

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA

DEPARTAMENTO DA ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO E AUTOMAÇÃO INDUSTRIAL

DEZEMBRO 1990

VISÃO COMPUTACIONAL: UM SISTEMA PARA LOCALIZAÇÃO DE OBJETOS
POLIÉDRICOS NO ESPAÇO 3D

Por : Olga Regina Pereira Bellon

Orientador: Prof. Dr. Clésio Luis Tozzi

Este exemplar corresponde à redação final da tese
defendida por Olga Regina Pereira
Bellon e aprovada pela Comissão
orientadora em 19 / 12 / 90.

Orientador



TESE APRESENTADA À FACULDADE DE
ENGENHARIA ELÉTRICA, DA UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE CAMPINAS, COMO PARTE DOS
REQUISITOS EXIGIDOS PARA OBTENÇÃO DO
TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Dedido esta tese aos meus pais e ao Júlio.

Agradecimentos:

ao professor Clésio Luis Tozzi pela seriedade, dedicação e respeito, quando da orientação deste trabalho;

aos colegas do DCA: Ricardo L., Ricardo Lü., Ricardo G., José Eduardo, Tomazelli, Diego, Maristela, Luciana, Marcelo, Tânia, Andrea, Perla, Heraldo, Silvio, Jorge, Gorgônio, Miguel, Lúcia, Coelho e Chaim pela amizade;

aos colegas do CTI: Ralph, Jorge e Josué, pelo apoio.

aos colegas do Departamento de Engenharia Elétrica da UFES, em especial Jussara, Inês e Luiz, pelo incentivo e amizade.

Agradecimento especial ao professor e querido amigo Edson de Paula Ferreira, pela confiança e apoio a todo momento.

ÍNDICE

1. Introdução	1-01
2. A calibração da câmera	2-01
2.1. Transformações geométricas	2-01
2.1.1. Escala	2-01
2.1.2. Translação	2-02
2.1.3. Rotação	2-03
2.1.4. Perspectiva	2-04
2.2. Modelo geométrico da câmera	2-06
2.3. Obtenção da matriz de transformação	2-09
2.4. Transformação de perspectiva inversa	2-12
2.5. Parâmetros influentes na calibração	2-16
2.5.1. Distância câmera / pontos de calibração	2-16
2.5.2. Escolha dos pixels correspondentes	2-17
2.5.3. Iluminação	2-18
2.5.4. Pontos de calibração	2-19
2.5.4.1. Escolha dos pontos de calibração	2-19
2.5.4.2. Precisão de medidas	2-19
2.6. Medida da qualidade da calibração	2-21
2.6.1. Determinação das coordenadas do foco da câmera	2-22
2.6.2. Correção na determinação do foco	2-26

3. A determinação da localização no espaço 3D	3-01
3.1. Estéreo-visão	3-03
3.1.1. Estéreo visão com duas câmeras fixas	3-03
3.1.1.1. Extração dos elementos característicos	3-05
3.1.1.2. Estéreo-correspondência	3-07
3.1.1.3. Medidas tridimensionais	3-08
3.1.1.4. Outras considerações	3-09
3.2. Visão monocular	3-10
3.2.1. Método de Chen	3-10
3.2.1.1. Modelo geométrico 3D	3-11
3.2.1.2. Pontos de fuga e propriedades básicas	3-12
3.2.1.3. Determinação da posição 3D	3-14
3.2.2. Localização em ambiente com múltiplas marcas	3-16
3.2.2.1. Determinação da posição local	3-18
3.2.2.2. Determinação da posição global	3-22
3.2.3. Método utilizando informações referentes ao modelo geométrico	3-25
4. Método baseado em informações referentes ao modelo geométrico	4-01
4.1. Modelo geométrico	4-01
4.2. Obtenção da posição 3D	4-02
4.3. Determinação das condições iniciais para a obtenção de todas as soluções do problema	4-06
4.4. Identificação da posição correta	4-09

5. Resultados experimentais	5-01
5.1. Equipamento	5-01
5.2. Plataforma de testes	5-03
5.3. Tabelas comparativas	5-04
	-
6. Conclusões	6-01
7. Referências	7-01

RESUMO

No presente trabalho apresenta-se um sistema para determinar a localização de objetos no espaço tridimensional, podendo o mesmo ser inserido no contexto de visão computacional. O trabalho foi dividido em duas etapas principais: calibração da câmera e localização do objeto no espaço 3D. Na primeira etapa é feita uma discussão acerca da teoria envolvida, bem como são mostrados alguns resultados práticos obtidos a partir de sua implementação. Na segunda etapa é apresentado o método desenvolvido para determinar a localização do objeto a partir de informações referentes ao seu modelo geométrico, utilizando-se visão monocular. Seguem-se os resultados experimentais obtidos.

ABSTRACT

It is presented a system for locating objects in a 3D space and that can be considered in the context of computer vision. The work is divided in two main parts: camera calibration, and the 3D space position of the object. In the first step a discussion on the theory of camera calibration procedure is made and some practical results are presented. In the second step it is presented the developed method for determining the object position in the space from its geometric model information and through the employment of monocular vision. The final experimental results are then analysed.

1. INTRODUÇÃO

Tem sido crescente o volume de pesquisa empreendida, no sentido de dotar as máquinas de ações similares àquelas desenvolvidas pelo homem. Máquinas evoluídas (que possuem algum tipo de percepção ou decisão) são comumente chamadas robôs, embora o emprego deste termo seja deveras polêmico. Dentro do contexto da robótica, tem-se que a visão computacional é, notadamente, de maior importância no tocante à interação com o meio ambiente.

A visão computacional é muito utilizada em tarefas onde seja necessário o reconhecimento e/ou a localização de formas ou objetos, podendo solucionar problemas tanto no plano (inspeção e montagem de placas de circuito impresso, reconhecimento de caracteres, cartografia) quanto no espaço (veículos autônomos, robôs de navegação).

Para se solucionar os problemas ligados à visão computacional, pode-se utilizar dois tipos de enfoques: visão monocular ou estéreo-visão.

Em estéreo-visão utiliza-se mais de uma câmera, de modo que a informação tridimensional é obtida por triangulação, logo após ser feita a correta correspondência entre as imagens obtidas da cena. Em visão monocular utiliza-se apenas uma câmera e, assim, deve-se ter alguma informação acerca da cena a ser tratada, tal como a geometria dos objetos utilizados, de modo a se recuperar a

informação de profundidade. Convém ressaltar que a maioria dos sistemas comerciais de visão computacional não necessitam da informação tridimensional para suas aplicações, como é o caso na montagem e inspeção de placas de circuito impresso.

Os métodos baseados em visão monocular têm sido, atualmente, alvo de inúmeras pesquisas. Isto se deve à relativa facilidade de implementação que apresentam, quando comparados aos métodos baseados em estereoscopia, considerando-se as dificuldades encontradas no *matching* das duas imagens, para este último caso.

O trabalho apresentado almeja ser uma contribuição à visão computacional, sendo seu objetivo final obter um sistema para determinar a localização de objetos posicionados no espaço tridimensional utilizando-se visão monocular.

Os sistemas de visão atuais estão longe de ser genéricos, visto que operam sempre com algumas restrições em relação ao ambiente utilizado, principalmente no caso de se utilizar visão monocular. No sistema desenvolvido, os objetos utilizados foram restritos a poliedros com dimensões conhecidas. Esta particularidade, aliada ao conhecimento da transformação de perspectiva inversa (plano de imagem da câmera / espaço 3-D), permite a localização do objeto a partir da identificação de três vértices do mesmo.

O trabalho desenvolvido pode ser dividido, basicamente, em duas etapas: calibração da câmera e determinação da posição

tridimensional dos objetos.

No capítulo dois do presente trabalho, discute-se a calibração da câmera utilizada, visto que dela irá depender a qualidade dos resultados obtidos; apresenta-se, também, uma discussão acerca dos principais parâmetros influentes na calibração, bem como uma metodologia para determinar a qualidade da mesma.

O capítulo três trata da determinação da localização no espaço 3-D. Nesta seção são apresentados alguns métodos utilizados; são contemplados métodos que utilizam tanto visão monocular quanto estéreo-visão.

O capítulo quatro consta de uma descrição detalhada do método desenvolvido para determinar a posição de objetos no espaço tridimensional.

O capítulo cinco trata dos resultados experimentais, obtidos a partir da implementação do método descrito. Neste capítulo são apresentados os resultados de alguns testes relativos à calibração e à determinação da localização do objeto.

Finalmente, no capítulo seis, apresentam-se as conclusões obtidas acerca do trabalho desenvolvido, além de algumas sugestões para o seu prosseguimento.

2. A CALIBRAÇÃO DA CÂMERA

2.1. TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS

Neste ítem serão revistas as transformações geométricas básicas [26], a saber escala, translação, rotação e perspectiva, que serão utilizadas no processo de calibração da câmera. Tais transformações serão representadas em coordenadas homogêneas.

2.1.1. ESCALA

A matriz de transformação de escala, eq. 2.1-1, quando aplicada a todos os pontos pertencentes à figura, efetuará uma expansão ou compressão na mesma de um fator S_x , S_y e S_z nas direções X , Y e Z , respectivamente.

$$\begin{bmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0 & Y_0 & Z_0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1-1)$$

$$\begin{aligned}
 X_1 &= X_0 \cdot S_x \\
 Y_1 &= Y_0 \cdot S_y \\
 Z_1 &= Z_0 \cdot S_z
 \end{aligned}
 \tag{2.1-2}$$

2.1.2. TRANSLAÇÃO

A operação de translação soma um vetor deslocamento, (t_1, t_2, t_3) , a cada um dos pontos da figura, e é representada na forma homogênea pela eq. 2.1-3.

$$\begin{bmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0 & Y_0 & Z_0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ t_1 & t_2 & t_3 & 1 \end{bmatrix}
 \tag{2.1-3}$$

$$\begin{aligned}
 X_1 &= X_0 + t_1 \\
 Y_1 &= Y_0 + t_2 \\
 Z_1 &= Z_0 + t_3
 \end{aligned}
 \tag{2.1-4}$$

Na operação de translação inversa tem-se que o vetor de deslocamento, (t_1, t_2, t_3) , deve ser substituído pelo seu oposto, $(-t_1, -t_2, -t_3)$, procedendo-se normalmente a transformação conforme descrita.

2.1.3. ROTAÇÃO

Uma transformação de rotação no espaço 3D pode ser decomposta em três rotações, relacionadas a cada um dos eixos de coordenadas, sendo utilizada uma matriz de transformação diferente para cada caso. As rotações como definidas são feitas em torno da origem e, portanto, para executar uma rotação em torno de um ponto arbitrário, deve-se realizar três transformações: uma translação inicial de modo a levar o ponto para a origem do sistema, uma rotação em todos os pontos da figura e, finalmente, uma translação inversa à primeira.

A operação de rotação inversa é realizada segundo a mesma definição acima, modificando-se o valor dos ângulos pelos seus opostos.

- Rotação de um ângulo α em relação ao eixo X:

$$R_{\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \text{sen } \alpha & 0 \\ 0 & -\text{sen } \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1-5)$$

- Rotação de um ângulo β em relação ao eixo Y:

$$R_{\beta} = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\text{sen } \beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \text{sen } \beta & 0 & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1-6)$$

- Rotação de um ângulo θ em relação ao eixo Z:

$$R_{\theta} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \text{sen } \theta & 0 & 0 \\ -\text{sen } \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1-7)$$

2.1.4 PERSPECTIVA

A transformação de perspectiva representa a projeção de pontos do espaço 3D no plano bidimensional.

Na fig.2.1 é mostrado um modelo para a formação da imagem.

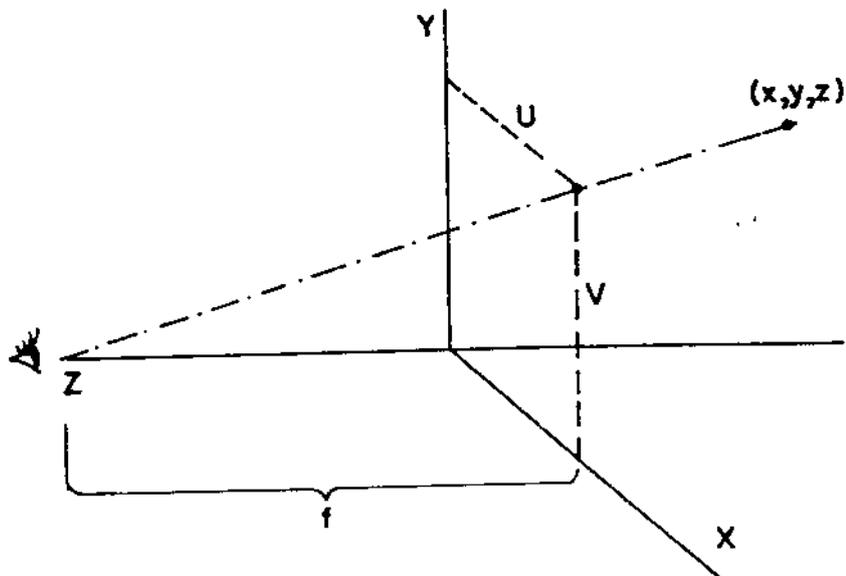


Fig.2.1- Formação da imagem. [3]

De acordo com a fig. 2.1, por meio de semelhança de triângulos pode-se concluir que a projeção de qualquer ponto (x, y, z) do espaço 3D no plano de imagem será

$$(U, V) = \left(\frac{f x}{f - z}, \frac{f y}{f - z} \right) \quad (2.1-8)$$

e a matriz de transformação de perspectiva pode ser escrita da seguinte forma

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1/f \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1-9)$$

Quando se utiliza a transformação de perspectiva inversa, porém, perde-se a informação de profundidade, obtendo-se apenas a equação da reta que passa pelo ponto da imagem $(x', y', 0)$ e pelo foco da câmera $(0, 0, f)$. Tal equação pode ser escrita como

$$x = \frac{x'}{y'} y = \frac{x'}{f} (f - z) \quad (2.1-10)$$

Logo, vários pontos no espaço 3D terão a mesma projeção no plano de imagem da câmera.

2.2. MODELO GEOMÉTRICO DA CÂMERA

Ao se tomar a imagem de uma cena, através de uma câmera, é sabido que a informação visual obtida representa a projeção de pontos pertencentes à cena (espaço 3D) no plano de imagem da câmera (espaço 2D) [5].

Se o sistema de coordenadas da câmera fosse coincidente

com o sistema global de coordenadas, a figura 2.1 seria suficiente para modelar o problema. Entretanto, não se pode assumir tal restrição, visto as coordenadas das origens do plano de imagem e do sistema global não serem coincidentes, bem como os eixos destes dois sistemas não serem alinhados. Tal situação pode ser melhor representada de acordo com um novo modelo, utilizando-se dois sistemas de coordenadas, ilustrado na figura 2.2.

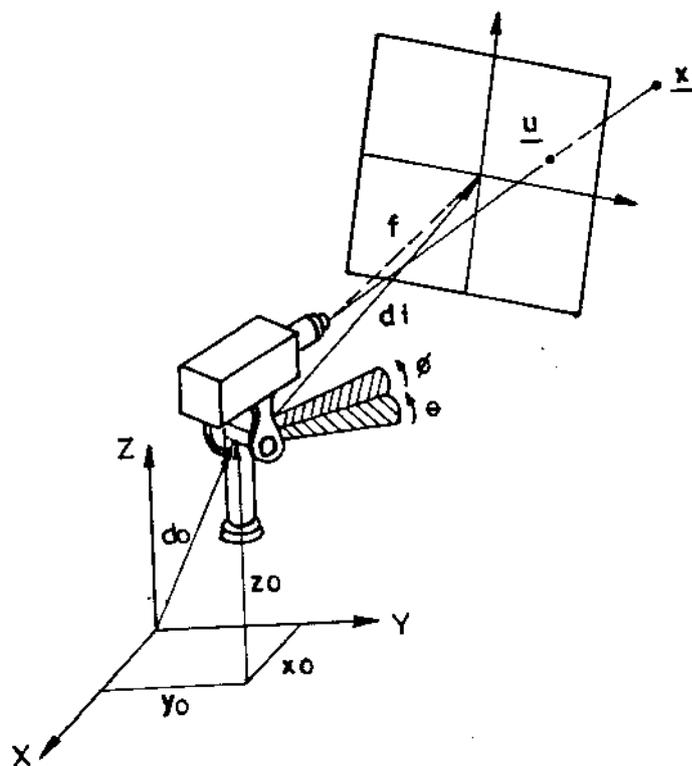


Fig.2.2- Modelo com dois sistemas de coordenadas. [15]

Segundo este novo modelo pode-se observar que, para determinar a correspondência entre pontos da cena, descritos segundo o referencial global, e pontos da imagem, devem ser executadas uma série de transformações (relativas a mudanças de referenciais), que são definidas a seguir.

T : exprime a translação d_0 entre o referencial global e o referencial localizado na articulação do suporte da câmera;

R : exprime a rotação entre o referencial global e o referencial do plano de imagem, podendo ser decomposta em duas rotações (R_θ e R_ϕ);

G: exprime o deslocamento d_1 entre a articulação do suporte da câmera e o plano de imagem;

P : exprime a transformação de perspectiva.

Assim, pode-se definir a transformação 3D/2D por:

$$\underline{x} T R G P = \underline{u} \quad (2.2-1)$$

ou

$$\underline{x} C = \underline{u}$$

onde $\underline{x} = (x, y, z, 1)$ é o ponto no espaço 3D, $\underline{u} = (u, v, t)$ é o ponto no plano de imagem da câmera e C é uma matriz de transformação

originada pela concatenação das matrizes T, R, G e P. Como os parâmetros inclusos na matriz C (tais como distâncias e ângulos) são de difícil medição, é usual a determinação da mesma através do método denominado CALIBRAÇÃO DA CÂMERA.

2.3. OBTENÇÃO DA MATRIZ DE TRANSFORMAÇÃO

Calibrar uma câmera consiste em se obter os elementos da matriz de transformação C, equação 2.2.1, através de um conjunto de pontos, aqui chamados "pontos de calibração". Entende-se como ponto de calibração aquele cujas coordenadas no espaço 3D, bem como sua projeção no plano de imagem são conhecidas. O número de pontos de calibração necessários para a obtenção da matriz de transformação deve ser de pelo menos 6, como será mostrado a seguir, podendo-se também utilizar um número ainda maior.

Da expressão

$$(x, y, z, 1) C = (u, v, t) \tag{2.3-1}$$

obtem-se

$$\begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u & v & t \end{bmatrix} \tag{2.3-2}$$

$$u = xC_{11} + yC_{21} + zC_{31} + C_{41} \quad (2.3-3)$$

$$v = xC_{12} + yC_{22} + zC_{32} + C_{42} \quad (2.3-4)$$

$$t = xC_{13} + yC_{23} + zC_{33} + C_{43} \quad (2.3-5)$$

Dada a representação em coordenadas homogêneas, tem-se que

$$u = Ut$$

e
$$v = Vt$$

onde U e V são as coordenadas do ponto no plano de imagem.

