

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

Este exemplar corresponde à redação
final da tese defendida por Marinho
Gomes de Andrade F. e aprovada pela
Comissão julgadora em 03.11.86

Secundino Soares F.

MODELO DE OTIMIZAÇÃO PARA O USO
MÚLTIPLO DA ÁGUA DO RIO S.FRANCISCO

MARINHO GOMES DE ANDRADE F.

Orientador:

Dr. Prof. SECUNDINO SOARES FILHO

Tese submetida à Faculdade de En-
genharia Elétrica da Universida-
de Estadual de Campinas-UNICAMP,
como parte dos requisitos exigi-
dos para obtenção do título de
MESTRE EM CIÊNCIAS.

Aos meus pais

Marinho e Doralice, a Tania
e Thomaz, pelo total apoio,
paciência, incentivo e ami-
zade.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador Secundino, sem o qual não se ria possível a realização desse trabalho, por sua ajuda e compreen são.

Ao Marcius pelas discussões e sugestões que con tribuíram para o desenvolvimento do trabalho.

Aos amigos da FEC, Jurandir, Raul, Hermano, Chris tiano, Akebo, Takaaki, Adriano, Pablo, Ferreira e Cacilda, pela amizade e apoio.

Ao pessoal do COSE, Giselene, Sônia e Licemare , pela boa convivência

A Bete pela dedicação e profissionalismo na da tilografia do trabalho.

Resumo

Neste trabalho abordamos o problema multiobjetivo da operação ótima de um sistema hidroelétrico, visando atender dois objetivos conflitantes, quais sejam :

geração de energia elétrica para atender uma certa demanda
uso da água para fins de irrigação.

O estudo analisa o impacto que a utilização da água para irrigação provoca na confiabilidade do atendimento da demanda de energia elétrica.

O sistema hidroelétrico foi representado por um modelo de reservatório de energia equivalente e foi considerada a natureza aleatória das vazões afluentes.

A solução ótima foi obtida usando-se a técnica de Programação Dinâmica Estocástica.

O modelo foi aplicado ao sistema hidroelétrico do Rio São Francisco (Sistema CHESF). O horizonte de planejamento adotado foi de 12 meses e a demanda foi a prevista pela CHESF para o ano de 1986. Os resultados mostram uma relação entre o risco de déficit x irrigação e valor esperado do déficit x irrigação concluindo-se que o risco de déficit, isoladamente, não constitui um bom parâmetro para se avaliar uma política de irrigação.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1 : O PROBLEMA DO USO MÚLTIPLO DA ÁGUA DO RIO SÃO FRANCISCO

1.1. Introdução	1
1.2. O Problema do Rio São Francisco.....	1
1.3. Metodologia Utilizada.....	5

CAPÍTULO 2 : MODELO EQUIVALENTE PARA UM SISTEMA HIDROELÉTRICO

2.1. As Usinas Hidroelétricas.....	7
2.2. Modelo Equivalente.....	10
2.3. Construção do Modelo Equivalente.....	12
2.3.1. Energia Afluente.....	14
2.3.2. Energia Armazenada.....	14
2.3.3. Energia Defluente.....	15
2.3.4. Energia de Irrigação.....	15
2.3.5. Energia Evaporada.....	16
2.3.6. Função de Geração.....	17
2.3.7. Equação de Transição de Estado.....	20
2.3.8. Equação de Balanço de Carga.....	21

CAPÍTULO 3 : O PROBLEMA DO USO DA ÁGUA DO RIO SÃO FRANCISCO PARA IRRIGAÇÃO E GERAÇÃO

3.1. O Problema de Uso da Água como um Problema de Múltiplos Objetivos.....	22
3.2. O Custo de Déficit : $C(d)$	23
3.3. O Benefício de Irrigação : $B(i)$	25

3.4. Função Objetivo.....	26
3.5. O Problema Completo.....	28

CAPÍTULO 4 : MODELO DE PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA

4.1. Apresentação do Modelo.....	33
4.2. Equação Recursiva.....	33
4.3. Modelo de Programação Dinâmica Estocástica (PDE).....	34
4.3.1. Princípio de Otimalidade de Belmann	35
4.3.2. Interpretação Gráfica da Solução do (PDE).....	36
4.4. Discretização da Variáveis.....	36
4.4.1. Energia Armazenada.....	36
4.4.2. Deplecionamento.....	37
4.4.3. Energia Evaporada.....	38
4.4.4. Probabilidade de Transição de Esta do e Energia-Afluente.....	39
4.4.5. Teste de Aderência.....	40

CAPÍTULO 5 : APLICAÇÃO DO MODELO E CONCLUSÕES

5.1. Descrição do Sistema.....	43
5.2. Configuração Atual.....	44
5.3. Procedimento de Solução.....	47
5.4. Apresentação de Resultados	48
5.5. Conclusão.....	51

APÊNDICE A	: REVISÃO DE PROGRAMAÇÃO MULTI-OBJETIVO	
A.1.	Problemas com Múltiplos-Objetivos.....	53
A.2.	Conceitos Básicos de (PMO).....	54
A.3.	Classificação dos Métodos Usados em (PMO) ..	59
A.4.	Resumo das Classificações.....	63
APÊNDICE B	: FUNÇÕES DE BENEFÍCIO DE IRRIGAÇÃO	
B.1.	Cenários de Irrigação.....	65
B.2.	Área Irrigadas Por Cenários.....	66
B.3.	Curva de Benefício de Irrigação.....	66
B.4.	Ajuste das Curvas de Benefício de Irrigação	67
APÊNDICE C	: DISTRIBUIÇÃO DO HISTÓRICO DE ENERGIA	79
APÊNDICE D	: ALGORITMO DE SIMULAÇÃO.....	80
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....		84

CAPÍTULO 1

O PROBLEMA DE USO MÚLTIPLO DA ÁGUA DO RIO SÃO FRANCISCO

1.1. Introdução

Todo sistema hídrico tem capacidade de prover benefícios diretos ou indiretos à população em geral. Entre esses benefícios podemos incluir irrigação, abastecimento, navegação, piscicultura, recreação, geração de energia elétrica, etc... No planejamento da operação de sistemas hídricos pelo menos alguns desses objetivos devem ser considerados para que o planejamento se torne viável, justificável e socialmente aceito.

As principais dificuldades que surgem ao se levar em consideração estes vários objetivos se devem ao fato de estes serem objetivos conflitantes e atingirem diferentes grupos sociais. Assim, o planejamento da operação de um sistema hídrico considerando vários objetivos, torna-se um problema de difícil solução. As dificuldades aumentam à medida que desconhecemos o compromisso entre os vários objetivos.

1.2. O Problema do Rio São Francisco

O rio São Francisco, situado no Nordeste brasileiro, é hoje a principal fonte de energia hidroelétrica da região, além de atender às necessidades de navegação, piscicultura e

a uma pequena demanda de água para irrigação. Sabe-se que a disponibilidade de energia elétrica é fator fundamental para o desenvolvimento de uma região, dado que permite a implantação de indústrias, dá incentivo ao comércio e possibilita o desenvolvimento dos meios de comunicações. No entanto, o Nordeste brasileiro tem sua economia básica no setor primário, a participação nordestina no PIB, segundo o Banco do Nordeste Brasileiro - BNB em 1976 era de 30% neste setor, enquanto que para o Brasil essa mesma taxa era de 13%. O Nordeste tem boa parte de suas terras com capacidade de produção agrícola e um considerável contingente humano com disposição para o trabalho no campo. Por outro lado, estiagens e secas prolongadas nessa região têm provocado nos últimos anos um elevado êxodo rural. Em 1970 13.2% dos Nordestinos tinham-se transferido para outras áreas. Fato mais preocupante é que deixam a região, com predominância, jovens na faixa etária de 15 a 30 anos, geralmente os mais qualificados profissionalmente e em melhores condições de saúde, levando o nordestino brasileiro a uma subexistência precária e marginalizada na periferia das capitais nordestinas. Parte deste contingente migra para o sudeste do país, onde não levará uma vida menos miserável do que nas capitais dos seus estados. Sem dúvida, incentivos à agricultura tal como irrigação das terras nas épocas de estiagem, evitando ou diminuindo o efeito das secas, elevaria muito a qualidade de vida dos nordestinos diminuindo consequentemente o êxodo rural. O quadro abaixo organizado pelo BNB para o ano de 1981, compara a variação da economia agrícola no Nordeste e no Brasil. Verifica-se que tanto nos anos de secas, como nos de enchentes, 1974, houve uma variação negativa para o Nordeste.

Tabela 1.1 - Variação da Economia Agrícola
no NE e no Brasil

ANO	AGRICULTURA		ANO	AGRICULTURA	
	BRASIL	NE		BRASIL	NE
1969	3.8	1.3	1975	3.8	8.7
1970	1.0	-16.5	1976	4.2	-5.4
1971	11.4	22.3	1977	11.8	15.1
1972	4.1	-21.0	1978	-2.6	2.7
1973	3.5	6.0	1979	5.0	-1.7
1974	8.5	-3.6	1980	6.3	-6.2

Além da vulnerabilidade às elevadas oscilações climáticas, dois outros fatores comprometem o desenvolvimento rural do Nordeste: a estrutura fundiária vigente e a insipiente tecnologia agrícola. Levantamento feito pelo Instituto Nacional de Colonização e Reforma Agrária (INCRA) mostrou que em 1972, 2,72% dos imóveis registrados ocupavam uma área de 48,61% da região. Por outro lado, 95% das práticas agrícolas do Nordeste são realizadas com o primitivo usadas enxadas.

O aumento da irrigação no Nordeste brasileiro pode ser feito utilizando-se a água do rio São Francisco. No entanto, a retirada de água desse rio para fins de irrigação provocará sem dúvida um comprometimento do atendimento da demanda da energia elétrica da região, principalmente se o planejamento da operação do sistema hidroelétrico não levar em conta esse consumo extra de água. Para controlar essa situação, empresas estatais (CODEVASF e CHESF) tentaram avaliar o impacto de várias políticas de irrigação na geração de energia elétrica, simulando-se

o desempenho do sistema [CEPEL-1983]. Para isso foram estabelecidos alguns cenários de irrigação que chegam, nos casos mais otimistas, a um milhão de hectares irrigados até o ano 2015. Este tipo de avaliação, no entanto, não é adequada uma vez que não utiliza a política ótima de irrigação, somente avaliando o impacto de políticas estabelecidas.

Vários trabalhos envolvendo modelos e técnicas de programação matemática já abordaram o problema de determinação de uma política ótima de operação de um sistema hidrotérmico, visando o uso múltiplo da água. Entre eles destacamos [Duckstein - 1980], [Gersohn e outros-1982] [Hall e outros-1982], [Houck-1979], [Marks e outros-1982], [Hwang e outros-1980], [Vedula e Rogers - 1981], [Yeh e Becker-1982]. O procedimento geral nesses trabalhos consiste em determinar um modelo adequado para representar o sistema hidroelétrico e escolher a técnica de programação matemática para otimizar a operação do sistema. Cada problema exige portanto um tratamento específico de acordo com suas características próprias e o objetivo do estudo a ser realizado.

O nosso objetivo neste trabalho é avaliar o impacto da política ótima de operação do sistema hidroelétrico, visando atender a geração de energia e a irrigação, ao mesmo tempo. Como os dois objetivos (geração de energia e irrigação) são objetivos conflitantes, ou seja, a retirada de água para irrigação pode aumentar o risco de déficit devido a falta de água para geração, nessa tese analisamos o compromisso entre esses dois objetivos. Utilizamos para isso o valor do déficit de energia que poderá ocorrer no sistema e o risco (probabilidade) de que um déficit dessa natureza venha a ocorrer, quando a política ótima de irrigação é adotada.

1.3. Metodologia Utilizada

O problema formulado para resolver o conflito irrigação versus geração apresentado neste trabalho é um problema de otimização com dois objetivos (Benefício da irrigação e Custo do Déficit de energia elétrica). O primeiro passo dado para se solucionar este problema foi transformá-lo em um problema com uma única função objetivo (Problema Mono-Critério) através de uma ponderação entre as duas funções já existentes. A vantagem desse procedimento, conhecido como Método dos Pesos (ver Apêndice-A) é que ele nos permite uma calibragem da concavidade (convexidade) das funções variando-se os pesos entre elas. O problema Mono-Critério obtido, apresenta ainda uma dificuldade devido ao fato de envolver uma variável de natureza aleatória, a saber, as vazões afluentes ao rio São Francisco. A abordagem deste aspecto foi feita através da Programação Dinâmica Estocástica, de maneira similar à utilizada pelo setor elétrico brasileiro no planejamento da operação dos sistemas hidrotérmicos. Esta técnica, que vem sendo usada com sucesso por diversas empresas de energia elétrica e principalmente pelo GCOI (Grupo Coordenador da Operação Interligada), fornece a decisão de geração térmica ótima na operação do sistema. No caso deste trabalho a decisão de geração térmica é substituída pela decisão de irrigação ótima. A metodologia utilizada aqui é portanto, de simples compreensão pelos técnicos ligados ao setor elétrico .

A opção pela Programação Dinâmica Estocástica nos limita quanto ao número de variáveis de estado a serem usadas no sistema, sendo necessário que se faça uma representação do sistema por um modelo equivalente [Veiga-1985]. No capítulo 2 apresen

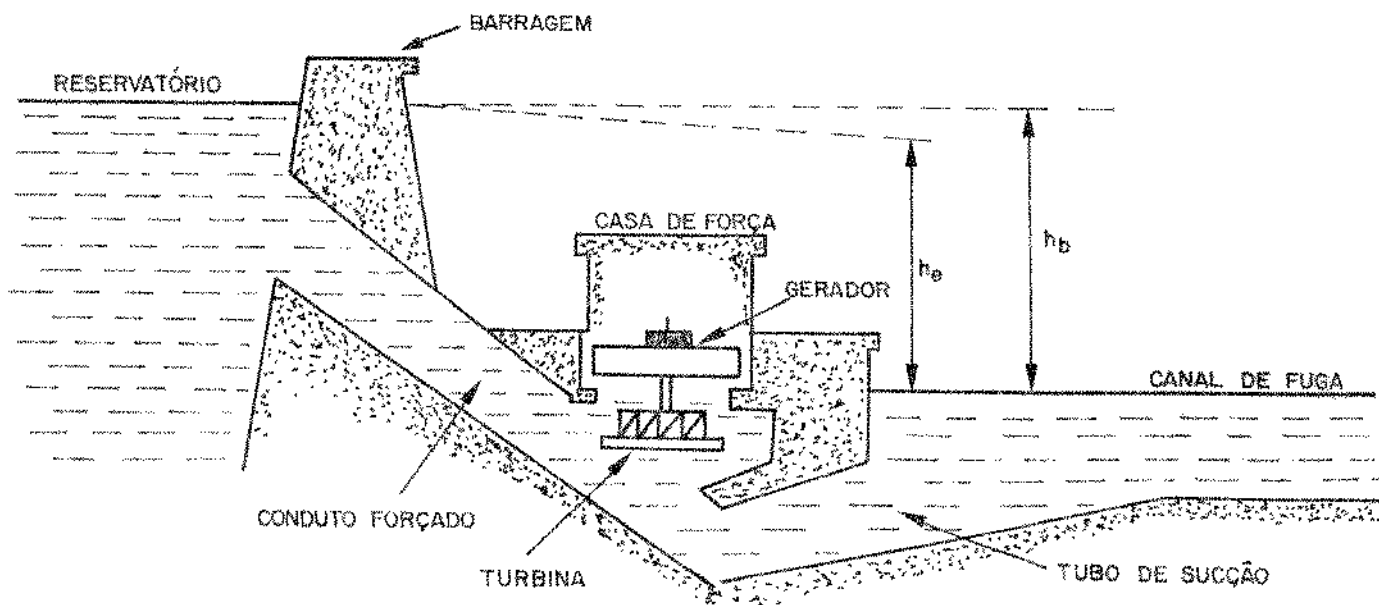
tamos o modelo equivalente para o nosso sistema. A construção desse modelo nos levou a transformar vazões e volumes de água em unidades equivalentes de energia. Portanto, neste trabalho quando usarmos o termo energia de irrigação estaremos nos referindo ao valor energético da água utilizada para irrigação. No capítulo 3 o problema de uso múltiplo da água do rio São Francisco é formulado como um problema multi-objetivo e em seguida transformado em um problema mono-critério, para o qual analisamos as condições de otimalidade. No capítulo 4 apresentamos a técnica de resolução por Programação Dinâmica Estocástica, onde é discutido também a forma de discretização das variáveis envolvida no modelo. No capítulo 5 são apresentados os resultados da aplicação do modelo para planejamento de longo prazo da operação do sistema CHESF (com horizonte de planejamento de 5 anos e discretização mensal) juntamente com as principais conclusões do trabalho.

CAPÍTULO 2

MODELO EQUIVALENTE PARA UM SISTEMA HIDROELÉTRICO

2.1. As Usinas Hidroelétricas

Uma hidroelétrica é composta basicamente por :
uma barragem formadora de um reservatório, uma casa de força, onde se encontram instalados os grupos de turbina-gerador, uma subestação elevadora de tensão, de onde partem as linhas de transmissão para os centros consumidores e um vertedouro por onde são liberadas as vazões excedentes (vide figura 2.1.).



(Fig. 2.1.) - Perfil de uma Usina Hidroelétrica

A água captada do reservatório penetra no conduto forçado transformando gradativamente sua energia potencial em energia cinética e energia de pressão dinâmica. Ao atingir a turbina, estas duas parcelas são convertidas em energia mecânica que é transmitida ao gerador onde se transforma em energia elétrica. Após ser utilizada a água é devolvida ao canal de fuga através do tubo de sucção.

A potência instantânea produzida pelo gerador e disponível para transmissão é dada por :

$$P = 10^{-6} \mu \cdot \eta \cdot g \cdot q \cdot h_{\ell} \quad (2.1)$$

onde :

P = é a potência instantânea gerada (MW)

g = é a aceleração da gravidade (m/s^2)

η = é uma constante que depende do rendimentos do conjunto turbina gerador

μ = densidade da água (g/cm^3).

q = vazão turbinada (m^3/s)

h_{ℓ} = queda líquida (m)

A queda líquida é obtida por :

$$h_{\ell} = h_b - h_p \quad (2.2)$$

onde :

h_b = altura bruta (m)

h_p = altura correspondente a perda hidráulica média no conduto forçado (m)

Define-se a produtividade de uma usina como sen

do a potência que seria gerada pela turbinagem de 1 m³/s de água, ou seja :

$$p = 10^{-6} \mu . \eta . g . q . h_{\ell} \quad (2.3)$$

Devemos notar que a produtividade definida em (2.3) depende da altura líquida h_{ℓ} que por sua vez vai depender de vários outros parâmetros da usina. Para evitar esse inconveniente, define-se então a produtividade específica da usina por metro de queda líquida como :

$$\rho_{\ell} = 10^{-6} \mu . \eta . g . \quad (2.4)$$

utilizando a definição de produtividade e produtividade específica a potência instantânea gerada por uma usina pode ser expressa por :

$$p = \rho q \quad \text{ou} \quad F = \rho_{\ell} h_{\ell} . q \quad (2.5)$$

Entretanto, tendo em vista que trabalharemos sempre com médias mensais de vazões naturais, poderemos utilizar uma produtividade média para cada usina, calculada, segundo [GCPS-1981], por :

$$\rho = \frac{\rho_{\ell}}{x_{\max} - x_{\min}} \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} [h_1(x) - CF_{\text{med}} - h_p] dx \quad (2.6)$$

onde :

ρ_{ℓ} = é a produtividade específica da usina (MW/m³/s/m)

$x_{\max}$ = volume máximo do reservatório (m³)

$x_{\min}$ = volume mínimo do reservatório (m³)

$h_1(x)$ = polinômio cota x volume do reservatório (m)

CF_{med} = nível médio do canal de fuga (m)

h_p = perda hidráulica média da usina (m)

ρ = rendimento médio da usina (MW/m³/s)

A produtividade média calculada por (2.6) está associada a uma altura equivalente. Essa produtividade é tal que multiplicada pela turbinagem associada a um esvaziamento constante do reservatório (do volume máximo ao volume mínimo), permite obter a energia gerada pela usina.

