

Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
Departamento de Engenharia de Sistemas

**Um Modelo de Fluxo de Potência Ótimo Linear
com Reprogramação Corretiva Via Método de
Pontos Interiores**

Autor: Mariella Renata Cumpa Aurich

Orientador: Prof. Dr. Takaaki Ohishi

Tese de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Banca Examinadora

Leonardo Nepomuceno, Dr.....FEB/Unesp
Carlos Alberto Favarin Murari, Dr.....DSEE/FEEC/Unicamp
Akebo Yamakami, Dr.....DT/FEEC/Unicamp

Campinas, SP

Julho/2004

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

C913m Cumpa Aurich, Mariella Renata
Um modelo de fluxo de potência ótimo linear com
reprogramação corretiva via método de pontos interiores /
Mariella Renata Cumpa Aurich. --Campinas, SP: [s.n.],
2004.

Orientadores: Takaaki Ohishi
Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de
Computação.

1. Programação não-linear. 2. Programação
(Computadores). 3. Sistemas de energia elétrica. I. Ohishi,
Takaaki. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade
de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

Resumo

Este trabalho apresenta um modelo de Fluxo de Potência Ótimo Linear com Reprogramação Corretiva, utilizando um método de Pontos Interiores Primal-Dual Barreira Logarítmica. O modelo de Fluxo de Potência Ótimo Linear determina um ponto de operação econômico factível do ponto de vista de um Caso Básico, mas não leva em consideração a ocorrência de contingências. O modelo de Fluxo de Potência Ótimo Linear com Restrições de Segurança, por outro lado, determina uma solução segura do ponto de vista das contingências, mas as suas soluções podem se afastar significativamente da solução mais econômica. Já o modelo de Fluxo de Potência Ótimo Linear com Reprogramação Corretiva visa determinar um ponto de operação mais seguro em relação a possíveis contingências, ao mesmo tempo em que procura se afastar pouco da solução mais econômica. A metodologia foi aplicada ao sistema teste IEEE-30 para mostrar a sua eficácia.

Abstract

This study presents a Linear Optimal Power Flow model with Corrective Rescheduling, using a Primal-Dual Logarithmic-Barrier Interior-Point Method. The Linear Optimal Power Flow model determines a feasible economical operation solution for a Basic Case, but does not consider the occurrence of contingencies. The Linear Security Constrained Optimal Power Flow model, on the other hand, determines a secure solution according to the contingencies, although its solutions may diverge significantly from the most economical solution. The Linear Optimum Power Flow model with Corrective Rescheduling aims to determine a secure operation point, considering the possible contingencies and concomitantly tries to have a minimum deviation from the most economical solution. The methodology was applied to the IEEE-30 system test to show its efficiency.

*Aos meus pais Adriano e Matilde,
aos meus irmãos Katia, Adriano, Alexis,
Gonzalo e Lorena e a minha Moma.*

Agradecimentos

A Deus, por guiar cada dia da minha vida;

Ao Professor Takaaki Ohishi, sou muito grata pela orientação, ajuda e paciência;

Aos meus pais, Adriano e Matilde pelo exemplo de perseverança, confiança e dedicação à família e ao trabalho;

Aos meus irmãos, pelo carinho, incentivo e apoio;

Aos meus grandes amigos da Faculdade, Gerardo e César, pela amizade e ajuda nos momentos difíceis;

Ao Senhor Ludwig e família por me abrir gentilmente as portas da sua casa.

Aos amigos do DENSIS em especial: Olinto, Aníbal, André, Julio e Carolina pela amizade e ajuda em todo momento.

Aos amigos da república, Sandra, Danitiela, Luiza e André pela agradável convivência e amizade.

Aos amigos da faculdade, Meche, Antuanette, Tito, Boris, Chino, Lalo, Arabella, Chale, obrigada pelo carinho e confiança.

À CAPES pela ajuda financeira deste trabalho.

E a todos que alguma forma contribuíram na realização deste trabalho.

Sumário

Lista de Figuras	xv
Lista de Tabelas	xvi
Capítulo I	1
INTRODUÇÃO	1
Capítulo II	5
DESPACHO ECONÔMICO	5
2.1 INTRODUÇÃO	5
2.2 DESPACHO ECONÔMICO	6
2.2.1. Formulação do Problema	7
2.3 CÁLCULO DE FLUXO DE CARGA	8
2.4 FLUXO DE CARGA LINEARIZADO	11
2.5 FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO	14
2.5.1. Formulação do Fluxo de Potência Ótimo Linear	16
Capítulo III	19
SEGURANÇA DE SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA	19
3.1 INTRODUÇÃO	19
3.1.1 Definição de Contingência	20
3.2 MONITORAÇÃO DO SISTEMA DE SEGURANÇA	21
3.3 ANÁLISE DE SEGURANÇA	21
3.4 PROCEDIMENTO DE ANÁLISE DE CONTINGÊNCIAS	24
3.5 LISTA DE CONTINGÊNCIAS	24
3.6 NÍVEIS DE SEGURANÇA E ESTADOS DE OPERAÇÃO DE UMA REDE ELÉTRICA	25
3.7 CONSEQÜÊNCIAS DAS CONTINGÊNCIAS	29
3.7.1 Instabilidade de Tensão	29
3.7.2 Instabilidade de Ângulo	29
3.7.3 Instabilidade de Frequência	29

3.7.4	Desligamentos em Cascata de Circuitos.....	30
Capítulo IV	31
MODELO DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO COM REPROGRAMAÇÃO CORRETIVA	31
4.1.	INTRODUÇÃO.....	31
4.2	FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO LINEARIZADO OU DC (FPODC).....	32
4.3.	ANÁLISE DE CONTINGÊNCIAS E RESTRIÇÕES DE SEGURANÇA.....	33
4.4.	FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO COM RESTRIÇÕES DE SEGURANÇA (FPORS).....	34
4.5.	FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO DC COM REPROGRAMAÇÃO CORRETIVA (FPORC).....	35
Capítulo V	41
MÉTODO DE PONTOS INTERIORES	41
5.1	INTRODUÇÃO.....	41
5.2	MÉTODO DE PONTOS INTERIORES.....	42
5.3	PROBLEMA PRIMAL E PROBLEMA DUAL NO MODELO DE OTIMIZAÇÃO.....	43
5.4	CONDIÇÕES DE OTIMALIDADE.....	44
5.5	METODO DE NEWTON.....	46
5.6	ALGORITMOS DE PONTOS INTERIORES.....	47
5.6.1	Método Primal-Dual Afim-Escala.....	47
5.6.2	Método Primal-Dual Clássico.....	52
5.6.3	Método de Barreira Logarítmica.....	53
Capítulo VI	59
APLICAÇÃO DO MÉTODO DE PONTOS INTERIORES PRIMAL-DUAL BARREIRA-LOGARÍTMICA NO FPODC, FPORS E FPORC	59
6.1	INTRODUÇÃO.....	59
6.2	MÉTODO PRIMAL-DUAL BARREIRA-LOGARÍTMICA PARA AS FORMULAÇÕES DO FPODC, FPORS E DO FPORC.....	60
6.2.1.	Método Primal-Dual Barreira-Logarítmica.....	61

Capítulo VII.....	71
TESTES E RESULTADOS	71
7.1 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL.....	71
7.2 PROCEDIMENTO E ALGORITMO	72
7.2.1. Algoritmo	73
7.3 SISTEMA IEEE-30.....	74
7.4 Resultados do Sistema IEEE-30.....	75
7.4.1. Solução do Caso Básico	76
7.4.2 Análise de Segurança	79
7.4.3. Solução Preventiva (FPORS).....	80
7.4.4. Solução Corretiva (FPORC).....	87
Capítulo VIII	97
CONCLUSÕES.....	97
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	99
APÊNDICE A	107

