

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS E CONTROLE DE ENERGIA - DSCE

Este exemplar encontra-se à redação final da tese  
defendida por JOSÉ RENATO CASTRO POMPEIA  
FRAGA  
aprovada pela Comissão  
Julgadora em 01 09 93.  
Orientador 

ANÁLISE DE TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS EM LINHAS  
DE TRANSMISSÃO UTILIZANDO A TRANSFORMADA Z

AUTOR : José Renato Castro Pompéia [Fraga 890,  
ORIENTADOR : Prof. Dr. José [Pissolato Filho t

Dissertação apresentada à Faculdade de  
Engenharia Elétrica da Universidade Esta-  
dual de Campinas como parte dos requisi-  
tos exigidos para obtenção do título de  
"Mestre em Engenharia Elétrica".

SETEMBRO - 1993

Ao meu Pai e minha Mãe, que  
propiciaram tudo.

A Maria Cristina, Thiago e Thais,  
que representam tudo.

## AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. José Pissolato Filho, pela orientação, confiança e incentivo.

Ao amigo, Prof. Pedro da Costa Junior, pela inestimável ajuda em todos os estágios do trabalho e pelas rotinas desenvolvidas em Pascal, que gentilmente me cedeu.

Aos Professores do Departamento de Engenharia Elétrica da UNESP - Campus de Bauru pelas contribuições, idéias e discussões.

Aos funcionários do Departamento, que de alguma forma contribuíram com o desenvolvimento deste trabalho.

## RESUMO

Este trabalho apresenta o desenvolvimento de um programa computacional para análise de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão.

Desenvolve-se a formulação das equações da linha de transmissão no domínio da frequência e posteriormente, é feita uma transformação para o domínio Z, que facilita o tratamento dos parâmetros da linha, os quais são dependentes da frequência.

Além disso, a forma das equações no domínio Z, possibilita uma transformação direta no domínio do tempo.

Depois do equacionamento é desenvolvido o programa computacional baseado na solução de sistemas de equações de tensão nodal, assim como o equacionamento dos parâmetros concentrados da linha.

Finalmente são apresentados os resultados provenientes da aplicação deste método. Estes resultados são confrontados com os resultados obtidos com a utilização de outros métodos existentes e já validados.

A partir desta análise comparativa, pode-se avaliar o desempenho superior do programa computacional, com relação a tempo de simulação e precisão dos resultados.

## ABSTRACT

This work presents the development of a computer program for electromagnetic transient analysis at transmission lines.

The equations for the transmission line are developed in the frequency domain, and afterwards, a transformation to Z Domain is done, which eases the treatment of the line parameters which are frequency dependent.

Besides, the Z Domains equations format make possible a direct transformation to time domain.

After this formulation, a computer program based on nodal voltage equation systems solution is developed, as well as the formulation of the line lumped parameters.

Finally, the results originated from the method's application are presented.

From this comparative analysis, it was possible to evaluate the improved computer program performance, with relation to simulation time and results precision.

## ÍNDICE

### CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1	INTRODUÇÃO.....	01
1.2	OBJETIVOS DO TRABALHO.....	01
1.3	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	02

### CAPÍTULO 2 - NOÇÕES FUNDAMENTAIS SOBRE TRANSITÓRIOS ELÉTRICOS

2.1	SOBRETENSÕES.....	05
2.2	SOBRECORRENTES.....	06
2.3	FORMAS DE ONDA ANORMAIS.....	06
2.4	TRANSITÓRIOS ELETROMECÂNICOS.....	07
2.5	PARÂMETROS DO CIRCUITO.....	07
2.6	REPRESENTAÇÃO DE LINHAS.....	09
2.6.1	LINHA DE TRANSMISSÃO CURTA.....	09
2.6.2	LINHA DE TRANSMISSÃO MÉDIA.....	10
2.6.3	LINHA DE TRANSMISSÃO LONGA.....	12
2.6.4	INTERPRETAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE LINHAS DE TRANSMISSÃO LONGAS.....	16
2.7	FORMA DE ONDA DO IMPULSO.....	18
2.8	PÁRA-RAIOS.....	19

### CAPÍTULO 3 - REVISÃO DOS MÉTODOS DE ANÁLISE

3.1	INTRODUÇÃO.....	25
3.2	MÉTODO ANALÓGICO (TNA).....	25
3.3	MÉTODO DAS ONDAS VIAJANTES.....	26
3.4	MÉTODO DA ANÁLISE DE FOURIER.....	26
3.5	MÉTODO DO CASAMENTO DE RAÍZES.....	27

### CAPÍTULO 4 - MODELAGEM DA LINHA DE TRANSMISSÃO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

4.1	RELAÇÕES DA LINHA DE TRANSMISSÃO NO DO- MÍNIO DA FREQUÊNCIA.....	29
-----	---------------------------------------------------------------------	----

4.2	FUNÇÕES IMPEDÂNCIA DE SURTO E RESPOSTA AO IMPULSO DIRETO.....	38
4.3	EQUAÇÕES CARACTERÍSTICAS.....	42
4.4	CARACTERÍSTICAS DE FASE E TEMPO DE VIA- GEM DE ONDA.....	43

## CAPÍTULO 5 - SÍNTESE DA FUNÇÃO RESPOSTA

5.1	EQUAÇÕES NO PLANO Z.....	48
5.2	ORDEM DAS FUNÇÕES.....	51

## CAPÍTULO 6 - TRANSFORMAÇÃO PARA O DOMÍNIO DO TEMPO

6.1	TRANSFORMAÇÃO DAS EQUAÇÕES CARACTERÍS- TICAS.....	56
6.2	TRANSFORMAÇÃO DA VARIÁVEIS EM EQUAÇÕES CARACTERÍSTICAS.....	60
6.3	EQUAÇÕES NO DOMÍNIO DO TEMPO.....	62

## CAPÍTULO 7 - IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

7.1	LINHA DE TRANSMISSÃO.....	64
7.2	INDUTÂNCIA CONCENTRADA.....	65
7.3	CAPACITÂNCIA CONCENTRADA.....	68
7.4	RESISTÊNCIA CONCENTRADA.....	70
7.5	EQUAÇÕES DE MALHA.....	71
7.6	ALGORÍTMO DO PROGRAMA.....	72
7.7	SIMULAÇÃO DIGITAL.....	73

## CAPÍTULO 8 - CONCLUSÕES

8.1	CONCLUSÕES.....	87
8.2	SUGESTÕES PARA NOVOS TRABALHOS.....	88

APÊNDICE.....	89
---------------	----

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	100
---------------------------------	-----

## CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

### 1.1 INTRODUÇÃO

Um transitório elétrico é uma manifestação externa de uma mudança repentina nas condições do circuito, do mesmo modo que uma chave é aberta ou ocorre uma falta no sistema. O período do transitório é normalmente muito curto. A fração de tempo de operação que a maioria dos circuitos gasta na condição de transitório é insignificante se comparada com o tempo gasto em regime permanente. Ainda assim, os períodos transitórios são extremamente importantes, para estes tempos os componentes do circuito são submetidos a valores excessivos de corrente e tensão. Em casos extremos os resultados são danosos.

Nos sistemas elétricos os transitórios podem ocorrer devido a uma variedade de razões, podendo gerar sobretensões, sobrecorrentes, formas de onda anormais e transitórios eletromecânicos. Em geral, um evento qualquer poderá dar origem a todos os efeitos acima mencionados. Entretanto, na maioria dos estudos, algum destes efeitos é mais importante.

### 1.2 OBJETIVO DO TRABALHO

O objetivo do trabalho é o desenvolvimento de um programa computacional que utiliza a transformada Z. Primeiramente procura-se desenvolver toda o equacionamento

proporcionado pela modelagem da linha de transmissão, e aplica-se o método proposto por Humpage [1,2,3,4]. A seguir são apresentados e comparados com simuladores digitais que se baseiam nos métodos de características [5] e do casamento de raízes [6].

A partir destes subsídios serão apresentadas as conclusões sobre o trabalho e as propostas de continuidade.

### 1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

CAPÍTULO-1: Este capítulo trata de uma introdução ao trabalho, dos objetivos e da organização do trabalho.

CAPÍTULO-2: Este capítulo trata de uma introdução ao estudo de transitórios eletromagnéticos em linha de transmissão, desde alguns conceitos básicos até o equacionamento das características da linha de transmissão.

CAPÍTULO-3: Neste capítulo desenvolve-se uma revisão dos métodos de análise de transitórios eletromagnéticos. Desde os modelos analógicos, os gráficos até os simuladores digitais.

CAPÍTULO-4: É feita modelagem da linha de transmissão no domínio da frequência. Primeiro são analisadas as variáveis por fase e posteriormente é feita a transformação modal, obtendo as componentes de sequência zero, positiva e negativa. Como o

objetivo do trabalho é o estudo de uma linha monofásica, utiliza-se apenas a componente de sequência zero, equivalente a uma linha monofásica com retorno por terra. Além disso, neste capítulo são apresentados os gráficos dos parâmetros R, L e C variando com a frequência, como os gráficos das funções impedância característica e resposta ao impulso direto, que são as duas funções fundamentais neste método.

CAPÍTULO-5: As equações da linha no domínio da frequência são transformados diretamente ao plano Z, juntamente com as funções impedância característica e resposta ao impulso direto. A seguir estas duas funções são " aproximadas " em funções na forma de multi-produtos de frações parciais. Prática usada na análise de filtros digitais. Esta aproximação é feita através de uma rotina de otimização do software PCMATLAB [7]. Estas funções sintetizadas são comparadas as funções originais no domínio Z, comprovando o alto grau de aproximação obtido.

CAPÍTULO-6: Neste capítulo é desenvolvido o retorno para o domínio do tempo, observando o equacionamento na forma de equações características e verificando a facilidade da transformação para o tempo, graças ao formato das funções sintetizadas.

CAPÍTULO-7: Neste capítulo desenvolve-se as equações de simulação para a linha de transmissão e elementos de circuitos elétricos concentrados, a seguir é feito o equacionamento de

tensão nodal e é resolvido o sistema de equações. Tudo isto desenvolvido num programa digital, com o respectivo algoritmo apresentado. No final são apresentados os resultados da simulação digital, comparando-os com o resultados de outros simuladores.

CAPÍTULO-8: As conclusões, as sugestões para novos trabalhos fazem parte dos assuntos discutidos neste capítulo.

## CAPÍTULO 2 - NOÇÕES FUNDAMENTAIS SOBRE TRANSITÓRIOS ELÉTRICOS

### 2.1 SOBRETENSÕES

As características elétricas dos equipamentos são determinadas pelas sobretensões as quais estarão submetidas. Estas sobretensões podem ser causadas por condições quasi-estacionárias ou por fenômenos de alta frequência e curta duração originados por descargas atmosféricas ou surtos de manobra no sistema de potência. Exemplos do primeiro tipo são normalmente chamadas de sobretensões dinâmicas (temporárias), são excursões de tensão durante uma rejeição de carga, perda de compensação reativa em linhas longas, e geralmente são resultantes de condições operativas anormais do sistema.

O estudo dos surtos de tensão que podem ocorrer num sistema elétrico é um dos mais importantes objetivos da análise transitória. Estes fenômenos são causados por distúrbios de grande magnitude acarretando na geração e propagação de surtos no sistema. Os surtos são ondas eletromagnéticas de crescimento abrupto, de curta duração, originadas por descargas atmosféricas ou por manobras. O surto de tensão gerado por uma descarga atmosférica pode ter frentes de onda de frações de microssegundo e durar poucas centenas de microssegundos. Surtos de manobra, por outro lado, podem ter frentes de onda da ordem de dezenas de microssegundos e durar alguns ciclos de frequência fundamental. A importância relativa dos surtos atmosféricos e de manobra na de-

terminação dos níveis de isolamento do sistema depende da tensão nominal do sistema. Em sistemas EAT (extra alta tensão) e UAT (ultra alta tensão), os surtos de manobra são os fatores determinantes, enquanto que para sistemas com tensões mais baixas as sobretensões atmosféricas são os mais importantes.

## 2.2 SOBRECORRENTES

Resultam de faltas no sistema e seu estudo ajuda na determinação dos esforços de interrupção em disjuntores, dos esforços mecânicos e térmicos dentro de máquinas, transformadores e barramentos. Uma simulação de falta desbalanceada é normalmente necessária para o cálculo das correntes de sequência negativa nas máquinas. Uma vez que um sistema de potência é composto basicamente por reatâncias indutivas, as correntes de curto-circuito têm poucas componentes de alta frequência e, portanto os modelos utilizados na realização destes estudos são escolhidos de modo a representar esta condição. Uma falta também pode acarretar no aparecimento de tensões induzidas nas fases, e geralmente, os surtos de manobra derivados de uma falta são causas de sobretensões elevadas.

## 2.3 FORMAS DE ONDA ANORMAIS

O espectro de tensões e correntes de um sistema de potência durante certas condições operativas anormais em regime permanente é de considerável importância em muitos estu-

dos. Por exemplo, o surgimento de harmônicos, em um sistema, gerado por conversores CC ou circuitos de elementos não lineares, deve ser investigada a fim de se determinar as perdas nos enrolamentos das máquinas e transformadores. Problemas de interferência telefônica também requerem um estudo da geração e distribuição das harmônicas nas linhas de Transmissão.

#### 2.4 TRANSITÓRIOS ELETROMECÂNICOS

Os de estudos transitórios eletromecânicos tem sido feitos com programas de estabilidade transitória que usam uma representação de sequência positiva e modelos à frequência fundamental para todo o sistema. Entretanto, certos fenômenos requerem uma representação trifásica detalhada da máquina e do sistema. Por exemplo, no fenômeno da ressonância subsíncrona, os estudos dos esforços no eixo do gerador, em seguida ao religamento rápido sob falta, requer modelos de simulação mais apurados.

#### 2.5 PARÂMETROS DO CIRCUITO

O exame de qualquer circuito elétrico mostra que ele é constituído por parâmetros R, L e C. Os componentes que formam um sistema de potência possuem uma destas características em menor ou maior quantidade. Sob condições de regime permanente um deles frequentemente predomina, por exemplo, num reator o elemen-

to predominante é o indutor. Em regime transitório, entretanto, as condições podem ser muito diferentes. Nesta condição a capacitância distribuída no enrolamento do reator podem ser momentaneamente sua característica mais importante.

Resistência, indutância e capacitância são quantidades distribuídas, isto é, cada pequena parte do circuito têm sua participação. Mas em determinadas condições podemos trata-los como parâmetros concentrados.

A indutância e a capacitância armazenam energia: L no campo magnético e C no campo elétrico do circuito. Estas energias armazenadas são funções da tensão e corrente instantâneas, e são dadas respectivamente por

$$\frac{1}{2} Li^2 \quad \text{e} \quad \frac{1}{2} Cv^2$$

Ao contrário, a resistência é um dissipador de energia, a taxa de dissipação sendo dada por  $Ri^2$  a qualquer instante.

Em condição de regime permanente, a energia armazenada nas várias indutâncias e capacitâncias de um circuito CC são constantes, ao passo que em circuito de corrente alternada, a energia está sendo transferida ciclicamente entre os indutores e capacitores do circuito a medida que a corrente varia com a frequência de rede.

Quando ocorre qualquer mudança repentina num circuito, geralmente há uma redistribuição da energia para que seja encontrada uma nova condição de equilíbrio. Entretanto, a redistribuição da energia não pode se dar instantaneamente porque a

corrente não varia bruscamente numa indutância e a tensão não varia bruscamente nos terminais de uma capacitância. A redistribuição de energia, seguido de uma mudança no circuito, leva um tempo finito. Durante este tempo, esta redistribuição é comandada pelo princípio da conservação de energia.

## 2.6. REPRESENTAÇÃO DE LINHAS

### 2.6.1. LINHA DE TRANSMISSÃO CURTA

O circuito equivalente de uma linha de transmissão curta é mostrado na figura 2.1 ,onde  $I_s$  e  $I_r$  são respectivamente as correntes de transmissão e recepção e  $V_r$  e  $V_s$  as tensões em relação ao neutro.

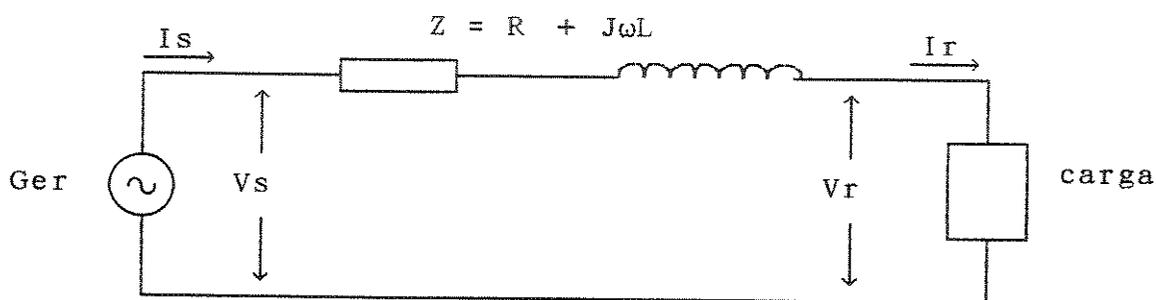


Figura 2.1 - Circuito equivalente de uma linha de Transmissão curta, onde R e L representam respectivamente a corrente e a tensão ao longo da linha.

Resolvendo, temos

$$I_s = I_r \quad (2.1)$$

E a tensão na barra transmissora é dada por

$$V_s = V_r + I_r \cdot Z \quad (2.2)$$

Onde

Z é a impedância total da linha

#### 2.6.2. LINHA DE TRANSMISSÃO MÉDIA

A admitância shunt, normalmente uma capacitância pura, é incluída nos cálculos para uma linha de transmissão curta. Se a admitância shunt total for dividida em duas partes iguais colocadas próximas aos terminais de transmissão e recepção da linha, então trabalhamos com um circuito pi.

Note que a tensão de transmissão do circuito pi da figura 2.2 pode ser dado por:

$$V_s = (V_r \cdot Y/2 + I_r) \cdot Z + V_r \quad (2.3)$$

$$V_s = \left[ \frac{Z \cdot Y}{2} + 1 \right] V_r + Z \cdot I_r \quad (2.4)$$

E a corrente é dada pela soma das correntes em derivação nas admitância shunt mais a corrente de recepção

$$I_s = V_s \cdot \frac{Y}{2} + V_r \cdot \frac{Y}{2} + I_r \quad (2.5)$$

Substituindo  $V_s$ , dado pela eq. 2.4, na eq. 2.5,

temos

$$I_s = V_r \cdot Y \cdot \left[ 1 + \frac{Z \cdot Y}{4} \right] + \left[ \frac{Z \cdot Y}{2} + 1 \right] \cdot I_r \quad (2.6)$$

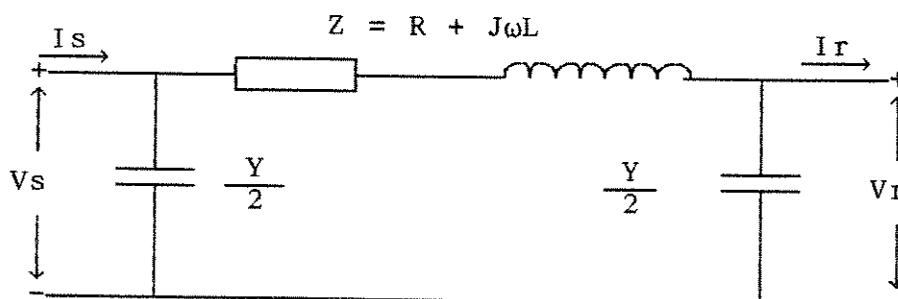


Figura 2.2 - Circuito equivalente pi de uma linha de transmissão média.

As equações 2.4 e 2.5 podem ser expressos na seguinte forma geral

$$V_s = A \cdot V_r + B \cdot I_r \quad (2.7)$$

$$I_s = C \cdot V_r + D \cdot I_r \quad (2.8)$$

Onde

$$A = D = \frac{Z \cdot Y}{2} + 1 \quad [\text{adimensional}]$$

$$B = Z \quad [\text{ohms}] \quad C = Y \cdot \left[ 1 + \frac{Z \cdot Y}{4} \right] \quad [S]$$

### 2.6.3. LINHA DE TRANSMISSÃO LONGA

Para representarmos um circuito de uma linha de transmissão longa não podemos, como foi feito para os dois casos anteriores, utilizar parâmetros concentrados. Para isto temos o circuito equivalente mostrado na figura 2.3, onde as impedâncias e admitâncias estão distribuídas uniformemente.

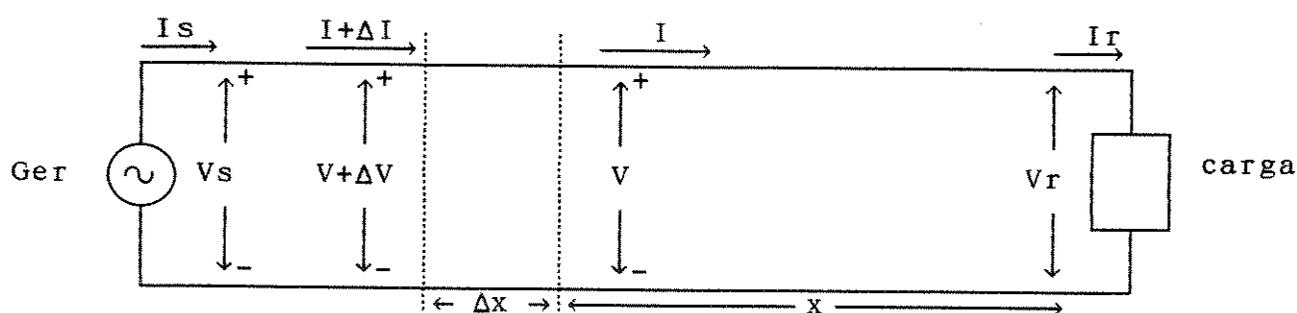


Figura 2.3 Circuito representando uma linha de transmissão longa.

Para o desenvolvimento das equações de tensão e corrente para uma linha de transmissão longa adotaremos a seguinte nomenclatura.

$x$  → distância da barra receptora até o pequeno elemento considerado na linha.

$\Delta x$  → comprimento do elemento.

$z\Delta x$  → impedância série do elemento da linha.

$y\Delta x$  → admitância em derivação do elemento da linha.

$V$  → tensão ao neutro na extremidade do elemento do lado da carga.

