

ESQUEMAS DE MODULAÇÃO CODIFICADA COM PROTEÇÃO DESIGUAL DE ERROS

POR
MARCELO EDUARDO PELLEZ

Bacharel em Engenharia Elétrica pela UFSM (1993)
Mestre em Engenharia Elétrica pela UNICAMP (1996)

TESE DE DOUTORADO

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO
DEPARTAMENTO DE COMUNICAÇÕES

Banca Examinadora :

Prof. Dr. Jaime Portugheis (Orientador) - FEEC/UNICAMP
Prof. Dr. Bartolomeu Ferreira Uchôa Filho - CTC/UFSC
Prof. Dr. Cecílio José Lins Pimentel - DES/UFPE
Prof. Dr. Celso de Almeida - FEEC/UNICAMP
Prof. Dr. Reginaldo Palazzo Jr. - FEEC/UNICAMP
Prof. Dr. Renato Baldini Filho - FEEC/UNICAMP
Prof. Dr. Walter da Cunha Borelli - FEEC/UNICAMP

Campinas, 25 de Fevereiro de 2000.

Agradecimentos

Em primeiro lugar gostaria de agradecer a toda minha família, especialmente aos meus pais Hélio e Tais, a minha esposa Juliana, pelo constante apoio e incentivo ao meu trabalho. Ao meu orientador, Prof. Jaime, pelas suas importantes contribuições, dedicação e paciência. A todos os meus amigos e colegas que acompanharam, incentivaram e compartilharam continuamente desta conquista. Agradeço a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pela bolsa de estudos e pelos recursos que financiaram este projeto.

Resumo

Neste trabalho desenvolvemos um estudo sobre esquemas de modulação codificada com proteção desigual de erros. Investigamos esquemas práticos TDCM (Time Division Coded Modulation) e SCM (Superposition Coded Modulation), propondo um método de comparação de desempenho baseado na taxa de corte de canal. Propomos esquemas eficientes SCM para aplicação em canais de radiodifusão digital. Os esquemas utilizam construção multinível associada a partições não convencionais de uma constelação 32-QAM não uniforme. Os esquemas têm uma estrutura de decodificação multiestágio em paralelo, com atraso de decodificação reduzido em relação à decodificação multiestágio convencional. Este paralelismo possibilita o uso de códigos turbo como códigos componentes da construção multinível. Apresentamos um novo algoritmo de decodificação multiestágio para esquemas multiníveis com códigos turbo, associados a partições convencionais. O algoritmo possui excelente compromisso entre desempenho e atraso de decodificação. Também abordamos critérios de construção de esquemas multiníveis com códigos turbo em canais com ruído impulsivo.

Abstract

In this work we develop a study of coded modulation schemes for unequal error protection. We investigate practical TDCM (Time Division Coded Modulation) and SCM (Superposition Coded Modulation) schemes, proposing a performance comparison method based on the channel cutoff rate. We propose efficient SCM schemes for application in digital broadcasting channels. The schemes use multilevel coding associated with nonstandard partitions of a nonuniform 32-QAM constellation. The schemes have a parallel multistage decoding structure, which allows a reduced decoding delay when compared to standard multistage decoding. This parallelism is suitable for the use of turbo codes as component codes of the multilevel construction. We present a new multistage decoding algorithm for multilevel schemes with turbo codes which is associated with conventional partitions. The algorithm has an excellent tradeoff between performance and decoding delay. We also investigate design criteria for multilevel schemes with turbo codes over channels with impulsive noise.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Comunicações Digitais	1
1.2	Sistemas Multiusuários	2
1.3	Motivações e Objetivos do Trabalho	3
1.4	Organização da Tese	4
1.5	Resumo das Contribuições	5
2	Conceitos Básicos	8
2.1	Teoria de Informação de Redes	8
2.1.1	Canais de Radiodifusão Digital	9
2.2	Modelo do canal AWGN	12
2.3	Codificação Multinível	13
2.4	Decodificação Multiestágio	15
2.5	Codificação Turbo	15
2.5.1	Estrutura do Codificador	15
2.5.2	Estrutura do Decodificador	17
2.5.3	Algoritmo de Decodificação Iterativo	17
3	Comparação de Desempenho entre Esquemas SCM e TDCM	20
3.1	Introdução	20
3.2	Esquemas com Duas Classes de Proteção	21
3.2.1	Definição do Problema	21

3.2.2	Comparação usando Fator λ	22
3.2.3	Comparação usando Taxa de Corte de Canal	25
3.3	Esquemas com Três ou Mais Classes de Proteção	33
3.3.1	Definição do Problema	33
3.3.2	Comparação de Esquemas SCM e TDCM	33
3.3.3	Comparação de Esquemas PSCM com SCM/TDCM	36
3.4	Comparação para Canais com Ruído Impulsivo	40
3.4.1	Modelo do Canal com Ruído Impulsivo	40
3.4.2	Canais de Interferência de Bloco	41
3.4.3	Modelo para a Fórmula de Capacidade	43
3.4.4	Comparação usando Taxa de Corte	49
3.5	Exemplo de Comparação através de Simulação	55
3.6	Considerações Finais	56
4	Construção Eficiente de Esquemas SCM	60
4.1	Introdução	60
4.2	Fundamentos Teóricos	61
4.2.1	Partições Não Convencionais	61
4.2.2	Limitante Teórico para a Probabilidade de Erro	64
4.3	Construção de Esquemas SCM	64
4.3.1	Esquema Proposto	65
4.3.1.1	Estrutura da Partição Não Convencional	66
4.3.1.2	Limitante Superior para Probabilidade de Erro de Bloco	67
4.3.1.3	Construção Multinível	70
4.3.1.4	Estrutura do Codificador	72
4.3.1.5	Estrutura do Decodificador	80
4.3.1.6	Resultados de Simulação	80
4.4	Novos Padrões de Puncionamento	83

4.5	Esquema Proposto com Partição Mista	84
4.5.1	Distribuição de taxas	84
4.5.2	Limitante Superior para a Probabilidade de erro	89
4.6	Aplicação de Códigos Turbo	91
4.7	Desempenho em Canais Não Lineares	93
4.8	Decodificação Multiestágio para Códigos Turbo	100
4.9	Considerações Finais	103
5	Esquemas Codificados para Canais com Ruído Impulsivo	108
5.1	Introdução	108
5.2	Esquemas Codificados para Ruído Impulsivo	109
5.3	Aplicação de Códigos Turbo para Ruído Impulsivo	111
5.4	Desempenho do Algoritmo NMD para Ruído Impulsivo	123
5.5	Considerações Finais	125
6	Conclusões	126
6.1	Sugestões para Trabalhos Futuros	129
A	Algoritmo BCJR	130
B	Limitante Superior para Probabilidade de Erro: 8-PSK	132
C	Limitante Superior para Probabilidade de Erro: 32-QAM	138

Lista de Figuras

2.1	- Estrutura do codificador multinível.	14
2.2	- Estrutura do decodificador multiestágio.	14
2.3	- Estrutura do codificador turbo.	16
2.4	- Codificador convolucional recursivo sistemático.	16
2.5	- Estrutura do decodificador turbo.	19
3.1	- Comparação para codificação de canal ideal, $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$	26
3.2	- Comparação para casos práticos de codificação de canal com $\lambda = 2$ e $f = 1$	26
3.3	- Comparação usando fator λ e R_0 para $r_1 = r_2 = 0,5$	30
3.4	- Comparação usando fator λ e R_0 para $r_1 = r_2 = 1$	30
3.5	- Comparação usando fator λ e R_0 para $r_1 = r_2 = 2$	31
3.6	- Comparação usando fator λ e R_0 para $r_1 = 1,5$ e $r_2 = 2,5$	31
3.7	- Comparação usando fator λ e R_0 para $r_1 = 2$ e $r_2 = 4$	32
3.8	- Comparação usando fator λ e R_0 para $r_1 = r_2 = 4$	32
3.9	- Comparação entre TDCM e SCM para $r_1 = r_2 = r_3 = 0,33$	35
3.10	- Comparação entre TDCM e SCM para $r_1 = r_2 = r_3 = 2$	35
3.11	- Comparação entre SCM e PSCM para $r_1 = r_2 = r_3 = 0,33$	38
3.12	- Comparação entre TDCM e PSCM para $r_1 = r_2 = r_3 = 0,33$	38
3.13	- Comparação entre SCM e PSCM para $r_1 = r_2 = r_3 = 2$	39
3.14	- Comparação entre TDCM e PSCM para $r_1 = r_2 = r_3 = 2$	39
3.15	- Comparação teórica para ruído impulsivo usando $r_1 = r_2 = 0,5$	45
3.16	- Comparação teórica para ruído impulsivo usando $r_1 = r_2 = 0,5$ e fator $\lambda = 2$	45

3.17 - Comparação teórica para ruído impulsivo usando $r_1 = r_2 = 1$	46
3.18 - Comparação teórica para ruído impulsivo usando $r_1 = r_2 = 1$ e fator $\lambda = 2$	46
3.19 - Comparação teórica para ruído impulsivo usando $r_1 = r_2 = 2$	47
3.20 - Comparação teórica para ruído impulsivo usando $r_1 = r_2 = 2$ e fator $\lambda = 2$	47
3.21 - Comparação teórica para ruído impulsivo usando $r_1 = r_2 = 4$	48
3.22 - Comparação teórica para ruído impulsivo usando $r_1 = r_2 = 4$ e fator $\lambda = 2$	48
3.23 - Taxa de corte da constelação 4-QAM para o canal com ruído impulsivo.	51
3.24 - Taxa de corte da constelação 8-QAM para o canal com ruído impulsivo.	51
3.25 - Comparação para ruído impulsivo usando R_0 e distribuição $r_1 = r_2 = 0,5$	52
3.26 - Comparação para ruído impulsivo usando R_0 e distribuição $r_1 = r_2 = 1$	52
3.27 - Comparação para ruído impulsivo usando R_0 e distribuição $r_1 = 0,5$ $r_2 = 1$	53
3.28 - Comparação para ruído impulsivo usando R_0 e distribuição $r_1 = 1$ $r_2 = 2$	53
3.29 - Comparação para ruído impulsivo usando R_0 e distribuição $r_1 = 1,5$ $r_2 = 2,5$	54
3.30 - Comparação para ruído impulsivo usando R_0 e distribuição $r_1 = 2$ $r_2 = 2$	54
3.31 - Comparação utilizando simulação para distribuição de taxas $r_1 = r_2 = 0,5$	58
4.1 - Partição binária não convencional da constelação 8 - PSK.	62
4.2 - Constelação 32-QAM não uniforme com quatro sub-constelações 8-PSK.	66
4.3 - Constelação 32-QAM não uniforme proposta por Wei.	67
4.4 - Partição binária não convencional dos níveis 1 e 2 da constelação 32-QAM.	68
4.5 - Taxas de corte $R_0^{1,2}$ e $R_0^{3,4,5}$ para diferentes valores de d_1/d_2	71
4.6 - Estrutura do codificador.	79
4.7 - Estrutura do codificador.	79
4.8 - Estrutura do decodificador.	81
4.9 - Resultados de simulação do esquema proposto.	82
4.10 - Limitante superior para novo padrão de funcionamento da classe B	85
4.11 - Constelação 32-QAM com partição mista.	87
4.12 - Desempenho do esquema com partição mista.	90

4.13 - Desempenho da classe A com códigos turbo.	90
4.14 - Curvas características AM/AM e AM/PM.	97
4.15 - Pré-distorção para compensação dos efeitos da não linearidade.	97
4.16 - Desempenho da classe A usando sub-constelações 8-PSK.	98
4.17 - Desempenho da classe A usando sub-constelações 8-QAM.	98
4.18 - Desempenho da classe B usando sub-constelações 8-PSK e 8-QAM.	99
4.19 - Atrasos da decodificação multiestágio para 3 níveis de partição.	99
4.20 - Atrasos da decodificação multiestágio usando códigos turbo com 3 iterações.	104
4.21 - Nova estrutura de decodificação multiestágio.	104
4.22 - Comparação de desempenho entre os algoritmos CMD e NMD.	105
4.23 - Desempenho da partição para 2 iterações do decodificador turbo.	105
4.24 - Desempenho da partição para 3 iterações do decodificador turbo.	106
4.25 - Desempenho da partição para 6 iterações do decodificador turbo.	106
5.1 - Curvas de taxa de corte da constelação 8-AM.	115
5.2 - Curvas de taxa de corte da constelação 8-AM.	115
5.3 - Curvas de taxa de corte da constelação 8-AM.	116
5.4 - Curvas de taxa de corte da constelação 8-AM.	116
5.5 - Desempenho dos esquemas multiníveis 8-AM para $p = 0, 1$ e $\gamma = 10$	119
5.6 - Curvas de taxa de corte da constelação 8-PSK.	121
5.7 - Curvas de taxa de corte da constelação 8-PSK.	121
5.8 - Desempenho dos esquemas multiníveis 8-PSK para $p = 0, 1$ e $\gamma = 10$	122
5.9 - Desempenho da classe A para o canal com ruído impulsivo.	124
5.10 - Desempenho da classe B para o canal com ruído impulsivo.	124
B.1 - Projeções vertical e horizontal dos pontos de sinal 8-PSK.	137
C.1 - Projeções vertical dos pontos de sinais 32-QAM.	138

Lista de Tabelas

3.1	- Número de sinais das constelações M-QAM associadas com r	29
3.2	- Comparação do ponto de cruzamento $\bar{e}_T/\bar{e}_S = 0$ dB para λ , R_0 e simulação.	29
3.3	- Esquemas PSCM para 3 classes de proteção.	37
3.4	- Comparação de desempenho entre esquemas SCM, TDCM e PSCM.	37
3.5	- Número de sinais da constelação M -QAM associada com r	50
3.6	- Intervalos de otimização de α_1 e α_2	50
3.7	- Valores ótimos de α_1 e α_2	56
3.8	- Esquemas TDCM simulados.	57
3.9	- Ganhos de superposição obtidos através de simulação.	57
4.1	- Distribuição ótima de taxas do esquema SCM multinível 32-QAM.	72
4.2	- Seqüências geradoras do código convolucional de taxa 3/4 com 8 estados.	72
4.3	- Tempo computacional para cálculo da distribuição de pesos.	76
4.4	- Distribuição de pesos do código dos níveis 1 e 2.	77
4.5	- Distribuição de pesos do código dos níveis 3, 4 e 5.	78
4.6	- Comparação da relação de potência pico-média.	82
4.7	- Novo padrão de funcionamento.	85
4.8	- Distribuição de pesos do código dos níveis 3, 4 e 5 para novo padrão de funcionamento.	86
4.9	- Distribuição ótima de taxas.	87
4.10	- Sequência geradora do código (3,2,2).	87
4.11	- Distribuição de pesos do código (3, 2, 2).	88

5.1	- Distribuição de taxas para o esquema 8-AM multinível.	112
5.2	- Parâmetros das curvas de taxa de corte.	112
5.3	- Distribuição de taxas para $p = 0,01$ e $\gamma = 10$	112
5.4	- Distribuição dos códigos BCH para $\gamma = 10$	113
5.5	- Distribuição dos códigos BCH para $\gamma = 100$	113
5.6	- Distribuição dos códigos BCH para $p = 1$	114
5.7	- Distribuição de taxas dos esquemas turbo 8-AM construídos.	119
5.8	- Distribuição de taxas dos esquemas turbo 8-AM construídos.	122
B.1	- Valor das métricas para o código de repetição (3,2).	137
B.2	- Número de padrões de D	137

Capítulo 1

Introdução

1.1 Comunicações Digitais

Os aspectos fundamentais para a determinação do desempenho de um sistema de comunicação são a eficiência com que a informação de uma dada fonte pode ser representada (codificação fonte) e a taxa com a qual a informação pode ser transmitida com confiabilidade através de um canal ruidoso (codificação de canal). Os limites fundamentais destes aspectos têm suas raízes na teoria de informação. A teoria de informação, originalmente conhecida como *teoria matemática de comunicações*, foi desenvolvida por Shannon [1]. Certamente a mais importante contribuição de Shannon para a teoria de comunicações foi estabelecer que a probabilidade de erro num canal de comunicação pode ser feita arbitrariamente baixa desde que a taxa de informação seja menor que a capacidade do canal. Shannon também estabelece que a codificação fonte, ou remoção da redundância da fonte, e a codificação de canal, ou introdução controlada de redundância para combater o ruído do canal, podem ser realizadas de forma independente. O princípio de separação entre codificação fonte e codificação de canal é válido tanto para sinais e canais analógicos como digitais.

Embora na prática a maioria dos canais de transmissão sejam analógicos por natureza, o uso de sistemas digitais traz inúmeras vantagens em relação aos sistemas analógicos. Uma vantagem importante dos sistemas digitais é que é possível adequar facilmente as formas de onda transmitidas às características do canal. Também podemos introduzir redundância na seqüência de dados ou de sinais, permitindo detectar e corrigir erros introduzidos pelo

canal. As operações no tempo, na frequência e de multiplexação podem se feitas com grande flexibilidade e com custos muito menores que em sistemas analógicos. Isso torna irreversível a digitalização dos sistemas analógicos ainda existentes.

1.2 Sistemas Multiusuários

A teoria de informação moderna classifica os sistemas de comunicação em sistemas *ponto-a-ponto* e sistemas *multiusuários*. Os sistemas multiusuário incluem, por exemplo, os canais de acesso múltiplo, canais de radiodifusão e redes de comunicações. Quando Shannon estabeleceu o critério teórico ótimo da separação da codificação fonte e da codificação de canal, seu resultado era válido apenas para códigos extremamente longos e complexos, e para sistemas de comunicação ponto-a-ponto. Os sistemas ponto-a-ponto têm sido exaustivamente estudados no que se refere aos aspectos de modulação e codificação. Muitas técnicas de construção e critérios de desempenho já estão definidos para diversos modelos de canais de comunicação. Atualmente os sistemas multiusuário têm tido especial interesse devido ao desenvolvimento das redes integradas de serviço de dados e sistemas de radiodifusão digital. Podemos citar em especial a radiodifusão terrestre de sinais digitais de televisão de alta definição (do inglês: High Definition TeleVision - HDTV), os sistemas de comunicação inteligente e os sistemas multimídia.

Para ambientes de radiodifusão onde a fonte transmite para diferentes receptores, localizados à distâncias distintas do transmissor, Cover [2] estabeleceu que os cenários ótimos são de caráter multiresolução (do inglês: Multiresolution) ou também denominados com proteção desigual de erros (do inglês: Unequal Error protection - UEP). Isso justifica a escolha de um esquema de codificação fonte multiresolução associado a um esquema de transmissão multiresolução. Portanto em contraste com os sistemas ponto-a-ponto, os sistemas multiusuários exigem um tratamento conjunto da codificação fonte e da codificação de canal, de maneira a se utilizar eficientemente a redundância do canal.

1.3 Motivações e Objetivos do Trabalho

Os recentes avanços nas técnicas de compressão de vídeo associados ao uso de esquemas de modulação codificada eficientes em largura de faixa têm estimulado a idéia da televisão digital de alta definição. Até então havia pouco interesse nos sistemas de radiodifusão digital [3]. Conforme discutimos na Seção 1.2, estes sistemas são por natureza sistemas multiresoluções. Considere como exemplo um sistema de HDTV com dois receptores situados a distâncias diferentes do transmissor. Em situações normais de transmissão, tanto o receptor mais próximo quanto o receptor mais distante recuperam o sinal de HDTV sem erros. Sob condições adversas, por exemplo mau tempo, é desejável que o receptor mais distante recupere pelo menos as características fundamentais da imagem, ou seja, a imagem de baixa definição. Esta é uma das motivações principais deste trabalho para o estudo de esquemas codificados com proteção desigual de erros. As pesquisas nesta área são recentes e ainda não se têm padrões bem definidos para estes sistemas.

Outra motivação são os sistemas de comunicações inteligentes. Um exemplo seriam pessoas se comunicando utilizando linguagem natural, onde nem toda a informação é necessária para o entendimento da mensagem. A nível de caracteres, se algumas das letras estão faltando ou estão incorretas, a palavra ainda pode ser reconhecida por um receptor humano. A nível de palavras, nem todas as palavras são necessárias para o entendimento de uma frase. Isso mostra que no cenário de comunicações, a variação de importância da informação ocorre naturalmente.

Em sistemas multimídia a fonte de informação multimídia provém de diferentes meios [4]. Como cada meio possui importância distinta é interessante proteger cada um deles com um nível de proteção proporcional à sua importância (códigos com diferentes capacidades de correção). A natureza multiresolução da fonte multimídia justifica a utilização de esquemas de transmissão digital com UEP. Como a seqüência de meios na fonte é aleatória, o código utilizado em cada quadro precisa ser estimado na recepção. A característica de UEP da modulação pode ser usada na recepção para estimar qual o código utilizado em cada quadro.

Este método possui a vantagem de não diminuir a taxa de informação, o que é extremamente importante em comunicação multimídia.

Existem basicamente duas estratégias para a construção de esquemas com UEP. A primeira estratégia é utilizar esquemas de modulação codificada com multiplexação no tempo (do inglês: Time Division Multiplexing - TDM) ou multiplexação em frequência (do inglês: Frequency Division multiplexing - FDM). Em ambos os casos, é possível considerar que as classes de informação são transmitidas através de canais independentes. Em [5] Bergmans e Cover estabelecem a equivalência teórica entre esquemas TDM e FDM. Portanto em nosso estudo vamos considerar apenas esquemas TDM. A segunda estratégia é utilizar esquemas de modulação codificada com superposição de informação. Esquemas com superposição serão doravante designados por esquemas SCM (do inglês: Superposition Coded Modulation - SCM) e esquemas com multiplexação temporal como esquemas TDCM (do inglês: Time Division Coded Modulation).

O objetivo deste trabalho é tentar identificar, discutir e propor soluções para alguns dos principais problemas envolvidos no projeto de esquemas com UEP ainda em aberto. Definimos basicamente quatro aspectos de importância para estudo: comparação teórica de desempenho entre as técnicas de construção de esquemas com UEP para o canal com ruído Gaussiano branco aditivo (do inglês: Additive White Gaussian Noise - AWGN) e para canais com ruído impulsivo; construção de esquemas com altos ganhos de codificação e baixa complexidade de decodificação; análise de desempenho dos esquemas construídos através de limitantes superiores para probabilidade de erro; redução do atraso de decodificação.

1.4 Organização da Tese

No Capítulo 2 apresentamos alguns conceitos fundamentais sobre a teoria de informação de redes, em especial para o caso de canais de radiodifusão digital. Descrevemos as principais estratégias utilizadas para a construção de esquemas com proteção desigual de erros. Apresentamos uma breve descrição dos conceitos de codificação multinível e decodificação

multiestágio que utilizaremos no Capítulo 4. Também introduzimos o conceito de codificação turbo e decodificação iterativa que fazem parte de nossa proposta de construção eficiente de esquemas com UEP.

No Capítulo 3 propomos um método de comparação de desempenho entre esquemas práticos com UEP para aplicação no canal AWGN e em canais com ruído impulsivo. Esta comparação constitui um ponto fundamental no projeto de esquemas com UEP, pois nos permite definir qual a estratégia mais adequada a ser utilizada.

No Capítulo 4 apresentamos uma proposta de construção de um esquema SCM multinível, com taxas típicas para aplicação em HDTV. O esquema utiliza uma constelação de sinais não uniforme associada a uma partição não convencional. Abordamos o problema da escolha e construção de códigos. Também propomos o uso de códigos turbo como códigos componentes da construção multinível. Apresentamos um novo algoritmo de decodificação multiestágio para códigos turbo, com atraso de decodificação reduzido.

No Capítulo 5 abordamos a construção de esquemas multiníveis com códigos turbo para aplicação em canais com ruído impulsivo. O objetivo deste estudo é estabelecer critérios de construção para serem utilizados em esquemas com UEP. O ruído impulsivo é um problema inerente em sistemas de radiodifusão digital como HDTV.

No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões e as sugestões para trabalhos futuros.

1.5 Resumo das Contribuições

As seguintes contribuições foram feitas nesta tese:

- Apresentamos um método de comparação de desempenho entre esquemas TDCM e SCM para canais AWGN e canais com ruído impulsivo. Este método é baseado no uso da *taxa de corte de canal* e prevê muito bem o desempenho de esquemas codificados práticos. O uso da taxa de corte permite também estender a comparação para outros

tipos de canais. Esta comparação nos permite definir qual a melhor estratégia a ser utilizada na construção prática de esquemas com proteção desigual de erros.

- Propomos a construção eficiente de um esquema SCM com taxas típicas para aplicação em HDTV. O esquema utiliza uma constelação de sinais 32-QAM não uniforme e construção multinível associada a uma partição não convencional. O uso da partição não convencional reduz o número de vizinhos mais próximos normalmente associados com partições convencionais. A estrutura da partição não convencional proporciona um paralelismo na estrutura de decodificação multiestágio, o que representa uma redução considerável no atraso de decodificação. Também propomos o uso de partições mistas, convencionais e não convencionais, para determinados esquemas com UEP. Esta forma de construção possibilita se atingir com esquemas bidimensionais ganhos de codificação equivalentes a esquemas similares multidimensionais. A constelação 32-QAM proposta possui uma relação de potência pico-média reduzida. Isso é uma vantagem para aplicações em canais não lineares, como por exemplo em canais de radiodifusão terrestre de televisão. Além disso esquemas bidimensionais são mais fáceis de serem implementados na prática.
- Derivamos limitantes teóricos para probabilidade de erro no canal AWGN e mostramos através de simulação que os limitantes obtidos são bastante precisos. Isso constitui uma ferramenta importante para a rápida análise dos esquemas propostos.
- Dada a estrutura peculiar da construção multinível associada com a partição não convencional, nos preocupamos especialmente com o problema da escolha dos códigos. Propomos a utilização de um único código convolucional e versões puncionadas deste. Normalmente não se está interessado na questão da distância livre e distribuição de pesos de códigos puncionados e sim no ganho de taxa. Para o nosso caso a distância livre e a distribuição de pesos é de suma importância para se obter os melhores ganhos de codificação. Isso nos levou a uma busca por padrões de puncionamento que não provo-

cassem um queda drástica da distância livre do código. Encontramos novos padrões de puncionamento através de busca computacional, que geram códigos com boa distância livre. Estes padrões são também resultados novos relacionados à construção de códigos. Nosso método de busca para padrões de puncionamento abre caminho para se encontrar novos códigos com altas taxas e sem grande perda na capacidade de correção.

- Com o objetivo de se atingir altos ganhos de codificação sem grande aumento de complexidade, propomos o uso de códigos turbo como códigos componentes da construção multinível. Também apresentamos um novo algoritmo de decodificação multiestágio para esquemas que utilizam códigos turbo como códigos componentes da construção multinível. Este novo algoritmo possui uma importante vantagem em relação a decodificação multiestágio convencional, que é a grande redução no atraso de decodificação. O novo algoritmo tem um excelente compromisso entre desempenho e redução do atraso de decodificação.
- Desenvolvemos um estudo sobre a construção de esquemas multiníveis com códigos turbo para aplicação em canais com ruído impulsivo. Mostramos que o critério de distribuição de taxas utilizando taxa de corte de canal se aplica muito bem neste caso, prevendo com bastante precisão o desempenho dos esquemas práticos simulados. Este estudo pode ser aplicado na construção de esquemas SCM para canais com ruído impulsivo.
- Resultados parciais da tese foram publicados em [6], [7] e [8].

Capítulo 2

Conceitos Básicos

Neste capítulo apresentamos alguns conceitos fundamentais da teoria de informação de redes para canais de acesso múltiplo e canais de difusão, em particular para o caso de canais de radiodifusão. Descrevemos as principais estratégias usadas na construção de esquemas com proteção desigual de erros. Apresentamos os conceitos de codificação multinível e decodificação multiestágio utilizados no Capítulo 4. Introduzimos o conceito de codificação turbo e decodificação iterativa, que faz parte da nossa proposta de construção eficiente de esquemas com UEP.

2.1 Teoria de Informação de Redes

Um sistema com muitos transmissores e receptores introduz novos elementos no problema de comunicações, como interferência, cooperação e realimentação. Estes aspectos são tratados pela *teoria de informação de redes*. De maneira geral o problema é facilmente definido. Dado diversos transmissores e receptores e a matriz de transição do canal que descreve os efeitos de interferência e o ruído na rede, decida se as fontes de transmissão podem ou não transmitir através do canal e com que taxa. Este problema envolve codificação fonte distribuída (compressão de dados) bem como comunicação distribuída (encontrar a região de capacidade da rede). Este problema geral ainda não tem solução conhecida. Exemplos de redes de comunicação incluem redes de computadores, redes de satélites e o sistema telefônico.

Considere que várias estações terrestres queiram se comunicar com um mesmo satélite através de um canal comum. Este tipo de canal é conhecido como canal de múltiplo acesso. Algumas questões a serem respondidas são como os vários transmissores cooperam entre si para enviar informação ao receptor, quais taxas de comunicação são simultaneamente atingidas e que limitações a interferência entre os transmissores coloca na taxa total de comunicação. Em contraste podemos considerar um único transmissor se comunicando com vários receptores. Este tipo de canal é denominado canal de difusão, como por exemplo radiodifusão de sinais de televisão. Neste caso as questões fundamentais a serem respondidas são como o transmissor codifica a informação para diferentes receptores num sinal comum e quais são as taxas na qual a informação pode ser enviada para cada receptor. Existem ainda outros tipos de canais que são tratados pela teoria de comunicação de redes. Contudo são conhecidas apenas algumas respostas para questões sobre as taxas de comunicação atingíveis e as estratégias de codificação apropriadas.

2.1.1 Canais de Radiodifusão Digital

É sempre desejável manter a comunicação em situações adversas, mesmo que se transmita pouca informação. Num sistema de comunicação ponto-a-ponto bidirecional, onde temos o canal de comunicação reverso, isso é possível utilizando-se o método chamado *fallback*. Neste método, o receptor monitora as condições de transmissão. Quando as condições tornam-se inaceitáveis, o receptor requisita ao transmissor, através do canal reverso, que reduza a taxa de transmissão. Por razões de complexidade, a redução é obtida utilizando-se uma modulação digital com menor número de sinais. Para a mesma potência de transmissão do sinal, uma modulação menor implica numa distância Euclidiana maior entre os pontos de sinais e portanto num aumento do desempenho do receptor em termos da taxa de erros.

Radiodifusão digital difere da transmissão digital ponto-a-ponto no sentido que diferentes receptores utilizam canais cuja capacidade decresce com a distância do emissor. Além disso, num ambiente digital a transição da recepção confiável para não confiável é muito abrupta, criando o chamado efeito limiar. Considere como exemplo um sistema de radiodifusão digital

de sinais de HDTV com dois receptores situados a distâncias distintas do transmissor. Em situações normais de transmissão, tanto o receptor mais próximo quanto o receptor mais distante recuperam o sinal sem erros. Sob condições adversas, por exemplo mau tempo, é desejável que o receptor mais distante recupere pelo menos as características fundamentais da imagem, ou seja, a imagem de baixa definição. Se um sistema digital de transmissão por radiodifusão é projetado levando-se em conta os limites da área de cobertura do sinal, teremos uma redução na eficiência espectral em áreas mais próximas do receptor. Neste caso a única maneira de se garantir a comunicação durante todo o tempo é classificar a informação transmitida em várias classes de proteção e dar a cada classe um tratamento diferenciado. Desta forma é possível que a classe mais importante possa ser recuperada em cada receptor mesmo sob condições de recepção ruins. Para se utilizar a técnica de proteção desigual de erros é necessário classificar a informação da fonte, de acordo com critérios predefinidos, de maneira a se definir quantos níveis de proteção se deseja estabelecer e qual a proteção aplicada a cada nível.

Cover [2] introduziu o problema de uma única fonte de informação se comunicando simultaneamente com dois ou mais receptores. Considere duas estações transmissoras com potência total P e largura de faixa total W . Suponha que o transmissor i , $i = 1, 2$, está transmitindo para o receptor i num canal com ruído Gaussiano aditivo branco com densidade espectral de potência unilateral N_i , $N_1 \leq N_2$. A capacidade de cada canal operando sozinho, ou seja, utilizando a potência total P e a largura de faixa total W , é dada pela expressão de capacidade de Shannon,

$$C_i = W \log_2 \left(1 + \frac{P}{N_i W} \right), \text{ bits/s, } i = 1, 2. \quad (2.1)$$

Contudo, se um transmissor utiliza toda a potência e largura de faixa, o outro canal é utilizado com taxa zero. A questão é qual conjunto de taxas (R_1, R_2) é atingido simultaneamente. Obviamente duas distribuições atingíveis são $(C_1, 0)$ e $(0, C_2)$. A primeira estratégia para compartilhar o canal seria utilizar multiplexação temporal, ou seja, o canal 1 utiliza a

potência P e a largura de faixa W numa fração de tempo τ_1 e o canal 2 numa fração de tempo $\tau_2 = 1 - \tau_1$. Assim qualquer par de taxas $R_1 = \tau_1 C_1$ e $R_2 = \tau_2 C_2$ pode ser atingido. A segunda estratégia é utilizar multiplexação em frequência. Neste caso cada transmissor i opera com potência P_i numa largura de faixa W_i , onde $P = P_1 + P_2$ e $W = W_1 + W_2$. O conjunto de taxas atingíveis é dado por

$$R_1 = W_1 \log_2 \left(1 + \frac{P_1}{N_1 W_1} \right)$$

$$R_2 = W_2 \log_2 \left(1 + \frac{P_2}{N_2 W_2} \right).$$

A terceira estratégia é o uso de esquemas com superposição de informação, em que cada transmissor faz uso da largura de faixa total. Na decodificação, cada sinal é decodificado separadamente como se os outros sinais fossem interferência. Isso leva ao conjunto de taxas

$$\tilde{R}_1 = W \log_2 \left(1 + \frac{P_1}{W N_1 + P_2} \right)$$

$$\tilde{R}_2 = W \log_2 \left(1 + \frac{P_2}{W N_2 + P_1} \right)$$

onde $P_1 + P_2 = P$. Contudo, este esquema de decodificação é dominado por um esquema que subtrai estimativas do outro sinal. Assim temos o conjunto de taxas

$$\tilde{R}_1 = W \log_2 \left(1 + \frac{P_1}{W N_1} \right)$$

$$\tilde{R}_2 = W \log_2 \left(1 + \frac{P_2}{W N_2 + P_1} \right)$$

para $N_1 < N_2$.

Em [5] Bergmans e Cover estabeleceram que multiplexação em frequência é equivalente à multiplexação no tempo quando a alocação de potência é proporcional à alocação de faixa, e que é melhor que multiplexação no tempo quando a alocação de potência é ligeiramente desproporcional em relação à alocação de faixa, em favor do canal mais ruidoso. Cover também concluiu que esquemas com superposição podem transmitir com taxas estritamente dominantes à esquemas com multiplexação em frequência ou multiplexação no tempo.

2.2 Modelo do canal AWGN

Neste trabalho vamos considerar o modelo discreto do canal AWGN [9]. Para um dado sinal transmitido $s(t)$ temos no receptor um sinal recebido

$$r(t) = s(t) + \eta(t), \quad 0 \leq t \leq T$$

onde $\eta(t)$ é um processo aleatório Gaussiano estacionário cuja densidade espectral de potência é essencialmente uniforme através de uma largura de faixa muito maior que a largura de faixa do sinal. A representação vetorial do canal é dada por

$$\mathbf{r} = \mathbf{s} + \boldsymbol{\eta},$$

onde

- $\mathbf{r} = (r_x, r_y)$ é o vetor recebido bidimensional;
- $\mathbf{s} = (s_x, s_y)$ é o vetor transmitido;
- $\boldsymbol{\eta} = (\eta_x, \eta_y)$ é o vetor ruído, onde η_x e η_y são variáveis Gaussianas independentes de média zero e variâncias $\sigma^2 = N_0/2$.
- N_0 é a densidade espectral de potência unilateral do ruído;

2.3 Codificação Multinível

Para descrever a codificação multinível considere um esquema com constelação de sinais 8-PSK associada a uma partição uniforme com rotulamento de cada ponto de sinal definido como os códigos de Ungerboeck. Considere a expansão binária de qualquer inteiro em $b_2b_1b_0$. Um código multinível de três níveis consiste de códigos com componentes binárias \mathbf{C}_0 , \mathbf{C}_1 e \mathbf{C}_2 com distâncias de Hamming d_{H_0} , d_{H_1} e d_{H_2} , e taxas k_0/n , k_1/n e k_2/n , respectivamente. Os dados de entrada \mathbf{I} são particionados em três seqüências \mathbf{i}_0 , \mathbf{i}_1 e \mathbf{i}_2 que são codificadas por \mathbf{C}_0 , \mathbf{C}_1 e \mathbf{C}_2 para produzir as seqüências de dados de saída \mathbf{b}_0 , \mathbf{b}_1 e \mathbf{b}_2 . A seqüência de n -bits de dados codificados

$$\mathbf{b}_0 = (b_0^1, \dots, b_0^n)$$

$$\mathbf{b}_1 = (b_1^1, \dots, b_1^n)$$

$$\mathbf{b}_2 = (b_2^1, \dots, b_2^n)$$

selecionam n pontos de sinais para serem transmitidos, $\bar{\mathbf{x}} = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n)$, onde o sinal 8-PSK selecionado a cada instante i , \mathbf{x}_i , é indexado por

$$b^i = 4b_2^i + 2b_1^i + b_0^i.$$

Isso resulta num esquema de modulação codificada em blocos (BCM) de $2n$ -dimensões. A distância de Hamming mínima (distância livre) entre duas seqüências quaisquer de sinais codificados ou a diversidade de tempo implícita da modulação codificada é dada por

$$d_H = \min(d_{H_0}, d_{H_1}, d_{H_2}).$$

Isso é facilmente visto notando-se que se a seqüência de informação codificada \mathbf{I} tem um erro na seqüência \mathbf{i}_0 então a seqüência do código transmitida e a seqüência do código decodificada

devem diferir de pelo menos d_{H_0} posições de símbolos. Resultado similar é obtido para \mathbf{i}_1 e \mathbf{i}_2 . A taxa total de transmissão em bits/símbolo é

$$R = \sum_{j=0}^2 k_j/n = \frac{k_0 + k_1 + k_2}{n},$$

onde n é o comprimento da palavra código e $R_i = k_i/n$ é a taxa do código \mathbf{C}_i . A Figura 2.1 mostra a estrutura completa do transmissor multinível.

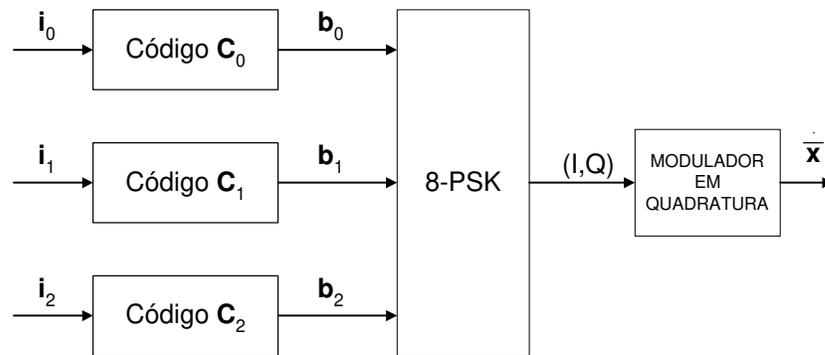


Figura 2.1 - Estrutura do codificador multinível.

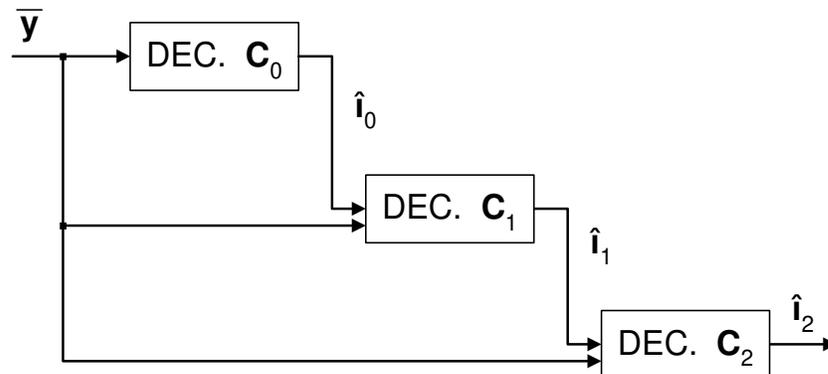


Figura 2.2 - Estrutura do decodificador multiestágio.

2.4 Decodificação Multiestágio

A decodificação multiestágio da modulação codificada 8-PSK de três níveis é feita decodificando-se as componentes dos códigos uma de cada vez. Primeiro o código \mathbf{C}_0 é decodificado seguido de \mathbf{C}_1 e então \mathbf{C}_2 . A decodificação de \mathbf{C}_0 é realizada pelo particionamento do espaço de $2^{k_0+k_1+k_2}$ palavras código em 2^{k_0} conjuntos, cada conjunto S_i consistindo de $2^{k_1+k_2}$ palavras código. Seja o índice i uma representação inteira da i -ésima palavra código gerada por \mathbf{C}_0 . Então, todas as $2^{k_1+k_2}$ palavras código em S_i tem seus bits menos significativos sendo determinados por \mathbf{C}_0 . Os outros bits são endereçados por todas as $2^{k_1+k_2}$ possíveis palavras códigos dos códigos \mathbf{C}_1 e \mathbf{C}_2 respectivamente. A decodificação é feita escolhendo-se o conjunto S_i que é mais provável, dada uma sequência observada \mathbf{Y} . Na decodificação de \mathbf{C}_1 é assumido que a sequência decodificada correspondente a \mathbf{C}_0 está correta. As palavras código são agora particionadas em 2^{k_1} conjuntos, onde cada conjunto S_i consiste de 2^{k_2} palavras código. Após a decodificação de \mathbf{C}_0 e \mathbf{C}_1 é decodificado \mathbf{C}_2 . A Figura 2.2 mostra a estrutura do decodificador multiestágio.

2.5 Codificação Turbo

2.5.1 Estrutura do Codificador

Os códigos turbo foram propostos em [10] como uma maneira de se atingir altos ganhos de codificação com baixa complexidade de codificação. Os códigos turbo podem ser definidos como um refinamento da técnica de concatenação associada a um algoritmo de decodificação iterativo. O esquema original proposto em [10] consiste de um codificador com concatenação em paralelo de dois códigos convolucionais recursivos sistemáticos (do inglês: Recursive Systematic Convolutional code - RSC code) separados por um embaralhador aleatório, conforme mostra a Figura 2.3. De maneira geral temos a sequência de informação de entrada, $\bar{\mathbf{d}} = (\mathbf{d}_1, \dots, \mathbf{d}_N)$, onde $\mathbf{d}_i = (d_i^0, \dots, d_i^{(k-1)})$ representa os blocos de k bits de informação. Na saída do codificador \mathbf{C}_1 temos a sequência de bits de informação e de paridade $\bar{\mathbf{x}}_{1i} = (\mathbf{d}_1, \dots, \mathbf{d}_N)$ e $\bar{\mathbf{x}}_{1p} = (\mathbf{x}_{1p}^1, \dots, \mathbf{x}_{1p}^N)$, onde $\mathbf{x}_{1p}^i = (x_{1p}^{i0}, \dots, x_{1p}^{i[(n-k)-1]})$

representa os blocos de $(n - k)$ bits de paridade. Os bits de paridade na saída do codificador \mathbf{C}_2 são representados por $\bar{\mathbf{x}}_{2p} = (\mathbf{x}_{2p}^1, \dots, \mathbf{x}_{2p}^N)$, onde $\mathbf{x}_{2p}^i = (x_{2p}^{i0}, \dots, x_{2p}^{i[(n-k)-1]})$. Portanto teremos, para o codificador \mathbf{C}_1 , uma sequência transmitida $\bar{\mathbf{x}} = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N)$, onde $\mathbf{x}_i = (x_i^0, \dots, x_i^{(n-1)}) = (d_i^0, \dots, d_i^{(k-1)}, x_{1p}^{i0}, \dots, x_{1p}^{i[(n-k)-1]})$. No receptor a entrada para o decodificador do código \mathbf{C}_1 é representada por $\bar{\mathbf{y}} = (\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_N)$, onde $\mathbf{y}_i = (y_i^0, \dots, y_i^{(n-1)})$. Podemos separar $\bar{\mathbf{y}}$ em dois termos, $\bar{\mathbf{y}}_{1i} = (\mathbf{y}_{1i}^0, \dots, \mathbf{y}_{1i}^N)$ e $\bar{\mathbf{y}}_{1p} = (\mathbf{y}_{1p}^0, \dots, \mathbf{y}_{1p}^N)$, onde $\mathbf{y}_{1i}^i = (y_{1i}^{i0}, \dots, y_{1i}^{i(k-1)})$ e $\mathbf{y}_{1p}^i = (y_{1p}^{i0}, \dots, y_{1p}^{i[(n-k)-1]})$. O raciocínio é análogo para o decodificador do código \mathbf{C}_2 , com $\bar{\mathbf{y}}_{2i} = (\mathbf{y}_{2i}^0, \dots, \mathbf{y}_{2i}^N)$ e $\bar{\mathbf{y}}_{2p} = (\mathbf{y}_{2p}^0, \dots, \mathbf{y}_{2p}^N)$, onde $\mathbf{y}_{2i}^i = (y_{2i}^{i0}, \dots, y_{2i}^{i(k-1)})$ e $\mathbf{y}_{2p}^i = (y_{2p}^{i0}, \dots, y_{2p}^{i[(n-k)-1]})$. A estrutura do codificador convolucional recursivo sistemático é mostrada na Figura 2.4 para um código de taxa 1/2 com 16 estados [12].

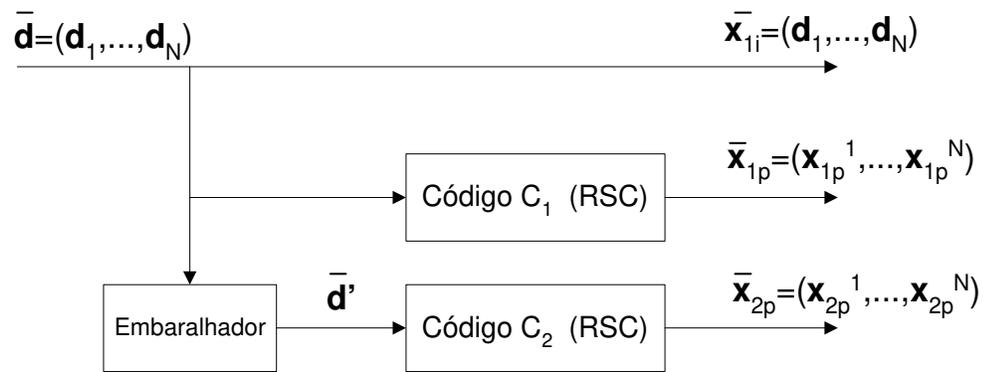


Figura 2.3 - Estrutura do codificador turbo.

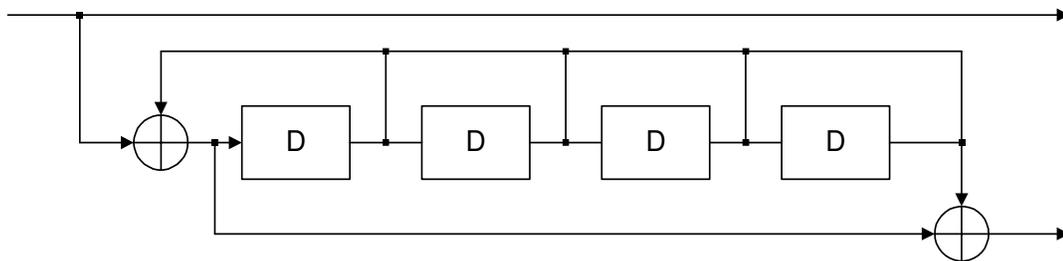


Figura 2.4 - Codificador convolucional recursivo sistemático.

2.5.2 Estrutura do Decodificador

O decodificador turbo utiliza o algoritmo BCJR [11], também denominado algoritmo MAP (do inglês: Maximum A Posteriori), que minimiza a probabilidade de erro de símbolo. A maioria das publicações sobre códigos turbo apresentam esquemas e simulações utilizando códigos binários ($k = 1$). Neste caso o algoritmo MAP tem uma implementação bastante simplificada [12]. Contudo existem algumas modificações no algoritmo MAP quando se utiliza códigos com treliças não binárias ($k > 1$). O algoritmo BCJR apresentado em [13], para o caso de treliças não binárias, que usaremos nas simulações de esquemas com códigos turbo dos Capítulos 4 e 5, está descrito no Apêndice A.

2.5.3 Algoritmo de Decodificação Iterativo

A partir da estrutura do algoritmo MAP podemos descrever o funcionamento do decodificador turbo. Para cada $\mathbf{d}_i = j$ o algoritmo MAP calcula a probabilidade $\Pr \{ \mathbf{d}_i = j | \bar{\mathbf{y}} \}$ que engloba três componentes, a probabilidade *a priori*, informação sistemática e informação extrínseca. A informação sistemática representa a parcela da informação obtida através da medida do canal e a informação extrínseca representa a parcela da informação gerada no processo de decodificação. O princípio do decodificador turbo é que um decodificador utilize a informação extrínseca gerada pelo outro decodificador como um refinamento das probabilidades a priori. Se a informação recebida $\bar{\mathbf{y}}_{2i}$ não for passada para o segundo decodificador juntamente com $\bar{\mathbf{y}}_{2p}$ então não apenas a informação extrínseca mas também a informação sistemática deve ser passada como refinamento da probabilidade a priori para o segundo decodificador. Denotando a componente extrínseca com a letra "e", a componente a priori com a letra "a" e a componente sistemática com a letra "s", vamos expressar as probabilidades a posteriori calculadas pelo algoritmo MAP como

$$L_{e\&s\&a}(\mathbf{d}_i = j) = \log \Pr \{ \mathbf{d}_i = j | \bar{\mathbf{y}} \}.$$

Vamos definir também as probabilidade a priori como

$$L_a(\mathbf{d}_i = j) = \log \Pr \{ \mathbf{d}_i = j \}.$$

Supondo que a informação \mathbf{x}_i não é passada para o segundo decodificador juntamente com \mathbf{y}_{2i} , podemos expressar a informação passada do primeiro decodificador para o segundo decodificador como

$$L_{e\&s}(\mathbf{d}_i = j) = L_{e\&s\&a}(\mathbf{d}_i = j) - L_a(\mathbf{d}_i = j),$$

$$L_{e\&s}(\mathbf{d}_i = j) = \log \Pr \{ \mathbf{d}_i = j | \bar{\mathbf{y}} \} - \log \Pr \{ \mathbf{d}_i = j \}.$$

A Figura 2.5 mostra a estrutura completa do decodificador turbo. Por simplificação expressamos na figura o conjunto de métricas $L(\mathbf{d}_i = j)$ para $j \in \{0, 1, \dots, 2^k - 1\}$ como $\mathbf{L}(i)$. Na primeira iteração todas as probabilidades a priori são definidas idênticas e iguais a $\Pr \{ \mathbf{d}_i = j \} = 1/2^k$, ou seja, $\mathbf{L}_a^1(i) = \log(2^{-k})$. Conforme definimos a informação passada do decodificador 1 para o decodificador 2 é $\mathbf{L}_{e\&s}^1(i) = \mathbf{L}_a^2(j)$, que é o refinamento das probabilidades a priori. A saída do algoritmo MAP do decodificador 2 é

$$\mathbf{L}_{e\&s\&a}^2(j) = \mathbf{L}_e^2(j) + \mathbf{L}_a^2(j) = \mathbf{L}_e^2(j) + \mathbf{L}_{e\&s}^1(i),$$

onde a informação passada para o decodificador 1 é

$$\mathbf{L}_a^1(i) = \mathbf{L}_e^2(j) = \mathbf{L}_{e\&s\&a}^2(j) - \mathbf{L}_{e\&s}^1(i).$$

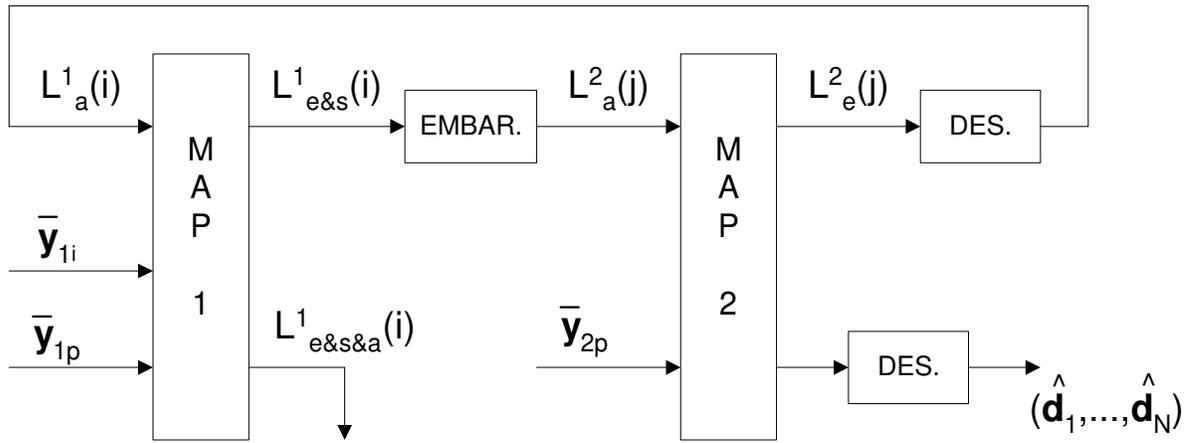


Figura 2.5 - Estrutura do decodificador turbo.

