

DESEMPENHO DE
RECEPTORES ÓPTICOS DIGITAIS

CELSO DE ALMEIDA

Orientador: HELIO WALDMAN

Tese apresentada à Faculdade
de Engenharia de Campinas, da
Universidade Estadual de Cam
pinas - UNICAMP - como parte
dos requisitos para obtenção
do título de MESTRE EM CIÊNCIAS.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

JULHO 1983

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

Aos meus pais...

AGRADECIMENTOS

ao Prof. Dr. Helio Waldman, pela oportunidade;

aos colegas Clayton Bezzan e Edson Moschim, pelas proveitosas discussões;

ao colega Arnaldo Adam Wahl, co-projetista do receptor óptico implementado;

ã M. Júlia, pelo excelente trabalho de datilografia;

ao Edson, pelo seu ótimo trabalho na realização dos desenhos.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 2 - DISPOSITIVOS COM APLICAÇÕES EM COMUNICAÇÕES ÓPTICAS	4
2.1 - DISPOSITIVOS EMISSORES DE LUZ	5
2.2 - FIBRA ÓPTICA: CANAL DE COMUNICAÇÃO	9
2.3 - FOTODETETORES	14
CAPÍTULO 3 - RECEPTORES ÓPTICOS	19
3.1 - RECEPTORES DE BAIXA RESISTÊNCIA DE ENTRADA	20
3.2 - RECEPTORES COM ALTA RESISTÊNCIA DE ENTRADA	26
3.3 - RECEPTORES TIPO TRANSIMPEDÂNCIA	31
CAPÍTULO 4 - CÁLCULO DE SENSITIVIDADE USANDO A APROXIMAÇÃO GAUSSIANA	35
4.1 - INTRODUÇÃO	36
4.2 - APROXIMAÇÃO GAUSSIANA	39
CAPÍTULO 5 - DESIGUALDADE DE CHERNOFF	51
5.1 - DESIGUALDADE DE CHERNOFF	52
5.2 - COMPARAÇÕES ENTRE OS MÉTODOS UTILIZADOS	58
APÊNDICE 5.A	60
CAPÍTULO 6 - APROXIMAÇÃO GAUSSIANA COM A INCLUSÃO DE INTERFERÊNCIA DE INTER-SIMBÓLICA	65
6.1 - APROXIMAÇÃO GAUSSIANA	66
6.2 - COMENTÁRIOS	79

APÊNDICE 6.A	84
CAPÍTULO 7 - DESIGUALDADE DE CHERNOFF COM A INCLUSÃO DE IIS	90
7.1 - DESIGUALDADE DE CHERNOFF	91
APÊNDICE 7.A	99
CAPÍTULO 8 - IMPLEMENTAÇÃO DE UM PRÉ-AMPLIFICADOR DE BAIXO RUÍDO	106
8.1 - INTRODUÇÃO	107
8.2 - FAIXA DE PASSAGEM EM MALHA ABERTA	108
8.3 - CÁLCULO DO GANHO E DA TRANSIMPEDÂNCIA ..	113
8.4 - CÁLCULO DA FAIXA DE PASSAGEM EM MALHA FE CHADA	114
8.5 - CÁLCULO DO PARÂMETRO Z	116
8.6 - RESULTADOS EXPERIMENTAIS	122
CAPÍTULO 9 - APLICAÇÕES SISTÊMICAS	125
9.1 - CÁLCULO DE ENLACE SEM DISPERSÃO	126
9.2 - INCLUSÃO DA DISPERSÃO MODAL	126
9.3 - INCLUSÃO DA DISPERSÃO MATERIAL	127
9.4 - EXEMPLO DE UM SISTEMA DE COMUNICAÇÕES ÓP TICAS	128
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	131

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Este trabalho tem por objetivo avaliar os máximos comprimentos de enlace para sistemas ópticos digitais.

Um destes sistemas pode ser visto na Fig. 1.1, abaixo.



Fig. 1.1 - Sistema de comunicações simples

O transmissor corresponde a circuitos de tratamento espectral de sinais digitais, tais como embaralhadores, codificadores, etc, seguido de uma interface eletro-óptica que, através de um dispositivo emissor de luz, converte sinais elétricos em pulsos luminosos, pulsos esses que se propagarão pela fibra óptica (canal de comunicação da Fig.1.1), onde sofrerão atenuação e dispersão. Já no receptor, estes pulsos atravessarão uma interface eletro-óptica, na qual um fotodetector converterá pulsos de luz em pulsos de corrente elétrica (esta conversão tem o inconveniente de acrescentar um certo tipo de ruído), após o que serão amplificados (onde será adicionado ruído térmico), e depois filtrados para se eliminar o ruído fora da faixa de interesse, para em seguida os pulsos serem regenerados. Somente depois disso é que o sinal sofrerá os processos inversos do ocorrido no transmissor, tais como: decodificação, desembaralhamento, etc., estando apto então a ser retransmitido, demultiplexado ou processado conforme seja o interesse. Como qualquer outro sistema de transmissão, deve-se obter no receptor um sinal com as características o mais próximas possíveis (menor taxa de erro) do sinal transmitido, através do maior comprimento de enlace possível.

Tais enlaces dependem principalmente da potência óptica transmitida, da atenuação do meio de transmissão e da mínima potência óptica necessária na entrada do receptor para se obter um certo desempenho, também conhecida como sensibilidade do receptor. A potência óptica transmitida está limitada pela máxima potência dis-

ponível do dispositivo emissor de luz, como também pela sua vida média, que depende da potência emitida por tais dispositivos; a atenuação por sua vez é minimizada utilizando-se meios de transmissão com as melhores características disponíveis no momento ; enquanto que a sensibilidade requer um estudo bem mais profundo na otimização do receptor, principalmente em termos de ruído. É isso que é feito na maior parte dos capítulos.

No Capítulo 2 é feita uma descrição dos componentes opto-elétricos, com aplicação em comunicações ópticas e suas principais características. O Capítulo 3 é dedicado especialmente ao ruído térmico introduzido pelos receptores, bem como na tentativa pela minimização deste. Nos Capítulos 4 e 5 é efetuado o cálculo de sensividade utilizando-se a aproximação gaussiana e a desigualdade de Chernoff, respectivamente. Nos Capítulos 6 e 7 é calculada a sensitividade utilizando os dois métodos citados anteriormente , porém com a inclusão de interferência intersimbólica. No Capítulo 8 são calculadas as principais características de um pré-amplificador de baixo ruído que foi implementado, assim como é feita uma comparação entre um sistema prático e o modelo teórico. O Capítulo 9 é dedicado exclusivamente ao cálculo de comprimentos de enlace.

CAPÍTULO 2

DISPOSITIVOS COM APLICAÇÕES EM
COMUNICAÇÕES ÓPTICAS

Neste capítulo serão examinadas as principais características de componentes eletro-ópticos [2.1],[2.2], tais como dispositivos emissores de luz, fotodetetores, e a fibra óptica, bem como seu funcionamento.

2.1. DISPOSITIVOS EMISSORES DE LUZ

Em transmissão por fibra óptica são utilizados basicamente dois dispositivos emissores de luz: LED e LASER. Ambos possuem tamanho microscópico e são fabricados de arsenieto de gálio ou arsenieto de gálio com alumínio. Estes dispositivos emitem na faixa de comprimento de onda de $0,75$ a $0,90\mu\text{m}$. Atualmente estão sendo fabricados dispositivos que emitem na faixa de $1,3$ a $1,5\mu\text{m}$, onde a atenuação da fibra é menor e são compostos de arsenieto de gálio com índio e fósforo.

Na Fig. 2.1 temos um esquema bastante simples de um LED. Trata-se de um diodo polarizado diretamente, cujo gap de energia na junção corresponde à energia de um fóton na frequência desejada, de tal modo que quando um par elétron-lacuna se recombinar na junção haverá emissão de um fóton com a energia e conseqüentemente no comprimento de onda desejado.

A dopagem deve ser escolhida de tal modo que o tempo de vida médio dos portadores na junção seja pequeno, caso contrário, o dispositivo não responderá a variações rápidas da corrente injetada, ou seja, o dispositivo não poderá ser modulado em altas frequências.

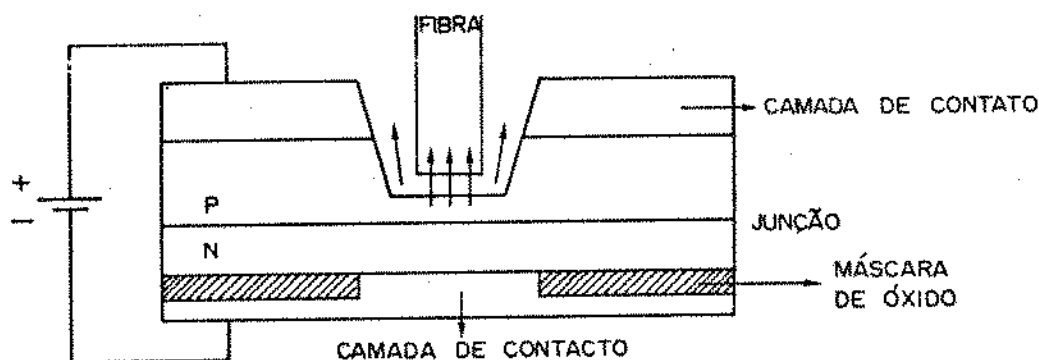


Fig. 2.1 - Estrutura simples de um LED

A camada de óxido (Fig.2.1) tem a finalidade de fazer a corrente fluir somente pela região onde esta máscara não existe, tal que a recombinação dos portadores ocorra principalmente nesta região abaixo da fibra e a luz seja capturada pela fibra com maior eficiência.

Para evitar reabsorção dos fótons gerados na junção, um poço deve ser cavado de modo a trazer a fibra o mais próxima possível da junção. Para uma análise mais profunda da estrutura de um LED vide [2.3].

A luz emitida por um LED é não coerente, ou seja, ele emite luz em uma banda em torno de uma frequência central. Esta banda vale geralmente 5% do comprimento de onda central, correspondendo a valores da ordem de 50 nm (ver Fig. 2.2).

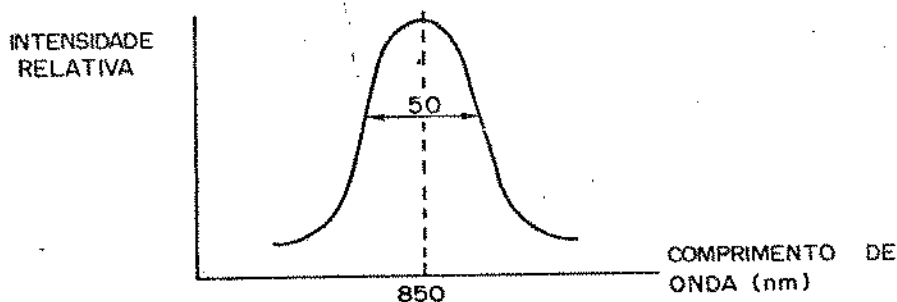


Fig. 2.2 - Densidade espectral de um LED

Como se verá adiante, o fato do espectro não ser muito confinado em torno da frequência central implicará em um alargamento no pulso recebido, pois na fibra diferentes frequências viajam com diferentes tempos de propagação. Esse alargamento do pulso devido ao espectro de emissão do LED recebe o nome de dispersão material.

A Fig. 2.3 nos mostra como varia a potência de saída de um LED versus a corrente injetada neste. Como se pode ver, a característica é bastante linear e que proporciona inclusive modulações analógicas, até um ponto onde ocorre saturação devido ao aquecimento do dispositivo.

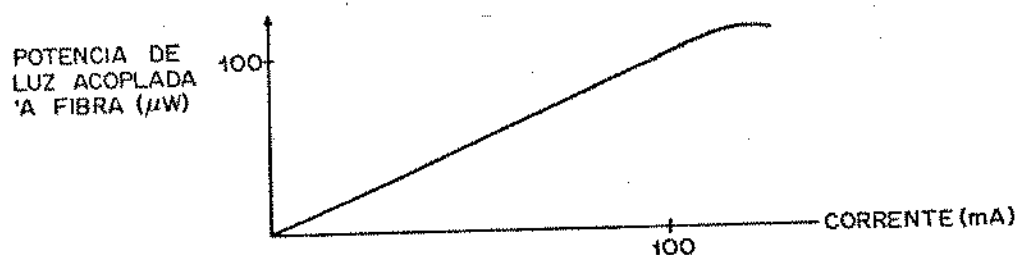


Fig. 2.3 - Corrente injetada em função da potência acoplada à fibra por um LED

Observe que uma potência típica (valor máximo) que o LED consegue acoplar dentro de uma fibra é da ordem de $100\mu\text{W}$. Isto corresponde aproximadamente a 3% da potência elétrica injetada em um LED, de onde se conclui que o LED é um dispositivo de baixa eficiência.

A máxima frequência com que um LED pode ser modulado depende do tempo de vida médio dos portadores, bem como das capacidades, tanto do LED como do circuito alimentador deste (driver). Taxas acima de 100 Mbit/s são difíceis de se conseguir, pois exigiriam LEDs selecionados e circuitos alimentadores sofisticados.

Outro dispositivo emissor de luz de interesse em comunicações ópticas é o LASER, que possui uma característica típica de corrente injetada e potência de luz emitida na Fig. 2.4.

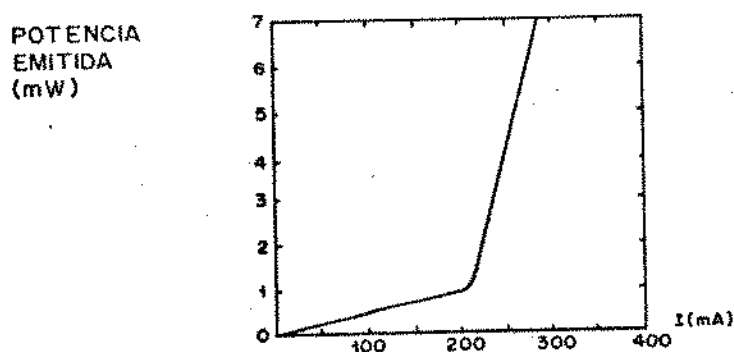


Fig. 2.4 - Corrente injetada x potência emitida por um LASER

O LASER para correntes injetadas abaixo da corrente de limiar tem um princípio de funcionamento idêntico ao do LED, porém ao injetarmos uma corrente superior à corrente de limiar, a potência emitida crescerá rapidamente, pois haverá emissão estimulada.

Na Fig. 2.5 há um esquema bastante simples de um LASER de junção. Quando a corrente for injetada, os elétrons excitarão os átomos do LASER, fazendo-os saltarem do nível 1 para o nível 2. Quase que instantaneamente e espontaneamente, os átomos saltam do nível 2 para o nível 3 sem emitir radiação. A diferença de energia entre os níveis 2 e 3 é dissipada como calor através de vibração da rede cristalina. Do nível 3 o átomo vai para o nível 1 espontaneamente emitindo um fóton com energia (e frequência) correspondente à diferença de energia. Estas emissões, pelo fato de serem espontâneas, são aleatórias no tempo, fazendo com que a radiação seja não-coerente.

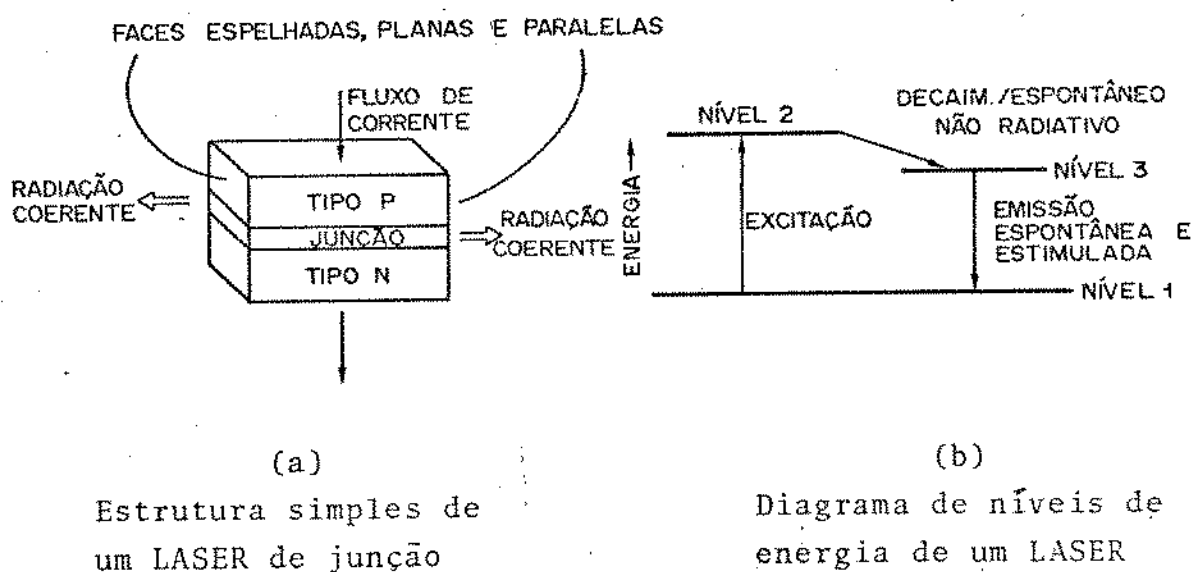


Fig. 2.5

Quando a corrente injetada for superior à corrente de limiar, o número de átomos do nível 3 será superior ao do nível 1. Neste instante, haverá o que chamamos de "inversão da população" [2.4]. Nestas condições, os fótons produzidos (pelo decaimento do nível 3 para o nível 1) ficarão oscilando entre as faces espelhadas, estimulando emissões, todas com mesma fase.

Como resultado, teremos luz coerente com banda de emissão estreita.

Para se ter uma idéia, o LASER possui um espectro de emissão muito mais confinado que o do LED, com largura da ordem de 1 nm, ou seja, aproximadamente 50 vezes menor.

Outro fator importante é que o LASER consegue acoplar na fibra em torno de 50% da potência elétrica gasta no processo, contra os 3% de eficiência do LED. Portanto, para uma mesma potência elétrica, o LASER consegue acoplar de 15 a 20 dB mais luz dentro da fibra.

O LASER deve ser operado com valores de correntes superiores à do limiar, caso contrário, além de emitir luz incoerente, haverá um atraso toda vez que estivermos com correntes abaixo do limiar, pois é necessário que a densidade de portadores atinja o valor de limiar para que tenhamos emissão estimulada. Pela curva da 2.4, para correntes acima do limiar, é fácil concluir que devido à curva ser não-linear, em uma aplicação tipicamente analógica deveremos conviver com distorções harmônicas, a não ser que se use um circuito linearizador.

Em uma aplicação tipicamente digital, deve-se aplicar ao nível lógico "0" um valor de corrente igual à corrente de limiar, para que se evitem os problemas mencionados anteriormente. O nível lógico "1" é obtido com um pequeno acréscimo sobre a corrente de limiar (algumas dezenas de mA). Entretanto, o limiar é variável com a temperatura e com o tempo (envelhecimento), o que requer um circuito alimentador mais complexo do que o requerido para o LED, ou seja, tal que mantenha a potência óptica emitida constante.

Como a variação da corrente de modulação é pequena para o LASER, e pelo fato deste possuir características melhores que as do LED, como por exemplo um tempo pequeno de recombinação espontânea e de emissão estimulada, fica claro que o LASER pode ser operado em altas frequências. Por exemplo, é possível modulá-lo em taxas acima de até 1 Gbit/s.

2.2. FIBRA ÓPTICA: CANAL DE COMUNICAÇÃO

Em um sistema de comunicação óptica, o canal utilizado é

a fibra óptica, isto é, a fibra transporta a informação em forma de pulsos de luz entre transmissor e receptor. Um sistema viável deve apresentar uma fibra que tenha baixa atenuação e pequena dispersão. A fibra é feita do que se chama de vidro, isto é, o dióxido de silício é um dos seus principais componentes.

O princípio de funcionamento de uma fibra multimodo é baseado na reflexão total dentro da fibra (Fig. 2.6). Ela é composta de um núcleo de índice de refração n_1 e de uma casca de índice n_2 , com n_1 levemente superior a n_2 . Pode-se provar facilmente pela lei de Snell que existe um ângulo crítico abaixo do qual a reflexão interna é garantida. Esta fibra recebe o nome de fibra multimodo, pois existem vários raios (modos) entre o raio do ângulo crítico e o raio axial.

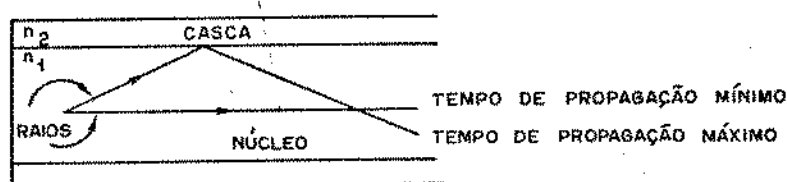


Fig. 2.6 - Funcionamento de uma fibra multimodo

A Fig. 2.7 apresenta uma curva mostrando a evolução da atenuação com o decorrer do tempo. As comunicações através da fibra óptica só se mostraram possíveis graças a atenuação de 20 dB/km, obtida em 1970. Atualmente, nesta frequência óptica já se conseguem atenuações da ordem de 1 dB/km.

Um problema na fabricação de fibras é que não se consegue controle satisfatório nem sobre a atenuação nem sobre a dispersão, de modo que o valor de 1 dB/km mencionado anteriormente é um valor mínimo e não um valor médio. No processo de fabricação, as características obtidas variam bastante e de modo aleatório de fibra para fibra. Com cuidadosa seleção das características, poder-se-ia utilizar somente fibras de ótima qualidade, às custas de um preço elevado.

A Fig. 2.8 mostra o comportamento da atenuação com a frequência óptica.

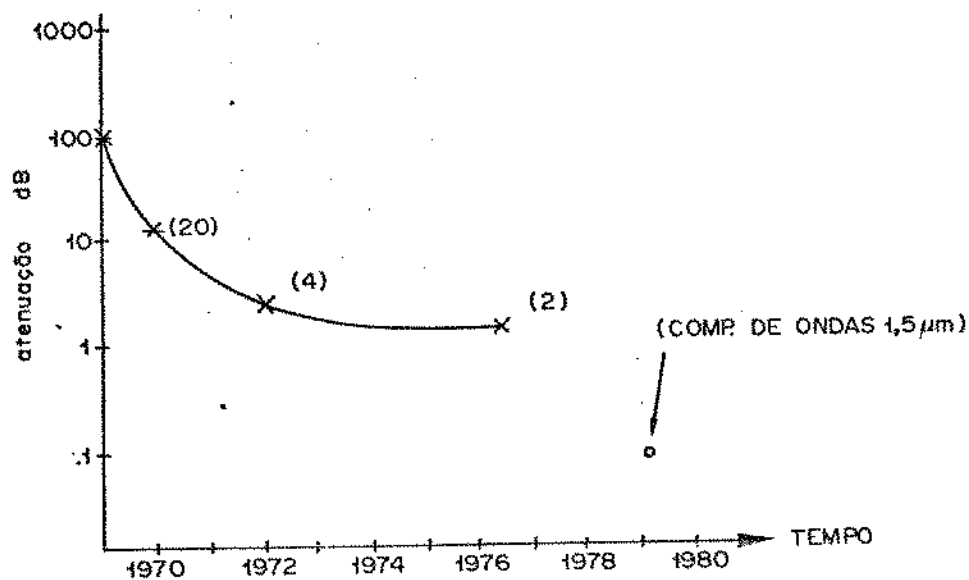


Fig. 2.7 - Evolução da atenuação da fibra com o decorrer do tempo para comprimento de onda de $0,85\mu\text{m}$

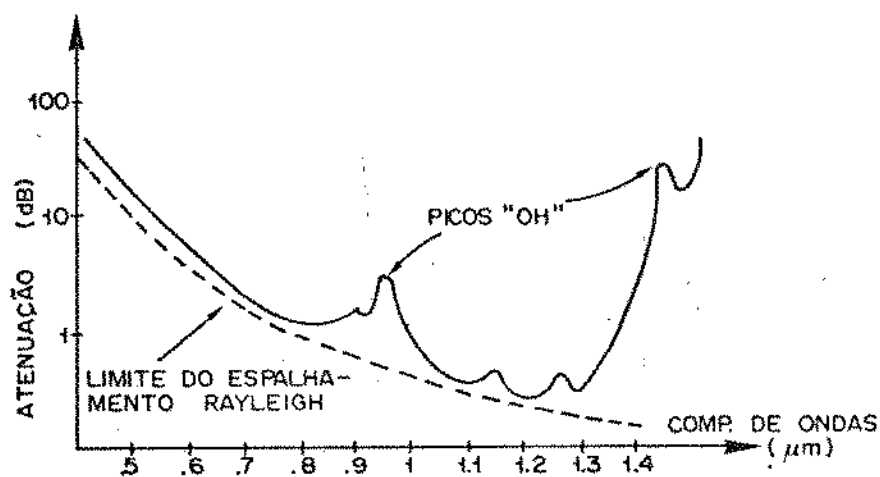


Fig. 2.8 - Atenuação da fibra em função da frequência da luz

Pode-se notar que nos comprimentos de onda em torno de $0,85\mu\text{m}$, a atenuação obtida atualmente é devido somente ao espalhamento de Rayleigh, enquanto que para comprimentos de onda maiores existe uma atenuação adicional e predominante, devido aos íons OH existentes na fibra. Com controle sobre a quantidade desses íons, é fácil perceber que a atenuação para ondas acima de $1,3\mu\text{m}$ alcança valores bastante pequenos, fazendo com que a utilização da fibra nesta frequência seja bastante promissora.

Outro parâmetro de interesse em projeto de sistemas é a dispersão. Para caracterizá-la melhor, vamos definir os tipos de fibras em ordem crescente de minimização da dispersão.

Basicamente, existem três tipos de fibras: a) fibra com índice de refração degrau; b) com índice gradual; c) fibra monomodo.

A fibra índice de refração degrau apresenta um índice constante dentro do núcleo. Pela Fig. 2.9 é fácil ver que os raios com ângulos próximos ao ângulo crítico, percorrerão um caminho maior que o raio axial, de modo que este último chegará antes do outro lado da fibra. Isso é o que chamamos de dispersão modal (devido aos modos, raios), ou seja, um pulso estreito transmitido por uma fibra com bastante dispersão se alargará. Este alargamento dos pulsos é prejudicial, pois em transmissão digital os pulsos começarão a se misturar com os pulsos vizinhos, constituindo o que se chama de interferência inter-simbólica. Um parâmetro que mede a dispersão modal é a diferença de tempo de propagação entre o raio axial e o raio com ângulo crítico por km. A fibra com índice degrau possui um valor típico de dispersão modal da ordem de 50 ns/km.

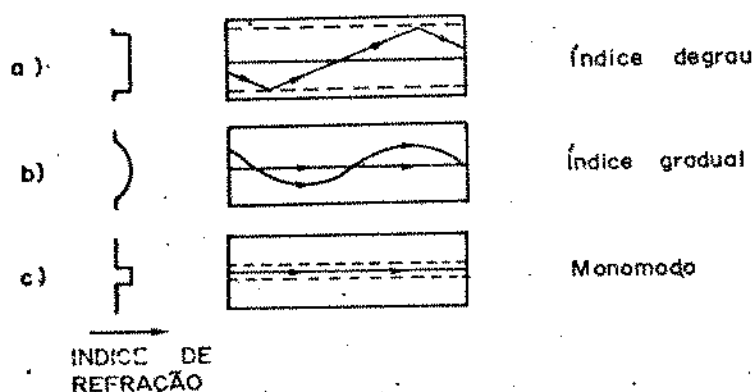


Fig. 2.9 - Tipos de fibras

Para minimizar-se a dispersão, utilizam-se fibras com índice gradual. São fibras em que o índice é máximo no centro do núcleo e vai diminuindo gradualmente conforme se afasta radialmente do eixo da fibra. Sabe-se que a luz se propaga mais rapidamente em meios com índice de refração menor. Isso ocorrendo, os raios não axiais percorrerão um caminho mais longo que os axiais, porém com velocidade superior. A tentativa é justamente fazer com que os dois raios cheguem juntos, variando o perfil do índice de refração do núcleo. Um valor típico de dispersão para a fibra com índice gradual é de 1 ns/km (vide Fig. 2.9b).

Outra solução para diminuirmos a dispersão seria eliminarmos todos os raios exceto o axial. Pelo fato do diâmetro da fibra monomodo ser somente algumas vezes maior que o comprimento de onda da luz, a óptica geométrica usada para descrever as fibras multimodos, não pode ser usada aqui. No caso da fibra monomodo, os raios não-axiais são evitados diminuindo-se o diâmetro da fibra. O diâmetro de uma fibra multimodo está em torno de $100\mu\text{m}$, enquanto que o de uma monomodo é menor que $5\mu\text{m}$ (vide Fig. 2.9c).

Outra fonte de dispersão foi mencionada no item de dispositivos emissores de luz. É aquela que trata do fato que diferentes comprimentos de onda emitidos pelo LED (no LASER este problema é amenizado) viajam pela fibra com diferentes velocidades (dispersão material). Outra vantagem de se usar dispositivos emissores de luz com frequência de emissão próxima a $1,3\mu\text{m}$ é que neste comprimento de onda a dispersão material é próxima de zero (vide Fig. 2.10).

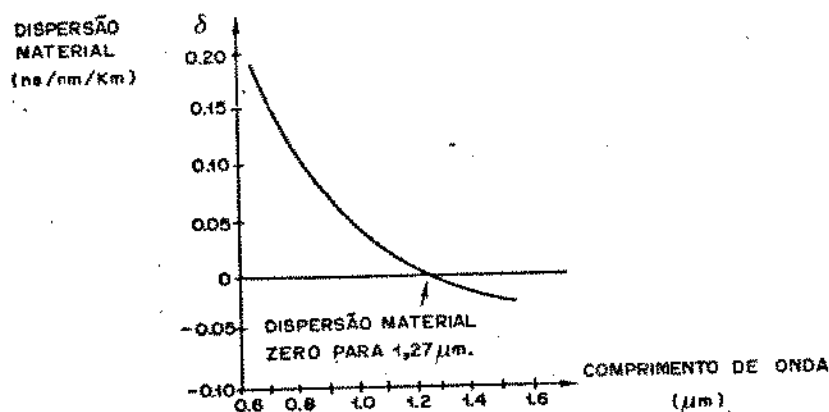


Fig. 2.10 - Variação da dispersão material com o comprimento de onda

Trabalharmos então com comprimentos de onda próximos a 1,3 μ m nos traz duas vantagens:

- a) dispersão material quase nula;
- b) baixa atenuação.

2.3. FOTODETETORES

A função de um fotodetector é converter potência óptica em corrente elétrica, agindo como um transdutor de sinais.

O princípio de funcionamento de um fotodetector (de estado sólido) é simples: trata-se de uma junção p-n reversamente polarizada. Quando o fotodiodo é iluminado, fótons podem ser absorvidos, gerando pares elétrons-lacunas. Esse processo de conversão fóton-elétron é aleatório e possui distribuição de probabilidade Poisson.

Essa incerteza (flutuação em torno de um valor médio) no número de elétrons e conseqüentemente na corrente obtida é o que se chama de ruído "shot".

Um parâmetro de interesse relacionado a fotodetetores é a eficiência quântica que indica qual a fração de fótons incidentes que irão produzir portadores. Um valor usual de eficiência quântica é 70%.

Outro parâmetro de interesse é a "corrente escura". Mesmo na ausência de luz, e devido à agitação térmica, alguns elétrons são gerados constituindo-se no que se chama de "corrente escura", que obviamente é um parâmetro que contribui para o aumento do ruído.

Descreveremos dois tipos de fotodetetores:

- a) PIN
- b) fotodiodo de avalanche (APD)

Quando um semicondutor do tipo N é juntado com um do tipo P e a junção é reversamente polarizada, as cargas móveis abandonam a junção, restando somente os átomos imóveis da rede cristalina,

que originarão um campo elétrico em torno da junção. Este fotodetector elementar pode ser visto na Fig. 2.11.

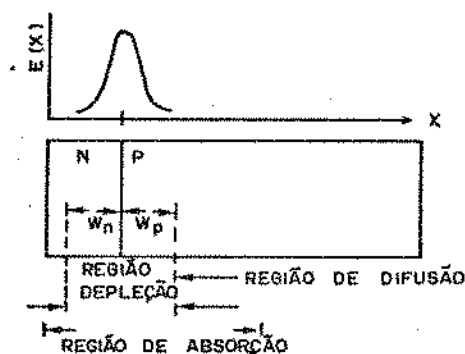


Fig. 2.11 - Junção P-N simples

Teremos então que se um fóton incidir na região de alto campo elétrico (região de depleção, ou região despovoada de cargas móveis) o par elétron-lacuna gerado se moverá rapidamente, enquanto que se o fóton atingir o diodo na região de baixo campo, as cargas se moverão lentamente produzindo uma versão atrasada do sinal. Para que se evite isso, a região de depleção deve ser feita tão grande quanto a região de absorção de luz. Isso é conseguido utilizando-se um semi-condutor de baixa dopagem (I). É esse o princípio de funcionamento do diodo PIN, visto na Fig. 2.12. Infelizmente, a região intrínseca não proporciona um bom contacto; para que se consiga isso, se faz necessária a inclusão de uma região fortemente dopada à direita da região intrínseca.

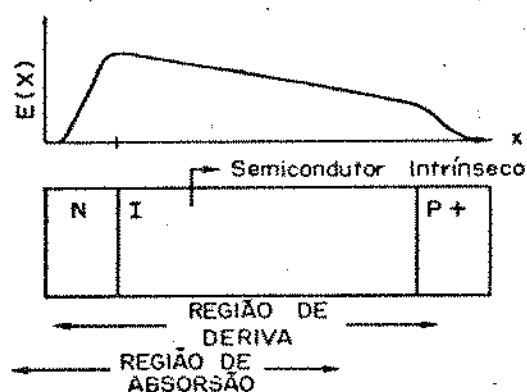


Fig. 2.12 - Diodo PIN

A Fig. 2.13 apresenta um fotodiodo de avalanche (APD).

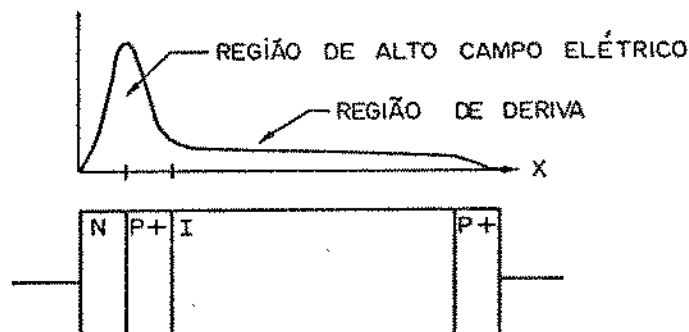


Fig. 2.13 - Fotodiodo de avalanche

Elétrons criados na região de absorção de luz viajam pela região de depleção e entram na região de alto campo elétrico com velocidades suficientes para causar colisões ionizantes. Cada colisão ionizante produz um novo par elétron-lacuna que pode, por sua vez, produzir novas colisões, de modo que um único par primário, pode produzir vários pares secundários, tal que o dispositivo apresenta um ganho de avalanche. Infelizmente, esse ganho de avalanche não é determinístico, de modo que teremos além do ruído "shot" habitual produzido pelos pares primários, um outro tipo de ruído de distribuição complexa produzido pelos secundários, chamado de ruído de avalanche.

Um valor típico de ganho médio conseguido por tais dispositivos é da ordem de 50, portanto, caso este ganho fosse determinístico, poderíamos receber sinais 17 dB menos potentes que o PIN, de modo a alcançar um mesmo desempenho. Apesar do ganho de avalanche ser aleatório (de elétron para elétron), ainda assim o APD é por volta de 10 dB mais sensível que o diodo PIN.

Infelizmente a lacuna em um APD também pode produzir colisão ionizante. A Fig. 2.14 mostra como o ruído de avalanche aumenta conforme aumentamos o parâmetro k , que é a razão entre a probabilidade por unidade de comprimento de uma lacuna causar uma colisão ionizante e a probabilidade de um elétron conseguir o mesmo. Um bom detetor possui k entre 0,02 e 0,04, enquanto que um detetor

ideal deveria possuir $k=0$. O fator de excesso de ruído pode ser encarado como um acréscimo multiplicativo no ruído de avalanche pelo fato do ganho não ser determinístico. Observe que para ganho unitário, o fator de excesso de ruído vale 1.

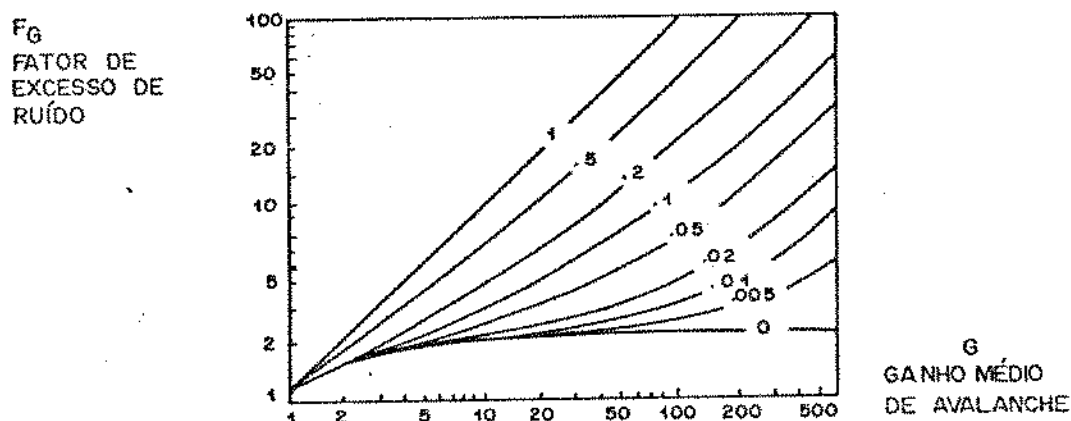


Fig. 2.14 - Fator de excesso de ruído

Para um dado valor de k , observe pela Fig. 2.14 que, conforme se aumenta o ganho, o ruído aumenta, inicialmente aos poucos, depois de modo mais acentuado. Por outro lado, conforme aumentamos o ganho, o sinal também aumenta. É de se esperar pois, uma relação S/N máxima para um valor intermediário de ganho.

O ganho médio de avalanche depende da intensidade do campo elétrico, e conseqüentemente da tensão reversa aplicada no fotodiodo. A Fig. 2.15 mostra como o ganho de avalanche se comporta com a tensão reversa e com a temperatura.

Para pequenos valores de tensão, a região intrínseca não está totalmente depletada, de modo que o dispositivo se apresenta lento e com ganhos próximos a um. Conforme a tensão reversa aumenta, a região intrínseca é totalmente depletada tal que o ganho do dispositivo sobe rapidamente. Deve-se evitar trabalhar com ganhos inferiores a 10, sob pena de utilizarmos um dispositivo lento.

O aumento de temperatura implica em uma diminuição do caminho livre médio entre colisões não-ionizantes, proporcionando uma diminuição do ganho de avalanche para uma mesma tensão reversa.

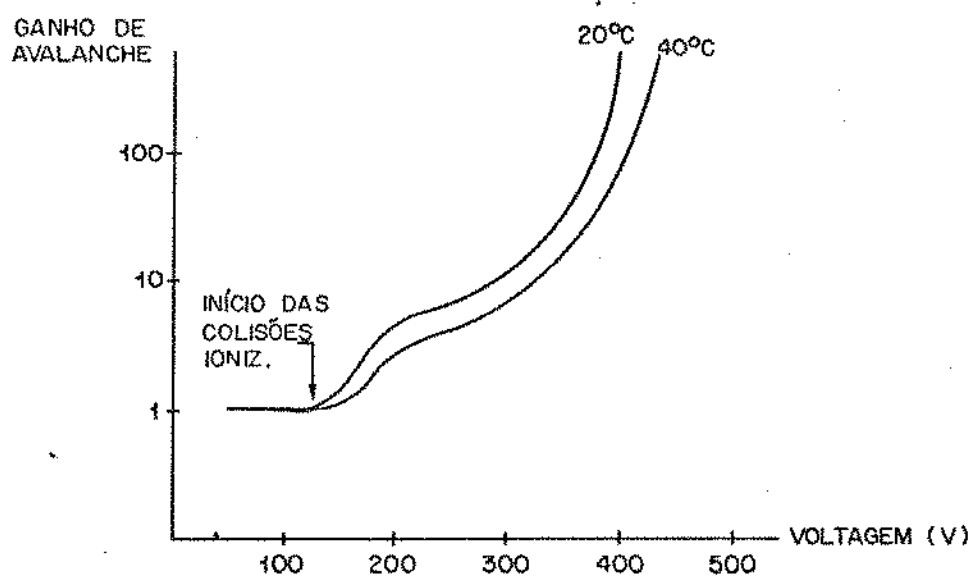


Fig. 2.15 - Variação do ganho de avalanche com a tensão reversa e com a temperatura

CAPÍTULO 3

RECEPTORES ÓPTICOS

Uma atenção especial deve ser dada ao pré-amplificador, pois este, como primeiro estágio, será o responsável pela quantidade de ruído térmico introduzido pelo receptor, e em consequência disto, pela sensibilidade conseguida. No início do capítulo é calculada a sensibilidade de receptores que utilizem fotodiodos PIN, e o restante do capítulo é dedicado à caracterização de ruído térmico em receptores; a sensibilidade de receptores que usam APD somente será calculada a partir do Capítulo 4.