$V + \Delta V$  → tensão na extremidade do lado do gerador

Analisando o circuito verifica-se que a elevação de tensão é o produto da corrente que circula em direção oposta ao crescimento de  $x$  pela impedância do elemento, ou melhor

$$\Delta V = I \cdot z \Delta x \quad (2.9)$$

ou

$$\frac{\Delta V}{\Delta x} = I \cdot z \quad (2.10)$$

e, quando  $\Delta x$  tende a zero, temos

$$\frac{dV}{dx} = I \cdot z \quad (2.11)$$

Analogamente, a corrente que flui para fora do elemento no lado da carga é  $I$ . A amplitude e a fase da corrente  $I$  variam com a distância ao longo da linha. a corrente que flui para dentro do elemento, do lado do gerador, é  $I + \Delta I$ . A corrente que entra no elemento pelo lado do gerador é diferente do que a que sai pelo lado da carga de uma quantidade  $\Delta I$ . Esta diferença de corrente é a corrente  $V_y \Delta x$  que flui pela admitância em derivação pelo elemento. Portanto

$$\Delta I = V_y \Delta x \quad (2.12)$$

Consequentemente

$$\frac{dI}{dx} = V_y \quad (2.13)$$

Derivando as equações 2.11 e 2.13 em relação a x

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = z \frac{dI}{dx} \quad (2.14)$$

$$\frac{d^2 I}{dx^2} = y \frac{dV}{dx} \quad (2.15)$$

Ou, substituindo-se os valores das diferenciais dados nas expressões 2.12 e 2.13 nas expressões 2.14 e 2.15, teremos

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = y.z.V \quad (2.16)$$

$$\frac{d^2 I}{dx^2} = y.z.I \quad (2.17)$$

Agora, supondo-se que a solução da equação 2.16 seja

$$V = A_1 . e^{(\sqrt{yz} \ x)} + A_2 . e^{(-\sqrt{yz} \ x)} \quad (2.18)$$

Tomando a segunda derivada em relação a x

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = yz \left[ A_1 . e^{(\sqrt{yz} \ x)} + A_2 . e^{(-\sqrt{yz} \ x)} \right] \quad (2.19)$$

verifica-se que é yz vezes a solução admitida para

V. Portanto a equação 2.18 é realmente uma solução da equação 2.16.

Substituindo-se na equação 2.11 o valor de V dado pela equação 2.18, tem-se:

$$I = \frac{1}{\sqrt{z/y}} \left[ A_1 \cdot e^{(\sqrt{yz} \cdot x)} + A_2 \cdot e^{(-\sqrt{yz} \cdot x)} \right] \quad (2.20)$$

$A_1$  e  $A_2$  podem ser calculados usando as condições de contorno na barra receptora da linha, ou seja,  $x = 0$ ,  $V = V_r$  e  $I = I_r$

$$V_r = A_1 + A_2 \quad \text{e} \quad I_r = \frac{1}{\sqrt{z/y}} (A_1 - A_2)$$

Substituindo  $Z_c = \sqrt{z/y}$  e resolvendo para

$$A_1 = \frac{V_r + I_r Z_c}{2} \quad \text{e} \quad A_2 = \frac{V_r - I_r Z_c}{2}$$

Finalmente substituindo os valores obtidos de  $A_1$  e  $A_2$  nas equações 2.18 e 2.20 e fazendo  $\gamma = \sqrt{yz}$ , obtem-se

$$V = \frac{V_r + I_r Z_c}{2} e^{\gamma x} + \frac{V_r - I_r Z_c}{2} e^{-\gamma x} \quad (2.21)$$

$$I = \frac{\frac{V_r}{Z_c} + I_r}{2} e^{\gamma x} - \frac{\frac{V_r}{Z_c} - I_r}{2} e^{-\gamma x} \quad (2.22)$$

onde

$$Z_c = \sqrt{z/y} \rightarrow \text{impedância característica da linha}$$

$$\gamma = \sqrt{yz} \rightarrow \text{constante de propagação}$$

#### 2.6.4. INTERPRETAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE LINHAS DE TRANSMISSÃO LONGAS.

As grandezas  $\gamma$  e  $Z_c$ , são complexas. A parte real da grandeza  $\gamma$  é denominada constante de atenuação  $\alpha$  [nepers por unidade de comprimento] e a parte imaginária é chamada constante de fase  $\beta$  [radianos por unidade de comprimento]. Portanto

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (2.23)$$

Substituindo nas equações 2.21 e 2.23

$$V = \frac{V_r + I_r Z_c}{2} e^{\alpha x} e^{j\beta x} + \frac{V_r - I_r Z_c}{2} e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} \quad (2.24)$$

$$I = \frac{\frac{V_r}{Z_c} + I_r}{2} e^{\alpha x} e^{j\beta x} - \frac{\frac{V_r}{Z_c} - I_r}{2} e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} \quad (2.25)$$

O primeiro termo da equação 2.24, cresce em amplitude e avança em fase, à medida que cresce a distância a partir da barra receptora. Esta é a característica de uma onda viajante e é semelhante ao comportamento de uma onda na água, cuja amplitude varia com o tempo, em qualquer ponto, enquanto sua fase é retardada e seu valor máximo diminui com a distância à origem. O primeiro termo da equação é chamado de **tensão incidente**.

O segundo termo, diminui em amplitude e se atrasa em fase da barra receptora para a barra transmissora. Ele é chamado de **tensão refletida**. Em qualquer ponto ao longo da linha, a tensão é a soma das componentes incidente e refletida no ponto. Esta afirmação é válida também para a equação de corrente, devido a suas semelhanças.

Se uma linha for conectada à sua impedância característica  $Z_c$ , a tensão na barra receptora  $V_r$  será igual a  $I_r Z_c$  e não haverá ondas refletidas de corrente nem de tensão.

Uma linha que alimenta a sua impedância característica é chamada linha plana ou linha infinita.

Em sistemas de potência, a impedância característica é frequentemente chamada de impedância de surto, porém isto só é válido para linhas sem perdas. Se uma linha é sem perdas, ela possui resistência e condutância nula, e a impedância ca-

racterística se reduz a  $\sqrt{L/C}$ , que é equivalente a uma resitência pura.

## 2.7 FORMA DE ONDA DO IMPULSO

Como já foi dito, as sobretensões nos sistemas de energia podem ser classificados segundo a sua origem, isto é, em sobretensões atmosféricas e sobretensões de manobra. As formas de onda típicas e padronizadas nestes dois casos estão caracterizadas nas fig. 2.4 e 2.5

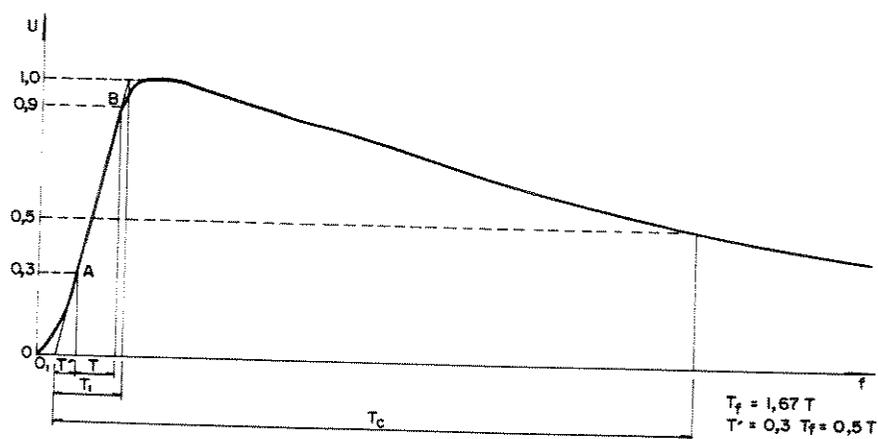


Figura 2.4 - Impulso Atmosférico Pleno (padrão IEC 60)

$T_f$ : Tempo virtual de frente ( Valor típico =  $1,2 \mu s$ )

$O'$ : Origem virtual

$T_c$ : Tempo virtual até meio valor( Valor típico =  $50 \mu s$ )

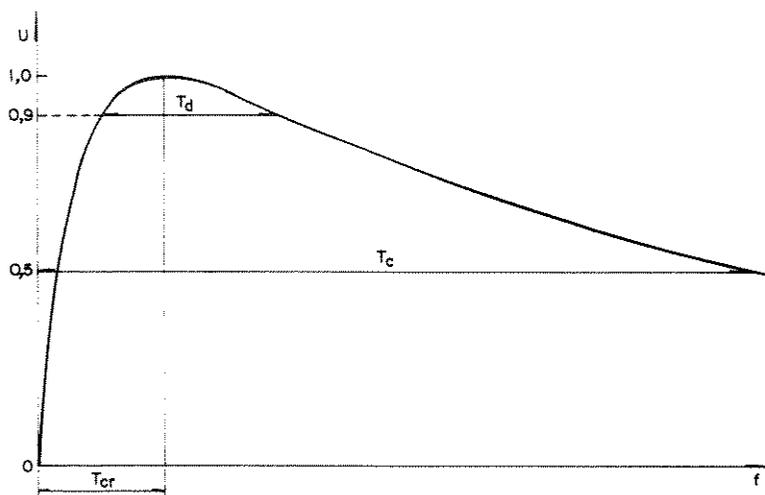


Figura 2.5 - Impulso de manobra Pleno

$T_{cr}$  : Tempo até a crista

$T_c$  : Tempo até o meio valor (Valor típico = 2500 $\mu$ s)

$T_d$  : Tempo acima de 90%

## 2.8 PÁRA-RAIOS

A função do sistema de proteção [9] é assegurar que as sobretensões que atingem a subestação, provenientes das linhas de transmissão ou originadas na própria subestação, sejam reduzidas a níveis compatíveis com a tensão nominal do sistema.

Um pára-raio ideal seria aquele que limitasse todas as sobretensões num determinado nível de proteção, deixando de conduzir logo após a volta da tensão a níveis normais de operação. A figura 2.5 mostra a característica  $V \times I$  ideal para um pára-raios.

Atualmente existem duas tecnologias distintas na solução deste problema. A primeira, de pára-raios convencionais, uti-

liza "gaps" (Ativo ou não) em série com resistores não-lineares, e a segunda, de pára-raios de óxido de zinco, que geralmente não utiliza "gaps".

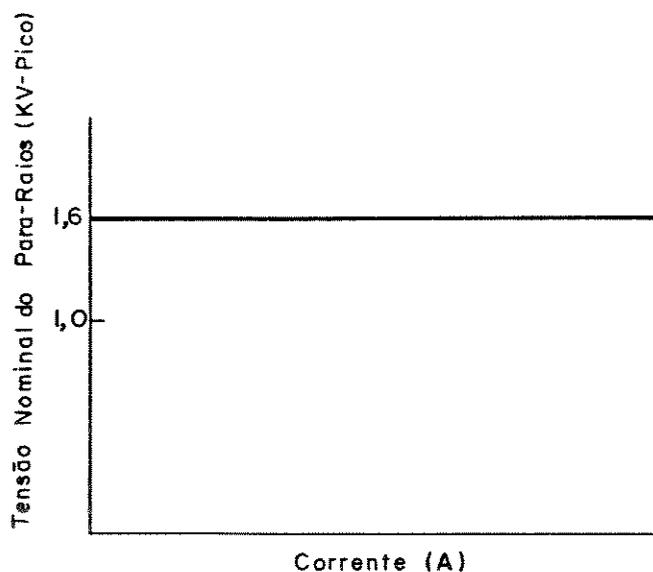


Figura 2.5 - Característica V x I de um Pára-Raios ideal

O pára-raios convencional funciona em dois estágios sucessivos. Quando da ocorrência de uma sobretensão o "gap" dispara, provendo um "gap" de baixa impedância para a terra. Como os resistores não lineares apresentam valores elevados para limitar a corrente subsequente de frequência industrial, uma elevada tensão  $R \times I$  aparecerá nos terminais do pára-raios. Assim este tipo de pára-raios só é utilizado em sistemas de distribuição ou até média tensão onde o nível de isolamento dos equipamentos é alto, uma vez que são definidos pelas solicitações de origem atmosféricas. A figura 2.6 apresenta a atuação destes pára-raios.

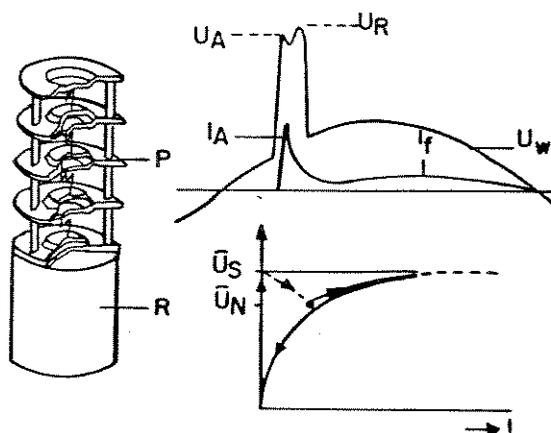


Figura 2.6 - Atuação de um Pára-Raios convencional

A necessidade de ter-se níveis de proteção mais baixos e uma maior capacidade de absorção de energia, particularmente para sistemas de alta tensão, levou ao desenvolvimento do pára-raios de "gap" ativo. Este tipo de pára-raios é baseado no princípio do alongamento do arco causado pela ação do campo magnético que é criado pela própria corrente de frequência industrial, ao invés de ter-se um arco de comprimento constante. A figura 2.7 apresenta um esquema com a atuação deste tipo de pára-raios.

Os pára-raios de "gap" ativo apresentam as seguintes vantagens.

- A corrente de frequência industrial é limitada tanto pelo arco como pelo elemento resistivo, de forma que resistores podem ser usados.

- O uso de um resistor menor acarreta uma tensão residual  $R \times I$  menor e conseqüentemente os níveis de isolamento podem ser reduzidos.

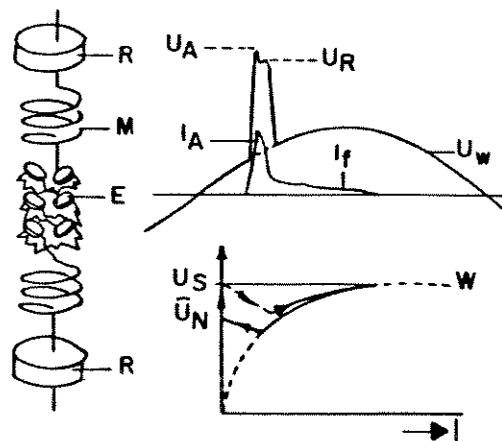


Figura 2.7 - Atuação de um Pára-Raios de "gap" Ativo

- A tensão desenvolvida no "gap" faz com que a corrente seja interrompida antes da passagem da tensão por zero. Assim estes pára-raios são menos sensíveis às sobretensões tendo uma maior capacidade de operação quando submetidos a sobretensões dinâmicas.

- Apresentam uma maior capacidade de energia já que esta é dissipada tanto no arco como no resistor.

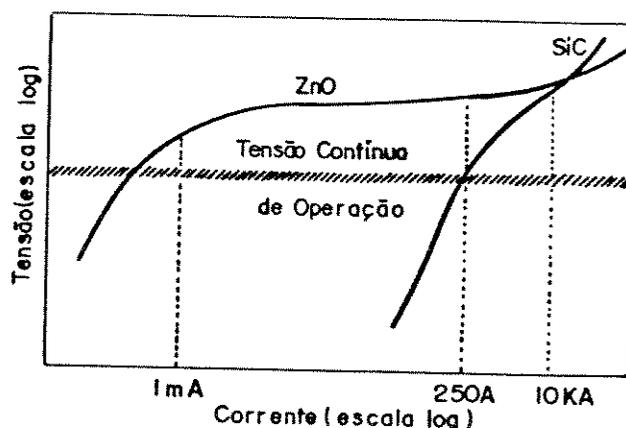


Figura 2.8 - Característica V x I dos Resistores não-lineares de ZnO e SiC .

Recentemente foram desenvolvidos óxidos metálicos, principalmente óxido de zinco, que podem ser usados na fabricação de resistores com uma característica não linear muito mais acentuada. Com este tipo de resistor podem ser projetados pára-raios com a característica TENSÃO x CORRENTE próxima da ideal, figura 2.5, dispensando assim o "uso" de "gaps", o que é apropriado para a proteção de sistemas de alta tensão. A figura 2.8 apresenta uma comparação entre as características V x I dos resistores não-lineares de ZnO e SiC. Pode-se ver facilmente o porquê da necessidade de ter-se "gaps" em pára-raios com resistores de SiC, uma vez que para a tensão nominal de operação, a corrente drenada

seria da ordem de 250A. Já para os pára-raios de ZnO esta corrente é de apenas alguns miliampéres.

Os pára-raios de ZnO apresentam importantes vantagens sobre o pára-raios convencional de SiC. Entre elas podemos citar:

- Nível de proteção precisamente definido, o que implica na redução da margem de segurança para o isolamento.



Figura 2.9 - Exemplo da atuação de pára-raios de ZnO (a) e convencional SiC (b).

- Curva de atuação suave sem transitórios devido a atuação de "gaps", no caso de convencional, logo proporcionando proteção a uma maior região, ou seja, uma melhor proteção para todos os equipamentos da subestação(figura 2.9).

- Não tem corrente subsequente de frequência fundamental(figura 2.9).

- Os pára-raios de ZnO são muito pouco afetados por poluição.

## CAPÍTULO 3 - REVISÃO DOS MÉTODOS DE ANÁLISE

### 3.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo estão reunidos os diversos métodos de análise de fenômenos transitórios em sistemas elétricos. Estes sistemas, em condições transitórias, podem ficar sujeitas à tensões e correntes contendo uma ampla faixa de espectro de frequência acima dos 100 kHz. Nesta faixa os parâmetros do sistema e do retorno por terra têm valores que variam com a frequência, inclusive o efeito de não linearidades, tais como para-raios, saturação magnética e formação de arco elétrico. Na prática, tal método não é de fácil desenvolvimento e os métodos corretamente utilizados estão comprometidos em algum aspecto.

### 3.2 MÉTODO ANALÓGICO (TNA)

O comportamento de um transitório num sistema de transmissão complexo pode ser estudado por meio de modelos analógicos ou programas digitais. Um tipo de modelo analógico é o Analisador de Transitórios de Redes (TNA). No TNA, os elementos de um sistema em estudo, tais como linhas de transmissão, transformadores, chaves e pára-raios são representados em modelos em escala reduzida. Os modelos refletem a resposta elétrica dos protótipos reais. As linhas de transmissão, são geralmente representadas por circuitos com parâmetros concentrados L, R e C.

O TNA pode ser de particular vantagem onde o exato me-

canismo do fenômeno transitório é desconhecido e onde o trabalho seja de natureza exploratória. Uma combinação das características do TNA com as facilidades de uma análise digital pode se constituir numa poderosa ferramenta de pesquisa.

### 3.3 MÉTODO DAS ONDAS VIAJANTES

Este método é baseado na solução das equações da linha de transmissão, as quais podem ser expressas como uma combinação das ondas viajantes nos dois sentidos de uma linha [5,10,11] . Os métodos utilizados podem ser divididos em dois grupos:

Método do Diagrama de Lattice , que utiliza o conceito de coeficientes de reflexão e refração, formando uma tabela de valores destes coeficientes de ondas para todos os nós.

#### Método das Características [12]

Utiliza as equações de D'Alambert para a solução das equações diferenciais parciais. Emprega o conceito de que uma onda permanece constante para um observador que se move na mesma direção, sentido e velocidade desta onda.

### 3.4 MÉTODO DA ANÁLISE DE FOURIER

Consiste, fundamentalmente, no cálculo da resposta do sistema no domínio da frequência e sua posterior transformação para o domínio do tempo. É de uso típico no tratamento da depen-

dência dos parâmetros do sistema com a frequência. No entanto, este método exige um grande trabalho computacional e uma considerável quantidade de dados[13,14,15]. Além do que o retorno para o tempo não é de equacionamento simples, necessitando até de convoluções no tempo.

### 3.5 MÉTODO DO CASAMENTO DE RAÍZES

O objetivo do casamento de raízes numa simulação é formar um conjunto de equações-diferenças de um sistema discreto, cujas dinâmicas sejam similares às dinâmicas do sistema contínuo a ser simulado. Uma vez que a dinâmica do sistema contínuo é completamente caracterizado por suas raízes e valor final, parece apropriado fazer as raízes e valor final das equações-diferenças de simulação casarem com aquelas do sistema simulado.

O objetivo do casamento da dinâmica do sistema contínuo com a dinâmica do sistema discreto equivalente é sintetizar uma equação-diferença que:

- Tenha o mesmo numero de pólos e zeros que a equação diferencial que descreve o processo contínuo.
- Tenha pólos e zeros casados com os pólos e zeros da equação diferencial.
- Seja ajustável em fase para melhor casar a resposta do sistema discreto com a resposta do sistema contínuo.

A linha também pode ser representada por um número finito de trechos  $\pi$  ou  $T$  tendo parâmetros concentrados fixos. O

número de trechos deve ser escolhido tal que se obtenha um número mínimo consistente com o requerido desempenho em altas frequências.

Quando um grande número de seções são necessários para a representação, é essencial que métodos de análise nodal sejam empregados para prover um processo factível de solução de tais problemas de circuitos lineares, onde as equações são lineares com coeficientes constantes. A razão de se optar pelo método a parâmetros concentrados é que a ação de resistores dependentes da tensão (supressores de surtos de tensão), pode ser levada em consideração numa computação digital de sobretensões [6]. Uma forma geral monofásica de circuito equivalente a parâmetros concentrados é mostrado na figura 3.1 onde a corrente  $i$  flui através do supressor de surtos após  $V_0$  ter excedido um dado nível de tensão.

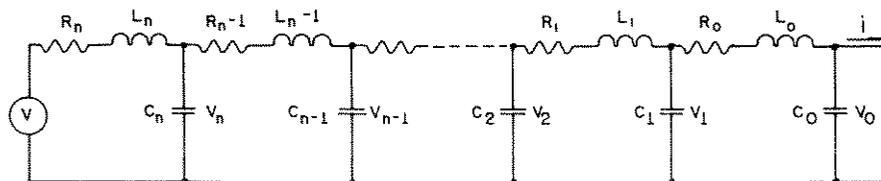


Figura 3.1 - Representação de uma linha com parâmetros concentrados

O circuito pode ser descrito por um número finito de equações diferenciais, as quais podem ser expressas na forma de equação diferencial vetorial.

CAPÍTULO 4 - MODELAGEM DA LINHA DE TRANSMISSÃO  
NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

4.1 RELAÇÕES DA LINHA DE TRANSMISSÃO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Seja uma seção elementar de uma linha de transmissão como na figura 4.1. A seção tem um comprimento  $\Delta x$  e está a uma distância  $x$  da extremidade da linha designada como emissora. Os sub-condutores das diferentes fases são reduzidos a um único condutor por fase equivalente e o condutor terra é mantida na condição de potencial zero em toda sua extensão.

