

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE SISTEMAS

Este exemplar corresponde à redação final
da tese defendida por Katia Campos de
Almeida e aprovada pela Comissão
Julgadora em 30.04.87

Secundino Soares F.

ESTUDOS EM FLUXO DE POTÊNCIA ATIVA
USANDO O PRINCÍPIO DE MÍNIMO ESFORÇO

KATIA CAMPOS DE ALMEIDA

Orientador:

Prof.Dr. Secundino Soares Filho

Tese apresentada à Faculdade de
Engenharia Elétrica da Universi
dade Estadual de Campinas -
UNICAMP, como parte dos requisi
tos exigidos para a obtenção
do título de MESTRE EM ENGENHA-
RIA ELÉTRICA.

- ABRIL 1987 -

UNICAMP

BIBLIOTECA CENTRAL

AGRADECIMENTOS

Ao Secundino pela orientação e estímulo constantes em todo o desenvolvimento da pesquisa.

A todos que colaboraram direta ou indiretamente para que o trabalho pudesse ser concluído em especial ao Marcius, Akebo, Takaaki, Celso Carnieri e Anésio.

A Bete pela datilografia.

RESUMO

Neste trabalho, a partir da equivalência entre o problema do Fluxo de Carga c.c. e o problema de Mínimo Esforço em redes, propõe-se um método dual de Otimização em grafos que, além de ter utilidade no cálculo do Fluxo de Carga c.c., pode ser estendido ao cálculo do Fluxo de Carga Ótimo Linearizado. O método desenvolvido, com algumas adaptações, pode ser utilizado na análise de contingências, permite a representação exata das perdas de transmissão e é capaz de resolver problemas de programação da geração em redes com limites de transmissão.

ÍNDICE

INTRODUÇÃO.....	01
CAPÍTULO I - O MODELO DO FLUXO DE CARGA LINEARIZADO COMO UM PROBLEMA DE MÍNIMO ESFORÇO EM REDES	
I.1. Introdução.....	03
I.2. Fluxo de Carga Linearizado (c.c).....	04
I.2.1. Equação do Modelo Completo.....	04
I.2.2. Equação do Modelo Linearizado.....	06
I.3. Propriedade do Mínimo Esforço em Circuitos Resistivos.....	09
I.4. Potência Dissipada no Modelo Linearizado....	11
I.4.1. Limites de Transmissão.....	12
I.5. Índice de Desempenho do Sistema de Transmis- são.....	14
I.6. Modelo Dual para o Problema de Mínimo Esfor- ço em Redes.....	17
CAPÍTULO II - APLICAÇÃO DO ALGORITMO DUAL NA RESOLUÇÃO DO FLUXO DE CARGA CC E DO FLUXO DE CARGA ÓTIMO LINEARIZADO	
II.1. Introdução.....	20
II.2. Resolução do Fluxo de Carga Linearizado (c.c) por Algoritmo Dual.....	20
II.2.1. Formulação.....	20
II.2.2. Descrição do Método.....	23
II.3. Resolução do Fluxo de Carga Linearizado Ótimo por Algoritmo Dual.....	28
II.3.1. Formulação.....	28
II.3.2. Descrição do Método.....	31

CAPÍTULO III - TESTES REALIZADOS

III.1. Introdução.....	39
III.2. Considerações.....	39
III.3. Resolução do Problema de Fluxo de Carga C.C.	40
III.3.1. Sistema 1	40
III.3.2. Sistema 2	43
III.3.3. Sistema 3	48
III.4. Resolução do Problema de Fluxo de Carga Linear Ótimo.....	61
III.4.1. Sistema 1	61
III.4.2. Sistema 2	62
III.4.3. Sistema 3	65
III.5. Comentários.....	71

CAPÍTULO IV - EXTENSÕES

IV.1. Introdução.....	74
IV.2. Estudo de Contingências.....	74
IV.3. Representação de Perdas no Problema de Mínimo Esforço.....	78
IV.4. Programação da Geração em Redes com Li mites de Transmissão.....	84

CONCLUSÃO.....	92
APÊNDICE A.....	94
REFERÊNCIAS	97

INTRODUÇÃO

No modelo linearizado de fluxo de carga, a relação entre os fluxos de potência ativa e as aberturas angulares das linhas é do mesmo tipo da existente entre os fluxos de corrente e as quedas de tensão em um circuito resistivo de corrente contínua, para o qual são válidas as leis de Kirchhoff. Partindo-se desta similaridade, pode-se demonstrar que é possível formular o problema do fluxo de carga c.c. como um problema de mínimo esforço em redes elétricas- minimização de uma função quadrática sujeita a restrições lineares de igualdade.

A propriedade do mínimo esforço existente no modelo linearizado de fluxo de carga, tem encontrado grande aplicabilidade nos estudos para expansão de sistemas de transmissão de energia elétrica. Em tais estudos o fator "mínimo esforço" é usado como índice de desempenho elétrico do sistema [9, 11, 12].

Neste trabalho, a partir da equivalência existente entre o problema de Mínimo Esforço em redes e o problema de Fluxo de Carga c.c., foi desenvolvido um método iterativo de primeira ordem que, além de ter utilidade no cálculo do Fluxo de Carga c.c., pode ser estendido ao cálculo do Fluxo de Carga Linear Ótimo. O método básico, com algumas adaptações, pode ser utilizado no estudo de contingências e permite a representação exata das perdas de transmissão, sendo que comporta também extensões para o estudo de redes com limites de transmissão, incluindo-se neste caso, redes com sobrecarga.

No Capítulo I formula-se o problema do Fluxo de Carga Linearizado e demonstra-se sua equivalência com o problema de Mínimo Esforço em redes.

Explorando-se as características do modelo de Mínimo Es-

forço, no Capítulo II é proposto um método dual de otimização em grafos para a sua resolução. São propostas também extensões ao modelo inicial para que o mesmo possa representar o problema do Fluxo de Carga Ótimo Linearizado, adicionando-se para isso uma função custo de geração à função objetivo.

Os resultados obtidos pelo algoritmo no cálculo do Fluxo de Carga c.c. e no cálculo do Fluxo de Carga Ótimo Linearizado são apresentados no Capítulo III, onde são feitas considerações a respeito da convergência do método.

Por fim, no Capítulo IV são propostas adaptações no método dual básico para tornar possível sua utilização na análise de contingências, no cálculo do fluxo com perdas e no estudo de redes com limites de transmissão.

CAPÍTULO I

O MODELO DE FLUXO DE CARGA LINEARIZADO COMO UM PROBLEMA DE MÍNIMO ESFORÇO EM REDES

I.1. INTRODUÇÃO

Os circuitos resistivos de corrente contínua apresentam uma interessante propriedade de minimização de perdas elétricas. Pode-se demonstrar que a corrente se distribui entre os ramos de tais circuitos — obedecendo as Leis de Kirchhoff — de forma que a potência dissipada pelos resistores seja a mínima possível.

As redes elétricas representadas pelo Modelo de Fluxo de Carga c.c., da mesma forma que os circuitos resistivos de corrente contínua, apresentam tal propriedade. Em uma rede com M ramos e $N+1$ nós, se forem ligados entre o nó de referência e os N nós restantes N fontes de corrente, a distribuição de corrente nos ramos ocorrerá de tal forma que a potência dissipada seja minimizada.

Existe portanto, uma equivalência entre o problema de fluxo de potência linearizado e o problema de mínimo esforço elétrico em um sistema de transmissão. Neste capítulo, esta equivalência e todas as suas consequências serão discutidas, sendo esta discussão base para todo o estudo feito nos capítulos posteriores.

I.2. FLUXO DE CARGA LINEARIZADO (c.c)

O fluxo de carga c.c. é um modelo linear aproximado para o cálculo da distribuição dos fluxos de potência ativa em uma rede de transmissão. Tal modelo foi desenvolvido a partir da propriedade existente em uma linha de transmissão, onde o fluxo de potência ativa é aproximadamente proporcional a abertura angular na linha e se desloca no sentido dos ângulos maiores para os ângulos menores.

As aproximações feitas para a formulação de carga c.c. tornam-o mais veloz do que o fluxo de carga exato, pois modelam o sistema de transmissão através de um conjunto de equações algébricas lineares extremamente mais simples do que as equações não lineares existentes no modelo exato. Devido a esta simplicidade, o fluxo de carga c.c. tem grande aplicabilidade na análise de sistemas elétricos de potência, tanto no planejamento quanto na operação.

Em sistemas de Extra Alta Tensão (EAT), comparando-se os resultados de um fluxo de carga exato com o modelo c.c., verifica-se que o erro típico para os fluxos nas linhas é de 5%. Tal erro aumenta com as aberturas angulares das linhas, porém restrições de estabilidade e limite térmico obrigam o sistema a operar de tal forma que essas aberturas angulares nas linhas assumam valores para os quais o fluxo de carga c.c. é aceitável [8].

Apesar de ter uma boa precisão quando usado nos estudos de sistemas de EAT, o modelo c.c. não pode ser aplicado para análise de sistema de distribuição onde os fluxos de potência ativa dependem também das quedas de tensão nas linhas.

I.2.1. Equação do Modelo Completo

As linhas e os transformadores de uma rede de energia elétrica podem ser representados pelo modelo π equivalente.

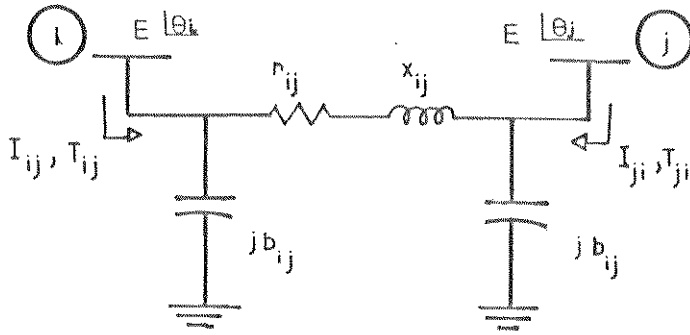


Fig. (I.1)

A corrente na linha (i,j) é

$$I_{ij} = (E_i - E_j) Y_{ij} + j b_{ij}^{sh} \cdot E_i \quad (I.1)$$

onde

Y_{ij} é a admitância série da linha $Y_{ij} = z_{ij}^{-1} = g_{ij} + j b_{ij}$

$$g_{ij} = \frac{r_{ij}}{x_{ij}^2 + r_{ij}^2}, \quad b_{ij} = - \frac{x_{ij}}{x_{ij}^2 + r_{ij}^2}$$

A potência ativa na linha (i,j) é

$$T_{ij} = \text{Real} \left| E_i \cdot I_{ij}^* \right| \quad (I.2)$$

ou

$$T_{ij} = V_i^2 g_{ij} - V_i V_j g_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) - V_i V_j b_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) \quad (I.3)$$

onde

T_{ij} - fluxo de potência ativa no ramo (i,j)

V_i - magnitude da tensão na barra i

θ_i - ângulo da tensão na barra i

g_{ij} - condutância série do ramo (i,j)

b_{ij} - susceptância série do ramo (i,j)

1.2.2. Equações do Modelo Linearizado

O fluxo no extremo oposto da linha (i,j), calculado da mesma forma que (I.3) pode ser expresso por

$$T_{ji} = V_j^2 g_{ij} - V_i V_j g_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + V_i V_j b_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) \quad (I.4)$$

As perdas de transmissão no ramo podem ser escritas como

$$T_{ij} + T_{ji} = g_{ij} \left| V_i^2 + V_j^2 - 2V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j) \right| \quad (I.5)$$

que, se forem desprezadas acarretam

$$T_{ij} = -T_{ji} = -V_i V_j b_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) \quad (I.6)$$

São feitas as seguintes hipóteses simplificadoras:

- i) as magnitudes das tensões são consideradas constantes e iguais a 1,0 pu;
- ii) a reatância (x_{ij}) e a resistência (r_{ij}) do ramo (i,j) são tais que:
 $x_{ij} \gg r_{ij}$;
- iii) as aberturas angulares são pequenas, de modo que
 $\sin(\theta_i - \theta_j) \cong \theta_i - \theta_j$
 $\cos(\theta_i - \theta_j) \cong 1,0$ pu

A hipótese (ii) permite a aproximação $b_{ij} = -1/x_{ij}$ e a hipótese (iii) assegura a linearidade do modelo. A equação (I.6), depois dessas simplificações, se torna

$$T_{ij} = \frac{\theta_i - \theta_j}{x_{ij}} \quad (I.7)$$

A expressão (I.7) estabelece uma relação linear entre os fluxos de potência ativa nos ramos e os ângulos das tensões nas barras.

Matricialmente, para um sistema de $N+1$ barras e M ramos, a expressão (I.7) pode ser escrita como

$$T = X^{-1} A^t \theta \quad (I.8)$$

onde

- T - vetor fluxo de potência ativa ($T \in \mathbb{R}^M$)
- X - matriz diagonal das reatâncias ($X \in \mathbb{R}^{M \times M}$)
- A - matriz de incidência no arco da rede ($A \in \mathbb{R}^{(N+1) \times M}$)
- θ - vetor dos ângulos das tensões ($\theta \in \mathbb{R}^{N+1}$)

A figura I.2 ilustra as matrizes X e A .

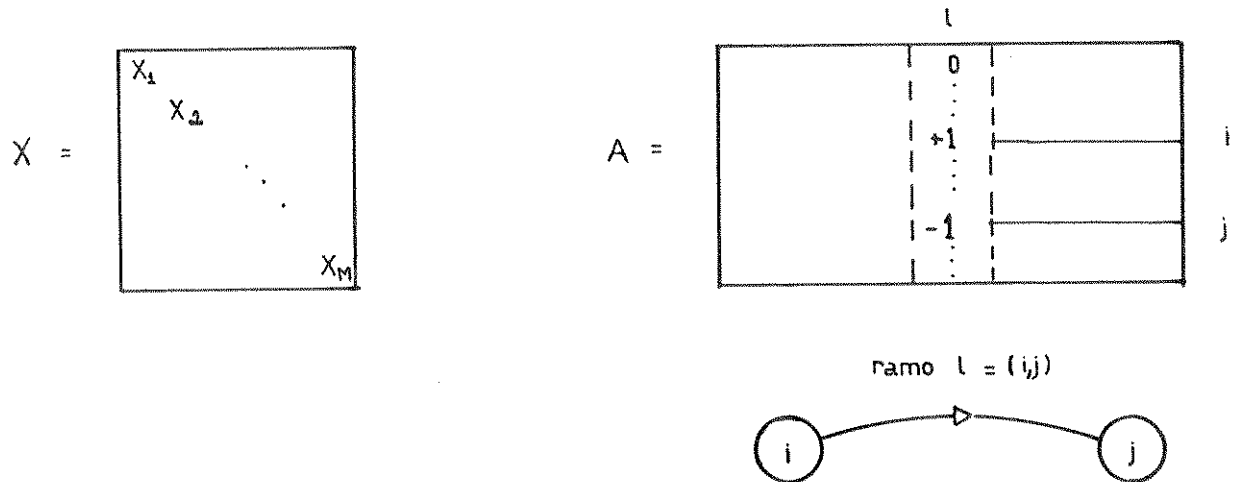


Fig. (I.2)

A equação (I.7), ou (I.8), assegura a 2.^a Lei de Kirchhoff. Por outro lado, a 1.^a Lei de Kirchhoff determina a conservação de fluxo na rede, e é expressa por

$$AT = P \quad (I.9)$$

onde P é o vetor das injeções líquidas de potência ativa na rede ($P \in \mathbb{R}^{N+1}$).

As equações (I.8) e (I.9) constituem o modelo de fluxo de carga linearizado e podem ser sintetizadas na relação

$$P = AT = AX^{-1}A^t \theta = B\theta \quad (I.10)$$

onde $B = AX^{-1}A^t$ é a matriz susceptância da rede ($B \in \mathbb{R}^{(N+1) \times (N+1)}$), definida por

$$B_{ij} = \begin{cases} \sum_{m \in \Omega_i} 1/x_{im} & \text{se } i=j \\ -1/x_{ij} & \text{se } i \neq j \text{ e } \exists \text{ arco}(i,j) \\ 0 & \text{se } i \neq j \text{ e } \nexists \text{ arco}(i,j) \end{cases}$$

com Ω_i sendo o conjunto das barras ligadas à barra i .

A matriz B de (I.10) é singular, pois, como as perdas de transmissão foram desprezadas, a soma das componentes $b_{ij}, i \neq j$ de uma linha i em B é igual ao elemento b_{ii} da diagonal principal. Para resolver este problema elimina-se uma das linhas (i) do sistema (I.10) e adota-se a barra correspondente como referência angular ($\theta_i = 0$). Desta forma, o sistema passa a ter dimensão N e os ângulos das N barras restantes podem ser determinados a partir das injeções especificadas nestas N barras, supondo sempre que a rede seja conexa.

Pode-se interpretar a relação (I.10) como sendo a representação de uma rede de resistores alimentada por fontes de corrente contínua, onde:

- P = vetor injeção de corrente;
- θ = vetor das tensões nodais;
- B = matriz admitância nodal.

Baseada nesta analogia, o modelo de fluxo de carga linearizado é também conhecido como modelo c.c. e todas as propriedades válidas para os circuitos de corrente contínua são corretas no modelo linear da rede de transmissão.

I.3. PROPRIEDADE DO MÍNIMO ESFORÇO EM CIRCUITOS RESISTIVOS

Seja o circuito:

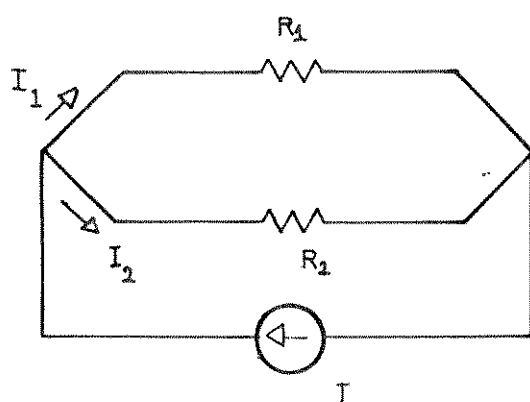


Fig. (I.3)

Aplicando-se as leis de Kirchhoff temos

$$I_1 + I_2 = I \quad (1^a \text{ Lei})$$

$$R_1 I_1 - R_2 I_2 = 0 \quad (2^a \text{ Lei})$$

ou

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I \quad ; \quad I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I \quad (I.11)$$

Formulando-se o problema de minimização da potência dissipada nos resistores, temos:

$$\begin{cases} \text{Min } Z = \frac{1}{2} (R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2) \\ \text{s.a. } I = I_1 + I_2 \quad (\lambda) \end{cases}$$

Resolvendo-se o problema acima, escreve-se o Lagrangeano

$$L(I_1, I_2, \lambda) = \frac{1}{2} (R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2) + \lambda (I - I_1 - I_2)$$

e se estabelece as condições de otimalidade (necessárias e suficientes) [1] :

$$\nabla_{I_1} L = R_1 I_1 - \lambda = 0 \quad \rightarrow \quad I_1 = \lambda / R_1$$

$$\nabla_{I_2} L = R_2 I_2 - \lambda = 0 \quad \rightarrow \quad I_2 = \lambda / R_2$$

$$\nabla_{\lambda} L = I - I_1 - I_2 = 0 \quad \rightarrow \quad I - \lambda / R_1 - \lambda / R_2 = 0 .$$

A solução fornecida é

$$\lambda^* = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I \quad ; \quad I_1^* = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I \quad ; \quad I_2^* = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

Os resultados acima coincidem com os apresentados nas equações (I.11) evidenciando que a tendência natural da corrente é procurar o caminho da menor resistência elétrica: Lei do menor esforço.

I.4. POTÊNCIA DISSIPADA NO MODELO LINEARIZADO

Pode-se associar ao modelo linearizado (c.c) de uma rede de transmissão com M ramos, expresso em (I.10), uma "potência dissipada"— que não tem significado físico de perdas como no circuito resistivo de corrente contínua — definida por

$$Z = \frac{1}{2} \sum_{\ell=1}^M x_{\ell} \cdot T_{\ell}^2 = \frac{1}{2} T^t X T \tag{I.12}$$

De forma análoga ao que acontece no circuito resistivo, os fluxos de potência ativa numa rede de transmissão representada pelo modelo c.c., distribuem-se de tal forma que a "potência dissipada" associada a este modelo seja minimizada.

