



# Universidade Estadual de Campinas

**LCSI**

Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

Departamento de Máquinas, Componentes e Sistemas Inteligentes

**Laboratório de Controle e Sistemas Inteligentes**

## **MODELAGEM COMPUTACIONAL DE VÁLVULA DE EXPANSÃO ELETRÔNICA PARA SISTEMA DE REFRIGERAÇÃO E AR CONDICIONADO**

**Autor: Ana María Ramírez Buitrago**

**Orientador: Prof. Dr. Gilmar Barreto**

Trabalho de mestrado apresentado à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da UNICAMP, como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Comissão Examinadora

**Prof. Dr. Gilmar Barreto**

**Prof. Dr. Luis Felipe Mendes de Moura – FEM – UNICAMP**

**Prof. Dr. João Bosco Ribeiro do Val – FEEC - UNICAMP**

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA  
- BAE - UNICAMP**

R145m      Ramirez Buitrago, Ana Maria  
              Modelagem computacional de válvula de expansão  
              eletrônica para sistema de refrigeração e ar condicionado  
              / Ana Maria Ramirez Buitrago. -- Campinas, SP: [s.n.],  
              2010.

Orientador: Gilmar Barreto.  
Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de  
Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de  
Computação.

1. Métodos de espaço de estados. 2. Identificação de  
sistemas. 3. Modelagem de dados. 4. Ar condicionado -  
Refrigeração. 5. Sistemas MIMO. I. Barreto, Gilmar.  
II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de  
Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

Título em Inglês: Computational modeling of electronic expansion valve in a  
refrigeration system and air conditioning

Palavras-chave em Inglês: Methods of state space, System identification, Data  
modeling, Air conditioning - Refrigeration, MIMO  
systems

Área de concentração: Automação

Titulação: Mestre em Engenharia Elétrica

Banca examinadora: Luis Felipe Mendes de Moura, João Bosco Ribeiro do Val

Data da defesa: 22/02/2010

Programa de Pós Graduação: Engenharia Elétrica

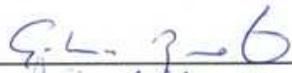
## COMISSÃO JULGADORA - TESE DE MESTRADO

**Candidata:** Ana Maria Ramirez Bultrago

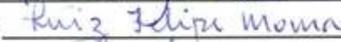
**Data da Defesa:** 22 de fevereiro de 2010

**Título da Tese:** "Modelagem Computacional de Válvula de Expansão Eletrônica para Sistema de Refrigeração e Ar Condicionado"

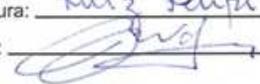
Prof. Dr. Gilmar Barreto (Presidente):



Prof. Dr. Luis Felipe Mendes de Moura:



Prof. Dr. João Bosco Ribeiro do Val:



*Para meus pais, Cristina e Gerardo;  
minha irmã, Clara;  
meu amor, Juan Sebastián;  
e minha família;  
Pelo Amor, Compreensão e Apoio infinito,  
por me ajudar a que este momento chegara...*

# Agradecimentos

Agradeço profundamente ao Professor Gilmar Barreto pela oportunidade que me deu de me especializar e pela orientação e paciência durante estes anos de estudo.

Agradeço especialmente a minha mãe, meu pai, minha irmã e minha família pelo amor, conselhos e apoio incondicional sempre, ainda mais durante esta etapa essencial de minha vida. Por acreditar em mim e me proporcionar as ferramentas necessárias para enfrentar todas as situações que vão acontecendo no caminho.

A Juane meu namorado pela paciência, apoio, tolerância e espera infinita durante estes dois anos que estive longe e sobre tudo por manter vivo nosso grande amor que foi, e é uma feliz motivação para continuar construindo meu plano de vida.

Também não houvesse sido possível me manter longe por tanto tempo sem o apoio, palavras, companhia, sorrisos, lágrimas e carinho da minha família em Brasil Caliche, Juliancito, Sandra e Mario e de todos os demais amigos e pessoas que em algum momento estiveram ali, do meu lado, me dando ânimos para continuar e compartilhando momentos felizes e inesquecíveis. Como também aos meus amigos Jader, Naty, Juandi, Anita, Cata e Flore que apesar da distância estiveram me acompanhando e animando com um imenso carinho.

Agradeço aos meus colegas que me receberam e ajudaram em minha chegada ao país e durante toda minha estadia nele Néilton e Marcus, foram um apoio gigante e me ensinaram milhões de coisas. A Mauro por abrir as portas de sua casa para mim e a seu pai também porque sem sua ajuda eu não tivesse tido esta oportunidade. A Marcio por abrir também as portas de sua casa, e a todas as pessoas com quem morei pela tolerância, companhia e momentos agradáveis. A Fabio pela proposta de trabalho e ajuda que me permitiu obter a presente dissertação e ao professor Felipe pela colaboração e apoio durante o processo todo.

Finalmente a CAPES pela ajuda financeira que foi fundamental para que eu pudesse realizar meu mestrado.

# Resumo

Neste trabalho apresentamos a modelagem computacional de uma válvula de expansão eletrônica a partir de dados experimentais de entradas e saídas através de modelos no espaço de estado, usando técnicas de subespaços, com objetivo de ter um sistema de refrigeração e ar condicionado eficiente, combinando eletrônica de potência e computação de modo a fornecer uma melhor solução para conservação de energia. A modelagem e a validação são feitas usando uma implementação computacional dos algoritmos de subespaços do espaço de estado. Os resultados apresentados mostram a validade e vantagens da técnica de modelagem realizada.

**Palavras-chave:** Identificação de Sistemas Multivariados, Modelagem Matemática Multivariada, Modelos no Espaço de Estado, Métodos de Subespaços, Algoritmos N4SID, MOESP e CVA, Sistemas de Refrigeração e Ar Condicionado, Válvula de Expansão Eletrônica.

# Abstract

This research shows the computational modeling of a electronic expansion valve based on input and output experimental data using Models in State Space and subspace methods. The aim of this work was to obtain an efficient Cooling and Air Conditioning system by the combination of power electronics and computation, as a result, a better solution for energy conservation was obtained. Modeling and validation are made using a computational implementation of subspace methods algorithms in state space. Achieved results show the validity and advantages of the modeling technique implemented.

**Palavras-chave:** Multivariate Systems Identification, Multivariate Mathematical Modelling, Models in State Space, Subspace Methods, Algorithms N4SID, MOESP and CVA, Cooling System and Air Conditioning, Electronic Expansion Valve.

# Sumário

<b>LISTA DE FIGURAS .....</b>	<b>IX</b>
<b>LISTA DE TABELAS .....</b>	<b>X</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS .....</b>	<b>XI</b>
<b>TRABALHOS PUBLICADOS.....</b>	<b>XII</b>
<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>13</b>
<b>CAPÍTULO 1 .....</b>	<b>17</b>
<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>17</b>
1.1 SISTEMA DE REFRIGERAÇÃO .....	17
1.1.1 <i>Ciclo de refrigeração por absorção</i> .....	17
1.1.2 <i>Ciclo de refrigeração por magnetismo</i> .....	19
1.1.3 <i>Ciclo de refrigeração por compressão de vapor</i> .....	20
1.2 CONTROLE DO CICLO DE REFRIGERAÇÃO POR COMPRESSÃO DE VAPOR .....	22
1.3 SISTEMA DO FLUIDO SECUNDÁRIO DE RESFRIAMENTO COM ARMAZENAMENTO DE ENERGIA .....	24
1.4 VÁLVULAS DE EXPANSÃO .....	26
1.5 MODELAGEM DO CONTROLE DA VÁLVULA DE EXPANSÃO.....	28
1.5.1 <i>Critérios de estimação de erros</i> .....	30
<b>CAPÍTULO 2 .....</b>	<b>33</b>
<b>BANCADA DE ENSAIOS .....</b>	<b>33</b>
2.1 SISTEMA DE REFRIGERAÇÃO .....	33
2.1.1 <i>Subsistema do fluido secundário de resfriamento</i> .....	34
2.1.2 <i>Subsistema do condicionamento do ar</i> .....	36
2.1.3 <i>Subsistema do ciclo de refrigeração por compressão de vapor</i> .....	36
2.2 VÁLVULA DE EXPANSÃO TERMOSTÁTICA (TEV) .....	38
2.3 DESCRIÇÃO DOS SENSORES .....	41
<b>CAPÍTULO 3 .....</b>	<b>43</b>
<b>MÉTODOS DE SUBESPAÇOS PARA MODELAGEM MATEMÁTICA.....</b>	<b>43</b>
3.1 INTRODUÇÃO .....	43
3.2 SISTEMA DINÂMICO.....	44

3.3	ESPAÇO DE ESTADO .....	44
3.4	MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO.....	45
3.5	SISTEMA DETERMINÍSTICO .....	47
3.5.1	<i>Propriedades do sistema determinístico</i> .....	51
3.6	O TEOREMA DE UNIFICAÇÃO DOS 3 ALGORITMOS DE IDENTIFICAÇÃO .....	52
3.6.1	<i>N4SID</i> .....	54
3.6.2	<i>MOESP</i> .....	55
3.6.3	<i>CVA</i> .....	55
3.7	COMPARAÇÃO ENTRE OS TRÊS ALGORITMOS.....	56
3.8	MÉTODO N4SID IMPLEMENTADO .....	56
3.8.1	<i>Vantagens do N4SID</i> .....	59
3.8.2	<i>Desvantagens do N4SID</i> .....	60
3.9	CRITÉRIOS DE SELEÇÃO DOS MODELOS AIC E FPE.....	61
<b>CAPÍTULO 4 .....</b>		<b>65</b>
<b>RESULTADOS E ANÁLISES DA MODELAGEM VÁLVULA-EVAPORADOR .....</b>		<b>65</b>
4.1	SISTEMA MODELADO .....	65
4.2	OBTENÇÃO DE DADOS.....	66
4.3	MODELAGEM COMPUTACIONAL COM MÉTODOS DE SUBESPAÇOS .....	67
4.4	VALIDAÇÃO .....	79
4.4.1	<i>Comparação dos parâmetros de Markov dos modelos obtidos</i> .....	80
4.4.2	<i>Critérios de qualidade de Akaike</i> .....	81
4.4.3	<i>Erro de validação</i> .....	82
<b>CONCLUSÕES, COMENTÁRIOS E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....</b>		<b>85</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>		<b>87</b>

# Lista de Figuras

FIGURA 2.1: DIAGRAMA DUM CICLO DE REFRIGERAÇÃO POR COMPRESSÃO DE VAPOR.....	21
FIGURA 3.1: SUBSISTEMAS DA BANCADA DE ENSAIOS.....	33
FIGURA 3.2: SUBSISTEMA DO FLUIDO SECUNDÁRIO DE RESFRIAMENTO.....	35
FIGURA 3.3: SUBSISTEMA DA UNIDADE DE ACONDICIONAMENTO DE AR.....	36
FIGURA 3.4: SUBSISTEMA DO CICLO DE REFRIGERAÇÃO POR COMPRESSÃO DE VAPOR.....	37
FIGURA 3.5: VÁLVULA TERMOSTÁTICA CONVENCIONAL.....	40
FIGURA 3.6: VÁLVULA TERMOSTÁTICA MODIFICADA.....	40
FIGURA 4.1: SISTEMA FINITO E LINEAR INVARIANTE NO TEMPO A SER IDENTIFICADO.....	47
FIGURA 4.2: OS DOIS PASSOS PRINCIPAIS DO ALGORITMO DE SUBESPAÇOS.....	54
FIGURA 4.3: GRÁFICO DE REPRESENTAÇÃO DOS VALORES SINGULARES DAS MATRIZES.....	58
FIGURA 5.1: MODELO 1 USANDO CVA E MOESP.....	71
FIGURA 5.2: MODELO 1 USANDO AUTO E COMPARAÇÃO DOS COMPORTAMENTOS CVA E MOESP.....	72
FIGURA 5.3: MODELO 2 USANDO CVA E MOESP.....	73
FIGURA 5.4: MODELO 2 USANDO AUTO E COMPARAÇÃO DOS COMPORTAMENTOS CVA E MOESP.....	74
FIGURA 5.5: MODELO 3 USANDO CVA E MOESP.....	75
FIGURA 5.6: MODELO 3 USANDO AUTO E COMPARAÇÃO DOS COMPORTAMENTOS CVA E MOESP.....	76
FIGURA 5.7: MODELO 4 USANDO CVA E MOESP.....	77
FIGURA 5.8: MODELO 4 USANDO AUTO E COMPARAÇÃO DOS COMPORTAMENTOS CVA E MOESP.....	78

# Lista de Tabelas

TABELA 2.1: BREVE HISTÓRICO DOS CRITÉRIOS DE ESTIMAÇÃO DE ERROS.....	31
TABELA 3.1: DESCRIÇÃO DOS SENSORES DE TEMPERATURA E POSIÇÃO.....	41
TABELA 3.2: DESCRIÇÃO DOS SENSORES DE PRESSÃO E VAZÃO.....	42
TABELA 4.1: RESUMO DOS CONCEITOS UTILIZADOS PELO ALGORITMO N4SID.....	57
TABELA 4.2: EQUAÇÕES PRINCIPAIS E ESTRATEGIAS DE SELEÇÃO DOS CRITERIOS AIC E FPE.....	62
TABELA 5.1: VARIÁVEIS DE INTERESSE PARA MODELAGEM.....	66
TABELA 5.2: ENTRADAS E SAÍDAS DE CADA ELEMENTO DO SUBSISTEMA DE REFRIGERAÇÃO MODELADO.....	67
TABELA 5.3: VALORES PARA OS PARÂMETROS LINEARES FIXOS NA MODELAGEM.....	68
TABELA 5.4: COMBINAÇÃO DE PARÂMETROS PARA CADA UM DOS OITO MODELOS.....	69
TABELA 5.5: PARÂMETROS DE MARKOV PARA CADA MODELO ESTIMADO COM CVA.....	80
TABELA 5.6: PARÂMETROS DE MARKOV PARA CADA MODELO ESTIMADO COM MOESP.....	80
TABELA 5.7: CRITÉRIOS DE AKAIKE PARA CADA UM DOS MODELOS.....	81
TABELA 5.8: ORDEM DE QUALIDADE DOS MODELOS.....	81
TABELA 5.9: ERROS DE VALIDAÇÃO.....	83

# Lista de Símbolos

<b>A</b>	Matriz de sistema
<b>B</b>	Matriz de entradas
<b>C</b>	Matriz de saídas
<b>D</b>	Termo de alimentação direita
<b>H</b>	Matriz de Hankel
$\mathbf{u}_k$	Entrada determinística
$y_k$	Saída determinística
$\mathcal{O}$	Matriz de observabilidade
$\mathcal{C}$	Matriz de atingibilidade
$\vec{\mathbf{H}}$	Matriz deslocada à direita
$\dagger$	Pseudoinversa
<b>N4SID</b>	Numerical Algorithms for Subspace State Space System identification
<b>MOESP</b>	MIMO Output Error State sPace
<b>CVA</b>	Canonical Variable Algorithm

# Trabalhos Publicados

Ramírez A. M., Barreto G., De Moura L. F. “Modelamiento de una Válvula de Expansión Electrónica de un Sistema de Refrigeración y Aire Acondicionado por Técnicas de Subespacios”. IX Congreso Tecnologías Aplicadas a la Enseñanza de la Electrónica - TAEE2010.

## INTRODUÇÃO

Um sistema de refrigeração e ar condicionado tem como objetivo resfriar um ambiente de forma controlada com o fim de viabilizar processos, processar e conservar produtos ou simplesmente, efetuar climatização para conforto térmico, o que é possível através de um ciclo termodinâmico, onde o calor é extraído do ambiente a ser refrigerado e é enviado para o ambiente externo. Os ciclos de refrigeração principais são por absorção, magnetismo ou compressão de vapor.

O sistema de refrigeração no qual foram feitos os ensaios e testes deste trabalho utiliza como princípio termodinâmico a compressão de vapor e esta dividida em três subsistemas principais que são: ciclo de fluido refrigerante secundário, ciclo de condicionamento de ar e ciclo de refrigeração por compressão de vapor. A eficiência energética pode ser obtida através de mudanças em cada um destes subsistemas usando procedimentos de controle e gerenciamento total dos equipamentos, por exemplo, no ciclo de refrigeração por compressão de vapor pode ser obtida de forma direta com ventiladores e compressores e de forma indireta com válvulas de expansão. Operando estes equipamentos próximos de seu limite de eficiência termodinâmica é possível conseguir uma redução energética, no entanto, esta não é garantida maximizando a eficiência dos componentes individuais.

Como método de gerenciamento para reduzir os custos de energia e antecipar os períodos de carga máxima é usado neste sistema de refrigeração e ar condicionado o armazenamento de energia térmica, onde se produz e acumula capacidade frigorífica em um banco de gelo durante as horas de mais baixa demanda de eletricidade (horas fora de ponta). Por outro lado, um método também eficiente de gerenciamento de ciclos por compressão de vapor consiste na combinação de dois importantes controles no sistema, o controle de velocidade variável do compressor e o controle do grau de superaquecimento do fluido refrigerante a partir da válvula de expansão. Neste trabalho é considerado apenas o controle do grau de superaquecimento através da variação da abertura da válvula de expansão.

Apresenta-se então a modelagem de uma válvula de expansão eletrônica a partir de dados experimentais com objetivo de termos um sistema de refrigeração e ar condicionado eficiente, combinando eletrônica de potência e computação de modo a fornecer uma melhor solução para conservação de energia.

Quando se deseja simular um sistema e os parâmetros que o descrevem, devem ser considerados dois aspectos fundamentais. O primeiro é decidir qual é o objetivo da simulação e o segundo é saber com qual método numérico vai se realizar o procedimento. O objetivo deste trabalho é simular o processo da válvula de expansão eletrônica e obter um modelo em espaço de estados que o descreva para que posteriormente o controle deste sistema de refrigeração e ar condicionado possa ser otimizado.

O grande desenvolvimento dos PEM (*Prediction Error Methods*) que culminou no final da década de 80 permitiu até hoje a aplicação e a análise de enumeráveis problemas práticos assim como a criação de múltiplos algoritmos alternativos que tem sido otimizados para obter melhores aproximações desses sistemas reais. Estes algoritmos que utilizam técnicas de subespaços e ferramentas da álgebra linear, chamados de “algoritmos de subespaços”, tem sido uma alternativa em relação aos algoritmos tradicionais de identificação de sistemas que utilizam métodos baseados na predição de erros. Têm melhoras como na necessidade de um mínimo número de parâmetros conhecidos para fazer a identificação e a rapidez dos cálculos pela não interatividade como é o caso dos PEM.

Na implementação dos métodos de subespaços é necessário conhecer os dados de entrada e saída para obter uma aproximação da representação do sistema linear, vantagem que facilita a simulação de sistemas reais nos quais seus parâmetros são desconhecidos. Também a utilização de ferramentas da álgebra linear como as decomposições QR e SVD principalmente, permite estes algoritmos serem bastante robustos numericamente, com o qual se garante robustez com respeito às perturbações. Para os sistemas reais invariantes no tempo se pode obter boas aproximações usando tanto simulação quanto predição e monitoramento do controle. Estes algoritmos têm sido implementados em importantes softwares comerciais como Matlab System

Identification Toolbox [44] (descrito por Ljung 1999 [37]) permitindo ao usuário estimar os parâmetros desejados e identificar o sistema de uma forma menos complexa e mais interativa.

Na prática, a solução analítica dos problemas de identificação pode ser complicada, portanto, deve-se recorrer a ferramentas e algoritmos que permitam desenvolver e encontrar soluções rápidas e precisas. Neste trabalho, através de algoritmos de identificação, implementados via Matlab, se conseguiu obter modelos do comportamento do sistema e logo validar estes resultados.

Para realizar a modelagem foi usada a representação em espaço de estado utilizando algoritmos baseados em subespaços, obtidos a partir de entradas e saídas passadas de um sistema real. Para fazer a modelagem da válvula de expansão eletrônica foi selecionado o método N4SID (*Numerical Algorithms for Subspace State Space System identification*) desenvolvido por Overschee e De Moor [40] com opção de escolha entre MOESP (*MIMO Output Error State sPace*) desenvolvido por Verhaegen [49] e CVA (*Canonical Variable Algorithm*) por Larimore [33] como passo intermediário do algoritmo que otimiza o modelo, a fim de obter diversos sistemas e assim observar qual deles é o mais aproximado ao sistema real. O modelo matemático para a válvula de expansão eletrônica foi obtido a partir dos dados de temperatura, pressão e abertura dos ensaios experimentais no sistema de condicionamento de ar onde está implementada a válvula modificada.

Durante todo esse trabalho vai se falar do grau de superaquecimento que é a diferença de temperatura entre o vapor refrigerante e o vapor saturado na saída do evaporador, além de ser esse valor que deve se manter constante durante todo o processo de refrigeração. Os dados obtidos do sistema de refrigeração e ar condicionado usados para fazer a modelagem neste trabalho têm um erro neste grau de superaquecimento, pois o valor correto é de  $7^{\circ}\text{C}$  e não de  $-7^{\circ}\text{C}$ . Ainda que para os efeitos da modelagem não tem maior importância, é devido conhecer dito erro. A importância verdadeira da modelagem é representar os sistemas a partir dos dados de entrada e saída considerando os erros que estão inclusos em ele, por tanto, a modelagem aqui apresentada segue de maneira correta os dados obtidos da bancada representando o sistema real.

Este trabalho está distribuído em 5 capítulos:

- O capítulo 1 apresentou uma introdução dos temas tratados e uma descrição do conteúdo dos capítulos seguintes.
- O capítulo 2 contém uma revisão bibliográfica dos sistemas de refrigeração e ar condicionado, assim como dos métodos de identificação de subespaços.
- No capítulo 3 se apresenta uma descrição completa do sistema de refrigeração e ar condicionado que contém a válvula de expansão.
- O capítulo 4 tem as bases teóricas dos métodos de identificação de subespaços assim como a descrição do algoritmo N4SID usado para a modelagem da válvula.
- No capítulo 5 são apresentados os resultados (modelos e simulações) obtidos usando os algoritmos propostos e comentários sobre de cada um deles.
- Finalmente, no último capítulo se apresentam as conclusões e propostas de possíveis trabalhos futuros.