3.1. RECEPTORES DE BAIXA RESISTÊNCIA DE ENTRADA

O processo de detecção, isto é, o processo que converte fótons em pares elétrons-lacunas é aleatório e possui função distribuição de probabilidade (fdp) do tipo Poisson:

$$p(n) = \frac{\Lambda^n \cdot e^{-\Lambda}}{n!} \quad (3.1)$$

onde Λ é o número de fótons incidentes, e n o número de pares produzidos. Esta variável aleatória constituída pelo número de pares gerados possui média Λ (o número de pares é igual ao nº de fótons, desde que a eficiência quântica seja unitária) e variância também Λ , e recebe o nome de ruído "shot".

Considere um sistema de comunicações onde pulsos de luz são transmitidos, com energia E_t e 0, correspondentes aos níveis "1" e "0". Estes pulsos propagar-se-ão pela fibra, onde serão atenuados, e incidirão sobre um fotodetector que não produz "corrente escura", para a seguir serem amplificados por um pré que não introduz ruído térmico. Se pelo menos um fóton incidir sobre o fotodetector, o receptor reconhecerá que um pulso de luz foi transmitido; caso contrário, um zero foi transmitido. A probabilidade de ocorrência de erro é dada pela seguinte expressão:

$$P_e = p(\text{transm "1"}) \cdot p(\text{receb "0"} | \text{transm "1"}) + p(\text{transm "0"}) \cdot p(\text{receb "1"} | \text{transm "0"}) \quad (3.2)$$

Entretanto, pelo fato da "corrente escura" gerada ser igual a zero, o termo $p(\text{receb "1"} | \text{transm "0"})$ vale zero e pelo fa

to dos bits "1" e "0" serem equiprováveis temos que $P(\text{transm "1"}) = p(\text{transm "0"}) = 1/2$. O termo $p(0/1)$ está relacionado ao fato de se receber Λ fótons em média e nenhum par de portadores ser produzido. Colocando $n=0$ em (3.1) e substituindo em (3.2), obteremos:

$$P_e = \frac{1}{2} e^{-\Lambda} \quad (3.3)$$

Para uma taxa de erro de 10^{-9} , temos que $\Lambda=21$, ou seja, o pulso correspondente ao bit "1" deve ter 21 fótons. A sensitivida de média correspondente a este número de fótons vale:

$$S = \frac{[p(1) E(1) + p(0) E(0)]}{T} \quad (3.4)$$

onde: $p(i)$ é a probabilidade de ocorrer bit i ; $p(1)=p(0)=1/2$

$$E(i) \text{ é a energia associada ao bit } i \left\{ \begin{array}{l} E(1) = \Lambda h\nu \\ E(0) = 0 \end{array} \right.$$

T : período de bit

$h\nu$: energia de um fóton, e vale $2 \cdot 10^{-19}$ J para o comprimento de onda de $1\mu\text{m}$

h : constante de Planck

ν : frequência óptica

A energia do bit "1" é igual ao número de fótons vezes a energia de um fóton $h\nu$, e do bit "0" vale zero, pois a energia transmitida é zero, além de não existir "corrente escura". A sensitividade é então dada por:

$$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Lambda h\nu}{T} \quad (3.5)$$

No caso de uma taxa de bits igual a 45 Mbit/s e recebermos 21 fótons, a sensitividade valerá 100pW, ou ainda -70 dBm.

Esta potência média, correspondente ao caso em que existe somente ruído "shot", recebe o nome de limite quântico, isto é, um receptor que utilize um fotodiodo PIN não poderá apresentar uma sen

sitividade melhor que esta (para uma mesma taxa de bits), uma vez que o ruído térmico não pode ser desprezado. A seguir, vamos introduzir o ruído térmico.

Na Fig. 3.1, está representado o modelo equivalente do conjunto detetor-pré amplificador, onde o fotodetetor é representado por uma fonte de corrente em paralelo com uma capacitância (C_d); R_p representa o resistor de polarização do fotodiodo ($\approx 1M\Omega$). O amplificador possui resistência de entrada R_a e capacitância C_a . As fontes de ruído térmico do pré-amplificador estão representadas, sendo N_1 devido à resistência de entrada ($R_t = R_p // R_a$), N_2 e N_3 devido ao componente ativo do amplificador. O amplificador possui um ganho A e uma faixa de passagem B .

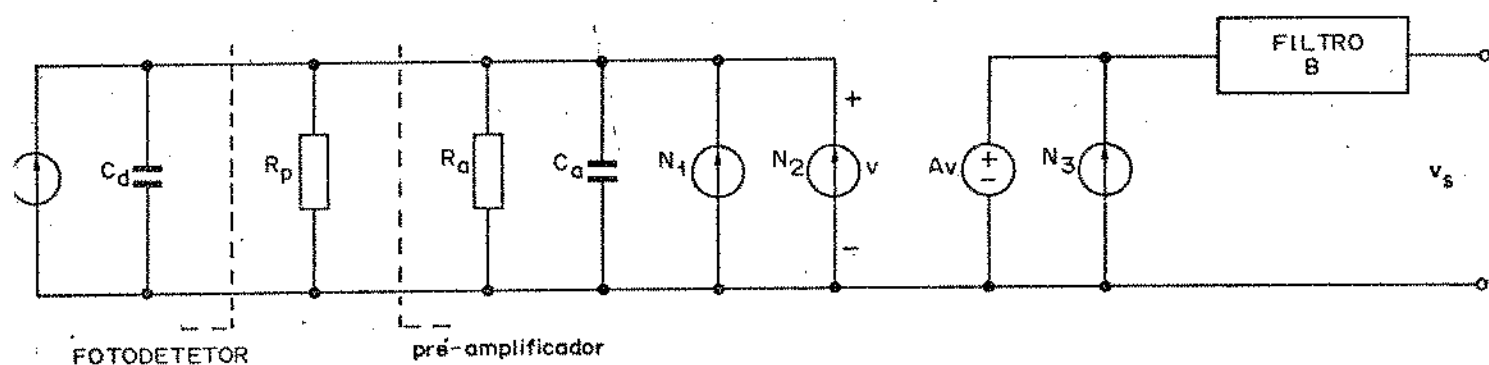


Fig. 3.1 - Modelo equivalente do conjunto fotodetetor-pré-amplificador

Inicialmente, analisaremos o caso em que a resistência de entrada (R_t) do amplificador é baixa ($R_a \ll R_p$). Neste caso, a constante de tempo $R_a(C_a + C_d)$ é bem pequena, fazendo com que o amplificador apresente resposta plana dentro da faixa de interesse.

Quando da geração de um único par elétron-lacuna pelo fotodiodo, este apresenta como resposta um pulso de corrente de área e , onde e é a carga do elétron. Estes pulsos são estreitos quando comparados com o período de bit do sinal, de modo que podem ser tratados como se fossem impulsos. Um impulso de corrente de área e , ao fluir pela resistência de entrada, produzirá um impulso de ten

são de área $e.R_t$, que excitará um amplificador plano de faixa B e ganho A, e produzirá em sua saída um sinal que pode ser visto na Fig. 3.2, nos domínios do tempo e da frequência. Observe que a resposta ao impulso no tempo está quase que totalmente concentrada em um intervalo correspondente ao inverso da faixa do amplificador e apresenta amplitude igual $\tilde{a}$:

$$v_{a \text{ pico}} = 2A e B R_t \quad (3.6)$$

Pelo fato de $R_a \ll R_p$, as fontes de ruído N_2 e N_3 podem ser desprezadas perante N_1 (mais à frente, isso ficará claro), que é o ruído térmico gerado por R_a . A densidade espectral de corrente N_1 vale $2KT/R_a \text{ A}^2/\text{Hz}$. Esta produzirá uma densidade espectral de tensão igual a $2KT.R_a \text{ V}^2/\text{Hz}$. Na saída do amplificador teremos uma potência de ruído dada por:

$$\sigma^2 = \int_{-B}^B 2KT.R_a.A^2 df \quad (3.7)$$

onde: K : constante de Boltzmann
T : temperatura
A : ganho do amplificador

A temperatura ambiente, KT vale 4.10^{-21} J .

Resolvendo (3.7), podemos tirar que o valor RMS do ruído vale:

$$\sigma = \sqrt{4KT R_a A^2 B} \quad (3.8)$$

Um parâmetro utilizado em receptores ópticos [3.1] como figura de mérito é o parâmetro $\tilde{Z}$, que relaciona o valor RMS do ruído térmico na saída do amplificador com o valor de pico obtido também na saída, com a excitação de um único elétron na entrada. O parâmetro $\tilde{Z}$ pode também ser interpretado como o número de pares necessários, para se produzir à saída do pré um sinal com valor de pico igual ao valor RMS do ruído térmico introduzido pelo amplificador, ou seja:

$$\tilde{Z} = \frac{\sigma}{v_{a \text{ pico}}} \quad (3.9)$$

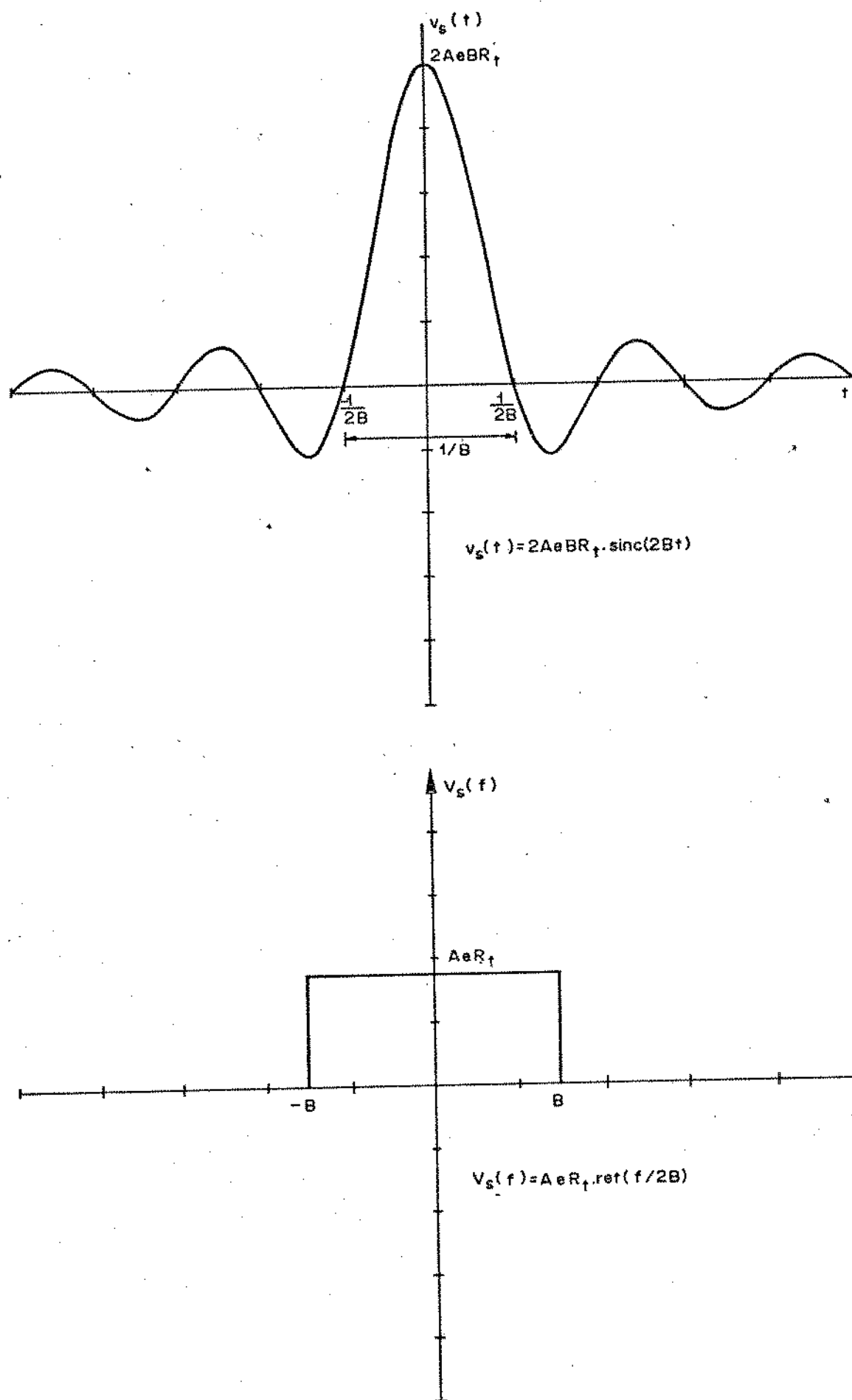


Fig. 3.2 - Resposta do conjunto fotodetector-amplificador a um elétron

Para o caso em que $R_a \ll R_p$, substituindo (3.6) e (3.8) em (3.9), temos que:

$$\bar{Z} = \sqrt{\frac{KT}{e^2 B R_a}} \quad (3.10)$$

Seja um amplificador com banda determinada pela constante de tempo de entrada:

$$B = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R_a \cdot C_a} \quad (3.11)$$

Substituindo (3.11) em (3.10)

$$\bar{Z} = \sqrt{\frac{2\pi KT C_a}{e^2}} \quad (3.12)$$

Pela expressão (3.12), vemos que o valor de $\bar{Z}$ será minimizado conforme se diminui a capacitância de entrada. Um amplificador que tenha uma capacitância de entrada de 10 pF, terá $\bar{Z}$ igual a 3200. São necessários portanto 3200 elétrons para se ter um sinal com valor de pico igual ao valor RMS do ruído térmico. Uma conclusão que se pode tirar é que o ruído "shot" pode ser desprezado em relação ao térmico, pois enquanto na ausência de ruído térmico são necessários 21 elétrons, com a inclusão deste esta quantidade sobe para 12 vezes 3200 para a mesma probabilidade de erro.

Como o ruído térmico possui estatística gaussiana, é de se esperar então que, para um sinal com valor de pico 12 vezes maior que o valor RMS do ruído, teremos uma taxa de erro de 10^{-9} , segundo a Fig. 3.3.

Substituindo A por $12\bar{Z}$ em (3.5), temos que:

$$S = 6 \cdot \frac{h\nu\bar{Z}}{T} \quad (3.13)$$

No caso de $\bar{Z} = 3200$ e de uma taxa de bits de 45 Mbit/s, obtém-se uma sensibilidade de 175 nW, ou -37,5 dBm. Ou seja, 32,5 dB abaixo do limite quântico. Um modo de se chegar mais próximo do limite quântico seria construirmos amplificadores com menores valores de $\bar{Z}$.

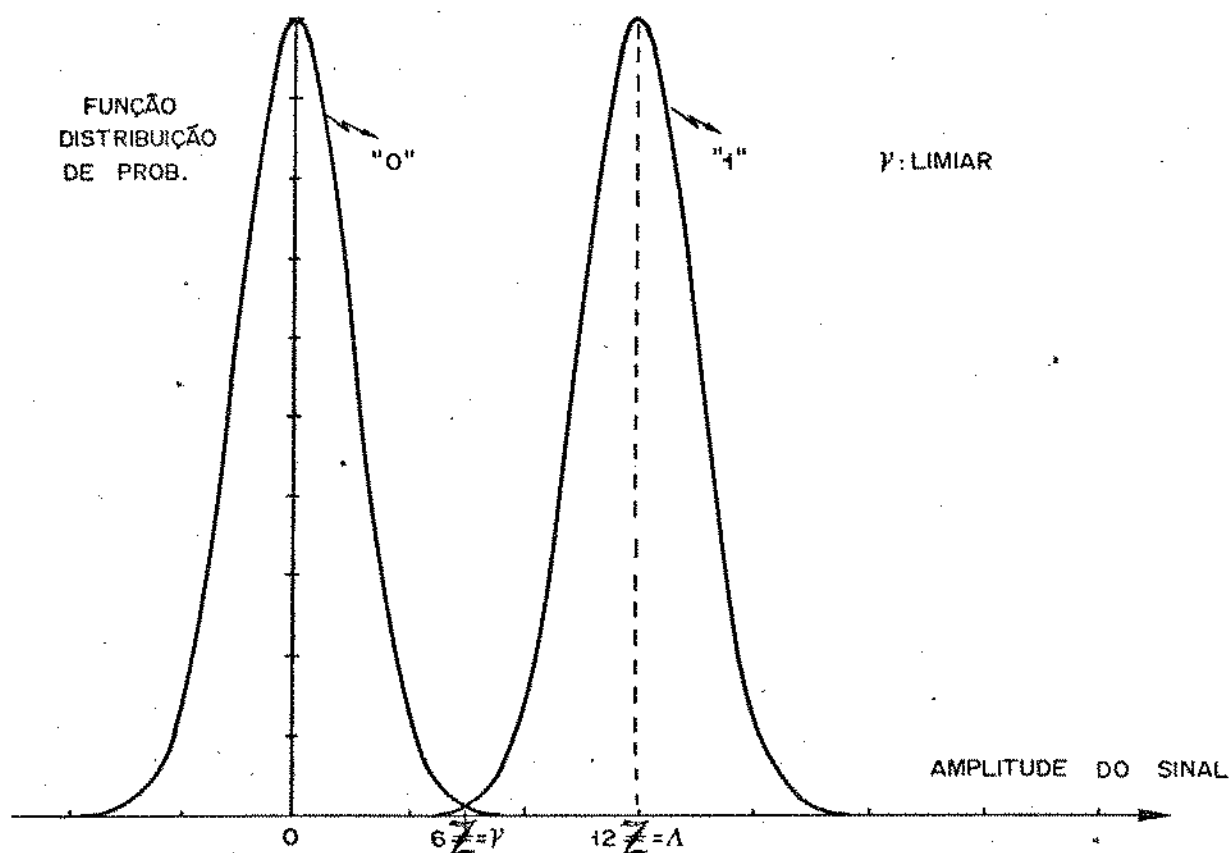


Fig. 3.3 - Funções distribuição de probabilidade referentes aos níveis "1" e "0"

3.2. RECEPTORES COM ALTA RESISTÊNCIA DE ENTRADA

Uma alternativa para se conseguir abaixar o valor de $\bar{Z}$ seria aumentar a resistência de entrada do amplificador (R_a), até que os ruídos dos componentes ativos N_2 e N_3 da Fig. 3.1 se tornem dominantes, tornando a expressão (3.12) totalmente imprecisa. Neste caso, a constante de tempo $R_t C_t$ (onde $R_t = R_a // R_p$ e $C_t = C_a + C_d$) assumiria grandes valores, que o tornaria um integrador (filtro passa-baixas com frequências de corte próxima de zero). É pois necessá

rio um estágio equalizador mais à frente que funcione como diferenciador. Este tipo de receptor recebe o nome de integra-diferencia.

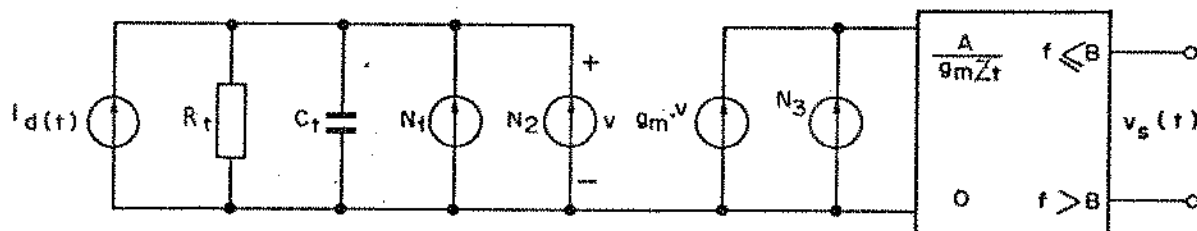


Fig. 3.4 - Modelo de receptor integra-diferencia

onde: g_m é a transcondutância do componente ativo

$$R_t = R_a // R_p$$

$$C_t = C_a + C_d$$

N_1 : ruído gerado por R_t , e vale $2KT/R_t$ A^2/Hz

N_2 e N_3 : ruídos gerados pelo componente ativo

$$Z_t : R_t // \frac{1}{j2\pi f C_t}$$

a) FET como componente ativo:

Neste caso N_2 , que é o ruído gerado pela porta, vale zero, enquanto que N_3 , que é o ruído gerado pelo dreno, vale $1,4 KTg_m$ A^2/Hz . Devido à alta resistência de entrada, a componente N_1 pode ser desprezada.

Vamos calcular então o valor de Z deste tipo de receptor. Um impulso de corrente de área e produzirá um impulso de tensão de área $e.Z_t$. Este impulso de tensão produzirá um impulso de corrente de dreno igual a $e.Z_t g_m$ que dará um valor de pico igual a:

$$v_s(0) = \int_{-B}^B V_S(f) df = \int_{-B}^B e.Z_t g_m \cdot \frac{A}{Z_t g_m} df = 2AeB \quad (3.14)$$

Já a potência de ruído na saída vale:

$$\sigma^2 = \int_{-B}^B N_3(f) \cdot \left| \frac{A}{Z_t g_m} \right|^2 df \quad (3.15)$$

Substituindo Z_t em (3.15):

$$\sigma^2 = \frac{2N_3 A^2}{g_m^2} \int_0^B \left(\frac{1}{R_t^2} + 4\pi^2 f^2 C_t^2 \right) df \quad (3.16)$$

Substituindo o valor de N_3 em (3.16), nos leva a:

$$\sigma = \sqrt{\frac{2,8 K T A^2 B}{g_m} \left(\frac{1}{R_t^2} + \frac{4}{3} \pi^2 C_t^2 B^2 \right)} \quad (3.17)$$

O valor de $\tilde{Z}$ é facilmente obtido através de (3.9), (3.14) e (3.17) e vale:

$$\tilde{Z} = \sqrt{0,7 \frac{K T}{e^2 g_m B} \cdot \left(\frac{1}{R_t^2} + \frac{4}{3} \pi^2 C_t^2 B^2 \right)} \quad (3.18)$$

No caso de um FET com $g_m=10\text{mS}$, de um amplificador com $R_t=1\text{M}\Omega$, $C_t=10\text{pF}$ e banda $B=30\text{MHz}$, teremos $\tilde{Z} = 640$. Como pode-se ver então, o fato de se permitir uma alta impedância na entrada do amplificador proporciona uma redução drástica no valor de $\tilde{Z}$ e consequentemente no ruído térmico. Observe que o termo $1/R_t^2$ pode ser desprezado em relação ao termo que leva B^2 , conduzindo-nos a uma expressão mais simples:

$$\tilde{Z} = \sqrt{\frac{2,8}{3} \pi^2 \frac{K T}{e^2} \frac{(C_a + C_d)^2}{g_m} \cdot B} \quad (3.19)$$

Observe que em (3.19) o parâmetro $\tilde{Z}$ pode ser diminuído pela escolha de um FET com alta figura de mérito, que é definida como sendo o quociente g_m/C_a .

b) Transistor bipolar como componente ativo:

Caso se use bipolar ao invés de FET, as densidades es

pectrais N_2 e N_3 da Fig. 3.4 valerão:

$$\begin{aligned} N_2 &= e I_b \\ N_3 &= e I_c \end{aligned} \quad (3.20)$$

onde I_b e I_c são as correntes de polarização de base e coletor respectivamente, e N_2 e N_3 são as densidades espectrais dos ruídos produzidos na base e coletor respectivamente. A potência de ruído na saída, desprezando a componente N_1 , vale:

$$\sigma^2 = \int_{-B}^B N_2(f) \cdot A^2 df + \int_{-B}^B N_3(f) \left| \frac{A}{g_m \cdot Z_t} \right|^2 df \quad (3.21)$$

onde para o bipolar $Z_t = R_i // \frac{1}{j 2\pi f C_t}$ (3.22)

e

$$R_i = \frac{KT}{e \cdot I_b} \quad (3.23)$$

e ainda

$$R_i \cdot g_m = \beta \quad (3.24)$$

Resolvendo (3.21), e substituindo (3.23) e (3.24):

$$\sigma^2 = 2 \frac{KT A^2 B}{R_i} + \frac{8}{3} \pi^2 \frac{KT A^2 C_t^2 B^3}{\beta} \cdot R_i \quad (3.25)$$

O primeiro termo é inversamente proporcional a R_i , enquanto que o segundo é diretamente; é de se esperar um valor de R_i ótimo (polarização ótima) que minimize (3.25). Derivando (3.25) em relação a R_i e igualando a zero:

$$R_i(\text{ótimo}) = \sqrt{\frac{3\beta}{4\pi^2 C_t^2 B^2}} \quad (3.26)$$

Levando (3.26) em (3.25):

$$\sigma^2 = \frac{4\pi KT A^2 C_t B^2}{\sqrt{3\beta}} \quad (3.27)$$

O valor de $\tilde{Z}$ pode ser facilmente calculado. Extraíndo a raiz quadrada de (3.27) e dividindo por (3.14), obteremos:

$$\tilde{Z} = \sqrt{\pi \frac{KT}{e^2} \frac{(C_a + C_d)}{\sqrt{3\beta}}} \quad (3.28)$$

Um pré-amplificador, com capacitância total de entrada de 10pF e com um transistor bipolar que tenha $\beta=80$, terá $\tilde{Z} = 560$. Observe que o parâmetro $\tilde{Z}$ para o bipolar independe da taxa de bits, ao contrário do FET. Na Fig. 3.5 é feita uma comparação entre parâmetros $\tilde{Z}$ de diversos tipos de receptores em função da faixa de passagem: com baixa impedância de entrada, e com alta impedância utilizando FET, e ainda bipolar.

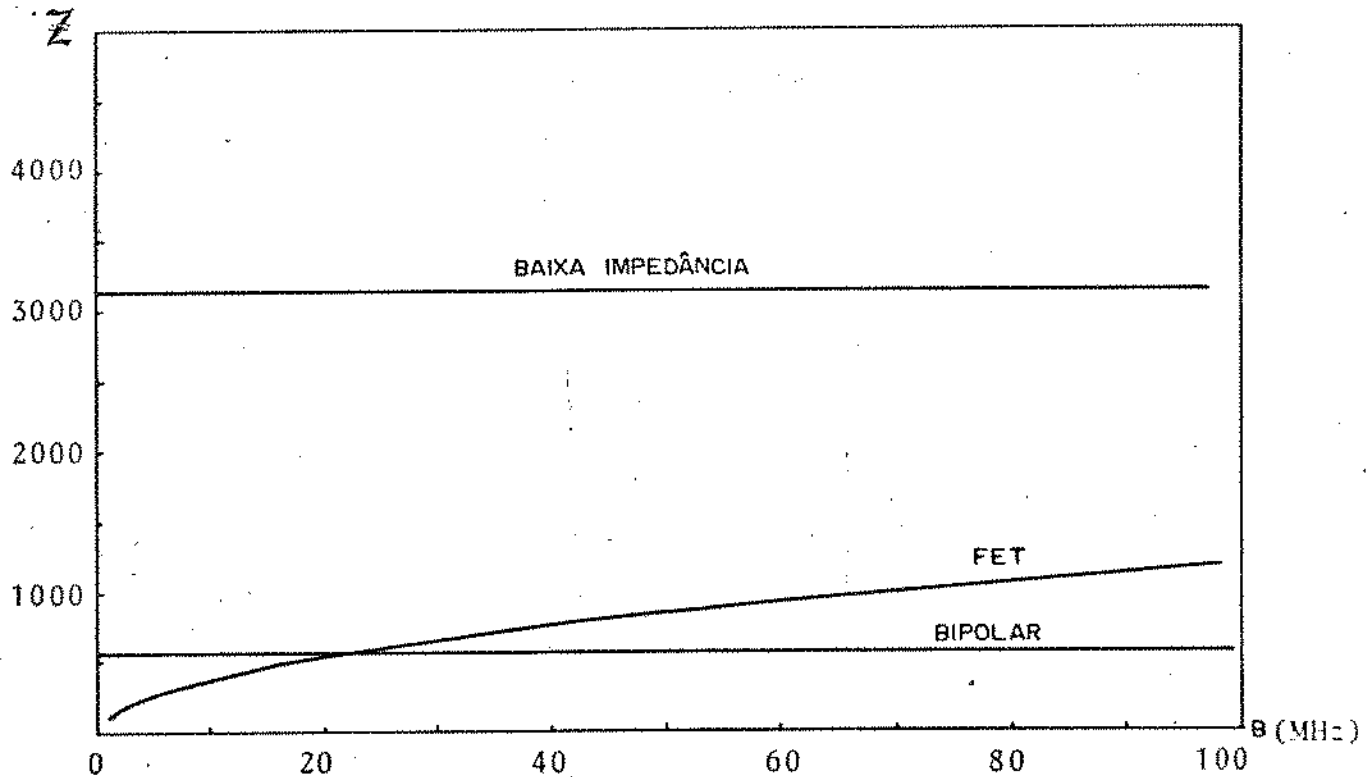


Fig. 3.5 - Comparação entre diversos tipos de receptores em função da frequência

3.3. RECEPTORES TIPO TRANSIMPEDÂNCIA^[3.2]

Os receptores integra-diferencia têm a desvantagem de que, após longas cadeias de bits iguais (baixa frequência), o pré-amplificador poderá saturar (devido à integração), tornando a diferenciação inócua. Isto, aliado ao fato de que uma equalização é sempre difícil de ser conseguida, faz esta configuração imprescindível somente em alguns casos, como veremos adiante.

A solução para este tipo de projeto é conseguida utilizando-se um pré-amplificador do tipo transimpedância, cuja configuração se encontra na Fig. 3.6.

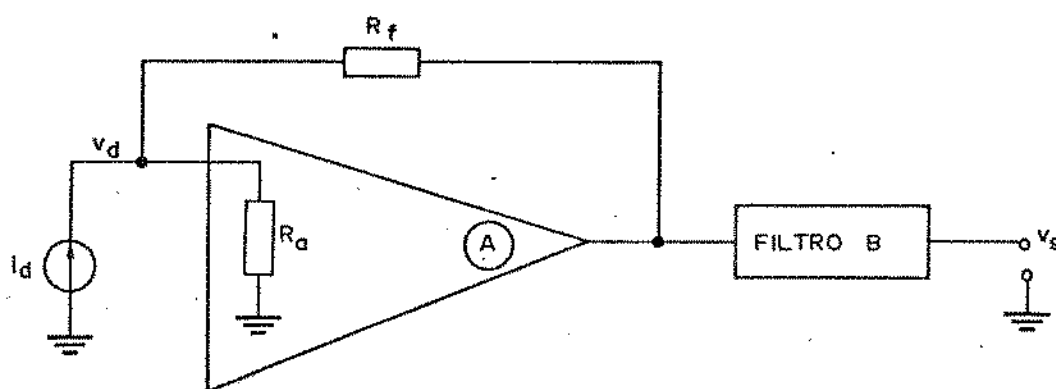


Fig. 3.6 - Receptor do tipo transimpedância

Admitindo-se que a corrente i_d flui somente através de R_f , pois o amplificador possui resistência de entrada $R_a \gg R_f$, temos que:

$$i_d R_f = v_d - v_s \quad (3.29)$$

Também sabemos que:

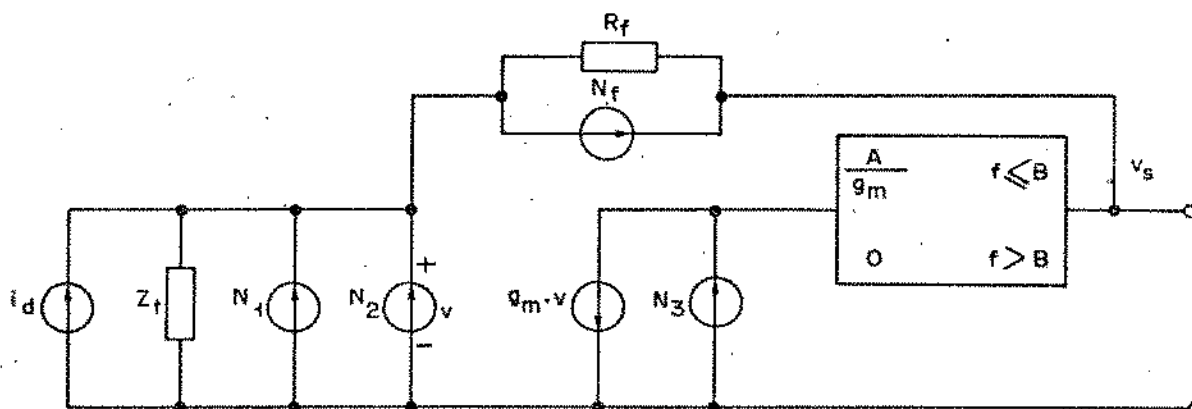
$$v_s = -A \cdot v_d ; f \leq B \quad (3.30)$$

Substituindo (3.30) em (3.29) e supondo $A \gg 1$:

$$R_i = \frac{v_d}{i_d} = \frac{R_f}{A} \quad (3.31)$$

Portanto, o pré-amplificador do tipo transimpedância a apresenta um baixo valor de resistência de entrada (sem que haja fisicamente um resistor de baixo valor na entrada, produzindo uma grande quantidade de ruído térmico), evitando-se o uso de um diferencciador em um estágio mais adiante, uma vez que não ocorre integração do sinal na entrada (pois a constante de tempo do circuito RC de entrada é muito menor e vale $R_f \cdot C_a / A$). Este tipo de receptor tem como vantagem a sua simplicidade de construção, contra um pequeno acréscimo de ruído em relação ao integra-diferencia, gerado pelo resistor de realimentação, como desvantagem. Vamos calcular um parâmetro $\bar{Z}$ deste tipo de receptor.

Na Fig.3:7 se encontra o modelo equivalente de um pré do tipo transimpedância, incluindo-se as fontes de ruído.



onde N_f : ruído gerado pelo resistor de realimentação

Fig. 3.7 - Modelo equivalente de um transimpedância

Das malhas deste modelo, e supondo que $A \cdot |Z_t| \gg R_f$ (condição válida na maior parte da faixa), teremos que:

$$\frac{v_s}{i_d} = -R_f \quad , \quad \text{para } f \leq B \quad (3.32)$$

O valor de pico de tensão na saída, excitado por um im pulso de corrente de área e, vale:

$$|v_s(0)| = \int_{-B}^B e R_f df = 2e R_f B \quad (3.33)$$

O valor RMS do ruído na saída vale:

$$\sigma^2 = \sum_i \int_{-B}^B N_i(f) |H_i(f)|^2 df \quad (3.34)$$

onde $H_i(f)$ é a transimpedância que relaciona a fonte de corrente N_i à tensão na saída.

De (3.32) temos que:

$$|H_1(f)| = |H_2(f)| = R_f \quad \text{para} \quad f \leq B \quad (3.35)$$

Das malhas da Fig. 3.7, podemos tirar que:

$$|H_3(f)| = \frac{R_f}{g_m \cdot Z_t} \quad \text{para} \quad f \leq B \quad (3.36)$$

desde que $|Z_t| \ll R_f$ (aproximação válida na maior parte da faixa)

$$|H_f(f)| = R_f \quad \text{para} \quad f \leq B \quad (3.37)$$

Substituindo (3.35), (3.36) e (3.37) em (3.34), temos que:

$$\sigma^2 = 2A_f^2 \cdot B(N_1 + N_2 + N_f) + \frac{2R_f^2 B}{g_m^2} \left(\frac{1}{R_t^2} + \frac{4\pi^2 C_t^2 B^2}{3} \right) N_3 \quad (3.38)$$

O valor de $\tilde{Z}$ pode ser facilmente obtido a partir de (3.38) e (3.33):

$$\tilde{Z} = \sqrt{\frac{1}{2e^2 B} (N_1 + N_2 + N_f) + \frac{N_3}{2e^2 g_m^2 B} \left(\frac{1}{R_t^2} + \frac{4}{3} \pi^2 C_t^2 B^2 \right)} \quad (3.39)$$

No caso de usarmos FET, temos que $N_1 = 2KT/R_t$, $N_2 = 0$, $N_3 = 1,4 KTg_m$ e $N_f = 2KT/R_f$. De onde se conclui que N_1 e N_2 são desprezíveis. Substituindo estes valores em (3.39), temos que

$$\frac{Z_{trans.}^2 (FET)}{Z_{int.dif.}^2 (FET)} = \frac{2,8}{3} \pi^2 \frac{KT}{e^2} \frac{C_t^2}{g_m} \cdot B + \frac{KT}{e^2 B R_f} \quad (3.40)$$

Observe que o quadrado do parâmetro Z de um transimpedância que use FET é igual a Z^2 de um integra-diferencia que também utilize FET mais um termo devido ao resistor de realimentação.

$$Z_{trans.}^2 = Z_{int.dif.}^2 + \frac{KT}{e^2 B R_f} \quad (3.41)$$

Para o bipolar, temos que $N_1 = 2KT/R_a$, $N_2 = e I_b$, $N_3 = e I_c$, $N_f = 2KT/R_f$. Substituindo em (3.39), obteremos que:

$$Z_{trans.}^2 (bipolar) = \pi \frac{KT}{e^2} \frac{C_t}{\sqrt{3\beta}} + \frac{KT}{e^2 B R_f} \quad (3.42)$$

que pode ser escrito de forma semelhante a (3.41).

Observe que o parâmetro Z de um transimpedância pode ser minimizado às custas de uma maximização no valor de R_f (vide (3.41)).

Uma transimpedância de 10kΩ elevará o parâmetro Z , anteriormente avaliado em torno de 600, para uma banda de 30 MHz, para valores da ordem de 1000.

Note que um transimpedância possui um acréscimo razoável no valor de Z , fazendo com que este tipo de receptor seja inadequado no caso de utilizarmos fotodiodo PIN, pois a sensibilidade neste caso é diretamente proporcional ao valor de Z (vide (3.13)). Portanto, caso se dobre Z , a sensibilidade cairá 3 dB. Uma conclusão importante a que se chega é que, caso se utilize PIN, deve-se utilizar receptores do tipo integra-diferencia, a não ser que a taxa de bits seja bastante alta (vide (3.41)), pois neste caso o transimpedância é satisfatória.

No final do capítulo seguinte, veremos que este acréscimo de Z é plenamente aceitável, no caso de se usar APD.

CAPÍTULO 4

CÁLCULO DE SENSITIVIDADE USANDO A
APROXIMAÇÃO GAUSSIANA

Este capítulo apresenta cálculos de sensibilidade de receptores que utilizem APD em sistemas de transmissão digital, para o caso em que a interferência intersimbólica é nula. Este cálculo utiliza a aproximação gaussiana que supõe que o número de elétrons secundários, gerados pelos primários, a partir de colisões ionizantes, têm função distribuição de probabilidade gaussiana.

4.1. INTRODUÇÃO

Outro modo de se melhorar a sensibilidade, além de se diminuir o valor de $\bar{Z}$, seria a utilização de fotodiodos de avalanche, que gerariam vários pares elétrons-lacunas secundários, a partir de um único fóton incidente*. Em suma, teríamos G pares secundários para cada par primário, onde G é o ganho de avalanche. Caso o processo fosse determinístico, para um ganho de 100, a sensibilidade seria 20 dB melhor, em comparação a detectores do tipo PIN, desde que o limite quântico não seja ultrapassado.

Entretanto, o processo de avalanche não é determinístico. A incerteza no número de elétrons secundários recebe o nome de ruído de avalanche.

O número de portadores secundários em um dado período de bit é dado por:

$$x = \sum_{\ell=1}^{N_S+N_d} g_{\ell} + q \quad (4.1)$$

onde: N_S = número de elétrons primários gerados por um pulso de luz. Possui função distribuição de probabilidade Poisson.