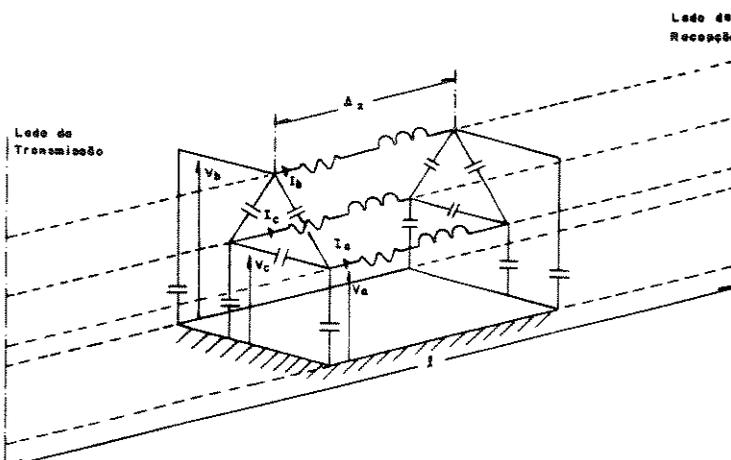


Figura 4.1 - Seção elementar de uma linha de transmissão

As variáveis de tensão e corrente nas fase a, b e c formam os seguintes vetores.

$$v^p(\omega, x) = \begin{bmatrix} v_a(\omega, x) \\ v_b(\omega, x) \\ v_c(\omega, x) \end{bmatrix} \quad i^p(\omega, x) = \begin{bmatrix} i_a(\omega, x) \\ i_b(\omega, x) \\ i_c(\omega, x) \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

O uso do superescrito p nestes vetores para o modelo da

figura 4.1, significa que eles estão em coordenadas de fase. As variáveis no vetor  $v^p(\omega, x)$  são tensões de linha. Para as tensões de fase, utiliza-se o vetor  $\Delta v^p(\omega, x)$ , e usa-se  $\Delta i^p(\omega, x)$  para o de corrente entre os condutores e entre o condutor e a terra do modelo da figura 4.1. Então:

$$\Delta v^p(\omega, x) = \begin{bmatrix} \Delta v_a(\omega, x) \\ \Delta v_b(\omega, x) \\ \Delta v_c(\omega, x) \end{bmatrix} \quad \Delta i^p(\omega, x) = \begin{bmatrix} \Delta i_a(\omega, x) \\ \Delta i_b(\omega, x) \\ \Delta i_c(\omega, x) \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Se  $z^p(\omega)$  e  $y^p(\omega)$  são matrizes das impedâncias série e admitância "shunt" por unidade de comprimento, então as variáveis de tensão e corrente são inter-relacionadas por:

$$\Delta v^p(\omega, x) = -z^p(\omega) \cdot \Delta x \cdot i^p(\omega, x) \quad (4.3)$$

$$\Delta i^p(\omega, x) = -y^p(\omega) \cdot \Delta x \cdot v^p(\omega, x) \quad (4.4)$$

Tais matrizes são obtidas da configuração da linha por meio de programas de cálculo de parâmetros. Na faixa de frequência de interesse na análise dos transitórios eletromagnéticos, os elementos da matriz  $y^p$  variam linearmente com a frequência, o que implica em coeficientes de capacitância constantes.

Para objeto de estudo, é considerada uma linha de transmissão de 400 kV, 160 km [16] cuja configuração é apresentada na figura 4.2, com seus principais dados, incluídos na Tabela 4.1. É considerado um circuito montado sobre uma torre de circuito duplo com único cabo para-raios e quatro sub condutores por fase.

Tabela 4.1 - Dados da Linha de Transmissão

Número de circuitos	1
Número de condutores por fase	4
Número de cabos guarda	1
Simetria de posição dos condutores	não
Resistividade dos condutores( $\Omega.m$ )	$3,2 \times 10^{-8}$
Resistividade do cabo guarda( $\Omega.m$ )	$2,7 \times 10^{-8}$
Diâmetro dos condutores(cm)	0,32
Diâmetro do cabo guarda(cm)	0,32
Diâmetro médio geométrico para o conjunto de 4 cabos(cm)	30,94
Diâmetro externo do cabo guarda(cm)	2,86
Nº efetivo de condutores por cabo	54
Nº efetivo de condutores do cabo pára-raios	54
Resistividade do solo( $\Omega.m$ )	20,00

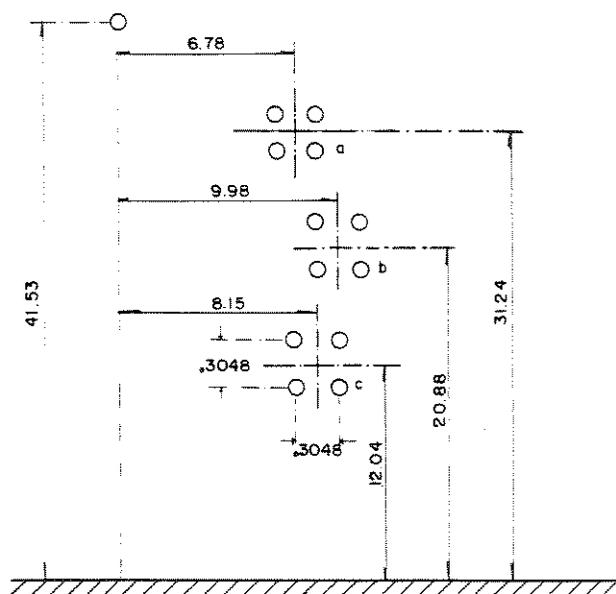


Figura 4.2 - Espaçamento entre os cabos da linha de transmissão de 400kV em metros

As curvas da figura 4.3 e 4.4 mostram os modos de sequência nula da resistência, indutância e capacitância da matriz  $z^p(\omega)$  em função da frequência. A faixa de frequência de 0 a  $10^5$  rad/s usado na figura 4.3 cobre todas as frequências relevantes para estudo de transitórios decorrentes de manobras.

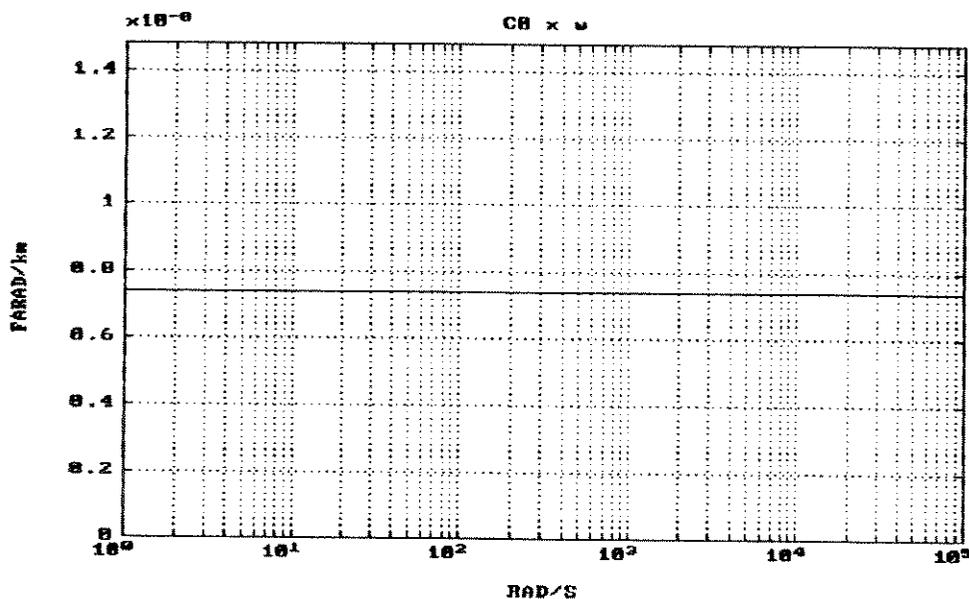


Figura 4.3 - Variação do capacitância com a frequência.

Fazendo  $\Delta x \rightarrow 0$  nas equações (4.3) e (4.4) tem-se as seguintes equações diferenciais.

$$\frac{\partial v^p(\omega, x)}{\partial x} = -z^p(\omega) \cdot i^p(\omega, x) \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial i^p(\omega, x)}{\partial x} = -y^p(\omega) \cdot v^p(\omega, x) \quad (4.6)$$

Diferenciando novamente as equações (4.5) e (4.6)

$$\frac{\partial^2 v^p(\omega, x)}{\partial x^2} = z^p(\omega) \cdot y^p(\omega) \cdot v^p(\omega, x) \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial^2 i^p(\omega, x)}{\partial x^2} = y^p(\omega) \cdot z^p(\omega) \cdot i^p(\omega, x) \quad (4.8)$$

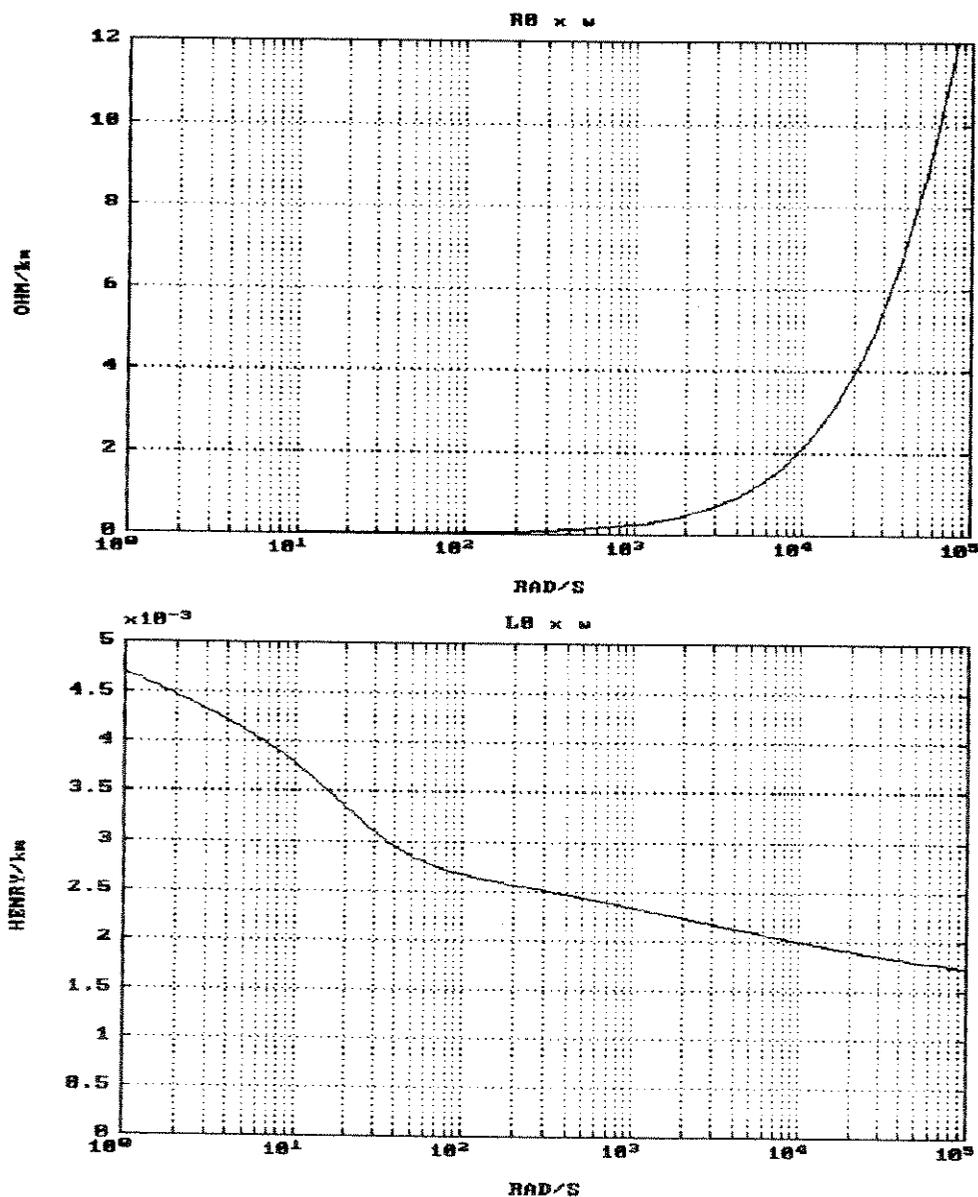


Figura 4.4 - Variação da resistência e da indutância de modo 0 com a frequência

Como  $z^p(\omega)$  e  $y^p(\omega)$  são sempre simétricas, pode-se re-escrever as Equações (4.7) e (4.8).

$$\frac{\partial^2 v^p(\omega, x)}{\partial x^2} = P(\omega) \cdot v^p(\omega, x) \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial^2 i^p(\omega, x)}{\partial x^2} = P^t(\omega) \cdot i^p(\omega, x) \quad (4.10)$$

Onde

$$P(\omega) = z^p(\omega) \cdot y^p(\omega) \quad (4.11)$$

$$P^t(\omega) = y^p(\omega) \cdot z^p(\omega) \quad (4.12)$$

Uma transformação linear de variáveis, transformação modal, é feita para  $P(\omega)$  e posteriormente  $P^t(\omega)$ . A transformação modal consiste na transformação de um sistema em coordenadas de fase num sistema equivalente com as variáveis tensão e corrente desacopladas, permitindo-se trabalhar com variáveis modais independentes. No caso trifásico, obtem-se os modos zero, um e dois. Desta maneira resolvem-se três sistemas independentes, o que simplifica muito o equacionamento.

Com isto são reduzidas para matrizes diagonais [17]. Da transformação modal um dos modos resultantes é predominantemente associado com o "caminho de terra", enquanto que os outros dois modos remanescentes são fortemente isolados das características de terra. Um inferior "0" identifica o modo terra e os índices 1 e 2 identificam os modos aéreos independentes. Usando os vetores  $v(\omega, x)$  e  $i(\omega, x)$  para as variáveis de tensão e corrente modais:

$$v(\omega, x) = \begin{bmatrix} v_0(\omega, x) \\ v_1(\omega, x) \\ v_2(\omega, x) \end{bmatrix} \quad i(\omega, x) = \begin{bmatrix} i_0(\omega, x) \\ i_1(\omega, x) \\ i_2(\omega, x) \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

As relações de transformação são:

$$v^p(\omega, x) = C_1(\omega) \cdot v(\omega, x) \quad (4.14)$$

$$i^p(\omega, x) = C_2(\omega) \cdot i(\omega, x) \quad (4.15)$$

Ou ainda

$$v(\omega, x) = C_1^{-1}(\omega) \cdot v^p(\omega, x) \quad (4.16)$$

$$i(\omega, x) = C_2^{-1}(\omega) \cdot i^p(\omega, x) \quad (4.17)$$

Usando estas relações de transformação nas equações de segunda ordem (4.7) e (4.8), tem-se:

$$\frac{\partial^2 v(\omega, x)}{\partial x^2} = \lambda^2(\omega) \cdot v(\omega, x) \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial^2 i(\omega, x)}{\partial x^2} = \lambda_t^2(\omega) \cdot i(\omega, x) \quad (4.19)$$

Onde

$$\lambda^2(\omega) = C_1^{-1}(\omega) \cdot P(\omega) \cdot C_1(\omega) \quad (4.20)$$

$$\lambda_t^2(\omega) = C_2^{-1}(\omega) \cdot P(\omega) \cdot C_2(\omega) \quad (4.21)$$

Os elementos de  $\lambda^2(\omega)$  são os autovalores de  $P(\omega)$ . Como os autovalores de  $P(\omega)$  são os mesmos de sua transposta,

$\lambda_t^2(\omega) = \lambda^2(\omega)$ . Os produtos  $z^p(\omega) \cdot y^p(\omega)$  e  $y^p(\omega) \cdot z^p(\omega)$  transformam-se na mesma matriz diagonal.  $C_1(\omega)$  e  $C_2(\omega)$  são matrizes dos auto-vetores de  $P(\omega)$  e de  $P^t(\omega)$ , respectivamente.

As equações modais básicas de segunda ordem tornam-se então:

$$\frac{\partial^2 v(\omega, x)}{\partial x^2} = \lambda^2(\omega) \cdot v(\omega, x) \quad (4.22)$$

$$\frac{\partial^2 i(\omega, x)}{\partial x^2} = \lambda^2(\omega) \cdot i(\omega, x) \quad (4.23)$$

Onde

$$\lambda^2(\omega) = \text{DIAGONAL}\{\lambda_0^2(\omega), \lambda_1^2(\omega), \lambda_2^2(\omega)\} \quad (4.24)$$

Resolvendo as equações em componentes modais (4.22) e (4.23), equações desacopladas, obtem-se

$$v(\omega, x) = e^{[-\lambda(\omega) \cdot x]} \cdot A(\omega) + e^{[\lambda(\omega) \cdot x]} \cdot B(\omega) \quad (4.25)$$

$$Z(\omega) \cdot i(\omega, x) = e^{[-\lambda(\omega) \cdot x]} \cdot A(\omega) - e^{[\lambda(\omega) \cdot x]} \cdot B(\omega) \quad (4.26)$$

Os vetores  $A(\omega)$  e  $B(\omega)$  são encontrados a partir de condições de contorno especificadas e  $Z(\omega)$  é uma matriz de impedâncias modais de surto.

Denotando as variáveis dos vetores de tensão e de corrente quando  $x=0$  (extremidade emissora) e com tensão inicial igual a zero, por  $v_s(\omega)$  e  $i_s(\omega)$  nas equações (4.25) e (4.26), tem-se

$$v_s(\omega) = A(\omega) + B(\omega) \quad (4.27)$$

$$Z(\omega) \cdot i_s(\omega) = A(\omega) - B(\omega) \quad (4.28)$$

Logo

$$A(\omega) = \frac{1}{2} \left[ v_s(\omega) + Z(\omega) \cdot i_s(\omega) \right] \quad (4.29)$$

$$B(\omega) = \frac{1}{2} \left[ v_s(\omega) - Z(\omega) \cdot i_s(\omega) \right] \quad (4.30)$$

Na outra extremidade, quando  $x = \ell$  (receptor) os vetores de tensão e corrente serão  $v_r(\omega)$  e  $i_r(\omega)$ , resultando nas seguintes equações

$$v_r(\omega) = e^{[-\lambda(\omega) \cdot \ell]} \cdot A(\omega) + e^{[\lambda(\omega) \cdot \ell]} \cdot B(\omega) \quad (4.31)$$

$$Z(\omega) \cdot i_r(\omega) = e^{[-\lambda(\omega) \cdot \ell]} \cdot A(\omega) - e^{[\lambda(\omega) \cdot \ell]} \cdot B(\omega) \quad (4.32)$$

Somando e posteriormente subtraindo as equações (4.31) e (4.32) obteremos as relações de corrente e tensão na formulação proposta por Bergeron [12].

$$v_r(\omega) + Z(\omega) \cdot i_r(\omega) = 2 \cdot e^{[-\lambda(\omega) \cdot \ell]} \cdot A(\omega) \quad (4.33)$$

$$v_r(\omega) - Z(\omega) \cdot i_r(\omega) = 2 \cdot e^{[\lambda(\omega) \cdot \ell]} \cdot B(\omega) \quad (4.34)$$

Substituindo  $A(\omega)$  e  $B(\omega)$  das equações (4.29) e (4.30)

$$v_r(\omega) + Z(\omega).i_r(\omega) = e^{[-\lambda(\omega).\ell]} . [v_s(\omega) + Z(\omega).i_s(\omega)] \quad (4.35)$$

$$v_r(\omega) - Z(\omega).i_r(\omega) = e^{[\lambda(\omega).\ell]} . [v_s(\omega) - Z(\omega).i_s(\omega)] \quad (4.36)$$

Rearranjando a equação (4.36)

$$v_s(\omega) - Z(\omega).i_s(\omega) = e^{[-\lambda(\omega).\ell]} . [v_r(\omega) - Z(\omega).i_r(\omega)] \quad (4.37)$$

E por fim, mudando o sinal de  $i_r(\omega)$  de maneira que  $i_s(\omega)$  e  $i_r(\omega)$  correspondam as correntes entrando nos terminais "s" e "r" da linha ,respectivamente, tem-se então as equações da linha no domínio da frequência.

$$v_s(\omega) - Z(\omega).i_s(\omega) = e^{[-\lambda(\omega).\ell]} . [v_r(\omega) + Z(\omega).i_r(\omega)] \quad (4.38)$$

$$v_r(\omega) - Z(\omega).i_r(\omega) = e^{[-\lambda(\omega).\ell]} . [v_s(\omega) + Z(\omega).i_s(\omega)] \quad (4.39)$$

#### 4.2 FUNÇÕES IMPEDÂNCIA DE SURTO E RESPOSTA AO IMPULSO DIRETO

Resolvendo as equações com derivada parcial de 2ª ordem nas equações (4.22) e (4.23) conduz diretamente a função impedância de surto  $Z(\omega)$ . Considerando as equações para o caso de uma linha monofásica, tem-se a seguinte expressão para a função impedância modal de surto.

$$z(\omega) = C_1^{-1}(\omega) . Z^p(\omega) . C_2(\omega) \quad (4.40)$$

Consequentemente

$$Z(\omega) = \lambda^{-1}(\omega) \cdot z(\omega) \tag{4.41}$$

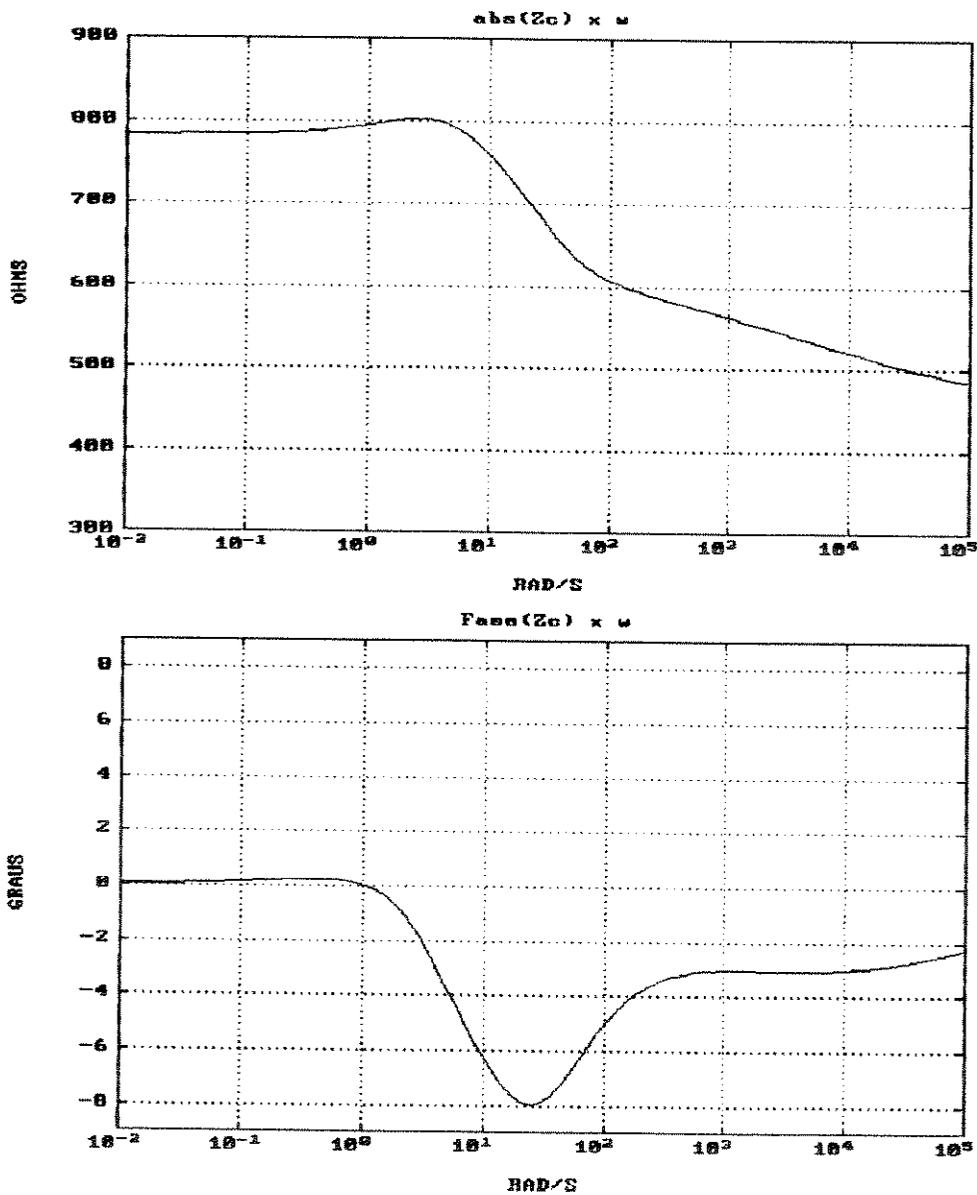


Figura 4.5 - Variação do módulo e da fase da função impedância de surto com a frequência.

