

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: AUTOMAÇÃO

Modelagem e simulação da dinâmica populacional da
larva-minadora-da-folha-dos-citros em interação com seus
inimigos naturais

Autora: Sônia Ternes Frassetto

Orientador: Dr. Jurandir Fernando Ribeiro Fernandes

Co-orientador: Dr. Hyun Mo Yang

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de
Computação como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de
Doutor em Engenharia Elétrica.

Campinas, São Paulo
Agosto - 2001

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP.

F864m	Frassetto, Sônia Ternes Modelagem e simulação da dinâmica populacional da larva-minadora-da-folha-dos-citros em interação com seus inimigos naturais / Sônia Ternes Frassetto. –Campinas, SP: [s.n.], 2001. Orientadores: Jurandir Fernando Ribeiro Fernandes, Hyun Mo Yang. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. 1. Modelos matemáticos. 2. Simulação (Computadores). 3. Inseto - População. 4. Pragas agrícolas - Controle biológico. I. Fernandes, Jurandir Fernando Ribeiro. II. Yang, Hyun Mo. III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. IV. Título.
-------	---

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
Depto. Engenharia de Sistemas

Tese de Doutorado defendida por **Sônia Ternes Frassetto** e aprovada em
06 de Agosto de 2001 pela banca constituída pelos doutores:

Orientador: Dr. Jurandir Fernando Ribeiro Fernandes

Co-orientador: Dr. Hyun Mo Yang

Banca : Dra. Renata Zotin Gomes de Oliveira

Dr. Luiz Alexandre Nogueira de Sá

Dr. Anésio dos Santos Júnior

Dr. Rafael Santos Mendes

Dr. Takaaki Ohishi

Resumo e Abstract

Resumo

O uso de modelos matemáticos e simuladores aplicados à área de controle biológico de pragas permite um prognóstico do impacto da introdução de inimigos naturais exóticos. Com esse objetivo, desenvolvemos o simulador SIMCOBIM, sob o ambiente de programação do MATLAB®, apoiado em modelos matemáticos. Através de cenários de simulação, analisamos a dinâmica populacional do inseto-praga *Phyllocnistis citrella* (larva-minadora-da-folha-dos-citros) e das espécies *Galeopsomyia fausta* (inimigo natural nativo) e *Ageniaspis citricola* (inimigo natural exótico). A eficiência do controle biológico desse inseto-praga e a interação entre as duas espécies de inimigos naturais são também estudadas.

Abstract

The use of mathematical modelling and simulators in biological control of insect pests allows a prediction about the impact caused by the introduction of exotic natural enemies. With this in mind, we develop the simulator SIMCOBIM, using the MATLAB® environment, based on mathematical models. Through simulation scenarios, we analyse the population dynamics of the pest *Phyllocnistis citrella* (citrus leafminer) and the species *Galeopsomyia fausta* (native natural enemy) and *Ageniaspis citricola* (exotic natural enemy). The efficiency of the biological control of *P. citrella* and the interaction between the two natural enemies are analysed too.

*Aos meus pais,
Tito e Judith*

*“O livro da natureza está escrito
em caracteres matemáticos.
Sem um conhecimento dos mesmos,
os homens não poderão compreendê-lo.”
Galileu Galilei (1564 - 1642)*

Agradecimentos

À Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária e à Universidade Estadual de Campinas, que possibilitaram a realização desse trabalho.

Ao Prof. Dr. Jurandir F. R. Fernandes, por sua atenciosa orientação, sua consideração e seu caráter e moral notáveis, que marcaram nossa convivência. Além das questões técnicas, com ele muito aprendi.

Ao Prof. Dr. Hyun Mo Yang, pela efetiva co-orientação, com a mesma paciência e atenção que dedica a seus orientados.

Ao Dr. Marcone César Mendonça das Chagas, da EMPARN, pela presteza em responder inúmeras dúvidas, sempre paciente e atencioso.

Ao Dr. José Carlos Verle Rodrigues, do Centro de Citricultura “Silvio Moreira” do IAC, pela confiança e apoio imprescindíveis à conclusão desse trabalho.

À Dra., e amiga, Maria Conceição Peres Young Pessoa, que de forma sobre-humana, quanto mais se envolve em atividades, maior qualidade consegue proporcionar aos seus trabalhos e, mesmo assim, está sempre disposta a ajudar ...

Aos colegas do Laboratório de Quarentena “Costa Lima”, da Embrapa Meio Ambiente, pela gentileza de sempre. Em especial, ao Dr. Luiz Alexandre Nogueira de Sá, pela

cessão de literatura na área, pelos contatos e por apresentar-me os desafios de sua área de conhecimento.

À bibliotecária Leila Maria Lenk, pela rigorosa correção das referências bibliográficas, por estar sempre prestes a conseguir-me uma nova publicação no menor tempo possível, e ao constante apoio e incentivo.

Aos professores e pesquisadores de instituições como ESALQ, EMPARN, Centro de Citricultura “Silvio Moreira” e Seção de Climatologia Agrícola do IAC, Fundecitrus, CEPAGRI-Unicamp, Instituto Biológico de Campinas e Gravena Manejo Ecológico, pelo apoio e cessão de informações fundamentais à realização desse trabalho. Sua seriedade, competência e humildade atestam a alta qualidade de suas instituições.

Aos professores e colegas do DENSIS, pelo agradável ambiente de trabalho. Em especial, a Geraldo Lúcio Diniz, pelo importante apoio no uso do L^AT_EX.

Ao Frassetto e ao Pedro, peço desculpas pela ausência e por terem sido obrigados a aturar meu mau humor e nervosismo inevitáveis na reta final, sempre retribuídos com muito amor e carinho. Sem seu apoio e incentivo, a conclusão desse trabalho teria sido muito mais difícil.

Aos meus pais, por tudo.

Campinas, SP-Brasil
Junho, 2001

Sônia Ternes

Sumário

Resumo e Abstract	iv
Agradecimentos	vii
Lista de Figuras	xii
Lista de Tabelas	xv
Introdução	1
1 Importância do problema	1
2 Modelos matemáticos e simuladores utilizados em controle biológico de pragas	6
3 Objetivos do trabalho	11
4 Organização do trabalho	13
1 Questões biológicas	15
1 Inseto-Praga: <i>Phyllocnistis citrella</i>	15
1.1 Aspectos gerais	15
1.2 Características bioecológicas	17
2 Inimigo natural nativo: <i>Galeopsomyia fausta</i>	20
3 Inimigo natural exótico: <i>Ageniaspis citricola</i>	21
	24
2 Os modelos matemáticos	25
1 Considerações básicas	25
2 Uma população de insetos	28
2.1 Caso 1: controle pela saturação do meio-ambiente	30

2.2	Caso 2: crescimento linear	31
2.3	Caso 3: controle intra-específico da população	32
3	Modelo 1: inseto-praga X parasito nativo	33
3.1	Caso 1: capacidade limitada X capacidade limitada	36
3.2	Caso 2: crescimento linear X crescimento linear	40
3.3	Caso 3: controle intra-específico X controle intra-específico	41
3.4	Caso 4: crescimento linear X controle intra-específico	43
3.5	Caso 5: controle intra-específico X crescimento linear	44
3.6	Caso 6: crescimento linear X capacidade limitada	46
3.7	Caso 7: capacidade limitada X crescimento linear	47
3.8	Caso 8: controle intra-específico X capacidade limitada	48
3.9	Caso 9: capacidade limitada X controle intra-específico	49
4	Modelo 2: inseto-praga X parasito exótico	51
5	Modelo 3: inseto-praga X parasito nativo X parasito exótico	56
3	O processo de simulação	61
1	Descrição geral	62
2	Bases de dados de temperaturas médias	64
3	Bases de dados de parâmetros biológicos	66
3.1	Modelo 1	67
3.2	Modelo 2	70
3.3	Modelo 3	72
4	Caracterização dos cenários de simulação	74
		78
4	Resultados e discussões	79
1	Cenário com a presença da larva-minadora-da-folha-dos-citros e sem nenhum tipo de controle	80

2	Cenário com a presença da larva-minadora-da-folha-dos-citros e do parasito nativo <i>Galeopsomyia fausta</i>	83
3	Cenário com a presença da larva-minadora-da-folha-dos-citros e do parasito exótico <i>Ageniaspis citricola</i>	89
3.1	Longevidade de <i>A. citricola</i> correspondente a 50% da longevidade de <i>G.fausta</i>	89
3.2	Longevidade de <i>A. citricola</i> correspondente a 25% da longevidade de <i>G.fausta</i>	96
4	Cenário com a presença da larva-minadora-da-folha-dos-citros e dos parasitos <i>Galeopsomyia fausta</i> e <i>Ageniaspis citricola</i>	100
4.1	Longevidade de <i>A. citricola</i> correspondente a 50% da longevidade de <i>G.fausta</i>	100
4.2	Longevidade de <i>A. citricola</i> correspondente a 25% da longevidade de <i>G.fausta</i>	106
	Conclusões	111
1	Comentários e sugestões	113
	Bibliografia	115
		124
	Anexo A: Análise de estabilidade de soluções estacionárias	125
	Anexo B: Método de Runge-Kutta	129
	Anexo C: Relação dos arquivos de programa do SIMCOBIM	131
		138
	Anexo D: Exemplo de interface do SIMCOBIM	139
	Anexo E: Relatório emitido pelo SIMCOBIM para o Cenário 1	141
	Anexo F: Relatório emitido pelo SIMCOBIM para o Cenário 2	143
		146

Anexo G: Relatório emitido pelo SIMCOBIM para o Cenário 3	147
	150
Anexo H: Relatório emitido pelo SIMCOBIM para o Cenário 4	151

Lista de Figuras

2.1	Formas de crescimento natural consideradas	30
2.2	Esquema de compartimentos do Modelo 1	34
2.3	Esquema de compartimentos do Modelo 2	53
2.4	Esquema de compartimentos do Modelo 3	58
3.1	Diagrama global do simulador.	63
4.1	Cenário 1: dinâmica populacional de <i>P. citrella</i> no período de outubro a abril, para $c = 400.000$	81
4.2	Cenário 1: dinâmica populacional de <i>P. citrella</i> no período de outubro a abril, para $c = 50.000$	82
4.3	Cenário 2: dinâmica populacional de <i>P. citrella</i> em interação com <i>G. fausta</i> no período de outubro a abril, para $c = 400.000$, $c' = 1.000$ e $k_2 = k'_1 = 10^{-4}$	85
4.4	Cenário 2: dinâmica populacional de <i>P. citrella</i> em interação com <i>G. fausta</i> no período de outubro a abril, para $c = 40.000$, $c' = 1.000$ e $k_2 = k'_1 = 10^{-4}$	86
4.5	Cenário 2: dinâmica populacional de <i>P. citrella</i> em interação com <i>G. fausta</i> no período de outubro a abril, para $c = 400.000$, $c' = 2.000$ e $k_2 = k'_1 = 10^{-4}$	86
4.6	Cenário 2: dinâmica populacional de <i>P. citrella</i> em interação com <i>G. fausta</i> no período de outubro a abril, para $c = 40.000$, $c' = 2.000$ e $k_2 = k'_1 = 10^{-4}$	87
4.7	Cenário 2: dinâmica populacional de <i>P. citrella</i> em interação com <i>G. fausta</i> no período de outubro a abril, para $c = 40.000$, $c' = 1.000$, $k_2 = 10^{-4}$ e $k'_1 = 10^{-3}$	87
4.8	Cenário 2: dinâmica populacional de <i>P. citrella</i> em interação com <i>G. fausta</i> no período de outubro a abril, para $c = 40.000$, $c' = 1.000$, $k_2 = 10^{-4}$ e $k'_1 = 10^{-5}$	88

4.9	Cenário 2: dinâmica populacional de <i>P. citrella</i> em interação com <i>G. fausta</i> no período de outubro a abril, com $P(0) = 10.000$, $M(0) = 1.000$, $L(0) = 10.000$, $G(0) = 200$, $c = 40.000$, $c' = 2.000$ e $k_2 = k'_1 = 10^{-4}$	88
4.10	Cenário 3 - caso 1: dinâmica populacional de <i>P. citrella</i> em interação com <i>A. citricola</i> no período de outubro a abril, para $c = 400.000$ e $k_3 = k_4 = k''_1 = 10^{-3}$	92
4.11	Cenário 3 - caso 1: dinâmica populacional de <i>P. citrella</i> em interação com <i>A. citricola</i> no período de outubro a abril, para $c = 400.000$, $k_3 = k_4 = 10^{-4}$ e $k''_1 = 10^{-3}$	93
4.12	Cenário 3 - caso 1: dinâmica populacional de <i>P. citrella</i> em interação com <i>A. citricola</i> no período de outubro a abril, para $c = 400.000$ e $k_3 = k_4 = k''_1 = 10^{-4}$	93
4.13	Cenário 3 - caso 1: dinâmica populacional de <i>P. citrella</i> em interação com <i>A. citricola</i> no período de outubro a abril, para $c = 40.000$, $k_3 = k_4 = 10^{-4}$ e $k''_1 = 10^{-3}$	94
4.14	Cenário 3 - caso 1: dinâmica populacional de <i>P. citrella</i> em interação com <i>A. citricola</i> no período de outubro a abril, para $c = 40.000$ e $k_3 = k_4 = k''_1 = 10^{-3}$	94
4.15	Cenário 3 - caso 1: dinâmica populacional de <i>P. citrella</i> em interação com <i>A. citricola</i> no período de outubro a abril, para $c = 10.000$, $k_3 = k_4 = 10^{-4}$ e $k''_1 = 10^{-3}$	95
4.16	Cenário 3 - caso 2: dinâmica populacional de <i>P. citrella</i> em interação com <i>A. citricola</i> no período de outubro a abril, para $c = 400.000$, $k_3 = k_4 = 10^{-4}$ e $k''_1 = 10^{-3}$	98
4.17	Cenário 3 - caso 2: dinâmica populacional de <i>P. citrella</i> em interação com <i>A. citricola</i> no período de outubro a abril, para $c = 400.000$ e $k_3 = k_4 = k''_1 = 10^{-4}$	99
4.18	Cenário 4 - caso 1: dinâmica populacional de <i>P. citrella</i> em interação com <i>G. fausta</i> e <i>A. citricola</i> no período de outubro a abril, para $c = 400.000$, $k_2 = k_3 = k_4 = k'_1 = 10^{-4}$, $c' = 1.000$ e $k''_1 = 10^{-3}$	104

4.19	Cenário 4 - caso 1: dinâmica populacional de <i>P. citrella</i> em interação com <i>G. fausta</i> e <i>A. citricola</i> no período de outubro a abril, para $c = 400.000$, $k_2 = k_3 = k_4 = k'_1 = 10^{-4}$, $c' = 5.000$ e $k''_1 = 10^{-3}$	104
4.20	Cenário 4 - caso 1: dinâmica populacional de <i>P. citrella</i> em interação com <i>G. fausta</i> e <i>A. citricola</i> no período de outubro a abril, para $c = 40.000$, $k_2 = k_3 = k_4 = k'_1 = 10^{-4}$, $c' = 2.000$ e $k''_1 = 10^{-3}$	105
4.21	Cenário 4 - caso 1: dinâmica populacional de <i>P. citrella</i> em interação com <i>G. fausta</i> e <i>A. citricola</i> no período de outubro a abril, para $c = 40.000$, $k_2 = k_3 = k_4 = 10^{-4}$, $c' = 2.000$, $k'_1 = 10^{-4}$ e $k''_1 = 10^{-3}$ e população inicial do inseto-praga reduzida em 10 vezes.	105
4.22	Cenário 4 - caso 2: dinâmica populacional de <i>P. citrella</i> em interação com <i>G. fausta</i> e <i>A. citricola</i> no período de outubro a abril, para $c = 400.000$, $k_2 = k_3 = k_4 = k'_1 = 10^{-4}$, $c' = 1.000$ e $k''_1 = 3 \times 10^{-3}$	108
4.23	Cenário 4 - caso 2: dinâmica populacional de <i>P. citrella</i> em interação com <i>G. fausta</i> e <i>A. citricola</i> no período de outubro a abril, para $c = 400.000$, $k_2 = k_3 = k_4 = k'_1 = 10^{-4}$, $c' = 2.000$ e $k''_1 = 3 \times 10^{-3}$	109
4.24	Cenário 4 - caso 2: dinâmica populacional de <i>P. citrella</i> em interação com <i>G. fausta</i> e <i>A. citricola</i> no período de outubro a abril, para $c = 400.000$, $k_2 = k_3 = k_4 = k'_1 = 10^{-4}$, $c' = 5.000$ e $k''_1 = 3 \times 10^{-3}$	109
4.25	Cenário 4 - caso 2: dinâmica populacional de <i>P. citrella</i> em interação com <i>G. fausta</i> e <i>A. citricola</i> no período de outubro a abril, para $c = 40.000$, $k_2 = k_3 = k_4 = k'_1 = 10^{-4}$, $c' = 2.000$ e $k''_1 = 3 \times 10^{-3}$	110
4.26	Cenário 4 - caso 2: dinâmica populacional de <i>P. citrella</i> em interação com <i>G. fausta</i> e <i>A. citricola</i> no período de outubro a abril, para $c = 40.000$, $k_2 = k_3 = k_4 = k'_1 = 10^{-4}$, $c' = 2.000$ e $k''_1 = 3 \times 10^{-3}$ e população inicial do inseto-praga reduzida em 10 vezes.	110

Lista de Tabelas

1.1	Duração e viabilidade dos estágios imaturos de <i>Phyllocnistis citrella</i> em diferentes temperaturas. Fonte: Chagas (1999).	18
1.2	Períodos de pré-oviposição, fecundidade e longevidade de fêmeas de <i>Phyllocnistis citrella</i> criadas sob temperaturas alternantes. Fonte: Chagas (1999).	19
1.3	Duração do ciclo ovo-adulto e viabilidade de <i>Ageniaspis citricola</i> em diferentes temperaturas. Fonte: Chagas <i>et al.</i> (1999).	23
3.1	Temperaturas médias mensais (em °C) de Limeira no período de 1997 a 1999 e média da série histórica de 1970 a 1999. Fonte: Seção de Climatologia Agrícola do Instituto Agrônomo de Campinas.	65
3.2	Equações para cálculo de temperaturas médias mensais ($\bar{Y}_i$) no Estado de São Paulo em função da altitude (X) e latitude (X_1) (Pinto <i>et al.</i> , 1972), com respectivo ajuste R^2 obtido pelos autores, e valores calculados para Limeira (639 m de altitude e 1.347 min de latitude sul).	66
3.3	Valores dos parâmetros biológicos para a população do inseto-praga referentes ao Modelo 1.	68
3.4	Valores dos parâmetros biológicos para a população do parasito nativo referentes ao Modelo 1.	70
3.5	Valores dos parâmetros biológicos para a população do inseto-praga referentes ao Modelo 2.	71

3.6	Valores dos parâmetros biológicos para a população do parasito exótico referentes ao Modelo 2, para a longevidade da fêmea adulta igual a metade da longevidade do parasito nativo.	72
3.7	Valores dos parâmetros biológicos para a população do parasito exótico referentes ao Modelo 2, para a longevidade da fêmea adulta igual a 25% da longevidade do parasito nativo.	73
3.8	Valores dos parâmetros biológicos para a população do inseto-praga referentes ao Modelo 3.	73
4.1	Resultados numéricos para o Cenário 1, com população inicial de 10.000 pupas e 160 fêmeas adultas (c : capacidade do meio; P : população final de pupas; M : população final de fêmeas; NP: nível de perigo observado).	80
4.2	Cenário 3 - caso 1: picos populacionais aproximados obtidos nos 5 primeiros meses de simulação, e soluções dinâmicas finais para as populações de <i>P. citrella</i> (M) e <i>A. citricola</i> ($A_v + A$), em função do número de fêmeas do parasito liberadas ($c = 40.000$, $k_3 = k_4 = 10^{-4}$ e $k_1'' = 10^{-3}$).	91
4.3	Cenário 3 - caso 2: picos populacionais aproximados obtidos nos 5 primeiros meses de simulação, e soluções dinâmicas finais para as populações de <i>P. citrella</i> (M) e <i>A. citricola</i> ($A_v + A$), em função do número de fêmeas do parasito liberadas ($c = 400.000$, $k_3 = k_4 = 10^{-4}$ e $k_1'' = 10^{-3}$).	97

Introdução

Uma visão geral sobre a importância econômica da citricultura, principais pragas e doenças atuais, e do uso de controle biológico para o combate a estas pragas é apresentada. Em seguida são citados exemplos do uso de modelos matemáticos e simuladores aplicados ao controle biológico de diversas pragas agrícolas. Finalmente são descritos os objetivos e a organização do trabalho.

1 Importância do problema

A laranja é uma cultura perene, produzida em mais de 80 países, onde na maioria deles é utilizada apenas para suprir o consumo interno de fruta fresca e de suco, com inexpressiva influência no mercado mundial (Amaro *et al.*, 1998). Brasil e Estados Unidos são os maiores produtores, totalizando cerca de 60% da produção mundial. Nesses dois países, 80% da produção é destinada ao processamento para transformação do suco concentrado. Quase todo o suco brasileiro produzido é destinado ao mercado externo, representando cerca de 85% do suco negociado internacionalmente. Em 1996, o Brasil exportou cerca de 1,2 milhão de toneladas de suco concentrado de laranja, dos quais 69,4% foram destinados à Europa, gerando uma receita de 1,2 bilhão de dólares (Graziano, 1997).

Segundo Amaro *et al.* (1998), em 1997 no Estado de São Paulo a área ocupada com 192,4 milhões de árvores de laranja em produção era de aproximadamente 740.000 hectares. Além disso, as estatísticas indicavam tendência crescente em São Paulo nas décadas de 80 e 90, atingindo o recorde de 383 milhões de caixas (de 40,8 kg) de laranja em 1997.

Dados de 1993, publicados pela Regional Campinas da Coordenadoria de Assistência Técnica Integral (CATI-SAASP), fornecem uma idéia mais precisa sobre a importância econômica da citricultura na região (Cabrera Filho *et al.*, 1993). Na antiga divisão regional agrícola

de Campinas, composta por 104 municípios, a produção de citros constituía-se na terceira ocupação agrícola em importância econômica, com 227.500 hectares, 6.000 produtores e 80.000 empregos diretos. Naquele ano, existiam cerca de 52 milhões de pés, uma produção aproximadamente de 85 milhões de caixas e cerca de 550 viveiristas registrados. A estrutura industrial do setor correspondia a três fábricas de suco concentrado em funcionamento e três desativadas. Cerca de 90% dos citros produzidos eram destinados à indústria, sendo a copa mais usada a da variedade Pêra (50%).

Tais dados ilustram a importância econômica da citricultura e, como consequência, a necessidade de controle permanente de pragas dessa cultura através de métodos eficientes, capazes de conter o avanço de pragas sem agredir seu agroecossistema.

O Manejo Integrado de Pragas (MIP) é uma filosofia de trabalho direcionada para fins de controle de pragas. O foco principal é o controle biológico, que pode ser associado ao uso de técnicas culturais e de defensivos químicos, com o objetivo de se obter um resultado eficiente, econômico e ecologicamente viável.

Um programa de MIP integra aspectos econômicos, sociais, ecológicos e culturais específicos para a região geográfica onde será utilizado. Desta forma, podem existir várias propostas de Manejo Integrado para uma mesma praga, quando se ressaltam diferentes linhas de pesquisa. O controle biológico natural é associado a técnicas como a utilização de plantas iscas, uso de inseticidas seletivos, armadilhas de feromônio, de plantio em época pré-estabelecida e de remoção de restos culturais no final do ciclo da cultura.

Assim, não basta só a presença da praga para que alguma ação seja iniciada. A decisão de se iniciar o combate é avaliada também pelo aspecto econômico. O monitoramento do nível populacional da praga é necessário, observando-se alguns índices importantes, como o Nível de Dano Econômico (ND) e o Nível de Limiar Econômico (NL).

Silveira Neto *et al.* (1976) definem ND como a menor densidade populacional que causa prejuízo econômico, compensando, portanto, a aplicação de medidas de controle. O NL é definido como o nível populacional no qual medidas devem ser tomadas para se evitar que a população do inseto-praga atinja o nível de dano. O inseto é considerado praga quando o pico populacional atinge o ND.

A implementação do MIP é feita pelas Secretarias Estaduais de Agricultura, por associações de citricultores e por algumas empresas.

Segundo Gravena (2000), as estratégias de manejo integrado de pragas dos citros (MIP Citros) no Brasil e suas respectivas táticas têm aparecido na literatura desde 1977.

Atualmente, as pragas-chave para o MIP Citros são o ácaro da leprose, *Brevipalpus phoenicis* (Acariformes: Tenuipalpidae) e o ácaro da ferrugem, *Phyllocoptruta oleivora* (Acariformes: Eriophyidae). O primeiro transmite a doença denominada leprose, causada por um vírus não sistêmico, que pode danificar frutos e causar morte lenta de ramos e árvores. Segundo Gravena (2000), este ácaro causou 10% de perda em 1999 devido ao pequeno período de seca. Os citricultores gastaram em torno de 60 milhões de dólares em 1998/99 para o controle do ácaro. O ácaro da ferrugem dos citros ocorre geralmente em altas densidades e pode depreciar frutas para o mercado “in natura”, devido ao bronzeamento geral observado na casca, mas não afeta a produção da próxima safra.

Novas pragas e doenças surgiram recentemente na citricultura brasileira, como a doença CVC (clorose variegada do citros), também conhecida como ‘amarelinho do citros’, e a introdução acidental da praga ‘larva-minadora-da-folha-dos-citros’, *Phyllocnistis citrella* (Lepidoptera: Gracillariidae), de grande potencial de danos à citricultura nacional (Gravena, 1994; Lourenção & Müller, 1994; Cônsoli *et al.*, 1996; Chagas, 1999), devido à sua relação com o cancro cítrico (Gravena, 1998).

A CVC é uma doença causada pela bactéria *Xylella fastidiosa* e transmitida por cigarrinhas da família Cicadellidae. Essa doença foi constatada pela primeira vez em 1987 em pomares do Triângulo Mineiro e das regiões norte e nordeste do Estado de São Paulo, de onde se disseminou rapidamente (Feichtenberger, 1998; Feichtenberger, 2000). A CVC afeta plantas de laranjas doces enxertadas nos principais porta-enxertos do país. Plantas afetadas produzem frutos de tamanho reduzido, duros, impróprios para a comercialização “in natura” e para o processamento industrial. Árvores com ataques severos de CVC podem ter seu crescimento paralisado e apresentar morte de ramos ponteiros. As árvores raramente morrem, porém permanecem improdutivas. Para controle da doença, uma das medidas recomendadas é a poda de ramos afetados de 20 a 30 cm abaixo da última folha com sintomas (Feichtenberger, 1998).

A larva-minadora-da-folha-dos-citros foi encontrada pela primeira vez no Brasil em março de 1996 no Estado de São Paulo (Gravena, 2000), disseminando-se rapidamente para outros estados do país, como Bahia e Minas Gerais, ainda no mesmo ano (Menegucci *et al.*,

2000). A larva penetra nas folhas da planta levando à atrofia do tecido foliar. Além do comprometimento à fotossíntese, os danos provocados podem resultar na queda prematura das folhas, impedindo o desenvolvimento de brotações e, conseqüentemente, refletindo no potencial produtivo do pomar (Chagas, 1999).

Porém, o risco maior do surgimento da *Phyllocnistis citrella* é sua associação com o cancro cítrico. Com a chegada nos pomares paulista da larva-minadora, houve um crescimento significativo do número de focos da doença que, na maioria dos casos, estava associado à presença deste inseto-praga (Gravena, 2000; Feichtenberger, 1998), pois os ferimentos provocados pela larva à folha e outros órgãos da planta favorecem a penetração da bactéria causadora do cancro cítrico, *Xanthomonas axonopodis* pv. *citri*. A bactéria provoca lesões nas folhas, frutos e ramos e, conseqüentemente, queda de folhas, frutos e de produção. Além disso, por lei, pomares contaminados são impedidos de comercializar suas produções (Fundecitrus, 1997). Como uma medida de prevenção e controle do cancro indica-se a eliminação total do pomar de plantas comprovadamente infectadas e plantas vizinhas suspeitas (Feichtenberger, 1998; Fundecitrus, 1997).

Segundo Gravena (2000), antes do aparecimento das cigarrinhas causadoras da CVC e da larva-minadora que facilita o cancro, o MIP era conduzido com maior facilidade. Atualmente é necessário enfrentar surtos de pragas secundárias com maior freqüência, devido aos inseticidas aplicados pelos citricultores, sem nenhum critério ambiental e de seletividade a inimigos naturais.

Na tentativa de manter a *P. citrella* abaixo do nível de dano econômico e, conseqüentemente, reduzir o risco de cancro no Brasil, pesquisadores vêm desenvolvendo projetos visando o seu controle biológico (Embrapa, 1998).

Segundo Bosch *et al.* (1985), o controle biológico é um fenômeno natural de regulação do número de plantas e animais por inimigos naturais (agentes bióticos de mortalidade). É um elemento que força um controle natural, mantendo todas as espécies vivas em estado de equilíbrio no ambiente. DeBach (1964) define o controle biológico como “a ação de parasitos, predadores e patógenos para a manutenção da densidade de outros organismos abaixo de um nível médio que ocorreria na ausência deles”.

Conforme FAO (1996), inimigo natural é um organismo que vive às custas de outro

organismo, o qual pode ajudar a limitar a população de seu hospedeiro. Esses incluem parasitos, parasitóides, parasitas, predadores e patógenos. Parasito e parasitóide são insetos que parasitam somente em seus estágios imaturos, ocasionando a morte do hospedeiro durante seu desenvolvimento, e vivendo livre quando adulto. Parasita é um organismo que vive dentro de um organismo maior e se alimenta dele. Predador é um inimigo natural que preda e se alimenta de outros animais. Patógenos são micro-organismos que causam doenças.

O termo ‘controle biológico clássico’ refere-se à introdução intencional de organismos exóticos (não nativo a um particular ecossistema ou país) para o controle a longo-prazo de uma determinada praga (FAO, 1996), objetivando reduzir a abundância média da praga e, conseqüentemente, reduzir a chance de prejuízos futuros (May & Hassell, 1988). É uma metodologia bem estabelecida nos Estados Unidos, com um acervo de cerca de 100 anos de história e apresenta um grande número de sucessos (Greathead, 1992; Godfray & Waage, 1991).

O controle biológico clássico envolve a procura de inimigos naturais na área de origem da praga e, após exame e seleção, a introdução de alguns desses inimigos no novo local de ataque da praga. Godfray & Wagge (1991) afirmaram que quase sempre esta procura resulta num grande complexo de inimigos naturais candidatos à introdução. A seleção, a partir desse complexo, envolve alguns critérios práticos como, por exemplo, a facilidade de criação dos insetos em condições de laboratório (visando a futura liberação) e o quanto são específicos, para que não ameacem a fauna nativa da área onde serão introduzidos. A especificidade é uma medida de variedade dos hospedeiros de um agente de controle biológico, num intervalo que vai de um especialista extremo, capaz somente de completar seu desenvolvimento em uma determinada espécie (monófago), a um generalista com muitos hospedeiros em vários grupos de organismos (polífago) (FAO, 1996).

Após essas considerações, é necessário aplicar alguns critérios baseados no potencial efetivo de cada espécie, ou seja, existe uma necessidade prática de uma abordagem científica para a seleção dos candidatos à introdução. Por exemplo, Cory & Meyers (2000) afirmaram que procedimentos devem ser desenvolvidos para antecipar e reduzir os impactos diretos e indiretos da introdução de inimigos naturais. Da mesma forma, Simberloff & Stiling (1996) afirmaram que uma das razões para que ainda hoje seja difícil estabelecer os riscos do controle biológico é a dificuldade em prognosticar os impactos na comunidade e no ecossistema.

Modelos matemáticos têm sido bastante utilizados para o estudo de problemas agrícolas, pois com o uso de simuladores o sistema ambiente - praga - inimigos naturais pode ser melhor compreendido. Isto permite uma visão geral do sistema e faz com que o usuário se posicione como um “experimentador” do sistema real, operando somente um modelo do mesmo, possibilitando uma economia em prejuízos materiais e tempo, quando comparado a experimentos reais. Além disso, pesquisadores da área podem fazer uso de modelos para auxiliar o delineamento de experimentos de campo, através da indicação dos parâmetros a serem observados.

Mais especificamente, a utilização de simuladores aplicados a problemas de controle biológico de pragas permite uma avaliação qualitativa e quantitativa do impacto entre as populações do inseto-praga e de seus inimigos naturais. Desta forma, os possíveis cenários alternativos resultantes de simulação dos modelos permitem analisar a eficiência do controle biológico.

No Brasil, o Ministério da Agricultura e do Abastecimento possui o Laboratório de Quarentena “Costa Lima”, localizado no Centro Nacional de Pesquisa de Monitoramento e Avaliação de Impacto Ambiental, Embrapa Meio Ambiente, em Jaguariúna, SP. Esse é o único órgão credenciado, em nível nacional, para realizar a introdução de agentes de controle biológico (Moraes *et al.*, 1994). Entre suas atividades em desenvolvimento nos últimos anos, destacou-se a avaliação de risco de introdução de inimigos naturais exóticos para o controle da praga larva-minadora-da-folha-dos-citros (Embrapa, 1998).

2 Modelos matemáticos e simuladores utilizados em controle biológico de pragas

Conforme descrito por Hassell (1978), a teoria sobre ecologia de populações surgiu como uma disciplina bem fundamentada entre 1920 e 1935, quando em 1920 Pearl e Reed redescobriram o modelo logístico de Verhulst, desenvolvido em 1838 para descrever o crescimento de uma população, e Lotka e Volterra, em 1925 e 1926, respectivamente, desenvolveram um modelo de competição entre duas espécies. Na década seguinte, Nicholson, em 1933, e Nicholson e Bailey, em 1935, desenvolveram modelos para descrever a interação presa-predador.

Segundo Hassell (1978), uma volta real aos estudos teóricos sobre predação veio com

os trabalhos clássicos de Holling e de Watt, ambos em 1959, e Ivlev em 1961. Eles argumentaram contra uma suposição básica dos modelos de Lotka-Volterra e Nicholson-Bailey, que pressupõe que a taxa de ataque aumenta monotonicamente em direção a um máximo, conforme a densidade da presa aumenta.

Holling (1959) explorou o conceito de resposta funcional no contexto biológico, definida como a relação entre o número de presas consumidas por predador e a densidade da presa. Ele considerou três tipos de resposta funcional: tipo I, onde a resposta aumenta linearmente até um patamar; tipo II, onde o aumento se dá numa taxa continuamente decrescente e tipo III, que segue uma curva sigmóide. O modelo de Holling leva em consideração o apetite do predador, a taxa de sucesso de procura, o período em que a presa fica disponível ao predador e o tempo necessário para os predadores a capturarem, consumirem e digerirem ('handling time').

Uma dificuldade para o uso deste tipo de modelo é o grande número de parâmetros que devem ser estimados, bem como a necessidade de realização de vários experimentos, normalmente complexos, para permitir uma boa estimativa dos parâmetros.

Segundo Murdoch (1990), a estrutura do modelo de Nicholson-Bailey é o padrão para a modelagem em controle biológico de um sistema não dividido em subpopulações. Para entender quando este modelo é melhor aplicado, é necessário ressaltar algumas diferenças existentes entre população de insetos.

Há dois tipos de fenologia de insetos geralmente consideradas (Murdoch, 1990). Uma é caracterizada por insetos de populações anuais em regiões temperadas, que possuem gerações sem sobreposição. Eles se reproduzem num período restrito, normalmente na primavera, passam por uma série de estágios, tendendo a ter sobreposição temporal relativamente pequena. Nova reprodução ocorre na primavera seguinte, havendo pouca sobreposição entre as gerações, uma vez que os adultos morrem logo após a oviposição. Há alguns parasitos cujo desenvolvimento é altamente adaptado e sincronizado com a praga. É para sistemas deste tipo que os modelos hospedeiro-parasito de Nicholson-Bailey, discretos no tempo, são mais apropriados.

Num segundo tipo de insetos, as fases de nascimento, desenvolvimento e morte ocorrem em função do período anual, quando vários estágios de desenvolvimento e gerações diferentes se sobrepõem no tempo. As taxas vitais não são constantes, de tal forma que no inverno, por exemplo, as taxas de fecundidade e crescimento ficam próximas de zero, e como

consequência as gerações podem cessar e se sobrepor em alguma parte do ano. Modelos deste tipo de insetos são contínuos no tempo.

O modelo contínuo de Lotka-Volterra é normalmente aplicado para sistemas do tipo presa-predador, mas é análogo ao de Nicholson-Bailey para sistemas do tipo hospedeiro-parasito. Hassell (1978) apresenta um estudo analítico onde o modelo presa-predador de Lotka-Volterra é descrito por um sistema de equações de diferenças qualitativamente similar ao modelo hospedeiro-parasito de Nicholson-Bailey. O modelo de Lotka-Volterra assume gerações sobrepostas, mas não considera estrutura etária e atraso no tempo e, por estas razões, não são freqüentemente usados no contexto de controle biológico. Além disso, Murdoch (1990) afirma que versões do modelo Lotka-Volterra contemplando distribuição etária são modelos difíceis de serem tratados analiticamente.

Avanços recentes no desenvolvimento de modelos ‘estágio-estruturados’ trazem grandes oportunidades para a modelagem realística de sistemas de controle biológico de insetos com sobreposição de gerações (Murdoch, 1990; Godfray & Waage, 1991; Hearne *et al.*, 1994). Cada indivíduo é caracterizado por seu estágio de desenvolvimento (subpopulações). A taxa na qual os insetos passam através de cada estágio depende de fatores relevantes do ambiente, como temperatura. A sazonalidade pode ser levada em consideração ao deixar os parâmetros variarem no tempo, ou pela manipulação do tempo fenológico, representado pelo conceito de ‘constante térmica’, com unidade expressa em graus-dia (GD). A constante térmica é definida como o produto do tempo de duração do desenvolvimento de um estágio pela diferença entre a temperatura ambiente e a temperatura base (limiar de desenvolvimento) (Silveira Neto *et al.*, 1976). A unidade GD representa o acúmulo de temperaturas favoráveis ao desenvolvimento de um determinado estágio (até que ocorra uma troca de estágio).

Segundo Godfray & Waage (1991), tanto modelos analiticamente simples como outros mais complexos têm sido usados para analisar o sucesso da introdução de agentes de controle biológico. Em 1980, Hassell (apud Godfray e Waage, 1991) usou um modelo analítico para estudar o sucesso do parasito *Cyzenis albicans* no controle da mosca de inverno, *Operophera brumata*, no Canadá. Gutierrez *et al.* (1988) desenvolveram um modelo para o controle de uma praga exótica (um percevejo) da cultura da mandioca, com o uso de dois inimigos naturais (um parasito e uma joaninha) introduzidos na África, permitindo a comparação entre os dois agentes de controle biológico. O modelo de Gutierrez levou em consideração o fluxo de massa

e de energia através do agroecossistema e atraso no tempo. Esses dois modelos citados são retrospectivos, mas indicam o potencial para a modelagem prospectiva no controle biológico.

Os modelos do tipo ‘estágio-estruturado’ são mais complexos do que modelos analíticos simples, como o de Hassell (1980) citado acima, embora possuam uma lógica de construção simples. Ainda, são menos complexos do que os simuladores ricos em detalhes, como o de Gutierrez *et al.* (1988).

A abordagem de modelos ‘estágio-estruturados’ possui duas vantagens para o propósito de controle biológico (Murdoch, 1990). Primeiro, a estrutura do modelo corresponde diretamente à história da vida do inseto, pois cada equação do sistema descreve uma fase de seu ciclo de vida; segundo, o modelo é altamente flexível e pode ser alterado de modo a incluir ou excluir detalhes biológicos, conforme se mostrem importantes.

Acrescenta-se que para um especialista da área de controle biológico, que normalmente não está familiarizado com a teoria matemática, a visualização de equações diferenciais para os compartimentos, representando cada fase do ciclo de vida biológico, facilita a compreensão e a participação na representação matemática do sistema praga-parasito. Isto caracteriza uma multidisciplinaridade no uso de simuladores em controle biológico de pragas.

A literatura é vasta na aplicação de modelagem matemática para análise da dinâmica populacional de diversas pragas e seus inimigos naturais (Hassell & May, 1986; Gutierrez *et al.*, 1988; May & Hassell, 1988; Brewster & Allen, 1991; Godfray & Waage, 1991; Wilhoit *et al.*, 1991; DeGrandi-Hoffman *et al.*, 1994; Hearne *et al.*, 1994; Pessoa 1994; Ambrosano *et al.*, 1996; Axelsen *et al.*, 1997). Todos esses estudos são seguidos de simulações estáticas ou dinâmicas, ou da elaboração de simuladores mais complexos, utilizando técnicas de inteligência artificial como, por exemplo, a construção de sistemas especialistas. Destacam-se a seguir alguns dos trabalhos relacionados.

Brewster & Allen (1991) utilizaram simulação para analisar estratégias alternativas de controle de pragas, visando programas de manejo integrado (controle biológico em conjunto com controle químico, quando a praga atinge níveis populacionais altos). Eles desenvolveram um modelo considerando três níveis tróficos: aipo (planta), minador *Liriomyza trifolii* (praga) e o parasito *Diglyphus intermedius*, e verificaram a eficiência de dois fatores de resistência da planta com relação à praga em conjunto com o parasito.

Wilhoit *et al.* (1991) elaboraram um simulador baseado em um modelo matemático

discreto para avaliar, dentro de um determinado período de tempo e de acordo com a variação de temperatura, o controle biológico da mosca doméstica por besouros.

DeGrandi-Hoffman *et al.* (1994) desenvolveram um simulador considerando um modelo matemático discreto para avaliar a interação entre populações genéricas de parasito com metamorfose incompleta (fases de ovo e ninfa) e hospedeiro fitófago, e os respectivos danos causados à planta.

Pessoa (1994) elaborou um sistema computacional integrando técnicas de simulação e sistema especialista para o manejo integrado da praga conhecida como bicudo do algodoeiro, *Anthonomus grandis*. Nesse mesmo trabalho, a autora apresentou um vasto levantamento sobre simuladores existentes para o controle do bicudo, desenvolvidos a partir de 1970.

Ambrosano *et al.* (1996) desenvolveram um modelo compartimental, determinístico e discreto para avaliar o sistema cana-de-açúcar - broca *Diatrea saccharalis* (praga) - *Trichogramma galloi* (parasitóide) - ambiente. As equações foram codificadas em linguagem de programação Pascal e foi avaliada a dinâmica populacional de cada fase do ciclo de vida das espécies.

Axelsen *et al.* (1997) elaboraram um simulador baseado no trabalho de Gutierrez *et al.* (1984), considerando diferentes níveis tróficos e atraso no tempo, para testar interações do tipo presa-predador num sistema ecotoxicológico (onde pode-se considerar os impactos de produtos químicos nas espécies e no campo).

Em relação a 'softwares' existentes no mercado, que podem ser utilizados na modelagem de sistemas biológicos, podemos destacar o STELLA® (High, 1997) e a ferramenta Simulink do MATLAB® (MathWorks, 1999).

O STELLA® é um software de programação gráfica que permite a construção de modelos matemáticos descritos, por exemplo, por equações de diferenças ou equações diferenciais, através da manipulação de ícones gráficos representando variáveis, fluxos e processos.