2.2. Modelo Equivalente

O modelo equivalente ou método de energia natural apresenta um enfoque simplificado para se planejar a operação de um sistema hidroelétrico porém conduz a bons resultados globais em problemas de longo prazo (horizonte de 1 a 5 anos com discretização mensal), principalmente se o sistema não apresenta grandes vazões incrementais entre seus aproveitamentos.

O modelo equivalente é construído baseado na validade da seguinte hipótese :

A operação dos reservatórios individuais é feita em paralelo, ou seja, os reservatórios são operados de forma que todos estejam sempre na mesma faixa percentual do seu volume útil.

Apesar desse modelo representar as principais características e capacidade do sistema, ele apresenta algumas limitações tais como :

i) só nos permite a determinação da sequência de decisões men

saís para o sistema como um todo, não nos permitindo a alocação dessa decisão entre as várias usinas do sistema, por isso ele geralmente é usado para se fazer estudos de desempenho do sistema quando se deseja atender outros objetivos, além da geração de energia elétrica [ARVANITIDIS- 1970].

- ii) Não nos permite considerar a altura de queda real em cada uma das usinas individuais, as quais dependem do volume de água armazenado, levando conseqüentemente a impossibilidade de se trabalhar com as produtividades exatas das diversas usinas. Esta limitação nos permite fazer umas correções das variáveis que dependem do nível de armazenamento nos reservatórios, correções estas que são feitas em função da energia armazenada no reservatório equivalente.
- iii) O modelo equivalente não levaremos em consideração o vertimento forçado que possam ocorrer nas usinas a fio d'água.

Apesar das limitações desse tipo de modelo, podemos afirmar que para sistemas sem grandes vazões incrementais, entre seus aproveitamentos hidráulicos, ele pode ser usado fornecendo resultados adequados no planejamento de longo prazo. No caso do sistema CHESF, a individualização das usinas não traz melhoria significativa para estudos com esse horizonte [Ribeiro e outros - 1982].

Uma vantagem de usar o modelo equivalente é devido a este ser uma ferramenta já absorvida e familiar ao setor elétrico brasileiro além de nos permitir considerar a natureza aleatória das vazões afluentes nos rios.

2.3. Construção do Modelo Equivalente

Na construção do modelo equivalente, três componentes básicas são consideradas : as vazões naturais, o volume dos reservatórios e as defluências de cada usina. Essas componentes são transformadas em energia e o sistema passa a ser representado por um único reservatório de energia com capacidade de geração igual a capacidade total do sistema.

Para construir o modelo equivalente de um sistema hidroelétrico vamos considerar uma cascata de N usinas numeradas descendentemente de modo que se i está a montante de j então $i < j$. A figura (2.2) mostra um exemplo ilustrativo com sete usinas.

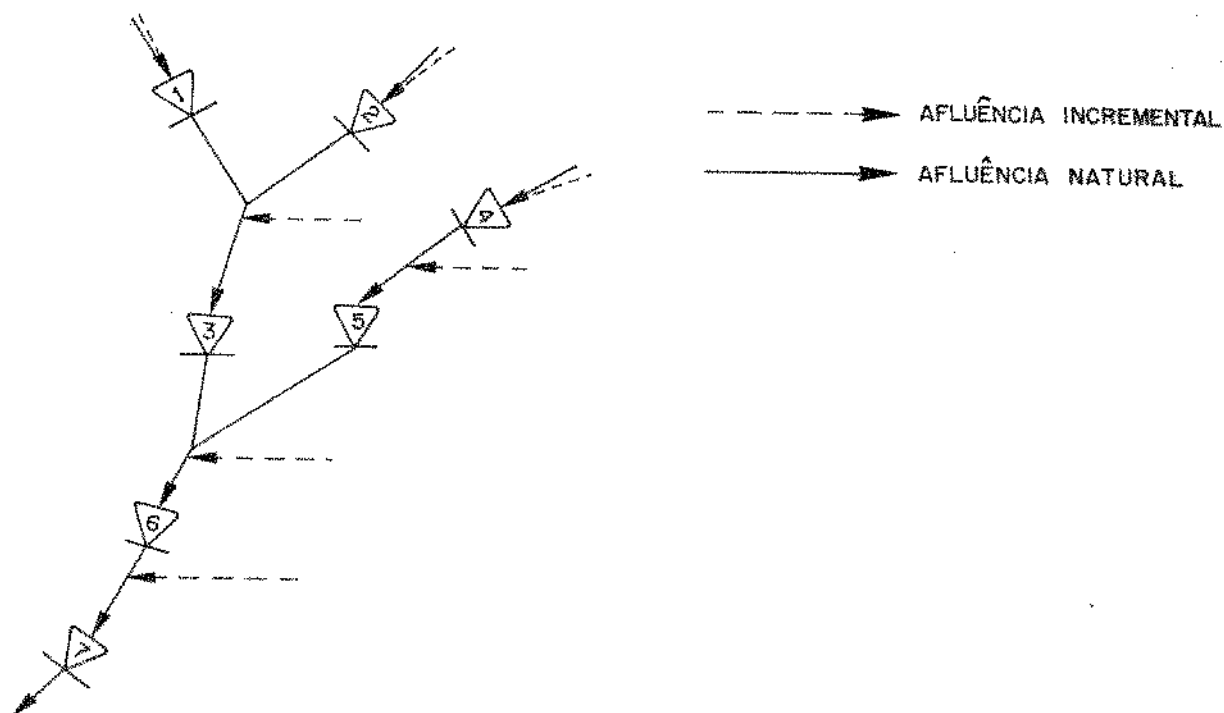


Fig. (2.2) - Cascata de $N=7$ usinas numeradas descendentemente

Podemos construir então uma matriz $A(N \times N)$ as

sociada a cascata, tal que :

$$A_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i=j \text{ ou } i \text{ está a jusante de } j \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

A numeração descendente assegura à matriz A uma estrutura triangular inferior. Para o exemplo tem-se :

$$A_{(7 \times 7)} =$$

	1	2	3	4	5	6	7
1	1						
2		1					
3	1	1	1				
4				1			
5					1	1	
6	1	1	1	1	1	1	
7	1	1	1	1	1	1	1

chamando :

$\underline{y}_{in}$: vetor das afluências incrementais ($\underline{y}_{in} \in R^N$)
em (m^3/s)

$\underline{y}_{nat}$: vetor das afluências naturais ($\underline{y}_{nat} \in R^N$) em
(m^3/s)

$\underline{\rho}$: vetor das produtividades médias das usinas
($\underline{\rho} \in R^N$) em ($MW/m^3/s$)

$\underline{\rho}_c$: vetor das produtividades médias acumuladas
(produtividade de todas as usinas a jusante)
($\underline{\rho}_c \in R^N$) em ($MW/m^3/s$)

Com os vetores definidos acima é possível estabelecer as seguintes relações :

$$\underline{\rho}_C = A^T \underline{\rho} \quad (2.7)$$

$$\underline{Y}_{nat} = A \underline{Y}_{in} \quad (2.8)$$

Agora podemos construir as componentes básicas do modelo equivalente.

2.3.1. Energia Afluente:

A energia-afluente a um sistema hidroelétrico pode ser obtida pela soma das energias geradas pelas vazões incrementais em todas as usinas do sistema. A energia incremental de uma usina é calculada supondo-se que esta vazão é turbinada na própria usina e em todas as usinas a jusante dela.

Assim podemos expressar a energia-afluente ao sistema por :

$$Y = \underline{\rho}_C^T \cdot \underline{Y}_{in} = \underline{\rho}^T A \cdot \underline{Y}_{in} = \underline{\rho}^T \cdot \underline{Y}_{nat}$$

ou seja :

$$Y = \underline{\rho}^T \underline{Y}_{nat} \quad (2.9)$$

2.3.2. Energia Armazenada:

Os volumes úteis dos reservatórios podem ser expressos em energia calculando-se a quantidade de energia que se poderia gerar passando-se com essa água através da própria usina ao qual pertence o reservatório e em todas as usinas a jusante dele.

Podemos expressar essa energia em função dos volumes úteis como :

$$x = \alpha \underline{\rho}_C^T \underline{x} \quad (2.10)$$

onde $\underline{x}$ é o vetor dos volumes úteis ($\underline{x} \in \mathbb{R}^N$) em (m^3) e α é um escalar (inverso do número de segundos do mês)

Usando-se em (2.10) o volume útil máximo dos reservatórios obtem-se a capacidade energética máxima $\bar{x}$ do reservatório equivalente. Assim podemos escrever :

$$0 \leq x \leq \bar{x} \quad (2.11)$$

2.3.3. Energia Defluente:

A conversão das vazões defluentes de cada usina em energia é feita de forma semelhante as afluições.

Usando-se a notação vetorial podemos escrever a energia defluente do sistema como :

$$u = \underline{\rho}^T \cdot \underline{q} \quad (2.12)$$

onde $\underline{q}$ é o vetor das defluências nas usinas ($\underline{q} \in \mathbb{R}^N$) em (m^3/s).

Substituindo-se em (2.12) os limites inferiores (devido a navegação, pesca, problemas ecológicos,...) e superiores (devido as limitações físicas de descarga), obtem-se os limites $\underline{u}$ e $\bar{u}$. Assim podemos escrever :

$$\underline{u} \leq u \leq \bar{u} \quad (2.13)$$

2.3.4. Energia de Irrigação:

A quantidade de água retirada do sistema para fins de irrigação também pode ser transformada em energia calculando-se a geração que essa água produziria se em vez de ser usada para irrigação ela fosse turbinada em todas as usinas a jusante do ponto onde ocorre a retirada.

Assim a energia de irrigação pode ser expressa por :

$$\underline{i} = \frac{p}{c}^T \underline{i} \quad (2.14)$$

onde $\underline{i}$ é o vetor das vazões retiradas para irrigação em cada ponto da cascata ($\underline{i} \in R^N$) em (m³/s) (i_k é a vazão de água retirada para irrigação imediatamente a montante da usina k). Supondo-se existir limites superiores para as retiradas, e substituindo-os na expressão (2.14) podemos calcular o limite superior $\bar{i}^*$, assim :

$$0 \leq i \leq \bar{i} \quad (2.15)$$

2.3.5. Energia Evaporada:

A evaporação nos reservatórios é um valor que não pode ser calculado previamente, pois depende dos níveis dos reservatórios. No entanto é possível fazer uma aproximação e calcular a energia evaporada em função da energia armazenada como já foi feito em [ELETROBRÁS - 1975].

Estabelecendo-se os valores de energia evaporada para os níveis operativos mínimo, médio e máximo, correspondente as energias armazenadas mínima, média ($0.5 \bar{x}$) e máxima ($\bar{x}$) respectivamente, poderemos ajustar um polinômio do segundo grau a esses três pontos. A energia evaporada será dada por :

$$e(x) = a x^2 + bx + c \quad (2.16)$$

A figura (2.3) representa esse polinômio graficamente.

* Do ponto de vista da formulação a variável representando a energia vertida é considerada como uma variável de folga da restrição (2.15), e não será explicitada no modelo.

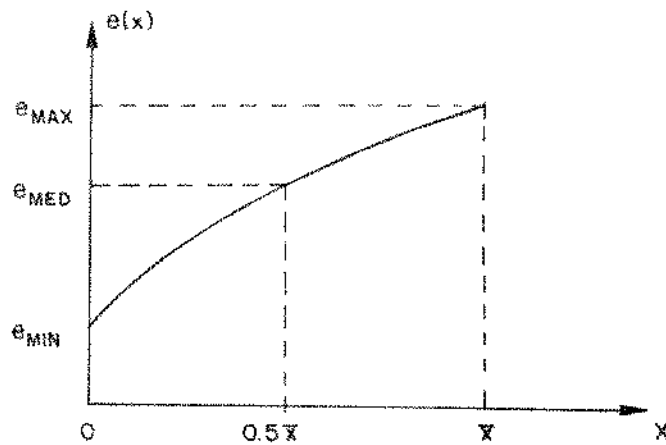


Fig. (2.3) - Polinômio do segundo grau de evaporação x energia armazenada

Os valores da energia evaporada para os três níveis de energia armazenada podem ser calculados por :

$$e_{\max} = \frac{\rho}{C} T \underline{S} \max \underline{e} \quad (2.17)$$

$$e_{\text{med}} = \frac{\rho}{C} T \underline{S} \text{ med } \underline{e} \quad (2.18)$$

$$e_{\min} = \frac{\rho}{C} T \underline{S} \min \underline{e} \quad (2.19)$$

onde $\underline{e}$ é o vetor dos coeficientes de evaporação em cada usina do sistema ($\underline{e} \in \mathbb{R}^N$) em ($\text{m}^3/\text{s}/\text{m}^2$), $\underline{S}$ é a matriz diagonal das superfícies dos reservatórios em ($\underline{S} \in \mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^N$) em (m^2) associada aos três níveis especificados de energia armazenada.

2.3.6. Função de Geração:

A função de geração para um modelo equivalente é uma expressão que relaciona a energia gerada com a energia armazenada e energia defluente.

O objetivo dessa função é contornar a impossibi

dade de se considerar nesse modelo as produtividades individuais de cada usina variando com os respectivos armazenamentos de água nos reservatórios [EL-Hawary e Christensen - 1979].

Assim podemos representar a geração do sistema como :

$$P = \phi(x, u) \quad (2.20)$$

Determinar $\phi(x, u)$ não é uma tarefa fácil. Uma forma simplificada para determinar $\phi(x, u)$ foi feito em [ELETROBRÁS - 1975] ajustando-se um fator de correção $k(x)$ em função da energia armazenada x usando-se um polinômio do segundo grau como indica a figura (2.4) abaixo.

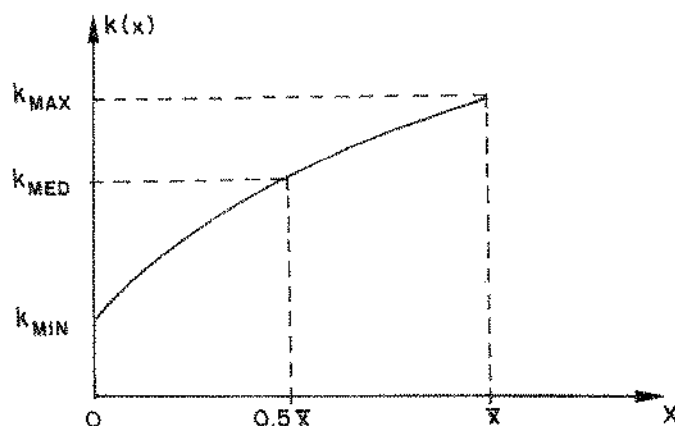


Fig. (2.4) - Fator de correção para geração do sistema equivalente

Poderemos expressar a geração do sistema por :

$$P = k(x) u \quad (2.21)$$

onde $k(x)$ é dado por :

$$k(x) = ax^2 + bx + c \quad (2.22)$$

Para se calcular $k_{\max}$, k_{med} e $k_{\min}$ podemos usar as seguintes hipóteses :

H1) Se os reservatórios estão todos na altura equivalente então a produtividade de cada uma das usinas é a produtividade média como calculado em (2.6). Assim a energia gerada pelo sistema equivalente é a própria energia turbinada dada por (2.12) a qual reescrevemos aqui

$$P = u = \underline{\rho}^T \underline{q} \quad (2.23)$$

H2) Se os reservatórios estão todos nos seus limites superiores de armazenamento, então a produtividade de cada usina que deve ser usada para se calcular a energia gerada pelo sistema equivalente é a produtividade associada a cota máxima dos reservatórios. Assim a energia máxima fornecida pelo modelo equivalente é dada por :

$$P_{\max} = \underline{\rho}_{\max}^T \underline{q} \quad (2.24)$$

onde $\underline{q}$ é o vetor das turbinagens das usinas ($\underline{q} \in \mathbb{R}^N$) em (m^3/s) e $\underline{\rho}_{\max}$ é o vetor das produtividades associadas as cotas máximas dos reservatórios ($\underline{\rho}_{\max} \in \mathbb{R}^N$) em ($\text{MW}/\text{m}^3/\text{s}$) .

H3) Se os reservatórios estão todos nos seus limites inferiores de armazenamento, então a produtividade de cada usina que deve ser usada para calcular a energia gerada pelo sistema equivalente é a produtividade associada a cota mínima dos reservatórios.

Assim a energia mínima fornecida pelo modelo equivalente é dada por :

$$P_{\min} = \underline{\rho}_{\min}^T \underline{q} \quad (2.25)$$

onde $\underline{q}$ é o vetor das turbinagens das usinas ($\underline{q} \in \mathbb{R}^N$) em (m^3/s) e $\underline{p}_{\min}$ é o vetor das produtividades associadas as cotas mínimas dos reservatórios ($\underline{p}_{\min} \in \mathbb{R}^N$) em ($\text{MW}/\text{m}^3/\text{s}$).

Podemos agora calcular $k_{\min}$, k_{med} e $k_{\max}$ por :

$$k_{\max} = \frac{P_{\max}}{P} \quad (2.26)$$

$$k_{\text{med}} = \frac{P}{P} = 1 \quad (2.27)$$

$$k_{\min} = \frac{P_{\min}}{P} \quad (2.28)$$

2.3.7. Equação de Transição de Estado

Definida as variáveis do modelo equivalente em energia, poderemos agora indexá-las no tempo (t) que será tomado com discretização mensal. A equação de conservação de energia fornece a equação de transição de estado

$$x^{t+1} = x^t + y^t - u^t - i^t - e(x^t) \quad (2.29)$$

para $t = 1, 2, \dots, T$; onde T é o horizonte de estudo.

A equação (2.29) juntamente com as restrições

$$0 \leq x^t \leq \bar{x} \quad (2.30)$$

$$\underline{u} \leq u^t \leq \bar{u} \quad (2.31)$$

$$0 \leq i^t \leq \bar{i} \quad (2.32)$$

estabelece o conjunto de operações possíveis (conjunto de factibilidade) para o sistema hidroelétrico para $t = 1, 2, \dots, T$.

Na figura (2.6) representamos o modelo composto de forma esquemática :

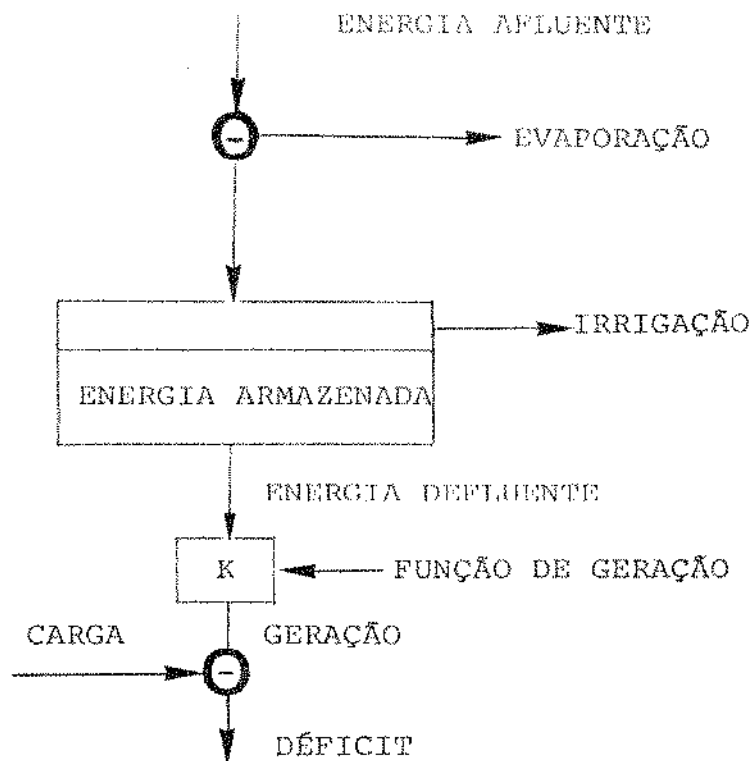


Fig. (2.6) - Esquema do modelo equivalente de um sistema hidroelétrico

2.3.8. Equação de Balanço de Carga:

Devemos observar que no esquema da fig. (2.6) a última etapa corresponde a uma equação que envolve a produção e o consumo de energia, essa equação de balanço de carga é dada por:

$$k(x^t) u^t + d^t = c^t \quad (2.33)$$

onde :

$k(x^t) u^t$ = é a geração do sistema no mês t
(MW - mês)

c^t = é a carga que o sistema deve atender no mês - t (MW - mês)

d^t = é o déficit que pode ocorrer no sistema no mês - t (MW - mês).