Lista de Figuras

Figura 1. Função Custo de Geração em Geradores Termelétricos.....	6
Figura 2. Componentes dos Centros de Supervisão e Controle.	23
Figura 3. Níveis de Segurança de um Sistema de Potência.....	27
Figura 4. Sistema de Potência de 2 Barras.	38
Figura 5. Solução do Fluxo de Potência Ótimo (FPO).....	39
Figura 6. Solução do Fluxo de Potência Ótimo com Restrições de Segurança (FPORS)....	39
Figura 7. Solução do Fluxo de Potência Ótimo com Reprogramação Corretiva (FPORC). 40	
Figura 8. Critérios de parada do método de Pontos Interiores do FPODC.	78
Figura 9. Fluxo de potência ativa nas linhas de transmissão (FPODC).	79
Figura 10. Fluxo de potência ativa nas linhas de transmissão depois da contingência.	80
Figura 11. Variação na geração de potência no Caso Básico e no FPORS.....	83
Figura 12. Variação dos custos marginais do Caso Básico e do FPORS.	84
Figura 13. Fluxo de potência ativa nas linhas de transmissão depois de aplicado o FPORS.	85
Figura 14. Comportamento do custo de geração em cada iteração, para as soluções do FPODC e do FPORS.	86
Figura 15. Critérios de parada do método de Pontos Interiores do FPORS.	87
Figura 16. Geração de potência no FPODC, FPORS e FPORC.	91
Figura 17. Custos de geração do FPODC, FPORS e FPORC.	92
Figura 18. Custo de geração em cada iteração do FPORS das contingências das linhas 4 e 5.	94
Figura 19. Geração de potência ativa após as contingências das linhas 4 e 5.....	95
Figura 20. Variação dos custos de geração no FPODC, FPORS e FPORC.	96
Figura 21. Diagrama unifilar do sistema IEEE 30 barras.....	107

Lista de Tabelas

Tabela 1. Dados da rede do exemplo de 2 barras.	38
Tabela 2. Limites de fluxo de potência ativa nas linhas de transmissão.	75
Tabela 3. Resultados do FPODC para o Caso Básico.	76
Tabela 4. Derivadas das funções de custo.	78
Tabela 5. Resultados do FPORS para o Caso Pós-contingência.	81
Tabela 6. Derivadas das funções de custo.	82
Tabela 7. Limites de rampa para cada gerador.	88
Tabela 8. Resultados do FPORC (MW) com diferentes valores de rampa.	88
Tabela 9. Reprogramação (MW) de cada gerador em relação ao Caso Básico, para os diferentes valores de rampa.	89
Tabela 10. Derivadas das funções de custo.	90
Tabela 11. do sistema calculado pelo método de Pontos Interiores nas diferentes rampas.	90
Tabela 12. Resultados do FPORS para a saída da linha 5 (2-5).	93
Tabela 13. Geração de potência ativa para os diferentes valores de rampa.	95
Tabela 14. Dados dos ramos do sistema IEEE-30.	108
Tabela 15. Dados das cargas de Potência Ativa.	109
Tabela 16. Dados das barras geradoras.	109

Capítulo I

INTRODUÇÃO

Segurança em um sistema de potência significa a capacidade do sistema para suportar, sem sérias conseqüências, a ocorrência de qualquer evento de uma lista pré-selecionada de possíveis contingências. Na operação de um sistema de energia elétrica, a segurança operacional é um aspecto fundamental, pois uma interrupção no fornecimento de energia elétrica pode causar sérios prejuízos econômicos e sociais. É, portanto, desejável que os sistemas de energia elétrica sejam planejados e operados de modo a suportarem alterações não previstas, tais como falhas de equipamentos e comportamentos atípicos da demanda de carga.

A consideração da questão de segurança é bastante complexa, primeiramente pelo fato de que as falhas são eventos aleatórios, e a segunda dificuldade está associada com a determinação de uma solução com adequado nível de segurança à qual denominaremos de solução com segurança. A abordagem clássica que se dá a este problema é determinar quais eventos são críticos, uma vez que nem toda alteração no sistema resulta em violações de restrições, e determinar um novo ponto de operação de modo que a ocorrência de qualquer um dos eventos críticos não resulte em nenhuma violação.

A identificação das contingências críticas para um dado ponto de operação é obtida via análise de contingências, a qual basicamente simula a ocorrência dos eventos e determina se esse evento resulta em um estado pós-contingência com violações de restrições. Em caso afirmativo, diz-se que esse evento é uma contingência crítica; caso contrário tem-se uma contingência não crítica. Esta análise pressupõe um dado ponto de operação, pois dependendo do ponto de operação, um evento pode ser considerado crítico ou não; a este ponto de operação a partir do qual é realizado a análise de segurança denomina-se Caso Básico. Na prática, em geral, o decisor conhece os principais eventos críticos que compõem a chamada Lista de Contingências.

Quanto à determinação da solução com segurança, esta pode ser obtida através de modelos de Fluxo de Potência Ótimo com Restrições de Segurança (FPORS). Os FPORS são metodologias que fazem ajustes na condição pré-contingência para prevenir violações na condição pós-contingência. A idéia é determinar um ponto de operação em que, mesmo com a ocorrência dos eventos críticos, o sistema não apresentará violações. Para determinar este ponto de operação, utilizam-se os modelos de FPORS que são modelos de Fluxo de Potência Ótimo (FPO) com a inclusão de restrições de segurança, as quais representam as condições de violação do sistema após a ocorrência de uma dada contingência. O FPORS conduz à implementação de ações de controle preventivo no sistema, e desta forma obter uma operação com um maior nível de segurança. A inclusão das restrições de segurança nos modelos de FPO obriga o sistema a operar em um ponto menos econômico, pois considera antecipadamente a ocorrência do evento.

Neste trabalho apresenta-se um modelo de despacho que considera a ocorrência de contingências, mas não se posiciona antecipadamente contra estes eventos. Apenas determina um ponto de operação em que caso ocorra o evento, o sistema tenha margem de manobra suficiente para eliminar as sobrecargas, respeitando-se as restrições de rampa de geração. A abordagem leva em conta a capacidade corretiva do sistema depois de acontecida a falha.

Tanto o FPO, como o FPORS são problemas não lineares e neste trabalho serão tratados via métodos de Pontos Interiores. Embora os métodos de Pontos Interiores tenham sido desenvolvidos no início da década de 80, sua aplicação em problemas de otimização de sistemas de potência começou um pouco depois. O primeiro estudo de pesquisa

aplicado a sistemas de potência foi apresentado por Clement, Davis e Frey em 1991 [30], [31], onde apresentam uma técnica de Pontos Interiores de Programação Não Linear para resolver problemas de estimação de estado de sistemas de potência, a qual facilita a descoberta e identificação de dados inconsistentes. As pesquisas na área de Pontos Interiores ainda continuam na atualidade.

Dois algoritmos eficientes de Pontos Interiores, o Primal-Dual e a Barreira-Logarítmica são apresentados e utilizados neste trabalho para a solução do problema de FPO com Reprogramação Corretiva, como apresentado em [23], onde Granville implementa o método de Pontos Interiores para resolver o problema de despacho ótimo de potência reativa. A mesma metodologia foi aplicada também em [37], onde os autores determinam uma solução para sistemas de potência mal condicionados. A metodologia de Pontos Interiores foi aplicada em muitos outros trabalhos tais como [11], [13], [14], [44], [45], [49].

Este trabalho é dividido em 8 capítulos. O Capítulo II faz uma introdução às equações de fluxo de carga, descrevendo o método de Fluxo de Carga Linearizado utilizado no desenvolvimento do trabalho; também é descrita a formulação do problema de despacho econômico a ser usado. No Capítulo III são apresentados aspectos relacionados com a segurança de sistemas de potência, incluindo conceitos de análise de segurança, seleção de contingência e estados de operação com segurança de um sistema de potência. No Capítulo IV são apresentadas as formulações matemáticas do problema de Fluxo de Potência Ótimo Linearizado (FPODC), do problema de Fluxo de Potência Ótimo com Restrições de Segurança (FPORS) e do Fluxo de Potência Ótimo com Reprogramação Corretiva (FPORC). Os Capítulos V e VI descrevem aspectos dos métodos de Pontos Interiores e do método de Pontos Interiores Primal-Dual Barreira-Logarítmica respectivamente. O Capítulo VII apresenta os resultados obtidos dos testes executados em um sistema elétrico da IEEE de 30 barras, apresenta também as comparações dos resultados nos três problemas de FPO executados, enfocando os resultados da metodologia aplicada. Finalmente no Capítulo VIII expõem-se as principais conclusões obtidas do trabalho. Os dados da rede de transmissão, dados de geração e carga para o sistema IEEE-30 são apresentados no Apêndice.

Capítulo II

DESPACHO ECONÔMICO

2.1 INTRODUÇÃO

O despacho de geração em um sistema de energia elétrica é uma das decisões mais importantes na operação de um sistema de energia elétrica e consiste em alocar a produção de energia elétrica entre as unidades geradoras. Este despacho tem uma série de conseqüências, tanto em termos de custo operacional, como também no desempenho do sistema em termos de seu nível de segurança. De um modo geral, o objetivo é minimizar o custo operacional; porém, os requisitos que a solução deve atender podem variar significativamente desde o simples atendimento da demanda global, até modelos mais sofisticados que levam em conta o desempenho da rede de transmissão.