Sujii (1998) desenvolveu um simulador da dinâmica populacional da cigarrinha das pastagens, *Deois flavopicta*, utilizando o STELLA®. Hannon & Ruth (1997) mostraram a representação de vários modelos clássicos em sistemas biológicos (modelos físicos e bio-químicos, modelos genéticos, populacionais, etc) no STELLA®.

A ferramenta Simulink, disponível no MATLAB®, é um ambiente de simulação onde, por exemplo, o sistema de equações diferenciais de um modelo matemático é representado por

diagramas de fluxos, cujas soluções são apresentadas graficamente. A lógica de programação é mais simples do que o STELLA®, porém a representação das equações e o controle dos valores dos parâmetros do modelo em análise passam a ter uma complexidade que parece aumentar exponencialmente com o número de equações e parâmetros do modelo.

Allen (1996) desenvolveu um modelo de simulação para avaliar a dinâmica da praga *Phyllocnistis citrella* e de supostos parasitos usando o Simulink. O modelo é dividido em sub-modelos, considerando atraso no tempo para o desenvolvimento de cada estágio imaturo, desenvolvimento da planta e presença de parasitismo nas fases de ovo e pupa. Conforme o autor afirmou, o modelo não é calibrado para a *P. citrella* e nem para nenhum parasito particular. Apesar da representação gráfica facilitar a compreensão da lógica de programação utilizada, o modelo construído é bastante complexo em termos de possíveis alterações decorrentes da necessidade de inclusão ou exclusão de características biológicas das espécies consideradas.

O trabalho de Allen (1996) foi uma tentativa pioneira da modelagem da dinâmica populacional da *P. citrella*, visando o controle biológico. A escassez de trabalhos correlatos deve estar relacionada ao fato de que essa praga é relativamente nova no continente americano, tendo sido identificada nos Estados Unidos em 1993 (Heppner, 1993) e no Brasil em 1996 (Brasil, 1996).

Assim, dada a importância econômica da citricultura para o país e a classificação da larva-minadorada-da-folha-dos-citros como praga-chave da citricultura, é clara a necessidade de políticas de controle, objetivando um prognóstico da eficiência de inimigos naturais nativos e exóticos para o controle biológico dessa praga. A simulação é, sem dúvida, uma ferramenta importante para estes estudos.

3 Objetivos do trabalho

O desenvolvimento de modelos matemáticos, e posterior simulação, aplicados à pesquisa agropecuária permite ao usuário posicionar-se como um experimentador do sistema real, operando um modelo desse sistema que possibilite a criação de cenários alternativos para o problema em estudo e permita seu entendimento em situações atípicas, ou não vivenciadas na prática. Tais situações permitem a realização de testes laboratoriais e de campo mais direcionados, reduzindo gastos e assegurando a avaliação dos impactos ambientais decorrentes de

práticas agrícolas em estudo (Pessoa, 1994; Pessoa, 1995).

Com relação à área de controle biológico, a modelagem matemática das interações entre uma determinada praga a ser controlada, seus inimigos nativos já estabelecidos no ambiente e inimigos exóticos candidatos à introdução, contribui para uma maior segurança no processo de avaliação dos organismos que se deseja introduzir, permitindo uma análise segura dos riscos potenciais envolvidos, minimizando-os ao máximo.

A simulação de diferentes cenários, para uma avaliação prognóstica do impacto dos inimigos naturais e de suas interações, propicia uma relevante contribuição para o conhecimento do impacto esperado da introdução do novo agente, em termos da eficiência do controle biológico no campo.

Tendo em vista estas considerações, o objetivo deste trabalho é explorar cenários alternativos para analisar a dinâmica populacional do inseto-praga *Phyllocnistis citrella* e das espécies *Galeopsomyia fausta* (inimigo natural nativo) e *Ageniaspis citricola* (inimigo natural exótico), visando avaliar por simulação a eficiência do controle biológico na população do inseto-praga e a interação entre as duas espécies de inimigos naturais.

Desta forma, foram desenvolvidos três modelos matemáticos determinísticos, contínuos no tempo e estruturados por estágios. O Modelo 1 descreve a interação entre o inseto-praga e o inimigo natural nativo; o Modelo 2 visa representar a dinâmica entre o inseto-praga e o inimigo natural exótico e o Modelo 3 descreve a interação entre as três populações simultaneamente.

Como um dos requisitos básicos para o desenvolvimento do inseto-praga é a existência de folhas e brotações novas em citros, os três modelos visam representar a dinâmica das populações em estudo no período de maior brotação de citros (setembro a abril) na região de Limeira, uma das principais regiões citrícolas do Estado de São Paulo. Assim, considera-se que as análises serão realizadas no contexto do pior caso, ou seja, na época mais adequada para o desenvolvimento do inseto-praga.

Devido à falta de dados biológicos sobre os níveis populacionais das espécies citadas vivendo separadamente ao longo de um determinado tempo, foram escolhidas três funções matemáticas para representar o crescimento natural de cada uma das espécies. O uso dessas funções leva ao surgimento de diferentes variantes para cada um dos modelos. O estudo analítico de cada variante é feito em equilíbrio, com a determinação dos estados estacionários e da análise de estabilidade dos mesmos.

Cenários alternativos foram elaborados, simulando diferentes condições de campo experimental. Cada cenário é avaliado baseado na forma de crescimento natural utilizada e nas espécies presentes. Para permitir a avaliação dos cenários de forma amigável foi desenvolvido o software SIMCOBIM (Simulador do Controle Biológico da Larva-Minadora-da-Folha-dos-Citros), usando recursos de programação da versão 5.3.1 do MATLAB® (MathWorks, 1999), em ambiente UNIX e plataformas SUN.

Através destes cenários espera-se obter informação sobre o impacto da introdução do inimigo natural exótico *Ageniaspis citricola* sobre a população do parasito nativo *Galeopsomyia fausta*, e da eficiência do controle biológico da *Phyllocnistis citrella*, fornecendo subsídios para que o usuário do simulador possa fazer uma avaliação prognóstica da densidade populacional da *P. citrella* no campo e da conseqüente necessidade de introdução de novos agentes de controle biológico, ou até mesmo do uso de controle químico.

4 Organização do trabalho

No Capítulo 1 são apresentadas as características biológicas das três espécies envolvidas no estudo (inseto-praga *Phyllocnistis citrella* e os parasitos *Galeopsomyia fausta* e *Ageniaspis citricola*), relevantes para a compreensão dos modelos elaborados.

No Capítulo 2 são relacionadas as suposições básicas consideradas na construção dos modelos, baseadas nas características biológicas das espécies. Em seguida, é apresentado um estudo sobre a dinâmica de uma população qualquer de insetos vivendo isoladamente, supondo três diferentes formas para o crescimento natural da população: controle pela saturação do meio-ambiente, crescimento linear e controle intra-específico. Na seção seguinte é apresentado o Modelo 1 e um estudo analítico de 9 variantes desse modelo, que diferem entre si pela forma do crescimento natural considerado. Nas seções seguintes são apresentados e analisados os modelos 2 e 3, considerando-se que o crescimento natural das populações é regulado pela capacidade de saturação do meio-ambiente. Para cada uma das variantes e modelos são comentados alguns resultados obtidos através de simulações realizadas com o software SIMCOBIM, fixando-se os parâmetros biológicos e variando-se alguns parâmetros-chave. O objetivo de tais simulações é obter informações preliminares sobre a dinâmica das populações de acordo com a variação de parâmetros-chave.

No Capítulo 3 é descrito o desenvolvimento do SIMCOBIM e são apresentados os cenários analisados, que visam avaliar o controle biológico da praga.

No Capítulo 4 são discutidos os resultados obtidos sobre cada um dos cenários criados e a seguir são dadas as conclusões gerais sobre o trabalho desenvolvido.

Capítulo 1

Questões biológicas

Nesse capítulo são apresentadas as características biológicas das três espécies envolvidas no estudo (inseto-praga *Phyllocnistis citrella* e os parasitos *Galeopsomyia fausta* e *Ageniaspis citricola*), relevantes para a compreensão dos modelos apresentados no capítulo seguinte.

1 Inseto-Praga: *Phyllocnistis citrella*

1.1 Aspectos gerais

A larva-minadora-da-folha-dos-citros, *Phyllocnistis citrella* Stainton, 1856 (Lepidoptera: Gracillariidae) é um inseto-praga de origem asiática, tendo sido coletada pela primeira vez na Índia (Gravena, 1994). Até o início da década de noventa estava restrita ao sudeste asiático, à Nova Guiné, extremo norte da Austrália e às regiões do leste e oeste da África (Chagas, 1999).

A primeira ocorrência no continente americano foi constatada em 1993 e descrita por Heppner (1993), em pomares da Flórida. A partir daí, a larva-minadora dispersou-se rapidamente para várias regiões produtoras de citros dos EUA, América Central, Bahamas e Caribe (Gravena, 1994; Cônsoli *et al.*, 1996; Chagas, 1999). Foi identificada pela primeira vez no Brasil em março de 1996 (Brasil, 1996), tendo sido registrada em viveiros na região de Campinas (Prates *et al.*, 1996), passando a ser mais uma praga de importância econômica para a citricultura nacional.

Segundo Cônsoli *et al.* (1996) e Chagas (1999), o inseto adulto é uma micromariposa que apresenta envergadura de asa ao redor de 4,0 mm. O dimorfismo sexual entre adultos não é evidente. A postura é realizada preferencialmente na superfície inferior de folhas novas de brotações de plantas cítricas. Após a eclosão, as larvas penetram no tecido foliar e constroem minas ou galerias, resultantes do processo de alimentação da seiva, onde permanecerão por todo o seu desenvolvimento larval. As minas apresentam formato peculiar de serpentina, sendo normalmente localizadas na superfície superior da folha, exceto em altas infestações, quando ambos os lados passam a apresentar os sintomas de ataque do inseto. A pupação ocorre dentro da mina, em uma célula pupal especial localizada na margem da folha, abaixo de uma porção enrolada da folha. Quando em condições climáticas desfavoráveis, principalmente no inverno de clima temperado, a *P. citrella* pode sobreviver a condições adversas (fotoperíodo menor que 12 horas, temperaturas abaixo de 10°C e alimentação escassa), entrando em diapausa (estado de repouso com diminuição de metabolismo ocasionado por algum fator externo) no estágio pupal ou adulto.

Os danos provocados à planta dependem do nível de infestação da *P. citrella*. A formação das minas leva à atrofia do tecido foliar, as folhas tornam-se retorcidas, surgindo posteriormente manchas necróticas, culminando com a seca dessas estruturas. Além do comprometimento à fotossíntese, os danos provocados pela praga podem resultar na queda prematura das folhas e impedir o desenvolvimento de brotações, refletindo no potencial produtivo do pomar.

Os danos provocados pelas larvas às folhas (danos diretos) favorecem a infecção da planta por agentes fitopatogênicos (danos indiretos), permitindo o desenvolvimento de doenças como o cancro cítrico, causado pela bactéria *Xanthomonas axonopodis* pv. *citri*. O cancro cítrico é uma doença que provoca lesões nas folhas, frutos e ramos e, conseqüentemente, queda de folhas, frutos e, assim, da produção. Além disso, por lei, pomares contaminados são impedidos de comercializar suas produções (Fundecitrus, 1997).

Segundo Chagas (1999), levantamentos realizados em condições de campo têm demonstrado um índice de infestação do cancro de até 75% em folhas de citros, quando a larva-minadora está presente, com uma tendência visível de agravamento da doença após a introdução deste inseto-praga no Brasil. Dados publicados pela Fundecitrus (2001) permitem verificar que em 1996, ano em que a larva-minadora chegou ao Brasil, havia 45 focos de cancro

espalhados por 22 municípios produtores de citros (localizados no Estado de São Paulo e sul de Minas Gerais), totalizando 3.512 plantas contaminadas e 30.394 plantas atingidas pelo raio de contaminação. Em 1999 estes números aumentaram de forma significativa, sendo 4.180 focos de cancro em 132 municípios, num total de quase 300 mil plantas contaminadas e 1,74 milhão de plantas atingidas. Estima-se que nos últimos dois anos, o cancro cítrico causou prejuízos de 300 milhões de reais (Fundecitrus, 2001a).

1.2 Características bioecológicas

A bioecologia (análise da interação do inseto com o ambiente físico e biótico onde vive) da larva-minadora-da-folha-dos-citros tem sido estudada por diversos autores. Cõnsoli *et al.* (1996) e Chagas (1999) apresentaram um levantamento bastante detalhado sobre as características biológicas da praga (tempo de duração de cada fase do ciclo de vida, fecundidade, postura, hábitos do inseto adulto, etc.) obtidas por diversos autores.

A taxa de desenvolvimento da *P. citrella* é variável de acordo com as condições climáticas, sendo a temperatura um dos principais fatores.

Segundo Knapp *et al.* (1995), o tempo total de uma geração pode variar de 13 a 52 dias, dependendo da temperatura, com a fase de maturação dos ovos de 2 a 10 dias, o desenvolvimento larval (composto por 3 a 4 ínstaes) de 5 a 20 dias e o desenvolvimento da pupa de 6 a 22 dias. Os adultos vivem geralmente de 2 a 12 dias, se alimentam de néctar, apresentam atividade de madrugada e ovipõem ao entardecer e nas primeiras horas da manhã. Estão aptos para a cópula cerca de 14 a 24 horas após emergirem. As fêmeas produzem cerca de 36 a 76 ovos durante sua vida, resultando numa média de 48 ovos por fêmea.

Cõnsoli *et al.* (1996) relatam que o período de cópula se inicia cerca de 5 a 9 horas logo após a emergência, dentro do período máximo de 1 a 3 dias. O período de pré-oviposição varia de 1 a 6 dias, sendo a capacidade de postura das fêmeas bastante variável, podendo ocorrer de 7 a 108 ovos por fêmea. A postura é realizada preferencialmente na superfície inferior da folha (63%), podendo ocorrer de 1 a 28 ovos por folha (média de 5,9 ovos/folha). Normalmente apenas uma larva se desenvolve por folha, podendo ocorrer de 2 a 3 larvas por folha em alta infestação.

Tabela 1.1: Duração e viabilidade dos estágios imaturos de *Phyllocnistis citrella* em diferentes temperaturas. Fonte: Chagas (1999).

Temperatura (°C)	Duração (dias)			Viabilidade (%)		
	Ovo	Larva	Pupa	Ovo	Larva	Pupa
18	3,40	11,28	18,08	96,54	96,00	96,50
20	3,95	8,83	14,20	97,30	98,34	96,45
22	2,93	7,03	10,53	96,76	98,00	96,80
25	2,10	6,33	8,08	97,52	97,44	97,00
28	2,05	4,20	7,73	100,00	95,70	98,00
30	1,30	4,03	6,73	98,20	96,00	97,60
32	1,38	3,55	6,38	95,40	98,40	97,56

Segundo Chagas (1999), as durações das fases de desenvolvimento da *P. citrella* registradas na literatura são bastante conflitantes, conforme exemplificado nos parágrafos anteriores, provavelmente em função das condições bióticas e abióticas nas quais os estudos foram conduzidos.

Desta forma, resolvemos considerar como base o estudo realizado por Chagas (1999) que determinou, em condições de laboratório, diversas características biológicas da *P. citrella*, de acordo com a variação da temperatura e de outros fatores. Um outro motivo para a escolha deste trabalho como base é a escassez de dados de experimentos em condições de campo, que seriam mais apropriados para calibrar os parâmetros dos modelos a serem apresentados.

Em seus experimentos, Chagas (1999) iniciou a criação da *P. citrella* em laboratório utilizando como hospedeiro plantas de limão-cravo (*Citrus limonia*) com 25 a 30cm de altura, cultivadas em tubetes plásticos. A seguir são apresentadas duas tabelas derivadas do trabalho de Chagas (1999), contendo dados biológicos relevantes para a calibração dos parâmetros dos modelos matemáticos desenvolvidos.

Na tabela 1.1 estão listados os valores médios para a duração (em dias) e viabilidade dos estágios de ovo, larva e pupa, em experimentos realizados à umidade relativa de $60 \pm 10\%$ e fotofase de 14 horas, em diferentes temperaturas (em °C), variando de 18 a 32°C.

Na tabela 1.2 são apresentados os valores médios (em dias) do período de pré-oviposição, fecundidade e longevidade de fêmeas de *P. citrella*, criadas sob temperaturas

Tabela 1.2: Períodos de pré-oviposição, fecundidade e longevidade de fêmeas de *Phyllocnistis citrella* criadas sob temperaturas alternantes. Fonte: Chagas (1999).

Temperaturas inicial e final (°C)	Pré-oviposição (dias)	Fecundidade (ovos/fêmea)	Longevidade de fêmeas (dias)
18-18	7,20	22,93	22,41
18-25	3,44	42,78	11,50
18-30	4,36	39,09	8,30
25-18	4,41	61,18	25,94
25-25	3,31	62,47	12,43
25-30	5,17	50,25	11,78
30-18	5,20	40,44	17,36
30-25	3,58	55,89	12,43
30-30	3,67	36,83	9,00

alternantes durante as fases imatura e adulta, em experimentos realizados sob as mesmas condições de umidade e fotofase citados para a tabela 1.1.

Chagas (1999) determinou os valores das temperaturas base (limite inferior térmico de desenvolvimento) e constantes térmicas para a *P. citrella*, obtendo os valores 10,4°C e 246,8 GD para machos e 10,7 °C e 239,8 GD para fêmeas, evidenciando um comportamento similar de ambos os sexos, com relação à temperatura.

Com base nestas exigências térmicas e nas normais térmicas das 5 principais regiões citrícolas paulista (Limeira, Araraquara, Barretos, Bebedouro e São José do Rio Preto), o autor estimou para o período compreendido entre setembro a abril, uma variação de 12,1 (Limeira) a 14,1 gerações (São José do Rio Preto) da *P. citrella*.

A constatação do período inicial de infestação da larva-minadora em setembro foi confirmada por Costa *et al.* (1998), citado por Chagas (1999), que correlacionou o aumento populacional da praga na região de Jaboticabal (SP), ao início do período de chuvas e de elevação da temperatura. Entre setembro a abril concentram-se os maiores fluxos de brotações novas, um dos requisitos básicos para o desenvolvimento da *P. citrella*, em decorrência, entre outros fatores físicos, do balanço hídrico favorável neste período.

Chagas (1999) concluiu que a alternância de temperatura durante as fases imatura e adulta da *P. citrella* não tem influência sobre a fecundidade, e que as temperaturas de 25, 30 e

35°C são favoráveis à postura, período embrionário e desenvolvimento das fases larval e pupal, respectivamente. Além disto, a umidade relativa mais adequada para o desenvolvimento do inseto-praga é a de 70%, e as folhas entre 0,6 e 2,0cm de comprimento (folhas novas) são as preferidas para a oviposição da fêmea.

O autor afirma que a análise macroclimática das 5 regiões citrícolas consideradas revela que a umidade relativa não deverá ter tanta influência sobre a *P. citrella*, uma vez que no período de brotação (setembro a abril) há excedente hídrico no solo (que favorece o fluxo de brotações) e a umidade relativa é elevada, sendo superior a 60% em todas as regiões. Isto coincide com a umidade relativa mais adequada ao desenvolvimento do inseto-praga, demonstrando o grande potencial de desenvolvimento da *P. citrella* nos agroecossistemas brasileiros.

2 Inimigo natural nativo: *Galeopsomyia fausta*

A espécie *Galeopsomyia fausta* (Hymenoptera: Eulophidae) foi descrita por LaSalle & Peña (1997). É uma espécie nativa de vários países da América do Sul e Central, sendo o principal parasito nativo da *P. citrella* em países como México (Bautista-Martinez *et al.*, 1998), Colômbia (Cobo Nuñez, 1996, citado por Llácer *et al.* (1998)) e Brasil, onde chega a índices de 90% entre os parasitos nativos coletados em campo (Sá *et al.*, 1998; Costa *et al.*, 1999), no Estado de São Paulo.

A *G. fausta* é um ectoparasito (se desenvolve fora do hospedeiro) das fases de pupa (87,7%), pré-pupa (9,8%) e larvas (2,3%) (Cobo Nuñez, 1996, citado por Llácer *et al.* (1998)).

A fêmea da *G. fausta* ovipõe sobre a câmara pupal da *P. citrella*. Durante seu desenvolvimento, a larva da *G. fausta* se alimenta da pupa da *P. citrella*, ocasionando sua morte. Quando vários ovos são depositados ao mesmo tempo, a larva originada do primeiro ovo a eclodir alimenta-se dos ovos restantes (LaSalle & Peña, 1997), caracterizando um canibalismo intra-específico.

A reprodução dessa espécie é do tipo partenogênese telítoca (óvulo não fecundado produz apenas fêmeas), apresentando machos ocasionais. Das 74 espécies analisadas por LaSalle & Peña (1997), apenas 6 eram machos, sendo todas da mesma localidade (Colômbia). Os autores afirmaram que outras 150 espécies recebidas do Brasil eram todas fêmeas. Llácer

et al. (1999) citaram uma porcentagem de 4% de machos em cria massiva.

Em experimentos laboratoriais realizados por Llácer *et al.* (1998), quando da introdução da *G. fausta* na Espanha, foi obtida uma longevidade de 7 dias para as fêmeas, com intervalo de 17 a 18 dias entre gerações consecutivas.

Os estudos sobre fecundidade, realizados por Llácer *et al.* (1999), mostraram que a temperatura influencia a quantidade de ovos por dia, sendo quase nula a 15°C. Com o aumento da temperatura, os autores obtiveram 10,25 ovos/fêmea a 25°C e 5,5 ovos/fêmea para 30°C. A longevidade da fêmea obtida nas temperaturas de 15°C, 25°C e 30°C foi de 30,7, 10,5 e 6,9 dias, respectivamente. A duração total do ciclo biológico (compreendendo as fases de ovo, larva e pupa) diminuiu com o aumento da temperatura, variando de 65,2 dias a 15°C para 15,2 dias a 30°C, sendo essa última a temperatura em que aumentou consideravelmente a mortalidade dos imaturos.

3 Inimigo natural exótico: *Ageniaspis citricola*

A espécie *Ageniaspis citricola* (Hymenoptera: Encyrtidae) foi descrita por Logvinovskaya (1983), a partir de espécies procedentes do Vietnã.

O adulto, uma pequena vespinha, é um endoparasito ou parasito interno, pois o desenvolvimento biológico de todos os estágios imaturos acontece dentro do corpo do hospedeiro. A *A. citricola* é um inimigo natural específico da *P. citrella* e parasita ovos e principalmente larvas de 1º ínstar, matando o hospedeiro quando esse alcança o estágio de pré-pupa (Knapp *et al.*, 1995). O parasitismo é gregário, produzindo de 1 até 8 parasitos por hospedeiro (desenvolvimento por poliembrionismo). Machos e fêmeas são produzidos, com os ovos não fertilizados produzindo machos (partenogênese arrenótoca) (Smith & Hoy, 1995) e ovos fertilizados produzindo fêmeas e machos.

Em experimentos realizados por Edwards & Hoy (1998), com a temperatura mantida constante a 30°C, foi verificado que as fêmeas que se acasalam produzem mais descendentes ($141,8 \pm 38,9$) do que as fêmeas virgens ($8,42 \pm 19,6$), quando providas de uma abundância de hospedeiros. O tamanho de cada ninhada também é variável, sendo maior para as fêmeas acasaladas ($2,76 \pm 0,47$) do que para fêmeas virgens ($1,56 \pm 0,26$). Para as fêmeas que se acasalaram foi obtida a razão sexual de 62% de fêmeas por ninhada, mas este valor não se

mostrou estatisticamente diferente da relação 1:1 nos testes realizados. Os autores verificaram que não há efeito de sexo na longevidade de adultos, tendo esta aumentado de acordo com a umidade relativa, com valor máximo de 96 horas a 96% U.R. e valor mínimo de 20 horas a 30% U.R.

Sacarías & Canales (1999) verificaram que a colônia de *A. citricola* introduzida no Peru e proveniente da Tailândia, apesar dos altos requerimentos de temperatura e umidade relativa, adaptou-se muito bem na costa norte e sul do Peru, onde há baixa umidade relativa (50 a 60%). Assim, para liberação em campo da *A. citricola*, os autores indicam condições climáticas como temperaturas superiores a 25°C e umidade relativa superior a 60%. Segundo os autores, a longevidade das vespas adultas é limitada, variando de 10 a 40 horas em condições de campo.

A. citricola foi introduzida em países como EUA (Pomerinke & Stansly, 1998) e Peru (Sacarías & Canales, 1999), apresentando bons resultados no controle da *P. citrella*. No Brasil, sua introdução se deu em 1998 (Chagas *et al.*, 1999), após um período de quarentena no Laboratório de Quarentena “Costa Lima”, localizado na Embrapa Meio Ambiente, em Jaguariúna, SP. Resultados recentes sugerem que *A. citricola* está plenamente estabelecida nos estados de São Paulo, Minas Gerais e Paraná, apresentando um índice de parasitismo de 30 a 90%, dependendo das condições do pomar (Fundecitrus, 2001a; Sá *et al.*, 2001).

Em experimentos realizados por Chagas *et al.* (1999), visando a criação de *A. citricola* em laboratórios, os autores mediram a duração do ciclo de vida (ovo - adulto) e viabilidade em diferentes temperaturas, considerando 70±10% de U.R. e fotofase de 14 horas. Os resultados obtidos encontram-se na tabela 1.3.

Tabela 1.3: Duração do ciclo ovo-adulto e viabilidade de *Ageniaspis citricola* em diferentes temperaturas. Fonte: Chagas *et al.* (1999).

Temperatura (°C)	Duração do ciclo (dias)	Viabilidade (%)
18	46,2	97,2
20	31,5	98,0
22	23,9	96,1
25	17,5	94,4
28	13,8	96,3
30	12,1	37,0

Capítulo 2

Os modelos matemáticos

Neste capítulo são apresentadas as suposições básicas consideradas na elaboração dos modelos, baseadas nas características biológicas descritas no capítulo anterior. A seguir são apresentados e analisados os modelos matemáticos que visam descrever a dinâmica vital do inseto-praga em interação com os inimigos naturais nativo e exótico. Um breve relato sobre resultados importantes obtidos a partir de simulações é apresentado após o estudo analítico de cada modelo.

1 Considerações básicas

Os modelos matemáticos propostos visam descrever a dinâmica populacional do inseto-praga *Phyllocnistis citrella* num processo de parasitismo pelos inimigos naturais *Galeopsomyia fausta* e *Ageniaspis citricola*.

A abordagem utilizada caracteriza-se pelo desenvolvimento de modelos compartimentais estágio-estruturados. Cada compartimento do modelo representa uma fase do ciclo de vida do inseto. Assim, o processo que representa as entradas e saídas em cada fase, ou estágio do ciclo, é descrito matematicamente por uma equação diferencial ordinária.

As vantagens do uso de modelos estágio-estruturados foi descrita adequadamente por Murdoch (1990), conforme apresentado na seção 2 da Introdução. Na literatura destacam-se os trabalhos de Godfray & Waage (1991) e de Hearne *et al.* (1994) com tais características. Entretanto, Godfray & Waage (1991) consideraram apenas dois estágios genéricos (imaturos e adultos) na representação do ciclo de vida das espécies em estudo (um hospedeiro e dois

parasitóides). Por outro lado, Hearne *et al.* (1994) consideraram todos os estágios do ciclo de vida das espécies (um hospedeiro e um parasitóide), incluindo diferentes estádios para a fase de larva do hospedeiro.

Nos modelos propostos a seguir, consideram-se todas as fases principais do ciclo de vida diretamente envolvidas no processo de parasitismo, ou seja, as fases de larva, pupa e inseto adulto. As demais fases são englobadas em parâmetros apropriados (por exemplo, ao considerar apenas os compartimentos de larva e inseto adulto para uma determinada espécie, a taxa de passagem da fase de larva para adulto inclui o tempo de duração da fase de pupa). Tal simplificação permite a manipulação algébrica do sistema de equações diferenciais resultante e a conseqüente obtenção de importantes resultados analíticos.

Além de tais características, propomos e estudamos três diferentes formas para a modelagem do crescimento natural das espécies (apresentadas na próxima seção). Outras formas mais complexas podem ser tratadas como casos particulares daquelas aqui analisadas.

Em resumo, o fenômeno biológico da interação praga-parasitos é descrito por modelos matemáticos determinísticos e compartimentais, representados por sistemas de equações diferenciais ordinárias não-lineares.

Na construção dos modelos e definição dos compartimentos considerou-se que:

- de acordo com Chagas (1999), as cinco principais regiões citrícolas paulistas (Limeira, Araraquara, Barretos, Bebedouro e São José do Rio Preto) possuem, no período de setembro a abril (maior fluxo de brotações), excedente hídrico e umidade relativa favoráveis ao desenvolvimento da *P. citrella*. Desta forma, como os modelos visam representar a dinâmica das populações na região de Limeira durante o período de maior fluxo de brotações, considera-se que a umidade relativa não afeta os parâmetros do modelo referentes ao inseto-praga. Tal hipótese é estendida aos dois parasitos;
- supõe-se que, no período de setembro a abril, as condições básicas para a alimentação, reprodução e desenvolvimento do ciclo biológico completo do inseto-praga são suficientes. Assim, decidiu-se não considerar a planta como um nível trófico nos modelos. Possíveis variações de tais condições são contempladas em parâmetros dos modelos;
- os modelos representam a população de fêmeas ao longo do tempo, podendo ser estimada a população de machos através da razão sexual de cada espécie;

- os compartimentos dos modelos representam as fases do ciclo de vida de cada espécie envolvidas diretamente no processo de parasitismo. As outras fases são incorporadas em parâmetros apropriados;
- o inimigo nativo *Galeopsomyia fausta* é um parasito generalista, de tal modo que a população dessa espécie mantém um crescimento natural independente do nível populacional da praga;
- o inimigo exótico *Ageniaspis citricola* é um parasito específico, de tal forma que o crescimento populacional dessa espécie só é possível na presença da praga, através do processo de parasitismo;
- os períodos de cópula, pré-oviposição, maturação e viabilidade dos ovos estão considerados conjuntamente na taxa de natalidade. Assim, a fase de ovo não é representada num compartimento em separado nos modelos, contribuindo para a simplificação dos mesmos; e
- também objetivando a simplificação sem comprometer a representação do fenômeno biológico, a fase de larva não é subdividida em estádios, ou seja, é considerada uma fase larval única que engloba todos os estádios. De modo semelhante, as fases de pré-pupa e pupa são consideradas como única.

Para facilitar a compreensão dos índices empregados na descrição dos parâmetros dos modelos foi definido um padrão de nomenclatura para os modelos 1, 2 e 3. Assim, os parâmetros utilizados e seus respectivos conceitos genéricos são:

- Φ : função per capita de natalidade, onde ϕ corresponde à taxa de natalidade;
- α : taxa de passagem entre duas fases consecutivas do ciclo de vida, onde α_1 , α_2 , α_3 e α_{12} representam, respectivamente, a mudança da fase de larva para pupa, de pupa para fêmea adulta (Modelo 1) ou fêmea virgem (modelos 2 e 3), de fêmea virgem para fêmea acasalada (modelos 2 e 3) e mudança da fase larval para inseto adulto (fase de pupa embutida);

- μ : taxa de mortalidade, onde μ_1 , μ_2 , μ_3 , μ_4 e μ_{12} representam, respectivamente, a mortalidade da fase de larva, pupa, fêmea adulta (Modelo 1) ou fêmea virgem (modelos 2 e 3), fêmea acasalada (modelos 2 e 3) e mortalidade das fases de larva e pupa juntas;
- f : função de parasitismo sobre o inseto-praga;
- g : função de ganho de parasitismo;
- k : constante envolvida na descrição das funções f e g ;
- c : capacidade de saturação do meio-ambiente.

Os parâmetros referentes às populações do inseto-praga e de seus inimigos naturais diferem entre si pelo uso de apóstrofes. Assim, o conjunto $\{\phi, \alpha_i, \mu_i, f_i, k_i, c\}$ representa os parâmetros referentes à população do inseto-praga, $\{\phi', \alpha'_j, \mu'_j, g'_j, k'_j, c'\}$ refere-se ao inimigo nativo e $\{\phi'', \alpha''_s, \mu''_s, g''_s, k''_s, c''\}$ ao inimigo exótico. Observa-se que o índice 1 destes parâmetros está sempre relacionado à fase de larva, o índice 2 à fase de pupa e os índices 3 e 4 a dois diferentes estados da fase adulta (fêmea virgem e fêmea acasalada, respectivamente).

A seguir é apresentado um modelo matemático genérico correspondente à dinâmica de uma população de insetos vivendo isoladamente, considerando-se três diferentes formas para o crescimento natural da população. Os modelos 1, 2 e 3, apresentados posteriormente, são baseados neste modelo genérico.

2 Uma população de insetos

O modelo matemático proposto visa descrever o fenômeno biológico do crescimento de uma população de insetos, com relação a duas fases específicas do ciclo de vida, envolvidas diretamente num processo de parasitismo: uma fase intermediária e a fase adulta. As outras fases não representadas no modelo são consideradas nas definições dos parâmetros utilizados. Assim, o fenômeno é descrito por um modelo compartimental tendo como variáveis dinâmicas as populações nas fases intermediária (x) e adulta (y).

O modelo incorporando a dinâmica vital genérica é descrito por um sistema de equações diferenciais ordinárias, dado por

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \Phi(y)y - (a_1 + b_1)x \\ \frac{dy}{dt} = a_1x - b_2y, \end{cases} \quad (2.2.1)$$

cujos parâmetros são descritos abaixo.

A função $\Phi(y)$ corresponde à taxa per capita de crescimento da população. Os parâmetros a_1 , b_1 e b_2 referem-se a, respectivamente, taxas de indivíduos da fase intermediária que dão origem a indivíduos adultos, mortalidade dos indivíduos da fase intermediária e mortalidade do inseto adulto.

Os parâmetros a_1 , b_1 e b_2 são os parâmetros biológicos que podem ser medidos através de experimentos ou de dados encontrados na literatura. A taxa de crescimento natural $\Phi(\cdot)$ caracteriza as diferentes considerações sobre a dinâmica vital da população.

Devido à falta de dados biológicos sobre as espécies em estudo, que pudessem ser utilizados para a obtenção de uma função representando o crescimento natural da espécie ao longo do tempo, foram definidas três expressões analíticas para representar tal crescimento.

A figura 2.1 representa graficamente as curvas de crescimento consideradas, onde x é a população ao longo do tempo, $\Phi(x)$ é a taxa per capita de crescimento natural, a é a taxa de criação de indivíduos (por exemplo, taxa de oviposição) e c é a capacidade de saturação do meio.

Nessa figura, a linha pontilhada descreve a forma de crescimento natural limitada pela capacidade de saturação do meio. A linha tracejada representa o crescimento linear da população e a linha contínua descreve o controle intra-específico. Nessa última situação, quando a população é pequena a taxa de crescimento é alta e conforme a população cresce, a taxa de crescimento diminui.

Os itens a seguir analisam a dinâmica da população expressa por (2.2.1), quando $\Phi(\cdot)$ assume cada uma das curvas representadas na figura 2.1.

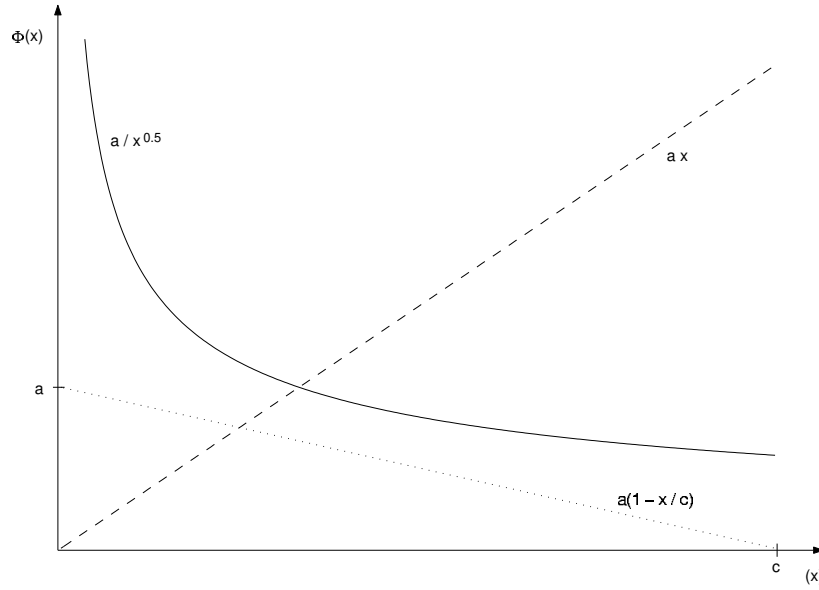


Figura 2.1: Formas de crescimento natural consideradas

2.1 Caso 1: controle pela saturação do meio-ambiente

A primeira variante do modelo considera um fator limitante para o crescimento natural da população, ou seja, o crescimento populacional é controlado pela capacidade do meio-ambiente. Assim, este modelo é caracterizado por

$$\Phi(y) = a_2 \left(1 - \frac{y}{c}\right),$$

onde a_2 é a taxa de criação dos indivíduos da fase x e o parâmetro $c > 0$ refere-se ao limite superior que a população y atinge, decorrente da capacidade limitada do meio.

Um sentido biológico para essa taxa de criação depende da fase intermediária sendo considerada. Por exemplo, quando a fase intermediária representar a fase de larva, a taxa de criação poderá ser interpretada como a taxa de oviposição das fêmeas que foram fertilizadas.

Substituindo o termo acima no sistema de equações (2.2.1), a primeira variante do modelo matemático para uma população isolada é descrita por

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = a_2 \left(1 - \frac{y}{c}\right)y - (a_1 + b_1)x \\ \frac{dy}{dt} = a_1x - b_2y. \end{cases} \quad (2.2.2)$$

Esse sistema dinâmico é estudado em regime estacionário.

Os pontos de equilíbrio do sistema acima podem ser expressos em termos de

$$R = \frac{a_1 a_2}{b_2 (a_1 + b_1)}. \quad (2.2.3)$$

Essa constante é obtida a partir da análise das condições de estabilidade dos pontos de equilíbrio (Anexo A) e está relacionada à capacidade de produção de descendentes viáveis, uma vez que $(a_1 + b_1)^{-1}$ representa a meia vida da fase intermediária; $a_1 (a_1 + b_1)^{-1}$ é a probabilidade de que os indivíduos imaturos, que sobreviveram neste período, originarem insetos adultos; b_2^{-1} é a meia vida do inseto adulto e $a_2 b_2^{-1}$ é a quantidade de ovos viáveis postos por um indivíduo adulto, que sobrevive este período de tempo.

A população representada no sistema de equações (2.2.2) apresenta, além da solução trivial, o ponto de equilíbrio não trivial

$$N_1 \equiv (\bar{x}, \bar{y}) = \left[\frac{b_2 c}{a_1} \left(1 - \frac{1}{R} \right), c \left(1 - \frac{1}{R} \right) \right], \quad (2.2.4)$$

onde R é dado pela equação (2.2.3). Para a existência de N_1 deve-se ter $R > 1$.

O estudo da estabilidade local de pontos de equilíbrio é apresentado no Anexo A. Assim, decorre que a solução trivial é um ponto de equilíbrio estável se $R < 1$. Caso contrário, tem-se que a solução não trivial N_1 passa a ser ponto de equilíbrio estável.

2.2 Caso 2: crescimento linear

A segunda variante do modelo considera um crescimento linear per capita dependente do tamanho da população adulta. Assim, este modelo é caracterizado por

$$\Phi(y) = a_2 y,$$

onde a_2 possui o mesmo significado biológico da variante anterior.

Portanto, substituindo o termo acima na equação (2.2.1), a segunda variante do modelo para uma população de insetos isolada é descrita pelo sistema de equações diferenciais ordinárias

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = a_2 y^2 - (a_1 + b_1) x \\ \frac{dy}{dt} = a_1 x - b_2 y. \end{cases} \quad (2.2.5)$$

Esse sistema em regime estacionário apresenta, além da solução trivial, o ponto de equilíbrio não trivial

$$N_2 \equiv (\bar{x}, \bar{y}) = \left[\frac{b_2}{a_1 R}, \frac{1}{R} \right], \quad (2.2.6)$$

onde R é expresso pela equação (2.2.3).

De acordo com o estudo apresentado no Anexo A, temos que a solução trivial é sempre estável, enquanto a não trivial N_2 é sempre um ponto de equilíbrio instável.

Analisando qualitativamente a solução não trivial no plano de fase, verificamos que um pequeno aumento na população em torno do ponto de equilíbrio N_2 resulta em uma explosão populacional. Por outro lado, um pequeno decréscimo faz com que a população se extinga. Por isso, o ponto N_2 é chamado de ponto de ruptura (*breaking point*).

2.3 Caso 3: controle intra-específico da população

A terceira variante considera que a população é controlada intrinsecamente. Assim, a taxa de crescimento natural da população incorpora um controle intra-específico no sentido de evitar a extinção e a super-população. Portanto, este modelo é caracterizado por

$$\Phi(y) = \frac{a_2}{\sqrt{y}}, \quad (2.2.7)$$

onde o parâmetro a_2 apresenta o mesmo significado das variantes anteriores.

Portanto, substituindo o termo acima no sistema de equações (2.2.1), a última variante do modelo matemático para uma população de insetos isolada é descrita por

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = a_2 \sqrt{y} - (a_1 + b_1) x \\ \frac{dy}{dt} = a_1 x - b_2 y. \end{cases} \quad (2.2.8)$$

De forma semelhante às variantes anteriores, a população apresenta dois pontos de equilíbrio a partir da análise em regime estacionário. O primeiro é a solução trivial, e o segundo é a solução não trivial

$$N_3 \equiv (\bar{x}, \bar{y}) = \left[\frac{a_2}{a_1 + b_1} R, R^2 \right], \quad (2.2.9)$$

onde R é dado pela equação (2.2.3).

No estudo da estabilidade local das soluções, verificamos que a solução trivial é um ponto de equilíbrio instável e a não trivial N_3 é um ponto de equilíbrio sempre estável.

3 Modelo 1: inseto-praga X parasito nativo

O objetivo dessa seção é explorar a variação populacional do inseto-praga *Phyllocnistis citrella* com relação ao processo de parasitismo pela *Galeopsomyia fausta*. Assim, baseado no modelo matemático para uma população, apresentado na seção anterior, o fenômeno biológico da interação praga-parasito é descrito por um modelo compartimental simplificado, considerando como variáveis dinâmicas as populações das fases adulta (M) e de pupa (P) para o inseto-praga e das fases adulta (G) e de larva (L_g) para o parasito. Ao considerar apenas essas quatro fases do ciclo vital, que estão diretamente envolvidas no processo de parasitismo, é possível obter importantes resultados analíticos para o fenômeno modelado matematicamente. Essa hipótese de trabalho consiste em englobar as fases de larva para o inseto-praga e de pupa para o parasito nos parâmetros do modelo.