Formulando-se o problema de mínimo esforço (PME) para uma rede de transmissão, temos

$$(PME) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{Min} \quad Z = \frac{1}{2} T^t X T & (I.13) \\ \text{s.a.} \quad AT=P & (I.14) \end{array} \right.$$

Associando às restrições (I.14) um vetor multiplicador de Lagrange ($\lambda \in R^N$), a função Lagrangeana se escreve

$$L(T, \lambda) = \frac{1}{2} T^t X T + \lambda^t (P - AT) \quad (I.15)$$

Pode-se expressar a condição necessária e suficiente de otimalidade de (PME) como:

$$\nabla_T L = XT - A^t \lambda = 0 \rightarrow T = X^{-1} A^t \lambda \quad (I.16)$$

$$\nabla_\lambda L = P - AT = 0 \rightarrow P = AT \quad (I.17)$$

Da comparação entre (I.16) - (I.17) e (I.8) - (I.9) se comprova a equivalência entre o fluxo de carga linearizado e o problema de mínimo esforço (PME), evidenciando-se também a correspondência entre λ e θ .

Uma importante consequência desta equivalência está na interpretação dos ângulos θ como medida da sensibilidade da função objetivo (I.13) às variações na injeção líquida de potência ativa nas barras | 5 |.

$$\frac{\partial Z}{\partial P_i} = \theta_i, \quad i=1,2,\dots,N \quad (I.18)$$

I.4.1. Limites de Transmissão

Podemos formular o Problema de Mínimo Esforço em Redes, (PME) considerando-se também os limites de fluxos nas linhas:

$$(PMEL) \left\{ \begin{array}{ll} \text{Min} & Z = \frac{1}{2} T^t X T \\ \text{s.a.} & AT = P \quad (\lambda) \\ & T \leq T^{\max} \quad (u) \end{array} \right.$$

onde $T^{\max}$ é o vetor de limites máximos de fluxo de potência nas linhas ($T^{\max} \in R^M$)

Seja o Lagrangeano de (PMEL)

$$L(T, \lambda, u) = \frac{1}{2} T^t X T + \lambda^t (A T - P) + u^t (T - T^{\max}) \quad (I.19)$$

onde u é o vetor multiplicador de Lagrange para as restrições de desigualdade ($u \in R^M$).

Expressando-se a condição de otimalidade (PMEL) como

$$\nabla_T L = X T - A^t \lambda + u = 0 \quad (I.20)$$

$$\nabla_\lambda L = P - A T = 0 \quad (I.21)$$

$$\nabla_u L = T - T^{\max} < 0 \quad (I.22)$$

$$u^t \cdot \nabla_u L = u^t (T - T^{\max}) = 0 \quad (I.23)$$

$$u \geq 0 \quad (I.24)$$

vemos, através de (I.20), que o valor de T dado pela resolução de (PMEL) somente será idêntica ao encontrado pela resolução do fluxo de carga c.c. — equação (I.8) — se tivermos $u=0$, o que é assegurado pela lei da folga complementar (I.23), uma vez que tenhamos

$$T < T^{\max} \quad (I.25)$$

Portanto, para que seja válida a equivalência entre o

modelo linearizado de fluxo de carga e o problema de mínimo esforço, não poderemos ter a restrição expressa por (I.22) ativa, ou seja, os fluxos na rede serão tais que não atinjam o valor dos limites máximos de cada arco.

Visto de uma outra forma, podemos dizer a partir de (I.20) que a equivalência entre os dois modelos existe quando a 2ª Lei de Kirchhoff, representada pela equação (I.8), seja respeitada em todo o sistema.

I.5. ÍNDICE DE DESEMPENHO DO SISTEMA DE TRANSMISSÃO

Considerando o valor da solução ótima de (PME) parametrizada na injeção líquida de potência ativa nas barras, obtém-se a função de perturbação $|5|$ de (PME).

$$Z(P) = \text{Min } \frac{1}{2} T^t X T \quad \text{s.a.} \quad AT=P \quad (\text{I.26})$$

que, pode-se provar $|5|$, é convexa e diferenciável com derivadas parciais dadas por (I.18). A fig. (I.4) ilustra este fato.

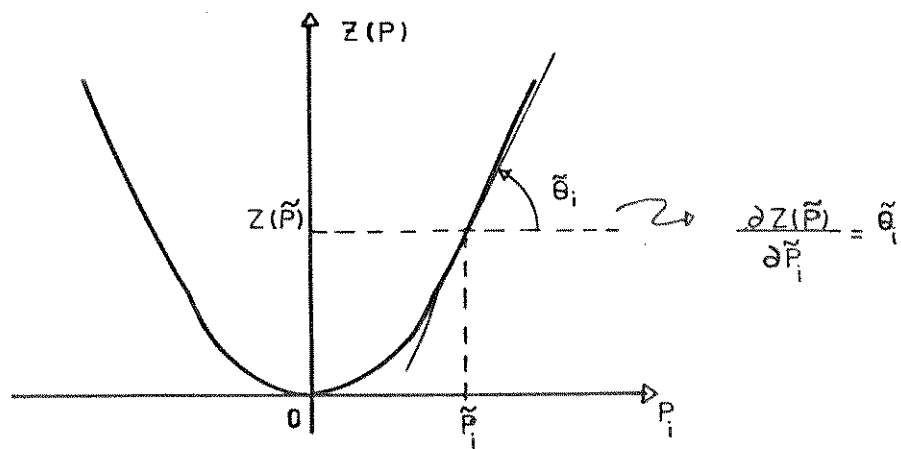


Fig. (I.4)

A função $Z(P)$ é convexa, quadrática e definida positiva. Para $P=0$, caso hipotético em que todas as barras possuem geração própria suficiente para atender às suas cargas, $Z(0)$ é igual a zero. Sua expressão geral é:

$$Z(P) = \frac{1}{2} T^t X T$$

onde

$$T = X^{-1} A^t \theta$$

$$P = AT = AX^{-1} A^t \theta = B \theta$$

Portanto,

$$T = X^{-1} A^t B^{-1} P$$

com o que se obtém

$$Z(P) = \frac{1}{2} P^t (B^{-1})^t A X^{-1} X X^{-1} A^t B^{-1} P$$

ou

$$Z(P) = \frac{1}{2} P^t (B^{-1})^t A X^{-1} A^t B^{-1} P$$

substituindo (I.10) e uma vez que B^{-1} é simétrica:

$$Z(P) = \frac{1}{2} P^t B^{-1} P \quad (I.27)$$

Portanto a função $Z(P)$, que representa o valor da solução ótima de (PME) em função da injeção líquida de potência ati-

va, é uma forma quadrática definida positiva com Hessiana igual a inversa da matriz de susceptância da rede elétrica.

O índice $Z(P)$ mede a potência dissipada num circuito resistivo alimentado por fontes de corrente contínua onde as resistências são dadas pelas reatâncias das linhas de transmissão. Embora não seja a medida das perdas de potência ativa na rede, corresponde a de um índice de desempenho do sistema relacionado de certa forma com elas.

A associação de $Z(P)$ como índice de desempenho do sistema fica mais evidente se as perdas de transmissão, que foram desprezadas na hipótese do modelo c.c. (I.5), forem aproximadas partindo-se das mesmas hipóteses feitas para o modelo sem perdas.

$$\begin{aligned} T_{ij}^p &= g_{ij} \left| V_i^2 + V_j^2 - 2V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j) \right| \\ &\approx g_{ij} \left| 2(1 - \cos(\theta_i - \theta_j)) \right| \\ &\approx g_{ij} (\theta_i - \theta_j)^2 \end{aligned} \quad (I.28)$$

A função Z expressa em termos dos ângulos através da relação $T = X^{-1} A^t \theta$, é dada por

$$Z(\theta) = \frac{1}{2} \theta^t A X^{-1} X X^{-1} A^t \theta = \frac{1}{2} \theta^t A X^{-1} A^t \theta$$

ou

$$Z(\theta) = \frac{1}{2} \theta^t B \theta \quad (I.29)$$

Assim, em termos dos ângulos de tensão das barras, o critério (I.13) representa a soma sobre todos os ramos da rede, da expressão:

$$z_{ij} = \frac{(\theta_i - \theta_j)^2}{x_{ij}} \quad (I.30)$$

Da comparação entre (I.28) e (I.30) vê-se que, embora o critério Z não seja igual às perdas ativas aproximadas da rede, ele será proporcional às elas desde que a relação $x_{ij}g_{ij}$ seja constante.

Mesmo não sendo válida a proporcionalidade entre T_{ij}^p e Z_{ij} , ambos os índices atuam no sentido de reduzir as aberturas angulares e consequentemente os fluxos de potência ativa na rede.

I.6. MODELO DUAL PARA O PROBLEMA DE MÍNIMO ESFORÇO EM REDES

Associado ao problema (PME) temos a função dual

$$H(\theta) = \min_T \quad \frac{1}{2} T^t X T + \theta^t (P - AT) \quad (I.31)$$

e o problema dual (DME)

$$(DME) \quad \begin{cases} \text{Max} & H(\theta) \\ \text{s.a.} & \theta \in R^N \end{cases}$$

A função dual $H(\theta)$ pode ser obtida analiticamente substituindo-se a solução $T = X^{-1} A^t \theta$ em (I.31), o que fornece

$$H(\theta) = \frac{1}{2} \theta^t A X^{-1} X X^{-1} A^t \theta + \theta^t (P - A X^{-1} A^t \theta)$$

ou

$$H(\theta) = -\frac{1}{2} \theta^t B \theta + \theta^t P \quad (I.32)$$

Portanto, a função dual $H(\theta)$ é côncava, quadrática e de forma relacionada com a função perturbação $Z(P)$ pois sua Hessiana é dada pela matriz de susceptância da rede. Na verdade a função dual é conjugada [4] da função de perturbação $Z(P)$, isto é, de (I.27), (I.29) e (I.32) tem-se

$$H(\theta) = -Z(P) + \theta^t P \quad (I.33)$$

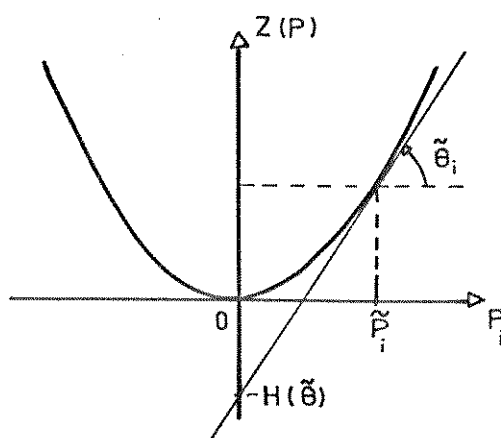


Fig. (I.5)

O gradiente da função dual é dado pelo erro na restrição de conservação de potência ativa nas barras. De (I.31) vem:

$$\nabla H(\theta) = P - AT = P - AX^{-1} A^t \theta = P - B\theta \quad (I.34)$$

A solução do dual do mínimo esforço (DME) será dada por

$$\nabla H(\theta^*) = 0 \quad (I.35)$$

o que implica a partir de (I.32)

$$P = B\theta^* \quad (I.36)$$

Desse modo, a solução do problema de fluxo de carga linearizado pode ser obtida através da maximização da função dual, côncava, quadrática e definida negativa, expressa em (I.31) e (I.32).

No capítulo II será apresentado um algoritmo para a resolução de (DME), escolhido de modo que as características da função dual sejam aproveitadas.

CAPÍTULO II

APLICAÇÃO DO ALGORITMO DUAL NA RESOLUÇÃO DO FLUXO DE CARGA CC E DO FLUXO DE CARGA ÓTIMO LINEARIZADO

II.1. INTRODUÇÃO

Como foi visto no Capítulo I, o problema do Fluxo de Carga c.c. é equivalente ao problema de Mínimo Esforço em redes (PME) e pode ser resolvido através da maximização de seu dual (DME). Neste capítulo é apresentado um algoritmo para a resolução deste dual, usando o método de gradiente conjugado de Fletcher-Reeves [1].

Se em (PME) supomos que as injeções líquidas de potência nas barras são livres, sujeitas apenas a limites máximos e mínimos, e associamos a este vetor de injeções uma função a ser minimizada juntamente com o índice de mínimo esforço em (PME), pode-se representar com este novo modelo o Problema do Fluxo de Carga Ótimo Linearizado. Serão também apresentadas neste capítulo, as alterações necessárias no algoritmo básico para a resolução deste problema.

II.2. RESOLUÇÃO DO FLUXO DE CARGA LINEARIZADO (C.C.) POR ALGORITMO DUAL

II.2.1. Formulação

Como foi demonstrado no Capítulo I, uma vez que existe

uma equivalência entre um circuito resistivo de corrente contínua e uma rede de transmissão representada pelo modelo (c.c.), a solução do problema do fluxo de carga linearizado pode ser obtida pela resolução de um problema de mínimo esforço em redes.

$$(PME) \quad \begin{cases} \text{Min} & Z = \frac{1}{2} T^t X T \\ \text{s.a.} & AT = P \end{cases}$$

O dual de (PME) se escreve:

$$(PME) \quad \begin{cases} \text{Max} & H(\theta) \\ & \theta \in R^N \end{cases}$$

onde

$$\begin{aligned} H(\theta) &= \min_T \left\{ \frac{1}{2} T^t X T + \theta^t (P - AT) \right\} \\ &= \frac{1}{2} T^* X T^* + \theta^t (P - AT^*) \end{aligned} \quad (II.1)$$

e

$$\nabla H(\theta) = P - AT^* \quad (II.2)$$

Aproveitando-se as características da função dual, utilizou-se como método de resolução de (DME) o Gradiente Conjugado de Fletcher-Reeves [1], e calculou-se, analiticamente, o tamanho do passo da busca unidimensional α^k a partir da resolução de:

$$\max_{\alpha} H(\theta^k + \alpha d^k) \quad (II.3)$$

Resolvendo-se o problema acima, de (I.32) vem:

$$\text{Max}_{\alpha} \left\{ -\frac{1}{2} (\theta^{k+\alpha d^k})^t B (\theta^{k+\alpha d^k}) + (\theta^{k+\alpha d^k})^t P \right\} \quad (\text{II.4})$$

No ponto ótimo de (II.4) temos:

$$\frac{dH(\theta^{k+\alpha d^k})}{d\alpha} = -(\mathbf{d}^k)^t B (\theta^{k+\alpha d^k}) + (\mathbf{d}^k)^t P = 0$$

ou

$$\alpha^k = \frac{(\mathbf{d}^k)^t (P - B\theta^k)}{(\mathbf{d}^k)^t B \mathbf{d}^k} \quad (\text{II.5})$$

Fazendo

$$\mathbf{E}^k = P - A^t \mathbf{T}^k \quad (\text{II.6})$$

e substituindo (I.10) e (II.6) em (II.5) o passo ótimo α^k é tal que

$$\alpha^k = \frac{(\mathbf{d}^k)^t \mathbf{E}^k}{(\mathbf{d}^k)^t A \mathbf{X}^{-1} A^t \mathbf{d}^k} \quad (\text{II.7})$$

onde $\mathbf{E}^k$ é o vetor de erro no somatório de fluxos de potência ativa nos nós (erro na primeira lei de Kirchhoff).

Como consequência da utilização de um método de direções conjugadas para a maximização de uma função côncava, quadrática e definida negativa, tem-se que o algoritmo proposto chegará na solução ótima do problema após um número finito de iterações, no caso N, dimensão do problema (DME) $|1|$.

II.2.2. Descrição do Método

O método pode ser descrito pelo seguinte algoritmo:

Passo 0 - Inicialize o processo com θ^0 . Faça $k=0$.

Passo 1 - Faça $k=k+1$. Calcule os fluxos nas linhas a partir da equação $T^k = X^{-1} A^t \theta^k$

Passo 2 - Se temos $k=N$ pare. (T^N, θ^N) são os fluxos de potência ativa nos ramos e os ângulos nas barras para a injeção líquida de potência ativa P .

Caso contrário, calcule os erros no somatório de potência ativa dos nós. $E^k = P - A T^k$ e a função dual

$$H(\theta^k) = \frac{1}{2} (T^k)^t X T^k + (\theta^k)^t E^k$$

Passo 3 - Determine a direção de caminhada d^k tal que para $k=1$

$$d^k = E^k$$

para $k=2, \dots, N$

$$d^k = E^k + \beta_{k-1} d^{k-1}$$

onde

$$\beta_{k-1} = \frac{E^k E^k}{E^{k-1} E^{k-1}}$$

Passo 4 - Determine o tamanho do passo α^k tal que

$$\alpha^k = \frac{(d^k)^t E^k}{(d^k)^t A X^{-1} A^t d^k}$$

Passo 5 - Faça $\theta^{k+1} = \theta^k + \alpha_k d^k$ e volte ao passo 1.

A figura (II.1) mostra o algoritmo na forma de um fluxograma.

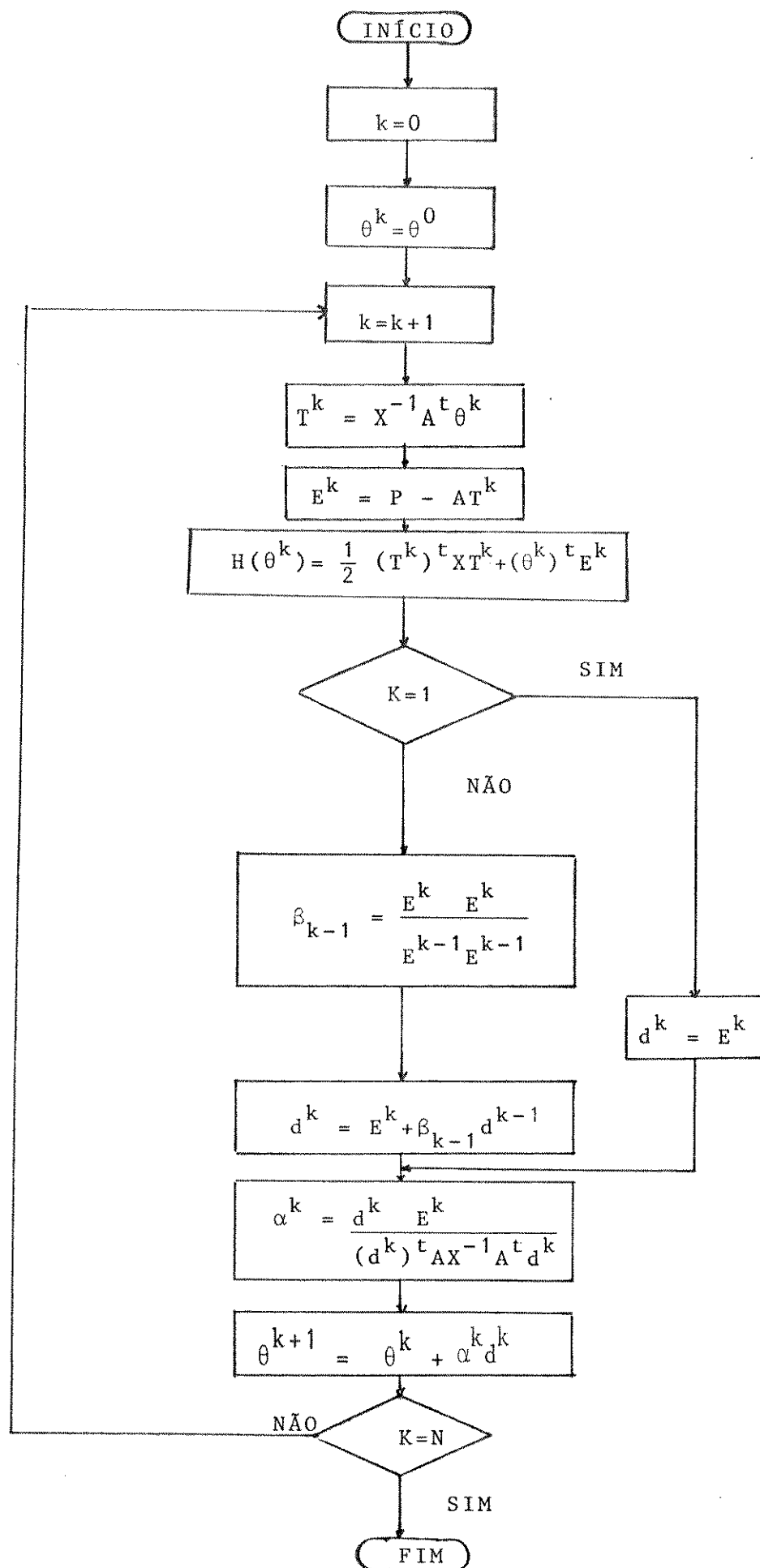


Figura (II.1)

Observações

1- A diferença básica entre o método proposto para a resolução do problema de fluxo de carga c.c. e o método clássico utilizando-se a equação (I.10) é que enquanto o primeiro é um método de 1.^a ordem, o segundo utiliza informação de 2.^a ordem.