Observando-se que

$$u - Ut = 0 \quad (2.3-6)$$

e
$$v - Vt = 0 \quad (2.3-7)$$

e substituindo nas expressões de u, v e t obtem-se, para cada ponto, duas equações:

$$xC_{11} + yC_{21} + zC_{31} + C_{41} - xUC_{13} - yUC_{23} - zUC_{33} - UC_{43} = 0 \quad (2.3-8)$$

$$xC_{12} + yC_{22} + zC_{32} + C_{42} - xVC_{13} - yVC_{23} - zVC_{33} - VC_{43} = 0 \quad (2.3-9)$$

A partir do conhecimento das coordenadas dos pontos de calibração, são definidas as doze equações que permitem a determinação das constantes C_{ij} de mérito da matriz de transformação C.

O parâmetro C_{43} , devido à formulação homogênea, pode ter o seu valor arbitrado em 1 (ou outro valor adequado) sem que este fato interfira no resultado final. Restam, assim, onze incógnitas a calcular, o que justifica o uso de 5 1/2 pontos conhecidos para determinar completamente os parâmetros da matriz de transformação.

As equações acima podem ser arranjadas de modo a formar, para um número "n" de pontos de calibração, o seguinte sistema:

$$\begin{bmatrix}
 x_1 & y_1 & z_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -U_1 x_1 & -U_1 y_1 & -U_1 z_1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & z_1 & 1 & -V_1 x_1 & -V_1 y_1 & -V_1 z_1 \\
 x_2 & y_2 & z_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -U_2 x_2 & -U_2 y_2 & -U_2 z_2 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & x_2 & y_2 & z_2 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot \\
 x_n & y_n & z_n & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -U_n x_n & -U_n y_n & -U_n z_n \\
 0 & 0 & 0 & 0 & x_n & y_n & z_n & 1 & -V_n x_n & -V_n y_n & -V_n z_n
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 C_{11} \\
 C_{21} \\
 C_{31} \\
 C_{41} \\
 C_{12} \\
 C_{22} \\
 C_{32} \\
 C_{42} \\
 C_{13} \\
 C_{23} \\
 C_{33}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 U_1 \\
 V_1 \\
 U_2 \\
 V_2 \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 U_n \\
 V_n
 \end{bmatrix}$$

$$AC = B \quad (2.3-10)$$

A expressão 5 1/2 pontos significa que, para um dos pontos de calibração, será utilizada apenas a eq. 2.3-08 ou a eq. 2.3-09, embora ambas sejam disponíveis.

De acordo com a eq. 2.3-10 pode-se observar que, se o número de pontos de calibração for maior do que 5 1/2 , tornar-se-á necessário o uso de uma solução para C que minimize o erro médio quadrático, visto a matriz A não ser quadrada e, portanto, não inversível. Deste modo, deve-se utilizar uma técnica conhecida como pseudo-inversa, que apresenta a seguinte formulação final:

$$C = (A^T A)^{-1} \cdot A^T \cdot B = A^\dagger \cdot B \quad (2.3-11)$$

onde A^\dagger , denominada a pseudo inversa de A [10, 11], é uma expressão que irá corresponder à inversa da matriz A.

Teoricamente, pode-se perceber que, com a utilização de um maior número de pontos, obter-se-á uma melhor minimização do erro. De acordo com o experimento realizado, porém, observou-se uma variação pequena (aproximadamente 5%) nos valores dos parâmetros da matriz de transformação, ao se aumentar o número de pontos utilizados na calibração. Considerando-se o interesse em automatizar o sistema desenvolvido, optou-se por utilizar o número mínimo de pontos, diminuindo-se, assim, o tempo requerido na etapa de calibração.

2.4. TRANSFORMAÇÃO DE PERSPECTIVA INVERSA

A partir da calibração da câmera pode-se utilizar os parâmetros da matriz de transformação obtida para determinar a equação da reta que é a transformação de perspectiva inversa de qualquer ponto na imagem. Com este objetivo deve-se partir das seguintes considerações [3]:

$$\begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u & v & t \end{bmatrix} \quad (2.4-01)$$

$$\underline{x} C = \underline{u} \quad (2.4-02)$$

$$\underline{x} C_1 = u = U t \quad (2.4-03)$$

$$\underline{x} C_2 = v = V t \quad (2.4-04)$$

$$\underline{x} C_3 = t \quad (2.4-05)$$

Onde, como já foi definido, \underline{x} é o ponto no espaço 3D e \underline{u} é o ponto correspondente no plano de imagem. Os parâmetros C_1 , C_2 e C_3 representam os vetores colunas da matriz C na eq. 2.4-01.

Substituindo-se a equação 2.4-05 nas equações 2.4-03 e 2.4-04, tem-se que:

$$\underline{x} (C_1 - UC_3) = 0 \quad (2.4-06)$$

$$\underline{x} (C_2 - VC_3) = 0 \quad (2.4-07)$$

As eqs. 2.4-06 e 2.4-07 são equações de um plano. Logo, para cada ponto no espaço, são determinados dois planos cujas equações podem ser escritas como:

$$a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0 \quad (2.4-08)$$

$$a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0 \quad (2.4-09)$$

onde

$$a_1 = C_{11} - C_{13}U \quad (2.4-10)$$

$$a_2 = C_{12} - C_{13}V \quad (2.4-11)$$

$$b_1 = C_{21} - C_{23}U \quad (2.4-12)$$

$$b_2 = C_{22} - C_{23}V \quad (2.4-13)$$

$$c_1 = C_{31} - C_{33}U \quad (2.4-14)$$

$$c_2 = C_{32} - C_{33}V \quad (2.4-15)$$

$$d_1 = C_{41} - C_{43}U \quad (2.4-16)$$

$$d_2 = C_{42} - C_{43}V \quad (2.4-17)$$

Os parâmetros relativos à direção da reta correspondente à interseção dos dois planos, aqui chamados de m , n e l , podem ser obtidos através do produto vetorial de seus vetores normais. Então

$$\begin{aligned} (m,n,l) &= (a_1,b_1,c_1) \times (a_2,b_2,c_2) & (2.4-18) \\ &= (b_1c_2 - b_2c_1, c_1a_2 - c_2a_1, a_1b_2 - a_2b_1) \end{aligned}$$

Se $l \neq 0$, para qualquer valor de z_0 obtém-se:

$$x_0 = \frac{b_1(c_2z_0 + d_2) - b_2(c_1z_0 + d_1)}{a_1b_2 - a_2b_1} \quad (2.4-19)$$

$$y_0 = \frac{a_2(c_1z_0 + d_1) - a_1(c_2z_0 + d_2)}{a_1b_2 - a_2b_1} \quad (2.4-20)$$

Deste modo, pode-se escrever a equação da reta procurada como:

$$\frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{n} = \frac{z - z_0}{l} \quad (2.4-21)$$

2.5. PARÂMETROS INFLUENTES NA CALIBRAÇÃO

A calibração da câmera é uma etapa essencial quando se deseja conhecer a localização de objetos no espaço tridimensional, pois dela irá depender a qualidade dos resultados obtidos, independente do método utilizado para a localização [7].

Nesta seção será dada atenção ao estudo de alguns parâmetros influentes na calibração de uma câmera CCD, a saber, distância da câmera aos pontos de calibração (posição da câmera), escolha dos pontos de calibração e dos pixels (picture element) correspondentes aos mesmos, além da iluminação.

As discussões descritas nesta seção estão baseadas em um conjunto de testes realizados, quando da implementação do sistema. Tais resultados estão reunidos, para uma melhor organização do trabalho, em um único capítulo (capítulo cinco), referente aos resultados experimentais

2.5.1. DISTÂNCIA CÂMERA / PONTOS DE CALIBRAÇÃO

A distância da câmera aos pontos de calibração tem grande influência nesta etapa.

Dado que os pontos de calibração são representados por círculos de certa dimensão, quando as imagens são tomadas a

pequenas distâncias tem-se que cada ponto é composto por um grupo de vários pixels na tela. Isto implica na necessidade de haver uma escolha sobre qual pixel (coordenada (U,V)) irá corresponder, efetivamente, ao ponto de calibração mapeado.

Este fato pode sugerir que se deva trabalhar com a câmera a grandes distâncias, de modo que cada ponto seja representado por apenas um pixel na imagem. Porém, neste caso, as condições de operação do sistema ficariam restritas, uma vez que a câmera deverá atuar sempre a aproximadamente uma mesma distância do sistema global de coordenadas.

Logo, de modo a contornar este problema, deve-se utilizar técnicas de processamento de imagens tais como afinamento (*thinning*) ou máscaras para determinar o ponto de máximo local a uma determinada região. O objetivo da aplicação dessas técnicas é, dado um conjunto de pixels relativos a um ponto de calibração, determinar o pixel central que irá corresponder ao ponto de calibração escolhido. Convém se observar que tais técnicas podem, também, produzir soluções incorretas, visto que possíveis sombras ou ruídos de digitalização podem deslocar o centro da região.

2.5.2. ESCOLHA DOS PIXELS CORRESPONDENTES

Retornando ao fato de que um ponto no espaço 3-D corresponde a mais de um pixel no plano de imagem, uma série de

testes foram realizados de modo a determinar a influência na escolha dos mesmos.

Como resultado de tais testes concluiu-se que pixels adjacentes podem levar a resultados finais com uma variação de até 10%, sendo, assim, necessário um tratamento igual quando da escolha dos mesmos.

As técnicas citadas na seção anterior tentam garantir o mesmo critério de escolha para todos os pontos, uniformizando, assim, o resultado.

2.5.3. ILUMINAÇÃO

O tipo de iluminação utilizada no ambiente de trabalho exerce, também, grande influência no processo de calibração. Tal influência se faz sentir, principalmente, nas câmeras do tipo CCD, onde o efeito *blooming* é bem pronunciado [2].

O efeito *blooming*, ou cintilamento, consiste no transbordamento da intensidade de luz absorvida por um determinado pixel. Isto pode mascarar a informação de intensidade de cinza nos pixels vizinhos, inclusive na região do conjunto de pixels que representam o ponto de calibração.

Para corrigir este efeito podem ser usadas câmeras do

tipo CID que apresentam, porém, uma menor resolução, associando-se algum tipo de iluminação controlada [2].

2.5.4. PONTOS DE CALIBRAÇÃO

2.5.4.1. ESCOLHA DOS PONTOS DE CALIBRAÇÃO

O fator de maior influência no erro encontrado no processo de calibração é, sem dúvida, a escolha dos pontos utilizados para realização da mesma, em função da sua posição na cena.

Foram realizados vários testes de modo a determinar qual a melhor escolha para os pontos de calibração. Inicialmente, dividiu-se a tela em seis regiões, como mostra a figura 2.3.

De acordo com os testes realizados, foi constatado que os pontos de calibração devem ser escolhidos de modo a englobar todas as seis regiões mostradas na fig. 2.3. Observou-se, ainda, que a distância entre tais pontos deve ser tão maior quanto possível, cobrindo assim uma maior área. A não observação destas regras poderá gerar no sistema resultados altamente discrepantes.

2.5.4.2. PRECISÃO DE MEDIDAS

Exige-se que as medidas utilizadas na marcação dos

pontos de calibração sejam de grande precisão. Este fato pode ser intuitivamente comprovado, visto que um erro nesta fase sofrerá grande propagação. Tais resultados poderão ser comprovados no capítulo cinco, referente aos testes realizados.

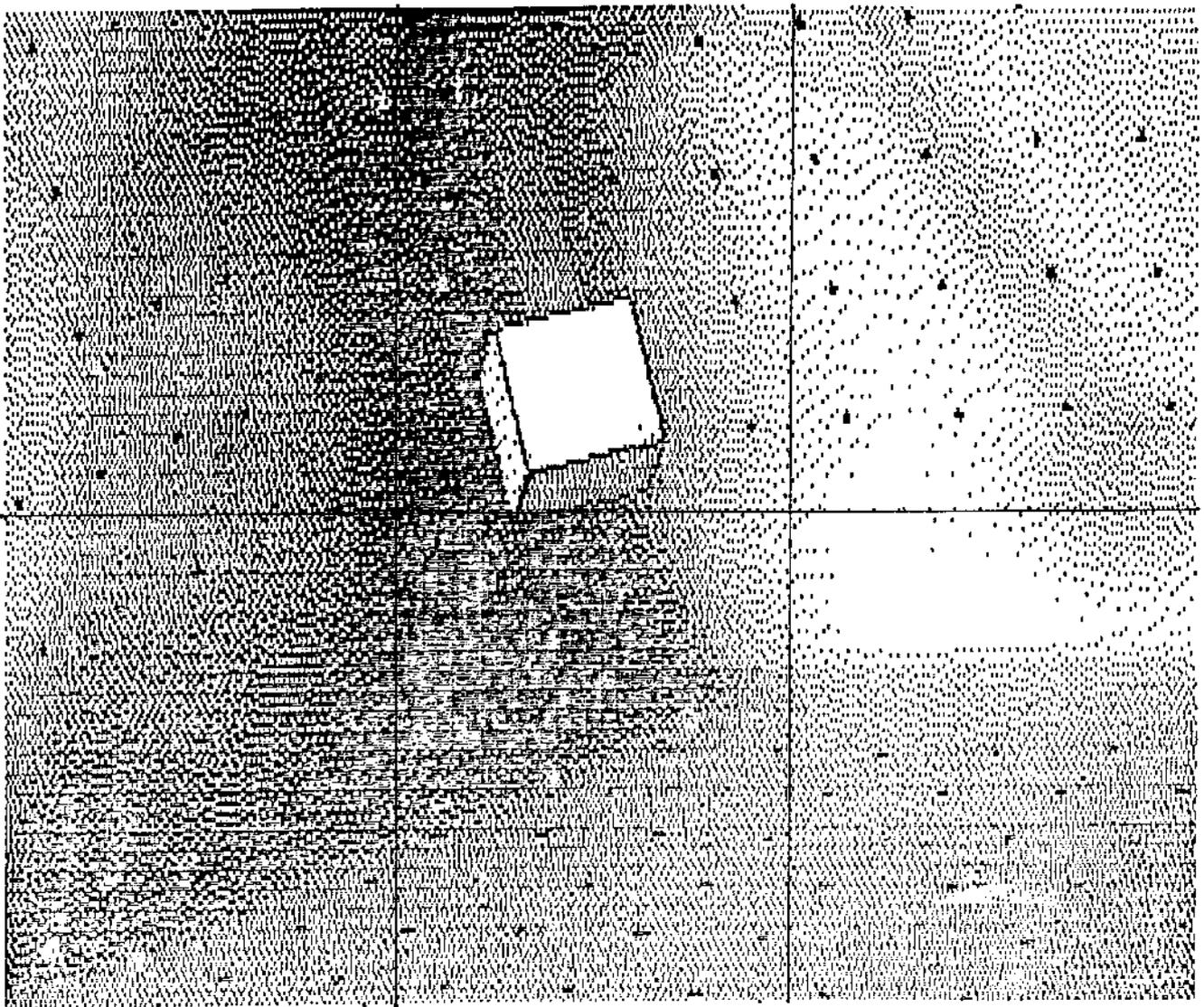


Fig. 2.3- Imagem digitalizada identificando as seis regiões.

2.6. MEDIDA DA QUALIDADE DA CALIBRAÇÃO

Ao se utilizar técnicas de visão computacional é necessário um grande rigor, quando de sua implementação, com relação às medidas envolvidas, visto a importância da precisão nos resultados finais esperados.

Como mostrou-se na seção anterior, são diversos os fatores que influenciam na precisão atingida na calibração da câmera, ressaltando-se os decorrentes de erros de quantização e digitalização da imagem.

Nesta seção apresenta-se um método simples para se obter uma medida de qualidade da calibração. O método desenvolvido baseia-se na correção do erro causado na determinação das coordenadas do foco da câmera, sendo estes valores utilizados como parâmetros de medida na determinação da qualidade da calibração efetuada.

2.6.1. DETERMINAÇÃO DAS COORDENADAS DO FOCO DA CÂMERA

Para a determinação das coordenadas do foco da câmera (x_f, y_f, z_f) utilizou-se, inicialmente, os parâmetros referentes às equações das retas que passam por dois pontos de calibração escolhidos, considerando-se que as mesmas devem se interceptar no foco da câmera, como mostra a figura 2.4.

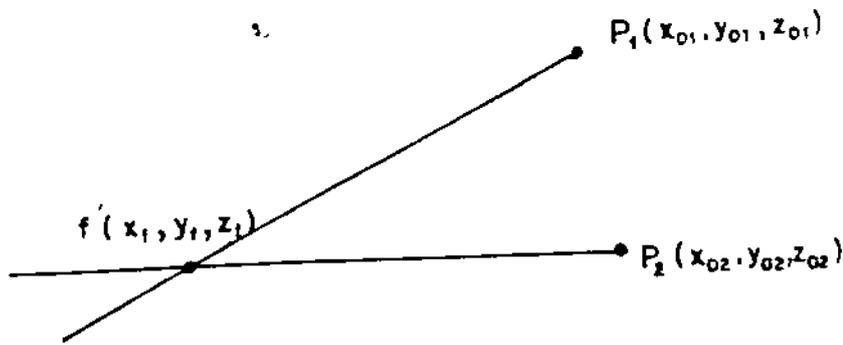


Fig. 2.4- Esquema identificando as posições do foco e de dois pontos de calibração.

Visto serem conhecidas as coordenadas 3D (x_{01}, y_{01}, z_{01}) e (x_{02}, y_{02}, z_{02}) dos pontos de calibração, da eq. 2.4-21 obtém-se:

$$t_1 = \frac{x_f - x_{01}}{a_{11}} = \frac{y_f - y_{01}}{a_{12}} = \frac{z_f - z_{01}}{a_{13}} \quad (2.6-01)$$

$$t_2 = \frac{x_f - x_{02}}{a_{21}} = \frac{y_f - y_{02}}{a_{22}} = \frac{z_f - z_{02}}{a_{23}} \quad (2.6-02)$$

Os parâmetros a_{ij} representam as direções das retas r_1 , r_2 e r_3 e, como já foi apresentado na seção 2.4, podem ser obtidos

a partir da matriz C de transformação.

Considerando-se os valores de t_1 e de t_2 como sendo iguais a zero nos pontos de calibração, deve-se determinar estes valores para o qual as retas se interceptam.