Capítulo 3

Comparação de Desempenho entre Esquemas SCM e TDCM

3.1 Introdução

Conforme apresentamos no Capítulo 1, existem basicamente duas estratégias para a construção de esquemas de modulação codificada com proteção desigual de erros, a técnica de superposição e a técnica de multiplexação. Num estudo pioneiro desenvolvido por Bergmans e Cover [5] foi mostrado que esquemas SCM podem transmitir informação, num canal AWGN de faixa limitada, com taxas estritamente superiores às alcançadas com esquemas TDCM. Este estudo foi feito assumindo transmissão no limite de capacidade, ou seja, codificação de canal ideal. Posteriormente, muitos esquemas com UEP práticos foram construídos em [14] e [15]. Em [15], Wei apresentou alguns resultados de desempenho indicando que a superioridade de esquemas SCM sobre esquemas TDCM não é geralmente verificada. Portanto estes exemplos específicos de esquemas operando abaixo da capacidade de canal indicavam a necessidade de uma comparação mais aprofundada. Recentemente, Gadkari e Rose [16] propuseram um método de análise de desempenho para comparar tais esquemas. Eles consideraram o problema de construção de um esquema codificado de maneira a minimizar a energia média de transmissão dado um nível de proteção desejado. Para a comparação de desempenho entre esquemas codificados práticos foi introduzido na expressão de capacidade um fator de perda de SNR (do inglês: Signal-To-Noise Ratio - SNR) denominado λ . O fator λ depende da complexidade do código utilizado e da taxa de erro de bit especificada.

Na Seção 3.2 apresentamos inicialmente um resumo das propostas e resultados de comparação usando o fator λ , descritos em [16]. Então propomos um novo método de comparação de desempenho entre esquemas práticos com UEP utilizando taxa de corte de canal, R_0 , ao invés do fator λ . Através dos resultados obtidos para um canal AWGN, mostramos que é possível prever melhor o desempenho de esquemas codificados práticos do que as comparações utilizando o fator λ apresentadas em [16]. Na Seção 3.3 abordamos a comparação de esquemas com três ou mais classes de proteção. Na Seção 3.4 estendemos o método de comparação usando taxa de corte para o canal com ruído impulsivo, onde apresentamos inicialmente uma forma de comparação utilizando um modelo de capacidade, baseado no conceito de canais de interferência de bloco.

3.2 Esquemas com Duas Classes de Proteção

3.2.1 Definição do Problema

Seguindo a mesma notação de [16], considere B_1 e B_2 como sendo duas classes de informação que devem ser protegidas desigualmente contra o ruído do canal e transmitidas com as respectivas taxas r_1 e r_2 . O grau de proteção desigual é caracterizado pela intensidade de ruído que cada classe deve suportar. Portanto definimos as variâncias do ruído Gaussiano para cada classe como sendo N_1 e N_2 . Considere a classe B_1 como sendo de maior importância ou prioridade, ou seja, $N_1 > N_2$.

Se utilizarmos um esquema de transmissão TDCM, as seqüências B_1 e B_2 serão transmitidas em intervalos de modulação distintos. A seqüência B_i é transmitida numa fração α_i do intervalo de modulação (onde $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$) utilizando um código Γ_i e uma energia e_i . A taxa do código Γ_i deve ser r_i/α_i . Neste caso o problema se resume em selecionar os parâmetros (α_1, α_2) e (e_1, e_2) de maneira a se atingir o grau de proteção desejado para cada classe e minimizar a energia média de transmissão por intervalo de modulação, $\bar{e} = \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2$.

Utilizando um esquema de superposição, as duas classes de informação são transmitidas no mesmo intervalo de modulação. Inicialmente escolhe-se duas constelações de sinais S_1 e

S_2 com energia média e_1 e e_2 , respectivamente. A classe B_i é codificada com um código Γ_i e transmitida usando a constelação S_i . O código Γ_i gera uma palavra código \mathbf{x}_i que é uma seqüência de sinais $\{x_{ij}\}$, $x_i \in S_i$. As palavras código \mathbf{x}_1 e \mathbf{x}_2 são superpostas e transmitidas no canal como $\mathbf{x} = \mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2$. Denomina-se Γ_1 e S_1 como código externo e constelação externa respectivamente, e Γ_2 e S_2 como código interno e constelação interna. Na decodificação temos a seqüência recebida $\mathbf{y} = \mathbf{x} + \mathbf{n}$, onde \mathbf{n} é uma seqüência de amostras de ruído Gaussiano independentes e identicamente distribuídas com variância N . Se $N_2 < N < N_1$, somente a classe B_1 pode satisfazer o critério de desempenho desejado. Se $N < N_2$ as duas classes podem ser decodificadas corretamente. Novamente o problema consiste em se atingir o grau de proteção desejado para cada classe e minimizar a energia média de transmissão.

3.2.2 Comparação usando Fator λ

Para o caso de codificação de canal ideal, a comparação entre esquemas TDCM e SCM apresentada em [16] é basicamente uma reformulação dos resultados obtidos por Bergmanns e Cover [5]. Considere a expressão do limite de capacidade de Shannon para um canal Gaussiano de faixa limitada,

$$C = W \log_2 \left(1 + \frac{P}{N W} \right) \text{ bits/s.} \quad (3.1)$$

A expressão (3.1) pode ser reescrita na seguinte forma,

$$r = \frac{C}{W} = \log_2 \left(1 + \frac{e}{N} \right) \text{ bits/s/Hz.} \quad (3.2)$$

Obtemos a expressão simplificada (3.2) que representa a taxa de transmissão de bits r por intervalo de modulação, sendo função da potência do ruído N e da energia de transmissão e . Por conveniência vamos expressar e/N em função da taxa r ,

$$\frac{e}{N} = 2^r - 1. \quad (3.3)$$

Para um esquema TDCM, a classe B_i é transmitida numa fração α_i do intervalo de modulação utilizando uma energia e_i . A taxa do código de canal é r_i/α_i . Da expressão (3.3) obtemos que

$$e_i = N_i (2^{r_i/\alpha_i} - 1).$$

Portanto a energia média de transmissão \bar{e}_T pode ser expressa como

$$\bar{e}_T = \alpha_1 N_1 (2^{r_1/\alpha_1} - 1) + \alpha_2 N_2 (2^{r_2/\alpha_2} - 1). \quad (3.4)$$

A minimização de \bar{e}_T sobre todas as possíveis escolhas de $\{\alpha_i\}$ determina os parâmetros de projeto ótimos e o máximo desempenho possível para o esquema TDCM.

Para o caso de um esquema SCM as duas classes de informação são transmitidas no mesmo intervalo de modulação. A classe B_2 é transmitida com taxa r_2 e energia e_2 . De (3.3) obtemos

$$e_2 = N_2 (2^{r_2} - 1).$$

A classe B_1 precisa suportar, além da variância de ruído do canal N_1 , o ruído "efetivo" introduzido pela presença do código interno. Este ruído efetivo é modelado como Gaussiano, com variância e_2 . Temos então para a classe B_1 que

$$e_1 = (N_1 + e_2) (2^{r_1} - 1).$$

Portanto a energia média de transmissão \bar{e}_S do esquema SCM é dada por

$$\bar{e}_S = (N_1 + e_2) (2^{r_1} - 1) + N_2 (2^{r_2} - 1). \quad (3.5)$$

O critério de comparação considerado em [16] é a relação \bar{e}_T/\bar{e}_S , denominada *ganho de superposição*. Para uma escolha específica de α_1 e α_2 o ganho de superposição é função apenas da relação de proteção N_1/N_2 . Para codificação de canal ideal ($\lambda_1 = \lambda_2 = 1$), esquemas SCM têm sempre desempenho superior aos esquemas TDCM, ou seja, $\bar{e}_T/\bar{e}_S \geq 1$. Quando consideramos codificação de canal prática, existe um valor de N_1/N_2 para o qual $\bar{e}_T/\bar{e}_S = 1$, denominado *ponto de cruzamento* (do inglês: "crossover" point). O ganho de superposição pode ser expresso na seguinte forma,

$$\frac{\bar{e}_T}{\bar{e}_S} = \frac{\alpha_1 \frac{N_1}{N_2} (2^{r_1/\alpha_1} - 1) + \alpha_2 (2^{r_2/\alpha_2} - 1)}{\frac{N_1}{N_2} (2^{r_1} - 1) + (2^{r_2} - 1) + (2^{r_1} - 1)(2^{r_2} - 1)}. \quad (3.6)$$

Na Figura 3.1 são mostradas as curvas de \bar{e}_T/\bar{e}_S em função de N_1/N_2 para várias distribuições de taxas r_1 e r_2 . Esta comparação apresentada em [16] confirma os resultados obtidos em [5] para o caso de codificação de canal ideal, onde o desempenho de esquemas SCM é sempre superior ao de esquemas TDCM.

Para casos práticos de codificação de canal, a comparação é feita introduzindo-se um fator de perda de SNR, denominado λ . Dada a taxa de transmissão, a taxa de erro de bit e o código, o valor de λ é obtido a partir da curva de taxa de erro bit em função de e/N , como a diferença entre os valores e/N e $(e/N)_{ideal}$. O termo *ideal* se refere aos valores derivados da expressão de capacidade. Além de λ também é introduzido o parâmetro f na expressão de energia média do esquema SCM como um fator de escala do ruído efetivo devido ao código interno, ou seja, o ruído é modelado como Gaussiano com variância $f e_2$. O parâmetro f é determinado empiricamente em [16]. Introduzindo o fator λ na expressão (3.3) temos

$$\frac{e}{N} = \lambda (2^r - 1). \quad (3.7)$$

Neste caso a relação \bar{e}_T/\bar{e}_S é dada por

$$\frac{\bar{e}_T}{\bar{e}_S} = \frac{\alpha_1 \lambda_1 \frac{N_1}{N_2} (2^{r_1/\alpha_1} - 1) + \alpha_2 \lambda_2 (2^{r_2/\alpha_2} - 1)}{\lambda_1 \frac{N_1}{N_2} (2^{r_1} - 1) + \lambda_2 (2^{r_2} - 1) + \lambda_1 \lambda_2 f (2^{r_1} - 1)(2^{r_2} - 1)}. \quad (3.8)$$

Na Figura 3.2 são apresentados os resultados de comparação para casos práticos de codificação de canal para $\lambda = 2$ e $f = 1$. Podemos observar que para uma distribuição de taxas idênticas, os esquemas SCM apresentam desempenho superior à esquemas TDCM apenas para relações de proteção $N_1/N_2 > 5,5$ dB. É importante ressaltar que o parâmetro λ depende de cada código específico e não leva em conta a constelação utilizada e o número de sinais. Além disso o fator f é determinado de forma empírica em [16]. Portanto o uso destes parâmetros pode não determinar uma comparação geral suficientemente justa. Neste sentido desenvolvemos uma forma de comparação baseada na taxa de corte de canal. Esta técnica de comparação é descrita detalhadamente na Seção 3.2.3.

3.2.3 Comparação usando Taxa de Corte de Canal

A implementação de esquemas com UEP possui limitações devido à complexidade de codificação e decodificação dos códigos utilizados. Estas limitações impossibilitam alcançar-se a capacidade de canal. Uma questão importante a ser levantada é se a capacidade de canal é um critério de comparação justo para a análise de desempenho de esquemas práticos. Conforme apresentamos na Seção 3.2.1, em [16] os autores abordam casos práticos de codificação de canal introduzindo o fator λ , que é uma função da taxa de erro de bit desejada e do código utilizado. Portanto uma previsão do valor de λ para diversos códigos pode ser uma tarefa bastante trabalhosa.

O principal objetivo do método proposto em [16] foi obter uma estimativa razoável do ponto de cruzamento. Contudo, os valores dos pontos de cruzamento obtidos por simulação em [16] têm mostrado uma discrepância significativa em comparação com os valores estimados. De maneira a melhorar os valores estimados para o ponto de cruzamento nós estamos propondo o uso da expressão de taxa de corte de canal [17], R_0 , ao invés de λ . Como estamos considerando esquemas de codificação de canal práticos, parece natural utilizar o parâmetro R_0 como um limitante superior para a taxa r . A taxa de corte representa a máxima taxa de transmissão prática atingível em esquemas codificados, pois seu cálculo leva em conta uma média sobre todas as possíveis escolhas de códigos. Outra vantagem na utilização de taxa

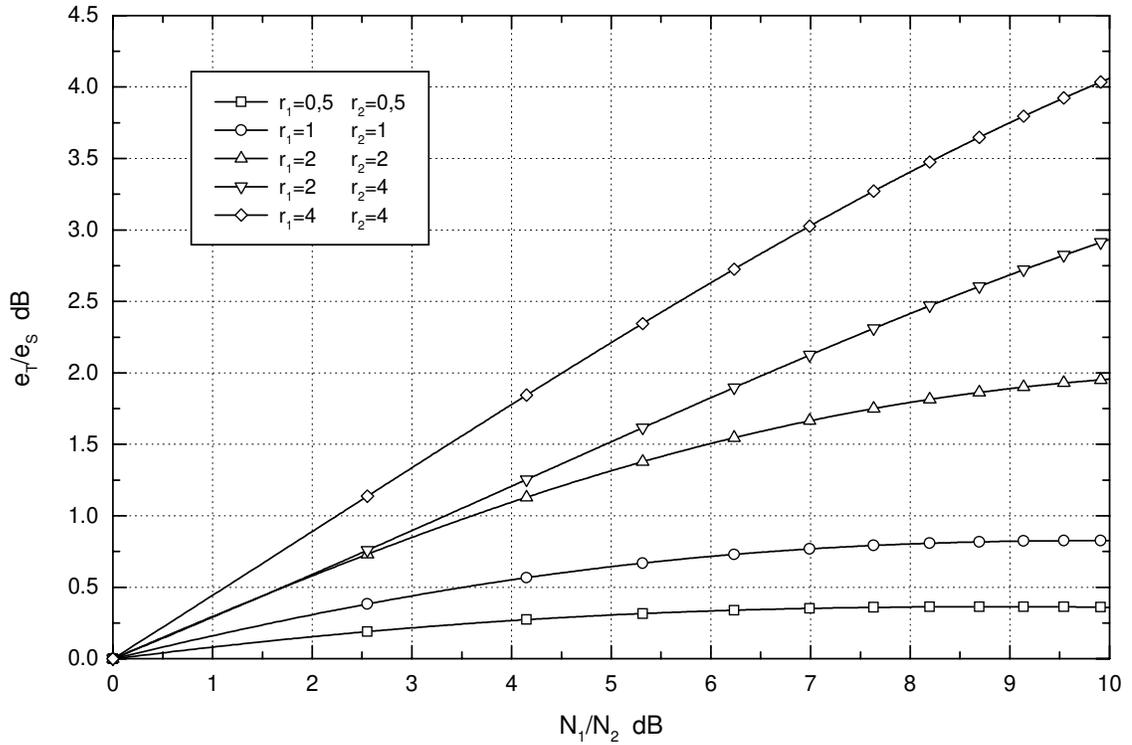


Figura 3.1 - Comparação para codificação de canal ideal, $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$.

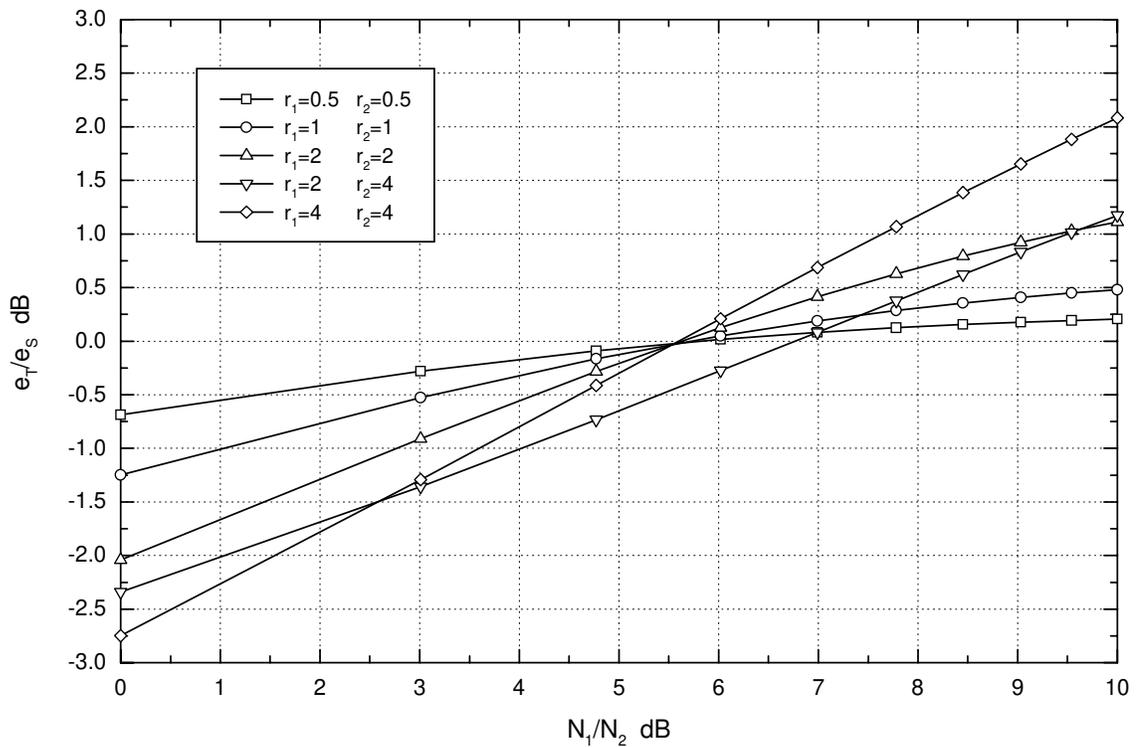


Figura 3.2 - Comparação para casos práticos de codificação de canal com $\lambda = 2$ e $f = 1$.

de corte é que a comparação entre esquemas SCM e TDCM pode ser estendida para outros tipos de canais, dos quais não se tem uma fórmula fechada para a capacidade.

Considere uma constelação de sinais com M pontos, cuja distância Euclidiana normalizada ($e = 1$) entre o i -ésimo e o j -ésimo sinal é d_{ij} . Os sinais são transmitidos através de um canal AWGN com probabilidades *a priori* idênticas. Então, a expressão para o parâmetro de taxa de corte é dada por

$$R_0 = -\log_2 \left\{ \frac{1}{M^2} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \exp \left(-\frac{e}{4N} d_{ij}^2 \right) \right\} \quad (3.9)$$

Dada uma constelação de sinais específica, S , o parâmetro R_0 é uma função de e/N , ou seja, $R_0 = f(e/N)$. Definindo $r = R_0$, obtemos

$$\frac{e}{N} = f^{-1}(r). \quad (3.10)$$

Sendo que, de maneira geral, é difícil se obter $f^{-1}(\cdot)$, o valor de e/N pode ser calculado resolvendo-se

$$r - f(e/N) = 0, \quad (3.11)$$

numericamente. Considere agora a classe de informação B_i e sua constelação de sinais S_i cuja taxa de corte é $R_0^i = f_i(e/N)$. Substituindo (3.10) na energia média nós obtemos

$$\bar{e}_T = \alpha_1 N_1 f_1^{-1}(r_1/\alpha_1) + \alpha_2 N_2 f_2^{-1}(r_2/\alpha_2) \quad (3.12)$$

e

$$\bar{e}_S = N_1 f_1^{-1}(r_1) + N_2 f_1^{-1}(r_1) f_2^{-1}(r_2) + N_2 f_2^{-1}(r_2). \quad (3.13)$$

Para o esquema TDCM, é possível escolher os valores de α_1 e α_2 em (3.12) de maneira a minimizar a energia média \bar{e}_T . Contudo, é importante notar que a escolha ótima de α_1 e α_2 pode levar a construção de constelações de sinais com um grande número de pontos. Portanto, no projeto de um sistema é importante limitar o número de pontos da constelação para valores práticos. Isso implica que o fator de expansão da constelação (número de bits de redundância) também seja restringido.

De maneira a simplificar o cálculo de e/N em (3.11) e também o cálculo numérico dos valores ótimos de α_1 e α_2 , consideramos apenas constelações QAM quadradas com $M = p^2$ pontos, sendo p par. Vamos definir d_E a distância Euclidiana mínima da constelação normalizada. Então nós podemos reescrever (3.9) na seguinte forma geral

$$R_0 = -\log_2 \left\{ \frac{1}{M} + \frac{1}{M^2} \sum_{i=1}^{p-1} L_1(i) + \frac{1}{M^2} \sum_{i=1}^{p-1} \sum_{j=i+1}^{p-1} L_2(i, j) \right\}, \quad (3.14)$$

onde

$$L_1(i) = 4(p-i)(2p-i) \exp \left[-\frac{e}{4N} (i d_E)^2 \right] \quad (3.15)$$

e

$$L_2(i, j) = 8(p-i)(p-j) \exp \left\{ -\frac{e}{4N} [(i d_E)^2 + (j d_E)^2] \right\}. \quad (3.16)$$

A Tabela 3.1 mostra o número de pontos da constelação associado com diferentes intervalos de r . Nesta tabela o fator de expansão da constelação está entre 2 e 4,5. As expressões (3.14), (3.15) e (3.16) podem ser facilmente determinadas para constelações QAM retangulares. Isso possibilita a escolha de valores intermediários para os fatores de expansão da constelação de sinais. Nós comparamos o comportamento do ganho de superposição \bar{e}_T/\bar{e}_S obtido usando R_0 com o obtido usando o fator λ . Em todos os cálculos foi assumido um

fator $\lambda = 2$ como em [16]. As Figuras 3.3, 3.4, 3.5 e 3.8 mostram as comparações para o caso de distribuições de taxa idênticas. As Figuras 3.6 e 3.7 mostram comparações para o caso de distribuição de taxas distintas. Na Figura 3.3 o ponto de cruzamento (valor de N_1/N_2 para o qual $\bar{e}_T/\bar{e}_S = 0$ dB) é deslocado para a direita de aproximadamente 1,5 dB em relação aquele obtido usando λ . Na Figura 3.5 o ponto de cruzamento é deslocado para a esquerda de aproximadamente 1,6 dB. Na Figura 3.7 a diferença entre os valores do ponto de cruzamento são ainda mais evidentes, cerca de 4,9 dB. A Tabela 3.2 mostra estes valores para as distribuições de taxa $\{r_1 = r_2 = 0,5\}$, $\{r_1 = r_2 = 2\}$ e $\{r_1 = 2, r_2 = 4\}$.

Em [16] também foram obtidas comparações através de simulação, cujos valores do ponto de cruzamento também são mostrados na Tabela 3.2. Se observarmos os resultados de comparação obtidos com taxa de corte podemos verificar que eles estão bastante próximos dos resultados obtidos com simulação em [16]. Concluimos portanto que a nossa proposta de comparação usando taxa de corte de canal é bastante apropriada para a previsão de desempenho de esquemas com UEP práticos.

Taxa	M	Taxa	M
$0 < r \leq 1$	4	$5 < r \leq 6$	144
$1 < r \leq 3$	16	$6 < r \leq 7$	256
$3 < r \leq 4$	36	$7 < r \leq 8$	576
$4 < r \leq 5$	64	$8 < r \leq 9$	1024

Tabela 3.1 - Número de sinais das constelações M-QAM associadas com r .

Distribuição de Taxas	Ponto de Cruzamento		
	λ	Exemplo Simulado	R_0
$r_1 = r_2 = 0,5$	5,8 dB	$\approx 6,8$ dB	7,3 dB
$r_1 = r_2 = 2$	5,6 dB	$\approx 4,0$ dB	4,0 dB
$r_1 = 2.0$ $r_2 = 4$	6,7 dB	$\approx 2,6$ dB	1,8 dB

Tabela 3.2 - Comparação do ponto de cruzamento $\bar{e}_T/\bar{e}_S = 0$ dB para λ , R_0 e simulação.

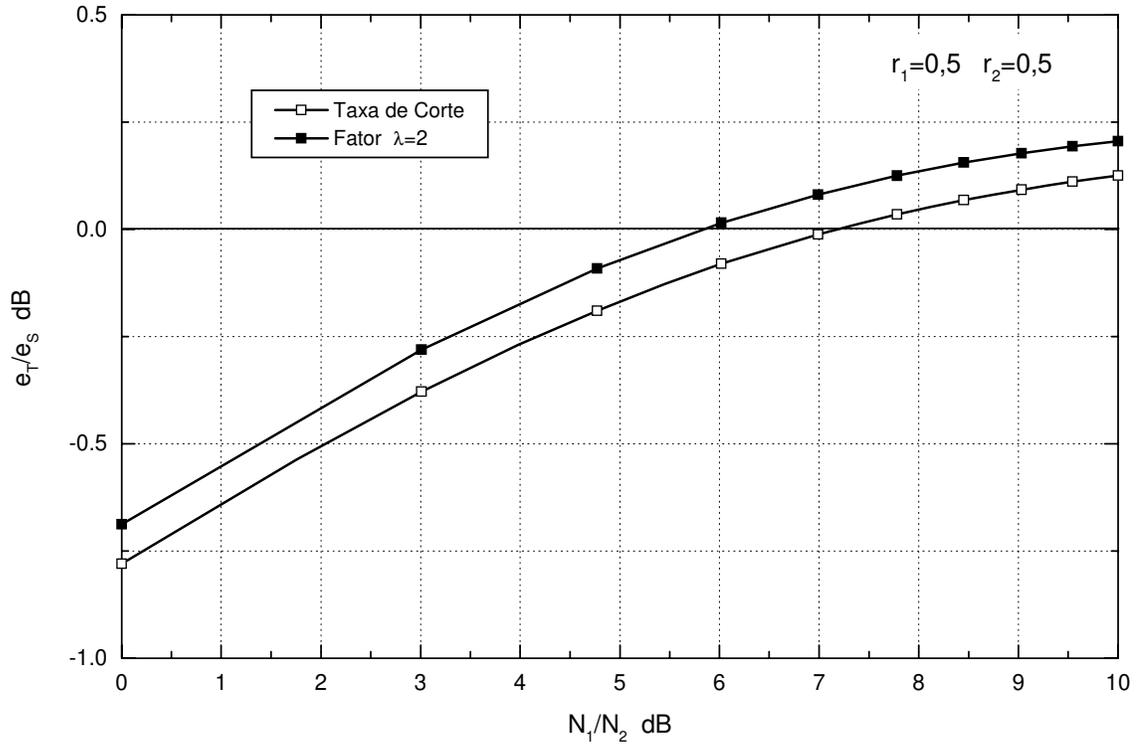


Figura 3.3 - Comparação usando fator λ e R_0 para $r_1 = r_2 = 0,5$.

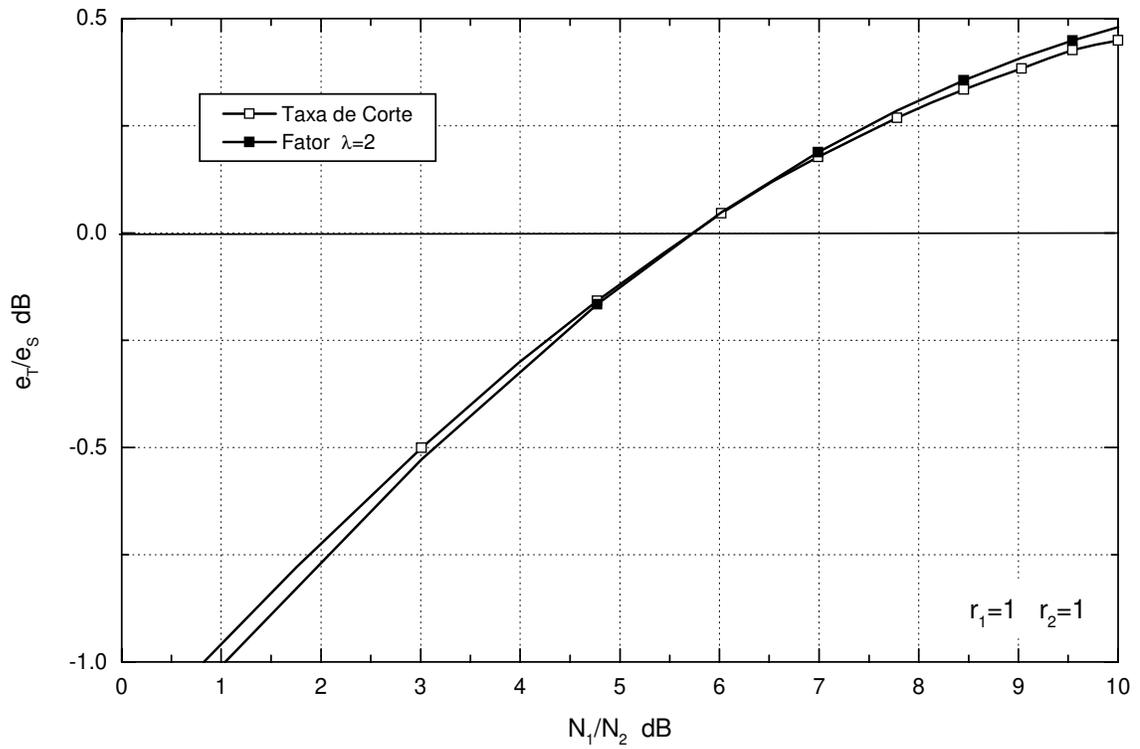


Figura 3.4 - Comparação usando fator λ e R_0 para $r_1 = r_2 = 1$.

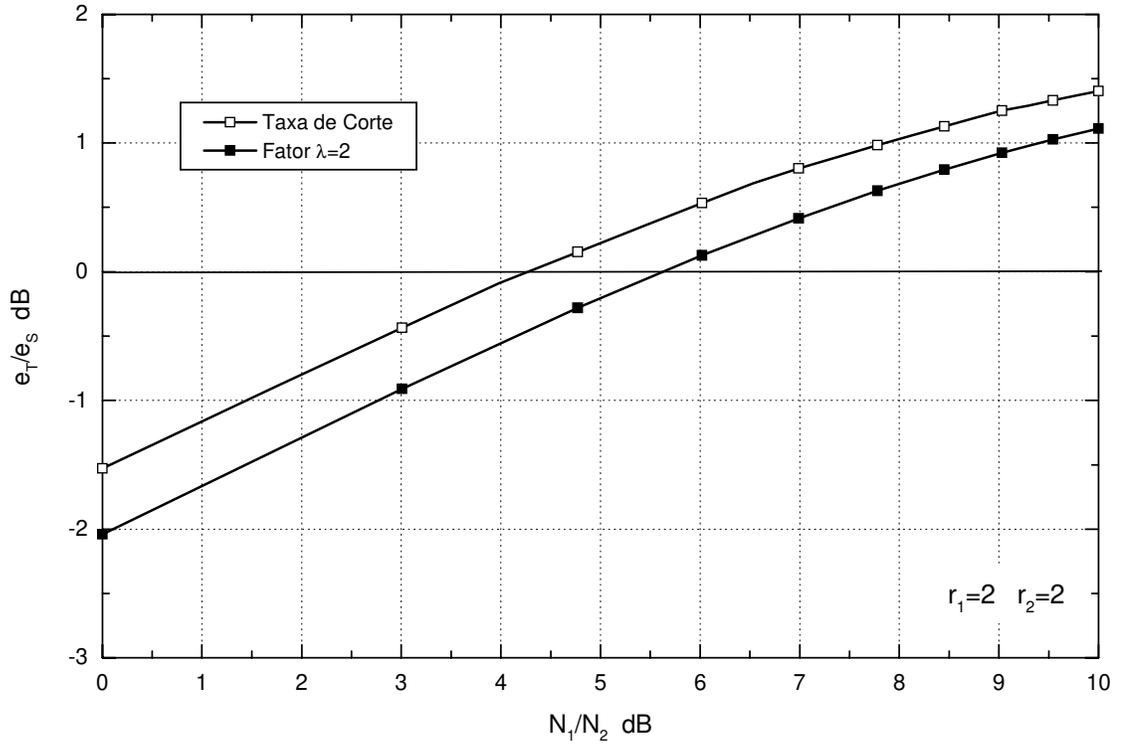


Figura 3.5 - Comparação usando fator λ e R_0 para $r_1 = r_2 = 2$.

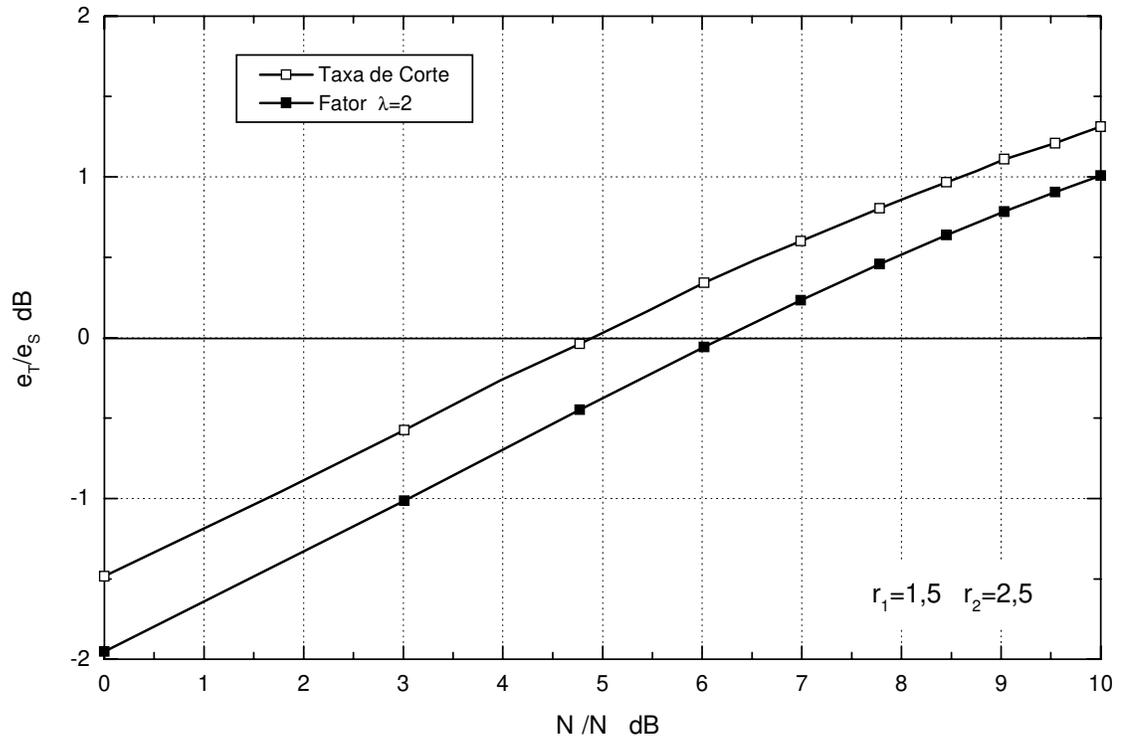


Figura 3.6 - Comparação usando fator λ e R_0 para $r_1 = 1,5$ e $r_2 = 2,5$.

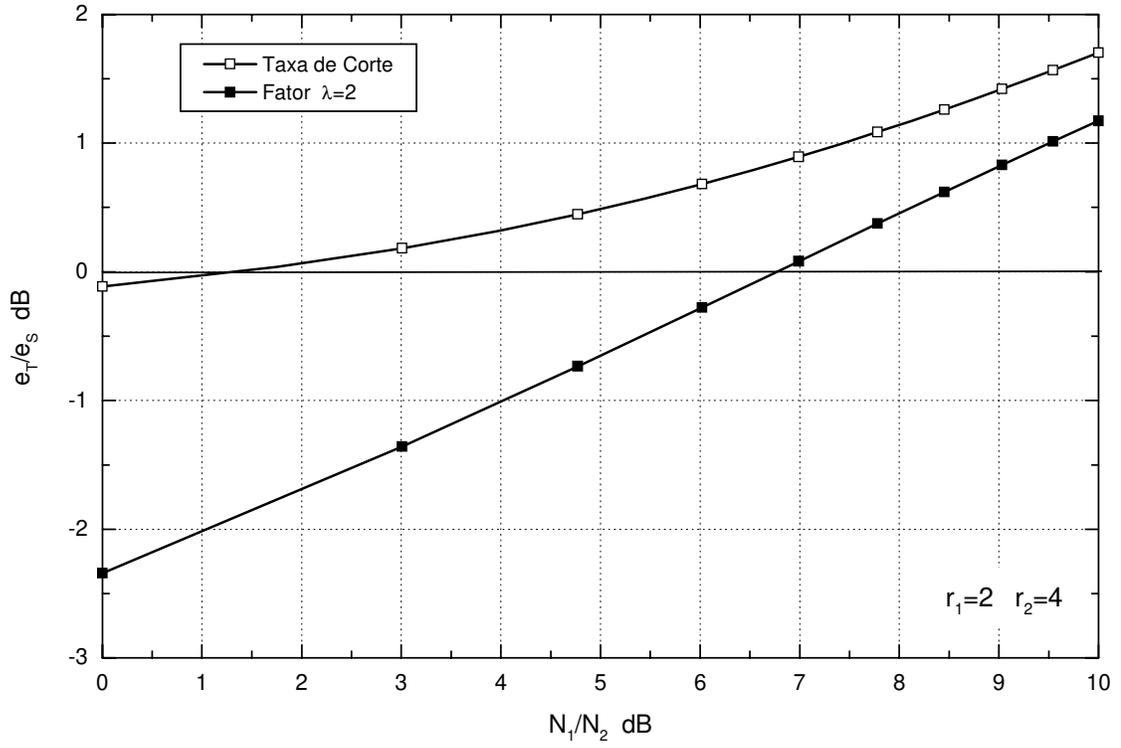


Figura 3.7 - Comparação usando fator λ e R_0 para $r_1 = 2$ e $r_2 = 4$.

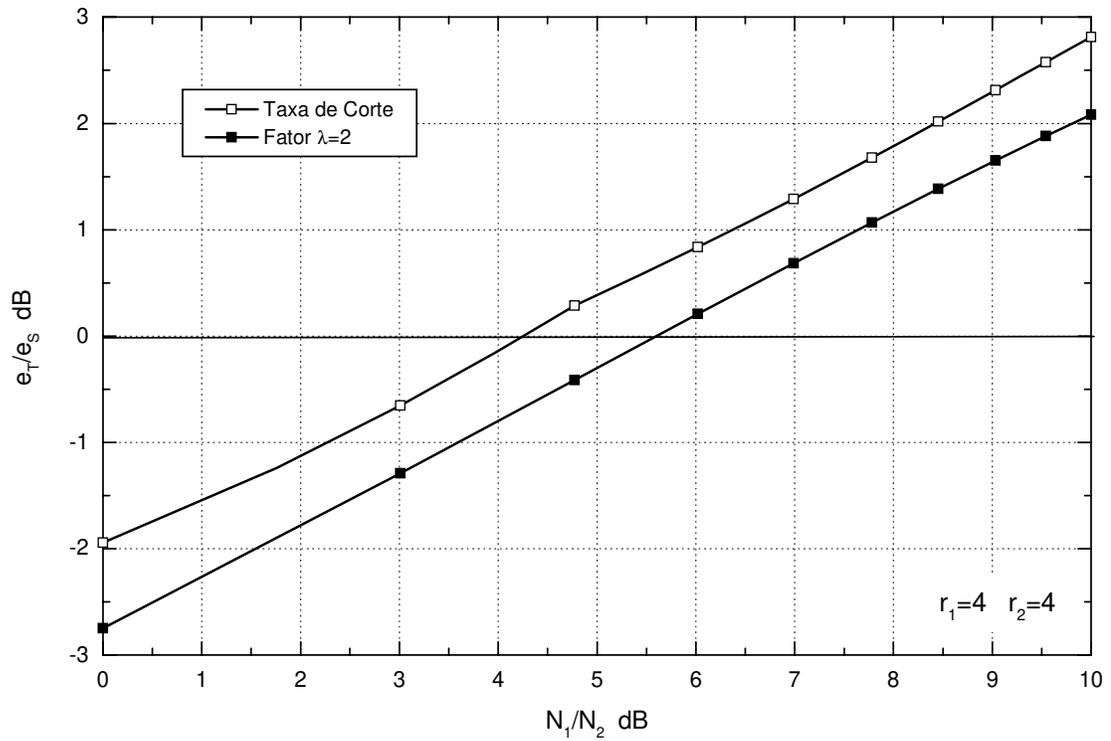


Figura 3.8 - Comparação usando fator λ e R_0 para $r_1 = r_2 = 4$.

3.3 Esquemas com Três ou Mais Classes de Proteção

3.3.1 Definição do Problema

Nesta seção vamos abordar a comparação de desempenho entre esquemas SCM e TDCM para o caso de três ou mais classes de proteção. Quando se trabalha com três ou mais classes de proteção existe uma terceira opção de construção de esquemas com UEP, denominado esquema de modulação codificada com superposição parcial (do inglês: Partial Superposition Coded Modulation - PSCM). Em nosso estudo vamos considerar o caso específico de três classes de proteção. A generalização para esquemas com mais de três classes é feita de maneira análoga.

Considere B_1 , B_2 e B_3 como sendo as três classes de informação que devem ser protegidas desigualmente contra o ruído do canal e transmitidas com as respectivas taxas r_1 , r_2 e r_3 . Vamos definir as variâncias do ruído Gaussiano para cada classe como sendo N_1 , N_2 e N_3 .

3.3.2 Comparação de Esquemas SCM e TDCM

Se utilizarmos um esquema TDCM, a seqüência B_i é transmitida numa fração α_i do intervalo de modulação utilizando um código Γ_i e uma energia e_i . Neste caso o problema consiste em selecionar os parâmetros $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ e (e_1, e_2, e_3) de maneira a se atingir o grau de proteção desejado para cada classe e minimizar a energia média de transmissão por intervalo de modulação, $\bar{e}_T = \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \alpha_3 e_3$. Usando (3.10) e seguindo o mesmo desenvolvimento da Seção 3.2 podemos expressar \bar{e}_T como

$$\frac{\bar{e}_T}{N_2} = \alpha_1 \frac{N_1}{N_2} f_1^{-1}(r_1/\alpha_1) + \alpha_2 f_2^{-1}(r_2/\alpha_2) + \alpha_3 \frac{N_3}{N_2} f_3^{-1}(r_3/\alpha_3). \quad (3.17)$$

Num esquema SCM, as três classes de informação são transmitidas no mesmo intervalo de modulação. A classe B_i é codificada com um código Γ_i e transmitida usando uma constelação de sinais S_i . As palavras código \mathbf{x}_1 , \mathbf{x}_2 e \mathbf{x}_3 são superpostas e transmitidas no canal como $\mathbf{x} = \mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2 + \mathbf{x}_3$. Usando (3.10) podemos expressar as energias e_1 , e_2 e e_3 como

$$e_3 = N_3 f_3^{-1}(r_3), \quad (3.18)$$

$$e_2 = (N_2 + e_3) f_2^{-1}(r_2), \quad (3.19)$$

e

$$e_1 = (N_1 + e_2 + e_3) f_1^{-1}(r_1). \quad (3.20)$$

Portanto podemos expressar \bar{e}_S como

$$\begin{aligned} \frac{\bar{e}_S}{N_2} &= \frac{N_1}{N_2} f_1^{-1}(r_1) + f_1^{-1}(r_1) f_2^{-1}(r_2) + f_2^{-1}(r_2) \\ &\quad + \frac{N_3}{N_2} (f_3^{-1}(r_3) + f_2^{-1}(r_2) f_3^{-1}(r_3) + f_1^{-1}(r_1) f_3^{-1}(r_3) + f_1^{-1}(r_1) f_2^{-1}(r_2) f_3^{-1}(r_3)). \end{aligned}$$

Neste caso o ganho de superposição \bar{e}_T/\bar{e}_S é

$$\frac{\bar{e}_T}{\bar{e}_S} = f\left(\frac{N_1}{N_2}, \frac{N_2}{N_3}, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\right). \quad (3.21)$$

As Figuras 3.9 e 3.10 mostram o ganho de superposição \bar{e}_T/\bar{e}_S para o caso de três classes de proteção com distribuição idêntica de taxas $r_1 = r_2 = r_3 = 0,33$ e $r_1 = r_2 = r_3 = 2$, respectivamente. As comparações são representadas por gráficos tridimensionais. Neste caso não temos apenas um ponto de cruzamento mas sim um conjunto de relações de proteção $(N_1/N_2, N_2/N_3)$ para as quais existe ganho de superposição, $\bar{e}_T/\bar{e}_S > 0$ dB.

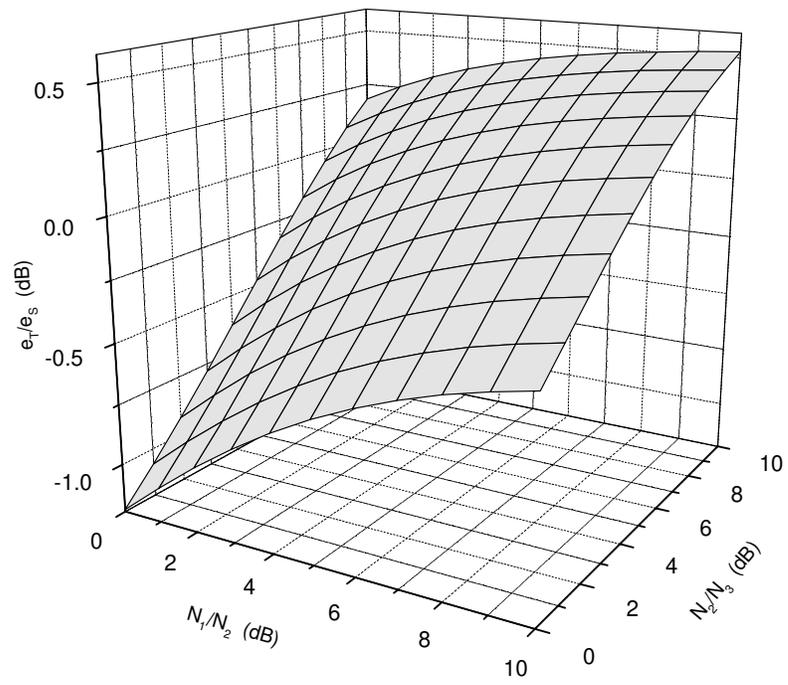


Figura 3.9 - Comparação entre TDCM e SCM para $r_1 = r_2 = r_3 = 0,33$.

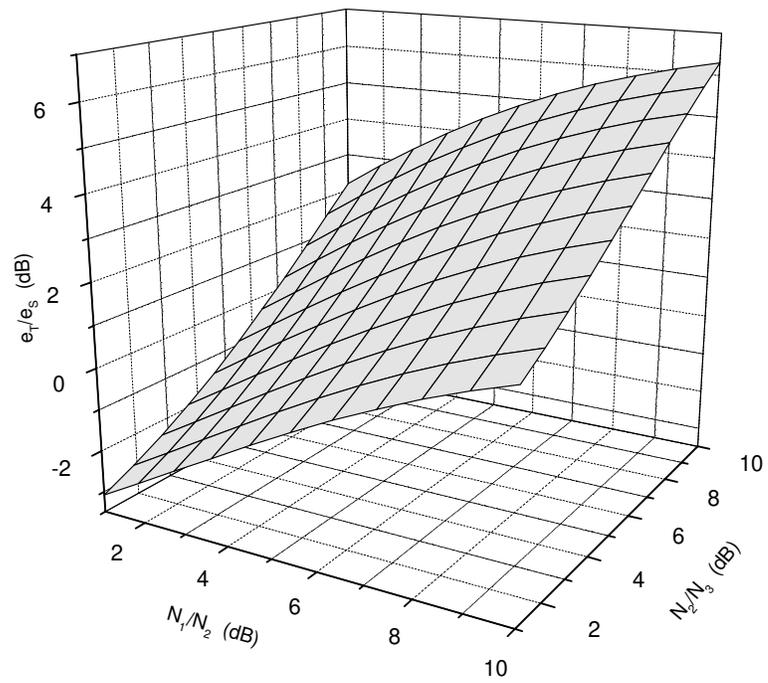


Figura 3.10 - Comparação entre TDCM e SCM para $r_1 = r_2 = r_3 = 2$.