Usualmente, o despacho de geração é realizado através de modelos matemáticos e a qualidade da solução obtida depende do modelo utilizado. Em termos matemáticos, quanto maior o número de requisitos a serem atendidos, mais sofisticado deve ser o modelo e conseqüentemente mais complexa se torna a sua resolução. Um aspecto importante na determinação de um despacho de geração é o nível de segurança da solução obtida. A segurança de um sistema de energia elétrica que aqui se refere diz respeito à capacidade do sistema de suportar alterações imprevistas no sistema sem graves conseqüências.

O objetivo desta tese é desenvolver um modelo de despacho que leve em conta a possibilidade de ocorrência de um conjunto de eventos (contingências) e também restrições de transmissão, de geração e de rampa de geração. A modelagem proposta não antecipa a ocorrência dos eventos, mas determina um ponto de operação a partir do qual o sistema tem condições de eliminar as sobrecargas causadas pelas contingências.

2.2 DESPACHO ECONÔMICO

O Despacho Econômico (DE) visa distribuir a geração de energia elétrica entre as centrais geradoras disponíveis, a fim de minimizar o custo de produção do sistema satisfazendo as restrições de geração e transmissão do sistema.

Para cada gerador termelétrico existe uma função de custo de geração de potência que representa a relação entre a potência produzida e o seu respectivo custo de produção. Esta relação depende do tipo de unidade geradora, da sua capacidade instalada e da sua configuração. Na literatura, o mais usual é representar esta relação por uma função quadrática, a qual é adotada neste trabalho e está representada na Figura 1.

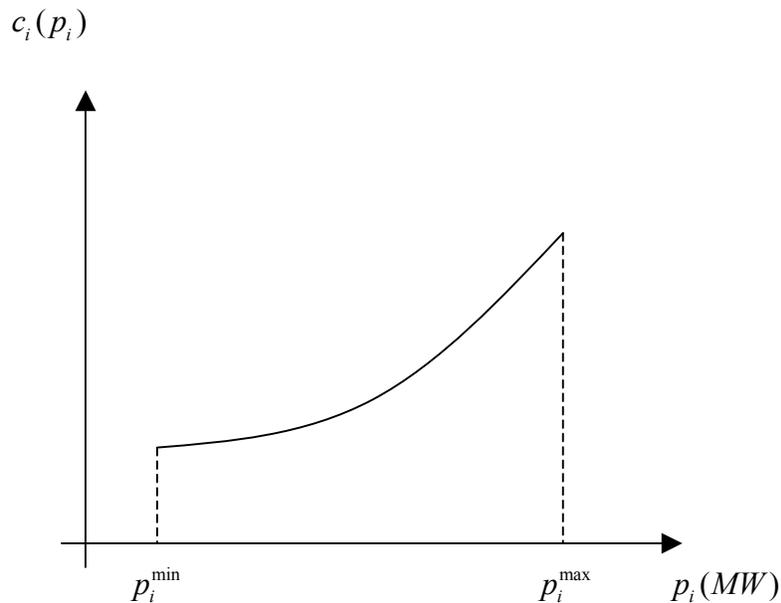


Figura 1. Função Custo de Geração em Geradores Termelétricos.

Onde:

$$c_i(p_i) = m_i + j_i p_i + w_i p_i^2$$

Notação

Neste trabalho foram adotadas as seguintes notações: letras maiúsculas para definir matrizes ou conjuntos e letras minúsculas e gregas para definir vetores ou valores escalares.

2.2.1. Formulação do Problema

Em qualquer condição de carga especificada, o problema de despacho econômico minimiza o custo de produção de potência elétrica atendendo duas restrições: a restrição de equilíbrio ou balanço de potência onde toda a potência produzida tem que ser igual à carga demandada, e as restrições que limitam a geração de potência ativa. A formulação geral do despacho econômico como em [37] é dada por:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^{ng} c_i(p_i) \quad (2.1.1)$$

s.a:

$$\sum_{i=1}^{ng} p_i = \sum_{j=1}^{nc} d_j \quad (2.1.2)$$

$$p_i^{\min} \leq p_i \leq p_i^{\max}, i = 1, \dots, ng \quad (2.1.3)$$

Onde:

$c_i(p_i)$: Função custo de geração da usina i ;

p_i : Geração de potência ativa na usina i ;

d_j : Demanda de potência ativa na barra de carga j ;

p_i^{\min}, p_i^{\max} : Limites mínimo e máximo de geração de potência ativa na usina i , respectivamente;

ng, nc : Número de usinas geradoras e de barramentos de carga no sistema, respectivamente.

A função objetivo (2.1.1) representa o custo total de geração do sistema para fornecer a carga indicada. A equação (2.1.2) representa o balanço de potência global onde a soma das potências geradas deve ser igual à carga demandada; e a restrição (2.1.3) representa os limites de geração de potência ativa. Note-se que as perdas de transmissão não estão sendo consideradas, mas poderiam ser incluídas na equação de balanço (2.1.2).

2.3 CÁLCULO DE FLUXO DE CARGA

A solução do problema de Despacho Econômico (DE) apresentado no item anterior garante apenas um equilíbrio entre a produção e a demanda global de carga. Porém, quando a solução do DE é avaliado de acordo com o sistema de transmissão existente, pode-se verificar violações de limites de operação desse sistema. Para se obter uma solução que atenda também os requisitos operativos do sistema de transmissão, deve-se incluir estas condições no modelo de despacho. Para avaliar o impacto de um dado despacho de geração sobre um dado sistema de transmissão deve-se utilizar as equações de fluxo de carga, como será apresentado a seguir.

O cálculo de fluxo de carga ou fluxo de potência [33] de uma rede de energia elétrica consiste essencialmente na determinação do estado da rede, da distribuição de fluxos nas linhas e do cálculo de algumas outras grandezas. O modelo do fluxo de carga é formulado através de um sistema de equações e inequações algébricas não lineares. O cálculo do fluxo de carga é, em geral, realizado utilizando métodos computacionais desenvolvidos especificamente para a resolução desses sistemas de equações algébricas que constituem o modelo da rede.

As equações básicas do fluxo de carga são obtidas impondo a conservação das potências ativa e reativa em cada barra, isto é, a potência líquida injetada deve ser igual à soma das potências que fluem pelos componentes internos (linhas de transmissão, transformadores, reatores, etc) que têm essa barra como um de seus nós terminais. O fluxo

de potência dos componentes internos é expresso em função das tensões e ângulos de suas barras terminais.

Na formulação básica do problema, a cada barra da rede são associadas quatro variáveis, sendo duas delas dados e as outras duas incógnitas:

v_k : Magnitude da tensão da barra k ;

θ_k : Ângulo da tensão da barra k ;

p_k : Geração líquida (potência gerada menos a carga) de potência ativa na barra k ;

q_k : Injeção líquida de potência reativa na barra k .

Dependendo de quais variáveis nodais entram como dados e quais são consideradas incógnitas, as barras da rede elétrica podem ser classificadas da seguinte maneira:

Barras de carga (PQ)	São dados: p_k e q_k Incógnitas: v_k e θ_k
Barras de geração (PV)	São dados: p_k e v_k Incógnitas: q_k e θ_k
Barra de Referência ($V\theta$)	São dados: v_k e θ_k Incógnitas: p_k e q_k

As barras de tipo PQ e PV representam barras de carga e barras de geração (incluindo condensadores síncronos) respectivamente. A barra $V\theta$ ou barra de referência (em geral é uma unidade geradora de grande capacidade) tem duas funções: fornecer a referência angular para o sistema (referência de magnitude de tensão é o próprio nó terra); e fechar o balanço de potência no sistema, levando em conta as perdas de transmissão, conhecidas após a obtenção da solução final do problema.

O objetivo do cálculo de fluxo de carga é determinar o estado da rede elétrica (tensão, ângulo de todas as barras da rede e os taps dos transformadores), e tendo os valores

de tensão e ângulo, as demais variáveis são calculadas. As injeções de potência ativa e reativa podem ser expressas respectivamente pelas equações seguintes:

$$p_k = v_k \sum_{m \in K} v_m (\tilde{g}_{km} \cos \theta_{km} + \tilde{b}_{km} \sin \theta_{km}) \quad (2.2)$$

$$q_k = v_k \sum_{m \in K} v_m (\tilde{g}_{km} \sin \theta_{km} - \tilde{b}_{km} \cos \theta_{km}) \quad (2.3)$$

Onde:

K : Conjunto de todas as barras m adjacentes à barra k incluindo a própria barra k ;

$\tilde{g}_{km}, \tilde{b}_{km}$: Representam a condutância e susceptância da linha que une as barras k e m , nas matrizes condutância e susceptância da rede, respectivamente;

θ_{km} : Abertura angular sobre a linha k - m .

