



JOSÉ HUMBERTO ARAUJO MONTEIRO

RESPOSTA TRANSITÓRIA NO DOMÍNIO DO TEMPO DE UMA LINHA DE TRANSMISSÃO TRIFÁSICA CONSIDERANDO UMA NOVA IMPLEMENTAÇÃO DO EFEITO PELICULAR.

TIME DOMAIN TRANSIENT RESPONSE ANALYSIS OF THREE-PHASE TRANSMISSION LINE CONSIDERING A NEW SKIN EFFECT MODEL.

CAMPINAS

2014



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO

JOSÉ HUMBERTO ARAUJO MONTEIRO

RESPOSTA TRANSITÓRIA NO DOMÍNIO DO TEMPO DE UMA LINHA DE TRANSMISSÃO TRIFÁSICA CONSIDERANDO UMA NOVA IMPLEMENTAÇÃO DO EFEITO PELICULAR.

Orientador: Prof. Dr. José Pissolato Filho

Co-orientador: Dr. Eduardo Coelho Marques da Costa

TIME DOMAIN TRANSIENT RESPONSE ANALYSIS OF THREE-PHASE TRANSMISSION LINE CONSIDERING A NEW SKIN EFFECT MODEL.

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica, na área de Energia Elétrica.

Doctorate thesis presented to the Electrical Engineering Postgraduation Program of the School of Engineering Electrical of the University of Campinas to obtain the Ph.D. grade in Engineering Electrical, in field of Power Energy Systems.

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA TESE
DEFENDIDA PELO ALUNO JOSÉ HUMBERTO ARAÚJO MONTEIRO E
ORIENTADO PELO PROF. DR. JOSÉ PISSOLATO FILHO

Assinatura do Orientador

CAMPINAS

2014

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

M764r Monteiro, José Humberto Araújo, 1981-
Resposta transitória no domínio do tempo de uma linha de transmissão trifásica considerando uma nova implementação do efeito pelicular / José Humberto Araújo Monteiro. – Campinas, SP : [s.n.], 2014.

Orientador: José Pissolato Filho.
Coorientador: Eduardo Coelho Marques da Costa.
Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Efeito Pelicular (Eletricidade). 2. Linhas elétricas - Transmissão. 3. Energia elétrica – Transmissão. 4. Transitórios (Eletricidade). 5. Sistemas de potencia. I. Pissolato Filho, José, 1951-. II. Costa, Eduardo Coelho Marques da. III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. IV. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Time domain transient response analysis of three-phase transmission line considering a new skin effect model

Palavras-chave em inglês:

Skin effect (Electricity)
Electric lines - Transmission
Electricity - Transmission
Transients (Electricity)
Power systems

Área de concentração: Energia Elétrica

Titulação: Doutor em Engenharia Elétrica

Banca examinadora:

José Pissolato Filho [Orientador]
Sérgio Kurokawa
Brígida Ramati Pereira da Rocha
Gilmar Barreto
Geraldo Peres Caixeta

Data de defesa: 09-05-2014

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Elétrica

COMISSÃO JULGADORA - TESE DE DOUTORADO

Candidato: José Humberto Araujo Monteiro

Data da Defesa: 9 de maio de 2014

Título da Tese: "Resposta Transitória no Domínio do Tempo de uma Linha de Transmissão Trifásica Considerando uma Nova Implementação do Efeito Pelicular"

Prof. Dr. José Pissolato Filho (Presidente): _____

Prof. Dr. Sérgio Kurokawa: _____

Profa. Dra. Brígida Ramati Pereira da Rocha: _____

Prof. Dr. Gilmar Barreto: _____

Prof. Dr. Geraldo Peres Caixeta: _____

À Deus.

À minha família, em especial à minha esposa
Karolina e ao meu filho Guilherme.

Aos meus professores e amigos.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço à Deus. Sem Ele, nada disto teria sido realizado.

Qualquer trabalho acadêmico é resultado de múltiplas colaborações, sejam estas de natureza direta ou indireta. Gostaria de agradecer as pessoas e instituições que colaboram com este trabalho.

Agradeço à minha família, nas pessoas de meu pai Humberto (*in memoriam*), minha mãe Anette e meus irmãos Jorge, Aneth, Joseane, João e Juliana. Apesar de distante fisicamente, sempre estive com vocês no pensamento, o que me ajudou a superar muitas dificuldades.

À minha esposa Karolina, que está ao meu lado em todos os momentos, me incentivando a ser melhor do que sou, e ao meu pequeno Guilherme, que chegou a este mundo para proporcionar no pai um novo tipo de amor, incondicional, infinito, surreal. A vida é muito mais com vocês por perto.

À minha querida professora da UFPA, Brígida Ramati, pela orientação, seja de natureza acadêmica ou pessoal, pela compreensão e, principalmente, pelos merecidos puxões de orelha.

Às amigas conquistadas durante a permanência no estado de São Paulo, sejam elas oriundas da vida em república, da comunidade de paraenses da Unicamp ou por intermédio da minha esposa em Botucatu. Todos contribuíram para a amenização das dificuldades encontradas ao se residir longe de casa. Em especial, gostaria de agradecer aos amigos paraenses Marcel e Gabriela, aos amigos de república César, Mineiro, Diego, Laurita e Calil.

Aos amigos contemporâneos de pós-graduação, em especial ao Jinno e a Daiana, e aos funcionários do Laboratório de Alta Tensão (LAT), Brito e Marcão. O apoio dado a mim através das conversas (técnicas ou não) no convívio diário foi fundamental neste trabalho. Um adendo especial ao Marcão, que tornou os dias mais aprazíveis através das suas brincadeiras (Quem???).

Ao meu amigo e co-orientador Eduardo Costa, pela disponibilidade, pelos conselhos, pela ajuda em várias etapas cruciais da execução deste trabalho e pelo exemplo de excelência na pesquisa.

Ao meu orientador José Pissolato Filho, pela oportunidade concedida, pelo suporte material no LAT, pelas conversas e pela empatia na resolução das situações ocorridas ao longo desses quatro anos.

À Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), representada pela Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação (FEEC), pela excelente estrutura oferecida.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), pelo suporte financeiro oferecido durante o desenvolvimento deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho apresenta o desenvolvimento de um modelo de linha de transmissão trifásica utilizando uma nova implementação do efeito pelicular, além do estudo da resposta transitória obtida a partir do referido modelo quando surtos de manobra são simulados. A metodologia tradicionalmente utilizada para o cálculo da impedância interna de cabos sólidos cilíndricos faz uso das funções de Bessel, o que a torna complexa. A metodologia descrita por Gatous é tão precisa quanto a metodologia que utiliza as funções de Bessel e possui a vantagem de ser mais simples, visto que a solução final é um somatório cuja precisão depende da frequência estudada. O modelo desenvolvido neste trabalho emprega a metodologia de Gatous em uma linha de transmissão trifásica, cujos modos de propagação independentes são obtidos a partir da aplicação da matriz de Clarke. Para validar a metodologia de Gatous, foram calculadas a resistência e a indutância interna de cabos com raios variados em uma ampla faixa de frequências. Os resultados foram comparados aos obtidos a partir da metodologia tradicional. A metodologia de Gatous reproduziu com precisão a variação da impedância interna com a frequência. Para avaliar o funcionamento do modelo de linha de transmissão trifásico no domínio do tempo, um caso base foi estabelecido. Uma linha de transmissão trifásica de 69kV, circuito simples, foi submetida a chaveamentos de carga em duas situações distintas: chaveamento sendo executado no ponto de cruzamento com o zero da tensão e; chaveamento no ponto de 90° da tensão. Os transitórios de tensão e corrente foram obtidos a partir do modelo elaborado e comparados com os resultantes do software de análise de transitórios ATP. Os resultados alcançados reproduzem com fidelidade o comportamento transiente descrito pelo software supracitado.

Palavras-chave: Efeito Pelicular, Linha de Transmissão, Transitórios, Sistemas de Potência.

ABSTRACT

This paper presents the development of a three-phase transmission line model using a new skin effect calculation and its transient response when some switching surges are applied to it. The methodology commonly used to calculate the internal impedance of solid conductors with cylindrical cross sectional area employs Bessel functions, which makes it a hard task to accomplish. Gatous, in his doctoral work, presented a new method to calculate skin effect impedance as accurate as Bessel's methodology with advantage of simplicity, whereas that final solution is an algebraic sum whose precision depends of frequency studied. The transmission line model developed in this work utilizes Gatous's method for skin effect impedance calculation in a three-phase transmission line, whose independent modes of propagation are obtained from the application of Clarke's matrix. In order to validate the mentioned methodology, internal resistances and inductances of cables with different size radii were calculated for a wide range of frequencies. The results were compared with those obtained through the traditional method, reproducing correctly the variation of the internal impedance with frequency. A base case was established to evaluate the operation of the three-phase transmission line in the time-domain model. A 69kV three-phase transmission line, single circuit, was subjected to switching load in two distinct situations: switching at zero crossing voltage and switching at voltage peak. Voltage and current transients were obtained from the developed model and compared with those derived from transient analysis software ATP. The results faithfully reproduced the transient behavior described by the above software.

Keywords: Skin Effect. Transmission Line. Transients. Power Systems.

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 - Secção transversal e longitudinal de um condutor sólido cilíndrico.	13
Figura 4.1 - Secção transversal do condutor cilíndrico.	21
Figura 4.2 - Secção transversal de um condutor.	23
Figura 4.3 - Circuito equivalente da impedância interna de uma secção transversal de um condutor sólido cilíndrico.	27
Figura 5.1 – Disposição geométrica dos cabos de uma linha de transmissão bifilar.	32
Figura 5.2 – Representação das capacitâncias mútuas em uma linha de transmissão em relação a disposição geométrica dos cabos.	35
Figura 5.3 - Circuito equivalente de uma linha de transmissão com perdas.	36
Figura 5.4 - Tensões e correntes no quadripólo representativo do modo de propagação.	42
Figura 5.5 - Diagrama ilustrativo da técnica de decomposição modal.	44
Figura 5.6 - Decomposição através da matriz de Clarke.	44
Figura 6.1 - Comparação entre os métodos de Bessel (tracejada) e Gatous (cinza) para o cálculo da resistência interna de um condutor sólido cilíndrico.	46
Figura 6.2 - Comparação entre os métodos de Bessel (tracejada) e Gatous (cinza) para o cálculo da indutância interna de um condutor sólido cilíndrico.	47
Figura 6.3 - Relação entre as resistências interna obtidas através das metodologias de Bessel e de Gatous.	48
Figura 6.4 - Relação entre as indutâncias internas obtidas através das metodologias de Bessel e de Gatous.	49
Figura 6.5 - Resposta em frequência da resistência interna de um condutor ($R=10\text{mm}$) para diferentes valores de k	50
Figura 6.6 - Resposta em frequência da indutância interna de um condutor ($R=10\text{mm}$) para diferentes valores de k	51
Figura 6.7 - Resistência interna para condutores ($R = 10\text{mm}$) de diferentes materiais.	52
Figura 6.8 - Indutância interna para condutores ($R = 10\text{mm}$) de diferentes materiais.	53
Figura 6.9 - Profundidade pelicular para diferentes materiais.	54
Figura 6.10 - Variação da impedância com a frequência.	56
Figura 6.11 - Variação do ângulo de fase com a frequência.	56

Figura 7.1 - Perfil da torre para linha de transmissão de 69kV utilizada no estudo.	60
Figura 7.7 – Resistência devido ao efeito solo (1), resistência interna calculada pelo método de Bessel (2) e de Gatous (3), resistência própria total calculada através dos métodos de Bessel (4) e de Gatous (5).....	61
Figura 7.8 – Adequação da escala para melhor visualização do efeito da variação da frequência no cálculo da resistência devido ao efeito solo (1), resistência interna calculada pelo método de Bessel (2) e de Gatous (3), resistência própria total calculada através dos métodos de Bessel (4) e de Gatous (5).....	62
Figura 7.9 - Relação entre as resistências internas calculadas pelo método simplificado e pelo método tradicional.....	63
Figura 7.10 – Indutância interna total calculada através método de Gatous (1) e através do método de Bessel (2).....	64
Figura 7.11 - Relação entre as indutâncias internas total calculadas pelo método simplificado e pelo método tradicional.....	64
Figura 7.2 - Sistema trifásico modelado.	65
Figura 7.3 - Transitórios de tensão vistos no final da linha de transmissão seguintes ao chaveamento nos valores de pico da tensão.	66
Figura 7.4 - Transitórios de corrente vistos no final da linha de transmissão seguintes ao chaveamento nos valores de pico da corrente.	67
Figura 7.5 - Transitórios de tensão vistos no final da linha de transmissão seguintes ao chaveamento nos valores de cruzamento com o zero da tensão.	68
Figura 7.6 - Transitórios de corrente vistos no final da linha de transmissão seguintes ao chaveamento nos valores de cruzamento com o zero da corrente	68

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Condutividade e permeabilidade relativa dos materiais analisados. 53

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO	1
1.1 OBJETIVOS	3
1.1.1 Geral	3
1.1.2 Específicos	3
1.2 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	4
CAPÍTULO 2. REVISÃO DA LITERATURA	5
CAPÍTULO 3. CÁLCULO DA IMPEDÂNCIA INTERNA DE CONDUTORES DEVIDO AO EFEITO PELICULAR SEGUNDO A FORMULAÇÃO DE BESSEL.....	13
CAPÍTULO 4. CÁLCULO DA IMPEDÂNCIA INTERNA DE CONDUTORES DEVIDO AO EFEITO PELICULAR SEGUNDO A FORMULAÇÃO DE GATOUS.....	20
4.1 SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE ONDA PARA UMA SEÇÃO TRANSVERSAL DE UM CONDUTOR SÓLIDO CILÍNDRICO.....	20
4.2 FORMULAÇÃO DA CORRENTE TRANSVERSAL ATRAVÉS DE UM CONDUTOR SÓLIDO CILÍNDRICO.	23
4.3 IMPEDÂNCIA COMPLEXA INTERNA.....	25
CAPÍTULO 5. MODELO DE LINHA DE TRANSMISSÃO TRIFÁSICA COM PERDAS	31
5.1 CÁLCULO DOS PARÂMETROS ELÉTRICOS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO	31
5.1.1 Cálculo da impedância longitudinal de uma linha de transmissão	31
5.1.2 Cálculo da admitância transversal de uma linha de transmissão	35
5.2 EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DE ONDA PARA UMA LINHA DE TRANSMISSÃO COM PERDAS.....	36
5.3 REPRESENTAÇÃO DE UM MODO DE PROPAGAÇÃO NOS DOMÍNIOS DA FREQUÊNCIA E DO TEMPO	39

5.4 REPRESENTAÇÃO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO A PARTIR DA ANÁLISE MODAL	43
CAPÍTULO 6. RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DA IMPEDÂNCIA INTERNA DE CONDUTORES CALCULADA PELOS MÉTODOS DE BESSEL E GATOUS.	46
6.1 COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE BESSEL E GATOUS PARA O CÁLCULO DA RESISTÊNCIA E INDUTANCIA INTERNA DEVIDO AO EFEITO PELICULAR.....	46
6.2 INFLUÊNCIA DO NÚMERO DE ITERAÇÕES NA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO MODELO DE GATOUS PARA CÁLCULO DA IMPEDÂNCIA INTERNA DE CONDUTORES	49
6.3 RESISTÊNCIA E INDUTÂNCIA INTERNA DE CONDUTORES DE DIFERENTES MATERIAIS	51
6.4 PROFUNDIDADE PELICULAR PARA DIFERENTES MATERIAIS	54
6.5 VARIAÇÃO DA IMPEDÂNCIA E ÂNGULO DE FASE COM A FREQUÊNCIA	55
6.6 CONCLUSÕES.....	57
CAPÍTULO 7. RESPOSTA TRANSITÓRIA DE UMA LINHA DE TRANSMISSÃO TRIFÁSICA COM IMPEDÂNCIA INTERNA CALCULADA A PARTIR DOS MÉTODOS BESSEL E GATOUS.....	59
7.1 CARACTERÍSTICAS TÉCNICAS DA LINHA DE TRANSMISSÃO DO CASO BASE.....	59
7.2 INFLUÊNCIA DO EFEITO SOLO NOS PARÂMETROS ELÉTRICOS DA LINHA DE TRANSMISSÃO	60
7.3 RESPOSTA TRANSITÓRIA DA LINHA DE TRANSMISSÃO NO DOMÍNIO DO TEMPO	65
7.4 CONCLUSÕES.....	69
CAPÍTULO 8. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	71
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	73

CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO

O consumo de energia elétrica está intimamente relacionado com o desenvolvimento das sociedades ao longo da história. O consumo per capita de energia elétrica é utilizado como indicador de desenvolvimento econômico e do nível de qualidade de vida, possuindo uma forte relação com o produto interno bruto de um país [1].

Acompanhando o desenvolvimento das sociedades, o aumento na demanda de energia elétrica levou ao aperfeiçoamento dos sistemas elétricos. A geração, antes realizada de forma distribuída, progrediu em escala, passando a suprir cidades inteiras. Formas de produção de energia mais eficientes e baratas foram buscadas, levando o homem a explorar fontes distantes dos locais de consumo. A transmissão de energia elétrica através de grandes distâncias foi realizada e, com o tempo, redes de transmissão complexas foram estruturadas. Juntamente com o desafio do transporte da energia gerada, a confiabilidade e a qualidade do fornecimento de energia elétrica entram em questão, uma vez que o atendimento contínuo em níveis adequados se torna imprescindível para o desenvolvimento das atividades produtivas e para a manutenção das atividades domésticas e de serviços.

Segundo dados da ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica), o Brasil possui capacidade instalada de aproximadamente 118 mil MW, sendo a hidroeletricidade principal fonte energética da matriz brasileira, respondendo por mais de 60% da capacidade do sistema. A geração é interligada aos centros de consumo através de mais de 100 mil km de linhas de transmissão [2]. Toda essa malha funciona de forma coesa formando o SIN (Sistema Interligado Nacional), que é gerenciado pelo ONS (Operador Nacional do Sistema).

A qualidade e a continuidade do fornecimento de energia elétrica são avaliadas através dos índices de Duração Equivalente de Interrupção por Unidade Consumidora (DEC), que mede o tempo que o consumidor ficou sem energia, e de Frequência Equivalente de Interrupção por Unidade Consumidora (FEC), pelo qual é possível verificar quantas vezes a energia foi interrompida. Esses índices são calculados anualmente pela ANEEL.

No ano de 2011, os valores apurados para os índices DEC e FEC foram, respectivamente, 18,40 e 11,15. Estes dados significam que, em média, um brasileiro passou mais de 18 horas sem fornecimento de energia elétrica e que este fornecimento foi interrompido mais de 11 vezes no

ano em questão. Os custos relacionados a compensação dos consumidores que tiveram seu fornecimento de energia elétrica interrompido é de mais de 385 milhões de reais [2].

Os danos causados pela falta de confiabilidade e qualidade no fornecimento de energia elétrica ao setor industrial e de serviços são muitos. Um estudo conduzido nos Estados Unidos por [3], estimou que os prejuízos relacionados a qualidade da energia elétrica fornecida aos consumidores é de aproximadamente 80 bilhões de dólares anuais.

As pesquisas sobre perdas no setor elétrico e a aplicação do conhecimento gerado por projetos de pesquisa e desenvolvimento possibilitam a diminuição e até mesmo a mitigação dos prejuízos ocasionados. Segundo dados do Programa Nacional de Conservação da Energia Elétrica (PROCEL), no ano de 2010 foram economizados cerca de 6 bilhões de kWh através da troca de equipamentos domésticos e de iluminação pública, além da eficientização energética de prédios públicos e da indústria [4].

Dentre as perdas, o efeito pelicular afeta qualquer tipo de sistema elétrico ou eletrônico que opere com múltiplas frequências. Maquinas elétricas, linhas de transmissão, ligações elétricas ou eletrônicas, equipamentos eletrônicos, entre outros estão sujeitos a este fenômeno.

O efeito pelicular caracteriza-se pelo aumento da impedância interna de um condutor com o incremento da frequência. O aumento da resistência interna e a diminuição da indutância interna de um condutor é ocasionado pela distribuição não uniforme da densidade de corrente na seção transversal do condutor. Esse efeito tem sido objeto de estudos desde o século XIX e teve sua importância realçada em decorrência do crescimento da frequência dos processadores e da miniaturização dos componentes eletrônicos [5].

O presente trabalho efetua a análise de dois modelos para cálculo da impedância interna de condutores sólidos cilíndricos devido ao efeito pelicular. Um dos modelos é tradicionalmente utilizado para cálculo de impedância relativa ao efeito pelicular em linhas transmissão, o outro é novo e foi pouco explorado. Esses modelos são avaliados no domínio da frequência, através de simulações de cálculo de impedâncias, e no domínio do tempo através da simulação de uma linha de transmissão trifásica.

No domínio da frequência, estão mostradas as variações das resistências e indutâncias internas com a frequência de condutores de diversos materiais usados na construção de cabos elétricos. No domínio do tempo, uma avaliação da resposta transitória a um impulso de manobra

para os dois modelos de cálculo da impedância interna de um condutor levando-se em consideração o efeito pelicular é apresentada.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Geral

Comparar as metodologias de cálculo da resistência e indutância interna devido ao efeito pelicular e sua aplicação em linhas de transmissão, avaliando suas respostas transitórias e de regime permanente.

1.1.2 Específicos

- Descrever os processos de cálculo dos modelos de Bessel [6] e Gatous [7] para obtenção da impedância de um condutor sólido cilíndrico devido ao efeito pelicular e implementá-los computacionalmente;
- Descrever a representação de uma linha de transmissão trifásica utilizando os conhecimentos estabelecidos por Dommel [8] e Budner [9];
- Simular e comparar as respostas obtidas a partir da utilização dos modelos de Bessel e Gatous para cálculo da impedância de um condutor sólido cilíndrico devido ao efeito pelicular no domínio da frequência.
- Modelar uma linha de transmissão trifásica cuja impedância interna devido ao efeito pelicular é obtida através da utilização do modelo desenvolvido por Gatous e comparar a resposta transitória da linha de transmissão desenvolvida com a tradicionalmente utilizada, considerando a aplicação de faltas em linhas de transmissão e analisando a resposta transitória dos modelos.