## Capítulo 1

### REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

#### 1.1 Sistema de refrigeração

Um sistema de refrigeração tem como objetivo resfriar um determinado ambiente de forma controlada com o fim de viabilizar processos, processar e conservar produtos ou simplesmente, efetuar climatização para conforto térmico. Para diminuir a temperatura e tornar efetiva a refrigeração é necessário retirar energia térmica de determinado corpo ou meio, o que é possível através de um ciclo termodinâmico, onde o calor é extraído do ambiente a ser refrigerado e é enviado para o ambiente externo. Os ciclos de refrigeração principais são:

- Por absorção
- Por magnetismo
- Por compressão de vapor

##### 1.1.1 Ciclo de refrigeração por absorção

Pode se dizer que o ciclo de absorção é operado a calor, pois a maior parte do custo de operação está associada com o fornecimento de calor que libera o vapor do líquido de alta pressão. Na realidade, existe a necessidade de algum trabalho para acionar a bomba no ciclo de absorção, mas a quantidade de trabalho para uma dada quantidade de refrigeração é mínima, comparada com aquela necessária no ciclo de compressão de vapor.

Neste ciclo de refrigeração, o vapor de refrigerante de baixa pressão que está no evaporador é absorvido por uma solução no absorvedor. Quando a temperatura desta solução se eleva, a absorção de vapor pode cessar, e para evitar esse fenômeno, o absorvedor é resfriado por água ou

ar. A solução no absorvedor é bastante concentrada (contém grande quantidade de refrigerante), uma bomba eleva a pressão desta solução e faz com que esta entre no gerador. No gerador ocorre a adição de calor (fonte que fornece temperaturas elevadas), fazendo com que o refrigerante volte ao estado de vapor, o qual está em elevadas temperatura e pressão. A solução líquida, que agora tem baixa concentração de refrigerante, retorna ao absorvedor pela válvula redutora de pressão. O objetivo da presença desta válvula é manter a diferença de pressão entre o absorvedor e o gerador. No evaporador há passagem de água fria, que resfria o vapor e condensa o refrigerante, ali ocorre passagem do fluido que será resfriado (troca de calor com o refrigerante) e este fluido fornece calor ao refrigerante para que este possa evaporar [8].

A refrigeração por absorção já era utilizada desde séculos atrás. No século XIX começaram a substituir máquinas de absorção por máquinas de compressão. No começo do século seguinte os sistemas de refrigeração por compressão passaram a dominar o mercado devido à invenção e introdução de diversos materiais.

A tecnologia de absorção teve um grande desenvolvimento depois de 1850 com os trabalhos de Ferdinand Carré, que permitiu posteriormente registrar diversas patentes de construções de alguns sistemas para a fabricação de gelo e para aplicação em processos industriais. A partir de 1880, com o desenvolvimento da refrigeração por compressão de vapor de Carlos Linde, os sistemas por absorção tornaram-se menos atrativos. Mas depois da Primeira Guerra Mundial cresceu a necessidade de aproveitamento de rejeitos energéticos e começaram a ser utilizados em grande escala este tipo de sistema. Em 1930 na Suécia foi desenvolvido o refrigerador Electrolux de uso doméstico. Na década de 50 Stierlin conseguiu fabricar um sistema de maior eficiência, provocando uma nova abertura do mercado. Esse tipo de sistema, devido a sua capacidade, é utilizado em aparelhos como refrigeradores e frigo-bares. A empresa Electrolux fabrica aproximadamente 80% da produção mundial [39].

Mas ainda na década de 70 em razão da crise energética foram comercializados, por empresas como Carrier, York e Trane, vários modelos de equipamentos de condicionamento ambiental por absorção. Interesse que foi despertado devido a que estes sistemas oferecem a

possibilidade de usar fontes de baixo potencial (baixa temperatura), assim como seu emprego em esquemas de cogeração (produção simultânea de energia térmica e energia mecânica a partir de um único combustível). No Brasil atualmente é realizada a produção de refrigeradores domésticos por absorção, feitos por diferentes fabricantes como a Consul, além da importação de resfriadores líquidos (chillers).

### **1.1.2 Ciclo de refrigeração por magnetismo**

A refrigeração por magnetismo é relativamente nova, mas já conhecida na indústria e nos laboratórios científicos há muito anos. Até alguns anos atrás não possuía nenhuma aplicação doméstica, principalmente por causa de alguns desafios ambientais, devido a que maioria dos sistemas precisa tanto de gadolínio, que é um metal extremamente raro e caríssimo, quanto de arsênio, que é uma substância bastante venenosa[19].

Em 2005, no Instituto de Física "Gleb Wataghin" (IFGW), da Unicamp, os pesquisadores descobriram um composto intermetálico de manganês e arsênio, cuja capacidade de retirar calor do ambiente é vinte vezes superior ao gadolínio. O mecanismo proposto pelos pesquisadores, considerado uma novidade, é que a rede passa através da interação com o campo magnético, para contribuir em grande parte ao efeito de entropia, ou seja, cria-se uma segunda fonte de entropia para o efeito magnetocalórico, que é exatamente a rede, através de uma interação chamada magnetoelástica.

O efeito magnetocalórico corresponde ao aquecimento de um material magnético quando ele é colocado sob a influência de um campo magnético, e ao correspondente resfriamento quando ele é retirado deste campo. Tem o potencial de ser usado em processos de refrigeração, que denominamos de refrigeração magnética, apresentando a vantagem de ter eficiência maior que os processos convencionais de refrigeração, não só por envolver sólidos muito mais densos que os gases do processo convencional, mas também por prescindir destes gases. A descrição do efeito é descrita por Gama ET. AL. em 2004 [21].

Na atualidade, graças a um trabalho feito nos Estados Unidos por pesquisadores chineses, a tecnologia de refrigeração poderá finalmente dar um salto tecnológico, tornando-se absolutamente silenciosa e gastando muito menos energia. A nova liga magnetocalórica agora descoberta pela equipe é composta por manganês, ferro, fósforo e germânio. Ela não só é o primeiro magnetocalórico que funciona à temperatura ambiente, mas também tem propriedades tão fortes, que um sistema construído com ela pode competir em eficiência com os compressores tradicionais utilizados hoje na refrigeração [19].

Sua composição exata para a aplicação em dispositivos domésticos ainda está sendo estudada, mas ela deve chegar primeiro a refrigeradores e a sistemas de ar-condicionado, para então ser avaliada sua utilidade em equipamentos menores.

### **1.1.3 Ciclo de refrigeração por compressão de vapor**

Os equipamentos mais conhecidos que utilizam o ciclo de refrigeração por compressão de vapor são a geladeira e os aparelhos de ar condicionado. Nestes equipamentos existem basicamente quatro componentes [10]:

- Compressor
- Condensador
- Dispositivo de expansão
- Evaporador

O fluido refrigerante na forma de líquido saturado passa pelo dispositivo de expansão (restrição), onde é submetido a uma queda de pressão brusca. Depois, o fluido é conduzido pelo evaporador que absorve calor do ambiente a ser refrigerado, vaporizando-se. Na saída do evaporador, na forma de gás ele é sugado pelo compressor, que eleva sua pressão (e temperatura) para que possa ser conduzido através do condensador, que cede calor ao ambiente externo condensando o fluido e completando o ciclo. Um ventilador efetua a circulação de ar, fazendo que o ar a ser resfriado entre em contato com a serpentina do evaporador. O sistema descrito é

chamado de “*chiller*”, e seu objetivo é esfriar qualquer fluido para usá-lo em processos industriais.

Na etapa de evaporação o fluido refrigerante entra na serpentina como uma mistura predominantemente líquida, e absorve calor do ar forçado pelo ventilador que passa entre os tubos. Ao receber calor, o fluido saturado vaporiza-se, utilizando o calor latente para maximizar a troca de calor.

A função do compressor é comprimir o gás, elevando a pressão do fluido. Em um ciclo ideal, na compressão desprezam-se as perdas. Na prática perde-se calor ao ambiente nessa etapa, porém não é significativo em relação à potência de compressão necessária.

Na etapa de condensação (condensador) ocorre a rejeição de calor do ciclo, onde o fluido na forma de gás saturado é condensado ao longo do trocador de calor, que em contato com o ar cede calor ao meio ambiente.

Na etapa de expansão ocorre uma perda de pressão brusca, porém controlada que vai reduzir a pressão do fluido da pressão de condensação para a pressão de evaporação. Em um ciclo ideal desprezam-se as variações de energia cinética e potencial.

A partir deste ponto, nos restringiremos ao estudo do sistema de refrigeração por compressão de vapor. Este sistema contém a válvula de expansão que será objeto de nossa modelagem.

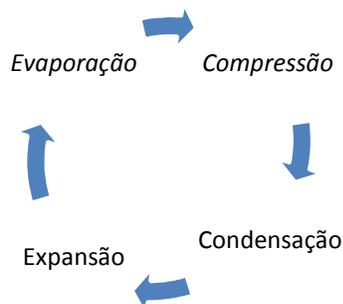


Figura 2.1: Diagrama dum ciclo de refrigeração por compressão de vapor.

## 1.2 Controle do ciclo de refrigeração por compressão de vapor

As teorias modernas de controle apresentam uma grande contribuição para o controle de ciclos por compressão de vapor utilizados em sistemas de refrigeração. O desenvolvimento atual das técnicas de controle com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO) permite uma otimização na coordenação entre abertura da válvula de expansão, velocidade dos ventiladores e velocidade do compressor, melhorando assim o comportamento do grau de superaquecimento, amortecendo perturbações externas, ampliando a faixa de trabalho e modulando efetivamente a capacidade do sistema. Uma malha de controle tradicional de um ciclo de refrigeração por compressão de vapor está composta por quatro elementos básicos [10]:

- Controlador
- Atuador (motores a passo, solenóide, atuador termostático, etc.)
- Processo (trocador de calor, ventilador, etc.)
- Sensor de retroalimentação

O desempenho de uma malha de controle com retroalimentação depende das características destes elementos dentro da malha e de os objetivos do controle que sejam estabelecidos, alguns deles poderiam ser:

- Manter estável a operação
- Minimizar o erro
- Manter o erro dentro de uma faixa dada
- Minimizar a resposta no tempo
- Minimizar o overshoot
- Minimizar o tempo de acionamento do atuador

Os objetivos do controle podem ser contraditórios embora o usuário deva estabelecer prioridades para atingir o desempenho desejado, assim como concluíram Shavit e Wruck em 1997 [46].

Em resultados experimentais obtidos em um projeto onde é desenvolvido um controlador PID com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO), se mostra que a técnica de controle da velocidade do compressor depende do desenvolvimento de motores e compressores com inversores baratos. Estes inversores ainda estão em estudo tanto na parte tecnológica quanto na seleção de estratégias de controle mais adequadas, dizem Fredsted e Bernardi em 1999 [20].

Silva em 2003 [14] utilizando a lógica fuzzy conseguiu construir um protótipo de um sistema de refrigeração totalmente automatizado (com base no desenvolvimento de técnicas inteligentes artificiais).

Em um estudo teórico de diferentes métodos de controle da capacidade de refrigeração, sob condições de carga total e parcial, se encontra que as técnicas mais eficientes do ponto de vista energético são o controle da velocidade variável e os múltiplos compressores, sendo mais efetivo o uso do controle de velocidade variável, devido às múltiplas vantagens com respeito aos outros controles, entre elas:

- Diminui o consumo de energia até 40%
- Apresenta melhor eficiência trabalhando sob cargas parciais
- Reduz custos de manutenção e custos operacionais
- Permite eliminar equipamentos de controle complexos
- Melhora a disponibilidade para acompanhar as alterações de carga

A aplicação do conceito de velocidade variável para compressores em refrigeração comercial, segundo o estudo teórico que foi feito por Tassou e Quereshi em 1998 [48], tem sido lenta devido a diferentes fatores como:

- Altos custos dos equipamentos pelo grande número de componentes adicionais
- Insuficiente desenvolvimento e integração dos controles de velocidade variável e dos compressores

- Inadequado desenvolvimento do sistema de controle que leva a um pobre desempenho inicial da instalação
- Apresenta menor eficiência a baixas velocidades devido à geração de harmônicos pelo inversor que afeta tanto à rede elétrica quanto o motor

O controle da capacidade do sistema sob as condições de carga parcial é a diferença básica entre um sistema de refrigeração com velocidade variável e um sistema de refrigeração convencional. No sistema com velocidade variável a variação da velocidade do motor do compressor permite atender a capacidade de refrigeração sob a carga parcial. Para aperfeiçoar o processo e melhorar o desempenho, pode ser usado um controle eletrônico do superaquecimento além do controle da velocidade variável.

Maximizando individualmente a eficiência de cada um dos componentes do sistema não garante um consumo global mínimo, mas quando se operam estes próximos do seu limite de eficiência termodinâmica ou quando se tem um controle supervisionado dos componentes do sistema pode-se diminuir o consumo de energia total.

### **1.3 Sistema do fluido secundário de resfriamento com armazenamento de energia**

Como método para reduzir os custos de energia e antecipar os períodos de carga máxima, se pode usar o armazenamento de energia térmica. Este gerenciamento das mudanças de carga produz e acumula capacidade frigorífica durante as horas de mais baixa demanda de eletricidade (horas fora de ponta).

Segundo estudos feitos na FEM (Faculdade de Engenharia Mecânica) da Unicamp desde 1976, o “Banco de Gelo”, segundo Ismail [29], não proporciona propriamente economia de energia elétrica, mas sim o deslocamento de demanda. Esta forma de sistema de “Banco de Gelo” funciona de forma simples, consiste em resfriar uma placa de metal a 15 graus centígrados que logo é banhada com água em movimento para a geração de cristais de gelo. No processo há um

refluxo da solução composta pela água e pelos cristais até ser atingido o índice de 15% a 20% de gelo. Depois, o sistema é interrompido e o frio é armazenado, ficando pronto para ser utilizado.

De acordo com esses estudos, este banco de gelo é mais eficiente do que as tecnologias tradicionais, entre outras vantagens, porque não precisa equipamentos intermediários devido a que a mistura de água e gelo é bombeada diretamente para os *fan-coils* (sistema de acondicionamento e climatização, onde o ar é tratado e impulsionado com um ventilador ao ambiente através de um filtro). Por outro lado, este tipo de climatização do ambiente tem um custo de operação mais barato além de contribuir para a diminuição da sobrecarga do sistema de geração e de distribuição de eletricidade. A tecnologia permite que o frio seja gerado fora do horário de pico, no período compreendido entre as 21h e 6h (onde as tarifas energéticas são menores) para ser utilizado durante o resto do dia. Outra grande vantagem deste método é que não é tão seco quando o gerado pelo ar-condicionado convencional, o que dá mais conforto e bem-estar aos usuários.

Existem importantes vantagens de um sistema com armazenamento térmico sobre sistema de ar condicionado convencional, algumas delas podem ser [10]:

- A capacidade da planta de refrigeração pode ser reduzida substancialmente em comparação com o sistema de ar condicionado convencional.
- O sistema convencional opera a maior parte de sua vida útil com cargas parciais, em quanto que um sistema com armazenamento térmico o chiller trabalha com 100% de sua capacidade durante o período de operação do sistema de armazenamento frio, portanto, a planta opera em sua eficiência ótima.
- A instalação de um sistema de armazenamento de frio em prédios pode reduzir a capacidade necessária do chiller e, conseqüentemente, o tamanho da carga de gás refrigerante, reduzindo assim o potencial de emissões de CFC (clorofluorocarbonos, substâncias que deterioram a camada de ozônio) para a atmosfera.

- No período noturno os sistemas de armazenamento de frio mudam o consumo elétrico da unidade de refrigeração, pois a temperatura ambiente é menor que no período diurno, portanto, obtém-se uma melhora na eficiência da planta neste período.

## 1.4 Válvulas de expansão

Existe uma ampla variação nas condições de carga dos sistemas convencionais de refrigeração e ar condicionado, os quais são projetados para atender a carga máxima e operam a maior parte do tempo com carga parcial. A operação com carga parcial é caracterizada por um controle do compressor do tipo liga/desliga ou outro método de controle de capacidade. Teoricamente o mais eficiente método de gerenciamento de ciclos por compressão de vapor consiste na combinação de controle do grau de superaquecimento do refrigerante a partir da válvula de expansão, com o controle variável da velocidade do compressor [10].

A válvula de expansão realiza duas funções, a dosificação e a modulação. Além de criar uma diferença de pressão entre a entrada (líquido) e a saída (vapor - líquido) mediante um buraco calibrado no interior do corpo da válvula. No interior da válvula o diafragma, elemento controlado termostaticamente, se desloca entre as posições de mínima e máxima abertura para controlar a vazão do líquido refrigerante através da válvula. Deste modo é garantida a correta quantidade de refrigerante no evaporador. O filtro que elimina a umidade do refrigerante nos equipamentos de ar condicionado incorpora no interior de uma carcaça metálica substâncias capazes de absorver e recolher água até sua saturação, como o gel de sílice alumina ativado e o tamis molecular. Existem diferentes tipos de válvulas de expansão, algumas delas:

- De pressão constante
- De temperatura constante
- Termostática

A *válvula de pressão constante* é uma válvula do tipo borboleta, que reage à pressão localizada na linha de sucção do evaporador, para manter uma pressão constante desejada, mais elevada que a pressão da linha principal de sucção.

A *válvula de temperatura constante* é uma válvula do tipo borboleta também, que muda dependendo da temperatura do bulbo termostático. Essa válvula está situada na linha de sucção do evaporador, para reduzir o efeito refrigerante na serpentina e simplesmente manter a temperatura em um mínimo desejado.

A *válvula de expansão termostática (TEV)* é um dispositivo regulador de fluxo do refrigerante no evaporador que mantém a temperatura de evaporação em uma relação constante com a temperatura do bulbo termostático.

Para o interesse deste trabalho, só será explicado o funcionamento da válvula de expansão termostática e serão mostrados alguns comentários pertinentes, além disso, serão apresentadas as mudanças feitas na válvula que vai ser modelada na seguinte seção.

Uma procura na otimização do grau de superaquecimento descreve a avaliação e comparação de uma válvula termostática convencional e uma válvula de expansão eletrônica, mostrando que esta última apresenta uma faixa mais ampla de estabilidade frente as mudanças da carga térmica no evaporador [10]. Este comportamento favorável da válvula de expansão eletrônica foi observado mesmo quando o controle no grau de superaquecimento de refrigerante foi obtido mediante a aplicação de métodos convencionais (PD, PI ou PID) com uma só entrada e uma só saída (SISO), onde o desempenho do sistema de controle é baixo dadas as limitações da estrutura de controle utilizada e a dificuldade de sintonia do controlador por Silva em 1994 [47] e Castle ET. AL. em 1999 [11].

Partindo de uma análise comparativa da malha de controle pode se detectar as instabilidades características presentes no controle do grau de superaquecimento do refrigerante na saída do evaporador. Utilizando quatro classes diferentes de atuador: com bulbo sensor, eletrônico, semi-

eletrônico e solenóide, se conclui que a válvula de expansão com acionamento totalmente eletrônico (motor passo a passo) é a que apresenta maiores vantagens ainda que seu controle chegue a ser mais complicado, como é analisada por Schmidt em 1999 [45].

### 1.5 Modelagem do controle da válvula de expansão

A identificação de sistemas utilizando técnicas de subespaços é uma técnica relativamente nova que foi aceita de forma rápida por ter vantagens interessantes quando comparada com outros métodos para identificação de sistemas. Vantagens como sua aplicabilidade aos sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas e sua rapidez e robustez numérica fizeram que aplicações em processos industriais e modelos econômicos utilizassem intensamente estes métodos e que com o tempo se espalhassem por diversas outras áreas; despertando assim um grande interesse da pesquisa nestes novos métodos de identificação de sistemas dinâmicos.

Antes da década de 60, Bode, Nyquist e Nichols realizaram estudos na análise da resposta ao impulso, mas estas técnicas estão limitadas para os sistemas SISO (uma única entrada – uma única saída). A teoria de controle desenvolvida por eles representa na atualidade o que conhecemos por controle clássico.

O desenvolvimento da teoria da identificação começou em 1965 dando passo a um novo controle, o controle moderno. Os pioneiros foram Ho e Kalman [28] e Aström e Bohlin [5]. Ho e Kalman em 1965 proveram a primeira solução à determinação da representação mínima do espaço de estado com os dados obtidos a partir da resposta ao impulso. A solução a este problema de realização determinística foi depois estendida por Akaike em 1974 [4]. Aström-Bohlin em 1965 propuseram fortes bases para os métodos de predição de erro baseados em modelos paramétricos de entradas e saídas, depois de desenvolver os métodos comumente conhecidos como ARMA (AutoRegressive Moving Average) ou ARMAX model (AutoRegressive Moving Average with eXogeneous inputs).

Nesta década a comunidade científica se sentiu privilegiada com a disponibilidade das novas teorias de controle e de identificação, o que permitiu usá-las para aplicações de engenharia

importantes como nas áreas de mecânica, elétrica e aeroespacial. A necessidade de desenvolver novas técnicas de modelagem foi beneficiada com estudos realizados em diversas disciplinas como o controle de processos, sistemas biológicos e biomédicos, sistemas de transporte, entre outras.

É conhecido que todas as atividades de pesquisa nesta área apontam na direção da busca do “verdadeiro sistema” e por essa razão no meio dos anos 70 a teoria de Predição do Erro (PE) dominou a Teoria da Identificação e suas aplicações. Muitas destas atividades se ocupam dos problemas de identificação para sistemas de múltiplas variáveis e sistemas de malha fechada.

Os algoritmos de identificação utilizando métodos de subespaços - N4SID (Numerical algorithms for Subspace State Space System IDentification) são um caso geral da clássica teoria da realização dos anos 70, onde o sistema total consta de entrada-estado-saída e identifica o estado a partir da resposta ao impulso (parâmetros de Markov) como se pode ver em publicações como do Ho e Kalman [28], Dickinson [17] e Kung [32]. Os primeiros trabalhos a obter modelos a partir dos dados de entrada e saída que influenciaram a criação do algoritmo N4SID foram realizados por Budim [9], Gopinath [27] e Liu e Suen [34], e o mais recente por Willems [51-53], que influenciou a parte determinística do trabalho. A orientação estocástica foi guiada pelos trabalhos de Akaike [2, 4]. Uma completa revisão bibliográfica pode ser encontrada no trabalho feito pelos mesmos criadores do algoritmo N4SID, De Moor e Overschee [41].