N_d = número de elétrons gerados na ausência de luz, também conhecido como "corrente escura".

g_{ℓ} = número de elétrons secundários, produzidos por cada um dos N_S+N_d elétrons primários, pelo processo de avalanche, aí incluído os elétrons primários.

q = variável aleatória em elétrons secundários, que designa o ruído térmico adicionado pelo pré-amplificador; possui fdp gaussiana de média nula e variância $\bar{Z}^2$.

* Caso a eficiência quântica fosse unitária.

Na expressão (4.1) estão representados o ruído térmico q , o ruído "shot" associado a N_S , e o ruído de avalanche associado à incerteza de g .

Para cálculo da sensibilidade Λ e do limiar γ , deve-se conhecer inicialmente as FDP's correspondentes aos níveis "1" e "0".

A probabilidade de termos r elétrons secundários é dada por:

$$p_g(r \text{ sec}) = p(1 \text{ prim}) p(r \text{ sec}/1 \text{ prim}) + \dots \\ + p(r \text{ prim}) p(r \text{ sec}/r \text{ prim}) \quad (4.2)$$

A probabilidade de se ter v primários é dada pela distribuição de Poisson de média $N_S + N_d$:

$$p(v \text{ prim}) = \frac{e^{-(N_S + N_d)} \cdot (N_S + N_d)^v}{v!} \quad (4.3)$$

A probabilidade de se ter r secundários a partir de v primários é dada por: [4.1]

$$p(r/v) = \frac{v(1-k)^{r-v} \Gamma\left(\frac{r}{1-k}\right) \cdot \left\{ \frac{1+k(G-1)}{G} \right\}^{[(v+k(r-v))/1-k]} \cdot \left[\frac{G-1}{G} \right]^{(r-v)}}{(v + kr - kv)(r-v)! \Gamma[(v + k(r-v))/1-k]} \quad (4.4)$$

onde: k : é a constante de ionização dada pela razão entre a probabilidade por unidade de comprimento de uma lacuna conseguir uma colisão ionizante e a probabilidade de um elétron conseguir o mesmo.

G : ganho médio de avalanche.

Γ : função gama que é definida da seguinte forma:

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} \cdot e^{-t} dt \quad x > 0 \quad (4.5)$$

Substituindo (4.3) em (4.2), temos que:

$$p_g(r) = \sum_{v=1}^r \frac{e^{-(N_S+N_d)} \cdot (N_S+N_d)^v}{v!} \cdot p(r/v) \quad (4.6)$$

Observe que na expressão (4.6) levamos em conta somente os ruídos de avalanche e "shot". Já que a variável aleatória x corresponde à soma (expressão (4.1)) do ruído térmico com o ruído de avalanche, é de se esperar que a variável aleatória x seja a convolução de $p_g(r)$ com a gaussiana de média nula e variância $\bar{Z}^2$:

$$p_x(r) = p_g(r) * p_q(r) \quad (4.7)$$

onde

$$p_q(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \bar{Z}^2}} e^{-r^2/2\bar{Z}^2} \quad (4.8)$$

Somente após o cálculo de (4.7) correspondente aos níveis "1" e "0" é que estaremos prontos a calcular a sensibilidade e o limiar ótimo para uma dada taxa de erro. Isso é conseguido através da computação das caudas das FDP's, como as da Fig. 4.1. Entretanto, este cálculo exato, por ser muito complicado, dispense muito tempo de computação, o que justifica o uso de outros métodos. É isso que é feito a seguir.

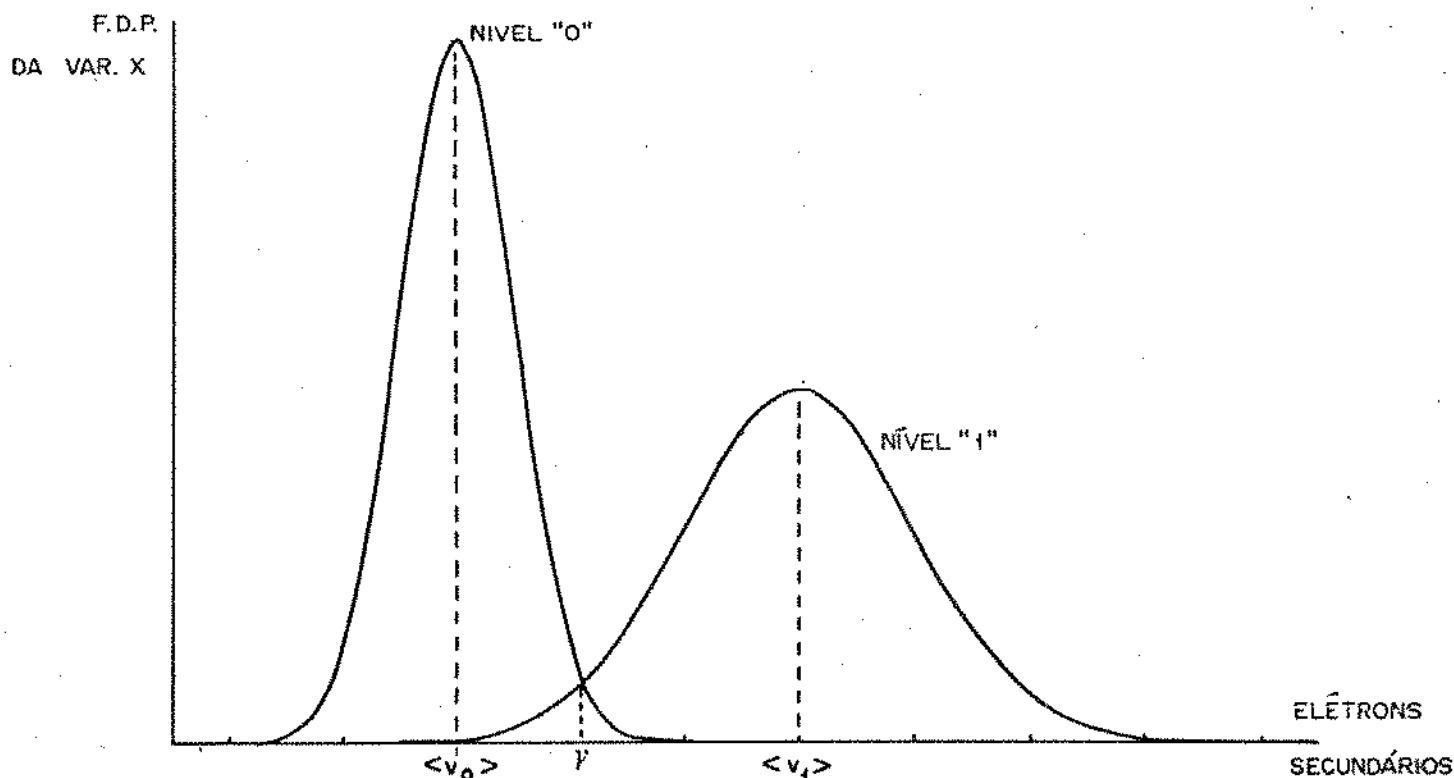


Fig. 4.1 - FDP's correspondentes aos níveis "0" e "1"

4.2. APROXIMAÇÃO GAUSSIANA

Dentro do detetor, para cada elétron primário gerado, teremos em média G secundários; portanto, para A primários, onde A é a sensibilidade (ou seja, é o número mínimo de elétrons primários, para que se tenha uma dada probabilidade de erro), devemos ter um valor médio para o nível lógico "1" (em elétrons secundários) de:

$$\langle v_1 \rangle = AG \quad (4.9)$$

onde G é o ganho médio de avalanche.

Analogamente para o nível "0", devemos ter:

$$\langle v_0 \rangle = \text{EXT}.AG \quad (4.10)$$

onde EXT (taxa de extinção), que é um valor menor que 1, relaciona a potência transmitida no nível "0" com a do nível "1". Observe que nas expressões (4.9) e (4.10) não se colocou a corrente escura pelo fato desta ser desprezível nos casos considerados adiante.

Como para cada primário não temos sempre G secundários, é de se esperar que o APD apresente ruído de avalanche. A referência [4.1] apresenta as variâncias do ruído de avalanche, tanto para o nível "1", quanto para o "0", como sendo:

$$\sigma_{av1}^2 = AG^2 F_g \quad (4.11)$$

$$\sigma_{av0}^2 = \text{EXT}.AG^2 F_g \quad (4.12)$$

onde F_g é o fator de excesso de ruído (vide Fig.2.14), que é uma função que cresce com o ganho de avalanche e com a constante de ionização e vale:

$$F_g = kG + \left(2 - \frac{1}{G}\right) (1-k) \quad (4.13)$$

O ruído térmico é adicionado no pré-amplificador e é caracterizado pelo parâmetro $\bar{Z}$, que é o número de elétrons secundários necessários para se produzir um sinal com valor de pico igual ao valor RMS do ruído térmico. Podemos então dizer que o ruído térmico tem um valor RMS igual a $\bar{Z}$ (normalizado em número de elétrons

secundários) e uma variança de $\bar{Z}^2$.

Portanto, a variança total será:

$$\sigma_1^2 = AG^2 F_g + \bar{Z}^2 \quad (4.14)$$

$$\sigma_0^2 = EXT. AG^2 F_g + \bar{Z}^2 \quad (4.15)$$

Na Fig. 4.1, temos duas FDP, referentes aos níveis "1" e "0".

Para que tenhamos uma certa probabilidade de erro (P_e), devemos ter:

$$\langle v_1 \rangle = \langle v_0 \rangle + Q\sigma_1 + Q\sigma_0 \quad (4.16)$$

$$\gamma = \langle v_0 \rangle + Q\gamma_0 \quad (4.17)$$

onde γ é o limiar

e Q está relacionado à P_e pela seguinte expressão:

$$f(Q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_Q^\infty e^{-\lambda^2/2} d\lambda = P_e \quad (4.18)$$

Na Fig. 4.2 existe um gráfico onde se relaciona P_e a Q .

Substituindo (4.9), (4.10), (4.14), (4.15) em (4.16):

$$AG(1-EXT) = Q \sqrt{EXT AG^2 F_g + \bar{Z}^2} + Q \sqrt{AG^2 F_g + \bar{Z}^2} \quad (4.19)$$

Resolvendo (4.19), teremos:

$$\Lambda = \frac{Q^2 F_g (1+EXT) + \sqrt{4Q^4 F_g^2 EXT + \frac{4Q^2 \bar{Z}^2}{G^2} (1-EXT)^2}}{(1-EXT)^2} \quad (4.20)$$

De (4.17):

$$\gamma = EXT. \Lambda. G + Q \sqrt{EXT AG^2 F_g + \bar{Z}^2} \quad (4.21)$$

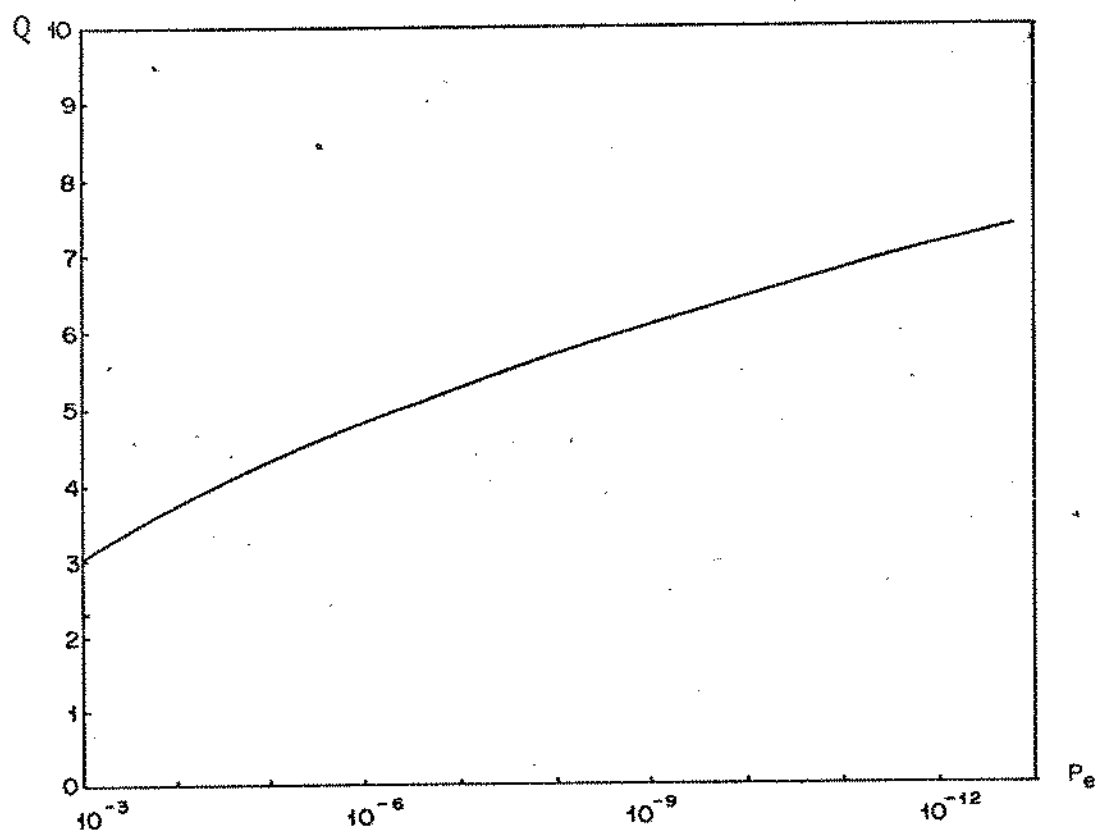


Fig. 4.2 - Relação entre P_e e Q

As expressões (4.20) e (4.21) nos dão, respectivamente, a sensibilidade em elétrons primários e o limiar em secundários. Para convertê-los, respectivamente, em dBm e em percentagem de pico (que é o limiar em secundários dividido pela sensibilidade também em secundários) usaremos as seguintes expressões, supondo eficiência quântica unitária:

$$S(\text{dBm}) = 10 \log \left[\frac{h\nu AB(1+\text{EXT})}{2} \right] + 30 \quad (4.22)$$

$$\gamma(\% \text{ pico}) = \frac{Y}{A G} \times 100 \quad (4.23)$$

onde: $h\nu$: é a energia de um fóton

B : taxa de bits

As expressões (4.20) e (4.21) ou (4.22) e (4.23) já são suficientes para se obter as várias curvas relacionando diversos parâmetros em um projeto de sistemas. Entretanto, estas expressões são um tanto obscuras, não fornecendo uma clara informação a respeito de como varia a sensibilidade, por exemplo, em relação ao parâmetro Z do receptor, ou em relação ao parâmetro k do fotodiodo de avalanche.

Alguns fabricantes, em vez de fornecerem o parâmetro k do APD, informam o valor do parâmetro x que está relacionado ao fator de excesso de ruído pela seguinte expressão:

$$F_g = G^x \quad (4.24)$$

onde G é o ganho médio de avalanche, e F_g é dado por (4.13).

Iguando (4.13) a (4.24), podemos tirar que:

$$x = \frac{\ln \left[k.G + \left(2 - \frac{1}{G} \right) (1-k) \right]}{\ln G} \quad (4.25)$$

Da Fig. 4.3, a partir de um valor k , podemos escolher qual x mais se encaixa, na maior faixa de ganho de avalanche.

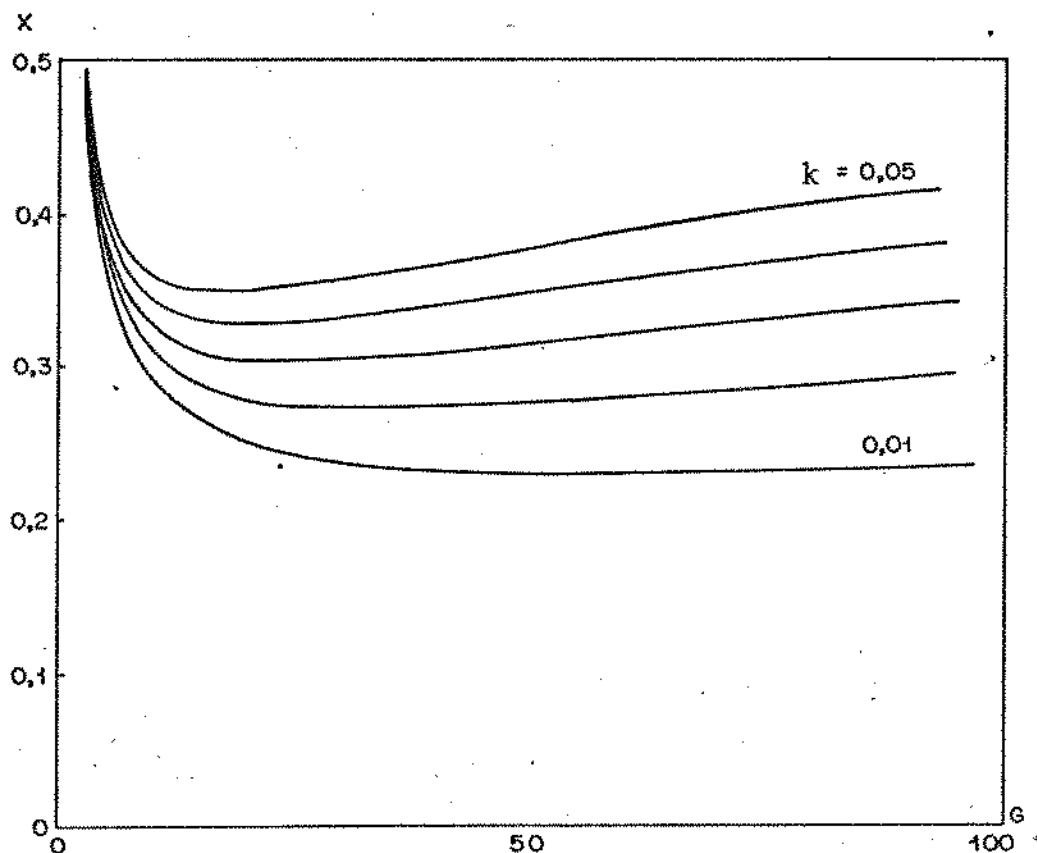


Fig. 4.3 - Relação entre os parâmetros k e x

Derivando a expressão (4.20), substituindo F_g por (4.24) e igualando a zero, chega-se a uma expressão bastante complicada. Porém, o que nos interessa não é o valor da expressão propriamente dita, mas sim o grau de dependência do ganho ótimo de avalanche com outros parâmetros, como por exemplo, o parâmetro $\tilde{Z}$, o fator Q (que está relacionado à taxa de erro através da Fig. 4.2), ou seja:

$$G_{0T} \propto \tilde{Z}^{1/(x+1)} \quad (4.26)$$

$$G_{0T} \propto Q^{-1/(x+1)} \quad (4.27)$$

Substituindo estas proporcionalidades em (4.20), obteve-se para a sensibilidade ótima:

$$\Lambda_{0T} \propto G^x \quad (4.28)$$

$$\Lambda_{0T} \propto Z^{x/(x+1)} \quad (4.29)$$

$$\Lambda_{0T} \propto Q^{(x+2)/(x+1)} \quad (4.30)$$

Os fabricantes de fotodiodos de avalanche fornecem o parâmetro x dos fabricantes atuais como sendo 0,3. Na Fig. 4.3, isto corresponde a um fator k de 0,02. Substituindo este valor típico em (4.28), chegaremos à conclusão que a sensibilidade ótima é proporcional a $\sqrt[4]{Z}$. Isto faz com que o receptor utilizando APD, seja bem menos dependente do ruído térmico, ao contrário do PIN, quando a sensibilidade é proporcional a Z . Esta pequena dependência do ruído térmico, leva à construção de receptores mais simples, como o de transimpedância, mesmo que introduzam um pouco mais de ruído, como se viu no Capítulo 3.

A perda de sensibilidade entre um receptor do tipo transimpedância que tenha Z em torno de 1000, para um integra-diferencia com Z por volta de 600, pode ser calculado a partir da eq. (4.31) e vale 0,6 dB.

$$\Delta A = 10 \log \sqrt[4]{\frac{Z_{\text{trans.}}}{Z_{\text{int.dif.}}}} \quad \text{dB} \quad (4.31)$$

Como se vê, a construção de um transimpedância é plenamente justificada.

Como curiosidade vamos substituir $x=0,3$ em (4.28) e em (4.30). Na primeira, obtém-se que $\Lambda_{0T} \propto \sqrt[3]{G}$, isto indica que a sensibilidade ótima também não é muito sensível em relação ao ganho de avalanche. A segunda proporção indica que $\Lambda_{0T} \propto Q^{1,75}$, portanto se a taxa de erro passar de 10^{-9} para 10^{-3} , isto é, se Q passar de 6 para 3,1, isto significa que o sistema perdeu apenas 5 dB, obtido pela eq. (4.32).

$$\Delta A = 10 \log \left(\frac{Q(10^{-9})}{Q(10^{-3})} \right)^{-1,75} \quad \text{dB} \quad (4.32)$$

Isto corresponde a aproximadamente 0,8 dB/década de taxa de erro.

Tais sistemas devem ter uma grande margem de segurança para que isto não aconteça.

Nas Figs. 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7 estão plotados a sensibilidade em dBm e o limiar em percentagem de pico para vários parâmetros $\bar{Z}$ e k .

Note que, conforme se aumenta o parâmetro $\bar{Z}$, a sensibilidade piora e o ganho ótimo aumenta. A piora da sensibilidade é facilmente explicada pelo aumento do ruído térmico. No ganho ótimo existe um equilíbrio do ruído térmico com o ruído de avalanche; a baixo do ganho ótimo predomina o ruído térmico, enquanto que para cima, o ruído de avalanche (o fator de excesso de ruído aumenta com o ganho de avalanche). Se aumentarmos o ruído térmico, o ruído de avalanche deverá ser aumentado e, conseqüentemente, o ganho ótimo de avalanche, para que haja o equilíbrio mencionado nas linhas anteriores.

Por outro lado, se diminuirmos k , a sensibilidade melhorará e o ganho ótimo aumentará. Isto se explica pelo fato que, quanto melhor o detector, menos ruído de avalanche ele terá (e uma sensibilidade melhor), para um mesmo ganho, portanto para que o equilíbrio ocorra, é necessário que o ruído de avalanche aumente, e conseqüentemente o ganho ótimo de avalanche. Além deste tipo de raciocínio usado aqui, poder-se-ia chegar às mesmas conclusões usando-se as proporções de (4.26) a (4.30).

Nas Figs. 4.8 a 4.13 pode se ver como varia a sensibilidade, o ganho ótimo e o limiar em função da taxa de erro e da taxa de extinção. Todas as curvas foram calculadas para uma taxa de 45 Mbits/s.