1.2 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

No capítulo 2 são apresentadas a revisão da literatura concernente ao estudo do efeito pelicular, abrangendo desde os primeiros trabalhos até as pesquisas atuais relacionadas ao tema. As pesquisas mais recentes no tema recebem uma atenção especial neste capítulo.

No capítulo 3 é mostrado o processo de cálculo da resistência e indutância interna de um condutor sólido cilíndrico devido ao efeito pelicular utilizando a metodologia de Bessel [6], amplamente utilizada em qualquer abordagem ao tema.

A metodologia de Gatous [7] para o cálculo da resistência e indutância interna de um condutor sólido cilíndrico devido ao efeito pelicular, assim como seu processo de obtenção, está abordada no capítulo 4.

No capítulo 5 é descrito o modelo utilizado para a representação dos modos de propagação de uma linha de transmissão, segundo a metodologia de Budner [9].

Os resultados da aplicação dos métodos de Bessel e Gatous para cálculo da impedância de um condutor sólido cilíndrico devido ao efeito pelicular em linhas de transmissão, no domínio da frequência, estão comparados no capítulo 6.

No capítulo 7 são analisados os resultados alcançados através da aplicação das metodologias de cálculo da impedância interna em uma linha de transmissão trifásica. Em um primeiro momento, são discutidos os resultados obtidos para o cálculo dos parâmetros elétricos da linha de transmissão. Depois, são analisadas as respostas transitórias da linha de transmissão quando submetida a chaveamentos de carga em condições diversas.

As considerações finais são realizadas no capítulo 8, juntamente com uma síntese das observações feitas ao longo da tese.

CAPÍTULO 2. REVISÃO DA LITERATURA

As primeiras análises do fenômeno denominado “densidade de corrente auto-distorcida em cabos” foram realizadas por Maxwell em seu célebre livro “*A Treatise on Electricity and Magnetism*”, de 1873. Neste livro, Maxwell deduz alguns termos de uma série que possibilita o cálculo da resistência de um condutor para baixas frequências. Na publicação “*The Electrician*” de maio de 1884, Heaviside discutiu o efeito do aumento da resistência e diminuição da indutância em um cabo elétrico, além da tendência da corrente se concentrar na superfície do cabo. Lord Kelvin, em janeiro de 1885, baseou-se nos avanços obtidos por Heaviside para descrever a natureza da propagação da corrente em um cabo elétrico, com ênfase na profundidade pelicular. Poynting, durante os anos de 1884-1887, Hughes, Weber e Lord Rayleigh, em 1886, Hertz, em 1889, foram outros cientistas de renome que também desenvolveram trabalhos teóricos e experimentais no tema. A utilização das funções de Bessel na fórmula para o cálculo da resistência e indutância interna de um condutor foi apresentada pela primeira vez em um artigo publicado por Lord Kelvin, em 1889. Em 1891, surge o termo “efeito pelicular” (“*skin effect*”), utilizado por Swinburne em uma discussão de um artigo de Fleming [10] [11].

Entre os trabalhos realizados durante os primeiros anos do século XX, destacam-se os trabalhos experimentais realizados por Kennelly em 1915 e 1916. Estes experimentos visavam a averiguação da formulação proposta por Heaviside-Kelvin (frequentemente denominada por método de Bessel, por utilizar tais funções) e são compostos de uma série de mais de cem testes realizados utilizando-se espiras de diversos materiais, tamanhos e formas em frequências acima de 5kHz [11] e acima de 100kHz [12]. No campo teórico do tema, Russel publicou em 1907 um artigo no qual calcula a resistência e a indutância de um cabo a partir da discretização da seção transversal do mesmo em cilindros de raios concêntricos [10]. Rosa, através de um boletim do órgão governamental responsável pela metrologia dos Estados Unidos, publicou em 1908 um trabalho no qual define o cálculo das indutâncias mutuas e próprias para vários condutores de formato coaxial e linear [13]. O conceito de “profundidade pelicular” foi introduzido em um artigo de Steinmetz, em 1909 [14]. Em 1914, Northrup e Carson apresentaram um trabalho com uma análise física e matemática do problema do cálculo da resistência e indutância de cabos submetidos à corrente alternada. Dwight, em 1916 e 1918, definiu empiricamente um conjunto de

curvas para encontrar o valor da impedância de condutores do tipo fita e tubulares, levando-se em consideração o efeito pelicular.

Nas décadas de 1920 e 1930, os pesquisadores do tema passam a abordá-lo no âmbito das linhas de transmissão e seus efeitos. Dwight estudou os efeitos proximidade e pelicular em condutores cilíndricos sólidos e tubulares nos anos de 1922 e 1923, além de tabelar as funções de Bessel de ordem zero e superiores [15] [16]. Em 1932, Sterba avaliou a influência do efeito pelicular em linhas de transmissão de fio tubular em diversas configurações, validando seus resultados através da comparação com as fórmulas estabelecidas por Russel [17]. Shelkunoff, em 1934, sintetizou a teoria da propagação de ondas em linhas de transmissão coaxiais. Neste trabalho foi abordada a questão da distribuição da corrente em condutores de forma cilíndrica e sua distorção devido à influência do efeito pelicular [18]. Forbes, em 1933, e Haefner, em 1937, realizaram experimentos relacionados ao efeito pelicular em condutores de forma retangular [19] [20].

Em 1942, Wheeler publicou um conjunto de equações para o cálculo da resistência e indutância interna devido ao efeito pelicular em vários tipos de materiais e configurações, incluindo cabos sólidos, cabos coaxiais, anéis circulares, núcleos laminados, entre outros. Nesta publicação clássica, as equações apresentadas foram definidas em termos da “resistividade superficial” (do inglês *surface resistivity*) do condutor, que é equivalente à resistência de uma superfície condutora cuja largura e comprimento sejam iguais à largura e comprimento da área externa do condutor. Outra contribuição do trabalho de Wheeler foi a definição da “regra da indutância incremental”, através da qual pode-se calcular a resistência efetiva causada pelo efeito pelicular em um circuito, baseando-se no cálculo da indutância do circuito, visto que a indutância é proporcionada pela penetração do fluxo magnético na superfície condutora. A regra da indutância incremental pode ser aplicada para calcular a resistência efetiva de um circuito que possui outros condutores em sua vizinhança [21].

Wigington e Nahman, em 1957, avaliaram a resposta transitória de linhas de transmissão constituídas por cabos coaxiais considerando-se o efeito pelicular. Neste trabalho, o efeito pelicular no condutor central do cabo foi considerado determinante para a resposta transitória, enquanto que a parcela do efeito relacionada como o condutor externo foi considerada constante. Baseado em um conjunto de curvas que relacionava a constante de atenuação com a frequência para vários tipos de cabos coaxiais, foram desenvolvidas curvas de respostas transitórias a um

sinal do tipo rampa. Essas respostas foram utilizadas para prever a resposta transitória da linha de transmissão com base na curva atenuação/frequência do cabo utilizado. Os resultados teóricos obtidos foram comparados com respostas obtidas experimentalmente, sendo observada significativa similaridade entre os dois resultados [22].

A primeira publicação com uma abordagem computacional de linhas de transmissão levando-se em consideração o efeito pelicular foi apresentada por Bertin em 1964. Neste trabalho, a resposta impulsiva de uma linha de transmissão no domínio da frequência foi obtida a partir da decomposição do sinal de tensão/corrente no início da linha em uma série de Fourier, subsequente solução das equações da linha e recomposição do sinal resultante. A validação do programa computacional foi realizada através de comparação com o resultado experimental, obtidos utilizando-se um condutor tipo fita [23].

Vale ressaltar que até este momento na história da representação do efeito pelicular, duas rigorosas soluções analíticas estavam bem consolidadas: o cálculo da resistência CA de um condutor sólido cilíndrico ou tubular de comprimento longo e o cálculo da resistência CA de um condutor tipo fita de comprimento infinito. A aplicação destas soluções analíticas dependia da utilização das funções de Bessel, de difícil utilização em programas computacionais. A maior parte destes programas continuava a utilizar a raiz quadrada da frequência como modelo adequado para representar as perdas relacionadas ao efeito pelicular.

Um novo modelo para a representação das perdas associadas ao efeito pelicular em condutores foi proposto por Silvester em 1966. A metodologia desenvolvida pode ser aplicada em condutores com qualquer forma de seção transversal e resulta em boa aproximação para baixas e médias frequências. O método envolve a decomposição da corrente elétrica que transpassa o condutor em n correntes modais independentes, onde cada corrente desacoplada corresponde à autofunção que define a distribuição da densidade de corrente no condutor. Os modos encontrados podem ser considerados como uma malha RL (contendo um resistor e um indutor) e as correntes modais podem ser solucionadas através da lei de Kirchhoff. Como exemplo prático, Silvester apresenta a variação da relação resistência devido ao efeito pelicular e a resistência CC com a frequência para um condutor tipo fita [24].

Dommel, em 1969, apresentou à comunidade científica um método computacional para a simulação de transitórios eletromagnéticos no domínio do tempo em linhas polifásicas representadas por parâmetros discretos ou distribuídos. Este artigo proporcionou uma revolução

no campo da simulação de transitórios, que mais tarde culminaria no desenvolvimento do software ATP/EMTP (*Alternative Transients Program / Electromagnetic Transients Program*). Neste trabalho, as linhas de transmissão foram representadas por parâmetros distribuídos e sem levar em consideração as perdas relacionadas à frequência. A solução é obtida por meio do método das características, mais conhecido como método de Bergeron [8].

A inclusão dos parâmetros dependentes da frequência no método proposto por Dommel foi apresentada por Budner em 1970. O artigo descreve o método proposto através da exemplificação de uma linha de transmissão bifásica. A linha de transmissão utilizada no estudo é desacoplada em seus dois modos de propagação, os quais são modelados no domínio da frequência por dois quadripolos independentes um do outro. Desse modo, as correntes e tensões no domínio da frequência são obtidas através das equações hiperbólicas relativas à representação por quadripolos. As tensões e correntes no domínio do tempo são obtidas por meio de transformadas inversas de Fourier. Neste artigo, a influência do efeito pelicular no cálculo dos parâmetros da linha de transmissão é considerada proporcional à raiz quadrada da frequência [9].

Nahman, em 1972, representou a impedância de um cabo coaxial, considerando o efeito pelicular, através de uma função do tipo $A + B\sqrt{s}$, onde A e B são variáveis quaisquer e $s = j\omega$. Essa aproximação foi utilizada em estudos de transitórios em cabos coaxiais de diversos comprimentos. No artigo, o modelo desenvolvido foi comparado, tanto no domínio da frequência como no domínio do tempo, com os métodos que utilizam as funções de Bessel e a raiz quadrada da frequência. A análise no domínio do tempo foi produzida a partir da resposta ao degrau dos diferentes cabos coaxiais estudados e considerando a carga com impedância igual à impedância característica da linha [25].

A primeira publicação a utilizar a técnica de elementos finitos na abordagem do efeito pelicular foi publicada por Chari em 1973. O artigo contém as análises da densidade de corrente em uma seção transversal de um condutor tipo fita em uma região de espaço livre e em condutor tipo fita em uma região circundada por ferro. Os resultados mostrados possuem correlação com os resultados que foram obtidos utilizando a técnica convencional, embora o autor cite a introdução de erros e a dificuldade de implementação ao se utilizar um grande número de elementos para representar o cabo [26].

Em 1981, Konrad apresentou um método para quantificar as perdas relativas ao efeito pelicular em linhas de transmissão em regime permanente, que foi denominada *abordagem*

integro-diferencial. O caráter inovador do método é a utilização de somente uma variável desconhecida (o vetor de potencial magnético) para definição do problema, ao invés dos métodos tradicionais, que utilizam a equação de difusão com duas variáveis desconhecidas [27] (vetor de potencial magnético e o vetor de densidade de corrente).

Um novo modelo para predição das perdas proporcionadas pelo efeito pelicular voltado para a resposta transitória no domínio do tempo de linhas de transmissão foi desenvolvido por Yen em 1982. O modelo consiste de uma cascata de circuitos compostos por resistores e indutores, conectados de modo a representar uma “casca” referente a um elemento infinitesimal de raio do condutor. O modelo foi obtido pela inferência das equações diferenciais do efeito pelicular que, quando rearranjadas, foram dispostas em termos de resistências e indutâncias parciais. Por ser um método numérico, a precisão é definida pelo número adequado de circuitos empregados na obtenção da resposta. O método foi utilizado para calcular os parâmetros de uma linha de transmissão de cabo coaxial de 600m [28].

Em 1985, Semlyen desenvolveu um modelo de linha de transmissão no domínio do tempo levando em consideração o efeito pelicular. Neste trabalho, a modelagem das perdas relativas ao efeito pelicular foi efetuada através de sucessivas iterações numéricas que resultavam em um circuito RL para cada “casca” do condutor sólido cilíndrico utilizado. O número de ramos RL conectados em paralelo depende do grau de precisão requerido. A linha de transmissão estudada foi separada em três modos de propagação e os componentes do sistema foram obtidos com um ramo e com três ramos RL utilizando 15, 16 e 18 iterações para os modos α , β e zero, respectivamente. Os resultados foram comparados entre as configurações com um ramo RL e com três ramos RL para as correntes de curto circuito nos diferentes modos de propagação [29].

Mok, em 1992, empregou o método das diferenças finitas na solução do problema do efeito pelicular levando em consideração uma linha de transmissão monofásica sujeita a campos eletromagnéticos externos variantes no tempo. Neste artigo, a resistência devido ao efeito pelicular é modelada e a fonte dos campos eletromagnéticos externos à linha são inseridos em um modelo tradicional de linha de transmissão. O método das diferenças finitas é utilizado para solucionar as equações integro-diferenciais. Os resultados numéricos encontrados são comparados com o caso no qual a linha de transmissão sujeita aos campos é considerada sem perdas [30].

Em 1996, Kim e Neirick modificaram o método desenvolvido por Yen para a representação das perdas introduzidas pelo efeito pelicular. Segundo os autores, o método desenvolvido por Yen em seu artigo falha à medida que não representa o efeito pelicular em altas frequências de forma adequada e não define regras claras para a formação da cascata de circuitos descrita no trabalho. A modificação proposta por Kim e Neirick define regras simples para a formação de uma cascata de quatro níveis composta de quatro resistores e três indutores. Essa definição permitiu uma modelagem precisa do efeito pelicular para frequências na faixa de GHz. No artigo são apresentadas as cascatas de circuitos representativos da impedância série por unidade de comprimento de cabos coaxiais e linhas bifilares [31].

Em 1998, Antonini calculou a impedância interna devido ao efeito pelicular de um condutor sólido de seção transversal retangular através do método das diferenças finitas no domínio do tempo. Os resultados apresentados mostraram uma diferença de 20% em relação ao método de Wheeler para altas frequências. É ressaltado no artigo que, apesar de pequena, a diferença proporcionada pode incorrer em erros grosseiros nas predições de tensões e correntes no domínio do tempo em altas frequências [32].

Um método baseado em aproximações algébricas para o cálculo da impedância interna de cabos entrelaçados foi apresentado em um artigo de Gaba (1998). De forma semelhante ao trabalho desenvolvido por Wheeler, o artigo de Gaba apresenta equações simplificadas para calcular as relações de resistência e indutância para os cabos mais utilizados em linhas de transmissão. Para cada tipo de condutor apresentado, duas equações simples foram definidas. A validação das equações foi realizada a partir da comparação com medidas experimentais [33].

No campo das linhas de transmissão, um novo modelo foi proposto por Morched em 1999. O modelo é baseado na representação da linha de transmissão por parâmetros distribuídos e solucionado no domínio do tempo através da aplicação da transformada inversa de Fourier. O *Universal Line Model* (ULM), como foi denominado, possibilita a simulação de transitórios em sistemas de potência de forma mais eficiente, uma vez que otimiza solução através da aproximação dos elementos do sistema por funções racionais de baixa ordem [34].

Kurokawa, em 2001, analisou as influências das contribuições individuais dos efeitos solo e pelicular no cálculo dos parâmetros de linhas de transmissão com e sem cabos guarda. O autor da publicação conclui que a influência do efeito solo é maior do que a influência do efeito pelicular a partir de determinadas frequências. Para frequências abaixo de 100Hz e considerando

uma linha de transmissão sem cabo guarda, a resistência própria da linha sofre influência significativa dos efeitos solo e pelicular. À medida que a frequência aumenta, a influência do efeito solo na resistência própria da linha é maior que a devido ao efeito pelicular. Um comportamento similar pode ser observado no cálculo da indutância própria de uma linha de transmissão [35].

Em 2004, Gatous desenvolveu um novo modelo para o cálculo da resistência e da indutância interna em condutores sólidos cilíndricos devido ao efeito pelicular. O novo modelo é extraído diretamente das equações de onda de Maxwell e baseado na solução do campo elétrico proposta por Osmanis e Peterson [36]. Devido à simplicidade das equações do modelo, o autor ressalta a facilidade de implementação computacional como uma das principais características do modelo, além da resposta fidedigna à técnica tradicional que emprega as funções de Bessel para calcular a impedância [7].

Observando a inexatidão do cálculo da impedância devido ao efeito pelicular em condutores sólidos cilíndricos e tubulares, oriunda da utilização das funções de Bessel com grandes parâmetros, Mingli (2004) elaborou fórmulas baseadas em aproximações polinomiais para corrigir esse problema. A partir dessas fórmulas, foram desenvolvidos conjuntos de curvas com valores da relação entre resistência devido ao efeito pelicular e resistência em valores de corrente contínua, assim como para a indutância [37].

A solução das equações de onda considerando uma linha de transmissão com múltiplos condutores e parâmetros dependentes da frequência foi implementada por Barmada, em 2005, utilizando-se transformada *Wavelet*. Neste artigo, o cálculo dos parâmetros devido ao efeito pelicular é realizado através do método de Bessel [38].

Um modelo para cálculo da impedância de efeito pelicular em circuitos impressos voltado para a integridade de sinais em alta frequência é apresentado no artigo de De Zutter, de 2005. A técnica para o cálculo da resistência e indutância interna de condutores sólidos de seção retangular é baseada na técnica da admitância superficial diferencial. Esta técnica utiliza a densidade de corrente na superfície do condutor para calcular uma matriz de admitâncias referentes a um elemento diferencial de superfície do condutor. As admitâncias dos elementos diferenciais de superfície são obtidas a partir dos autovalores e autofunções de Dirichlet para cada uma das formas da seção transversal do condutor [39].

A representação do efeito pelicular em trilhas de circuitos eletrônicos levando em consideração as conexões dentro de uma placa de circuito impresso foi apresentada por Magdowski, em 2008. Neste artigo, o efeito pelicular é modelado no domínio do tempo através de uma técnica denominada *Full Spectrum Convolution Macromodeling*, que consiste em aplicada a transformada inversa de Fourier aos parâmetros definidos no domínio da frequência. A representação desenvolvida foi inserida em um modelo PEEC (*Partial Element Equivalent Circuit* – Circuito Equivalente com Elementos Parciais). As respostas obtidas por ambos modelos foram comparadas em dois casos distintos: uma linha bifilar e uma linha do tipo microfita [40].

Al-Quedra, em 2010, formulou um modelo para cálculo da impedância devido ao efeito pelicular baseada na impedância superficial. Esse modelo é aplicado em formas tridimensionais, sendo mais adequado para cálculo da impedância interna de trilhas de circuitos impressos, visto que considera as interconexões existentes [41].

CAPÍTULO 3. CÁLCULO DA IMPEDÂNCIA INTERNA DE CONDUTORES DEVIDO AO EFEITO PELICULAR SEGUNDO A FORMULAÇÃO DE BESSEL.

A distribuição uniforme da corrente através da secção transversal de um condutor é observada quando se trata de um sistema em corrente contínua. Em corrente alternada, com o aumento da frequência, ocorre a não uniformidade, intensificando a diferença entre as densidades de corrente nas diferentes regiões da secção transversal do condutor. Esse fenômeno é denominado efeito pelicular ou *skin effect*. Em um condutor com secção transversal circular, a densidade do fluxo de cargas aumenta progressivamente do interior para a superfície externa do condutor, proporcionalmente ao aumento da frequência. Para condutores de raio suficientemente grande, pode-se ter uma densidade de corrente variante ao longo do raio [6].

A Figura 3.1 descreve de forma ilustrativa o efeito pelicular sobre um condutor. Nesta figura, r é o raio do condutor, x é distância radial até um determinado ponto, dx é um elemento infinitesimal de distância radial e J_x é a densidade de corrente longitudinal na distância radial x .

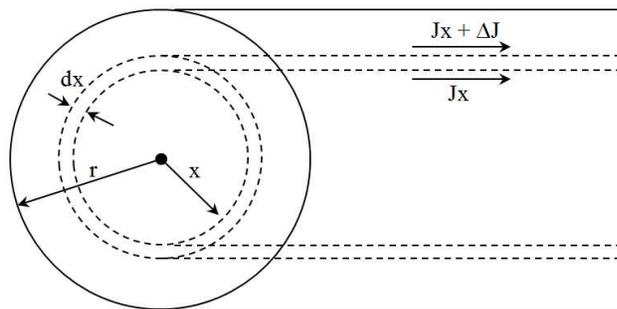


Figura 3.1 - Secção transversal e longitudinal de um condutor sólido cilíndrico.

Considerando diferentes filamentos longitudinais normais à secção transversal do condutor na Figura 3.1, aqueles situados na superfície não são concatenados pelo fluxo magnético interno. O fluxo magnético concatenado com um filamento próximo à superfície será menor que o fluxo magnético concatenado a um filamento mais interno. A não uniformidade do fluxo magnético concatenado é a causa do efeito pelicular. Em altas frequências e para condutores com raios maiores, o efeito pelicular altera completamente tanto a resistência como a indutância.