CAPÍTULO 3

O PROBLEMA DO USO DA ÁGUA DO RIO SÃO FRANCISCO PARA IRRIGAÇÃO E GERAÇÃO

3.1. O Problema de Uso da Água como um Problema de Múltiplos Objetivos :

Um problema de programação Multi-objetivo (PMO) pode ser escrito de forma geral como :

$$(PMO) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Max } \underline{F}(\underline{x}) = [f_1(\underline{x}), f_2(\underline{x}), \dots, f_p(\underline{x})] \\ \text{s.a.} \quad \underline{x} \in F_d \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (3.1) \\ (3.2) \end{array}$$

onde $f_i(\underline{x})$, $i=1,2,\dots,p$ são as p -funções objetivos que o problema deve otimizar e F_d é o conjunto de restrições que a solução do problema deve satisfazer. Sobre o tratamento de problemas do tipo (PMO) ver Apêndice A.

Geralmente os objetivos envolvidos nos problemas de uso múltiplo da água são objetivos conflitantes (geração de energia elétrica, irrigação, navegação, abastecimento, controle de cheia,...), isto é, a alocação de água para uma finalidade acarreta um prejuízo para as outras. Podemos formular esse problema como um (PMO) se associarmos a cada um desses objetivos uma função $f_i(\underline{x})$ que deve ser otimizada [Haimes e outros-1975].

Existem vários métodos que podem ser usados para solucionar estes problemas (ver apêndice A). De modo geral quando

se fala em solucionar um problema com múltiplos objetivos o que se deseja é definir uma base econômica comum que permita comparar os diversos objetivos.

Neste trabalho estamos interessados em avaliar a operação de um sistema hidroelétrico do ponto de vista do uso da água para geração de energia elétrica e para irrigação. A modelagem utilizada para representar o sistema hidroelétrico é através de reservatório equivalente de energia (ver capítulo 2). Procura-se comparar o prejuízo energético (custo de operação) resultante do aumento dos requisitos de irrigação com o benefício resultante de uma maior produtividade das áreas irrigadas.

No sistema da CHESF com o qual trabalhamos a base econômica comum para se representar esses dois objetivos, energia elétrica e irrigação, é traduzida pelas curvas de "custo de déficit de energia" e "benefícios de irrigação". A primeira curva representada por $C(d)$ traduz em unidades monetárias o valor de um déficit de energia d . A segunda curva denotada $B(i)$ traduz em unidades monetárias os benefícios advindos de uma decisão de irrigação i .

3.2. O custo de Déficit : $C(d)$

O custo déficit de energia procura medir o impacto econômico-social da parcela de demanda não atendida. Seu levantamento envolve aspectos subjetivos (sociais) e necessita a realização de pesquisas difíceis e dispendiosas junto aos consumidores [Massaud - 1981]. É possível, entretanto, assegurar que a função de custo de déficit será convexa e crescente como ilustra a fig.

(3.1), desde que haja um procedimento de otimização na alocação do déficit, de energia, quando esse ocorre, entre os consumidores.

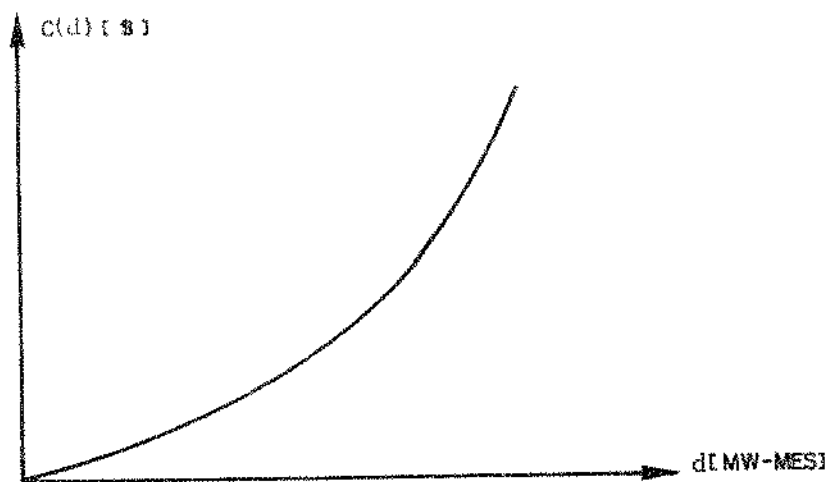


Fig. (3.1) - Curva de Custo de Déficit

Escolhendo-se as prioridades de corte de carga e racionamento sobre áreas cujo impacto econômico-social seja menor, é natural esperar que a função de custo de déficit seja convexa crescente, pois o custo marginal do próximo MWh cortado será superior ou igual ao custo marginal dos MWh já cortados anteriormente.

O tipo de função convexa crescente que melhor se ajusta ao custo de déficit em determinado sistema (quadrático, exponencial,...) depende do estudo sócio-econômico já referido.

No Brasil, a área de planejamento do setor elétrico (operação e expansão) discute polêmicamente como considerar adequadamente o custo de déficit. Há os que defendem o levantamento econômico-social deste custo através de pesquisas, mesmo reconhecendo as dificuldades que isto acarreta. Por outro lado, há os que advogam o uso do custo de déficit como um "parâmetro" a ser ajustado de modo que a política operativa resultante obedeça determina

dos critérios probabilísticos tais como risco de déficit e valor esperado do déficit.

Na verdade o ideal é combinar essas duas correntes propondo-se uma "parametrização" da função de custo de déficit, porém tal como esta função na prática deve ser considerada, isto é, uma função não linear convexa crescente. A suposição básica considerada real de um corte de carga no sistema através de políticas planejadas de racionamento atuarão procurando minimizar o impacto negativo econômico-social de tais medidas, como mostrou recentemente o setor na atual conjuntura de estiagem que se abateu sobre o sistema sul/sudeste (cotas de racionamento por classes de consumidores : iluminação pública, comercial, industrial, hotéis, residencial,...).

A opção pela metodologia atualmente em vigor do método de "calibragem do custo de déficit", como é conhecido nas comissões ligadas ao GCOI, consiste na suposição implícita de que a função de custo de déficit é linear. Na ausência de conhecimentos maiores sobre o custo de déficit, é a suposição mínima que se deve fazer. Entretanto, devia-se efetivamente parametrizar também o estudo em relação ao "grau de convexidade" do custo de déficit pois o custo de déficit é na realidade estritamente convexo. Esta é a abordagem considerada neste trabalho como será visto a seguir.

3.3. O Benefício de Irrigação : $B(i)$

O benefício associado ao uso da água para irrigação é devido principalmente ao aumento da produtividade agrícola que ele proporciona. Entretanto existem também outros benefícios

indiretos associados principalmente a aspectos sociais da irrigação, especialmente numa região banhada por um rio como o Rio São Francisco.

A função que mede o benefício da irrigação deve levar em conta dois aspectos básicos, a saber :

1. O desconto do custo de transporte da água (bombeamento, evaporação,...) que cresce a medida que as áreas irrigadas se afastam dos pontos de captação da água.
2. Para uma dada área irrigada, à medida que se aumenta a quantidade de água o ganho de produtividade se reduz, podendo chegar a ser nulo ou mesmo provocar uma perda de produtividade.

Esses aspectos acarretam uma característica de concavidade à função de benefício da irrigação cuja ilustração gráfica é dada pela fig. (3.2):

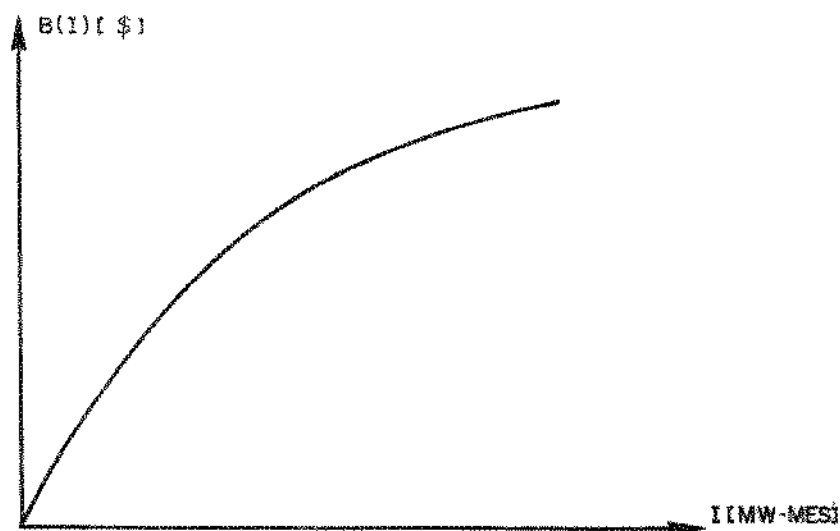


Fig. (3.2) - Curva de Benefício de Irrigação

Valem, no geral, considerações análogas ao caso do "custo de déficit", no que tange à necessidade de se levantar

esta função, ou parametrizar-se também o seu "grau de concavidade" nos estudos de planejamento.

3.4. Função Objetivo

O problema que estamos analisando consiste em otimizar a operação do sistema hidroelétrico (da CHESF) ao longo de um dado horizonte de planejamento $t = 1, 2, \dots, T$. Em geral nos estudos de planejamento da operação a longo prazo trabalha-se com horizontes de 60 meses, o que implica em horizonte de estudo de 120 meses.

A função objetivo a ser otimizada é constituída de duas funções objetivos, a saber :

$$f_1(\underline{i}) = \sum_{t=1}^T B(i^t) \quad (3.3)$$

onde $\underline{i} = \{i^t, t = 1, 2, \dots, T\}$ representa a política de irrigação e $f_1(\underline{i})$ a função objetivo ligada ao benefício da irrigação, e

$$f_2(\underline{d}) = \sum_{t=1}^T C(d^t) \quad (3.4)$$

onde $\underline{d} = \{d^t, t = 1, 2, \dots, T\}$ é o déficit ocorrido e $f_2(\underline{d})$ a função objetivo ligada ao "custo de déficit".

Nosso problema de (PMO) se escreve portanto como:

$$(P_1) \begin{cases} \text{Max } \underline{F}(\underline{i}, \underline{d}) = [f_1(\underline{i}), -f_2(\underline{d})] \\ \text{s.a. } \{\underline{i}, \underline{d}\} \in F_d \end{cases} \quad (3.5)$$

$$(3.6)$$

onde F_d é o conjunto de restrições operativas do sistema constituído pelas equações (2.29) - (2.33) do capítulo anterior.

Como já foi mencionado, a solução de problemas de programação multi-objetivo pode ser encontrada procurando-se uma base econômica comum que permita comparar os diferentes objetivos. No setor já é praxe o uso da "calibragem do custo de déficit" que na verdade consiste numa ponderação relativa entre o custo de déficit e o custo de geração térmica. Se o risco de déficit está elevado de mais, aumenta-se o "custo" do déficit o que torna as tabelas de decisão térmica da programação dinâmica mais conservadora, despachando mais cedo as unidades térmicas para reduzir o risco de déficit. Dentro das técnicas de (PMO) este método é conhecido como o Método dos Pesos (Ver Apêndice A).

Usando o Método dos Pesos é possível transformar nosso problema multi-objetivo em um problema mono-objetivo, ponderando-se as funções (3.3) e (3.4) com pesos θ_1 e θ_2 como se segue :

$$(P_2) \quad \begin{cases} \text{Max } F(\underline{i}, \underline{d}) = \{\theta_1 f_1(\underline{i}) - \theta_2 f_2(\underline{d})\} & (3.7) \\ \text{s.a.} & \{\underline{i}, \underline{d}\} \in F_d & (3.8) \end{cases}$$

ou definindo $W = \theta_2 / \theta_1$ ($\theta_1 \neq 0$)

$$(P_3) \quad \begin{cases} \text{Max } F(\underline{i}, \underline{d}) = \{f_1(\underline{i}) - W f_2(\underline{d})\} & (3.9) \\ \text{s.a.} & \{\underline{i}, \underline{d}\} \in F_d & (3.10) \end{cases}$$

A função $F(\underline{i}, \underline{d})$ representa o benefício líquido (benefício de irrigação menos custo de déficit) da operação ao longo do horizonte de planejamento e pode ser reescrita substituindo-se as expressões (3.3) e (3.4) em (3.9), como :

$$F(\underline{i}, \underline{d}) = \sum_{t=1}^T \{B(i^t) - WC(d^t)\} \quad (3.11)$$

A expressão dentro da somatória representa o benefício líquido obtido a cada período de tempo t

$$L(i^t, d^t) = B(i^t) - WC(d^t) \quad (3.12)$$

3.5. O Problema Completo :

Considerando que o conjunto F_d possui uma variável de natureza estocástica (energia afluenta y^t) podemos escrever o problema da operação otimizada do sistema hidroelétrico com duplo objetivo, geração de energia elétrica e irrigação, como o problema mono-critério $(PMC)_1$.

$$(PMC)_1 \left\{ \begin{array}{l} \text{Max}_{y^t/y^{t-1}} E \left\{ \sum_{t=1}^T L(i^t, d^t) \right\} \quad (3.13) \\ \text{s.a. } x^{t+1} = x^t + y^t - u^t - i^t - e(x^t) \quad (3.14) \\ 0 \leq x^t \leq \bar{x} \quad (3.15) \\ \underline{u} \leq u^t \leq \bar{u} \quad (3.16) \\ 0 \leq i^t \leq \bar{i} \quad (3.17) \\ k(x^t) u^t + d^t = c^t \quad (3.18) \\ t = 1, 2, \dots, T \end{array} \right.$$

onde $E_{y^t/y^{t-1}}(.)$ representa a esperança matemática da energia afluenta no período t condicionada à energia afluenta no período anterior $(t-1)$. A distribuição de probabilidades condicionada da energia afluenta é obtida através do histórico de energia afluenta do sistema e descrita no Capítulo 4.

Evidentemente $(PMC)_1$ deverá ser resolvido para diversos valores do peso W para se poder avaliar o compromisso exist

tente entre os dois objetivos.

A solução de $(PMC)_1$ pode ser efetuada usando-se a Programação Dinâmica estocástica [Bellman - 1957] onde as variáveis de decisão (independentes) são a energia retirada do reservatório equivalente para atendimento do mercado de energia elétrica, u^t , e energia retirada para uso de irrigação, i^t , ambas ao longo de todo horizonte de planejamento, $t = 1, 2, \dots, T$

Do ponto de vista da equação de transição de estado (3.14) a variável de decisão que importa é somente a defluência total ao reservatório de energia

$$z^t = u^t + i^t \quad (3.19)$$

Reescrevendo $(PMC)_1$ em termos de z^t , temos :

$$(PMC)_2 \left\{ \begin{array}{ll} \text{Max}_{y^t/y^{t-1}} E_{t-1} \left\{ \sum_{t=1}^T L^*(z^t, x^t) \right\} & (3.20) \\ \text{s.a.} \quad x^{t+1} = x^t + y^t - z^t - c(x^t) & (3.21) \\ 0 \leq x^t \leq \bar{x} & (3.22) \\ \underline{z} \leq z^t \leq \bar{z} & (3.23) \\ t = 1, 2, \dots, T \end{array} \right.$$

onde $\underline{z} = \underline{u}$ e $\bar{z} = \bar{u} + \bar{i}$ e a função $L^*(z^t, x^t)$ é dada pelo valor ótimo do problema $(PO)_1$

$$(PO)_1 \left\{ \begin{array}{l} \text{Max } L(i^t, d^t) \quad (3.24) \\ \text{s.a. } u^t + i^t = z^t \quad (3.25) \\ k(x^t) u^t + d^t = c^t \quad (3.26) \\ \underline{u} \leq u^t \leq \bar{u} \quad (3.27) \\ 0 \leq i^t \leq \bar{i} \quad (3.28) \end{array} \right.$$

O problema $(PMC)_2$ constitui uma projeção do $(PMC)_1$ relativamente as variáveis z^t . São portanto problemas equivalentes. A função $L^*(z^t, x^t)$, embora não tenha expressão analítica é de avaliação muito simples. Substituindo-se (3.26) em (3.24), tem-se :

$$(PO)_2 \left\{ \begin{array}{l} \text{Max } L[i^t, c^t - k(x^t) u^t] \quad (3.29) \\ \text{s.a. } u^t + i^t = z^t \quad (3.30) \\ \underline{u} \leq u^t \leq \bar{u} \quad (3.31) \\ 0 \leq i^t \leq \bar{i} \quad (3.32) \end{array} \right.$$

O Lagrangeano de $(PO)_2$ relativo a restrição (3.30) é :

$$\mathcal{L}(i^t, u^t, x^t, \lambda^t) = L[i^t, c^t - k(x^t) u^t] + \lambda^t(z^t - u^t - i^t) \quad (3.33)$$

Relaxando-se temporariamente as restrições (3.31) e (3.32), as condições de otimalidade de $(PO)_2$ (necessárias e suficientes, pois se trata de um problema convexo) são :

$$\nabla \mathcal{L}(i^t, u^t, x^t, \lambda^t) = 0 \quad (3.34)$$

que fornece :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial i^t} = 0 \longrightarrow \frac{dB}{di^t}(i^{t*}) = \lambda^{t*} \end{array} \right. \quad (3.35)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u^t} = 0 \longrightarrow -Wk(x^t) \frac{dC}{dd^t}[c^t - k(x^t) u^{t*}] = \lambda^{t*} \end{array} \right. \quad (3.36)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda^t} = 0 \longrightarrow u^{t*} + i^{t*} = z^t \end{array} \right. \quad (3.37)$$

As condições (3.35) - (3.37) correspondem a otimização da repartição da energia defluente total z^t entre a energia para uso da irrigação i^t e a energia para atendimento do setor elétrico u^t . As condições (3.35) e (3.36) se fundem na equação

$$\frac{dB}{di^t}(i^{t*}) = -Wk(x^t) \frac{dC}{dd^t}[c^t - k(x^t) u^{t*}] = \lambda^{t*} \quad (3.38)$$

indicando que a repartição ótima ocorre somente quando o benefício marginal de irrigação é igual ao custo marginal do déficit (igual a λ^{t*}).

Na presença das restrições (3.31) e (3.32) as condições de otimalidade são :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial i^t} \left\{ \begin{array}{ll} \leq 0 & \text{se } i^{t*} = 0 \\ = 0 & \text{se } 0 \leq i^{t*} \leq \bar{i} \\ \geq 0 & \text{se } i^{t*} = \bar{i} \end{array} \right. \quad (3.39)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u^t} \left\{ \begin{array}{ll} \leq 0 & \text{se } u^{t*} = \underline{u} \\ = 0 & \text{se } \underline{u} < u^{t*} < \bar{u} \\ \geq 0 & \text{se } u^{t*} = \bar{u} \end{array} \right. \quad (3.40)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda^t} = z^t - u^t - i^t = 0 \quad (3.41)$$

As condições (3.39) - (3.40) já não podem assegurar a igualdade do benefício marginal de irrigação e do custo marginal de déficit, pois os limites nas variáveis de decisão $\{i^t, u^t\}$ podem impedir esta igualdade. A tendência no entanto se mantém no sentido da igualdade desses valores marginais.