Assim,

$$\begin{aligned} a_{11} t_1 &= x_f - x_{01} & \Rightarrow x_f &= a_{11} t_1 + x_{01} \\ a_{12} t_1 &= y_f - y_{01} & \Rightarrow y_f &= a_{12} t_1 + y_{01} \\ a_{13} t_1 &= z_f - z_{01} & \Rightarrow z_f &= a_{13} t_1 + z_{01} \end{aligned} \quad (2.6-03)$$

$$\begin{aligned} a_{21} t_2 &= x_f - x_{02} & \Rightarrow x_f &= a_{21} t_2 + x_{02} \\ a_{22} t_2 &= y_f - y_{02} & \Rightarrow y_f &= a_{22} t_2 + y_{02} \\ a_{23} t_2 &= z_f - z_{02} & \Rightarrow z_f &= a_{23} t_2 + z_{02} \end{aligned} \quad (2.6-04)$$

Igualando-se as equações 2.6-03 e 2.6-04, chega-se ao seguinte sistema de equações lineares

$$a_{11} t_1 - a_{21} t_2 + x_{01} - x_{02} = 0 \quad (2.6-05)$$

$$a_{12} t_1 - a_{22} t_2 + y_{01} - y_{02} = 0 \quad (2.6-06)$$

$$a_{13} t_1 - a_{23} t_2 + z_{01} - z_{02} = 0 \quad (2.6-07)$$

Uma vez obtidas as eqs. 2.6-05, 2.6-06 e 2.6-07, determina-se o sistema definido pelas mesmas e, assim, os valores de t_1 e t_2 no ponto (x_f, y_f, z_f) :

$$t_1 = \frac{a_{11} a_{21} (y_{02} - y_{01}) + (a_{11} - a_{21} a_{12}) (x_{02} - x_{01})}{a_{12} a_{21} - a_{11} a_{22}} \quad (2.6-08)$$

$$t_2 = \frac{a_{11} (y_{02} - y_{01}) - a_{12} (x_{02} - x_{01})}{a_{12} a_{21} - a_{11} a_{22}} \quad (2.6-09)$$

Substituindo-se os valores encontrados para t_1 e t_2 em 2.6-08 e 2.6-09 nas equações 2.6-03 e 2.6-04, obtem-se os valores de x_f, y_f, z_f .

Devidos a erros de quantização e digitalização de imagens, pode ocorrer do sistema composto pelas equações 2.6-05, 2.6-06 e 2.6-07 ser indeterminado, ou seja, que as retas não se interceptem no foco, como seria esperado. Isto, então, sugere que a medida do erro encontrado em relação à um foco virtual da câmera pode ser um quantificador da qualidade obtida na calibração. Desta maneira, o próximo passo deve ser determinar as coordenadas deste foco virtual.

2.6.2. DETERMINAÇÃO DA LOCALIZAÇÃO DO FOCO VIRTUAL COMO MEDIDA PARA A QUALIDADE DA CALIBRAÇÃO

Com o intuito de determinar a posição do foco virtual da câmera e, assim, a medida da qualidade da calibração, utiliza-se informações sobre todos os seis pontos utilizados para a mesma.

Dado o modelo que se adotou, todas as retas relativas aos pontos de calibração deveriam passar pelo foco da câmera. Porém, erros de digitalização e na seleção dos pontos de calibração podem causar problemas, desviando o ponto de interseção. De qualquer modo, é intuitivo que a distância entre as duas retas seja mínima na região do foco da câmera. Deste modo, determinando-se as coordenadas dos pontos de distância mínima entre as retas, pode-se assumir que o ponto médio entre os mesmos está na região do foco da câmera.

Isto nos permite desenvolver uma metodologia para determinar a medida do erro na calibração da câmera. Ou seja, o erro é função da distância máxima que se obtém tomando retas duas a duas, para todos os pontos de calibração definidos.

Tomando-se as equações das seis retas, duas a duas, determina-se o ponto de distância mínima entre elas, como é mostrado a seguir.

$$d_{ij} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad (2.6-10)$$

$$d_{ij} = A t_i^2 + B t_j^2 + C t_i t_j + D t_i + E t_j + F \quad (2.6-11)$$

onde

$$A = a_{11}^2 + a_{12}^2 + a_{13}^2 \quad (2.6-12)$$

$$B = a_{j1}^2 + a_{j2}^2 + a_{j3}^2 \quad (2.6-13)$$

$$C = -2(a_{11} a_{j1} + a_{12} a_{j2} + a_{13} a_{j3}) \quad (2.6-14)$$

$$D = 2(a_{11}(x_{0i} - x_{0j}) + a_{12}(y_{0i} - y_{0j}) + a_{13}(z_{0i} - z_{0j})) \quad (2.6-15)$$

$$E = 2(a_{j1}(x_{0j} - x_{0i}) + a_{j2}(y_{0j} - y_{0i}) + a_{j3}(z_{0j} - z_{0i})) \quad (2.6-16)$$

$$F = (x_{0i} - x_{0j})^2 + (y_{0i} - y_{0j})^2 + (z_{0i} - z_{0j})^2 \quad (2.6-17)$$

Derivando-se a equação da distância (2.6-11) em relação a t_i e a t_j , obtém-se

$$d_{ij}(t_{i\text{mínimo}}) = 2At_i + Ct_j + D \quad (2.6-18)$$

$$d_{ij}(t_{j\text{mínimo}}) = 2Bt_j + Ct_i + E \quad (2.6-19)$$

Fazendo-se as distâncias $d_{ij}(t_{i\text{mínimo}})$ e $d_{ij}(t_{j\text{mínimo}})$ iguais a zero, e resolvendo o sistema gerado pelas eqs. 2.6-18 e 2.6-19, determina-se os valores de t_i e t_j para o qual a distância entre as duas retas é mínima e, assim, as coordenadas dos pontos correspondentes em cada reta. De posse destas coordenadas, toma-se o seu ponto médio como sendo uma possível localização virtual para o foco da câmera.

$$x_f = \frac{x_j - x_i}{2} \quad (2.6-20)$$

$$y_f = \frac{y_j - y_i}{2} \quad (2.6-21)$$

$$z_f = \frac{z_j - z_i}{2} \quad (2.6-22)$$

Assume-se, então, que o conjunto de todos os pontos encontrados deverá estar contido dentro de uma região esférica. Deve-se, então, determinar as coordenadas do centro desta esfera para, em seguida, tomar seu valor como sendo o foco virtual da câmera.

Sabendo-se que

$$R_i^2 = (x_i - x_f)^2 + (y_i - y_f)^2 + (z_i - z_f)^2 \quad (2.6-23)$$

onde (x_f, y_f, z_f) é o centro da esfera definida pelos pontos (x_i, y_i, z_i) e R_i é a distância correspondente do ponto i ao centro da esfera.

O objetivo é determinar os valores de x_f , y_f e z_f , de modo a se obter uma esfera que englobe todos os i -pontos e que tenha raio mínimo.

Assim, a solução pode ser determinada resolvendo-se a eq. 2.6-24.

$$\min \sum_{i=1}^N (x_i - x_f)^2 + (y_i - y_f)^2 + (z_i - z_f)^2 \quad (2.6-24)$$

onde os valores de x_f , y_f e z_f que satisfazem a equação são os seguintes:

$$x_f = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \quad (2.6-25)$$

$$y_f = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N} \quad (2.6-26)$$

$$z_f = \frac{\sum_{i=1}^N z_i}{N} \quad (2.6-27)$$

Logo, as coordenadas do centro da esfera são determinadas calculando-se o ponto médio em relação a todos os valores encontrados para os focos virtuais da câmera.

Analizando-se os resultados obtidos, é fácil observar que quanto maior for o diâmetro da esfera determinada, maior será o erro encontrado na calibração. Desta maneira, criou-se uma metodologia para determinar uma medida de qualidade para a calibração.

3. A DETERMINAÇÃO DA LOCALIZAÇÃO NO ESPAÇO 3-D

MÉTODOS PARA LOCALIZAÇÃO

São diversos os métodos existentes para determinar a localização de objetos no espaço tridimensional. Tais métodos se dividem, basicamente, em dois tipos: visão monocular e visão binocular ou estéreo-visão.

Em visão monocular tem-se que apenas uma imagem da cena será utilizada para a determinação da posição tridimensional dos objetos.

Quando se fala em estereoscopia entende-se que duas imagens, da mesma cena ou não, serão utilizadas na recuperação das coordenadas 3D. Estas imagens podem ser obtidas de quatro maneiras diferentes:

- 1- Duas câmeras fixas e objeto fixo;
- 2- Uma câmera a duas posições e objeto fixo;
- 3- Uma câmera fixa e objeto a duas posições;
- 4- Câmera e objeto móveis.

As duas primeiras opções referem-se aos problemas clássicos de estereoscopia. A diferença básica entre elas é que, na primeira opção, a etapa de calibração encontra problemas de ordem construtiva em relação às câmeras utilizadas, visto que cada

uma deve ser calibrada separadamente. Tal problema será mais simplificado com o uso da segunda opção mas, neste caso, o sistema não poderá ser utilizado para aplicações em tempo real, pois deve-se considerar o tempo para deslocamento da câmera entre suas duas posições.

A terceira opção representa um problema conhecido como *motion*, e que vem sendo muito discutido atualmente. Suas aplicações englobam, além da recuperação das coordenadas 3D, problemas tais como a determinação de trajetórias e da forma dos objetos.

A última opção é, também, a de maior complexidade. Este tipo de enfoque é geralmente encontrado em aplicações industriais, em ambientes onde a câmera é montada sobre um robô móvel e os objetos estão em movimento como, por exemplo, em uma esteira rolante.

Os métodos baseados em estereoscopia apresentam o grande inconveniente do custo computacional requerido para executar a correspondência entre as duas imagens. Pode-se dizer, também, que este tipo de enfoque é geralmente utilizado para casos onde a distância entre o objeto e a câmera é pequena, visto que, do contrário, ocorrerão dificuldades na etapa de triangulação. Convém ressaltar que muitos dos algoritmos utilizados em estereoscopia baseiam-se no funcionamento das células do sistema humano de visão [23, 19].

Os métodos baseados em visão monocular têm sido alvo, atualmente, de inúmeras pesquisas. Isto se deve ao fato dos mesmos dispensarem a etapa do *matching* que, como já foi mencionado, apresenta um custo computacional muito grande em estéreo-visão.

A seguir, serão apresentados alguns métodos para determinar a localização no espaço, tanto em estéreo-visão quanto em visão monocular.

3.1. ESTÉREO-VISÃO

3.1.1. ESTÉREO VISÃO COM DUAS CÂMERAS FIXAS

Os métodos baseados em estéreo-visão utilizam duas diferentes imagens para recuperar a informação de profundidade perdida no mapeamento 3D/2D.

Na descrição deste método será assumido que são utilizadas duas câmeras idênticas, posicionadas paralelamente, cuja distância entre as mesmas é conhecida. Esta situação é geralmente encontrada pois irá facilitar a etapa de triangulação.

Na figura 3.1 pode ser observado um modelo para o problema de estéreo-visão.

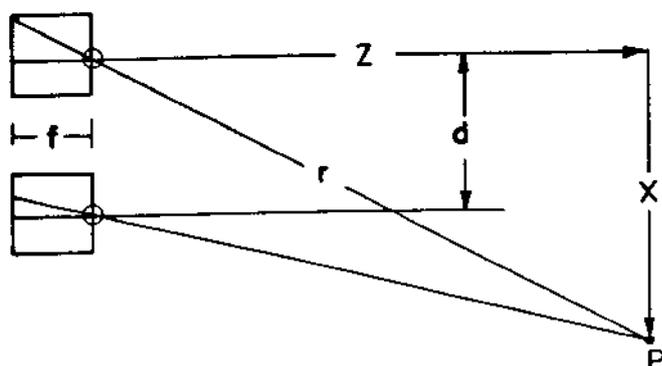


Fig.3.1- Modelo para estéreo-visão.

O objetivo do problema é encontrar as coordenadas (x,y,z) do ponto P , dadas as coordenadas (U_1,V_1) e (U_2,V_2) dos pontos I_1 e I_2 nas imagens.

Os principais problemas ligados a estéreo-visão são: a extração dos elementos característicos, a estéreo-correspondência e a obtenção da terceira coordenada.

Para se avaliar as dificuldades encontradas em estéreo-visão, embora fora do escopo deste trabalho, apresentar-se-á uma discussão acerca de seus problemas.

3.1.1.1. EXTRAÇÃO DOS ELEMENTOS CARACTERÍSTICOS

Um elemento característico é significativo em estéreo-visão se ele pode isolar ambiguidades entre as duas imagens, ou seja, se ele é capaz de determinar pontos que facilitem a etapa de estéreo-correspondência. Assim, tem-se que uma região uniforme não fornece um bom elemento característico pois a mesma não pode ser isolada do resto da imagem. Ao contrário, uma interseção de retas é um elemento característico geralmente estável.

Várias soluções são possíveis para detectar os elementos característicos. Um exemplo pode ser dado utilizando-se o operador de Moravec [14, 16, 21], que permite encontrar o máximo local da variação do nível de cinza nas direções vertical, horizontal e diagonais. Tais variações são avaliadas através de uma janela (4x4), ilustrada na figura 3.2.

P_{00}	P_{01}	P_{02}	P_{03}
P_{10}	P_{11}	P_{12}	P_{13}
P_{20}	P_{21}	P_{22}	P_{23}
P_{30}	P_{31}	P_{32}	P_{33}

Fig.3.2- Janela de Moravec [14].

Considerando-se a janela de Moravec, as variações do nível de cinza nas quatro direções são dadas por:

$$v_1 = (P_{m,n} - P_{m,n+1})^2 \quad \text{horizontal} \quad (3.1-01)$$

$$v_2 = (P_{m,n} - P_{m+1,n})^2 \quad \text{vertical} \quad (3.1-02)$$

$$v_3 = (P_{m,n} - P_{m+1,n+1})^2 \quad \text{diagonal} \quad (3.1-03)$$

$$v_4 = (P_{m,n} - P_{m-1,n-1})^2 \quad \text{diagonal} \quad (3.1-04)$$

O valor do operador para cada janela é dado por

$$M(m,n) = \min(v_1, v_2, v_3, v_4) \quad (3.1-05)$$

Diz-se que uma janela contém um elemento característico sempre que a medida de variação $M(m,n)$ é um máximo local, ou seja, que exista um pixel cuja intensidade de cinza tenha uma determinada variação em relação a intensidade dos pixels a ele vizinhos. A posição do elemento característico é dada pelo centro da janela.

O operador de Moravec é muito interessante na análise de cenas onde os elementos característicos não tem um significado especial em relação à geometria da cena. Entretanto, este operador

pode ser muito sensível a ruídos, sendo necessário trabalhar-se com imagens reduzidas. Em [4] pode-se encontrar um procedimento onde não é necessário a redução das imagens, utilizando uma janela de 5x5 para analisar o operador de Moravec.

3.1.1.2. ESTÉREO-CORRESPONDÊNCIA

Esta operação tem como objetivo estabelecer a correspondência entre os pontos na duas imagens que correspondem ao mesmo ponto no espaço.

A busca destas correspondências é um processo muito complexo, devido à existência de numerosas fontes de erro. Por este motivo é importante a realização da etapa de extração de elementos característicos, cuja função principal é reduzir o processamento nesta etapa de *matching*.

As técnicas de correspondências diferem no tipo de característica utilizada. Um método conhecido é a correlação de pequenas superfícies, sendo utilizado principalmente na correspondência de cenas exteriores. As dificuldades encontradas neste tipo de método são ligadas principalmente ao fato de que o nível de cinza de um ponto da imagem depende da posição do observador. O método da correspondência de elementos característicos tem como vantagem a redução do número de pontos a executar a correspondência. Em [14] são encontrados alguns métodos

para executar a estéreo-correspondência.

3.1.1.3 MEDIDAS TRIDIMENSIONAIS

Considerando-se uma correspondência eficiente entre os dois pontos obtidos na imagem, a precisão da posição do ponto no espaço depende ainda do método de triangulação utilizado, sendo apresentado um exemplo a seguir.

De acordo com o modelo mostrado na figura 3.1, por triangulação, a distância entre o ponto no espaço e o plano de imagem pode ser determinada da seguinte maneira:

$$z = \frac{f d}{I_1 - I_2} \quad (3.1-06)$$

onde

f = distância focal das câmeras;

d = distância entre as duas câmeras;

I_1 e I_2 = coordenadas das projeções do ponto na imagem.

O erro no cálculo da profundidade (z) é dado pela eq. 3.1-07, mostrada a seguir:

$$\frac{\Delta z}{z} = \frac{\Delta f}{f} + \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta I_1}{I_1 - I_2} + \frac{\Delta I_2}{I_1 - I_2} \quad (3.1-07)$$

Observando-se que o erro depende inversamente da distância entre as câmeras, é um fato que as medidas serão mais precisas quando aquela for maior. Porém, grandes distâncias entre as câmeras resultam em maiores dificuldades na etapa de correspondência. Portanto, é necessário haver um compromisso entre estas duas etapas.

3.1.1.4. OUTRAS CONSIDERAÇÕES

Além das discussões apresentadas anteriormente, deve-se também considerar os erros introduzidos com o sistema de aquisição, que são basicamente dois: erros de resolução na aquisição da imagem e erros devidos a distorções geométricas da câmera. Estes últimos podem ser atenuados com o uso de um modelo de câmera adequado, onde é requerido um tratamento da imagem com técnicas de restauração.

Em termos de transformações geométricas duas operações são basicamente aplicadas. A primeira operação é uma transformação espacial, que irá definir o reagrupamento dos pixels no plano de imagem. A segunda operação é uma interpolação de níveis de cinza, que deve atribuir níveis de cinza aos pixels da imagem transformada espacialmente. Nesta última operação tem-se que

diversos métodos podem ser utilizados, sendo a funcionalidade dos mesmos diretamente relacionada com o tempo gasto em processamento.

O método mais utilizado é o da transformação bilinear, onde é encontrado um bom compromisso entre o custo computacional envolvido e os resultados obtidos na sua aplicação. Este tipo de abordagem é discutida com detalhes em [26, 12].

3.2. VISÃO MONOCULAR

3.2.1. MÉTODO DE CHEN

A idéia básica deste método é determinar a posição tridimensional de um cubo de dimensões conhecidas, expressando as equações tridimensionais das retas e dos planos pertencentes ao cubo em relação às coordenadas bidimensionais dos pontos de fuga, obtidas a partir da projeção do cubo [13].

Este método tem como ponto importante o fato de modificar iterativamente as coordenadas dos pontos de fuga no plano de imagem, de modo que as coordenadas 3D obtidas dos vértices do cubo atendam às restrições geométricas do mesmo, bem como suas coordenadas na imagem. Este fato faz com que sejam amenizados os erros matemáticos causados por problemas de quantização, de acordo com o citado no item 3.1.1.4, que

geralmente são encontrados em aplicações de visão computacional.

3.2.1.1. MODELO GEOMÉTRICO 3D

Na figura 3.3 é mostrado o modelo de câmera utilizado para a solução adotada por Chen.