O modelo incorporando a dinâmica vital genérica é descrito por um sistema de equações diferenciais ordinárias não lineares, dado por

$$\begin{cases} \frac{dP}{dt} = \Phi(M)M - (\alpha_2 + \mu_2)P - f(P, G) \\ \frac{dM}{dt} = \alpha_2 P - \mu_3 M \\ \frac{dL_g}{dt} = \Phi'(G)G - (\alpha'_{12} + \mu'_{12})L_g + g'(P, G) \\ \frac{dG}{dt} = \alpha'_{12}L_g - \mu'_3 G, \end{cases} \quad (2.3.1)$$

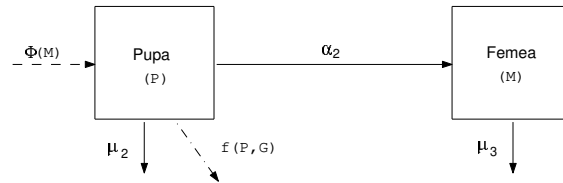
cujos parâmetros são descritos a seguir.

Os parâmetros relacionados ao inseto-praga são α_2 , μ_2 e μ_3 , que são as taxas de, respectivamente, pupas que dão origem a indivíduos adultos, mortalidade da pupa e mortalidade do indivíduo adulto. As funções $\Phi(M)$ e $f(P, G)$ correspondem à taxa per capita de crescimento da população do inseto-praga e função de parasitismo sobre o inseto-praga, respectivamente. Observe que a fase de larva está englobada no parâmetro $\Phi(M)$.

Os parâmetros relacionados ao parasito são α'_{12} , μ'_{12} e μ'_3 , que são as taxas de, respectivamente, larvas do parasito que, passando pela fase de pupa, vão originar indivíduos adultos, mortalidade das fases de larva e pupa, e mortalidade do indivíduo adulto. As funções $\Phi'(G)$ e $g'(P, G)$ são, respectivamente, a taxa per capita de crescimento da população do parasito e função de crescimento da população do parasito decorrente do parasitismo. Observe que a fase de pupa está embutida nos parâmetros α'_{12} e μ'_{12} .

Na figura 2.2 encontra-se representado o esquema de compartimentos criado para o Modelo 1. As setas tracejadas representam o ganho nos compartimentos P e L_g , devido ao crescimento natural das populações, ou seja, decorrente da oviposição do inseto adulto. As setas contínuas horizontais representam a mudança de indivíduos entre dois compartimentos consecutivos e as verticais representam a saída do compartimento devido à mortalidade natural de cada estágio de desenvolvimento. As setas na diagonal (ponto e linha) representam perda (P) ou ganho (L_g) ao compartimento, devido ao processo de parasitismo.

Phyllocnistis citrella:



Galeopsomyia fausta:

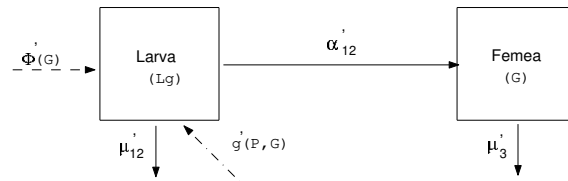


Figura 2.2: Esquema de compartimentos do Modelo 1

As funções $f(\cdot)$ e $g'(\cdot)$ são aquelas que descrevem a interação entre as duas espécies. Essa interação depende, por exemplo, do encontro entre as duas populações, da capacidade

de busca do parasito e da sua especificidade. Essas funções são aproximadas por

$$\begin{cases} f(P, G) = k_2 PG \\ g'(P, G) = k'_1 PG, \end{cases}$$

ou seja, é assumido que exista um encontro aleatório entre o adulto do parasito e a pupa do inseto-praga, e desse encontro ocorre um decréscimo na população de pupas do inseto-praga, proporcional a uma taxa k_2 . Em contraposição, a população de larvas do parasito é beneficiada por este encontro aleatório, de modo proporcional a uma taxa k'_1 . Essas aproximações são razoavelmente boas quando as populações P e G são abundantes, o que pode não ocorrer na prática. Entretanto, a utilização de expressões simples para descrever $f(\cdot)$ e $g'(\cdot)$ facilita a obtenção de resultados analíticos.

Os parâmetros $\alpha_2, \mu_2, \mu_3, \alpha'_{12}, \mu'_{12}$ e μ'_3 são os parâmetros biológicos que podem ser medidos através de experimentos ou de dados encontrados na literatura. As taxas de crescimento natural $\Phi(\cdot)$ e $\Phi'(\cdot)$ caracterizam as diferentes considerações sobre a dinâmica vital, conforme apresentado na seção anterior.

Nas subseções seguintes são apresentadas 9 variações do modelo matemático geral dado pelo sistema de equações (2.3.1). Nessas variantes, as taxas per capita de crescimento natural, representadas por $\Phi(\cdot)$ e $\Phi'(\cdot)$, são expressas por combinações das três formas possíveis apresentadas na seção anterior. Ternes & Yang (1999, 1999a) apresentaram e analisaram detalhadamente três variantes onde as duas populações crescem da mesma forma, ou seja, as taxas per capitas de crescimento natural representadas por $\Phi(\cdot)$ e $\Phi'(\cdot)$ são expressas pela mesma função matemática nas duas populações. Essas três variantes são apresentadas a seguir (Caso 1, Caso 2 e Caso 3), de modo resumido.

Para cada uma dessas variantes é apresentado um estudo analítico do sistema em regime estacionário, os pontos de equilíbrio e as condições de estabilidade local para as soluções triviais, de acordo com a teoria apresentada no Anexo A. A estabilidade local das soluções não triviais será avaliada através de processos numéricos, descritos no Capítulo 3.

Para o modelo descrito pelo sistema de equações (2.3.1), as constantes R e R' , semelhantes à expressão dada pela equação (2.2.3), substituindo, respectivamente, a_2 por ϕ e a_2 por ϕ' , são

$$R = \frac{\alpha_2 \phi}{\mu_3 (\alpha_2 + \mu_2)} \quad e \quad R' = \frac{\alpha'_{12} \phi'}{\mu'_3 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})}, \quad (2.3.2)$$

onde R refere-se à população do inseto-praga e R' à população do parasito nativo.

Nas nove variantes do modelo em estudo, o equilíbrio trivial é a ausência (ou extinção) do inseto-praga e do parasito.

Para cada uma das variantes, são apresentadas algumas observações resultantes da realização de simulações com o uso do SIMCOBIM (Simulador do Controle Biológico da Larva-Minadora-da-Folha-dos-Citros), onde os parâmetros biológicos foram fixados nos valores correspondentes à temperatura de 25°C e os parâmetros k'_1 e k_2 foram variados. O objetivo de tais simulações é obter informações preliminares sobre a dinâmica das populações, de acordo com a forma de crescimento natural utilizada.

3.1 Caso 1: capacidade limitada X capacidade limitada

A primeira variante do modelo que descreve a interação praga-inimigo nativo inclui um fator limitante para o crescimento natural das populações, ou seja, o crescimento de ambas as populações é controlado pela capacidade limitada do meio-ambiente. Assim, este modelo é caracterizado por

$$\begin{cases} \Phi(M) = \phi \left(1 - \frac{M}{c}\right) \\ \Phi'(G) = \phi' \left(1 - \frac{G}{c'}\right), \end{cases}$$

onde ϕ é a taxa de ovos que vão originar pupas do inseto-praga, ϕ' é a taxa de oviposição da fêmea do parasito, e os parâmetros $c > 0$ e $c' > 0$ referem-se aos limites superiores que as populações M e G , respectivamente, atingem decorrentes da capacidade de saturação do meio-ambiente.

Assim, substituindo-se os termos acima em (2.3.1), e analisando o sistema de equações diferenciais ordinárias resultante em regime estacionário, obtêm-se dois pontos de equilíbrio para as populações em interação. O primeiro é a solução trivial, e o segundo é a solução

não-trivial $N_1^* \equiv (\overline{P}_1, \overline{M}_1, \overline{L}_1, \overline{G}_1)$, dada por:

$$\begin{cases} \overline{P}_1 = \frac{c\alpha_2\phi'\mu_3^2(\alpha_2 + \mu_2 + c'k_2)}{\alpha_2^3\phi\phi' + cc'\alpha_2\mu_3^2k_1k_2}(R_a - 1) \\ \overline{M}_1 = \frac{c\alpha_2\phi'\mu_3(\alpha_2 + \mu_2 + c'k_2)}{\alpha_2^2\phi\phi' + cc'\mu_3^2k_1k_2}(R_a - 1) \\ \overline{L}_1 = \frac{c'\mu_3'}{\alpha_{12}'}\left(1 - \frac{1}{R'}\right) + \frac{cc'\mu_3^2\mu_3'k_1'(\alpha_2 + \mu_2 + c'k_2)}{\alpha_2^2\alpha_{12}'\phi\phi' + cc'\mu_3^2\alpha_{12}'k_1'k_2}(R_a - 1) \\ \overline{G}_1 = c'\left(1 - \frac{1}{R'}\right) + \frac{cc'\mu_3^2k_1'(\alpha_2 + \mu_2 + c'k_2)}{\alpha_2^2\phi\phi' + cc'\mu_3^2k_1'k_2}(R_a - 1), \end{cases} \quad (2.3.3)$$

onde

$$R_a = \frac{\alpha_2^2\alpha_{12}'\phi\phi' + c'\alpha_2\mu_3\mu_3'k_2(\alpha_{12}' + \mu_{12}')}{\alpha_2\alpha_{12}'\phi'\mu_3(\alpha_2 + \mu_2 + c'k_2)}, \quad (2.3.4)$$

e R' é dado por (2.3.2).

Observa-se que deve-se ter $\overline{P}_1 > 0$, $\overline{M}_1 > 0$, $\overline{L}_1 > 0$ e $\overline{G}_1 > 0$ em (2.3.3), implicando, pelas expressões de $\overline{P}_1$ e $\overline{M}_1$, em $R_a > 1$. A coexistência entre as populações é possível quando $R > 1$ e $R' > 1$ ou quando $R > 1$ e $R' \lesssim 1$. Essa proximidade depende dos valores dos parâmetros e mais diretamente de k_2 .

A expressão de R_a em (2.3.4) pode ser vista como o quociente de duas funções lineares em k_2 . Analisando-se as condições em que essas retas crescentes se interceptam e, portanto, quando as condições de existência de N_1^* são satisfeitas, é obtido um limiar para k_2 dado por

$$k_2^{max} = \frac{\alpha_{12}'\phi'\mu_3(\alpha_2 + \mu_2) - \alpha_2\alpha_{12}'\phi\phi'}{c'\mu_3\mu_3'(\alpha_{12}' + \mu_{12}') - c'\alpha_{12}'\phi'\mu_3} > 0. \quad (2.3.5)$$

Assim, para $0 < k_2 < k_2^{max}$ as duas condições de existência da solução N_1^* são satisfeitas. Para $k_2 > k_2^{max}$ a população do inseto-praga é deslocada, passando a existir apenas a população do parasito. Para $k_2 = 0$ tem-se $R_a = R$ e para k_2 muito grande, R_a tende a $\frac{1}{R'}$.

No estudo da estabilidade local da solução trivial, conforme Anexo A, decorre que se $R < 1$ e $R' < 1$, então a solução trivial é um ponto de equilíbrio estável.

Com a realização de simulações, onde os parâmetros referentes à capacidade do meio foram fixados, observou-se que para $k_1' = k_2 = 0,01$, inicialmente a dinâmica das populações apresentou várias oscilações e, no equilíbrio, o nível populacional do inseto-praga esteve bem acima do nível do inseto-praga isolado e do parasito, ou seja, o inseto-praga não foi controlado.

Aumentando-se k'_1 para 0,1, a situação se inverteu, as oscilações iniciais desapareceram e as populações em equilíbrio apresentaram um nível populacional do inseto-praga bem abaixo dos valores do sistema isolado, ou seja, o parasito conseguiu controlar o crescimento populacional do inseto-praga.

Capacidade ilimitada: $(c, c') \rightarrow \infty$

Para a capacidade ilimitada do meio-ambiente, ou seja, $(c, c') \rightarrow \infty$, os termos referentes ao crescimento natural das populações passam a ser constantes, proporcionais apenas às taxas ϕ e ϕ' . Assim, as funções $\Phi(\cdot)$ e $\Phi'(\cdot)$ são expressas por

$$\begin{cases} \Phi(M) = \phi \\ \Phi'(G) = \phi', \end{cases}$$

e a primeira variante do modelo passa a ser caracterizada pelo sistema de equações diferenciais lineares dado por

$$\begin{cases} \frac{dP}{dt} = \phi M - (\alpha_2 + \mu_2)P - k_2 PG \\ \frac{dM}{dt} = \alpha_2 P - \mu_3 M \\ \frac{dL_g}{dt} = \phi' G - (\alpha'_{12} + \mu'_{12})L + k'_1 PG \\ \frac{dG}{dt} = \alpha'_{12} L - \mu'_3 G. \end{cases} \quad (2.3.6)$$

A análise em regime estacionário para as populações isoladas, quando $k'_1 = k_2 = 0$, apresenta apenas o equilíbrio trivial. Para o estudo da estabilidade local das soluções triviais, analisando as soluções do tipo $N(t) = \mathbf{v}e^{\lambda t}$ para cada população, com λ sendo os autovalores do polinômio característico associado ao sistema linear, tem-se que se $R < 1$, a solução trivial para a população do inseto-praga é um ponto de equilíbrio estável. De modo semelhante, se $R' < 1$, a solução trivial para a população do parasito também é um ponto de equilíbrio estável.

Ao fazer $(c, c') \rightarrow \infty$, os equilíbrios não triviais correspondentes à (2.2.4) não desaparecem; pelo contrário, todas as populações crescem indefinidamente, devido à não limitação

dos recursos. Por isso, por exemplo, se $R > 1$ e $R' < 1$, então a população do inseto-praga explode e a do parasito tende à extinção.

Para as duas populações em interação, a solução não trivial é dada por

$$\begin{cases} \bar{P} = \frac{\mu'_3 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{\alpha'_{12} k'_1} (1 - R') \\ \bar{M} = \frac{\alpha_2 \mu'_3 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{\mu_3 \alpha'_{12} k'_1} (1 - R') \\ \bar{L}_g = \frac{\mu'_3 (\alpha_2 + \mu_2)}{\alpha'_{12} k_2} (R - 1) \\ \bar{G} = \frac{(\alpha_2 + \mu_2)}{k_2} (R - 1), \end{cases} \quad (2.3.7)$$

onde R e R' são dados por (2.3.2).

Essa solução pode ser obtida da equação (2.3.3), quando as capacidades do meio são limitadas, tomando os limites $(c, c') \rightarrow \infty$. Para isso, reescreve-se (2.3.3) como

$$\begin{cases} \bar{P} = \frac{cc' \alpha_2 \mu'_3 \mu'_3 k_2 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{\alpha_2^3 \alpha'_{12} \phi \phi' + cc' \alpha_2 \alpha'_{12} \mu_3^2 k'_1 k_2} (R_a^* + 1) (1 - R') \\ \bar{M} = \frac{cc' \alpha_2 \mu_3 \mu'_3 k_2 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{\alpha_2^2 \alpha'_{12} \phi \phi' + cc' \alpha'_{12} \mu_3^2 k'_1 k_2} (R_a^* + 1) (1 - R') \\ \bar{L}_g = \frac{c' \mu'_3 (\alpha'_{12})^{-1} [1 - 1/R'] + ck'_1 k_2 (c' \mu_3 \mu'_3)^2 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{\phi (\phi' \alpha_2 \alpha'_{12})^2 + cc' \phi' (\mu_3 \alpha'_{12})^2 k'_1 k_2} (R_a^* + 1) (1 - R') \\ \bar{G} = \frac{c' [1 - 1/R'] + c \mu'_3 k'_1 k_2 (c' \mu_3)^2 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{\phi \alpha'_{12} (\phi' \alpha_2)^2 + cc' \phi' \mu_3^2 \alpha'_{12} k'_1 k_2} (R_a^* + 1) (1 - R'), \end{cases} \quad (2.3.8)$$

com

$$R_a^* = \frac{\alpha'_{12} \phi' (\alpha_2 + \mu_2)}{c' \mu'_3 k_2 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})} \frac{(R - 1)}{(1 - R')}. \quad (2.3.9)$$

Deve-se ter $\bar{P} > 0$, $\bar{M} > 0$, $\bar{L} > 0$ e $\bar{G} > 0$ em (2.3.7). Assim, para a existência da solução não trivial decorre que as expressões de $\bar{P}$ e $\bar{M}$ são positivas se $R' < 1$ e as expressões de $\bar{L}_g$ e $\bar{G}$ são positivas se $R > 1$. Portanto, a coexistência só é possível se $R > 1$ e $R' < 1$.

No estudo da estabilidade local da solução trivial para as populações em interação, conforme Anexo A, tem-se que se $R < 1$ e $R' < 1$ a solução trivial é um ponto de equilíbrio estável.

3.2 Caso 2: crescimento linear X crescimento linear

A segunda variante do modelo considera um crescimento dependente do tamanho das populações. Por isso, faz com que o termo referente ao crescimento natural das populações seja linear, proporcional à taxa de oviposição das fêmeas e ao tamanho da população. Assim, este modelo é caracterizado por

$$\begin{cases} \Phi(M) = \phi M \\ \Phi'(G) = \phi' G, \end{cases}$$

onde ϕ e ϕ' apresentam o mesmo significado biológico da variante anterior.

Portanto, substituindo-se os termos acima em (2.3.1), obtém-se, da análise do sistema em regime estacionário, o ponto de equilíbrio não trivial dado por

$$\begin{cases} \overline{P}_2 = \frac{\phi' \mu_3^2 (\alpha_2 + \mu_2)}{\alpha_2^2 \phi \phi' + k_1' k_2 \mu_3^2} + \frac{k_2 \mu_3^2 \mu_3' (\alpha_{12}' + \mu_{12}')}{\alpha_2^2 \alpha_{12}' \phi \phi' + k_1' k_2 \alpha_{12}' \mu_3^2} \\ \overline{M}_2 = \frac{\alpha_2 \phi' \mu_3 (\alpha_2 + \mu_2)}{\alpha_2^2 \phi \phi' + k_1' k_2 \mu_3^2} + \frac{\alpha_2 k_2 \mu_3 \mu_3' (\alpha_{12}' + \mu_{12}')}{\alpha_2^2 \alpha_{12}' \phi \phi' + k_1' k_2 \alpha_{12}' \mu_3^2} \\ \overline{L}_2 = \frac{(\mu_3')^2 (\alpha_{12}' + \mu_{12}')}{(\alpha_{12}')^2 \phi'} - \frac{k_1' \mu_3^2 \mu_3' (\alpha_2 + \mu_2)}{\alpha_2^2 \alpha_{12}' \phi \phi' + k_1' k_2 \mu_3^2 \alpha_{12}'} - \frac{k_1' k_2 \mu_3^2 (\mu_3')^2 (\alpha_{12}' + \mu_{12}')}{(\alpha_2 \alpha_{12}' \phi')^2 \phi + k_1' k_2 \phi' (\alpha_{12}' \mu_3)^2} \\ \overline{G}_2 = \frac{\mu_3' (\alpha_{12}' + \mu_{12}')}{\alpha_{12}' \phi'} - \frac{k_1' \mu_3^2 (\alpha_2 + \mu_2)}{\alpha_2^2 \phi \phi' + k_1' k_2 \mu_3^2} - \frac{k_1' k_2 \mu_3^2 \mu_3' (\alpha_{12}' + \mu_{12}')}{(\alpha_2 \phi')^2 \alpha_{12}' \phi + k_1' k_2 \phi' \alpha_{12}' \mu_3^2}. \end{cases} \quad (2.3.10)$$

Deve-se ter $\overline{L}_2 > 0$ e $\overline{G}_2 > 0$ em (2.3.10). Assim, para a existência da solução não trivial é necessária que seja satisfeita a condição

$$\overline{P}_2 < \frac{\mu_3' (\alpha_{12}' + \mu_{12}')}{\alpha_{12}' k_1'}, \quad (2.3.11)$$

ou seja, para $0 < \overline{P}_2 < \mu_3' (\alpha_{12}' + \mu_{12}') (\alpha_{12}' k_1')^{-1}$ obtêm-se valores positivos de $\overline{P}_2$; para $\overline{P}_2 > \mu_3' (\alpha_{12}' + \mu_{12}') (\alpha_{12}' k_1')^{-1}$, então $\overline{L}_2$ e $\overline{G}_2$ são nulos.

No estudo da estabilidade local dos pontos de equilíbrio, verifica-se que a solução trivial possui equilíbrio estável. A estabilidade da solução não trivial será avaliada através de processo numérico. Porém, como a solução trivial é um ponto de equilíbrio sempre estável, espera-se verificar numericamente que o ponto expresso em (2.3.10) é um ponto de ruptura (*breaking point*) e, dessa forma, seu equilíbrio é instável. O termo *breaking point* refere-se a um

ponto de equilíbrio instável a partir do qual observa-se a extinção ou a explosão populacional. Neste caso, a interação desloca os valores de ruptura para maior e menor, respectivamente, para o inseto-praga e parasito, em comparação aos valores das populações isoladas.

Em simulações realizadas verificou-se que, como o ponto de equilíbrio não trivial é sempre instável, na interação as populações tendem à extinção ou à explosão populacional, dependendo dos valores populacionais iniciais utilizados. Assim, essa variante não representa de maneira satisfatória o fenômeno biológico em estudo, pois não reproduz as populações vivendo conjuntamente.

3.3 Caso 3: controle intra-específico X controle intra-específico

A terceira variante considera que cada uma das populações é controlada intrinsecamente. Assim, as taxas de crescimento natural das duas populações $\Phi(M)$ e $\Phi'(G)$ incorporam um controle intra-específico no sentido de evitar a extinção e a super-população. Portanto, o modelo é caracterizado por

$$\begin{cases} \Phi(M) = \frac{\phi}{\sqrt{M}} \\ \Phi'(G) = \frac{\phi'}{\sqrt{G}}, \end{cases}$$

onde os parâmetros ϕ e ϕ' apresentam o mesmo significado biológico das variantes anteriores.

Substituindo-se os termos acima em (2.3.1) e analisando-se o sistema resultante em regime estacionário, as soluções não triviais são obtidas em termos de raízes de um polinômio em $\overline{P}_3$ ($Pol(\overline{P}_3)$) de quinto grau e expressões para $\overline{M}_3$, $\overline{L}_3$ e $\overline{G}_3$ em função de $\overline{P}_3$ dados por

$$\begin{cases} \overline{M}_3 = \frac{\alpha_2 \overline{P}_3}{\mu_3} \\ \overline{L}_3 = \frac{\alpha'_{12} (\phi')^2}{\mu'_3 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})^2 [1 - (k'_1 \alpha'_{12} \overline{P}_3) (\mu'_3 (\alpha'_{12} + \mu'_{12}))^{-1}]^2} \\ \overline{G}_3 = \frac{(\alpha'_{12} \phi')^2}{(\mu'_3)^2 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})^2 [1 - (k'_1 \alpha'_{12} \overline{P}_3) (\mu'_3 (\alpha'_{12} + \mu'_{12}))^{-1}]^2} \\ Pol(\overline{P}_3) = a_5 \overline{P}_3^5 + a_4 \overline{P}_3^4 + a_3 \overline{P}_3^3 + a_2 \overline{P}_3^2 + a_1 \overline{P}_3 + a_0 = 0, \end{cases} \quad (2.3.12)$$

onde

$$\begin{aligned}
a_5 &= \frac{\mu_3 (\alpha'_{12} k'_1)^4 (\alpha_2 + \mu_2)^2}{(\mu'_3)^4} \\
a_4 &= - \left[\frac{4\mu_3 (\alpha'_{12} k'_1)^3 (\alpha_2 + \mu_2)^2 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{(\mu'_3)^3} + \frac{\alpha_2 \phi^2 (\alpha'_{12} k'_1)^4}{(\mu'_3)^4} \right] \\
a_3 &= \frac{4\alpha_2 \phi^2 (\alpha'_{12} k'_1)^3 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{(\mu'_3)^3} + \frac{2\mu_3 (\alpha'_{12} k'_1)^2 (\alpha_2 + \mu_2)}{(\mu'_3)^2} \times \\
&\quad \left[3(\alpha_2 + \mu_2) (\alpha'_{12} + \mu'_{12})^2 + \frac{(\alpha'_{12} \phi')^2 k_2}{(\mu'_3)^2} \right] \\
a_2 &= - \left\{ \frac{6\alpha_2 (\phi \alpha'_{12} k'_1)^2 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})^2}{(\mu'_3)^2} + \frac{4\mu_3 \alpha'_{12} k'_1 (\alpha_2 + \mu_2) (\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{\mu'_3} \times \right. \\
&\quad \left. \left[\frac{(\alpha_2 + \mu_2) (\alpha'_{12} + \mu'_{12})^2 + (\alpha'_{12} \phi')^2 k_2}{(\mu'_3)^2} \right] \right\} \\
a_1 &= \mu_3 \left[(\alpha_2 + \mu_2) (\alpha'_{12} + \mu'_{12})^2 + \frac{(\alpha'_{12} \phi')^2 k_2}{(\mu'_3)^2} \right]^2 + \frac{4\alpha_2 \phi^2 \alpha'_{12} k'_1 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})^3}{\mu'_3} \\
a_0 &= -\alpha_2 \phi^2 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})^4.
\end{aligned} \tag{2.3.13}$$

Observa-se que $a_5, a_3, a_1 > 0$ e $a_4, a_2, a_0 < 0$ e, portanto, o polinômio em $\overline{P}_3$ possui pelo menos uma raiz (ou três ou cinco raízes) real positiva (Regra de Sinal de Descartes). Através de um algoritmo numérico é possível obter as raízes reais positivas do polinômio em $\overline{P}_3$ e, consequentemente, os valores correspondentes a $\overline{M}_3, \overline{L}_3$ e $\overline{G}_3$ em (2.3.12). Cada solução corresponde a um ponto de equilíbrio do modelo proposto.

Da segunda equação de (2.3.12) observa-se a mesma condição expressa em (2.3.11), com $\overline{P}_3$ no lugar de $\overline{P}_2$. No modelo de crescimento linear a condição (2.3.11) relacionou a existência do ponto de equilíbrio. Neste modelo, porém, essa condição separa duas regiões de comportamentos diferentes. Se (2.3.11) for satisfeita, então $\overline{P}_3$ tem valor próximo ao correspondente dado por (2.2.9) e em caso contrário, $\overline{P}_3$ tem valores muito próximos de zero.

No estudo da estabilidade local da solução trivial, conforme teoria no Anexo A, decorre que essa solução é sempre instável. Para cada ponto de equilíbrio não trivial, obtido a partir de (2.3.12), deve-se estudar a estabilidade local do ponto através de processo numérico.

Na realização de simulações verificou-se que a dinâmica das populações tendem suavemente ao equilíbrio não-trivial, com o inseto-praga em níveis abaixo da população isolada

e o parasito acima do nível isolado, ou seja, há um impacto na população do inseto-praga decorrente do parasito. A grandeza deste impacto depende dos valores dos parâmetros k'_1 e k_2 utilizados.

3.4 Caso 4: crescimento linear X controle intra-específico

Para essa variante do modelo é assumido que a população de pupas do inseto-praga cresce de maneira linear, dependente do tamanho da população. Para a população de larvas do parasito é assumido existir um controle intra-específico. Esses fatores são caracterizados por

$$\begin{cases} \Phi(M) = \phi M \\ \Phi'(G) = \frac{\phi'}{\sqrt{G}}. \end{cases}$$

Analisando-se o sistema de equações resultante em regime estacionário tem-se que o ponto de equilíbrio não trivial é dado pelas raízes de um polinômio de terceiro grau em $\overline{P}_4$ e por expressões para $\overline{M}_4$, $\overline{L}_4$ e $\overline{G}_4$, com

$$\begin{cases} \overline{M}_4 = \frac{\alpha_2 \overline{P}_4}{\mu_3} \\ \overline{L}_4 = \frac{\mu'_3}{\alpha'_{12} k_2} [\alpha_2^2 \phi \mu_3^{-2} \overline{P}_4 - (\alpha_2 + \mu_2)] \\ \overline{G}_4 = \frac{1}{k_2} [\alpha_2^2 \phi \mu_3^{-2} \overline{P}_4 - (\alpha_2 + \mu_2)] \\ Pol(\overline{P}_4) = a_3 \overline{P}_4^3 + a_2 \overline{P}_4^2 + a_1 \overline{P}_4 + a_0 = 0, \end{cases} \quad (2.3.14)$$

onde

$$\begin{aligned} a_3 &= \frac{\alpha_2^2 \phi (k'_1)^2}{(k_2 \mu_3)^2} \\ a_2 &= - \left[\frac{2\alpha_2^2 \phi \mu'_3 k'_1 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{\alpha'_{12} \mu_3^2 k_2^2} + \frac{(k'_1)^2 (\alpha_2 + \mu_2)}{k_2^2} \right] \\ a_1 &= \frac{\alpha_2^2 \phi (\mu'_3)^2 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})^2}{(\alpha'_{12} \mu_3 k_2)^2} + \frac{2\mu'_3 k'_1 (\alpha_2 + \mu_2) (\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{\alpha'_{12} k_2^2} \\ a_0 &= - \left[\frac{(\phi')^2}{k_2} + \frac{(\mu'_3)^2 (\alpha_2 + \mu_2) (\alpha'_{12} + \mu'_{12})^2}{(\alpha'_{12} k_2)^2} \right]. \end{aligned} \quad (2.3.15)$$

Observa-se que $a_3, a_1 > 0$ e $a_2, a_0 < 0$ e, portanto, o polinômio em $\overline{P}_4$ possui pelo menos uma raiz (ou no máximo três raízes) real positiva. Através de um algoritmo numérico é possível obter as raízes reais positivas do polinômio e, conseqüentemente, os valores correspondentes a $\overline{M}_4$, $\overline{L}_4$ e $\overline{G}_4$ usando a equação (2.3.14). Cada solução corresponde a um ponto de equilíbrio do modelo proposto.

Deve-se ter $\overline{L}_4 > 0$ e $\overline{G}_4 > 0$ nas equações (2.3.14). Assim, para a existência das soluções não triviais é necessário que seja satisfeita a condição

$$\overline{P}_4 > \frac{\mu_3}{\alpha_2 R},$$

onde R é expresso pela equação (2.3.2). A condição acima é a própria solução não trivial (*breaking-point*) para a população do inseto-praga isolado, conforme expresso em (2.2.6).

No estudo da estabilidade local da solução trivial, conforme teoria no Anexo A, tem-se que a solução trivial para as populações em interação é sempre instável.

Em simulações estáticas realizadas, foi observado que o *breaking-point* sobre a população do inseto-praga sempre desestabiliza o sistema, independente dos valores utilizados para k_2 e k'_1 , impedindo a coexistência entre as espécies. Assim, para índices populacionais abaixo do *breaking-point* o inseto-praga se extingue e o parasito se mantém em níveis semelhantes ao do sistema isolado. Para valores acima do *breaking-point* o inseto-praga tende à explosão populacional.

3.5 Caso 5: controle intra-específico X crescimento linear

Essa quinta variante do modelo apresenta-se como o inverso da variante anterior. Neste modelo é a população de larvas do parasito que cresce de maneira linear, dependente do tamanho da população. Para a população de pupas do inseto-praga é assumido existir um controle intra-específico. Assim,

$$\begin{cases} \Phi(M) = \frac{\phi}{\sqrt{M}} \\ \Phi'(G) = \phi'G. \end{cases}$$

Mais uma vez, em regime estacionário tem-se que no cálculo da solução não trivial é obtido um polinômio em $\overline{P}_5$ ($Pol(\overline{P}_5)$) de terceiro grau, e expressões para $\overline{M}_5$, $\overline{L}_5$ e $\overline{G}_5$ em

função de $\overline{P}_5$, dados por

$$\begin{cases} \overline{M}_5 = \frac{\alpha_2}{\mu_3} \overline{P}_5 \\ \overline{L}_5 = \frac{\mu'_3}{\alpha'_{12} \phi'} \left[\frac{\mu'_3 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{\alpha'_{12}} - k'_1 \overline{P}_5 \right] \\ \overline{G}_5 = \frac{1}{\phi'} \left[\frac{\mu'_3 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{\alpha'_{12}} - k'_1 \overline{P}_5 \right] \\ Pol(\overline{P}_5) = a_3 \overline{P}_5^3 + a_2 \overline{P}_5^2 + a_1 \overline{P}_5 + a_0 = 0, \end{cases} \quad (2.3.16)$$

onde

$$\begin{aligned} a_3 &= \frac{(k_2 k'_1)^2}{(\phi')^2} \\ a_2 &= - \left[\frac{2k_2 k'_1 (\alpha_2 + \mu_2)}{\phi'} + \frac{2\mu'_3 k_2^2 k'_1 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{\alpha'_{12} (\phi')^2} \right] \\ a_1 &= (\alpha_2 + \mu_2)^2 + \frac{\mu'_3 k_2 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{\alpha'_{12} \phi'} \left[\frac{\mu'_3 k_2 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{\alpha'_{12} \phi'} + 2(\alpha_2 + \mu_2) \right] \\ a_0 &= - \left[\frac{\alpha_2 \phi^2}{\mu_3} \right]. \end{aligned}$$

Observa-se que $a_3, a_1 > 0$ e $a_2, a_0 < 0$ e, portanto, o polinômio em $\overline{P}_5$ possui pelo menos uma raiz (ou três raízes) real positiva. Através de um algoritmo numérico são obtidas as raízes reais positivas do polinômio e, conseqüentemente, os valores correspondentes a $\overline{M}_5$, $\overline{L}_5$ e $\overline{G}_5$ dadas pelas equações (2.3.16). Cada solução corresponde a um ponto de equilíbrio do modelo proposto.

Deve-se ter $\overline{L}_5 > 0$ e $\overline{G}_5 > 0$ nas soluções dadas por (2.3.16). Assim, para a existência da solução não trivial é necessária que seja satisfeita a condição

$$\overline{P}_5 < \frac{\phi'}{k'_1 R'},$$

onde R' é expresso pela equação (2.3.2). Assim, para $0 < \overline{P}_5 < \phi' (k'_1 R')^{-1}$ obtêm-se valores positivos de $\overline{L}_5$ e $\overline{G}_5$; para $\overline{P}_5 > \phi' (k'_1 R')^{-1}$, então $\overline{L}_5$ e $\overline{G}_5$ permitidos são nulos.

No estudo da estabilidade local para as populações em interação obtém-se que a solução trivial é sempre instável.

Em simulações estáticas realizadas, foi verificado que a influência do *breaking-point* para a população do parasito no sistema isolado é amenizada pelo fornecimento do alimento

na interação com o inseto-praga, permitindo a coexistência das populações com o parasito em nível abaixo do valor do *breaking-point*.

3.6 Caso 6: crescimento linear X capacidade limitada

Nessa variante é assumido que a população de pupas do inseto-praga cresce linearmente, dependente do tamanho da população, e que a população do parasito sofre um controle devido à capacidade de saturação do meio, representada pela constante c' . Portanto, o modelo é caracterizado por

$$\begin{cases} \Phi(M) = \phi M \\ \Phi'(G) = \phi' \left(1 - \frac{G}{c'}\right). \end{cases}$$

Na análise do modelo em regime estacionário, a solução não trivial é dada por

$$\begin{cases} \overline{P}_6 = \frac{\mu_3^2 (\alpha_2 + \mu_2)}{\alpha_2^2 \phi} + \left[\frac{c' \mu_3^2 k_2}{c' \mu_3^2 k_2 k'_1 - \alpha_2^2 \phi \phi'} \right] \left[\frac{\mu'_3 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{\alpha'_{12}} - \frac{\mu_3^2 k'_1 (\alpha_2 + \mu_2)}{\alpha_2^2 \phi} - \phi' \right] \\ \overline{M}_6 = \frac{\mu_3 (\alpha_2 + \mu_2)}{\alpha_2 \phi} + \left[\frac{c' \alpha_2 \mu_3 k_2}{c' \mu_3^2 k_2 k'_1 - \alpha_2^2 \phi \phi'} \right] \left[\frac{\mu'_3 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{\alpha'_{12}} - \frac{\mu_3^2 k'_1 (\alpha_2 + \mu_2)}{\alpha_2^2 \phi} - \phi' \right] \\ \overline{L}_6 = \frac{c' \alpha_2^2 \phi \mu'_3}{c' \alpha'_{12} \mu_3^2 k_2 k'_1 - \alpha_2^2 \alpha'_{12} \phi \phi'} \left[\frac{\mu'_3 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{\alpha'_{12}} - \frac{\mu_3^2 k'_1 (\alpha_2 + \mu_2)}{\alpha_2^2 \phi} - \phi' \right] \\ \overline{G}_6 = \frac{c' \alpha_2^2 \phi}{c' \mu_3^2 k_2 k'_1 - \alpha_2^2 \phi \phi'} \left[\frac{\mu'_3 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{\alpha'_{12}} - \frac{\mu_3^2 k'_1 (\alpha_2 + \mu_2)}{\alpha_2^2 \phi} - \phi' \right]. \end{cases} \quad (2.3.17)$$

Deve-se ter $\overline{P}_6 > 0$, $\overline{M}_6 > 0$, $\overline{L}_6 > 0$ e $\overline{G}_6 > 0$. Assim, para a existência da solução não trivial deve-se ter

$$\begin{aligned} \text{se } \frac{\alpha_2^2 \phi \phi'}{c' \mu_3^2 k_2} &> \frac{\alpha_2 \phi' R}{\mu_3} \left[\frac{1}{R'} - 1 \right] \Rightarrow \frac{\alpha_2^2 \phi \phi'}{c' \mu_3^2 k_2} < k'_1 < \frac{\alpha_2 \phi' R}{\mu_3} \left[\frac{1}{R'} - 1 \right], \\ \text{ou} \\ \text{se } \frac{\alpha_2^2 \phi \phi'}{c' \mu_3^2 k_2} &< \frac{\alpha_2 \phi' R}{\mu_3} \left[\frac{1}{R'} - 1 \right] \Rightarrow \frac{\alpha_2 \phi' R}{\mu_3} \left[\frac{1}{R'} - 1 \right] < k'_1 < \frac{\alpha_2^2 \phi \phi'}{c' \mu_3^2 k_2}, \end{aligned}$$

onde R e R' são dados pela equação (2.3.2).

No estudo da estabilidade local verifica-se que a solução trivial para as populações em interação é estável se $R' < 1$.

Em simulações estáticas foi verificado que, mais uma vez, a existência do *breaking-point* para a população do inseto-praga em regime isolado é responsável pela desestabilização do sistema em interação, impedindo a coexistência entre as espécies. A limitação encontrada para o parâmetro k'_1 impede a explosão populacional do inseto-praga, quando a população inicial está acima do valor do *breaking-point*.

3.7 Caso 7: capacidade limitada X crescimento linear

A sétima variante do modelo em (2.3.1) corresponde ao inverso da variante anterior, onde a população do inseto-praga sofre um controle decorrente do meio-ambiente e a população de larvas do parasito cresce linearmente. Portanto, a variante é caracterizada por

$$\begin{cases} \Phi(M) = \phi \left(1 - \frac{M}{c} \right) \\ \Phi'(G) = \phi' G. \end{cases}$$

Na análise do modelo em regime estacionário a solução não trivial é dada por

$$\begin{cases} \overline{P}_7 = \frac{c\alpha_2\phi'\mu_3}{c\mu_3^2k_2k'_1 - \alpha_2^2\phi\phi'} \left[\frac{\mu_3(\alpha_2 + \mu_2)}{\alpha_2} + \frac{\mu_3\mu'_3k_2(\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{\alpha_2\alpha'_{12}\phi'} - \phi \right] \\ \overline{M}_7 = \frac{c\alpha_2^2\phi'}{c\mu_3^2k_2k'_1 - \alpha_2^2\phi\phi'} \left[\frac{\mu_3(\alpha_2 + \mu_2)}{\alpha_2} + \frac{\mu_3\mu'_3k_2(\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{\alpha_2\alpha'_{12}\phi'} - \phi \right] \\ \overline{L}_7 = \frac{(\mu'_3)^2(\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{(\alpha'_{12})^2\phi'} - \left[\frac{c\alpha_2\mu_3\mu'_3k'_1}{c\alpha'_{12}\mu_3^2k_2k'_1 - \alpha_2^2\alpha'_{12}\phi\phi'} \right] \left[\frac{\mu_3(\alpha_2 + \mu_2)}{\alpha_2} + \frac{\mu_3\mu'_3k_2(\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{\alpha_2\alpha'_{12}\phi'} - \phi \right] \\ \overline{G}_7 = \frac{\mu'_3(\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{\alpha'_{12}\phi'} - \left[\frac{c\alpha_2\mu_3k'_1}{c\mu_3^2k_2k'_1 - \alpha_2^2\phi\phi'} \right] \left[\frac{\mu_3(\alpha_2 + \mu_2)}{\alpha_2} + \frac{\mu_3\mu'_3k_2(\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{\alpha_2\alpha'_{12}\phi'} - \phi \right]. \end{cases} \quad (2.3.18)$$

Deve-se ter $\overline{P}_7 > 0$, $\overline{M}_7 > 0$, $\overline{L}_7 > 0$ e $\overline{G}_7 > 0$ nas expressões acima. Assim, para a existência da solução não trivial é necessário que

$$k_2 > \max \left\{ \frac{\alpha_2^2\phi\phi'}{c\mu_3^2k'_1}, \frac{\alpha_2\phi R'}{\mu_3} \left(1 - \frac{1}{R} \right) \right\}$$

ou

$$k_2 < \min \left\{ \frac{\alpha_2^2\phi\phi'}{c\mu_3^2k'_1}, \frac{\alpha_2\phi R'}{\mu_3} \left(1 - \frac{1}{R} \right) \right\}$$

onde R e R' são dados pela equação (2.3.2).

No estudo da estabilidade local dos pontos de equilíbrio verifica-se que a solução trivial é estável se $R < 1$.

Em simulações realizadas foi verificado que, de modo diferente ao observado no Caso 5, a existência do *breaking point* para a população do parasito em regime isolado desestabiliza o sistema com as duas populações em interação, mesmo com o fornecimento do alimento (inseto-praga), impedindo totalmente a coexistência entre as espécies.