3.3.3 Comparação de Esquemas PSCM com SCM/TDCM

Os esquemas PSCM podem ser definidos como a multiplexação de esquemas SCM. Para três classes de proteção existem três possibilidades de construção do esquema PSCM, conforme mostra a Tabela 3.3. Contudo, se a distribuição de taxas for idêntica, $r_1 = r_2 = r_3$, os esquemas PSCM da Tabela 3.3 são equivalentes. Considerando distribuição de taxas idênticas podemos, sem perda de generalidade, adotar o esquema 1 e definir a energia média dos dois esquemas SCM como

$$\bar{e}_{S_1} = e_1 + e_2 \quad (3.22)$$

$$\bar{e}_{S_2} = e_3 \quad (3.23)$$

onde

$$e_2 = N_2 f_2^{-1}(r_2/\alpha_1), \quad (3.24)$$

$$e_1 = [N_1 + N_2 f_2^{-1}(r_2/\alpha_1)] f_1^{-1}(r_1/\alpha_1), \quad (3.25)$$

$$e_3 = N_3 f_3^{-1}(r_3/\alpha_2). \quad (3.26)$$

Definindo-se \bar{e}_P a energia média do esquema PSCM, temos

$$\bar{e}_P = \alpha_1 \bar{e}_{S_1} + \alpha_2 \bar{e}_{S_2}. \quad (3.27)$$

As Figuras 3.11 e 3.13 mostram o ganho de superposição parcial \bar{e}_S/\bar{e}_P de esquemas PSCM em relação a esquemas SCM para taxas $r_1 = r_2 = r_3 = 0,33$ e $r_1 = r_2 = r_3 = 2$. Nas Figuras

3.12 e 3.14 é mostrado o ganho de superposição parcial \bar{e}_T/\bar{e}_P em relação a esquemas TDCM para as mesmas distribuições de taxas. Na Tabela 3.4 apresentamos, para as distribuições de taxas $r_1 = r_2 = r_3 = 0,33$ e $r_1 = r_2 = r_3 = 2$, os ganhos \bar{e}_T/\bar{e}_S , \bar{e}_S/\bar{e}_P e \bar{e}_T/\bar{e}_P para diferentes relações de proteção ($N_1/N_3, N_2/N_3$). Estes resultados também são comparados com valores obtidos através de simulação em [16]. Podemos observar na Tabela 3.4 que as previsões obtidas através do método de comparação com taxa de corte estão muito próximas dos valores simulados. É importante ressaltar que em [16] não são apresentadas comparações teóricas usando fator λ para o caso de 3 ou mais classes de proteção.

Os resultados de simulação de [16] mostram que em alguns casos o melhor desempenho é obtido usando-se um esquema híbrido PSCM. Contudo isso não é observado analisando-se os valores da Tabela 3.4 obtidos na comparação com R_0 , pelo menos para as distribuições de taxas idênticas utilizadas, $r_1 = r_2 = r_3$.

Esquema PSCM	TDCM	
	SCM 1	SCM 2
1	r_1, r_2	r_3
2	r_1, r_3	r_2
3	r_2, r_3	r_1

Tabela 3.3 - Esquemas PSCM para 3 classes de proteção.

	$r_1 = r_2 = r_3 = 0,33$						$r_1 = r_2 = r_3 = 2$					
$\frac{N_1}{N_3}$	8		12		16		8		12		16	
$\frac{N_2}{N_3}$	4		6		8		4		6		8	
	*	R_0	*	R_0	*	R_0	*	R_0	*	R_0	*	R_0
$\frac{\bar{e}_T}{\bar{e}_S}$	-0,1	-0,2	0,2	0,15	0,4	0,4	0,7	0,9	2,7	3	4,3	4,9
$\frac{\bar{e}_S}{\bar{e}_P}$	0,2	0,05	0,1	-0,05	0	-0,1	1,1	-0,35	0,4	-1,3	-0,1	-2
$\frac{\bar{e}_T}{\bar{e}_P}$	0,1	-0,15	0,3	0,1	0,4	0,3	1,8	0,55	3,1	1,7	4,2	3
* Valores obtidos através de exemplos simulados por Gadkari e Rose.												

Tabela 3.4 - Comparação de desempenho entre esquemas SCM, TDCM e PSCM.

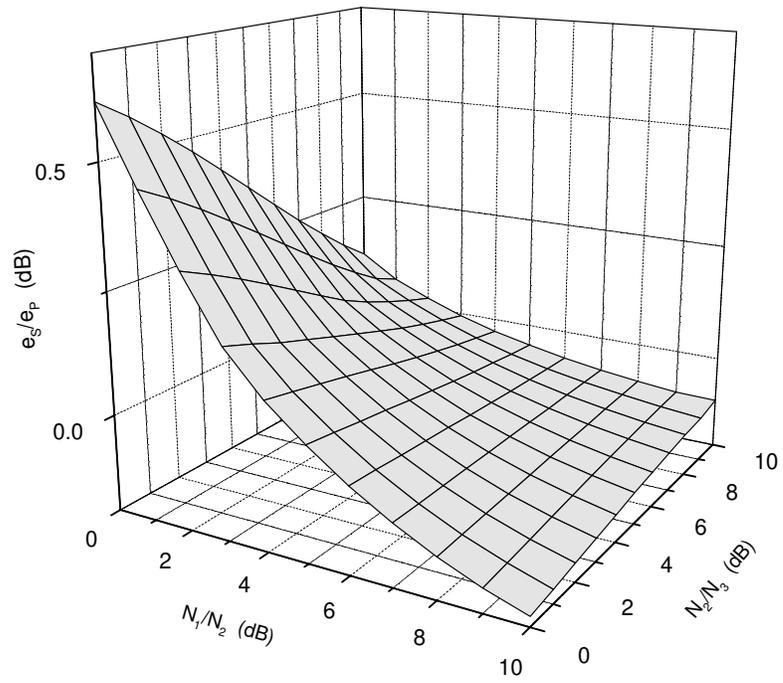


Figura 3.11 - Comparação entre SCM e PSCM para $r_1 = r_2 = r_3 = 0,33$.

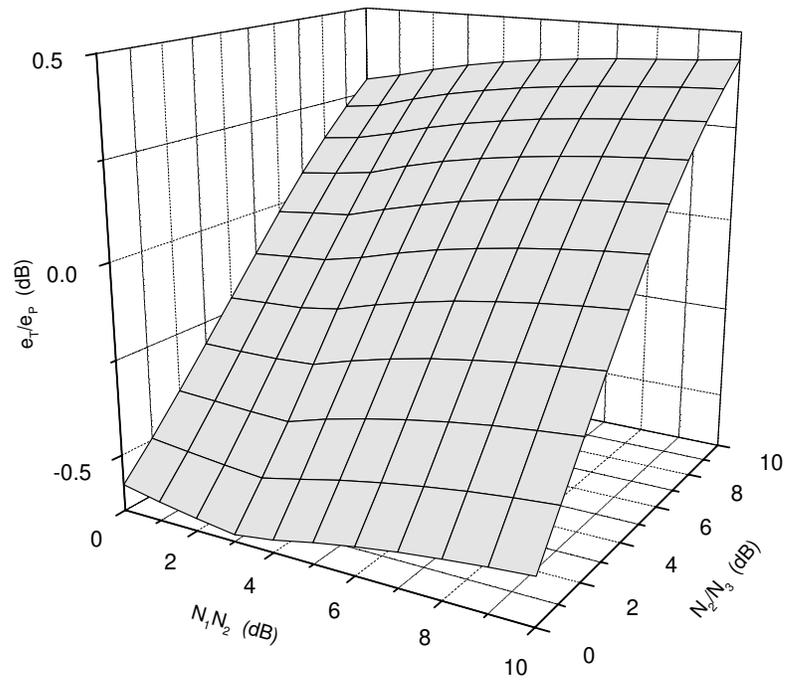


Figura 3.12 - Comparação entre TDCM e PSCM para $r_1 = r_2 = r_3 = 0,33$.

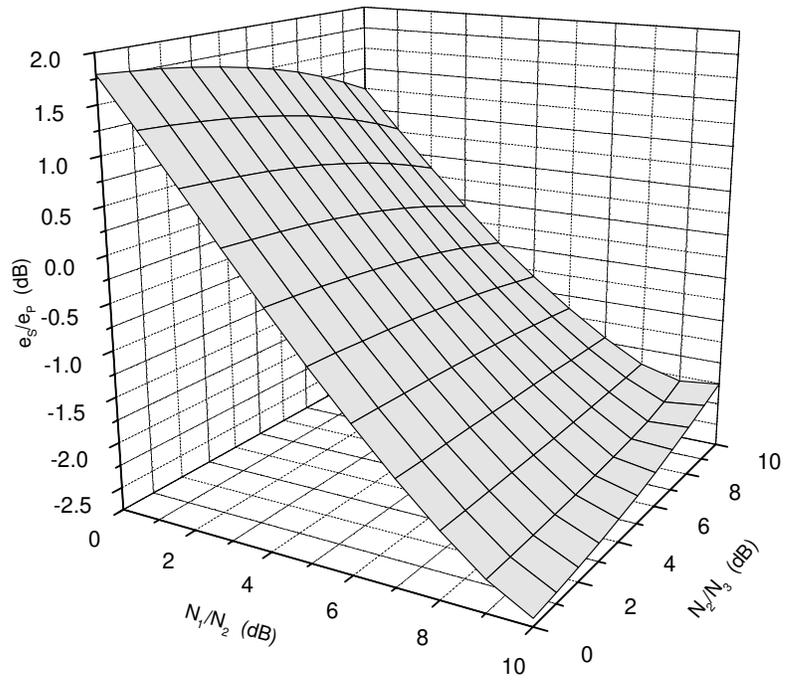


Figura 3.13 - Comparação entre SCM e PSCM para $r_1 = r_2 = r_3 = 2$.

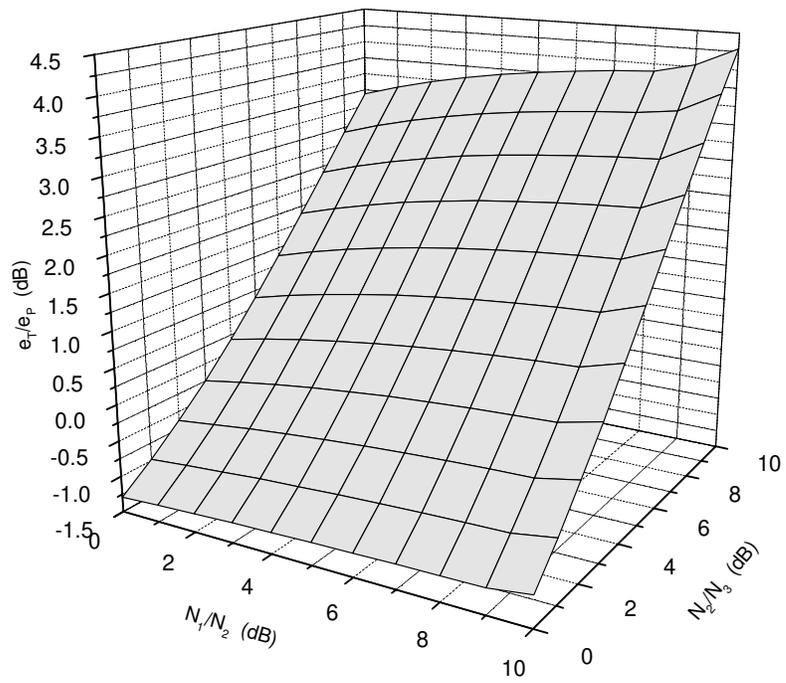


Figura 3.14 - Comparação entre TDCM e PSCM para $r_1 = r_2 = r_3 = 2$.

3.4 Comparação para Canais com Ruído Impulsivo

Nas Seções 3.2 e 3.3 propomos e discutimos um método de comparação de desempenho entre esquemas com UEP para o canal AWGN. Nesta seção vamos abordar a comparação de desempenho para canais com ruído impulsivo. O ruído impulsivo pode ser geralmente caracterizado como apresentando raros e fortes surtos. Para radiodifusão terrestre de televisão, o ruído impulsivo pode ser produzido, por exemplo, por equipamentos domésticos ou ignição de veículos, degradando o sinal recebido. Portanto estamos propondo a extensão do método de comparação de desempenho para este tipo de canal, no sentido de levar em conta a influência do ruído impulsivo no projeto de esquemas com UEP. Inicialmente apresentamos uma forma de comparação usando um modelo de capacidade para o canal com ruído impulsivo, baseado em canais de interferência de bloco.

3.4.1 Modelo do Canal com Ruído Impulsivo

Em nosso estudo vamos considerar o modelo de canal para o ruído impulsivo descrito em [18]. Neste modelo o canal com ruído impulsivo é interpretado como dois canais AWGN em paralelo, com variâncias σ_W^2 e $\sigma_W^2 + \sigma_I^2$ e probabilidade de ocorrência $(1 - p)$ e p , respectivamente. A função densidade de probabilidade bidimensional é dada por

$$p_{\mathbf{n}}(n_R, n_I) = (1 - p) G(n_R, 0, \sigma_W^2) G(n_I, 0, \sigma_W^2) \\ + p G(n_R, 0, \sigma_W^2 + \sigma_I^2) G(n_I, 0, \sigma_W^2 + \sigma_I^2), \quad (3.28)$$

onde n_R e n_I são as componentes em fase e quadratura do ruído e $G(x, m_x, \sigma_x^2)$ é uma função densidade de probabilidade Gaussiana com média m_x e variância σ_x^2 . A intensidade do ruído é função da probabilidade p e da relação de variâncias $\gamma = \sigma_I^2/\sigma_W^2$. Valores típicos [19] de p : $p \in (0, 01 - 0, 33)$ e de γ : $\gamma \in (10, 10000)$.

3.4.2 Canais de Interferência de Bloco

A nossa abordagem é fundamentada em [20], onde é apresentada uma nova classe de modelos de canal com memória denominados canais de interferência de bloco (do inglês: block interference (BI) channel).

Considere um conjunto de canais sem memória $\{\Delta_S\}$, todos com o mesmo alfabeto de entrada A e alfabeto de saída B . Estes canais são caracterizados por uma variável aleatória S , que descreve a intensidade do ruído num dado instante de tempo, e por um número inteiro positivo m , que representa a duração da intensidade do ruído. Para um inteiro $m \geq 1$ definem-se dois tipos de canais BI, Δ^m e $\bar{\Delta}^m$. Quando uma seqüência de símbolos de entrada x_0, x_1, x_2, \dots do alfabeto A é transmitida através de Δ^m , o k -ésimo bloco de m símbolos consecutivos $\{x_{k(0)}, x_{k(1)}, \dots, x_{k(m-1)}\}$ é transmitido através de um dos canais Δ_S . A variável aleatória S_k determina qual componente de canal que foi utilizada. Neste caso o receptor não tem informação sobre qual componente de canal foi usada na transmissão de cada bloco. Por esta razão Δ^m é denominado de canal *sem informação de estado*. O canal $\bar{\Delta}^m$ é denominado *com informação de estado* pois junto com cada k -ésimo bloco ruidoso recebido, o receptor também conhece o canal Δ_{S_k} usado para transmitir o bloco.

A nossa proposta é modelar o canal com ruído impulsivo como um canal de interferência de bloco. Considerando embaralhamento perfeito, sem memória, podemos definir um conjunto de canais $\{\Delta_{S_1}, \Delta_{S_2}\}$, onde $\Pr\{S_1\} = (1 - p)$ e $\Pr\{S_2\} = p$. Em [20] as capacidades de Δ^m e $\bar{\Delta}^m$, medida em bits por uso do canal, são definidas respectivamente como

$$C(m) = \frac{1}{m} \max_{\mathbf{X}} I(\mathbf{X}, \mathbf{Y}),$$

e

$$\bar{C}(m) = \frac{1}{m} \max_{\mathbf{X}} I(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, S),$$

onde $I(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$ é a informação mútua do canal BI sem informação de estado e $I(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, S)$ é a informação mútua do canal BI com informação de estado. O cálculo das capacidades envolve

a maximização das informações mútuas (onde \mathbf{X} e \mathbf{Y} denotam as entradas e saídas aleatórias m -dimensionais). Pode-se mostrar que $I(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) \leq I(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, S)$. Portanto para qualquer m temos a seguinte relação de capacidades

$$C(m) \leq \overline{C}(m).$$

Em [20] foi mostrado que a capacidade $\overline{C}(m)$ é a média das capacidades individuais das componentes de canal, isto é,

$$\overline{C}(m) = E\{C_S\} \equiv \overline{C}, \quad (3.29)$$

onde C_S denota a capacidade do canal Δ_S . É importante observar que $\overline{C}(m)$ é independente de m . Não existe uma fórmula fechada para o cálculo da capacidade $C(m)$, mas foi provada em [20] a seguinte propriedade,

$$\lim_{m \rightarrow \infty} C(m) = \overline{C}.$$

Isso significa que a degradação devido a ausência de informação de estado em um canal com memória grande é menor. Através de alguns resultados numéricos obtidos para canais discretos apresentados em [20], é possível observar que para $m \geq 8$ os valores de $C(m)$ e $\overline{C}(m)$ são bastante próximos.

A modelagem do ruído impulsivo como um canal BI é bastante apropriada, pois o comprimento m do bloco degradado pelo ruído pode ser determinado em função da taxa de transmissão do canal. A partir desta modelagem é possível fazer uma comparação de desempenho entre esquemas com UEP para o canal com ruído impulsivo, seguindo uma abordagem similar à apresentada na Seção 3.1.

3.4.3 Modelo para a Fórmula de Capacidade

Baseado no estudo de canais de interferência de bloco [20] descrito na Seção 3.4.2 propomos um modelo simplificado para a fórmula de capacidade do canal com ruído impulsivo. Embora este modelo possa divergir bastante da capacidade real do canal, ele simplifica uma comparação de desempenho entre esquemas com UEP para o canal com ruído impulsivo. Nesta seção desenvolvemos o modelo simplificado de capacidade e apresentamos comparações de desempenho entre esquemas TDCM e SCM para diferentes parâmetros p e γ do ruído impulsivo. Aplicando (3.3) em (3.29) podemos definir um modelo para a expressão de capacidade do canal com ruído impulsivo, considerando canais equivalentes em paralelo. Então,

$$2^r = \left(1 + \frac{e}{N}\right)^{(1-p)} \left(1 + \frac{e}{(\gamma + 1)N}\right)^p. \quad (3.30)$$

Num esquema TDCM as taxas de transmissão das classes de informação B_1 e B_2 estão relacionadas pelas seguintes expressões

$$2^{r_1/\alpha_1} = \left(1 + \frac{e_1}{N_1}\right)^{(1-p)} \left(1 + \frac{e_1}{(\gamma + 1)N_1}\right)^p,$$

$$2^{r_2/\alpha_2} = \left(1 + \frac{e_2}{N_2}\right)^{(1-p)} \left(1 + \frac{e_2}{(\gamma + 1)N_2}\right)^p.$$

Para esquemas SCM as expressões são

$$2^{r_2} = \left(1 + \frac{e_2}{N_2}\right)^{(1-p)} \left(1 + \frac{e_2}{(\gamma + 1)N_2}\right)^p,$$

$$2^{r_1} = \left(1 + \frac{e_1}{N_1 + e_2}\right)^{(1-p)} \left(1 + \frac{e_2}{(\gamma + 1)(N_1 + e_2)}\right)^p.$$

Neste caso não é possível obter expressões fechadas para a energia média de cada esquema. Portanto as curvas de \bar{e}_T/\bar{e}_S em função de N_1/N_2 podem ser obtidas resolvendo-se as equações numericamente. Nas Figuras 3.15, 3.17, 3.19 a 3.21 são mostradas as comparações de desempenho para as distribuições de taxas $\{r_1 = r_2 = 0,5\}$, $\{r_1 = r_2 = 1\}$, $\{r_1 = r_2 = 2\}$ e $\{r_1 = 2, r_2 = 4\}$. Foram obtidas curvas para $p = 0,01$ e $p = 0,33$, que são respectivamente os valores típicos mínimo e máximo de p . Além disso para cada valor de p foram obtidas curvas para $\gamma = 10$ e $\gamma = 1000$. Podemos observar que independente do valor de γ , as comparações para $p = 0,01$ são praticamente idênticas às comparações obtidas para o canal Gaussiano. Para o valor de $p = 0,33$ e $\gamma = 10$ o ponto de cruzamento por $\bar{e}_T/\bar{e}_S = 0$ dB desloca-se para direita ($N_1/N_2 > 0$ dB). Para $p = 0,33$ e $\gamma = 1000$, com uma distribuição de taxas idênticas ($r_1 = r_2$), o ponto de cruzamento por $\bar{e}_T/\bar{e}_S = 0$ dB permanece em torno de $N_1/N_2 = 0$ dB, contudo o ganho \bar{e}_T/\bar{e}_S do SCM sobre o TDCM para valores altos de N_1/N_2 passa a ser bem mais acentuado. Entretanto para uma distribuição de taxas distintas, como por exemplo para $r_1 = 2$ e $r_2 = 4$, o ponto de cruzamento por $\bar{e}_T/\bar{e}_S = 0$ dB ocorre para uma relação $N_1/N_2 \approx 2$ dB.

Para canais com ruído impulsivo não existe uma expressão geral para a taxa de corte, portanto a idéia de se introduzir o fator de perda de SNR na comparação de esquemas codificados práticos pode ser uma maneira de se ter uma idéia inicial de desempenho. O fator λ pode ser facilmente introduzido nas expressões anteriores seguindo o mesmo desenvolvimento apresentado na Seção 3.2.2. Nas Figuras 3.16, 3.18, 3.20 e 3.22 são mostradas as comparações usando um fator $\lambda = 2$.

É importante observar que as comparações utilizando o fator λ para o caso do canal AWGN apresentaram diferenças bastante grandes em relação aos valores reais simulados em [16]. Entretanto as comparações baseadas em taxas de corte estão bastante próximas dos valores reais simulados. É plausível se esperar que as comparações utilizando o fator λ para o caso do canal com ruído impulsivo também apresentem diferenças grandes em relação aos valores reais, mas podem nos dar uma indicação para o projeto de esquemas codificados.

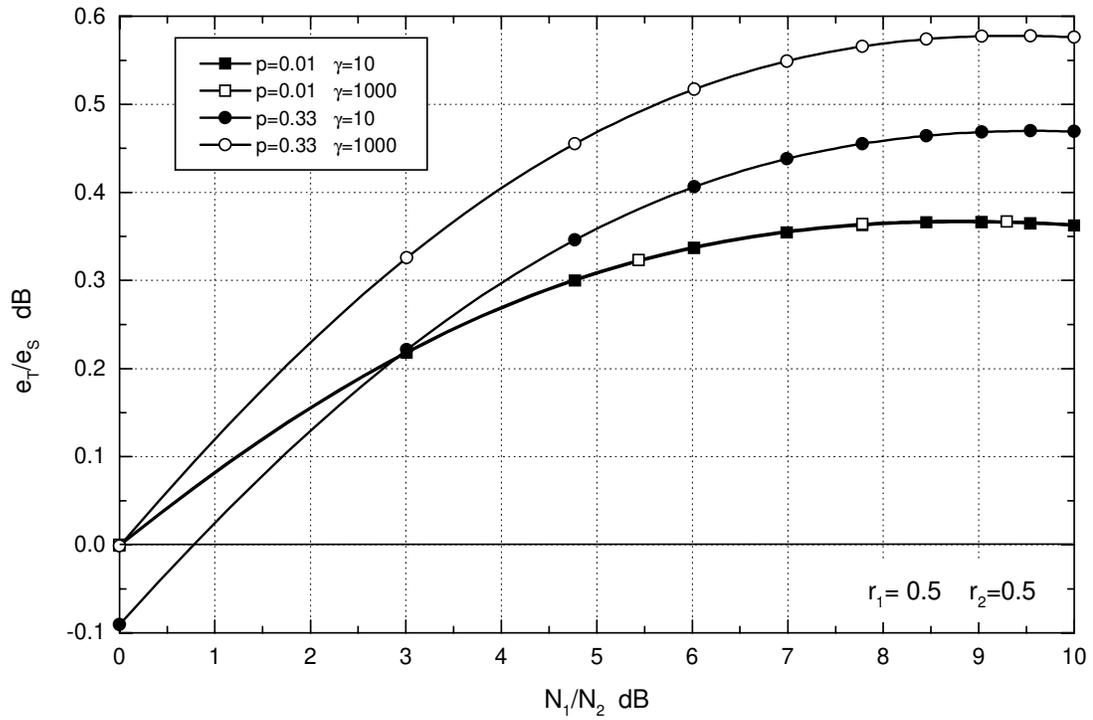


Figura 3.15 - Comparação teórica para ruído impulsivo usando $r_1 = r_2 = 0,5$.

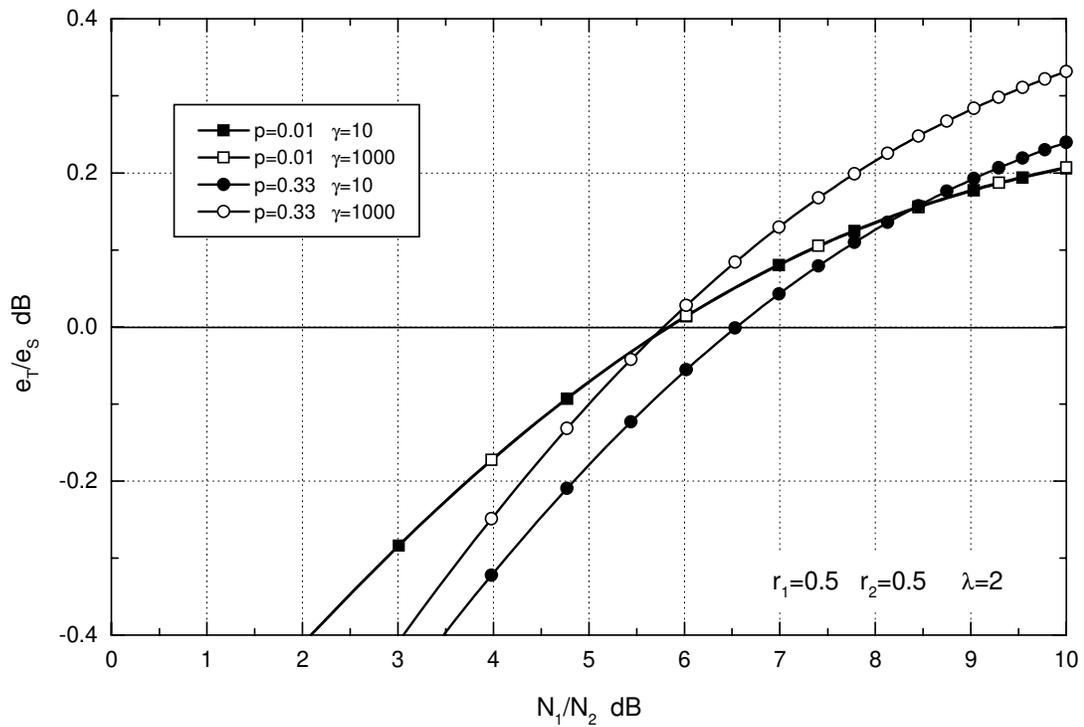


Figura 3.16 - Comparação teórica para ruído impulsivo usando $r_1 = r_2 = 0,5$ e fator $\lambda = 2$.

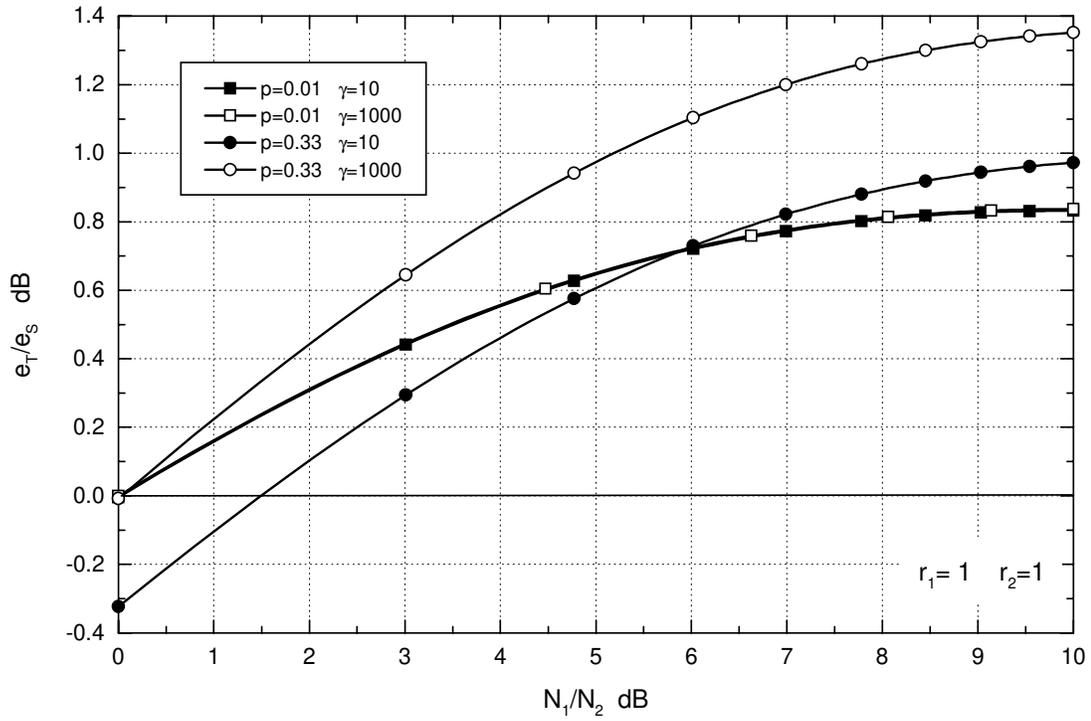


Figura 3.17 - Comparação teórica para ruído impulsivo usando $r_1 = r_2 = 1$.

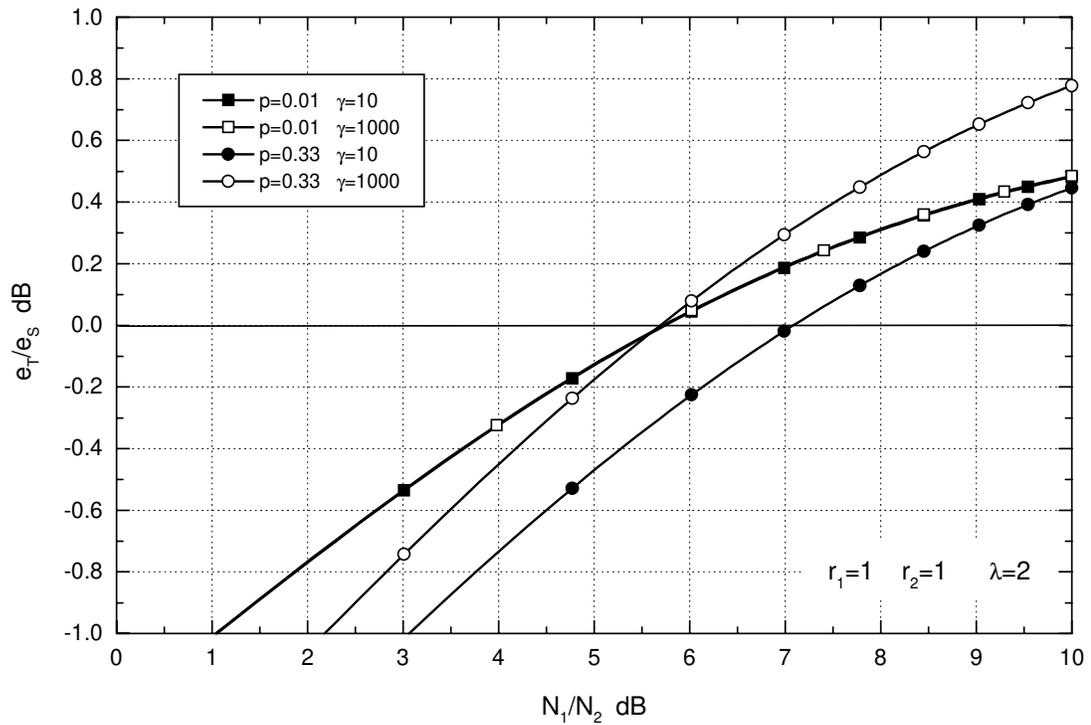


Figura 3.18 - Comparação teórica para ruído impulsivo usando $r_1 = r_2 = 1$ e fator $\lambda = 2$.

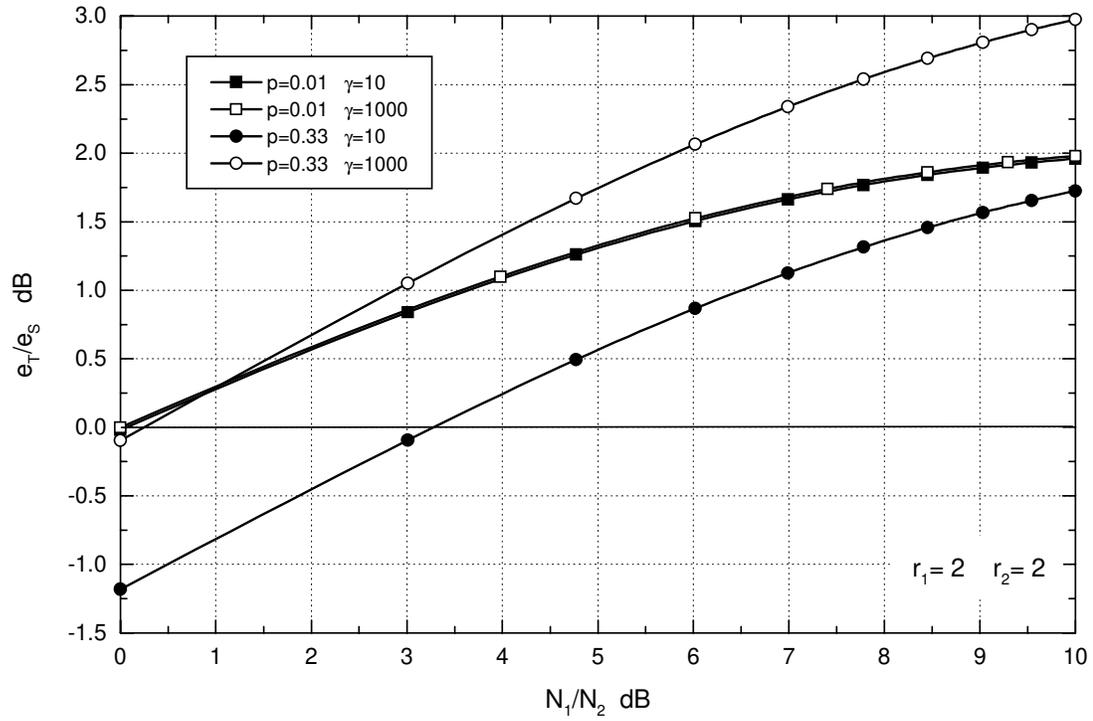


Figura 3.19 - Comparação teórica para ruído impulsivo usando $r_1 = r_2 = 2$.

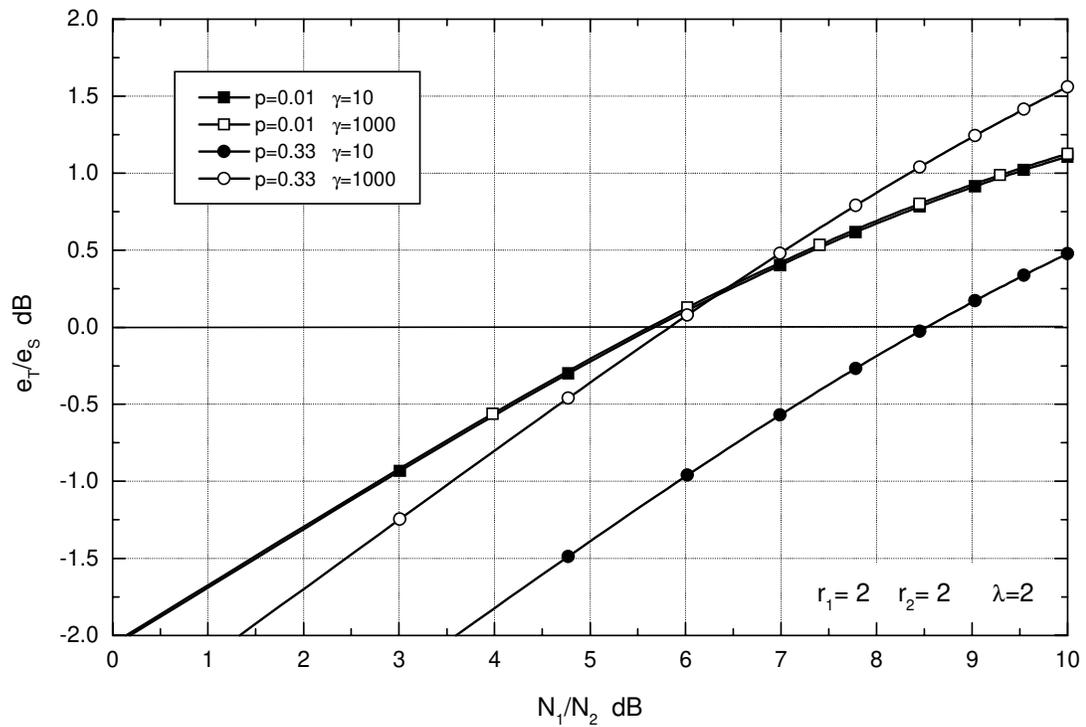


Figura 3.20 - Comparação teórica para ruído impulsivo usando $r_1 = r_2 = 2$ e fator $\lambda = 2$.

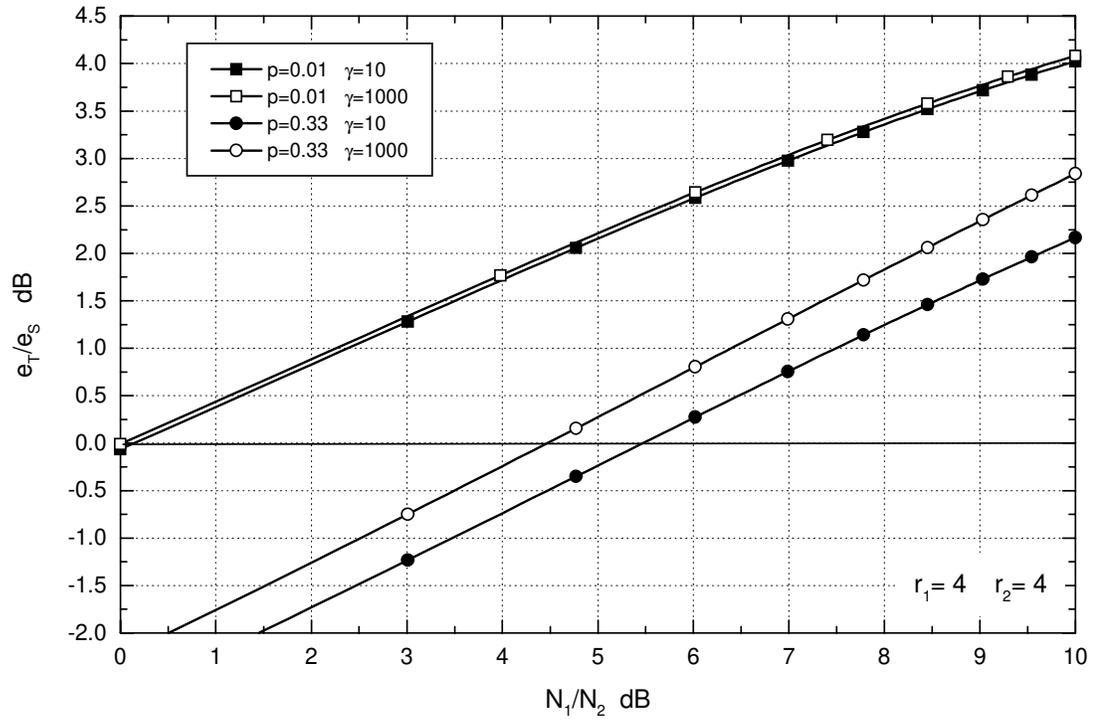


Figura 3.21 - Comparação teórica para ruído impulsivo usando $r_1 = r_2 = 4$.

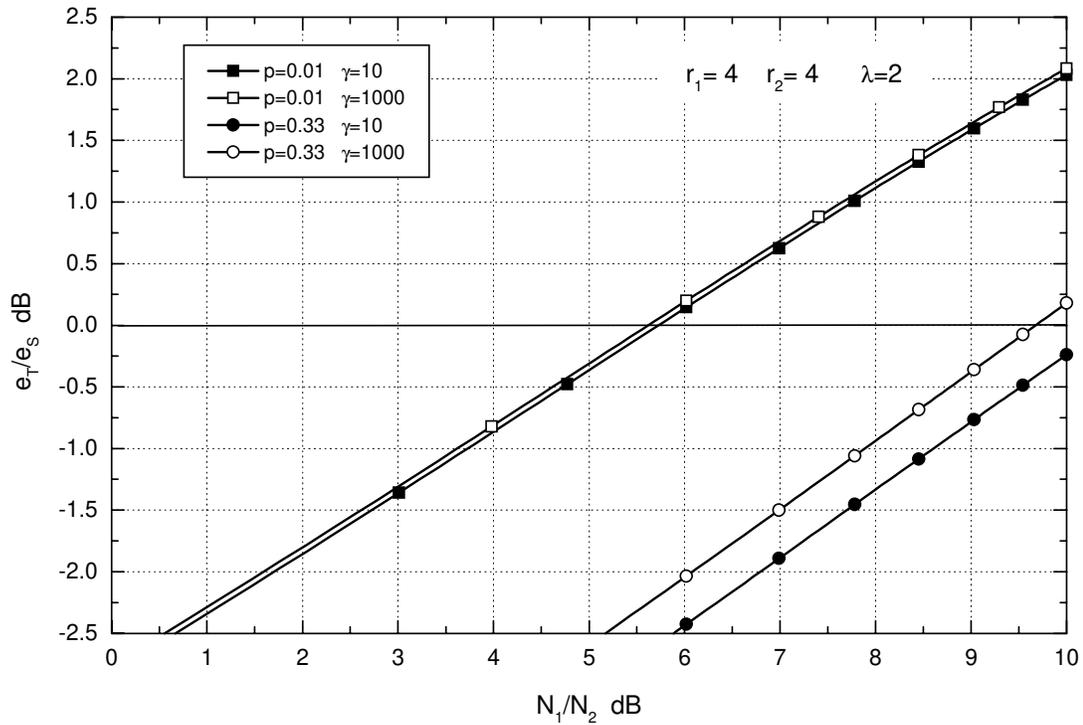


Figura 3.22 - Comparação teórica para ruído impulsivo usando $r_1 = r_2 = 4$ e fator $\lambda = 2$.

3.4.4 Comparação usando Taxa de Corte

Nas comparações mostradas na Seção 3.4.3 utilizamos um modelo de capacidade para o canal com ruído impulsivo. Também usamos o fator λ para termos uma indicativo do comportamento das curvas para esquemas práticos. Nesta seção apresentamos comparações utilizando a taxa de corte do canal com ruído impulsivo, para obter uma previsão de desempenho mais exata. Podemos utilizar a função densidade de probabilidade do ruído impulsivo e calcular as curvas de R_0 através de integração numérica. O procedimento que utilizamos foi determinar as curvas de R_0 para várias constelações QAM usando diferentes valores de p e γ , e fazer uma aproximação polinomial destas curvas. Estes polinômios são então usados para resolver

$$\frac{e}{N} = f^{-1}(r),$$

onde $R_0 = f(e/N) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_9x^9$ são polinômios de nono grau. Nas Figuras 3.23 e 3.24 mostramos como exemplo as curvas de taxa de corte das constelações 4-QAM e 8-QAM, respectivamente, para $p = 0,01$, $p = 0,1$ e $\gamma = 10$. Calculamos estas curvas também para as constelações 16-QAM, 36-QAM e 64-QAM. Com este conjunto de constelações é possível fazer comparações para distribuições de taxas $0 < r_1 \leq 2$ e $0 < r_2 \leq 2$, com um fator mínimo de expansão da constelação de 0,5 bits. Na Tabela 3.5 são mostradas as constelações de sinais associadas com cada taxa e a respectiva expansão mínima da constelação de sinais em bits. Na Tabela 3.6 são mostradas as distribuições de taxas que utilizamos como exemplo.

Na Figura 3.25 mostramos as comparações para $r_1 = r_2 = 0,5$. Podemos observar que para $p = 0,01$ o ponto de cruzamento $\bar{e}_T/\bar{e}_S = 0$ dB ocorre para $N_1/N_2 \approx 6$ dB. Este resultado não difere muito daquele para o canal AWGN mostrado na Figura 3.3, pois a probabilidade de ocorrência p do ruído impulsivo é bastante baixa. Contudo para $p = 0,1$ temos ganho de superposição para qualquer relação de proteção $N_1/N_2 \geq 0$ dB. Para $p = 0,5$ ocorre um deslocamento do ponto de cruzamento para a direita, onde temos ganho de superposição apenas para $N_1/N_2 > 10$ dB. A Figura 3.26 mostra a comparação para a distribuição de taxas

$r_1 = r_2 = 1$. Para $p = 0,01$ o ponto de cruzamento ocorre em torno de $N_1/N_2 = 0,4$ dB. Se compararmos com o resultado da Figura 3.4 para o canal AWGN, existe uma diferença maior em relação ao ponto de cruzamento. Para $p = 0,1$ o ganho de superposição ocorre para $N_1/N_2 \geq 1,6$ dB. Na Figura 3.27 temos uma comparação interessante para $r_1 = 0,5$ e $r_2 = 1$, onde sempre existe ganho de superposição. As Figuras 3.28, 3.29 e 3.30 mostram comparações para as distribuições de taxa $\{r_1 = 1 \quad r_2 = 2\}$, $\{r_1 = 1,5 \quad r_2 = 2,5\}$ e $\{r_1 = 2 \quad r_2 = 2\}$, respectivamente. Dependendo das exigências de projeto podemos utilizar constelações com maior número de sinais na comparação, ou seja, aumentar a faixa de otimização dos valores de α_1 e α_2 . O fator de expansão mínima da constelação também pode ser modificado para obedecer restrições de taxa dos códigos.

A técnica de comparação entre esquemas com UEP usando taxa de corte de canal pode ser aplicada para outros tipos de canais. Além disso também é possível especificar outros tipos de constelações de sinais para serem usadas na comparação, como por exemplo constelações PSK, para manter restrições na relação de potência pico-média das constelações para aplicação em canais não lineares.

Taxa (bits)	M (número de sinais)	Expansão Mínima da Constelação (bits)
$0 < r \leq 1,1$	4	0,9
$1,1 < r \leq 2$	8	1
$2 < r \leq 3$	16	1
$3 < r \leq 4$	36	1,17
$4 < r \leq 5,5$	64	0,5

Tabela 3.5 - Número de sinais da constelação M -QAM associada com r .

Distribuição de Taxas	Otimização de α para esquema TDCM
$r_1 = 0,5 \quad r_2 = 0,5$	$0,1 \leq \alpha_1 \leq 0,9$
$r_1 = 1,0 \quad r_2 = 1,0$	$0,2 \leq \alpha_1 \leq 0,8$
$r_1 = 0,5 \quad r_2 = 1,0$	$0,2 \leq \alpha_1 \leq 0,8$
$r_1 = 1,0 \quad r_2 = 2,0$	$0,4 \leq \alpha_1 \leq 0,5$
$r_1 = 1,5 \quad r_2 = 2,5$	$\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$
$r_1 = 2,0 \quad r_2 = 2,0$	$0,4 \leq \alpha_1 \leq 0,5$

Tabela 3.6 - Intervalos de otimização de α_1 e α_2 .

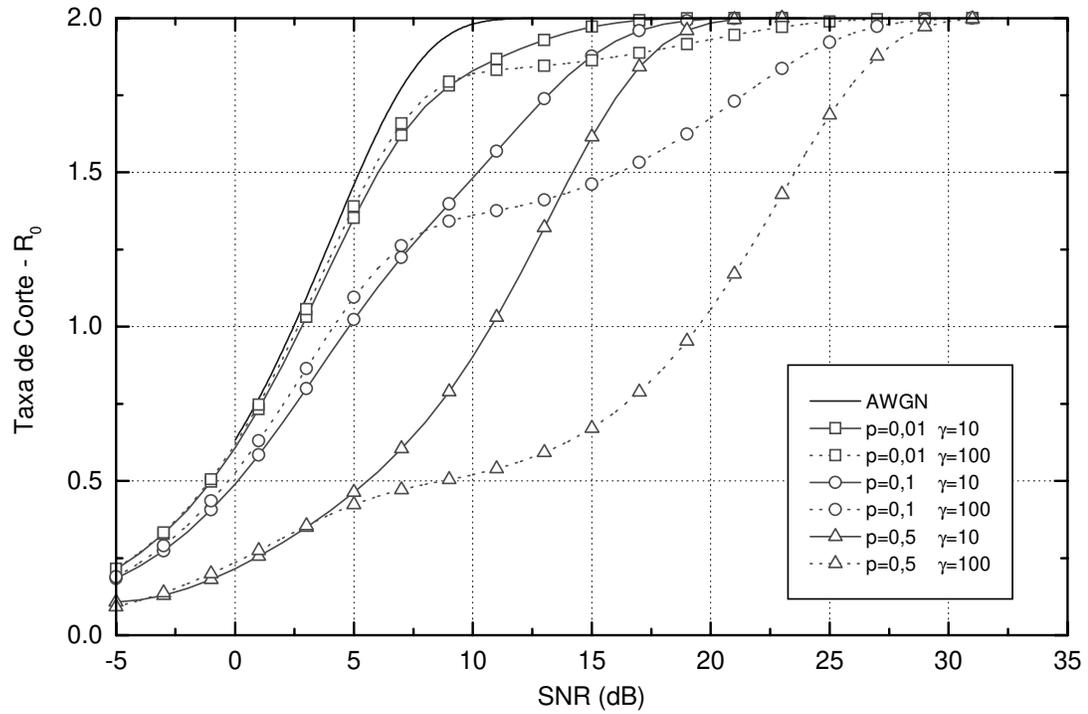


Figura 3.23 - Taxa de corte da constelação 4-QAM para o canal com ruído impulsivo.

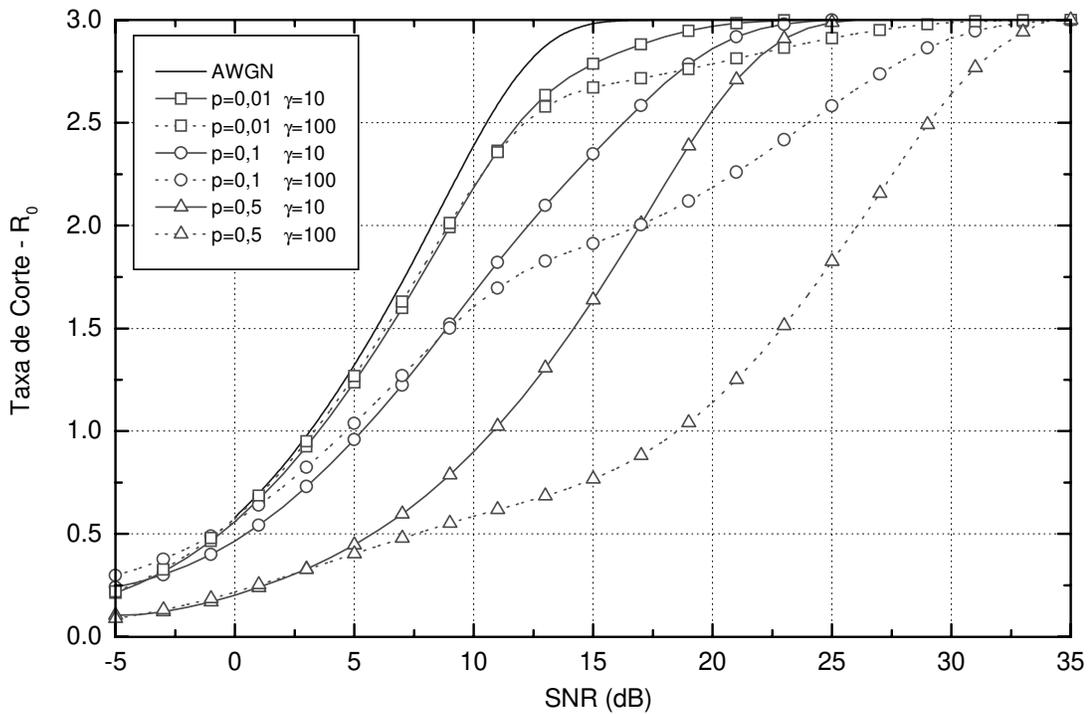


Figura 3.24 - Taxa de corte da constelação 8-QAM para o canal com ruído impulsivo.