Nos anos 80 as pesquisas e as análises feitas por Ljung sobre a caracterização dos erros paramétricos provocou um avanço mais rápido na identificação de sistemas e importantes desenvolvimentos matemáticos que tem permitido melhorar e facilitar a obtenção de modelos em diferentes áreas. Ljung [38] mostra o desenvolvimento da identificação com predição de erro e como suas contribuições mudaram a visão da identificação, além disso, apresenta a identificação de sistemas como um problema de projeto no qual o modelo tem o papel principal. Com estes estudos conseguiu impactar à comunidade de engenharia dos sistemas de identificação, mostrando um ponto de vista diferente à literatura da estatística tradicional.

Desde 1990 até hoje se tem estudado a qualidade dos modelos através da escolha das variáveis do sistema. Por outro lado, outros novos campos da área do estudo de identificação surgiram como os projetos de experimentos, a identificação no domínio de frequência, a identificação em malha fechada, e a análise e projeto de controle robusto. Gevers [24] apresenta no seu trabalho a continuidade e a motivação dos desenvolvimentos da identificação de sistemas nos últimos 40 anos além de mostrar como o Lennart Ljung é responsável por muitos dos avanços neste campo da identificação e apresenta algumas de suas mais importantes contribuições.

No início dos anos 90 muitas pesquisas estavam ainda por ser desenvolvidas e entre os que trabalharam nessa área e deixaram importantes contribuições estão: Van Overschee e De Moor [40], Verhaegen [49], Viberg [50]. Com os trabalhos desenvolvidos por eles se abriram caminhos para novas investigações referentes às propriedades da identificação de subespaços e sua conexão com a teoria da realização, além da busca de melhoria dos procedimentos numéricos, como se pode ver nos trabalhos de Katayama e Picci [30], Chui e Maciejowski [13] e, Chiuso e Picci [12].

O Lennart Ljung revolucionou os sistemas de identificação, sendo o responsável de muitas das teorias chaves destes sistemas e suas contribuições foram definitivas no estabelecimento da identificação no espaço de estado para resolver problemas MIMO ainda nos anos 90. Ljung em 1996 fez um completo trabalho onde mostra o desenvolvimento e uma ampla revisão bibliográfica dos sistemas de identificação desde o seu início [35]. Outra grande revisão histórica e bibliográfica foi feita por Deistler em 2002 [16]. Com respeito aos algoritmos mais conhecidos e usados na atualidade, o MOESP, N4SID e CVA existem diversas publicações onde se mostram similitudes, unificações e diferenças entre os três como no trabalho feito por Favoreel ET. AL. em 1999 [18] e por Overschee em 1993 [43].

### **1.5.1 Critérios de estimação de erros**

A estimação de modelos estocásticos nasce da necessidade de prever corretamente o comportamento de fenômenos reais que dependem de distintas variáveis quando para o mesmo conjunto de dados existem modelos alternativos diferentes entre si. Desde a década de 60 tem-se

desenvolvido toda uma literatura estocástica sobre distintos critérios de seleção de modelos. Alguns deles são muito empregados e aplicados em múltiplos pacotes estatísticos e matemáticos como podem ser vistos na Tabela 2.1.

Ayuda M.I. [6] apresenta um resumo das características, equações e comparações de alguns tipos de critérios de seleção dos modelos. Todos os critérios têm sido criados com objetivos diferentes, é por tal razão que não existe uma regra unânime sobre qual é a melhor forma de selecionar o modelo ótimo. Embora, todos eles têm em comum propriedades desejáveis que todo critério devesse satisfazer. Neste sentido, alguns autores da literatura estatística apresentam comparações dos critérios a partir de diferentes propriedades e características dos modelos.

Tabela 2.1: Breve histórico dos critérios de estimação de erros

<b>Critério</b>	<b>Autor</b>	<b>Ano</b>
$A_p$	Allen	1971
$C_p$	Mallows	1973
PC (Prediction Criterion)	Amemiya	1973
BIC (Bayesian Information Criterion)	Sawa Chow	1978 1983
FPE (Final Prediction Error)	Akaike	1969
AIC (Akaike's Information Criterion)	Akaike	1971
SBIC (Schwarz's Bayesian Information Criterion)	Schwarz	1978
BEC(Bayesian Estimation Criterion)	Geweke y Meese	1981

Um estudo da comparação dos critérios de seleção quando alteramos a estrutura do processo que originou os dados é dado por Koehler e Murphree em 1988 [31]. Garcia Olaverri e Aznar em 1994 [23] demonstram tanto analítica como experimentalmente usando exercícios de simulação, que alguns dos critérios mais usados (considerados no estudo) são invariantes na seleção quando se modifica a variância e o processo gerador de dados, mas sem ignorar as variações que alguns deles tem quando sofrem modificações, chegando assim a uma ordem dos critérios segundo seu grau de sensibilidade.

Uma outra comparação dos critérios de seleção quando muda o tamanho amostral é descrita por Geweke e Meese (1981) [25]. Geweke e Meese fizeram uma análise do comportamento dos critérios segundo o número de modelos presentes na comparação. O estudo foi focado na comparação dos critérios aplicados a distintos tamanhos amostrais e não a como número de alternativas afeita à seleção.

Para Olaverri (1996) [22], é relevante saber se um determinado critério irá proporcionar resultados distintos conforme o número de alternativas que se dispõem. Porém para todos os critérios é distinto selecionar um modelo entre 2 alternativas ou entre 14, mais para o autor é lógico que caso sejam comparados modelos muito diferentes do sistema real, sua presença ou não na seleção não deveria provocar variações na seleção final. Ele apresenta nesse trabalho, um estudo comparado do comportamento dos distintos critérios de seleção quando se modifica o número de modelos presentes na comparação seguindo esquemas propostos. Conclui que independentemente do objetivo com que foram construídos os critérios, alguns deles se vêem minimamente afetados pelo número de modelos presentes na comparação sempre que entre eles existam as mesmas variáveis do processo original.

Usando as novas técnicas de modelagem apresentadas neste capítulo em um sistema de refrigeração e ar condicionado real que será descrito no capítulo seguinte, serão encontradas as matrizes que o descrevam da forma mais aproximada possível, de maneira que possa ser representado e reproduzido este sistema e assim mesmo possa ser otimizado e automatizado a fim de obter uma maior economia de energia.

## Capítulo 2

### BANCADA DE ENSAIOS

#### 2.1 Sistema de refrigeração

O sistema de ar condicionado usado para os ensaios e testes (inclusive da válvula de expansão modificada) consiste em um armazenamento de energia utilizando banco de gelo, e está dividido em três subsistemas [10], Figura 3.1, que são:

- Ciclo de refrigerante secundário
- Ciclo de acondicionamento de ar
- Ciclo de refrigeração por compressão de vapor

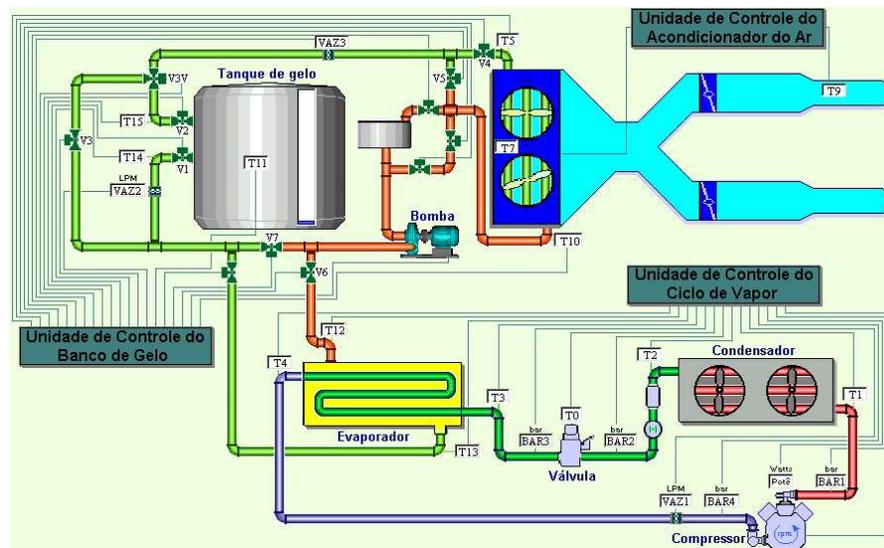


Figura 3.1: Subsistemas da bancada de ensaios.

### 2.1.1 Subsistema do fluido secundário de resfriamento

Está composto por um tanque de armazenamento de energia (banco de gelo), um regulador de temperatura (válvula de mistura), um *by-pass* do trocador de calor do ar condicionado (válvula de desvio), um resfriador do ar do ambiente climatizado (trocador de calor do ar condicionado) e, um elemento que faça circular o refrigerante secundário pelo circuito de resfriamento (bomba).  
Figura 3.2

O *tanque de armazenamento de energia*, o seja, o banco de gelo, está encarregado de armazenar energia a baixa temperatura que depois será usada dependendo da estratégia de gerenciamento de energia escolhida. Consta de uma serpentina de tubos de cobre dispostas em forma de arranjo vertical imerso em um tanque de água (material de mudança de fase) com capacidade de 30 litros. O refrigerante secundário (20% etileno glicol e 80% água) passa pelo evaporador do sistema de refrigeração onde é refrigerado e bombeado através das serpentinas que estão dentro do tanque formando gelo e com ele, armazenando energia. No ciclo de descarga, o refrigerante secundário circula pela serpentina do *fan-coil*, retirando carga térmica do ambiente, depois retorna ao banco de gelo para se resfriar de novo, derretendo assim o gelo formado na etapa anterior.

A *válvula de mistura* é uma válvula de três vias com um atuador eletrônico rotativo controlada por uma das saídas analógicas de uma placa de aquisição de dados. Tem uma temperatura ajustada e sua função é acionar um *by-pass* no banco de gelo permitindo que a quantidade suficiente de refrigerante secundário contorne o banco de gelo e seja misturado depois com o refrigerante secundário que passa através do banco de gelo, onde obtêm a temperatura desejada do fluido na saída da válvula.

O *trocador de calor do ar condicionado* é utilizado para resfriar o ar do ambiente climatizado. O trocador é do tipo gás-líquido e tem um arranjo triangular acoplado a um ventilador centrifugo tipo sirocco com motor trifásico, o controle que usa é de velocidade variável.

A *válvula de desvio* está encarregada do *by-pass* do trocador de calor do ar condicionado, abre quando está ativo o ciclo de formação de gelo ou fecha para que o refrigerante secundário circule pelo trocador de calor enquanto este está fornecendo a capacidade térmica para o ar condicionado.

A *bomba* faz circular o refrigerante secundário pelo circuito de resfriamento, ela pode ser velocidade variável ou constante. Esta bomba é de tipo monobloco com junta de vedação mecânica, tem um controle de velocidade que utiliza inversor de frequência cujo sinal de referencia é enviado através de um dos módulos de saída da placa de aquisição de dados.

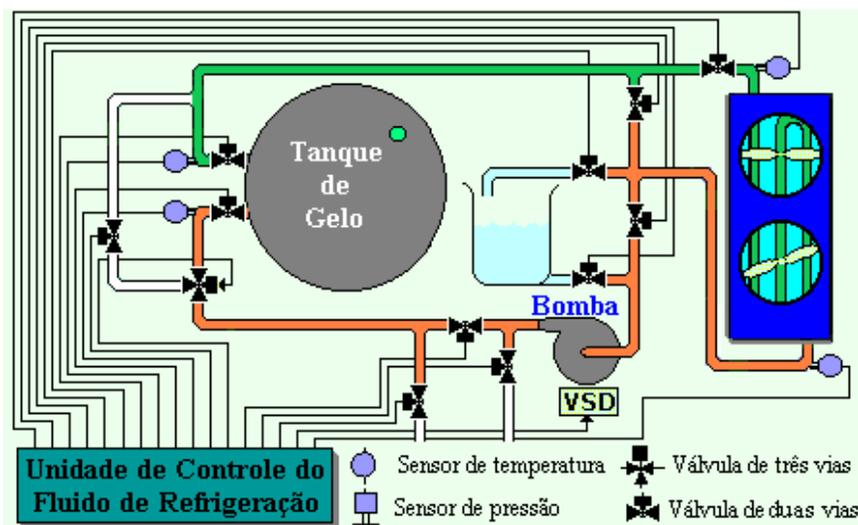


Figura 3.2: Subsistema do fluido secundário de resfriamento.

A bancada com o sistema do fluido secundário tem grande versatilidade de funcionamento, permite trabalhar com diferentes tipos de circuitos hidráulicos e quatro modos diferentes dependendo da operação das válvulas solenóides. Estes modos são armazenador de energia, produtor de frio só com desacumulação de gelo, produtor de frio só com chiller e produtor de frio com chiller mais desacumulação de gelo.

### 2.1.2 Subsistema do acondicionamento do ar

É um sistema de ventilação que tem velocidade variável que aumenta ou diminui o fluxo do ar através do controle da velocidade do ventilador no trocador de acondicionamento do ar, e sua função é fornecer volume do ar suficiente para manter a temperatura do duto em um nível aceitável. Figura 3.3.

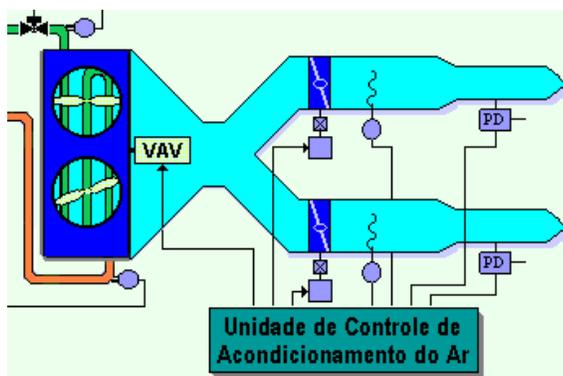


Figura 3.3: Subsistema da unidade de acondicionamento de ar.

### 2.1.3 Subsistema do ciclo de refrigeração por compressão de vapor

Este sistema tem a função de consumir o mínimo possível de energia enquanto absorve o calor gerado pela carga térmica (ou capacidade frigorífica) e rejeitá-lo para a atmosfera, Figura 3.4. O sistema é composto por quatro componentes básicos:

- Condensador
- Evaporador
- Compressor
- Válvula de expansão

O *condensador* é um trocador gás-líquido que tem uma tubulação que acopla o filtro secador e o visor de líquido à válvula de expansão e está encarregado de rejeitar o calor absorvido pelo fluido refrigerante para a atmosfera.

O *compressor* é de tipo alternativo hermético de capacidade variável (VCC) que tem um dispositivo eletrônico para controlar a velocidade de rotação a partir do computador. O fluido refrigerante usado é o *R134a*.

No *evaporador* é absorvida a carga térmica do sistema de resfriamento através da evaporação do refrigerante. O elemento evaporador é um trocador de calor com fluxo em contracorrente, os tubos são concêntricos onde o fluido refrigerante *R134a* escoava pelo interior de um tubo de cobre. O fluido secundário de refrigeração, composto por água e etileno glicol 20% em volume, circula pela área anular do trocador. Existem quatro diferentes propriedades para o controle do grau de superaquecimento do refrigerante na saída do evaporador, estas podem ser usadas de maneira individual ou combinadas e são: pressão, temperatura, conteúdo de líquido e sinal mínimo estável.

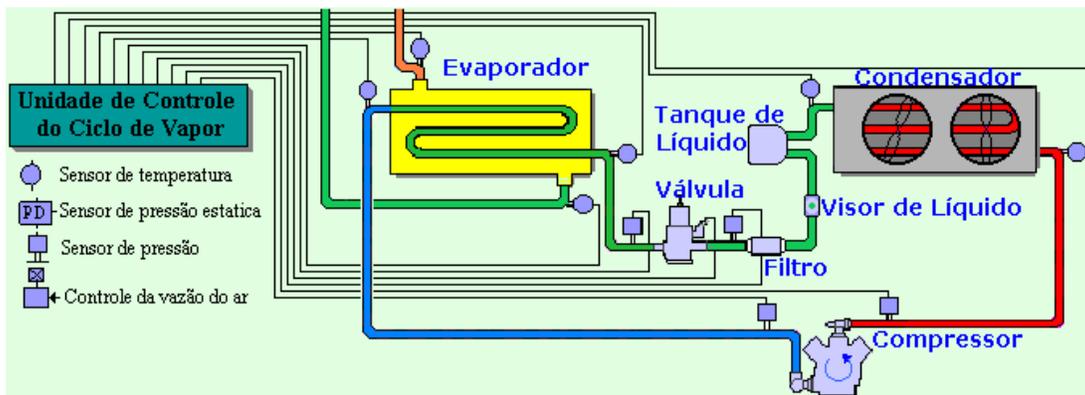


Figura 3.4: Subsistema do ciclo de refrigeração por compressão de vapor.

Com o objetivo de permitir a vaporização do refrigerante na condição desejada de baixa pressão no evaporador e ao mesmo tempo efetuar a condensação na alta pressão necessária no condensador, o sistema de controle do fluxo de refrigerante regula a vazão de refrigerante líquido que entra no evaporador e mantém a diferença de pressão entre os lados de alta e baixa pressão do ciclo. Os tipos mais comuns de controle de fluxo de refrigerante são:

- Tubo capilar: é a forma mais simples de controle e consiste de uma tubulação de diâmetro pequeno e comprimento fixo que atua para restringir a passagem do líquido
- Válvula de expansão termostática: é a mais utilizada, mantém a diferentes pressões os dois trocadores de calor (condensador e evaporador) e regula a vazão de refrigerante que vai para o evaporador mantendo constante o grau de superaquecimento na entrada do compressor

Para os fins deste trabalho, o tipo utilizado de controle para o fluxo de refrigerante é a válvula de expansão termostática, a qual é estudada e ilustrada na seção seguinte.

### **2.2 Válvula de expansão termostática (TEV)**

O funcionamento da válvula de expansão termostática consiste em que a pressão gerada pelo fluido, localizado em uma câmara chamada de câmara de bulbo sensor de temperatura (parte alta da válvula), atua na parte superior do diafragma e é contraposta com a pressão do refrigerante contido em outra câmara chamada de câmara de refrigerante (parte baixa da válvula). Quando a temperatura na saída do evaporador é maior que a temperatura preestabelecida de superaquecimento, então se gera uma sobre-pressão no refrigerante que se encontra em forma de vapor (conhecido como gás) dentro do bulbo, que ultrapassa a pressão do evaporador e faz com que a válvula abra até encontrar o equilíbrio das pressões no diafragma. No caso contrario, quando a temperatura na saída do evaporador é menor que a temperatura preestabelecida de superaquecimento, se gera uma queda de pressão no bulbo sensor, fazendo desta vez que o diafragma se desloque e então, a válvula feche [10].

Qualquer que seja a carga do evaporador, a condição na sua saída deve se manter de maneira que o líquido refrigerante tenha absorvido o calor latente de vaporização do ar ambiente e tenha terminado sua vaporização completa, de outra forma não se poderá obter o rendimento completo do refrigerante em circulação nesse momento. A válvula de expansão térmica regula o fluxo do refrigerante de maneira tal que o gás refrigerante deixe o evaporador como vapor superaquecido e que a diferença da temperatura (grau de superaquecimento) entre o vapor refrigerante e o vapor

saturado seja constante nesse momento. Portanto, usando a válvula de expansão térmica é possível admitir no evaporador só a quantidade de refrigerante que o evaporador possa vaporizar. Como isto vai permitir usar completamente a capacidade do evaporador, o equipamento completo de refrigeração poderá funcionar mais suavemente e com melhor eficiência [15].

A quantidade de refrigerante que flui através da válvula de expansão depois de ser condensado no condensador é determinada pelo movimento vertical da agulha da válvula dependendo da diferença entre a pressão do vapor dentro do tubo sensor térmico e a pressão dentro do evaporador. Por exemplo, no caso de uma carga grande de resfriamento, a temperatura do gás refrigerante na saída do evaporador é alta. Como consequência, a temperatura e a pressão dentro do tubo sensor térmico também são altas, e a válvula é pressionada para baixo de maneira que tenha uma maior quantidade de refrigerante em circulação. Inversamente, quando a carga de esfriamento é pequena ocorre o caso contrário para que tenha uma menor quantidade de refrigerante em circulação [15].

Para a análise das estratégias de controle de sistemas de refrigeração e ar condicionado, foi construída na FEM (Faculdade de Engenharia Mecânica) da Unicamp, uma bancada de ensaios, em que a válvula de expansão eletrônica usada foi construída a partir de uma válvula termostática convencional balanceada externamente, Figura 3.5. A válvula foi modificada de tal maneira que foi retirada a câmara do bulbo sensor e foi substituída por um motor de passo acoplado a um sistema multiplicador de torque (formado por um conjunto de engrenagens) que aciona uma came sobre o diafragma e faz com que a haste se desloque, produzindo a abertura ou fechamento da válvula de expansão. Além disso, a agulha e a base da válvula também foram trocadas, assim o cone da agulha passou de 58 graus para 12 graus e, a base de 5.5mm de diâmetro interior passou a ter 4mm. Estas modificações permitem uma abertura máxima da válvula de até 1.8mm. Figura 3.6. Carvajal Flórez (2004) [10], foi quem desenhou e implementou esta bancada de ensaios.

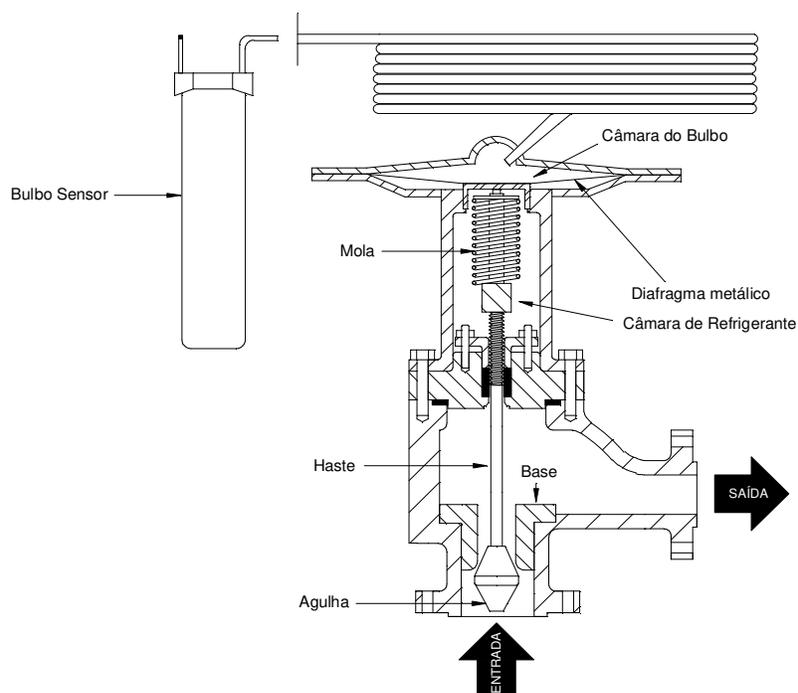


Figura 3.5: Válvula Termostática Convencional.