Quando resolvemos o problema de fluxo de carga c.c. pelo método clássico, onde θ é calculado a partir das injeções líquidas de potência nas barras, na realidade é como se trabalhássemos com o método de Newton-Raphson sobre uma aproximação linearizada (sem perdas) do fluxo de carga. Podemos ver este método como um processo iterativo inicializado por

$$\theta^0 = 0$$

Com isso, os fluxos nas linhas (T^0) e sua somatória nos nós (P^0) serão

$$T^0 = 0 \rightarrow P^0 = 0$$

e conseqüentemente o erro nos balanços nodais será (para a injeção líquida especificada P)

$$\Delta P = P^0 - P = -P$$

Aplicando-se a correção de segunda ordem estabelecida pelo método de Newton-Raphson temos

$$\Delta \theta = -B^{-1} \Delta P$$

e os novos valores para os ângulos serão

$$\theta^1 = \theta^0 + \Delta\theta$$

ou

$$\theta^1 = B^{-1}P$$

Como calcular θ pelo procedimento descrito acima é equivalente a resolver um problema de maximização de uma função quadrática com Hessiana dada por B — eq. (I.32) — tal algoritmo tem convergência garantida em um passo [5].

Ao contrário do método de Newton, que é de 2.^a ordem e resolve o fluxo de carga linearizado por meio da inversão da matriz Hessiana B , o método apresentado nesta seção resolve o problema (DME), quadrático, por um algoritmo que utiliza somente informação de primeira ordem, o Gradiente Conjugado de Fletcher-Reeves.

2- É interessante observar que na resolução de (DME) a segunda lei de Kirchhoff é permanentemente satisfeita através da minimização do Lagrangeano, enquanto a primeira lei de Kirchhoff só é satisfeita no final quando $\nabla H(\theta^*)=0$. Ocorre portanto, durante a resolução do dual o inverso do que se verifica quando se resolve o problema (PME), onde a primeira lei de Kirchhoff é permanentemente satisfeita e a segunda lei só é satisfeita na solução ótima.

3- O passo ótimo da busca α^k pode ser calculado de maneira bastante simples, dada a esparsidade da matriz $B=AX^{-1}A^t$.

Seja a expressão (II.5):

$$\alpha^k = \frac{(d^k)^t E^k}{(d^k)^t B d^k} = \frac{N_{um}}{D_{en}}$$

Seu numerador é o produto escalar

$$N_{um} = \sum_{i=1}^N d_i^k E_i^k \quad (II.8)$$

onde d_i^k e E_i^k indicam o i -ésimo componente dos vetores d^k e E^k , respectivamente. O denominador é

$$D_{en} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N d_i^k d_j^k B_{ij} \quad (II.9)$$

onde

$$B_{ij} = \begin{cases} \sum_{m \in \Omega_i} 1/x_{im} & \text{se } i=j \\ -1/x_{ij} & \text{se } i \neq j \text{ e } \exists \text{ arco } (i,j) \\ 0 & \text{se } i \neq j \text{ e } \nexists \text{ arco } (i,j) \end{cases}$$

Vendo por outro lado, cada arco $\ell=(i,j)$ contribui com as seguintes parcelas

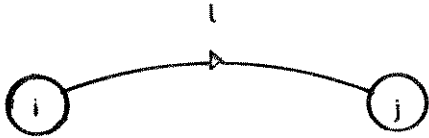


Fig. (II.2)

- 1.^a) $2d_i^k d_j^k (-1/x_{ij})$ porque $i \neq j$ e $\exists$ arco (i,j)
- 2.^a) $(d_i^k)^2 (1/x_{ij})$ porque $(i,j) \in \Omega_i$
- 3.^a) $(d_j^k)^2 (1/x_{ij})$ porque $(i,j) \in \Omega_j$

Portanto, o cálculo de D_{en} pode ser feito eficientemente por

$$\text{Den} = \sum_{\ell=1}^M 1/x_{\ell} (d_i - d_j)^2 \quad (\text{II.10})$$

onde M é o número de arcos do sistema.

II.3. RESOLUÇÃO DO FLUXO DE CARGA LINEARIZADO ÓTIMO POR ALGORITMO DUAL

II.3.1. Formulação

Se, num determinado sistema de transmissão, supomos livres as injeções líquidas de potência ativa nas barras, sendo sujeitas apenas à limites máximos e mínimos, e associamos a estas injeções uma função a ser minimizada, (PME) pode ser escrito

$$(\text{PME}_1) \left\{ \begin{array}{ll} \text{Min} & wF(P) + \frac{1}{2} T^t X T \\ \text{s.a.} & AT = P \\ & P \in S = \{\underline{P} \leq P \leq \bar{P}\} \end{array} \right.$$

onde $F(P)$ é a função objetivo associada às injeções líquidas de potência ativa; $\underline{P}$ e $\bar{P}$ são respectivamente os limites mínimos e máximos nas injeções líquidas de potência ativa nas barras e w é um fator de ponderação.

O problema (PME_1) pode ser compreendido como um problema bi-objetivo.

$$\text{Min}_{P \in S} \left\{ wF(P) + Z'(P) \right.$$

A elevação do fator w assegura a predominância do custo

associado à injeção líquida sobre o índice de mínimo esforço, garantindo o objetivo do fluxo de carga ótimo. Soluções de compromisso entre os dois objetivos podem ser obtidas, entretanto, para diferentes valores do fator w .

Qualquer que seja o valor de w a solução de (PME_1) sempre respeitará as leis de Kirchhoff, desde que não estejam presentes restrições ativas de limites de transmissão.

Dualizando (PME_1) em relação à primeira lei de Kirchhoff obtemos o Lagrangeano

$$L(P, T, \theta) = wF(P) + \frac{1}{2} T^t X T + \theta^t (P - AT) \quad (II.11)$$

cujas minimização fornece a função dual.

$$H_1(\theta) = \min_{T, P \in S} L(T, P, \theta) = L(T^*, P^*, \theta) \quad (II.12)$$

onde

$$T^* = X^{-1} A^t \theta \quad (II.13)$$

$$P^* = \text{Arg} \min_{P \in S} \{wF(P) + \theta^t P\} \quad (II.14)$$

O problema dual (DME_1) correspondente será:

$$(DME_1) \left\{ \begin{array}{l} \text{Max} \quad H_1(\theta) \\ \theta \in R^N \end{array} \right.$$

cujas solução θ^* assegura

$$\nabla H_1(\theta^*) = P^* - AT^* = 0 \quad (II.15)$$

Portanto, da mesma forma que ocorre com (DME), os indicadores da otimalidade da solução de (DME₁) são os erros no somatório dos fluxos dos nós.

A partir do desenvolvimento feito acima, pode-se notar que a liberação das potências líquidas injetadas no sistema e sua associação a uma função objetivo a ser minimizada juntamente com $Z(P)$ – Índice de Desempenho do Sistema – não acarreta em grandes modificações no modelo original. Como consequência, o método proposto para a resolução de (DME₁) será semelhante ao apresentado no item (II.2.2), com a diferença de que, agora, a potência líquida injetada passa a ser uma variável de decisão cujo valor passa a ser calculado a cada iteração.

Por outro lado, a menos que a solução de

$$\begin{array}{ll} \text{Min} & \{wF(P) + \theta^t P\} \\ P \in S & \end{array} \quad (\text{II.16})$$

seja uma função implícita linear de θ , a função dual $H_1(\theta)$ não será quadrática e, conseqüentemente, a busca unidimensional não mais poderá ser analítica.

Optou-se, neste caso, pela implementação de um algoritmo de busca unidimensional baseado em aproximação quadrática de $H_1(\theta)$, mais especificamente o método de Falsa Posição [5]. A idéia básica é aproximar a função $H_1(\theta)$ por uma quadrática que passe por dois de seus pontos usando apenas informações de suas derivadas primeiras, facilmente obtidas.

Definindo-se

$$g(\alpha) \triangleq H_1(\theta^k + \alpha d^k) \quad (\text{II.17})$$

e supondo-se dois pontos α^{i-1} e α^{i-2} onde foram medidas as deriva

das direcionais

$$g'(\alpha) = \nabla H_1(\theta^k + \alpha d^k) d^k$$

a função $g(\alpha)$ é aproximada por

$$g(\alpha) = g(\alpha^{i-1}) + g'(\alpha^{i-1})(\alpha - \alpha^{i-1}) + \frac{g'(\alpha^{i-1}) - g'(\alpha^{i-2})}{\alpha^{i-1} - \alpha^{i-2}} \frac{(\alpha - \alpha^{i-1})^2}{2} \quad (\text{II.18})$$

cujo ponto de estacionariedade fornece a recorrência:

$$\alpha^i = \alpha^{i-1} - g'(\alpha^{i-1}) \frac{(\alpha^{i-1} - \alpha^{i-2})}{g'(\alpha^{i-1}) - g'(\alpha^{i-2})} \quad (\text{II.19})$$

O processo iterativo dado por (II.19) continua até que a derivada direcional $g'(\alpha^k)$ se anule dentro de uma precisão pré-estabelecida ϵ_1 .

$$|g'(\alpha^k)| = |\nabla H_1(\theta^k + \alpha^k d^k) d^k| < \epsilon_1 \quad (\text{II.20})$$

É interessante observar que, com a introdução de $F(P)$ e dos limites máximos e mínimos para as potências líquidas injetadas, a convergência do algoritmo não se dará necessariamente em N iterações, dependendo basicamente de quanto a função dual se aproxima da função quadrática.

II.3.2. Descrição do Método

Feitas as alterações discutidas na seção anterior, o método proposto para a resolução de (DME_1) pode ser descrito pelo

seguinte algoritmo.

Passo 0 - Inicialização com θ^0

Faça $k=0$

Passo 1 - Faça $k=k+1$

Calcule os fluxos nas linhas a partir da equação $T^k = X^{-1} A^t \theta^k$

Calcule as injeções líquidas de potência ativa de tal forma que

$$P^k = \arg \min_{P \in S} \{wF(P) + (\theta^k)^t P\}$$

Passo 2 - Calcule os erros dos nós

$$E^k = P^k - AT^k$$

Se $\|E^k\| < \epsilon$ onde ϵ é uma precisão pré-estabelecida, pare. (T^k, θ^k, P^k) são os fluxos nas linhas, os ângulos e as injeções líquidas de potência nas barras que resolvem os problemas (PME_1) e (DME_1)

Caso contrário calcule

$$H_1(\theta^k) = wF(P^k) + \frac{1}{2} (T^k)^t X T^k + (\theta^k)^t E^k$$

Passo 3 - Dê um passo α^k na direção d^k , tal que:

i) Para $k=1$

$$\text{faça } d^k = E^k$$

e vá para o passo 4.

ii) Para $k=2, \dots, N$ faça

$$d^k = E^k + \beta_{k-1} d^{k-1}$$

onde

$$\beta_{k-1} = \frac{E^k E^k}{E^{k-1} E^{k-1}}$$

e vá para o passo 4.

Passo 4 - Determine o tamanho do passo α^k resolvendo o problema

$$\max_{\alpha} H_1(\theta^k + \alpha d^k)$$

por aproximação quadrática.

Passo 5 - Faça $\theta^{k+1} = \theta^k + \alpha^k d^k$

Se $k=N$ faça $k=0$ e volta a 1

A figura (II.3) ilustra o processo.

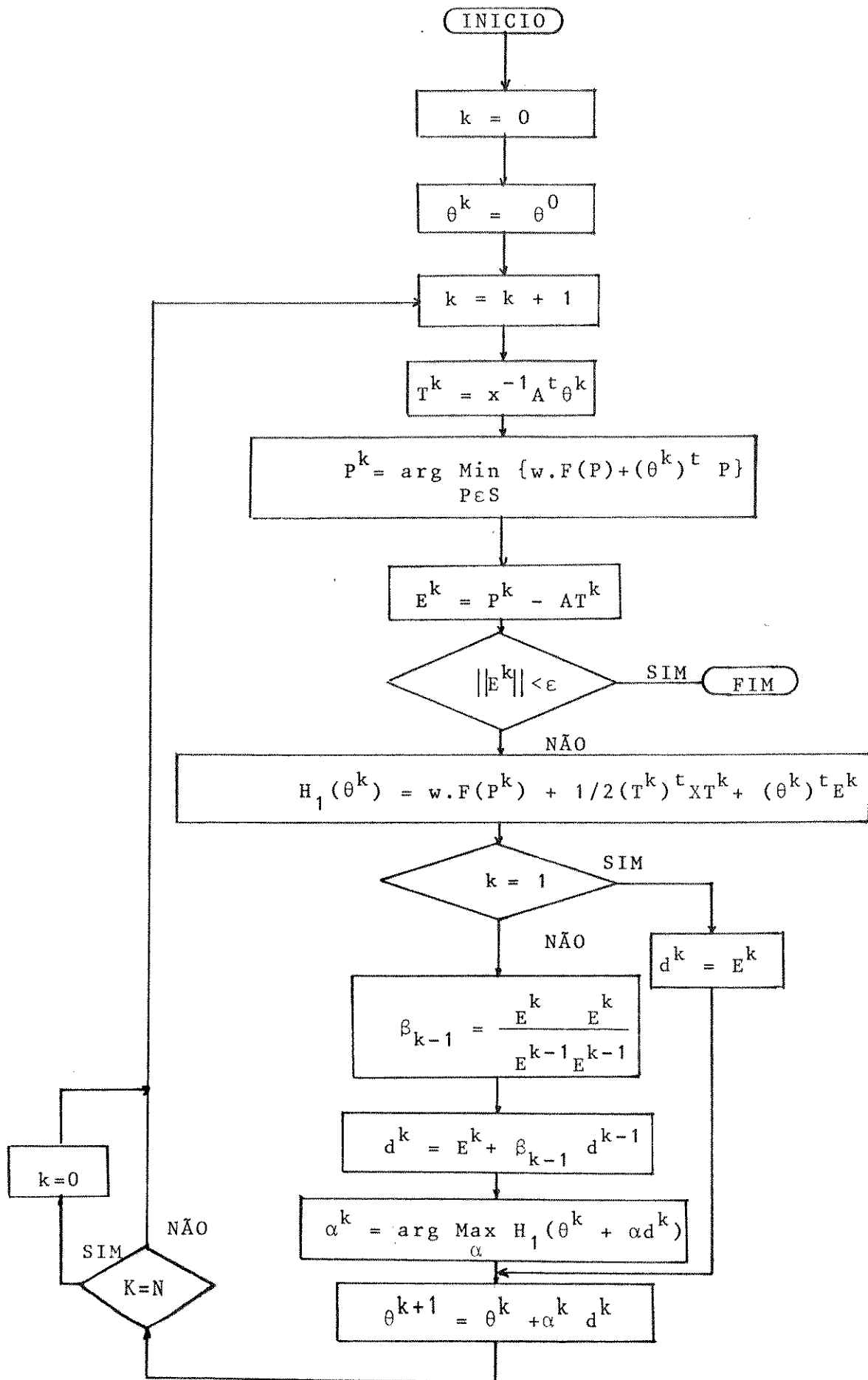


Figura (II.3)

Observações

1- No caso de $F(P)$ quadrática, o que ocorre com frequência em problemas práticos, a solução implícita de (II.16) será uma função linear por partes. Isto é notado facilmente quando temos um critério aditivamente separável

$$F(P) = \sum_{i=1}^N f_i(P_i) = \sum_{i=1}^N (a_i P_i^2 + b_i P_i + c_i) \quad (\text{II.21})$$

onde

a_i , b_i e c_i são constantes, $a_i > 0$, o que nos permite escrever (II.14) como

$$P_i^* = \underset{\underline{P}_i \leq P_i \leq \bar{P}_i}{\text{Arg Min}} \{ w f_i(P_i) + \theta_i P_i \} \quad i=1, \dots, N \quad (\text{II.22})$$

O ponto de estacionariedade do minimizando é

$$\frac{w df_i(\tilde{P}_i)}{dP_i} + \theta_i = 0$$

ou

$$\tilde{P}_i = \frac{-\theta_i - w b_i}{2 w a_i} \quad (\text{II.23})$$

portanto a solução ótima P_i^* de (II.22) será

$$P_i^* = \max \{ \underline{P}_i, \min(\tilde{P}_i, \bar{P}_i) \} \quad (\text{II.24})$$

De outra forma, P_i^* pode ser escrito

$$P_i^* = \begin{cases} \bar{P}_i & \text{se } \theta_i \leq -w(2a_i\bar{P}_i + b_i) \\ \tilde{P}_i & \text{se } -w(2a_i\bar{P}_i + b_i) \leq \theta_i \leq -w(2a_i\underline{P}_i + b_i) \\ \underline{P}_i & \text{se } \theta_i \geq -w(2a_i\underline{P}_i + b_i) \end{cases} \quad (\text{II.25})$$

Na figura (II.4) fica evidenciada a forma da solução implícita $P_i^*(\theta_i)$

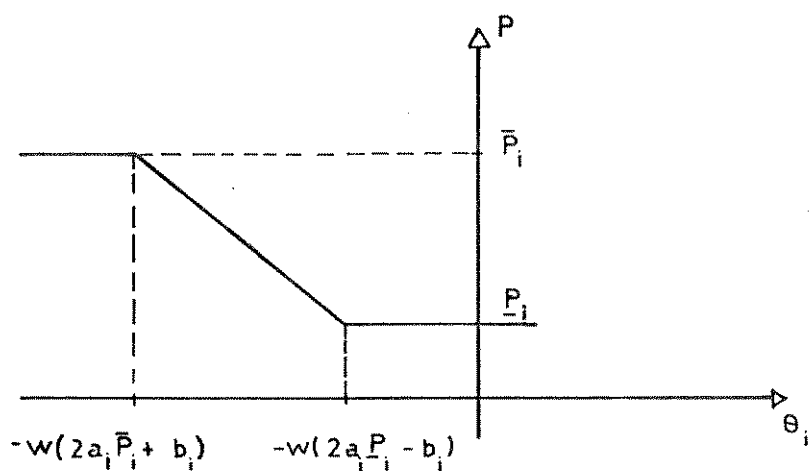


Fig (II.4)

Com $P_i^*(\theta_i)$ uma função linear por partes, a função dual $H_1(\theta)$, que é uma função quadrática de $P_i^*(\theta_i)$, será quadrática por partes.

2- Suponhamos em (DME₁) que $F(P)$ represente o custo de geração do sistema, com a forma:

$$F(P) = F(G) = \sum_{i=1}^N f_i(G_i) \quad (\text{II.26})$$

onde

$$P_i = G_i - C_i$$

sendo G_i a geração da barra i , sujeita à limites máximos ($\bar{G}_i$) e mínimos ($\underline{G}_i$), que podem ser ambos nulos se não houver geração na barra i ; C_i a carga da barra i , suposta constante e conhecida, podendo ser nula.