CAPÍTULO 4

MODELO DE PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA

4.1. Apresentação do Modelo

Como vimos no capítulo anterior nosso principal problema é achar uma política de deplecionamento $\{z^t, t=1,2,\dots,T\}$ que resolva o seguinte problema

$$(PDE)_1 \left\{ \begin{array}{ll} \text{Max} & y^t/y^{t-1} E \left\{ \sum_{t=1}^T L^*(z^t, x^t) \right\} & (4.1) \\ \text{s.a.} & x^{t+1} = x^t + y^t - z^t - e(x^t) & (4.2) \\ & 0 \leq x^t \leq \bar{x} & (4.3) \\ & \underline{z} \leq z^t \leq \bar{z} & (4.4) \end{array} \right.$$

Para resolver o problema (4.1) - (4.4) optaremos pelo uso da Programação Dinâmica Estocástica [Bellman-1957] porque essa técnica nos permite tratar facilmente a natureza aleatória das afluências y^t virtude disso vem sendo usada com grande sucesso na solução de problemas como estes [Yakowitz-1982]. Além disso esta é uma técnica de otimização já bastante usada no setor elétrico brasileiro.

4.2. Equação Recursiva

Para se usar a Programação Dinâmica Estocástica

o primeiro passo é escrever a equação recursiva correspondente a função objetivo. Assim, temos para um instante de tempo t :

$$F^t(x^t, y^{t-1}) = \max_{z^t} E_{y^t/y^{t-1}} \{ L^{t*}(z^t, x^t) + F^{t+1}(x^{t+1}, y^t) \} \quad (4.5)$$

essa equação é válida para todo $t = T, T-1, \dots, 1$.

onde :

$L^{t*}(z^t, x^t)$ - é o máximo benefício líquido no mês-
t associado ao deplecionamento z^t e
ao estado x^t [solução ótima de $(PO)_1$].

$F^t(x^t, y^{t-1})$ - é o máximo valor esperado do benefí-
cio líquido do mês-t até o fim do ho-
rizonte T, prevendo que no mês t o
sistema está no estado (x^t, y^{t-1})

$E_{y^t/y^{t-1}} \{ . \}$ - é o valor esperado condicionado a o
corrência de uma afluência y^t dado
que no mês anterior ocorreu y^{t-1} .

Supondo-se conhecida a função densidade de proba-
bilidade condicionada $f(y^t/y^{t-1})$ podemos reescrever a equação (4.5)
como :

$$F^t(x^t, y^{t-1}) = \max_{z^t} \{ L^{t*}(z^t, x^t) + \int_{-\infty}^{+\infty} F^{t+1}(x^{t+1}, y^t) f(y^t/y^{t-1}) dy^t \} \quad (4.6)$$

4.3. Modelo de Programação Dinâmica Estocástica : (PDE)

Usando a equação recursiva podemos formular o mo-
delo de (PDE) como :

$$\begin{aligned}
 (PDE)_2 = \left\{ \begin{aligned}
 & F^t(x^t, y^{t-1}) = \max_{z^t} \{ L^t(z^t, x^t) + \int_{-\infty}^{+\infty} F^{t+1}(x^{t+1}, y^t) f(y^t/y^{t-1}) dy^t \} \quad (4.6) \\
 & F^{T+1}(x^{T+1}, y^T) = 0 \\
 & \text{s.a.} \quad x^{t+1} = x^t + y^t - z^t - e(x^t) \quad (4.7) \\
 & 0 \leq x^{t+1} \leq \bar{x} \quad (4.8) \\
 & \underline{z} \leq z^t \leq \bar{z} \quad (4.9) \\
 & \text{para todo } t = 0, 1, \dots, T-1
 \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

4.3.1. Princípio de Otimalidade de Belman:

O princípio de otimalidade de Bellman [Bellman - Dreyfus - 1962] afirma :

"Se z^t , para $t=1, 2, \dots, T-1$ é a política ótima considerando-se (x^1, y^0) no estágio $t=1$, como estado inicial, então z^t para $t=2, 3, \dots, T-1$, será uma política ótima para o estado inicial $(x^2, y^1) = f(x^1, y^0, z^1)$ no estágio $t=2$ onde f é a função de transição de estado".

Podemos garantir que a política z^t , $t=1, 2, \dots, T-1$ obtida através de soluções sucessivas do (PDE) é uma solução ótima do problema.

4.3.2. Interpretação Gráfica da Solução do (PDE):

A solução do (PDE) para um determinado mês- t , está condicionado a afluência do mês anterior y^{t-1} . Supondo que o sistema se encontre no mês- t no estado (x_ℓ^t, y_j^{t-1}) com ℓ e j inte

ros positivos, sendo o mercado conhecido e uma vez escolhida a decisão ótima z_i^t tem-se que o novo estado do sistema (x_{ℓ}^{t+1}, y_j^t) é dependente da variável aleatória y_j^t . Assim, como ilustra a figura (4.1)

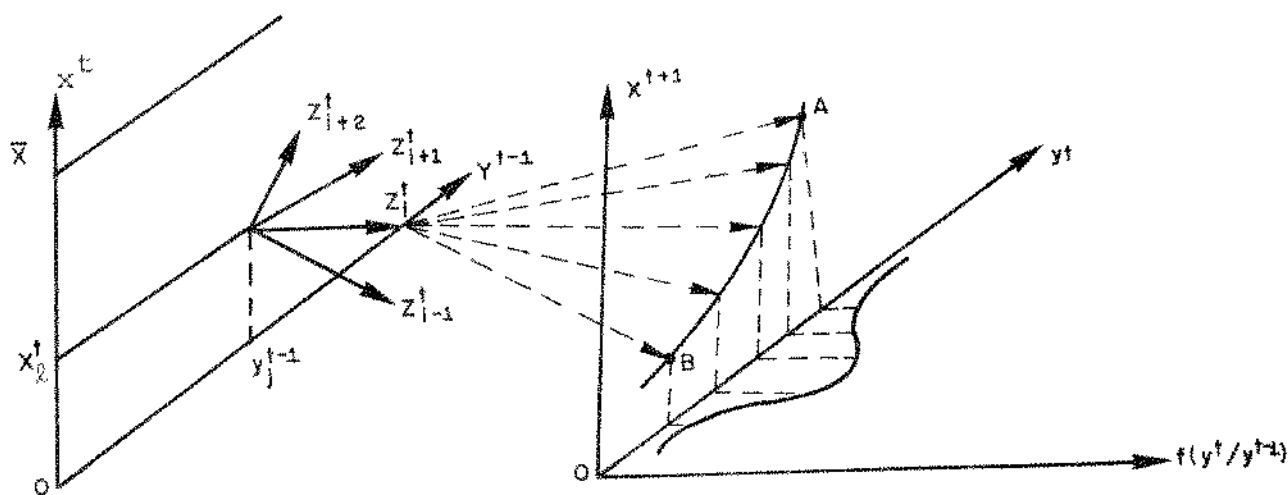


Fig. (4.1)-Condicionamento de x^{t+1} e y^t pelo conhecimento de y^{t-1} para uma mesma decisão z_i^t a ocorrência de uma afluência y^t elevada faz com que x^{t+1} seja mais elevado (ponto A) do que quando se verifica a hipótese de afluências baixa como indica o ponto B.

4.4. Discretização das Variáveis

O uso de computadores digitais para solucionar o problema $(PDE)_2$ exige uma discretização das variáveis envolvidas.

4.4.1. Energia Armazenada:

A energia armazenada no sistema pode ser discreti

zada, dividindo-se a capacidade do reservatório equivalente em L -faixas equidistantes, como indica a figura (4.2) abaixo :

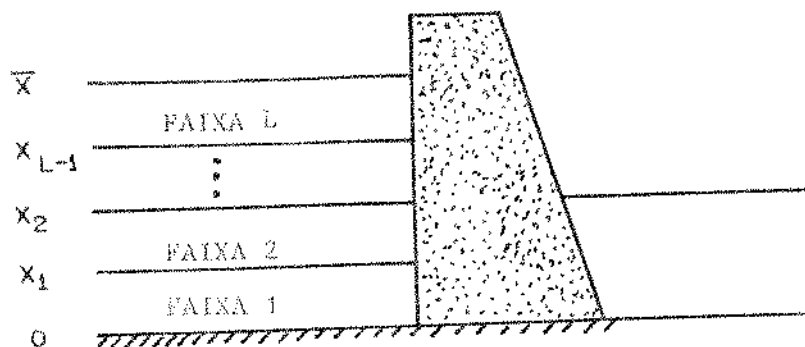


Fig.(4.2)-Discretização da energia armazenada no reservatório equivalente.

Assim, representamos x_ℓ^t com $\ell \in [1, 2, \dots, L]$ como sendo a energia armazenada no reservatório no mês- t quando ele estiver na faixa- ℓ

4.4.2. Deplecionamento:

O deplecionamento (variável de decisão) é discretizado em intervalos de largura múltipla da largura das faixas de discretização da energia armazenada. Procedendo dessa maneira, ao tomarmos uma decisão de deplecionamento z_i^t não corremos o risco de cair em um ponto intermediário entre duas faixas do reservatório equivalente, o que simplifica o procedimento. Entretanto, é possível trabalhar com faixas de largura não múltiplas através do uso de interpolação. Assim, usando a equação de transição de estado, podemos dizer que : Se o reservatório equivalente está no mês $(t-1)$ no nível x_ℓ^{t-1} e decidimos por um deplecionamento z_i^{t-1} o novo nível que será atingido no mês- t é :

$$x_{\ell}^t = x_{\ell}^{t-1} + y_k^{t-1} - z_i^{t-1} - e(x_{\ell}^{t-1}) \quad (4.10)$$

Se z_i^{t-1} , y_k^{t-1} e $e(x_{\ell}^{t-1})$ forem discretizadas adequadamente, podemos garantir que tanto x_{ℓ}^t como x_{ℓ}^{t-1} são fronteira de alguma das faixas definidas na figura (4.2) para qualquer $\ell \in [1, 2, 3, \dots, L]$.

4.4.3. Energia Evaporada:

A afirmativa envolvida na equação (4.10) depende de uma discretização adequada da variável que representa a energia evaporada $e(x_{\ell}^t)$. No entanto como já foi visto no capítulo 2, a energia evaporada varia de forma não linear com a energia armazenada. Como estamos discretizando essa última em faixas, a energia evaporada será considerada constante para cada uma das faixas que definimos no reservatório equivalente. Isso pode ser feito na prática aproximando-se o polinômio de energia evaporada versus energia armazenada dado no capítulo 2 por patamares como ilustra a figura (4.3).

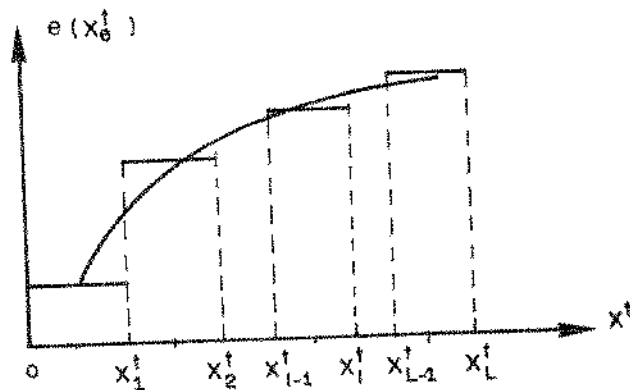


Fig.(4.3)-Polinômio de energia evaporada x energia
afluente (curva discretizada)

4.4.4. Probabilidade de Transição de Estado e Energia-Afluente:

A energia-afluente está sendo tratada aqui como uma variável aleatória. Portanto, assumindo-se uma função densidade de probabilidade particular (Ver apêndice C) para a variável aleatória energia-afluente no mês- t (y^t), podemos discretizá-la como se segue :

- (1) o domínio da variável aleatória é dividido em N intervalos equiprováveis. Sendo a área sobre a f.d.p para cada faixa designada por $\beta = \frac{1}{N}$. As separações entre os intervalos são chamadas q_j^t , $j = 1, 2, \dots, N-1$ como mostra a figura (4.4).
- (2) Para cada intervalo exceto os extremos sua média é assumida como o valor representativo da energia afluente. Esses são os y_k^t , $k = 2, 3, \dots, N-1$ usados na Programação Dinâmica.

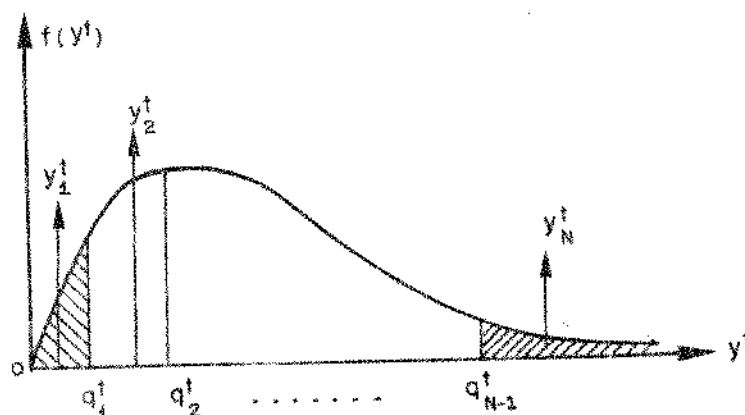


Fig. (4.4) - Função densidade de probabilidade para energia-afluente num mês t .

Na curva da figura (4.4) podemos descrever as seguintes propriedades :

$$\int_{-\infty}^{q_1^t} f(y^t) dy^t = \beta \quad (4.11)$$

$$\int_{-\infty}^{y_1^t} f(y^t) dy^t = \frac{\beta}{2} \quad (4.12)$$

$$\int_{q_{N-1}^t}^{+\infty} f(y^t) dy^t = \beta \quad (4.13)$$

$$\int_{y_N^t}^{+\infty} f(y^t) dy^t = \frac{\beta}{2} \quad (4.14)$$

As equações (4.12) e (4.14) são usadas para calcular y_1^t e y_N^t , porque neste caso usar a média seria impraticável.

A forma geral da função densidade de probabilidade, dada na figura (4.4) [Yevjevich-1972] é :

$$f(y^t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma y^t}} \exp\left[-\frac{(\ln y^t - \mu)^2}{2\sigma}\right] \quad (4.15)$$

4.4.5. Teste de Aderência:

Esse teste é feito para verificar se a hipótese que fizemos sobre o tipo de distribuição adotada é válida ou não. O procedimento consiste em usar os estimadores dos parâmetros da distribuição para realizar transformações sobre os valores de energia afluente registrado no histórico, de modo a reduzi-los a uma amostra de uma variável aleatória com distribuição normal [0,1].

O teste utilizado é o qui-quadrado [Wonnacott - 1977] qual afirma que a variável aleatória dada em (4.16).

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(N_i - N\hat{p}_i)^2}{N\hat{p}_i} \quad (4.16)$$

possue assintoticamente a distribuição qui-quadrado, com $N-k-1$ graus de liberdade onde N é o número de intervalos de discretização e k é o número de parâmetros estimados e N_i e $N\hat{p}_i$ são respectivamente as frequências observadas e esperadas do i -ésimo intervalo de discretização. Se $\chi^2 < \chi^2_{\alpha}$ então aceita-se a hipótese sobre o tipo de distribuição a um nível α (geralmente usa-se $\alpha = 0.05$ ou 5%. Ver apêndice C). Os valores de χ^2_{α} geralmente se encontram tabelados [Wonnacott-1977] para vários níveis em função dos graus de liberdade adotados.

Com y^t discretizado, podemos calcular a probabilidade de transição de estado como se segue :

- (1) Dado um valor discretizado de energia afluente no período $t-1$, por exemplo y_j^{t-1} , calculamos os parâmetros da função densidade de probabilidade condicionada.

$$F(y^t / y^{t-1} = y_j^{t-1}) \quad (4.17)$$

- (2) A j -ésima linha da matriz de probabilidade de transição é calculada por :

$$P_{j1}^t = \int_{-\infty}^{q_1^t} f(y^t / y^{t-1} = y_j^{t-1}) dy^t \quad (4.18)$$

$$P_{jk}^t = \int_{q_k^t}^{q_{k+1}^t} f(y^t / y^{t-1} = y_j^{t-1}) dy^t \quad (4.19)$$

$$P_{jN}^t = \int_{q_{N-1}^t}^{+\infty} f(y^t / y^{t-1} = y_j^{t-1}) dy^t \quad (4.20)$$

onde : P_{jk}^t - é a probabilidade de ocorrência de uma energia a fluente y_k^t no período-t dado que no período (t-1) ocorreu uma afluência y_j^{t-1} .

Utilizando a probabilidade P_{jk}^t , podemos reescrever a equação (4.6) do capítulo anterior como :

$$F^t(x^t, y^{t-1}) = \max_{y^t} \{L^{t*}(z^t, x^t) + \sum_{k=1}^N p_{jk}^t P^{t+1}(x^{t+1}, y^t)\} \quad (4.21)$$

A metodologia apresentada aqui já foi utilizada por [Alarcon e Marks - 1979] e os cálculos das probabilidades P_{jk}^t aqui foram feitos por aproximações polinomiais [Abramowitz e Stegun-1970]. Um exemplo de uma matriz de probabilidade de transição de estado é mostrado no Apêndice C.

CAPÍTULO 5

APLICAÇÃO DO MODELO E CONCLUSÕES

5.1. Descrição do Sistema:

O sistema no qual aplicaremos o modelo corresponde a configuração do sistema CHESF do início do ano de 1986, constituído das usinas de Sobradinho, Moxotó e Paulo Afonso I, II, III e IV.

A determinação de uma política ótima de irrigação a longo prazo para um sistema como este, com muitos recursos ainda por serem explorados, deverá levar em consideração as possíveis entradas de novas usinas na configuração, trabalhando assim com uma configuração dinâmica. No entanto o objetivo dessa aplicação é simplesmente avaliar o modelo matemático como ferramenta para abordar o problema de uso múltiplo de água. Porém, a modificação dos algoritmos computacionais para levar em conta uma configuração dinâmica poderia ser feita com algum esforço. Por outro lado, a consideração de uma configuração estática diminui o volume de cálculos e não acarreta qualquer perda de generalidade da metodologia atendendo assim o objetivo da aplicação.