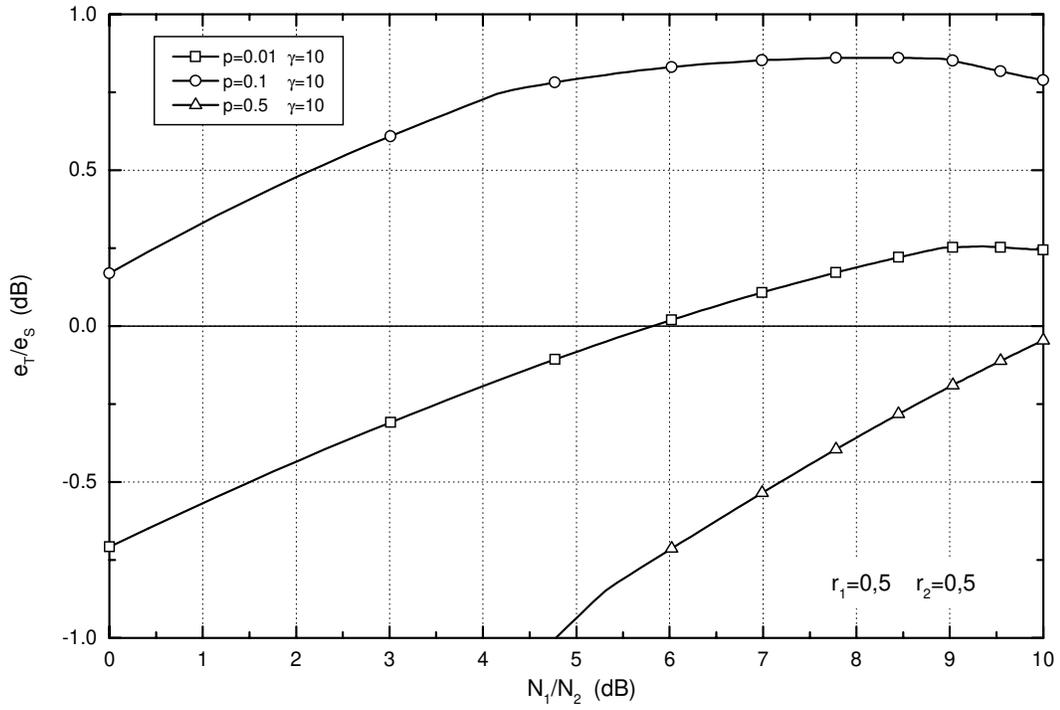


Figura 3.25 - Comparação para ruído impulsivo usando R_0 e distribuição $r_1 = r_2 = 0,5$.

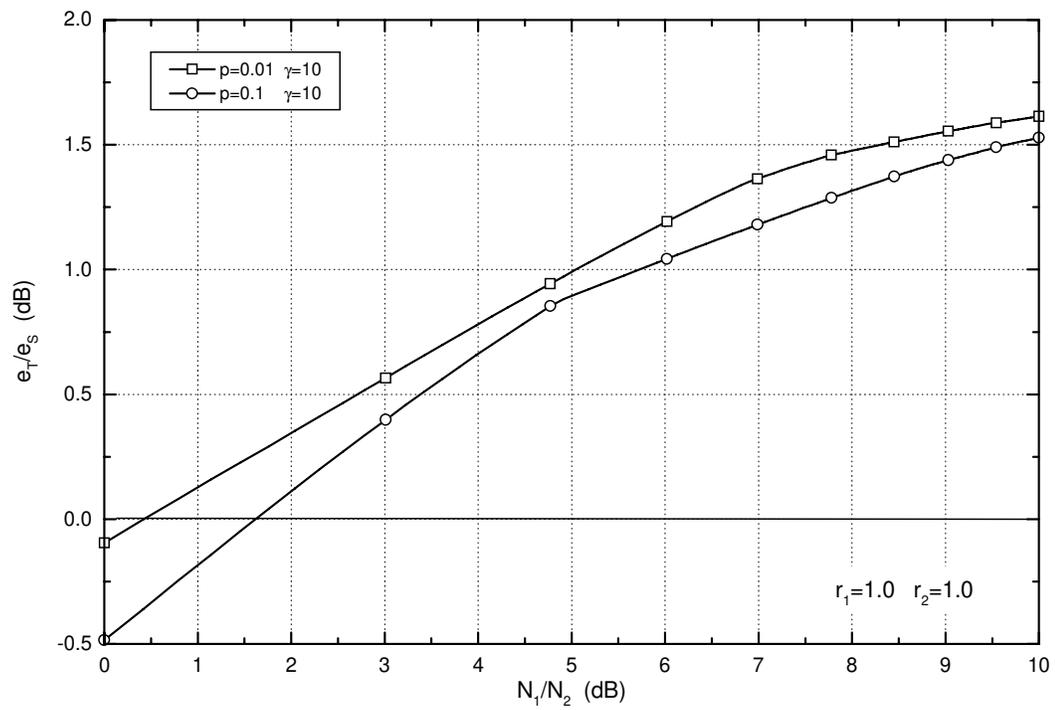


Figura 3.26 - Comparação para ruído impulsivo usando R_0 e distribuição $r_1 = r_2 = 1$.

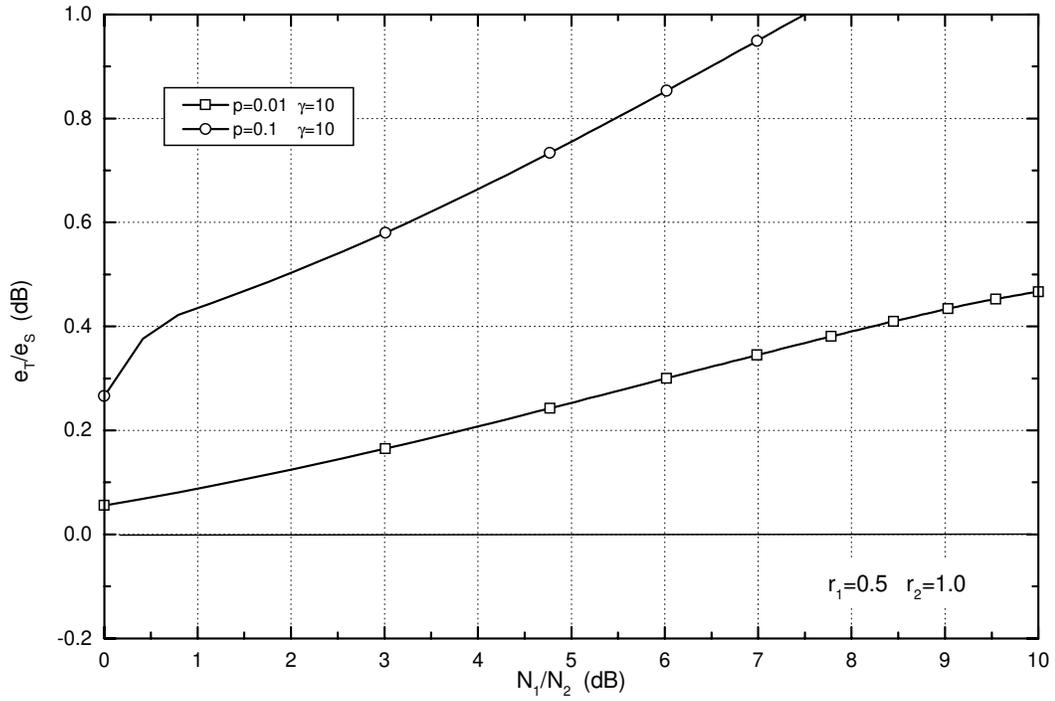


Figura 3.27 - Comparação para ruído impulsivo usando R_0 e distribuição $r_1 = 0,5$ $r_2 = 1$.

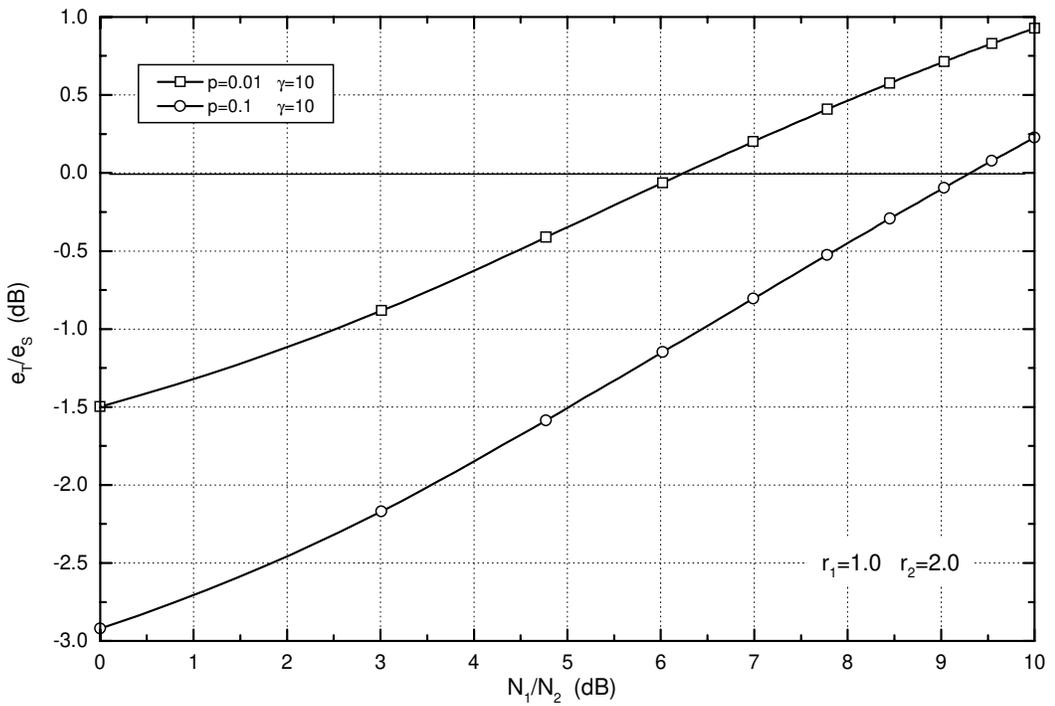


Figura 3.28 - Comparação para ruído impulsivo usando R_0 e distribuição $r_1 = 1$ $r_2 = 2$.

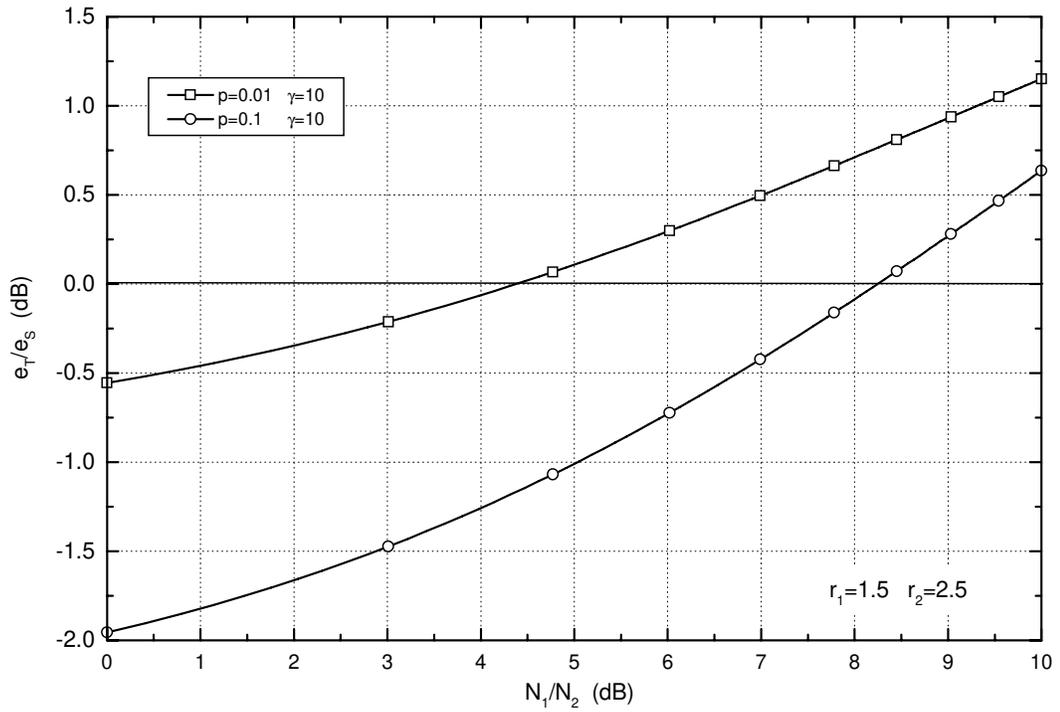


Figura 3.29 - Comparação para ruído impulsivo usando R_0 e distribuição $r_1 = 1,5$ $r_2 = 2,5$.

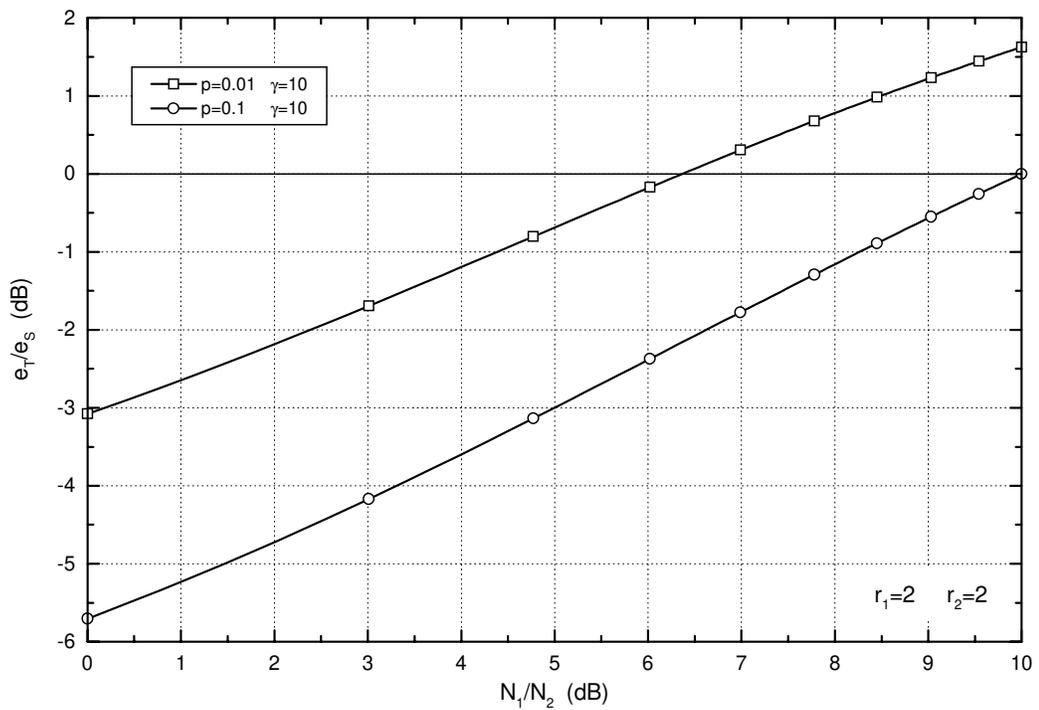


Figura 3.30 - Comparação para ruído impulsivo usando R_0 e distribuição $r_1 = 2$ $r_2 = 2$.

3.5 Exemplo de Comparação através de Simulação

Nesta seção apresentamos um exemplo de comparação entre esquemas TDCM e SCM para o canal com ruído impulsivo utilizando simulação. Neste exemplo usamos uma distribuição de taxas $r_1 = r_2 = 0,5$ e os mesmos valores de p e γ da comparação teórica com taxa de corte mostrada na Figura 3.25 da Seção 3.4.4. Para se fazer uma comparação através de simulação é necessário construir um esquema SCM e diferentes esquemas TDCM, pois para cada relação de proteção N_1/N_2 existe um conjunto ótimo (α_1, α_2) associado às respectivas taxas $(r_1/\alpha_1, r_2/\alpha_2)$. Isso implica na escolha de constelações de sinais e códigos diferentes. No esquema SCM é necessário se determinar através de simulação a relação d_1/d_2 para se atingir a relação N_1/N_2 desejada. Portanto uma comparação através de simulação é uma tarefa extremamente demorada e trabalhosa.

Na construção de todos os esquemas TDCM utilizamos apenas constelações 4-QAM com construção multinível e partição convencional. Na Tabela 3.7 são mostrados os valores ótimos de α_1 e α_2 para diferentes valores de N_1/N_2 . Estes valores ótimos são obtidos minimizando-se \bar{e}_T sob a restrição dos fatores de expansão mostrados na Tabela 3.5. Na construção dos esquemas TDCM a otimização de α_1 e α_2 é restrita aos valores da Tabela 3.6. Na Tabela 3.8 são mostrados os esquemas construídos para diferentes valores de N_1/N_2 . Também é mostrada a distribuição ótima de taxas na construção multinível, $R_{op}(1)$ e $R_{op}(2)$. O cálculo das taxas ótimas é obtido através de um critério de distribuição baseado em taxa de corte de canal proposto em [21]. Os valores de taxa de corte para a constelação 4-QAM no canal com ruído impulsivo são mostrados na Figura 3.23. Como códigos componentes da construção multinível utilizamos dois códigos convolucionais, Γ_1 e Γ_2 , com 64 estados e terminação pelo método *zerotail* [22]. As taxas R_1 e R_2 dos códigos convolucionais utilizados em cada esquema e o respectivo comprimento de bloco N usado na simulação também são mostrados na Tabela 3.8. Como estamos utilizando códigos com 64 estados não é necessária a construção do esquema TDCM para a classe de informação B , pois estamos assumindo que sempre vai existir um código Γ_2 com desempenho suficientemente inferior ao código Γ_1

da classe A que degrada o desempenho da classe B em N_1/N_2 (dB). O fato de utilizarmos apenas constelações 4-QAM é devido a restrição no fator de expansão de taxa que estamos usando. Considere o menor valor de α_1 que estamos utilizando, onde $r_1/\alpha_1 = 1$. Neste caso o uso da constelação 4-QAM ainda possibilita uma expansão de taxa de 100%.

O esquema SCM foi construído utilizando-se também uma constelação 4-QAM com construção multinível associada a uma partição não convencional. Como códigos componentes da construção multinível usamos dois códigos convolucionais de taxa $R_1 = R_2 = 1/2$ com 64 estados.

Na Tabela 3.9 são mostrados os ganhos de superposição obtidos para cada esquema. As curvas de comparação são mostradas na Figura 3.31. Comparando as curvas de simulação da Figura 3.31 com os resultados da comparação teórica usando taxa de corte de canal da Figura 3.25, podemos observar que o comportamento das curvas está bastante coerente.

N_1/N_2 (dB)	$p = 0,01$		$p = 0,1$		$p = 0,5$	
	α_1	α_2	α_1	α_2	α_1	α_2
0	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50
1	0,51	0,49	0,51	0,49	0,52	0,48
2	0,53	0,47	0,53	0,47	0,54	0,46
3	0,54	0,46	0,54	0,46	0,54	0,46
4	0,54	0,46	0,54	0,46	0,54	0,46
5	0,54	0,46	0,60	0,40	0,61	0,39
6	0,54	0,46	0,62	0,38	0,76	0,24
7	0,54	0,46	0,63	0,37	0,76	0,24
8	0,54	0,46	0,65	0,35	0,76	0,24
9	0,64	0,36	0,76	0,24	0,76	0,24
10	0,76	0,24	0,76	0,24	0,76	0,24

Tabela 3.7 - Valores ótimos de α_1 e α_2 .

3.6 Considerações Finais

Neste capítulo abordamos a comparação de desempenho entre esquemas práticos com UEP, onde propomos um método de comparação baseado na taxa de corte do canal. Apresentamos comparações inéditas para o canal AWGN e para canais com ruído impulsivo. Conforme

$p = 0,01 \quad \gamma = 10$								
N_1/N_2 (dB)	α_1	α'_1	$R = r_1/\alpha'_1$	R_{op} (1)	R_{op} (2)	R_1	R_2	N
0	0,5	0,5	1	0,2092	0,7908	1/4	3/4	400
5	0,54	0,625	0,8	0,1495	0,6505	1/5	3/5	400
7	0,54	0,625	0,8	0,1495	0,6505	1/5	3/5	400
10	0,76	0,75	2/3	0,1105	0,556	1/6	1/2	396
$p = 0,1 \quad \gamma = 10$								
0	0,5	0,5	1	0,2513	0,7487	1/4	3/4	400
5	0,6	0,6	5/6	0,1834	0,6499	1/3	1/2	396
10	0,76	0,75	2/3	0,1257	0,5409	1/6	1/2	396
$p = 0,5 \quad \gamma = 10$								
5	0,61	0,7143	0,7	0,143	0,557	1/5	1/2	400
8	0,76	0,75	2/3	0,137	0,529	1/6	1/2	396
10	0,76	0,75	2/3	0,137	0,529	1/6	1/2	396

Tabela 3.8 - Esquemas TDCM simulados.

$p = 0,01 \quad \gamma = 10$					
N_1/N_2 (dB)	TDCM		SCM		
	e_1/N_1 (dB)	\bar{e}_T/N_2 (dB)	\bar{e}_S/N_1 (dB)	\bar{e}_S/N_2 (dB)	\bar{e}_T/\bar{e}_S (dB)
0	3,3	3,3	3,8	3,8	-0,5
5	1,8	6,8	1,8	6,8	0
7	1,8	8,8	1,6	8,6	+0,2
10	1,1	11,1	1	11	+0,1
$p = 0,1 \quad \gamma = 10$					
0	6,7	6,7	6,9	6,9	-0,2
5	5,7	10,7	5,2	10,2	+0,5
10	5,5	15,5	4,4	14,4	+1,1
$p = 0,5 \quad \gamma = 10$					
5	8	13	9	14	-1
8	8,5	16,5	8,65	16,65	-0,15
10	8,5	18,5	8,4	18,4	+0,1

Tabela 3.9 - Ganhos de superposição obtidos através de simulação.

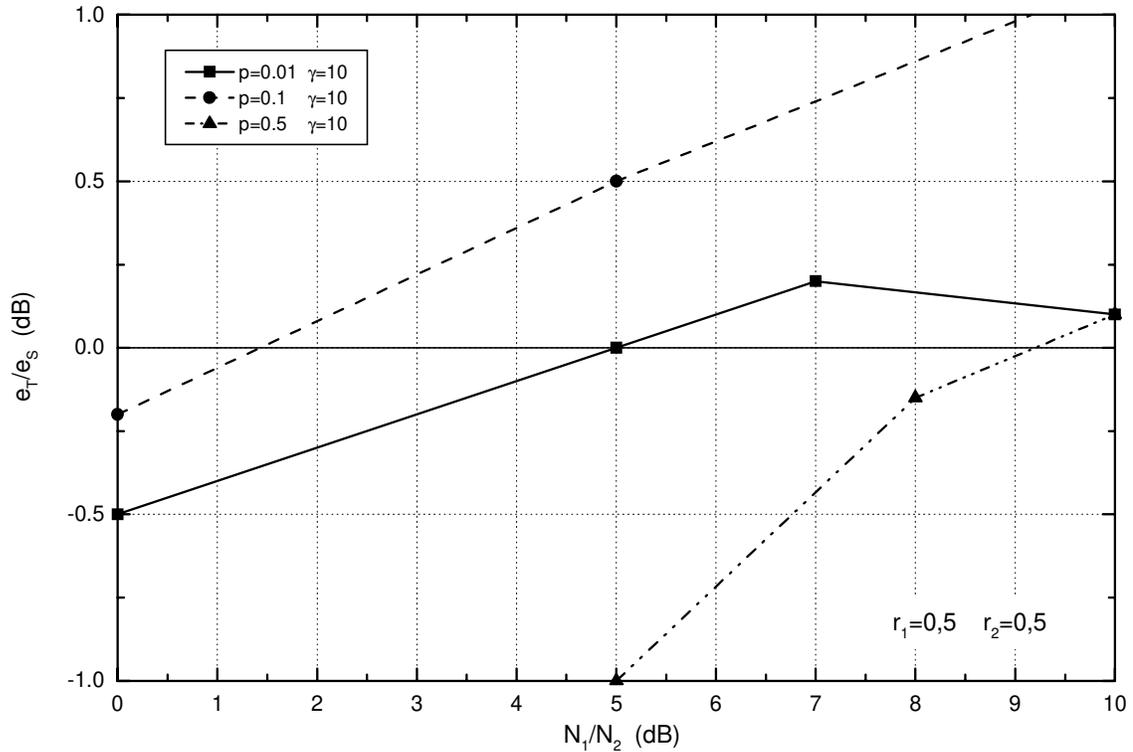


Figura 3.31 - Comparação utilizando simulação para distribuição de taxas $r_1 = r_2 = 0,5$.

mostramos, estas comparações reproduzem muito bem o desempenho de esquemas codificados práticos. Na comparação com taxa de corte a otimização de α na expressão de energia média do esquema TDCM foi considerada numa faixa de valores que resultasse em constelações QAM com no máximo 2116 pontos. Esta é uma limitação prática importante que deve ser observada. Esquemas práticos de transmissão digital utilizam constelações com no máximo 2048 pontos. Esta restrição no número de sinais não é levada em conta nas comparações usando o fator λ propostas em [16]. Em [16] o fator λ é determinado para uma modulação e um código específicos, numa taxa de erros de bit especificada de 10^{-3} . Este valor fixo de λ é então usado em todas as comparações, independentemente da distribuição de taxas r_1 e r_2 . Isso implica que se mudarmos a complexidade dos códigos utilizados, a taxa de erros especificada ou a distribuição de taxas, haverá variações no valor de λ que não são consideradas no método de comparação proposto em [16]. Esta é uma das razões pela qual as comparações com fator λ não prevêm satisfatoriamente o desempenho de determinados

esquemas. Como o cálculo de R_0 engloba a complexidade média dos códigos para cada taxa de informação desejada, as comparações obtidas são mais exatas. Além disso as comparações independem de uma taxa de erros específica.

Visto que em muitos casos o critério de desempenho baseado na taxa de corte de canal reduz o projeto de sistemas à um problema matemático tratável [17], outra vantagem no uso deste parâmetro é que o projeto de esquemas de modulação codificada práticos podem ser estendido para outros tipos de canais que não possuem uma expressão fechada para a capacidade. Outra peculiaridade é que as comparações podem ser feitas para outros tipos de constelações de sinais, obedecendo determinados critérios de projeto, como por exemplo restrições na relação de potência pico-média.

Esquemas com UEP práticos operam com relações de proteção $N_1/N_2 \geq 8$ dB, como por exemplo radiodifusão digital de HDTV [23]. Para estas relações os gráficos de comparação mostram a superioridade de esquemas SCM no canal AWGN. Portanto no Capítulo 4 direcionamos nosso estudo para a construção e implementação eficiente de esquemas SCM.

Capítulo 4

Construção Eficiente de Esquemas SCM

4.1 Introdução

Neste capítulo apresentamos uma proposta de construção eficiente de esquemas de modulação codificada com UEP utilizando a técnica de superposição de informação. A nossa proposta inclui o uso de constelações de sinais não uniformes e construção multinível associada a partições não convencionais de conjunto. Nos preocupamos com o critério para a distribuição das taxas das diferentes classes de informação entre os níveis da partição, bem como com a escolha e construção de códigos associados com a construção multinível. Abordamos aspectos de desempenho e de construção de esquemas SCM para aplicação em canais não lineares.

Na Seção 4.2 introduzimos o conceito de partição não convencional e o cálculo de limitantes teóricos para probabilidade de erro. Na Seção 4.3 apresentamos uma proposta de construção de esquemas SCM utilizando constelações não uniformes e construção multinível. Estendemos o conceito de partição não convencional descrito na Seção 4.2 bem como a derivação de limitantes teóricos para probabilidade de erro. Também abordamos o problema da distribuição ótima de taxas da construção multinível e a escolha e construção de bons códigos através de busca de padrões de funcionamento. Apresentamos resultados de simulação e comparamos as vantagens e desvantagens do esquema proposto em relação a outros esquemas SCM já propostos na literatura.

4.2 Fundamentos Teóricos

Nesta seção apresentamos o conceito de partição não convencional baseado num esquema de codificação multinível 8-PSK proposto por Morelos-Zaragoza [24] para aplicações em canais de satélite, na qual se fundamenta a nossa proposta de construção de esquemas SCM. Também mostramos a derivação analítica dos limitantes teóricos para a probabilidade de erro apresentados em [24].

4.2.1 Partições Não Convencionais

O uso da técnica de construção multinível associada com partições de sinais não convencionais, ou não padrões, tem sido proposta para a construção de esquemas de modulação codificada com proteção desigual de erros e também para aplicações em canais com desvanecimento. A principal vantagem no uso de partições não convencionais é a redução do número de vizinhos mais próximos da partição, que estão normalmente associados com os altos coeficientes de erro em partições convencionais. Além da redução do número de vizinhos, o uso de partições não convencionais possibilita duas importantes vantagens. A primeira é que determinados estágios da construção multinível podem ser decodificados em paralelo, possibilitando uma grande redução no atraso da decodificação multiestágio, e a segunda vantagem é a facilidade do cálculo de uma expressão analítica fechada para um limitante superior da probabilidade de erro.

No processo de decodificação multiestágio a métrica usual para o canal Gaussiano é a distância Euclidiana quadrática. Pode-se mostrar, conforme descrito a seguir, que o uso da partição não convencional pode simplificar o cálculo da métrica ótima, neste caso ao invés de distância Euclidiana quadrática apenas a projeção x ou y dos sinais é utilizada como métrica. Considere a constelação 8-PSK e a respectiva partição não convencional associada, mostrada na Figura 4.1. Podemos observar que os dois primeiros níveis da partição apresentam uma característica importante, a partição binária é sempre simétrica em relação a um dos eixos cartesianos. No nível 1 temos uma simetria em torno do eixo y e no nível 2 temos uma

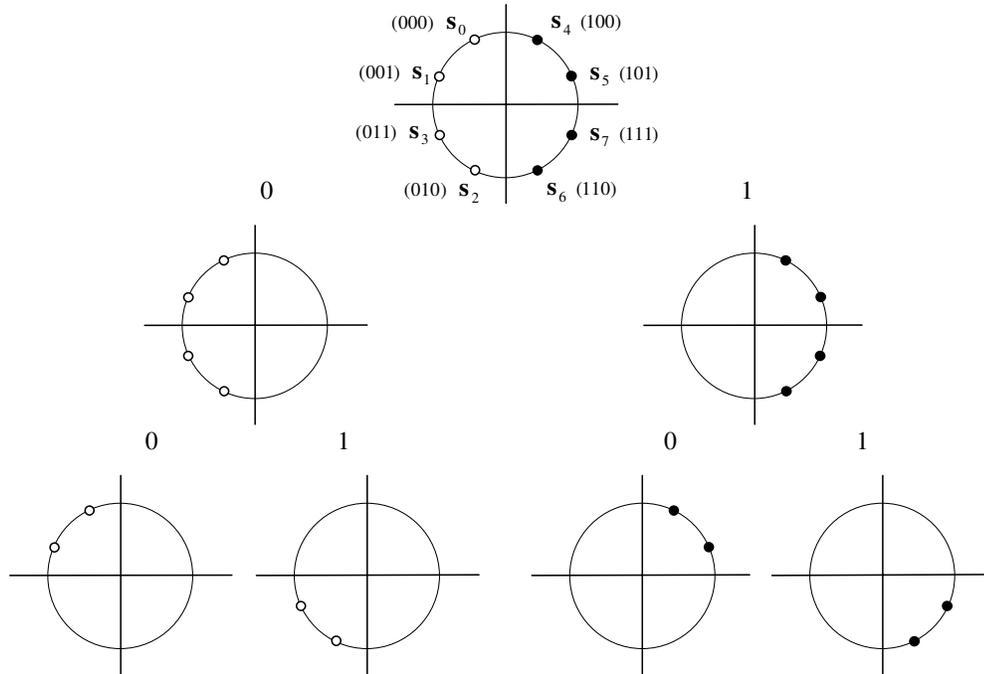


Figura 4.1 - Partição binária não convencional da constelação 8 – PSK.

simetria em torno do eixo x . Essa simetria tem implicação direta na simplificação das métricas de decodificação.

Assuma que aos níveis 0, 1 e 2 estão associados os códigos de bloco \mathbf{C}_0 , \mathbf{C}_1 e \mathbf{C}_2 , respectivamente, e o uso de decodificação com decisão suave. Considere a decodificação do primeiro estágio, ou seja, do código de bloco \mathbf{C}_0 de comprimento n . No receptor teremos a seqüência de sinais recebidos $\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_n$, onde $\mathbf{r}_i = (r_{xi}, r_{yi})$. Neste caso é preciso determinar duas métricas a cada instante i , uma métrica para o bit 0 e uma métrica para o bit 1. De maneira geral o conjunto de métricas pode ser expresso como

$$M_{bit\ 0}(i) = \min_j |\mathbf{r}_i - \mathbf{s}_j|^2, \quad j = 0, 1, 2, 3 \tag{4.1}$$

$$M_{bit\ 1}(i) = \min_j |\mathbf{r}_i - \mathbf{s}_j|^2, \quad j = 4, 5, 6, 7. \tag{4.2}$$

Da Figura 4.1, podemos expressar as coordenadas cartesianas do sinais \mathbf{s}_0 , \mathbf{s}_1 , \mathbf{s}_2 e \mathbf{s}_3 em

função das coordenadas de \mathbf{s}_4 , \mathbf{s}_5 , \mathbf{s}_6 e \mathbf{s}_7 , ou seja,

$$\mathbf{s}_0 = (-x_4, y_4) \quad \mathbf{s}_4 = (x_4, y_4)$$

$$\mathbf{s}_1 = (-x_5, y_5) \quad \mathbf{s}_5 = (x_5, y_5)$$

$$\mathbf{s}_2 = (-x_6, y_6) \quad \mathbf{s}_6 = (x_6, y_6)$$

$$\mathbf{s}_3 = (-x_7, y_7) \quad \mathbf{s}_7 = (x_7, y_7)$$

Portanto, num dado instante i , as métricas (4.1) e (4.2) podem ser expressas como

$$M_{bit\ 0}(i) = \min_j |r_{xi}^2 + r_{yi}^2 + x_j^2 + y_j^2 - 2(-r_{xi}x_j + r_{yi}y_j)|^2, \quad j = 4, 5, 6, 7 \quad (4.3)$$

$$M_{bit\ 1}(i) = \min_j |r_{xi}^2 + r_{yi}^2 + x_j^2 + y_j^2 - 2(r_{xi}x_j + r_{yi}y_j)|^2, \quad j = 4, 5, 6, 7. \quad (4.4)$$

Existe um termo em comum nas expressões das métricas (4.3) e (4.4), irrelevante no processo de minimização, que pode ser excluído. Portanto, sendo $x_4 = x_6$ e $x_5 = x_7$, podemos simplificar as métricas para

$$M_{bit\ 0}(i) = \min_j |2r_{xi}x_j|^2, \quad j = 4, 5$$

$$M_{bit\ 1}(i) = \min_j |-2r_{xi}x_j|^2, \quad j = 4, 5.$$

Concluimos então que na decodificação do primeiro estágio apenas a projeção r_{xi} do sinal recebido é relevante no processo de decisão. Na decodificação do segundo estágio o raciocínio é análogo, pois temos uma simetria em torno do eixo y . Suponha, por exemplo, que a decodificação do primeiro estágio foi feita corretamente e decidimos pelo bit 0. Então podemos expressar as métricas do segundo nível como

$$M_{bit\ 0}(i|b_{0i} = 0) = \min_j |2r_{yi}y_j|^2, \quad j = 0, 1$$

$$M_{bit\ 1}(i|b_{0i} = 0) = \min_j |-2r_{yi}y_j|^2, \quad j = 0, 1.$$

Portanto na decodificação do segundo estágio apenas a projeção r_{yi} do sinal recebido \mathbf{r}_i é relevante no processo de decisão. A decodificação do terceiro estágio é feita de maneira convencional, pois é necessário utilizar a informação dos estágios anteriores.

4.2.2 Limitante Teórico para a Probabilidade de Erro

Na Seção 4.2.1 descrevemos a partição binária não convencional e ressaltamos a questão da simplificação das métricas. Mostramos que devido a estrutura da partição não convencional o processo de decodificação multiestágio pode ser feito em paralelo nos níveis 1 e 2. Para a partição não convencional é possível determinar um limitante superior para a probabilidade de erro. Para o esquema multinível 8-PSK com a partição não convencional da Figura 4.1, proposto em [24], são apresentadas expressões para o limitante superior de probabilidade de erro de palavra de cada nível da partição. Para os níveis 1 e 2 da partição o limitante é dado pela expressão abaixo,

$$P_{bloco}^{1,2}(e) \leq \sum_{w=d_{\min}}^n N(w) 2^{-w} \sum_{l=0}^w \binom{w}{l} \tilde{Q} \left(\sqrt{\frac{1}{w} (l\Delta_1 + (w-l)\Delta_2)^2} \right) \quad (4.5)$$

onde Δ_1 e Δ_2 são as projeções dos sinais sobre os eixos cartesianos e $N(w)$ representa o número de palavras código de peso w . A função $\tilde{Q}(x)$ é definida como

$$\tilde{Q}(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \int_{x\sqrt{RE_b}}^{+\infty} \exp\left(\frac{-t^2}{N_0}\right) dt.$$

No Apêndice B apresentamos detalhadamente a dedução da expressão 4.5 apresentada em [24]. Este desenvolvimento é fundamental para o entendimento do cálculo de limitantes para o esquema com partição não convencional proposto na Seção 4.3.

4.3 Construção de Esquemas SCM

Na Seção 4.2 discutimos as características da partição não convencional e suas vantagens. Apesar do conceito de partição não convencional já ser conhecido e utilizado em diversos esquemas, o que estamos propondo é uma generalização desta partição para aplicação na construção de esquemas SCM. Nessa generalização propomos o uso de constelações AM-PM não uniformes ao invés de constelações PSK. Na construção multinível, com algumas considerações adicionais, a partição não convencional é estendida para constelações com maior

número de sinais que o 8-PSK, possibilitando ainda manter um paralelismo na decodificação multiestágio. O paralelismo é uma característica importante em aplicações onde o atraso de decodificação é um fator limitante. Na Seção 4.3.1 apresentamos um exemplo de construção de um esquema multinível SCM associado a uma partição não convencional de uma constelação 32-QAM não uniforme. A constelação 32-QAM foi construída com uma relação de potência pico-média reduzida. Isso é uma vantagem para aplicação em canais não lineares, conforme discutiremos na Seção 4.6. Os conceitos propostos e utilizados neste exemplo podem ser aplicados na construção de outros esquemas SCM, com diferentes constelações de sinais, classes de proteção e taxas de transmissão.

4.3.1 Esquema Proposto

Estamos propondo inicialmente um esquema SCM para radiodifusão em canais AWGN. A informação é dividida em duas classes: a classe mais importante e a classe menos importante. O método de codificação utiliza construção multinível [25] associada a uma partição não convencional de uma constelação 32-QAM não uniforme. A constelação 32-QAM proposta é mostrada na Figura 4.2. Nesta figura os rótulos dos pontos de sinais definem a partição binária não convencional associada. Os dois bits mais significativos (esquerda) indicam o quadrante (sub-constelação) do sinal. Na Figura 4.2, d_2 representa a distância Euclidiana mínima entre os sinais de uma sub-constelação 8-PSK e d_1 a distância mínima entre duas sub-constelações. A constelação QAM consiste de quatro grupos ou nuvens 8-PSK ao invés de sub-constelações 8-QAM. Isso resulta numa constelação com a relação de potência de pico-média reduzida. A implementação prática do codificador e do decodificador é simplificada devido ao fato de utilizarmos na construção multinível apenas um código convolucional binário e uma versão puncionada dele. Para particionar a constelação QAM fizemos primeiro uma partição não convencional das quatro nuvens 8-PSK, conforme mostra a Figura 4.4. Então, cada sub-constelação 8-PSK foi particionada de maneira similar conforme apresentado em [24]. Wei [15] propôs um esquema SCM formado por uma constelação 32-QAM não uniforme, dividida em quatro nuvens 8-QAM transladadas da origem por uma constelação

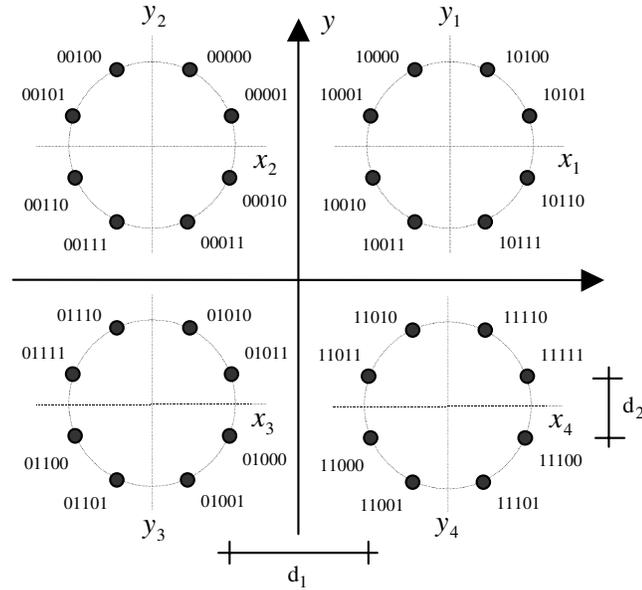


Figura 4.2 - Constelação 32-QAM não uniforme com quatro sub-constelações 8-PSK.

4-PSK, conforme mostra a Figura 4.3. Nós propomos utilizar uma constelação 8-PSK ao invés de uma constelação 8-QAM. Existem duas razões principais para isso. A primeira é que a relação de potência pico-média da constelação resultante 32-QAM será reduzida, o que representa um vantagem para aplicações em canais não lineares. Segundo, é possível considerar uma partição não padrão para cada grupo de sinais 8-PSK.

4.3.1.1 Estrutura da Partição Não Convencional

A Figura 4.4 mostra a estrutura da partição não convencional para os níveis 1 e 2 do esquema multinível SCM com constelação 32-QAM não uniforme que estamos propondo. A partição de cada sub-constelação 8-PSK da Figura 4.4 é feita da mesma maneira que em [24]. Esta partição é uma extensão do conceito de partição não convencional usada em [24]. Desta forma a partição não convencional pode ser aplicada para constelações QAM com maior número de sinais, dentro de certas restrições de simetria.

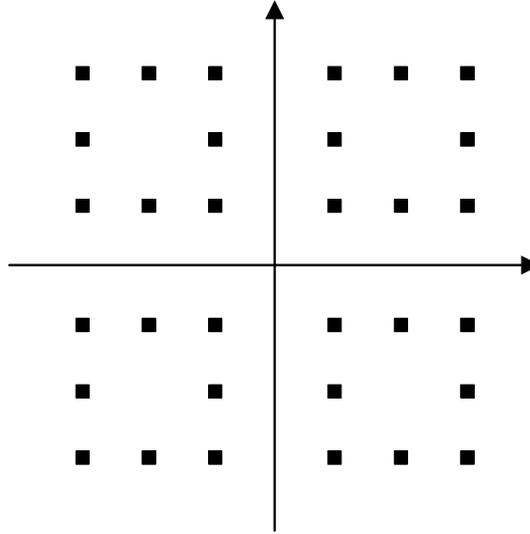


Figura 4.3 - Constelação 32-QAM não uniforme proposta por Wei.

4.3.1.2 Limitante Superior para Probabilidade de Erro de Bloco

Devido à estrutura da partição não convencional que utilizamos na constelação 32-QAM é possível deduzir um limitante superior para a probabilidade de erro de bloco bem aproximado, pois leva em conta toda a distribuição de pesos dos códigos utilizados em cada nível da partição. Para os níveis 1 a 4 estes limitantes são função das projeções de sinais sobre os eixos cartesianos, Δ_i , e da distribuição de pesos dos códigos utilizados. As expressões dos limitantes $P_{bloco}^i(e)$, para cada nível i , são dadas por

$$P_{bloco}^{1,2}(e) \leq \sum_{w=d_{\min}}^n N(w) 4^{-w} S_1(w), \quad (4.6)$$

$$P_{bloco}^{3,4}(e) \leq \sum_{w=d_{\min}}^n N(w) 2^{-w} S_2(w), \quad (4.7)$$

$$P_{bloco}^5(e) \leq \sum_{w=d_{\min}}^n N(w) S_3(w). \quad (4.8)$$

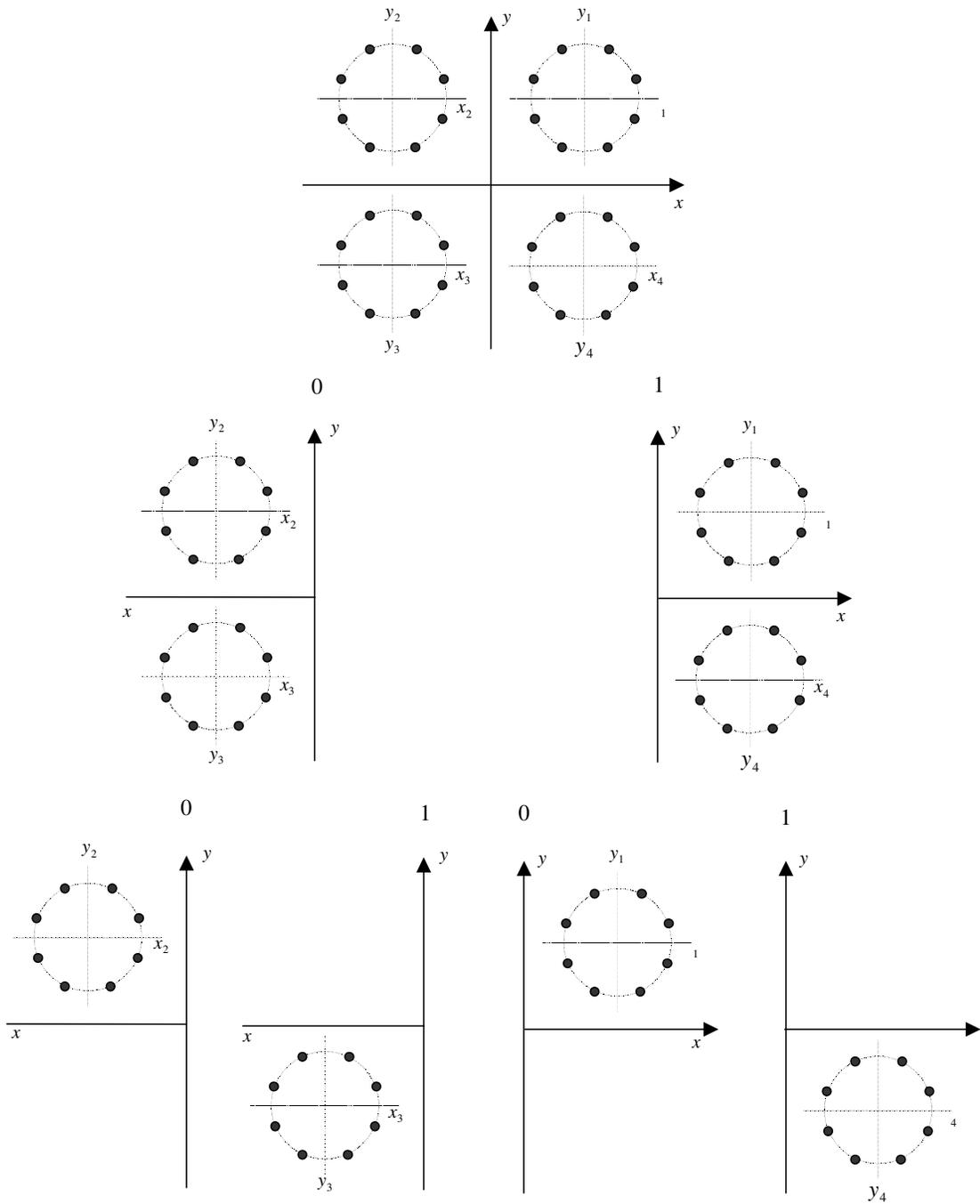


Figura 4.4 - Partição binária não convencional dos níveis 1 e 2 da constelação 32-QAM.

onde $N(w)$ representa o número de palavras com peso w . As funções $S_1(w)$, $S_2(w)$ e $S_3(w)$ são definidas como

$$S_1(w) = \sum_{q_1=0}^w \sum_{q_2=0}^{w-q_1} \sum_{q_3=0}^{w-q_1-q_2} \binom{w}{q_1} \binom{w-q_1}{q_2} \binom{w-q_1-q_2}{q_3} f_Q(q_1, q_2, q_3, w),$$

$$S_2(w) = \sum_{q_1=0}^w \binom{w}{q_1} Q \left(\sqrt{\frac{2[q_1 \Delta'_1 + (w-q_1) \Delta'_2]^2}{wN_0}} \right),$$

$$S_3(w) = Q \left(\sqrt{\frac{2wd_2^2}{N_0}} \right),$$

onde,

$$f_Q(q_1, q_2, q_3, w) = Q \left(\sqrt{\frac{2(q_1 \Delta_1 + q_2 \Delta_2 + q_3 \Delta_3 + (w-q_1-q_2-q_3) \Delta_4)^2}{wN_0}} \right).$$

O limitante dos níveis 3 e 4 é dado pela expressão (4.7), onde definimos $\Delta'_1 = \Delta_3 - (\Delta_2 + \Delta_3)/2$ e $\Delta'_2 = \Delta_4 - (\Delta_2 + \Delta_3)/2$. O limitante do quinto nível da partição é dado pela expressão (4.8), onde d_2 é a distância Euclidiana mínima entre os sinais da sub-constelação 8-PSK. Portanto o limitante superior para a probabilidade de erro de bloco das duas classes de informação são definidos em função das expressões (4.6), (4.7) e (4.8) como

$$P_{bloco}^A(e) \leq P_{bloco}^1(e) + P_{bloco}^2(e),$$

$$P_{bloco}^B(e) \leq P_{bloco}^3(e) + P_{bloco}^4(e) + P_{bloco}^5(e).$$

A dedução destes limitantes é apresentada em detalhes no Apêndice B.

4.3.1.3 Construção Multinível

Considere o esquema SCM com duas classes de informação, protegidas desigualmente. A classe A é a parte considerada mais importante e a classe B é a parte menos importante. O grau de proteção de erros para cada classe depende da relação de distâncias d_1/d_2 . Como em [15], nós consideramos a transmissão de 4 bits de informação por intervalo de símbolo, com um percentual de 37,5% de informação classificada como mais importante. Portanto as classes A e B tem taxas $R_A = 1,5$ bits/símbolo e $R_B = 2,5$ bits/símbolo, respectivamente. É necessário associar cada classe com os níveis da partição da construção multinível. A classe A é associada com os dois primeiros níveis (dois bits mais significativos) e a classe B é associada com os outros níveis, ou seja, com a sub-constelação 8-PSK. Portanto, se a relação d_1/d_2 aumenta, o nível de proteção para a classe A irá aumentar e o nível de proteção para a classe B irá diminuir. Após a associação das duas classes com os dois grupos de níveis de partição binária, a questão importante a ser abordada é a distribuição das taxas de cada classe entre os seus respectivos níveis de partição associados. Para resolver este problema, usamos o critério de taxa de corte para decodificação multiestágio proposto em [21]. A distribuição de taxas é dada pela expressão

$$R_{op}(i) = (R - R_0^{ms})/m + R_0^i, \quad (4.9)$$

onde m é o número de níveis da partição associado com cada classe, R_0^i é a taxa de corte do i -ésimo canal equivalente e $R_0^{ms} = \sum_{i=1}^m R_0^i$ é a taxa de corte total. Devido à simetria da partição não convencional os canais equivalentes de cada nível possuem a mesma taxa de corte R_0^i , ou seja, $R_0^{ms} = mR_0^i$. Portanto isso implica numa distribuição ótima de taxas idêntica entre os níveis associados com cada classe:

$$R_{op}(i) = (1,5 - 2R_0^i)/2 + R_0^i, \quad i = 1, 2 \quad (4.10)$$

e

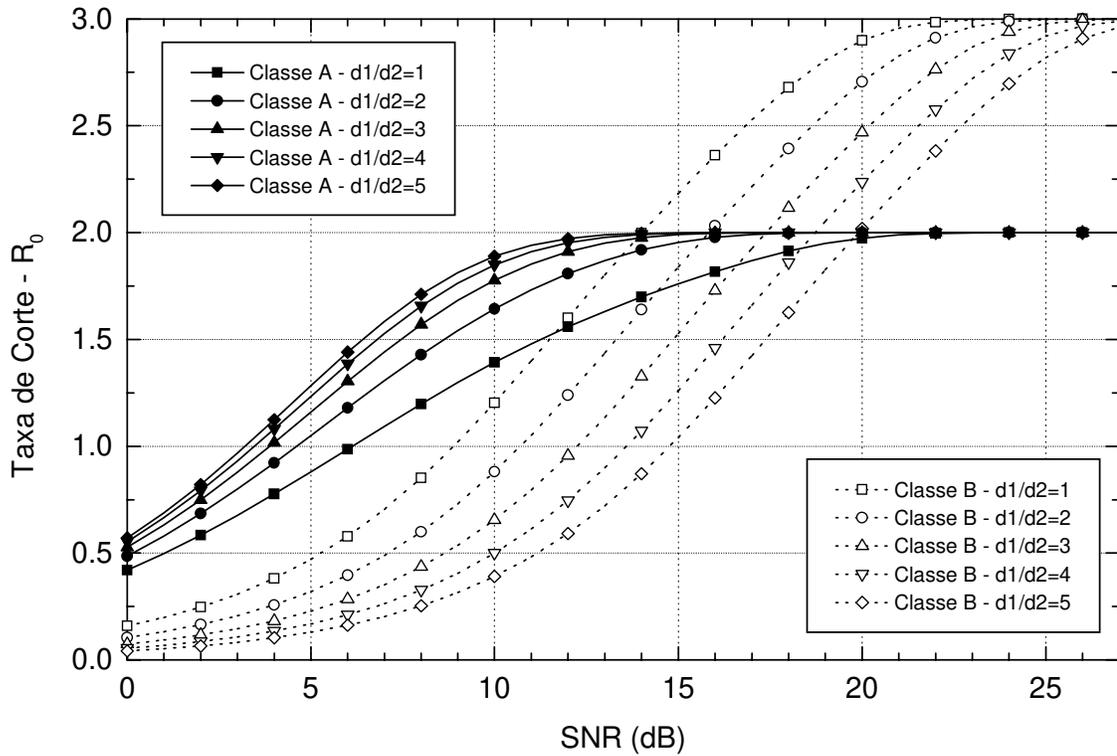


Figura 4.5 - Taxas de corte $R_0^{1,2}$ e $R_0^{3,4,5}$ para diferentes valores de d_1/d_2 .

$$R_{op}(i) = (2,5 - 3R_0^i) / 3 + R_0^i, \quad i = 3, 4, 5. \quad (4.11)$$

A Figura 4.5 mostra as curvas de R_0^{ms} das duas classes de informação para diferentes valores de d_1/d_2 . Para uma relação $d_1/d_2 = 3$, os valores de R_0^i são $R_0^1 = R_0^2 = 0,78259$ e $R_0^3 = R_0^4 = R_0^5 = 0,85035$. Portanto valores práticos para as taxas que se aproximam das taxas ótimas para os níveis 1 e 2 da partição (classe A) são $R_{op}(1) = R_{op}(2) = 3/4$ e para os níveis 3, 4 e 5 (classe B) são $R_{op}(3) = R_{op}(4) = R_{op}(5) = 5/6$.

A Tabela 4.1 mostra a distribuição de taxas ótimas $R_{op}(i)$. Note que as taxas são igualmente distribuídas entre os níveis de cada classe, pois a partição não convencional implica num modelo de canais em paralelo para a decodificação multiestágio.

	Classe A		Classe B		
Nível	1	2	3	4	5
$R_{op}(i)$	3/4	3/4	5/6	5/6	5/6

Tabela 4.1 - Distribuição ótima de taxas do esquema SCM multinível 32-QAM.

$g_1^{(1)} = 4$	$g_1^{(2)} = 4$	$g_1^{(3)} = 4$	$g_1^{(4)} = 4$
$g_2^{(1)} = 0$	$g_2^{(2)} = 6$	$g_2^{(3)} = 2$	$g_2^{(4)} = 4$
$g_3^{(1)} = 0$	$g_3^{(2)} = 2$	$g_3^{(3)} = 5$	$g_3^{(4)} = 5$

Tabela 4.2 - Seqüências geradoras do código convolucional de taxa 3/4 com 8 estados.

4.3.1.4 Estrutura do Codificador

Como códigos componentes da construção multinível foi utilizado um único código convolucional truncado (bloco) com terminação "zerotail" [22] e uma versão puncionada deste. O código convolucional usado possui taxa $R = 3/4$ e distância livre $d_{free} = 4$. As seqüências geradoras [26] deste código são mostradas na Tabela 4.2. As taxas dos códigos de bloco obtidos são dadas por

$$R' = \frac{k(m' - m)}{n m'}, \quad (4.12)$$

onde m é a memória do codificador convolucional. Utilizamos terminação "zerotail" com comprimento $m' = 72$ para obtermos o código de bloco dos níveis 1 e 2. Para os códigos dos níveis 3, 4 e 5 utilizamos comprimento $m' = 80$, onde são puncionados 32 bits da palavra código. Portanto a taxa dos códigos de bloco dos níveis 1 e 2, $R'_{1,2}$, e do níveis 3, 4, 5, $R'_{3,4,5}$, são respectivamente

$$R'_{1,2} = \frac{3(72 - 2)}{4 \cdot 72} = \frac{210}{288} \quad R'_{3,4,5} = \frac{3(80 - 2)}{4 \cdot 80} = \frac{234}{288}.$$

Com esta distribuição de taxas, o tamanho do bloco de informação transmitido é de 1122 bits. Um detalhe importante a ser observado é que o método "zerotail" provoca uma pequena perda de taxa em relação às taxas ótimas.

Conforme mencionamos, o código da classe B foi obtido retirando-se 32 bits da palavra código do código de bloco usado na classe A. O seguinte padrão de puncionamento foi utilizado:

1111 1111 1111 1111 1111 1111 1110 1110 1110 1110

Isso significa que a cada bloco de 40 bits, os bits nas posições 28, 32, 36 e 40 são apagados. Um zero é usado para indicar o bit apagado. A escolha deste padrão específico foi feita considerando-se a distribuição de pesos do código de bloco obtido pelo método "zerotail", de maneira a se obter a maior distância de Hamming mínima para o código puncionado. A escolha dos padrões de puncionamento foi feita através de busca computacional, onde o programa testa diversos padrões de puncionamento gerando a distribuição de pesos dos códigos. O mesmo padrão de puncionamento é usado nos níveis 3, 4 e 5, da partição associados com a classe de informação B.

A distribuição de pesos das palavras do código de bloco derivado a partir de um código convolucional é obtida a partir do diagrama de transição de estados do código convolucional. Defini-se uma matriz \mathbf{A} , onde cada elemento A_{ij} é dado por D^h , onde h representa o peso de Hamming da palavra código gerada na transição do estado i ao estado j . Para o código convolucional que estamos utilizando temos a seguinte matriz \mathbf{A} ,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 + D^4 & 2D^2 & 2D^2 & 2D^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2D^2 & 2D^2 & 2D^2 & 1 + D^4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D + D^3 & D + D^3 & D + D^3 & D + D^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D + D^3 & D + D^3 & D + D^3 & D + D^3 \\ 2D^2 & 2D^2 & 1 + D^4 & 2D^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2D^2 & 1 + D^4 & 2D^2 & 2D^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D + D^3 & D + D^3 & D + D^3 & D + D^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D + D^3 & D + D^3 & D + D^3 & D + D^3 \end{bmatrix}.$$

Como este código possui um diagrama de estados com transições paralelas, os termos D^h das palavras códigos com transição paralela entre o estado i e o estado j devem ser somados, conforme pode ser observado na matriz \mathbf{A} . Uma vez definida a matriz, a distribuição de pesos do código de bloco gerado pelo método "zerotail" é dada pelo elemento R_{00} da matriz \mathbf{R} , onde $\mathbf{R} = [\mathbf{A}]^{m'-m} [\mathbf{A}']^m$. A matriz \mathbf{A}' representa apenas as transições do diagrama de estado para uma entrada toda nula do codificador. Isso é necessário porque o nosso código possui transições paralelas. De maneira geral, se o código convolucional não possuir transições paralelas, $\mathbf{R} = [\mathbf{A}]^{m'}$. A matriz \mathbf{A}' deste código convolucional é definida como

$$\mathbf{A}' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ D^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D & 0 & 0 & 0 \\ D^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ D^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D^3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

O elemento R_{00} resultante é um polinômio de grau máximo n , onde cada termo $a_i D^i$ indica que existem a_i palavras código de peso i . Na Tabela 4.4 é mostrada a distribuição de pesos do código de bloco dos níveis 1 e 2.

Para o cálculo da distribuição de pesos do código utilizado nos níveis 3, 4 e 5 é necessário considerarmos o puncionamento. O puncionamento consiste em se apagar determinados bits da palavra código de acordo com um padrão específico. O padrão adotado para puncionar os códigos dos níveis 3, 4 e 5 foi mostrado anteriormente. Para calcularmos a distribuição de pesos de códigos puncionados vamos definir por conveniência duas novas matrizes, \mathbf{A}_p e \mathbf{A}'_p . Os elementos da matriz \mathbf{A}_p são definidos como $A_{p,ij} = D^h$, onde h representa o peso de Hamming da palavra código puncionada gerada na transição do estado i ao estado j . Os elementos da matriz \mathbf{A}'_p são definidos como $A'_{p,ij} = D^h$, onde h representa o peso de Hamming

da palavra código puncionada gerada na transição do estado i ao estado j , para um bloco de informação toda nula. Então a distribuição de pesos das palavras código para os níveis 3, 4 e 5 é dada pelo elemento R_{00} da matriz $\mathbf{R} = [\mathbf{M}]^7 [\mathbf{A}]^6 [\mathbf{A}_p]^2 [\mathbf{A}'_p]^2$, onde $\mathbf{M} = [\mathbf{A}]^6 [\mathbf{A}_p]^4$.

As matrizes \mathbf{A}_p e \mathbf{A}'_p são respectivamente

$$\mathbf{A}_p = \begin{bmatrix} 1 + D^4 & D + D^2 & D + D^2 & D + D^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ D + D^2 & D + D^2 & D + D^2 & 1 + D^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D + D^2 & 1 + D^3 & D + D^3 & D + D^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D + D^2 & D + D^3 & 1 + D^3 & D + D^2 \\ D + D^2 & D + D^2 & 1 + D^3 & D + D^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ D + D^2 & 1 + D^3 & D + D^2 & D + D^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D + D^2 & D + D^2 & D + D^2 & 1 + D^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 + D^2 & 1 + D^2 & D + D^2 & D + D^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}'_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ D^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D & 0 & 0 & 0 \\ D & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ D & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

É importante ressaltar que estas duas matrizes são específicas para o padrão de puncionamento utilizado. Um outro padrão de puncionamento resultará em matrizes diferentes e portanto a distribuição de pesos será diferente. Esse é um ponto que iremos explorar mais adiante, onde tentamos escolher padrões de puncionamento que gerem uma distribuição de

pesos com maior distância mínima de Hamming possível, ou seja, gerar um código de bloco com máxima distância mínima possível. A distribuição de pesos para os códigos dos níveis 3, 4 e 5 é mostrada na Tabela 4.5. Para o código dos níveis 1 e 2 o número total de palavras código é dado por $2^{210} = 1.6455E + 63$. Para o código dos níveis 3, 4 e 5 o número total de palavras código é dado por $2^{234} = 2.7607E + 70$.

O programa para geração da distribuição de pesos dos códigos foi desenvolvido em linguagem C++. Foram desenvolvidas classes específicas para manipulação de matrizes com polinômios. O desenvolvimento específico destas classes e o uso de alocação dinâmica de memória resultou num programa extremamente eficiente em termos de velocidade. A Tabela 4.3 mostra o tempo computacional necessário para gerar a distribuição de pesos do código convolucional da Tabela 4.2 para diferentes valores de m' , usando o nosso programa desenvolvido em linguagem C++. Para efeitos comparativos a Tabela 4.3 também mostra o tempo computacional necessário para gerar a mesma distribuição usando o programa *Mathematica 3.0*. Podemos observar uma drástica diferença de desempenho. Portanto o nosso programa constitui uma ferramenta importante para a busca de códigos e padrões de funcionamento ótimos. A estrutura completa do codificador para o esquema proposto é mostrada nas Figuras 4.6 e 4.7.

Zerotail m'	Tempo Computacional (s)	
	Programa Mathematica 3.0	Programa Desenvolvido em Linguagem C++
5	10	0,05
10	360	0,12
70	proibitivo	3,5
100	proibitivo	7,26
200	proibitivo	29
Plataforma: Pentium II 266 MHz - 64MB RAM		

Tabela 4.3 - Tempo computacional para cálculo da distribuição de pesos.

w	$N(w)$								
0	1	59	5.32181e+39	11	3.93214e+59	17	2.65241e+59	22	1.1118e+39
4	348	60	1.88947e+40	11	5.74533e+59	17	1.76372e+59	22	2.96636e+38
5	2448	61	6.59981e+40	11	8.27514e+59	17	1.15595e+59	22	7.78256e+37
6	10082	62	2.26754e+41	11	1.17496e+60	17	7.46713e+58	23	2.00849e+37
7	45978	63	7.662e+41	11	1.64466e+60	17	4.75391e+58	23	5.10069e+36
8	276105	64	2.54589e+42	12	2.26958e+60	17	2.98272e+58	23	1.27523e+36
9	1.81249e+06	65	8.3177e+42	12	3.08775e+60	17	1.84424e+58	23	3.14022e+35
10	1.0656e+07	66	2.67178e+43	12	4.14172e+60	17	1.12369e+58	23	7.62014e+34
11	5.81946e+07	67	8.43736e+43	12	5.47736e+60	17	6.74649e+57	23	1.82322e+34
12	3.16423e+08	68	2.61944e+44	12	7.1421e+60	18	3.99105e+57	23	4.30367e+33
13	1.74568e+09	69	7.99462e+44	12	9.18237e+60	18	2.32622e+57	23	1.00281e+33
14	9.63628e+09	70	2.39869e+45	12	1.16404e+61	18	1.33581e+57	23	2.30802e+32
15	5.25491e+10	71	7.07526e+45	12	1.45503e+61	18	7.55696e+56	23	5.24992e+31
16	2.83183e+11	72	2.0517e+46	12	1.79341e+61	18	4.21141e+56	24	1.18088e+31
17	1.5144e+12	73	5.84929e+46	12	2.1797e+61	18	2.31185e+56	24	2.62807e+30
18	8.05018e+12	74	1.63956e+47	13	2.61235e+61	18	1.25002e+56	24	5.78973e+29
19	4.25169e+13	75	4.51868e+47	13	3.08737e+61	18	6.6569e+55	24	1.2632e+29
20	2.22981e+14	76	1.22455e+48	13	3.59815e+61	18	3.49134e+55	24	2.73059e+28
21	1.1613e+15	77	3.26327e+48	13	4.13528e+61	18	1.80322e+55	24	5.85025e+27
22	6.00744e+15	78	8.55198e+48	13	4.68676e+61	19	9.17084e+54	24	1.2427e+27
23	3.08722e+16	79	2.20419e+49	13	5.23827e+61	19	4.59241e+54	24	2.61789e+26
24	1.57611e+17	80	5.58766e+49	13	5.7737e+61	19	2.26418e+54	24	5.47068e+25
25	7.99367e+17	81	1.3933e+50	13	6.27589e+61	19	1.09897e+54	24	1.1343e+25
26	4.02759e+18	82	3.41761e+50	13	6.72751e+61	19	5.25083e+53	25	2.33392e+24
27	2.01597e+19	83	8.24706e+50	13	7.11204e+61	19	2.46946e+53	25	4.76634e+23
28	1.00242e+20	84	1.95798e+51	14	7.41476e+61	19	1.14307e+53	25	9.66231e+22
29	4.95137e+20	85	4.57386e+51	14	7.62368e+61	19	5.20711e+52	25	1.94454e+22
30	2.42932e+21	86	1.05137e+52	14	7.73033e+61	19	2.33421e+52	25	3.88535e+21
31	1.18385e+22	87	2.37828e+52	14	7.73032e+61	19	1.02958e+52	25	7.70807e+20
32	5.72955e+22	88	5.29465e+52	14	7.62366e+61	20	4.46804e+51	25	1.51838e+20
33	2.75364e+23	89	1.16014e+53	14	7.41472e+61	20	1.90751e+51	25	2.96988e+19
34	1.31403e+24	90	2.50216e+53	14	7.11199e+61	20	8.01071e+50	25	5.76798e+18
35	6.22511e+24	91	5.31232e+53	14	6.72745e+61	20	3.3089e+50	25	1.1123e+18
36	2.92727e+25	92	1.11032e+54	14	6.27582e+61	20	1.34419e+50	26	2.12969e+17
37	1.36606e+26	93	2.28476e+54	14	5.77364e+61	20	5.36982e+49	26	4.04829e+16
38	6.32528e+26	94	4.62903e+54	15	5.23822e+61	20	2.10929e+49	26	7.63915e+15
39	2.90528e+27	95	9.23479e+54	15	4.68672e+61	20	8.146e+48	26	1.43082e+15
40	1.32337e+28	96	1.81418e+55	15	4.13525e+61	20	3.09272e+48	26	2.65974e+14
41	5.97637e+28	97	3.50978e+55	15	3.59813e+61	20	1.1542e+48	26	4.90627e+13
42	2.67498e+29	98	6.68731e+55	15	3.08737e+61	21	4.23371e+47	26	8.97822e+12
43	1.18626e+30	99	1.25494e+56	15	2.61236e+61	21	1.52622e+47	26	1.62902e+12
44	5.21027e+30	10	2.31966e+56	15	2.17972e+61	21	5.4067e+46	26	2.92951e+11
45	2.26561e+31	10	4.22354e+56	15	1.79343e+61	21	1.88201e+46	26	5.2244e+10
46	9.74935e+31	10	7.57544e+56	15	1.45506e+61	21	6.43653e+45	27	9.24835e+09
47	4.14991e+32	10	1.33857e+57	15	1.16407e+61	21	2.16265e+45	27	1.62221e+09
48	1.74653e+33	10	2.33024e+57	16	9.18262e+60	21	7.13829e+44	27	2.80059e+08
49	7.26413e+33	10	3.99679e+57	16	7.14233e+60	21	2.31446e+44	27	4.7347e+07
50	2.9844e+34	10	6.75449e+57	16	5.47754e+60	21	7.37107e+43	27	7.9539e+06
51	1.21057e+35	10	1.12478e+58	16	4.14185e+60	21	2.30581e+43	27	1.36782e+06
52	4.84593e+35	10	1.84569e+58	16	3.08784e+60	22	7.08465e+42	27	237540
53	1.91349e+36	10	2.98458e+58	16	2.26963e+60	22	2.13806e+42	27	38320
54	7.44986e+36	11	4.75624e+58	16	1.64468e+60	22	6.33775e+41	27	5038
55	2.85867e+37	11	7.46995e+58	16	1.17496e+60	22	1.84539e+41	27	634
56	1.08071e+38	11	1.15628e+59	16	8.27493e+59	22	5.27857e+40	28	131
57	4.02372e+38	11	1.76409e+59	16	5.74502e+59	22	1.48343e+40	28	30
58	1.47498e+39	11	2.65279e+59	17	3.93177e+59	22	4.09648e+39	28	6

Tabela 4.4 - Distribuição de pesos do código dos níveis 1 e 2.

w	N(w)								
0	1	58	1.22654e+46	11	6.37279e+66	17	2.84158e+66	22	8.10407e+44
2	44	59	4.59788e+46	11	9.33811e+66	17	1.85646e+66	23	2.03496e+44
3	386	60	1.69098e+47	11	1.34867e+67	17	1.19526e+66	23	5.00968e+43
4	3928	61	6.1019e+47	11	1.91995e+67	17	7.58344e+65	23	1.20898e+43
5	37385	62	2.1606e+48	11	2.69415e+67	17	4.74112e+65	23	2.85983e+42
6	351816	63	7.50773e+48	12	3.72664e+67	17	2.92069e+65	23	6.63019e+41
7	3.20603e+06	64	2.5604e+49	12	5.08149e+67	17	1.7728e+65	23	1.50638e+41
8	2.8451e+07	65	8.57068e+49	12	6.83054e+67	17	1.06018e+65	23	3.35373e+40
9	2.48416e+08	66	2.81627e+50	12	9.05153e+67	18	6.24627e+64	23	7.316e+39
10	2.13345e+09	67	9.08512e+50	12	1.18251e+68	18	3.62546e+64	23	1.56367e+39
11	1.7998e+10	68	2.87758e+51	12	1.52304e+68	18	2.07291e+64	23	3.2743e+38
12	1.49204e+11	69	8.94979e+51	12	1.934e+68	18	1.16748e+64	24	6.71719e+37
13	1.21697e+12	70	2.73358e+52	12	2.42129e+68	18	6.47652e+63	24	1.35005e+37
14	9.77532e+12	71	8.20031e+52	12	2.98878e+68	18	3.53861e+63	24	2.6584e+36
15	7.7369e+13	72	2.41633e+53	12	3.63751e+68	18	1.90411e+63	24	5.12893e+35
16	6.03583e+14	73	6.9945e+53	13	4.36504e+68	18	1.00901e+63	24	9.69653e+34
17	4.64251e+15	74	1.9892e+54	13	5.16478e+68	18	5.26513e+62	24	1.79661e+34
18	3.52132e+16	75	5.55862e+54	13	6.02564e+68	18	2.70524e+62	24	3.26304e+33
19	2.63431e+17	76	1.52641e+55	13	6.93183e+68	19	1.36853e+62	24	5.81076e+32
20	1.94398e+18	77	4.11942e+55	13	7.86306e+68	19	6.8159e+61	24	1.01487e+32
21	1.41517e+19	78	1.09272e+56	13	8.79508e+68	19	3.34179e+61	24	1.73902e+31
22	1.0163e+20	79	2.84926e+56	13	9.70056e+68	19	1.61283e+61	25	2.92472e+30
23	7.19968e+20	80	7.30391e+56	13	1.05503e+69	19	7.66154e+60	25	4.8298e+29
24	5.03094e+21	81	1.84086e+57	13	1.1315e+69	19	3.58202e+60	25	7.8349e+28
25	3.46717e+22	82	4.56218e+57	13	1.19663e+69	19	1.64812e+60	25	1.2491e+28
26	2.35624e+23	83	1.11187e+58	14	1.24792e+69	19	7.46207e+59	25	1.95801e+27
27	1.5787e+24	84	2.66506e+58	14	1.28333e+69	19	3.32432e+59	25	3.01915e+26
28	1.04258e+25	85	6.28311e+58	14	1.3014e+69	19	1.45707e+59	25	4.5813e+25
29	6.78482e+25	86	1.45713e+59	14	1.3014e+69	20	6.28278e+58	25	6.84376e+24
30	4.34963e+26	87	3.32442e+59	14	1.28333e+69	20	2.66488e+58	25	1.00683e+24
31	2.74609e+27	88	7.46223e+59	14	1.24792e+69	20	1.11177e+58	25	1.45914e+23
32	1.70677e+28	89	1.64815e+60	14	1.19663e+69	20	4.56166e+57	26	2.08369e+22
33	1.04396e+29	90	3.58207e+60	14	1.1315e+69	20	1.84059e+57	26	2.93255e+21
34	6.28169e+29	91	7.66161e+60	14	1.05503e+69	20	7.30256e+56	26	4.06817e+20
35	3.71706e+30	92	1.61284e+61	14	9.70056e+68	20	2.8486e+56	26	5.56332e+19
36	2.1622e+31	93	3.3418e+61	15	8.79508e+68	20	1.0924e+56	26	7.50009e+18
37	1.23599e+32	94	6.81592e+61	15	7.86306e+68	20	4.11792e+55	26	9.9675e+17
38	6.94078e+32	95	1.36853e+62	15	6.93183e+68	20	1.52572e+55	26	1.30574e+17
39	3.82778e+33	96	2.70525e+62	15	6.02564e+68	21	5.55552e+54	26	1.68581e+16
40	2.07255e+34	97	5.26513e+62	15	5.16478e+68	21	1.98783e+54	26	2.14461e+15
41	1.10147e+35	98	1.00901e+63	15	4.36504e+68	21	6.98862e+53	26	2.68749e+14
42	5.74447e+35	99	1.90411e+63	15	3.63751e+68	21	2.41385e+53	27	3.31625e+13
43	2.93938e+36	10	3.53861e+63	15	2.98878e+68	21	8.19009e+52	27	4.02763e+12
44	1.47543e+37	10	6.47652e+63	15	2.42129e+68	21	2.72945e+52	27	4.81131e+11
45	7.26414e+37	10	1.16748e+64	15	1.934e+68	21	8.93345e+51	27	5.64784e+10
46	3.50756e+38	10	2.07291e+64	16	1.52304e+68	21	2.87126e+51	27	6.50848e+09
47	1.66092e+39	10	3.62546e+64	16	1.18251e+68	21	9.06114e+50	27	7.35756e+08
48	7.71245e+39	10	6.24627e+64	16	9.05153e+67	21	2.80737e+50	27	8.15258e+07
49	3.51176e+40	10	1.06018e+65	16	6.83054e+67	22	8.53836e+49	27	8.82748e+06
50	1.56798e+41	10	1.7728e+65	16	5.08149e+67	22	2.54891e+49	27	930640
51	6.86499e+41	10	2.92069e+65	16	3.72664e+67	22	7.46773e+48	27	95980
52	2.94737e+42	10	4.74112e+65	16	2.69415e+67	22	2.14697e+48	28	9518
53	1.24091e+43	11	7.58344e+65	16	1.91995e+67	22	6.05645e+47	28	929
54	5.12356e+43	11	1.19526e+66	16	1.34867e+67	22	1.67615e+47	28	68
55	2.0747e+44	11	1.85646e+66	16	9.33811e+66	22	4.55049e+46	28	8
56	8.23975e+44	11	2.84158e+66	17	6.37279e+66	22	1.21173e+46	28	1
57	3.20981e+45	11	4.28649e+66	17	4.28649e+66	22	3.16449e+45		

Tabela 4.5 - Distribuição de pesos do código dos níveis 3, 4 e 5.

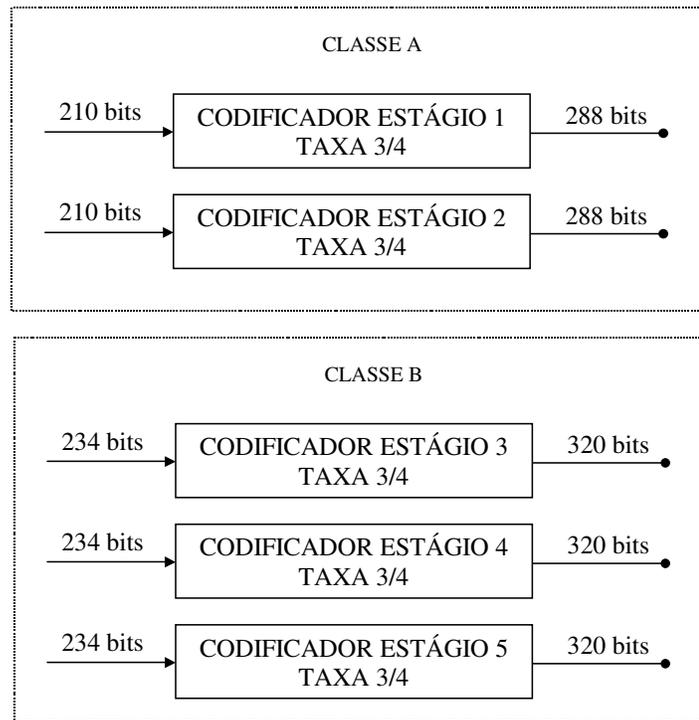


Figura 4.6 - Estrutura do codificador.

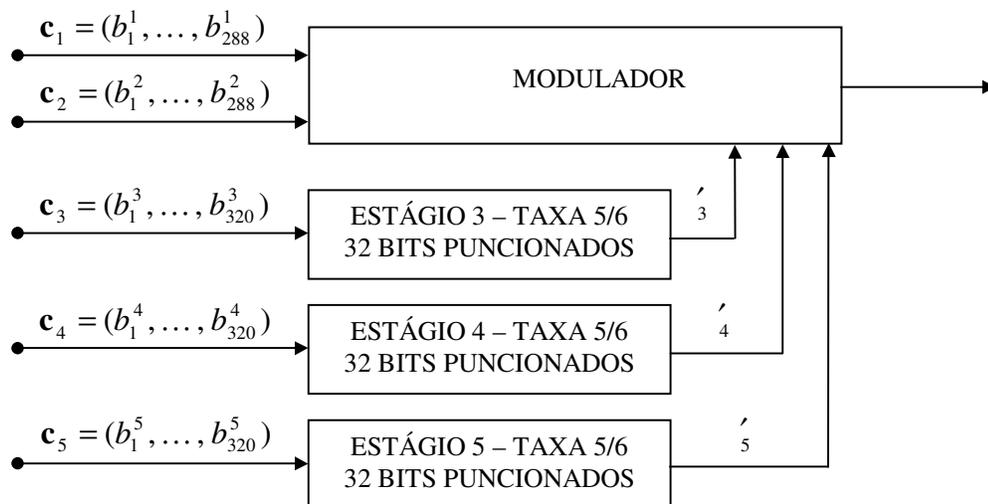


Figura 4.7 - Estrutura do codificador.

4.3.1.5 Estrutura do Decodificador

Uma característica importante da partição não convencional é que ela permite que os estágios 1 e 2 sejam decodificados independentemente. Na partição do primeiro nível, o subconjunto correspondente ao bit 0(1) consiste de 16 pontos localizados à esquerda (direita) do eixo y e há simetria entre estes dois subconjuntos de pontos relativo ao eixo y . Então, a métrica para a decodificação do primeiro estágio pode ser calculada usando-se somente a primeira coordenada do vetor recebido, r_x . No segundo estágio, há simetria relativa ao eixo x . Então, a métrica para a decodificação do segundo estágio pode ser calculada usando-se a segunda coordenada do vetor recebido, r_y .

Conseqüentemente, a decisão feita no primeiro estágio é irrelevante para o processo de decodificação do segundo código. No receptor se a relação sinal-ruído for suficientemente alta para se recuperar a classe de informação B, a classe A estará praticamente livre de erros. Isso significa que as decisões feitas no primeiro e segundo estágios são essencialmente irrelevantes para o processo de decodificação dos outros estágios. Devido ao fato de nós estendermos a partição não convencional para cada nuvem 8-PSK, as mesmas razões descritas acima para a decodificação do primeiro e segundo estágios são válidas para o terceiro e quarto estágios. Os eixos de simetria são agora x_i e y_i , onde $i = 1, 2, 3, 4$ é determinado somente pelo quadrante do vetor recebido. Conseqüentemente, a decisão feita no terceiro estágio é irrelevante para o processo de decodificação do quarto estágio. O processo de decodificação do quinto estágio usará as decisões feitas no terceiro e quarto estágio. A Figura 4.8 mostra a estrutura do decodificador multiestágio. Note que a decodificação dos estágios 1-4 é feita em paralelo.

4.3.1.6 Resultados de Simulação

Na Figura 4.9 é mostrado o desempenho do esquema proposto em termos da probabilidade de erro de bloco. Cada bloco consiste de 1122 bits de informação. Os resultados obtidos são para três valores diferentes de relação d_1/d_2 . Quando a relação d_1/d_2 é aumentada, o ganho de codificação para a classe A é aumentado ao custo de uma perda no ganho

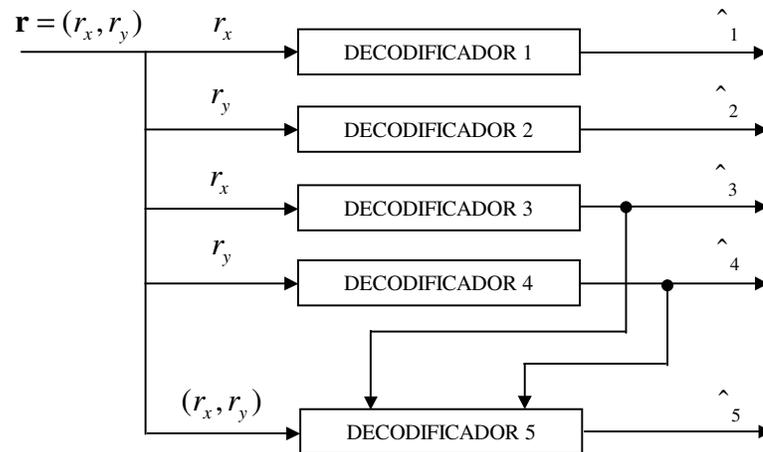


Figura 4.8 - Estrutura do decodificador.

de codificação da classe B.

Nós comparamos nosso esquema com um esquema similar proposto por Wei na Seção II-A de [15]. Para uma probabilidade de erro de bloco de 10^{-4} , a classe A do nosso esquema apresenta um pequeno ganho adicional de cerca de 0,5 dB enquanto que a classe B perde cerca de 2,5 dB relativo ao esquema de Wei. É importante ressaltar que nosso esquema usa blocos que carregam cerca de 11% a mais de bits de informação.

A Tabela 4.6 compara a relação de potência pico-média para a constelação 32-QAM usada em nosso esquema com a constelação do esquema de Wei. Os valores reduzidos das relações de potência indicam que nosso esquema deverá apresentar um desempenho melhor em canais de potência de pico limitada, como é o caso de sistemas de radiodifusão digital terrestre.

Nós não consideramos o problema de ambigüidade de fase inerente à demodulação coerente dos sinais no receptor. Contudo, o método de codificação/decodificação diferencial descrito em [27], que é apropriado para decodificação multiestágio pode ser aplicado ao nosso esquema. O esquema proposto pode ser decodificado por um algoritmo de decodificação multiestágio em que quatro dos cinco estágios operam em paralelo. Essa operação em paralelo pode permitir o uso de códigos turbo como códigos componentes da construção multinível em aplicações onde existe uma restrição de atraso.

d_1/d_2	Relação de Potência Pico/Média (Esquema proposto)	Relação de Potência Pico/Média (Esquema de Wei)
2	1,66	1,89
3	1,56	1,75
4	1,49	1,64

Tabela 4.6 - Comparação da relação de potência pico-média.

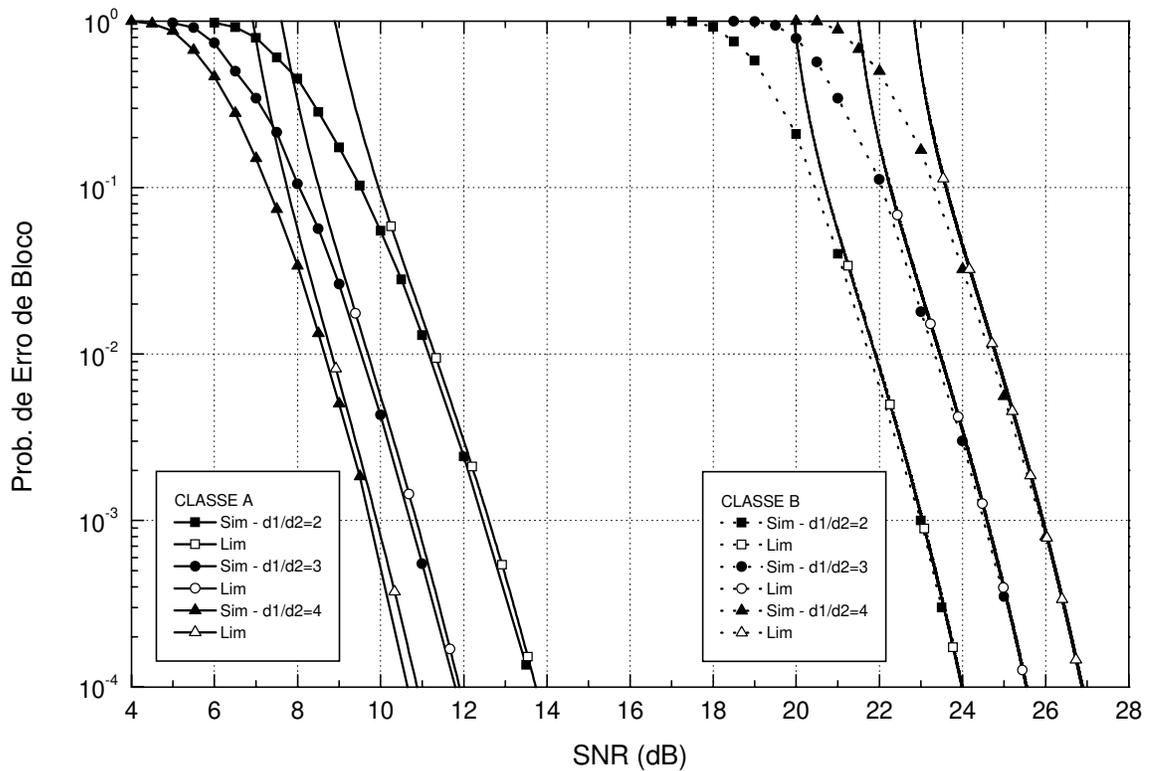


Figura 4.9 - Resultados de simulação do esquema proposto.

4.4 Novos Padrões de Puncionamento

Conforme discutimos anteriormente, a escolha do padrão de puncionamento é muito importante porque influencia diretamente na distribuição de pesos do código utilizado nos níveis 3, 4 e 5. Determinamos a distribuição de pesos para padrões diferentes de puncionamento e encontramos um padrão melhor do que o utilizado no esquema anterior. O novo padrão de puncionamento é mostrado na Tabela 4.7. Este padrão tem um período de 320 bits, ou seja, o comprimento completo do bloco gerado. Já no caso anterior o período foi de 40 bits. As matrizes \mathbf{A}_p e \mathbf{A}'_p são mostradas abaixo:

$$\mathbf{A}_p = \begin{bmatrix} 1 + D^3 & D + D^2 & D + D^2 & D + D^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ D + D^2 & D + D^2 & D + D^2 & 1 + D^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 + D^3 & D + D^2 & D + D^2 & D + D^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D + D^2 & D + D^2 & D + D^3 & 1 + D^3 \\ D + D^2 & D + D^2 & 1 + D^3 & D + D^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ D + D^2 & 1 + D^3 & D + D^2 & D + D^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D + D^2 & D + D^2 & 1 + D^3 & D + D^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D + D^2 & 1 + D^3 & D + D^2 & D + D^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}'_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ D & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D & 0 & 0 & 0 \\ D^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ D & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

A distribuição de pesos para este padrão de puncionamento é mostrada na Tabela 4.8, onde podemos observar que agora a distância mínima do código de bloco obtido é $d_{\min} = 3$. Para o puncionamento anterior tínhamos um $d_{\min} = 2$. Podemos esperar portanto um aumento de desempenho no esquema proposto com a utilização deste novo padrão de puncionamento. Para a classe A, o cálculo do limitante e a simulação permanecem inalterados. Teremos um ganho maior para a classe B. A Figura 4.10 mostra os novos limitantes de probabilidade de erro para a classe B. Podemos observar um ganho de aproximadamente 1 dB (para todas as relações d_1/d_2 consideradas) em relação ao primeiro esquema, para uma probabilidade de erro de bloco de 10^{-4} .

4.5 Esquema Proposto com Partição Mista

Nesta seção propomos o uso conjunto de partições padrão e não padrão associadas à constelação de sinais. Este tipo de partição que denominaremos de partição mista pode ser útil se quisermos aumentar o ganho da classe B. Considere a constelação de sinais e a respectiva partição associada, mostrada na Figura 4.11. Esta constelação é a mesma utilizada no esquema proposto inicialmente, mas com uma diferença, a partição associada com os níveis 3, 4 e 5 é padrão. Neste caso existe um grande número de vizinhos associados com a partição padrão. Outra desvantagem é que não temos mais paralelismo na decodificação dos níveis 3 e 4. Conforme mostraremos a seguir, desconsiderando restrições no atraso de decodificação, é possível se obter um desempenho superior para a classe B em relação ao esquema anterior.

4.5.1 Distribuição de taxas

A distribuição ótima de taxas dos níveis 1 e 2 são as mesmas calculadas para o esquema anterior, bem como a respectiva taxa dos códigos utilizados. A partir das curvas de taxa de corte dos canais equivalentes para os níveis 3, 4 e 5, temos para uma relação $d_1/d_2 = 3$, $R_0^{ms} = 2,5029$. A Tabela 4.9 mostra as taxas R_0^i de cada nível, a distribuição ótima das taxas e a taxa dos códigos utilizados. No nível 3 utilizamos um código convolucional com taxa $2/3$, com 16 estados, memória 2 e distância livre $d_{free} = 5$. A seqüência geradora deste código

1111	1111	1011	1111	1011	1111	1011	1111	1011	1111
1011	1111	1011	1111	1011	1111	1011	1111	1011	1111
1011	1111	1011	1111	1011	1111	1011	1111	1011	1111
1011	1111	1011	1111	1011	1111	1011	1111	1011	1111
1011	1111	1011	1111	1011	1111	1011	1111	1011	1111
1011	1111	1011	1111	1011	1111	1011	1111	1011	1111
1011	1111	1111	1111	1111	1111	1111	1111	1111	1111
1111	1111	1111	1111	1111	1111	1111	1111	1011	1011

Tabela 4.7 - Novo padrão de punctionamento.

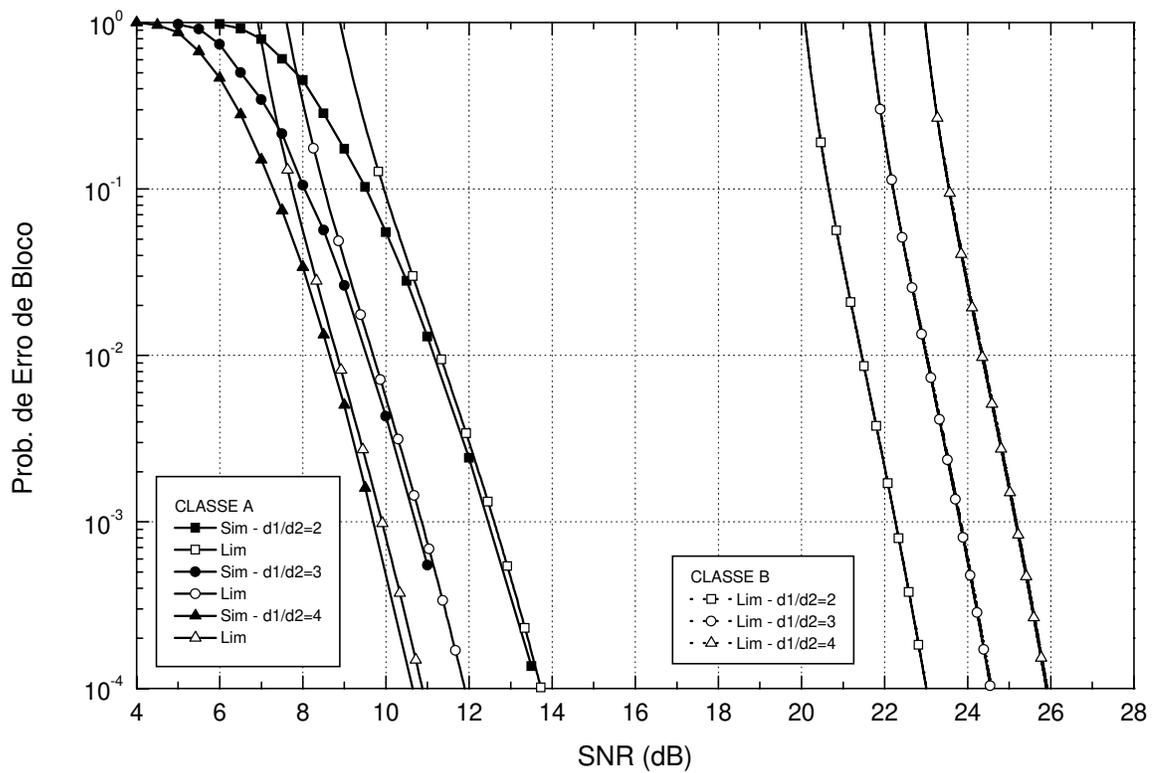


Figura 4.10 - Limitante superior para novo padrão de punctionamento da classe B.

w	N(w)								
0	1	59	4.08952e+4	11	8.10907e+6	17	2.44415e+6	23	5.68871e+4
3	435	60	1.49581e+4	11	1.1751e+67	17	1.59214e+6	23	1.40847e+4
4	7028	61	5.37085e+4	11	1.6787e+67	17	1.0222e+66	23	3.41616e+4
5	57138	62	1.89312e+4	11	2.36414e+6	17	6.46789e+6	23	8.11637e+4
6	531070	63	6.55079e+4	12	3.28242e+6	17	4.03318e+6	23	1.88885e+4
7	6.04428e+0	64	2.22541e+4	12	4.49313e+6	17	2.47838e+6	23	4.30565e+4
8	6.15174e+0	65	7.42249e+4	12	6.0639e+67	17	1.50072e+6	23	9.6137e+40
9	5.77449e+0	66	2.43076e+5	12	8.0689e+67	18	8.95409e+6	23	2.10267e+4
10	5.34752e+0	67	7.81668e+5	12	1.05864e+6	18	5.2639e+64	23	4.50517e+3
11	4.87328e+1	68	2.46845e+5	12	1.36951e+6	18	3.04884e+6	23	9.45717e+3
12	4.31833e+1	69	7.65575e+5	12	1.74695e+6	18	1.7397e+64	24	1.94528e+3
13	3.72655e+1	70	2.33213e+5	12	2.19734e+6	18	9.77922e+6	24	3.92147e+3
14	3.1423e+13	71	6.97851e+5	12	2.72539e+6	18	5.41493e+6	24	7.7491e+36
15	2.59081e+1	72	2.05145e+5	12	3.33337e+6	18	2.95334e+6	24	1.50138e+3
16	2.08888e+1	73	5.92505e+5	13	4.02041e+6	18	1.58649e+6	24	2.8528e+35
17	1.6476e+16	74	1.68152e+5	13	4.78187e+6	18	8.39333e+6	24	5.31748e+3
18	1.27182e+1	75	4.68962e+5	13	5.60882e+6	18	4.37292e+6	24	9.7253e+33
19	9.61069e+1	76	1.28541e+5	13	6.48782e+6	19	2.24346e+6	24	1.74569e+3
20	7.11073e+1	77	3.4631e+55	13	7.40093e+6	19	1.13329e+6	24	3.07603e+3
21	5.15195e+1	78	9.1717e+55	13	8.32605e+6	19	5.63643e+6	24	5.32171e+3
22	3.65579e+2	79	2.38805e+5	13	9.23766e+6	19	2.75978e+6	25	9.04087e+3
23	2.54092e+2	80	6.11349e+5	13	1.01079e+6	19	1.33019e+6	25	1.50837e+3
24	1.73001e+2	81	1.53898e+5	13	1.09078e+6	19	6.31082e+6	25	2.47149e+2
25	1.15402e+2	82	3.80995e+5	13	1.1609e+69	19	2.9468e+60	25	3.9771e+28
26	7.54315e+2	83	9.27662e+5	14	1.21853e+6	19	1.35416e+6	25	6.28508e+2
27	4.83236e+2	84	2.22172e+5	14	1.26143e+6	19	6.12355e+5	25	9.75348e+2
28	3.03493e+2	85	5.23429e+5	14	1.28789e+6	19	2.72462e+5	25	1.48617e+2
29	1.86922e+2	86	1.21321e+5	14	1.29684e+6	20	1.19271e+5	25	2.22325e+2
30	1.12945e+2	87	2.76674e+5	14	1.28789e+6	20	5.13627e+5	25	3.26484e+2
31	6.69824e+2	88	6.20855e+5	14	1.26143e+6	20	2.17569e+5	25	4.70575e+2
32	3.90082e+2	89	1.37101e+6	14	1.21852e+6	20	9.06428e+5	26	6.65616e+2
33	2.23195e+2	90	2.9796e+60	14	1.16089e+6	20	3.71373e+5	26	9.23802e+2
34	1.25539e+3	91	6.37352e+6	14	1.09077e+6	20	1.49616e+5	26	1.25782e+2
35	6.94494e+3	92	1.34196e+6	14	1.01078e+6	20	5.92628e+5	26	1.67979e+2
36	3.78068e+3	93	2.78148e+6	15	9.23756e+6	20	2.30766e+5	26	2.19984e+1
37	2.02617e+3	94	5.67571e+6	15	8.32597e+6	20	8.83269e+5	26	2.82428e+1
38	1.0694e+33	95	1.14027e+6	15	7.40087e+6	20	3.32268e+5	26	3.55359e+1
39	5.56014e+3	96	2.25563e+6	15	6.48779e+6	21	1.22829e+5	26	4.38025e+1
40	2.8483e+34	97	4.39376e+6	15	5.60881e+6	21	4.46143e+5	26	5.28681e+1
41	1.43771e+3	98	8.42834e+6	15	4.78188e+6	21	1.59201e+5	26	6.2449e+14
42	7.15041e+3	99	1.59226e+6	15	4.02044e+6	21	5.58025e+5	27	7.21519e+1
43	3.5036e+36	10	2.96267e+6	15	3.33341e+6	21	1.92104e+5	27	8.14533e+1
44	1.69098e+3	10	5.4297e+63	15	2.72543e+6	21	6.49426e+5	27	8.9689e+11
45	8.03701e+3	10	9.80214e+6	15	2.19739e+6	21	2.1556e+52	27	9.63146e+1
46	3.76058e+3	10	1.74319e+6	16	1.74699e+6	21	7.024e+51	27	1.01199e+1
47	1.73174e+3	10	3.05403e+6	16	1.36956e+6	21	2.24653e+5	27	1.03294e+0
48	7.8457e+39	10	5.27147e+6	16	1.05868e+6	21	7.05153e+5	27	9.94685e+0
49	3.49592e+4	10	8.96486e+6	16	8.06916e+6	22	2.17184e+5	27	9.23266e+0
50	1.53157e+4	10	1.50222e+6	16	6.06408e+6	22	6.56266e+4	27	938976
51	6.59524e+4	10	2.48041e+6	16	4.49325e+6	22	1.94521e+4	27	91052
52	2.79078e+4	10	4.03587e+6	16	3.28247e+6	22	5.65485e+4	28	5198
53	1.16017e+4	11	6.47134e+6	16	2.36415e+6	22	1.61204e+4	28	176
54	4.73731e+4	11	1.02262e+6	16	1.67867e+6	22	4.5057e+47	28	39
55	1.89968e+4	11	1.59266e+6	16	1.17505e+6	22	1.23457e+4	28	10
56	7.48014e+4	11	2.44474e+6	17	8.10843e+6	22	3.31571e+4		
57	2.89182e+4	11	3.69885e+6	17	5.51552e+6	22	8.72734e+4		
58	1.09757e+4	11	5.5162e+66	17	3.69819e+6	22	2.25101e+4		

Tabela 4.8 - Distribuição de pesos do código dos níveis 3, 4 e 5 para novo padrão de punção.

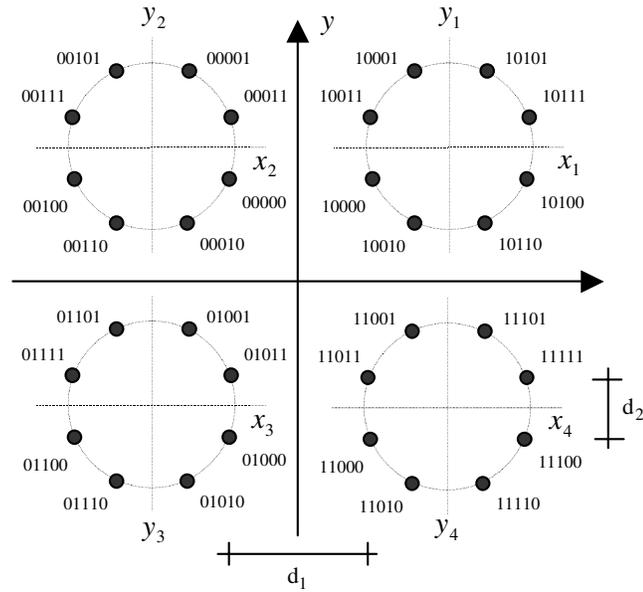


Figura 4.11 - Constelação 32-QAM com partição mista.

Nível	Classe B		
	3	4	5
R_0^i	0,51826	0,98471	0,99996
$R_{op}(i)$	0,517	0,983	0,999
R_i	2/3	5/6	1

Tabela 4.9 - Distribuição ótima de taxas.

$g_1^{(1)} = 7$	$g_1^{(2)} = 1$	$g_1^{(3)} = 4$
$g_2^{(1)} = 2$	$g_2^{(2)} = 5$	$g_2^{(3)} = 7$

Tabela 4.10 - Sequência geradora do código (3,2,2).

w	N(w)								
0	1	61	1.05455e+3	11	1.68493e+5	17	2.23194e+5	23	3.91252e+3
5	281	62	3.35311e+3	11	2.40361e+5	17	1.43077e+5	23	1.08975e+3
6	1009	63	1.05589e+3	12	3.38076e+5	17	9.03844e+5	23	3.01939e+2
7	3518	64	3.29148e+3	12	4.68858e+5	17	5.62639e+5	23	8.32549e+2
8	11980	65	1.01524e+3	12	6.41148e+5	17	3.45109e+5	23	2.28521e+2
9	45238	66	3.09718e+3	12	8.64517e+5	18	2.08569e+5	23	6.24536e+2
10	200214	67	9.34125e+3	12	1.14947e+5	18	1.2419e+51	23	1.69968e+2
11	839569	68	2.78427e+3	12	1.50708e+5	18	7.28518e+5	23	4.60679e+2
12	3.45534e+0	69	8.19825e+3	12	1.9485e+54	18	4.21003e+5	24	1.24358e+2
13	1.36947e+0	70	2.38387e+3	12	2.48426e+5	18	2.39659e+5	24	3.34359e+2
14	5.41224e+0	71	6.84312e+3	12	3.12345e+5	18	1.34382e+5	24	8.9542e+24
15	2.14986e+0	72	1.93867e+3	12	3.87275e+5	18	7.42153e+4	24	2.3885e+24
16	8.50585e+0	73	5.41894e+3	13	4.7354e+54	18	4.03669e+4	24	6.34625e+2
17	3.35895e+0	74	1.49409e+4	13	5.71022e+5	18	2.16225e+4	24	1.67962e+2
18	1.31927e+1	75	4.06252e+4	13	6.7907e+54	18	1.14053e+4	24	4.42803e+2
19	5.15712e+1	76	1.08914e+4	13	7.96425e+5	19	5.92364e+4	24	1.16285e+2
20	2.00859e+1	77	2.87853e+4	13	9.2119e+54	19	3.02918e+4	24	3.04194e+2
21	7.79358e+1	78	7.49869e+4	13	1.05083e+5	19	1.52504e+4	24	7.92666e+2
22	3.01316e+1	79	1.92519e+4	13	1.18221e+5	19	7.5583e+47	25	2.0575e+20
23	1.16069e+1	80	4.87068e+4	13	1.31172e+5	19	3.68737e+4	25	5.31974e+1
24	4.45481e+1	81	1.2142e+43	13	1.4354e+55	19	1.77062e+4	25	1.37004e+1
25	1.70365e+1	82	2.98225e+4	13	1.54915e+5	19	8.36786e+4	25	3.51438e+1
26	6.49201e+1	83	7.21645e+4	14	1.64893e+5	19	3.89177e+4	25	8.97884e+1
27	2.46515e+1	84	1.72031e+4	14	1.73101e+5	19	1.7811e+46	25	2.28467e+1
28	9.32766e+1	85	4.04e+44	14	1.79221e+5	19	8.0205e+45	25	5.78936e+1
29	3.517e+16	86	9.34614e+4	14	1.83007e+5	20	3.55345e+4	25	1.46085e+1
30	1.32142e+1	87	2.12988e+4	14	1.84304e+5	20	1.54882e+4	25	3.67039e+1
31	4.94742e+1	88	4.78127e+4	14	1.83059e+5	20	6.64073e+4	25	9.18126e+1
32	1.84577e+1	89	1.0573e+46	14	1.79321e+5	20	2.80069e+4	26	2.28626e+1
33	6.86167e+1	90	2.30316e+4	14	1.73242e+5	20	1.16176e+4	26	5.6666e+13
34	2.5417e+19	91	4.94224e+4	14	1.65066e+5	20	4.73953e+4	26	1.39773e+1
35	9.381e+19	92	1.04473e+4	14	1.55109e+5	20	1.90152e+4	26	3.43051e+1
36	3.44974e+2	93	2.17557e+4	15	1.43744e+5	20	7.5022e+42	26	8.37582e+1
37	1.26391e+2	94	4.46317e+4	15	1.31374e+5	20	2.91057e+4	26	2.03391e+1
38	4.61334e+2	95	9.02038e+4	15	1.18411e+5	20	1.11034e+4	26	4.91103e+1
39	1.67749e+2	96	1.7961e+48	15	1.05252e+5	21	4.16503e+4	26	1.17869e+1
40	6.07601e+2	97	3.52349e+4	15	9.22612e+5	21	1.53626e+4	26	2.81122e+0
41	2.19209e+2	98	6.81031e+4	15	7.97539e+5	21	5.57189e+4	26	6.65941e+0
42	7.87666e+2	99	1.29696e+4	15	6.79863e+5	21	1.98728e+4	27	1.56632e+0
43	2.81857e+2	10	2.43372e+4	15	5.71503e+5	21	6.97056e+3	27	3.65186e+0
44	1.00432e+2	10	4.49997e+4	15	4.73734e+5	21	2.40481e+3	27	8.43869e+0
45	3.56301e+2	10	8.19902e+4	15	3.87223e+5	21	8.16145e+3	27	1.94186e+0
46	1.25838e+2	10	1.47212e+5	16	3.12096e+5	21	2.72533e+3	27	439508
47	4.42375e+2	10	2.60477e+5	16	2.48031e+5	21	8.95672e+3	27	99293
48	1.54769e+2	10	4.54209e+5	16	1.94358e+5	21	2.89801e+3	27	22283
49	5.38788e+2	10	7.80583e+5	16	1.50164e+5	22	9.23509e+3	27	4511
50	1.86596e+2	10	1.32213e+5	16	1.14389e+5	22	2.89985e+3	27	991
51	6.4276e+28	10	2.20718e+5	16	8.59102e+5	22	8.9771e+35	27	216
52	2.20167e+2	10	3.6318e+51	16	6.36114e+5	22	2.74153e+3	28	41
53	7.49718e+2	11	5.89041e+5	16	4.64343e+5	22	8.26509e+3	28	13
54	2.53726e+3	11	9.41719e+5	16	3.34151e+5	22	2.46167e+3	28	2
55	8.53139e+3	11	1.4841e+52	16	2.37046e+5	22	7.24932e+3		
56	2.84915e+3	11	2.30562e+5	17	1.65763e+5	22	2.11263e+3		
57	9.44711e+3	11	3.53107e+5	17	1.14261e+5	22	6.09808e+3		
58	3.10888e+3	11	5.33128e+5	17	7.76317e+5	22	1.74497e+3		
59	1.01498e+3	11	7.93558e+5	17	5.19873e+5	23	4.95419e+3		
60	3.28604e+3	11	1.16455e+5	17	3.43124e+5	23	1.39667e+3		

Tabela 4.11 - Distribuição de pesos do código (3, 2, 2).

é mostrada na Tabela 4.10. A distribuição de pesos deste código, gerado com terminação "zerotail" de comprimento 96, é mostrada na Tabela 4.11. O código do nível 4 é o mesmo do esquema anterior, utilizando o melhor padrão de puncionamento que encontramos.

4.5.2 Limitante Superior para a Probabilidade de erro

Para a classe de informação B do esquema com partição mista o limitante superior para probabilidade de erro dos níveis 3 e 4 da partição são definidos pela expressão 4.13, onde d_i^2 representa a distância Euclidiana quadrática mínima entre os sinais de um subconjunto do nível i .

$$P_i(e) \leq \frac{1}{2} \sum_{w=w_{\min}}^n N(w) 2^{-w} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{d_i^2 w}{4}} \right), \quad i = 3, 4. \quad (4.13)$$

Como o nível 5 não é codificado, a expressão do limitante se simplifica para

$$P_5(e) \leq \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{d_5^2}{4}} \right). \quad (4.14)$$

Portanto o limitante superior de probabilidade de erro para a classe B é definido como

$$P_B(e) \leq P_3(e) + P_4(e) + P_5(e). \quad (4.15)$$

A Figura 4.12 mostra os limitantes de probabilidade de erro da classe B para três valores de relação d_1/d_2 , e também os resultados de simulação. Como não modificamos a estrutura da classe A os resultados de simulação e os limitantes de probabilidade de erro são os mesmos do esquema original proposto. Podemos observar que com o uso da partição mista obtivemos um ganho adicional de codificação para a classe B superior a 1 dB em relação ao desempenho da Figura 4.10.

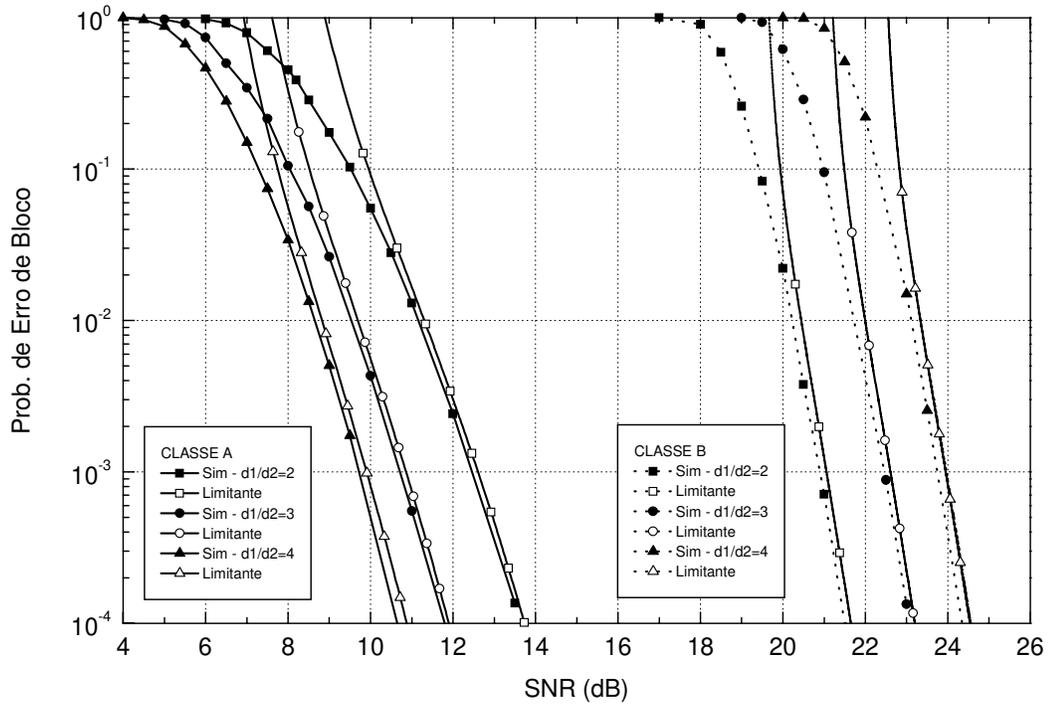


Figura 4.12 - Desempenho do esquema com partição mista.

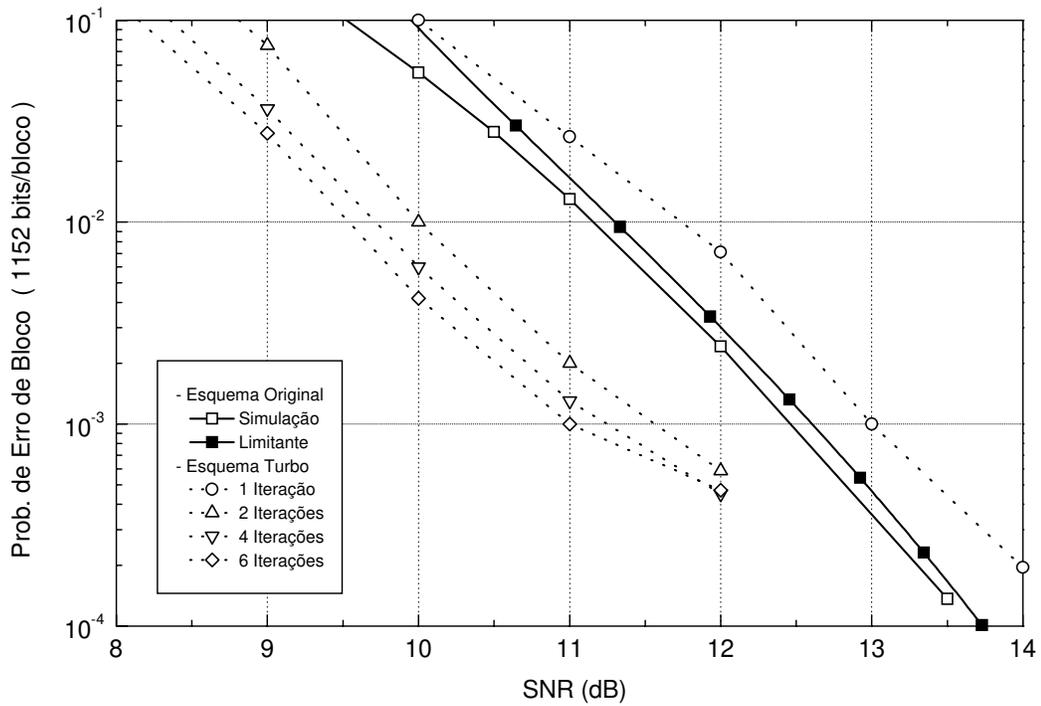


Figura 4.13 - Desempenho da classe A com códigos turbo.

4.6 Aplicação de Códigos Turbo

Nesta seção propomos o uso de decodificação iterativa para melhorar o desempenho da classe de informação mais importante do esquema de codificação multinível proposto na Seção 4.3. Uma importante vantagem deste esquema é que ele possui uma estrutura de decodificação multiestágio em paralelo, o que possibilita um atraso de decodificação reduzido em relação a decodificação multiestágio convencional. Esta característica torna viável a utilização de algoritmos de decodificação iterativa. Com o objetivo de se atingir maiores ganhos de codificação sem grande aumento de complexidade estamos propondo o uso de códigos turbo como códigos componentes da construção multinível. Com a mesma complexidade dos códigos do esquema original é possível se obter um ganho de codificação de 1 dB com apenas 2 iterações de decodificação. O ganho é obtido em termos da probabilidade de erro de bloco.

Um importante trabalho sobre o uso de códigos turbo associados à construção multinível foi desenvolvido por Wachsmann e Huber [28]. No entanto eles utilizam a decodificação multiestágio convencional. O atraso da decodificação multinível convencional é naturalmente a soma dos atrasos de cada nível, resultando num grande atraso de decodificação. Portanto com o uso de partição não padrão é possível uma redução significativa deste atraso.

Para a implementação do esquema proposto na Seção 4.3 utilizando códigos turbo, nos preocupamos basicamente em manter a complexidade dos códigos RSC do codificador turbo próxima à dos códigos convolucionais usados no esquema original. Isso possibilita fazermos uma comparação de desempenho entre os dois esquemas. Também mantivemos o mesmo comprimento para o bloco de informação e utilizamos um embaralhador aleatório [29]. Nos níveis 1 e 2 da partição (classe A) utilizamos um código turbo com taxa $3/5$ formado pela concatenação em paralelo de dois códigos RSC de taxa $3/4$ com 8 estados. Este código foi obtido da Tabela 2 de [30]. Nos níveis 3, 4 e 5 (classe B) usamos um código turbo de taxa $5/7$ formado pela concatenação em paralelo de dois códigos RSC de taxa $5/6$ com 8 estados. Este código foi obtido a partir da modificação de um código RSC de taxa $4/5$ com 8 estados também obtido de [30]. Para se atingir as mesmas taxas do esquema original os

codificadores turbo foram punccionados para as respectivas taxas $3/4$ e $5/6$. A Figura 4.13 mostra os resultados de simulação da classe A com códigos turbo para 1, 2, 4 e 6 iterações de decodificação. No esquema inicial usamos códigos de bloco obtidos a partir de um código convolucional com terminação "zerotail", o que ocasiona uma pequena perda de taxa. Nos codificadores turbo utilizamos truncamento. Neste caso não temos nenhuma perda de taxa. Os códigos turbo se mostraram extremamente eficientes para a redução da probabilidade de erro de bit. Pelo nosso conhecimento o desempenho da decodificação turbo em termos da probabilidade de erro de bloco só foi abordada em [31].

É importante ressaltar que existem dois problemas principais na construção de esquemas de codificação multinível com altas taxas de transmissão utilizando códigos turbo. O primeiro diz respeito à busca de códigos binários RSC com altas taxas, pois existem poucas tabelas de bons códigos para taxas superiores a $4/5$. O segundo problema é a grande complexidade para a decodificação iterativa de códigos com altas taxas. Neste caso seria possível reduzir a complexidade decodificando-se pelo código recíproco dual [32].

A partir dos resultados de simulação podemos verificar que para a classe de informação mais importante foi possível se atingir um ganho de aproximadamente 1 dB em relação ao esquema original com apenas duas iterações de decodificação do código turbo. Também concluímos que devido à dificuldade de se encontrar bons códigos com altas taxas, o esquema de codificação original para a informação classe B deve ser mantido. Neste caso é interessante utilizar os limitantes teóricos para a busca de bons padrões de punccionamento, que conforme mostramos, podem resultar em ganhos de codificação significativos.

Em relação ao esquema original seria interessante utilizar terminação "tailbiting" em vez da terminação "zerotail" para evitar a perda de taxa. Para não aumentar a complexidade de decodificação é possível usar o algoritmo MAP, pois ele atinge o mesmo desempenho da decodificação tailbiting utilizando algoritmo de Viterbi [33]. Isso implica numa redução da complexidade para códigos com grande número de estados.

4.7 Desempenho em Canais Não Lineares

A maioria dos amplificadores de potência introduzem uma distorção não linear de amplitude devido à saturação. Esta distorção é denominada de característica AM/AM (do inglês: Amplitude Modulation). Estes amplificadores também introduzem distorções não lineares de fase devido a uma conversão amplitude-fase. Esta distorção é denominada de característica AM/PM (do inglês: Phase Modulation). Como exemplo podemos citar o TWTA (do inglês: Travelling Wave Tube Amplifier), o mais comum amplificador de potência para aplicações terrestres e espaciais.

Na largura de faixa do sinal o TWTA tem uma resposta em frequência independente que pode ser caracterizada usando as curvas características AM/AM e AM/PM [34], dadas respectivamente por

$$A(r) = \frac{2r}{1+r^2} \quad (4.16)$$

e

$$\Phi(r) = \phi_0 \frac{2r^2}{1+r^2}, \quad (4.17)$$

onde r denota a amplitude do sinal na entrada do amplificador. A Figura 4.14 mostra as curvas de $A(r)$ e $\Phi(r)$ para $\phi_0 = \pi/6$.

Em satélites o TWTA é um dispositivo que introduz distorções AM/AM e AM/PM no sinal. Para níveis de sinal baixos na entrada, a potência de saída é essencialmente uma função linear da entrada. Quando a potência de entrada aumenta, a potência de saída aumenta não linearmente até que se atinja um ponto a partir do qual qualquer aumento adicional no nível de entrada resulta num decréscimo da potência de saída. O ponto de máxima potência de saída é definido como *saturação*. O ponto de operação do TWTA é geralmente definido em termos da potência de entrada ou saída relativo ao ponto de saturação (do inglês: backoff). A definição de *backoff* que usaremos é a diferença entre a potência de saturação de saída

do amplificador e a potência média do sinal transmitido. Se o sinal de entrada do TWTA tem envoltória constante, então não ocorre degradação do sinal devido a estes efeitos. Para sinais PSK de envoltória constante, a degradação devido ao TWTA é 0 dB na saturação. Contudo, se o sinal é filtrado antes do TWTA, a filtragem introduz flutuações da envoltória que resultam em distorções AM/AM e AM/PM. Quando se utiliza sinais QAM a degradação devido a não linearidade é maior, portanto é necessário reduzir a potência de saída em relação ao valor de saturação (aumentar o "backoff") de maneira a reduzir os efeitos não lineares. Por outro lado, reduzindo a potência de saída do amplificador, ocorre uma degradação no desempenho do sistema devido a redução da relação sinal-ruído.

As distorções não lineares do TWTA podem ser compensadas através de uma pré-distorção analógica, de maneira que as curvas características se aproximem de um amplificador linear. Por conveniência vamos representar o sinal modulado $x(t)$, o sinal pré-distorcido $y(t)$ e o sinal amplificado $z(t)$ por sua envoltória complexa

$$\mathbf{x} = \rho e^{j\phi},$$

$$\mathbf{y} = r e^{j\psi},$$

e

$$\mathbf{z} = \mu e^{j\varphi},$$

respectivamente. A partir dos modelos que descrevem os efeitos da não linearidade, a envoltória complexa \mathbf{z} do sinal amplificado pode ser expresso, pela seguinte relação

$$\mathbf{z} = \mathbf{G}(\mathbf{y}) = A(r) e^{j[\Psi+\Phi(r)]}.$$

A pré-distorção da forma de onda é feita por um dispositivo analógico colocado antes do TWTA, definido pela função complexa genérica $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ que deve ser calculada de maneira a se obter a seguinte relação

$$\mathbf{z} = \mathbf{G}(\mathbf{y}) = \mathbf{G}(\mathbf{F}(\mathbf{x})) = G_0 \mathbf{x},$$

onde G_0 é o ganho nominal do amplificador, igual a 2 neste caso. Expressando a função característica de pré-distorção $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ como uma conversão de módulo e fase,

$$\mathbf{y} = \mathbf{F}(\mathbf{x}) = M(\rho) e^{j[\phi + \Theta(\rho)]}$$

podemos definir um pré-distorcedor ideal que lineariza completamente a característica de fase e que lineariza o máximo possível a resposta em amplitude do amplificador, isto é, até a máxima potência de saída. As funções de linearização obtidas são

$$\begin{aligned} A(M(\rho)) = 2\rho &\longrightarrow M(\rho) = \frac{1 - \sqrt{1 - 4\rho^2}}{2\rho}, & \rho \leq 0,5 \\ A(M(\rho)) = 1 &\longrightarrow M(\rho) = 1, & \rho > 0,5 \end{aligned},$$

$$\mathbf{F}(M(\rho)) + \Theta(\rho) = 0 \longrightarrow \begin{aligned} \Theta(\rho) &= \phi_0 \left[\sqrt{1 - 4\rho^2} - 1 \right], & \rho \leq 0,5 \\ \Theta(\rho) &= -\phi_0, & \rho > 0,5 \end{aligned}.$$

Neste caso, sendo o ganho nominal do amplificador $G_0 = 2$, obtemos uma linearização ideal para $\rho \leq 0,5$ (máxima potência de saída), que corresponde a um sinal de entrada com -6 dB backoff.

Determinamos através de simulação o desempenho do esquema proposto no canal não linear. Comparamos o desempenho do esquema para dois tipos de constelações 32-QAM não uniformes. A primeira usando a constelação proposta formada por 4 sub-constelações 8-PSK (esquema 1) e a segunda formada por 4 sub-constelações 8-QAM (esquema 2), proposta em [15].

A Figura 4.16 mostra o desempenho da classe A no esquema 1 para uma relação $d_1/d_2 = 2$. As curvas foram obtidas para diferentes valores de backoff (B) de saída. Podemos observar que existe um valor ótimo do backoff de operação, aproximadamente $B=2,85$. A figura também mostra o desempenho considerando linearização ideal. Podemos observar que neste caso não é vantagem utilizar uma técnica de linearização, pois o desempenho é inferior em relação ao desempenho com backoff ótimo.

Na Figura 4.17 temos o desempenho da classe A para o esquema 2. O valor de backoff ótimo é de aproximadamente $B=3,52$. Neste caso o uso de linearização apresenta melhor desempenho do que a operação no ponto de backoff ótimo. Comparando com a Figura 4.16, podemos verificar que o desempenho da classe A no esquema 1 é ainda superior, pois a relação de potência pico-média é menor.

A Figura 4.18 mostra o desempenho da classe B para o esquema 1 (nuvem 8-PSK) e esquema 2 (nuvem 8-QAM). É importante ressaltar que no canal AWGN o desempenho da classe B no esquema 2 é aproximadamente 1dB melhor do que no esquema 1 para uma probabilidade de erro de bloco de 10^{-4} . Para a determinação do desempenho no canal não linear consideramos linearização de fase perfeita para ambos os esquemas. Portanto para o esquema 1 não há degradação da classe B em relação ao canal AWGN pois a sub-constelação 8-PSK possui envoltória constante. Para o esquema 2 que utiliza sub-constelações 8-QAM a degradação é bastante grande. O backoff ótimo obtido é de aproximadamente $B = 4,23$. Usando linearização, o desempenho pode melhorar em relação à operação no ponto de backoff ótimo de aproximadamente 3,5 dB para uma probabilidade de erro de bloco de 10^{-4} . Portanto o uso da técnica de linearização neste caso é mais eficiente. Contudo ainda ocorre uma degradação de 3 dB em relação ao esquema 1. A degradação de desempenho do esquema 2 em relação ao esquema 1 no canal não linear são ainda mais acentuadas na prática, pois os métodos de linearização não são ideais. Isso mostra a importância da relação de potência pico-médio na construção das constelações de sinais.

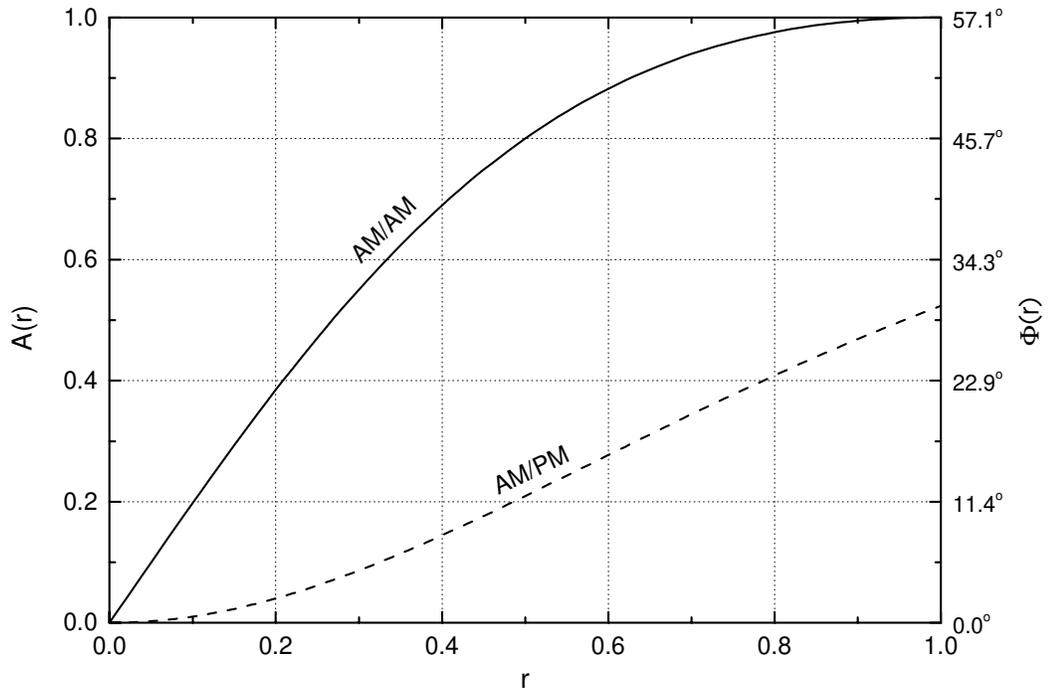


Figura 4.14 - Curvas características AM/AM e AM/PM.

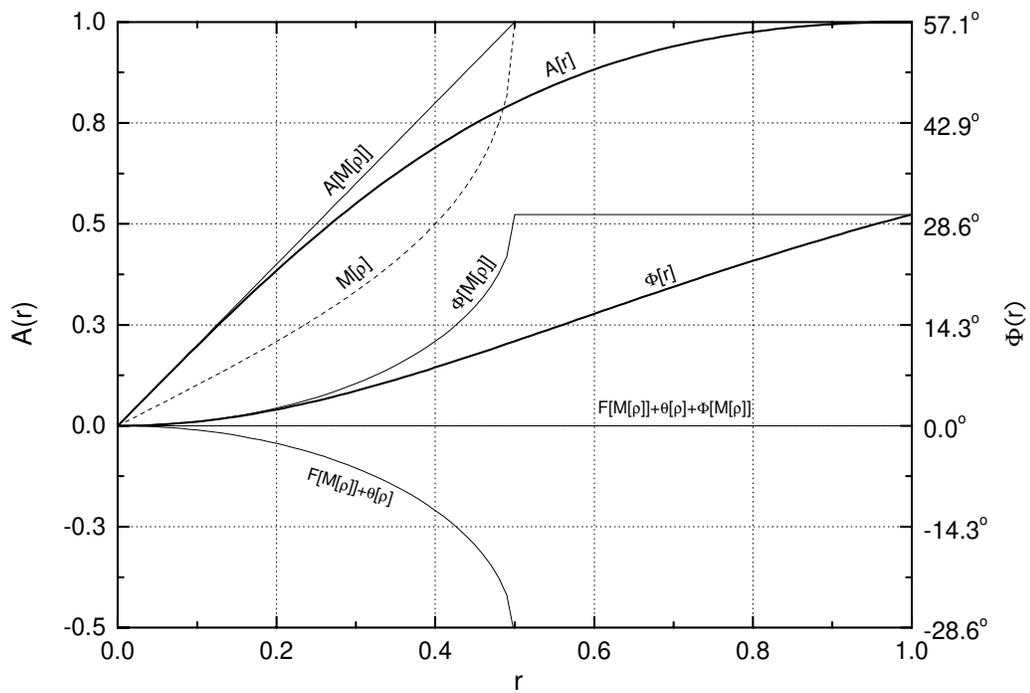


Figura 4.15 - Pré-distorção para compensação dos efeitos da não linearidade.

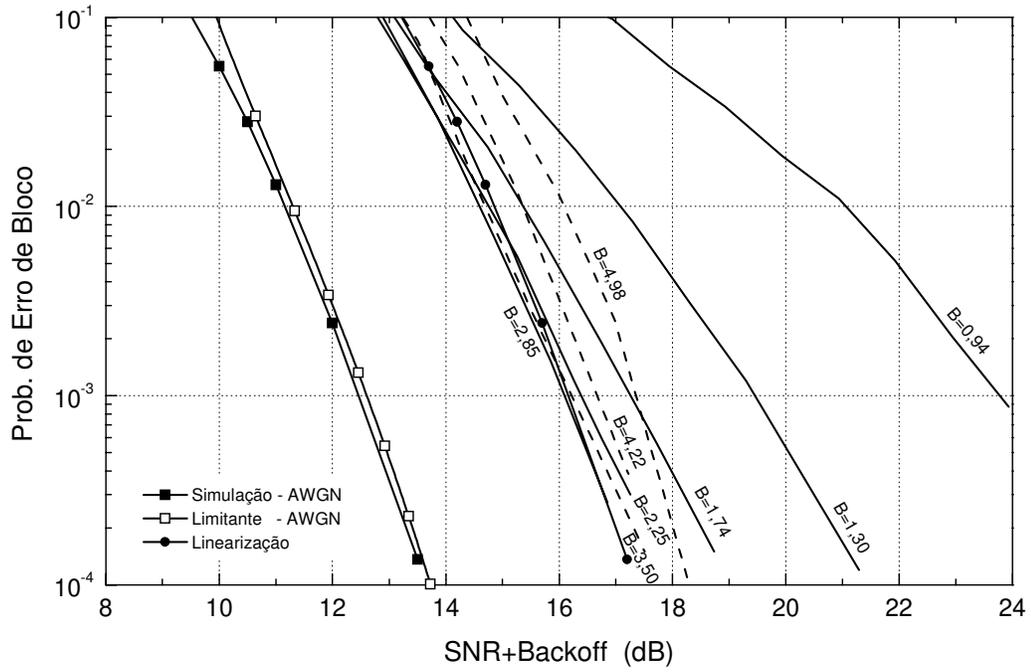


Figura 4.16 - Desempenho da classe A usando sub-constelações 8-PSK.

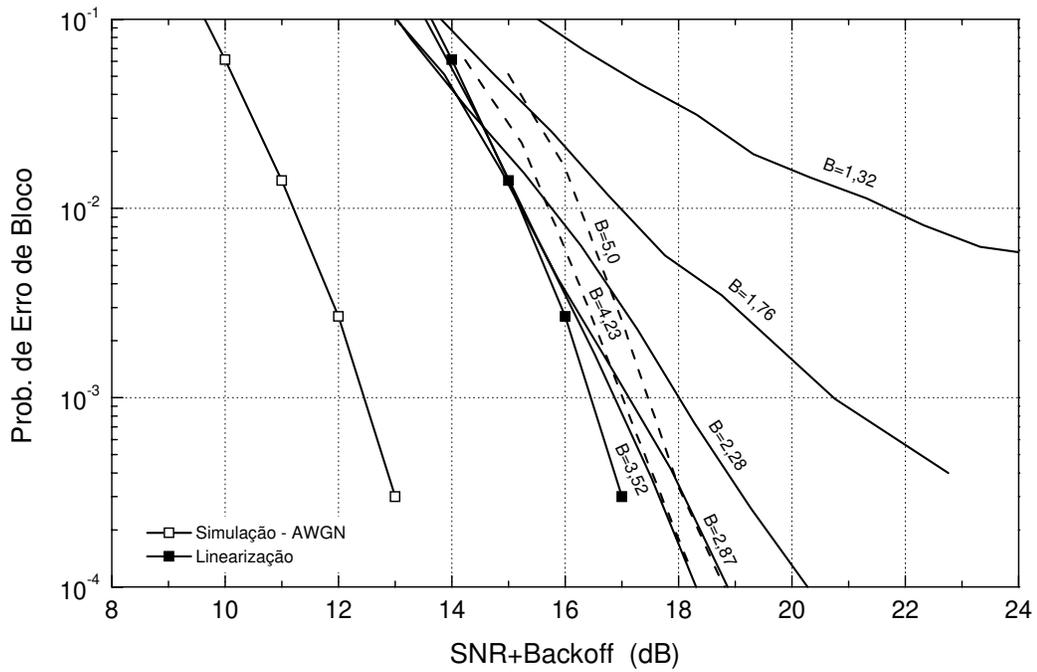


Figura 4.17 - Desempenho da classe A usando sub-constelações 8-QAM.

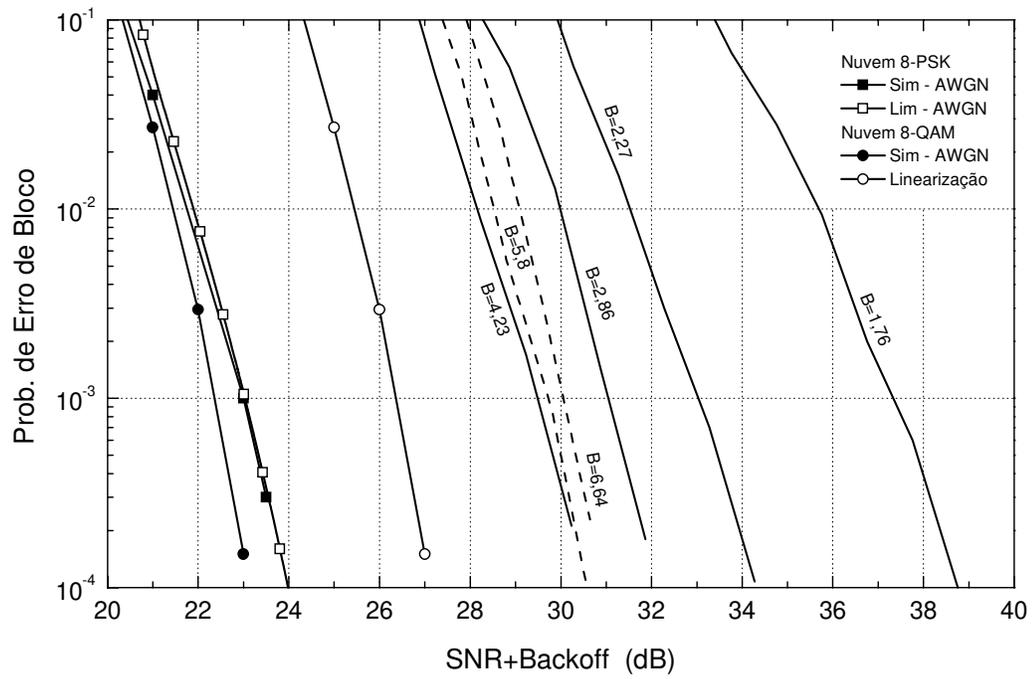


Figura 4.18 - Desempenho da classe B usando sub-constelações 8-PSK e 8-QAM.

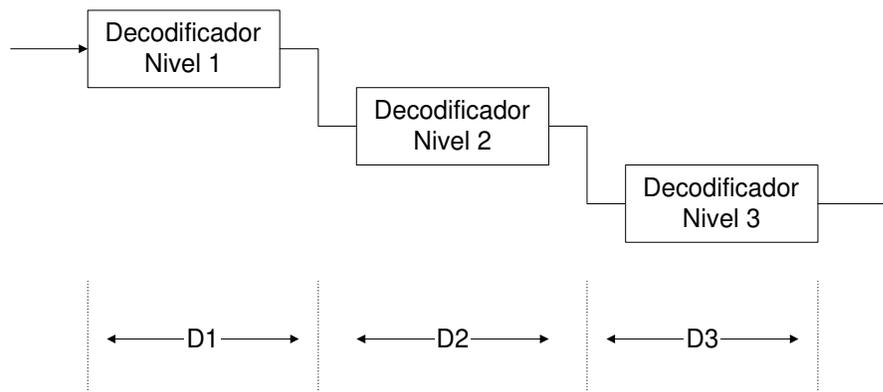


Figura 4.19 - Atrasos da decodificação multiestágio para 3 níveis de partição.

4.8 Decodificação Multiestágio para Códigos Turbo

Os sistemas de comunicação digital modernos exigem altos ganhos de codificação, alta eficiência espectral e atraso de decodificação reduzido [35]. Recentemente foi mostrado que a codificação multinível, usando códigos componentes binários, associada a um esquema de modulação digital 2^l -ário com decodificação multiestágio, não é apenas uma maneira prática para se atingir altos ganhos de codificação como também de se aproximar dos limites de capacidade [36][37]. De maneira a se obter estes ganhos de codificação para probabilidades de erro de bit baixas a moderadas, uma estratégia apropriada é o uso de códigos turbo como códigos componentes da construção multinível. Como o atraso do algoritmo de decodificação multiestágio é a soma dos atrasos de todos os níveis, os grandes atrasos do algoritmo de decodificação iterativo inibe o uso de códigos turbo nos esquemas de codificação multinível. Para contornar este problema estamos propondo um novo algoritmo de decodificação multiestágio que apresenta um excelente compromisso entre desempenho e atraso de decodificação. Este algoritmo se encaixa muito bem na proposta de construção de esquemas SCM utilizando construção multinível com partição mista, apresentado na Seção 4.5 do Capítulo 4.

Considere na Figura 4.19 os atrasos de decodificação envolvidos na decodificação multiestágio convencional de um esquema com 3 níveis de partição, onde os códigos componentes da construção multinível não são códigos turbo. Podemos observar que o atraso total de decodificação é a soma dos atrasos de decodificação em cada nível, $D_1 + D_2 + D_3$, onde de maneira geral $D_1 > D_2 > D_3$. Considere agora que os códigos componentes sejam códigos turbo com, por exemplo, 3 iterações de decodificação em cada nível. Neste caso os atrasos de decodificação são mostrados na Figura 4.20. Na prática podemos considerar $D = D_1 = D_2 = D_3$. Para 3 iterações em cada nível teremos um atraso de decodificação 3 vezes maior. Isso pode restringir o número de iterações em cada nível ou mesmo o uso de códigos turbo em esquemas multiníveis práticos que exijam baixa latência (atraso de decodificação). Um importante trabalho desenvolvido por Wachsmann e Huber [28] aborda a

construção de esquemas multiníveis com códigos turbo. Todos os esquemas propostos em [28] utilizam decodificação multiestágio convencional, com no máximo 10 iterações por nível, onde o critério de parada é especificado em termos da confiabilidade de decisão desejada.

Em [28] é apresentado um exemplo de um esquema multinível 8-PSK associado a uma partição convencional, com distribuição de taxas $R_1 = 0,20$, $R_2 = 0,82$ e $R_3 = 0,98$. No primeiro nível é utilizado um codificador turbo formado pela concatenação em paralelo de dois códigos convolucionais recursivos sistemáticos de taxa $1/2$ com 16 estados. Os codificadores turbo do segundo e terceiro nível são compostos por um código convolucional de taxa $1/3$ também com 16 estados. Utilizamos um comprimento de bloco de $N = 2000$ bits. Com o objetivo de estudarmos estruturas de decodificação multinível com atrasos de decodificação reduzidos implementamos um esquema multinível 8-PSK com as mesmas taxas R_1 , R_2 e R_3 usadas em [28]. No primeiro nível usamos um codificador turbo formado por dois códigos convolucionais de taxa $1/4$ com 16 estados. No segundo e terceiro níveis usamos como códigos componentes dois códigos convolucionais de taxa $1/2$ com 16 estados. Estamos propondo a estrutura de decodificação multinível para códigos turbo mostrada na Figura 4.21 em substituição à estrutura convencional mostrada na Figura 4.20.

Este exemplo é para o caso de 3 iterações do decodificador turbo por nível. Nesta nova estrutura realizamos a primeira iteração no primeiro nível e logo passamos a informação para o segundo nível. Da mesma forma, após a primeira iteração do segundo nível passamos a informação para o terceiro nível. Após esta passagem inicial de informação entre os níveis, as iterações são feitas em paralelo. Comparando as Figura 4.20 e 4.21 temos uma redução no atraso de decodificação de $9D$ para $5D$. Além disso esta estrutura nos permite, neste exemplo, fazer duas iterações a mais no primeiro nível e uma no segundo nível mantendo o mesmo atraso de decodificação, conforme mostra as linhas tracejadas na Figura 4.21. Esta nova estrutura de decodificação pode ser usada para o caso de duas ou mais iterações de decodificação por nível. Doravante vamos denominar o algoritmo de decodificação multiestágio convencional de CMD (do inglês: Conventional Multistage Decoding) e o novo algoritmo

de decodificação multiestágio de NMD (do inglês: New Multistage Decoding). A Figura 4.22 mostra uma comparação de desempenho do nosso esquema utilizando decodificação multinível convencional e a nova estrutura da Figura 4.21. Iremos caracterizar o algoritmo proposto pelo número de iterações do último nível. As comparações foram obtidas para 2, 3 e 6 iterações.

Podemos verificar na Figura 4.22 que em relação à decodificação multiestágio convencional ocorre uma perda de desempenho desprezível para taxas de erro de bit mais altas. As Figuras 4.23, 4.24 e 4.25 mostram a taxa de erro de bit em cada nível da partição para a decodificação multiestágio convencional (Figura 4.20). Considere a Figura 4.23, por exemplo, que mostra a taxa de erro de bit de cada nível da partição para o caso de 2 iterações por nível. Observe que para relações E_b/N_0 entre 3,0 dB e 3,63 dB, aproximadamente, a probabilidade de erro do primeiro nível é dominante. Entre 3,63 dB e 4,25 dB a probabilidade de erro passa a ser dominada pelo segundo nível da partição. Em termos da decodificação multinível isso significa que a informação do primeiro nível passa a ter pouca influência no desempenho do segundo nível a partir de 3,63 dB. Isso pode ser claramente observado na Figura 4.22, pois ocorre uma pequena perda de desempenho com o novo algoritmo de decodificação multiestágio em relação ao algoritmo convencional apenas no intervalo onde a probabilidade de erro do primeiro nível é dominante. Após a primeira iteração do algoritmo turbo já se consegue uma grande redução na probabilidade de erro de bit. Portanto se passarmos a informação do primeiro nível logo após a primeira iteração, ela já será suficiente para que o decodificador turbo do segundo nível consiga um bom desempenho. Este raciocínio pode ser aplicado para os outros níveis da partição. Todas estas observações nos permitiram formular o novo algoritmo de decodificação multiestágio para códigos turbo mostrado na Figura 4.21.

Implementamos este esquema multinível 8-PSK com a mesma distribuição de taxas e complexidade de códigos de um exemplo proposto por Wachsmann e Huber em [28]. Comparando nossos resultados de simulação com os apresentados em [28] podemos verificar que o desempenho dos dois esquemas está bastante próximo, isso porque nós utilizamos apenas

6 iterações de decodificação em cada nível, enquanto que em [28] foram utilizadas aproximadamente 10 iterações por nível.

4.9 Considerações Finais

Neste capítulo apresentamos uma proposta de construção eficiente de um esquema SCM para duas classes de proteção, com taxas típicas para aplicação em canais de radiodifusão digital de HDTV [15]. O esquema é baseado no uso de construção multinível associada a uma partição não convencional de uma constelação 32-QAM não uniforme. A partição não convencional permite que no algoritmo de decodificação multiestágio quatro dos cinco estágios sejam decodificados em paralelo, reduzindo significativamente o atraso de decodificação. A constelação 32-QAM foi construída com uma relação de potência pico-média reduzida, o que resulta num melhor desempenho para aplicações em canais não lineares. Utilizamos como códigos componentes da construção multinível um único código convolucional binário e uma versão puncionada deste, o que significa menor complexidade de implementação prática do codificador e decodificador. O desempenho do esquema em termos da taxa de erro foi obtido analiticamente e através de simulação. Em comparação com um esquema multidimensional similar proposto por Wei [15] para o canal AWGN, o esquema proposto bidimensional atinge ganhos de codificação melhores para a classe de informação mais importante ao custo de uma pequena degradação no desempenho da classe menos importante. Apresentamos um estudo para canais não lineares onde mostramos a influência da relação de potência pico-média no desempenho destes esquemas. Para uma taxa de erro de bloco de 10^{-3} , conseguimos para a classe B um desempenho de 3,2 dB melhor em relação ao desempenho utilizando a constelação proposta por Wei [15], num canal não linear. Um aspecto fundamental abordado foi a questão da escolha e construção de códigos através de puncionamento. As rotinas computacionais desenvolvidas constituem uma importante e eficiente ferramenta para procura de códigos.

Outra proposta importante apresentada neste capítulo é o novo algoritmo de decod-

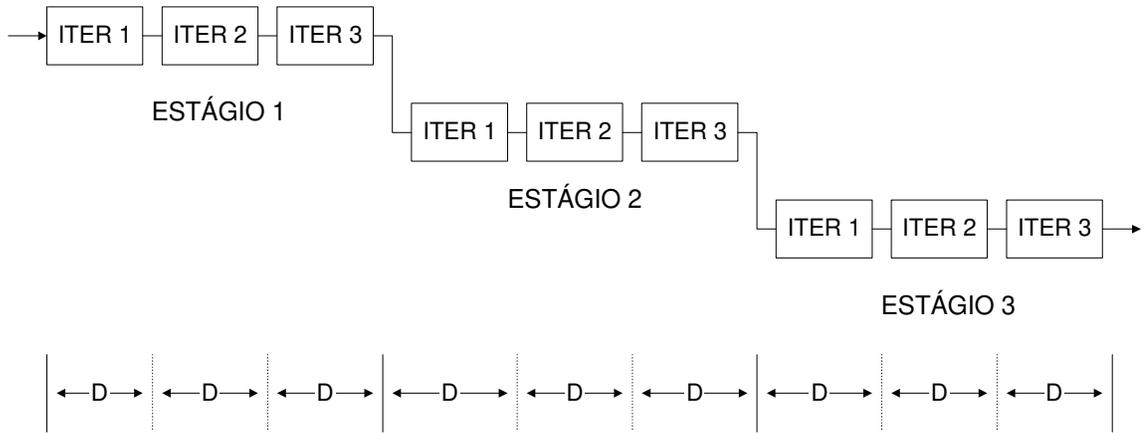


Figura 4.20 - Atrasos da decodificação multiestágio usando códigos turbo com 3 iterações.

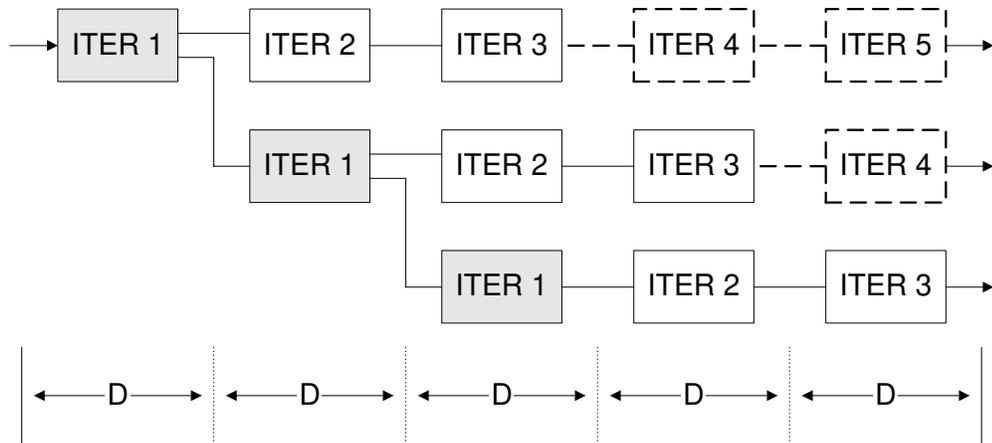


Figura 4.21 - Nova estrutura de decodificação multiestágio.

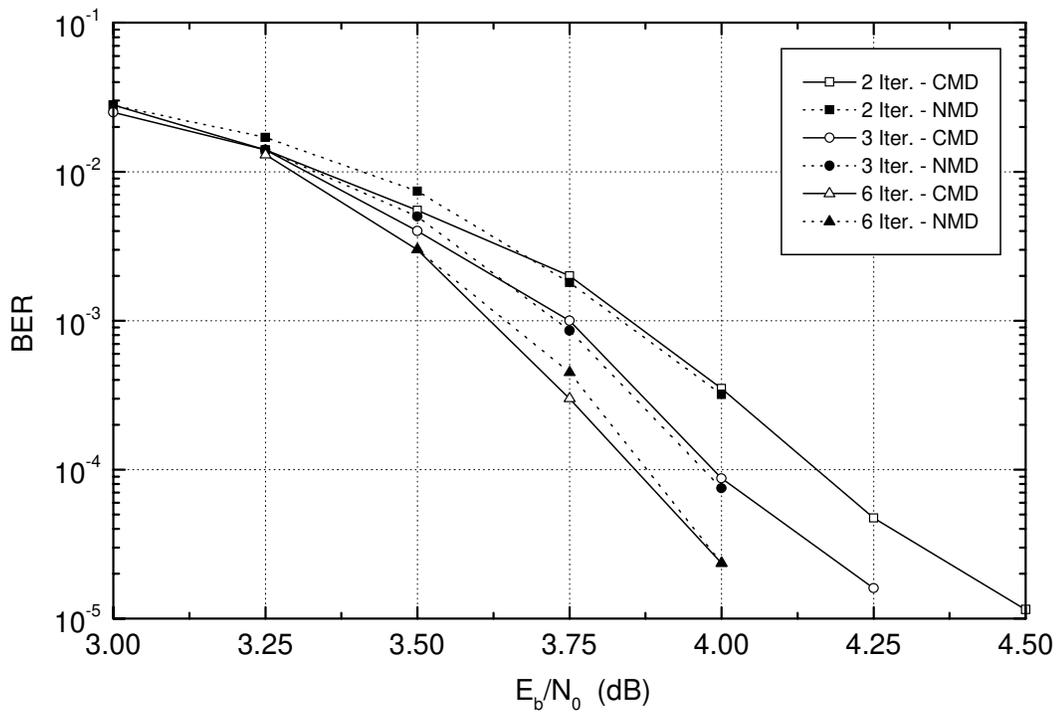


Figura 4.22 - Comparação de desempenho entre os algoritmos CMD e NMD.

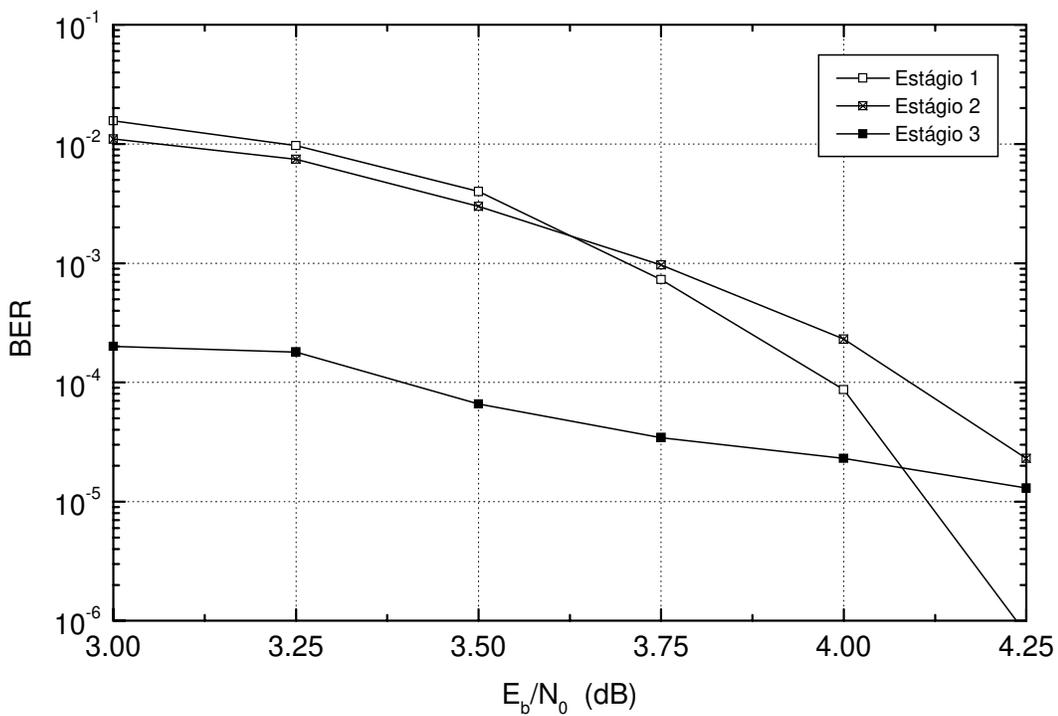


Figura 4.23 - Desempenho da partição para 2 iterações do decodificador turbo.

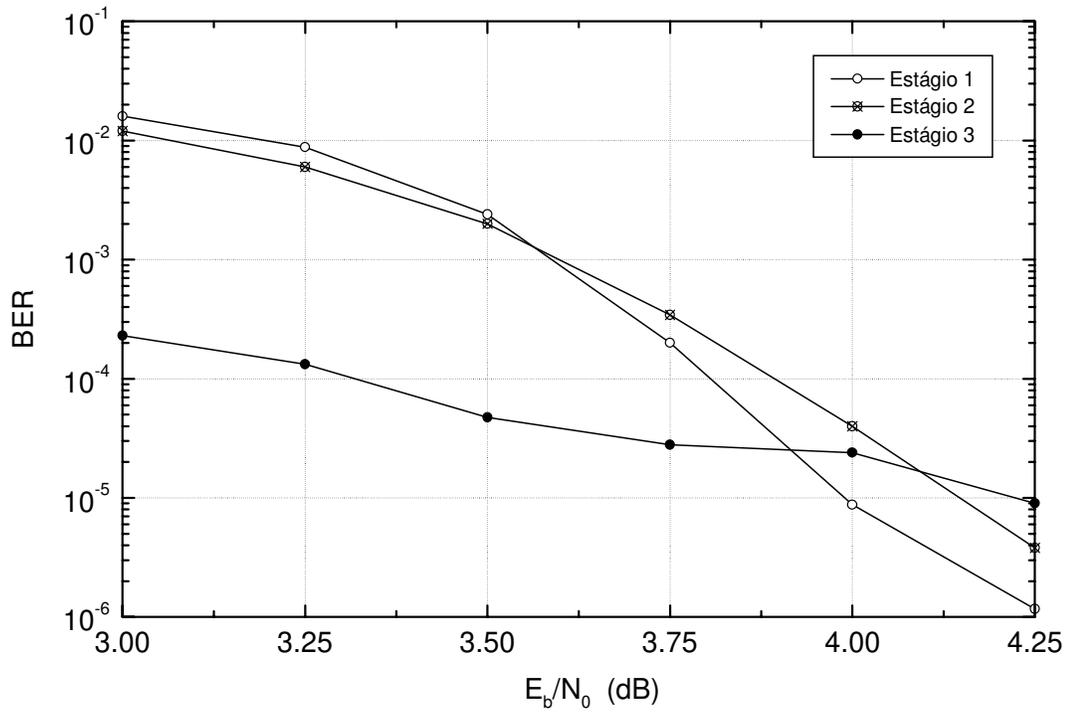


Figura 4.24 - Desempenho da partição para 3 iterações do decodificador turbo.

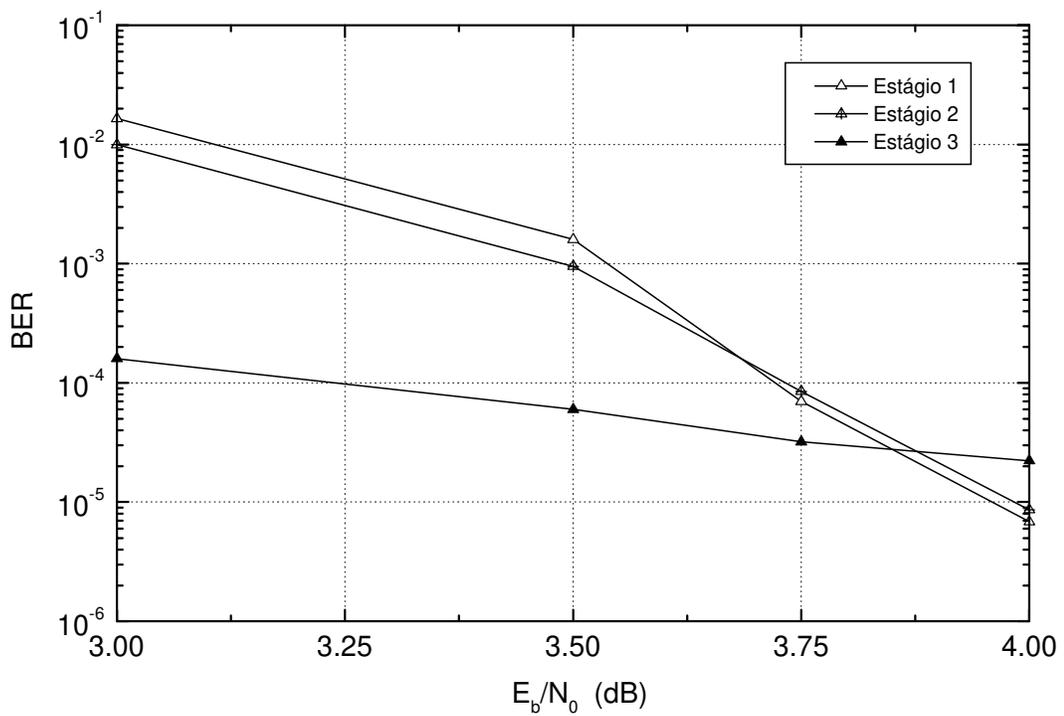


Figura 4.25 - Desempenho da partição para 6 iterações do decodificador turbo.

ificação multiestágio para códigos turbo, que permite uma grande redução do atraso de decodificação com perda de desempenho desprezível. Este algoritmo se encaixa muito bem na proposta de construção de esquemas SCM utilizando construção multinível com partição mista, apresentado na Seção 4.5 do Capítulo 4. Assim, é possível reduzir o atraso de decodificação multiestágio da partição convencional associada com a classe de informação menos importante. Na decodificação da classe mais importante já existe o paralelismo introduzido pela partição não convencional. Todo este estudo pode ser aplicado na construção de esquemas com UEP, tanto para o caso de esquemas SCM como para TDCM.

Capítulo 5

Esquemas Codificados para Canais com Ruído Impulsivo

5.1 Introdução

Neste capítulo abordamos a construção de esquemas codificados com UEP para canais com ruído impulsivo. Em canais não Gaussianos, como no caso do ruído impulsivo, as regiões de decisão de máxima verossimilhança são limitadas por curvas complicadas. Isso significa que o cálculo de um limitante para a taxa de erro não é função apenas das distâncias Euclidianas envolvidas. Os principais trabalhos desenvolvidos sobre este assunto propõe o uso da distância de *Battacharyya* [38][19], o que permite calcular o desempenho de um sistema na presença de um ruído com função densidade de probabilidade arbitrária. Pode-se determinar através da distância de *Battacharyya* um limitante superior para a taxa de erro de bit e definir-se um critério apropriado para a escolha de bons códigos para o canal com ruído impulsivo.

Como a nossa proposta de construção de esquemas SCM utiliza construção multinível, existe em primeiro lugar a necessidade de um estudo sobre o critério de distribuição de taxas ótimas para o caso do canal com ruído impulsivo. No Capítulo 4 propomos o uso de códigos turbo associados à construção multinível com o objetivo de se atingir altos ganhos de codificação sem grande aumento de complexidade. Para o caso do canal com ruído impulsivo também estamos propondo o uso de códigos turbo na construção multinível. Assim, além de não haver a necessidade de se utilizar a distância de *Battacharyya* como critério de escolha

de bons códigos, não há também necessidade de se definir uma métrica de decodificação. Isso ocorre porque o algoritmo BCJR [11] utilizado na decodificação dos códigos turbo já leva em conta a função densidade de probabilidade condicional do ruído impulsivo. Neste estudo apresentamos simulações utilizando decodificação turbo com o algoritmo específico para o canal com ruído impulsivo.

Conforme já discutimos anteriormente, a construção de esquemas codificados para aplicação em HDTV ou HDSL (do inglês: High Rate Digital Subscriber Loop) devem obedecer certas restrições de latência (atraso de decodificação). Isso tem sido um desestímulo ao uso de códigos turbo como códigos componentes da construção multinível e portanto muitos estudos sobre codificação multinível com altos ganhos têm se baseado em esquemas TCM convencionais [35]. A nossa proposta de partição não convencional apresentada no Capítulo 4 possibilita a introdução de paralelismo na decodificação multiestágio e conseqüentemente uma redução significativa na latência do decodificador. Contudo resolvemos estudar mais a fundo a estrutura de decodificação multiestágio para códigos turbo associada a partições convencionais. Isso porque na construção de esquemas SCM podemos utilizar partições mistas, conforme apresentamos na Seção 4.5 do Capítulo 4. Este estudo resultou numa nova proposta para a estrutura de decodificação multiestágio de esquemas multiníveis com códigos turbo associados a partições convencionais. Esta nova estrutura é apresentada em detalhes na Seção 5.4, onde mostramos que é possível obter uma grande redução na latência do decodificador, com uma perda de desempenho muito baixa.

5.2 Esquemas Codificados para Ruído Impulsivo

Considere a decodificação por máxima verossimilhança de um esquema de transmissão num canal com ruído impulsivo. Neste caso as regiões de decisão são limitadas por curvas complicadas que não podem ser descritas pela interseção de hiperplanos como no caso do ruído Gaussiano. Portanto um limitante para a taxa de erro do sistema não pode ser calculado baseado somente em termos de distâncias Euclidianas. Ogiwara [38] e Jelicic [19]

propõem o uso da distância de Battacharyya, que permite calcular o desempenho de um sistema na presença de um ruído com função densidade de probabilidade arbitrária. Assim é possível calcular um limitante superior para a probabilidade de erro de bit, como também definir uma métrica de decodificação apropriada. Como a nossa proposta de construção de esquemas SCM utiliza construção multinível, a otimização desta construção para o canal com ruído impulsivo é feita através do critério de distribuição de taxas proposto em [21]. Como utilizaremos decodificação turbo o problema de definição de uma métrica de decodificação apropriada pode ser desconsiderado.

Um trabalho importante sobre a distribuição de taxas ótimas na construção multinível para o canal com ruído impulsivo foi desenvolvido em [39]. O critério para atribuição das taxas ou capacidades de correção de cada nível é baseado na derivação de uma fórmula aproximada para a probabilidade de erro de bit após a decodificação. Esta fórmula é função da capacidade de correção, t_i , do código do i -ésimo nível. Para a escolha do código ótimo para cada SNR são testados diferentes códigos para escolher o esquema que minimize a probabilidade de erro de bit. Resolvemos utilizar o critério de taxa de corte para decodificação multiestágio proposto em [21], pois ele nos permite obter um conjunto ótimo de taxas em função de SNR, sem a necessidade de se testar diferentes códigos.

É importante ressaltar que nos estudos sobre ruído impulsivo desenvolvidos em [19], [39] e [38] os exemplos apresentados utilizam uma constelação 8-AM. Por questões de comparação dos resultados também vamos utilizar em nosso exemplo uma constelação 8-AM. Aplicamos a regra de distribuição de taxas baseada na taxa de corte de canal proposta em [21] e descrita no Capítulo 2. Em [39] é apresentado um exemplo de distribuição das capacidades de correção utilizando um esquema multinível, com taxa 63/31 bits/símbolo, associado a um partição convencional de uma constelação 8-AM. A probabilidade de ocorrência do ruído impulsivo considerada em [39] é $p = 1$. Este valor de p não é típico, pois é equivalente a um canal Gaussiano com variância $\sigma_W^2 + \sigma_I^2$. Isso pode não refletir uma situação real do canal. No exemplo foram testados diversos códigos BCH de comprimento 31 com diferentes

capacidades de correção. A Tabela 5.1 mostra a melhor distribuição dos códigos em função de SNR de acordo com [39].

O nosso objetivo é determinar a distribuição de taxas ótimas utilizando a regra proposta em [21] e comparar com os resultados obtidos em [39]. Para aplicar a regra de taxa de corte é necessário determinamos as curvas de taxa de corte para cada nível da partição convencional 8-AM. Estas curvas são mostradas nas Figuras 5.1, 5.2, 5.3 e 5.4 para os valores de p e $\gamma = \sigma_I^2/\sigma_W^2$ especificados na Tabela 5.2.

A Tabela 5.3 mostra um exemplo da distribuição das taxas e a respectiva capacidade de correção de erros dos códigos BCH em cada nível da partição para $p = 0,01$ e $\gamma = 10$. É importante ressaltar que para compararmos nossa distribuição de taxas com a obtida em [39], a escolha dos códigos BCH é feita através do conjunto de taxas mais semelhante às ótimas. Nas Tabelas 5.4 e 5.5 são mostradas as distribuições de taxa para outros valores de p e γ . Ao invés de mostrar as taxas dos códigos BCH escolhidos, colocamos apenas suas capacidades de correção. Fizemos este exemplo com o objetivo de verificar se as taxas ótimas escolhidas em [39] poderiam ser obtidas através do método proposto em [21]. As taxas para o caso específico de $p = 1$ são mostradas na Tabela 5.6. Podemos verificar na Tabela 5.6 que a escolha das taxas dos códigos BCH está coerente com a distribuição utilizada em [39], embora lá não tivesse sido especificado explicitamente o valor de γ .

5.3 Aplicação de Códigos Turbo para Ruído Impulsivo

Os códigos turbo possuem uma característica inerente que ajuda a combater o ruído impulsivo, que é o uso do embaralhador na codificação. Outra vantagem importante na utilização de códigos turbo é que não é necessário a busca de códigos ótimos ou a definição de métricas específicas de decodificação, pois o algoritmo BCJR já leva em conta as densidades de probabilidade condicionais do canal. Um trabalho pioneiro sobre a utilização de códigos turbo em canais com ruído impulsivo foi desenvolvido muito recentemente por Koike e Ogiwara [40]. No algoritmo BCJR para códigos não binários descrito em [13] que estamos

SNR (dB)	Nível 1	Nível 2	Nível 3	(t_1, t_2, t_3)
15-19	(31, 6, 7)	(31, 26, 1)	(31, 31, 0)	(7, 1, 0)
19-22	(31, 11, 5)	(31, 26, 1)	(31, 26, 1)	(5, 1, 1)
22-24	(31, 16, 3)	(31, 21, 2)	(31, 26, 1)	(3, 2, 1)

Tabela 5.1 - Distribuição de taxas para o esquema 8-AM multinível.

Figura	p	γ
5.1	0,01 - 0,1 - 0,3	10
5.2	0,01 - 0,1 - 0,3	100
5.3	0,01 - 0,1 - 0,3	1000
5.4	1	5-10-100-1000

Tabela 5.2 - Parâmetros das curvas de taxa de corte.

SNR (dB)	R_0^{ms}	$R_{op}(1)$	$R_{op}(2)$	$R_{op}(3)$	t_1	t_2	t_3
12	2,038	0,227	0,831	0,975	7	1	0
12,5	2,108	0,244	0,832	0,956	7	1	0
13	2,177	0,266	0,829	0,937	7	1	0
13,5	2,245	0,292	0,822	0,918	5	1	1
14	2,313	0,322	0,812	0,898	5	1	1
14,5	2,381	0,355	0,800	0,878	5	1	1
15	2,449	0,389	0,786	0,857	5	1	1
15,5	2,515	0,424	0,772	0,836	5	1	1
16	2,579	0,458	0,759	0,816	3	2	1
16,5	2,639	0,490	0,746	0,797	3	2	1
17	2,694	0,518	0,735	0,779	3	2	1
17,5	2,742	0,543	0,726	0,763	3	2	1
18	2,783	0,564	0,719	0,750	3	2	1
18,5	2,817	0,581	0,713	0,738	2	2	2
19	2,845	0,594	0,709	0,729	2	2	2
19,5	2,867	0,604	0,707	0,722	2	2	2
20	2,885	0,612	0,705	0,716	2	2	2

 Tabela 5.3 - Distribuição de taxas para $p = 0,01$ e $\gamma = 10$.

	$p = 0, 1$			$p = 0, 3$			
SNR (dB)	t_1	t_2	t_3	SNR (dB)	t_1	t_2	t_3
15	5	2	0	18	5	2	0
16	5	2	0	19	5	2	0
17	3	2	1	20	5	1	1
18	3	2	1	21	5	1	1
19	3	2	1	22	5	1	1
20	3	2	1	23	5	1	1
21	3	2	1	24	3	2	1
22	3	2	1	25	3	2	1
23	3	2	1	26	2	2	2
24	2	2	2	27	2	2	2
25	2	2	2	28	2	2	2
26	2	2	2	29	2	2	2
27	2	2	2	30	2	2	2
28	2	2	2	31	2	2	2

 Tabela 5.4 - Distribuição dos códigos BCH para $\gamma = 10$.

	$p = 0, 01$			$p = 0, 1$			$p = 0, 3$				
SNR (dB)	t_1	t_2	t_3	SNR (dB)	t_1	t_2	t_3	SNR (dB)	t_1	t_2	t_3
13	5	1	1	16	3	2	1	25	3	2	1
14	5	1	1	17	3	2	1	26	3	2	1
15	5	1	1	18	3	2	1	27	3	2	1
16	3	2	1	19	3	2	1	28	3	2	1
17	3	2	1	20	3	2	1	29	3	2	1
18	2	2	2	21	3	2	1	30	3	2	1
19	2	2	2	22	3	2	1	31	3	2	1
20	2	2	2	23	3	2	1	32	3	2	1
21	2	2	2	24	3	2	1	33	3	2	1
22	2	2	2	25	3	2	1	34	3	2	1
23	2	2	2	26	3	2	1	35	3	2	1
24	2	2	2	27	3	2	1	36	2	2	2
25	2	2	2	28	3	2	1	37	2	2	2
26	2	2	2	29	3	2	1	38	2	2	2
27	2	2	2	30	3	2	1	39	2	2	2
28	2	2	2	31	3	2	1	40	2	2	2
29	2	2	2	32	2	2	2	41	2	2	2
30	2	2	2	33	2	2	2	42	2	2	2

 Tabela 5.5 - Distribuição dos códigos BCH para $\gamma = 100$.

SNR (dB)	$\gamma = 10$			$\gamma = 100$				$\gamma = 1000$			
	t_1	t_2	t_3	SNR (dB)	t_1	t_2	t_3	SNR (dB)	t_1	t_2	t_3
22	7	1	0	31,5	7	1	0	41,5	7	1	0
22,5	7	1	0	32	7	1	0	42	7	1	0
23	7	1	0	32,5	7	1	0	42,5	7	1	0
23,5	7	1	0	33	7	1	0	43	7	1	0
24	5	1	1	33,5	5	1	1	43,5	5	1	1
24,5	5	1	1	34	5	1	1	44	5	1	1
25	5	1	1	34,5	5	1	1	44,5	5	1	1
25,5	5	1	1	35	5	1	1	45	5	1	1
26	5	1	1	35,5	5	1	1	45,5	5	1	1
26,5	3	2	1	36	5	1	1	46	5	1	1
27	3	2	1	36,5	3	2	1	46,5	3	2	1
27,5	3	2	1	37	3	2	1	47	3	2	1
28	2	2	2	37,5	3	2	1	47,5	3	2	1
28,5	2	2	2	38	2	2	2	48	2	2	2
29	2	2	2	38,5	2	2	2	48,5	2	2	2
29,5	2	2	2	39	2	2	2	49	2	2	2
30	2	2	2	39,5	2	2	2	49,5	2	2	2
30,5	2	2	2	40	2	2	2	50	2	2	2
31	2	2	2	40,5	2	2	2	50,5	2	2	2
31,5	2	2	2	41	2	2	2	51	2	2	2
32	2	2	2	41,5	2	2	2	51,5	2	2	2
32,5	2	2	2	42	2	2	2	52	2	2	2
33	2	2	2	42,5	2	2	2	52,5	2	2	2
33,5	2	2	2	43	2	2	2	53	2	2	2
34	2	2	2	43,5	2	2	2	53,5	2	2	2
34,5	2	2	2	44	2	2	2	54	2	2	2

Tabela 5.6 - Distribuição dos códigos BCH para $p = 1$.

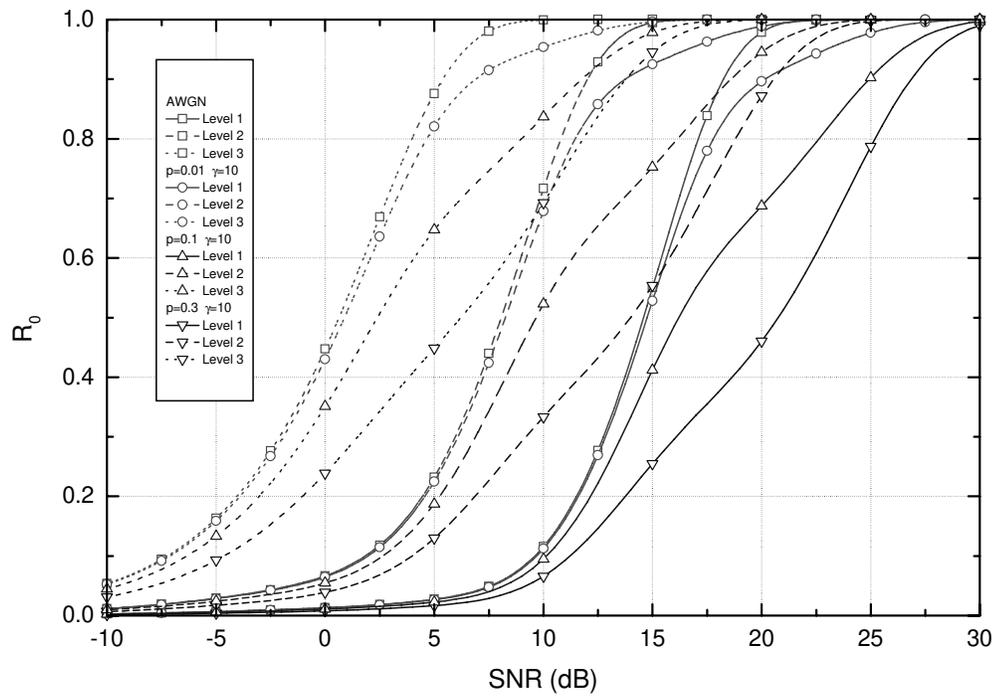


Figura 5.1 - Curvas de taxa de corte da constelação 8-AM.

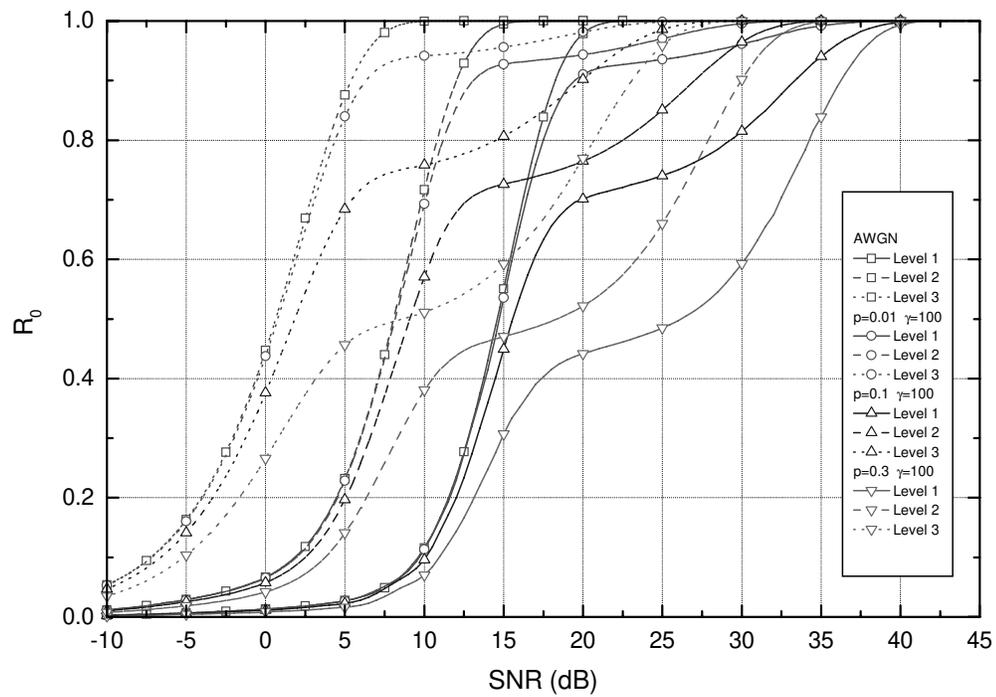


Figura 5.2 - Curvas de taxa de corte da constelação 8-AM.

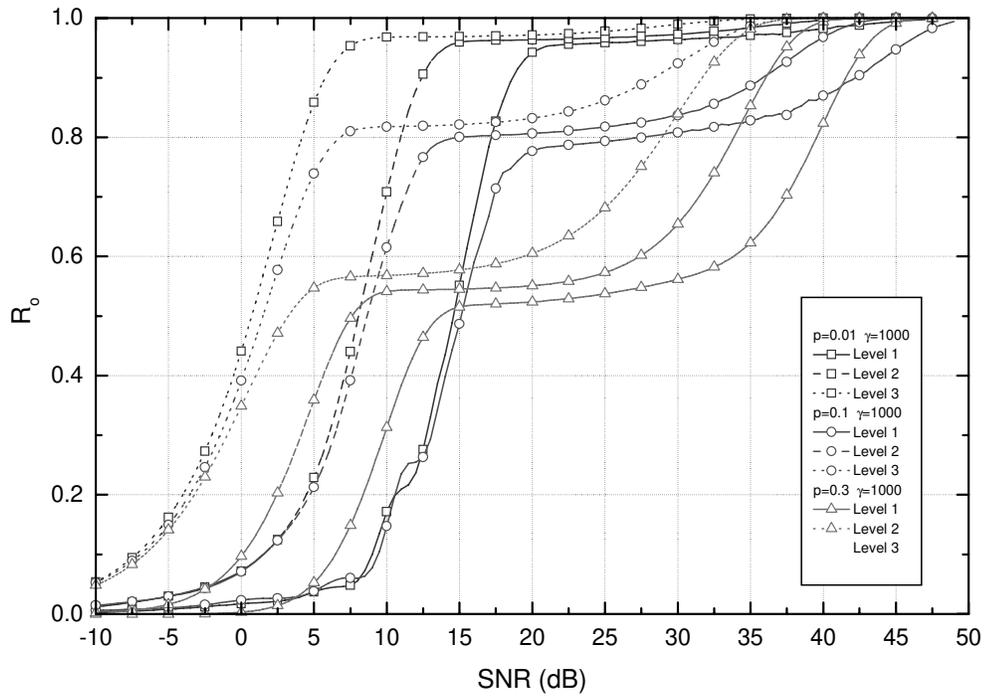


Figura 5.3 - Curvas de taxa de corte da constelação 8-AM.

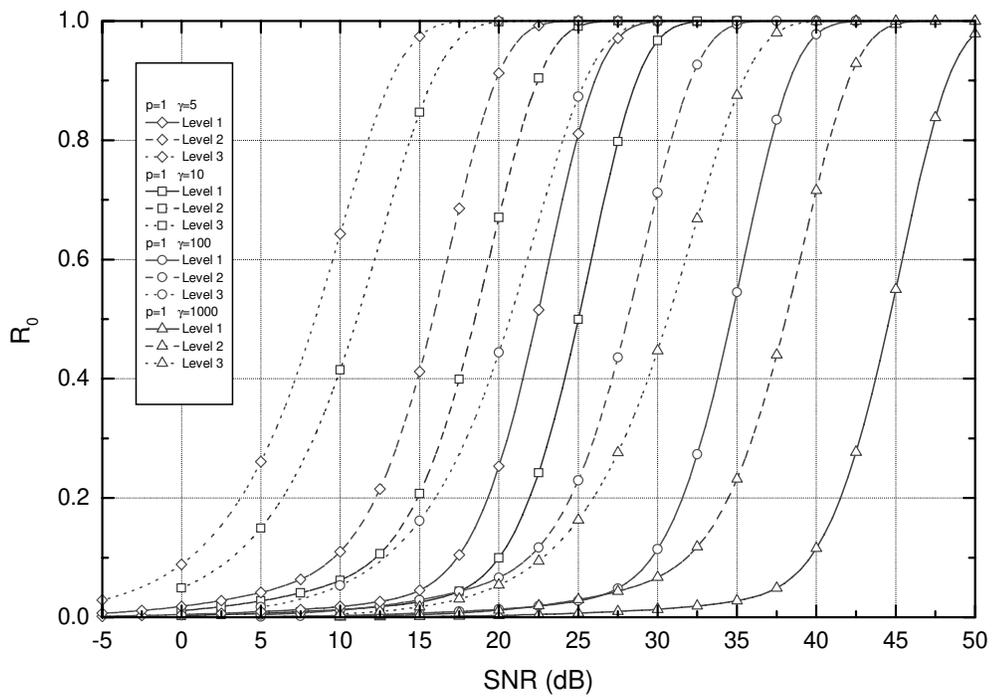


Figura 5.4 - Curvas de taxa de corte da constelação 8-AM.

utilizando, a probabilidade de transição de ramo num instante k é denotada e calculada como

$$\begin{aligned} \gamma_i(\mathbf{y}_k, M', M) &= p(d_k = i, S_k = M | S_{k-1} = M') = p(\mathbf{y}_k | d_k = i, S_k = M, S_{k-1} = M') \\ &\quad q(d_k = i | S_k = M, S_{k-1} = M') \Pr\{S_k = M | S_{k-1} = M'\}, \end{aligned}$$

onde $p(\cdot|\cdot)$ é a função densidade de probabilidade condicional e $\Pr(\cdot|\cdot)$ é a probabilidade de transição de estado. Considerando a função densidade de probabilidade bidimensional do ruído impulsivo e supondo que a transição de $S_{k-1} = M'$ para $S_k = M$ existe, ou seja, $\Pr\{S_k = M | S_{k-1} = M'\} \neq 0$, podemos definir

$$p(\mathbf{y}_k | d_k = i) = p(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k) = (1 - p) \frac{\rho}{\pi} \exp(-\rho |\mathbf{y}_k - \mathbf{x}_k|^2) + p \frac{\rho}{\pi\gamma} \exp\left(-\frac{\rho}{\gamma} |\mathbf{y}_k - \mathbf{x}_k|^2\right),$$

onde ρ representa a SNR. Esta função densidade de probabilidade condicional depende dos parâmetros p e γ do ruído impulsivo. Nós estamos propondo a aplicação dos códigos turbo em esquemas multiníveis para o canal com ruído impulsivo e a utilização do critério de distribuição de taxas discutida na Seção 2.1.

Implementamos dois esquemas multiníveis 8-AM usando códigos turbo e distribuição de taxas ótimas para SNR=14,5 dB e SNR=15,5 dB. Em ambos os esquemas utilizamos um único código convolucional recursivo sistemático de taxa 1/2 com 16 estados [30] e versões puncionadas deste. O uso do mesmo código nos dois esquemas é necessário para termos uma comparação justa. Contudo nos esquemas turbo ainda temos o problema da escolha do embaralhador apropriado e dos melhores padrões de puncionamento. Inicialmente utilizamos códigos com comprimento $N = 400$ e escolhemos arbitrariamente o embaralhador dos codificadores turbo de cada esquema. O mesmo embaralhador foi usado em todos os níveis da partição. Utilizamos padrões de puncionamento curtos. Isso permitiu selecionarmos através de simulação bons padrões de puncionamento. A Tabela 5.7 mostra a distribuição de taxas ótimas e as taxas utilizadas nos dois esquemas. O desempenho dos dois esquemas em termos

da taxa de erro de bit é mostrado na Figura 5.5.

Podemos observar que para uma SNR=14,5 dB, o esquema projetado para SNR=14,5 dB é superior ao esquema projetado para 15,5 dB. Em contraste, para uma SNR=15,5 dB o esquema projetado para 15,5 dB tem desempenho superior. Esse exemplo mostra que a regra de distribuição de taxas se aplica muito bem para o caso do canal com ruído impulsivo. Também obtivemos o desempenho destes esquemas para um comprimento $N = 2000$. Neste caso podemos observar na Figura 5.5 que o cruzamento das curvas ocorre exatamente em 14,5 dB, ou seja, ainda garantimos que o esquema projetado para SNR=14,5 dB é melhor para $\text{SNR} \leq 14,5$ dB. O cruzamento das curvas de desempenho depende também da escolha do embaralhador. Sabemos que para qualquer taxa de transmissão $R < R_0$ existe um código de bloco \mathbf{C} com pelo menos $|\mathbf{C}| = \lfloor 2^{Rn} \rfloor$ palavras código de comprimento n , e um algoritmo apropriado de decodificação tal que

$$P_{word}(e) < 2^{-n(R_0-R)},$$

onde $P_{word}(e)$ é um limitante superior para a probabilidade de erro de palavra. Para um dado comprimento n podemos calcular $P_{word}(e)$ a partir da curva de taxa de corte, que é função da SNR. Para a regra de distribuição de taxas ótimas [21] podemos dizer que para qualquer $R < R_0^{ms}$ existe um código de bloco \mathbf{C} com pelo menos $|\mathbf{C}| = \lfloor 2^{Rn} \rfloor$ palavras código de comprimento n , e um algoritmo de decodificação multiestágio apropriado tal que

$$P_{word}(e) < m2^{-(n/m)(R_0^{ms}-R)}.$$

Como estamos interessados na taxa de erro de bit podemos fazer uma aproximação do limitante de probabilidade de erro de palavra. Se considerarmos que quando erramos um bloco de informação estamos errando, por exemplo, 50% dos bits de informação, obtemos

$$P_{bit}(e) < P_{word}/2.$$

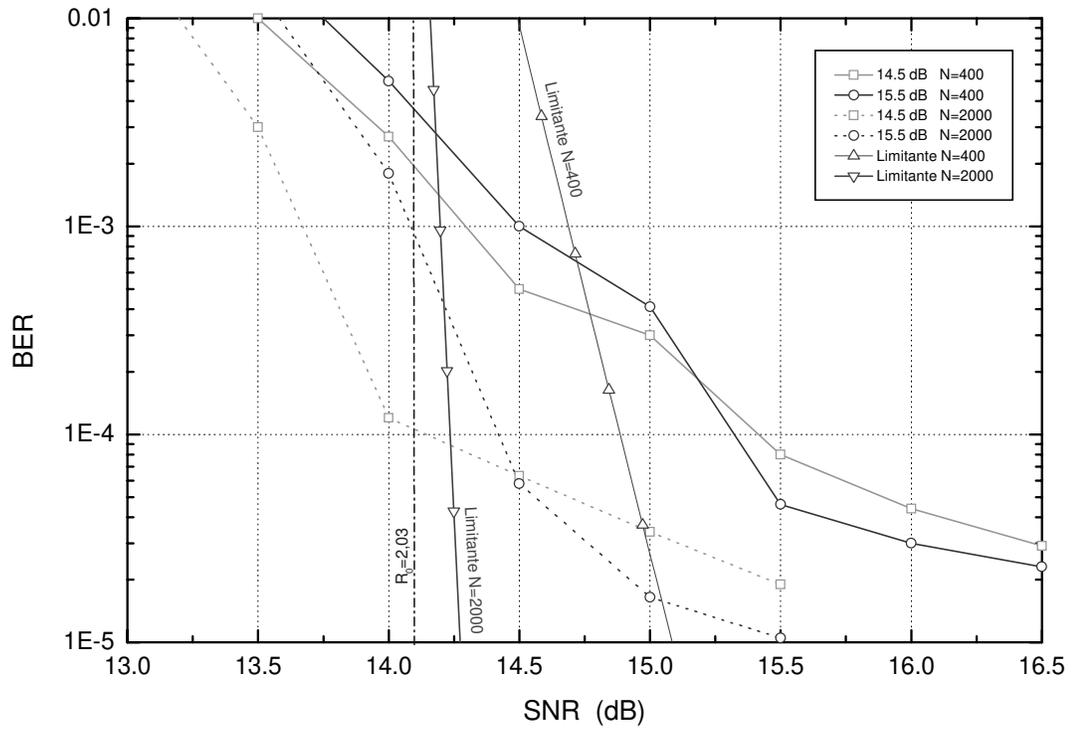


Figura 5.5 - Desempenho dos esquemas multiníveis 8-AM para $p = 0, 1$ e $\gamma = 10$.

Esquema	$R_{op} (1)$	$R_{op} (2)$	$R_{op} (3)$	R_1	R_2	R_3
14,5 dB	0,358	0,718	0,956	0,36	0,70	0,95
15,5 dB	0,392	0,714	0,926	0,40	0,70	0,925

Tabela 5.7 - Distribuição de taxas dos esquemas turbo 8-AM construídos.

A Figura 5.5 também mostra o limitante para a probabilidade de erro de bit para $N = 400$ e $N = 2000$. Contudo este limitante não é uma boa aproximação para o desempenho do esquema. Para verificarmos se o esquema está atingindo a taxa de corte de canal ele deve estar transmitindo numa taxa de bits por símbolo, $R = R_0$. Portanto a taxa de corte $R_0 = 2,03$ é atingida com SNR=14,2 dB, conforme indicado na Figura 5.5.

É importante observar que o esquema otimizado para 14,5 dB com $N = 2000$ atinge R_0 para BER= 10^{-4} . Para SNR menores o desempenho é superior. Se aumentarmos o comprimento do bloco poderemos atingir a taxa de corte para probabilidades de erro mais baixas. Sabemos que os códigos turbo permitem transmitir em taxas muito próximas a capacidade de canal. Portanto é de se esperar que os códigos turbo possam sempre transmitir na taxa de corte de canal ou em taxas ainda superiores. A taxa de corte também pode ser utilizada como critério de construção de constelações para o ruído impulsivo. Implementamos outro exemplo utilizando agora uma constelação 8-PSK com partição convencional.

As Figuras 5.6 e 5.7 mostram as curvas de taxa de corte da constelação 8-PSK para $\gamma = 10$ e $\gamma = 100$, com diferentes valores de p . Implementamos dois esquemas multiníveis com códigos turbo com distribuição de taxas ótimas para SNR=11,75 dB e SNR=12,75 dB, respectivamente. Os parâmetros do ruído impulsivo utilizados foram $p = 0,1$ e $\gamma = 10$. A Tabela 5.8 mostra as taxas ótimas e as taxas utilizadas nos dois esquemas. A Figura 5.8 mostra o desempenho dos dois esquemas turbo. Podemos verificar que para o comprimento $N = 400$ o cruzamento das curvas está um pouco além de 12,75 dB. Mas estamos garantindo que o esquema otimizado para 11,75 dB tem um desempenho melhor. Para o comprimento $N = 2000$ o desempenho dos dois esquemas está muito próximo. Neste caso seria necessário fazer outras escolhas de embralhadores para tentar ressaltar a diferença de desempenho entre os dois esquemas. Podemos concluir que este critério de construção é bastante apropriado. Este estudo se aplica na construção de esquemas com UEP para canais com ruído impulsivo.

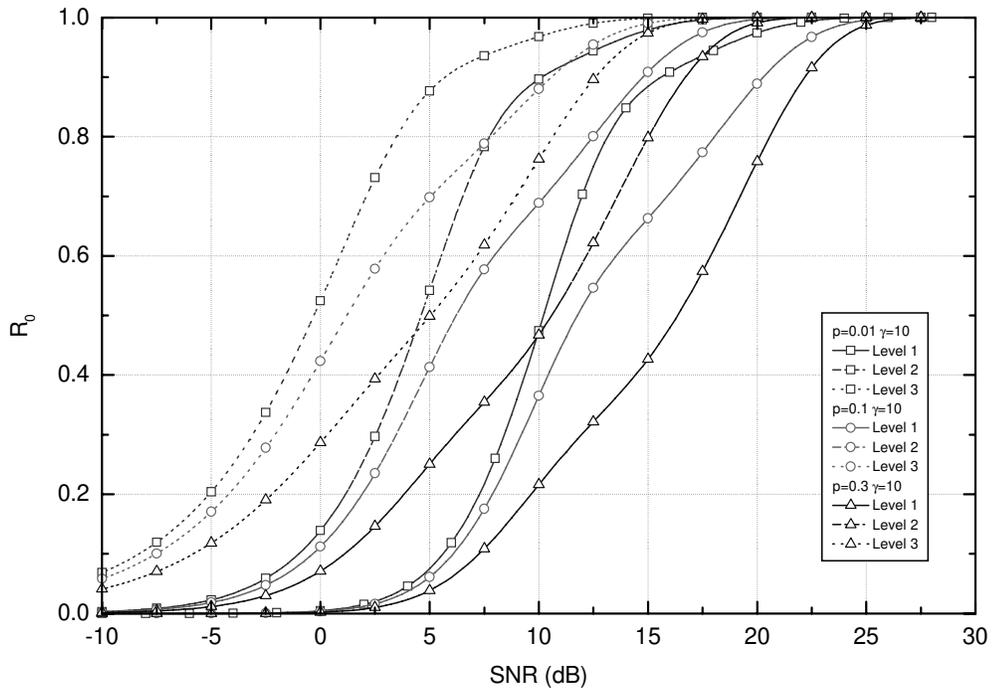


Figura 5.6 - Curvas de taxa de corte da constelação 8-PSK.

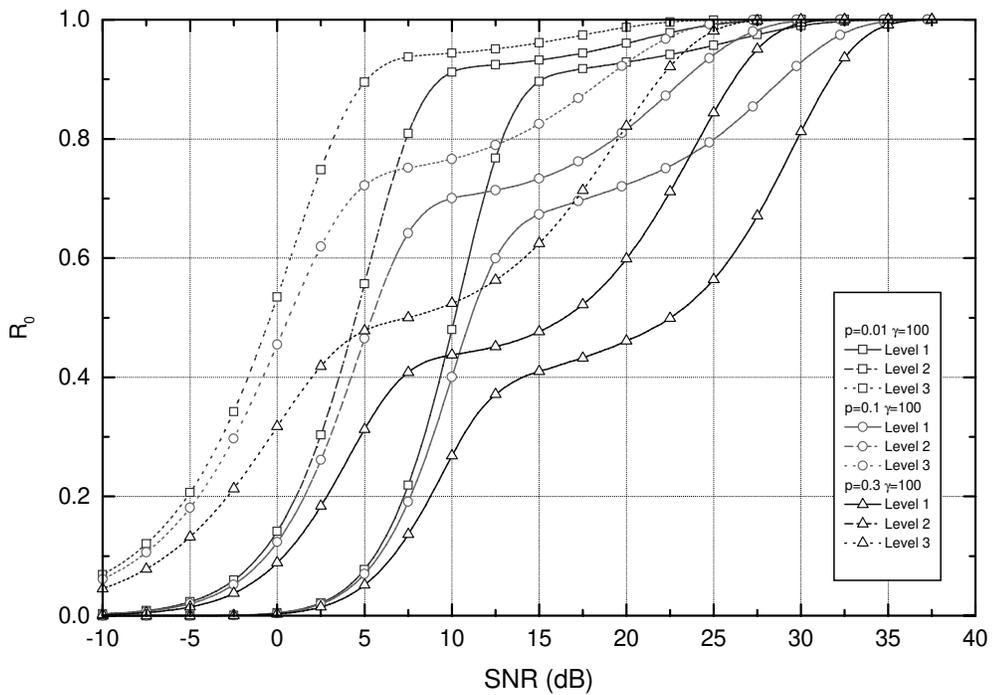


Figura 5.7 - Curvas de taxa de corte da constelação 8-PSK.

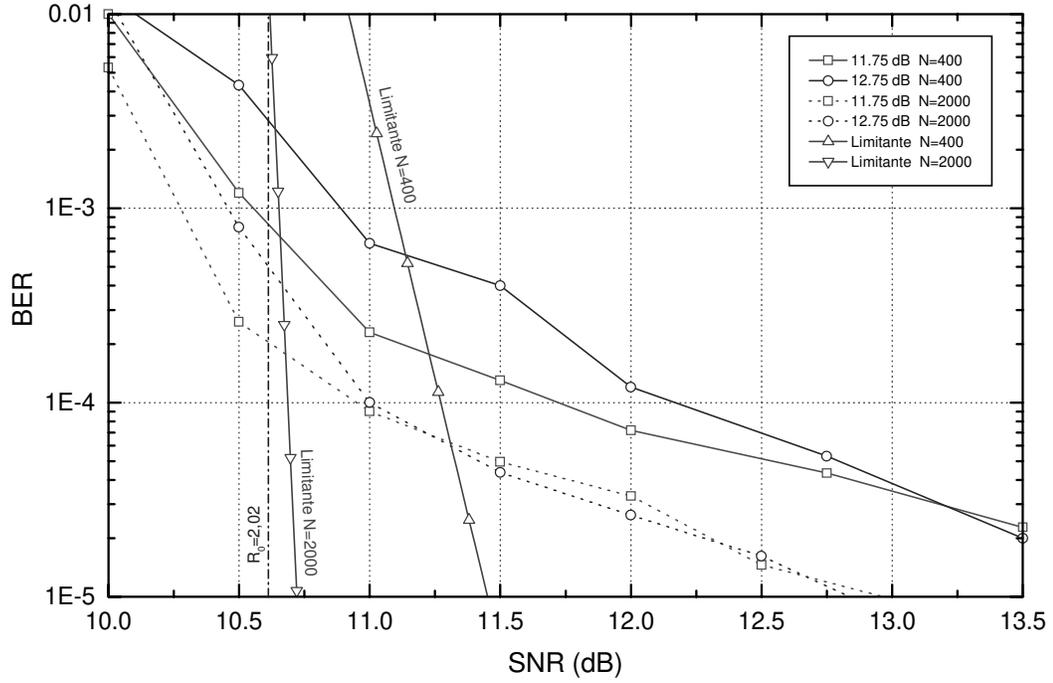


Figura 5.8 - Desempenho dos esquemas multiníveis 8-PSK para $p = 0, 1$ e $\gamma = 10$.

