o uso da DTD com um equalizador MLSE conduz ao mesmo desempenho que o uso de um filtro casado com diversidade de recepção. Isto ocorre pois os canais para os quais o MLSE apresenta uma degradação em relação ao filtro casado são justamente aqueles que possuem um ganho equivalente $\sum_{m=1}^M |h_m(b)|^2$ elevado. Logo, mesmo com uma degradação, o desempenho do MLSE para estes canais se mantém no mesmo nível que para os outros canais com ganho equivalente menos elevado, mas que apresentam também menor degradação. Finalmente, o desempenho global de ambas as técnicas é equivalente.

Space-Time Block Codes (STBC) [46] – esquema que utiliza uma matriz de codificação entre os símbolos a serem transmitidos e as M antenas. Cada antena transmite um trem de símbolos codificados, que, portanto, sofre um desvanecimento diferente. O receptor combina então o sinal recebido a fim de obter os símbolos enviados e aproveitar da diversidade do canal. O código mais conhecido é o de Alamouti [1], que é um código ortogonal 2×2 e possui rendimento de 1, isto é, não conduz a nenhuma perda de taxa. Contudo, como provado em [45], o código de Alamouti é um ponto singular e, para $M > 2$ e símbolos complexos, não existe nenhum código ortogonal de rendimento 1. Além disso, os autores também provam que, nestas condições, existem códigos ortogonais que apresentam um rendimento de, pelo menos, 0,5. Para $M = 3$ e $M = 4$, os autores ainda obtêm códigos ortogonais de rendimento $3/4$.

É importante observar que essas duas técnicas (DTD e STBC) atingem diversidade máxima (*full diversity*) [34, 51]. Isto quer dizer que o receptor é capaz de recuperar a potência de todas as cópias, isto é, a potência do sinal recebido é dada

pela potência de transmissão multiplicada pela soma em potência dos coeficientes do canal $\sum_{m=1}^M |h_m(b)|^2$.

2.3.2 Diversidade de Transmissão em malha fechada

As técnicas de diversidade de transmissão em malha fechada são baseadas na estimação de certas características do canal direto pelo terminal móvel que, em seguida, envia essas informações de volta à ERB através de um canal de realimentação (*feedback*). O tipo de informação enviada à ERB varia segundo a técnica utilizada e pode ser, por exemplo, a resposta ao impulso do canal direto, a matriz de covariância do canal direto ou a antena com a maior relação sinal-ruído. A ERB utiliza, então, essa informação para realizar o *beamforming* em transmissão. A seguir apresentamos algumas dessas técnicas, mas absolutamente sem a intenção de fazer uma revisão exaustiva de todas as técnicas existentes.

Selective Transmit Diversity (STD) [12] – no caso dessa técnica, o terminal móvel estima o ganho de cada canal $h_m(b)$ e envia à ERB o número da antena que possui o maior ganho. A ERB utiliza então apenas essa antena para transmitir. O objetivo é poder seguir as variações do desvanecimento de cada canal $h_m(b)$ a fim de aproveitar sempre o canal que apresenta a melhor condição para transmitir. Para que essa técnica leve a uma redução significativa do efeito do desvanecimento, os canais devem ser o mais descorrelacionados possível e o canal de realimentação deve ser suficientemente rápido para poder seguir as variações do canal. Dessa maneira, cresce a probabilidade de ao menos um canal apresentar uma boa condição de transmissão.

Transmit Adaptive Array (TxAA) [37] – nessa técnica, o móvel estima todos os coeficientes $h_m(b)$ do canal, calcula o filtro puramente espacial em transmissão que maximiza a potência recebida e envia à ERB uma versão quantificada desse filtro ótimo. O filtro ótimo que maximiza a potência recebida é o filtro casado com o canal. A grande vantagem desta técnica é que a ERB pode compensar as fases do canal direto, anulando completamente o desvanecimento. Dito de outra maneira, essa técnica permite somar os coeficientes $h_m(b)$ em potência, recuperando assim toda a potência de sinal presente no canal, isto é, o canal equivalente vale $\tilde{h}(b) = \sqrt{\sum_{m=1}^M |h_m(b)|^2}$. Esta técnica é equivalente ao *beamforming* clássico (filtro espacial em transmissão) realizado a cada instante e, na literatura, ela é considerada abusivamente como uma técnica de diversidade.

O uso de um canal de realimentação apresenta, contudo, algumas limitações. Em primeiro lugar, a ERB deve transmitir uma sequência de treinamento em cada antena para que o móvel seja capaz de estimar cada um dos canais. Isso reduz a taxa do

canal direto, o que é contrário ao objetivo que se busca, isto é, o aumento da taxa, principalmente do canal direto. O canal de realimentação leva também a uma perda de taxa do canal reverso, que deve transmitir as informações relativas ao canal direto à ERB. Entretanto, o maior inconveniente do canal de realimentação é o atraso existente entre a estimação do canal pelo móvel e sua utilização pela ERB. Esse atraso torna essa abordagem pouco robusta na prática pois é bem provável que a estimação do canal esteja obsoleta no momento de sua utilização pela ERB. De fato, basta o deslocamento de uma fração de comprimento de onda para que as fases dos canais variem significativamente, resultando numa condição de desvanecimento completamente diferente. Assim, como mostrado em [49], a diversidade de transmissão em malha fechada só leva a melhores desempenhos que a diversidade de transmissão em malha aberta quando a velocidade do móvel é baixa.

As técnicas clássicas de diversidade espacial exigem que as antenas estejam suficientemente afastadas para que sua correlação seja desprezível. Isto leva a uma radiação omnidirecional da potência, pois essas técnicas não tentam maximizar a potência recebida pelo usuário desejado nem levam em conta a interferência gerada por esse sinal nos outros usuários da mesma célula ou em outras células do sistema. O *beamforming* em transmissão, por outro lado, leva em conta essas interferências e o direcionamento da potência na direção do usuário desejado.

2.4 Estratégias de *Beamforming* em Transmissão (BT)

O fato de se utilizar um arranjo de antenas para *beamforming* pressupõe, dentre outros, que existem direções de propagação privilegiadas no canal. O objetivo do *beamforming* é, então, focalizar a potência do sinal desejado nessas direções privilegiadas a fim de que o terminal móvel receba a maior parte possível da potência transmitida e que essa transmissão interfira o menos possível nos outros terminais. Essas direções de propagação privilegiadas podem ser direções “físicas”, ou seja, ângulos medidos a partir de uma referência situada na antena. Elas podem também ser direções num espaço transformado dos sinais das antenas.

As técnicas de *beamforming* pressupõem uma forte correlação entre as antenas, o que normalmente implica em antenas próximas. Supomos ainda que a frequência da portadora é muito maior que a banda ocupada pela transmissão, ou seja, os sinais considerados são sinais de banda estreita. A hipótese *banda estreita* significa que os canais das diferentes antenas carregam o mesmo símbolo.

Nesta seção, descrevemos as técnicas de *beamforming* em transmissão que respeitam as hipóteses enunciadas acima e que têm como objetivo focalizar a potência de transmissão na direção do móvel desejado e/ou minimizar a interferência gerada na

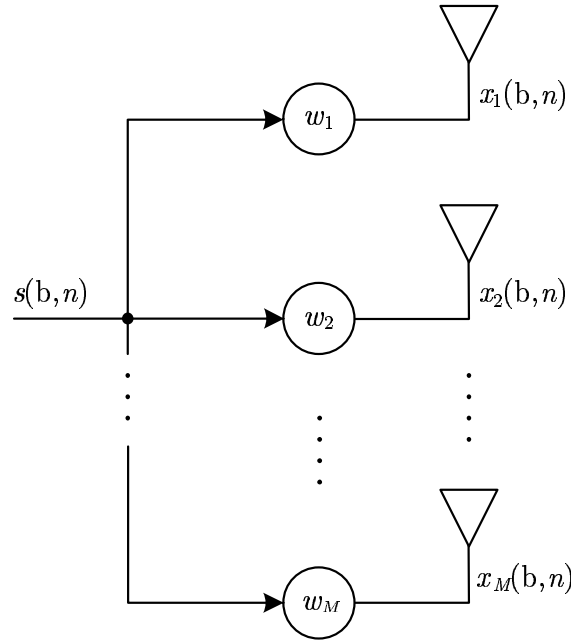


Figura 2.2: Processamento puramente espacial em transmissão, utilizado pelas técnicas de *beamforming* em transmissão.

direção dos outros usuários, chamada de poluição. Essas técnicas são baseadas no uso de um filtro puramente espacial em transmissão, como mostra a figura 2.2.

Dentre essas técnicas de *beamforming* em transmissão, pode-se distinguir duas abordagens:

- **Emissão dirigida** – nessa abordagem, o objetivo é focalizar ao máximo a potência de transmissão na direção do usuário desejado. Dessa maneira, a potência de transmissão é utilizada da melhor maneira possível para se realizar a comunicação com o móvel. Essa é uma abordagem monousuário, pois só leva em consideração o usuário desejado.
- **Redução da poluição** – é uma abordagem multiusuário que leva em conta também a presença de outros usuários no sistema. Além de focalizar a potência na direção do usuário desejado, essa abordagem tenta também minimizar a poluição gerada na direção dos outros usuários e no ambiente de maneira geral.

As estratégias de *beamforming* em transmissão necessitam conhecer informações do canal direto para poder dirigir a transmissão para os usuários desejados ou evitar poluir os outros usuários. Em relação às informações necessárias à ERB para realizar o *beamforming*, pode-se classificar essas estratégias em dois grupos:

- Estratégias baseadas em **Direção de chegada**, *Direction of Arrival* (DOA) em inglês: essas estratégias utilizam diretamente as informações de DOA dos móveis

para conformar os diagramas de radiação da ERB. O principal inconveniente dessas estratégias é que a estimação de DOA é uma tarefa computacionalmente pesada e pouco robusta.

- Estratégias baseadas na **Matriz de Covariância Espacial** (MCE): essas estratégias utilizam as matrizes de covariância do canal direto para conformar os diagramas de radiação da ERB. As MCEs contêm informações sobre as direções dos móveis de forma implícita. Além disso, elas também contêm outras informações sobre a propagação como, por exemplo, a atenuação média de cada percurso.

A seguir, consideramos apenas as estratégias baseadas na MCE, pois as técnicas de estimação de DOA são complexas e pouco robustas. Além do que, as MCE contêm mais informações sobre o canal de propagação do que o DOA.

Entretanto, independente da estratégia utilizada, a ERB deve ter acesso a informações do canal direto antes de transmitir, o que é um ponto delicado das técnicas de *beamforming* em transmissão. As únicas maneiras possíveis para que a ERB tenha acesso a essas informações é a existência de um canal de realimentação ou a estimação dessas informações a partir do canal reverso. As duas soluções serão detalhadas a seguir.

2.4.1 *Beamforming* com realimentação

A idéia de se utilizar um canal de realimentação para realizar o *beamforming* em transmissão data de meados da década de 90, com o trabalho de Gerlach e Paulraj [17]. A técnica proposta em [17] consiste de três etapas: a transmissão de sinais pilotos por cada antena da ERB, a estimação do canal direto pelo móvel e o retorno dessa informação à ERB através do canal reverso. A ERB utiliza, então, essas informações para calcular os coeficientes do filtro puramente espacial em transmissão num contexto multiusuário.

Os inconvenientes do uso de um canal de realimentação para o *beamforming* são os mesmo que para a diversidade de transmissão, ou seja, a redução da taxa tanto do canal direto como do canal reverso e, principalmente, o atraso existente entre a estimação e a utilização do canal direto. Esse atraso torna a estimativa do canal direto inutilizável na ERB em condições não estacionárias.

Com o objetivo de reduzir a taxa necessária para a realimentação, [18] propõe uma técnica de *beamforming* multiusuário baseada na MCE do canal direto e não na resposta espacial instantânea do canal direto. O autor reivindica que isso reduz a taxa do canal de realimentação de 10 a 1 000 vezes. Contudo, ainda se mantém o inconveniente da redução da taxa útil do canal direto, o que motivou a busca por

técnicas de estimação de informações do enlace direto a partir do enlace reverso, como descrito na próxima seção.

2.4.2 *Beamforming* sem realimentação

Dados os problemas intrínsecos à utilização de um canal de realimentação, outras técnicas foram propostas na literatura para se estimar as informações do canal direto a partir do enlace reverso. Podem-se distinguir dois casos: aquele em que a transmissão se faz no modo TDD (*Time Division Duplex*) e outro em que esta se faz no modo FDD (*Frequency Division Duplex*).

Tratemos primeiro do caso TDD. Neste caso, a duplexagem se faz no tempo, ou seja, tanto o enlace reverso quanto o enlace direto utilizam a mesma frequência portadora, porém a transmissão em cada direção se faz de forma alternada. Por conseguinte, como os canais reverso e direto são recíprocos, pode-se usar a estimação do canal reverso como uma estimativa do canal direto. Além disso, como ambos os enlaces utilizam a mesma frequência portadora, as fases são conservadas e pode-se ter acesso à resposta espacial do canal direto. Isto torna possível o uso de técnicas para combater o desvanecimento, como, por exemplo, a técnica TxAA, uma vez que as fases do canal são conhecidas. Por outro lado, como mostrado em [4], mesmo para velocidades baixas, o tempo de duplexagem é superior ao tempo de coerência do canal. Isto implica que o tempo entre a estimação do canal no enlace reverso e sua utilização no enlace direto é suficiente para que as fases tenham variado significativamente.

A solução para o problema do atraso entre a estimação e o uso do canal é utilizar as estatísticas de ordem dois do canal ao invés das de ordem um, ou seja, utilizar a MCE ao invés da resposta espacial instantânea do canal direto. Neste caso, a MCE do canal direto é idêntica àquela do canal reverso e pode ser estimada a partir do enlace reverso.

O modo FDD apresenta uma dificuldade adicional. Neste modo, a duplexagem se faz em frequência e, normalmente, a separação em frequência dos enlaces direto e reverso é superior à frequência de coerência. Então, a abordagem instantânea baseada na resposta espacial do canal direto não se aplica e deve-se utilizar técnicas baseadas na MCE do canal direto. Entretanto, existe um problema suplementar neste caso. Como as frequências do enlace reverso e do direto são diferentes, a resposta do arranjo de antenas é diferente para cada um dos enlaces. Isto implica numa MCE do canal direto diferente daquela do canal reverso. Contudo, elas ainda compartilham os mesmos percursos de propagação e pode-se, então, transpor a MCE do canal reverso para se obter a MCE do canal direto. Dentre as técnicas existentes para efetuar esta transposição, podemos citar:

- **Estimação de DOA** [7, 55] – esta técnica utiliza a MCE do canal reverso

para estimar os DOAs θ_t e as atenuações γ_t de cada percurso do canal. Essas informações podem ser diretamente utilizadas para realizar a conformação do diagrama de radiação em transmissão ou para compor uma estimação da MCE do canal direto [7]. O principal inconveniente desta técnica é que, normalmente, os percursos não são concentrados no domínio angular, mas apresentam uma dispersão, chamada de espalhamento angular. O trabalho [55] propõe uma extensão dessa técnica considerando o espalhamento angular dos percursos. A construção da MCE do canal direto é feita a partir das estimções de DOA, da atenuação e também do espalhamento angular de cada percurso.

- **Transposição em frequência** [7, 6, 5, 31] – esta técnica se baseia no fato de que a MCE do canal reverso e a do canal direto se diferem apenas pelos vetores direcionais. A transposição em frequência se faz então pela transformação do vetor direcional na frequência do enlace reverso em seu equivalente na frequência do enlace direto. A existência de tal transformação é ligada à teoria da amostragem no domínio espacial, como mostra [5]. Até também propõe, em [5], a utilização de uma transformação linear que minimiza o erro quadrático médio entre o vetor direcional do canal direto e sua estimação a partir do enlace reverso.

Mesmo se o erro entre a verdadeira MCE do canal direto e sua estimação pela transposição em frequência é muito reduzido, a transposição tende a modificar a estrutura da matriz de covariância. Assim, para um arranjo linear, por exemplo, a transformação leva a uma matriz cuja estrutura não é mais Toeplitz [25]. Desta maneira, a utilização da MCE transposta para realização do *beamforming* modifica a posição dos nulos do diagrama de radiação em relação àqueles da verdadeira MCE do canal direto. Por isso, as estratégias de *beamforming* que utilizam esses nulos para redução da poluição são afetadas por essa transposição.

- **Método APS (*Azimuthal Power Spectrum*)** [26, 25] – baseado no *Capon's beamformer* [10], essa técnica consiste na estimação do *espectro de potência azimuthal* utilizando-se a MCE do canal reverso e na realização da operação inversa, desta vez utilizando-se a frequência do enlace direto, para se obter uma estimativa da MCE do canal direto. Para uma descrição mais detalhada desta técnica, veja [26].
- **Método baseado na transformada de Fourier** [22] – essa técnica é baseada na expansão em série de Fourier da MCE do canal direto e reverso, de tal modo que os coeficientes da série de Fourier são calculados a partir da MCE do canal reverso e são então utilizado para fabricar a MCE do canal direto. Um inconveniente desta técnica é que a qualidade da transposição depende da posição de cada elemento da MCE. Por exemplo, no caso de um arranjo linear, os elementos mais próximos à diagonal são melhor transpostos e os mais distantes da diagonal apresentam uma maior discordância em relação ao valor

esperado, tanto em módulo como em fase [27].

Dado que o tema principal desta tese não é a transposição das matrizes MCE, no restante deste trabalho, consideraremos que a MCE do canal direto é conhecida na ERB. Apresentaremos, a seguir, as técnicas de *beamforming* em transmissão monousuário e multiusuário.

2.5 Técnicas de BT monousuário

O objetivo principal do processamento de sinais aplicado aos sistemas de comunicação digital é a redução da taxa de erro de bits (BER, do inglês *Bit Error Rate*) para uma potência de transmissão fixa ou, de maneira equivalente, a diminuição da potência de transmissão para uma BER fixa. Uma vez que a obtenção da BER passa por uma função não-linear cuja manipulação matemática é relativamente complexa, pode-se utilizar a SNR como critério de desempenho alternativo, dada a relação existente entre SNR e BER. O processamento de sinais aplicado ao arranjo de antenas tem, então, como objetivo a maximização da SNR para uma potência de transmissão fixa ou a minimização da potência de transmissão para uma SNR fixa.

2.5.1 Modelo de sinal

Consideramos aqui o enlace direto de uma célula de um sistema de comunicação celular. A ERB utiliza um arranjo composto de M antenas e o usuário móvel (UM) possui apenas uma antena. Consideramos a transmissão para um único usuário, supondo que a técnica de múltiplo acesso utilizada garante que não há interferência entre os usuários, isto é, não há interferência co-canal. Além disso, consideramos que o sinal é transmitido em blocos de tamanho N_B , sendo a variação do canal desprezível durante o tempo de um bloco. Porém, o canal pode variar de um bloco a outro, o que caracteriza um canal de desvanecimento por blocos (*block-fading channel*, em inglês). Este modelo é suficientemente geral para representar a maioria dos casos práticos. Para tanto, basta ajustar o tamanho do bloco e o tipo de variação do canal de um bloco a outro. Além disso, esse modelo é bem adaptado à transmissão por pacotes, o que parece ser uma tendência para a quarta geração (4G) de sistemas celulares [15].

A partir das figuras 2.1 e 2.2, podemos escrever o modelo monousuário entre o sinal transmitido $s(b, n)$ e o sinal recebido pelo usuário $y(b, n)$, onde b representa o índice do bloco e n o índice temporal dentro de um bloco. Supomos ainda que o canal de transmissão é plano em frequência, o que quer dizer que o canal entre cada antena da ERB e a antena do móvel é representada por um **coeficiente complexo** $h_m(b)$. O caso de canais seletivos em frequência é tratado na seção 3.5.1.

O sinal na saída da m -ésima antena é dado por

$$x_m(b, n) = w_m^* s(b, n) , \quad (2.1)$$

onde w_m são os coeficientes do filtro puramente espacial responsável pelo *beamforming* em transmissão. O sinal recebido pelo móvel, após o canal, se escreve como

$$y(b, n) = \sum_{m=1}^M h_m(b) x_m(b, n) + \nu(b, n) , \quad (2.2)$$

onde $h_m(b)$ é o coeficiente complexo que liga a antena m do arranjo à antena do UM e $\nu(b, n)$ é a amostra de ruído gaussiano branco aditivo presente na antena do UM.

Combinando as equações (2.1) e (2.2), pode-se escrever o sinal recebido pelo móvel como

$$y(b, n) = \left(\sum_{m=1}^M w_m^* h_m(b) \right) s(b, n) + \nu(b, n) , \quad (2.3)$$

onde o termo entre parênteses é o ganho do canal equivalente entre a ERB e o UM. Este termo pode se expresso de forma vetorial como um produto escalar, resultando em

$$y(b, n) = \mathbf{w}^H \mathbf{h}(b) s(b, n) + \nu(b, n) , \quad (2.4)$$

com os vetores coluna $\mathbf{w}$ e $\mathbf{h}(b)$ definidos por $\mathbf{w} = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \cdots & w_M \end{bmatrix}^T$ e $\mathbf{h}(b) = \begin{bmatrix} h_1(b) & h_2(b) & \cdots & h_M(b) \end{bmatrix}^T$. Consideramos ainda que o filtro $\mathbf{w}$ é normalizado, isto é, $\|\mathbf{w}\| = 1$.

Notando que o primeiro termo da equação (2.4) corresponde ao sinal útil e que o segundo termo corresponde ao ruído, pode-se escrever a potência média do sinal útil recebido durante o bloco b como

$$\begin{aligned} P(b) &= \mathbb{E} \left\{ \mathbf{w}^H \mathbf{h}(b) s(b, n) s^*(b, n) \mathbf{h}(b)^H \mathbf{w} \middle| \mathbf{h}(b) \right\} \\ &= \mathbf{w}^H \mathbf{h}(b) \mathbb{E} \left\{ s(b, n) s^*(b, n) \right\} \mathbf{h}(b)^H \mathbf{w} . \end{aligned} \quad (2.5)$$

Suponha ainda, sem perda de generalidade, que os símbolos $s(b, n)$ possuem uma potência P_{TX} . Assim, $\mathbb{E} \left\{ s(b, n) s^*(b, n) \right\} = P_{\text{TX}}$ e a equação (2.5) pode ser escrita da seguinte maneira

$$P(b) = P_{\text{TX}} \mathbf{w}^H \mathbf{h}(b) \mathbf{h}(b)^H \mathbf{w} = P_{\text{TX}} \mathbf{w}^H \mathbf{R}(b) \mathbf{w} , \quad (2.6)$$

onde $\mathbf{R}(b)$ é a matriz de covariância espacial (MCE) instantânea do canal direto, dada por $\mathbf{R}(b) = \mathbf{h}(b)\mathbf{h}(b)^H$. Essa matriz é denominada instantânea pois ela é apenas formada pelo canal espacial do bloco b . É importante notar que, para cada bloco b , o canal $\mathbf{h}(b)$ pode estar numa condição de desvanecimento diferente, ou seja, ele pode estar numa condição de desvanecimento profundo ou numa condição que favoreça a transmissão do sinal. Logo, a potência de sinal útil recebida pelo móvel também varia de um bloco a outro.

A SNR resultante no móvel durante o bloco b é dada por

$$\text{SNR}(b) = \gamma(b) = P_{\text{TX}} \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R}(b) \mathbf{w}}{\sigma_v^2}, \quad (2.7)$$

onde σ_v^2 é a potência do ruído $\nu(b, n)$, suposto estacionário. Esta é uma característica do caso monousuário, no qual o termo de ruído é composto apenas pelo ruído térmico. Já no caso multiusuário, o ruído é também constituído da interferência multiusuário. Este caso é apresentado na seção 2.7.1.1.

2.5.2 Maximização da SNR

Considere a SNR instantânea dada pela equação (2.7). Podemos enunciar o critério de maximização da SNR (média) sujeito a uma potência de transmissão fixa como

$$\begin{aligned} \max \quad & \text{SNR} = \gamma = \mathbb{E}\{\gamma(b)\} = P_{\text{TX}} \frac{\mathbf{w}^H \mathbb{E}\{\mathbf{R}(b)\} \mathbf{w}}{\sigma_v^2}, \\ \text{s.a.} \quad & \|\mathbf{w}\|^2 = 1 \end{aligned} \quad (2.8)$$

onde P_{TX} é a potência de transmissão e a esperança é realizada sobre os diferentes blocos b pois o canal varia de um bloco a outro, o que induz a variação da SNR de um bloco a outro. A matriz de covariância espacial média é chamada de $\mathbf{R}$ e é dada por

$$\mathbf{R} = \mathbb{E}\{\mathbf{R}(b)\}. \quad (2.9)$$

Introduzindo o multiplicador de Lagrange λ , obtemos a seguinte função custo, a ser minimizada

$$J_{\text{SNR-mono}} = P_{\text{TX}} \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}}{\sigma_v^2} - \lambda (\mathbf{w}^H \mathbf{w} - 1). \quad (2.10)$$

Para se obter o ponto ótimo de (2.10), primeiramente anulamos a deriva da função custo em relação ao vetor $\mathbf{w}$

$$\frac{\partial J_{\text{SNR-mono}}}{\partial \mathbf{w}} = 2 \frac{P_{\text{TX}}}{\sigma_v^2} \mathbf{R} \mathbf{w} - 2\lambda \mathbf{w} = 0. \quad (2.11)$$

A equação (2.11) mostra que o filtro ótimo $\mathbf{w}_{\text{opt}}$ é autovetor de $\frac{P_{\text{TX}}}{\sigma_v^2} \mathbf{R}$ e o autovalor associado vale λ . Contudo, deve-se ainda saber qual autovetor escolher dentre todos os autovetores possíveis.

Para isso, multiplica-se (2.11) à esquerda por $\mathbf{w}^H$, obtendo-se

$$\lambda = P_{\text{TX}} \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}}{\sigma_v^2 \|\mathbf{w}\|^2} = \frac{P_{\text{TX}}}{\sigma_v^2} \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} = \gamma . \quad (2.12)$$

Observamos então que λ representa a SNR, que queremos maximizar. Logo, deve-se escolher o autovetor associado ao máximo autovalor de maneira a maximizar γ . Finalmente, o valor da SNR máxima é dado por

$$\text{SNR}_{\text{max}} = P_{\text{TX}} \frac{\mathbf{w}_{\text{opt}}^H \mathbf{R} \mathbf{w}_{\text{opt}}}{\sigma_v^2} , \quad (2.13)$$

onde $\mathbf{w}_{\text{opt}}$ é autovetor de $\mathbf{R}$, associado ao máximo autovalor λ_{max} . Além disso, $\mathbf{w}_{\text{opt}}$ é normalizado a 1, para que a restrição seja verificada.

2.5.3 Inconveniente

Num contexto rádio-móvel, devido à existência do desvanecimento, o *beamforming* segundo o critério de maximização da SNR apresenta o inconveniente de se interessar apenas às médias, ou seja, potência média de sinal e potência média de ruído, e não às variações temporais dessas quantidades. Isso ocorre pois utilizamos a matriz de covariância $\mathbf{R}$, que traduz o comportamento médio do canal, não trazendo informação alguma sobre a variação da potência $P(b)$. A BER, entretanto, é extremamente sensível às variações de potência, devido à sua relação com a SNR, dada por $\text{BER} = Q(\sqrt{\text{SNR}})$, sendo a função $Q(\cdot)$ não-linear e, mais especificamente, convexa.

Por exemplo, suponha que a potência, e portanto a SNR, média é tal que a BER seria de 10^{-3} no caso em que a potência instantânea $P(b)$ seria constante e igual à média. Bastaria que a potência instantânea variasse um pouco em torno da média para que, por um certo período, a potência instantânea fosse inferior à média. Durante esses períodos, a BER instantânea estaria bem acima de 10^{-3} , o que faria com que a BER média aumentasse consideravelmente pois as altas BERs iriam dominar a média. Contudo, a degradação resultante depende fortemente da distribuição específica da potência.

2.5.4 Interpretação dos resultados

Para melhor compreender o funcionamento do *beamforming* baseado na maximização da SNR, tomemos um exemplo simples. Suponha que o canal que liga a ERB ao terminal móvel seja composto de percursos discretos, ou seja, a propagação ocorre por direções bem precisas a partir da ERB. Suponha ainda, sem perda de generalidade, que o número de percursos é igual ao número de antenas do arranjo. A solução que maximiza a SNR consiste em transmitir na direção de todos os percursos com ganhos próprios à configuração específica do canal, dada pelo ângulo e atenuação de cada percurso. É importante observar que a maximização da SNR leva à utilização de todos os percursos existentes para transmissão do sinal desejado, sendo o nível de potência transmitida na direção de cada um desses percursos função da atenuação de cada percurso.

Num ambiente rádio-móvel, a despeito do fato de que cada um dos percursos apresenta uma atenuação média, o ganho instantâneo de cada percurso é um coeficiente complexo que varia de bloco em bloco. A lei de variação desses coeficientes depende do ambiente específico e das características da transmissão. Contudo, de maneira geral, pode-se considerar que o coeficiente de cada percurso varia independentemente e que a variação da fase de cada percurso é relativamente rápida, devido ao movimento relativo entre o móvel e a ERB. Essas variações dos coeficientes são a origem do desvanecimento.

O *beamforming* baseado na maximização da SNR e utilizando um filtro puramente espacial em transmissão não pode combater o desvanecimento pois a diversidade espacial do canal não é explorada. Essa observação nos levou à idéia de se utilizar vários filtros puramente espaciais a fim de criar antenas virtuais descorrelacionadas, de modo que a diversidade do canal possa ser explorada através de uma técnica de diversidade de transmissão qualquer. Essa idéia é detalhada na seção seguinte.

2.6 Conciliando DT e BT – o conceito de antenas virtuais

Na seção anterior, apresentamos o *beamforming* baseado na maximização da SNR aplicado a um filtro puramente espacial. No que concerne a diversidade, mostramos que esta técnica não explora a diversidade espacial presente no canal multi-percursos.

Com o objetivo de conciliar a diversidade de transmissão e o *beamforming* em transmissão, propomos o uso de um *precoder* ao invés de um filtro puramente espacial. Esse *precoder* pode ser visto como uma extensão do filtro puramente espacial. A idéia fundamental é a utilização de vários filtros puramente espaciais para realizar

o *beamforming* em transmissão, cujas entradas são consideradas como sendo *antenas virtuais*. O arranjo de antenas virtuais é então explorado por uma técnica de diversidade de transmissão para aproveitar a diversidade espacial criada pelos diferentes filtros espaciais. Na ausência de outro termo, cada um desses filtros puramente espaciais será denominado uma *camada* do *precoder*.

A figura 2.3 mostra a estrutura proposta, composta por um *precoder* ω e uma técnica de diversidade de transmissão. O *precoder* é formado por L camadas $\mathbf{w}(l)$ e transforma as M antenas reais em L antenas virtuais. A técnica de diversidade de transmissão, por sua vez, transforma o sinal $s(b, n)$ em L sinais “codificados” $\check{s}_1(b, n)$ a $\check{s}_L(b, n)$ que serão transmitidos utilizando-se as L antenas virtuais. Os sinais virtuais $\check{s}_1(b, n)$ a $\check{s}_L(b, n)$ são obtidos a partir do sinal $s(b, n)$ de uma maneira específica a cada técnica de diversidade de transmissão empregada como, por exemplo, DTD (*Delay Transmit Diversity*), STBC (*Space-Time Block Codes*) ou, mais especificamente, Alamouti.

Para melhor entender a função do *precoder*, considere dois casos extremos, respectivamente, um *precoder* diagonal e um *precoder* composto de apenas uma camada. O *precoder* diagonal somente possui os elementos $w_l(l)$ diferentes de zero. Logo, cada antena virtual é ligada a apenas uma antena real e o *precoder* apenas escala os sinais virtuais $\check{s}_l(b, n)$ antes de transmiti-los. Este caso corresponde a uma solução de diversidade pura. O outro caso corresponde a uma solução de *beamforming* puro pois o *precoder* teria apenas uma camada e o arranjo virtual seria formado por apenas uma antena. O bloco “Diversidade de Transmissão” da figura 2.3 desapareceria e o sinal $s(b, n)$ seria aplicado diretamente à entrada do filtro puramente espacial.

Interpretação Física Retomemos o exemplo apresentado na seção 2.5.4. Suponha que o número de camadas do *precoder* seja igual ao número de antenas M . Logo, tem-se $L = M$ antenas virtuais. Então, se cada camada $\mathbf{w}(l)$ transmite na direção de um único percurso do canal e anula a transmissão na direção de todos os outros percursos, obtém-se uma situação na qual as antenas virtuais são descorrelacionadas, pois os percursos são, por si só, descorrelacionados. Neste caso, cada antena virtual está associada a um percurso do canal. Note que o *precoder* deve ser normalizado para que não haja aumento da potência transmitida.

Logo, a aplicação de uma técnica de diversidade de transmissão a essas antenas virtuais é capaz de explorar a diversidade espacial do canal. Observa-se que, neste caso, obtém-se antenas virtuais descorrelacionadas, o que é perfeito para a diversidade de transmissão. Entretanto, o canal equivalente entre cada antena virtual e o móvel apresenta um ganho diferente.

Consideremos um outro caso simples para melhor compreender o problema. Suponha que queiramos ter $L = 2$ antenas virtuais adaptadas o melhor possível para a diversidade de transmissão. Uma solução lógica seria escolher duas camadas dentre

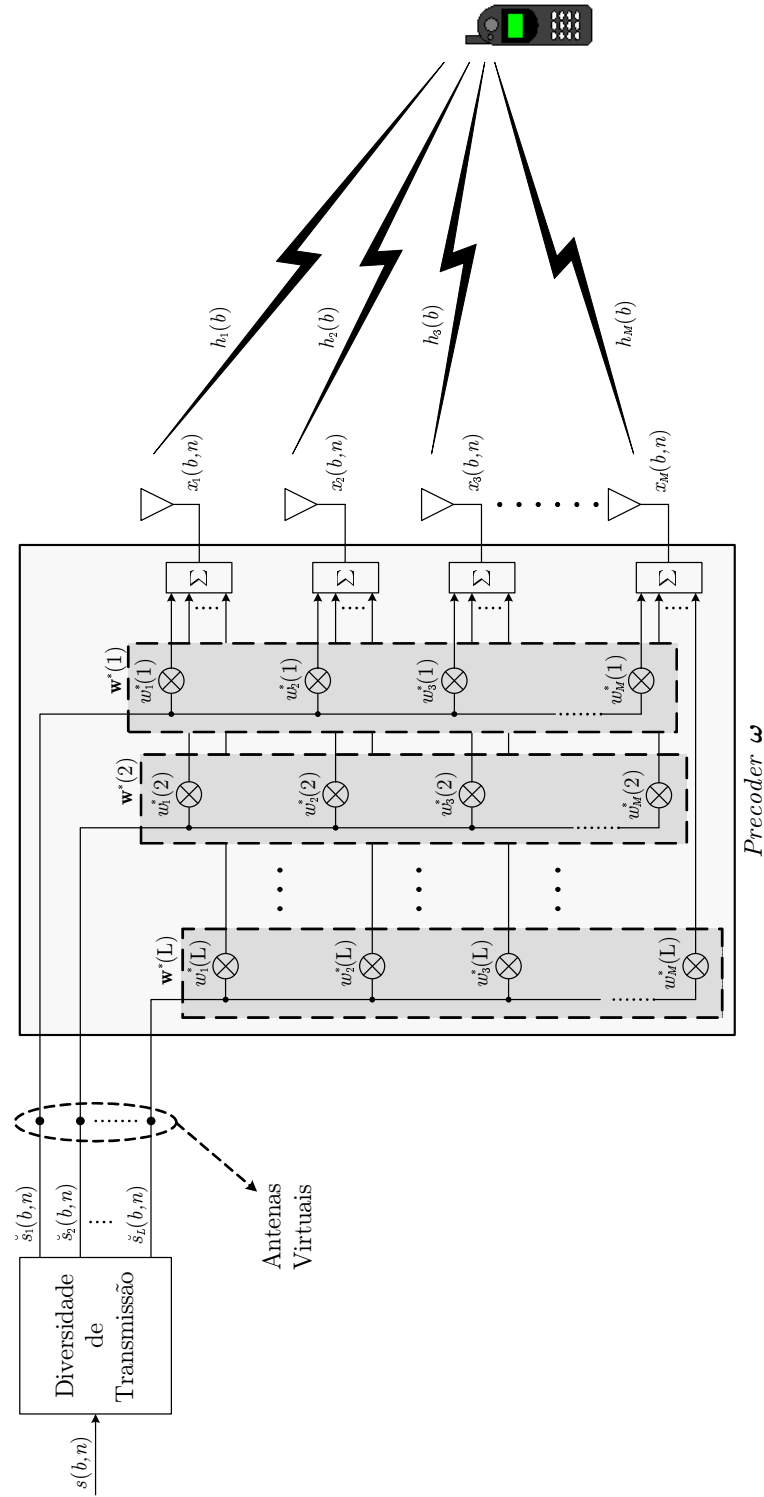


Figura 2.3: Estrutura de transmissão: *precoder* ω aplicado ao arranjo de antenas na ERB e diversidade de transmissão aplicada às antenas virtuais.

as M camadas do caso precedente. Assim, ter-se-ia escolhido 2 percursos para transmissão, correspondentes às 2 antenas virtuais. As antenas virtuais são claramente descorrelacionadas², mas a potência de transmissão não é necessariamente aproveitada da melhor maneira possível, pois poderíamos ter escolhido os dois percursos de menor ganho. Ou seja, para uma dada potência de transmissão, a potência média recebida pelo móvel seria inferior àquela obtida pelo uso do *beamforming* puramente espacial. É desejável, então, utilizar os percursos de forma a se aproveitar ao máximo a potência de transmissão, maximizando a diversidade fornecida pelas antenas virtuais.

Uma outra solução seria a utilização dos autovetores do canal como *precoder*. Para maximizar a potência recebida pelo móvel, deveríamos escolher os autovetores associados aos dois maiores autovalores. Suponha que a camada $\mathbf{w}(1)$ é proporcional ao máximo autovetor e $\mathbf{w}(2)$ é proporcional ao segundo maior autovetor. Mais uma vez, as antenas virtuais assim obtidas são descorrelacionadas e cada canal apresenta necessariamente um ganho diferente, dado pelo autovalor correspondente.

Os dois exemplos apresentados colocam em evidência duas questões:

1. para camadas $\mathbf{w}(l)$ dadas, qual é a alocação ótima de potência entre as camadas ?
2. qual é o *precoder* ótimo para um canal qualquer e para valores arbitrários de L e M ?

Essas questões são estudadas no capítulo 3, onde dois critérios para se obter o *precoder* ótimo no caso monousuário são propostos: um baseado na minimização da variância da potência recebida pelo UM e o outro diretamente baseado na minimização da BER.

2.7 Técnicas de BT multiusuário

Contrariamente às técnicas monousuário, as técnicas de *beamforming* multiusuário consideram a presença de vários usuários compartilhando os mesmos recursos, tipicamente tempo, frequência e código (no caso dos sistemas CDMA - *Code Division Multiple Access*). Esses usuários podem estar na mesma célula e se interferirem (interferência inter-celular) como podem também estar localizados em células diferentes, cada um deles interferindo nas células vizinhas (interferência inter-celular).

O arranjo de antenas na ERB pode ser utilizado neste contexto para reduzir a interferência inter-celular ou para anular fortemente a interferência intra-celular. Neste último caso, o funcionamento é semelhante ao de uma técnica de acesso múltiplo cujo

²Pois supusemos que os percursos são descorrelacionados.

recurso compartilhado é o espaço. Essa técnica é então denominada *Space Division Multiple Access* (SDMA), ou múltiplo acesso por divisão de espaço em português.

Ambas as estratégias conduzem a um aumento da capacidade do sistema celular por meios diferentes e se aplicam a técnicas de múltiplo acesso diferentes, como detalhado abaixo.

Redução da interferência entre usuários: A idéia por trás da redução da interferência entre usuários é a utilização de um arranjo de antenas para diminuir a distância de reuso nos sistemas TDMA (*Time Division Multiple Access*) e FDMA (*Frequency Division Multiple Access*). Graças à redução da interferência inter-celular através da redução da poluição gerada em cada célula, é possível reduzir o tamanho do *cluster*. Assim, a faixa de frequência disponível por célula aumenta, conduzindo a um aumento do número de canais por célula e, finalmente, a um aumento da capacidade do sistema.

Sendo a redução da interferência o fator mais importante nesse contexto, os ganhos mais significativos são obtidos pela anulação completa da poluição na direção dos móveis das células vizinhas. Logo, esses ganhos são mais pronunciados quando o sistema apresenta apenas alguns interferentes dominantes.

Nos sistemas CDMA, por outro lado, os usuários são separados no domínio de códigos e, normalmente, a distância de reuso de frequências já é de 1. Ou seja, todas as células já utilizam todos os códigos disponíveis. Neste caso, a potência de transmissão máxima se torna o fator limitante do número de usuários por célula, pois a potência de transmissão é o recurso compartilhado pelos usuários.

Neste contexto, o uso de um arranjo de antenas para realizar uma emissão dirigida e a conseqüente redução da poluição permite servir um maior número de usuário por célula, o que impacta diretamente no aumento da capacidade do sistema.

SDMA: A estratégia SDMA consiste em se utilizar o arranjo na ERB para separar os usuários co-canal no domínio espacial (domínio azimutal). Assim, a ERB serve mais de um usuário no mesmo canal, o que aumenta a capacidade do sistema e a eficiência espectral.

Os usuários podem compartilhar do mesmo canal para comunicar com a ERB se o *beamforming* em transmissão garantir uma qualidade de sinal suficiente para todos estes. A relação sinal-interferência (SIR, do inglês *Signal-to-Interference Ratio*) sem o uso do arranjo na ERB seria muito ruim pois a potência de sinal útil e de interferência seriam próximas. Por outro lado, se a interferência é dominada por um pequeno número de usuários (os usuários co-canal), o arranjo de antenas é capaz de anular essa interferência pela redução da poluição gerada. Assim, o número de usuários

co-canal deve ser relativamente baixo para que a qualidade de enlace desejada seja obtida.

Um ponto crítico na estratégia SDMA é a separabilidade espacial dos usuários, ou seja, os usuários co-canal devem estar separados no domínio espacial, visto da ERB. Isto implica uma alocação de recursos modificada de modo a levar em conta a dimensão espacial. Por exemplo, se dois usuários não são separáveis no domínio espacial, a ERB deve então alocar a cada um deles um canal diferente. Se, por outro lado, dois usuários são separáveis no domínio espacial, a ERB deve alocar o mesmo canal a ambos e deixar ao *beamforming* a tarefa de separá-los.

2.7.1 Minimização da Potência de Transmissão - Controle de Potência na ERB

Qualquer que seja o sistema utilizado, TDMA, FDMA ou CDMA, a potência de transmissão na ERB é um recurso compartilhado por todos os usuários de uma mesma célula. A idéia de servir o maior número possível de usuários com uma dada potência está na base do aumento de capacidade prometido pelo uso de um arranjo de antenas. Dito de outra maneira, devemos minimizar a potência de transmissão para um dado número de usuários e uma dada qualidade mínima de enlace.

O ajuste da potência de transmissão é uma tarefa realizada pelo controle de potência na ERB. O controle de potência tem por objetivo a alocação da potência de transmissão entre os usuários ativos na célula a fim de garantir a qualidade de enlace requerida por cada usuário com a mínima potência de transmissão possível.

O uso de um arranjo de antenas reduz a interferência entre os usuários co-canal, melhorando assim a qualidade de cada enlace. Logo, a utilização conjunta de um arranjo de antenas e do controle de potência garante a qualidade de enlace requerida com uma menor potência de transmissão. Observa-se então a sinergia existente entre o *beamforming* em transmissão e o controle de potência na ERB no sentido de minimizar a potência de transmissão para uma dada qualidade de enlace.

2.7.1.1 Modelo de sinal

Como anteriormente, consideramos o canal direto de um sistema de comunicação rádio-móvel, no qual a ERB é equipada de um arranjo de M antenas e o UM possui uma única antena. A transmissão é feita por blocos de tamanho N_B e o canal somente varia de um bloco a outro, permanecendo fixo no interior do bloco. Além disso, supomos que o canal seja plano em frequência. A seção 4.2 apresenta uma extensão deste modelo ao caso de canais seletivos em frequência.

Nesta seção consideramos a comunicação com U usuários. A transmissão para cada usuário u é feita utilizando um filtro puramente espacial $\mathbf{w}_u$. Consideramos que os filtros de transmissão são normalizados, $\|\mathbf{w}_u\| = 1$, e que a potência de transmissão p_u do usuário u é ajustada pelo controle de potência. De forma análoga ao caso monousuário, o sinal transmitido para o u -ésimo usuário é denominado por $s_u(b, n)$ e o canal espacial entre a ERB e o usuário u é denominado $\mathbf{h}_u(b)$. Desta maneira, o sinal recebido pelo usuário u devido à transmissão para o usuário i é dado por [ver equação (2.2)]

$$y_{i \rightarrow u}(b, n) = \sqrt{p_i} \mathbf{w}_i^H \mathbf{h}_u(b) s_i(b, n) + \nu_u(b, n) , \quad (2.14)$$

com os vetores coluna $\mathbf{w}_i$ e $\mathbf{h}_u(b)$ definidos como $\mathbf{w}_i = [w_{i,1} \ w_{i,2} \ \cdots \ w_{i,M}]^T$ e $\mathbf{h}_u(b) = [h_{u,1}(b) \ h_{u,2}(b) \ \cdots \ h_{u,M}(b)]^T$. Também utilizamos o índice u para o ruído $\nu_u(b, n)$, com o objetivo de enfatizar que este é o ruído presente no receptor do usuário u .

De maneira análoga à equação (2.6), podemos escrever a potência útil recebida pelo usuário u como

$$P_u(b) = p_u \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u(b) \mathbf{w}_u , \quad (2.15)$$

onde $\mathbf{R}_u(b)$ é a matriz de covariância espacial (MCE) instantânea do canal direto do usuário u , dada por $\mathbf{R}_u(b) = \mathbf{h}_u(b) \mathbf{h}_u(b)^H$.

A interferência (também chamada de poluição) gerada no usuário u devido à transmissão do sinal do usuário i é dada por

$$I_{i \rightarrow u}(b) = p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_u(b) \mathbf{w}_i . \quad (2.16)$$

Finalmente, a relação sinal-interferência-mais-ruído (SINR, do inglês *Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio*) vista pelo usuário u vale

$$\text{SINR}_u = \gamma_u = \frac{\mathbb{E}\{P_u(b)\}}{\mathbb{E}\left\{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U I_{i \rightarrow u}(b)\right\} + \sigma_\nu^2} = \frac{p_u \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u}{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_i + \sigma_\nu^2} , \quad (2.17)$$

onde as esperanças atuam sobre os blocos b , $\mathbf{R}_u = \mathbb{E}\{\mathbf{R}_u(b)\}$ é a MCE (média) do canal direto do usuário u e σ_ν^2 é a potência de ruído presente no receptor móvel, considerada igual para todos os usuários.

2.7.2 Restrições de SINR

O problema do *beamforming* multiusuário em transmissão se coloca como a minimização da potência transmitida sujeito à restrição de que os SINR_u sejam iguais aos SINRs alvos ζ_u dados. Esse problema já foi tratado de forma desacoplada do controle de potência em [55, 25], onde, primeiramente, os filtros espaciais são obtidos e então o controle de potência é aplicado para se obter as potências de transmissão de modo que as restrições sejam verificadas. Por outro lado, soluções para o problema baseadas numa abordagem conjunta foram propostas em [39, 13, 40, 9].

De forma independente, também propusemos um algoritmo iterativo para obter a solução do problema conjunto de *beamforming* em transmissão e controle de potência durante o meu mestrado [53], onde também propusemos uma versão rápida deste algoritmo. A seguir, resumimos a formulação do problema conjunto e os algoritmos propostos em [54] e apresentamos uma demonstração de convergência do algoritmo rápido, o que é uma contribuição deste trabalho de doutorado.

Recordando a equação (2.17), o critério a ser otimizado se escreve

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{u=1}^U p_u \\ \text{s.a.} \quad & \frac{p_u \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u}{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_i + \sigma_v^2} = c \zeta_u \quad \forall u, \\ & \|\mathbf{w}_u\| = 1 \quad \forall u \\ & \sum_{u=1}^U p_u \leq P_{\max} \end{aligned} \quad (2.18)$$

onde $P_{\max}$ é a potência máxima de transmissão e c é uma constante de proporcionalidade que varia entre 0 e 1. Normalmente, se os alvos podem ser respeitados com a potência máxima dada, então $c = 1$. Por outro lado, se os alvos não podem ser respeitados com tal potência máxima, c assume valores inferiores a 1 a fim de que a potência máxima seja respeitada, resultando entretanto numa degradação proporcional das SINR dos diferentes usuários.

Antes de escrever a função custo associada ao critério enunciado anteriormente, podemos reescrever as restrições de SINR da seguinte maneira

$$p_u \mathbf{w}_u^H \frac{\mathbf{R}_u}{\zeta_u} \mathbf{w}_u - c \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_i + \sigma_v^2 \right) = 0 \quad \forall u. \quad (2.19)$$

Introduzindo os multiplicadores de Lagrange χ_u associados às restrições dadas pela equação (2.19), podemos escrever a seguinte função custo

$$J_{\text{SINR-multi}} = \sum_{u=1}^U p_u \mathbf{w}_u^H \mathbf{w}_u - \sum_{u=1}^U \chi_u \left[p_u \mathbf{w}_u^H \frac{\mathbf{R}_u}{\zeta_u} \mathbf{w}_u - c \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_i + \sigma_\nu^2 \right) \right], \quad (2.20)$$

onde o termo $\mathbf{w}_u^H \mathbf{w}_u$ for introduzindo ao somatório para facilitar o desenvolvimento matemático futuro. Este termo não muda a função custo pois ele vale 1, de acordo com uma das restrições. Para simplificar o desenvolvimento matemático, não levaremos em conta explicitamente as restrições sobre a norma de $\mathbf{w}_u$ nem sobre a potência de transmissão máxima. Essas duas restrições serão consideradas no devido tempo, não sendo necessário levá-las em conta neste momento.

Note que a função custo (2.20) é uma função quadrática dos coeficientes dos filtros espaciais $\mathbf{w}_u$. Portanto, para um dado conjunto de potência p_u e de multiplicadores de Lagrange χ_u , os filtros $\mathbf{w}_u$ que minimiza $J_{\text{SINR-multi}}$ são obtidos anulando-se a derivada de $J_{\text{SINR-multi}}$ em relação aos filtros $\mathbf{w}_u$, dada por

$$\frac{\partial J_{\text{SINR-multi}}}{\partial \mathbf{w}_u} = 2p_u \mathbf{w}_u - 2\chi_u p_u \frac{\mathbf{R}_u}{\zeta_u} \mathbf{w}_u + 2cp_u \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \chi_i \mathbf{R}_i \right) \mathbf{w}_u \quad \forall u. \quad (2.21)$$

Igualando-se as derivadas (2.21) a zero, obtemos

$$\mathbf{w}_u - \chi_u \frac{\mathbf{R}_u}{\zeta_u} \mathbf{w}_u + c \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \chi_i \mathbf{R}_i \right) \mathbf{w}_u = 0 \quad \forall u. \quad (2.22)$$

Com o objetivo de colocar em evidência o significado físico dos multiplicadores de Lagrange, propomos a seguinte mudança de variáveis $\alpha_u = c\sigma_\nu^2 \chi_u$. A equação anterior pode então ser reescrita como

$$\frac{\mathbf{R}_u}{\zeta_u} \mathbf{w}_u - \frac{c}{\alpha_u} \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i \mathbf{R}_i + \sigma_\nu^2 \mathbf{I}_M \right) \mathbf{w}_u = 0 \quad \forall u, \quad (2.23)$$

onde α_u são os *novos* multiplicadores de Lagrange.

A equação (2.23) mostra que a direção dos filtros $\mathbf{w}_u$ ótimos é dada por uma decomposição generalizada em autovalores e autovetores. Em outras palavras, o filtro espacial ótimo $\mathbf{w}_u^{\text{opt}}$ é autovetor da decomposição generalizada de $\left(\frac{\mathbf{R}_u}{\zeta_u}, \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i \mathbf{R}_i + \sigma_\nu^2 \mathbf{I}_M \right)$, sendo $\lambda_u = \frac{c}{\alpha_u}$ o autovalor correspondente. A norma de $\mathbf{w}_u$ é dada pela restrição $\|\mathbf{w}_u\| = 1$. Temos, entretanto, a escolha entre M autovetores possíveis. Veremos mais adiante que a solução ótima é escolher o autovetor associado ao máximo autovalor.

A determinação de cada filtro $\mathbf{w}_u^{\text{opt}}$ é então desacoplada dos outros filtros espaciais. Contudo, a equação (2.23) para o usuário u depende dos multiplicadores de Lagrange α_i de todos os outros usuários. Temos, portanto, um sistema composto por U decomposições generalizadas em autovetores acopladas pelos valores α_i . Para encontrar a solução deste sistema, proporemos a seguir um procedimento iterativo.

2.7.3 Dualidade enlace reverso e enlace direto

Multiplicando-se a equação (2.23) à esquerda por $\mathbf{w}_u^H$ e rearranjando os termos, podemos escrever

$$\frac{\alpha_u \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u}{\mathbf{w}_u^H \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i \mathbf{R}_i \right) \mathbf{w}_u + \sigma_\nu^2} = c \zeta_u \quad \forall u. \quad (2.24)$$

Verifica-se uma clara analogia entre a equação (2.24) e a SINR do enlace reverso, na qual os multiplicadores de Lagrange α_u fazem o papel das potências de transmissão de cada um dos móveis e os filtros $\mathbf{w}_u$ seriam os filtros de recepção usados pela ERB. A equação (2.24) expressa as restrições (2.18) como restrições no enlace reverso.

Uma análise mais profunda da analogia entre o enlace direto e o reverso pode ser feita igualando-se as restrições no enlace direto (2.18) e no enlace reverso (2.24)

$$\frac{\alpha_u \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u}{\mathbf{w}_u^H \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i \mathbf{R}_i \right) \mathbf{w}_u + \sigma_\nu^2} = \frac{p_u \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u}{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_i + \sigma_\nu^2} \quad \forall u. \quad (2.25)$$

Após algumas manipulações matemáticas, podemos reescrever (2.25) como

$$\alpha_u \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_i + \alpha_u \sigma_\nu^2 = p_u \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_u + p_u \sigma_\nu^2 \quad \forall u. \quad (2.26)$$

Somando-se os termos relativos a todos os usuários u em ambos os lados da igualdade, chega-se a

$$\sum_{u=1}^U \alpha_u \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_i + \sigma_\nu^2 \sum_{u=1}^U \alpha_u = \sum_{u=1}^U p_u \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_u + \sigma_\nu^2 \sum_{u=1}^U p_u. \quad (2.27)$$

Adicionando-se o termo $\sum_{i=1}^U \alpha_i p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_i$ a ambos os lados da igualdade, obtém-se

$$\sum_{u=1}^U \sum_{i=1}^U \alpha_u p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_i + \sigma_\nu^2 \sum_{u=1}^U \alpha_u = \sum_{u=1}^U \sum_{i=1}^U p_u \alpha_i \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_u + \sigma_\nu^2 \sum_{u=1}^U p_u. \quad (2.28)$$

É fácil perceber que os dois somatórios duplos são idênticos e podem ser cancelados, assim como, posteriormente, o termo σ_ν^2 , chegando-se finalmente a

$$\sum_{u=1}^U \alpha_u = \sum_{u=1}^U p_u. \quad (2.29)$$

Chega-se portanto a uma igualdade entre a potência total transmitida pela ERB no enlace direto e a potência total transmitida pelos móveis no enlace reverso. Logo, minimizar a potência de transmissão no enlace direto equivale a minimizar a potência total no enlace reverso, dada pela soma dos multiplicadores de Lagrange α_u . A derivação deste resultado é crucial para demonstrar a dualidade existente entre o problema original no enlace direto e o problema *transformado* no enlace reverso. Esse resultado mostra que resolver o problema transformado no enlace reverso conduz à resolução do problema no enlace direto.

A partir dessa dualidade, podemos retornar à escolha do autovetor como filtro de transmissão ótimo, ver equação (2.23). Como o autovalor associado vale $\lambda_u = \frac{c}{\alpha_u}$, devemos escolher o autovetor correspondente ao maior autovalor de modo a minimizar α_u . Essa escolha minimiza a soma $\sum_{u=1}^U \alpha_u$, o que garante a minimização da potência de transmissão, dada a equivalência demonstrada por (2.29).

2.7.4 Controle de potência

Já vimos como determinar os filtros ótimos e que os filtros ótimos relativos ao problema do enlace direto são os mesmos que para o problema transformado para o enlace reverso. Falta determinar as potências de transmissão ótimas tanto no enlace reverso como no enlace direto. Essas potências são tais que, respectivamente, as SINR alvo do enlace reverso e direto sejam respeitadas.

Enlace reverso Tratem os primeiramente das potências do enlace reverso (multiplicadores de Lagrange) α_u . Se considerarmos a equação (2.24) para todos os usuários, chega-se a um sistema linear em α_u . Para se escrever esse sistema linear de forma matricial, definimos o vetor de potências do enlace reverso $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1 \ \alpha_2 \ \cdots \ \alpha_u]$, a matriz diagonal $\mathbf{D}$, cujos elementos são dados por

$$d_{u,u} = \mathbf{w}_u^H \frac{\mathbf{R}_u}{\zeta_u} \mathbf{w}_u \quad \forall u \quad (2.30)$$

e, finalmente, a matriz $\mathbf{M}$, cujo elemento da linha u e coluna i vale

$$m_{u,i} = \begin{cases} \mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_u & u \neq i \\ 0 & u = i \end{cases} \quad \forall u. \quad (2.31)$$

Desta maneira, o controle de potência no enlace reverso é governado pelo seguinte sistema linear

$$\mathbf{D}\boldsymbol{\alpha} - c\mathbf{M}\boldsymbol{\alpha} = c\sigma_v^2 \mathbf{1}_U, \quad (2.32)$$

onde $\mathbf{1}_U$ denota um vetor coluna com todos os seus U elementos iguais a 1.

Logo, a solução para as potências no enlace reverso é

$$\boldsymbol{\alpha} = c\sigma_v^2 (\mathbf{D} - c\mathbf{M})^{-1} \mathbf{1}_U, \quad (2.33)$$

onde, por ora, suporemos que a matriz $(\mathbf{D} - c\mathbf{M})$ é inversível. Retomaremos essa suposição mais adiante.

Enlace direto De forma análoga ao enlace reverso, a equação de controle de potência no enlace direto é dada pelo sistema linear formado pelas restrições (2.20). Esse sistema linear pode ser expresso de forma matricial por

$$\mathbf{D}\mathbf{p} - c\mathbf{M}^T \mathbf{p} = c\sigma_v^2 \mathbf{1}_U \quad (2.34)$$

e a solução para as potências no enlace direto é

$$\mathbf{p} = c\sigma_\nu^2 \left(\mathbf{D} - c\mathbf{M}^T \right)^{-1} \mathbf{1}_U, \quad (2.35)$$

onde supomos que a matriz $\left(\mathbf{D} - c\mathbf{M}^T \right)$ é inversível.