Mesmo nas frequências usuais em sistemas de potência, esse efeito é bastante acentuado em condutores com maior secção transversal.

A densidade de corrente e, posteriormente, a parcela da impedância decorrente do efeito pelicular no condutor, pode ser obtida de duas formas: de modo exato derivado das Equações de Maxwell ou a partir de uma forma especial da equação de Bessel.

O presente trabalho segue pela formulação e resolução a partir das equações de Bessel, como mostrado na equação (3.1) abaixo.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + k^2y = 0 \quad (3.1)$$

Sendo a equação de Bessel com soluções de n -ésima ordem:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + \left(k^2 - \frac{n^2}{x^2} \right) y = 0 \quad (3.2)$$

As soluções da equação (3.2) são chamadas de funções de Bessel de ordem zero, sendo o valor de $n = 0$. A equação de Bessel aplicada à densidade de corrente é:

$$\frac{d^2J_x}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dJ_x}{dx} - \frac{j\omega\mu}{\rho} J_x = 0 \quad (3.3)$$

Na equação (3.3), J_x é o fasor que representa a densidade de corrente em função da distância radial ao centro do condutor, sendo essa uma função complexa. Portanto, a distância radial x deve ser considerada como componente real de uma variável complexa. Tem-se ρ como a resistividade do condutor e μ a permeabilidade magnética do condutor.

Para solucionar a equação (3.1), é necessário representá-la como uma série infinita:

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n \quad (3.4)$$

Logo, pode-se determinar que:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 2a_2 + 6a_3x + 12a_4x^2 + 20a_5x^3 + 30a_6x^4 + \dots \quad (3.5)$$

$$\frac{1}{x} \frac{dy}{dx} = \frac{a_1}{x} + 2a_2 + 3a_3x + 4a_4x^2 + 5a_5x^3 + 6a_6x^4 + \dots \quad (3.6)$$

$$k^2 y = k^2 a_0 + k^2 a_1 x + k^2 a_2 x^2 + k^2 a_3 x^3 + k^2 a_4 x^4 + \dots \quad (3.7)$$

Para satisfazer a equação (3.1), a soma dos coeficientes de cada potência de x , quando as equações (3.5) e (3.7) são somadas, deve ser igual a zero. Portanto:

$$\begin{aligned} a_1 &= 0 \\ 2a_2 + 2a_2 + k^2 a_0 &= 0 \\ 6a_3 + 3a_3 + k^2 a_1 &= 0 \\ 12a_4 + 4a_4 + k^2 a_2 &= 0 \\ 20a_5 + 5a_5 + k^2 a_3 &= 0 \\ 30a_6 + 6a_6 + k^2 a_4 &= 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

Todos os coeficientes ímpares são nulos, uma vez que dependem de a_1 . Já os coeficientes pares dependem de a_0 , portanto:

$$\begin{aligned} a_2 &= -\frac{k^2 a_0}{2^2} \\ a_4 &= \frac{k^4 a_0}{2^2 4^2} \\ a_6 &= -\frac{k^6 a_0}{2^2 4^2 6^2} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Substituindo esses coeficientes em (3.4), obtém-se a seguinte série:

$$y = a_0 \left[1 - \frac{(kx)^2}{2^2} + \frac{(kx)^4}{2^2 4^2} - \frac{(kx)^6}{2^2 4^2 6^2} + \dots \right] \quad (3.10)$$

Essa série, conhecida como função de Bessel de primeira classe, de ordem zero e representada por $J_0(kx)$, onde J_0 não deve ser confundido com o símbolo utilizado para densidade de corrente.

A equação (3.3) pode ser solucionada de maneira análoga, supondo que o complexo J_x seja igual a uma série infinita de potências de x . Substituindo,

$$\frac{-j\omega\mu}{\rho} = k^2 \quad (3.11)$$

e

$$J_x = y \quad (3.12)$$

em (3.10), obtém-se a mesma solução relativa à equação (3.3), substituindo J_x por uma série de potências crescentes de x . A densidade de corrente a uma distância x do centro do condutor é descrita como:

$$J_x = a_0 \left[1 + \frac{j\omega}{\rho} \mu \frac{x^2}{2^2} - \left(\frac{\omega\mu}{\rho} \right)^2 \frac{x^4}{2^2 4^2} - j \left(\frac{\omega\mu}{\rho} \right)^3 \frac{x^6}{2^2 4^2 6^2} + \dots \right] \quad (3.13)$$

Separando a série (3.13) em uma série real e a outra imaginária, cada uma delas será uma forma modificada da função de Bessel. Separando os termos reais e imaginários e substituindo

$$m = \sqrt{\frac{\omega\mu}{\rho}} \quad (3.14)$$

obtém-se as seguintes expressões:

$$J_x = a_0 \left[1 - \frac{(mx)^4}{2^2 4^2} + \frac{(mx)^8}{2^2 4^2 6^2 8^2} - \dots \right] + ja_0 \left[\frac{(mx)^2}{2^2} - \frac{(mx)^6}{2^2 4^2 6^2} + \frac{(mx)^{10}}{2^2 4^2 6^2 8^2 10^2} - \dots \right] \quad (3.15)$$

$$J_x = a_0 (bermx + jbeimx) \quad (3.16)$$

sendo:

$$bermx = 1 - \frac{(mx)^4}{2^4 (2!)^2} + \frac{(mx)^8}{2^8 (4!)^2} - \dots \quad (3.17)$$

$$beimx = \frac{(mx)^2}{2^2} - \frac{(mx)^6}{2^6(3!)^2} + \frac{(mx)^{10}}{2^{10}(5!)^2} - \dots \quad (3.18)$$

Os termos *ber* e *bei* são abreviações de Bessel real e Bessel imaginária respectivamente. Vale observar que, de acordo com a literatura técnica, existem tabelas com os valores de *ber* e *bei* para diferentes argumentos [42], [43].

O coeficiente a_0 poderá ser determinado se a densidade de corrente fasorial J_r , na superfície do condutor for conhecida, verificando que:

$$J_r = a_0 (bermr + jbeimr) \quad (3.19)$$

Isolando a_0 na equação (3.19) e substituindo em (3.16) obtém-se:

$$J_x = J_r \frac{bermx + jbeimx}{bermr + jbeimr} \quad (3.20)$$

A equação (3.20) é a função da densidade de corrente em qualquer ponto do condutor em função da densidade de corrente na superfície.

Para determinar a impedância interna de um condutor quando a corrente não se distribui uniformemente por sua secção transversal, é importante conhecer a densidade de corrente, equacionada em (3.20), em um condutor cilíndrico. Entende-se por impedância interna aquela devida apenas à resistência do condutor e ao fluxo magnético concatenado interno.

A corrente I está relacionada com a intensidade de campo magnético na superfície do condutor, equacionada por:

$$I = 2\pi r H_r \quad (3.21)$$

De acordo com [6], a partir do equacionamento do campo magnético H_x a uma distância x do centro de um condutor cilíndrico de raio r , obtém-se a seguinte função:

$$H_r = -j \frac{1}{m^2} \left(\frac{dJ_x}{dx} \right)_{x=r} \quad (3.22)$$

e substituindo na equação (3.22) a equação (3.20), obtém-se:

$$H_r = -j \frac{1}{m^2} \frac{J_r}{bermr + jbeimr} \left[\frac{d}{dx} (bermx + jbeimx) \right]_{x=r} \quad (3.23)$$

Simplificando a notação:

$$ber' mx = \frac{d}{d(mx)} (bermx) = \frac{1}{m} \frac{d}{dx} (bermx) \quad (3.24)$$

$$bei' mx = \frac{d}{d(mx)} (beimx) = \frac{1}{m} \frac{d}{dx} (beimx) \quad (3.25)$$

A partir de (3.21) e (3.22), com as notações simplificadas em (3.24) e (3.25), a corrente pode ser obtida e descrita por:

$$I = \frac{2\pi r J_r}{m} \frac{bei' mr - jber' mr}{bermr + jbeimr} \quad (3.26)$$

Dividindo (3.26) por m , considerando x igual a r e posteriormente substituindo em (3.27), logo abaixo, obtém-se a impedância interna descrita por (3.28):

$$Z_{int} = \left(\frac{\rho J_x}{I} \right)_{x=r} \quad (3.27)$$

$$\therefore Z_{int} = \frac{\rho m}{2\pi r} \frac{bermr + jbeimr}{bei' mr - jber' mr} \quad (3.28)$$

Logo, a impedância interna de um condutor pode ser determinada para qualquer frequência desde que sejam conhecidos o raio, a resistividade e a permeabilidade [6].

A impedância interna de um condutor é constituída pela resistência e pela reatância indutiva. A parcela real da impedância complexa é a resistência efetiva. A resistência efetiva de um condutor pode ser determinada por meio da racionalização da expressão (3.28) e separando as partes reais e imaginárias. Assim, pode-se determinar:

$$R_{int} = \frac{\rho m}{2\pi r} \frac{bermr bei' mr - beimr ber' mr}{(bei' mr)^2 + (ber' mr)^2} \quad (3.29)$$

$$\omega L_{int} = \frac{\rho m}{2\pi r} \frac{beimr \operatorname{bei}'mr + bermr \operatorname{ber}'mr}{(\operatorname{bei}'mr)^2 + (\operatorname{ber}'mr)^2} \quad (3.30)$$

Sendo L_{int} a indutância interna dada em $[\text{H.m}^{-1}]$.

CAPÍTULO 4. CÁLCULO DA IMPEDÂNCIA INTERNA DE CONDUTORES DEVIDO AO EFEITO PELICULAR SEGUNDO A FORMULAÇÃO DE GATOUS.

Neste capítulo, serão apresentados os cálculos da resistência e impedância interna de um condutor sólido cilíndrico levando-se em consideração a influência do efeito pelicular, utilizando a formulação precisa de Gatous.

O cálculo da resistência e indutância interna do efeito pelicular será apresentado em partes. Em um primeiro momento, a solução da equação de onda para uma seção transversal do condutor cilíndrico será descrita. Em seguida, o cálculo da soma das correntes na seção transversal do condutor é apresentado. Ao final, a formulação para o cálculo da impedância complexa interna devido ao efeito pelicular é mostrada.

4.1 SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE ONDA PARA UMA SEÇÃO TRANSVERSAL DE UM CONDUTOR SÓLIDO CILÍNDRICO

Em linhas de transmissão, se os condutores são imperfeitos e tem condutividade finita, deve haver pelo menos uma pequena componente de campo elétrico que força a corrente a fluir através do condutor na direção de propagação. Neste caso, a impedância complexa interna de um condutor sólido cilíndrico levando-se em consideração o efeito pelicular é obtida diretamente a partir de sua admitância complexa interna, que por sua vez é obtida a partir da formulação transitória da soma das correntes da seção transversal do condutor cilíndrico.

A formulação transitória da soma das correntes da seção transversal do condutor cilíndrico é essencialmente obtida através da solução da equação de onda de Maxwell para um campo elétrico excitando um condutor sólido cilíndrico na direção de propagação.

A excitação transitória dos condutores cilíndricos segundo a solução da equação de onda de Maxwell é obtido a partir da distribuição da densidade de corrente em função do tempo para a componente z do transitório do campo elétrico na superfície do condutor, como apresentado na Figura 4.1.

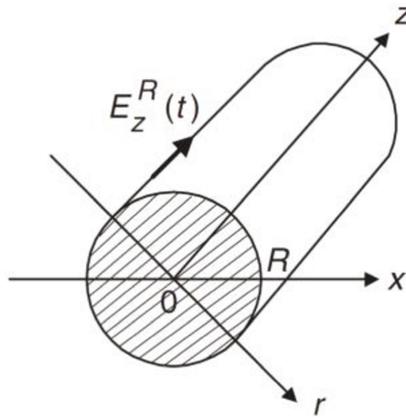


Figura 4.1 - Seção transversal do condutor cilíndrico.

A intensidade de campo elétrico é considerada uniforme ao longo da direção de propagação. Deste modo, a solução do problema pode ser obtida a partir da equação de onda de Maxwell:

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu\sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (4.1)$$

Considerando-se que a onda eletromagnética se propaga em um meio bom condutor, $\sigma \gg \varepsilon$ e a forma genérica se torna:

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu\sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (4.2)$$

A equação acima pode ser usada para determinar a distribuição da intensidade de campo elétrico na seção transversal de condutores de qualquer geometria, e por diante, determinar a densidade de corrente. Portanto, para a geometria cilíndrica, a equação (4.2) pode ser escrita como segue:

$$\frac{\partial^2 E_z(r, \varphi, z, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z(r, \varphi, z, t)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z(r, \varphi, z, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 E_z(r, \varphi, z, t)}{\partial z^2} = \mu\sigma \frac{\partial E_z(r, \varphi, z, t)}{\partial t} \quad (4.3)$$

Para obter a intensidade de campo elétrico em qualquer ponto da seção transversal de um condutor sólido cilíndrico, a formulação matemática da equação de onda de Maxwell em função do campo elétrico na direção z deve ser escrita como segue:

$$\frac{\partial^2 E_z(r,t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z(r,t)}{\partial r} - \frac{1}{\gamma^2} \frac{\partial E_z(r,t)}{\partial t} = 0 \quad (4.4)$$

onde,

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{\mu\sigma}} \quad (4.5)$$

A solução da equação (4.5) pode ser obtida para os seguintes intervalos:

$$r \in [0, R] \quad ; \quad t \in [0, \infty] \quad (4.6)$$

As condições iniciais são:

$$E_z(r, 0) = 0 \quad \text{e} \quad E_z(R, t) = E_z^R(t) \quad (4.7)$$

onde $E_z^R(t)$ é a componente na direção z do transitório da intensidade de campo elétrico na superfície do condutor. A solução da equação (4.5), segundo [36] é:

$$E_z(x, t) = E_z^R(t) - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2J_0(\xi_k \cdot x)}{J_1(\xi_k) \xi_k} \times \int_0^t \exp\left(-\frac{\xi_k^2 \cdot \gamma^2}{R^2} \cdot (t - \tau)\right) \cdot \frac{dE_z^R(\tau)}{dt} d\tau \quad (4.8)$$

Onde,

$$x = \frac{r}{R} \quad (4.9)$$

E ξ_k é a k -ésima raiz da função de Bessel $J_0(x) = 0$. A equação (4.8) fornece a formulação transitória da soma das correntes em uma seção transversal de um condutor sólido cilíndrico.

4.2 FORMULAÇÃO DA CORRENTE TRANSVERSAL ATRAVÉS DE UM CONDUTOR SÓLIDO CILÍNDRICO.

Quando a frequência é considerada baixa, a corrente estará uniformemente distribuída na área da seção transversal do condutor, como mostrado na Figura 4.2.

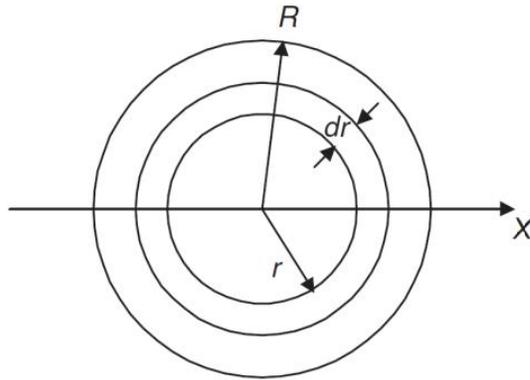


Figura 4.2 - Seção transversal de um condutor.

A corrente através dos elementos infinitesimais da parede do condutor pode ser expressa como:

$$i(t) = 2\pi r J_z(r,t) dr \quad (4.10)$$

onde r é o raio, dr é espessura do elemento infinitesimal de raio, e $J_z(r,t)$ é a densidade de corrente. Integrando a equação (4.10) no intervalo de 0 a r é possível obter a corrente em um cilindro de raio r . Deste modo,

$$i(t) = 2\pi \int_0^r J_z(r,t) r dr \quad (4.11)$$

Para todo o condutor (cilindro de raio R), (4.11) se torna,

$$i(t) = 2\pi \int_0^R J_z(r,t) r dr \quad (4.12)$$

Introduzindo a equação (4.9) na equação (4.12), a equação (4.12) em função de x é:

$$i(t) = 2\pi R^2 \int_0^1 J_z(x,t) x dx \quad (4.13)$$

De acordo com a lei de Ohm para um meio bom condutor com uma condutividade específica σ , a relação entre a densidade de corrente $J_z(x,t)$ e o campo elétrico $E_z(x,t)$ pode ser expressa por:

$$J_z(x,t) = \sigma E_z(x,t) \quad (4.14)$$

Integrando a equação (4.14) sobre a área de raio R da seção transversal de um condutor e, levando em consideração (4.9) e (4.13), obtém-se:

$$i(t) = 2\pi R^2 \int_0^1 \sigma E_z(x,t) x dx \quad (4.15)$$

Substituindo (4.8) em (4.15) temos a formulação da corrente através da seção transversal de um condutor de raio R em função do campo elétrico excitando a superfície do condutor, como segue:

$$i(t) = 2\pi\sigma R^2 \int_0^1 \left[E_z^R(t) - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2J_0(\xi_k \cdot x)}{J_1 \xi_k^2} \times \int_0^t \exp\left(-\frac{\xi_k^2 \gamma^2}{R^2}(t-\tau)\right) \cdot \frac{dE_z^R(\tau)}{dt} dt \right] \quad (4.16)$$

Na equação (4.16), ambas as partes da integral, em função da variável x, são resolvidas separadamente. Na solução dos membros da equação (4.16) são utilizadas algumas propriedades das funções de Bessel.

$$i(t) = \pi\sigma R^2 \left[E_z^R(t) - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{4}{\xi_k^2} \times \int_0^t \exp\left(-\frac{\xi_k^2 \gamma^2}{R^2}(t-\tau)\right) \cdot \frac{dE_z^R(\tau)}{dt} dt \right] \quad (4.17)$$

Por uma questão de conveniência, usando a transformada de Laplace, a convolução e suas inversas, $i(t)$ pode ser expresso como:

$$i(t) = \int_0^t y(t-\tau) \cdot E_z^R(\tau) d\tau \quad (4.18)$$

Substituindo a relação $E_z^R \equiv \delta(t)$ em (4.17), temos,

$$y(t) = \frac{4\pi}{\mu} \sum_{k=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{\xi_k^2}{\mu\sigma R^2}\right) \quad (4.19)$$

onde a função delta $\delta(t)$ é definida como:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot \delta(x) dx = f(x)|_{x=0} \quad (4.20)$$

4.3 IMPEDÂNCIA COMPLEXA INTERNA

A formulação transitória da soma das correntes (4.18) é usada para obter a expressão precisa da admitância complexa interna levando-se em consideração o efeito pelicular. Através da aplicação da transformada de Fourier e o teorema da convolução, temos:

$$I(\omega) = Y(\omega) \cdot E_z^R(\omega) \quad (4.21)$$

Em (4.21), a função $Y(\omega)$ representa a transformada de Fourier de $y(t)$ descrita em (4.19). Pode-se notar que essa função representa a impedância complexa interna de um condutor sólido cilíndrico. Deste modo:

$$Y(\omega) = F\{y(t)\} = \frac{4\pi}{\mu} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\frac{\xi_k^2}{\mu\sigma R^2} + j\omega} \quad \frac{1}{\Omega m} \quad (4.22)$$

Simplificando,

$$Y(\omega) = F\{y(t)\} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{R_k + j\omega L} \quad \frac{1}{\Omega m} \quad (4.23)$$

Sendo:

$$R_k = \frac{\xi_k^2}{4\pi\sigma R^2} \quad \frac{\Omega}{m}; \quad L = \frac{\mu}{4\pi} \quad \frac{H}{m} \quad (4.24)$$

Onde:

ξ_k é a k -ésima raiz da função de Bessel $J_0(x) = 0$;

σ , em Ω/m^2 , é a condutividade do material;

R , em m, é o raio do condutor;

μ , em H/m, é a permeabilidade do material;

A permeabilidade é usualmente definida por:

$$\mu = \mu_0 \mu_r \quad \frac{H}{m} \quad (4.25)$$

Uma das vantagens desse método é sua simplicidade no cálculo das raízes da função de Bessel ξ_k . Estas raízes são calculadas utilizando-se a seguinte expressão:

$$\xi_k = \frac{(2k-1)\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \quad (4.26)$$

As equações (4.23) e (4.24) tem uma interpretação da admitância complexa interna. A série descrita no lado direito de (4.23), pode ser considerada como um equivalente de um conjunto de circuitos RL paralelos, como apresentado na Figura 4.3, onde o k -ésimo circuito de (4.23) é dado pela relação:

$$y_k(\omega) = \frac{1}{R_k + j\omega L} \quad (4.27)$$

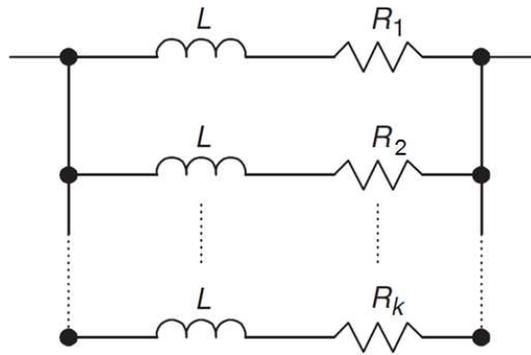


Figura 4.3 - Circuito equivalente da impedância interna de uma seção transversal de um condutor sólido cilíndrico.