Com a resolução de (DME₁) obtêm-se uma política de geração ótima G^* que minimiza o objetivo conjunto de custo de geração e esforço de transmissão. Sua formulação é:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{\theta \in \mathbb{R}^N} \quad & \{wF(G^*) + \frac{1}{2} (T^*)^t X T^* + \theta^t (G^* - C - AT^*)\} \end{aligned} \quad (\text{II.27})$$

onde

$$T^* = X^{-1} A^t \theta$$

$$G^* = \arg \min_{\underline{G}_i \leq G_i \leq \bar{G}_i} \{wF(G) + \theta^t G\} \quad (\text{II.28})$$

Da condição de otimalidade de (II.28) deriva uma relação entre os ângulos de fase e o custo marginal de geração, nas barras de geração.

$$w \frac{df_i(G_i^*)}{dG_i^*} = -\theta_i^* \quad \text{se} \quad \underline{G}_i < G_i^* < \bar{G}_i$$

$$w \frac{df_i(G_i^*)}{dG_i^*} \geq -\theta_i^* \quad \text{se} \quad \underline{G}_i = G_i^*$$

$$w \frac{df_i(G_i^*)}{dG_i^*} \leq -\theta_i^* \quad \text{se} \quad G_i^* = \bar{G}_i$$

Assim, o ângulo θ_i^* será proporcional ao custo marginal

de geração da barra não saturada, isto é, aquela cuja geração não está nos seus limites. O fator de proporcionalidade é a ponderação w entre os objetivos de custo de geração e índice de desempenho.

Observa-se uma importante consequência da relação que existe entre os custos marginais de geração e os ângulos das barras. Se iniciamos o algoritmo ilustrado na figura (II.3) com θ^0 igual ao vetor custo marginal de geração, conseguimos uma melhora significativa no tempo gasto para se obter a solução ótima. Neste caso, pode-se obter o vetor custo marginal pela resolução do Problema de Despacho Econômico (DE).

$$(DE) \left\{ \begin{array}{l} \text{Min } \sum_{i=1}^{NG} f_i(G_i) \\ \text{s.a. } \underline{G}_i \leq G_i \leq \bar{G}_i \\ \sum_{i=1}^{NG} G_i = \sum_{i=1}^{NC} C_i \end{array} \right.$$

onde NG é o número de barras de geração e NC é o número de barras de carga do sistema.

No Capítulo III são apresentados os resultados obtidos pelos algoritmos de Fluxo de Carga C.C e Fluxo de Carga Linearizado Ótimo quando aplicados a sistemas de transmissão de diferentes portes.

CAPITULO III

TESTES REALIZADOS

III.1. INTRODUÇÃO

São apresentados neste capítulo os resultados obtidos em testes com o Algoritmo Dual proposto no capítulo anterior, realizados em sistemas de transmissão de diferentes portes. Os estudos foram feitos com o auxílio de um programa computacional em linguagem FORTRAN com versões compatíveis com os sistemas I-7000 (ITAUTEC) e VAX.

A fim de se fazer uma comparação com os resultados fornecidos pelo algoritmo ilustrado na figura (II.1) - utilizado no cálculo do fluxo de carga c.c. - são apresentados aqui as soluções encontradas por um algoritmo clássico onde se resolve a equação $P=B\theta$.

Por fim são apresentadas sugestões para tornar o método mais eficaz.

III.2. CONSIDERAÇÕES

1. Os parâmetros de linha são apresentados em p.u. com base 100 MVA para todos os sistemas.

2. Para o cálculo do fluxo de carga c.c. a injeção líquida de potência ativa em cada barra é feita igual à diferença entre a geração nominal e a carga associada à ela.

No caso do fluxo de carga linear ótimo considera-se as gerações livres, sujeitas apenas a limites máximos e mínimos de $\pm 10\%$ do valor nominal. Foi associada ao vetor de geração uma função custo expressa por

$$F(G) = aG^2 + bG + c \quad (\text{III.1})$$

sendo a, b e c coeficientes de custo estimados de acordo com dados fornecidos por [2] para usinas térmicas a carvão.

O fator de ponderação w associado a F(G) na equação (II.11) foi fixado em 1 para todos os exemplos rodados.

III.3. RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE FLUXO DE CARGA (c.c)

O método ilustrado na figura (II.1) foi testado em três sistemas de transmissão. Foi respeitado o limite máximo de N iterações - dimensão do problema - para o algoritmo, sendo utilizada precisão simples para as variáveis do programa computacional.

III.3.1. Sistema 1

Os testes foram feitos primeiramente em um sistema apresentado por Stevenson [13] representado na fig. (III.1).

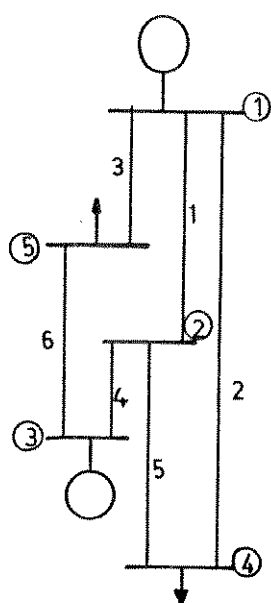


Fig. (III.1)

Dados do Sistema :

- números de barras	-	5
- número de linhas	-	6
- número de barras de geração	-	2
- número de barras de carga	-	3

Dados de rede :

linha	no origem	no destino	reatancia (pu)	resistencia (pu)
1	1	2	.4000	.1000
2	1	4	.6000	.1500
3	1	5	.2000	.0500
4	2	3	.2000	.0500
5	2	4	.4000	.1000
6	3	5	.2000	.0500

Tabela (III.1)

Dados de geração :

no de geracao	lim sup. ger. (MW)	ger. nom. (MW)	lim. inf. ger. (MW)	coef.custo (a)	coef.custo (b)	coef.custo (c)
1	66.000	60.000	54.000	.0100	10.060	50.000
3	110.000	100.000	90.000	.0050	9.500	110.000

Tabela (III.2)

Dados de carga :

no de carga	pot. consumida (MW)
2	60.0000
4	40.0000
5	60.0000

Tabela (III.3)

Os resultados obtidos após 5 iterações do algoritmo dual, bem como a distribuição de fluxos fornecida por um algoritmo clássico foram :

no	erro final (MW)	angulo (graus)
1	.000	2.1440
2	-.000	-1.9961
3	.000	4.7315
4	0.000	-5.8405
5	-.000	0.0000

Tabela (III.4)

linha	dif. ang.(graus)	fluxo (MW)	fluxo alg. classico (MW)
1	4.1401	18.0645	18.0645
2	7.9844	23.2258	23.2258
3	2.1440	18.7097	18.7097
4	-6.7276	-58.7097	-58.7097
5	3.8444	16.7742	16.7742
6	4.7315	41.2903	41.2903

Tabela (III.5)

III.3.2. Sistema 2

Realizou-se testes também com o sistema New England ilustrado na figura (III.2).

Dado do Sistema :

- número de barras - 39
- número de linhas - 46
- número de barras de geração - 10
- número de barras de carga - 19

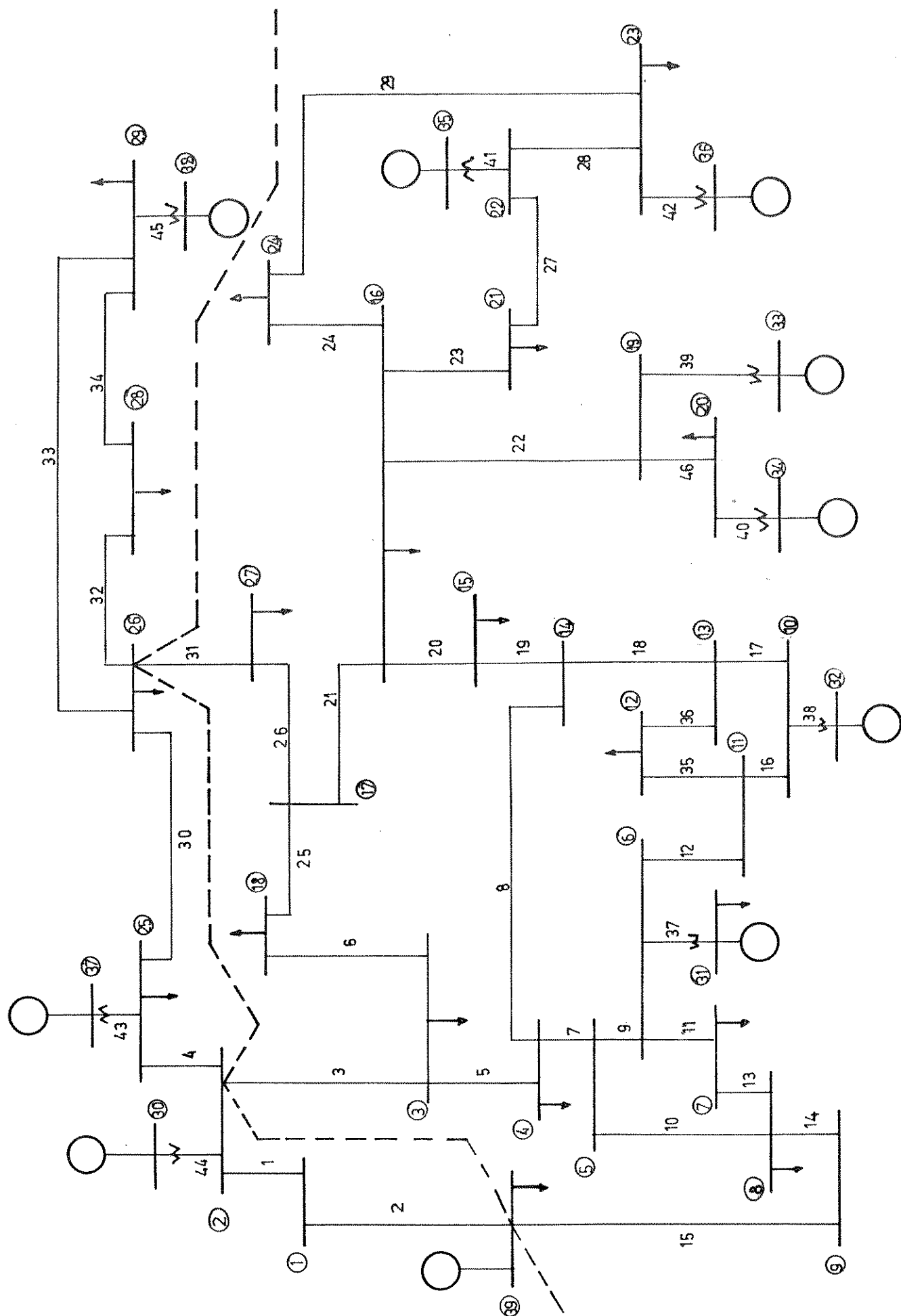


Figura (III.2)

Dados de rede :

linha	no origem	no destino	reatancia (pu)	resistencia (pu)
1	1	2	.0411	.0035
2	1	39	.0250	.0010
3	2	3	.0151	.0013
4	2	25	.0086	.0070
5	3	4	.2130	.0013
6	3	18	.0133	.0011
7	4	5	.0128	.0008
8	4	14	.0129	.0008
9	5	6	.0026	.0002
10	5	8	.0112	.0008
11	6	7	.0092	.0006
12	6	11	.0082	.0007
13	7	8	.0046	.0004
14	8	9	.0363	.0023
15	9	39	.0250	.0010
16	10	11	.0043	.0004
17	10	13	.0043	.0004
18	13	14	.0101	.0009
19	14	15	.0217	.0018
20	15	16	.0094	.0009
21	16	17	.0089	.0007
22	16	19	.0195	.0016
23	16	21	.0135	.0008
24	16	24	.0059	.0003
25	17	18	.0082	.0007
26	17	27	.0173	.0013
27	21	22	.0140	.0008
28	22	23	.0096	.0006
29	23	24	.0350	.0022
30	25	26	.0323	.0032
31	26	27	.0147	.0014
32	26	28	.0474	.0043
33	26	29	.0625	.0057
34	28	29	.0151	.0014
35	11	12	.0435	.0016
36	12	13	.0435	.0016
37	6	31	.0250	0.0000
38	10	32	.0200	0.0000
39	19	33	.0142	.0007
40	20	34	.0180	.0009
41	22	35	.0143	0.0000
42	23	36	.0232	.0005
43	25	37	.0232	.0006
44	2	30	.0181	0.0000
45	29	38	.0156	.0008
46	19	20	.0138	.0007

Dados de Geração :

no de geracao	lim sup. ger. (MW)	ger. nom. (MW)	lim. inf. ger. (MW)	coef.custo (a)	coef.custo (b)	coef.custo (c)
30	300.000	250.000	200.000	.0020	8.500	180.000
31	636.600	530.500	424.400	.0005	8.230	460.000
32	780.000	650.000	520.000	.0006	8.270	470.000
33	758.400	632.000	505.600	.0006	8.270	465.000
34	609.600	508.000	406.400	.0007	8.210	380.000
35	780.000	650.000	520.000	.0006	8.270	470.000
36	672.000	560.000	448.000	.0007	8.280	460.000
37	648.000	540.000	432.000	.0007	8.230	450.000
38	996.000	830.000	664.000	.0009	7.480	752.000
39	1200.000	1000.000	800.000	.0007	7.470	900.000

Tabela (III.7)

Dados de Carga :

no de carga	pot. consumida (MW)
3	322.0000
4	500.0000
7	233.8000
8	522.0000
12	8.5000
15	320.0000
16	329.4000
18	158.0000
20	680.0000
21	274.0000
23	247.5000
24	308.6000
25	224.0000
26	139.0000
27	281.0000
28	206.0000
29	283.5000
31	9.2000
39	1104.0000

Tabela (III.8)

Os erros finais dos nós e os resultados obtidos pelo método dual após 39 iterações são apresentado a seguir, juntamente com a distribuição de fluxo obtida pela utilização do algoritmo clássico.

no	erro final	angulo (graus)
1	-.153	2.0437
2	.060	5.4000
3	-.063	2.3602
4	-.030	-.6514
5	-.085	.5898
6	.146	1.2942
7	.019	-.8853
8	.034	-1.3589
9	-.003	-.5542
10	.040	3.9102
11	-.128	3.0100
12	.059	3.0028
13	.147	3.2090
14	-.181	1.6107
15	.050	1.9797
16	.048	3.8633
17	-.098	3.0436
18	-.092	2.3240
19	.048	9.0008
20	.044	7.6400
21	-.055	6.4541
22	.100	11.3383
23	-.155	11.1122
24	.116	4.0159
25	-.090	6.6026
26	.098	5.2700
27	.056	2.9675
28	-.019	9.2174
29	.009	12.2570
30	.116	7.9914
31	.034	8.7608
32	-.007	11.3587
33	.021	14.1425
34	.063	12.8784
35	-.106	16.6648
36	-.100	18.5574
37	.020	13.7803
38	.046	19.6752
39	-.009	0.0000

Tabela (III.9)

linha	dif. ang.(graus)	fluxo (MW)	fluxo alg. classico (MW)
1	-3.3563	-142.5263	-142.6283
2	2.0437	142.6793	142.6297
3	3.0398	351.3587	351.4326
4	-1.2026	-244.0611	-244.0608
5	3.0115	24.6767	24.6717
6	.0362	4.7451	4.7612
7	-1.2412	-169.2426	-169.2987
8	-2.2621	-306.0504	-306.0315
9	-.7044	-472.8339	-472.9664
10	1.9487	303.6760	303.6709
11	2.1796	413.4859	413.5006
12	-1.7158	-365.2002	-365.1678
13	.4735	179.6670	179.7001
14	-.8047	-38.6912	-38.6298
15	-.5542	-38.6882	-38.6297
16	.9001	365.3602	365.4213
17	.7012	284.6066	284.5772
18	1.5983	276.1887	276.3313
19	-.3690	-29.6809	-29.6982
20	-1.8836	-349.7308	-349.6985
21	.8197	160.7459	160.8010
22	-5.1375	-459.8244	-460.0002
23	-2.5908	-334.9503	-334.7763
24	-.1526	-45.1499	-45.1235
25	.7196	153.1633	153.2395
26	.0761	7.6808	7.5622
27	-4.8842	-608.8948	-608.7755
28	.2261	41.1111	41.2240
29	7.0962	353.8659	353.7242
30	1.3326	72.0084	71.9384
31	2.3025	273.3753	273.4381
32	-3.9474	-145.3497	-145.3651
33	-6.9870	-195.1147	-195.1347
34	-3.0396	-351.3305	-351.3655
35	.0072	.2884	.2544
36	-.2061	-8.2709	-8.2459
37	-7.4666	-521.2659	-521.3000
38	-7.4485	-650.0067	-650.0000
39	-5.1418	-631.9791	-631.9999
40	-5.2385	-507.9366	-507.9999
41	-5.3265	-650.1059	-650.0001
42	-7.4452	-560.1002	-560.0002
43	-7.1777	-539.9799	-539.9999
44	-2.5914	-249.8839	-249.9999
45	-7.4182	-829.9538	-830.0002
46	1.3608	172.1071	172.0004

Tabela (III.10)

III.3.3. Sistema 3

O método foi testado, por fim, em um sistema de maior porte - IEEE 118 - ilustrado na figura (III.3).

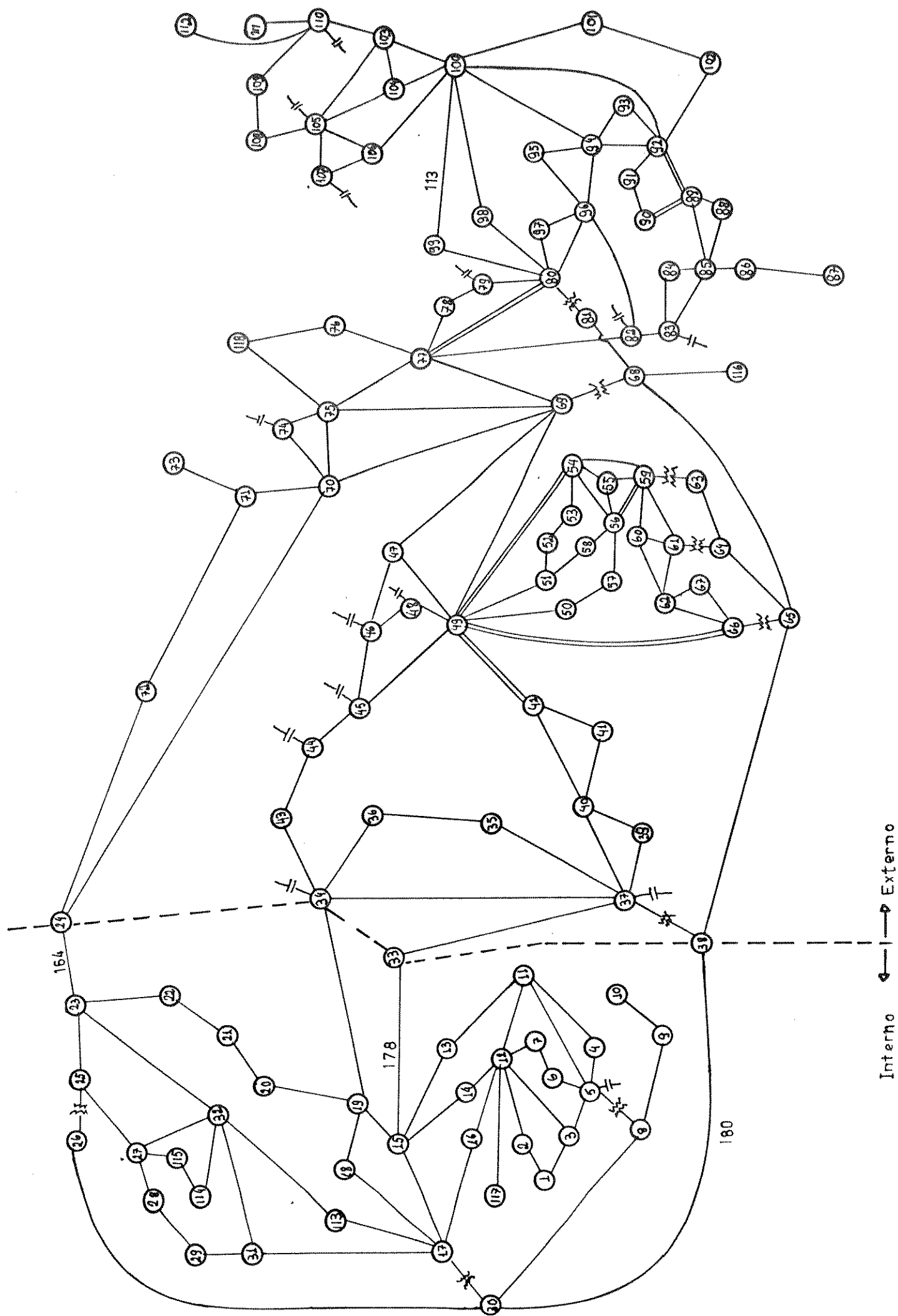


Fig. (III.3)