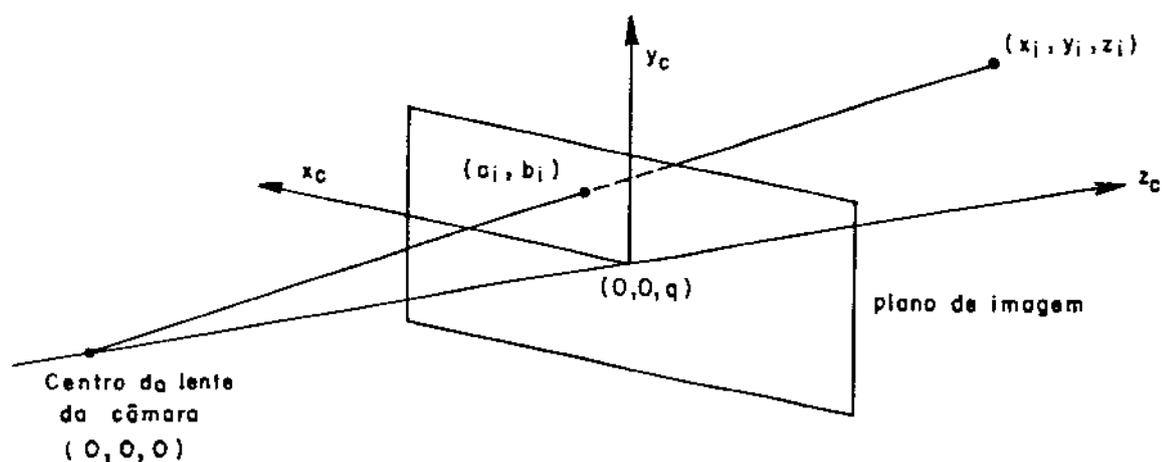


Fig. 3.3- Modelo da câmera [13].

Assumindo-se que (x_i, y_i, z_i) é um ponto no espaço e (a_i, b_i) é o ponto correspondente no plano de imagem, então:

$$a_i = \frac{q x_i}{z_i} \quad (3.2-01)$$

$$b_1 = \frac{q x_1}{z_1}$$

(3.2-02)

3.2.1.2. PONTOS DE FUGA E PROPRIEDADES BÁSICAS

No desenvolvimento deste método foram utilizados como pontos de fuga as interseções das arestas projetadas do cubo [1, 25], como pode ser visto na figura 3.4.

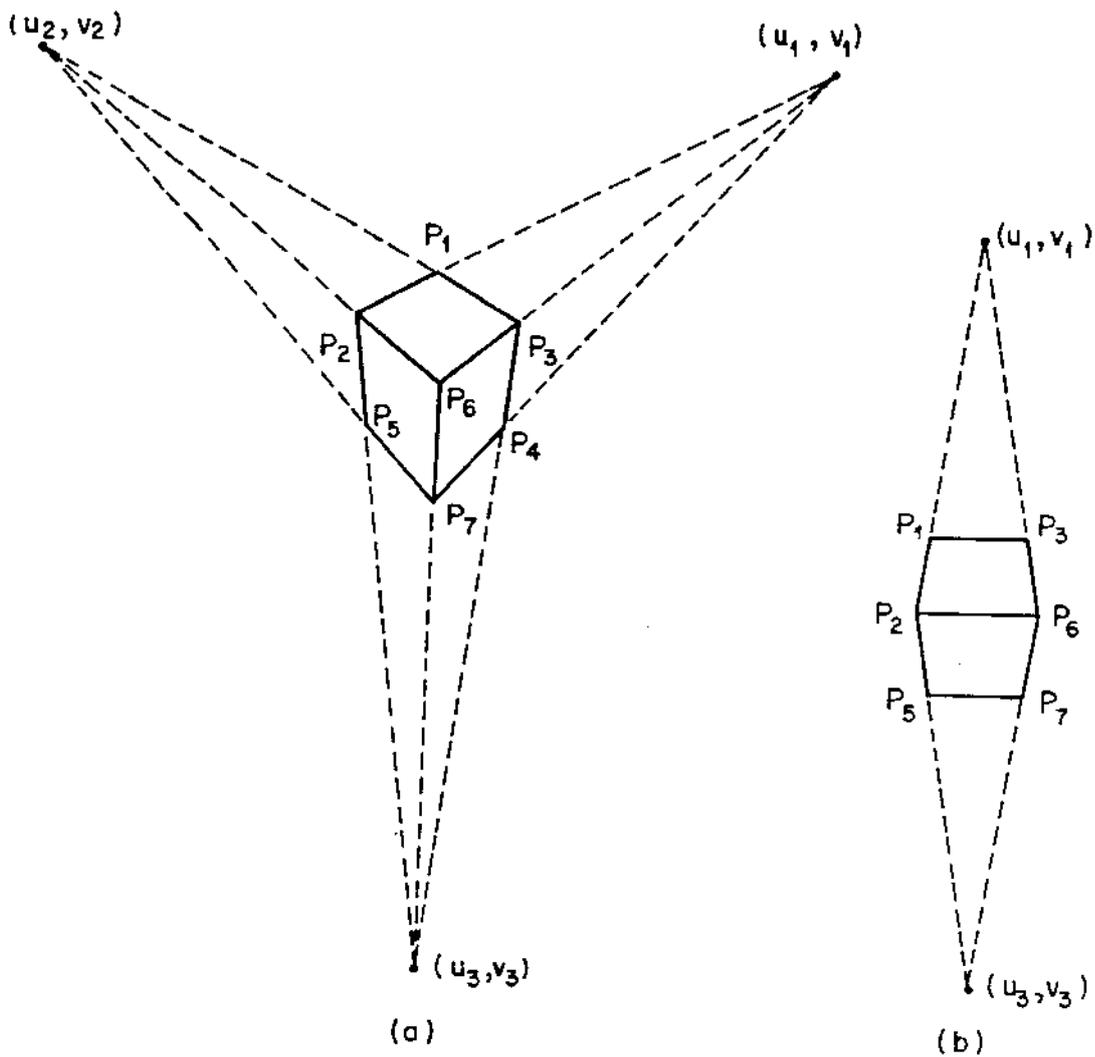


Fig. 3.4- Imagem do cubo mostrando os pontos de fuga [13].

Sabe-se que a projeção de perspectiva de qualquer conjunto de retas paralelas, que não sejam paralelas ao plano de imagem, irão convergir para um determinado ponto. Deste modo, as retas projetadas do cubo irão se interceptar em um ponto denominado ponto de fuga. Devido à quantização e erros de processamento da imagem, além de outras possíveis distorções da câmera, tais retas podem não se interceptar em um mesmo ponto, como mostra a figura 3.5. Desta maneira, deve-se escolher um ponto inicial para ser considerado o ponto de fuga, corrigindo-o posteriormente de um modo iterativo, bem como as coordenadas do ponto na imagem, de modo a atender às restrições geométricas do objeto.

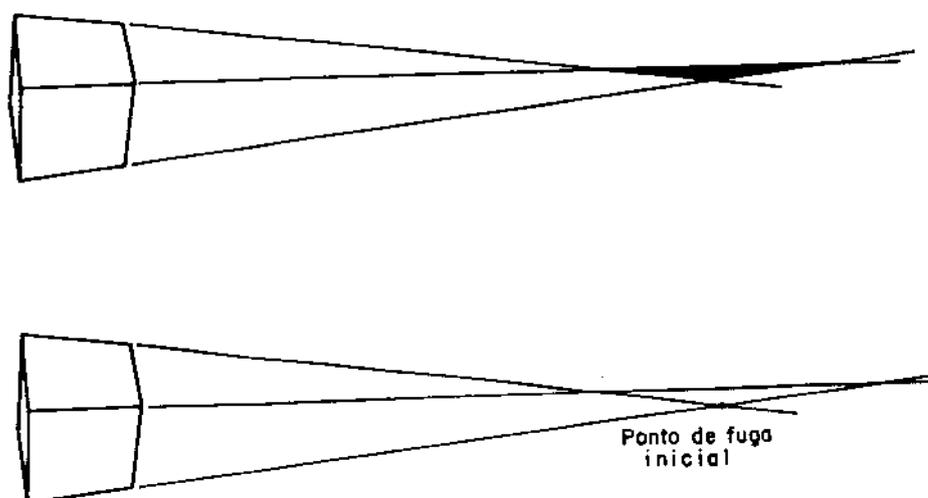


Fig. 3.5- Incerteza na localização do ponto de fuga [13].

3.2.1.3. DETERMINAÇÃO DA POSIÇÃO 3D

Neste método tem-se que a posição tridimensional é determinada a partir das coordenadas bidimensionais dos vértices do cubo e dos pontos de fuga da imagem projetada do mesmo, segundo as seguintes restrições:

- (i) as dimensões do cubo são conhecidas;
- (ii) as linhas projetadas das arestas do cubo devem se interceptar nos pontos de fuga.

Inicialmente deve-se derivar a equação do plano, da forma

$$Ax + By + Cz = D \quad (3.2-03)$$

Assumindo-se que (x_1, y_1, z_1) e (x_2, y_2, z_2) sejam as coordenadas 3D de dois vértices adjacentes no plano definido pela equação 3.2-03, então, das equações 3.2-01 e 3.2-02, tem-se:

$$(x_i, y_i, z_i) = \left(\frac{a_i z_i}{q}, \frac{b_i z_i}{q}, z_i \right), \quad i=1,2. \quad (3.2-04)$$

Substituindo-se a equação 3.2-04 na equação 3.2-03:

$$A \frac{a_i z_i}{q} + B \frac{b_i z_i}{q} + C z_i = D, \quad i=1,2. \quad (3.2-05)$$

De modo que o valor de z_i pode ser determinado pela seguinte expressão

$$z_i = \frac{D}{\left(\frac{a_i A}{q} + \frac{b_i B}{q} + C \right)}, \quad i=1,2. \quad (3.2-06)$$

Fazendo $p_i = \frac{a_i A}{q} + \frac{b_i B}{q} + C, \quad i=1,2,$ tem-se que:

$$(x_i, y_i, z_i) = \left(\frac{a_i D}{q p_i}, \frac{b_i B}{q p_i}, \frac{D}{p_i} \right) \quad (3.2-07)$$

Assumindo-se como R o comprimento das arestas do cubo, então:

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} = R \quad (3.2-08)$$

Assim,

$$D = \pm \frac{R}{\sqrt{\left(\frac{a_2}{qP_2} - \frac{a_1}{qP_1}\right)^2 + \left(\frac{b_2}{qP_2} - \frac{b_1}{qP_1}\right)^2 + \left(\frac{1}{P_2} - \frac{1}{P_1}\right)^2}} \quad (3.2-09)$$

Como os valores de z_1 são positivos, o sinal de D depende de p_1 .

Deste modo, pode-se chegar às coordenadas tridimensionais dos vértices do cubo, conhecendo-se suas coordenadas no plano de imagem e o comprimento de suas arestas.

3.2.2. LOCALIZAÇÃO EM AMBIENTE COM MÚLTIPLAS MARCAS

Esta abordagem é baseada no posicionamento de diversas marcas de referência, em diferentes lugares do espaço de trabalho, de modo que, para qualquer posição do robô, pelo menos uma marca fique visível para a câmera nele montada [20].

A idéia principal é aplicar, inicialmente, técnicas de reconhecimento de padrões para identificar a marca e, assim, partir para determinar a localização do robô no espaço 3D.

Neste método define-se um sistema de coordenadas global

para o ambiente trabalho, posicionando-se nele diversas marcas e inserindo-se um padrão diverso em cada uma delas. Para cada marca um sistema de coordenadas é definido, de modo que a mesma esteja sempre posicionada no plano $z=0$ para este sistema de coordenadas. As transformações geométricas, incluindo os parâmetros de translação e rotação entre cada marca e o sistema global de coordenadas, podem ser assumidas como conhecidas. Combinando-se cada marca com suas transformações geométricas, pode-se construir uma base de dados para cada padrão.

Assim, após se obter a imagem da cena contendo pelo menos uma marca, a posição do robô pode ser determinada a partir dos seguintes passos:

- 1- Determinar a posição tridimensional local da marca no seu próprio sistema de coordenadas;
- 2- Reconhecer o padrão em perspectiva;
- 3- Obter as transformações geométricas relativas ao padrão reconhecido;
- 4- Determinar a posição tridimensional da marca em relação ao sistema global de coordenadas.

3.2.2.1. DETERMINAÇÃO DA POSIÇÃO LOCAL

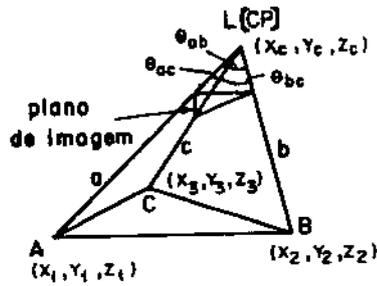
Utiliza-se o método P3P [20] para determinar a posição do robô em relação ao sistema de coordenadas local à marca.

O método P3P estabelece que: "dadas as coordenadas 3D relativas de três pontos de controle e seus pontos correspondentes no plano de imagem, encontra-se os comprimentos dos segmentos de reta que unem o centro de perspectiva (CP) da câmera a cada ponto de controle e, assim, determina-se os parâmetros de localização"; sendo seu procedimento resumido a seguir.

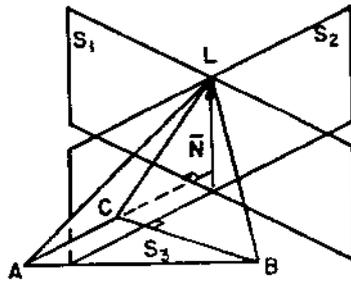
1) Considerando-se o tetraedro mostrado na figura 3.6a, calcular os três ângulos de perspectiva (θ_{ab} , θ_{ac} e θ_{bc}) entre CP e os pontos na imagem correspondentes a A, B e C;

2) Determinar os comprimentos a , b e c dos segmentos de reta \overline{AL} , \overline{BL} e \overline{CL} , resolvendo o polinômio quadrático derivado das três equações de cosseno;

3) Construir três planos, S_1 , S_2 e S_3 , mostrados na figura 3.6b, onde S_3 é diretamente definido pelos pontos A, B e C, enquanto S_1 e S_2 passam através de CP e são normais a \overrightarrow{AC} e \overrightarrow{BC} , respectivamente. Determinar o vetor normal N , que parte do plano S_3 para CP, e é a interseção de S_1 e S_2 .



(a) Modelo da câmera com três pontos de controle.



(b) Método geométrico para determinar a localização.

Fig. 3.6- Modelo de câmera com três pontos de controle para determinar a localização [20].

Assim, os parâmetros de localização 3D (x_c, y_c, z_c) , que se referem à posição local do robô, podem ser determinados calculando-se o comprimento e a posição de N.

Desde que o passo três utiliza uma abordagem geométrica, torna-se necessário um procedimento complexo na sua resolução. Modificou-se, então, este passo de modo a se utilizar fórmulas algébricas para calcular os valores de x_c , y_c e z_c . Com este intuito contruiu-se o seguinte conjuntos de equações, referentes à distância de CP a cada ponto de controle:

$$(x_c - x_1)^2 + (y_c - y_1)^2 + (z_c - z_1)^2 = a^2 \quad (3.2-10)$$

$$(x_c - x_2)^2 + (y_c - y_2)^2 + (z_c - z_2)^2 = b^2 \quad (3.2-11)$$

$$(x_c - x_3)^2 + (y_c - y_3)^2 + (z_c - z_3)^2 = c^2 \quad (3.2-12)$$

Subtraindo-se a equação 3.2-10 das equações 3.2-11 e 3.2-12, e simplificando-se os resultados, tem-se que:

$$2x_c(x_1 - x_2) + x_2^2 - x_1^2 + 2y_c(y_1 - y_2) + y_2^2 - y_1^2 = b^2 - a^2 \quad (3.2-13)$$

$$2x_c(x_1 - x_3) + x_3^2 - x_1^2 + 2y_c(y_1 - y_3) + y_3^2 - y_1^2 = c^2 - a^2 \quad (3.2-14)$$

Fazendo-se

$$2P = b^2 - a^2 - (x_2^2 - x_1^2) - (y_2^2 - y_1^2) \quad (3.2-15)$$

$$2Q = c^2 - a^2 - (x_3^2 - x_1^2) - (y_3^2 - y_1^2) \quad (3.2-16)$$

As equações 3.2-13 e 3.2-14 são equivalentes a:

$$(x_1 - x_2)x_c + (y_1 - y_2)y_c = P \quad (3.2-17)$$

$$(x_1 - x_3)x_c + (y_1 - y_3)y_c = Q \quad (3.2-18)$$

Assumindo-se que

$$D = (x_1 - x_2)(y_1 - y_3) - (x_1 - x_3)(y_1 - y_2) \neq 0 \quad (3.2-19)$$

Pode-se obter os valores de x_c e y_c :

$$x_c = [P(y_1 - y_3) - Q(y_1 - y_2)] / D \quad (3.2-20)$$

$$y_c = [Q(x_1 - x_2) - P(x_1 - x_3)] / D \quad (3.2-21)$$

Substituindo-se os valores de x_c e y_c na equação 3.2-10, obtém-se o valor de z_c .

$$z_c = \pm [a^2 - (x_c - x_1)^2 - (y_c - y_1)^2]^{1/2} + z_0 \quad (3.2-22)$$

Se a câmera estiver sempre localizada a uma altura superior à marca, deve-se escolher o valor positivo para z_c .

No processo descrito, entretanto, encontra-se duas soluções para o problema. Para se determinar uma única solução, deve-se utilizar quatro pontos de controle, executando-se o procedimento para conjuntos de três pontos. Comparando-se as soluções possíveis para ambos os conjuntos, seleciona-se duas soluções (x_{c1}, y_{c1}, z_{c1}) e (x_{c2}, y_{c2}, z_{c2}) pertencentes, respectivamente, a cada um dos conjuntos, cuja soma das diferenças absolutas seja mínima. As coordenadas x_c , y_c e z_c serão dadas, então, pela média dessas duas soluções.

$$x_c = (x_{c1} + x_{c2}) / 2;$$

$$y_c = (y_{c1} + y_{c2}) / 2; \quad (3.2-23)$$

$$z_c = (z_{c1} + z_{c2}) / 2;$$

3.2.2.2. DETERMINAÇÃO DA POSIÇÃO GLOBAL

Para se determinar a posição global do robô, colocam-se diversos padrões em diferentes marcas, posicionadas em diversos lugares no espaço de trabalho.

Quando uma marca é reconhecida, as transformações geométricas tridimensionais entre a mesma e o sistema de global de coordenadas são determinadas. Combinando-se todos os padrões com

suas correspondentes transformações, pode-se construir uma base de dados para cada padrão. Depois de determinada sua posição local o robô pode calcular sua posição global, reconhecendo o padrão incluído na marca e tomando as relações geométricas 3D da base de dados para, assim, obter as transformações do sistema de coordenadas da marca identificada para o sistema de coordenadas global.

O processo de reconhecimento consiste em, inicialmente, mapear o padrão em perspectiva do plano de imagem bidimensional para o espaço tridimensional original do sistema de coordenadas da marca. Em seguida deve-se encontrar seus NRD (*normalized rapid descriptors*), de modo a definir suas características principais para executar o reconhecimento.

No processo de mapeamento deve-se transferir cada ponto da borda da imagem do padrão em perspectiva, para o sistema de coordenadas tridimensional da marca; para isto deve-se utilizar a fórmula de mapeamento da equação 3.2-24.