A impedância complexa interna devido ao efeito pelicular pode ser obtida rearranjando (4.21) como segue:

$$Z(\omega) \cdot I(\omega) = E_z^R(\omega) \quad (4.28)$$

onde,

$$Z(\omega) = \frac{1}{Y(\omega)} = R(\omega) + j\omega L(\omega) \quad (4.29)$$

Substituindo (4.23) em (4.29) obtém-se,

$$Z(\omega) = \frac{1}{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{R_k + j\omega L}} \quad (4.30)$$

Rearranjando a expressão (4.30) temos,

$$Z(\omega) = \frac{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{R_k}{R_k^2 + \omega^2 L^2}}{\left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{R_k}{R_k^2 + \omega^2 L^2} \right)^2 + \omega^2 \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{L}{R_k^2 + \omega^2 L^2} \right)^2} + j\omega \frac{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{L}{R_k^2 + \omega^2 L^2}}{\left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{R_k}{R_k^2 + \omega^2 L^2} \right)^2 + \omega^2 \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{L}{R_k^2 + \omega^2 L^2} \right)^2} \quad (4.31)$$

A parte real da função $Z(\omega)$ representa a componente resistiva e a parte imaginária representa a componente reativa. Ambas as partes são dependentes da frequência e dadas por:

$$R(\omega) = \frac{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{R_k}{R_k^2 + \omega^2 L^2}}{\left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{R_k}{R_k^2 + \omega^2 L^2} \right)^2 + \omega^2 \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{L}{R_k^2 + \omega^2 L^2} \right)^2} \quad (4.32)$$

$$\omega L(\omega) = \frac{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\omega L}{R_k^2 + \omega^2 L^2}}{\left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{R_k}{R_k^2 + \omega^2 L^2} \right)^2 + \omega^2 \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{L}{R_k^2 + \omega^2 L^2} \right)^2} \quad (4.33)$$

Dividindo (4.33) pela velocidade angular ω obtém-se a indutância interna em função da frequência, como segue:

$$L(\omega) = \frac{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{L}{R_k^2 + \omega^2 L^2}}{\left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{R_k}{R_k^2 + \omega^2 L^2} \right)^2 + \omega^2 \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{L}{R_k^2 + \omega^2 L^2} \right)^2} \quad (4.34)$$

O módulo e o ângulo de fase da função $Z(\omega)$ é definido como segue:

$$|Z(\omega)| = \sqrt{R^2(\omega) + \omega^2 L^2(\omega)} \quad (4.35)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\omega L(\omega)}{R(\omega)} \right) \quad (4.36)$$

Quando a frequência é igual a zero, (4.32) e (4.34) são reduzidos, com algumas aproximações, de volta para as já conhecidas expressões DC. Mas à medida que a frequência aumenta, a resistência $R(\omega)$ aumenta e a indutância L interna (ω) diminui a alguns valores limite, dependendo das características do condutor.

A relação entre a resistência (eficaz) real e o componente reativo em função da frequência e a resistência DC e a razão entre a indutância interna em função da frequência em relação ao valor da indutância interna DC são geralmente de grande interesse. A formulação pode ser obtida dividindo-se (4.32) - (4.34) pelas expressões DC, resultando em:

$$\frac{R(\omega)}{R_{DC}} = \frac{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{R_k}{R_k^2 + \omega^2 L^2}}{\left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{R_k}{R_k^2 + \omega^2 L^2} \right)^2 + \omega^2 \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{L}{R_k^2 + \omega^2 L^2} \right)^2} \quad (4.37)$$

$$\frac{\omega L(\omega)}{L_{DC}} = \frac{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\omega L}{R_k^2 + \omega^2 L^2}}{\left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{R_k}{R_k^2 + \omega^2 L^2} \right)^2 + \omega^2 \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{L}{R_k^2 + \omega^2 L^2} \right)^2} \quad (4.38)$$

$$\frac{L(\omega)}{L_{DC}} = \frac{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{L}{R_k^2 + \omega^2 L^2}}{\left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{R_k}{R_k^2 + \omega^2 L^2} \right)^2 + \omega^2 \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{L}{R_k^2 + \omega^2 L^2} \right)^2} \quad (4.39)$$

Os valores de R_{DC} e L_{DC} são calculados nas condições estáticas, isto é, em corrente contínua. Deste modo, estes parâmetros são definidos por:

$$R_{DC} = \frac{1}{\pi \sigma R^2} \quad \frac{\Omega}{m} ; L_{DC} = \frac{\mu}{8\pi} \quad \frac{H}{m} \quad (4.40)$$

CAPÍTULO 5. MODELO DE LINHA DE TRANSMISSÃO TRIFÁSICA COM PERDAS

Neste capítulo, são apresentados os conceitos fundamentais ao desenvolvimento de um modelo de linha de transmissão. O modelo descrito servirá de base para os estudos relacionados à comparação dos métodos de obtenção da impedância interna de condutores.

As equações diferenciais que regem a propagação de uma onda em uma linha de transmissão são apresentadas na primeira seção e um modelo de um modo de propagação, representando uma linha de transmissão monofásica, é apresentado na seção subsequente.

Os desenvolvimentos abordados neste capítulo seguem os trabalhos realizados por Carson [44] e Budner [9].

5.1 CÁLCULO DOS PARÂMETROS ELÉTRICOS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

Os cabos de uma linha de transmissão e sua disposição são representados matematicamente por quatro parâmetros elétricos distribuídos: resistência e indutância longitudinais, capacitância e condutância transversais. O cálculo desses parâmetros possibilita o equacionamento das ondas que trafegam na linha de transmissão modelada.

5.1.1 Cálculo da impedância longitudinal de uma linha de transmissão

A impedância longitudinal de uma linha de transmissão é obtida através da soma de três componentes: a impedância externa, a impedância devido ao efeito pelicular e a impedância devido ao efeito solo [45].

Como exemplo para o cálculo da impedância externa de uma linha de transmissão utilizaremos a linha bifilar mostrada na Figura 5.1.

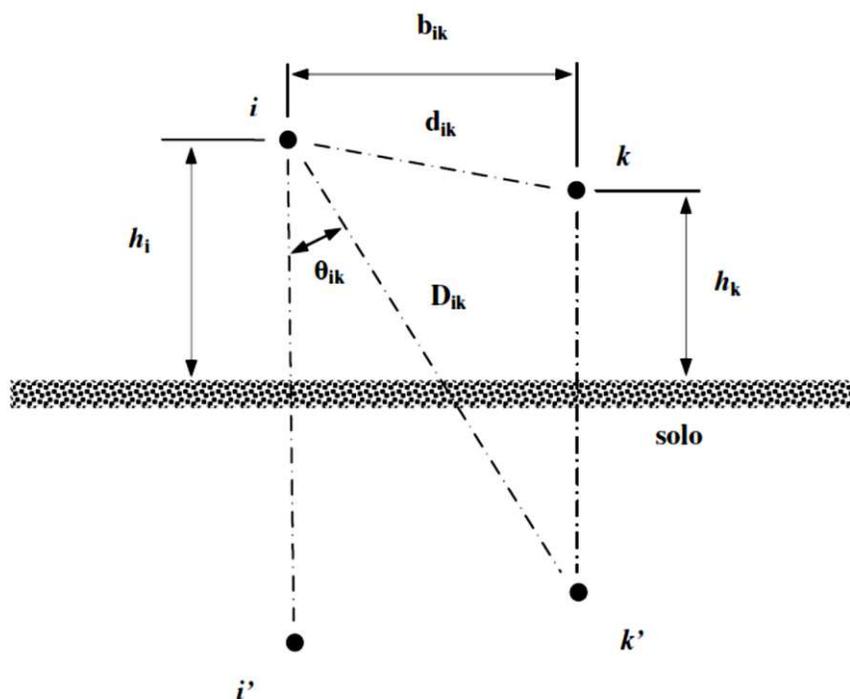


Figura 5.1 – Disposição geométrica dos cabos de uma linha de transmissão bifilar.

A impedância externa é a soma da resistência e reatância longitudinais. Neste caso, sabe-se que a resistência longitudinal depende das características do material utilizado no cabo. A reatância longitudinal é indutiva e pode ser dividida em indutância própria e mútua cujas formulas para o cálculo são apresentadas abaixo.

$$Lext_{ki} = Lext_{ik} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left(\frac{D_{ik}}{d_{ik}} \right) \quad (5.1)$$

$$Lext_{ii} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left(\frac{2h_i}{r_i} \right) \quad (5.2)$$

Onde r_i é o raio da fase i . Em uma linha polifásica de n fases,

$$[Z_{ext}] = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{2h_1}{r_1} & \ln \frac{D_{12}}{d_{12}} & \dots & \ln \frac{D_{1nf}}{d_{1nf}} \\ \ln \frac{D_{21}}{d_{21}} & \ln \frac{2h_2}{r_2} & \dots & \ln \frac{D_{2nf}}{d_{2nf}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln \frac{D_{nf1}}{d_{nf1}} & \ln \frac{D_{nf2}}{d_{nf2}} & \dots & \ln \frac{2h_{nf}}{r_{nf}} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

A impedância longitudinal da linha de transmissão devido ao efeito pelicular foi vista nos capítulos 3 e 4.

A impedância devido ao efeito do solo pode ser calculada pelo método de Carson e, assim como a impedância externa, possui uma componente resistiva e uma componente reativa.

Os termos mencionados podem ser calculados através das séries de Carson.

$$\begin{aligned} \Delta R' = 4\omega 10^{-4} & \left\{ \frac{\pi}{8} - b_1 \delta \cos \theta + b_2 \left[(c_2 - \ln \delta) \delta^2 \cos 2\theta + \theta \delta^2 \sin 2\theta \right] \right. \\ & + b_3 \delta^3 \cos 3\theta - d_4 \delta^4 \cos 4\theta - b_5 \delta^5 \cos 5\theta + b_6 \left[(c_6 - \ln \delta) \delta^6 \cos 6\theta + \theta \delta^6 \sin 6\theta \right] \\ & \left. + b_7 \delta^7 \cos 7\theta - d_8 \delta^8 \cos 8\theta - \dots \right\} \end{aligned} \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} \Delta X' = 4\omega 10^{-4} & \left\{ \frac{1}{2} (0,616 - \ln \delta) + b_1 \delta \cos \theta - d_2 \delta^2 \cos 2\theta - b_3 \delta^3 \cos 3\theta \right. \\ & - b_4 \left[(c_4 - \ln \delta) \delta^4 \cos 4\theta + \theta \delta^4 \sin 4\theta \right] + b_5 \delta^5 \cos 5\theta - d_6 \delta^6 \cos 6\theta + b_7 \delta^7 \cos 7\theta \\ & \left. - b_8 \left[(c_8 - \ln \delta) \delta^8 \cos 8\theta + \theta \delta^8 \sin 8\theta \right] + \dots \right\} \end{aligned} \quad (5.5)$$

Na fórmula acima, os termos δ são dependentes da disposição geometria dos cabos da linha de transmissão. Seus valores são determinados pelas fórmulas abaixo:

$$\delta_{ii} = 4.10^{-4} \pi \sqrt{5} . h_i \sqrt{\frac{\omega}{\pi \rho_s}} \quad (5.6)$$

$$\delta_{ik} = 4.10^{-4} \pi \sqrt{5} . D_{ik} \sqrt{\frac{\omega}{2\pi \rho_s}} \quad (5.7)$$

Onde ρ_s é a resistividade do solo. Os termos b_n , c_n , e d_n podem ser encontrados através das seguintes equações:

$$b_n = |b_{n-2}| \frac{\sigma}{n(n+2)} \quad (5.8)$$

Onde σ assume valor +1 para N igual a um número inteiro pertencente aos intervalos de 1 a 4, 9 a 12, 17 a 20, etc., e assume valor -1 para N igual a um número inteiro pertencente aos intervalos de 5 a 8, 13 a 16, 21 a 24, etc.

Os valores de b_1 e b_2 são constantes e iguais a $\frac{\sqrt{2}}{6}$ e $\frac{1}{16}$ respectivamente. Os termos c e d das equações (5.4) e (5.5) podem ser calculados através das seguintes equações:

$$c_n = c_{n-2} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n+2} \quad (5.9)$$

$$d_n = \frac{\pi}{4} b_n \quad (5.10)$$

O valor de C_2 é constante e igual a 1,3659315. O ângulo θ pode ser calculado através de:

$$\theta = \text{sen}^{-1} \left(\frac{b_{ik}}{D_{ik}} \right) \quad (5.11)$$

De posse das impedâncias externa, devido ao efeito pelicular e devido ao efeito solo, podemos calcular a impedância longitudinal da linha de transmissão como segue.

$$\begin{aligned} Z_{ii} &= Z_{ext_{ii}} + Z_{int_{ii}} + Z_{solo_{ii}} \\ Z_{ik} &= Z_{ki} = Z_{ext_{ik}} + Z_{solo_{ik}} \end{aligned} \quad (5.12)$$

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1nf} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2nf} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{nf1} & Z_{nf2} & \dots & Z_{nfnf} \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

5.1.2 Cálculo da admitância transversal de uma linha de transmissão

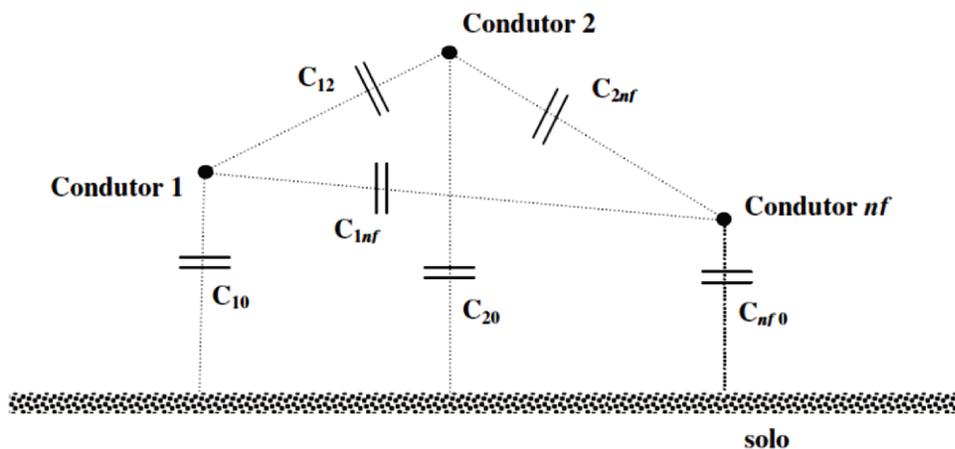


Figura 5.2 – Representação das capacitâncias mútuas em uma linha de transmissão em relação a disposição geométrica dos cabos.

A admitância transversal de uma linha de transmissão sem perdas pode ser calculada através da equação abaixo:

$$[Y] = j\omega[C] \quad (5.14)$$

Sendo:

$$[C] = \begin{bmatrix} (C_{10} + C_{12} + \dots + C_{1nf}) & -C_{12} & \dots & -C_{1nf} \\ -C_{21} & (C_{21} + C_{20} + \dots + C_{2nf}) & \dots & -C_{2nf} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -C_{nf1} & -C_{nf2} & \dots & (C_{nf1} + C_{nf2} + \dots + C_{nf0}) \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

Onde,

$$C_{ii} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2h_i}{r_i} \quad (5.16)$$

$$C_{ik} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D_{ik}}{d_{ik}} \quad (5.17)$$

5.2 EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DE ONDA PARA UMA LINHA DE TRANSMISSÃO COM PERDAS

O circuito equivalente de uma linha de transmissão com excitação senoidal é apresentado na Figura 5.3. Partindo-se dessa representação, é possível desenvolver os procedimentos de cálculo que levam as equações gerais de uma linha de transmissão com perdas.

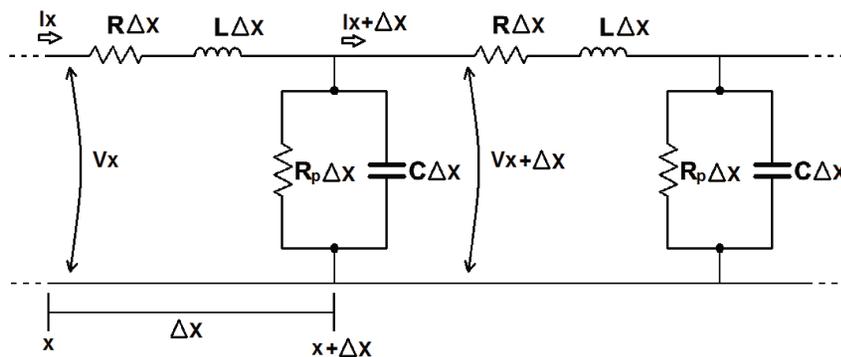


Figura 5.3 - Circuito equivalente de uma linha de transmissão com perdas.

Aplicando a lei das tensões de Kirchhoff ao laço incremental mostrado na Figura 5.3, obtêm-se:

$$-v_x + i_x R \Delta x + i_x j \omega L \Delta x + v_{x+\Delta x} = 0$$

Rearranjando os termos,

$$v_{x+\Delta x} - v_x = -i_x (R + j \omega L) \Delta x \quad (5.18)$$

De forma similar, a corrente no laço incremental é dada por:

$$i_{x+\Delta x} - i_x = -v_{x+\Delta x} (G + j \omega C) \Delta x \quad (5.19)$$

Dividindo-se as equações (5.18) e (5.19) por Δx , a queda de tensão e corrente incrementais podem ser encontradas.

$$\frac{v_{x+\Delta x} - v_x}{\Delta x} = -i_x (R + j \omega L) \quad (5.20)$$

$$\frac{i_{x+\Delta x} - i_x}{\Delta x} = -v_{x+\Delta x} (G + j \omega C) \quad (5.21)$$

Os sinais negativos nas equações (5.20) e (5.21) acima relacionam o crescimento do valor de corrente com o decréscimo do valor de tensão.

Diminuindo-se o incremento de distância Δx até um infinitésimo, as equações (5.20) e (5.21) tornam-se as equações diferenciais fundamentais de uma linha de transmissão.

$$\frac{dv_x}{dx} = -i_x (R + j \omega L) \quad (5.22)$$

$$\frac{di_x}{dx} = -v_x(G + j\omega C) \quad (5.23)$$

Para sinais de forma geral, as equações gerais (5.22) e (5.23) assumem a seguinte forma:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} = -Ri_x - L \frac{\partial i_x}{\partial t} \quad (5.24)$$

$$\frac{\partial i_x}{\partial x} = -Gv_x - C \frac{\partial v_x}{\partial t} \quad (5.25)$$

Para solucionar esse conjunto de equações, é necessário rearranjar os termos de modo a obter uma equação que contenha somente derivada parcial e uma variável desconhecida. Derivando a equação (5.24) em relação a x e a equação (5.25) em relação a t, obtêm-se:

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} = -R \frac{\partial i_x}{\partial x} - L \frac{\partial^2 i_x}{\partial t \partial x} \quad (5.26)$$

$$\frac{\partial^2 i_x}{\partial x \partial t} = -G \frac{\partial v_x}{\partial t} - C \frac{\partial^2 v_x}{\partial t^2} \quad (5.27)$$

Utilizando as equações (5.26), (5.25) e (5.27), e arranjando os termos em função da tensão v_x , obtêm-se:

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} = RGv_x + (RC + LG) \frac{\partial v_x}{\partial t} + LC \frac{\partial^2 v_x}{\partial t^2} \quad (5.28)$$

A equação que expressa a corrente pode ser obtida de maneira similar, a partir das equações (5.27) e (5.24):

$$\frac{\partial^2 i_x}{\partial x^2} = RG i_x + (RC + LG) \frac{\partial i_x}{\partial t} + LC \frac{\partial^2 i_x}{\partial t^2} \quad (5.29)$$

As equações (5.28) e (5.29) acima são conhecidas como equações do telegrafista, uma vez que foram desenvolvidas pela primeira vez para o estudo de fenômenos relacionados a transmissão de pulsos telegráficos. Essas equações podem ser usadas para sinais de tensão e corrente de qualquer forma.

5.3 REPRESENTAÇÃO DE UM MODO DE PROPAGAÇÃO NOS DOMÍNIOS DA FREQUÊNCIA E DO TEMPO

Utilizando-se a notação matricial, as equações (5.24) e (5.25) podem ser escritas da seguinte forma:

$$-\frac{\partial [v]}{\partial x} = [R][i] + [L] \frac{\partial [i]}{\partial t} \quad (5.30)$$

$$-\frac{\partial [i]}{\partial x} = [G][v] + [C] \frac{\partial [v]}{\partial t} \quad (5.31)$$

Onde $[v]$ e $[i]$ são matrizes coluna das tensões e correntes, x é a distância e $[R]$, $[L]$, $[G]$ e $[C]$ são matrizes quadradas das resistências, indutâncias, condutâncias e capacitâncias próprias e mútuas por unidade de distância.

Considerando $[G] = 0$ e aplicando a transformada de Fourier às equações (5.30) e (5.31), obtêm-se:

$$-\frac{d[V]}{dx} = j2\pi f [L][I] + [R][I] \quad (5.32)$$

$$-\frac{d[I]}{dx} = j2\pi f [C][V] \quad (5.33)$$

Considerando $[Z] = [R] + j2\pi f[L]$ e $[Y] = j2\pi f[C]$, tem-se:

$$-\frac{d[V]}{dx} = [Z][I] \quad (5.34)$$

$$-\frac{d[I]}{dx} = [Y][V] \quad (5.35)$$

Utilizando a relação de transformação para variáveis modais:

$$[I] = [T][\mathbf{I}_m] \quad (5.36)$$

$$[V] = [T][\mathbf{E}_m] \quad (5.37)$$

Onde as matrizes de transformação modal para um sistema trifásico são dadas por:

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$[T]^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Onde $[\mathbf{I}_m]$ e $[\mathbf{E}_m]$ são as matrizes de correntes e tensões modais, respectivamente.

Aplicando as relações vistas nas equações (5.34) e (5.35), obtêm-se:

$$-\frac{\partial[\mathbf{E}_m]}{\partial x} = [T]^{-1}[Z][T][\mathbf{I}_m] = [\mathbf{z}_m][\mathbf{I}_m] \quad (5.38)$$

$$-\frac{\partial[\mathbf{I}]}{\partial x} = [\mathbf{T}]^{-1}[\mathbf{Y}][\mathbf{T}][\mathbf{V}] = [\mathbf{y}_m][\mathbf{E}] \quad (5.39)$$

Onde $[\mathbf{z}_m] = [\mathbf{T}]^{-1}[\mathbf{Z}][\mathbf{T}]$ e $[\mathbf{y}_m] = [\mathbf{T}]^{-1}[\mathbf{Y}][\mathbf{T}]$ são as matrizes diagonais de impedâncias e admitâncias modais.