No caso de uma linha de transmissão, as expressões dos fluxos de potência ativa e reativa são dadas pelas seguintes expressões:

$$p_{km} = v_k^2 g_{km} - v_k v_m g_{km} \cos \theta_{km} - v_k v_m b_{km} \sin \theta_{km} \quad (2.4)$$

$$q_{km} = -v_k^2 b_{km} + v_k v_m b_{km} \cos \theta_{km} - v_k v_m g_{km} \sin \theta_{km} \quad (2.5)$$

Onde:

g_{km}, b_{km} : Condutância e susceptância série da linha que une as barras k e m , respectivamente.

As equações (2.2-2.5) constituem um conjunto de equações não lineares. Para resolver as equações de fluxo de carga foram desenvolvidos diversos métodos numéricos, os quais atingem a solução através de processos iterativos. Os métodos mais usados são: O Método de Newton-Raphson, o Método de Newton Desacoplado e o Método de Newton Desacoplado Rápido [33].

A resolução destas equações não lineares é bastante complexa e cara do ponto de vista computacional. Porém um modelo aproximado, chamado de Fluxo de Carga Linearizado ou DC, permite estimar com baixo custo computacional e precisão aceitável a distribuição de fluxo de potência ativa em uma rede de transmissão. As características e a formulação do modelo de Fluxo de Carga Linearizado são apresentadas no item seguinte, sendo este o método utilizado no desenvolvimento do modelo matemático apresentado nesta tese.

2.4 FLUXO DE CARGA LINEARIZADO

O modelo de Fluxo de Carga Linearizado ou DC estima com baixo custo computacional e precisão aceitável a distribuição dos fluxos de potência ativa em uma rede de transmissão. Este modelo tem sido muito aplicado na análise de sistemas elétricos de potência, tanto em planejamento como na operação de sistemas de energia elétrica.

O Fluxo de Carga DC apresenta resultados tanto melhores quanto mais elevado é o nível de tensão, sendo não aplicável para sistemas de distribuição em baixa tensão, já que nestes sistemas os fluxos de potência ativa dependem de maneira significativa das quedas de tensão [9], [33]. O modelo DC não leva em conta as magnitudes das tensões nas barras, potências reativas, e taps dos transformadores. O Fluxo de Carga DC é baseado no acoplamento entre potência ativa (variável p) e ângulo de fase (variável θ) [9], [33].

O Fluxo de Carga Linearizado pode ser muito útil em etapas preliminares de estudos de planejamento da expansão de redes elétricas como na classificação de cenários de operação com relação às violações de limites operacionais (análise de segurança) [9], [10], [21], [33].

As equações correspondentes aos fluxos de potência ativa p_{km} e p_{mk} nas linhas de transmissão como em (2.4) são dadas por:

$$p_{km} = v_k^2 g_{km} - v_k v_m g_{km} \cos \theta_{km} - v_k v_m b_{km} \sin \theta_{km} \quad (2.6)$$

$$p_{mk} = v_m^2 g_{km} - v_k v_m g_{km} \cos \theta_{km} + v_k v_m b_{km} \sin \theta_{km} \quad (2.7)$$

Considerando as seguintes aproximações:

$$\begin{aligned}
 v_k &\cong v_m \cong 1 p.u \\
 \theta_{km} \text{ pequeno} &\rightarrow \begin{aligned} \text{sen } \theta_{km} &\cong \theta_{km} \\ \text{cos } \theta_{km} &\cong 1 \end{aligned} \\
 r_{km} \ll x_{km} &\rightarrow \begin{aligned} b_{km} &\cong -1/x_{km} \\ g_{km} &\cong 0 \end{aligned}
 \end{aligned}$$

Onde:

x_{km} : Reatância série da linha que interliga as barras k e m ;

r_{km} : Resistência série da linha que interliga as barras k e m .

O cálculo do fluxo de potência ativa na linha de transmissão é reduzido à seguinte expressão, onde a variável p_{km} foi substituída pela variável f_{km} :

$$\begin{aligned}
 f_{km} &= -f_{mk} \\
 f_{km} &= x_{km}^{-1} \theta_{km} \\
 f_{km} &= \frac{\theta_k - \theta_m}{x_{km}}
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

O fluxo de potência ativa em uma linha de transmissão é aproximadamente proporcional à abertura angular da linha (θ_{km}) e desloca-se no sentido dos ângulos maiores para o ângulos menores ($f_{km} > 0$ se $\theta_k > \theta_m$). A relação entre os fluxos de potência ativa e as aberturas angulares é do mesmo tipo da existente entre os fluxos de corrente e as quedas de tensão em um circuito de corrente contínua.

Na forma matricial, a injeção de potência ativa no modelo Linearizado é expressa por:

$$\bar{p}^{Liq} = B\bar{\theta} \tag{2.9}$$

Onde:

$\bar{\theta}$: Vetor dos ângulos de fase das barras;

\bar{p}^{Liq} : Vetor de geração líquida nodal de potência ativa;

B : Matriz do tipo susceptância nodal.

Da equação (2.9) temos que:

$$\bar{\theta} = B^{-1} \bar{p}^{Liq} \quad (2.10)$$

O fluxo de potência ativa em uma linha de transmissão pode ser representado de outra maneira. De acordo com [21], a matriz B do tipo susceptância, pode ser obtida por:

$$B = H(X_d)^{-1} H^T \quad (2.11)$$

Onde:

H : Matriz incidência nó-ramo de dimensão $(nb \times nl)$, nb é o número de barras da rede e nl é o número de linhas de transmissão;

X_d : Matriz diagonal cujos elementos são as reatâncias x_{km} das linhas, de dimensão $(nl \times nl)$;

Substituindo (2.11) na equação (2.10) do cálculo de θ :

$$\bar{\theta} = \left[H(X_d)^{-1} H^T \right]^{-1} \bar{p}^{Liq} \quad (2.12)$$

$$\Delta \bar{\theta} = H^T \bar{\theta} \quad (2.13)$$

O fluxo de potência ativa em cada linha de transmissão da rede elétrica é dado por:

$$\begin{aligned} \bar{f} &= (X_d)^{-1} \Delta \bar{\theta} \\ \bar{f} &= (X_d)^{-1} H^T \bar{\theta} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Substituindo (2.12) em (2.14):

$$\begin{aligned}\bar{f} &= (X_d)^{-1} H^T \left[H (X_d)^{-1} H^T \right]^{-1} \bar{p}^{Liq} \\ \bar{f} &= (X_d)^{-1} H^T B^{-1} \bar{p}^{Liq}\end{aligned}\tag{2.15}$$

Podemos definir D como:

$$D = (X_d)^{-1} H^T B^{-1}\tag{2.16}$$

Onde a matriz D é a matriz de fatores de participação das injeções de potência ativa (geração e carga) na composição dos fluxos de potência ativa nas linhas de transmissão do sistema. A equação que define o fluxo de potência ativa em cada linha de transmissão pode ser representada na forma vetorial como:

$$\bar{f} = D \bar{p}^{Liq}\tag{2.17}$$

As equações do modelo de Fluxo de Carga podem ser incluídas no problema de despacho econômico, obtendo-se um problema de Fluxo de Potência Ótimo. Os problemas de Fluxo de Potência Ótimo são problemas de otimização onde uma função objetivo é sujeita a restrições lineares e não lineares e representadas pelas equações de fluxos de carga.

2.5 FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

Há mais de 30 anos, Carpentier [8] introduziu uma formulação do problema de despacho econômico incluindo as equações de fluxo de carga e possibilitando o controle da tensão e outras restrições de operação. Essa formulação foi chamada mais tarde de problema de Fluxo de Potência Ótimo (FPO). O problema foi generalizado desde então

para incluir muitos outros aspectos. Diferentes classes de problemas de FPO combinados para aplicações com propósitos especiais são definidas pela seleção de diferentes funções para serem minimizadas, diferentes conjuntos de controle e diferentes conjuntos de restrições. Todas estas classes de problemas de FPO são subconjuntos de um problema geral [38].