5.2. Configuração Atual:

A configuração atual do sistema está esquematizada na figura (5.1.a)

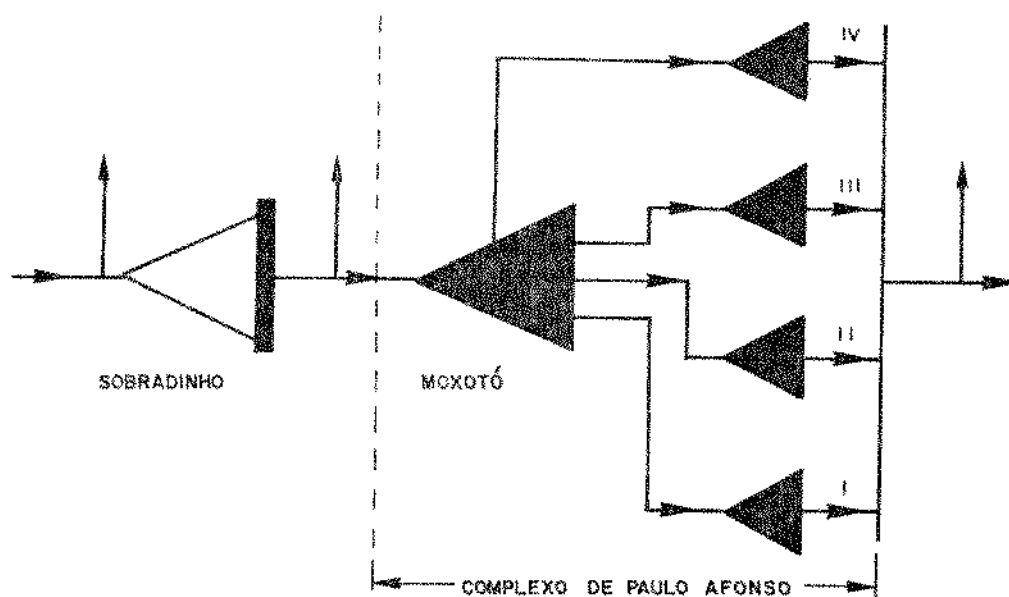


Fig. (5.1.a) - Configuração do Sistema para 1986

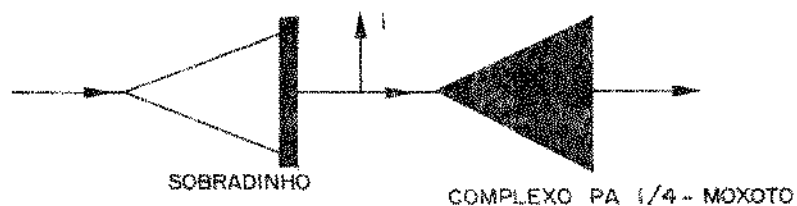


Fig. (5.1.b) - Configuração Simplificada

No entanto o conjunto de usinas constituído por Moxotó e Paulo Afonso I, II, III e IV pode ser modelados como uma única usina [Farias e Dutra-1978].

Esta representação já vem sendo usada nos estudos de planejamento energético realizados pelas empresas do setor. Assim também adotaremos este modelo, conhecido como "complexo PA 1/4 - Moxotó". A configuração simplificada do sistema está na figura (5.1.b) e as características dos dois aproveitamentos estão na tabela (5.1).

Tabela (5.1.) - Características dos Aproveitamentos

	ALTURA DE MONTANTE (m)			C.F.MED	DOT.	P.HID	H.NOM.	PROD.MED
	MAX	MED	MIN	(m)	(MW)	(m)	(m)	MW/m ³ /s
Sobradinho	392	390	380	362	1050	0.5	27	0.234
Complexo	252	252	252	138	4424	0.0	110	1.001

Para utilizarmos o modelo proposto no capítulo 4 é necessário que se faça uma representação do sistema como um modelo equivalente, tabelas 5.2 (a) e 5.2 (b).

Tabela (5.2.a) - Modelo Equivalente de Sistema

ENERGIA ARMAZENADA		DEFLUÊNCIAS		PRODUTIVIDADE
MAX	MIN	MAX	MIN	MÉDIA (MW/m ³ /s)
16.032	2.577	5.568	794	1.235

Tabela (5.2.b) - Polinômio de Energia Evaporada Mensal (MW-mês)

MÊS	C0	C1	C2
1	0.6944	0.03198	-0.8453E-06
2	-0.2484	0.02680	-0.7084E-06
3	-0.2074	0.02703	-0.7144E-06
4	-1.1153	0.03085	-0.8156E-06
5	-2.3421	0.03514	-0.9287E-06
6	-1.9644	0.03378	-0.8929E-06
7	-1.4621	0.03581	-0.9465E-06
8	-1.7672	0.04099	-0.1083E-05
9	-1.1154	0.04482	-0.1185E-05
10	-1.2593	0.04549	-0.1202E-05
11	1.7211	0.02072	-0.5477E-06
12	2.8972	0.01959	-0.5279E-06

O fator de correção da geração do sistema é dada pela curva da figura (5.2)

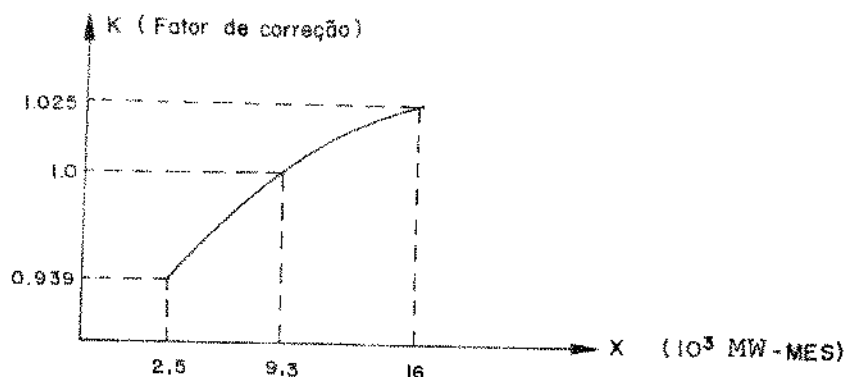


Fig. (5.2) - Fator de Correção x Energia Armazenda

O polinômio que representa essa curva é dado por :

$$k(x) = -3.959 \cdot 10^{-10} x^2 + 1.377 \cdot 10^{-5} x + 0.9062 \quad (5.1)$$

Curvas de Benefício de Irrigação:

Os polinômios dados na tabela-B.4 (Apêndice - B) representam as curvas de benefício de irrigação para cada mês do horizonte de estudo. Essas curvas tem a forma geral dada por :

$$B(i^t) = \beta_1 \cdot (i^t)^2 + \beta_2 (i^t) \quad (5.2)$$

onde :

i^t = energia equivalente a quantidade de água retirada para irrigação no mês-t em (MW-mês)

$B(i^t)$ = Benefício associado à área irrigada pela água correspondente a energia (i^t) (conforme o Apêndice B).

Demanda de Energia:

O mercado de energia estimado para essa configuração é o estimado pela CHESF para 1986, tabela (5.3).

Tabela (5.3) - Mercado de Energia estimado para 1986

Mês	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
MW-Mês	2762	2770	2754	2716	2720	2744	2755	2783	2836	2918	2940	2961

5.3. Procedimento de Solução:

Para se obter a política ótima de irrigação é necessário que se cumpram as seguintes etapas de cálculos :

- 1) Construção do modelo equivalente para a configuração adotada no sistema (em caso de configuração dinâmica esse modelo deve ser atualizado com a entrada de novas usinas no sistema).
- 2) Tratamento estatístico do histórico de energia natural, nesta etapa são construídas as matrizes de probabilidade de transição de estado, adotando-se um modelo Markoviano.
- 3) Utilização do modelo de Programação Dinâmica Estocástico para obtenção das tabelas de decisão (irrigação). A utilização desse modelo está sujeita a escolha de um peso (W) arbitrário entre as duas funções objetivo (benefício de irrigação e custo de déficit). A avaliação dessa escolha arbitrária é feita na próxima etapa (simulação).
- 4) A Simulação : Utilizando-se as tabelas de decisão ótima determinadas na etapa-3, simula-se a operação do sistema (neste tra

balho a simulação foi feita utilizando-se o histórico de energia natural determinado na etapa-1, no entanto o mais adequado seria a utilização de uma série sintética de vazões). Como resultado dessa simulação, temos a política média mensal de irrigação e geração, além do déficit médio e o risco de déficit associado a essas políticas. A avaliação do peso (W) arbitrário, escolhido na etapa 3 é feita através desse risco de déficit, ou seja :

- i) Se o risco é muito alto podemos aumentar o peso (W) e repetir a etapa 3. Isso provocará uma diminuição da irrigação e consequentemente um menor risco de déficit.
- ii) Se o risco é muito baixo podemos diminuir o peso (W) e repetir a etapa 3. Neste caso teremos um aumento da irrigação e o risco de déficit se elevará.

Os detalhes do algoritmo de simulação estão no Apêndice D.

5.4. Apresentação de Resultados :

Estes resultados foram obtidos rodando-se a Programação Dinâmica para 5 anos com valor final $F[x(60), y(59)]$ nulos e adotando-se como horizonte de planejamento 1 ano (12 meses).

Verificou-se também que esse horizonte é suficiente para que a solução do primeiro ano não seja afetada pelo valor nulo atribuindo ao estado final. Os resultados apresentados nas figuras (5.3) e (5.4) foram obtidos repetindo-se as etapas 3 e 4 do parágrafo anterior para diferentes valores do peso (W) com 41 discretizações do volume de energia do reservatório equivalen-

te e 6 faixas de afluência, dando um total de 246 estados para o problema de Programação Dinâmica.

Os programas computacionais foram implementados em micro-computador de 8 bits I-7000 da ITAUTEC, ocupando-se um total de 42 kbits do sistema. Uma rodada completa do programa tem duração de 90 minutos.

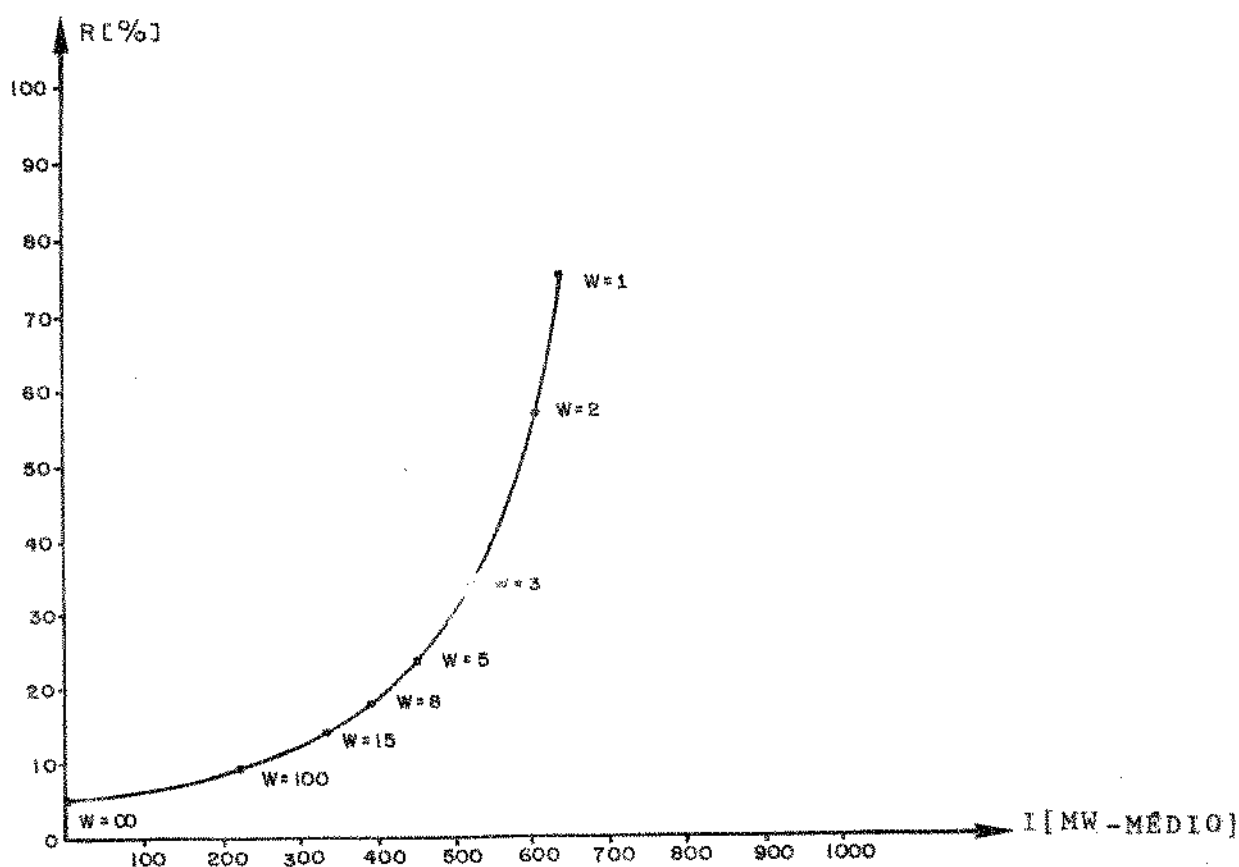


Fig. (5.3) - Risco de déficit para cada política de irrigação média.

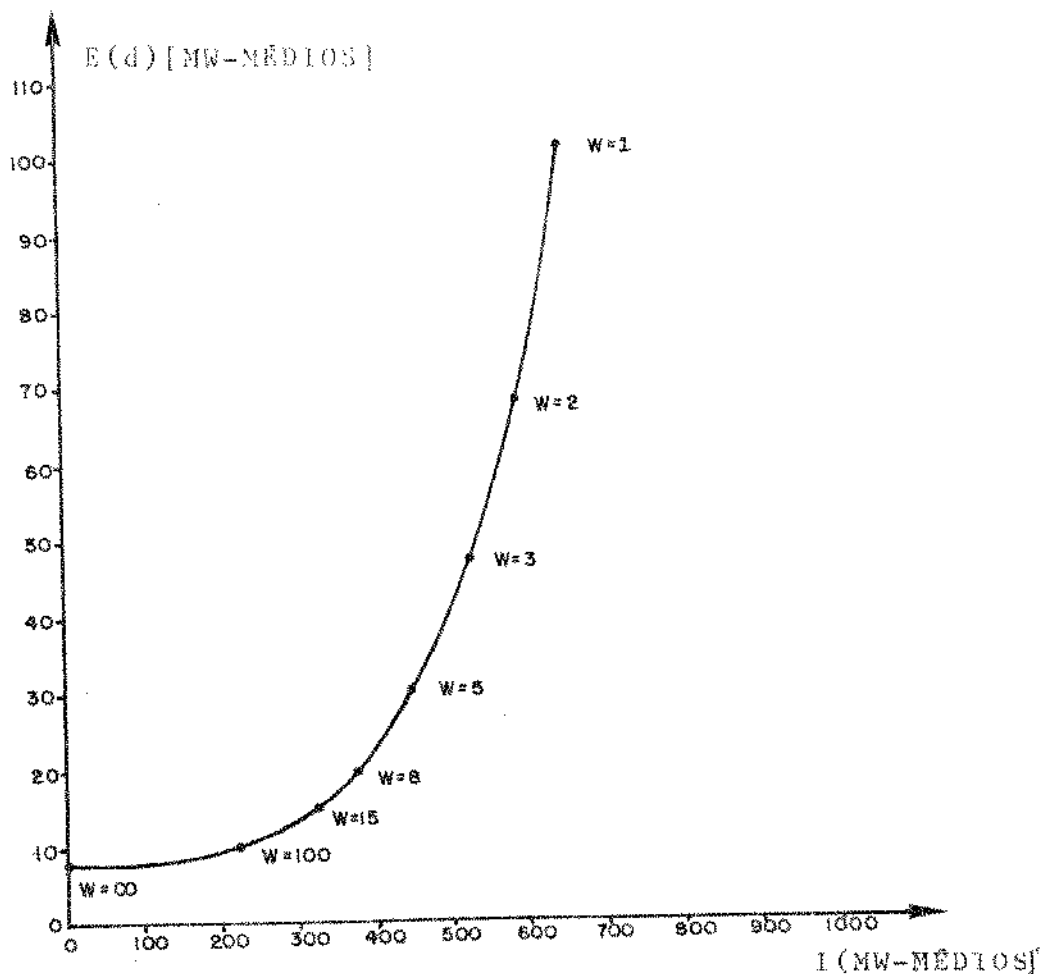


Fig. (5.4) - Déficit esperado associado a política de irrigação média.

A análise dos resultados apresentados mostra que o risco do déficit isoladamente não constitui um bom parâmetro para se avaliar uma política de irrigação. Por exemplo : se adotarmos uma irrigação de MW-médios, o sistema estará sujeito a um elevado risco de déficit de 24%. Entretanto, o déficit esperado, associado a essa política é de apenas 31 MW-médios (menos de 1.2% da demanda média) o que representa um déficit esperado baixo.

5.5. Conclusão

Neste trabalho foi abordado o problema da operação ótima de um sistema hidroelétrico com dois objetivos conflitantes : geração de energia elétrica e irrigação. A representação do sistema foi feita através de um modelo equivalente de energia [Arvanitidis e Rosing - 1970].

O problema multiobjetivo foi transformado em um problema mono-critério através de uma ponderação entre os objetivos (métodos dos pesos - Apêndice A). No problema mono-critério aparece uma variável de natureza aleatória (energia afluenta ao reservatório equivalente) a qual é tratada como um processo de natureza Markoviana, ou seja, através de matrizes de probabilidades de transição de estado cujos elementos são $P_{ij} = P[y_t = j / y_{t-1} = i]$.

A solução do problema mono-critério foi obtida pela Técnica da Programação Dinâmica Estocástica, onde a variável de decisão corresponde ao deplecionamento total do reservatório de energia $z^t = i^t + u^t$ onde i^t é a parcela destinada à irrigação e u^t a parcela destinada à geração de energia elétrica. A divisão de z^t nas parcelas i^t e u^t é feita em um subproblema de forma a maximizar o benefício líquido.

Este modelo foi aplicado ao sistema do Rio São Francisco, com a demanda prevista para o ano de 1986 e os resultados mostram que o comprometimento do suprimento da carga em função da política de irrigação não é drástico, ou seja, uma política de irrigação correspondente a um equivalente em energia que é superior aos requisitos de irrigação previsto pelos estudos da CODEVASF e CHESF para 1986 [CHESF-1985], leva a um risco de déficit - alto mas o déficit esperado é baixo quando comparado com a demanda

média prevista. Devemos salientar ainda que mesmo não utilizando-se água para irrigação existe um risco de déficit no sistema de 6% para um déficit esperado de 0.28% da demanda média.

O modelo proposto neste trabalho foi aplicado a um sistema com configuração estática, no entanto uma configuração dinâmica poderia ser tratada com algumas modificações nos algoritmos computacionais, é claro que tal consideração exigiria um esforço computacional maior que o já realizado e não traria grandes contribuições ao objetivo desse trabalho que é o de avaliar a metodologia proposta como ferramenta para abordar o problema de uso múltiplo da água. Esse modelo adaptado para análise de configuração dinâmica seria útil ao planejamento da expansão do sistema visando uso múltiplo da água.

Os resultados obtidos nesta aplicação analisaram o impacto da irrigação sobre um sistema planejado exclusivamente para geração de energia elétrica o que torna o uso da água para irrigação um objetivo marginal. Pretendendo-se utilizar água para múltiplos objetivos é fundamental um planejamento de expansão do sistema que analise os benefícios desses usos múltiplos.

O modelo apresentado nesta tese pode ser aplicado a qualquer sistema hidroelétrico onde o modelo equivalente seja adequado (como é o caso do sistema CHESF) e constitui um procedimento semelhante ao adotado no Brasil para planejamento da operação hidrotérmica.

APÊNDICE - A

REVISÃO DE PROGRAMAÇÃO MULTIOBJETIVO (PMO)

A.1. Problemas com Múltiplos Objetivos

Em muitos problemas práticos queremos atender a vários objetivos ou metas satisfazendo um conjunto de restrições impostas por condições físicas do sistema, limitações de recursos, etc. Outra característica desse tipo de problema é que geralmente esses objetivos são também não comensuráveis, não podendo ser agrupado numa única expressão matemática. Problemas como estes, envolvendo múltiplos objetivos, podem ser representados como :

$$(PMO) = \begin{cases} \text{Max } \underline{f}(\underline{x}) = [f_1(\underline{x}), f_2(\underline{x}), \dots, f_p(\underline{x})] & (A.1) \\ \text{s.a.} & g_i(\underline{x}) \leq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m & (A.2) \end{cases}$$

onde:

$\underline{x}$ é um vetor n-dimensional. O problema possui n-variáveis de decisão, m-restrições e p-objetivos e algumas ou todas as funções que aparecem no (PMO) podem ser lineares ou não.