Note a similaridade existente entre as equações (2.33) e (2.35), a única diferença sendo a transposição da matriz $\mathbf{M}$. Podemos, então, escrever a relação seguinte entre as potências no enlace reverso e direto

$$\mathbf{p} = \left(\mathbf{D} - c\mathbf{M}^T \right)^{-1} \left(\mathbf{D} - c\mathbf{M} \right) \boldsymbol{\alpha}. \quad (2.36)$$

2.7.5 Existência de uma solução

A existência de uma solução para o problema descrito pela equação (2.18) está ligada à inversibilidade das matrizes $\left(\mathbf{D} - c\mathbf{M}^T \right)$ e $\left(\mathbf{D} - c\mathbf{M} \right)$. Além disso, para que a solução obtida seja válida, é necessário que tanto as potências no enlace reverso α_u quanto as potências no enlace direto p_u sejam todas não-negativas. Veremos a seguir que ambas as condições estão ligadas à determinação da constante de proporcionalidade c .

Teorema 2.7.1. *Para $c < c_{max}$, sendo $c_{max} = \frac{1}{\psi_{max}}$ e ψ_{max} o máximo autovalor da decomposição generalizada em autovalores e autovetores de $\left(\mathbf{M}^T, \mathbf{D} \right)$, as matrizes $\left(\mathbf{D} - c\mathbf{M}^T \right)$ e $\left(\mathbf{D} - c\mathbf{M} \right)$ são inversíveis e todos os elementos das suas inversas são não negativos.*

Demonstração. Considere, inicialmente, a matriz $\left(\mathbf{D} - c\mathbf{M}^T \right)^{-1}$. Essa matriz pode ser reescrita como

$$\mathbf{D}^{-1} \left(\mathbf{I}_M - c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T \right)^{-1}. \quad (2.37)$$

Dado que a matriz $\mathbf{D}$ é diagonal e possui todos os elementos diagonais não negativos [ver equação (2.30)], sua inversa sempre existe e possui todos os elementos não negativos. Resta provar que a matriz $\left(\mathbf{I}_M - c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T \right)$ é inversível e todos os elementos da sua inversa são não negativos.

Supondo que o máximo autovalor da matriz $c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T$ é inferior a 1, pode-se

expandir a matriz $\left(\mathbf{I}_M - c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T\right)^{-1}$ em série de Taylor da seguinte maneira

$$\left(\mathbf{I}_M - c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T\right)^{-1} = \mathbf{I}_M + \sum_{k=1}^{\infty} \left(c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T\right)^k. \quad (2.38)$$

Portanto, a inversa da matriz $\left(\mathbf{I}_M - c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T\right)$ existe. Além disso, a matriz $\mathbf{M}$ também possui todos os seus elementos não negativos, assim como a constante de proporcionalidade c é não negativa. Logo, o somatório (2.38) resulta numa matriz cujos elementos são todos não negativos e a matriz inversa $\left(\mathbf{I}_M - c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T\right)^{-1}$ possui todos os seus elementos não negativos.

Logo, quando o máximo autovalor da matriz $c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T$ é inferior a 1, a matriz $\left(\mathbf{I}_M - c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T\right)^{-1}$ é inversível e todos os elementos da sua inversa são não negativos. Ora, para que o máximo autovalor da matriz $c\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T$ seja inferior a 1, basta tomar c inferior ao inverso do máximo autovalor da matriz $\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T$. Seja ψ_{max} o máximo autovalor de $\mathbf{D}^{-1}\mathbf{M}^T$, então ψ_{max} é também máximo autovalor da decomposição generalizada de $(\mathbf{M}^T, \mathbf{D})$.

O mesmo raciocínio pode ser aplicado à matriz $(\mathbf{D} - c\mathbf{M})^{-1}$, chegando-se à conclusão que c deve ser inferior ao inverso do máximo autovalor da decomposição generalizada de $(\mathbf{M}, \mathbf{D})$, cujos autovalores são os mesmos que da decomposição de $(\mathbf{M}^T, \mathbf{D})$. $\square$

O teorema 2.7.1 fornece uma condição sobre c que garante a existência das inversas $(\mathbf{D} - c\mathbf{M}^T)^{-1}$ e $(\mathbf{D} - c\mathbf{M})^{-1}$ e ainda garante que todos os elementos dessas inversas são não-negativos. Esta última condição é suficiente para garantir que todos os elementos dos vetores $\boldsymbol{\alpha}$ e $\mathbf{p}$ sejam não-negativos, ver equações (2.33) e (2.35). Por conseguinte, o teorema 2.7.1 garante a existência de uma solução factível para o problema conjunto do controle de potência e *beamforming* em transmissão, a menos da restrição de potência máxima. Tal restrição não pode ser facilmente incorporada ao desenvolvimento aqui apresentado e será deixada de lado por ora. Retornaremos a essa condição mais adiante.

2.7.6 Solução Iterativa - Algoritmo DBPC

Como discutido anteriormente, a determinação dos filtros de transmissão $\mathbf{w}_u$ necessita do conhecimento das potências no enlace reverso α_u e vice-versa. Propomos

Tabela 2.1: Algoritmo DBPC

1. Inicialização

$$k = 1 \quad , \quad \boldsymbol{\alpha}(0) = \mathbf{0}_U$$

2. Cálculo dos filtros espaciais: $\mathbf{w}_u(k)$ é o autovetor associado ao máximo autovalor da decomposição generalizada de $\left(\frac{\mathbf{R}_u}{\zeta_u}, \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i(k) \mathbf{R}_i + \sigma_\nu^2 \mathbf{I}_M \right), \forall u$

3. Cálculo das matrizes $\mathbf{D}(k)$ e $\mathbf{M}(k)$

$$d_{u,u}(k) = \mathbf{w}_u(k)^H \frac{\mathbf{R}_u}{\zeta_u} \mathbf{w}_u(k) \quad \forall u$$

$$m_{u,i}(k) = \begin{cases} \mathbf{w}_u(k)^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_u(k) & u \neq i \\ 0 & u = i \end{cases} \quad \forall i, u$$

4. Cálculo de $c_{max} = \frac{1}{\psi_{max}}$, onde ψ_{max} é o máximo autovalor da decomposição generalizada de $(\mathbf{M}(k), \mathbf{D}(k))$

(a) Se $c_{max} \geq 1$, então $c(k) = 1$

(b) Senão, $c(k) = c_{max} - \varepsilon$ (onde $\varepsilon \ll c_{max}$)

5. Cálculo das potências no enlace reverso

$$\boldsymbol{\alpha}(k) = c(k) \sigma^2 \left(\mathbf{D}(k) - c(k) \mathbf{M}(k) \right)^{-1} \mathbf{1}_U$$

6. Teste de parada sobre a variação da potência total transmitida

(a) Se $\left| \sum_{i=1}^U \alpha_i(k) - \sum_{i=1}^U \alpha_i(k-1) \right| > \Delta P$, então $k = k + 1$ e volte ao passo 2

(b) Senão, vá ao passo 7

7. Cálculo das potências de transmissão

$$\mathbf{p} = c(k) \sigma^2 \left(\mathbf{D}(k) - c(k) \mathbf{M}(k)^T \right)^{-1} \mathbf{1}_U$$

aqui, então, um procedimento iterativo capaz de obter tanto as potências no enlace reverso quanto os filtros de transmissão. Depois, basta calcular as potências no enlace direto, utilizando o controle de potência apresentado na seção 2.7.4. Desse modo, obtém-se os filtros de transmissão e as potências de transmissão ótimos de acordo com o critério enunciado na seção 2.7.2.

A idéia central por trás da solução iterativa descrita nessa seção é a iteração das equações (2.23) e (2.33), utilizando-se em cada uma dessas equações os parâmetros calculados na outra. A tabela 2.1 mostra essa solução, chamada *Downlink Beamforming and Power Control* (DBPC), enfatizando a natureza conjunta da obtenção das potências e dos filtros.

O modo de funcionamento do algoritmo DBPC é similar àquele proposto em [39]. Porém, o cálculo das potências no enlace reverso é feito de forma exata aqui e de maneira aproximada em [39].

O algoritmo DBPC não permite incorporar a restrição de potência máxima. Se esta restrição não for satisfeita, deve-se diminuir o valor de c gradativamente, aumentando o valor de ε , e executar novamente o algoritmo. Esse procedimento deve ser repetido até que a restrição de potência máxima seja respeitada. Outra solução consiste em rejeitar um por um os usuários e reexecutar o algoritmo iterativo até que a potência máxima de transmissão seja respeitada. Tais soluções são, contudo, muito custosas computacionalmente pois requerem a determinação dos filtros e das potências de transmissão ótimos a cada tentativa.

2.7.6.1 Complexidade computacional

A figura 2.4 mostra a evolução da potência transmitida com o número de iterações para um caso típico. Consideramos que o algoritmo convergiu quando a potência total de transmissão atinge 99% da potência de transmissão de regime (linha pontilhada). A linha tracejada mostra a iteração na qual o algoritmo convergiu. Nota-se que o algoritmo DBPC converge relativamente rápido em número de iterações. Contudo, cada iteração apresenta uma alta complexidade computacional devido ao cálculo das U decomposições generalizadas e à resolução do sistema linear em α a cada iteração.

Cada decomposição generalizada em autovetores e autovalores apresenta uma complexidade computacional de $2U^2 + \mathcal{O}(U^3)$ e a resolução do sistema linear tem complexidade proporcional a M^3 . Resta ainda o cálculo da matriz $\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i(k) \mathbf{R}_i + \sigma_v^2 \mathbf{I}_M$, cuja complexidade é $(U+2)\mathcal{O}(M^2)$, o cálculo das matrizes $\mathbf{D}$ e $\mathbf{M}$, de complexidade $U^2\mathcal{O}(M^2)$, e o cálculo de c_{max} , cuja complexidade vale $\mathcal{O}(U^3)$.

Finalmente, a complexidade computacional total por iteração é dada por $U\mathcal{O}(M^3) + (U^2 + U + 2)\mathcal{O}(M^2) + 2\mathcal{O}(U^3) + 2U^2$. Note que esta complexidade é

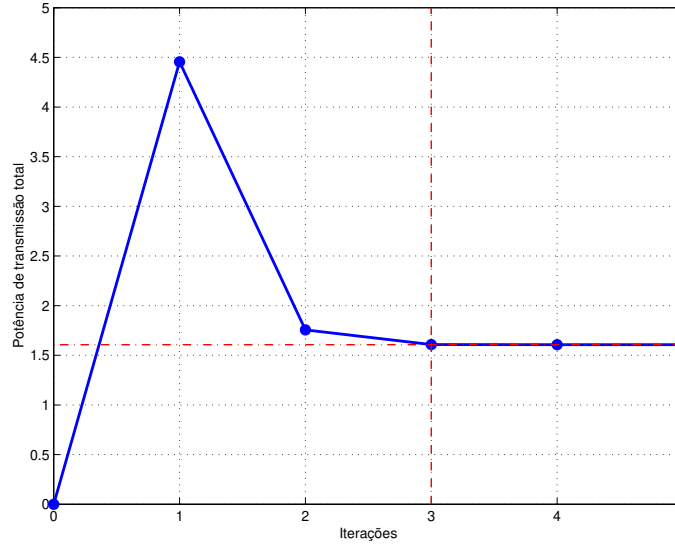


Figura 2.4: Evolução da potência total de transmissão do algoritmo DBPC com o número de iterações.

proporcional ao cubo do número de usuários U , tornando o algoritmo lento quando o número de usuários cresce. Ora, como o objetivo é aumentar a capacidade do sistema, isso acarretará também num aumento do tempo de execução do algoritmo, o que é indesejável na prática. Por outro lado, na prática, as MCEs são estimadas de forma recursiva e, portanto, a cada atualização dessas matrizes, elas são apenas levemente perturbadas e a solução ótima difere pouco da solução obtida anteriormente. Entretanto, mesmo a partir de uma dada solução anterior, a realização de uma iteração completa do algoritmo DBPC apresenta uma alta complexidade computacional. A seguir, proporemos um algoritmo menos complexo e, portanto, mais adaptado às aplicações práticas. Mas, antes, trataremos da convergência do algoritmo DBPC.

2.7.6.2 Convergência do Algoritmo DBPC

Para analisarmos a convergência do algoritmo DBPC, podemos dividi-lo em duas partes. A primeira em que os filtros espaciais $\mathbf{w}_u$ são atualizados e a segunda em que as potências do enlace reverso α são atualizadas. Uma condição suficiente para que o algoritmo convirja é que, ao final de cada iteração, a solução obtida tenda para a solução ótima.

Numa dada iteração, utilizam-se os sobrescritos $-$ e $+$ para representar, respectivamente, as grandezas obtidas ao final da iteração precedente ou no final da atual. Desta forma, ao final de uma iteração qualquer, a equação (2.24) pode ser reescrita

como

$$\frac{\alpha_u^- \mathbf{w}_u^{-H} \frac{\mathbf{R}_u}{\zeta_u} \mathbf{w}_u^-}{\mathbf{w}_u^{-H} \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i^- \mathbf{R}_i \right) \mathbf{w}_u^- + \sigma^2} = c^- \quad \forall u. \quad (2.40)$$

Nestas condições, a solução ótima não foi atingida ainda ou porque os alvos não foram atingidos e, portanto, $c^- < 1$, ou porque a potência total de transmissão ainda não foi minimizada. A seguir, vamos mostrar que cada iteração do algoritmo leva cada um desses parâmetros mais próximos ao ótimo.

Etapa 1: atualização dos filtros Como as potência do enlace reverso foram atualizadas após o calculo dos filtros $\mathbf{w}_u^-$, estes não são mais autovetores da equação (2.23). Logo, na primeira parte da iteração seguinte, os filtros espaciais são atualizados utilizando o vetor $\boldsymbol{\alpha}^-$. Pode-se, então, escrever, após o cálculo dos novos filtros espaciais $\mathbf{w}_u^+$

$$\frac{\alpha_u^- \mathbf{w}_u^{+H} \frac{\mathbf{R}_u}{\zeta_u} \mathbf{w}_u^+}{\mathbf{w}_u^{+H} \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i^- \mathbf{R}_i + \sigma^2 \right) \mathbf{w}_u^+} = \lambda_{u,\max} > c^- \quad \forall i, \quad (2.41)$$

onde $\lambda_{u,\max}$ é o máximo autovalor correspondente ao autovetor $\mathbf{w}_u^+$. Além disso, todos os autovalores $\lambda_{u,\max}$ são superiores a c^- , pois os autovetores $\mathbf{w}_u^+$ correspondentes aos autovalores máximos do quociente de Rayleigh dado pela equação (2.41).

Portanto, como $\lambda_{u,\max} > c^-$, a etapa de atualização dos filtros espaciais permite obter um ganho em relação à iteração precedente. Ganho este que será explorado na parte seguinte do algoritmo para aumentar o valor da constante de proporcionalidade c^- ou para minimizar a potência total de transmissão quando $c^- = 1$.

Etapa 2: atualização das potências Após a atualização dos filtros na etapa anterior, a igualdade (2.41) pode ser expressa de forma matricial da seguinte maneira

$$\mathbf{D}^+ \boldsymbol{\alpha}^- - \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{M}^+ \boldsymbol{\alpha}^- = \sigma^2 \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{1}_U, \quad (2.42)$$

onde $\boldsymbol{\Lambda}$ é uma matriz diagonal composta pelos autovalores máximos $\lambda_{u,\max}$ e as matrizes $\mathbf{D}^+$ e $\mathbf{M}^+$ são calculadas segundo as equações (2.30) e (2.31), utilizando os filtros $\mathbf{w}_u^+$.

Nessa etapa, as potências do enlace reverso e a constante de proporcionalidade serão atualizadas a fim de satisfazer as restrições dadas pelo sistema linear (2.32).

Essas novas potências α^+ e a nova constante c^+ são tais que

$$\mathbf{D}^+ \alpha^+ - c^+ \mathbf{M}^+ \alpha^+ = c^+ \sigma^2 \mathbf{1}_U . \quad (2.43)$$

Analisemos, agora, a relação entre c^+ e c^- e entre α^+ e α^- , tendo em vista a convergência do algoritmo. Dois casos se apresentam, conforme o valor de c^- .

No primeiro caso, os alvos ainda não foram atingidos ($c^- < 1$) e, então, a condição suficiente para que haja convergência é que a constante de proporcionalidade, após atualização (etapa 2), seja superior a c^- , i.e., $c^+ > c^-$.

Por outro lado, se os alvos já foram atingidos ($c^- = 1$), a condição suficiente para que haja convergência é que a potência total de transmissão diminua após a atualização de α na etapa 2. Essa condição pode ser expressa como $\sum_{i=1}^U \alpha_i^+ < \sum_{i=1}^U \alpha_i^-$.

Vamos tratar, inicialmente, do caso em que os alvos ainda não foram atingidos. Neste caso, a nova constante de proporcionalidade c^+ é escolhida como sendo ligeiramente inferior a $c_{\max}$. Definindo $\beta = \min_u \{\lambda_{u,\max}\}$, pode-se reescrever a equação (2.42) como

$$\mathbf{D}^+ \alpha^- - \beta \mathbf{M}^+ \alpha^- = \sigma^2 \Lambda \mathbf{1}_U + (\Lambda - \beta \mathbf{I}_U) \mathbf{M}^+ \alpha^- . \quad (2.44)$$

Como todos os elementos da diagonal de Λ são positivos, a matriz diagonal $(\Lambda - \beta \mathbf{I}_U)$ possui apenas um elemento diagonal nulo e todos os outros positivos. Além disso, todos os elementos da matriz $\mathbf{M}^+$ e do vetor α^- são não-negativos. Logo, o termo à direita da igualdade (2.44) é um vetor de elementos positivos e podemos escrever a seguinte desigualdade

$$\mathbf{D}^+ \alpha^- - \beta \mathbf{M}^+ \alpha^- > \mathbf{0}_U . \quad (2.45)$$

Multiplicando-se a equação (2.45) à esquerda por α^{-T} e rearranjando os termos, obtém-se

$$\frac{\alpha^{-T} \mathbf{D}^+ \alpha^-}{\alpha^{-T} \mathbf{M}^+ \alpha^-} > \beta . \quad (2.46)$$

O quociente de Rayleigh dado pela equação (2.46) é maximizado pelo autovetor $\mathbf{v}_{\max}$, correspondente ao máximo autovalor $c_{\max}$ da decomposição generalizada de $(\mathbf{D}^+, \mathbf{M}^+)$. Utilizando este vetor, pode-se escrever

$$\frac{\mathbf{v}_{\max}^T \mathbf{D}^+ \mathbf{v}_{\max}}{\mathbf{v}_{\max}^T \mathbf{M}^+ \mathbf{v}_{\max}} = c_{\max} > \beta . \quad (2.47)$$

Da equação (2.41), temos $\beta > c^-$. Logo, conclui-se que $c^+ > c^-$, pois

$$c^+ = c_{\max} > \beta > c^- . \quad (2.48)$$

Portanto, a condição para que haja convergência no primeiro caso ($c^- < 1$) é satisfeita.

Tratemos, agora, do segundo caso, em que os alvos já foram atingidos. Neste caso $c^- = c^+ = 1$ e as novas potências α^+ são calculadas segundo a equação (2.43), que se reduz a

$$\mathbf{D}^+ \alpha^+ - \mathbf{M}^+ \alpha^+ = \sigma^2 \mathbf{1}_U . \quad (2.49)$$

Para provar que a potência total decresce ao final da etapa 2, considere a multiplicação da equação (2.42) à esquerda por Λ^{-1} :

$$\Lambda^{-1} \mathbf{D}^+ \alpha^- - \mathbf{M}^+ \alpha^- = \sigma^2 \mathbf{1}_U \quad (2.50)$$

onde a inversa Λ^{-1} existe pois Λ é uma matriz diagonal de elementos positivos.

Igualando-se as equações (2.49) e (2.50) e definindo $\alpha^+ = \alpha^- + \Delta\alpha$, podemos escrever

$$\mathbf{D}^+ \alpha^- + \mathbf{D}^+ \Delta\alpha - \mathbf{M}^+ \alpha^- - \mathbf{M}^+ \Delta\alpha = \Lambda^{-1} \mathbf{D}^+ \alpha^- - \mathbf{M}^+ \alpha^- . \quad (2.51)$$

Resolvendo a equação (2.51) para $\Delta\alpha$, chega-se a

$$\Delta\alpha = - \underbrace{(\mathbf{D}^+ - \mathbf{M}^+)^{-1}}_{\text{I}} \underbrace{(\mathbf{I}_U - \Lambda^{-1})}_{\text{II}} \underbrace{\mathbf{D}^+ \alpha^-}_{\text{III}} . \quad (2.52)$$

Logo, para que a potência total de transmissão seja reduzida em relação à iteração anterior, basta que todas as componentes do vetor $\Delta\alpha$ sejam não-positivas e que pelo menos uma delas seja negativa. Essa condição pode ser verificada pela análise dos termos I, II e III da equação (2.52). Como todos os elementos da matriz $\mathbf{D}^+$ e do vetor α^- são positivos, o vetor III possui todos os seus elementos positivos. Já a matriz II possui todos os seus elementos positivos pois $\lambda_{u,\max} < c^- = 1, \forall u$. Finalmente, a matriz I também possui todos os seus elementos não-negativos, como demonstrado no teorema 2.7.1. Conclui-se, pois, que

$$\sum_{i=1}^U p_i^+ = \sum_{i=1}^U \alpha_i^+ < \sum_{i=1}^U \alpha_i^- = \sum_{i=1}^U p_i^- . \quad (2.53)$$

Portanto, a segunda condição para que haja convergência também é satisfeita pelo algoritmo DBPC.

2.7.7 Versão Rápida - Algoritmo F-DBPC

Com o objetivo de reduzir a complexidade computacional do algoritmo DBPC, propomos duas modificações, uma relativa à decomposição generalizada (etapa 2 do algoritmo) e a outra relativa à atualização das potência do enlace reverso (etapa 5 do algoritmo).

Propomos inicialmente a substituição da decomposição em autovalores e autovetores generalizada por algumas iterações do método da potência [23]. Para isso, expressamos a decomposição generalizada (2.23) como uma decomposição simples

$$\mathbf{R}_T^{-1} \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u - \lambda_{u_T} \mathbf{w}_u = 0 \quad \forall u, \quad (2.54)$$

onde λ_{u_T} é o autovalor, a matriz $\mathbf{R}_T$ é dada por

$$\mathbf{R}_T = \sum_{i=1}^U \alpha_i \mathbf{R}_i + \sigma^2 \mathbf{I}_M \quad (2.55)$$

e a existência de sua inversa é garantida pelo termo correspondente ao ruído.

Note que os autovetores de (2.54) são também autovetores de (2.23), porém os autovalores λ_{u_T} não são os mesmos que λ_u . Entretanto, pode-se obter uma relação entre esses dois conjuntos de autovalores. Para tanto, escrevemos o inverso do quociente de Rayleigh para a decomposição (2.23), dada por

$$\frac{\mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_{T_u} \mathbf{w}_u}{\mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u} = \frac{1}{\zeta_u \lambda_u} \quad \forall u, \quad (2.56)$$

onde $\mathbf{R}_{T_u} = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i \mathbf{R}_i + \sigma^2 \mathbf{I}_M$. Por outro lado, o inverso do quociente de Rayleigh da decomposição (2.54) se escreve como

$$\frac{\mathbf{w}_u^H (\mathbf{R}_{T_u} + \alpha_u \mathbf{R}_u) \mathbf{w}_u}{\mathbf{w}_u^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u} = \frac{1}{\lambda_{u_T}} \quad \forall u. \quad (2.57)$$

Uma análise das expressões (2.56) e (2.57) mostra que

$$\frac{1}{\lambda_{u_T}} = \frac{1}{\zeta_u \lambda_u} + \alpha_u \quad \forall u. \quad (2.58)$$

Resolvendo a equação acima, obtém-se

$$\lambda_u = \frac{\lambda_{u_T}}{\zeta_u (1 - \alpha_u \lambda_{u_T})} \quad \forall u . \quad (2.59)$$

Uma aproximação para o máximo autovalor λ_{u_T} e o autovetor associado $\mathbf{w}_u$ pode ser obtida através de algumas iterações do método da potência, dado por

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \mathbf{R}_T^{-1} \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u \\ \lambda_{u_T} &= \sqrt{\mathbf{v}^H \mathbf{v}} \\ \mathbf{w}_u &= \frac{1}{\lambda_{u_T}} \mathbf{v} . \end{aligned} \quad (2.60)$$

A segunda modificação proposta corresponde à resolução do sistema linear em $\boldsymbol{\alpha}$, após a atualização de $\mathbf{w}_u$. Propomos então substituir a resolução de tal sistema linear pela simples atualização das potências do enlace reverso da seguinte maneira

$$\alpha_u = \frac{c}{\lambda_u} . \quad (2.61)$$

A idéia por trás dessa atualização é que, para cada usuário u , apenas sua própria potência α_u é alterada, na iteração k , para satisfazer as restrições, utilizando-se as potências α_i dos demais usuários obtidas na iteração anterior ($k - 1$). Além disso, a constante de proporcionalidade c pode ser calculada a cada iteração a fim de que a potência máxima de transmissão seja respeitada. Para tanto, lembramos que a potência máxima de transmissão é dada por $\sum_{u=1}^U \alpha_u$ e utilizamos a expressão (2.61).

Obtemos então

$$\sum_{u=1}^U \alpha_u = c \sum_{u=1}^U \frac{1}{\lambda_u} \leq P_{max} . \quad (2.62)$$

Logo, para que a restrição de potência máxima seja satisfeita, basta que $c \leq \frac{P_{max}}{\sum_{u=1}^U \frac{1}{\lambda_u}}$.

Portanto, o valor da constante c é dado por

$$c = \min \left(1, \frac{P_{max}}{\sum_{u=1}^U \frac{1}{\lambda_u}} \right) . \quad (2.63)$$

Com isso, o cálculo das matrizes $\mathbf{D}$ e $\mathbf{M}$ não é mais necessário, assim como a

decomposição generalizada para se determinar o valor de c . Isto representa uma redução significativa da complexidade computacional.

Com essas duas modificações, chega-se ao algoritmo apresentado na tabela 2.2, chamado de *Fast-DBPC* (F-DBPC). Note que, devido à inclusão da restrição de potência máxima, além de testar a variação da potência total de transmissão, um teste de parada sobre a variação da constante de proporcionalidade c se faz necessário quando a potência máxima é atingida.

2.7.7.1 Complexidade computacional

O termo *fast* se refere ao tempo de execução global para a convergência do F-DBPC, que é inferior ao do DBPC, e não ao número de iterações necessárias. Tipicamente, para uma mesma inicialização, o F-DBPC requer um maior número de iterações para convergir do que o DBPC. Contudo, a complexidade de cada iteração do F-DBPC é significativamente inferior a uma iteração do DBPC. A figura 2.5 mostra a evolução da potência do enlace reverso α_u para cada usuário u num cenário típico com 9 usuários.

A complexidade computacional do algoritmo F-DBPC se deve, principalmente, ao cálculo da matriz $\mathbf{R}_T = \sum_{u=1}^U \alpha_u \mathbf{R}_u + \sigma^2 \mathbf{I}_M$, sua inversa $\mathbf{R}_T^{-1}$ e ao método da potência. O cálculo da matriz $\mathbf{R}_T$ e sua inversa apresenta uma complexidade de $UM^2 + \mathcal{O}(M^3)$, onde o termo $\mathcal{O}(M^3)$ corresponde à inversão matricial, cuja complexidade pode ser reduzida pela utilização de métodos adaptados à estrutura da matriz. O método da potência apresenta uma complexidade de $UM^2 + N_j U(M^2 + 2M)$ por iteração do F-DBPC, onde N_j denota o número de iterações do método da potência. Finalmente, a complexidade total do algoritmo F-DBPC é dada por $\mathcal{O}(M^3) + 2UM^2 + N_j U(M^2 + 2M) + 5U + 1$, onde o termo $5U + 1$ corresponde ao cálculo de λ_u , da constante c e das potências α_u .

Graças à baixa complexidade por iteração, o algoritmo F-DBPC é bem adaptado às aplicações nas quais as MCEs são estimadas adaptativamente. Nesse contexto, a estimação da MCE é levemente perturbada a cada novo bloco de dados recebidos. Logo, uma única iteração do F-DBPC é suficiente para se obter os filtros e as potências de transmissão ótimos, a partir de seus antigos valores. Para uma comparação numérica da complexidade dos dois algoritmos, ver [53, pág. 153].

2.7.7.2 Convergência do algoritmo F-DBPC

De maneira equivalente ao DBPC, uma iteração do algoritmo F-DBPC pode ser dividida em duas etapas, respectivamente, a obtenção dos filtros espaciais em trans-

Tabela 2.2: Algoritmo F-DBPC

1. Inicialização

$$k = 1 \quad , \quad \boldsymbol{\alpha}(0) = \mathbf{0}_U$$

2. Cálculo da matriz $\mathbf{R}_T = \sum_{i=1}^U \alpha_i \mathbf{R}_i + \sigma^2 \mathbf{I}_M$ e sua inversa $\mathbf{R}_T^{-1}$

3. Atualização dos filtros $\mathbf{w}_u(k)$ através da realização de N_j iterações do método da potência, dado pela equação (2.60)

4. Cálculo dos autovalores $\lambda_u(k)$

$$\lambda_u(k) = \frac{\lambda_{u_T}}{\zeta_u(1 - \alpha_u(k)\lambda_{u_T})} \quad \forall u$$

5. Cálculo da constante de proporcionalidade: $c(k) = \min \left(1, \frac{P_{max}}{\sum_{u=1}^U \frac{1}{\lambda_u(k)}} \right)$

6. Cálculo das potências $\alpha_u(k)$

$$\alpha_u(k) = \frac{c(k)}{\lambda_u(k)} \quad \forall u$$

7. Teste de parada sobre a variação da potência total de transmissão ou sobre o valor de c se a potência máxima foi atingida

(a) Se $\left| \sum_{u=1}^U \alpha_u(k) - \sum_{i=1}^U \alpha_u(k-1) \right| > \Delta P$, então $k = k + 1$ e volte ao passo 2

(b) Senão, se $|c(k) - c(k-1)| > \Delta c$, então $k = k + 1$ e volte ao passo 2

(c) Senão, vá ao passo 8

8. Cálculo das matrizes $\mathbf{D}$ e $\mathbf{M}$ segundo as equações (2.30) e (2.31)

9. Cálculo das potências de transmissão

$$\mathbf{p} = c(k)\sigma^2 (\mathbf{D} - c(k)\mathbf{M}^T)^{-1} \mathbf{1}_U$$

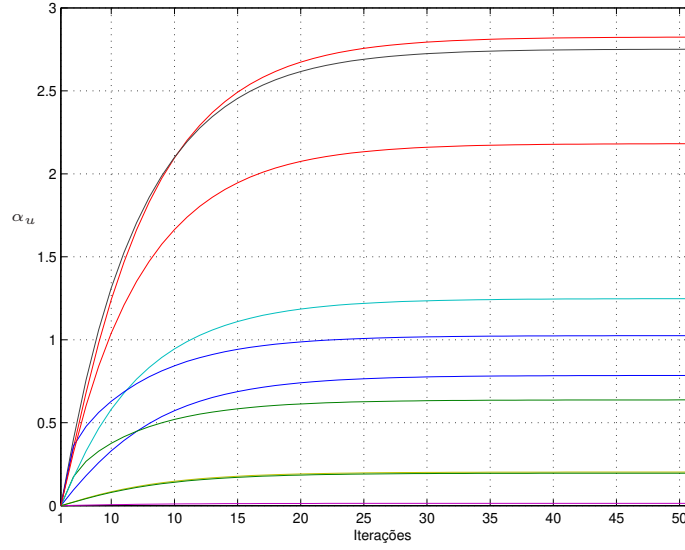


Figura 2.5: Evolução da potência de transmissão α_u de cada usuário u para o algoritmo F-DBPC com o número de iterações.

missão através da equação (2.60) e a atualização das potências do enlace reverso, dada pela equação (2.61).

A primeira etapa pode ser vista como um operador que, aplicado às potências $\alpha_u(k-1)$ (da iteração anterior), fornece como resultado os filtros ótimos $\mathbf{w}_u(k)$. Note que esses filtros são ótimos no sentido de que as $\text{SINR}_u(k)$ são maximizadas para um dado conjunto de $\alpha_u(k-1)$.

A segunda etapa é equivalente ao controle de potência no enlace reverso para uma única antena, onde, a cada iteração, a ERB calcula as potência do enlace reverso de modo que as SINR alvos sejam satisfeitas. Esse controle de potência iterativo converge para a alocação ótima de potência, dado a existência de uma solução factível para os alvos exigidos. No caso do F-DBPC, esse controle de potência é precedido pela etapa de cálculo dos filtros ótimos, o que reduz a interferência entre os usuários e, conseqüentemente, reduz a potência necessária para satisfazer os alvos.

Uma iteração do controle de potência corresponde à atualização das potências do enlace reverso segundo a equação (2.61), que pode ser reescrita, levando-se em consideração a equação (2.56), como

$$\alpha_u(k) = c\gamma_u \frac{\mathbf{w}_u^H(k) \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i(k-1) \mathbf{R}_i + \sigma_v^2 \mathbf{I} \right) \mathbf{w}_u(k)}{\mathbf{w}_u^H(k) \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u(k)} \quad \forall u. \quad (2.64)$$

Inicialmente, as potência do enlace reverso $\alpha_u(0)$ são inicializadas em zero. Logo, o primeiro conjunto de filtros $\mathbf{w}_u(1)$ somente leva em conta o ruído térmico σ_ν^2 . O mesmo acontece com as potências, obtidas através de

$$\alpha_u(1) = c\gamma_u \frac{\sigma_\nu^2}{\mathbf{w}_u(1)^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u(1)} \quad \forall u. \quad (2.65)$$

As potência obtidas na iteração $k = 1$ são sub-estimadas em relação às potências ótimas α_u^{opt} , isto é, $\alpha_u(1) \leq \alpha_u^{\text{opt}}$. Por outro lado, mostraremos a seguir que as potências $\alpha_u(k)$ são sempre sub-estimadas em relação às potências da iteração seguinte, ou seja, $\alpha_u(k) < \alpha_u(k+1)$. Para tanto, consideremos a segunda etapa da iteração k . Antes da atualização das potências, a seguinte desigualdade é verificada

$$\frac{\alpha_u(k-1) \mathbf{w}_u^H(k) \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u(k)}{\mathbf{w}_u^H(k) \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i(k-1) \mathbf{R}_i + \sigma^2 \mathbf{I} \right) \mathbf{w}_u(k)} < c\gamma_u \quad \forall u. \quad (2.66)$$

Então, após a atualização das potências através do uso da equação (2.64), obtém-se o novo conjunto de potências $\alpha_u(k)$ tal que $\alpha_u(k) > \alpha_u(k-1) \quad \forall u$. As potências obtidas na iteração k respeitam a igualdade seguinte

$$\frac{\alpha_u(k) \mathbf{w}_u^H(k) \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u(k)}{\mathbf{w}_u^H(k) \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i(k-1) \mathbf{R}_i + \sigma^2 \mathbf{I} \right) \mathbf{w}_u(k)} = c\gamma_u \quad \forall u. \quad (2.67)$$

Note que a interferência entre os usuários, expressa pelo termo $\mathbf{w}_u^H(k) \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i(k-1) \mathbf{R}_i \right) \mathbf{w}_u$, foi sub-estimada pois ela foi calculada com as potência da iteração anterior. Assim, ao se substituir as potências $\alpha_u(k-1)$ pelas novas potências $\alpha_u(k)$, a interferência aumenta e as SINR diminuem. A SINR é dada por

$$\frac{\alpha_u(k) \mathbf{w}_u^H(k) \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u(k)}{\mathbf{w}_u^H(k) \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i(k) \mathbf{R}_i + \sigma^2 \mathbf{I} \right) \mathbf{w}_u(k)} < c\gamma_u \quad \forall u. \quad (2.68)$$

No início da próxima iteração $k+1$, os filtros são atualizados utilizando as

potências $\alpha_u(k)$ e o novo conjunto de filtros $\mathbf{w}_u(k+1)$ é tal que

$$\frac{\alpha_u(k) \mathbf{w}_u^H(k+1) \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u(k+1)}{\mathbf{w}_u^H(k+1) \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i(k) \mathbf{R}_i + \sigma^2 \mathbf{I} \right) \mathbf{w}_u(k+1)} < c\gamma_u \quad \forall u. \quad (2.69)$$

Após a atualização dos filtros $\mathbf{w}_u(k+1)$, as SINR são mais próximas dos alvos $c\gamma_u$. Pode-se então escrever

$$\frac{\alpha_u(k) \mathbf{w}_u^H(k+1) \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u(k+1)}{\mathbf{w}_u^H(k+1) \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i(k) \mathbf{R}_i + \sigma^2 \mathbf{I} \right) \mathbf{w}_u(k+1)} > \frac{\alpha_u(k) \mathbf{w}_u^H(k) \mathbf{R}_u \mathbf{w}_u(k)}{\mathbf{w}_u^H(k) \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \alpha_i(k) \mathbf{R}_i + \sigma^2 \mathbf{I} \right) \mathbf{w}_u(k)} \quad \forall u. \quad (2.70)$$

Durante a execução do algoritmo, a interferência entre os usuários se aproxima de seu valor verdadeiro e as potências do enlace reverso convergem para a solução ótima. Demonstramos que cada potência evolui segundo a seguinte desigualdade: $\alpha_u(k) < \alpha_u(k+1) \leq \alpha_u^{\text{opt}}$. Logo, concluímos que

$$\sum_{u=1}^U \alpha_u(k) < \sum_{u=1}^U \alpha_u(k+1) \leq \sum_{u=1}^U \alpha_u^{\text{opt}} \leq P_{\max}. \quad (2.71)$$

Dessa maneira, demonstramos que, a partir da inicialização $\alpha_u(0) = 0$, o algoritmo F-DBPC converge para a solução ótima.

2.8 As Antenas Virtuais revisitadas - o caso Multiusuário

Vale lembrar que no caso multiusuário o *beamforming* é indispensável para garantir uma qualidade de enlace mínima aos usuários, contrariamente ao monousuário, onde o *beamforming* é um acessório para melhorar a qualidade do enlace. Além disso, não existem na literatura técnicas de diversidade de transmissão multiusuário. Portanto, no caso multiusuário, conciliar diversidade de transmissão e *beamforming* permanece um problema em aberto.

Propomos então a extensão do conceito de antenas virtuais anteriormente apresentado na seção 2.6 ao caso multiusuário com o objetivo de conciliar a diversidade de transmissão de cada usuário com a *beamforming* multiusuário. Para tanto, consideramos o uso de um *precoder* $\boldsymbol{\omega}_u$ para cada usuário u ao invés de um filtro puramente

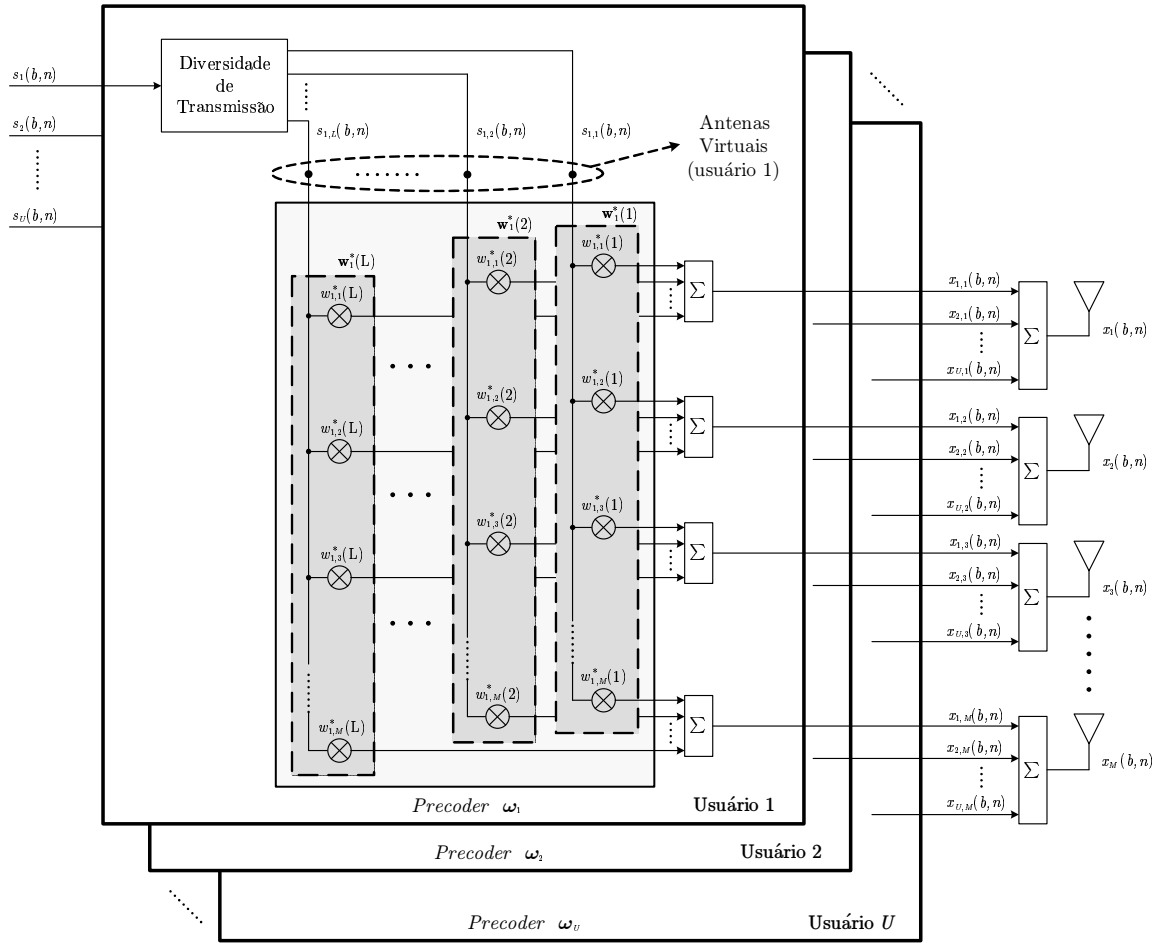


Figura 2.6: Estrutura de transmissão multiusuário: *precoder* ω aplicado ao arranjo de antenas na ERB e diversidade de transmissão aplicada às antenas virtuais.

espacial $\mathbf{w}_u$. As técnicas de diversidade de transmissão são, então, aplicadas às antenas virtuais de cada usuário, como mostra a figura 2.6.

A função do *precoder*, para cada usuário, é análoga àquela do caso monousuário, sendo que a diferença nesse caso é que todas as camadas $\mathbf{w}_u(l)$ do usuário u devem transmitir na direção do usuário u e evitar poluir os demais usuários. Se o arranjo de antenas possui um grau de liberdade suficientemente elevado, cada camada pode realizar essa tarefa com coeficientes diferentes de modo a descorrelacionar as antenas virtuais do usuário u e criar diversidade espacial, que será explorada pela técnica de diversidade de transmissão específica a cada usuário.

Como no caso monousuário, a questão colocada é encontrar o *precoder* ótimo para o problema multiusuário. Naturalmente, ainda existe o problema da alocação

de potência entre os diferentes usuários de modo a respeitar a qualidade de serviço exigida por cada um deles. Esses pontos serão estudados no capítulo 4, onde propomos um critério baseado na minimização da potência transmitida sujeito a restrições sobre a BER de cada usuário.

2.9 Conclusão

Neste capítulo apresentamos as técnicas de diversidade de transmissão clássicas num contexto monousuário e as técnicas de *beamforming* clássicas tanto num contexto monousuário quanto no contexto multiusuário. Em relação às técnicas de *beamforming* multiusuário, detalhamos a técnica DBPC e sua versão simplificada F-DBPC. Também demonstramos a convergência do algoritmo F-DBPC, seguindo o mesmo procedimento utilizado para a demonstração da convergência do algoritmo DBPC.

Com o objetivo de conciliar diversidade de transmissão e *beamforming*, também propusemos uma estrutura de transmissão baseada na utilização de um *precoder* entre a técnica de diversidade de transmissão, que pode ser qualquer, e o arranjo de antenas. A utilização deste *precoder*, formado por várias *camadas* de filtros puramente espaciais, nos levou ao conceito de antenas virtuais pela observação de que o *precoder* pode ser visto como uma transformação aplicada às antenas reais. O *precoder* desempenha um papel duplo, o de realizar o *beamforming* e o de criar diversidade ao nível das antenas virtuais. Diversidade esta que pode ser explorar por qualquer técnica de diversidade de transmissão clássica. Essa estrutura foi então estendida ao caso multiusuário pela utilização de um *precoder* por usuário.

Observamos também que os critérios e algoritmos existentes não são adaptados à estrutura proposta. Assim, a obtenção do *precoder* ótimo a fim de melhor utilizar a potência de transmissão disponível na estação rádio-base será o tema dos dois próximos capítulos. No capítulo 3 trataremos o caso monousuário e no capítulo 4, o caso multiusuário.

3

Técnicas Monousuário

3.1 Introdução

Neste capítulo, tratamos as questões suscitadas no capítulo 2 sobre a alocação ótima de potência entre as camadas de um *precoder* dado e sobre a obtenção do *precoder* ótimo. Propomos duas técnicas para determinar o *precoder*. Essas técnicas se baseiam em critérios diferentes, mas o seu objetivo é o mesmo: combinar a diretividade resultante da técnica de *beamforming* clássica com a diversidade fornecida pelas técnicas de diversidade de transmissão. E isto segundo as condições do canal e a potência de transmissão disponível na ERB para melhor explorar o canal de transmissão existente.

Começamos este capítulo por uma análise da diversidade de transmissão em condições ótimas, ou seja, canal descorrelacionado e equilibrado. O canal é dito equilibrado quando a atenuação média entre cada antena do arranjo e a antena do terminal móvel é a mesma. Mostramos, nessas condições, que uma repartição igual de potência entre as antenas conduz à diversidade máxima e, assintoticamente, à mínima BER. Interessamo-nos, a seguir, à alocação ótima de potência para um canal correlacionado e desequilibrado, no sentido de minimizar a BER em função da potência de transmissão. Mostramos, ainda, que, em termos de desempenho, um canal correlacionado é equivalente a um canal descorrelacionado e desequilibrado.

A partir dos resultados e observações relativos à diversidade de transmissão e à alocação ótima de potência, propomos um primeiro critério para se obter o *precoder*

baseado na minimização da variância da potência recebida pelo móvel. Observamos, todavia, que a minimização da variância explora a diversidade do canal em detrimento da diretividade. Isto pode levar a casos onde a potência de transmissão deve ser muito elevada para se obter uma dada potência média na recepção. Existe, então, um compromisso entre a minimização da variância e o ganho de diretividade. Logo, introduzimos uma penalidade relativa à potência de transmissão para ajustar esse compromisso.

Entretanto, é difícil adaptar esse compromisso em função do canal e da potência de transmissão. Para resolver essa questão, propomos um segundo critério baseado na minimização direta da BER no receptor móvel. A solução, assim obtida, é ótima no sentido de minimizar a BER e conduz sempre ao melhor compromisso diretividade *versus* diversidade, como mostram os resultados de simulações.

3.2 *Precoder* e Diversidade de Transmissão

Consideremos a estrutura de transmissão composta de um *precoder* e de uma técnica de diversidade de transmissão, apresentada na figura 2.3 e repetida aqui, na figura 3.1, por conveniência. Vale a pena ressaltar que supomos que o canal é plano.

O sinal recebido $y(b, n)$ é descrito por

$$y(b, n) = \mathbf{x}^T(b, n)\mathbf{h}(b) + \nu(b, n) , \quad (3.1)$$

onde $\mathbf{x}(b, n) = \begin{bmatrix} x_1(b, n) & x_2(b, n) & \cdots & x_M(b, n) \end{bmatrix}^T$ é o vetor de sinais no arranjo e $\mathbf{h}(b) = \begin{bmatrix} h_1(b) & h_2(b) & \cdots & h_M(b) \end{bmatrix}^T$ é o vetor canal.

O vetor de sinais no arranjo $\mathbf{x}(b, n)$ é dado por

$$\mathbf{x}(b, n) = \sum_{l=1}^L \mathbf{w}^*(l) \check{s}_l(b, n) , \quad (3.2)$$

onde $\check{s}_l(b, n)$ são os sinais aplicados às antenas virtuais (definidos na seção 2.6) após a diversidade de transmissão e $\mathbf{w}^*(l) = \begin{bmatrix} w_1^*(l) & w_2^*(l) & \cdots & w_M^*(l) \end{bmatrix}^T$ é a camada l

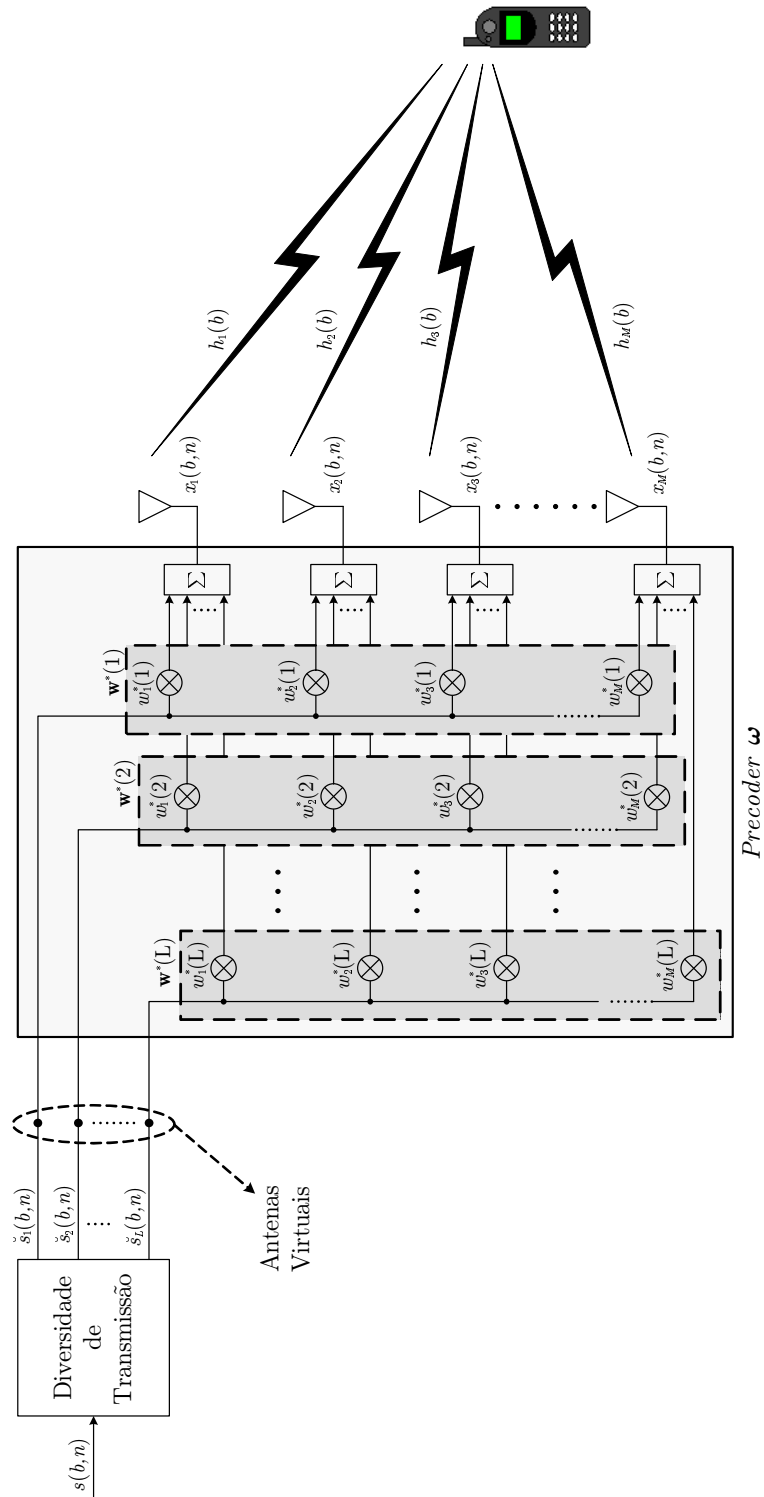


Figura 3.1: Estrutura de transmissão: *precoder* ω aplicado ao arranjo de antenas na ERB e diversidade de transmissão aplicada às antenas virtuais.

do *precoder* ω . Pode-se ainda escrever $\mathbf{x}(b, n)$ de forma matricial como

$$\mathbf{x}(b, n) = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{w}^*(1) & \mathbf{w}^*(2) & \cdots & \mathbf{w}^*(L) \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} \check{s}_1(b, n) \\ \check{s}_2(b, n) \\ \vdots \\ \check{s}_L(b, n) \end{bmatrix}}_{\check{\mathbf{s}}(b, n)}, \quad (3.3)$$

onde $\check{\mathbf{s}}(b, n)$ é o vetor de sinais virtuais.

Substituindo $\mathbf{x}(b, n)$ na equação (3.1) pela sua expressão dada por (3.3), podemos, então, reescrever o sinal $y(b, n)$ como

$$y(b, n) = \check{\mathbf{s}}(b, n)^T \mathbf{W}^H \mathbf{h}(b) + \nu(b, n), \quad (3.4)$$

onde $\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{w}(1) & \mathbf{w}(2) & \cdots & \mathbf{w}(L) \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$ é a matriz de precodificação, também chamada de *precoder*. Esse *precoder* é normalizado de modo que $\|\mathbf{W}\|_F = 1$, ou seja, $\sum_{l=1}^L \|\mathbf{w}(l)\|^2 = 1$. Essa normalização garante que a potência entregue ao arranjo de antenas seja a mesma que a potência do sinal $s(b, n)$.

Segundo a equação (3.4), podemos ver o *precoder* $\mathbf{W}$ como uma transformação aplicada ao canal $\mathbf{h}(b)$. Definindo $\check{\mathbf{h}}(b) = \mathbf{W}^H \mathbf{h}(b)$ como o canal virtual que liga as antenas virtuais ao móvel, chegamos a

$$y(b, n) = \check{\mathbf{s}}(b, n)^T \check{\mathbf{h}}(b) + \nu(b, n), \quad (3.5)$$

onde $\check{\mathbf{h}}(b) = [\check{h}_1(b) \ \check{h}_2(b) \ \cdots \ \check{h}_L(b)]^T$.

Logo, a MCE instantânea do canal virtual $\check{\mathbf{h}}(b)$ é expressa por

$$\check{\mathbf{R}}(b) = \check{\mathbf{h}}(b)\check{\mathbf{h}}(b)^H = \mathbf{W}^H [\mathbf{h}(b)\mathbf{h}(b)^H] \mathbf{W} = \mathbf{W}^H \mathbf{R}(b) \mathbf{W}, \quad (3.6)$$

e a MCE média vale

$$\check{\mathbf{R}} = \mathbb{E}\{\check{\mathbf{R}}(b)\} = \mathbf{W}^H \mathbb{E}\{\mathbf{R}(b)\} \mathbf{W} = \mathbf{W}^H \mathbf{R} \mathbf{W}, \quad (3.7)$$

onde $\mathbf{R}(b)$ e $\mathbf{R}$ são a MCE instantânea e média do canal $\mathbf{h}(b)$, respectivamente.

A equação (3.7) mostra que a matriz $\check{\mathbf{R}}$ é resultado da transformação da matriz $\mathbf{R}$

pela matriz de precodificação $\mathbf{W}$. Coloca-se, então, a questão de como determinar essa matriz de precodificação. Para responder a esta questão, analisemos mais em detalhe a diversidade de transmissão e como ela contribui para a melhoria do desempenho do sistema de transmissão.

3.2.1 Diversidade de Transmissão

Partamos do caso geral em que as antenas virtuais possuem uma certa correlação e o ganho de cada canal virtual $\check{h}_l(b)$ é diferente, ou seja, o canal é correlacionado e desequilibrado. Suponhamos que a técnica de diversidade de transmissão empregada seja capaz de atingir diversidade máxima (*full diversity*), ou seja, após o receptor, o canal equivalente entre os símbolos $s(b, n)$ transmitidos e os símbolos recebidos é dado por

$$\check{h}_{\text{eq}}(b) = \sqrt{\sum_{l=1}^L |\check{h}_l(b)|^2} = \sqrt{\sum_{l=1}^L |\mathbf{w}(l)^H \mathbf{h}(b)|^2}. \quad (3.8)$$

A camada l do *precoder*, $\mathbf{w}(l)$, desempenha dois papéis na transformação das antenas reais. O primeiro é a combinação das M antenas reais do arranjo para obter cada antena virtual l . O segundo papel é a repartição da potência entre as diferentes camadas. Para colocar em evidência esse papel duplo das camadas, reescrevemos (3.8) como

$$\check{h}_{\text{eq}}(b) = \sqrt{\sum_{l=1}^L \|\mathbf{w}(l)\|^2 \left| \frac{\mathbf{w}(l)^H}{\|\mathbf{w}(l)\|} \mathbf{h}(b) \right|^2}. \quad (3.9)$$

Definimos $p_l = \|\mathbf{w}(l)\|^2$ como a potência relativa associada à camada l e $\check{h}_l^{\text{norm}}(b) = \frac{\mathbf{w}(l)^H}{\|\mathbf{w}(l)\|} \mathbf{h}(b)$ como o canal virtual l normalizado. Para se respeitar a normalização de $\mathbf{W}$, a fim de conservar a potência de transmissão, deve-se ter

$$\sum_{l=1}^L p_l = 1. \quad (3.10)$$

Finalmente, podemos escrever o canal equivalente como

$$\check{h}_{\text{eq}}(b) = \sqrt{\sum_{l=1}^L p_l |\check{h}_l^{\text{norm}}(b)|^2}. \quad (3.11)$$

Logo, a SNR no móvel vale

$$\gamma_{\text{fd}}(b) = P_{\text{TX}} \sum_{l=1}^L p_l \frac{|\check{h}_l^{\text{norm}}(b)|^2}{\sigma_\nu^2}, \quad (3.12)$$

onde P_{TX} é a potência de transmissão na ERB. Note que cada sinal virtual $\check{s}_l(b, n)$ apresenta uma potência P_{TX} .

Note, ainda, que o termo $|\check{h}_l^{\text{norm}}(b)|^2 / \sigma_\nu^2$ corresponde à SNR normalizada¹ relativa ao canal l , a qual denotaremos $g_l(b)$. As SNRs normalizadas $g_l(b)$ são variáveis aleatórias em relação a b , cuja distribuição depende das distribuições dos coeficientes $h_m(b)$. Por exemplo, no caso de canais de Rayleigh, a distribuição de $g_l(b)$ é uma χ^2 (chi-2) com 2 graus de liberdade.