No intuito de obter equações dependentes de uma única variável de estado, alguns cálculos podem ser realizados, rearranjando as equações (5.38) e (5.39). Os resultados são apresentados nas equações (5.40) e (5.41) abaixo:

$$-\frac{\partial^2[\mathbf{E}_m]}{\partial x^2} = [\mathbf{z}_m][\mathbf{y}_m][\mathbf{E}_m] \quad (5.40)$$

$$-\frac{\partial^2[\mathbf{I}_m]}{\partial x^2} = [\mathbf{y}_m][\mathbf{z}_m][\mathbf{I}_m] \quad (5.41)$$

A solução das equações acima para um dado modo de propagação é dada por [6]:

$$E_A = E_B \cosh(\gamma l) - I_B Z_C \sinh(\gamma l) \quad (5.42)$$

$$I_A = -I_B \cosh(\gamma l) + \frac{E_B}{Z_C} \sinh(\gamma l) \quad (5.43)$$

Onde $\gamma = \sqrt{\mathbf{z}_m \mathbf{y}_m}$ é a constante de propagação, $Z_C = \sqrt{\mathbf{z}_m / \mathbf{y}_m}$ é a impedância característica e l é o comprimento da linha. As variáveis E_A , I_A , E_B e I_B são as tensões e correntes no emissor e receptor do quadripólo representativo do modo de propagação, conforme ilustrado na Figura 5.4.

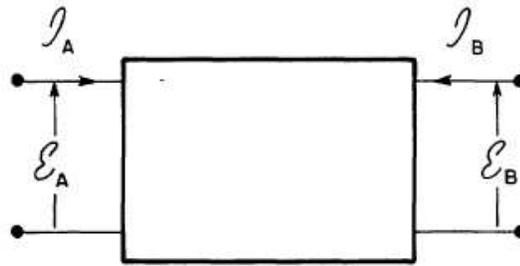


Figura 5.4 - Tensões e correntes no quadripólo representativo do modo de propagação.

As soluções descritas nas equações (5.42) e (5.43) podem ser arranjadas em termos das correntes no emissor e no receptor, como segue:

$$I_A = \left[\frac{1}{Z_C} \cotgh(\gamma l) \right] E_A - \left[\frac{1}{Z_C} \text{cossech}(\gamma l) \right] E_B \quad (5.44)$$

$$I_B = - \left[\frac{1}{Z_C} \text{cossech}(\gamma l) \right] E_A + \left[\frac{1}{Z_C} \cotgh(\gamma l) \right] E_B \quad (5.45)$$

Definindo as variáveis,

$$Y_{AA} = Y_{BB} = \frac{1}{Z_C} \cotgh(\gamma l) \quad (5.46)$$

$$Y_{AB} = Y_{BA} = \frac{1}{Z_C} \text{cossech}(\gamma l) \quad (5.47)$$

A variável Y_{AA} é a admitância vista no terminal emissor quando o terminal receptor encontra-se em curto-circuito. Seu recíproco é a admitância Y_{BB} , encontrada quando o terminal emissor encontra-se curto-circuitado. O termo Y_{AB} representa a admitância entre os terminais emissor e receptor, considerando o emissor em curto-circuito, e Y_{BA} pode ser determinado de forma análoga.

As expressões (5.44) e (5.45) podem ser escritas em termos das equações (5.46) e (5.47). Deste modo,

$$I_A = Y_{AA}E_A + Y_{AB}E_B \quad (5.48)$$

$$I_B = Y_{BA}E_A + Y_{BB}E_B \quad (5.49)$$

As equações (5.48) e (5.49) representam a solução no domínio da frequência do modo de propagação. Aplicando a transformada inversa de Fourier às equações (5.48) e (5.49), obtêm-se a solução no domínio do tempo.

$$i_A(t) = \int_{-\infty}^{\infty} y_{AA}(t-\tau)E_A(\tau)d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} y_{AB}(t-\tau)E_B(\tau)d\tau \quad (5.50)$$

$$i_B(t) = \int_{-\infty}^{\infty} y_{AB}(t-\tau)E_A(\tau)d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} y_{AA}(t-\tau)E_B(\tau)d\tau \quad (5.51)$$

As integrais apresentadas nas equações acima são denominadas integrais de convolução. Elas descrevem o comportamento da corrente no tempo no lado transmissor (começo) e receptor (fim) de uma linha de transmissão.

5.4 REPRESENTAÇÃO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO A PARTIR DA ANÁLISE MODAL

Uma linha de transmissão de n fases pode ser estudada através da decomposição de suas fases em n modos de propagação independentes. Este artifício é realizado através da utilização de matrizes de transformação modal. A matriz de transformação modal é geralmente encontrada através da aplicação do método de Newton-Raphson para encontrar os autovetores associados ao

produto das matrizes características $[Z][Y]$ [46]. Um diagrama de uma decomposição modal de um sistema trifásico é mostrado na Figura 5.5.



Figura 5.5 - Diagrama ilustrativo da técnica de decomposição modal.

A decomposição modal de linhas de transmissão trifásicas com plano de simetria vertical pode ser efetuada de maneira simplificada pela aplicação de uma matriz de transformação especial, denominada matriz de Clarke. Essa matriz permite a decomposição da linha de transmissão analisada em três modos distintos e não acoplados α , β e 0. A Figura 5.6 mostra o diagrama de decomposição através da técnica citada.

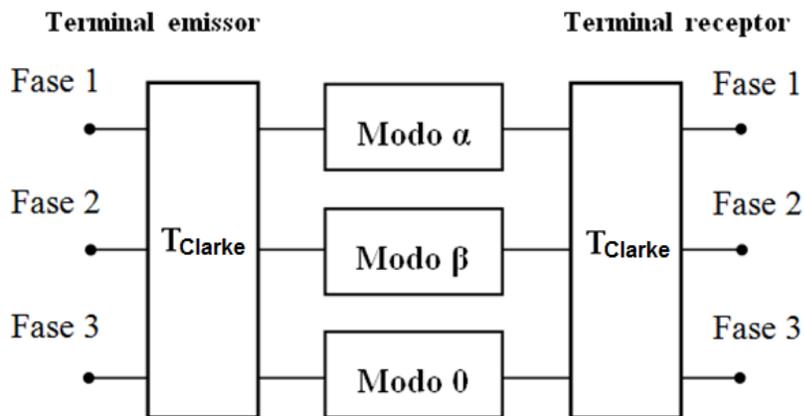


Figura 5.6 - Decomposição através da matriz de Clarke.

As matrizes de impedância e admitância modais são determinadas por [47]:

$$[Z_{\alpha\beta 0}] = [T_{Clarke}]^T [Z] [T_{Clarke}] \quad (5.52)$$

$$[Y_{\alpha\beta 0}] = [T_{Clarke}]^{-1} [Y] [T_{Clarke}]^{-T} \quad (5.53)$$

Onde,

$$[T_{Clarke}] = \begin{bmatrix} 2/\sqrt{6} & 0 & 2/\sqrt{6} \\ -1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{3} \\ -1/\sqrt{6} & -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{3} \end{bmatrix} \quad (5.54)$$

A vantagem da decomposição modal a partir da matriz de Clarke é a simplicidade de aplicação. Todavia, Existem situações nas quais a matriz de Clarke não pode ser aplicada, como por exemplo, nos casos em que a trifásica é não transposta e possui um plano de simetria vertical [48].

CAPÍTULO 6. RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DA IMPEDÂNCIA INTERNA DE CONDUTORES CALCULADA PELOS MÉTODOS DE BESSEL E GATOUS.

Neste capítulo serão mostradas simulações no domínio da frequência que comparam os métodos utilizados para cálculo da resistência e indutância interna de condutores sólidos cilíndricos de linhas de transmissão.

6.1 COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE BESSEL E GATOUS PARA O CÁLCULO DA RESISTÊNCIA E INDUTANCIA INTERNA DEVIDO AO EFEITO PELICULAR

Na Figura 6.1 são comparados os cálculos da resistência interna de um condutor sólido cilíndrico através das metodologias de Bessel e Gatous.

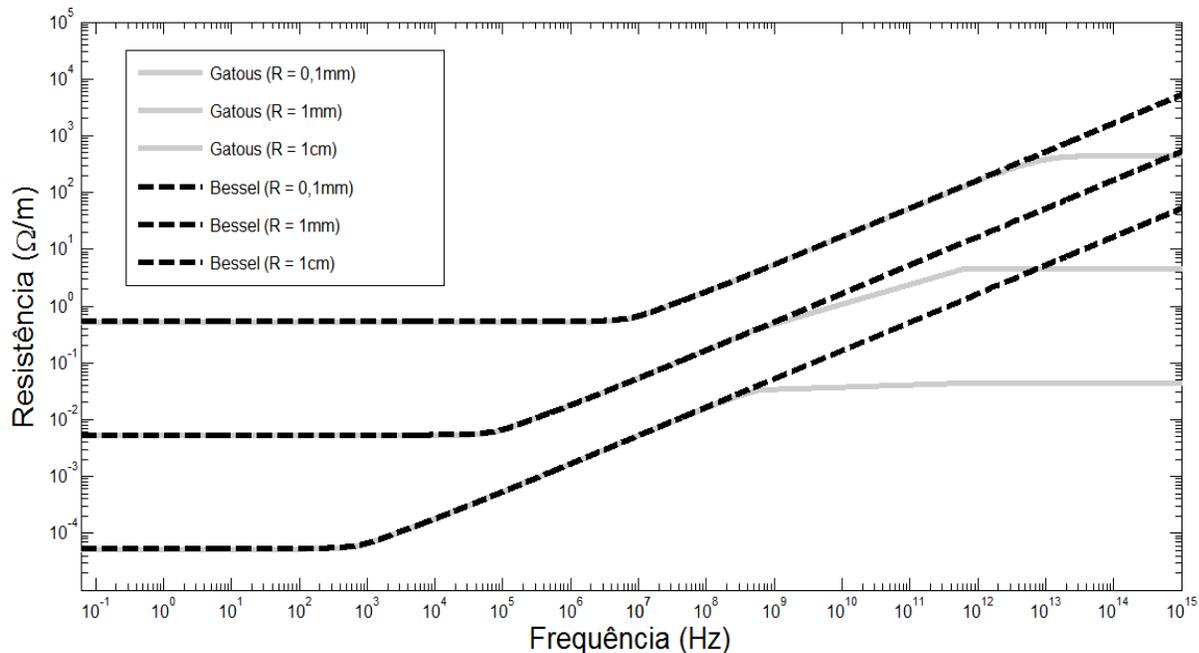


Figura 6.1 - Comparação entre os métodos de Bessel (tracejada) e Gatous (cinza) para o cálculo da resistência interna de um condutor sólido cilíndrico.

Como pode ser observado na Figura 6.1, a técnica desenvolvida por Gatous apresenta grande similaridade com os resultados obtidos através da metodologia convencional para frequências inferiores a 10^8 Hz.

A comparação entre as metodologias estudadas para o cálculo da indutância interna de um condutor sólido cilíndrico é apresentada na Figura 6.2.

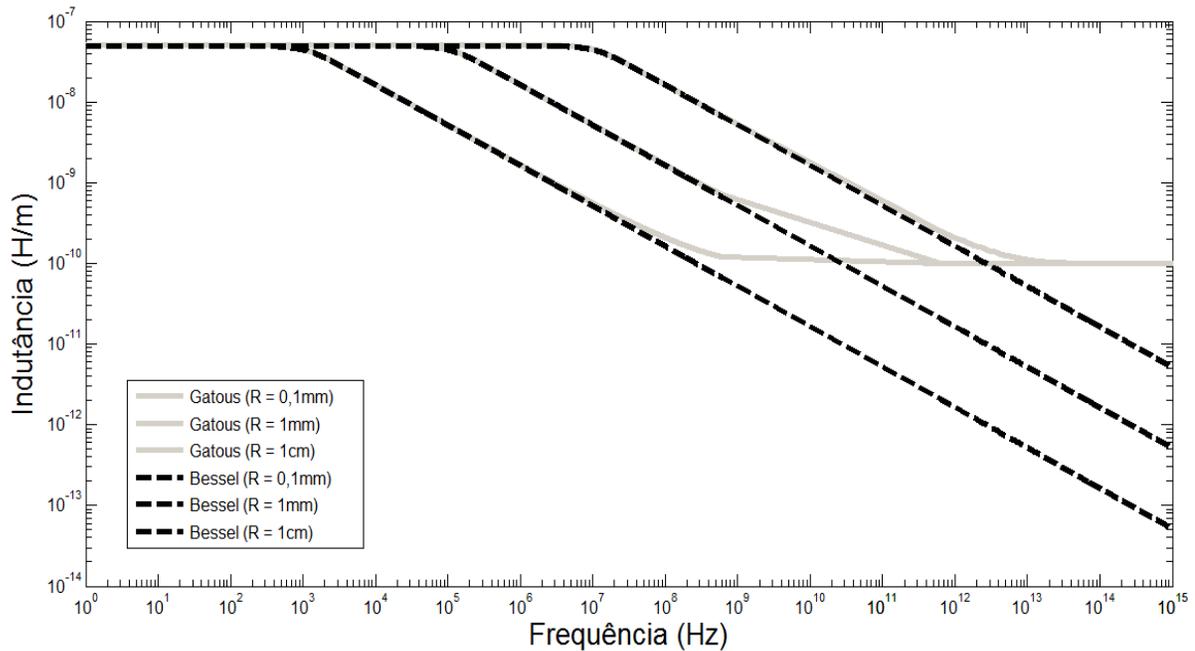


Figura 6.2 - Comparação entre os métodos de Bessel (tracejada) e Gatous (cinza) para o cálculo da indutância interna de um condutor sólido cilíndrico.

Com resultado semelhante ao visto no comparativo das resistências internas, o cálculo das indutâncias internas através das diferentes metodologias também produziu resultados em concordância, para a mesma faixa de frequências, conforme observado na Figura 6.2.

A relação entre as resistências internas obtidas através das metodologias de Bessel e de Gatous pode ser visualizada na Figura 6.3.

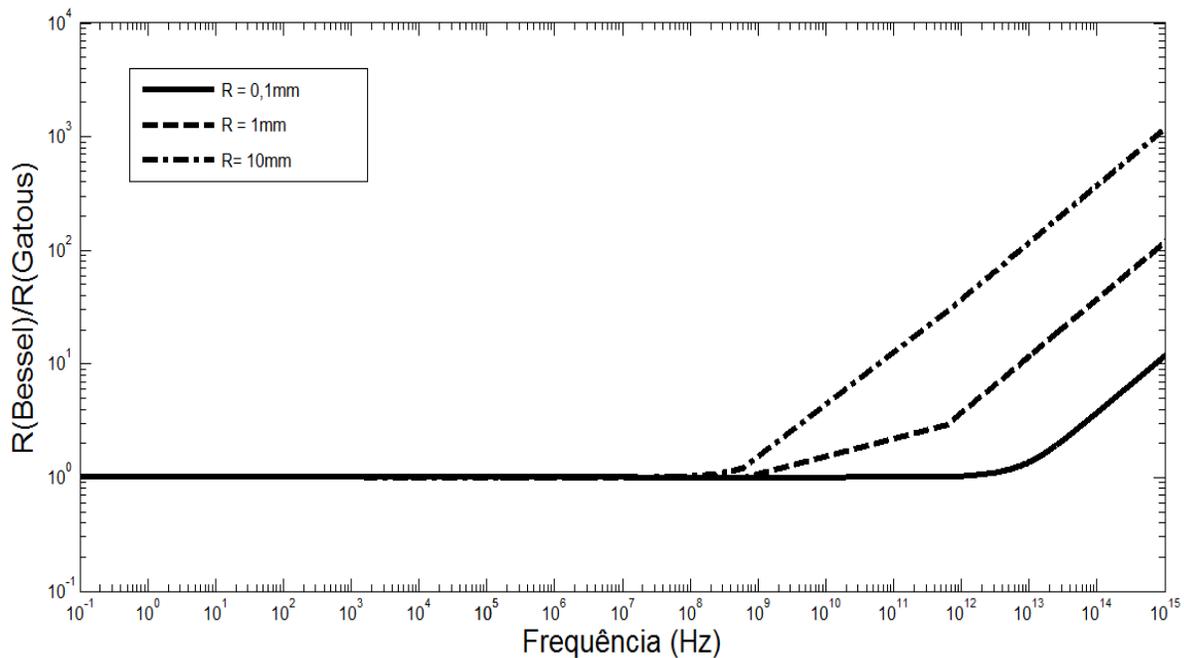


Figura 6.3 - Relação entre as resistências interna obtidas através das metodologias de Bessel e de Gatous.

A diferenciação dos valores obtidos a partir das duas metodologias ocorre para frequências acima de 10^8 Hz. Acima desse valor de frequência o somatório presente na formulação de Gatous passa a não ser mais convergente, resultando em alterações na resposta obtida. Esse problema pode ser contornado fazendo-se uso de um número de iterações adequado em cada frequência definida. A influência do número de iterações na resposta em frequência do método desenvolvido por Gatous será analisada adiante.

Na Figura 6.4, é apresentada a relação entre as indutâncias internas obtidas a partir das diferentes metodologias estudadas para condutores sólidos cilíndricos de cobre a 20°C com diferentes raios.

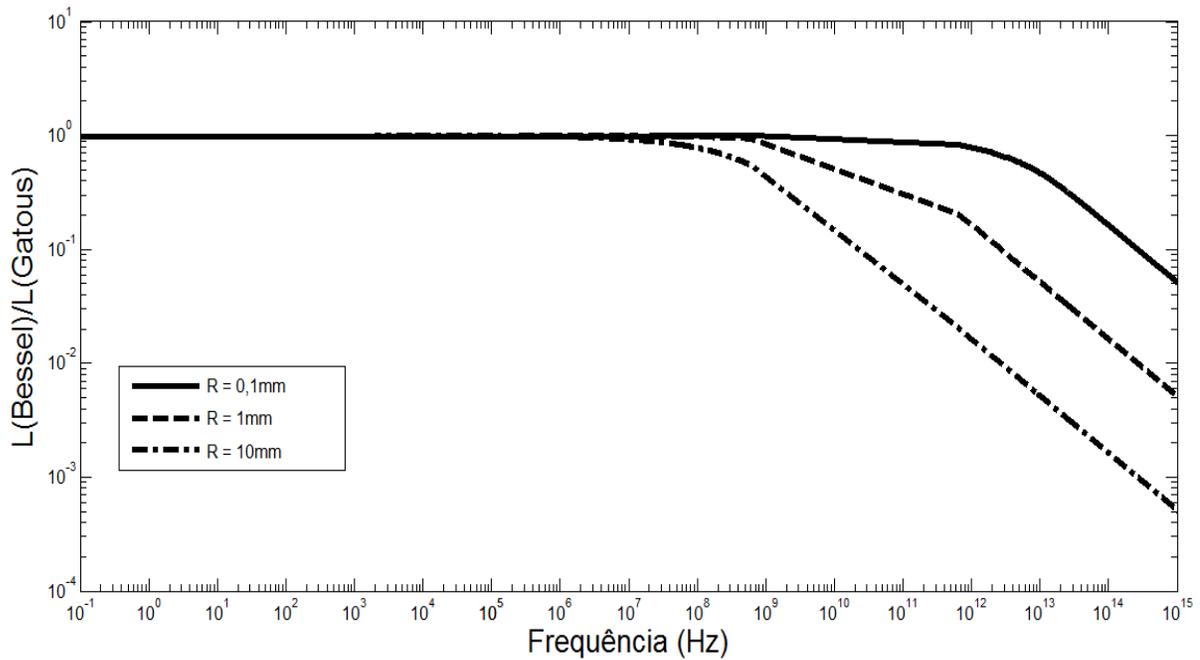


Figura 6.4 - Relação entre as indutâncias internas obtidas através das metodologias de Bessel e de Gatous

De forma análoga a relação entre as resistências, a resposta em frequência da relação entre as indutâncias sofre variação em frequências acima de 10^8 Hz por motivos comentados anteriormente.

6.2 INFLUÊNCIA DO NÚMERO DE ITERAÇÕES NA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO MODELO DE GATOUS PARA CÁLCULO DA IMPEDÂNCIA INTERNA DE CONDUTORES

A convergência dos somatórios existentes na fórmula utilizada para o cálculo da resistência e indutância interna desenvolvida por Gatous depende diretamente do número k de somatórios em cada frequência. A resposta em frequência da resistência interna de um condutor sólido cilíndrico, para diferentes valores de k , é apresentada na Figura 6.5.

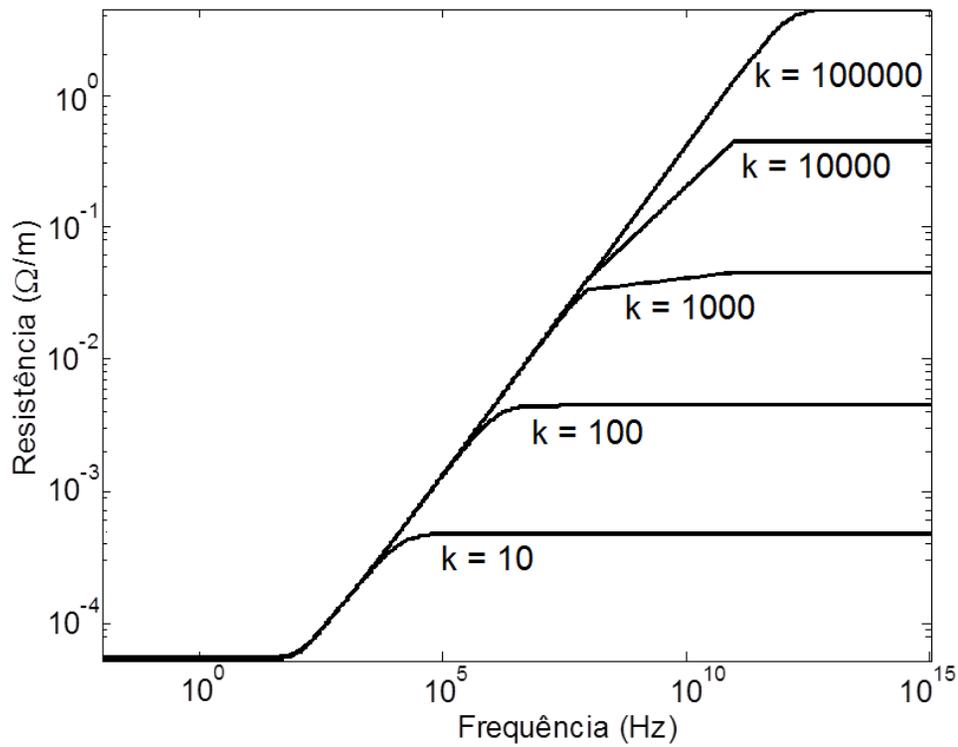


Figura 6.5 - Resposta em frequência da resistência interna de um condutor ($R=10\text{mm}$) para diferentes valores de k .