Na literatura esse tipo de problema é também conhecido como problema de máximo vetor (PMV) e os termos como "múltiplos critérios", são usados indiferentemente, não havendo uma definição universal para estes termos [Hwang e outros - 1980] - [Keeny e Raiffa - 1976].

A.2. Conceitos Básicos de (PMO) :

Podemos relacionar os conceitos básicos de (PMO) com os de programação mono-critério com os quais geralmente estamos mais familiarizados. Para isso podemos formular esse último de forma genérica como :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Max } f(\underline{x}) \\ \text{s.a. } g_k(\underline{x}) \leq 0 \quad k=1,2,\dots,m \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(A.3)} \\ \text{(A.4)} \end{array}$$

onde $f(\underline{x})$ é uma função escalar (função objetivo) e $\underline{x} = (x_1; x_2, \dots, x_n)$ um vetor n -dimensional. As m funções escalares em (A.4) representam o conjunto de restrições do problema. A solução ótima de (P) Assim como as condições que ela deve satisfazer podem ser definidas como :

Solução Ótima de (P) :

Supondo que $F_d = \{ \underline{x} \in \mathbb{R}^N / g_k(\underline{x}) \leq 0, k = 1, 2, \dots, m \}$ é o conjunto de todas soluções factíveis de (P) define-se como solução ótima de (P), o vetor $\underline{x}^* \in F_d$, tal que :

$$f(\underline{x}^*) \geq f(\underline{x}) \quad \text{para todo } \underline{x} \in F_d \quad \text{(A.5)}$$

Condições de Kuhn-Tucker

Uma maneira de saber se uma solução $\underline{x}^*$ qualquer é candidata a solução ótima de (P) é verificando se ela satisfaz as condições de otimalidade (A.6) - (A.8) que foram apresentadas por [Kuhn-Tucker - 1951].

$$1) \quad \underline{x}^* \in F_d \quad \text{(A.6)}$$

$$2) \quad \lambda_k g_k(\underline{x}^*) = 0, \quad \lambda_k \geq 0, \quad k=1,2,\dots,m \quad \text{(A.7)}$$

$$3) \quad \nabla f(\underline{x}^*) = \sum_{k=1}^m \lambda_k \nabla g_k(\underline{x}^*) = 0 \quad (A.8)$$

As condições de Kuhn-Tucker são condições necessárias e suficientes de otimalidade para problemas mono-critérios convexos [Luenberger-1984]. Para visualizar melhor o significado dessas condições podemos fazer uma interpretação geométrica no $\mathbb{R}^2$.

Representando $F_d \subset \mathbb{R}^2$ pela área hachureada da figura (A.1) e considerando-se $\underline{x}^1$ e $\underline{x}^2 \in F_d$, podemos situar em cada um desses pontos o gradiente das funções $g_k(\underline{x})$ e da função objetivo $f(\underline{x})$.

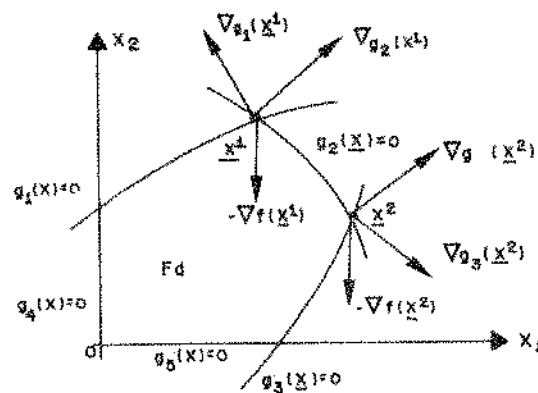


Fig. (A.1) - Interpretação geométrica das condições de Kuhn-Tucker para problemas mono-critérios

Devemos observar que o ponto $\underline{x}^1$ satisfaz as condições de Kuhn-Tucker enquanto que o ponto $\underline{x}^2$ não pode satisfazer a equação (A.8), ou seja. $\nabla f(\underline{x}^2)$ não pode ser escrito como uma combinação linear não negativa de $\nabla g_2(\underline{x}^2)$ e $\nabla g_3(\underline{x}^2)$.

Podemos dizer neste caso que $\underline{x}^1$ é a solução ótima do problema mono-critério representado na figura (A.1), pois é

o único ponto Kuhn-Tucker.

Voltando agora ao problema com múltiplos objetivos como formulado em (A.1) - (A.2), vejamos o que se define por solução ótima de um (PMO). Comparando-se com a definição de solução ótima para problemas mono-critérios, a solução ótima de um (PMO) pode ser definida como segue :

Solução Ótima de um (PMO) :

Seja o (PMO) definido por (A.1) - (A.2) onde $F_d = \{ \underline{x} \mid g_k(\underline{x}) \leq 0, k = 1, 2, \dots, m \}$ é o conjunto de todas as soluções factíveis. A solução ótima do (PMO) é o vetor $\underline{x}^*$ tal que:

$$\underline{f}(\underline{x}^*) \geq \underline{f}(\underline{x}) \text{ para todo } \underline{x} \in F_d \quad (\text{A.9})$$

Essa definição exige portanto que para todas as m-funções objetivo, tenhamos: $f_1(\underline{x}^*) \geq f_1(\underline{x}), f_2(\underline{x}^*) \geq f_2(\underline{x}), \dots, f_p(\underline{x}^*) \geq f_p(\underline{x})$ para todo $\underline{x} \in F_d$. No entanto são raros os problemas de múltiplos objetivos em que $\underline{x}^*$ existe, porque geralmente os objetivos são conflitantes entre si e uma solução que maximize um deles certamente não maximizará todos como exige a definição. No entanto, se temos p-objetivos, poderemos obter pelo menos p-soluções que maximize ao menos uma das funções objetivos (otimização dos objetivos individuais) e não podemos afirmar exceto por um critério de escolha subjetivo que qualquer uma dessas p-soluções é a melhor solução para o (PMO). Podemos concluir no entanto que essas soluções se equivalem, ou seja podemos dizer que elas pertencem a um conjunto de soluções conhecido como "Conjunto de Soluções Não-Dominados". O qual é definido como :

Conjunto de Soluções Não-Dominados:

Supondo F_d , o conjunto de todas as soluções factíveis do (PMO), define-se o conjunto das soluções não dominadas N_d como :

$$N_d = \{ \underline{x}, \underline{x} \in F_d, \text{ se não existe } y \in F_d \text{ tal que :}$$

$$f_q(y) > f_q(\underline{x}) \text{ para algum } q \in [1, 2, \dots, p]$$

$$\text{e } f_k(y) \leq f_k(\underline{x}) \text{ para todo } k \neq q \} \quad (\text{A.10})$$

Em outras palavras, uma solução factível de um (PMO) é dita não dominada quando não existe outra solução que aumente um dos objetivos sem causar degradação nos outros.

Condições de kuhn-Tucker para Soluções Não Dominadas :

As condições de Kuhn-Tucker dadas por (A.6)-(A.8) foram generalizadas por eles no mesmo trabalho [Kuhn-Tucker- 1951] para abranger problemas com várias funções objetivos. Essas condições generalizadas são :

$$1) \quad \underline{x}^* \in F_d \quad (\text{A.11})$$

$$2) \quad \lambda_k g_k(\underline{x}^*) = 0, \lambda_k \geq 0, \quad k=1, 2, \dots, m \quad (\text{A.12})$$

$$3) \quad \sum_{i=1}^p w_i \nabla f_i(\underline{x}^*) - \sum_{k=1}^m \lambda_k \nabla g_k(\underline{x}^*) = 0 \quad (\text{A.13})$$

Devemos notar que a diferença entre (A.11-A.13) e (A.6-A.8) está na terceira equação de cada grupo. No caso de problemas com múltiplos objetivos aparece no primeiro número de (A.13) a combinação linear positiva dos gradientes das funções objetivo.

As equações (A.11) - (A.13) definem as condi

ções necessárias de não-dominância para o (PMO). Para que tais condições sejam suficientes devemos supor que o (PMO) é um problema convexo e que todos os W_i , $i=1,2,\dots,p$ que aparecem no primeiro membro de (A.13) sejam estritamente positivos, ou seja, $W_i > 0$, $i=1,2,\dots,p$. Uma interpretação geométrica dessas condições pode ser vista na figura (A.2). Nesta figura estamos supondo que tanto as funções objetivas $f_i(x)$, $i=1,2$ como o conjunto de restrições $g_k(x)$, $k=1,2,\dots,6$ são lineares, o que simplifica o exemplo sem perda alguma de generalidade.

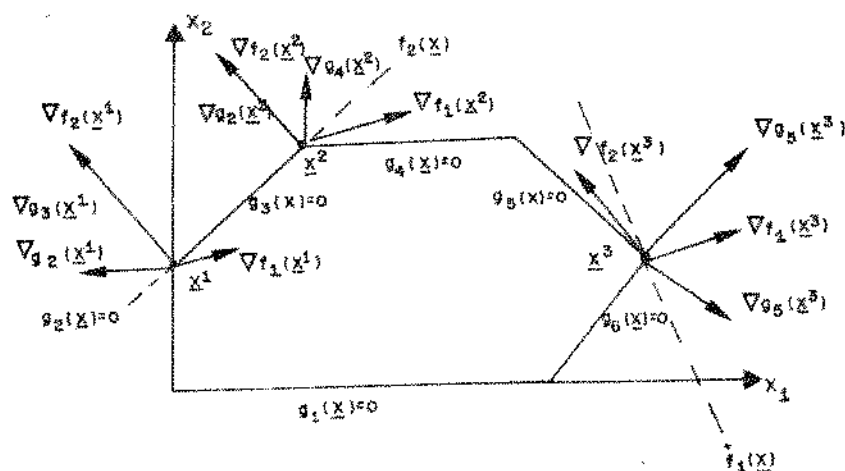


Fig. (A.2) - Interpretação geométrica das condições de Kuhn-Tucker para soluções não dominadas de um (PMO) com duas funções objetivos.

Na figura (A.2) observamos que nos pontos $\underline{x}^2$ e $\underline{x}^3$ podemos encontrar W_1 e W_2 estritamente positivos tais que nos permita satisfazer (A.11) - (A.13), no entanto o mesmo não ocorre no ponto $\underline{x}^1$. Pois podemos ver claramente que esse ponto é dominado, para isso basta nos deslocarmos do ponto $\underline{x}^1$ para $\underline{x}^2$ através da aresta $g_3(x) = 0$ e observar que $f_1(\underline{x}^1) < f_1(\underline{x}^2)$ e $f_2(\underline{x}^1) = f_2(\underline{x}^2)$ logo $\underline{x}^2$ domina $\underline{x}^1$. Este exemplo justifica o fato de se fazer todos

os $W_i > 0$ $i = 1, 2, \dots, p$, pois caso contrário poderíamos fazer $W_1 = 0$ na figura (A.2) e classificariamos $\underline{x}^1$ como um ponto não dominado erroneamente.

Concluimos aqui a apresentação dos principais conceitos e princípios que devemos ter em mente quando nos propomos a otimizar problemas com múltiplos objetivos. Uma demonstração mais rigorosa das condições apresentadas por (A.11) - (A.13) podem ser encontradas em [Cohon-1978].

Apresentaremos a seguir uma classificação das técnicas usadas para solucionar um (PMO).

A.3. Classificação dos Métodos Usados em (PMO)

Antes de classificarmos os métodos usados para solucionar problemas com múltiplos objetivos, é necessário deixar claro o que se entende por solução de um (PMO).

Solucionar um (PMO) pode ser interpretado como a determinação de todo conjunto de solução não dominadas ou encontrar entre todas elas qual a que melhor satisfaz certos "critérios", (caso em que) a solução escolhida é conhecida como "a melhor solução de compromisso". É claro que essa segunda alternativa está sujeita a incorporação de critérios subjetivos que representam a preferência das pessoas ou grupos encarregados de tomar decisões. Essas preferências podem ser organizadas de forma ordinal ou cardinal [Hwang e outros-1980] e são fornecidas ao analista previamente, com a qual ele determinará a "melhor solução de compromisso", ou parcialmente, a medida que ele vai gerando as soluções não dominadas (métodos iterativos).

Podemos assim, classificar os métodos usados em (PMO) de acordo com o sentido do fluxo de informação entre o decisor e o analista [Cohn-1978].

Fluxo Analista - Decisor :

Neste caso o analista faz seus estudos sobre a solução do problema sem nenhum conhecimento a priori das preferências do decisor fornecendo-lhe em seguida todos os resultados obtidos. As técnicas usadas neste caso pelo analista são conhecidas como "Técnicas de Geração de Soluções Não Dominadas". A figura (A.3) ilustra o fluxo de informação entre o analista e o decisor.

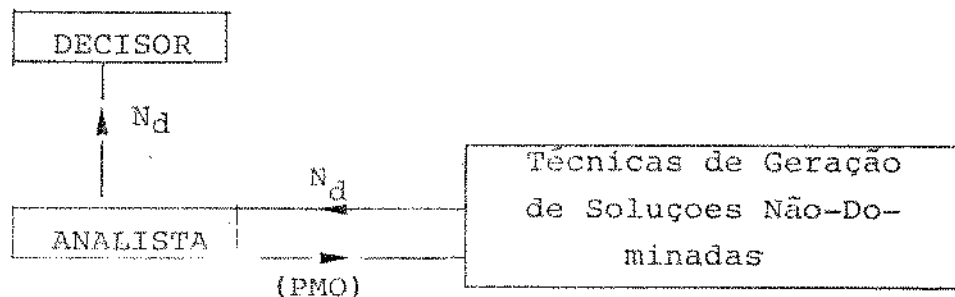


Fig. (A.3) - Diagrama do uso das técnicas de geração das soluções não dominadas

Técnicas de Geração de Soluções Não-Dominadas :

Essas técnicas são usadas pelo analista para determinar exatamente ou aproximadamente o conjunto das soluções não dominadas no espaço-decisão (N_d). Esses resultados são apresentados ao decisor em forma de gráficos ou tabelas, o qual seleciona entre elas a "melhor solução de compromisso". As técnicas de geração usadas são :

- i) Método dos Pesos [Cohn-1978], [Hasen e outros - 1982]

- ii) Métodos das Restrições [Cohon-1978]
- iii) Método de Estimação do conjunto não dominado NISE (No-inferior Set Estimation) [Cohon-1978]
- iv) Método Simplex um (PMO) de Philip [Hasen e outros -1982]
- v) Método Simplex em (PMO) de Zeleny [Cohon - 1978], [Hasen e outros -1982].

Fluxo Decisor - Analista :

Neste caso o decisor informa previamente o analista de suas preferências através de pesos, faixa de variação dos objetivos ou função utilidade. O analista com o conhecimento a priori de tais preferências, determina a "solução de melhor compromisso" para o decisor.

As técnicas empregadas segundo o fluxo de informação decisor analista são conhecidas como técnicas que incorporam preferências. Essas técnicas podem ser agrupadas ainda em duas classes : as não iterativas e as iterativas (essa última classe será considerada aqui separadamente). A figura (A.4) ilustra o uso das técnicas que incorporam preferência não iterativas.

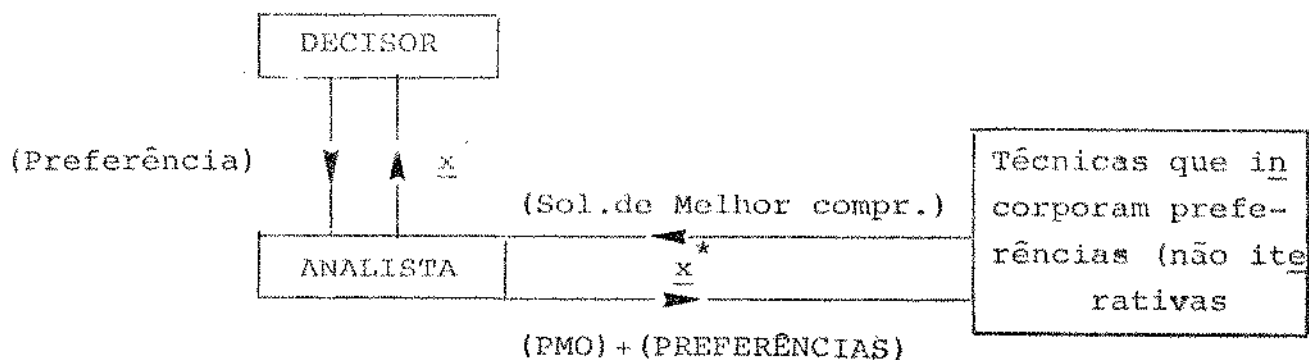


Fig. (A.4) - Ilustração do uso das técnicas que incorporam preferências a priori não iterativas.

Técnicas que Incorporam Preferências (não Iterativas)

Nestas técnicas o decisor apresenta ao analista suas preferências de forma definitiva o qual as usa para devolver ao decisor a "melhor solução de compromisso". As técnicas utilizadas neste caso são :

- i) Ponderação dos critérios a priori [Cohon - 1978]
- ii) Noção Geométrica da Melhor Solução de Compromisso (método geométrico) [Cohon-1978]
- iii) Programação por metas [Hassen e outros - 1982], [Ignizio- 1982]
- iv) Função Utilidade Explícita [Cohon-1978] , [Hassen e outros -1982]

Técnicas que Incorporam Preferências (Iterativas)

Essas técnicas funcionam da seguinte forma : inicialmente o analista fornece informações parciais sobre o conjunto de soluções não dominadas ao decisor, o qual devolve ao analista informações sobre suas preferências. O analista em seguida melhora a solução fornecendo novas alternativas ao decisor que por sua vez apresenta novas preferências. O processo deve continuar até que o decisor esteja satisfeito e as restrições totalmente atendidas. O funcionamento dessas técnicas está ilustrado na figura (A.5).

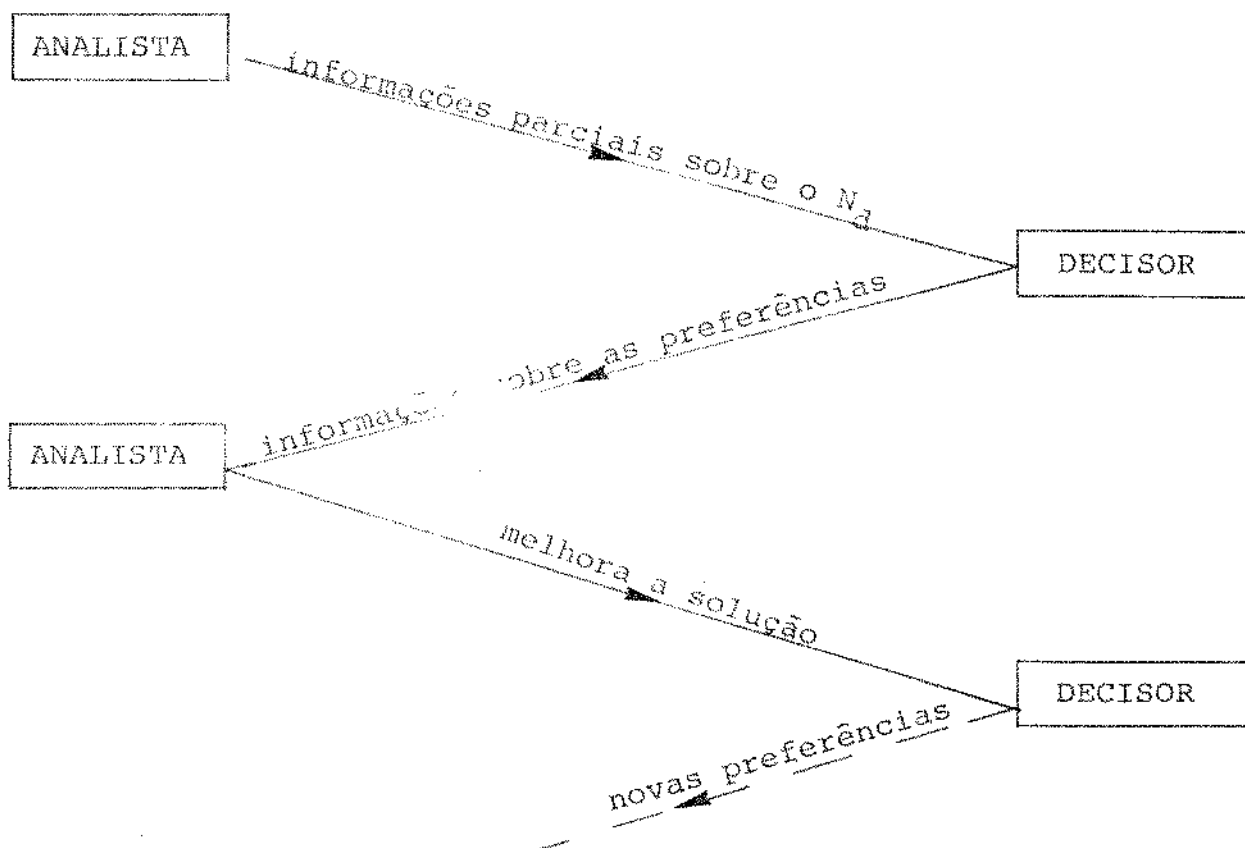


Fig. (A.5) - Funcionamento das técnicas que incorporam preferências a priori (iterativas)

Os métodos iterativos geralmente usados são :

- i) Método dos passos (STEP) [Cohon - 1978]
- ii) Programação por meta iterativa [Cohon-1978]
- iii) Método de Negociação dos Valores Candidatos [Cohon-1978]
- iv) Método de Zionts - Wallenius [Cohon-1978]

A.4. Resumo das Classificações:

Um resumo do que foi dito no item A.3 pode ser visto no diagrama da figura (A.6), onde podemos ver claramente a classificação dos métodos usados em (PMO), segundo o sentido do fluxo

de informação entre analista e decisor.