Para a interpretação da função resposta ao impulso di-

reto, faz-se primeiramente a decomposição das tensões modais em qualquer ponto da linha em duas componentes, uma componente direta  $v^F(\omega, x)$  e outra reversa  $v^B(\omega, x)$ , de modo que

$$v(\omega, x) = v^F(\omega, x) + v^B(\omega, x) \quad (4.42)$$

Da equação (4.25)

$$v^F(\omega, x) = e^{-\lambda(\omega) \cdot x} \cdot A(\omega) \quad (4.43)$$

$$v^B(\omega, x) = e^{\lambda(\omega) \cdot x} \cdot B(\omega) \quad (4.44)$$

Na propagação direta, o vetor  $A(\omega)$  é encontrado através das condições de contorno para  $x=0$ , com tensão inicial igual a zero. Se  $V_s(\omega)$  é o vetor das tensões de transmissão, então

$$v^F(\omega, 0) = V_s(\omega) \quad (4.45)$$

A figura 4.5 mostra a variação com a frequência do módulo e da fase da função impedância de surto para linha de transmissão em estudo.

Considera-se o caso particular em que a tensão de entrada é a função impulso

$$V_s(\omega) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \forall \omega \quad (4.46)$$

Com esta entrada

$$v^F(\omega, x) = e^{-\lambda(\omega) \cdot x} \tag{4.47}$$

A figura 4.6 mostra as características do módulo e da fase da função resposta ao impulso da linha

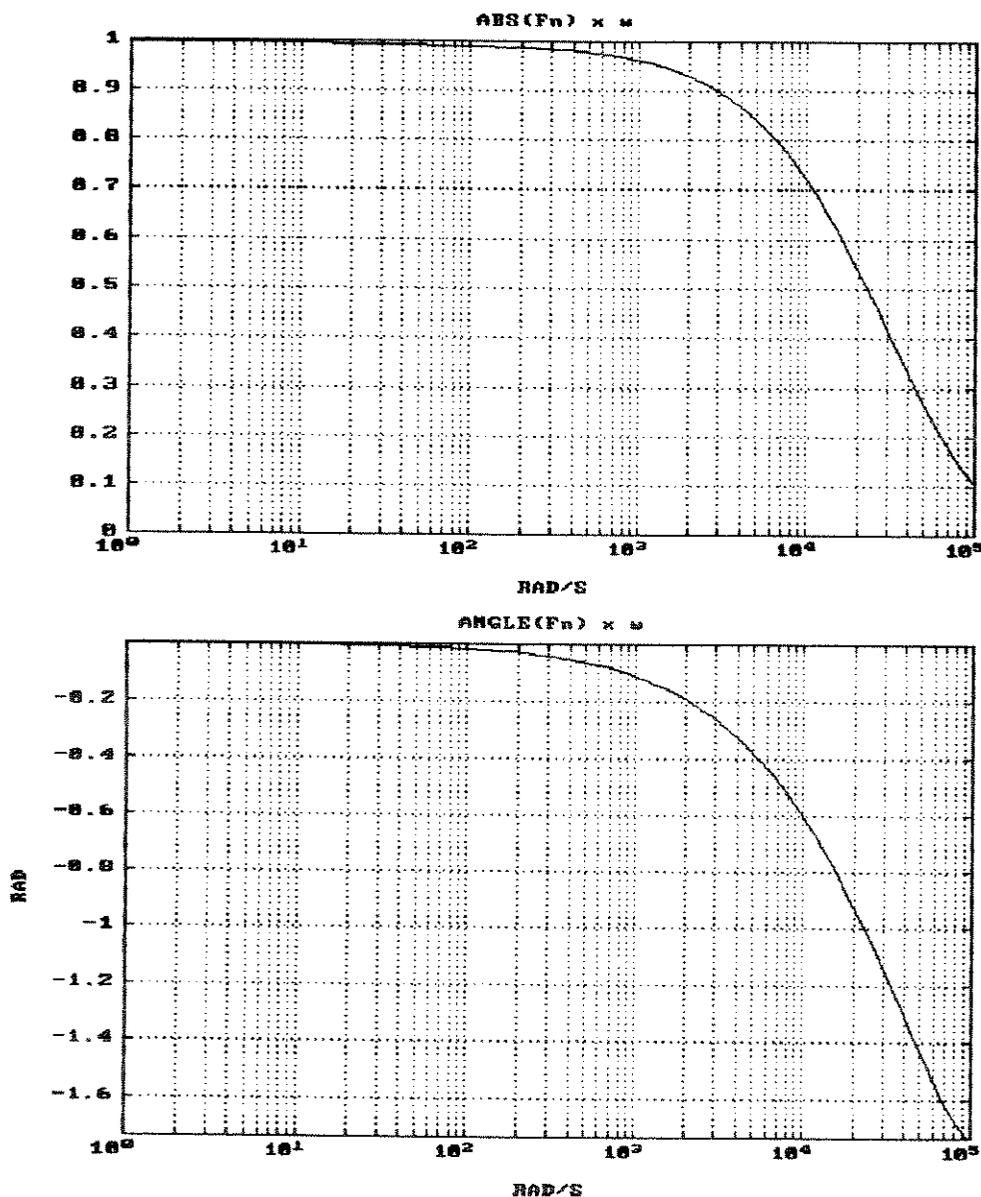


Figura 4.6 - Módulo e fase da função resposta ao impulso direto

A matriz  $e^{[-\lambda(\omega).x]}$  é então a resposta ao impulso direto da seção da linha de comprimento  $x$  e é designada por

$$F_x(\omega) = e^{[-\lambda(\omega).x]} \quad (4.48)$$

Para uma linha de transmissão de comprimento  $\ell$ , a matriz resposta ao impulso "direto" é

$$F_\ell(\omega) = e^{[-\lambda(\omega).\ell]} \quad (4.49)$$

### 4.3 EQUAÇÕES CARACTERÍSTICAS

Expressando as equações (4.25) e (4.26) em termos de componentes diretos e reversos de tensões modais, obtemos

$$v(\omega, x) = v^F(\omega, x) + v^B(\omega, x) \quad (4.50)$$

$$Z(\omega, x).i(\omega, x) = v^F(\omega, x) - v^B(\omega, x) \quad (4.51)$$

Então

$$2v^F(\omega, x) = v(\omega, x) + Z(\omega).i(\omega, x) \quad (4.52)$$

$$2v^B(\omega, x) = v(\omega, x) - Z(\omega).i(\omega, x) \quad (4.53)$$

A eq. (4.52) corresponde a propagação direta na formulação proposta pela análise de Bergeron. A equação (4.53) corresponde a propagação característica reversa. Nos terminais  $s$

formulação proposta pela análise de Bergeron. A equação (4.53) corresponde a propagação característica reversa. Nos terminais s e r da linha, as características direta  $F_s(\omega)$  e  $F_r(\omega)$ , são dadas, respectivamente, por

$$F_s(\omega) = v_s(\omega) + Z(\omega) \cdot i_s(\omega) \quad (4.54)$$

$$F_r(\omega) = v_r(\omega) + Z(\omega) \cdot i_r(\omega) \quad (4.55)$$

Enquanto que as características reversas,  $B_s(\omega)$  e  $B_r(\omega)$  são formadas por

$$B_s(\omega) = v_s(\omega) - Z(\omega) \cdot i_s(\omega) \quad (4.56)$$

$$B_r(\omega) = v_r(\omega) - Z(\omega) \cdot i_r(\omega) \quad (4.57)$$

#### 4.4 CARACTERÍSTICAS DE FASE E TEMPO DE TRÂNSITO DA ONDA

Separando em parte real e imaginária a matriz dos coeficientes de propagação, por unidade de comprimento da linha de transmissão

$$\lambda(\omega) = \alpha(\omega) + j\beta(\omega) \quad (4.58)$$

A dependência com a frequência dos coeficientes de atenuação do modo zero é mostrada na figura 4.7, para a linha de transmissão na qual as funções resposta ao impulso direto e impedância de surto são mostrados nas figuras 4.5 e 4.6 respectivamente.

A característica da fase  $\beta(\omega)$  é mostrada na figura 4.8,

e é possível separá-la em duas componentes, uma linear  $\beta_{\ell}(\omega)$  e outra não linear em  $\beta_n(\omega)$ , tal como

$$\beta(\omega) = \beta_{\ell} \cdot \omega + \beta_n(\omega) \quad (4.59)$$

Os tempos de viagem da onda são dados por  $\beta(\omega) \cdot \ell / \omega$ , porém é conveniente definir a matriz dos tempos de viagem,  $T$ , das componentes lineares da característica da fase, usando

$$T = [\beta_{\ell}] \cdot \ell \quad (4.60)$$

Então

$$\beta(\omega) \cdot \ell = \omega \cdot T + \beta_n(\omega) \cdot \ell \quad (4.61)$$

Utilizando esta expressão para os coeficientes de fase, a resposta ao impulso direto conduz

$$F_{\ell}(\omega) = e^{[-\alpha(\omega) \cdot \ell - j\omega T - j\beta_n(\omega) \ell]} \quad (4.62)$$

$$F_{\ell}(\omega) = e^{[-j\omega T]} \cdot F_n(\omega) \quad (4.63)$$

Onde

$$F_n(\omega) = e^{[-((\alpha(\omega) + j\beta_n(\omega)) \cdot \ell)]} \quad (4.64)$$

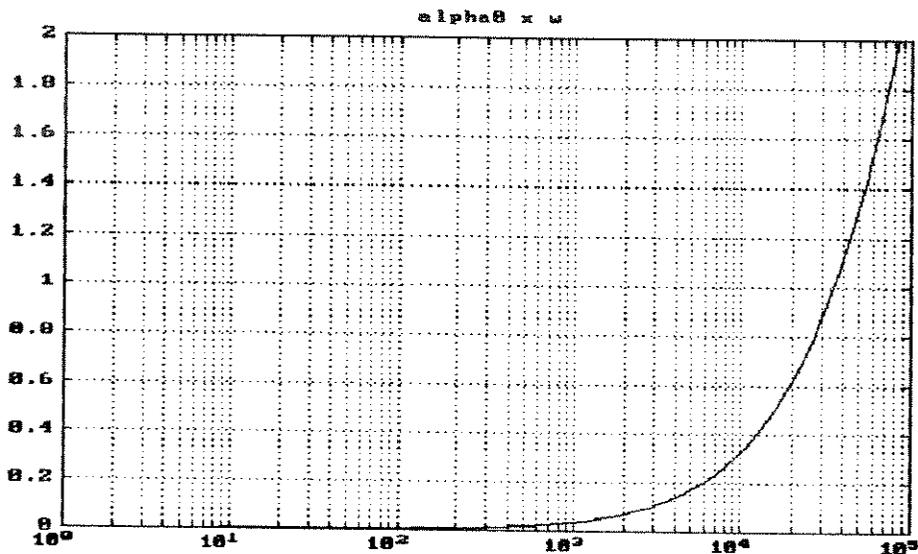


Figura 4.7 - Variação dos coeficientes de atenuação com a frequência

A componente não linear do modo de retorno por terra da característica da fase da linha de transmissão até agora considerada é mostrada na figura 4.9 . O valor do tempo de viagem T é dado na tabela 4.2

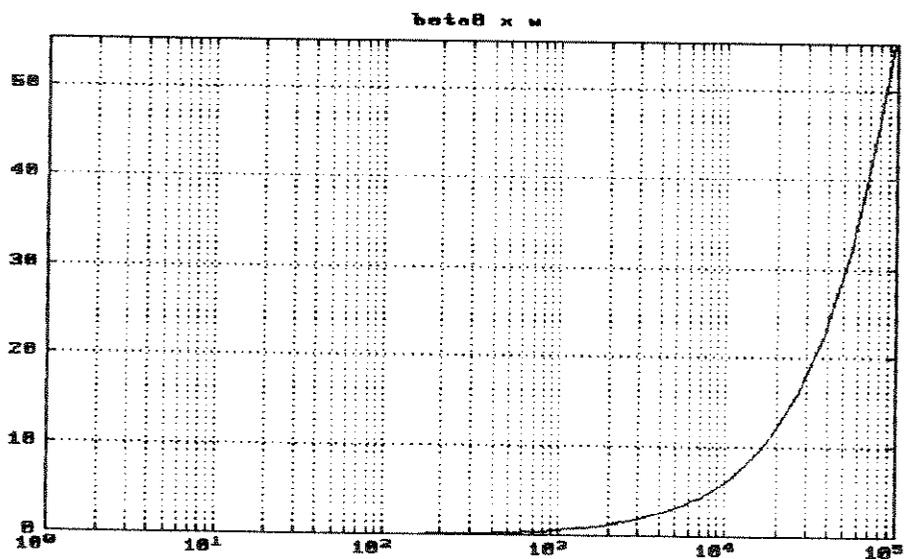


Figura 4.8 - Variação do coeficiente de fase  $\beta(\omega)$

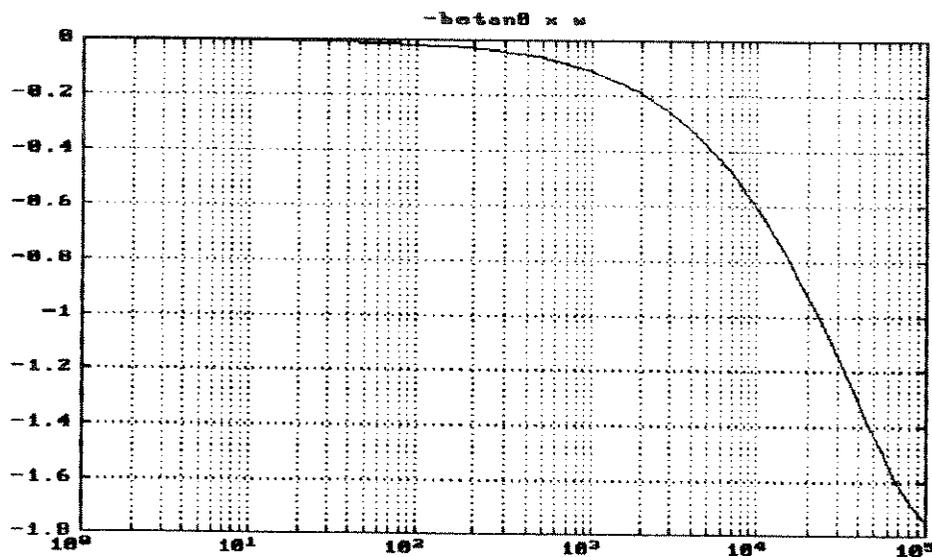


Figura 4.9 - Variação da componente não linear do coeficiente de fase  $\beta(\omega)$ .

A figura 4.10 mostra a variação do tempo de trânsito da onda com a frequência e a tabela 4.2 mostra o tempo de trânsito a dotado, que corresponde a propagação na maior frequência estudada, 16kHz.

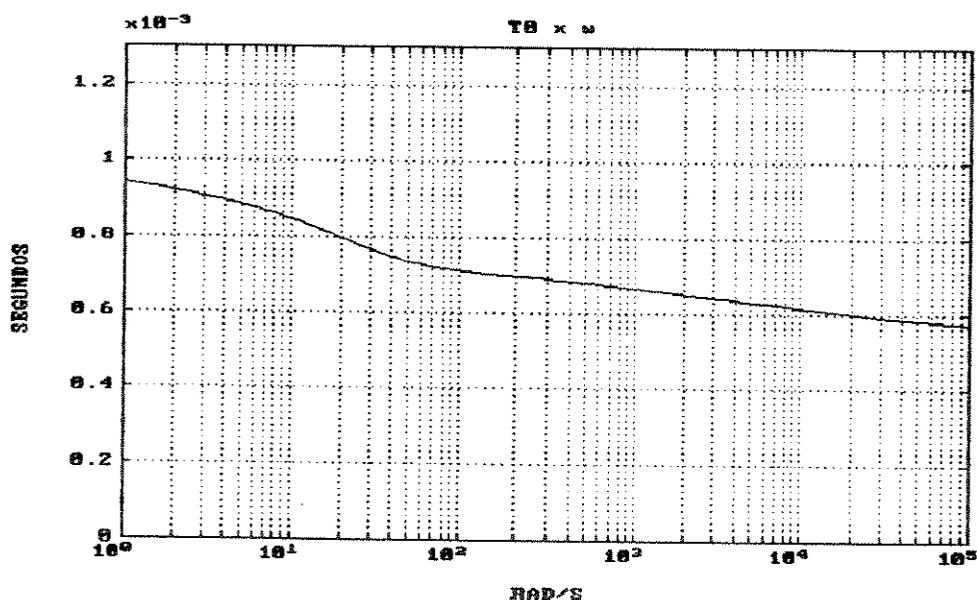


Figura 4.10 - Variação do tempo de propagação para o modo 0 com a frequência

Tabela 4.2 Constante de tempo de viagem para a linha de transmissão de 160 km - 400kV.

Modo	Tempo de Viagem ( $\mu$ s)
0	563

## CAPÍTULO 5 - SÍNTESE DA FUNÇÃO RESPOSTA

## 5.1 EQUAÇÕES NO PLANO Z

As equações da linha de transmissão no domínio da frequência transformados diretamente ao plano Z são dados por

$$v_S(z) - Z(z).i_S(z) = F_{\ell}(z).[ v_T(z) + Z(z).i_T(z) ] \quad (5.1)$$

$$v_T(z) - Z(z).i_T(z) = F_{\ell}(z).[ v_S(z) + Z(z).i_S(z) ] \quad (5.2)$$

Onde as respostas no plano Z,  $F_{\ell}(z)$  e  $Z(z)$  são dados por

$$F_{\ell}(z) = T_Z\{ F_{\ell}(\omega) \} \quad (5.3)$$

$$Z(z) = T_Z\{ Z(\omega) \} \quad (5.4)$$

E  $T_Z$  é o símbolo da transformada Z. Se  $\Delta t$  é o intervalo de amostragem do tempo para o qual a transformação é subseqüentemente feita, o parâmetro z, é dado por

$$z = e^{[j\omega\Delta t]} \quad (5.5)$$

O objetivo da análise agora, é dado para a formação das respostas das funções  $F_{\ell}(z)$  e  $Z(z)$  no plano Z. Com isso poderão ser calculadas no domínio da frequência, utilizando as equações obtidas no capítulo anterior. Da observação dos gráficos da impe-

dância de surto vista na figura 3.4, pode-se verificar que o modo zero apresenta características não lineares, que podem ser descritas por

$$F_0(\omega) = e^{(-j\omega_0 T_0)} \cdot F_{n_0}(\omega) \quad (5.6)$$

Procedendo a transformação para Z e utilizando  $T_0 = m_0 \Delta t$ , onde  $m_0$  é um número inteiro, obtemos

$$F_0(z) = z^{-m_0} \cdot F_{n_0}(z) \quad (5.7)$$

Resta ainda definir a forma da expressão de  $F_{n_0}(z)$ . Para este objetivo utilizaremos a forma de multi-produtos de frações parciais, largamente utilizada na análise de filtros digitais [17].

$$F_{n_0}(z) = A \prod_{K=1}^N \frac{1 + a_k \cdot z^{-1} + b_k \cdot z^{-2}}{1 + c_k \cdot z^{-1} + d_k \cdot z^{-2}} \quad (5.8)$$

Esta forma é a única que assegura que os coeficientes a serem encontrados no plano z,  $a_k$ ,  $b_k$ ,  $c_k$  e  $d_k$  são sempre reais. Além disso, a transformada inversa Z para o domínio do tempo será bastante simples, facilitando o equacionamento e a implementação computacional.

Dividindo a expressão por um coeficiente real A conduz-se a uma forma normalizada para os termos individuais do produto.

Para a função impedância de surto, a forma correspondente será

$$Z_0(z) = B \prod_{K=1}^L \frac{1 + e_k \cdot z^{-1} + f_k \cdot z^{-2}}{1 + g_k \cdot z^{-1} + h_k \cdot z^{-2}} \quad (5.9)$$

Agora será necessário obter maneiras para que os coeficientes no plano Z na forma de  $F_{n0}(z)$  e  $Z_0(z)$  possam ser encontrados no domínio da frequência.

Para este intento optou-se para a utilização da rotina INVREQZ [7] do software científico matlab.

Esta rotina encontra os coeficientes A e B do filtro, que é apresentado como um quociente de polinômios, como é agora apresentado

$$\frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b(1) + b(2) \cdot Z^{-1} + \dots + b(nb) Z^{-(nb-1)}}{a(1) + a(2) \cdot Z^{-1} + \dots + a(na) Z^{-(na-1)}} \quad (5.10)$$

Na entrada desta rotina é necessário fornecer os seguintes elementos:

$$[B,A] = \text{INVREQZ}( H,F,nB,nA,W) \quad (5.11)$$

Onde

W - é a função peso não negativa opcional

F- é o vetor de frequência de amostragem em radianos

nA - ordem do polinômio A

nB - ordem do polinômio B

H - é o vetor de resposta em frequência da função de interesse

Desta maneira H(k) é alimentada pelas funções F<sub>0</sub> e Z<sub>0</sub> para a obtenção das frações parciais vistas nas equações 5.8 e 5.9.

O próximo passo é encontrar a resposta em frequência dos filtros no formato da equação 5.10. Este objetivo é atingido utilizando-se a rotina FREQZ, do software MATLAB, a qual é mostrada a seguir.

FREQZ é a resposta em frequência, utilizando a transformada Z, de um filtro digital. É apresentado através da expressão [H,W] = FREQZ(B,A,N), onde para um número N inteiro, obtem-se o vetor de frequência W com N pontos e o vetor resposta em frequência H do filtro B/A

$$H = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b(1) + b(2).Z^{-1} + \dots + b(nb)Z^{-(nb-1)}}{a(1) + a(2).Z^{-1} + \dots + a(na)Z^{-(na-1)}} \quad (5.12)$$

Onde A e B são dados através de (5.11), a resposta em frequência é calculada nos N pontos igualmente espaçados em torno da metade superior do círculo unitário.

## 5.2 ORDEM DAS FUNÇÕES

Dados os procedimentos para encontrar os coeficientes

das funções , a ordem das funções que são sintetizadas é uma escolha de acordo com o caso estudado. Esta escolha é influenciada pela precisão total requerida na análise de transitórios eletromagnéticos. Em geral funções de 4ª ordem podem satisfazer uma larga escala de exigências de precisão, mas funções de 2ª ordem, e alguns casos, até de 1ª ordem podem ser satisfatórias. A Fig. 5.1, mostra a precisão do método ao comparar a função impulso direto original com a sintetizada no plano Z. Na figura 5.2 é apresentado o erro função sintetizada em função da original.