Seja um ponto de borda P_n tendo (x_n, y_n, z_0) e (u_n, v_n) no sistema de coordenadas da marca e do plano de imagem, respectivamente, a fórmula de mapeamento pode ser definida como:

$$[x_n - x_c, y_n - y_c, z_0 - z_c]' = \lambda [T] [u_n f v_n]' \quad (3.2-24)$$

onde f é a distância focal, $[T]$ é uma matriz 3×3 e λ_n é uma razão definida como $\overline{LP}_n / \overline{LP}'_n$, onde P'_n é o ponto na imagem correspondente a P_n .

Para se encontrar a matriz $[T]$ deve-se substituir os três pontos, dos dois grupos definidos anteriormente, na equação 3.2-24 e calcular a sua média. Para se ter as coordenadas de marca tridimensionais de P_n , faz-se

$$[T] = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} \quad (3.2-25)$$

Desde que z_0 é conhecido, λ_n pode ser obtido por:

$$\lambda_n = (z_0 - z_c) / (T_{31}u_n + T_{32}f + T_{33}v_n) \quad (3.2-26)$$

e, então, x_n e y_n podem ser determinados da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix} = \lambda_n \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_n & f & v_n \end{bmatrix}' + \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix}$$

3.2.3. MÉTODO UTILIZANDO INFORMAÇÕES REFERENTES AO MODELO GEOMÉTRICO

Este método, desenvolvido no Laboratório de Computação e Automação Industrial da FEE, UNICAMP, enquadra-se, também, dentro do escopo dos métodos que se baseiam em visão monocular.

Sua utilização, no contexto do sistema de visão implementado, permite a localização de objetos (poliedros de dimensões conhecidas) no espaço tridimensional à partir da identificação de três vértices do mesmo.

O objetivo deste método é, além de evitar a etapa de estéreo-correspondência encontrada em visão binocular, diminuir a necessidade de processamento em relação à informações contidas na imagem, com vistas a uma possível automação com paralelização do software envolvido no sistema.

Tal método será descrito em detalhes, a seguir, no capítulo quatro.

4. MÉTODO BASEADO EM INFORMAÇÕES REFERENTES AO MODELO GEOMÉTRICO

No desenvolvimento deste método os objetos foram restritos a poliédricos com dimensões definidas. Esta singularidade, aliada ao conhecimento da transformação de perspectiva inversa, permite a localização de objetos no espaço tridimensional a partir da identificação de três vértices do mesmo.

4.1. MODELO GEOMÉTRICO

A figura 4.1 mostra uma situação típica para a abordagem adotada, onde são conhecidas as retas de suporte dos pontos \underline{x}_1 , \underline{x}_2 e \underline{x}_3 , bem como as distâncias d_1 , d_2 e d_3 entre os mesmos.

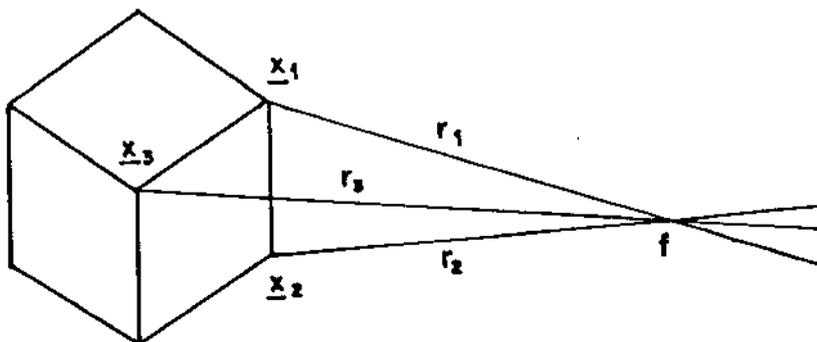


Fig.4.1- Modelo indicando o objeto com três vértices identificados [6].

É sabido, em função do modelo adotado, que as retas r_1 , r_2 e r_3 devem se interceptar no foco da câmera.

Deste modo, o problema de localização dos pontos pode ser colocado como se mostra a seguir.

4.2. OBTENÇÃO DA POSIÇÃO 3D

De acordo com a notação utilizada pode-se tomar o problema com base em três tópicos:

- (i) Após a calibração da câmera tem-se que a relação $\underline{x}C = \underline{u}$ fica totalmente determinada;
- (ii) Os parâmetros das retas r_1 , r_2 e r_3 , que são concorrentes no foco da câmera e que passam pelos pontos $\underline{x}_1(x_1, y_1, z_1)$, $\underline{x}_2(x_2, y_2, z_2)$ e $\underline{x}_3(x_3, y_3, z_3)$, podem ser obtidos através da transformação de perspectiva inversa;
- (iii) As distâncias $d_1 = \overline{\underline{x}_1 \underline{x}_2}$, $d_2 = \overline{\underline{x}_1 \underline{x}_3}$ e $d_3 = \overline{\underline{x}_2 \underline{x}_3}$ são conhecidas, visto que as dimensões do objeto também o são.

Assim, o problema se resume em determinar os pontos \underline{x}_1 ,

\underline{x}_2 e \underline{x}_3 que satisfaçam as condições definidas em (i), (ii) e (iii) e pode ser equacionado da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}x_1 &= a_{11} \cdot t_1 + b_{11} \\y_1 &= a_{12} \cdot t_1 + b_{12} \\z_1 &= a_{13} \cdot t_1 + b_{13}\end{aligned} \tag{4.2-01}$$

$$\begin{aligned}x_2 &= a_{21} \cdot t_2 + b_{21} \\y_2 &= a_{22} \cdot t_2 + b_{22} \\z_2 &= a_{23} \cdot t_2 + b_{23}\end{aligned} \tag{4.2-02}$$

$$\begin{aligned}x_3 &= a_{31} \cdot t_3 + b_{31} \\y_3 &= a_{32} \cdot t_3 + b_{32} \\z_3 &= a_{33} \cdot t_3 + b_{33}\end{aligned} \tag{4.2-03}$$

$$d_1^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 \tag{4.2-04}$$

$$d_2^2 = (x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 + (z_3 - z_1)^2 \tag{4.2-05}$$

$$d_3^2 = (x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 + (z_3 - z_2)^2 \tag{4.2-06}$$

Deseja-se determinar os valores de (x_1, y_1, z_1) , (x_2, y_2, z_2) e (x_3, y_3, z_3) , conhecidos os valores de a_{ij} (direção das

retas) e b_{1j} (coordenadas dos pontos por onde passam as retas) que, de acordo com o item 3.2.1, podem ser derivados da matriz C de calibração, e d_1 , d_2 e d_3 (definidos pelas dimensões do objeto).

A solução é obtida determinando-se os valores de t_1 , t_2 e t_3 pela substituição das equações 4.2-01, 4.2-02 e 4.2-03 nas equações 4.2-04, 4.2-05 e 4.2-06, gerando-se assim o seguinte sistema de equações não lineares:

$$C_{11}t_2^2 + C_{12}t_1^2 - C_{13}t_1t_2 + C_{14}t_1 + C_{15}t_2 + C_{16} = 0 \quad (4.2-07)$$

$$C_{21}t_3^2 + C_{22}t_1^2 - C_{23}t_1t_3 + C_{24}t_1 + C_{25}t_3 + C_{26} = 0 \quad (4.2-08)$$

$$C_{31}t_3^2 + C_{32}t_2^2 - C_{33}t_2t_3 + C_{34}t_2 + C_{35}t_3 + C_{36} = 0 \quad (4.2-09)$$

Sabe-se que tal sistema pode ser resolvido pelo método de Newton para solução de equações não lineares, onde devem ser dados valores iniciais para t_1 , t_2 e t_3 . Verifica-se, porém, que o sistema pode apresentar mais de uma solução, como mostra a construção geométrica da figura 4.2.

Esta figura representa uma planificação da situação descrita na figura 4.1. Nela pode ser observada a existência de

duas soluções distintas para as mesmas condições das retas r_1 , r_2 e r_3 e das dimensões do objeto.

Neste caso, para as aplicações em visão computacional, é necessário o conhecimento de todas as soluções do sistema para, então, selecionar-se a mais provável, considerando critérios adequados à aplicação.

Visto que a solução obtida, dentro do conjunto possível de soluções, é determinada pela escolha dos valores iniciais de t_1 , t_2 e t_3 , é necessário a determinação de um conjunto de soluções iniciais que garanta a obtenção de todas as soluções possíveis.

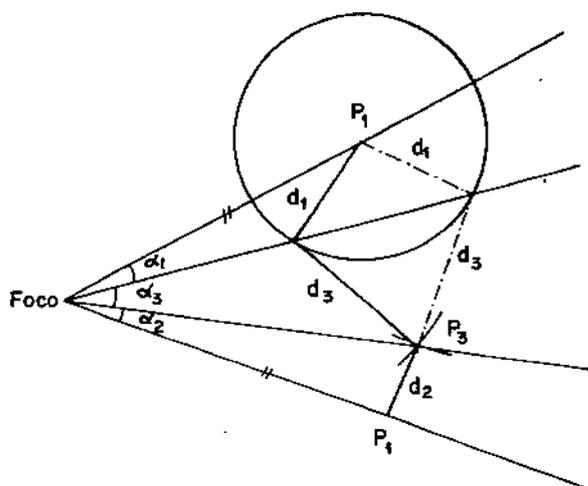


Fig. 4.2- Construção ilustrando a ocorrência de duas soluções [8].

4.3. DETERMINAÇÃO DAS CONDIÇÕES INICIAIS PARA A OBTENÇÃO DE TODAS AS SOLUÇÕES DO PROBLEMA

Das equações 4.2-07 e 4.2-08 tem-se que as variáveis t_1 e t_3 podem ser escritas como função de t_2 .

$$t_1 = \frac{(C_{13} t_2 - C_{14}) \pm \sqrt{(C_{14} - C_{13} t_2^2) - 4C_{12}(C_{11} t_2^2 + C_{15} t_2 + C_{16})}}{2C_{12}} \quad (4.3-01)$$

$$t_3 = \frac{(C_{33} t_2 - C_{35}) \pm \sqrt{(C_{35} - C_{33} t_2^2) - 4C_{31}(C_{32} t_2^2 + C_{34} t_2 + C_{36})}}{2C_{31}} \quad (4.3-02)$$

Estas equações podem ser resolvidas para t_2 , determinando-se sua faixa de variação que resulta em valores reais para t_1 e t_3 , de acordo com o desenvolvimento a seguir.

Reescrevendo-se as eqs. 4.3-01 e 4.3-02, tem-se:

$$t_1 = \frac{(C_{13} t_2 - C_{14}) \pm \sqrt{(C_{13}^2 - 4C_{11} C_{12}) t_2^2 - 2(C_{13} C_{14} + 2C_{12} C_{15}) t_2 + C_{14}^2 - C_{12} C_{16}}}{2C_{12}}$$

$$t_3 = \frac{(C_{33} t_2 - C_{35}) \pm \sqrt{(C_{33}^2 - 4C_{31} C_{32}) t_2^2 - 2(C_{33} C_{35} + 2C_{31} C_{34}) t_2 + C_{35}^2 - C_{31} C_{36}}}{2C_{31}}$$

Sabendo-se que o plano de trabalho é real, então:

$$(C_{13}^2 - 4C_{11}C_{12})t_2^2 - 2(C_{13}C_{14} + 2C_{12}C_{15})t_2 + C_{14}^2 - C_{12}C_{16} \geq 0 \quad (4.3-03)$$

$$(C_{33}^2 - 4C_{31}C_{32})t_2^2 - 2(C_{33}C_{35} + 2C_{31}C_{34})t_2 + C_{35}^2 - C_{31}C_{36} \geq 0 \quad (4.3-04)$$

De modo que as eqs. 4.3-03 e 4.3-04 podem ser reescritas como

$$A_{21}t_2^2 + B_{21}t_2 + C_{21} \geq 0 \quad (4.3-05)$$

$$A_{23}t_2^2 + B_{23}t_2 + C_{23} \geq 0 \quad (4.3-06)$$

onde

$$A_{21} = C_{13}^2 - 4C_{11}C_{12} \quad (4.3-07)$$

$$A_{23} = C_{33}^2 - 4C_{31}C_{32} \quad (4.3-08)$$

$$B_{21} = -2(C_{13}C_{14} + 2C_{12}C_{15}) \quad (4.3-09)$$

$$B_{23} = -2(C_{33}C_{35} + 2C_{31}C_{34}) \quad (4.3-10)$$

$$C_{21} = C_{14}^2 - C_{12}C_{16} \quad (4.3-11)$$

$$C_{23} = C_{35}^2 - C_{31}C_{36} \quad (4.3-12)$$

Então, tem-se que

$$* \text{ se } A_{21} > 0 \Rightarrow t_2 \leq t'_{21} \text{ ou } t_2 \geq t''_{21}$$

$$* \text{ se } A_{21} < 0 \Rightarrow t'_{21} \leq t_2 \leq t''_{21}$$

$$* \text{ se } A_{23} > 0 \Rightarrow t_2 \leq t'_{23} \text{ ou } t_2 \geq t''_{23}$$

$$* \text{ se } A_{23} < 0 \Rightarrow t'_{23} \leq t_2 \leq t''_{23}$$

onde

$$t'_{21} = \frac{-B_{21} + \sqrt{B_{21}^2 - 4A_{21}C_{21}}}{2A_{21}} \quad (4.3-13)$$

$$t''_{21} = \frac{-B_{21} - \sqrt{B_{21}^2 - 4A_{21}C_{21}}}{2A_{21}} \quad (4.3-14)$$

$$t'_{23} = \frac{-B_{23} + \sqrt{B_{23}^2 - 4A_{23}C_{23}}}{2A_{23}} \quad (4.3-15)$$

$$t''_{23} = \frac{-B_{23} - \sqrt{B_{23}^2 - 4A_{23}C_{23}}}{2A_{23}} \quad (4.3-16)$$

Assim, o valor de t_2 poderá variar dentro de uma faixa tal que atenda às restrições impostas pelas eqs. 4.3-05 e 4.3-06.

Variando-se o valor de t_2 em incrementos fixos, dentro da faixa já discutida, determina-se os valores de t_1 e t_3 correspondentes e, quando da substituição destes valores nas equações 4.2-07, 4.2-08 e 4.2-09, o erro na solução do sistema definido por estas mesmas equações. Toma-se, então, os pontos de erro mínimo para serem utilizados como condição inicial na resolução do sistema, de modo que os mesmos irão levar o sistema a convergir para a solução mais próxima.

4.4. PROPOSTA PARA IDENTIFICAÇÃO DA POSIÇÃO CORRETA

Para que o método desenvolvido determine precisamente a posição correta do objeto, deve-se selecionar, dentro do conjunto de soluções encontradas, a solução correta para o problema.

Para isto, dentro do contexto do problema, pode-se identificar mais um ponto, pertencente à uma outra face do objeto, e que tenha com a face anterior dois vértices em comum, além dos três pontos anteriormente citados.

Desta maneira, com quatro pontos, o método deve ser aplicado para os dois conjuntos de três pontos. Após se determinar todas as soluções possíveis para os dois conjuntos, tem-se que a

solução procurada será aquela que tenha dois pontos de interseção, quando da comparação entre as diversas soluções obtidas.

Utilizando-se informações relacionadas com a possível posição do objeto no espaço, seu formato ou condições de iluminação que resultam em diferentes distribuições dos níveis de cinza pelas faces do objeto, é possível determinar a localização do objeto com alta taxa de acerto.

5. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Neste capítulo são apresentados alguns resultados obtidos a partir da implementação do sistema de visão descrito no capítulo anterior.

Inicialmente, é apresentada uma breve descrição dos equipamentos utilizados. Em seguida, é apresentada a plataforma de testes (ambiente) utilizada. Finalizando o capítulo, são mostradas algumas tabelas comparativas pertinentes à etapa de calibração da câmera, onde constata-se a influência de alguns parâmetros descritos na seção 2.4, bem como os resultados finais relativos à obtenção da posição tridimensional do objeto.

5.1 EQUIPAMENTO

No desenvolvimento do trabalho foram utilizados os seguintes equipamentos:

- Sistema HOMUK (Homogeneous Multiprocessor Kernel), com 4 CPU's ELTEC E3-121/68K baseadas no microprocessador Motorola 68000, permitindo processamento paralelo;
- Placas ELTEC PPI 1/68K e PPI 2/68K;
- Monitor NEC TC-1401 PL3ED;

- Câmera KENTEC CCD TK 204;

- Microcomputador PC-XT.

Tendo sido o trabalho dividido em duas etapas: calibração da câmera e recuperação das coordenadas 3D, optou-se por utilizar equipamentos diferentes para cada uma delas.

A primeira etapa foi implementada no sistema HOMUK, utilizando-se o sistema operacional FLEXOS versão 4.0 e linguagem FORTRAN. O pré-compilador utilizado, denominado FLECS, permite alguns recursos de programação estruturada.

As placas PPI 1/68K e PPI 2/68K são utilizadas para a digitalização das imagens. A placa PPI 1/68K é uma memória RAM de rápida aquisição, com uma capacidade de 2 Mega bytes, disposta em 2048 colunas por 1024 linhas. Cada pixel na imagem está codificado em 8 bits para informações de tonalidade de cinza. A placa PPI 2/68K é a interface com a câmera, sendo responsável pelo processo de digitalização.

Na segunda etapa do trabalho foi feita a opção por se utilizar um PC-XT para o desenvolvimento do software que consta, basicamente, de cálculos e manipulações de dados, sendo o mesmo implementado na linguagem PASCAL.

5.2. PLATAFORMA DE TESTES

Para o desenvolvimento do trabalho foi necessário o uso de uma construção que funciona como o sistema de coordenadas global (figura 5.1), e que irá conter os pontos utilizados para a calibração. A posição do objeto a se localizar deverá ser referente a origem deste sistema de coordenadas.