Na Figura 6.6, é mostrada a resposta em frequência da indutância interna de um condutor sólido cilíndrico, para diferentes valores de k .

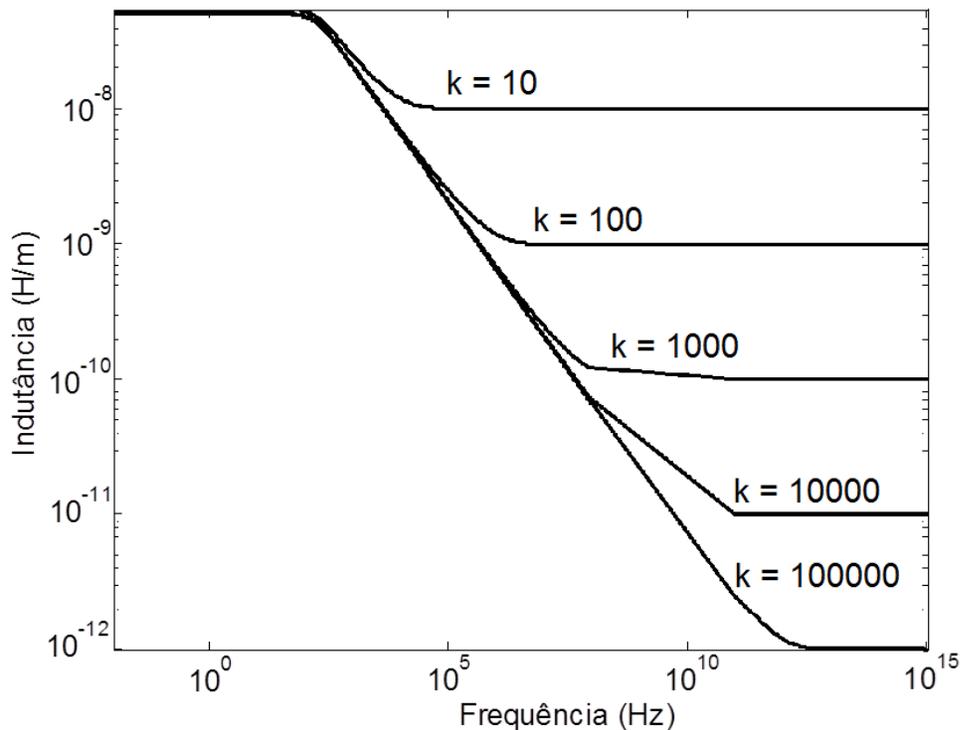


Figura 6.6 - Resposta em frequência da indutância interna de um condutor ($R=10\text{mm}$) para diferentes valores de k.

Conforme apresentado nas figuras acima e mencionado anteriormente, o valor de k tem grande influência na resposta obtida. A definição de um valor de k adequado é fundamental na obtenção de uma resposta satisfatória. Esse valor depende da frequência, do material e do raio do condutor utilizados.

Neste estudo, o número de somatórios definido foi de 1000. Esta definição se mostrou apropriada na obtenção de respostas até 10^8 Hz.

6.3 RESISTÊNCIA E INDUTÂNCIA INTERNA DE CONDUTORES DE DIFERENTES MATERIAIS

A variação da resistência e da indutância interna de condutores com a frequência foi analisada na seção anterior. Os parâmetros foram calculados a partir dos métodos de Bessel e

Gatous para condutores de diferentes raios no intuito de constatar que o valor da resistência e a indutância interna de condutores sofre influência do raio do condutor.

Outro parâmetro que influi no valor da resistência e da indutância interna dos condutores é o tipo de material utilizado na fabricação do cabo elétrico.

Nas Figuras 6.7 e 6.8, são apresentadas variações em relação à frequência da resistência e indutância internas de cabos de seção transversal circular de raio 10mm constituídos de diferentes tipos de materiais.

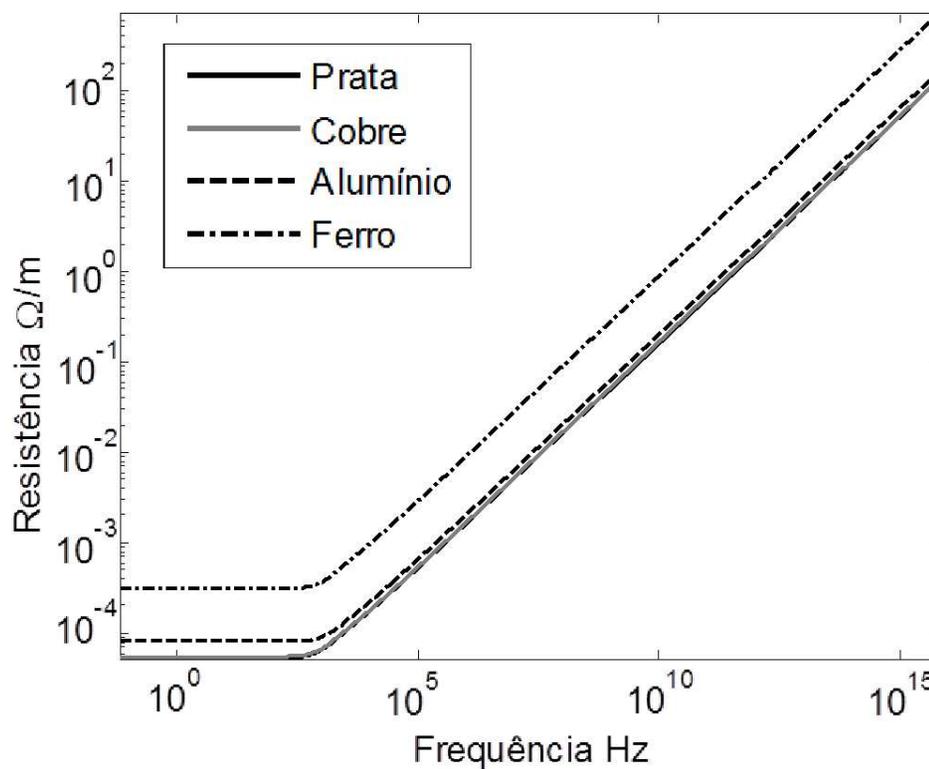


Figura 6.7 - Resistência interna para condutores (R = 10mm) de diferentes materiais.

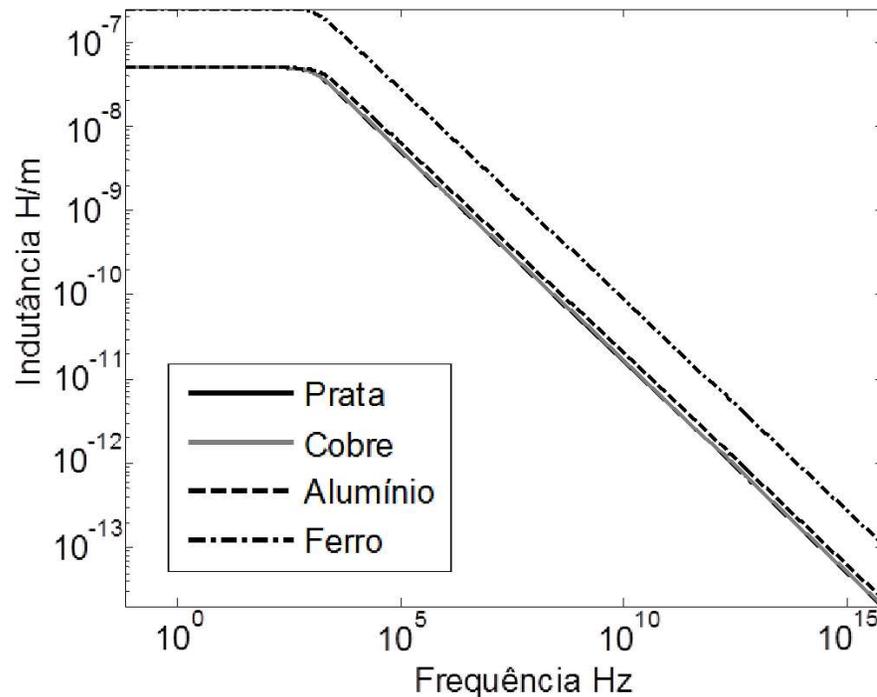


Figura 6.8 - Indutância interna para condutores ($R = 10\text{mm}$) de diferentes materiais

Os tipos de materiais de cabos elétricos utilizados no cálculo da resistência e indutância interna de condutores foram escolhidos devido a sua ampla aplicabilidade no setor elétrico. Os dados de condutividade e permeabilidade relativa dos materiais estão apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 - Condutividade e permeabilidade relativa dos materiais analisados.

Material	Condutividade a 20°C	Permeabilidade relativa a 20°C
	$(\Omega\cdot\text{m})^{-1}$	
Prata	$6,1 \times 10^7$	0,9999
Cobre	$5,88 \times 10^7$	0,9999
Alumínio	$3,96 \times 10^7$	1,0002
Ferro	$1,03 \times 10^7$	5,0000

A observação da Figura 6.7, Figura 6.8 e da Tabela 1 permite inferir que os valores de resistência e indutância internas dos diferentes materiais avaliados têm relação direta com a classificação desses materiais quanto as suas permeabilidades relativas (μ). O ferro é um material

classificado como ferromagnético ($\mu \gg 1$), enquanto a prata, o cobre e o alumínio são materiais paramagnéticos ($\mu \cong 1$).

6.4 PROFUNDIDADE PELICULAR PARA DIFERENTES MATERIAIS

A influência do incremento da frequência de operação no cálculo da impedância interna de condutores de diferentes raios e tipos de materiais foi apresentada em seções anteriores. Os efeitos vistos nessas simulações têm como base a profundidade pelicular, grandeza que representa a área útil de um condutor de certo material para uma dada frequência. Na Figura 6.9 são apresentadas as curvas de variação da profundidade pelicular com a frequência para quatro materiais: prata, cobre alumínio e ferro.

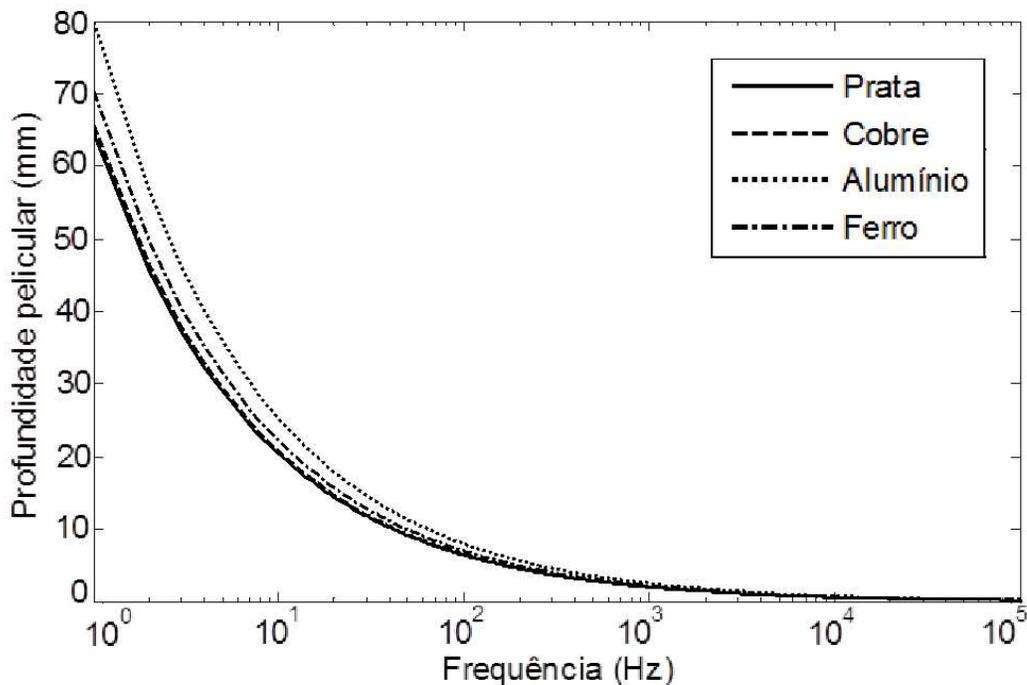


Figura 6.9 - Profundidade pelicular para diferentes materiais.

Observando-se a Figura 6.9, pode-se constatar que para sinais CC, a profundidade pelicular dos materiais que variam entre 65 e 80mm, enquanto que para frequências em torno de

100 Hz a grandeza citada é da ordem de 10mm. O aumento da frequência proporciona uma diminuição na profundidade pelicular, o que ocasiona o efeito de aumento da resistência de um cabo elétrico conforme já comentado.

Para a frequência de operação do sistema elétrico brasileiro (60Hz), a profundidade pelicular para os materiais estudados varia entre 8 e 10mm para cabos sólidos. Uma gama de cabos elétricos utilizados para a transmissão de energia elétrica possui raio condizente com a profundidade pelicular obtida para a frequência de operação, de modo a aproveitar satisfatoriamente a área de condução do cabo.

6.5 VARIAÇÃO DA IMPEDÂNCIA E ÂNGULO DE FASE COM A FREQUÊNCIA

O módulo das impedâncias em relação a frequência de cabos com raios de 0,1, 1 e 10mm é apresentado na Figura 6.10. As linhas de cor cinza representam a solução obtida através do método de Gatous, enquanto que as linhas de cor preta representam a solução proporcionada pela metodologia de Bessel.

Como pode ser observado, o módulo da impedância aumenta com o incremento da frequência. Constata-se que cabos com menor diâmetro possuem resistência constante até frequências mais elevadas, o que pode ser explicado a partir do conceito de profundidade pelicular visto em seção anterior.

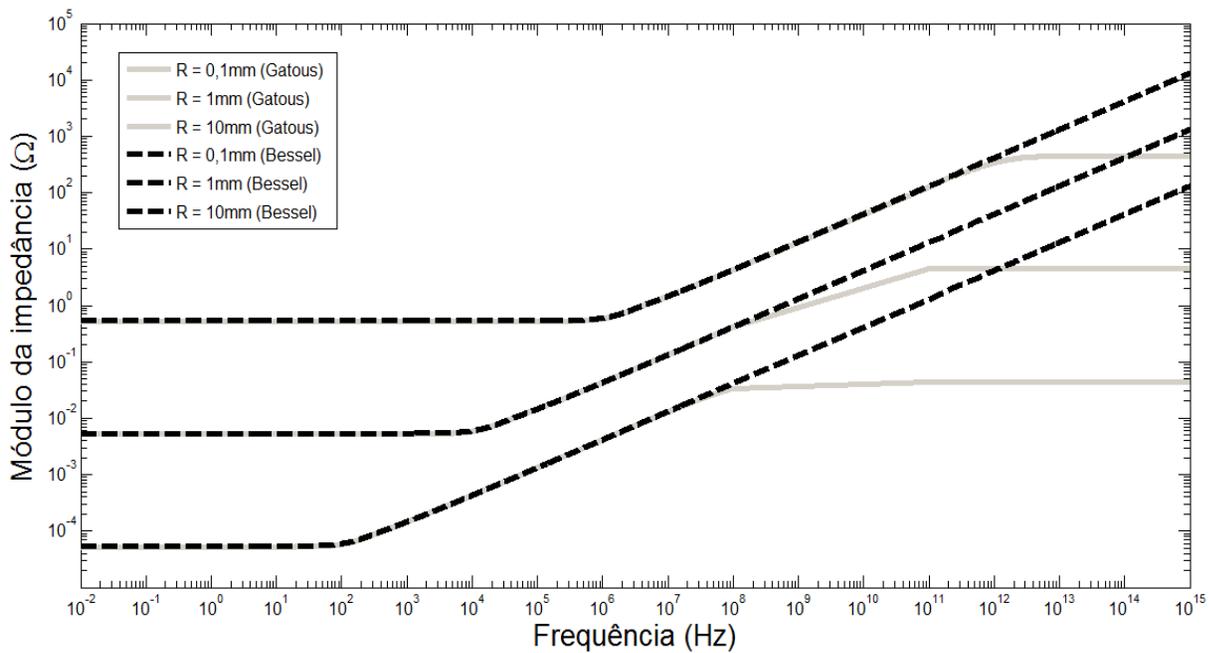


Figura 6.10 - Variação da impedância com a frequência.

O comportamento do ângulo de fase da impedância em relação a frequência é exibido da na Figura 6.11.

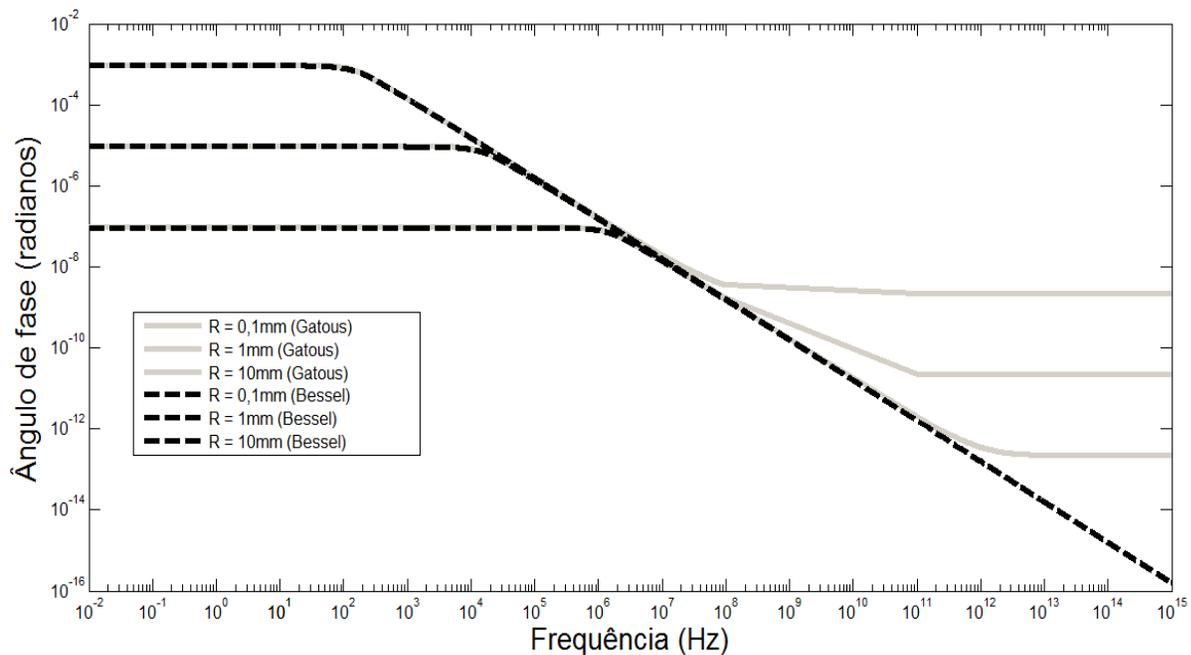


Figura 6.11 - Variação do ângulo de fase com a frequência.

A partir da análise da Figura 6.11 podemos ponderar que o aumento da frequência está relacionado ao decréscimo no valor do ângulo da impedância. De forma similar ao observado para o módulo da impedância, cabos com menor diâmetro possuem ângulo de impedância constante durante uma faixa maior de frequências.

6.6 CONCLUSÕES

Neste capítulo, foram expostos resultados de simulações computacionais com os objetivos de avaliar a resposta dos modelos de cálculo da impedância interna de condutores baseados nas metodologias de Bessel e Gatous.

Em um primeiro momento, foram comparadas as respostas dos modelos quanto ao cálculo da resistência e da indutância internas de condutores sólidos cilíndricos. Pôde-se constatar que a resposta do modelo desenvolvido por Gatous oferece resultados idênticos à resposta fornecida pelo modelo de Bessel, que é tradicionalmente utilizado para a avaliação do efeito pelicular em cabos elétricos. Além da validação do modelo de Gatous, observou-se o comportamento da resistência e indutância internas de condutores sólidos cilíndricos com a variação da frequência. A resistência permanece constante durante um primeiro intervalo de incremento da frequência, mas logo passa a sofrer acréscimo a partir de uma determinada frequência. A indutância segue comportamento similar, com a diferença que, após o período de valor constante, a indutância passa a decrescer com o aumento da frequência.

Em seguida, uma discussão sobre a influência do número de iterações por unidade de frequência foi realizada, com o objetivo de encontrar um número de iterações ótimo que representasse o fenômeno a ser avaliado. Por se tratar de um somatório, o modelo desenvolvido por Gatous pode fornecer erros numéricos se a quantidade de iterações não for bem dimensionada. Nesta seção, chegou-se a conclusão de que um número de 100.000 iterações por unidade de frequência é suficiente para representar fenômenos que variam em frequências de até 10^{15} Hz.

As variações da resistência e indutância interna com a frequência para diferentes tipos de materiais também foram analisadas. Pôde-se verificar que apesar de possuírem respostas semelhantes ao aumento da frequência, os materiais expressam singularidades relacionadas à permeabilidade relativa. Materiais ferromagnéticos, com altos valores de permeabilidade relativa, apresentam maiores valores de resistência e indutância interna do que materiais de baixa permeabilidade relativa. Vale ressaltar que, todos os materiais avaliados são comumente utilizados no campo prático dos sistemas elétricos de potência.