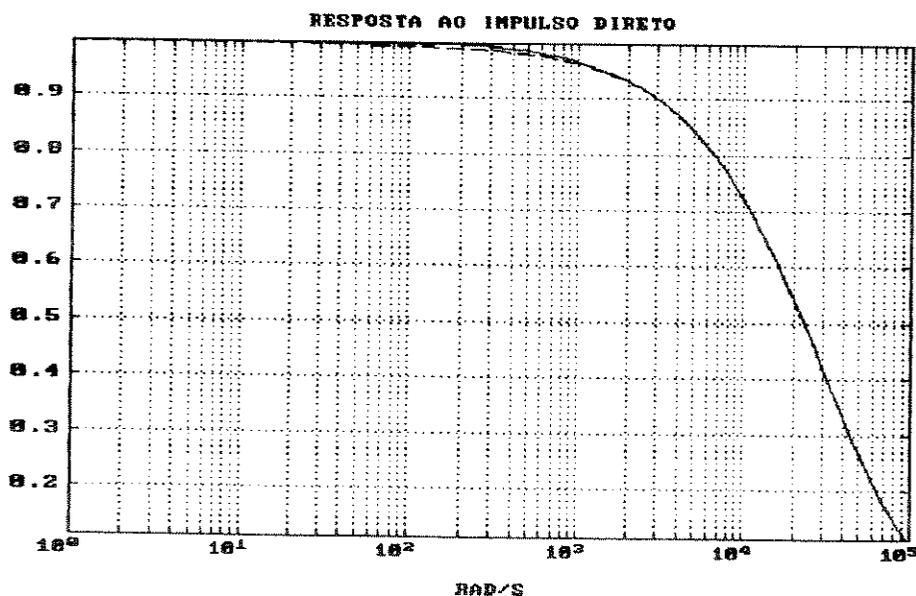


Figura 5.1 — Função Impulso Direto original  
----- Função resposta ao impulso direto sintetizado no plano Z

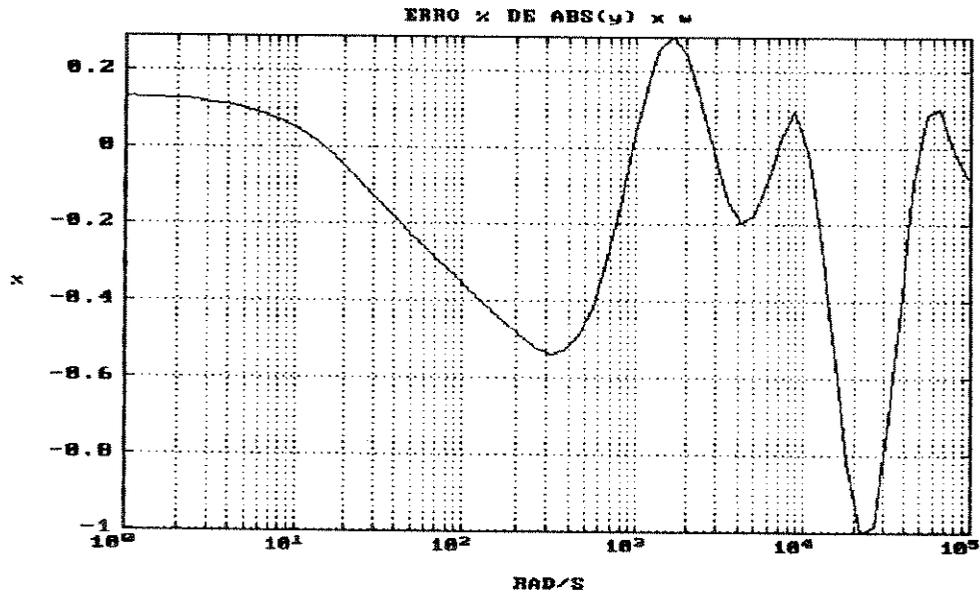


Figura 5.2 - Erro porcentual da Função original versus sintetizada

A função impedância de surto é sintetizada exatamente da mesma forma que a função resposta ao impulso direto.

A Figura 5.3 mostra o módulo da função impedância de surto original versus a sintetizada e a figura 5.4 mostra o erro porcentual da aproximação.

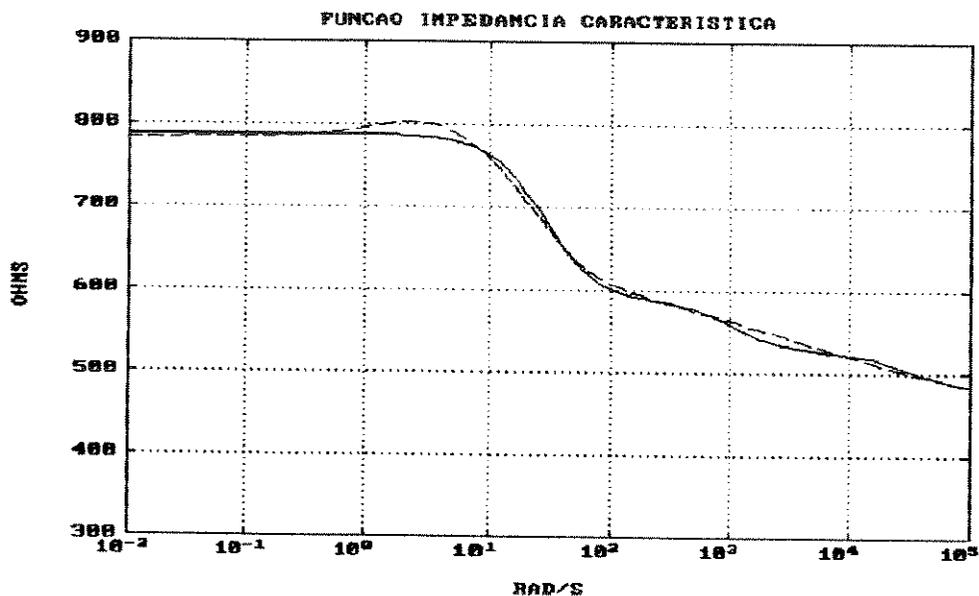


Figura 5.3 ——— Função impedância de surto original  
..... Função impedância de surto sintetizada  
no plano Z

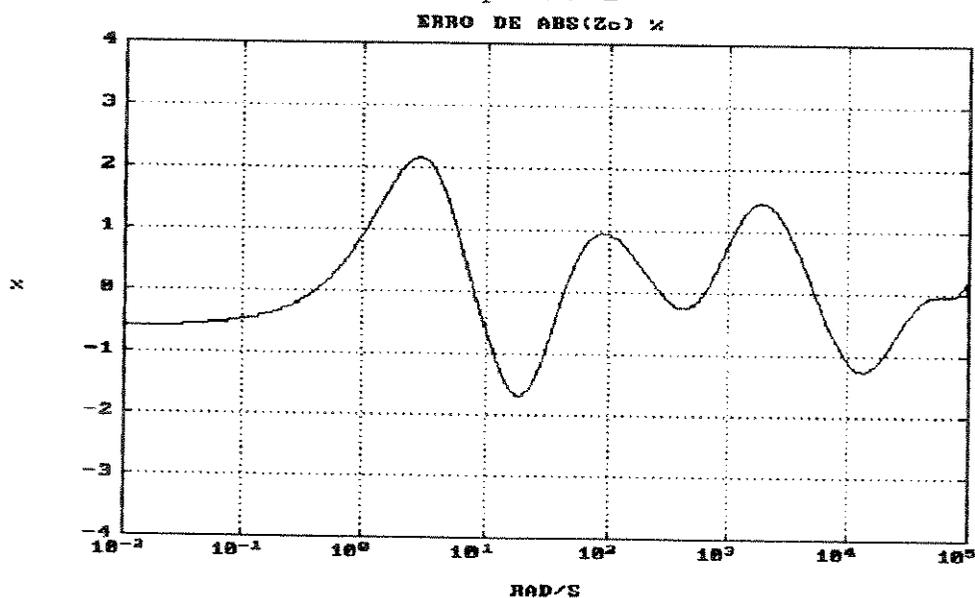


Figura 5.4 Erro porcentual da função original em  
relação a sintetizada no plano Z

A fase da função resposta ao impulso direto original é apresentada juntamente com a fase da função sintetizada no plano Z, na figura 5.5.

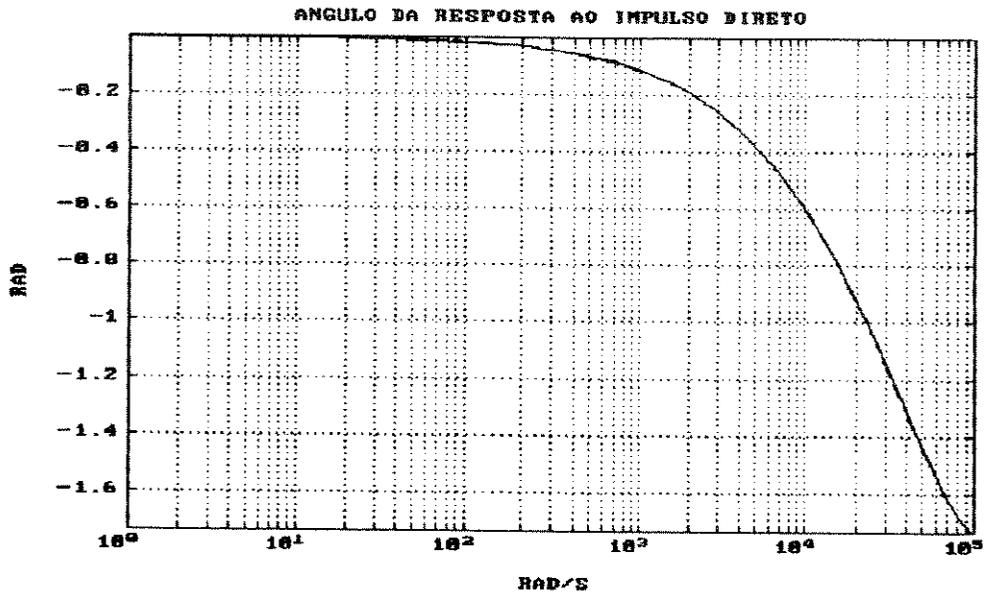


Figura 5.5 — Fase da função resposta ao impulso direto  
..... Fase da função sintetizada no plano Z

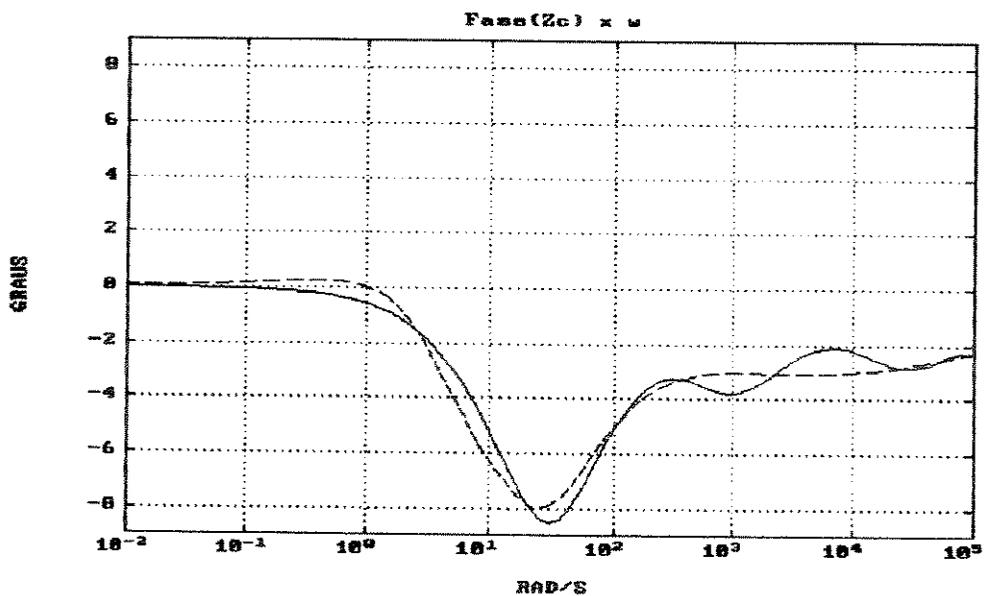


Figura 5.6 — Fase da função impedância característica  
..... Fase da função sintetizada no plano Z

Observa-se que a metodologia aqui apresentada mostra uma boa aproximação, tanto em módulo como em fase, de todas funções, resta agora a transformação para o domínio do tempo.

## CAPÍTULO 6 - TRANSFORMAÇÃO PARA O DOMÍNIO DO TEMPO

### 6.1 TRANSFORMAÇÃO DAS EQUAÇÕES CARACTERÍSTICAS

Tendo deduzido as funções de resposta da linha de transmissão no plano Z pode-se agora proceder a transformação das equações da linha de transmissão do plano Z para o domínio do tempo. Parece ser melhor executar a transformação global em dois estágios. Primeiro, a transformação das equações em termos de características diretas e reversas, e posteriormente as combinações individuais das variáveis de tensão e corrente para as quais as características são formadas. Das funções da linha de transmissão, a transformação da resposta ao impulso direto é desenvolvida no 1º estágio e a função impedância de surto no segundo.

No plano Z, as características diretas e reversas nos terminais de transmissão e recepção de uma linha de transmissão são inter-relacionados por:

$$B_s(z) = F_\ell(z) \cdot F_r(z) \quad (6.1)$$

$$B_r(z) = F_\ell(z) \cdot F_s(z) \quad (6.2)$$

Nos passos subsequentes da transformação para o domínio do tempo é preferível utilizar estas equações para os modos individuais e posteriormente na forma escalar. Os passos da transformação aplicam-se identicamente para cada modo, e então pode-se retornar para forma vetorial.

Quando as perdas são desprezadas, temos

$$F_e(z) = z^{-m} \quad (6.3)$$

Obtemos então para cada caso

$$B_s(z) = z^{-m} \cdot F_r(z) \quad (6.4)$$

$$B_r(z) = z^{-m} \cdot F_s(z) \quad (6.5)$$

Transformando diretamente para o domínio do tempo

$$B_s(tn) = F_r(tn - m\Delta t) \quad (6.6)$$

$$B_r(tn) = F_s(tn - m\Delta t) \quad (6.7)$$

No domínio do tempo,  $tn$  é o ponto corrente de amostragem e  $\Delta t$  o intervalo de amostragem. Para facilitar substituiremos  $tn$  por  $n$  e o termo direito das equações (6.6) e (6.7) por  $(n-m)$ , então

$$B_s(n) = F_r(n - m) \quad (6.8)$$

$$B_r(n) = F_s(n - m) \quad (6.9)$$

Retornando agora onde a parte não linear da resposta ao impulso direto é representado numa forma de polinômio de 2ª ordem

$$F_n(z) = Az^{-m} \left[ \frac{1 + az^{-1} + bz^{-2}}{1 + cz^{-1} + dz^{-2}} \right] \quad (6.10)$$

tem -se

$$B_s(z) = AZ^{-m} \left[ \frac{1 + az^{-1} + bz^{-2}}{1 + cz^{-1} + dz^{-2}} \right] \cdot F_r(z) \quad (6.11)$$

e

$$B_r(z) = AZ^{-m} \left[ \frac{1 + az^{-1} + bz^{-2}}{1 + cz^{-1} + dz^{-2}} \right] \cdot F_s(z) \quad (6.12)$$

Multiplicando e rearranjando os termos das equações, obtem-se

$$B_s(z) = AZ^{-m}(1+az^{-1}+bz^{-2}) \cdot F_r(z) - (cz^{-1}+dz^{-2}) \cdot B_s(z) \quad (6.13)$$

e

$$B_r(z) = AZ^{-m}(1+az^{-1}+bz^{-2}) \cdot F_s(z) - (cz^{-1}+dz^{-2}) \cdot B_r(z) \quad (6.14)$$

Tomando a transformada inversa e utilizando  $n$  para identificar o ponto corrente de amostragem no domínio do tempo, e  $(n - 1)$ ,  $(n - 2)$ ,  $(n - m)$  para identificar os pontos passados

$$B_s(n) = AF_r(n-m) + AaF_r(n-(m+1)) + AbF_r(n-(m+2)) - cB_s(n-1) - dB_s(n-2) \quad (6.15)$$

$$B_r(n) = AF_s(n-m) + AaF_s(n-(m+1)) + AbF_s(n-(m+2)) - cB_r(n-1) - dB_r(n-2) \quad (6.16)$$

O procedimento segue para  $F_\ell(z)$  de qualquer ordem, onde  $B_s(z)$  e  $B_r(z)$  são isolados pela multiplicação de termos e rearranjados, seguido pela transformada Z inversa. Quando  $F_\ell(z)$  é da

forma de multi-produtos, como já foi apresentado no capítulo 4, parece ser melhor expandir os produtos no numerador e denominador, portanto

$$F_{\ell}(z) = AZ^{-m} \prod_{k=1}^N \frac{1 + a_k z^{-1} + b_k z^{-2}}{1 + c_k z^{-1} + d_k z^{-2}} \quad (6.17)$$

Torna-se

$$F_{\ell}(z) = \frac{AZ^{-m} \left[ 1 + \sum_{k=1}^{2N} A_k z^{-k} \right]}{\left[ 1 + \sum_{k=1}^{2N} B_k z^{-k} \right]} \quad (6.18)$$

Os coeficientes  $A_k$  são combinações de  $a_k$  e  $b_k$ , e os valores de  $B_k$  são da mesma maneira, formados das combinações de  $c_k$  e  $d_k$ .

Quando  $F_1(z)$  tem a forma da equação (6.18), as características diretas e reversas no plano  $z$  são dados por

$$B_s(z) = AZ^{-m} \left[ 1 + \sum_{k=1}^{2N} A_k z^{-k} \right] \cdot F_r(z) - \left[ 1 + \sum_{k=1}^{2N} B_k z^{-k} \right] \cdot B_s(z) \quad (6.19)$$

$$B_r(z) = AZ^{-m} \left[ 1 + \sum_{k=1}^{2N} A_k z^{-k} \right] \cdot F_s(z) - \left[ 1 + \sum_{k=1}^{2N} B_k z^{-k} \right] \cdot B_r(z) \quad (6.20)$$

Tomando a transformada inversa neste caso, tem-se

$$B_s(n) = AF_r(n-m) + A \cdot \sum_{k=1}^{2N} A_k F_r(n-(m+k)) - \sum_{k=1}^{2N} B_k B_s(n-k) \quad (6.21)$$

$$B_r(n) = AF_s(n-m) + A \cdot \sum_{k=1}^{2N} A_k F_s(n-(m+k)) - \sum_{k=1}^{2N} B_k B_r(n-k) \quad (6.22)$$

## 6.2 TRANSFORMAÇÃO DAS COMBINAÇÕES DAS VARIÁVEIS EM EQUAÇÕES CARACTERÍSTICAS.

Num segundo estágio de transformação das equações da linha de transmissão para o domínio do tempo, considera-se as combinações de variáveis para as quais as características diretas e reversas são deduzidas. Como o padrão é o mesmo para cada combinação, os passos principais da transformação podem ser resumidos a um deles, e então o resultado final pode ser interpretado para os casos remanescentes. Seguindo então esta linha, considera-se primeiro a característica  $B_s(z)$ , para a qual

$$B_s(z) = V_s(z) - Z(z) \cdot i_s(z) \quad (6.23)$$

Tomando a forma geral da impedância  $Z(z)$

$$Z(z) = B \cdot \prod_{k=1}^N \frac{1 + e_k z^{-1} + f_k z^{-2}}{1 + g_k z^{-1} + h_k z^{-2}} \quad (6.24)$$

Expandindo os termos do produto, para forma polinomial

$$Z(z) = B \cdot \frac{\left[ 1 + \sum_{k=1}^{2N} C_k z^{-k} \right]}{\left[ 1 + \sum_{k=1}^{2N} D_k z^{-k} \right]} \quad (6.25)$$

Como  $Z(z) \longrightarrow B$ , quando  $z \longrightarrow \infty$ , adotamos  $B = Z_\infty$ ,

Onde

$$Z_\infty = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \{ Z(\omega) \} \quad (6.26)$$

logo

$$Z(z) = \frac{Z_\infty + \sum_{k=1}^{2N} C_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^{2N} D_k z^{-k}} \quad (6.27)$$

No somatório do numerador da equação (6.27), os coeficientes  $C_k$  absorvem o escalonamento de  $Z_\infty$ . Usando  $Z(z)$  nesta forma e re-arranjando os termos segue

$$B_s(z) = v_s(z) - Z \cdot i_s(z) - \left[ \sum_{k=1}^{2N} C_k z^{-k} \right] \cdot i_s(z) + \\ - \left[ \sum_{k=1}^{2N} D_k z^{-k} \right] [ B_s(z) - v_s(z) ] \quad (6.28)$$

Transformando para o domínio do tempo

$$B_s(n) = v_s(n) - Z_{\infty} i_s(n) - \sum_{k=1}^{2N} C_k i_s(n-k) - \sum_{k=1}^{2N} D_k [B_s(n-k) - v_s(n-k)] \quad (6.29)$$

As expressões correspondentes das características remanescentes são

$$B_r(n) = v_r(n) - Z_{\infty} i_r(n) - \sum_{k=1}^{2N} C_k i_r(n-k) - \sum_{k=1}^{2N} D_k [B_r(n-k) - v_r(n-k)] \quad (6.30)$$

$$F_s(n) = v_s(n) + Z_{\infty} i_s(n) + \sum_{k=1}^{2N} C_k i_s(n-k) - \sum_{k=1}^{2N} D_k [F_s(n-k) - v_s(n-k)] \quad (6.31)$$

$$F_r(n) = v_r(n) + Z_{\infty} i_r(n) + \sum_{k=1}^{2N} C_k i_r(n-k) - \sum_{k=1}^{2N} D_k [F_r(n-k) - v_r(n-k)] \quad (6.32)$$

### 6.3. EQUAÇÕES NO DOMÍNIO DO TEMPO

Substituindo  $B_s(n)$  e  $B_r(n)$  nas equações (6.21) e (6.22) nas equações (6.29) e (6.30):

$$v_s(n) - Z_{\infty} i_s(n) = v_{sp}(n-p) \quad (6.33)$$

$$v_r(n) - Z_{\infty} i_r(n) = v_{rp}(n-p) \quad (6.34)$$

Onde

$$\begin{aligned}
 v_{s p}(n-p) = & A \cdot F_r(n-m) + \sum_{k=1}^{2N} A_k F_r(n-(m+k)) - \sum_{k=1}^{2N} B_k B_s(n-k) + \\
 & + \sum_{k=1}^{2N} C_k i_s(n-k) + \sum_{k=1}^{2N} D_k \left\{ B_s(n-k) - V_s(n-k) \right\} \quad (6.35)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v_{r p}(n-p) = & A \cdot F_s(n-m) + \sum_{k=1}^{2N} A_k F_s(n-(m+k)) - \sum_{k=1}^{2N} B_k B_r(n-k) + \\
 & + \sum_{k=1}^{2N} C_k i_r(n-k) + \sum_{k=1}^{2N} D_k \left\{ B_r(n-k) - V_r(n-k) \right\} \quad (6.36)
 \end{aligned}$$

Os valores das características diretas  $F_s(n)$  e  $F_r(n)$ , para uso no lado direito das equações (6.35) e (6.36) são determinadas das equações (6.31) e (6.32), e os valores das características reversas,  $B_s(n)$  e  $B_r(n)$  são encontradas nas equações (6.29) e (6.30).

## CAPÍTULO 7 - IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Neste capítulo desenvolveu-se as equações de simulação para linhas de transmissão e elementos de circuitos elétricos concentrados (resistência, indutância e capacitância) [18].

### 7.1 LINHA DE TRANSMISSÃO

Retornando as equações (5.33) e (5.34) do capítulo anterior, e reescrevendo-as na forma de admitâncias, tem-se

$$\frac{1}{Z_{\infty}} \cdot v_s(n) = i_s(n) + i_{sp}(n-p) \quad (7.1)$$

Onde

$$i_{sp}(n-p) = \frac{v_{sp}(n-p)}{Z_{\infty}} \quad (7.2)$$

e

$$\frac{1}{Z_{\infty}} \cdot v_r(n) = i_r(n) + i_{rp}(n-p) \quad (7.3)$$

Onde

$$i_{rp}(n-p) = \frac{v_{rp}(n-p)}{Z_{\infty}} \quad (7.4)$$

As equações (7.1) e (7.3) fornecem no circuito

equivalente da linha de transmissão mostrado na figura 7.1.