3.8 Caso 8: controle intra-específico X capacidade limitada

Para essa variante é assumido existir um controle intra-específico para o crescimento da população do inseto-praga e a população do parasito sofre um controle decorrente da capacidade de saturação do meio-ambiente. Portanto, o modelo é caracterizado por

$$\begin{cases} \Phi(M) = \frac{\phi}{\sqrt{M}} \\ \Phi'(G) = \phi' \left(1 - \frac{G}{c'}\right). \end{cases}$$

Para a análise em regime estacionário das populações em interação, a solução não trivial é obtida de um polinômio em $\overline{P}_8$ ($Pol(\overline{P}_8)$) de terceiro grau, e de expressões para $\overline{M}_8$, $\overline{L}_8$ e $\overline{G}_8$ em função de $\overline{P}_8$, dadas por

$$\begin{cases} \overline{M}_8 = \frac{\alpha_2}{\mu_3} \overline{P}_8 \\ \overline{L}_8 = \frac{c' \mu'_3}{\alpha'_{12} \phi'} \left[\phi' - \frac{\mu'_3 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{\alpha'_{12}} + k'_1 \overline{P}_8 \right] \\ \overline{G}_8 = \frac{c'}{\phi'} \left[\phi' - \frac{\mu'_3 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{\alpha'_{12}} + k'_1 \overline{P}_8 \right] \\ Pol(\overline{P}_8) = a_3 \overline{P}_8^3 + a_2 \overline{P}_8^2 + a_1 \overline{P}_8 + a_0 = 0, \end{cases} \quad (2.3.19)$$

onde

$$\begin{aligned}
a_3 &= \frac{(\mathcal{C}'k'_1k_2)^2}{(\phi')^2} \\
a_2 &= -\frac{2\mathcal{C}'k'_1k_2[(\alpha_2 + \mu_2) + \mathcal{C}'k_2]}{\phi'} + \frac{2(k_2\mathcal{C}')^2\mu'_3k'_1(\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{\alpha'_{12}(\phi')^2} \\
a_1 &= (\alpha_2 + \mu_2)^2 + \mathcal{C}'k_2[2(\alpha_2 + \mu_2) + \mathcal{C}'k_2] + \left[\frac{\mathcal{C}'\mu'_3k_2(\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{\alpha'_{12}\phi'} \right] \times \\
&\quad \left[-2(\alpha_2 + \mu_2) - 2\mathcal{C}'k_2 + \frac{\mathcal{C}'\mu'_3k_2(\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{\alpha'_{12}\phi'} \right] \\
a_0 &= -\frac{\alpha_2\phi^2}{\mu_3}.
\end{aligned} \tag{2.3.20}$$

Deve-se ter $\overline{L}_8 > 0$ e $\overline{G}_8 > 0$ nas soluções expressas acima. Assim, para a existência das soluções não triviais é necessário que

$$\overline{P}_8 > \frac{\phi'}{k'_1} \left(\frac{1}{R'} - 1 \right), \tag{2.3.21}$$

onde R' é expresso pela equação (2.3.2). Portanto, para $0 < \overline{P}_8 < \phi'(k'_1)^{-1}[1/R' - 1]$ os valores permitidos para $\overline{L}_8$ e $\overline{G}_8$ são nulos; para $\overline{P}_8 > \phi'(k'_1)^{-1}[1/R' - 1]$ obtêm-se valores positivos para $\overline{L}_8$ e $\overline{G}_8$.

No estudo da estabilidade local dos pontos de equilíbrio verifica-se que a solução trivial é sempre instável.

Em simulações foi observado que para $R > 1$ e $R' > 1$, essa variante do modelo permite a coexistência das espécies em vários níveis populacionais, dependendo dos parâmetros k'_1 e k_2 . Para o conjunto de valores numéricos utilizados para os parâmetros, não foi observada a extinção das populações.

3.9 Caso 9: capacidade limitada X controle intra-específico

Essa última variante do modelo apresenta-se como o inverso da anterior. Neste modelo, o crescimento da população do inseto-praga é controlado pela capacidade de saturação do meio-ambiente e o crescimento da população do parasito sofre um controle intra-específico.

Portanto, o modelo é caracterizado por

$$\begin{cases} \Phi(M) = \phi \left(1 - \frac{M}{c} \right) \\ \Phi'(G) = \frac{\phi'}{\sqrt{G}}. \end{cases}$$

Na análise dessa variante em regime estacionário, a solução não trivial também é obtida de um polinômio em $\overline{P}_9$ ($Pol(\overline{P}_9)$) de terceiro grau, e de expressões para $\overline{M}_9$, $\overline{L}_9$ e $\overline{G}_9$ em função de $\overline{P}_9$, dadas por

$$\begin{cases} \overline{M}_9 = \frac{\alpha_2 \overline{P}_9}{\mu_3} \\ \overline{L}_9 = \frac{\mu'_3}{\alpha'_{12} k_2} \left[\frac{\alpha_2 \phi}{\mu_3} \left(1 - \frac{\alpha_2 \overline{P}_9}{c \mu_3} \right) - (\alpha_2 + \mu_2) \right] \\ \overline{G}_9 = \frac{1}{k_2} \left[\frac{\alpha_2 \phi}{\mu_3} \left(1 - \frac{\alpha_2 \overline{P}_9}{c \mu_3} \right) - (\alpha_2 + \mu_2) \right] \\ Pol(\overline{P}_9) = a_3 \overline{P}_9^3 + a_2 \overline{P}_9^2 + a_1 \overline{P}_9 + a_0 = 0, \end{cases} \quad (2.3.22)$$

onde

$$\begin{aligned} a_3 &= -\frac{\alpha_2^2 \phi (k'_1)^2}{c \mu_3^4} \\ a_2 &= \frac{\alpha_2 \phi k'_1}{\mu_3^3} \left[k'_1 + \frac{2\alpha_2 \mu'_3 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{c \alpha'_{12} k_2} \right] - \frac{(k'_1)^2 (\alpha_2 + \mu_2)}{\mu_3^2} \\ a_1 &= \frac{\mu'_3 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{\alpha'_{12} \mu_3 k_2} \left[-\frac{2\alpha_2 \phi k'_1}{\mu_3} - \frac{\alpha_2^2 \phi \mu'_3 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})}{c \alpha'_{12} \mu_3 k_2} + 2k'_1 (\alpha_2 + \mu_2) \right] \\ a_0 &= -\frac{(\phi')^2}{k_2} + \frac{(\mu'_3)^2 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})^2}{(\alpha'_{12} k_2)^2} \left[\frac{\alpha_2 \phi}{\mu_3} - (\alpha_2 + \mu_2) \right]. \end{aligned} \quad (2.3.23)$$

Deve-se ter $\overline{L}_9 > 0$ e $\overline{G}_9 > 0$ nas expressões acima. Assim, para a existência da solução não trivial é necessário que

$$\overline{P}_9 < \frac{c \mu_3}{\alpha_2} \left(1 - \frac{1}{R} \right),$$

onde R é dado pela expressão (2.3.2). Portanto, para $\overline{P}_9$ satisfazendo esta condição obtêm-se valores positivos para $\overline{L}_9$ e $\overline{G}_9$; caso contrário $\overline{L}_9$ e $\overline{G}_9$ permitidos são nulos.

No estudo da estabilidade local dos pontos de equilíbrio verifica-se que a solução trivial é sempre instável.

Em simulações estáticas foi observado que essa variante do modelo possibilita a coexistência entre as espécies, mas parece ser mais sensível à combinação de valores para (k'_1, k_2) , pois em várias combinações ambas as populações são mantidas em equilíbrio estável, com níveis populacionais próximos ao do sistema isolado.

4 Modelo 2: inseto-praga X parasito exótico

Esse modelo visa explorar a variação populacional do inseto-praga *Phyllocnistis citrella* com relação ao processo de parasitismo pelo inimigo natural exótico *Ageniaspis citricola*. Assim, baseado no modelo matemático para uma população de insetos isolada, o fenômeno biológico da interação praga-parasito é descrito por um modelo compartimental, considerando como variáveis dinâmicas as fases adulta (M) e de larva (L_m) para o inseto-praga e os compartimentos referentes à fêmea acasalada (A), fêmea virgem (A_v) e de larva (L_a) para o parasito. De modo semelhante ao Modelo 1, são consideradas apenas as fases do ciclo vital que estão diretamente envolvidas no processo de parasitismo. Esta hipótese consiste em englobar as fases de pupa para o inseto-praga e para o parasito nos parâmetros do modelo.

Para o parasito, a separação do compartimento de adultos em fêmea virgem e fêmea acasalada justifica-se por esta espécie ter reprodução do tipo partenogênese arrenótoca, onde fêmeas virgens dão origem a machos, que, por sua vez, não irão influenciar no processo de parasitismo sobre o inseto-praga.

O Modelo 2, incorporando a dinâmica vital genérica, é descrito por um sistema de equações diferenciais ordinárias não lineares, dado por

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dL_m}{dt} = \Phi(M)M - (\alpha_{12} + \mu_{12})L_m - f_3(L_m, A_v) - f_4(L_m, A) \\ \frac{dM}{dt} = \alpha_{12}L_m - \mu_3M \\ \frac{dL_a}{dt} = \Phi''(A)A - (\alpha''_{12} + \mu''_{12})L_a + g''(L_m, A) \\ \frac{dA_v}{dt} = \alpha''_{12}L_a - (\alpha''_3 + \mu''_3)A_v \\ \frac{dA}{dt} = \alpha''_3A_v - \mu''_4A, \end{array} \right. \quad (2.4.1)$$

cujos parâmetros são descritos abaixo.

Os parâmetros relacionados ao inseto-praga são α_{12} , μ_{12} e μ_3 , que são as taxas de, respectivamente, larvas que, passando pela fase de pupa, dão origem a indivíduos adultos, mortalidade das fases de larvas e pupas e mortalidade do indivíduo adulto. As funções $\Phi(M)$, $f_3(L_m, A_v)$ e $f_4(L_m, A)$ correspondem à taxa per capita de crescimento da população do inseto-praga e funções de parasitismo de fêmeas do parasito (virgens e acasaladas) sobre o inseto-praga, respectivamente.

Os parâmetros relacionados ao parasito são α''_{12} , α''_3 , μ''_{12} , μ''_3 e μ''_4 , que são as taxas de, respectivamente, larvas do parasito que, passando pela fase de pupa, vão originar fêmeas virgens, fêmeas virgens que se acasalaram, mortalidade das fases de larva e pupa, mortalidade de fêmeas virgens e mortalidade de fêmeas acasaladas. As funções $\Phi''(A)$ e $g''(L_m, A)$ são, respectivamente, a taxa per capita de crescimento da população do parasito e função de crescimento da população do parasito decorrente do parasitismo. Observe que a fase de pupa está embutida nos parâmetros α''_{12} e μ''_{12} .

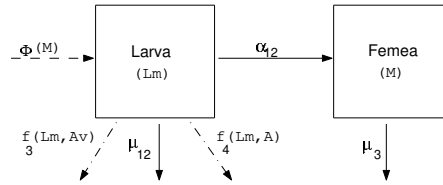
A figura 2.3 representa os compartimentos criados no Modelo 2. As setas tracejadas representam o ganho nos compartimentos L_m e L_a , devido ao crescimento natural das populações (decorrente da oviposição do inseto adulto). As setas contínuas horizontais representam a mudança de indivíduos entre dois compartimentos consecutivos e as verticais representam a saída do compartimento devido à mortalidade natural de cada estágio de desenvolvimento. As setas na diagonal (ponto e linha) representam perda (L_m) ou ganho (L_a) ao compartimento, devido ao processo de parasitismo.

As funções $f_3(\cdot)$, $f_4(\cdot)$ e $g''(\cdot)$ são aquelas que descrevem a interação entre as duas espécies. De modo semelhante ao considerado para o Modelo 1, estas funções são aproximadas por

$$\begin{cases} f_3(L_m, A_v) = k_3 L_m A_v \\ f_4(L_m, A) = k_4 L_m A \\ g''(L_m, A) = k''_1 L_m A, \end{cases} \quad (2.4.2)$$

ou seja, é assumido que exista um encontro aleatório entre o adulto do parasito (fêmea virgem e fêmea acasalada) e a larva do inseto-praga, e desse encontro ocorre um decréscimo na população de larvas do inseto-praga, proporcional às taxas k_3 e k_4 . Em contraposição, a população de larvas do parasito é beneficiada por este encontro aleatório, de modo proporcional

Phyllocnistis citrella:



Ageniaspis citricola:

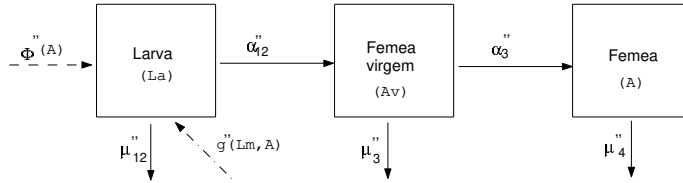


Figura 2.3: Esquema de compartimentos do Modelo 2

a uma taxa k_1'' . Como para o Modelo 1, estas aproximações são razoavelmente boas quando as populações são abundantes, o que pode não ocorrer na prática. Entretanto, mais uma vez, a utilização de expressões simples para descrever $f_3(\cdot)$, $f_4(\cdot)$ e $g''(\cdot)$ facilita a obtenção de resultados analíticos.

Os parâmetros α_{12} , μ_2 , μ_3 , α'_{12} , α'_3 , α'_4 , μ'_{12} e μ'_3 são os parâmetros biológicos que podem ser medidos através de experimentos ou de dados encontrados na literatura. As taxas de crescimento natural $\Phi(\cdot)$ e $\Phi''(\cdot)$ caracterizam as diferentes considerações sobre a dinâmica vital, conforme apresentado anteriormente.

Para o estudo analítico do Modelo 2 considera-se que ambas as populações crescem da mesma forma e que são controladas pela capacidade de saturação do meio ambiente, de modo semelhante ao apresentado para a primeira variante do Modelo 1. Esta hipótese representa de forma mais apropriada o crescimento de várias espécies, pois observa-se que há um aumento por um determinado tempo e depois é atingido um “patamar”, devido à limitação dos recursos necessários à sobrevivência. Desta forma, as funções $\Phi(\cdot)$ e $\Phi''(\cdot)$ são caracterizadas por

$$\begin{cases} \Phi(M) = \phi \left(1 - \frac{M}{c} \right) \\ \Phi''(A) = \phi'' \left(1 - \frac{A}{c''} \right), \end{cases} \quad (2.4.3)$$

onde ϕ e ϕ'' são as taxas de ovos que vão originar larvas do inseto-praga e larvas do parasito, respectivamente, e os parâmetros $c > 0$ e $c'' > 0$ referem-se aos limites superiores que as populações M e A , respectivamente, atingem decorrentes da capacidade de saturação do meio-ambiente.

A hipótese de que o crescimento populacional do parasito só é possível na presença do inseto-praga, por ser um parasito específico, corresponde a se ter $\phi'' = 0$, ou seja, o crescimento natural da população é nulo. Isto será utilizado no processo de simulação dos modelos, porém o estudo analítico considera a existência do termo $\phi''(1 - A/c'')$.

Para o modelo descrito pelo sistema de equações (2.4.1), as constantes R e R'' , similares à (2.3.2), são

$$R = \frac{\alpha_{12}\phi}{\mu_3(\alpha_{12} + \mu_{12})} \quad e \quad R'' = \frac{\alpha_{12}''\alpha_3''\phi''}{\mu_4''(\alpha_{12}'' + \mu_{12}'')(\alpha_3'' + \mu_3'')}, \quad (2.4.4)$$

onde R refere-se à população do inseto-praga e R'' à população do parasito exótico. A expressão para R'' é obtida da análise em regime estacionário do sistema de equações referentes à população do parasito isoladamente (compartimentos L_a , A_v e A e $g''(\cdot) = 0$). Neste caso, a solução trivial é estável se $R'' < 1$, e a solução não trivial dada por

$$(\overline{L_a}, \overline{A_v}, \overline{A}) = \left[\frac{c''\mu_4''(\alpha_3'' + \mu_3'')}{\alpha_{12}''\alpha_3''} \left(1 - \frac{1}{R''}\right), \frac{c''\mu_4''}{\alpha_3''} \left(1 - \frac{1}{R''}\right), c'' \left(1 - \frac{1}{R''}\right) \right], \quad (2.4.5)$$

existe e é estável se $R'' > 1$.

No caso em que o crescimento da população do parasito obedece a um controle intra-específico, ou seja, $\Phi''(A) = \frac{\phi''}{\sqrt{A}}$, o equilíbrio não-trivial dessa população vivendo isoladamente passa a ser dado por:

$$(\overline{L_a}, \overline{A_v}, \overline{A}) = \left[\frac{\mu_4''(\alpha_3'' + \mu_3'')}{\alpha_{12}''\alpha_3''} (R'')^2, \frac{\mu_4''}{\alpha_3''} (R'')^2, (R'')^2 \right]. \quad (2.4.6)$$

Mais uma vez, para as populações em interação, o equilíbrio trivial representa a ausência (ou extinção) do inseto-praga e do parasito.

Substituindo (2.4.2) e (2.4.3) em (2.4.1), e analisando o sistema de equações diferenciais resultante em regime estacionário, obtêm-se dois pontos de equilíbrio para as populações em interação, com o crescimento natural controlado pela capacidade de saturação do meio. O

primeiro é a solução trivial e o segundo é a solução não-trivial, dada por

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{L}_m^2 = \frac{c\mu_3}{\alpha_{12}} - \frac{c\mu_3^2(\alpha_{12} + \mu_{12})}{\alpha_{12}^2\phi} - \frac{cc''\mu_3^2\mu_4''\alpha_{12}''(k_3\mu_4'' + k_4\alpha_3'')(\alpha_3'' + \mu_3'')}{\phi\phi''(\alpha_{12}\alpha_{12}''\alpha_3'')^2 + k_1''cc''\mu_3^2\alpha_{12}''\alpha_3''(k_3\alpha_{12}''\mu_4'' + k_4\alpha_{12}''\alpha_3'')} \times \\ \left\{ \frac{\phi''\alpha_{12}''\alpha_3''}{\mu_4''(\alpha_3'' + \mu_3'')} - (\alpha_{12}'' + \mu_{12}'') + \frac{k_1''\alpha_{12}''\alpha_3''c\mu_3}{\alpha_{12}\mu_4''(\alpha_3'' + \mu_3'')} \left[1 - \frac{\mu_3(\alpha_{12} + \mu_{12})}{\phi\alpha_{12}} \right] \right\} \\ \overline{M}^2 = \frac{\alpha_{12}}{\mu_3} \overline{L}_m^2 \\ \overline{L}_a^2 = \frac{c''\phi\alpha_{12}^2(\mu_4'')^2(\alpha_3'' + \mu_3'')^2}{[\phi\phi''(\alpha_{12}\alpha_{12}''\alpha_3'')^2 + k_1''cc''\mu_3^2\alpha_{12}''\alpha_3''(k_3\alpha_{12}''\mu_4'' + k_4\alpha_{12}''\alpha_3'')] \left\{ \frac{\phi''\alpha_{12}''\alpha_3''}{\mu_4''(\alpha_3'' + \mu_3'')} - \right.} \\ \left. (\alpha_{12}'' + \mu_{12}'') + \frac{k_1''\alpha_{12}''\alpha_3''c\mu_3}{\alpha_{12}\mu_4''(\alpha_3'' + \mu_3'')} \left[1 - \frac{\mu_3(\alpha_{12} + \mu_{12})}{\phi\alpha_{12}} \right] \right\} \\ \overline{A}_v^2 = \frac{\alpha_{12}''}{\alpha_3'' + \mu_3''} \overline{L}_a^2 \\ \overline{A}^2 = \frac{\alpha_{12}''\alpha_3''}{\mu_4''(\alpha_3'' + \mu_3'')} \overline{L}_a^2 \end{array} \right. \quad (2.4.7)$$

Deve-se ter $\overline{L}_m^2$, $\overline{M}^2$, $\overline{L}_a^2$, $\overline{A}_v^2$, $\overline{A}^2$ estritamente positivos nas expressões acima. Assim, para a existência da solução não trivial é necessário que

$$\frac{\phi\phi''\alpha_{12}^2\alpha_{12}''\alpha_3'' + k_1''\phi\alpha_{12}\alpha_{12}''\alpha_3''c\mu_3}{\phi\alpha_{12}^2\mu_4''(\alpha_{12}'' + \mu_{12}'')(\alpha_3'' + \mu_3'') + k_1''\alpha_{12}''\alpha_3''c\mu_3^2(\alpha_{12} + \mu_{12})} > 1. \quad (2.4.8)$$

No estudo da estabilidade local dos pontos de equilíbrio verifica-se que a solução trivial é estável se $R < 1$ e $R'' < 1$, onde R e R'' são dados por (2.4.4).

Durante a realização de algumas simulações, verificou-se que o ponto de equilíbrio não trivial para as populações em interação é estável e que este equilíbrio é rapidamente alcançado. As oscilações existentes na dinâmica das duas populações é diretamente proporcional ao aumento do parâmetro k_1'' (benefício da população do parasito devido ao parasitismo). Quando $\Phi''(A) = 0$, ou seja, o crescimento do parasito é totalmente dependente da existência do inseto-praga, observa-se que um aumento significativo de k_1'' faz com que a população do inseto-praga diminua muito e, conseqüentemente, a população do parasito também diminui. Nestas simulações, o parâmetro k_1'' foi variado no intervalo de 0,01 a 1,5 e k_3 , k_4 foram mantidos iguais a 0,01.

5 Modelo 3: inseto-praga X parasito nativo X parasito exótico

O objetivo deste modelo é descrever a dinâmica da população do inseto-praga *Phyllocnistis citrella* num processo de parasitismo concomitante pelos parasitos *Galeopsomyia fausta* (nativo) e *Ageniaspis citricola* (exótico). Considera-se que não há uma competição direta entre os dois parasitos; a competição se expressa pela disponibilidade do alimento (praga).

Como para os dois modelos anteriores, os compartimentos representam as fases do ciclo biológico envolvidas diretamente no processo de parasitismo. Desta forma, as variáveis dinâmicas consideradas são as fases de larva (L_m), pupa (P) e adulta (M) para o inseto-praga; as fases de larva (L_g) e adulta (G) para o parasito nativo e as fases de larva (L_a), fêmea virgem (A_v) e fêmea acasalada (A) para o parasito exótico.

O Modelo 3, incorporando a dinâmica vital genérica das três populações em interação, é descrito por um sistema composto de 8 equações diferenciais ordinárias não lineares, dado por

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dL_m}{dt} = \Phi(M)M - (\alpha_1 + \mu_1) L_m - f_3(L_m, A_v) - f_4(L_m, A) \\ \frac{dP}{dt} = \alpha_1 L_m - (\alpha_2 + \mu_2) P - f_2(P, G) \\ \frac{dM}{dt} = \alpha_2 P - \mu_3 M \\ \frac{dL_g}{dt} = \Phi'(G)G - (\alpha'_{12} + \mu'_{12}) L_g + g'(P, G) \\ \frac{dG}{dt} = \alpha'_{12} L_g - \mu'_3 G \\ \frac{dL_a}{dt} = \Phi''(A)A - (\alpha''_{12} + \mu''_{12}) L_a + g''(L_m, A) \\ \frac{dA_v}{dt} = \alpha''_{12} L_a - (\alpha''_3 + \mu''_3) A_v \\ \frac{dA}{dt} = \alpha''_3 A_v - \mu''_4 A, \end{array} \right. \quad (2.5.1)$$

cujos parâmetros são descritos abaixo.

Os parâmetros relacionados ao inseto-praga são α_1 , α_2 , μ_1 , μ_2 e μ_3 , que são as taxas de,

respectivamente, larvas que originam pupas, pupas que dão origem a adultos, mortalidade das fases de larva, pupa e indivíduo adulto. As funções $\Phi(M)$, $f_2(P, G)$, $f_3(L_m, A_v)$ e $f_4(L_m, A)$ correspondem à taxa per capita de crescimento da população do inseto-praga e funções de parasitismo de fêmeas do parasito nativo e do parasito exótico (virgens e acasaladas) sobre o inseto-praga, respectivamente.

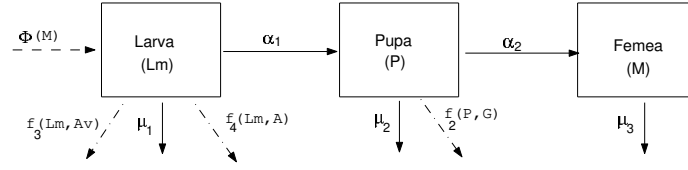
Os parâmetros relacionados ao parasito nativo são α'_{12} , μ'_{12} e μ'_3 , que são as taxas de, respectivamente, larvas do parasito nativo que, passando pela fase de pupa, vão originar indivíduos adultos, mortalidade das fases de larva e pupa, e mortalidade do indivíduo adulto. As funções $\Phi'(G)$ e $g'(P, G)$ são, respectivamente, a taxa per capita de crescimento da população do parasito nativo e função de crescimento da população do parasito nativo decorrente do parasitismo. Como no Modelo 1, a fase de pupa está embutida nos parâmetros α'_{12} e μ'_{12} .

Os parâmetros relacionados ao parasito exótico são α''_{12} , α''_3 , μ''_{12} , μ''_3 e μ''_4 , que são as taxas de, respectivamente, larvas do parasito que, passando pela fase de pupa, vão originar fêmeas virgens, fêmeas virgens que se acasalaram, mortalidade das fases de larva e pupa, mortalidade de fêmeas virgens e mortalidade de fêmeas acasaladas. As funções $\Phi''(A)$ e $g''(L_m, A)$ são, respectivamente, a taxa per capita de crescimento da população do parasito exótico e função de crescimento da população do parasito exótico decorrente do parasitismo. Como no Modelo 2, a fase de pupa está embutida nos parâmetros α''_{12} e μ''_{12} .

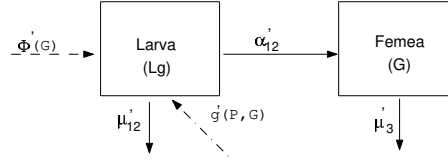
A figura 2.4 mostra o esquema de compartimentos do Modelo 3. As setas seguem o mesmo padrão de representação dos modelos 1 e 2. Para o inseto-praga, as perdas decorrentes ao processo de parasitismo ocorrem nos compartimentos L_m e P , sendo que no compartimento L_m tem-se a perda referente ao parasitismo das fêmeas virgens (A_v) e fêmeas acasaladas (A) do parasito exótico. Por outro lado, como o modelo representa apenas a população de fêmeas de cada espécie, o compartimento L_a é beneficiado apenas pelo parasitismo decorrente de A sobre L_m .

As funções $f_2(\cdot)$, $f_3(\cdot)$, $f_4(\cdot)$, $g'(\cdot)$ e $g''(\cdot)$ são aquelas que descrevem a interação entre as espécies do inseto-praga e dos parasitos. Nestes modelo são assumidas as mesmas hipóteses

Phyllocnistis citrella:



Galeopsomyia fausta:



Ageniaspis citricola:

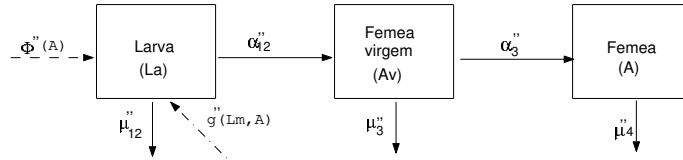


Figura 2.4: Esquema de compartimentos do Modelo 3

para a representação destas funções, ou seja

$$\begin{cases} f_2(P, G) = k_2 PG \\ f_3(L_m, A_v) = k_3 L_m A_v \\ f_4(L_m, A) = k_4 L_m A \\ g'(P, G) = k'_1 PG \\ g''(L_m, A) = k''_1 L_m A. \end{cases} \quad (2.5.2)$$

As taxas de crescimento natural $\Phi(\cdot)$, $\Phi'(\cdot)$ e $\Phi''(\cdot)$ caracterizam as diferentes considerações sobre a dinâmica vital. No estudo analítico do Modelo 3 é considerado que as três populações crescem da mesma forma e que são controladas pela capacidade de saturação do meio ambiente, de modo semelhante ao Modelo 2. Desta forma, as funções $\Phi(\cdot)$, $\Phi'(\cdot)$ e $\Phi''(\cdot)$

são caracterizadas por

$$\begin{cases} \Phi(M) = \phi \left(1 - \frac{M}{c}\right) \\ \Phi'(G) = \phi' \left(1 - \frac{G}{c'}\right) \\ \Phi''(A) = \phi'' \left(1 - \frac{A}{c''}\right), \end{cases} \quad (2.5.3)$$

onde ϕ , ϕ' e ϕ'' correspondem à taxa de ovos da fêmea do inseto-praga que originam larvas, taxa de ovos da fêmea do parasito nativo que originam pupas e taxa de ovos da fêmea acasalada do parasito exótico que originam larvas, respectivamente, e os parâmetros $c > 0$, $c' > 0$ e $c'' > 0$ referem-se aos limites superiores que as populações M , G e A , respectivamente, atingem decorrentes da capacidade de saturação do meio-ambiente.

Para o modelo descrito pelo sistema de equações (2.5.1), as constantes R , R' e R'' , similares à (2.3.2) e (2.4.4), são

$$R = \frac{\alpha_1 \alpha_2 \phi}{\mu_3 (\alpha_1 + \mu_1) (\alpha_2 + \mu_2)}, \quad R' = \frac{\alpha'_{12} \phi'}{\mu'_3 (\alpha'_{12} + \mu'_{12})} \quad e \quad R'' = \frac{\alpha''_{12} \alpha''_3 \phi''}{\mu''_4 (\alpha''_{12} + \mu''_{12}) (\alpha''_3 + \mu''_3)}, \quad (2.5.4)$$

onde R refere-se à população do inseto-praga, R' ao parasito nativo e R'' ao parasito exótico.

As expressões para as constantes R , R' e R'' são obtidas da análise em regime estacionário do sistema de equações (2.5.1) para as populações isoladas ($k_2 = k_3 = k_4 = k'_1 = k''_1 = 0$). Neste caso, a solução não trivial para a população do inseto-praga isolada é dada por

$$(\overline{M}, \overline{P}, \overline{L_m}) = \left[c \left(1 - \frac{1}{R}\right), \frac{c\mu_3}{\alpha_2} \left(1 - \frac{1}{R}\right), \frac{c\mu_3 (\alpha_2 + \mu_2)}{\alpha_1 \alpha_2} \left(1 - \frac{1}{R}\right) \right], \quad (2.5.5)$$

com condição de existência e estabilidade dada por $R > 1$. Para a população do parasito nativo, a solução não trivial é semelhante à expressão (2.2.4) apresentada no Caso 1 para uma população de insetos isolada, substituindo, respectivamente, a_1 por α'_{12} , b_2 por μ'_3 , c por c' e R por R' , expresso em (2.5.4). Para a população do parasito exótico, a solução não trivial é semelhante ao apresentado para o Modelo 2, dada em (2.4.5).

No caso em que o crescimento da população do inseto-praga obedece a um controle intra-específico, ou seja, $\Phi(M) = \frac{\phi}{\sqrt{M}}$, o equilíbrio não-trivial dessa população vivendo

isoladamente passa a ser dada por:

$$(\overline{M}, \overline{P}, \overline{L_m}) = \left[R^2, \frac{\mu_3}{\alpha_2} R^2, \frac{\mu_3 (\alpha_2 + \mu_2)}{\alpha_1 \alpha_2} R^2 \right]. \quad (2.5.6)$$

Para as populações em interação, o equilíbrio trivial representa a ausência (ou extinção) do inseto-praga e dos parasitos.

Devido à impossibilidade de se obter analiticamente o ponto de equilíbrio não trivial, este será calculado e analisado através de processo numérico.

Durante a realização de simulações, com as populações crescendo de acordo com a capacidade de saturação do meio, observou-se que para $\Phi''(A) = 0$, ao fixar o parâmetro k_1'' (benefício do parasito exótico) no valor 0,1 e variar k_1' (benefício do parasito nativo) no intervalo entre 0,01 e 1,5, a população do inimigo exótico é sempre extinta para $k_1' > 0,5$, o inseto-praga é controlado e o inimigo natural mantém-se em níveis bem acima do isolado. Por outro lado, quando k_1' é fixado no valor 0,1 e k_1'' é variado no intervalo 0,01 a 1,5, observou-se que o inseto-praga é controlado e que nenhum dos parasitos é deslocado, ou seja, as três espécies coexistem. Isto se explica pelo fato de que, ao aumentar k_1'' a população do inimigo exótico tende a crescer, diminuindo a população do inseto-praga e, conseqüentemente, o alimento disponível para o inimigo nativo. Por outro lado, quando o inseto-praga diminui abaixo de um determinado nível, a própria população do inimigo exótico é afetada (conforme observado também nas simulações sobre o Modelo 2) e também começa a decrescer. Desta forma, mantém-se um equilíbrio entre os dois parasitos. Nas simulações, os parâmetros k_2 , k_3 e k_4 foram mantidos no valor 0,01.

Capítulo 3

O processo de simulação

Nesse capítulo é descrita a metodologia utilizada no desenvolvimento do simulador do controle biológico da larva-minadora-da-folha-dos-citros - SIMCOBIM - e na construção das bases de dados que alimentam o sistema. Ao final são apresentadas as estimativas referentes à área de plantio e aos níveis populacionais de cada espécie (populações iniciais, capacidades de saturação do meio e nível de dano do inseto-praga) apropriados à dimensão da área estabelecida.

Deve-se ressaltar que o processo de simulação idealizado não contempla a etapa de validação formal dos resultados, dado o estado da arte do problema. A validação formal será possível após os especialistas em controle biológico adquirirem, ao longo de alguns anos, maior conhecimento sobre os níveis populacionais das espécies em estudo. Os experimentos biológicos e as observações de campo sobre as espécies em interação estão sendo realizados atualmente por algumas instituições de pesquisa. Entretanto, os modelos matemáticos e o simulador desenvolvidos têm seu papel e validade no que se refere à análise prospectiva do controle biológico da *P. citrella*, pois pode-se afirmar que uma validação informal dos resultados obtidos foi realizada, devido às inúmeras discussões e sugestões de especialistas da área.

Ainda, o grande esforço realizado para o ajuste dos parâmetros dos modelos, através da realização de centenas de execuções do SIMCOBIM, pode ser visto como uma validação indireta de todo o processo, uma vez que os resultados obtidos são plausíveis segundo especialistas consultados.

1 Descrição geral

O processo de simulação do controle biológico da *Phyllocnistis citrella* pelos inimigos naturais *Galeopsomyia fausta* e *Ageniaspis citricola* é apoiado no uso do software SIMCOBIM, que tem como base a descrição das dinâmicas das populações através de três modelos determinísticos, compartimentais e contínuos no tempo.

Este software foi desenvolvido usando recursos da linguagem de programação da versão 5.3.1 do MATLAB®, em plataformas SUN com sistema operacional UNIX. Foram produzidas cerca de 15.700 linhas de código distribuídas em 71 arquivos de programa (extensão '.m'), que são executados em momentos apropriados, controlados por um módulo principal (ver Anexo C).

Duas bases de dados foram construídas para utilização pelo SIMCOBIM: bases de temperaturas médias (diárias ou mensais) da região geográfica em estudo (Limeira) e bases de parâmetros biológicos em função de seis diferentes temperaturas médias (18, 20, 22, 25, 28 e 30°C).

A figura 3.1 mostra um diagrama global do simulador implementado. De forma resumida, a partir da entrada das opções do usuário, de acordo com o modelo escolhido e a forma de crescimento natural das espécies envolvidas no modelo, um módulo de controle do processo de simulação é acionado pelo SIMCOBIM. Esse módulo interage sucessivas vezes com a base de temperaturas médias e a base de parâmetros biológicos específicas do modelo em análise, durante o período de simulação determinado pelo usuário. É possível realizar várias simulações sobre o mesmo modelo. Ao final de cada uma delas, um relatório, nas formas textual e gráfica, é emitido para que o usuário interprete os resultados obtidos pelo simulador.

A filosofia do simulador é a de possuir uma interface simples e amigável com o usuário, responsável pela captura de informações mínimas sobre o que o usuário deseja simular, escondendo aspectos intrínsecos ao controle do processo e detalhes de implementação.

Desta forma, o usuário interage com o simulador apenas na primeira parte do processo, referente à interface. Nesta fase o usuário responde às perguntas sobre o modelo a ser simulado (uma espécie isolada, duas (modelos 1 e 2) ou três espécies (modelo 3) em interação), sobre quais as espécies envolvidas no modelo escolhido, formas de crescimento de cada uma das

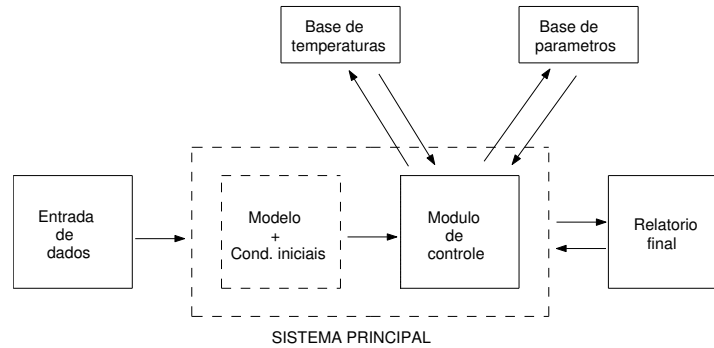


Figura 3.1: Diagrama global do simulador.

espécies, condições iniciais (populações iniciais, fatores de acréscimo e decréscimo e valor da capacidade de saturação do meio, se necessário), forma de atualização da temperatura durante o período de tempo a ser simulado (constante, variável diariamente ou variável mensalmente) e define o período de tempo a ser simulado. O Anexo D contém um exemplo de interface com o usuário gerada a partir da chamada do SIMCOBIM.

Na segunda parte do processo de simulação, o SIMCOBIM emite um relatório inicial com resultados analíticos sobre os pontos de equilíbrio estacionário para as populações isoladas. Para as variantes do Modelo 1 e para a variante do Modelo 2 em que as populações crescem reguladas pela capacidade do meio, o simulador fornece os níveis populacionais em equilíbrio para as populações em interação, calculados sob a hipótese de temperatura constante a 25°C (análise de pior caso), analisa a estabilidade de tais pontos e obtém limites analíticos para a validade dos parâmetros relacionados ao benefício (k'_1 e k''_1) ou prejuízo (k_i) decorrente do processo de parasitismo.

Após a apresentação deste relatório inicia-se a execução do processo dinâmico, quando, a partir das equações diferenciais ordinárias (EDO) que representam o modelo escolhido pelo usuário, um processo de Runge-Kutta de 4ª ordem (ver Anexo B) é chamado sucessivas vezes para a solução do sistema de EDO. A cada execução, de acordo com o período de simulação estabelecido pelo usuário, a temperatura média diária ou mensal é verificada, os parâmetros biológicos referentes a essa temperatura são escolhidos e uma nova execução da função de Runge-Kutta inicia-se para aquela unidade de tempo (dia ou mês). O tamanho do passo

utilizado no algoritmo de Runge-Kutta, escolhido automaticamente pelo simulador, é a metade do valor do menor parâmetro do modelo em execução.

Ao final do tempo de execução um novo relatório é emitido, com informação sobre os níveis populacionais finais resultantes do processo de Runge-Kutta, e são mostrados em tela os gráficos que representam a dinâmica das populações de imaturos e de fêmeas adultas.

Após a apresentação dos gráficos o SIMCOBIM pergunta ao usuário se ele deseja obter novas simulações sobre o mesmo modelo. Em caso afirmativo, o simulador permite que o usuário altere as condições iniciais do modelo (níveis populacionais iniciais, fatores de acréscimo e decréscimo e valores da capacidade de saturação do meio, se necessário) e todo o processo de execução e emissão de relatórios é repetido. Desta forma, o usuário pode realizar várias simulações sobre o mesmo modelo sem ter que reiniciar todo o processo (escolha do modelo, espécies envolvidas, período de tempo, etc).

Nos anexos E a H são apresentados alguns relatórios completos emitidos pelo SIMCOBIM.

2 Bases de dados de temperaturas médias

No item ‘c’ da interface com o usuário (ver Anexo D) é definida a forma de atualização da temperatura média, se diária ou mensal, referente ao período de tempo a ser simulado.

As temperaturas médias diárias da região geográfica em estudo são armazenadas num arquivo de nome TEMPERd, criado internamente no ambiente de programação do MATLAB® (extensão ‘.mat’). Cada linha do arquivo contém identificação do dia (formato: ‘dd/mm/aaaa’) e da temperatura média correspondente ao dia (formato: ‘tt.t’). Quando o usuário informa o período de tempo a ser simulado (item ‘d’ da interface), o SIMCOBIM verifica a compatibilidade entre essa informação e o período contemplado na base TEMPERd. Caso não conste na base o período informado, uma mensagem de erro é retornada para que o usuário verifique a consistência entre a base de temperaturas e o período informado.

Para a variação mensal da temperatura são possíveis dois tipos de bases de dados.

No primeiro tipo as temperaturas médias mensais são armazenadas num arquivo de nome TEMPERm (extensão ‘.mat’), similar ao arquivo de temperaturas médias diárias. Cada linha de TEMPERm possui a identificação do mês (formato: ‘mm/aaaa’) e da temperatura

Tabela 3.1: Temperaturas médias mensais (em °C) de Limeira no período de 1997 a 1999 e média da série histórica de 1970 a 1999. Fonte: Seção de Climatologia Agrícola do Instituto Agronômico de Campinas.

Mês	Temperatura (°C)			
	1997	1998	1999	Média da série
Jan	23,7	25,0	24,5	23,6
Fev	24,2	24,8	24,1	23,8
Mar	22,5	24,4	23,8	23,2
Abr	21,2	22,1	20,9	21,6
Mai	18,8	18,5	18,0	18,9
Jun	17,7	16,7	17,2	17,6
Jul	18,7	18,2	19,0	17,8
Ago	19,6	21,1	18,7	19,1
Set	22,2	21,3	21,0	20,2
Out	22,7	21,2	21,3	21,6
Nov	24,0	22,4	21,5	22,3
Dez	24,5	23,9	23,9	23,1

média correspondente (formato: 'tt.t'). A tabela 3.1 mostra as temperaturas médias mensais fornecidas pela Seção de Climatologia Agrícola do Instituto Agronômico de Campinas (IAC), obtidas na Estação Experimental de Limeira entre 1997 e 1999 (período pós-surgimento da larva-minadora no país) e a média mensal calculada utilizando-se a série histórica de 30 anos (1970 a 1999). Tais médias foram utilizadas para a construção da base TEMPERm.

No segundo tipo de base de temperaturas médias mensais, essas são calculadas através de expressões matemáticas (Pinto *et al.*, 1972), onde a temperatura média mensal ($\overline{Y_i}$) é calculada em função da altitude (X_1), em metros, e da latitude (X_2), em minutos sem sinal, da região geográfica em estudo. A tabela 3.2 mostra as equações desenvolvidas por Pinto *et al.* (1972) e as temperaturas médias obtidas a partir de tais equações para a região de Limeira, situada a 639 m de altitude e 1.347 min de latitude sul, segundo informado pela Seção de Climatologia Agrícola do IAC.

Tabela 3.2: Equações para cálculo de temperaturas médias mensais ($\bar{Y}_i$) no Estado de São Paulo em função da altitude (X) e latitude (X_1) (Pinto *et al.*, 1972), com respectivo ajuste R^2 obtido pelos autores, e valores calculados para Limeira (639 m de altitude e 1.347 min de latitude sul).

Mês	Equação ($\bar{Y}_i$)	Ajuste R^2 (%)	$\bar{Y}_i$ em Limeira (°C)
Jan	$33,03 - 0,006322(X) - 0,004555(X_1)$	90	22,9
Fev	$32,68 - 0,005982(X) - 0,004461(X_1)$	92	22,8
Mar	$35,10 - 0,006117(X) - 0,006583(X_1)$	90	22,3
Abr	$36,11 - 0,005831(X) - 0,008754(X_1)$	86	20,6
Mai	$36,49 - 0,005591(X) - 0,011030(X_1)$	77	18,1
Jun	$36,61 - 0,005140(X) - 0,012370(X_1)$	79	16,7
Jul	$39,31 - 0,005321(X) - 0,014830(X_1)$	74	15,9
Ago	$42,35 - 0,005475(X) - 0,015650(X_1)$	76	17,8
Set	$50,19 - 0,005408(X) - 0,020130(X_1)$	81	19,6
Out	$47,39 - 0,005944(X) - 0,016950(X_1)$	65	20,8
Nov	$42,03 - 0,006412(X) - 0,011990(X_1)$	88	21,8
Dez	$34,93 - 0,006256(X) - 0,006358(X_1)$	88	22,4

3 Bases de dados de parâmetros biológicos

Para cada um dos três modelos matemáticos desenvolvidos foi criada uma base de dados dos parâmetros biológicos específicos ao modelo, derivada das informações descritas no Capítulo 1, conforme literatura na área.