O Fluxo de Potência Ótimo descreve uma ampla classe de problemas nos quais procura-se otimizar uma função objetivo específica, enquanto são satisfeitas restrições ditadas pelas particularidades físicas e operacionais da rede elétrica, permitindo conhecer o estado do sistema na situação atual de forma relativamente simples.

O FPO é uma ferramenta computacional muito importante na análise de planejamento e operação de sistemas de potência elétrica, usada nos centros de controle e baseada em um modelo de programação não linear e não convexa que envolve centros de geração, centros de consumo de energia elétrica, equipamentos da rede elétrica tais como linhas de transmissão, transformadores, reatores e capacitores, representados por seus limites físicos de operação.

A função objetivo do FPO representa o aspecto que se deseja otimizar e sua formulação vai depender do objetivo de estudo, por exemplo: minimização do custo de geração de potência que reflete a operação econômica da rede; minimização de perdas ativas da transmissão; erros nas variáveis de controle do sistema; corte de carga; mínimo desvio de uma solução pré-especificada; mínima ação de controle; despacho de potência reativa; transferência de potência entre áreas; entre outros [10]. Os controles determinados pela resolução de um problema de FPO, além de satisfazerem o objetivo do critério de operação, devem determinar um estado de operação em que a demanda de potência do sistema seja atendida e nenhum limite físico ou operacional do sistema seja violado. As restrições a serem satisfeitas pelo problema de FPO podem ser restrições de igualdade ou de desigualdade.

As restrições de igualdade são representadas pelas equações não lineares do fluxo de potência correspondentes ao balanço de potência em cada nó da rede. Também podem ser incluídas restrições que modelam características particulares da rede (valores fixos de alguma variável ou combinação de variáveis).

As restrições de desigualdade são as limitações impostas a uma variável ou função e podem ser classificadas em três grupos de acordo com a sua função: (1) Restrições Físicas (limites de geração de potência ativa e reativa, limites nos valores dos taps, limites de transmissão de potência ativa e reativa nas linhas, etc.), (2) Restrições Operacionais (limites das magnitudes das tensões nos barramentos, defasagem angular, etc) e (3) Restrições de Segurança, (relacionadas com possíveis contingências, estas restrições são determinadas pela análise de segurança em tempo real). De acordo com a sua natureza matemática podem ser divididas em duas classes: (1) Restrições simples como limites nas variáveis e (2) Restrições funcionais, modeladas como função [45].

O objetivo do FPO é dar uma orientação ao operador ou planejador do sistema elétrico de como determinados controles devem ser ajustadas de modo que os centros de geração, de consumo e os equipamentos que participam da transmissão estejam dentro de suas capacidades estabelecidas. A área de pesquisa do FPO envolve um número razoável de problemas que podem ser divididos em problemas ativos e problemas reativos. Em [38] Papalexopoulos faz uma separação de ambos problemas mostrando os controles e as restrições para o subproblema ativo e o reativo.

Os problemas de FPO também podem ser divididos em subclasses de acordo com características na formulação de cada problema. Assim por exemplo, problemas com restrições e função objetivo lineares são tratados com técnicas de programação linear e problemas com restrições e função objetivo não lineares são tratadas com técnicas de programação não linear [29], [30], [31]. O problema de FPO abordado neste trabalho pertence à classe de programação não linear por ter uma função objetivo do tipo não linear com restrições do tipo linear.

2.5.1. Formulação do Fluxo de Potência Ótimo Linear

Para o desenvolvimento deste trabalho foi usado o modelo de Fluxo de Potência Ótimo Linear ou DC para determinar a solução do problema de Despacho Econômico, como formulado a seguir.

$$\text{Min} \sum_{i=1}^{ng} c_i(p_i) \quad (2.18.1)$$

$$\text{s.a:} \quad \sum_{i=1}^{ng} p_i = \sum_{j=1}^{nc} d_j \quad (2.18.2)$$

$$p_i^{\min} \leq p_i \leq p_i^{\max}, i = 1, \dots, ng \quad (2.18.3)$$

$$\bar{f} = D(\bar{p} - \bar{d}) \quad (2.18.4)$$

$$|f_j| \leq f_j^{\max}, j \in L \quad (2.18.5)$$

Onde:

- $c_i(p_i)$: Função custo de geração da unidade geradora i ;
- p_i, d_j : Potência gerada na unidade geradora i e potência demandada na barra de carga j , respectivamente;
- $\bar{p}, \bar{d}, \bar{f}$: Vetores de potência ativa gerada, demanda de potência ativa e fluxo de potência ativa respectivamente;
- $\bar{p}^{Liq} = (\bar{p} - \bar{d})$: Vetor de injeções líquidas de potência ativa;
- D : Matriz de fatores de participação das injeções de potência (geração e carga);
- L : Conjunto de linhas de transmissão.

Capítulo III

SEGURANÇA DE SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

3.1 INTRODUÇÃO

O objetivo de um sistema elétrico de potência é converter a energia disponível em diversos tipos de recursos energéticos para a forma elétrica e transportá-la aos pontos de consumo final, o que deve ser feito com mínimo custo e baixos impactos ambientais. O sistema elétrico deve também manter uma suficiente quantidade de reserva girante, como garantia de que o sistema atenda continuamente as variações de carga, mantendo a frequência e as magnitudes das tensões em valores adequados.

A segurança está relacionada com a capacidade do sistema de continuar provendo energia mesmo na presença de distúrbios ou de situações atípicas em sua operação. De particular interesse são as saídas de linhas de transmissão, de transformadores e de geradores, o que leva o sistema a um novo ponto de operação. É desejável que neste novo estado não haja violação de restrições operativas, ou caso haja violação, deve o sistema dispor de margem de manobra para rapidamente retornar a um estado de operação seguro.

O centro de controle de operação em uma empresa de energia elétrica (*Energy Management System-EMS*) é o responsável pela supervisão e controle do processo de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica. As funções normalmente encontradas em um centro de controle são: o controle automático de geração, o controle supervisorio ou sistema SCADA (*Supervisory Control And Data Acquisition*) e as funções de segurança em tempo real do sistema de potência.

Os equipamentos do sistema são projetados para operar dentro de certos limites preestabelecidos, em geral são protegidos por dispositivos que os desconectam do sistema no caso de violações; tal evento poderá ser seguido por uma série de outras violações em cascata, que levaria o sistema a um "black-out". Daí a necessidade de se manter um nível mínimo de reserva de potência para atender às variações na operação do sistema e para redespachar, com o objetivo de atender as restrições operativas violadas.

A maioria dos sistemas de potência tem instalado equipamentos eficientes para monitorar e operar o sistema de uma maneira confiável. O procedimento que lida com as técnicas e equipamentos é comumente chamado de segurança de sistemas. A segurança de sistemas pode ser dividida em três importantes funções executadas nos centros de controle de operação: 1) Monitoramento do sistema em tempo real, 2) Análise de contingências e 3) Análise de ações de controle (preventivas ou corretivas) [19], [43].

3.1.1 Definição de Contingência

Contingências são definidas como distúrbios potencialmente prejudiciais para a operação do estado adequado de um sistema elétrico. Uma contingência é um evento em que um ou mais equipamentos saem de operação de forma não prevista, resultando em uma mudança do estado de um ou mais elementos da rede.

Distúrbios ou contingências ocorrem repentinamente em um sistema elétrico de potência. Como exemplos de contingências comuns têm-se: perdas de grandes cargas, falhas na geração e mudanças na configuração do sistema de transmissão com saídas forçadas de linhas e transformadores.

As contingências podem ser divididas em: Contingências simples, quando somente um equipamento sai de operação, ou contingências múltiplas, quando dois

ou mais equipamentos saem de operação simultaneamente. No planejamento e na operação dos sistemas de potência se busca satisfazer a demanda mesmo na presença de contingências.