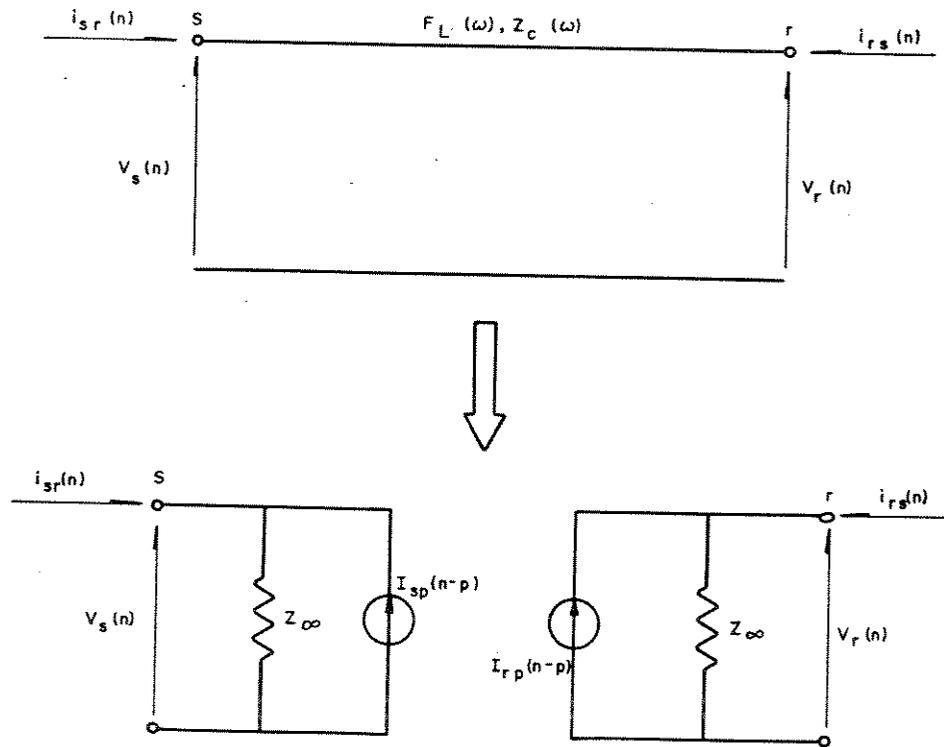


Fig. 7.1 - Circuito Equivalente de uma linha de transmissão

## 7.2 INDUTÂNCIA CONCENTRADA

Seja  $L$  uma indutância, ligada entre os nós "r" e "s" do circuito, mostrado na figura 7.2 . A equação de ramo é dada por

$$v_{sr}(t) = L \frac{d}{dt} (i_{sr}(t)) \quad (7.5)$$

A nomenclatura  $v_{sr}(t)$  significa a diferença de potencial entre as funções  $v_s(t)$  e  $v_r(t)$ , enquanto que  $i_{sr}(t)$  expres-

sa a corrente fluindo do nó "s" para o nó "r" no instante "t".

Tomando a transformada de Laplace da equação (7.5), para condição de tensão inicial igual a zero, tem-se

$$V_{sr}(S) = L.S.i_{sr}(S) \quad (7.6)$$

$$i_{sr}(S) = \frac{v_{sr}(S)}{L.S} \quad (7.7)$$

A equação 7.7 pode então, ser mapeada no plano "Z" através da transformação "Bi-linear", que é dada por

$$s = \frac{2}{\Delta t} \cdot \left( \frac{z - 1}{z + 1} \right) \quad (7.8)$$

Portanto

$$i_{sr}(Z) = \frac{v_{sr}(Z)}{L \cdot \left( \frac{2}{\Delta t} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \right)} \quad (7.9)$$

ou

$$\frac{2L}{\Delta t} (1 - z^{-1}) \cdot i_{sr}(Z) = v_{sr}(Z) \cdot (1 + z^{-1}) \quad (7.10)$$

$$\frac{2L}{\Delta t} \cdot i_{sr}(Z) - \frac{2L}{\Delta t} \cdot z^{-1} \cdot i_{sr}(Z) = v_{sr}(Z) + z^{-1} \cdot v_{sr}(Z) \quad (7.11)$$

Tomando a transformada Z inversa da equação (7.11), determina-se a equação de recorrência no tempo.

$$\frac{2L}{\Delta t} \cdot i_{sr}(n) - \frac{2L}{\Delta t} \cdot i_{sr}(n-1) = v_{sr}(n) + v_{sr}(n-1) \quad (7.12)$$

ou

$$i_{sr}(n) = \frac{\Delta t}{2L} \left[ v_{sr}(n) + v_{sr}(n-1) \right] + i_{sr}(n-1) \quad (7.13)$$

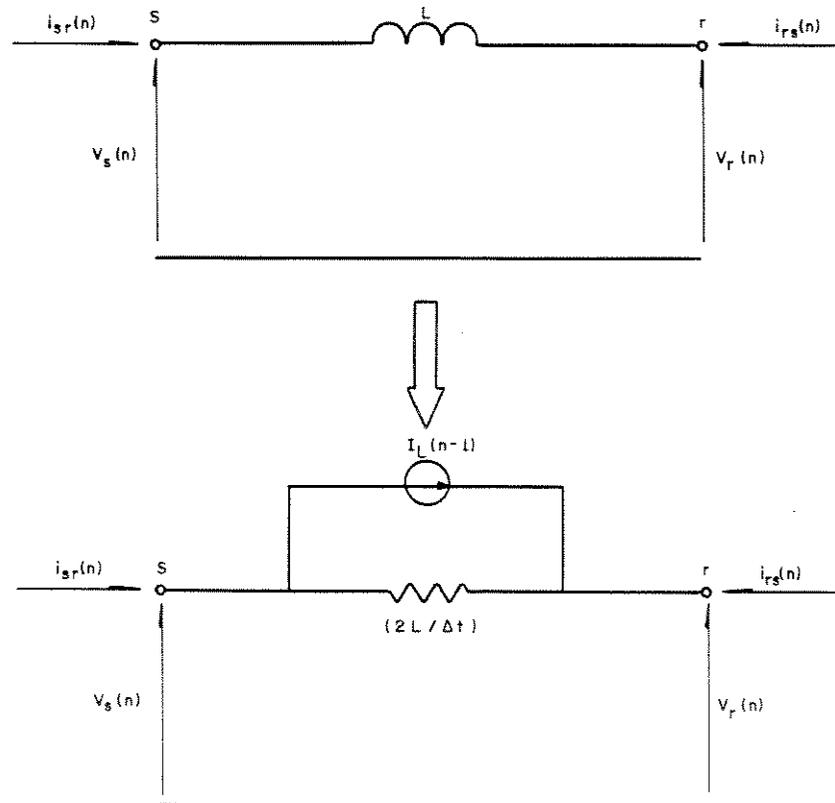


Fig. 7.2 - Circuito equivalente de uma indutância concentrada.

Reescrevendo a equação (7.13)

$$i_{sr}(n) = \frac{\Delta t}{2L} \cdot v_{sr}(n) + I_L(n-1) \quad (7.14)$$

Onde

$$I_L(n-1) = \frac{\Delta t}{2L} v_{sr}(n-1) + i_{sr}(n-1) \quad (7.15)$$

O circuito equivalente em regime permanente de uma indutância é mostrado na figura 7.2. Nota-se que a equação obtida é idêntica aquela obtida através da integração trapezoidal.

### 7.3 CAPACITÂNCIA CONCENTRADA

Seja C uma indutância, ligada entre os nós "r" e "s" do circuito, mostrado na figura 7.2 . A equação de ramo é dada por

$$i_{sr}(t) = C \frac{d}{dt}(v_{sr}(t)) \quad (7.16)$$

Tomando a transformada de Laplace da equação (7.16) tem-se

$$i_{sr}(S) = C.S.v_{sr}(S) \quad (7.17)$$

$$v_{sr}(S) = \frac{i_{sr}(S)}{C.S} \quad (7.18)$$

A equação 7.17 pode então, ser mapeada no plano "Z" através da transformação "Bi-linear".

$$v_{sr}(Z) = \frac{i_{sr}(Z)}{C \cdot \left( \frac{2}{\Delta t} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \right)} \quad (7.29)$$

ou

$$\frac{2C}{\Delta t} (1 - z^{-1}) \cdot v_{sr}(Z) = i_{sr}(Z) \cdot (1 + z^{-1}) \quad (7.20)$$

$$\frac{2C}{\Delta t} \cdot v_{sr}(Z) - \frac{2C}{\Delta t} \cdot z^{-1} \cdot v_{sr}(Z) = i_{sr}(Z) + z^{-1} \cdot i_{sr}(Z) \quad (7.21)$$

Tomando a transformada Z inversa da equação (7.21), determina-se a equação de recorrência no tempo.

$$\frac{2C}{\Delta t} \cdot v_{sr}(n) - \frac{2C}{\Delta t} \cdot v_{sr}(n-1) = i_{sr}(n) + i_{sr}(n-1) \quad (7.22)$$

ou

$$i_{sr}(n) = \frac{\Delta t}{2C} \left[ v_{sr}(n) - v_{sr}(n-1) \right] - i_{sr}(n-1) \quad (7.23)$$

Reescrevendo a equação (7.22)

$$i_{sr}(n) = \frac{\Delta t}{2C} \cdot v_{sr}(n) - I_c(n-1) \quad (7.24)$$

Onde

$$I_c(n-1) = \frac{\Delta t}{2C} v_{sr}(n-1) + i_{sr}(n-1) \quad (7.25)$$

O circuito equivalente em regime permanente de uma capacitância é mostrado na figura 7.3. Nota-se que a equação obtida é idêntica aquela obtida através da integração trapezoidal.

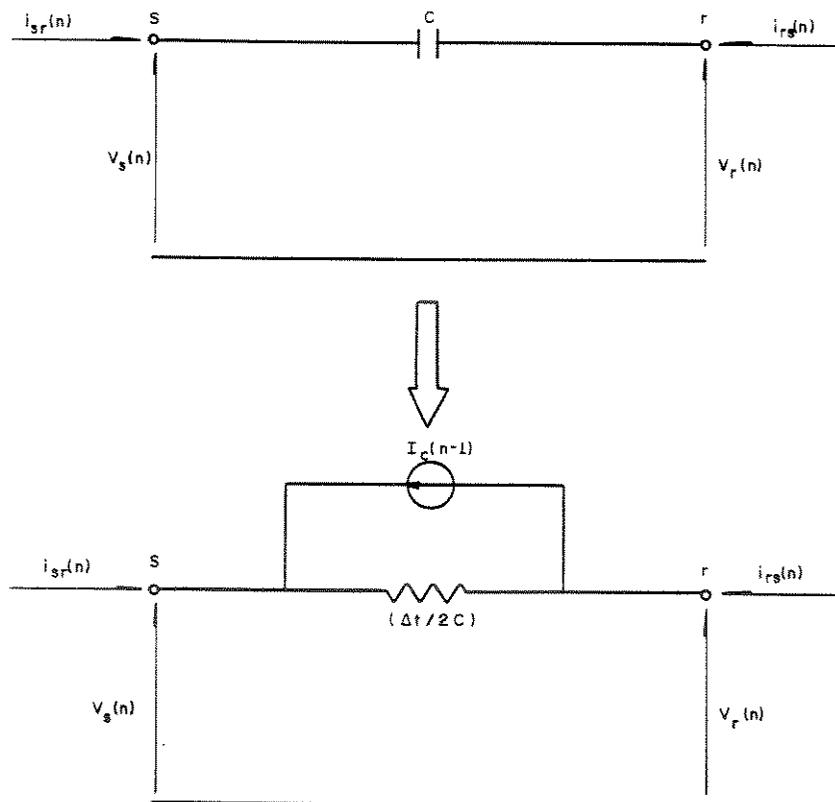


Fig. 7.3 - Circuito equivalente de uma capacitância concentrada.

#### 5.4 RESISTÊNCIA

Para completar o quadro de elementos é analisado o circuito de uma resistência concentrada (fig. 7.4). A equação que define o ramo, neste caso, é

$$i_{sr}(n) = \frac{1}{R} \cdot v_{sr}(n) \quad (7.26)$$

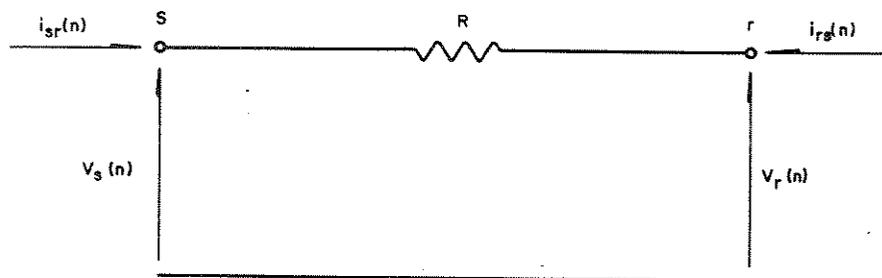


Figura 7.4 - Circuito equivalente de uma resistência concentrada

### 5.5 EQUAÇÕES DE MALHA

Com todos os elementos da malha substituídos por seus circuitos equivalentes, pode-se então montar um sistema de equações obtidas pelo método das tensões nodais. Isto resulta num

sistema de equações algébricas lineares que descreve os estado da malha no instante "t".

$$|Y| \cdot |v(t)| = |i(t)| - |I| \quad (7.27)$$

Onde

$|Y|$  é a matriz de admitância nodal.

$|v(t)|$  é o vetor de tensões nodais.

$|i(t)|$  é o vetor de correntes nodais injetadas. Estas são fontes de correntes ligadas entre qualquer nó e o nó de referência.

$|I|$  é o vetor de correntes conhecidas. Estas representam a história passada da malha.

A matriz de admitância  $|Y|$  que é simétrica e real, será constante e a configuração da malha não se alterar. Como muitos elementos da matriz  $|Y|$  são nulos, utiliza-se técnicas de armazenamento compacto e um esquema de eliminação otimamente ordenada [19] para aproveitar esta esparsidade.

## 7.6 ALGORÍTMO DO PROGRAMA

- 1º) Leitura dos dados;
- 2º) Cálculo dos numeros de pontos a serem calculados no tempo;
- 3º) Inicialização das fontes de corrente;

- 40) Inicialização das fontes de corrente fictícias nos indutores e capacitores;
- 50) Armazenamento compacto da estrutura da matriz admitância nodal;
- 60) Preenchimento dos vetores de armazenamento compacto com os elementos não-nulos da matriz admitância nodal;
- 70) Inicialização dos apontadores vetores de história;
- 80) Inicialização de todas as variáveis com valor zero;
- 90) Simulação ordenada da matriz admitância nodal;
- 100) Redução da matriz admitância nodal à fatores de multiplicação;
- 110) Definição dos parâmetros do gráfico em tempo real;
- 120) Desenho da moldura do gráfico em tempo real;
- 130) Atualização das variáveis  $B_s$  e  $B_r$  de cada linha;
- 140) Atualização do vetor independente;
- 150) Solução do sistema de equações;
- 160) Atualização das variáveis  $F_s$  e  $F_r$ ;
- 170) Atualização das correntes nos indutores e capacitores;
- 180) Atualização das correntes e tensões nas extremidades da linha;
- 190) Atualização dos apontadores dos vetores de história;
- 200) Saída gráfica das tensões calculadas em nós previamente determinados;
- 210) Repetir os itens 130 ao 200 "nptos" vezes;

220) Saída gráfica do resultados em tela e arquivo.

## 7.7 SIMULAÇÃO DIGITAL

Neste tópico é apresentado o resultado da simulação digital do programa implementado e a seguir são apresentados os resultados obtidos por outros métodos e simuladores.

Antes de apresentar os resultados, é importante salientar , que para objeto de análise o passo utilizado, para o método proposto e para aqueles que foram comparados, foi sempre o mesmo e igual a  $3.2 \times 10^{-5}$ . A menos que seja ressaltado um outro valor, para análise de presição. Além disso foi utilizada como excitação uma fonte de tensão de 2MV com resistência interna de  $2 \mu\Omega$  em série.

O primeiro resultado, que é apresentado na figura 7.5, representa a resposta transitória da linha, com os terminais em aberto, apresentada no capítulo 4, tabela 4.1 e com configuração, mostrada pela figura 4.2 . Quando está submetida a uma excitação na forma de um pulso de 2 MV de amplitude e largura de pulso igual a 0.1 ms.

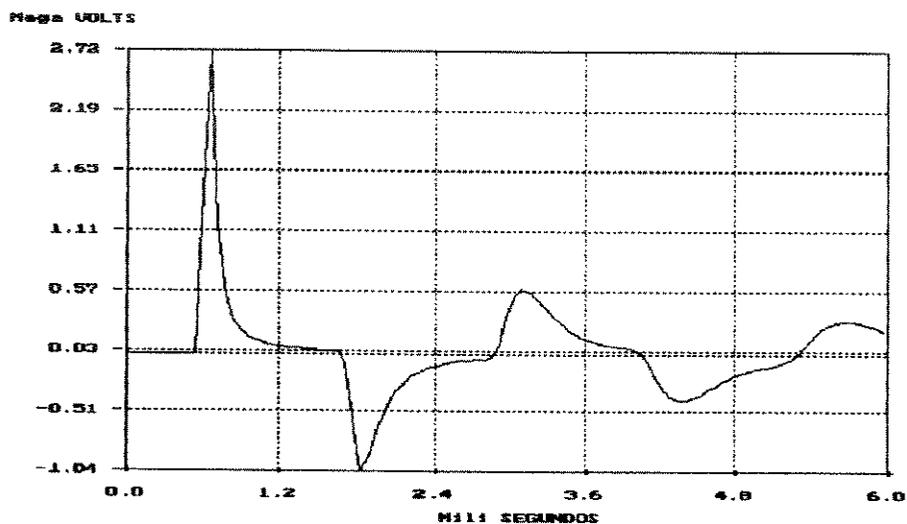


Figura 7.5. - Solução obtida com o simulador utilizando a transformada Z

Para efeito de comparação utiliza-se a solução apresentado pelo método implementado por Dommel [5] que não leva em consideração a variação dos parâmetros com a frequência.

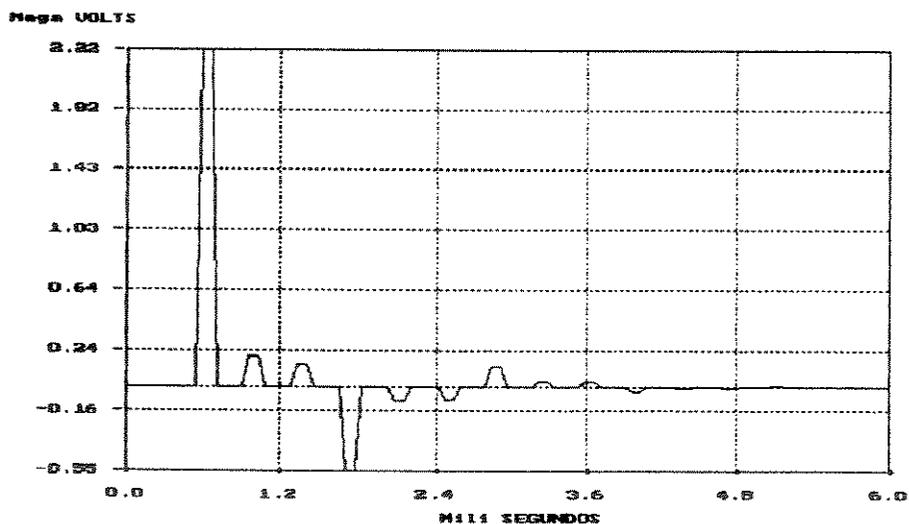


Figura 7.6 - Solução obtida com o método das características

Também para efeito de comparação é apresentado o resultado obtido através do simulador digital, que utiliza a metodologia do casamento de raízes, que já foi mencionada no capítulo 2. Nota-se que o resultado apresentado na figura 7.8 não é confiável, talvez devida a utilização do mesmo passo,  $\Delta t = 3.2 \times 10^{-5}$ , que foi usada no método da transformada Z. Na figura 7.9 é apresentado o mesmo resultado, só que, utilizando um passo de simulação dez vezes menor,  $\Delta t = 3.2 \times 10^{-6}$ . Ambos resultados são apresentados em comparação ao método da transformada z.

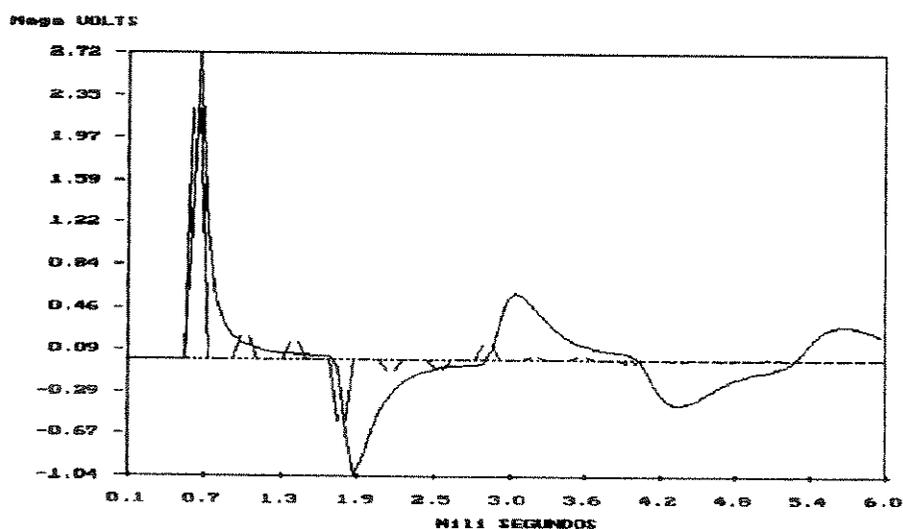


Figura 7.7 - Resultados sobrepostos

- método da transformada Z
- ..... método das características

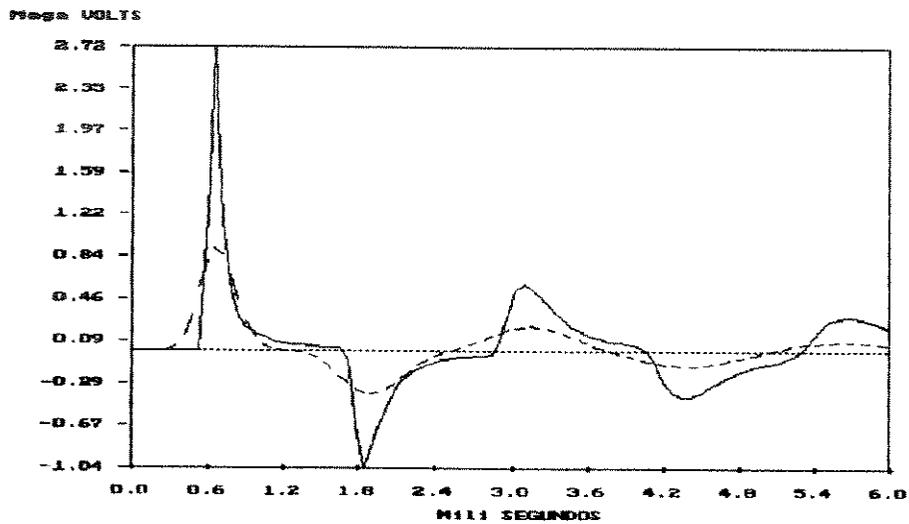


Figura 7.8 - Solução apresentada pelo simulador que utiliza o método do casamento de raízes, utilizando um passo de  $3.2 \times 10^{-5}$  (linha tracejada).