A SNR média do enlace é dada por

$$\bar{\gamma}_{\text{fd}} = \mathbb{E}\{\gamma_{\text{fd}}(b)\} = P_{\text{TX}} \sum_{l=1}^L p_l \frac{\sigma_{\check{h}_l}^2}{\sigma_\nu^2}, \quad (3.13)$$

onde $\sigma_{\check{h}_l}^2$ é o ganho do l -ésimo canal virtual normalizado, dado por

$$\begin{aligned} \sigma_{\check{h}_l}^2 &= \mathbb{E}\left\{|\check{h}_l^{\text{norm}}(b)|^2\right\} = \frac{\mathbf{w}(l)^H}{\|\mathbf{w}(l)\|} \mathbb{E}\left\{\mathbf{h}(b)\mathbf{h}(b)^H\right\} \frac{\mathbf{w}(l)}{\|\mathbf{w}(l)\|} \\ &= \frac{\mathbf{w}(l)^H \mathbf{R} \mathbf{w}(l)}{\|\mathbf{w}(l)\|^2}. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Consideremos o caso em que as hipóteses clássicas de diversidade de transmissão são verificadas, isto é, as antenas virtuais são descorrelacionadas e todos os canais virtuais possuem o mesmo ganho σ_h^2 . Logo, obtemos

$$\bar{\gamma}_{\text{fd}} = P_{\text{TX}} \frac{\sigma_h^2}{\sigma_\nu^2} \sum_{l=1}^L p_l = \frac{P_{\text{TX}} \sigma_h^2}{\sigma_\nu^2}, \quad (3.15)$$

onde utilizamos o fato de que o *precoder* é normalizado em 1, ver (3.10).

A equação (3.15) mostra que, em termos da SNR média, para um canal equilibrado, a utilização de um arranjo de antenas não traz ganho em relação ao uso de uma única antena. E isto para qualquer repartição de potência entre as antenas virtuais. Logo, concluímos que a diversidade de transmissão, contrariamente à diversidade de

¹Chamaremos de SNR normalizada a relação entre o ganho do canal e o ruído em recepção. Esta seria equivalente à SNR obtida para uma potência de transmissão unitária.

recepção, não traz ganho de arranjo, somente de diversidade.

Contudo, devido ao desvanecimento, a SNR *média* não é representativa da qualidade do enlace. Na verdade, deve-se também levar em conta os momentos em que a SNR instantânea é baixa, que serão predominantes para a probabilidade de erro. É assim que a diversidade de transmissão fornece um ganho expressivo, chamado ganho de diversidade, que é o mesmo que aquele que a diversidade de recepção forneceria num mesmo cenário.

A figura 3.2 mostra a função densidade de probabilidade (fdp) de $\gamma_{\text{fd}}(b)$ para diferentes números de antenas L no arranjo e para a potência de transmissão igualmente repartida entre as L antenas virtuais, isto é, $p_1 = p_2 = \dots = p_L = 1/L$. Também ajustou-se a potência de transmissão P_{TX} para que a SNR média seja de 1. Observamos que a distribuição da SNR é cada vez mais concentrada ao aumentarmos o número de antenas virtuais L . Isto quer dizer que a probabilidade de ocorrência de blocos com uma baixa SNR reduz consideravelmente com o aumento de L . Assintoticamente, a SNR se comportaria como aquela de um canal AWGN (*Additive White Gaussian Noise*), ou seja, a SNR seria constante e igual a $\bar{\gamma}_{\text{fd}}$.

O ganho de diversidade fornecido pela diversidade de transmissão provém da distribuição das SNRs observadas ao longo de diferentes blocos, que é mais concentrada em torno da média do que aquela obtida com apenas um único canal $h_l(b)$. Para uma explicação mais detalhada das diferenças entre as técnicas de diversidade de transmissão e de recepção, ver [34].

3.2.1.1 Canais Desequilibrados e SNR média

Consideremos, novamente, a SNR média do enlace, supondo, agora, um desequilíbrio entre os canais virtuais. Sem perda de generalidade, podemos escrever

$$\sigma_{h_1}^2 \geq \sigma_{h_2}^2 \geq \dots \geq \sigma_{h_L}^2 . \quad (3.16)$$

A SNR média obtida pela utilização de uma técnica de DT seria

$$\bar{\gamma}_{\text{fd}} = P_{\text{TX}} \sum_{l=1}^L \frac{1}{L} \frac{\sigma_{h_l}^2}{\sigma_{\nu}^2} = P_{\text{TX}} \frac{\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \sigma_{h_l}^2}{\sigma_{\nu}^2} = P_{\text{TX}} \frac{\bar{\sigma}_h^2}{\sigma_{\nu}^2} , \quad (3.17)$$

onde $\bar{\sigma}_h^2$ é o ganho médio dos canais virtuais.

O conhecimento dos ganhos do canal $\sigma_{h_l}^2$ pelo transmissor permite alocar a potência de transmissão de modo a maximizar a SNR média, dada por (3.13). É evidente que a alocação ótima que maximiza $\bar{\gamma}_{\text{fd}}$ corresponde a se utilizar apenas a melhor antena (com toda a potência de transmissão). Segundo a relação (3.16), o melhor

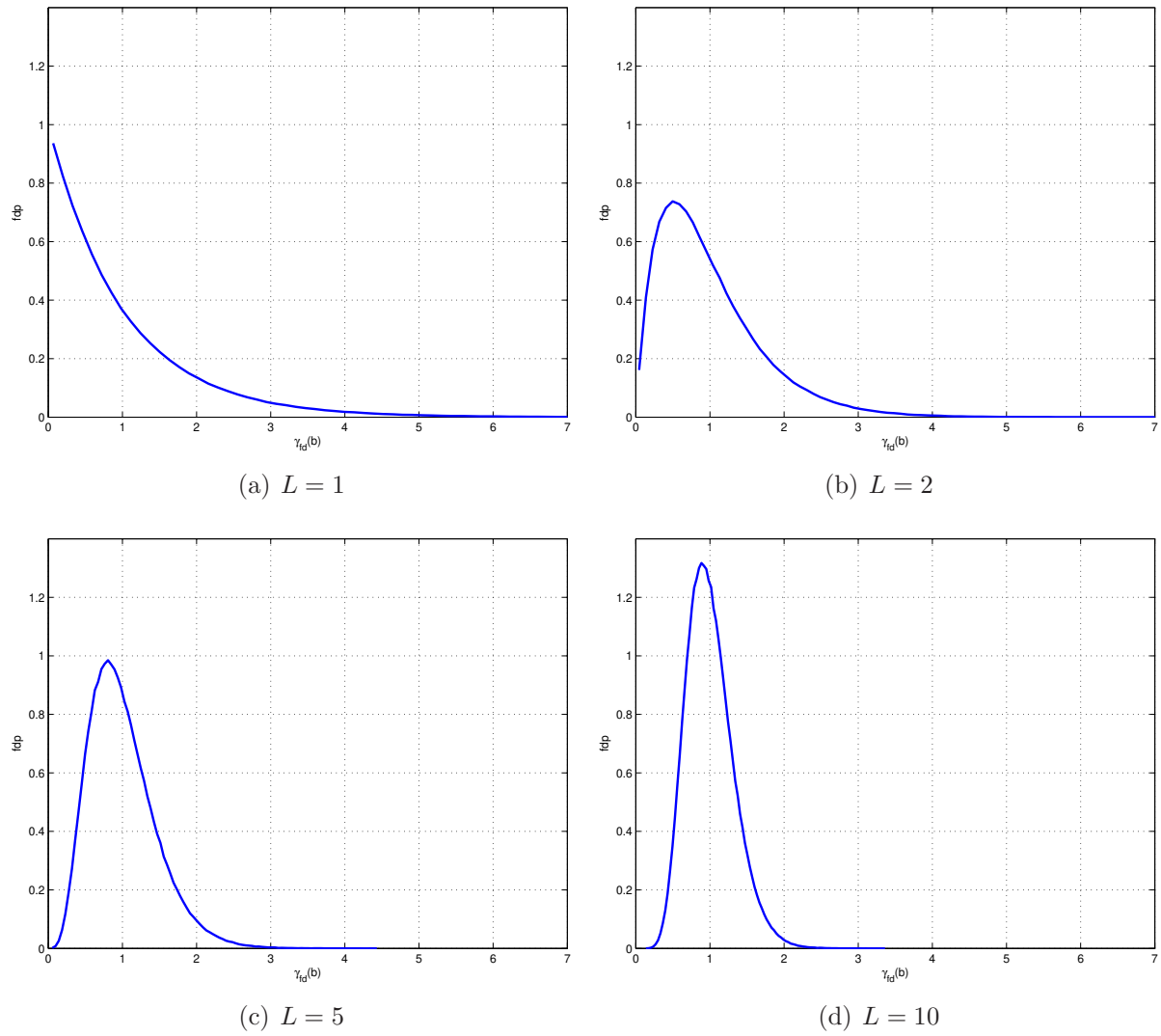


Figura 3.2: Função densidade de probabilidade (pdf) de $\gamma_{fd}(b)$ para diferentes valores de L e repartição igual de potência entre as antenas.

canal é o de número 1 e, portanto, a alocação ótima é a seguinte

$$p_l = \begin{cases} 1 & l = 1 \\ 0 & l > 1 \end{cases} . \quad (3.18)$$

Logo, a máxima SNR média vale

$$\bar{\gamma}_{\text{opt}} = \frac{P_{\text{TX}} \sigma_{h_1}^2}{\sigma_\nu^2} . \quad (3.19)$$

Note que, ao maximizar a SNR média, decidimos não explorar a diversidade do canal pois utilizamos somente uma antena para transmitir. Isso implica que a cauda da distribuição de probabilidade da SNR não foi reduzida. De maneira global, existe um compromisso entre aumentar a SNR média e reduzir a cauda da distribuição, explorando-se a diversidade do canal. Esse compromisso será melhor detalhado na seção 3.5.

3.3 Diversidade de Transmissão e BER

Consideremos um sistema de transmissão com canais de Rayleigh e o uso de uma técnica clássica de diversidade de transmissão. Como mostrado em [34, eq. (5.57)], um limitante superior para a BER no receptor, para SNR altas, é dado por

$$P_e \leq \frac{\bar{N}_e}{N} \left(\frac{d_{\min}^2 P_{\text{TX}}}{8 \sigma_\nu^2} \right)^{-r} \prod_{i=1}^r \lambda_i^{-1}(\check{\mathbf{R}}) , \quad (3.20)$$

onde N é o número de bits por símbolo, $d_{\min}^2$ é a distância mínima entre 2 pontos da constelação normalizada (potência unitária), $\bar{N}_e$ é o número médio de vizinhos à distância mínima para a modulação utilizada, r o posto (*rank*) da matriz $\check{\mathbf{R}}$ e $\lambda_i(\check{\mathbf{R}})$ é o i -ésimo autovalor de $\check{\mathbf{R}}$ [a matriz $\check{\mathbf{R}}$ é definida pela equação (3.7)].

Note que esse limitante é válido para uma repartição igual da potência de transmissão entre as antenas [34]. Além disso, consideramos os canais virtuais por meio da matriz de covariância $\check{\mathbf{R}}$ por simplicidade de notação, mas os resultados são gerais e se aplicam a qualquer canal, desde que plano. A influência do *precoder* $\mathbf{W}$ será considerada na seção 3.4, onde apresentaremos a alocação ótima de potência para minimizar a BER.

Definamos, primeiramente, $g_{\check{\mathbf{R}}} = \prod_{i=1}^r \lambda_i^{-1}(\check{\mathbf{R}})$. Podemos, então, reescrever (3.20)

como

$$P_e \leq \frac{\overline{N}_e}{N} \left(\frac{d_{\min}^2}{8} \frac{P_{\text{TX}}}{\sigma_\nu^2} (g_{\check{\mathbf{R}}})^{-\frac{1}{r}} \right)^{-r} = \varsigma \left(\frac{P_{\text{TX}}}{\sigma_\nu^2} (g_{\check{\mathbf{R}}})^{-\frac{1}{r}} \right)^{-r}, \quad (3.21)$$

onde $\varsigma = \frac{\overline{N}_e}{N} \left(\frac{d_{\min}^2}{8} \right)^{-r}$ é uma constante que depende somente da modulação utilizada e do posto do canal.

Observamos, então, que a inclinação assintótica da curva de BER (para uma SNR alta e em escala log) é dada por $-r$, por isso r é chamado de ordem de diversidade do canal. Por outro lado, a diversidade de transmissão fornece também um ganho de codificação (que podemos também chamar de ganho de arranjo) de $(g_{\check{\mathbf{R}}})^{-\frac{1}{r}}$. Esse limitante nos permite comparar o desempenho assintótico de dois canais $\check{\mathbf{h}}_1(b)$ e $\check{\mathbf{h}}_2(b)$ em termos da ordem de diversidade e do ganho de codificação obtidos em função de cada canal.

Consideremos dois canais de mesmo ganho e de MCEs $\check{\mathbf{R}}_1$ e $\check{\mathbf{R}}_2$. A condição de mesmo ganho se traduz como $\text{tr}(\check{\mathbf{R}}_1) = \text{tr}(\check{\mathbf{R}}_2)$. Note que o traço de uma matriz é igual à soma dos autovalores desta matriz. Logo, temos que $\sum_{i=1}^r \lambda_i(\check{\mathbf{R}}_1) = \sum_{i=1}^r \lambda_i(\check{\mathbf{R}}_2)$ e podemos comparar esses dois canais em termos da potência de transmissão necessária para se obter a mesma BER.

Escrevendo a equação (3.21) tanto para $\check{\mathbf{R}}_1$ e $P_{\text{TX}}^{(1)}$, quanto para $\check{\mathbf{R}}_2$ e $P_{\text{TX}}^{(2)}$ e igualando-as, obtemos

$$P_{\text{TX}}^{(1)} = P_{\text{TX}}^{(2)} \left(\frac{g_{\check{\mathbf{R}}_1}}{g_{\check{\mathbf{R}}_2}} \right)^{\frac{1}{r}}. \quad (3.22)$$

Para o canal 2, coloquemo-nos no caso em que as hipóteses clássicas de diversidade de transmissão são verificadas, ou seja, os canais são decorrelacionados e equilibrados. Então, a MCE do canal 2 tem posto $r = L$ e os autovalores valem

$$\lambda_1(\check{\mathbf{R}}_2) = \lambda_2(\check{\mathbf{R}}_2) = \dots = \lambda_L(\check{\mathbf{R}}_2) = 1, \quad (3.23)$$

onde, sem perda de generalidade, normalizamos os autovalores em 1 para simplificar o desenvolvimento matemático futuro.

Logo, o termo $g_{\check{\mathbf{R}}_2}$ é dado por

$$g_{\check{\mathbf{R}}_2} = \prod_{i=1}^L 1 = 1. \quad (3.24)$$

Assim, a penalidade de potência de um canal qualquer de posto L em relação à

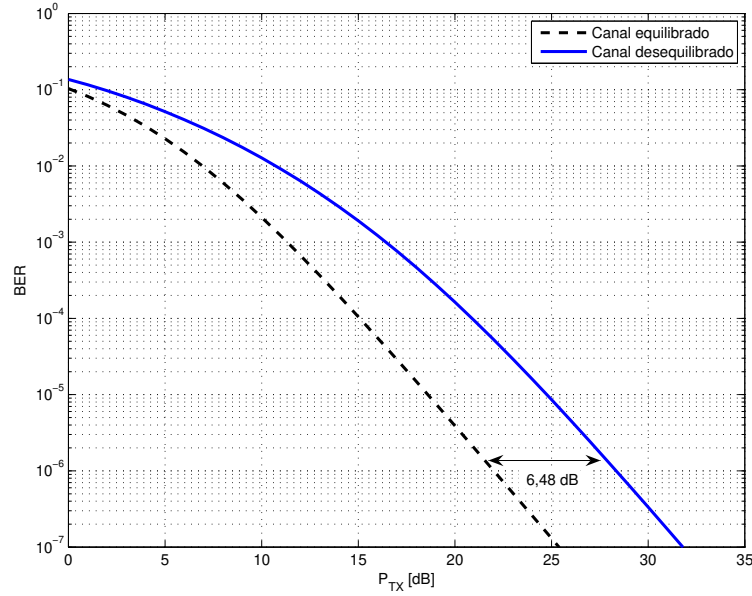


Figura 3.3: Comparação do desempenho de um canal equilibrado e um canal desequilibrado.

potência do canal *ideal*, para se obter a mesma BER, é dada por

$$\frac{P_{\text{TX}}}{P_{\text{TX}}^{\text{ideal}}} = (g_{\check{\mathbf{R}}})^{\frac{1}{L}}. \quad (3.25)$$

EXEMPLO 3.1: Canal desequilibrado

Consideremos $L = 3$ antenas, o uso de uma modulação BPSK e dois cenários de transmissão. O primeiro cenário corresponde a canais descorrelacionados e equilibrados. Já o segundo, corresponde a canais descorrelacionados e desequilibrados, como aquele considerado em [11], cujos ganhos valem $\sigma_{\check{h}_1}^2 = 2,8302$, $\sigma_{\check{h}_2}^2 = 0,1415$ e $\sigma_{\check{h}_3}^2 = 0,0283$. O ruído tem potência $\sigma_v^2 = 1$.

Para o cenário de canais desequilibrados considerado, pode-se escrever

$$\check{\mathbf{R}} = \text{diag}(2,8302 \quad 0,1415 \quad 0,0283) .$$

E, portanto,

$$g_{\check{\mathbf{R}}} = \frac{1}{2,8302} \times \frac{1}{0,1415} \times \frac{1}{0,0283} = 88,2234 .$$

Finalmente, concluímos que a penalidade de potência para este cenário, em relação ao cenário equilibrado, é de

$$\frac{P_{\text{TX}}}{P_{\text{TX}}^{\text{ideal}}} = \sqrt[3]{88,2234} = 4,4517 .$$

Isto corresponde a uma penalidade de 6,48 dB.

A figura 3.3 mostra a BER para o canal desequilibrado e para o canal ideal. Em primeiro lugar, observando a inclinação das duas curvas, notamos que os dois canais apresentam a mesma ordem de diversidade (de 3). Entretanto, o canal desequilibrado apresenta uma perda (ou penalidade) de 6,48 dB em relação ao canal ideal, como esperado.

3.3.1 Canais correlacionados

Até então, interessamo-nos por canais $\check{h}_l(b)$ descorrelacionados. Agora, consideramos o caso em que os canais são correlacionados e a MCE vale $\check{\mathbf{R}}$. Intuitivamente, vemos que essa correlação entre os canais tende a degradar o desempenho, dado que, quando um canal está numa condição de desvanecimento, os outros terão uma forte probabilidade de também estar.

Para quantificar essa degradação, podemos utilizar uma abordagem análoga àquela utilizada para quantificar a degradação devido ao desequilíbrio do canal. Assim, para se comparar dois canais de MCEs $\check{\mathbf{R}}_1$ e $\check{\mathbf{R}}_2$ sujeito a $\text{tr}(\check{\mathbf{R}}_1) = \text{tr}(\check{\mathbf{R}}_2) = L$, utilizamos a equação (3.22). Vemos então que existe uma equivalência entre um canal correlacionado e um canal descorrelacionado e desequilibrado.

Podemos também obter essa equivalência pela transformação das antenas de modo a se obter canais descorrelacionados. Para não violar a restrição de traço, essa transformação deve ser unitária. Assim, utilizando-se a matriz de autovetores de $\check{\mathbf{R}}$ como transformação, obtemos antenas descorrelacionadas e o canal equivalente é desequilibrado.

EXEMPLO 3.2: Canal correlacionado

Ainda para $L = 3$ antenas, consideremos um canal equilibrado cuja MCE

(não diagonal) vale

$$\check{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,9151 + 0,0327j & 0,9151 - 0,0327j \\ 0,9151 - 0,0327j & 1,0000 & 0,9151 + 0,0327j \\ 0,9151 + 0,0327j & 0,9151 - 0,0327j & 1,0000 \end{bmatrix}.$$

Os autovalores de $\check{\mathbf{R}}$ são

$$\lambda_1(\check{\mathbf{R}}) = 2,8302, \lambda_2(\check{\mathbf{R}}) = 0,1415 \text{ e } \lambda_3(\check{\mathbf{R}}) = 0,0283.$$

É fácil ver que o este canal é equivalente ao canal desequilibrado do exemplo 3.1 e, logo, sua perda é de 6,48 dB em relação ao canal ideal.

3.4 Alocação Ótima de Potência para DT

Os resultados da seção anterior mostram que o problema de canais correlacionados é equivalente ao problema de canais descorrelacionados porém desequilibrados. Podemos então tratar apenas o caso de canais descorrelacionados e desequilibrados. Neste caso, procuramos encontrar as potências p_l ótimas para minimizar a probabilidade de erro dada uma potência de transmissão fixa. Algumas tentativas de se resolver esse problema de forma analítica foram feitas na literatura, ver [11, 16, 56]. Contudo, esses trabalhos consideram um caso particular do problema e não o problema geral.

Dentre esses trabalhos, podemos citar em especial o trabalho de Cavers [11] que trata o caso de um canal de Rayleigh e modulação BPSK. Esse trabalho mostra que, quando a potência de transmissão P_{TX} é baixa, deve-se alocar potência às antenas cujos canais apresentam os maiores ganhos $\sigma_{h_l}^2$. Alocar potência aos canais que apresentam baixos ganhos é um desperdício de potência, pois esses canais se encontram abaixo do nível de ruído na recepção, não contribuindo para a diversidade. Por outro lado, se P_{TX} é elevada, deve-se também alocar potência aos canais de baixo ganho, uma vez que eles contribuem para a diversidade. Neste caso, alocar potência a esses canais melhora consideravelmente o desempenho do sistema, em termos da BER.

Para melhor entender o princípio da alocação ótima de potência, retomemos o mesmo canal desequilibrado do exemplo 3.1. A figura 3.4 mostra a BER em função da potência de transmissão P_{TX} para uma repartição igual de potência entre as antenas e para a alocação ótima de potência proposta por Cavers [11]. Consideramos três casos para a repartição igual de potência, respectivamente, a melhor antenas apenas, as duas melhores antenas e o conjunto das três antenas.

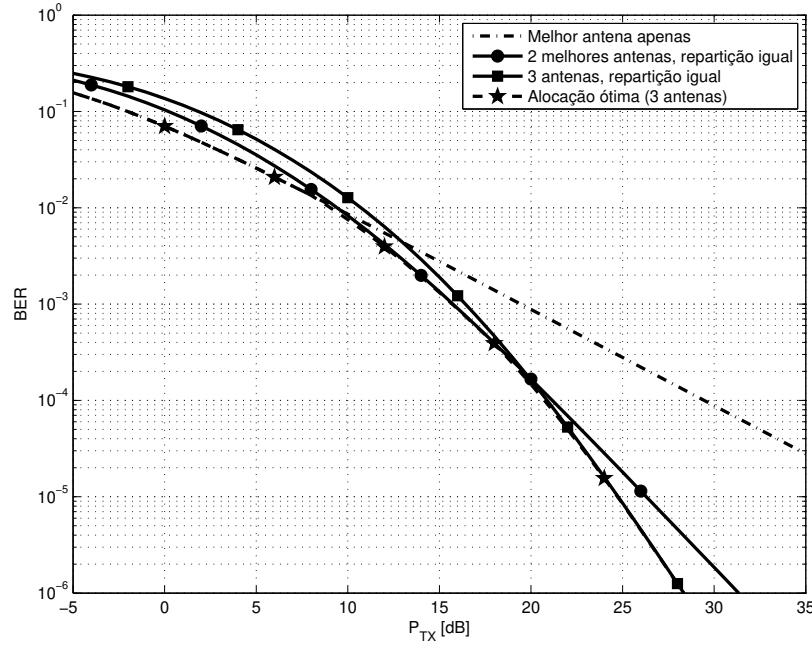


Figura 3.4: Comparação do desempenho da alocação ótima de potência para $M = 3$ segundo [11] e repartição igual de potência utilizando 1, 2 ou 3 antenas.

Observa-se que a utilização apenas da melhor antena (antena 1) com toda a potência de transmissão conduz ao melhor desempenho para $P_{TX} < 9$ dB. Isto se deve ao fato de que o ganho de diversidade obtido com a utilização das demais antenas (ou mesmo de apenas mais uma antena) não seria significativo nessa faixa. Assim, toda a potência alocada às antenas de baixo ganho seria desperdiçada, tendo em vista a alta atenuação dos canais 2 e 3. Entretanto, a partir de 9 dB, torna-se interessante utilizar também a antena de número 2 para aproveitar a diversidade do canal. O mesmo é válido para a antena 3 a partir de 19 dB, como mostrado pela curva de alocação ótima na figura 3.5.

A figura 3.5 mostra a potência ótima alocada a cada antena em função da potência de transmissão. Observamos que quando a potência de transmissão ultrapassa um dado limiar, começa-se a utilizar a segunda antena e mais além, a terceira. Observamos igualmente que, assintoticamente, a solução ótima tende para uma repartição igual da potência de transmissão entre as antenas.

Para melhor compreender o comportamento das diferentes soluções, traçamos a fdp (função densidade de probabilidade) da potência recebida pelo móvel para uma repartição igual da potência de transmissão entre 1, 2 ou 3 antenas e para $P_{TX} = 25$ dB, mostradas na figura 3.6.

Observamos que, no caso de apenas uma antena, mesmo sendo aquela com o me-

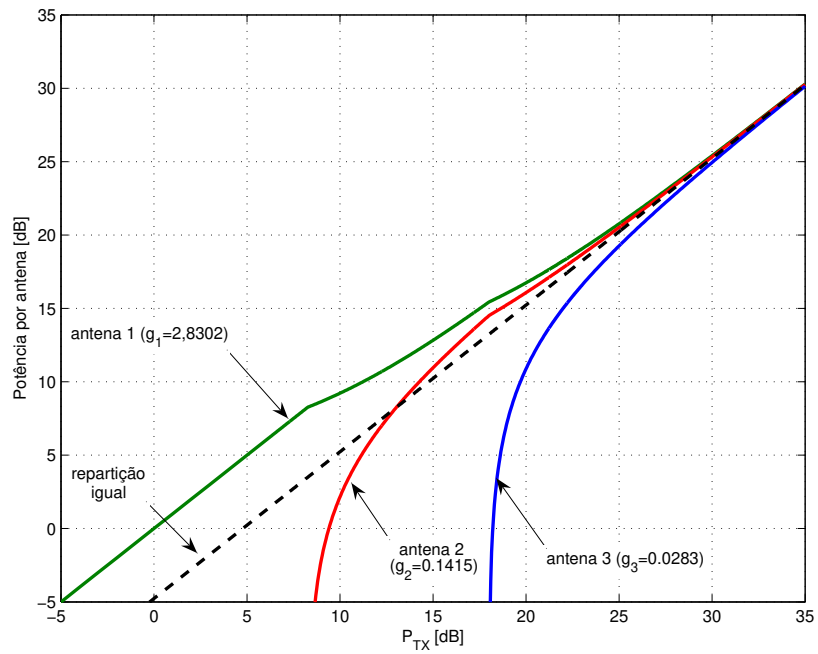


Figura 3.5: Alocação ótima de potência [11]. Potência de cada antena em função da potência de transmissão P_{TX} .

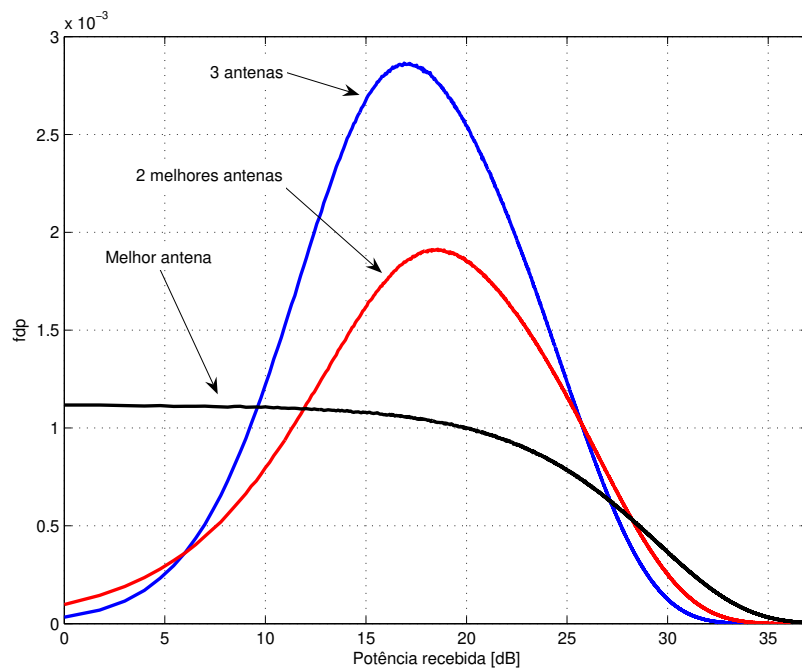


Figura 3.6: fdp da potência recebida para 1, 2 e 3 antenas e repartição igual da potência de transmissão para $P_{TX} = 25$ dB.

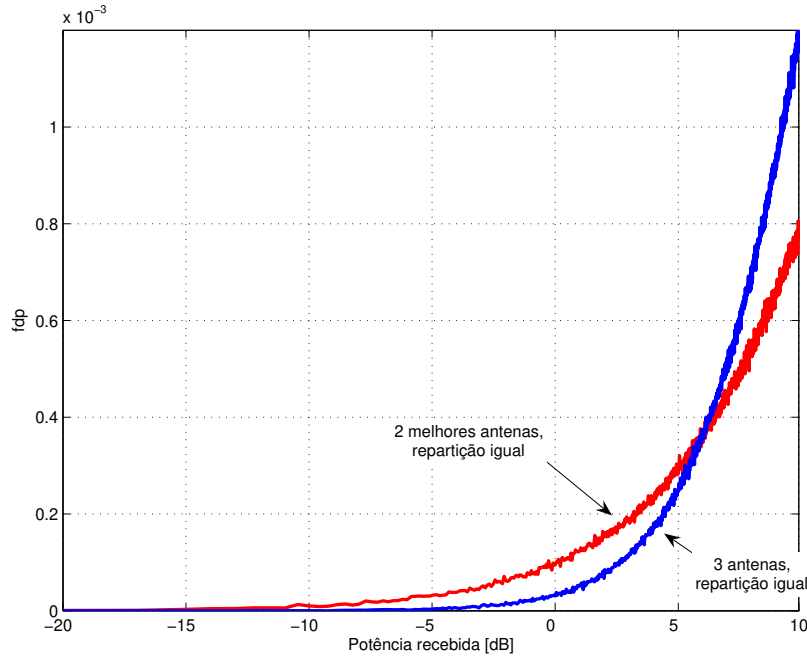


Figura 3.7: Zoom da fdp da potência recebida para 1, 2 e 3 antenas e repartição igual da potência de transmissão para $P_{TX} = 25$ dB.

lhora canal, a potência recebida é mais concentrada nos baixos valores. Para facilitar, consideremos uma transmissão por blocos em que o canal é completamente decorrelacionado entre os blocos. Assim, cada bloco recebido apresenta uma potência diferente e pode-se falar da BER de um bloco, supondo que o bloco é suficientemente grande. Logo, vemos na figura 3.6 que se tem uma grande probabilidade de ocorrência de blocos com uma baixa potência (e portanto BER ruim) e uma pequena probabilidade de ocorrência de blocos com uma potência elevada (e BER boa). Contudo, a BER resultante é dominada pelos blocos de baixa potência e a BER global é de $2,5 \times 10^{-4}$.

Quando passamos às duas melhores antenas, vê-se claramente uma concentração da potência recebida e uma diminuição significativa da probabilidade de ocorrência de baixas potências. Logo, a BER global melhora consideravelmente e atinge $1,4 \times 10^{-5}$, ou seja, mais de 17 vezes melhor que para uma única antena. A passagem de 2 a 3 antenas, por outro lado, só traz uma melhoria de aproximadamente 2 vezes, para uma BER global de $6,3 \times 10^{-6}$.

Essa melhoria da BER entre 2 e 3 antenas provém da diminuição suplementar da probabilidade de ocorrência de potências muito baixas, como mostrado na figura 3.7. Poderíamos nos surpreender que uma diminuição da probabilidade de ocorrência de potências inferiores a 5 dB seja responsável por um ganho de mais de 2 vezes em termos de BER. Poderíamos ainda nos perguntar se a maior probabilidade de ocorrência de

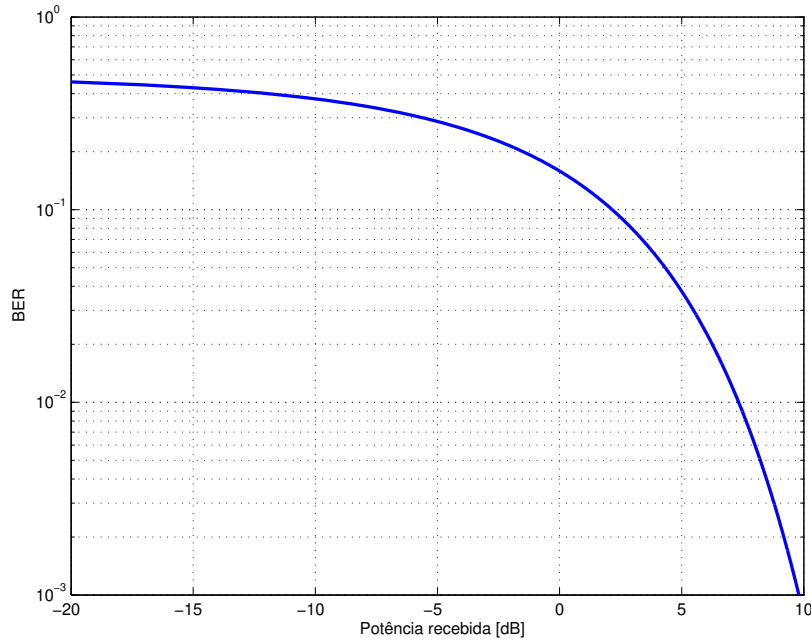


Figura 3.8: BER em função da potência recebida para um ruído de variância $\sigma_v^2 = 1$.

potências mais elevadas no caso de 2 antenas em relação a 3 antenas (como mostra a figura 3.6) não seria mais vantajoso que a pequena diminuição da probabilidade de ocorrência de potências tão baixas (no caso de 3 antenas).

Para responder a tais questões, traçamos a BER em função da potência recebida, mostrada na figura 3.8. Observa-se o comportamento exponencial da função $Q(\cdot)$, que liga a potência recebida à BER. Por outro lado, para que, em média, as altas potências compensem as baixas potências, é necessário que a razão entre a probabilidade de ocorrência de altas potências e de baixas potências seja proporcional ao inverso da BER média. Para ilustrar tal relação, suponhamos que somente haja dois valores possíveis para a potência recebida: ou ela é baixa e a BER vale 0,5 ou ela é alta o suficiente para que a BER valha, aproximadamente, 0. Logo, para se obter uma BER média de 10^{-6} , é necessário que a probabilidade de se ter uma alta potência seja de 0,99998 contra uma probabilidade de 2×10^{-5} de se ter uma baixa potência. Vemos então que as baixas potências são muito mais nocivas à BER do que as altas potências são benéficas.

Em conclusão, devemos lembra que, ao reduzir a BER, devemos nos concentrar em reduzir a probabilidade de ocorrência de baixas potências, ou seja, para uma potência constante, reduzir a dispersão da potência. Esta observação é a base da primeira técnica proposta neste capítulo, que visa minimizar a variância da potência recebida. Além disso, quando o canal é correlacionado ou desequilibrado, a solução de repartir igualmente a potência entre as antenas não é mais ótima.

Estado da arte Depois de termos tentado otimizar a potência de transmissão conjuntamente com o *precoder* $\mathbf{W}$, como será mostrado no restante deste capítulo, tomamos conhecimento dos trabalhos realizados por Zhou em [56]. Neste artigo, Zhou propõe o uso de um *precoder* cujas camadas são formadas pelos autovetores da MCE do canal, sendo a potência de cada camada ajustada de acordo com um princípio de *water-filling*, semelhante àquele proposto por Cavers em [11]. Além disso, Zhou mostra que sua técnica, chamada *Eigen-Beamforming*, é ótima no sentido de minimizar a BER para um canal plano cujos coeficientes seguem uma distribuição de Rayleigh. Ele também mostra como acoplar seu *precoder* com técnicas de DT do tipo STBC. O principal ponto fraco desta técnica é que ela é fortemente baseada na hipótese de que o canal é Rayleigh. Não sendo o caso, todo o desenvolvimento apresentado em [56] é invalidado e não se tem mais a garantia de que a solução encontrada minimize a BER.

As duas soluções propostas a seguir não possuem essa limitação, adaptando-se à distribuição dos coeficientes do canal. Deste ponto de vista, as técnicas aqui propostas podem ser vistas como uma extensão dos trabalhos [11] e [56], mesmo se elas foram desenvolvidas de maneira independente.

Lembramos que as técnicas propostas a seguir se baseiam no conhecimento das matrizes de covariância do canal direto para os diferentes blocos b . Este conhecimento é chamado *partial channel state information at the transmitter* (*partial CSIT*) na literatura. Neste contexto, existem ainda trabalhos que consideram outras informações como *partial CSIT*, dentre os quais podemos citar [30, 47, 50, 14].

3.5 Minimização da variância

Com o objetivo de utilizar da melhor maneira possível o arranjo de antenas em transmissão, propomos uma primeira técnica baseada na minimização da variância da potência recebida pelo móvel. Como mostrado anteriormente, para reduzir a BER deve-se combater as potências de recepção baixas, de modo a diminuir a probabilidade de ocorrência de altas BERs. Além disso, também mostramos que aumentar a diversidade pode ser visto como uma maior concentração da potência recebida, ou seja, uma redução da variância da potência em recepção.

Para ilustrar esse fenômeno, consideramos a utilização de DT num canal de Rayleigh descorrelacionado e equilibrado com um número variado de antenas L . A figura 3.9 mostra a variância da potência recebida pelo móvel em função do número de antenas na ERB. Lembramos que a potência de transmissão é fixa. Vemos, para uma antena, que a variância de 1 corresponde à variância de uma variável aleatória de Rayleigh de potência unitária. Já para duas antenas, vemos uma melhora sensível, com uma variância de 0,5. Notamos também que a diminuição da variância se torna cada vez menor com a adição de antenas suplementares.

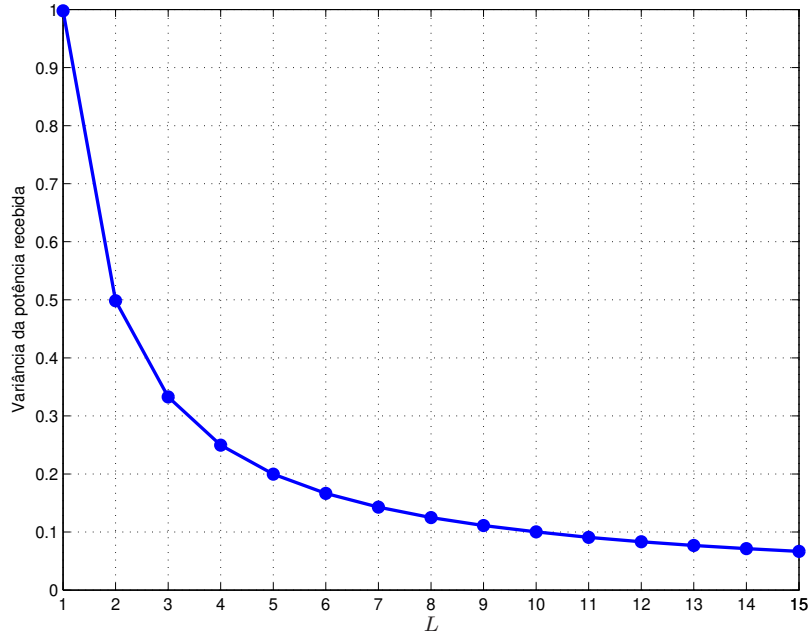


Figura 3.9: Variância da potência recebida em função do número de antenas L .

3.5.1 Modelo de sinal

Para se obter uma formulação mais geral do problema tratado, estendemos o modelo de sinal apresentado na seção 3.2 para o caso de um canal seletivo em frequência. Seja $h_m(b, n)$ a resposta ao impulso do canal entre a antena m e o móvel, para o bloco b . De modo análogo ao caso de canais planos, supomos que esta resposta permanece constante durante o período de um bloco. Dessa maneira, o sinal recebido pelo móvel $y(b, n)$ se escreve como

$$y(b, n) = \sum_{m=1}^M h_m(b, n) \star x_m(b, n) + \nu(b, n) , \quad (3.26)$$

onde $\star$ denota o produto de convolução.

Supomos agora que a duração das respostas ao impulso $h_m(b, n)$ é de D amostras. Podemos, então, reescrever (3.26) explicitando o produto de convolução entre os sinais das antenas e o canal. Chega-se então a

$$y(b, n) = \sum_{m=1}^M \sum_{i=0}^{D-1} h_m(b, i) x_m(b, n - i) + \nu(b, n) . \quad (3.27)$$

O sinal $x_m(b, n)$ é dado, de acordo com a figura 3.1, por

$$x_m(b, n) = \sum_{l=1}^L w_m^*(l) \check{s}_l(b, n) , \quad (3.28)$$

Logo, substituindo-se $x_m(b, n - i)$ na equação (3.27) e invertendo-se a ordem dos somatórios, obtemos

$$y(b, n) = \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^M w_m^*(l) \sum_{i=0}^{D-1} h_m(b, i) \check{s}_l(b, n - i) + \nu(b, n) . \quad (3.29)$$

Neste ponto, notamos que o somatório em i na equação (3.29) corresponde à convolução do sinal após diversidade de transmissão com o canal. Isto mostra a similaridade do modelo do enlace reverso e direto devido à linearidade do *precoder* e do canal.

Para se escrever a equação (3.29) de modo matricial, lembramos primeiramente que a camada l do *precoder* é dada por $\mathbf{w}(l) = \begin{bmatrix} w_1(l) & w_2(l) & \cdots & w_M(l) \end{bmatrix}^T$. A seguir, empilhamos os produtos de convolução $h_m(b, n) \star \check{s}_l(b, n)$ num vetor e obtemos

$$y(b, n) = \sum_{l=1}^L \mathbf{w}(l)^H \left[\mathbf{h}(b, n) \star \check{s}_l(b, n) \right] + \nu(b, n) . \quad (3.30)$$

Por outro lado, a convolução $\mathbf{h}(b, n) \star \check{s}_l(b, n)$ pode ser expressa como

$$\mathbf{h}(b, n) \star \check{s}_l(b, n) = \underbrace{\begin{bmatrix} | & | & & | \\ \mathbf{h}(b, 0) & \mathbf{h}(b, 1) & \cdots & \mathbf{h}(b, D-1) \\ | & | & & | \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}(b)} \underbrace{\begin{bmatrix} \check{s}_l(b, n) \\ \check{s}_l(b, n-1) \\ \vdots \\ \check{s}_l(b, n-D+1) \end{bmatrix}}_{\check{\mathbf{s}}_l(b, n)} , \quad (3.31)$$

onde $\mathbf{H}(b)$ é o canal espaço-temporal do bloco b e $\check{\mathbf{s}}_l(b, n)$ é o vetor sinal associado à antena virtual l . Uma vez definidas essas variáveis, podemos reescrever (3.30) como

$$y(b, n) = \sum_{l=1}^L \mathbf{w}(l)^H \mathbf{H}(b) \check{\mathbf{s}}_l(b, n) + \nu(b, n) . \quad (3.32)$$

Para completar a notação matricial, basta escrever o somatório em l como um produto escalar entre o vetor formado pelo empilhamento das camadas $\mathbf{w}(l)$ e aquele

formado pelo empilhamento dos vetores $\mathbf{H}(b)\check{\mathbf{s}}_l(b, n)$. Obtemos assim

$$y(b, n) = \boldsymbol{\omega}^H \tilde{\mathbf{s}}(b, n) + \nu(b, n) , \quad (3.33)$$

onde o vetor de precodificação $\boldsymbol{\omega}$ se escreve como

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}(0)^T & \mathbf{w}(1)^T & \cdots & \mathbf{w}(L)^T \end{bmatrix}^T \quad (3.34)$$

e onde $\tilde{\mathbf{s}}(b, n)$ é o vetor de sinais virtuais filtrados pelo canal.

No que diz respeito ao vetor de sinais virtuais filtrados pelo canal $\tilde{\mathbf{s}}(b, n)$, de acordo com a técnica de DT utilizada, dois possibilidades se apresentam:

1. **Delay Transmit Diversity (DTD)**: Para esta técnica, podemos estabelecer a seguinte relação entre os sinais virtuais $\check{s}_l(b, n)$ e o sinal $s(b, n)$

$$\check{s}_l(b, n) = s(b, n - l + 1) \quad \forall l = 1, 2, \dots, L . \quad (3.35)$$

Logo, podemos escrever o vetor $\tilde{\mathbf{s}}(b, n)$ como a convolução entre o canal e o sinal $s(b, n)$ da maneira seguinte

$$\tilde{\mathbf{s}}(b, n) = \underbrace{\begin{bmatrix} \text{---}\mathbf{H}(b)\text{---} & \mathbf{0}_M & \cdots & \mathbf{0}_M & \mathbf{0}_M & \mathbf{0}_M \\ \mathbf{0}_M & \text{---}\mathbf{H}(b)\text{---} & \cdots & \mathbf{0}_M & \mathbf{0}_M & \mathbf{0}_M \\ \vdots & & \ddots & & & \vdots \\ \mathbf{0}_M & \mathbf{0}_M & \mathbf{0}_M & \mathbf{0}_M & \cdots & \text{---}\mathbf{H}(b)\text{---} \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\mathcal{H}}(b)} \underbrace{\begin{bmatrix} s(b, n) \\ s(b, n - 1) \\ s(b, n - 2) \\ \vdots \\ s(b, n - D - L + 1) \end{bmatrix}}_{\check{\mathbf{s}}(b, n)} , \quad (3.36)$$

onde $\mathbf{0}_M$ é um vetor coluna formado de M zeros, $\boldsymbol{\mathcal{H}}(b)$ é a matriz de convolução do canal $\mathbf{H}(b)$ e $\check{\mathbf{s}}(b, n)$ é o vetor de sinais virtuais.

2. **Space-Time Block Codes (STBC)**: Neste caso, cada sinal $\check{s}_l(b, n)$ é obtido pela “codificação” do sinal $s(b, n)$ por um código espaço-temporal em bloco. A relação específica entre $s(b, n)$ e $\check{s}_l(b, n)$ depende do STBC utilizado. Para o código de Alamouti [1], por exemplo, tem-se um bloco de tamanho 2 e a relação seguinte

$$\begin{bmatrix} \check{s}_1(b, n) & \check{s}_1(b, n - 1) \\ \check{s}_2(b, n) & \check{s}_2(b, n - 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s(b, n) & -s^*(b, n - 1) \\ s(b, n - 1) & s^*(b, n) \end{bmatrix} . \quad (3.37)$$

Para se utilizar uma técnica do tipo STBC, é necessário que o canal seja plano. Nestas condições, a matriz canal $\mathbf{H}(b)$ se reduz a um vetor canal $\mathbf{h}(b)$ (pura-

mente espacial). Logo, de modo geral, podemos escrever

$$\tilde{\mathbf{s}}(b, n) = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{h}(b) & \mathbf{0}_M & \cdots & \mathbf{0}_M \\ \mathbf{0}_M & \mathbf{h}(b) & \cdots & \mathbf{0}_M \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0}_M & \mathbf{0}_M & \cdots & \mathbf{h}(b) \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}(b)} \underbrace{\begin{bmatrix} \check{s}_1(b, n) \\ \check{s}_2(b, n) \\ \vdots \\ \check{s}_L(b, n) \end{bmatrix}}_{\check{\mathbf{s}}(b, n)}, \quad (3.38)$$

onde, de modo análogo ao caso de *Delay Diversity*, $\mathbf{H}(b)$ é a matriz de convolução do canal $\mathbf{h}(b)$ e $\check{\mathbf{s}}(b, n)$ é o vetor de sinais virtuais.

Independente da técnica de DT usada, podemos escrever o sinal recebido de forma matricial como

$$y(b, n) = \boldsymbol{\omega}^H \mathbf{H}(b) \check{\mathbf{s}}(b, n) + \nu(b, n). \quad (3.39)$$

3.5.2 Critério de Mínimo de Variância

Partindo da expressão do sinal recebido dado pela equação (3.39), podemos escrever a potência útil recebida durante o bloco b como

$$P(b) = \mathbb{E} \left\{ |y(b, n)|^2 \middle| \mathbf{H}(b) \right\} = \boldsymbol{\omega}^H \mathbf{H}(b) \underbrace{\mathbb{E} \left\{ \check{\mathbf{s}}(b, n) \check{\mathbf{s}}(b, n)^H \right\}}_{\check{\Theta}} \mathbf{H}(b)^H \boldsymbol{\omega}, \quad (3.40)$$

onde $\check{\Theta}$ é a matriz de covariância dos símbolos “codificados”.

Nos dois casos tratados aqui, DTD e *Orthogonal Space-Time Block-Codes* (OSTBC), os símbolos virtuais são descorrelacionados se os símbolos $s(b, n)$ são descorrelacionados. Essa conclusão é evidente para o DTD, já que os símbolos virtuais são versões atrasadas dos símbolos $s(b, n)$. Por outro lado, como mostrado em [45], esta conclusão também é válida para um OSTBC qualquer. Além disso, os símbolos virtuais possuem a mesma potência que os símbolos $s(b, n)$. Logo, supondo que a potência dos símbolos $s(b, n)$ vale P_{TX} , chegamos a

$$\check{\Theta} = P_{\text{TX}} \mathbf{I}. \quad (3.41)$$

Finalmente, a potência útil recebida vale

$$P(b) = P_{\text{TX}} \boldsymbol{\omega}^H \mathbf{R}(b) \boldsymbol{\omega}, \quad (3.42)$$

onde $\mathbf{R}(b) = \mathbf{H}(b) \mathbf{H}(b)^H$ é a Matriz de Covariância Espaço-Temporal (MCET) ins-

tantânea do canal $\mathcal{H}(b)$.

É importante notar que a potência $P(b)$ varia de um bloco a outro devido à variação do canal. Essa variação se deve, principalmente, à variação das fases do canal, que podem fazer com que os percursos se combinem de modo construtivo, levando a uma potência recebida elevada, ou de maneira destrutiva, levando a uma baixa potência recebida (desvanecimento). Como dito na seção 3.4, são as baixas potências que dominam a BER. Além disso, para uma potência fixa, diminuir a probabilidade de ocorrência de baixas potências implica na diminuição de ocorrência de potências elevadas e, portanto, da variância. Assim, a idéia central desta técnica é, pela minimização da variância da potência em recepção, tentar reduzir a probabilidade de ocorrência de baixas potências com o objetivo de reduzir a BER.

O critério proposto é o de minimizar a variação da potência em torno de uma potência de recepção alvo P_c . A função custo $J(\boldsymbol{\omega})$ a ser minimizada se escreve então como

$$J(\boldsymbol{\omega}) = \mathbb{E} \left\{ \left(P_{\text{TX}} \boldsymbol{\omega}^H \mathcal{R}(b) \boldsymbol{\omega} - P_c \right)^2 \right\}. \quad (3.43)$$

Vemos que $J(\boldsymbol{\omega})$ corresponde à variância da potência $P(b)$ em torno de uma potência média de recepção P_c . Note que o valor desta potência média apenas muda a norma de $\boldsymbol{\omega}$ e, por conseguinte, a potência de transmissão. Podemos então reescrever (3.43), sem perda de generalidade, como

$$J(\boldsymbol{\omega}) = \mathbb{E} \left\{ \left(\boldsymbol{\omega}^H \mathcal{R}(b) \boldsymbol{\omega} - 1 \right)^2 \right\}, \quad (3.44)$$

o que corresponde à variância da potência recebida para uma potência de transmissão unitária e uma potência média de recepção de 1, chamada de *variância normalizada*. Isto nos permite encontrar o *precoder* ótimo cuja norma será, em seguida, ajustada de modo a respeitar a potência de transmissão desejada. Além disso, minimizando a variância normalizada ao invés da variância da potência recebida, evita-se automaticamente a solução trivial $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{0}$, que levaria a uma variância nula mas também a uma potência média recebida nula.

Observamos, *en passant*, que o critério (3.44) é similar ao critério CMA (*Constant Modulus Algorithm*) [21], a diferença sendo a matriz $\mathcal{R}(b)$. No caso do critério (3.44), essa matriz possui, normalmente, posto completo. Por outro lado, no caso do CMA, essa matriz é dada por $\mathbf{x}(n)\mathbf{x}(n)^H$ e, portanto, possui posto 1.

A minimização da variância não basta como critério pois, para uma potência média de recepção fixada, a solução de minimização total da variância da potência recebida pode levar a potências média de transmissão muito elevadas. Para melhor compreender esse fenômeno, consideremos o exemplo seguinte.

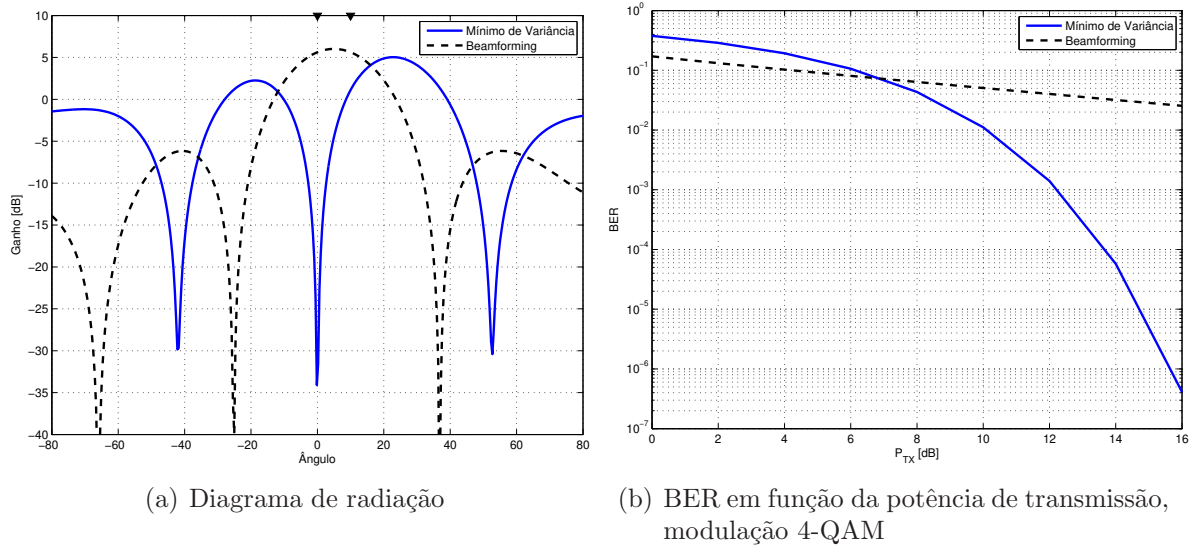


Figura 3.10: Comparação da solução de mínimo de variância e *beamforming*.

EXEMPLO 3.3: Mínimo de variância

Consideremos um cenário simples, no qual a ERB é equipada de um arranjo composto por $M = 4$ antenas espaçadas de $\lambda_c/2$ e o canal é formado por 2 percursos de mesmo ganho em 0° e 10° . Cada percurso é caracterizado por ter módulo constante e fase aleatória, variando independentemente de um bloco a outro. O ganho do canal foi normalizado em 1, o que equivale a dizer que cada percurso possui ganho de 0,5. Para simplificar o exemplo, consideramos um *precoder* composto de apenas uma camada ($L = 1$). Entretanto, todas as observações e conclusões são válidas também para o caso de um número genérico de camadas.

Nesse exemplo, comparamos a solução de mínimo de variância e a solução *beamforming* clássica. A solução de mínimo de variância é aquela que minimiza o critério (3.44). Sua obtenção é descrita na seção 3.5.3. A solução *beamforming* é descrita na seção 2.5.2.

A figura 3.10(a) mostra o diagrama de radiação para as duas soluções. As marcas em 0° e 10° mostram as direções dos percursos. As duas soluções foram normalizadas para que a potência de transmissão fosse de 1 (0 dB). Note que a solução *beamforming* conforma o diagrama de modo a transmitir com o mesmo ganho na direção dos dois percursos, ganho este de pouco mais de 5 dB. Assim, a potência média recebida é de 5,62 dB e sua variância vale

0,497. Já a solução de mínimo de variância anula o percurso em 0° . Deste modo, ela somente consegue transmitir na direção 10° com um ganho de aproximadamente 1 dB. Logo, a variância da potência recebida é **nula**, dado a utilização de apenas um percurso, que possui módulo constante. Por outro lado, a potência média na recepção é de $-1,91$ dB.

Podemos nos perguntar se obter uma variância nula ao preço de uma redução da potência média em recepção de mais de 7 dB conduz, ainda assim, a um melhor desempenho. Para responder a esta questão, mostramos na figura 3.10(b) a BER para uma modulação 4-QAM em função da potência de transmissão para ambas as soluções. É evidente que para potências de transmissão elevadas, minimizar a variância leva a desempenhos muito melhores que aqueles do *beamforming*. Entretanto, para baixas potências de transmissão, a solução *beamforming* é melhor. Iso se explica pelo fato de que, neste caso, a SNR média no móvel é baixa e, portanto, a potência média conta mais que a variância para o desempenho.

Tendo em vista o exemplo acima, propomos completar o critério de minimização da variância com a minimização da potência de transmissão. Lembramos que a potência média na recepção foi fixada em 1. Note que a minimização da potência de transmissão para uma potência de recepção fixa é equivalente à maximização da potência de recepção para uma potência de transmissão fixa.

Podemos então escrever o novo critério como

$$J_{\text{CPA}}(\boldsymbol{\omega}) = \text{E} \left\{ \left(\boldsymbol{\omega}^H \mathbf{R}(b) \boldsymbol{\omega} - 1 \right)^2 \right\} + \beta \boldsymbol{\omega}^H \boldsymbol{\omega} , \quad (3.45)$$

onde β é um parâmetro que controla a importância dada à minimização da potência de transmissão em relação à minimização da variância. O algoritmo que otimiza este critério é chamado de *Constant Power Algorithm* (CPA) por analogia com *Constant Modulus Algorithm* (CMA).

3.5.3 Solução Ótima - Algoritmo CPA

A equação (3.45) apresenta um critério de ordem 4 em $\boldsymbol{\omega}$. Logo, para encontrar a solução ótima, primeiramente definimos a variável intermediária $\boldsymbol{\chi}(b)$ como

$$\boldsymbol{\chi}(b) = \mathbf{R}(b) \boldsymbol{\omega} . \quad (3.46)$$

O critério CPA pode então ser reescrito como

$$J_{\text{CPA}}(\boldsymbol{\omega}) = \mathbb{E} \left\{ \boldsymbol{\omega}^H \boldsymbol{\chi}(b) \boldsymbol{\chi}(b)^H \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}^H \boldsymbol{\chi}(b) - \boldsymbol{\chi}(b)^H \boldsymbol{\omega} + 1 \right\} + \beta \boldsymbol{\omega}^H \boldsymbol{\omega} . \quad (3.47)$$

Podemos ainda agrupar o último termo e o primeiro termo da esperança, obtendo

$$J_{\text{CPA}}(\boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{\omega}^H \left(\mathbb{E} \left\{ \boldsymbol{\chi}(b) \boldsymbol{\chi}(b)^H \right\} + \beta \mathbf{I} \right) \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}^H \mathbb{E} \left\{ \boldsymbol{\chi}(b) \right\} - \mathbb{E} \left\{ \boldsymbol{\chi}(b)^H \right\} \boldsymbol{\omega} + 1 , \quad (3.48)$$

onde $\mathbf{I}$ é uma matriz identidade de dimensão ML .