Para os modelos 1, 2 e 3 a base de parâmetros encontra-se em arquivos de nome MATRIZ1, MATRIZ2 e MATRIZ3, respectivamente, criados no ambiente de programação do MATLAB® (extensão ‘.mat’). Esses arquivos podem ser vistos como matrizes de dados, onde cada linha corresponde aos valores dos parâmetros obtidos em experimentos realizados a uma determinada temperatura. Assim, a primeira coluna de cada linha contém o valor da temperatura e as demais os valores dos parâmetros do modelo.

A seguir são descritos os procedimentos utilizados para a estimativa de cada um dos parâmetros biológicos.

Ressalta-se que todos os parâmetros biológicos possuem a dimensão $tempo^{-1}$. Nas simulações realizadas a unidade de tempo considerada corresponde à dimensão $dias^{-1}$. Por

comodidade, os parâmetros e seus respectivos valores são apresentados sem a informação da unidade.

3.1 Modelo 1

Os parâmetros biológicos relacionados ao inseto-praga, *Phyllocnistis citrella*, são ϕ , α_2 , μ_2 e μ_3 (ver Seção 3 do Capítulo 2), que representam as taxas de, respectivamente, ovos que vão originar pupas, pupas que dão origem a indivíduos adultos, mortalidade da pupa e mortalidade do indivíduo adulto.

O parâmetro ϕ pode ser obtido pelo produto da fecundidade média da fêmea (quociente entre o número de ovos produzidos ao longo da vida e a longevidade da fêmea), da razão sexual da espécie e das porcentagens de sobrevivência das fases de larva e pupa, uma vez que a fase larval encontra-se contemplada neste parâmetro. Foi utilizada a razão de 50% de fêmeas na população do inseto-praga, conforme sugerido pelo Dr. Marcone Chagas.¹

A expressão $\frac{1}{\alpha_2 + \mu_2}$ pode ser vista como o período médio que esta espécie permanece na fase de pupa. Da mesma forma, $\frac{1}{\alpha_2^{min} + \mu_2}$ representa o período máximo de permanência na fase de pupa, com valores apresentados na tabela 1.1. Observando essa tabela, verifica-se que a viabilidade da fase de pupa é alta e, portanto, a mortalidade intrínseca à fase, μ_2 , é pequena. Isto permite afirmar que $\frac{1}{\alpha_2^{min} + \mu_2} \simeq \frac{1}{\alpha_2^{min}}$. Assim, obtém-se α_2^{min} tomando-se o inverso da duração da fase de pupa, apresentada na tabela 1.1.

Em modelos determinísticos a equação de sobrevida de uma determinada fase é dada por expressões do tipo $e^{-\mu t}$, com μ representando a taxa de mortalidade. Portanto, as curvas que representam a sobrevida da fase seguem a forma exponencial. Tomando $\mu = \mu_2$ e $t = \frac{1}{\alpha_2^{min}}$,

a expressão $e^{-\mu_2 \frac{1}{\alpha_2^{min}}}$ representa a probabilidade de sobrevida da fase de pupa, ou seja, a viabilidade da fase. Assim, obtém-se μ_2 através de $\mu_2 = -\alpha_2^{min} \ln(\text{viabilidade da fase})$.

Para obter-se os valores correspondentes a α_2 é necessário ajustar os valores de α_2^{min} , pois a forma exponencial da equação de sobrevida não é adequada para representar a sobrevida

¹Dr. Marcone César Mendonça das Chagas, engenheiro agrônomo da Empresa de Pesquisa Agropecuária do Rio Grande do Norte, Natal-RN, abril e maio de 2001.

Tabela 3.3: Valores dos parâmetros biológicos para a população do inseto-praga referentes ao Modelo 1.

Temperatura (°C)	α_2	μ_2	μ_3	ϕ
18	0,2765	0,0020	0,5354	0,4741
20	0,3520	0,0025	0,6135	0,8372
22	0,4745	0,0031	0,7182	1,2119
25	0,6185	0,0038	0,9654	2,3878
28	0,6465	0,0026	1,1569	2,1723
30	0,7425	0,0036	1,3333	1,9289

das fases intermediárias, uma vez que a taxa de mortalidade μ_2 é pequena e, portanto, pode-se considerar a existência de um patamar durante um certo período de tempo na curva de sobrevivência da fase de pupa. Assim, $\alpha_2 = \beta\alpha_2^{min}$. Através de simulações chegou-se ao valor de $\beta = 5$ para este ajuste.

Finalmente, a taxa de mortalidade da fêmea adulta, μ_3 , representa o inverso da meia vida do indivíduo adulto. No ser humano a meia vida apresenta-se em torno de 60 anos, para uma longevidade máxima de 120 anos, ou seja, a longevidade máxima é cerca de duas vezes o valor da meia vida. Para a população do inseto-praga, tomou-se por hipótese que a relação entre a longevidade e a meia vida é de 12 vezes, ou seja, uma longevidade de 22 dias corresponde a uma meia vida de 1,8 dias. Essa relação se demonstrou razoável nos testes de simulação realizados, ao observar-se o tempo de permanência na fase (inverso da taxa de mortalidade) e o tempo total do ciclo de vida. Considerando-se a longevidade da fêmea adulta apresentada na tabela 1.2, obtém-se o valor de μ_3 pela expressão $\mu_3 = 12(\text{longevidade da fêmea})^{-1}$.

A tabela 3.3 apresenta os valores obtidos para os parâmetros descritos acima, de acordo com diferentes temperaturas (18, 20, 22, 25, 28 e 30°C).

Os parâmetros relacionados ao parasito nativo, *Galeopsomyia fausta*, são ϕ' , α'_{12} , μ'_{12} e μ'_3 , que são as taxas de, respectivamente, ovos que dão origem a larvas, larvas do parasito que, passando pela fase de pupa, vão originar indivíduos adultos, mortalidade das fases de larva e pupa, e mortalidade do indivíduo adulto. Para esta espécie, a fase de pupa está embutida nos parâmetros α'_{12} e μ'_{12} .

Na descrição dos aspectos biológicos da *G. fausta* apresentados no Capítulo 1 verifica-se que na literatura há informação sobre o tempo de duração do ciclo ovo-adulto para as temperaturas de 15 e 30°C. Através de relações lineares foram gerados os valores correspondentes para as temperaturas de 18, 20, 22, 25 e 28°C. Este procedimento foi utilizado para as duas espécies de inimigos naturais sempre que as informações obtidas na literatura não eram suficientes para a obtenção dos parâmetros biológicos referentes às seis diferentes temperaturas consideradas.

A estimativa dos parâmetros ϕ' , α'_{12} , μ'_{12} e μ'_3 foi realizada de forma semelhante ao apresentado para o inseto-praga. Entretanto, como para esta espécie a fase de pupa está embutida na fase de larva, o termo $\frac{1}{\alpha'_{12} + \mu'_{12}}$ refere-se ao período médio de duração das fases de larva e pupa. Para a estimativa do parâmetro μ'_3 , a relação $\mu'_3 = 10 (\text{longevidade da fêmea})^{-1}$ se mostrou mais adequada pelas simulações realizadas.

A partir do tempo de duração da fase ovo-adulto encontrada na literatura, estimou-se os parâmetros α'_{12} e μ'_{12} subtraindo-se o tempo de duração da fase de ovo. Para isto, adotou-se por hipótese, com base nas informações disponíveis para o inseto-praga, que a fase de ovo corresponde a 10% do tempo total do ciclo ovo-adulto.

Para a estimativa do parâmetro ϕ' utilizou-se o produto entre a fecundidade média da fêmea, a porcentagem de sobrevivência de ovos e a razão sexual. Adotou-se o valor de 96% de fêmeas na espécie, conforme obtido nos experimentos de Llácer *et al.* (1999).

As viabilidades das fases de ovo, larva e pupa foram consideradas iguais ao encontrado na literatura para o inseto-praga, uma vez que todos os dados são provenientes de experimentos laboratoriais, quando supõe-se que as viabilidades obtidas são altas para todas as espécies, e por não terem sido encontradas informações específicas para a *G. fausta*.

A tabela 3.4 mostra os valores estimados para os parâmetros referentes ao parasito nativo.

A base de dados MATRIZ1 foi construída com a junção dos valores apresentados nas tabelas 3.3 e 3.4.

Tabela 3.4: Valores dos parâmetros biológicos para a população do parasito nativo referentes ao Modelo 1.

Temperatura (°C)	α'_{12}	μ'_{12}	μ'_3	ϕ'
18	0,2010	0,0015	0,4058	3,1729
20	0,2280	0,0015	0,4854	5,0206
22	0,2650	0,0016	0,6038	6,7997
25	0,3480	0,0014	0,9523	9,5940
28	0,5070	0,0025	1,2135	7,1040
30	0,7290	0,0036	1,4492	5,1850

3.2 Modelo 2

No Modelo 2 os parâmetros referentes ao inseto-praga são ϕ , α_{12} , μ_{12} e μ_3 (ver Seção 4 do Capítulo 2), que são as taxas de, respectivamente, ovos que vão originar larvas, larvas que, passando pela fase de pupa, dão origem a indivíduos adultos, mortalidade das fases de larvas e pupas e mortalidade do indivíduo adulto.

A estimativa dos parâmetros foi realizada de modo semelhante ao descrito para o Modelo 1. No Modelo 2 a fase de pupa está contemplada na fase de larva e, portanto, os significados e as estimativas dos parâmetros ϕ , α_{12} e μ_{12} são semelhantes aos parâmetros ϕ' , α'_{12} e μ'_{12} do Modelo 1, respectivamente.

Os valores referentes ao parâmetro μ_3 são os mesmos apresentados na tabela 3.3.

A tabela 3.5 relaciona os valores estimados dos parâmetros biológicos referentes ao inseto-praga, utilizados no Modelo 2.

Os parâmetros biológicos referentes ao parasito exótico, *Ageniaspis citricola*, são ϕ'' , α''_{12} , α''_3 , μ''_{12} , μ''_3 e μ''_4 , que são as taxas de, respectivamente, ovos do parasito que vão originar larvas, larvas que, passando pela fase de pupa, vão originar fêmeas virgens, fêmeas virgens que se acasalaram, mortalidade das fases de larva e pupa, mortalidade de fêmeas virgens e mortalidade de fêmeas acasaladas.

Com relação ao parâmetro ϕ'' , baseado na literatura sobre esta espécie, considerou-se que este parasito exótico é específico, de tal forma que seu crescimento populacional só é possível na presença da praga, através do processo de parasitismo. Assim, utilizou-se $\phi'' =$

Tabela 3.5: Valores dos parâmetros biológicos para a população do inseto-praga referentes ao Modelo 2.

Temperatura (°C)	α_{12}	μ_{12}	μ_3	ϕ
18	0,1702	0,0026	0,5354	0,4939
20	0,2170	0,0023	0,6135	0,8514
22	0,2845	0,0030	0,7182	1,3182
25	0,3470	0,0039	0,9654	2,4505
28	0,4190	0,0054	1,1569	2,2702
30	0,4645	0,0060	1,3333	2,0093

0 nas simulações realizadas. Entretanto, o SIMCOBIM foi implementado considerando a possibilidade de $\phi'' \neq 0$, de tal forma que estimativas diferentes para esse parâmetro podem ser utilizadas sem exigir alteração na implementação do simulador.

Observe que $\phi'' = 0$ implica que a forma de crescimento natural da *A. citricola* escolhida pelo usuário é irrelevante, uma vez que a espécie só cresce pelo processo de parasitismo. Assim, a razão sexual da espécie, inicialmente englobada por ϕ'' , passa a ser considerada pelo parâmetro referente ao ganho de parasitismo, k_1'' . Adotou-se a razão de 50% de fêmeas na espécie, conforme sugerido pelo Dr. Marcone Chagas.

As hipóteses adotadas para a estimativa dos valores de α_{12}'' , μ_{12}'' e μ_4'' são semelhantes ao descrito para os parâmetros referentes ao inimigo natural nativo no Modelo 1.

Como não se possui resultados referentes à longevidade da fêmea adulta da *A. citricola* e tem-se por objetivo a análise da competição entre as duas espécies de inimigos naturais, foram considerados dois casos possíveis para a longevidade do parasito exótico, assumindo-se que a fêmea adulta da *A. citricola* tende a viver menos do que a fêmea da *G. fausta*, conforme literatura na área.

No primeiro caso adotou-se que a longevidade do parasito exótico corresponde à metade da longevidade do parasito nativo, com o maior valor de longevidade correspondendo à temperatura mais alta (30°C) e o menor valor correspondendo à mais baixa temperatura (18°C), considerando-se apenas as seis diferentes temperaturas utilizadas nesse trabalho.

No segundo caso adotou-se que a longevidade do parasito exótico corresponde a 25%

Tabela 3.6: Valores dos parâmetros biológicos para a população do parasito exótico referentes ao Modelo 2, para a longevidade da fêmea adulta igual a metade da longevidade do parasito nativo.

Temperatura (°C)	α''_{12}	μ''_{12}	α''_3	μ''_3	μ''_4
18	0,1202	0,0007	0,8000	2,8985	2,8985
20	0,1760	0,0007	0,8000	2,4271	2,4271
22	0,2320	0,0018	0,8000	1,9047	1,9047
25	0,3170	0,0037	0,8000	1,2077	1,2077
28	0,4025	0,0030	0,8000	1,9708	1,9708
30	0,4590	0,0913	0,8000	1,8116	1,8116

da longevidade do nativo, respeitando-se a mesma regra em relação às temperaturas consideradas no caso anterior.

A partir das estimativas sobre a longevidade da fêmea adulta é possível calcular os valores de μ''_4 pela expressão $\mu''_4 = 10 (\text{longevidade da fêmea})^{-1}$.

O parâmetro α''_3 pode ser interpretado como a taxa de acasalamento entre fêmeas virgens e machos da *A. citricola*. Adotou-se por hipótese um valor constante, igual a 0,8, determinado através de simulações prévias, considerando-se a proporção sexual de 1:1 na população.

A taxa de mortalidade da fêmea virgem, μ''_3 , foi considerada igual à taxa de mortalidade da fêmea acasalada, μ''_4 .

As tabelas 3.6 e 3.7 descrevem os parâmetros biológicos referentes ao parasito exótico, para os casos 1 e 2, respectivamente, que diferem entre si pelas estimativas da longevidade da fêmea adulta.

A base de dados MATRIZ2 foi construída usando-se os valores apresentados nas tabelas 3.5 e 3.6, para o caso 1 e 3.5 e 3.7, para o caso 2.

3.3 Modelo 3

Os parâmetros biológicos relacionados ao inseto-praga constantes no Modelo 3 são ϕ , α_1 , α_2 , μ_1 , μ_2 e μ_3 (ver Seção 5 do Capítulo 2), que são as taxas de, respectivamente, ovos

Tabela 3.7: Valores dos parâmetros biológicos para a população do parasito exótico referentes ao Modelo 2, para a longevidade da fêmea adulta igual a 25% da longevidade do parasito nativo.

Temperatura (°C)	α''_{12}	μ''_{12}	α''_3	μ''_3	μ''_4
18	0,1202	0,0007	0,8000	5,7971	5,7971
20	0,1760	0,0007	0,8000	4,8543	4,8543
22	0,2320	0,0018	0,8000	3,8095	3,8095
25	0,3170	0,0037	0,8000	2,4154	2,4154
28	0,4025	0,0030	0,8000	1,9417	1,9417
30	0,4590	0,0913	0,8000	1,6233	1,6233

Tabela 3.8: Valores dos parâmetros biológicos para a população do inseto-praga referentes ao Modelo 3.

Temperatura (°C)	α_1	μ_1	α_2	μ_2	μ_3	ϕ
18	0,4430	0,0036	0,2765	0,0020	0,5354	0,4939
20	0,5662	0,0019	0,3520	0,0025	0,6135	0,8514
22	0,7110	0,0029	0,4745	0,0031	0,7182	1,3182
25	0,7895	0,0041	0,6185	0,0038	0,9654	2,4505
28	1,1905	0,0105	0,6465	0,0026	1,1569	2,2702
30	1,2405	0,0101	0,7425	0,0036	1,3333	2,0093

que originam larvas, larvas que originam pupas, pupas que dão origem a adultos, mortalidade das fases de larva, pupa e indivíduo adulto.

Neste modelo as fases de larva e pupa são representadas em compartimentos distintos. Assim, α_1 e μ_1 devem ser estimados de forma semelhante ao descrito para os modelos anteriores, considerando-se apenas as características referentes à fase larval (sem englobar a fase de pupa).

Os parâmetros α_2 , μ_2 e μ_3 são exatamente os mesmos obtidos para o Modelo 1. A taxa de ovos viáveis, ϕ , é estimada de forma igual ao apresentado para o Modelo 2.

A tabela 3.8 relaciona as estimativas dos parâmetros biológicos referentes ao inseto-praga para o Modelo 3.

Os valores dos parâmetros referentes aos parasitos nativo e exótico são os mesmos descritos nas tabelas 3.4, 3.6 e 3.7, respectivamente.

A base de dados MATRIZ3 foi construída de acordo com os valores apresentados nas tabelas 3.4, 3.6, 3.7 e 3.8.

4 Caracterização dos cenários de simulação

Para a construção dos cenários de simulação é necessário definir uma área de plantio hipotética, com o objetivo de se estabelecer os níveis populacionais apropriados de cada uma das espécies, de acordo com as dimensões da área (ou talhão) em estudo. As estimativas referentes à essa área foram feitas de acordo com as sugestões do Dr. José Carlos Rodrigues.²

O talhão hipotético é composto por 2.000 plantas de laranja (variedade “Pêra”), com idades entre 6 e 8 anos (plantas adultas). Supondo-se um espaçamento entre plantas de 6x4 m (24 m^2 /planta), a área total do talhão é de 4,8 ha (1 ha = 10.000 m^2). Cada planta possui cerca de 50.000 folhas distribuídas em 2.500 ramos verdes (ramos nascidos no ano, com cerca de 1 cm de diâmetro), totalizando 20 folhas/ramo. A produção média de uma planta com estas características varia de 2 a 2,5 caixas (40,8 kg).

Com relação ao ataque do inseto-praga sobre a planta e considerando a época mais favorável à emissão de brotos (setembro a abril), tomou-se por hipótese a preferência da *P. citrella* pelas 5 folhas novas (provenientes de brotações tenras) localizadas na extremidade de cada ramo e a postura de um ovo por folha, que originam 5 minas (ou 5 larvas) por ramo. Esses valores levam ao cálculo de 12.500 larvas por planta e 25 milhões de larvas no talhão. Tomando-se a taxa máxima de oviposição da fêmea do inseto-praga (62,47 ovos/fêmea) e supondo-se mortalidade nula para ovos, larvas e pupas, obtém-se uma população máxima de 400.000 fêmeas por talhão.

Tal resultado é utilizado como estimativa para a capacidade de saturação do meio para o inseto-praga, parâmetro c , definido como a população máxima que o inseto atingiria, na ausência de parasitos. Essa estimativa para a capacidade do meio engloba conceitos referentes aos estágios fenológicos da planta (crescimento vegetativo, florescimento, fixação, crescimento

²Dr. José Carlos Verle Rodrigues, IAC/Centro de Citricultura ‘Sylvio Moreira’, Cordeirópolis-SP, maio de 2001.

e maturação dos frutos) Volpe (1992), uma vez que, mesmo sob condições adequadas de temperatura, é necessária a fase de emissão de brotações (existência de folhas tenras), para o desenvolvimento adequado da população do inseto-praga.

Uma vez estimado o nível populacional máximo atingido pelo inseto-praga, necessita-se compará-lo com o nível de dano (ND) estabelecido para o inseto-praga.

Segundo Tan & Huang (1996), o ND para a *P. citrella* é de 0,7 larvas por folha nova. Considerando as dimensões do talhão apresentado, supondo-se 5 folhas novas atacadas por ramo (3,5 larvas por ramo), oviposição máxima (62,47 ovos/fêmea) e mortalidade zero para as fases intermediárias, obtêm-se 280.000 fêmeas por talhão como o ND sugerido por tais autores.

Segundo Fundecitrus (2001b) é sugerido o valor de 30% de ramos infestados com larvas de 1^o ou 2^o estágio, como ND para talhões adultos. Sob as mesmas hipóteses consideradas no cálculo anterior, chega-se à estimativa de 120.000 fêmeas por talhão, como o ND correspondente.

Propõe-se a relação $NP = \frac{ND}{C}$ para avaliar a proporção entre o nível populacional alcançado pelo inseto-praga e o valor numérico utilizado para o parâmetro correspondente à capacidade de saturação. Razões próximas ou acima de NP podem indicar um estado de alerta, ou nível de perigo (NP), com provável prejuízo econômico, devido ao grande crescimento da população do inseto-praga. Para $c = 400.000$ e considerando os níveis de dano sugeridos por Tan & Huang (1996) e Fundecitrus (2001b) apresentados anteriormente, esta relação é dada por $NP_1 = 0,7$ e $NP_2 = 0,3$, respectivamente. O fato de NP_2 apresentar-se bem menor que NP_1 pode ser interpretado pelo perigo existente no Brasil devido à associação entre o cancro cítrico e a larva-minadora. Nesse caso, medidas de controle do crescimento da população da *P. citrella* devem ser tomadas mais rapidamente do que em países livres do perigo do cancro cítrico.

Conforme sugerido pelo Dr. Marcone Chagas, o limiar econômico (NL) deve ser utilizado como estimativa da população inicial do inseto-praga no início do período de brotações (mês de setembro). O pesquisador sugere a média de 5 folhas infestadas com lagartas de no máximo 2 cm por planta. Assim, considerando a existência de 5 larvas por planta (uma mina por folha) e sob as mesmas hipóteses de fecundidade máxima e mortalidade nula para os estágios intermediários do inseto-praga, obtêm-se a estimativa de 10.000 larvas e 160 fêmeas como população inicial do inseto-praga.

Segundo o Dr. Marcone Chagas, na prática do controle biológico da larva-minadora pelo inimigo exótico *Ageniaspis citricola*, o procedimento utilizado para escolha do momento de liberação desse parasito é o alcance do nível de limiar econômico. Para isso, são amostradas 10 plantas numa área de 1 ha, colhendo-se 10 folhas (de no máximo 2 cm de comprimento) por planta, em 10 diferentes brotações tenras (uma folha por brotação), localizadas em pontos eqüidistantes na copa das árvores. Assim, obtêm-se 100 folhas amostradas por hectare e o NL corresponde à média de 5 folhas infestadas com lagartas de no máximo 2 cm por planta. Observado o NL, e conseqüentemente o início da infestação do inseto-praga, o pesquisador sugere a liberação de 18 a 30 vespas de *A. citricola* por hectare. Essa liberação é do tipo inoculativa e o parasito tende a se estabelecer por si só no agroecossistema, desde que existam as condições favoráveis para tal (como, por exemplo, uma quantidade razoável de ovos e larvas do hospedeiro).

Para a estimativa da população inicial de fêmeas deste inimigo exótico nas simulações, supõe-se a liberação de 18 fêmeas de *A. citricola* por hectare, num total de 86 fêmeas no talhão.

As estimativas referentes à capacidade de saturação do meio, parâmetro c' , e à população inicial do inimigo natural nativo *Galeopsomyia fausta* são realizadas em função da população inicial de pupas do inseto-praga, uma vez que esse parasito é generalista e necessita de uma certa abundância do novo hospedeiro (*P. citrella*) para alterar seu nicho de parasitismo. O talhão hipotético em estudo é composto por monocultura (laranja "Pêra"), quando há baixa diversidade arbórea e uma menor variedade de hospedeiros nativos para a *G. fausta*. Portanto, supõe-se maior dependência da população da *P. citrella* para a sobrevivência e reprodução desse parasito nativo.

Além dos parâmetros referentes à capacidade de saturação do meio (c e c') e populações iniciais é necessário estimar os parâmetros referentes ao benefício (k'_1 e k''_1) e prejuízo (k_i) decorrentes do processo de parasitismo, para dar início às simulações sobre os cenários. Dessa forma, foram realizadas várias simulações objetivando determinar intervalos de validade para tais parâmetros, baseados em resultados analíticos apresentados no Capítulo 2 e na observação dos níveis populacionais finais obtidos em cada simulação, quando verificou-se a validade biológica dos resultados.

A análise dos cenários foi realizada em duas diferentes etapas. Na primeira, os parâmetros de simulação c , c' , k_i , k'_1 e k''_1 foram calibrados. Na segunda etapa realizou-se

a análise prognóstica do controle da *P. citrella*, a partir de diferentes cenários. Para valores apropriados dos parâmetros de simulação, obtidos na primeira etapa, foram testados diferentes valores para as populações iniciais, objetivando avaliar o impacto de tais variações sobre o controle biológico do inseto-praga e a interação entre as duas espécies de inimigos naturais.

Para isto, foram criados quatro cenários base:

1. cenário com a presença do inseto-praga, sem inimigos naturais;
2. cenário sobre o Modelo 1: inseto-praga e inimigo natural nativo;
3. cenário sobre o Modelo 2: inseto-praga e inimigo natural exótico; e
4. cenário sobre o Modelo 3: inseto-praga e inimigos naturais nativo e exótico.

No capítulo a seguir são apresentados e discutidos os resultados obtidos em cada uma das duas etapas de análise dos cenários.

Capítulo 4

Resultados e discussões

Nesse capítulo são apresentados e discutidos os resultados referentes à análise dos diferentes cenários de simulação descritos no capítulo anterior.

O objetivo das simulações é avaliar a dinâmica da interação entre as populações durante o período de maior brotação em citros (setembro a abril), para o município de Limeira. Assim, tomou-se por hipótese que a população do inseto-praga atinge o nível de controle (ou nível de limiar econômico) no decorrer do mês de setembro. Dessa forma, todas as simulações foram realizadas para o período de 1 de outubro a 30 de abril (210 dias), com os parâmetros biológicos atualizados de acordo com a temperatura média mensal de Limeira, conforme apresentada na tabela 3.1 (média da série histórica de 1970 a 1999). Nas simulações, o crescimento das populações foi regulado pela capacidade de saturação do meio (parâmetros c e c').

A unidade dos parâmetros referentes ao prejuízo (k_s) e benefício (k'_1 e k''_1) corresponde a ' dias^{-1} '. Para os parâmetros referentes à capacidade do meio (c e c') tem-se como unidade 'insetos por talhão'. Por comodidade, os valores dos parâmetros são apresentados nos cenários sem informação da respectiva unidade.

Nas figuras, a linha horizontal tracejada, quando presente, representa o nível populacional da fêmea da *P. citrella*, a partir do qual NP_2 (nível de perigo, estimado em 0,3, com base no nível de dano proposto por Fundecitrus (2001b)) foi alcançado. As figuras são apresentadas ao final do texto correspondente ao respectivo cenário.

Tabela 4.1: Resultados numéricos para o Cenário 1, com população inicial de 10.000 pupas e 160 fêmeas adultas (c : capacidade do meio; P : população final de pupas; M : população final de fêmeas; NP : nível de perigo observado).

Simulação	c	P	M	NP
1	400.000	257.586	166.250	0,41
2	200.000	128.793	83.125	0,41
3	100.000	64.396	41.562	0,41
4	50.000	32.198	20.781	0,41

1 Cenário com a presença da larva-minadora-da-folha-dos-citros e sem nenhum tipo de controle

Esse cenário foi planejado visando quantificar e analisar as tendências do crescimento da população do inseto-praga, sem interação com quaisquer inimigos naturais ou algum outro tipo de controle. Tal cenário pode ser considerado como um caso extremo, pois permite avaliar os danos máximos causados pelo inseto-praga e o grau de necessidade de medidas de controle.

A tabela 4.1 mostra os principais resultados numéricos obtidos nas simulações, com a população inicial do inseto-praga igual ao nível de controle (NL) estimado no capítulo anterior ($P(0) = 10.000$ pupas e $M(0) = 160$ fêmeas), e diferentes valores para o parâmetro referente à capacidade de saturação do meio (c). Os valores apresentados para a população de pupas (P) e de fêmeas adultas (M) correspondem à solução dinâmica final obtida pelo processo de Runge-Kutta de 4ª ordem. A coluna referente a NP corresponde ao nível de perigo observado ao final do período de simulação.

As figuras 4.1 e 4.2 descrevem o crescimento populacional do estágio imaturo (pupas) e de fêmeas adultas para as simulações 1 e 4, respectivamente, apresentadas na tabela 4.1.

A dinâmica das populações foi semelhante em ambos os casos. O crescimento foi determinado pelo valor atribuído ao parâmetro referente à capacidade do meio, ou seja, a população do inseto-praga cresceu o quanto lhe foi permitido pelas condições do meio. Na prática, esta característica comprovou o potencial de dano do inseto-praga ao agroecossistema de citros durante o período de emissão de brotos. Uma vez fornecida a condição básica para o crescimento da praga (folhas novas em brotações), a população aumentou e atingiu

rapidamente o nível de dano econômico, pois as variações de temperatura no período não se mostraram suficientes para causar grandes variações no nível populacional.

De modo geral, em todas as simulações realizadas a população atingiu o NP_2 após os primeiros 30 dias, apresentou um pico de crescimento durante o mês de fevereiro ($NP \simeq 0,55$) e terminou o mês de abril (final do período de simulação) com $NP = 0,41$, ou seja, a partir do primeiro mês, a praga se manteve em nível de dano durante todo o período de simulação.

As populações iniciais de pupas e de fêmeas foram variadas da ordem de 10 a 100 vezes a partir dos valores correspondentes no nível de controle, para um mesmo valor de c . A dinâmica das populações apresentou-se semelhante àquelas discutidas anteriormente, com uma pequena diferença na forma de crescimento nos primeiros 60 dias de simulação. Após este período, as populações atingiram patamares semelhantes aos apresentados nas figuras 4.1 e 4.2, e os níveis populacionais finais foram iguais aos apresentados na tabela 4.1.

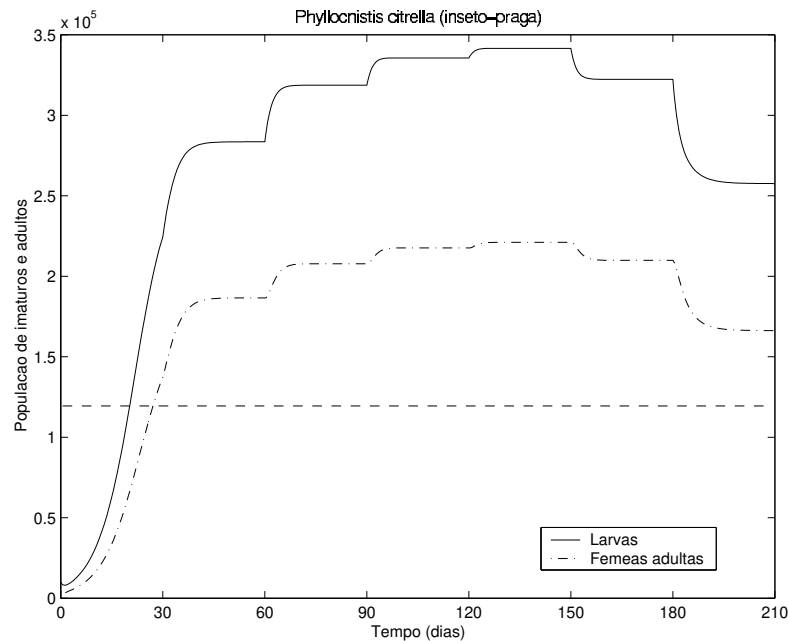


Figura 4.1: Cenário 1: dinâmica populacional de *P. citrella* no período de outubro a abril, para $c = 400.000$.

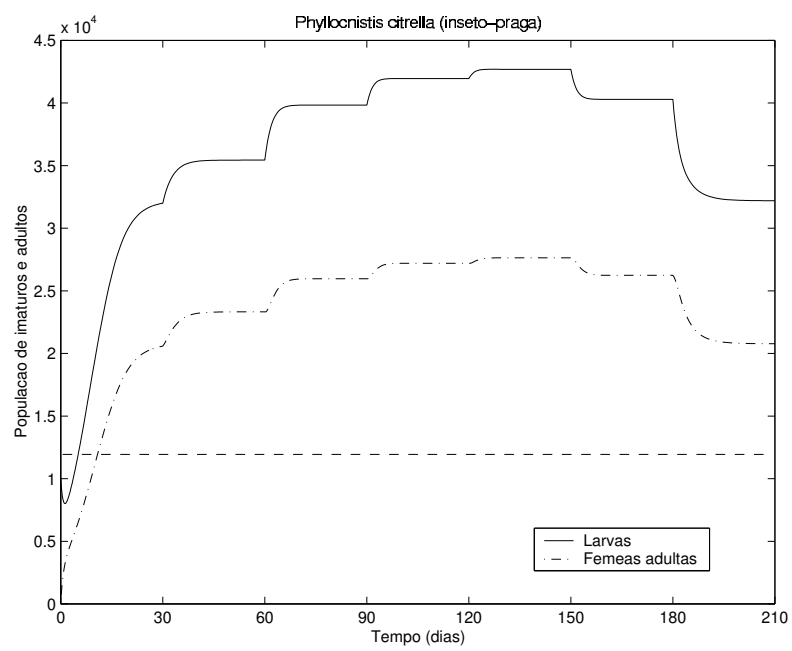


Figura 4.2: Cenário 1: dinâmica populacional de *P. citrella* no período de outubro a abril, para $c = 50.000$.

2 Cenário com a presença da larva-minadora-da-folha-dos-citros e do parasito nativo *Galeopsomyia fausta*

Esse cenário teve por objetivo a quantificação e análise das tendências decorrentes dos efeitos causados pela presença do inimigo natural nativo, *Galeopsomyia fausta*, na dinâmica da população do inseto-praga *Phyllocnistis citrella*.

Visando estabelecer os valores numéricos mais apropriados aos parâmetros referentes ao prejuízo (k_2) e benefício (k'_1) decorrentes do processo de parasitismo, e aos parâmetros referentes à capacidade de saturação do meio (c e c'), foram realizadas várias simulações tendo como base a variante do Modelo 1 apresentada na seção 3.1 do Capítulo 2. Em tais simulações foram mantidos constantes os valores referentes às populações iniciais de pupas ($P(0) = 10.000$) e fêmeas do inseto-praga ($M(0) = 160$) e de larvas ($L_g(0) = 0$) e fêmeas ($G(0) = 100$) do parasito nativo.

Tais valores representaram a população inicial do inseto-praga em nível de controle e a “chegada” de fêmeas do parasito num talhão com tais características. Como, por hipótese, a monocultura no talhão traz como consequência uma menor variedade de hospedeiros nativos para a *G. fausta*, considerou-se inicialmente o valor de $c' = 1.000$ para a capacidade de saturação do meio para esse parasito. Esse valor foi estimado a partir da população inicial de pupas do inseto-praga, passíveis de parasitismo pela *G. fausta*.

As figuras 4.3, 4.4, 4.5 e 4.6 descrevem a dinâmica obtida para as populações de fêmeas adultas das duas espécies em estudo, mantendo-se constantes os valores dos parâmetros k_2 e k'_1 (iguais em 10^{-4}) e variando-se os valores dos parâmetros c e c' . Dessa forma foi possível avaliar a variação das populações em função de c e c' .

Os valores de k_2 e k'_1 foram escolhidos a partir do resultado analítico k_2^{max} , conforme apresentado no Capítulo 2, informado pelo relatório emitido pelo SIMCOBIM. Valores de $k_2 > k_2^{max}$ indicam que a condição analítica de existência para as populações não é satisfeita.

O Anexo F contém o relatório emitido pelo SIMCOBIM para a simulação referente à figura 4.3.

Na análise dos resultados das simulações observou-se que a amplitude das oscilações

ocorre em função dos valores utilizados para os parâmetros c e k'_1 . Valores altos para a capacidade do meio ($c = 400.000$) permitiram grande flutuação da população do inseto-praga (figuras 4.3 e 4.5). Nestes casos, as variações nos parâmetros biológicos decorrentes das temperaturas médias mensais (fator abiótico) praticamente não interferiram na dinâmica das populações. Os altos picos populacionais do inseto-praga beneficiaram o crescimento do parasito nativo, permitindo-o atingir um nível populacional ainda maior do que o do inseto-praga.

Para valores baixos da capacidade do meio ($c = 40.000$) foi possível observar um padrão de crescimento também influenciado pelo fator abiótico considerado (figuras 4.4 e 4.6), com tal influência aumentando proporcionalmente ao decréscimo do valor de c . Nestes casos, como a população do inseto-praga foi impedida de crescer em demasia, a população do parasito nativo foi menos beneficiada no processo de parasitismo, apresentando menor amplitude de flutuação em comparação à população da *P. citrella*.

Os níveis populacionais finais obtidos nas figuras 4.3 e 4.5 foram praticamente os mesmos. As dinâmicas diferiram entre si pelo padrão de crescimento nos dois primeiros meses e nos picos populacionais atingidos. Portanto, a variação de c' realizada entre as simulações não foi suficiente para causar um impacto negativo no crescimento da população do inseto-praga.

Em nenhuma das quatro simulações apresentadas a população do inseto-praga chegou no nível correspondente ao valor de NP_2 . Nas figuras 4.4 e 4.6 os picos populacionais atingidos pela população de fêmeas do inseto-praga corresponderam a $NP = 0,17$.

As figuras 4.7 e 4.8 permitem observar a variação das populações a partir de diferentes valores para o parâmetro k'_1 . Tais figuras foram geradas em execuções do SIMCOBIM, mantendo-se constante os parâmetros $c = 40.000$, $c' = 1.000$ e $k_2 = 10^{-4}$.

Na figura 4.8 observou-se a inexistência de oscilações (devido ao decréscimo de k'_1) e a variação das populações foi determinada totalmente pelo fator abiótico. A praga se manteve em nível de dano (ultrapassado o valor de NP_2) a partir do segundo mês. O pequeno valor de k'_1 fez com que o parasito nativo se mantivesse regularmente em nível próximo à capacidade de saturação c' , pois o benefício decorrente do parasitismo não permitiu qualquer crescimento maior.

Na figura 4.7 observou-se oscilações decorrentes do aumento do parâmetro k'_1 . Esse grande benefício fez com que a população do inseto-praga se mantivesse bem abaixo do nível

correspondente ao alcance de NP_2 .

Considerando-se que o processo de parasitismo da larva da *G. fausta* leva à morte da pupa *P. citrella*, pode-se supor que, em valores absolutos, o fator de prejuízo à população do inseto-praga é maior do que o fator de benefício para a população do parasito nativo. Portanto, é razoável supor $k_2 \geq k'_1$ e, neste caso, os resultados apresentados na figura 4.8 representam de forma mais apropriada o fenômeno do parasitismo, quando comparados aos da dinâmica obtida em 4.7.

As populações iniciais dos estágios imaturo e adulto das duas espécies em análise foram variadas da ordem de 10 a 100 vezes, em simulações mantendo-se constantes c , c' , k_2 e k'_1 . A figura 4.9 mostra a dinâmica obtida da simulação com $P(0) = 10.000$, $M(0) = 1.000$, $L_g(0) = 10.000$, $G(0) = 200$, $c = 40.000$, $c' = 2.000$ e $k_2 = k'_1 = 10^{-4}$. A partir do segundo mês de simulação não foram observadas diferenças significativas nos resultados apresentados nas figuras 4.6 e 4.9. A solução dinâmica final foi a mesma em ambas as simulações.

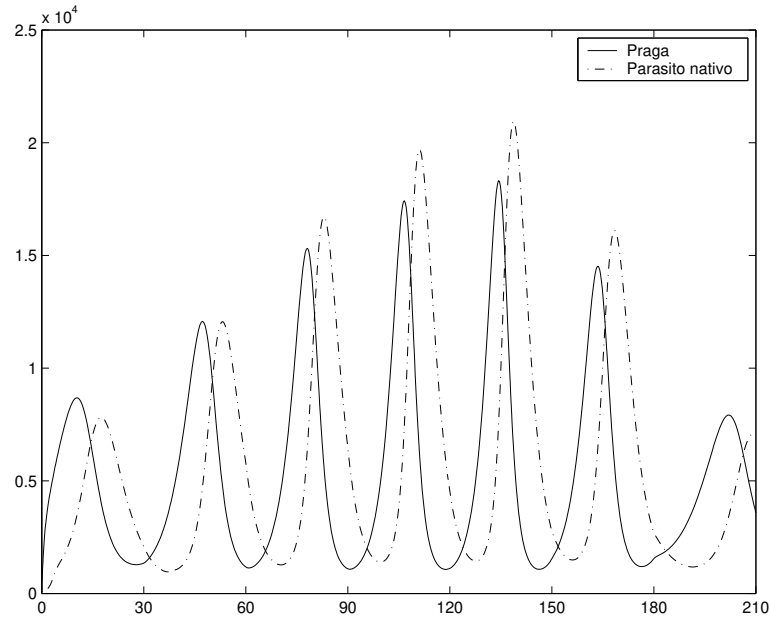


Figura 4.3: Cenário 2: dinâmica populacional de *P. citrella* em interação com *G. fausta* no período de outubro a abril, para $c = 400.000$, $c' = 1.000$ e $k_2 = k'_1 = 10^{-4}$.

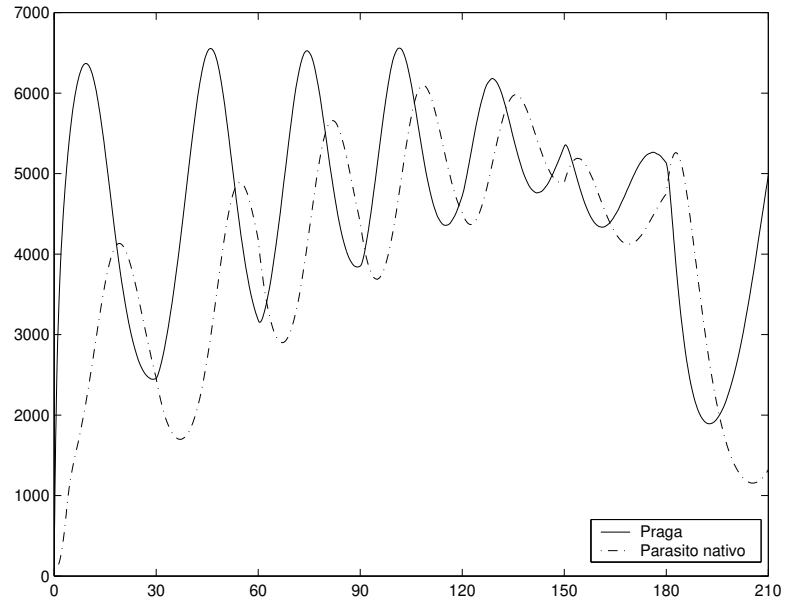


Figura 4.4: Cenário 2: dinâmica populacional de *P. citrella* em interação com *G. fausta* no período de outubro a abril, para $c = 40.000$, $c' = 1.000$ e $k_2 = k'_1 = 10^{-4}$.