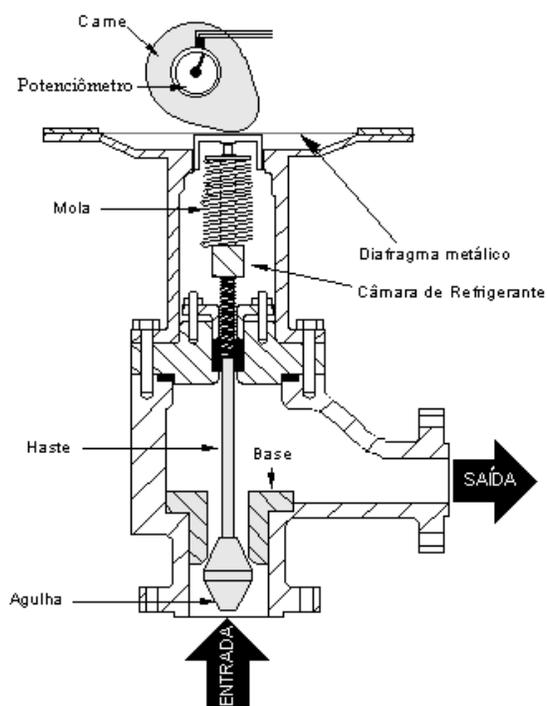


Figura 3.6: Válvula Termostática Modificada.

## 2.3 Descrição dos Sensores

A Figura 3.1 apresenta um esboço da distribuição dos sensores instalados na bancada de testes os quais são descritos na Tabela 3.1 os de temperatura e posição e na Tabela 3.2 os de pressão e vazão.

Tabela 3.1: Descrição dos sensores de Temperatura e Posição.

Referência	Descrição
T1	Temperatura R134a na entrada do condensador
T2	Temperatura R134a na saída do condensador
T3	Temperatura R134a na entrada do evaporador
T4	Temperatura R134a na saída do evaporador
T5	Temperatura do refrigerante secundário na entrada do fan-coil
T6	Temperatura ambiente
T7	Temperatura do ar na entrada do fan-coil
T8	Temperatura ambiente
T9	Temperatura do ar na saída do fan-coil
T10	Temperatura do refrigerante secundário na saída do fan-coil
T11	Temperatura da água dentro do tanque
T12	Temperatura do refrigerante secundário na entrada do evaporador
T13	Temperatura do refrigerante secundário na saída do evaporador
T14	Temperatura do refrigerante secundário na entrada do tanque de gelo
T15	Temperatura do refrigerante secundário na saída do tanque de gelo
T0	Posição da came da válvula

Tabela 3.2: Descrição dos sensores de Pressão e Vazão.

BAR1	Pressão manométrica na saída do compressor
BAR2	Pressão manométrica na entrada da válvula de expansão eletrônica
BAR3	Pressão manométrica na saída da válvula de expansão eletrônica
BAR4	Pressão manométrica na entrada do compressor
VAZ1	Vazão volumétrica de R134a na entrada do compressor
VAZ2	Vazão volumétrica do refrigerante secundário através do tanque de gelo
VAZ3	Vazão volumétrica do refrigerante secundário através do <i>fan-coil</i>

O processo físico e as equações do sistema de refrigeração e ar condicionado podem ser encontrados em Carvajal [10] com uma descrição completa do sistema e das mudanças feitas em alguns dos componentes usados. Para fins deste trabalho não é relevante usar as equações físicas nem estudar a fundo os processos físicos no sistema.

## Capítulo 3

# MÉTODOS DE SUBESPAÇOS PARA MODELAGEM MATEMÁTICA

### 3.1 Introdução

Nas últimas décadas, tem-se desenvolvido muitas pesquisas no campo da identificação de sistemas, sendo que os primeiros resultados foram os métodos de predição do erro, PEM (Prediction Error Method). Estes métodos funcionam corretamente em grande quantidade de aplicações, mas apresentam dificuldades práticas como problemas de parametrização e de robustez numérica em sistemas que tem condições iniciais não nulas, entre outros, o que motivou o desenvolvimento e posterior aceitação dos algoritmos baseados em subespaços.

O controle moderno avançou rapidamente nos últimos anos devido à tendência atual dos sistemas de ser em mais complexos, realizando múltiplas tarefas com maior precisão. O campo da teoria de sistemas dinâmicos trata problemas de modelagem de dados, predição e controle onde as variáveis interagem com o tempo. A modelagem de dados é um problema fundamental em quase todas as disciplinas científicas; particularmente em engenharia e em economia, mas não necessariamente as variáveis de entrada e saída são grandezas físicas mensuráveis. Os dados multivariados de entrada – saída (sinais) geralmente servem a pelo menos uns dois seguintes possíveis propósitos, dentre outros:

- Modelagem de sinais que necessitam ser reconhecidos ou recuperados por procedimento de análise
- A análise de sinais permitindo a determinação dos parâmetros desconhecidos de um sistema devido a que eles armazenam informação pertinente dos sistemas dinâmicos que os produziram

Os métodos de subespaços supõem que todos os sistemas são lineares e foram desenvolvidos para realizá-lo deste modo. A importância de trabalhar com linearidade sabendo que a maioria de processos no mundo são não-lineares, se baseia em que realmente muitos desses processos industriais se aproximam a sistemas lineares de dimensão finita quando sua complexidade diminui variando a ordem do sistema. Igualmente, porque quando se trabalha com sistemas não-lineares de uma ou outra forma estes vão ser linearizados completa ou parcialmente. Supondo o sistema como linear é relativamente mais rápido e fácil obter um modelo que descreva seu comportamento e um efetivo controle.

### 3.2 Sistema dinâmico

Em um sistema dinâmico o usuário pode controlar o sinal de entrada,  $\mathbf{u}_k$ , mas não as perturbações,  $\mathbf{e}_k$ . As medidas dos sinais de entrada e saída fornecem informações úteis sobre o sistema não conhecido e o tratamento adequado desses dados aprovisiona modelos com capacidade de predição de valores futuros do sistema. Um sistema pode ser de tipo SISO (*Single Input – Single Output*), uma única entrada e uma única saída; ou pode ser MIMO (*Multiple Input – Multiple Output*), múltiplas entradas e múltiplas saídas, como é o caso deste sistema de refrigeração, mais especificamente, da válvula de expansão eletrônica. O comportamento de um sistema dinâmico pode ser descrito por noções de estados e vetores de estado [7].

### 3.3 Espaço de estado

O estado de um sistema no  $k$  –ésimo instante é a menor coleção de números, também chamados de variáveis de estado, que deve ser especificada naquele instante para que se possa determinar de forma única o comportamento do sistema para qualquer instante, maior ou igual ao tempo inicial, para qualquer entrada pertencente ao conjunto de entradas. Se esta coleção de números é ordenada em um vetor, este vetor recebe o nome de vetor de estado. O vetor de estado de um sistema determinístico é a mínima coleção de informação necessária para determinar de forma única a evolução futura de um sistema dinâmico, mostrando a evolução das variáveis que afetam o sistema (variáveis de controle ou decisão). O espaço de estado está formado por  $n$  vetores de estado, formando um espaço  $n$ -dimensional, e qualquer estado do sistema é

representado por um ponto no espaço de estado. Quando um espaço de estado de dimensão finita não é suficiente para capturar o comportamento do sistema então a dinâmica tem dimensão infinita [7].

### 3.4 Métodos de Identificação

Existem diversos algoritmos para identificação de múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO), combinando sistemas determinísticos e estocásticos a partir das entradas e saídas medidas. Quando se tem um sistema de controle com entradas e saídas conhecidas, a determinação de um sistema linear de controle no modelo em espaço de estados resolve o problema de identificação do comportamento do mesmo. O modelo em espaço de estados tem a forma determinística – estocástica:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}\mathbf{u}_k + w_k \\ \mathbf{y}_k = \mathbf{C}\mathbf{x}_k + \mathbf{D}\mathbf{u}_k + v_k \end{cases} \quad k = 0, 1, 2 \dots \quad (4.1)$$

onde os vetores deste sistema são:

- $\mathbf{u}_k \in \mathfrak{R}^{m \times 1}$  e  $\mathbf{y}_k \in \mathfrak{R}^{l \times 1}$  são as  $m$  entradas e  $l$  saídas do processo medidas no  $k$  –ésimo instante de amostragem e podem ser controláveis.
- O vetor  $\mathbf{x}_k \in \mathfrak{R}^n$  contém os valores numéricos de  $n$  estados e é chamado de vetor de estado.

e as matrizes:

- $\mathbf{A} \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ , chamada de matriz sistema, descreve a dinâmica do sistema (realimentação), e está completamente caracterizada por seus autovalores.
- $\mathbf{B} \in \mathfrak{R}^{n \times m}$ , é a matriz de entrada, que representa a transformação linear à qual as entradas determinísticas influenciam o próximo estado.
- $\mathbf{C} \in \mathfrak{R}^{l \times n}$ , é a matriz de saída, que descreve como o estado interno é transferido ao exterior por médio da variável medida  $\mathbf{y}_k$ .

- $\mathbf{D} \in \mathfrak{R}^{lxm}$ , é chamado de termo de alimentação direta. Em sistemas contínuos este termo é normalmente zero, mas para o caso dos sistemas discretos não é assim devido à amostragem.
- As perturbações (sinais)  $v_k \in \mathfrak{R}^{lx1}$  e  $w_k \in \mathfrak{R}^{mx1}$  não podem ser medidas nem controladas.

As entradas são aplicadas somente até o instante  $k = -1$ , chamadas de passado com respeito ao instante presente,  $k = 0$  e são medidas as saídas para os instantes  $k \geq 0$  chamadas de futuro [7]. Uma representação gráfica básica deste sistema é a Figura 4.1.

O subsistema estocástico descreve a influencia das sequências de ruído  $v_k$  e  $w_k$  na saída estocástica  $\mathbf{y}_k$ , definindo assim o estado estocástico  $\mathbf{x}_k$ :

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + w_k \\ \mathbf{y}_k = \mathbf{C}\mathbf{x}_k + v_k \end{cases} \quad (4.2)$$

O subsistema determinístico descreve a influência da entrada determinística  $\mathbf{u}_k$  na saída determinística  $\mathbf{y}_k$  que define o estado determinístico  $\mathbf{x}_k$ , a representação no espaço de estados para um instante inicial,  $k$ , é:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}\mathbf{u}_k \\ \mathbf{y}_k = \mathbf{C}\mathbf{x}_k + \mathbf{D}\mathbf{u}_k \end{cases} \quad (4.3)$$

Nosso problema é determinar o modelo no espaço de estado de uma combinação desconhecida determinística, incluindo sua ordem e a quádrupla de matrizes ( $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$ ) partindo de algoritmos que exploram as propriedades de subespaços para os dados fornecidos pelo sistema multivariável. Neste trabalho, a ordem do sistema é obtida a través da decomposição em valores singulares [7].

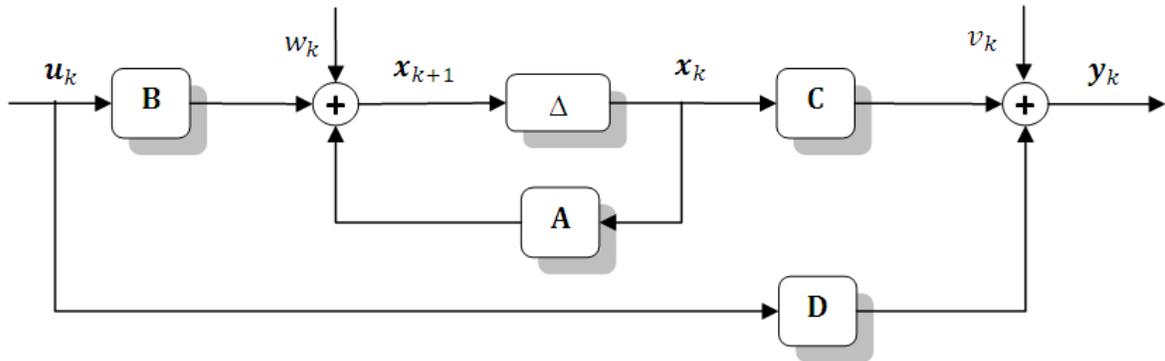


Figura 4.1: Sistema finito e linear invariante no tempo a ser identificado.

Na Figura 4.1 os sinais  $\mathbf{u}_k$  e  $\mathbf{y}_k$  são medições conhecidas, enquanto que  $v_k$  e  $w_k$  são perturbações desconhecidas. O símbolo  $\Delta$  representa um retardo (delay). O sensor ou atuador dinâmico está completamente contido em  $\mathbf{A}$ , quem também representa a inerente realimentação do sistema. É considerado que  $\mathbf{u}_k$  está fora das medições de ruído.

### 3.5 Sistema determinístico

Uma formulação importante para descrever um sistema discreto linear com dimensão finita invariante no tempo, como a apresentada na equação (4.3), pode ser escrita em forma matricial e é chamada representação de estado do seu modelo matemático:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k+1} \\ \mathbf{y}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ \mathbf{u}_k \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

onde  $\mathbf{y}_k$  e  $\mathbf{u}_k$  representam seqüências de vetores de saída e de entrada respectivamente, tal que as representações destas equações sejam equivalentes. O vetor de estado,  $\mathbf{x}_k$ , poderá conter alguns estados que não são observados na saída ou que nunca são excitados pela entrada, portanto só serão analisadas as realizações mínimas. As realizações mínimas no espaço de estado são as quais a dimensão do vetor de estado  $\mathbf{x}_k$  é mínima.

As perturbações não são levadas em conta para os sistemas determinísticos, pois não é preciso conhecer a origem da dinâmica que as regem. Porém, é considerado que a influência destes sinais já está implícita no seu comportamento independentemente da sua origem. Assumindo este presuposto, os resultados são, em geral, muito satisfatórios, e as soluções menos complexas.

A decomposição em valores singulares de uma matriz obtida a partir de uma estrutura de Hankel,  $\mathbf{H}$ , com sinais de dados observados multivariados de entrada,  $\mathbf{u}_k$ , e de saída,  $\mathbf{y}_k$ , proporciona o passo chave para determinação do modelo no espaço de estado utilizando subespaços que contém informações necessárias e suficientes sobre os parâmetros do sistema. Estes blocos de Hankel estão definidos como:

$$\mathbf{U}_{i+j-2} = \begin{bmatrix} u_0 & u_1 & u_2 & \dots & u_{j-1} \\ u_1 & u_2 & u_3 & \dots & u_j \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_{i-1} & u_i & u_{i+1} & \dots & u_{i+j-2} \end{bmatrix}, \mathbf{Y}_{i+j-2} = \begin{bmatrix} y_0 & y_1 & y_2 & \dots & y_{j-1} \\ y_1 & y_2 & y_3 & \dots & y_j \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{i-1} & y_i & y_{i+1} & \dots & y_{i+j-2} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

A matriz de Hankel expressa todas as saídas futuras em termos das entradas atuais e passadas. O sistema pode ser descrito como  $\mathbf{y}^+ = \mathbf{H}\mathbf{u}^-$ , com  $\mathbf{H}$  definido como:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 & \mathbf{G}_2 & \mathbf{G}_3 & \dots \\ \mathbf{G}_2 & \mathbf{G}_3 & \mathbf{G}_4 & \\ \mathbf{G}_3 & \mathbf{G}_4 & \ddots & \\ \vdots & & & \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

sendo  $\mathbf{G}_i = \mathbf{C}\mathbf{A}^{i-1}\mathbf{B}$ . A seqüência  $\mathbf{G}$  contém a informação sobre a resposta dinâmica do modelo. Tal relação baseia-se na linearidade do sistema. A representação em espaço de estado de  $\mathbf{G}$  é:

$$\mathbf{G} = [\dots \quad 0 \quad \mathbf{D} \quad \mathbf{CB} \quad \mathbf{CAB} \quad \mathbf{CA}^2\mathbf{B} \quad \dots \quad ] \quad (4.7)$$

Assim, desprezando os termos nulos, pode-se escrever:

$$\begin{cases} \mathbf{y}_0 = \mathbf{G}_1\mathbf{u}_{-1} + \mathbf{G}_2\mathbf{u}_{-2} + \mathbf{G}_3\mathbf{u}_{-3} + \dots \\ \mathbf{y}_1 = \mathbf{G}_2\mathbf{u}_{-1} + \mathbf{G}_3\mathbf{u}_{-2} + \mathbf{G}_4\mathbf{u}_{-3} + \dots \\ \mathbf{y}_2 = \mathbf{G}_3\mathbf{u}_{-1} + \mathbf{G}_4\mathbf{u}_{-2} + \mathbf{G}_5\mathbf{u}_{-3} + \dots \\ \vdots \end{cases} \quad (4.8)$$

Para a submatriz bloco  $L \times J$  superior à esquerda da matriz de Hankel, resultante de um truncamento finito da matriz infinita de Hankel tem-se:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 & \mathbf{G}_2 & \cdots & \mathbf{G}_L \\ \mathbf{G}_2 & \mathbf{G}_3 & \cdots & \mathbf{G}_{L+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \mathbf{G}_i & \cdots \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \mathbf{G}_J & \mathbf{G}_{J+1} & \cdots & \mathbf{G}_{J+L-1} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

A obtenção da função de transferência, impedância ou realização segundo algum critério de otimalidade é reduzida à determinação de alguns valores e vetores singulares de uma matriz de Hankel semi-infinita. A matriz  $\mathbf{H}$  tem posto igual á ordem mínima, ou seja,  $n$  do sistema. A ordem do sistema é comumente obtida através da decomposição em valores singulares. Os métodos de modelagem de dados baseados em decomposição em valores singulares são classificados como esquemas de subespaços.

Do espaço de estado determinístico, equação (4.3) tem-se:

$$\begin{cases} \mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{C}\mathbf{x}_{k+1} + \mathbf{D}\mathbf{u}_{k+1} \\ \mathbf{y}_{k+2} = \mathbf{C}\mathbf{x}_{k+2} + \mathbf{D}\mathbf{u}_{k+2} \\ \mathbf{y}_{k+3} = \mathbf{C}\mathbf{x}_{k+3} + \mathbf{D}\mathbf{u}_{k+3} \\ \vdots \end{cases} \quad (4.10)$$

Com apenas a entrada  $\mathbf{u}_0 = 1$  e as demais são nulas e, além disso, substituindo os estados seguintes, as séries de equações apresentadas em (4.10) podem ser reescritas como:

$$\begin{cases} \mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{C}\mathbf{x}_{k+1} \\ \mathbf{y}_{k+2} = \mathbf{C}\mathbf{x}_{k+2} = \mathbf{C}(\mathbf{A}\mathbf{x}_{k+1} + \mathbf{B}\mathbf{u}_{k+1}) \\ \mathbf{y}_{k+3} = \mathbf{C}\mathbf{x}_{k+3} = \mathbf{A}\mathbf{x}_{k+2} = \mathbf{C}\mathbf{A}(\mathbf{A}\mathbf{x}_{k+1} + \mathbf{B}\mathbf{u}_{k+1}) \\ \vdots \end{cases} \quad (4.11)$$

Como as entradas  $\mathbf{u}_{k+1}$ ,  $\mathbf{u}_{k+2}$ , ... são nulas, a expressão é simplificada para:

$$\begin{cases} \mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{C}\mathbf{x}_{k+1} \\ \mathbf{y}_{k+2} = \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{x}_{k+1} \\ \mathbf{y}_{k+3} = \mathbf{C}\mathbf{A}^2\mathbf{x}_{k+1} \\ \vdots \end{cases} \quad (4.12)$$

Sendo então a matriz de observabilidade estendida  $\mathcal{O}$  ( $i$  denota as linhas da matriz):

$$\mathcal{O}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Agora, do mesmo espaço de estado determinístico  $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}\mathbf{u}_k$  (equação (4.3)) tem-se:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}^3\mathbf{x}_{k-2} + \mathbf{A}^2\mathbf{B}\mathbf{u}_{k-2} + \mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{u}_{k-1} + \mathbf{B}\mathbf{u}_k \quad (4.14)$$

O vetor de estado  $\mathbf{x}_{k+1}$  pode ser escrito em termos da matriz de atingibilidade estendida  $\mathcal{C}$ :

$$\mathcal{C} = [\mathbf{B} \quad \mathbf{AB} \quad \mathbf{CA}^2 \quad \dots] \quad (4.15)$$

As matrizes  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{C}$  podem ser obtidas diretamente do primeiro bloco coluna de  $\mathcal{C}$  e do primeiro bloco linha de  $\mathcal{O}$  respectivamente. Além disso, o procedimento pode ser executado com uma matriz bloco de Hankel finita  $\mathbf{H}_{J \times J}$  para algum  $J > n$ , onde  $n$  é a ordem do sistema.