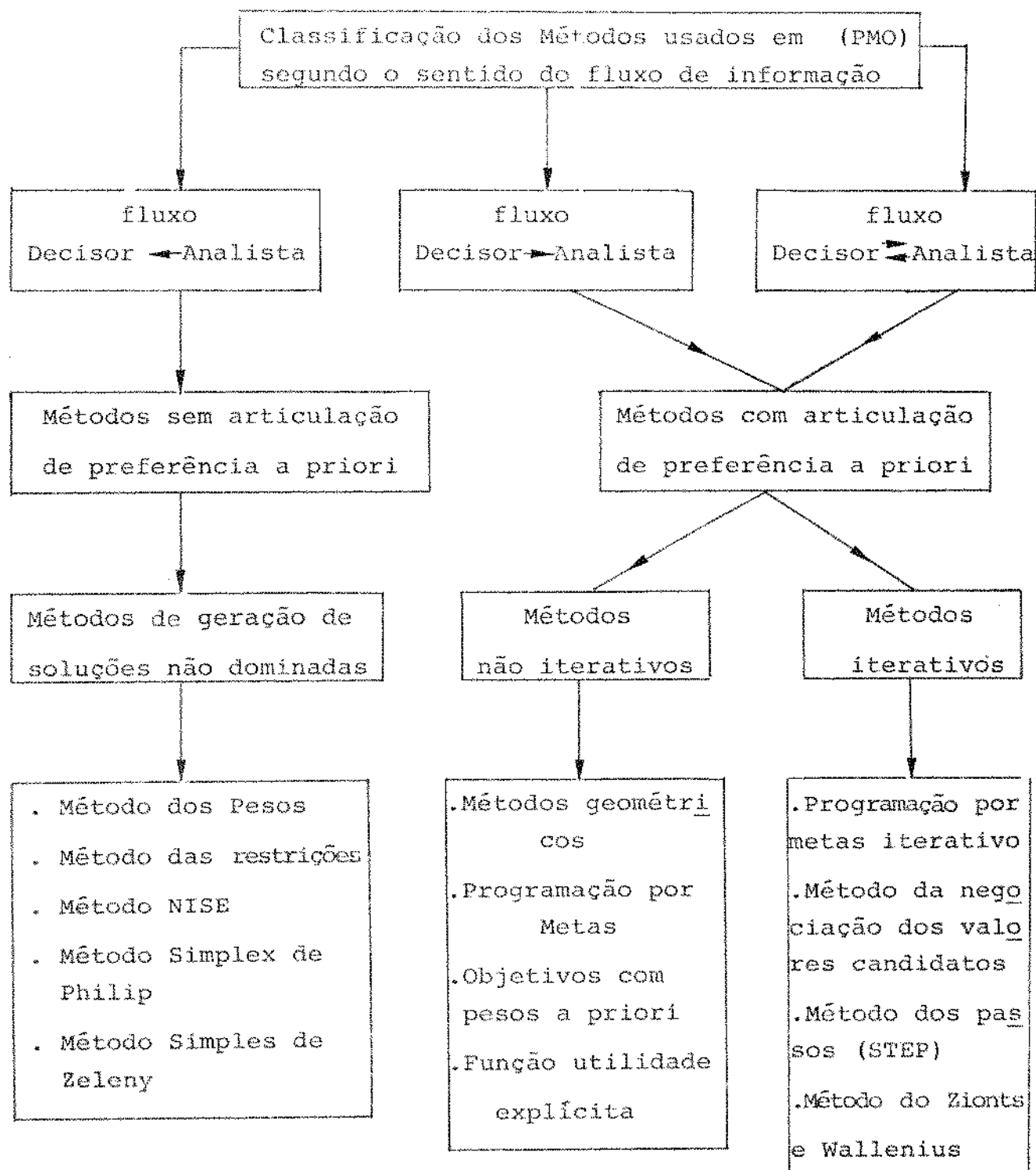


Fig. (A.6) - Diagrama de bloco para os métodos usado em programação multi-objetivo

APÊNDICE B

FUNÇÕES DE BENEFÍCIO DE IRRIGAÇÃO

B.1. Cenários de Irrigação

A Cia. Hidro-Elétrica do São Francisco-CHESF com a finalidade de avaliar o impacto do uso da água para irrigação no suprimento da demanda de energia elétrica do seu sistema realizou juntamente com a CODEVASF um estudo que estabeleceu cenários de Irrigação na bacia do rio São Francisco.

O objetivo dos cenários é identificar demandas de água provenientes da irrigação na bacia do São Francisco com considerações espaciais e temporais e das transferências de vazões para outras bacias.

Foram determinados quatro cenários distintos, cada um visando um ritmo de crescimento da irrigação, a saber :

- a) ritmo de crescimento baixo (cenário 1).
- b) ritmo de crescimento moderado (cenário 2).
- c) ritmo de crescimento acelerado (cenário 3).
- d) ritmo de crescimento acelerado com transposição de vazões (cenário 4)

os cenários constituem políticas de irrigação discretizadas em intervalos de 5 anos com horizonte de planejamento de 30 anos (1985 a 2015), todos mostrados no conjunto de tabelas (B.1), exceto o

cenário 4, que tem o mesmo ritmo de crescimento ao do cenário 3 porém, levando em consideração a transposição de água do São Francisco para outras bacias portanto pode ser omitido do levantamento da curva de benefício de irrigação.

B.2. Área Irrigadas Por Cenários

O total da área irrigada para cada cenário é mostrado na tabela (B.2).

Tabela (B.2) - Área Irrigada Por Cenário para Cada Cena: (ha)

CENA	CENÁRIO 1	CENÁRIO 2	CENÁRIO 3
1985	70.573	70.773	70.773
1990	129.912	170.631	175.104
1995	180.012	272.287	352.387
2000	232.025	372.001	545.344
2005	280.475	473.377	689.994
2000	334.052	570.549	812.602
2015	379.352	670.602	953.602

B.3. Curva de Benefício de Irrigação :

Transformando os dados da tabela B.1. (água para irrigação) em energia, montamos uma tabela de energia para irrigação por mês como indica a tabela B.3 para um dos meses, foram construídas portanto doze tabelas como estas e associadas aos dados da tabela (B.2), resultando em doze pares de pontos, aos quais ajustamos uma curva denominada "curva de benefício de irrigação" que estabelece uma relação entre a quantidade de água usada para irrigação transformada em energia com a área que essa "energia" po

de irrigar. O benefício de irrigação fica assim refletido pela área irrigada.

Tabela (B.3) - Energia retirada para irrigação no mês de janeiro

CENA	CENÁRIO 1	CENÁRIO 2	CENÁRIO 3
1985	43.50	43.61	43.61
1990	69.03	80.77	86.62
1995	87.71	103.40	122.50
2000	103.80	133.40	252.00
2005	128.00	166.90	387.60
2010	143.30	225.00	459.30
2015	150.20	320.80	548.10

B.4. Ajuste das Curvas de Benefício de Irrigação

A cada mês foi ajustado um polinômio de segundo grau

$$\beta(i) = \beta_1 i + \beta_2 i^2 \quad (B.1)$$

para representar a curva de benefício de irrigação.

Os coeficientes β_1 e β_2 foram estimado pelo método dos mínimos quadrados [Wonnacott-1977] utilizando-se dados levantados em pesquisas [CHESF-1982]. As estatísticas associadas ao estimadores também estão relacionadas na tabela (B.4).

Tabela (B.4) - Coeficientes estimados para curvas de benefício de irrigação

mes	β_1	β_2	S_1	S_2	t_1	t_2	r
1	-2.235	2926.916	0.449	246.738	-4.974	11.862	0.988
2	-1.702	2798.829	0.317	150.384	-5.368	18.618	0.996
3	-2.011	2899.511	0.198	99.080	-10.136	29.264	0.998
4	-1.457	2638.168	0.340	171.294	-4.285	15.401	0.994
5	-1.553	2706.703	0.276	135.567	-5.623	19.966	0.997
6	-2.347	3099.703	0.598	270.851	-3.922	11.444	0.989
7	-1.419	2694.773	0.259	123.534	-5.462	21.814	0.997
8	-0.476	1939.566	0.464	253.979	-1.026	7.637	0.982
9	-0.615	1863.331	0.337	220.117	-1.823	8.465	0.984
10	-0.447	1645.702	0.108	79.799	-4.140	20.623	0.997
11	-4.114	3728.116	1.004	486.944	-4.096	7.656	0.968
12	-5.668	4445.502	1.734	687.942	-3.267	6.462	0.960

S_1 S_2 - desvio padrão dos coeficientes β_1 e β_2 respectivamente

t_1 t_2 - valor do teste t sobre a hipótese de nulidade para os coeficientes β_1 e β_2 respectivamente

r - coeficiente de correlação múltipla.

Com 18 graus de liberdade utilizamos como valor crítico $t_{0.025} = 2.101$ e a validade do modelo pode ser verificada pelo coeficiente de resolução $r^2 > 0.90$.

Tabela (B.1) - Consumo de Água para Irrigação à montante das usinas

CENÁRIO - 1

(ANO 1985) - CENA 1

	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
SOBRADINHO	21,72	19,32	19,26	17,56	16,99	15,52	16,54	19,36	23,29	25,82	21,05	19,22
ITAPARICA *	15,97	13,87	12,19	11,98	11,77	10,50	10,92	12,61	14,29	16,60	16,81	16,18
C. PA 1/4 MOXOTÓ	0,69	0,58	0,44	0,46	0,43	0,39	0,40	0,53	0,61	0,71	0,72	0,73

(ANO 1990) - CENA 2

	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
SOBRADINHO	41,73	37,23	33,19	43,45	40,96	37,08	41,06	49,59	58,85	67,57	29,10	26,47
ITAPARICA *	16,79	14,60	12,87	12,61	12,37	11,05	11,48	13,26	15,02	17,44	17,67	17,00
C. PA 1/4 MOXOTÓ	0,69	0,58	0,44	0,46	0,43	0,39	0,40	0,53	0,61	0,71	0,72	0,73

(ANO 1995) CENA 3

	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
SOBRADINHO	56,85	51,73	43,46	66,24	61,64	55,72	63,68	76,91	92,42	105,75	31,28	28,24
ITAPARICA*	16,79	14,60	12,87	12,61	12,37	11,05	11,48	13,26	15,02	17,44	17,67	17,00
C. PA 1/4 MOXOTÓ	0,69	0,58	0,44	0,46	0,43	0,39	0,40	0,53	0,61	0,71	0,72	0,73

(ANO 2000) CENA 4

	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
SOBRADINHO	69,89	66,07	58,73	80,65	75,16	67,85	76,20	93,27	112,20	127,92	42,42	35,04
ITAPARICA *	16,79	14,60	12,87	12,61	12,37	11,05	11,48	13,26	15,02	17,44	17,67	17,00
C. PA 1/4 MOXOTÓ	0,69	0,58	0,44	0,46	0,43	0,39	0,40	0,53	0,61	0,71	0,72	0,73

(ANO 2005) CENA 5

	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
SOBRADINHO	72,50	69,89	63,85	84,93	78,97	71,20	80,01	97,83	117,78	134,15	45,12	36,43
ITAPARICA *	37,70	33,06	30,25	28,63	27,57	24,90	25,60	29,82	33,48	38,39	39,39	37,91
C. PA 1/4 MOXOTÓ	0,69	0,58	0,44	0,46	0,43	0,39	0,40	0,53	0,61	0,71	0,72	0,73

(ANO 2010) CENA 6

	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
SOBRADINHO	81,51	83,16	80,59	97,00	93,07	84,00	94,65	115,19	138,90	157,02	51,43	38,85
ITAPRICA *	37,70	33,06	30,25	28,63	27,57	24,90	25,60	29,82	33,48	38,39	39,39	37,91
C. PA 1/4 MOXOTÓ	4,93	4,16	3,14	3,26	3,07	2,75	2,88	3,78	4,35	5,06	5,12	5,18

(ANO 2015) CENA 7

	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
SOBRADINHO	87,11	99,64	100,03	109,19	106,58	95,86	108,16	131,33	158,67	177,45	51,43	38,85
ITAPRICA *	37,70	33,06	30,25	28,63	27,57	24,90	25,60	29,82	33,48	38,39	39,39	37,91
C. PA 1/4 MOXOTÓ	4,93	4,16	3,14	3,26	3,07	2,75	2,88	3,78	4,35	5,06	5,12	5,18

CENÁRIO 2

(ANO 1985) CENA 1

	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
SOBRADINHO	21,81	19,41	19,34	17,65	17,06	15,58	16,62	19,45	22,51	25,96	21,12	19,28
ITAPARICA *	15,97	13,87	12,19	11,98	11,77	10,50	10,92	12,61	14,29	16,60	16,81	16,18
C.PA 1/4 MOXOTÓ	0,69	0,58	0,44	0,46	0,43	0,39	0,40	0,53	0,61	0,71	0,72	0,73

(ANO 1990) CENA 2

	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
SOBRADINHO	51,90	46,87	38,70	61,61	57,27	51,82	58,40	71,66	86,05	98,50	27,13	25,07
ITAPATICA *	15,97	13,87	12,19	11,98	11,77	10,50	10,92	12,61	14,29	16,60	16,81	16,18
C. PA 1/4 MOXOTÓ	0,69	0,58	0,44	0,46	0,43	0,39	0,40	0,53	0,61	0,71	0,72	0,73

(ANO 1995) CENA 3

	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
SOBRADINHO	69,89	67,57	62,03	82,81	77,16	69,51	78,14	95,36	114,70	130,59	43,16	34,73
ITAPARICA *	16,79	14,60	12,87	12,61	12,37	11,05	11,48	13,26	15,02	17,44	17,67	17,00
C.PA 1/4 MOXOTÓ	0,69	0,58	0,44	0,46	0,43	0,39	0,40	0,53	0,61	0,71	0,72	0,73

(ANO 2000) CENA 4

	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
SOBRADINHO	90,40	110,43	113,24	118,35	114,76	102,80	116,02	140,82	170,37	189,71	52,25	39,79
ITAPARICA *	16,79	14,60	12,87	12,61	12,37	11,05	11,48	13,26	15,02	17,44	17,67	17,00
C. PA 1/4 MOXOTÓ	4,93	4,16	3,14	3,26	3,07	2,75	2,88	3,78	4,35	5,06	5,12	5,18

(ANO 2005) CENA 5

	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
SOBRADINHO	116,33	133,03	133,62	139,20	136,80	122,83	137,66	166,08	119,80	223,28	74,41	50,99
ITAPARICA *	18,37	15,96	14,07	13,79	13,53	12,09	12,56	14,50	16,42	19,08	19,32	18,60
C. PA 1/4 MOXOTÓ	4,93	4,16	3,14	3,26	3,07	2,75	2,88	3,78	4,35	5,06	5,12	5,18

(ANO 2010) CENA 6

	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
SOBRADINHO	142,38	147,06	155,22	160,17	163,49	148,25	166,89	200,38	241,10	270,94	104,27	62,42
ITAPARICA *	44,20	38,70	35,21	33,50	32,36	29,18	30,05	34,95	39,30	45,65	46,23	44,50
C. PA 1/4 MOXOTÓ	4,93	4,16	3,14	3,26	3,07	2,75	2,88	3,78	4,35	5,06	5,12	5,18

(ANO 2015) CENA 7

	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
SOBRADINHO	215,85	201,93	201,72	219,69	218,36	196,61	217,11	257,11	305,27	344,41	173,09	128,45
ITAPARICA *	49,22	43,08	38,94	37,37	36,07	32,44	33,44	38,97	43,85	50,93	51,52	49,72
C. PA 1/4 MOXOTÓ	4,93	4,16	3,14	3,26	3,07	2,75	2,88	3,78	4,35	5,06	5,12	5,18

CENÁRIO 3

(ANO 1985) CENA 1

	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
SOBRADINHO	21,81	19,41	19,34	17,65	17,06	15,58	16,62	19,45	22,51	25,96	21,12	19,28
ITAPARICA *	15,97	13,87	12,19	11,98	11,77	10,50	10,92	12,61	14,29	16,60	16,81	16,18
C. PA 1/4 MOXOTÓ	0,69	0,58	0,44	0,46	0,43	0,39	0,40	0,53	0,61	0,71	0,72	0,73

(ANO 1990) CENA 2

	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
SOBRADINHO	55,97	48,57	40,47	63,34	59,04	53,35	60,03	73,53	88,23	101,01	29,17	26,53
ITAPARICA *	16,79	14,60	12,87	12,61	12,37	11,05	11,48	13,26	15,02	17,44	17,67	17,00
C. PA 1/4 MOXOTÓ	0,69	0,58	0,44	0,46	0,43	0,39	0,40	0,53	0,61	0,71	0,72	0,73

(ANO 1995) CENA 3

	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
SOBRADINHO	85,04	106,36	108,73	113,70	110,00	98,35	110,98	134,61	162,76	180,95	47,32	36,63
ITAPARICA *	16,79	14,60	12,87	12,61	12,37	11,05	11,48	13,26	15,02	17,44	17,67	17,00
C. PA 1/4 MOXOTÓ	0,69	0,58	0,44	0,46	0,43	0,39	0,40	0,53	0,61	0,71	0,72	0,73

(ANO 2000) CENA 4

	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
SOBRADINHO	186,44	181,58	174,65	196,14	187,38	167,04	183,08	216,73	256,54	288,41	142,89	124,62
ITAPARICA *	16,79	14,60	12,87	12,61	12,37	11,05	11,48	13,26	15,02	17,44	17,67	17,00
C. PA 1/4 MOXOTÓ	4,93	4,16	3,14	3,26	3,07	2,75	2,88	3,78	4,35	5,06	5,12	5,18

(ANO 2005) CENA 5

	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
SOBRADINHO	279,26	250,90	233,40	271,34	256,71	228,14	246,53	288,40	337,62	381,24	299,84	208,05
ITAPARICA *	37,70	33,06	30,25	28,63	27,57	24,90	25,60	29,82	33,48	38,89	39,39	37,91
C. PA 1/4 MOXOTÓ	4,93	4,16	3,14	3,26	3,07	2,75	2,88	3,78	4,35	5,06	5,12	5,18

(ANO 2010) CENA 6

	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
SOBRADINHO	328,03	285,71	272,72	310,57	302,14	270,45	293,79	343,73	403,25	456,59	278,17	229,27
ITAPARICA *	49,22	43,08	38,94	37,37	36,07	32,44	33,44	38,97	43,96	50,93	51,52	49,72
C. PA 1/4 MOXOTÓ	4,93	4,16	3,14	3,26	3,07	2,75	2,88	3,78	4,35	5,06	5,12	5,18

(ANO 2015) CENA 7

	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
SOBRADINHO	399,94	347,75	338,99	374,02	368,41	331,08	358,65	419,87	492,08	556,70	341,62	272,98
ITAPARICA *	49,22	43,08	38,94	37,37	36,07	32,44	33,44	38,97	43,96	50,93	51,52	49,72
C. PA 1/4 MOXOTÓ	4,93	4,16	3,14	3,26	3,07	2,75	2,88	3,78	4,35	5,06	5,12	5,18

* ITAPARICA : Configura nas tabelas somente como ponto de retirada de água não configurando na aplicação como usina hidroelétrica.