3.2 MONITORAÇÃO DO SISTEMA DE SEGURANÇA

São a partir das medições “on-line” do sistema e das variáveis ambientais que se analisa a segurança do sistema em tempo real. Estas condições dão o Caso Básico para a análise dos efeitos das contingências e fornecem ao operador a informação atualizada sobre as condições do sistema [35]. Algumas quantidades críticas são medidas e transmitidas aos centros de controle. Estes sistemas de telemedição monitoram tensões, correntes, fluxos de potência e o *status* de chaves e disjuntores em cada uma das subestações da rede de transmissão. Os dados de frequência, produção de energia nas unidades geradoras, e a posição dos taps nos transformadores, são outras das informações que podem ser telemidas. Com todas estas informações e com o uso de computadores digitais, os centros de controle de operação verificam os limites preestabelecidos, e informam ao operador os eventos de sobrecarga e violações de tensão. O estimador de estado é freqüentemente usado nestes sistemas para combinar os dados dos sistemas de telemedição com modelos de sistemas para produzir a melhor estimação do estado atual do sistema. Os sistemas de telemedição são freqüentemente combinados com os sistemas de supervisão e controle permitindo ao operador controlar à distância os disjuntores, chaves e taps de transformadores. Todo esse sistema é chamado de sistema SCADA e permite aos operadores monitorar a geração e sistemas de transmissão de alta tensão e tomar ações para corrigir sobrecargas nas linhas ou violações de tensão.

3.3 ANÁLISE DE SEGURANÇA

Em [35], os autores definem a análise de segurança como a união de três elementos básicos que são: o monitoramento, a avaliação e o controle da segurança do sistema. Em [33], Monticelli define a análise de segurança como a simulação de um conjunto de

contingências consideradas mais prováveis e a conseqüente verificação dos limites de operação do sistema.

O diagrama da Figura 2 mostra os componentes ou funções da análise de redes em centros de supervisão e controle; a área limitada pelo retângulo com linha tracejada corresponde ao processo de análise de segurança, [19], [35], [43]. As funções dos centros de supervisão e controle na operação de redes em tempo real estão sujeitas a restrições severas de tempo, ou seja, as funções devem ser executadas o mais rapidamente possível e sem perder a precisão exigida. Por exemplo, a análise de segurança deve ser executada ciclicamente em intervalos de 15 a 30 minutos. No entanto o monitoramento de estado de operação da rede (configurador e estimador de estado) deve ser executado a cada 15 segundos em média. Em um primeiro passo, utilizando a topologia da rede, os parâmetros armazenados no banco de dados e as telemedições de grandezas analógicas, o estimador de estado fornece o estado das barras do sistema observável (magnitudes de tensão e ângulos). Tendo a representação do sistema elétrico observável e do sistema externo, efetua-se um programa de fluxo de carga em tempo real, cuja modelagem obtida é normalmente conhecida como Caso Básico [33]; a partir desta modelagem pode-se efetuar a análise de segurança na rede, na qual são identificadas as contingências cujas ocorrências resultam em violações de limites operacionais. Se existirem tais violações deve-se implementar imediatamente ações de controle corretivas para garantir a operabilidade da rede.

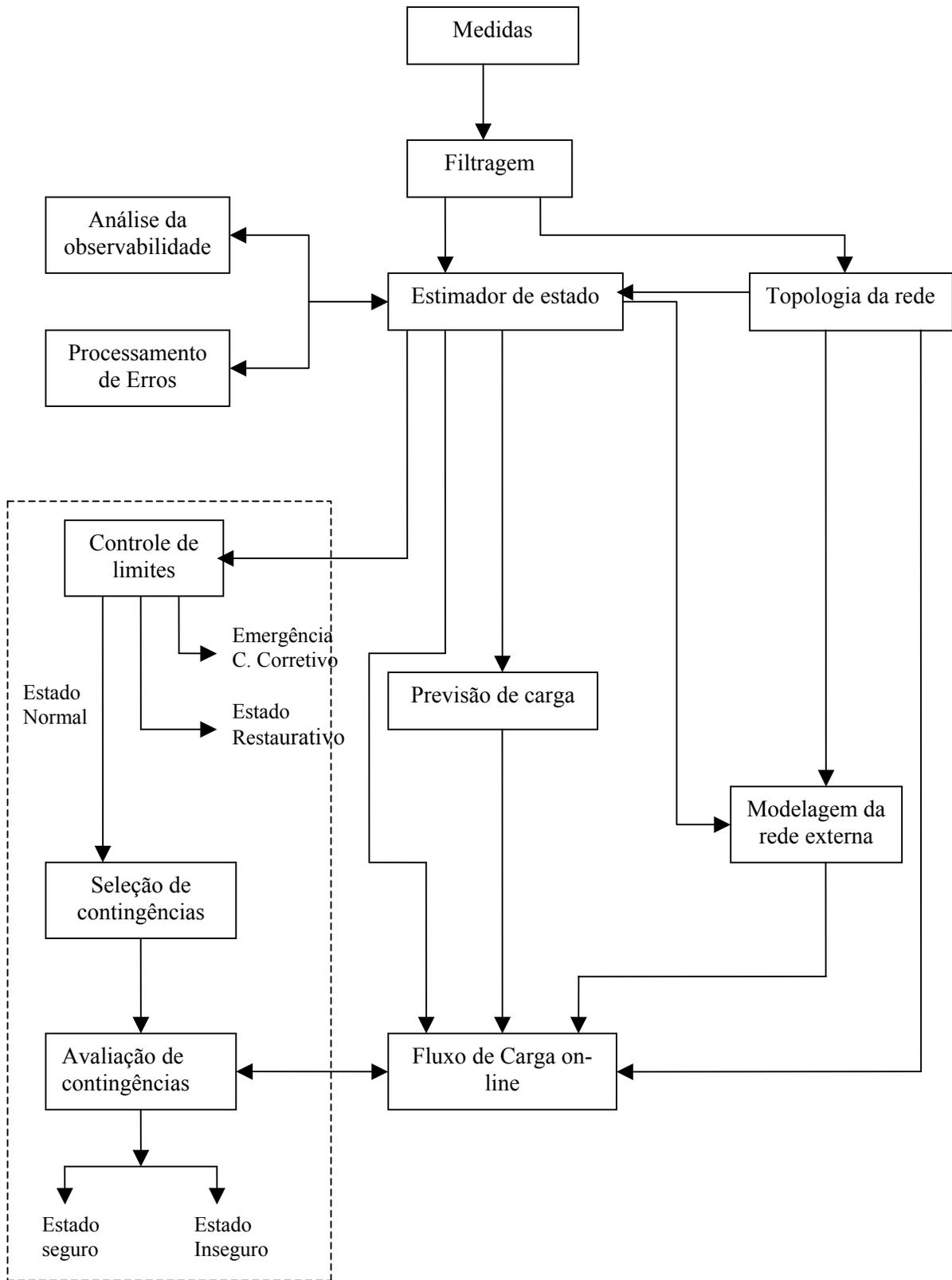


Figura 2. Componentes dos Centros de Supervisão e Controle.

3.4 PROCEDIMENTO DE ANÁLISE DE CONTINGÊNCIAS

A análise de contingências avalia as condições operacionais da rede frente a determinadas alterações (contingências) nos sistemas de transmissão, geração e demanda. O procedimento da análise de contingências simula o evento da falha, seja para uma contingência simples ou para uma contingência múltipla. As contingências múltiplas a serem analisadas são rigorosamente escolhidas de modo que somente aquelas cuja ocorrência são muito prováveis sejam incluídas (por exemplo, a saída de duas linhas de transmissão com os mesmos barramentos) [19], [43].

Na simulação das contingências aplica-se um cálculo de fluxo de carga para cada uma das contingências. Dentro dos limites de operação levados em conta pela análise de contingência estão as sobrecargas nas linhas de transmissão e transformadores, e as violações de tensão nos barramentos.

O método utilizado para a análise de contingências pode ser o estático ou o dinâmico. Em redes de energia elétrica, a análise estática consiste na simulação das contingências e na identificação de possíveis violações nos limites operacionais usando métodos de fluxo de carga, análise de sensibilidade, análise das curvas PV e PQ , etc. Já na análise dinâmica, as simulações devem fornecer análises dinâmicas [2], [42].

Um aspecto crítico na análise de contingências é a velocidade de solução do modelo utilizado e outro problema é a seleção das possíveis contingências. Uma forma de ganhar velocidade na análise de contingência é usar um modelo aproximado dos sistemas de potência como, por exemplo, o Fluxo de Carga Linearizado ou DC [33]. A análise de contingência normalmente realiza a simulação de acordo com uma lista já prestabelecida de possíveis contingências.

3.5 LISTA DE CONTINGÊNCIAS

Nem sempre é possível ou necessário considerar no processo da análise de contingência todas as possíveis contingências do sistema, pois muitas contingências são pouco importantes. Portanto, a análise de contingências somente é executada para uma

lista de contingências preestabelecida e fornecida pelo planejador ou operador. Esta lista varia com a topologia da rede, carga e fatores ambientais; e sua ordenação pode ser baseada em um índice escalar (índices de desempenho) que estima a severidade dos eventos. A lista contém a relação de contingências consideradas mais importantes, cuja ocorrência causariam violações nos limites de operação da rede.