Fazendo algumas substituições e considerando o vetor de estado inicial  $\mathbf{x}_0 = 0$  é possível expressar a matriz  $\mathbf{H}$  como o produto das matrizes de posto completo  $\mathcal{C}$  e  $\mathcal{O}$ :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_{k+1} \\ \mathbf{y}_{k+2} \\ \mathbf{y}_{k+3} \\ \vdots \end{bmatrix} = \mathcal{O}\mathcal{C} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_k \\ \mathbf{u}_{k-1} \\ \mathbf{u}_{k-2} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{CB} & \mathbf{CAB} & \mathbf{CA}^2\mathbf{B} & \dots \\ \mathbf{CAB} & \mathbf{CA}^2\mathbf{B} & \mathbf{CA}^3\mathbf{B} & \\ \mathbf{CA}^2\mathbf{B} & \mathbf{CA}^3\mathbf{B} & \mathbf{CA}^4\mathbf{B} & \\ \vdots & & & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_k \\ \mathbf{u}_{k-1} \\ \mathbf{u}_{k-2} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Os elementos da matriz  $\mathbf{H}$  são chamados de parâmetros de Markov.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_{k+1} \\ \mathbf{y}_{k+2} \\ \mathbf{y}_{k+3} \\ \vdots \end{bmatrix} = \mathbf{H} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_k \\ \mathbf{u}_{k-1} \\ \mathbf{u}_{k-2} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

$$\mathbf{y}_{k+1}^+ = \mathbf{H}\mathbf{u}_k^- \quad (4.18)$$

Como as matrizes  $\mathcal{C}$  e  $\mathcal{O}$  têm posto completo, o sistema de matrizes  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$  pode ser determinado a partir da matriz deslocada  $\bar{\mathbf{H}}$ .

$$\vec{H} = \begin{bmatrix} CAB & CA^2B & CA^3B & \dots \\ CA^2B & CA^3B & CA^4B & \\ CA^3B & CA^4B & CA^5B & \\ \vdots & & & \ddots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_2 & G_3 & G_4 & \dots \\ G_3 & G_4 & G_5 & \\ G_4 & G_5 & \ddots & \\ \vdots & & & \ddots \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Para as matrizes  $\mathbf{C}$  e  $\mathbf{O}$  tem-se que os deslocamentos para cima ou para a esquerda são equivalentes a multiplicações pela matriz  $\mathbf{A}$  no centro da fatoração respectiva.

$$\vec{H} = \vec{O}\mathbf{C} = \mathbf{O}\mathbf{A}\mathbf{C} \quad (4.20)$$

$$\overleftarrow{H} = \mathbf{O}\overleftarrow{C} = \mathbf{O}\mathbf{A}\mathbf{C} \quad (4.21)$$

Tendo as realizações mínimas  $\{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}\}$  e  $\{\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{B}}, \hat{\mathbf{C}}, \hat{\mathbf{D}}\}$ , existe uma matriz de similaridade  $\mathbf{S}$  tal que:

$$\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{S}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{S}, \quad \hat{\mathbf{B}} = \mathbf{S}^{-1}\mathbf{B}, \quad \hat{\mathbf{C}} = \mathbf{C}\mathbf{S}, \quad e \quad \hat{\mathbf{D}} = \mathbf{D} \quad (4.22)$$

A matriz  $\mathbf{S}$  é única e pode ser descrita por:

$$\mathbf{S} = \mathbf{C}\hat{\mathbf{C}}^T \quad (4.23)$$

A matriz  $\mathbf{H}$  é invariante aos deslocamentos para cima e para à esquerda devido a que seu espaço coluna contém todas as saídas do sistema a partir do instante  $k = 0$  devidas às entradas até  $k = -1$  e, o espaço coluna de  $\vec{H}$  contém todas as saídas possíveis do sistema a partir de  $k = 1$  devido as entradas até  $k = -1$ ; isto é o espaço coluna do operador deslocado está contido no espaço coluna do operador original [7].

### 3.5.1 Propriedades do sistema determinístico

As matrizes de Hankel possuem propriedades que são provadas na referência [7]. Ressaltam-se algumas destas:

- Os parâmetros de Markov das realizações mínimas  $\{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}\}$  e  $\{\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{B}}, \hat{\mathbf{C}}, \hat{\mathbf{D}}\}$  de uma função de transferência são idênticos.
- A matriz  $\mathbf{H}$  tem posto igual a ordem mínima,  $n$  do sistema.

- A matriz  $\mathbf{H}$  tem estrutura invariante aos deslocamentos para cima e para à esquerda. Os deslocamentos são simbolizados por  $\rightarrow e \leftarrow$  e representam que a primeira linha (deslocamento para cima) e a primeira coluna (deslocamento à esquerda), respectivamente, do operador original  $\mathbf{H}$ , por exemplo, foram eliminados.

A obtenção destas matrizes leva um tempo de cálculo elevado, por esta razão, nos últimos anos tem sido desenvolvidos métodos que minimizam estes cálculos e melhoram a exatidão dos resultados. Na atualidade, são usados três grandes famílias de algoritmos de identificação de subespaços, a primeira é N4SID (Numerical Algorithms for Subspace State Space System identification) desenvolvido por Overschee e De Moor [40], MOESP (MIMO Output Error State sPace) por Verhaegen [49] e CVA (Canonical Variable Algorithm) por Larimore [33].

Para o nosso trabalho, serão descritos de forma geral cada um deles e aprofundaremos um pouco mais no algoritmo N4SID e sua variação com a qual é possível escolher uma combinação com o algoritmo MOESP ou com CVA em um dos passos intermediários.

### 3.6 O teorema de unificação dos 3 algoritmos de identificação

Segundo Overschee e De Moor [43] o objetivo da identificação é encontrar um modelo suficientemente exato e de complexidade mínima que seja capaz de reproduzir o sistema e prever o futuro usando os dados que foram obtidos no passado. Eles desenvolveram o teorema da unificação para os três algoritmos principais usados na atualidade para identificação de subespaços N4SID, MOESP e CVA. A fim de entender melhor a identificação dos sistemas MIMO é necessário conhecer a diferença entre os três algoritmos e este teorema. Os três algoritmos estão baseados em conceitos de álgebra linear e geometria, a comparação entre estes mostra que todos usam o mesmo subespaço para determinar a ordem do sistema e sua matriz de observabilidade, mas os pesos do espaço são diferentes nos três casos.

Os autores descrevem o procedimento que seguem os algoritmos de subespaço basicamente em dois passos. No primeiro passo calcula-se algumas características de subespaço a partir dos

dados de entradas,  $\mathbf{u}_k$ , e saídas,  $\mathbf{y}_k$ , as quais coincidem com o espaço gerado pelas colunas da matriz de observabilidade do sistema, ou seja, determina a matriz estendida de observabilidade. A dimensão deste subespaço é  $n$ , por tanto a ordem do sistema fica também identificada. Para o segundo passo a escolha entre duas diferentes estratégias depende do tipo de algoritmo:

- Os algoritmos CVA e MOESP, determinam as matrizes  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{C}$  diretamente a partir do subespaço da matriz estendida de observabilidade,  $\mathcal{O}$ . Tipicamente isto é feito usando a propriedade de invariância ao deslocamento das colunas da matriz estendida de observabilidade [7]. Depois de serem determinados  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{C}$ , são usados para encontrar as variáveis faltantes do sistema  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{D}$ .
- O algoritmo N4SID usa a matriz estendida de observabilidade para determinar duas seqüências de estado. Quando estas seqüências de estado são combinadas com os dados originais de entradas e saídas, pode então ser determinado todo o sistema ( $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$ ) usando método de mínimos quadrados.

O teorema da unificação (chamado de Teorema 1 por Overschee e De Moor descrito detalhadamente na referência [43]) permite recuperar a ordem e a matriz estendida de observabilidade a partir dos dados de entrada e saída. O subespaço básico deste teorema é obtido com uma projeção oblíqua, igual ao método N4SID. A única diferença entre eles são as matrizes de pesos  $W$ .

Uma implementação do algoritmo N4SID consiste em estimar o sistema em espaço de estados baseada no teorema da unificação seguindo o procedimento normal do modelo N4SID, mas com a opção de calcular as matrizes de peso  $W$  com os modelos MOESP ou CVA, entregando resultados diferentes para cada caso e permitindo obter melhor exatidão. O MATLAB tem uma implementação prática deste algoritmo no Toolbox IDENT [44].

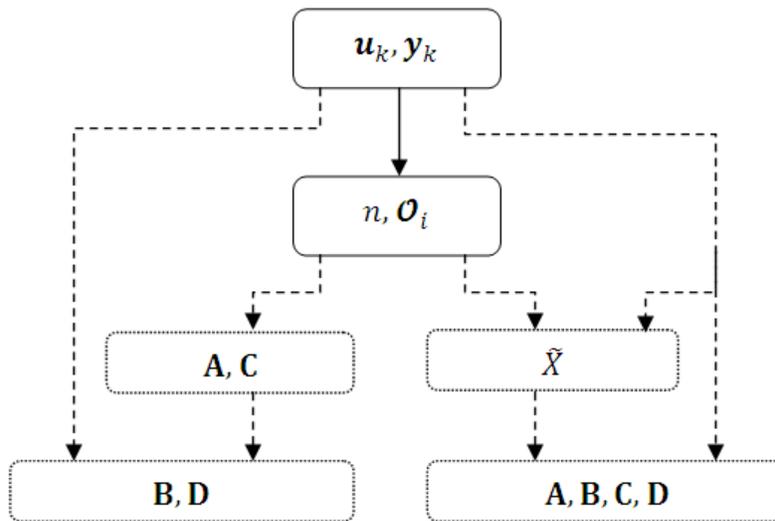


Figura 4.2: Os dois passos principais do algoritmo de subespaços.

Na Figura 4.2 a linha contínua representa o primeiro passo do algoritmo de subespaços, a determinação da ordem e da matriz de observabilidade a partir dos dados de entrada e saída. A linha descontinua representa as duas possibilidades para o segundo passo: o lado esquerdo ilustra a estratégia usada por MOESP e CVA, enquanto o lado direito ilustra a estratégia do N4SID.

### 3.6.1 N4SID

A determinação da ordem do sistema e a matriz de observabilidade são obtidas diretamente com técnicas de decomposição matricial de acordo com o proposto por Overschee e De Moor [43]. Neste caso são estimadas usando decomposição em valores singulares (SVD) da projeção oblíqua, onde a ordem é igual ao número de valores singulares não-zero da decomposição [40].

Por outro lado se estabelecem os pesos  $W$ , para o algoritmo N4SID, iguais à matriz identidade ( $W_1 = W_2 = I$ ). Fazendo  $W_2 = I$  não é necessário usar a matriz de observabilidade nem a projeção oblíqua para encontrar o estado de Kalman  $\tilde{X}$  como no procedimento clássico, porque neste caso é determinado diretamente a partir da SVD.

Depois que a matriz de observabilidade e os estados são estimados, as outras matrizes do sistema podem ser calculadas por diferentes caminhos como é mostrado por Overschee e De Moor [43].

### 3.6.2 MOESP

Este modelo de subespaços considera primeiro uma decomposição QR (o resultado é o produto das matrizes LQ) e para encontrar o elemento  $L_{32}$  é usada uma decomposição SVD como é apresentado em [43]. A ordem do sistema corresponde ao número de valores singulares diferentes de zero. O algoritmo MOESP é descrito por Verhaegen em [49].

Como caso especial do Teorema da unificação, substituindo os pesos propostos para o algoritmo MOESP,  $W_1 = I$  e  $W_2 = \Pi_{u^\perp}$  (onde  $\Pi_u$  denota o operador que projeta o espaço linha da matriz dentro do espaço de  $u$ , e  $u^\perp$  denota o subespaço perpendicular ao espaço coluna de  $u$ ) no Teorema da Unificação, o resultado é o algoritmo MOESP [6, 8]. Caso  $W_2$  não seja de posto completo (*full rank*), não poderá ser recuperado o estado completo a partir da decomposição de  $L_{32}Q_2$ , portanto, só será recuperada a projeção do estado. Mas propriamente MOESP não seria quem usa os estados, seria para o algoritmo do Teorema da Unificação depois de usar os pesos aqui dados. Mesmo que para o modelo N4SID, depois que a matriz de observabilidade e/os estados são estimados, as outras matrizes do sistema podem ser calculadas por diferentes caminhos. Esta definição é dada em [43] com mais detalhes.

### 3.6.3 CVA

Neste algoritmo são consideradas as correlações canônicas, quer dizer, os principais ângulos e direções entre, por um lado o passado condicional  $p$  às entradas futuras  $u$ , e por outro as saídas futuras condicionais  $f$  às entradas futuras  $u$ . Neste algoritmo, como em N4SID e MOESP, também é feita uma decomposição em valores singulares (SVD), mas com o fim de que estejam contidos os co-senos destes principais ângulos e direções. A ordem do sistema é determinada com o número de ângulos principais diferentes a zero e não é considerada a matriz de observabilidade entendida como em N4SID e MOESP, embora são considerados os estados chamados de memória.

Este algoritmo é também um caso especial do Teorema da Unificação quando são usados nele os pesos  $W_1 = [(f/u^\perp)(f/u^\perp)^t]^{-1/2}$  e  $W_2 = \Pi_{u^\perp}$  (onde  $(f/u^\perp)$  são as saídas futuras ortogonalizadas às entradas futuras e  $(p/u^\perp)$  é o passado ortogonalizado às entradas futuras), o algoritmo completo é descrito em [33, 43].

### 3.7 Comparação entre os três algoritmos

Os três algoritmos de identificação de subespaços mais usados na atualidade têm a mesma filosofia, mas resultados consideravelmente diferentes na prática. Favoreel *et.al.* [18] apresenta uma comparação entre os três algoritmos comumente usados MOESP, N4SID e CVA, se baseando em dados práticos encontrados em publicações disponíveis. Os critérios para avaliar estes três algoritmos foram a complexidade computacional do método e o erro de predição e simulação do mesmo.

### 3.8 Método N4SID implementado

Existem diversos métodos matemáticos de subespaços com os quais podem ser obtidos os modelos dos sistemas dinâmicos, um deles é o N4SID (Numerical algorithm for Subspace State Space System IDentification). Este algoritmo foi desenvolvido por Peter Van Overschee e Bar De Moor [40], [42].

O algoritmo N4SID determina as sequências de estado através da projeção dos dados de entrada e saída. Estas seqüências de estado mostram ser saídas do banco de filtros de Kalman em estado não estável, com este é fácil determinar o sistema de matrizes em espaço de estados. Existem dois algoritmos N4SID que são sempre convergentes (não - iterativos) e numericamente estáveis, pois só fazem uso das decomposições QR e SVD (Singular Value Decompositions). Os dois são similares, mas o segundo troca exatidão por simplicidade [40].

N4SID estima modelos em forma de espaço de estado usando os dados de entrada e saída. Se os dados são em tempo contínuo (domínio de frequência) um correspondente espaço de estado em tempo contínuo é estimado. O algoritmo suporta também o caso das series temporais (sistemas

sem entrada). Este algoritmo se baseia em conceitos de teoria de sistemas, álgebra linear numérica e estatística, resumidas na tabela Tabela 4.1 por Overschee e De Moor [41].

Tabela 4.1: Resumo dos conceitos utilizados pelo algoritmo N4SID.

Sistemas	Geometria	Algoritmos
Determinação da ordem e do estado	Projeções: Ortogonal ou oblíqua	Decomposição QR
	Determinação do subespaço de dimensão finita	Decomposição SVD (Decomposição em valores singulares)
Sistema de matrizes	Relações de linearidade	Método de mínimos quadrados

Com a implementação do algoritmo N4SID é possível estimar o espaço de estado completo do sistema a partir dos dados de entrada e saída, assim como também alguns outros parâmetros importantes, por exemplo, a ordem do sistema. A ordem do sistema pode ser atribuída de maneira forçada ou então pode ser encontrada por meio do N4SID em um passo intermédio do algoritmo usando decomposição em valores singulares (SVD).

Uma ferramenta útil e rápida proporcionada pela implementação é poder observar e escolher a ordem do sistema através de um gráfico que representa a importância das dimensões do vetor de estado, mais precisamente, que representa os valores singulares das matrizes de Hankel frente à resposta impulso para diferentes ordens. A ideia é eleger uma ordem tal que os valores singulares das ordens maiores são comparativamente pequenos a esta, como se pode observar na Figura 4.3.

A matriz  $\mathbf{D}$  é não estimada, mas ela depende de uma propriedade do algoritmo que faz com que as colunas dessa matriz possam ser estimadas ou não. Cada  $k$  –ésima coluna de  $\mathbf{D}$  corresponde à  $k$  –ésima entrada do sistema, deste modo pode se fixar os valores da matriz  $\mathbf{D}$  em zero ou em algum outro valor desejado.

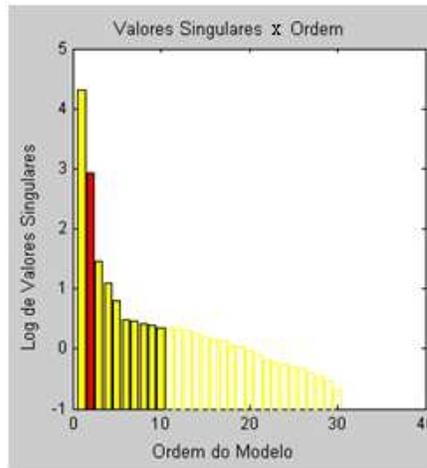


Figura 4.3: Gráfico de representação dos valores singulares das matrizes de Hankel para escolher a ordem do sistema.

Usando o método N4SID foram encontrados os modelos em espaço de estados utilizando um programa implementado no Matlab. A ferramenta IDENT de Matlab permite estimar os modelos proporcionando facilidades para manipular as “propriedades” do método como, por exemplo, a ordem do sistema e a covariância, entre outras. Além disso, proporciona a opção de escolher de forma manual entre dois métodos complementares (MOESP e CVA) que influem diretamente na qualidade do modelo estimado N4SID. Pode ser ajustada também a opção automática (AUTO) de maneira que é escolhido pelo algoritmo o melhor resultado entre esses métodos complementares.

Esta propriedade chamada de N4WEIGHT é quem controla as matrizes  $W$  (pesos) que são usadas por SVD em um passo intermédio do algoritmo N4SID.

Com este modelo são obtidas as quatro matrizes que representam o sistema no espaço de estado ( $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ) e com ele podem ser encontradas as saídas futuras em qualquer instante de tempo. Tendo o sistema expresso no espaço de estado podemos prever o comportamento do sistema e realizar o controle de forma a maximizar a sua eficiência.

### 3.8.1 Vantagens do N4SID

As vantagens do algoritmo N4SID são apresentadas e explicadas amplamente por seus criadores Overschee e De Moor em [41]. Algumas destas vantagens são:

- **Uso dos estados:** o conceito de estado foi introduzido por este método como uma surpresa da teoria de controle com a qual se reduziu o tempo de estimação dos modelos para um sistema dinâmico. Demonstrou-se que os estados dos filtros de Kalman podem ser obtidos a partir de dados de entradas e saídas usando ferramentas de álgebra linear (QR e SVD). Em consequência disto, se estes estados são conhecidos então o problema de identificação é resolvido usando o método de mínimos quadrados, implicando que possivelmente o algoritmo condicionalmente lineariza um problema que por métodos clássicos, como a predição do erro, seria de alto custo matemático pela sua não-linearidade.
- **Aproveitamento dos conceitos e algoritmos:** enquanto os métodos clássicos estão baseados em mínimos quadrados, este método usa a álgebra linear numérica e os algoritmos mais modernos como decomposição QR, SVD e ângulos entre subespaços. Além disso, a implementação é igual tanto para SISO como para MIMO.
- **Parametrização:** pela simplicidade do algoritmo o usuário não precisa conhecer complexas teorias de controle no momento de parametrizar o método. O nível das opções de parametrização que são oferecidas com o algoritmo permite implementações mais eficientes e facilidade na implementação no software. As pesquisas no campo dos algoritmos têm procurado por muitos anos modelos canônicos, quer dizer, modelos com um mínimo número de parâmetros a fim de reduzir o custo matemático e melhorar a eficácia dos modelos. Um desses resultados é o N4SID que usa modelos completos em espaço de estado e tem só um parâmetro relevante que é a ordem do sistema.
- **Convergência:** quando o N4SID é implementado corretamente, ele é um algoritmo rápido (apesar de usar as decomposições QR e SVD) em relação aos métodos clássicos

como o método de predição de erro, devido a que este não é interativo. A robustez numérica é garantida porque estes tipos de algoritmos têm uma boa aprendizagem a partir dos conceitos de álgebra linear numérica. Em consequência, o usuário nunca deverá se confrontar com problemas difíceis, tais como a falta de convergência.

- Redução do modelo: quando são usadas as teorias lineares, a complexidade do controlador é proporcional à ordem do sistema, as quais procuram sempre modelos com a menor ordem possível. Esta é a diferença fundamental do algoritmo N4SID com os algoritmos clássicos de identificação. Os algoritmos clássicos obtêm primeiro uma alta ordem do sistema, e aplicam depois algoritmos de redução de modelos. Neste algoritmo, a redução do modelo pode ser obtida diretamente a partir dos dados de entrada e saída sem ter que calcular primeiro uma ordem alta do modelo.

### 3.8.2 Desvantagens do N4SID

O N4SID não apresenta muitas das desvantagens que apresentam os algoritmos clássicos devido a que só tem um parâmetro a ser especificado que é a ordem do sistema, e este normalmente é determinado pelos valores singulares não-zero da decomposição. Algumas características comuns dos algoritmos clássicos são:

- Pela parametrização estendida do algoritmo podem-se gerar problemas mal condicionados, conduzindo a resultados extremamente sensíveis a pequenas perturbações.
- Devido ao tipo de parametrização o usuário pode enfrentar decisões extremadamente difíceis quando tenta identificar sistemas lineares.
- Somente modelos em espaço de estado, com o estado inicial zero são realmente possíveis na prática. Se há, por exemplo, um modo (determinístico) incontrolável, mas observável, este vai requer uma parametrização especial.

O objetivo prioritário de um modelo é a predição, porém, como critério discriminador no processo de seleção, ou seja, da capacidade preditiva, é necessário utilizar um indicador da qualidade de predição alcançada pelo modelo. Todos os indicadores se baseiam nos erros da predição cometidos pelos diferentes modelos em uma serie de períodos, como se pode ver detalhadamente nas referencias [6, 23]. Neste trabalho são usados só os dois critérios de Akaike, o FPE (Final Prediction Error) e o AIC (Akaike Information Criterion).

### 3.9 Critérios de seleção dos modelos AIC e FPE

Uma realização mínima de um sistema linear é usualmente definida através da análise do posto ou da relação de dependência das linhas e colunas da matriz de Hankel. Na prática, inclusive se a matriz de Hankel é teoricamente dada, os erros de arredondamento sempre vão fazer a matriz de posto completo. Usando e aplicando estes erros aos critérios AIC (Akaike Information Criterion) ou FPE (Final Prediction Error) é estimada a máxima probabilidade de ajuste ao modelo real, onde para obter a máxima probabilidade do modelo é preciso o mínimo valor dos critérios [14].

A seleção de modelos tem como objetivo principal comparar vários modelos alternativos com a idéia de eleger o mais adequado. Existem diferentes critérios que permitem selecionar o modelo mais próximo ao processo gerador de dados. Dois deles foram introduzidos por Akaike na década de 70 [3] e estão implementados em diversos toolbox como Matlab. Estes dois critérios de Akaike são AIC e FPE. Na Tabela 4.2 se mostram as principais equações dos dois critérios na qual se pode observar as diferencias entre ambos, além de mostrar o critério de escolha do melhor modelo segundo cada um deles.