APÊNDICE C

DISTRIBUIÇÃO DO HISTÓRICO DE ENERGIA

A função densidade de probabilidade que melhor ajustou-se ao histórico de energia foi a log-normal, cuja expressão é dada por :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} x^{-1} e^{-(\ln x - \mu)^2 / 2\sigma^2} & \sigma > 0, x > 0 \\ 0 & \text{fora} \end{cases} \quad (C.1)$$

Para determinar a probabilidade da variável aleatória x estar entre dois números a e b , podemos escrever :

$$P[a \leq x \leq b] = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} x^{-1} e^{-(\ln x - \mu)^2 / 2\sigma^2} dx \quad (C.2)$$

fazendo a mudança de variável $y = \ln x$ e $dy = x^{-1} dx$; podemos escrever (C.2) como :

$$P[a \leq x \leq b] = \int_{\ln a}^{\ln b} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(y - \mu)^2 / 2\sigma^2} dy \quad (C.3)$$

$$P[a \leq x \leq b] = F\left(\frac{\ln b - \mu}{\sigma}\right) - F\left(\frac{\ln a - \mu}{\sigma}\right) \quad (C.4)$$

onde $F(z)$ é a probabilidade da variável aleatória com distribuição normal padronizada $N(0,1)$ assumir valor menor ou igual a z .

Função Densidade de Probabilidade Condicionada

A função densidade de probabilidade condicionada para o histórico $(x_1, \dots, x_{t-1})$ é dada por :

$$f(y_t / y_{t-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m} \exp[-(y_t - \mu_m)^2 / 2\sigma_m^2] \quad (C.5)$$

onde :

$$\sigma_m = \sigma_t \sqrt{(1 - \rho^2)} \quad (C.6)$$

$$\mu_m = \mu_t - \frac{\rho\sigma_t}{\sigma_{t-1}} (y_{t-1} - \mu_{t-1}) \quad (C.7)$$

sendo :

$$\mu_t = E[x_t] \quad (C.8)$$

$$\mu_{t-1} = E[x_{t-1}] \quad (C.9)$$

$$\sigma_t^2 = V[x_t] \quad (C.10)$$

$$\sigma_{t-1}^2 = V[x_{t-1}] \quad (C.11)$$

$$\rho = E[(x_t - \mu_t)(x_{t-1} - \mu_{t-1})] / \sigma_t \sigma_{t-1} \quad (C.12)$$

Utilizando a transformação logarítmica no histórico de energia natural podemos tratá-lo como uma variável aleatória normalmente distribuído.

Teste de Aderência :

O teste de aderência para distribuição normal do histórico transformado dado na tabela (C.1) confirma a validade do ajuste.

TABELA C.1 - TESTE DE ADERÊNCIA

Mês	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
χ^2	10,8	10,4	7,2	5,2	8,4	6,0	13,2	13,2	6,8	6,0	10,4	12,0

O valor crítico é $\chi^2_{0.05} = 14.067$ ($p < 0.05$) com $n-k-1 = 10 - 2 - 1 = 7$ graus de liberdade onde n é o número de faixas em que foi discretizado a função densidade e k é o número de parâmetros ajustados.

Exemplo de uma matriz de probabilidade de transição de estado, onde $P_{ij} = P\{Y_t = j / Y_{t-1} = i\}$.

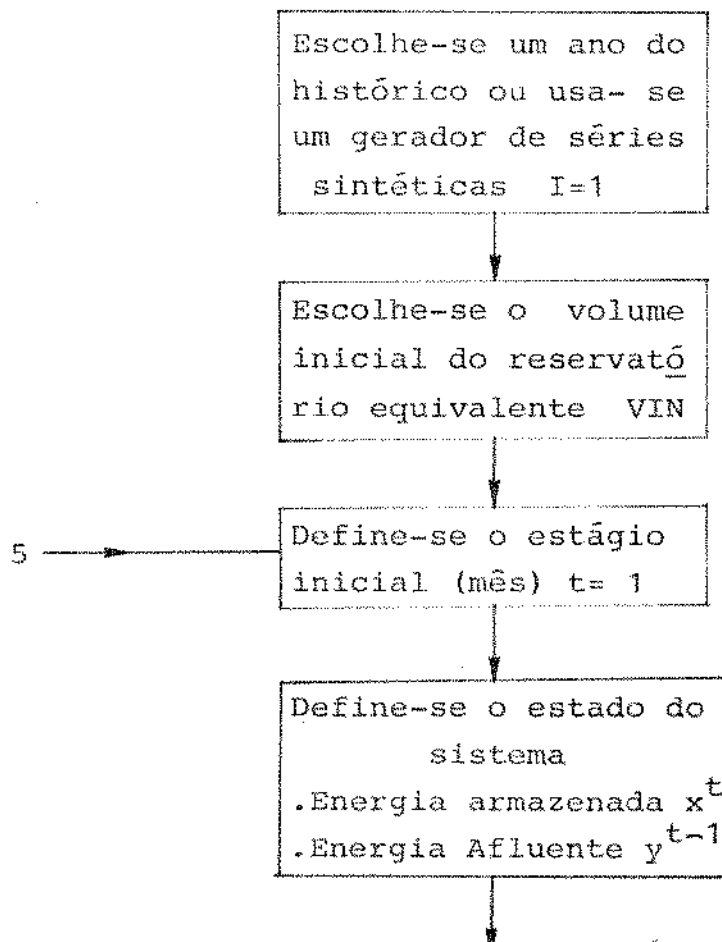
MÊS(JAN)	mês (Fev)											
	menor	7340	8864	10156	11406	12712	14168	15913	18232	22107		
	que	A	A	A	A	A	A	A	A	A		
menor que 8379	7340	8864	10156	11406	12712	14168	15913	18232	22017	INFINITO		
8379 a 9583	0.259	0.177	0.139	0.112	0.091	0.074	0.058	0.044	0.030	0.015		
9583 a 10557	0.179	0.155	0.135	0.119	0.104	0.091	0.078	0.064	0.049	0.028		
10557 a 11456	0.137	0.134	0.127	0.118	0.109	0.100	0.090	0.079	0.065	0.042		
11456 a 12387	0.109	0.119	0.118	0.115	0.111	0.105	0.099	0.090	0.078	0.055		
12387 a 13380	0.088	0.105	0.110	0.111	0.111	0.109	0.106	0.100	0.091	0.070		
13380 a 14534	0.070	0.091	0.100	0.106	0.109	0.111	0.111	0.110	0.105	0.088		
14534 a 16011	0.055	0.078	0.090	0.099	0.105	0.111	0.115	0.118	0.119	0.109		
16011 a 18312	0.042	0.065	0.079	0.090	0.100	0.109	0.118	0.127	0.134	0.137		
ACIMA DE 18312	0.028	0.049	0.064	0.078	0.091	0.104	0.119	0.135	0.153	0.179		
	0.015	0.030	0.044	0.058	0.074	0.091	0.112	0.139	0.177	0.259		

APÊNDICE D

ALGORITMO DE SIMULAÇÃO

O algoritmo de simulação da operação do sistema utilizado para medir o risco de déficit de uma política conjunta de irrigação e geração é apresentado aqui.

Utilizando-se a política de irrigação ótima $i^{t*}[x^t, y^{t-1}]$, $t = 1, 2, \dots, T$ dada pelo modelo de programação dinâmica estocástica; o histórico de energia afluyente $\{y^t\}$, $t = 1, 2, \dots, T$ e supondo a demanda conhecida $\{d^t\}$, $t = 1, 2, \dots, T$ poderemos simular a operação do sistema seguindo o fluxograma dado na figura (5.1).



10

Tabela da Programação Dinâmica
Estocástica

Dado : Estágio Mês t
 Estado $(x^t \ y^{t-1})$
Decisão Ótima de irrigação i^{t*}

Cálculo de energia turbinada
para atender a carga (d^t)
 $u^t = d^t / k(x^t)$
 $k(x^t)$ -- rendimento em função
da energia armazenada x^t

Cálculo da evaporação em
função da energia armazenada
 $e(x^t)$

Equação de transição de estado
 $x^{t+1} = x^t + y^t - i^t - u^t - e(x^t)$

$x^t : \bar{x}$

$\leq$

$>$

Cálculo do vertimento
 $x_{aux} = x^{t+1}$
 $x^{t+1} = \bar{x}$
 $VRTM = x_{aux} - \bar{x}$

$x^{t+1} : 0$

$\geq$

$<$

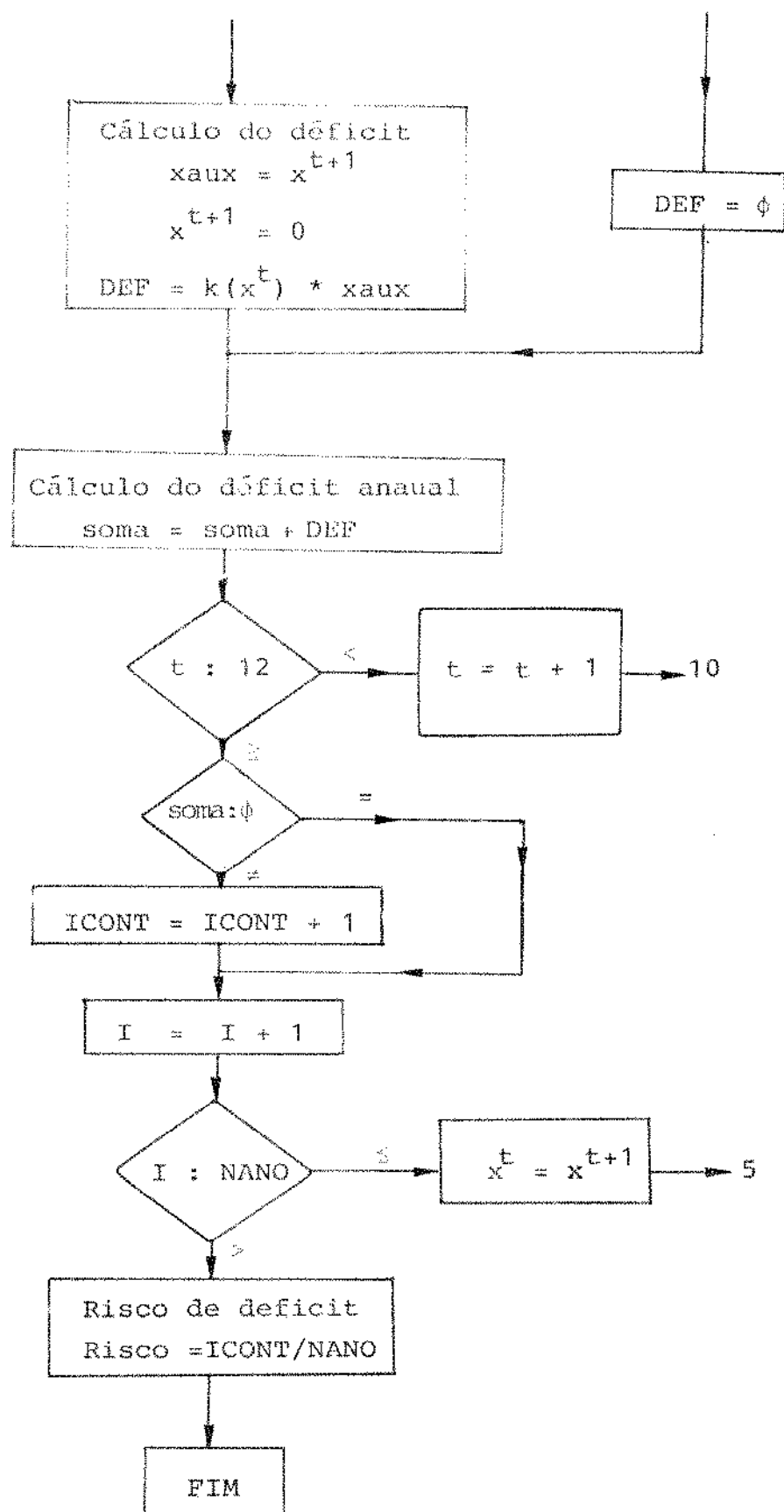


Fig. (5.1) - Fluxograma para o modelo de simulação.

Com esse algoritmo podemos medir o risco de dé
ficit associado a política de irrigação dada pelo modelo de programa
ção dinâmica estocástica. Ajustando-se a ponderação entre as funç
ões benefício de irrigação e custo de déficit poderemos obter a
política que deve ser adotada para um risco desejado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ABRAMOWITZ e SETGUN, "Handbook of Mathematical Functions " National Bureau of Standards, 1970.
- [2] ALARCON, L.F. e MARKS, D.H., "A Stochastic Dynamic Programming Model For The Opetarion of the High Aswan Dan", Report nº 246, Departament of Civil Engineering, Massachusetts Inst. of Technology, Cambridge, 1979.
- [3] ARVANITIDIS, N.V., e ROSING, J., "Composite Representation of a Multireserveir Hydroelectric Power System", IEEE trans. on Power Appar. and Systems, Vol. 89, nº 2, p.p. 319 - 326, 1970.
- [4] BELLMAN, R., "Dynamic Programming" Princeton University Press, N.J., 1957.
- [5] BELLMAN R. e DREYFUS, S., "Applied Dynamic Programming", Princenton University Press, Princenton, N.J., 1962.
- [6] CEPEL - Centro de Pesquisa de Energia Elétrica, "Aproveitamento Múltiplo dos Recursos do Rio São Francisco", Relatório Técnico 948/83, Rio de Janeiro, 1983.
- [7] CHESF - Cia. Hidroelétrica do São Francisco, "Irrigação na Baía do Rio São Francisco: Perspectivas até 2015", RT/DSG/85, Recife, 1985.
- [8] COHON, J.L., "Multiobjective Programming and Planning", Academic Press, Inc, New York, 1978.
- [9] DUCKSTEIN, L., OPRICOVIC, S., "Multiobjective Optimization in River Basin Development", Water Resources Research, Vol. 16, nº 01, p.p. 14-20 , 1980
- [10] ELETROBRÁS, DENE, "Modelo de Simulação a Sistema Equivalente - MSSE", Manual do Usuário, Rio de Janeiro, 1975.

- [11] EL-HAWARY, M.E. e CHRISTENSEN, G.S., "Optimal Economic Operation of Electric Power Systems", Academic Press, New York, 1979.
- [12] FARIAS, MIRANDA, J.C. e DUTRA, P.J., "Modelo Equivalente do Complexo Hidrelétrico de Paulo Afonso", Nota Técnica nº 117, CHESF, DPEE, Recife, 1978.
- [13] GCPS - Grupo Coordenador do Planejamento de Sistemas da Região SUDESTE, FURNAS- Centrais Elétricas S.A., "Critérios Gerais para Atendimento", Rio de Janeiro, 1981.
- [14] GERSHON, M., DUCKSTEIN, L. e MCANIFF, R., "Multiobjective River Basin Planning With Qualitative Criterion", Water Resources Research, Vol. 18, nº2, p.p. 193-202, 1982
- [15] HAIMES, YACOV, Y., HALL WARREN A., FREEDMAN, HERBERT T., "Multiobjective Optimization in Water Resources Systems the Surrogate Worth Trade-off Method", New York, 1975.
- [16] HALL, W.A., BUTCHER, W.S. e Bsougbugue, A., "Optimization of the High Aswan", Water Resources Research, Vol.18, nº 6, p.p.1605-1613, 1982.
- [17] HASEN, D.R., GOICOECHEA, A., DUCKSTEIN, L., "Multiobjective Decision Analysis With Engineering and Business Applications", John Wiley and Sons, New York, 1982.
- [18] HOUCK, M.H., "A Chance Constrained Optimization Model for Reservoir Design and Operation", Water Resources Research, vol. 15, nº 5, 1979.
- [19] HWANG, C.L., PAIDY, S.R., YOON, K. e MASUD, A.S.M, "Mathematical Programming With Multiple Objectives : A Tutorial, Comput. & Ops. Res. , Vol. 7, p.p. 5-31, Pergamon Press Ltda, Great Britain, 1980.

- [20] IGNIZIO, J.P., "Linear Programming in Single or Multiple Objective Systems", Prentice-Hall Inc., Pennsylvania, 1982.
- [21] KEENY, K.L. e RAIFFA, H., "Decision With Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs", Wiley, New York, 1976.
- [22] KUHN, H.W. e TUCKER, A. , "Nonlinear Programming", J. Neyman (Ed.), Proc. 2nd Berkeley Symp. Math. Statistics Probability , p.p. 481-491, Univ. California Press, Berkeley, California , 1951.
- [23] LUENBERGER, D.G., "Linear and Nonlinear Programming" - 2ª Edição - Addison-Wesley Publishing Company, California, 1984.
- [24] MARKS, H.D., ALERCON, L., OVEN-THOMPSON, K., "Agricultural Vs. Hidropower Tradeoffs in the Operation of the High Aswan", Water Resources Research, Vol. 18, nº 6, p.p. 1605-1613, 1982.
- [25] MASAUD, A.G., PRADO Jr., H.V., LEFÉVRE, M.A.P., SEQUEIRA, S. G., "Metodologias e Sistemáticas de Obtenção do Custo do KWh não Fornecido (custo de Déficit)", VI Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Grupo VII, Santa Catarina, 1981.
- [26] RIBEIRO, Fº A.P., COSTA, B.K., e FARIA, J.C.M., "Comparação Entre os Modelos SIMUS e MSSSE no Estudo da Interligação CHESF- ELETRONORTE"- Nota técnica DEEE - 005/83 - CHESF - Recife/PE.
- [27] VEDULA, S, e ROGERS, P.P., "Multiobjective Analysis of Irrigation Planning in River Basin Development", Water Resources Research, Vo. 17 nº 5, p.p. 1304-1310, 1981.

- [28] VEIGA, M.F., "Optimal Scheduling of Hydrothermal Systems An Overview", IFAC Electric Energy System, Rio de Janeiro, 1985.
- [29] WONNACOTT, T.H. e WONNACOTT, R.J., "Introductory Statistics", John Wiley & Sons Inc., Ontário, 1977.
- [30] YEH, W.W.G. e BECKER, L., "Multiobjective Analysis of Multi-Reservoir Operation", Water Resources Research, vol. 18, nº 4, p.p. 1326-1336, 1982.
- [31] YAKOWITZ, S., "Dynamic Programming Application in Water Resources", Water Resources Research, vol. 18, nº 4, pág. 673-696, 1982.
- [32] YEVJEVICH, V., "Probability and Statistics in Hidrology" , Water Resources Publications, Colorado, 1972.