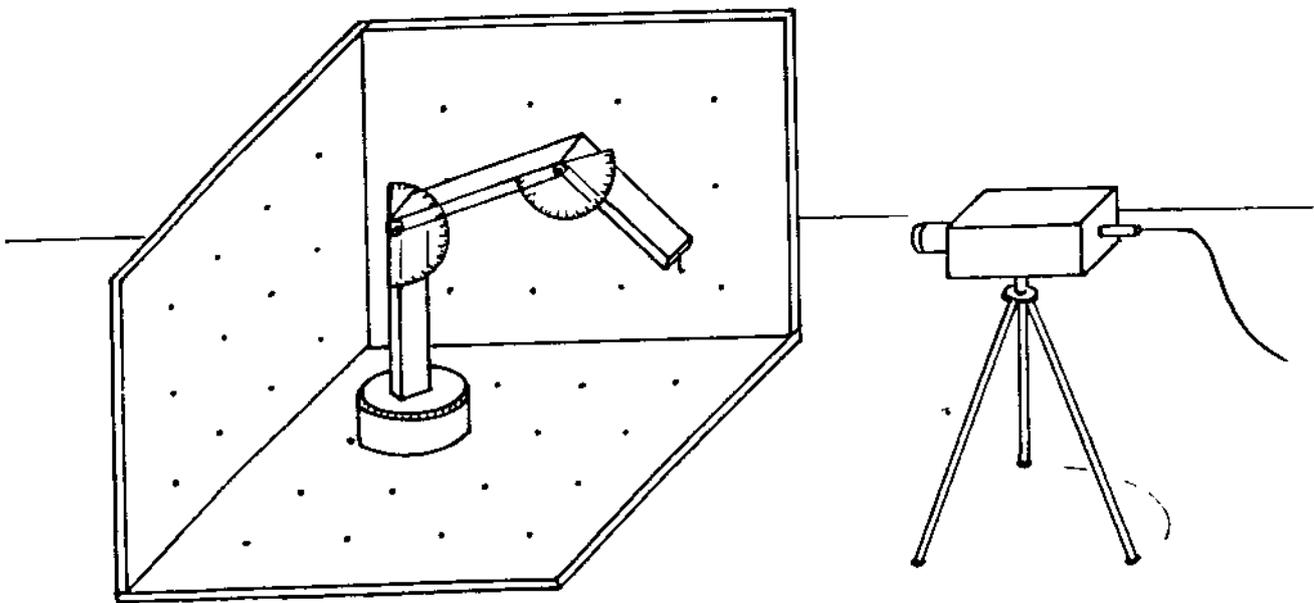


Fig. 5.1- Esquema ilustrando o posicionador, a câmera, e o sistema global de coordenadas [5].

Para posicionar o objeto no espaço foi contruída uma estrutura com três graus de liberdade, como pode ser vista na figura 5.1. A localização real do objeto fica totalmente definida a partir do modelo geométrico direto da estrutura, utilizando-se para isto transformações homogêneas [17] e conhecendo-se os valores dos ângulos indicados nos transferidores.

Uma vez obtida a posição real do objeto, esta deve ser tida como referência e comparada àquela determinada após a fase de recuperação das coordenadas 3D. Desta maneira, pode-se obter uma medida para o erro encontrado no sistema.

Convém observar-se que a medida obtida através do posicionador e assumida como a posição real do objeto é, na verdade, também atingida por erros decorrentes da estrutura física do próprio posicionador.

5.3. TABELAS COMPARATIVAS

A seguir, são apresentadas algumas tabelas onde podem ser observadas as variações nas coordenadas obtidas para o foco da câmera (informação esta que serve como medida para a qualidade da calibração, de acordo com a seção 2.6) e na recuperação das coordenadas 3D dos pontos de calibração, a partir da transformação de perspectiva inversa, de acordo com a variação de alguns parâmetros que são explicitados, bem como os resultados finais na

localização dos objetos para cada caso contemplado.

As tabelas foram divididas em dois grupos (5.1 e 5.2), sendo que cada um refere-se a uma cena (figs. 5.2 e 5.3) onde a distância entre o objeto e a câmera é variável.

Os grupos 5.1 e 5.2 são divididos em três subgrupos, onde são mostrados os resultados para diferentes conjuntos de pontos de calibração utilizados. Desta maneira, pode-se fazer uma comparação entre os resultados obtidos, de modo a se observar a influência dos parâmetros envolvidos.

Para cada cena, tem-se que a diferença entre o primeiro e o segundo caso apresentado resume-se na mudança de um *pixel* quando da marcação dos pontos de calibração. O terceiro caso difere do primeiro pela troca de um dos pontos de calibração utilizados, como pode ser constatado pelos valores evidenciados nas tabelas. A transformação de perspectiva inversa é aplicada a cada um dos pontos de calibração visualizados na cena, para cada conjunto utilizado, fornecendo-se suas coordenadas z de modo a se obter as coordenadas x e y . Em seguida, podem ser observados os valores obtidos para o foco virtual da câmera para cada caso, obtendo-se uma medida para o erro na calibração. Finalmente, apresenta-se os valores determinados para as coordenadas tridimensionais do objeto a partir da aplicação do método descrito no capítulo anterior.

As tabelas de A-C referem-se aos valores das coordenadas encontradas, quando da aplicação da perspectiva inversa, ao elenco de pontos observados nos planos xz, yz e xy, respectivamente. As tabelas D são relativas às possíveis coordenadas obtidas para o foco virtual da câmera e as tabelas E referem-se às coordenadas tridimensionais dos objetos. Todos os valores numéricos são dados em centímetros.

* : ponto utilizado para calibração.

(x, y, z) real			(x, y, z) obtido		
x	y	z	x	y	z
10.00	0.00	10.00	10.00	0.00	10.00
15.00	0.00	10.00	14.89	0.87	10.00
20.00	0.00	10.00	19.42	- 1.68	10.00
25.00	0.00	10.00	24.14	- 2.09	10.00
30.00	0.00	10.00	28.19	- 1.90	10.00
10.00	0.00	15.00	8.96	- 1.41	15.00
15.00	0.00	15.00	14.50	- 1.46	15.00
20.00	0.00	15.00	19.75	- 1.55	15.00
25.00	0.00	15.00	24.08	- 2.17	15.00
30.00	0.00	15.00	28.51	- 1.25	15.00
10.00	0.00	20.00	8.99	- 1.83	20.00
15.00	0.00	20.00	15.03	- 1.30	20.00
20.00	0.00	20.00	20.52	- 0.83	20.00
25.00	0.00	20.00	25.49	- 0.39	20.00
30.00	0.00	20.00	30.00	0.00	20.00

Tabela 5.1.1A: Esta tabela refere-se à aplicação da transformação de perspectiva inversa ao elenco de pontos visualizados no plano xz.

(x, y, z) real			(x, y, z) obtido		
x	y	z	x	y	z
0.00	15.00	10.00	0.78	16.82	10.00
0.00	20.00	10.00	0.74	21.64	10.00
0.00	25.00	10.00	0.57	26.19	10.00
0.00	30.00	10.00	0.15	30.58	10.00
0.00	35.00	10.00	0.00	35.00	10.00
0.00	15.00	15.00	0.55	16.05	15.00
0.00	20.00	15.00	0.35	20.80	15.00
0.00	25.00	15.00	0.84	25.51	15.00
0.00	30.00	15.00	0.86	30.01	15.00
0.00	35.00	15.00	1.35	34.40	15.00
0.00	10.00	20.00	- 1.31	9.60	20.00
0.00	15.00	20.00	- 0.39	15.27	20.00
0.00	20.00	20.00	0.44	20.39	20.00
0.00	25.00	20.00	1.19	25.02	20.00
0.00	30.00	20.00	2.23	29.65	20.00
0.00	10.00	25.00	1.99	10.56	25.00
0.00	15.00	25.00	0.00	15.00	25.00
0.00	20.00	25.00	3.44	21.01	25.00
0.00	25.00	25.00	4.47	25.49	25.00
0.00	30.00	25.00	6.14	30.00	25.00

Tabela 5.1.1B: Esta tabela refere-se à aplicação da transformação de perspectiva inversa ao elenco de pontos visualizados no plano yz.

(x, y, z) real			(x, y, z) obtido		
x	y	z	x	y	z
10.00	10.00	0.00	11.00	10.81	0.00
10.00	15.00	0.00	10.44	15.58	0.00
10.00	20.00	0.00	10.00	20.00	0.00
10.00	25.00	0.00	9.59	24.54	0.00
10.00	30.00	0.00	9.11	28.87	0.00
10.00	35.00	0.00	9.75	33.21	0.00
10.00	40.00	0.00	9.33	37.33	0.00
15.00	10.00	0.00	15.29	9.58	0.00
15.00	15.00	0.00	14.71	14.12	0.00
15.00	20.00	0.00	14.35	18.67	0.00
15.00	25.00	0.00	14.91	23.99	0.00
15.00	30.00	0.00	14.49	28.40	0.00
15.00	35.00	0.00	14.01	33.58	0.00
20.00	10.00	0.00	19.50	9.27	0.00
20.00	15.00	0.00	18.83	13.67	0.00
20.00	20.00	0.00	18.58	19.28	0.00
20.00	25.00	0.00	18.95	23.52	0.00
20.00	30.00	0.00	18.42	28.79	0.00
20.00	35.00	0.00	19.06	33.98	0.00
25.00	10.00	0.00	24.75	9.22	0.00
25.00	15.00	0.00	24.71	14.28	0.00
25.00	20.00	0.00	24.62	18.90	0.00
25.00	25.00	0.00	24.02	24.23	0.00
25.00	30.00	0.00	24.32	28.40	0.00
25.00	35.00	0.00	24.84	34.45	0.00
30.00	10.00	0.00	29.42	9.67	0.00
30.00	15.00	0.00	30.00	15.00	0.00
30.00	20.00	0.00	29.38	19.58	0.00
30.00	25.00	0.00	28.70	23.77	0.00
30.00	30.00	0.00	29.16	28.91	0.00
35.00	10.00	0.00	34.21	9.67	0.00
35.00	15.00	0.00	34.65	14.07	0.00
35.00	20.00	0.00	34.05	19.23	0.00
35.00	25.00	0.00	34.29	24.28	0.00
35.00	30.00	0.00	33.74	28.49	0.00
40.00	20.00	0.00	38.55	18.89	0.00
40.00	25.00	0.00	39.04	24.10	0.00

Tabela 5.1.1C: Esta tabela refere-se à aplicação da transformação de perspectiva inversa ao elenco de pontos visualizados no plano xy.

	x	y	z
	60.6451	43.1481	30.1791
	60.6451	43.1481	30.1791
	60.6451	43.1481	30.1791
	60.6451	43.1481	30.1791
	72.8020	55.2747	35.1567
	60.6451	43.1418	30.1791
	60.6451	43.1418	30.1791
	60.6451	43.1418	30.1791
	69.3708	54.5138	32.7680
	60.6451	43.1418	30.1791
	60.6451	43.1418	30.1791
	62.9029	45.6788	28.1925
	60.6451	43.1418	30.1791
	67.1013	48.6283	29.7413
	64.5885	47.1299	29.8067
foco virtual	62.8811	45.5138	30.4971
raio da esfera		14.6769	

Tabela 5.1.1D: Nesta tabela podem ser observados os possíveis valores para o foco da câmera, na situação descrita, bem como as coordenadas determinadas para o foco virtual.

	posição real			posição determinada			distância entre pts
	x	y	z	x	y	z	
P1	23.65	14.68	21.88	25.27	15.88	22.53	2.118
P2	28.75	19.73	14.91	30.02	20.89	15.80	1.937
P3	21.67	26.78	14.83	23.11	27.60	15.34	1.734

Tabela 5.1.1E: Nesta tabela são mostrados os valores determinados para as coordenadas do objeto, bem como os valores reais das mesmas, de acordo com o medido através do posicionador visto na figura 5.1.

(x, y, z) real			(x, y, z) obtido		
x	y	z	x	y	z
10.00	0.00	10.00	10.00	0.00	10.00
15.00	0.00	10.00	14.83	- 0.58	10.00
20.00	0.00	10.00	19.50	- 1.17	10.00
25.00	0.00	10.00	24.44	- 1.35	10.00
30.00	0.00	10.00	28.72	- 1.96	10.00
10.00	0.00	15.00	8.93	- 1.21	15.00
15.00	0.00	15.00	14.47	- 1.11	15.00
20.00	0.00	15.00	19.79	- 1.06	15.00
25.00	0.00	15.00	24.27	- 1.57	15.00
30.00	0.00	15.00	28.94	- 1.54	15.00
10.00	0.00	20.00	9.10	- 1.46	20.00
15.00	0.00	20.00	14.83	- 1.06	20.00
20.00	0.00	20.00	20.22	- 0.68	20.00
25.00	0.00	20.00	25.27	- 0.33	20.00
30.00	0.00	20.00	30.00	0.00	20.00

Tabela 5.1.2A: Esta tabela refere-se à aplicação da transformação de perspectiva inversa ao elenco de pontos visualizados no plano xz.

(x, y, z) real			(x, y, z) obtido		
x	y	z	x	y	z
0.00	15.00	10.00	0.74	16.36	10.00
0.00	20.00	10.00	0.71	21.26	10.00
0.00	25.00	10.00	0.55	25.92	10.00
0.00	30.00	10.00	0.14	30.42	10.00
0.00	35.00	10.00	0.00	35.00	10.00
0.00	15.00	15.00	0.64	15.81	15.00
0.00	20.00	15.00	0.38	20.60	15.00
0.00	25.00	15.00	0.79	25.44	15.00
0.00	30.00	15.00	0.74	30.09	15.00
0.00	35.00	15.00	1.16	34.73	15.00
0.00	10.00	20.00	- 0.75	9.62	20.00
0.00	15.00	20.00	- 0.17	15.19	20.00
0.00	20.00	20.00	0.36	20.33	20.00
0.00	25.00	20.00	0.84	25.07	20.00
0.00	30.00	20.00	1.62	29.93	20.00
0.00	10.00	25.00	1.01	10.52	25.00
0.00	15.00	25.00	0.00	15.00	25.00
0.00	20.00	25.00	1.12	20.84	25.00
0.00	25.00	25.00	1.49	25.37	25.00
0.00	30.00	25.00	1.62	30.63	25.00

Tabela 5.1.2B: Esta tabela refere-se à aplicação da transformação de perspectiva inversa ao elenco de pontos visualizados no plano yz.

(x, y, z) real			(x, y, z) obtido		
x	y	z	x	y	z
10.00	10.00	0.00	10.81	10.63	0.00
10.00	15.00	0.00	10.34	15.47	0.00
10.00	20.00	0.00	10.00	20.00	0.00
10.00	25.00	0.00	9.69	24.67	0.00
10.00	30.00	0.00	9.30	29.14	0.00
10.00	35.00	0.00	9.03	34.64	0.00
10.00	40.00	0.00	9.69	38.94	0.00
15.00	10.00	0.00	15.27	9.75	0.00
15.00	15.00	0.00	14.80	14.39	0.00
15.00	20.00	0.00	14.55	19.07	0.00
15.00	25.00	0.00	14.21	24.53	0.00
15.00	30.00	0.00	14.89	29.10	0.00
15.00	35.00	0.00	14.50	34.44	0.00
20.00	10.00	0.00	19.70	9.79	0.00
20.00	15.00	0.00	19.53	14.28	0.00
20.00	20.00	0.00	19.31	19.06	0.00
20.00	25.00	0.00	19.47	24.43	0.00
20.00	30.00	0.00	19.04	28.85	0.00
20.00	35.00	0.00	18.79	34.23	0.00
25.00	10.00	0.00	23.97	8.89	0.00
25.00	15.00	0.00	24.23	14.20	0.00
25.00	20.00	0.00	24.29	19.03	0.00
25.00	25.00	0.00	23.81	24.50	0.00
25.00	30.00	0.00	24.19	28.82	0.00
25.00	35.00	0.00	23.82	34.06	0.00
30.00	10.00	0.00	29.11	8.81	0.00
30.00	15.00	0.00	30.00	15.00	0.00
30.00	20.00	0.00	28.33	18.06	0.00
30.00	25.00	0.00	28.74	23.36	0.00
30.00	30.00	0.00	28.31	28.67	0.00
35.00	10.00	0.00	34.20	9.10	0.00
35.00	15.00	0.00	33.76	13.65	0.00
35.00	20.00	0.00	33.28	18.96	0.00
35.00	25.00	0.00	33.60	23.16	0.00
35.00	30.00	0.00	33.17	28.57	0.00
40.00	20.00	0.00	38.22	18.11	0.00
40.00	25.00	0.00	38.69	23.30	0.00

Tabela 5.1.2C: Esta tabela refere-se à aplicação da transformação de perspectiva inversa ao elenco de pontos visualizados no plano xy.

	x	y	z
	69.8937	53.7217	33.1900
	69.8937	53.7217	33.1900
	69.8937	53.7217	33.1900
	69.8937	53.7217	33.1900
	79.7677	63.7625	37.0959
	69.8937	53.7217	33.1900
	69.8937	53.7217	33.1900
	69.8937	53.7217	33.1900
	77.0942	62.8170	35.3621
	69.8937	53.7217	33.1900
	69.8937	53.7217	33.1900
	71.7667	55.6644	31.9400
	68.8937	53.7217	33.1900
	75.0330	58.2595	33.1404
	73.3852	57.1605	33.3194
foco virtual	76.3252	55.6587	33.5172
raio da esfera	9.5042		

Tabela 5.1.2D: Nesta tabela podem ser observados os possíveis valores para o foco da câmera, na situação descrita, bem como as coordenadas determinadas para o foco virtual.

	posição real			posição determinada			distância entre pts
	x	y	z	x	y	z	
P1	23.65	14.68	21.88	24.03	14.18	22.50	0.883
P2	28.75	19.73	14.91	28.43	19.17	15.60	0.945
P3	21.67	26.78	14.83	22.88	26.49	15.06	1.265

Tabela 5.1.2E: Nesta tabela são mostrados os valores determinados para as coordenadas do objeto, bem como os valores reais das mesmas, de acordo com o medido através do posicionador visto na figura 5.1.

(x, y, z) real			(x, y, z) obtido		
x	y	z	x	y	z
10.00	0.00	10.00	10.09	0.51	10.00
15.00	0.00	10.00	15.00	0.00	10.00
20.00	0.00	10.00	19.68	- 0.50	10.00
25.00	0.00	10.00	24.70	- 0.58	10.00
30.00	0.00	10.00	29.09	- 1.11	10.00
10.00	0.00	15.00	9.43	- 0.53	15.00
15.00	0.00	15.00	14.75	- 0.45	15.00
20.00	0.00	15.00	20.00	- 0.42	15.00
25.00	0.00	15.00	24.50	- 0.93	15.00
30.00	0.00	15.00	29.26	- 0.92	15.00
10.00	0.00	20.00	9.67	- 0.67	20.00
15.00	0.00	20.00	15.05	- 0.49	20.00
20.00	0.00	20.00	20.42	- 0.48	20.00
25.00	0.00	20.00	25.22	- 0.16	20.00
30.00	0.00	20.00	30.00	0.00	20.00

Tabela 5.1.3A: Esta tabela refere-se à aplicação da transformação de perspectiva inversa ao elenco de pontos visualizados no plano xz.

(x, y, z) real			(x, y, z) obtido		
x	y	z	x	y	z
0.00	15.00	10.00	1.00	16.24	10.00
0.00	20.00	10.00	0.90	21.11	10.00
0.00	25.00	10.00	0.68	25.78	10.00
0.00	30.00	10.00	0.21	30.32	10.00
0.00	35.00	10.00	0.00	35.00	10.00
0.00	15.00	15.00	1.00	15.85	15.00
0.00	20.00	15.00	0.59	20.57	15.00
0.00	25.00	15.00	0.82	25.43	15.00
0.00	30.00	15.00	0.63	30.13	15.00
0.00	35.00	15.00	0.88	34.90	15.00
0.00	10.00	20.00	0.04	9.98	20.00
0.00	15.00	20.00	0.21	15.31	20.00
0.00	20.00	20.00	0.37	20.32	20.00
0.00	25.00	20.00	0.53	25.03	20.00
0.00	30.00	20.00	0.95	29.95	20.00
0.00	10.00	25.00	1.37	10.76	25.00
0.00	15.00	25.00	0.00	15.00	25.00
0.00	20.00	25.00	1.14	20.49	25.00
0.00	25.00	25.00	0.93	24.98	25.00
0.00	30.00	25.00	2.20	30.29	25.00
0.00	30.00	30.00	5.11	31.21	30.00

Tabela 5.1.3B: Esta tabela refere-se à aplicação da transformação de perspectiva inversa ao elenco de pontos visualizados no plano yz.