Na Tabela 4.2,  $V$  é a função de perda,  $d$  é o número de parâmetros estimados,  $N$  o número de valores no conjunto de dados e  $\theta_N$  representa os parâmetros estimados [36].

O AIC e o FPE provêm para os modelos estimados uma medida da qualidade do mesmo quando a simulação do modelo tem sido feita de diferentes formas. Estes critérios podem ser usados para comparar diferentes modelos depois de calculados e estabelecer qual é o melhor estimado.

O AIC é aproximadamente igual ao  $\ln(FPE)$ . Segundo a teoria de Akaike, a estratégia para escolher o modelo com maior exatidão é selecionar aquele que tem o menor valor de AIC ou de FPE [36]. Akaike [3] mostra um exemplo numérico onde apresenta resultados para o critério AIC de dois diferentes modelos dados; faz a comparação entre esses modelos e escolhe o melhor com base nos valores do AIC, constatando que o menor valor corresponde à verdadeira estrutura do sistema.

O modelo N4SID do Matlab usa FPE como estratégia de modelo múltiplo e entrega junto com o modelo estimado o valor do critério correspondente a este. Mas é possível fazer uma comparação mais direta entre os modelos usando a função AIC (tem a forma de um vetor linha com os valores AIC correspondentes a cada modelo), utilizando a estratégia descrita anteriormente.

Tabela 4.2: Equações principais e estratégias de seleção dos Critérios AIC e FPE. AIC (Akaike Information Criterion) e FPE (Final Prediction Error).

<b>Critério AIC</b>	<b>Critério FPE</b>
$V = \det \left( \frac{1}{N} \sum_1^N \varepsilon(t, \theta_N) (\varepsilon(t, \theta_N))^T \right)$	
$AIC_i = \ln V + \frac{2d_i}{N}$	$FPE_i = V \left( \frac{N + d_i}{N - d_i} \right)$
Mais exatidão → Menor AIC	Mais exatidão → Menor FPE

Estes critérios aproveitam os erros ou as perdas causadas pela identificação dos modelos a fim de prover uma ferramenta de escolha que permita obter um modelo mais certo estatisticamente. Tem os que levar em conta que o fato de realizar a seleção entre modelos com muitas variáveis pode trazer problemas de graus de liberdade, que poderiam ser eliminados aumentando o tamanho amostral; mas também é importante saber que embora as duas questões (tamanho amostral e tamanho do modelo) intimamente relacionadas, tem que separar os dois problemas [22].

## Capítulo 4

# RESULTADOS E ANÁLISES DA MODELAGEM VÁLVULA-EVAPORADOR

### 4.1 Sistema modelado

A válvula de expansão eletrônica regula o fluxo do refrigerante de maneira tal que o vapor refrigerante deixa o evaporador como vapor superaquecido e que a diferença de temperatura (grau de superaquecimento) entre o vapor refrigerante e o vapor saturado seja constante nesse momento. Portanto, controlando a abertura da válvula de expansão eletrônica é possível admitir no evaporador só a quantidade de refrigerante que o evaporador possa vaporizar. Assim as saídas do evaporador (T4 e P4) são comandadas pela posição da abertura da válvula de expansão eletrônica (M0), ver Tabela 5.1 o cálculo da porcentagem da abertura da válvula de expansão eletrônica é aproximadamente  $(50 + (50 * M_0))$ . Mais informação do funcionamento e controle do sistema pode ser visto em Carvajal [10].

Neste capítulo são apresentados os resultados da modelagem computacional feita para válvula- evaporador como caixa preta. O interesse em modelar e controlar a válvula é manter constante o grau de superaquecimento ( $7^{\circ}\text{C}$ ), quer dizer a entrada do compressor, a fim de evitar quebras dos componentes e de manter estável o sistema de refrigeração e ar condicionado.

A modelagem no espaço de estado envolve três tipos de variáveis que estão presentes na modelagem dos sistemas dinâmicos: de entrada, de saída e de estado. Nosso caso do sistema de refrigeração e ar condicionado essas variáveis são as temperaturas e pressões de entrada e saída

de cada um dos elementos que estão sendo modelados como a válvula e o evaporador (caixa preta), a Tabela 5.2 Foram selecionadas as variáveis de entrada e saída de cada elemento e usados os dados reais destas obtidos em testes realizadas na bancada de ensaios.

Tabela 5.1: Variáveis de interesse para modelagem

$M_0$	Posição da abertura da válvula de expansão
$T_2$	Temperatura de saída do condensador, entrada da válvula de expansão em graus centígrados
$T_3$	Temperatura de saída da válvula de expansão, entrada do evaporador em graus centígrados
$T_4$	Temperatura de saída do evaporador, entrada do compressor em graus centígrados
$Bar_2$	Pressão de saída do condensador, entrada da válvula de expansão em bar
$Bar_3$	Pressão de saída da válvula de expansão, entrada do evaporador em bar
$Bar_4$	Pressão de saída do evaporador, entrada do compressor em bar

## 4.2 Obtenção de dados

O sistema funcionou durante um período contínuo de tempo de 44.190 segundos e as amostras foram lidas a cada 5 segundos. Durante este período o sistema de refrigeração estava armazenando energia no banco de gelo com um grau de superaquecimento de 7°C. A velocidade do compressor foi estabilizada rapidamente em 4.323 rpm aos 1.252 segundos e os demais subsistemas se encontravam trabalhando de maneira normal e aproximadamente constante.

Quando o sistema foi ligado a válvula de expansão se encontrava fechada, a velocidade do compressor a 0 rpm, a temperatura dos demais componentes em 25°C, carga térmica do evaporador igual a 0. Os testes foram feitos no dia 16 de Março de 2004 no sistema de refrigeração e ar condicionado descrito por Carvajal [10] e contém 8818 dados. Este conjunto de dados foi dividido em duas partes, os primeiros 5000 dados para simulação e os seguintes 3500 para validação.

O valor de  $M_0$  que corresponde ao valor da posição da válvula de expansão foi medido usando uma resistência em uma ponte de Wheatstone, com leitura em volts na placa de aquisição de dados (variação máxima de 1 volt). Os testes não alcançaram os extremos de abertura da válvula devido a que as baixas temperaturas e as condições do sistema não as exigiram.

Tabela 5.2: Entradas e saídas de cada elemento do subsistema de refrigeração modelado

	<b>Entradas</b>	<b>Saídas</b>
<b>Válvula de expansão</b>	Temperatura de saída do condensador (T2) Pressão de saída do condensador (P2) Posição da abertura da válvula (M0)	Temperatura de entrada no evaporador (T3) Pressão de entrada no evaporador (P3)
<b>Evaporador</b>	Temperatura de saída da válvula (T3) Pressão de saída da válvula (P3)	Temperatura de entrada no compressor (T4) Pressão de entrada no compressor (P4)
<b>Caixa preta: Válvula de expansão e evaporador</b>	Temperatura de saída do condensador (T2) Pressão de saída do condensador (P2) Posição da abertura da válvula (M0)	Temperatura de entrada no compressor (T4) Pressão de entrada no compressor (P4)

### 4.3 Modelagem computacional com métodos de subespaços

O método usado para fazer a modelagem é a implementação do algoritmo N4SID chamada de IDENT no software Matlab (Ljung 1999 [37]). O método permite encontrar o modelo em espaço de estados partindo só das entradas e saídas obtidas em testes reais, sem prévio conhecimento dos outros parâmetros intrínsecos do sistema.

Deste modo foi simulado e modelado o sistema com diferentes condições como amostragem e pesos (passo intermédio do algoritmo para calcular SVD – Singular Value Decomposition). Alguns dos parâmetros foram deixados fixos, como a covariância, as perturbações e o estado inicial como se apresenta na Tabela 5.3.

As opções de re-amostragem são 1 e 5 e as opções de peso são AUTO, MOESP e CVA, calculando para cada uma destas “simulações” um modelo em espaço de estado e um resultado

gráfico que permite observar a proximidade com o comportamento real do sistema. A Tabela 5.4 mostra as diferentes combinações usadas para encontrar os modelos.

Usando os critérios FPE e AIC de Akaike se pode ter uma idéia geral de qual modelo é melhor entre os estimados. Sendo que o objetivo principal não é compará-los e sim encontrar um bom modelo que seja capaz de descrever o sistema de forma que possa ser usado para um posterior controle, a fim de otimizá-lo e de obter uma melhor economia de energia.

Tabela 5.3: Valores para os parâmetros lineares fixos na modelagem

<b>Parâmetros Lineares Fixos</b>	<b>Opção</b>
Perturbação de Modelo	Estimar K
Estado Inicial	Zero
Covariância	Estimar

Antes de obter estes oito modelos foram testados varias combinações e opções que permitiram a aprendizagem da melhor forma de utilização do algoritmo implementado. Cada um destes testes deu uma idéia gráfica e de erro de como melhorar cada vez mais o modelo final, de maneira tal que se realizaram pequenas mudanças nos seus parâmetros individuais aproximando cada vez mais o modelo encontrado ao modelo real.

Em princípio não se estava levando em consideração parâmetros como a covariância, o horizonte de predição, o estado inicial e os pesos, assim se deixavam fixos e automáticos e era obtido o modelo. Estes modelos encontrados com estas condições apresentaram um erro considerável nas saídas estimadas, ainda mais na temperatura que na pressão. Estes erros oscilavam entre 3 e 5 graus de diferença entre as temperaturas, sendo proporcionalmente grande quando comparado com as grandezas usadas (grau de superaquecimento de 7°C). Assim foi que

se começou a variar um a um os parâmetros disponíveis e a observar a influencia que tinha cada um deles no modelo estimado.

A maior variação está na escolha dos pesos (MOESP e CVA), pois eles são utilizados no passo intermédio do algoritmo N4SID na SVD e por tanto influem diretamente na qualidade do modelo estimado, este parâmetro é chamado de N4WEIGHT. A ordem do modelo muda totalmente quando é trocado o modo MOESP por CVA, assim que os modelos também são diferentes como poderá ser comprovado por meio dos parâmetros de Markov.

Tabela 5.4: Combinação de parâmetros para cada um dos oito modelos

	<b>Amostragem (k)</b>	<b>N4Horizont</b>	<b>N4Weight</b>	<b>No. Modelo Estimado</b>
<b>Modelo 1</b>	1	Sem definir	Cva	1.a
			Moesp	1.b
			Auto	1.c
<b>Modelo 2</b>	1	[2 2 3]	Cva	2.a
			Moesp	2.b
			Auto	2.c
<b>Modelo 3</b>	5	Sem definir	Cva	3.a
			Moesp	3.b
			Auto	3.c
<b>Modelo 4</b>	5	[2 2 3]	Cva	4.a
			Moesp	4.b
			Auto	4.c

Outra grande variação ocorre quando é estabelecido o vetor linha N4HORIZONT quem determina a predição de passo à frente usado pelo algoritmo. Este vetor linha é composto por três colunas, a primeira é o número máximo horizonte de predição, a segunda é o número de saídas passadas e a terceira é o número de entradas passadas. Estes valores têm também uma substancial influência na qualidade do modelo resultante e não é trivial fazer sua escolha. Por tanto, é recomendado pelo algoritmo testar com diferentes horizontes até que o “*fit*” do gráfico seja o

mais aproximado à saída real. Foi assim que se conseguiu estabelecer o vetor com o qual se encontraram dois dos modelos (Modelo 2 e Modelo 4).

A amostragem também permite ter uma grande diferença entre os modelos estimados que pode ser observada significativamente mediante o erro residual. É por isto que os modelos são feitos para duas diferentes amostragens ( $k = 1, 2, 3, \dots$  e  $k = 5, 10, 15, \dots$ ). Além disso, com a re-amostragem se eliminam alguns picos que prejudicam a estimação do modelo, ver Tabela 5.4.

O modelo 1 corresponde a uma simulação feita com a amostragem real, quer dizer com  $k = 1, 2, 3, \dots$  e usando as três opções de escolha de pesos (CVA, MOESP e AUTO) chamados de modelos 1a, 1b e 1c. De igual forma é simulado o modelo 2, mas existe só uma diferença com os horizontes do modelo 1. Neste caso é fixado um valor de [2 2 3] e são chamados de modelo 2a, 2b e 2c. Para obter os modelos 3 e 4 a configuração é igual que a descrita para os modelos 1 e 2, mas com a amostragem de  $k = 5, 10, 15, \dots$  e são chamados de modelos 3a, 3b, 3c e 4a, 4b, 4c. Os modelos expostos anteriormente são apresentados nas Figuras 5.1, 5.3, 5.5 e 5.7 nas quais são apresentados os comportamentos gráficos das saídas reais (cinza) e as modeladas (cores) usando MOESP e CVA, além das matrizes que representam os modelos encontrados para cada uma das variações já descritas e os valores de os dois critérios de Akaike. As figuras 5.2, 5.4, 5.6 e 5.8 apresentam o comportamento quando é usado modo AUTO além de um gráfico de comparação entre os modelos encontrados. Na seção de Validação é encontrada uma análise completa dos comportamentos dos modelos, as diferenças entre eles e uma descrição do melhor deles.