Dados do Sistema :

- número de barras	- 118
- número de linhas	- 186
- número de barras de geração	- 19
- número de barras de carga	- 98

Dados de rede :

linha	no origem	no destino	reatancia (pu)	resistencia (pu)
1	35	36	.0102	.0022
2	35	37	.0497	.0110
3	33	37	.1420	.0415
4	34	36	.0268	.0087
5	34	37	.0094	.0026
6	38	37	.0375	0.0000
7	37	39	.1060	.0321
8	37	40	.1680	.0593
9	39	40	.0605	.0184
10	40	41	.0487	.0145
11	40	42	.1830	.0555
12	41	42	.1350	.0410
13	43	44	.2454	.0608
14	34	43	.1681	.0413
15	44	45	.0901	.0240
16	45	46	.1356	.0400
17	46	47	.1270	.0380
18	46	48	.1890	.0601
19	47	49	.0625	.0191
20	42	49	.3230	.0715
21	42	49	.3230	.0715
22	45	49	.1860	.0684
23	48	49	.0505	.0179
24	49	50	.0752	.0267
25	49	51	.1370	.0486
26	51	52	.0588	.0203
27	52	53	.1635	.0405
28	53	54	.1220	.0263
29	49	54	.2890	.0730
30	49	54	.2910	.0869
31	54	55	.0707	.0169
32	54	56	.0095	.0027
33	55	56	.0151	.0049
34	56	57	.0966	.0343

linha	no origem	no destino	reatancia (pu)	resistencia (pu)
35	50	57	.1340	.0474
36	56	58	.0966	.0343
37	51	58	.0719	.0255
38	54	59	.2293	.0503
39	56	59	.2510	.0825
40	56	59	.2390	.0803
41	55	59	.2158	.0474
42	59	60	.1450	.0317
43	59	61	.1500	.0328
44	60	61	.0135	.0026
45	60	62	.0561	.0123
46	61	62	.0376	.0082
47	63	59	.0386	0.0000
48	63	64	.0200	.0170
49	64	61	.0268	0.0000
50	64	65	.0320	.0027
51	38	65	.0986	.0090
52	49	66	.0919	.0018
53	49	66	.0919	.0018
54	62	66	.2180	.0482
55	62	67	.1170	.0258
56	65	66	.0370	0.0000
57	66	67	.1015	.0224
58	65	68	.0160	.0014
59	47	69	.2778	.0844
60	49	69	.3240	.0985
61	68	69	.0370	0.0000
62	69	70	.1270	.0300
63	24	70	.4115	.1022
64	70	71	.0355	.0088
65	24	72	.1960	.0488
66	71	72	.1800	.0446
67	71	73	.0454	.0087
68	70	74	.1323	.0401
69	70	75	.1410	.0428
70	69	75	.1220	.0405
71	74	75	.0406	.0123
72	76	77	.1480	.0444
73	69	77	.1010	.0309
74	75	77	.1999	.0601
75	77	78	.0124	.0038
76	78	79	.0244	.0055
77	77	80	.0485	.0170
78	77	80	.1050	.0294
79	79	80	.0704	.0156
80	68	81	.0202	.0018
81	81	80	.0370	0.0000
82	77	82	.0853	.0298
83	82	83	.0366	.0112
84	83	84	.1320	.0625
85	83	85	.1480	.0430
86	84	85	.0641	.0302
87	85	86	.1230	.0350
88	86	87	.2074	.0283
89	85	88	.1020	.0200
90	85	89	.1730	.0239
91	88	89	.0712	.0139
92	89	90	.1880	.0518
93	89	90	.0997	.0238
94	90	91	.0836	.0254

linha	no origem	no destino	reatancia (pu)	resistencia (pu)
95	89	92	.0505	.0099
96	89	92	.1581	.0393
97	91	92	.1272	.0387
98	92	93	.0848	.0258
99	92	94	.1580	.0481
100	93	94	.0732	.0223
101	94	95	.0434	.0132
102	80	96	.1820	.0356
103	82	96	.0530	.0162
104	94	96	.0869	.0269
105	80	97	.0934	.0183
106	80	98	.1080	.0238
107	80	99	.2060	.0454
108	92	100	.2950	.0648
109	94	100	.0580	.0178
110	95	96	.0547	.0171
111	96	97	.0885	.0173
112	98	100	.1790	.0397
113	99	100	.0813	.0180
114	100	101	.1262	.0277
115	92	102	.0559	.0123
116	101	102	.1120	.0246
117	100	103	.0525	.0160
118	100	104	.2040	.0451
119	103	104	.1584	.0466
120	103	105	.1625	.0535
121	100	106	.2290	.0605
122	104	105	.0378	.0099
123	105	106	.0547	.0140
124	105	107	.1830	.0530
125	105	108	.0703	.0261
126	106	107	.1830	.0530
127	108	109	.0288	.0105
128	103	110	.1813	.0391
129	109	110	.0762	.0278
130	110	111	.0755	.0220
131	110	112	.0640	.0247
132	68	116	.0041	.0003
133	75	118	.0481	.0145
134	76	118	.0544	.0164
135	1	2	.0999	.0303
136	1	3	.0424	.0129
137	4	5	.0080	.0018
138	3	5	.1080	.0241
139	5	6	.0540	.0119
140	6	7	.0208	.0046
141	8	9	.0305	.0024
142	8	5	.0267	0.0000
143	9	10	.0322	.0026
144	4	11	.0688	.0209
145	5	11	.0682	.0203
146	11	12	.0196	.0059
147	2	12	.0616	.0187
148	3	12	.1600	.0484
149	7	12	.0340	.0086
150	11	13	.0731	.0222
151	12	14	.0707	.0215
152	13	15	.2444	.0744
153	14	15	.1950	.0595
154	12	16	.0834	.0212

linha	no origem	no destino	reatancia (pu)	resistencia (pu)
155	15	17	.0437	.0132
156	16	17	.1801	.0454
157	17	18	.0505	.0123
158	18	19	.0493	.0112
159	19	20	.1170	.0252
160	15	19	.0394	.0120
161	20	21	.0849	.0183
162	21	22	.0970	.0209
163	22	23	.1590	.0342
164	23	24	.0492	.0135
165	23	25	.0800	.0156
166	26	25	.0382	0.0000
167	25	27	.1630	.0318
168	27	28	.0855	.0191
169	28	29	.0943	.0237
170	30	17	.0388	0.0000
171	8	30	.0504	.0043
172	26	30	.0860	.0080
173	17	31	.1563	.0474
174	29	31	.0313	.0108
175	23	32	.1153	.0317
176	31	32	.0985	.0298
177	27	32	.0755	.0229
178	15	33	.1244	.0380
179	19	34	.2470	.0752
180	30	38	.0540	.0046
181	17	113	.0301	.0091
182	32	113	.2030	.0615
183	32	114	.0612	.0135
184	27	115	.0741	.0164
185	114	115	.0104	.0023
186	12	117	.1400	.0329

Tabela (III.11)

Dados de Geração :

no de geracao	lim sup. ger. (MW)	ger. nom. (MW)	lim. inf. ger. (MW)	coef.custo (a)	coef.custo (b)	coef.custo (c)
10	540.000	450.000	360.000	.0015	8.100	310.000
12	102.000	85.000	68.000	.0103	9.600	50.000
25	264.000	220.000	176.000	.0023	8.670	174.000
26	377.000	314.000	251.200	.0016	8.300	240.000
31	8.400	7.000	5.600	.0210	20.000	7.000
46	22.800	19.000	15.200	.0200	17.000	20.000
49	244.800	204.000	163.200	.0023	8.670	174.000
54	57.600	48.000	38.400	.0103	10.060	48.000
59	186.000	155.000	124.000	.0023	9.200	140.000
61	192.000	160.000	128.000	.0023	9.200	150.000
65	469.200	391.000	312.800	.0015	8.140	300.000
66	470.400	392.000	313.600	.0015	8.140	300.000
69	394.800	329.000	263.200	.0017	8.150	240.000
80	572.400	477.000	381.600	.0007	8.190	320.000
87	4.800	4.000	3.200	.0210	20.000	4.000
89	570.000	475.000	380.000	.0007	8.190	320.000
100	302.400	252.000	201.600	.0023	8.600	177.000
103	48.000	40.000	32.000	.0103	10.060	39.000
111	43.200	36.000	28.800	.0103	10.060	35.000

Tabela (III.12)

Dados de Carga :

no de carga	pot. consumida (MW)	no de carga	pot. consumida (MW)
1	51.0000	54	113.0000
2	20.0000	55	63.0000
3	39.0000	56	84.0000
4	39.0000	57	12.0000
6	52.0000	58	12.0000
7	19.0000	59	277.0000
8	28.0000	60	78.0000
11	70.0000	62	77.0000
12	47.0000	66	39.0000
13	34.0000	67	28.0000
14	14.0000	70	66.0000
15	90.0000	72	12.0000
16	25.0000	73	6.0000
17	11.0000	74	68.0000
18	60.0000	75	47.0000
19	45.0000	76	68.0000
20	18.0000	77	61.0000
21	14.0000	78	71.0000
22	10.0000	79	39.0000
23	7.0000	80	130.0000
27	71.0000	82	54.0000
28	17.0000	83	20.0000
29	24.0000	84	11.0000
31	43.0000	85	24.0000
32	59.0000	86	21.0000
113	6.0000	88	48.0000
114	8.0000	90	163.0000
115	22.0000	91	10.0000
117	20.0000	92	65.0000
24	13.0000	93	12.0000
33	23.0000	94	30.0000
34	59.0000	95	42.0000
35	33.0000	96	38.0000
36	31.0000	97	15.0000
39	27.0000	98	34.0000
40	66.0000	99	42.0000
41	37.0000	100	37.0000
42	96.0000	101	22.0000
43	18.0000	102	5.0000
44	16.0000	103	23.0000
45	53.0000	104	38.0000
46	28.0000	105	31.0000
47	34.0000	106	43.0000
48	20.0000	107	50.0000
49	87.0000	108	2.0000
50	17.0000	109	8.0000
51	17.0000	110	39.0000
52	18.0000	112	68.0000
53	23.0000	118	33.0000

Tabela (III.13)

Os erros finais dos nós e os resultados obtidos pelo al
goritmo após 118 iterações podem ser vistos a seguir :

no	erro final	angulo (graus)	no	erro final	angulo (graus)
1	-.000	-5.9963	60	.000	4.3091
2	.000	-5.3271	61	-.000	5.1842
3	.000	-5.0413	62	0.000	4.6132
4	.001	-1.2350	63	-.000	3.9541
5	-.001	-.7578	64	-.001	5.6901
6	-.001	-3.4645	65	.001	9.0717
7	.001	-3.8874	66	-.000	9.1750
8	.001	4.4239	67	-.000	6.1840
9	-.001	12.2877	68	-.005	8.6583
10	.000	20.5898	69	-.000	8.4316
11	-.001	-3.8016	70	-.000	1.5414
12	-.000	-4.2085	71	-.000	1.3805
13	.000	-5.3420	72	-.000	1.1834
14	.000	-5.0298	73	-.000	1.2244
15	-.001	-5.7308	74	-.000	.0552
16	.000	-4.6703	75	.000	1.1810
17	-.000	-3.0878	76	.000	-.3071
18	.000	-5.4392	77	.000	4.6237
19	.001	-6.0398	78	-.001	4.3319
20	-.000	-5.3705	79	.000	4.7503
21	.000	-4.0092	80	.001	7.5307
22	.000	-1.6759	81	-.000	8.2601
23	-.000	3.0599	82	-.000	3.2329
24	-.000	2.3164	83	.001	3.4929
25	-.000	10.9582	84	.001	4.3918
26	.000	12.9675	85	-.001	5.2323
27	-.000	-2.0690	86	-.000	4.0343
28	.000	-3.6720	87	-.001	4.5097
29	-.000	-4.5216	88	.001	7.1201
30	-.001	2.0189	89	.000	10.3960
31	-.000	-4.3731	90	.000	4.6054
32	.000	-2.6843	91	.000	4.9824
33	.000	-6.5096	92	.000	6.2848
34	.002	-6.0302	93	.000	4.6282
35	.001	-6.4894	94	-.000	3.7015
36	-.001	-6.4941	95	.001	3.0884
37	-.002	-5.5271	96	-.000	3.6320
38	.001	-.3253	97	-.000	5.1383
39	.000	-8.9603	98	.000	4.8454
40	.001	-9.9839	99	-.001	3.5115
41	-.000	-10.5009	100	-.001	3.8817
42	.000	-9.0720	101	.000	3.9360
43	-.000	-6.4282	102	.000	5.3960
44	-.000	-4.4784	103	.000	.4572
45	.000	-2.9365	104	-.000	-2.4354
46	-.000	-.3344	105	.000	-3.4732
47	.000	1.6541	106	-.000	-3.7428
48	-.000	1.3079	107	-.000	-6.2292
49	.002	2.3254	108	.000	-4.4497
50	-.000	.1465	109	.000	-4.8167
51	-.001	-2.5837	110	.000	-5.4385
52	.000	-3.5230	111	.000	-3.8813
53	-.000	-4.4484	112	-.000	-7.9320
54	-.001	-3.5313	113	.000	-3.1259
55	-.000	-3.8032	114	-.000	-2.9809
56	.001	-3.6246	115	-.000	-2.9836
57	-.000	-2.4308	116	.004	8.6583
58	-.000	-3.3113	117	-.000	-5.8128
59	.001	.6036	118	.000	0.0000

Tabela (III.14)

linha	dif. ang.(graus)	fluxo (MW)	fluxo alg. classico (MW)
1	.0046	.7921	0.7926
2	-.9623	-33.7930	-33.7926
3	-.9824	-12.0749	-12.0746
4	.4638	30.2070	30.2067
5	-.5031	-93.4087	-93.4071
6	5.2018	242.1041	242.1040
7	3.4332	56.5290	56.5286
8	4.4568	46.3010	46.3007
9	1.0236	29.5288	29.5287
10	.5169	18.5265	18.5267
11	-.9120	-8.6977	-8.6974
12	-1.4289	-18.4735	-18.4733
13	-1.9498	-13.8676	-13.8675
14	.3980	4.1320	4.1325
15	-1.5419	-29.8674	-29.8676
16	-2.6021	-33.4927	-33.4925
17	-1.9884	-27.3268	-27.3270
18	-1.6423	-15.1656	-15.1655
19	-.6713	-18.7461	-18.7460
20	-11.3973	-61.5857	-61.5853
21	-11.3973	-61.5857	-61.5853
22	-5.2619	-49.3749	-49.3750
23	-1.0175	-35.1651	-35.1659
24	2.1788	50.5691	50.5694
25	4.9091	62.5400	62.5405
26	.9393	27.8796	27.8797
27	.9255	9.8794	9.8793
28	-.9171	-13.1203	-13.1205
29	5.8567	35.3699	35.3701
30	5.8567	35.1268	35.1269
31	.2719	6.7123	6.7121
32	.0933	17.1380	17.1373
33	-.1786	-20.6458	-20.6444
34	-1.1938	-21.5695	-21.5694
35	2.5773	33.5694	33.5695
36	-.3133	-5.6614	-5.6611
37	.7276	17.6612	17.6610
38	-4.1349	-31.4734	-31.4735
39	-4.2282	-29.4011	-29.4011
40	-4.2282	-30.8773	-30.8773
41	-4.4068	-35.6414	-35.6414
42	-3.7055	-44.6018	-44.6017
43	-4.5806	-53.2977	-53.2976
44	-.8751	-113.1408	-113.1415
45	-.3041	-9.4610	-9.4611
46	.5710	26.5063	26.5064
47	3.3505	151.4945	151.4936
48	-1.7360	-151.4944	-151.4937
49	.5059	32.9447	32.9439
50	-3.3816	-184.4380	-184.4391
51	-9.3970	-166.3380	-166.3369
52	-6.8496	-130.0859	-130.0856
53	-6.8496	-130.0859	-130.0856
54	-4.5618	-36.5225	-36.5225
55	-1.5708	-23.4322	-23.4319
56	-.1033	-4.8741	-4.8741
57	2.9910	51.4320	51.4324
58	.4134	45.0969	45.0983
59	-6.7775	-42.5809	-42.5808
60	-6.1062	-32.8931	-32.8930
61	.2267	10.6932	10.6932
62	6.8902	94.6903	94.6902

linha	dif. ang.(graus)	Fluxo (MW)	Fluxo alg. classico (MW)
63	.7750	3.2872	3.2873
64	.1609	7.9103	7.9106
65	1.1330	10.0889	10.0892
66	.1971	1.9108	1.9108
67	.1561	5.9999	6.0001
68	1.4862	19.6058	19.6056
69	.3604	4.4613	4.4612
70	7.2506	103.7271	103.7268
71	-1.1257	-48.3941	-48.3945
72	-4.9308	-58.1479	-58.1478
73	3.8079	65.8020	65.8017
74	-3.4427	-30.0586	-30.0585
75	.2918	41.0696	41.0719
76	-.4184	-29.9295	-29.9296
77	-2.9070	-104.6117	-104.6117
78	-2.9070	-48.3207	-48.3207
79	-2.7804	-68.9297	-68.9296
80	.3982	34.4052	34.4048
81	.7294	34.4053	34.4053
82	1.3908	28.4579	28.4578
83	-.2600	-12.3977	-12.3975
84	-.8989	-11.8855	-11.8856
85	-1.7394	-20.5127	-20.5126
86	-.8405	-22.8860	-22.8859
87	1.1980	16.9990	17.0000
88	-.4754	-4.0006	-4.0000
89	-1.8878	-32.3024	-32.3027
90	-5.1637	-52.0949	-52.0951
91	-3.2759	-80.3030	-80.3029
92	5.7907	53.7587	53.7587
93	5.7907	101.3705	101.3705
94	-.3770	-7.8711	-7.8711
95	4.1112	142.0872	142.0877
96	4.1112	45.3852	45.3855
97	-1.3025	-17.8712	-17.8711
98	1.6566	34.0956	34.0957
99	2.5833	28.5360	28.5363
100	.9267	22.0953	22.0956
101	.6131	24.6559	24.6556
102	3.8987	37.3872	37.3871
103	-.3992	-13.1444	-13.1438
104	.0695	1.3960	1.3959
105	2.3924	44.7057	44.7057
106	2.6853	43.3965	43.3967
107	4.0192	34.0527	34.0530
108	2.4032	14.2180	14.2183
109	-.1801	-5.4202	-5.4198
110	-.5436	-17.3448	-17.3446
111	-1.5063	-29.7058	-29.7055
112	.9637	9.3965	9.3965
113	-.3702	-7.9467	-7.9469
114	-.0543	-.7513	-0.7518
115	.8888	27.7517	27.7517
116	-1.4600	-22.7515	-22.7516
117	3.4244	113.8436	113.8437
118	6.3170	54.0457	54.0458
119	2.8926	31.8721	31.8721
120	3.9304	42.2144	42.2144
121	7.6245	58.1102	58.1105
122	1.0378	47.9180	47.9179
123	.2696	8.6034	8.6045
124	2.7561	26.2856	26.2859

linha	dif. ang.(graus)	fluxo (MW)	fluxo alg. classico (MW)
125	.9765	24.2433	24.2431
126	2.4864	23.7140	23.7140
127	.3670	22.2431	22.2421
128	5.8958	56.7571	56.7570
129	.6218	14.2430	14.2433
130	-1.5573	-35.9996	-36.0000
131	2.4935	67.9996	68.0000
132	.0000	.0040	0.0016
133	1.1810	42.8526	42.8521
134	-.3071	-9.8523	-9.8523
135	-.6692	-11.6914	-11.6909
136	-.9549	-39.3082	-39.3073
137	-.4772	-104.1121	-104.1120
138	-4.2835	-69.2239	-69.2233
139	2.7067	87.4841	87.4841
140	.4229	35.4848	35.4838
141	-7.8638	-450.0003	-450.0000
142	5.1817	338.7158	338.7148
143	-8.3021	-449.9998	-450.0000
144	2.5666	65.1110	65.1113
145	3.0438	77.8964	77.8966
146	.4069	36.2313	36.2306
147	-1.1185	-31.6917	-31.6908
148	-.8328	-9.0845	-9.0841
149	.3211	16.4835	16.4841
150	1.5403	36.7770	36.7772
151	.8213	20.2746	20.2748
152	.3889	2.7769	2.7772
153	.7010	6.2745	6.2749
154	.4618	9.6643	9.6646
155	-2.6430	-105.5585	-105.5583
156	-1.5825	-15.3358	-15.3354
157	2.3513	81.2637	81.2634
158	.6006	21.2635	21.2636
159	-.6693	-9.9843	-9.9841
160	.3089	13.6854	13.6851
161	-1.3613	-27.9842	-27.9841
162	-2.3334	-41.9843	-41.9842
163	-4.7358	-51.9845	-51.9841
164	.7435	26.3759	26.3765
165	-7.8982	-172.3132	-172.3136
166	2.0093	91.8026	91.8033
167	13.0272	139.4895	139.4897
168	1.6030	32.7232	32.7231
169	.8495	15.7232	15.7232
170	5.1067	229.7143	229.7144
171	2.4050	83.2837	83.2851
172	10.9486	222.1969	222.1968
173	1.2853	14.3523	14.3528
174	-.1484	-8.2766	-8.2771
175	5.7443	86.9529	86.9530
176	-1.6888	-29.9241	-29.9242
177	.6153	14.2244	14.2243
178	.7787	10.9255	10.9254
179	-.0096	-.0675	-0.0674
180	2.3442	75.7669	75.7675
181	.0380	2.2041	2.2042
182	.4415	3.7961	3.7957
183	.2965	8.4571	8.4576
184	.9146	21.5422	21.5425
185	.0027	.4574	0.4580
186	1.6043	19.9999	20.0000

Tabela (III.15)

Observações

1. Devido à topologia do sistema 2, na sua solução ótima, os valores dos erros no somatório dos fluxos de potência ativa dos nós são comparativamente maiores que os erros finais encontrados para os sistemas 1 e 3.