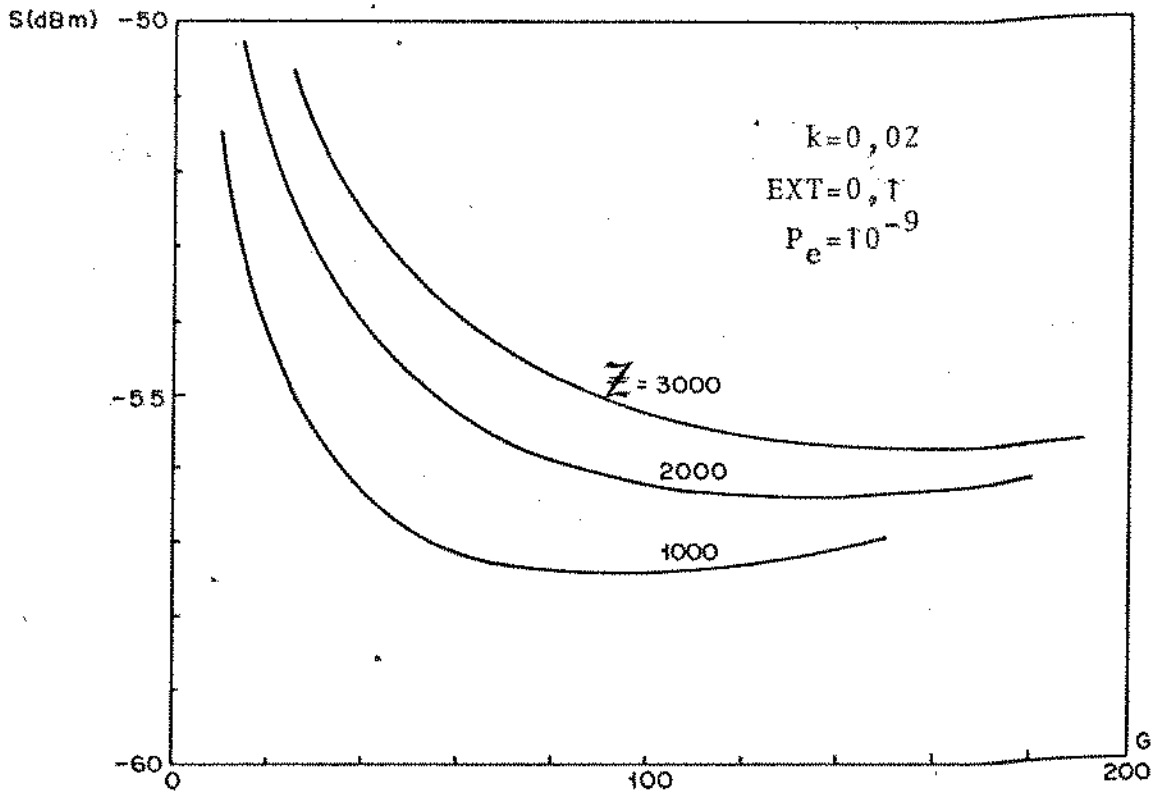


Fig. 4.4

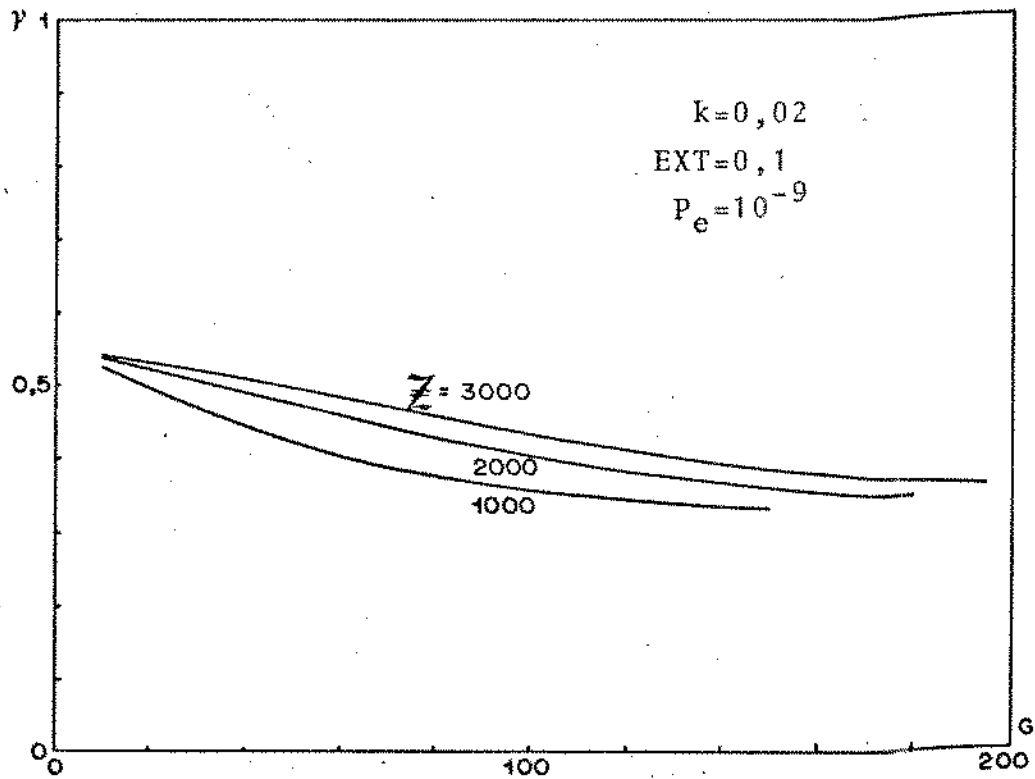


Fig. 4.5

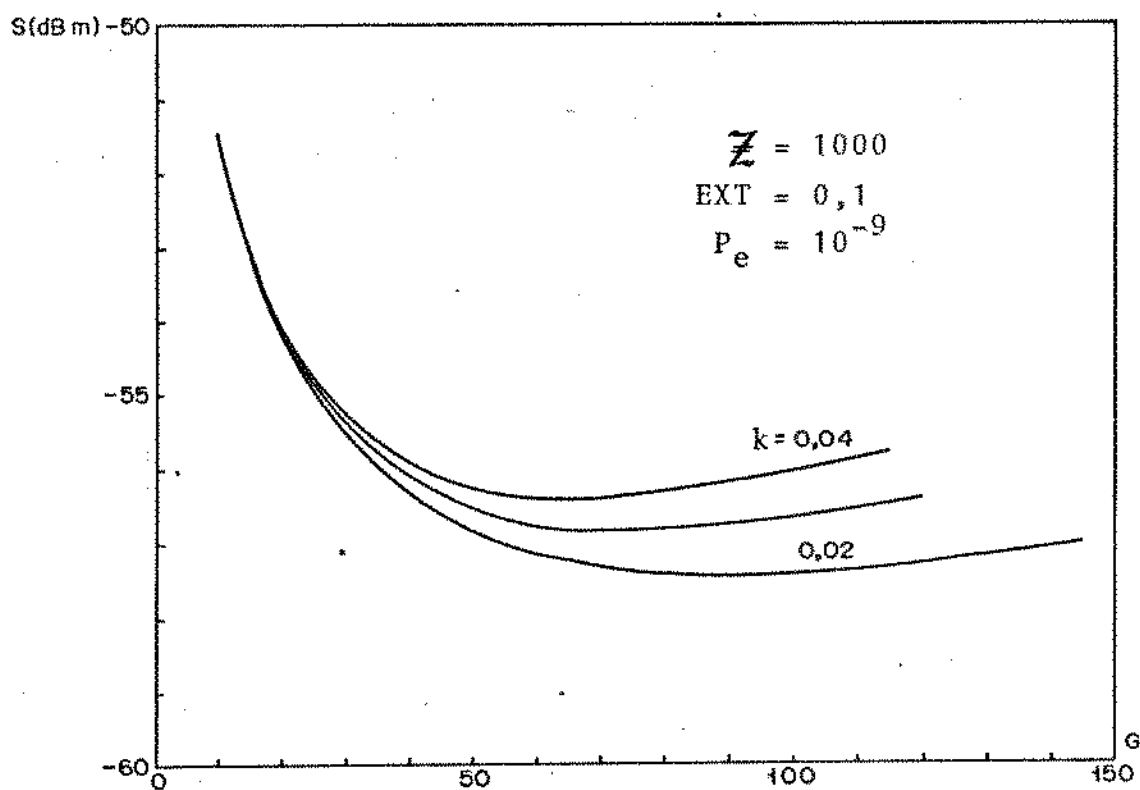


Fig. 4.6

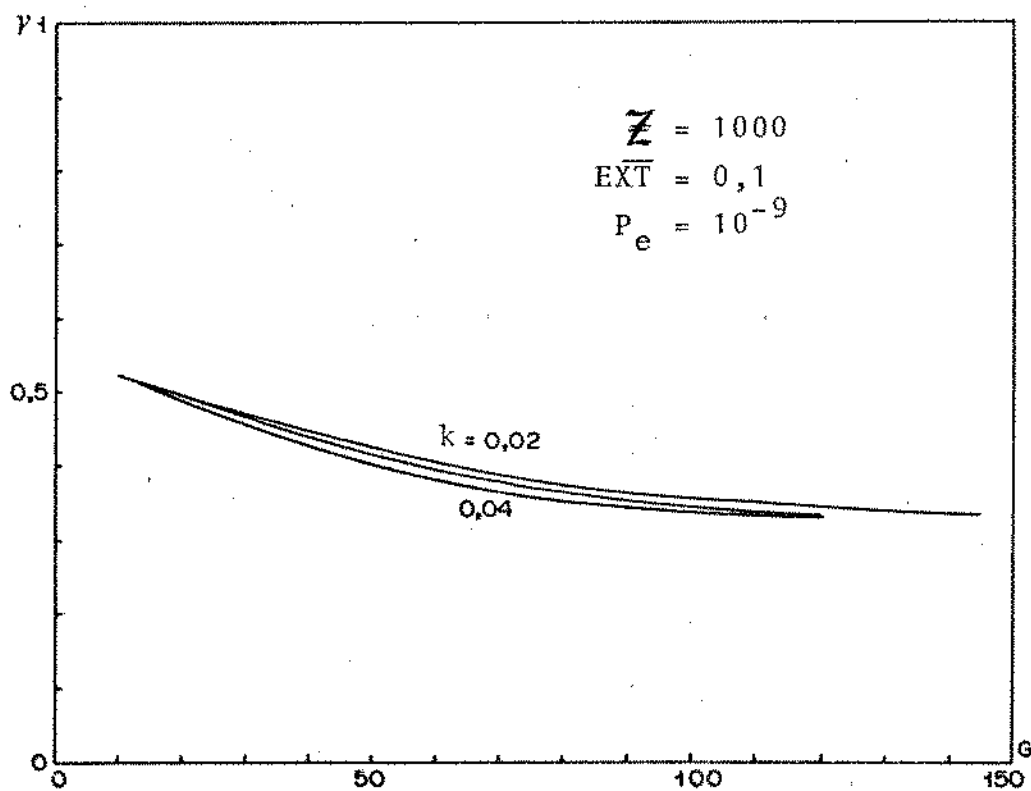


Fig. 4.7

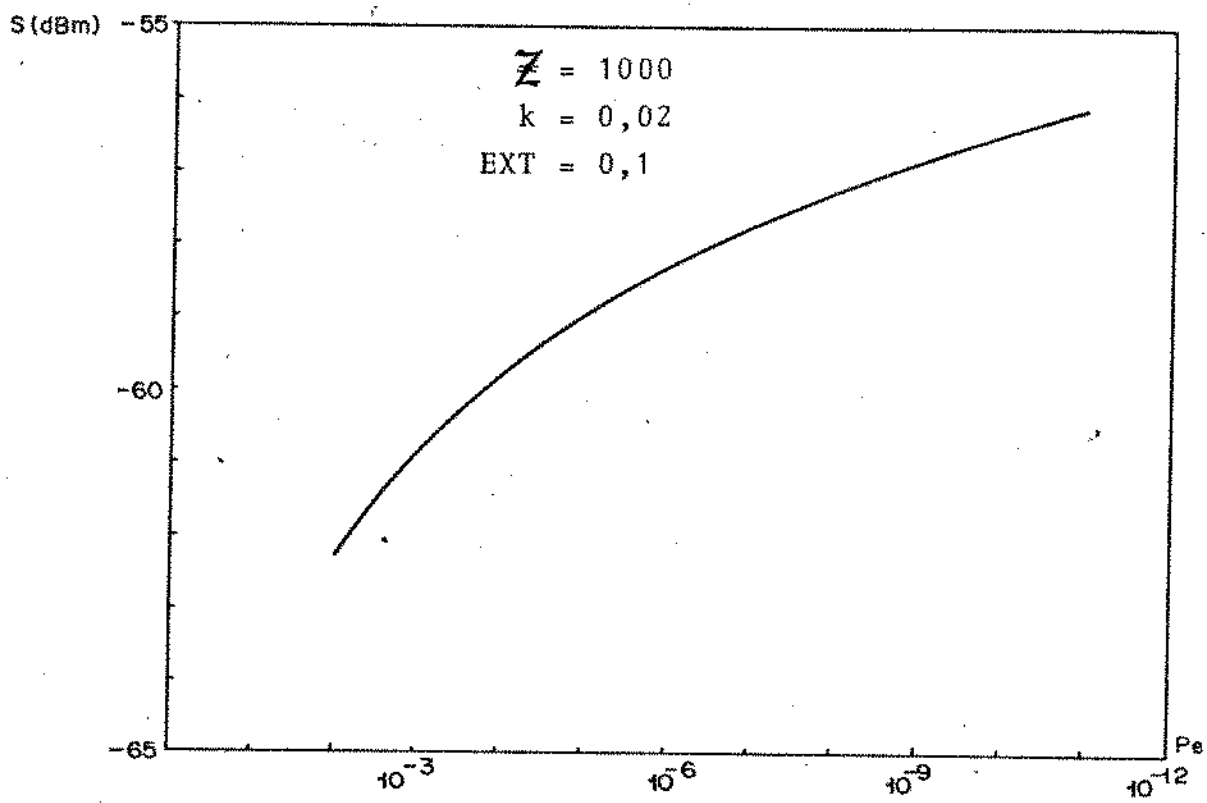


Fig. 4.8

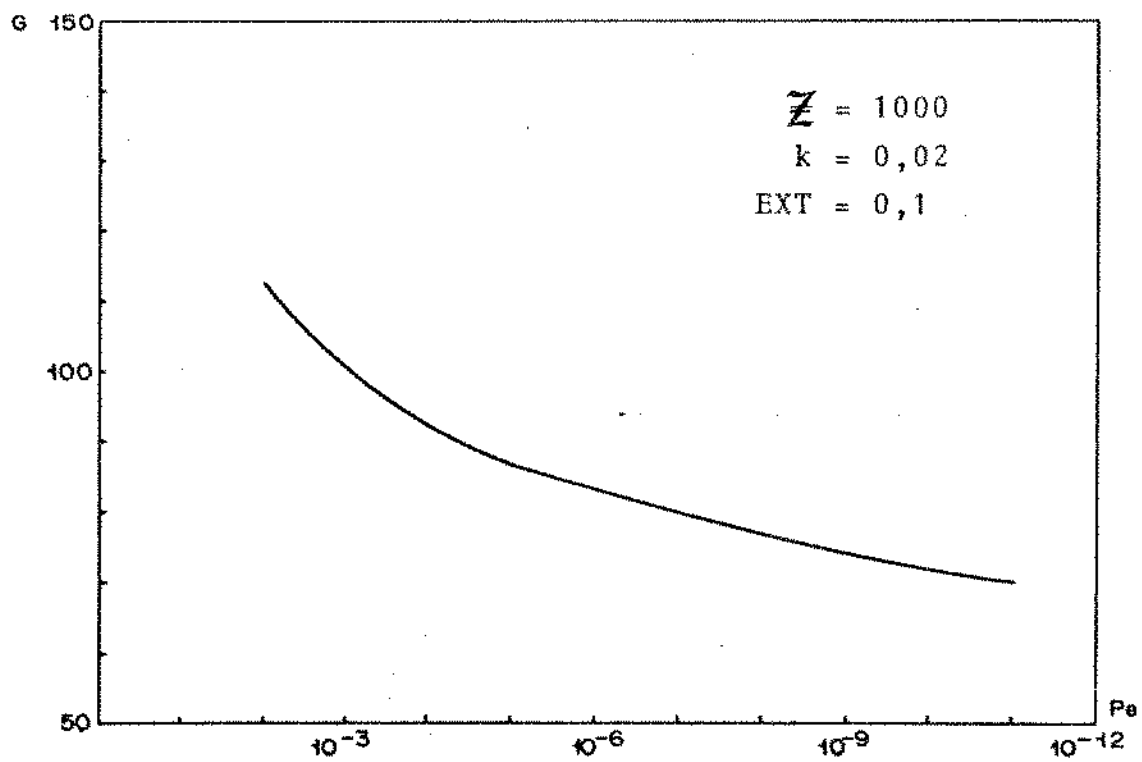


Fig. 4.9

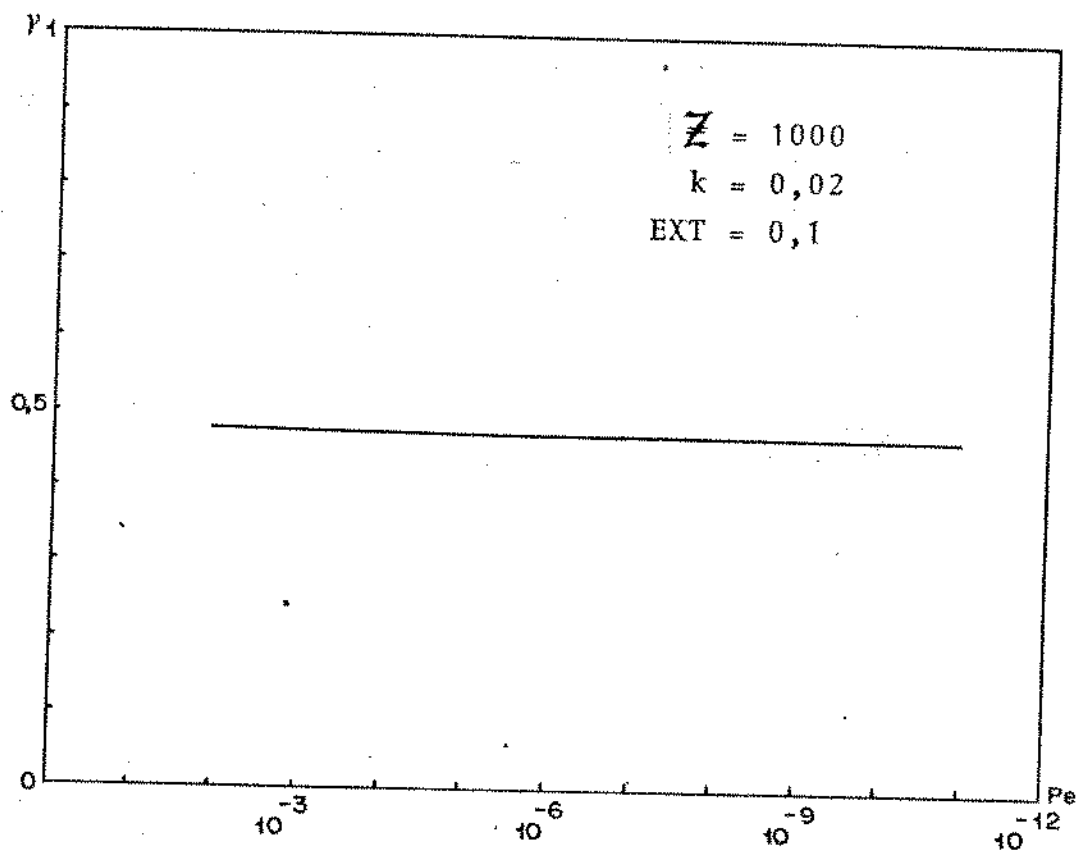


Fig. 4.10

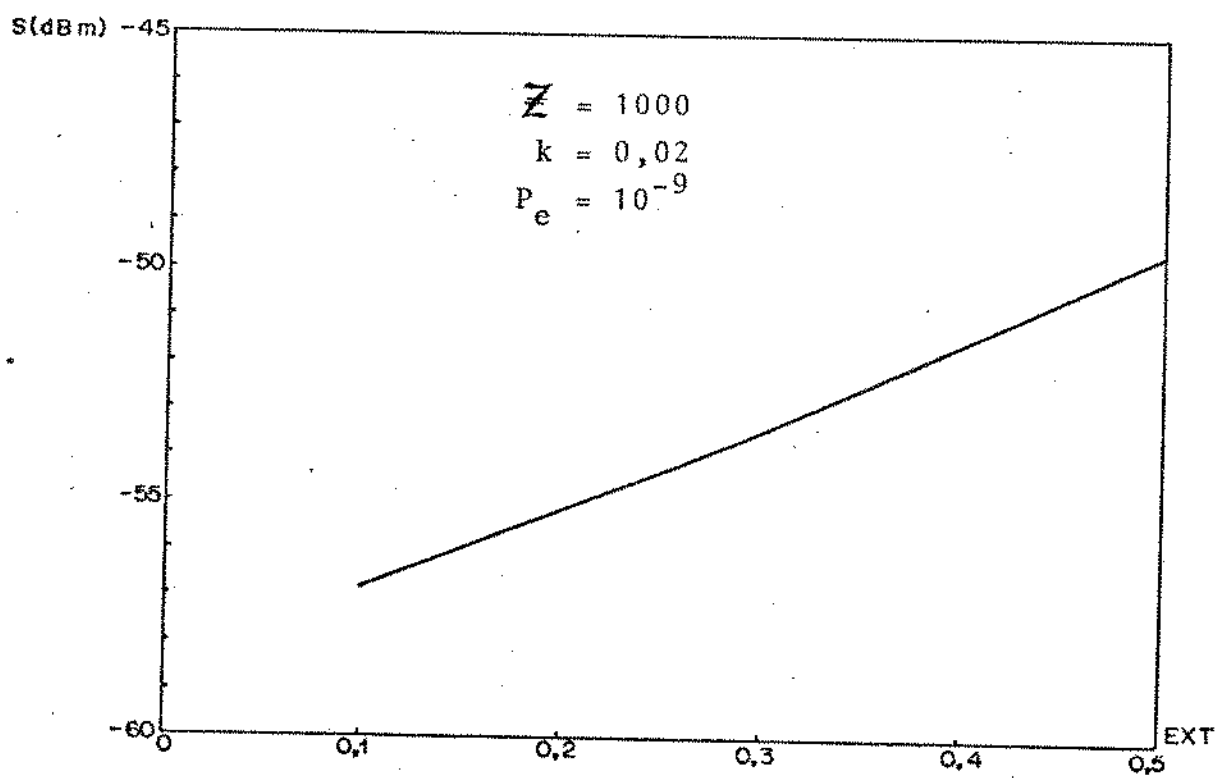


Fig. 4.11

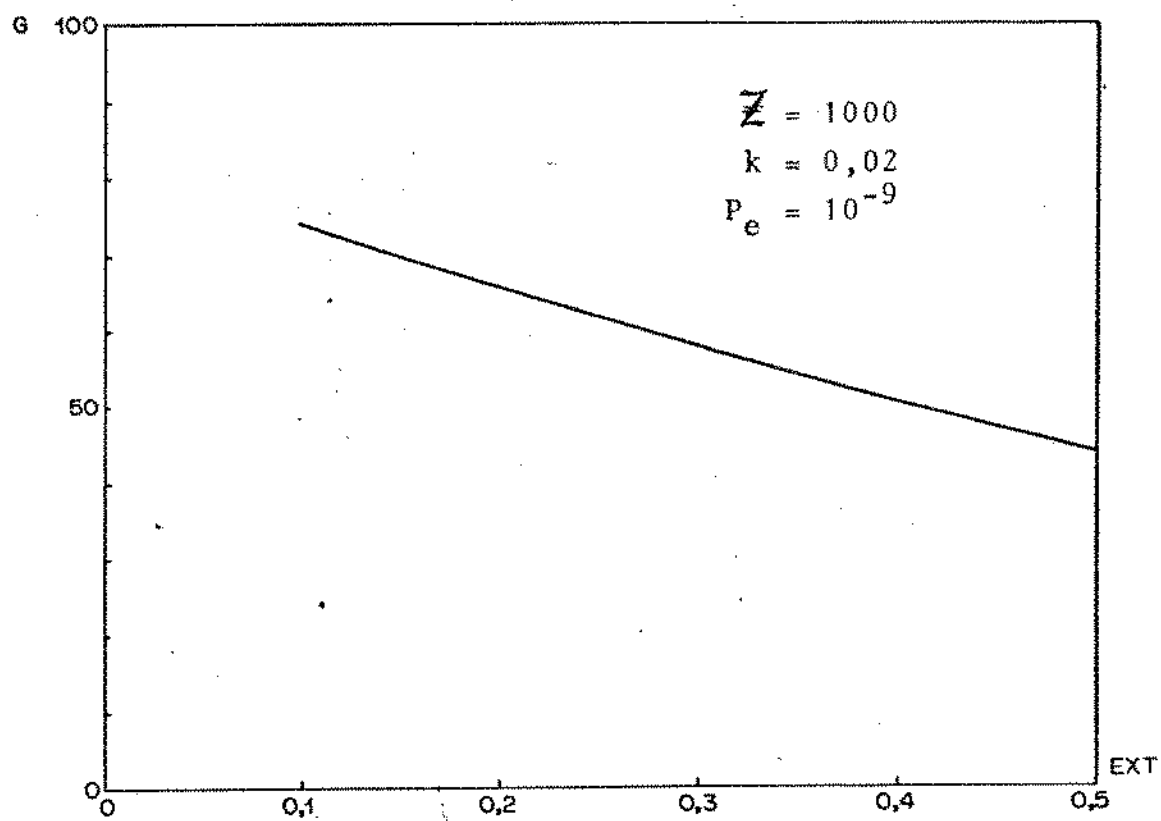


Fig. 4.12

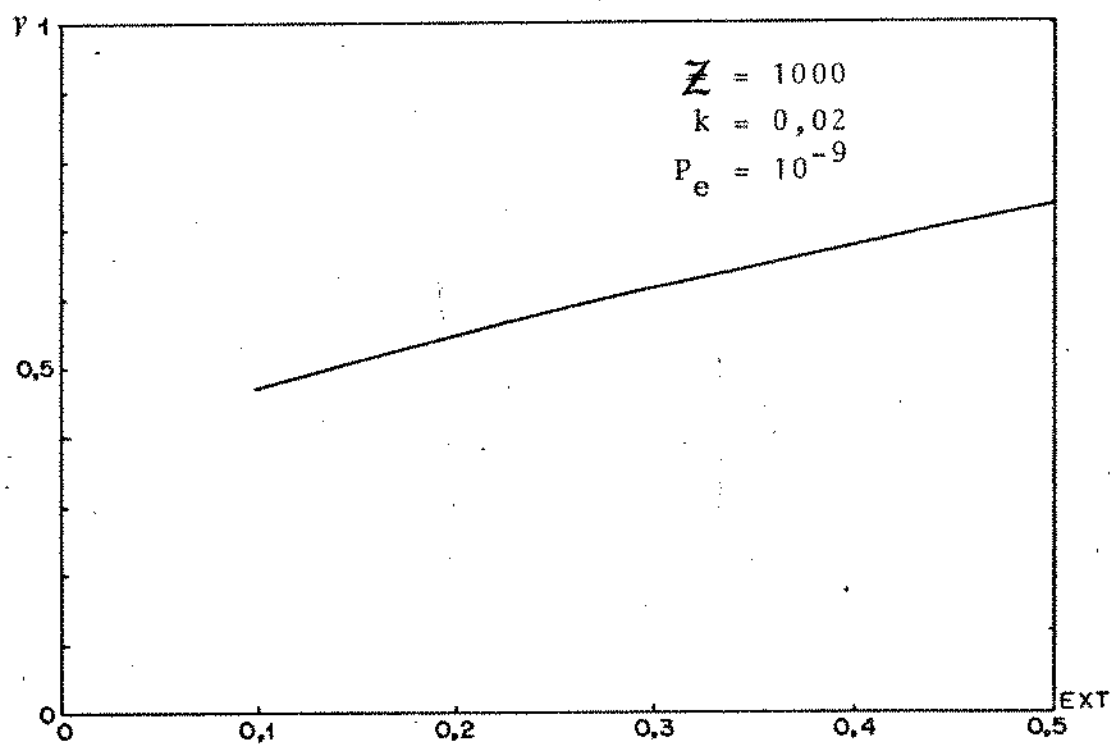


Fig. 4.13

CAPÍTULO 5

DESIGUALDADE DE CHERNOFF

Este capítulo apresenta cálculos de sensibilidade, utilizando a desigualdade de Chernoff. Em termos de grau de dificuldade e exatidão, este método se situa entre a aproximação gaussiana e o método exato.

5.1. DESIGUALDADE DE CHERNOFF

Seja $p(x)$ uma certa função densidade de probabilidade, então a função geratriz de momentos $M_X(s)$ e a função característica $\psi_X(s)$ podem ser definidas como:

$$M_X(s) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} p(x) \exp(sx) dx \quad (5.1)$$

$$\psi_X(s) \triangleq \ln M_X(s) \quad (5.2)$$

A probabilidade de que uma variável x ultrapasse um limiar γ é dada por:

$$\text{Prob}(x \geq \gamma) = \int_{\gamma}^{\infty} p(x) dx \quad (5.3)$$

Por outro lado, se multiplicarmos o integrando de (5.3) por uma função $f(x,s)$ que cresça com x , a partir de $x=\gamma$, então teremos um limite para o cálculo da $\text{Prob}(x \geq \gamma)$, que poderá convergir ou não, dependendo do valor de s . Para a desigualdade de Chernoff $f(x,s)=\exp(s(x-\gamma))$, teremos então:

$$\begin{aligned} \text{Prob}(x \geq \gamma) &\leq \int_{\gamma}^{\infty} p(x) \exp[s(x-\gamma)] dx = \\ &= \exp(-s\gamma) M_X(s) ; s \geq 0 \end{aligned} \quad (5.4)$$

Utilizando a definição da função característica:

$$\text{Prob}(x \geq \gamma) \leq \exp[\psi_X(s) - s\gamma] \quad \text{para } s \geq 0 \quad (5.5)$$

Entretanto, é necessário escolhermos o melhor s , para que o lado direito de (5.5) mais se aproxime do lado esquerdo, fazendo do primeiro uma aproximação a mais ajustada possível do último. Derivando o lado direito de (5.5) em relação a s e igualando a zero, temos que:

$$\frac{d\psi_x(s)}{ds} = \gamma \quad (5.6)$$

Portanto, a desigualdade de Chernoff resume-se a:

$$\text{Prob}(x \geq \gamma) \leq \exp[\psi_x(s) - s\gamma] \quad \left| \begin{array}{l} \text{para } s \geq 0 \\ \frac{d\psi_x(s)}{ds} = \gamma \end{array} \right. \quad (5.7)$$

Analogamente,

$$\text{Prob}(x \leq \gamma) \leq \exp[\psi_x(s) - s\gamma] \quad \left| \begin{array}{l} \text{para } s \leq 0 \\ \frac{d\psi_x(s)}{ds} = \gamma \end{array} \right. \quad (5.8)$$

É fácil prever que para o cálculo da cauda da curva referente ao bit "0" (erro por inserção) na Fig. 4.1, deveremos usar (5.7), enquanto que para o cálculo da cauda da curva referente ao bit "1" (erro por omissão), deveremos usar (5.8). Precisamos então consignar as variáveis s_1 , $M_1(s_1)$, $\psi_1(s_1)$ e s_0 , $M_0(s_0)$, $\psi_0(s_0)$, respectivamente, às curvas "1" e "0".

Para o cálculo da sensibilidade é necessário que se conheça a função característica. De [5.1], temos que:

$$\psi_1(s_1) = \frac{s_1^2 \mathbb{Z}^2}{2} + \Lambda[M_1(s_1) - 1] \quad (5.9)$$

Identicamente para o nível "0":

$$\psi_0(s_0) = \frac{s_0^2 \mathbb{Z}^2}{2} + \text{EXT.} \Lambda[M_0(s_0) - 1] \quad (5.10)$$

Da Ref. [5.1] e [5.2], temos que s_i está relacionado a $M_i(s_i)$ pela seguinte expressão:

$$s_i = \ln(M_i) - \frac{1}{(1-k)} \ln \left[M_i - \left(k - \frac{k-1}{G} \right) (M_i - 1) \right] \quad (5.11)$$

onde $i = 0$ ou 1 .

De (5.7) e (5.9), supondo $\text{Prob}[x \geq \gamma] = \text{Prob}[x \leq \gamma] = P_e$:

$$\ln P_e \leq \frac{s_1^2 Z^2}{2} + \Lambda \cdot (M_1 - 1) - s_1 \gamma \quad ; \quad s_1 \geq 0 \quad (5.12)$$

De (5.8) e (5.10):

$$\ln P_e \leq \frac{s_0^2 Z^2}{2} + \text{EXT} \cdot \Lambda (M_0 - 1) - s_0 \gamma \quad ; \quad s_0 \leq 0 \quad (5.13)$$

De (5.13):

$$\gamma \leq \frac{\frac{s_0^2 Z^2}{2} + \text{EXT} \cdot \Lambda \cdot (M_0 - 1) - \ln P_e}{s_0} \quad (5.14)$$

Aplicando (5.14) em (5.12):

$$\Lambda \geq \frac{\left(1 - \frac{s_1}{s_0}\right) \ln P_e - \frac{Z^2 \cdot s_1}{2} (s_1 - s_0)}{M_1 - 1 - \frac{s_1}{s_0} \text{EXT} \cdot (M_0 - 1)} \quad (5.15)$$

Entretanto, devemos escolher $M_1(s_1)$ e $M_0(s_0)$ (ou s_1 e s_0) tais que tornem Λ e γ calculados pela desigualdade de Chernoff mais próximos possíveis dos valores reais, isto é, devemos resolver (5.6) através das eqs. (5.9), (5.10) e (5.11) e das aproximações (5.14) e (5.15), resultando em expressões do seguinte tipo:

$$f_1(M_1, M_0) = \frac{d\psi_1(s_1)}{ds_1} - \gamma = 0 \quad (5.16)$$

$$f_0(M_1, M_0) = \frac{d\psi_0(s_0)}{ds_0} - \gamma = 0 \quad (5.17)$$

onde
$$f_1(M_1, M_0) = s_1 Z^2 + \Lambda \frac{dM_1}{ds_1} - \gamma \quad (5.18)$$

$$f_0(M_1, M_0) = s_0 Z^2 + \text{EXT.}\Lambda \cdot \frac{dM_0}{ds_0} - \gamma \quad (5.19)$$

Derivando $M_i(s_i)$ em relação a s_i , obtemos que

$$\frac{dM_i}{ds_i} = \frac{k}{k-1} \cdot \frac{1}{M_i} \left\{ 1 - \frac{1}{k} \left(k - \frac{k-1}{G} \right) M_i^{(k-1)} e^{-s_i(k-1)} \right\} \quad (5.20)$$

As raízes de (5.16) e (5.17) serão obtidas utilizando o método de Newton à duas variáveis, isto é [5.3]:

$$M_1(j+1) = M_1(j) + \frac{f_0 \cdot \frac{df_1}{dM_0} - f_1 \cdot \frac{df_0}{dM_0}}{J} \quad (5.21)$$

$$M_0(j+1) = M_0(j) + \frac{f_1 \cdot \frac{df_0}{dM_1} - f_0 \cdot \frac{df_1}{dM_1}}{J} \quad (5.22)$$

onde o jacobiano vale:

$$J = \frac{df_1}{dM_1} \cdot \frac{df_0}{dM_0} - \frac{df_1}{dM_0} \cdot \frac{df_0}{dM_1} \quad (5.23)$$

As quatro derivadas que compõe (5.23) valem:

$$\frac{df_1}{dM_1} = Z^2 \frac{ds_1}{dM_1} + \frac{d\Lambda}{dM_1} \frac{dM_1}{ds_1} + \Lambda \cdot \frac{d}{dM_1} \left(\frac{dM_1}{ds_1} \right) - \frac{d\gamma}{dM_1} \quad (5.24)$$

$$\frac{df_1}{dM_0} = \frac{dM_1}{ds_1} \cdot \frac{d\Lambda}{dM_0} - \frac{d\gamma}{dM_0} \quad (5.25)$$

$$\frac{df_0}{dM_1} = \text{EXT} \frac{dM_0}{ds_0} \cdot \frac{d\Lambda}{dM_1} - \frac{d\gamma}{dM_1} \quad (5.26)$$

$$\begin{aligned} \frac{df_0}{dM_0} &= \mathbb{Z}^2 \cdot \frac{ds_0}{dM_0} + \text{EXT} \frac{d\Lambda}{dM_0} \frac{dM_0}{ds_0} + \\ &+ \text{EXT} \Lambda \frac{d}{dM_0} \left(\frac{dM_0}{ds_0} \right) - \frac{d\gamma}{dM_0} \end{aligned} \quad (5.27)$$

onde

$$\frac{ds_i}{dM_i} = \frac{1}{dM_i/ds_i} \quad (5.28)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dM_i} \left(\frac{dM_i}{ds_i} \right) &= - \frac{1}{M_i} \cdot \frac{dM_i}{ds_i} - \frac{1}{M_i} \left(k - \frac{k-1}{G} \right) \cdot \\ &M_i^{k-1} \cdot e^{-s_i(k-1)} \left[\frac{1}{M_i} - \frac{ds_i}{dM_i} \right] \end{aligned} \quad (5.29)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Lambda}{dM_1} &= \frac{\left[M_1 - 1 - \frac{s_1}{s_0} \cdot \text{EXT}(M_0-1) \right] \cdot \left[\frac{-\ln P_e}{s_0} \frac{ds_1}{dM_1} - \mathbb{Z}^2 s_1 \frac{ds_1}{dM_1} + \frac{\mathbb{Z}^2}{2} s_0 \frac{ds_1}{dM_1} \right]}{\left[M_1 - 1 - \frac{s_1}{s_0} \text{EXT}(M_0-1) \right]^2} - \\ &- \frac{\left[\left(1 - \frac{s_1}{s_0} \right) \ln P_e - \mathbb{Z}^2 \frac{s_1}{2} (s_1 - s_0) \right] \left[1 - \frac{\text{EXT}}{s_0} (M_0-1) \frac{ds_1}{dM_1} \right]}{\left[M_1 - 1 - \frac{s_1}{s_0} \text{EXT}(M_0-1) \right]^2} \end{aligned} \quad (5.30)$$

$$\frac{d\Lambda}{dM_0} = \frac{\left[\ln P_e \frac{s_1}{s_0^2} \frac{ds_0}{dM_0} + \mathbb{Z}^2 \frac{s_1}{2} \frac{ds_0}{dM_0} \right] \left[M_1 - 1 - \frac{s_1}{s_0} \text{EXT}(M_0-1) \right]}{\left[M_1 - 1 - \frac{s_1}{s_0} \text{EXT}(M_0-1) \right]^2}$$

$$\frac{\left[\ln P_e \left(1 - \frac{s_1}{s_0} \right) - \tilde{Z}^2 \frac{s_1}{2} (s_1 - s_0) \right] \cdot \left[\frac{s_1}{s_0^2} \text{EXT} (M_0 - 1) \frac{ds_0}{dM_0} - \frac{s_1}{s_0} \text{EXT} \right]}{\left[M_1 - 1 - \frac{s_1}{s_0} \text{EXT} (M_0 - 1) \right]^2} \quad (5.31)$$

$$\frac{d\gamma}{dM_1} = \frac{\text{EXT}}{s_0} \left[(M_0 - 1) \frac{d\Lambda}{dM_1} \right] \quad (5.32)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\gamma}{dM_0} = & \frac{\left[s_0 \tilde{Z}^2 \frac{ds_0}{dM_0} + \text{EXT} \frac{d\Lambda}{dM_0} (M_0 - 1) + \text{EXT} \cdot \Lambda \right] s_0}{s_0^2} \\ & - \frac{\frac{ds_0}{dM_0} \left[\frac{s_0^2 \tilde{Z}^2}{2} + \text{EXT} \Lambda (M_0 - 1) - \ln P_e \right]}{s_0^2} \end{aligned} \quad (5.33)$$

De posse das 4 derivadas de f_1 e f_0 (eqs.(5.24), (5.25), (5.26), (5.27)), é possível calcular as iterações $j+1$ de $M_1(s_1)$ e $M_0(s_0)$ a partir das j -ésimas iterações (eqs.(5.21) e (5.22)):

A seguir, podemos, resumidamente, descrever como se processaram os cálculos da sensibilidade e do limiar:

- a) consignamos um valor inicial às funções geratrizes (FGM) de momento (M_1 e M_0);
 - b) calculamos s_1 e s_0 por (5.11);
 - c) Λ e γ por (5.15) e (5.14) e
 - d) f_1 , f_0 e as 4 derivadas.
- d) é possível, então, calcular um novo valor para as (FGM), que nos levará à novos valores de s , da sensibilidade e do limiar, e assim sucessivamente, até que haja convergência.

5.2. COMPARAÇÕES ENTRE OS MÉTODOS UTILIZADOS

Nas Figs. 5.1 e 5.2 estão plotados a sensibilidade em dBm e o limiar em percentagem de pico comparativamente utilizando-se a aproximação gaussiana e o método de Chernoff. Observe que para baixos valores de ganho de avalanche, a curva utilizando a aproximação gaussiana (tanto a sensibilidade como para o limiar) coincide com a obtida usando Chernoff, pois nesta situação, o ruído térmico, este realmente gaussiano, predomina sobre o ruído de avalanche. Para altos ganhos, não existe mais esta proximidade entre os dois métodos, pois aí quem predomina é o ruído de avalanche, que não possui qualquer semelhança com a distribuição gaussiana.

A conclusão a que se chega é que a aproximação gaussiana é plenamente satisfatória na avaliação da sensibilidade ótima, fornecendo um pequeno erro, mas tendo na simplicidade o seu ponto forte. O mesmo não se pode dizer na avaliação do ganho ótimo e do limiar, quando a aproximação gaussiana nos fornece um erro razoável. Todas as curvas deste capítulo foram obtidas para os seguintes parâmetros: $Z = 1000$; $k = 0,2$; $EXT = 0,1$; $P_e = 10^{-9}$; $B = 45$ Mbits/s.

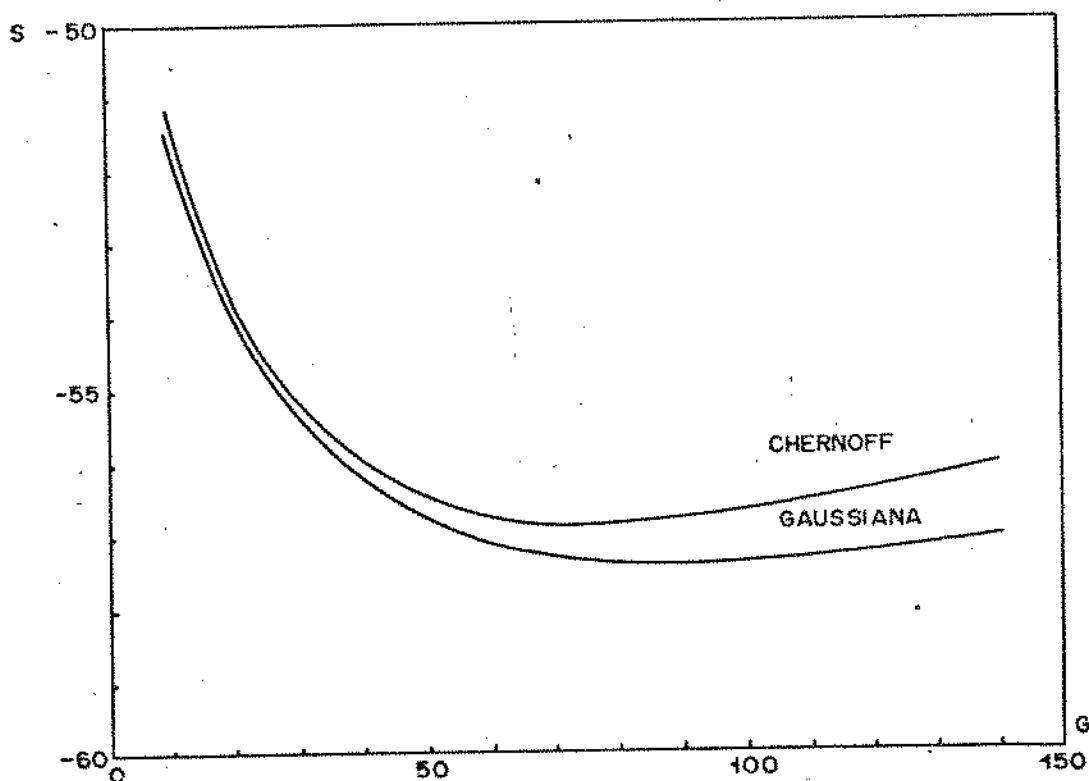


Fig. 5.1

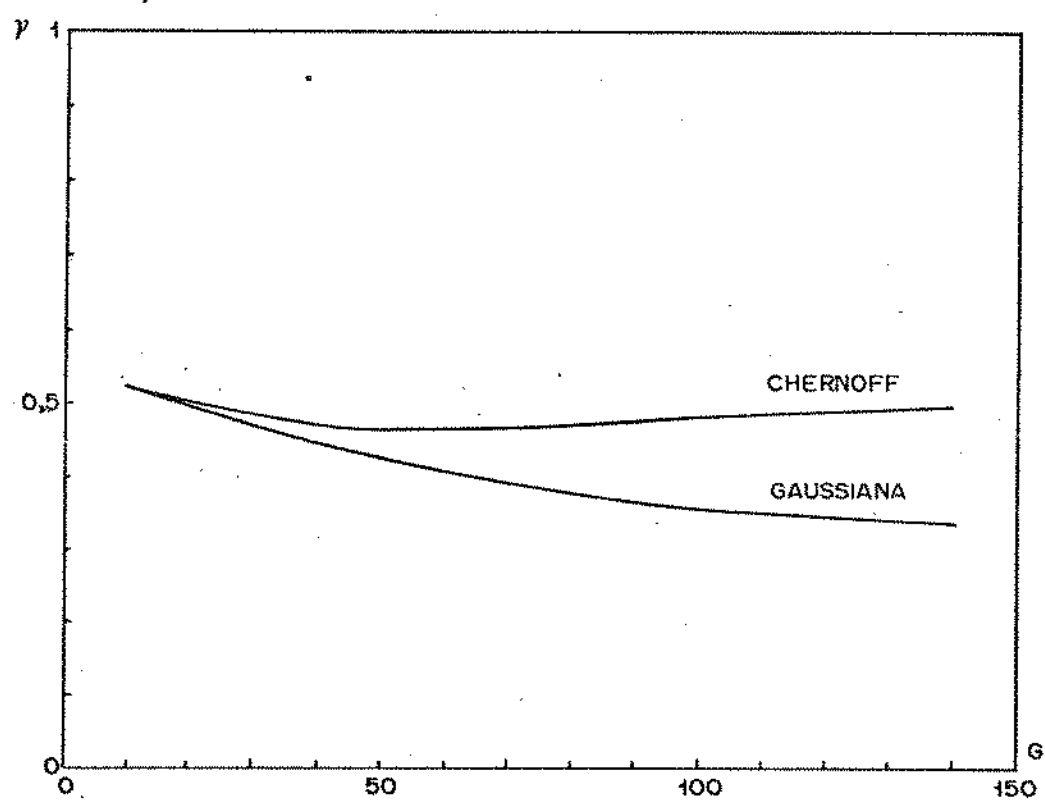


Fig. 5.2

APÊNDICE 5.A

É descrito aqui como utilizar um conjunto de programas, em FORTRAN, para cálculo da sensibilidade e limiar, usando a aproximação gaussiana e a desigualdade de Chernoff, variando alguns parâmetro tais como: ganho de avalanche G , constante de ionização k , parâmetro Z , taxa de extinção EXT , taxa de erro P_e . Caso se queira mudar a taxa de bits atualmente em 45 Mbit/s, deve-se procurar a linha $B=45.E6$ e substituí-la pelo valor adequado; idem para a corrente escura $ALDK$, normalmente valendo zero.

O programa também permite variações, não somente com o ganho de avalanche, mas também com os demais parâmetros, salientando que nestes casos a sensibilidade obtida não corresponde ao ganho ótimo.

Como resultado o programa fornece na primeira coluna o parâmetro que se variou, na segunda e terceira os limiares em percentagem obtidos por Chernoff e pela aproximação gaussiana, e na quarta e quinta as sensibilidades obtidas em dBm por Chernoff e pela aproximação gaussiana.

Resultados acompanhados na mensagem CHERNOFF NÃO CONVERGE LIMITE SUB-ÓTIMO', significam que estamos trabalhando com a expressão (5.11), que pode ser vista na Fig. 5.3, acima de s_{crit} , onde a função não é definida. Neste caso, é feita uma aproximação, dando à variável s , o valor de s_{crit} , correspondendo portanto a um limite sub-ótimo.

Nas páginas a seguir, temos o programa mencionado anteriormente.

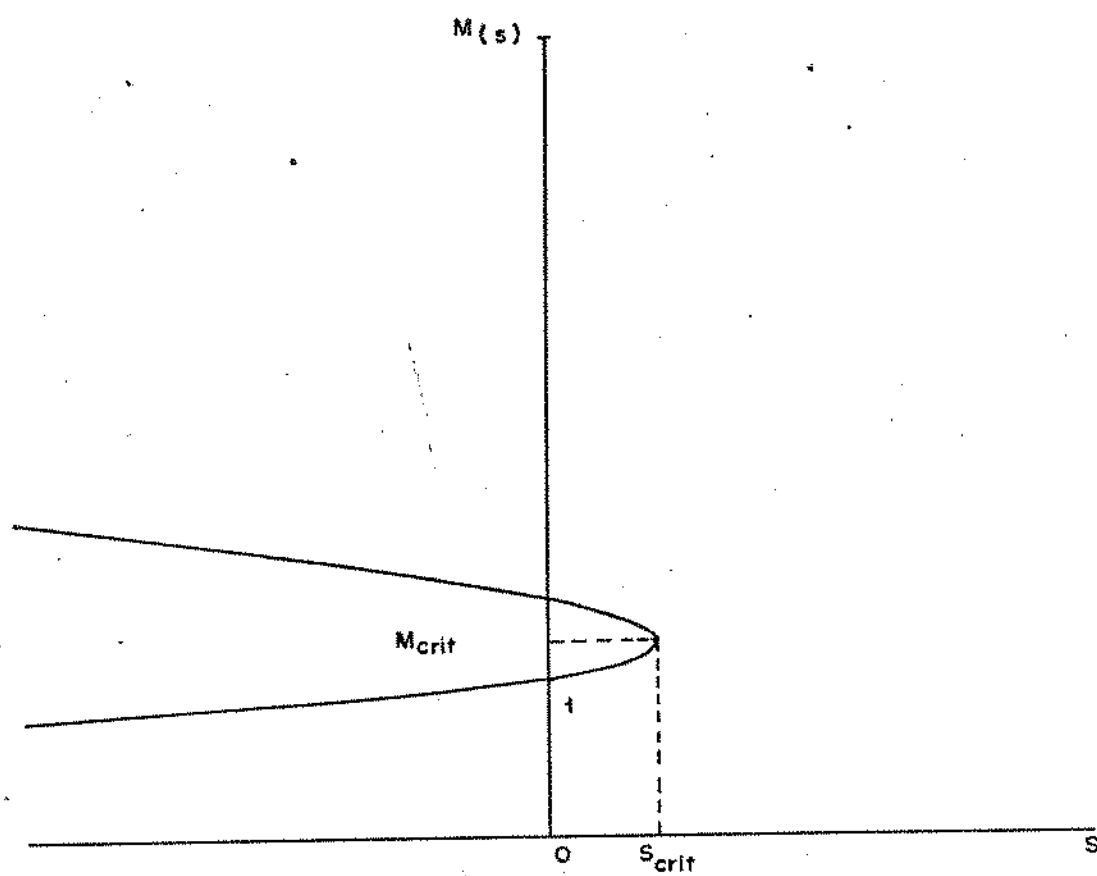


Fig. 5.3 - Curva $Mg(s)$ versus s

REAL M1,M2,K

INICIALIZACAO, LETURA DE DADOS

TYPE 1

FORMAT(1X,'VARIACAO COM : K=,G=1,Z=2,EXT=3,ALDX=4,PE=5')

ACCEPT 3,1

TYPE 2

FORMAT(1X,'-LOGPE,EXT,K,3,Z=')

ACCEPT 3,PELOG,EXT,K,G,2

ALDX=0.0

PE=45.50

TYPE 6

FORMAT(1X,'PASSO, # DE PONTOS=')

ACCEPT 3,PA5,N

FORMAT(7G)

IMPRIME CRIBECALHO

TYPE 4,1

*WRITE(47,7)I

*WRITE(46,4)I

FORMAT(9X,12,12X,'G*CH',8X,'G*G',7X,'SCH',11X,'SG')

FORMAT(9X,12,12X,'G*CH',8X,'G*G',7X,'SCHD',11X,'SGD')

INICIALIZA M1 E M2

M1=.999

M2=1.001

CALCULA AS SENSIBILIDADES E LIMITES P/ VARIOS PONTOS

DO 50 J=1,3

PE=(10.)*(-PELOG)

PE=-2*ALOG(PE)

PE=EXP(PE)

G=1+(2.30753+.27*PE)/(1.+.44*PE+.044*PE**2)

AT=(G-1.)/G

CALCULA A SENSIBILIDADE E O LIMITE PARA J=1. DO CRIBECALHO

CALL CRIB3(X,Z,PE,AT,PA,PA,2,ACH,GACH,ALDX,T)

PE=7.5-19

G*CH=1*CH/SG

SCH=10.*ALOG10((SG/2.)*((1.+AT)*PE)+30.

CALCULA A SENSIBILIDADE E O LIMITE PARA K=ALDX. DO CRIBECALHO

PG=**G+(2.-1./G)*(1.-G)

DT=Z/PG/2/G

AG=(1.+AT)/(1.-AT)**2

SG=SG*(1.+G*PG*ALDX/2.+2*AT/(DT*(1.-AT)**2)/(1.-AT)

SG=**2*PG*ALDX/2.+2*AT**2/G

GACH=(ALDX+AT*2.)*G+1+DT*((G*CH+2*AT*SG)+**G*PG+(1.-G)

GACH=GA*G/SG/G

SCHD=10.*ALOG10((SG/2.)*((1.+AT)*PE)+30.

```

C      INCREMENTA A VARIAVEL INDEPENDENTE
C
      IF ( I .EQ. 0) GO TO 10
      VA=K
      K=K+PAS
40     IF( I .EQ. 1) GO TO 50
      VA=G
      G=G+PAS
50     IF( I .EQ. 2) GO TO 60
      VA=Z
      Z=Z+PAS
60     IF ( I .EQ. 3) GO TO 70
      VA=EXT
      EXT=EXT+PAS
70     IF( I .EQ. 4) GO TO 74
      VA=ALDK
      ALDK=ALDK+PAS
74     IF( I .EQ. 5) GO TO 75
      VA=PRDDG
      PRDDG=PRDDG+PAS
C
C      IMPRIME OS RESULTADOS
C
75     TYPE 30, VA, GINCHP, GAGP, SCHDB, SGON
      WRITE(17,30) VA, GINCHP, GAGP, SCH, SG
      WRITE(18,30) VA, GINCHP, GAGP, SCHDB, SGON
30     FORMAT(14,10F13.3)
80     CONTINUE
      STOP
      END

```

```

SUBROUTINE CHR3(S,Z,EXT,PE,M1,M2,ALFA1,GAMA,ALOK,G)
  REAL M1,M2,K,K1,JACOB,MCR
  A=0.0
  MCR=1.+1./K/(G-1.)
  M1=M-(K-1.)/G
  S1=ALOG(M1)-ALOG(M1-M1*(M1-1.))/(1.-K)
  S2=ALOG(M2)-ALOG(M2-M1*(M2-1.))/(1.-K)
  A1=EXP(-S1*(K-1.))
  A2=EXP(-S2*(K-1.))
  AM=M1*(K-1.)
  GM=M2*(K-1.)
  VI=LAT*(1.-M2)*S1/S2+M1-1.
  VA=ALOG(PE)*(1.-S1/S2)+Z+L*S1*(S1-S2)/2.
  ALFA1=(VA-ALOG*(M1-1.-S1/S2*(M2-1.)))/VI
  ALFA2=LAT*ALFA1+ALOK
  GAMA=((S2+Z)*K/2.-ALOG(PE)+ALFA2*(M2-1.))/S2
  VC=ABS(ALFA1-A)
  A=ALFA1
  IF(VC.LE.1.) GO TO 50
  PS1=1.-1.*SE*A1+SD/K
  PS2=1.-1.*SE*A2+SD/K
  P1=S1*Z+Z+(A+ALOK)*(K-1.)*M1/PS1/K-GAMA
  P2=S2*Z+Z+ALFA2*(K-1.)*M2/PS2/K-GAMA
  DSM1=PS1*(K-1.)/K1
  DSM2=PS2*(K-1.)/M2
  DPM1=(K-1.)*AC*A*(DSM1-1./M1)*A1/
  DPM2=(K-1.)*SE*SM*(DSM2-1./M2)*A1/A
  M1=Z*K*(S2/2.+S1)-ALOG(PE)*S2
  M2=1.-LAT*(M2-1.)*DSM1/S2
  DAM1=(DSM1*M1-ALOG*(1.-(M2-1.)/S2*(M2-1.))-ALFA1*M2)/VI
  M3=DSM2*M1*(ALOG(PE)/S2+S2+Z+Z/2.)
  M4=ALFA2*S1/S2*(DSM2*(M2-1.)/S2-1.)
  DAM2=(M3-M4)/VI
  DGM1=LAT*(M2-1.)*DAM1/S2
  DGM2=(DSM2*(S2*K*E-GAMA)+EXT*(M2-1.)*DAM2+ALFA2)/S2
  MD=-(A+ALOK)*M1*DSM1
  DM1=M1*(2.*DSM1+(K-1.)/K/PS1)*Z*((A+ALOK)+A1*(M1)+DSM1+DS)-DG-1
  M7=-ALFA2*M2*DSM2
  DM2=M2*(2.*DSM2+(K-1.)/K/PS2)*Z*((ALFA2+ALFA2*DSM2*(M2)+DSM2+M1)-(S1+Z
  DM1+M2=(K-1.)/K*K1/PS1*(DAM2-DGM2
  DM1+M2=LAT*(K-1.)/K*K2/PS2*(DAM1-DGM1
  JACOB=DM1+DM2+DM2+DM1+DM1+DM2
  M1=M1+(M2+DM1+M2+DM1+DM2)/JACOB
  M2=M2+(M1+DM2+M1+DM2+DM1)/JACOB
  IF(M2.GE.0.0) GO TO 50
  TYPE=5
  FORMAT(1X,'CHR3:PE= ',PE,'THREE: ',THREE,'GAMA= ',GAMA)
  K7=MCR*.99+.0099
  GO TO 70
  RETURN
END

```

CAPÍTULO 6

APROXIMAÇÃO GAUSSIANA COM A INCLUSÃO DE
INTERFERÊNCIA INTER-SIMBÓLICA

Neste capítulo analisaremos a influência da interferência inter-simbólica (IIS) sobre a sensibilidade, usando a aproximação gaussiana. A IIS é causada pela dispersão modal (a dispersão material será incluída no Capítulo 9), isto é, pelo atraso de propagação entre os raios de diversos percursos, como se viu no Capítulo 2. Esta dispersão causará uma compressão da faixa de passagem da fibra, que começará a alargar os pulsos, causando IIS.