(x, y, z) real			(x, y, z) obtido		
x	y	z	x	y	z
10.00	10.00	0.00	10.69	10.61	0.00
10.00	15.00	0.00	10.28	15.45	0.00
10.00	20.00	0.00	10.00	20.00	0.00
10.00	25.00	0.00	9.75	24.73	0.00
10.00	30.00	0.00	9.41	29.28	0.00
10.00	35.00	0.00	9.20	33.89	0.00
10.00	40.00	0.00	8.91	38.32	0.00
15.00	10.00	0.00	15.22	9.97	0.00
15.00	15.00	0.00	14.82	14.61	0.00
15.00	20.00	0.00	14.64	19.34	0.00
15.00	25.00	0.00	14.38	23.87	0.00
15.00	30.00	0.00	14.13	28.53	0.00
15.00	35.00	0.00	13.80	33.00	0.00
20.00	10.00	0.00	19.75	9.23	0.00
20.00	15.00	0.00	19.26	13.73	0.00
20.00	20.00	0.00	19.24	18.59	0.00
20.00	25.00	0.00	18.78	23.02	0.00
20.00	30.00	0.00	18.42	27.54	0.00
20.00	35.00	0.00	18.25	33.06	0.00
25.00	10.00	0.00	24.25	8.41	0.00
25.00	15.00	0.00	23.49	13.87	0.00
25.00	20.00	0.00	23.68	18.79	0.00
25.00	25.00	0.00	23.28	23.35	0.00
25.00	30.00	0.00	23.74	28.77	0.00
25.00	35.00	0.00	23.45	33.15	0.00
30.00	10.00	0.00	28.45	8.65	0.00
30.00	15.00	0.00	30.00	15.00	0.00
30.00	20.00	0.00	27.89	18.01	0.00
30.00	25.00	0.00	27.39	23.43	0.00
30.00	30.00	0.00	27.05	27.87	0.00
35.00	10.00	0.00	33.73	8.15	0.00
35.00	15.00	0.00	33.41	13.76	0.00
35.00	20.00	0.00	34.04	18.15	0.00
35.00	25.00	0.00	33.45	23.45	0.00
35.00	30.00	0.00	33.12	28.00	0.00
40.00	20.00	0.00	38.04	18.28	0.00
40.00	25.00	0.00	38.78	23.82	0.00

Tabela 5.1.3C: Esta tabela refere-se à aplicação da transformação de perspectiva inversa ao elenco de pontos visualizados no plano xy.

	x	y	z
	80.1805	63.9594	37.2179
	80.1805	63.9594	37.2179
	80.1805	63.9594	37.2179
	80.1805	63.9594	37.2179
	89.3591	73.5207	41.1569
	80.1805	63.9594	37.2179
	80.1805	63.9594	37.2179
	80.1805	63.9594	37.2179
	86.4781	71.5704	39.2239
	80.1805	63.9594	37.2179
	80.1805	63.9594	37.2179
	81.7637	65.5520	36.4016
	80.1805	63.9594	37.2179
	84.5169	67.8416	37.4308
	83.2866	66.9743	37.5779
foco virtual	81.8140	65.6702	37.5980
raio da esfera		11.4553	

Tabela 5.1.3D: Nesta tabela podem ser observados os possíveis valores para o foco da câmera, na situação descrita, bem como as coordenadas determinadas para o foco virtual.

	posição real			posição determinada			distância entre pts
	x	y	z	x	y	z	
P1	23.65	14.68	21.88	24.59	15.40	22.72	1.452
P2	28.75	19.73	14.91	29.12	20.17	15.83	1.085
P3	21.67	26.78	14.83	22.77	27.01	14.24	1.269

Tabela 5.1.3E: Nesta tabela são mostrados os valores determinados para as coordenadas do objeto, bem como os valores reais das mesmas, de acordo com o medido através do posicionador visto na figura 5.1.

(x, y, z) real			(x, y, z) obtido		
x	y	z	x	y	z
10.00	0.00	10.00	10.00	0.00	10.00
15.00	0.00	10.00	14.32	- 0.89	10.00
20.00	0.00	10.00	19.14	- 1.33	10.00
25.00	0.00	10.00	23.68	- 1.75	10.00
30.00	0.00	10.00	28.79	- 2.71	10.00
35.00	0.00	10.00	33.27	- 3.24	10.00
10.00	0.00	15.00	9.51	- 0.73	15.00
15.00	0.00	15.00	14.71	- 0.74	15.00
20.00	0.00	15.00	19.19	- 1.34	15.00
25.00	0.00	15.00	23.54	- 1.95	15.00
30.00	0.00	15.00	28.34	- 2.07	15.00
35.00	0.00	15.00	33.53	- 2.75	15.00
10.00	0.00	20.00	9.60	- 0.73	20.00
15.00	0.00	20.00	14.61	- 0.93	20.00
20.00	0.00	20.00	19.44	- 1.14	20.00
25.00	0.00	20.00	24.25	- 1.40	20.00
30.00	0.00	20.00	28.74	- 1.64	20.00
35.00	0.00	20.00	33.32	- 1.95	20.00
10.00	0.00	25.00	9.60	- 0.44	25.00
15.00	0.00	25.00	14.54	- 0.90	25.00
20.00	0.00	25.00	19.87	- 0.61	25.00
25.00	0.00	25.00	24.47	- 1.06	25.00
30.00	0.00	25.00	28.94	- 1.49	25.00
35.00	0.00	25.00	33.39	- 1.93	25.00
10.00	0.00	30.00	9.38	- 0.75	30.00
15.00	0.00	30.00	14.97	- 0.59	30.00
20.00	0.00	30.00	20.14	- 0.44	30.00
25.00	0.00	30.00	25.27	- 0.29	30.00
30.00	0.00	30.00	30.33	- 0.14	30.00
35.00	0.00	30.00	35.00	0.00	30.00

Tabela 5.2.1A: Esta tabela refere-se à aplicação da transformação de perspectiva inversa ao elenco de pontos visualizados no plano xz.

(x, y, z) real			(x, y, z) obtido		
x	y	z	x	y	z
0.00	15.00	10.00	1.02	15.55	10.00
0.00	20.00	10.00	1.30	20.83	10.00
0.00	25.00	10.00	1.01	25.52	10.00
0.00	30.00	10.00	0.43	30.21	10.00
0.00	35.00	10.00	0.28	35.15	10.00
0.00	40.00	10.00	0.00	40.00	10.00
0.00	15.00	15.00	0.85	15.38	15.00
0.00	20.00	15.00	0.79	20.37	15.00
0.00	25.00	15.00	0.57	25.24	15.00
0.00	30.00	15.00	0.83	30.39	15.00
0.00	35.00	15.00	0.32	35.06	15.00
0.00	40.00	15.00	0.28	39.97	15.00
0.00	10.00	20.00	1.22	10.62	20.00
0.00	15.00	20.00	0.51	15.43	20.00
0.00	20.00	20.00	0.75	20.56	20.00
0.00	25.00	20.00	0.25	25.03	20.00
0.00	30.00	20.00	- 0.02	29.98	20.00
0.00	35.00	20.00	0.28	35.21	20.00
0.00	40.00	20.00	- 0.14	39.87	20.00
0.00	10.00	25.00	0.11	9.93	25.00
0.00	15.00	25.00	- 0.32	14.93	25.00
0.00	20.00	25.00	0.15	20.36	25.00
0.00	25.00	25.00	- 0.08	24.96	25.00
0.00	30.00	25.00	0.00	30.06	25.00
0.00	35.00	25.00	0.08	34.96	25.00
0.00	40.00	25.00	- 0.37	39.84	25.00
0.00	10.00	30.00	0.00	10.00	30.00
0.00	15.00	30.00	- 1.39	14.44	30.00
0.00	20.00	30.00	- 1.20	19.50	30.00
0.00	25.00	30.00	- 0.15	25.04	30.00
0.00	30.00	30.00	- 0.62	29.76	30.00
0.00	35.00	30.00	- 0.46	34.95	30.00
0.00	40.00	30.00	- 0.30	39.93	30.00
0.00	10.00	35.00	- 1.41	9.27	35.00
0.00	15.00	35.00	- 2.29	13.90	35.00
0.00	20.00	35.00	- 1.70	19.35	35.00
0.00	25.00	35.00	- 1.13	24.55	35.00
0.00	30.00	35.00	- 1.10	29.53	35.00
0.00	35.00	35.00	- 1.33	34.34	35.00
0.00	30.00	40.00	- 1.60	29.43	40.00
0.00	35.00	40.00	- 1.34	34.57	40.00

Tabela 5.2.1B: Esta tabela refere-se à aplicação da transformação de perspectiva inversa ao elenco de pontos visualizados no plano yz.

(x, y, z) real			(x, y, z) obtido		
x	y	z	x	y	z
10.00	10.00	0.00	10.38	9.46	0.00
10.00	15.00	0.00	10.32	14.32	0.00
10.00	20.00	0.00	10.02	19.15	0.00
10.00	25.00	0.00	9.73	23.82	0.00
10.00	30.00	0.00	9.33	28.42	0.00
10.00	35.00	0.00	9.61	33.47	0.00
15.00	10.00	0.00	14.82	8.82	0.00
15.00	15.00	0.00	14.30	13.21	0.00
15.00	20.00	0.00	14.44	18.20	0.00
15.00	25.00	0.00	14.67	23.06	0.00
15.00	30.00	0.00	13.89	27.61	0.00
15.00	35.00	0.00	14.06	33.53	0.00
20.00	10.00	0.00	19.00	8.65	0.00
20.00	15.00	0.00	18.69	13.36	0.00
20.00	20.00	0.00	19.09	18.55	0.00
20.00	25.00	0.00	18.68	23.98	0.00
20.00	30.00	0.00	18.40	28.70	0.00
25.00	10.00	0.00	23.66	8.26	0.00
25.00	15.00	0.00	22.95	13.49	0.00
25.00	20.00	0.00	23.24	18.56	0.00
25.00	25.00	0.00	23.99	23.25	0.00
25.00	30.00	0.00	23.65	28.84	0.00
30.00	10.00	0.00	28.51	9.13	0.00
30.00	15.00	0.00	30.00	15.00	0.00
30.00	20.00	0.00	28.57	18.87	0.00
30.00	25.00	0.00	28.25	23.43	0.00
30.00	30.00	0.00	27.95	27.83	0.00
35.00	10.00	0.00	33.68	8.29	0.00
35.00	15.00	0.00	33.76	13.30	0.00
35.00	20.00	0.00	33.56	17.80	0.00
35.00	25.00	0.00	34.19	23.26	0.00
40.00	10.00	0.00	37.97	8.77	0.00
40.00	15.00	0.00	37.70	13.33	0.00
40.00	20.00	0.00	37.69	18.02	0.00
40.00	25.00	0.00	37.51	23.63	0.00

Tabela 5.2.1c: Esta tabela refere-se à aplicação da transformação de perspectiva inversa ao elenco de pontos visualizados no plano xy.

	x	y	z
	105.260	82.8878	51.6664
	105.260	82.8878	51.6664
	105.260	82.8878	51.6664
	105.260	82.8878	51.6664
	112.168	90.0757	54.1861
	105.260	82.8878	51.6664
	105.260	82.8878	51.6664
	105.260	82.8878	51.6664
	112.360	91.4214	53.8879
	105.260	82.8878	51.6664
	105.260	82.8878	51.6664
	109.170	86.6953	51.9093
	105.260	82.8878	51.6664
	105.525	83.5260	50.3599
	107.371	84.8204	51.0484
foco virtual	106.613	84.3611	51.8704
raio da esfera		11.3211	

Tabela 5.2.1D: Nesta tabela podem ser observados os possíveis valores para o foco da câmera, na situação descrita, bem como as coordenadas determinadas para o foco virtual.

	posição real			posição determinada			distância entre pts
	x	y	z	x	y	z	
P1	23.65	14.68	21.88	24.75	15.37	21.98	1.302
P2	28.75	19.73	14.91	29.33	20.05	15.76	1.078
P3	21.67	26.78	14.83	22.83	26.89	14.38	1.249

Tabela 5.2.1E: Nesta tabela são mostrados os valores determinados para as coordenadas do objeto, bem como os valores reais das mesmas, de acordo com o medido através do posicionador visto na figura 5.1.

(x, y, z) real			(x, y, z) obtido		
x	y	z	x	y	z
10.00	0.00	10.00	10.00	0.00	10.00
15.00	0.00	10.00	14.51	- 0.90	10.00
20.00	0.00	10.00	19.39	- 1.28	10.00
25.00	0.00	10.00	23.97	- 1.64	10.00
30.00	0.00	10.00	28.14	- 2.57	10.00
35.00	0.00	10.00	33.68	- 3.04	10.00
10.00	0.00	15.00	9.57	- 0.85	15.00
15.00	0.00	15.00	14.82	- 0.79	15.00
20.00	0.00	15.00	19.34	- 1.34	15.00
25.00	0.00	15.00	23.75	- 1.91	15.00
30.00	0.00	15.00	28.60	- 1.96	15.00
35.00	0.00	15.00	33.85	- 2.58	15.00
10.00	0.00	20.00	9.57	- 0.90	20.00
15.00	0.00	20.00	14.62	- 1.03	20.00
20.00	0.00	20.00	19.51	- 1.19	20.00
25.00	0.00	20.00	24.36	- 1.40	20.00
30.00	0.00	20.00	28.91	- 1.59	20.00
35.00	0.00	20.00	33.09	- 2.44	20.00
10.00	0.00	25.00	9.47	- 0.67	25.00
15.00	0.00	25.00	14.45	- 1.08	25.00
20.00	0.00	25.00	19.83	- 0.71	25.00
25.00	0.00	25.00	24.48	- 1.12	25.00
30.00	0.00	25.00	28.99	- 1.52	25.00
35.00	0.00	25.00	34.15	- 1.24	25.00
10.00	0.00	30.00	9.12	- 1.07	30.00
15.00	0.00	30.00	14.56	- 0.85	30.00
20.00	0.00	30.00	19.98	- 0.62	30.00
25.00	0.00	30.00	25.16	- 0.41	30.00
30.00	0.00	30.00	30.27	- 0.20	30.00
35.00	0.00	30.00	35.00	0.00	30.00

Tabela 5.2.2A: Esta tabela refere-se à aplicação da transformação de perspectiva inversa ao elenco de pontos visualizados no plano xz.

(x, y, z) real			(x, y, z) obtido		
x	y	z	x	y	z
0.00	15.00	10.00	1.06	15.58	10.00
0.00	20.00	10.00	1.33	20.89	10.00
0.00	25.00	10.00	1.03	25.59	10.00
0.00	30.00	10.00	0.44	30.27	10.00
0.00	35.00	10.00	0.29	35.19	10.00
0.00	40.00	10.00	0.00	40.00	10.00
0.00	15.00	15.00	0.88	15.41	15.00
0.00	20.00	15.00	0.83	20.44	15.00
0.00	25.00	15.00	0.63	25.34	15.00
0.00	30.00	15.00	0.91	30.50	15.00
0.00	35.00	15.00	0.41	35.14	15.00
0.00	40.00	15.00	0.39	40.02	15.00
0.00	10.00	20.00	1.22	10.60	20.00
0.00	15.00	20.00	0.56	15.48	20.00
0.00	20.00	20.00	0.84	20.68	20.00
0.00	25.00	20.00	0.38	25.17	20.00
0.00	30.00	20.00	0.16	30.13	20.00
0.00	35.00	20.00	0.50	35.36	20.00
0.00	40.00	20.00	0.13	40.00	20.00
0.00	10.00	25.00	0.09	9.90	25.00
0.00	15.00	25.00	- 0.25	15.00	25.00
0.00	20.00	25.00	0.32	20.53	25.00
0.00	25.00	25.00	0.18	25.18	25.00
0.00	30.00	25.00	0.35	30.31	25.00
0.00	35.00	25.00	0.51	35.21	25.00
0.00	40.00	25.00	0.15	40.06	25.00
0.00	10.00	30.00	0.00	10.00	30.00
0.00	15.00	30.00	- 0.11	15.37	30.00
0.00	20.00	30.00	- 0.90	19.74	30.00
0.00	25.00	30.00	0.31	25.37	30.00
0.00	30.00	30.00	- 0.01	30.14	30.00
0.00	35.00	30.00	0.51	35.32	30.00
0.00	40.00	30.00	0.61	40.32	30.00
0.00	10.00	35.00	- 1.38	9.29	35.00
0.00	15.00	35.00	- 2.01	14.11	35.00
0.00	20.00	35.00	- 1.14	19.75	35.00
0.00	25.00	35.00	- 0.31	25.09	35.00
0.00	30.00	35.00	- 0.03	30.15	35.00
0.00	35.00	35.00	1.33	35.68	35.00
0.00	30.00	40.00	0.42	30.54	40.00
0.00	35.00	40.00	1.12	35.77	40.00

Tabela 5.2.28: Esta tabela refere-se à aplicação da transformação de perspectiva inversa ao elenco de pontos visualizados no plano yz.