III.4 RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE FLUXO DE CARGA LINEAR ÓTIMO

Os sistemas de transmissão utilizados como exemplo no item (III.3) serviram também para testes com o algoritmo ilustrado na figura (II.3). A tolerância ϵ - valor máximo permitido para os erros dos nós na solução final - foi fixada em 0.5% da potência base dos sistemas. A implementação do algoritmo foi feita aqui também com variáveis de precisão simples.

III.4.1. Sistema 1

Os resultados finais obtidos para os dados especificados nas tabelas (III.1), (III.2) e (III.3) foram:

no	erro final (MW)	angulo (graus)
1	-.021	2.5114
2	.495	-2.0829
3	.053	4.3903
4	.099	-5.7591
5	.229	0.0000

Tabela (III.16)

Potência Gerada :

no de geracao	pot. ger.(MW)
1	66.0000
3	94.8549

Tabela (III.17)

linha	dif. ang.(graus)	fluxo (MW)
1	4.5943	20.0465
2	8.2705	24.0580
3	2.5114	21.9165
4	-6.4732	-56.4894
5	3.6762	16.0406
6	4.3903	38.3129 STOP

Tabela (III.18)

III.4.2. Sistema 2

Para os dados especificados nas tabelas (III.6),(III,7) e (III.8), no ponto ótimo do problema temos :

no	erro final (MW)	angulo (graus)
1	.078	.1792
2	.044	.4756
3	-.140	-3.0523
4	-.050	-4.0124
5	.494	-2.1412
6	-.418	-1.3720
7	-.091	-3.4107
8	.334	-3.8141
9	.028	-1.5557
10	.093	.6207
11	.135	-.0775
12	.424	-.2709
13	.019	-.2419
14	.114	-2.2613
15	.265	-3.6528
16	-.222	-2.5308
17	.037	-3.2717
18	-.057	-3.6471
19	-.147	2.9677
20	.004	2.0638
21	-.133	-.7813
22	-.038	3.2297
23	.051	2.8287
24	.132	-2.6507
25	.059	1.0690
26	-.148	-2.1035
27	-.008	-3.9196
28	-.133	-.2933
29	.220	2.0645
30	.012	3.5866
31	.225	7.6116
32	.101	7.8818
33	.008	7.9007
34	.364	7.8979
35	.028	7.9236
36	.104	8.7824
37	.006	7.9266
38	-.136	8.0766
39	-.102	0.0000

Tabela (III.19)

Potência Gerada :

no de geracao	pot. ger.(MW)
30	300.0000
31	636.6000
32	633.7499
33	606.3183
34	566.0493
35	572.9278
36	448.0000
37	515.9078
38	672.5007
39	1200.0000

Tabela (III.20)

linha	dif. ang.(graus)	fluxo (MW)
1	-.2964	-12.5877
2	.1792	12.5093
3	3.5279	407.7743
4	-.5933	-120.4173
5	.9601	7.8674
6	.5947	78.0471
7	-1.8713	-255.1579
8	-1.7511	-236.9250
9	-.7692	-516.3470
10	1.6729	260.6956
11	2.0387	386.7648
12	-1.2945	-275.5185
13	.4034	153.0556
14	-2.2583	-108.5827
15	-1.5557	-108.6111
16	.6982	283.4131
17	.8627	350.1433
18	2.0194	348.9607
19	1.3915	111.9219
20	-1.1221	-208.3430
21	.7409	145.3011
22	-5.4985	-492.1379
23	-1.7494	-226.1732
24	.1200	35.4895
25	.3754	79.8957
26	.6479	65.3680
27	-4.0110	-500.0404
28	.4010	72.8971
29	5.4795	273.2423
30	3.1725	171.4258
31	1.8161	215.6243
32	-1.8103	-66.6563
33	-4.1680	-116.3938
34	-2.3578	-272.5234
35	.1934	7.7600
36	-.0290	-1.1637
37	-8.9836	-627.1753
38	-7.2611	-633.6491
39	-4.9329	-606.3105
40	-5.8340	-565.6851
41	-4.6939	-572.8996
42	-5.9537	-447.8962
43	-6.8577	-515.9020
44	-3.1110	-299.9883
45	-6.0121	-672.6370
46	.9039	114.3193

Tabela (III.21)

III.4.3. Sistema 3

Trabalhando-se com os parâmetros especificados em (III.11), e (III.12) e (III.13) , na solução final do problema de fluxo de carga linear ótimo temos:

no	erro final (MW)	angulo (graus)	no	erro final (MW)	angulo (graus)
1	.011	-11.1677	60	-.035	4.7294
2	-.088	-10.3707	61	.048	5.6221
3	.033	-10.2667	62	.007	4.8346
4	.115	-6.7274	63	.014	4.2615
5	-.014	-6.2923	64	.011	5.7723
6	-.206	-8.7151	65	.028	8.3689
7	.043	-9.0310	66	-.019	8.3825
8	-.074	-1.6284	67	.034	5.8614
9	-.023	4.6630	68	-.034	8.3770
10	.002	11.3047	69	-.192	8.3159
11	-.080	-8.9271	70	.078	.9337
12	-.021	-9.1765	71	.058	.5940
13	.068	-10.2300	72	.136	-.5015
14	.068	-9.7647	73	.018	.4375
15	-.165	-9.8152	74	.009	-.1863
16	.017	-9.3872	75	.014	1.0521
17	.109	-7.2606	76	.085	-.1616
18	.065	-9.4919	77	.031	5.1721
19	-.026	-9.9736	78	-.033	4.9295
20	.020	-9.1041	79	-.064	5.4441
21	.023	-7.5965	80	-.374	8.4993
22	.061	-5.0948	81	.105	8.4194
23	.078	-.0775	82	-.019	3.4469
24	-.132	-.3316	83	.017	3.3464
25	-.052	7.4840	84	-.014	3.6868
26	-.158	8.3950	85	.024	4.2556
27	-.116	-5.6566	86	.022	2.9945
28	.059	-7.3190	87	.072	3.3662
29	.061	-8.2308	88	.021	5.6681
30	-.008	-2.4146	89	-.058	8.6130
31	-.005	-8.1019	90	-.042	3.0773
32	.062	-6.2742	91	-.039	3.7796
33	.015	-10.0055	92	-.059	5.5740
34	-.009	-8.8502	93	.020	4.6078
35	.181	-9.3119	94	.077	4.2779
36	-.108	-9.3154	95	.005	3.6431
37	.139	-8.3501	96	.015	4.1596
38	.141	-3.3002	97	-.073	5.8824
39	.044	-11.3294	98	.013	6.0457
40	.011	-12.0924	99	.041	4.9212
41	.055	-12.4017	100	.005	5.4674
42	.014	-10.3930	101	.060	4.5332
43	.031	-8.4281	102	.045	5.1197
44	.073	-5.2768	103	.073	2.3610
45	-.032	-3.2900	104	.069	-.5837
46	-.087	-.3286	105	.085	-1.5832
47	.022	1.6802	106	-.031	-1.9043
48	.012	1.3632	107	-.016	-4.3642
49	-.093	2.3942	108	.059	-2.4153
50	.077	.3445	109	.002	-2.7222
51	.060	-2.2142	110	.019	-3.1848
52	-.114	-3.1076	111	.089	-1.3199
53	.015	-3.9164	112	.075	-5.6811
54	-.028	-2.9111	113	-.121	-7.2216
55	.085	-3.1877	114	.078	-6.5716
56	.031	-3.0182	115	.014	-6.5740
57	.039	-1.9967	116	-.056	8.3771
58	-.135	-2.8375	117	.041	-10.7841
59	.015	1.3460	118	-.011	0.0000

Tabela (III.22)

Potência Gerada :

no de geracao	pot. ger.(MW)
10	360.0000
12	102.0000
25	264.0000
26	260.8380
31	8.4000
46	22.8000
49	244.8000
54	57.6000
59	186.0000
61	192.0000
65	346.6988
66	338.8287
69	330.2092
80	544.6652
87	3.2000
89	402.9696
100	302.4000
103	48.0000
111	43.2000

Tabela (III.23)

linha	dif. ang.(graus)	fluxo (MW)
1	.0035	.5946
2	-.9618	-33.7753
3	-1.6553	-20.3457
4	.4652	30.2973
5	-.5000	-92.8437
6	5.0500	235.0368
7	2.9793	49.0548
8	3.7422	38.8778
9	.7630	22.0110
10	.3093	11.0855
11	-1.6994	-16.2077
12	-2.0087	-25.9695
13	-3.1513	-22.4129
14	-.4221	-4.3822
15	-1.9868	-38.4862
16	-2.9614	-38.1165
17	-2.0088	-27.6067
18	-1.6918	-15.6227
19	-.7140	-19.9390
20	-12.7872	-69.0958
21	-12.7872	-69.0958
22	-5.6842	-53.3378
23	-1.0311	-35.6346
24	2.0497	47.5721
25	4.6084	58.7098
26	.8934	26.5195
27	.8088	8.6334
28	-1.0053	-14.3817
29	5.3053	32.0401
30	5.3053	31.8199
31	.2766	6.8284
32	.1071	19.6811
33	-.1695	-19.5892
34	-1.0215	-18.4560
35	2.3413	30.4946
36	-.1807	-3.2655
37	.6233	15.1303
38	-4.2572	-32.4036
39	-4.3643	-30.3471
40	-4.3643	-31.8708
41	-4.5338	-36.6678
42	-3.3833	-40.7246
43	-4.2761	-49.7547
44	-.8927	-115.4172
45	-.1052	-3.2725
46	.7876	36.5570
47	2.9155	131.8254
48	-1.5108	-131.8389
49	.1501	9.7774
50	-2.5967	-141.6270
51	-11.6691	-206.5566
52	-5.9882	-113.7267
53	-5.9882	-113.7267
54	-3.5479	-28.4048
55	-1.0268	-15.3172
56	-.0135	-.6381
57	2.5211	43.3511
58	-.0080	-.8747
59	-6.6357	-41.6899
60	-5.9217	-31.8989
61	.0611	2.8813
62	7.3822	101.4522

linha	dif. ang.(graus)	fluxo (MW)
63	-1.2653	-5.3666
64	.3396	16.6983
65	.1699	1.5129
66	1.0956	10.6228
67	.1565	6.0177
68	1.1199	14.7746
69	-.1184	-1.4656
70	7.2638	103.9163
71	-1.2383	-53.2348
72	-5.3338	-62.9000
73	3.1437	54.3253
74	-4.1201	-35.9726
75	.2427	34.1581
76	-.5146	-36.8090
77	-3.3272	-119.7328
78	-3.3272	-55.3051
79	-3.0553	-75.7452
80	-.0424	-3.6660
81	-.0799	-3.7707
82	1.7253	35.3013
83	.1005	4.7924
84	-.3405	-4.5015
85	-.9093	-10.7227
86	-.5688	-15.4877
87	1.2611	17.0944
88	-.3717	-3.1279
89	-1.4124	-24.1684
90	-4.3574	-43.9599
91	-2.9449	-72.1893
92	5.5356	51.3912
93	5.5356	96.9062
94	-.7022	-14.6606
95	3.0390	105.0317
96	3.0390	33.5490
97	-1.7944	-24.6212
98	.9662	19.8862
99	1.2961	14.3172
100	.3299	7.8658
101	.6347	25.5256
102	4.3397	41.6166
103	-.7128	-23.4719
104	.1182	2.3749
105	2.6169	48.9019
106	2.4536	39.6517
107	3.5781	30.3156
108	.1066	.6306
109	-1.1895	-35.7947
110	-.5165	-16.4795
111	-1.7228	-33.9750
112	.5783	5.6390
113	-.5462	-11.7251
114	.9342	12.9200
115	.4543	14.1843
116	-.5865	-9.1396
117	3.1064	103.2700
118	6.0511	51.7707
119	2.9447	32.4467
120	3.9442	42.3629
121	7.3717	56.1838
122	.9995	46.1485
123	.3211	10.2458
124	2.7810	26.5231

linha	dif. ang.(graus)	fluxo (MW)
125	.8321	20.6573
126	2.4599	23.4606
127	.3069	18.5981
128	5.5458	53.3879
129	.4626	10.5961
130	-1.8649	-43.1106
131	2.4963	68.0754
132	-.0001	-.0563
133	1.0521	38.1743
134	-.1616	-5.1854
135	-.7970	-13.9237
136	-.9010	-37.0876
137	-.4351	-94.9193
138	-3.9744	-64.2286
139	2.4228	78.3060
140	.3160	26.5125
141	-6.2914	-360.0208
142	4.6639	304.8690
143	-6.6417	-359.9980
144	2.1998	55.8042
145	2.6348	67.4294
146	.2494	22.2074
147	-1.1942	-33.8356
148	-1.0902	-11.8921
149	.1455	7.4695
150	1.3028	31.1060
151	.5882	14.5204
152	-.4147	-2.9617
153	.0505	.4520
154	.2107	4.4084
155	-2.5546	-102.0273
156	-2.1265	-20.6081
157	2.2313	77.1155
158	.4816	17.0509
159	-.8695	-12.9709
160	.1583	7.0140
161	-1.5075	-30.9909
162	-2.5017	-45.0136
163	-5.0173	-55.0746
164	.2541	9.0147
165	-7.5616	-164.9678
166	.9109	41.6199
167	13.1406	140.7041
168	1.6624	33.9350
169	.9118	16.8758
170	4.8460	217.9879
171	.7862	27.2255
172	10.8096	219.3759
173	.8413	9.3942
174	-.1289	-7.1853
175	6.1966	93.8004
176	-1.8278	-32.3866
177	.6176	14.2762
178	.1902	2.6690
179	-1.1234	-7.9380
180	.8855	28.6216
181	-.0391	-2.2664
182	.9474	8.1455
183	.2974	8.4828
184	.9174	21.6088
185	.0024	.4052
186	1.6076	20.0410

Tabela (III.24)

Observações

1. Os resultados apresentados são diretamente dependentes do custo de geração arbitrado, ocorrendo mudanças na política de geração e no valor dos ângulos das barras quando se faz alguma modificação nos coeficientes de custo.

III.5. COMENTÁRIOS

Como foi visto no Capítulo II, o método se torna mais eficaz para o cálculo do fluxo de carga linear ótimo, quando os ângulos iniciais do algoritmo são feitos iguais aos custos marginais de geração. Aproveitando-se deste fato, como uma forma mais simples de iniciação do algoritmo, os valores dos ângulos iniciais foram feitos arbitrariamente iguais ao custo marginal médio de geração do sistema.

Para a função custo de geração expressa em (III.1) a solução implícita de (II.27), supondo limites de geração não ativos, é :

$$2a_i G_i + b_i + \theta_i = 0$$

ou

$$\theta_i = - 2a_i G_i - b_i \quad (III.2)$$

O custo marginal médio será calculado :

$$\theta^{MED} = \frac{1}{NG} \sum_{i=1}^{NG} (- 2a_i G_i - b_i) \quad (III.3)$$

onde G_i é a geração nominal da barra i e NG é o número total de barras geradoras do sistema.

Nas tabelas seguintes são apresentados o número de iterações e o tempo de CPU gastos para a resolução dos problemas de Fluxo de Carga c.c. e Fluxo de Carga Linear Ótimo.

Deve-se observar que um programa clássico de fluxo de carga c.c, onde se utiliza técnicas de decomposição e esparsidade para o cálculo da matriz B^{-1} , fornece a solução de $P=B\theta$ para o Sistema 3 em 0.15 segundos.

Pode-se notar, pela tabela (III.26), a influência dos ângulos iniciais no desempenho do método proposto. A iniciação correta do algoritmo melhorou, em todos os exemplos rodados, a convergência do mesmo.

FLUXO DE CARGA (c.c)

Exemplos	Iterações	Tempo (seg.)
Sistema 1	5	0.01
Sistema 2	39	0.14
Sistema 3	118	1.48

Tabela (III.25)

CAPITULO IV

EXTENSÕES

IV.1. INTRODUÇÃO

O algoritmo dual, proposto no capítulo II, pode ser utilizado na resolução de diversos problemas existentes na fase de planejamento ou mesmo da operação de um sistema de potência. Neste capítulo são apresentadas algumas adaptações no algoritmo básico para que o mesmo possa ser utilizado no estudo de contingências e no cálculo do fluxo com perdas nas linhas. São sugeridas também modificações no modelo inicial para que se permita a extensão do modelo dual ao estudo de redes com limites nas linhas.

IV.2. ESTUDO DE CONTINGÊNCIAS

Pode-se simular facilmente com o auxílio do modelo proposto para o Cálculo do Fluxo de Carga c.c., a queda de linhas ou geradores em um sistema de transmissão.

A perda de um gerador pode ser simulada fazendo-se igual a zero a potência que o mesmo injeta na rede.

Alterações da rede são representadas por mudanças nos dados topológicos. Entretanto para simplificar a simulação, é possível permanecer com a mesma topologia e introduzir convenientemente no algoritmo a queda de linha. Em um sistema de potência representado por (DME), a perda da linha (i,j) pode ser simulada man

tendo-se o fluxo na mesma igual a zero durante a resolução do problema. No algoritmo dual representado na figura (II.1), basta fazer

$$T_{ij}^k = 0 \quad (IV.1)$$

em cada iteração k.

Uma vez que não se altera a dimensão do problema, como consequência da utilização de um método de direções conjugadas, a nova solução de (DME) será encontrada em no máximo N iterações.