6.1. APROXIMAÇÃO GAUSSIANA

Seja o seguinte sistema de transmissão ótico-digital apresentado na Fig. 6.1.

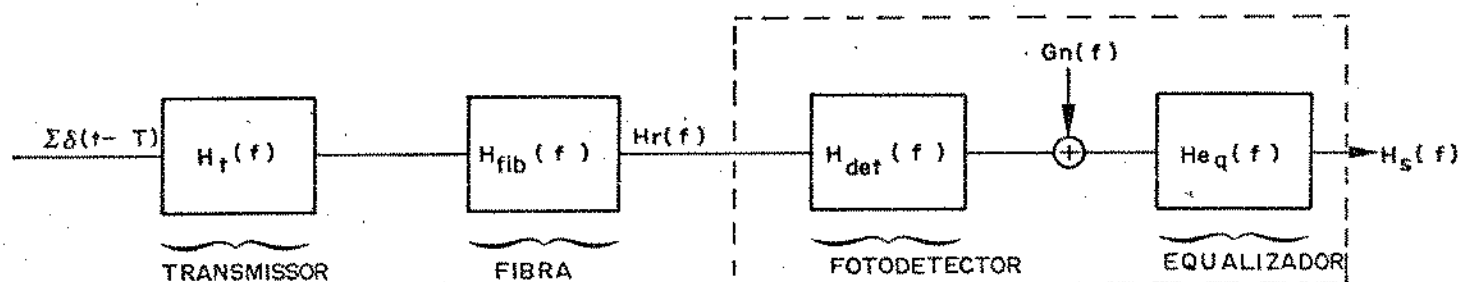


Fig. 6.1 - Modelo de um sistema de transmissão ótico digital

O pulso recebido $h_r(t)$ é a convolução do pulso transmitido $h_t(t)$ com a resposta ao impulso da fibra $h_{fib}(t)$. O pulso recebido é a seguir convolvido com a resposta ao impulso do fotodetector e com a resposta ao impulso do equalizador resultando no pulso $h_s(t)$ que será amostrado, quando então será feita a decisão; se um valor particular de amostra estiver acima de um certo limiar, será decidido que o "1" foi transmitido, caso contrário optar-se-á pelo "0". Este pulso $h_s(t)$ deve ser um pulso de Nyquist (no caso foi escolhido um cosseno levantado com roll-off α) que deve valer zero nos instantes de amostragem, com exceção do instante de decisão, tal que a IIS seja nula [6.1].

Uma questão importante que poderia surgir, seria o porquê da inclusão da IIS, uma vez que no modelo da Fig. 6.1, $v_s(t)$ não deverá apresentar IIS. Entretanto, deve-se observar que, caso se varie a resposta da fibra (aumento da dispersão), deve-se variar também o equalizador para que na saída tenhamos ainda um pulso de Nyquist. Para que o equalizador consiga isto, ele deve deixar passar uma quantidade maior de ruído na saída. Este tipo de receptor, que sofre uma degradação devido ao aumento do ruído na saída, recebe o nome de receptor equalizante, uma vez que nunca haverá IIS na saída.

Existe outro tipo de receptor, que recebe o nome de não-equalizante. Este sofre degradação devido à IIS. Personick [6.2] estudou os dois tipos de receptores e concluiu que o não-equalizante não perde mais que 1 dB em relação ao equalizante na maior parte dos casos, o que torna o não-equalizante preferido, pela sua simplicidade, já que as fibras não são repetitivas. Apesar disto, estudaremos os receptores do tipo equalizantes, já que os demais foram estudados pelo grupo de comunicações óticas da UNICAMP [6.3],[6.4].

O transmissor da Fig. 6.1 tem resposta ao impulso:

$$h_t = A \cdot \text{ret} \left(\frac{t}{dT} \right), \quad \text{para } -\frac{dT}{2} \leq t \leq \frac{dT}{2} \quad (6.1)$$

onde d: duty cycle e está entre $0 \leq d \leq 1$.

A: amplitude genérica

T: período de bit

ret: indica a existência de um pulso com amplitude constante, conforme se vê pela Fig. 6.2.

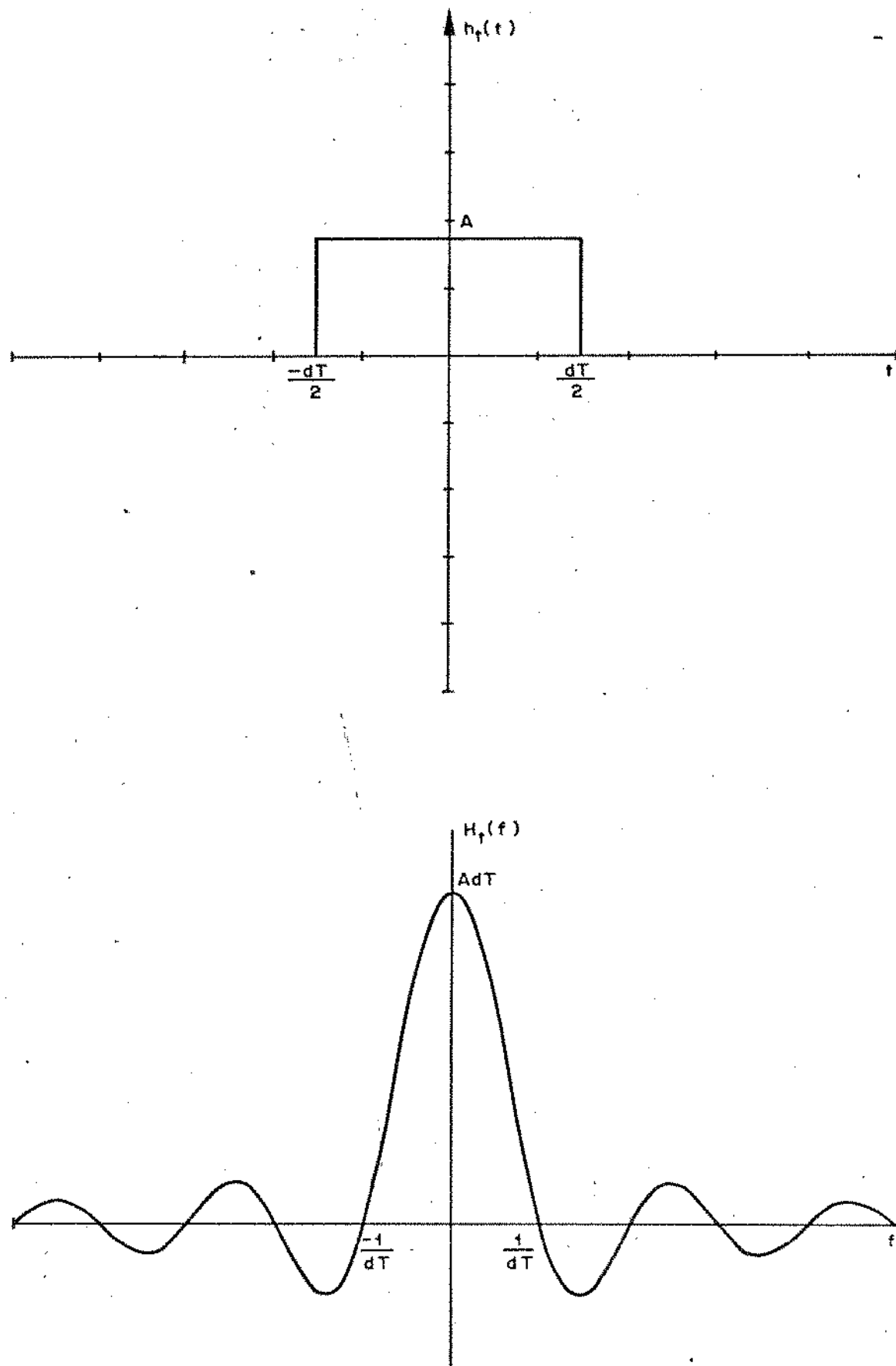


Fig. 6.2 - Pulso de transmissão nos domínios do tempo e da frequência

A transformada de Fourier de $h_t(t)$ vale:

$$H_t(f) = AdT \operatorname{sinc}(dTf) \quad (6.2)$$

onde $\operatorname{sinc} x = \frac{\sin \pi x}{\pi x}$

Assumiremos que a resposta ao impulso da fibra é gaussiana, o que é verdade em caso de comprimentos de fibras superiores a um certo comprimento de acoplamento L_C , que tem valor típico de algumas centenas de metros. Em telecomunicações, isso é verdade em uma grande maioria, para não se dizer em todos os casos.

Tendo isto em mente:

$$h_{\text{fib}}(t) = \exp\left(\frac{-t^2}{2\sigma^2}\right) \quad (6.3)$$

onde σ : largura RMS.

que tem transformada de Fourier

$$H_{\text{fib}}(f) = \sqrt{2\pi} \sigma \exp(-2\pi^2 \sigma^2 f^2) \quad (6.4)$$

Entretanto, a maioria dos fabricantes não fornece este parâmetro σ quando se fala da dispersão, mas sim de um outro parâmetro relacionado a este, e conhecido como banda de passagem da fibra.

Vamos a seguir calcular a relação entre estes dois parâmetros e, para isso, vamos usar a Fig. 6.3. Como a faixa de passagem é definida a meia potência, alguns autores preferem definir a dispersão como o valor a meia potência também (σ') para a resposta ao impulso da fibra, ao invés do valor RMS. Neste caso, tira-se facilmente que:

$$B = \frac{441}{\sigma'} \quad (6.5)$$

onde B é dado em MHz, ou em MHz.km e σ' em ns, ou em ns/km.

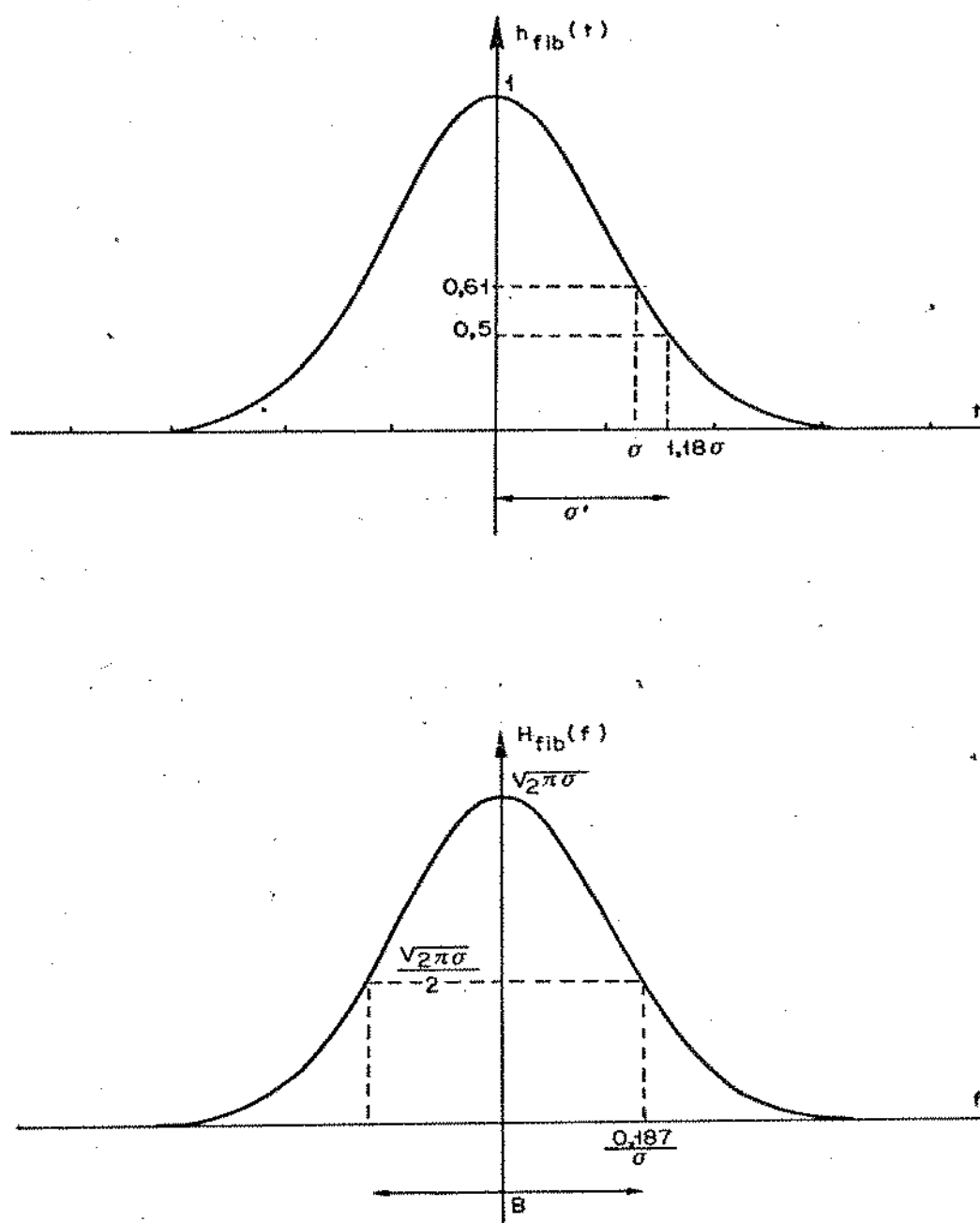


Fig. 6.3 - Resposta da fibra no tempo e em frequência

Como no nosso caso escolhemos o valor RMS da resposta ao impulso, temos que:

$$B = \frac{374}{\sigma} \quad (6.6)$$

onde B é dado em MHz, ou em MHz.km
 σ em ns, ou em ns/km.

Antes de se fazer a conversão, é necessário pois ver com qual parâmetro estamos tratando, para que se possa evitar uma possível confusão.

Continuando no sistema da Fig. 6.1, temos que o pulso recebido $h_r(t)$ é a convolução do pulso transmitido com a resposta do impulso da fibra, ou

$$H_r(f) = H_t(f) \cdot H_{fib}(f) = AdT\sqrt{2\pi}\sigma \text{sinc}(dTf) \exp(-2\pi^2 \sigma^2 f^2) \quad (6.7)$$

A energia recebida é igual à sensibilidade Λ em fótons, vezes a energia de um único fóton $h\nu$, vezes o duty cycle, pois a energia de um bit é igual a potência de pico vezes a largura do pulso. Isso leva em conta que a potência de pico não pode ser aumentada sem que a vida média do laser diminua rapidamente.

$$\int_{-\infty}^{\infty} h_r(t) dt = \Lambda \cdot h\nu \cdot d = H_r(0) = AdT\sqrt{2\pi}\sigma \quad (6.8)$$

de onde se tira que:

$$A = \frac{\Lambda h\nu}{\sqrt{2\pi}\sigma T} \quad (6.9)$$

Isto é, o pulso transmitido deve ter amplitude A, dada por (6.9) para que se incidam sobre o detector somente Λ fótons. Tudo se passa, como se a fibra não apresentasse atenuação (somente dispersão) e que a potência transmitida fosse bem baixa, para que rechebessemos no detetor uma potência igual a sensibilidade, que ainda iremos calcular. Substituindo (6.9) em (6.7), obteremos que:

$$H_r(f) = \Lambda \cdot h\nu \cdot d \cdot \text{sinc}(dTf) \exp(-2\pi^2 \sigma^2 f^2) \quad (6.10)$$

A resposta em frequência do equalizador é obtida de:

$$H_{eq}(f) = \frac{H_s(f)}{H_r(f) \cdot H_{det}(f)} \quad (6.11)$$

onde:

$$H_s(f) = \frac{T}{2} [1 + \cos(\pi f T)] , 0 \leq f \leq 1/T \quad (6.12)$$

é a resposta em frequência do cosseno levantado, roll-off 1 e

$$H_{det}(f) = \frac{eG}{h\nu} \quad (6.13)$$

é a resposta em frequência do fotodetetor de avalanche a um impulso de luz de área $h\nu$ joule, correspondente a um fóton produzindo um impulso de corrente de área eG Coulombs, onde e é a carga do elétron, e G é o ganho médio de avalanche. Tudo se passa como se a resposta em frequência do fotodetetor fosse bem maior que a taxa de bits do sinal.

A otimalidade do roll-off do equalizador foi estudada e os resultados serão publicados em futura nota técnica pelo Grupo de Comunicações Óticas da UNICAMP. Um resultado a que se chegou, é que a perda em se usar roll-off 1 para um certo roll-off ótimo é insignificante, tornando a escolha do maior roll-off conveniente. Por exemplo, isto proporciona um "olho" mais aberto, implicando em uma tolerância maior em relação ao instante de amostragem.

Combinando as expressões de (6.10) a (6.13), temos que:

$$H_{eq}(f) = \frac{T}{2deGA} \frac{[1 + \cos(\pi f T)]}{\text{sinc}(dTf) \exp(-2\pi^2 \sigma^2 f^2)} , 0 \leq f \leq 1/T \quad (6.14)$$

Caso se conseguisse conhecer a estatística do sinal de saída $v_s(t)$, isto é, sua média $\overline{v_s}$ e sua variância $\overline{v_s^2} - \overline{v_s}^2$ nos instantes de amostragem, então poder-se-ia calcular a sensibilidade e o limiar.

Analogamente à expressão (4.1), porém levando em conta a resposta do equalizador, temos que:

$$v_s(t) = \sum_i e \cdot g_i \cdot h_{eq}(t-t_i) + e \cdot q(t) \quad (6.15)$$

onde e : carga do elétron.

g_i : número de elétrons secundários gerados por um primário no instante t_i

$q(t)$: variável em elétrons secundários que representa o ruído térmico introduzido pelo pré-amplificador

onde a média e o valor quadrático médio destas variáveis valem:

$$\overline{g_i} = G \quad (6.16)$$

$$\overline{g_i^2} = G^2 \cdot F_g \quad (6.17)$$

$$\overline{q} = 0 \quad (6.18)$$

$$\overline{q^2} = \int_{-\infty}^{\infty} G_n(f) \cdot |H_{eq}(f)|^2 df \quad (6.19)$$

onde F_g é o fator de excesso de ruído e

$G_n(f)$ é a densidade espectral de ruído representada na Fig.6.1.

Personick [6.5],[6.6] obteve a partir de (6.15) a estatística do sinal de saída, isto é, que o valor médio $\overline{v_s}$ corresponde à soma das médias do ruído de avalanche e do ruído térmico, e o mesmo é válido para as variâncias, ou seja:

$$\overline{v_s(nT)} = e \overline{g_i} \int_{-\infty}^{\infty} \lambda(t) h_{eq}(nT-t) dt + e\overline{q} \quad (6.20)$$

$$\overline{v_s^2} - \overline{v_s}^2 = \sigma_{v_s}^2(nT) = e^2 \overline{g_i^2} \int_{-\infty}^{\infty} \lambda(t) h_{eq}^2(nT-t) dt + e^2 \overline{q^2} \quad (6.21)$$

onde nT é o instante de amostragem; n pode ser feito igual a zero sem perda de generalidade

$\lambda(t)$ é a taxa de incidência de fótons em função do tempo, e é igual à potência incidente dividido pela energia de um fóton, adicionado à taxa de criação de elétrons na ausência de luz λ_d ,

$$\lambda(t) = \frac{1}{h\nu} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n h_T(t-nT) + \lambda_d \quad (6.22)$$

onde $a_n = 0$ ou 1 .

A existência da somatória na expressão anterior caracteriza a ocorrência de IIS no caso de $h_T(t)$ não ser confinado dentro do período de bit, ou seja, a geração de portadores primários dentro de nT , devido a pulsos que ocorreram fora do n -ésimo intervalo.

Substituindo (6.19) em (6.21) é fácil observar que o termo correspondente ao ruído térmico fica em função da densidade espectral $G_n(f)$ introduzida no modelo da Fig. 6.1. Interessante seria, se em vez desta densidade espectral, tivéssemos o parâmetro $\bar{Z}$. Vamos então calcular o parâmetro $\bar{Z}$ para este caso, que é definido da seguinte maneira:

$$\bar{Z}^2 = \frac{\sigma_v^2}{v_p^2} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} G_n(f) |H_{eq}(f)|^2 df}{(\delta(t) * h_{eq}(t))^2} \quad (6.23)$$

onde $\delta(t)$: representa um impulso aplicado em $t=0$

* : indica convolução

Observe que a carga do elétron que deveria ter surgido no denominador de (6.23) já se encontra no segundo termo de (6.21).

Substituindo (6.16) e (6.17) em (6.20), e (6.18), (6.19) e (6.23) em (6.21), e dado que $h_{eq}(t)$ é par. Temos que:

$$\bar{V}_s = eG \int_{-\infty}^{\infty} \lambda(t) \cdot h_{eq}(t) dt \quad (6.24)$$

$$\sigma_v^2 = e^2 G^2 F_g \int_{-\infty}^{\infty} \lambda(t) \cdot h_{eq}^2(t) dt + e^2 \bar{Z}^2 h_{eq}^2(0) \quad (6.25)$$

A penalidade na sensibilidade devido ao aumento da dispersão da fibra pode ser confirmada pelo segundo termo da eq. (6.25). Conforme se aumenta a dispersão da fibra, a resposta ao impulso do equalizador aumentará (6.14), causando um aumento na variância do sinal de saída.

Resta-nos então calcular o valor da média e variância do sinal na saída para ambos os níveis lógicos. De posse destes valores, os quais deverão ser obtidos através de integrais numéricas, poderemos calcular a sensibilidade e o limiar. Entretanto, antes disso, deveremos obter $h_{eq}(t)$ e $\lambda(t)$.

A função no tempo $h_{eq}(t)$ deve ser calculada a partir de $H_{eq}(f)$, ou seja:

$$h_{eq}(t) = 2 \int_0^{1/T} H_{eq}(f) \cdot \cos(2\pi f t) df \quad (6.26)$$

Substituindo (6.14) em (6.26), temos que:

$$h_{eq}(t) = \frac{T}{d\Lambda eG} \int_0^{1/T} \frac{[1 + \cos(\pi f T)] \cdot \exp(2\pi^2 \sigma^2 f^2) \cdot \cos(2\pi f t)}{\pi d T f} df \quad (6.27)$$

Normalizando (6.27), isto é, chamando $x=fT$, $y=t/T$, $a=\sigma/T$

$$h_{eq}(t) = \frac{1}{\Lambda eG} \int_0^1 \frac{(1 + \cos \pi x) \cdot \exp(2\pi^2 a^2 x^2) \cdot \cos(2\pi x y)}{\pi x} dx \quad (6.28)$$

Dado um valor de t (ou y), a integral de (6.28) pode ser resolvida numericamente. De onde se tira que:

$$h_{eq}(t) = \frac{I_1(y)}{\Lambda eG} \quad (6.29)$$

onde

$$I_1(y) \triangleq \int_0^1 \frac{(1 + \cos \pi x) \cdot \exp(2\pi^2 a^2 x^2) \cdot \cos(2\pi x y)}{\pi x} dx \quad (6.30)$$

Para o cálculo de $\lambda(t)$ (vide (6.22)), necessitamos conhecer a função $h_r(t)$. De (6.10), a anti-transformada de Fourier vale:

$$h_r(t) = 2 \int_0^\infty \Lambda \cdot h_v.d. \frac{\sin(\pi d T f)}{\pi d T f} \cdot \exp(-2\pi^2 \sigma^2 f^2) \cdot \cos(2\pi f t) df \quad (6.31)$$

Substituindo (6.31) em (6.22);

$$\lambda(t) = \sum_n a_n \cdot 2 \cdot \Lambda \int_0^\infty \frac{\text{sen}(\pi d T f)}{\pi T f} \cdot \exp(-2\pi^2 \sigma^2 f^2) \cdot \cos[2\pi f(t-nT)] df + \lambda_d \quad (6.32)$$

Chamando $x=fT$, $y=t/T$, $a=\sigma/T$ e substituindo a taxa de geração de elétrons "escuros" por um número de elétrons "escuros" N_d em um período de bit T :

$$\lambda(t) = \sum_n a_n \cdot \frac{2\Lambda}{T} \int_0^\infty \frac{\text{sen}(\pi dx)}{\pi x} \cdot \exp(-2\pi^2 a^2 x^2) \cdot \cos[2\pi x(y-n)] dx + \frac{N_d}{T} \quad (6.33)$$

Precisamos calcular $\lambda(t)$ em dois casos: quando o símbolo central a_0 é igual a "1" ou igual a "0". Mas quais valores de a_n , para $n \neq 0$, deveremos escolher? Vamos escolher os símbolos vizinhos correspondentes ao pior caso, isto é, quando o símbolo central for "1", o pior caso ocorrerá quando todos os pulsos vizinhos também forem "1" (lembre-se que não existem pulsos negativos), e quando o símbolo central for "0", o pior caso ocorrerá também quando os pulsos vizinhos valerem "1".

Chamando o número de elétrons primários N_d , na ausência de luz, como uma fração ρ da sensibilidade Λ , podemos calcular $\lambda(t)$ correspondente à condição de pulso presente:

$$\lambda_1(t) = \frac{\Lambda}{T} \left\{ \sum_n 2 \int_0^\infty \frac{\text{sen}(\pi dx)}{\pi x} \cdot \exp(-2\pi^2 a^2 x^2) \cdot \cos[2\pi x(y-n)] dx + \rho \right\} \quad (6.34)$$

ou ainda

$$\lambda_1(t) = \frac{\Lambda}{T} \cdot I_2(y) \quad (6.35)$$

onde

$$I_2(y) \triangleq \sum_n 2 \int_0^\infty \frac{\text{sen}(\pi dx)}{\pi x} \cdot \exp(-2\pi^2 a^2 x^2) \cdot \cos[2\pi x(y-n)] dx + \rho \quad (6.36)$$

Vamos, a seguir, calcular $\lambda(t)$ quando $a_0=1$ e $a_n=0$, para $n \neq 0$, ou seja, na ausência de IIS. Fazendo $n=0$ em (6.34):

$$\lambda_{sc}(t) = \frac{\Lambda}{T} \left[2 \int_0^{\infty} \frac{\text{sen}(\pi dx)}{\pi x} \cdot \exp(-2\pi^2 a^2 x^2) \cdot \cos(2\pi xy) dx + \rho \right] \quad (6.37)$$

ou ainda

$$\lambda_{sc}(t) = \frac{\Lambda}{T} I_3(y) \quad (6.38)$$

onde

$$I_3(y) \triangleq 2 \int_0^{\infty} \frac{\text{sen}(\pi dx)}{\pi x} \cdot \exp(-2\pi^2 a^2 x^2) \cdot \cos(2\pi xy) dx + \rho \quad (6.39)$$

De modo que $\lambda(t)$, quando o símbolo central for "0" (na verdade EXT), e os pulsos vizinhos forem iguais a "1", é facilmente obtível de:

$$\lambda_0(t) = \lambda_1(t) - (1 - \text{EXT}) \cdot \lambda_{sc}(t) \quad (6.40)$$

Substituindo (6.35) e (6.38) em (6.40):

$$\lambda_0(t) = \frac{\Lambda}{T} [I_2(y) - (1 - \text{EXT}) \cdot I_3(y)] \quad (6.41)$$

ou ainda

$$\lambda_0(t) = \frac{\Lambda}{T} \cdot I_4(y) \quad (6.42)$$

onde

$$I_4(y) \triangleq I_2(y) - (1 - \text{EXT}) I_3(y) \quad (6.43)$$

Substituindo (6.29) e (6.35) ou (6.39) e (6.42) em (6.24), e em (6.25):

$$\overline{v_1} = \int_{-\infty}^{\infty} I_1(y) \cdot I_2(y) dy \triangleq I_5 \quad (6.44)$$

$$\overline{v_0} = \int_{-\infty}^{\infty} I_1(y) \cdot I_4(y) dy \triangleq I_6 \quad (6.45)$$

$$\sigma_1^2 = \frac{F_g}{\Lambda} \cdot I_7 + \frac{Z^2}{\Lambda^2 G^2} \cdot I_8 \quad (6.46)$$

$$\sigma_0^2 = \frac{F_g}{\Lambda} \cdot I_9 + \frac{\bar{Z}^2}{\Lambda^2 G^2} \cdot I_8 \quad (6.47)$$

onde

$$I_7 \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} I_1^2(y) \cdot I_2(y) dy \quad (6.48)$$

$$I_8 \triangleq I_1^2(0) \quad (6.49)$$

$$I_9 \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} I_1^2(y) \cdot I_4(y) dy \quad (6.50)$$

Observe que as expressões (6.46) e (6.47) correspondem a duas parcelas, a primeira indicando o ruído de avalanche, e a outra o ruído térmico. Aqui, como no Capítulo 4, suporemos que as FDP são gaussianas. No caso de distribuição do tipo gaussiana, a sensibilidade e o limiar são facilmente obtíveis, supondo que para dada taxa de erro, o valor médio do nível "1" está Q vezes o desvio padrão correspondente ao nível "1" acima do limiar; e este está Q vezes o desvio padrão correspondente ao nível "0" acima do valor médio do nível "0", ou seja:

$$\bar{v}_1 - \bar{v}_0 = Q(\sigma_1 + \sigma_0) \quad (6.51)$$

$$\gamma = \bar{v}_1 - Q \cdot \sigma_1 = \bar{v}_0 + Q \cdot \sigma_0 \quad (6.52)$$

Substituindo de (6.44) a (6.47) em (6.51), temos:

$$\epsilon = Q \left(\sqrt{\frac{F_g}{\Lambda} \cdot I_7 + \frac{\bar{Z}^2}{G^2 \Lambda^2} \cdot I_8} + \sqrt{\frac{F_g}{\Lambda} \cdot I_9 + \frac{\bar{Z}^2}{G^2 \Lambda^2} \cdot I_8} \right) \quad (6.53)$$

onde

$$\epsilon \triangleq I_5 - I_6 \quad (6.54)$$

De (6.53) pode-se chegar que;

$$\Lambda = \frac{Q^2}{\epsilon^2} (I_7 + I_9) F_g + \sqrt{\frac{4 F_g^2 Q^4 I_7 I_9}{\epsilon^4} + \frac{4 Q^2 \bar{Z}^2 I_8}{\epsilon^2 G^2}} \quad (6.55)$$

Por outro lado, de (6.52) podemos tirar o limiar:

$$\gamma = I_5 - Q \cdot \sqrt{\frac{F_g}{\Lambda} \cdot I_7 + \frac{\tilde{Z}^2}{\Lambda^2 G^2} \cdot I_8} \quad (6.56)$$

6.2. COMENTÁRIOS

Nas Figs. de 6.4 a 6.12 estão plotadas várias curvas de sensibilidade, ganho ótimo e limiar em função da dispersão σ , ten como parâmetros vários valores de k , $\tilde{Z}$ e duty-cycle. Todas as curvas foram calculadas para $EXT = 0,1$; $P_e = 10^{-9}$; $B = 45$ Mbits/s.

O mais interessante é que, para altos valores de dispersão, começa a se tornar interessante transmitir pulsos com menor fator de ocupação que, apesar de possuírem menos energia, implicarão em menores perdas de sensibilidade, como se vê na Fig. 6.10. Isso é explicado pelo fato que pulsos estreitos podem sofrer mais dispersão, antes de começarem a causar IIS, do que pulsos mais largos; mas como no nosso caso o equalizador não permitirá a ocorrência de IIS, é de se esperar que este acrescente menos ruído térmico em pulsos mais estreitos. Observe que para $\sigma=0$, a curva $d=0,6$ implica em uma penalidade de 2,2 dB em relação à curva $d=1$, pelo fato de carregar 40% menos energia.