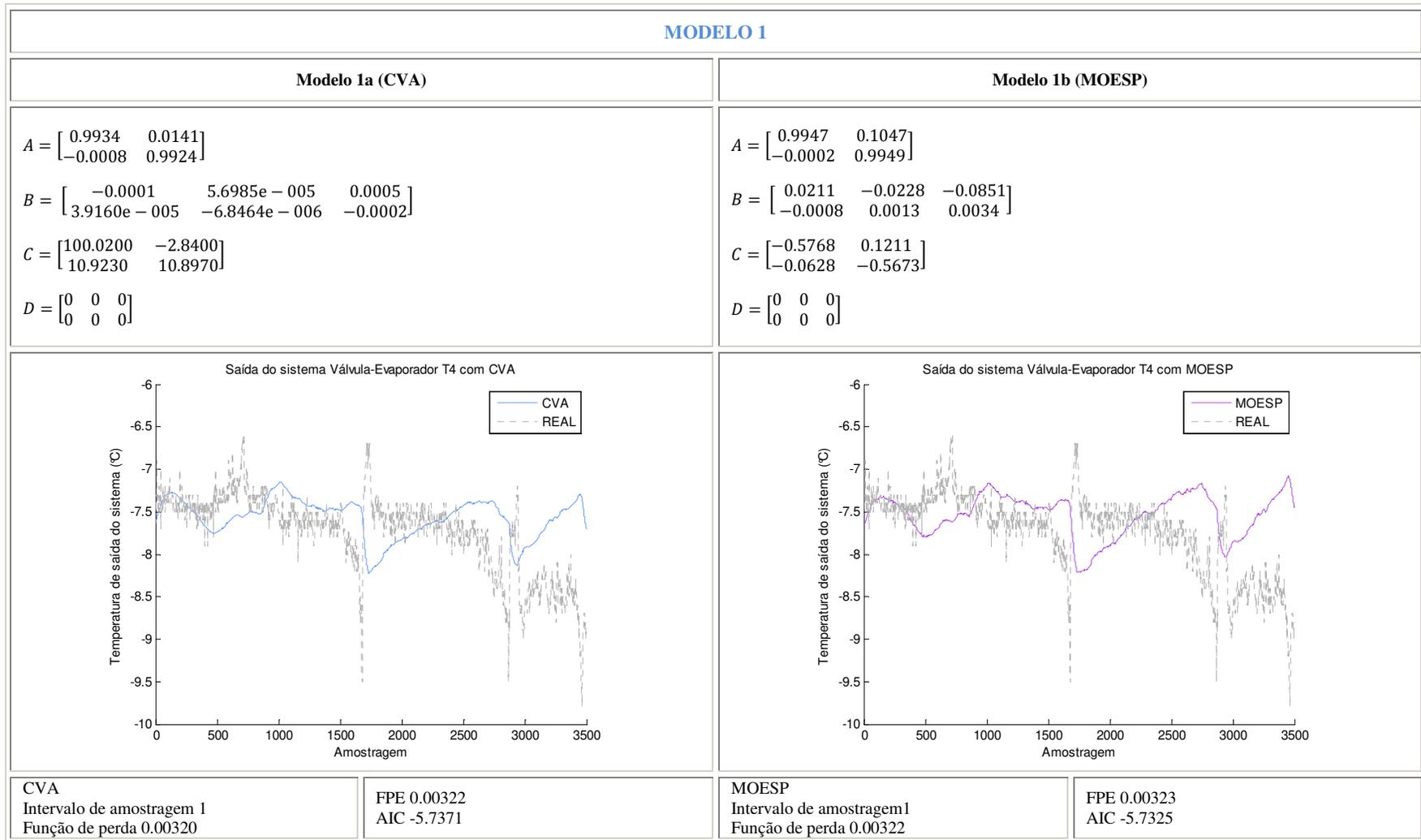


Figura 5.1: Modelo 1 usando CVA e MOESP

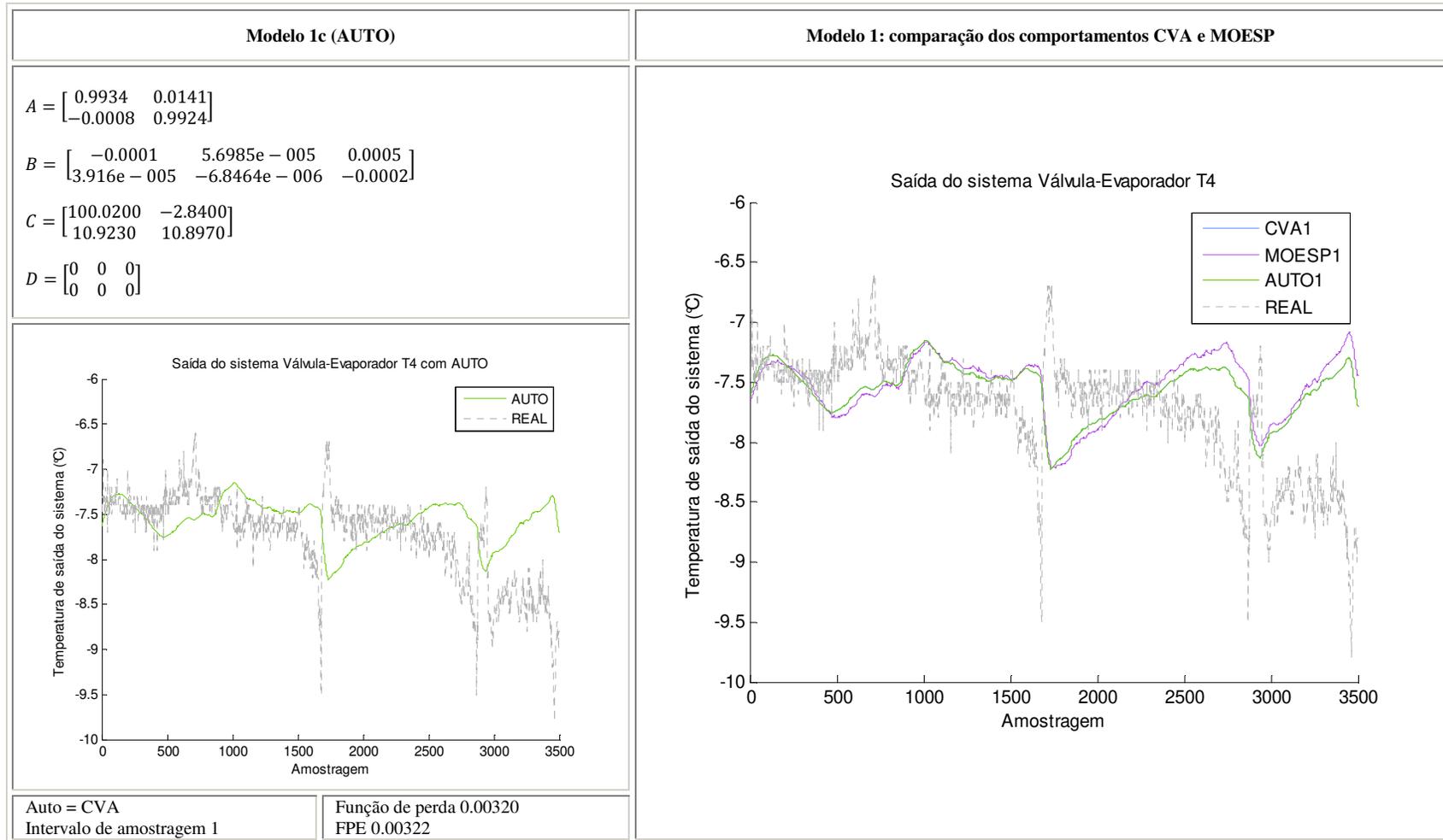


Figura 5.2: Modelo 1 usando AUTO e comparação dos comportamentos CVA e MOESP

## Modelagem Computacional de uma Válvula de Expansão Eletrônica

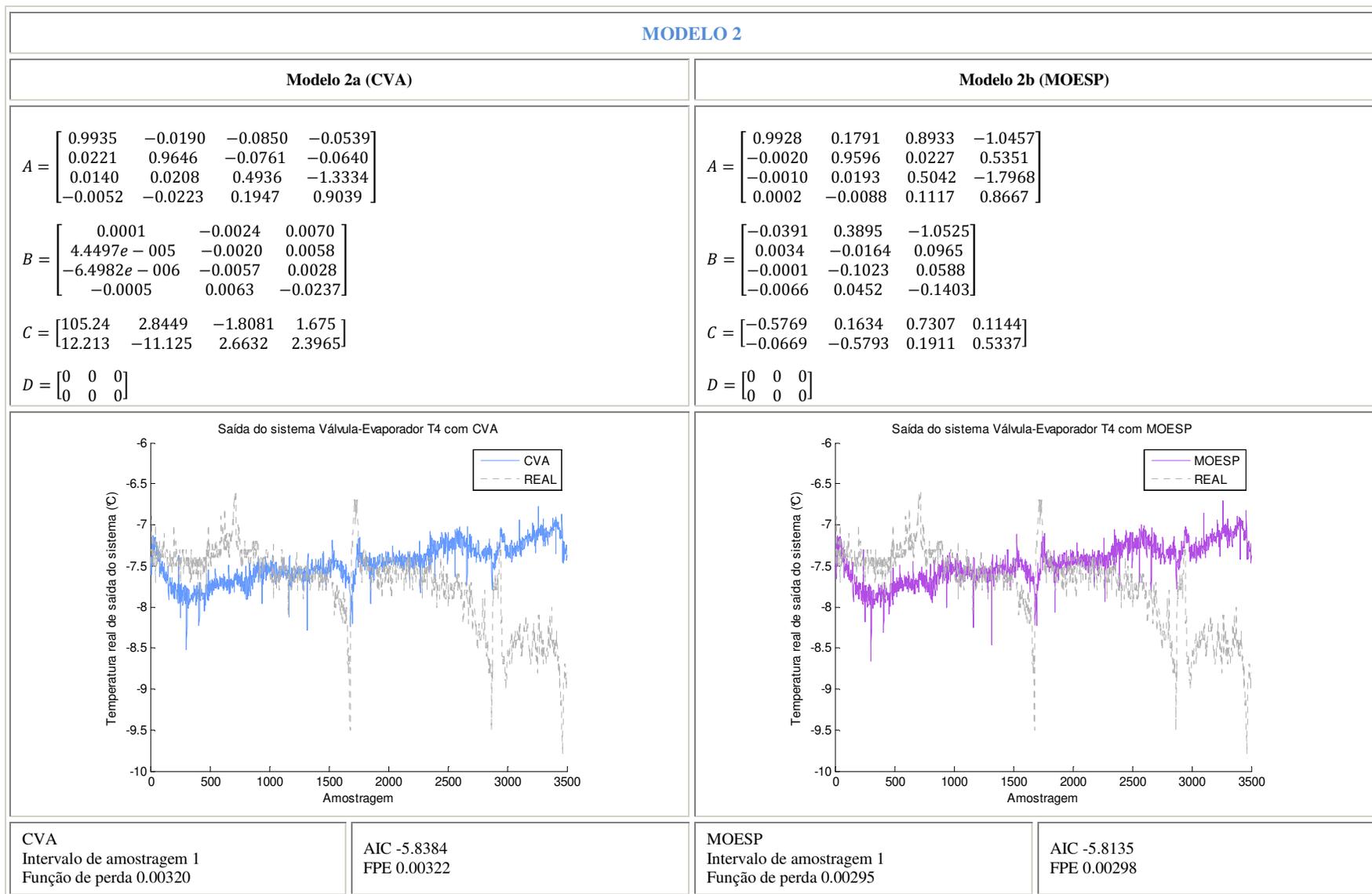


Figura 5.3: Modelo 2 usando CVA e MOESP

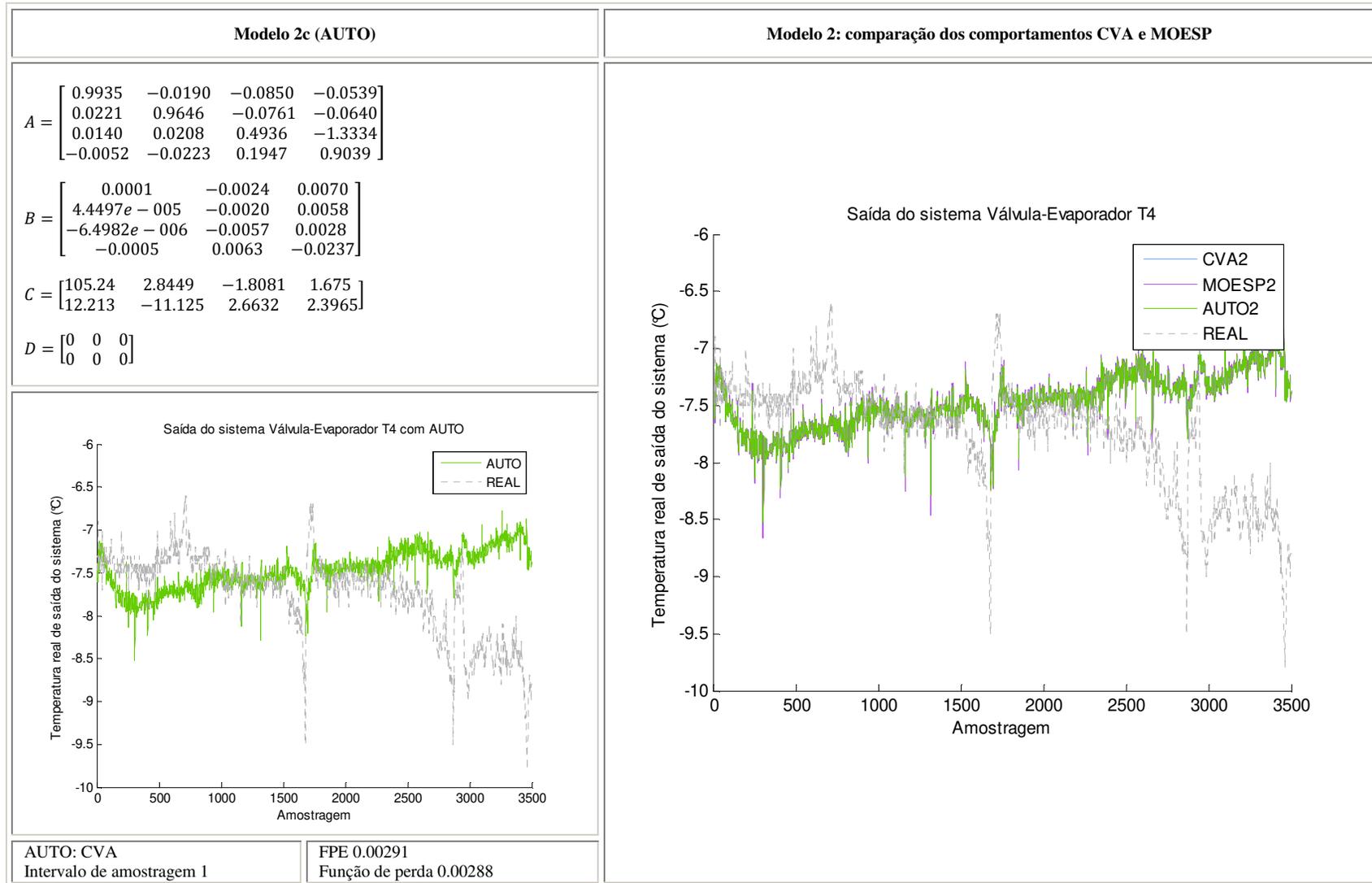


Figura 5.4: Modelo 2 usando AUTO e comparação dos comportamentos CVA e MOESP

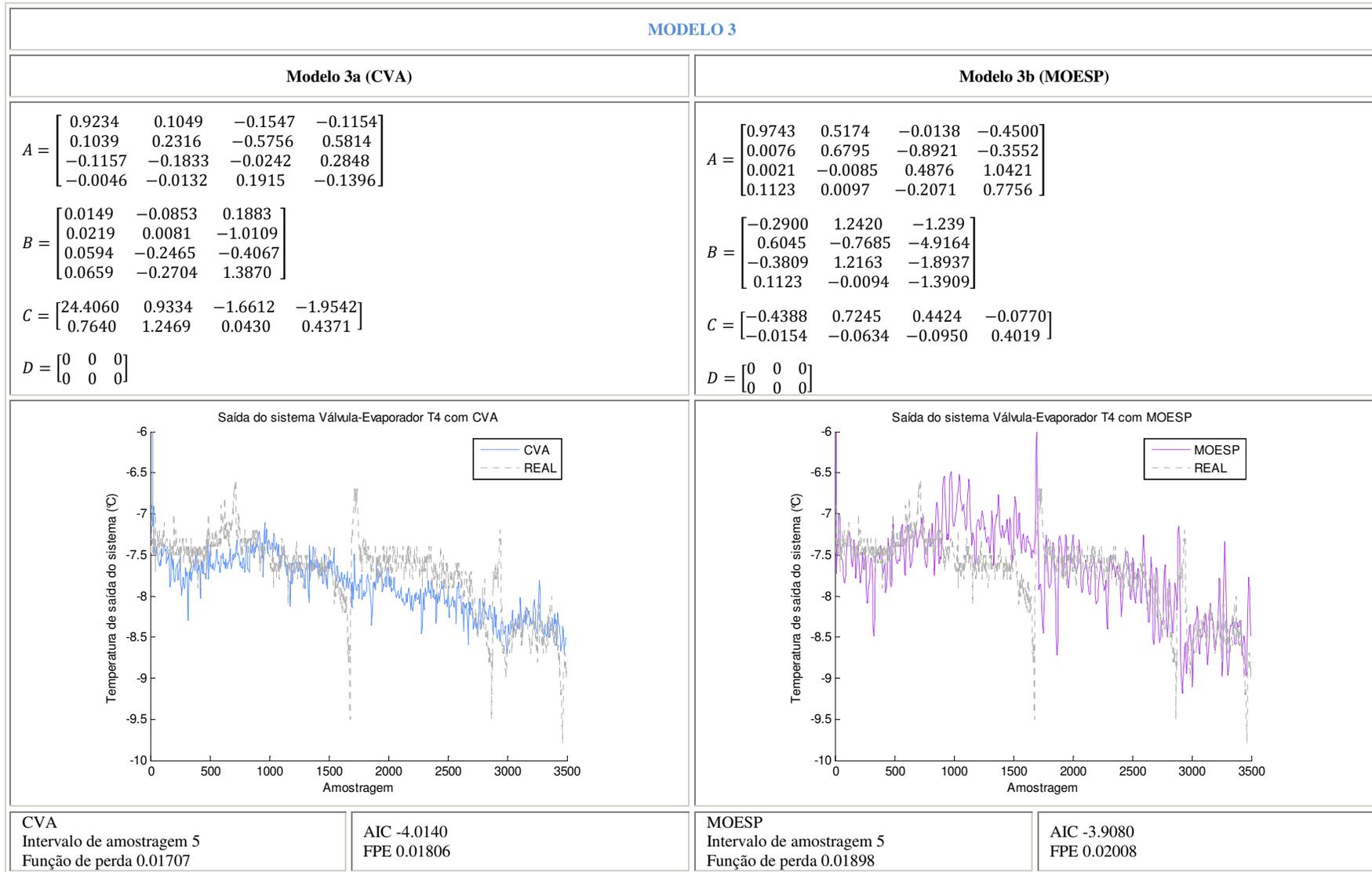


Figura 5.5: Modelo 3 usando CVA e MOESP

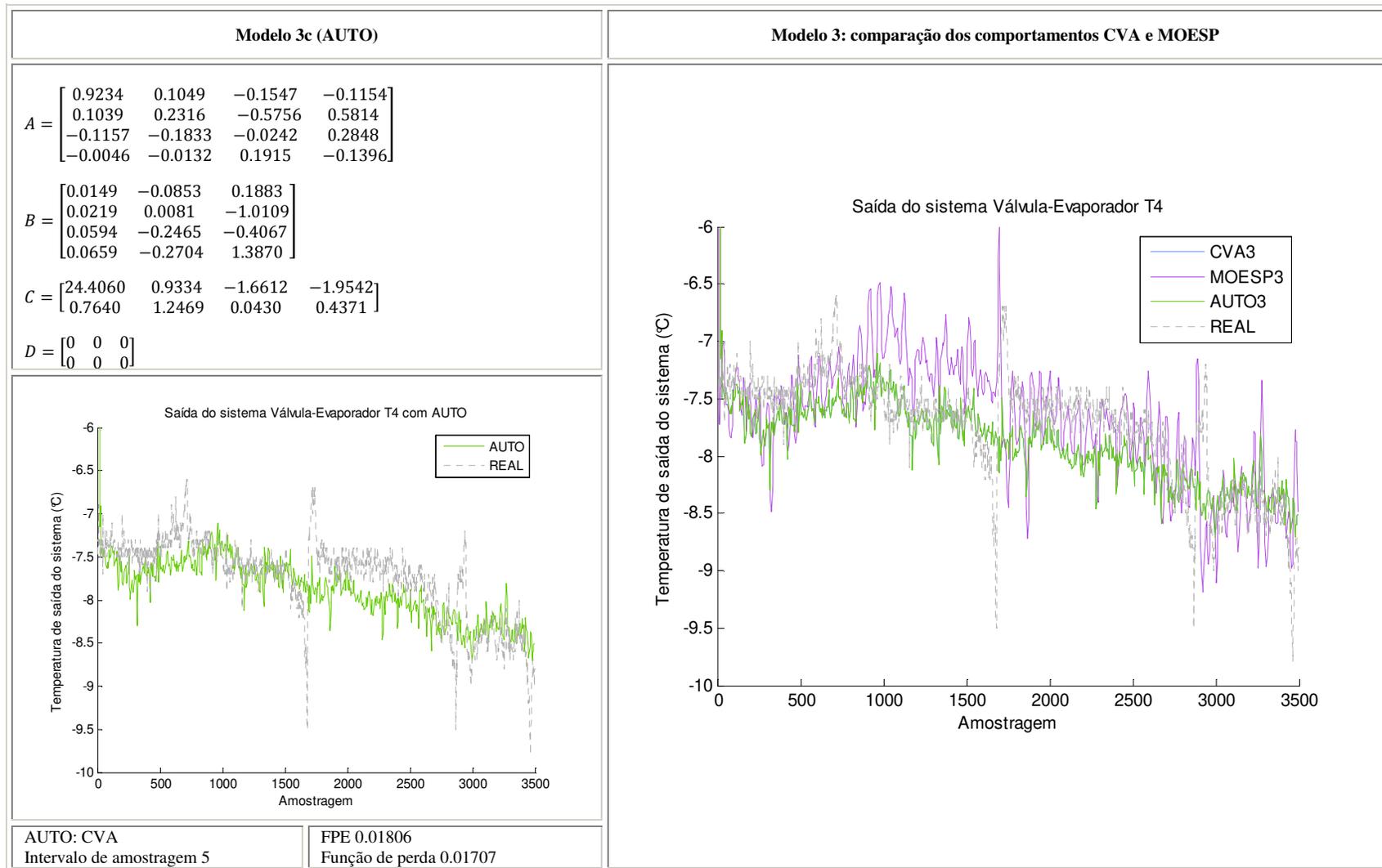


Figura 5.6: Modelo 3 usando AUTO e comparação dos comportamentos CVA e MOESP

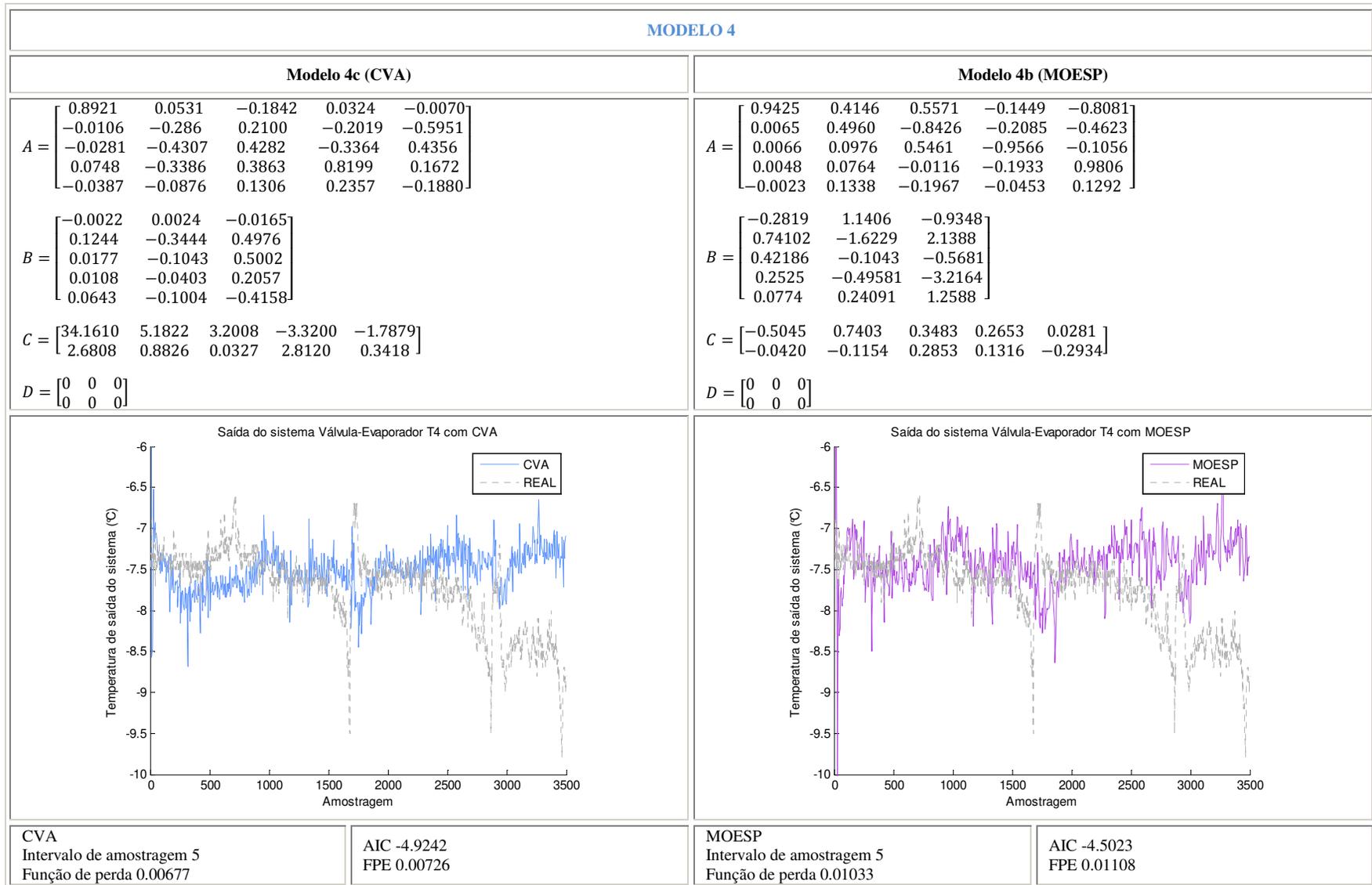


Figura 5.7: Modelo 4 usando CVA e MOESP

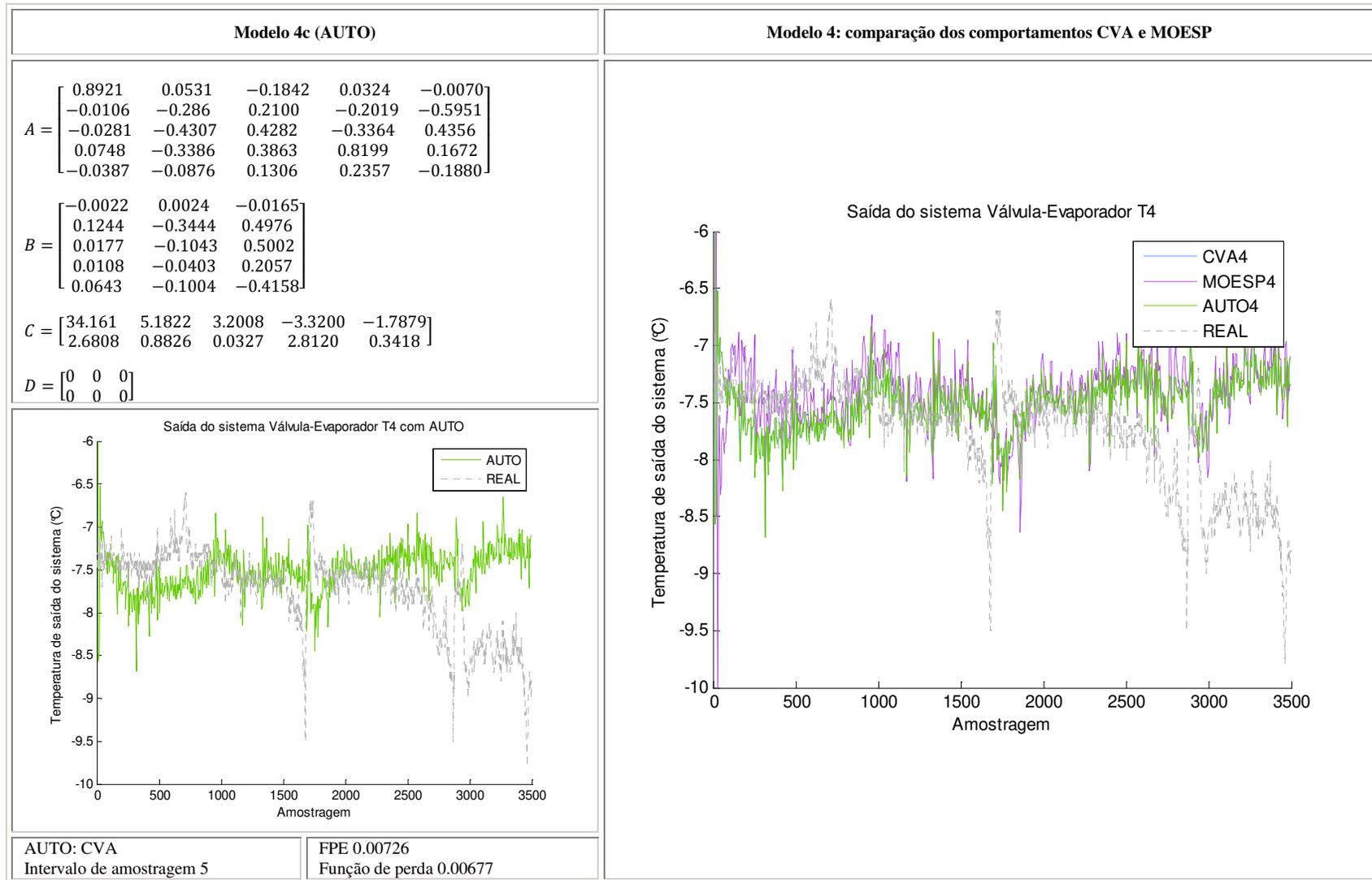


Figura 5.8: Modelo 4 usando AUTO e comparação dos comportamentos CVA e MOESP

## 4.4 Validação

Para responder a pergunta se são suficientemente bons os modelos estimados e qual deles é o mais adequado, ainda que na realidade seja difícil responder com certeza absoluta, é preciso se valer de ferramentas como a estimação de qualidade, o cálculo de erros de validação e a comparação entre a família de modelos, entre outros. Mas a verdadeira resposta está ligada a um determinado contexto para o qual esses valores encontrados estejam dentro dos limites dos objetivos. Na prática é recomendável usar diversas ferramentas e tentar validar um modelo considerando um conjunto de indicadores em lugar de um indicador só [1].

A finalidade de modelar a caixa preta válvula- evaporador é simular seu comportamento e obter um sistema de equações em espaço de estado que representem seu comportamento. Com a simulação se deseja saber se o modelo reproduz ao longo do tempo os dados observados, portanto os modelos estão validados dentro dos parâmetros de simulação e não de predição usando dados medidos que pertencem a um conjunto de dados maior que foi dividido em duas partes de 5000 e 3500 dados para simulação e validação, respectivamente.