Quando não se dispõe de uma Lista de Contingências, é preciso determinar as contingências críticas. A seleção de contingências é um procedimento que é executado antes da análise de contingências e consiste em selecionar as mais críticas. Esta classificação muitas vezes é baseada em índices de performance, os quais são calculados para cada contingência e refletem a severidade das violações.

O procedimento da seleção de contingências identifica e ordena o subconjunto de possíveis eventos cuja ocorrência produzem violações no sistema. Uma metodologia de seleção de contingência procura separar as contingências críticas das não críticas, ordenar as contingências críticas considerando a pior violação de limites, sem cometer erros na classificação ou mascaramentos. O mascaramento consiste no erro de classificação de contingências baseado em algum tipo de índice. Há vários métodos propostos para a resolver o problema de seleção [21].

3.6 NÍVEIS DE SEGURANÇA E ESTADOS DE OPERAÇÃO DE UMA REDE ELÉTRICA

Como parte da incorporação do controle de segurança na operação em tempo real de sistemas elétricos, foi introduzida a definição dos chamados estados de operação. A operação do sistema de potência é classificada em seis estados de operação ou níveis de segurança, feita em função do estado crítico das violações causadas pelas possíveis contingências e da capacidade do sistema para corrigir tais casos. Considerando as restrições de carga, restrições de operação e restrições de segurança, são definidos os níveis de segurança ou estados de operação do sistema [2], [19], [32], [33], [42], [43].

Nível 1. Estado de Operação Seguro

Neste estado as restrições de carga, operação e segurança são satisfeitas. Significa que o sistema está intacto, com suprimento total de demanda e nenhuma violação dos limites de operação. A observância das restrições de segurança informam que nenhuma das contingências listadas como possíveis, se de fato ocorrer levará o sistema ao estado de emergência. A ocorrência, no entanto de uma contingência considerada impossível (não listada) poderá provocar uma emergência.

Nível 2. Estado de Operação Alerta

Neste estado de alerta são satisfeitas a demanda de carga e as restrições de operação, nem todas as restrições de segurança são obedecidas. A não observância das restrições de segurança significa que a ocorrência de pelo menos uma contingência da lista de contingências, pode levar o sistema a uma situação de emergência.

Nível 3. Estado de Operação Emergência

As restrições de carga são satisfeitas, mas existem violações nas restrições de operação. A emergência pode ser provocada por uma contingência e conseqüente desligamento de outros componentes do sistema. Estas violações podem ser eliminadas por ações de controle apropriadas sem que ocorra perda de carga.

Nível 4. Estado de Operação Restaurativo

Este estado é atingido quando uma emergência é eliminada através do desligamento manual ou automático de partes do sistema, efetuado pelo centro de controle ou por dispositivos locais. As restrições operacionais são obedecidas, mas o sistema não está intacto (cargas não atendidas, ilhamentos, etc).

Podem ocorrer transições entre os estados descritos, os quais podem ocorrer tanto em consequência de perturbações no sistema como devido a ações de controle. As diferentes transições são ilustradas na Figura 3. Normalmente deseja-se operar a rede elétrica sempre no nível seguro, no entanto atualmente isso é quase impossível devido aos altos índices de carregamento dos equipamentos do sistema.

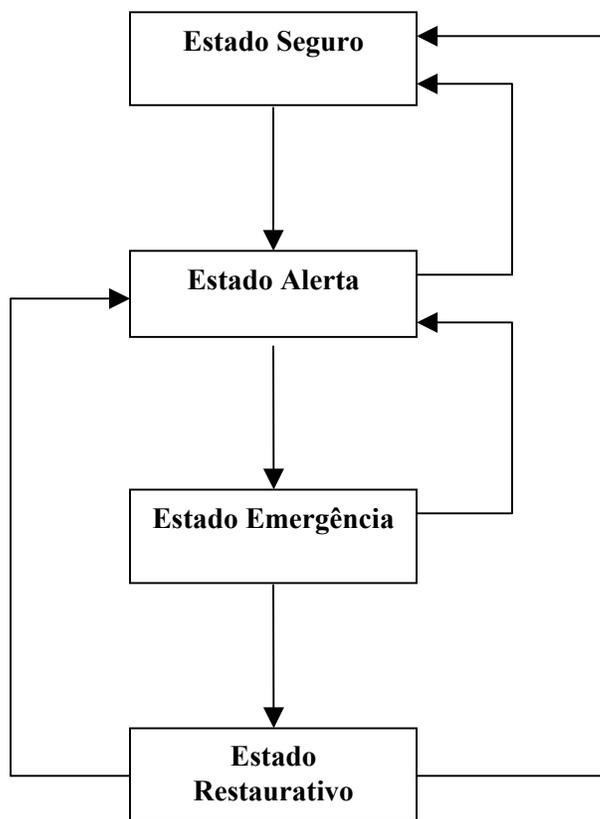


Figura 3. Níveis de Segurança de um Sistema de Potência.

Uma contingência ou a evolução normal da demanda pode levar o sistema do estado seguro para o estado de alerta, onde nem todas as restrições de segurança são atendidas. Por outro lado, a transição do estado de alerta para o estado seguro pode ser feita pela execução de ações de segurança do tipo corretivo.

No estado seguro a partir de um programa de previsão de demanda em curto prazo, o estado do sistema pode ser extrapolado para um ponto de operação futuro (1 hora, por exemplo). Para essas condições previstas de demanda o sistema poderá estar em um estado

de alerta. Nesse caso pode ser acionada uma função de controle de segurança do tipo preventivo que colocará o sistema no estado seguro para as condições previstas. Do mesmo modo, quando o sistema está no estado de alerta e prevendo-se para um estado futuro uma situação de emergência, pode-se fazer o uso da função de controle de emergência do tipo preventivo, mudando o ponto de operação atual, de tal forma que para o estado previsto não se verifique mais a emergência detectada anteriormente [33].

Quando o sistema esta muito carregado ou em estado de alerta, a ocorrência de uma contingência qualquer pode causar sobrecarga, passando o sistema ao estado de emergência. A eliminação de violações no estado de emergência envolvem ações de controle corretivo como remanejamento de geração, variações de tensão controladas ou de taps de transformadores, chaveamento de bancos de capacitores, etc, que podem restaurar o sistema para o estado de alerta. Nem sempre é possível a transição do estado de emergência para o estado de alerta colocando o sistema em estado restaurativo. No estado restaurativo, ações de controle corretivas são tomadas para conectar de novo as instalações e restaurar as cargas, tentando colocar o sistema de volta ao estado seguro ou, pelo menos, no estado alerta, [33], [43].

As violações que o sistema de potência apresentam nos diferentes estados de operação podem ocorrer tanto em condições normais quanto na presença de possíveis distúrbios. Estas violações podem ser eliminadas, por exemplo, com um redespacho de geração no caso de violações nas linhas e mudando o tap de um transformador no caso de violações de tensão. As ações de controle podem ser:

- De controle corretivo: São ações executadas após a ocorrência de uma violação no sistema;
- De controle preventivo: São ações executadas de forma a mudar o ponto de operação corrente para preventivamente se preparar para a ocorrência de possíveis contingências.

3.7 CONSEQÜÊNCIAS DAS CONTINGÊNCIAS

Os sistemas elétricos estão susceptíveis a distúrbios de diversos graus de severidade. Assim, a estabilidade de um sistema de potência pode ser definida como a capacidade do mesmo para permanecer no estado de equilíbrio de operação sob condições de operação normal e recuperar-se para um estado de equilíbrio aceitável depois de uma contingência. A seguir mencionam-se algumas conseqüências comuns que as contingências podem causar em um sistema de energia elétrica.

3.7.1 Instabilidade de Tensão

A estabilidade de tensão está relacionada com a capacidade de um sistema de manter níveis aceitáveis de tensão nos barramentos tanto para condições normais de operação quanto depois da ocorrência de uma contingência. A instabilidade de tensão poder ocorrer por causa do aumento da demanda de carga ou por distúrbios no sistema, que provocam um progressivo declínio de tensões responsáveis por muitos "black out". Um fator importante que provoca a instabilidade de tensão é a incapacidade do sistema em atender a demanda de potência reativa. A queda de tensão nas linhas de transmissão é função da transferência de potência ativa e reativa.