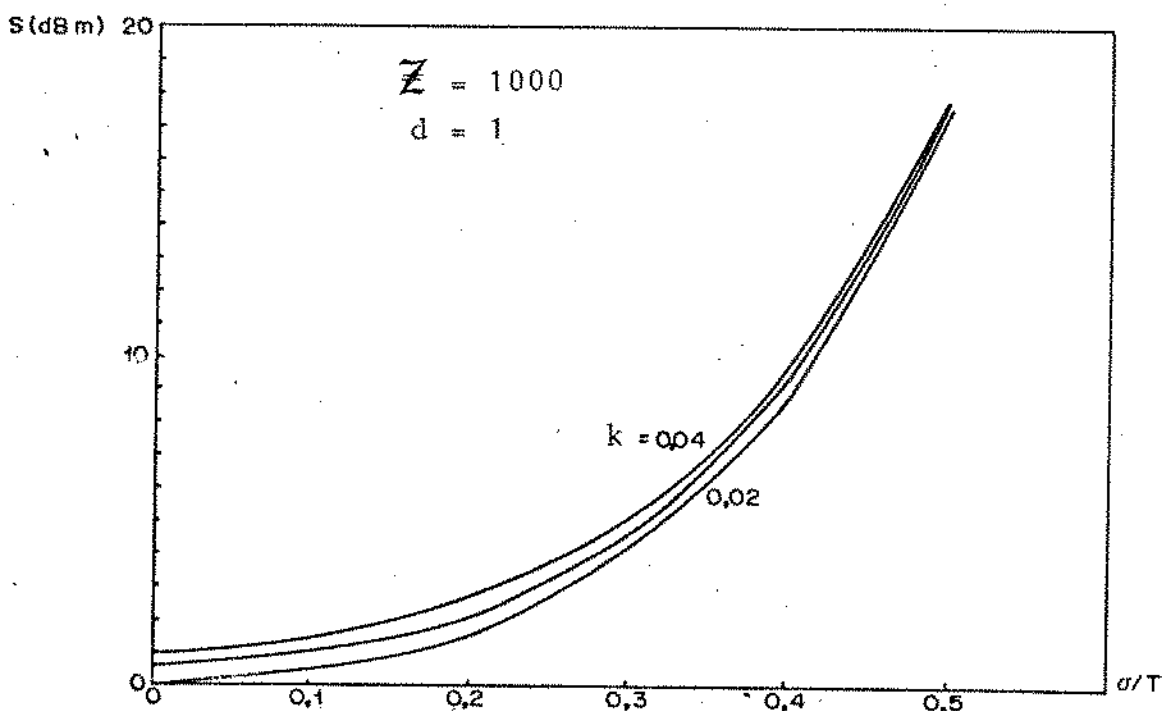


Fig. 6.4

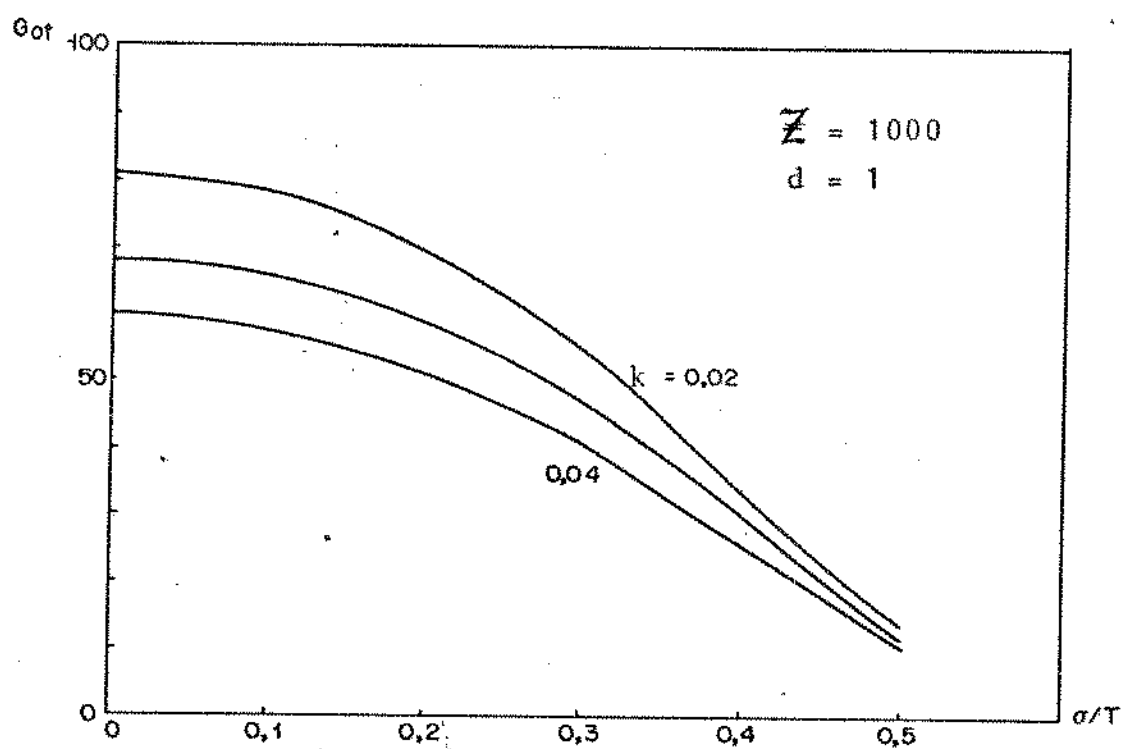


Fig. 6.5

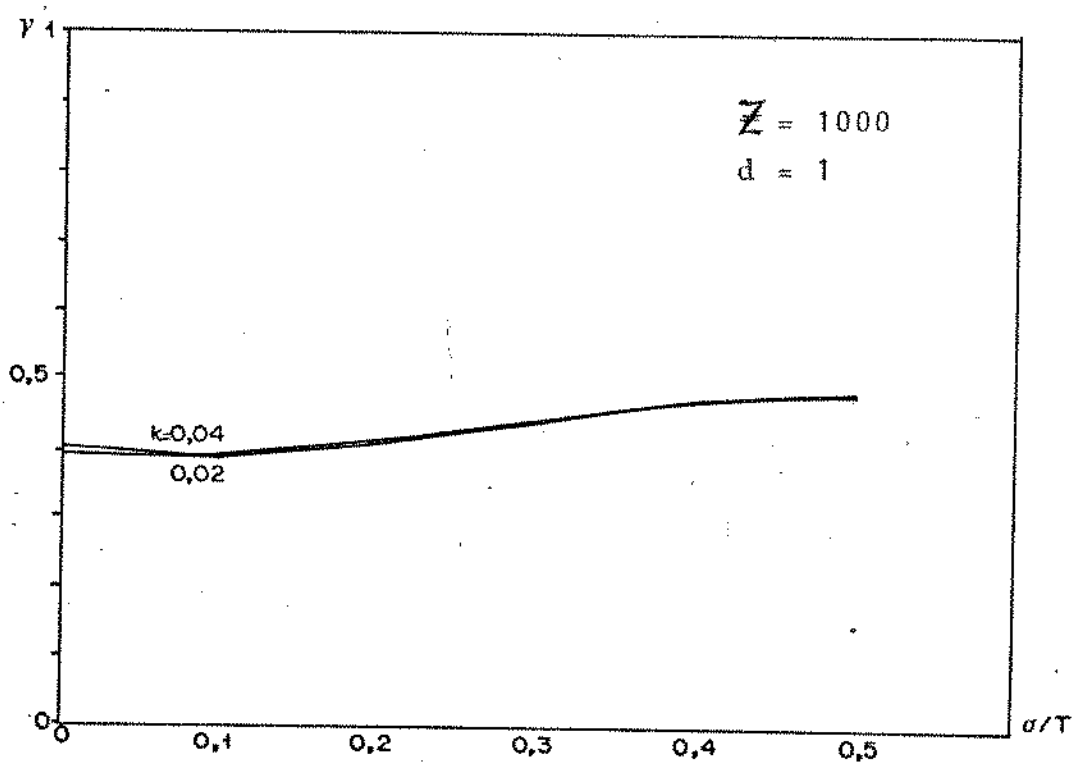


Fig. 6.6

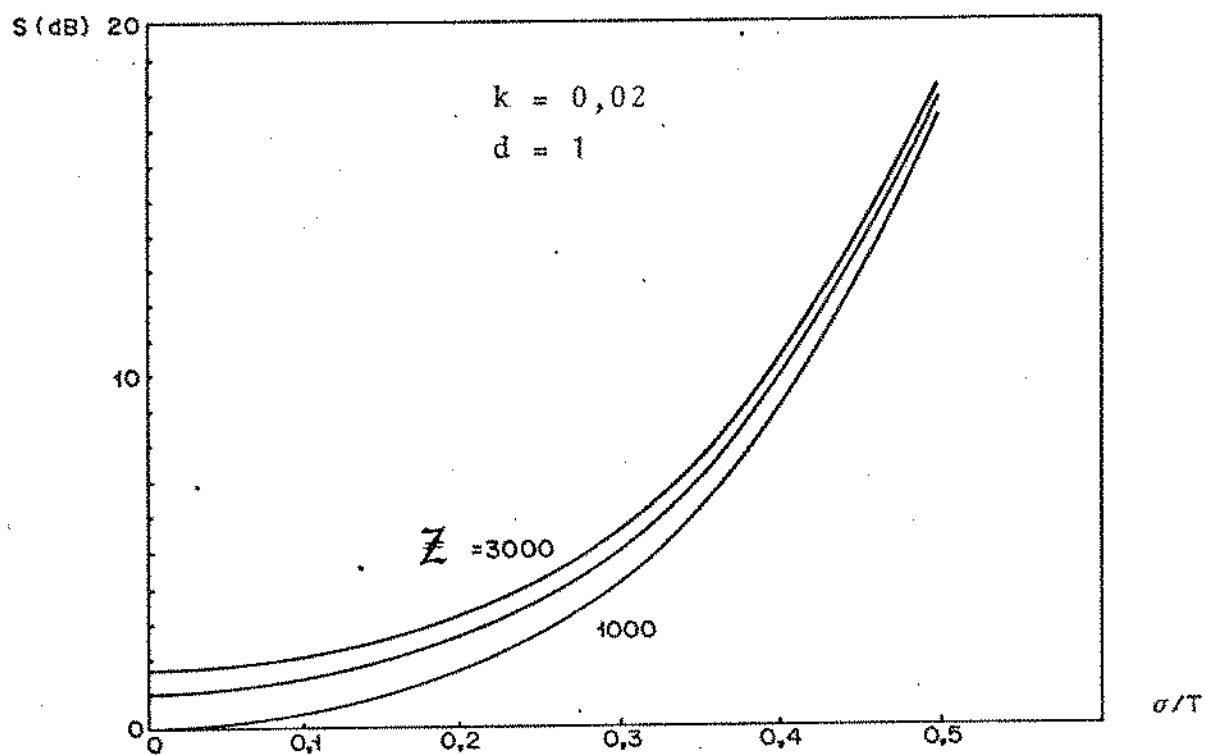


Fig. 6.7

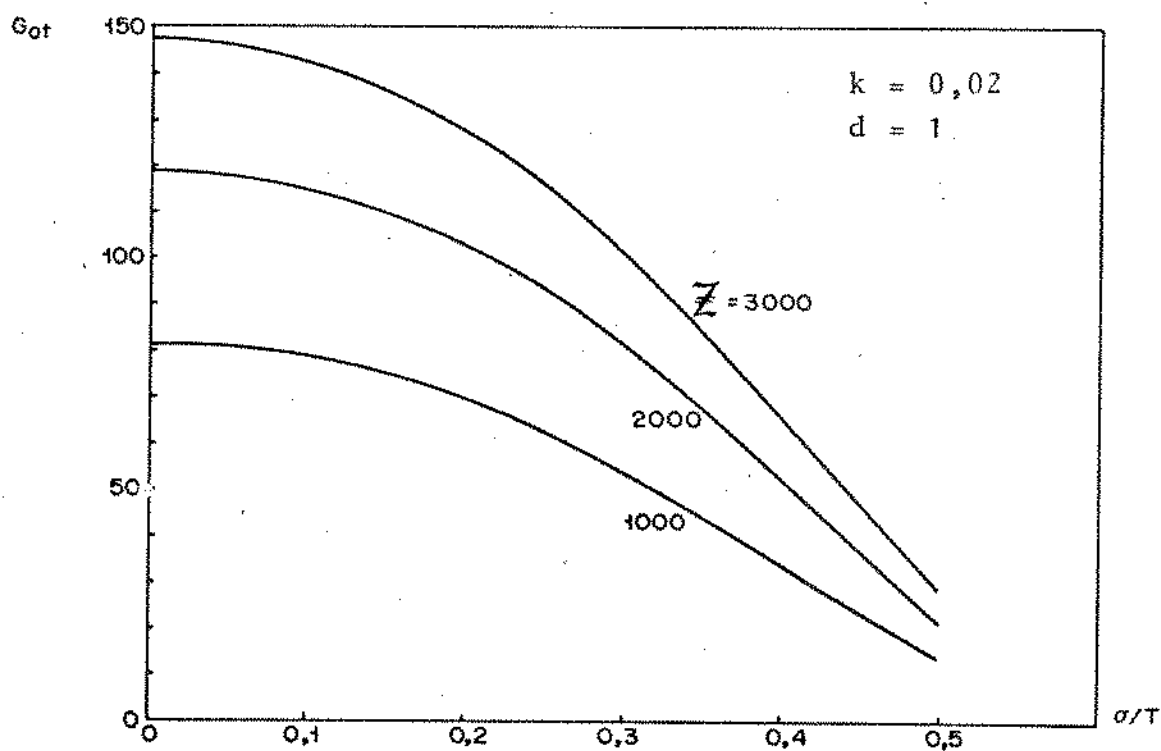


Fig. 6.8

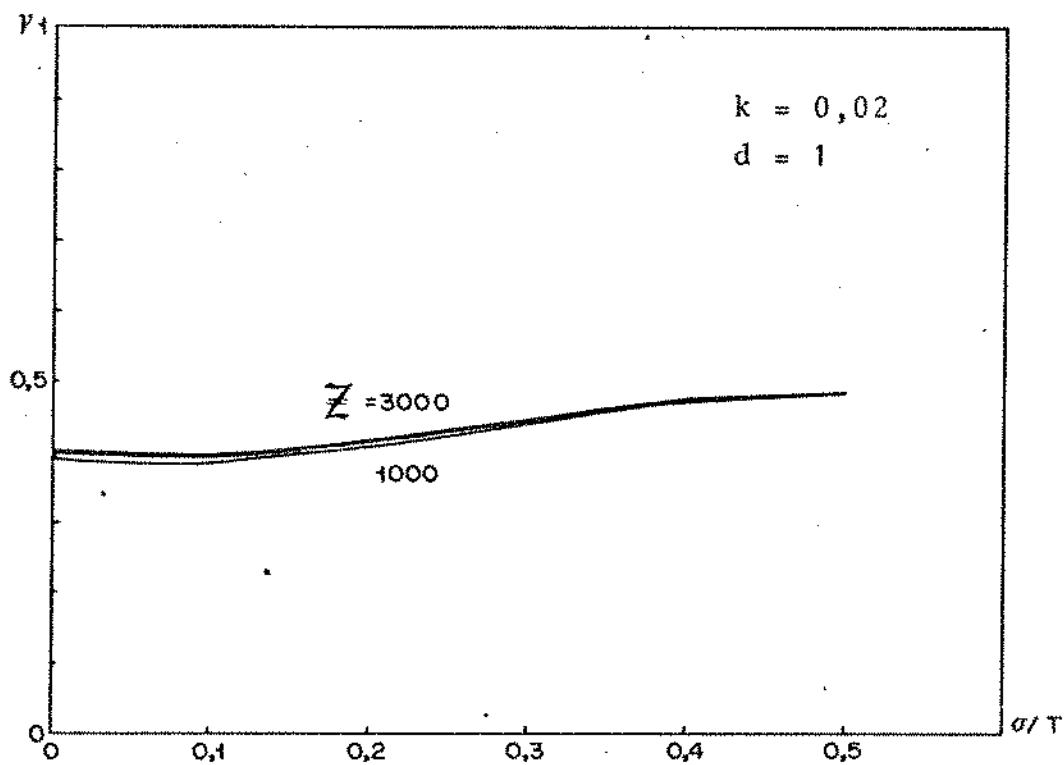


Fig. 6.9

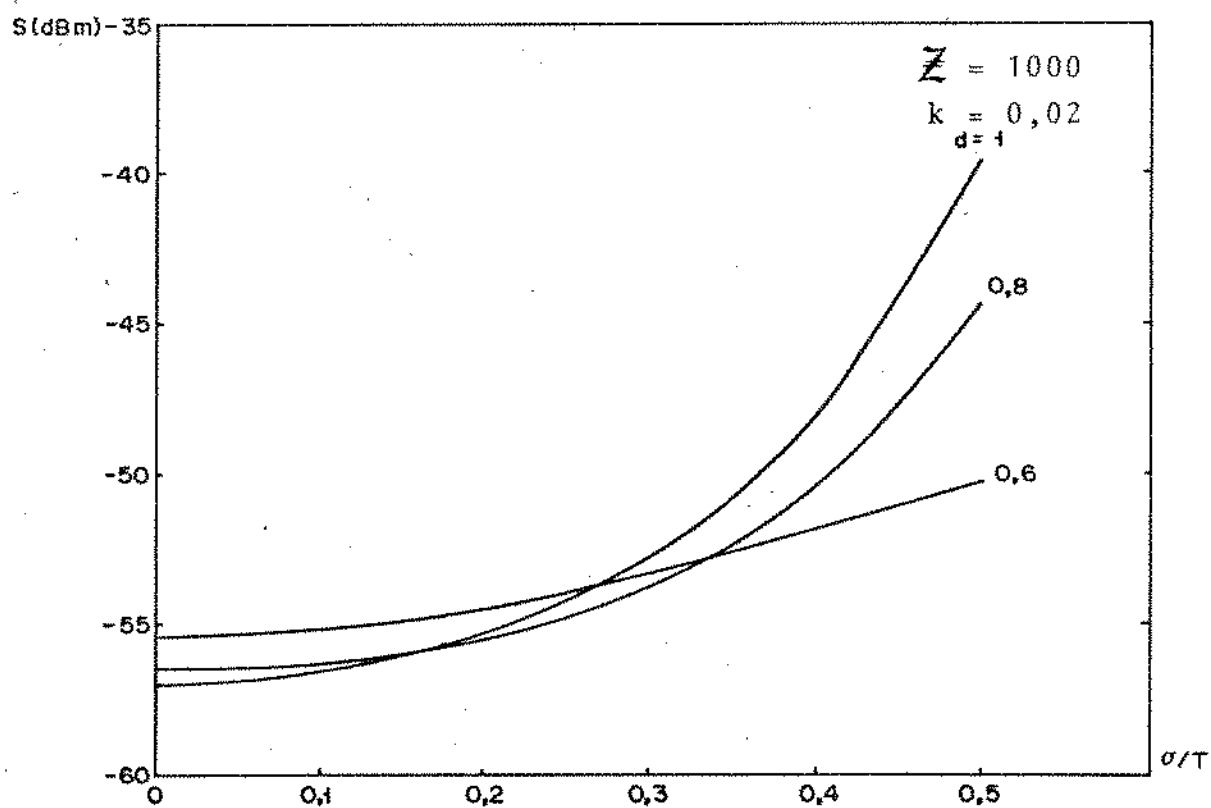


Fig. 6.10

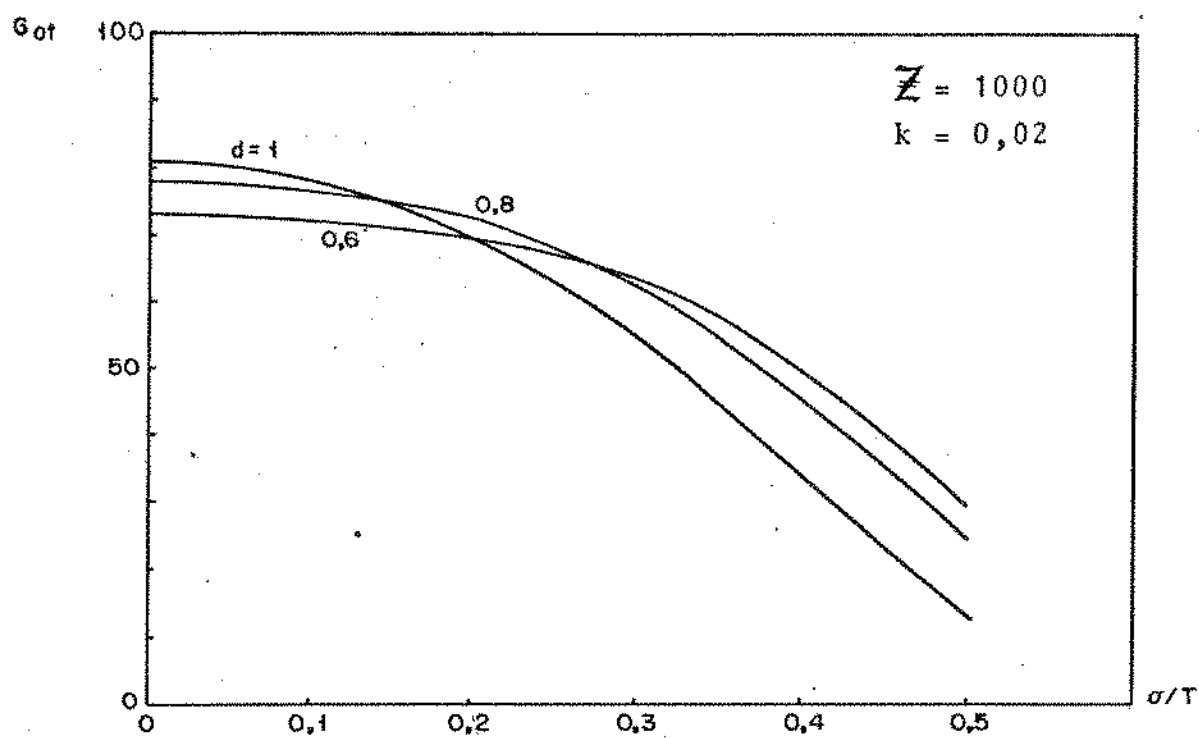


Fig. 6.11

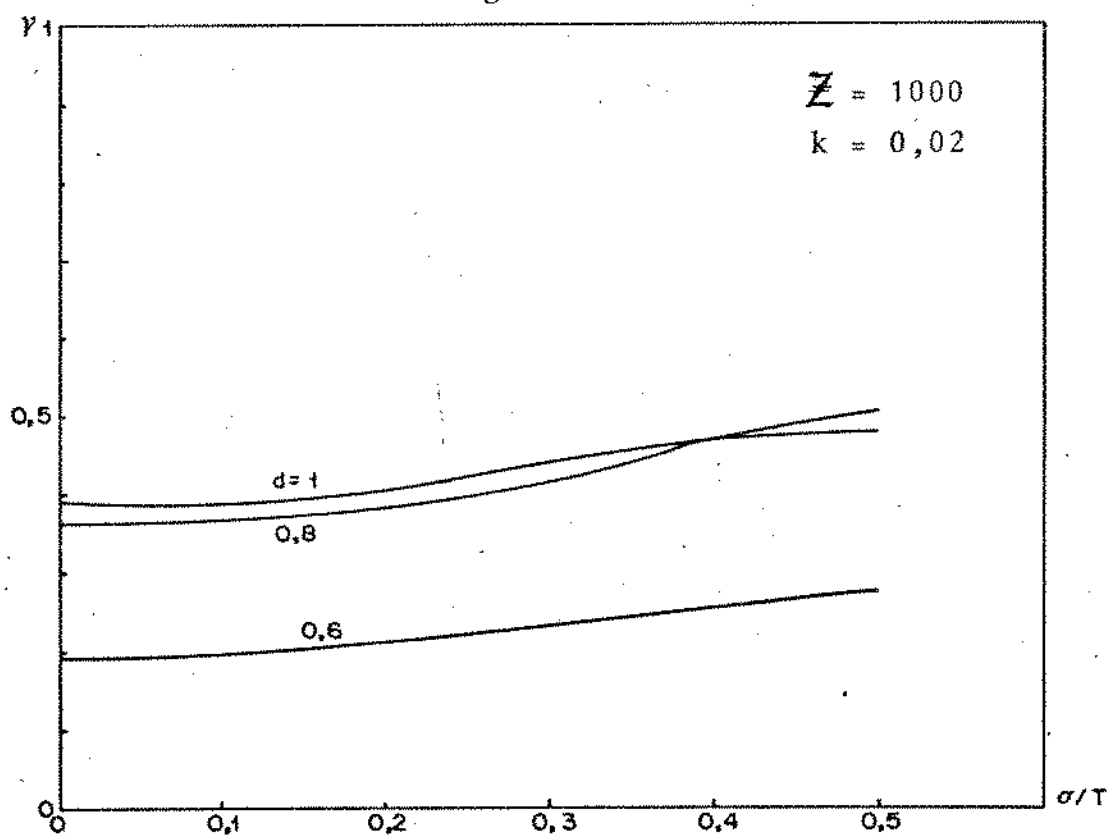


Fig. 6.12

APÊNDICE 6.A

É descrito aqui um programa em FORTRAN para cálculo da sensibilidade e limiar, com a inclusão de IIS e usando a aproximação gaussiana, em função de vários parâmetros, tais como: ganho de avalanche G , constante de ionização k , parâmetro Z , taxa de extinção EXT , taxa de erro P_e , taxa de bits B , dispersão $DISP$, duty cycle $DUTY$, a corrente escura ESC , e a taxa de erro P_e .

O programa só permite variações no valor do ganho de avalanche. Caso se queira variar outro parâmetro, o programa deve ser executado novamente.

Como resultado, o programa fornece na primeira coluna a sensibilidade em elétrons primários, na segunda a sensibilidade convertida em dBm, na terceira e quarta colunas respectivamente o limiar em percentagem de pico e o ganho de avalanche.

A seguir, está impresso o programa usado neste capítulo.

```

DIMENSION VARI(10)
REAL K, MED1
TYPE 1
FORMAT(1X, 'DUTY', 10X, 'DISP')
ACCEPT 2, DUTY, DISP
TYPE 3
FORMAT(1X, 'Ganho INICIAL, PASSO, Ganho FINAL')
ACCEPT 2, G, PAS, GF
II=42
II=I=II-1
II=2=II-2
AFI=1./FLOAT(II)
IREF=10
2 FORMAT(7G)
PI=3.141592654
TYPE 6
FORMAT(1X, 'EXT', 5SC, K, 2')
ACCEPT 2, EXT, ESC, K, 2
TYPE 4
FORMAT(1X, 'PROBAB. DE ERRO, TAXA DE BITS')
ACCEPT 2, PE, PF
IO=SQRT(ALOG(1./PI/PL))
Q=IO*(2.30753+.2761*IO)/(1.+9822*IO+.01491*IO*IO)
CALL HUC(VALE, II=1, II=2, PI, PEO1, DISP, DUTY)
CALL SUB(DELTA, SGO, PEO1, DEL1, PI, DISP, SGO1, DUTY, II=1, II=2, II=ESC,
* IREF)
TYPE 8
FORMAT(1X, 'SENSIBILIDADE', 10X, 'SELO 200', 10X, 'DE-100', 10X, 'GAIN')
DELTA=DELTA*(1.-K)
PG=PG*(1.-K)*(2.-1./I)
GO=(1./PG)*2
PE1=PE+GO
PE1=PE+GO*(1.-K)
PE1=2*PE+PG/(1.-K)
K=2.*GO*(1+GO)/(1+GO+PE1+PE1*(1+GO)*2.*K*(1+GO))
K=10.*ALOG10(1+K*2.-10*(1.+K))/2.303
GO=GO*(1+GO)/(1+GO+PE1+PE1*(1+GO)*2.*K*(1+GO))
TYPE 2, K, GO, PE1, G
G=G+PG
IF(G .LE. 50) GO TO 7
STOP
END

```

```

SUBROUTINE HUC(VALE, II=1, II=2, PI, PEO1, DISP, DUTY)
REAL C=1.
DO 1 I=1, 1000
CALL C=AC(C, A=1, B=1, C=1, DISP, II=1)
VALE=VALE+C*PI
DO 1 I=1, 1000
CALL C=AC(C, A=1, B=1, C=1, DISP, DUTY)
VALE=VALE+C*PI
VALE=VALE+C*PI/2.
VALE=VALE+C*2
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE COEX(VCOEX,I,PI,RECI,DISP,DUTY)
  XI=PI*RECI
  VCOEX=(1.+COS(PI*RECI*XI))*EXP(2.*(PI*DISP*RECI*XI)**2)
  VCOEX=VCOEX*(PI*RECI*XI)/SIN(PI*XI*DUTY*RECI)
  RETURN
END

```

```

SUBROUTINE SORT(Delta,BCD,REDI,PI,DISP,RECI,DUTY,IL1,IL2,
* 11,ISC,IRJ)
  DIMENSION VAOX(72)
  REAL REDI
  FORNAT(7G)
  IC=1
  Q=0
13  K1=0.
  K2=0.
  K3=0.
  K4=0.
  CALL SLCT(VHLCI,PI,DISP,RECI,DUTY,IL1,IL2,J,BCD)
  IF(IC .EQ. 1) GO TO 15
  JAOX=J+1-IRJ+(IC-1)
  VAOX=VAOX(JAOX)
10  CALL SLCT(VHLCI,DISP,PI,DUTY,RECI,IL1,ISC,J,BCD,VAOX)
  *  XI=X1+VHLCI*V*DISC
  X2=X2+VHLCI*V*V*DISC
  K1=X1+VHLCI*V*DISC
  K2=X2+VHLCI*V*V*DISC
  Q=(IC-1)+IRJ+1
  J=IC-IRJ-1
  DO 15 J=Q,IRJ,2
  *  CALL SLCT(VHLCI,PI,DISP,RECI,DUTY,IL1,IL2,J,BCD)
  IF(IC .EQ. 1) GO TO 15
  JAOX=J+1-IRJ+(IC-1)
  VAOX=VAOX(JAOX)
14  CALL SLCT(VHLCI,DISP,PI,DUTY,RECI,IL1,ISC,J,BCD,VAOX)
  *  XI=X1+VHLCI*V*DISC
  X2=X2+VHLCI*V*V*DISC
  K1=X1+VHLCI*V*DISC
  K2=X2+VHLCI*V*V*DISC
15  Q=(IC-1)+IRJ+2
  J=IC-IRJ-2
  DO 17 J=Q,IRJ,2
  *  CALL SLCT(VHLCI,PI,DISP,RECI,DUTY,IL1,IL2,J,BCD)
  IF(IC .EQ. 1) GO TO 15
  JAOX=J+1-IRJ+(IC-1)

```

```

      VALAB=VALDX(JABX)
10  CALL ALAB(VALAB,VALSC,PI,DUTY,RECI,DISP,II,ESC,J,IRJ,IC
      *,VALDX)
      R1=R1+2.*VALSC*VHLCI
      R2=R2+2.*VALSC*VHLCI**2
      R3=R3+2.*VALAB*VHLCI
17  R4=R4+2.*VALAB*VHLCI**2
      J=IC*IRJ
      CALL PLCT(VHLCI,PI,DISP,RECI,DUTY,IRJ1,IRJ2,J,IRJ)
      IF(IC.EQ. 1) GO TO 40
      JABX=J+1-IRJ*(IC-1)
      VALAB=VALDX(JABX)
40  CALL ALAB(VALAB,VALSC,PI,DUTY,RECI,DISP,II,ESC,J,IRJ,IC
      *,VALDX)
      R1=R1+VALSC*VHLCI
      R2=R2+VALSC*VHLCI**2
      R3=R3+VALAB*VHLCI
      R4=R4+VALAB*VHLCI**2
      RI=1./FLDNY(1*J)
      R1=2.*R1*RI/3.
      R2=2.*R2*RI/3.
      R3=2.*R3*RI/3.
      R4=2.*R4*RI/3.
      IC=IC+1
      IF(IC.EQ. 2) GO TO 21
      DELTA=R1
      DELV=R2
      MDI=R3
      OFI=R4
      GO TO 13
21  DELTA=DELTA+R1
      OFV=DELV+R2
      MDI=MDI+R3
      OFI=OFI+R4
      IF(ABS(PI).GT. ABS(RECI*.01)) GO TO 13
      IF(ABS(PI).GT. ABS(DELTA*.01)) GO TO 13
      RETURN
      END

```

```

      SUBROUTINE PLCT(VHLCI,PI,DISP,RECI,DUTY,IRJ1,IRJ2,IRJ,IRJ3)
      VHLCI=1.
      DO 23 I=1,IRJ,1/2
      CALL CCI(CCI,IRJ,I,PI,DISP,RECI,DUTY,IRJ3)
23  VHLCI=CCI+1.*VHLCI
      DO 21 I=1,IRJ,1/2
      CALL CCI(CCI,IRJ,I,PI,DISP,RECI,DUTY,IRJ3)
21  VHLCI=VHLCI+1.*VHLCI
      I=11
      VHLCI=VHLCI*RCI/3.
      RETURN
      END

```

```

SUBROUTINE CUE(VCOS, I, J, PI, DISP, RECI, DUTY, IRIJ)
  PAK=PI*FLOAT(1)*RECI
  AJ=FLOAT(J)/FLOAT(IRIJ)
  VCOS=PAK*(2.*(PAK*DISP)**2)+(1.+COS(PAK))*PAK
  VCOS=VCOS+COS(2.*PAK*AJ)/SIN(PAK*DUTY)
  RETURN
END

```

```

SUBROUTINE ALAB(VALAB, VALSC, PI, DUTY, RECI, DISP, II, ISC, J, IRIJ, IC
K, VALA)

```

```

  DIMENSION VALA(20)
  FORMAT(7F)
  BJ=0.
25  I=0
  ALIT=1.
  JC=1
  ICPER=1
  IF(I.EQ. 5) GO TO 26
27  CALL COSI(VCOSI, I, J, PI, DUTY, RECI, DISP, BJ, IRIJ)
  ALIT=VCOSI
26  I=I+1
  IN=ICPER*II-1
  DO 28 I=IN, I+2
  CALL COSI(VCOSI, I, J, PI, DUTY, RECI, DISP, BJ, IRIJ)
28  ALIT=4.*VCOSI+ALIT
  I=ICPER-1+II+2
  IN=ICPER*II-2
  DO 29 I=IN, I+2
  CALL COSI(VCOSI, I, J, PI, DUTY, RECI, DISP, BJ, IRIJ)
29  ALIT=ALIT+2.*VCOSI
  I=ICPER*II
  CALL COSI(VCOSI, I, J, PI, DUTY, RECI, DISP, BJ, IRIJ)
  ALIT=ALIT+VCOSI
  ALIT=ALIT*RECI/3.
  ICPER=ICPER+1
  IF(ICPER.EQ. 2) GO TO 30
  ALIT=ALIT
  GO TO 27
30  JC=JC+1
  ALIT=ALIT+ALIT
  IF((MOD(ALIT), 2).EQ. 1) GO TO 31
  IF(JC.EQ. 2) GO TO 37
31  IF((MOD(ALIT), 1).EQ. 1) GO TO 32
  VALSC=2.*ALIT*COS
  IF(JC.EQ. 1) GO TO 32
32  IF((MOD(ALIT), 0).EQ. 0) GO TO 33
  BJ=BJ+1.
  IF(BJ.EQ. 1.1) GO TO 34
  VALAB=ALIT
  GO TO 25
34  VALAB=VALAB+ALIT
  IF((MOD(ALIT), 5).EQ. 0) GO TO 35
  IF(BJ.EQ. 4.) GO TO 35
35  BJ=-1.
  GO TO 25
33  BJ=BJ-1.
  VALAB=VALAB+ALIT

```

```

IF (ABS(AD1J) .LT. ABS(VADAB*.01)) GO TO 36
IF (KJ .GE. -4.) GO TO 25
36  VADAB=2.*VALAB+.00
    VADA(J+1)=VADAB
37  RETURN
    END

```

```

SUBROUTINE COSI(VCOSI,I,J,P1,DUTY,R0C1,DISP,BJ,IRJ)
PAR=P1*FLOAT(1)*R0C1
AJ=FLOAT(J)/FLOAT(IRJ)
VCOSI=SIN(PAR*DUTY)*EXP(-2*(PAR*DISP)**2)
VCOSI=VCOSI*COS(2.*PAR*(KJ-BJ))/PAR
RETURN
END

```

CAPÍTULO 7

DESIGUALDADE DE CHERNOFF COM A
INCLUSÃO DE IIS

Como no capítulo anterior, analisaremos a influência de IIS sobre a sensibilidade, só que desta vez utilizando Chernoff. No final do capítulo, os resultados conseguidos com este método são comparados com os do capítulo anterior.

7.1. DESIGUALDADE DE CHERNOFF

Personick [7.1] fornece a função característica do sinal de saída, visto na expressão (6.15), que vale:

$$\psi_V(s) = \frac{1}{2} s^2 \overline{q^2} + \int_{-\infty}^{\infty} \lambda(t) \cdot \{M_g[e \cdot s \cdot h_{eq}(t)] - 1\} dt \quad (7.1)$$

onde: $\overline{q^2}$: valor quadrático médio do ruído térmico e é dado por $e^2 Z^2 h_{eq}^2(0)$.

M_g : função geratriz de momentos do ganho de avalanche

$\lambda(t)$: taxa de incidência de fótons

$h_{eq}(t)$: resposta ao impulso do equalizador

Note que, caso não haja dispersão, o equalizador não deve atuar, isto é, $h_{eq}(t)$ deve ser constante. Isto provoca a transformação de (7.1) em (5.9).

Associando aos níveis lógicos "1" e "0" as variáveis M_1 , s_1 e M_0 , s_0 , respectivamente, e usando (5.7) e (5.8):

$$\ln P_e = \frac{1}{2} s_1^2 e^2 Z^2 h_{eq}^2(0) + \int_{-\infty}^{\infty} \lambda_1(t) \cdot \{M_1[e s_1 h_{eq}(t)] - 1\} dt - s_1 \gamma \quad (7.2)$$

$$\ln P_e = \frac{1}{2} s_0^2 e^2 Z^2 h_{eq}^2(0) + \int_{-\infty}^{\infty} \lambda_0(t) \cdot \{M_0[e s_0 h_{eq}(t)] - 1\} dt - s_0 \gamma \quad (7.3)$$

onde $\lambda_1(t)$ e $\lambda_0(t)$ correspondem à taxa de incidência de fótons ten

do pulso presente e pulso ausente no símbolo central, respectivamente.

Substituindo (6.29), (6.35) e (6.42) em (7.2) e (7.3)

$$\ln P_e = \frac{1}{2} \frac{s_1^2}{\Lambda^2 G^2} Z^2 I_1^2(0) + \frac{\Lambda}{T} \int_{-\infty}^{\infty} I_2(y) \cdot \left\{ M_1 \left[\frac{s_1 I_1(y)}{\Lambda \cdot G} \right] - 1 \right\} dt - s_1 \gamma \quad (7.4)$$

$$\ln P_e = \frac{1}{2} \frac{s_0^2}{\Lambda^2 G^2} Z^2 I_1^2(0) + \frac{\Lambda}{T} \int_{-\infty}^{\infty} I_4(y) \cdot \left\{ M_0 \left[\frac{s_0 I_1(y)}{\Lambda \cdot G} \right] - 1 \right\} dt - s_0 \gamma \quad (7.5)$$

Normalizando as variáveis s_1 e s_0 , isto é, chamando $\hat{s}_1 = s_1/\Lambda G$ e $\hat{\gamma} = \gamma \cdot \Lambda G$, onde γ é o limiar em percentagem de pico:

$$\ln P_e = \frac{1}{2} \hat{s}_1^2 Z^2 I_1^2(0) + \Lambda \int_{-\infty}^{\infty} I_2(y) \cdot \{M_1[\hat{s}_1 \cdot I_1(y)] - 1\} dt - \hat{s}_1 \hat{\gamma} \quad (7.6)$$

$$\ln P_e = \frac{1}{2} \hat{s}_0^2 Z^2 I_1^2(0) + \Lambda \int_{-\infty}^{\infty} I_4(y) \cdot \{M_0[\hat{s}_0 \cdot I_1(y)] - 1\} dt - \hat{s}_0 \hat{\gamma} \quad (7.7)$$

A partir de agora as variáveis $\hat{s}_1$ e $\hat{s}_0$ serão chamadas simplesmente de s_1 e s_0 , enquanto que $\hat{\gamma}$, correspondente a um limiar em elétrons secundários, será chamado de γ , que foi usado no início do capítulo para caracterizar o limiar percentual.

Chamando

$$V_1 = 2 \int_0^{\infty} I_2(y) \cdot \{M_1[s_1 \cdot I_1(y)] - 1\} dy \quad (7.8)$$

$$V_4 = 2 \int_0^{\infty} I_4(y) \cdot \{M_0(s_0 I_1(y)) - 1\} dy \quad (7.9)$$

De (7.7) e (7.9)

$$\gamma = \frac{\frac{1}{2} s_0^2 \tilde{Z}^2 I_1^2(0) + \Lambda \cdot V_4 - \ln P_e}{s_0} \quad (7.10)$$

Substituindo (7.10) em (7.6):

$$\Lambda = \frac{\ln P_e (1 - s_1/s_0) + \frac{s_1}{2} \cdot \tilde{Z}^2 I_1^2(0) \cdot [s_0 - s_1]}{V_1 + \frac{s_1}{s_0} V_4} \quad (7.11)$$

Por outro lado, para que se garanta que s_1 e s_0 proporcionem um valor mínimo de sensibilidade, deve-se resolver:

$$\frac{d}{ds} \psi_V(s) - \gamma = 0 \triangleq f(s) \quad (7.12)$$

onde $\psi_V(s)$ é dado por (7.1).

Derivando (7.6) e (7.7) em relação a s_i ,

$$f_1(s_1) = s_1 \cdot \tilde{Z}^2 \cdot I_1^2(0) + \Lambda \cdot \frac{dV_1}{ds_1} - \gamma \quad (7.13)$$

$$f_0(s_0) = s_0 \cdot \tilde{Z}^2 \cdot I_1^2(0) + \Lambda \cdot \frac{dV_4}{ds_0} - \gamma \quad (7.14)$$

onde

$$\frac{dV_1}{ds_1} = 2\Lambda \int_0^{\infty} I_2(y) \cdot \frac{d}{ds_1} \{M_1[s_1 I_1(y)]\} dy \triangleq V_2 \quad (7.15)$$

$$\frac{dV_4}{ds_0} = 2\Lambda \int_0^{\infty} I_4(y) \cdot \frac{d}{ds_0} \{M_0[s_0 I_1(y)]\} dy = V_5 \quad (7.16)$$

e

$$\frac{d}{ds_i} \{M_i[s_i I_1(y)]\} = I_1(y) \cdot \frac{d}{d[s_i I_1(y)]} \cdot \{M_i[s_i I_1(y)]\} \quad (7.17)$$

$$\frac{d}{d\theta_i} M_i(\theta_i) = \frac{k-1}{k} M_i \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{k-1}{kG}\right) \cdot M_i^{k-1} \cdot e^{-\theta_i(k-1)}} \quad (7.18)$$

Para resolver (7.13) e (7.14), utilizaremos o método iterativo de Newton; a duas variáveis, isto é:

$$s_1(j+1) = s_1(j) + \frac{f_0 \frac{df_1}{ds_0} - f_1 \frac{df_0}{ds_0}}{J} \quad (7.19)$$

$$s_0(j+1) = s_0(j) + \frac{f_1 \frac{df_0}{ds_1} - f_0 \frac{df_1}{ds_1}}{J} \quad (7.20)$$

onde o jacobiano vale:

$$J = \frac{df_1}{ds_1} \cdot \frac{df_0}{ds_0} - \frac{df_1}{ds_0} \cdot \frac{df_0}{ds_1} \quad (7.21)$$

Para se obter a iteração $s(j+1)$ a partir de $s(j)$, precisamos conhecer as quatro derivadas de (7.21).

$$\frac{df_1}{ds_1} = \tilde{Z}^2 I_1^2(0) + V_2 \frac{d\Lambda}{ds_1} + \Lambda \cdot V_3 - \frac{d\gamma}{ds_1} \quad (7.22)$$

$$\frac{df_1}{ds_0} = V_2 \frac{d\Lambda}{ds_0} - \frac{d\gamma}{ds_0} \quad (7.23)$$

$$\frac{df_0}{ds_1} = V_5 \frac{d\Lambda}{ds_1} - \frac{d\gamma}{ds_1} \quad (7.24)$$

$$\frac{df_0}{ds_0} = Z^2 \cdot I_1^2(0) + V_5 \frac{d\Lambda}{ds_0} + \Lambda \cdot V_6 - \frac{d\gamma}{ds_0} \quad (7.25)$$

onde

$$V_3 = \frac{dV_2}{ds_1} = 2 \int_0^\infty I_1^2(y) \cdot I_2(y) \cdot \frac{d^2}{d\theta_1^2} \{M_1[\theta_1]\} dy \quad (7.26)$$

$$V_6 = \frac{dV_5}{ds_0} = 2 \int_0^\infty I_1^2(y) \cdot I_4(y) \cdot \frac{d^2}{d\theta_0^2} \{M_0[\theta_0]\} dy \quad (7.27)$$

$$\frac{d^2}{d\theta_1^2} \{M_1(\theta_1)\} = \frac{k-1}{k} \frac{\frac{dM_1}{d\theta_1} \left[1 - \left(1 - \frac{k-1}{kG}\right) M_1^{k-1} \cdot e^{\theta_1(1-k)} \right] + (k-1) \left(1 - \frac{k-1}{kG}\right) M_1^k \cdot e^{\theta_1(1-k)} \left[\frac{1}{M_1} \frac{dM_1}{d\theta_1} - 1 \right]}{\left[1 - \left(1 - \frac{k-1}{kG}\right) M_1^{k-1} \cdot e^{\theta_1(1-k)} \right]^2} \quad (7.28)$$

$$\frac{d\Lambda}{ds_1} = \frac{\left(v_1 - \frac{s_1}{s_0} v_4\right) \cdot \left[\frac{Z^2 I_1^2(0)}{2} \cdot (s_0 - 2s_1) - \frac{1}{s_0} \ln p_e\right] - \left[\left(1 - \frac{s_1}{s_0}\right) \ln p_e + \frac{s_1}{2} Z^2 I_1^2(0) \cdot (s_0 - s_1)\right] \cdot \left[v_2 - \frac{v_i}{s_i}\right]}{\left(v_1 - \frac{s_1}{s_0} v_4\right)^2} \quad (7.29)$$

$$\frac{d\Lambda}{ds_0} = \frac{\left(v_1 - \frac{s_1}{s_0} v_4\right) \cdot \left[\frac{s_1}{s_0^2} \ln p_e + \frac{s_1}{2} Z^2 I_1^2(0)\right] - \left[\ln p_e \left(1 - \frac{s_1}{s_0}\right) + \frac{s_1}{2} Z^2 I_1^2(0) \cdot (s_0 - s_1)\right] \cdot \left[\frac{s_1}{s_0} v_4 - \frac{s_1}{s_0} v_s\right]}{\left(v_1 - \frac{s_1}{s_0} v_4\right)^2} \quad (7.30)$$

$$\frac{d\gamma}{ds_1} = \frac{V_4}{s_0} \cdot \frac{d\Lambda}{ds_1} \quad (7.31)$$

$$\frac{d\gamma}{ds_0} = \frac{s_0 \left[s_0 Z^2 I_1^2(0) + \Lambda V_5 + V_4 \cdot \frac{d\Lambda}{ds_0} \right] - \left[\frac{1}{2} s_0^2 Z^2 I_1^2(0) + \Lambda V_4 - \ln p_e \right]}{s_0^2} \quad (7.32)$$

De posse das 4 derivadas e de f_1 , e f_0 é possível calcular a iteração (j+1) a partir da iteração j, da variável s. Para

finalizar resta somente obter a FGM a partir da variável s , visto que algumas expressões dependem de $M_i(s_i)$. Isto é feito usando a expressão que relaciona as duas variáveis:

$$s_i = \ln M_i - \frac{1}{1-k} \ln \left[M_i - \left(k - \frac{k-1}{G} \right) (M_i - 1) \right] \quad (7.33)$$

Visto que da expressão anterior M_i não pode ser isolada, usaremos o método iterativo de Newton. Definindo a função $h(M_i)$ como:

$$h(M_i) = \ln(M_i) - \frac{1}{1-k} \cdot \ln \left[M_i - \left(k - \frac{k-1}{G} \right) (M_i - 1) \right] - s_i \quad (7.34)$$

Observe que obter M_i a partir de s_i significa obter os zeros da eq. (7.34). Derivando (7.34) em relação a M_i ,

$$\frac{dh(M_i)}{dM_i} = \frac{1}{M_i} - \frac{1}{1-k} \cdot \frac{1 - \left(k - \frac{k-1}{G} \right)}{M_i - \left(k - \frac{k-1}{G} \right) \cdot (M_i - 1)} \quad (7.35)$$

Segundo Newton, a FGM pode ser obtida de:

$$M_i(j+1) = M_i(j) - \frac{h[M_i(j)]}{\frac{dh[M_i(j)]}{dM_i}} \quad (7.36)$$

Quando $M_i(j+1)$ se tornar igual a $M_i(j)$, significa que a função $h(M_i)$ está próxima de zero, e conseqüentemente estaremos resolvendo (7.33).