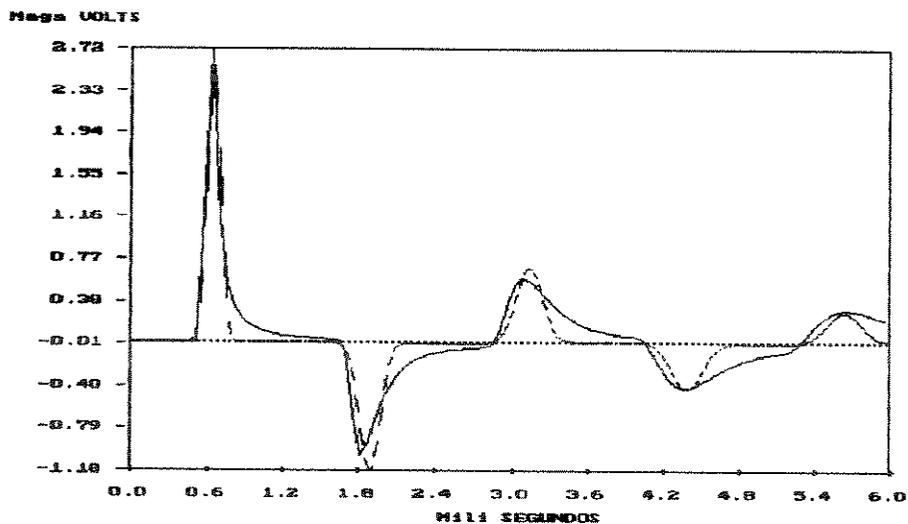


Figura 7.9 - Solução apresentada pelo simulador que utiliza o método do casamento de raízes, utilizando um passo de  $3.2 \times 10^{-6}$  (linha tracejada).

A figura 7.10 apresenta o resultado da simulação comparada, obtida com dois passos diferentes.

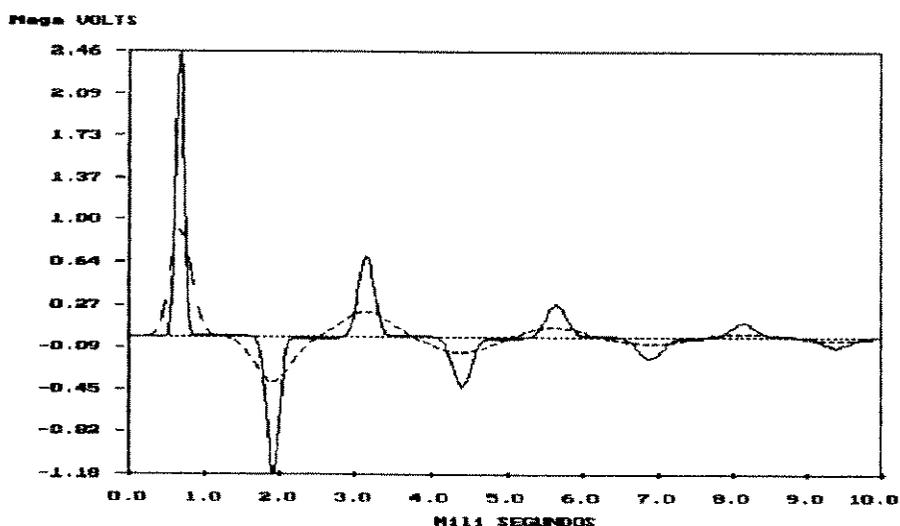


Figura 7.10 - Resultados sobrepostos da simulação com o método do casamento de raízes.

Destes dois resultados percebe-se que o método do casamento de raízes têm uma performance inferior ao método da transformada Z, em termos de tempo de simulação. Já que é necessário utilizar um passo de simulação bem menor para a obtenção de resultados compátiveis com a realidade.

Dando prosseguimento ao estudo da performance do método da transformada Z, é apresentado o resultado da simulação do transitório da mesma linha com os terminais em aberto, quando submetida a uma excitação senoidal de 2MV de amplitude.

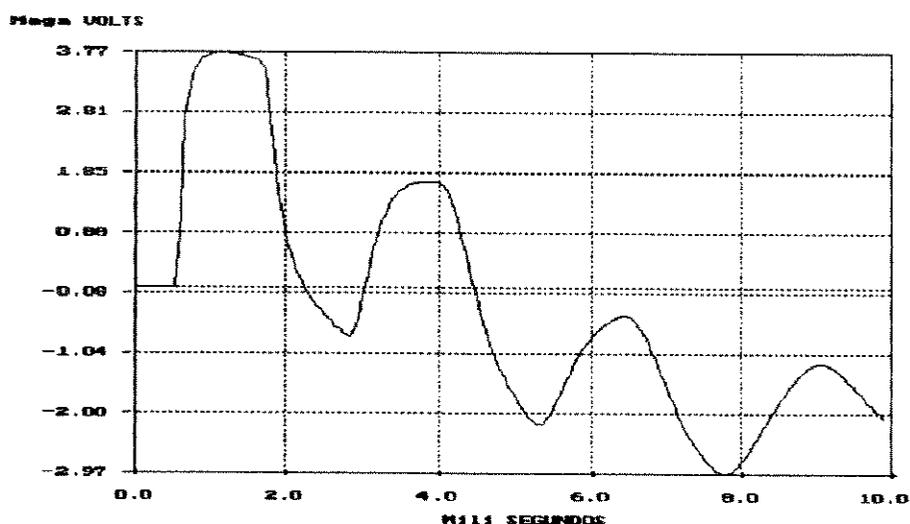


Figura 7.11- Solução obtida pelo método da transformada Z para excitação senoidal.

A seguir é apresentado, na figura 7.12, o resultado obtido através do método das características para a mesma configuração de linha com a mesma excitação senoidal. Na figura 7.13 são apresentados ambos os resultados num mesmo gráfico para uma melhor análise.

Para acrescentar, apresentaremos os resultados do método de casamento de raízes, que trabalha com parâmetros concentrados no modelamento da linha, com valores diferentes de resistência, mas dentro dos limites de variação da resistência apresentadas na figura 3.4 do capítulo 3.

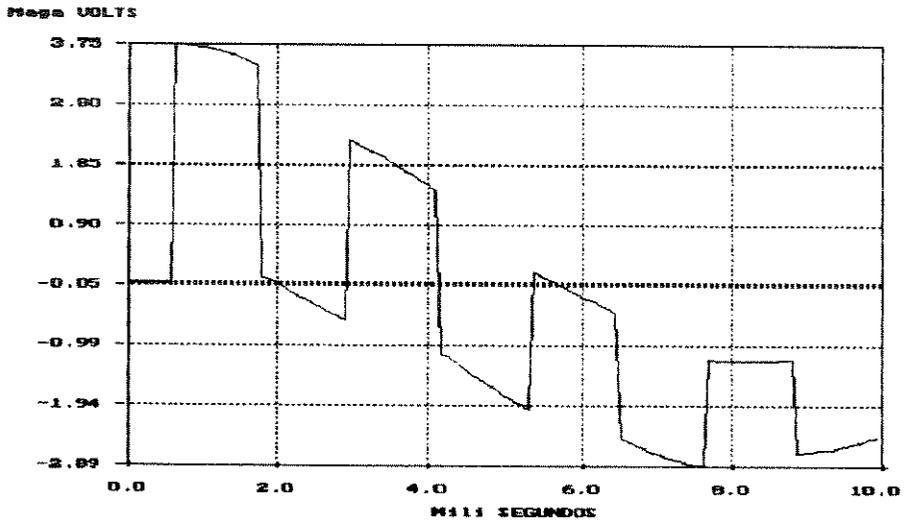


Figura 7.12 - Solução obtida pelo método das características para a linha de transmissão com os terminais em aberto

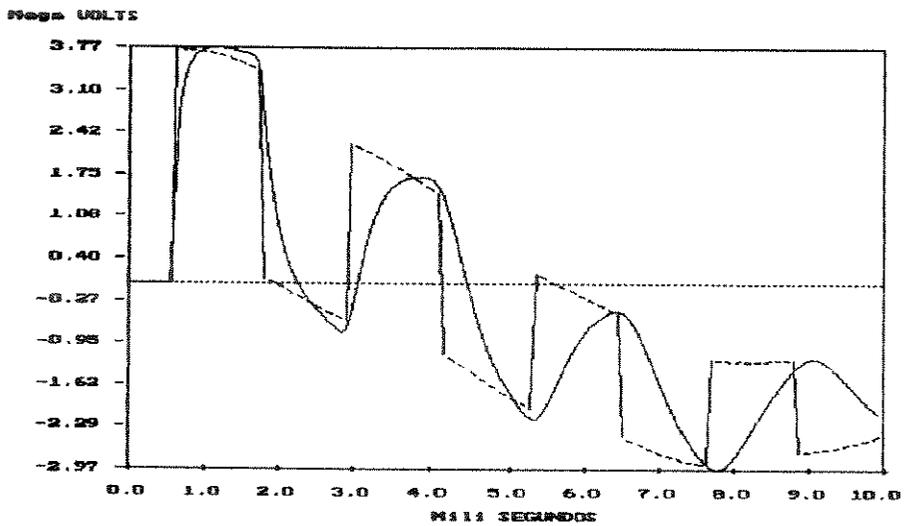


Figura 7.13 - Resultados sobrepostos

- método da transformada Z
- - - método das características

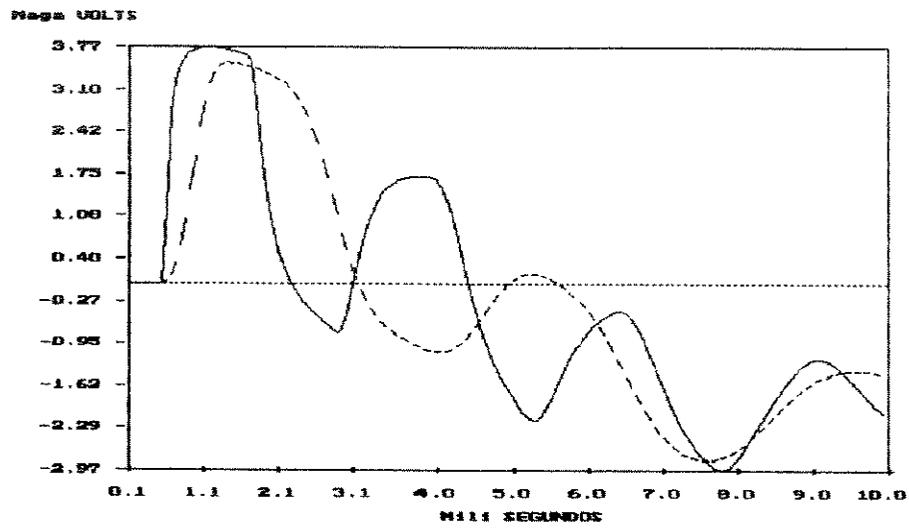


Figura 7.14 - Solução obtida pelo método do casamento de raízes, utilizando  $R = 1\Omega/\text{km}$  (linha tracejada).

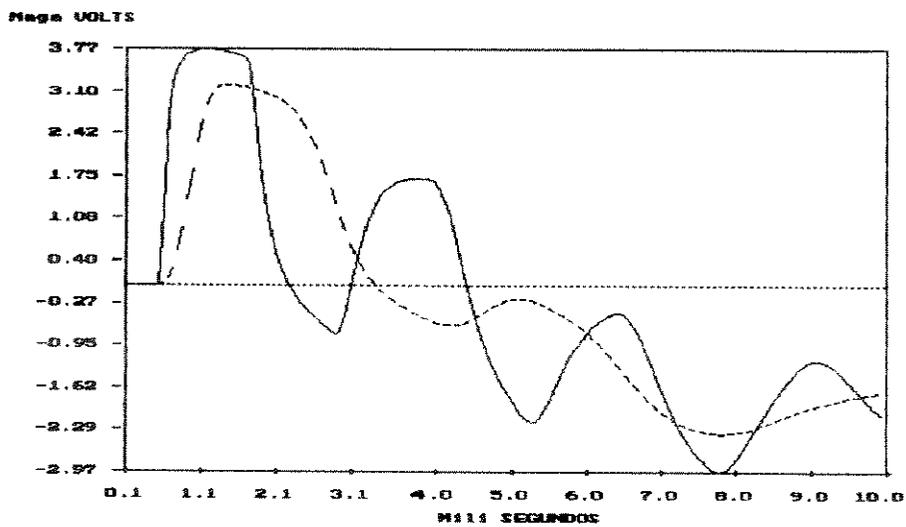


Figura 7.15 - Solução obtida pelo método do casamento de raízes, utilizando  $R = 2\Omega/\text{km}$  (linha tracejada).

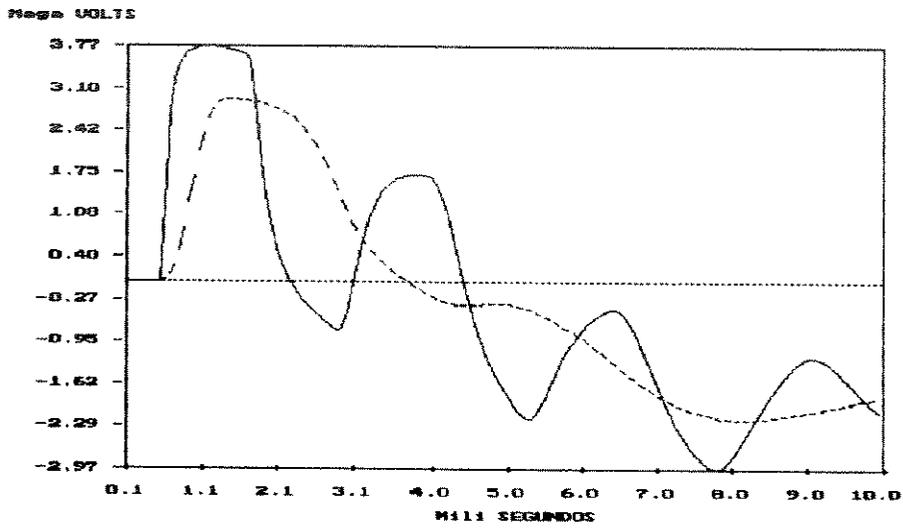


Figura 7.16 - Solução obtida pelo método do casamento de raízes, utilizando  $R = 3\Omega/\text{km}$  (linha tracejada).

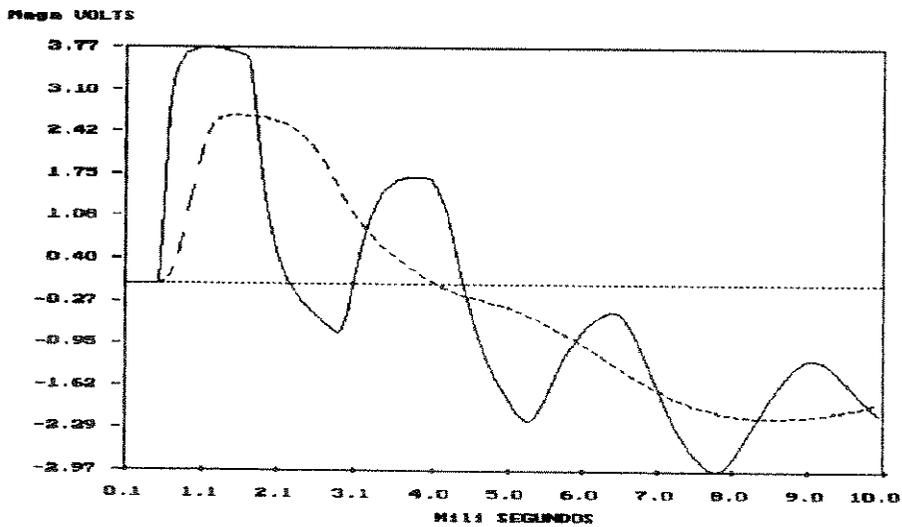


Figura 7.17 - Solução obtida pelo método do casamento de raízes, utilizando  $R = 4\Omega/\text{km}$  (linha tracejada).

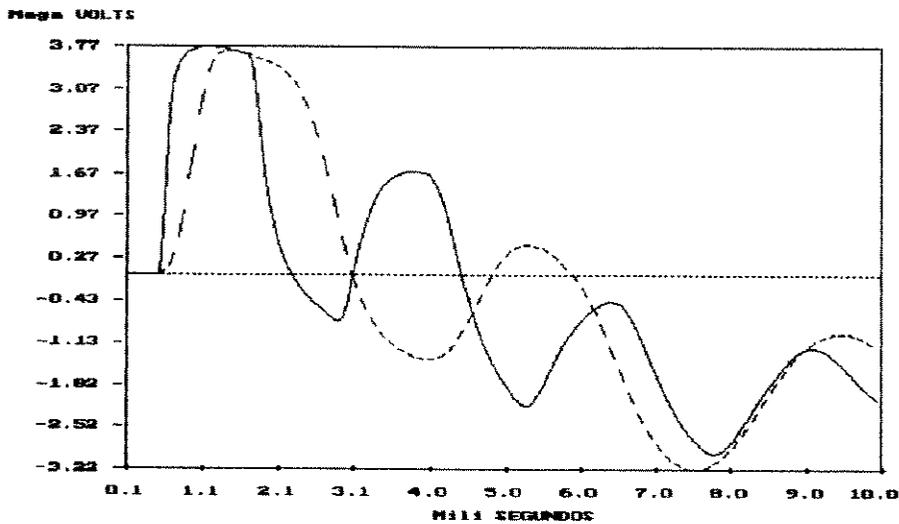


Figura 7.18 - Solução obtida pelo método do casamento de raízes, utilizando  $R= 0.5\Omega/\text{km}$ (linha tracejada).

Nota-se que dependendo do valor da resistência  $R$ , na modelagem de parâmetros concentrados, o resultado pode-se tornar totalmente incorreto, daí a importância da utilização dos parâmetros variando com a frequência.

A seguir, adotou-se o mesmo procedimento para a indutância concentrada, e os resultados são agora apresentados

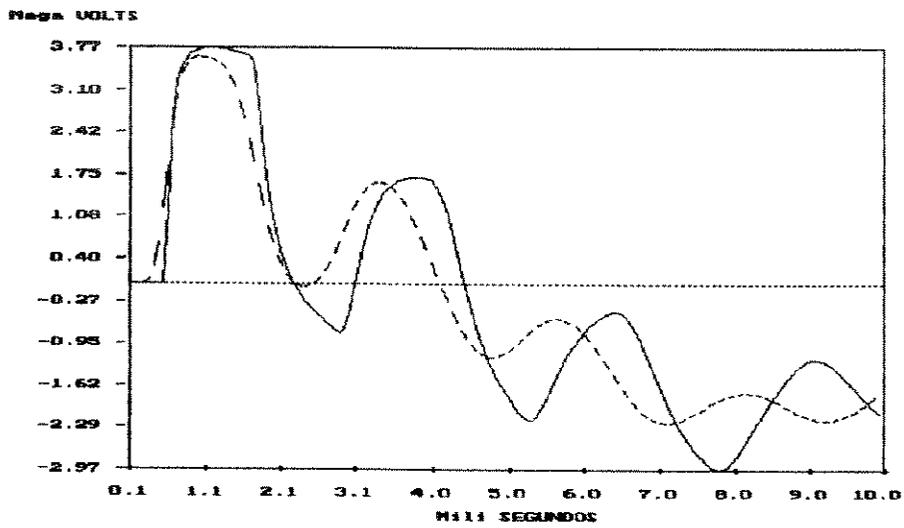


Figura 7.19 - Solução obtida pelo método do casamento de raízes, utilizando  $L = 1.75$  mH/km (linha tracejada).

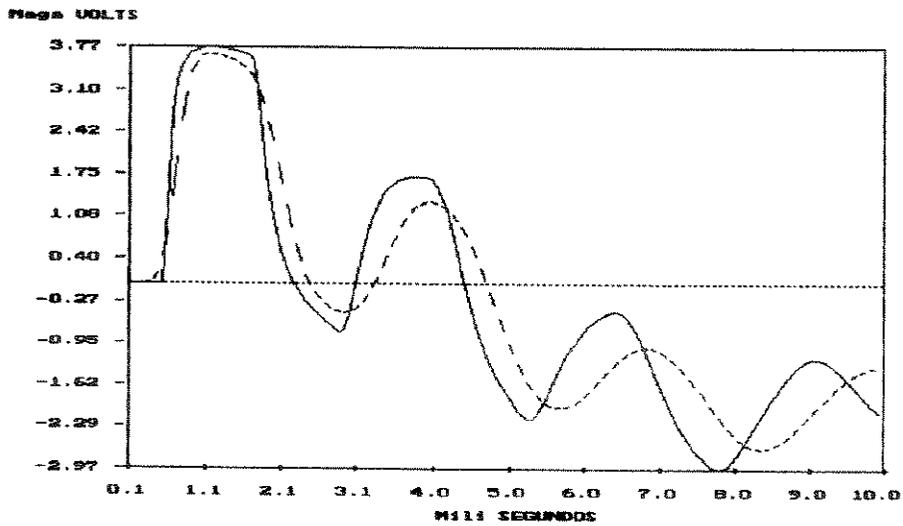


Figura 7.20 - Solução obtida pelo método do casamento de raízes, utilizando  $L = 2.5$  mH/km (linha tracejada).

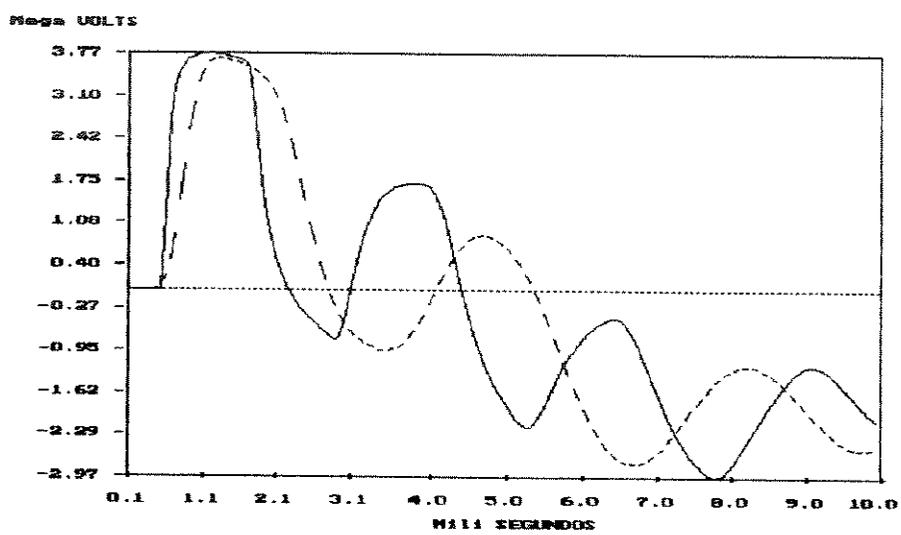


Figura 7.21 - Solução obtida pelo método do casamento de raízes, utilizando  $L = 3.5$  mH/km (linha tracejada).