Notamos que, para $\boldsymbol{\chi}(b)$ dado, o critério $J_{\text{CPA}}(\boldsymbol{\omega})$ é quadrático em $\boldsymbol{\omega}$. Assim sendo, este critério possui um único mínimo, que é mínimo global de $J_{\text{CPA}}(\boldsymbol{\omega})$. Este mínimo pode ser obtido pela utilização do método de Newton [24]. Entretanto, uma mudança no valor de $\boldsymbol{\omega}$ implica numa mudança no valor de $\boldsymbol{\chi}(b)$. Assim, $\boldsymbol{\omega}$ não é mais solução ótima de $J_{\text{CPA}}(\boldsymbol{\omega})$. Propomos então a utilização de um procedimento iterativo para se obter a solução de $J_{\text{CPA}}(\boldsymbol{\omega})$. Este procedimento consiste em iterar entre a obtenção do $\boldsymbol{\omega}$ ótimo que minimiza (3.48) para um $\boldsymbol{\chi}(b)$ dado e o cálculo de $\boldsymbol{\chi}(b)$ utilizando o $\boldsymbol{\omega}$ ótimo encontrado anteriormente.

Vamos agora adicionar o índice de iteração k às variáveis $\boldsymbol{\omega}_k$ e $\boldsymbol{\chi}_k(b)$. Com o objetivo de se obter a solução ótima $\boldsymbol{\omega}_k$ de $J_{\text{CPA}}(\boldsymbol{\omega})$ para $\boldsymbol{\chi}_k(b)$ fixo, calculamos, primeiramente, o gradiente $\mathbf{g}_k$ e a matriz Hessiana $\mathbf{H}_k$ na iteração k , dados por

$$\mathbf{g}_k = 2 \left(\mathbf{R}_k + \beta \mathbf{I} \right) \boldsymbol{\omega}_k - \mathbf{p}_k \quad (3.49)$$

$$\mathbf{H}_k = 2 \left(\mathbf{R}_k + \beta \mathbf{I} \right) , \quad (3.50)$$

com

$$\mathbf{R}_k = \mathbb{E} \left\{ \boldsymbol{\chi}(b) \boldsymbol{\chi}(b)^H \right\} = \mathbb{E} \left\{ \boldsymbol{\mathcal{R}}(b) \boldsymbol{\omega}_k \boldsymbol{\omega}_k^H \boldsymbol{\mathcal{R}}(b) \right\} \quad (3.51a)$$

$$\mathbf{p}_k = \mathbb{E} \left\{ \boldsymbol{\chi}(b) \right\} = \mathbb{E} \left\{ \boldsymbol{\mathcal{R}}(b) \right\} \boldsymbol{\omega}_k = \overline{\mathbf{R}} \boldsymbol{\omega}_k , \quad (3.51b)$$

onde $\overline{\mathbf{R}}$ é a MCET média (dos diferentes blocos b).

Insistimos no fato de que $\mathbf{R}_k$ e $\mathbf{p}_k$ dependem de $\boldsymbol{\chi}_k(b)$, que é considerado constante na formulação acima. Logo, mesmo se podemos escrever $\mathbf{p}_k$ explicitamente como $\overline{\mathbf{R}} \boldsymbol{\omega}_k$, para a obtenção de (3.50), supomos que sua derivada em relação a $\boldsymbol{\omega}_k$ é nula.

Finalmente, utilizando o método de Newton, obtemos

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\omega}_{k+1} &= \boldsymbol{\omega}_k - \mathbf{H}_k^{-1} \mathbf{g}_k \\
 &= \boldsymbol{\omega}_k - \frac{1}{2} (\mathbf{R}_k + \beta \mathbf{I})^{-1} \left[2 (\mathbf{R}_k + \beta \mathbf{I}) \boldsymbol{\omega}_k - \mathbf{p}_k \right] \\
 &= \frac{1}{2} (\mathbf{R}_k + \beta \mathbf{I})^{-1} \overline{\mathbf{R}} \boldsymbol{\omega}_k .
 \end{aligned} \tag{3.52}$$

A equação (3.52) mostra que $\boldsymbol{\omega}$ é solução de uma decomposição generalizada em autovetores e autovalores das matrizes $\mathbf{R}_k + \beta \mathbf{I}$ e $\overline{\mathbf{R}}$. Além disso, a equação em si, a menos do fator $1/2$, corresponde a uma iteração do método da potência [23]. O fator $1/2$ pode ser omitido pois $\boldsymbol{\omega}_{k+1}$ deve ser normalizado para respeitar a potência de transmissão desejada.

Para melhor compreender o significado da atualização de $\boldsymbol{\omega}_k$ pela equação (3.52), consideremos dois casos extremos, respectivamente $\beta = 0$ e $\beta = \infty$. Com $\beta = \infty$, a atualização de $\boldsymbol{\omega}_k$ se torna

$$\boldsymbol{\omega}_{k+1} \propto \overline{\mathbf{R}} \boldsymbol{\omega}_k . \tag{3.53}$$

Vemos então que, por um lado, a solução não depende mais de $\boldsymbol{\chi}(b)$ e, por outro lado, a equação de adaptação (3.53) conduz ao maior autovetor² de $\overline{\mathbf{R}}$. Essa é exatamente a solução de máxima SNR, apresentada na seção 2.5.2.

Já para $\beta = 0$, a equação de adaptação de $\boldsymbol{\omega}_k$ é

$$\boldsymbol{\omega}_{k+1} \propto \mathbf{R}_k^{-1} \overline{\mathbf{R}} \boldsymbol{\omega}_k . \tag{3.54}$$

Desta vez, deve-se iterar entre $\boldsymbol{\omega}$ e $\boldsymbol{\chi}(b)$ para se obter a solução ótima. Tal procedimento leva à solução de mínima variância. Todavia, como mencionado anteriormente, a solução que conduz à mínima BER é obtida para um valor intermediário de β , de modo a minimizar a variância e maximizar a SNR no móvel. A tabela 3.1 descreve o algoritmo CPA. A condição de parada é que a variação do critério seja inferior ao limite ϵ_{CPA} .

Inicialização A inicialização $\boldsymbol{\omega}_{\text{ini}}$ escolhida corresponde ao branqueamento do canal e é dada por

$$\boldsymbol{\omega}_{\text{ini}} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1^T & \mathbf{v}_2^T & \cdots & \mathbf{v}_L^T \end{bmatrix}^T , \tag{3.55}$$

onde $\mathbf{v}_l$ é o autovetor da matriz de covariância (puramente) espacial $\overline{\mathbf{R}}$ associado ao autovalor $\lambda_l(\overline{\mathbf{R}})$ e os autovalores são ordenados de maneira decrescente, isto é, $\lambda_1(\overline{\mathbf{R}}) \geq \lambda_2(\overline{\mathbf{R}}) \geq \dots \geq \lambda_L(\overline{\mathbf{R}})$.

²Definimos o maior autovetor de uma matriz como o autovetor associado ao maior autovalor desta matriz.

Tabela 3.1: Algoritmo CPA

1. Inicialização

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\omega}_0 &= \boldsymbol{\omega}_{\text{ini}} \\ J_{\text{CPA}}(0) &= \frac{1}{\epsilon_{\text{CPA}}} \\ \overline{\mathbf{R}} &= \text{E}\left\{\mathcal{R}(b)\right\} \\ k &= 1\end{aligned}$$

2. Cálculo de $\mathbf{R}_k$ e do critério $J_{\text{CPA}}(k)$

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_k &= \text{E}\left\{\mathcal{R}(b)\boldsymbol{\omega}_{k-1}\boldsymbol{\omega}_{k-1}^H\mathcal{R}(b)\right\} \\ J_{\text{CPA}}(k) &= \boldsymbol{\omega}_{k-1}^H\left(\mathbf{R}_k + \beta\mathbf{I}\right)\boldsymbol{\omega}_{k-1} - 2\boldsymbol{\omega}_{k-1}^H\overline{\mathbf{R}}\boldsymbol{\omega}_{k-1} + 1 .\end{aligned}$$

3. Atualização de $\boldsymbol{\omega}_k$

$$\boldsymbol{\omega}_k = \left(\mathbf{R}_k + \beta\mathbf{I}\right)^{-1}\overline{\mathbf{R}}\boldsymbol{\omega}_{k-1} .$$

4. Normalização de $\boldsymbol{\omega}_k$

$$\boldsymbol{\omega}_k = \frac{\boldsymbol{\omega}_k}{\|\boldsymbol{\omega}_k\|} .$$

5. Teste de parada sobre a variação do critério

- (a) Se $|J_{\text{CPA}}(k) - J_{\text{CPA}}(k-1)| > \epsilon_{\text{CPA}}$, então $k = k + 1$ e retorne ao passo 2
 - (b) Senão, pare
-

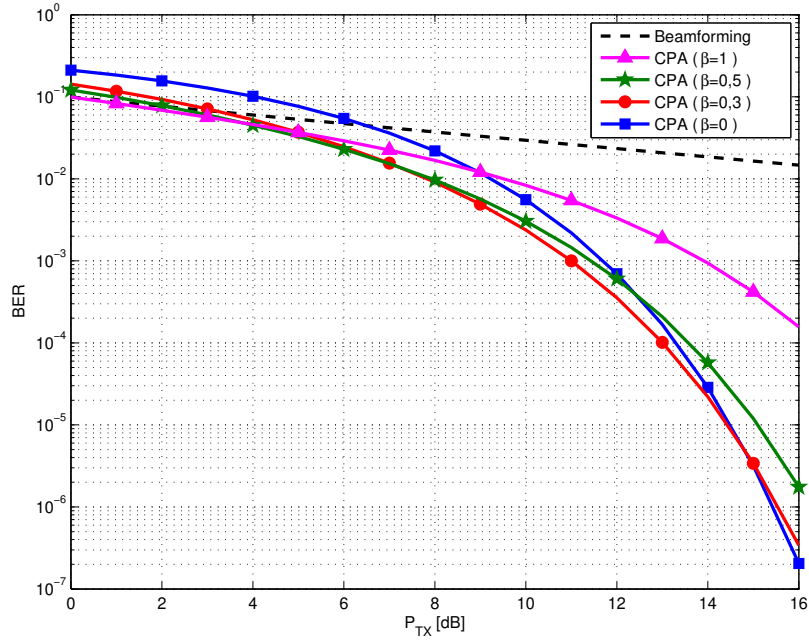


Figura 3.11: BER em função da potência de transmissão. Comparação da técnica *beamforming* e da técnica CPA para diferentes valores de β . Modulação 4-QAM.

Note que esta inicialização corresponde à solução *Eigen-Beamforming* [56] para uma potência de transmissão infinita e ela explora ao máximo a diversidade presente no canal. Essa inicialização é, portanto, uma inicialização de *máximo de diversidade*.

Escolha de β Coloquemo-nos nas mesmas condições do exemplo 3.3 (página 74). Com o objetivo de analisar a influência de β na solução CPA, comparamos a BER da técnica CPA para diferentes valores de β com aquela resultante do *beamforming*, como mostrado na figura 3.11 para uma modulação 4-QAM.

Como mostrado anteriormente, a solução *beamforming* corresponde à solução CPA com $\beta \rightarrow \infty$. Quando se diminui o valor de β , observamos uma nítida melhora da BER para valores elevados de P_{TX} , graças à minimização da variância da potência recebida. No entanto, para baixas potências, notamos uma degradação da BER, sobretudo quando passamos de $\beta = 0,3$ para $\beta = 0$. Essa degradação se deve à diminuição da potência média recebida devido à menor diretividade de transmissão.

Constatamos que o valor de β deve ser escolhido, em função da potência de transmissão P_{TX} , de modo a se obter o melhor desempenho, isto é, a BER mínima. Essa escolha seria tal que a curva de BER ótima seria formada pelo mínimo das curvas apresentadas na figura 3.11. Contudo, a partir do critério proposto, não é possível

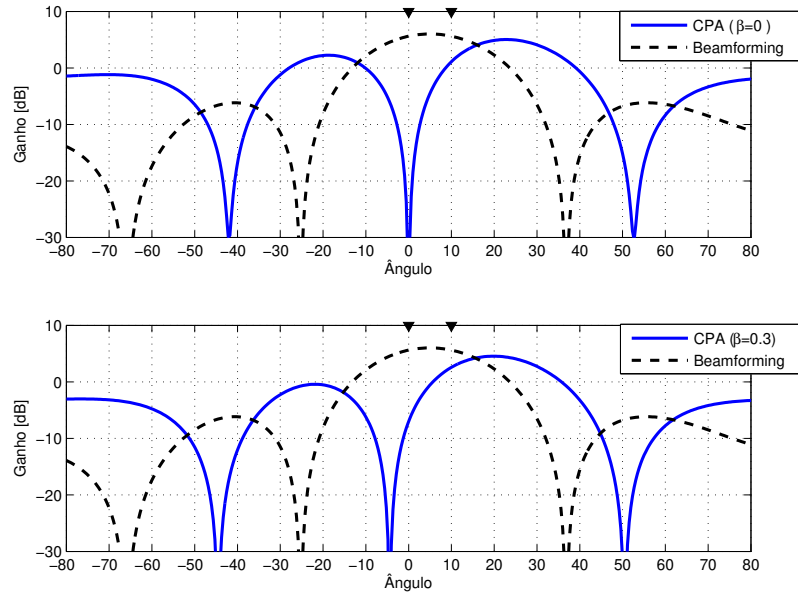


Figura 3.12: Diagrama de radiação da solução *beamforming* e da solução CPA com $\beta = 0$ e $\beta = 0,3$.

deduzir o valor ótimo de β para cada valor de P_{TX} .

Empiricamente, propomos tomar 0,3 como valor “ótimo” de β , no sentido de que este valor conduz a um bom compromisso entre a degradação da BER para baixas potências de transmissão e a melhora da BER para altas potências de transmissão.

A figura 3.12 compara o diagrama de radiação da solução CPA, com $\beta = 0$ e $\beta = 0,3$, com a solução *beamforming*. Note que, em relação ao caso $\beta = 0$, o diagrama da solução $\beta = 0,3$ é deslocado à esquerda de modo a utilizar também o percurso em 0° . Entretanto, este percurso é utilizado com um ganho menor que o do percurso em 10° . Essa repartição de potência conduz a um ganho de 1,08 dB para a potência média recebida (em relação à potência de transmissão) e a uma variância de 0,181. Esses valores devem ser comparados com aqueles da solução CPA com $\beta = 0$, cujo ganho é de $-1,91$ dB e a variância é nula, e com aqueles da solução *beamforming*, que apresenta um ganho de 5,62 dB e uma variância de 0,497.

3.5.4 Resultados de Simulação

As simulações apresentadas nesta seção consideram a utilização de um arranjo linear composto por $K = 4$ antenas espaçadas de $\lambda_c/2$, onde λ_c é o comprimento de onda da portadora. Além disso, utilizamos um *precoder* composto por $L = 2$ camadas.

A seguir, comparamos o desempenho das seguintes soluções: *beamforming* (pura-mente espacial), *Eigen-Beamforming*, *Full Diversity* e a técnica CPA proposta. Os

resultados de *Full Diversity* correspondem a uma técnica ótima de diversidade de transmissão aplicada ao arranjo. Note que, para se atingir esta solução, é preciso utilizar um esquema do tipo STBC, o que conduz a uma perda de taxa, ou então utilizar um esquema DTD, o que implica uma complexidade adicional de equalização no móvel. Logo, mesmo se essa solução pode levar a melhores resultados para certos cenários, ela é considerada aqui mais como uma referência do que como uma solução prática.

Como todas as técnicas, exceto a *Full Diversity*, necessitam conhecer a matriz de covariância do canal direto, simulamos $N_t = 30\,000$ blocos de treinamento, utilizados para cada uma das técnicas para obter a solução, e então $N_d = 100\,000$ blocos de dados para se avaliar o desempenho das técnicas. A solução obtida a partir dos blocos de treinamento é normalizada para respeitar a potência de transmissão P_{TX} e, em seguida, utilizada para calcular a potência recebida pelo móvel $P(b)$ durante cada um dos blocos de dados. Essa potência é então utilizada para calcular a BER para uma modulação 4-QAM. A expressão seguinte [36] foi utilizada para o cálculo da BER de uma 4-QAM de modo exato

$$BER_{4\text{-QAM}}(b) = Q\left(\sqrt{\frac{P(b)}{\sigma_v^2}}\right) - \frac{1}{2} Q\left(\sqrt{\frac{P(b)}{\sigma_v^2}}\right)^2. \quad (3.56)$$

A potência de transmissão P_{TX} é normalizada em relação à potência de transmissão necessária para se obter uma SNR de 0 dB no receptor móvel supondo o uso de uma antena omnidirecional na ERB.

Consideramos três cenários de simulação: um canal sem linha de visada, correspondendo a um canal de Rayleigh plano, chamado de NLOS (*Non Line of Sight*); um canal com linha de visada, correspondendo a um canal de Rice plano, chamado de LOS (*Line of Sight*); e um canal seletivo em frequência. A técnica de DT utilizada nos cenários NLOS e LOS pode ser um STBC ou um DTD com o mesmo desempenho final, como discutido na seção 2.3.1. Por outro lado, no caso do canal seletivo, deve-se utilizar obrigatoriamente o DTD, pois o STBC só pode ser aplicado a canais planos. Entretanto, cabe ressaltar que os resultados apresentados não dependem da técnica de DT utilizada, bastando que esta atinja *full diversity*.

3.5.4.1 Cenário NLOS

O cenário NLOS simulado corresponde a um único percurso na direção 0° e um espalhamento angular Δ em torno desta direção. Este é, portanto, um canal plano em frequência e de distribuição Rayleigh. Esse cenário foi originalmente definido em [43], onde a expressão da MCE e do canal instantâneo foram obtidas. A MCE (média)

$\mathbf{R}_\Delta$, para um espaçamento d entre antenas, é dada por

$$\mathbf{R}_\Delta[l, c] \approx \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp \left[-j 2\pi(l - c)\Delta \frac{d}{\lambda_c} \sin \theta \right] d\theta . \quad (3.57)$$

Nossos testes serão concentrados em 2 canais: o primeiro, com $\Delta = 5^\circ$, apresenta uma correlação espacial relativamente elevada e o segundo, com $\Delta = 25^\circ$, apresenta uma correlação espacial mais baixa. Na prática, o valor de Δ depende da distância entre o móvel e a ERB e do raio dos refletores ao redor do móvel [43].

Como o canal apresenta uma distribuição de Rayleigh, equivalente a uma distribuição gaussiana na parte real e na parte imaginária, as estatísticas de ordem 2 (a MCE) bastam para caracterizar o canal. E, de modo inverso, a resposta do canal pode ser obtido efetuando tiragens de variáveis aleatórias de Rayleigh, cuja MCE é a desejada. Isto não seria mais verdade no caso de outras distribuições pois as estatísticas de ordem 2 não seriam mais suficientes para caracterizar completamente o canal.

Assim, a partir de $\mathbf{R}_\Delta$, podemos obter realizações do canal $\mathbf{h}_\Delta(b)$ para cada bloco b pelo sorteio de coeficientes de Rayleigh de potência unitária e decorrelacionados. Para tanto, consideremos, primeiramente, a matriz $\mathbf{R}_\Delta$ expressa em autovalores e autovetores

$$\mathbf{R}_\Delta = \mathbf{V}_{\mathbf{R}_\Delta} \mathbf{D}_{\mathbf{R}_\Delta} \mathbf{V}_{\mathbf{R}_\Delta}^H , \quad (3.58)$$

onde $\mathbf{V}_{\mathbf{R}_\Delta}$ é a matriz de autovetores de $\mathbf{R}_\Delta$ ordenados segundo as colunas dessa matriz e $\mathbf{D}_{\mathbf{R}_\Delta}$ é uma matriz diagonal, composta pelo autovalores de $\mathbf{R}_\Delta$.

Definamos o canal de Rayleigh decorrelacionado e equilibrado de potência unitária $\mathbf{h}_{\text{Ray}}(b) = [\alpha_1(b) \ \alpha_2(b) \ \cdots \ \alpha_M(b)]^T$, onde $\alpha_m(b)$ é uma variável aleatória de distribuição de Rayleigh e de potência unitária. Além disso, os diferentes coeficientes $\alpha_m(b)$ são decorrelacionados entre si $\left(\mathbb{E} \left\{ \mathbf{h}_{\text{Ray}}(b) \mathbf{h}_{\text{Ray}}^H(b) \right\} = \mathbf{I} \right)$ e decorrelacionados entre blocos, ou seja, $\mathbb{E} \left\{ \alpha_m(b) \alpha_m^*(b - i) \right\} = 0$ para todo $i \neq 0$.

Logo, a partir de $\mathbf{h}_{\text{Ray}}(b)$, pode-se obter $\mathbf{h}_\Delta(b)$ como

$$\mathbf{h}_\Delta(b) = \mathbf{V}_{\mathbf{R}_\Delta} \mathbf{D}_{\mathbf{R}_\Delta}^{\frac{1}{2}} \mathbf{h}_{\text{Ray}}(b) . \quad (3.59)$$

A figura 3.13 mostra a BER para cada umas das técnicas simuladas em função da potência de transmissão P_{TX} . Vale a pena ressaltar que, para um canal de Rayleigh plano, como o simulado aqui, a solução *Eigen-Beamforming* (Eig-BF) é ótima.

Vemos que, para $\Delta = 5^\circ$, mostrado na figura 3.13(a), a técnica Eig-BF consegue passar da solução *beamforming* (ordem de diversidade de 1) a uma solução com ordem de diversidade de 2 em função da potência de transmissão, mas mantendo sempre a

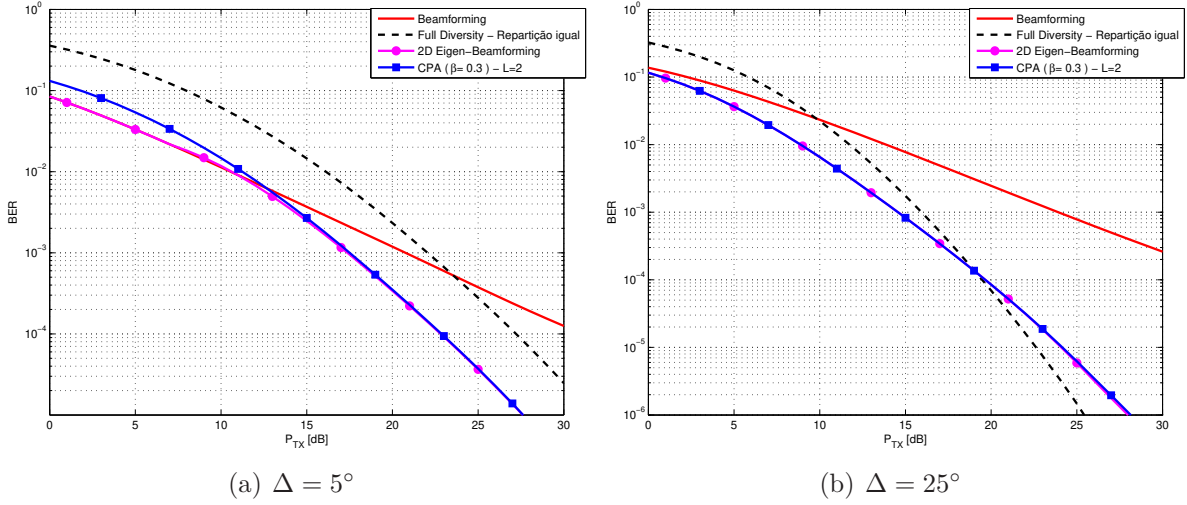


Figura 3.13: Cenário NLOS para dois valores de espalhamento angular e modulação 4-QAM.

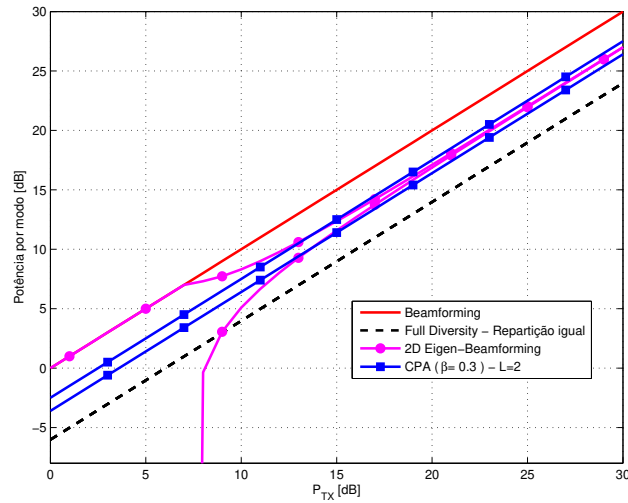


Figura 3.14: Repartição da potência entre os modos próprios do canal em função da potência de transmissão para o cenário NLOS com $\Delta = 5^\circ$.

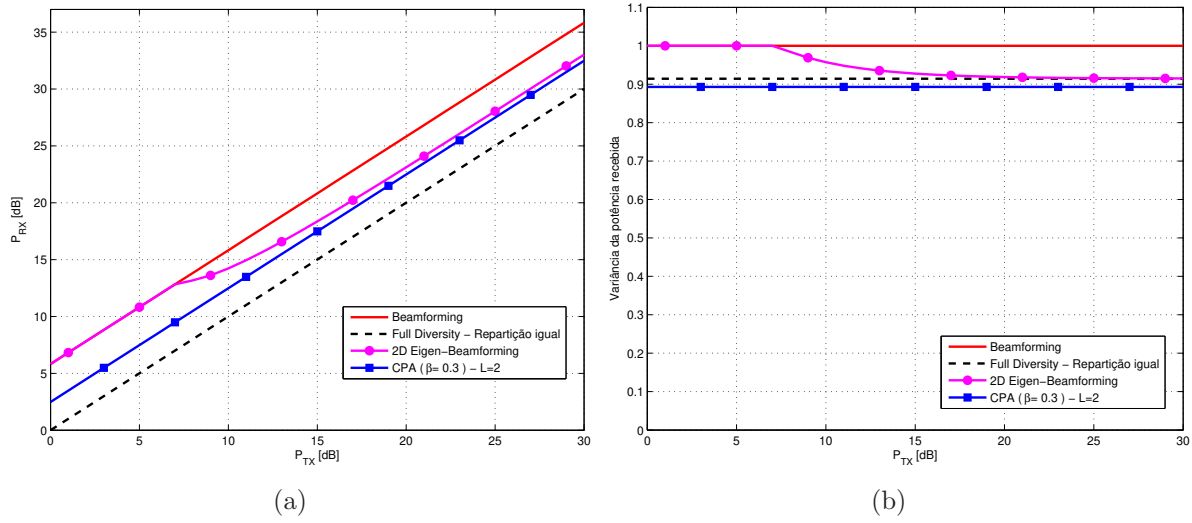


Figura 3.15: Potência recebida média (a) e variância da potência recebida (b) em função da potência de transmissão para o cenário NLOS com $\Delta = 5^\circ$.

melhor BER possível. Observamos também que a técnica *Full Diversity* atinge uma ordem de diversidade de 2 na faixa de potências simuladas, dado que a máxima inclinação da curva de BER em relação à SNR é de -2 . Isto se deve ao fato de que o canal é fortemente correlacionado, o que pode ser visto pelos seus autovalores: 3,8228; 0,1808; 0,0007 e $6,73 \times 10^{-7}$. Notamos, portanto, uma concentração da potência essencialmente em 2 modos de transmissão do canal, o que explica o limite da ordem de diversidade em 2 para $P_{TX} < 30$ dB e os 4 dB de perda da solução *Full Diversity* em relação a Eig-BF e CPA. A técnica *Full Diversity* reparte igualmente a potência entre todos os modos próprios do canal, enquanto que as outras duas técnicas (Eig-BF e CPA) concentram a potência nos dois melhores modos, como mostrado na figura 3.14.

Quanto à técnica CPA, observamos que ela se iguala à solução ótima para $P_{TX} > 15$ dB e apresenta uma perda na região onde o *beamforming* é ótimo. Isto vem do ajuste de β , como descrito anteriormente. Nesta região, deveria-se privilegiar a diretividade em detrimento da variância, utilizando-se um valor de β mais alto. A figura 3.15(a) mostra o ganho de diretividade das técnicas simuladas e a figura 3.15(b) mostra a variância da potência recebida, que pode ser vista como um indicativo da diversidade. Observamos que, à medida que a potência de transmissão aumenta, a técnica Eig-BF chaveia seu ganho da diretividade total (*beamforming*) para a diversidade total (*Full Diversity*). A técnica CPA, por sua vez, mantém a mesma repartição de ganhos, pois β permanece constante.

Por outro lado, para $\Delta = 25^\circ$, mostrado na figura 3.13(b), vemos que a técnica *Full Diversity* atinge uma diversidade maior que 2 devido à menor correlação entre

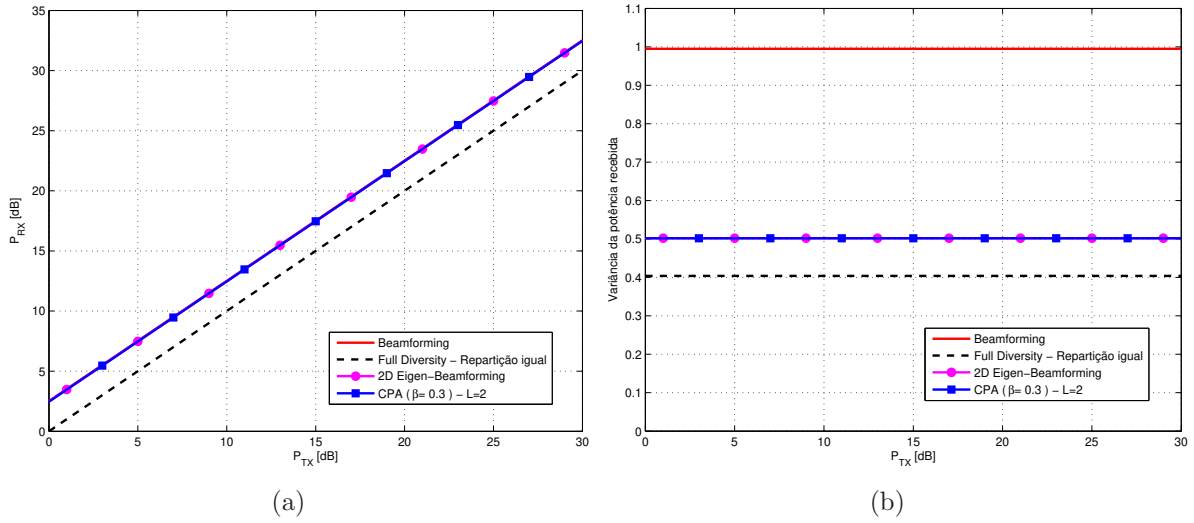


Figura 3.16: Potência recebida média (a) e variância da potência recebida (b) em função da potência de transmissão para o cenário NLOS com $\Delta = 25^\circ$.

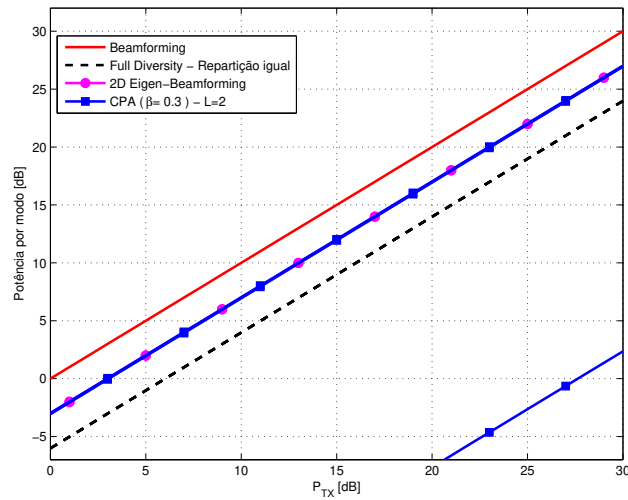


Figura 3.17: Repartição da potência entre os modos próprios do canal em função da potência de transmissão para o cenário NLOS com $\Delta = 25^\circ$.

Tabela 3.2: Características do cenário LOS

Percurso	Tipo	Ganho	Direção	Atraso
Direto	Rice ($K_{\text{Rice}} = 20$ dB)	-0,97 dB	0°	0
Difuso	Rayleigh	-6,97 dB	40°	0

canais. Graças a essa menor correlação, esta técnica consegue obter melhores resultados para potências elevadas. Neste cenário, os autovalores são mais repartidos entre os diferentes modos e valem: 1,7898; 1,7442; 0,4554 e 0,0150. Note que a solução CPA é exatamente igual à solução ótima Eig-BF em toda a faixa de potência de transmissão considerada pois, em razão da menor correlação do canal, a importância dada à minimização da variância pelo β é próxima da ótima, como mostrado na figura 3.16.

A figura 3.17 mostra a repartição da potência dentre os modos próprios do canal. Vemos que as técnicas Eig-BF e CPA possuem a mesma repartição, que é ótima para $L = 2$. A utilização do terceiro modo pela técnica CPA pode ser desprezada pois a potência alocada a este modo está aproximadamente 25 dB abaixo dos outros modos. Já a técnica *Full Diversity* utiliza os 4 modos e apresenta um melhor desempenho para potências de transmissão elevadas.

3.5.4.2 Cenário LOS

Com o intuito de mostrar a vantagem da técnica proposta em relação à solução *Eigen-Beamforming*, consideramos agora um canal com desvanecimento que segue uma distribuição que não é Rayleigh, mas que ainda é plano. O cenário considerado é composto por dois percursos, um direto e um difuso. O percurso direto apresenta uma distribuição de Rice [52] com um fator $K_{\text{Rice}} = 20$ dB e o difuso apresenta uma distribuição de Rayleigh. Além disso, o percurso direto tem uma direção de 0° e é 6 dB mais forte que o percurso difuso, cuja direção é de 40°. A tabela 3.2 resume as características do cenário LOS.

A figura 3.18(a) mostra a BER em função da potência de transmissão para as diferentes técnicas simuladas. Vemos que a técnica CPA apresenta os melhores resultados, pois esta técnica quase não utiliza o percurso difuso para transmitir, o que pode ser visto pelo seu diagrama de radiação mostrado na figura 3.18(b).

As duas camadas da solução CPA transmitem na mesma direção, porém com um ganho diferente. Uma inspeção dos coeficientes de cada camada dessa solução também confirma que as camadas são idênticas a menos de uma constante. Logo, apenas uma camada, ou seja, um filtro puramente espacial, seria suficiente neste caso e a utilização de duas camadas abre a possibilidade de repartir a potências entre as

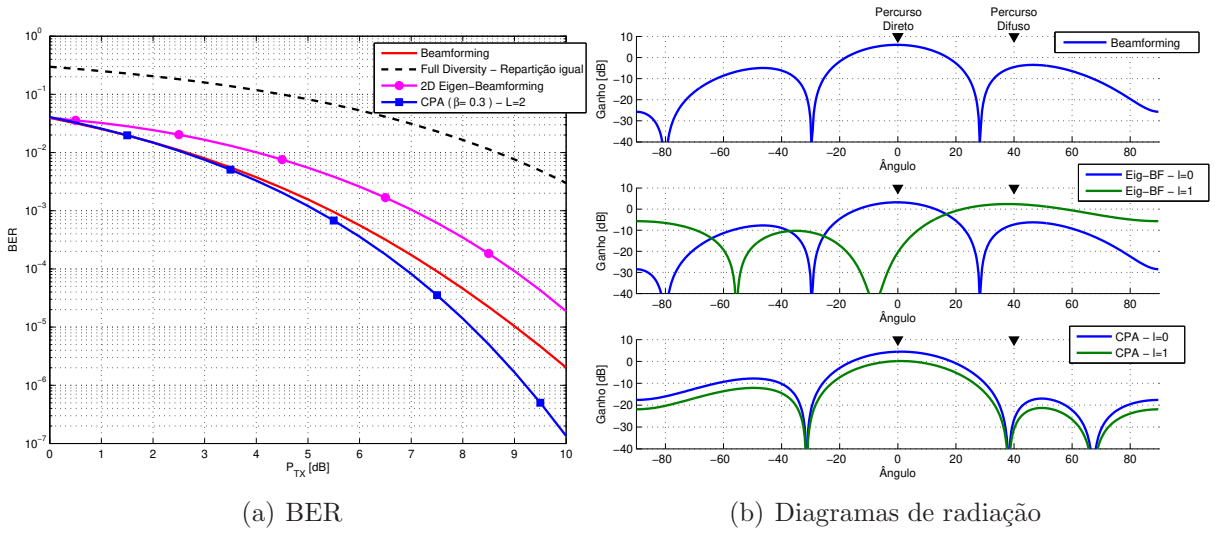


Figura 3.18: Cenário LOS com modulação 4-QAM.

camadas, levando a um número infinito de soluções possíveis. Todas essas soluções, contudo, possuem a mesma qualidade.

Mesmo se, nesse caso, um filtro puramente espacial seria suficiente para se obter o desempenho da solução CPA, esta solução não corresponde àquela do *beamforming*, como mostrado pela diferença de desempenho entre essas soluções na figura 3.18(a) e pelo diagrama de radiação da figura 3.18(b). A solução *beamforming* maximiza a potência recebida, transmitindo na direção de ambos os percursos. Como o percurso direto apresenta praticamente módulo constante, o uso do outro percurso apenas degrada o desempenho pois a combinação dos dois percursos cria desvanecimento.

A figura 3.20 mostra a repartição da potência transmitida dentre os diferentes modos do canal. Observamos que a solução CPA utiliza o modo próprio principal com uma potência ligeiramente inferior a do *beamforming*. A potência restante é colocada no segundo modo próprio de modo a atenuar a direção do percurso difuso. Fazendo isto, a técnica CPA dá um pouco menos de importância à diretividade, em relação ao *beamforming*, para ganhar muito na variância da potência recebida, como mostra a figura 3.19.

Além disso, como esperado, a solução Eig-BF não é mais ótima neste caso pois a distribuição dos coeficientes do canal não é mais Rayleigh. A solução Eig-BF, no entanto, ainda faz a hipótese de que o canal é Rayleigh e tenta transmitir utilizando os dois percursos de modo a explorar a diversidade do canal, como mostrado pela figura 3.20. Deste modo, a técnica Eig-BF utiliza ainda mais o percurso difuso que o *beamforming*, como mostra o seu diagrama de radiação na figura 3.18(b). Isto explica porque o desempenho do Eig-BF é pior que o do *beamforming*. Finalmente,

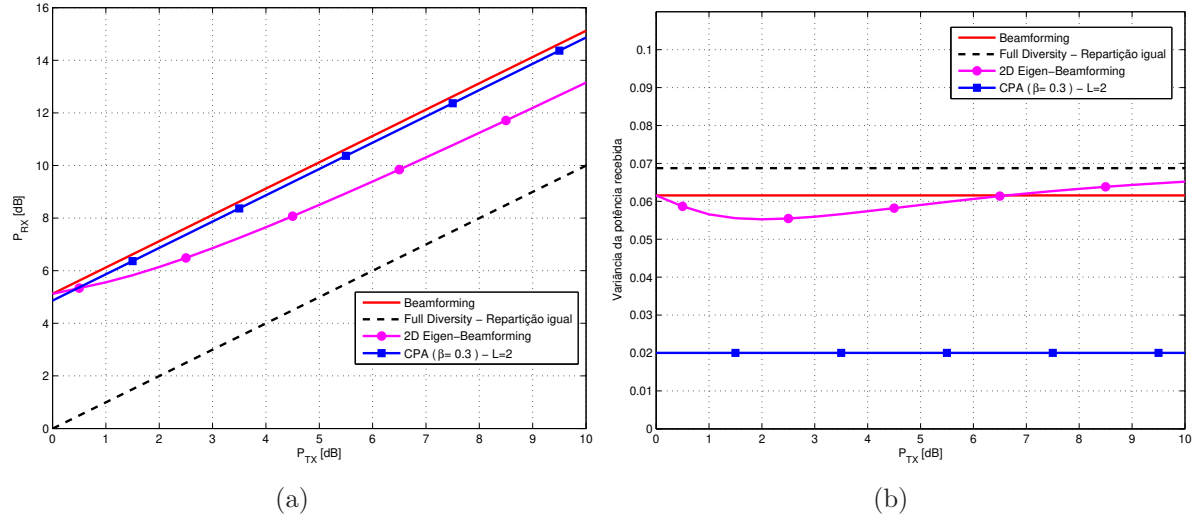


Figura 3.19: Potência recebida média (a) e variância da potência recebida (b) em função da potência de transmissão para o cenário LOS.

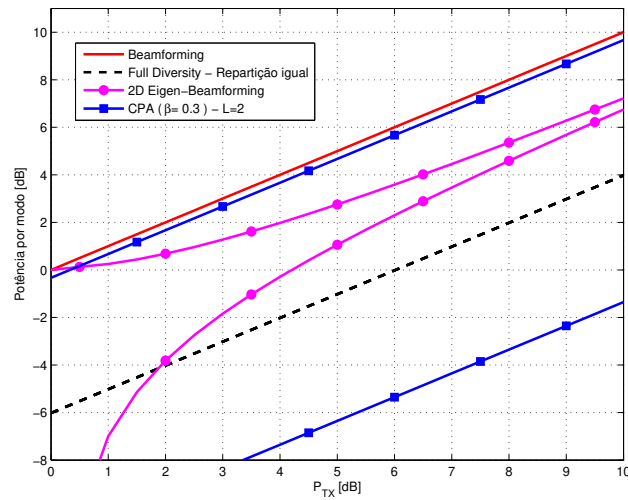


Figura 3.20: Repartição da potência entre os modos próprios do canal em função da potência de transmissão para o cenário LOS.

a solução *Full Diversity* é completamente degradada, uma vez que o canal é formado praticamente por um único percurso, o direto.

A solução CPA proposta conduz então a um ganho significativo em relação à solução Eig-BF. Este ganho provém do fato de que o CPA é baseado num critério de ordem 4, enquanto o Eig-BF é baseado num critério de ordem 2. Isto permite à técnica CPA identificar a distribuição dos coeficientes do canal (a característica Rice do percurso direto neste exemplo) e utilizar esse conhecimento para melhorar o desempenho.

3.5.4.3 Canal Seletivo em Freqüência

Para colocar em evidência uma outra vantagem da solução CPA em relação à Eig-BF, simulamos um canal seletivo em freqüência composto por 2 percursos. Esses dois percursos apresentam as mesmas características que no cenário LOS, com a única diferença que, agora, o percurso direto é atrasado de um período de símbolo em relação ao percurso difuso. Note que, neste caso, um filtro puramente espacial seria suficiente para explorar a diversidade temporal presente no canal, supondo que o móvel possua um equalizador. Além disso, consideramos que a informação sobre o perfil temporal do canal não está disponível na ERB e, portanto, continuamos a utilizar $L = 2$ camadas no *precoder*.

Como mencionado anteriormente, no caso de canais seletivos em freqüência, não é possível utilizar diretamente STBC e utilizaremos DTD como técnica de DT. Cada sinal virtual é então simplesmente uma cópia atrasada do sinal $s(b, n)$. Se levarmos em conta ainda a estrutura de transmissão apresentada na figura 3.1, é fácil ver que o conjunto formado pela diversidade de transmissão e pelo *precoder* corresponde a um filtro espaço-temporal em transmissão.

A figura 3.21(a) mostra o desempenho das técnicas simuladas. Podemos ver que as técnicas CPA e *beamforming* apresentam o mesmo desempenho e que elas são nitidamente melhores que a técnica Eig-BF. Isto ocorre pois a solução Eig-BF sincroniza os percursos, o que conduz a um canal equivalente plano, à perda da diversidade existente no canal e, além disso, à criação de desvanecimento devido à combinação dos dois percursos. Os diagramas de radiação da solução Eig-BF, mostrados na figura 3.21(b), mostram que a camada não atrasada ($\tau = 0$) transmite essencialmente na direção do percurso direto, que é o atrasado. Por outro lado, a camada atrasada transmite sobretudo na direção do percurso difuso, que não é atrasado. Isto cria dois percursos que chegam ao móvel no mesmo instante $\tau = 1$, degradando o desempenho.

Uma análise dos diagramas de radiação [Fig. 3.21(b)] das soluções *beamforming* e CPA mostra que essas soluções são equivalentes. A segunda camada da solução CPA é fortemente atenuada e pode ser desprezada. Assim, observamos que o diagrama de

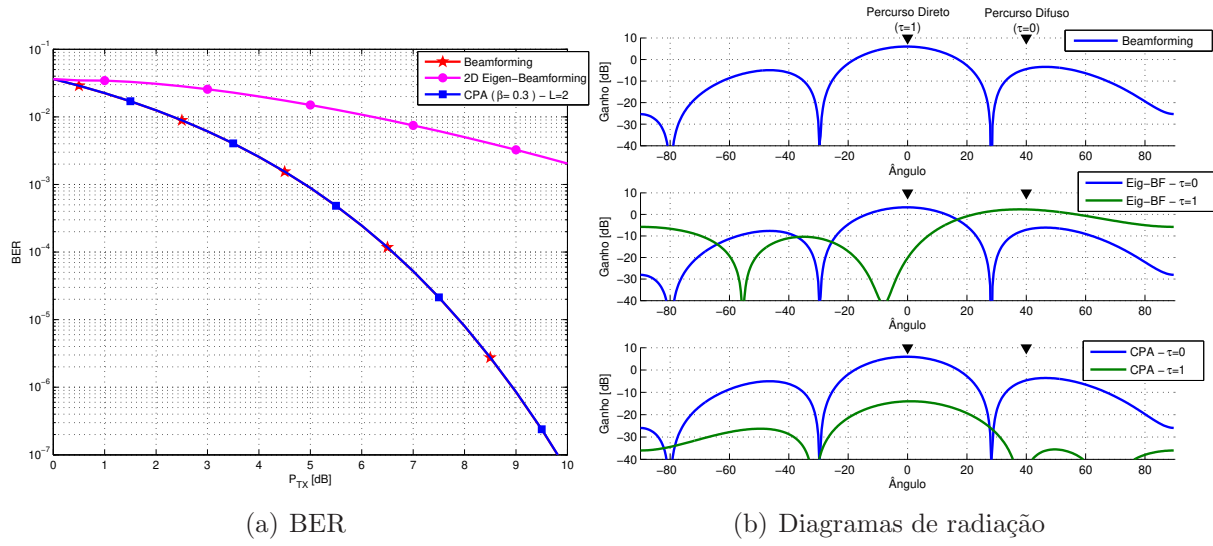


Figura 3.21: Canal seletivo em frequência com modulação 4-QAM.

radiação da primeira camada ($\tau = 0$) é idêntico àquele do *beamforming* e, como esperado, um filtro puramente espacial é ótimo nas condições de simulação consideradas. Logo, o *beamforming* leva à solução ótima neste caso.

As figuras 3.22 e 3.23 mostram a diretividade e a variância em função da potência de transmissão, assim como a repartição de potência dentre os modos próprios do canal. Observamos que, como esperado, a solução CPA e a solução *beamforming* possuem o mesmo comportamento, enquanto que a solução Eig-BF tenta explorar uma diversidade que não existe pois os percursos não são totalmente Rayleigh e o canal não é plano.

Mostramos, então, que a solução CPA é capaz de discriminar o atraso entre os percursos que formam o canal graças à utilização da matriz de covariância espaço-temporal no lugar da matriz de covariância espacial como no caso da técnica Eig-BF. Mais uma vez, o uso da técnica CPA conduz a ganhos de desempenho em relação à solução Eig-BF.

3.5.5 Necessidade de um Novo Critério

Mostramos que o critério de mínima variância e mínima potência de transmissão proposto na seção 3.5.2, equação (3.45), apresenta vantagens em relação ao *beamforming* e à técnica *Eigen-Beamforming*. Essas vantagens são acentuadas no caso de canais que não são planos em frequência e/ou cujos coeficientes não seguem uma distribuição de Rayleigh. Pode-se especular que a solução CPA não está longe da solução ótima para esses cenários.

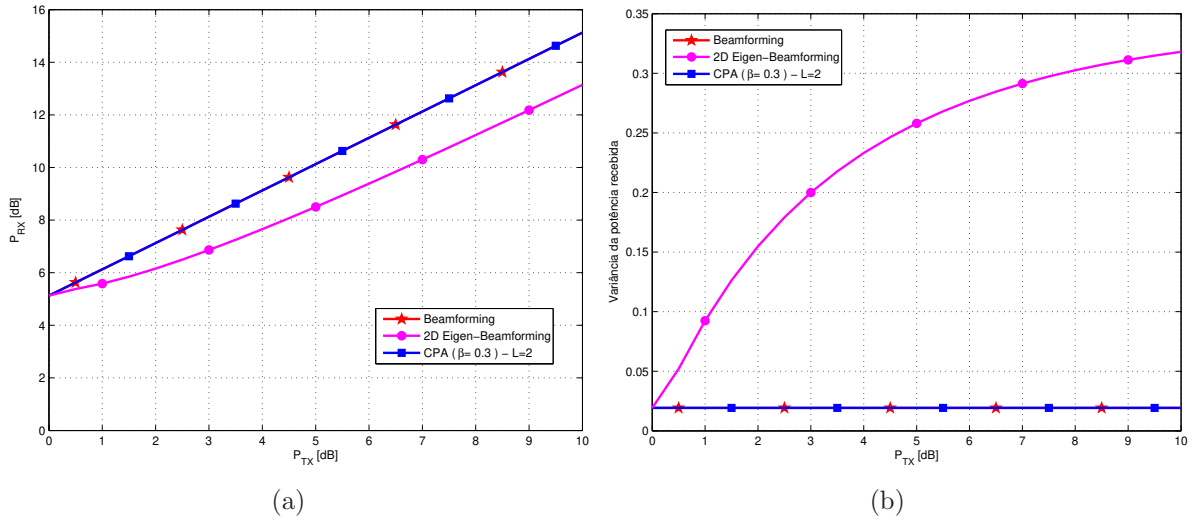


Figura 3.22: Potência recebida média (a) e variância da potência recebida (b) em função da potência de transmissão para o canal seletivo em frequência.

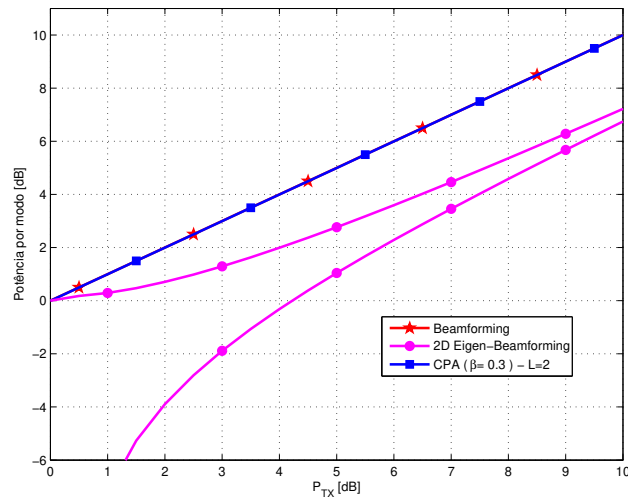


Figura 3.23: Repartição da potência entre os modos próprios do canal em função da potência de transmissão para o canal seletivo em frequência.

No entanto, não resolvemos o problema da obtenção do valor ótimo de β para minimizar a BER em função da potência de transmissão. Além disso, mostramos que o critério proposto conduz a uma redução da BER em relação a outras técnicas, mas não se tem a certeza de que este critério conduz à minimização da BER, sendo que este é o objetivo maior num sistema de comunicação digital. Tendo em vista esses pontos, propomos a seguir um novo critério baseado diretamente na minimização da BER.

3.6 Minimização da BER

Propomos um novo critério baseado diretamente na minimização da BER. Podemos observar que a técnica *Eigen-Beamforming* conduz à minimização da BER no caso de um canal de Rayleigh plano. O objetivo nesta seção é propor uma técnica capaz de atingir a mínima BER no caso geral de um canal e uma modulação quaisquer.

3.6.1 Modelo de Sinal

Consideramos a mesma estrutura de transmissão apresentada na figura 3.1. Assim, partimos do modelo de sinal apresentado na seção 3.5.1. Mais especificamente da expressão da potência recebida pelo móvel e dada pela equação (3.42), repetida aqui por conveniência:

$$P(b) = P_{\text{TX}} \boldsymbol{\omega}^H \mathbf{R}(b) \boldsymbol{\omega} ,$$

onde $\mathbf{R}(b) = \mathbf{H}(b)\mathbf{H}(b)^H$ é a Matriz de Covariância Espaço-Temporal (MCET) do canal $\mathbf{H}(b)$.

A SNR no móvel para o bloco b se escreve

$$\gamma_b = \frac{P(b)}{\sigma_\nu^2} = P_{\text{TX}} \frac{\boldsymbol{\omega}^H \mathbf{R}(b) \boldsymbol{\omega}}{\sigma_\nu^2} . \quad (3.60)$$

Consideremos a utilização de uma modulação linear e também que a SNR é suficientemente alta a ponto de podermos desprezar a probabilidade de ocorrência de erros além dos pontos vizinhos da constelação. Além disso, consideramos o uso de uma codificação de Gray. De acordo com [36], podemos, portanto, aproximar a BER do bloco b pela expressão seguinte

$$BER(b) \approx \frac{\bar{N}_e}{N} Q \left(\sqrt{\frac{d_{\min}^2}{2} \gamma_b} \right) , \quad (3.61)$$

Tabela 3.3: Parâmetros N , $\overline{N}_e$ e $d_{\min}$ para as modulações QAM.

Modulação	N	$\overline{N}_e$	$d_{\min}$
BPSK	1	1	$\frac{2}{\sqrt{2}} = 1,4142^*$
4-QAM	2	2	$\frac{2}{\sqrt{2}} = 1,4142$
16-QAM	4	3	$\frac{2}{\sqrt{10}} = 0,6325$
64-QAM	6	3,5	$\frac{2}{\sqrt{42}} = 0,3086$
256-QAM	8	3,75	$\frac{2}{\sqrt{170}} = 0,1534$
1024-QAM	10	3,85	$\frac{2}{\sqrt{682}} = 0,0766$

* O $d_{\min}$ para a BPSK é o $d_{\min}$ equivalente, considerando a potência de ruído de uma única dimensão.

onde N é o número de bits por símbolo, $d_{\min}$ é a distância mínima entre 2 pontos para uma constelação de potência unitária, $\overline{N}_e$ é o número médio de vizinhos à distância mínima e a função $Q(\cdot)$ é dada por

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt . \quad (3.62)$$

Os parâmetros N , $\overline{N}_e$ e $d_{\min}$ para as modulações QAM são apresentados na tabela 3.3. É importante notar que a aproximação (3.61) é válida para qualquer modulação linear, como a PSK por exemplo, e não somente para a QAM.

A figura 3.24 mostra a BER obtida a partir da aproximação (3.61) e aquela obtida a partir de simulação. Podemos observar uma ligeira diferença entre as duas curvas para valores de BER acima de 5×10^{-1} . Entretanto, para valores de BER abaixo de 5×10^{-1} , o que corresponde à região de interesse, nota-se que a aproximação é boa para qualquer modulação.

3.6.2 Critério de Mínima BER

Num contexto monousuário, o objetivo é utilizar a potência de transmissão disponível da melhor maneira possível. Assim, podemos enunciar o critério de mínima BER como a minimização da BER para uma potência de transmissão dada. A partir

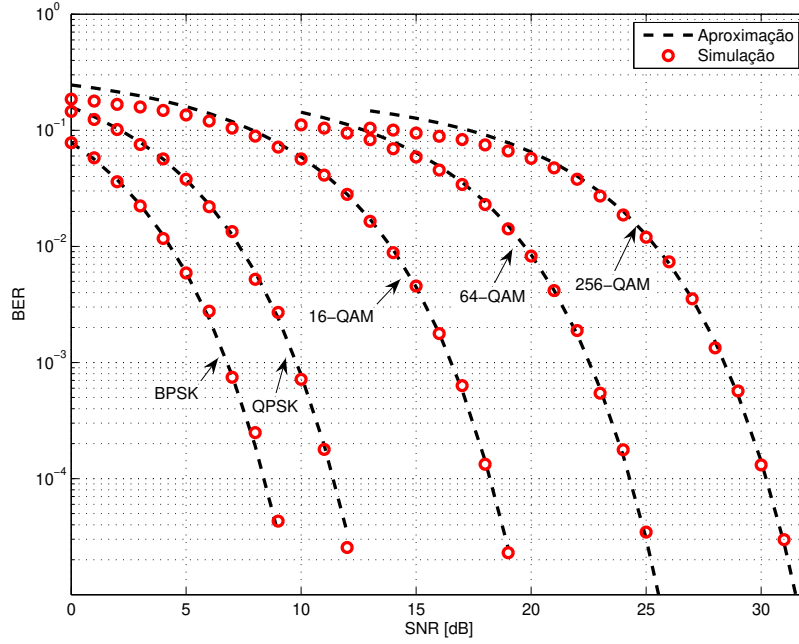


Figura 3.24: Comparação entre a BER aproximada dada pela equação (3.61) e a BER simulada.

da expressão (3.61), pode-se escrever este critério como

$$\begin{aligned} \min \quad & \text{BER} = \mathbb{E}\{BER(b)\} = \mathbb{E}\left\{\frac{\bar{N}_e}{N} Q\left(\sqrt{\frac{d_{\min}^2}{2}} \gamma_b\right)\right\} \\ \text{s.a.} \quad & \|\boldsymbol{\omega}\| = 1 \end{aligned} \quad (3.63)$$

Podemos, então, escrever a função custo a ser minimizada como

$$J(\boldsymbol{\omega}) = \frac{\bar{N}_e}{N} \mathbb{E}\left\{Q\left(\sqrt{N_s} \gamma_b\right)\right\}, \quad (3.64)$$

onde definimos $N_s = \frac{d_{\min}^2}{2}$ para simplificar a notação.

Notando que o termo $\frac{\bar{N}_e}{N}$ é constante e não influi na minimização, podemos reescrever o critério proposto da seguinte maneira

$$\begin{aligned} \min \quad & J_{\text{mBER}}(\boldsymbol{\omega}) = \mathbb{E}\left\{Q\left(\sqrt{N_s} \gamma_b\right)\right\} \\ \text{s.a.} \quad & \|\boldsymbol{\omega}\| = 1 \end{aligned} \quad (3.65)$$

onde N_s é um parâmetro que depende da constelação escolhida.

3.6.3 Algoritmo mBER-TD-DB (*minimum BER-Transmit Diversity-Downlink Beamforming*)

Para encontrar a solução ótima correspondente ao critério de mínima BER, propomos utilizar um método iterativo baseado no método do gradiente [24, 8]. Uma vez que a restrição diz respeito unicamente à norma de $\boldsymbol{\omega}$, podemos tratá-la de modo independente da minimização em si. Logo, o método do gradiente será aplicado à função custo $J_{\text{mBER}}(\boldsymbol{\omega})$ como no caso de uma minimização irrestrita. Após cada iteração do gradiente, o vetor $\boldsymbol{\omega}$ encontrado será normalizado a fim de respeitar a restrição de potência transmitida. Isto resulta num algoritmo simples e eficaz, como veremos a seguir.