(x, y, z) real			(x, y, z) obtido		
x	y	z	x	y	z
10.00	10.00	0.00	10.57	9.59	0.00
10.00	15.00	0.00	10.47	14.47	0.00
10.00	20.00	0.00	10.11	19.31	0.00
10.00	25.00	0.00	9.77	23.99	0.00
10.00	30.00	0.00	9.32	28.57	0.00
10.00	35.00	0.00	9.16	33.57	0.00
15.00	10.00	0.00	15.06	9.00	0.00
15.00	15.00	0.00	14.48	13.41	0.00
15.00	20.00	0.00	14.56	18.42	0.00
15.00	25.00	0.00	14.53	23.30	0.00
15.00	30.00	0.00	13.90	27.83	0.00
15.00	35.00	0.00	14.01	33.74	0.00
20.00	10.00	0.00	19.29	8.88	0.00
20.00	15.00	0.00	18.91	13.62	0.00
20.00	20.00	0.00	18.89	18.52	0.00
20.00	25.00	0.00	18.77	23.28	0.00
20.00	30.00	0.00	18.43	28.99	0.00
25.00	10.00	0.00	23.98	8.56	0.00
25.00	15.00	0.00	23.21	13.81	0.00
25.00	20.00	0.00	23.43	18.92	0.00
25.00	25.00	0.00	23.11	23.61	0.00
25.00	30.00	0.00	23.71	28.20	0.00
30.00	10.00	0.00	27.89	8.47	0.00
30.00	15.00	0.00	30.00	15.00	0.00
30.00	20.00	0.00	27.60	18.91	0.00
30.00	25.00	0.00	27.51	23.79	0.00
30.00	30.00	0.00	27.04	28.26	0.00
35.00	10.00	0.00	33.10	8.68	0.00
35.00	15.00	0.00	33.10	13.75	0.00
35.00	20.00	0.00	33.83	18.27	0.00
35.00	25.00	0.00	33.38	23.74	0.00
40.00	10.00	0.00	38.45	8.23	0.00
40.00	15.00	0.00	38.09	13.82	0.00
40.00	20.00	0.00	38.00	18.55	0.00
40.00	25.00	0.00	38.74	23.18	0.00

Tabela 5.2.20: Esta tabela refere-se à aplicação da transformação de perspectiva inversa ao elenco de pontos visualizados no plano xy.

	x	y	z
	103.220	83.5204	50.7723
	103.220	83.5204	50.7723
	103.220	83.5204	50.7723
	103.220	83.5204	50.7723
	109.134	89.8876	52.9018
	103.220	83.5204	50.7723
	103.220	83.5204	50.7723
	103.220	83.5204	50.7723
	109.346	91.1663	52.6662
	103.220	83.5204	50.7723
	103.220	83.5204	50.7723
	106.618	86.9356	50.9456
	103.220	83.5204	50.7723
	103.464	84.1021	49.6033
	105.077	85.2695	50.2007
foco virtual	104.389	84.8377	50.9360
raio da esfera		8.2229	

Tabela 5.2.2D: Nesta tabela podem ser observados os possíveis valores para o foco da câmera, na situação descrita, bem como as coordenadas determinadas para o foco virtual.

	posição real			posição determinada			distancia entre pts
	x	y	z	x	y	z	
P1	23.65	14.68	21.88	24.34	14.16	22.60	1.125
P2	28.75	19.73	14.91	28.35	19.28	15.79	1.066
P3	21.67	26.78	14.83	22.53	26.38	14.99	0.962

Tabela 5.2.2E: Nesta tabela são mostrados os valores determinados para as coordenadas do objeto, bem como os valores reais das mesmas, de acordo com o medido através do posicionador visto na figura 5.1.

(x, y, z) real			(x, y, z) obtido		
x	y	z	x	y	z
10.00	0.00	10.00	10.47	0.60	10.00
15.00	0.00	10.00	15.00	0.00	10.00
20.00	0.00	10.00	20.09	- 0.11	10.00
25.00	0.00	10.00	24.91	- 0.21	10.00
30.00	0.00	10.00	29.32	- 0.91	10.00
35.00	0.00	10.00	34.16	- 1.14	10.00
10.00	0.00	15.00	9.80	- 0.32	15.00
15.00	0.00	15.00	15.20	0.01	15.00
20.00	0.00	15.00	19.89	- 0.35	15.00
25.00	0.00	15.00	24.50	- 0.71	15.00
30.00	0.00	15.00	29.61	- 0.54	15.00
35.00	0.00	15.00	34.11	- 0.96	15.00
10.00	0.00	20.00	9.67	- 0.50	20.00
15.00	0.00	20.00	14.83	- 0.45	20.00
20.00	0.00	20.00	19.85	- 0.43	20.00
25.00	0.00	20.00	24.89	- 0.46	20.00
30.00	0.00	20.00	29.79	- 0.51	20.00
35.00	0.00	20.00	34.06	- 1.20	20.00
10.00	0.00	25.00	9.40	- 0.44	25.00
15.00	0.00	25.00	14.41	- 0.75	25.00
20.00	0.00	25.00	20.04	- 0.27	25.00
25.00	0.00	25.00	24.66	- 0.57	25.00
30.00	0.00	25.00	29.34	- 0.89	25.00
35.00	0.00	25.00	34.75	- 0.49	25.00
10.00	0.00	30.00	8.81	- 1.11	30.00
15.00	0.00	30.00	14.17	- 0.88	30.00
20.00	0.00	30.00	19.58	- 0.65	30.00
25.00	0.00	30.00	24.83	- 0.43	30.00
30.00	0.00	30.00	30.08	- 0.21	30.00
35.00	0.00	30.00	35.00	0.00	30.00

Tabela 5.2.3A: Esta tabela refere-se à aplicação da transformação de perspectiva inversa ao elenco de pontos visualizados no plano xz.

(x, y, z) real			(x, y, z) obtido		
x	y	z	x	y	z
0.00	15.00	10.00	1.11	15.70	10.00
0.00	20.00	10.00	1.38	21.03	10.00
0.00	25.00	10.00	1.06	25.70	10.00
0.00	30.00	10.00	0.47	30.33	10.00
0.00	35.00	10.00	0.30	35.23	10.00
0.00	40.00	10.00	0.00	40.00	10.00
0.00	15.00	15.00	0.93	15.52	15.00
0.00	20.00	15.00	0.88	20.54	15.00
0.00	25.00	15.00	0.67	25.42	15.00
0.00	30.00	15.00	0.94	30.59	15.00
0.00	35.00	15.00	0.43	35.20	15.00
0.00	40.00	15.00	0.41	40.06	15.00
0.00	10.00	20.00	1.26	10.71	20.00
0.00	15.00	20.00	0.60	15.56	20.00
0.00	20.00	20.00	0.88	20.77	20.00
0.00	25.00	20.00	0.42	25.23	20.00
0.00	30.00	20.00	0.20	30.18	20.00
0.00	35.00	20.00	0.53	35.42	20.00
0.00	40.00	20.00	0.17	40.01	20.00
0.00	10.00	25.00	0.12	9.94	25.00
0.00	15.00	25.00	- 0.21	15.03	25.00
0.00	20.00	25.00	0.35	20.57	25.00
0.00	25.00	25.00	0.21	25.22	25.00
0.00	30.00	25.00	0.38	30.36	25.00
0.00	35.00	25.00	0.54	35.26	25.00
0.00	40.00	25.00	0.19	40.08	25.00
0.00	10.00	30.00	0.00	10.00	30.00
0.00	15.00	30.00	- 0.10	15.57	30.00
0.00	20.00	30.00	- 0.84	19.73	30.00
0.00	25.00	30.00	0.31	25.40	30.00
0.00	30.00	30.00	0.01	30.16	30.00
0.00	35.00	30.00	0.32	35.39	30.00
0.00	40.00	30.00	0.62	40.36	30.00
0.00	10.00	35.00	- 1.33	9.25	35.00
0.00	15.00	35.00	- 1.89	14.08	35.00
0.00	20.00	35.00	- 1.08	19.73	35.00
0.00	25.00	35.00	- 0.31	25.07	35.00
0.00	30.00	35.00	- 0.04	30.14	35.00
0.00	35.00	35.00	1.22	35.71	35.00
0.00	30.00	40.00	0.26	30.47	40.00
0.00	35.00	40.00	0.89	35.72	40.00

Tabela 5.2.3B: Esta tabela refere-se à aplicação da transformação de perspectiva inversa ao elenco de pontos visualizados no plano yz.

(x, y, z) real			(x, y, z) obtido		
x	y	z	x	y	z
10.00	10.00	0.00	11.01	10.44	0.00
10.00	15.00	0.00	10.88	15.33	0.00
10.00	20.00	0.00	10.50	20.16	0.00
10.00	25.00	0.00	10.14	24.82	0.00
10.00	30.00	0.00	9.66	29.40	0.00
10.00	35.00	0.00	9.48	34.16	0.00
15.00	10.00	0.00	15.71	10.19	0.00
15.00	15.00	0.00	15.10	14.58	0.00
15.00	20.00	0.00	15.17	19.63	0.00
15.00	25.00	0.00	15.12	24.53	0.00
15.00	30.00	0.00	14.45	29.03	0.00
15.00	35.00	0.00	14.56	33.97	0.00
20.00	10.00	0.00	20.55	9.79	0.00
20.00	15.00	0.00	19.76	14.13	0.00
20.00	20.00	0.00	19.74	19.07	0.00
20.00	25.00	0.00	19.59	23.86	0.00
20.00	30.00	0.00	19.23	28.58	0.00
25.00	10.00	0.00	25.15	9.41	0.00
25.00	15.00	0.00	24.32	13.65	0.00
25.00	20.00	0.00	24.54	18.83	0.00
25.00	25.00	0.00	24.19	23.55	0.00
25.00	30.00	0.00	23.75	28.19	0.00
30.00	10.00	0.00	29.31	8.60	0.00
30.00	15.00	0.00	30.00	15.00	0.00
30.00	20.00	0.00	28.98	18.15	0.00
30.00	25.00	0.00	28.87	23.08	0.00
30.00	30.00	0.00	28.36	27.57	0.00
35.00	10.00	0.00	33.82	8.11	0.00
35.00	15.00	0.00	33.81	13.26	0.00
35.00	20.00	0.00	33.43	17.39	0.00
35.00	25.00	0.00	33.01	23.34	0.00
40.00	10.00	0.00	38.49	8.98	0.00
40.00	15.00	0.00	38.10	13.63	0.00
40.00	20.00	0.00	37.99	18.43	0.00
40.00	25.00	0.00	37.69	23.13	0.00

Tabela 5.2.30: Esta tabela refere-se à aplicação da transformação de perspectiva inversa ao elenco de pontos visualizados no plano xy.

	x	y	z
	113.368	96.1732	53.9088
	113.368	96.1732	53.9088
	113.368	96.1732	53.9088
	113.368	96.1732	53.9088
	116.647	99.8153	55.2552
	113.368	96.1732	53.9088
	113.368	96.1732	53.9088
	113.368	96.1732	53.9088
	116.068	99.5457	54.7442
	113.368	96.1732	53.9088
	113.368	96.1732	53.9088
	114.891	97.7398	54.0333
	113.368	96.1732	53.9088
	113.515	96.4454	53.4598
	114.222	96.9977	53.7158
foco virtual	113.935	96.8184	54.0198
raio da esfera	4.2264		

Tabela 5.2.3D: Nesta tabela podem ser observados os possíveis valores para o foco da câmera, na situação descrita, bem como as coordenadas determinadas para o foco virtual.

	posição real			posição determinada			distância entre pts
	x	y	z	x	y	z	
P1	23.65	14.68	21.88	23.97	14.27	22.20	
P2	28.75	19.73	14.91	28.91	19.86	15.29	
P3	21.67	26.78	14.83	21.94	26.57	15.03	

Tabela 5.2.3E: Nesta tabela são mostrados os valores determinados para as coordenadas do objeto, bem como os valores reais das mesmas, de acordo com o medido através do posicionador visto na figura 5.1.

De acordo com os valores ilustrados nas tabelas, pode-se observar que os resultados obtidos são altamente dependentes de fatores tais como os pontos utilizados na calibração e escolha dos pixels para a sua correspondência, pois os mesmos influenciam diretamente nos parâmetros obtidos na calibração. Constatou-se, também, a funcionalidade do método desenvolvido para determinar a medida de qualidade da calibração (seção 2.6), visto que o erro encontrado na determinação das coordenadas dos objetos foi menor para os casos onde se encontrou um menor raio para a esfera.

6. CONCLUSÕES

O método desenvolvido para determinar a localização dos objetos no espaço tridimensional tem como vantagem a relativa simplicidade computacional requerida para a sua implementação. Esta última afirmação considera, principalmente, a não necessidade de realização da correspondência entre imagens, tão custosa computacionalmente para sistemas que utilizam visão estéreo, bem como a calibração de apenas uma câmera. Na verdade, o interesse maior foi, realmente, o de se desenvolver um método que fosse simples o bastante para suportar uma futura automatização do sistema. Deste maneira, tem-se que o objetivo principal foi plenamente atendido.

Sendo que o sistema efetua muitas manipulações de dados e, de acordo com os dados experimentais obtidos e apresentados no capítulo cinco, pode-se concluir que o aspecto negativo no sistema é o de permitir a propagação de erros numéricos desde a primeira fase de implementação do mesmo. Assim, para se obter uma boa qualidade dos resultados, é necessário haver um grande rigor em relação à precisão das medidas envolvidas.

Como pôde ser comprovado, o tipo de metodologia utilizada para a calibração da câmera levou o sistema a ser altamente suscetível a variações tais como as descritas na seção 2.5, além de ser comprovada a ocorrência de distorções em algumas regiões da imagem. Este último fator, intuitivamente, poderia ter seu efeito suavizado com o uso de um maior número de pontos de

calibração mas, como já foi mencionado, a correção efetuada neste caso não é muito significativa, optando-se pelo número mínimo de pontos de calibração, o que irá facilitar a futura automatização do sistema.

Enfatizando-se o fato de que o tema "calibração de câmeras", dada a sua importância em visão computacional, é objeto atualmente de inúmeras pesquisas, propõe-se que o assunto continue em estudo.

Assim, o método desenvolvido para determinar a localização de objetos no espaço tridimensional mostrou-se altamente eficiente, a menos das dificuldades observadas na etapa de calibração, podendo ser considerado uma contribuição ao estado da arte em questão.

Como proposta para o prosseguimento do trabalho tem-se a automatização do sistema desenvolvido, englobando os módulos de calibração da câmera e localização de objetos, além de acrescentar um módulo de reconhecimento de objetos.

Para a automatização da calibração propõe-se que seja utilizado reconhecimento de marcas, onde um conjunto de marcas conhecidas seria espalhado no ambiente de trabalho e o sistema, após reconhecer uma marca, teria informações suficientes sobre a mesma para, assim, efetuar a correspondência necessária para a calibração.

O reconhecimento automático dos objetos, que irá utilizar, basicamente, conceitos de processamento de imagens, permitirá uma diminuição na necessidade do sistema interagir com o usuário, quando da localização dos objetos. Logo, a implementação deste módulo contribuirá para a automatização da etapa de localização dos objetos, além de tornar o sistema mais completo.

De modo que o sistema automatizado funcione em tempo real, propõe-se ainda a utilização de processamento paralelo em todas as suas etapas.

Como principais aplicações para o tipo de trabalho desenvolvido pode-se citar inspeção, manuseio e montagem de peças; veículos autônomos e robôs de navegação.

7. BIBLIOGRAFIA

- [1] J.K. Aggarwal e M.J. Magee.
"Determining vanishing points from perspective images."
Computer Vision, Graphics and Image Processing.
26, pp.256-267, 1984.
- [2] J.M. Angulo e R. Inigo.
Vision Artificial por Computador.
Paraninfo S.A., 1985.
- [3] D.H. Ballard e C.M. Brown.
Computer Vision.
Prentice Hall, Inc., 1982.
- [4] S.T. Barnard e M.A. Fischer.
"Disparity Analysis of Image."
IEEE, Transactions on Pattern Analysis and Machine
Intelligence, vol. PAMI, N°4, julho de 1980.
- [5] O.R.P. Bellon e C.L. Tozzi.
"O Método da Transformação de Perspectiva para o
Reconhecimento e Localização de Objetos Tridimensionais."
Anais do I Encontro Regional de Automação e
Instrumentação, vol.1, Rob. 49-55.
UFES, Vitória - ES, agosto de 1989.

- [6] O.R.P. Bellon e C.L. Tozzi.
"Um Método para Determinar a Localização de Objetos no Espaço 3-D Utilizando Informações Referentes ao Modelo Geométrico".
I Workshop de Aspectos Matemáticos de Visão Computacional e Processamento de Imagens.
IMPA, Rio de Janeiro - RJ, janeiro de 1990.
- [7] O.R.P. Bellon e C.L. Tozzi.
"Estudo dos Parâmetros Influentes na Calibração de uma Câmera CCD: uma Abordagem Prática."
Anais do III Simpósio Brasileiro de Computação Gráfica e Processamento de Imagens, pp.264-273.
Hotel Serrano, Gramado - RS, maio de 1990.
- [8] O.R.P. Bellon e C.L. Tozzi.
"Localização de Objetos no Espaço Tridimensional: uma Aplicação em Visão Robótica".
Anais do I Simpósio de Automação Integrada.
CEFET, Curitiba - PR, julho de 1990.
- [9] O.R.P. Bellon e C.L. Tozzi.
"Um Sistema para Localização de Objetos no Espaço Tridimensional."
Anais do 8º Congresso Brasileiro de Automática.
UFPA, Belém - PA, setembro de 1990.

- [10] A. Ben-Israel e T.N.E. Greville.
Generalized Inverse: Theory and Applications.
Wiley, New York, 1974.
- [11] T.L. Boullion e P.L. Odell.
Generalized Inverses Matrices.
Wiley, New York, 1971.
- [12] K.R. Castleman.
Digital Image Processing.
Prentice Hall, Inc., 1979.
- [13] Z. Chen, D. Tseng e J. Lin.
"A Simple Algorithm for 3-D Position Determination Using
a Single Calibration Object."
Pattern Recognition, vol.22, No.2, pp.173-187, 1990.
- [14] M.B. Correia.
Contribution A La Localisation D'Objets Poliedriques Par
Stereovision En Robotique.
Tese de doutorado.
Institut National Politechnique de Toulouse, 1983.
- [15] R.O. Duda e P.E. Hart.
Pattern Classification and Scene Analysis.
Wiley, New York, 1973.

- [16] J.Facon.
"Uso do Fluxo Ótico na Segmentação de Sequências de
Imagens."
III Simpósio Brasileiro de Computação Gráfica e
Processamento de Imagens, pp.137-145.
Hotel Serrano, Gramado - RS, maio de 1990.
- [17] E.P. Ferreira.
Robótica.
II Escola Brasil-Argentina de Informática.
Editora Campus, Campinas, 1987.
- [18] W.E.L. Grimson
"Computational Experiments with a Feature Based Stereo
Algorithm."
IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine
Intelligence, vol. PAMI-7, No.1, January 1986.
- [19] B.K.P. Horn
Robot Vision
MIT Press - Mc Graw-Hill Book Company, 1986.
- [20] K. Hung, C. Shyi, J. Lee e T. Lee.
"Robot Location Determination in a Complex Environment
by Multiple Marks."
Pattern Recognition, Vol.21, N°6, pp.567-580, 1988.

- [21] H.P. Moravec.
"Towards Automatic Visual Obstacle Avoidance."
Proc. 5th Int. Joint Conf. Artificial Intell.
Cambridge, MA, p. 584, agosto de 1977.
- [22] D. Marr e T. Poggio.
"Cooperative Computation of Stereo Disparity."
Science, vol.194, pp. 283-287, outubro de 1976.
- [23] D. Marr.
Vision.
W. H. Freeman and Company, 1982.
- [24] H.A. Martins, J.K. Birk e R.B. Kelley.
"Camera Models Based on Data from two Calibration Planes"
Computer Graphics and Image Process.
n^o 17, pp.173-180, 1981.
- [25] H. Nakatami, S. Kimura, O. Saito e T. Kitahashi.
"Extraction of Vanishing Point and its Application to
Scene Analysis Based on Image Sequence."
Proc. 5th Int. Conf. Pattern Recognition.
pp.370-372, 1980.
- [26] P. Wintz e R.C. Gonzalez.
Digital Image Processing.
Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1987.