O algoritmo dual, adaptado para a análise de casos envolvendo perda de uma ou mais linhas de um sistema de potência, pode ser resumido pelo seguinte diagrama :

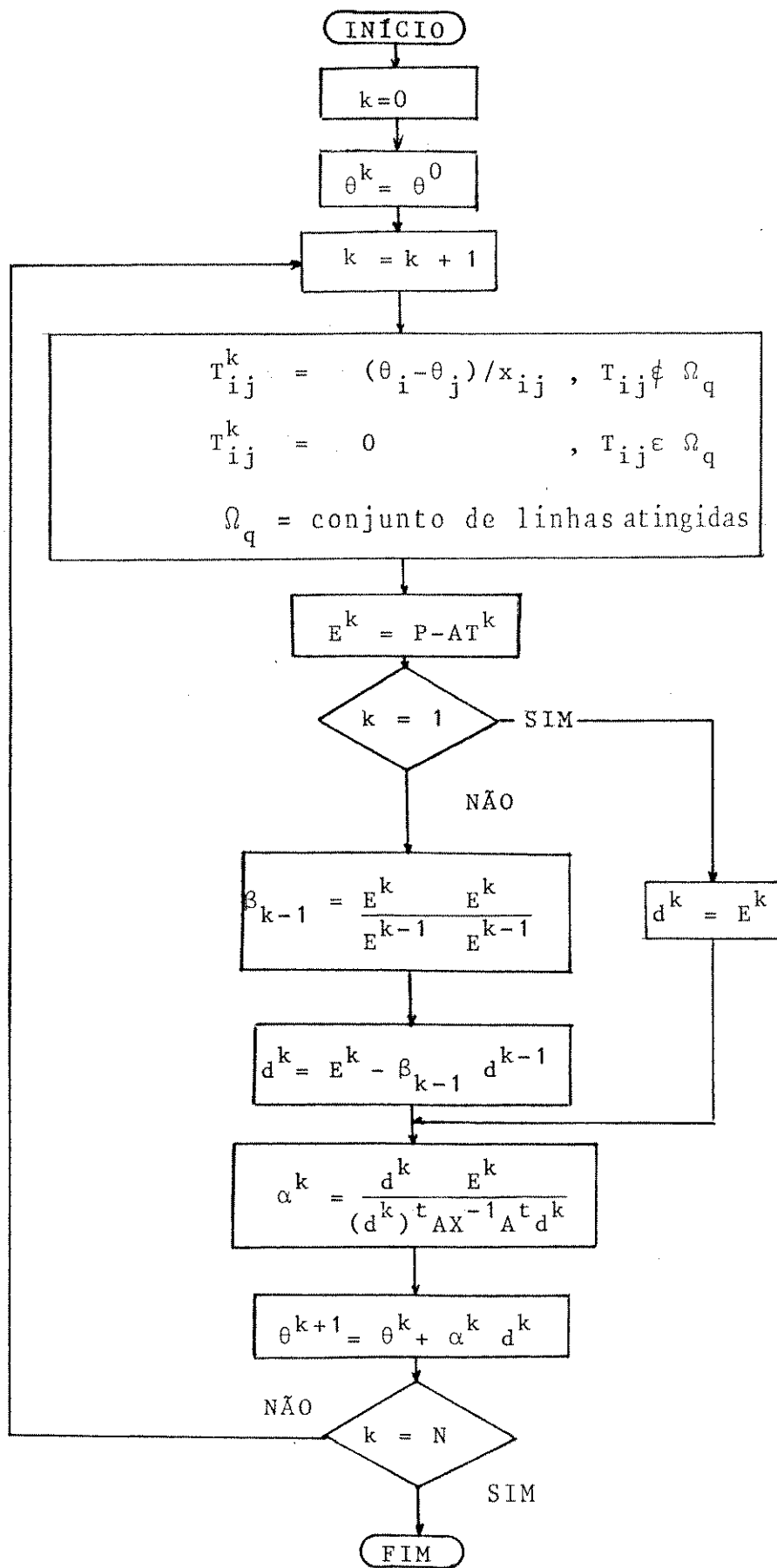


Figura (IV.1)

Nos testes realizados com os sistemas 2 e 3, os resultados obtidos pelo algoritmo da figura (IV.1), iniciado com θ^0 igual ao vetor solução do fluxo de carga c.c. , estão resumidos abaixo:

SISTEMA	CONTINGÊNCIAS-LINHAS	ITERAÇÕES
2	6	14
	8, 18	27
	5, 8, 13, 18, 24	39
3	113	27
	164	58
	178, 180	66

Tabela (IV.1)

Observações :

1. Os resultados acima mostram que, na prática, contingências simples, ou mesmo algumas múltiplas, necessitam de menos que N iterações para convergir e, dependendo da localização das linhas afetadas, se tornam mais ou menos difíceis de serem corrigidas.
2. Nota-se, pela comparação dos estudos feitos nos dois sistemas, que uma rede mais malhada - sistema 3 - possibilita uma correção de falhas nas suas linhas em proporcionalmente menos iterações.

IV.3. REPRESENTAÇÃO DE PERDAS NO PROBLEMA DE MÍNIMO ESFORÇO

Quando o problema de Fluxo de Carga c.c. é formulado como um problema de mínimo esforço na rede, a distribuição de fluxos nas linhas é encontrada resolvendo-se o problema

$$(PME) \quad \begin{cases} \text{Min } Z = \frac{1}{2} T^t X T \\ \text{s.a. } AT = P \end{cases}$$

cuja solução ótima

$$T^* = X^{-1} A^T \theta \quad (IV.2)$$

$$P^* = AT^* \quad (IV.3)$$

assegura, respectivamente, a 2ª e a 1ª lei de Kirchhoff para circuitos de corrente contínua.

O algoritmo dual, proposto para a resolução do Fluxo de Carga c.c., pode ser visualizado como um processo iterativo feito basicamente em dois níveis. No nível superior o objetivo é maximizar a função dual $H(\theta^k)$, o que significa anular seu gradiente dado por $E^k = P - AT^k$, ou seja, atender a 1ª lei. Isto é feito corrigindo-se os ângulos θ^k na direção dos erros E^k . No nível inferior se minimiza o Lagrangeano através da relação $T^k = X^{-1} A^t \theta^k$, isto é, atende-se a 2ª lei.

O algoritmo pode ser resumido pelo esquema :

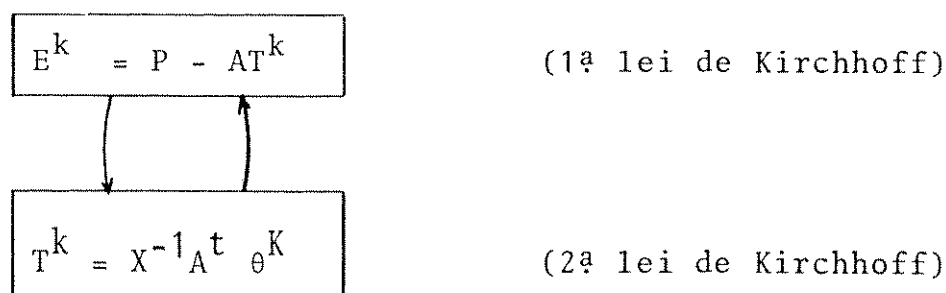


Figura (IV.2)

Para se considerar também as perdas nas linhas modificou-se o cálculo dos fluxos nas mesmas, mantendo-se porém, o mecanismo de correções existente no algoritmo original.

Ao considerarmos as perdas de transmissão numa rede, o fluxo de uma linha passa a ser expresso pela equação (I.3),

$$T_{ij} = V_{ij}g_{ij} - V_iV_jg_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) - V_iV_jb_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)$$

Supondo que as magnitudes de tensão dos nós sejam sempre constantes e iguais a 1.0 p.u., temos

$$T_{ij} = g_{ij} - g_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) - b_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)$$

ou

$$T_{ij} = g_{ij} [1 - \cos(\theta_i - \theta_j)] - b_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) \quad (IV.4)$$

Com a introdução das perdas nas expressões dos fluxos, modifica-se também a equação que representa o erro no balanço energético de cada nó. Uma vez que este erro é dado pela diferença entre os fluxos que entram e os que saem de um determinado nó i , supondo associadas a este nó uma geração G_i e uma carga C_i , teremos

$$E_i = G_i - C_i - \sum_{m \in \Omega_i} T_{im} \quad (IV.5)$$

onde Ω_i é o conjunto de todos os nós ligados ao nó i .

Feitas as modificações nas expressões dos fluxos nas linhas e dos erros nos nós, o algoritmo pode ser reescrito como :

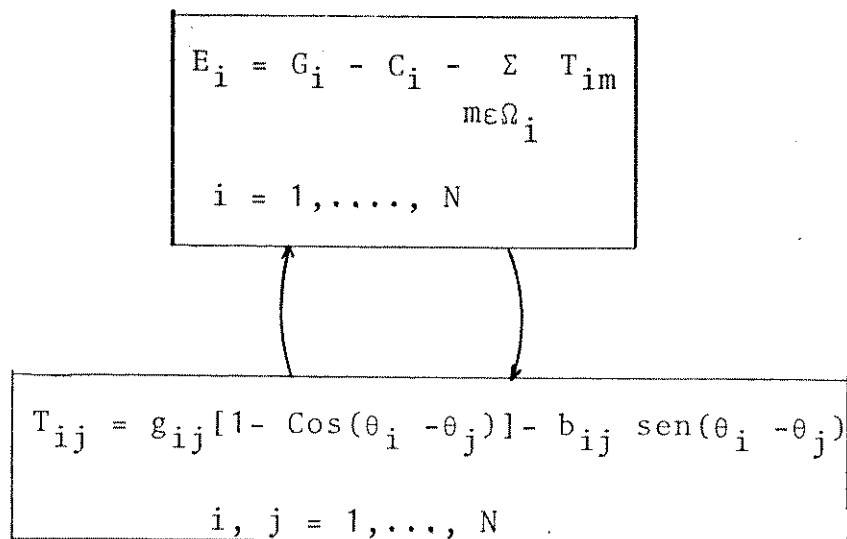


Figura (IV.3)

O processo de correções em T assegura, mais uma vez, a 2ª lei de Kirchhoff em cada iteração e a 1ª lei no ponto de convergência.

A consideração das perdas no problema de Fluxo de Carga modifica a relação entre as diferenças angulares e fluxos nas linhas. A nova relação, agora não linear, não mais pode ser obtida por (PME), sendo necessário a adoção de uma nova função objetivo $Z_p(T)$ tal que :

$$\left. \frac{\partial L(T, \theta)}{\partial T_{ij}} \right|_{i, j=1, \dots, N} = T_{ij} - g_{ij}[1 - \cos(\theta_i - \theta_j)] - b_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) = 0$$

(IV.6)

sendo $L(T, \theta)$ o lagrangeano do problema

$$(PMEP) \quad \begin{cases} \text{Min} & Z_p(T) \\ \text{s.a.} & G_i - C_i - \sum_{m \in \Omega_i} T_{im} = 0 \end{cases}$$

Uma vez que as expressões da nova função objetivo $Z_p(T)$ e de seu gradiente $\nabla Z_p(T)$ são desconhecidas, adotou-se uma FUNÇÃO MÉRITO [5] como medida de quão próximo um ponto $(\tilde{T}, \tilde{\theta})$ está da solução ótima (T^*, θ^*) de (PMEP). A Função Mérito adotada neste caso é expressa por :

$$M(E) = \frac{1}{2} E^T \cdot E \quad (IV.7)$$

tendo sido escolhida por atingir valor numérico nulo no ponto solução do problema com perdas. Seu gradiente

$$M(E) = E \quad (IV.8)$$

é utilizado, no algoritmo dual, como direção inicial do método Gradiente Conjugado de Fletcher - Reeves.

O caráter da relação entre T e θ - equação (IV.4) - leva a uma modificação também na busca unidimensional efetuada pelo algoritmo da figura (II.1). Apesar de adotarmos como nova função objetivo uma forma quadrática expressa em (IV.7), não existe uma relação analítica entre os erros E e os ângulos θ dos nós do sistema, portanto, a busca unidimensional analítica não pode ser utilizada. Desta forma optou-se pelo método de Falsa Posição [5] para o cálculo do passo ótimo na direção de minimização.

Por fim, uma vez que existe perdas na rede, o balanço energético do sistema é conseguido com a adoção de um nó de referência NR cuja geração é calculada de forma que

$$E_{NR} = G_{NR} - C_{NR} - \sum_{m \in \Omega_{NR}} T_{NR,m} = 0$$

ou seja,

$$G_{NR} = C_{NR} - \sum_{m \in \Omega_{NR}} T_{NR,m}. \quad (IV.9)$$

Feitas as modificações necessárias, o algoritmo dual adaptado para o cálculo do fluxo com perdas em uma rede, pode ser resumido pelo seguinte diagrama :

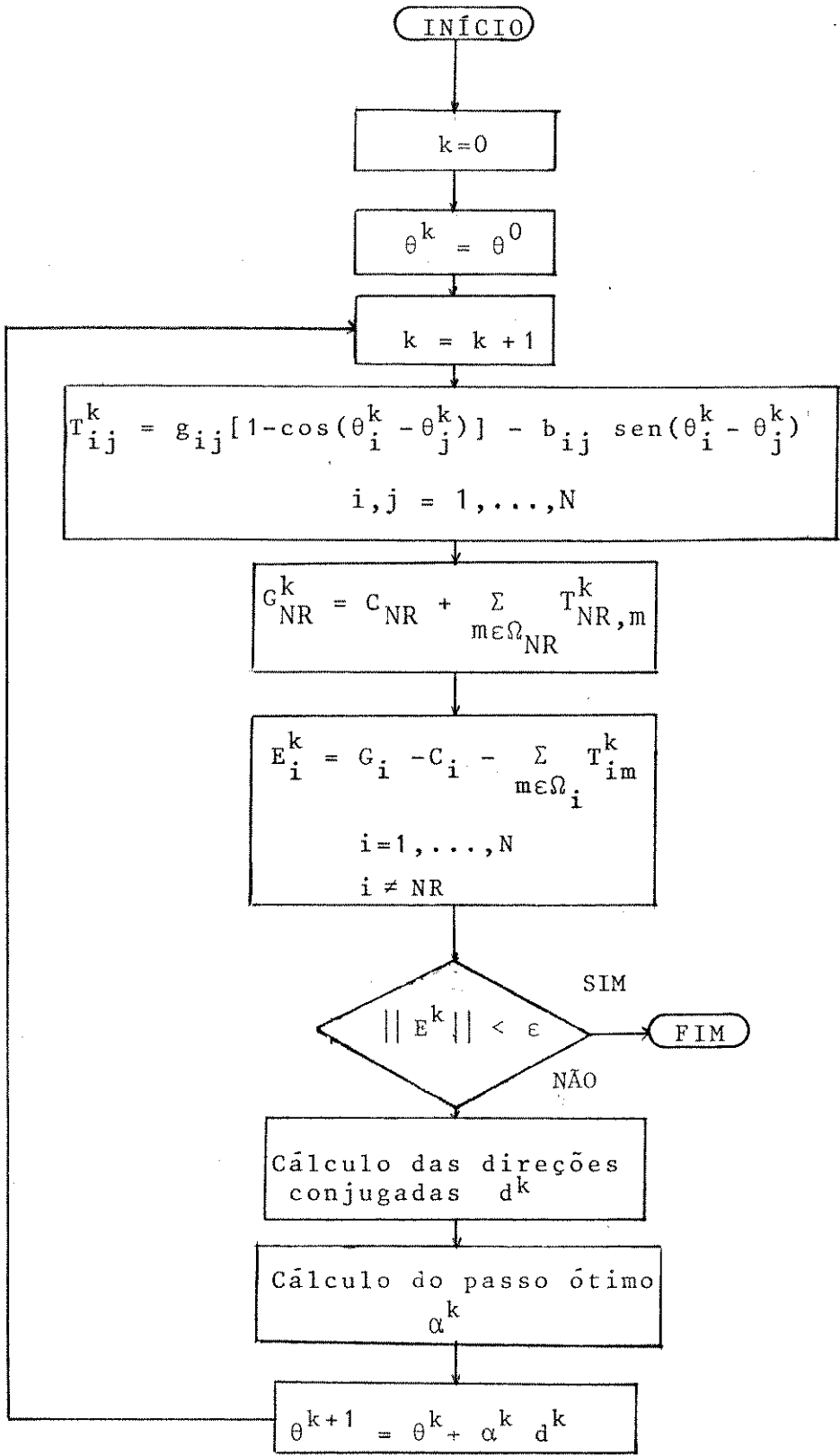


Figura (IV.4)

Observações

1. Devido às características do modelo com perdas o ritmo apresenta uma convergência mais lenta quando o iniciamos com os ângulos dos nós iguais a zero. Para se obter a solução final de (PMEP), iniciamos o algoritmo com θ^0 igual ao vetor solução do fluxo de carga linear sem perdas.

2. Com pequenas alterações, o algoritmo anterior pode ser estendido ao cálculo do Fluxo de Carga Linear Ótimo com representação de perdas.

Os resultados obtidos, pelo algoritmo da Figura (IV.4), para o Sistema 1 são :

no	erro final (MW)	angulo (graus)
1	0.000	0.0000
2	.186	-8.6576
3	-.196	-1.5000
4	-.010	-12.7092
5	.069	-6.4022

Tabela (IV.2)

no origem	no destino	fluxo(MW)
1	2	36.0890
1	4	35.4711
1	5	53.2079
2	1	-34.7484
2	3	-57.7180
2	4	16.7717
3	2	59.5516
3	5	40.6447
4	1	-33.5495
4	2	-16.4776
5	1	-51.7406
5	3	-39.7840 STOP

Tabela (IV.3)

O algoritmo foi testado também no Sistema 2, tendo sido encontradas soluções muito próximas às obtidas pelo fluxo de carga c.a..

IV.4.PROGRAMAÇÃO DA GERAÇÃO EM REDES COM LIMITES DE TRANSMISSÃO

Como demonstrado na seção (I.4.1) o problema de Mínimo Esforço é equivalente à formulação clássica do problema de Fluxo de Carga c.c. somente quando os limites máximos de fluxos nas linhas não são ativos. Caso algum fluxo atinja seu limite máximo na solução ótima, a 2ª lei de Kirchhoff poderá não ser satisfeita, ou seja, de (I.20) e (I.23) pode-se ter

$$T \neq X^{-1} A^t \theta \quad (IV.10)$$

e conseqüentemente para algum laço Δ_m .

$$\sum_{m \in \Delta_m} x_m T_m \neq 0 \quad (IV.11)$$

sendo m o conjunto de arcos pertencentes ao laço Δ_m . Portanto, no estudo de redes com limites de transmissão, a formulação do problema de Mínimo Esforço deve assegurar através de restrições adicionais, que a 2ª lei de Kirchhoff seja também satisfeita caso haja saturação de linhas.

Se representamos uma rede de transmissão - Fig. (IV.5a) - pelo seu grafo correspondente - Fig. (IV.5b) - podemos obter uma nova expressão para a lei de Kirchhoff das tensões

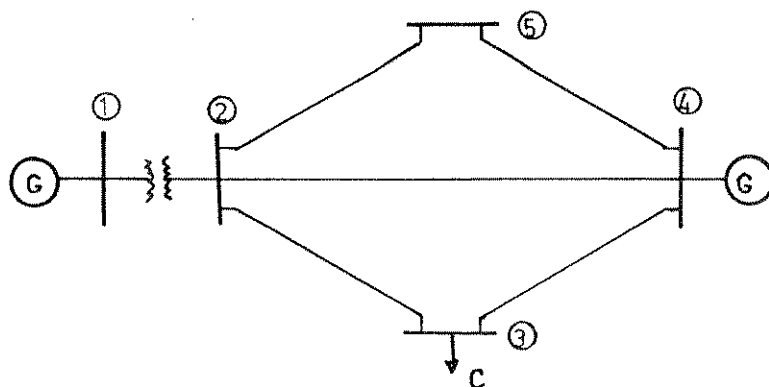


Figura (IV.5.a)

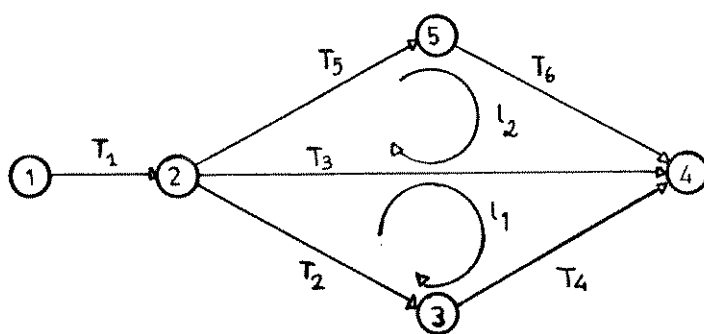


Figura (IV.5.b)

Tomando dois laços básicos do grafo da figura (IV.5.b)
a 2ª lei de Kirchhoff pode ser reescrita

$$Q \times T = 0$$

onde

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} - \text{laço } l_1 \\ - \text{laço } l_2 \end{array}$$

De uma forma geral, um sistema de transmissão com M linhas e N barras, que pode ser representado por um grafo plano, tem $L=M+N-1$ malhas. Em tal sistema, para que seja satisfeita a 2ª lei, basta assegurarmos que

$$Q \times T = 0 \quad (\text{IV.12})$$

sendo $Q \in R^{L \times M}$ a matriz das malhas.