Por fim, o comportamento do módulo e ângulo da impedância frente a elevação dos valores de frequência foi avaliado. O módulo da impedância apresenta valores mais altos a medida que aumenta-se a frequência de operação e o ângulo da impedância decresce com o acréscimo da frequência.

CAPÍTULO 7. RESPOSTA TRANSITÓRIA DE UMA LINHA DE TRANSMISSÃO TRIFÁSICA COM IMPEDÂNCIA INTERNA CALCULADA A PARTIR DOS MÉTODOS BESSEL E GATOUS

No capítulo precedente foram apresentados os resultados no domínio da frequência do modelo para o cálculo da resistência e indutância interna de condutores sólidos e cilíndricos desenvolvida por Gatous. Os resultados mostrados apresentam significativa semelhança quando comparados com a metodologia tradicionalmente utilizada, baseada nas funções de Bessel.

Neste capítulo, serão apresentadas simulações realizadas no domínio do tempo utilizando ambas as metodologias de cálculo do efeito pelicular.

7.1 CARACTERÍSTICAS TÉCNICAS DA LINHA DE TRANSMISSÃO DO CASO BASE

O efeito pelicular pode ser desprezado em linhas de transmissão de ultra alta tensão (UAT) e extra alta tensão (EAT), pois as linhas de transmissão para os níveis de tensão citados são geralmente construídas de modo que cada fase seja composta por um feixe de condutores geminados (condutores múltiplos) que, quando simplificado através da técnica do raio médio geométrico (RMG), gera um condutor equivalente de raio maior que a profundidade pelicular observada em sistemas de 60Hz.

Todavia, em sistemas de baixa tensão compostos por cabos isolados – como em linhas de transmissão de baixa tensão ou em redes de distribuição, o efeito pelicular é considerado.

Deste modo, um sistema de transmissão de 69kV será utilizado para realizar as comparações entre as respostas transitórias da linha de transmissão considerando as metodologias de cálculo da impedância interna de condutores de Gatous e Bessel. O perfil da torre para a linha de transmissão simulada é mostrada na Figura 7.1.

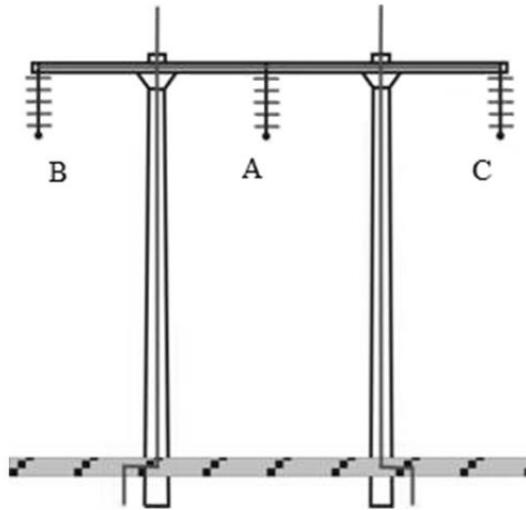


Figura 7.1 - Perfil da torre para linha de transmissão de 69kV utilizada no estudo.

O comprimento da linha de transmissão simulada é 100km. As fases da linha de transmissão são compostas por condutores do tipo *Grosbeak* de alumínio com raio de 1,021cm. Cada fase (A, B e C) está a 8 metros acima do solo e espaçadas 2,5 metros de distância. Os cabos guarda estão considerados de forma intrínseca nas matrizes de impedância/admitância modal.

O efeito do solo é levado em consideração, assim como as impedâncias externas e os parâmetros transversais. A impedância de retorno pelo solo é calculada através do método de Carson para frequências acima de 1MHz e uma resistividade do solo de 1000 Ω .m, característica de solo arenoso. A permissividade dielétrica do solo é incluída no cálculo dos parâmetros do solo embora tenha pequena influência para as frequências estudadas.

7.2 INFLUÊNCIA DO EFEITO SOLO NOS PARÂMETROS ELÉTRICOS DA LINHA DE TRANSMISSÃO

A impedância própria de uma linha de transmissão será analisada com o intuito de comparar os resultados obtidos pelo método de Gatous e aqueles calculados com a metodologia clássica de Bessel. A impedância própria de uma linha de transmissão é basicamente composta de três componentes: a impedância própria devido ao efeito solo, a impedância própria externa e a impedância própria interna, associada ao efeito pelicular. No entanto, a impedância externa

consiste apenas de uma reatância indutiva, a qual é geralmente assumida sendo independente da frequência.

A Figura 7.2 apresenta um conjunto de curvas referentes a impedância própria da linha de transmissão estudada na seção anterior. A curva 1 representa o comportamento da resistência devido ao efeito do solo na linha de transmissão com o aumento da frequência. A curva 2 (em cor preta, tracejada) apresenta a variação da resistência interna da linha com a frequência, calculada através o método de Gatous. De modo análogo, a curva 3 (em cor cinza, sólida) mostra a variação da resistência interna com a frequência, calculada através da metodologia que utiliza as funções de Bessel. As curvas 4 e 5 (em cor preta com tracejados e cinza sólida, respectivamente) apresentam a resistência própria total da linha de transmissão para as metodologias de Gatous e Bessel, respectivamente. Ressalta-se o fato de que a resistência própria total é a soma da resistência devido ao efeito solo e da resistência interna.

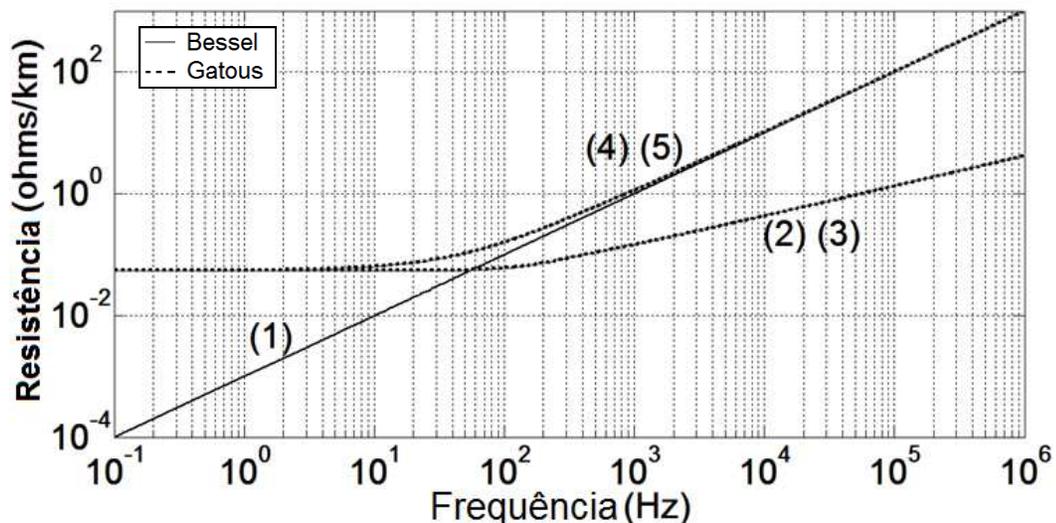


Figura 7.2 – Resistência devido ao efeito solo (1), resistência interna calculada pelo método de Bessel (2) e de Gatous (3), resistência própria total calculada através dos métodos de Bessel (4) e de Gatous (5).

Para uma melhor visualização dos efeitos relacionados às resistências próprias da linha de transmissão avaliada, na Figura 7.3 são apresentadas as mesmas curvas vistas na Figura 7.2 em uma escala de frequências menor, mais adequada com a operação de linhas de transmissão.

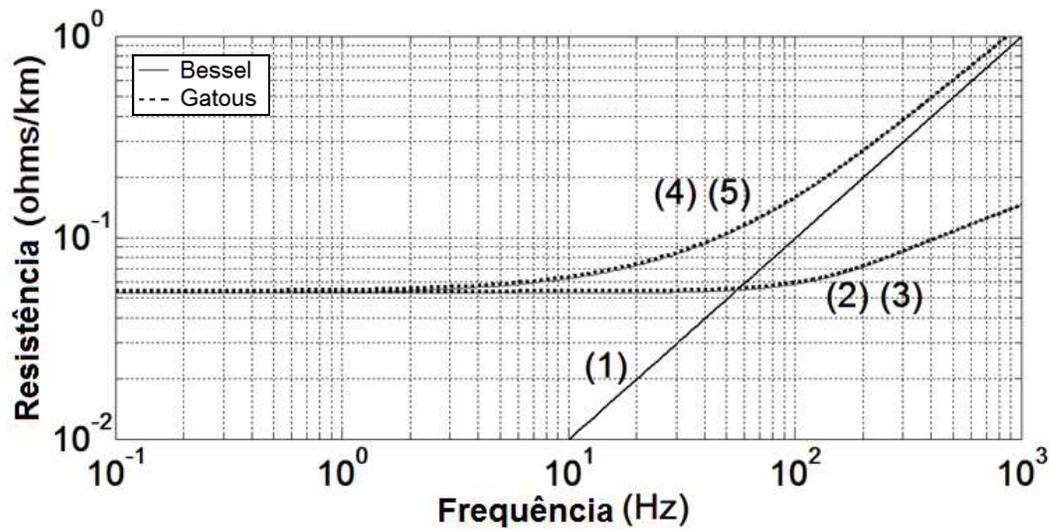


Figura 7.3 – Adequação da escala para melhor visualização do efeito da variação da frequência no cálculo da resistência devido ao efeito solo (1), resistência interna calculada pelo método de Bessel (2) e de Gatous (3), resistência própria total calculada através dos métodos de Bessel (4) e de Gatous (5).

É importante observar que a resistência própria interna da linha de transmissão, representada pelas curvas 2 e 3, está associada ao fenômeno do efeito pelicular. Pode ser observado que para baixas frequências, de 0 a 70 Hz, a resistência interna possui maior influência do que a resistência devido ao efeito solo, sendo predominante no cálculo da resistência própria total. Este tipo de situação varia de acordo com a linha de transmissão e a disposição de seus cabos, faixa de tensão e outros parâmetros. Para frequências mais altas, o efeito solo passa a ser mais predominante na composição da resistência própria total, visto que seu valor consideravelmente maior que o da resistência interna.

Na Figura 7.2, as curvas relativas às resistências próprias totais e as resistências próprias internas calculadas pelos diferentes métodos se sobrepõem, entretanto há uma pequena variação entre os métodos de cálculo da resistência interna devido ao efeito pelicular. Esta variação pode ser visualizada de forma detalhada na Figura 7.4, na qual é apresentada a relação entre as resistências internas calculadas através dos métodos estudados.

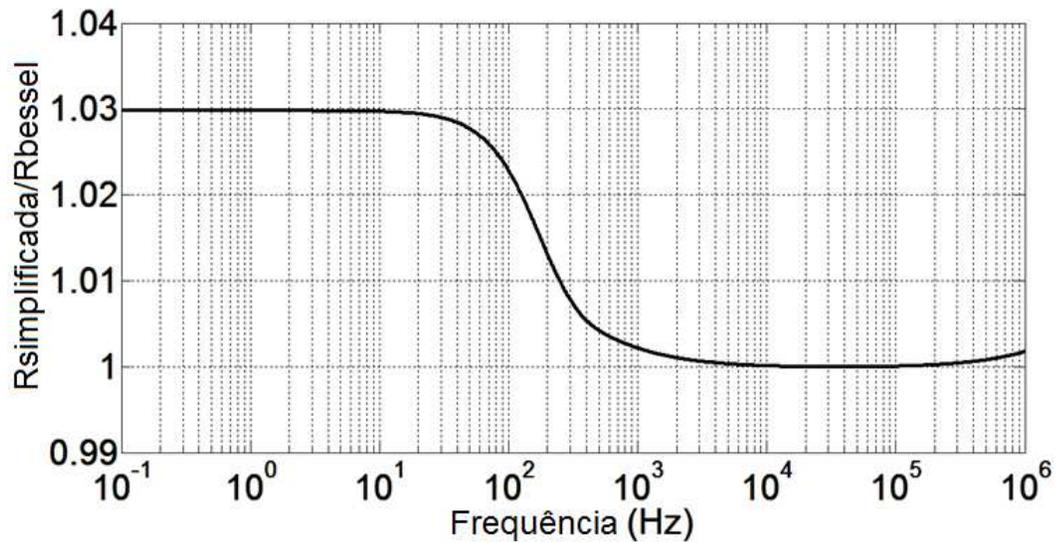


Figura 7.4 - Relação entre as resistências internas calculadas pelo método de Gatous e pelo método de Bessel.

Na Figura 7.4 é exibida a relação entre as resistências próprias internas calculadas através dos métodos de Bessel e de Gatous.

Podem ser observadas pequenas discrepâncias entre os métodos estudados, menores que 3% para frequências acima de 100 Hz. Ressalta-se a precisão do método de Gatous quando comparado com o método tradicionalmente utilizado para o cálculo das resistências próprias interna e total.

Considerando a análise de sistemas de potência, a indutância interna tem pouca influência na indutância própria total. Mesmo em frequências mais baixas de sistemas de potência de baixa tensão, a indutância interna devido ao efeito pelicular é normalmente desconsiderada. As indutâncias associadas com a reatância de efeito solo assim como a reatância externa possuem valores de alguns mH/km. Todavia, a parcela da indutância total devido ao efeito pelicular da linha trifásica de 69kV modelada neste estudo é por volta de alguns $\mu\text{H}/\text{km}$ para baixas frequências e cerca de 10 $\mu\text{H}/\text{km}$ para frequências acima de 1MHz. Mesmo tendo discreta importância na formação da indutância total, as indutâncias internas foram calculadas e comparadas visando avaliar a influência do método de Gatous.

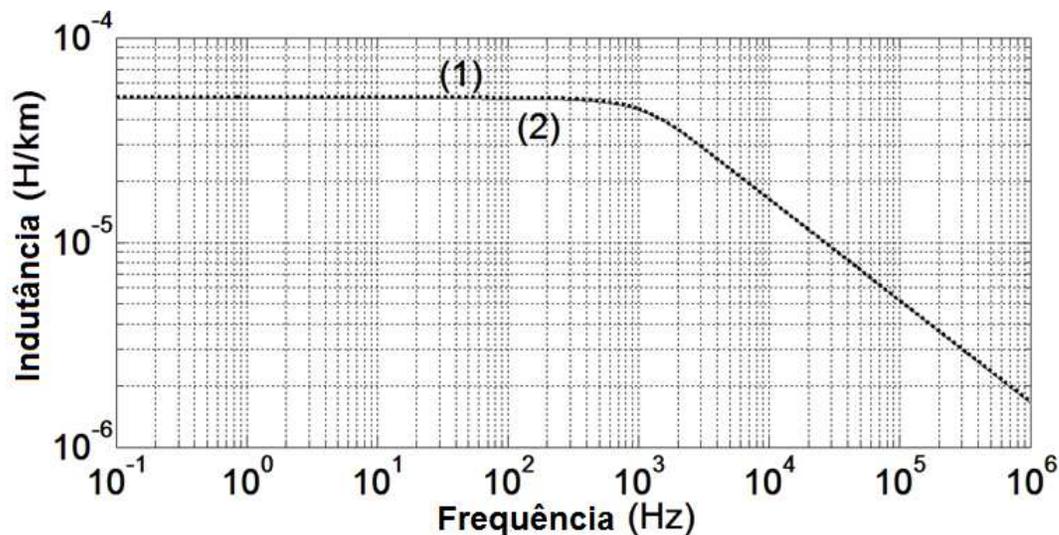


Figura 7.5 – Indutância interna total calculada através método de Gatous (1) e através do método de Bessel (2).

Na Figura 7.5 são exibidas as curvas que descrevem o comportamento da indutância interna, calculada por ambos os métodos, com a frequência. Do mesmo modo como aconteceu com o cálculo da resistência, a indutância calculada por ambas as metodologias se sobrepõe, indicando conformidade do método de Gatous com o método que utiliza as funções de Bessel para o cálculo da indutância interna. A Figura 7.6 a seguir apresenta a relação entre a indutância calculada pelo método de Gatous e a indutância calculada pelo método de Bessel.

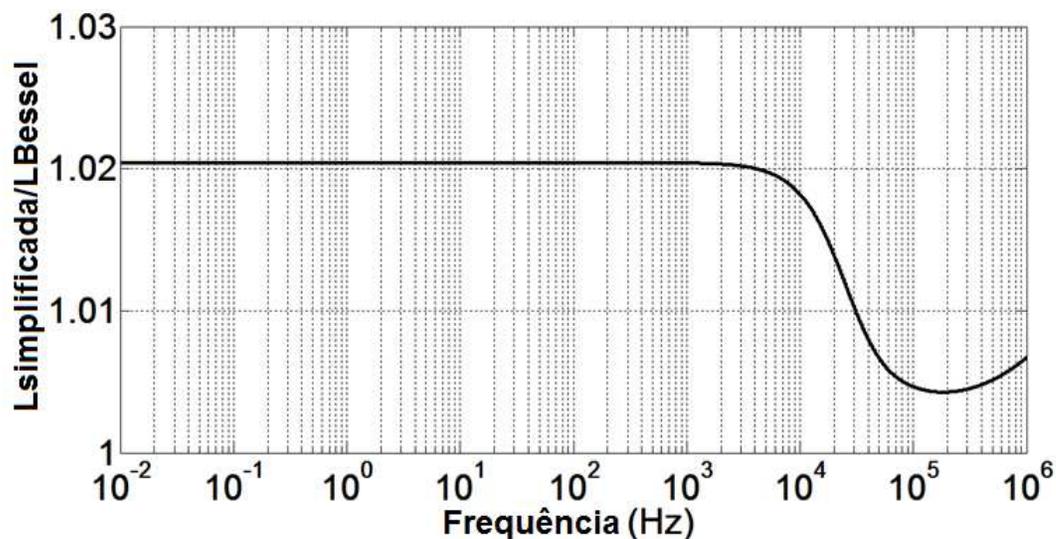


Figura 7.6 - Relação entre as indutâncias internas total calculadas pelo método de Gatous e pelo método de Bessel.

Para frequências até, a indutância interna total calculada pelo método desenvolvido por Gatous é aproximadamente 2% maior que a indutância interna total correspondente calculada pelo método de Bessel. Acima da frequência de 10kHz, a indutância interna total calculada pelo método de Gatous é idêntica aquela calculada a partir do método de Bessel.

7.3 RESPOSTA TRANSITÓRIA DA LINHA DE TRANSMISSÃO NO DOMÍNIO DO TEMPO

A análise da resposta no domínio do tempo da linha de transmissão modelada na seção anterior será realizada através da simulação de um chaveamento de carga, conectando a fonte CA de 69kV, 60Hz, sequência negativa, a uma carga trifásica de 10MW, representada por Z_0 .

A figura a seguir ilustra a configuração do sistema de transmissão utilizada para as simulações de domínio de tempo.

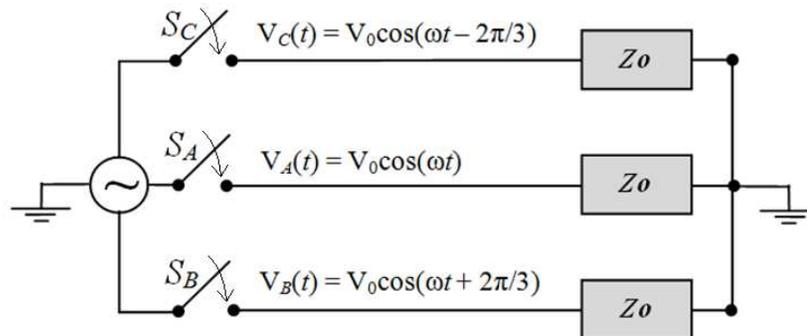


Figura 7.7 - Sistema trifásico modelado.

A fonte CA está conectada a uma linha de transmissão através da chave S. Nas simulações elaboradas são realizados chaveamentos não sincronizados em dois casos distintos: o primeiro caso corresponde a um chaveamento de carga no momento em que a tensão em cada fase atinge seu máximo valor (valor de pico) e o segundo caso é representado pelo chaveamento da mesma carga no instante em que a tensão em cada fase cruza o valor zero (em 0° ou 180°).

O primeiro caso corresponde a uma condição crítica, na qual os transitórios envolvidos são mais severos. Essa condição fornece uma análise mais conservativa, uma vez que expõe o sistema a uma contingência maior. O segundo caso representa um operação de manobra convencional, realizada em situações reais.

Deve ser salientado que o primeiro caso representa uma condição hipotética e é utilizado apenas para analisar os possíveis transitórios eletromagnéticos decorrentes das sucessivas reflexões das ondas de tensão e de corrente entre as duas extremidades da linha.

A simulação de manobra é utilizada para estudar as possíveis diferenças entre os dois métodos no domínio do tempo e, visto que os transientes eletromagnéticos resultantes de uma operação de manobra consistem principalmente de frequências baixas, cobrir a faixa de frequências dentro da qual foram observadas as maiores discrepâncias no domínio da frequência.

Os resultados apresentados a seguir foram obtidos utilizando-se uma rotina computacional no software MATLAB® e leva em consideração os parâmetros dependentes da frequência, vistos no capítulo anterior.

Na Figura 7.8 são mostrados os transientes de tensão no final da linha de transmissão após um chaveamento não sincronizado no pico de tensão de cada fase.