Antes de enunciar o algoritmo, calculemos a derivada de $Q(\sqrt{N_s \gamma_b})$ em relação a $\boldsymbol{\omega}$

$$\frac{dQ(\sqrt{N_s \gamma_b})}{d\boldsymbol{\omega}} = \frac{dQ(\sqrt{N_s \gamma_b})}{d\gamma_b} \frac{d\gamma_b}{d\boldsymbol{\omega}}. \quad (3.66)$$

Quanto ao primeiro termo da derivada, partindo da equação (3.62), obtemos

$$\frac{dQ(\sqrt{N_s \gamma_b})}{d\gamma_b} = -\frac{N_s}{2\sqrt{2\pi N_s \gamma_b}} \exp\left(-\frac{N_s \gamma_b}{2}\right) \triangleq -f(\gamma_b). \quad (3.67)$$

Note que a função $f(\gamma_b)$ depende indiretamente de $\boldsymbol{\omega}$.

Utilizando a equação (3.60), o segundo termo da derivada vale

$$\frac{d\gamma_b}{d\boldsymbol{\omega}} = 2 \frac{P_{\text{TX}}}{\sigma_v^2} \mathbf{R}(b) \boldsymbol{\omega}. \quad (3.68)$$

Finalmente, obtemos o gradiente de $J_{\text{mBER}}(\boldsymbol{\omega})$, que se escreve como

$$\nabla J_{\text{mBER}}(\boldsymbol{\omega}) = \frac{\partial J_{\text{mBER}}(\boldsymbol{\omega})}{\partial \boldsymbol{\omega}} = -2 \frac{P_{\text{TX}}}{\sigma_v^2} \mathbb{E} \left\{ f(\gamma_b) \mathbf{R}(b) \right\} \boldsymbol{\omega}. \quad (3.69)$$

Nota-se que, em uma dada iteração, a esperança $\mathbb{E} \left\{ f(\gamma_b) \mathbf{R}(b) \right\}$ corresponde a uma matriz de covariância formada pelas matrizes $\mathbf{R}(b)$ ponderadas pela função $f(\gamma_b)$. Definimos então

$$\mathbf{R}_k = \mathbb{E} \left\{ f(\gamma_b) \mathbf{R}(b) \right\} \quad (3.70)$$

como a matriz de covariância resultante na iteração k do algoritmo.

A função $f(\gamma_b)$ pode ser vista como um estimador da BER do bloco b para valores

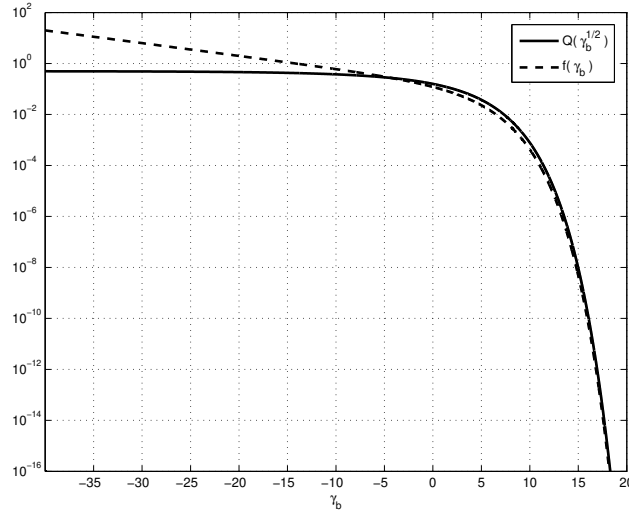


Figura 3.25: Comparação entre as funções $Q(\sqrt{\gamma_b})$ e $f(\gamma_b)$.

relativamente elevados de SNR, como mostra a figura 3.25. Notamos que, para $\gamma_b > -5$ dB, a função $f(\gamma_b)$ é uma boa aproximação da função $Q(\sqrt{\gamma_b})$. Por outro lado, para valores de SNR inferiores a -5 dB, a função $f(\gamma_b)$ pode ser vista como um indicativo da qualidade do sinal: quanto maior o valor dessa função, pior é a qualidade do sinal.

Deste modo, a média ponderada, cujo o resultado é a matriz $\mathbf{R}_k$, concede mais importância aos blocos que apresentam uma BER elevada e, dentre estes blocos, mais especificamente àqueles nos quais a SNR instantânea γ_b é muito baixa. Por conseguinte, no processo de obtenção do *precoder* ótimo $\boldsymbol{\omega}$, levaremos mais em conta estes blocos de modo a minimizar a probabilidade de ocorrência de potências recebidas muito baixas. Como mostrado na seção 3.4, este procedimento leva à redução da BER.

Neste ponto, podemos fazer um paralelo entre o critério de mínima BER e aquele que visa maximizar a SNR, apresentado na seção 2.5.2. O critério de máxima SNR, contrariamente ao de mínima BER, pondera as matrizes $\mathbf{R}(b)$ de todos os blocos com a mesma intensidade, sendo que estes possuem BERs diferentes devido ao desvanecimento. Contudo, como a técnica de maximização da SNR é baseada na matriz média de todos os blocos, ela não percebe a variação da potência entre estes. Nisto reside a grande vantagem do critério proposto nesta seção em relação ao clássico de maximização da SNR.

Algoritmo mBER-TD-DB Como mencionado anteriormente, o algoritmo proposto, chamado de mBER-TD-DB (*minimum BER-Transmit Diversity-Downlink Beamforming*), é composto por duas etapas: a atualização de $\boldsymbol{\omega}$ por um método do tipo gradiente e a normalização de $\boldsymbol{\omega}$ para verificar a restrição.

Partindo do gradiente expresso por (3.69) e definindo k como o índice de iteração, podemos escrever uma iteração do método do gradiente como

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\omega}_{k+1} &= \boldsymbol{\omega}_k - \mu' \frac{\nabla J_{\text{mBER}}(\boldsymbol{\omega}_k)}{\|\nabla J_{\text{mBER}}(\boldsymbol{\omega})\|} \\ &= \boldsymbol{\omega}_k + \mu' \frac{2 \frac{P_{\text{TX}}}{\sigma_v^2} \mathbf{R}_k \boldsymbol{\omega}_k}{2 \frac{P_{\text{TX}}}{\sigma_v^2} \|\mathbf{R}_k \boldsymbol{\omega}_k\|} \\ &= \boldsymbol{\omega}_k + \mu' \frac{\mathbf{R}_k \boldsymbol{\omega}_k}{\|\mathbf{R}_k \boldsymbol{\omega}_k\|},\end{aligned}\tag{3.71}$$

onde μ' é o passo de adaptação. Utilizamos o gradiente normalizado, pois necessitamos apenas da direção de adaptação, uma vez que μ' já ajusta o passo. Além disso, como a função $f(\gamma_b)$ pode assumir valores muito baixos de acordo com a SNR, a norma dos elementos da matriz $\mathbf{R}_k$ também varia em função da SNR. A utilização do gradiente normalizado torna, portanto, o passo de adaptação independente da SNR.

Em seguida, o *precoder* $\boldsymbol{\omega}_{k+1}$ deve ser normalizado para de verificar a restrição

$$\boldsymbol{\omega}_{k+1} = \frac{\boldsymbol{\omega}_{k+1}}{\|\boldsymbol{\omega}_{k+1}\|}.\tag{3.72}$$

Lembrando que $\boldsymbol{\omega}_k$ também foi normalizado, vemos que a aplicação das equações (3.71) e (3.72) altera essencialmente a direção de $\boldsymbol{\omega}_k$, pouco alterando sua norma. Assim, a menos de um fator de escala (que será ajustado pela normalização de $\boldsymbol{\omega}_{k+1}$), podemos reescrever a equação de adaptação (3.71) como uma combinação convexa, resultando na seguinte equação de adaptação

$$\boldsymbol{\omega}_{k+1} = (1 - \mu)\boldsymbol{\omega}_k + \mu \frac{\mathbf{R}_k \boldsymbol{\omega}_k}{\|\mathbf{R}_k \boldsymbol{\omega}_k\|},\tag{3.73}$$

onde μ é o coeficiente de adaptação, que define a intensidade com que $\boldsymbol{\omega}_k$ será alterado a cada iteração.

A tabela 3.4 mostra o algoritmo mBER-TD-DB. Voltaremos à escolha do coeficiente de adaptação e da inicialização mais adiante. A seguir, trataremos da obtenção de um teste de parada para o algoritmo proposto. Para tanto, consideremos a equação (3.73) expressa de outra maneira

$$\boldsymbol{\omega}_{k+1} = \boldsymbol{\omega}_k + \underbrace{\mu \left(\frac{\mathbf{R}_k \boldsymbol{\omega}_k}{\|\mathbf{R}_k \boldsymbol{\omega}_k\|} - \boldsymbol{\omega}_k \right)}_{\Delta \boldsymbol{\omega}_k}.\tag{3.74}$$

Tabela 3.4: Algoritmo mBER-TD-DB

1. Inicialização

$$\boldsymbol{\omega} = \sqrt{\frac{1}{L}} \left[1 \underbrace{0 \dots 0}_{M \text{ zeros}} 1 \underbrace{0 \dots 0}_{M \text{ zeros}} 1 \dots \right]^T$$

$$k = 1$$

2. Cálculo de $f(\gamma_b)$ e $\mathbf{R}_k$

$$\gamma_b = P_{\text{TX}} \frac{\boldsymbol{\omega}_{k-1}^H \mathcal{R}(b) \boldsymbol{\omega}_{k-1}}{\sigma_\nu^2} \quad \forall b$$

$$f(\gamma_b) = \frac{N_s}{2\sqrt{2\pi N_s \gamma_b}} \exp\left(-\frac{N_s \gamma_b}{2}\right) \quad \forall b$$

$$\mathbf{R}_k = \mathbb{E} \left\{ f(\gamma_b) \mathcal{R}(b) \right\}$$

3. Cálculo de $\Delta \boldsymbol{\omega}_k$

$$\Delta \boldsymbol{\omega}_k = \frac{\mathbf{R}_k \boldsymbol{\omega}_{k-1}}{\|\mathbf{R}_k \boldsymbol{\omega}_{k-1}\|} - \boldsymbol{\omega}_{k-1}$$

4. Atualização de $\boldsymbol{\omega}_k$

$$\boldsymbol{\omega}_k = \boldsymbol{\omega}_{k-1} + \mu \Delta \boldsymbol{\omega}_k$$

5. Normalização de $\boldsymbol{\omega}_k$

$$\boldsymbol{\omega}_k = \frac{\boldsymbol{\omega}_k}{\|\boldsymbol{\omega}_k\|}$$

6. Teste de parada sobre o valor de $\Delta \boldsymbol{\omega}_k$

- (a) Se $\|\Delta \boldsymbol{\omega}_k\| > \epsilon_{\text{mBER}}$, então $k = k + 1$ e retorne ao passo 2
 - (b) Senão, pare
-

Devido à normalização considerada, os termos $\frac{\mathbf{R}_k \boldsymbol{\omega}_k}{\|\mathbf{R}_k \boldsymbol{\omega}_k\|}$ e $\boldsymbol{\omega}_k$ possuem a mesma norma e, portanto, são comparáveis. A adaptação é, então, feita pela adição da direção de adaptação $\Delta \boldsymbol{\omega}_k$ multiplicada por μ ao *precoder* $\boldsymbol{\omega}_k$. Conseqüentemente, a adaptação termina quando o termo $\Delta \boldsymbol{\omega}_k$ se torna nulo. Portanto, o teste de parada é que a norma de $\Delta \boldsymbol{\omega}_k$ seja inferior a uma dada tolerância ϵ_{mBER} .

A equação (3.74) mostra, por outro lado, que o *precoder* ótimo $\boldsymbol{\omega}_{\text{opt}}$ é autovetor de $\mathbf{R}_{\text{opt}}$, pois, no ponto ótimo, temos $\Delta \boldsymbol{\omega}_{\text{opt}} = 0$. Esta condição também pode ser reescrita como

$$\mathbf{R}_{\text{opt}} \boldsymbol{\omega}_{\text{opt}} - \|\mathbf{R}_{\text{opt}} \boldsymbol{\omega}_{\text{opt}}\| \boldsymbol{\omega}_{\text{opt}} = 0. \quad (3.75)$$

Vemos, então, que $\boldsymbol{\omega}_{\text{opt}}$ é um autovetor de $\mathbf{R}_{\text{opt}}$, cujo autovalor vale $\|\mathbf{R}_{\text{opt}} \boldsymbol{\omega}_{\text{opt}}\|$. Além disso, lembrando a equação (3.71), concluímos que $\boldsymbol{\omega}_{\text{opt}}$ é o autovetor associado ao máximo autovalor de $\mathbf{R}_{\text{opt}}$, dado que (3.71) corresponde a uma iteração do método da potência.

Reforçamos que $\mathbf{R}_{\text{opt}}$ é obtido a partir de $\boldsymbol{\omega}_{\text{opt}}$. Conseqüentemente, não é possível obter diretamente o valor de $\boldsymbol{\omega}_{\text{opt}}$ por uma decomposição em autovetores e autovalores. Observa-se, portanto, a necessidade de um procedimento iterativo como aquele proposto. Este procedimento consiste em se alterar ligeiramente a matriz $\mathbf{R}_k$ e o vetor $\boldsymbol{\omega}_k$ a cada iteração, de modo a encontrar os valores ótimos $\mathbf{R}_{\text{opt}}$ e $\boldsymbol{\omega}_{\text{opt}}$.

Realizar pequenas alterações corresponde a um baixo valor de μ . De modo análogo ao algoritmo do gradiente, o valor de μ é responsável por duas características da convergência: a velocidade de convergência e o erro em regime (ou desajuste). Um maior valor de μ leva a uma convergência mais rápida, mas também a um maior erro em regime. Existe, porém, um limite para o valor de μ , além do qual o algoritmo não converge mais. Por outro lado, um menor valor de μ conduz a um menor erro em regime, mas também a uma convergência mais lenta. Existe, portanto, um compromisso entre a velocidade da convergência e o erro em regime.

Uma análise teórica mais detalhada da convergência do algoritmo mBER-TD-DB não é fácil de se feita e a convergência deste algoritmo para o mínimo global não foi ainda provada. Contudo, acreditamos que a obtenção de resultados nessa frente é possível, deixando como perspectiva de continuação deste trabalho. Esta crença é corroborada pelo fato de que não foi observado sequer um caso de divergência ou convergência para mínimos locais durante a realização de simulações para canais de Rayleigh, onde se sabe que o ótimo global é dado pela solução *Eigen-Beamforming*. Para os demais canais, não existem técnicas na literatura para minimizar a BER. Portanto, não podemos comparar a solução proposta com outras soluções, mas as simulações parecem indicar que a solução mBER-TD-DB seria o ótimo global.

O passo de adaptação utilizado foi determinado empiricamente para se obter um bom compromisso entre uma convergência rápida e um baixo erro em regime, como

será mostrado na seção seguinte. Um valor típico para esse passo seria $\mu = 0,5$.

Para concluir, retomaremos a inicialização do algoritmo, passo 1 da tabela 3.4. Da mesma forma que para a técnica CPA, propomos uma inicialização de *máxima diversidade*, que é bem adaptada quando a potência de transmissão é alta e a BER resultante é muito baixa. Essa inicialização corresponde ao uso de um *precoder diagonal* que liga simplesmente cada antena virtual a uma antena real (cf. figura 3.1), correspondendo à aplicação da técnica de diversidade de transmissão diretamente às antenas reais. Em seguida, se necessário, o *precoder* ω será adaptado para minimizar a BER durante a execução do algoritmo.

3.6.4 Resultados de Simulação

As simulações apresentadas nessa seção foram obtidas nas mesmas condições que aquelas apresentadas na seção 3.5.4, isto é, utilizando-se um arranjo linear composto por $K = 4$ antenas espaçadas de $\lambda_c/2$ e um *precoder* com $L = 2$ camadas. Supomos ainda a utilização de uma modulação 4-QAM, cuja BER é dada pela equação (3.56) e consideramos os mesmos cenários de simulação da seção 3.5.4, ou seja, um canal NLOS, um canal LOS e um canal seletivo em frequência.

Nestas simulações, utilizamos $N_t = 200\,000$ blocos de treinamento ao invés de 30 000 como anteriormente, mas mantivemos $N_d = 100\,000$ blocos de dados para avaliar o desempenho das técnicas simuladas. O aumento do número de blocos de treinamento foi necessário para eliminar o comportamento errático das curvas correspondentes à solução mBER-TD-DB. Em razão da não-linearidade presente neste critério, a estimação da matriz $\mathbf{R}_k$ necessita de um maior número de blocos quando a BER e, conseqüentemente, a função $f(\cdot)$ assumem valores muito baixos. As soluções Eig-BF e CPA são menos sensíveis a este fenômeno pois elas são baseadas num critério de ordem 2 e 4, respectivamente. Logo, o número de blocos necessários para se obter uma boa estimação é menor para estas soluções. A solução mBER-TD-DB, por outro lado, estima de modo implícito as estatísticas de ordem superior, o que exige uma janela de estimação maior. Ressaltamos que poderíamos utilizar um número de blocos de treinamento muito menor quando a BER resultante é elevada e aumentar esse número para valores mais baixos de BER. Todavia, para simplificar as simulações, utilizamos o mesmo número de blocos para todos os valores de BER simulados.

A seguir, comparamos as soluções seguintes: *Eigen-Beamforming* (Eig-BF), *Constant Power Approach* (CPA) e a técnica mBER-TD-DB proposta nesta seção.

3.6.4.1 Cenário NLOS

O cenário NLOS simulado corresponde a um único percurso na direção 0° e um espalhamento angular Δ em torno desta direção. Este é, portanto, um canal plano em frequência. Este cenário foi definido em [43]. Para maiores detalhes, veja a seção 3.5.4.1.

Interessamo-nos particularmente ao caso $\Delta = 5^\circ$, no qual a solução CPA apresenta uma degradação em relação à solução Eig-BF para valores de BER relativamente altos. Entretanto, todas as observações e conclusões relativas ao cenário NLOS com $\Delta = 5^\circ$ são válidas também para $\Delta = 25^\circ$.

Começamos a apresentação dos resultados pelo ajuste do passo de adaptação μ . Já observamos que o valor máximo de μ para garantir a convergência do algoritmo depende da BER. Para valores mais altos de BER, um passo próximo de 1 pode ser utilizado. Por outro lado, quando a BER resultante diminui, deve-se também reduzir o valor de μ para garantir a convergência fina do algoritmo. Nessa situação (BER baixa), os erros são sobretudo devidos ao desvanecimento e não ao ruído térmico. Logo, a adaptação do *precoder* ω_k tem um maior impacto sobre a BER dos diferentes blocos, o que pode provocar uma grande mudança na matriz $\mathbf{R}_k$ e, conseqüentemente, a uma grande mudança no *precoder* ω_{k+1} na próxima iteração. Para evitar este fenômeno, deve-se reduzir o valor de μ .

A figura 3.26(a) mostra a convergência para uma potência de transmissão de 0 dB e $\mu = 1$. Note que a convergência é rápida. Podemos dizer que uma única iteração basta para que o algoritmo convirja (a partir da inicialização proposta). Após essa primeira iteração, refina-se a solução como mostrado pelo decrescimento da norma de adaptação ao longo das iterações. Contudo, esse refinamento não traz uma melhora significativa para a BER. Observamos o mesmo comportamento para uma potência de transmissão de 30 dB, cuja convergência é mostrada na figura 3.26(b), onde utilizamos $\mu = 0,6$. O passo de adaptação foi reduzido devido à baixa BER resultante neste caso, o que leva a uma redução da velocidade de convergência. No entanto, a convergência continua rápida, tipicamente em menos de 10 iterações. A seguir, consideramos o passo de adaptação fixo em $\mu = 0,6$.

A figura 3.27 mostra a BER das técnicas simuladas em função da potência de transmissão. Os resultados indicam que a técnica mBER-TD-DB é capaz de atingir a solução ótima, no sentido de minimizar a BER, e que ela conduz ao mesmo desempenho que a solução Eig-BF, mesmo na região onde a técnica CPA apresenta uma degradação em relação à solução ótima.

A técnica mBER-TD-DB obtém melhores desempenhos que a técnica CPA pois a primeira é capaz de se adaptar às diferentes condições de SNR automaticamente. Isto é feito por meio da função $f(\cdot)$, que pondera as matrizes de covariância. Deste modo, quando a SNR de recepção é baixa (e, conseqüentemente, a BER é elevada), a

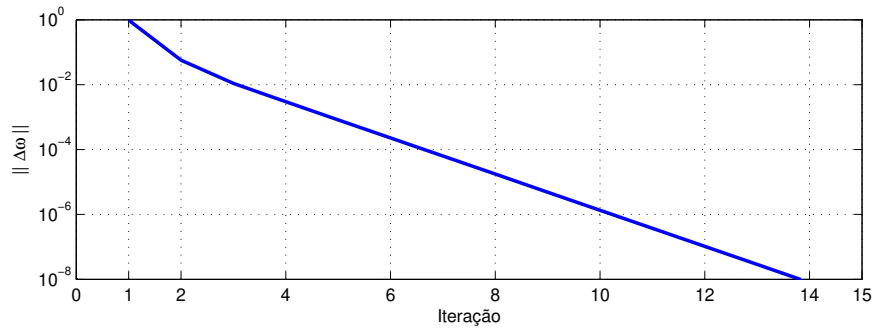
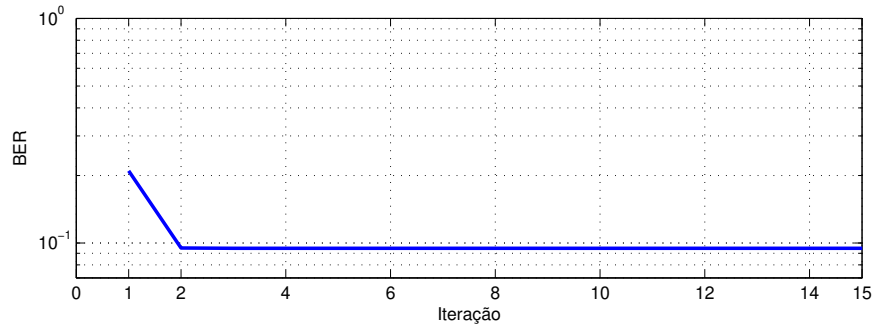
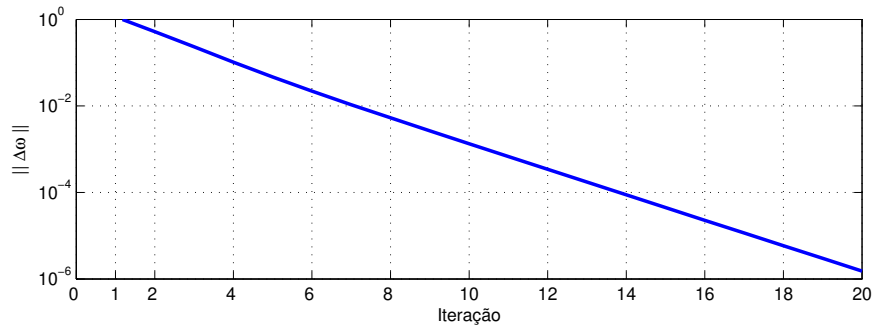
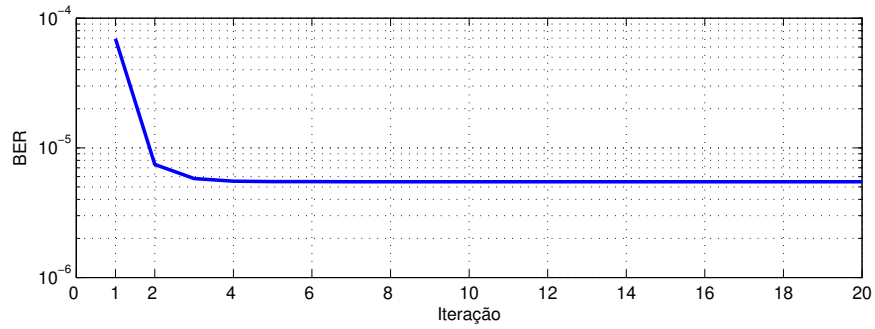
(a) $P_{TX} = 0$ dB e $\mu = 1$ (b) $P_{TX} = 30$ dB e $\mu = 0,6$

Figura 3.26: Convergência do algoritmo mBER-TD-DB para uma potência de transmissão de 0 dB (a) e 30 dB (b). As figuras mostram a BER e $\|\Delta\omega_k\|$ para cada iteração.

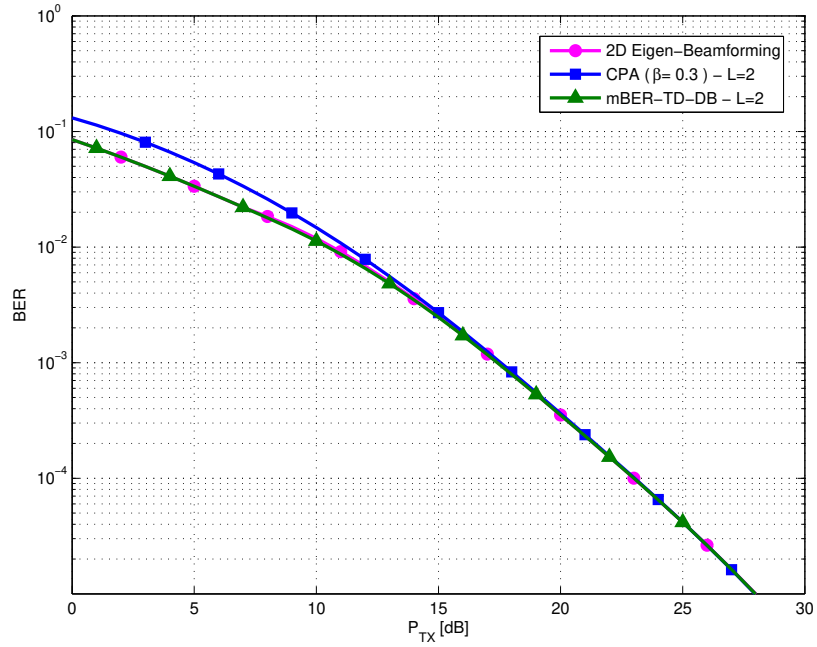


Figura 3.27: Cenário NLOS com $\Delta = 5^\circ$ e modulação 4-QAM.

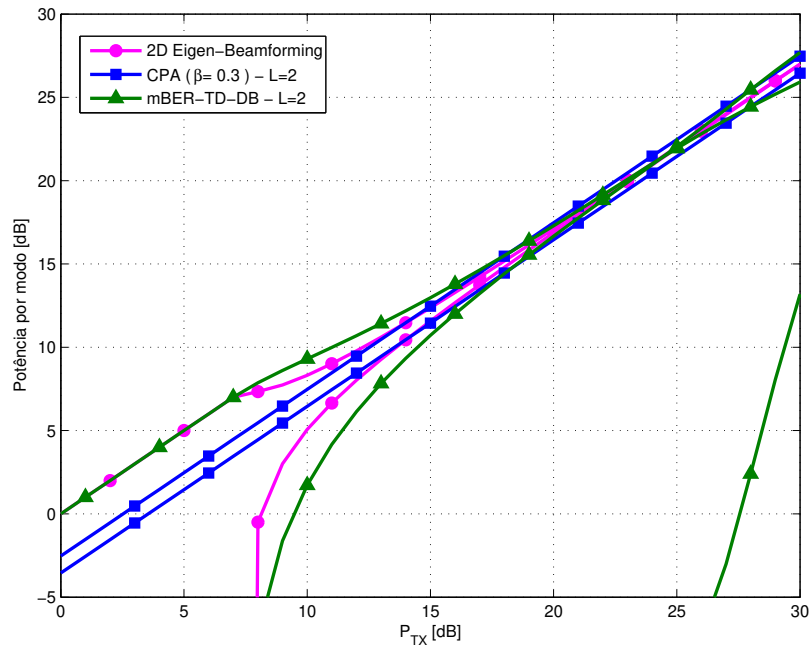


Figura 3.28: Repartição da potência entre os modos próprios do canal em função da potência de transmissão para o cenário NLOS com $\Delta = 5^\circ$.

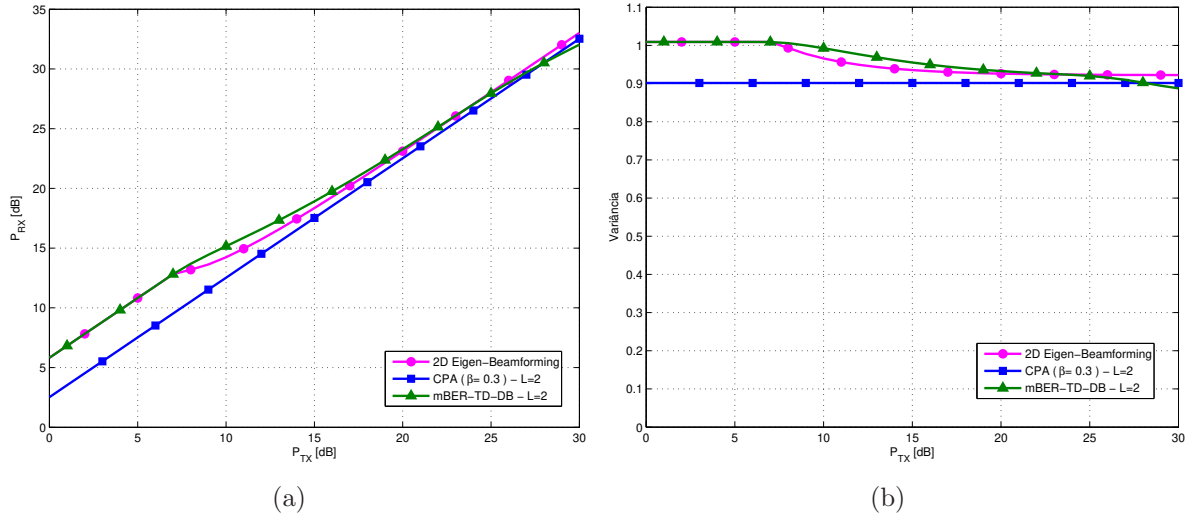


Figura 3.29: Potência recebida média (a) e variância da potência recebida (b) em função da potência de transmissão para o cenário NLOS com $\Delta = 5^\circ$.

Tabela 3.5: Características do canal seletivo em frequência [33]

Percurso	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Direção	0°	10°	-10°	9°	-9°	20°	-20°	30°	40°
Ganho [dB]	-2	-7	-7	-4	-4	-9	-10	-15	-20
Atraso [τ]	0	0	0	1	1	2	3	6	8

matriz $\mathbf{R}_k$ tende para a matriz de covariância média e a solução será o *beamforming*. Por outro lado, quando a SNR de recepção é alta (e, conseqüentemente, a BER é baixa), a matriz $\mathbf{R}_k$ somente levará em conta os blocos em que a BER instantânea é elevada, sendo a função $f(\cdot)$ desprezível para todos os outros blocos. Assim, ao invés de maximizar a potência na recepção através da utilização apenas do máximo autovetor, a solução mBER-TD-DB utiliza também os outros modos do canal, como mostra a figura 3.28, e concede mais importância à diversidade para reduzir a BER média.

A figura 3.29 mostra a potência recebida média e a variância da potência recebida em função da potência de transmissão. Observamos aqui também a adaptação da solução mBER-TD-DB em função da potência de transmissão. Contrariamente à solução CPA, que mantém sempre o mesmo compromisso entre o ganho de potência média ou de variância, a solução mBER-TD-DB é capaz de modular esses ganhos a fim de se adaptar da melhor forma possível às condições do canal e à potência de transmissão, o que conduz ao desempenho ótimo, no sentido de minimizar a BER, como mostrado pela BER, figura 3.27.

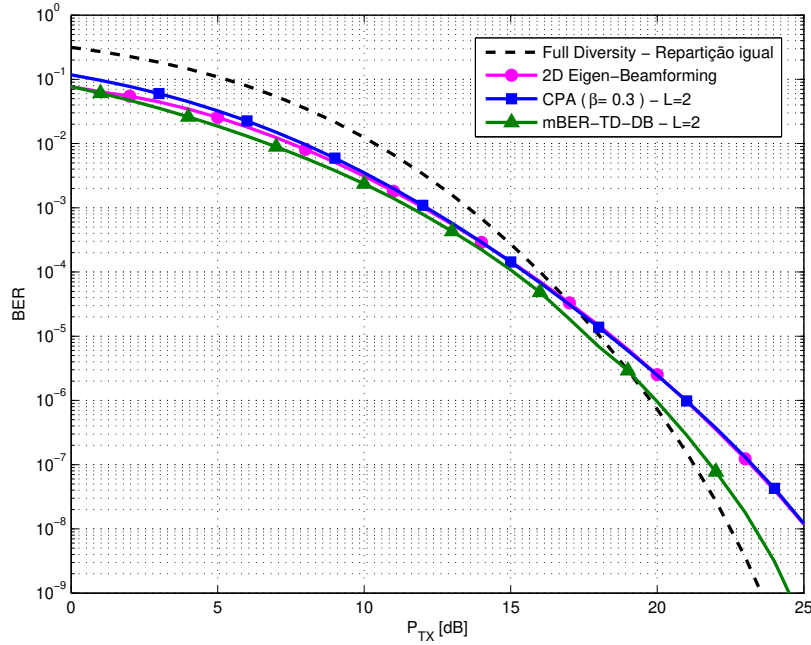


Figura 3.30: Canal seletivo em frequência e modulação 4-QAM.

3.6.4.2 Canal Seletivo em Frequência

O canal seletivo em frequência utilizado é aquele apresentado por [33]. Este canal é formado por 9 percursos espalhados em 8 períodos de símbolo, como mostrado pela tabela 3.5, para uma direção nominal de 0° e um espalhamento angular de 20° . Além disso, ainda utilizamos $L = 2$ camadas no *precoder*. Como mencionado anteriormente, deve-se utilizar o DTD como técnica de DT, pois o canal não é plano. E, como mostrado na seção 3.5.4.3, o conjunto formado pela diversidade de transmissão e o *precoder* corresponde, neste caso, a um filtro espaço-temporal em transmissão. Note que o canal já possui uma diversidade temporal que poderia ser explorada em transmissão por uma única antena. Entretanto, a utilização de um arranjo abre a possibilidade de explorar também a diversidade espacial do canal, aumentando a ordem de diversidade global.

A figura 3.30 mostra a BER das técnicas simuladas em função da potência de transmissão para o canal seletivo em frequência. Utilizamos $\mu = 0,05$ para garantir uma convergência fina, necessária às baixas BERs obtidas nesse cenário. Observamos que as técnicas Eig-BF e CPA apresentam desempenhos bem próximos, enquanto a técnica mBER-TD-DB obtém BERs ligeiramente inferiores até aproximadamente 15 dB e, a partir deste valor, exibe um ganho significativo em relação às outras duas técnicas. Ressaltamos que a solução mBER-TD-DB atinge a BER mínima e constitui, portanto, uma limitante inferior para as outras técnicas.

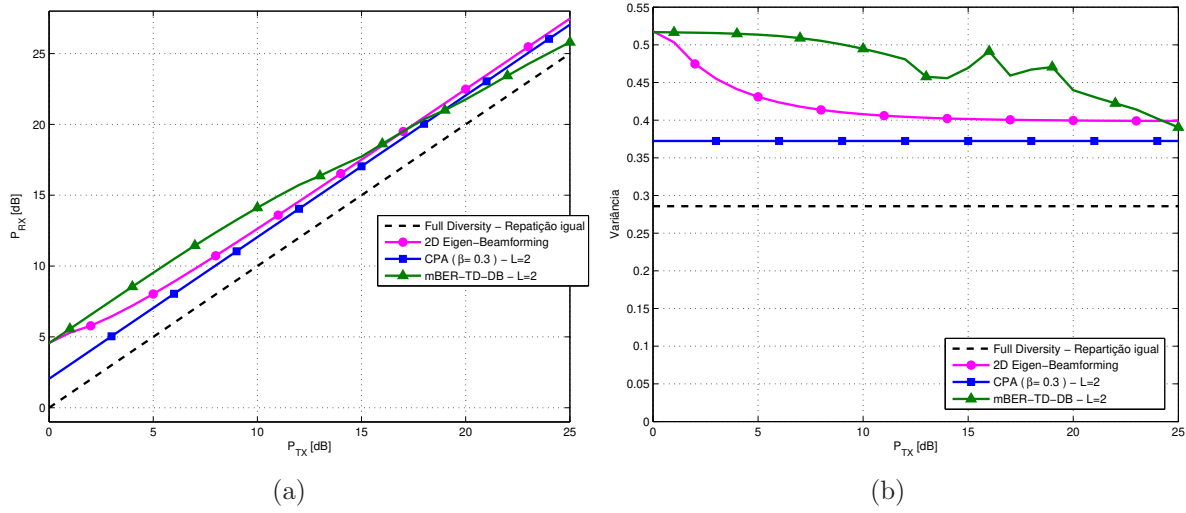


Figura 3.31: Potência recebida média (a) e variância da potência recebida (b) em função da potência de transmissão para o canal seletivo em frequência.

A figura 3.31 mostra a potência recebida média e a variância da potência recebida em função da potência de transmissão. Observa-se a adaptação do compromisso diretividade *versus* diversidade em função da potência de transmissão para a técnica mBER-TD-DB.

3.7 Conclusão

Neste capítulo, propusemos duas técnicas para conciliar diversidade de transmissão e *beamforming* com o objetivo de minimizar a BER no móvel para uma dada potência de transmissão na ERB.

A primeira técnica proposta, *Constant Power Approach* (CPA), é baseada na minimização da variância da potência recebida. O critério CPA é semelhante ao CMA, ou seja, um critério de ordem 4. O desempenho da técnica proposta é equivalente ao da técnica ótima *Eigen-Beamforming* quando o canal é plano e de distribuição Rayleigh. Entretanto, quando essas hipóteses não são mais respeitadas, a solução CPA leva a uma nítida melhora de desempenho.

No entanto, o desempenho da técnica depende fortemente do ajuste de um parâmetro (β). Esse parâmetro controla a importância dada à diretividade em relação à diversidade. Com o objetivo de superar esse problema, propusemos uma segunda técnica, *minimum BER-Transmit Diversity-Downlink Beamforming* (mBER-TD-DB), baseada diretamente na minimização da BER para uma dada potência de transmissão.

Utilizando a informação da BER instantânea de cada um dos blocos, esta técnica é capaz de ajustar de modo adaptativo o compromisso entre diretividade e diversidade, obtendo sempre a mínima BER.

Além disso, a técnica mBER-TD-DB é utilizada como base para a proposta de uma técnica multiusuário, permitindo conciliar diversidade de transmissão e *beamforming* multiusuário, apresentada no capítulo 4.

4

Técnicas Multiusuário

4.1 Introdução

Num contexto multiusuário, a principal preocupação é a coexistência de vários usuários numa mesma célula, no que diz respeito à interferência gerada entre eles. Logo, o problema neste caso é como utilizar, da melhor maneira possível, a potência de transmissão considerando o arranjo de antenas para servir o maior número possível de usuários e respeitar a qualidade de enlace exigida por cada um deles. Esse problema nos leva, para um número fixo de usuários, a um critério baseado na minimização da potência de transmissão sujeito a restrições de BER alvo para cada usuário. O critério assim enunciado pode ser visto como uma extensão ao caso multiusuário da técnica mBER-TD-DB proposta no capítulo 3.

A técnica mBER-TD-DB supõe a existência de um único usuário móvel e é baseada na minimização da BER deste usuário sujeito à restrição de uma potência de transmissão máxima. Isto responde à questão de como utilizar, da melhor maneira possível, a potência de transmissão para obter a melhor qualidade possível na camada física, tendo em vista a transmissão ponto-a-ponto entre a estação rádio-base e o usuário móvel.

Neste capítulo, formalizamos o problema multiusuário e propomos como critério a minimização da potência de transmissão sujeito à BER alvo de cada usuário. Assim, aumenta-se a capacidade do sistema, pois a estação rádio-base terá uma reserva de potência de transmissão para ainda servir outros usuários. Além disso, propomos um

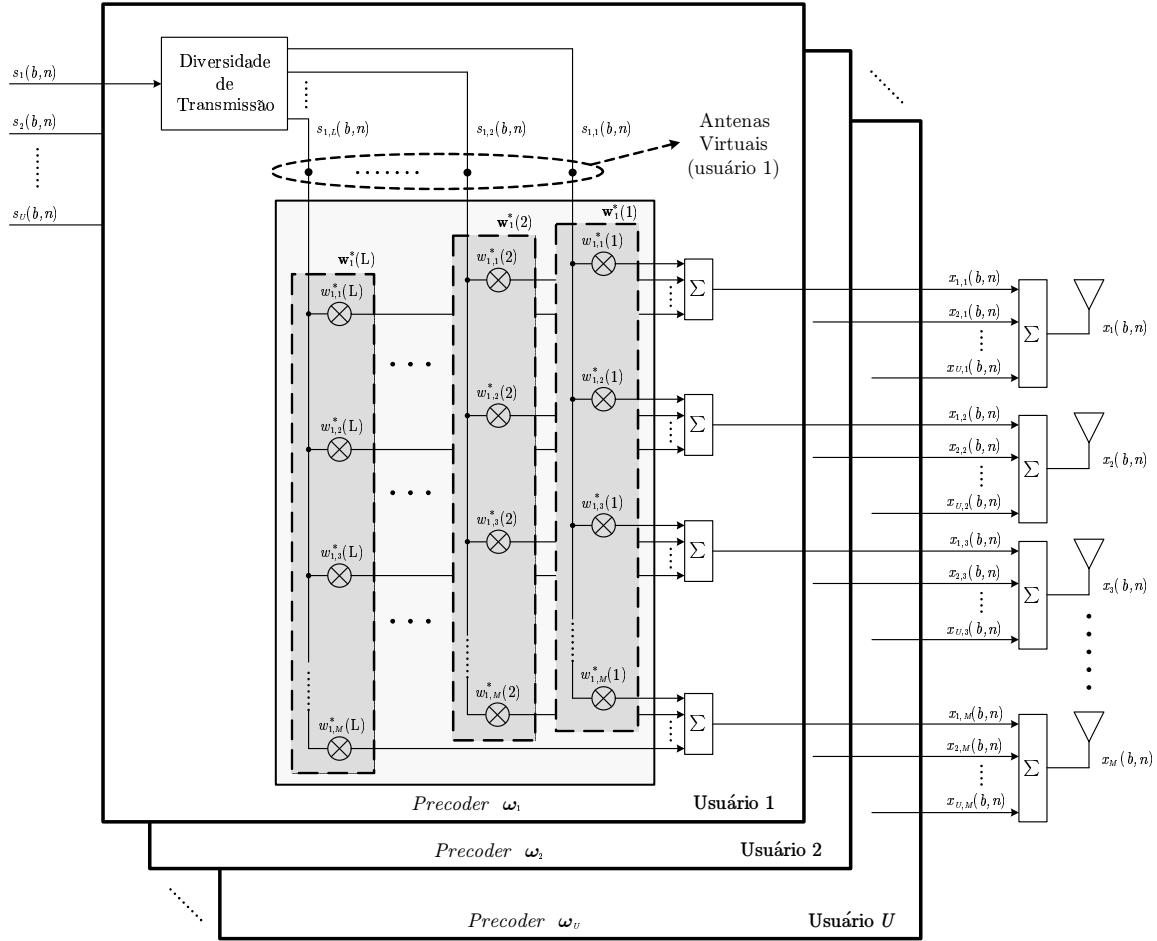


Figura 4.1: Estrutura de transmissão multiusuário: *precoder* ω_u aplicado ao arranjo de antenas na ERB e diversidade de transmissão aplicada às antenas virtuais.

algoritmo iterativo para encontrar a solução ótima deste critério.

4.2 Modelo de Sinal

Consideremos que a estação rádio-base (ERB) serve U usuários móveis numa célula de um sistema de comunicação rádio-móvel. A cada usuário estão associados um *precoder* e uma técnica de diversidade de transmissão, resultando na estrutura de transmissão mostrada na figura 2.3 na página 23. Os sinais dos diferentes usuários são transmitidos simultaneamente pelo arranjo, como mostra a figura 2.6, repetida na figura 4.1 por conveniência.

A partir do modelo de sinal e do desenvolvimento apresentando nas seções 3.5.1 e 3.6.1, podemos escrever o sinal recebido pelo usuário u como

$$y_u(b, n) = \underbrace{\boldsymbol{\omega}_u^H \boldsymbol{\mathcal{H}}_u(b) \mathbf{s}_u(b, n)}_{y_{u,u}(b, n)} + \underbrace{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \boldsymbol{\omega}_i^H \boldsymbol{\mathcal{H}}_u(b) \mathbf{s}_i(b, n)}_{y_{u,i}(b, n)} + \nu(b, n) , \quad (4.1)$$

onde os *precoders* $\boldsymbol{\omega}_u$ possuem norma unitária, ou seja, $\|\boldsymbol{\omega}_u\| = 1$. O primeiro termo da equação anterior corresponde ao sinal recebido pelo usuário u devido à transmissão do sinal destinado a ele próprio. O segundo termo representa a interferência recebida decorrente da transmissão para os outros $U - 1$ usuários.

Logo, a potência útil recebida pelo usuário u é dada por

$$P_u(b) = \mathbb{E} \left\{ \left| y_{u,u}(b, n) \right|^2 \middle| \boldsymbol{\mathcal{H}}_u(b) \right\} = p_u \boldsymbol{\omega}_u^H \boldsymbol{\mathcal{R}}_u(b) \boldsymbol{\omega}_u , \quad (4.2)$$

onde $\boldsymbol{\mathcal{R}}_u(b) = \boldsymbol{\mathcal{H}}_u(b) \boldsymbol{\mathcal{H}}_u(b)^H$ é a MCET do canal espaço-temporal $\boldsymbol{\mathcal{H}}_u(b)$ entre a ERB e o usuário u e p_u é a potência dos símbolos $s_u(b, n)$.

Seguindo o mesmo desenvolvimento, obtemos a expressão da interferência recebida pelo usuário u , devido à transmissão para os demais usuários, como

$$I_u(b) = \mathbb{E} \left\{ \left| y_{u,i}(b, n) \right|^2 \middle| \boldsymbol{\mathcal{H}}_u(b) \right\} = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U p_i \boldsymbol{\omega}_i^H \boldsymbol{\mathcal{R}}_u(b) \boldsymbol{\omega}_i , \quad (4.3)$$

onde utilizamos o fato de que os sinais $\mathbf{s}_i(b, n)$ são independentes entre si.

Podemos, portanto, escrever a SINR do móvel u no bloco b como

$$\gamma_u(b) = \frac{P_u(b)}{I_u(b) + \sigma_\nu^2} = \frac{p_u \boldsymbol{\omega}_u^H \boldsymbol{\mathcal{R}}_u(b) \boldsymbol{\omega}_u}{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U p_i \boldsymbol{\omega}_i^H \boldsymbol{\mathcal{R}}_u(b) \boldsymbol{\omega}_i + \sigma_\nu^2} , \quad (4.4)$$

onde σ_ν^2 é a potência do ruído presente na antena móvel.

Supomos ainda que, globalmente, a interferência é gaussiana e utilizando a mesma aproximação apresentada na seção 3.6.1, ver equação (3.61) na página 92, podemos escrever a BER do usuário u no bloco b como

$$BER_u(b) \approx \frac{\bar{N}_{e_u}}{N_u} Q \left(\sqrt{\frac{d_{\min_u}^2}{2} \gamma_u(b)} \right) , \quad (4.5)$$

onde N_u , $d_{\min_u}$ e $\bar{N}_{e_u}$ correspondem, respectivamente, ao número de bits por símbolo, à distância mínima entre 2 pontos para uma constelação de potência unitária e ao número médio de vizinhos à distância mínima da modulação utilizada pelo usuário u .

4.3 Critério Multiusuário com Restrições de BER

Num contexto multiusuário, busca-se atingir a qualidade de enlace exigida por cada usuário, em termos de BER, minimizando a potência de transmissão necessária na ERB. A minimização da potência de transmissão conduz à minimização da interferência entre as células, mas também permite à ERB servir um maior número de usuários, aumentando assim a capacidade global do sistema.

A partir da expressão da BER dada por (4.5), o critério proposto se escreve como

$$\begin{aligned} \min \quad & P_{\text{TX}} = \sum_{u=1}^U p_u \boldsymbol{\omega}_u^H \boldsymbol{\omega}_u \\ \text{s.a.} \quad & \text{BER}_u \triangleq \frac{\bar{N}_{e_u}}{N_u} \mathbb{E} \left\{ Q \left(\sqrt{\frac{d_{\min_u}^2}{2}} \gamma_u(b) \right) \right\} = \tilde{c}_u \quad \forall u, \\ & \|\boldsymbol{\omega}_u\| = 1 \quad \forall u \end{aligned} \quad (4.6)$$

onde P_{TX} é a potência de transmissão da ERB e $\tilde{c}_u$ é a BER alvo do usuário u .

Para simplificar a notação, definimos $c_u = \frac{N_u}{\bar{N}_{e_u}} \tilde{c}_u$ e $N_{s_u} = \frac{d_{\min_u}^2}{2}$. Podemos assim reescrever o critério proposto como

$$\begin{aligned} \min \quad & P_{\text{TX}} = \sum_{u=1}^U p_u \boldsymbol{\omega}_u^H \boldsymbol{\omega}_u \\ \text{s.a.} \quad & \mathbb{E} \left\{ Q \left(\sqrt{N_{s_u}} \gamma_u(b) \right) \right\} = c_u \quad \forall u, \\ & \|\boldsymbol{\omega}_u\| = 1 \quad \forall u \end{aligned} \quad (4.7)$$

onde N_{s_u} é um parâmetro que caracteriza a modulação utilizada pelo usuário u e c_u é o alvo, que leva em conta a modulação do usuário u .

4.3.1 Solução Ótima

Observamos que as restrições do critério em (4.7) acoplam os *precoders* $\boldsymbol{\omega}_u$ e as potências de transmissão p_u dos diferentes usuários, uma vez que todas essas variáveis estão presentes na expressão de cada SINR $\gamma_u(b)$. Assim, para encontrar a solução do critério em (4.7), propomos a utilização de um método iterativo.

Para tanto, escrevemos a função custo utilizando os multiplicadores de Lagrange para incorporar as restrições de igualdade. Logo, a função custo de Lagrange se escreve

$$J_{\text{cBER}} = \sum_{u=1}^U p_u \boldsymbol{\omega}_u^H \boldsymbol{\omega}_u + \sum_{u=1}^U \lambda_u \left(\mathbb{E} \left\{ Q \left(\sqrt{N_{s_u}} \gamma_u(b) \right) \right\} - c_u \right), \quad (4.8)$$

onde λ_u é o multiplicador de Lagrange associado à restrição de BER do usuário u .

Antes de tratarmos da otimização do critério, calculemos a derivada de $Q \left(\sqrt{N_{s_u}} \gamma_u(b) \right)$ em relação a um $\boldsymbol{\omega}_n$ genérico. Podemos escrever, tendo em vista as equações (3.66) e (3.67), que

$$\begin{aligned} \frac{dQ(\sqrt{N_{s_u}} \gamma_u(b))}{d\boldsymbol{\omega}_n} &= \frac{dQ(\sqrt{N_{s_u}} \gamma_u(b))}{d\gamma_u(b)} \frac{d\gamma_u(b)}{d\boldsymbol{\omega}_n} \\ &= - \underbrace{\frac{N_{s_u}}{2\sqrt{2\pi N_{s_u}} \gamma_u(b)}}_{f(\gamma_u(b))} \exp \left(-\frac{N_{s_u} \gamma_u(b)}{2} \right) \frac{d\gamma_u(b)}{d\boldsymbol{\omega}_n}. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Com o objetivo de simplificar a notação, definimos as seguintes variáveis auxiliares

$$N_u(b) \triangleq \boldsymbol{\omega}_u^H \mathcal{R}_u(b) \boldsymbol{\omega}_u \quad (4.10)$$

$$D_u(b) \triangleq \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq u}}^U p_j \boldsymbol{\omega}_j^H \mathcal{R}_u(b) \boldsymbol{\omega}_j + \sigma^2 \quad (4.11)$$

$$x_u(b) \triangleq \frac{N_u(b)}{D_u(b)}. \quad (4.12)$$

Precoders Ótimos Primeiramente, notamos que a expressão da derivada $\frac{d\gamma_u(b)}{d\boldsymbol{\omega}_n}$ varia segundo $n = u$ ou $n \neq u$. Tratemos, em primeiro lugar, do caso $n = u$ [$\boldsymbol{\omega}_n$ intervém no numerador da equação (4.4)], no qual a derivada vale

$$\frac{d\gamma_u(b)}{d\boldsymbol{\omega}_u} = \frac{2p_u \mathcal{R}_u(b) \boldsymbol{\omega}_u}{D_u(b)}. \quad (4.13)$$

Por outro lado, quando $n \neq u$, então $\boldsymbol{\omega}_n$ intervém no denominador de $\gamma_u(b)$.

Trata-se de ω_i e a derivada é dada por

$$\frac{d\gamma_u(b)}{d\omega_i} = p_u N_u(b) \left[-\frac{1}{D_u^2(b)} \right] 2p_i \mathcal{R}_u(b) \omega_i = -\gamma_u(b) \frac{2p_i \mathcal{R}_u(b) \omega_i}{D_u(b)}. \quad (4.14)$$

Finalmente, podemos escrever

$$\begin{aligned} \frac{dQ(\sqrt{N_{s_u} \gamma_u(b)})}{d\omega_u} &= -2 \frac{f(\gamma_u(b))}{D_u(b)} p_u \mathcal{R}_u(b) \omega_u \\ \frac{dQ(\sqrt{N_{s_u} \gamma_u(b)})}{d\omega_i} &= 2 \frac{f(\gamma_u(b))}{D_u(b)} \gamma_u(b) p_i \mathcal{R}_u(b) \omega_i, \quad i \neq u. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Para encontrar a solução ótima, derivemos, primeiramente, a função custo J_{cBER} em relação a ω_j

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_{\text{cBER}}}{\partial \omega_j} &= \sum_{u=1}^U \frac{\partial (p_u \omega_u^H \omega_u)}{\partial \omega_j} + \sum_{u=1}^U \lambda_u \mathbb{E} \left\{ \frac{\partial Q(\sqrt{N_{s_u} \gamma_u(b)})}{\partial \omega_j} \right\} \\ &= \frac{\partial (p_j \omega_j^H \omega_j)}{\partial \omega_j} + \lambda_j \mathbb{E} \left\{ \frac{\partial Q(\sqrt{N_{s_j} \gamma_j(b)})}{\partial \omega_j} \right\} + \\ &\quad \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^U \lambda_k \mathbb{E} \left\{ \frac{\partial Q(\sqrt{N_{s_k} \gamma_k(b)})}{\partial \omega_j} \right\}. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Tendo em vista as derivadas dadas pela equação (4.15), podemos escrever a equação (4.16) como

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_{\text{cBER}}}{\partial \omega_j} &= 2p_j \omega_j - 2p_j \lambda_j \mathbb{E} \left\{ \frac{f(\gamma_j(b))}{D_j(b)} \mathcal{R}_j(b) \right\} \omega_j \\ &\quad + 2p_j \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^U \lambda_k \mathbb{E} \left\{ \frac{f(\gamma_k(b))}{D_k(b)} \gamma_k(b) \mathcal{R}_k(b) \right\} \omega_j. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Logo, fazendo $\frac{\partial J_{\text{cBER}}}{\partial \omega_j} = 0$, podemos simplificar as potências p_j e obter a expressão

seguinte para os *precoders* ótimos

$$\left(\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^U \lambda_k \tilde{\mathbf{R}}_k + \mathbf{I} \right) \boldsymbol{\omega}_j - \lambda_j \mathbf{R}_j \boldsymbol{\omega}_j = 0 , \quad (4.18)$$

onde

$$\mathbf{R}_j = \mathbf{E} \left\{ \frac{f(\gamma_j(b))}{D_j(b)} \boldsymbol{\mathcal{R}}_j(b) \right\} \quad (4.19)$$

e

$$\tilde{\mathbf{R}}_k = \mathbf{E} \left\{ \frac{f(\gamma_k(b))}{D_k(b)} \gamma_k(b) \boldsymbol{\mathcal{R}}_k(b) \right\} . \quad (4.20)$$

Rearranjando os termos da equação (4.18) e definindo $\mathbf{R}_j^{\text{INT}} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^U \lambda_k \tilde{\mathbf{R}}_k + \mathbf{I}$,

obtemos

$$\mathbf{R}_j \boldsymbol{\omega}_j - \frac{1}{\lambda_j} \mathbf{R}_j^{\text{INT}} \boldsymbol{\omega}_j = 0 . \quad (4.21)$$

Note que a equação (4.21) corresponde a uma decomposição generalizada em autovalores e autovetores de $(\mathbf{R}_j, \mathbf{R}_j^{\text{INT}})$, de modo análogo ao critério com restrições de SINR (critério DBPC) apresentado na seção 2.7.2, equação (2.23). A diferença é que, no caso presente, as matrizes $\mathbf{R}_j$ e $\tilde{\mathbf{R}}_k$ são obtidas a partir de uma média ponderada das MCET $\boldsymbol{\mathcal{R}}_u(b)$, enquanto a solução DBPC utiliza as matrizes médias sem ponderação [ver equação (2.17)].

Devido à similaridade entre a decomposição (4.21), proveniente do critério com restrições de BER, e aquela dada por (2.23), proveniente do critério com restrições de SINR, é fácil perceber que devemos escolher o autovetor $\boldsymbol{\omega}_j$ correspondente ao máximo autovalor da equação (4.21), como já provado para a solução DBPC na seção 2.7.3. Conseqüentemente, a partir de (4.21), concluímos que este autovetor transmite no sub-espço gerado pela matriz $\mathbf{R}_j$ e no sub-espço nulo de $\mathbf{R}_j^{\text{INT}}$. Se considerarmos que o canal possui percursos bem definidos, podemos dizer que o autovetor máximo transmitirá utilizando os percursos que formam a matriz $\mathbf{R}_j$ e evitará utilizar aqueles presentes na matriz $\mathbf{R}_j^{\text{INT}}$.

Observamos que, de modo análogo ao caso monousuário, a matriz $\mathbf{R}_j$ corresponde à média ponderada das matrizes $\boldsymbol{\mathcal{R}}_j(b)$, cujas ponderações valem $\frac{f(\gamma_j(b))}{D_j(b)}$. Essas são

as ponderações multiusuário equivalentes às ponderações $\frac{f(\gamma_b)}{\sigma_v^2}$ do caso monousuário, como mostra a equação (3.70). O significado da ponderação $\frac{f(\gamma_j(b))}{D_j(b)}$ é que, por um lado, os blocos que apresentam BER, aproximada pela função $f(\gamma_j(b))$, elevada serão mais representados na matriz $\mathbf{R}_j$. Por outro lado, aqueles cuja interferência é importante, ou seja, $D_j(b)$ é elevado, serão menos representados na matriz $\mathbf{R}_j$.

Assim, resumindo, a matriz $\mathbf{R}_j$ será composta pelos blocos que apresentam uma alta BER e, além disso, essa alta BER não provém da interferência, mas sim da má utilização do canal do usuário j . Logo, o *precoder* ótimo levará mais em conta esses blocos para diminuir a BER do usuário j , utilizando melhor seu canal.