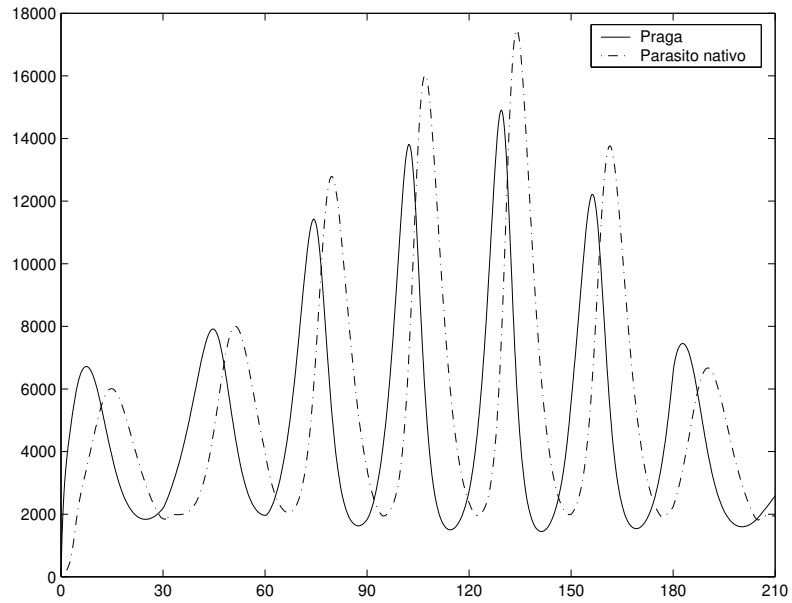


Figura 4.5: Cenário 2: dinâmica populacional de *P. citrella* em interação com *G. fausta* no período de outubro a abril, para $c = 400.000$, $c' = 2.000$ e $k_2 = k'_1 = 10^{-4}$.

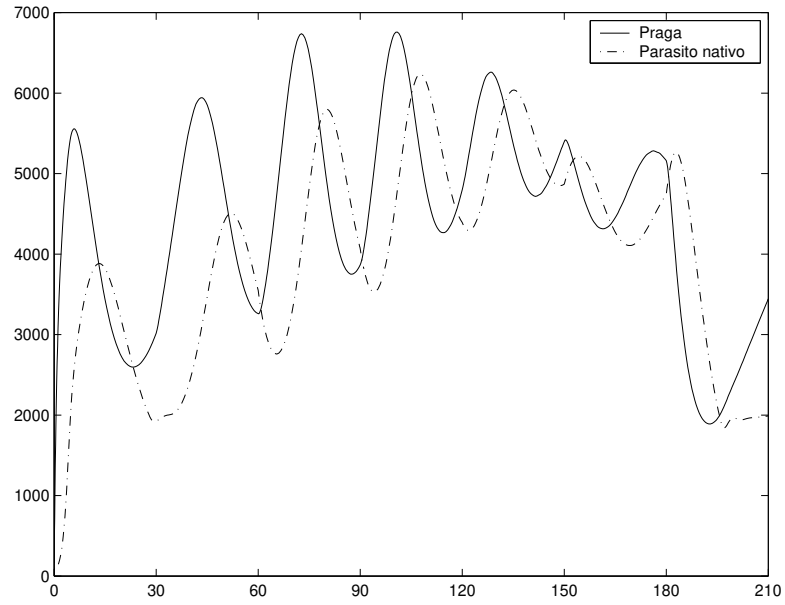


Figura 4.6: Cenário 2: dinâmica populacional de *P. citrella* em interação com *G. fausta* no período de outubro a abril, para $c = 40.000$, $c' = 2.000$ e $k_2 = k'_1 = 10^{-4}$.

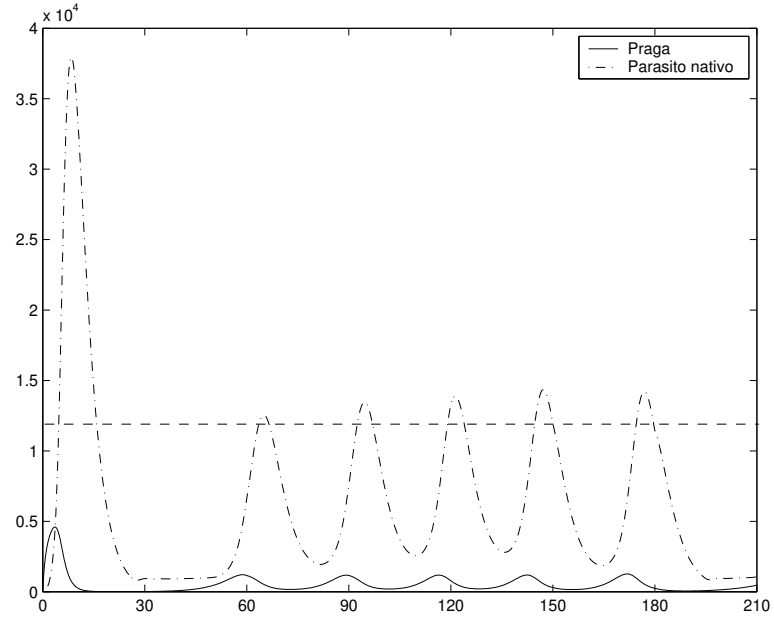


Figura 4.7: Cenário 2: dinâmica populacional de *P. citrella* em interação com *G. fausta* no período de outubro a abril, para $c = 40.000$, $c' = 1.000$, $k_2 = 10^{-4}$ e $k'_1 = 10^{-3}$.

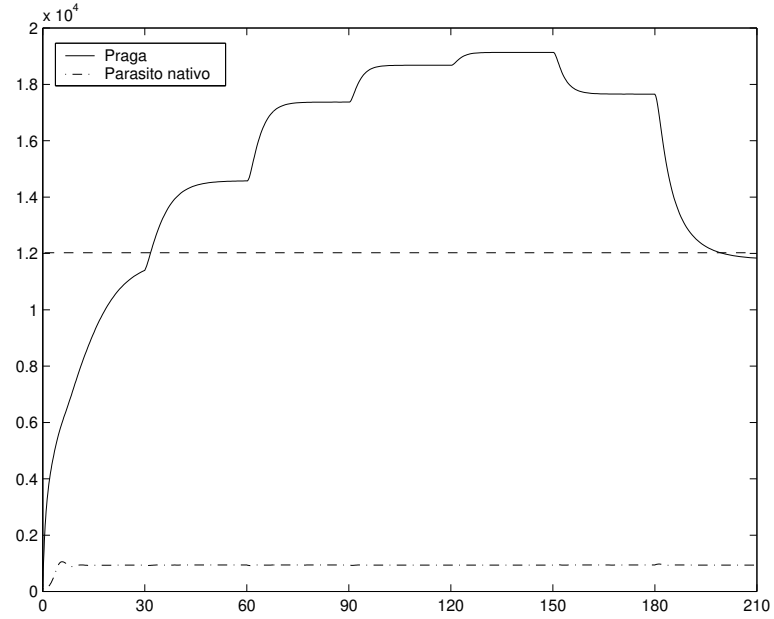


Figura 4.8: Cenário 2: dinâmica populacional de *P. citrella* em interação com *G. fausta* no período de outubro a abril, para $c = 40.000$, $c' = 1.000$, $k_2 = 10^{-4}$ e $k'_1 = 10^{-5}$.

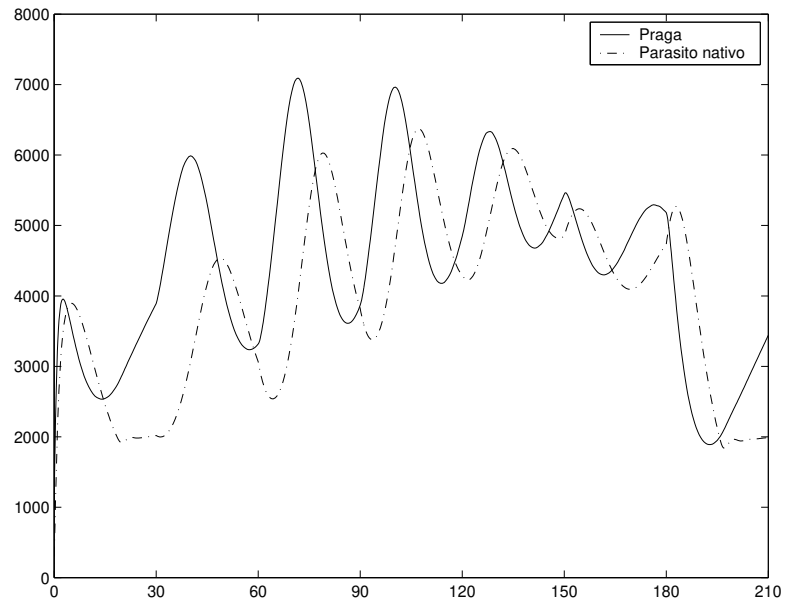


Figura 4.9: Cenário 2: dinâmica populacional de *P. citrella* em interação com *G. fausta* no período de outubro a abril, com $P(0) = 10.000$, $M(0) = 1.000$, $L(0) = 10.000$, $G(0) = 200$, $c = 40.000$, $c' = 2.000$ e $k_2 = k'_1 = 10^{-4}$.

3 Cenário com a presença da larva-minadora-da-folha-dos-citros e do parasito exótico *Ageniaspis citricola*

O objetivo desse cenário foi avaliar a influência da presença do inimigo natural exótico *Ageniaspis citricola* na dinâmica da população do inseto-praga *Phyllocnistis citrella*. Foram analisados dois casos em que a longevidade do parasito exótico correspondeu a 50 e a 25% da longevidade do parasito nativo, *Galeopsomyia fausta*.

3.1 Longevidade de *A. citricola* correspondente a 50% da longevidade de *G. fausta*

Neste primeiro caso, tomou-se por hipótese a longevidade da fêmea do parasito exótico corresponder à metade da longevidade do parasito nativo, *Galeopsomyia fausta*.

Visando o ajuste dos parâmetros referentes à capacidade de saturação do meio para ambas as espécies (c e c') e dos parâmetros correspondentes ao benefício (k_1') e prejuízo (k_3 e k_4) decorrentes do processo de parasitismo, foram realizadas simulações tendo-se como base o Modelo 2 apresentado na seção 4 do Capítulo 2.

A situação inicial analisada representou um talhão com a população do inseto-praga em nível de controle e a liberação de 86 fêmeas do parasito exótico (estimativa de 18 fêmeas liberadas por hectare, conforme discutido no Capítulo 3) no início do mês de outubro (segundo mês da época mais propícia à emissão de brotos em citros).

Analisaram-se os efeitos causados em três possibilidades para a quantidade de fêmeas de *A. citricola* liberadas (mantendo-se o total em 86 fêmeas): todas as fêmeas acasaladas (aptas a ovipor); todas as fêmeas virgens; 50% virgens e 50% acasaladas. Confirma-se que quanto maior o número de fêmeas já acasaladas no momento da liberação, maior o nível populacional atingido pelo parasito exótico ao final do período de simulação. Como na prática são liberados machos e fêmeas de forma indiscriminada e supõe-se ser difícil o controle de fêmeas já acasaladas, decidiu-se considerar a mesma quantidade para fêmeas virgens e acasaladas nas simulações que se seguiram.

As figuras 4.10, 4.11, 4.12, 4.13, 4.14 e 4.15 mostram a dinâmica obtida para as

populações de fêmeas adultas das espécies *P. citrella* (M) e *A. citricola* (totalização de $A_v + A$) em interação. As populações iniciais foram mantidas constantes, dadas por $L_m(0) = 10.000$, $M(0) = 200$, $L_a(0) = 0$, $A_v(0) = 50$ e $A(0) = 50$.

Nas figuras 4.10, 4.11 e 4.12 foi mantido constante o valor referente à capacidade do meio para o inseto-praga ($c = 400.000$) e variou-se os valores de k_3 , k_4 e k_1'' . O mesmo procedimento foi realizado nas simulações que deram origem às figuras 4.13 e 4.14. O Anexo G contém o relatório emitido pelo SIMCOBIM para a simulação referente a figura 4.12.

Comparando-se as dinâmicas apresentadas nas figuras 4.10 e 4.11 observou-se que a diminuição dos valores de k_3 e k_4 , ou seja, o decréscimo no prejuízo da população do inseto-praga decorrente do parasitismo, beneficiou as duas espécies, pois os altos picos populacionais na população da *P. citrella* observados em 4.11 (cerca de 1,5 a 3,5 vezes os níveis obtidos em 4.10) favoreceram o crescimento do parasito exótico, permitindo-o atingir níveis ainda maiores. Em 4.10 observou-se uma grande redução no nível final da população do inseto-praga. Porém o parasito exótico se manteve em níveis baixos, o que poderia dificultar o seu estabelecimento a médio e longo prazo.

Na figura 4.12 observou-se que no segundo mês do período de simulação a população do inseto-praga ultrapassou o nível referente ao alcance de NP_2 . Ao final do segundo mês, a população do parasito exótico começou a crescer (defasagem de 1,5 meses) devido ao baixo valor de k_1'' , fazendo com que a população do inseto-praga descesse para níveis mais favoráveis ao seu controle pelo parasito.

Nas figuras 4.13 e 4.14 observou-se a diminuição dos picos populacionais em função do decréscimo do valor do parâmetro c . O aumento dos valores de k_3 e k_4 combinado ao decréscimo de c foi fundamental para o comportamento observado na população de fêmeas do parasito exótico: na figura 4.14 verificou-se a população flutuando em níveis baixos, o que, mais uma vez, poderia prejudicar seu estabelecimento no agroecossistema.

Na figura 4.15 observou-se a baixa amplitude das oscilações devido ao decréscimo do valor de c (utilizou-se $c = 10.000$). A influência da temperatura média mensal sobre as populações pôde ser melhor observada. Verificou-se que nos dois primeiros meses a população do inseto-praga manteve-se em nível de dano, decaiu a partir do terceiro mês devido à resposta do parasito exótico e voltou a crescer no último mês, devido à queda brusca na população do parasito, decorrente do fator abiótico considerado.

As populações iniciais de fêmeas do parasito exótico foram variadas da ordem de 0,1 a 100 vezes, com o intuito de verificar o impacto na população do inseto-praga decorrente de liberações com diferentes quantidades do parasito exótico.

Observou-se que a dinâmica das populações foi semelhante ao apresentado na figura 4.11 e as soluções finais dinâmicas também foram bastante próximas, com exceção do caso correspondente a liberação de 100 fêmeas de *A. citricola*. As diferenças obtidas relacionaram-se aos picos populacionais atingidos pelas populações das duas espécies entre o primeiro e o quinto mês de simulação. A partir do final do quinto mês, as populações tenderam a convergir para níveis semelhantes em todos os casos, ocasionando, ao final do período, praticamente as mesmas soluções dinâmicas.

A tabela 4.2 mostra os valores aproximados dos picos populacionais obtidos entre o primeiro e o quinto mês de simulação para as duas espécies, em função do número de fêmeas liberadas, em simulações com $c = 40.000$, $k_3 = k_4 = 10^{-4}$, $k_1'' = 10^{-3}$, $L(0) = 10.000$, $M(0) = 200$ e $L_a(0) = 0$.

Tabela 4.2: Cenário 3 - caso 1: picos populacionais aproximados obtidos nos 5 primeiros meses de simulação, e soluções dinâmicas finais para as populações de *P. citrella* (M) e *A. citricola* ($A_v + A$), em função do número de fêmeas do parasito liberadas ($c = 40.000$, $k_3 = k_4 = 10^{-4}$ e $k_1'' = 10^{-3}$).

Total de Fêmeas	<i>P. citrella</i> (x10 ³)					<i>A. citricola</i> (x10 ³)					Solução final	
	Out	Nov	Dez	Jan	Fev	Out	Nov	Dez	Jan	Fev	M	$A_v + A$
10	13,0	5,9	3,9	3,7	3,2	7,9	7,9	7,5	6,7	4,5	4.248	2.047
100	15,9	9,3	7,2	5,9	6,0	11,8	14,2	13,9	12,6	9,8	7.959	3.605
1.000	6,7	3,7	2,9	2,6	2,4	3,9	4,9	5,6	5,5	3,7	3.969	1.615
10.000	4,4	3,6	2,9	2,5	2,4	3,9	5,2	5,5	5,4	3,9	4.157	1.819

Na tabela 4.2 observou-se que os maiores picos populacionais de ambas as espécies foram obtidos com a liberação de 100 fêmeas do parasito exótico. Conforme aumentou-se a população inicial de fêmeas, o impacto na população do inseto-praga foi muito grande, e sua população cresceu pouco. Como o parasito exótico é específico, este impacto também foi crucial para sua população, pois ele necessita da presença de larvas do inseto-praga para seu

desenvolvimento. Quando a quantidade inicial de fêmeas foi pequena, a população do inseto-praga cresceu muito rapidamente (ultrapassando o nível correspondente ao valor de NP_2 no primeiro mês). Este crescimento favoreceu uma rápida resposta na população do parasito, que também aumentou e fez com que o inseto-praga decaísse para níveis mais favoráveis. Por outro lado, como a quantidade inicial de fêmeas era pequena, o parasito se manteve em nível bem abaixo ao observado na situação em que foi simulada a liberação de 100 fêmeas.

Portanto, apesar do inseto-praga ter atingido o nível de dano no primeiro mês na simulação referente à liberação de 100 fêmeas, seu crescimento foi rapidamente contido pelo parasito e ambas as populações se mantiveram em níveis adequados. Assim, é possível supor que a quantidade de 100 fêmeas é uma estimativa adequada para o número de fêmeas do parasito exótico a serem liberadas para o controle do inseto-praga, sob as hipóteses consideradas nas análises.

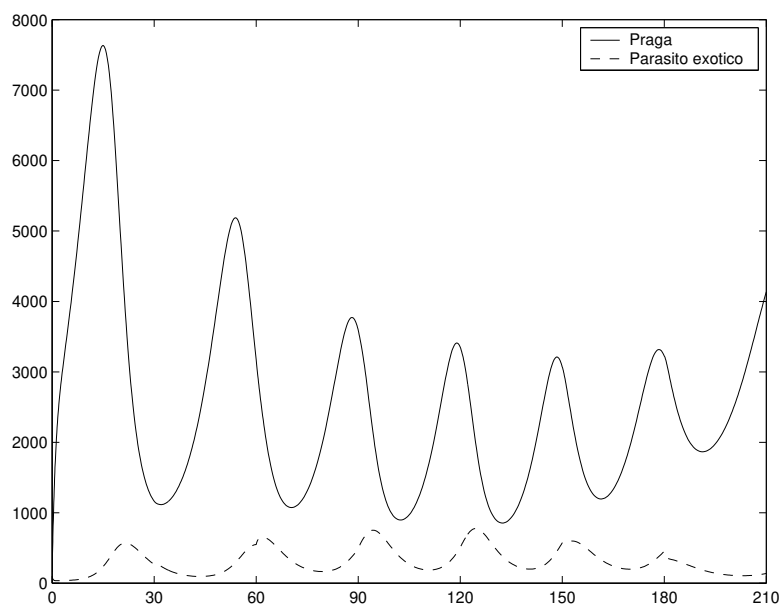


Figura 4.10: Cenário 3 - caso 1: dinâmica populacional de *P. citrella* em interação com *A. citricola* no período de outubro a abril, para $c = 400.000$ e $k_3 = k_4 = k_1'' = 10^{-3}$.

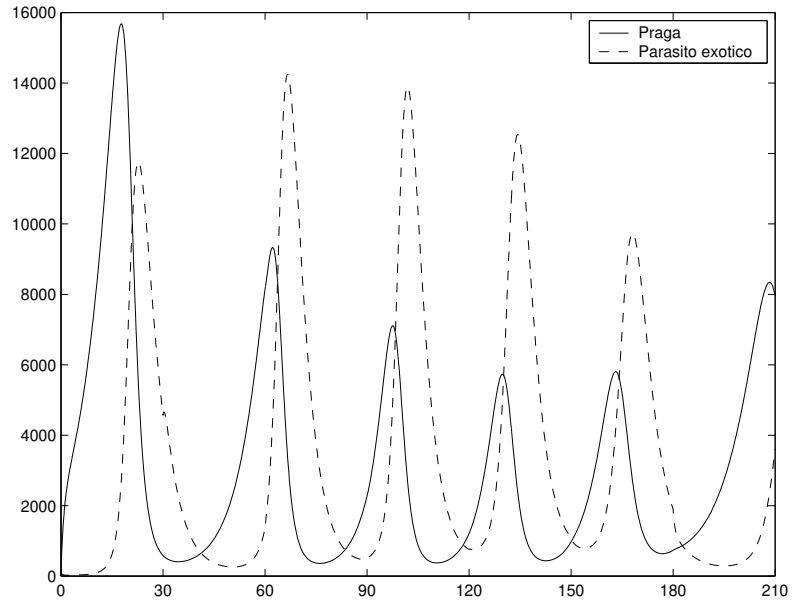


Figura 4.11: Cenário 3 - caso 1: dinâmica populacional de *P. citrella* em interação com *A. citricola* no período de outubro a abril, para $c = 400.000$, $k_3 = k_4 = 10^{-4}$ e $k_1'' = 10^{-3}$.

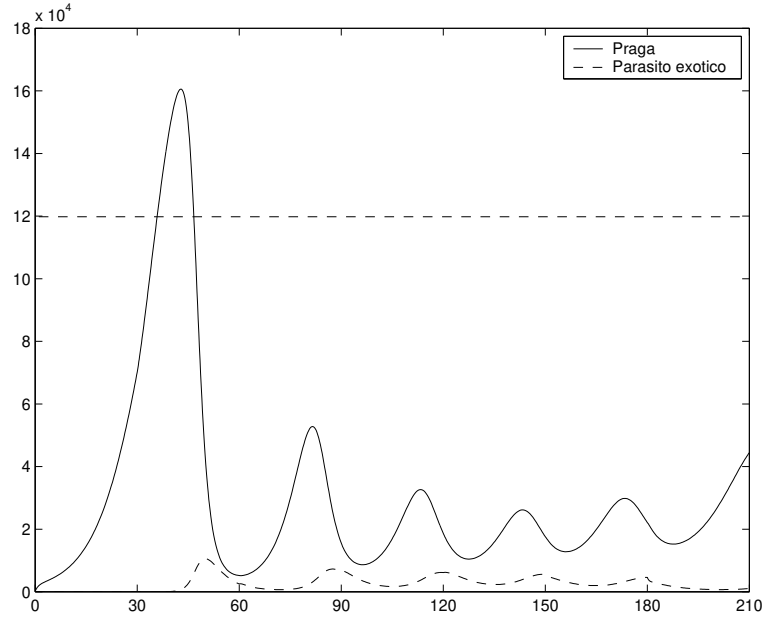


Figura 4.12: Cenário 3 - caso 1: dinâmica populacional de *P. citrella* em interação com *A. citricola* no período de outubro a abril, para $c = 400.000$ e $k_3 = k_4 = k_1'' = 10^{-4}$.

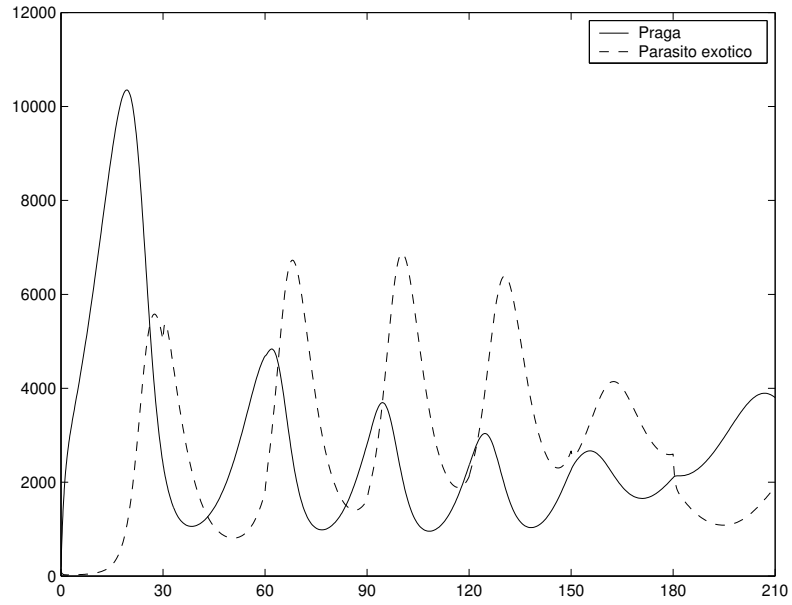


Figura 4.13: Cenário 3 - caso 1: dinâmica populacional de *P. citrella* em interação com *A. citricola* no período de outubro a abril, para $c = 40.000$, $k_3 = k_4 = 10^{-4}$ e $k_1'' = 10^{-3}$.

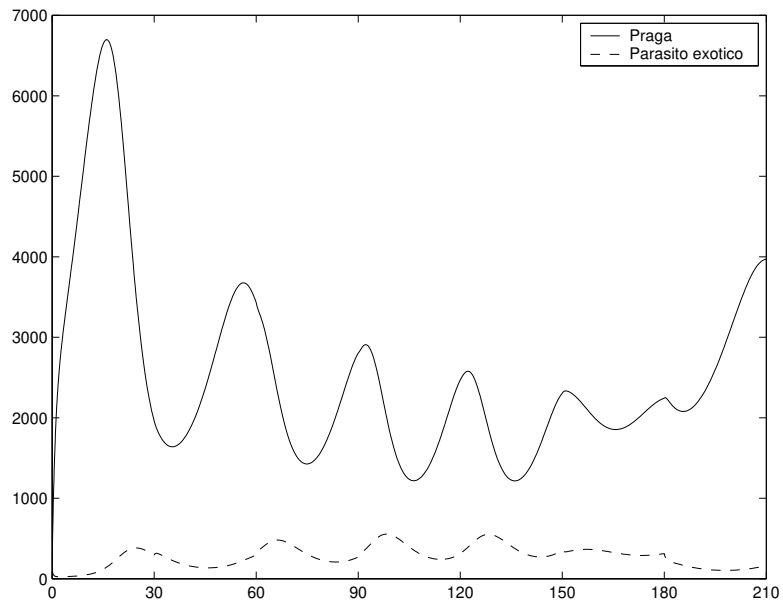


Figura 4.14: Cenário 3 - caso 1: dinâmica populacional de *P. citrella* em interação com *A. citricola* no período de outubro a abril, para $c = 40.000$ e $k_3 = k_4 = k_1'' = 10^{-3}$.

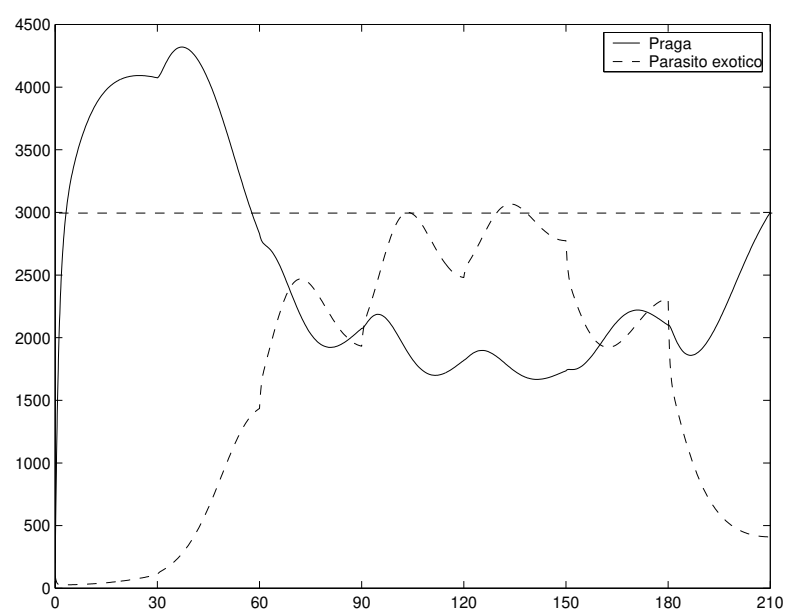


Figura 4.15: Cenário 3 - caso 1: dinâmica populacional de *P. citrella* em interação com *A. citricola* no período de outubro a abril, para $c = 10.000$, $k_3 = k_4 = 10^{-4}$ e $k_1'' = 10^{-3}$.

3.2 Longevidade de *A. citricola* correspondente a 25% da longevidade de *G. fausta*

Nesse caso, a taxa de mortalidade de fêmeas do parasito exótico era bastante alta (ver tabela 3.7 do Capítulo 3). Portanto, o crescimento inicial da população foi mais lento, quando comparado ao primeiro caso apresentado. Assim, os altos níveis populacionais do inseto-praga (obtidos para grandes capacidade do meio e pequenos valores de k_3 e k_4) foram fundamentais para o crescimento da população do parasito exótico. Nas simulações realizadas, fixando-se $k_1'' = 10^{-4}$, valores de c abaixo de 250.000 não foram suficientes para o estabelecimento do parasito e sua população tendeu à extinção. Além disso, quanto menor o valor de c utilizado, maior o período de tempo que o inseto-praga manteve-se em nível de dano. Para valores de k_3 e k_4 da ordem de 10^{-3} , foi necessário um valor de k_1'' da ordem de 10^{-2} para que a população do parasito não se extinguisse.

As figuras 4.16 e 4.17 mostram a dinâmica das populações obtidas em execuções do SIMCOBIM, com $c = 400.000$ e $k_3 = k_4 = 10^{-4}$, população inicial do inseto-praga em nível de controle e 100 fêmeas liberadas do parasito nativo ($A_v(0) = A(0) = 50$), em função de k_1'' .

Na figura 4.16, com $k_1'' = 10^{-3}$, observou-se o início do crescimento da população de *A. citricola* ao final do primeiro mês, mantendo-se em níveis bem abaixo do inseto-praga. Portanto, mesmo apresentando baixa longevidade, a população do parasito exótico não permitiu que *P. citrella* alcançasse o nível de dano. Porém, como a população do parasito exótico oscilou pouco e em baixos níveis, permitiu picos populacionais do inseto-praga que variaram de 1,5 a 3,5 vezes aos observados na figura 4.11, quando a longevidade considerada era maior.

Na figura 4.17, com $k_1'' = 10^{-4}$, a população do inseto-praga conseguiu se manter num período de tempo maior em nível de dano em relação ao observado na figura 4.12, decaiu a partir do terceiro mês, pois o baixo benefício decorrente do parasitismo fez com que a população do parasito exótico demorasse a crescer, e voltou a subir no final do período de simulação.

A tabela 4.3 fornece os picos populacionais aproximados obtidos entre o primeiro e o quinto mês de simulação para as duas espécies em análise, em função de diferentes populações iniciais de fêmeas de *A. citricola* liberadas. Foram mantidos constantes os

parâmetros referentes à capacidade do meio ($c = 400.000$), ao prejuízo decorrente do parasitismo ($k_3 = k_4 = 10^{-4}$), ao benefício da população do parasito ($k_1'' = 10^{-3}$) e a população inicial do inseto-praga em nível de controle.

Tabela 4.3: Cenário 3 - caso 2: picos populacionais aproximados obtidos nos 5 primeiros meses de simulação, e soluções dinâmicas finais para as populações de *P. citrella* (M) e *A. citricola* ($A_v + A$), em função do número de fêmeas do parasito liberadas ($c = 400.000$, $k_3 = k_4 = 10^{-4}$ e $k_1'' = 10^{-3}$).

Total de Fêmeas	<i>P. citrella</i> (x10 ⁴)					<i>A. citricola</i> (x10 ⁴)					Solução final	
	Out	Nov	Dez	Jan	Fev	Out	Nov	Dez	Jan	Fev	M	$A_v + A$
10	7,8	3,0	1,9	1,1	1,2	2,1	1,2	1,0	0,9	0,7	17.477	3.462
100	6,0	2,9	1,7	1,1	1,1	1,7	1,1	1,0	0,8	0,5	11.968	3.409
1.000	4,5	2,4	1,6	1,2	1,1	1,2	1,1	1,0	0,8	0,5	10.637	2.462
10.000	3,2	2,1	1,4	1,2	1,0	0,9	1,0	0,8	0,7	0,5	11.704	2.277

Os picos populacionais obtidos foram da ordem de 10 vezes maiores do que os observados na tabela 4.2 para ambas as espécies. Nesse caso, verificou-se que quanto maior a quantidade inicial de fêmeas, maior o impacto na população do inseto-praga, trazendo-o para níveis populacionais mais baixos.

Este comportamento distinto ao observado na tabela 4.2 deveu-se à alta taxa de mortalidade do parasito exótico, pois o crescimento de sua população, ocasionado pelos picos populacionais do inseto-praga, foi compensado pela alta taxa de mortalidade, fazendo com que os picos populacionais mensais variassem pouco para ambas as populações, a partir do segundo mês do período de simulação.

Como não foi observado o nível de dano para o inseto-praga nas situações apresentadas na tabela 4.3, e devido a alta taxa de mortalidade do parasito, é necessária uma análise mais apurada sobre o comportamento biológico do parasito exótico em função dos fatores abióticos, para se concluir a respeito do valor ótimo para o número de fêmeas de *A. citricola* a serem liberadas. Entretanto, observando-se apenas as soluções dinâmicas finais obtidas, verificou-se que a proporção entre o número de fêmeas do parasito e do inseto-praga foi maior na situação correspondente à liberação de 100 fêmeas. Portanto, pode-se supor que, na prática, esta situação facilitaria uma maior reação do parasito no que se refere ao controle do inseto-praga

em situações adversas, favoráveis ao crescimento da população do inseto-praga.

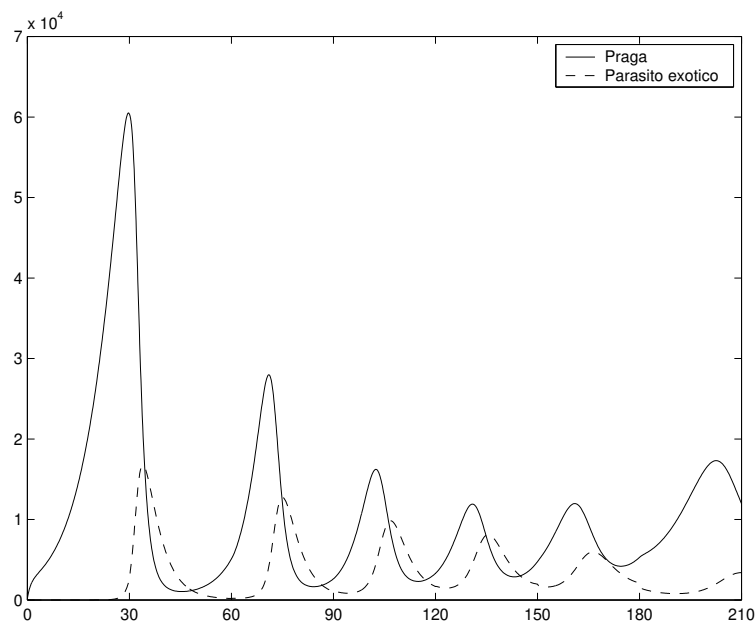


Figura 4.16: Cenário 3 - caso 2: dinâmica populacional de *P. citrella* em interação com *A. citricola* no período de outubro a abril, para $c = 400.000$, $k_3 = k_4 = 10^{-4}$ e $k_1'' = 10^{-3}$.

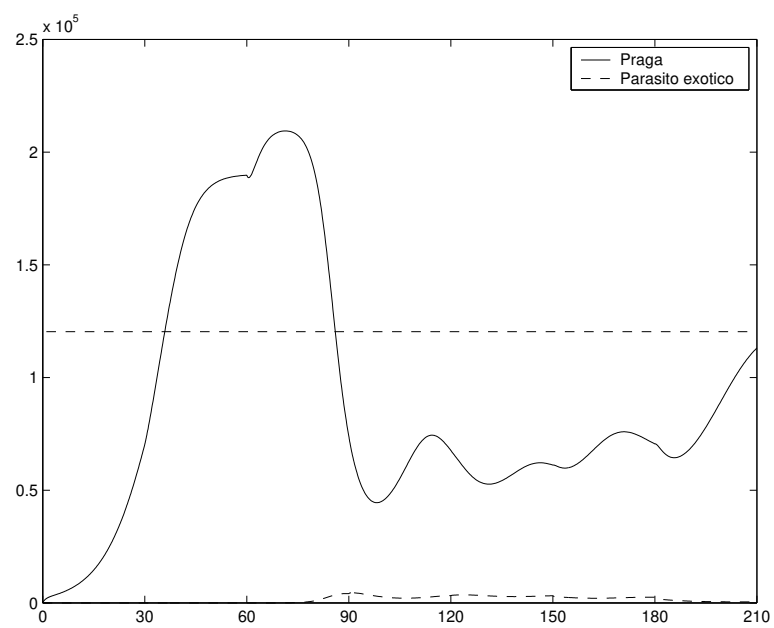


Figura 4.17: Cenário 3 - caso 2: dinâmica populacional de *P. citrella* em interação com *A. citricola* no período de outubro a abril, para $c = 400.000$ e $k_3 = k_4 = k_1'' = 10^{-4}$.

4 Cenário com a presença da larva-minadora-da-folha-dos-citros e dos parasitos *Galeopsomyia fausta* e *Ageniaspis citricola*

Este cenário visou avaliar a influência da presença conjunta dos inimigos naturais nativo (*Galeopsomyia fausta*) e exótico (*Ageniaspis citricola*) na dinâmica da população do inseto-praga *Phyllocnistis citrella*. Além disso, permitiu estudar a interação entre as duas espécies de parasitos, através da competição indireta pelo hospedeiro, pois a *A. citricola* parasita estágios anteriores (ovo e larva) daquele atacado pela *G. fausta* (pupa). Portanto, pôde-se avaliar os fatores que levariam a um possível deslocamento do parasito nativo pelo exótico.

Como para o cenário anterior, foram analisados dois casos em que a longevidade do parasito exótico corresponde a 50 e a 25% da longevidade do parasito nativo, *Galeopsomyia fausta*.

4.1 Longevidade de *A. citricola* correspondente a 50% da longevidade de *G. fausta*

Neste primeiro caso, tomou-se por hipótese que a longevidade da fêmea do parasito exótico corresponde à metade da longevidade do parasito nativo.

Para a análise da influência dos parâmetros referentes à capacidade de saturação do meio (c e c'), dos parâmetros correspondentes ao prejuízo (k_2 , k_3 e k_4) e ao benefício dos parasitos nativo (k'_1) e exótico (k''_1) decorrentes do processo de parasitismo, foram realizadas simulações tendo-se como base o Modelo 3 apresentado na seção 5 do Capítulo 2.

As figuras 4.18, 4.19 e 4.20 mostram a dinâmica obtida para as populações de fêmeas adultas das três espécies em interação, mantendo-se constantes as populações iniciais dadas por $L_g(0) = 0$, $G(0) = 100$, $c' = 1.000$, $L_a(0) = 0$ e $A_v(0) = A(0) = 50$. Dessa forma, representou-se a situação de uma população com o inseto-praga em nível de controle ($L_m(0) = 10.000$, $P(0) = 1.000$, $M(0) = 200$ e $c = 400.000$), a “chegada” do parasito nativo e a liberação

de uma quantidade semelhante de fêmeas do parasito exótico.

O Anexo H contém o relatório emitido pelo SIMCOBIM para a simulação referente à figura 4.18.

Na figura 4.18, com $k'_1 = 10^{-4}$ e $k''_1 = 10^{-3}$, observou-se que, devido à presença do parasito nativo, o crescimento da espécie *A. citricola* só se iniciou a partir do final do segundo mês. Nos dois primeiros meses, o crescimento da população do inseto-praga foi controlado exclusivamente pelo parasito nativo. A partir do terceiro mês, a população de *A. citricola* cresceu e, conseqüentemente, a população de *G. fausta* decaiu e se manteve sob o nível representado por c' . Então, a população do inseto-praga passou a ser controlada pelo parasito exótico que oscilou em níveis populacionais altos (em comparação aos níveis atingidos pelas outras duas espécies), até decrescer no início do sétimo mês devido ao fator abiótico. Imediatamente, o inseto-praga reiniciou seu crescimento. A seguir, o mesmo fenômeno foi observado para a população do parasito nativo, devido ao crescimento do inseto-praga e ao decréscimo do parasito exótico, pois passaram a existir mais pupas de *P. citrella* disponíveis para o parasitismo de *G. fausta*.

Comportamentos semelhantes foram obtidos nas simulações em que foram mantidos os valores referentes às populações iniciais e aos parâmetros k_2 , k_3 , k_4 , k'_1 e k''_1 . Observou-se que, mesmo para valores menores da capacidade do meio para o inseto-praga (por exemplo, $c = 40.000$), o tempo necessário para o início do crescimento do parasito exótico foi de cerca de 2 meses.

Para os mesmos valores dos parâmetros utilizados na simulação referente à figura 4.18 e aumentando-se o valor de k'_1 para 10^{-3} , observou-se que a população de *A. citricola* não obteve as condições necessárias para seu crescimento e, portanto, ela tendeu à extinção. A população do inseto-praga oscilou em níveis abaixo de $0,5 \times 10^4$, o parasito nativo atingiu um alto pico populacional no primeiro mês de simulação e a partir do terceiro mês se manteve em níveis médios, oscilando de forma sincronizada com o inseto-praga.

O impacto do aumento de c' para 5.000, mantendo-se $k'_1 = 10^{-4}$, pôde ser observado na figura 4.19. A população do parasito nativo se manteve em torno do valor atribuído à capacidade do meio desde o primeiro mês de simulação, fazendo com que a população do inseto-praga se mantivesse em níveis baixos, que impediram o crescimento da população do parasito exótico. Entre o quarto e o sexto mês, a população do inseto-praga conseguiu crescer,

devido a uma influência positiva do fator abiótico, e ao final do sexto mês atingiu níveis que permitiram um pequeno crescimento da população de *A. citricola*. Entretanto, a resposta do processo de parasitismo à sua população foi pequena, impedindo seu estabelecimento.

Considerando-se que o desenvolvimento do parasito exótico se processa via poliembrião, de tal forma que um único ovo parasitando uma larva de *P. citrella* pode originar até 8 indivíduos adultos de *A. citricola*, é razoável supor que o benefício (k_1'') na população do parasito exótico decorrente do parasitismo é bem maior do que o obtido pelo parasito nativo (k_1'), onde o parasitismo corresponde à alimentação de uma larva de *G. fausta* pela pupa do inseto-praga. Nas simulações realizadas, valores de $k_1'' = 10k_1'$ mostraram-se razoáveis, ao observa-se o tamanho das populações em cada compartimento e a representação do fenômeno de poliembrião, conforme descrito anteriormente.

Um aumento nos valores dos parâmetros referentes ao prejuízo na população do inseto-praga tendeu a manter tal população em níveis baixos, insuficientes para produzir um impacto positivo na população do parasito exótico. Em determinadas situações, valores de k_2 , k_3 e k_4 da ordem de 10^{-3} levaram à extinção da população da praga e, conseqüentemente, do parasito exótico também.

A figura 4.20 mostra a dinâmica das populações para $c = 40.000$, $k_2 = k_3 = k_4 = 10^{-4}$, $c' = 2.000$, $k_1' = 10^{-4}$ e $k_1'' = 10^{-3}$. Observou-se certa semelhança com a dinâmica apresentada na figura 4.18, quando utilizou-se $c = 400.000$ e $c' = 1.000$. Na figura 4.20 os picos populacionais das três espécies foram ligeiramente menores, pois os dois parasitos foram menos beneficiados pelo parasitismo, uma vez que a população do inseto-praga tendeu a se manter em níveis mais baixos.