Se adotamos a equação (IV.12) como restrição adicional do problema (PME_1) garantimos que a 2ª lei de Kirchhoff seja sempre satisfeita pela distribuição dos fluxos, portanto, os limites das linhas podem ser também considerados.

A nova restrição estende a utilização de (PME_1) para estudos de redes com limites de transmissão. O novo problema se escreve :

$$(PME_1L) \left\{ \begin{array}{ll} \text{Min } wF(P) + \frac{1}{2} T^t X T & (\text{IV.13}) \\ \text{s.a. } AT = P & (\sigma) \quad (\text{IV.14}) \\ QXT = 0 & (\lambda) \quad (\text{IV.15}) \\ P \in S = \{ \underline{P} \leq P \leq \bar{P} \} & (\underline{u}, \bar{u}) \quad (\text{IV.16}) \\ T \in R = \{ \underline{T} \leq T \leq \bar{T} \} & (\underline{v}, \bar{v}) \quad (\text{IV.17}) \end{array} \right.$$

sendo $\underline{T}$ e $\bar{T}$ os limites, superior e inferior de fluxo nos arcos.

O Lagrangeano de (PME_1L) em relação a $\tilde{a}$ (IV.14) e (IV.15) se escreve :

$$L(P, T, \sigma, \lambda) = wF(P) + \frac{1}{2} T^t X T + \sigma^t (P - AT) + \lambda^t QXT \quad (\text{IV.18})$$

e sua minimização em relação a P e T restritos a $\tilde{a}$ (IV.16) e (IV.17) fornece o valor da função dual

$$H(\sigma, \lambda) = \underset{\substack{P \in S \\ T \in R}}{\text{Min}} L(P, T, \sigma, \lambda) = L(P^*, T^*, \sigma, \lambda)$$

O gradiente da função dual será dado pelo erro nas duas leis de Kirchhoff :

$$\nabla_{\sigma} H(\sigma, \lambda) = P^* - AT^* \quad (\text{IV.19})$$

$$\nabla_{\lambda} H(\sigma, \lambda) = QXT^* \quad (\text{IV.20})$$

Um algoritmo dual para a resolução de (PME_1, L) pode en tão ser proposto, Fig.(IV.6) como a generalização do algoritmo da Figura (II.3).

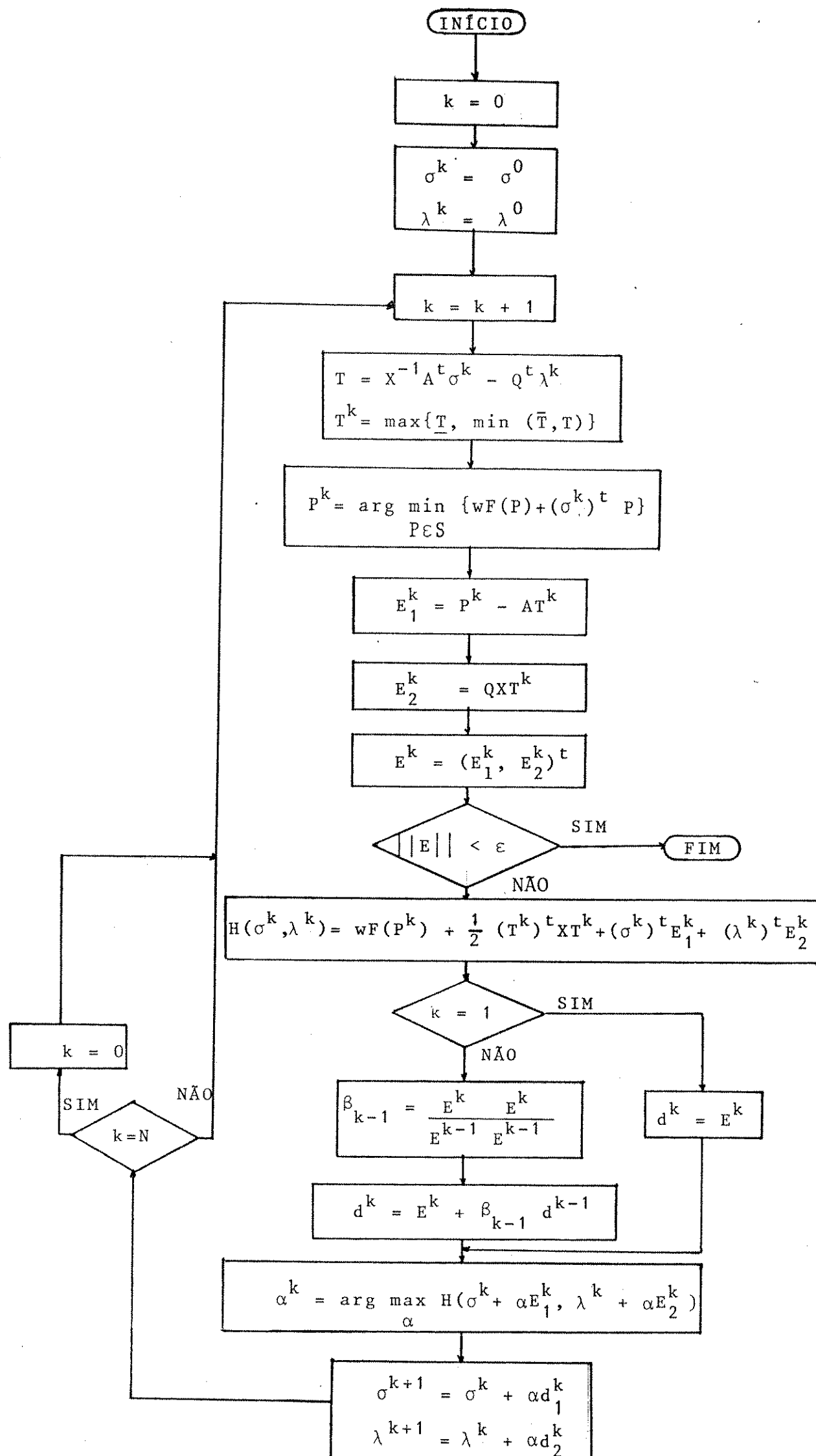


Figura (IV.6)

Observe que, fazendo $\lambda^k=0$ para todo k , o algoritmo recai no anterior - Fig. (II.3) - e o vetor multiplicador σ^k será equivalente ao vetor de ângulos nodais θ^k . É o que ocorre em situações de baixo carregamento da rede.

Iniciando o algoritmo com $\lambda^0=0$ e não havendo saturação de fluxo nas linhas, em cada iteração temos

$$T^k = X^{-1} A^t \sigma^k \quad (\text{IV.21})$$

e portanto

$$E_2^k = QXT^k = QXX^{-1} A^t \sigma^k = QA^t \sigma^k$$

Por construção de Q e A temos :

$$QA^t = 0 \quad (\text{IV.22})$$

e conseqüentemente

$$E_2^k = QA^t \sigma^k = 0$$

Assim, λ^k permanecerá nulo até que alguma limitação de fluxo acarrete a violação de (IV.21), e conseqüentemente, surja um erro na segunda lei de Kirchhoff. Neste momento a correção de λ começará a agir para assegurar a lei das tensões nas malhas que contiverem linhas saturadas, segundo a direção expressa em (IV.20).

Podemos ver facilmente que a solução de (PME_1L) será igual à de (PME_1) nos casos onde os limites de fluxos nas linhas não são ativos. Tomando o Lagrangeano generalizado do último problema :

$$L = wF(P) + \frac{1}{2} T^t X T + \sigma^t (P - AT) + \lambda^t (QXT) + (P - \bar{P}) \bar{u}^t + (\underline{P} - P) \underline{u}^t + (T - \bar{T}) \bar{v}^t + (\underline{T} - T) \underline{v}^t \quad (\text{IV.23})$$

A sua condição de otimalidade é

$$\nabla_L = wF'(P) + \sigma + \bar{u} - \underline{u} = 0 \quad (\text{IV.24})$$

$$\nabla_L = XT - A^t \sigma + XQ^t \lambda + \bar{v} - \underline{v} = 0 \quad (\text{IV.25})$$

$$\nabla_{\sigma} L = P - AT = 0$$

$$\nabla_{\lambda} L = QXT = 0$$

$$(P - \bar{P})\bar{u}^t = 0 \quad (\text{IV.26})$$

$$(\underline{P} - P)\underline{u}^t = 0 \quad (\text{IV.27})$$

$$(T - \bar{T})\bar{v}^t = 0 \quad (\text{IV.28})$$

$$(\underline{T} - T)\underline{v}^t = 0 \quad (\text{IV.29})$$

$$\underline{T} \leq T \leq \bar{T} \quad (\text{IV.30})$$

$$\underline{P} \leq P \leq \bar{P} \quad (\text{IV.31})$$

$$\bar{u}, \underline{u}, \bar{v}, \underline{v} \geq 0 \quad (\text{IV.32})$$

$$\sigma \in R^N, \quad \lambda \in R^L \quad (\text{IV.33})$$

Se supomos que os limites das linhas não se tornam ativos durante a resolução de $(PME_1 L)$, de (IV.25) e (IV.28) - (IV.29) temos

$$\underline{v} = \bar{v} = 0 \quad (\text{IV.34})$$

De (IV.20)

$$QXT = QX[X^{-1} A^t_{\sigma} - Q^t_{\lambda}] = 0$$

ou

$$QA^t_{\sigma} - QXQ^t_{\lambda} = 0$$

De (IV.22) e, uma vez que $D = QXQ^t$ é uma matriz tipo Impedância das Malhas com

$$\det(D) \neq 0 \quad (\text{Apêndice A}),$$

temos

$$\lambda = 0.$$

Portanto, o algoritmo representado na Fig.(IV.6) se reduz ao descrito no capítulo II para a resolução do Fluxo de Carga Ótimo Linearizado. Este fato expressa, em outro nível, a capacidade de extensão do modelo de Mínimo Esforço para a análise de redes com limites de transmissão. A adoção deste modelo possibilita a resolução do problema de programação da geração, em redes mais carregadas, por um algoritmo de primeira ordem extremamente simples. As modificações sugeridas, apesar de não implementadas, abrem uma nova perspectiva de continuação do trabalho apresentado.

CONCLUSÃO

O método dual se mostrou uma boa alternativa - simples, de fácil implementação e abrangente - para o estudo de sistemas de potência. Embora seja relativamente lento no cálculo do fluxo de carga c.c. quando comparado com o método clássico, o algoritmo pode ser estendido e além disso, possivelmente seu tempo de CPU poderá ser reduzido uma vez que foi implementado sem preocupação com o tempo de convergência.

Determinados métodos de obtenção da política ótima de geração em um sistema não levam em conta a localização dos geradores ou mesmo a estrutura da rede em questão. A utilização do modelo de mínimo esforço permite que se considere estes fatores conseguindo assim resultados comparativamente melhores do que os obtidos pelos métodos que têm informações apenas da função custo de geração.

Embora na construção do algoritmo proposto as perdas exatas tenham sido implementadas, é possível obter uma maior eficiência do método adotando-se aproximações para as perdas nas linhas [6, 7, 10]. Entretanto, uma importante característica do modelo com perdas apresentado é a proximidade de sua solução com a distribuição de fluxos fornecida pelos algoritmos de fluxo de carga c.a. Tal fato justifica a adoção deste modelo para estudos mais precisos em redes de transmissão.

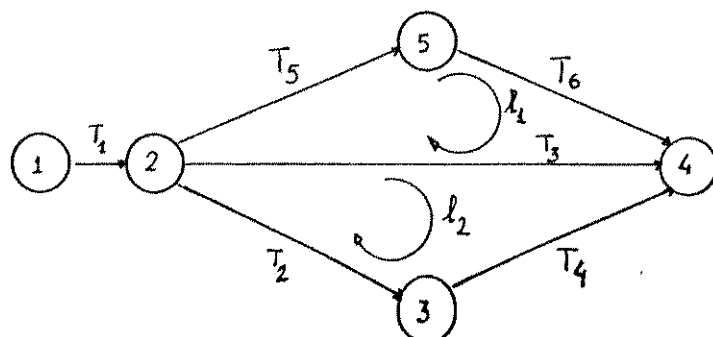
O algoritmo dual quando utilizado no estudo de contingências se mostrou bastante eficiente uma vez que possibilita a representação das alterações na rede de maneira direta e, tanto para contingências simples quanto múltiplas, tem convergência garantida em um mínimo finito de iterações - normalmente inferior à dimensão do problema.

Outra importante característica do método utilizado é a sua capacidade de ser estendido ao estudo de redes, com sobrecarga, possuindo uma forma fácil de ser visualizada e compreendida.

Por fim, podemos dizer que a utilização do modelo de Mínimo Esforço em estudos de redes de transmissão é plenamente justificada pela abrangência do modelo sendo que os resultados obtidos revelam uma linha de pesquisa promissora.

APÊNDICE A

Seja o grafo representativo do sistema da Fig.(IV.5a) :



Para este grafo, a matriz QXQ^t se escreve :

$$D=QXQ^t = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ 1 & -1 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} x_2 + x_3 + x_4 & -x_3 \\ -x_3 & x_3 + x_5 + x_6 \end{bmatrix}$$

Para uma rede de M linhas e L laços básicos a matriz D pode ser escrita :

$$D = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^m d_{1j} & -d_{12} & -d_{13} & \dots & -d_{1L} \\ -d_{21} & \sum_{j=1}^m d_{2j} & -d_{23} & \dots & -d_{2L} \\ \vdots & & & & \vdots \\ -d_{L1} & \dots & \dots & \dots & \sum_{j=1}^m d_{Lj} \end{bmatrix}, D \in R^{L \times L}$$

onde :

$$d_{ij} = d_{ji} = \begin{cases} x_{ij} & \text{se o arco } j \text{ é laço básico } i \\ 0 & \text{se o arco } j \notin \text{laço básico } i \end{cases} \quad (j \neq i)$$

d_{ii} = soma das reatâncias que pertencem exclusivamente ao laço i

$\sum_{j=1}^m d_{ij}$ = soma das reatâncias dos arcos pertencentes ao laço i .

Pré e pós multiplicando D por um vetor $v \neq 0$, $\in R^L$ temos :

$$\begin{aligned} v^t D v &= [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_L] \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^m d_{1j} & -d_{12} & \dots & -d_{1L} \\ -d_{21} & \sum_{j=1}^m d_{2j} & \dots & -d_{2L} \\ \vdots & & & \vdots \\ -d_{L1} & \dots & \dots & \sum_{j=1}^m d_{Lj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_L \end{bmatrix} = \\ &= [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_L] \begin{bmatrix} v_1 \sum_{j=1}^m d_{1j} - v_2 d_{12} - \dots - v_L d_{1L} \\ -v_1 d_{21} + v_2 \sum_{j=1}^m d_{2j} - \dots - v_L d_{2L} \\ \vdots \\ -v_1 d_{L1} - \dots + v_L \sum_{j=1}^m d_{Lj} \end{bmatrix} = \\ &= v_1 (v_1 \sum_{j=1}^m d_{1j} - v_2 d_{12} - \dots - v_L d_{1L}) + \\ &+ v_2 (-v_1 d_{21} + v_2 \sum_{j=1}^m d_{2j} - v_3 d_{23} - \dots - v_L d_{2L}) + \dots + \end{aligned}$$

$$+ v_L (v_1 d_{L1} - v_2 d_{L2} - \dots - v_{L-1} d_{L,L-1} + v_L \sum_{j=1}^m d_{Lj}).$$

Uma vez que a matriz D é simétrica temos :

$$\begin{aligned} v^t D v &= v_1^2 \sum_{j=1}^m d_{1j} + v_2^2 \sum_{j=1}^m d_{2j} + \dots + v_L^2 \sum_{j=1}^m d_{Lj} + \\ &- 2v_1 v_2 d_{12} - 2v_1 v_3 d_{13} - \dots - 2v_{L-1} v_L d_{L-1,L} = \\ &= d_{12}(v_1 - v_2)^2 + d_{13}(v_1 - v_3)^2 + \dots + d_{L-1,L}(v_{L-1} - v_L)^2 + \\ &+ d_{11} v_1^2 + d_{22} v_2^2 + \dots + d_{L,L} v_L^2 \end{aligned}$$

Para uma rede qualquer temos que $d_{ii} \geq 0$, $V_i = 1, \dots, L$

e

$d_{ij} \geq 0$ $\forall i, j = 1, \dots, L, i \neq j$; sendo pelo menos um $d_{ij} > 0$ pois supõe-se que exista no mínimo 1 arco comum a dois laços básicos.

Portanto, para qualquer $v \neq 0$ temos

$$v^t D v > 0$$

sendo D uma matriz definida positiva e

$$\det(D) = \det(QXQ^t) \neq 0.$$

REFERÊNCIAS

- | 1 | Bazaraa M., Shetty C.M., "Nonlinear Programming - Theory and Algorithms" John Willey & Sons, 1979.

- | 2 | El-Hawary M.E., Christensen G.S., "Optimal Economic Operation of Electric Power Systems", Mathematics in Science and Engineering, Vol. 142, Mac-Millan Company, 1970.

- | 3 | Guerra R.B., "Métodos de Projeção de Convergência Finita para Sistemas Lineares e Quadrados Mínimos". Tese de Doutorado, FEE-UNICAMP, março de 1987.

- | 4 | Lasdon L.S., "Optimization Theory of Large Systems". Mac-Millan Series in Operation Research, Mac-Millan Company, 1970.

- | 5 | Luenberger D.G., "Linear and Nonlinear Programming" Addison Wesley, 1984.

- | 6 | Luo, J.S., Hill E.F., Lee T.H., "Power System Economic Dispatch via Network Approach". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-103, nº 6 : 1242-1248, junho, 1984.

- | 7 | Luo J.S., Hill E.F., Lee T.H., "Bus Incremental Cost and Economic Dispatch". IEEE Transactions on Power Systems, Vol. PWRS-1, nº 1 : 161-167, fevereiro, 1986.

- | 8 | Monticelli, A. J., "Expansão de Sistemas Elétricos de Potência: Um Algoritmo Para o Planejamento do Sistema de Transmissão " . Tese de Doutorado, FEC-UNICAMP.
- | 9 | Monticelli, A.J., Santos A.Jr., Pereira, M.V.F., Cunha S.H., Parker B.J., Praça J.C.G., "Interactive Transmission Network Planning Using a Least Effort Criterion". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS 101 - nº 10, outubro 1982.
- | 10 | Monticelli, A.J., "Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica". Edgard Blucher, 1983.
- | 11 | Said A., França P.M., Santos A.Jr., "An Efficient Optimization Method for Transmission Expansion Planning". IFAC Symposium on Planning and Operation of Electrical Energy Systems, Rio de Janeiro, julho 1985.
- | 12 | Santos A.Jr., "Síntese Conceitual Estática de Redes de Energia Elétrica". Tese de Mestrado, FEC-UNICAMP, maio 1981.
- | 13 | Stevenson W.D., "Elementos de Análise de Sistemas de Potência". McGraw-Hill, 1981.