Quando se analisam e se comparam cada uma das matrizes (**A**, **B**, **C** e **D**) dos modelos obtidos é normal encontrar grandes diferenças numéricas entre elas, aparentando serem modelos totalmente diferentes. Para obter a certeza de que existe tal diferença entre os modelos estimados, são calculados os parâmetros de Markov, de tal maneira que se os parâmetros entre um modelo e outro são iguais, um modelo é uma transformação de similaridade do outro modelo.

Também são estimados e comparados os critérios de Akaike a fim de obter uma medida de qualidade entre os modelos e saber de alguma maneira qual é o modelo mais representativo do sistema. O erro de validação indica quão bom é o modelo ao aplicá-lo a uma parte dos dados que não foram utilizados no procedimento de identificação.

#### 4.4.1 Comparação dos parâmetros de Markov dos modelos obtidos

Os parâmetros de Markov são produtos entre a quádrupla de matrizes de um modelo, sendo os termos considerados aqui: **CB**, **CAB** e **CA<sup>2</sup>B**, além da matriz **D** que para todas as estimações neste trabalho são zero. Tais parâmetros para cada modelo são apresentados nas tabelas 5.5 e 5.6. Caso exista uma relação de similaridade entre os modelos comparados, qualquer deles pode representar adequadamente os conjuntos de dados de entradas e saídas do sistema. A comparação dos parâmetros de Markov entre os modelos da uma visão mais clara da relação entre eles. Neste caso não existe nenhuma transformação de similaridade e, portanto, não representam da mesma forma os conjuntos de dados de entradas e saídas do sistema.

Tabela 5.5: Parâmetros de Markov para cada modelo estimado com CVA

	Parâmetros dos modelos estimados com CVA								
	CB			CAB			CA <sup>2</sup> B		
<b>Modelo 1</b>	[ -0.0110	0.0057	0.0566 ]	[ -0.0109	0.0057	0.0558 ]	[ -0.0108	0.0056	0.0551 ]
	[ -0.0008	0.0005	0.0031 ]	[ -0.0008	0.0005	0.0030 ]	[ -0.0007	0.0005	0.0030 ]
<b>Modelo 2</b>	[ 0.0105	-0.2407	0.7150 ]	[ 0.0125	-0.2115	0.7607 ]	[ 0.0079	-0.1325	0.5521 ]
	[ -0.0006	-0.0070	-0.0277 ]	[ 0.0016	-0.0239	0.0565 ]	[ 0.0027	-0.0286	0.0981 ]
<b>Modelo 3</b>	[ 0.1583	-1.1374	1.6195 ]	[ -0.0292	-0.1085	-0.3826 ]	[ -0.0403	0.0484	-0.1026 ]
	[ 0.0702	-0.1838	-0.5278 ]	[ 0.0142	-0.0411	0.9189 ]	[ -0.0044	0.0268	-0.3114 ]
<b>Modelo 4</b>	[ 0.4740	-1.7210	3.6766 ]	[ -0.3163	0.9350	-3.0187 ]	[ 0.2406	-0.4499	-1.5887 ]
	[ 0.1570	-0.4487	0.8477 ]	[ -0.1117	0.2204	0.3468 ]	[ 0.0315	-0.0343	-0.3169 ]

Tabela 5.6: Parâmetros de Markov para cada modelo estimado com MOESP

	Parâmetros dos modelos estimados com MOESP								
	CB			CAB			CA <sup>2</sup> B		
<b>Modelo 1</b>	[ -0.0123	0.0134	0.0495 ]	[ -0.0122	0.0132	0.0491 ]	[ -0.0121	0.0131	0.0486 ]
	[ -0.0008	0.0007	0.0034 ]	[ -0.0008	0.0007	0.0033 ]	[ -0.0008	0.0007	0.0033 ]
<b>Modelo 2</b>	[ 0.0223	-0.2970	0.6500 ]	[ 0.0262	-0.2350	0.6762 ]	[ 0.0196	-0.1376	0.5004 ]
	[ -0.0029	-0.0120	-0.0491 ]	[ 0.0014	-0.0301	0.0358 ]	[ 0.0039	-0.0335	0.0799 ]
<b>Modelo 3</b>	[ 0.3881	-0.5629	-3.7486 ]	[ 0.4737	-1.2234	-0.4611 ]	[ 0.2803	-1.0862	1.7040 ]
	[ 0.0474	-0.0897	-0.0479 ]	[ 0.0316	-0.0753	0.0491 ]	[ 0.0145	-0.0472	0.0969 ]
<b>Modelo 4</b>	[ 0.9070	-2.0708	1.0393 ]	[ -0.1086	-0.2292	3.1804 ]	[ -0.1685	-0.2167	-2.0357 ]
	[ 0.0572	-0.1363	-1.1624 ]	[ 0.0218	0.0980	0.7166 ]	[ -0.0035	-0.0318	0.3090 ]

#### 4.4.2 Critérios de qualidade de Akaike

Por outro lado, uma comparação direta é feita usando os critérios de Akaike. O FPE é obtido como resultado da estimação dos modelos e o AIC calculado de forma manual a fim de comparar todos os modelos e selecionar um deles que melhor represente a caixa preta válvula- evaporador no sistema de refrigeração e ar condicionado.

Tabela 5.7: Critérios de Akaike para cada um dos modelos

	CRITÉRIOS DE AKAIKE	
MODELOS CVA	FPE	AIC
1a	0.0032	-5.7371
2a	0.0029	-5.8384
3a	0.0181	-4.0140
4a	0.0073	-4.9242
MODELOS MOESP	FPE	AIC
1b	0.0032	-5.7325
2b	0.0030	-5.8135
3b	0.0201	-3.9080
4b	0.0111	-4.5023

Tabela 5.8: Ordem de qualidade dos modelos

		CRITÉRIOS DE AKAIKE	
Posição	Modelo	FPE	AIC
1	2a	0.0029	-5.8384
2	2b	0.0030	-5.8135
3	1a	0.0032	-5.7371
4	1b	0.0032	-5.7325
5	4a	0.0073	-4.9242
6	4b	0.0111	-4.5023
7	3a	0.0181	-4.0140
8	3b	0.0201	-3.9080

A fim de saber qual dos modelos tem melhor qualidade e poderia representar com maior exatidão o sistema modelado são organizados os valores da Tabela 5.7 por ordem ascendente, de acordo com os dois critérios de Akaike onde o menor valor corresponde ao “melhor modelo” (ver Tabela 5.8). Neste caso, o modelo **2.a**, tem uma amostragem de  $k = 1,2,3, \dots$ , pesos CVA e um horizonte estabelecido de [2 2 3]. Também pode se observar que existe uma coerência nos dois critérios, pois ambos deixam os modelos na mesma posição, o que permite ter maior certeza de que é o modelo mais representativo.

#### 4.4.3 Erro de validação

O erro de validação é usado como outra ferramenta para medir a qualidade da identificação e conhecer quanto um modelo está próximo do comportamento real e é definido pela seguinte expressão:

$$e = \frac{1}{l} \sum_{c=1}^l \left[ \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^s ((y_k)_c - (y_k^s)_c)^2}{\sum_{k=1}^s (y_k^s)_c}} \right] 100\% \quad (5.1)$$

onde  $(y_k)_c$  denota a  $c$ -ésima saída no instante de tempo  $k$  do conjunto de dados de validação. A  $(y_k^s)_c$  é a  $c$ -ésima saída, também no instante  $k$ , mas do conjunto de dados simulados [26]. A Tabela 5.9 contém os valores dos erros de validação.

O erro neste caso é aceitável devido que os dados reais apresentam ruído e uma tendência indesejada para o sistema ideal na temperatura de superaquecimento. Ainda que este erro pudesse ser diminuído fazendo um tratamento de dados maior e uma análise de cada um dos parâmetros usados na modelagem, os quais influem enormemente no resultado obtido. É claro que se ignoraram alguns destes parâmetros importantes para fins do presente trabalho como a covariância, os horizontes e as perturbações. Por outro lado, o objetivo não é apresentar o melhor modelo, mas sim apresentar os diferentes resultados estimados e uma comparação entre eles, além de verificar que este tipo de modelagem em espaço de estados também pode ser aplicada a sistemas reais.

Tabela 5.9: Erros de validação

ERROS DE VALIDAÇÃO (%)	
<b>MODELOS CVA</b>	
1a	7.2296
2a	8.9173
<b>3a</b>	<b>7.0805</b>
4a	9.4168
<b>MODELOS MOESP</b>	
1b	8.0512
2b	8.9436
3b	7.3038
4b	10.8182

Segundo os valores obtidos com o erro de validação, o melhor modelo é quem tem uma menor porcentagem de erro e é o **3.a** que corresponde ao modelo com amostragem de  $k = 5, 10, 15, \dots$ , com pesos CVA e sem horizonte estabelecido. Quando é comparado este resultado com os obtidos usando os critérios de Akaike se observa que não corresponde ao mesmo modelo como o melhor. Gráficamente se pode observar que realmente o comportamento mais parecido ao real do sistema é do modelo **3.a** (mais perto dos dados reais), mas o modelo **2.a** apresenta maior estabilidade (se mantém perto dos  $7^{\circ}\text{C}$ ), o qual permitiria um melhor controle do grau de superaquecimento e, portanto uma melhor economia de energia através da otimização do sistema de refrigeração e ar condicionado.

## CONCLUSÕES, COMENTÁRIOS E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Os métodos para identificação de subespaços oferecem uma rápida alternativa para simular e prever sistemas dinâmicos reais a partir do conhecimento de poucos parâmetros com um custo computacional baixo. Na identificação de sistemas MIMO (múltiplas entradas - múltiplas saídas) são requeridos cálculos numéricos complexos que podem ser minimizados usando algoritmos que permitam uma modelagem multivariada, implementados em ferramentas como Matlab. Assim são obtidos a partir de entradas e saídas passadas os modelos em espaço de estado e feita a validação do modelo usando também dados passados em um menor tempo e com maior exatidão.

Parâmetros como a ordem do sistema, o horizonte de predição, a covariância, os pesos e a consideração de perturbações possuem uma grande influência nos resultados, quando são combinados e variados se obtêm múltiplos modelos diferentes entre si. Realizando a simulação da caixa preta válvula- evaporador é possível obter diferentes modelos usando uma combinação dos algoritmos N4SID, MOESP e CVA (pesos) e variando alguns parâmetros disponíveis que fazem com que cada um dos modelos seja completamente diferente dos outros, mas representando também o sistema. A vantagem de ter a disponibilidade de mexer com diversos parâmetros do algoritmo é que isto permite encontrar o melhor modelo que descreva o sistema através de uma comparação com os outros modelos estimados usando ferramentas matemáticas como os critérios de Akaike e o erro ponderado.

Com as quatro matrizes que representam o sistema no espaço de estado (**A**, **B**, **C**, **D**) foram simuladas e validadas as saídas. Tendo o sistema expresso no espaço de estado se pode observar ou prever o comportamento do sistema e realizar o controle de forma a maximizar a sua eficiência energética.

A estabilidade da quádrupla de matrizes e a comparação destes modelos com os modelos obtidos usando expressões físicas podem ser motivo de trabalhos futuros, pois o objetivo do presente trabalho é apenas obter modelos em espaço de estado de um sistema com dados reais como a caixa preta válvula- evaporador. Outro objetivo também seria observar se a tendência modelada leva a mesma trajetória da tendência real, além de analisar e testar diferentes configurações do algoritmo que permitam depois obter modelos mais exatos que representem melhor o sistema de refrigeração e ar condicionado.

Fazendo uma comparação dos resultados obtidos usando os diversos critérios de validação, pode se observar que para cada um deles o melhor resultado é diferente, pois os objetivos não são iguais em cada caso. Se para um deles o objetivo é obter um resultado que seja mais parecido aos dados reais, para o outro o objetivo é obter um sistema estável que represente bem o sistema modelado e além disso corrija as tendências não desejadas. Portanto, comparando os critérios de Akaike com os valores obtidos com o erro, se observa que não correspondem ao mesmo modelo como o melhor. Gráficamente se pode observar que realmente o comportamento mais parecido ao real do sistema é do modelo **3.a**, é dizer, está mais perto dos dados reais (escolhido com o erro de validação), mas o modelo **2.a** apresenta maior estabilidade, ou seja, se mantém perto dos 7°C (escolhido com Akaike). Isto permitiria um melhor controle do grau de superaquecimento e, portanto uma melhor economia de energia através da otimização do sistema de refrigeração e ar condicionado. É lógico que se obtenha esse resultado, pois o erro está fazendo uma comparação entre os dados reais e os dados obtidos com os modelos então o melhor modelo para ele vai ser quem tenha a menor diferença. Em quanto o objetivo dos critérios de Akaike é encontrar o melhor modelo para o sistema.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Aguirre, L. A. *Introdução à Identificação de Sistemas (Técnicas Lineares e Não Lineares Aplicadas a Sistemas Reais)*. Belo Horizonte-MG, Brasil; 2000.
- [2] Akaike, H. *Markovian representation of stochastic processes by canonical variables*. Siam J Control 1975; Vol. 13 (1). p. 162-73.
- [3] Akaike, H. *A new look at the statistical model identification*. IEEE Transactions on Automatic Control 1974; Vol. AC-19 (6).
- [4] Akaike, H. *Stochastic theory of minimal realization*. IEEE Transactions on Automatic Control 1974; Vol. 19. p. 667-74.
- [5] Aström, K. J., Bohlin T. . *Numerical identification of linear dynamic systems from normal operating records*. IFAC Symposium on Self-Adaptative Systems; 1965; Teddington - England; 1965.
- [6] Ayuda, B. M. I. *Tema 3: Criterios de Selección de Modelos Anidados*. In: Zaragoza, U. d., editor. Curso acadêmico: Selección de Modelos Económicos Departamento Análisis Económico, licenciatura em Economía; 2008/09.
- [7] Barreto, G. *Modelagem Computacional Distribuída e Paralela de Sistemas e de Series Temporais Multivariáveis no Espaço de Estado*. SP - Brasil: UNICAMP; 2002.
- [8] Bereche, R. P. *Avaliação de sistemas de refrigeração por absorção 'H IND. 2'O/LiBr e sua possibilidade de inserção no setor terciário utilizando gas natural*: UNICAMP; 2008.
- [9] Budin, M. *Minimal realization of discrete linear systems from input-output observations*. IEEE Transactions on Automatic Control 1971; Vol. AC-16 (5). p. 395-401.
- [10] Carvajal, F. A. *Implementação de uma bancada de ensaios para análise de estratégias de controle de sistemas de refrigeração e ar condicionado*. SP - Brasil: UNICAMP; 2004.
- [11] Castle, T. P., Richardson, R. N., Ritter, T. J. *Thermostatic valve control using a non-azeotropic refrigerant, isobutano/propane mixture*. International Journal of Refrigeration 1999; Vol. 22. p. 313-8.
- [12] Chiuso, A., Picci, G. *Geometry of oblique splitting subspaces, minimality and Hankel operators*. In: Rantzer, A., Byrnes, C., editor. Directions in Mathematical Systems Theory and Optimization. New York: Springer-Verlag; 2002.
- [13] Chui, N., Maciejowski, J. . *Realization of stable models with subspace methods*. Automatica 1996; Vol. 32 (11). p. 1587-95.

- [14] Da Silva, F. V. *Comparação do desempenho de um sistema de refrigeração para resfriamento de líquido controlado a diferentes modos de controle*: UNICAMP; 2003.
- [15] Danfoss. *Válvulas de expansión termostática (notas del instalador)*. Refrigeration and Air Conditioning 2005; Vol. DKRCC.PF.A00.A1.05 / 520H0380.
- [16] Deistler, M. *System identification and time series analysis: Past, present, and future*. In: Pasik-Duncan, B., (Festschrift for Tyrone Duncan), editor. *Stochastic Theory and Control*. Kansas - USA: Springer; 2002. p. 97–108.
- [17] Dickinson, B., Morf, M., Kailath, T. *A minimal realization algorithm for matrix sequences*. IEEE Transactions on Automatic Control 1974; Vol. AC-19 (1). p. 31-8.
- [18] Favoreel, W., Van Huffel, S., De Moor, B., Sima, V., Verhaegen, M. *Comparative study between three subspace identification algorithms*. Proceedings of the 5th European Control Conference ECC 99, Paper F298. Karlsruhe - Germany: Session BA-3, Identification III; 1999.
- [19] Fioravanti, C. *O frio e o calor que vêm dos ímãs*. Revista Pesquisa Fapesp. Date Abril 2005 Vol. Edição Impressa 110.
- [20] Frested, J., Bernardi, J. *Multivariable control of the vapor compressor processes*. 20th International Congress of Refrigeration. Sidney: paper 551; 1999.
- [21] Gama, S., Coelho, A.A., De Campos, A., Carvalho, A.M.G., Gandra, F.C.G. . *Pressure-Induced Colossal Magnetocaloric Effect in MnAs*. Physical Review Letters 2004; Vol. 93 (237202).
- [22] Garcia, O. C. *Estabilidad de algunos critérios de selección de modelos*. Questiió 1996; Vol. 20 (2). p. 147-66.
- [23] Garcia, O. C., Aznar, A. *Estudio comparado de la robustez de distintos critérios de selección de modelos econométricos ante cambios en la varianza*. Estadística Española 1994; Vol. 36 (136). p. 287-318.
- [24] Gevers, M. *System Identification without Lennart Ljung: what would have been different?* In: Glad, T., Hendeby, G., editor. *Forever Ljung in System Identification*. Lund - Sweden: Studentlitteratur; 2006. p. 61-85
- [25] Geweke, J., Meese, R. *Estimating Regression Models of Finite but Unknown Order*. International Economic Review 1981; Vol. 22 (1). p. 55-70.
- [26] Giraldo, D. C. *Métodos de Subespaços para Identificação de Sistemas: Propostas de Alterações, Implementações e Avaliações*. Campinas, SP-Brasil: UNICAMP; 2008.
- [27] Gopinath, B. *On the identification of linear time-invariant systems from input-output data*. The Bell System Technical Journal 1969; Vol. 48 (5 (May-June)). p. 1101-13.

- [28] Ho, B. L., Kalman, R.E. *Efficient Construction of linear state variavel models from input/output functions*. Regelungstechnik 1966; Vol. 14. p. 545-8.
- [29] Ismail, K. A. R. *Bancos de Gelo: Fundamentos e Modelagem 1*. Campinas, SP; 1998.
- [30] Katayama, T., Picci, G. *Realization of stochastic systems with exogenous inputs and subspace identification methods*. Automatica 1999; Vol. 35. p. 1635-52.
- [31] Koehler, A. B., Murphree, B. S. . *A comparision of the Akaike and Schwarz criteria for selecting model order*. Applied Statistics 1988; Vol. 37. p. 187-95.
- [32] Kung, S. Y. *A new identification method and model reduction algorithm via singular value decomposition*. 12th Asilomar Conference on Circuits, Systems and Computation. Asilomar, CA; 1978. p. 705-14.
- [33] Larimore, W. E. *Canonical variate analysis in identification*. Canonical Variate Analysis in Identification, Filtering and Adaptive Control. Honolulu - Hawaii, USA; 1990. p. 596-604.
- [34] Liu, R., Suen, L.C. *Minimal dimension realization and identifiability of input-output sequences*. IEEE Transactions on Automatic Control 1977; Vol. AC-22. p. 227-32.
- [35] Ljung, L. *Development of System Identification*. 13th IFAC World Congress; 1996. p. 141-6.
- [36] Ljung, L. *System Identification Reference 7, Matlab*. Natick, Massachusetts; 2009.
- [37] Ljung, L. *System Identification: Theory for the User*. Segunda edn. Upper Saddle River, NJ; 1999.
- [38] Ljung, L. *System Identification: Theory for the User*. 8 edn. Upper Saddle River, NJ: University of Michigan; 1987.
- [39] Milanes, R. L. P. *Melhoramento de um sistema de absorção por absorção agua-amônia para a fabricação de gelo*: UNICAMP; 1997.
- [40] Overschee, P. V., De Moor B. *N4SID: Subspace Algorithms for the Identification of Combined Deterministic-Stochastic Systems*. Automatica (Special Issue on Statistical Signal Processing and Control) 1994; Vol. 30 (1). p. 75-93.
- [41] Overschee, P. V., De Moor, B. *Graphical User Interface Software for system identification*. Katholieke Universiteit Leuven, Department of Electrical Engineering (ESAT). Leuven, Belgium: ESAT-SISTA/TR; 1994.
- [42] Overschee, P. V., De Moor, B. *Subspace Algorithms for Linear Systems: Theory, Implementation, Applications*. Belgium: Katholieke Universiteit Leuven Belgium; 1996.

- [43] Overschee, P. V., De Moor, B. . *A unifying theorem for three subspace system identification algorithms*. Submitted for publication to SYSID'94. Belgium; 1993.
- [44] R2007B, M. *System Identification Toolbox 7.1, IDENT*. Agost 15, 2007.
- [45] Schmidt, F. *Optimal control of electronic expansion valves in modern low desing*. 20th International congress of refrigeration IIR/IIF. Sidney, Australia; 1999.
- [46] Shavit, G., Wruck, R. A. *Understanding the control loop*. ASHRAE journal 1997; Vol. Sep. SUP (39). p. 35-9.
- [47] Silva, S. A. *Desenvolvimento de uma válvula de expansão comandada por um microcomputador*. Uberlândia, MG: Universidade Federal de 1994.
- [48] Tassou, S. A., Quereshi, Q. *Comparative performance evolution of poisitive displacement compressor in variable-speed refrigeration application*. International Journal of Refrigeration 1998; Vol. 21 (1). p. 29-41.
- [49] Verhaegen, M. *Identification of the deterministic part of MIMO state models given in innovations form from input-output data*. Automatica (Special Issue on Statistical Signal Processing and Control) 1994; Vol. 30 (1). p. 61-74.
- [50] Viberg, M. *Subspace-based methods for the identification of linear timeinvariant systems*. Automatica 1995; Vol. 31 (12). p. 1835-51.
- [51] Willems, J. *From time series to linear systems*. Automatica 1986; Vol. Part II: 22 (6). p. 675-94.
- [52] Willems, J. *From time series to linear systems*. Automatica 1987; Vol. Part III: 23 (1). p. 87-115.
- [53] Willems, J. *From time series to linear systems*. Automatica 1986; Vol. Part I: 22 (5). p. 561-80.