No intuito de verificar a influência da liberação de diferentes quantidades de fêmeas de *A. citricola*, as populações iniciais desse parasito foram variadas da ordem de 0,1 a 100 vezes, em simulações sob as mesmas condições às apresentadas para a figura 4.18. As dinâmicas observadas nos casos em que foram utilizados valores de 10, 100 e 1.000 fêmeas de *A. citricola* foram semelhantes ao apresentado na figura 4.18. Da mesma forma, os resultados finais obtidos para a solução dinâmica foram bem próximos. Na situação que representa a liberação de 10.000 fêmeas, observou-se uma variação na dinâmica das populações entre o primeiro e o terceiro mês, pois a presença inicial de fêmeas de *A. citricola* era bastante alta, ocasionando menores níveis para o inseto-praga e o parasito nativo. A partir do quarto mês, as populações apresentaram

dinâmicas semelhantes aos casos relacionados à liberação de um número menor de fêmeas. Os resultados obtidos não permitiram conclusões a respeito do valor mais apropriado para a quantidade do número de fêmeas a liberar. Entretanto, observou-se mais uma vez que a proporção entre a população final de fêmeas de *A. citricola* e de *P. citrella* foi ligeiramente maior na situação em que se supôs a liberação de 100 fêmeas (0,09 para população inicial de 100 fêmeas e 0,07 para 10.000 fêmeas).

O aumento na população inicial do parasito nativo levou a resultados semelhantes aos apresentados nas figuras 4.18, 4.19 e 4.20. Nos dois primeiros meses, período constatado necessário para o início do crescimento do parasito exótico, os picos populacionais de *G. fausta* e *P. citrella* foram maiores. A partir do terceiro mês, as populações convergiram para níveis semelhantes em todas as simulações realizadas, a população do parasito nativo se estabilizou em torno do valor referente a capacidade do meio (c') e as soluções finais foram as mesmas.

Nas simulações em que se reduziu a população inicial do inseto-praga ($L_m(0) = 1.000$, $P(0) = 100$ e $M(0) = 100$), observou-se que o início do crescimento do parasito exótico foi atrasado em 2 meses em relação aos casos apresentados anteriormente. A figura 4.21 mostra a dinâmica das populações para a simulação com $c = 40.000$, $k_2 = k_3 = k_4 = 10^{-4}$, $c' = 2.000$, $k'_1 = 10^{-4}$ e $k''_1 = 10^{-3}$. Comparando-se com a figura 4.20 observou-se um pequeno aumento nos picos populacionais do parasito nativo e do inseto-praga, e a atuação do parasito exótico apenas a partir do quarto mês de simulação.

Em nenhuma das simulações realizadas a população do inseto-praga alcançou níveis próximos do nível de dano econômico considerado nos estudos.

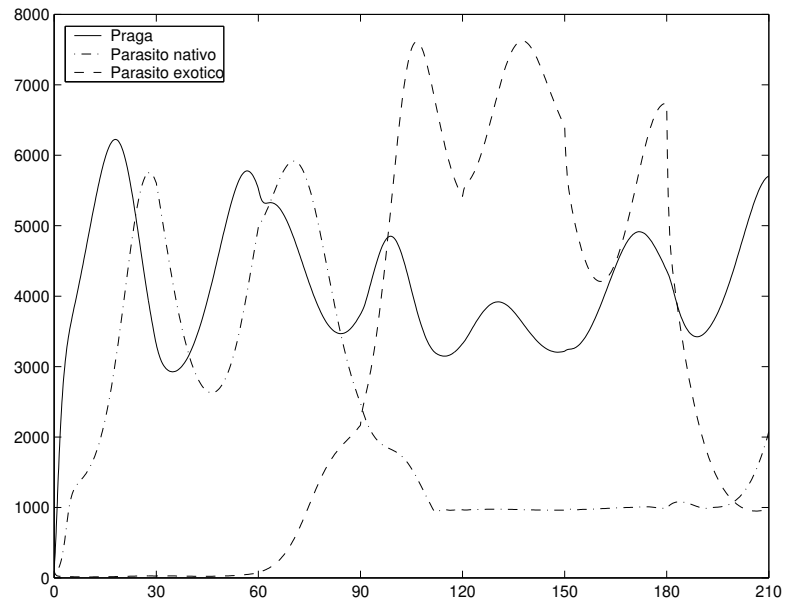


Figura 4.18: Cenário 4 - caso 1: dinâmica populacional de *P. citrella* em interação com *G. fausta* e *A. citricola* no período de outubro a abril, para $c = 400.000$, $k_2 = k_3 = k_4 = k'_1 = 10^{-4}$, $c' = 1.000$ e $k''_1 = 10^{-3}$.

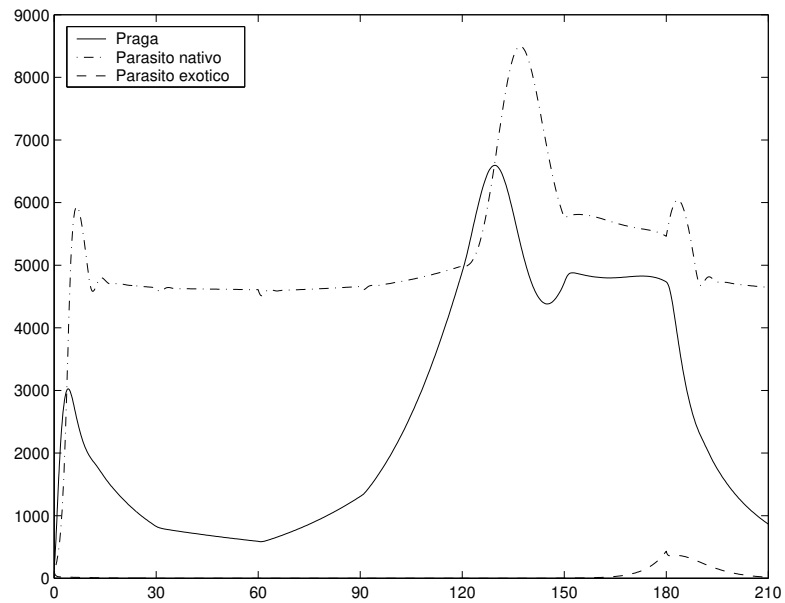


Figura 4.19: Cenário 4 - caso 1: dinâmica populacional de *P. citrella* em interação com *G. fausta* e *A. citricola* no período de outubro a abril, para $c = 400.000$, $k_2 = k_3 = k_4 = k'_1 = 10^{-4}$, $c' = 5.000$ e $k''_1 = 10^{-3}$.

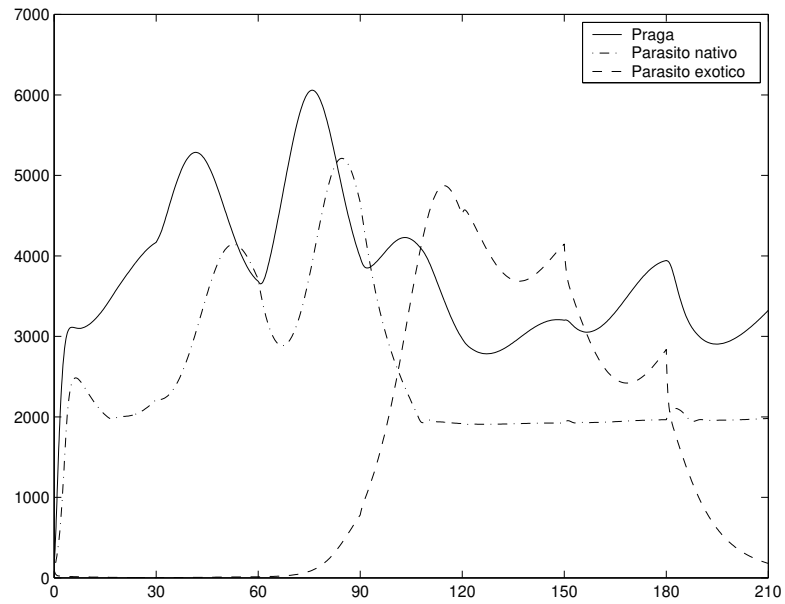


Figura 4.20: Cenário 4 - caso 1: dinâmica populacional de *P. citrella* em interação com *G. fausta* e *A. citricola* no período de outubro a abril, para $c = 40.000$, $k_2 = k_3 = k_4 = k'_1 = 10^{-4}$, $c' = 2.000$ e $k''_1 = 10^{-3}$.

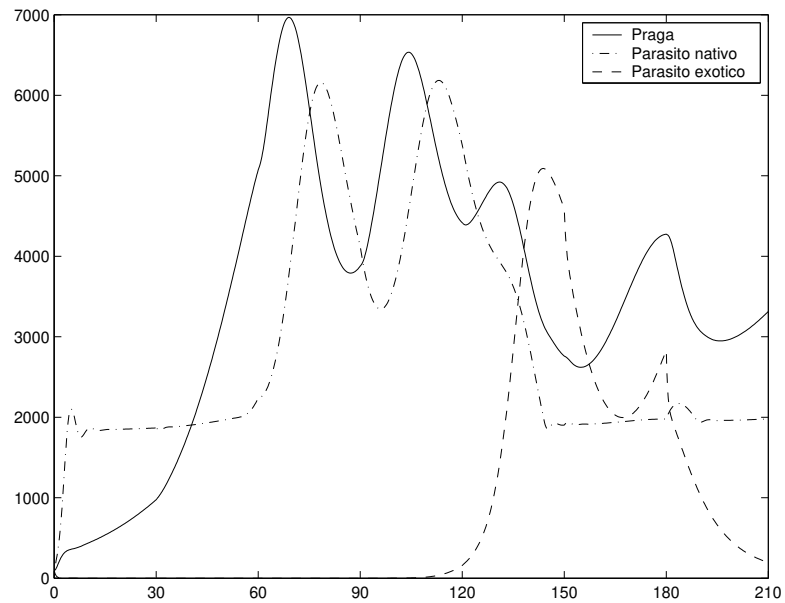


Figura 4.21: Cenário 4 - caso 1: dinâmica populacional de *P. citrella* em interação com *G. fausta* e *A. citricola* no período de outubro a abril, para $c = 40.000$, $k_2 = k_3 = k_4 = 10^{-4}$, $c' = 2.000$, $k'_1 = 10^{-4}$ e $k''_1 = 10^{-3}$ e população inicial do inseto-praga reduzida em 10 vezes.

4.2 Longevidade de *A. citricola* correspondente a 25% da longevidade de *G. fausta*

A hipótese da longevidade do parasito exótico corresponder a 25% da longevidade do parasito nativo implica numa alta taxa de mortalidade para as fêmeas de *A. citricola*.

Nesse caso, verificou-se nas simulações que o parâmetro referente ao benefício decorrente do parasitismo sobre a *P. citrella* (parâmetro k_1'') necessitou de valores acima de 3×10^{-3} para que a população de *A. citricola* conseguisse se estabelecer no sistema. Portanto, para $k_1'' < 3 \times 10^{-3}$, o crescimento do parasito exótico não se concretizou e o inseto-praga passou a ser controlado apenas pelo parasito nativo, *G. fausta*. De modo geral, este limite inferior para k_1'' cresceu de acordo com o aumento do benefício (k_1') e da capacidade do meio (c') para o parasito nativo. Nas simulações realizadas, valores de $k_1'' = 30k_1'$ mostraram-se razoáveis para que as populações pudessem conviver.

Ao fixar-se o valor de k_1'' em 3×10^{-3} , tal parâmetro passou a exercer um efeito compensador sobre a alta taxa de mortalidade, permitindo a realização de simulações para valores baixos da capacidade de saturação do meio para o inseto-praga, de forma contrária ao observado no caso 2 do Cenário 3, quando observou-se o limite inferior de $c = 250.000$ para a não extinção do parasito exótico.

As figuras 4.22, 4.23 e 4.24 mostram a dinâmica obtida para as populações de fêmeas adultas das três espécies em interação, mantendo-se constantes as populações iniciais ($L_m(0) = 10.000$, $P(0) = 1.000$, $M(0) = 200$, $L_g(0) = 1.000$, $G(0) = 100$ e $A_v(0) = A(0) = 50$), representando o inseto-praga em nível de controle, os valores referentes ao prejuízo ($k_2 = k_3 = k_4 = 10^{-4}$) e benefício ($k_1' = 10^{-3}$ e $k_1'' = 3 \times 10^{-3}$) e à capacidade do meio para o inseto-praga ($c = 400.000$). Variou-se o valor do parâmetro referente à capacidade do meio para o parasito nativo.

Observou-se que os picos populacionais do parasito nativo cresceram em função do aumento de c' e a população manteve-se em equilíbrio ao redor do valor atribuído a c' , no quinto e sexto mês de simulação. Em contrapartida, a população do parasito exótico decresceu de acordo com o aumento de c' e tendeu a se extinguir na situação apresentada na figura 4.24, quando $c' = 5.000$.

Portanto, quanto mais favorável for o meio para o parasito nativo (existência de uma

maior variedade de hospedeiros), maior será o crescimento de sua população e, conseqüentemente, mais eficiente será seu parasitismo sobre a *P. citrella*. Dessa forma, como a longevidade de *A. citricola* era pequena, o parasito nativo tendeu a vencer a competição pelo parasitismo sobre o inseto-praga e o parasito exótico tendeu a não se estabelecer num agroecossistema sob estas condições.

A figura 4.25 mostra a dinâmica das populações gerada pelo SIMCOBIM, com $c = 40.000$ e as demais condições iniciais iguais às apresentadas para a figura 4.23. O decréscimo da capacidade do meio para o inseto-praga fez com que a população do parasito exótico oscilasse em patamares menores do que os observados na figura 4.23, entre o quarto e o sexto mês de simulação. A população do parasito nativo apresentou-se menos sensível a esta alteração.

Como para os cenários anteriores, a população inicial de *A. citricola* foi variada da ordem de 0,1 a 100 vezes, em simulações sob as mesmas condições apresentadas para a figura 4.23. As dinâmicas obtidas nas simulações foram semelhantes ao mostrado na figura 4.23. Da mesma forma, os resultados finais obtidos na solução dinâmica foram próximos. As maiores diferenças relacionaram-se ao tempo decorrido até o início do crescimento do parasito exótico (aproximadamente 90, 75, 60 e 30 dias para as situações correspondentes a liberação de 10, 100, 1.000 e 10.000 fêmeas de *A. citricola*, respectivamente). Mais uma vez, a maior proporção entre a população final de fêmeas do parasito exótico e do inseto-praga foi obtida para a situação de 100 fêmeas liberadas (0,08). A menor proporção obtida correspondeu à liberação de 10 fêmeas (0,05).

O aumento da população inicial do parasito nativo resultou em situações semelhantes às apresentadas anteriormente, em simulações com valores de c' abaixo de 2.000. A partir do terceiro mês de simulação, quando a população do parasito exótico apresentou-se em condições de iniciar seu crescimento, essa passou a exercer o domínio sobre a competição pelo parasitismo dos estágios imaturos de *P. citrella* e, conseqüentemente, a população do parasito nativo decaiu para níveis próximos ao valor utilizado para a capacidade do meio (c').

A redução da população inicial do inseto-praga em 10 vezes ($L_m(0) = 1.000$, $P(0) = 100$ e $M(0) = 100$) atrasou o início do crescimento da população do parasito exótico em cerca de um mês. A figura 4.26 mostra a dinâmica das populações na simulação com condições iniciais de $c = 40.000$, $k_2 = k_3 = k_4 = 10^{-4}$, $c' = 2.000$, $k'_1 = 10^{-4}$ e $k''_1 = 3 \times 10^{-3}$.

Comparando-se com a figura 4.25, observou-se a atuação do parasitismo pela *A.*

citricola apenas a partir do quinto mês de simulação.

Mais uma vez, em nenhuma das simulações realizadas, a população do inseto-praga alcançou níveis próximos ao dano econômico.

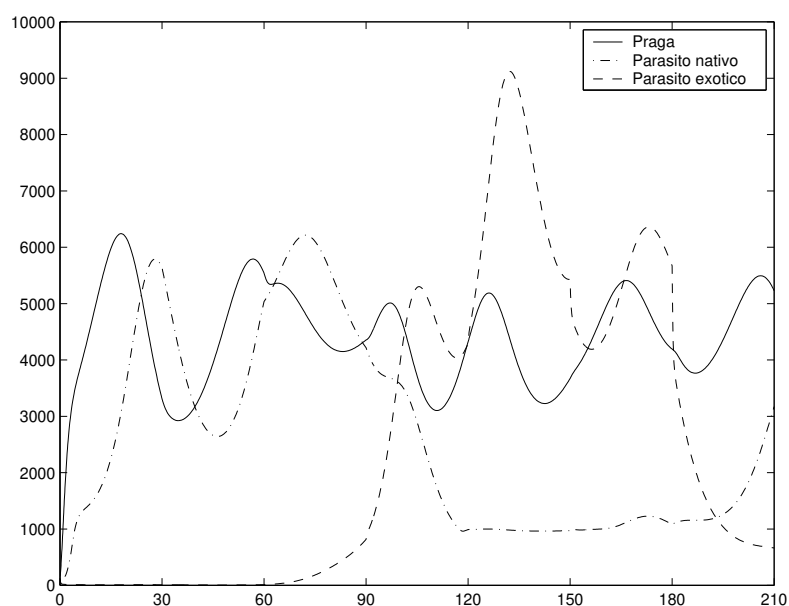


Figura 4.22: Cenário 4 - caso 2: dinâmica populacional de *P. citrella* em interação com *G. fausta* e *A. citricola* no período de outubro a abril, para $c = 400.000$, $k_2 = k_3 = k_4 = k'_1 = 10^{-4}$, $c' = 1.000$ e $k''_1 = 3 \times 10^{-3}$.

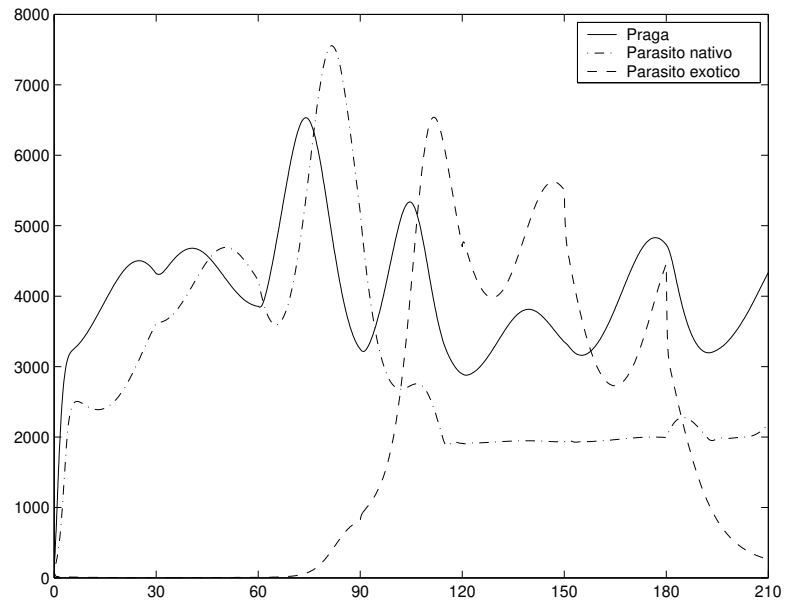


Figura 4.23: Cenário 4 - caso 2: dinâmica populacional de *P. citrella* em interação com *G. fausta* e *A. citricola* no período de outubro a abril, para $c = 400.000$, $k_2 = k_3 = k_4 = k'_1 = 10^{-4}$, $c' = 2.000$ e $k''_1 = 3 \times 10^{-3}$.

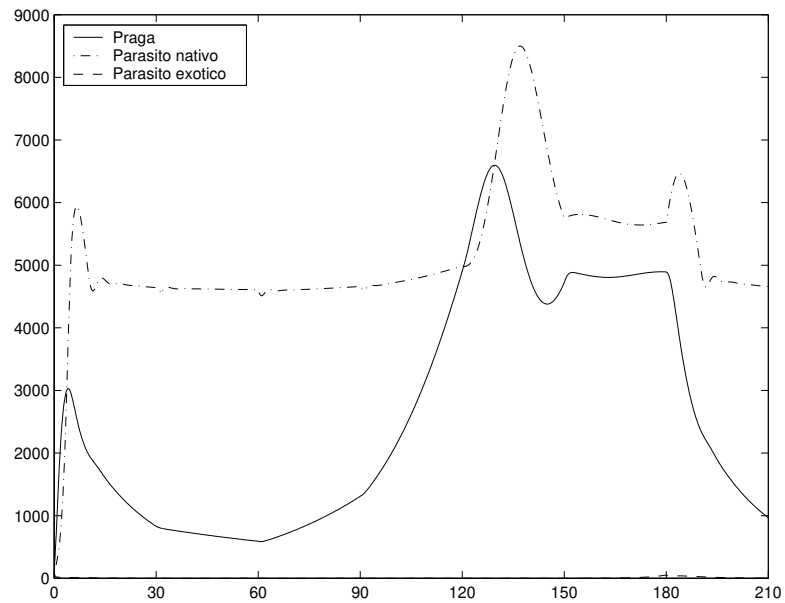


Figura 4.24: Cenário 4 - caso 2: dinâmica populacional de *P. citrella* em interação com *G. fausta* e *A. citricola* no período de outubro a abril, para $c = 400.000$, $k_2 = k_3 = k_4 = k'_1 = 10^{-4}$, $c' = 5.000$ e $k''_1 = 3 \times 10^{-3}$.

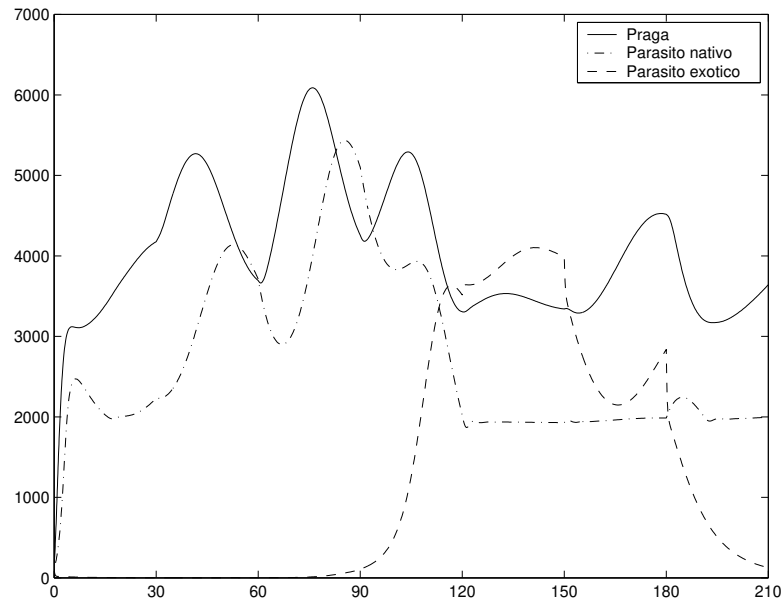


Figura 4.25: Cenário 4 - caso 2: dinâmica populacional de *P. citrella* em interação com *G. fausta* e *A. citricola* no período de outubro a abril, para $c = 40.000$, $k_2 = k_3 = k_4 = k'_1 = 10^{-4}$, $c' = 2.000$ e $k''_1 = 3 \times 10^{-3}$.

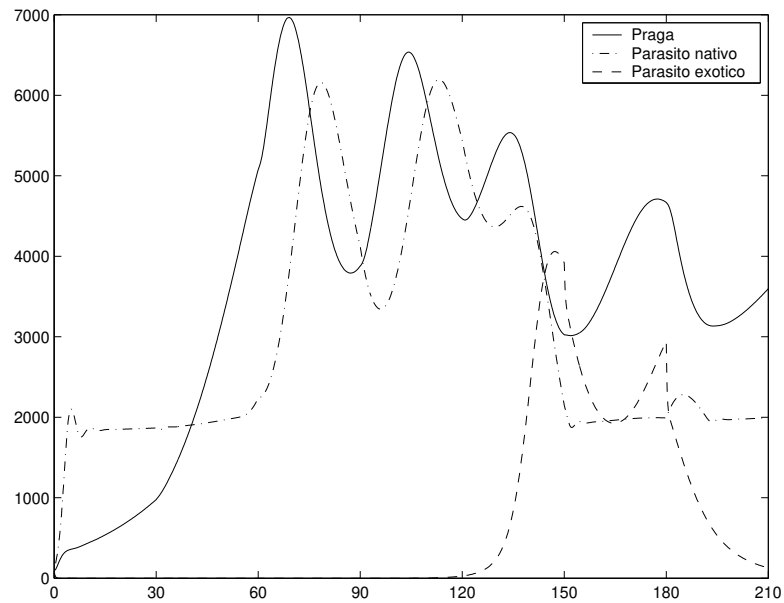


Figura 4.26: Cenário 4 - caso 2: dinâmica populacional de *P. citrella* em interação com *G. fausta* e *A. citricola* no período de outubro a abril, para $c = 40.000$, $k_2 = k_3 = k_4 = k'_1 = 10^{-4}$, $c' = 2.000$ e $k''_1 = 3 \times 10^{-3}$ e população inicial do inseto-praga reduzida em 10 vezes.

Conclusões

Através dos quatro cenários alternativos criados, dados por:

1. cenário com a presença do inseto-praga, sem inimigos naturais;
2. cenário sobre o Modelo 1: inseto-praga e inimigo natural nativo;
3. cenário sobre o Modelo 2: inseto-praga e inimigo natural exótico; e
4. cenário sobre o Modelo 3: inseto-praga e inimigos naturais nativo e exótico;

e do uso de valores apropriados para os parâmetros, baseados na literatura e em resultados analíticos, constatou-se por simulação que:

1. Na ausência de parasitos, a população do inseto-praga, *Phyllocnistis citrella*, atinge o nível de dano econômico no tempo máximo de 60 dias, pois as condições climáticas da região são satisfatórias para o seu desenvolvimento;
2. Com a presença do parasito nativo, *Galeopsomyia fausta*, é improvável que o inseto-praga atinja o ND. Entretanto, foram observados altos picos populacionais no decorrer do período considerado, que podem levar a um desequilíbrio do sistema, e a um novo crescimento demasiado da população de *P. citrella*, sob condições desfavoráveis ao parasito nativo;
3. As temperaturas médias influenciaram a dinâmica das populações do inseto-praga em interação com o parasito nativo, apenas quando foi considerada baixa capacidade de saturação do meio para *P. citrella*. Portanto, a capacidade do meio, representando a disponibilidade de folhas novas em brotações, exerce papel dominante sobre as populações;

4. No processo do controle biológico da *P. citrella* pelo parasito exótico, *Ageniaspis citricola*, a partir da população do inseto-praga em nível de controle é possível o alcance de ND ao final de 30 dias, mantendo-se neste nível entre 15 (para média longevidade do parasito) e 60 dias (para pequena longevidade do parasito). Tal processo é devido ao tempo necessário para que o parasito exótico obtenha as condições necessárias para o início efetivo de seu desenvolvimento (de 0 a 90 dias, dependendo da longevidade considerada para o parasito e da capacidade do meio para o inseto-praga). Entretanto, um pequeno crescimento da população do parasito é suficiente para o decréscimo imediato da população do inseto-praga, trazendo-o para níveis abaixo de ND em 15 dias;
5. A quantidade de 20 fêmeas liberadas por hectare (total de 100 fêmeas no talhão considerado) mostrou-se como o valor mais adequado para a população inicial de fêmeas do parasito exótico;
6. Considerando-se baixa longevidade para a população do parasito exótico, essa tende a se extinguir em situações em que há baixa capacidade de saturação do meio para o inseto-praga, uma vez que o parasito necessita exclusivamente da disponibilidade de ovos e larvas de *P. citrella* para seu desenvolvimento;
7. No controle biológico do inseto-praga pelos dois parasitos concomitantemente, é improvável que o ND seja alcançado;
8. Devido à competição entre os parasitos, o início do crescimento efetivo da população de *A. citricola* se dá a partir de 60 dias, podendo demorar até 120 dias quando supõe-se baixa longevidade. Durante este período, a presença do parasito nativo é essencial para o controle do inseto-praga. Entretanto, uma vez iniciado seu crescimento, o parasito exótico domina o processo de parasitismo, fazendo com que a população do parasito nativo oscile em níveis próximos à capacidade de saturação do meio para sua espécie. Portanto, comprova-se que em monoculturas, quando a disponibilidade de hospedeiros para a *G. fausta* é pequena, a *A. citricola* tende a deslocar a população do parasito nativo; e
9. A decisão de liberação do parasito exótico somente após o inseto-praga atingir o nível de limiar econômico mostra-se adequada, pois quanto menor a população de *P. citrella*

no momento da liberação, maior o tempo decorrido para o início efetivo do crescimento da população do parasito exótico.

1 Comentários e sugestões

As conclusões obtidas na simulação da interação entre as espécies ilustram a importância e a viabilidade do uso de técnicas de simulação como instrumento para a avaliação prognóstica da introdução de agentes de controle biológico, através da competição entre as espécies exótica e nativa, e da eficiência de tais parasitos no controle biológico do inseto-praga.

No ajuste dos parâmetros de simulação, constatou-se ser adequado, para a representação do fenômeno referente ao parasitismo, valores da ordem de 10^{-4} para o benefício da população do parasito nativo (k'_1) e prejuízo na população do inseto-praga (k_i), e valores da ordem de 10^{-3} para o benefício do parasito exótico (k''_1). Tais valores permitem obter quantidades adequadas para as populações finais em cada compartimento dos modelos, através da observação da proporção entre a taxa de oviposição e a quantidade de indivíduos dos estágios imaturos, e dos fenômenos de parasitismo e poliembionismo.

Entretanto, faz-se necessária a realização de experimentos biológicos destinados à determinação de outros valores também apropriados, bem como para a validação dos valores determinados via processo de simulação.

Períodos atípicos poderiam ser simulados mediante o acoplamento do modelo matemático referente ao crescimento fenológico da planta de citros aos modelos desenvolvidos, que descrevem a interação entre as espécies. Desta forma, seriam contempladas variações mensais no parâmetro referente à capacidade de saturação do meio para as espécies, bem como para a umidade relativa da região em análise.

Um estudo mais pormenorizado da variação nos níveis populacionais das espécies no campo, ao longo de um período mínimo de 12 meses, contribuiria para um melhor ajuste das funções referentes ao crescimento natural de cada espécie e da função de parasitismo, elevando de forma significativa o grau de confiabilidade dos resultados obtidos. Ternes *et al.* (2000) descreveram um experimento realizado entre maio de 1999 a abril de 2000 num campo experimental localizado no município de Cordeirópolis, SP, visando medir as flutuações populacionais das espécies no período. Porém, a ocorrência de forte seca entre os meses

de agosto de 1999 a fevereiro de 2000 foi prejudicial ao desenvolvimento das populações, mantendo-as em níveis baixos. Tal fator foi responsável por resultados estatisticamente não significativos no experimento.

A aferição dos parâmetros biológicos, através de experimentos para medir o tempo de desenvolvimento de cada fase do ciclo de vida dos parasitos nativo e exótico em função de diferentes temperaturas, bem como o tempo de desenvolvimento das três espécies em condições de campo experimental, seria de grande valia para a apuração dos resultados obtidos.

Sugere-se uma evolução do SIMCOBIM para permitir o reinício do processo de liberação de parasitos em qualquer fase do período de simulação. Assim, propõe-se que um sistema especialista (SE) seja acoplado ao SIMCOBIM. O SE seria responsável por monitorar a população do inseto-praga e, quando necessário, acionar uma nova liberação de parasitos, ou até mesmo o uso de controle químico (visando o MIP), com o intuito de manter a população do inseto-praga abaixo do nível de dano.

Propõe-se também que dados econômicos sejam contemplados pelo SIMCOBIM, tornando-o uma ferramenta de análise econômica, o que permitiria avaliar a relação custo-benefício mais apropriada para períodos futuros.

A estrutura computacional criada no SIMCOBIM permite a realização de futuras evoluções com um menor esforço possível, seja devido ao refinamento dos parâmetros biológicos, que exigiria apenas a atualização das matrizes de dados, ou à junção de novas equações matemáticas às já presentes no simulador.

Finalmente, acredita-se que a elaboração do simulador fundamentada nos modelos matemáticos compartimentais desenvolvidos seja uma grande contribuição para a área. Esse aspecto modular facilita futuras complementações do trabalho realizado e também serve de base para a análise da interação entre outras espécies de pragas e parasitos. Tal flexibilidade permite, por exemplo, o estudo da interação da *P. citrella* com outros parasitos em diferentes regiões do país, com o esforço mínimo de se alterar as bases de dados de parâmetros biológicos e a base de temperaturas médias da nova região geográfica em estudo.

Bibliografia

- [1] ALLEN, J.C. A big ugly model of the citrus leafminer using Matlab/Simulink technology. In: MANAGING THE CITRUS LEAFMINER: proceedings of an international conference, April 23-25, 1996, Orlando, Florida. **Anais ...** S.l.: s.n., 1996. p.9-13.
- [2] AMARO, A.A.; MAIA, M.L.; GHILARDI, A.A. Custos de produção na atual conjuntura da citricultura. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE CITROS: tratos culturais, 5., 1998, Bebedouro, SP. **Anais ...** Campinas: Fundação Cargill, 1998. p.481-500.
- [3] AMBROSANO, G.M.B.; STIMAC, J.L.; SILVEIRA NETO, S.; IGUE, T.; NAGAI, V. Modelo matemático para simulação do controle biológico da broca-da-cana com o parasitóide *Trichogramma galloi*: I. Modelos conceituais. **Bragantia**, Campinas, v.55, n.2, p.371-382, 1996.
- [4] AXELSEN, J.A.; HOLST, N.; HAMERS, T.; KROGH, P.H. Simulation of predator-prey interactions in a two species ecotoxicological test systems. **Ecological Modelling**, v.101, p.15-25, 1997.
- [5] BAUTISTA-MARTINEZ, N.; CARRILLO-SANCHEZ, J.L.; BRAVO-MOJICA, H.; KOCH, S.D. Natural parasitism of *Phyllocnistis citrella* (Lepidoptera: Gracillariidae) at Cuiclahuac Veracruz, Mexico. **Florida Entomologist**, v.81, n.1, p.30-37, 1998.
- [6] BOSCH, R. van den; MESSENGER, P.S.; GUTIERREZ, A.P. **An introduction to biological control**. New York: Plenum Press, 1985. 247p.
- [7] BRASIL. Ministério da Agricultura e do Abastecimento. Portaria n. 65, de 16 de maio de 1996. Oficializa a identificação e a necessidade de estudos a respeito da praga “minador

- de folhas dos citros”, até então desconhecida no país, salientando os danos comumente causados por ela e os locais onde foi encontrada oficialmente. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, v.124, n.96, p.08679, 20 de maio de 1996. Seção 1.
- [8] BREWSTER, C.C.; ALLEN, J.C. Simulation of plant-resistence in a celery-leafminer-parasitoid model. **Florida Entomologist**, v.74, n.1, p.24-41, 1991.
- [9] CABRERA FILHO, J.; MARTINS, A.C.N.; PRATES, S.H. A citricultura na divisão regional de Campinas. **Laranja**, Cordeirópolis, v.14, n.2, p.689-702, 1993.
- [10] CHAGAS, M.C.M. das. ***Phyllocnistis citrella* Stainton, 1856 (Lepidoptera: Gracillariidae): bioecologia e relação com o cancro cítrico**. 1999. 67p. Tese (Doutorado em Ciências) - Escola Superior de Agronomia Luís de Queiroz, Universidade de São Paulo, Piracicaba.
- [11] CHAGAS, M.C.M.; PARRA, J.R.P.; MILANO, P.; YAMAMOTO, P.T.; GRAVENA, S.; PAIVA, P.E.B.; SÁ, L.A.N. de. Introduction of *Ageniaspis citricola* (Hymenoptera: Encyrtidae) in Brazil: rearing techniques and its release in the State of São Paulo, Brazil. In: INTERNATIONAL ENTOMOPHAGOUS INSECTS WORKSHOP, 12., 1999, Pacific Grove, USA. **Abstracts...** Pacific Grove: s.n., 1999. p.??-??. Seção Folders.
- [12] COBO NUÑEZ, G.M. **Ciclo biológico del minador de las hojas de los cítricos *Phyllocnistis citrella* Stainton (Lepidoptera. Gracillariidae) y su relación con sus hospederos y enemigos naturales en el Valle del Cauca**. 1996. 158p. Thesis (B. Sc.) - Universidad Nacional de Colombia, Palmeira, Colombia.
- [13] CÔNSOLI, F.L.; ZUCCHI, R.A.; LOPES, J.R.S. ***Phyllocnistis citrella*: a lagarta minadora dos citros**. Piracicaba: FEALQ, 1996. 39p.
- [14] CORY, J.S.; MEYERS, J.H. Direct and indirect ecological effects of biological control. **Trends in Ecology & Evolution**, v.15, n.4, p.137-139, 2000.
- [15] COSTA, M. G.; FABIANO, L. A.; BUSSOLI, A C. Flutuação populacional de *Phyllocnistis citrella* (Lepidoptera; Gracillariidae) na cultura de citrus na região de Jaboticabal,

- SP. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENTOMOLOGIA, 17., 1998, Rio de Janeiro. **Resumos...** Rio de Janeiro: SEB, 1998. p. 273.
- [16] COSTA, V.A.; SÁ, L.A.N. de; LASALLE, J.; DE NARDO, E.A.B.; ARELLANO, F.; FUINI, L.C. Indigenous parasitoids (Hym., Chalcidoidea) of *Phyllocnistis citrella* Stainton (Lep., Gracillariidae) in Jaguariúna, São Paulo State, Brazil: preliminary results. **Journal of Applied Entomology=Zeitschrift für Angewandte Entomologie**, v.123, n.4, p.237-240, 1999.
- [17] DEBACH, P. **Biological control for insect pests and weeds**. London: Chapman & Hall, 1964. 844p.
- [18] DEGRANDI-HOFFMAN, G.; DIEHL, J.; LI, D.; FLEXNER, L.; JACKSON, G.; JONES, W.; DEBOLT, J. Biocontrol-Parasite: parasitoid-host and crop loss assesment simulation model. **Environmental Entomology**, v.23, n.5, p.1045-1060, 1994.
- [19] EDELSTEIN-KESHET, L. **Mathematical models in biology**. Boston: McGraw-Hill, 1988. 586p. (Birkhäuser Mathematics Series).
- [20] EDWARDS, O.R.; HOY, M.A. Biology of *Ageniaspis citricola* (Hymenoptera: Encyrtidae), a parasitoid of the leafminer *Phyllocnistis citrella* (Lepidoptera: Gracillariidae). **Annals of the Entomological Society of America**, v.91, n.5, p.654-660, 1998.
- [21] EMBRAPA MEIO AMBIENTE. **Avaliação de risco da introdução de inimigos naturais exóticos para o controle da minadora da folha de citros, *Phyllocnistis citrella* (Lepidóptera: Gracillariidae)**: relatório do Subprojeto de P&D n. 11.0.98.233-01, vinculado ao Projeto “Avaliação do impacto ambiental da introdução de agentes de controle biológico”. Jaguariúna, 1998. Projeto concluído.
- [22] FEICHTENBERGER, E. Manejo ecológico das principais doenças fúngicas e bacterianas dos citros no Brasil. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE CITROS: tratos culturais, 5., 1998, Bebedouro, SP. **Anais...** Campinas: Fundação Cargill, 1998. p.23-65.
- [23] FEICHTENBERGER, E. Manejo integrado das principais doenças dos citros no Brasil. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE CITROS: produção integrada, 6., 2000, Bebedouro, SP. **Anais...** Campinas: Fundação Cargill, 2000. p.177-216.

- [24] FOOD AND AGRICULTURE ORGANIZATION OF THE UNITED NATIONS. **International standards for phytosanitary measures: part 1 - import regulations: code of conduct for the import and release of exotic biological control agents.** Roma: FAO-IPPC, 1996. 21p.
- [25] FUNDECITRUS. **Manual técnico do cancro cítrico.** Araraquara, 1997. 12p.
- [26] FUNDECITRUS. **Estatísticas do cancro-cítrico.** Disponível em: <<http://www.fundecitrus.com.br/escancro.html>>. Acesso em 23/02/2001.
- [27] FUNDECITRUS. **Informativo.** Disponível em: <<http://www.fundecitrus.com.br/informa.html>>. Acesso em 11/06/2001a.
- [28] FUNDECITRUS. **Principais doenças e pragas: larva minadora dos citros.** Disponível em: <<http://www.fundecitrus.com.br/minador.html>>. Acesso em 23/02/2001b.
- [29] GODFRAY, H.C.J.; WAAGE, J.K. Predictive modelling in biological control: the mango mealy bug (*Rastrococcus invadens*) and its parasitoids. **Journal of Applied Ecology**, v.28, p.434-453, 1991.
- [30] GRAVENA, S. “Minadora das folhas dos citros”: a mais nova ameaça da citricultura brasileira. **Laranja**, Cordeirópolis, v.15, n.2, p.397-404, 1994.
- [31] GRAVENA, S. Manejo ecológico de pragas dos citros: conceitos, princípios e aplicação. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE CITROS: tratos culturais, 5., 1998, Bebedouro, SP. **Anais...** Campinas: Fundação Cargill, 1998. p.221-249.
- [32] GRAVENA, S. Manejo integrado de pragas dos citros no contexto da citricultura integrada. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE CITROS: produção integrada, 6., 2000, Bebedouro, SP. **Anais...** Campinas: Fundação Cargill, 2000. p.145-175.
- [33] GRAZIANO, F. **Os números da citricultura.** São Paulo: IEA, 1997. 28p.
- [34] GREATHEAD, D.J. **Benefits and risks of classical biological control.** Cambridge: Cambridge University Press, 1992. v.4, p.53-63. (Plant microbiology and biotechnology research series).

- [35] GUTIERREZ, A.P.; BAUMGAERTNER, J.U.; SUMMERS, C.G. Multitrophic models of predator-prey energetics. **Canadian Entomologist**, v.116, p.923-963, 1984.
- [36] GUTIERREZ, A.P.; NEUENSCHWANDER, P.; SCHULTHESS, F.; HERREN, H.R.; BAUMGAERTNER, J.V.; WERMELINGER, B.; LOHR, B.; ELLIS, C.K. Analysis of biological control of cassava pests in Africa: II. Cassava mealybug *Phenacoccus manihoti*. **Journal of Applied Ecology**, v.25, p.921-940, 1988.
- [37] HANNON, B.; RUTH, M. **Modeling dynamic biological systems**. New York: Springer, 1997. 399p.
- [38] HASSELL, M.P. **The dynamics of arthropod predator-prey systems**. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1978. 237p.
- [39] HASSELL, M.P. Foraging strategies, population models and biocontrol: a case study. **Journal of Animal Ecology**, v.49, p.603-628, 1980.
- [40] HASSELL, M.P.; MAY, R.M. Generalist and specialist natural enemies in insect predator-prey interactions. **Journal of Animal Ecology**, v.55, p.923-940, 1986.
- [41] HEARNE, J.W.; VAN COLLER, L.M.; CONLONG, D.E. Determining strategies for the biological control of the sugarcane stalk borer. **Ecological Modelling**, v.73, p.117-133, 1994.
- [42] HEPPNER, J.B. Citrus leafminer, *Phyllocnistis citrella*, in Florida (Lepidoptera: Gracilariidae: Phyllocnistinae). **Tropical Lepidoptera**, v.4, n.1, p.49-66, 1993.
- [43] HIGH PERFORMANCE SYSTEMS. **Stella for Windows version 5.0**: technical documentation. Hanover, NH, 1997.
- [44] HOLLING, C.S. The components of predation as revealed by a study of small mammal predation of the European pine sawfly. **Canadian Entomologist**, v.91, p.293-320, 1959.
- [45] KNAPP, J.L.; ALLRIGO, L.G.; BROWNING, H.W.; BULLOCK, R.C.; HEPPNER, J.B.; HALL, D.G.; HOY, M.A.; NGUYEN, R.; PEÑA, J.E.; STANLEY, P.A. **Citrus leafminer, *Phyllocnistis citrella* Stainton: current status in Florida: 1995**. Gainesville: University of Florida, 1995. 35p.