A seguir vamos, resumidamente, descrever como se processaram os cálculos da sensibilidade e do limiar, utilizando Chernoff:

- Damos um valor inicial às variáveis s_1 e s_0
- Calculamos M_1 e M_0 por (7.36)
- A seguir, calculamos as integrais I_1 , I_2 e I_4
- Idem para as integrais V_1 , V_2 , V_3 , V_4 , V_5 , V_6

- e) para então calcularmos a sensibilidade e o limiar.
- f) Resolvemos as funções f_1 e f_0 e suas 4 derivadas,
- g) para finalmente calcularmos novos valores de s_1 e s_0 por (7.19) e (7.20) respectivamente, que nos levará a novos valores das FGM, novos valores de sensibilidade e limiar e assim sucessivamente, até que haja convergência.

É de esperar, devido ao pesado trabalho algébrico, um tempo de computação excessivo. Entretanto, através das Figs. 7.1, 7.2 e 7.3, chega-se à conclusão que a aproximação gaussiana com IIS é plenamente satisfatório na previsão dos valores de sensibilidade, mas não em valores de ganho ótimo e de limiar. Todas as curvas deste capítulo foram obtidas para os seguintes parâmetros: $Z = 1000$; $k = 0,02$; $EXT = 0,1$; $d = 1$; $P_e = 10^{-9}$; $B = 45$ Mbits/s.

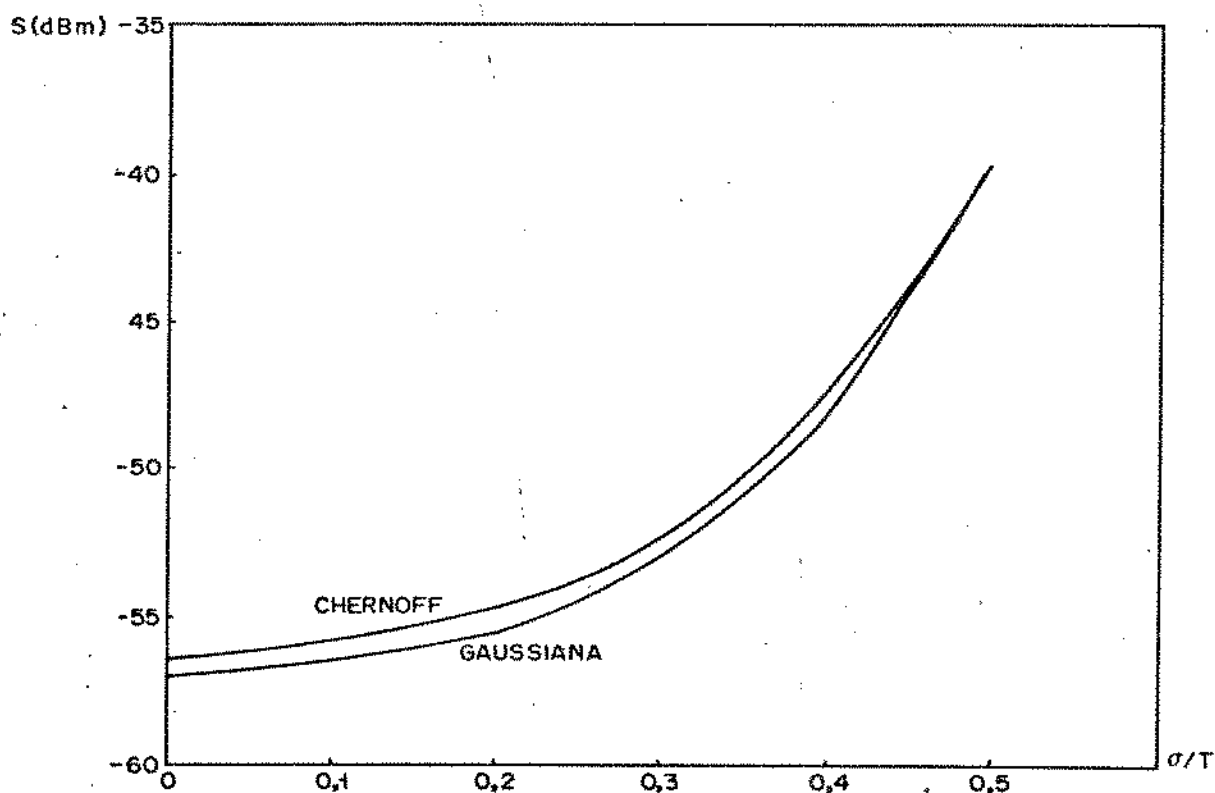


Fig. 7.1

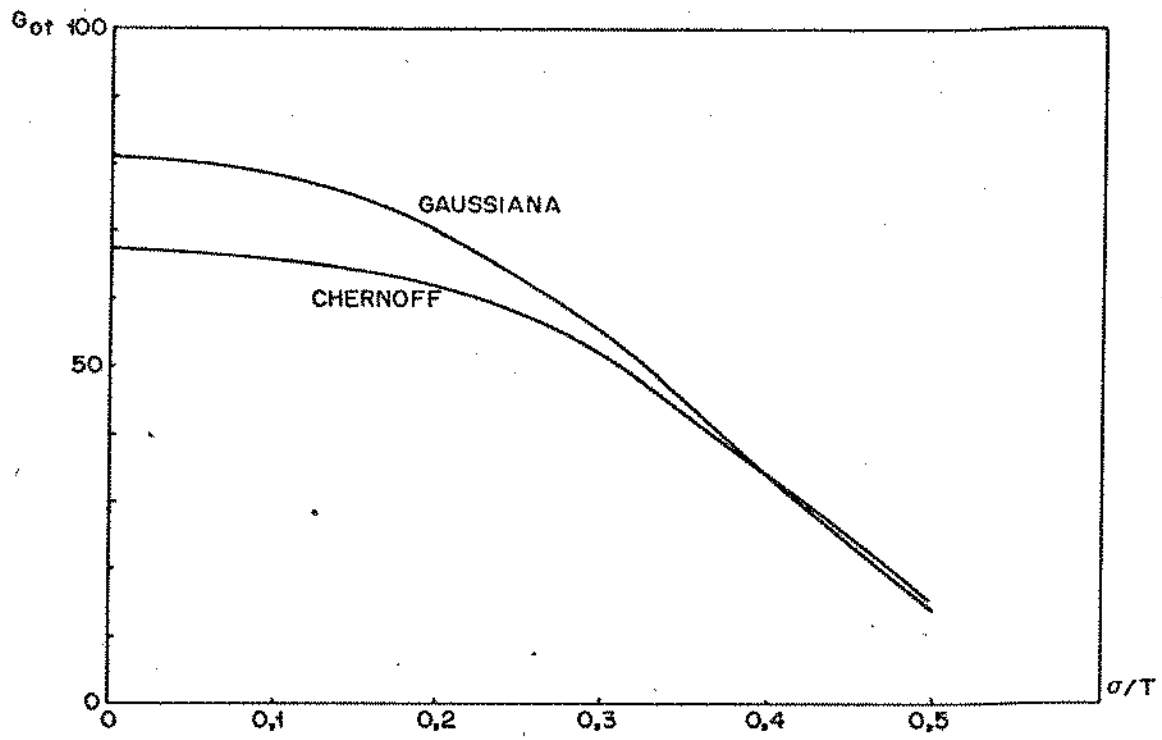


Fig. 7.2

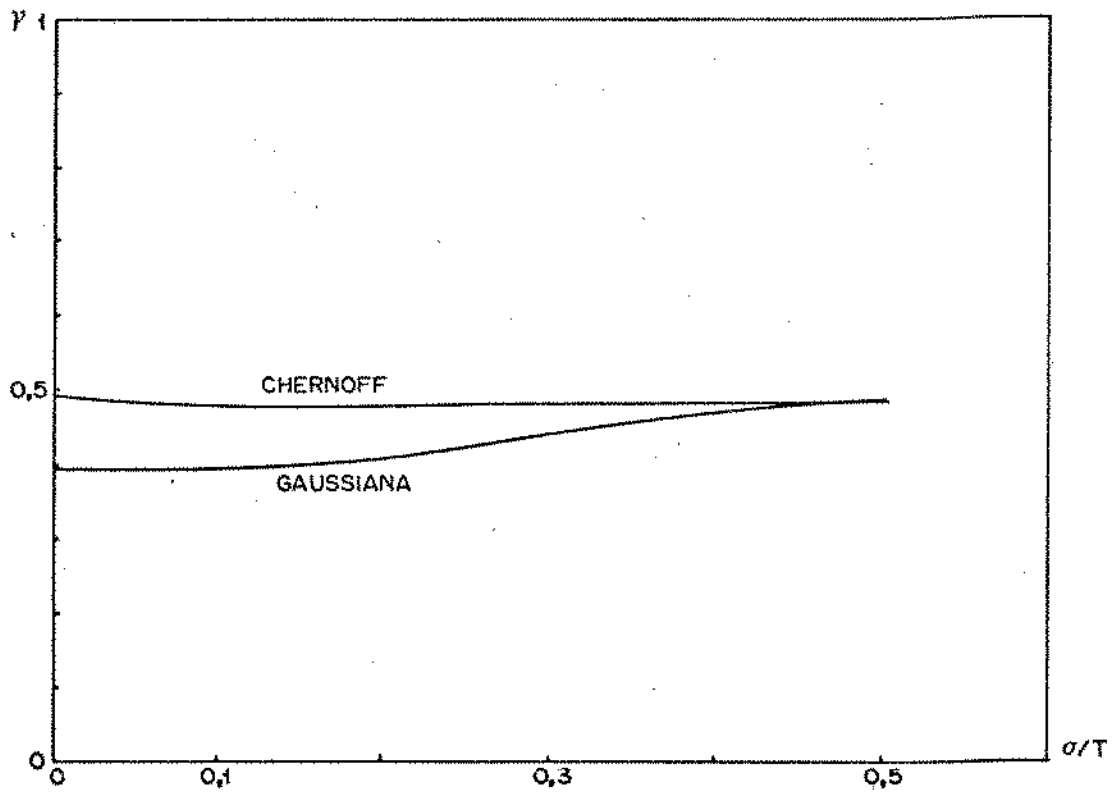


Fig. 7.3

APÊNDICE 7.A

Os parâmetros deste programa são os mesmos do Capítulo 6. Idem para o formato do resultado (vide Apêndice 6.A).

A seguir, estão impressos o programa principal e as sub-rotinas necessários à execução deste método.

```

DIMENSION VBOX(20)
REAL R, JACOB
TYPE 30
20  FORMAT(1X, 'DUTY, DISP')
   ACCEPT 3, DUTY, DISP
3    FORMAT(7G)
   TYPE 32
32  FORMAT(1X, 'GAMMA INICIAL, PASSO, GAMMA FINAL')
   ACCEPT 3, G, PAS, GF
   II=42
   IIM1=II-1
   IIM2=II-2
   RECI=1./FLOAT(II)
   IKQ=10
   FI=3.141592654
   JW=1
   TYPE 33
33  FORMAT(1X, 'EAT, ESC, K, Z')
   ACCEPT 3, EAT, ESC, K, Z
   TYPE 35
35  FORMAT(1X, 'PROBAB. DE ERRO, TAXA DE BITS')
   ACCEPT 3, PC, TE
   S1=-1.E-3
   S0=1.E-3
   CALL HLC(VBLC, IIM1, IIM2, FI, RECI, DISP, ODIY)
   TYPE 30
30  FORMAT(1X, 'GAMMA', 7A, 'SESSIVIO.', 7A, 'SOMA DE', 7A, 'DIFER')
27  ALFA=0.
20  CALL VOUT(V1, V2, V3, V4, V5, V6, V1, DISP, RECI, DUTY, IIM1
*   , IIM2, IK, ESC, IKQ, F, G, VBOX, S1, S0, JA, TE, EAT)
   JW=JW+1
   SCRIT=-ALOG((1.-1./Z)+(1.+(1.-K)/K/2)*A/(1.-A))
   H1=(1.-S1/S0)+ALOG(P0)-.25*S1+VBLC*Z*Z*(S1-S0)
   H2=V1-S1*V1/S0
   K=H1/H2
   AD0=10.*ALOG10(1+2.E-10*F*(1.+EAT)/2.)+30.
   IF(ABS(ALFA-K) .GE. 1.) GO TO 24
   ALFA=K
   H3=.25*VBLC*(S1*Z)*Z+ALFA*V4-ALOG(V6)
   GAGA=S3/S0
   AG3A=GA*1./A/G
   F1=S1*VBLC*Z*Z*Z/2.+V3*Z+.5*B
   F2=S0*VBLC*Z*Z/2.+V4*Z+.5*B
   GAGA1=((1.-AD0)/(F1)/G0+.25*VBLC*Z*Z*(1.-GAGA1))*1.2+GAGA*(1.-GAGA1)
*   /S0)/1/1/1/1
   GAGA1=((S1*ALOG(F1)/G0/Z+.25*VBLC*Z*Z*S1)*1.2-S1*(1.-GAGA1)/G0
*   /S0*S1*V5/1/1)/1/1/1/1
   GAGA1=V5*GAGA1/S0
   GAGA0=((1.-VBLC*Z*Z/2.+V1*VBLC*Z*Z/2.)*S1-(3)/Z)/Z
   F1S1=G1Z*VBLC/2.+V2+GAGA1+3*V3+GAGA1
   G1S0=GAGA0*V2+GAGA0
   F1S1=G1S1*V5+G1S1
   G1S0=2*1*VBLC/2.+V5*GAGA0+3*V6+GAGA0
   JACOB=F1S1*F1S1+G1S1*F1S0
   S1=S1+(F2*F1S1)-F1*G1S0/JACOB
   S0=S0+(F1*G1S1+F2*F1S1)/JACOB
   IF(ABS(TE-PC+1./JA) .GE. 1.) GO TO 24
   S0=SCRIT/V4
   GO TO 28
29  TYPE 3, G, A, AOB, AGAMA

```

```

G=G+FA5
SCRIT=-ALOG((1.-1./G)*(1.+(1.-K)/K/G)**(K/(1.-K)))
IF(G.GT.GF) GO TO 34
AF(SO,DE,SCRIT/VH) GO TO 27
SO=SCRIT/VH
GO TO 27
34 STOP
END

```

```

SUBROUTINE HLC(VHLC,I1,I2,PI,RECI,DISP,DUTY)
VHLC=4.
DO 17 I=1,I1,I2
CALL COEX(VCOEX,I,PI,RECI,DISP,DUTY)
17 VHLC=VHLC+4.*VCOEX
DO 18 I=2,I1,I2
CALL COEX(VCOEX,I,PI,RECI,DISP,DUTY)
18 VHLC=VHLC+2.*VCOEX
VHLC=VHLC*RECI/3.
VHLC=VHLC**2
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE COEX(VCOEX,I,PI,RECI,DISP,DUTY)
AI=PI/2*(1)
VCOEX=(1.+COS(PI*(RECI*AI)))*EXP(2.*(PI*DISP*(RECI*AI)**2))
VCOEX=VCOEX*(PI*RECI*AI)/SIN(PI*DISP*AI*RECI)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE HLCI(VHLCI,PI,DISP,RECI,DUTY,I1,I2,0,1-0)
VHLCI=4.
DO 1 I=1,I1,I2
CALL COI(VCOI,I,0,PI,DISP,RECI,DUTY,I-1)
1 VHLCI=VHLCI+1.*VCOI
DO 2 I=2,I1,I2
CALL COI(VCOI,I,0,PI,DISP,RECI,DUTY,I-1)
2 VHLCI=VHLCI+2.*VCOI
I=1
VHLCI=VHLCI*RECI/3.
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE COI(VCOI,I,J,PI,DISP,RECI,DUTY,INJ)

```

6/1/75

```

PXR=PI*FLOAT(1)*RECI
AJ=FLOAT(J)/FLOAT(IRQ)
VCOS=EXP(2.*(PAR*DISP)**2)*(1.+COS(PXR))*PAR
VCOS=VCOS*COS(2.*PAR*AJ)/SIN(PAR*OUTY)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE ADAB(VALAB,VALSC,PI,DUTY,RECI,DISP,II,ESC,J,IRQ,IC
,VAUX,J#)
DIMENSION VAUX(20)
FORMATE(7G)
BJ=0.
I=0
ALIT=1.
JC=1
ICPER=1
5 IF(I.NE.0) GO TO 6
CALL COSI(VCOSI,I,J,PI,DUTY,RECI,DISP,BJ,IRQ)
ALIT=VCOSI
6 I=I+1
IN=ICPER*II-1
DO 7 I=IN,IN,2
CALL COSI(VCOSI,I,J,PI,DUTY,RECI,DISP,BJ,IRQ)
7 ALIT=4.*VCOSI+ALIT
I=(ICPER-1)*II+2
IN=ICPER*II-2
DO 8 I=IN,IN,2
CALL COSI(VCOSI,I,J,PI,DUTY,RECI,DISP,BJ,IRQ)
8 ALIT=ALIT+2.*VCOSI
I=ICPER*II
CALL COSI(VCOSI,I,J,PI,DUTY,RECI,DISP,BJ,IRQ)
ALIT=ALIT+VCOSI
ALIT=ALIT*RECI/3.
ICPER=ICPER+1
IF(ICPER.NE.7) GO TO 9
ALIT=ALIT
GO TO 5
9 JC=JC+1
ALIT=ALIT+ALIT
IF(ABS(ALIT).LT.1.E-10) GO TO 12
IF(JC.NE.2) GO TO 5
IF(IRQ.NE.0) GO TO 11
VALSC=2.*VALSC+ESC
IF(II.NE.1) GO TO 10
IF(BJ.NE.0) GO TO 11
BJ=BJ+1.
IF(BJ.NE.1) GO TO 12
VALAB=ALIT
GO TO 4
12 VALAB=VALAB+ALIT
IF(ABS(ALIT).LT.1.E-10) GO TO 13
IF(BJ.NE.1) GO TO 4
13 BJ=-1.
GO TO 4
14 BJ=-BJ-1.
VALAB=VALAB+ALIT
IF(ABS(ALIT).LT.1.E-10) GO TO 15

```

```

15      IF (BJ .GE. -1.) GO TO 4
      VALAB=2.*VALAB+ESC
      VMAX(J+1)=VALAB
16      RETURN
      END

```

```

SUBROUTINE COSI(VCOSI, I, J, PI, DUTY, RECI, DISP, BI, IBJ)
      PXR=PI*FLOAT(I)*RECI
      AJ=FLOAT(J)/FLOAT(1BJ)
      VCOSI=SIN(PXR*DUTY)*EXP(-2*(PXR*DISP)**2)
      VCOSI=VCOSI*COS(2.*PXR*(AJ-BJ))/PYR
      RETURN
      END

```

```

SUBROUTINE HGR(VMG, S, F, G)
      REAL Z
      GK=8-(8-1.)/G
      VMG=1.
19      FGR=ALOG(VMG)-1./(1.-G)*ALOG(VMG-GK*(VMG-1.))-0
      DFG=1./VMG-1./(1.-G)*(1.-GK)/(VMG-GK*(VMG-1.))
      VMG=VMG-FGR/DFG
      IF (ABS(VMG-VMG0) .LT. 1.E-2) GO TO 22
      VMG=VMG0
      GO TO 19
20      VMG=VMG0
      RETURN
      END

```

```

SUBROUTINE VERT(V1, V2, R1, R2, R3, V3, P, D1C1, R-C1, DUTY,
*  I1=1, I2=2, I3=3, I4=4, I5=5, I6=6, I7=7, I8=8, I9=9, I10=10)
      REAL F
      D1=PI/180./V1*(1.0)
      F=FORMAT(7F)
      IC=1
      J=0
21      R11=0.
      R12=0.
      R13=0.
      R14=0.
      R15=0.
      R16=0.
      R17=0.
      R18=1.
      CALL HGR(R11, R12, R13, R14, R15, R16, R17, R18, IC, PI, D1C1, R-C1,
      DUTY, I1=1, I2=2, I3=3, I4=4, I5=5, I6=6, I7=7, I8=8, I9=9, I10=10)
      J0=(IC-1)*1BJ+1
      JF=IC+1BJ-1
      NF=9.
      DO /2 J=J0, JF, 2
      CALL HGR(R11, R12, R13, R14, R15, R16, R17, R18, IC, PI, D1C1, R-C1,

```

```

22  * DUTY, IIM1, IIM2, J, IRJ, K, G, II, ESC, VAUA, AB, JW, VH, EXT)
    CONTINUE
    JU=(IC-1)*IRJ+2
    JF=IC*IRJ-2
    KF=2.
    GO 23 J=JU, JF, 2
    CALL RES(R11, R12, R13, R01, R02, R03, S1, S0, IC, PI, DISP, RECI,
23  * DUTY, IIM1, IIM2, J, IRJ, K, G, II, ESC, VAUA, AB, JW, VH, EXT)
    CONTINUE
    J=IC*IRJ
    KF=1.
    CALL RES(R11, R12, R13, R01, R02, R03, S1, S0, IC, PI, DISP, RECI,
    * DUTY, IIM1, IIM2, J, IRJ, K, G, II, ESC, VAUA, AB, JW, VH, EXT)
    R0=1./FLOAT(1+J)
    R11=2.*R11*RJ/3.
    R12=2.*R12*RJ/3.
    R13=2.*R13*RJ/3.
    R01=2.*R01*RJ/3.
    R02=2.*R02*RJ/3.
    R03=2.*R03*RJ/3.
    IC=IC+1
    IF(IC .GE. 2) GO TO 24
    V1=R11
    V2=R12
    V3=R13
    V4=R01
    V5=R02
    V6=R03
    GO TO 21
24  V1=V1+R11
    V2=V2+R12
    V3=V3+R13
    V4=V4+R01
    V5=V5+R02
    V6=V6+R03
    IF(ABS(R11) .GT. ABS(V1*.01)) GO TO 21
    IF(ABS(R12) .GT. ABS(V2*.01)) GO TO 21
    IF(ABS(R13) .GT. ABS(V3*.01)) GO TO 21
    RETURN
    END

```

```

* SUBROUTINE RES(V11, V12, V13, R01, R02, R03, S1, S0, IC, PI, DISP, RECI,
  * RECI, DUTY, IIM1, IIM2, J, IRJ, K, G, II, ESC, VAUA, AB, JW, VH, EXT)
  REAL R
  DIMENSION VAA(7)
  COMMON /75/
  CALL BLCT(VHCT, PI, DISP, RECI, DUTY, IIM1, IIM2, J, IRJ)
  IF(J .GE. 1) GO TO 31
  VH=VHCT
31  SH1=C1*VHCT
    CALL RES(V101, S=1, K, G)
    SH2=SH1*VHCT
    CALL RES(V102, SH2, K, G)
    CALL DH(V101, V101, SH1, K, G)
    CALL DH(V102, V102, SH2, K, G)
    CALL D24(V10201, V1011, V101, SH1, K, G)
    CALL D24(V10202, V1012, V101, SH2, K, G)

```

```

IF((IC.EQ. 1).AND. (JM.EQ. 1)).GO TO 25
JAOX=J+1-IRJ*(IC-1)
VALAN=VALX(JOJA)
25 CALL ADDN(VALAN,VALSC,PI,OUTY,RECT,DISP,II,ESC,J,IRJ,IC,
*      XAOX,JM)
KI1=KI1+AM*VALAN*(VNG1-1.)
KI2=KI2+AB*VALAN*VNLCT*VDM1
KI3=KI3+AB*VALAN*VNLCT*VNLCT*VDM1
KO1=KO1+AM*(VALAD-VALSC*(1.-EXT))*(VNG0-1.)
KO2=KO2+AM*(VALAD-VALSC*(1.-EXT))*VNLCT*VDM0
KO3=KO3+AM*(VALAD-VALSC*(1.-EXT))*VNLCT*VNLCT*VDM0
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE DP(VDB,VBG,SH,K,G)

```

```

REAL K
VDB=VBG*(K-1.)/K/(1.-1./K*(VBG**K*(K-1.))*EXP(-SH*
* (K-1.))*(K-(K-1.)/G))
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE DZ(VDB,VDB,VBG,SH,K,G)

```

```

REAL K
DPS1=(K-(K-1.)/G)/(1./K-1.)*(VBG**K*(K-1.))*EXP(-SH*(
* K-1.))*(-1.+VDB/VBG)
BO=1.-(K-(K-1.)/G)*(VBG**K*(K-1.))*EXP(-SH*(K-1.))/
VDB**K*(K-1.)*(1.+VDB/VBG*DPS1)/(K*EXP(BG)
RETURN
END

```

CAPÍTULO 8

IMPLEMENTAÇÃO DE UM PRÉ-AMPLIFICADOR
DE BAIXO RUÍDO

Ao invés de se construir um circuito dadas certas condições, far-se-á justamente o contrário, isto é, dado o circuito do pré-amplificador com seus respectivos valores, calcular-se-ão alguns parâmetros de interesse.

8.1. INTRODUÇÃO

No final do Capítulo 4, vimos que a perda de sensibilidade ao se construir um transimpedância ao invés de um integrador é pequena, além do fato do primeiro apresentar uma maior simplicidade.

O circuito do transimpedância [8.1],[8.2] pode ser visto na Fig. 8.1, com os valores dos componentes fornecidos pela Tabela 8.1.

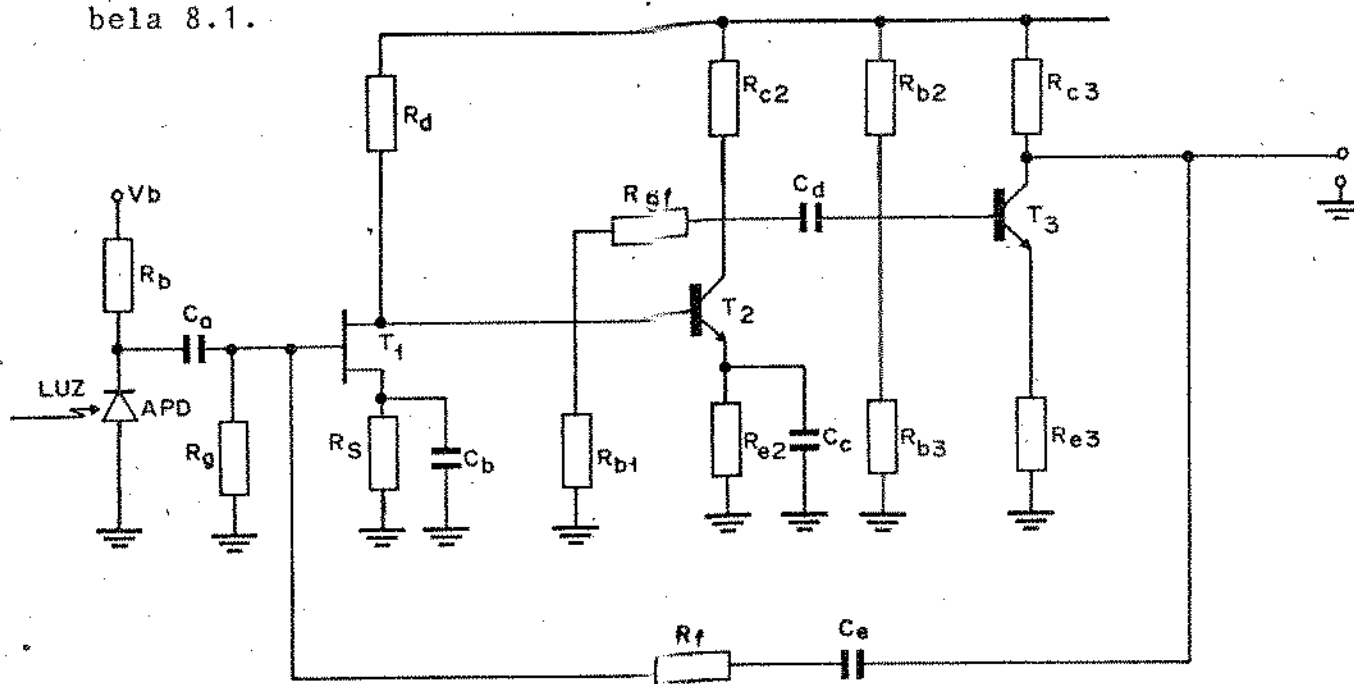


Fig. 8.1 - Implementação de um pré-amplificador do tipo transimpedância

TABELA 8.1

$R_b = R_g = 1M\Omega$
 $R_d = 620\Omega$
 $R_{sf} = 2K\Omega$
 $R_{b1} = 1k8\Omega$
 $R_{c2} = 2k\Omega$

$R_{b2} = 10k\Omega$
 $R_{b3} = 4k7\Omega$
 $R_{c3} = 1k\Omega$
 $R_{e3} = 750\Omega$
 $R_f = 10k\Omega$

T_1 : U-310 (J-FET Canal N)

T_2 e T_3 : BFR90

Os capacitores de C_a a C_e são curtos na faixa de interesse

Observe na Fig. 8.1 que em malha aberta a impedância de entrada é bastante alta ($R_b // R_g$), que juntamente com o J-FET de baixo ruído, proporcionam um bom desempenho em termos de ruído. Um ponto importante no projeto está relacionado ao valor de R_{sf} (shunt-feedback) que deve carregar o primeiro estágio para que se minimize o efeito Miller. Outro ponto está relacionado à pequena corrente quiescente do segundo estágio para que se minimize o ruído "shot" gerado neste ponto.

Para caracterizar melhor o pré-amplificador vamos utilizar o modelo AC em malha aberta, que pode ser visto na Fig. 8.2, para em seguida calcularmos alguns valores interessantes.

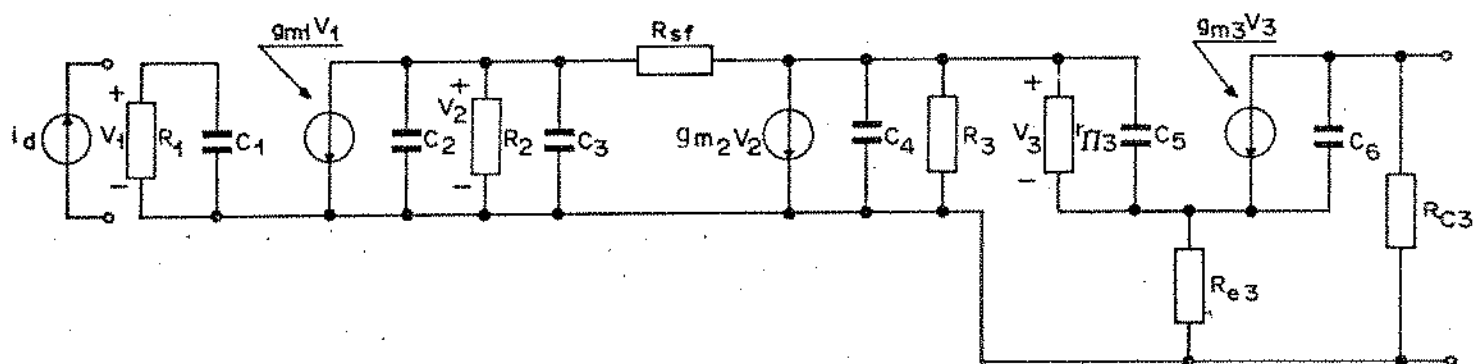


Fig. 8.2 - Modelo AC em malha aberta do circuito da Fig. 8.1

8.2. FAIXA DE PASSAGEM EM MALHA ABERTA

Para cálculo da faixa de passagem utilizaremos o método das constantes de tempo citado por Alley-Atwood [8.3], mas desenvolvido por Gray, Searle e outros [8.4], ou seja, a constante de tempo total será a soma das constantes de tempo associadas às capacitâncias C_i em paralelo com a respectiva carga R_{Li} .

A Tabela 8.2 apresenta alguns parâmetros importantes dos componentes ativos.

TABELA 8.2

APD	J-FET	BIPOLAR T_2	BIPOLAR T_3
$C_{det} = 1,5\text{pF}$	$g_{m1} = 10\text{mS}$	$g_{m2} = 40\text{mS}$	$g_{m3} = 200\text{mS}$
	$C_{gs} = 5\text{pF}$	$\beta_2 = 80$	$\beta_3 = 80$
	$C_{gd} = 2,5\text{pF}$	$r\pi_2 = 2\text{k}\Omega$	$r\pi_3 = 400\Omega$
	$C_{ds} = 0,5\text{pF}$	$C_\mu = 0,4\text{pF}$	$C_\mu = 0,4\text{pF}$
		$f_{t2} = 5\text{ GHz}$	$f_{t3} = 5\text{ GHz}$

onde:

g_m : transcondutância

β : ganho de corrente do transistor

f_t : frequência onde o ganho de corrente β vale 1

C_μ : capacitância de junção do coletor

Vamos iniciar calculando a capacitância C_1 :

$$C_1 = C_{det} + C_{gs} + C_{gd}(1 + g_{m1} \cdot R_{L2}) \quad (8.1)$$

onde:

C_{det} : capacitância do detetor

C_{gs} : capacitância entre porta e fonte do FET

C_{gd} : capacitância entre porta e dreno do FET

R_{L2} : carga equivalente que se apresenta em paralelo à fonte de corrente $g_{m1}V_1$

Os valores correspondentes à expressão (8.1) podem ser encontrados na Tab. 8.2, mas antes é necessário calcularmos R_{L2} .

Para isso, temos na Fig. 8.3 a parte do circuito de interesse.

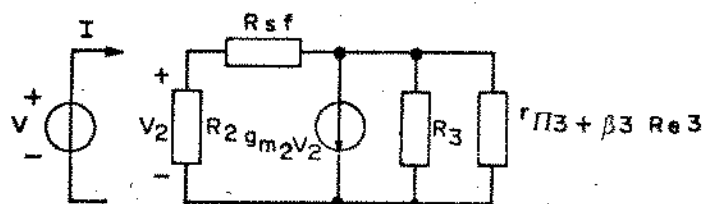


Fig. 8.3 - Circuito usado para cálculo de R_{L2}

que fornece:

$$\frac{V}{I} \triangleq R_{L2} = \frac{1 + \frac{R_{sf}}{R_3}}{g_{m2}} \approx 50\Omega \quad (8.2)$$

Substituindo este valor em (8.1), obteremos $C_1 = 10\text{pF}$. Observe que a resistência R_{sf} proporcionou um valor de R_{L2} bastante baixo, que consequentemente tornou o efeito Miller em (8.1) quase que desprezível (1pF).

Da Fig. 8.2 vemos que a carga em paralelo com C_1 é dada simplesmente por:

$$R_{L1} = R_1 = 500\text{k}\Omega \quad (8.3)$$

A constante de tempo $\tau_1 = R_1 \cdot C_1$ vale então $5 \cdot 10^{-6}$ s.

A capacitância C_2 , que junto de R_{L2} fornecerá a constante de tempo τ_2 vale:

$$C_2 = C_{ds} + C_{gd} \approx 3\text{pF} \quad (8.4)$$

A constante de tempo τ_2 vale $1,5 \cdot 10^{-10}$ s, o que a torna desprezível em relação a τ_1 .

A carga R_{L3} que ficará em paralelo a C_3 é igual a R_{L2} .

A capacitância C_3 é facilmente calculada por:

$$C_3 = C\pi_2 + (1 + g_{m2} R_{L4}) \cdot C\mu_2 \quad (8.5)$$

onde $C\pi$ é a capacitância de difusão.

A capacitância $C\pi_2$ pode ser obtida de

$$C\pi_2 = \frac{g_{m2}}{2\pi f_{t2}} - C\mu_2 \quad (8.6)$$

De onde tiramos que $C\pi_2 \approx 1\text{pF}$.

Da Fig. 8.4 tiramos que:

$$\frac{V}{I} = R_{L4} = \frac{R_2 + R_{sf}}{g_{m2} R_2} \approx 100\Omega \quad (8.7)$$

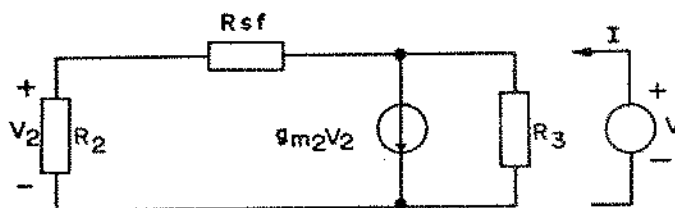


Fig. 8.4 - Circuito usado para cálculo de R_{L4}

Substituindo (8.7) em (8.5), tira-se que $C_3 = 3\text{pF}$. A constante de tempo $\tau_3 = R_{L3} \cdot C_3$ vale $1,5 \cdot 10^{-10} \text{ s}$.

O valor de C_4 é facilmente obtível de:

$$C_4 = C_{u2} = 0,4\text{pF} \quad (8.8)$$

A constante de tempo $\tau_4 = R_{L4} \cdot C_4$ vale $4 \cdot 10^{-11} \text{ s}$.

Da Fig. 8.5 tira-se que:

$$\frac{V}{I} = R_{L5} = \frac{1}{g_{m3}} \approx 5\Omega \quad (8.9)$$

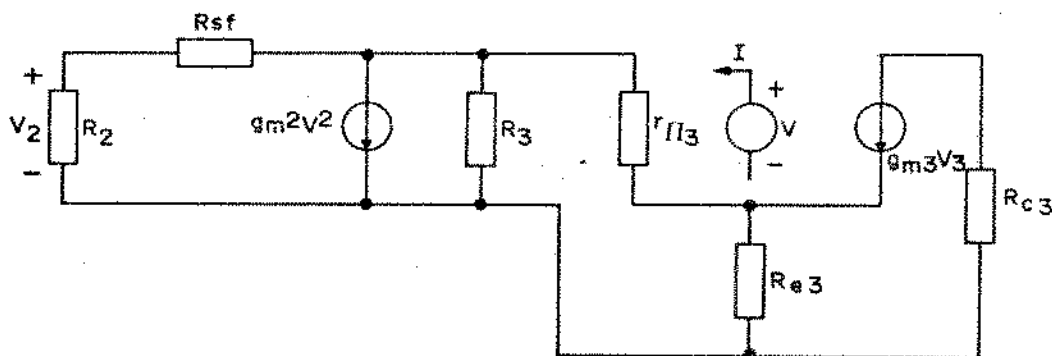


Fig. 8.5 - Circuito usado para cálculo de R_{L5}

O valor de C_5 pode ser obtido por:

$$C_5 = C_{\pi_3} + (1 + g_{m3} R_{L_6}) C_{\mu_3} \quad (8.10)$$

onde

$$C_{\pi_3} = \frac{g_{m3}}{2\pi f_{t3}} - C_{\mu_3} \quad (8.11)$$

que fornece $C_{\pi_3} \approx 6 \text{ pF}$.