A matriz de covariância de interferência $\tilde{\mathbf{R}}_k$ também é resultado de uma média ponderada das matrizes $\mathbf{R}_k(b)$ dos usuários $k \neq j$. Entretanto, a ponderação possui o termo adicional $\gamma_k(b)$, que é a SINR do interferente k no bloco b . Assim, como no caso da matriz $\mathbf{R}_j$, a parte $\frac{f(\gamma_k(b))}{D_k(b)}$ da ponderação significa que a matriz $\tilde{\mathbf{R}}_k$ será composta pelos blocos que apresentam uma BER elevada devido à baixa potência útil recebida. Já o termo $\gamma_k(b)$ tende a compensar esta primeira parte da ponderação no sentido que a matriz $\tilde{\mathbf{R}}_k$ levará em conta um maior número de blocos, de modo a melhor representar o comportamento global do canal do interferente k . Isso é explicado pelo fato de que quando o valor de $f(\gamma_k(b))$ é elevado, o valor de $\gamma_k(b)$ é baixo e vice-versa. Logo, o produto $f(\gamma_k(b))\gamma_k(b)$ tende a ser mais ou menos constante.

Multiplicadores de Lagrange Já mostramos que os *precoders* ótimos são os autovetores máximos das decomposições generalizadas dadas pela equação (4.21). Contudo, para se obter $\boldsymbol{\omega}_j$, deve-se conhecer os multiplicadores de Lagrange λ_k , com $k \neq j$, a fim de poder calcular a matriz $\mathbf{R}_j^{\text{INT}}$. Note que as matrizes $\mathbf{R}_j$ e $\tilde{\mathbf{R}}_k$ também dependem dos *precoders*, mas as consideraremos conhecidas por enquanto. Seus valores serão calculados a seguir, resultando num procedimento iterativo. Tratemos, primeiramente, da obtenção dos multiplicadores de Lagrange ótimos. Para tanto, derivamos J_{cBER} em relação às potências p_j , obtendo

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_{\text{cBER}}}{\partial p_j} &= \sum_{u=1}^U \frac{\partial (p_u \boldsymbol{\omega}_u^H \boldsymbol{\omega}_u)}{\partial p_j} + \sum_{u=1}^U \lambda_u \mathbb{E} \left\{ \frac{\partial Q \left(\sqrt{N_{s_u}} \gamma_u(b) \right)}{\partial p_j} \right\} \\ &= \frac{\partial (p_j \boldsymbol{\omega}_j^H \boldsymbol{\omega}_j)}{\partial p_j} + \lambda_j \mathbb{E} \left\{ \frac{\partial Q \left(\sqrt{N_{s_j}} \gamma_j(b) \right)}{\partial p_j} \right\} + \\ &\quad \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^U \lambda_k \mathbb{E} \left\{ \frac{\partial Q \left(\sqrt{N_{s_k}} \gamma_k(b) \right)}{\partial p_j} \right\}. \end{aligned} \quad (4.22)$$

De modo análogo às derivadas de $Q(\sqrt{N_{s_u} \gamma_u(b)})$ em relação a ω_u e ω_i , dadas pela equação (4.15), podemos escrever as derivadas de $Q(\sqrt{N_{s_u} \gamma_u(b)})$ em relação a p_u e p_i como

$$\frac{dQ(\sqrt{N_{s_u} \gamma_u(b)})}{dp_u} = \frac{dQ(\sqrt{N_{s_u} \gamma_u(b)})}{d\gamma_u(b)} \frac{d\gamma_u(b)}{dp_u} = -f(\gamma_u(b)) x_u(b) \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned} \frac{dQ(\sqrt{N_{s_u} \gamma_u(b)})}{dp_i} &= \frac{dQ(\sqrt{N_{s_u} \gamma_u(b)})}{d\gamma_u(b)} \frac{d\gamma_u(b)}{dp_i} \\ &= \frac{f(\gamma_u(b))}{D_u(b)} \gamma_u(b) \omega_i \mathcal{R}_u(b) \omega_i, \quad i \neq u. \end{aligned} \quad (4.24)$$

Podemos, então, reescrever (4.22) como

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_{\text{cBER}}}{\partial p_j} &= \omega_j^H \omega_j - \lambda_j \mathbb{E} \left\{ f(\gamma_j(b)) x_j(b) \right\} \\ &\quad + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^U \lambda_k \mathbb{E} \left\{ \frac{f(\gamma_k(b))}{D_k(b)} \gamma_k(b) \omega_j^H \mathcal{R}_k(b) \omega_j \right\}. \end{aligned} \quad (4.25)$$

Finalmente, fazendo $\frac{\partial J_{\text{cBER}}}{\partial p_j} = 0$, obtemos o seguinte sistema linear

$$\mathbf{A} \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{b}, \quad (4.26)$$

onde $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \cdots \quad \lambda_U]^T$ e

$$\mathbf{b}[j] = \omega_j^H \omega_j = 1 \quad (4.27)$$

$$\mathbf{A}[j, k] = \begin{cases} \mathbb{E} \left\{ f(\gamma_j(b)) x_j(b) \right\} & j = k \\ \mathbb{E} \left\{ -\frac{f(\gamma_k(b))}{D_k(b)} \gamma_k(b) \omega_j^H \mathcal{R}_k(b) \omega_j \right\} & j \neq k \end{cases}, \quad (4.28)$$

onde $\mathbf{b}[j]$ corresponde ao j -ésimo elemento do vetor $\mathbf{b}$ e $\mathbf{A}[j, k]$ corresponde ao elemento da linha j e coluna k da matriz $\mathbf{A}$.

Mais uma vez, notamos que, para calcular $\boldsymbol{\lambda}$, devemos conhecer todos os *precoders* ω_j 's e vice-versa, o que exige um procedimento iterativo. Antes de descrever este

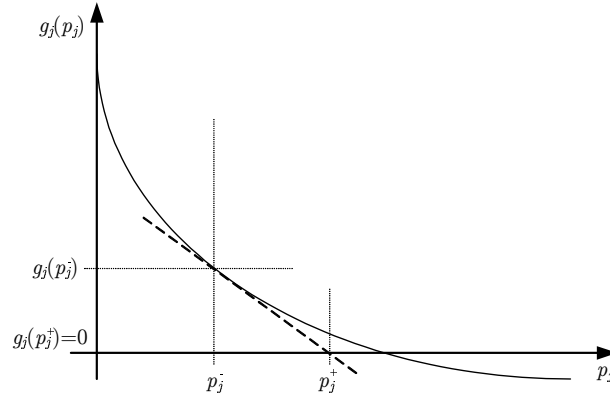


Figura 4.2: Linearização da função $g_j(p_j)$ em torno do ponto p_j^- .

procedimento, devemos ainda determinar as potências de transmissão p_j . Para tanto, deveríamos derivar a função custo J_{cBER} em relação a λ_j e anular essas derivadas. Assim, respeitaríamos exatamente as restrições de BER expressas por (4.7) e, para um dado conjunto de λ_j , poderíamos calcular os *precoders* ótimos ω_j e as potências p_j seriam obtidas a fim de verificar as restrições.

Obtenção das Potências de Transmissão Obter as potências de transmissão a partir das restrições não é tarefa fácil. Primeiramente, porque as equações seriam acopladas pelas potências, pois uma dada potência de transmissão intervém na expressão da BER de todos os usuários. Também, porque a BER é dada pela esperança de uma função não-linear da SINR (a função Q) e, como já mencionado, a expressão da SINR depende de todas as potências de transmissão. Logo, propomos efetuar duas aproximações para vencer essas dificuldades: considerar apenas a influência da potência de transmissão que intervém no numerador da expressão (4.4) e linearizar a função Q para encontrar o valor aproximado desta potência a fim de verificar a restrição.

Definimos $g_j(p_j)$ como a restrição de BER relativa ao usuário j

$$g_j(p_j) = \mathbb{E} \left\{ Q \left(\sqrt{N_{s_j} \gamma_j(b)} \right) \right\} - c_j, \quad (4.29)$$

onde apenas consideramos a influência da variação da potência de transmissão relativa ao usuário j para calcular sua BER. Note que $g_j(p_j) = 0$ quando a restrição é verificada.

A segunda aproximação diz respeito à linearização da função Q . Para tanto, consideramos que a potência de transmissão possui um valor inicial p_j^- . A seguir,

linearizamos a função Q em torno deste ponto, o que significa supor que $g_j(p_j)$ é uma reta passando pelo ponto $(p_j^-, g_j(p_j^-))$ e cuja inclinação vale $\left. \frac{\partial g_j(p_j)}{\partial p_j} \right|_{p_j=p_j^-}$, como ilustra a figura 4.2. Deste modo, é fácil obter o valor p_j^+ para o qual a linearização de $g_j(p_j)$ vale 0, o que corresponde a uma aproximação do verdadeiro valor de p_j que verifica a restrição. Esse método para encontrar a raiz de uma função a partir da linearização desta é conhecido como método de Newton [24].

A derivada de $g_j(p_j)$ em relação a p_j vale

$$\frac{\partial g_j}{\partial p_j} = -E \left\{ f(\gamma_j(b)) x_j(b) \right\}. \quad (4.30)$$

Logo, a partir de p_j^- e da derivada calculada neste ponto $\left. \frac{\partial g_j(p_j)}{\partial p_j} \right|_{p_j=p_j^-}$, podemos escrever a seguinte relação (veja a figura 4.2)

$$\left. \frac{\partial g_j}{\partial p_j} \right|_{p_j=p_j^-} = \frac{\partial g_j}{\partial p_j} = \frac{g_j(p_j^+) - g_j(p_j^-)}{p_j^+ - p_j^-}, \quad (4.31)$$

onde a primeira igualdade vem da linearização da função $g_j(p_j)$.

A seguir, buscamos obter a potência p_j^+ que verifica a restrição linearizada, isto é, $g_j(p_j^+) = 0$. Deste modo, obtemos

$$p_j^+ = p_j^- - \frac{g_j(p_j^-)}{\left. \frac{\partial g_j}{\partial p_j} \right|_{p_j=p_j^-}}. \quad (4.32)$$

Nesta seção, descrevemos três etapas: a obtenção dos *precoders* ótimos, a obtenção dos multiplicadores de Lagrange e a obtenção das potências de transmissão que verificam as restrições. Ressaltamos que, para realizar cada etapa, deve-se conhecer as quantidades resultantes das outras duas etapas. Assim, na seção seguinte, apresentamos um algoritmo iterativo que acopla essas três etapas. Esse algoritmo é chamado *Multi-User constrained BER* (MU-cBER).

4.4 Algoritmo MU-cBER

Propomos, nesta seção, um algoritmo iterativo para encontrar a solução ótima do critério expresso por (4.7). Detalharemos melhor as três etapas descritas anteriormente, mostrando como estas interagem para formar o algoritmo MU-cBER (*Multi-User constrained BER*).

Tabela 4.1: Algoritmo MU-cBER

1. Inicialização

$$\boldsymbol{\omega}_u(1) = \sqrt{\frac{1}{L}} \left[1 \underbrace{0 \dots 0}_{M \text{ zeros}} 1 \underbrace{0 \dots 0}_{M \text{ zeros}} 1 \dots \right]^T \text{ e } p_u(1) = \varepsilon \ll 1 \quad \forall u$$

$$k = 1$$

2. Para $i = 1, 2, \dots, N_{\boldsymbol{\omega}}$

- (a) Cálculo de $N_u(b)$, $D_u(b)$, $\gamma_u(b)$ e $f(\gamma_u(b))$ de acordo com as equações (4.10), (4.11), (4.4) e (4.9), utilizando $\boldsymbol{\omega}_u(k)$ e $p_u(k)$
- (b) Cálculo da matriz $\mathbf{A}(k)$ de acordo com a equação (4.27), utilizando as variáveis calculadas no passo anterior
- (c) Cálculo de $\boldsymbol{\lambda}(k)$, solução do sistema linear $\mathbf{A}(k)\boldsymbol{\lambda}(k) = \mathbf{1}_U$
- (d) Cálculo das matrizes $\mathbf{R}_u(k)$ e $\mathbf{R}_u^{\text{INT}}(k)$, utilizando $\boldsymbol{\lambda}(k)$ e $\boldsymbol{\omega}_u(k)$
- (e) Cálculo de $\Delta_{\boldsymbol{\omega}_u}(k)$ de acordo com a equação (4.37)
- (f) Atualização de $\boldsymbol{\omega}_u(k)$

$$\boldsymbol{\omega}_u(k) = \boldsymbol{\omega}_u(k) + \mu \Delta_{\boldsymbol{\omega}_u}(k) \quad \forall u$$

- (g) Normalização de $\boldsymbol{\omega}_u(k)$

$$\boldsymbol{\omega}_u(k) = \frac{\boldsymbol{\omega}_u(k)}{\|\boldsymbol{\omega}_u(k)\|} \quad \forall u$$

3. Atualização de $N_u(b)$, $D_u(b)$, $\gamma_u(b)$ e $f(\gamma_u(b))$, utilizando $\boldsymbol{\omega}_u(k+1) = \boldsymbol{\omega}_u(k)$ 4. Cálculo de $g_u(p_u(k))$ de acordo com a equação (4.29) e

$$\mathbb{E} \left\{ f(\gamma_u(b)) x_u(b) \right\} \Big|_{p_u=p_u(k)}$$

5. Atualização das potências de transmissão $p_u(k)$

$$p_u(k+1) = p_u(k) + \alpha \frac{g_u(p_u(k))}{\mathbb{E} \left\{ f(\gamma_u(b)) x_u(b) \right\} \Big|_{p_u=p_u(k)}} \quad \forall u$$

6. Teste de parada sobre as restrições $g_u(p_u(k))$

- (a) Se $\max_u \left| \frac{g_u(p_u(k))}{c_u} \right| > \epsilon_{\text{MU-cBER}}$, então $k = k + 1$ e retorne ao passo 2
- (b) Senão, pare

Inicialmente, consideremos a iteração k do algoritmo e definamos $\boldsymbol{\omega}_j(k)$ e $p_j(k)$ como os *precoders* e as potências de transmissão no início da iteração k . Voltaremos à inicialização dessas variáveis mais adiante. A partir de $\boldsymbol{\omega}_j(k)$ e $p_j(k)$ é possível calcular os multiplicadores de Lagrange $\lambda_j(k)$ pela resolução do sistema linear (4.26), onde $\mathbf{A}(k)$ e $\mathbf{b}(k)$ dependem unicamente de $\boldsymbol{\omega}_j(k)$ e $p_j(k)$. Esta é a primeira etapa do algoritmo.

A seguir, de posse do conjunto de $\lambda_j(k)$ obtido na etapa anterior, podemos atualizar os *precoders* utilizando a equação (4.21). Esta equação mostra que o *precoder* $\boldsymbol{\omega}_j(k+1)$ é o máximo autovetor da decomposição generalizada de $\mathbf{R}_j(k)$ e $\mathbf{R}_j^{\text{INT}}(k)$. Contudo, note que essas matrizes foram calculadas utilizando os *precoders* $\boldsymbol{\omega}_j(k)$ obtidos na iteração precedente. Logo, após muitas iterações, as matrizes $\mathbf{R}_j(k)$ e $\mathbf{R}_j^{\text{INT}}(k)$, calculadas com o *precoder* $\boldsymbol{\omega}_j(k)$, terão este mesmo vetor $\boldsymbol{\omega}_j(k)$ como autovetor máximo e o algoritmo terá convergido, isto é, $\boldsymbol{\omega}_j(k+1)$ será igual a $\boldsymbol{\omega}_j(k)$ ¹.

Entretanto, durante a convergência, não devemos alterar muito o valor dos *precoders*, pois isto poderia levar à divergência do algoritmo. Logo, propomos, ao invés de calcular o autovetor máximo da decomposição (4.21), apenas adaptar o *precoder* $\boldsymbol{\omega}_j$ no sentido deste autovetor. Isto é feito através da realização de uma iteração do método da potência [23], dada por

$$\boldsymbol{\omega}_j(k+1) = \left(\mathbf{R}_j^{\text{INT}}(k) \right)^{-1} \mathbf{R}_j(k) \boldsymbol{\omega}_j(k) , \quad (4.33)$$

seguindo pela normalização de $\boldsymbol{\omega}_j(k+1)$

$$\boldsymbol{\omega}_j(k+1) = \frac{\boldsymbol{\omega}_j(k+1)}{\|\boldsymbol{\omega}_j(k+1)\|} . \quad (4.34)$$

É importante ressaltar que as matrizes $\mathbf{R}_j(k)$ e $\mathbf{R}_j^{\text{INT}}(k)$ são calculadas utilizando-se o *precoder* da iteração anterior $\boldsymbol{\omega}_j(k)$.

Pelos mesmos motivos que para o algoritmo mBER-TD-DB, introduzimos um coeficiente de adaptação μ de modo a não alterar muito o *precoder* e garantir a convergência do algoritmo. Chegamos, assim, à seguinte equação de adaptação

$$\boldsymbol{\omega}_j(k+1) = (1 - \mu)\boldsymbol{\omega}_j(k) + \mu \frac{\left(\mathbf{R}_j^{\text{INT}}(k) \right)^{-1} \mathbf{R}_j(k) \boldsymbol{\omega}_j(k)}{\left\| \left(\mathbf{R}_j^{\text{INT}}(k) \right)^{-1} \mathbf{R}_j(k) \boldsymbol{\omega}_j(k) \right\|} . \quad (4.35)$$

Analogamente ao caso monousuário, podemos reescrever a equação de adapta-

¹Note que os *precoders* $\boldsymbol{\omega}_j$ são normalizados, i.e., $\|\boldsymbol{\omega}_j\| = 1$.

ção (4.35) como

$$\boldsymbol{\omega}_j(k+1) = \boldsymbol{\omega}_j(k) + \mu \Delta \boldsymbol{\omega}_j(k) , \quad (4.36)$$

com

$$\Delta \boldsymbol{\omega}_j(k) = \frac{\left(\mathbf{R}_j^{\text{INT}}(k)\right)^{-1} \mathbf{R}_j(k) \boldsymbol{\omega}_j(k)}{\left\| \left(\mathbf{R}_j^{\text{INT}}(k)\right)^{-1} \mathbf{R}_j(k) \boldsymbol{\omega}_j(k) \right\|} - \boldsymbol{\omega}_j(k) . \quad (4.37)$$

Observamos que essas duas primeiras etapas do algoritmo são acopladas pelas variáveis $\lambda_j(k)$ e $\boldsymbol{\omega}_j(k)$. Além disso, devemos utilizar um μ pequeno a fim de garantir a convergência do algoritmo. Propomos, então, utilizar $\mu = 0,1$ e iterar várias vezes entre as duas primeiras etapas do algoritmo de modo que $\lambda_j(k)$ e $\boldsymbol{\omega}_j(k)$ convirjam. Assim, para potências de transmissão $p_j(k)$ fixas, a atualização dos *precoders* $\boldsymbol{\omega}_j(k)$ muda um pouco as SINR $\gamma_j(k)$ que, por sua vez, alteram um pouco os valores de $\lambda_j(k)$. Essa pequena mudança nos $\lambda_j(k)$ também conduz a pequenas alterações nas matrizes $\mathbf{R}_j(k)$ e $\mathbf{R}_j^{\text{INT}}(k)$ e, conseqüentemente, a novos $\boldsymbol{\omega}_j(k)$ que são próximos dos iniciais.

As duas primeiras etapas do algoritmo podem ser vistas como um algoritmo que, a partir de um conjunto de potências de transmissão $p_j(k)$, é capaz de encontrar os *precoders* $\boldsymbol{\omega}_j(k+1)$ e os multiplicadores de Lagrange $\lambda_j(k+1)$ “ótimos”, no sentido de anular a derivada do critério (4.8) em relação a $\boldsymbol{\omega}_j$ e a p_j . A única derivada que ainda poderia ser não-nula seria aquela em relação a λ_j . Neste caso, as restrições não seriam verificadas. Teríamos, portanto, uma solução, dada por $\boldsymbol{\omega}_j(k+1)$ e $p_j(k)$, que seria “ótima” para alvos específicos, mas não para aqueles desejados.

A terceira etapa do algoritmo corresponde à atualização das potências de transmissão para verificar as restrições. Como já mencionado, propomos duas aproximações para realizar essa atualização: considerar apenas a influência da potência de transmissão que intervém no numerador da expressão (4.4) e linearizar a função Q a fim de encontrar o valor aproximado desta potência que verifica a restrição. Obtemos, assim, a seguinte equação para atualização das potências de transmissão

$$p_j(k+1) = p_j(k) + \alpha \frac{g_j(p_j(k))}{\left. \mathbb{E} \left\{ f(\gamma_j(b)) x_j(b) \right\} \right|_{p_j=p_j(k)}} , \quad (4.38)$$

onde α é o passo de adaptação e utilizamos os novos *precoders* $\boldsymbol{\omega}_k(k+1)$ para calcular a restrição $g_j(p_j(k))$ e a derivada $\frac{\partial g_j}{\partial p_j} = - \mathbb{E} \left\{ f(\gamma_j(b)) x_j(b) \right\}$. O passo de adaptação α foi introduzido para evitar a divergência do algoritmo, uma vez que o método de Newton pode não convergir de acordo com a inicialização escolhida [24].

A atualização das potências de transmissão constitui a terceira e última etapa do algoritmo MU-cBER. Após essa etapa, atualizamos os *precoders* e as potências de transmissão e podemos recomeçar uma nova iteração com esses novos valores até atingir a convergência. A tabela 4.1 mostra o algoritmo MU-cBER proposto. A escolha do coeficiente de adaptação μ e do passo de adaptação α será discutido na seção seguinte com a ajuda de um exemplo.

Finalmente, o teste de parada utilizado é que todas as restrições sejam verificadas, a menos de uma tolerância. Lembrando que $g_u(p_u(k))$ é o erro em relação ao alvo do usuário u , podemos escrever o valor absoluto do erro relativo como $\left| \frac{g_u(p_u(k))}{c_u} \right|$. Logo, o algoritmo pára quando todos esses valores são inferiores a uma dada tolerância $\epsilon_{\text{MU-cBER}}$. Ou, dito de outra maneira, enquanto o erro máximo for superior à tolerância, continuamos a execução, como mostra o passo 6 do algoritmo.

Para terminar, retomamos a inicialização do algoritmo, passo 1 na tabela 4.1. A inicialização do *precoder* de cada usuário é uma inicialização de *máxima diversidade*, como no caso do algoritmo mBER-TD-DB (cf. tabela 3.4), supondo que o usuário se encontra sozinho na célula. Essa inicialização corresponde à utilização de um *precoder diagonal* que simplesmente liga cada antena virtual a uma antena real (cf. figura 4.1). Isto corresponde, para cada usuário, à aplicação de sua técnica de diversidade de transmissão diretamente às antenas reais. Além disso, gostaríamos de inicializar a potência de cada usuário em zero e deixar para o algoritmo a tarefa de aumentá-las, respeitando os alvos. Entretanto, as potências de transmissão intervêm no denominador da função $f(\cdot)$, como mostra a equação (4.14). Logo, propomos inicializar as potências num valor ε próximo de zero. Em seguida, durante a execução do algoritmo, os *precoders* ω_u serão adaptados para reduzir a interferência multiusuário e para criar diversidade, enquanto as potências serão adaptadas para que as BER alvo sejam respeitadas.

4.5 Resultados de Simulação

Consideramos o uso de um arranjo linear com $K=4$ antenas para servir $U=2$ usuários móveis. As antenas são espaçadas de $\lambda_c/2$, onde λ_c é o comprimento de onda da portadora. O *precoder* possui $L=2$ camadas.

Começaremos por um cenário simples, no qual o canal de cada usuário é formado por 2 percursos de Rayleigh de mesmo ganho e mesmo tempo de propagação. As direções dos percursos são mostradas na tabela 4.2.

Para este cenário, simulamos $N_t=30\,000$ blocos de treinamento, utilizados para se obter a solução ótima do algoritmo MU-cBER com uma BER alvo de 10^{-4} para

Tabela 4.2: Características do cenário composto por 2 percursos e 2 usuários

	usuário 1		usuário 2	
	percurso 1	percurso 2	percurso 1	percurso 2
Direção	-35°	-5°	$+25^\circ$	$+55^\circ$
Ganho	-3 dB	-3 dB	-3 dB	-3 dB

ambos os usuários. Utilizamos 10^{-3} como tolerância $\epsilon_{\text{MU-cBER}}$ para o teste de parada. Os demais parâmetros do algoritmo são $\mu = 0,1$, $N_{\omega} = 10$ e $\alpha = 1$.

A figura 4.3(a) mostra a evolução da potências de transmissão de cada usuário, assim como a potência total de transmissão durante a convergências do algoritmo MU-cBER. A evolução da BER de cada usuário durante a convergência é mostrada na figura 4.3(b). Observe que o alvo de ambos os usuários (10^{-4}) é atingido com uma potência de transmissão total de 21,89 dB e que a convergência é rápida.

O desempenho desta solução deve ser comparado ao da solução DBPC, apresentada na seção 2.7.2. Vale a pena lembrar que a solução DBPC utiliza um filtro puramente espacial para cada usuário e que o critério DBPC corresponde à minimização da potência de transmissão com restrições de SINR para cada usuário e não de BER, como é o caso da solução MU-cBER. Logo, a solução DBPC pode ser vista como o equivalente multiusuário do *beamforming* puramente espacial clássico (monousuário).

Para comparar a solução DBPC à solução MU-cBER, devemos utilizar alvos de SINR compatíveis com os alvos de BER utilizados na solução MU-cBER. Para tanto, observamos que a solução DBPC tende a anular a interferência multiusuário, resultando num canal de Rayleigh para cada usuário. De acordo com [38], a BER de um canal de Rayleigh é dada por

$$\text{BER}_{\text{Rayleigh}} = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\text{SINR}}{1 + \text{SINR}}} \right). \quad (4.39)$$

Utilizamos, portanto, 37 dB como alvo para os dois usuários, quando do uso do algoritmo DBPC, o que corresponde a um alvo de 10^{-4} em termos de BER. A potência de transmissão total resultante foi de 36,50 dB, isto é, 14,30 dB acima da obtida pela solução MU-cBER. Essa diferença se deve ao fato de que a solução MU-cBER com 2 camadas é capaz de anular a interferência multiusuário, mas também explorar a diversidade presente no canal.

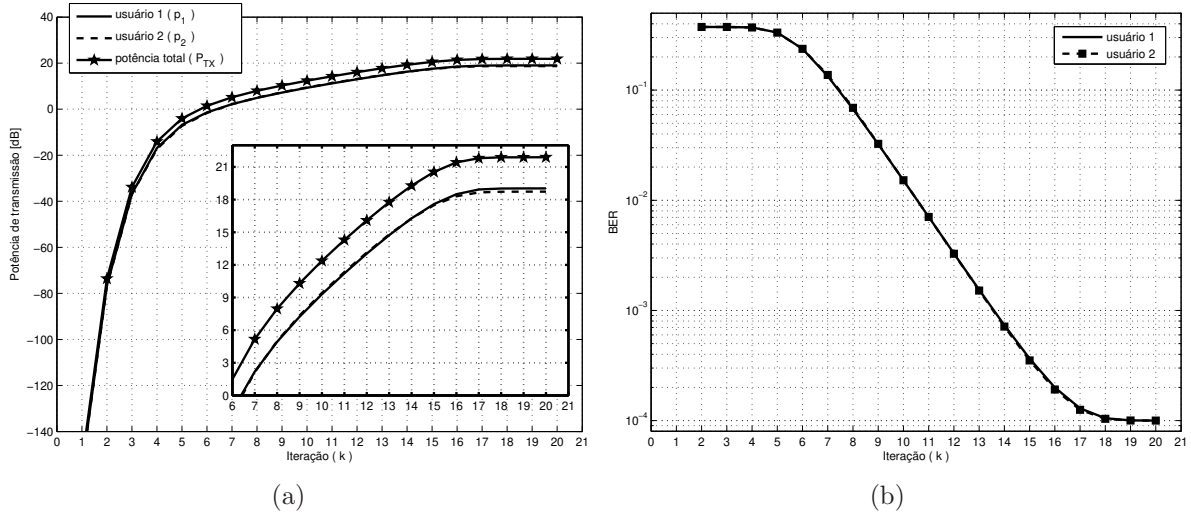


Figura 4.3: Evolução da potência de transmissão (a) e da BER (b) durante a convergência do algoritmo MU-cBER para $K=4$, $L=2$ e uma BER alvo de 10^{-4} .

2 usuários A figura 4.4 mostra o diagrama de radiação de cada usuário, correspondentes à solução DBPC. As linhas tracejadas mostram as direções dos percursos de cada usuário. Vemos que a solução DBPC é capaz de anular completamente a interferência multiusuário, transmitindo na direção de um usuário e não na direção do outro. Isso garante a coexistência dos dois usuários na mesma célula, dobrando a capacidade do sistema.

Já a figura 4.5(a) mostra os diagramas de radiação correspondentes a cada camada do *precoder* do usuário 1. Observamos que ambas as camadas transmitem na direção do usuário 1 e reduzem a poluição gerada na direção do usuário 2, como no caso do DBPC. Contudo, cada camada transmite de modo diferente na direção do usuário 1, o que pode ser visto pela diferença nos diagramas de radiação correspondentes às camadas $l=1$ e $l=2$. Esses dois diagramas diferentes conduzem a duas antenas virtuais que, por um lado, apenas transmitem na direção do usuário 1 e, por outro lado, são quase totalmente descorrelacionadas. De fato, a correlação normalizada entre essas duas antenas virtuais vale 0,03. Conseqüentemente, o canal virtual entre a ERB e o usuário 1 possui uma ordem de diversidade de 2, que é explorada pela técnica de diversidade de transmissão para reduzir a potência de transmissão. O mesmo é válido para o usuário 2, cujas antenas virtuais possuem uma correlação normalizada de 0,15. Esta maior correlação em relação ao usuário 1 explica o fato da potência de transmissão do usuário 2 ser ligeiramente superior a do usuário 1, como mostra a figura 4.3(a).

Este exemplo simples nos permite compreender o funcionamento da solução

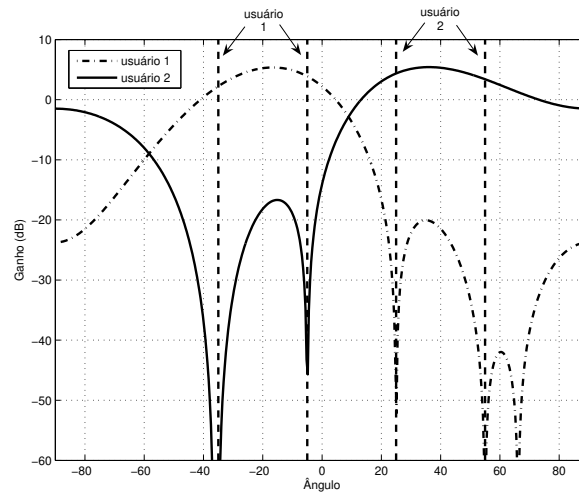


Figura 4.4: Diagrama de radiação da solução *beamforming* puramente espacial DBPC para $K = 4$.

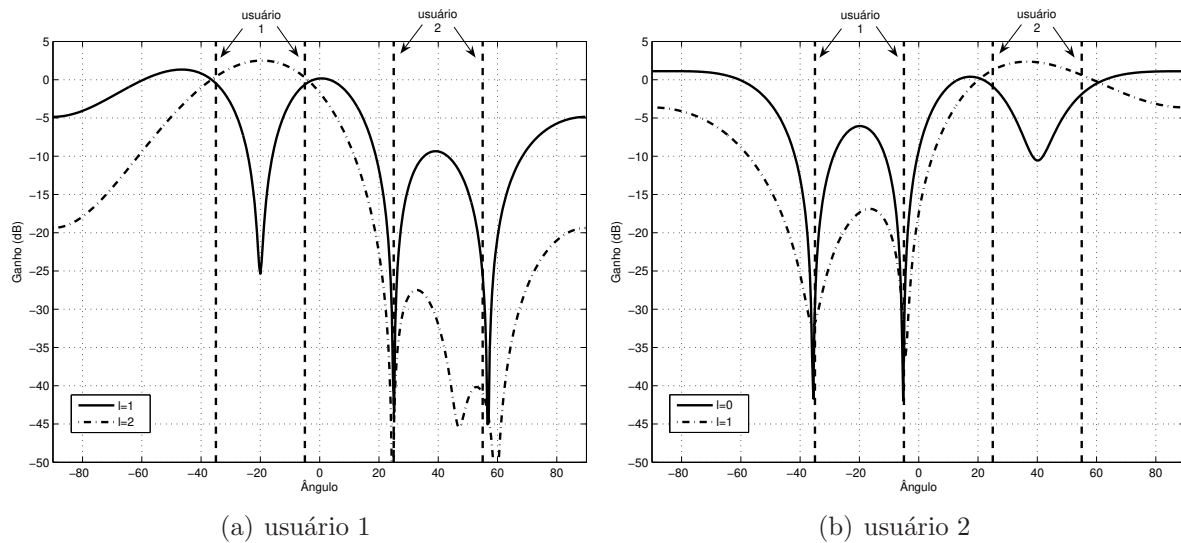


Figura 4.5: Diagrama de radiação da solução MU-cBER para $K = 4$ e $L = 2$. O diagrama de cada camada é mostrado.

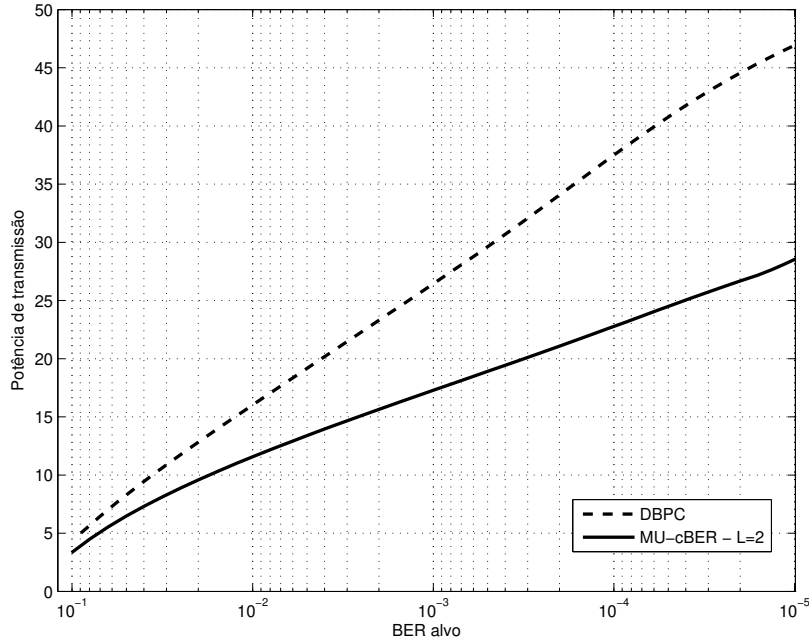


Figura 4.6: Potência de transmissão total dos algoritmos DBPC e MU-cBER ($L = 2$) em função da BER alvo para 2 usuários e $K = 4$.

MU-cBER. Essa solução é capaz de servir vários usuários, mas, além disso, cada transmissão monousuário resultante possui antenas virtuais cujos canais apresentam uma ordem de diversidade elevada.

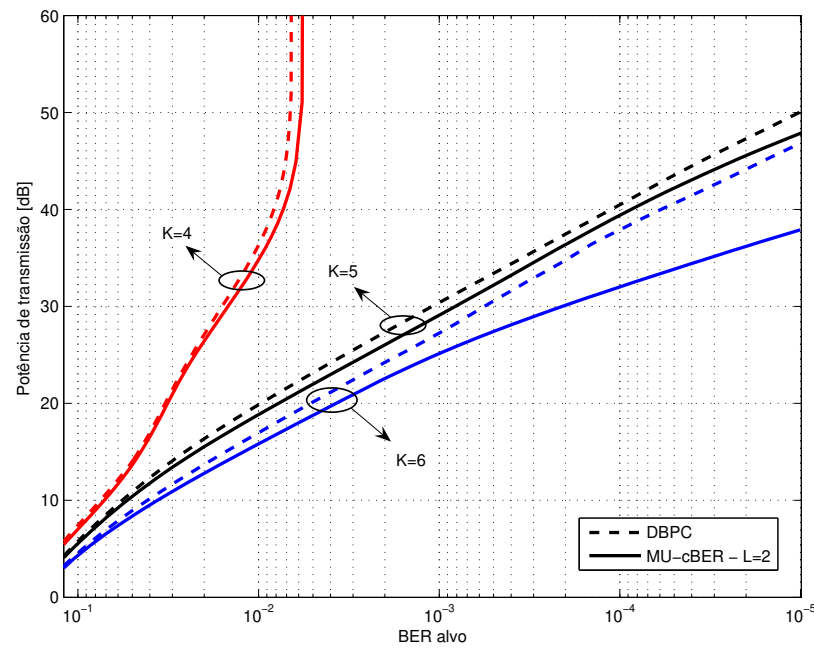
Finalmente, a figura 4.6 mostra a evolução da potência de transmissão total das duas técnicas em função da BER alvo. Notamos um ganho significativo de potência entre a solução MU-cBER e DBPC, de 4,5 dB em 10^{-2} até 18,5 dB em 10^{-5} . Esse ganho mostra a vantagem obtida pela técnica MU-cBER, ao explorar a diversidade de transmissão.

3 usuários Consideramos aqui o mesmo cenário composto de 2 percursos, mas passamos agora a 3 usuários. A tabela 4.3 mostra a direção dos percursos de cada usuário, assim como os respectivos ganhos. Mantivemos o mesmo número de camadas no *precoder* ($L = 2$) e os mesmos parâmetros do algoritmo MU-cBER. Entretanto, variamos o número de antenas entre 4 e 6, com o objetivo de analisar o comportamento das soluções MU-cBER e DBPC.

A figura 4.7 mostra a evolução da potência de transmissão total em função da BER alvo para as duas técnicas. Consideramos a mesma BER alvo para ambos os usuários. Para $K = 4$ antenas, observamos que o desempenho das duas soluções são muito próximos, diferindo apenas na BER limite. A BER limite é definida como

Tabela 4.3: Características do cenário composto por 2 percursos e 3 usuários

	usuário 1		usuário 2		usuário 3	
	percurso 1	percurso 2	percurso 1	percurso 2	percurso 1	percurso 2
Direção	-95°	-65°	-15°	$+15^\circ$	$+35^\circ$	$+65^\circ$
Ganho	-3 dB	-3 dB	-3 dB	-3 dB	-3 dB	-3 dB

**Figura 4.7:** Potência de transmissão total dos algoritmos DBPC e MU-cBER ($L=2$) para 3 usuários em função da BER alvo e do número de antenas (K).

a BER mínima atingida para uma potência de transmissão infinita. Esse limite se deve à interferência multiusuário residual, que não foi completamente anulada devido ao reduzido número de antenas em relação ao número de percursos interferentes (4, neste cenário).

Quando passamos para $K = 5$ antenas, essa limitação deixa de existir e voltamos a encontrar o mesmo comportamento que no caso de 2 usuários e 4 antenas. Com 5 antenas, o arranjo é capaz de anular 4 direções, o que corresponde aos 4 percursos interferentes. Observamos, então, um pequeno ganho de potência no caso da técnica MU-cBER em relação ao DBPC. Este ganho se deve a exploração da diversidade criada pela técnica MU-cBER, sendo muito mais pronunciado quando passamos para $K = 6$ antenas, pois o grau de liberdade adicional é completamente traduzido em ganho de diversidade. Esse ganho adicional, devido ao uso da diversidade de transmissão, é de 2 dB em 10^{-3} , de 6 dB em 10^{-4} e de 9 dB em 10^{-5} .

4.5.1 Canal Seletivo em Frequência

O canal seletivo em frequência utilizado nesta seção é aquele apresentado em [33] e já utilizado num contexto monousuário na seção 3.6.4.2. Este canal é formado por 9 percursos espalhados em 8 períodos de símbolo, como mostra a tabela 3.5, para uma direção nominal de 0° e um espalhamento angular de 20° . Consideramos o mesmo espalhamento angular de 20° para todos os usuários, mas a direção nominal do usuário 1 é de -60° enquanto que a do usuário 2 é de 40° .

O *precoder* é composto por $L = 2$ camadas. Como o canal é seletivo em frequência, deve-se utilizar o DTD como técnica de diversidade de transmissão. Como mostrado na seção 3.5.4.3, o conjunto formado pela diversidade de transmissão e pelo *precoder* corresponde, neste caso, a um filtro espaço-temporal em transmissão para cada usuário. Salientamos que o canal já possui uma diversidade temporal que poderia ser explorada por uma única antena na ERB. Contudo, o uso de um arranjo é obrigatório para se separar os diferentes usuários no domínio espacial. O arranjo de antenas abre também a possibilidade de explorar a diversidade espacial do canal, aumentando a ordem de diversidade global.

A figura 4.8 mostra a evolução da potência de transmissão total em função da BER para as duas técnicas simuladas. Antes de analisar os resultados, notamos que, neste caso, não existe uma expressão para transformar a BER alvo em SINR alvo, a ser utilizada pela técnica DBPC. Logo, representamos a potência de transmissão em função da BER medida a partir dos blocos de dados para as duas técnicas. Notamos, entretanto, que a técnica MU-cBER consegue garantir a BER alvo pedida. Assim, a BER representada na figura 4.8 corresponde à BER alvo (e também à BER medida) no caso da técnica MU-cBER e à BER medida no caso da técnica DBPC.

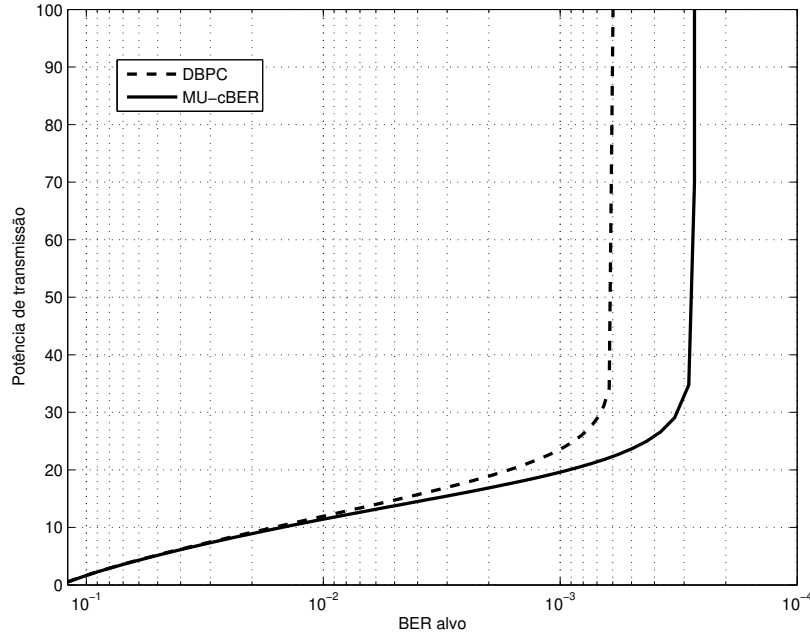


Figura 4.8: Potência de transmissão total dos algoritmos DBPC e MU-cBER ($L=2$) em função da BER alvo para 2 usuários e canal seletivo em frequência.

Neste cenário, observamos um ganho de potência entre as soluções MU-cBER e DBPC de 4 dB em 10^{-3} e de 7,5 dB em 7×10^{-4} . Além disso, observamos que a técnica DBPC não consegue atingir uma BER de 6×10^{-4} (ou inferior), enquanto a solução MU-cBER atinge BERs tão baixas quanto $2,7 \times 10^{-4}$. Essa limitação, para ambas as técnicas, vem da interferência entre os usuários, que não é completamente anulada devido ao reduzido número de antenas em relação ao número de percursos de cada usuário. Conseqüentemente, mesmo para uma potências infinita (ou, equivalentemente, ruído térmico desprezível), o nível de interferência multiusuário permanece o mesmo, o que conduz a uma BER mínima. No cenário considerado, é impossível obter melhores desempenhos do que esta BER mínima. Por outro lado, a técnica MU-cBER apresenta uma BER mínima mais de duas vezes menor do que do DBPC.

4.6 Idéias e Perspectivas

4.6.1 Algumas Considerações sobre a Convergência

Uma análise rigorosa da convergência do algoritmo MU-cBER é complexa. Além disso, a falta de soluções analíticas para o critério proposto torna difícil esta análise.

No entanto, efetuamos uma análise preliminar do algoritmo proposto tendo em vista sua convergência, apresentada a seguir.

Lembremos que o algoritmo MU-cBER é composto por duas partes, sendo que a primeira corresponde ao *loop* em ω_u e λ_u , representada pelo passo 2 do algoritmo ; e a segunda corresponde à atualização dos p_u , representada pelos passos 3 a 5.

A primeira parte pode ser encarada como um algoritmo à parte, que, para um dado conjunto de potências de transmissão, obtém os ω_u e λ_u no sentido de anular a derivada do critério em relação a ω_u e a p_u , equações (4.17) e (4.25), respectivamente. Assim, a cada iteração, o cálculo de ω_u e de λ_u altera ligeiramente cada uma dessas variáveis, de modo a anular completamente as derivadas (4.17) e (4.25). Por outro lado, a derivada do critério em relação aos multiplicadores de Lagrange não é necessariamente nula, o que implica que as BER alvo não são necessariamente verificadas. A solução assim encontrada, dada pelos p_u do instante e os ω_u calculados, corresponde a um ponto ótimo do critério enunciado para valores específicos das restrições, ou seja, BERs obtidas diferentes das BER alvo.

A segunda parte do algoritmo é responsável pela atualização das potências de transmissão a fim de que as BER se aproximem dos alvos. Dito de outra forma, quando utilizamos este novo conjunto de potências de transmissão para calcular os *precoders* ω_u , a solução encontrada corresponde a BERs ainda mais próximos dos alvos.

Esta análise preliminar evidencia o princípio de funcionamento do algoritmo MU-cBER como duas partes que, uma de cada vez, adaptam os *precoders* ω_u e as potências p_u para otimizar o critério proposto. Tal análise não prova a convergência do algoritmo, mas fornece elementos que podem ser utilizados para fazê-lo no futuro.

4.6.2 Versão Adaptativa

Duas observações nos levaram a propor uma versão adaptativa do algoritmo MU-cBER. A primeira, de caráter mais prático, concerne a variação do canal com o tempo devido ao deslocamento do móvel. Esta tem o efeito de mudar as direções dos percursos que ligam a estação rádio-base ao móvel. Pode ainda ocorrer o desaparecimento de alguns percursos e o surgimento de outros, de forma dinâmica. Portanto, é importante esquecer o passado distante e se interessar apenas por um período mais ou menos curto do passado próximo para inferir as características do canal. A segunda observação, que tem como base a complexidade de implementação, diz respeito ao grande número de blocos sobre os quais devemos efetuar a média (no lugar das esperanças do algoritmo) a cada iteração do algoritmo para obter as quantidades necessárias à execução do mesmo.

Na versão adaptativa, as esperanças seriam substituídas por médias com fator de

esquecimento e, a cada novo bloco b , uma única iteração do algoritmo seria realizada para atualizar os *precoders* $\omega_u(b)$ e as potências $p_u(b)$. Note que, agora, o índice de iteração é o índice dos blocos. Desta forma, as matrizes $\mathbf{R}_j$ e $\tilde{\mathbf{R}}_k$, por exemplo, originalmente dadas por (4.19) e (4.20), seriam calculadas como

$$\mathbf{R}_j(b) = \lambda' \mathbf{R}_j(b-1) + \frac{f(\gamma_j(b-1))}{D_j(b-1)} \mathbf{R}_j(b) \quad (4.40)$$

e

$$\tilde{\mathbf{R}}_k(b) = \lambda' \tilde{\mathbf{R}}_k(b-1) + \frac{f(\gamma_k(b-1))}{D_k(b-1)} \gamma_k(b-1) \mathbf{R}_k(b), \quad (4.41)$$

onde λ' é o fator de esquecimento, respeitando a seguinte condição: $0 \ll \lambda' < 1$. As variáveis $\gamma_j(b-1)$ e $D_j(b-1)$ seriam as quantidades *a priori*, calculadas utilizando-se os *precoders* e as potências no instante $b-1$.

A matriz $\mathbf{A}$, a equação (4.27), e os valores $g_j(p_j)$, equação (4.29), seriam calculados de modo análogo, utilizando a BER *a priori* para atualizar as potências.

Logo, a cada novo bloco b , as matrizes de covariância $\mathbf{R}_j(b)$ de todos os usuários seriam estimados e seus valores utilizados para calcular os novos valores de $N_j(b)$, $D_j(b)$, $\gamma_j(b)$, $f(\gamma_j(b))$, $\mathbf{A}(b)$ e da BER *a priori* $\text{BER}_j(b)$. Os multiplicadores de Lagrange $\lambda(b)$ seriam, então, atualizados e seus valores utilizados para obter os novos valores das matrizes $\mathbf{R}_j^{\text{INT}}(b)$. A partir destas matrizes, os *precoders* $\omega_j(b)$ seriam atualizados. Finalmente, as potências $p_j(b)$ seriam atualizadas e os novos valores de $g_j(p_j, b)$ obtidos pela utilização das quantidades previamente calculadas.

4.6.3 Versão Simplificada

Lembramos que o método proposto MU-cBER é baseado na decomposição generalizada em autovalores e autovetores das matrizes de covariância obtidas através de médias ponderadas das MCET estimadas a cada bloco, como mostram as equações (4.19) e (4.20). A mesma observação é válida para a técnica monousuário mBER-TD-DB, proposta na seção 3.6.

Além disso, notamos que as ponderações das matrizes de covariância são tais que os blocos que apresentam melhores BERs são menos representados na matriz de covariância média resultante e os blocos que possuem BERs mais elevadas são mais representados na média. Poderíamos, então, tentar simplificar essas ponderações, dadas por $f(\gamma_b)$ no caso monousuário e por $\frac{f(\gamma_j(b))}{D_j(b)}$ e $\frac{f(\gamma_k(b))}{D_k(b)} \gamma_k(b)$ no caso multiusuário, por funções mais simples da relação sinal ruído $\gamma_j(b)$ ou ainda por simples limiares. Desta forma, obteríamos algoritmos mais simples e menos complexos computacional-

mente, mas, provavelmente, ao preço de uma degradação no desempenho da solução assim obtida.

4.7 Conclusão

Neste capítulo, propusemos a utilização de um *precoder* composto de várias camadas aliado a uma técnica de diversidade de transmissão, com o objetivo de reduzir a potência de transmissão necessária para garantir a BER alvo dos usuários em relação à estrutura clássica (que utilizaria um filtro puramente espacial). Essa redução é obtida graças à diversidade adicionada ao enlace.

Para explorar da melhor maneira possível esta estrutura, propusemos uma técnica, chamada *Multi-User constrained BER* (MU-cBER), baseada na minimização da potência de transmissão sujeito a restrições sobre a BER de cada usuário. Esta técnica é uma extensão da técnica monousuário mBER-TD-DB, proposta da seção 3.6. Como esta última, a técnica MU-cBER não se limita ao caso de canais Rayleigh ou de modulações específicas, adaptando-se automaticamente à distribuição do canal a fim de minimizar a potência de transmissão.

Os resultados de simulação mostram que a utilização da técnica MU-cBER leva a um ganho significativo de potência em relação à técnica puramente espacial DBPC. Este ganho provém da exploração da diversidade espacial criada pelo *precoder*.

5

Conclusões e Perspectivas

Neste trabalho, estudamos como utilizar, da melhor maneira possível, um arranjo de antenas na estação rádio-base para transmitir para um ou vários usuários móveis. Para tal, apresentamos a dicotomia existente entre as técnicas clássicas de diversidade de transmissão e aquelas de *beamforming* em transmissão. Propusemos, então, um novo esquema de transmissão que concilia diversidade de transmissão e *beamforming* em transmissão pela utilização de um *precoder* composto de vários filtros puramente espaciais. Esse *precoder* transforma o arranjo de antenas num arranjo virtual, no qual as antenas (virtuais) possuem uma ordem de diversidade elevada. Essa diversidade é então explorada por uma técnica clássica de diversidade de transmissão. Além disso, o *precoder* serve de interface entre os sinais na saída desta técnica de diversidade e as antenas reais, tendo a tarefa de conformar o diagrama de radiação em transmissão.

O uso do esquema de transmissão proposto, com um *precoder* entre o arranjo de antenas e a técnica de diversidade de transmissão, requer novas técnicas capazes de explorar o potencial oferecido por este esquema. Assim, no capítulo 3, apresentamos duas técnicas para se calcular o *precoder* para uma técnica de diversidade de transmissão qualquer, desde que ela seja capaz de atingir *full diversity*, como é o caso, por exemplo, dos códigos de bloco espaço temporais (STBC) ou da técnica *delay transmit diversity* (DTD).

A primeira técnica proposta é baseada num critério de mínimo de variância, o que corresponde à minimização da variância da potência em recepção. Este critério tem o objetivo de melhorar o desempenho pela redução da BER para uma dada potência de transmissão na estação rádio-base. O algoritmo e a técnica resultantes são chamados

de CPA (*Constant Power Approach*). Contudo, o desempenho dessa técnica depende fortemente do ajuste de um parâmetro (β), que controla a importância dada à diretividade em relação à diversidade. Porém, esse parâmetro não pode ser ajustado de forma automática em função da potência de transmissão disponível, como seria desejável para se atingir a BER mínima em todos os casos.

Para superar essa dificuldade, propusemos um segundo critério baseado diretamente na minimização da BER em recepção, para uma dada potência de transmissão. A técnica, assim obtida, chamada de mBER-TD-DB (*minimum BER-Transmit Diversity-Downlink Beamforming*), é capaz de ajustar de maneira automática o compromisso entre diretividade e diversidade para minimizar a BER. Mostramos, ainda, através de resultados de simulações, os ganhos obtidos com esta técnica em relação a técnicas clássicas de *beamforming* em transmissão ou diversidade de transmissão.

No capítulo 4, propusemos uma extensão da técnica mBER-TD-DB ao contexto multiusuário, no qual faz mais sentido minimizar a potência de transmissão, respeitando-se BER alvos para cada usuário, do que minimizar a BER dos usuários para uma dada potência de transmissão. Partindo desse critério, propusemos um algoritmo iterativo para se obter a solução ótima, chamado MU-cBER (*Multi-User constrained BER*). Esse algoritmo adapta conjuntamente os *precoders* e as potências de transmissão dos usuários de maneira a minimizar a potência total de transmissão, respeitando as BER alvo dos usuários. A solução, assim obtida, permite completar o *beamforming* clássico com diversidade de transmissão. O uso dessa nova abordagem conduz a ganhos significativos em termos de potência de transmissão em relação às técnicas de *beamforming* multiusuário clássicas.

No que concerne o algoritmo MU-cBER, também apresentamos algumas idéias e elementos que poderiam compor a base de uma prova de convergência desse algoritmo, assim como a idéia fundamental por trás de uma versão adaptativa.

Como continuidade dos trabalhos desenvolvidos, vislumbramos a simplificação dos algoritmos mBER-TD-DB e MU-cBER através da substituição das ponderações utilizadas para efetuar a média das matrizes de covariância por funções mais simples ou mesmo por simples limiares, assim como o desenvolvimento de versões adaptativas desses algoritmos. Outros aspectos interessantes seriam o estudo mais detalhado da convergência dos algoritmos e o estudo da influência do número de blocos de treinamento no desempenho da solução obtida. Em relação a esse último ponto, seria desejável avaliar o desempenho da solução obtida com um número reduzido de blocos de treinamento em condições de simulação mais próximas à prática. Finalmente, pretendemos avaliar o ganho resultante da utilização da técnica MU-cBER em termos da capacidade dos sistemas celulares.