- [46] LASALLE, J.; PEÑA, J.E. A new species of *Galeopsomyia* (Hymenoptera: Eulophidae: Tetrastichinae): a fortuitous parasitoid of the citrus leafminer, *Phyllocnistis citrella* (Lepidoptera: Gracillariidae). **Florida Entomologist**, v.80, p.4, p.461-470, 1997.
- [47] LLÁCER, E.; URBANEJA, A.; GARRIDO, A.; JACAS, J. Biología de *Galeopsomyia fausta* LaSalle, parasitóide exótico del minador de las hojas de los citros *Phyllocnistis citrella* Stainton. In: CONGRESO NACIONAL DE ENTOMOLOGIA APLICADA, 7. JORNADAS CIENTIFICAS DE LA S. E. E. A., 1999, Almería, España. **Comunicaciones orales...** S.l.: s.n., 1999. p.80.
- [48] LLÁCER, E.; URBANEJA, A.; JACAS, J.; GARRIDO, A. Introducción de *Galeopsomyia fausta* LaSalle, ectoparasitoide de pupas del minador de las hojas de los cítricos. **Levante Agrícola**: revista internacional de cítricos, 2. trimestre, p.159-164, 1998.
- [49] LOGVINOVSKAYA, T.V. A new species of *Ageniaspis* Dahlbom, 1857 (Hymenoptera: Encyrtidae) from Vietnam. **Entomological Review**, v.62, p.150-151, 1983.
- [50] LOURENÇÃO, A.L.; MÜLLER, G.W. “Minador das folhas dos citros”: praga exótica potencialmente importante para a citricultura brasileira. **Laranja**, Cordeirópolis, v.15, n.2, p.405-412, 1994.
- [51] THE MATHWORKS. **MATLAB release 5.3.1**: MatLab helpdesk. Natick, 1999. Não paginado.
- [52] MAY, R.M.; HASSELL, M.P. Population dynamics and biological control. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London**, series B, v.318, p.129-169, 1988.
- [53] MORAES, G.J. de; TAMBASCO, F.J.; SÁ, L.A.N. de. O controle biológico clássico e o serviço quarentenário no Brasil. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE CITROS: MIP, 3., 1994, Campinas, SP. **Anais...** Campinas: Fundação Cargill, 1994. p.77-85.
- [54] MENEGUCCI, J.L.P.; CARVALHO, R.S.; NASCIMENTO, A.S. do. **Larva minadora dos citros no norte de Minas Gerais**. Cruz das Almas: Embrapa Mandioca e Fruticultura, 2000. 1 folder.

- [55] MURDOCH, W.W. Ecological theory and biological control. In: BAKER, R.R.; DUNN, P.E. (Ed.) **New directions in biological control: alternatives for supressing agricul- tural pests and diseases: proceedings of a UCLA Colloquium held at Frisco, Colorado, January 20-27, 1989.** New York: A. R. Liss, 1990. p.49-55.
- [56] MURRAY, J.D. **Mathematical biology.** 2.ed. Berlin: Springer, 1993. 769p.
- [57] PESSOA, M.C.P.Y. **Simulação e inteligência artificial aplicadas ao estudo da dinâmica populacional do bicudo do algodoeiro na região de Campinas, SP.** 1994. 208p. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, Unicamp, Campinas.
- [58] PESSOA, M.C.P.Y. A modelagem matemática no contexto da agricultura sustentável. **Informativo CNPMA**, Jaguariúna, v.3, n.9, p.2, abril/maio, 1995.
- [59] PINTO, M.S.; ORTOLANI, A.A.; ALFONSI, R.R. **Estimativa das temperaturas médias mensais do Estado de São Paulo em função da altitude e latitude.** São Paulo: Instituto de Geografia-USP, 1972. 20p. (Caderno de Ciência da Terra, 23).
- [60] POMERINKE, M.A.; STANSKY, P.A. Establishment of *Ageniaspis citricola* (Hymenop- tera: Encyrtidae) for biological control of *Phyllocnistis citrella* (Lepidoptera: Gracillari- dae) in Florida. **Florida Entomologist**, v.81, n.3, p.361-372, 1998.
- [61] PRATES, H.S.; NAKANO, O.; GRAVENA, S. **A minadora das folhas de citros “Phyllocnistis citrella” - Stainton, 1856.** Campinas: CATI, 1996. 3p. (CATI. Co- municado Técnico, 129).
- [62] PRESS, W.H.; TEUKOLSKY, S.A.; VETTERLING, W.T.; FLANERY, B.P. **Nume- rical recipes in C: the art of scientific computing.** 2.ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1999. 759p.
- [63] RUGGIERO, M.A.G.; LOPES, V.L.R. **Cálculo numérico: aspectos teóricos e com- putacionais.** 2.ed. São Paulo: Makron Books do Brasil, 1996. 406p.
- [64] SÁ, L.A.N. de; COSTA, V.A.; DE NARDO, E.A.B.; ARELLANO, A.; FUINI, L.C. Parasitismo da larva minadora da folha de citros, *Phyllocnistis citrella*, no município de

- Jaguariúna, SP. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENTOMOLOGIA, 17., 1998, Rio de Janeiro, RJ. **Resumos...** S.l.: s.n., 1998. Livro 1, p.65.
- [65] SÁ, L.A.N. de; OLIVEIRA, W.P. de; HONDA, E.; ALMEIDA, G.R. de. Avaliação pós-liberação do parasitóide exótico *Ageniaspis citricola* (Hym.: Encyrtidae) em pomares cítricos no estado de São Paulo. In: SIMPÓSIO DE CONTROLE BIOLÓGICO, 7., 2001, Poços de Caldas, MG. **Resumos...** Sete Lagoas: Embrapa Milho e Sorgo, 2001. p.71.
- [66] SACARÍAS, E.N.; CANALES, A.C. **Ageniaspis citricola Logvinovskaya, 1983 (Hymenoptera: Encyrtidae):** controlador de *Phyllocnistis citrella* “Minador de la hoja de los cítricos” : su introducción, producción e implantación en el Perú. Lima: SENASA, 1999. 88p.
- [67] SILVEIRA NETO, S.; NAKANO, O.; BARBIN, D.; NOVA, N.A.V. **Manual de ecologia dos insetos.** São Paulo: Ceres, 1976. 416p.
- [68] SIMBERLOFF, D.; STILING, P. Risks of species introduced for biological control. **Biological Conservation**, v.78, n.1-2, p.185-192, 1996.
- [69] SMITH, J.M.; HOY, M. A. Rearing methods for *Ageniaspis citricola* (Hymenoptera: Encyrtidae) and *Cirrospilus quadristriatus* (Hymenoptera: Eulophidae) released in classical biological control program for the citrus leafminer *Phyllocnistis citrella* (Lepidoptera: Gracillariidae). **Florida Entomologist**, v.78, n.4, p.600-608, 1995.
- [70] SUJII, E.R. **Modelagem e simulação da dinâmica populacional da cigarrinha-das-pastagens, *Deois flavopicta* (Homoptera: Cercopidae).** 1998. 206p. Tese (Doutorado em Ciências Biológicas) - Unicamp, Campinas.
- [71] TAN, B.; HUANG, M. Managing the citrus leafminer in China. In: MANAGING THE CITRUS LEAFMINER: proceedings of an international conference, 1996, Orlando, Florida. **Anais ...** S.l.: s.n., 1996. p.49-52.

- [72] TERNES, S.; BONATO, O.; SÁ, L.A.N. de; YANG, H.M. Spatio-temporal distribution of citrus leafminer and its natural enemies in São Paulo State, Brazil. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF ENTOMOLOGY, 21., 2000, Foz do Iguassu, Brazil. **Abstracts...** Londrina: Embrapa Soja, 2000. p.423. Book I.
- [73] TERNES, S.; YANG, H.M. Estudo dos efeitos de dinâmica vital num modelo de controle biológico de pragas. **Revista de Biomatemática**, Campinas, Unicamp/IMECC, v.9, p.58-72, 1999.
- [74] TERNES, S.; YANG, H.M. Modelo com dinâmica vital aplicado ao controle biológico de pragas. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 22., 1999, Santos, SP. **Resumo das Comunicações...** S.l.: s.n., 1999a. p.22.
- [75] VOLPE, C.A. **Fenologia de citros**. Campinas: Fundação Cargil, 1992. p.107-120.
- [76] WILHOIT, L.R.; STINNER, R.E.; AXTELL, R.C. CARMOD: a simulation-model for *Carcinops-Pumilio* (Coleoptera: Hesteridae) population-dynamics and predation on immature stages of house-flies (Diptera: Muscidae). **Environmental Entomology**, v.20, n.4, p.1079-1088, 1991.

Anexo A: Análise de estabilidade de soluções estacionárias

Neste anexo é apresentado um estudo da teoria referente à análise de estabilidade local das soluções estacionárias de sistemas de equações diferenciais ordinárias não-lineares, de acordo com Edelstein-Keshet (1988) e Murray (1993). Por simplicidade, a análise é feita a partir de um sistema 2 x 2. Porém, os conceitos são semelhantes para sistemas n x n.

Seja o sistema de equações diferenciais ordinárias

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = F(X, Y) \\ \frac{dY}{dt} = G(X, Y), \end{cases} \quad (\text{A1})$$

onde F e G são funções não lineares. Seja $N \equiv (\bar{X}, \bar{Y})$ a solução estacionária do sistema (A1), isto é:

$$F(\bar{X}, \bar{Y}) = G(\bar{X}, \bar{Y}) = 0. \quad (\text{A2})$$

Considere as soluções aproximadas $X(t)$ e $Y(t)$ tal que:

$$\begin{cases} X(t) = \bar{X} + x(t) \\ Y(t) = \bar{Y} + y(t), \end{cases} \quad (\text{A3})$$

onde $x(t)$ e $y(t)$ são ditas perturbações da solução estacionária.

Substituindo (A3) em (A1):

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(\bar{X} + x) = F(\bar{X} + x, \bar{Y} + y) \\ \frac{d}{dt}(\bar{Y} + y) = G(\bar{X} + x, \bar{Y} + y). \end{cases} \quad (\text{A4})$$

Pela definição (A2) tem-se que $\frac{d\bar{X}}{dt} = 0$ e $\frac{d\bar{Y}}{dt} = 0$. Expandindo-se F e G em série de Taylor em torno de $\bar{X}$ e $\bar{Y}$ e substituindo em (A4), decorre que:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = F(\bar{X}, \bar{Y}) + F_x(\bar{X}, \bar{Y})x + F_y(\bar{X}, \bar{Y})y + O(x^2, y^2, xy \text{ e superiores}) \\ \frac{dy}{dt} = G(\bar{X}, \bar{Y}) + G_x(\bar{X}, \bar{Y})x + G_y(\bar{X}, \bar{Y})y + O(x^2, y^2, xy \text{ e superiores}) \end{cases} \quad (\text{A5})$$

onde $F_x(\bar{X}, \bar{Y}) = \frac{\partial F}{\partial X}(\bar{X}, \bar{Y})$ e similarmente para $F_y(\cdot)$, $G_x(\cdot)$ e $G_y(\cdot)$.

Novamente, substituindo (A2) em (A5) e desprezando os termos de ordem superior a x e y , tem-se que:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = a_{11}x + a_{12}y \\ \frac{dy}{dt} = a_{21}x + a_{22}y, \end{cases} \quad (\text{A6})$$

onde

$$J = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_x & F_y \\ G_x & G_y \end{pmatrix}_{(\bar{X}, \bar{Y})} \quad (\text{A7})$$

é a matriz jacobiana do sistema (A1) calculada na solução estacionária.

Assim, para analisar a estabilidade local deve-se avaliar o comportamento da solução das equações (A6), ou seja, como se comporta a solução estacionária $(\bar{X}, \bar{Y})$ dada uma perturbação $x(t)$ e $y(t)$.

A solução do sistema (A6) pelo Método do Autovalor-Autovetor (Edelstein-Keshet, 1988) é dada por:

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = c_1 v_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 v_2 e^{\lambda_2 t}, \quad (\text{A8})$$

onde $\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix}$ é raiz do polinômio característico

$$\Psi(\lambda) = \det(J - \lambda I) = 0, \quad (\text{A9})$$

v_1 é o autovetor associado ao autovalor λ_1 , v_2 é o autovetor associado ao autovalor λ_2 e $\det(\cdot)$ é o determinante da matriz resultante.

Particularmente, num sistema de equações 2x2 os autovalores são expressos por $\lambda_{1,2} = \frac{\beta \pm \sqrt{\delta}}{2}$, onde

$$\begin{aligned}\beta &= \text{tr}(J) &= a_{11} + a_{22} \\ \gamma &= \det(J) &= a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} , \\ \delta &= \text{disc}(J) &= \beta^2 - 4\gamma\end{aligned}$$

e os autovetores são do tipo $v_i = \begin{pmatrix} 1 \\ (\lambda_i - a_{11})/a_{12} \end{pmatrix}$.

Quando os autovalores são reais, a combinação linear expressa em (A9) é uma função decrescente somente quando λ_1 e λ_2 são negativos.

Para autovalores complexos, isto é, $\lambda = r + ci$, a parte real r determina se a amplitude das oscilações aumenta ($r > 0$), decresce ($r < 0$) ou se mantém constante ($r = 0$). A parte complexa c determina a frequência das oscilações.

Portanto, se a parte real dos autovalores λ for positiva, as soluções do sistema (A6) crescem indefinidamente, ou seja, as perturbações são crescentes, caracterizando a solução estacionária (A3) como localmente e assintoticamente instável. Caso contrário, se a parte real dos autovalores λ for negativa, as soluções do sistema (A6) decrescem, ou seja, as perturbações tendem a se anularem. Assim, a solução estacionária (A3) é dita localmente e assintoticamente estável.

Particularmente num sistema com duas equações diferenciais ordinárias, para que o ponto de equilíbrio seja estável (parte real dos autovalores do polinômio característico (A9) negativa), devem ser satisfeitas as condições

$$\text{tr}(J[N]) < 0 \quad \text{e} \quad \det(J[N]) > 0. \quad (\text{A10})$$

Apresentamos a seguir um exemplo de aplicação da teoria apresentada.

Na Seção 2.1 do Capítulo 2, o sistema de equações (2.2.2) tem como matriz jacobiana

$$J = \begin{pmatrix} -(a_1 + b_1) & a_2 - \frac{2a_2y}{c} \\ a_1 & -b_2 \end{pmatrix}. \quad (\text{A11})$$

O sistema (2.2.2) possui as soluções estacionárias $N_0 \equiv (0, 0)$ e N_1 dada por (2.2.4).

As matrizes jacobianas (A11) calculadas nestes dois pontos de equilíbrio são dadas por

$$J[N_0] = \begin{pmatrix} -(a_1 + b_1) & a_2 \\ a_1 & -b_2 \end{pmatrix} \quad J[N_1] = \begin{pmatrix} -(a_1 + b_1) & a_2 - 2a_2 \left(1 - \frac{1}{R}\right) \\ a_1 & -b_2 \end{pmatrix}, \quad (\text{A12})$$

com R dado por (2.2.3).

O sistema (2.2.2) é um sistema 2x2 e, portanto, basta analisarmos o traço e o determinante das matrizes em (A12), conforme (A10), que são dados por

$$\begin{aligned} \text{tr}(J[N_0]) &= -(a_1 + b_1) - b_2 \\ \det(J[N_0]) &= (a_1 + b_1)b_2 - a_1a_2 \end{aligned} \quad (\text{A13})$$

e

$$\begin{aligned} \text{tr}(J[N_1]) &= -(a_1 + b_1) - b_2 \\ \det(J[N_1]) &= (a_1 + b_1)b_2 - a_1a_2 + 2a_1a_2 \left(1 - \frac{1}{R}\right). \end{aligned} \quad (\text{A14})$$

Analisando-se a estabilidade local da solução trivial N_0 , para que as condições em (A10) sejam satisfeitas, decorre de (A13) que deve-se ter $R < 1$.

Para a análise da estabilidade da solução não trivial (2.2.4), a partir de (A10) e (A14) tem-se que deve-se ter $R > 1$.

Portanto, se $R < 1$ a solução trivial é um ponto de equilíbrio localmente e assintoticamente estável. Caso contrário, se $R > 1$ a solução trivial passa a ser instável e a solução não trivial N_1 é localmente e assintoticamente estável.

Anexo B: Método de Runge-Kutta

Neste anexo é descrito em linhas gerais um método numérico para aproximação da solução de sistemas de equações diferenciais ordinárias (EDO), conhecido como Método de Runge-Kutta. Os trabalhos de Ruggiero & Lopes (1996) e Press *et al.* (1999) foram usados como base para a elaboração desse texto.

Uma das razões para a utilização de métodos numéricos para aproximar soluções de problemas de valor inicial do tipo:

$$\begin{cases} Y' = F(X, Y) \\ Y(X_0) = Y_0, \end{cases} \quad (\text{B1})$$

é a dificuldade de se encontrar analiticamente as soluções da equação. Em muitos casos a teoria garante a existência e a unicidade da solução, mas não se conhece a expressão analítica dessa solução.

A idéia básica dos métodos é a obtenção de $X_1, X_2, \dots, X_n$ de tal forma que $X_{i+1} - X_i = h$, e o cálculo de $Y_i \simeq Y(X_i)$ nestes pontos, usando informações anteriores.

O método numérico mais simples de integração de EDO é o Método de Euler, que possui como base o cálculo da derivada no ponto inicial de cada intervalo h para achar o próximo valor da função. Assim:

$$Y_{n+1} = Y_n + hF(X, Y), \quad (\text{B2})$$

que avança a solução de X_n para $X_{n+1} \equiv X_n + h$. Esta fórmula não é simétrica, pois avança a solução através do intervalo h , mas utiliza a informação da derivada apenas no início do intervalo. O erro associado ao método é $O(h^2)$.

Com o objetivo de diminuir o erro e obter um método mais estável, considera-se a avaliação da derivada no meio do intervalo h . Então, o valor de X e Y no meio do intervalo

é usado para calcular o passo “real” sobre todo o intervalo, de modo que:

$$\begin{aligned} K_1 &= hF(X_n, Y_n) \\ K_2 &= hF\left(X_n + \frac{1}{2}h, Y_n + \frac{1}{2}K_1\right) \\ Y_{n+1} &= Y_n + K_2 + O(h^3). \end{aligned} \tag{B3}$$

A simetrização cancela o termo do erro de 1ª ordem anterior ($O(h^2)$), tornando o método de 2ª ordem ($O(h^3)$). Esse método é chamado de Runge-Kutta de 2ª ordem.

A idéia básica desse método é diminuir o termo referente ao erro ordem a ordem. Um dos métodos mais clássicos utilizados é o Runge-Kutta de 4ª ordem, que pode ser descrito por:

$$\begin{aligned} K_1 &= hF(X_n, Y_n) \\ K_2 &= hF\left(X_n + \frac{1}{2}h, Y_n + \frac{1}{2}K_1\right) \\ K_3 &= hF\left(X_n + \frac{1}{2}h, Y_n + \frac{1}{2}K_2\right) \\ K_4 &= hF(X_n + h, Y_n + K_3) \\ Y_{n+1} &= Y_n + \frac{K_1}{6} + \frac{K_2}{3} + \frac{K_3}{3} + \frac{K_4}{6} + O(h^5). \end{aligned} \tag{B4}$$

O método de Runge-Kutta de 4ª ordem requer quatro avaliações de $F(X_i, Y_i)$ em cada intervalo h , como pode ser observado em (B4).

Anexo C: Relação dos arquivos de programa do SIMCOBIM

Neste anexo encontram-se listados os nomes dos arquivos de programa (extensão ‘.m’), desenvolvidos durante o processo de implementação do software SIMCOBIM. Tais arquivos foram desenvolvidos com o uso de recursos da linguagem de programação da versão 5.3.1 do MATLAB®, em plataformas SUN com sistema operacional UNIX. Ao lado do nome do arquivo encontra-se entre parênteses o respectivo número de linhas de código. A seguir é dada uma breve descrição sobre a funcionalidade de cada arquivo de programa.

Os arquivos de programas comuns aos modelos 1, 2 e 3 são:

1. *criatempmf.m* (82) : gera a base de temperaturas médias mensais, ‘TEMPERmf.mat’, através de fórmulas;
2. *exectemperd.m* (51) : gera a base de temperaturas médias diárias, ‘TEMPERd.mat’;
3. *exectempfm.m* (175) : gera a base de temperaturas médias mensais, ‘TEMPERm’;
4. *interf.m* (435) : controle da interface com o usuário;
5. *interpola.m* (54) : calcula os parâmetros biológicos correspondentes a uma temperatura intermediária não existente na base de dados original;
6. *procuraM.m* (36) : procura na base de parâmetros ‘MATRIZi.mat’ a linha de parâmetros correspondente a uma determinada temperatura;
7. *procuraTd.m* (36) : procura na base de temperaturas médias diárias ‘TEMPERd.mat’ a linha correspondente a uma determinada temperatura;

8. *procuraTm.m* (36) : procura na base de temperaturas médias mensais ‘TEMPERm.mat’ a linha correspondente a uma determinada temperatura;
9. *simcobim.m* (46) : controle inicial do simulador (nome do executável dentro do ambiente do MATLAB®);
10. *str2int.m* (71) : transforma uma cadeia de caracteres num número inteiro.

Para a definição dos nomes dos arquivos específicos para os modelos 1 e 2 foi utilizada a seguinte terminologia:

- ‘i_1’: arquivo de programa do Modelo i, $i = 1$ e 2, para o crescimento natural das populações envolvidas controlado pela capacidade de saturação do meio (variante 1);
- ‘i_2’: arquivo de programa do Modelo i, $i = 1$ e 2, para o crescimento natural da população da praga controlado pela capacidade de saturação do meio e o crescimento da população do parasito regulado pelo controle intra-específico (variante 2);
- ‘i_3’: arquivo de programa do Modelo i, $i = 1$ e 2, para o crescimento natural da população da praga regulado pelo controle intra-específico e o crescimento da população do parasito controlado pela capacidade de saturação do meio (variante 3);
- ‘i_4’: arquivo de programa do Modelo i, $i = 1$ e 2, para o crescimento natural das populações envolvidas de acordo com um controle intra-específico (variante 4).

Os arquivos de programas específicos ao Modelo 1 são:

1. *eq1_1.m* (25) : equações matemáticas que descrevem a variante 1;
2. *eq1_2.m* (25) : equações matemáticas que descrevem a variante 2;
3. *eq1_3.m* (24) : equações matemáticas que descrevem a variante 3;
4. *eq1_4.m* (23) : equações matemáticas que descrevem a variante 4;
5. *exec1_1.m* (866) : módulo de controle da variante 1;
6. *exec1_2.m* (921) : módulo de controle da variante 2;

7. *exec1_3.m* (920) : módulo de controle da variante 3;
8. *exec1_4.m* (918) : módulo de controle da variante 4;
9. *execModel1.m* (24) : função que ativa o módulo de controle apropriado, de acordo com as opções fornecidas na interface;
10. *final1.m* (92) : controle de final de execução ou de novas simulações sobre o mesmo modelo;
11. *graf1_k1l.m* (41) : construção de gráficos do parâmetro k'_1 em função dos valores finais das simulações;
12. *graf1_k2.m* (43) : construção de gráficos do parâmetro k_2 em função dos valores finais das simulações;
13. *menorparam.m* (43) : verifica qual é o parâmetro de menor valor;
14. *proc1_1.m* (106) : calcula resultados analíticos das populações em interação para a variante 1;
15. *proc1_2.m* (119) : calcula resultados analíticos das populações em interação para a variante 2;
16. *proc1_3.m* (120) : calcula resultados analíticos das populações em interação para a variante 3;
17. *proc1_4.m* (92) : calcula resultados analíticos das populações em interação para a variante 4.

Os arquivos de programa referentes ao Modelo 2 são:

1. *eq2_1.m* (27) : equações matemáticas que descrevem a variante 1;
2. *eq2_2.m* (26) : equações matemáticas que descrevem a variante 2;
3. *eq2_3.m* (26) : equações matemáticas que descrevem a variante 3;
4. *eq2_4.m* (25) : equações matemáticas que descrevem a variante 4;

5. *exec2_1.m* (888) : módulo de controle da variante 1;
6. *exec2_2.m* (870) : módulo de controle da variante 2;
7. *exec2_3.m* (872) : módulo de controle da variante 3;
8. *exec2_4.m* (864) : módulo de controle da variante 4;
9. *execModel2.m* (28) : função que ativa o módulo de controle apropriado, de acordo com as opções fornecidas na interface;
10. *final2.m* (96) : controle de final de execução ou de novas simulações sobre o mesmo modelo;
11. *graf2_k1ll.m* (43) : construção de gráficos do parâmetro k_1'' em função dos valores finais das simulações;
12. *graf2_k4.m* (43) : construção de gráficos do parâmetro k_4 em função dos valores finais das simulações;
13. *proc2_1.m* (119) : calcula resultados analíticos das populações em interação para a variante 2.

O Modelo 3 apresenta duas variantes, onde os nome dos arquivos de programa desenvolvidos possuem como padrão a seguinte terminologia:

- ‘i_1’: arquivo de programa do Modelo 3 para o crescimento natural das populações envolvidas controlado pela capacidade de saturação do meio (variante 1);
- ‘i_2’: arquivo de programa do Modelo 3 para o crescimento natural das populações envolvidas regulado pelo controle intra-específico (variante 2).

Os arquivos de programa específicos para o Modelo 3 são:

1. *calcfun3_1.m* (35) : calcula o valor da função (sistema de EDO) num determinado ponto, para a variante 1;

2. *calcfun3-2.m* (33) : calcula o valor da função (sistema de EDO) num determinado ponto, para a variante 2;
3. *calcjac3-1.m* (55) : calcula o valor da matriz jacobiana do sistema de EDO num determinado ponto, para a variante 1;
4. *calcjac3-2.m* (53) : calcula o valor da matriz jacobiana do sistema de EDO num determinado ponto, para a variante 2;
5. *eq3-1.m* (35) : equações matemáticas que descrevem a variante 1;
6. *eq3-2.m* (32) : equações matemáticas que descrevem a variante 2;
7. *exec3-1.m* (886) : módulo de controle da variante 1;
8. *exec3-2.m* (874) : módulo de controle da variante 2;
9. *execModel3.m* (18) : função que ativa o módulo de controle apropriado, de acordo com as opções fornecidas na interface;
10. *final3.m* (118) : controle de final de execução ou de novas simulações sobre o mesmo modelo;
11. *menorparam3.m* (50) : verifica qual é o parâmetro de menor valor;
12. *newton3.m* (152) : calcula a solução numérica do sistema de EDO pelo Método de Newton, tendo como solução inicial o ponto final obtido pelo Método de Runge-Kutta, para os casos em que a temperatura média é considerada constante durante todo o processo de simulação.

Para a análise da dinâmica do crescimento das populações vivendo isoladamente foram desenvolvidos 19 arquivos de programa. Os nomes desses arquivos foram padronizados com os sufixos '01', '02' e '03' referentes às populações do, respectivamente, inseto-praga, inimigo natural nativo e inimigo natural exótico. Com relação ao crescimento das populações, foi utilizado o seguinte padrão para o nome dos arquivos:

- '0i-1': crescimento natural da população i , $i = 1, 2$ e 3 , controlado pela capacidade de saturação do meio (variante 1);

- ‘0i_2’: crescimento natural da população i , $i = 1, 2$ e 3 , regulado pelo controle intra-específico (variante 2).

Os arquivos de programa específicos para estes modelos são:

1. *eq01_1.m* (19) : equações matemáticas que descrevem a variante 1 para a população do inseto-praga;
2. *eq01_2.m* (17) : equações matemáticas que descrevem a variante 2 para a população do inseto-praga;
3. *eq02_1.m* (18) : equações matemáticas que descrevem a variante 1 para a população do parasito nativo;
4. *eq02_2.m* (16) : equações matemáticas que descrevem a variante 2 para a população do parasito nativo;
5. *eq03_1.m* (18) : equações matemáticas que descrevem a variante 1 para a população do parasito exótico;
6. *eq03_2.m* (16) : equações matemáticas que descrevem a variante 2 para a população do parasito exótico;
7. *exec01_1.m* (579) : módulo de controle da variante 1 do modelo referente ao inseto-praga;
8. *exec01_2.m* (573) : módulo de controle da variante 2 do modelo referente ao inseto-praga;
9. *exec02_1.m* (580) : módulo de controle da variante 1 do modelo referente ao parasito nativo;
10. *exec02_2.m* (575) : módulo de controle da variante 2 do modelo referente ao parasito nativo;
11. *exec03_1.m* (611) : módulo de controle da variante 1 do modelo referente ao parasito exótico;

12. *exec03_2.m* (605) : módulo de controle da variante 2 do modelo referente ao parasito exótico;
13. *execModel01.m* (19) : função que ativa o módulo de controle apropriado para o modelo referente ao inseto-praga, de acordo com as opções fornecidas na interface;
14. *execModel02.m* (19) : função que ativa o módulo de controle apropriado para o modelo referente ao parasito nativo, de acordo com as opções fornecidas na interface;
15. *execModel03.m* (19) : função que ativa o módulo de controle apropriado para o modelo referente ao parasito exótico, de acordo com as opções fornecidas na interface;
16. *final01.m* (69) : controle de final de execução ou de novas simulações sobre o modelo referente ao inseto-praga;
17. *final02.m* (65) : controle de final de execução ou de novas simulações sobre o modelo referente ao parasito nativo;
18. *final03.m* (67) : controle de final de execução ou de novas simulações sobre o modelo referente ao parasito exótico;
19. *menorparam0.m* (32) : verifica qual é o parâmetro de menor valor.

Anexo D: Exemplo de interface do SIMCOBIM

```
>> simcobim

*****
**                               INICIANDO PROCESSO DE SIMULACAO                               **
**          AVALIACAO DA DINAMICA POPULACIONAL DAS  ESPECIES          **
**  PHYLLOCNISTIS CITRELLA, GALEOPSOMYIA FAUSTA E AGENIASPIS CITRICOLA  **
**          NA INTERACAO: INSETO-PRAGA x INIMIGOS NATURAIS          **
*****

..... PARTE 1: interface com usuario - itens (a) a (f) .....

a. Modelo a ser simulado: 1. Uma especie isolada
                        2. Duas especies em interacao
                        3. Tres especies em interacao

                        Opcao: 2

a1. Especies envolvidas: 1. P. citrella (praga) x G. fausta (nativo)
                        2. P. citrella (praga) x A. citricola (exotico)

                        Opcao: 1

b. Controle do crescimento: 1. Saturacao do meio-ambiente
                        2. Controle intra-especifico

                        P. citrella (praga):

                        - Opcao para crescimento: 1
                        - Pop. inicial pupas: 10000
                        - Pop. inicial femeas: 160
                        - Fator de decrescimo (K2): 0.0001
                        - Capacidade do meio (C): 400000
```

G. fausta (parasito nativo):

- Opcao para crescimento: 1
- Pop. inicial larvas: 0
- Pop. inicial femeas: 100
- Fator de acrescimo (K11): 0.0001
- Capacidade do meio (C1): 2000

- c. Temperatura a ser utilizada:
1. Constante a 25 graus
 2. Constante a outro valor
 3. Medias diarias: dados via arquivo
 4. Medias mensais: dados via arquivo
 5. Medias mensais: dados via formula

Opcao: 4

- d. Periodo a ser simulado: Mes inicial (mm/aaaa): 09/1998
Mes final (mm/aaaa): 04/1999

..... PARTE 2: inicio do processo de simulacao

Anexo E: Relatório emitido pelo SIMCOBIM para o Cenário 1

```
*****
*****      ANALISE DO MODELO 01 - Minadora      *****
*****      Crescimento: capacidade de saturacao  *****
*****
```

```
***** Parametros referentes a populacao do inseto-praga *****
*****      correspondentes 'a temperatura de 25 C      *****
```

```
Pop. inic. Pupas = 10000
Pop. inic. Femeas = 160
```

```
Alfa2 = 0.4500
Fi     = 1.2010
```

```
Mi3    = 0.6973
Mi2    = 0.0030
```

```
C      = 400000
R      = 2.4583
```

```
*****
*****      ESTUDO ANALITICO DO MODELO 01      *****
*****      SUPONDO TEMPERATURA CONSTANTE A 25 C *****
*****
```

```
*****      NIVEIS POPULACIONAIS EM ISOLAMENTO      *****
```

```
** POPULACAO DO INSETO-PRAGA NO EQUILIBRIO:
```

```
Pupas (P1) = 367664.13
Femeas (M1) = 237284.31
```

```
Condicao de existencia para P1 e M1:  $R > 1$ 
```

```

.....          Calculo da solucao dinamica          .....

*****
*****          SOLUCAO DINAMICA VIA RUNGE-KUTTA          *****
*****

** Solucao final:

    Pupas da praga (P)      = 257586.98
    Femeas da praga (M)     = 166250.42

..... Grafico da dinamica das populacoes (ENTER para continuar) .....

..... PARTE 3: novas simulacoes sobre o mesmo modelo .....

Quer continuar as simulacoes ?: 1. Sim
                                2. Nao

                                Opcao:

```

Anexo F: Relatório emitido pelo SIMCOBIM para o Cenário 2

```
*****
*****          ANALISE DO MODELO 1 - M x G          *****
*****          Crescimento: saturacao x saturacao      *****
*****

***** Parametros referentes a populacao do inseto-praga *****
*****          correspondentes 'a temperatura de 25 C          *****

Pop. inic. Pupas = 10000
Pop. inic. Femeas = 160

Alfa2 = 0.4500
Fi    = 1.2010

Mi3   = 0.6973
Mi2   = 0.0030

C     = 400000
K2    = 0.0001
R     = 2.4583

***** Parametros referentes a populacao do parasito nativo *****

Pop. inic. Larvas = 0
Pop. inic. Femeas = 100

Alfa12l = 0.2576
Fil      = 6.4439

Mi3l    = 0.5801
Mi12l   = 0.0016

C1       = 1000
K1l      = 0.0001
Rl       = 10.0341
```

```

*****
*****          ESTUDO ANALITICO DO MODELO 1          *****
*****          SUPONDO TEMPERATURA CONSTANTE A 25 C          *****
*****

*****          NIVEIS POPULACIONAIS EM ISOLAMENTO          *****

** POPULACAO DO INSETO-PRAGA NO EQUILIBRIO:

    Pupas (P1)  = 367664.13
    Femeas (M1) = 237284.31

    Condicao de existencia para P1 e M1:  $R > 1$ 

*****          NIVEIS POPULACIONAIS NA INTERACAO          *****

***** Determinacao e Analise das Solucoes Nao-Triviais *****

** Ponto de equilibrio:

    Pupas da praga (P)      = 82484.89
    Femeas da praga (M)     = 53234.37
    Larvas do parasito (L)  = 4910.29
    Femeas do parasito (G)  = 2180.39

** Condicao de existencia: ( $R > 1$  e  $R_l > 1$ ) ou ( $R > 1$  e  $R_l \sim 1$ )

** Limiar para K2:

    K2max = 0.0004

** Autovalores do polinomio caracteristico:

    -1.3687
    -0.1180
    -0.3604 + 1.8603i
    -0.3604 - 1.8603i

** Analise de estabilidade: equilibrio estavel

.....          Calculo da solucao dinamica          .....

```

```

*****
***** SOLUCAO DINAMICA VIA RUNGE-KUTTA *****
*****

** Solucao final:

Pupas da praga (P)      = 4272.14
Femeas da praga (M)     = 3584.95

Larvas do parasito (L) = 15411.56
Femeas do parasito (G) = 7060.09

..... Grafico da dinamica dos imaturos (ENTER para continuar) .....

..... Grafico da dinamica das femeas   (ENTER para continuar) .....

..... PARTE 3: novas simulacoes sobre o mesmo modelo .....

Quer continuar as simulacoes ?: 1. Sim
                                   2. Nao

                                   Opcao:

```


Anexo G: Relatório emitido pelo SIMCOBIM para o Cenário 3

```
*****
*****          ANALISE DO MODELO 2 - M x A          *****
*****          Crescimento: saturacao x saturacao      *****
*****
```

```
***** Parametros referentes a populacao do inseto-praga *****
*****          correspondentes 'a temperatura de 25 C          *****
```

```
Pop. inic. Larvas = 10000
Pop. inic. Femeas = 200
```

```
Alfa12 = 0.2710
Fi      = 1.2249
```

```
Mi3     = 0.6973
Mi12    = 0.0029
```

```
C       = 400000
K3      = 0.0001
K4      = 0.0001
R       = 2.5102
```

```
***** Parametros referentes a populacao do parasito exotico *****
```

```
Pop. inic. Larvas           = 0
Pop. inic. Femeas virgens   = 50
Pop. inic. Femeas acasaladas = 50
```

```
Alfa1211 = 0.2208
Alfa311   = 0.7000
Fill      = 0.0000
```

Mi3l1 = 2.0092
 Mi4l1 = 2.0092
 Mi12l1 = 0.0016

C1l =
 K1l1 = 0.0001
 R1l = 0.0000

 ***** ESTUDO ANALITICO DO MODELO 2 *****
 ***** SUPONDO TEMPERATURA CONSTANTE A 25 C *****

***** NIVEIS POPULACIONAIS EM ISOLAMENTO *****

** POPULACAO DO INSETO-PRAGA NO EQUILIBRIO:

Larvas (Lm1) = 619166.79
 Femeas (M1) = 240647.97

Condicao de existencia para Lm1 e M1: $R > 1$

** POPULACAO DO PARASITO EXOTICO NO EQUILIBRIO:

Larvas (L1) = 0.00
 Femeas virgens (Av1) = 0.00
 Femeas acasaladas (A1) = 0.00

Condicao de existencia para L1, Av1 e A1: $R_{11} > 1$

***** NIVEIS POPULACIONAIS NA INTERACAO *****

***** Determinacao e Analise das Solucoes Nao-Triviais *****

** Ponto de equilibrio:

Larvas da praga (Lm) = 78316.87
 Femeas da praga (M) = 30438.96
 Larvas do parasito (La) = 15103.06
 Femeas virgens do parasito (Av) = 1230.91
 Femeas acasaladas do parasito (A) = 428.85

```

** Condição de existência:

Para Ageniaspis: cond1 > 1
Cond1 = 1.5353

Para Minadora: cond2 > 1
Cond2 = 1.0824

** Autovalores do polinômio característico:

-0.0127 + 0.1393i
-0.0127 - 0.1393i
-2.4779 + 0.6226i
-2.4779 - 0.6226i
-1.0966

** Análise de estabilidade: equilíbrio estável

.....          Cálculo da solução dinâmica          .....

*****
*****          SOLUÇÃO DINÂMICA VIA RUNGE-KUTTA          *****
*****

** Solução final:

Larvas da praga (Lm) = 119808.00
Fêmeas da praga (M) = 44429.17

Larvas do parasito (La) = 10001.02
Fêmeas virgens do parasito (Av) = 788.64
Fêmeas acasaladas do parasito (A) = 263.35

..... Gráfico da dinâmica dos imaturos (ENTER para continuar) .....

..... Gráfico da dinâmica das fêmeas (ENTER para continuar) .....

..... PARTE 3: novas simulações sobre o mesmo modelo .....

Quer continuar as simulações?: 1. Sim
                                2. Não

                                Opção:

```


Anexo H: Relatório emitido pelo SIMCOBIM para o Cenário 4

```
*****
*****          ANALISE DO MODELO 3 - M x G x A          *****
***** Crescimento: capacidade de saturacao do meio *****
*****

***** Parametros referentes a populacao do inseto-praga *****
*****          correspondentes 'a temperatura de 25 C          *****

Pop. inic. Larvas = 10000
Pop. inic. Pupas  = 1000
Pop. inic. Femeas = 160

Alfa1  = 0.6820
Alfa2  = 0.4500
Fi     = 1.2010

Mi1    = 0.0027
Mi2    = 0.0030
Mi3    = 0.6973

C      = 400000
K2     = 0.00010
K3     = 0.00010
K4     = 0.00010
R      = 2.4456

***** Parametros referentes a populacao do parasito nativo *****

Pop. inic. Larvas      = 0
Pop. inic. Femeas virgens = 100

Alfa12l = 0.2576
Fil     = 6.4439
```

Mi12l = 0.0016
 Mi3l = 0.5801

 Cl = 1000
 K1l = 0.00010
 Rl = 10.0341

***** Parametros referentes a populacao do parasito exotico *****

Pop. inic. Larvas = 0
 Pop. inic. Femeas virgens = 50
 Pop. inic. Femeas acasaladas = 50

Alfa12l1 = 0.2208
 Alfa3l1 = 0.7000
 Fill = 0.0000

Mi12l1 = 0.0016
 Mi3l1 = 2.0092
 Mi4l1 = 2.0092

Cl1 =
 K1l1 = 0.00100
 Rl1 = 0.0000

 ***** ESTUDO ANALITICO DO MODELO 3 *****
 ***** SUPONDO TEMPERATURA CONSTANTE A 25 C *****

***** NIVEIS POPULACIONAIS EM ISOLAMENTO *****

** POPULACAO DO INSETO-PRAGA NO EQUILIBRIO:

Larvas (Lm1) = 243316.23
 Pupas (P1) = 366354.81
 Femeas (M1) = 236439.30

Condicao de existencia para Lm1, P1 e M1: $R > 1$

** POPULACAO DO PARASITO NATIVO NO EQUILIBRIO:

Larvas (Lg1) = 2027.58
 Femeas (G1) = 900.34

Condicao de existencia para Lg1 e G1: $R_1 > 1$

**** POPULACAO DO PARASITO EXOTICO NO EQUILIBRIO:**

Larvas (L1) = 0.00
Femeas virgens (Av1) = 0.00
Femeas acasaladas (A1) = 0.00

Condicao de existencia para L1, Av1 e A1: $R_{L1} > 1$

..... Calculo da solucao dinamica

***** SOLUCAO DINAMICA VIA RUNGE-KUTTA *****

**** Solucao final:**

Larvas da praga (Lm) = 8526.27
Pupas da praga (P) = 8884.41
Femeas da praga (M) = 5705.27

Larvas do parasito nativo (Lg) = 5357.15
Femeas do parasito nativo (G) = 2075.67

Larvas do parasito exotico (La) = 8996.34
Femeas virgens do parasito exotico (Av) = 728.94
Femeas acasaladas do parasito exotico (A) = 252.15

..... Grafico da dinamica dos imaturos (ENTER para continuar)

..... Grafico da dinamica das femeas (ENTER para continuar)

..... PARTE 3: novas simulacoes sobre o mesmo modelo

Quer continuar as simulacoes?: 1. Sim
2. Nao

Opcao: