

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
DEPARTAMENTO DE TELEMÁTICA

UM MÓDULO RECEPTOR COMPLETO BASEADO
EM DECISÃO REALIMENTADA

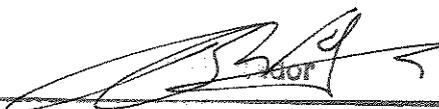
Autor: Narci Edson Venturini

Orientador: Prof. Dr. João Bosco Ribeiro do Val

Dissertação submetida à Faculdade de Engenharia Elétrica da UNICAMP como
requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Campinas, abril de 1993.

Este exemplar corresponde à redação final da tese
defendida por Narci Edson Venturini
..... perante a Comissão
Julgadora em 04 06 93


Orientador

Agradecimentos

Agradeço ao CNpQ e TELEBRÁS pelo apoio financeiro; aos meus amigos; e em especial ao João Bosco, orientador e grande amigo, que tornou este trabalho possível, dando-me força para continuar nos momentos difíceis.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. João César Moura Mota

Depto. Eng. Elétrica - UFCE

Prof. Dr. Amauri Lopes

Depto. Comunicações - FEE - UNICAMP

Prof. Dr. João Bosco Ribeiro do Val

Depto. Telemática - FEE - UNICAMP

Prof. Dr. João Marcos T. Romano

Depto. Comunicações - FEE - UNICAMP

Resumo

Neste trabalho propomos um módulo receptor completo, onde o problema da eliminação da interferência intersimbólica, detecção dos símbolos e ajuste da fase de amostragem é resolvido de forma simples e integrada. Os módulos de equalização, recuperação de relógio e detecção, são projetados para funcionar com estimativas diretas de amostras da resposta impulsiva do canal, garantindo-se a integração dos módulos. Para reduzir a complexidade do receptor, restringimos a amostragem à taxa de símbolos.

Primeiramente tratamos o caso em que as amostras pré-cursoras são de pequena monta, como em canais telefônicos, e posteriormente extendemos para canais com frentes de subida significativas. Nos dois casos a interferência intersimbólica devido às amostras pós-cursoras é eliminada com eficiência por um filtro com realimentação de decisões. Quando há poucas amostras pré-cursoras, optamos por não equalizá-las diretamente. Propomos um detector baseado em decisão direta, que utiliza estas amostras para melhorar a decisão, implementado com baixo custo e de grande eficiência. O detector proposto é facilmente analisável, obtendo-se a expressão de probabilidade de erro teórica para o mesmo, quando não há erros de decisão se propagando pelo filtro de realimentação. Quando erros de decisão propagados são levados em conta, conseguimos aproximações para a expressão de probabilidade de erro, confirmadas por simulações. O detector proposto apresenta desempenho sempre superior ao detector de limiar de cruzamento de zero. Demonstramos que existe uma classe de canais, para os quais o detector torna-se insensível à propagação de erros realimentados. Uma boa aproximação para estes canais é obtida quando usamos pré-conformação do canal, implementada com a adequação do pulso de transmissão.

O trabalho em recuperação de relógio adota idéias de otimização. Propomos funções de fase, que quando maximizadas, determinam a fase que minimiza indiretamente a probabilidade de erro de detecção. Estas funções são calculadas com estimativas de um número reduzido de amostras da resposta impulsiva do canal, e apresentam características de unimodalidade. O problema de maximização das mesmas é resolvido da maneira mais simples possível, através de procedimentos de busca unidimensional. Comparamos o desempenho dos métodos de Fibonacci e do ajuste por quadráticas para determinação da fase ótima, chegando-se a um método de recuperação de relógio eficiente, rápido e facilmente implementável.

Um filtro retropreditor linear é usado para resolver o problema da equalização das pré-cursoras, quando a borda de subida do canal for longa e significativa. Este filtro apresenta a restrição de funcionar apenas sobre canais de fase máxima. Para adequar esta restrição à estrutura de recepção proposta, conectamos o retropreditor ao receptor de tal forma que o sinal de erro usado para ajustar adaptativamente os seus coeficientes é gerado após a equalização das pós-cursoras do canal. Assim ele passa a atuar sobre um canal resultante, formado apenas por borda de subida. Como é provável que a borda de subida destes canais forme um canal de fase máxima, o retropreditor será adequado para a sua equalização, atuando seletivamente sobre as pré-cursoras.

Conteúdo

1	O Receptor	3
1.1	Introdução	3
1.2	O Canal de Transmissão	5
1.3	Estrutura do Receptor	12
1.3.1	O Equalizador	14
1.3.2	O Equalizador Adotado	15
1.3.3	O Detector	19
1.3.4	Recuperador de Relógio	19
1.3.5	Equalização com Retropredição	20
2	Detecção	21
2.1	Introdução	21
2.2	Detecção com Predição	22
2.3	Detector Proposto	25
2.4	Análise do Detector Proposto	29
2.5	Efeitos da Propagação de Erros de Decisão	34
2.6	Detetor Insensível à Propagação de Erros: Conformação do Canal	43
2.6.1	Conformação do Canal com Mudança do Código de Pulso	46
2.7	Detetor Proposto para Canais com duas Pré-Cursoras	52
2.8	Conclusão	58
3	Recuperador de Relógio	60
3.1	Introdução	60
3.2	Funções de Ajuste de Fase	61
3.3	Funções de Ajuste de Fase Propostas	70
3.4	Métodos de Busca Unidimensional para a Determinação da Fase Ótima	78
3.4.1	Algoritmo de Ajuste Quadrático	78

3.4.2	Algoritmo de Fibonacci	84
3.5	Resultados de Simulações do Receptor	86
3.6	Conclusão	97
4	Equalização com Retropredição	99
4.1	Introdução	99
4.2	Canal de Fase Máxima e Retropredição	100
4.3	Equalização com Decisão Realimentada e Retropredição	106
4.4	Resultados de Simulações	112
4.5	Conclusão	119
A	Características Físicas dos Cabos	123
B	Canais Monotônicos Crescentes de Fase Máxima	124
C	Características das Simulações	132

Capítulo 1

O Receptor

1.1 Introdução

Para transmitir-se dados (a informação) através de uma rede digital, estes devem ser convertidos em sinais adequados ao meio de transmissão utilizado. Na fig. 1.1(a) ilustramos genericamente este processo.

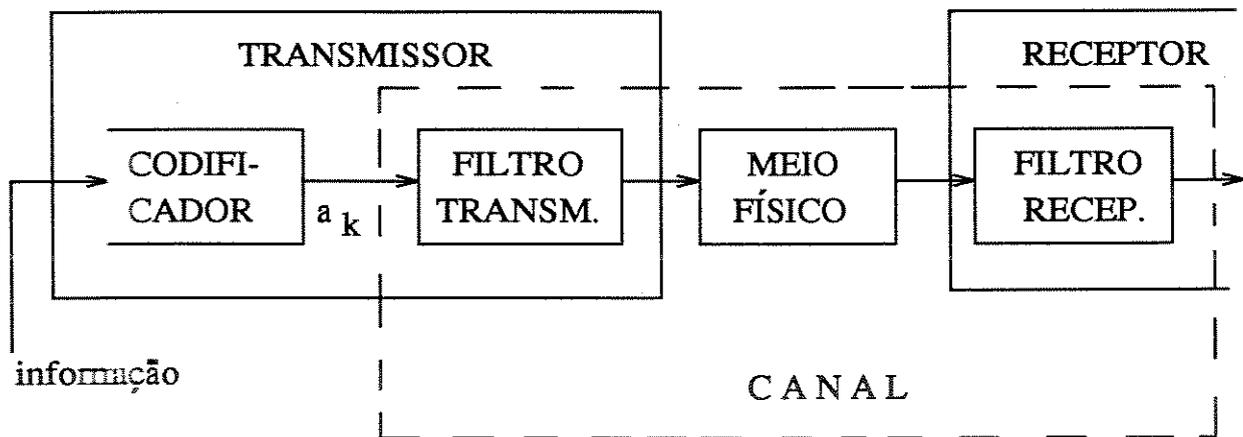


Figura 1.1: trajetória da informação e canal de transmissão

Primeiramente, a informação é codificada de acordo com alguma estratégia que leve em conta as características do meio de transmissão e, principalmente, para que auxilie no processo de recuperação do sinal no seu destino, como por exemplo, a inserção de bits de redundância. A este codificador é dado o nome de codificador de linha. A saída do codificador de linha é uma nova sequência de dados e a transformação em sinais propriamente ditos ocorre na passagem pelo codificador de pulso, aqui representado por um filtro de transmissão, onde os elementos da sequência de dados são transformados em sinais elétricos, obedecendo a forma de um pulso base. Assim um trem de pulsos é gerado, portador da

informação digital. A forma do pulso padrão é determinada de acordo com a taxa de transmissão desejada e sua relação com a faixa de passagem do canal, levando em conta ainda, o tipo de processamento que o sinal sofrerá no seu destino. Após este processamento o trem de pulsos é transmitido através do meio físico, no caso de linhas telefônicas, constituído por um par de fios metálicos, chegando ao receptor. No receptor, o primeiro tratamento dado ao sinal recebido é uma filtragem analógica. Este filtro de recepção pode ser um filtro casado com o canal ou apenas um filtro passa-baixas, como adotaremos aqui, cujo objetivo é eliminar componentes de ruído de altas frequências.

Ao conjunto formado pelo filtro de transmissão, o meio físico de transmissão e o filtro de recepção chamaremos de canal, como mostrado na fig. 1.1.

O canal provoca distorções ao sinal através da convolução entre o sinal padrão transmitido e sua resposta impulsional, causando o efeito da interferência intersimbólica (IIS). A adição de ruído ao sinal, presente no próprio sistema de recepção, é outra perturbação importante.

Além da IIS e do ruído, muitos outros fatores podem degradar a qualidade do sinal que trafega pelo canal, e dependem do tipo de estrutura usada no sistema de comunicação. Quando há o emprego de transmissão bidirecional (no caso de sistemas telefônicos, isto ocorre entre centrais telefônicas), introduz-se as "híbridas", ocorrendo o fenômeno de eco, quando parte do sinal transmitido interfere no sinal recebido. Ocorrem também os efeitos de diafonia e paradiafonia devido à interferência de sinais que trafegam por meios físicos próximos (como em troncos que interligam centrais telefônicas) [1].

Se a transmissão não é em banda base, o sinal analógico recebido, apesar de conter informação binária, deve ser reconvertido em um sinal digital e o sinal resultante amostrado para que se recupere a informação original. Assim, o instante de amostragem do sinal digital torna-se uma função importante na recepção, pois interfere diretamente na relação sinal-ruído (SNR), na IIS e, conseqüentemente, no desempenho do sistema.

Um receptor ideal é aquele que compensa as distorções que o canal de transmissão impõe ao sinal transmitido e seja imune ao ruído, recuperando o sinal original. Na prática, o melhor receptor é aquele que recupera a sequência de dados original com a menor taxa de erros possível no processo de decisão. Desprezando os efeitos secundários de eco e interferência entre canais distintos, o receptor deve ser capaz de minimizar a IIS e maximizar a SNR.

A estrutura de transmissão/recepção estudada neste trabalho contém os pressupostos apresentados acima: ela é totalmente digital, onde o sinal recebido é amostrado e transformado em sinal discreto, para depois ser processado.

A amostragem é feita à mesma taxa dos símbolos, sendo a forma mais simples para a implementação digital, reduzindo a complexidade do receptor e dos modelos matemáticos usados para representar os sinais envolvidos.

Nas seções seguintes descrevemos a estrutura do receptor, a partir da descrição de alguns modelos de

canais.

1.2 O Canal de Transmissão

A forma da resposta impulsional do canal de transmissão é importante para definirmos a estrutura do receptor propriamente dito, havendo relação direta entre o número de amostras necessárias à sua representação e o tamanho dos filtros digitais usados no receptor.

Nesta seção apresentamos o modelo geral do canal de transmissão e obtemos, através de simulador, respostas impulsivas típicas de canais telefônicos. Respostas impulsivas representando canais básicos como o de Nyquist e de enlaces de microondas também são considerados, a fim de discutirmos a simetria destas respostas.

Sejam $tx(t)$, $l(t)$ e $rx(t)$ as respostas impulsivas do filtro de transmissão, do meio físico e do filtro de recepção, respectivamente, conforme mostrado na fig. 1.1. A resposta impulsiva do canal é então obtida pela seguinte convolução:

$$h(t) = tx(t) * l(t) * rx(t) \quad (1.1)$$

Neste trabalho não nos atermos a modelos analíticos de $h(t)$, em geral de aplicação muito particular, e sim à forma geral de alguns canais, obtidos através de simulação, suficientes à análise da estrutura receptora a ser empreendida.

Para obtermos respostas impulsivas típicas de canais telefônicos, usamos o Simulador de Linhas de Assinantes (SLA) [2]. O meio de transmissão (par de fios metálicos) é configurado no SLA na forma indicada na fig. 1.2, com a bitola dos fios usados e seus comprimentos e derivações determinando as características da linha.

As impedâncias terminais adotadas são as seguintes: impedância de transmissão em curto, Z_T ; impedância na recepção casada com a linha, Z_R . A taxa de transmissão adotada é de 80KHz usada na Rede Digital de Serviços Integrados (RDSI) de faixa estreita, no seu canal de dados. Esta frequência delimita a janela de tempo de transmissão de um dado em $12,5\mu\text{s}$.

Na fig. 1.3 configuramos as linhas de transmissão usadas para as simulações deste trabalho, e no Apêndice A são listadas as características físicas de cada tipo de fio usado.

A resposta impulsiva destas linhas é obtida inserindo-se um impulso a cada uma delas, obtendo-se $l(t)$. Para obtermos a resposta impulsiva global, incluindo os filtros, assumimos que o filtro de transmissão tem resposta impulsiva dada, a princípio, por um pulso retangular de largura $12,5\mu\text{s}$ e o filtro de recepção possui resposta impulsiva dada por um impulso unitário (filtro passa-tudo).

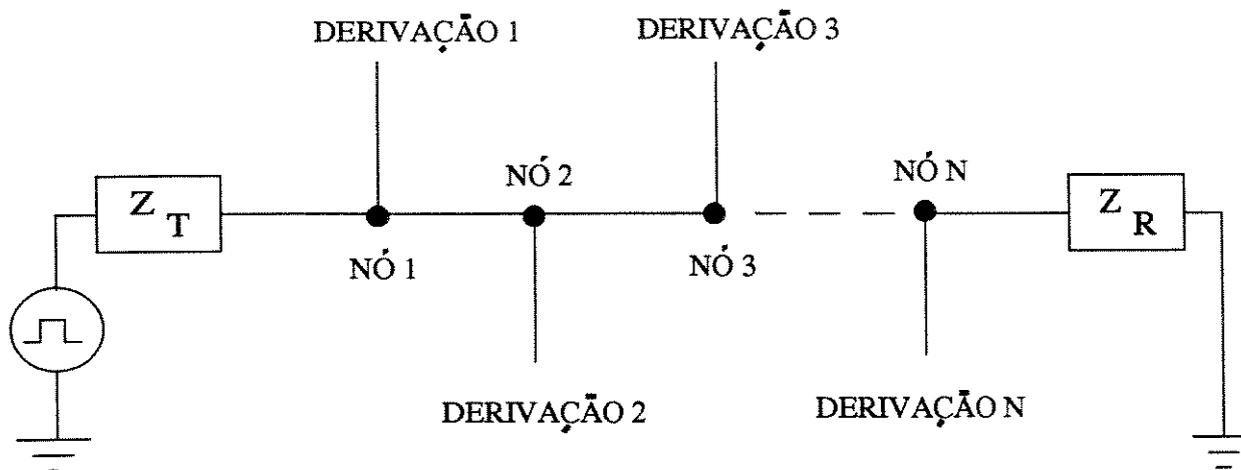


Figura 1.2: meio de transmissão

$$tx(t) = G_\tau(t); \quad \tau = 12.5\mu s \quad (1.2)$$

$$rx(t) = \delta(t) \quad (1.3)$$

No capítulo 2, sub-seção 2.6.1, admitiremos outras formas mais convenientes de pulso de transmissão.

As figs. 1.4-1.7 são as respostas impulsivas globais $h(t)$ obtidas conforme (1.1), que podem ser chamadas de resposta ao pulso. A duração da resposta impulsiva é infinita, porém, para efeitos práticos, truncamos as mesmas. A truncagem limita a resposta impulsiva aos seus valores mais significativos, compreendidos nos 32 períodos representados.

Os canais acima apresentam características comuns. Não apresentam simetria em relação ao período que compreende o pico da resposta impulsiva. Os demais períodos representam o espalhamento da resposta impulsiva, responsáveis pela IIS. A maior parte da energia da IIS está concentrada nos períodos positivos, tomando-se como referência de zero o período que contém a maior amplitude. A IIS causada pela borda de subida da resposta impulsiva (períodos negativos) apresenta valores significativos durante apenas um período.

Canais com linha de transmissão longas apresentam um espalhamento maior do que o verificado acima, necessitando um número maior de períodos para uma truncagem adequada e, principalmente, apresentarão borda de subida com amostras significativas ao longo de um maior número de períodos. No canal 4 ocorrem mais oscilações, decorrentes do fenômeno de reflexão do sinal nos nós de derivação.

Um canal simétrico pode ser visto como aquele que possui distribuição de energia mais equilibrada em torno da parcela de maior amplitude. Em geral isto significa maiores parcelas causadoras de IIS na resposta impulsiva, à medida que a simetria indica presença importante de amostras pré-cursoras da resposta impulsiva, em mesmo número que amostras pós-cursoras.

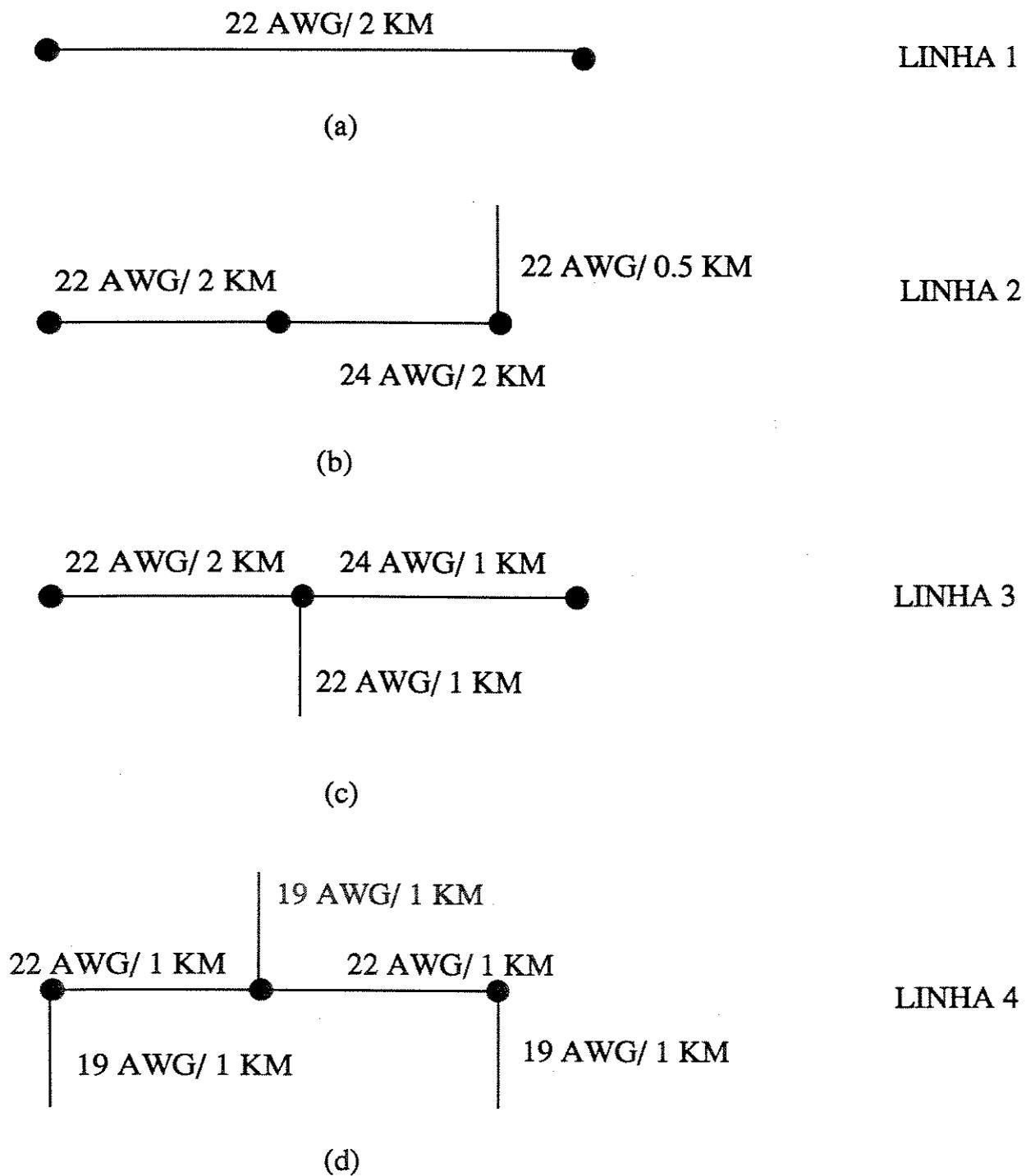


Figura 1.3: topologia das linhas: (a) canal 1; (b) canal 2; (c) canal 3; (d) canal 4

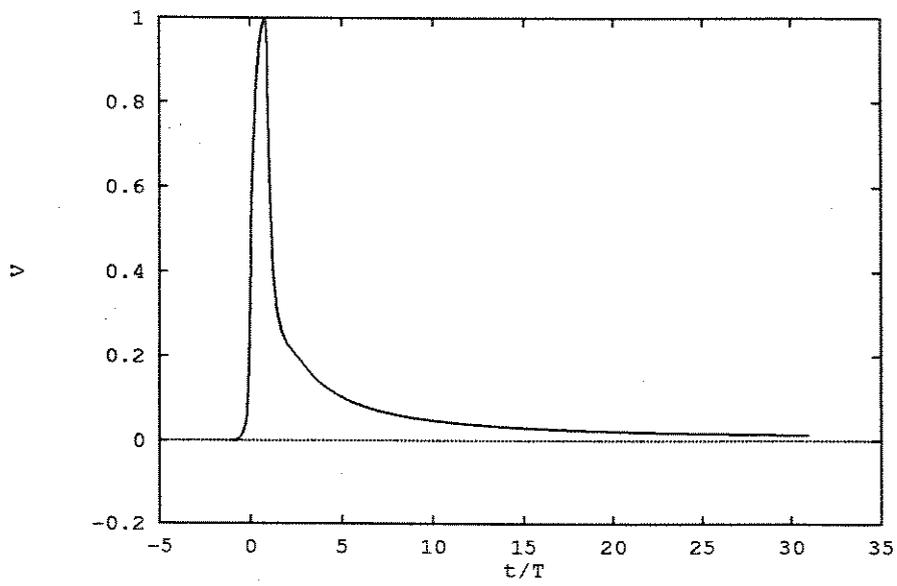


Figura 1.4: resposta impulsiva canal 1 - $T = 12.5\mu s$

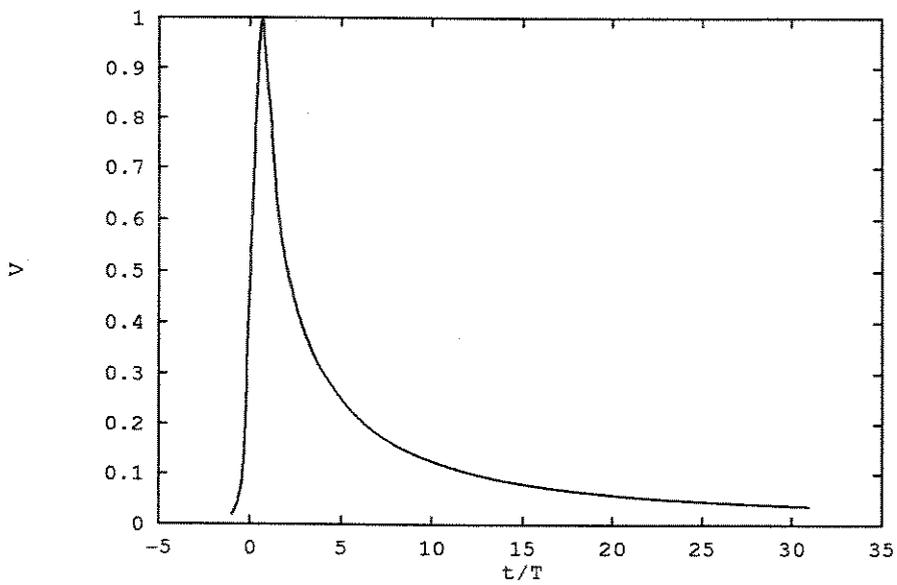


Figura 1.5: resposta impulsiva canal 2 - $T = 12.5\mu s$

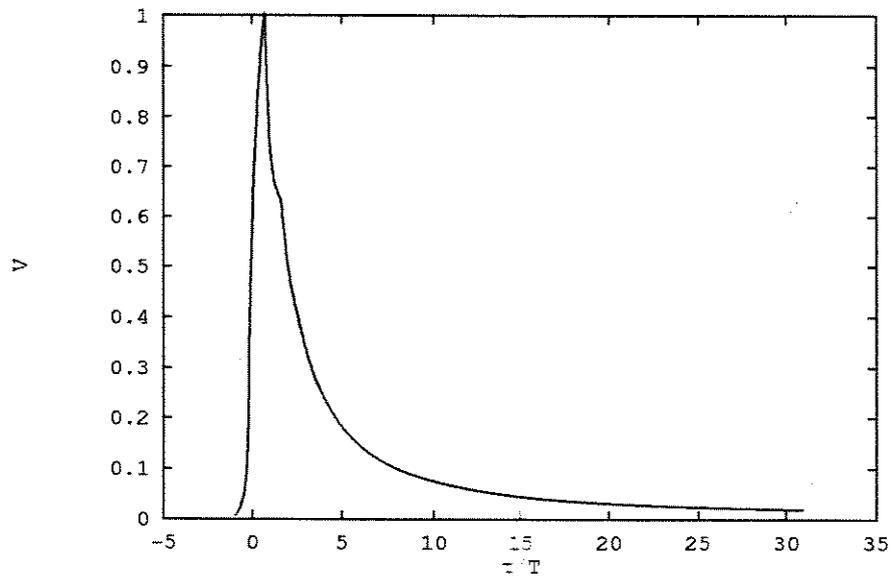


Figura 1.6: resposta impulsiva canal 3 - $T = 12.5\mu s$

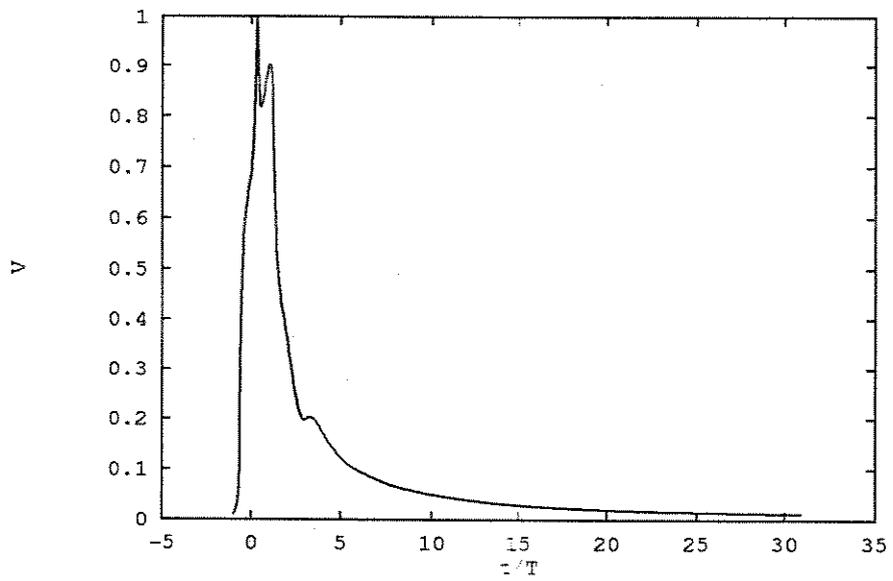


Figura 1.7: resposta impulsiva canal 4 - $T = 12.5\mu s$

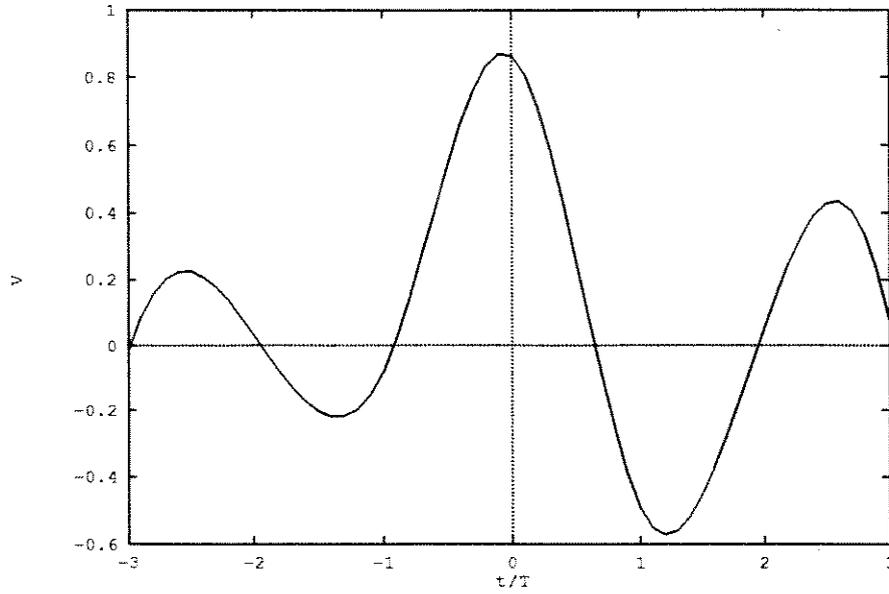


Figura 1.8: canal de Microondas

A fig. 1.8 ilustra o comportamento de um canal de microondas [3] com características de simetria, supondo uma filtragem conjunta de transmissão e recepção do tipo cosseno levantado.

Supondo que a transmissão seja em banda base, com os símbolos transmitidos $\{a_k\}$ podendo assumir os valores $+1$ e -1 , com igual probabilidade, podemos representar o sinal recebido pelo receptor como:

$$s(t + kT) = \sum_i h(t + iT) a_{k-i} \quad k, i \in Z \quad (1.4)$$

Com a amostragem à taxa de símbolos no receptor, e assumindo-se a presença de ruído branco aditivo inserido na recepção do sinal, a sequência obtida após a amostragem em uma certa fase τ é dada por:

$$x_k(\tau) = \sum_{i=-N_i}^{N_f} h_i(\tau) a_{k-i} + n_k \quad (1.5)$$

onde $h_0(\tau)$ é a amostra de maior amplitude da resposta impulsiva ou amostra cursora. As demais amostras serão responsáveis pela IIS, onde N_i é o número de amostras pré-cursoras e N_f as amostras pós-cursoras. A parcela de (1.5) dada por $h_0(\tau) a_k$ é responsável pela informação desejada a_k no instante kT , e as demais são perturbações.

A expressão (1.5) define uma resposta impulsiva amostrada do canal. Esta pode ser escrita em termos de Transformada Z da seguinte forma:

$$h(z) = h_{-N_i} z^{N_i} + \dots + h_0 + \dots + h_{N_f} z^{-N_f} \quad (1.6)$$

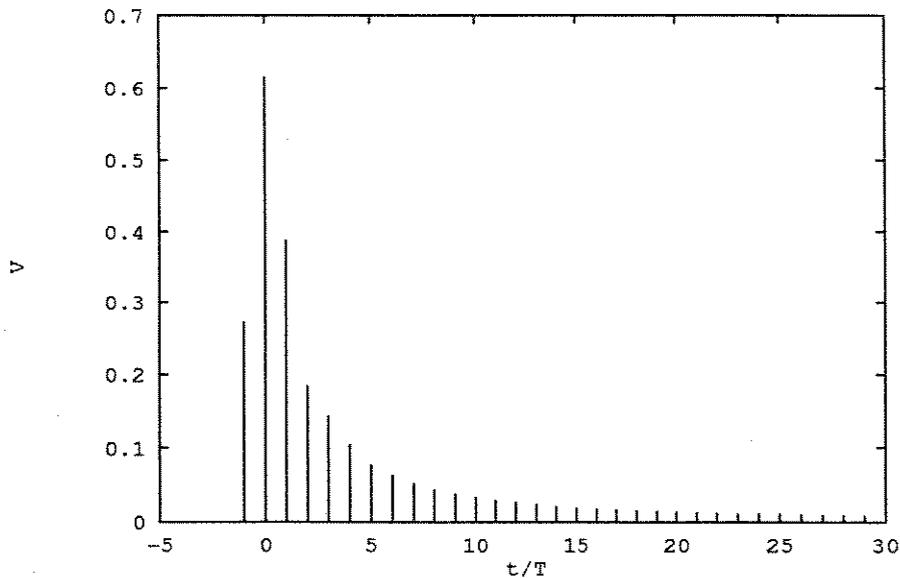


Figura 1.9: canal 1 amostrado

Portanto, o canal é modelado por um filtro discreto com número finito de zeros, assumindo-se a necessidade da truncagem do canal (que a princípio tem número infinito de zeros). O exemplo a seguir ilustra o comportamento dos zeros para um canal telefônico típico. A fig. 1.9 corresponde ao canal 1 (fig. 1.4), amostrado em 32 pontos e a fig. 1.10 aos zeros deste canal, obtidos do modelo discreto.

Para o canal com 32 amostras existem 31 zeros, sendo 30 deles localizados dentro do círculo de raio unitário e um fora. Para o caso particular em que o canal apresenta apenas uma amostra pré-cursora verifica-se que os zeros dentro do círculo unitário são originários das amostras cursora e pós-cursoras da resposta impulsiva e o zero fora do círculo é relacionado diretamente com a amostra pré-cursora, confirmando as suposições a respeito feitas em [3]. Os zeros dentro do círculo unitário são complexos conjugados. Se o número de amostras pós-cursoras for par, teremos um número ímpar de zeros dentro do círculo unitário, sendo um deles puramente real e os demais complexos conjugados (no caso de polinômios com coeficientes reais).

Com a variação da amplitude da amostra pré-cursora, ocorre o deslocamento da posição dos zeros no diagrama da fig.1.10. Se a amostra pré-cursora tende a h_0 , o zero que está fora do círculo unitário deslocar-se-á para dentro do círculo ; se a amostra tende a anular-se, este zero tende a valores infinitos. O lugar das raízes da fig. 1.11 ilustra este comportamento. Manipulando a expressão (1.6), determinamos o lugar das raízes ao resolvermos a equação a seguir, variando-se o ganho $1/h_{-1}$ no intervalo $[-1/h_0, 1/h_0]$.

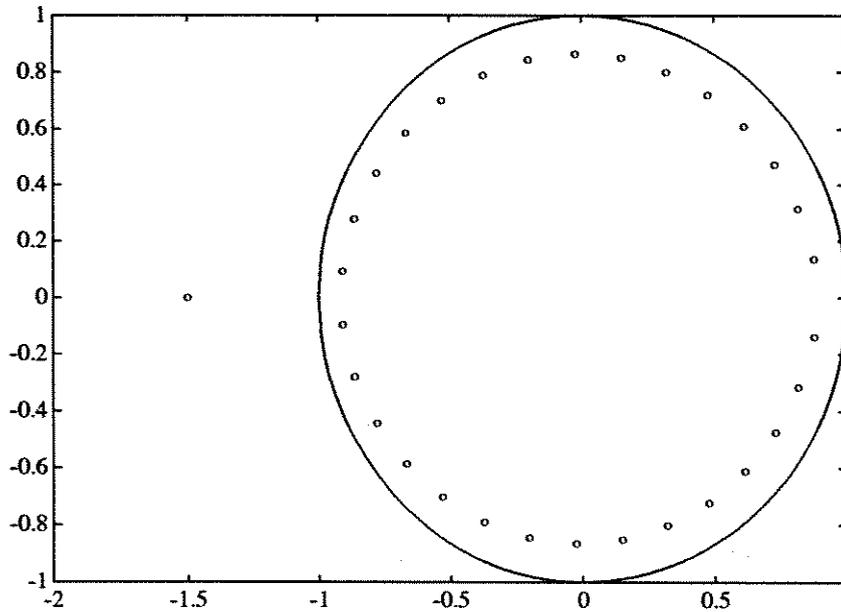


Figura 1.10: zeros do canal da fig. 1.9

$$1 + \frac{1}{h_{-1}} \left(\frac{h_0 z^{30} + \dots + h_{30}}{z^{31}} \right) = 0 \quad (1.7)$$

Na seção seguinte discutimos a influência de zeros do canal fora do círculo unitário sobre a estrutura do receptor, em particular sua influência no processo de equalização.

1.3 Estrutura do Receptor

O receptor é formado por três módulos principais: o equalizador, o detector e o recuperador de relógio. O equalizador é um filtro digital com a função de eliminar diretamente a IIS indesejável. O detector deve decidir, com base no sinal equalizado, a sequência de informação transmitida. Finalmente, o recuperador de relógio contribui para o desempenho do sistema, determinando a melhor fase de amostragem do sinal recebido.

A interligação entre os módulos do receptor pode ser feita de várias formas. Uma das formas mais conhecidas de equalização é configurada pelo equalizador com decisão realimentada (DFE), descrito na fig. 1.12, formado por um filtro transversal e um filtro de realimentação [5], ambos digitais.

O ajuste dos coeficientes dos filtros do equalizador é feito normalmente minimizando-se o erro quadrático médio entre o sinal equalizado e o símbolo estimado.

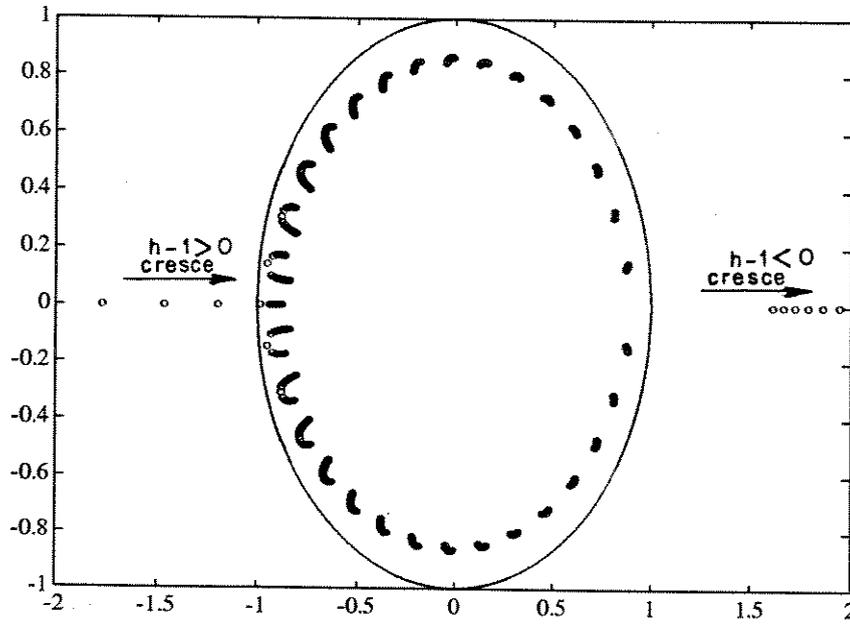


Figura 1.11: lugar das raízes

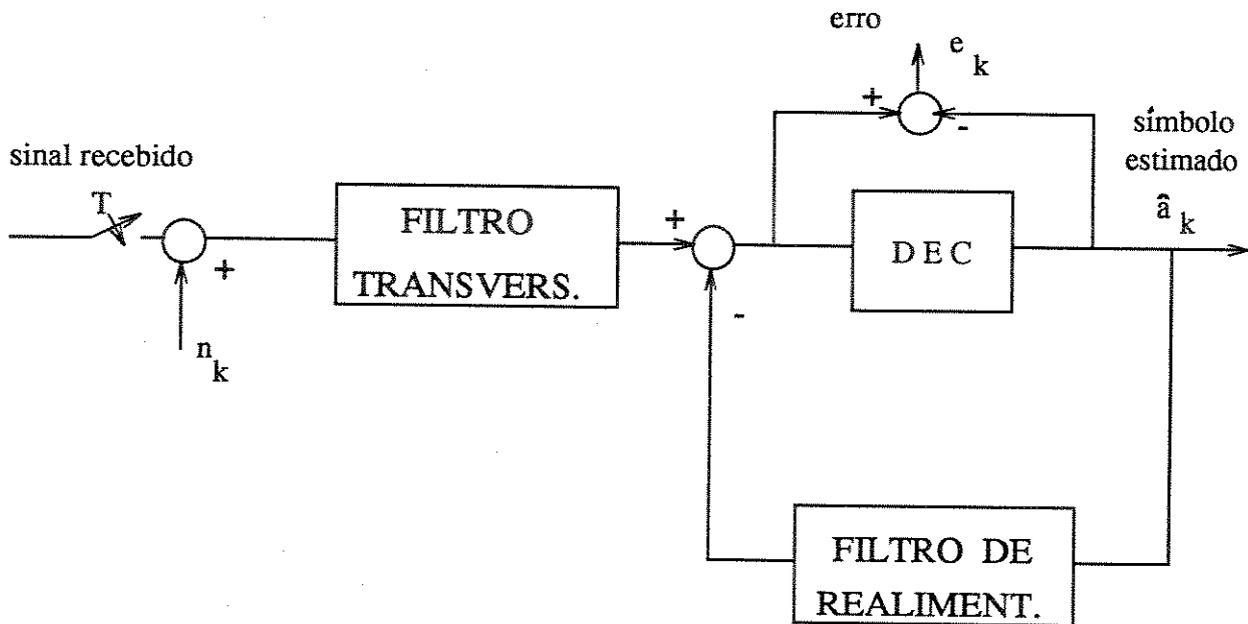


Figura 1.12: receptor com DFE

O detector mais comum é o detector de limiar de cruzamento de zero, que determina o valor do símbolo verificando o sinal da amostra resultante da equalização. Este tipo de decisão é chamada direta, pois no instante kT dispõe-se da estimativa do símbolo a_k . Outro detector bastante comum é o de Viterbi, onde as decisões são feitas a posteriori. O símbolo a_k só é estimado em um instante $(k + N)T$, onde N depende das características do sinal equalizado.

A estrutura de equalização proposta neste trabalho é derivada da forma geral mostrada na fig.1.12.

Na subseção seguinte discutimos com mais detalhes o funcionamento do equalizador adotado, e nos capítulos seguintes, os algoritmos de detecção e recuperação de relógio.

1.3.1 O Equalizador

O equalizador do tipo DFE da fig. 1.12 pode ser dividido em dois equalizadores: o equalizador transversal e o equalizador com realimentação, correspondentes aos filtros transversal e realimentado, respectivamente. A seguir consideramos cada um destes filtros separadamente.

O filtro transversal adaptativo (onde não há realimentação de símbolos decididos) usado sozinho, é uma das formas mais usuais de equalização. Este filtro procura reproduzir a função de transferência inversa à do canal, de tal forma que a resposta impulsiva conjunta seja um impulso unitário. Esta resposta impulsiva resultante ideal eliminaria toda a IIS. Na prática obtém-se boas aproximações em muitos casos, porém existem sérias restrições ao seu bom funcionamento.

A primeira questão diz respeito ao ruído. Ao ser convolvido com o filtro transversal o ruído branco passa a ser colorido, o que além de torná-lo correlacionado, pode aumentar sua variância. O processo de decisão, portanto, fica prejudicado.

Nos casos em que o canal apresenta nulos ou pequenas amplitudes em sua resposta em frequência, ocorre também uma amplificação das componentes do ruído nestas frequências. Isto ocorre porque para perfazer a resposta inversa à do canal o filtro transversal deve apresentar altos ganhos em tais frequências [4].

O filtro equalizador ideal deve ser um filtro discreto com pólos suficientes para cancelar os zeros do canal, supondo este formado por um número finito de zeros. O equalizador transversal, porém, é um filtro discreto que contém apenas zeros. Para representar os pólos necessários, este equalizador deve ser um filtro com número infinito de zeros. Isto, na prática, não é possível e, portanto, além dos problemas relacionados, existe uma limitação intrínseca ao filtro transversal de comprimento finito para uma equalização perfeita, supondo um número finito de zeros para representar o canal.

No caso de zeros do canal fora do círculo unitário, a tarefa de cancelamento exato destes zeros por pólos não é possível sob o ponto de vista de estabilidade do sistema, mesmo que o filtro transversal seja infinito. Isto ocorre porque ao aproximarmos o pólo por um modelo discreto de infinitos zeros, a resposta

impulsiva deste modelo será crescente, e portanto, divergente e o sistema se tornará instável.

A vantagem do filtro transversal finito reside no fato de que ele é sempre estável e não depende de decisões passadas, como o filtro de realimentação, não sendo afetado por problemas de propagação de erros.

Um filtro equalizador construído apenas com filtro de realimentação (DFE da fig. 1.12 sem o filtro transversal) consegue subtrair do sinal recebido as amostras correspondentes às parcelas de IIS pós-cursoras, sem alterar a estatística do ruído presente no sinal. Com respeito ao cancelamento dos zeros do canal, podemos dizer que o equalizador de realimentação cancela os zeros correspondentes à parte pós-cursora da resposta impulsiva (no caso do canal com os zeros da fig. 1.10, seriam cancelados zeros dentro do círculo unitário). Esta característica é altamente desejável, porém os eventuais erros de decisão cometidos são propagados por sua estrutura, aumentando a possibilidade de erro na decisão seguinte.

Este filtro de realimentação, porém, não é capaz de eliminar as parcelas de IIS causadas pelas amostras pré-cursoras da resposta impulsiva do canal. Com o objetivo de eliminá-las usa-se o modelo híbrido, composto pelos dois filtros discutidos acima, já descrito na fig. 1.12, com as vantagens e desvantagens de ambos [5].

Na prática não existe esta divisão clara de tarefas: o filtro transversal não elimina apenas a IIS resultante das amostras pré-cursoras, e o filtro de realimentação a IIS resultante das amostras pós-cursora. O canal equivalente resultante da passagem do sinal pelo filtro transversal não equivale ao canal original sem as pré-cursoras, mas sim um novo canal, que teoricamente pode apresentar uma energia associada às amostras pré e pós-cursoras menor que a do canal original.

O número e o valor das amostras pré-cursoras determinam a importância ou não do uso do filtro transversal. Pelas razões mencionadas acima, principalmente no que diz respeito ao ruído, este filtro deve ser usado ponderando-se o seu custo. Em situações onde haja poucas amostras pré-cursoras (como nos canais 1,2,3 e 4 mostrados) o seu uso pode ser dispensado, principalmente se técnicas adequadas de detecção forem empregadas (como o algoritmo de Viterbi ou o algoritmo de detecção proposto nesta tese). Quando o canal se assemelha ao canal de microondas da fig. 1.8, a importância e o grande número de amostras pré-cursoras exige o uso do filtro transversal, ou de estruturas alternativas de redução destas amostras, como o filtro retropreditor [3]. No capítulo 4 discutiremos o uso do filtro retropreditor em canais com grande espalhamento, com a função clara na divisão de tarefas: cancelar a IIS resultante das amostras pré-cursoras.

1.3.2 O Equalizador Adotado

Partindo das observações feitas na seção anterior e das características dos canais telefônicos simulados, onde um número mínimo de amostras pré-cursoras significativas foi observado, adotamos uma estrutura

de equalização sem o uso do filtro transversal, formada apenas pelo filtro de realimentação. A adoção deste equalizador reduz a complexidade do receptor. Para compensar as parcelas de IIS, resultantes das amostras não equalizadas da resposta impulsiva do canal, propomos, no capítulo 2, uma estrutura de detecção que se utiliza destas amostras para melhorar a decisão. Mesmo que estas amostras resultantes fossem reduzidas por algum outro procedimento, elas não seriam, em teoria, eliminadas totalmente, justificando, ainda, o uso do detector proposto.

A equalização adotada, portanto, resume-se ao filtro de realimentação, suficiente aos canais com poucas amostras pré-cursoras importantes. O ajuste dos coeficientes deste equalizador é feito, tradicionalmente, minimizando-se o erro quadrático médio entre o sinal equalizado e a saída do mecanismo de decisão, como indicado na fig. 1.12 (supondo que haja uma etapa de aprendizado, o sinal equalizado é comparado ao símbolo desejado, até que haja convergência). Este mecanismo, ao ser aplicado no equalizador adotado deve levar os coeficientes do filtro de realimentação a estimativas das amostras pós-cursoras do canal (portanto, é um processo de identificação do canal). Quando o equalizador está em regime, o sinal de erro passa a ser obtido a partir do símbolo estimado no processo de detecção. Se for usado um detector do tipo limiar de cruzamento de zero, o símbolo estimado sempre terá a mesma polaridade do sinal equalizado. Ou seja, o sinal de erro quantifica a distância do sinal equalizado ao valor inteiro mais próximo. Desta forma, o sinal de erro gerado estará polarizado pelo erro de detecção em si, quando este ocorrer, não aumentando a margem contra ruído nesta situação.

Uma outra maneira de ajustar os coeficientes do equalizador, sem usar o sinal equalizado como referência direta, é através da minimização do erro quadrático médio de identificação do canal. Este procedimento implica em um custo maior ao receptor, à medida que um novo filtro deve ser implementado para este fim. Por outro lado, o receptor passa a dispor das estimativas das amostras cursora e pré-cursoras do canal, que podem ser usadas no processo de detecção e ajuste de fase, como é o caso do esquema que estamos propondo. O equalizador, desta forma, terá seus coeficientes sintonizados diretamente com as amostras da resposta impulsiva do canal, ficando, assim, reduzida a influência direta do sinal de erro de decisão sobre o processo de equalização. O custo extra de implementação é medido pela ordem do filtro usado. O algoritmo de minimização do erro quadrático continua o mesmo, havendo apenas a transferência do equalizador para o identificador.

Na fig. 1.13 representamos esta estrutura de equalização, adotada neste trabalho. O retropreditor é um filtro opcional, só utilizado nos casos com grande número de pré-cursoras, pois apresenta alguns inconvenientes. Nos capítulos 2 e 3 este filtro não será utilizado, dedicando-se o capítulo 4 à discussão específica de sua utilização.

O sinal equalizado é dado por:

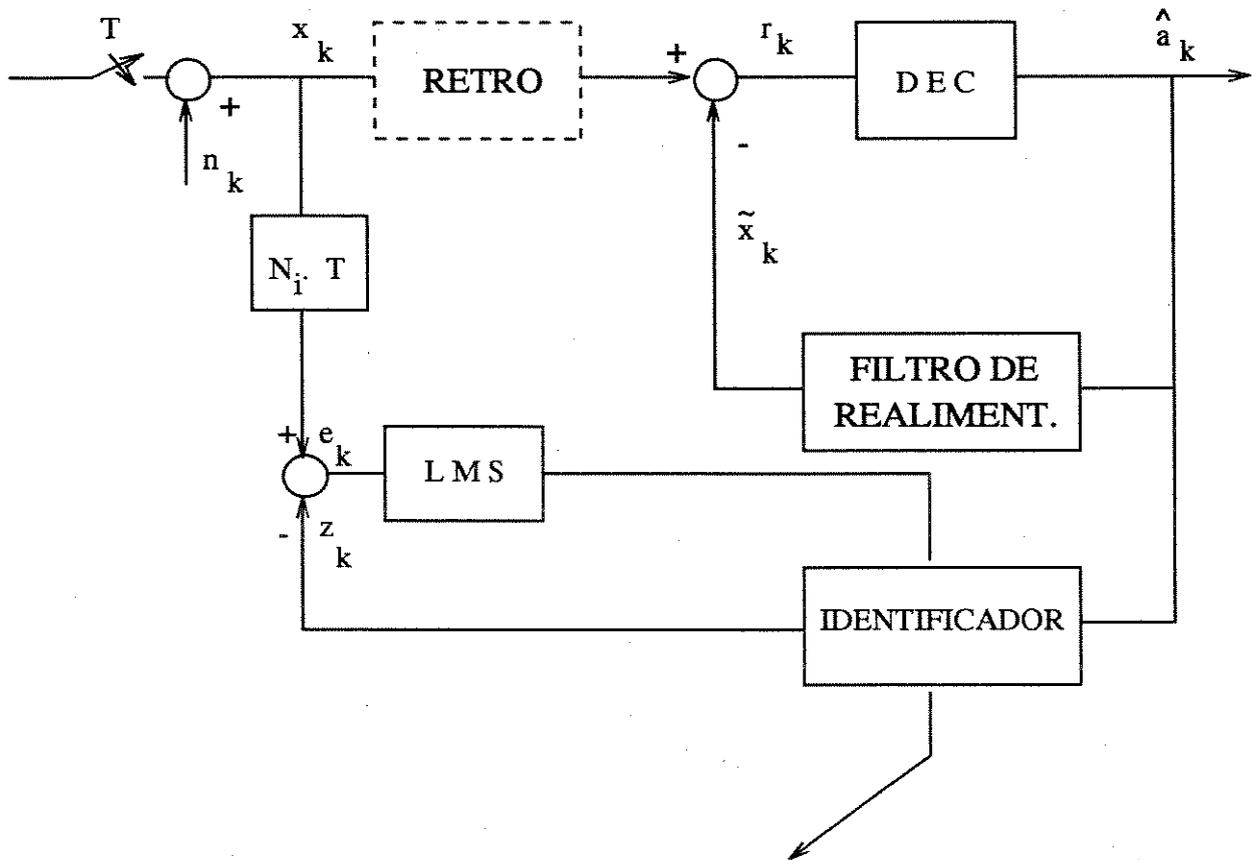


Figura 1.13: equalizador com o identificador adotado neste trabalho

$$\begin{aligned}
r_k(\tau) &= x_k(\tau) - \tilde{x}_k(\tau) \\
&= h_0(\tau)a_k + \sum_{i=1}^{N_f} \left[h_i(\tau)a_{k-i} - \hat{h}_i(\tau)\hat{a}_{k-i} \right] + \sum_{i=-N_i}^{-1} h_i(\tau)a_{k-i} + n_k
\end{aligned} \tag{1.8}$$

O primeiro termo desta expressão, $a_k h_0$, contém a informação do símbolo desejado no instante kT . O primeiro somatório corresponde à parte equalizada do sinal. Supondo que haja identificação correta, ou seja, $\hat{h}_i = h_i$, este somatório só não será nulo quando houver erros de decisão anteriores. O segundo somatório representa a IIS não tratada pelo equalizador.

As estimativas das amostras da resposta impulsiva, \hat{h} , são fornecidas pelo identificador. O ajuste destes coeficientes é feita via algoritmo do gradiente estocástico (LMS). O sinal de erro a ser minimizado é dado por:

$$\begin{aligned}
e_k(\tau) &= x_k(\tau) - z_k(\tau) \\
&= \sum_{i=-N_i}^{N_f} \left(h_i(\tau)a_{k-i} - \hat{h}_i(\tau)\hat{a}_{k-i} \right) + n_k
\end{aligned} \tag{1.9}$$

O atraso dado a x_k para gerar o sinal de erro corresponde ao número de amostras pré-cursoras do canal e é dado para que haja sincronismo entre x_k e z_k - a estimativa do símbolo a_k só é obtida no instante $(k + N_i)T$.

Uma etapa de treinamento é de grande importância para a adaptação do algoritmo de identificação, mesmo que o canal apresente variações pequenas ao longo do tempo. Nestes casos pode-se fixar os coeficientes após a sua convergência e os erros de detecção, que porventura ocorram no período de regime, não afetarão os coeficientes do equalizador, pois não estarão sendo ajustados. Na fase de aprendizado, o receptor dispõe da seqüência exata de símbolos transmitidos e os resíduos resultantes do cancelamento inadequado das amostras de IIS pós-cursoras são decorrentes apenas do erro de estimação dos coeficientes do equalizador. Na fase de funcionamento em regime, onde são usados os símbolos estimados, o efeito da propagação de erros ao longo do equalizador sobre decisões futuras não pode ser evitado facilmente.

O modelo de receptor proposto neste trabalho, com todos os seus módulos funcionando com estimativas diretas fornecidas pelo identificador, é bastante dependente da qualidade destas estimativas. Para minimizar a variância de tais estimativas pode-se adotar um ganho de adaptação menor após a convergência do algoritmo.

Uma aproximação para o ganho ótimo de adaptação do algoritmo do gradiente estocástico pode ser determinado a partir da estimativa da variância do sinal de entrada, x_k , da seguinte forma [6]:

$$\mu \simeq \frac{1}{2} \frac{1}{N \sigma_x^2} \tag{1.10}$$

onde N é o número de coeficientes do filtro. Para os canais telefônicos simulados na seção anterior, um ganho ótimo máximo da ordem de 0.03 é obtido.

O desempenho do identificador baseado no algoritmo do gradiente estocástico é bem conhecido e fartamente ilustrado na literatura [6].

Nas subseções seguintes fazemos uma descrição resumida dos demais capítulos que compõem a tese. Cada capítulo foi dedicado a um dos módulos restantes do receptor: no capítulo 2 apresentamos e analisamos o detector proposto; o recuperador de relógio é discutido no capítulo 3; e, finalmente, no capítulo 4, discutimos o uso do filtro retropreditor como equalizador das pré-cursoras.

1.3.3 O Detector

O detector proposto e discutido no capítulo 2, é um mecanismo de decisão direta, implementado sob a forma de filtro digital. As amostras não equalizadas são utilizadas pelo detector para melhorar a decisão. A sua estrutura é baseada no mecanismo de detecção com predição proposto em [7]. Demonstramos que o seu desempenho é bastante satisfatório, com um custo baixo de implementação, particularmente frente a canais com reduzido número de amostras pré-cursoras. A baixa complexidade deste filtro de decisão, permite o seu estudo analítico de forma simples, particularmente a obtenção de expressões para a probabilidade de erro, algo bastante desejado. Comparamos o seu desempenho com o detector de cruzamento de limiar, mostrando ser sempre superior àquele. A obtenção da expressão da probabilidade de erro de decisão, levando-se em conta a propagação de erros pelo filtro de realimentação, é uma tarefa difícil, porém expressões analíticas aproximadas são obtidas com sucesso. Dada as características do detector, mostramos que ele pode tornar-se insensível à propagação de erros, mediante uma conformação adequada do canal. Para que esta insensibilidade seja atingida, a conformação deve ser respeitada com exatidão. Na prática, porém, ela serve a propósito de ter-se formas qualitativas apropriadas da resposta ao pulso de informação. Para aproveitarmos esta característica do detector, estudamos a conformação do canal através da utilização de um código de pulsos adequado. Este novo pulso introduz uma amostra pré-cursora negativa no canal, favorecendo o desempenho do detector. Analisamos, também, o comportamento do detector frente a canais com duas amostras pré-cursoras.

1.3.4 Recuperador de Relógio

No capítulo 3 discutimos um mecanismo de recuperação de relógio baseado em funções de erro de fase. O objetivo do ajuste de fase é a redução da probabilidade de erro de decisão. Isto é conseguido com a minimização ou, se for o caso, maximização das funções de fase, que são tentativas de aproximações das curvas de probabilidade de erro. Estas funções de fase são construídas com estimativas de algumas amostras da resposta impulsiva do canal. A fase ótima de amostragem é obtida através da aplicação de

métodos de busca unidimensional sobre as funções, aproveitando a característica de unimodalidade das mesmas. Duas funções de fase são propostas e comparadas, usando-se o algoritmo de Fibonacci e de ajuste por quadráticas para maximizá-las. Os resultados de simulação apresentados comprovam que as funções e os métodos de busca unidimensional usados são bastante eficientes e de implementação bastante simples.

1.3.5 Equalização com Retropredição

O filtro de realimentação em conjunto com o detector proposto é suficiente para o tratamento de um canal com poucas amostras pré-cursoras. Quando existem várias pré-cursoras, o uso de um filtro auxiliar para equalizá-las pode trazer bons resultados. No capítulo 4 discutimos o uso de um filtro retropreditor com o objetivo de equalizar seletivamente estas amostras. Mostramos que o filtro retropreditor pode operar em conjunto com o filtro de realimentação, desde que a frente de subida do canal forme um canal de fase máxima. Canais que apresentem borda de subida monotônica apresentam esta característica desejada. Caso isto não ocorra, mostramos que o retropreditor não funciona adequadamente. Comparamos o desempenho do retropreditor com o filtro transversal, usado em conjunto com o filtro de realimentação. Esta última estrutura desempenha a mesma tarefa que o retropreditor, conforme observado no início desta seção. Através de simulações, concluímos que o desempenho das duas estruturas é praticamente equivalente, quando o canal apresenta borda de subida de fase máxima. Se a borda de subida não é de fase máxima, o filtro transversal apresenta desempenho superior, porém, nesta situação, mostramos que ambas as estruturas são superadas pelo equalizador formado apenas por filtro de realimentação (sem retropreditor ou filtro transversal).

Capítulo 2

Detecção

2.1 Introdução

O esquema de equalização proposto no primeiro capítulo, baseado em equalização com decisão realimentada elimina a interferência intersimbólica causada por amostras pós-cursoras da resposta impulsional do canal, a menos da propagação de erros pelo equalizador ou pequenos desajustes nas estimativas, como mostra a equação (1.8). Restam, porém, as parcelas referentes às amostras pré-cursoras, impossível de serem eliminadas por este equalizador. Um algoritmo de detecção que funcione adequadamente com tal equalizador, levando em conta as amostras da resposta impulsional não equalizadas, é o objetivo deste capítulo.

Na fig.2.1 classificamos alguns tipos de detectores de acordo com o uso das amostras da resposta impulsional do canal (ou de sua energia) [7].

O detector mais simples e bastante comum é o detector de limiar de cruzamento de zero. O sinal da amostra resultante da equalização determina o símbolo correspondente. Tal esquema, apesar da simplicidade, é bastante prejudicado pela presença de pré ou pós-cursoras no canal.

O algoritmo de Viterbi [8] apresenta as características de optimalidade e pode ser implementado por um algoritmo recursivo de minimização indireta da probabilidade de erro. Este algoritmo se utiliza das amostras da resposta impulsional do canal não equalizadas, sendo o número de estados proporcional ao número destas amostras, e, conseqüentemente, a sua complexidade.

Dado que os canais telefônicos estudados apresentam um número reduzido de pré-cursoras significativas (no máximo duas, onde geralmente só uma é não desprezível), o algoritmo proposto por Peters em [7] se mostra como uma boa alternativa aos esquemas de detecção citados acima.

O detector proposto neste trabalho é derivado do algoritmo proposto por Peters, sendo a sua maior qualidade a simplicidade de implementação e facilidade de análise, com desempenho equiparável àquele.

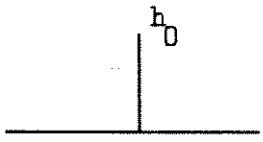
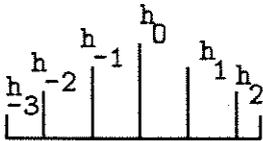
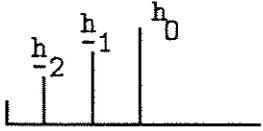
DETETOR	PRÉ-CURSORAS	h_0	PÓS-CURSORAS	AMOSTRAS DA RESPOSTA IMPULSIVA
DETETOR DE LIMIAR DE CRUZAMENTO DE ZERO	SÃO DISTÚRBIOS À DETEÇÃO	USADA PARA DETEÇÃO	SÃO ELIMINADAS	
DETETOR DE VITERBI	SÃO USADAS PARA DETEÇÃO			
DETETOR DE PETERS/ PROPOSTO	SÃO USADAS PARA DETEÇÃO		SÃO ELIMINADAS	

Figura 2.1: classificação de detectores de acordo com a energia do sinal utilizada

2.2 Detecção com Predição

Assumindo que a resposta impulsional do canal apresenta apenas uma amostra pré-cursora não desprezível e ainda que a identificação do canal é correta, o sinal resultante da equalização pelo filtro realimentado é dado por:

$$r_k = h_0 a_k + h_{-1} a_{k+1} + \rho_k + n_k \quad (2.1)$$

com

$$\rho_k = \sum_{i=1}^{N_f} h_i (a_{k-i} - \hat{a}_{k-i}) \quad (2.2)$$

A primeira parcela de r_k ($h_0 a_k$), contém a informação sobre o símbolo a ser detetado, e as parcelas restantes são perturbações à decisão (ruído branco, resíduos causados pela propagação de decisões erradas e interferência intersimbólica causada pela amostra pré-cursora).

O algoritmo proposto por Peters [7], chamado de decisão com predição, utiliza-se do conhecimento da estimativa de h_{-1} para efetuar a decisão, num processo de verificação de semelhança entre conjuntos de símbolos possíveis e o sinal disponível. O algoritmo é apresentado na fig.2.2.

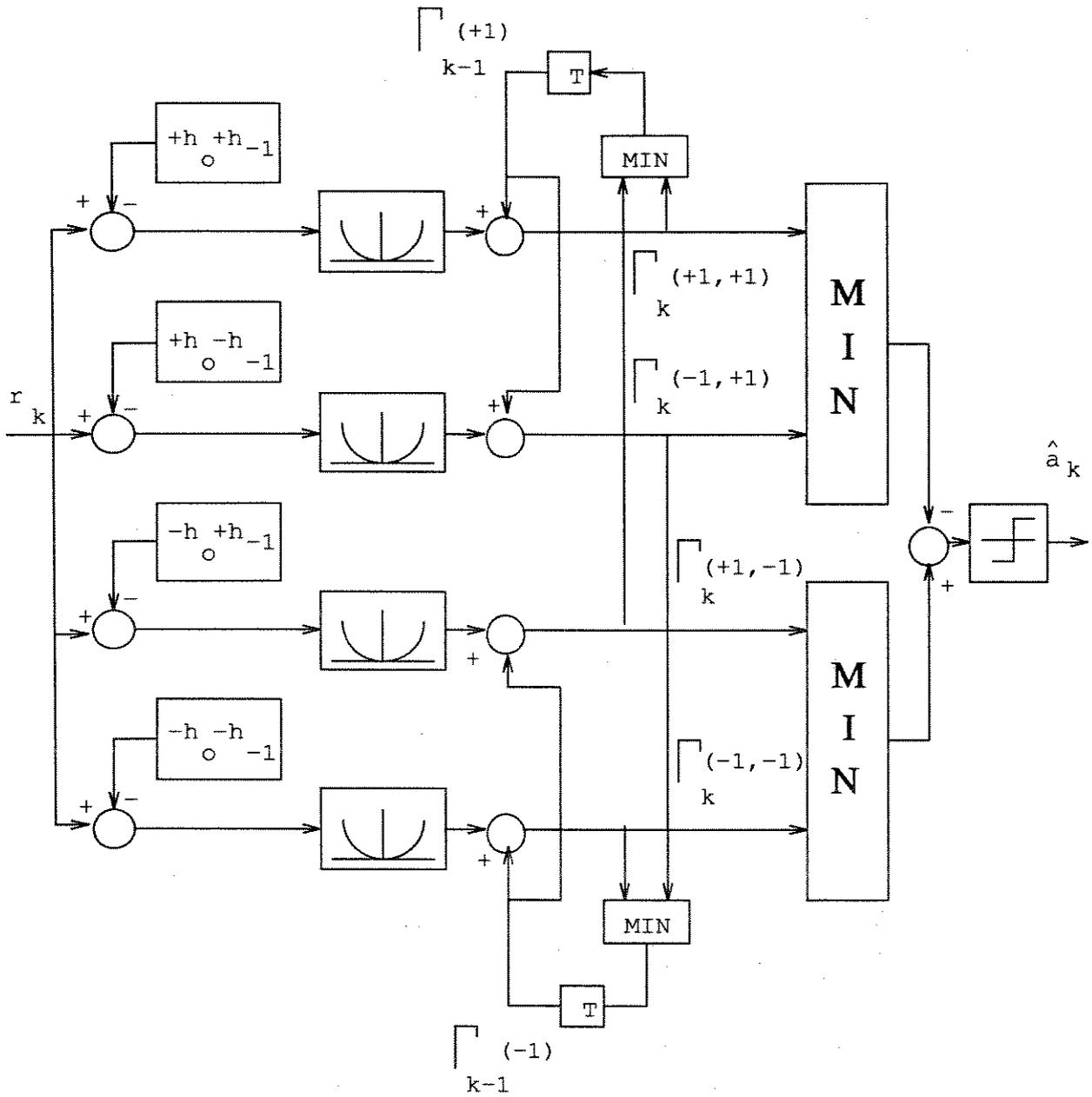


Figura 2.2: detecção com predição - algoritmo de Peters

Define-se:

$$s_k = a_{k+1}h_{-1} + a_k h_0, \quad k \geq 0 \quad (2.3)$$

A cada valor possível do conjunto $\{a_{k+1}, a_k\}$, que são $(+1, +1), (+1, -1), (-1, +1), (-1, -1)$ associamos um valor de s , ou estado:

$$s_1 = h_{-1} + h_0 \quad (2.4)$$

$$s_2 = -h_{-1} + h_0 \quad (2.5)$$

$$s_3 = h_{-1} - h_0 \quad (2.6)$$

$$s_4 = -h_{-1} - h_0 \quad (2.7)$$

Define-se num instante kT o custo associado a cada um dos estados acima como sendo a diferença quadrada entre o sinal r_k e os valores de s_i , acrescida da informação sobre a_k contida em r_{k-1} . Esta informação é traduzida na forma de realimentação dos custos mínimos associados a cada valor de a_k possível no instante $(k-1)T$. A minimização destes custos a cada instante determina o valor do símbolo estimado.

Assim, podemos escrever as equações que descrevem o algoritmo da fig.2.2 da seguinte forma, com $\Gamma(a_{k+1}, a_k)$ representando o custo associado ao conjunto (a_{k+1}, a_k) :

$$\Gamma_{k+1}(+1, +1) = \Gamma_k(+1) + (r_k - s_1)^2 \quad (2.8)$$

$$\Gamma_{k+1}(-1, +1) = \Gamma_k(+1) + (r_k - s_2)^2 \quad (2.9)$$

$$\Gamma_{k+1}(+1, -1) = \Gamma_k(-1) + (r_k - s_3)^2 \quad (2.10)$$

$$\Gamma_{k+1}(-1, -1) = \Gamma_k(-1) + (r_k - s_4)^2 \quad (2.11)$$

onde

$$\Gamma_k(+1) = \min\{\Gamma_k(+1, +1), \Gamma_k(+1, -1)\} \quad (2.12)$$

$$\Gamma_k(-1) = \min\{\Gamma_k(-1, -1), \Gamma_k(-1, +1)\} \quad (2.13)$$

As equações (2.12) e (2.13) são a contribuição de r_{k-1} à decisão no instante kT e são utilizadas para discriminar os custos associados a cada estado. Observe que estas equações são cumulativas. Assim, no instante kT os valores de $\Gamma_k(a_{k+1}, a_k)$ contém informações acumuladas dos custos $\Gamma_{k-1}(a_{k-1}), \Gamma_{k-2}(a_{k-2}), \dots, \Gamma_0(a_0)$.

A decisão sobre o símbolo atual é feita da seguinte forma:

$$\hat{a}_k = \text{sgn}\{\min\{\Gamma_k(+1, -1), \Gamma_k(-1, -1)\} - \min\{\Gamma_k(+1, +1), \Gamma_k(-1, +1)\}\} \quad (2.14)$$

Diferentemente do algoritmo de Viterbi [8], a decisão aqui é feita diretamente e não a posteriori.

O algoritmo proposto por Peters é uma estrutura essencialmente não linear e, portanto, de difícil análise. Em [7] não é apresentada uma análise detalhada do desempenho do algoritmo. As comparações que faremos nas seções seguintes restringir-se-ão ao campo das simulações.

2.3 Detector Proposto

Baseado no detector proposto por Peters, propomos um novo detector, de maior simplicidade e de fácil análise. Na fig.2.3 apresentamos a estrutura básica deste detector [23].

Em relação ao algoritmo de Peters propomos duas mudanças estruturais. A primeira consiste em se alterar a forma da realimentação dos custos referentes a iterações passadas. No algoritmo de Peters a realimentação é cumulativa, guardando informações dos custos desde a primeira iteração, vide (2.8) a (2.11). Quando um erro é realizado o seu efeito nos custos é percebido durante todo o processo de operação. Além disso deve-se periodicamente normalizar os valores dos custos para que não haja divergência e polarização. Na nova versão não há realimentação nesta forma. Soma-se aos custos atuais (representadas pelo erro quadrático entre r_k e os s_i) a diferença entre os custos associados aos pares (s_1, s_2) e (s_3, s_4) da iteração imediatamente anterior, exclusivamente. Isto é visto com mais clareza na fig.2.3.

A segunda mudança reside no fato de que a cada iteração apenas uma das diferenças de custos calculada no instante anterior é somada aos custos atuais, de acordo com o valor do último símbolo estimado. Isto é representado na fig.2.3 pelas diferenças $(r_{k-1} - s_1)^2 - (r_{k-1} - s_2)^2$ e $(r_{k-1} - s_4)^2 - (r_{k-1} - s_3)^2$, com as chaves controladas por \hat{a}_{k-1} . Estas chaves estão em estados complementares.

O objetivo das mudanças propostas é aumentar a discriminação entre os valores dos custos associados a cada combinação de símbolos.

O algoritmo funciona da seguinte forma: supondo que no instante $(k-1)T$ o símbolo decidido foi $\hat{a}_{k-1} = +1$ e que esta decisão esteja correta, então a sequência $\{a_k, a_{k-1}\}$ deve ser uma das duas seguintes: $\{(+1, +1), (-1, +1)\}$. Desta forma, no instante kT deve-se somar $|(r_{k-1} - s_1)^2 - (r_{k-1} - s_2)^2|$ aos valores de $(r_k - s_1)^2$ e $(r_k - s_2)^2$ ou a $(r_k - s_3)^2$ e $(r_k - s_4)^2$. Se $(r_{k-1} - s_1)^2 - (r_{k-1} - s_2)^2$ é positivo, isto indica que o custo associado a $\hat{a}_k = -1$ é menor, e, portanto, para discriminar esta diferença soma-se $|(r_{k-1} - s_1)^2 - (r_{k-1} - s_2)^2|$ a $(r_k - s_1)^2$ e $(r_k - s_2)^2$, atribuindo-lhes peso maior. Por outro lado, se $(r_{k-1} - s_1)^2 - (r_{k-1} - s_2)^2$ é negativo, isto indica que o custo associado a $\hat{a}_k = +1$ é menor e, portanto,

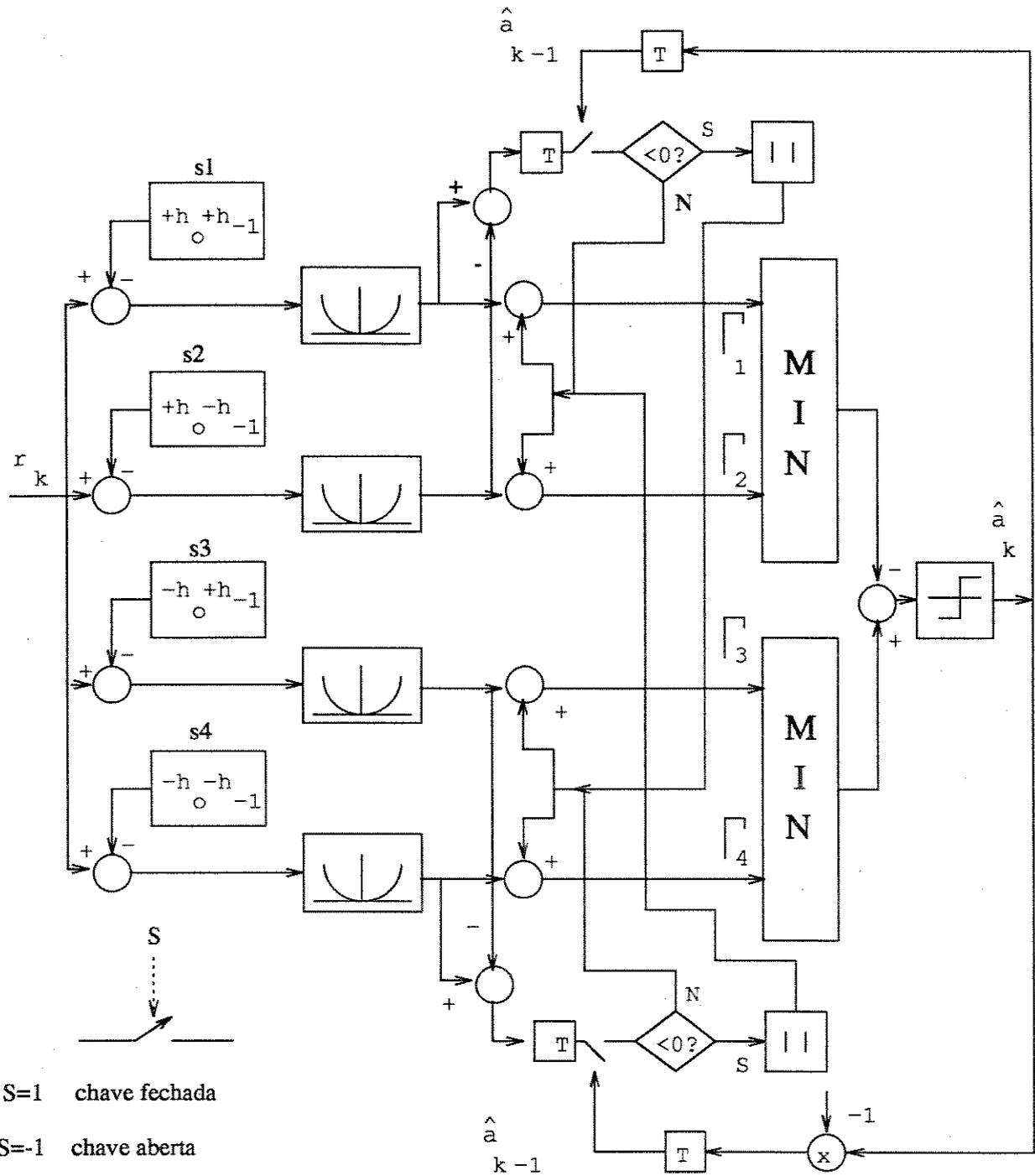


Figura 2.3: detector proposto

deve-se somar $|(r_{k-1} - s_1)^2 - (r_{k-1} - s_2)^2|$ a $(r_k - s_3)^2$ e $(r_k - s_4)^2$ e a $(r_k - s_1)^2$ e $(r_k - s_2)^2$ não se acrescenta peso algum. O mesmo raciocínio se aplica ao caso em que $\hat{a}_{k-1} = -1$.

Substituindo as operações de minimização e chaveamento da fig.2.3 por modelos algébricos, podemos redesenhá-la conforme a fig.2.4.

Da fig.2.4 podemos escrever as seguintes expressões para o detector proposto:

$$\begin{aligned} \Gamma_1(k) &= (r_k - s_1)^2 + \\ &\quad \{1 + \text{sgn} [(r_{k-1} - s_1)^2 - (r_{k-1} - s_2)^2]\} |(r_{k-1} - s_1)^2 - (r_{k-1} - s_2)^2| \frac{(1 + \hat{a}_{k-1})}{4} + \\ &\quad \{1 - \text{sgn} [(r_{k-1} - s_4)^2 - (r_{k-1} - s_3)^2]\} |(r_{k-1} - s_4)^2 - (r_{k-1} - s_3)^2| \frac{(1 - \hat{a}_{k-1})}{4} \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\Gamma_2(k) = \Gamma_1(k) + (r_k - s_2)^2 - (r_k - s_1)^2 \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_3(k) &= (r_k - s_3)^2 + \\ &\quad \{1 - \text{sgn} [(r_{k-1} - s_1)^2 - (r_{k-1} - s_2)^2]\} |(r_{k-1} - s_1)^2 - (r_{k-1} - s_2)^2| \frac{(1 + \hat{a}_{k-1})}{4} + \\ &\quad \{1 + \text{sgn} [(r_{k-1} - s_4)^2 - (r_{k-1} - s_3)^2]\} |(r_{k-1} - s_4)^2 - (r_{k-1} - s_3)^2| \frac{(1 - \hat{a}_{k-1})}{4} \end{aligned} \quad (2.17)$$

$$\Gamma_4(k) = \Gamma_3(k) + (r_k - s_4)^2 - (r_k - s_3)^2 \quad (2.18)$$

O símbolo no instante kT é estimado da seguinte forma:

$$\hat{a}_k = \text{sgn} \{ \Gamma_3(k) - \Gamma_1(k) + \Gamma_4(k) - \Gamma_2(k) \} \quad (2.19)$$

Substituindo as expressões (2.4)-(2.7) em (2.15)-(2.18) e utilizando o fato de que $\text{sgn}(x) = \frac{x}{|x|}$; $x \neq 0$, podemos reduzir expressão (2.19) à forma seguinte:

$$\hat{a}_k = \text{sgn} \{ r_k h_0 + h_{-1} (r_{k-1} - h_0 \hat{a}_{k-1}) \} \quad (2.20)$$

A expressão (2.20) reduz o algoritmo da fig.2.4 a uma forma recursiva bastante simples e de fácil análise. Temos agora a estrutura representada na fig. 2.5. A presença do parâmetro γ explica-se da seguinte maneira: dado a presença de uma realimentação, podemos introduzir uma variável de ganho na mesma, de forma que o seu peso sobre a decisão possa ser escolhido de acordo com algum critério a ser definido e, que venha a melhorar o desempenho do detector. Com um ganho γ , a expressão (2.20) é reescrita, chegando-se à forma final do detector:

$$\begin{aligned} \hat{a}_k &= \text{sgn} \{ r_k h_0 + \gamma h_{-1} (r_{k-1} - h_0 \hat{a}_{k-1}) \} \\ &= \text{sgn}(\Gamma_k) \end{aligned} \quad (2.21)$$

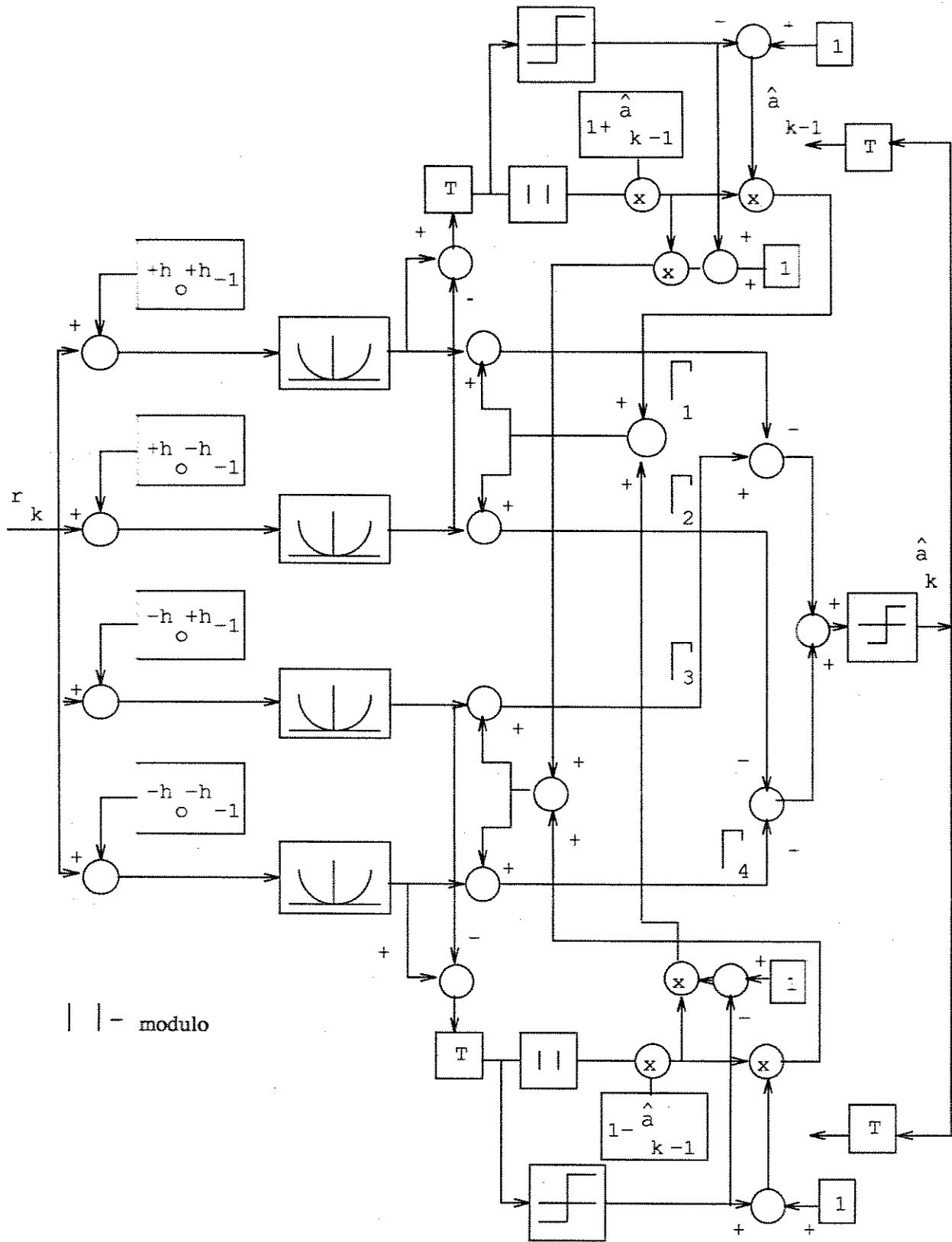


Figura 2.4: detector propuesto rearranjado

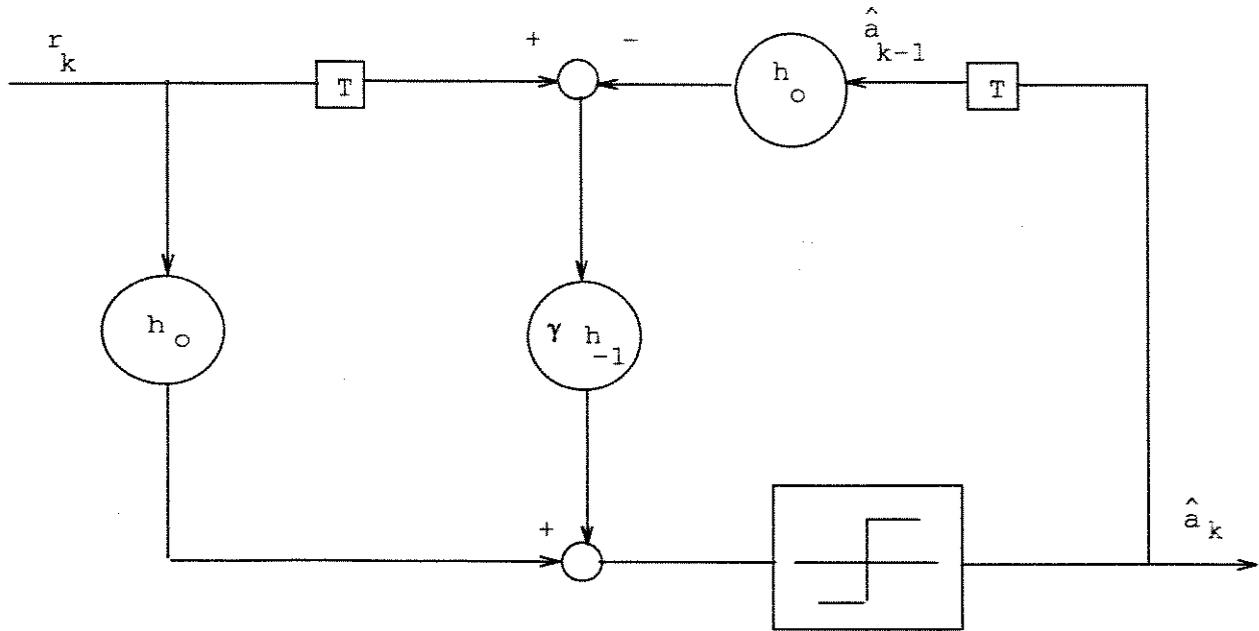


Figura 2.5: detector proposto sob a forma de filtro

Portanto, a decisão sobre o símbolo a_k depende da amostra pré-cursora estimada, da amostra do sinal equalizado no instante $(k-1)T$ e do símbolo estimado naquele instante. Observe que se a pré-cursora for zero o detector se transforma em um detector de limiar de cruzamento de zero.

2.4 Análise do Detector Proposto

Nesta seção analisaremos o detector proposto, desenvolvendo expressões para a probabilidade de erro de decisão.

A probabilidade de erro de decisão num instante kT é dada por:

$$Pr(e) = Pr(\hat{a}_k = +1 | a_k = -1)Pr(a_k = -1) + Pr(\hat{a}_k = -1 | a_k = +1)Pr(a_k = +1) \quad (2.22)$$

Para avaliarmos a expressão acima, escrevemos Γ_k conforme a expressão (2.21):

$$\Gamma_k = r_k h_0 + \gamma h_{-1} (r_{k-1} - h_0 \hat{a}_{k-1}) \quad (2.23)$$

Substituindo as expressões (2.1) e (2.2) na equação acima e supondo que as estimativas de h_i são corretas ($\hat{h}_i = h_i$), teremos:

$$\Gamma_k = (h_0^2 + \gamma h_{-1}^2) a_k + h_0 h_{-1} a_{k+1} + n_k h_0 + \gamma n_{k-1} h_{-1} +$$

$$\sum_{i=1}^{N_f+1} (h_0 h_i + \gamma h_{-1} h_{i-1})(a_{k-i} - \hat{a}_{k-i}) \quad (2.24)$$

com $h_{N_f+1} = 0$. O cálculo da probabilidade de erro levando-se em conta os resíduos resultantes da realimentação de decisões erradas no equalizador é complexo, à medida de que não dispomos da distribuição de probabilidade dos mesmos. Nesta seção nos limitaremos ao cálculo da probabilidade de erro supondo que não haja erros de decisão se propagando, e na seção 2.5 abordaremos este assunto.

Considerando que não haja propagação, o termo envolvendo o somatório na expressão (2.24) é descartado, ou seja:

$$\sum_{i=1}^{N_f+1} (h_0 h_i + \gamma h_{-1} h_{i-1})(a_{k-i} - \hat{a}_{k-i}) = 0 \quad (2.25)$$

O termo envolvendo a_k na expressão (2.24) contém a informação desejada e os demais termos são perturbações à decisão, aos quais associaremos a variável aleatória ν . Reescrevendo Γ_k :

$$\Gamma_k(\text{resíduo nulo}) = (h_0^2 + \gamma h_{-1}^2) a_k + \nu_k \quad (2.26)$$

sendo

$$\nu_k = h_0 h_{-1} a_{k+1} + n_k h_0 + \gamma n_{k-1} h_{-1} \quad (2.27)$$

Tomando $Pr(a_k = -1) = Pr(a_k = +1) = \frac{1}{2}$, a expressão (2.22) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$Pr(e) = \frac{1}{2} Pr(\nu_k > h_0^2 + \gamma h_{-1}^2) + \frac{1}{2} Pr(\nu_k < -h_0^2 - \gamma h_{-1}^2) \quad (2.28)$$

A função densidade de probabilidade da variável aleatória ν é dada a seguir, levando em conta que a_{k+1} , n_k e n_{k-1} são independentes entre si.

$$p_\nu(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi(h_{-1}^2\gamma^2 + h_0^2)}\sigma_n} \left\{ \exp\left[\frac{-(x - h_{-1}h_0)^2}{2(h_{-1}^2\gamma^2 + h_0^2)\sigma_n^2}\right] + \exp\left[\frac{-(x + h_{-1}h_0)^2}{2(h_{-1}^2\gamma^2 + h_0^2)\sigma_n^2}\right] \right\} \quad (2.29)$$

A expressão acima corresponde à sobreposição de duas distribuições gaussianas com $E[\nu] = 0$, pois a distribuição é simétrica em torno de zero. Com isso a expressão (2.28) é expressa de forma mais simples por:

$$Pr(e) = 2Pr(\nu_k > h_0^2 + \gamma h_{-1}^2) \quad (2.30)$$

Avaliando a expressão (2.30) obtemos a expressão final de probabilidade de erro:

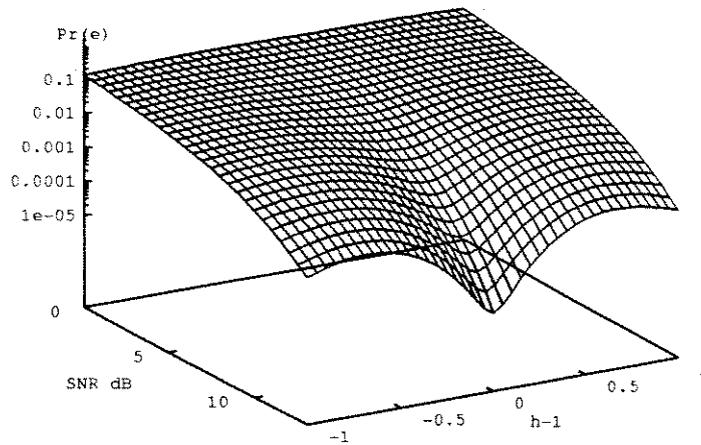


Figura 2.6: $Pr(e)$ do detector proposto: $\gamma = 1; h_0 = 1$

$$Pr(e) = \frac{1}{2} \left\{ Q \left[\frac{h_{-1}^2 \gamma + h_0^2 - h_{-1} h_0}{\sigma_n \sqrt{h_{-1}^2 \gamma^2 + h_0^2}} \right] + Q \left[\frac{h_{-1}^2 \gamma + h_0^2 + h_{-1} h_0}{\sigma_n \sqrt{h_{-1}^2 \gamma^2 + h_0^2}} \right] \right\} \quad (2.31)$$

com

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (2.32)$$

A expressão (2.31) apresenta o comportamento indicado pela superfície da fig.2.6, onde variou-se h_{-1} e a relação sinal-ruído, tomando $h_0 = 1$ e $\gamma = 1$. Definimos a relação sinal-ruído pela relação de potência do sinal útil à decisão e a potência do ruído: $SNR = \frac{h_0^2}{\sigma_n^2}$.

A expressão de probabilidade de erro para o detector de limiar de cruzamento de zero é dada a seguir [9], e representada na fig.2.7 onde comparamos o desempenho dos dois detectores.

$$Pr(e)_{limiar} = \frac{1}{2} \left\{ Q \left[\frac{(h_0 - h_{-1})}{\sigma_n} \right] + Q \left[\frac{(h_0 + h_{-1})}{\sigma_n} \right] \right\} \quad (2.33)$$

Observamos que a probabilidade de erro para o detector proposto não é sempre crescente com $|h_{-1}|$ como ocorre com o detector de limiar de cruzamento de zero e, a menos do ponto onde $h_{-1} = 0$, o seu desempenho é sempre superior.

Este comportamento em relação ao valor da pré-cursora (menor sensibilidade à sua variação) é um dado importante para o detector proposto quando o objetivo é o funcionamento conjunto com um recuperador de relógio. No caso do detector de limiar de cruzamento de zero valores grandes de h_{-1} podem significar

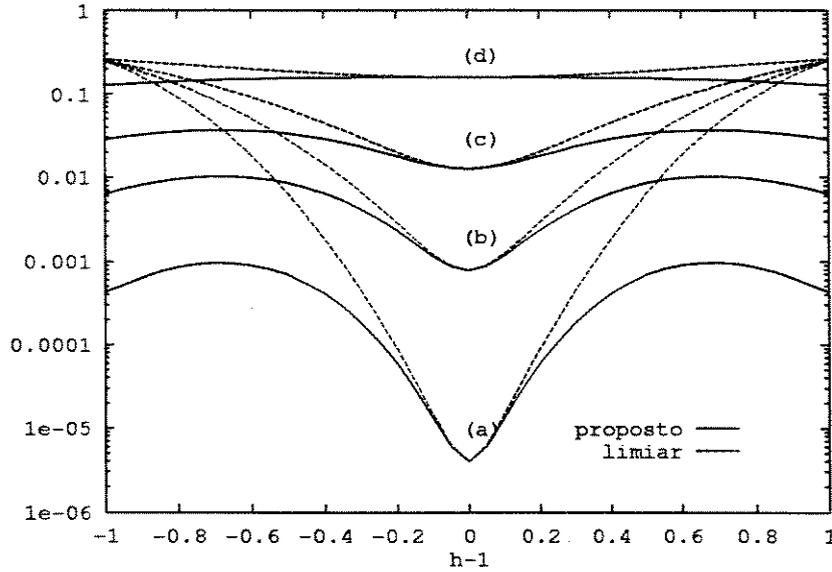


Figura 2.7: $Pr(e)$: detector proposto versus detector de limiar de cruzamento de zero - $\gamma = 1; h_0 = 1$ - SNR: (a) 13 dB; (b) 10 dB; (c) 7 dB; (d) 0 dB

um desempenho catastrófico do detector. Além disso, o ajuste de fase é mais crítico e deve exigir ajustes mais complexos e exatos, à medida que o valor de h_{-1} é fundamental. Para o detector proposto, a taxa de variação da $Pr(e)$ com h_{-1} é mais suave, permitindo regiões de operação adequada mais amplas, principalmente quando o valor da pré-cursora é grande e não há possibilidade de reduzi-lo por um ajuste de fase adequado, sem que com isso a relação sinal-ruído seja comprometida de forma significativa.

O ganho de realimentação γ pode ser escolhido de maneira a otimizar o algoritmo de detecção proposto, obtendo-se resultados superiores aos mostrados na fig.2.7. Para cada conjunto de valores de h_{-1} e SNR deve existir um valor de γ que minimize a probabilidade de erro para aquele ponto.

Seja a probabilidade de erro função dos seguintes parâmetros:

$$Pr(e) = f(\gamma, h_{-1}, SNR) \quad (2.34)$$

Deseja-se obter $\inf_{\gamma} Pr(e)$, tomando γ uma outra função dos parâmetros acima, tal que:

$$\gamma^* = g(h_{-1}, SNR) = \arg \{ \inf_{\gamma} Pr(e) \} \quad (2.35)$$

Determinar esta função $g(\cdot)$ analiticamente é uma tarefa difícil, senão impossível, dada a dificuldade em se isolar γ que zere a derivada da expressão (2.31) (supondo ainda que ela fosse convexa). Desta forma partimos para uma solução numérica aproximada.

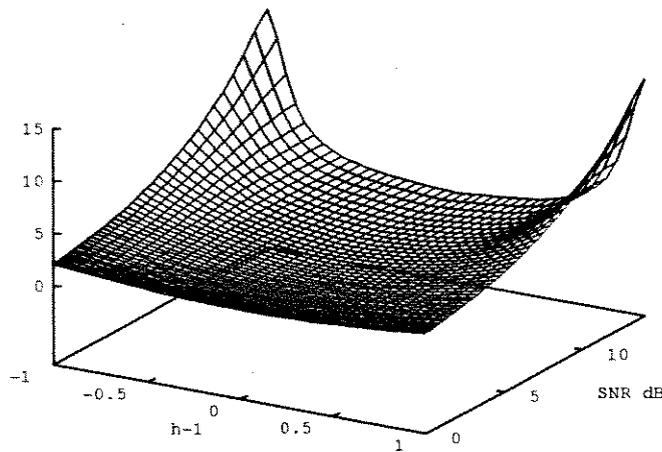


Figura 2.8: γ ótimo

A superfície da fig.2.8 a seguir é solução numérica para a equação (2.35), tomando-se $h_0 = 1$.

Uma aproximação para esta superfície é conseguida com a equação seguinte, obtida por interpolação:

$$\gamma^* \cong \exp \left\{ -(2.1366 \sigma_n^2 - 4.7813 \sigma_n + 3.4309) |h_{-1}|^{\frac{3}{2}} \right\} \quad (2.36)$$

A expressão acima apresenta erros maiores de aproximação para valores de σ_n pequenos, ou seja, para altas relações sinal-ruído. Dentro do intervalo adotado para o cálculo da superfície na fig.2.8 obtém-se erros de aproximação inferiores a 12%.

A expressão (2.36), apesar de estar próxima do valor ideal de γ , não é de utilidade prática por dois motivos: primeiro, sua implementação exige um esforço considerável de cálculo e, segundo, valores grandes de γ podem levar a um aumento significativo do valor dos resíduos provenientes da propagação de erros, na medida em que o termo envolvendo γ no somatório da expressão (2.24) se torna majoritário.

Um valor de γ constante e que mantenha os ganhos obtidos para a maioria dos casos pode ser encontrado. Ao traçarmos as curvas da probabilidade de erro em função de γ , fixando-se h_{-1} e SNR observamos que o valor mínimo da probabilidade de erro obtida com γ ótimo se aproxima muito dos valores obtidos para $\gamma = 2$, como pode ser visto na fig.2.9 para diferentes conjuntos de h_{-1}, σ_n , com $h_0 = 1$. Podemos concluir que o ganho em termos de probabilidade de erro obtido com o valor ótimo não é significativamente superior ao obtido para $\gamma = 2$.

Finalmente, na fig.2.10 traçamos novamente as curvas de probabilidade de erro do detector proposto para $\gamma = 2$, comparado com as curvas para γ da expressão (2.36) e para $\gamma = 1$. Verifica-se que a adoção

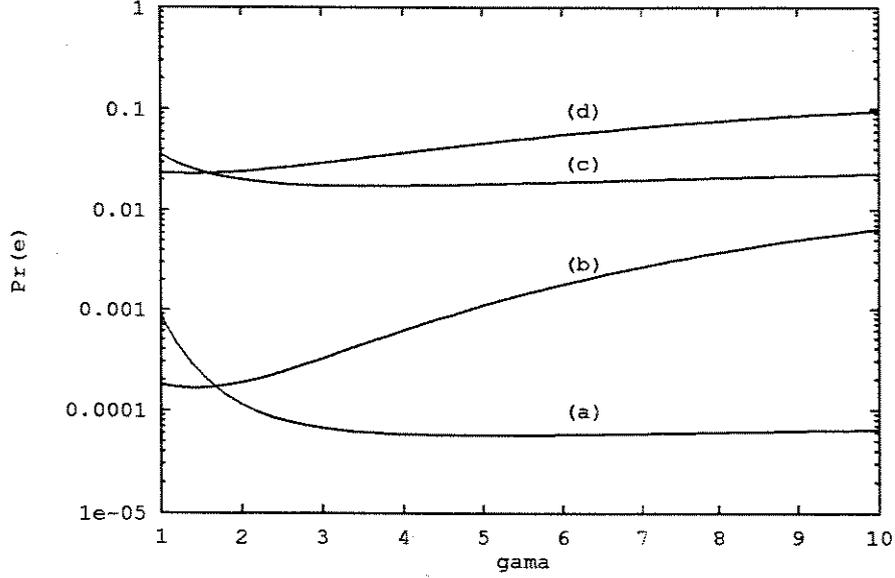


Figura 2.9: Probabilidade de erro em função de γ : (a) $h_{-1} = 0.3$; $SNR = 13$ dB; (b) $h_{-1} = 0.3$; $SNR = 7$ dB; (c) $h_{-1} = 0.8$; $SNR = 13$ dB; (d) $h_{-1} = 0.8$; $SNR = 7$ dB;

de $\gamma > 1$ implica em melhoras significativas no desempenho do detector, principalmente para a região em que $|h_{-1}|$ é grande ($|h_{-1}| > 0.8$).

Daqui para frente adotaremos $\gamma = 2$ e o detector é reescrito da seguinte forma:

$$\hat{a}_k = \text{sgn}\{r_k h_0 + 2h_{-1}(r_{k-1} - h_0 \hat{a}_{k-1})\} \quad (2.37)$$

2.5 Efeitos da Propagação de Erros de Decisão

Na seção anterior preocupamo-nos com a análise do detector proposto supondo que não ocorresse a propagação de erros, e desta forma, não existiriam resíduos, ou seja:

$$\rho_k = \sum_{i=1}^{N_f} h_i (a_{k-i} - \hat{a}_{k-i}) = 0, \quad \forall k \quad (2.38)$$

Esta aproximação é válida para relações sinal-ruído altas e identificação eficiente do canal, quando a taxa de erros é bastante reduzida e, portanto, os efeitos da propagação de erro são mínimos.

O efeito da propagação de erro, porém, não pode ser descartado, dado a natureza do equalizador com decisão realimentada. Um erro de decisão influencia as decisões futuras, durante todo tempo que leva para se propagar pelo equalizador, sendo mais danoso quando da convolução com os coeficientes

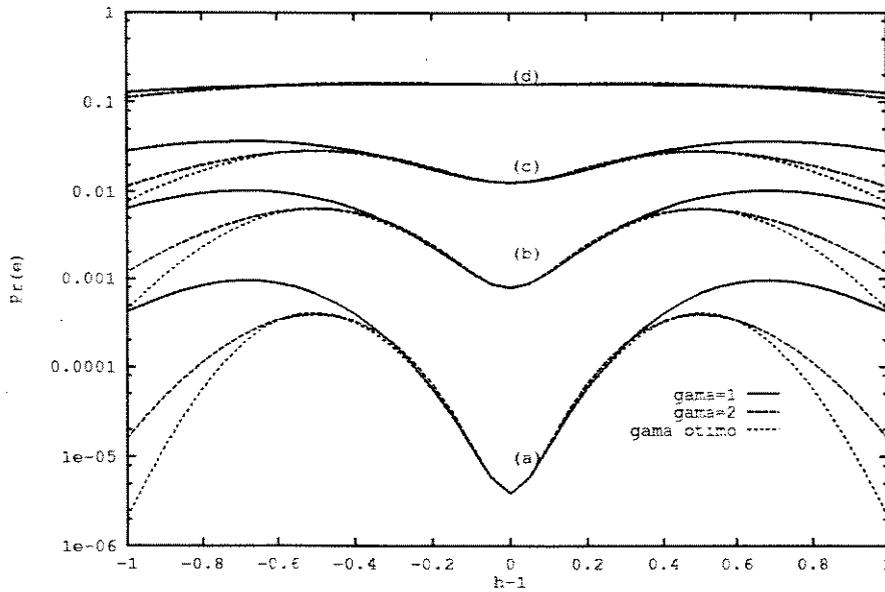


Figura 2.10: Probabilidade de erro teórica para o detector proposto - SNR : (a) 13 dB; (b) 10 dB; (c) 7 dB; (d) 0 dB

de maior amplitude do equalizador (geralmente os primeiros). Portanto, um erro em um dado instante eleva a probabilidade de um novo erro ocorrer logo em seguida. Este efeito não é, porém, catastrófico, conforme observa Qureshi em [4], ocorrendo em "rajadas" de duração pequena em relação ao tamanho da transmissão em situações de relação sinal-ruído adequadas.

Analisar os efeitos da propagação de erros sobre a probabilidade de erros de decisão não é uma tarefa fácil e resultados exatos não foram ainda conseguidos. Na literatura existem exemplos deste tipo de análise [10],[11], onde aproximações de grande monta são adotadas. Nestes trabalhos chega-se a limitantes superiores e inferiores para a probabilidade de erro, com validade restrita a situações de relações sinal-ruído altas.

A dificuldade de cálculo vem basicamente do fato de não dispormos da distribuição de probabilidade dos resíduos.

No presente trabalho nos limitaremos a uma abordagem inicial com o objetivo de prever o comportamento aproximado do detector proposto quando há alguma realimentação de erro. Esta questão será também observada posteriormente através de simulação.

Imaginando inicialmente um canal hipotético que seja representado apenas por duas amostras, h_{-1} e h_0 e as demais nulas, podemos reescrever a equação (2.24) do detector da seguinte forma, considerando a realimentação de erros ($N_f = 0$ para este caso):

$$\hat{a}_k = \text{sgn}\{\Gamma_k\} = \text{sgn}\{(h_0^2 + \gamma h_{-1}^2)a_k + \nu_k^0\} \quad (2.39)$$

onde

$$\nu_k^0 = \nu_{k_0} + \nu_{k_1} \quad (2.40)$$

e ν_{k_0} e ν_{k_1} são tais que

$$\nu_{k_0} = h_0 h_{-1} a_{k+1} + n_k h_0 + \gamma n_{k-1} h_{-1} \quad (2.41)$$

$$\nu_{k_1} = \gamma h_{-1} h_0 e_{k-1} \quad (2.42)$$

com e_{k-1} dado por

$$e_{k-1} = a_{k-1} - \hat{a}_{k-1} \quad (2.43)$$

O termo de ruído presente na decisão é formado pelos termos de ruído considerados até a seção 2.4 (ν_{k_0}), que não levam em conta a propagação de erro, e um termo novo, resultante da propagação de um erro. Este novo termo, ν_{k_1} , depende estatisticamente da amostra de n_{k-1} , presente também na equação (2.41) e, portanto, o cálculo da probabilidade de erro envolverá probabilidade condicional. Podemos, porém, assumindo um certo erro de aproximação, supor que estas variáveis (e_{k-1}, n_{k-1}) são independentes. A função de distribuição da variável ν_{k_1} discreta, dado que $Pr(e_k) = Pr(e_{k-1})$ em regime (assumindo estacionariedade) seria dada por:

$$p_{\nu_{k_1}}(x) = \frac{Pr(e)}{2} \delta(x - 2\gamma h_{-1} h_0) + \frac{Pr(e)}{2} \delta(x + 2\gamma h_{-1} h_0) + (1 - Pr(e)) \delta(x) \quad (2.44)$$

e, assumindo-se ν_{k_1} independente de ν_{k_0} teremos:

$$p_{\nu_k^0}(x) = p_{\nu_{k_0}}(x) * p_{\nu_{k_1}}(x) \quad (2.45)$$

$p_{\nu_{k_0}}(x)$ dado pela expressão (2.29) e $*$ denotando a convolução. Sendo a probabilidade de erro sem realimentação de erros dada por:

$$Pr^{(0)}(e) = \frac{1}{2} \left\{ Q \left[\frac{h_{-1}^2 \gamma + h_0^2 - h_{-1} h_0}{\sqrt{h_{-1}^2 \gamma^2 + h_0^2 \sigma_n}} \right] + Q \left[\frac{h_{-1}^2 \gamma + h_0^2 + h_{-1} h_0}{\sqrt{h_{-1}^2 \gamma^2 + h_0^2 \sigma_n}} \right] \right\} \quad (2.46)$$

e efetuando-se a convolução de (2.29) com (2.44) chegamos a uma aproximação para a probabilidade de erro considerando a propagação de um erro de decisão:

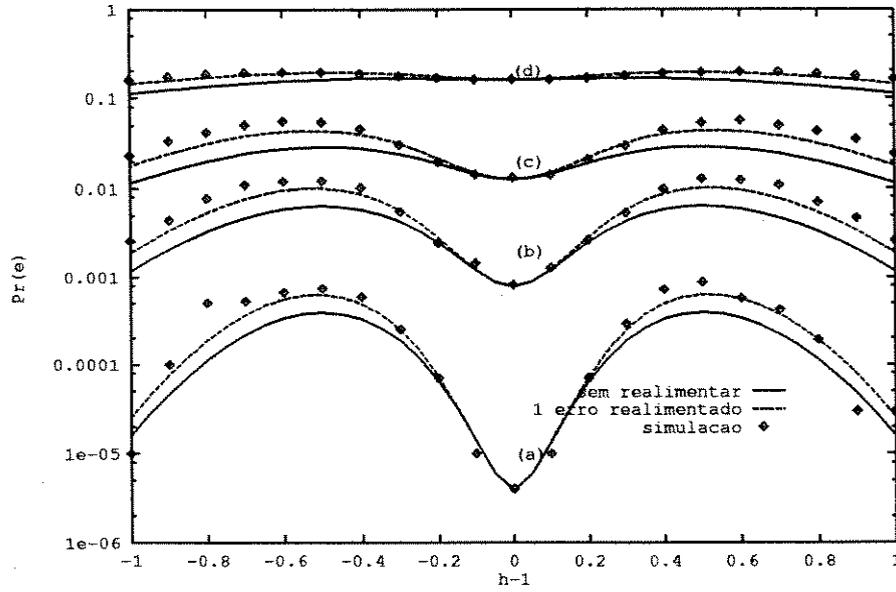


Figura 2.11: Probabilidade de erro aproximada, com um erro realimentado - SNR : (a) 13 dB; (b) 10 dB; (c) 7 dB; (d) 0 dB

$$Pr^{(1)}(e) \simeq \frac{Pr^{(0)}(e)}{1 + Pr^{(0)}(e) - P} \quad (2.47)$$

$$P = \frac{1}{4}Q \left[\frac{h_{-1}^2 \gamma + h_0^2 - h_{-1} h_0 (1 - 2\gamma)}{\sqrt{h_{-1}^2 \gamma^2 + h_0^2 \sigma_n}} \right] + \frac{1}{4}Q \left[\frac{h_{-1}^2 \gamma + h_0^2 - h_{-1} h_0 (1 + 2\gamma)}{\sqrt{h_{-1}^2 \gamma^2 + h_0^2 \sigma_n}} \right] + \frac{1}{4}Q \left[\frac{h_{-1}^2 \gamma + h_0^2 + h_{-1} h_0 (1 - 2\gamma)}{\sqrt{h_{-1}^2 \gamma^2 + h_0^2 \sigma_n}} \right] + \frac{1}{4}Q \left[\frac{h_{-1}^2 \gamma + h_0^2 + h_{-1} h_0 (1 + 2\gamma)}{\sqrt{h_{-1}^2 \gamma^2 + h_0^2 \sigma_n}} \right] \quad (2.48)$$

Na fig. 2.11 avaliamos a expressão anterior sobreposta à curva obtida com a expressão (2.31) com $\gamma = 2$ e $h_0 = 1$. A figura apresenta também resultados de simulação para um canal com duas amostras apenas, onde variamos a amplitude da pré-cursora.

As curvas referentes à aproximação obtida na expressão (2.48) são uma aproximação melhor para a probabilidade de erro, tomando-se como referência a média das taxas de símbolos errados obtidos por simulação.

Agora, numa segunda aproximação, consideramos um canal hipotético composto por três amostras: $h = [h_{-1}, h_0, h_1]$. Novamente vamos supor a independência dos dois erros realimentados, entre si, e com relação às amostras de ruído. Com $N_f = 1$ a equação (2.24) nos fornece:

$$\hat{a}_k = \text{sgn}\{\Gamma_k\} = \text{sgn}\{(h_0^2 + \gamma h_{-1}^2)a_k + \nu_k^1\} \quad (2.49)$$

onde

$$\nu_k^1 = \nu_{k_0} + \nu_{k_1} + \nu_{k_2} \quad (2.50)$$

com os seguintes termos:

$$\nu_{k_1} = (h_0 h_1 + \gamma h_{-1} h_0) e_{k-1} \quad (2.51)$$

$$\nu_{k_2} = h_{-1} h_1 e_{k-2} \quad (2.52)$$

com

$$e_{k-2} = a_{k-2} - \hat{a}_{k-2} \quad (2.53)$$

e com ν_{k_0} dado por (2.41).

Supondo a independência entre ν_{k_0} , ν_{k_1} , ν_{k_2} a densidade de probabilidade de ν_k^1 será dada por:

$$p_{\nu_k^1}(x) = p_{\nu_{k_0}}(x) * p_{\nu_{k_1}}(x) * p_{\nu_{k_2}}(x) \quad (2.54)$$

Com $Pr(e_k) = Pr(e_{k-1}) = Pr(e_{k-2})$ em regime, temos que:

$$p_{\nu_{k_1}}(x) = \frac{Pr(\epsilon)}{2} \delta(x - 2h_0 h_1 - 2\gamma h_{-1} h_0) + \frac{Pr(\epsilon)}{2} \delta(x + 2h_0 h_1 + 2\gamma h_{-1} h_0) + (1 - Pr(\epsilon)) \delta(x) \quad (2.55)$$

$$p_{\nu_{k_2}}(x) = \frac{Pr(\epsilon)}{2} \delta(x - 2\gamma h_{-1} h_1) + \frac{Pr(\epsilon)}{2} \delta(x + 2\gamma h_{-1} h_1) + (1 - Pr(\epsilon)) \delta(x) \quad (2.56)$$

A expressão obtida avaliando-se (2.54) é um polinômio de segunda ordem da $Pr(\epsilon)$. As raízes deste polinômio, reais positivas e menores ou iguais a um, fornecem os valores da probabilidade de erro. Definindo-se:

$$X = \gamma h_{-1}^2 + h_0^2 \quad (2.57)$$

$$Y = \sigma_n \sqrt{\gamma^2 h_{-1}^2 + h_0^2} \quad (2.58)$$

a expressão de probabilidade é dada por:

$$\begin{aligned}
Pr^{(2)}(e)^2 & \left\{ \frac{1}{4}Q \left[\frac{X - 2h_0h_1 - (1+2\gamma)h_{-1}h_0 + 2h_{-1}h_1}{Y} \right] + \right. \\
& \frac{1}{4}Q \left[\frac{X - 2h_0h_1 - (1+2\gamma)h_{-1}h_0 - 2h_{-1}h_1}{Y} \right] - \\
& \frac{1}{2}Q \left[\frac{X - 2h_0h_1 - (1+2\gamma)h_{-1}h_0}{Y} \right] + \frac{1}{4}Q \left[\frac{X + 2h_0h_1 + (-1+2\gamma)h_{-1}h_0 - 2h_{-1}h_1}{Y} \right] + \\
& \frac{1}{4}Q \left[\frac{X + 2h_0h_1 + (-1+2\gamma)h_{-1}h_0 + 2h_{-1}h_1}{Y} \right] - \frac{1}{2}Q \left[\frac{X + 2h_0h_1 + (-1+2\gamma)h_{-1}h_0}{Y} \right] + \\
& Q \left[\frac{X - h_{-1}h_0}{Y} \right] - \frac{1}{2}Q \left[\frac{X - 2h_0h_1 - h_{-1}h_0}{Y} \right] + \\
& \frac{1}{4}Q \left[\frac{X - 2h_0h_1 - (-1+2\gamma)h_{-1}h_0 - 2h_{-1}h_1}{Y} \right] + \\
& \frac{1}{4}Q \left[\frac{X - 2h_0h_1 - (-1+2\gamma)h_{-1}h_0 + 2h_{-1}h_1}{Y} \right] - \frac{1}{2}Q \left[\frac{X + h_0h_1 - 2h_{-1}h_1}{Y} \right] - \\
& \frac{1}{2}Q \left[\frac{X - 2h_0h_1 - (-1+2\gamma)h_{-1}h_0}{Y} \right] + \frac{1}{4}Q \left[\frac{X + 2h_0h_1 + (1+2\gamma)h_{-1}h_0 - 2h_{-1}h_1}{Y} \right] + \\
& \frac{1}{4}Q \left[\frac{X + 2h_0h_1 + (1+2\gamma)h_{-1}h_0 + 2h_{-1}h_1}{Y} \right] - \frac{1}{2}Q \left[\frac{X + 2h_0h_1 + (1+2\gamma)h_{-1}h_0}{Y} \right] - \\
& \left. \frac{1}{4}Q \left[\frac{X + h_{-1}h_0 + 2h_{-1}h_1}{Y} \right] - \frac{1}{2}Q \left[\frac{X + 2h_0h_1 - h_{-1}h_0}{Y} \right] + Q \left[\frac{X + h_0h_1}{Y} \right] \right\} + \\
Pr^{(2)}(e) & \left\{ -2 + \frac{1}{2}Q \left[\frac{X - 2h_0h_1 - (1+2\gamma)h_{-1}h_0}{Y} \right] + \frac{1}{2}Q \left[\frac{X + 2h_0h_1 + (-1+2\gamma)h_{-1}h_0}{Y} \right] + \right. \\
& \frac{1}{2}Q \left[\frac{X - 2h_0h_1 - (-1+2\gamma)h_{-1}h_0}{Y} \right] + \frac{1}{2}Q \left[\frac{X + 2h_0h_1 + (1+2\gamma)h_{-1}h_0}{Y} \right] + \\
& \frac{1}{2}Q \left[\frac{X - 2h_{-1}h_1 - h_{-1}h_0}{Y} \right] + \frac{1}{2}Q \left[\frac{X + 2h_{-1}h_1 - h_{-1}h_0}{Y} \right] + 2Q \left[\frac{X - h_{-1}h_0}{Y} \right] + \\
& \left. \frac{1}{2}Q \left[\frac{X - 2h_{-1}h_1 + h_0h_{-1}}{Y} \right] + \frac{1}{2}Q \left[\frac{X + 2h_{-1}h_1 + h_0h_{-1}}{Y} \right] + 2Q \left[\frac{X + h_{-1}h_0}{Y} \right] \right\} + \\
& Q \left[\frac{X - h_{-1}h_0}{Y} \right] + Q \left[\frac{X + h_{-1}h_0}{Y} \right] = 0 \tag{2.59}
\end{aligned}$$

Nas curvas das figs. 2.12 e 2.13 verificamos a validade desta aproximação para dois canais em simulação. Na simulação 1 usamos um canal com $h_1 = 0.5$ e na outra, $h_1 = -0.5$. Observa-se agora uma pequena assimetria da curva de probabilidade de erro teórica em relação a h_{-1} , que acompanha com certa precisão os resultados de simulação.

Os resultados indicam que há uma relação direta entre os sinais de h_1 e h_{-1} (positivos ou negativos) com o comportamento da probabilidade de erro. Ela é maior no semi-plano em que h_1 e h_{-1} possuem o mesmo sinal. Isto já era esperado dado as características do detector proposto, em particular sua sensibilidade aos resíduos de erro de decisão. O termo envolvendo os erros realimentados na expressão (2.24) para o caso estudado ($N_f = 1$) é dado por:

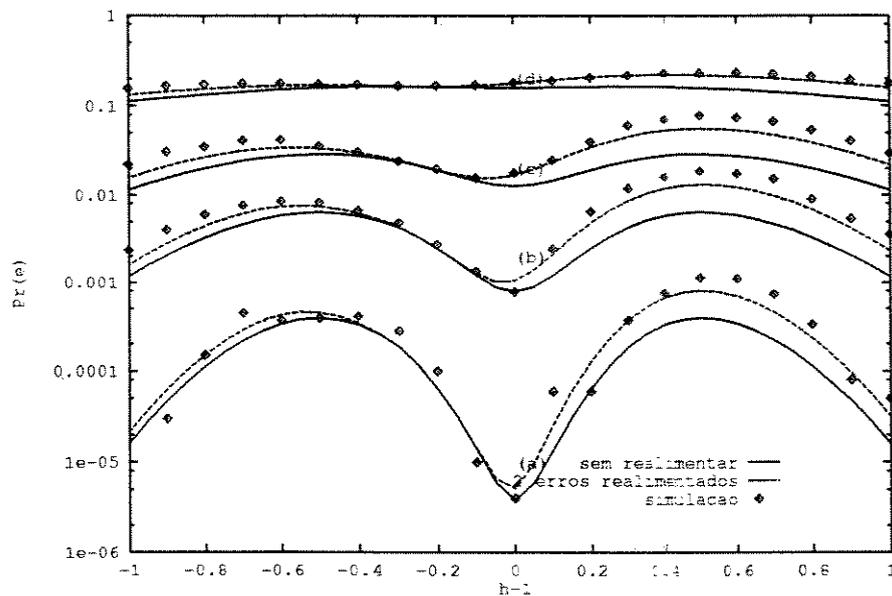


Figura 2.12: $\Pr(e)$: aproximação da expressão (2.59) para dois erros realimentados; $h_1 = 0.5$ - SNR : (a) 13 dB; (b) 10 dB; (c) 7 dB; (d) 0 dB

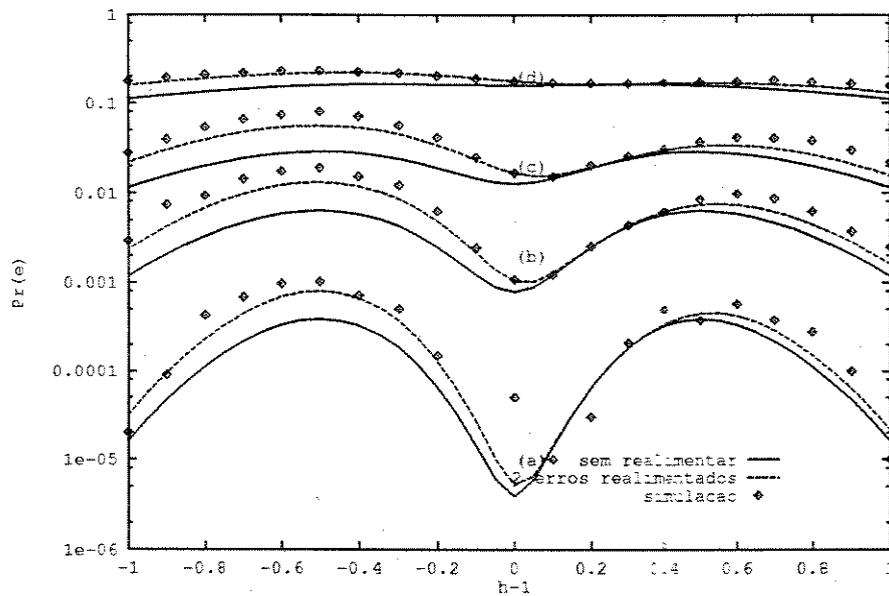


Figura 2.13: $\Pr(e)$: aproximação da expressão (2.59) para dois erros realimentados; $h_1 = -0.5$ - SNR : (a) 13 dB; (b) 10 dB; (c) 7 dB; (d) 0 dB

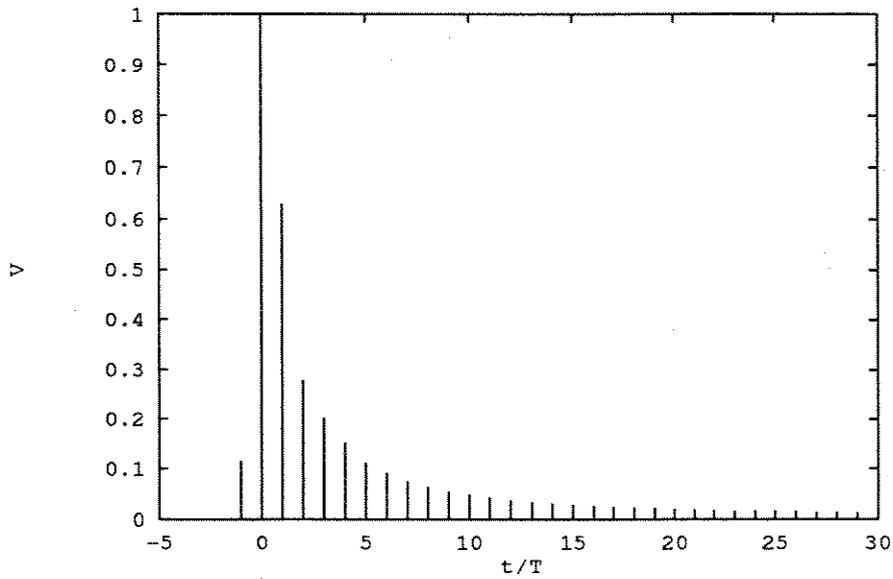


Figura 2.14: resposta impulsiva 1

$$(h_0 h_1 + \gamma h_{-1} h_0) \underbrace{(a_{k-1} - \hat{a}_{k-1})}_{e_{k-1}} + \gamma h_{-1} h_1 \underbrace{(a_{k-2} - \hat{a}_{k-2})}_{e_{k-2}} \quad (2.60)$$

O termo que multiplica e_{k-1} tende a tornar o detector menos sensível aos efeitos do erro e_{k-1} quando h_1 e h_{-1} têm sinais opostos. Nesta situação os termos $h_0 h_1$ e $\gamma h_{-1} h_0$ estarão se subtraindo. Já quando os sinais de h_1 e h_{-1} forem idênticos eles se somarão, ampliando os efeitos do erro realimentado.

A análise da probabilidade de erro considerando a influência de outros erros realimentados não é, porém, levada adiante, pois a suposição de independência começa a provocar erros grandes de aproximação e o número de termos envolvidos numa solução analítica torna seu cálculo extremamente difícil.

Os resultados obtidos até aqui, no que diz respeito à propagação de erros mostram que o desempenho do detector depende basicamente da forma do canal. As assimetrias observadas nas curvas da fig.2.13 confirmam esse comportamento. Porém, este comportamento não deve desestimular o uso do detector proposto, visto que seu desempenho continua superior ao detector de limiar de cruzamento de zero. O detector proposto, bem como o proposto por Peters apresentam comportamento semelhante, como será visto em simulações a seguir.

As curvas das figuras seguintes foram obtidas simulando o funcionamento do módulo receptor com as resposta impulsivas das figs.2.14-2.16. Estas respostas impulsivas são amostras dos canais apresentados no capítulo 1, resultados de simulações de linhas telefônicas.

As figuras 2.17-2.19 comparam o desempenho dos três detectors para diferentes relações sinal-ruído.

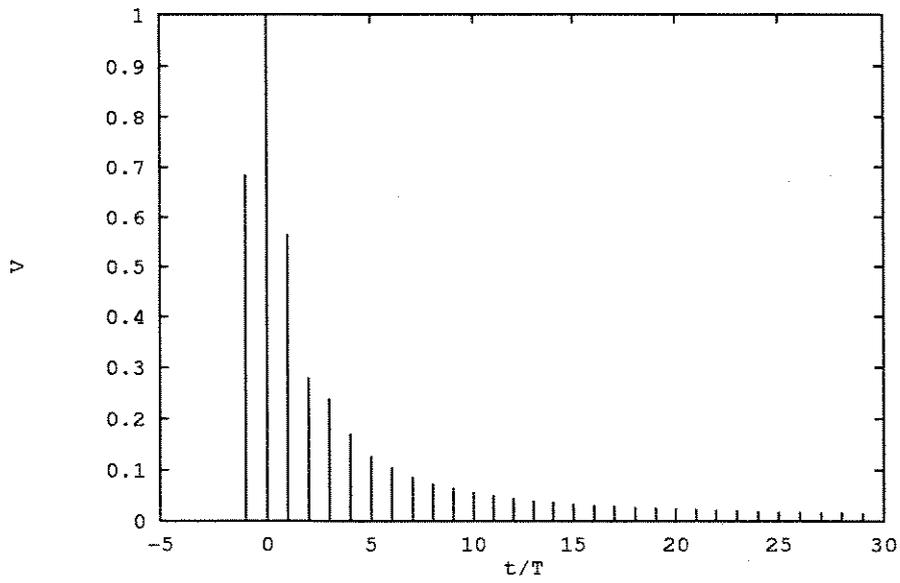


Figura 2.15: resposta impulsiva 2

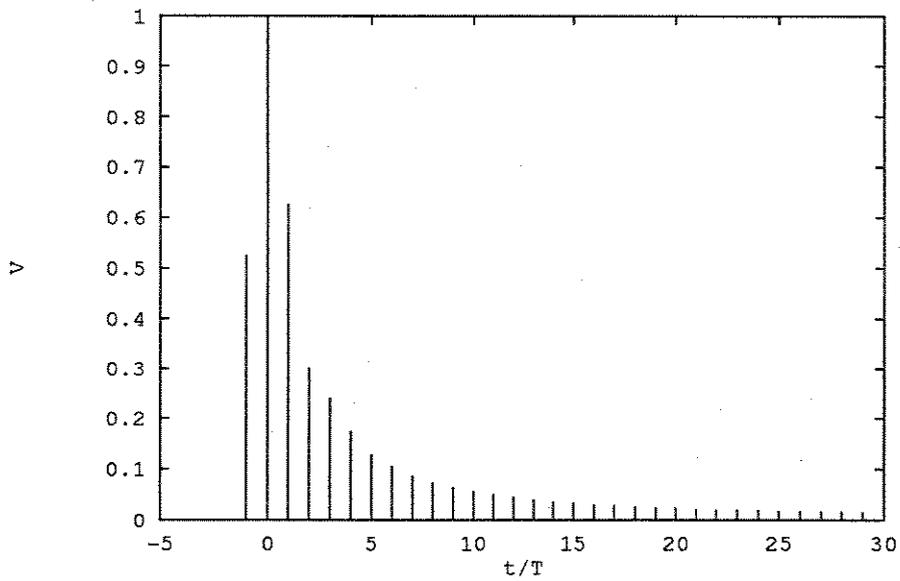


Figura 2.16: resposta impulsiva 3

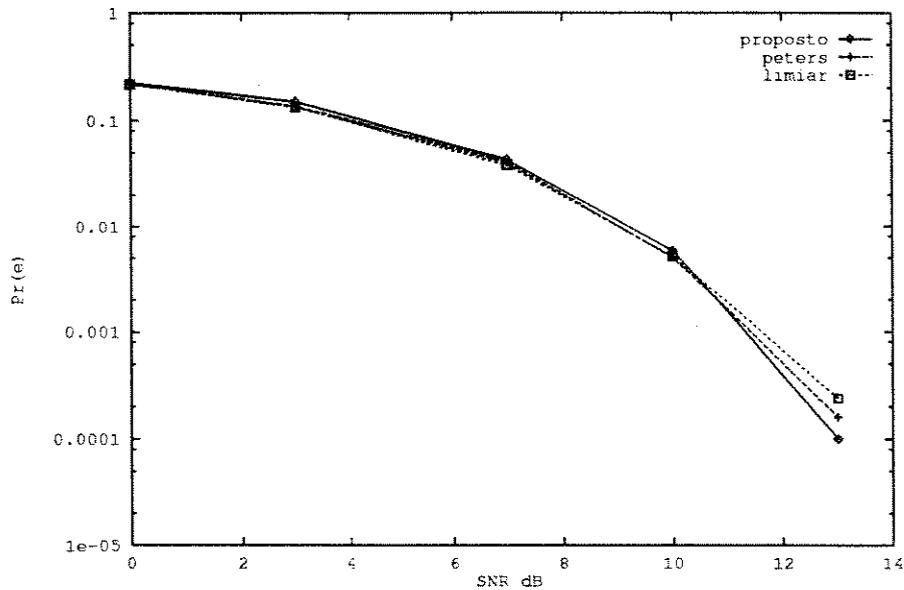


Figura 2.17: comparação: dos 3 detectores - resposta impulsiva 1

Os detalhes das simulações são apresentados no Apêndice C.

O detector proposto mostrou-se bastante superior ao detector de limiar de cruzamento de zero e seu desempenho se equipara ao detector de Peters, principalmente para os canais das figuras 2.15 e 2.16. Isto mostra que o desempenho do detector proposto está fortemente relacionado com a amplitude da amostra pré-cursora. O melhor desempenho do detector proposto relativo ao detector de limiar é obtido quando a pré-cursora é grande, como já havia sido previsto quando da avaliação da expressão de probabilidade de erro.

2.6 Detetor Insensível à Propagação de Erros: Conformação do Canal

O detector proposto apresenta um comportamento peculiar em relação aos resíduos provenientes da propagação de erros. Enquanto o detector de limiar de cruzamento de zero ou o de Peters não permitem nenhuma manipulação algébrica dos resíduos para que os efeitos destes possam ser minimizados, o detector proposto apresenta um comportamento diferente.

Da expressão (2.24) indicamos a parcela do sinal recebido correspondente aos resíduos causados pela propagação de erros. Supondo $\hat{h}_i = h_i$:

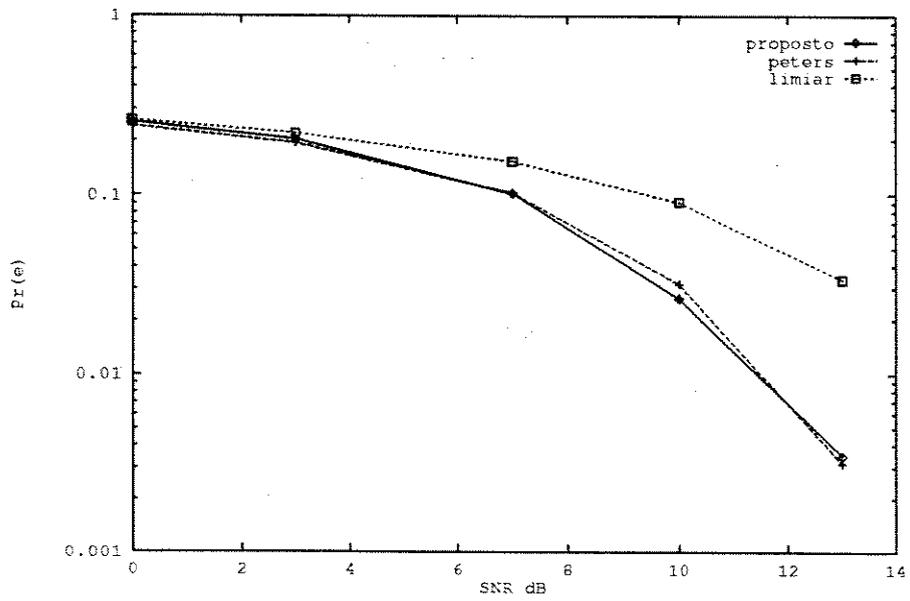


Figura 2.18: comparação dos 3 detectores - resposta impulsiva 2

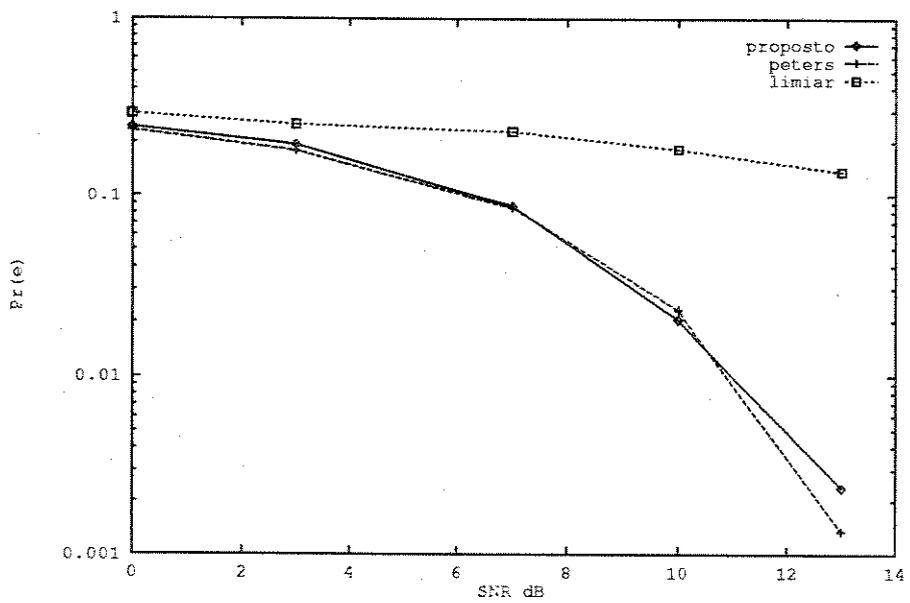


Figura 2.19: comparação dos 3 detectores - resposta impulsiva 3

$$\sum_{i=1}^{N_f+1} (h_0 h_i + \gamma h_{-1} h_{i-1})(a_{k-i} - \hat{a}_{k-i}) \quad (2.61)$$

Podemos propor uma conformação adequada do canal que permita zerar os resíduos, tornando o detector insensível (ou menos sensível) à propagação de erros passados. O canal, cujas amostras da resposta impulsiva tornam isto possível deve satisfazer o seguinte conjunto de equações:

$$\begin{cases} h_0 h_1 + \gamma h_{-1} h_0 = 0 \\ h_0 h_2 + \gamma h_{-1} h_1 = 0 \\ \vdots \\ h_0 h_{N_f+1} + \gamma h_{-1} h_{N_f} = 0 \end{cases} \quad (2.62)$$

Um canal que satisfaça o conjunto de equações acima possui as amostras da resposta impulsiva dadas pela expressão:

$$h_i = h_0 \left(\frac{-\gamma h_{-1}}{h_0} \right)^i ; i = 1, 2, \dots, N_f \quad (2.63)$$

Fazendo $N_f \rightarrow \infty$ e dispondo de estimativas corretas de h_i a equação (2.61) é zerada. Desta forma teríamos a situação ideal, em que as vantagens do equalizador com decisão realimentada seriam aproveitadas sem o problema da propagação de erros e, conseqüentemente, o detector operando em uma situação ótima. Em termos práticos um canal conformado ainda permitirá algum resíduo se a resposta impulsiva do canal considerado é finita. O valor remanescente $\gamma h_{-1} h_{N_f}$, porém, será em geral pequeno, podendo ser desprezado. Além deste fator, as estimativas das amostras do canal não são exatas, resultando em resíduos.

A expressão (2.63) sugere dois canais básicos: se $h_{-1} < 0$, as pós-cursoras deverão ter um decaimento exponencial, característica comum dos canais estudados; com $h_{-1} > 0$ as pós-cursoras deverão ter comportamento oscilatório com decaimento exponencial, o que não é usual.

Ao adotarmos alguma estratégia de conformação do canal deve-se ainda obedecer a seguinte relação:

$$\left| \frac{\gamma h_{-1}}{h_0} \right| < 1 \quad (2.64)$$

para que o canal ideal não seja na forma exponencial crescente.

Por exemplo, assumindo-se $\gamma = 2$ e $h_{-1} = -0.3$ o canal da fig.2.20 seria um canal ideal.

Adotando-se $\gamma = 2$ o canal ideal que tenha sentido prático só é obtido para $|h_{-1}| < 0.5$.

Pode-se tomar γ com a finalidade de minimizar o termo causador de propagação em (2.61), alternativamente a $\gamma = 2$ estabelecido para minimizar a probabilidade de erro na maioria dos casos. Para que este procedimento seja aplicável, basta então que o canal apresente queda exponencial (apresentando amostras

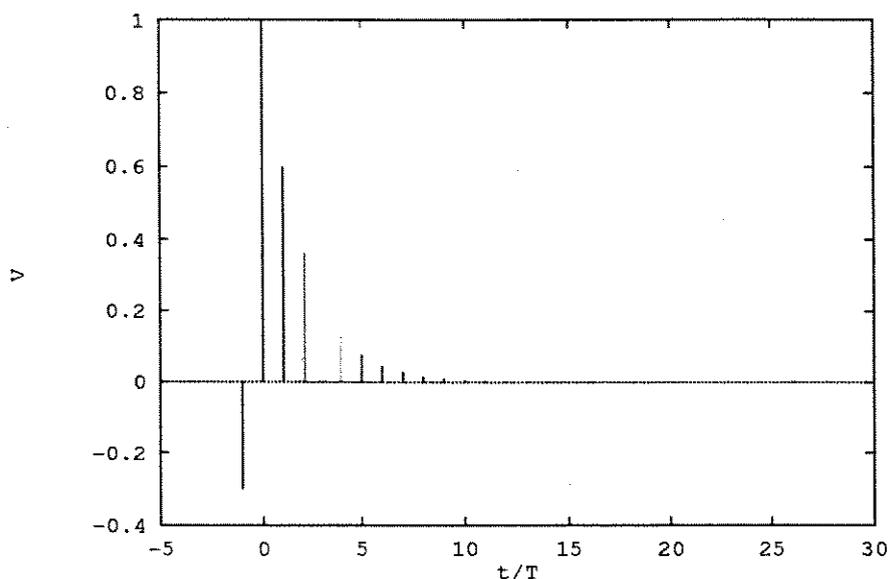


Figura 2.20: canal ideal para $h_{-1} = -0.3$, $\gamma = 2$

pós-cursoras com queda geométrica) e uma pré-cursora de valor negativo, o que não é inteiramente fora do comum para um canal do tipo telefônico.

Para ilustrar o desempenho do detector proposto com um canal ideal, simulamos o exemplo da fig.(2.20), comparando-o à curva de probabilidade de erro teórica, sem a parcela de erro de propagação dada pela equação (2.31). Observa-se na fig. 2.21 a perfeita sintonia entre os resultados práticos e teóricos.

A expressão (2.63) sugere a conformação do canal para que os resíduos de erros de decisão não tenham efeito sobre o detector. A conformação não é, porém, fundamental ao bom funcionamento do detector. Por outro lado, permite o seu funcionamento em uma região ótima.

A seguir analisaremos uma alternativa para conseguir-se a conformação do canal. Esta solução consiste na mudança do código de pulso na transmissão de maneira a forçar uma pré-cursora negativa, e, desta forma, conseguir uma aproximação para o canal ideal, aproveitando também a característica de decaimento exponencial dos canais estudados.

2.6.1 Conformação do Canal com Mudança do Código de Pulso

Uma solução pouco dispendiosa para a questão da conformação do canal e que não altera as estatísticas do ruído é a escolha de um novo código de pulso que insira uma pré-cursora negativa no canal. Como visto na seção 2.6 a pré-cursora negativa aproxima o canal a um canal ótimo, em termos do detector

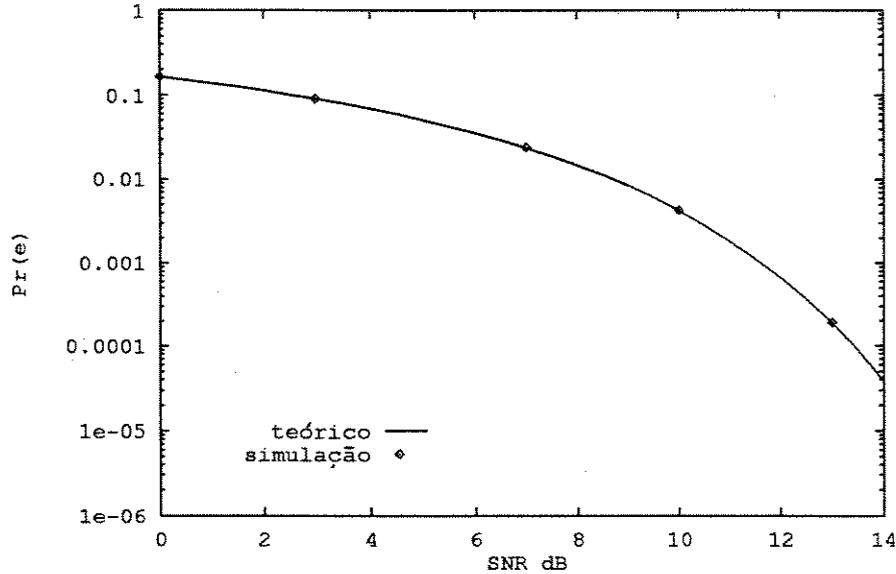


Figura 2.21: $\text{Pr}(e)$ para o canal ideal da fig.(2.20)

proposto sem propagação de erros.

Em [12] adota-se este tipo de solução para minimizar-se o efeito da interferência intersimbólica, inclusive com pulsos de transmissão ajustados adaptativamente de acordo com as características do canal (a transmissão bidirecional permite o retorno de informações sobre o canal). Códigos multisegmentados, como Wall 1 e Wall2 [12] fazem uso deste princípio.

Aqui adotaremos um pulso fixo, de forma estabelecida de acordo com as características dos canais estudados. Este pulso é do tipo mostrado na fig. 2.22.

A escolha de τ e das amplitudes A_1 e A_2 determina o pulso adequado. A resposta impulsiva equivalente seria a superposição das respostas impulsivas de dois pulsos retangulares de amplitude A_1 e A_2 e larguras τ e $T - \tau$, respectivamente, como mostrado na fig.2.23.

Para os canais estudados, o pulso com $\tau = 0.5T$ e amplitudes $A_1 = -0.3$ e $A_2 = 1$ foi o suficiente para o nosso objetivo de criar uma pré-cursora negativa. O valor de τ não deve ser grande o suficiente para aumentar o número de pré-cursoras.

Nas figs. 2.24-2.26 mostramos as respostas impulsivas globais obtidas considerando o pulso da fig.2.22 sendo propagado pelos canais 1,3 e 4 (vide capítulo 1).

O código de pulso proposto apresenta densidade espectral de potência dada na fig.2.27

Nas figs. 2.28-2.30 seguintes apresentamos resultados de simulação para os três canais, comparados com os casos em que não há conformação.

Observa-se que o desempenho do detector com o novo código de pulsos foi superior em todos os

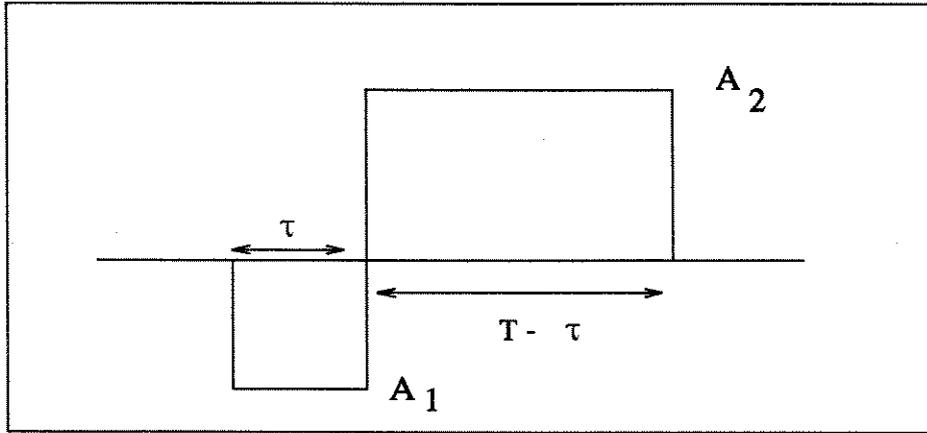


Figura 2.22: pulso que introduz pré-cursora negativa

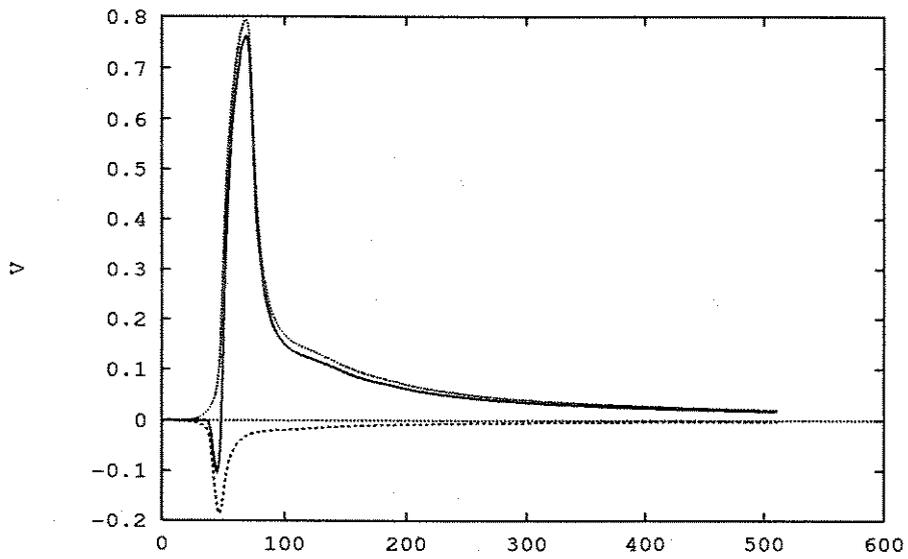


Figura 2.23: sobreposição de respostas impulsivas

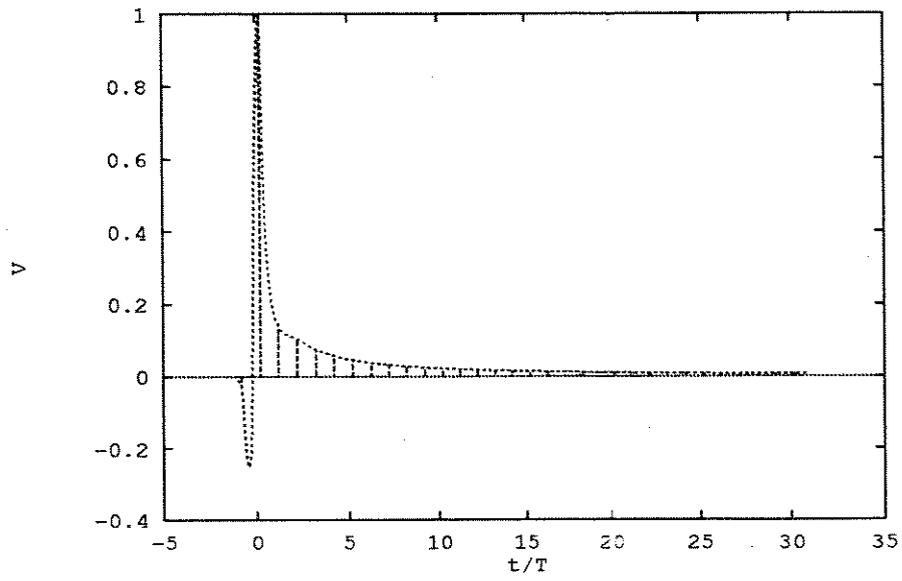


Figura 2.24: resposta impulsiva: canal 1 conformado

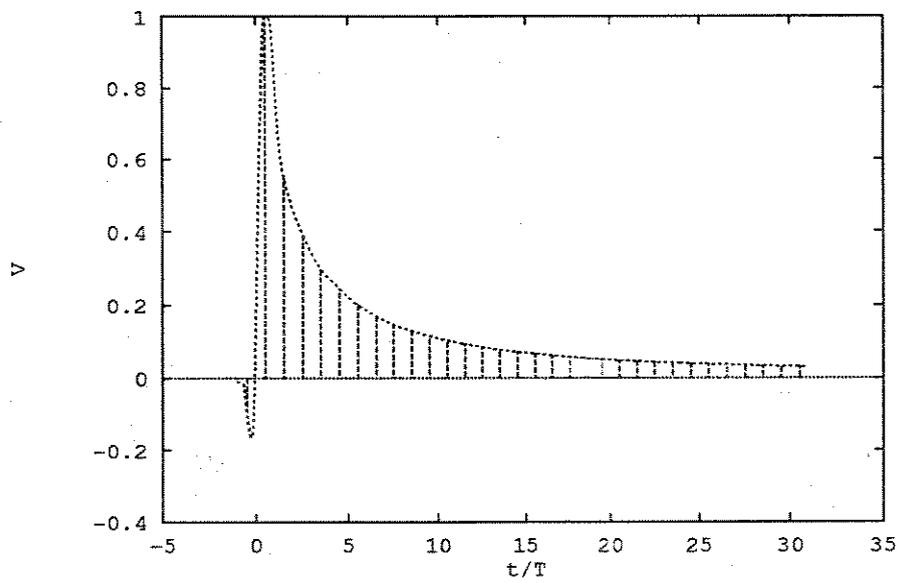


Figura 2.25: resposta impulsiva: canal 2 conformado

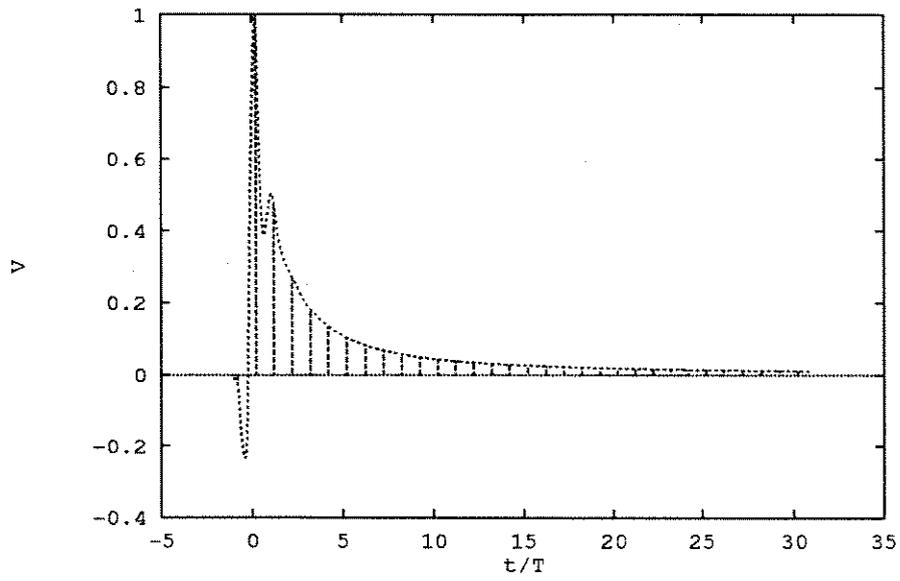


Figura 2.26: resposta impulsiva: canal 3 conformado

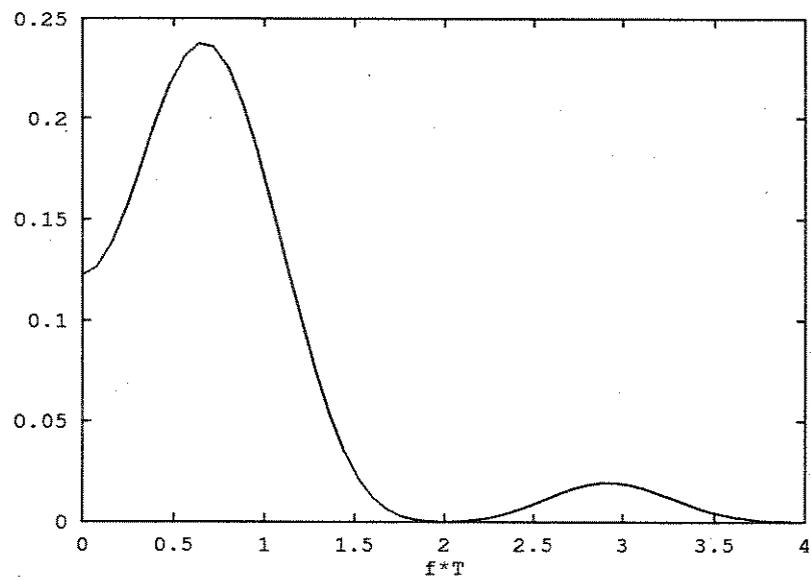


Figura 2.27: densidade espectral de potência do novo código de pulso

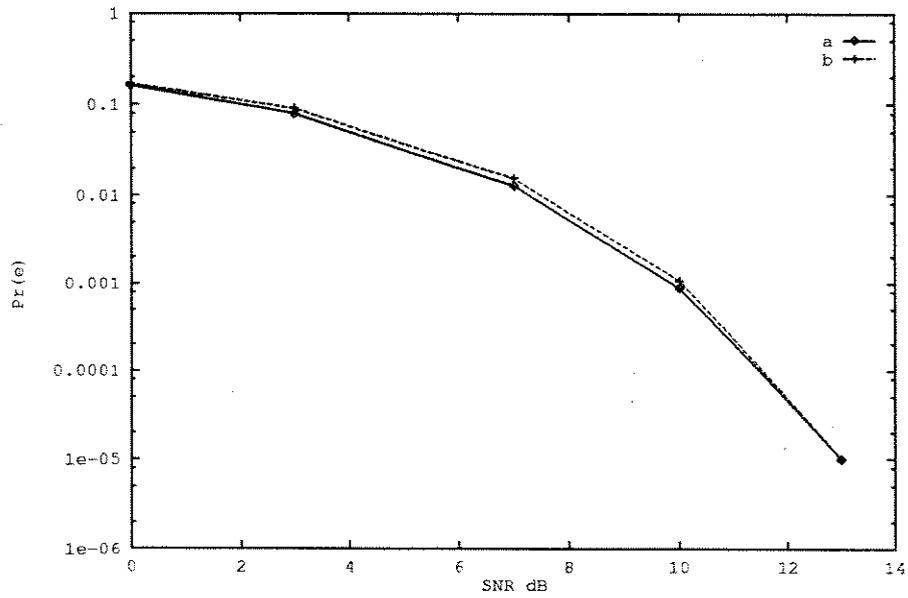


Figura 2.28: Probabilidade de erro comparada - canal 1 : (a) com conformação; (b) sem conformação

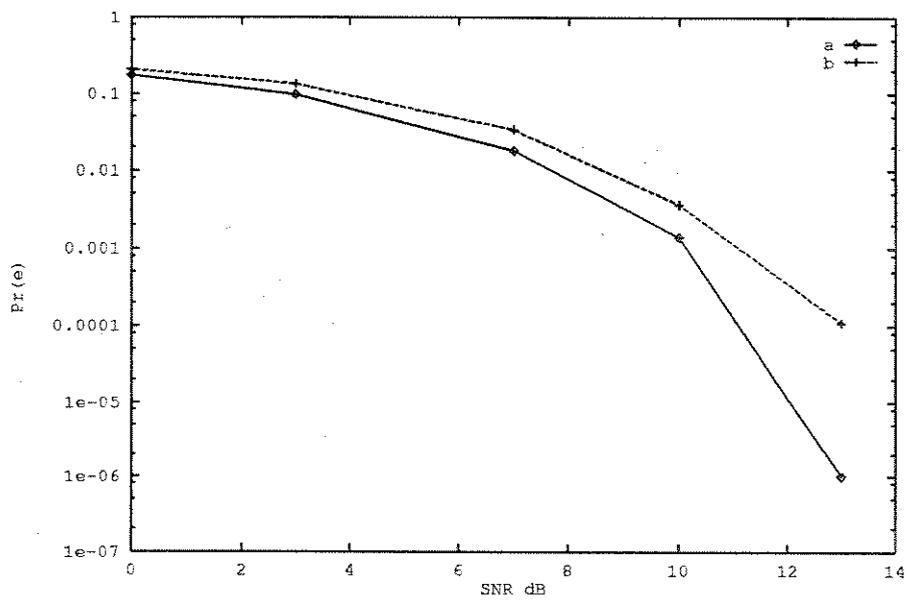


Figura 2.29: Probabilidade de erro comparada - canal 2 : (a) com conformação; (b) sem conformação

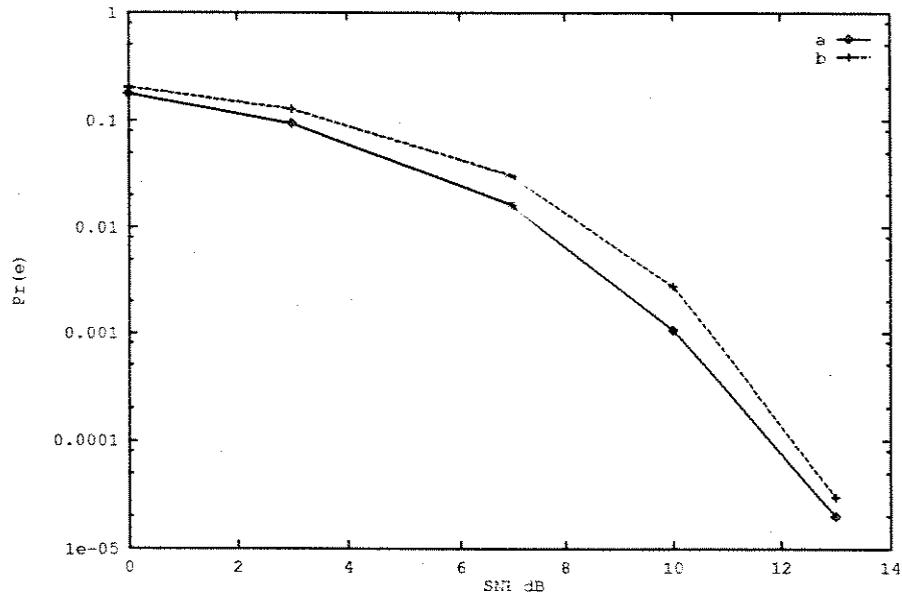


Figura 2.30: Probabilidade de erro comparada - canal \dagger : (a) com conformação; (b) sem conformação

casos, mesmo que ligeiramente. A fase de amostragem da resposta impulsiva adotada foi uma fase ótima (amostra central de maior amplitude), levando a pré-cursoras pequenas, o que favoreceu o desempenho do detector. Deve-se observar que durante um processo de ajuste de fase, mesmo havendo uma região de pré-cursoras negativas, pode-se obter amostras positivas da resposta impulsiva, de acordo com a fase usada. Portanto, em termos do detector proposto, o critério de ajuste de fase a ser adotado deve privilegiar regiões com valores negativos da pré-cursora.

2.7 Detetor Proposto para Canais com duas Pré-Cursoras

No caso de existirem duas pré-cursoras significativas no canal, utilizando os mesmos argumentos da seção 2.3, o detector proposto deve assumir a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \hat{a}_k &= \text{sgn}\{r_k h_0 + \gamma_1 h_{-1}(r_{k-1} - h_0 \hat{a}_{k-1}) - \gamma_2 h_{-2}(r_{k-2} - h_0 \hat{a}_{k-2} - h_{-1} \hat{a}_{k-1})\} \\ &= \text{sgn}\{\Gamma_k^{(2)}\} \end{aligned} \quad (2.65)$$

onde agora,

$$r_k = h_0 a_k + h_{-1} a_{k+1} + h_{-2} a_{k+2} + \rho_k + n_k \quad (2.66)$$

$\Gamma_k^{(2)}$ pode ser escrito, então, como:

$$\begin{aligned} \Gamma_k^{(2)} = & (h_0^2 + \gamma_1 h_{-1}^2 + \gamma_2 h_{-2}^2) a_k + (h_0 h_{-1} + \gamma_1 h_{-1} h_{-2}) a_{k+1} + \\ & h_{-2} h_0 a_{k+2} + n_k h_0 + \gamma_1 n_{k-1} h_{-1} + \gamma_2 h_{-2} n_{k-2} + \\ & \sum_{i=1}^{N_j+2} (h_0 h_i + \gamma_1 h_{-1} h_{i-1} + \gamma_2 h_{-2} h_{i-2}) (a_{k-i} - \hat{a}_{k-i}); \text{ com } h_{N_j+2} = h_{N_j+1} = 0 \end{aligned} \quad (2.67)$$

O termo envolvendo γ_2 da expressão do detector descrito pela equação (2.65) tenta subtrair da amostra r_{k-2} as parcelas que não contém informação sobre o símbolo a_k . Isto é feito conhecendo-se as estimativas de h_{-1} e h_0 e dos símbolos a_{k-1} e a_{k-2} . O termo envolvendo γ_1 efetua operação semelhante sobre r_{k-1} . A análise aqui é feita de forma análoga à da seção 2.4 para o caso de uma pré-cursora.

Desconsiderando-se os erros de decisão propagados, teremos:

$$\sum_{i=1}^{N_j+2} (h_0 h_i + \gamma_1 h_{-1} h_{i-1} + \gamma_2 h_{-2} h_{i-2}) (a_{k-i} - \hat{a}_{k-i}) = 0 \quad (2.68)$$

e

$$\Gamma_k^{(2)} = (h_0^2 + \gamma_1 h_{-1}^2 + \gamma_2 h_{-2}^2) a_k + \nu'_k \quad (2.69)$$

com

$$\nu'_k = (h_0 h_{-1} + \gamma_1 h_{-1} h_{-2}) a_{k+1} + h_{-2} h_0 a_{k+2} + n_k h_0 + \gamma_1 n_{k-1} h_{-1} + \gamma_2 h_{-2} n_{k-2} \quad (2.70)$$

e, usando-se a expressão (2.22) obtemos :

$$Pr(e) = \frac{1}{2} Pr(\nu'_k > h_0^2 + \gamma_1 h_{-1}^2 + \gamma_2 h_{-2}^2) + \frac{1}{2} Pr(\nu'_k < -h_0^2 - \gamma_1 h_{-1}^2 - \gamma_2 h_{-2}^2) \quad (2.71)$$

Como os termos de ν'_k são variáveis aleatórias independentes, a função de densidade de probabilidade é dada por:

$$\begin{aligned} p'_v(x) = & \frac{1}{2\sqrt{2\pi(h_{-1}^2\gamma_1^2 + h_0^2 + h_{-2}^2\gamma_2^2)}\sigma_n} \left\{ \exp\left[\frac{-(x - h_{-2}h_0 - h_{-1}h_0 - \gamma_1 h_{-1}h_{-2})^2}{2(h_{-1}^2\gamma_1^2 + h_0^2 + h_{-2}^2\gamma_2^2)\sigma_n^2}\right] + \right. \\ & \exp\left[\frac{-(x - h_{-2}h_0 + h_{-1}h_0 + \gamma_1 h_{-1}h_{-2})^2}{2(h_{-1}^2\gamma_1^2 + h_0^2 + h_{-2}^2\gamma_2^2)\sigma_n^2}\right] + \\ & \exp\left[\frac{-(x + h_{-2}h_0 - h_{-1}h_0 - \gamma_1 h_{-1}h_{-2})^2}{2(h_{-1}^2\gamma_1^2 + h_0^2 + h_{-2}^2\gamma_2^2)\sigma_n^2}\right] + \\ & \left. \exp\left[\frac{-(x + h_{-2}h_0 + h_{-1}h_0 + \gamma_1 h_{-1}h_{-2})^2}{2(h_{-1}^2\gamma_1^2 + h_0^2 + h_{-2}^2\gamma_2^2)\sigma_n^2}\right] \right\} \end{aligned} \quad (2.72)$$

e a probabilidade de erro é dada por:

$$\begin{aligned}
Pr(e) = & \frac{1}{4} \left\{ Q \left[\frac{h_0^2 + \gamma_1 h_{-1}^2 + \gamma_2 h_{-2}^2 - h_{-2} h_0 - h_{-1} h_0 - \gamma_1 h_{-1} h_{-2}}{\sqrt{(h_{-1}^2 \gamma_1^2 + h_0^2 + h_{-2}^2 \gamma_2^2)} \sigma_n} \right] + \right. \\
& Q \left[\frac{h_0^2 + \gamma_1 h_{-1}^2 + \gamma_2 h_{-2}^2 - h_{-2} h_0 + h_{-1} h_0 + \gamma_1 h_{-1} h_{-2}}{\sqrt{(h_{-1}^2 \gamma_1^2 + h_0^2 + h_{-2}^2 \gamma_2^2)} \sigma_n} \right] + \\
& Q \left[\frac{h_0^2 + \gamma_1 h_{-1}^2 + \gamma_2 h_{-2}^2 + h_{-2} h_0 - h_{-1} h_0 - \gamma_1 h_{-1} h_{-2}}{\sqrt{(h_{-1}^2 \gamma_1^2 + h_0^2 + h_{-2}^2 \gamma_2^2)} \sigma_n} \right] + \\
& \left. Q \left[\frac{h_0^2 + \gamma_1 h_{-1}^2 + \gamma_2 h_{-2}^2 + h_{-2} h_0 + h_{-1} h_0 + \gamma_1 h_{-1} h_{-2}}{\sqrt{(h_{-1}^2 \gamma_1^2 + h_0^2 + h_{-2}^2 \gamma_2^2)} \sigma_n} \right] \right\} \quad (2.73)
\end{aligned}$$

Para um detector de limiar de cruzamento de zero, a expressão de probabilidade de erro quando existem duas amostras pré-cursoras é dada por [9]:

$$\begin{aligned}
Pr(e)_{limiar} = & \frac{1}{2} \left\{ Q \left[\frac{(h_0 - h_{-1} - h_{-2})}{\sigma_n} \right] + Q \left[\frac{(h_0 - h_{-1} + h_{-2})}{\sigma_n} \right] + \right. \\
& \left. Q \left[\frac{(h_0 + h_{-1} - h_{-2})}{\sigma_n} \right] + Q \left[\frac{(h_0 + h_{-1} + h_{-2})}{\sigma_n} \right] \right\} \quad (2.74)
\end{aligned}$$

Na fig.2.31 avaliamos a expressão (2.73) para $\gamma_1 = \gamma_2 = 2$, $SNR = 10dB$ e $h_0 = 1$ e na fig.2.32 comparamos o desempenho teórico do detector proposto com o de limiar para duas amostras pré-cursoras.

Na fig. 2.31 observa-se que valores negativos de h_{-2} levam a probabilidades de erro menores, independentemente de h_{-1} .

O cálculo dos valores de γ_1 e γ_2 que minimizam a expressão (2.73) é mais complexo, dado a presença de uma nova variável (h_{-2}). Adotamos, com bons resultados, os valores $\gamma_1 = 2$ e $\gamma_2 = 2$.

Observando a fig. 2.32, concluímos que o detector de limiar não consegue igualar o desempenho do detector proposto nos casos (a) e (b); iguala somente num ponto no caso (c) e pode ter desempenho um pouco superior no caso (d) numa pequena região em torno de $h_{-1} = 0$.

Nas figuras 2.35 e 2.36 seguintes apresentamos resultados de simulação para os canais das figs. 2.33 e 2.34.

Os resultados de simulação mostram um desempenho superior em relação ao detector de limiar, nos dois casos, sendo maior a diferença de desempenho quando h_{-2} é negativo, principalmente com SNR altas.

Comparado ao detector proposto com canal de apenas uma pré-cursora os resultados obtidos são bastante inferiores, em termos de ordem de grandeza.

Quanto aos efeitos da propagação de erros, o canal ideal que torna o detector imune deve satisfazer ao seguinte conjunto de equações:

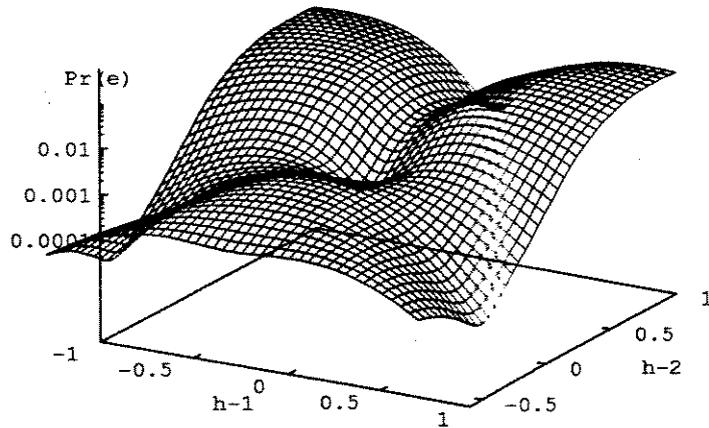


Figura 2.31: $\text{Pr}(e)$ para duas amostras pré-cursoras; $\text{SNR} = 10$ dB

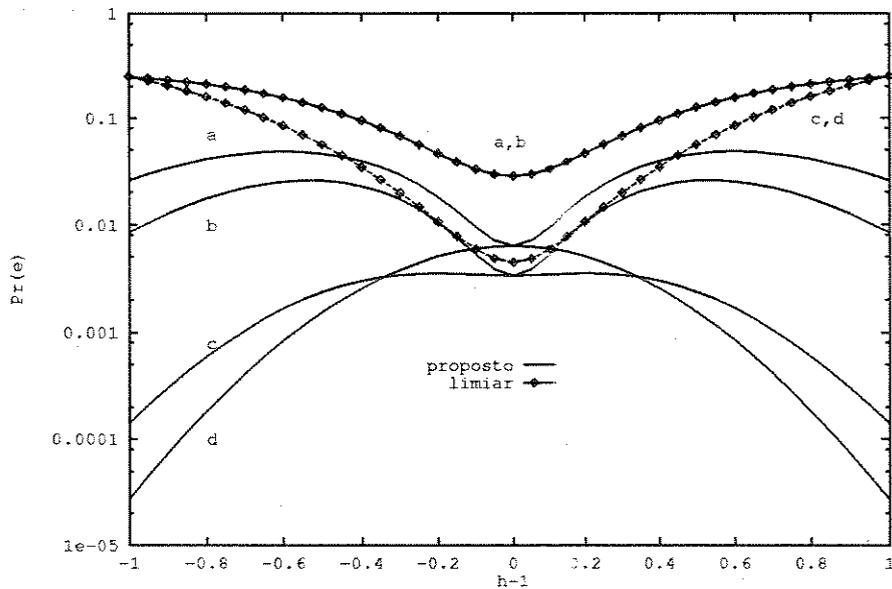


Figura 2.32: Probabilidade de erro comparada: $\text{SNR} = 10$ dB; (a) $h_{-2} = 0.5$, (b) $h_{-2} = 0.25$, (c) $h_{-2} = -0.25$, (d) $h_{-2} = -0.5$

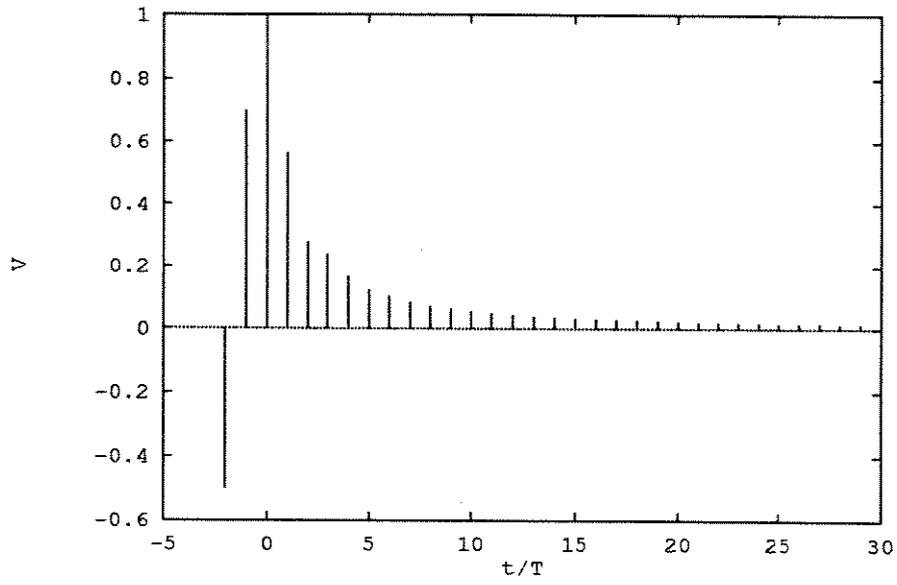


Figura 2.33: resposta impulsiva 1 com duas pré-cursoras

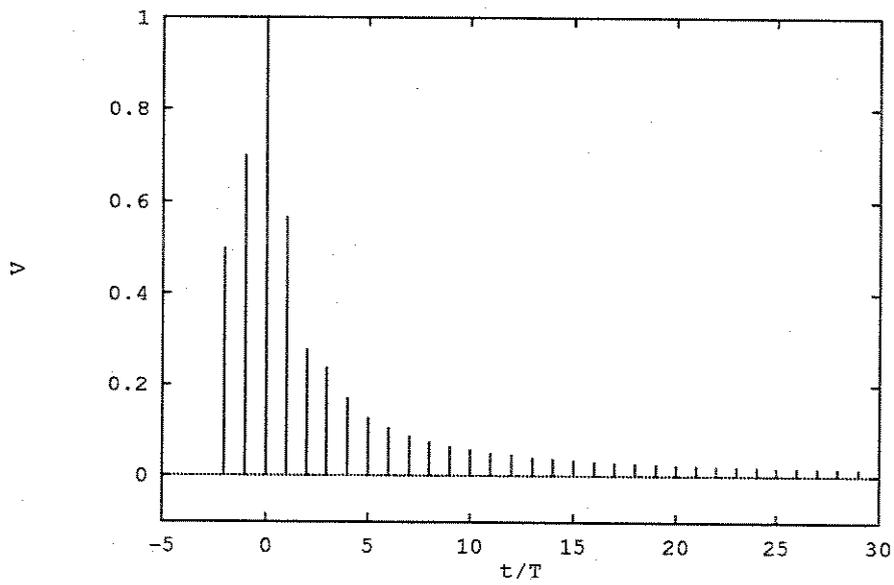


Figura 2.34: resposta impulsiva 2 com duas pré-cursoras

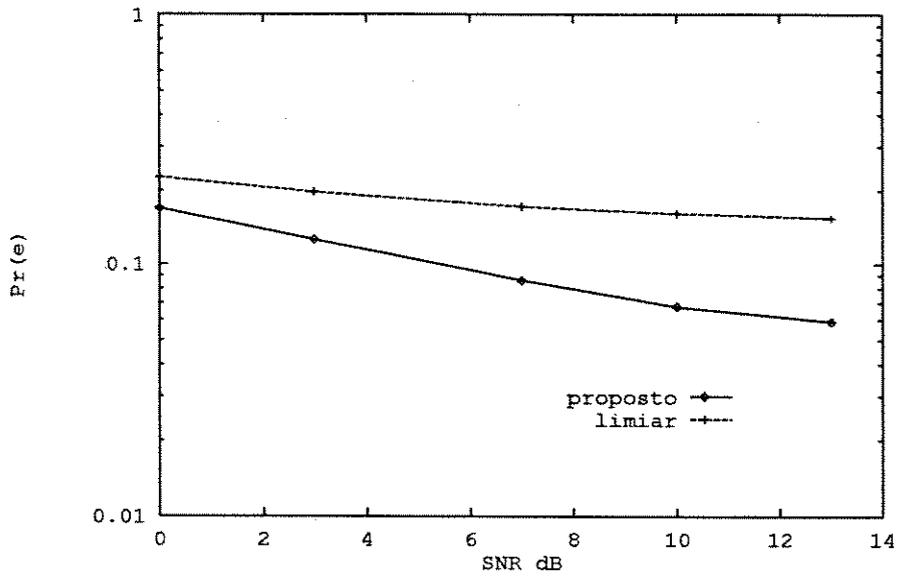


Figura 2.35: $Pr(e)$ para o detector proposto versus detector de limiar: canal 1 da fig. 2.33

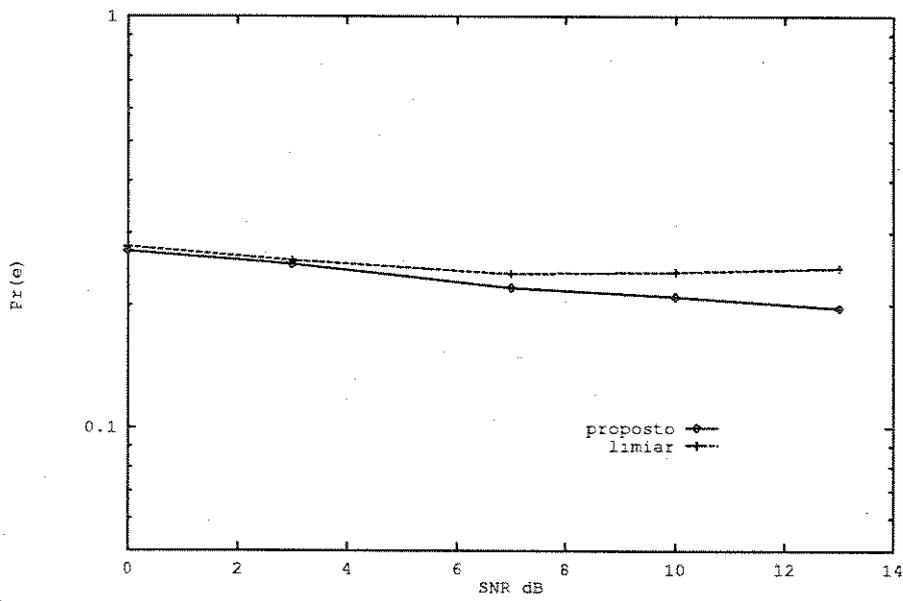


Figura 2.36: $Pr(e)$ para o detector proposto versus detector de limiar: canal 2 da fig. 2.34

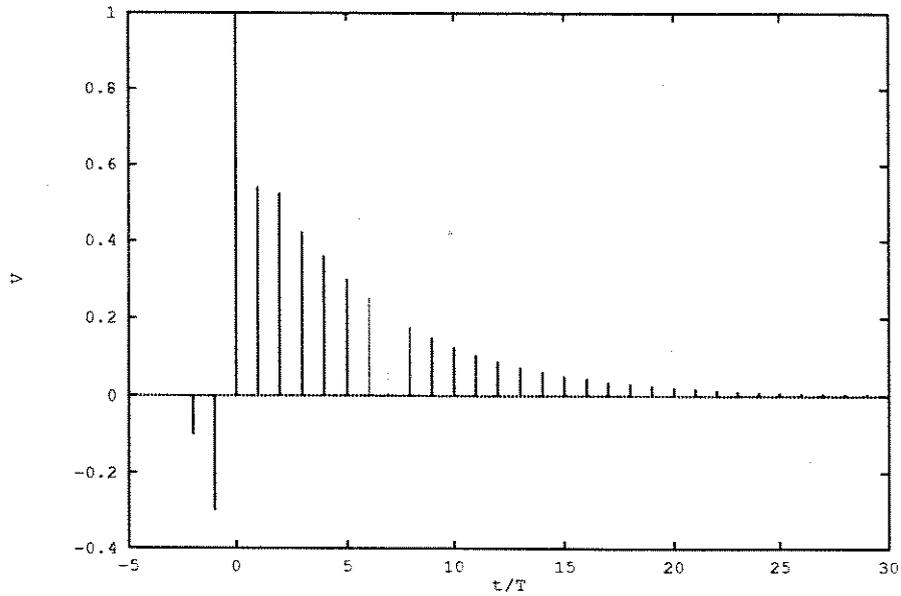


Figura 2.37: canal ideal com 2 amostras pré-cursoras

$$\begin{cases} h_0 h_1 + \gamma_1 h_{-1} h_0 + \gamma_2 h_{-2} h_{-1} = 0 \\ h_0 h_2 + \gamma_2 h_{-1} h_1 + \gamma_2 h_{-2} h_0 = 0 \\ h_0 h_3 + \gamma_3 h_{-1} h_2 + \gamma_2 h_{-2} h_1 = 0 \\ \vdots \\ h_0 h_{N_f+2} + \gamma_1 h_{-1} h_{N_f+1} + \gamma_2 h_{-2} h_{N_f} = 0 \end{cases} \quad (2.75)$$

Por exemplo, para $h_{-1} = -0.3$, $h_{-2} = -0.1$ e $\gamma_1 = \gamma_2 = 2$ o canal ideal seria o da fig.2.37 a seguir.

Na fig.2.38 apresentamos resultados de simulação para o canal da fig.2.37, ideal.

Nesta figura confirma-se através de simulação que o detector é insensível a símbolos decididos incorretamente, quando usado frente a um canal conformado adequadamente.

Finalmente, para um canal com N amostras pré-cursoras, o detector proposto é descrito pela seguinte equação:

$$\hat{a}_k = \text{sgn}\left\{h_0 r_k + \sum_{i=1}^N \gamma_i h_{-i} (r_{k-i} - \sum_{j=1}^i h_{j-i} \hat{a}_{k-j})\right\} \quad (2.76)$$

2.8 Conclusão

- o esquema de detecção proposto é simples e de fácil implementação;
- a estrutura é passível de análise;

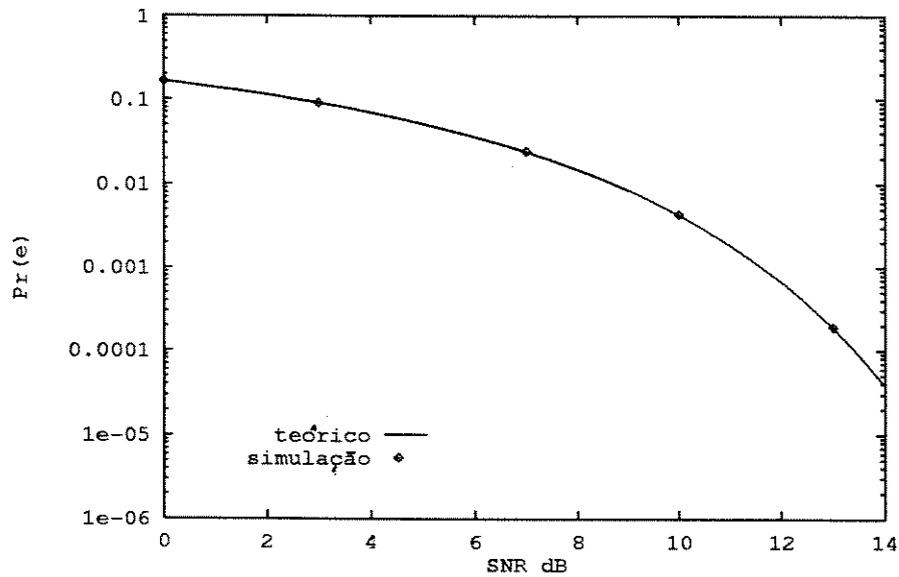


Figura 2.38: $\text{Pr}(e)$ para o canal ideal com 2 amostras pré-cursoras

- resultados de simulação demonstram que seu desempenho é bastante superior ao detector de limiar de cruzamento de zero e similar ao detector proposto por Peters, com menor complexidade;
- canais com pré-cursora negativa e pós-cursoras em sequência de decaimento exponencial tendem a tornar o detector imune à propagação de erros;
- a conformação do canal através da mudança do código de pulso pode aproximar o desempenho do detector à região ótima;
- o seu funcionamento em conjunto com o filtro de realimentação é bastante adequado, com aspectos de complementaridade;
- permite maior flexibilidade no ajuste de fase.

Capítulo 3

Recuperador de Relógio

3.1 Introdução

A escolha da fase de amostragem do sinal recebido é uma das etapas críticas em um sistema receptor/repetidor digital, tendo relação direta com a etapa de decisão dos símbolos e, portanto, com o desempenho do sistema. Em canais altamente dispersivos e com potência de ruído alta, o problema do ajuste de fase é ainda mais crítico, influenciando diretamente a relação sinal-ruído.

Adicionalmente, o receptor deve ajustar continuamente o seu relógio de forma a otimizar os instantes de amostragem do sinal, procurando compensar derivas de fase ocorridas na transmissão [13].

A fase apropriada deve ser determinada a partir de um critério de ajuste a ser otimizado e que possa ser obtido diretamente do sinal recebido. Por exemplo, pode-se adotar o critério de minimização da probabilidade de erro diretamente (se esta for conhecida a priori), ou a maximização da relação sinal-ruído, ou ainda, a minimização da interferência intersimbólica.

Os métodos de ajuste de fase podem ser analógicos ou digitais. Os analógicos podem ser classificados em três grandes grupos [13]: os que utilizam linhas espectrais; os baseados na derivada do sinal recebido; e os que empregam a informação de cruzamento de zero do sinal.

Os métodos que usam linha espectral se baseiam na extração de uma linha espectral na frequência de transmissão ou uma de frequência múltipla desta, através de um filtro passa-faixa estreito, como em [14]. Caso o sinal a ser tratado não apresente tais componentes, introduz-se uma não-linearidade para criá-las artificialmente, como por exemplo, a lei quadrática. Estes métodos, apesar da simplicidade e da capacidade de operação a altas taxas de transmissão (como em PCM), têm seu desempenho bastante prejudicado em sistemas de faixa estreita (próximas à faixa de Nyquist) e a potência do jitter é diretamente relacionada com a largura do filtro passa-faixa e a não-linearidade adotada.

No segundo grupo temos os métodos que se baseiam na detecção de cruzamento de zero do sinal

recebido, como em [15]. A fase determinada pelo instante do cruzamento de zero é comparada com a fase de amostragem, gerando um sinal de erro, que determina a nova fase de amostragem. A fase ótima determinada após um certo período de ajuste se refere ao limiar de cruzamento de zero e, portanto, supõe-se que a fase ótima de amostragem deva estar deslocada meio período em relação a esta (imagina-se aqui que o pulso recebido tenha certa simetria, de forma que o pico deva se localizar a meio período de dois cruzamentos de zero consecutivos). Esses métodos possuem bastante imprecisão e dão origem a jitter considerável quando o sinal possui grande distorção ou não é simétrico em um período.

Nos métodos baseados na derivada do sinal, o erro é determinado através da comparação de um sinal de referência com a derivada do sinal no instante de amostragem [16]. A fase ótima é determinada minimizando-se o erro quadrático médio. desta forma a fase correspondente ao pico da resposta impulsiva do canal é obtida. Este método é o mais complexo entre os citados acima, devido ao cálculo ou estimativa da derivada do sinal e seu comportamento pode ser crítico quando níveis elevados de ruído são observados.

Estes métodos determinam um pré-processamento analógico do sinal, em seguida ao qual, é feita a amostragem com a fase determinada por este processamento.

Nos métodos digitais ocorre uma inversão nas etapas do processamento. Primeiramente é feita a amostragem do sinal, seguida do processamento digital. O critério de ajuste da fase é determinada diretamente deste processamento. Há, portanto, uma realimentação do sinal processado para a determinação da fase, o que não ocorre com os métodos analógicos (fig.3.1).

No processamento digital da fase, a fase ótima é determinada através de uma função de fase construída com estimativas da resposta impulsiva do canal. Na fig. 3.2 acrescentamos o módulo Recuperador de Relógio ao receptor estudado no capítulo 2.

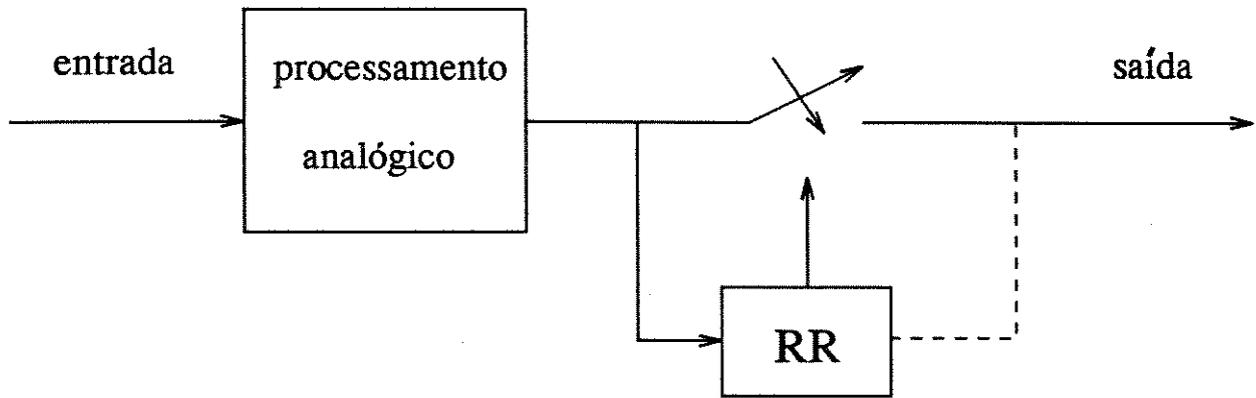
Como o objetivo aqui é a integração digital dos módulos do receptor, nos deteremos neste trabalho à abordagem de uma solução digital para o recuperador de relógio.

Na seção seguinte tratamos as funções de fase em recuperadores de relógio digitais encontradas na literatura, e na seção 3.3 propomos uma função adequada ao detetor estudado no capítulo anterior.

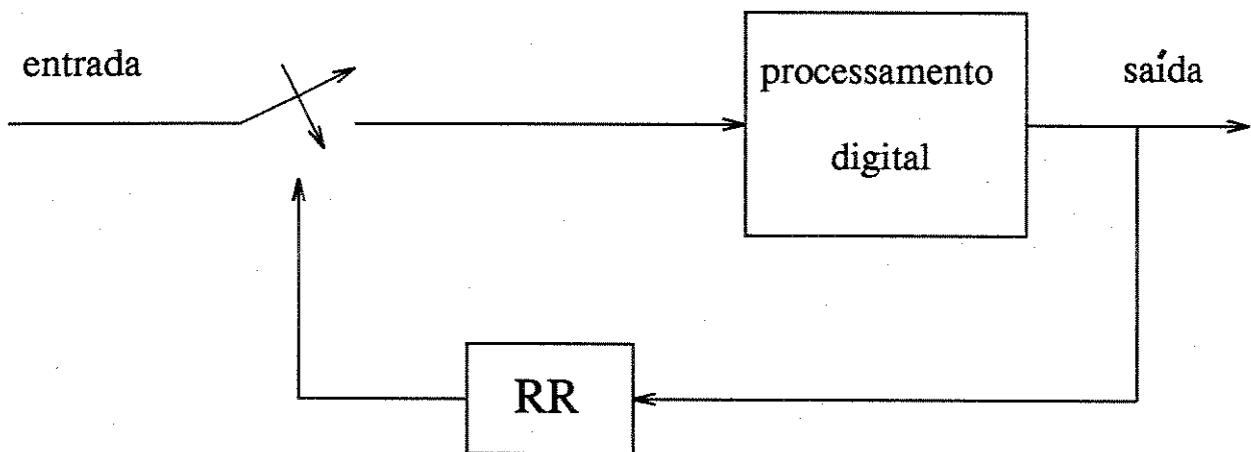
3.2 Funções de Ajuste de Fase

O trabalho de Müller e Mueller [13] foi um marco divisor na forma de tratamento do problema da recuperação de relógio. Até então, os recuperadores baseados em técnicas analógicas eram dominantes. Müller e Mueller propuseram uma família de funções que podem ser usadas para determinar a fase ótima de amostragem, construídas com estimativas das amostras da resposta impulsiva do canal.

Esta família de curvas é representada genericamente por uma função de fase, dada por:

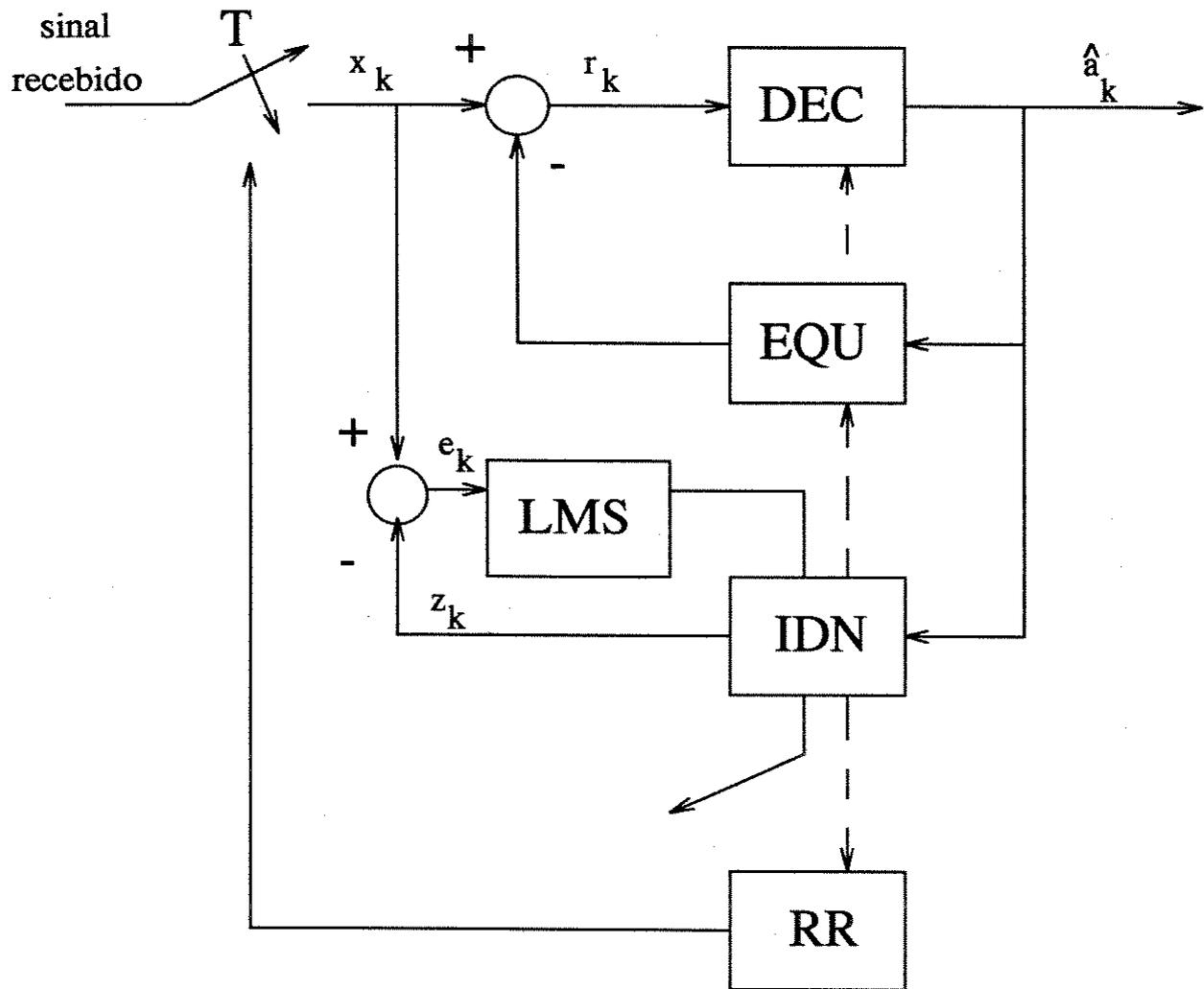


(a)



(b)

Figura 3.1: (a) RR analógicos; (b) RR digitais



— — — — — transferência de parâmetros

Figura 3.2: Receptor com Recuperador de Relógio: DEC - Detetor; EQU - Equalizador; LMS - Algoritmo do Gradiente Estocástico; IDN - Filtro Identificador da Resposta Impulsiva; RR - Recuperador de Relógio

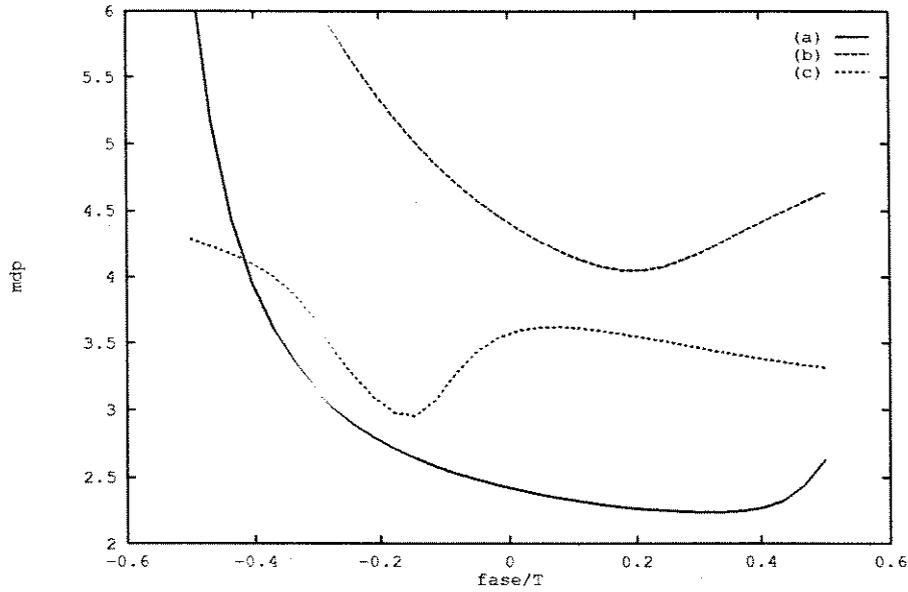


Figura 3.3: critério de máxima distorção de pico: (a) canal 1; (b) canal 2; (c) canal 4

$$f(\tau) = \sum_i u_i h_i(\tau) \quad (3.1)$$

onde $\{u_i\}$ é um conjunto de fatores adimensionais.

Estas funções representam aproximações aos critérios de máxima distorção de pico $D(\tau)$, e máxima distorção RMS $\varepsilon(\tau)$, propostas por Lucy e Salz [9], dados a seguir.

$$D(\tau) = \frac{1}{|h_0(\tau)|} \sum_i |h_i(\tau)| \quad (3.2)$$

$$\varepsilon(\tau) = \frac{1}{h_0^2(\tau)} \sum_i h_i^2(\tau) \quad (3.3)$$

A fase deve ser determinada por meio de um processo de otimização sobre (3.1), quer seja a sua minimização, quer seja a determinação do zero da mesma, de acordo com as características da função $f(\tau)$ adotada. Num sentido prático, a fase determinada tenta minimizar a interferência entre símbolos, já que as funções são uma aproximação aos critérios em (3.2) e (3.3). A fase ótima deve valorizar a amostra h_0 , responsável pela informação desejada.

A fig. 3.3 mostra o comportamento da função de máxima distorção de pico para os canais 1, 2 e 4 apresentados no capítulo 1, e a fig. 3.4 : critério de máxima distorção RMS. A fase ótima é determinada encontrando-se o mínimo destas funções.

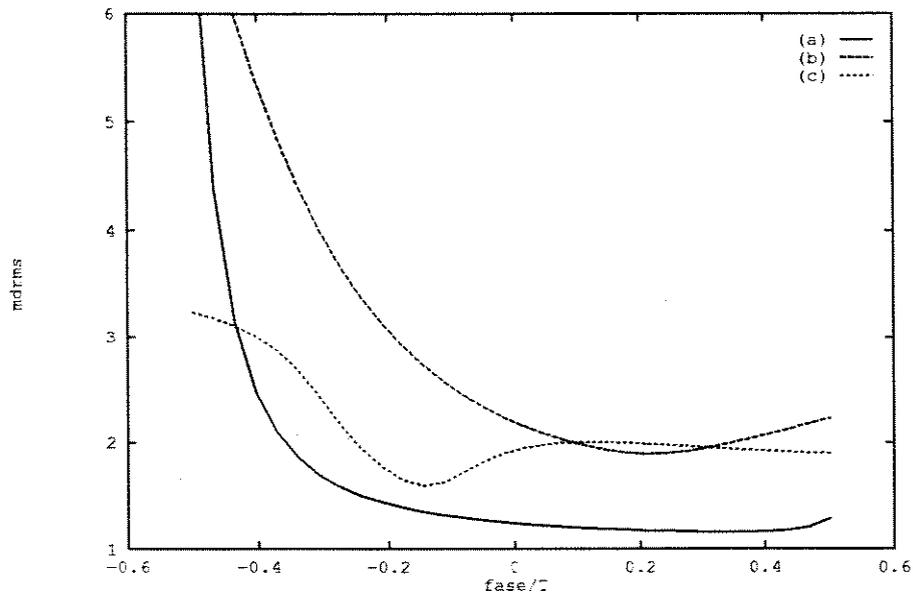


Figura 3.4: critério de máxima distorção RMS: (a) canal 1; (b) canal 2; (c) canal 4

Na literatura encontramos diversas funções de fase, que podem ser classificadas genericamente em dois grupos:

1. *Tipo I: funções de fase ímpares* - a fase ótima desejada é aquela que zera a função de fase;
2. *Tipo II: funções de fase unimodais* - a fase ótima é obtida através da minimização ou maximização da função de fase.

De acordo com esta classificação, os critérios de Máxima Distorção RMS e Máxima Distorção de Pico se enquadram no *Tipo II*.

Em [13] as seguintes funções de fase são propostas:

$$f(\tau) = \frac{1}{2} [h_1(\tau) - h_{-1}(\tau)] \quad (3.4)$$

$$f(\tau) = h_1(\tau) \quad (3.5)$$

Estas funções têm o comportamento mostrados nas figuras 3.5 e 3.6 seguintes, para os canais 1,2 e 4 (veja capítulo 1), e para um canal de Nyquist com fator de "roll-off" $\alpha = 0.5$.

A fase ótima utilizando (3.4) é determinada forçando-se $h_1 = h_{-1}$; e em (3.5), procura-se a fase que anule h_1 . Ambas as funções são classificadas como *Tipo I*. Com exceção da função de fase da equação (3.4) aplicada ao canal 4 e do canal de Nyquist, estas funções não têm sentido para os canais analisados pois não apresentam cruzamento de zero adequado.

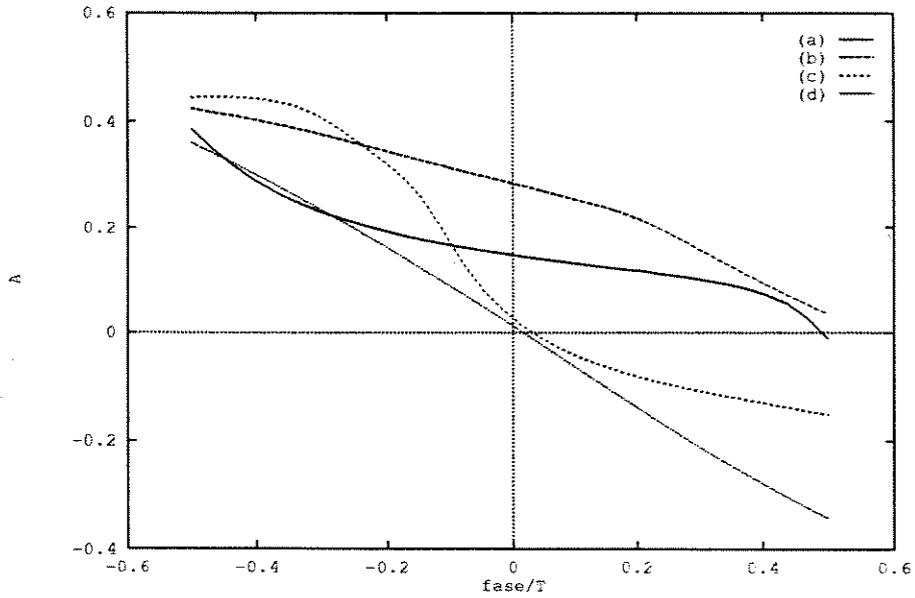


Figura 3.5: função de fase em (3.4): (a) canal 1; (b) canal 2; (c) canal 4; (d) canal de Nyquist com $\alpha = 0.5$

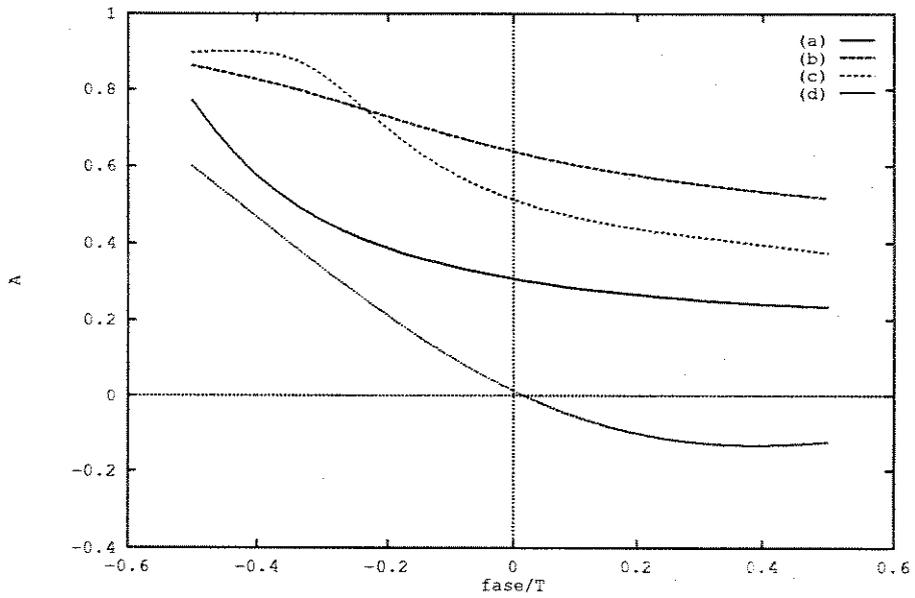


Figura 3.6: função de fase em (3.5): (a) canal 1; (b) canal 2; (c) canal 4; (d) canal de Nyquist com $\alpha = 0.5$

As estimativas de (3.4) ou (3.5) podem ser feitas de várias maneiras. Uma delas seria as estimação das amostras da resposta impulsiva do canal através de um algoritmo de identificação. Outra maneira, proposta em [13], é obtê-la diretamente do sinal recebido. Para as funções (3.4) e (3.5), adota-se a seguinte representação:

$$f(\tau) = E[z_k] \quad (3.6)$$

Para a equação (3.4), z_k é dado por:

$$z_k = \frac{1}{2}(x_k \hat{a}_{k-1} - x_{k-1} \hat{a}_k) / E[\hat{a}_k^2] \quad (3.7)$$

e para a equação (3.5):

$$z_k = x_k \hat{a}_{k-1} / E[\hat{a}_k^2] \quad (3.8)$$

onde x_k é o sinal recebido e amostrado, dado a seguir como função da fase τ , num instante $kT + \tau$.

$$x_k(\tau) = \sum_i a_{k+i} h_{-i}(\tau) + n_k \quad (3.9)$$

O sinal resultante de (3.6) é um erro de fase minimizado através da seguinte recursão:

$$\tau_{k+1} = \tau_k + \gamma_k z_k(\tau_k) \quad (3.10)$$

onde γ_k é o ganho de adaptação.

Em [22] a seguinte função de fase é proposta, e corresponde a uma aproximação ao critério de máxima distorção de pico.

$$f(\tau) = |h_{-1}(\tau)| + |h_1(\tau)| \quad (3.11)$$

Na fig. 3.7 esta função é avaliada para os canais 1,2 e 4. As curvas apresentadas nesta figura são bastante parecidas com as mostradas nas figs. 3.3 e 3.4, correspondentes aos critérios de máxima distorção de pico e máxima distorção RMS, sendo uma boa aproximação para as mesmas. Esta função de fase é do *Tipo II*, onde a minimização de tal função determina a fase ótima.

As estimativas das amostras h_{-1} e h_1 são feitas por um identificador da resposta impulsiva, baseado em um algoritmo RLS (que pode ser implementado sem maior complexidade neste caso, dado que apenas duas amostras são necessárias).

A função em (3.11) é em geral unimodal, o que permite a determinação do ponto de mínimo através de um algoritmo de busca unidimensional. Em [22] adotou-se o ajuste por quadráticas (onde a função

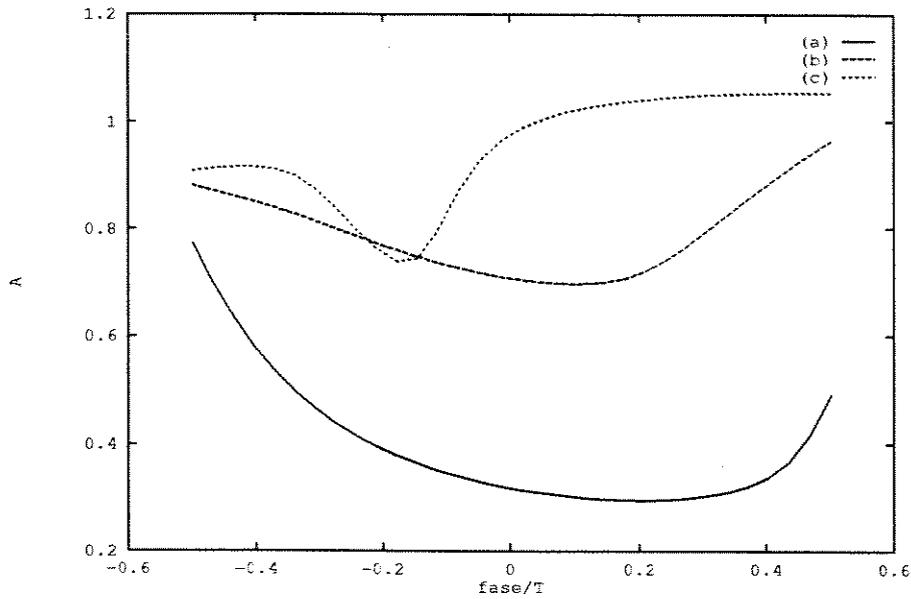


Figura 3.7: função de fase em (3.11): (a) canal 1; (b) canal 2; (c) canal 4

é aproximada por parábolas, vide seção 3.4.1) como método de minimização de tais curvas, obtendo-se, assim, a fase desejada.

Em [17] e [18] duas estruturas distintas de recuperador de relógio funcionando em conjunto com um filtro de realimentação como equalizador são propostas. Supõe-se, nestes trabalhos, que o equalizador é eficiente para eliminar as amostras pós-cursoras da resposta impulsiva do canal, restando apenas os termos de interferência intersimbólica das amostras pré-cursoras. A função de fase, nestes casos, deve envolver estas amostras. Em [17] usa-se a seguinte função de fase:

$$f(\tau) = \alpha h_{-1}(\tau) - h_0(\tau) \quad (3.12)$$

que é do *Tipo II*, segundo a classificação adotada. A fase ótima é obtida minimizando-se (3.12), através de (3.10), adotando-se α fixo. As estimativas de h_{-1} e h_0 são extraídas diretamente de um algoritmo de identificação do canal.

Em [18] adota-se a seguinte função de fase:

$$f(\tau) = h_{-1}(\tau) \quad (3.13)$$

Esta função é do *Tipo I*, e h_{-1} é estimado pela equação (3.7), onde z_k é dado por:

$$z_k = \hat{a}_k(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}) \quad (3.14)$$

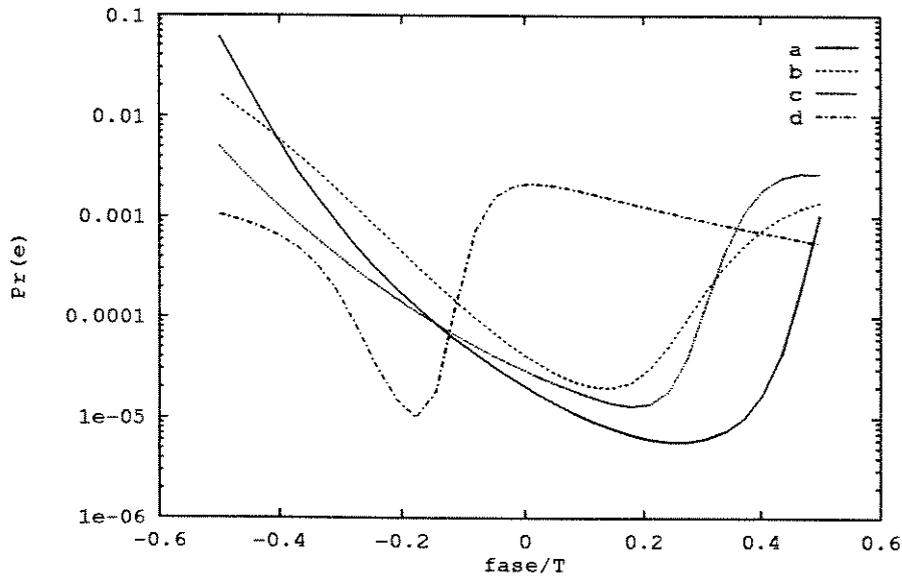


Figura 3.8: Probabilidade de erro em função da fase: (a) canal 1; (b) canal 2; (c) canal 3; (d) canal 4, $\sigma_n^2 = 1/20$

A fase ótima é aquela que zera (3.13) e é determinada via algoritmo da equação (3.10).

As funções de ajuste de fase apresentadas nesta seção têm uma característica em comum: procuram, de uma forma ou outra, determinar a fase ótima que minimize a influência de algumas amostras pré ou pós-cursoras, aquelas consideradas de maior importância pela sua magnitude. A necessidade de aproximá-las a zero tem relação direta com o algoritmo de decisão dos símbolos adotado, principalmente se o detector é do tipo limiar de cruzamento de zero, para o qual qualquer amostra que não seja a amostra principal h_0 é uma perturbação à decisão.

Para verificarmos a utilidade das funções de fase apresentadas até o momento, tendo em vista o funcionamento do recuperador de relógio com o detector proposto no capítulo anterior, calculamos inicialmente a probabilidade de erro do detector em função da fase para os canais apresentados no capítulo 1, com respeito à qual se irá medir o desempenho dos critérios. As curvas resultantes da aplicação da expressão (2.31), com $\sigma_n^2 = 1/20$, são mostradas na fig. 3.8.

Estas curvas apresentam pontos de mínimo e em geral são unimodais, assemelhando-se mais com as curvas obtidas a partir das funções de fase do *Tipo II*.

As funções de fase do *Tipo I* não apresentam o mesmo comportamento, apesar de indiretamente também procurarem minimizar a probabilidade de erro através da redução da interferência intersimbólica e a maximização da SNR.

Como já visto, a aplicação das funções de fase do *Tipo I* nos canais analisados não é adequada, por

não haver cruzamento de zero garantido. A vantagem da utilização deste tipo de função de fase (quando possível) é verificada no momento da escolha do algoritmo que determina a fase desejada a partir dos valores estimados destas funções. Neste caso, o algoritmo da expressão (3.10) é eficiente para zerar o erro de fase (ou seja, o valor da função de fase), com um custo de implementação bastante baixo. As funções do *Tipo II* têm a vantagem de um comportamento mais próximo ao determinado pela probabilidade de erro, porém com custos de otimização maiores à medida que a procura é pelo ponto de mínimo de tais funções.

Na seção seguinte apresentamos o recuperador de relógio proposto, sob a ótica do detetor apresentado no capítulo 2, em que a minimização de h_{-1} não é uma questão crucial. As funções de fase a serem analisadas são do *Tipo II* e são uma aproximação da expressão de probabilidade de erro do detetor proposto.

3.3 Funções de Ajuste de Fase Propostas

O recuperador de relógio ideal deve ser aquele tal que minimize a probabilidade de erro de decisão do módulo receptor como um todo. Mesmo dispondo da expressão analítica para a probabilidade de erro do detetor, esta tarefa em geral não pode ser realizada diretamente, dado que não existe uma relação analítica direta da probabilidade de erro como função da fase de amostragem. Se esta relação pudesse ser obtida, bastaria derivar a expressão de probabilidade de erro em relação à fase, e assim teríamos o resultado desejado e imediato.

No capítulo anterior desenvolvemos uma expressão para a probabilidade de erro do detetor proposto (2.31), supondo que não haja propagação de erros ao longo do equalizador com decisão realimentada. A expressão é do tipo:

$$Pr(\epsilon) = g(h_0, h_{-1}, \sigma_n) \quad (3.15)$$

com

$$h_{-1} = h_{-1}(\tau) \quad (3.16)$$

$$h_0 = h_0(\tau) \quad (3.17)$$

As funções $h_{-1}(\tau)$ e $h_0(\tau)$ não são conhecidas a priori, pois dependem da natureza do canal, ou seja, da forma específica da resposta impulsional. Ao mudarmos a fase, estaremos determinando novos valores de h_{-1} e h_0 , como ilustrado na fig. 3.9.

Desta forma, um algoritmo de ajuste de fase baseado na derivada da função $g(\cdot)$, como o algoritmo da secante ou algoritmo de Newton não é viável.

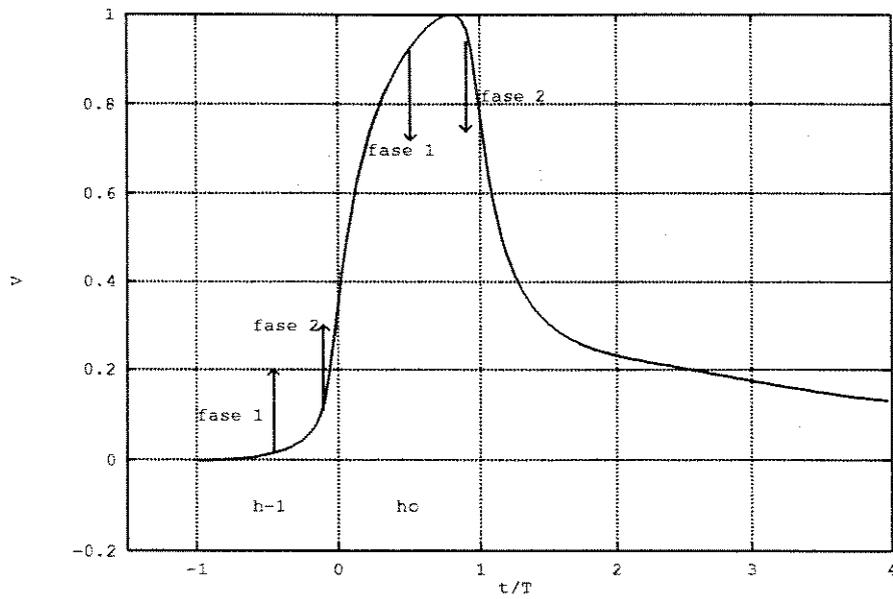


Figura 3.9: efeito da mudança de fase sobre h_{-1} e h_0

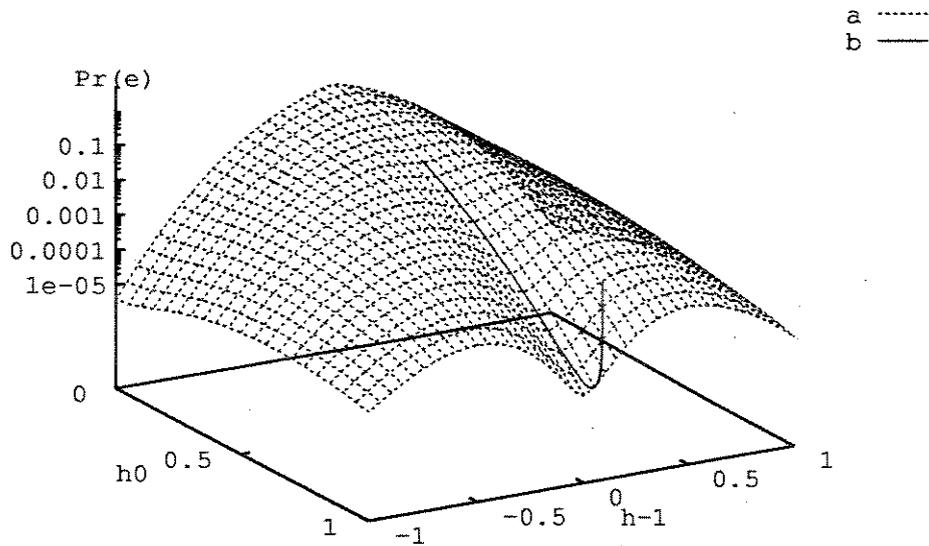


Figura 3.10: $Pr(e)$ em função de h_{-1} e h_0 com σ_n constante - a trajetória de um ajuste de fase é desconhecida: (a) superfície de probabilidade de erro genérica; (b) função de fase para um canal particular

Na fig. 3.10 avaliamos a expressão (2.31) de uma forma diferente para ilustrar o processo de busca da fase ótima. Variamos h_0 e h_{-1} (efeito da mudança de fase), mantendo-se fixo um certo nível de ruído ($\sigma_n^2 = 1/20$, constante). A trajetória descrita pela curva superposta à superfície de probabilidade de erro genérica é desconhecida a priori, e cada ponto desta curva representa uma nova fase, ou seja, valores de h_{-1} e h_0 diferentes, pois cada canal tem um comportamento próprio em relação a estas variáveis. Para cada canal há uma trajetória particular sobre a superfície. No caso mostrado, o ponto de mínimo da curva está localizado na região de probabilidade de erro também mínima da superfície.

O fato de não conhecermos a dependência das variáveis com a fase de amostragem, porém, não impede uma solução adequada para o problema. Dispondo de amostras da resposta impulsiva de um dado canal podemos, em vista da expressão (2.31), calcular a probabilidade de erro do mesmo, variando-se a fase. Isto é feito da seguinte forma: uma fase qualquer é escolhida, determina-se os valores de $h_0(\tau)$ e $h_{-1}(\tau)$ para esta fase e, para uma dada variância de ruído, calcula-se a probabilidade de erro via equação (2.31). Desta forma definimos uma função de fase, determinada pela expressão de probabilidade de erro do detetor proposto no capítulo 2:

$$f(\tau) = Pr(e) \quad (3.18)$$

Esta função de fase só pode ser calculada caso a caso, isto é, dispondo-se da resposta impulsiva do canal.

As curvas de função de fase obtidas via (3.18) e mostradas na fig. 3.8 para os canais analisados, não são convexas, mas apresentam a característica de unimodalidade, com exceção do canal 4 (fig. 3.8 (d)). A fase ótima é determinada pelo mínimo de tais funções e pode ser encontrado via algoritmos de busca unidimensional. O método de ajuste quadrático [19], onde o ponto de mínimo é determinado como aproximações sucessivas por meio de parábolas é uma boa solução, por apresentar grande rapidez de convergência. Outro método bastante rápido e eficiente é o algoritmo de Fibonacci [20], capaz de reduzir o intervalo que contém o ponto desejado de maneira ótima, na razão dos números da série de Fibonacci. Estes serão apresentados na seção 3.4.1 e 3.4.2, respectivamente.

A adoção da função de fase (3.18), porém, implica em complexidade, já que ela envolve o cálculo da equação (2.31), que por sua vez necessita de integração. A variância do ruído não precisa, entretanto, ser necessariamente estimada, pois o ponto de mínimo varia pouco com esta, nos canais estudados. Verificamos este comportamento através do cálculo do ponto de mínimo em relação à variância do ruído, e apresentamos estes resultados na fig. 3.11 para o canal 1.

Para evitar-se o cálculo da probabilidade de erro a cada nova fase, procuramos uma outra função de fase, além daquelas apresentadas na seção 3.2, que consiga aproximar a expressão de probabilidade de erro em função da fase com baixo custo de implementação. Assim poderemos minimizar a probabilidade de erro indiretamente. Esta aproximação é baseada em amostras da resposta impulsiva do canal, da

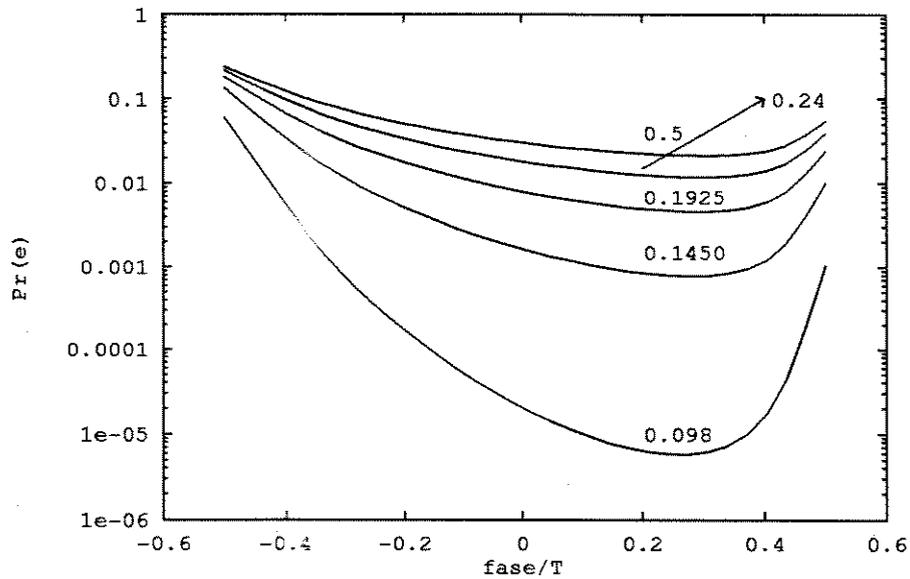


Figura 3.11: Probabilidade de erro (3.18) com variância de ruído distintas: canal 1

mesma maneira que as funções de fase apresentadas na seção anterior. Supomos também aqui que o equalizador é eficiente para cancelar as amostras pós-cursoras da resposta impulsiva do canal.

Recuperando a expressão (2.1) de capítulo 2, verificamos que o sinal resultante da equalização é composto de apenas duas amostras da resposta impulsiva (o canal equivalente, desta forma, possui apenas duas amostras), dado a seguir:

$$r_k(\tau) = a_{k+1}h_{-1}(\tau) + a_k h_0(\tau) + n_k + \rho_k \quad (3.19)$$

com ρ_k sendo os resíduos resultantes da propagação de decisões erradas pelo equalizador, conforme visto no capítulo anterior e que será desconsiderada para efeito desta análise. Portanto, uma função de fase deve envolver no máximo as duas amostras h_{-1} e h_0 .

A primeira função de fase proposta tenta maximizar diretamente a relação sinal ruído, e consiste em maximizar h_0 :

$$f_1(\tau) = h_0(\tau) \quad (3.20)$$

Na fig. 3.12 avaliamos esta função para os canais 1,2,3 e 4.

Observa-se que a função $f_1(\tau)$ apresenta características semelhantes às funções de probabilidade de erro, ou seja, mantém a unimodalidade nos casos correspondentes e contém um ponto de máximo próximo à fase que determina o ponto de mínimo da probabilidade de erro (compare as figs. 3.8 e 3.12).

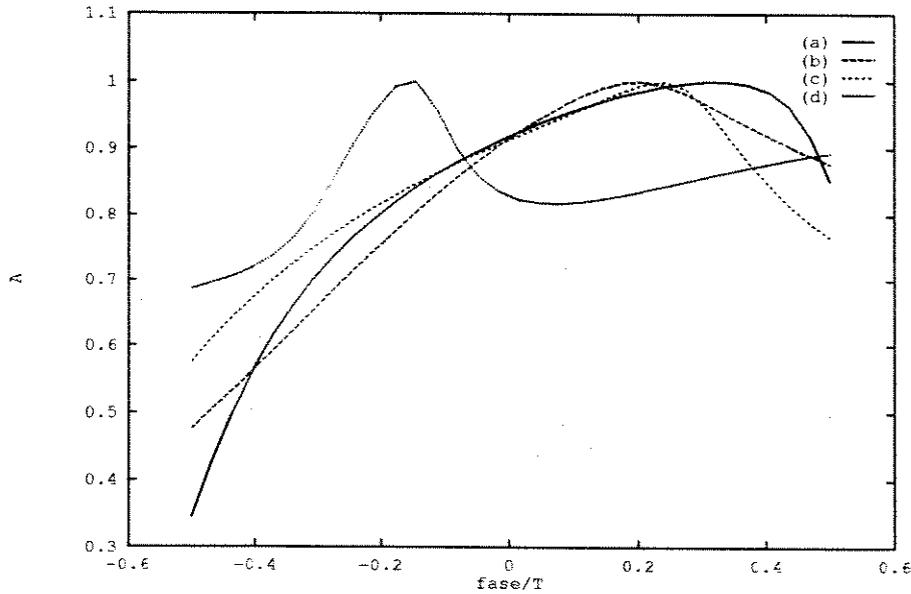


Figura 3.12: função de fase da equação (3.20): (a) canal 1; (b) canal 2; (c) canal 3; (d) canal 4

Uma outra função que apresenta características semelhantes e que leva em conta h_{-1} é a função $f_2(\tau)$:

$$f_2(\tau) = |h_0(\tau)| - |h_{-1}(\tau)| \quad (3.21)$$

Na fig. 3.13 avaliamos esta função para os canais 1,2,3 e 4.

Como visto nas figuras 3.8, 3.12 e 3.13 as duas funções de fase apresentam ponto de máximo próximo ao ponto que minimiza a probabilidade de erro, ou seja:

$$\arg\{\min_{\tau} f(\tau)\} \simeq \arg\{\max_{\tau} f_i(\tau)\} \quad , \quad i = 1 \text{ ou } 2 \quad (3.22)$$

As duas funções propostas para aproximar a função de fase dada pela probabilidade de erro apresentam características semelhantes para os canais estudados. Ambas apresentam ponto de máximo próximo à fase que minimiza a probabilidade de erro, são facilmente calculadas e mantêm a característica de unimodalidade.

Nas figuras seguintes comparamos as duas funções propostas, com relação ao erro de fase e a consequente perda percentual com respeito à probabilidade de erro teórica. Nas figs. 3.14 e 3.15 comparamos o valor relativo do erro de fase. Este erro é calculado tomando-se a diferença absoluta entre a fase que minimiza a probabilidade de erro teórica para o dado canal e a fase que maximiza a função de fase em questão, dividida pelo intervalo total, isto é, T .

Nas figs. 3.16 e 3.17 comparamos a perda em termos de probabilidade de erro resultante dos erros

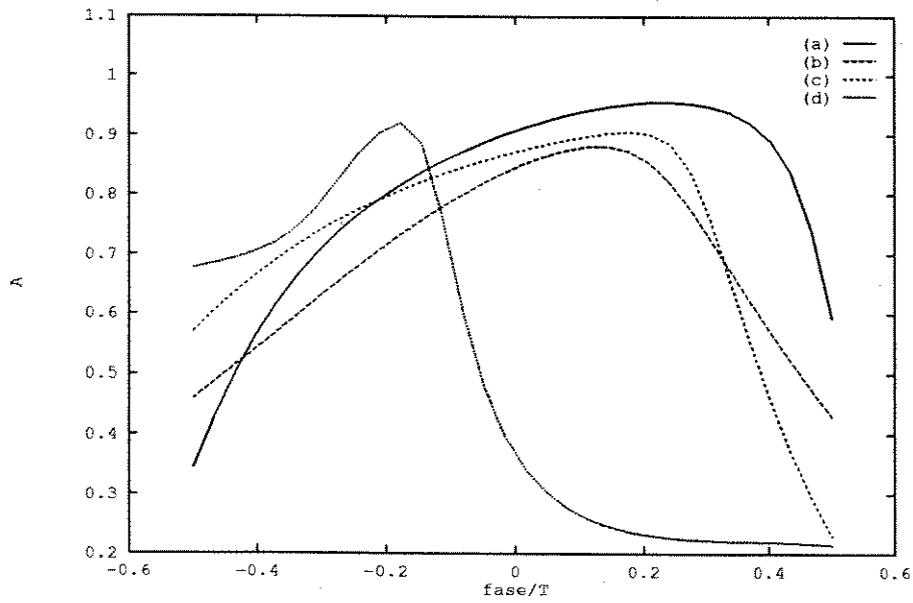


Figura 3.13: função de fase da equação (3.21): (a) canal 1; (b) canal 2; (c) canal 3; (d) canal 4

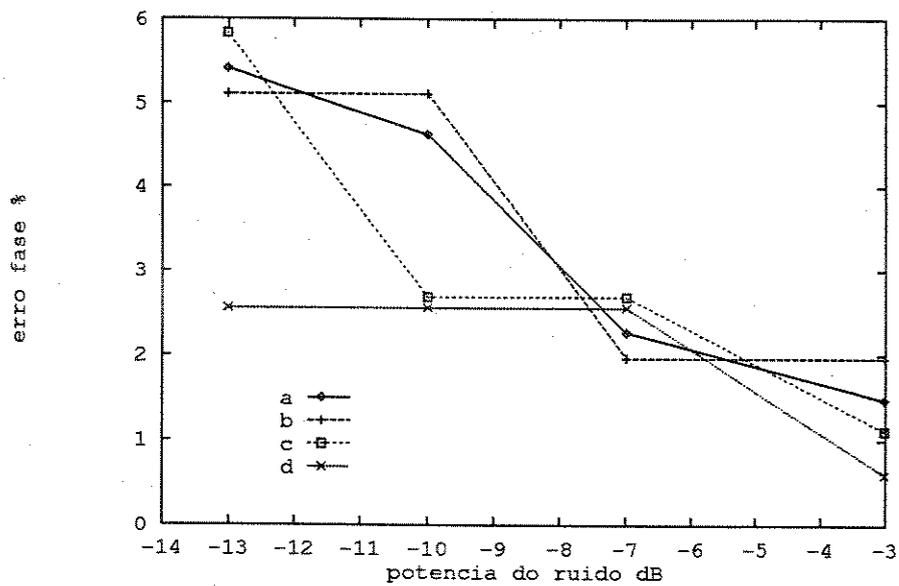


Figura 3.14: Erro de fase versus potência do ruído para a função de fase em (3.20): (a) canal 1; (b) canal 2; (c) canal 3; (d) canal 4

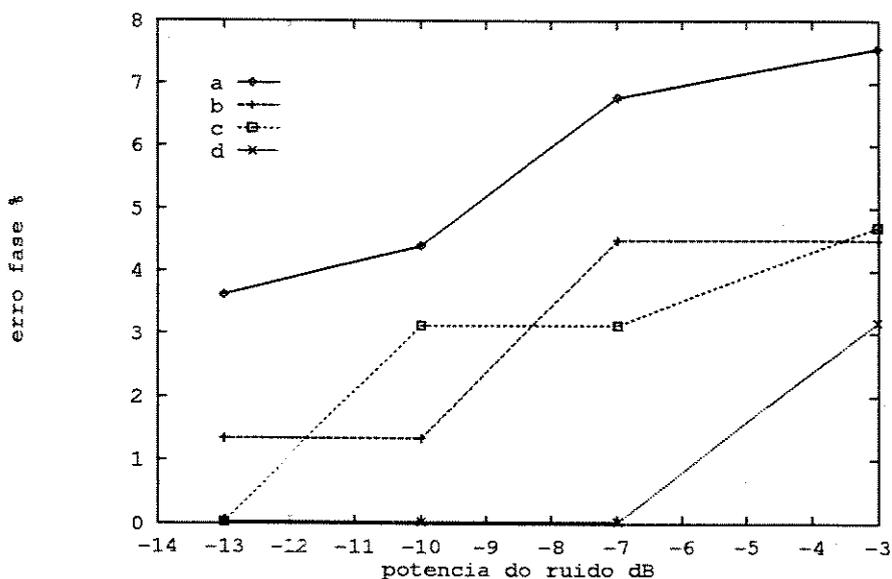


Figura 3.15: Erro de fase versus potência do ruído para a função de fase em (3.21): (a) canal 1; (b) canal 2; (c) canal 3; (d) canal 4

de fase mostrados nas figuras anteriores. Estes valores são calculados tomando-se a diferença da probabilidade de erro calculada com a fase que minimiza a expressão de probabilidade de erro teórica e a fase determinada ao maximizar-se uma das funções de fase. Sendo τ^* a fase que minimiza a probabilidade de erro e ϕ a fase que maximiza a função de fase, a perda em dB é dada por:

$$Perda = 20 \log_{10} |f(\phi) - f(\tau^*)| \quad (3.23)$$

com $f(\tau) = Pr(e)$.

Observando estas figuras, podemos concluir que a função de fase dada em (3.21) é uma aproximação melhor para as curvas de probabilidade de erro em função da fase e, além disso, apresenta característica de unimodalidade para todos os canais estudados, mesmo aplicada ao canal 4 (veja fig. 3.13), o que não ocorre para a função em (3.20).

Quando o receptor está em operação não dispomos das amostras exatas da resposta impulsiva, e sim de estimativas da mesma. Desta forma espera-se que as curvas de função de fase apresentem um comportamento ruidoso (com a formação de inúmeros mínimos e máximos locais), mas que em média terão o comportamento mostrado até aqui. Na seção seguinte analisaremos o comportamento prático destas funções na condição de operação por estimativas.

O método para a otimização destas funções (determinação de ponto de máximo) pode ser o mesmo,

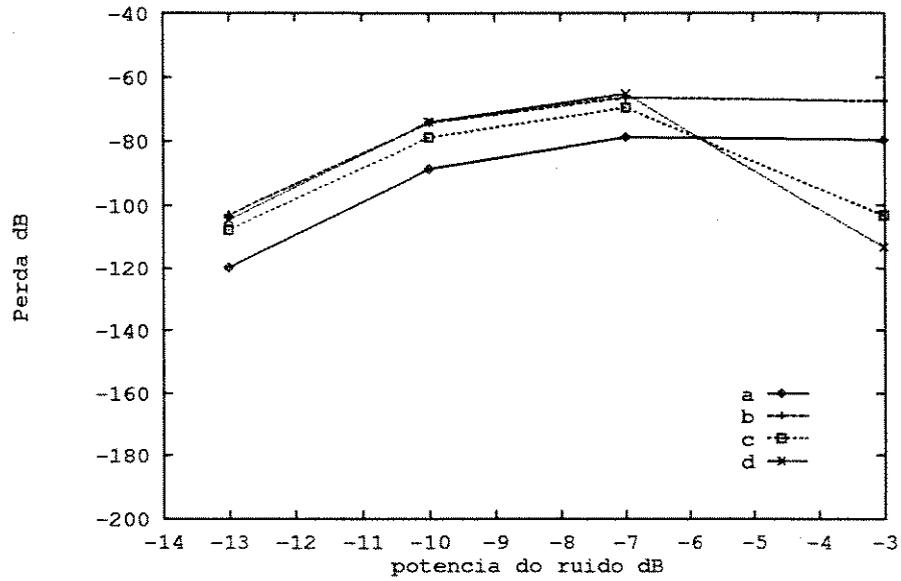


Figura 3.16: Perda de probabilidade de erro versus potência do ruído para a função de fase em (3.20):
 (a) canal 1; (b) canal 2; (c) canal 3; (d) canal 4

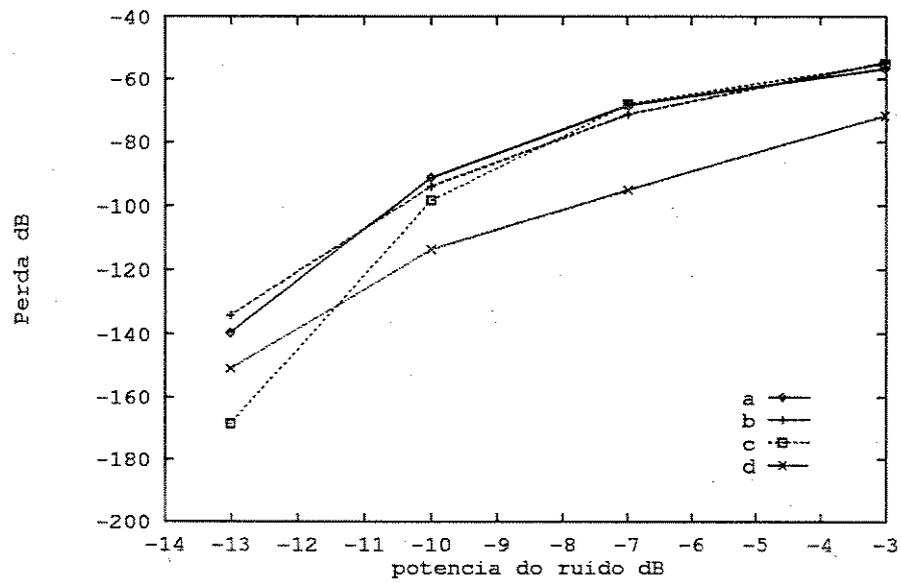


Figura 3.17: Perda de probabilidade de erro versus potência do ruído para a função de fase em (3.21):
 (a) canal 1; (b) canal 2; (c) canal 3; (d) canal 4

dada as características comuns. As funções propostas são do *Tipo II*, conforme classificação da seção anterior.

Na seção seguinte apresentamos dois métodos para a determinação da fase ótima maximizando-se as funções de fase propostas (equações (3.20) e (3.21)). São eles: o método de ajuste por formas quadráticas e o algoritmo de Fibonacci.

3.4 Métodos de Busca Unidimensional para a Determinação da Fase Ótima

3.4.1 Algoritmo de Ajuste Quadrático

O método de ajuste por formas quadráticas é usado para determinar o ponto de mínimo ou de máximo de uma função. Em [22] temos a aplicação do algoritmo de ajuste quadrático à recuperação de relógio, com uma função de fase ligeiramente diferente das propostas na seção anterior, mas com características idênticas.

O funcionamento do algoritmo é bastante simples. Escolhem-se três fases iniciais distintas. O problema de maximização é resolvido por aproximações, tomando-se a fase que maximiza a parábola que interpola estes três pontos, e assim um quarto valor de fase é determinado. Para a próxima iteração, um destes pontos é descartado (de acordo com algum critério), e novamente a fase que maximiza a nova parábola é calculada, assim sucessivamente, até a convergência.

Seja uma função de fase $f(\tau)$, unimodal, que se deseja maximizar, com $\theta = \arg\{\max_{\tau} f(\tau)\}$ e ϕ a expressão da parábola que interpola três pontos dados de $f(\tau)$:

$$\phi(\tau) = a\tau^2 + b\tau + c \quad , \quad a < 0 \quad (3.24)$$

A expressão que determina o ponto onde $\phi'(\tau) = 0$ é dada por:

$$\theta = -\frac{b}{2a} \quad (3.25)$$

e, sendo τ_1 , τ_2 e τ_3 três fases distintas, tal que $\tau_1 < \tau_2 < \tau_3$, a equação (3.25) é expressa da seguinte forma [22]:

$$\theta = \frac{1}{2} \frac{\tau_1^2 \epsilon_2 + \tau_2^2 \epsilon_3 + \tau_3^2 \epsilon_1}{\tau_1 \epsilon_2 + \tau_2 \epsilon_3 + \tau_3 \epsilon_1} \quad (3.26)$$

onde

$$\epsilon_1 = f(\tau_2) - f(\tau_1) \quad (3.27)$$

$$\epsilon_2 = f(\tau_3) - f(\tau_2) \quad (3.28)$$

$$\epsilon_3 = f(\tau_1) - f(\tau_3) \quad (3.29)$$

Para que a convergência do método seja garantida, a função deve ser unimodal e os pontos escolhidos a cada iteração devem cercar o ponto de máximo [19]. Se o máximo não for cercado, um ponto de mínimo pode ser obtido do cálculo de (3.26), quando a procura era por um ponto de máximo, e vice-versa. Se a função não for unimodal, pode-se chegar a soluções locais.

Para que o ponto determinado em (3.26) seja um máximo, devemos ter $a < 0$ em (3.25). Isto ocorre quando são satisfeitas as seguintes desigualdades:

$$f(\tau_1) < f(\tau_2) \text{ e } f(\tau_2) > f(\tau_3) \quad (3.30)$$

Existem várias estratégias para que o ponto de máximo seja cercado [20], ou seja, que a equação (3.30) seja satisfeita. Um destes métodos consiste em encontrar um intervalo que englobe o máximo, a partir dos pontos dados. Descrevemos a seguir um destes métodos.

Sejam τ_k, τ_{k+1} e τ_{k+2} , tal que $\tau_k < \tau_{k+1} < \tau_{k+2}$ e $f(\tau_k) < f(\tau_{k+1}) < f(\tau_{k+2})$ (ordenação crescente) para os quais (3.30) não é satisfeita. Com $t_0 > 0$ sendo algum intervalo pré determinado, avalie $f(\cdot)$ em $\tau_{k+2} + t_0$.

Se

$$f(\tau_{k+2}) < f(\tau_{k+2} + t_0) \quad (3.31)$$

faça $\tau_{k+3} = \tau_{k+2} + t_0$ e $t_1 = \alpha t_0$, $\alpha > 1$ e calcule $f(\tau_{k+3} + t_1)$.

Se

$$f(\tau_{k+3}) < f(\tau_{k+3} + t_1) \quad (3.32)$$

faça $\tau_{k+4} = \tau_{k+3} + t_1$ e $t_2 = \alpha t_1$. Continue desta forma até que se verifique:

$$f(\tau_{k+n}) > f(\tau_{k+n} + t_{n-2}) \quad (3.33)$$

Por outro lado, se dados τ_k, τ_{k+1} e τ_{k+2} , tal que $\tau_k < \tau_{k+1} < \tau_{k+2}$ e $f(\tau_k) > f(\tau_{k+1}) > f(\tau_{k+2})$ (ordenação decrescente), primeiramente reordene os pontos, fazendo:

$$(\tau_{k+2}, \tau_{k+1}, \tau_k) = (\tau_k, \tau_{k+1}, \tau_{k+2}) \quad (3.34)$$

Então avalie $f(\cdot)$ em $\tau_{k+2} - t_0$. Se

$$f(\tau_{k+2}) < f(\tau_{k+2} - t_0) \quad (3.35)$$

faça $\tau_{k+3} = \tau_{k+2} - t_0$ e $t_1 = \beta t_0$, $0 < \beta < 1$ e calcule $f(\tau_{k+3} - t_1)$. Se

$$f(\tau_{k+3}) < f(\tau_{k+3} - t_1) \quad (3.36)$$

faça $\tau_{k+4} = \tau_{k+4} - t_1$ e $t_2 = \beta t_1$. Continue desta forma até que se verifique:

$$f(\tau_{k+n}) > f(\tau_{k+n} - t_{n-2}) \quad (3.37)$$

Quando as equações (3.33) ou (3.37) forem verificadas teremos finalmente cercado o máximo. Basta adotarmos os três últimos pontos $(\tau_{k+n-1}, \tau_{k+n}, \tau_{k+n+1})$ para que a convergência do algoritmo esteja assegurada.

A seguir apresentamos o algoritmo adotado que determina o ponto de máximo e usa uma estratégia semelhante à citada acima para assegurar o cerco do ponto procurado:

ALGORITMO DE AJUSTE QUADRÁTICO

(determinação do ponto de máximo de uma função)

PASSO 1: Inicialização

- Define-se τ_1, τ_2 e τ_3 , tal que $\tau_1 < \tau_2 < \tau_3$ e $\max_{i,j} |\tau_i - \tau_j| < T$ e calcula-se $f(\tau_1), f(\tau_2), f(\tau_3)$
- Faz-se $k = 0$

PASSO 2: Calcula-se:

- $\epsilon_1 = f(\tau_{k+1}) - f(\tau_k)$, $\epsilon_2 = f(\tau_{k+2}) - f(\tau_{k+1})$, $\epsilon_3 = f(\tau_k) - f(\tau_{k+2})$
- $erro = \epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + \epsilon_3^2$. Se $erro < \xi$, então PARE, o algoritmo convergiu.
- $k \leftarrow k + 1$

PASSO 3: Verifica-se os pontos atuais cercam o máximo

- Se $f(\tau_{k+1}) > f(\tau_k)$ e $f(\tau_{k+1}) > f(\tau_{k+2})$, vá para o PASSO 5

PASSO 4: Determina-se novos pontos que cerquem o máximo

- Se $f(\tau_k) < f(\tau_{k+1}) < f(\tau_{k+2})$, descarta-se o ponto $(\tau_k, f(\tau_k))$ e escolhe-se um novo ponto:
 1. Escolhe-se $\tau \in [\tau_{k+2}, T/2]$, fazendo-se $\tau = \tau_{k+2} + \Delta\tau$, $\Delta\tau > 0$
 2. Calcula-se $f(\tau)$
 3. $(\tau_k, \tau_{k+1}, \tau_{k+2}) \leftarrow (\tau_{k+1}, \tau_{k+2}, \tau)$
 4. Volte ao PASSO 2

- Se $f(\tau_k) > f(\tau_{k+1}) > f(\tau_{k+2})$, descarta-se o ponto $(\tau_{k+2}, f(\tau_{k+2}))$ e escolhe-se um novo ponto:
 1. Escolhe-se $\tau \in [-T/2, \tau_k]$, fazendo-se $\tau = \tau_k - \Delta\tau$, $\Delta\tau > 0$.
 2. Calcula-se $f(\tau)$
 3. $(\tau_k, \tau_{k+1}, \tau_{k+2}) \leftarrow (\tau, \tau_k, \tau_{k+1})$
 4. Volte ao PASSO 2

PASSO 5: Cálculo do ponto que minimiza a parábola

- $\theta = \frac{1}{2} \frac{\tau_k^2 \epsilon_2 + \tau_{k+1}^2 \epsilon_3 + \tau_{k+2}^2 \epsilon_1}{\tau_k \epsilon_2 + \tau_{k+1} \epsilon_3 + \tau_{k+2} \epsilon_1}$
- Se $\theta \leq -T/2$, faça $\tau_{k+3} = -T/2$
- Se $\theta \geq T/2$, faça $\tau_{k+3} = T/2$
- Caso contrário, faça $\tau_{k+3} = \theta$
- Calcula-se $f(\tau_{k+3})$

PASSO 6: Escolhe-se o ponto redundante a descartar

- Se $f(\tau_{k+3}) > f(\tau_{k+1})$:
 1. Se $\tau_k < \tau_{k+3} < \tau_{k+1}$, faça: $(\tau_k, \tau_{k+1}, \tau_{k+2}) \leftarrow (\tau_k, \tau_{k+3}, \tau_{k+1})$; vá para o PASSO 2
 2. Se $\tau_{k+1} < \tau_{k+3} < \tau_{k+2}$, faça: $(\tau_k, \tau_{k+1}, \tau_{k+2}) \leftarrow (\tau_{k+1}, \tau_{k+3}, \tau_{k+2})$; vá para o PASSO 2
- Se $f(\tau_{k+3}) \leq f(\tau_{k+1})$:
 1. Se $\tau_k < \tau_{k+3} < \tau_{k+1}$, faça: $(\tau_k, \tau_{k+1}, \tau_{k+2}) \leftarrow (\tau_{k+3}, \tau_{k+1}, \tau_{k+2})$
 2. Se $\tau_{k+1} < \tau_{k+3} < \tau_{k+2}$, faça: $(\tau_k, \tau_{k+1}, \tau_{k+2}) \leftarrow (\tau_k, \tau_{k+1}, \tau_{k+3})$
 3. Vá para o PASSO 2

A fig. 3.18 ilustra o funcionamento do algoritmo acima. Cada iteração é representada por uma parábola (numerada) e o ponto de máximo desta determina o próximo ponto a ser acrescentado à busca.

O algoritmo apresentado acima prevê os casos em que o máximo não está cercado e reajusta os pontos de forma que isto aconteça. Porém, no caso da função não ser unimodal e apresentar algum ponto de máximo local (o que implica na existência de um ponto de mínimo entre eles) o algoritmo pode convergir para este máximo local. Na fig. 3.19 apresentamos uma situação em que isto acontece. Neste caso os pontos iniciais foram tomados de tal forma que os valores da função nestes pontos estão ordenados de forma crescente, levando o algoritmo a supor que o máximo está localizado à direita destes pontos. Assim, cada nova iteração levará a uma nova fase cada vez mais próxima do máximo local, enganando o algoritmo.

Poderíamos acrescentar algum teste ao algoritmo que facilmente detectaria a situação apresentada. Porém, seria difícil decidir qual operação executar para que o algoritmo saia desta situação, sem envolver

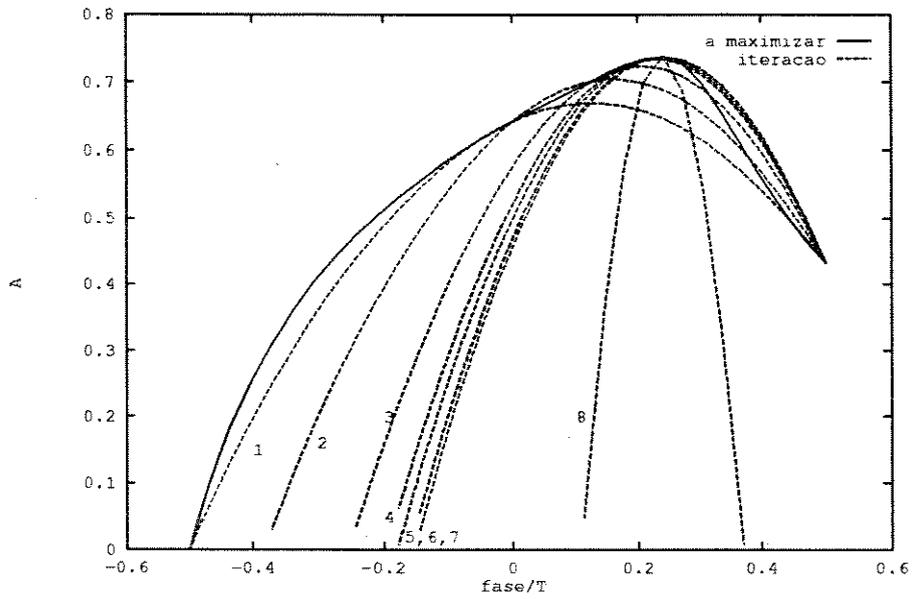


Figura 3.18: funcionamento do algoritmo de ajuste quadrático

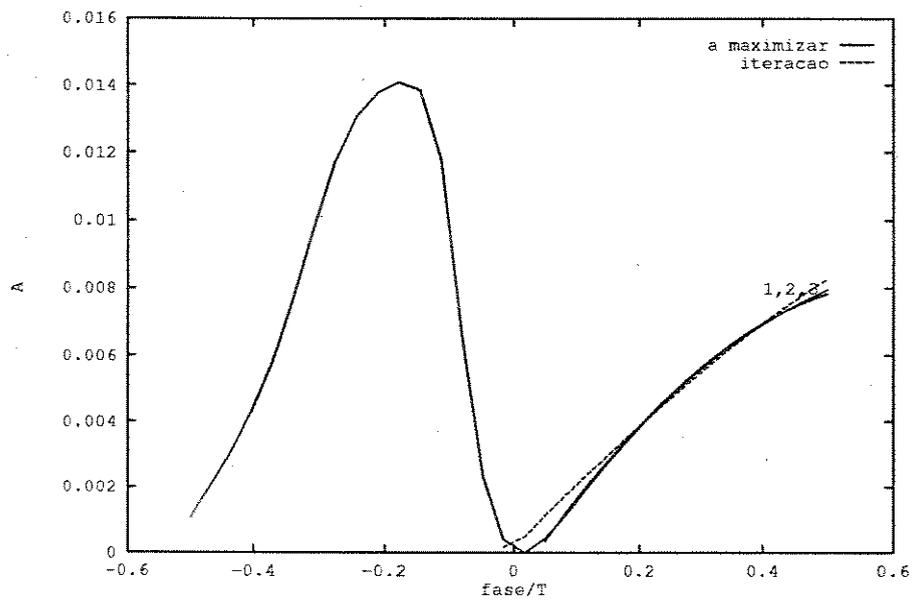


Figura 3.19: função de fase com máximo local

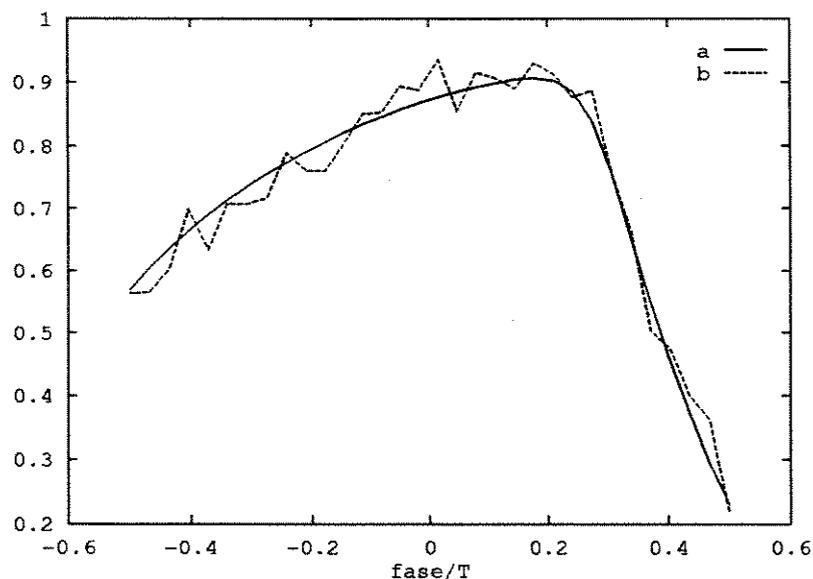


Figura 3.20: (a) função de fase; (b) função de fase estimada

a avaliação de novos pontos maiores que τ_3 e menores que τ_1 . Isto tornaria o algoritmo ainda mais complexo. Desta forma, não podemos garantir a convergência para as funções de fase que não sejam unimodais com um algoritmo simples.

Outro ponto importante a ressaltar é sobre o funcionamento conjunto com os demais módulos do receptor. Os valores da função serão obtidos a partir de estimativas de amostras da resposta impulsiva, via algoritmo de identificação. Como estas estimativas não são necessariamente corretas, esses erros aparecerão na função de fase estimada. Isto significa que em média a função de fase terá a forma mostrada nas figuras anteriores de função de fase, porém inúmeros máximos locais serão formados por conta dos erros de estimação. Existe, portanto, uma certa probabilidade de que dados três pontos, que na verdade descrevem uma parábola com ponto de máximo, tenham como estimativas pontos que venham a descrever uma parábola com ponto de mínimo. Isto pode ser visto através da fig. 3.20.

Estes casos não devem ocorrer quando os pontos estão distantes uns dos outros, ou seja, no início de funcionamento do algoritmo, pois o ponto de mínimo da função deve ainda estar distante. À medida que a solução se aproxima este risco é maior. É de se esperar, porém, baixa sensibilidade deste algoritmo em relação às flutuações dos valores da função de fase estimados, pois sempre são computados três pontos de cada vez.

Comparando este efeito agora, ao caso de um algoritmo apropriado à busca de funções de fase do Tipo I, como por exemplo:

$$\tau_{k+1} = \tau_k + \Delta\tau f(\tau_k) \quad (3.38)$$

vemos que a função de fase é usada como um sinal de erro. Neste caso o problema descrito acima não existe, pois o algoritmo procura zera a função de fase. Podem ocorrer situações onde estimativas erradas da função levam o algoritmo a seguir em uma direção oposta à correta. Estes casos devem ser rapidamente corrigidos pela própria dinâmica do algoritmo, resultando apenas num acréscimo no número de iterações para determinar-se o ponto de zero desejado. Por outro lado, espera-se mais "jitter" resultante do uso deste algoritmo, pois o zero nunca é determinado exatamente, a menos que $\Delta\tau$ tenda a zero. Na prática a fase fica oscilando em torno da fase que zera a função, numa amplitude proporcional a $\Delta\tau$.

3.4.2 Algoritmo de Fibonacci

Com o objetivo de tornar o ajuste de fase mais simples propomos o uso do algoritmo de Fibonacci para maximização da função de fase.

O algoritmo de Fibonacci [20] tem funcionamento bastante simples, em comparação ao ajuste quadrático, e baseia-se em reduções sucessivas do intervalo adotado inicialmente, obtidas à razão entre elementos subsequentes da série de Fibonacci. O ponto de máximo a ser determinado deve estar cercado pelo intervalo resultante a cada iteração, $[\tau_l^k, \tau_r^k]$. Sob o aspecto da redução dos intervalos de avaliação, o algoritmo de Fibonacci adota uma sequência de redução ótima [20].

A cada iteração avalia-se a função em duas fases distintas dentro do intervalo. O novo intervalo de fase é aquele que engloba o ponto de maior valor da função, entre os dois avaliados. Porém, dada a natureza do algoritmo, uma fase (e consequentemente o valor da função de fase na mesma) é reaproveitada na iteração seguinte e, na prática, a cada iteração é necessário o cálculo da função de fase em apenas um novo ponto.

A seguir apresentamos o algoritmo de Fibonacci. Seja $[\tau_l^0, \tau_r^0]$ o intervalo inicial e $f(\tau)$ a função de fase a maximizar-se:

ALGORITMO DE FIBONACCI

PASSO 1 Intervalos iniciais:

- faça $k = 1$; $l_0 = \tau_l^0$; $r_0 = \tau_r^0$
- $\tau_l^1 = l_0 + \frac{F(N-1)}{F(N+1)}(r_0 - l_0)$
- $\tau_r^1 = l_0 + \frac{F(N)}{F(N+1)}(r_0 - l_0)$

PASSO 2 calculam-se os novos intervalos:

- Se $f(\tau_l^k) < f(\tau_r^k)$, faça:
 1. $r_{k+1} = \tau_r^k$;
 2. $\tau_r^{k+1} = \tau_l^k$
 3. $\tau_l^{k+1} = l_k + \frac{F(N-k)}{F(N+2-k)}(r_k - l_k)$
- Se $f(\tau_l^k) > f(\tau_r^k)$, faça:
 1. $l_{k+1} = \tau_r^k$;
 2. $\tau_l^{k+1} = \tau_r^k$
 3. $\tau_r^{k+1} = l_k + \frac{F(N+1-k)}{F(N+2-k)}(r_k - l_k)$
- Se $f(\tau_l^k) = f(\tau_r^k)$, faça $l_{k+1} = \tau_l^k$ e $r_{k+1} = \tau_r^k$;
- faça $k \leftarrow k + 1$;

PASSO 3 Se $k < N$ vá para o PASSO 2;

PASSO 4 Fase ótima: $\tau^* = \frac{l_k + r_k}{2}$;

No algoritmo acima N é o número de iterações desejadas e F é a sequência de Fibonacci, com $F(k+2) = F(k+1) + F(k)$.

Este algoritmo apresenta uma característica interessante: podemos escolher o tamanho do intervalo final adotando-se um valor de N adequado. Em N avaliações teremos o intervalo final dado por:

$$r_N - l_N \simeq \frac{r_0 - l_0}{F(N+1)} \quad (3.39)$$

Por exemplo para que o intervalo final seja aproximadamente 1% do intervalo inicial (redução de cem vezes), adota-se $N = 12$

A sua convergência é garantida para funções unimodais.

O algoritmo da Razão Áurea, derivado do algoritmo de Fibonacci, tem implementação ainda mais simples, mas tem a desvantagem de necessitar a cada iteração de duas fases distintas, enquanto o algoritmo de Fibonacci, como vimos, permite a reutilização de uma das fases da iteração anterior. Isto é decisivo na escolha para o receptor, pois para cada fase há a necessidade de estimação da função de fase correspondente, com alto custo.

Na seção seguinte apresentamos resultados de simulação do receptor completo com os algoritmos propostos, onde se verifica que ambos apresentam desempenho satisfatório, mesmo em situações em que há nível alto de ruído, implicando em estimativas pobres da função de fase.

3.5 Resultados de Simulações do Receptor

Nesta seção apresentamos alguns resultados de simulação do módulo receptor proposto, incluindo o recuperador de relógio funcionando com o algoritmo de ajuste quadrático e o algoritmo de Fibonacci. A fig. 3.21 apresenta um fluxograma das etapas realizadas nas simulações.

O bloco referente à maximização da função de fase corresponde a um dos dois algoritmos propostos.

Os canais usados nas simulações são os mesmos canais telefônicos apresentados no capítulo 1 e utilizados na seção anterior. Para cada canal simulamos o funcionamento do módulo receptor para as duas funções de ajuste de fase apresentadas na seção 3.3 (equações (3.20) e (3.21)), para diferentes potências de ruído. As características das simulações são mostradas no Apêndice C.

Com os dados resultantes da simulação analisamos o comportamento do recuperador de relógio observando os seguintes aspectos de desempenho:

- evolução das estimativas das amostras da resposta impulsiva com variações na fase: fig. 3.22 ;
- convergência dos algoritmos de maximização: figs. 3.23 e 3.24;
- evolução da probabilidade de erro ao longo do processo de ajuste de fase. Para cada nova fase calcula-se a probabilidade de erro teórica para a potência de ruído atual e as estimativas de h_{-1} e h_0 respectivas: fig. 3.25;
- evolução do erro de fase a cada iteração. Toma-se como fase ótima a fase determinada na última iteração do algoritmo de ajuste quadrático e calcula-se o erro de fase nas iterações anteriores a partir desta fase: figs. 3.26 e 3.27;
- perda em termos de probabilidade de erro. Calcula-se o módulo da diferença entre o valor da probabilidade de erro para a fase ótima e o valor da probabilidade de erro obtida com a fase fornecida no ajuste de fase: figs. 3.28-3.31;
- potência do jitter. Calcula-se a potência média quadrática do erro de fase durante o período de regime: figs. 3.32-3.35;

Dada a grande quantidade de dados obtidos nas simulações com os quatro canais apresentados mostraremos apenas os resultados mais ilustrativos. O comportamento do módulo receptor a ser mostrado nas figuras seguintes para alguns casos se repete para todos os canais simulados.

Na fig. 3.22 mostramos o comportamento do identificador do canal com as mudanças de fase. O funcionamento do módulo receptor com recuperador de relógio para o canal 4 foi simulado, usando-se a função de fase $f_1(\tau) = h_0$ e o algoritmo de ajuste quadrático.

Na fig.3.23 é mostrado a convergência do algoritmo de ajuste quadrático (para o cálculo de cada nova fase o algoritmo dispõe da informação de três outras fases), usando-se a função de fase $f_1(\tau) = h_0$.

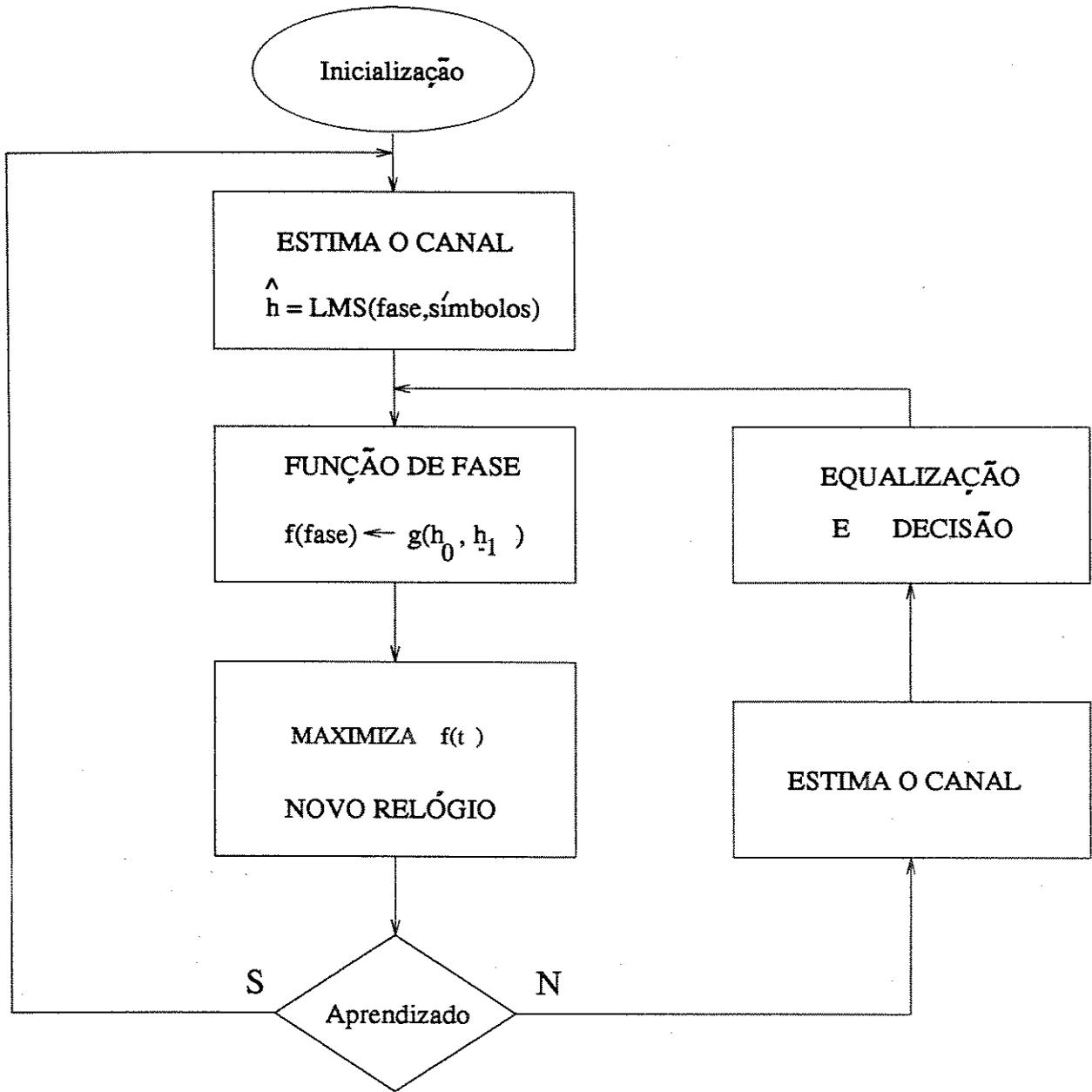


Figura 3.21: esquema para simulação com o algoritmo de recuperação de relógio

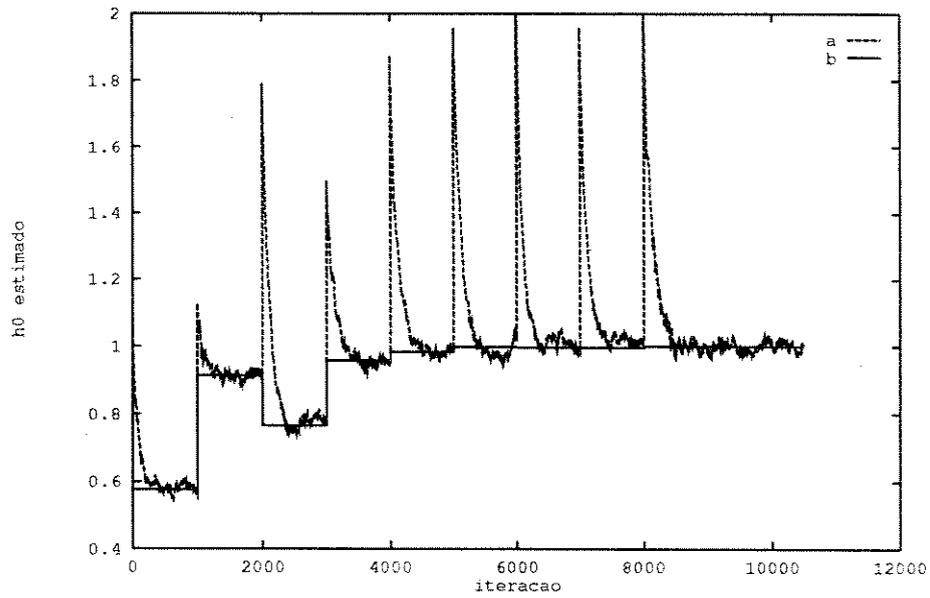


Figura 3.22: evolução da estimativa de h_0 para o canal 4, com $\sigma_n^2 = 0.05$ e $f_1(\tau) = h_0$ e algoritmo de ajuste quadrático: (a) estimativa; (b) valor ideal

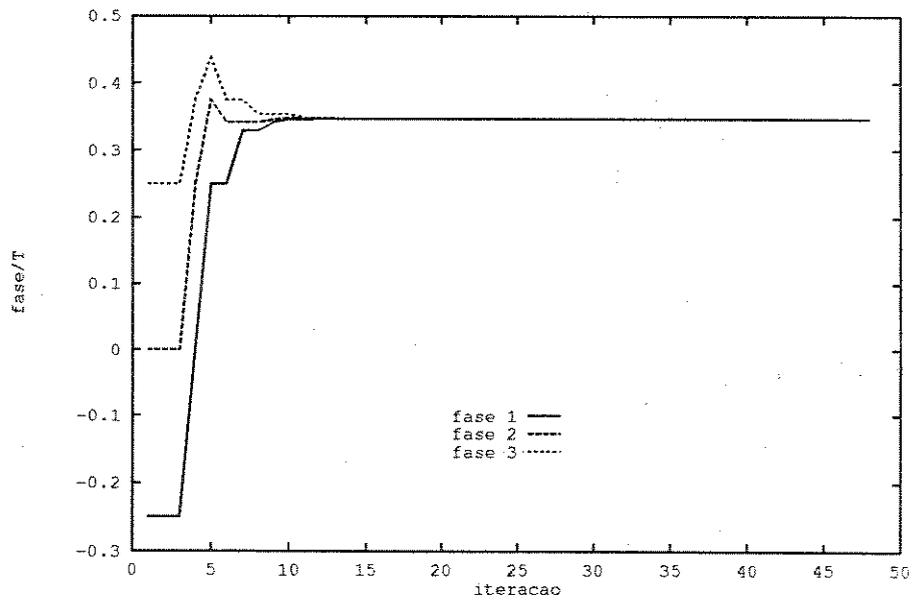


Figura 3.23: convergência do algoritmo de ajuste quadrático para o canal 1, com $\sigma_n^2 = 0.1$ e $f_1(\tau) = h_0$

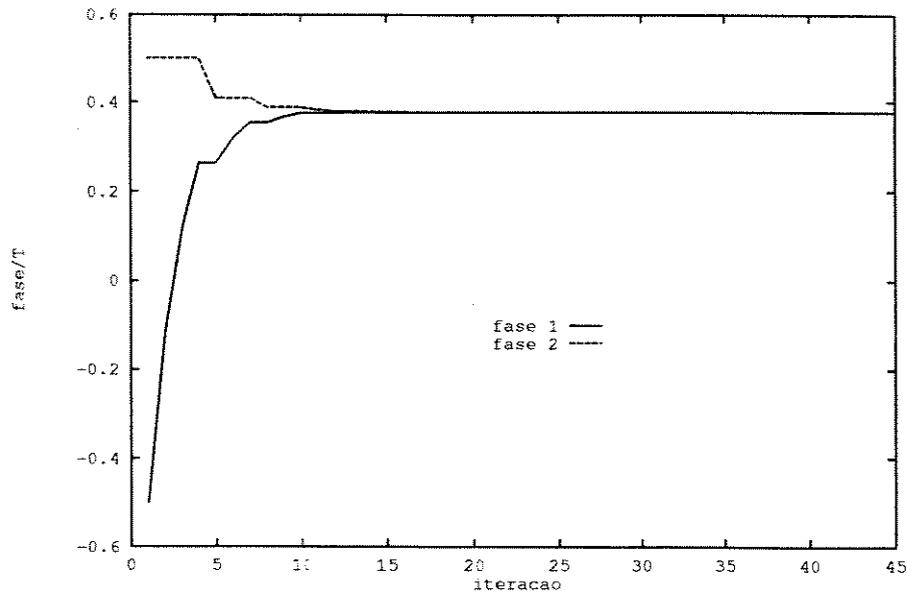


Figura 3.24: convergência do algoritmo de Fibonacci para o canal 1, com $\sigma_n^2 = 0.1$ e $f_1(\tau) = h_0$

Observa-se grande rapidez de convergência, em torno de 7 iterações. Na fig.3.24 repete-se esta mesma situação, porém para o algoritmo de Fibonacci, monitorando-se os extremos do intervalo determinado pelo algoritmo a cada iteração.

Um exemplo da evolução da probabilidade de erro teórica ao longo da convergência do algoritmo é mostrada na fig. 3.25 para o canal 1 e função de fase $f_2(\tau) = |h_0| - |h_{-1}|$, onde foi empregado o algoritmo de ajuste quadrático. Observa-se que rapidamente a probabilidade de erro atinge um valor próximo do ótimo.

Nas figs.3.26 e 3.27 mostramos a evolução do erro de fase, calculado tomando-se a diferença entre a fase atual e a fase para a qual o algoritmo convergiu, para os dois algoritmos estudados. Neste caso, a função de fase $f_2(\tau) = |h_0| - |h_{-1}|$ foi usada.

Nas figuras seguintes apresentamos resultados comparando o desempenho do recuperador de relógio para as duas funções de fase propostas $f_1(\tau)$ e $f_2(\tau)$ e comparando os dois algoritmos de maximização.

Aqui apresentaremos o erro de fase calculado em termos da perda de probabilidade de erro, de acordo com a equação (3.23). Na equação (3.23) ϕ assume o valor da fase para a qual o algoritmo convergiu e τ^* a fase que minimiza a probabilidade de erro para o canal analisado. Nas figuras 3.28 e 3.29 mostramos a perda de probabilidade de erro para as funções de fase $f_1(\tau)$ e $f_2(\tau)$ respectivamente, para o algoritmo de ajuste quadrático. Nas fig.3.30 e 3.31 obtém-se os mesmos resultados para o algoritmo de Fibonacci.

Para as duas funções de fase as perdas em termos de probabilidade de erro foram da mesma ordem de grandeza, ocorrendo variações com a potência do ruído. Em geral, as perdas são diretamente proporcionais

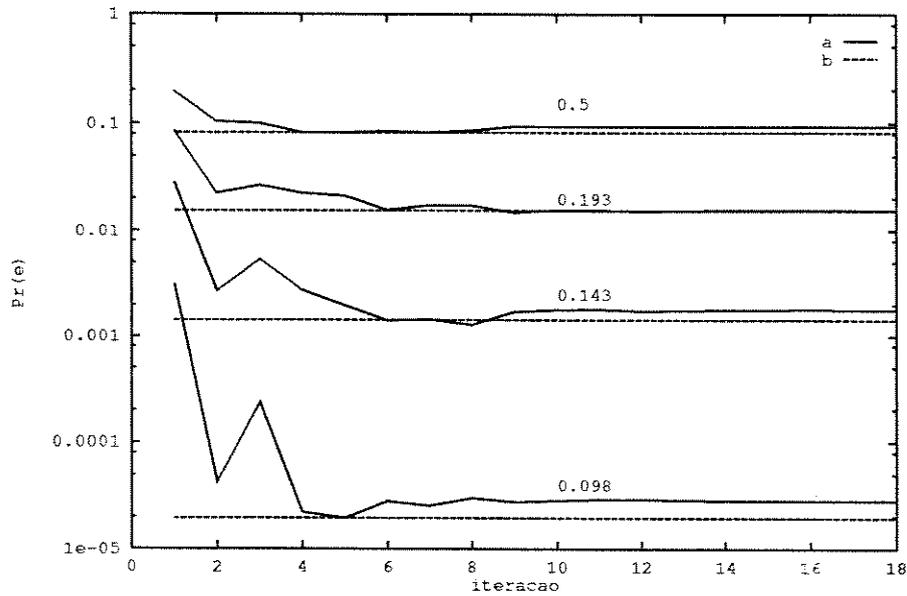


Figura 3.25: evolução da probabilidade de erro para o canal 2 com $f_2(\tau) = |h_0| - |h_{-1}|$ com potência do ruído variada e algoritmo de ajuste quadrático: (a) simulação; (b) assíntota teórica ótima

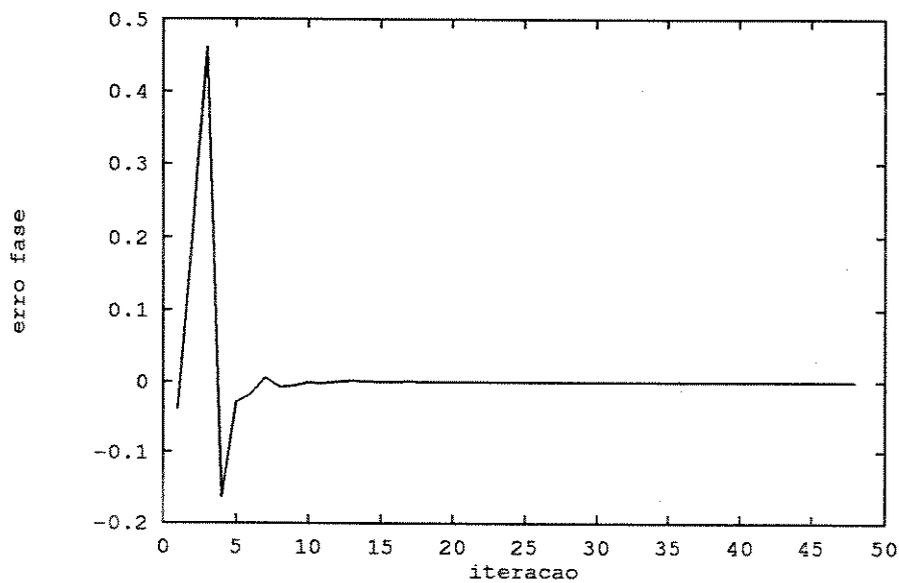


Figura 3.26: evolução do erro de fase para o canal 4, com $\sigma_n^2 = 0.1$ e $f_2(\tau) = |h_0| - |h_{-1}|$ - algoritmo de ajuste quadrático

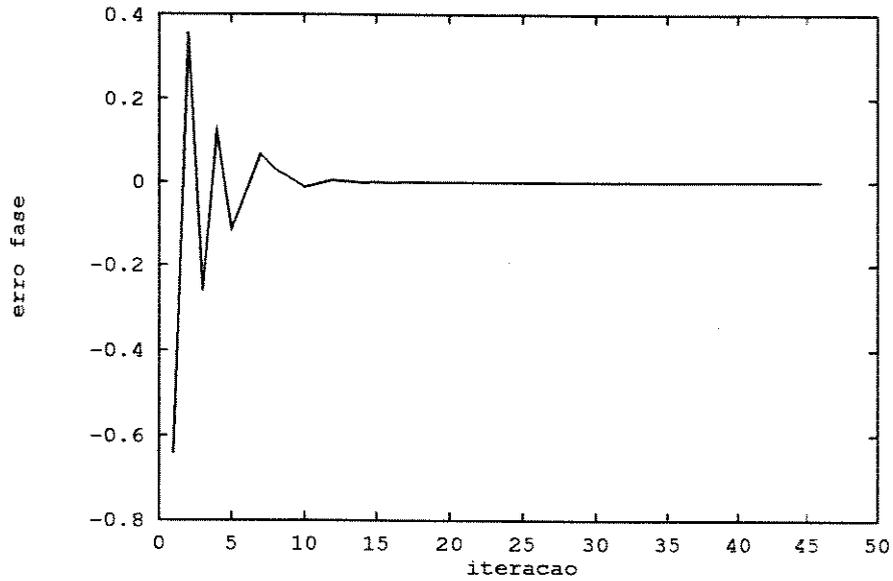


Figura 3.27: evolução do erro de fase para o canal 4, com $\sigma_n^2 = 0.1$ e $f_2(\tau) = |h_c - |h_{-1}|$ - algoritmo de Fibonacci

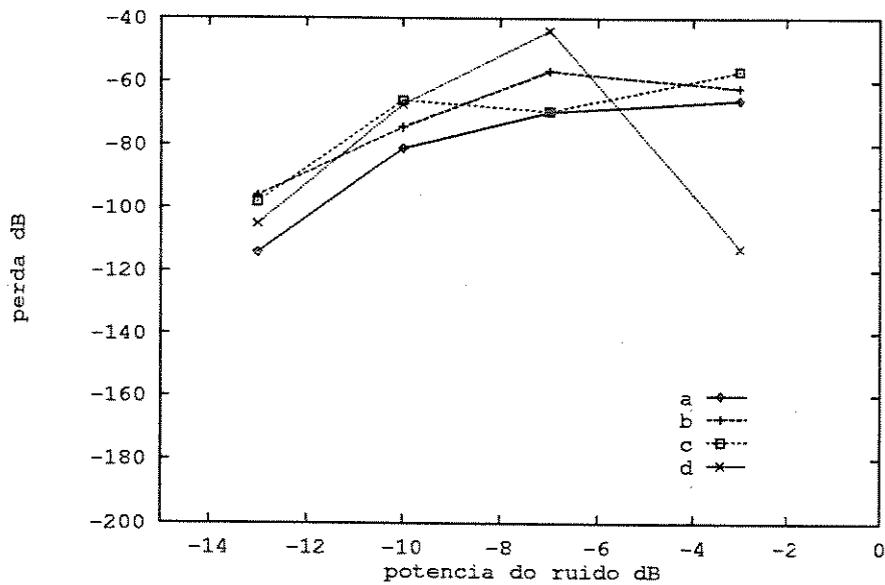


Figura 3.28: Perda de probabilidade de erro $f_1(\tau) = h_0$ - algoritmo de ajuste quadrático: (a) canal 1; (b) canal 2; (c) canal 3; (d) canal 4

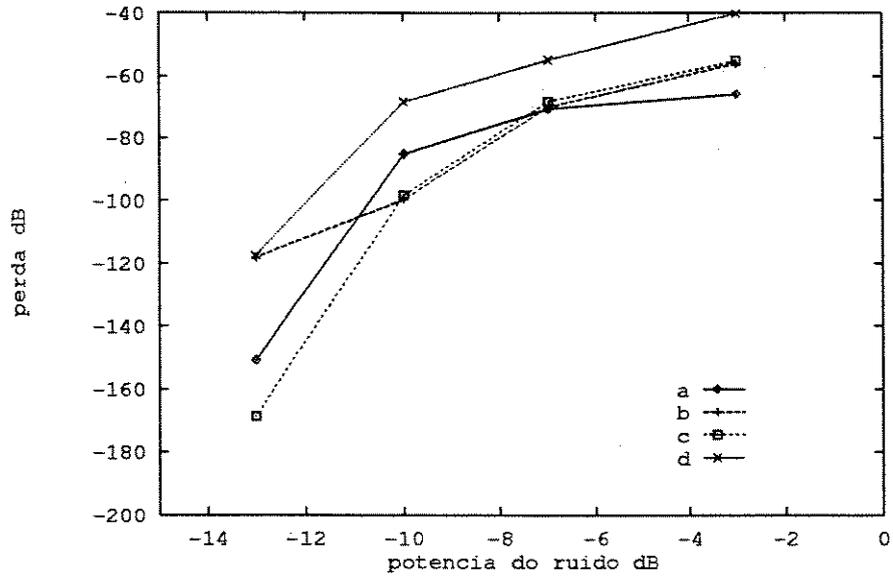


Figura 3.29: Perda de probabilidade de erro $f_2(\tau) = |h_0| - |h_{-1}|$ - algoritmo de ajuste quadrático: (a) canal 1; (b) canal 2; (c) canal 3; (d) canal 4

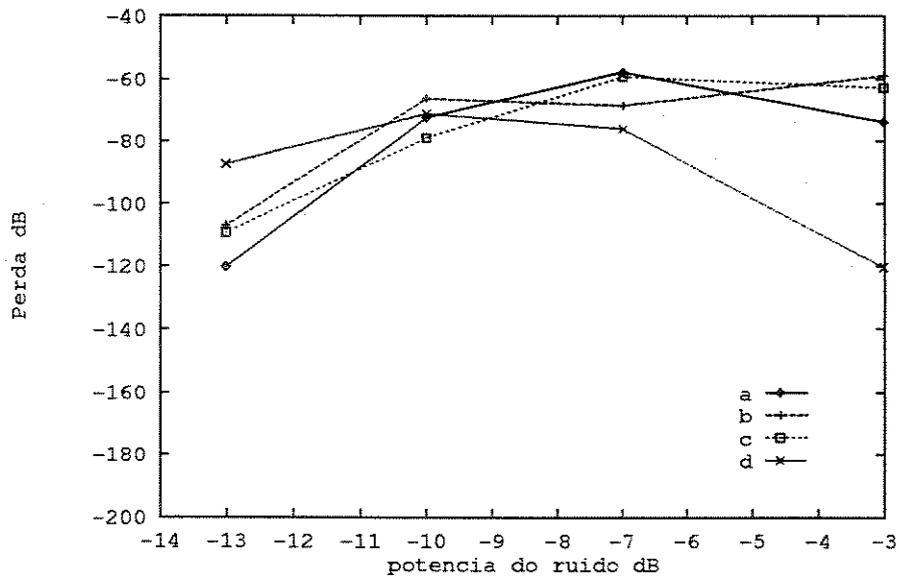


Figura 3.30: Perda de probabilidade de erro $f_1(\tau) = h_0$ - algoritmo de Fibonacci: (a) canal 1; (b) canal 2; (c) canal 3; (d) canal 4

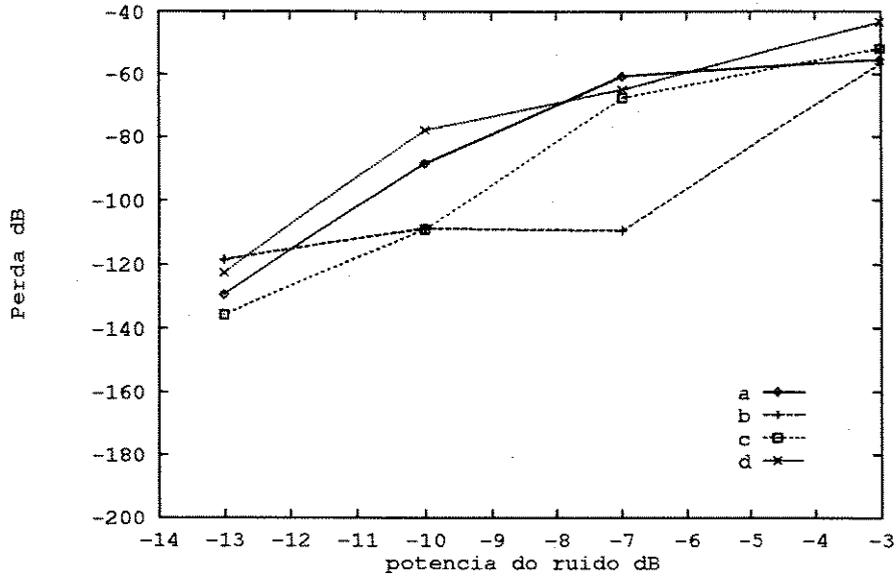


Figura 3.31: Perda de probabilidade de erro $f_2(\tau) = |h_0| - |h_{-1}|$ - algoritmo de Fibonacci: (a) canal 1; (b) canal 2; (c) canal 3; (d) canal 4

à potência do ruído, mas para a função $f_1(\tau) = h_0$ existe uma melhoria para potências de ruído mais altas, quando aplicada ao canal 4.

Nas figuras 3.32 e 3.33 mostramos a potência do jitter para as funções de fase $f_1(\tau)$ e $f_2(\tau)$ respectivamente, para o algoritmo de ajuste quadrático. Nas figs. 3.34 e 3.35 os mesmos resultados são mostrados, porém para o algoritmo de Fibonacci. A potência do jitter é calculada tomando-se a média quadrática dos erros de fase durante o funcionamento em regime do recuperador de relógio (após haver convergência da fase):

$$\sigma_j^2 = \overline{(\tau_N - \tau_k)^2} \quad (3.40)$$

onde τ_N é a fase para onde o algoritmo convergiu na iteração N e τ_k são todas as fases estimadas no processo em regime, com $k \leq N$ (tomamos $N = 10000$). O ajuste de fase é feito a cada 250 símbolos, repetindo-se 40 ajustes para $N = 10000$.

Observa-se que para as duas funções de fase a potência do jitter é pequena e praticamente independe da função de fase e mesmo da potência do ruído. Isto mostra que os dois algoritmos de ajuste são bastante robustos e o ponto de máximo, quando está cercado, não é abandonado, resultando em oscilações pequenas em torno da fase obtida. A potência do jitter tende a zero se considerarmos um número de amostras de fase bastante grande, em regime, pois os intervalos determinados pelos algoritmos de busca vão sendo

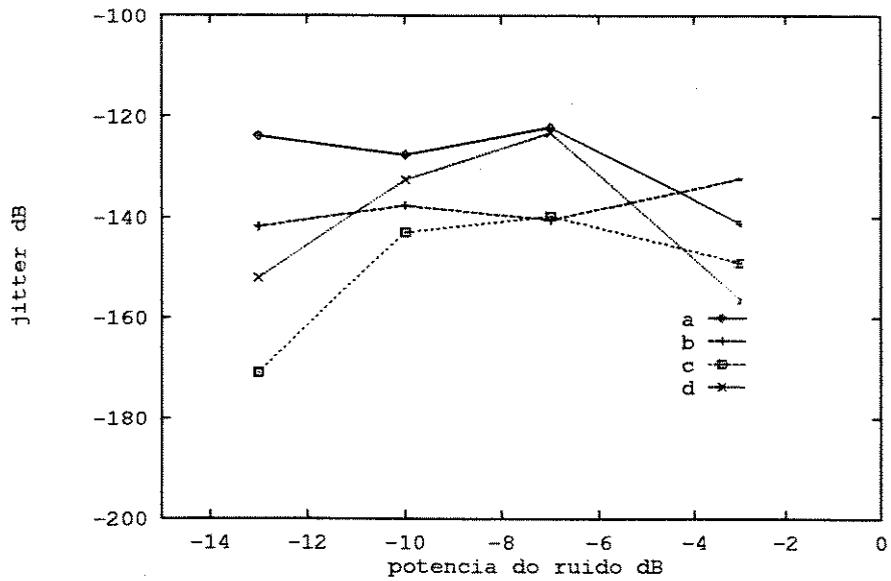


Figura 3.32: potência do jitter para $f_1(\tau) = h_0$ - algoritmo de ajuste quadrático: (a) canal 1; (b) canal 2; (c) canal 3; (d) canal 4

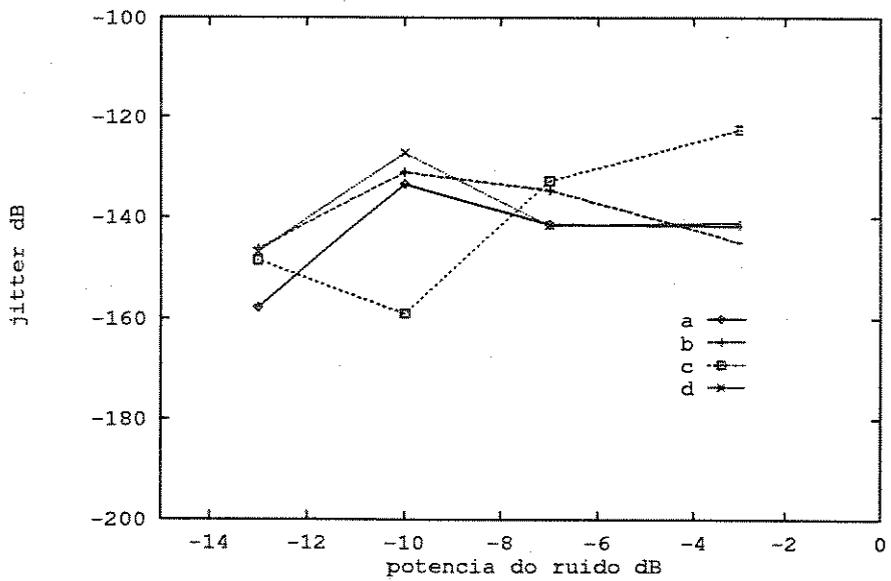


Figura 3.33: potência do jitter para $f_2(\tau) = |h_0| - |h_{-1}|$ - algoritmo de ajuste quadrático: (a) canal 1; (b) canal 2; (c) canal 3; (d) canal 4

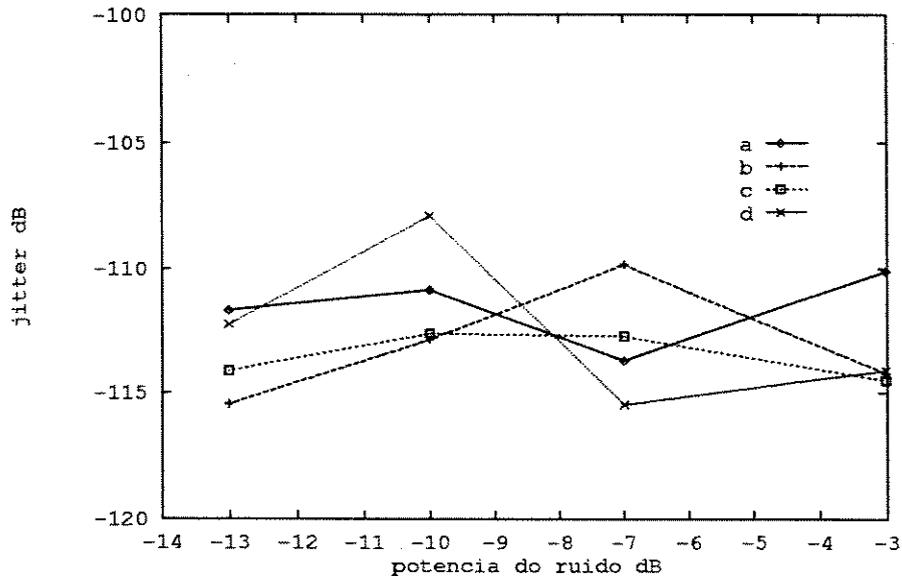


Figura 3.34: potência do jitter para $f_1(\tau) = h_0$ - algoritmo de Fibonacci: (a) canal 1; (b) canal 2; (c) canal 3; (d) canal 4

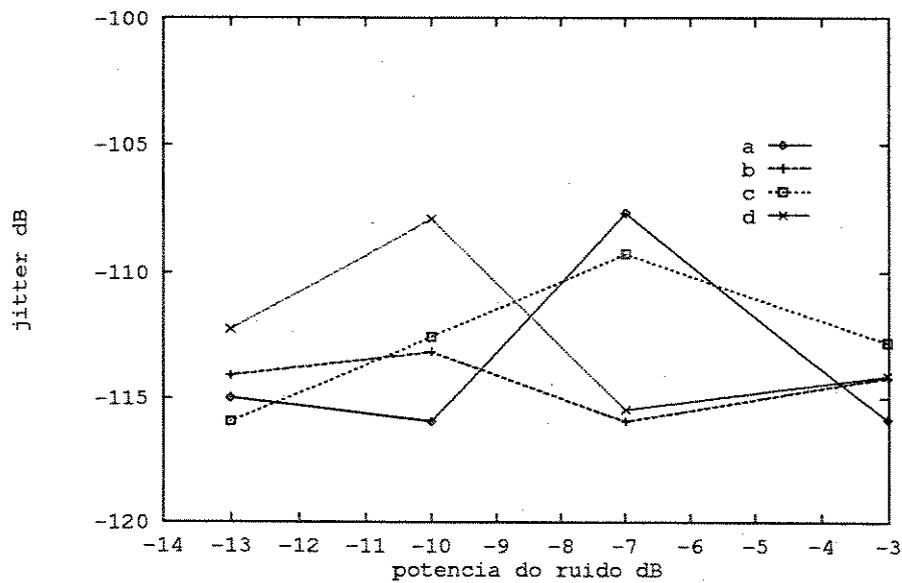


Figura 3.35: potência do jitter para $f_2(\tau) = |h_0| - |h_{-1}|$ - algoritmo de Fibonacci: (a) canal 1; (b) canal 2; (c) canal 3; (d) canal 4

reduzidos gradativa e constantemente.

Em geral o algoritmo proposto apresentou desempenho bastante satisfatório, mesmo nas situações de potência de ruído alta. Alguns pontos devem, porém, ser ressaltados. Quando o ponto de máximo é cercado a convergência do algoritmo é rápida e garantida, não havendo excursões para outros intervalos. Esta rapidez de convergência, no entanto, pode levar a máximos falsos se alguns cuidados não forem tomados (devido às estimativas das amostras da resposta impulsiva usadas na estimativa da função de ajuste de fase). Para minimizar-se ainda mais as oscilações decorrentes das estimativas deve-se melhorar o desempenho do identificador, como por exemplo, pela adoção de uma etapa de aprendizado maior, com passo de identificação reduzido gradualmente (minimizando-se, assim, a potência do erro residual de estimação).

Na seção anterior mostramos que $f_2(\tau)$ era uma aproximação melhor para a curva de probabilidade de erro em função da fase. Nas simulações, pelas razões acima mencionadas, verificamos que as duas funções apresentam desempenho muito próximo, e que a função $f_1(\tau)$ eventualmente tem convergência mais segura quando as estimativas das amostras da resposta impulsiva não são boas, como em situações de baixa relação sinal-ruído.

As fases de inicialização do algoritmo também merecem considerações. Como visto na seção 3.3, o canal 4 apresenta funções de fase não unimodal, o que significa que existe pelo menos um máximo local. Nas simulações adotamos pontos de partida do algoritmo pertencentes ao intervalo $[-T/4, T/4]$ o que evitou a convergência para estes máximos locais. Numa situação mais geral, porém, isto não pode ser feito por não se conhecer a resposta impulsiva a priori, e, portanto, a convergência não é garantida para o máximo global. Este aspecto, porém, não deve desmerecer o algoritmo proposto, visto que mesmo quando todas as funções de fase teóricas são unimodais durante o funcionamento do módulo receptor, elas deixam de sê-lo, num sentido exato, quando passam a ser representadas por estimativas. A função deixa de ser determinística e passa a ter um comportamento estocástico. Outros algoritmos de otimização de funções determinísticas enfrentariam os mesmos problemas, não se podendo garantir a convergência para os mesmos. Neste aspecto o algoritmo de ajuste quadrático tende a ser mais robusto por envolver 3 pontos em cada iteração, a seguir o algoritmo de Fibonacci e por último o algoritmo usado para ajuste de funções do tipo I (equação 3.38). Algoritmos estocásticos totalmente adequados à solução do problema proposto não são conhecidos.

Na tabela seguinte fazemos uma comparação entre os dois algoritmos propostos, quanto ao esforço computacional dispendido por cada um a cada iteração. Não levamos em conta o número de iterações necessárias à convergência, pois ambos convergem em um número de iterações bastante próximos. No caso do algoritmo de ajuste quadrático assume-se que o ponto de mínimo já esteja cercado, para efeito de comparação. Os números apresentados nesta tabela para representar as somas, multiplicações e testes, são números máximos, significando que podem haver custos menores em alguma iteração no processo de

convergência.

<i>parâmetro</i>	<i>Fibonacci</i>	<i>Ajuste Quadrático</i>
multiplicações	2	12
somas	2	6
testes	2	7
memórias	10	9
trocas de pos. memória	3	8
relação de grandeza da memória ocupada*	1	7.5

*códigos em ASCII.

Tabela 3.1

3.6 Conclusão

- as funções de fase podem ser classificadas em dois grupos gerais:

1. *Tipo I*: a fase ótima é aquela que anula a função de fase (funções ímpares). Exemplos:

$$- f(\tau) = \frac{1}{2} [h_1(\tau) - h_{-1}(\tau)]$$

$$- f(\tau) = h_1(\tau)$$

$$- f(\tau) = h_{-1}(\tau)$$

2. *Tipo II*: a fase ótima é aquela que minimiza a função de fase (funções unimodais). Exemplos:

$$- f(\tau) = |h_{-1}(\tau)| + |h_1(\tau)|$$

$$- f(\tau) = \alpha h_{-1}(\tau) - h_0(\tau)$$

$$- f(\tau) = \frac{1}{|h_0|} \sum_i |h_i|$$

$$- f(\tau) = \frac{1}{h_0^2} \sum_i h_i^2$$

- propomos duas funções de fase do *Tipo II*, bastante simples:

1. $f_1(\tau) = h_0(\tau)$

2. $f_2(\tau) = |h_0(\tau)| - |h_{-1}(\tau)|$

- as duas funções propostas são uma boa aproximação para curva de probabilidade de erro de detecção: a fase determinada pela maximização destas funções leva a perdas ínfimas de probabilidade de erro, comparado com a fase ótima obtida com a minimização direta da curva de probabilidade de erro;

- a maximização das funções é feita via algoritmos de busca unidimensional, de baixo custo de implementação, tendo sido testados com sucesso o algoritmo de ajuste por quadráticas e o algoritmo de Fibonacci;
- resultados de simulação demonstram rápida convergência para os dois algoritmos, e potência do "jitter" inferior a $-110dB$, independentemente da relação sinal-ruído.

Capítulo 4

Equalização com Retropredição

4.1 Introdução

A solução apresentada no capítulo 2 para o problema da detecção mostrou-se bastante satisfatória quando o receptor opera associado a um canal com poucas amostras pré-cursoras, como foi o caso dos canais telefônicos estudados. Se o número de amostras pré-cursoras for grande, como por exemplo, em canais de enlace de microondas ou em canais de Nyquist com sincronismo alterado, o desempenho do detetor fica prejudicado. Nesta situação ocorrem dois fatos indesejados: a complexidade do filtro detetor aumenta proporcionalmente à quantidade de amostras da resposta impulsiva do canal não equalizadas, assim como a taxa de erros de detecção. O número de erros aumenta, pois o próprio detetor fica sensível à propagação de erros, à medida que ele se utiliza de decisões anteriores para efetuar uma nova decisão.

A equalização das pré-cursoras é a solução natural para este problema, porém uma ponderação entre custos e benefícios de sua aplicação deve ser feita. O uso de um filtro transversal para este fim, como já discutido no capítulo 1, pode ser bastante prejudicial e ineficiente para determinados canais, em particular aqueles que apresentem nulos em sua resposta em frequência, tornando o ruído colorido e deteriorando a relação sinal-ruído.

Neste capítulo apresentamos um método de equalização alternativo ao filtro transversal, baseado em predição linear. Um retropreditor é utilizado com a função específica de eliminar as amostras pré-cursoras do canal, gerando como saída, um sinal descorrelacionado: o resultado é um canal equivalente formado basicamente por amostras pós-cursoras, evitando maior complexidade do detetor proposto. Estas amostras restantes são eliminadas pelo processo de equalização adotado nesta tese (filtro de realimentação). Desta forma tratamos seletivamente as amostras pré e pós-cursoras com filtros distintos.

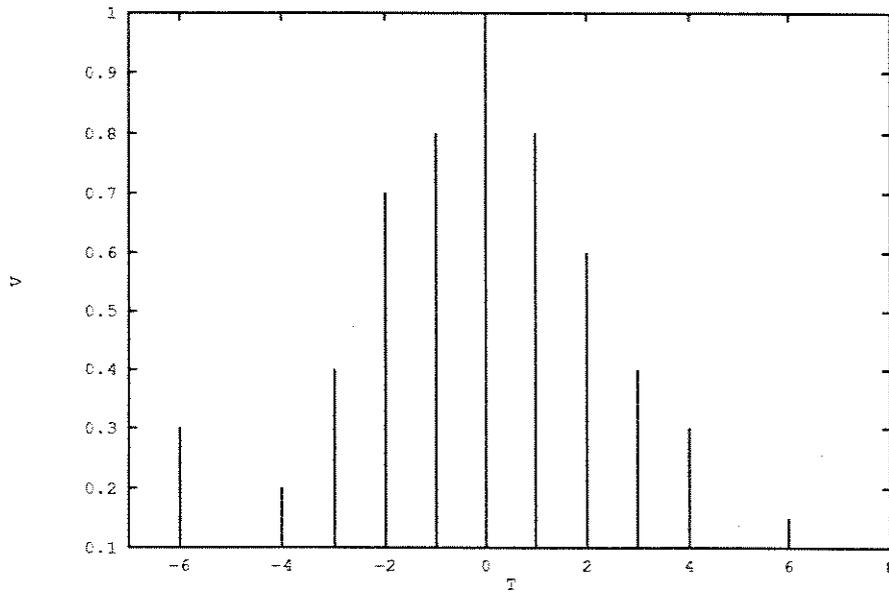


Figura 4.1: canal de fase não mínima

4.2 Canal de Fase Máxima e Retropredição

Seja h um canal com N_i amostras pré-cursoras e N_f pós-cursoras, com função de transferência discreta $h(z)$, dada por:

$$h(z) = \sum_{i=-N_i}^{N_f} h_i z^{-i} \quad (4.1)$$

O canal h é definido como de *fase mínima* se todos os zeros de $h(z)$ estiverem *dentro* do círculo de raio unitário e de *fase máxima* se todos os zeros estiverem *fora* do círculo. Caso contrário, definimos o canal de fase *não mínima* ou *não máxima* [6].

Como exemplo, seja o canal da fig. 4.1, com os zeros mostrados na fig. 4.2.

Parte dos zeros deste canal estão dentro do círculo unitário e outra parte fora do círculo, configurando um canal de fase não mínima. Neste exemplo podemos imaginar que o canal é formado pela superposição de dois canais, h_1 e h_2 , o primeiro formado pelas amostras pré-cursoras e a amostra central, h_0 , e o segundo pelas amostras pós-cursoras. Da equação (4.1):

$$h(z) = \underbrace{\sum_{i=-N_i}^0 h_i z^{-i}}_{h_1(z)} + \underbrace{\sum_{i=1}^{N_f} h_i z^{-i}}_{h_2(z)} \quad (4.2)$$

Graficamente, decompomos o canal da fig. 4.1 de acordo com as figs. 4.3 e 4.4, com os zeros

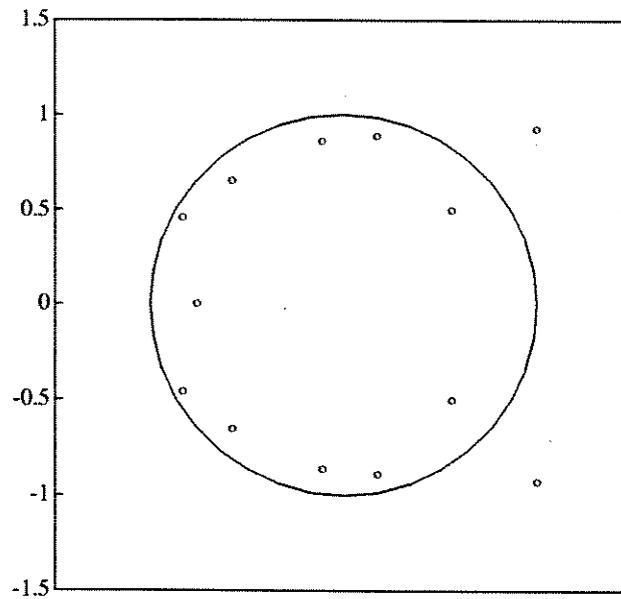


Figura 4.2: zeros do canal da fig. 4.1

correspondentes nas figs. 4.5 e 4.6.

Observando os zeros dos canais h_1 e h_2 verificamos que o primeiro é de fase *máxima* e o segundo de fase *mínima*.

Fazendo esta decomposição relacionamos diretamente os zeros fora do círculo unitário do canal h com as amostras pré-cursoras, e os zeros dentro, com as amostras pós-cursoras. Os zeros das figs. 4.5 e 4.6 não correspondem, porém, aos zeros da fig. 4.2, pois não são obtidos pela superposição das figs. 4.5 e 4.6. Esta relação não pode ser generalizada, mas é válida para canais com borda de subida (pré-cursoras) crescente e borda de descida (pós-cursoras) decrescente. Canais que apresentam oscilações entre amplitudes negativas e positivas não podem a princípio ser decompostos desta forma. A verificação da característica de fase máxima de canais formados apenas por borda de subida (amostras ordenadas de forma crescente), pode ser vista no Apêndice B.

O processo de equalização pode então ser visto desta mesma forma: a equalização das pós-cursoras e a equalização das pré-cursoras, por filtros independentes. Supondo a eliminação das amostras pós-cursoras por algum proceso de filtragem, como através do filtro realimentado, o canal equivalente resultante deverá conter apenas pré-cursoras. Se este canal resultante for de fase máxima (como no caso de amostras ordenadas de forma crescente em amplitude), podemos usar técnicas de predição linear com o objetivo de equalizá-las, mais especificamente, o retropreditor linear [3] será eficiente para esta tarefa. Na

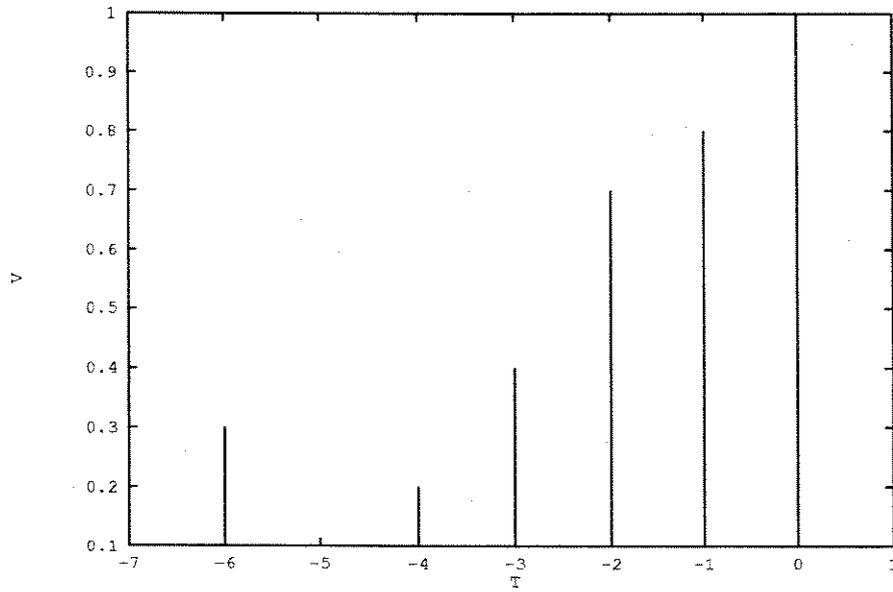


Figura 4.3: h_1

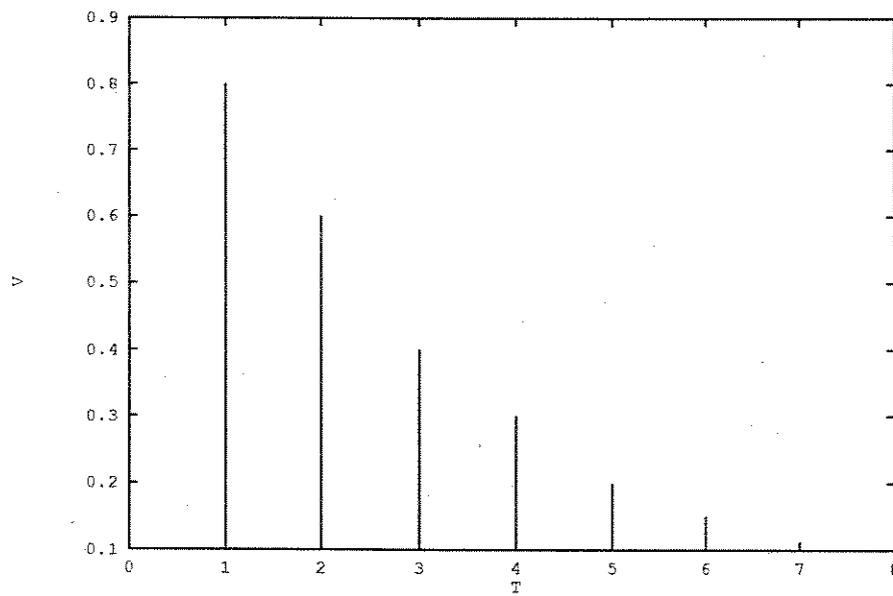


Figura 4.4: h_2

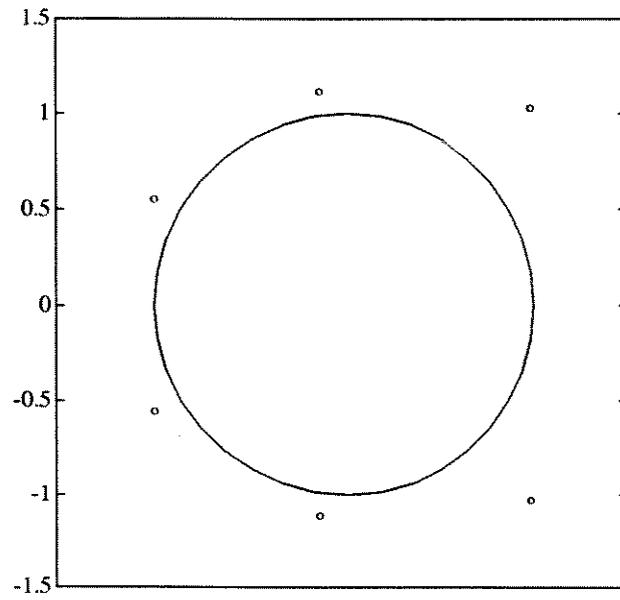


Figura 4.5: zeros de $h_1(z)$

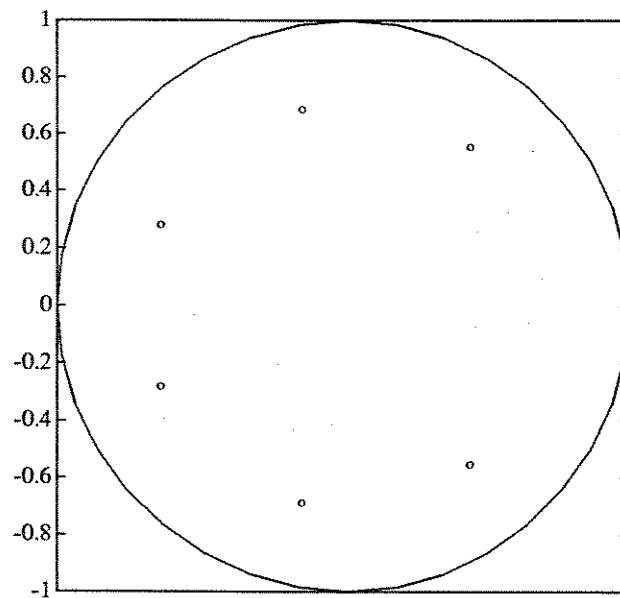


Figura 4.6: zeros de $h_2(z)$

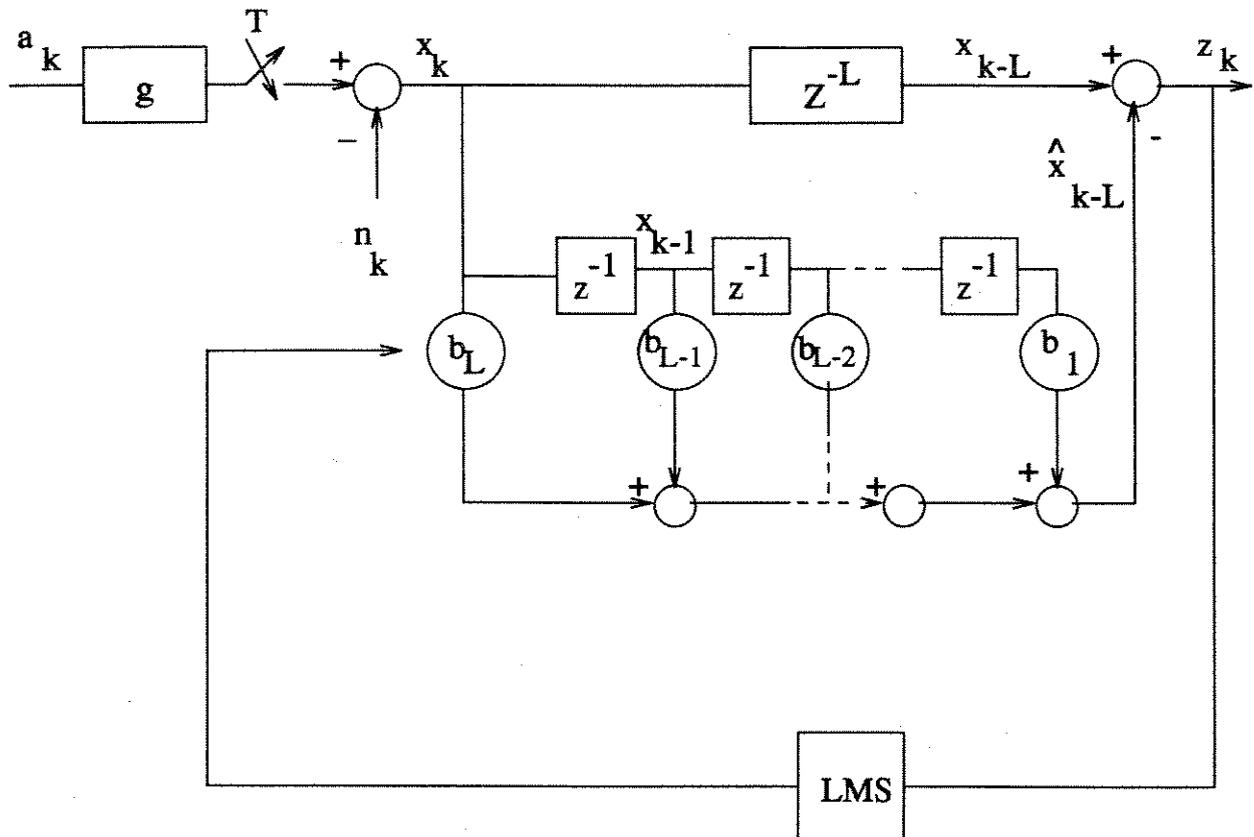


Figura 4.7: retropreditor

seção seguinte usaremos um retropreditor em conjunto com o filtro de realimentação usado nos capítulos anteriores, para equalização completa do canal. Na sequência desta seção apresentamos o retropreditor.

Seja um canal de fase máxima com função de transferência $g(z)$. O filtro retropreditor da fig. 4.7 equaliza este canal, fornecendo como saída um sinal descorrelacionado se a ordem for adequada [3].

O ajuste dos coeficientes do filtro retropreditor é feito através do algoritmo do gradiente estocástico. O erro a ser minimizado é o próprio sinal de saída do filtro. Seja B_k o vetor contendo os coeficientes do filtro de tamanho L e X_k o vetor contendo as observações no instante kT :

$$B_k = [b_1, b_2, \dots, b_L]^T \quad (4.3)$$

$$X_k = [x_{k-L+1}, \dots, x_k]^T$$

O sinal de erro, z_k , é dado por:

$$z_k = x_{k-L} - \hat{x}_{k-L} = x_{k-L} - B_k^T X_k \quad (4.4)$$

O ajuste dos coeficientes é feito da seguinte forma:

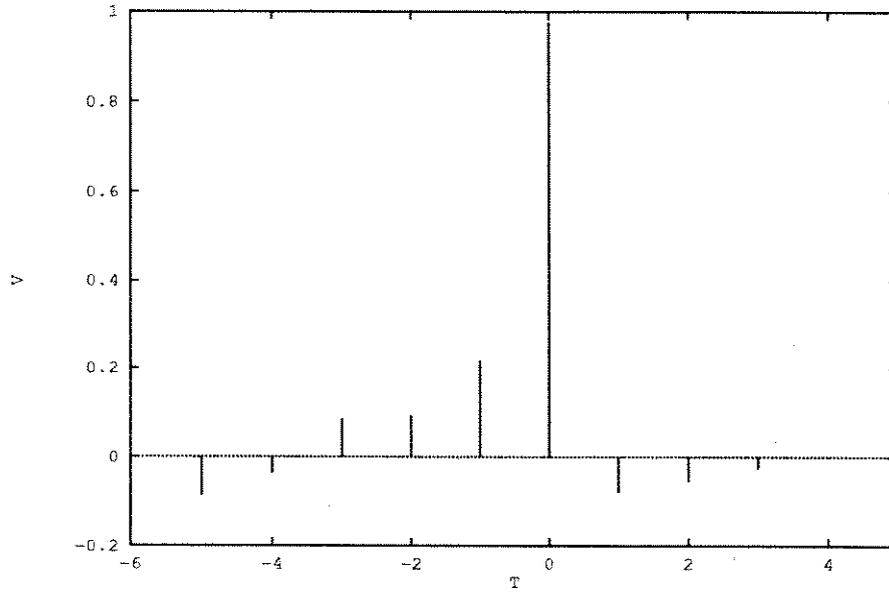


Figura 4.8: canal equivalente - $SNR = 10dB$, 1000 iterações

$$B_{k+1} = B_k + \alpha z_k X_k \quad (4.5)$$

com α constante.

Definindo:

$$B(z) = \sum_{i=1}^L b_i z^{i-L} \quad (4.6)$$

a função de transferência do filtro retropreditor será dada por:

$$C(z) = -B(z) + z^{-L} \quad (4.7)$$

Portanto, a função de transferência global entre canal e filtro é dada por:

$$G(z) = C(z)g(z) \quad (4.8)$$

Para ilustrar o funcionamento do retropreditor, simulamos o seu funcionamento frente ao canal h_1 ilustrado na fig. 4.3, de fase máxima. Aplicamos a este canal a estrutura da fig. 4.7, com filtro retropreditor de 7 coeficientes e $SNR = 10dB$. Após 1000 iterações, com $\alpha = 0.005$ na expressão (4.5), obtivemos o canal equivalente, G , da fig. 4.8.

A resposta impulsiva equivalente obtida aproxima-se de um impulso unitário, mostrando o bom desempenho do retropreditor sobre o canal simulado. Este desempenho, porém, não se verifica para canais que não são de fase máxima.

Na seção seguinte aplicaremos o filtro retropreditor sobre um canal de fase não máxima, em conjunto com o filtro de realimentação usado nos capítulos anteriores.

4.3 Equalização com Decisão Realimentada e Retropredição

Retomando a estrutura de equalização da fig. 1.13, adotada nesta tese, verificamos que o canal global equivalente, resultante da equalização, é formado apenas por amostras da borda de subida do canal original (pré-cursoras, mais amostra central). Isto é verificado facilmente. Seja h um canal com função de transferência $h(z)$ dada pela equação (4.1), decomposto em h_1 e h_2 , conforme a expressão (4.2). Supondo que há identificação correta do canal, o filtro de realimentação deve possuir função de transferência $h_2(z)$ para eliminação das pós-cursoras. Supondo ainda que $\hat{a}_k = a_k$, podemos recompor a estrutura da fig. 4.9(a) de acordo com a fig. 4.9(b), o que fornece um canal equivalente global G (fig. 4.9(c)), com a seguinte função de transferência, formada por pré-cursoras, mais a amostra central:

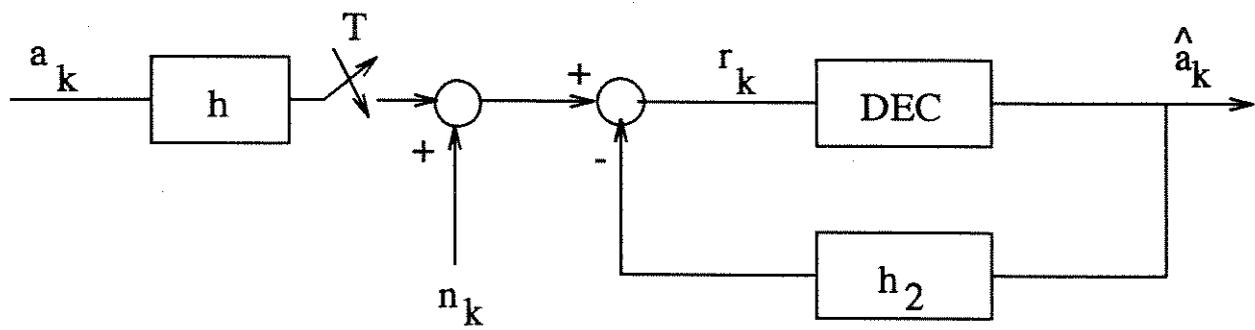
$$G(z) = h(z) - h_2(z) = h_1(z) \quad (4.9)$$

Compondo a estrutura da fig. 4.10(a) temos a situação em que o retropreditor é usado em conjunto com o filtro de realimentação. O canal equivalente até o ponto em que o retropreditor é aplicado tem função de transferência $G(z)$ da equação (4.8), situação ideal para aplicação deste filtro, como discutido na seção anterior. Esta estrutura, porém, é irrealizável, devido aos atrasos introduzidos pelo retropreditor. Para que o filtro de realimentação fique sincronizado com o sinal sobre o qual deve atuar seria necessário a introdução de um avanço proporcional ao número de atrasos introduzido pelo retropreditor. Uma forma realizável é mostrada na fig. 4.10(b), obtida pelo rearranjo da fig. 4.10(a).

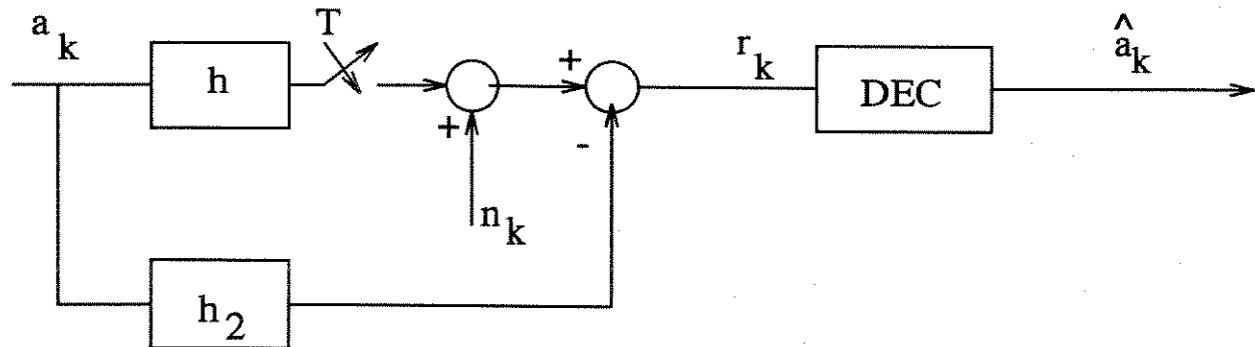
Seja $C(z)$ a função de transferência do filtro retropreditor, conforme a equação (4.7), e $h(z)$ a função de transferência de um canal de fase não mínima, decomposto em $h_1(z)$ e $h_2(z)$, como na equação (4.2). A passagem da estrutura da fig. 4.10(a) para 4.10(b) exige que o filtro de realimentação tenha uma nova função de transferência, $d(z)$, dada por:

$$d(z) = h_2(z)C(z) \quad (4.10)$$

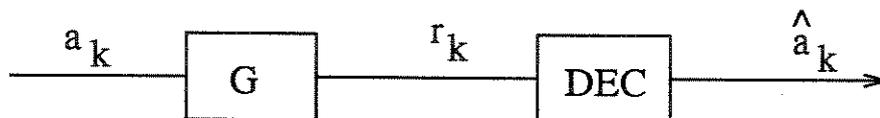
Repetindo o procedimento feito na fig. 4.9 para a determinação do canal equivalente global, e supondo que $\hat{a}_k = a_k$ para a compensação correta do filtro realimentado, determinamos a função de transferência global, $G(z)$, da fig. 4.10(d):



(a)



(b)



(c)

Figura 4.9: (a) estrutura de equalização e detecção; (b) reorganização da estrutura (c) canal global equivalente

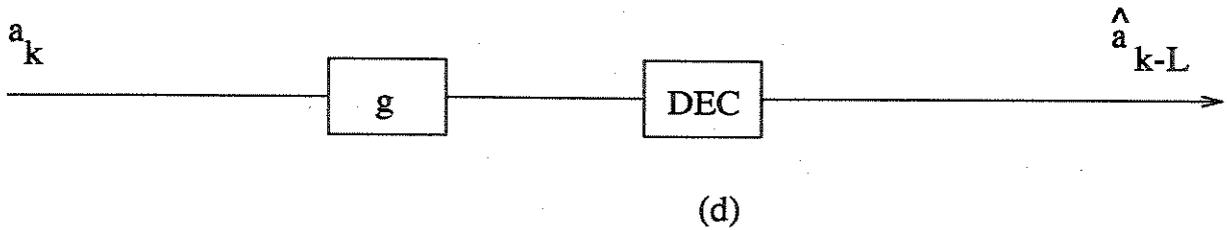
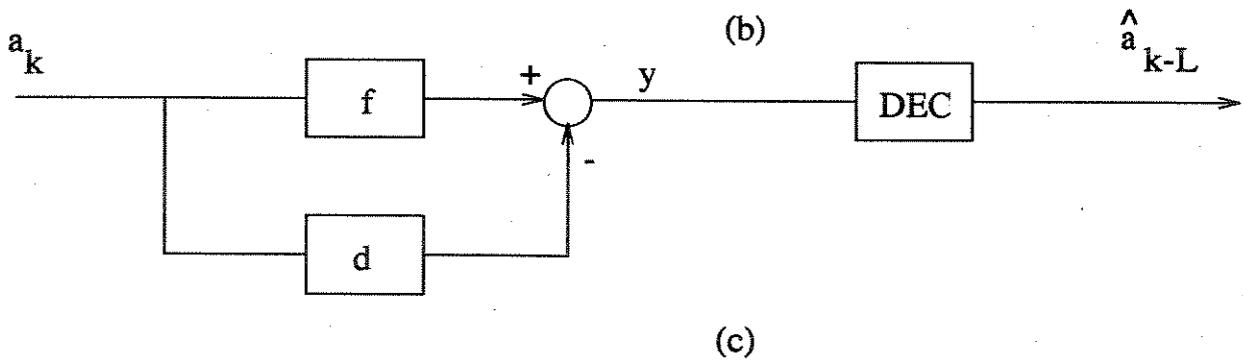
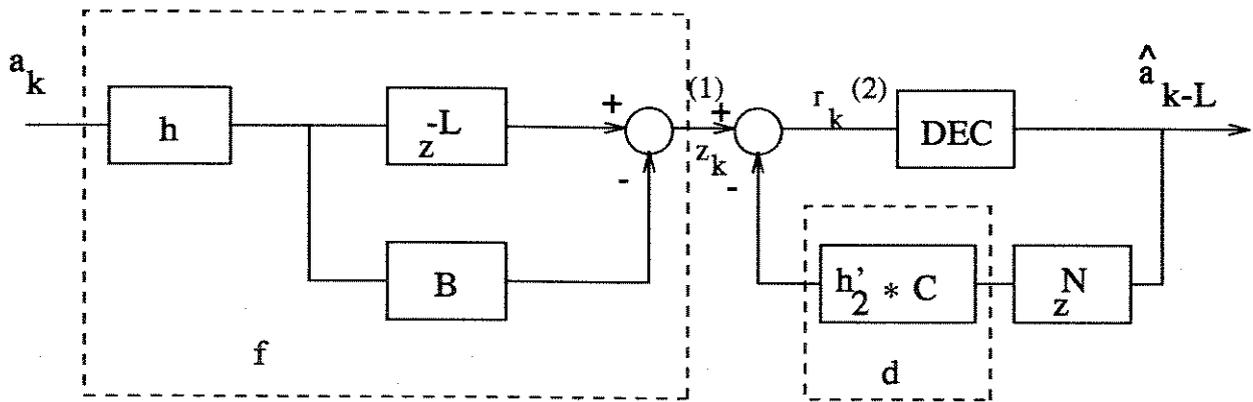
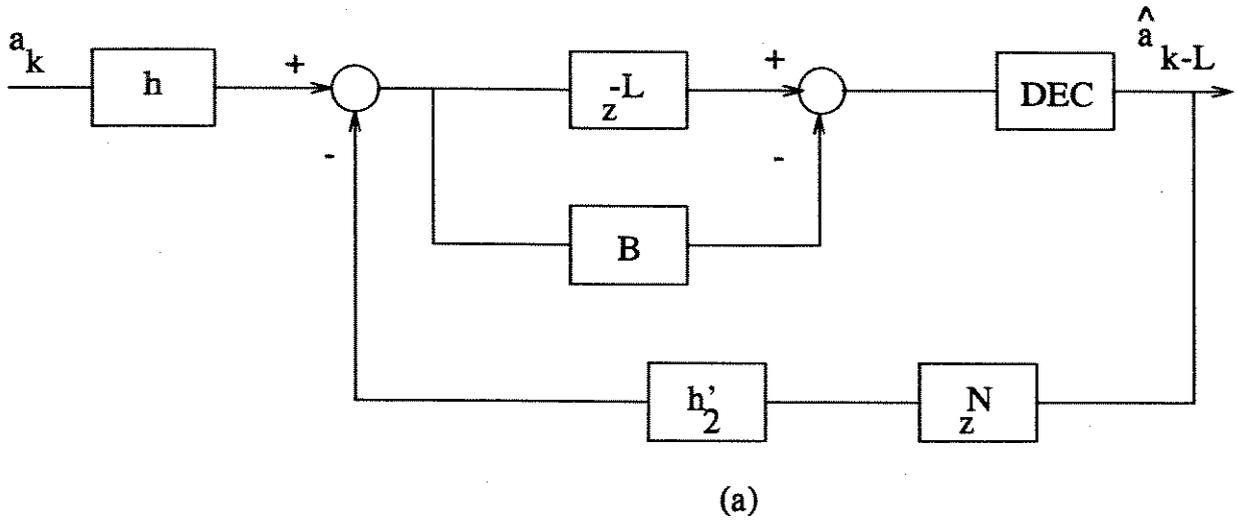


Figura 4.10: (a) retro predictor com filtro de realimentação; (b)-(c) estrutura rearranjada; (d) canal equivalente global

$$\begin{aligned}
G(z) &= h(z)C(z) - d(z) \\
&= h(z)C(z) - h_2(z)C(z) \\
&= h_1(z)C(z)
\end{aligned}
\tag{4.11}$$

Este resultado é equivalente ao obtido na equação (4.8) para o retropreditor sem filtro de realimentação. Assim demonstra-se que as amostras pós-cursoras são equalizadas e as amostras pré-cursoras sofrem a compensação do filtro retropreditor.

O ajuste dos coeficientes do retropreditor é feita através da minimização do sinal de erro extraído no ponto (2) da fig. 4.10(b), ou seja, minimiza-se o sinal com a parcela de IIS devido as amostras pós-cursoras já extraída. O ajuste é feito pelo seguinte algoritmo:

$$B_{k+1} = B_k + \alpha r_k X_k \tag{4.12}$$

Desta forma conseguimos "enganar" o retropreditor, fazendo-o comportar-se como se estivesse diante de um canal formado apenas pela borda de subida. Se esta borda é crescente, o canal visto pelo retropreditor é de fase máxima, e, portanto, a equalização é garantida. Caso o sinal de erro fosse extraído do ponto (1) da fig. 4.10(b), o retropreditor só funcionaria caso o canal fosse de fase máxima. Em resumo, a extração do sinal de erro no ponto (2) torna maior a probabilidade de obtermos, neste ponto, um canal equivalente de fase máxima, porém não garante que isto aconteça, a não ser, por exemplo, que a frente de subida seja monotônica.

Os coeficientes do filtro de realimentação da fig. 4.10(b) podem ser obtidos de duas formas, descritas na fig. 4.11(a) e 4.11(b).

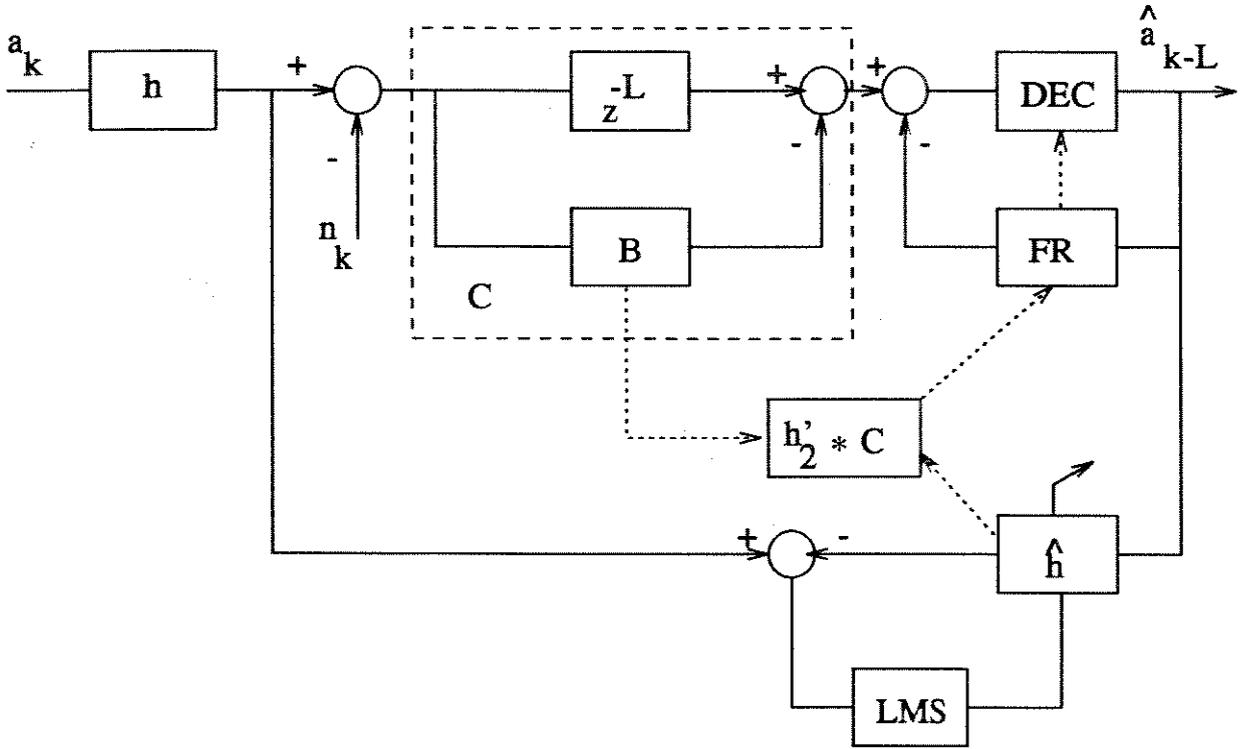
Na primeira forma os coeficientes do polinômio $d(z)$ do filtro de realimentação são obtidos através do cálculo da convolução entre as amostras estimadas do canal e os coeficientes do filtro retropreditor. Assim obtém-se um novo polinômio, $R(z)$, cujos coeficientes são as amostras da resposta impulsiva equivalente à convolução do canal com o filtro retropreditor:

$$R(z) = \hat{h}(z)C(z) \tag{4.13}$$

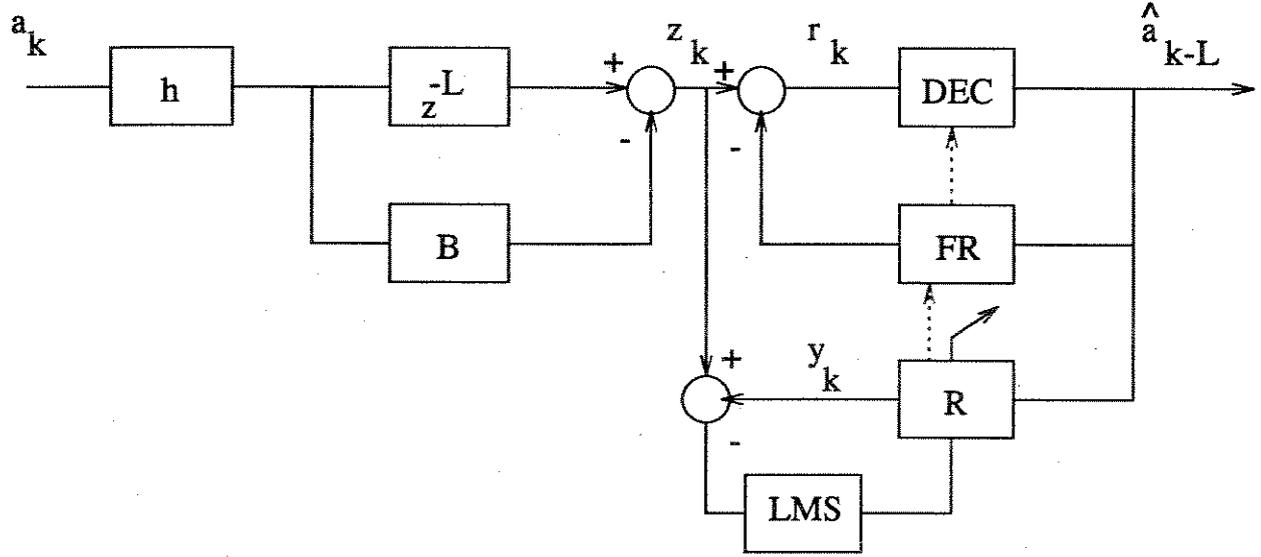
$C(z)$ da equação (4.7) pode ser reescrito como:

$$C(z) = - \sum_{j=0}^L b_{l-j} z^{-j} \tag{4.14}$$

e



(a)



(b)

----- Transferência de parâmetros

Figura 4.11: obtenção dos coeficientes do filtro de realimentação: (a) por convolução; (b) por estimação do canal equivalente; FR - Filtro de Realimentação

$$\hat{h}(z) = \sum_{k=-N_i}^{N_f} \hat{h}_k z^{-k} \quad (4.15)$$

com $b_0 = -1$ e $h_k = 0$ para $-N_i > k > N_f$.

Substituindo as equações (4.14) e (4.15) em (4.13) obtém-se:

$$\begin{aligned} R(z) &= \sum_{n=-N_i}^{N_f+L} \left(\sum_{i=0}^L -b_{L-i} \hat{h}_{n-i} \right) z^{-n} \\ &= \underbrace{\sum_{n=-N_i}^0 \left(\sum_{i=0}^L -b_{L-i} \hat{h}_{n-i} \right) z^{-n}}_{\text{pré-cursoras}} + \underbrace{\sum_{n=1}^{N_f+L} \left(\sum_{i=0}^L -b_{L-i} \hat{h}_{n-i} \right) z^{-n}}_{\text{pós-cursoras}} \\ &= f(z) + d(z) \end{aligned} \quad (4.16)$$

onde $f(z)$ é o canal equivalente, já descrito na equação (4.11).

Os coeficientes do polinômio $d(z)$ correspondem às amostras pós-cursoras de $R(z)$ e são repassados ao filtro de realimentação para serem eliminadas. O filtro de realimentação, portanto, tem a seguinte função de transferência:

$$d(z) = \sum_{n=1}^{N_f+L} \left(\sum_{i=0}^L -b_{L-i} \hat{h}_{n-i} \right) z^{-n} \quad (4.17)$$

As amostras pré-cursoras que eventualmente restarem, são obtidas pelo mesmo processo, e assim repassadas ao detector. Estas amostras são os coeficientes do polinômio no primeiro somatório da equação (4.16), com exceção da amostra central e são representadas pelo seguinte polinômio:

$$\tilde{f}(z) = \sum_{n=-N_i}^{-1} \left(\sum_{i=0}^L -b_{L-i} \hat{h}_{n-i} \right) z^{-n} \quad (4.18)$$

Este processo de obtenção das amostras por convolução é factível, a um custo razoavelmente elevado, pois o cálculo dos coeficientes do polinômio da expressão (4.17) deve ser feito a cada novo símbolo transmitido.

A segunda forma de obter os coeficientes do filtro de realimentação e do filtro detector é mais econômica e implementada por um algoritmo de identificação. Isto é feito da mesma forma que o identificador usado até o capítulo anterior, simplesmente considerando um novo canal, resultado da convolução do filtro retropreditor com o canal original. Os coeficientes do filtro identificador são ajustados por um algoritmo do tipo gradiente estocástico, onde o sinal desejado é o próprio símbolo transmitido (vide esquema da fig. 4.11(b)). Seja R_k o vetor contendo os coeficientes deste filtro, representando as seguintes amostras no instante kT :

$$R_k = [f_{-N_i}, \dots, f_0, d_1, \dots, d_{N_f+L}]^T \quad (4.19)$$

De acordo com a decomposição do canal equivalente R feita na expressão (4.16), as amostras f_i representam as pré-cursoras deste canal e as amostras d_j as pós-cursoras. A adaptação destes coeficientes é feita da seguinte forma:

$$R_{k+1} = R_k + \beta(a_k - z_k)A_k \quad (4.20)$$

onde z_k é o sinal na saída do retropreditor (equação (4.4)), e $A_k = [a_{k-N_f+L}, \dots, a_k, \dots, a_{k+N_i}]^T$.

As amostras d_j são repassadas ao filtro de realimentação e as amostras f_i não nulas, ao detetor.

O filtro retropreditor deve ter no mínimo o mesmo número de coeficientes que representem o canal de forma significativa:

$$L \geq N_f + N_i + 1 \quad (4.21)$$

4.4 Resultados de Simulações

Nesta seção avaliamos o comportamento do equalizador retropreditor, simulando a estrutura da fig.4.11(a) frente a um canal com borda de subida de fase máxima e a outro, com borda de subida de fase não máxima. Comparamos o desempenho desta estrutura com o equalizador com decisão realimentada convencional, operando com filtro transversal (DFE), e com um esquema de equalização onde apenas as amostras pós-cursoras da resposta impulsiva do canal são eliminadas.

As respostas impulsivas dos canais usados nas simulações são mostradas nas figs. 4.12 e 4.13. Seguindo a expressão (4.2), os canais 1 e 2 podem ser representados, cada um deles, por dois canais, h_1 e h_2 , o primeiro formado pelas amostras da borda de subida, e o segundo pelas amostras da borda de descida. A borda de subida do canal 1 constitui um canal de fase máxima e a borda de subida do canal 2 um canal de fase não máxima. As demais amostras não são importantes, pois no esquema de retropredição da fig. 4.10 assumimos que tais amostras são eliminadas pelo filtro realimentado, resultando em um canal equivalente formado apenas pela borda de subida.

Nas figuras seguintes (4.14-4.17) mostramos as respostas impulsivas resultantes no ponto anterior à eliminação das amostras pós-cursoras, ou seja, após o filtro de retropredição no equalizador retropreditor (ponto (1) da fig. 4.10(b)), e após o filtro transversal, no DFE. O canal equivalente neste ponto é obtido através convolução do canal (canais 1 e 2) com o filtro retropreditor e transversal para o equalizador retropreditor e DFE, respectivamente. A convolução é efetuada após o período de aprendizado. Tanto o filtro retropreditor quanto o filtro transversal são constituídos de 10 "taps", garantindo uma boa equalização dos canais propostos, formados por apenas três amostras pré-cursoras.

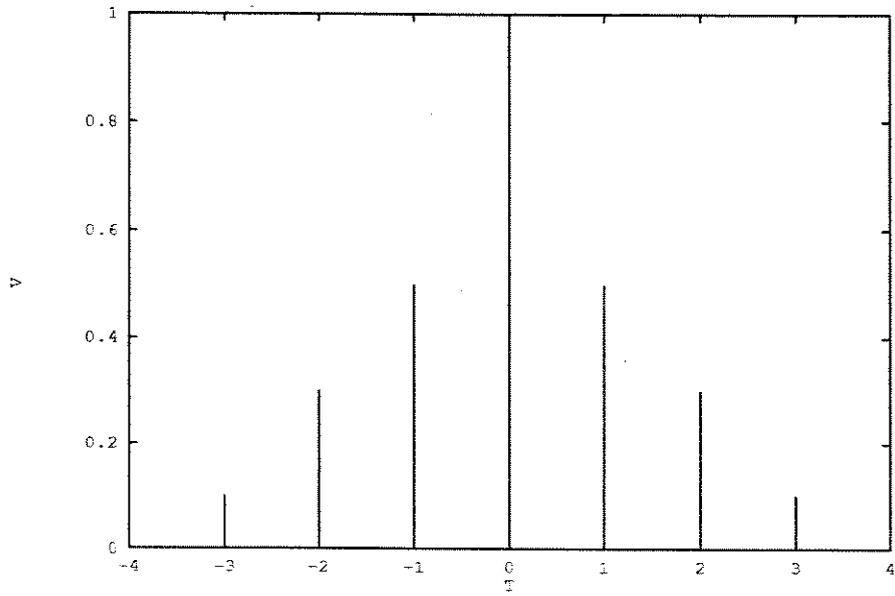


Figura 4.12: canal 1 - simétrico, borda de subida de fase máxima

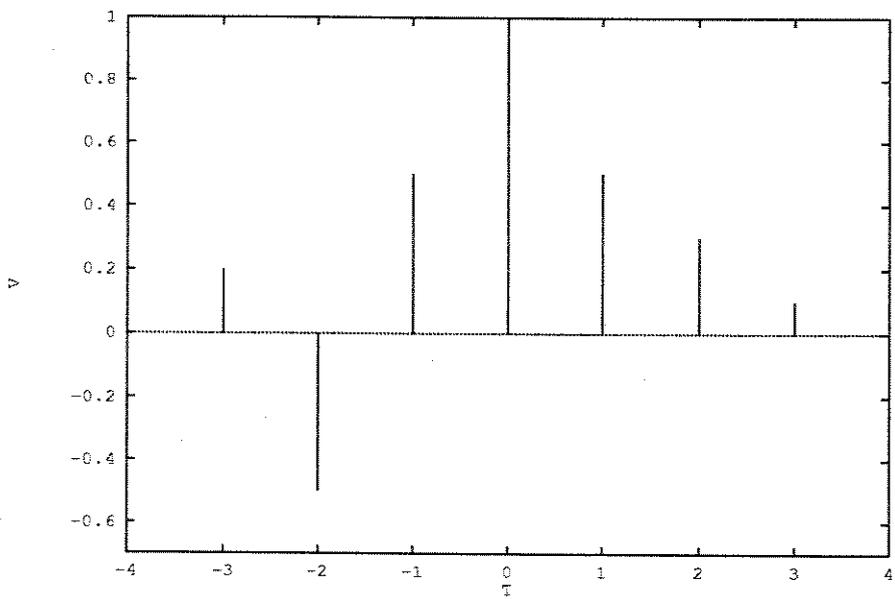


Figura 4.13: canal 2 - não simétrico, borda de subida de fase não máxima

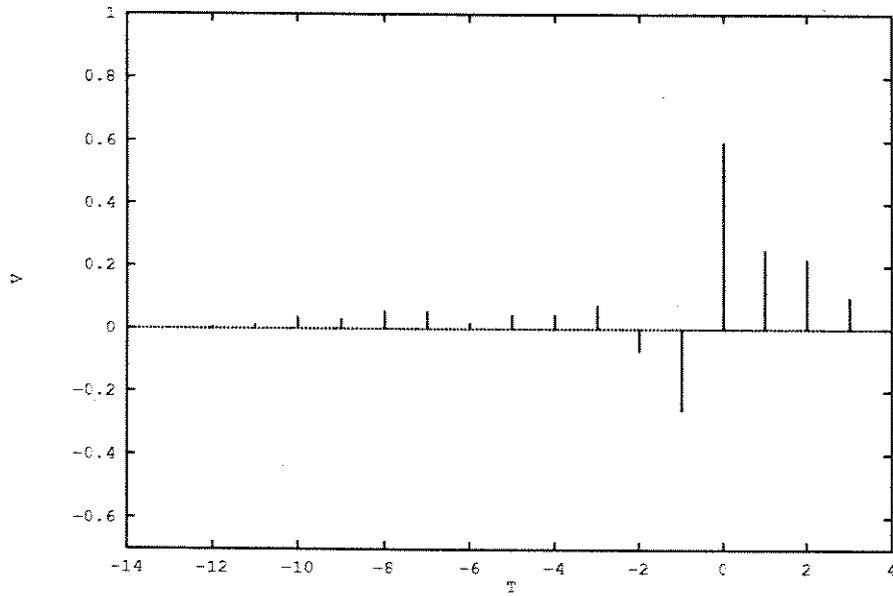


Figura 4.14: canal equivalente após a equalização do canal 1 pelo retropreditor; $SNR = 16$ dB

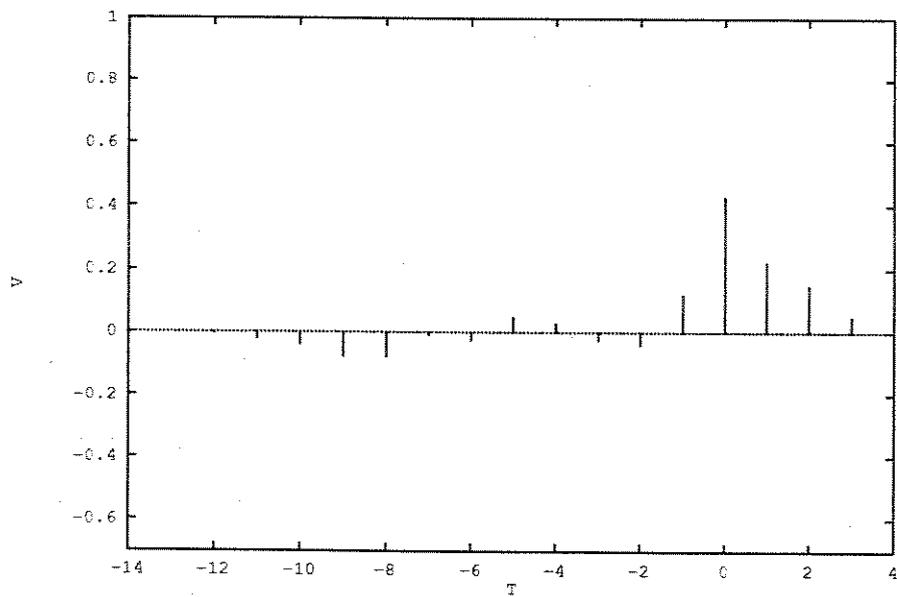


Figura 4.15: canal equivalente após a equalização do canal 1 pelo filtro transversal; $SNR = 16$ dB

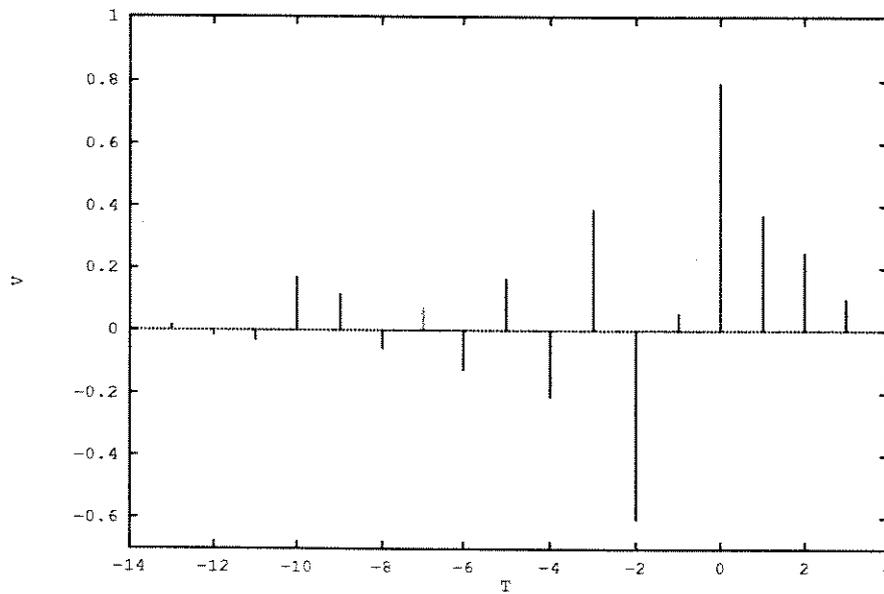


Figura 4.16: canal equivalente após a equalização do canal 2 pelo retropreditor; $SNR = 16$ dB

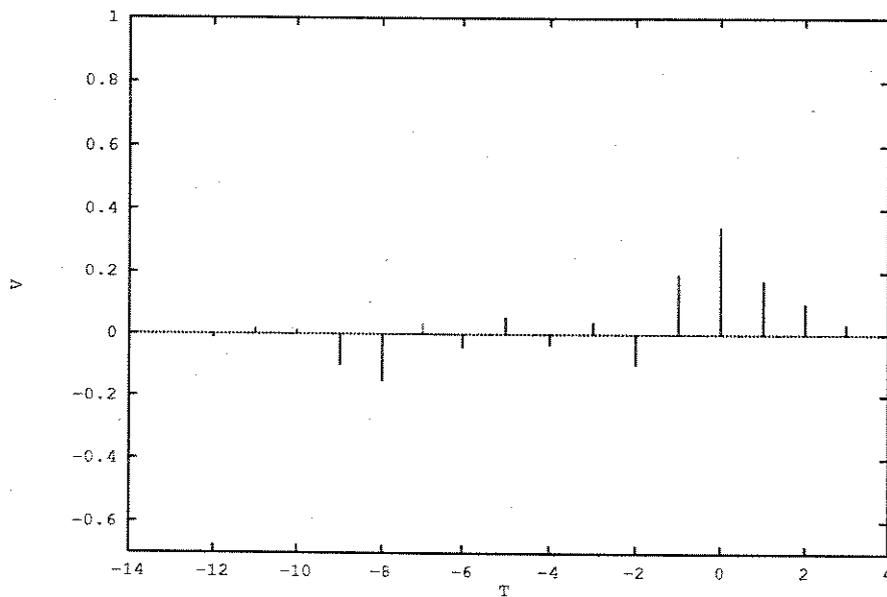


Figura 4.17: canal equivalente após a equalização do canal 2 pelo filtro transversal; $SNR = 16$ dB

Nas figs. 4.14 e 4.15 temos o canal equivalente obtido frente ao canal 1. Ambos os casos apresentam três amostras pós-cursoras que serão equalizadas pelo filtro realimentado. As pré-cursoras sofreram uma redução considerável, sendo equiparável nos dois casos, restando, porém, pelo menos uma amostra pré-cursora de amplitude significativa. O canal resultante da filtragem pelo retropreditor apresenta uma particularidade interessante: a primeira amostra pré-cursora é a de amplitude mais significativa e apresenta sinal negativo. Esta particularidade beneficia no funcionamento do detetor proposto no capítulo 2, fazendo com que este opere em uma região de probabilidade de erro menor do que seria obtido com uma amostra pré-cursora de mesma amplitude e sinal positivo. Estes resultados incentivam o uso conjunto dos dois equalizadores com o detetor proposto no capítulo 2, tendo em vista que o canal equivalente apresenta ainda uma amostra pré-cursora (a primeira) com amplitude significativa. O valor da amostra principal também é importante, pois determina a nova relação sinal-ruído resultante da equalização. O canal resultante do filtro retropreditor apresenta amostra principal de maior amplitude, porém, em compensação, apresenta a primeira amostra pré-cursora com amplitude maior do que a obtida com o DFE clássico.

Os canais das figs. 4.16 e 4.17 correspondem ao canal equivalente obtido frente ao canal 2, com borda de subida de fase não máxima. Neste caso o filtro transversal resultou em uma redução mais significativa das pré-cursoras do que o retropreditor, porém o resultado geral não é satisfatório. O canal resultante da aplicação do retropreditor apresenta amostra principal com boa amplitude, porém mais de uma pré-cursora apresenta amplitude elevada. No caso do DFE ocorre o mesmo problema se observamos a relação de amplitude entre a amostra principal resultante e as amostras pré-cursoras.

Para compararmos melhor a qualidade de equalização obtida com as duas estruturas verificamos a alteração na potência do ruído após a passagem pelos filtros retropreditor e transversal e a potência das amostras pré-cursoras resultantes, em relação à amostra principal. Seja R o vetor contendo as amostras pré-cursoras e amostra principal da resposta impulsiva equivalente obtida após o filtro retropreditor ou após o filtro transversal do DFE, e C o vetor contendo os coeficientes do filtro transversal equivalente ao filtro retropreditor (obtido de acordo com a equação (4.7)) ou os coeficientes do filtro transversal do DFE, conforme o caso. A relação sinal-ruído efetiva, medida após a passagem do sinal pelo filtro transversal equivalente ao retropreditor ou pelo filtro transversal do DFE é definida da seguinte forma:

$$SNR_{ef} = \frac{R(0)^2}{\sigma_n^2 \|C\|^2} \quad (4.22)$$

com

$$R = [R(-N), R(-N+1), \dots, R(0)] \quad (4.23)$$

e

$$\|C\|^2 = \sum_i C(i)^2 \quad (4.24)$$

A relação de potência das amostras pré-cursoras com respeito à amostra principal do canal resultante R é definida da seguinte forma:

$$p = \frac{\sum_{i=-N}^{-1} R(i)^2}{R(0)^2} \quad (4.25)$$

Para o canal h original, sem equalização, esta relação é dada por p_0 :

$$p_0 = \frac{\sum_{i=-N}^{-1} h_i^2}{h_0^2} \quad (4.26)$$

A relação p/p_0 indica a eficiência do processo de equalização em reduzir a potência das amostras pré-cursoras.

Para os dois canais estudados obtivemos os dados da tabela 4.1, avaliando as equações (4.22), (4.25) e (4.26) para $SNR = 16dB$.

Tabela 4.1

canal	retro		DFE	
	SNR_{ef}/SNR	p/p_0	SNR_{ef}/SNR	p/p_0
canal 1	0.21	0.71	0.50	0.56
canal 2	0.54	1.61	0.87	1.66

Observando os dados da tabela acima verificamos que os dois métodos de equalização são mais eficientes na minimização das amostras pré-cursoras quando operando sobre o canal 1. A relação sinal-ruído efetiva, porém, tem um comportamento diferente, resultando em atenuações menores quando operando sobre o canal 2. O retropreditor apresenta maior sensibilidade à condição de fase da borda de subida do canal (fase máxima ou mínima), resultando em variação maior na relação sinal-ruído efetiva, como ocorreu para os canais 1 e 2 de fases distintas.

Nas figuras 4.18 e 4.19 seguintes avaliamos a probabilidade de erro de detecção para as duas estruturas, ambas empregando o detetor proposto no capítulo 2. Uma terceira curva é acrescentada, representando a probabilidade para o DFE sem o filtro transversal (somente filtro de realimentação), ou seja, quando apenas as amostras pós-cursoras do canal são equalizadas.

As curvas da fig. 4.18 referentes ao canal 1 mostram que o equalizador retropreditor apresenta desempenho semelhante ao DFE, com alguma superioridade em relações sinal-ruído altas. Com relação ao DFE sem filtro transversal ocorre um ganho mais significativo, porém menor do que 5 dB na região observada. Comparando as curvas da fig. 4.18 para o retropreditor com os dados da tabela 4.1 referentes à redução da relação sinal-ruído efetiva para o canal 1, concluímos que o retropreditor é mais robusto nesta

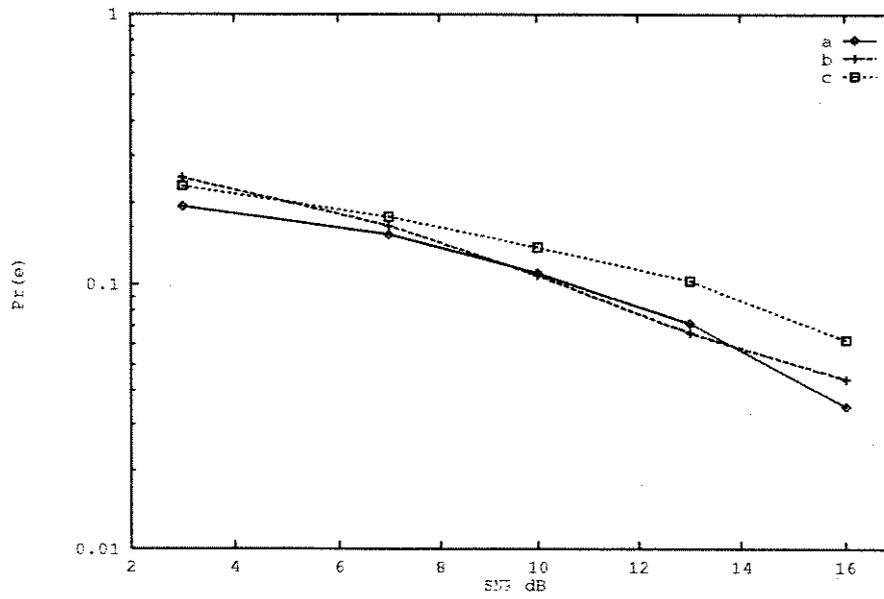


Figura 4.18: probabilidade de erro após equalização do canal 1: (a) retro preditor; (b) DFE; (c) DFE sem filtro transversal

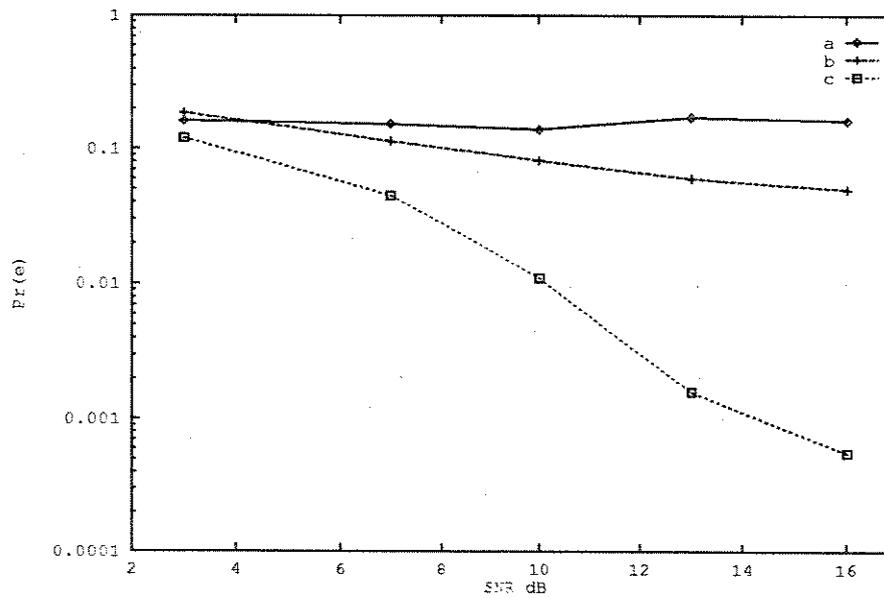


Figura 4.19: probabilidade de erro após equalização do canal 2: (a) retro preditor; (b) DFE; (c) DFE sem filtro transversal

situação, pois apesar da redução sensivelmente maior da relação sinal-ruído efetiva apresenta desempenho em termos de probabilidade de erro em nada inferior aos outros dois equalizadores.

O fraco desempenho dos dois equalizadores em comparação com o equalizador sem filtro transversal se deve principalmente à redução da relação sinal-ruído efetiva, fato este que não ocorre quando não usamos filtro transversal ou retropreditor.

Quando o canal 2 é empregado o retropreditor deixa de funcionar, levando a altas taxas de erro, mesmo para relação sinal-ruído alta. A potência das amostras pré-cursoras resultantes é grande, como visto na tabela 4.1 e podem ser vistas mais de uma amostra residual de grande amplitude (fig. 4.16). Este último fato aumenta consideravelmente a taxa de erros, principalmente porque a amostra residual de maior amplitude não se localiza no primeiro período pré-cursor, impedindo alguma vantagem na utilização do detetor proposto (que justamente utiliza-se desta amostra para melhorar as estimativas). O DFE, ao contrário, mantém praticamente as mesmas taxas de erro observadas para o canal 1. A amostra residual de maior amplitude se localiza no primeiro período anterior à amostra principal (fig. 4.17), justificando, assim, a utilização do detetor proposto. As taxas de erro drasticamente inferiores obtidas para este canal com o equalizador formado apenas pelo filtro de realimentação, justificam-se pelos motivos acima, quais sejam, a redução da relação sinal-ruído efetiva e, principalmente, amostras residuais de maior amplitude nos dois outros esquemas.

A partir destes resultados concluímos que o uso do filtro retropreditor é adequado apenas para canais cuja borda de subida constitua um canal de fase máxima. Tanto o retropreditor quanto o filtro transversal do DFE não eliminaram completamente as amostras pré-cursoras, porém o filtro retropreditor fornece a amostra residual de maior amplitude negativa e no primeiro período pré-cursor, o que favorece o uso conjunto com o detetor proposto. A grande atenuação do sinal útil, refletido na redução significativa da relação sinal-ruído efetiva é o principal limitante ao bom desempenho do retropreditor. Quando o canal não apresenta borda de subida de fase máxima a melhor solução é adotarmos o DFE como equalizador, a menos que o número de amostras pré-cursoras do canal seja pequeno (como o caso simulado com o canal 2), quando o uso do filtro transversal prejudica o desempenho.

4.5 Conclusão

- o retropreditor equaliza de forma eficiente canais de fase máxima;
- o retropreditor funciona em conjunto com o filtro de realimentação, mesmo sobre canal de fase não-máxima, desde que o canal apresente borda de subida de fase máxima;
- o retropreditor pode efetuar a equalização seletiva das pré-cursoras não equalizadas pelo filtro de realimentação;

- nos canais analisados o resultado da equalização com o retropreditor é um canal equivalente com pré-cursora negativa, auxiliando o algoritmo de detecção;
- canais com amostras pré-cursoras em ordem sempre crescente constituem canais com borda de subida de fase máxima, portanto equalizáveis pelo retropreditor;
- resultados de simulação comparando o retropreditor com o filtro transversal mostram que ambos apresentam desempenho equivalente, com ligeira vantagem para o retropreditor, quando o canal apresenta borda de subida de fase máxima; no caso em que o canal não apresenta esta característica, o retropreditor deixa de funcionar e o uso do filtro transversal resulta em probabilidade de erro maior do que obtido sem retropreditor ou filtro transversal;
- quando o canal não apresenta borda de subida de fase máxima, o desempenho melhor foi obtido com o equalizador formado apenas por filtro de realimentação e o detetor proposto.

Conclusão Geral

Neste trabalho apresentamos um receptor completo que possui várias características desejáveis para implementação digital: funciona com amostras tomadas à taxa de símbolos; todos os módulos componentes do receptor operam a partir de amostras estimadas da resposta impulsiva do canal, compondo uma estrutura versátil, robusta e de grande integração dos módulos; apresenta bom desempenho, principalmente frente a canais com poucas pré-cursoras. Estas características são obtidas sobretudo, mantendo-se a simplicidade de implementação.

O detetor proposto utiliza amostras ou resíduos de pré-cursoras não equalizadas e decisões passadas para tomar a decisão sobre o símbolo atual, o que estimula o seu uso em conjunto com o filtro de decisão realimentada. Este filtro é bastante eficiente na eliminação das amostras pós-cursoras. O detetor proposto apresenta desempenho sempre superior ao detetor de limiar de cruzamento de zero e é equiparável ao detetor proposto por Peters, com a vantagem da maior simplicidade de implementação. Este detetor pode ser analisado facilmente, obtendo-se a expressão analítica de probabilidade de erro em função das amostras do canal, quando não consideramos os erros propagados. Analisamos os efeitos da propagação de erros sobre o detetor, obtendo-se boas aproximações para as expressões de probabilidade de erro quando estas decisões erradas são levadas em conta. Demonstramos a existência de uma classe de canais que tornam o detetor imune à propagação de erros de decisão, fazendo-o operar numa região ótima. Estes canais devem apresentar pré-cursora negativa e pós-cursoras decaindo exponencialmente. Para aproximarmos a resposta impulsiva do canal a esta forma ótima, propomos o uso de um código de pulsos alternativo, conformador do canal. Este novo código introduz uma amostra pré-cursora negativa, proporcionando, com bons resultados, a operação do detetor numa região mais próxima da ótima. Analisamos, também, a forma e o comportamento do detetor frente a canais com mais de uma amostra pré-cursora. No caso de muitas pré-cursoras, mesmo operando sobre um canal conformado, o detetor torna-se sensível a erros passados, na medida de que necessita destas decisões para produzir uma nova.

O módulo recuperador de relógio é implementado usando o conceito de funções de fase. Várias destas funções, presentes na literatura, são verificadas. Concluimos que as funções de fase unimodais (com pontos de mínimo ou máximo) são mais adequadas à aproximação da curva de probabilidade de

erro, a qual se deseja minimizar através do ajuste de fase. Propomos duas funções básicas deste tipo, construídas com amostras da resposta impulsiva do canal equivalente, obtido após a equalização. O canal equivalente é constituído por duas amostras, permitindo funções simples. Mostramos que as funções propostas são uma boa aproximação à curva de probabilidade de erro. O recuperador de relógio usa idéias de otimização para determinar a fase ótima. Ele é implementado por métodos simples de busca unidimensional, minimizando indiretamente a probabilidade de erro de decisão, através da maximização das funções de fase. Dois métodos são testados, o ajuste por quadráticas e a busca de Fibonacci, ambos de implementação simples (particularmente o de Fibonacci). As simulações demonstram que os métodos produzem ótimos resultados na determinação da fase ótima, medido pela potência do "jitter" resultante e erro de fase, ambos mínimos.

Para generalizar o uso do receptor frente a canais sem restrições de número de pré-cursoras, usamos um filtro retropreditor em conjunto com o filtro de realimentação para efetuar a equalização completa do canal. Demonstramos que o retropreditor pode ser usado desta maneira, mesmo para canais de fase não-máxima, desde que o canal possa ser decomposto em dois canais: o primeiro formado pela borda de subida, que deve ser de fase máxima, e o segundo, formado pela borda de descida, cuja fase não influi no funcionamento do retropreditor, tendo em vista que é eliminado com eficiência pelo filtro de realimentação. O retropreditor atua seletivamente sobre as amostras pré-cursoras. Canais que apresentem borda de subida monotônica crescente satisfazem a condição acima. Através de simulações comparamos o desempenho do retropreditor com o filtro transversal. A partir dos resultados obtidos, concluímos que o uso do filtro retropreditor é adequado apenas para canais cuja borda de subida constitua um canal de fase máxima. Tanto o retropreditor quanto o filtro transversal em conjunto com o filtro de realimentação, não eliminaram completamente as amostras pré-cursoras, porém o filtro retropreditor fornece a amostra residual de maior amplitude negativa e no primeiro período pré-cursor, o que favorece o uso conjunto com o detetor proposto. A grande atenuação do sinal útil, refletido na redução significativa da relação sinal-ruído efetiva é o principal limitante ao bom desempenho do retropreditor. Quando o canal não apresenta borda de subida de fase máxima a melhor solução é adotarmos o filtro transversal como equalizador para a interferência devido às amostras pré-cursoras, a menos que o número destas amostras seja pequeno. Nesta situação, o uso do filtro transversal mostrou ser prejudicial ao desempenho, reduzindo consideravelmente a relação sinal-ruído efetiva.

Na continuidade deste trabalho, pretendemos implementar o módulo receptor proposto usando uma placa de DSP (Digital Signal Processor), placa esta programável, dedicada ao processamento digital de sinais. Desta forma testaremos o funcionamento do receptor numa situação mais próxima da realidade, principalmente verificando sua capacidade de funcionamento quando os sinais amostrados são representados com precisão limitada, e o tempo de processamento envolvido a cada nova adaptação do receptor, podendo-se chegar a valores limite de taxa de transmissão.

Apêndice A

Características Físicas dos Cabos

As características físicas dos cabos telefônicos usados para a simulação dos canais no capítulo 1 são dadas na tabela a seguir.

Tabela A.1

bitola [AWG]	19	22	24
R [Ω]	0.053	0.106	0.171
L [mH]	0.62	0.62	0.62
G [mMHO]	0.00137	0.0013	0.00118
C [nF]	52.0	51.0	45.0
α_0 [km^{-1}]	0.12318	0.24479	0.40163
α_1 [$km^{-1}(rad/\mu s)^{-\frac{1}{2}}$]	0.27154	0.38461	0.69436
α_2 [$km^{-1}rad/\mu s$]	0.17444	0.21278	0.13271
β_1 [$(rad\mu s)^{-\frac{1}{2}}/km$]	0.27150	0.38460	0.69440
β_2 [$\mu s/km$]	5.04400	5.202	4.68
$ Zc_\infty $ [K Ω]	0.097	0.102	0.104
FA [MHz]	0.05	0.05	0.05
FB [MHz]	0.01	0.01	0.01

O modelo matemático dos cabos descrito pelas grandezas acima, bem como os valores da tabela, podem ser encontrados nas referências [1] [2].

Apêndice B

Canais Monotônicos Crescentes de Fase Máxima

Seja h o vetor contendo a resposta impulsiva discreta de um canal, cujas amostras $h_i \in \mathbb{R}$ obedecem a seguinte restrição:

$$h = [h_{-N}, \dots, h_{-1}, 1]^T \quad (\text{B.1})$$

$$0 \leq h_{-N} < h_{-N+1} < \dots < h_{-2} < h_{-1} < 1 \quad (\text{B.2})$$

com $h_i \in \mathbb{R}$.

Para todos os valores de h_i obedecendo a restrição acima, h forma um canal de fase máxima.

A demonstração desta propriedade para o caso geral envolve conceitos de álgebra abstrata, e não é feita neste trabalho. Demonstramos analiticamente esta propriedade apenas para os casos mais simples, com até três amostras pré-cursoras, e numericamente para canais com até dez pré-cursoras.

Seja $h(z)$ a transformada Z de h , dada por:

$$h(z) = 1 + \sum_{i=1}^N h_{-i} z^i \quad (\text{B.3})$$

e seja R o vetor contendo os zeros de $h(z)$:

$$R = [r_1, r_2, \dots, r_N]^T \quad (\text{B.4})$$

com $r_i \in \mathbb{C}$.

Desejamos demonstrar que:

$$|r_i| \geq 1; \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (\text{B.5})$$

- *Canal com 1 pré-cursora - $N = 1$* : neste caso existe apenas uma raiz para (B.3), dado por:

$$r_1 = -\frac{1}{h_{-1}} \quad (\text{B.6})$$

Portanto:

$$|r_1| > 1, \quad \forall h_{-1} < 1 \quad (\text{B.7})$$

o que obedece a restrição.

- *Canal com 2 pré-cursoras - $N = 2$* : existem duas raízes para (B.3), dadas por:

$$r_{1,2} = \frac{-h-1 \pm \sqrt{h_{-1}^2 - 4h_{-2}}}{2h_{-2}} \quad (\text{B.8})$$

1. *raízes reais*: para serem reais, as amostras devem obedecer a seguinte relação:

$$h_{-2} \leq \frac{h_{-1}^2}{4} \quad (\text{B.9})$$

Manipulando as raízes para determinar as condições que satisfaçam (B.5), chegamos a:

- para que $|r_1| \geq 1$, as amostras devem satisfazer:

$$h_{-2} - h_{-1} \geq -1 \quad \text{ou} \quad h_{-2} + h_{-1} \leq -1 \quad (\text{B.10})$$

- $|r_2| \geq 1$, as amostras devem satisfazer:

$$h_{-2} + h_{-1} \geq -1 \quad \text{ou} \quad h_{-2} - h_{-1} \leq -1 \quad (\text{B.11})$$

Manipulando as desigualdades acima, concluímos que não existem amostras que satisfaçam (B.9), (B.10) e (B.11), com as restrições impostas em (B.2).

2. *Raízes complexas*: as amostras devem obedecer a:

$$h_{-2} > \frac{h_{-1}^2}{4} \quad (\text{B.12})$$

Manipulando as raízes, supondo que são complexas, concluímos que para que $|r_{1,2}| \geq 1$, as amostras devem satisfazer a seguinte condição:

$$h_{-2} < 1 \quad \text{ou} \quad \frac{h_{-1}^2}{4} < h_{-2} \leq \frac{h_{-1}}{2} \quad (\text{B.13})$$

A condição $h_{-2} < 1$ é sempre verdadeira. Portanto, as restrições em (B.2) garantem que as raízes complexas geradas sempre terão módulo maior do que um.

- *Canais com 3 pré-cursoras - $N = 3$* : existem 3 raízes para (B.3), r_1, r_2, r_3 , sendo uma real e as outras complexas conjugadas (pois os coeficientes do polinômio (B.3) são reais [21]).

As raízes devem obedecer as seguintes equações [21]:

$$r_1 + r_2 + r_3 = -\frac{h_{-2}}{h_{-3}} \quad (\text{B.14})$$

$$r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3 = \frac{h_{-1}}{h_{-3}} \quad (\text{B.15})$$

$$r_1 r_2 r_3 = -\frac{1}{h_{-3}} \quad (\text{B.16})$$

Supondo $r_1 \in R$ e $r_2 = \bar{r}_3$, reescrevemos a equação (B.16):

$$r_1 |r_2|^2 = -\frac{1}{h_{-3}} \quad (\text{B.17})$$

Como $\frac{1}{h_{-3}} > 1$, concluímos que:

$$r_1 < 0 \quad (\text{B.18})$$

Assim, a partir de (B.18) e de (B.2), reescrevemos (B.14)-(B.16):

$$-|r_1| + 2\text{Re}[r_2] = -\frac{h_{-2}}{h_{-3}} < -1 \quad (\text{B.19})$$

$$-2|r_1|\text{Re}[r_2] + |r_2|^2 = \frac{h_{-1}}{h_{-3}} > 1 \quad (\text{B.20})$$

$$|r_1||r_2|^2 = \frac{1}{h_{-3}} \quad (\text{B.21})$$

de (B.20) tiramos que:

$$|r_2| > \sqrt{1 + r_1(-2\text{Re}[r_2])} \quad (\text{B.22})$$

Substituindo (B.19) em (B.22):

$$|r_2| > \sqrt{|r_1|^2 - |r_1| + 1} \quad (\text{B.23})$$

O valor mínimo da parábola dentro da raiz quadrada em (B.23) é dado por:

$$\min_{|r_1|} \{ |r_1|^2 - |r_1| + 1 \} = \frac{3}{4} \quad (\text{B.24})$$

Portanto,

$$|r_2| > \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (\text{B.25})$$

De (B.21), para que $|r_1| \geq 1$ devemos ter:

$$h_{-3}|r_2|^2 \leq 1 \quad (\text{B.26})$$

$$h_{-3} \frac{3}{4} \leq 1 \quad (\text{B.27})$$

obtido da substituição de (B.24) em (B.26). Isto implica que:

$$|r_1| \geq 1 \quad (\text{B.28})$$

pois $h_{-3} \leq \frac{4}{3}$ sempre.

Substituindo esta desigualdade em (B.23) e (B.14), concluímos, finalmente, que:

$$|r_2| \geq 1 \quad e \quad |r_3| \geq 1 \quad (\text{B.29})$$

Para os canais com 4 até 10 pré-cursoras mostramos numericamente que possuem zeros fora do círculo de raio unitário ou no máximo sobre a circunferência. Nas figuras seguintes traçamos o lugar das raízes aproximado destes polinômios, fazendo-se variar a amplitude das amostras, obedecendo a restrição em (B.2).

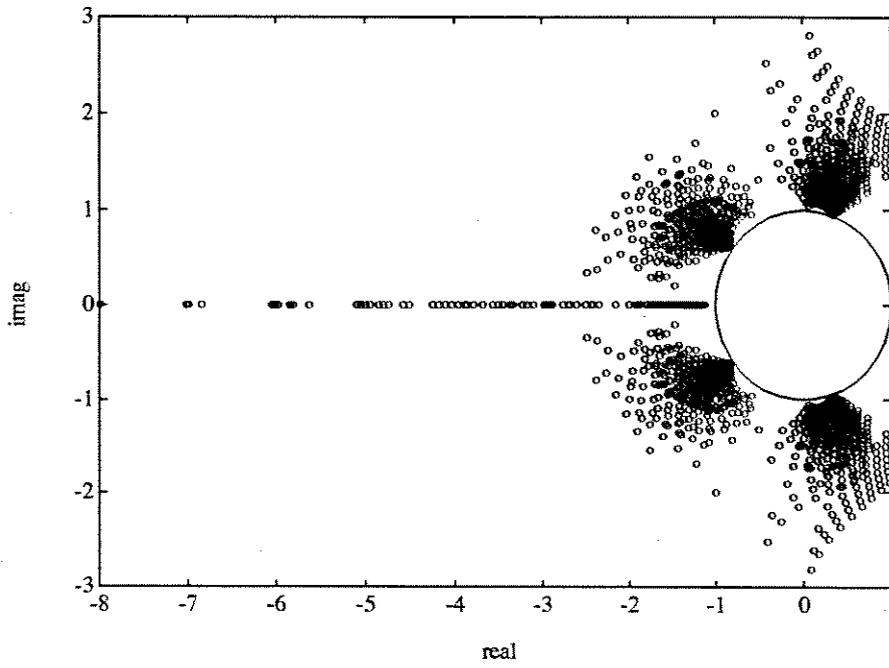


Figura B.1: zeros do canal com 4 pré-cursoras

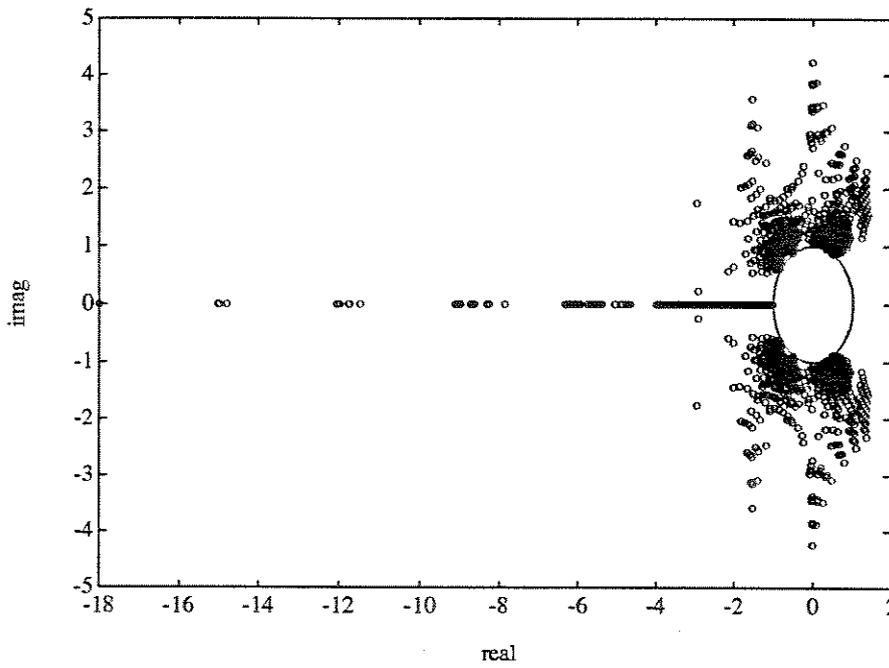


Figura B.2: zeros do canal com 5 pré-cursoras

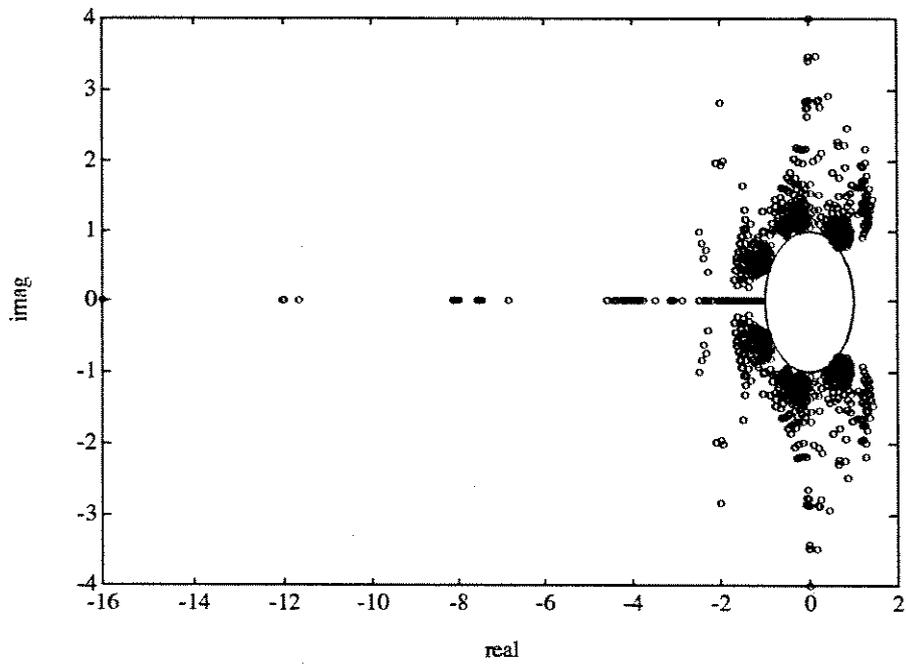


Figura B.3: zeros do canal com 6 pré-cursoras

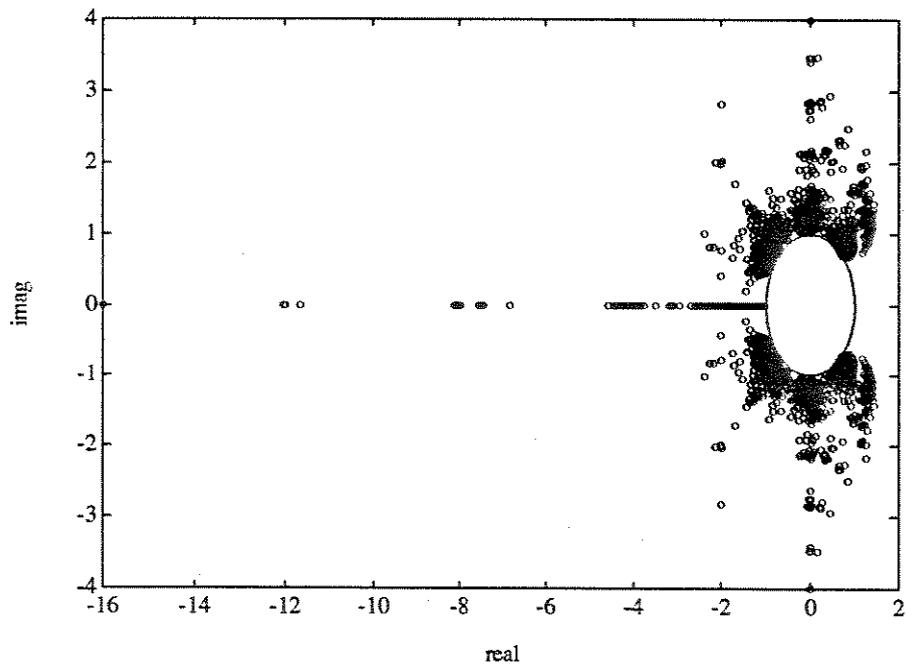


Figura B.4: zeros do canal com 7 pré-cursoras

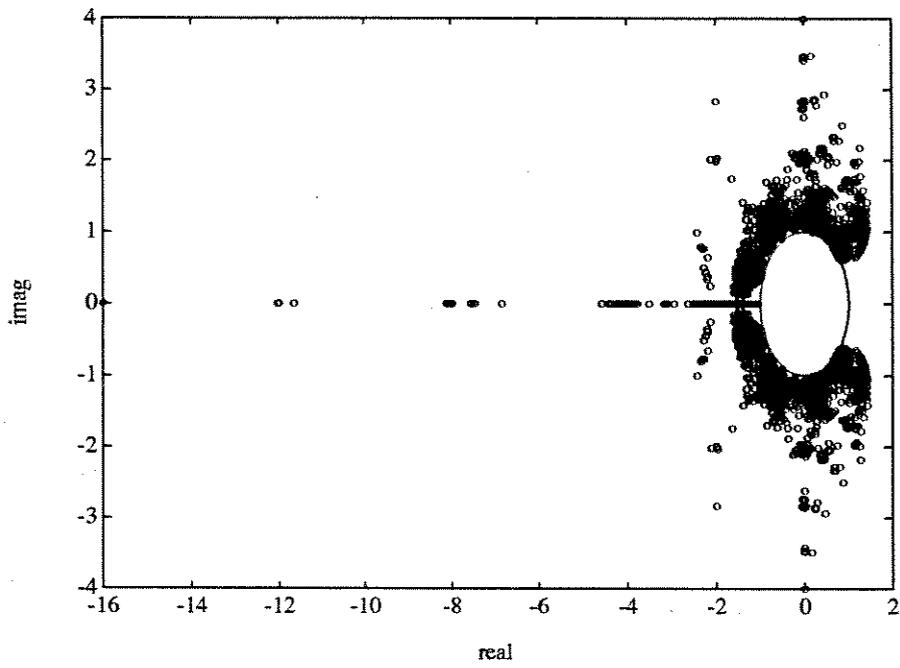


Figura B.5: zeros do canal com 8 pré-cursoras

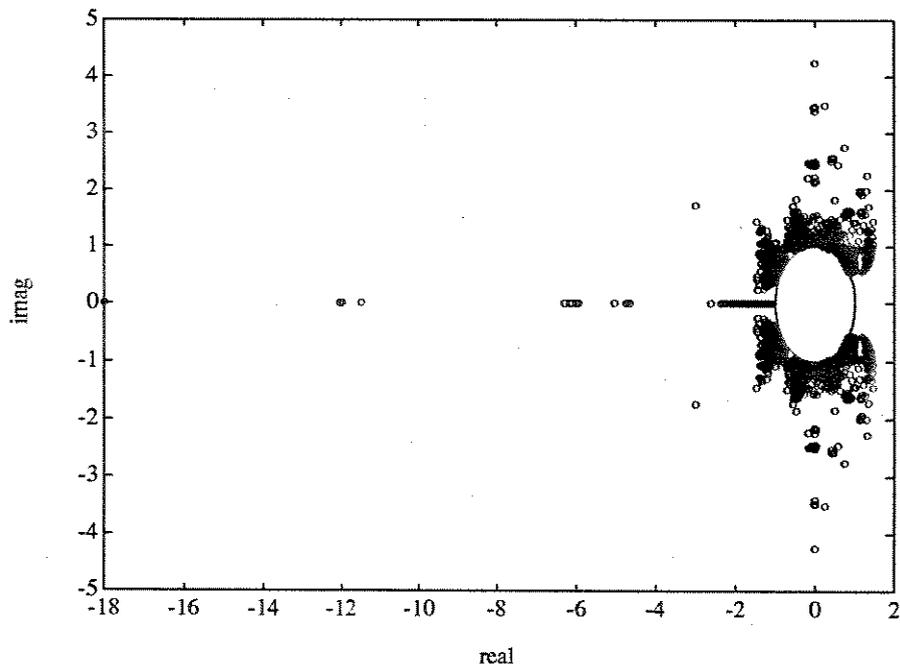


Figura B.6: zeros do canal com 9 pré-cursoras

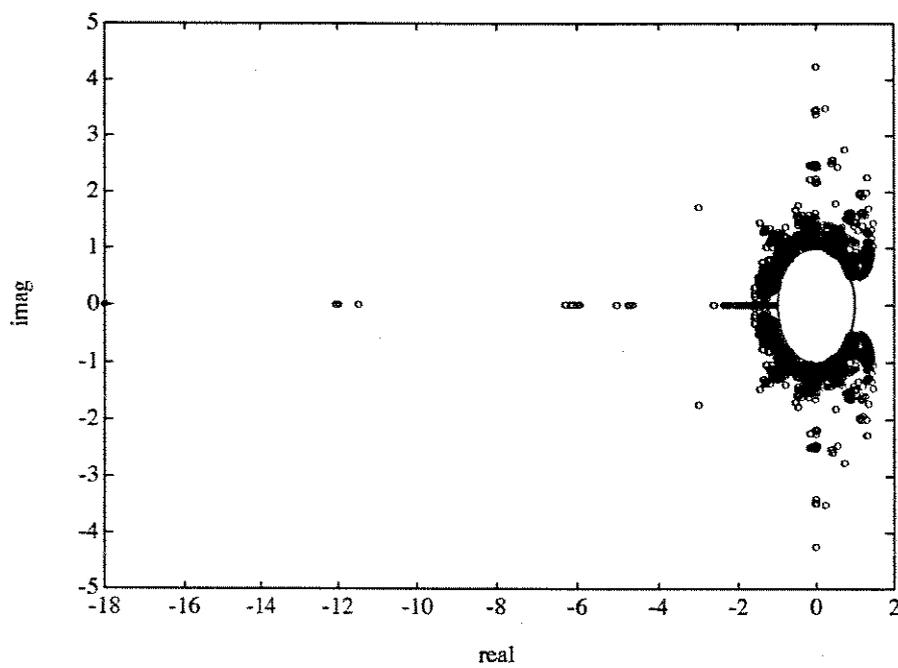


Figura B.7: zeros do canal com 10 pré-cursoras

Apêndice C

Características das Simulações

1. Capítulo 2:

- *Módulos considerados:* Identificador, Filtro de Realimentação, Detetor;
- *Características da Simulação:*
 - 10.000 símbolos transmitidos em cada experimento em regime;
 - 10 experimentos repetidos;
 - 1.000 símbolos na etapa de aprendizado com ganho de adaptação do identificador de 0.01;

2. Capítulo 3:

- *Módulos considerados:* Identificador, Filtro de Realimentação, Detetor, Recuperador de Relógio;
- *Características da Simulação:*
 - fases iniciais:
 - (a) $\tau_1 = -T/4$, $\tau_2 = 0$ e $\tau_3 = +T/4$ para o ajuste quadrático;
 - (b) $\tau_1^0 = -T/2$, $\tau_r^0 = T/2$ para o algoritmo de Fibonacci;
 - etapa de aprendizado dos algoritmos de maximização:
 - (a) 5 iterações para o algoritmo de ajuste quadrático - geram-se 5 fases distintas;
 - (b) 7 iterações para o algoritmo de Fibonacci - geram-se 7 fases distintas;
 - etapa de aprendizado do identificador: para cada nova fase gerada pelos algoritmos de maximização, o algoritmo de identificação usa 1000 símbolos para estimar as amostras da resposta impulsiva do canal, com ganho de adaptação de 0.01;
 - etapa de regime: a cada 250 símbolos transmitidos faz-se um ajuste de fase (o que implica readaptação das estimativas do canal), repetindo-se o processo 40 vezes (total de 10.000 símbolos);

3. Capítulo 4:

- *Módulos considerados:* Identificador, Filtro de Realimentação, Detetor, Retropreditor;
- *Características da Simulação:*
 - 10.000 símbolos transmitidos em cada experimento em regime;
 - 10 experimentos repetidos;
 - 4.000 símbolos na etapa de aprendizado com ganho de adaptação do identificador de 0.005;

Bibliografia

- [1] J.P. de Freitas. *Digitalização da Linha de Assinantes: Modelamento e Simulação*, Tese de Mestrado, FEE-UNICAMP, Campinas, 1985.
- [2] M. G. Almeida. *A Linha de Assinantes na Rede Digital de Serviços Integrados: Modelos e Simulações*, Tese de Mestrado, FEE-UNICAMP, Campinas, 1988.
- [3] J. C. Moura Mota. *Equalização Adaptativa em Sistemas Rádio-Digitais: das Técnicas em Frequência à Teoria da Deconvolução Autodidata*, Tese de Doutorado, FEE-UNICAMP, Campinas, 1992.
- [4] S. U. H. Qureshi. "Adaptive Equalization", *Proceedings of the IEEE*, Vol.73, No.9, 1985.
- [5] J. G. Proakis. *Digital Communications*, McGraw-Hill, New York, 1983.
- [6] S. Haykin. *Adaptive Filter Theory*, Prentice-Hall, New Jersey, 1986
- [7] U. Peters. "Detection with Prediction and Decision Feedback", *Signal Processing II: Theory and Application*, Elsevier Science Publishers B.V., EURASIP, 1983.
- [8] D. G. Forney. "The Viterbi Algorithm", *Proceedings of the IEEE*, vol. 61, No. 3, Março 1973.
- [9] R.W. Lucky; J. Salz and E. J. Weldon Jr. *Principles of Data Communications*, McGraw-Hill, New York, 1968.
- [10] D. G. Forney. "Maximum-Likelihood Sequence Estimation of Digital Sequences in the Presence of Intersymbol Interference", *Transactions on Information Theory*, vol.IT-18, No.3, 1972.
- [11] U. Lee; F. S. Hill. "A Maximum-Likelihood Sequence Estimator with Decision-Feedback Equalization", *IEEE Transactions on Communications*, vol.Com 25, No.9, 1977.
- [12] S. Zhu; E.V. Jones. "Multisegment Pulse Coding and High Timing Content Line Coding for Digital Transmission", *IEE Proceedings*, Vol. 137, Pt. I, No.1, Fevereiro 1990.
- [13] K. H. Mueller; M. Muller. "Timing Recovery in Digital Synchronous Data Receivers", *IEEE Transactions on Communications*, Vol.Com. 24, No.5, Maio 1976.

- [14] L. E. Frank; J. P. Bubrouski. "Statistical Properties of Timing Jitter in a PAM Timing Recovery System", *IEEE Transactions on Communications*, Vol.Com. 22, Julho 1974.
- [15] B. R. Saltzberg. "Timing Recovery for Synchronous Binary Data Transmission", *Bell Syst. Tech. Journal*, Vol. 46, Março 1967.
- [16] R. D. Gitlin and J. Salz. "Timing Recovery in PAM-Systems", *Bell Syst. Tech. Journal*, Vol.50, Maio 1971.
- [17] A. M. Gottlieb et al. "The DSP Implementation of a New Timing Recovery Technique for High-Speed digital Data Transmission", *ICAASP 90*, vol.3, 1990.
- [18] A. G. Granado et al. "Recuperação de Relógio na Linha de Assinante", *6o. Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, Campina Grande, 1988.
- [19] D. A. Luenberger. *Linear and Nonlinear Programming*, Addison-Wesley, Reading, 1984.
- [20] M. Avriel. *Nonlinear Programming*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1976,
- [21] I. Bronstein; K. Semendiaev . *Manual de Matemática*, Editora MIR, Moscou, 1984.
- Trabalhos referentes à Tese:*
- [22] J. B. Ribeiro do Val; N. E. Venturini. "Recuperação de Relógio com Amostragem na Taxa de Símbolos", *7o. Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, Florianópolis, 1989.
- [23] N. E. Venturini; J. B. Ribeiro do Val. "Um Novo Algoritmo de Detecção para um Receptor de Canais Telefônicos Baseado em Equalização com Decisão Realimentada", *TELEMO'92 - X Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, Brasília, 1992.
- [24] N. E. Venturini; J. B. Ribeiro do Val. "Um Módulo Receptor Completo, baseado em Decisão Realimentada", *submetido ao 11o. Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, Natal, 1993.