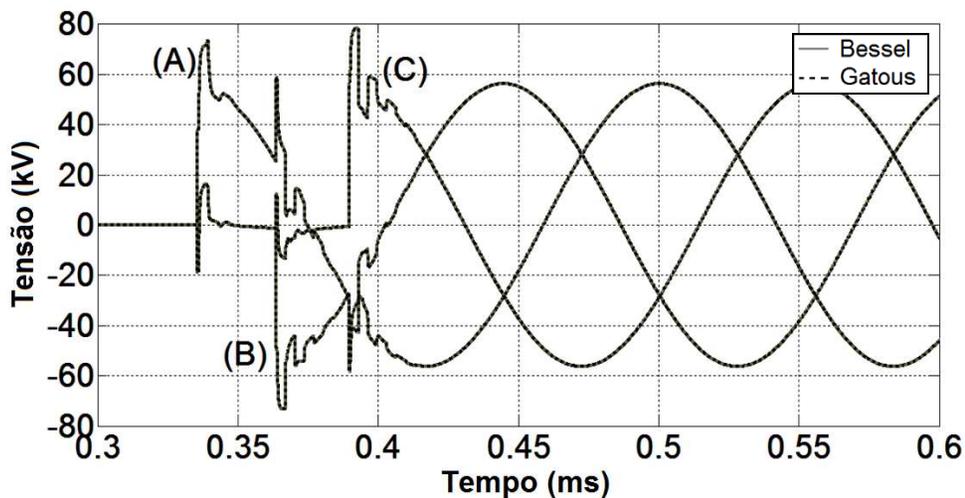


Figura 7.8 - Transitórios de tensão vistos no final da linha de transmissão seguintes ao chaveamento nos valores de pico da tensão.

A tensão indicadas em linha sólida cinza é resultante do modelo de linha de transmissão com cálculo de parâmetros utilizando a metodologia de Bessel, enquanto que a tensão expressa

em linha negra pontilhada é resultado do modelo de linha de transmissão cujos cálculos foram efetuados a partir da metodologia descrita por Gatous.

Na Figura 7.9 são apresentados os resultados dos transientes de corrente para o mesmo chaveamento não sincronizado realizado na figura anterior.

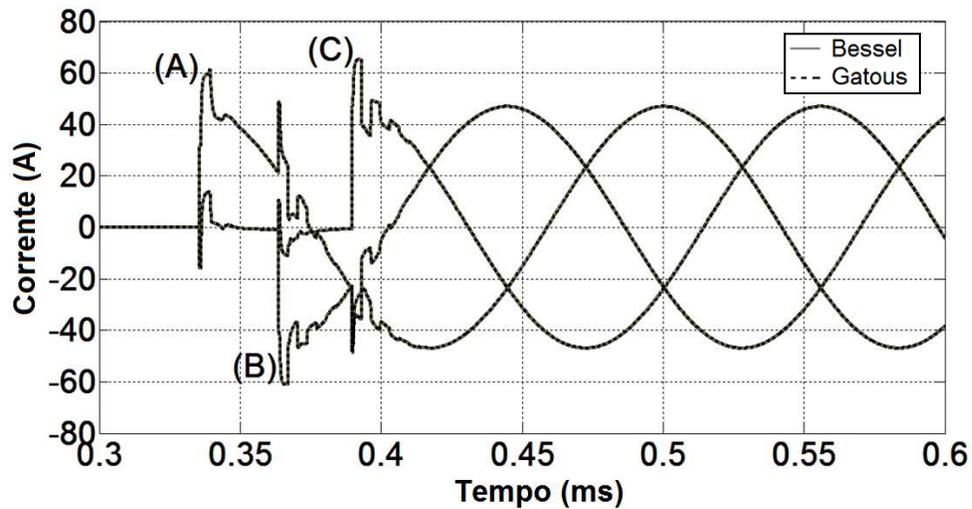


Figura 7.9 - Transitórios de corrente vistos no final da linha de transmissão seguintes ao chaveamento nos valores de pico da corrente.

A Figura 7.8 e a Figura 7.9 mostram que os transientes eletromagnéticos simulados utilizando os parâmetros elétricos obtidos pelo método de Gatous e pelo método de referência são semelhantes, provando que, para efeitos práticos, os dois métodos produzem os mesmos resultados. No entanto, o método proposto por Gatous é mais simples e mais fácil de aplicar do que a série infinita convencional de Bessel.

As duas figuras a seguir mostram os transitórios de tensão e corrente no final de linha depois do procedimento de manobra não sincronizado nos pontos de cruzamento com o zero da tensão ou corrente (0° ou 180°).

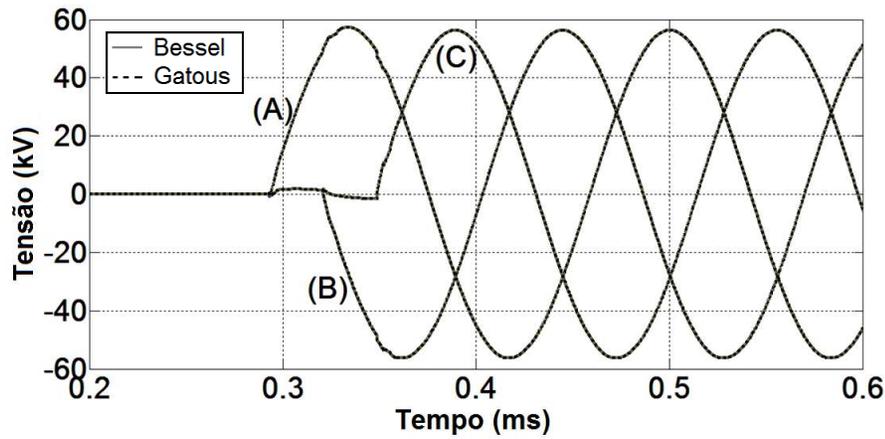


Figura 7.10 - Transitórios de tensão vistos no final da linha de transmissão seguintes ao chaveamento nos valores de cruzamento com o zero da tensão.

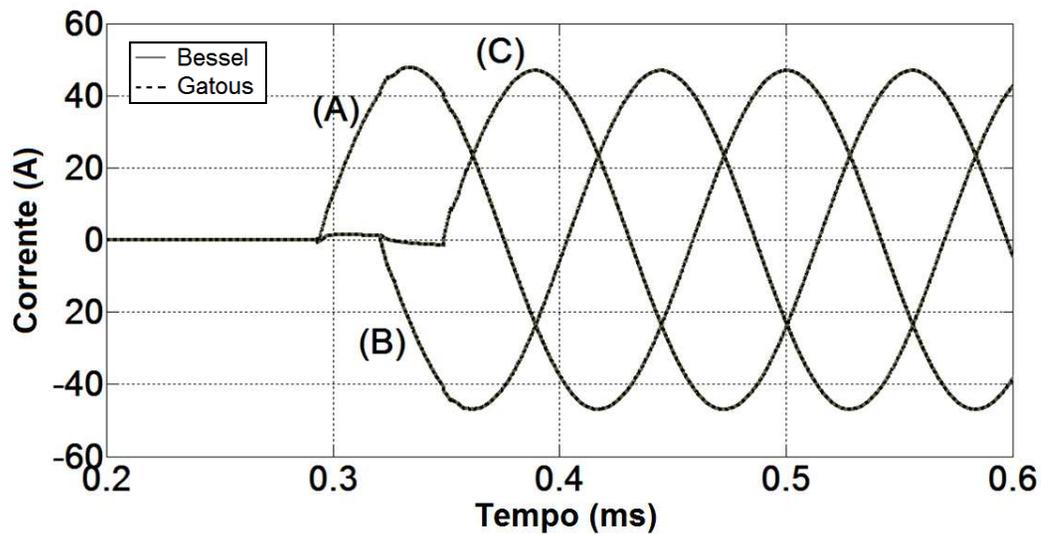


Figura 7.11 - Transitórios de corrente vistos no final da linha de transmissão seguintes ao chaveamento nos valores de cruzamento com o zero da corrente

As figuras apresentadas acima demonstram que os transitórios das tensões e correntes obtidos através dos métodos de Gatous e Bessel se sobrepõem, validando o método de Gatous para o uso em linha de transmissão de energia elétrica.

7.4 CONCLUSÕES

Neste capítulo, foram calculadas a resistência e indutância interna de uma linha de transmissão através de duas metodologias distintas, com o intuito de avaliar a resposta de ambos os métodos. Um caso base foi idealizado para alcançar o objetivo mencionado. Uma linha de transmissão de 69kV, característica da operação de subtransmissão, com comprimento de 100km foi modelada.

Em um primeiro momento, a resposta transitória da linha de transmissão, tendo sido os parâmetros calculados através das duas metodologias estudadas, foi analisada. Um surto de manobra, provocado por um chaveamento de uma carga, foi aplicado no sistema do caso base em duas situações distintas. Na primeira simulação, o chaveamento não sincronizado ocorre no ponto de cruzamento com o zero da forma de onda de tensão, situação que proporciona transitórios de menor severidade. As formas de onda de tensão e corrente foram apresentadas. Pôde-se observar que a resposta transitória da linha de transmissão cujos parâmetros foram calculados através da metodologia desenvolvida por Gatous possui significativa concordância com a resposta obtida utilizando-se a metodologia que usa funções de Bessel.

Na segunda simulação, o chaveamento não sincronizado foi realizado no pico da tensão, situação de maior severidade que a ocorrência anterior, visto que produz transitórios de tensão e corrente de maior amplitude. Mais uma vez, as formas de onda resultantes do chaveamento se mostraram idênticas para as duas metodologias utilizadas no estudo.

Uma verificação detalhada de cada uma das componentes da resistência própria total e da indutância própria total foi realizada. A resistência própria interna, diretamente influenciada pelo efeito pelicular, foi calculada por ambos os métodos resultando em valores praticamente idênticos, com erros de 3% para frequências até 70 Hz. Deve ser ressaltado que, para frequências mais altas, erro diminui, porém o efeito pelicular passa a não ser tão expressivo, proporcionando valor de resistência própria interna menor que a resistência devido ao efeito solo.

Com comportamento similar ao obtido para a resistência, a indutância interna calculada por ambas as metodologias culminaram em valores com boa proximidade. Erros de 2% foram verificados para frequências até 10 kHz, utilizando-se os valores obtidos através do método de Bessel como referência.

Enfim, o método de Gatous foi avaliado no domínio do tempo através da modelagem de uma linha de transmissão e subsequente aplicação de chaveamentos. A resposta do método de Gatous obteve satisfatória aproximação quando comparada com a resposta da metodologia tradicionalmente utilizada, que utiliza as funções de Bessel para o cômputo da impedância interna.

CAPÍTULO 8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A construção de um modelo de linha de transmissão trifásica utilizando uma metodologia alternativa para calcular a impedância interna de um condutor sólido cilíndrico devido ao efeito pelicular, assim como sua análise no domínio da frequência e do tempo, foram descritas em detalhes.

A aplicação das equações mostradas no capítulo 4 resulta na resistência e indutância internas de um condutor de acordo com o método descrito. As equações representam o efeito pelicular de um cabo através de um circuito equivalente compostos de resistores e indutores em paralelo, cujas resistências são definidas pela equação que utiliza as raízes das funções de Bessel e as indutâncias possuem valor constante. Essa simplificação é uma das grandes vantagens do método proposto em relação ao método tradicional que utiliza as funções de Bessel no cálculo da impedância interna de condutores devido ao efeito pelicular.

No capítulo 6, foram realizadas simulações comparativas dos métodos de obtenção da impedância devido ao efeito pelicular. Uma vasta gama de variáveis foi analisada. Uma análise importante foi efetuada acerca da influência do número de iterações na adequação da resposta obtida para uma frequência. A profundidade pelicular foi avaliada para diferentes tipos de materiais utilizados no campo da engenharia elétrica. Ao final do capítulo, pôde-se concluir que o método de cálculo desenvolvido por Gatous é válido, visto que reproduz a resposta do modelo que utiliza funções de Bessel com fidelidade, tendo a vantagem de ser computacionalmente mais rápido devido a simplicidade das soluções.

Foram analisadas, também, as respostas no domínio do tempo provenientes de um modelo digital de linha de transmissão com parâmetros distribuídos. A simulação de transitórios eletromagnéticos em uma linha de transmissão de 69kV causados por chaveamentos em duas condições distintas mostrou que para casos envolvendo transitórios de baixa frequência, o método de Gatous tem a mesma precisão do método convencional.

Adicionalmente, o número de raízes das funções de Bessel requeridas para o método proposto é significativamente menor que as necessárias para implementação do método convencional, ou seja, o método proposto apresenta um resultado satisfatório com poucos elementos, reduzindo o tempo e recurso computacionais.

É importante enfatizar que ambos os métodos apresentados são baseados nas funções de Bessel, porém o método proposto é matematicamente mais simples, evitando a utilização direta das funções de Bessel, e o resultado é um circuito RL trivial que fornece a mesma resposta transitória que o método convencional.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. **Atlas de energia elétrica no Brasil**. 3ª. ed. Brasília: ANEEL, 2008. 236 p. ISBN ISBN: 978-85-87491-10-7.
- [2] AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. **Relatório ANEEL 2011**. Agência Nacional de Energia. Brasília, p. 108. 2012.
- [3] LACOMMARE, K. H.; ETO, J. H. **Understanding the Cost of Power Interruptions to U.S. Electricity Consumers**. University of California Berkeley. Berkley (CA), p. 70. 2004. (LBNL-55718).
- [4] PROCEL. **Relatório de resultados do Procel 2011 - ano base 2010**. Rio de Janeiro. 2011.
- [5] CHIPMAN, R. A. **Theory and Problems of Transmission Lines**. McGraw-Hill. 1968.
- [6] STEVENSON Jr, W. D. **Elementos de análise de sistemas de potência**. São Paulo: McGraw-Hill. 1978.
- [7] GATOUS, O. M. O. PISSOLATO, J. **Frequency-dependent skin-effect formulation for resistance and internal inductance of a solid cylindrical conductor**. IEE Proceedings of Microwave Antennas Propagation, v. 151, n. 3, p. 212-216, Junho 2004.
- [8] DOMMEL, H. W. **Digital Computer Solution of Electromagnetic Transients in Single and Multiphase Networks**. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, v. 88, n. 4, p. 388-399, Abril 1969.
- [9] BUDNER, A. **Introduction of Frequency-Dependent Line Parameters into an Electromagnetic Transients Program**. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, v. 89, n. 1, p. 88-97, Janeiro 1970.
- [10] RUSSELL, A. **The Effective Resistance and Inductance of a Concentric Main, and Methods of Computing the ber and bei and allied functions**. Proceedings of the Physical Society of London. Vol 21. p. 581. 1907

- [11] KENNELLY, A. E., LAWS, F. A., PIERCE, P. H. **Experimental Researches on Skin Effect in Conductors**. AIEE Transactions. Vol. 34. pp. 1955-2021. September. 1915.
- [12] KENNELLY, A. E., AFFEL, H. A. **Skin-Effect Resistance Measurements of Conductors, at Radio-Frequencies up to 100,000 Cycles per Second**. Proceedings of IRE, vol. 4, pp.523-580. 1916.
- [13] ROSA, E. B., COHEN, L. **Formulas and tables for the calculation of mutual and self-inductance**. Bulletin of the Bureau of Standards, Vol. 8, pp. 1-287. 1908.
- [14] STEINMETZ, C. P. **Theory and Calculation of Transient Electric Phenomena and Oscillations**. McGraw Hill. 1909.
- [15] DWIGHT, H. B. **Skin Effect and Proximity Effect in Tubular Conductors**. AIEE Transactions. Vol. 41. pp. 189-198. February. 1923.
- [16] DWIGHT, H. B. **Bessel Functions for A-C. Problems**. AIEE Transactions. Vol. 48. pp. 812-820. July. 1929.
- [17] STERBA, E. J. FELDMAN, C. B. **Transmission Lines for Short Wave Radio Systems**. Proceedings of IRE. Vol. 20, pp.1163-1202. July. 1932.
- [18] SCHELKUNOFF, S. A. **The electromagnetic theory of coaxial transmission lines and cylindrical shields**. Bell System Technical Journal. pp.532-579. 1934.
- [19] FORBES, H. C., GORMAN, L. J. **Skin effect in rectangular conductors: A method of measurement and experimental data**. Transactions of AIEE. Vol. 52, pp.516 -520. 1933
- [20] HAEFNER, S. J. **Alternating-current Resistance of Rectangular Conductors**. Proceedings of the Institute of Radio Engineers, Vol. 24, No. 4, pp. 434-447, December 1916.
- [21] WHEELER, H. A. **Formulas for the Skin Effect**. Proceedings of I. R. E., September 1942. 412-424.
- [22] WIGINGTON, R. L.; NAHMAN, N. S. **Transient Analysis of Coaxial Cables Considering Skin Effect**. Proceedings of I.R.E., February 1957. 166-174.

- [23] BERTIN, C. L. **Transmission-Line Response Using Frequency Techniques**. IBM Journal, Janeiro 1964. 52-63.
- [24] SILVESTER, P. **Modal Network Theory of Skin Effect in Flat Conductors**. Proceedings of IEEE, 54, September 1966. 1147-1151.
- [25] NAHMAN, N. S., HOLT, D. R. **Transient Analysis of Coaxial Cables Using the Skin Effect Approximation $A+B\sqrt{s}$** . IEEE Transactions on Circuit Theory, v. 19, n. 5, p. 443-451, Setembro 1972.
- [26] CHARI, M. V. K., CSENDES, Z. J. **Finite Element Analysis of the Skin Effect in Current Carrying Conductors**. IEEE Transactions on Magnetics, v. Mag13, n. 5, p. 1125-1127, Setembro 1977.
- [27] KONRAD, A. **The Numerical Solution of Steady-State Skin Effect Problems - An Integrodifferential Approach**. IEEE Transactions on Magnetics, v. Mag17, n. 1, p. 1148-1152, Janeiro 1981.
- [28] YEN, C., FAZARINC. Z., WHEELER, R. L. **Time-Domain Skin-Effect Model for Transient Analysis of Lossy Transmission lines**. Proceedings of the IEEE, v. 70, n. 7, p. 750-757, Julho 1982.
- [29] SEMLYEN, A. D. A. **Time Domain Modelling of Frequency Dependent Three-Phase Transmission Line Impedance**. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, v. PAS-104, n. 6, p. 1549-1555, Junho 1985.
- [30] MOK, E. S. M., COSTACHE, G. I. **Skin-Effect Considerations on Transient Response of a Transmission Line Excited by an Electromagnetic Pulse**. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, v. 34, n. 3, p. 320-329, Agosto 1992.
- [31] KIM, S., NEIKIRK, D. P. **Compact Equivalent Circuit Model for the Skin Effect**. Proceedings of IEEE-MTT-S International Microwave Symposium, San Francisco, CA, n. 3, p. 1815-1818, Junho 1996.

- [32] ANTONINI, G., ORLANDI, A. PAUL. C. R. **Internal Impedance of Conductors of Rectangular Cross Section**. Proceedings of IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility, Denver, CO, p. 94-99, Agosto 1998.
- [33] GABA, G., ABOU-DAKA, M. **A Simplified and Accurate Calculation of Frequency Dependence Conductor Impedance**. 8th International Conference on Harmonics and Quality of Power ICHQP'98. Athenas, Grécia: [s.n.]. 1998. p. 939-945.
- [34] MORCHED, A., GUSTAVSEN, B., TARTIBI, M. **A Universal Model for Accurate Calculation of Electromagnetic Transients on Overhead Lines and Underground Cables**. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 14, n. 3, p. 1032-1038, Julho 1999.
- [35] KUROKAWA, S., PISSOLATO FILHO, J., TAVARES, M. C., PORTELA, C. M. **Analyzing the transmission line parameters in frequency domain**. In: IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, vol.2. p. 878 - 883. 2001.
- [36] OSMANIS, I., PETERSON, L. P. **Time-domain skin-effect model for electromagnetic radiating, scattering and transmission problems**. Riga Polytechnical Institute, 8p2-E5, p. 292-294, 1990.
- [37] MINGLI, W., YU, F. **Numerical calculations of internal impedance of solid and tubular cylindrical conductors under large parameters**. IEE Proceedings of Generation, Transmission and Distribution, v. 151, n. 1, p. 67-72, Janeiro 2004.
- [38] BARMADA, S., MUSOLINO, A., RAUGI, M. **Wavelet-Based Time-Domain Solution of Multiconductor Transmission Lines With Skin and Proximity Effect**. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, v. 47, n. 4, p. 774-780, Novembro 2005.
- [39] DE ZUTTER, D., KNOCKAERT, L. **Skin Effect Modeling Based on a Differential Surface Admittance Operator**. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, v. 53, n. 8, p. 2526-2538, Agosto 2005.
- [40] MAGDOWSKI, M., KOCHETOV, S., LEONE, M. **Modeling the Skin Effect in the Time Domain for the Simulation of Circuit Interconnects**. Proc. Electromagn. Compat. Europe, 2008.

- [41] AL-QEDRA, M., ARONSSON, J., OKHAMTOVSKI, V. **A novel skin-effect based surface impedance formulation for broadband modeling of 3-D interconnects with electrical field integral equation.** IEEE Trans. Microw. Theory Tech., vol. 58, no. 12, pp.3872 -3881 2010
- [42] DWIGHT, H. B. **Mathematical tables.** Nova York: Dover Publ., 1958. 190 p.
- [43] MCLACHLAN, N. W. **Bessel functions for engineers.** 2.ed. Oxford: Clarendon Press, 1955. 239 p.
- [44] CARSON, J. **Wave Propagation in Overhead Wires with Ground Return.** Bell System Technical Journal, vol. 5, no. 4, pp. 539-554, 1926
- [45] COSTA, E. C. M. **Um Modelo para Condutores Múltiplos considerando a Distribuição da Corrente nos Subcondutores.** 2009. 98f. Dissertação. (Mestrado em Engenharia Elétrica). UNESP - Universidade Estadual Paulista. São Paulo. 2009.
- [46] WEDEPOHL L. M.; NGUYEN H. V.; IRWIN, G, D. **Frequency-dependent transformation matrices for untransposed transmission lines using Newton-Raphson method.** IEEE Transactions on Power Systems, New York, v. 11, n.3, p. 1538-1546, 1996.
- [47] TAVARES, M. C.; PISSOLATO, J.; PORTELA, M. C. **Quasi-modes multiphase transmission line model.** Electric Power Systems Research, no 49, pp. 159-167, 1999.
- [48] KUROKAWA, S.; DALVIN, R. S.; PRADO, A. J. ; PISSOLATO, J., **An Alternative Modal Representation of a Symmetrical Non-transposed Three-Phase Transmission Line.** IEEE Transactions on Power Systems, 2007.