Da Fig. 8.6 podemos obter o valor de R_{L_6} :

$$R_{L_6} = \frac{(R_{c3} + R_{e3})(R_3 + r_{\pi_3})}{\beta_3 R_{e3}} \approx 60\Omega \quad (8.12)$$

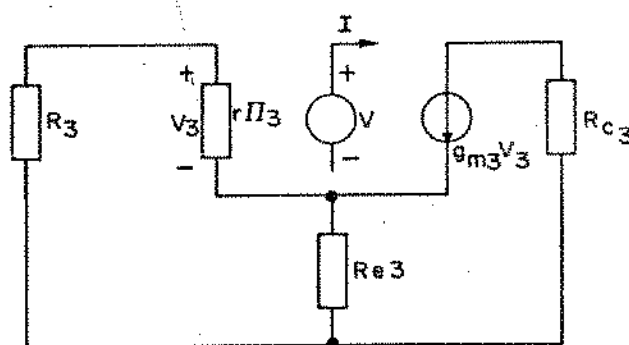


Fig. 8.6 - Circuito usado para cálculo de R_{L_6}

Substituindo (8.12) em (8.10), obtemos $C_5 \approx 12 \text{ pF}$, de modo que a constante de tempo $\tau_5 = R_{L_5} \cdot C_5$ vale aproximadamente $6 \cdot 10^{-11} \text{ s}$.

Finalmente, a capacitância C_6 é dada diretamente por:

$$C_6 = C_{\mu_3} = 0,4 \text{ pF} \quad (8.13)$$

A constante de tempo $\tau_6 = R_{L_6} \cdot C_6$ vale $2,4 \cdot 10^{-11} \text{ s}$.

Observe então que a constante de tempo de entrada predomina sobre as demais, determinando a faixa de passagem do transimpedância em malha aberta, isto é:

$$B_0 = \frac{1}{2\pi\tau_1} = \frac{1}{2\pi R_1 C_1} \quad (8.14)$$

Substituindo os valores calculados anteriormente, obt_{ve-se} para B_0 um valor de 30kHz, bem próximo do valor de 33 kHz , medido no laboratório.

8.3. CÁLCULO DO GANHO E DA TRANSIMPEDÂNCIA

Usando o modelo AC da Fig. 8.2, abrindo-se os capacitores e supondo que as seguintes condições sejam respeitadas:

$$g_{m2} \gg \frac{1}{R_2} \quad (8.15)$$

$$g_{m3} \gg \frac{1}{r_{\pi 3}}, \frac{1}{R_{e3}}, \frac{1}{R_{sf}}, \frac{1}{R_3}, \frac{1}{R_2}, \frac{R_3}{R_{e3} r_{\pi 3}}, \frac{R_{sf}}{R_2 R_3} \quad (8.16)$$

E observando que (8.15) e (8.16) na prática são totalmente válidas, obteremos a seguinte expressão para o ganho em malha aberta:

$$\frac{V_s}{V_e} \triangleq A_0 = g_{m1} \cdot R_{sf} \cdot \frac{R_{c3}}{R_{e3}} \quad (8.17)$$

Para que se tenha uma idéia, A_0 vale aproximadamente 25. Para se calcular o ganho em malha fechada, usaremos a seguinte expressão:

$$A_f = \frac{A_0}{1 + A_0 \cdot H_V} \quad (8.18)$$

onde H_V é o fator de realimentação de tensão e vale [8.1]:

$$H_V = \frac{R_1}{R_f} = 50 \quad (8.19)$$

Substituindo (8.19) em (8.18), dado que $A_0 H_V \gg 1$, ob

teremos que:

$$A_f = \frac{1}{H_V} = \frac{1}{50} \quad (8.20)$$

Observe que o ganho de tensão em malha fechada é menor que 1, mas isso não tem a mínima importância, pois não estamos excitando o pré com uma fonte de tensão, mas sim com o fotodiodo, que é modelado como uma fonte de corrente. O que se precisa calcular é a transimpedância, isto é, a tensão na saída do pré pela corrente na entrada deste. Substituindo em (8.17), V_e por $I_e \cdot R_1$, temos a transimpedância em malha aberta:

$$\frac{V_s}{I_e} \triangleq Z_0 = g_{m1} \cdot R_{sf} \cdot \frac{R_{c3}}{R_{e3}} \cdot R_1 \quad (8.21)$$

ou ainda

$$Z_0 = A_0 \cdot R_1 \quad (8.22)$$

que corresponde a uma transimpedância de $12M\Omega$, para os valores do pré-amplificador.

Para obtermos a transimpedância em malha fechada, utilizaremos a expressão abaixo:

$$Z_f = \frac{Z_0}{1 + Z_0 \cdot H_r} \quad (8.23)$$

onde H_r é o fato de realimentação de transimpedância e vale:

$$H_r = \frac{1}{R_f} \quad (8.24)$$

Substituindo (8.24) e (8.23) e observando-se que $Z_0 H_r \gg 1$

$$Z_f = R_f \quad (8.25)$$

8.4. CÁLCULO DA FAIXA DE PASSAGEM EM MALHA FECHADA

Observe que tanto o ganho como a transimpedância foram

calculados não levando-se em conta as capacitâncias, Entretanto, a partir da frequência de corte B_0 (30KHz), a capacitância de entrada C_1 começará a "shuntar" R_1 , diminuindo o ganho e a transimpedância em malha aberta. A Fig. 8.7 ilustra de maneira clara este fato:

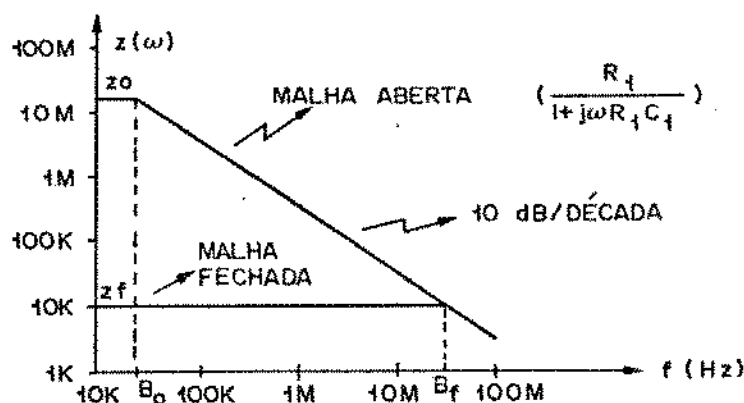


Fig. 8.7 - Transimpedância em função da frequência

Da inclinação de 10 dB/década (1 polo) é possível tirar que o produto frequência vezes transimpedância é constante ao longo da reta, ou seja:

$$Z_0 B_0 = Z_f B_f \quad (8.26)$$

Substituindo (8.14), (8.21) e (8.25) em (8.26), obtemos a seguinte expressão para a banda em malha fechada:

$$B_f = \frac{1}{2\pi \frac{R_f \cdot C_1}{A_0}} \quad (8.27)$$

Para B_f obteve-se um valor de 30 MHz, que concorda plenamente com o valor obtido no laboratório. A partir de (8.27) chegamos às mesmas conclusões que no Capítulo 3: a realimentação provoca uma impedância de entrada igual a R_f/A_0 , que conjuntamente da capacitância de entrada nos dará uma banda de passagem larga, sem que haja um resistor de baixo valor provocando ruído.

8.5. CÁLCULO DO PARÂMETRO $\bar{Z}$

Introduzindo as principais fontes de ruído no modelo AC da Fig. 8.2, obteremos:

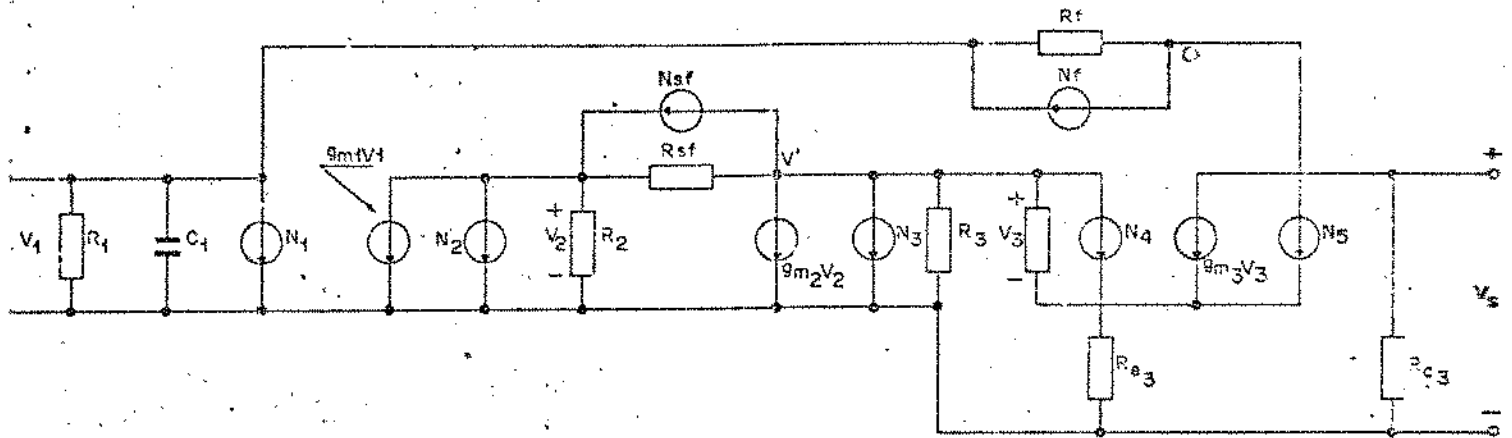


Fig. 8.8 - Inclusão das fontes de ruído térmico no modelo AC

onde N_1 é a fonte de ruído térmico associado ao resistor R_1 e que possui densidade espectral bilateral de potência igual a $2KT/R_1$. Já N_2 é composto de três componentes de ruído, o ruído térmico do canal do FET ($1,4 KT gm$), mais o ruído devido ao resistor R_2 , mais o ruído "shot" da base de T_2 (e I_b). A fonte N_{sf} é devido ao resistor R_{sf} ; N_3 é devido a dois componentes, primeiro ao ruído "shot" do coletor de T_2 (e I_c), segundo gerado por R_3 ; N_4 e N_5 de vem-se respectivamente aos gerados na base e no coletor de T_3 . Os demais componentes, por se encontrarem próximos da saída, não têm influência alguma no ruído total.

Do modelo da Fig. 8.8 podemos tirar cinco equações:

$$N_2 + g_{m1}V_1 + \frac{V_2}{R_2} = \frac{V' - V_2}{R_{sf}} + N_{sf} \quad (8.28)$$

$$\frac{V' - V_2}{R_{sf}} + N_{sf} + g_{m2}V_2 + N_3 + \frac{V'}{R_3} + \frac{V_3}{r_{\pi 3}} + N_4 = 0 \quad (8.29)$$

$$\frac{V_3}{r_{\pi 3}} + N_4 + g_{m3}V_3 + N_5 = \frac{V' - V_3}{R_{e3}} \quad (8.30)$$

$$\frac{V_s}{R_{c3}} + g_{m3}V_3 + N_5 + N_f + \frac{V_s - V_1}{R_f} = 0 \quad (8.31)$$

$$\frac{V_s - V_1}{R_f} + N_f = \frac{V_1}{Z_1} + N_1 \quad (8.32)$$

onde

$$Z_1 = \frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C_1} \quad (8.33)$$

Vamos, a seguir, calcular a função de transferência para cada fonte de ruído, começando por N_1 . Fazendo somente $N_1 \neq 0$, obtêm-se do sistema de cinco equações:

$$\frac{V_s}{N_1} \triangleq H_1(f) = R_f \left(1 - j 2\pi f \cdot \frac{R_f C_1}{A_0} \right) \quad (8.34)$$

A expressão anterior é válida desde que as seguintes condições sejam satisfeitas (e o são na prática):

$$g_{m1} \gg \frac{R_{e3}}{R_f \cdot R_{sf}}, \quad \frac{R_{e3}}{R_{c3} \cdot R_{sf}}, \quad \frac{R_{e3} R_f}{R_{sf} R_{c3} R_1}$$

$$g_{m2} \gg \frac{1}{R_{sf}}, \quad \frac{(R_2 + R_{sf})^2}{R_2 R_{sf} R_3}$$

$$g_{m3} \gg \frac{1}{R_{e3}}, \quad \frac{R_3}{R_{e3} r_{\pi 3}}$$

$$\frac{1}{R_{c3}} \gg \frac{1}{R_f}$$

$$A_0^2 \gg (2\pi f R_f C_1)^2$$

A última desigualdade é válida ao longo de toda a faixa. Fazendo somente $N_f \neq 0$, chegaremos a:

$$H_f(f) \triangleq \frac{V_s}{N_f} = -R_f \quad (8.35)$$

desde que:

$$\begin{aligned} g_{m1} &>> \frac{R_{e3}}{R_f \cdot R_{sf}}, \quad \frac{1}{\beta_3 \cdot R_{c3}}, \quad \frac{R_{e3} \cdot 2\pi f C_1}{R_{sf}} \\ g_{m2} &>> \frac{1}{R_{sf}}, \quad R_{sf} \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{sf}} \right) \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{sf}} \right) \\ g_{m3} &>> \frac{1}{r_{\pi 3}}, \quad \frac{1}{R_{o3}}, \quad \frac{R_3}{R_{e3} \cdot r_{\pi 3}} \end{aligned}$$

$$R_1 >> R_f; A_0 >> 1; A_0 >> 2\pi f R_f C_1$$

Fazendo somente $N_2 \neq 0$,

$$H_2(f) \triangleq \frac{V_s}{N_2} = \frac{R_f}{g_{m1} R_1} (1 + j2\pi f R_1 C_1) \quad (8.36)$$

desde que:

$$\begin{aligned} g_{m1} &>> \frac{R_{e3}}{R_{sf} \cdot R_f}, \quad \frac{R_f R_{e3}}{R_{sf} \cdot R_1} \left(\frac{1}{R_{e3}} + \frac{1}{R_f} \right) \\ g_{m2} &>> \frac{1}{R_{sf}}, \quad R_{sf} \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{sf}} \right) \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{sf}} \right) \\ g_{m3} &>> \frac{1}{r_{\pi 3}}, \quad \frac{1}{R_{o3}}, \quad \frac{R_3}{R_{e3} r_{\pi 3}} \end{aligned}$$

Fazendo somente $N_{sf} \neq 0$,

$$H_{sf} \triangleq \frac{V_s}{N_{sf}} = \frac{1}{g_{m1}} (1 + j2\pi f R_f C_1) \quad (8.37)$$

desde que:

$$\begin{aligned}
 g_{m1} &>> \frac{R_{e3}}{R_{sf} R_f}, \frac{R_{e3}}{g_{m2} R_f} \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{sf}} \right) \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{sf}} \right), \\
 &\frac{R_{e3}}{R_{sf} R_{c3}}, 2\pi f C_1 \frac{R_f R_{e3}}{R_{sf} R_{c3}} \\
 g_{m2} &>> \frac{1}{R_{sf}}, R_{sf} \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{sf}} \right) \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{sf}} \right) \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{sf}} \right) \\
 g_{m3} &>> \frac{1}{r_{\pi 3}}, \frac{1}{R_{e3}}, \frac{R_{c2}}{R_{e3} \cdot r_{\pi 3}}
 \end{aligned}$$

Fazendo somente $N_3 \neq 0$,

$$H_3(f) \triangleq \frac{V_s}{N_3} = \frac{R_2 + R_{sf}}{R_2 \cdot R_{sf}} \frac{1}{g_{m1} g_{m2}} (1 + j2\pi f R_f C_1) \quad (8.38)$$

desde que:

$$\begin{aligned}
 g_{m1} &>> \frac{R_{e3}}{R_{sf} R_{c3}}, \frac{R_{e3} R_f}{R_{c3} R_{sf} R_1} \\
 g_{m2} &>> \frac{1}{R_{sf}}, \frac{R_{sf} + R_2}{R_2} \left(\frac{1}{R_{sf}} + \frac{1}{R_3} \right) \\
 g_{m3} &>> \frac{1}{r_{\pi 3}}, \frac{1}{R_{e3}}, \frac{R_3}{R_{e3} \cdot r_{\pi 3}}, \frac{R_{sf}}{R_{e3} r_{\pi 3}}
 \end{aligned}$$

$$R_1 \gg R_f \gg R_{c3}$$

Obtida as funções de transferência das principais fontes de ruído, pode-se calcular a potência do ruído na saída do pré-amplificador, a partir de:

$$\sigma^2 = \sum_i \int_{-B}^B N_i(f) \cdot |H_i(f)|^2 df \quad (8.39)$$

Por tratar-se de uma expressão bastante longa, vamos então calcular as potências de saída, correspondentes a cada termo separadamente.

Substituindo (8.34) em (8.39), temos para a resistência R_1 :

$$\sigma_1^2 = \frac{4KT R_f^2 B}{R_1} \quad (8.40)$$

Resultante do resistor de realimentação, temos que:

$$\sigma_f^2 = 4KT R_f B \quad (8.41)$$

Devido ao canal do FET, do resistor R_2 e do ruído "shot" da base de T_2 :

$$\sigma_2^2 = \frac{2,8}{3} \cdot \frac{KT}{g_{m1}} \cdot 4\pi^2 R_f^2 C_1^2 B^3 \quad (8.42)$$

usando o fato que $eI_b = KT/r\pi$, que o ruído gerado por T_2 é desprezível, e que o ruído devido ao FET é aproximadamente 4 vezes maior que o ruído gerado por R_2 .

Devido à resistência shunt-feedback, temos:

$$\sigma_{sf}^2 = \frac{16}{3} \pi^2 \frac{KT}{g_{m1}^2} \cdot \frac{R_f^2}{R_{sf}} C_1^2 B^3 \quad (8.43)$$

Resultante do resistor R_3 e do coletor de T_2 ,

$$\sigma_3^2 = 2 \cdot \frac{KT}{g_{m1}^2 g_{m2}} \cdot \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{sf}} \right)^2 \cdot \frac{4}{3} \pi^2 B^3 R_f^2 C_1^2 \quad (8.44)$$

usando que $eI_c = g_m \cdot KT$, e que o ruído gerado por R_3 é desprezível.

Substituindo os valores numéricos nas cinco últimas expressões, chega-se a

$$\sigma_1^2 = 7 \cdot 10^{-11} \text{ V}^2 ,$$

$$\sigma_f^2 = 4 \cdot 10^{-9} \text{ V}^2 ,$$

$$\sigma_2^2 = 1,8 \cdot 10^{-9} \text{ V}^2 ,$$

$$\sigma_{sf}^2 = 1,2 \cdot 10^{-10} \text{ V}^2 ,$$

$$\sigma_3^2 = 1,4 \cdot 10^{-11} \text{ V}^2 .$$

Observe que os últimos termos são bem menores que os primeiros, o que justifica a eliminação do transistor T_3 e alguns resistores como fontes dominantes de ruído. De interesse mesmo, só resta o resistor de realimentação e o ruído gerado pelo canal do FET. Somando (8.41) a (8.42):

$$\sigma^2 = 4KT R_f B + \frac{2,8}{3} \cdot \frac{KT}{g_{m1}} \cdot 4\pi^2 R_f^2 C_1^2 B^3 \quad (8.45)$$

A resposta do pré-amplificador no domínio da frequência a um impulso no tempo de corrente elétrica de área e vale:

$$V_s(f) = e \cdot R_f \cdot \text{ret}(f/2B) \quad (8.46)$$

de onde tiramos que:

$$v_s(0) = 2 e R_f B \quad (8.47)$$

O parâmetro $\tilde{Z}$ pode então ser facilmente obtido e vale:

$$\tilde{Z}^2 = \frac{KT}{e^2 R_f B} + \frac{2,8}{3} \pi^2 \frac{KT}{e^2} \frac{C_1^2}{g_{m1}} B \quad (8.48)$$

Observe que $\tilde{Z}$ é igual à expressão (3.37). Neste ponto, o leitor pode questionar qual o interesse de se ter calculado $\tilde{Z}$ novamente. O fato é que não se sabia até quando o segundo estágio contribuiria com ruído, e o que se fez deu mais segurança na utilização de (8.48). Note ainda que o termo referente à resistência de realimentação é aproximadamente 2 vezes maior que o introduzido pelo FET. Caso se queira minimizar $\tilde{Z}$, deve-se aumentar R_f ; entretanto, deve-se aumentar o ganho em malha aberta também para

que se mantenha a mesma faixa, e aí o amplificador pode se tornar instável. Já o segundo termo depende exclusivamente do fator de mérito do FET (gm/C^2), que quanto maior, melhor. Substituindo-se os valores numéricos em (8.48), obtém-se para Z um valor de 1000.

8.6. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

O transimpedância da Fig. 8.1 é parte do receptor do sistema óptico digital a 45 Mbit/s do CPqD TELEBRÁS/UNICAMP, também conhecido como ELO-34.

Para medir-se a sensibilidade desse pré-amplificador, este foi montado juntamente de um filtro Butterworth (para se eliminar o ruído fora da faixa de interesse, sem que se introduza IIS) de 3ª ordem com frequência de corte em 30 MHz (acima da frequência de Nyquist, uma vez que se trata de um Butterworth e não de um cosseno levantado), mais um amplificador de faixa larga para se conseguir nível suficiente. Conhecidos alguns parâmetros deste sistema experimental que se encontra na Fig. 8.9, pode-se calcular a sensibilidade utilizando-se a aproximação gaussiana do Capítulo 6, e se fazer então uma comparação entre o sistema teórico e o experimental.

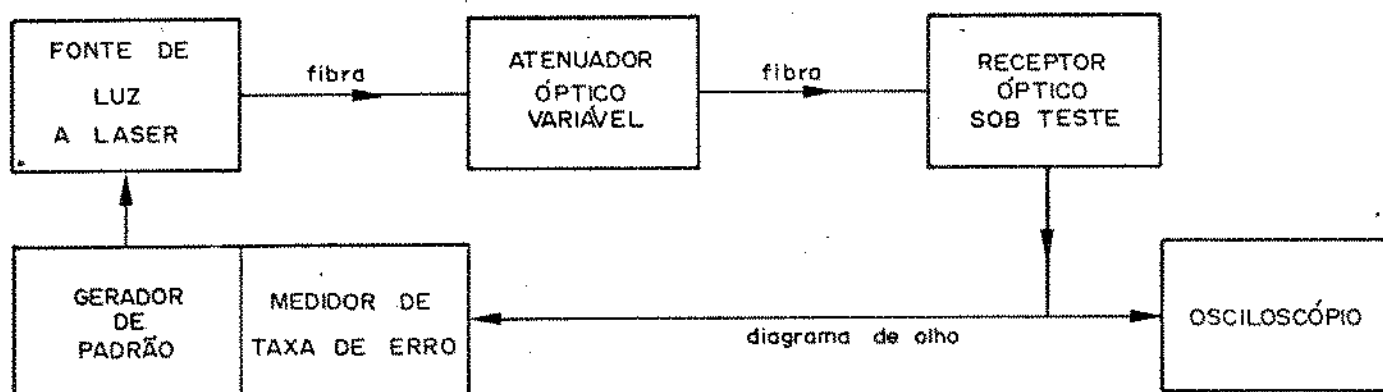


Fig. 8.9 - Sistema experimental objetivando a se medir a sensibilidade do pré-amplificador

Os valores dos parâmetros são os seguintes: a taxa de extinção do LASER (EXT) da fonte de luz foi medida e obteve-se um valor de 1/30, o fotodetector de avalanche segundo o fabricante tem constante de ionização $k=0,02$, o pré amplificador possui $Z=1000$, o duty - cycle transmitido $d=1$, a dispersão da fibra σ vale 0, uma vez que estamos simulando a fibra óptica através de um atenuador óptico variável. Descontando-se a eficiência quântica do fotodetector que no programa supôs-se ser unitária, mas segundo o fabricante vale $\eta = 70\%$, obteremos a Fig. 8.10. Nesta mesma figura, encontrar-se-ão pontos indicando medidas experimentais de sensibilidade para diversas taxas de erro, quando o ganho de avalanche for ótimo.

A diferença encontrada pode ser explicada pela não-otimalidade do filtro Butterworth. Outro ponto que não foi levado em conta se refere ao acréscimo de ruído introduzido pelos resistores de carbono, além dos $2KT/R$.

Outro fator que também não foi levado em conta está relacionado à perda de Fresnel. Esta perda está ligada a reflexões que ocorrem quando um raio de luz passa de um meio com índice de refração n_1 para outro de índice n_2 . O valor desta perda em dB é dada por [8.5].

$$F = 10 \log \left[1 - \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 \right] \quad (8.49)$$

Assim, quando da incidência de luz em um fotodetector, os raios de luz inicialmente passam da fibra para o ar, e deste para a pastilha de silício do fotodetector. Supondo que a fibra tenha índice de refração de 1,5, o ar possua índice de 1,0 e a pastilha de silício índice de 3,6, teremos uma perda total de 1,85 dB, que não é nada desprezível.

Como se vê, os valores experimentais estão bastante próximos dos valores teóricos.

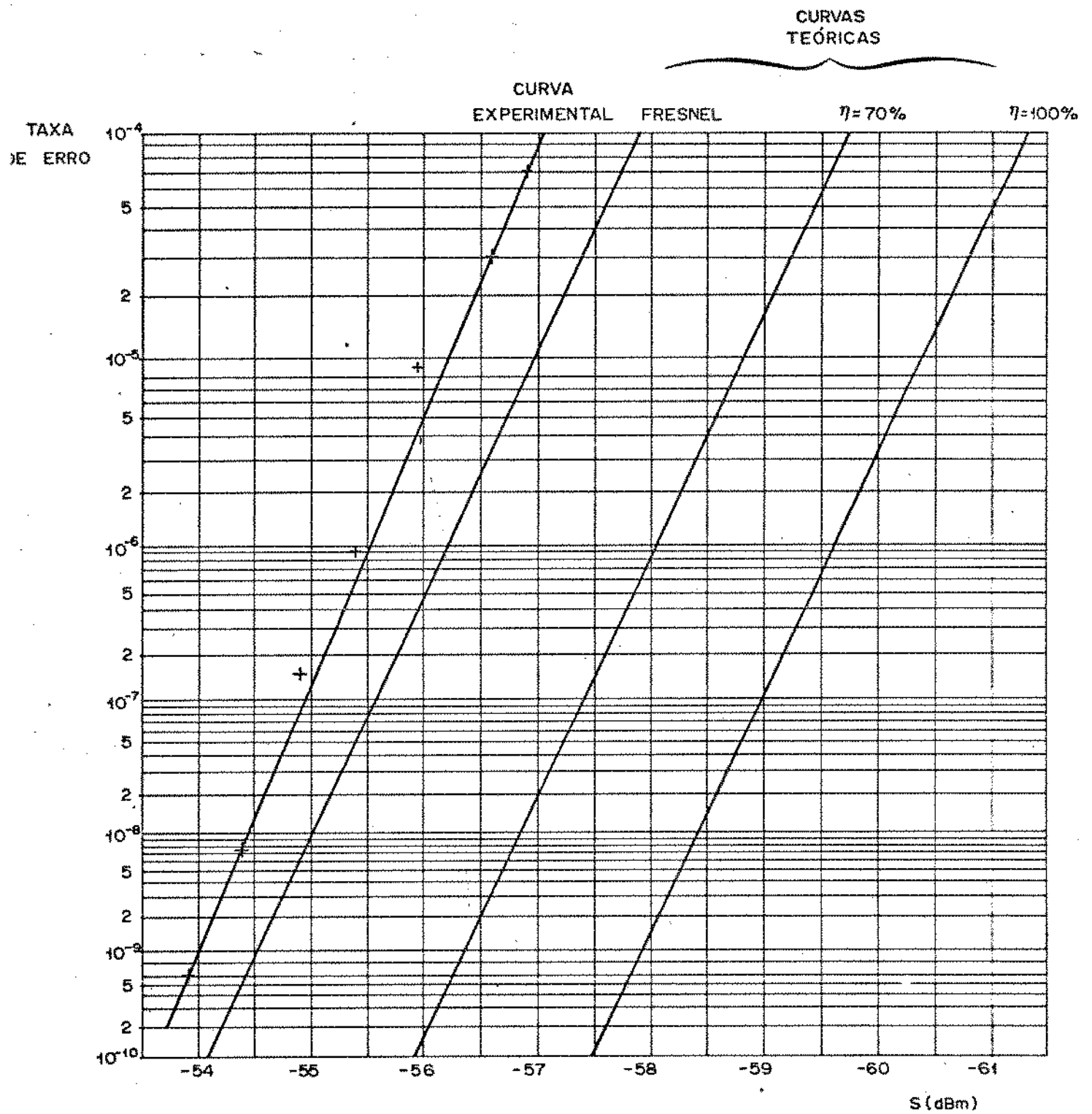


Fig. 8.10 - Comparação em termos de sensibilidade entre teoria e prática

CAPÍTULO 9

APLICAÇÕES SISTÊMICAS

Tem por objetivo calcular comprimentos de enlace de sistemas de comunicações ópticos.

9.1. CÁLCULO DE ENLACE SEM DISPERSÃO

Conhecida a sensibilidade de um receptor óptico S, a potência transmitida P e a atenuação da fibra α , o comprimento de enlace L pode ser facilmente calculado por:

$$L = \frac{P - S - M - E}{\alpha} \quad (9.1)$$

onde: L é dado em km

P e S são dados em dBm

α em dB/km

M é a margem de segurança dada em dB

E = perdas nas emendas e conectores ao longo de toda rota.
Também é dado em dB.

9.2. INCLUSÃO DA DISPERSÃO MODAL

Neste caso se torna um pouco mais complicado o cálculo de enlace pois o parâmetro relacionado à dispersão modal é dado em ns/km (ou B em MHz.km). Por outro lado, a dispersão total da fibra é proporcional ao comprimento de enlace para fibras em que não há mistura de modos (fibras que não possuem irregularidades no seu núcleo, de tal modo que um raio de luz ou modo sempre viajará em um mesmo ângulo em relação ao eixo da fibra). A não mistura de modos é encontrada em fibras com pequenos comprimentos.

Para grandes comprimentos de enlace, as irregularidades no diâmetro do núcleo causam mistura de modos, de maneira que a dispersão total é proporcional à raiz quadrada de L [9.1]:

Resumindo, para comprimentos abaixo de um certo comprimento de acoplamento L_C , a dispersão é proporcional a L, enquanto que acima de L_C , a dispersão é proporcional a $\sqrt{L}$, ou seja:

$$\sigma_{\text{modal}} = \sigma_0 \cdot L, \quad L < L_C \quad (9.2)$$

$$\sigma_{\text{modal}} = \sigma_0 \cdot \sqrt{L \cdot L_C} \quad , \quad L > L_C \quad (9.3)$$

onde: σ_0 é a dispersão por unidade de comprimento
 L_C é o comprimento de acoplamento

Valores típicos de comprimento de acoplamento são da ordem de algumas centenas de metros, o que torna a mistura de modos bastante frequente na prática, pois em telecomunicações é raro se falar em distâncias inferiores a 1 km.

Substituindo (6.6) em (9.3), temos que:

$$\sigma_{\text{modal}} = \frac{374}{B_0} \sqrt{L \cdot L_C} \quad (9.4)$$

onde: B_0 é dado em MHz.km.

9.3. INCLUSÃO DA DISPERSÃO MATERIAL

Até o presente momento, o parâmetro σ está relacionado apenas a dispersão que ocorre na fibra (dispersão modal). No Capítulo 2 vimos que existe outro fator que contribui ao aumento da dispersão, relacionado à largura espectral do dispositivo emissor de luz (dispersão material), devido ao fato que diferentes comprimentos de onda viajam em diferentes velocidades pela fibra. A dispersão cromática pode ser calculada por:

$$\sigma_{\text{mat}} = \delta \cdot \Delta\lambda \cdot L \quad (9.5)$$

onde: δ é a dispersão por unidade de comprimento de onda pelo comprimento da fibra: ps/nm/km

$\Delta\lambda$ largura espectral do dispositivo emissor de luz

Para comprimentos de onda em torno de 0,85 μm , fibras de sílica possuem valor típico de δ igual a 100 ps/nm/km. Como foi dito no Capítulo 2, a dispersão material não tem influência em 1,3 μm , pois o fator δ é próximo de zero (vide Fig. 2.10).

A largura espectral típica de um LASER vale 1 nm, enquanto que para um LED vale 20 nm, de onde se conclui que a dispersão material para o LASER e para o LED valem respectivamente 0,1 ns/km e 2 ns/km. Observe ainda que a dispersão material é proporcional a L, ao contrário da dispersão modal com mistura de modos.

Personick [9.2] mostrou que ambas dispersões podem ser unificadas em torno de uma dispersão total segundo a expressão:

$$\sigma_{\text{tot}}^2 = \sigma_{\text{mat}}^2 + \sigma_{\text{mod}}^2 \quad (9.6)$$

Substituindo (9.4) e (9.5) em (9.6):

$$\sigma_{\text{tot}} = \sqrt{(\delta \cdot \Delta\lambda \cdot L)^2 + (374/B_0)^2 \cdot L \cdot L_C} \quad (9.7)$$

9.4. EXEMPLO DE UM SISTEMA DE COMUNICAÇÕES ÓPTICAS

Para encerrar o capítulo, vamos a um cálculo de enlace de um sistema de comunicações ópticas. Seja um sistema com as seguintes características:

Transmissor	Laser
	potência média acoplada à fibra, $P=0$ dBm
	taxa de extinção $EXT=0,1$
	taxa de bits $R=45$ Mbit/s
	largura espectral $\Delta\lambda=1$ nm
Fibra Óptica	comprimento de onda de emissão $\lambda=850$ nm
	duty cycle $d=100\%$
	fibra de sílica
	atenuação $\alpha=5$ dB/km
	faixa de passagem $B_0=400$ MHz.km
Fibra Óptica	comprimento de acoplamento $L_C=0,3$ km
	dispersão material $\delta=100$ ps/nm/km
	perdas em emendas e conectores $E=5$ dB

Receptor	fotodiodo de avalanche de silício
	constante de ionização $k=0,02$
	eficiência quântica $\eta=70\%$
	corrente de escuro $I_d=0$
	ruído térmico $=1200$
	taxa de erro $P_e=10^{-9}$
	margem de segurança $M=6\text{ dB}$

Para o cálculo da dispersão e, conseqüentemente, da sensibilidade, precisamos conhecer o comprimento de enlace. Um processo iterativo é pois necessário, isto é, a partir de um comprimento inicial, outros valores de comprimentos serão calculados até que haja convergência. Um bom valor para se iniciar é $L=10\text{ km}$. Calculando a dispersão total a partir de (9.7), obteremos $\sigma_{\text{tot}}=3,1\text{ ns}$. Para uma taxa de 45 Mbit/s , o período de cada bit vale 22 ns , fazendo o quociente σ/T valer $0,14$. De posse deste valor, pode-se calcular a sensibilidade através da aproximação gaussiana (Capítulo 6) com IIS. Descontando-se a eficiência quântica de 70% , obteremos $S=-54,5$; substituindo em (9.1), teremos um enlace de $L=8,7\text{ km}$. Este novo valor de enlace nos leva a um novo valor de dispersão $\sigma=2,8$, que proporciona $\sigma/T = 0,12$, que nos conduz a um mesmo valor de enlace de $8,7\text{ km}$.

Se substituirmos o LASER por um LED com somente as seguintes características diferentes das do LASER:

- potência acoplada à fibra $P = -15\text{ dBm}$
- largura espectral $\Delta\lambda = 20\text{ nm}$

Um bom valor para se iniciar o processo iterativo é $L = 5\text{ km}$. Procedendo da mesma maneira anteriormente descrita, chega-se a um enlace da ordem de $4,5\text{ km}$.

Para finalizar, observe uma outra maneira, muito mais simples de se calcular comprimentos de enlace, e que não requer o uso de computador, mas sim a utilização de algumas figuras. A sensibilidade em caso de dispersão nula pode ser facilmente calculada através da aproximação gaussiana, ou seja, através de (4.20). Este valor nos fornece, por meio de (9.1), um comprimento de enlace, que nos possibilita o cálculo da dispersão total. A penalida

de da sensibilidade devido à dispersão pode ser calculada através das Figs. 6.4, 6.7 ou 6.10. Subtraindo-se a sensibilidade obtida anteriormente da penalidade devido à dispersão, obtém-se um novo valor de sensibilidade que, ao ser usada em (9.1), nos fornece um novo valor de comprimento de enlace, e assim sucessivamente.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [2.1] - PERSONICK, S.D., "Optical Fiber Transmission Systems", Plenum Press, 1981.
- [2.2] - PERSONICK, S.D., "Fiber optic communication: A technology coming of age", IEEE Society Magazine, Março 1978, pp. 12-20.
- [2.3] - KRESSEL, H., "Semiconductor devices for optical communications", Springer-Verlag, 1980.
- [2.4] - PRATT, W.H., "Laser communication systems", John Wiley and Sons, Inc., 1969.
- [3.1] - PERSONICK, S.D., "Optical fiber transmission systems", Plenum Press, 1981.
- [3.2] - WALDMAN, H.; BEZZAN, C.; MOSCHIM, E.; ALMEIDA, C. de, "Modelos Básicos para o detector e o amplificador de receptores ópticos", Nota Técnica NT-02, DEE/FEC/UNICAMP, 1982.
- [4.1] - PERSONICK, S.D.; BALABAN, P.; BOBSON, J.H., "A detailed comparison of four approaches to the calculation of the sensitivity of optical fiber system receivers", IEEE Trans. Comm., pp. 541-548, May 1977.
- [4.2] - PERSONICK, S.D., "Optical fiber transmission system", Plenum Press, 1981.
- [4.3] - WALDMAN, H.; BEZZAN, C.; MOSCHIM, E.; ALMEIDA, C. de, "Cálculo básico de sensibilidade de receptores em sistemas de transmissão digital por fibra óptica", Nota Técnica NT-01, DEE/FEC/UNICAMP, 1981.

.../.

- [5.1] - PERSONICK, S.D.; BALABAN, P.; BOBSON, J.J., "Comparison of four approaches to the calculation of the sensitivity of optical fiber system receivers", IEEE Trans. Comm., pp. 541-548, May 1977.
- [5.2] - PERSONICK, S.D., "Statistical of general class of avalanche detectors with applications to optical communications", BSTJ, pp. 3075-3095, December 1971.
- [5.3] - WALDMAN, H.; BEZZAN, C.; MOSCHIM, E.; ALMEIDA, C. de, "Cálculos de sensibilidade em receptores ópticos utilizando a aproximação gaussiana e a desigualdade de Chernoff", DEE/FEC/UNICAMP, Nota Técnica NT-04, 1982.
- [6.1] - ^{LUCKY}VOVKY, R.; SALZ, J.; WELDON, E.J., "Principles of data communications", McGraw Hill, 1968.
- [6.2] - PERSONICK, S.D., "Comparison of equalizing and nonequalizing repeaters for optical fiber systems", BSTJ, pp. 957-971, September 1976.
- [6.3] - WALDMAN, H.; BEZZAN, C.; MOSCHIM, E.; ALMEIDA, C. de, "Perda de sensibilidade em receptores ópticos não-equalizantes devido à IIS", Nota Técnica NT-03, DEE/FEC/UNICAMP, 1982.
- [6.4] - CHEN, F.S.; CHEN, Y.S., "Sensitivity loss of digital optical receivers caused by IIS", BSTJ, pp. 1877-1891, December 1980.
- [6.5] - PERSONICK, S.D.; BALABAN, P.; BOBSON, J.H., "A detailed comparison of four approaches to the calculation of the sensitivity of optical fiber system receivers", IEEE Trans. Comm., pp. 541-548, May 1977.
- [6.6] - PAPOULIS, A., "Probability, random variables and stochastic processes", McGraw Hill, 1965.

- [7.1] - PERSONICK, S.D.; BALABAN, P.; BOBSON, J.H., "A detailed comparison of four approaches to the calculation of the sensitivity of optical fiber system receivers", IEEE Trans. Comm., pp. 541-548, May 1977.
- [8.1] - HULLET, J.L.; MONSTAKAS, S., "Optimum transimpedance broadband optical preamplifier design", Optical and Quantum Electronics 13, pp. 65-69, 1981.
- [8.2] - HULLET, J.L.; MUOI, T.V., "A feedback receive amplifier for optical transmission system", IEEE Trans. Comm., pp. 1180-1185, October 1976.
- [8.3] - ALLEY, C.L.; ATWOOD, K.W., "Electronic Engineering", J. Wiley and Sons, 1973.
- [8.4] - THORNTON, R.D.; SEARLE, C.L.; PEDERSON, D.O.; ADLER, R.B.; ANGELO, E.J., "Multistage transistor circuit", SEEC, Vol. 5, J. Wiley and Sons, New York, 1965.
- [8.5] - SANDBACK, C.P., "Optical Fibre Communication Systems", J. Wiley and Sons, 1980.
- [9.1] - PERSONICK, S.D., "Optical fiber transmission systems", Plenum Press, 1981.
- [9.2] - PERSONICK, S.D., "Optimal trade-off of mode-mixing optical filtering and index difference in digital fiber optic communication systems", BSTJ, pp. 785-800, May-June 1974.
- ...