Referências Bibliográficas

- [1] S. M. Alamouti. “A Simple Transmit Diversity Technique for Wireless Communications”. *IEEE Journal on Select Areas in Communications*, volume 16, nº 8, págs. 1451–1458, outubro de 1998. citado na(s) página(s): 10, 71
- [2] J. B. Andersen. “Antenna Arrays in Mobile Communications: Gain, Diversity, and Channel Capacity”. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, volume 42, nº 2, págs. 12–16, abril de 2000. citado na(s) página(s): 6
- [3] J. B. Andersen. “Array Gain and Capacity for Known Random Channels with Multiple Element Arrays at Both Ends”. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, volume 18, nº 11, págs. 2172–2178, novembro de 2000. citado na(s) página(s): 6
- [4] G. Andrieux. *Techniques d’émission multi-antennes pour les systèmes de radio-communications à duplex temporel*. Tese de Doutorado, Université de Nantes, Nantes, França, 2004. citado na(s) página(s): 15
- [5] T. Asté. *Méthodes de traitement d’antenne adaptatives pour un système de communications numériques radiomobiles de type GSM*. Tese de Doutorado, Conservatoire National des Arts et Métiers, Paris, França, 1998. citado na(s) página(s): 16
- [6] T. Asté, P. Forster, L. Féty e S. Mayrargue. “Downlink Beamforming Avoiding DOA Estimation for Cellular Mobile Communications”. *Proc. of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP’98)*, Seattle, EUA, maio de 1998. citado na(s) página(s): 16
- [7] T. Asté, L. Féty, P. Forster e S. Mayrargue. “Downlink Beamforming for Cellular Mobile Communications (GSM system)”. *Annales des Télécommunications*, volume 53, nº 11-12, págs. 435–448, dezembro de 1998. citado na(s) página(s): 15, 16
- [8] M. G. Bellanger. *Adaptive Digital Filters*. Marcel Dekker, 2ª ed., 2001. citado na(s) página(s): 95

- [9] J. Bertrand e P. Forster. “Optimal weights computation of an emitting antenna array - the Obele algorithm”. *IEEE Transactions on Signal Processing*, volume 51, nº 7, págs. 1716–1721, julho de 2003. citado na(s) página(s): 28
- [10] J. Capon. “High-Resolution Frequency-Wavenumber Spectrum Analysis”. *Proceeding of the IEEE*, volume 57, nº 8, págs. 1408–1418, agosto de 1969. citado na(s) página(s): 16
- [11] J. K. Cavers. “Optimized use of diversity modes in transmitter diversity systems”. *Proc. of 49th IEEE Vehicular Technology Conference (VTC’99)*, volume 3, págs. 1768–1773. Houston, EUA, junho de 1999. citado na(s) página(s): 61, 63, 64, 65, 68
- [12] R. T. Derryberry, S. D. Gray, D. M. Ionescu, G. Mandyam e B. Raghothaman. “Transmit diversity in 3G CDMA systems”. *IEEE Communications Magazine*, volume 40, nº 4, págs. 68–75, abril de 2002. citado na(s) página(s): 11
- [13] C. Farsakh e J. A. Nossek. “Spatial Covariance Based Downlink Beamforming in an SDMA Mobile Radio System”. *IEEE Transactions on Communications*, volume 46, nº 11, págs. 1497–1506, novembro de 1998. citado na(s) página(s): 28
- [14] R. de Francisco e D. T. M. Slock. “Spatial Transmit Prefiltering for Frequency-Flat MIMO Transmission with Mean and Covariance Information”. *Conference Record of the Thirty-Ninth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, págs. 371–375. Pacific Grove, EUA, novembro 2005. citado na(s) página(s): 68
- [15] S. Frattasi, H. Fathi, F. H. P. Fitzek, R. Prasad e M. D. Katz. “Defining 4G technology from the user’s perspective”. *IEEE Network*, volume 20, nº 1, págs. 35–41, fevereiro de 2006. citado na(s) página(s): 17
- [16] J. Fu, Y.-H. Kim, Y.-S. Park e J. Wang. “A Novel Power Allocation Scheme for Orthogonal Space-Time Block Code Systems”. *IEEE Communications Letters*, volume 10, nº 4, págs. 272–274, abril de 2006. citado na(s) página(s): 63
- [17] D. Gerlach e A. Paulraj. “Adaptive transmitting antenna arrays with feedback”. *IEEE Signal Processing Letters*, volume 1, nº 10, págs. 150–152, outubro de 1994. citado na(s) página(s): 14
- [18] D. Gerlach e A. Paulraj. “Adaptive Transmitting Antenna Methods for Multipath Environments”. *Proc. of IEEE Global Telecommunications Conference (Globecom’94)*, volume 1, págs. 425–429. São Francisco, EUA, dezembro de 1994. citado na(s) página(s): 14
- [19] L. C. Godara. “Application of antenna arrays to mobile communications, Part I: Performance improvement, feasibility, and system considerations”. *Proceedings of the IEEE*, volume 85, nº 7, págs. 1031–1060, julho de 1997. citado na(s) página(s): 1

- [20] L. C. Godara. “Application of antenna arrays to mobile communications, Part II: Beam-forming and direction-of-arrival considerations”. *Proceedings of the IEEE*, volume 85, nº 8, págs. 1195–1245, agosto de 1997. citado na(s) página(s): 1
- [21] D. N. Godard. “Self-Recovering Equalization and Carrier Tracking in Two-Dimensional Data Communication Systems”. *IEEE Transactions on Communications*, volume 28, nº 11, págs. 1867–1875, novembro de 1980. citado na(s) página(s): 73
- [22] J. Goldberg e J. R. Fonollosa. “Downlink Beamforming for Cellular Mobile Communications”. *Proc. of IEEE Vehicular Technology Conference (VTC’97)*, volume 2, págs. 623–636. Phoenix, EUA, maio de 1997. citado na(s) página(s): 16
- [23] G. H. Golub e C. F. Van Loan. *Matrix Computations*. The Johns Hopkins University Press, 3ª ed., 1996. citado na(s) página(s): 41, 77, 121
- [24] S. Haykin. *Adaptive Filter Theory*. Prentice Hall, 3ª ed., 1996. citado na(s) página(s): 76, 95, 119, 122
- [25] K. Hugl. *Spatial Channel Characteristics for Adaptive Antenna Downlink Transmission*. Tese de doutorado, Technischen Universität Wien, Viena, Áustria, 2002. citado na(s) página(s): 16, 28
- [26] K. Hugl, J. Laurila e E. Bonek. “Downlink Beamforming for Frequency Division Duplex Systems”. *Proc. of IEEE Global Telecommunications Conference (Globecom’99)*, volume 4, págs. 2097–2101. Rio de Janeiro, Brasil, dezembro de 1999. citado na(s) página(s): 16
- [27] K. Hugl, J. Laurila e E. Bonek. “Transformation Based Downlink Beamforming Techniques for Frequency Division Duplex Systems”. *Proc. of IEICE International Symposium on Antennas and Propagation (ISAP’2000)*, págs. 1529–1532. Fukuoka, Japão, agosto de 2000. citado na(s) página(s): 17
- [28] W. C. Jakes. “A Comparison of Specific Space Diversity Techniques for Reduction of Fast Fading in UHF Mobile Radio Systems”. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, volume 20, nº 4, págs. 81–92, novembro de 1971. citado na(s) página(s): 9
- [29] W. C. Jakes. *Microwave Mobile Communications*. IEEE Press, New York, 1974. citado na(s) página(s): 6
- [30] G. Jöngren, M. Skoglund e B. Ottersten. “Combining Beamforming and Orthogonal Space-Time Block Coding”. *IEEE Transactions on Information Theory*, volume 48, nº 3, págs. 611–627, março 2002. citado na(s) página(s): 68
- [31] Y.-C. Liang e F. P. S. Chin. “Downlink Channel Covariance Matrix (DCCM) Estimation and Its Applications in Wireless DS-CDMA Systems”. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, volume 19, nº 2, págs. 222–232, fevereiro de 2001. citado na(s) página(s): 16

- [32] J. Liberti e T. S. Rappaport. *Smart Antennas for Wireless Communications*. Prentice Hall, 1ª ed., 1999. citado na(s) página(s): 1
- [33] P. Pajusco. “Experimental Characterization of D.O.A. at the Base Station in Rural and Urban Area”. *Proc. of IEEE Vehicular Technology Conference (VTC’98)*, volume 2, págs. 993–997. Ottawa, Canadá, maio de 1998. citado na(s) página(s): 104, 105, 129
- [34] A. Paulraj, R. Nabar e D. Gore. *Introduction to Space-Time Wireless Communications*. Cambridge University Press, 1ª ed., 2003. citado na(s) página(s): 1, 10, 57, 59
- [35] K. I. Pedersen, P. E. Mogensen e B. H. Fleury. “Spatial channel characteristics in outdoor environments and their impact on BS antenna system performance”. *Proceedings of the 48th IEEE Vehicular Technology Conference (VTC 98)*, volume 2, págs. 719–723. Ottawa, Canadá, maio de 1998. citado na(s) página(s): 9
- [36] J. G. Proakis. *Digital Communications*. McGraw-Hill, 2ª ed., 1989. citado na(s) página(s): 10, 81, 92
- [37] B. Raghothaman, R. T. Derryberry e G. Mandyam. “Transmit adaptive array without user-specific pilot for 3G CDMA”. *Proc. of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP’00)*, volume 5, págs. 3009–3012. Istanbul, Turquia, junho de 2000. citado na(s) página(s): 11
- [38] T. S. Rappaport. *Wireless Communications: Principles & Practice*. Prentice Hall, 2ª ed., 2001. citado na(s) página(s): 6, 124
- [39] F. Rashid-Farrokhi, K. J. Ray Liu e L. Tassiulas. “Transmit Beamforming and Power Control for Cellular Wireless Systems”. *IEEE Journal on Sel. Areas in Communications*, volume 16, nº 8, págs. 1437–1450, outubro de 1998. citado na(s) página(s): 28, 36
- [40] M. Schubert e H. Boche. “Solution of the Multiuser Downlink Beamforming Problem With Individual SINR Constraints”. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, volume 53, nº 1, págs. 18–28, janeiro de 2004. citado na(s) página(s): 28
- [41] N. Seshadri e J. H. Winters. “Two signaling schemes for improving the error performance of frequency-division-duplex (FDD) transmissions systems using transmitter antenna diversity”. *Proc. of IEEE Vehicular Technology Conference (VTC’93)*, págs. 508–511. Secausus, EUA, maio de 1993. citado na(s) página(s): 10
- [42] N. Seshadri e J. H. Winters. “Two Signaling Schemes for Improving the Error Performance of Frequency-Division-Duplex (FDD) Transmission Systems Using

- Transmitted Antenna Diversity”. *International Journal of Wireless Information Networks*, volume 1, nº 1, págs. 24–47, janeiro de 1994. citado na(s) página(s): 10
- [43] D.-S. Shiu, G. J. Foschini, M. J. Gans e J. M. Kahn. “Fading correlation and its effects on the capacity of multi-element antenna systems”. *IEEE Transactions on Communications*, volume 48, nº 3, págs. 502–513, março de 2000. citado na(s) página(s): 81, 82, 101
- [44] P. Suvikunnas, P. Vainikainen e K. Hugl. “The Comparison Methods of Different Geometric Configurations of Adaptive Antennas”. *Proc. of 4th European Personal Mobile Communications Conference (EPMCC'2001)*, Viena, Áustria, 2001. citado na(s) página(s): 7
- [45] V. Tarokh, H. Jafarkhani e A. R. Calderbank. “Space-Time Block Codes from Orthogonal Designs”. *IEEE Transactions on Information Theory*, volume 45, nº 5, págs. 1456–1467, julho de 1999. citado na(s) página(s): 10, 72
- [46] V. Tarokh, N. Seshadri e A. R. Calderbank. “Space-time codes for high data rate wireless communications: performance criterion and code construction”. *IEEE Transactions on Information Theory*, volume 44, nº 2, págs. 744–765, março de 1998. citado na(s) página(s): 10
- [47] P. Tejera, W. Utschick, G. Bauch e J. A. Nossek. “Extended orthogonal STBC for OFDM with partial channel knowledge at the transmitter”. *Proc. of IEEE International Conference on Communications*, volume 5, págs. 2990–2994. Paris, França, junho 2004. citado na(s) página(s): 68
- [48] H. L. Van Trees. *Optimum Array Processing. Part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory*. Wiley, 1ª ed., 2002. citado na(s) página(s): 1
- [49] R. Vishwakarma e K. S. Shanmugan. “Performance analysis of transmit antenna diversity in 3G WCDMA system”. *Proc. of IEEE International Conference on Personal Wireless Communications (IPCWC'2000)*, págs. 1–4. Hyderabad, Índia, dezembro de 2000. citado na(s) página(s): 12
- [50] M. Vu e A. Paulraj. “Linear precoding for MIMO channels with non-zero mean and transmit correlation in orthogonal space-time coded systems”. *Proc. of IEEE 60th Vehicular Technology Conference (VTC'2004 Fall)*, volume 4, págs. 2503–2507. Los Angeles, EUA, setembro 2004. citado na(s) página(s): 68
- [51] J. H. Winters. “The Diversity Gain of Transmit Diversity in Wireless Systems with Rayleigh Fading”. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, volume 47, nº 1, págs. 119–123, fevereiro de 1998. citado na(s) página(s): 10
- [52] M. D. Yacoub. *Foundations of mobile radio engineering*. CRC Press, Boca Raton, 1993. citado na(s) página(s): 6, 86

- [53] D. Zanatta Filho. *Algoritmos de Processamento Espacial para Enlaces de Comunicação sem Fio*. Dissertação de mestrado, Universidade de Campinas (UNICAMP), 2002. citado na(s) página(s): 3, 6, 28, 43
- [54] D. Zanatta Filho e L. Féty. “A Fast Algorithm for Joint Downlink Beamforming and Power Control in UMTS Systems”. *Proc. of IEEE International Telecommunications Symposium (ITS'2002)*, Natal, Brasil, setembro de 2002. citado na(s) página(s): 28
- [55] P. Zetterberg. *Mobile Cellular Communications with Base Station Antenna Arrays: Spectrum Efficiency, Algorithms and Propagation Models*. Thèse de Doctorat, Department of Signals, Sensors and Systems, Royal Institute of Technology, Estocolmo, Suécia, 1997. citado na(s) página(s): 15, 16, 28
- [56] S. Zhou e G. B. Giannakis. “Optimal Transmitter Eigen-Beamforming and Space-Time Block Coding Based on Channel Correlations”. *IEEE Transactions on Information Theory*, volume 49, nº 7, págs. 1673–1690, julho de 2003. citado na(s) página(s): 63, 68, 79

Índice de autores

— A —

Alamouti, S. M., 10, 71
Andersen, J. B., 6
Andrieux, G., 15
Asté, T., 15, 16

— B —

Bauch, G., 68
Bellanger, M. G., 95
Bertrand, J., 28
Boche, H., 28
Bonek, E., 16, 17

— C —

Calderbank, A. R., 10, 72
Capon, J., 16
Cavers, J. K., 61, 63–65, 68
Chin, F. P. S., 16

— D —

de Francisco, R., 68
Derryberry, R. T., 11

— F —

Farsakh, C., 28

Fathi, H., 17

Féty, L., 15, 16, 28

Fitzek, F. H. P., 17

Fleury, B. H., 9

Fonollosa, J. R., 16

Forster, P., 15, 16, 28

Foschini, G. J., 81, 82, 101

Frattasi, S., 17

Fu, J., 63

— G —

Gans, M. J., 81, 82, 101

Gerlach, D., 14

Giannakis, G. B., 63, 68, 79

Godara, L. C., 1

Godard, D. N., 73

Goldberg, J., 16

Golub, G. H., 41, 77, 121

Gore, D., 1, 10, 57, 59

Gray, S. D., 11

— H —

Haykin, S., 76, 95, 119, 122

Hugl, K., 7, 16, 17, 28

— I —

Ionescu, D. M., 11

— J —

Jafarkhani, H., 10, 72

Jakes, W. C., 6, 9

Jöngren, G., 68

— K —

Kahn, J. M., 81, 82, 101

Katz, M. D., 17

Kim, Y.-H., 63

— L —

Laurila, J., 16, 17

Liang, Y.-C., 16

Liberti, J., 1

Liu, K. J. Ray, 28, 36

Loan, C. F. Van, 41, 77, 121

— M —

Mandyam, G., 11

Mayrargue, S., 15, 16

Mogensen, P. E., 9

— N —

Nabar, R., 1, 10, 57, 59

Nosseck, J. A., 28, 68

— O —

Ottersten, B., 68

— P —

Pajusco, P., 104, 105, 129

Park, Y.-S., 63

Paulraj, A., 1, 10, 14, 57, 59, 68

Pedersen, K. I., 9

Prasad, R., 17

Proakis, J. G., 10, 81, 92

— R —

Raghothaman, B., 11

Rappaport, T. S., 1, 6, 124

Rashid-Farrokhi, F., 28, 36

— S —

Schubert, M., 28

Seshadri, N., 10

Shanmugan, K. S., 12

Shiu, D.-S., 81, 82, 101

Skoglund, M., 68

Slock, D. T. M., 68

Suvikunnas, P., 7

— T —

Tarokh, V., 10, 72

Tassiulas, L., 28, 36

Tejera, P., 68

Trees, H. L. Van, 1

— U —

Utschick, W., 68

— V —

Vainikainen, P., 7

Vishwakarma, R., 12

Vu, M., 68

— W —

Wang, J., 63

Winters, J. H., 10

— Y —

Yacoub, M. D., 6, 86

— Z —

Zanatta Filho, D., 3, 6, 28, 43

Zetterberg, P., 15, 16, 28

Zhou, S., 63, 68, 79

Trabalhos publicados durante o doutorado:

Artigos de conferência:

1. D. Zanatta Filho, L. Féty e J. M. T. Romano. *Adding Diversity to Multi-User Downlink Beamforming by using BER Constraints*, VI International Telecommunications Symposium (ITS'2006), Fortaleza, Brasil, setembro de 2006
2. D. Zanatta Filho e L. Féty. *Joint Transmit Diversity and Downlink Beamforming by using a Minimum BER Criterion*, VI International Telecommunications Symposium (ITS'2006), Fortaleza, Brasil, setembro de 2006
3. D. Zanatta Filho e C. C. Cavalcante. *Power and Bit Allocation for Link Adaptation in MIMO-OFDM Wireless Systems*, VI International Telecommunications Symposium (ITS'2006), Fortaleza, Brasil, setembro de 2006
4. D. Zanatta Filho, R. R. Lopes, R. Ferrari, M. B. Loiola, R. Suyama, G. Simões, C. Wada, J. M. T. Romano, B. Dortschy e J. Rius i Riu. *The Capacity of Binders for MIMO Digital Subscriber Lines*, VI International Telecommunications Symposium (ITS'2006), Fortaleza, Brasil, setembro de 2006
5. D. Zanatta Filho e L. Féty. *A new Criterion for Transmit Diversity and Beamforming in Mobile Communications*, XXII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT'05), Campinas, Brasil, setembro de 2005
6. L. Féty, D. Zanatta Filho e M. Terré. *A Comparison of Chip Rate MMSE and Symbol Rate MMSE in Multiuser Uplink Long Code DS-CDMA*, The fifth IEEE International Workshop on Signal Processing Advances for Wireless Communications (SPAWC'2004), Lisboa, Portugal, julho de 2004
7. M. Terré, L. Féty, D. Zanatta Filho e N. Hicheri. *Waterfilling for CDMA*, 8th International OFDM Workshop, Hamburgo, Alemanha, setembro de 2003
8. C. Junqueira, J. B. Destro Filho, D. Zanatta Filho, M. B. Loiola e J. M. T. Romano. *GCS: The Flexible GPS Channel Simulator*, GNSS 2003 – The European Navigation Conference, Graz, Áustria, abril de 2003

Artigos de revista:

9. M. Terré, L. Féty, D. Zanatta Filho e N. Hicheri. *OFDM et CDMA, approche unifiée et méthode de conception de séquences d'étalement adaptées au canal*, Revue Traitement de Signal, número 4, dezembro de 2004
10. M. Terré, L. Féty e D. Zanatta Filho. *Les apports du traitement d'antenne pour l'UMTS*, Revue de l'Électricité et de l'Électronique (REE), número 2, fevereiro de 2003

Os trabalhos 1, 2 e 5 se relacionam diretamente com os trabalhos de doutorado relatados nessa dissertação e são colocados em anexo.

A new Criterion for Transmit Diversity and Beamforming in Mobile Communications

Danilo Zanatta Filho and Luc Féty

Abstract— We consider a wireless communication system in which the base station is equipped with an antenna array and the mobile user has a single antenna. Classically, in this configuration, the antenna array at the base station is used to perform either beamforming or transmit diversity. We propose a scheme that exploits the antenna array to perform beamforming in order to maximize the diversity of the channel seen at the receive end, i.e., the mobile user. This scheme is based on the criterion of minimizing the variation of the power received by the mobile user due to fading. Moreover, we propose an adaptive method to optimize this criterion, which is a type of CM (Constant Modulus) criterion.

Keywords— Adaptive antennas, smart antennas, downlink beamforming, transmit beamforming, transmit diversity, downlink diversity, CM, Constant Modulus, CMA, Constant Modulus Algorithm, mobile wireless systems.

I. INTRODUCTION

The evolution of the wireless communication systems towards 3GB (3rd Generation and beyond) is propelled by Internet access and increasing demand for data-based services. Most of these services, such as internet surfing, are downlink-intensive, in opposition to voice services, which demand the same data rate in both directions. These factors lead to an increasing demand for higher system capacity and higher data rates, mostly in the downlink, which can be achieved by a better link quality in terms of higher decoding SNR (Signal to Noise Ratio).

The wireless propagation channel is formed by multiple paths that sum with each other to construct the channel. This sum of multiple paths leads to a fluctuation of the received power in time, which is known as *fading*. Poor performance due to prolonged deep fading of the channel is one of the main problems faced when using the wireless channel.

In order to counteract deep fading, one can benefit from the decorrelation of the channel to combine uncorrelated copies of the same signal. It is very unlikely that all these copies are in a fade simultaneously. Hence, the chance that a deep fading occurs is greatly reduced and, when it occurs, its duration is also reduced when compared to the original scenario of only one copy of the signal. This strategy is called *diversity* and it may be the single most important contributor to reliable wireless communications. Increasing the number of uncorrelated copies of the same signal has the effect of reducing the probability that the combined signal is in a fade.

Danilo Zanatta Filho is with the DSPCom-DECOM-FEEC, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Brazil and the Laboratoire d'Électronique et Communication, Conservatoire National des Arts et Métiers (CNAM), Paris, France. Luc Féty is with the Laboratoire d'Électronique et Communication, Conservatoire National des Arts et Métiers (CNAM), Paris, France. E-mails: daniloz@decom.fee.unicamp.br and fetty@cnam.fr

The number of possible copies is called the *diversity order* of the channel.

It is well established that the use of multiple antennas can improve the performance of a wireless communication system in a fading environment [1], [2]. From the point of view of diversity, the use of multiple antennas increases the diversity order due to spatial uncorrelated copies of the signal, leading to a diversity order greater than one even for flat fading channels. Although multiple antennas may be employed at either the base station (BS), mobile unit (MU), or both, it is most cost effective and practical to employ multiple antennas at the base station only. Hence, this article is restricted to the case of employing multiple antennas at the BS.

The considered case of employing multiple antennas at the BS only has already been contemplated in the literature for receive diversity (RD) in the uplink [2]. The idea is to combine the antennas outputs according to some criterion in order to take advantage of the spatial diversity of the received signal. This is called receive diversity since the diversity is exploited at the receiver. This is a well studied problem in the literature and the main drawbacks to practical implementation are the required computational cost and, mostly, hardware implementation issues.

However, the more challenging problem of profiting from the diversity in the downlink is yet an open problem. Recent works propose to use some processing prior to transmission by the multiple antennas in order to achieve a diversity gain at the MU receiver [3]. Since the processing is done at the transmission side, this scheme is called transmit diversity (TD). With the use of TD, the MU receiver is kept simple (only one antenna) and yet profits from diversity gain. The main theoretical impairment for TD is that the channel is unknown at transmission time.

Among the different schemes for TD proposed in the literature, we can identify two main categories: one based on the knowledge of the downlink channel and another which does not require the knowledge of the downlink channel. The main idea behind the TD scheme without channel knowledge is that each antenna transmit an uncorrelated version of the desired signal. The receiver (MU) can hence combine these different versions of the desired signal in order to profit from the spatial diversity of the multipath channel. Since each antenna is used regardless of the others, the radiation is omnidirectional and it is not possible to perform beamforming. In a multiuser context, this approach has the weakness of generating a high interference level due to omnidirectional radiation. Examples of these schemes, called *open loop TD*, are the delay diversity schemes [4], [5] and space-time codes [6], with the Alamouti scheme [7] being one particular case.

The other approach, which requires the knowledge of the downlink channel, is based on the estimation of this channel by the MU. This information is then fed back to the BS, where the channel estimation is used to carry out TD. Switched transmit diversity [8] and transmit adaptive array [9] are examples of feedback-based TD, also called *close loop TD*. The advantage of using feedback is that the BS can have an estimation of the impulse response of the downlink channel. This knowledge makes possible to the BS to compensate for the phases of each multipath, eliminating thus the fading. There are two drawbacks, however: useful rate reduction and feedback delay. The insertion of training symbols is needed so that channel estimation is possible at the MU. This estimation must be then fed back to the BS using the uplink channel. Although both points imply on useful-rate reduction in both the downlink and uplink, the impact of this rate reduction on the system is not remarkable and it is worthy due to the corresponding gain. On the other hand, the feedback delay, which is the delay between the downlink channel estimation at the MU and its exploitation by the BS, is a more critical issue. This delay makes the feedback approach not very robust in practical conditions since the downlink channel estimation is very likely to be out-of-date at the moment of its use by the BS. Indeed, it only takes the displacement of a fraction of wavelength to cause a significant change of the multipath phases, leading to a completely different fading condition. In this case, trying to compensate for the multipath phases is not possible and may even create a deep fading instead of a milder one.

In this work, we propose a diversity technique that is directly based on the criterion of minimizing the variation of the power received by the MU. This technique uses the second order statistics of the downlink channel. The channel covariance matrix (CCM) is formed from the physical characteristics of the channel (the physical paths), which does not change as quickly as the multipath phases. Hence, we can rely on this relatively stationary information to perform TD. Moreover, the CCM is of much interest since the downlink channel covariance matrix (DCCM) can be estimated directly at the BS, avoiding feedback. For TDD (time division duplex) systems, this is a very straightforward task. Since both links use the same frequency, the uplink channel covariance matrix (UCCM) is identical to the DCCM, and the estimation of the former can be easily obtained from the received signal in the uplink. Although in FDD (frequency division duplex) systems the multiple antenna response (i.e., the steering vector) differs from one link to the other due to their frequency separation, it is possible to estimate the DCCM from the UCCM, as showed by Asté in [10], [11].

Having estimated the DCCM, several works (see for example [12]–[14]) proposes to use this information to perform beamforming by using a purely spatial filter. We propose, however, to use a space-time filter to maximize the diversity order, besides beamforming. We rely on the fact that the MU is already equipped with a temporal equalizer in order to compensate for frequency-selective fading channels, e.g., in macrocells. This equalizer let us take advantage of the channel space diversity by exploiting the spatial decorrelation to emit uncorrelated copies of the desired signal delayed by one or

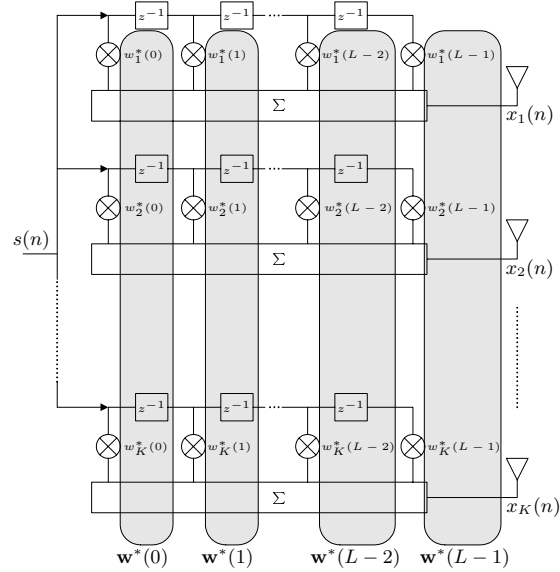


Fig. 1. Transmit Space-Time Filter

more symbol periods. By doing so, we are transforming the *spatial diversity* at the BS side to *time diversity* at the MU side. This conversion is specially useful when the channel is flat-fading, i.e., the time-spread is zero.

The paper is organized as follows. In the next section, the system model used in this work is presented and an expression for the received power by the mobile user is derived. Then, in Section III, we present the proposed criterion and also an adaptive algorithm to find the optimum solution. The results of computer simulations are presented in Section IV, where the performance of the proposed technique is assessed and its behavior is studied. The performance of the proposed algorithm is also compared to more classical techniques. Finally, in Section V, we draw some conclusions and present some open issues.

The following notations are used throughout the paper. Vectors are by default in column orientation, whereas T , H and * stand for transpose, conjugate transpose, and conjugate, respectively. $\|\mathbf{x}\|$ is the 2-norm of vector $\mathbf{x}$, $E\{\cdot\}$ denotes mathematical expectation and $*$ stands for convolution.

II. SYSTEM MODEL

We consider the downlink of a wireless communication system, where the BS is equipped with K antennas and the MU has only one antenna. The TD processing is done by means of a space-time filter, as depicted in Fig. 1. The signal transmitted by the k -th antenna is given by

$$x_k(n) = w_k^*(n) * s(n) = \sum_{l=0}^{L-1} w_k^*(l) s(n-l) \quad (1)$$

where $s(n)$ are the transmitted symbols to the MU and $w_k(n)$ are the coefficients of the temporal equalizer related to antenna k , which is assumed to have length L .

We assume that the signal is transmitted in blocks of length N_b , so that the channel variation during one block of data is insignificant. However, the channel changes from one block to another, characterizing a *block fading channel*.

At a given block t , the received signal $y(n)$ at the MU antenna can be expressed as

$$y(n) = \sum_{k=1}^K h_k(n) * x_k(n) \quad (2)$$

where $h_k(n)$ is the temporal response of the space-time channel, relative to the antenna k , which is assumed to have length D and n is the temporal index within the considered block. We have not represented the index block t for the sake of legibility. This index will be explicitly used in the sequel, when needed.

Rewriting the signal $y(n)$ as

$$y(n) = \sum_{k=1}^K \sum_{i=0}^{D-1} h_k(i) x_k(n-i) \quad (3)$$

and recalling that $x_k(n-i) = \sum_{l=0}^{L-1} w_k^*(l) s(n-i-l)$, we obtain that

$$y(n) = \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=1}^K w_k^*(l) \sum_{i=0}^{D-1} h_k(i) s(n-i-l). \quad (4)$$

Defining $\tilde{s}_k(n-l) \triangleq \sum_{i=0}^{D-1} h_k(i) s(n-i-l)$ and the following column vectors (see Fig. 1)

$$\mathbf{w}(l) = [w_1(l) \ w_2(l) \ \dots \ w_K(l)]^H \quad (5a)$$

$$\tilde{\mathbf{s}}(n-l) = [\tilde{s}_1(n-l) \ \tilde{s}_2(n-l) \ \dots \ \tilde{s}_K(n-l)]^T \quad (5b)$$

we can rewrite (4) as

$$y(n) = \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{w}(l)^H \tilde{\mathbf{s}}(n-l), \quad (6)$$

which can be written in vector notation as

$$y(n) = \mathbf{W}^H \tilde{\mathbf{S}}(n) \quad (7)$$

where

$$\mathbf{W} = [\mathbf{w}(0)^H \ \mathbf{w}(1)^H \ \dots \ \mathbf{w}(L-1)^H]^H \quad (8a)$$

$$\tilde{\mathbf{S}}(n) = [\tilde{\mathbf{s}}(n)^T \ \tilde{\mathbf{s}}(n-1)^T \ \dots \ \tilde{\mathbf{s}}(n-L+1)^T]^T. \quad (8b)$$

The vector $\tilde{\mathbf{S}}(n)$ can be related to the transmitted symbols $s(n)$ in matrix form as shown by (13), where $\mathbf{0}$ is a column vector formed by K zeros and the $K \times D$ matrix $\mathbf{H}_t$ is the space-time response of the channel during the transmission of block t , defined as

$$\mathbf{H}_t = \begin{bmatrix} h_1(0) & h_1(1) & \dots & h_1(D-1) \\ h_2(0) & h_2(1) & \dots & h_2(D-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_K(0) & h_K(1) & \dots & h_K(D-1) \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Defining the vector of transmitted symbols $\mathbf{s}(n)$ and the block diagonal matrix $\mathcal{H}_t$ as in (13), we can write the received signal at the MU for block t as

$$y_t(n) = \mathbf{W}^H \mathcal{H}_t \mathbf{s}_t(n). \quad (10)$$

It is worth recalling that for each block t the channel presents a different fading condition, i.e., it can be in a deep fade or in a reconstruction condition. This condition affects the signal received power and, at last, the SNR of each received block at the MU.

The average power received by the MU during block t is given by

$$\begin{aligned} P_t &= \frac{1}{N_b} \mathbb{E} \{ y_t(n) y_t^*(n) \} \\ &= \frac{1}{N_b} \mathbf{W}^H \mathcal{H}_t \mathbb{E} \{ \mathbf{s}_t(n) \mathbf{s}_t^H(n) \} \mathcal{H}_t^H \mathbf{W}. \end{aligned} \quad (11)$$

Assuming that the transmitted symbols $s(n)$ are i.i.d., we obtain $\mathbb{E} \{ \mathbf{s}_t(n) \mathbf{s}_t^H(n) \} = \sigma_s^2 \mathbf{I}$ and (11) becomes

$$P_t = \frac{\sigma_s^2}{N_b} \mathbf{W}^H \mathcal{R}_t \mathbf{W}, \quad (12)$$

where $\mathcal{R}_t = \mathcal{H}_t \mathcal{H}_t^H$ is the space-time covariance matrix, which has a block hermitian structure.

III. CONSTANT POWER APPROACH

We assume that the MU has only one antenna and it is already equipped with a temporal equalizer. The main idea is to take advantage of the channel space diversity by exploiting the spatial decorrelation to emit uncorrelated copies of the desired signal (by means of the multiple antenna at the BS) delayed by one or more symbol periods. By doing so, the temporal equalizer at the MU can combine this uncorrelated copies to form an estimation of the transmitted signal. By combining these copies, the MU can profit from the channel diversity to counteract the fading. It is worth noting that

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{s}}(n) \\ \tilde{\mathbf{s}}(n-1) \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{s}}(n-L+1) \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{S}}(n)} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{H}_t & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}_t & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{H}_t & \mathbf{0} \end{bmatrix}}_{\mathcal{H}_t} \underbrace{\begin{bmatrix} s(n) \\ s(n-1) \\ s(n-2) \\ s(n-3) \\ \vdots \\ s(n-D+1) \end{bmatrix}}_{\mathbf{s}(n)} \quad (13)$$

the proposed technique transforms the spatial diversity at the BS side into time diversity at the MU side, which can be exploited by a temporal equalizer. Our proposition then takes into account the existent systems and only makes minor changes to increase the diversity gain at the MU side. The performance of the proposed technique is however related to the specific equalizer used at the MU. Here we assume that the MU uses an *ideal* receiver, which is capable of recovering all the signal energy spread across time.

As stated in the previous Section, at each block t a different average power P_t is received by the MU's antenna. The variation of these received powers P_t is caused by the fading. We propose thus to find a (fixed) space-time transmit filter $\mathbf{W}$ that is computed in order that the received power P_t at the MU is as constant as possible over a finite training window. By doing so, we are minimizing the fading effect, i.e., the received power variation. This criterion can be expressed as

$$\mathbf{W}_{\text{opt}} = \arg \min_{\mathbf{W}} \sum_{t=t_i}^{t_f} (\mathbf{W}^H \mathbf{R}_t \mathbf{W} - 1)^2 \quad (14)$$

where t_i and t_f are the initial and final blocks of the training window, respectively.

In order to keep the same transmit power of the single antenna (no transmit filter) case, the optimum transmit filter is normalized

$$\mathbf{W}_{\text{on}} = \frac{\mathbf{W}_{\text{opt}}}{\|\mathbf{W}_{\text{opt}}\|}. \quad (15)$$

This normalized optimum filter $\mathbf{W}_{\text{on}}$ is then used to transmit the subsequent data blocks. In addition, to ensure the desired target SNR at the MU, a power control is done at the BS. We assume that this power control is integrated in the signal $s(n)$, i.e., this signal is already scaled in order that the received power at the MU respects the target SNR.

This novel criterion for transmit diversity is called Constant Power Approach (CPA). This criterion can be optimized by using one of the many optimization techniques existing in the literature. In the following we propose an adaptive algorithm to optimize the proposed criterion. It is not our goal in this work to find the best optimization technique but only to provide one technique in order to assess the performance of the proposed CPA.

A. Obtaining $\mathbf{W}_{\text{opt}}$

One can easily associate (14) with a constant modulus (CM) criterion. This criterion has been for long time investigated and some algorithms to optimize it have been proposed in the literature. All these algorithms are based on the following criterion

$$J_{\text{CMA}} = \arg \min_{\mathbf{W}} \sum_n (\mathbf{W}^H \mathbf{x}(n) \mathbf{x}(n)^H \mathbf{W} - 1)^2. \quad (16)$$

By comparing (16) and (14), one can easily identify the covariance matrix $\mathbf{R}_t$ with the instantaneous signal covariance matrix $\mathbf{x}(n) \mathbf{x}(n)^H$. Thus, there is a fundamental difference between both criteria since the CMA assumes that the matrix $\mathbf{x}(n) \mathbf{x}(n)^H$ has rank 1 while the matrix $\mathbf{R}_t$ can have (and usually has) rank greater than one.

Then, the already existing algorithms, such as the CMA [15], the ACMA [16] and the finite-interval constant modulus algorithm [17], can not be directly used to optimize (14). It is our belief that these algorithms could be modified to optimize (14). In this work, however, we propose a novel algorithm to perform this task.

Based on (14), let us define the cost function to be minimized as

$$J = \sum_{t=t_i}^{t_f} (\mathbf{W}_k^H \mathbf{X}_k(t) - 1)^2, \quad (17)$$

where $\mathbf{X}_k(t) = \mathbf{R}_t \mathbf{W}_k$ and k is the iteration index. This criterion can be easily identified as a MSE (mean square error) criterion. The minimization of this criterion can be done iteratively by using the Newton's method [18].

Thus, applying the Newton's method to (17), we obtain that

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{W}_k - \alpha \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{p}_k \quad (18)$$

where the coefficient α is taken less than 1 to avoid the divergence of the algorithm and

$$\mathbf{R}_k = \sum_{t=t_i}^{t_f} \mathbf{X}_k(t) \mathbf{X}_k(t)^H = \sum_{t=t_i}^{t_f} \mathbf{R}_t \mathbf{W}_k \mathbf{W}_k^H \mathbf{R}_t^H \quad (19a)$$

$$\mathbf{p}_k = \sum_{t=t_i}^{t_f} \mathbf{X}_k(t) = \sum_{t=t_i}^{t_f} \mathbf{R}_t \mathbf{W}_k. \quad (19b)$$

By taking (experimentally) $\alpha = \frac{1}{4}$, we obtain the proposed Constant Power Algorithm (CPA):

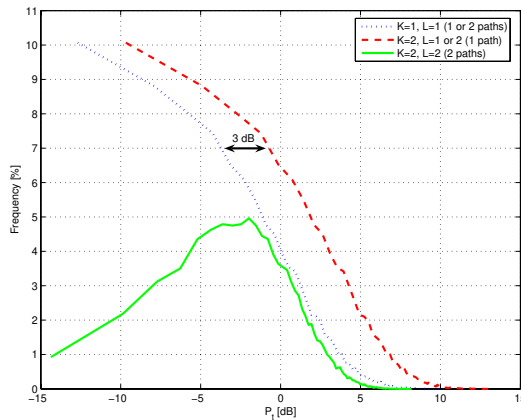
$$\mathbf{W}_{k+1} = \frac{1}{2} \mathbf{W}_k + \frac{1}{2} \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{p}_k. \quad (20)$$

As we have said at the beginning of this Section, we just present an algorithm to optimize the criterion of (14). The analytical convergence of this algorithm has not been proved. Simulations results however indicate that the algorithm converges. Indeed, the algorithm has never diverged in all the many cases simulated.

IV. SIMULATION RESULTS

We consider the downlink of a 120° sector of a cell of a wireless system. The data is transmitted in blocks and we assume, without loss of generality, that the channel realization is independent from one block to another, i.e., the phases of each path varies from one block to another. The BS is equipped with K antennas and, unless specified otherwise, the inter-element distance is $\frac{\lambda_c}{2}$, where λ_c is the carrier wavelength. The transmit space-time filter is $K \times L$ (see Fig. 1), where L is the number of temporal coefficients in each spatial branch. We assume that the instantaneous DCCMs $\mathbf{R}_t$ are perfectly known at the BS, for all t .

In order to assess the performance of the proposed technique, for each *training* block, a different channel was drawn and the corresponding DCCMs $\mathbf{R}_t$ were used as input for the proposed algorithm, which computes the optimum transmit filter $\mathbf{W}_{\text{opt}}$, see (14). The normalized optimum filter $\mathbf{W}_{\text{on}}$, see (15), was then used to compute the received power P_t at the MU for the *data* blocks. With the assumption that the

Fig. 2. Histogram of the received power P_t at the MU antenna.

temporal equalizer of the MU can recover all the symbol energy, the BER (bit error rate) at its output depends only on the received power P_t and not on the particular equivalent temporal channel. For each block, the theoretical BER for a QPSK modulation was calculated based on the corresponding P_t and the white gaussian noise variance σ^2 at the MU antenna.

We have simulated two different channels, a single path channel and a 2 path channel, in order to highlight the diversity gain provided by the proposed technique. In the 2 paths case, both paths have the same delay but arrives at the receiver from two distinct DOAs (direction of arrival). Moreover, both paths have the same average power of 0.5.

Fig. 2 shows the histogram of the received powers P_t for an SNR of 20 dB. It can be seen that for the 1 path channel, the only improvement between $K=1$ and $K=2$ is the 3 dB array gain, i.e., only a shift to the right in the histogram (see the dotted and the dashed curves). In contrast, for the 2 paths channel, the proposed technique with $K=2$ and $L=2$ can benefit from the channel's diversity order of 2, which can be seen by the fact that the received power is more concentrated around its (lower) average value.

Fig. 3 shows the outage probability at SNR of 20 dB, which is the probability that the BER is above a given target BER, i.e., no reliable communication is possible. From Fig. 3, one can see that, for the single path case, there is only a scale factor between the $K=1$ and $K=2$, which reflects the 3 dB array gain. However, for the 2 paths channel, the curve for $K=2$ and $L=2$ (solid curve) shows that the probability of higher BERs is reduced and the BER is more concentrated at lower values, when compared to the single antenna case (dotted curve). The outage probability at 10^{-2} are 5.122 % for $K=1$, 2.671 % for $K=2$ (one path) and 0.537 % for $K=2$ and $L=2$ (two paths). The proposed technique presents an outage probability which is more than 9 times lower than the single antenna and almost 5 times lower than the two antennas and one path channel case, which means a significant improvement in system capacity.

In order to gain insight into the proposed technique, we have simulated the 2 paths channel, with DOAs of 0° and 90° , for 2 antennas ($K=2$) and 2 temporal coefficients ($L=2$).

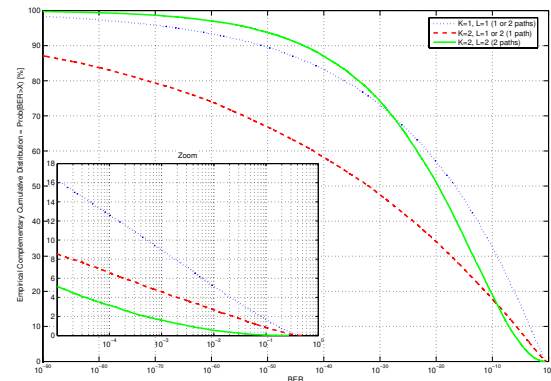


Fig. 3. Outage probability at SNR=20 dB.

Fig. 4 shows the radiation pattern of each spatial slice ($\tau = 0$ and $\tau = 1$). It is clear that each pattern points towards one of the channel's path. Due to the delay introduced by the filter, each path will carry a different symbol. Since the symbols of different instants are independent, at the receiver's temporal equalizer, both paths will be summed in power and a diversity gain will be obtained.

In the sequel, we compare the proposed technique (CPA) with the more classical techniques of pure beamforming [19], denoted BF, and the Alamouti scheme [7]. This comparison is carried out in an indoor environment for 3×10^4 blocks. The simulated indoor channel consists of a great number of multipaths with DOA uniformly distributed around the MU antenna. All multipaths have the same propagation delay and thus they arrive at the same instant at the MU antenna. The outage probability of the three techniques (when applicable) at 10^{-2} is showed in Tab. I for different numbers of antennas (K) and temporal coefficients (L). It can be seen that the CPA technique have the same performance as the Alamouti scheme and pure beamforming, but is more flexible than both techniques since the CPA can be applied with any number of antennas and temporal coefficients. Moreover, the CPA technique can be applied regardless of the correlation between the antennas.

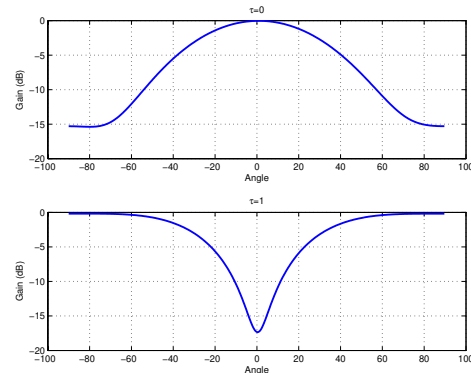
Fig. 4. Radiation patterns for each delay of the transmit filter $\mathbf{W}$.

TABLE I
PERFORMANCE COMPARISON FOR AN INDOOR CHANNEL

K	L	Outage Probability [%] @ BER=10 ⁻²		
		CPA	BF	Alamouti
1	1	5.142	5.142	—
1	2	5.142	—	—
2	1	3.999	4.058	—
2	2	0.602	—	0.595

In order to show the flexibility of the proposed technique, we have simulated the frequency-selective fading channel of [20]. The inter-element distance was set to 1.5λ and the SNR to 14 dB. In this case the Alamouti scheme can not be used due to the temporal spread of the channel. Tab. II shows the outage probability at 10^{-2} for the CPA and BF and for different number of antennas (K) and temporal coefficients (L). It is clear that the CPA with only one temporal coefficient ($L=1$) is equivalent to pure beamforming and that the inclusion of more temporal coefficients leads to better performances. Significantly better performances are obtained in the case of 3 antennas since the channel model represents a very rich scattering environment, which has a high diversity order. Thus, to profit from this high diversity order, it is necessary to better focus on the individual multipaths. It is worth noting that using the CPA with $K=3$ and $L=3$ represents a gain of 6 times in the outage probability with respect to BF with $K=3$.

V. CONCLUSION

We have proposed a technique called the Constant Power Approach (CPA) that exploits the multiple antennas at the base station to make the received power at the mobile user receiver as constant as possible. This scheme is based on a criterion of the type CM (Constant Modulus). Moreover, we have derived an adaptive algorithm to optimize this criterion. The analytical proof of convergence of this algorithm is however yet an open issue to be investigated. The use of other CM algorithms can also be envisaged.

The simulation results show that the CPA technique presents the same performance as the Alamouti scheme and pure beamforming in equivalent scenarios. The CPA is however more flexible than both techniques since it can be applied with any number of antennas and temporal coefficients. Moreover, the proposed technique can perform jointly beamforming and transmit diversity, which is a very suitable feature for increasing capacity and improving quality in multiuser wireless communication. The Alamouti scheme, on the other hand, creates a higher level of interference by transmitting in an omnidirectional manner.

REFERENCES

- [1] W. C. Jakes, *Microwave Mobile Communications*. New York: IEEE Press, 1974.
- [2] M. D. Yacoub, *Foundations of mobile radio engineering*. Boca Raton: CRC Press, 1993.
- [3] R. T. Derryberry, S. D. Gray, D. M. Ionescu, G. Mandyam, and B. Raghothaman, "Transmit diversity in 3G CDMA systems," *IEEE Communications Magazine*, vol. 40, no. 4, pp. 68–75, April 2002.

TABLE II
PERFORMANCE RESULTS FOR A FREQUENCY-SELECTIVE FADING CHANNEL

	Outage Probability [%] @ BER=10 ⁻²			
	BF	CPA		
	L=1	L=1	L=2	L=3
K=1	2.742	2.742	2.735	2.728
K=2	0.808	0.818	0.815	0.362
K=3	0.665	0.718	0.509	0.109

- [4] N. Seshadri and J. H. Winters, "Two signaling schemes for improving the error performance of frequency-division-duplex (FDD) transmissions systems using transmitter antenna diversity," in *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference*, Secaucus, USA, May 1993, pp. 508–511.
- [5] —, "Two Signaling Schemes for Improving the Error Performance of Frequency-Division-Duplex (FDD) Transmission Systems Using Transmitted Antenna Diversity," *International Journal of Wireless Information Networks*, vol. 1, no. 1, pp. 24–47, January 1994.
- [6] V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communications: performance criterion and code construction," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 44, no. 2, pp. 744–765, March 1998.
- [7] S. M. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," *IEEE Journal on Select Areas in Communications*, vol. 16, no. 08, pp. 1451–1458, October 1998.
- [8] D. Gerlach and A. Paulraj, "Adaptive transmitting antenna arrays with feedback," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 1, no. 10, pp. 150–152, October 1994.
- [9] B. Raghothaman, R. T. Derryberry, and G. Mandyam, "Transmit adaptive array without user-specific pilot for 3G CDMA," in *Proc. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP'00)*, vol. 5, Istanbul, Turkey, June 2000, pp. 3009–3012.
- [10] T. Asté, P. Forster, L. Féty, and S. Mayrargue, "Downlink Beamforming Avoiding DOA Estimation for Cellular Mobile Communications," in *Proc. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP'98)*, Seattle, USA, May 1998.
- [11] T. Asté, L. Féty, P. Forster, and S. Mayrargue, "Downlink Beamforming for Cellular Mobile Communications (GSM system)," *Annales des Télécommunications*, vol. 53, no. 11-12, pp. 435–448, December 1998.
- [12] F. Rashid-Farrokhi, K. J. R. Liu, and L. Tassiulas, "Transmit Beamforming and Power Control for Cellular Wireless Systems," *IEEE Journal on Sel. Areas in Communications*, vol. 16, no. 8, pp. 1437–1450, October 1998.
- [13] D. Zanatta Filho and L. Féty, "A Fast Algorithm for Joint Downlink Beamforming and Power Control in UMTS Systems," in *Proc. IEEE International Telecommunications Symposium (ITS'2002)*, Natal, Brazil, September 2002.
- [14] M. Schubert and H. Boche, "Solution of the Multiuser Downlink Beamforming Problem With Individual SINR Constraints," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 53, no. 1, pp. 18–28, January 2004.
- [15] D. N. Godard, "Self-recovering equalization and carrier tracking in two-dimensional data communication systems," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 28, no. 11, pp. 1867–1875, November 1980.
- [16] A. van der Veen, *Signal Processing Advances in Wireless and Mobile Communications*. Prentice Hall, 2000, ch. 5 - Algebraic Constant Modulus Algorithms.
- [17] P. A. Regalia, "A finite-interval constant modulus algorithm," in *Proc. International Conference on Acoustics Speech, and Signal Processing (ICASSP'2002)*, vol. III, Orlando, USA, May 2002, pp. 2285–2288.
- [18] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, 3rd ed. Prentice Hall, 1996.
- [19] L. C. Godara, "Applications of Antenna Arrays to Mobile Communications, Part II: Beam-Forming and Direction-Of-Arrival Considerations," *Proceedings of the IEEE*, vol. 85, no. 8, pp. 1195–1245, August 1997.
- [20] P. Pajusco, "Experimental Characterization of D.O.A. at the Base Station in Rural and Urban Area," in *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference (VTC'98)*, vol. 2, Ottawa, Canada, May 1998, pp. 993–997.

Joint Transmit Diversity and Downlink Beamforming by using a Minimum BER Criterion

Danilo Zanatta Filho and Luc Féty

Abstract—In this work, we propose a novel criterion to find the optimum precoder for joint transmit diversity and downlink beamforming. This precoder is an extension of the purely spatial downlink beamforming and can be seen as a transformation that transforms K real antennas into L virtual antennas, with $L \leq K$. The proposed criterion is based on the minimization of the received BER and extends the previous technique [1] (Eigen-Beamforming) to any type of channel distribution, not only Rayleigh. Simulation results show that the proposed technique is equivalent to Eigen-Beamforming for Rayleigh channel, but outperforms the latter for Rician channels, providing substantial improvement. This makes the proposed technique an attractive solution for the general application, where the channel type is not known *a priori*.

Index Terms—Minimum BER, smart antennas, multiple antennas, MIMO, downlink beamforming, precoder, transmit diversity, channel correlation, antenna correlation, STBC.

I. INTRODUCTION

The evolution of the wireless communication systems towards 3GB (3rd Generation and beyond) is propelled by Internet access and increasing demand for data-based services. Most of these services, such as internet surfing, are downlink-intensive, in opposition to voice services, which demand the same data rate in both directions. These factors lead to an increasing demand for higher data rates in the downlink, which can only be achieved by a better link quality. This better link quality reflects in a lower Bit Error Rate (BER) at the physical layer and in a greater system capacity.

This work investigates the use of multiple antennas at the Base Station (BS) and a single antenna at the Mobile User (MU) and concerns downlink transmission. Exploiting the multiple antennas at the BS, which has much more resources than the MU, keeps the MU receiver simple and it can yet take profit from the multiple-antenna performance gain. In this context, the multiple transmit antennas at the BS can be used either to perform downlink beamforming or to achieve transmit diversity.

In the classical Transmit Diversity (TD) scheme, the antennas are assumed to be uncorrelated and no channel information is required at the BS [2]–[5]. Maybe the most known technique for TD is Space-Time Block Codes (STBC) [4], with the Alamouti scheme [2] being the most popular one. The TD schemes exploit the channel diversity to mitigate the fading

and achieve lower BER. However, they radiate the transmit power in a omnidirectional way, wasting power.

On the other hand, there is the classical Downlink Beamforming (DB) scheme [6], which uses a purely spatial filter. In this scheme, the antennas are assumed to be strongly correlated and some kind of channel information is available at the BS, e.g., Direction Of Arrival (DOA) or Channel Covariance Matrix (CCM). The primary aim of DB is to maximize the received power at the MU for a given transmit power at the BS. This approach however is not well suited for flat-fading channels since the composite channel seen by the MU remains flat. Even if the channel has more than one path, these paths have the same propagation delay and are seen by the MU as a single composite path. So, even if there is a power gain due to beamforming (array gain), the MU does not take profit from the channel space diversity to mitigate the fading effect and further lower the BER.

The performance of TD systems can be further enhanced when perfect or partial Channel State Information (CSI) is available at the transmitter [7]. In [8], the problem of power allocation among different antennas in a TD scheme is addressed, in opposition to equal power transmission. It is shown that, if the transmitter knows the power of each diversity branch linking one transmit antenna and the mobile receiver, then optimized power allocation can be realized in order to minimize the BER of a BPSK differential-encoded signal over a Rayleigh channel, for a given transmit power. The author shows that, when the branch powers have a great dispersion, in the low-SNR regime, allocating power to the antennas corresponding to weak branches leads to a waste of transmit power and no diversity gain. On the other hand, in the high-SNR regime, these weak branches can contribute to the system diversity. So, allocating power to the corresponding antennas provides a significant performance enhancement, in terms of BER. Moreover, it is shown in [8], that the problem of correlated antennas can be solved by whitening the channel. This is done by means of a precoder that converts the *real antennas* into *virtual antennas*, which are uncorrelated but present different gains. Then, the optimum power allocation is carried out on the virtual antennas in the same way as before. In order to compute the precoder, the Downlink Channel Covariance Matrix (DCCM) must be known at the BS.

The work of [1] extends [8] by using the DCCM information to optimize the TD precoder to minimize the Symbol Error Rate (SER) for any modulation. The authors show that the optimum solution in this case is to use the eigenvectors of the DCCM as a precoder. These eigenvectors are furthermore scaled according to a spatial water-filling principle, similar to [8]. This optimum solution, called Eigen-Beamforming, minimizes the SER for the Rayleigh flat-fading channel case.

Danilo Zanatta Filho is with the Signal Processing Laboratory for Communications (DSPCom), State University of Campinas (UNICAMP), Campinas-SP, Brazil and with the Laboratory of Electronics and Communications, Conservatoire National des Arts et Métiers (CNAM), Paris, France. email: daniloz@decom.fee.unicamp.br

Luc Féty is with the Laboratory of Electronics and Communications, Conservatoire National des Arts et Métiers (CNAM), Paris, France. email: fety@cnam.fr

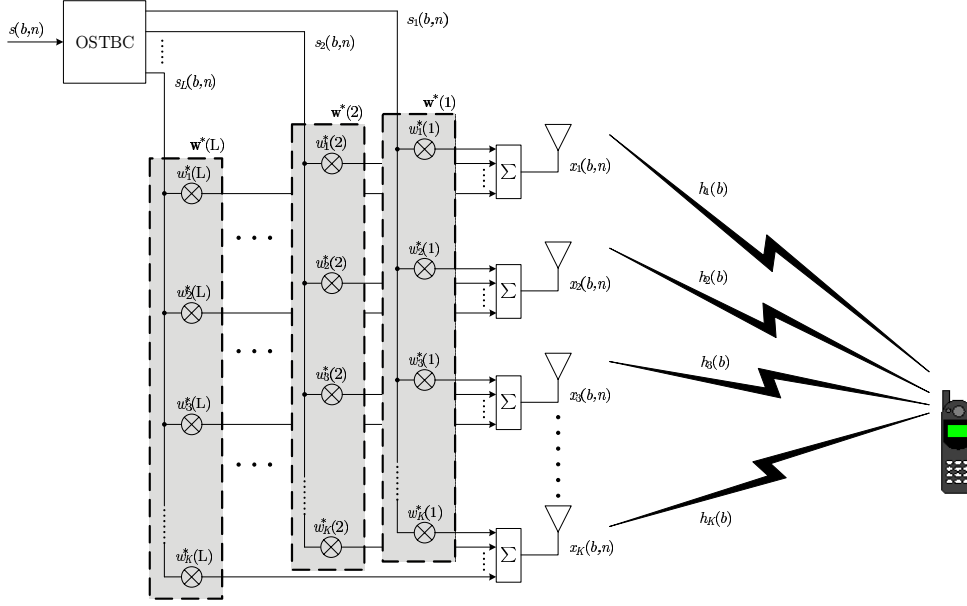


Fig. 1: Proposed scheme: transmit precoder ω applied to the multiple antennas and OSTBC.

Moreover, in [1], STBC was coupled with the proposed precoder in order to exploit the channel diversity.

Although the solution of [1] is optimal for Rayleigh flat-fading channels, the mathematical formulation that leads to the derivation of this optimum solution is heavily based on this assumption. So, in this work, we formulate a more general criterion to design optimal transmitter precoders for any type of channel (e.g., Rayleigh, Rician, Nakagami [9]). Our aim is to directly minimize the received BER for a given transmit power.

The rest of this paper is organized as follows. In the next section, we describe the system model used in this work. The proposed criterion of minimum BER and an iterative algorithm to find the optimum solution is presented in Section III. Section IV compares the performance of the proposed technique to other techniques presented in the literature. Conclusions are drawn in Section V.

The following notations are used throughout the paper. Bold lower letters denote column vectors, bold upper letters denote matrices; $(\cdot)^T$, $(\cdot)^H$ and $(\cdot)^*$ denote transpose, conjugate transpose, and conjugate, respectively. $\|\mathbf{x}\|$ is the 2-norm of vector $\mathbf{x}$, defined as $\|\mathbf{x}\| = \sqrt{\mathbf{x}^H \mathbf{x}}$, and $E\{\cdot\}$ denotes mathematical expectation.

II. SYSTEM MODEL

We consider the downlink of one cell of a wireless communication system, where the BS is equipped with K antennas and the MU has only one antenna. We only consider the transmission towards one user, assuming that the multiple access technique used ensures that there is no interference between users, i.e., co-channel interference.

The transmit processing is done by means of a precoder, as depicted in Fig. 1. This precoder is an extension of the purely spatial downlink beamforming and can be seen as a transformation that transforms the K real antennas into L virtual antennas, where $L \leq K$. Transmit diversity is thus applied to these virtual antennas. Each precoder layer $w(l)$ beamforms the signal $s_l(b, n)$ and scales its power. The OSTBC block in Fig. 1 corresponds to the coding of the transmitted signal by an Orthogonal STBC (OSTBC). We assume also that the signal is transmitted in blocks of length N_b , so that the channel variation during one block of data is negligible. However, the channel changes from one block b to another, characterizing a *block-fading channel*. Moreover, we assume that the channel is flat and that the DCCM is known at the BS.

The signal at the k -th antenna output for block b is given by

$$x_k(b, n) = \sum_{l=1}^L w_k^*(l) s_l(b, n), \quad (1)$$

where $s_l(b, n)$ are the coded symbols after the OSTBC and $w_k(l)$ are the coefficients of the precoder related to the real antenna k and virtual antenna l . We assume that within a block, the time index n varies from 0 to $N_b - 1$.

At a given block b , the received signal $y(b, n)$ at the MU antenna can be expressed as

$$y(b, n) = \sum_{k=1}^K h_k(b) x_k(b, n) + \nu(b, n) \quad (2)$$

where $h_k(b)$ are the coefficients of the flat channel that links the transmit antenna k and the receiver antenna, and $\nu(b, n)$ is the additive gaussian noise sample at the MU antenna.

By inserting (1) into (2), we can write that

$$y(b, n) = \sum_{l=1}^L \left(\sum_{k=1}^K w_k^*(l) h_k(b) \right) s_l(b, n) + \nu(b, n) . \quad (3)$$

By defining the l -th precoder layer $\mathbf{w}(l) = [w_1(l) \ w_2(l) \ \dots \ w_K(l)]^T$, which maps the l -th virtual antenna into the K real antennas (see Fig. 1), and the spatial channel vector $\mathbf{h}(b) = [h_1(b) \ h_2(b) \ \dots \ h_K(b)]^T$, which links the multiple antennas at the BS and the MU's antenna, we can rewrite the summation over k in (3) as a dot product to get

$$y(b, n) = \sum_{l=1}^L \mathbf{w}(l)^H \mathbf{h}(b) s_l(b, n) + \nu(b, n) . \quad (4)$$

We now define the signal $s_l(b, n)$ filtered by the spatial channel $\mathbf{h}(b)$ as $\tilde{s}_l(b, n) \triangleq \mathbf{h}(b) s_l(b, n)$. By stacking the precoder layers $\mathbf{w}(l)$ and the vectors $\tilde{s}_l(b, n)$ for $l = 1, \dots, L$ in the vectors $\boldsymbol{\omega}$ and $\tilde{\mathbf{S}}(b, n)$, respectively, we can rewrite (4) as

$$y(b, n) = \boldsymbol{\omega}^H \tilde{\mathbf{S}}(b, n) + \nu(b, n) , \quad (5)$$

where $\boldsymbol{\omega} = [\mathbf{w}(1)^T \ \mathbf{w}(2)^T \ \dots \ \mathbf{w}(L)^T]^T$ represents the precoder in vector form and $\tilde{\mathbf{S}}(b, n) = [\tilde{s}_1(b, n)^T \ \tilde{s}_2(b, n)^T \ \dots \ \tilde{s}_L(b, n)^T]^T$. The precoder is assumed to be normalized, i.e., $\|\boldsymbol{\omega}\| = 1$.

The vector $\tilde{\mathbf{S}}(b, n)$ can be related to the coded symbols $s_l(b, n)$ by the channel convolution matrix $\mathcal{H}(b)$ as

$$\tilde{\mathbf{S}}(b, n) = \mathcal{H}(b) \mathbf{s}(b, n) , \quad (6)$$

where $\mathbf{s}(b, n) = [s_1(b, n) \ s_2(b, n) \ \dots \ s_L(b, n)]^T$ is the coded signal vector and the $KL \times L$ channel convolution matrix is given by

$$\mathcal{H}(b) = \begin{bmatrix} \mathbf{h}(b) & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{h}(b) & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{h}(b) \end{bmatrix} , \quad (7)$$

where $\mathbf{0}$ is a column vector composed by K zeros.

We can thus rewrite the received signal at the MU $y(b, n)$ as

$$y(b, n) = \underbrace{\boldsymbol{\omega}^H \mathcal{H}(b) \mathbf{s}(b, n)}_{y_u(b, n)} + \nu(b, n) , \quad (8)$$

It is worth recalling that for each block b the channel presents a different condition, i.e., it can be in a deep fade or in a good condition. This condition affects the received signal power and the SNR at the MU.

The useful received power by the MU during block b is given by

$$\begin{aligned} P(b) &= \mathbb{E} \left\{ \left| y_u(b, n) \right|^2 \right\} \\ &= \boldsymbol{\omega}^H \mathcal{H}(b) \mathbb{E} \left\{ \mathbf{s}(b, n) \mathbf{s}^H(b, n) \right\} \mathcal{H}(b)^H \boldsymbol{\omega} . \end{aligned} \quad (9)$$

Assuming that the “uncoded” symbols $s(b, n)$ are i.i.d. with power P_{TX} and using the fact that an OSTBC is used, which is an orthogonal code, we obtain that the “coded” symbols are also i.i.d. with the same power P_{TX} . Thus, we have that $\mathbb{E} \left\{ \mathbf{s}(b, n) \mathbf{s}^H(b, n) \right\} = P_{\text{TX}} \mathbf{I}$ and (9) becomes

$$P(b) = P_{\text{TX}} \boldsymbol{\omega}^H \mathcal{R}(b) \boldsymbol{\omega} , \quad (10)$$

where $\mathcal{R}(b) = \mathcal{H}(b) \mathcal{H}(b)^H$ is the instantaneous DCCM for block b . Further assuming that the noise power is σ_v^2 we obtain the SNR for block b as

$$\gamma_b = P_{\text{TX}} \frac{\boldsymbol{\omega}^H \mathcal{R}(b) \boldsymbol{\omega}}{\sigma_v^2} . \quad (11)$$

Assuming the use of a linear modulation, the BER for block b can be approximated [10], at relatively high SNR, by

$$\text{BER}(b) \approx \frac{\bar{N}_e}{N} Q \left(\sqrt{\frac{d_{\min}^2}{2} \gamma_b} \right) , \quad (12)$$

where N is the number of bits per symbol, $d_{\min}$ is the minimum distance between 2 points for a unitary power constellation, $\bar{N}_e$ is the mean number of neighbors at minimum distance and the Q -function is given by $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$.

III. MINIMUM BER CRITERION

As mentioned before, downlink beamforming and transmit diversity are both beneficial to the link quality, in terms of reducing the BER for a given transmit power. However, they have opposite premises and can not be easily joined. In this aim, we propose a design criterion to optimize the precoder $\boldsymbol{\omega}$ to directly minimize the BER of the received signal at the MU, for a given transmit power at the BS. This can be seen as an extension of the purely spatial beamforming, which aims to minimize the BER by maximizing the SNR of the received signal. We will show that this optimum precoder leads to significantly better performances than the OSTBC applied directly to the real antennas.

From the BER expression in (12), we can write the proposed criterion as

$$\begin{aligned} \min \quad & \text{BER} \triangleq \mathbb{E} \left\{ \frac{\bar{N}_e}{N} Q \left(\sqrt{N_s \gamma_b} \right) \right\} , \\ \text{s.t.} \quad & \boldsymbol{\omega}^H \boldsymbol{\omega} = 1 \end{aligned} \quad (13)$$

where, for the sake of legibility, we have defined $N_s = \frac{d_{\min}^2}{2}$.

In order to find the optimum point of the criterion (13), we propose to use an iterative algorithm based on the gradient (or steepest descent) method [11]. The constraint will be treated by applying the gradient method to the unconstrained function and, after each iteration, projecting the unconstrained solution into the constrain set so that it satisfies the constraint. This method is well suited for the type of constraint that we have here, i.e., equally constrain of a simple form.

Let us define $f(\gamma_b)$ as the derivative of $Q(\sqrt{N_s \gamma_b})$ with respect to γ_b , given by

$$\frac{dQ(\sqrt{N_s \gamma_b})}{d\gamma_b} = -\frac{N_s}{2\sqrt{2\pi N_s \gamma_b}} \exp\left(-\frac{N_s \gamma_b}{2}\right) \triangleq -f(\gamma_b) . \quad (14)$$

The gradient of the unconstrained cost function $J = E \left\{ \frac{N_e}{N} Q \left(\sqrt{N_s \gamma_b} \right) \right\}$ with respect to ω is given by

$$\begin{aligned} \nabla J_{\omega} &= \frac{N_e}{N} \frac{dQ(\sqrt{N_s \gamma_b})}{d\gamma_b} \frac{d\gamma_b}{d\omega} \\ &= -2 \frac{P_{TX}}{\sigma_v^2} \frac{N_e}{N} E \left\{ f(\gamma_b) \mathcal{R}(b) \right\} \omega, \end{aligned} \quad (15)$$

where γ_b is given by (11).

By introducing the iteration index k and by defining $\mathbf{R}_k = E \left\{ f(\gamma_b) \mathcal{R}(b) \right\}$, we can write the normalized gradient update as

$$\begin{aligned} \omega_{k+1} &= \omega_k - \mu' \frac{\nabla J_{\omega}}{\|\nabla J_{\omega}\|} \\ &= \omega_k + \mu' \frac{\mathbf{R}_k \omega_k}{\|\mathbf{R}_k \omega_k\|}, \end{aligned} \quad (16)$$

where μ' is the adaptation coefficient. This update is followed by the normalization of ω_{k+1}

$$\omega_{k+1} = \frac{\omega_{k+1}}{\|\omega_{k+1}\|}. \quad (17)$$

Equations (16) and (17) compose the core of the proposed algorithm. We highlight that, at the update step (16), ω_k was normalized, and ω_{k+1} will be normalized at the end of the current iteration. Hence, the update term $\frac{\mathbf{R}_k \omega_k}{\|\mathbf{R}_k \omega_k\|}$ has only the function of changing the direction of the precoder vector ω_k but not its norm.

It is worth mentioning that $\mathbf{R}_k$ depends on ω_k , since $f(\gamma_b)$ depends on ω_k , but it is considered to be constant to perform one iteration of the algorithm and then its value is updated to match the new transmit filter ω_{k+1} . So, we do not want to change too much ω_k in order to slowly converge to the optimum solution. Thus, we propose to combine the old precoder ω_k with the update term $\frac{\mathbf{R}_k \omega_k}{\|\mathbf{R}_k \omega_k\|}$ in order to obtain the new precoder ω_{k+1} . We obtain thus the following update equation for ω_k

$$\omega_{k+1} = (1 - \mu) \omega_k + \mu \frac{\mathbf{R}_k \omega_k}{\|\mathbf{R}_k \omega_k\|}, \quad (18)$$

where μ is the adaptation coefficient.

The proposed algorithm, called mBER-TD-DB (minimum BER for Transmit Diversity and Downlink Beamforming), is summarized in Table I, where the expectation was replaced by a temporal estimation over B blocks. The initialization given by (19) corresponds to directly wiring each virtual antenna to the corresponding real antenna. This initialization was chosen since it represents a neutral situation, where the precoder ω doesn't affect the transmission.

For the simulations considered in this paper, we have empirically determined that $\mu = 0.25$ was a good choice for a fast convergence. Higher values of μ are undesirable because $\mathbf{R}_k$ depends on ω_k and thus if we change too much the actual solution, it can drastically change the matrix $\mathbf{R}_k$ causing the non-convergence of the algorithm. On the other side, lower values will only slow down the convergence.

The analytical proof of convergence of the proposed algorithm is a complex task and have not yet been done, but we

TABLE I: mBER-TD-DB Algorithm

1) Initialization	
	$\omega = \sqrt{\frac{1}{L}} \begin{bmatrix} 1 & \underbrace{0 \dots 0}_{M \text{ zeros}} & 1 & \underbrace{0 \dots 0}_{M \text{ zeros}} & 1 & \dots \end{bmatrix}^T \quad (19)$
2) Compute $f(\gamma_b)$ and $\mathbf{R}_k$	
	$\gamma_b = P_{TX} \frac{\omega_k^H \mathcal{R}(b) \omega_k}{\sigma_v^2}, \quad f(\gamma_b) = \frac{N_s}{2\sqrt{2\pi N_s \gamma_b}} \exp \left(-\frac{N_s \gamma_b}{2} \right),$
	$\mathbf{R}_k = \frac{1}{B} \sum_{b=0}^{B-1} f(\gamma_b) \mathcal{R}(b)$
3) Update ω_k	$\omega_{k+1} = (1 - \mu) \omega_k + \mu \frac{\mathbf{R}_k \omega_k}{\ \mathbf{R}_k \omega_k\ }$
4) Normalization of ω_{k+1}	$\omega_{k+1} = \frac{\omega_{k+1}}{\ \omega_{k+1}\ }$
5) Go to 2 until convergence	

have not observed one single case of divergence among all the simulations performed.

IV. SIMULATION RESULTS

We consider the downlink of one cell of a wireless system. The data is transmitted in blocks of length N_b and we assume, without loss of generality, that the channel realization is independent from one block to another, i.e., path coefficients vary from one block to another independently. The BS is equipped with a linear array of $K = 4$ antennas and the inter-element distance is $\frac{\lambda_c}{2}$, where λ_c is the carrier wavelength. The transmit precoder is $K \times L$ (see Fig. 1) and we have considered $L = 2$ virtual antennas. The Alamouti scheme [2] is used as OSTBC. Furthermore, we assume that the instantaneous DCCMs $\mathcal{R}(b)$ for all blocks are perfectly known at the BS.

In order to assess the performance of the proposed technique, we have simulated $N_t = 3 \times 10^4$ training blocks and $N_d = 10^5$ data blocks. For each block, a different channel realization was drawn according to the used channel model. The corresponding DCCMs $\mathcal{R}(b)$ of the training blocks were used as input for the proposed algorithm, which computes the optimum precoder ω_{opt} , see Table I where we have $B = N_t$. The transmit power P_{TX} was normalized with respect to the receiver noise variance σ_v^2 , so that 0 dB corresponds to $P_{TX} = \sigma_v^2$ (note that this normalization is equivalent to say that 0 dB corresponds to the transmit power necessary, when using an omnidirectional antenna at the BS, to have a SNR of 0 dB at the MU). The optimum precoder is then used to evaluate the raw BER of a 4-QAM modulation¹ at the MU for the subsequent data blocks, using (12).

In the following, we compare the performance of the proposed mBER-TD-DB, the 2D Eigen-Beamforming technique of [1], Downlink Beamforming (DB) [6] and the Alamouti scheme [2]. The Alamouti results were obtained by using the extreme real antennas to maximize the inter-antenna distance and minimize the correlation between them. We will present

¹For a 4-QAM modulation [10], we have $N_s = \frac{d_{\text{min}}^2}{\lambda_c} = 1$ and $\frac{N_e}{N_s} = 1$.

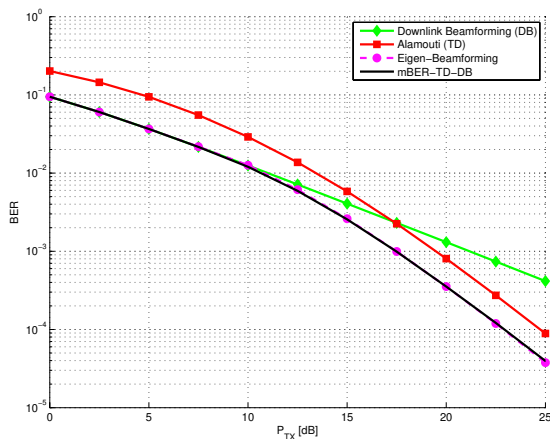


Fig. 2: Performance for $\Delta = 5^\circ$ NLOS channels and 4-QAM modulation as a function of the transmit power P_{TX} .

simulations for a flat non-line-of-sight (NLOS) scenario, which corresponds to a Rayleigh channel, and for a flat line-of-sight (LOS) scenario, corresponding to a Rician channel.

A. NLOS scenario

The NLOS scenario is the same as the one simulated in [1] and corresponds to a flat-fading Rayleigh channel, i.e., all the channel coefficients are Rayleigh distributed. This channel was defined in [12] and has only one path perpendicular to the multiple-transmit antennas ("broadside" as in [12]) with an angle spread of Δ . The mean DCCM can be obtained in closed form as in [1, eq. (57)]. We have used this mean DCCM to obtain the instantaneous DCCM for each block b by considering the instantaneous channel generated as described in [12, eq. (7)]. We have considered an angle spread of 5° .

Fig. 2 shows the BER for all simulated techniques as a function of the transmit power P_{TX} . We can see that the proposed mBER-TD-DB has the same performance as the optimum Eigen-Beamforming and they outperform the other two techniques. The mBER-TD-DB follows the DB up to 10 dB since the other diversity branches are too weak and their use would only waste power. After 10 dB, the mBER-TD-DB begins to use the second diversity branch to exploit the channel diversity. This makes the BER curve to change its slope due to diversity. At high P_{TX} regime (equivalent to high SNR regime), the mBER-TD-DB attains the same slope as the Alamouti scheme, but with a gain in transmit power of about 1.75 dB in this scenario.

The evolution of the BER during the convergence of the mBER-TD-DB algorithm is shown in Fig. 3, for a transmit power of 20 dB. It can be seen that the algorithm presents a fast convergence, typically between 10 and 20 iterations.

The radiation patterns for each precoder layer for the mBER-TD-DB for a transmit power of 5 dB and 20 dB are shown in Fig. 4. For $P_{TX} = 5$ dB, we see that the first layer ($l = 1$) radiates in the direction of the user, i.e., in the 5° cone around 0° , while the second layer ($l = 2$) is switched-off. This is exactly the DB solution, since there is only one

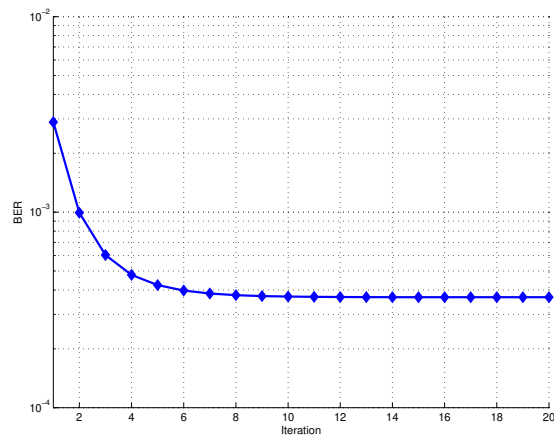


Fig. 3: Convergence of the mBER-TD-DB algorithm for $P_{TX}=20$ dB.

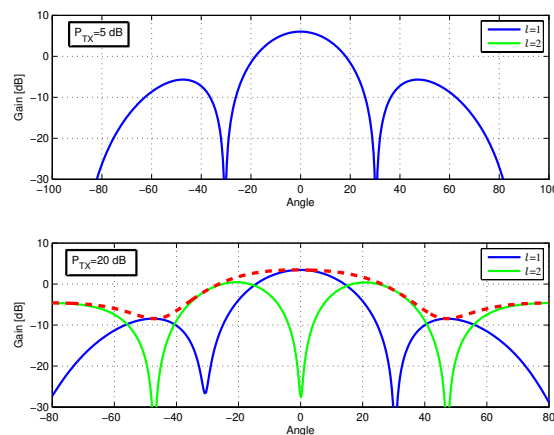


Fig. 4: Radiation pattern of the precoder layers for mBER-TD-DB for a transmit power of 5 dB and 20 dB in the NLOS scenario.

significant diversity branch at such small transmit power. On the other hand, for $P_{TX} = 20$ dB, the first layer continues to radiate mostly in the direction of 0° , while the second layer radiates avoiding this region, in order to create a second diversity branch uncorrelated to the first one. The dashed curve shows the total radiated power from the two branches, which becomes less directive. The total radiated power tends to be asymptotically omni-directional for high SNR, since the array gain becomes negligible when compared to the diversity gain.

We have shown that the proposed mBER-TD-DB is able to jointly achieve TD and perform DB, performing as well as the, also optimum, Eigen-Beamforming in a NLOS Rayleigh scenario. In the sequel, we will show that mBER-TD-DB outperforms Eigen-Beamforming in other scenarios, being an attractive solution for the general application.

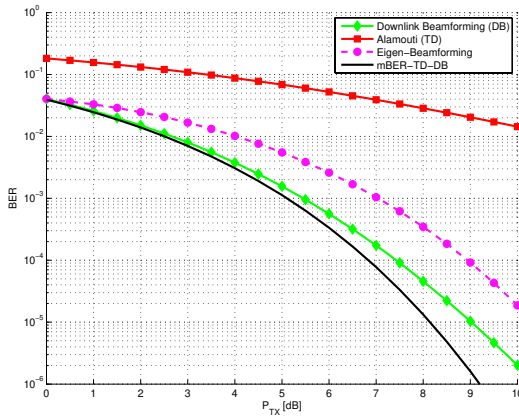


Fig. 5: Performance for 2-path LOS channel and 4-QAM modulation as a function of the transmit power P_{TX} .

B. LOS scenario

The LOS scenario corresponds to a flat-fading channel as in the NLOS case. However, it presents a direct path (or LOS path) which is Rice distributed, while all the other paths are Rayleigh distributed. We have considered a 2-path channel, with a LOS path and a Rayleigh path that have the same relative delay. The LOS path has a Rician factor $K_{Rice} = 20$ dB and is 6 dB stronger than the Rayleigh path. The DOA of the LOS path is 0° while the Rayleigh path has a DOA of 40° .

Fig. 5 shows the BER for all simulated techniques as a function of the transmit power P_{TX} . We see that the proposed mBER-TD-DB outperforms all other techniques, including the Eigen-Beamforming, which is no longer optimal in this scenario due to Rician fading. Even DB performs better than Eigen-Beamforming, since it concentrates the transmitted power in the strongest path (which is Rician), mitigating the fading created by the second path. The Eigen-Beamforming, however, tries to mitigate the fading as if the paths were Rayleigh distributed. So it tries to combine both paths to generate a milder fading path. But, by doing so, it only brings fading to the Rician path, which is practically a constant modulus path. This can be seen in the radiation patterns on the bottom of Fig. 6, where the dashed lines represent each path of the channel. The upper part of the figure shows the radiation patterns for the proposed mBER-TD-DB, which presents the expected behavior in order to reduce the BER. The first layer radiates almost only in the direction of the Rician (and strongest) path, resulting in a robust Rician channel, while the second layer can be neglected since it is 25 dB below the first one. Hence, in this scenario, the use of only one layer would be optimal. However, the optimum purely spatial filter would not be the DB solution, but the proposed one.

V. CONCLUSION

We have showed that the proposed technique is equivalent to Eigen-Beamforming [1] for Rayleigh channels. However, in all other scenarios such as Rician channels, the mBER-TD-DB outperforms Eigen-Beamforming since it is based on a more general criterion that does not make any assumption about

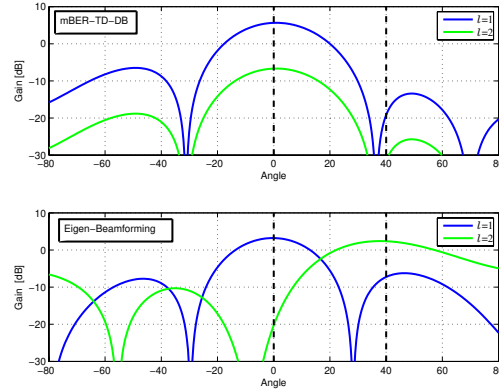


Fig. 6: Radiation pattern of the precoder layers for mBER-TD-DB and Eigen-Beamforming for a transmit power of 10 dB in the LOS scenario.

the channel distribution. This makes the proposed technique an attractive solution for the general application, where the channel type is not known *a priori*.

Future work will involve analyzing the cost function in regard of its minimums and investigating the convergence of the proposed algorithm, as well as the influence of the estimation of the DCCMs on the performances.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors would like to thank professor Didier Le Ruyet of the Laboratory of Electronics and Communications at the CNAM, Paris-France, for pointing their attention to [1].

REFERENCES

- [1] S. Zhou and G. B. Giannakis, "Optimal Transmitter Eigen-Beamforming and Space-Time Block Coding Based on Channel Correlations," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 49, no. 7, pp. 1673–1690, July 2003.
- [2] S. M. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," *IEEE Journal on Select Areas in Communications*, vol. 16, no. 08, pp. 1451–1458, October 1998.
- [3] V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communications: performance criterion and code construction," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 44, no. 2, pp. 744–765, March 1998.
- [4] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank, "Space-Time Block Codes from Orthogonal Designs," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 45, no. 5, pp. 1456–1467, July 1999.
- [5] N. Seshadri and J. H. Winters, "Two signaling schemes for improving the error performance of frequency-division-duplex (FDD) transmissions systems using transmitter antenna diversity," in *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference*, Secaucus, USA, May 1993, pp. 508–511.
- [6] J. Liberti and T. S. Rappaport, *Smart Antennas for Wireless Communications*, 1st ed. Prentice Hall, 1999.
- [7] A. Narula, M. J. Lopez, M. D. Trott, and G. W. Wornell, "Efficient Use of Side Information in Multiple-Antenna Data Transmission over Fading Channels," *IEEE Journal On Selected Areas In Communications*, vol. 16, no. 8, pp. 1423–1436, October 1998.
- [8] J. K. Cavers, "Optimized use of diversity modes in transmitter diversity systems," in *Proc. IEEE 49th Vehicular Technology Conference (VTC'99)*, vol. 3, Houston, USA, 05-16 May 1999, pp. 1768–1773.
- [9] M. D. Yacoub, *Foundations of mobile radio engineering*. Boca Raton: CRC Press, 1993.
- [10] J. G. Proakis, *Digital Communications*, 2nd ed. McGraw-Hill, 1989.
- [11] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, 3rd ed. Prentice Hall, 1996.
- [12] D.-S. Shiu, G. J. Foschini, M. J. Gans, and J. M. Kahn, "Fading correlation and its effects on the capacity of multi-element antenna systems," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 48, no. 3, pp. 502–513, March 2000.

Adding Diversity to Multi-User Downlink Beamforming by using BER Constraints

Danilo Zanatta Filho, Luc Féty and João Marcos Travassos Romano

Abstract—In this work, we propose a novel structure and criterion for joint transmit diversity and multi-user downlink beamforming. The proposed structure can be seen as an extension of the purely spatial downlink beamforming and is a transformation that, for each user, transforms K real antennas into L virtual antennas, with $L \leq K$. Classical transmit diversity is then applied to these virtual antennas. We propose a design criterion to optimize the precoders in order to find the best trade-off between minimizing the interference generated towards the other users and maximizing the channel diversity for the desired user. This criterion is based on the minimization of the total transmit power subjected to a target BER constraint for each user. Applied to a multiple-antenna transmitter, the proposed technique outperforms the purely-spatial downlink beamformer by about 5 dB for a target BER of 10^{-2} and by 9 dB for 10^{-3} in a simple scenario.

Index Terms—Minimum BER, Multi-User, Multiple antennas, Smart antennas, MIMO, downlink beamforming, transmit diversity, channel correlation, antenna correlation.

I. INTRODUCTION

This work investigates the use of multiple antennas at the Base Station (BS) and a single antenna at the mobile users and concerns downlink transmission. By using a multi-user approach, the multiple transmit antennas at the BS can be used to spatially separate the co-channel users, adding the space dimension to the system's resources. The addition of this new dimension increases the system capacity [1].

Based on the knowledge of the Downlink Channel Covariance Matrix (DCCM) for all users, the works [2] and [3] propose to use a purely spatial filter to beamform the signal of each user towards the desired user and to mitigate the interference generated towards all the other co-channel users within the cell. This is called multi-user downlink beamforming (MUDB) and is done by minimizing the transmitted power subject to Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio (SINR) constraints for each user [3]. The use of these constraints aims to assure the desired BER for each user. The minimization of the transmit power increases the system capacity due to one of the following two factors: either the BS has more power left to accept other users within the same cell or the interference generated on the other cells are reduced. The criterion pro-

posed in [3] leads thus to the joint optimization of downlink beamforming and transmit powers.

However, the use of a purely spatial filter is not well suited for flat-fading channels since the composite channel seen by each user remains flat-fading. Then, despite of the possible existence of channel space diversity, the overall transmission system does not take profit from this diversity to mitigate the fading effect and further minimize the transmission power for a given target BER. On the other hand, there are the classical Transmit Diversity (TD) schemes [4]–[7], which exploit the channel diversity to mitigate the fading and minimize the transmit power for a given BER. The TD techniques, however, assumes a single-user scenario and uncorrelated antennas. Thus, these techniques present a omnidirectional radiation pattern and are not directly applicable in a multi-user scenario.

In [8], an optimal mono-user transmitter design is proposed to minimize the Symbol Error Rate (SER) for Rayleigh channels. We have extended this result to any channel type in [9] by proposing a criterion based on the minimization of the BER, for the mono-user case.

In this paper, we formulate a general criterion to design optimal transmitter precoders for the multi-user case based only on the DCCM. The main contribution of this work is to propose a design criterion to optimize the precoders ω_i in order to find the best trade-off between maximum channel diversity and minimum pollution. Therefore, our aim is to minimize the total transmit power while respecting a target BER for each user within the considered cell. The resulting precoders are thus applicable to any modulation scheme and channel types (e.g., Rayleigh, Rician, Nakagami [10]).

The rest of this paper is organized as follows. Section II describes the multi-user system model. The proposed constrained criterion of minimum transmit power is presented in Section III and an iterative algorithm to find the optimum solution is presented. Performance is analyzed in Section IV. Conclusions are then drawn on Section V.

The following notations are used throughout the paper. Bold lower letters denote column vectors, bold upper letters denote matrices; $(\cdot)^T$, $(\cdot)^H$ and $(\cdot)^*$ denote transpose, conjugate transpose, and conjugate, respectively. $\|\mathbf{x}\|$ is the 2-norm of vector $\mathbf{x}$, defined as $\|\mathbf{x}\| = \sqrt{\mathbf{x}^H \mathbf{x}}$, and $E\{\cdot\}$ denotes mathematical expectation.

II. SYSTEM MODEL

We consider the downlink of a wireless communication system, where the BS is equipped with K antennas and communicates with U mobile users, each one with a single antenna. The transmit processing is done by means of a precoder for each user, as depicted in Fig. 1 for transmission

Danilo Zanatta Filho is with the Signal Processing Laboratory for Communications (DSPCom), State University of Campinas (UNICAMP), Campinas-SP, Brazil and with the Laboratory of Electronics and Communications, Conservatoire National des Arts et Métiers (CNAM), Paris, France. email: danilo@decom.fee.unicamp.br

Luc Féty is with the Laboratory of Electronics and Communications, Conservatoire National des Arts et Métiers (CNAM), Paris, France. email: fet@cnam.fr

João Marcos Travassos Romano is with the Signal Processing Laboratory for Communications (DSPCom), State University of Campinas (UNICAMP), Campinas-SP, Brazil. email: romano@decom.fee.unicamp.br

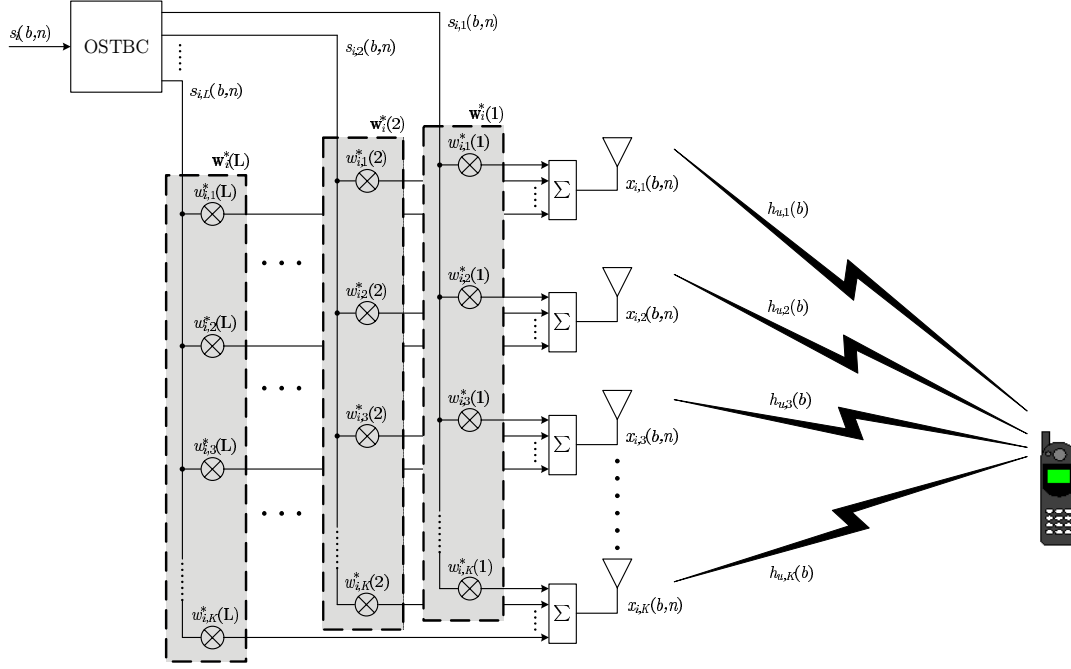


Fig. 1: Transmission of the i -th user signal $s_i(b, n)$ towards user u , using Orthogonal Space-Time Block Code (OSTBC) before the precoder ω_i .

of the i -th user's signal, received by user u . This precoder is an extension of the purely spatial downlink beamforming and can be seen as a transformation that, for each user, transforms the K real antennas into L virtual antennas, where $L \leq K$. Transmit diversity is thus applied to these virtual antennas. Each precoder layer $\mathbf{w}_i(l)$ beamforms the signal $s_{i,l}(b, n)$ and also scales its power. The OSTBC block in Fig. 1 corresponds to the coding of the transmitted signal by an Orthogonal Space-Time Block Code (OSTBC). We further assume that the signal is transmitted in blocks of length N_b , so that the channel variation during one block of data is negligible. However, the channel changes from one block b to another, characterizing a *block-fading channel*. Moreover, we assume that the channel is flat.

Considering the transmission of the i -th user's signal, the signal at the k -th antenna output and block b is given by

$$x_{i,k}(b, n) = \sum_{l=1}^L w_{i,k}^*(l) s_{i,l}(b, n), \quad (1)$$

where $s_{i,l}(b, n)$ are the "coded" symbols of the i -th user (after the TD processing) and $w_{i,k}(l)$ are the coefficients of the i -th user's precoder related to real antenna k and virtual antenna l . We assume that within a block, the time index n varies from 0 to $N_b - 1$.

The total multi-user signal at antenna k is then given by

$$x_k(b, n) = \sum_{i=1}^U x_{i,k}(b, n). \quad (2)$$

So, at a given block b , the received signal $y_u(b, n)$ at the u -th user's antenna can be expressed by

$$y_u(b, n) = \sum_{i=1}^U \sum_{k=1}^K h_{u,k}(b) x_{i,k}(b, n) + \nu(b, n), \quad (3)$$

where $h_{u,k}(b)$ is the coefficient of the channel that links antenna k and user u , and $\nu(b, n)$ is the additive gaussian noise sample at the user's antenna.

By inserting (2) into (3) we can write

$$y_u(b, n) = \sum_{i=1}^U \sum_{l=1}^{L-1} \left(\sum_{k=1}^K w_{i,k}^*(l) h_{u,k}(b) \right) s_{i,l}(b, n) + \nu(b, n), \quad (4)$$

or rather, in vector form

$$y_u(b, n) = \sum_{i=1}^U \sum_{l=1}^{L-1} \mathbf{w}_i(l)^H \mathbf{h}_u(b) s_{i,l}(b, n) + \nu(b, n), \quad (5)$$

where the l -th precoder layer $\mathbf{w}_i(l) = [w_{i,1}(l) \ w_{i,2}(l) \ \dots \ w_{i,K}(l)]^T$ is a vector that maps the i -th user's l -th virtual antenna into the K real antennas (see Fig. 1) and $\mathbf{h}_u(b) = [h_{u,1}(b) \ h_{u,2}(b) \ \dots \ h_{u,K}(b)]^T$ is the spatial channel vector that links the BS and user u .

In order to obtain a full matrix notation, we now define the signal $s_{i,l}(b, n)$ filtered by the spatial channel $\mathbf{h}_u(b)$ as $\tilde{s}_{i,u,l}(b, n) \triangleq \mathbf{h}_u(b) s_{i,l}(b, n)$. By stacking the vectors $\mathbf{w}_i(l)$ and the vectors $\tilde{s}_{i,u,l}(b, n)$ for $l = 1, \dots, L$ in the vectors ω_i

and $\tilde{\mathbf{S}}_{i,u}(b, n)$, respectively, we can rewrite (5) as

$$y_u(b, n) = \sum_{i=1}^U \boldsymbol{\omega}_i^H \tilde{\mathbf{S}}_{i,u}(b, n) + \nu(b, n), \quad (6)$$

where $\boldsymbol{\omega}_i = [\mathbf{w}_i(1)^T \ \mathbf{w}_i(2)^T \ \dots \ \mathbf{w}_i(L)^T]^T$ represents the i -th user's precoder in vector form and $\tilde{\mathbf{S}}_{i,u}(b, n) = [\tilde{\mathbf{s}}_{i,u,1}(b, n)^T \ \tilde{\mathbf{s}}_{i,u,2}(b, n)^T \ \dots \ \tilde{\mathbf{s}}_{i,u,L}(b, n)^T]^T$. The precoders $\boldsymbol{\omega}_i$ are assumed to be normalized, i.e., $\|\boldsymbol{\omega}_i\| = 1$.

The vector $\tilde{\mathbf{S}}_{i,u}(b, n)$ is related to the signals $s_{i,l}(b, n)$ by the channel convolution matrix $\mathcal{H}_u(b)$ as

$$\tilde{\mathbf{S}}_{i,u}(b, n) = \mathcal{H}_u(b) \mathbf{s}_i(b, n), \quad (7)$$

where $\mathbf{s}_i(b, n) = [s_{i,1}(b, n) \ s_{i,2}(b, n) \ \dots \ s_{i,L}(b, n)]^T$ is the coded signal vector and the $KL \times L$ channel convolution matrix is given by

$$\mathcal{H}_u(b) = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_u(b) & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{h}_u(b) & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{h}_u(b) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

where $\mathbf{0}$ is a column vector composed by K zeros.

Finally, we can write $y_u(b, n)$ as

$$y_u(b, n) = \underbrace{\boldsymbol{\omega}_u^H \mathcal{H}_u(b) \mathbf{s}_u(b, n)}_{y_{u,u}(b, n)} + \underbrace{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U \boldsymbol{\omega}_i^H \mathcal{H}_u(b) \mathbf{s}_i(b, n)}_{y_{u,i}(b, n)} + \nu(b, n). \quad (9)$$

It is worth recalling that for each block b the channel $\mathbf{h}_u(b)$ presents a different condition, i.e., it can be in a deep fade or in a good condition. This condition affects the received power and the SINR of each user.

Based on (9) we can write the useful received power for user u at block b as

$$P_u(b) = \mathbb{E} \left\{ |y_{u,u}(b, n)|^2 \right\} = p_u \boldsymbol{\omega}_u^H \mathcal{R}_u(b) \boldsymbol{\omega}_u, \quad (10)$$

where $\mathcal{R}_u(b) = \mathcal{H}_u(b) \mathcal{H}_u(b)^H$ is the instantaneous DCCM of the u -th user at block b , which has a block hermitian structure. We have used the fact that the coded symbols are i.i.d. and their power is p_u , which came from the fact that an OSTBC is used, which is an orthogonal code, and the assumption that the "uncoded" symbols $s_u(b, n)$ are i.i.d. and have power p_u . Remark that p_u is the transmit power for user u , while the total transmit power is given by $P_{\text{TX}} = \sum_u p_u$.

Following the same reasoning as for the useful power, we can write the interference caused by all other users in user u as

$$I_u(b) = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U p_i \boldsymbol{\omega}_i^H \mathcal{R}_u(b) \boldsymbol{\omega}_i. \quad (11)$$

Finally, the SINR of the u -th user at the block b is given by

$$\gamma_u(b) = \frac{p_u \boldsymbol{\omega}_u^H \mathcal{R}_u(b) \boldsymbol{\omega}_u}{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq u}}^U p_i \boldsymbol{\omega}_i^H \mathcal{R}_u(b) \boldsymbol{\omega}_i + \sigma_\nu^2}, \quad (12)$$

where σ_ν^2 is the noise variance.

Assuming the use of a linear modulation, the BER for block b can be approximated [11], at relatively high SINR, by

$$\text{BER}_u(b) \approx \frac{\bar{N}_e}{N} Q \left(\sqrt{\frac{d_{\min}^2}{2} \gamma_u(b)} \right), \quad (13)$$

where N is the number of bits per symbol, $d_{\min}$ is the minimum distance between 2 points for a unitary power constellation, $\bar{N}_e$ is the mean number of neighbors at minimum distance and $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$ is the Q -function.

III. MULTI-USER MINIMUM TRANSMIT POWER WITH BER CONSTRAINTS

As far as diversity is concerned, the optimum precoders are such that the *virtual antennas* are uncorrelated, which would provide the maximum channel diversity for the OSTBC. On the other hand, from the point of view of multi-user downlink beamforming, it is desirable that each precoder layer $\mathbf{w}_i(l)$ beamforms the signal $s_{i,l}(b, n)$ towards the desired user i and mitigates the interference radiated towards all the other users, called pollution here. These two goals are clearly **contradictory**, since uncorrelated antennas means omnidirectional transmission and beamforming requires correlated antennas.

As we have mentioned earlier, we propose a design criterion to optimize the precoders $\boldsymbol{\omega}_i$ in order to find the best trade-off between both wishes, i.e., maximum channel diversity and minimum pollution. These precoders lead to minimum BER for a given transmit power. However, in a multi-user scenario, it makes more sense to minimize the total transmit power while respecting a target BER for each user within the considered cell.

From the BER expression in (13), we can write the proposed criterion as

$$\begin{aligned} \min \quad & P_{\text{TX}} = \sum_{u=1}^U p_u \boldsymbol{\omega}_u^H \boldsymbol{\omega}_u \\ \text{s.t.} \quad & \text{BER}_u \triangleq \mathbb{E} \left\{ \frac{\bar{N}_e}{N} Q \left(\sqrt{N_s \gamma_u(b)} \right) \right\} = c_u \quad \forall u \end{aligned}, \quad (14)$$

where c_u is the target BER for user u and, for the sake of legibility, we have defined $N_s = \frac{d_{\min}^2}{2}$.

By introducing the Lagrange multipliers λ_u , the lagrangian associated with (14) can be written as

$$J = \sum_{u=1}^U p_u \boldsymbol{\omega}_u^H \boldsymbol{\omega}_u + \sum_{u=1}^U \lambda_u \left(\mathbb{E} \left\{ \frac{\bar{N}_e}{N} Q \left(\sqrt{N_s \gamma_u(b)} \right) \right\} - c_u \right). \quad (15)$$

Let us define $f(\gamma_u(b))$ as minus the derivative of $\frac{\bar{N}_e}{N} Q \left(\sqrt{N_s \gamma_u(b)} \right)$ with respect to $\gamma_u(b)$, given by

$$f(\gamma_u(b)) \triangleq \frac{\bar{N}_e N_s}{2N \sqrt{2\pi N_s \gamma_u(b)}} \exp \left(-\frac{N_s \gamma_u(b)}{2} \right). \quad (16)$$

Let us further define the following variables

$$\begin{aligned} N_u(b) &\triangleq \omega_u^H \mathbf{R}_u(b) \omega_u \\ D_u(b) &\triangleq \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq u}}^U p_j \omega_j^H \mathbf{R}_u(b) \omega_j + \sigma^2 \\ x_u(b) &\triangleq \frac{N_u(b)}{D_u(b)} \end{aligned} \quad (17)$$

The optimum solution for the precoders ω_u can be found by setting to zero the derivatives of the lagrangian J with respect to ω_i and p_i . Firstly, we derive with respect to ω_i to obtain

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial \omega_i} &= 2p_i \omega_i - 2p_i \lambda_i \mathbf{E} \left\{ \frac{f(\gamma_i(b))}{D_i(b)} \mathbf{R}_i(b) \right\} \omega_i \\ &\quad + 2p_i \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^U \lambda_k \mathbf{E} \left\{ \frac{f(\gamma_k(b))}{D_k(b)} \gamma_k(b) \mathbf{R}_k(b) \right\} \omega_i. \end{aligned} \quad (18)$$

By posing $\frac{\partial J}{\partial \omega_i} = 0$, the factor $2p_i$ can be simplified and we obtain that ω_i is eigenvector of the following generalized eigendecomposition

$$\left(\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^U \lambda_k \tilde{\mathbf{R}}_k + \mathbf{I} \right) \omega_i - \lambda_i \mathbf{R}_i \omega_i = 0, \quad (19)$$

where $\tilde{\mathbf{R}}_k = \mathbf{E} \left\{ \frac{f(\gamma_k(b))}{D_k(b)} \gamma_k(b) \mathbf{R}_k(b) \right\}$ and $\mathbf{R}_i = \mathbf{E} \left\{ \frac{f(\gamma_i(b))}{D_i(b)} \mathbf{R}_i(b) \right\}$. Let us further define $\mathbf{R}_i^{\text{INT}} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^U \lambda_k \tilde{\mathbf{R}}_k + \mathbf{I}$.

The eigendecomposition (19) can be used to find the precoders ω_i for a given set of λ_k , with $k \neq i$. We observe that (19) is similar to the eigendecomposition for the criterion of minimum transmit power with SINR constraints, see [3, eq. (14)], but here the matrices $\mathbf{R}_i(b)$ and $\mathbf{R}_k(b)$ are weighted inside the expectation. Since these weights are all positives, $\mathbf{R}_i$ and $\tilde{\mathbf{R}}_i$ are homogenous to channel covariance matrices.

We still need to determine which eigenvector to take from (19). To do so, we observe that if we had SINR constraints instead of BER constraints, it is clear that we have to take the eigenvector corresponding to the maximum eigenvalue, as proved in [3] for the DBPC algorithm.

Remark that in order to obtain ω_i , it is necessary to know all the Lagrange multipliers λ_i . Thus, to find the optimal λ_i 's we derive J with respect to p_i , obtaining

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial p_i} &= \omega_i^H \omega_i - \lambda_i \mathbf{E} \left\{ f(\gamma_i(b)) x_i(b) \right\} \\ &\quad + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^U \lambda_k \mathbf{E} \left\{ \frac{f(\gamma_k(b))}{D_k(b)} \gamma_k(b) \omega_i^H \mathbf{R}_k(b) \omega_i \right\} \end{aligned} \quad (20)$$

and then we make $\frac{\partial J}{\partial p_i} = 0$, which give us the linear system below

$$\mathbf{A} \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{b}, \quad (21)$$

where $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1 \ \lambda_2 \ \dots \ \lambda_U]^T$ and

$$\begin{cases} \mathbf{b}_i = \omega_i^H \omega_i = 1 \\ \mathbf{A}_{i,k} = \begin{cases} \mathbf{E} \left\{ f(\gamma_i(b)) x_i(b) \right\} & i = k \\ -\mathbf{E} \left\{ \frac{f(\gamma_k(b))}{D_k(b)} \gamma_k(b) \omega_i^H \mathbf{R}_k(b) \omega_i \right\} & i \neq k \end{cases} \end{cases}, \quad (22)$$

where $\mathbf{b}_i$ corresponds to the i -th element of the column vector $\mathbf{b}$ and $\mathbf{A}_{i,k}$ corresponds to the element in the row i and column k of the matrix $\mathbf{A}$. Remark that, in order to compute $\boldsymbol{\lambda}$, we have to know all the ω_i 's and vice-versa, leading to an iterative procedure.

Finally, we still need to determine the transmit powers p_u . To do so, we can derive J with respect to λ_u and make it equal zero. However, by doing so, we obtain the BER constraints. Thus, given a set of λ_u , we can compute the precoder ω_u and the transmit powers are obtained such that the constraints are satisfied.

It is worth to note, however, that the BER is given by the expectation of a non-linear function (the Q -function) of the SINR. Moreover, one transmit power p_u affects the BER of all users. Then, compute p_u analytically is not a straightforward task. We propose to consider only the influence of the transmit power p_u on the BER_u and linearize the Q -function in order to find the approximate value of p_u that satisfy the constraints. This is done by using the Newton method [12] to find the root of the u -th constraint $g_u(p_u)$, expressed by

$$g_u(p_u) = \mathbf{E} \left\{ \frac{\bar{N}_e}{N} Q \left(\sqrt{N_s \gamma_u(b)} \right) \right\} - c_u. \quad (23)$$

The derivative of $g_u(p_u)$ with respect to p_u is

$$\frac{\partial g_u}{\partial p_u} = -\mathbf{E} \left\{ f(\gamma_u(b)) x_u(b) \right\}. \quad (24)$$

So, from a given value of p_u^- , one Newton iteration gives

$$p_u^+ = p_u^- - \frac{g_u}{\frac{\partial g_u}{\partial p_u}}. \quad (25)$$

A. Proposed algorithm

We propose an iterative algorithm to find the optimum precoders ω_u and transmit powers p_u , since each step described before is connected to the others by the precoder ω_u , the transmit powers p_u and the Lagrange multipliers λ_u . This algorithm is described in Table I and is called Multi-User constrained BER (MU-cBER). Note that, in a practical implementation of the algorithm, we must replaced the expectations by averages over the blocks b .

We start from a set of orthogonal layers $\mathbf{w}_u(l)$ and unitary transmit powers. Then, after computing $\mathbf{A}$ and $\mathbf{b}$, we update $\boldsymbol{\lambda}$ following (21). After computing $\mathbf{R}_u$ and $\mathbf{R}_u^{\text{INT}}$, we propose to use a power iteration to find the maximum eigenvector. The power method [13] is used to find the maximum eigenvector of an eigendecomposition, but since the matrices $\mathbf{R}_u$ and $\mathbf{R}_u^{\text{INT}}$ depends on ω_u , we don't want to fully update ω_u ,

TABLE I: MU-cBER Algorithm

- 1) Initialize the precoders ω_u and the transmit powers

$$\omega_u = \sqrt{\frac{1}{L}} \begin{bmatrix} 1 & \underbrace{0 \dots 0}_{M \text{ zeros}} & 1 & \underbrace{0 \dots 0}_{M \text{ zeros}} & 1 & \dots \end{bmatrix}^T, \quad p_u = 1 \quad \forall u$$

- 2) Compute $N_u(b)$, $D_u(b)$ and $f(\gamma_u(b))$, as defined in (17) and (16)
- 3) Compute $\mathbf{A}$ and $\mathbf{b}$ using (22)
- 4) Update λ by solving the linear system (21)
- 5) Compute $\mathbf{R}_u$ and $\mathbf{R}_u^{\text{INT}}$
- 6) Update ω_u by making one power iteration

$$\omega_u = (\mathbf{R}_u^{\text{INT}})^{-1} \mathbf{R}_u \omega_u \quad (26)$$

- 7) Normalize ω_u

$$\omega_u = \frac{\omega_u}{\|\omega_u\|}$$

- 8) Update $N_u(b)$, $D_u(b)$ and $f(\gamma_u(b))$, since the ω_u 's were changed
- 9) Compute g_u and $\frac{\partial g_u}{\partial p_u}$ as in (23) and (24)
- 10) Update the transmit powers p_u using (25)
- 11) Go to 2 until convergence

but only adapt it to go in the direction of the maximum eigenvector. This is what is done in (26). After normalizing ω_u , the values of $N_u(b)$, $D_u(b)$ and $f(\gamma_u(b))$ are updated and used to compute g_u and $\frac{\partial g_u}{\partial p_u}$. Finally the transmit powers p_u are updated and the constraints values g_u are tested. Iterations are made until the constraints are within a given tolerance, when the algorithm stops.

Although the analytical proof of convergence of this algorithm is a complex task, among all the simulations performed, we have not observed one single case of divergence of the algorithm. Moreover, this algorithm is similar to the DBPC, whose convergence was proved in [3].

TABLE II: 2-path scenario parameters

	User #1		User #2	
	path #1	path #2	path #1	path #2
DOA	-35°	-5°	+25°	+55°
power	-3 dB	-3 dB	-3 dB	-3 dB

IV. SIMULATION RESULTS

We consider the downlink of a wireless system, where the BS serves 2 co-channel users. The BS is equipped with a linear array of $K = 4$ antennas and the inter-element distance is $\frac{\lambda_c}{2}$, where λ_c is the carrier wavelength. The transmit precoder is $K \times L$ (see Fig. 1), so that we have $L = 2$ virtual antennas, and the Alamouti scheme [4] is used as OSTBC. We assume that the instantaneous DCCMs $\mathcal{R}_u(b)$ for all users and for all blocks are perfectly known at the BS. Moreover, without loss of generality, we assume that the channel realization is independent from one block to another.

In order to assess the performance of the proposed technique, we have simulated $N_t = 10^4$ training blocks that were used to obtain the optimum precoders and $N_d = 10^6$ data blocks were used to evaluate the performance of this solution. The transmit powers p_u were normalized with respect to the receiver noise variance σ^2 , so that 0 dB corresponds to $p_u = \sigma^2$ (note that this is equivalent to say that 0 dB

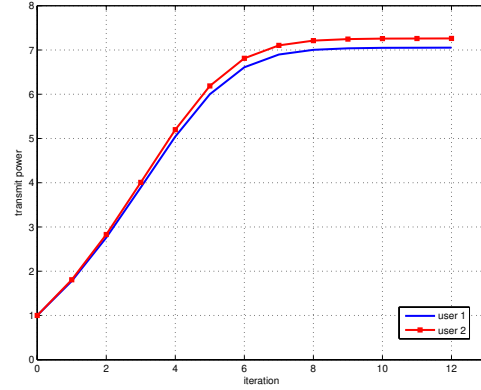
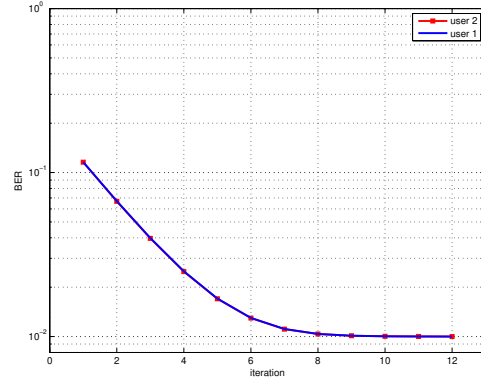
Fig. 2: Evolution of the transmit powers p_1 and p_2 as a function of the algorithm iterations.

Fig. 3: Evolution of the users' BER as a function of the algorithm iterations.

corresponds to the transmit power necessary, when using an omnidirectional antenna at the BS, to have a SNR of 0 dB at the mobile user).

In the following, we compare the MU-cBER with the multi-user beamforming-only DBPC solution of [3] in a 2-path scenario and 4-QAM modulation¹. This scenario corresponds to a flat-fading channel for each user. The DOAs and powers of each user are summarized in Table II. Although this is a very simple scenario, it shows the gain obtained by adding diversity to multi-user downlink beamforming and allows us to physically interpret the results. Initially, the target raw BER was set to 10^{-2} , which corresponds to a target SINR of 16.86 dB for the DBPC algorithm. This target SINR was calculated by considering a Rayleigh channel².

Firstly, to illustrate the convergence of the MU-cBER technique, Fig. 2 shows the evolution of the users' transmit powers, while Fig. 3 shows the evolution of the BER, for a target BER of 10^{-2} . It can be seen that the MU-cBER converges in few iterations.

Fig. 4 shows the radiation pattern obtained with the DBPC technique for each user, where the vertical dashed lines

¹For a 4-QAM modulation [11], we have $\frac{N_s}{N_f} = 1$ and $N_s = \frac{d_{\min}^2}{4}$.

²For a Rayleigh channel, we have [1]: $\text{BER} = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\text{SINR}}{1 + \text{SINR}}} \right)$.

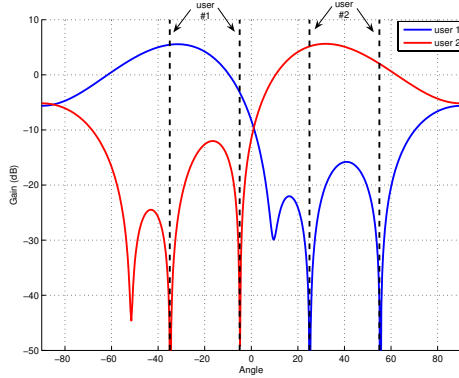


Fig. 4: Radiation pattern for the beamforming-only DBPC technique for users 1 and 2.

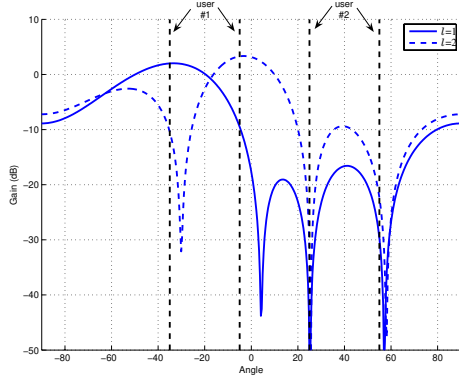


Fig. 5: Radiation pattern for MU-cBER technique with $L = 2$ virtual antennas for user 1. Both layers are shown.

correspond to the DOAs of the users' paths. We can see that the DBPC algorithm is able to transmit towards one user, by using both paths in order to maximize the received power, while completely eliminating (over 50 dB below) the pollution generated towards the other user. This ensures the co-habitation of both co-channel users within the same cell and practically doubles the system capacity.

Fig. 5 shows the radiation patterns for each precoder layer $l = 1$ and $l = 2$ for user 1. From Fig. 5, we see that both layers beamform in the directions of user 1 and highly reduce the pollution towards user 2. However, each layer transmit differently towards user 1, which can be seen by the different radiation patterns from layer $l = 1$ and $l = 2$. These two different radiation patterns lead to two virtual antennas for user 1 that are almost uncorrelated: their correlation is 0.0266. The OSTBC can then profits from this diversity to achieve the same BER as in the DBPC case with a reduced transmit power. The same holds for user 2.

Table III shows the BER obtained for each user for the data blocks, as well as the total transmit power for both techniques, for two different target BER. The MU-cBER technique presents a gain in the total transmit power of 4.64 dB

TABLE III: Performance comparison

Target BER	Technique	L	P_{TX}	BER #1	BER #2
10^{-2}	DBPC	1	16.23 dB	1.0031×10^{-2}	0.9997×10^{-2}
	MU-cBER	2	11.67 dB	1.0008×10^{-2}	0.9898×10^{-2}
10^{-3}	DBPC	1	26.35 dB	1.0021×10^{-3}	0.9899×10^{-3}
	MU-cBER	2	17.31 dB	1.0287×10^{-3}	0.9853×10^{-3}

for a target BER of 10^{-2} and of 9.04 dB for a target BER of 10^{-3} . These gains come from the TD that was added to the transmission system.

V. CONCLUSION

We have showed that the proposed technique provides a substantial gain in comparison to a purely spatial technique. This gain is due to the addition of transmit diversity to the multi-user downlink beamforming. Higher gains are expected in more rich propagation environments by using more virtual antennas, even though there is a rate penalty in using complex valued OSTBC for $L > 2$.

Future work will involve assessing the performance of the proposed technique in more realistic scenarios and the influence of the estimation of the DCCMs. We also intend to analyze the cost function in regard of its minimums and investigate the convergence of the proposed algorithm.

REFERENCES

- [1] T. S. Rappaport, *Wireless Communications: Principles & Practice*, 2nd ed. Prentice Hall, 2001.
- [2] F. Rashid-Farrokhi, K. J. R. Liu, and L. Tassiulas, "Transmit Beamforming and Power Control for Cellular Wireless Systems," *IEEE Journal on Sel. Areas in Communications*, vol. 16, no. 8, pp. 1437–1450, October 1998.
- [3] D. Zanatta Filho and L. Féty, "A Fast Algorithm for Joint Downlink Beamforming and Power Control in UMTS Systems," in *Proc. IEEE International Telecommunications Symposium (ITS'2002)*, Natal, Brazil, September 2002.
- [4] S. M. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," *IEEE Journal on Select Areas in Communications*, vol. 16, no. 08, pp. 1451–1458, October 1998.
- [5] V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communications: performance criterion and code construction," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 44, no. 2, pp. 744–765, March 1998.
- [6] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank, "Space-Time Block Codes from Orthogonal Designs," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 45, no. 5, pp. 1456–1467, July 1999.
- [7] N. Seshadri and J. H. Winters, "Two signaling schemes for improving the error performance of frequency-division-duplex (FDD) transmissions systems using transmitter antenna diversity," in *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference*, Secaucus, USA, May 1993, pp. 508–511.
- [8] S. Zhou and G. B. Giannakis, "Optimal Transmitter Eigen-Beamforming and Space-Time Block Coding Based on Channel Correlations," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 49, no. 7, pp. 1673–1690, July 2003.
- [9] D. Zanatta Filho and L. Féty, "Joint Transmit Diversity and Downlink Beamforming by using a Minimum BER Criterion," in *Proc. VI International Telecommunications Symposium (ITS'2006)*, Fortaleza - Brazil, September 2006.
- [10] M. D. Yacoub, *Foundations of mobile radio engineering*. Boca Raton: CRC Press, 1993.
- [11] J. G. Proakis, *Digital Communications*, 2nd ed. McGraw-Hill, 1989.
- [12] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, 3rd ed. Prentice Hall, 1996.
- [13] G. H. Golub and C. F. van Loan, *Matrix Computations*, 3rd ed. The Johns Hopkins University Press, 1996.