Esquema	$R_{op}(1)$	$R_{op}(2)$	$R_{op}(3)$	R_1	R_2	R_3
11,75 dB	0,443	0,709	0,879	0,44	0,70	0,88
12,75 dB	0,460	0,712	0,859	0,46	0,70	0,86

Tabela 5.8 - Distribuição de taxas dos esquemas turbo 8-AM construídos.

5.4 Desempenho do Algoritmo NMD para Ruído Impulsivo

Nesta seção apresentamos um exemplo de aplicação do algoritmo NMD num esquema SCM para ruído impulsivo. Utilizamos a estrutura do esquema proposto na Seção 4.5, associando códigos turbo como códigos componentes da construção multinível. Consideramos uma taxa de transmissão de 3,5 bits por intervalo de símbolo. A classe A tem taxa 1,5 bits por símbolo (43% de informação). Para a distribuição das taxas de cada classe entre os respectivos níveis da partição aplicamos o critério baseado na taxa de corte de canal proposto em [21]. Para uma taxa de erro de bit de 10^{-3} obtemos para a classe B a distribuição de taxas $R_3 = 0,44$, $R_4 = 0,70$ e $R_5 = 0,88$. Devido à estrutura da partição não convencional associada com a classe A, obtemos $R_1 = R_2 = 0,75$. Como utilizamos partição padrão associada com cada sub-constelação 8-PSK, o paralelismo na decodificação multiestágio para os níveis 3 e 4 é eliminado. O novo algoritmo de decodificação multiestágio recupera parcialmente este paralelismo. Nesta simulação usamos o modelo do canal com ruído impulsivo descrito em [18] com $p = 0,1$ e $\gamma = 10$. Também assumimos um comprimento de bloco $N = 400$ e 6 iterações no algoritmo de decodificação turbo. Para os níveis de partição 1 e 2 (classe A) os códigos turbo são compostos por dois códigos RSC de 8-estados com taxa $r = 3/4$. Para os níveis de partição 3, 4 e 5 (classe B) os códigos turbo são compostos por dois códigos RSC de 16-estados com taxa $r = 1/2$. A saída de cada codificador turbo é puncionada para as respectivas taxas ótimas R_i . As Figuras 5.9 e 5.10 mostram o desempenho obtido para as classes A e B, respectivamente. Os resultados de desempenho da classe B foram obtidos usando decodificação multiestágio convencional e o novo algoritmo com 6 iterações. Os resultados para o novo algoritmo são apresentados para o caso de 1 (NMD-1) e 2 (NMD-2) iterações iniciais antes de se passar a informação para o próximo estágio. Para BER = 10^{-3} a degradação no desempenho para o algoritmo NMD-1 em relação ao algoritmo CMD é aproximadamente 0,17 dB. É importante ressaltar que para BER < 10^{-3} a degradação é ainda menor. A degradação de desempenho do algoritmo NMD-2 é desprezível.

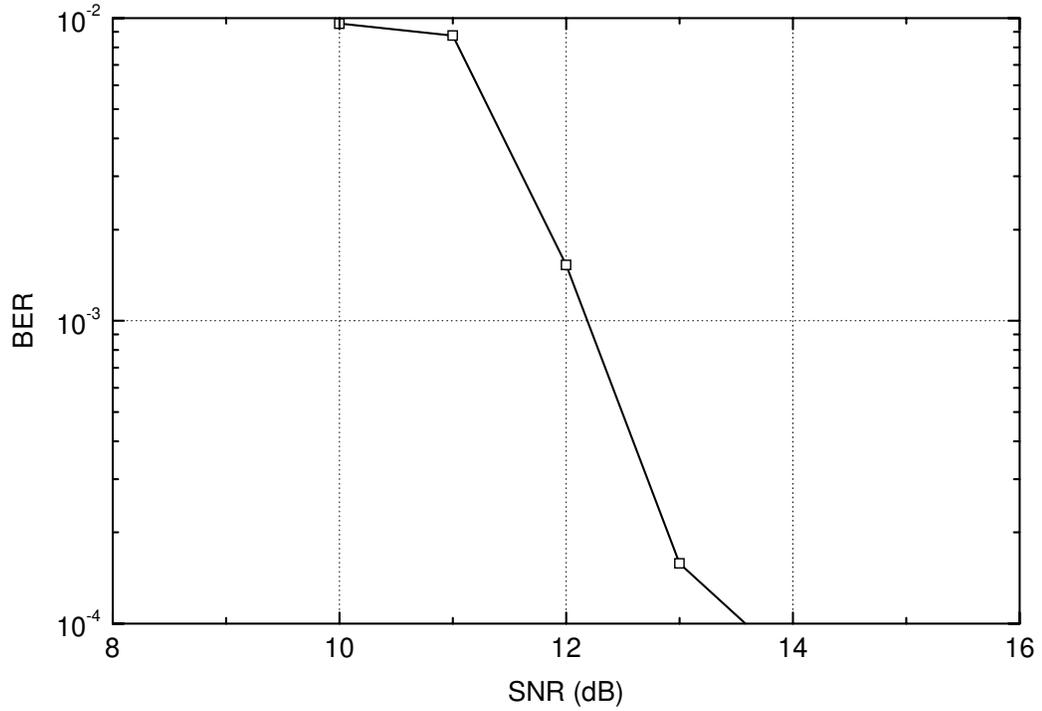


Figura 5.9 - Desempenho da classe A para o canal com ruído impulsivo.

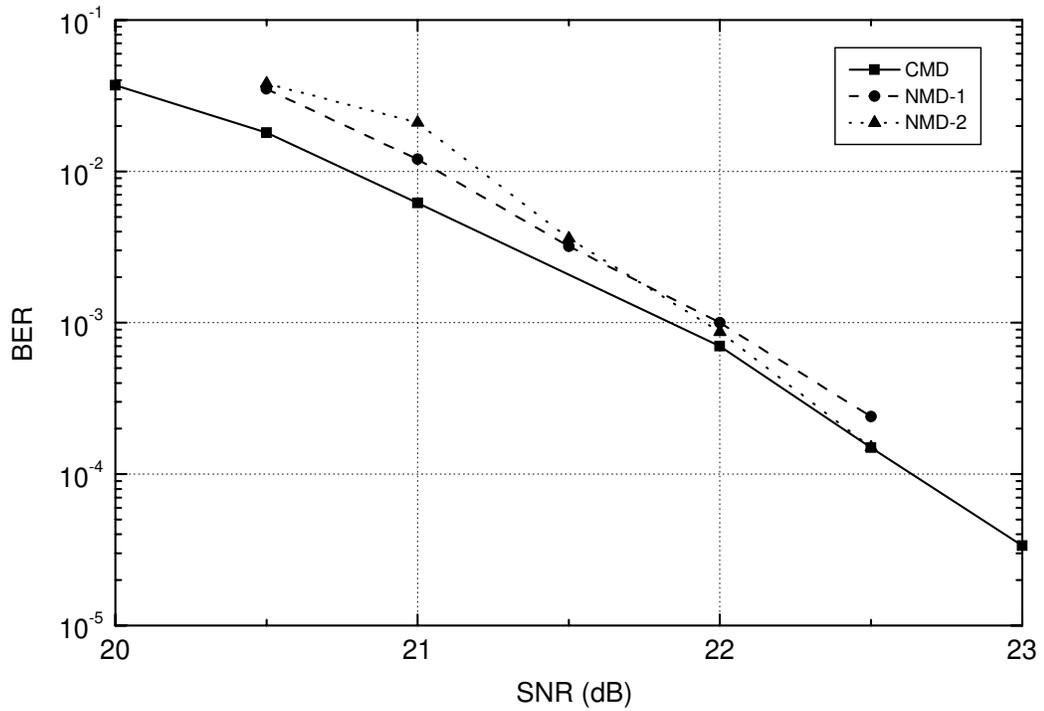


Figura 5.10 - Desempenho da classe B para o canal com ruído impulsivo.

5.5 Considerações Finais

Neste capítulo abordamos a construção de esquemas codificados multiníveis para aplicação em canais com ruído impulsivo. De maneira geral a construção de esquemas codificados para combater o ruído impulsivo envolve a definição de uma nova métrica de decodificação por máxima verossimilhança, determinação de limitantes teóricos para probabilidade de erro de bit e a escolha de códigos ótimos. Propomos o uso do critério de distribuição de taxas sugerido em [21] e mostramos que o método se aplica muito bem para o caso de canais com ruído impulsivo. Uma importante vantagem em relação ao critério utilizado em [39] é que podemos fazer a previsão de taxas para qualquer valor de p e γ , e para qualquer tipo de constelação de sinais.

Ao propormos o uso de códigos turbo como códigos componentes da construção multinível, podemos atingir altos ganhos de codificação e ainda eliminar a necessidade de se utilizar uma métrica específica para decodificação por máxima verossimilhança. A idéia é aplicar estes critérios de construção multinível para canais com ruído impulsivo no projeto de esquemas com UEP utilizando códigos turbo.

Capítulo 6

Conclusões

Neste trabalho desenvolvemos um estudo sobre esquemas de modulação codificada com proteção desigual de erros para aplicação em canais de radiodifusão digital. Na primeira parte abordamos a comparação de desempenho entre esquemas práticos TDCM e SCM para canais AWGN e canais com ruído impulsivo. Este é um ponto fundamental para a escolha da melhor estratégia de construção a ser utilizada. Propomos um método de comparação baseado no uso da taxa de corte de canal, R_0 , onde mostramos que as previsões de desempenho de esquemas codificados práticos são mais precisas que as obtidas utilizando-se o fator λ , proposta em [16]. Além disso o parâmetro R_0 leva em conta a escolha prática da constelação de sinais. Visto que em muitos casos o critério de desempenho baseado na taxa de corte de canal reduz o projeto de sistemas a um problema matemático tratável [17], outra vantagem no uso deste parâmetro é que o projeto de esquemas de modulação codificada práticos podem ser estendido para outros tipos de canais para os quais uma expressão fechada para a capacidade não existe.

Na segunda parte investigamos a construção e implementação eficiente de esquemas SCM, para atingir altos ganhos de codificação com baixa complexidade de decodificação. Propomos a construção de um esquema SCM multinível com taxas típicas para aplicação em HDTV. O esquema consiste de uma constelação de sinais 32-QAM não uniforme associada a uma partição não convencional, o que reduz significativamente os altos coeficientes de erro normalmente associados com partições convencionais. A constelação de sinais foi construída

com uma relação de potência pico-média reduzida, o que é uma vantagem para aplicações em canais não lineares. Com este esquema atingimos praticamente os mesmos ganhos de codificação de um esquema multidimensional similar proposto em [15]. Além disso, esquemas bidimensionais são mais fáceis de serem implementados na prática. Dada a estrutura peculiar da construção multinível associada com a partição não convencional, nos preocupamos especialmente com o problema da escolha e construção dos códigos. Propomos a utilização de um único código convolucional e uma versão puncionada deste, o que reduz significativamente a complexidade de implementação prática do esquema. Normalmente não se está interessado na questão da distância livre e distribuição de pesos de códigos puncionados, mas no ganho de taxa. Neste caso a distância livre e a distribuição de pesos são de suma importância para se obter os melhores ganhos de codificação. Isso nos levou a uma busca por padrões de puncionamento que não provocassem um queda drástica da distância livre do código. Encontramos através de busca computacional novos padrões de puncionamento que são resultados novos relacionados à construção de códigos. Embora foram apresentados resultados para uma constelação específica, os princípios de construção podem ser aplicados em outros esquemas.

Como o esquema proposto possui uma estrutura de decodificação multiestágio em paralelo, o atraso de decodificação em relação à decodificação multiestágio convencional é reduzido, o que torna interessante o uso de algoritmos de decodificação iterativa. Portanto, com o objetivo de se atingir maiores ganhos de codificação sem grande aumento de complexidade, propomos o uso de códigos turbo como códigos componentes da construção multinível. Os códigos turbo têm se mostrado extremamente eficientes na redução da taxa de erro de bit, possibilitando se transmitir com taxas próximas da capacidade de canal. No entanto, apresentamos resultados de simulação e analisamos o desempenho do esquema com códigos turbo em termos de probabilidade de erro de bloco. Também discutimos os aspectos de implementação prática. A partir dos resultados de simulação podemos verificar que para a classe de informação mais importante é possível obter um ganho de aproximadamente 1,0

dB em relação ao esquema original com apenas duas iterações de decodificação do código turbo. Concluímos que devido à dificuldade de se encontrar bons códigos com altas taxas o esquema de codificação original para a informação classe B deve ser mantido. Neste caso é interessante utilizar os limitantes teóricos para a busca de bons padrões de puncionamento, que conforme mostramos, podem resultar em ganhos de codificação significativos.

Outra importante contribuição foi a proposta de um novo algoritmo de decodificação multiestágio, com atraso de decodificação reduzido, para esquemas multiníveis usando códigos turbo como códigos componentes. O novo algoritmo apresenta um ótimo compromisso entre desempenho e atraso de decodificação. Todos os resultados de simulação obtidos consideram o cálculo dos símbolos de paridade em cada nível de decodificação através de re-codificação dos símbolos de informação estimados. Contudo, foi mostrado em [28] que a estimação direta dos símbolos de paridade podem aumentar significativamente o desempenho do algoritmo de decodificação multiestágio convencional. Além disso, o desempenho pode ser melhorado se passarmos a informação de confiabilidade para os níveis subsequentes [41]. Estas duas estratégias podem melhorar ainda mais o compromisso entre desempenho e atraso de decodificação do novo algoritmo de decodificação multiestágio.

Na parte final abordamos a construção de esquemas multiníveis com códigos turbo para aplicação em canais com ruído impulsivo. Neste estudo investigamos o critério de distribuição de taxas da construção multinível, onde mostramos que o uso do método sugerido em [21] se aplica muito bem neste caso. Uma vantagem importante deste critério em relação a outros critérios, como o proposto em [39], é que podemos fazer a previsão de taxas para qualquer modelo de canal do ruído impulsivo e para qualquer tipo de constelação de sinais. Outra vantagem é que o uso de códigos turbo como códigos componentes da construção multinível elimina a necessidade de se utilizar uma métrica específica para a decodificação por máxima verossimilhança. Além disso o embaralhador do codificador turbo ajuda a combater o ruído impulsivo. A idéia é utilizar estes critérios de construção para o canal com ruído impulsivo no projeto de esquemas com UEP.

6.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

Um aspecto importante a ser explorado é a aplicação do método de comparação proposto no Capítulo 3 para outros tipos de canais, em especial para canais com desvanescimento Rayleigh [42]. Outra peculiaridade é que as comparações podem ser feitas para outros tipos de constelações de sinais, obedecendo determinados critérios de projeto, como por exemplo restrições na relação de potência pico-média.

Em relação ao esquema SCM proposto no Capítulo 4, seria interessante utilizar terminação "tailbiting" em vez da terminação "zerotail" para evitar a perda de taxa. Para não aumentar a complexidade de decodificação é possível usar o algoritmo BCJR [11], pois ele atinge o mesmo desempenho da decodificação "tailbiting" utilizando algoritmo de Viterbi [33]. Isso implica numa redução da complexidade para códigos com grande número de estados. Os algoritmos eficientes desenvolvidos em linguagem C++ para procura de padrões de funcionamento podem ser utilizados na construção de novos códigos de bloco com altas taxas, sem grande perda na capacidade de correção.

Na proposta de utilização de códigos turbo como códigos componentes da construção, identificamos basicamente dois problemas principais. O primeiro diz respeito à busca de códigos binários RSC com altas taxas, pois existem poucas tabelas de bons códigos para taxas superiores a 4/5. O segundo problema é a grande complexidade para a decodificação iterativa de códigos com altas taxas. Uma sugestão para contornar estes problemas é reduzir o atraso e a complexidade de decodificação, decodificando-se pelo código recíproco dual [32]. O desempenho do esquema SCM com códigos turbo pode ser melhorado com o uso de codificadores com concatenação serial. A concatenação serial apresenta melhor desempenho em termos da taxa de erro de bloco [31]. Uma complementação importante para esta proposta seria o cálculo de limitantes teóricos de probabilidade de erro para os códigos turbo. Assim podemos utilizar as rotinas de busca por padrões de funcionamento na construção de bons códigos RSC com altas taxas.

Apêndice A

Algoritmo BCJR

O algoritmo BCJR [11], também denominado de algoritmo MAP (do inglês: Maximum A Posteriori), é um algoritmo de decodificação que minimiza a probabilidade de erro de símbolo ao invés da probabilidade de erro de palavra. Apresentamos neste apêndice uma breve descrição deste algoritmo que é utilizado na decodificação iterativa de códigos turbo.

Considere uma treliça com 2^v estados, onde o estado a cada instante i é denotado por $S_i \in \{0, 1, \dots, 2^v - 1\}$. O grupo de k bits de informação \mathbf{d}_i pode ser representado por um número inteiro $j \in \{0, \dots, 2^k - 1\}$, que está associado com a transição do instante $(i-1)$ para o instante i . O receptor observa N conjuntos com n símbolos ruidosos, onde os n símbolos estão associados com cada transição da treliça, ou seja, do instante $(i-1)$ para o instante i o receptor observa $\mathbf{y}_i = (y_i^0, \dots, y_i^{n-1})$. A seqüência completa recebida é $\bar{\mathbf{y}} = \bar{\mathbf{y}}_1^N = (\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_N)$. O objetivo do decodificador (algoritmo MAP) é determinar a probabilidade a posteriori $\Pr\{\mathbf{d}_i = j | \bar{\mathbf{y}}\}$ para cada $\mathbf{d}_i = j$ e para todos os instantes i . Para uma dada treliça a probabilidade de transição do ramo num dado instante i , $p(\mathbf{d}_i = j, S_i = M | S_{i-1} = M')$, é definida e calculada como

$$\gamma_j(\mathbf{y}_i, M', M) = p(\mathbf{y}_i | \mathbf{d}_i = j, S_i = M, S_{i-1} = M') q(\mathbf{d}_i = j | S_i = M, S_{i-1} = M') \Pr\{S_i = M | S_{i-1} = M'\},$$

onde $q(\mathbf{d}_i = j | S_i = M, S_{i-1} = M') \in \{0, 1\}$, dependendo se a entrada do codificador j está associada ou não com a transição do estado $S_{i-1} = M'$ para $S_i = M$. A probabilidade

$\Pr \{S_i = M | S_{i-1} = M'\}$ representa a probabilidade a priori do símbolo de informação e é definida como

$$\Pr \{S_i = M | S_{i-1} = M'\} = \Pr \{\mathbf{d}_i = j\}.$$

A probabilidade a posteriori $\Pr \{\mathbf{d}_i = j | \bar{\mathbf{y}}\}$ é definida em função de $\gamma_j(\mathbf{y}_i, M', M)$ como

$$\Pr \{\mathbf{d}_i = j | \bar{\mathbf{y}}\} = \text{constante} \cdot \sum_M \sum_{M'} \gamma_j(\mathbf{y}_i, M', M) \alpha_{i-1}(M') \beta_i(M),$$

onde $\alpha_i(M)$ e $\beta_i(M)$ são calculados recursivamente a partir de $\gamma_j(\mathbf{y}_i, M', M)$ como

$$\alpha_i(M) = \frac{\sum_{M'} \gamma_T(\mathbf{y}_i, M', M) \alpha_{i-1}(M')}{\sum_M \sum_{M'} \gamma_T(\mathbf{y}_i, M', M) \alpha_{i-1}(M')},$$

$$\beta_i(M) = \frac{\sum_{M''} \gamma_T(\mathbf{y}_{i+1}, M, M'') \beta_{i+1}(M'')}{\sum_{M''} \sum_M \gamma_T(\mathbf{y}_{i+1}, M, M'') \alpha_i(M)},$$

e

$$\gamma_T(\mathbf{y}_i, M', M) = \sum_{j=0}^{2^k-1} \gamma_j(\mathbf{y}_i, M', M).$$

Estas fórmulas recursivas partem de valores iniciais de $\alpha_i(M)$ e $\beta_i(M)$ definidos como:

$$\alpha_0(0) = 1 \quad \alpha_0(M) = 0, \quad \forall M \neq 0$$

$$\beta_N(0) = 1 \quad \beta_N(M) = 0, \quad \forall M \neq 0$$

Apêndice B

Limitante Superior para Probabilidade de Erro: 8-PSK

Neste apêndice apresentamos a dedução do limitante superior para a probabilidade de erro do esquema proposto por Morelos-Zaragoza [24] descrito na Seção 4.2. Devido à simplificação das métricas podemos assumir que a decodificação dos níveis 1 e 2 é realizada através de uma constelação equivalente, composta pelas projeções dos sinais 8-PSK. Isso é ilustrado na Figura B.1. As projeções sobre o eixo x são os sinais equivalentes do nível 1 e as projeções sobre o eixo y são os sinais equivalentes do nível 2.

No primeiro nível o bit 0 é transmitido pelos sinais $-\Delta_1$ ou $-\Delta_2$ e o bit 1 pelos sinais $+\Delta_1$ ou $+\Delta_2$. Considere que o receptor utiliza decodificação com decisão suave em todos os estágios, onde a métrica é a distância Euclidiana. No receptor o sinal recebido é o sinal transmitido corrompido pelo ruído do canal. Isso pode ser expresso como $r_{xi} = \pm\Delta_{ji} + \eta_i$, onde η_i é uma variável aleatória representando o ruído do canal. Estamos considerando a transmissão através de um canal AWGN, com média $\bar{\eta}_i = E[\eta_i] = 0$ e variância $\sigma_{\eta_i}^2 = E[\eta_i^2] - \bar{\eta}_i^2 = N_0/2$.

Para o cálculo do limitante superior da probabilidade de erro definimos uma métrica U_j , como sendo

$$U_j = \sum_{i=1}^n (2c_{ji} - 1) y_i, \quad 0 \leq j \leq 2^k - 1,$$

onde $\mathbf{c}_i = (c_{j0}, c_{j1}, \dots, c_{j,2^k-1})$ é a j -ésima palavra código. A métrica U_j é calculada pelo receptor para cada uma das $M = 2^k$ palavras código. Vamos considerar também que a palavra código toda nula \mathbf{c}_0 foi transmitida. Se for transmitida a palavra toda nula, ou seja, apenas bits 0, ela pode ser composta por qualquer padrão de sinais correspondentes ao bit 0. Considere um dado padrão específico com $k'(-\Delta_1) + (n - k')(-\Delta_2)$. Então no receptor teremos $k'(-\Delta_1 + \eta_i)$ e $(n - k')(-\Delta_2 + \eta_i)$. Neste caso a métrica U_0 calculada para a palavra toda nula será

$$U_0 = \sum_{i=1}^n (2c_{0i} - 1) y_i = k' \Delta_1 + (n - k') \Delta_2 - [\eta_1 + \eta_2 + \dots + \eta_n].$$

Agora precisamos calcular a média e a variância da nova variável aleatória U_0 . Vamos definir uma variável aleatória γ_0 como sendo a soma das variáveis aleatórias Gaussianas η_i , ou seja, $\gamma_0 = \eta_1 + \eta_2 + \dots + \eta_n$. A variável γ_0 tem média $\bar{\gamma}_0 = 0$ e variância $\sigma_{\gamma_0}^2 = nN_0/2$. Reescrevendo a expressão de U_0 , temos $U_0 = k' \Delta_1 + (n - k') \Delta_2 - \gamma_0$. Os valores de \bar{U}_0 e $\sigma_{U_0}^2$ são respectivamente

$$\bar{U}_0 = E[U_0] = k' \Delta_1 + (n - k') \Delta_2,$$

$$\sigma_{U_0}^2 = E[\gamma_0^2] = \frac{nN_0}{2}.$$

Agora precisamos calcular as demais métricas U_m . Dado que foi transmitido um padrão de \mathbf{c}_0 , calculamos a métrica em relação à outra palavra código \mathbf{c}_m , onde \mathbf{c}_m é uma palavra código com peso de Hamming w . Na métrica U_m teremos $(n - w)$ valores positivos e w valores negativos. Seguindo o mesmo desenvolvimento feito para U_0 , obtemos a seguinte expressão geral de U_m ,

$$U_m = U_0 - 2[l\Delta_1 + (w - l)\Delta_2 - \gamma_m].$$

A probabilidade de se errar para uma palavra \mathbf{c}_m com peso w , dado que foi transmitido qualquer padrão de \mathbf{c}_0 , é dada por

$$P(\text{errar } w \text{ posições} | \mathbf{c}_0) = \sum_{2^n \text{ padrões}} P(\text{enviar padrão } \mathbf{c}_0) P(\text{errar } w \text{ posições} | \text{padrão } \mathbf{c}_0).$$

A probabilidade de se enviar um dado padrão de \mathbf{c}_0 é

$$P(\text{enviar padrão } \mathbf{c}_0) = P(\text{enviar } k'(-\Delta_1) + (n - k')(-\Delta_2)) = P(-\Delta_1)^{k'} P(-\Delta_2)^{n-k'},$$

onde as probabilidades $P(-\Delta_1)$ e $P(-\Delta_2)$ são definidas como

$$P(-\Delta_1) = P(\mathbf{s}_0) + P(\mathbf{s}_2) = 1/2,$$

$$P(-\Delta_2) = P(\mathbf{s}_1) + P(\mathbf{s}_3) = 1/2.$$

Portanto a probabilidade de se enviar um dado padrão de \mathbf{c}_0 é, neste caso, a mesma probabilidade para todos os padrões,

$$P(\text{enviar padrão } \mathbf{c}_0) = \frac{1}{2^n}.$$

Agora precisamos determinar $P(\text{errar } w \text{ posições} | \text{padrão } \mathbf{c}_0)$. Isso é expresso em função das métricas U_0 e U_m da seguinte forma,

$$P(\text{errar } w \text{ posições} | \text{padrão } \mathbf{c}_0) = P(U_m > U_0 | \text{padrão } \mathbf{c}_0) = P(U_0 - U_m < 0 | \text{padrão } \mathbf{c}_0).$$

Podemos definir uma nova variável $D = U_0 - U_m$, com média $\bar{D} = 2(l\Delta_1 + (w-l)\Delta_2)$ e variância $\sigma_D^2 = 2wN_0$. A probabilidade de se errar para uma palavra código de peso w , dado que foi enviado um padrão específico de \mathbf{c}_0 é

$$P(D < 0 | \text{padrão } \mathbf{c}_0) = \tilde{Q} \left(\sqrt{\frac{1}{w} (l\Delta_1 + (w-l)\Delta_2)^2} \right) = f(w, l),$$

onde $\tilde{Q}(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \int_x^{+\infty} \frac{\exp\left(-\frac{t^2}{N_0}\right)}{\sqrt{RE_b}} dt$.

Precisamos determinar agora a probabilidade de se errar para uma palavra de peso w , dado que foi transmitido qualquer padrão de \mathbf{c}_0 . Isso é dado por

$$P(\text{errar } w \text{ posições} | \mathbf{c}_0) = \sum_{2^n \text{ padrões } \mathbf{c}_0} P(\text{enviar padrão } \mathbf{c}_0) P(D < 0 | \text{padrão } \mathbf{c}_0),$$

ou seja,

$$P(\text{errar } w \text{ posições} | \mathbf{c}_0) = \frac{1}{2^n} \sum_{2^n \text{ padrões } \mathbf{c}_0} f(w, l).$$

A probabilidade de se errar para uma palavra de peso w , dado que foi transmitida a palavra toda nula, depende apenas das projeções Δ_1 , Δ_2 e do peso w . Precisamos determinar o número de padrões de \mathbf{c}_0 que possuem a mesma probabilidade $P(\text{errar } w \text{ posições} | \mathbf{c}_0)$. Por conveniência considere, por exemplo, um código de verificação de paridade $(n, k) = (3, 2)$, com palavras código $\mathbf{c}_i = \{000, 011, 101, 110\}$, $i = 0, 1, 2, 3$. Considerando a transmissão da palavra \mathbf{c}_0 vamos calcular a probabilidade de se errar para a palavra 011 com $w = 2$. A Tabela B.1 mostra as métricas U_0 , U_m e D .

Para o cálculo de $f(w, l)$ temos apenas 3 padrões possíveis de D , onde o número de palavras de cada padrão é dado pela combinatorial de w a l , conforme mostra a Tabela B.2. Podemos verificar da Tabela B.2 que existem 2^{n-w} padrões de \mathbf{c}_0 com a mesma probabilidade $P(\text{errar } w \text{ posições} | \mathbf{c}_0)$, portanto

$$P(\text{errar } w \text{ posições} | \mathbf{c}_0) = 2^{-w} \sum_{l=0}^w \binom{w}{l} f(w, l).$$

Denominando de $N(w)$ o número de palavras de peso w , temos

$$P(\text{errar } w \text{ posições} | \mathbf{c}_0) = N(w) 2^{-w} \sum_{l=0}^w \binom{w}{l} f(w, l).$$

Para se calcular a probabilidade de erro dado que foi enviada a palavra toda nula \mathbf{c}_0 é preciso considerar toda a distribuição de pesos do código. O peso w pode variar de d_{\min} até n (comprimento da palavra código), então temos que a probabilidade de erro dado que foi enviado \mathbf{c}_0 é limitada como segue

$$P(e | \mathbf{c}_0) \leq \sum_{w=d_{\min}}^n N(w) 2^{-w} \sum_{l=0}^w \binom{w}{l} f(w, l).$$

Dado que todas as palavras código são igualmente prováveis pode-se considerar que a probabilidade de erro de palavra é $P(e) = P(e | \mathbf{c}_0)$. Então o limitante superior para a probabilidade de erro de palavra para o esquema mostrado na Figura 4.1 é dado por

$$P_{\text{bloco}}^{1,2}(e) \leq \sum_{w=d_{\min}}^n N(w) 2^{-w} \sum_{l=0}^w \binom{w}{l} f(w, l),$$

onde

$$f(w, l) = \tilde{Q} \left(\sqrt{\frac{1}{w} (l\Delta_1 + (w-l)\Delta_2)^2} \right),$$

$$\tilde{Q}(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \int_x^{+\infty} \exp\left(\frac{-t^2}{N_0}\right) dt.$$

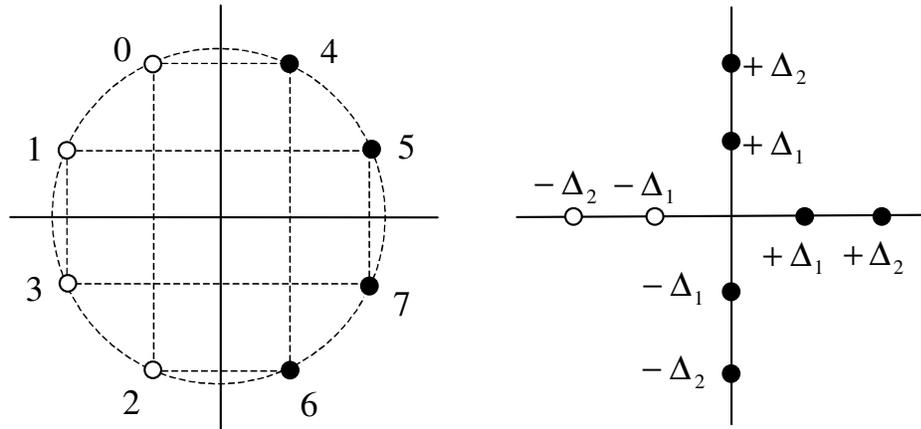


Figura B.1 - Projeções vertical e horizontal dos pontos de sinal 8-PSK.

Padrões de c_0	U_0	U_m	D	$l\Delta_1 + (w-l)\Delta_2$
$-\Delta_1 - \Delta_1 - \Delta_1$	$3\Delta_1$	$-\Delta_1$	$4\Delta_1 = 2(2\Delta_1)$	2
$-\Delta_1 - \Delta_1 - \Delta_2$	$2\Delta_1 + \Delta_2$	$-\Delta_2$	$2\Delta_1 + 2\Delta_2 = 2(\Delta_1 + \Delta_2)$	1
$-\Delta_1 - \Delta_2 - \Delta_1$	$2\Delta_1 + \Delta_2$	$-\Delta_2$	$2\Delta_1 + 2\Delta_2 = 2(\Delta_1 + \Delta_2)$	1
$-\Delta_2 - \Delta_1 - \Delta_1$	$2\Delta_1 + \Delta_2$	$-2\Delta_1 + \Delta_2$	$4\Delta_1 = 2(2\Delta_1)$	2
$-\Delta_1 - \Delta_2 - \Delta_2$	$\Delta_1 + 2\Delta_2$	$\Delta_1 - 2\Delta_2$	$4\Delta_2 = 2(2\Delta_2)$	0
$-\Delta_2 - \Delta_1 - \Delta_2$	$\Delta_1 + 2\Delta_2$	Δ_1	$2\Delta_1 + 2\Delta_2 = 2(\Delta_1 + \Delta_2)$	1
$-\Delta_2 - \Delta_2 - \Delta_1$	$\Delta_1 + 2\Delta_2$	Δ_1	$2\Delta_1 + 2\Delta_2 = 2(\Delta_1 + \Delta_2)$	1
$-\Delta_2 - \Delta_2 - \Delta_2$	Δ_1	Δ_1	$4\Delta_2 = 2(2\Delta_2)$	0

Tabela B.1 - Valor das métricas para o código de repetição (3, 2).

D	l	$(w-l)$	$\binom{w}{l}$
$2\Delta_1$	2	0	1
$\Delta_1 + \Delta_2$	1	1	2
$2\Delta_2$	0	2	1

Tabela B.2 - Número de padrões de D .

Apêndice C

Limitante Superior para Probabilidade de Erro: 32-QAM

Neste apêndice apresentamos a dedução de um limitante superior para a probabilidade de erro de bloco do esquema proposto com constelação 32-QAM não uniforme e construção multinível com partição não convencional. Considere inicialmente o cálculo do limitante para os níveis 1 e 2 da partição. As projeções dos pontos de sinais sobre o eixo x e y , conforme mostra a Figura C.1, são respectivamente os sinais equivalentes dos níveis 1 e 2 da partição.

Neste esquema a transmissão do bit 0 pode ser feita pelos sinais $-\Delta_1, -\Delta_2, -\Delta_3$ e $-\Delta_4$. No receptor teremos como sinais recebidos $y_i = \pm\Delta_j + \eta_i$, onde $1 \leq j \leq 4$. A variável aleatória η_i representa o ruído Gaussiano do canal, com média $\bar{\eta}_i$ e variância $\sigma_{\eta_i}^2 = N_0/2$. Definindo uma métrica U_j ,

$$U_j = \sum_{i=1}^n (2c_{ji} - 1) y_i, \quad (\text{C.1})$$

considere a palavra código transmitida \mathbf{c}_0 com um dado padrão específico

$$k_1(-\Delta_1) + k_2(-\Delta_2) + k_3(-\Delta_3) + (n - k_1 - k_2 - k_3)(-\Delta_4).$$

No receptor os possíveis sinais recebidos y_i serão $k_1(-\Delta_1 + \eta_i), k_2(-\Delta_2 + \eta_i), k_3(-\Delta_3 + \eta_i)$

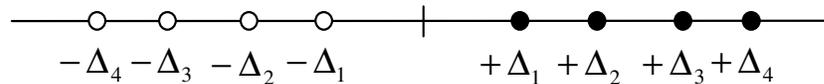


Figura C.1 - Projeções vertical dos pontos de sinais 32-QAM.

ou $(n - k_1 - k_2 - k_3)(-\Delta_4 + \eta_i)$. Usando a definição C.1 podemos definir a métrica U_0 para a palavra \mathbf{c}_0 como

$$U_0 = k_1\Delta_1 + k_2\Delta_2 + k_3\Delta_3 + (n - k_1 - k_2 - k_3)\Delta_4 - \gamma_0,$$

onde $\gamma_0 = \eta_1 + \eta_2 + \dots + \eta_n$, com média $\bar{\gamma}_0 = 0$ e variância $\sigma_{\gamma_0}^2 = nN_0/2$. A variável aleatória U_0 tem média

$$\bar{U}_0 = k_1\Delta_1 + k_2\Delta_2 + k_3\Delta_3 + (n - k_1 - k_2 - k_3)\Delta_4$$

e variância

$$\sigma_{U_0}^2 = nN_0/2.$$

Também precisamos calcular as demais métricas U_m em relação as outras palavras código \mathbf{c}_m , onde \mathbf{c}_m é uma palavra código com peso de Hamming w . Na métrica U_m teremos $(n - w)$ valores positivos e w valores negativos, ou seja

$$U_m = l_1\Delta_1 + l_2\Delta_2 + l_3\Delta_3 + (n - w - l_1 - l_2 - l_3)\Delta_4 - (q_1\Delta_1 + q_2\Delta_2 + q_3\Delta_3 + (w - q_1 - q_2 - q_3)\Delta_4) - (\eta_1 + \eta_2 + \dots + \eta_{n-w}) + \eta_{n-w+1} + \eta_{n-w+2} + \dots + \eta_n.$$

Através de manipulações algébricas podemos expressar U_m em função da métrica U_0 ,

$$U_m = U_0 - 2[q_1\Delta_1 + q_2\Delta_2 + q_3\Delta_3 + (w - q_1 - q_2 - q_3)\Delta_4 + \gamma_m],$$

onde γ_m tem média $\bar{\gamma}_m = 0$ e variância $\sigma_{\gamma_m}^2 = wN_0/2$. Para o esquema proposto a probabilidade de se enviar um dado padrão de \mathbf{c}_0 é

$$P(\text{enviar padrão } \mathbf{c}_0) = \frac{1}{4^n}.$$

A probabilidade de se errar em w posições dado um padrão enviado de \mathbf{c}_0 é dada por

$$P(D < 0 | \text{padrão } \mathbf{c}_0) = Q \left(\sqrt{\frac{2(q_1 \Delta_1 + q_2 \Delta_2 + q_3 \Delta_3 + (w - q_1 - q_2 - q_3) \Delta_4)^2}{w N_0}} \right),$$

onde

$$D = U_0 - U_m = 2 [q_1 \Delta_1 + q_2 \Delta_2 + q_3 \Delta_3 + (w - q_1 - q_2 - q_3) \Delta_4 + \gamma_m].$$

A variável aleatória D possui média

$$\bar{D} = 2 [q_1 \Delta_1 + q_2 \Delta_2 + q_3 \Delta_3 + (w - q_1 - q_2 - q_3) \Delta_4]$$

e variância

$$\sigma_D^2 = 2w N_0.$$

Por simplificação vamos definir uma função $f_Q(q_1, q_2, q_3, w)$ como

$$f_Q(q_1, q_2, q_3, w) = Q \left(\sqrt{\frac{2(q_1 \Delta_1 + q_2 \Delta_2 + q_3 \Delta_3 + (w - q_1 - q_2 - q_3) \Delta_4)^2}{w N_0}} \right).$$

As projeções Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 e Δ_4 podem ser expressas de maneira geral em termos da energia média por símbolo da constelação de sinais ou em termos da energia de bit. Por questões práticas do cálculo do limitante teórico é mais conveniente se construir a constelação 32-QAM com a relação sinal/ruído desejada e se obter as respectivas projeções, porque dependendo

do formato da constelação de sinais pode ser difícil se determinar uma expressão fechada para as projeções em função da energia média.

A probabilidade de se errar para uma palavra de peso w , dado que foi transmitido qualquer padrão de \mathbf{c}_0 é dado por

$$P(\text{errar } w \text{ posições} | \mathbf{c}_0) = \frac{1}{4^n} \sum_{4^n \text{ padrões } \mathbf{c}_0} f_Q(q_1, q_2, q_3, w).$$

Sendo que existem 4^{n-w} padrões de \mathbf{c}_0 com a mesma probabilidade $f_Q(q_1, q_2, q_3, w)$, então

$$P(\text{errar } w \text{ posições} | \mathbf{c}_0) = 4^{-w} \sum_{q_1=0}^w \sum_{q_2=0}^{w-q_1} \sum_{q_3=0}^{w-q_1-q_2} \binom{w}{q_1} \binom{w-q_1}{q_2} \binom{w-q_1-q_2}{q_3} f_Q(q_1, q_2, q_3, w).$$

Considere $N(w)$ como sendo o número de palavras de peso w . Para se calcular a probabilidade de erro dado que foi enviada a palavra toda nula \mathbf{c}_0 é preciso considerar toda a distribuição de pesos do código. O peso w pode variar de d_{\min} até n (comprimento da palavra código). Portanto a probabilidade de erro dado que foi enviado \mathbf{c}_0 é limitada como segue

$$P(e | \mathbf{c}_0) \leq \sum_{w=d_{\min}}^n N(w) 4^{-w} \sum_{q_1=0}^w \sum_{q_2=0}^{w-q_1} \sum_{q_3=0}^{w-q_1-q_2} \binom{w}{q_1} \binom{w-q_1}{q_2} \binom{w-q_1-q_2}{q_3} f_Q(q_1, q_2, q_3, w).$$

Dado que todas as palavras código são igualmente prováveis pode-se considerar que a probabilidade de erro de palavra é $P(e) = P(e | \mathbf{c}_0)$. Portanto o limitante superior para a probabilidade de erro de palavra dos níveis 1 e 2 do esquema proposto é dado por

$$P_{\text{bloco}}^{1,2}(e) \leq \sum_{w=d_{\min}}^n N(w) 4^{-w} S_1(w)$$

onde

$$S_1(w) = \sum_{q_1=0}^w \sum_{q_2=0}^{w-q_1} \sum_{q_3=0}^{w-q_1-q_2} \binom{w}{q_1} \binom{w-q_1}{q_2} \binom{w-q_1-q_2}{q_3} f_Q(q_1, q_2, q_3, w),$$

$$f_Q(q_1, q_2, q_3, w) = Q \left(\sqrt{\frac{2(q_1\Delta_1 + q_2\Delta_2 + q_3\Delta_3 + (w - q_1 - q_2 - q_3)\Delta_4)^2}{wN_0}} \right).$$

Para os níveis 3 e 4 o limitante superior para a probabilidade de erro de bloco é dado por

$$P_{bloco}^{3,4}(e) \leq \sum_{w=d_{\min}}^n N(w) 2^{-w} S_2(w),$$

$$S_2(w) = \sum_{q_1=0}^w \binom{w}{q_1} Q \left(\sqrt{\frac{2[q_1\Delta'_1 + (w - q_1)\Delta'_2]^2}{wN_0}} \right),$$

onde $\Delta'_1 = \Delta_3 - (\Delta_2 + \Delta_3)/2$ e $\Delta'_2 = \Delta_4 - (\Delta_2 + \Delta_3)/2$. O limitante superior de probabilidade de erro de bloco para o quinto nível da partição é dado por

$$P_{bloco}^5(e) \leq \sum_{w=d_{\min}}^n N(w) S_3(w),$$

$$S_3(w) = Q \left(\sqrt{\frac{2wd_2^2}{N_0}} \right),$$

onde d_2 é a distância Euclidiana mínima entre os sinais da sub-constelação 8-PSK. Os limitantes para as duas classe de informação são portanto definidos como

$$P_{bloco}^A(e) \leq P_{bloco}^1(e) + P_{bloco}^2(e),$$

$$P_{bloco}^B(e) \leq P_{bloco}^3(e) + P_{bloco}^4(e) + P_{bloco}^5(e).$$

Referências Bibliográficas

- [1] C. E. Shannon, "A mathematical theory of communications", *Bell Syst. Tech. Journal*, vol. 27, pp. 379-423, July 1948.
- [2] T. Cover, "Broadcast channels", *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. IT-18, pp. 2-14, January 1972.
- [3] T. M. Cover and J. A. Thomas, "Elements of information theory", *Wiley*, New York, 1991.
- [4] S. Fujioka, D. K. Asano and R. Kohno, "Combined source and channel coding system using different importance of multi-media information", in *Proceedings International Symposium on Information Theory and Applications (ISITA '96)*. Victoria, B. C., Canada, pp. 472-475, Sept. 17-20, 1996.
- [5] P. P. Bergmans and T. M. Cover, "Cooperative broadcasting", *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. IT-20, no. 3, pp. 317-324, May 1974.
- [6] M. E. Pellenz and J. Portugheis, "Multistage Turbo Decoding for Multilevel Superposition Coded Modulation Schemes", *2000 IEEE International Symposium on Information Theory*, p. 221, June 25-30, Sorrento, Italy.
- [7] M. E. Pellenz and J. Portugheis, "A coded modulation scheme for a broadcast AWGN channel", *Proceedings 1998 SBT/IEEE International Telecommunications Symposium*, pp. 458-461, São Paulo, Brasil.

- [8] M. E. Pellenz e J. Portugheis, "Uso de Decodificação Iterativa num Esquema de Codificação para Canais de Radiodifusão", *XVII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações 1999*, pág. 25-29, Vila Velha, ES.
- [9] A. J. Viterbi and J. K. Omura, "Principles of Digital Communication and Coding", New York, McGraw-Hill, 1979.
- [10] C. Berrou and A. Glavieux, "Near optimum error correcting coding and decoding: Turbo Codes", *IEEE Transactions on Communications*, vol. 44, no. 10, pp. 1261-1271, October 1996.
- [11] L. R. Bahl, J. Cocke, F. Jelinek and J. Raviv, "Optimal Decoding of linear codes for minimizing symbol error rate", *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. IT-20, pp. 284-287, March 1974.
- [12] D. Divsalar and F. Pollara, "Turbo codes for deep-space communications", *Communications Systems Research Section*, TDA Progress Report 42-120, February 15, 1995.
- [13] P. Robertson and T. Worz, "Bandwidth-efficient turbo trellis coded modulation using punctured component codes", *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 16, no. 2, pp. 206-218, February 1998.
- [14] A. R. Calderbank e N. Seshadri, "Multilevel codes for unequal error protection", *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 39, no. 4, pp. 1234-1248, July 1993.
- [15] Lee-Fang Wei, "Coded modulation with unequal error protection", *IEEE Transactions on Communications*, vol. 41, no.10, pp. 1439-1449, October 1993.
- [16] S. Gadkari and K. Rose, "Time-Division Versus Superposition Coded Modulation Schemes for Unequal Error Protection", *IEEE Transactions on Communications*, vol. 47, no. 3, pp. 370-379, March 1999.

- [17] J. L. Massey, "Coding and modulation in digital communications", in *Proceedings 1974 International Zurich Seminar on Digital Communications*, pp. E2(1)-(4), March 1974.
- [18] Monisha Ghosh, "Analysis of the effect of impulsive noise on multicarrier and single carrier QAM systems", *IEEE Transactions on Communications*, vol. 44, no. 2, pp. 145-147, February 1996.
- [19] B. D. Jelicic and S. Roy, "Design of AM-TCM schemes for impulsive noise environment", *IEEE Transactions on Communications*, vol. 44, no. 10, pp. 1217-1221, October 1996.
- [20] R. J. McEliece and W. E. Stark, "Channels with block interference", *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. IT-30, no.1, pp. 44-53, January 1984.
- [21] J. Portugheis, "Cutoff rate performance criterion for multistage decoding", *Proceedings of the Sixth Joint Swedish-Russian International Workshop on Information Theory*, pp. 55-60, August, 1993, Molle, Sweden.
- [22] J. K. Wolf and A. J. Viterbi, "On the weight distribution of linear block codes formed from convolutional codes", *IEEE Transactions on Communications*, pp. 1049-1051, vol. 44, no. 9, September 1996.
- [23] K. Ramchandran, A. Ortega, K. Metin Uz e M. Vetterli, "Multiresolution broadcast for digital HDTV using joint source/channel coding", *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 11, no. 1, pp. 6-23, Jan. 1993.
- [24] R. H. Morelos-Zaragoza, Oscar Y. Takeshita, Hideki Imai, Marc P. C. Fossorier and Shu Lin, "Coded modulation for satellite broadcasting", *Globecom 96*, pp. 31-35, 1996.
- [25] H. Imai and S. Hirakawa, "A new multilevel coding method using error-correcting codes", *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. IT-23, no. 3, pp. 371-377, May 1977.

- [26] S. Lin and D. J. Costello, "Error control coding: Fundamentals and Applications", *Prentice-Hall*, USA, 1983.
- [27] J. Portugheis and K. H. Hofmann, "Differential encoding/decoding and rotational invariance of block modulation codes", *Proceedings 1994 IEEE International Symposium on Information Theory*, pp. 66, Trondheim, Norway, June 27 - July 1, 1994.
- [28] U. Wachsmann and J. Huber, "Power and Bandwidth efficient digital communication using turbo codes in multilevel codes", vol. 6, no. 5, September-October 1995.
- [29] S. Riedel, "MAP decoding of convolutional codes using reciprocal dual code", *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 44, no. 3, pp. 1176-1187, May 1998.
- [30] S. Benedetto, R. Garello and G. Montorsi, "A search for good convolutional codes to be used in the construction of turbo codes", *IEEE Transactions on Communications*, vol. 46, no. 9, pp. 1101-1105, September 1998.
- [31] S. Benedetto, D. Divsalar, G. Montorsi and F. Pollara, "Analysis, design, and iterative decoding of double serially concatenated codes with interleavers", *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 16, no. 2, pp. 231-244, February 1998.
- [32] S. Riedel, "Symbol-by-Symbol MAP decoding algorithm for high-rate convolutional code that use reciprocal dual codes", *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 16, no. 2, February 1998.
- [33] J. B. Anderson and S. M. Hladik, "Tailbiting MAP decoders", *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 16, no. 2, pp. 297-302, February 1998.
- [34] A. Bernardini and S. De Fina, "Analysis of different optimization criteria for IF pre-distortion in digital radio links with nonlinear amplifiers", *IEEE Transactions on Communications*, vol. 45, no. 4, pp. 421-428, April 1997.

- [35] A. Oka, S. Bross and S. Shamai, "High gain multilevel QAM coding", *To appear IEEE transactions on Information Theory*.
- [36] U. Wachsmann, R. F. H. Fischer and J. B. Huber, "Multilevel codes: Theoretical concepts and practical design rules", *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 45, no. 5, pp. 1361-1391, 1999.
- [37] G. D. Forney, Jr., "Approaching the capacity of the AWGN channel with coset codes and multilevel coset codes", *IEEE 1997 International Symposium on Information Theory*, Ulm, Germany, p. 164, June 29 - July 4, 1997.
- [38] H. Ogiwara and H. Irie, "Error rate analysis of trellis-coded modulation and optimum code search for impulsive noise channel", *IEICE Transactions on Fundamentals*, vol. E75-A, no. 9, September 1992.
- [39] K. Kaneda, "Bit error rate analysis of multilevel coding scheme and optimum error-correcting capability assignment for impulsive noise", *Electronics and Communications in Japan*, Part 3, vol. 76, no. 3, 1993.
- [40] K. Koike and H. Ogiwara, "Application of turbo TCM codes for impulsive noise channel", *IEICE Transactions Fundamentals*, vol. E81-A, no. 10, October 1998.
- [41] T. Woerz and J. Hagenauer, "Decoding of M-PSK multilevel codes", *Europ. Trans. Telecommun. (ETT)*, vol. 4, no. 3, pp. 299-308, 1993.
- [42] N. Seshadri and Carl-Erik W. Sundberg, "Multi-level block coded modulations with unequal error protection for the Rayleigh fading channel", *ETT*, vol. 4, pp. 325-334, May-June, 1993.