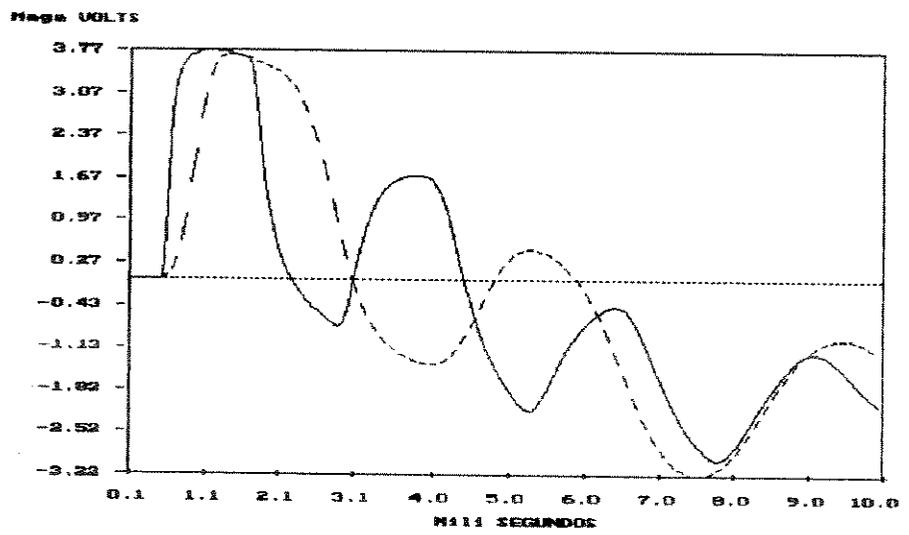


Figura 7.22 - Solução obtida pelo método do casamento de raízes, utilizando  $L = 4.5$  mH/km (linha tracejada).

Considerando-se estes resultados, observa-se que o va-

lor da indutância não é tão crítico quanto o da resistência, mas deve ser observado diferentes soluções para diferentes valores de indutância, o que não se sucede quando se utiliza parâmetros variando com a frequência.

## CAPÍTULO 8 - CONCLUSÃO

### 8.1 CONCLUSÃO

A proposta do trabalho foi o estudo e a implementação de um programa computacional baseado no desenvolvimento das equações da linha de transmissão no domínio Z.

De acordo com a bibliografia consultada o método conciliava uma boa precisão como também proporcionava uma transformação simples e direta das equações no plano Z para o domínio do tempo, isto é, para a obtenção das equações de recorrência.

Além disso trabalhando-se com os parâmetros da linha variantes com frequência nos aproximamos da realidade prática, e a partir disso comparamos os resultados com alguns dos simuladores existentes, que não levam em consideração a dependência dos parâmetros com a frequência.

A partir dos resultados obtidos verificou-se que a utilização do método da transformada Z pode evitar o superdimensionamento de isolação e proteção nas linhas de transmissão. Além disso o programa computacional baseado em tal método apresentou um desempenho superior aos outros métodos em

termos de tempo de simulação e uma boa precisão nos resultados.

## 8.2 PROPOSTAS DE CONTINUIDADE

Para finalizar citaremos algumas propostas nesta linha de desenvolvimento

- Metodologia da sintetização das funções no plano Z.
- Generalização do método em sistemas polifásicos e multi-barra.
- Estudar a aplicação do método na simulação de transitórios decorrentes de descargas atmosféricas, da ordem de Mhz.
- Estender a aplicação do método para análise de equipamentos da linha de transmissão, tais como transformadores, reatores de núcleo saturado, disjuntores e outros elementos não lineares.
- Aplicação do método no estudo de compatibilidade eletromagnética.

## APÊNDICE

Para o cálculo dos parâmetros R, L, G e C da linha variando com a frequência, apresentados no capítulo 3, foi utilizado um programa de cálculo de parâmetros, que apresenta algumas características, citadas abaixo.

### IMPEDÂNCIA SÉRIE

A impedância série de n condutores da linha é representada na forma de uma matriz impedância (Z) n X n. O elemento diagonal  $Z_{ii}$  é representado na forma de uma matriz impedância própria série por unidade de comprimento do condutor i, com retorno por terra. E os elementos fora da diagonal  $Z_{ik}$  é a impedância mútua entre os condutores i e k, por unidade de comprimento. Esta matriz é simétrica, ou seja,  $Z_{ik} = Z_{ki}$ . Os valores dos elementos da matriz são computados através da formula de Carson [20].

$$Z_{ii} = (R + \Delta R_{ii}) + j \left( 2\omega \cdot 10^{-4} \cdot \ln \frac{2h_i}{GMR_i} + \Delta X_{ii} \right) \quad [\Omega/\text{km}] \quad (\text{A.1})$$

$$Z_{ik} = Z_{ki} = \Delta R_{ik} + j \left( 2\omega \cdot 10^{-4} \cdot \ln \frac{D_{ik}}{d_{ik}} + \Delta X_{ik} \right) \quad [\Omega/\text{km}] \quad (\text{A.2})$$

Onde

$R_i$  = resistência do condutor i  $[\Omega/\text{km}]$

$h_i$  = altura média média, da terra ao condutor i [m]

$D_{ik}$  = distância entre o condutor  $i$  e a imagem do condutor  $k$  [m].

$d_{ik}$  = distância direta entre os condutores  $i$  e  $k$  [m]

$GMR_i$  = raio médio geométrico do condutor  $i$  [m]

$\omega$  = frequência angular.

$\Delta R, \Delta X$  = Termos de correção de Carson, que leva em conta os efeitos de retorno por terra.

### CAPACITÂNCIA "SHUNT"

A capacitância "shunt" entre os  $n$  condutores e a terra são dispostos na forma de uma matriz de capacitâncias ( $C$ ). O elementos da diagonal principal  $C_{ii}$  é a soma das capacitâncias "shunt" do condutor  $i$  para todos os outros condutores, como também para a terra, por unidade de comprimento. O elemento fora da diagonal,  $C_{ik}$ , é a capacitância shunt entre os condutores  $i$  e  $k$ , por unidade de comprimento, com sinal negativo. Novamente a matriz ( $c$ ) é simétrica, portanto  $C_{ik} = C_{ki}$ . A matriz capacitância não pode ser computada diretamente. No seu lugar, matriz  $[P]$  dos coeficientes de Maxell's é formada, e ( $C$ ) é então encontrada pela inversão da matriz

$$[C] = [P^{-1}] \quad (A.3)$$

Os elementos de  $[P]$  são computados através da geometria da torre. Se  $r \ll h$ , com  $r$  sendo o raio do condutor, então

$$P_{ii} = 18 \cdot 10^6 \cdot \ln \frac{2h_i}{r_i} \quad [\text{km/F}] \quad (\text{A.4})$$

$$P_{ik} = P_{ki} = 18 \cdot 10^6 \cdot \ln \frac{D_{ik}}{d_{ik}} \quad [\text{km/F}] \quad (\text{A.5})$$

### COMPONENTES SIMÉTRICAS

As equações de regime permanente para a tensão ao longo dos n condutores, por unidade de comprimento, podem ser escritas por

$$\begin{bmatrix} dV_1/dx \\ dV_2/dx \\ \vdots \\ dV_n/dx \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \dots & Z_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

Agrupando os condutores por fase, a expressão (A.6) pode ser reescrita na forma

$$\begin{bmatrix} dV_a/dx \\ dV_b/dx \\ dV_c/dx \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

As componentes de sequência são facilmente obtidas da equação (A.7) pela transformação das componentes de fase em n componentes de sequência [21]. Esta transformação muda a equação (A.7) de uma linha não transposta em

$$\begin{bmatrix} dV_{\text{zero}}/dx \\ dV_{\text{pos}}/dx \\ dV_{\text{neg}}/dx \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{\text{zero,zero}} & Z_{\text{zero,pos}} & Z_{\text{zero,neg}} \\ Z_{\text{pos,zero}} & Z_{\text{pos,pos}} & Z_{\text{pos,neg}} \\ Z_{\text{neg,zero}} & Z_{\text{neg,pos}} & Z_{\text{neg,neg}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{\text{zero}} \\ I_{\text{pos}} \\ I_{\text{neg}} \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

A transposição da linha, equivale a obtenção da média dos valores de impedância e faz que os elementos da diagonal principal sejam iguais, o mesmo acontecendo com os elementos fora da diagonal principal

$$Z_s = \frac{1}{3} [ Z_{aa} + Z_{bb} + Z_{cc} ] \quad (\text{A.9})$$

$$Z_m = \frac{1}{3} [ Z_{ab} + Z_{ac} + Z_{bc} ] \quad (\text{A.10})$$

Fornecendo uma matriz "balanceada" do tipo

$$\begin{bmatrix} Z_s & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_s & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_s \end{bmatrix} \quad (\text{A.11})$$

Se esta matriz de uma linha  $i$  é transposta, a matriz na equação (A.8) torna-se diagonal

### RAIO MÉDIO GEOMÉTRICO E IMPEDÂNCIA INTERNA

A equação (A.1) usa o raio médio geométrico ao invés do raio  $r$  no cálculo da influência da indutância interna para a indutância total. Originalmente, a indutância total para perfeita condução de terra ( $\rho=0$  ou  $\Delta X_{ii}=0$ ) é definido como

$$L_{(\rho=0)} = 2 \cdot 10^{-4} \cdot \ln \frac{r}{\text{GMR}} + 2 \cdot 10^{-4} \cdot \ln \frac{2h - r}{r} \quad [\text{H/km}] \quad (\text{A.12})$$

Onde o 1º termo representa a indutância interna e o segundo termo a indutância externa. Desde que  $r \ll 2h$ ,  $r$  é substituído por  $2h$  no segundo termo, então

$$L_{(\rho=0)} = 2 \cdot 10^{-4} \cdot \ln \frac{2h}{\text{GMR}} \quad (\text{A.13})$$

Como é utilizado na equação (A.1).

O raio médio geométrico é função de

- Tipo do condutor,
- Permeabilidade relativa  $\mu_r$  para condutores magnéticos, e
- Frequência (GMR = r para altíssimas frequências)

Isto pode ser calculado para todos tipos de condutores se o efeito skin é desprezível. Frequentemente, isto pode ser obtida através de tabelas.

Se o efeito skin na indutância interna é levado em consideração, é importante considerar a reatância interna do condutor, e então, temos a seguinte relação

$$\frac{\text{GMR}}{r} = e^{-(\omega L'_{\text{interno}} / 2\omega \cdot 10^{-4})} \quad (\text{A.14})$$

Com  $\omega L'_{\text{interno}}$  em  $\Omega/\text{km}$ . Com o aumento da frequência, a indutância interna diminui e eventualmente torna-se desprezível. Desde que a indutância é somente uma pequena parte da indutância total, o efeito skin na indutância é tão pequeno que é praticamente desprezível.

#### TERMOS DE CORREÇÃO DE CARSON

Os termos de correção de Carson  $\Delta R$  e  $\Delta x$  nas equações (A.1) e (A.2) são importantes para o efeito de retorno pelo terra e são funções do ângulo  $\phi$ , mostrado na figura A1, e do parâmetro  $a$

$$a = 4\pi \cdot \sqrt{5} \cdot 10^{-4} \cdot D \cdot \sqrt{\frac{f}{\rho}} \quad (\text{A.15})$$

Com  $D = 2h_i$  em metros para impedância própria  
 $D_{ik}$  em metros para impedância mútua  
 $\rho =$  resistividade em  $\Omega/\text{m}$

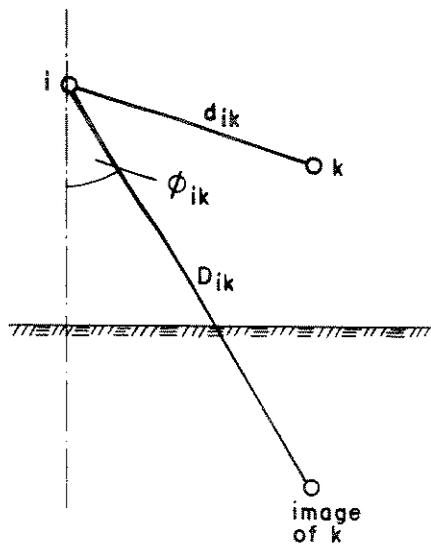


Figura A1 - Distância entre os condutores i e k

$\Delta R$  e  $\Delta X$  tendem a zero para  $a \rightarrow \infty$  (resistividade da terra muito baixa). Carson utiliza uma integral infinita para  $\Delta R$  e  $\Delta X$ , as quais ele desenvolve dentro de uma somatória de 4 séries

infinitas, para  $a \leq 5$  [21]. Rearranjando para facilitar a programação, isto pode ser escrito como uma série

$$\Delta R = 4\omega \cdot 10^{-4} \left\{ \frac{\pi}{8} - b_1 \cdot a \cdot \cos\phi + b_2 \left[ \left( c_2 - \ln(a) \right) a^2 \cos(2\phi) + \phi a^2 \sin(2\phi) \right] + b_3 a^3 \cos(3\phi) - d_4 a^4 \cos(4\phi) - b_5 a^5 \cos 5\phi + b_6 \left[ \left( c_6 - \ln(a) \right) a^6 \cos(6\phi) + \phi a^6 \sin(6\phi) \right] + b_7 a^7 \cos 7\phi - d_8 a^8 \cos 8\phi - \dots \right\} \quad [\Omega/\text{km}] \quad (\text{A.16})$$

$$\Delta X = 4\omega \cdot 10^{-4} \left\{ \frac{1}{2} (0,6159315 - \ln(a)) - b_1 \cdot a \cdot \cos\phi - d_2 a^2 \cos(2\phi) + \phi a^2 \cos(2\phi) + -b_3 a^3 \cos(3\phi) - b_4 \left[ \left( c_4 - \ln(a) \right) a^4 \cos(4\phi) + \phi a^4 \sin(4\phi) \right] + b_5 a^5 \cos 5\phi + -d_6 a^6 \cos(6\phi) + b_7 a^7 \cos(7\phi) + b_8 \left[ \left( c_8 - \ln(a) \right) a^8 \cos(8\phi) + \phi a^8 \sin(8\phi) \right] + - \dots \right\} \quad [\Omega/\text{km}] \quad (\text{A.17})$$

A cada 4 termos sucessivos forma-se um padrão repetitivo. Os coeficientes  $b_i$ ,  $c_i$  e  $d_i$  são constantes e podem ser pré calculados e armazenados em vetores. Elas são obtidas das seguintes formas recursivas

$$b_i = b_{i-2} \frac{\text{sign}}{i(i+2)} \quad (\text{A.18})$$

Com os valores iniciais dados por

$$b_1 = \frac{\sqrt{2}}{6} \text{ para subscritos ímpares}$$

$$b_2 = \frac{1}{16} \text{ para subscritos pares}$$

$$c_i = c_{i-2} + \frac{1}{i} + \frac{1}{i+2} \quad (\text{A.19})$$

Com valor inicial  $c_2 = 1,36593115$

$$d_i = \frac{\pi}{4} \cdot b_i \quad (\text{A.20})$$

Com o sinal mudando depois de 4 sucessivos termos  
(sinal = +1 para  $i= 1,2,3,4$ ; sinal = -1 para  $i= 5,6,7,8,etc...$ )

Para  $a>5$ , a seguinte série finita é usada

$$\Delta R = \left( \frac{\cos\phi}{a} - \frac{\sqrt{2} \cdot \cos 2\phi}{a^2} + \frac{\cos 3\phi}{a^3} + \frac{3\cos 5\phi}{a^5} - \frac{45\cos 7\phi}{a^7} \right) \cdot \frac{4\omega \cdot 10^{-4}}{\sqrt{2}} \quad [\Omega/\text{km}] \quad (\text{A.21})$$

$$\Delta X = \left( \frac{\cos\phi}{a} - \frac{\cos 3\phi}{a^3} + \frac{3\cos 5\phi}{a^5} - \frac{45\cos 7\phi}{a^7} \right) \cdot \frac{4\omega \cdot 10^{-4}}{\sqrt{2}} \quad [\Omega/\text{km}] \quad (\text{A.22})$$

As funções trigonométricas são calculadas diretas da geometria

$$\cos\phi_k = \frac{h_i + h_k}{D_{ik}} \text{ e } \text{sen}\phi_k = \frac{X_{ik}}{D_{ik}}$$

### IMPEDÂNCIA INTERNA DE CABOS ENCORDADOS

Para problemas de ondas portadoras em linhas de potência, uma razoável precisão das constantes de atenuação é muito importante. Substituir um cabo encordado por um condutor tubular de igual secção transversal não é bom bastante para tais propósitos. Ao invés disso, a fórmula de Galloway [22], deve ser usada

$$R_{\text{interno}} = \omega L_{\text{interno}} = \frac{2.25 \sqrt{\omega \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \rho}}{r \cdot \pi \cdot (2+n) \cdot \sqrt{2}} \quad [\Omega/\text{m}] \quad (\text{A.24})$$

ou com

$$\frac{\rho}{\pi \cdot r^2} = R,$$

$$R_{\text{interno}} = \omega L_{\text{interno}} = \frac{4,5 \cdot \sqrt{5} \cdot 10^{-4}}{2+n} \sqrt{\omega \cdot \mu_r \cdot R} \quad [\Omega/\text{m}] \quad (\text{A.25})$$

Onde

R = resistência cc de um dos condutores externos do cabo encordado,

$\mu_r$  = permeabilidade relativa,

$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$  (H/m),

$\omega$  = frequência angular

$\rho$  = resistividade do condutor ( $\Omega \cdot \text{m}$ ),

r = raio de cada condutor externo (m),

n = número de condutores externos.

O fator 2,25 foi obtido experimentalmente do mapeamento de campo num tanque eletrolítico. A fórmula dá resultados de uma razoável precisão para frequências acima de 3 kHz, para a maioria dos cabos encordoados com o número de condutores externos igual a 6, 12, 18 ou 24.

#### FÓRMULA DE GARY, DERI ET ALLI

Uma maneira muito simples de considerar os efeitos de retorno por terra foi recentemente formulada por Gary, Deri e outros [23]. Ao invés de adicionar os termos de correção  $\Delta R$  e  $\Delta X$  de Carson, o termo complexo

$$p = \sqrt{\frac{\rho}{j\omega\mu_0}}$$

é somado a altura nas equações A.1 e A.2, dessa forma substitui-se  $2h_i$  por  $2(h_i + p)$  na equação A.1 e  $D_{ik}$  por  $\sqrt{(h_i + h_k + 2p)^2 + X_{ik}^2}$  na equação A.2 ( $X_{ik}$  = distância horizontal entre os condutores  $i$  e  $k$ ). Esta fórmula simples produz resultados que são bastante próximos aqueles obtidos com os termos de correção de Carson.

-REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS-

- [01] HUMPAGE,W. & WONG,Kit-Po, *Electromagnetic Transient Analysis in EHV Power Networks*,Proceedings of the IEEE, Vol 70, (n004):pp 379-402, 1982.
- [02] HUMPAGE,W. D. , WONG,K. P. & NGUYEN,T. T., *Development of Z-Transform Electromagnetic Transient Analysis Methods for Multinode Power Networks*,IEE Proc.,Vol 127,Pt C, (n006):pp 379-85, 1980.
- [03] HUMPAGE,W. D. , WONG,K. P. & NGUYEN,T. T., *Z-Plane Synthesis of Response Functions and Interpolators in Z-transform Electromagnetic Transient Analysis in Power Systems*,IEE Proc, Vol. 129,Pt C, (n003):pp 104-110, MAIO, 1982.
- [04] HUMPAGE,W. D. , WONG,K. P. & NGUYEN,T. T., *Time Convolution and Z-Transform Methods of Electromagnetic Transient Analysis in Power Systems*, IEE Proc., Vol. 127 (n006): 386-94, NOVEMBRO, 1980.
- [05] DOMMEL,H. W., *Digital Computer Solution of Electromagnetic Transients in Single-and Multiphase Networks*,IEEE Transactions on Power Aparatus and Sustems, Vol. PAS 88, (n004):388-98, 1969.

- [06] COSTA Jr, P. da, *Método do Casamento de Raízes Aplicado à Simulação Digital de Sobretensões em Linhas de Assinantes*, Tese de Mestrado, UNICAMP, Campinas, julho,1989.
- [07] MATLAB USER'S GUIDE, *Matrix Laboratory*, Maio,1989.
- [08] Stevenson Jr., W. D. , *Elements of Power System Analysis*, 4<sup>th</sup> Edition, MacGraw-Hill.
- [09] D'AJUZ, A & outros, *Transitórios Elétricos e Coordenação de Isolamento - Aplicação em Sistemas de Potência de Alta-tensão*, Editora da Universidade Estadual Fluminense, Rio de Janeiro, 1987.
- [10] BICKFORD, J. P. & RAHMAN, M. H. A., *Application of Travelling-wave Methods to the Calculation of Transient-fault Currents and Voltages in Power-System Networks*, IEE Proc. Vol. 127, Pt C, (nº03):153-68, MAIO,1980.
- [11] BICKFORD, J. P. & DOEPEL, P. S., *Calculation of Switching Transient with Particular Reference to Line Energisation*, Proc . IEE, Vol. 114, (nº04): 465-77, ABRIL, 1967.
- [12] BERGERON, L. J. B., *Etude des variations de Regime dans les Conduites d'eau: Solution Graphique Generale*, Rev. Gen. Hydraulique, 1, p. 12, 1935.
- [13] Day, S. J. et alli, *Developments in obtaining Transient Response Using Fourier Transforms*, Int. Elect. Eng. Educ., Part I, Vol 3, pp 501-506, 1965.

- [14] DAY, S. J. et alli, *Developments in obtaining Transient Response Using Fourier Transforms*, Int. Elect. Eng. Educ., Part II, Vol 4, pp 31-40, 1966.
  
- [15] DAY, S. J. et alli, *Developments in obtainiung Transient Response Using Fourier Transforms*, Int. Elect. Eng. Educ., Part III, Vol 6, pp 259-265, 1968.
  
- [16] HUMPAGE, W. D. , *Z-Transform Eletromagnetic Transient Analysis in High-Voltage Networks*, Peter Perigrinus Ltd., 1982.
  
- [17] JACKSON, L. B. ,KAISER, J. F. e MACDONALD, H. S., *An Approach to the Implementation of Digital Filters*, IEEE Trans., 1968, Audio and Eletroacoustic, vol. 3, pp. 413-421.
  
- [18] NAIDU, S. R., *Transitórios Eletromagnéticos em Sistemas de Potência*, Elétrobras/UFPb, 1985.
  
- [19] ZOLLENKOPF, K., *Bi-Factorisation Basic Computational Algorithm and Programming Techniques*, Proceedings of the Oxford Conference of the Institute of Mathematics and Its Aplications, Academic Press, Inc., London, pp 75-96, 1971.
  
- [20] CARSON, J. R., *Wave Propagation in Overhead wires with Ground Return*, Bell System Technical Journal, Vol. 5, pp 539-554, 1926.
  
- [21] DOMMEL, H. W., *Line Constants of Overhead Lines and Underground Cables*. Notas de curso, University of British Columbia,

Vancouver, Canada, Nov., 1979.

- [22] GALLOWAY, R. H., SHORROCKS, W. B. & WEDEPOHL, L. M.-*Calculation of Eletrical Parameters for Short and Long Polyphase Transmission Lines*, Proc. IEE, Vol. 111 (nº 12):2051-2059, Dec 1964.
- [23] Deri, A., Tevan G., Semlyen, A. e Castanheira, A. *The Complex Ground Return Plane, a Simplified Model For Homogeneous and Multi-Layer earth return*, IEEE Trans. Power App. System, Vol. PAS 100, 3686-3693, Agosto, 1981.