3.7.2 Instabilidade de Ângulo

A estabilidade de ângulo corresponde à capacidade do sistema em manter os geradores em sincronismo após a ocorrência de contingências na rede. É influenciada pelas dinâmicas dos ângulos do rotor do gerador e das relações de potência-ângulo.

3.7.3 Instabilidade de Frequência

A frequência de um sistema de potência deve ser mantida dentro de uma faixa aceitável em condições operacionais normais ou mesmo na presença de contingências. Os geradores devem operar perfeitamente na faixa de ± 0.5 Hz em torno da frequência nominal (para sistemas de 50 ou 60 Hz). As variações na

freqüência podem acontecer, por exemplo, devido à saída de uma unidade geradora de grande porte obtendo uma queda de freqüência na área com déficit de geração. Em algumas situações, a queda de freqüência pode ser tão profunda que causará a operação de relés que desconectarão unidades térmicas da rede, aumentando ainda mais o déficit de potência. O efeito das saídas dos equipamentos de serviços auxiliares das usinas (ventiladores, bombas de alimentação de caldeiras etc) é outro fator associado ao desvio de freqüência. De outro lado um excesso de geração, elevará a freqüência a valores superiores aos limites preestabelecidos. O problema de aumento de freqüência é menos problemático que o problema da queda de freqüência porque o desligamento de unidades geradoras contribui para a redução da freqüência.

3.7.4 Desligamentos em Cascata de Circuitos

Desligamentos em cascata de linhas e transformadores podem ocorrer quando uma sucessão descontrolada de abertura de linhas é provocada por falha em um único local. Estas mudanças podem provocar a operação de alguns dispositivos de proteção resultando desligamentos em outras linhas. Problemas de elevada temperatura podem causar também desligamentos de linhas em cascata. O desligamento em interligações entre regiões do sistema torna-se crítico quando o intercâmbio é muito elevado, resultando às vezes na perda de suprimento de energia de grande número de consumidores.

Capítulo IV

MODELO DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO COM REPROGRAMAÇÃO CORRETIVA

4.1. INTRODUÇÃO

O objetivo deste capítulo é apresentar um modelo de Fluxo de Potência Ótimo Linear com Reprogramação Corretiva. Os modelos de FPO Lineares determinam um ponto de operação econômico e factível do ponto de vista do Caso Básico, mas não consideram a ocorrência de contingências. Os modelos de FPO Lineares com Restrições de Segurança, por outro lado, determinam uma solução segura do ponto de vista das contingências, mas as suas soluções podem se afastar significativamente do ponto mais econômico. Já o modelo de FPO Linear com Reprogramação Corretiva visa determinar um ponto de operação mais seguro em relação às possíveis contingências, ao mesmo tempo em que procura não se afastar da solução mais econômica, obtendo uma solução intermediária entre os dois FPO anteriores [36].

Inicialmente, será formulado o problema de FPO Linear, o qual fornecerá a solução básica. A partir desta solução básica e através da análise de contingências será possível detectar as contingências críticas e gerar as restrições de segurança. Há basicamente duas formas de considerar estas restrições: (i) através de um modelo de FPODC com restrições de segurança; ou (ii) através de um modelo de FPO com Reprogramação Corretiva.

4.2 FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO LINEARIZADO OU DC (FPODC)

Neste trabalho adotamos como o Caso Básico a solução obtida através de um FPODC como formulado em (2.5.1), e rerepresentado aqui:

$$\text{Formulação 1 (FPODC)} \quad \text{Min} \sum_{i=1}^{ng} c_i(p_i) \quad (4.1)$$

$$s.a: \quad \sum_{i=1}^{ng} p_i = \sum_{j=1}^{nc} d_j \quad (4.2)$$

$$p_i^{\min} \leq p_i \leq p_i^{\max}, i = 1, \dots, ng \quad (4.3)$$

$$\bar{f} = D(\bar{p} - \bar{d}) \quad (4.4)$$

$$|f_j| \leq f_j^{\max}, j \in L \quad (4.5)$$

Onde:

$c_i(p_i) = m_i + j_i p_i + w_i p_i^2$: Função custo de geração da unidade geradora i ;

p_i, d_j : Potência ativa gerada na usina i e potência demandada na barra de carga j , respectivamente;

$\bar{p}, \bar{d}, \bar{f}$: Vetores de potência ativa gerada, demanda de potência ativa e fluxo de potência ativa respectiva;

p_i^{\min}, p_i^{\max} : Geração mínima e máxima da unidade geradora i respectivamente;

D : Matriz de fatores de participação;

L : Conjunto de linhas de transmissão.

A função Objetivo (4.1) representa os custos de geração de potência ativa. A equação (4.2) representa o balanço de potência global, onde ng é o número de unidades geradoras e nc é o número de barramentos com carga. A restrição (4.4) representa um modelo linear (DC) do sistema de transmissão e fornece os fluxos de potência ativa em função da injeção de potência ativa nas barras. Por último, as restrições (4.3) e (4.5) são os limites de geração e de fluxo de potência ativa, respectivamente. A solução do problema acima atende a demanda de carga ativa e respeita os limites de geração e de transmissão da rede intacta (modelo DC), e será considerado como o Caso Básico.

4.3. ANÁLISE DE CONTINGÊNCIAS E RESTRIÇÕES DE SEGURANÇA

A análise de contingências visa determinar se uma alteração no sistema (por exemplo, saída forçada de uma linha de transmissão ou de um transformador), pode causar violações no estado pós-contingência. Esta análise é realizada a partir do ponto de operação do Caso Básico obtido pelo FPODC. No caso de uma análise de contingências baseada no modelo DC, a idéia é avaliar se no estado após a ocorrência da contingência k , o fluxo de potência ativa nas linhas não causam violações. A equação (4.6) fornece o fluxo de potência ativa no estado pós-contingência k . A matriz D é calculada segundo (2.16) após a alteração da topologia da rede e o vetor de injeções de potência ativa nas barras é a solução do Caso Básico.

$$\bar{f}^k = D^k (\bar{p}^0 - \bar{d}) \quad (4.6)$$

Onde:

D^k, \bar{f}^k : É a matriz de participação das injeções de potência e o vetor de fluxos de potência ativa após a contingência k , respectivamente;

$\bar{p}_0^{Liq} = (\bar{p}^0 - \bar{d})$: Vetor de injeções líquidas de potência ativa, no Caso Básico.

Se a linha i apresenta violação, ou seja, o fluxo da linha ultrapassa um dos seus limites preestabelecidos:

$$|f_i^k| > f_i^{\max} \quad (4.7)$$

Então, diz-se que a contingência k é crítica; caso contrário, é não crítica.

A expressão (4.7) representa o caso em que a ocorrência da k -ésima contingência resultou na sobrecarga da linha i , mantendo-se o despacho do Caso Básico. Portanto, se a restrição dada pela expressão (4.8) for incorporada na formulação do FPODC, esta impõe que mesmo com a ocorrência desta contingência, na nova solução não haverá mais sobrecarga indicada por (4.7). Quando restrições de segurança são incorporadas ao problema de FPODC obtém-se um problema de Fluxo Ótimo Linear com Restrições de Segurança. A restrição (4.8) é conhecida como Restrição de Segurança

$$|D_i^k(\bar{p} - \bar{d})| \leq f_i^{\max} \quad (4.8)$$

4.4. FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO COM RESTRIÇÕES DE SEGURANÇA (FPORS)

O fluxo de potência ótimo com restrições de segurança (FPORS) é uma extensão do FPO usado para alcançar uma operação do sistema no qual são considerados os limites de operação normal (Caso Básico), mas também as violações que ocorrerão durante as possíveis contingências. Programas com a capacidade de fazer ajustes de controle no Caso Básico ou pré-contingência, para prevenir violações na condição pós-contingência são chamados de Fluxo de Potência Ótimo com Restrições de Segurança (*Security-Constrained Optimal Power Flows, SCOPF*) [17], [52].

O problema de FPORS pode minimizar a função objetivo do caso pré-contingência (Caso Básico) enquanto observa as restrições dos casos pré e pós-contingência [17]. O problema de FPORS inicia-se com a solução do problema de FPODC padrão para o Caso

Básico. Somente depois de executado o FPO, a análise de segurança é executada, considerando, em geral, os casos de contingência mais prováveis, e então são criadas as restrições de segurança correspondentes para cada uma das contingências críticas. Na Formulação 2, a seguir, as restrições de segurança (4.8) são adicionadas na formulação original do problema de FPODC (Formulação 1).

$$\text{Formulação 2 (FPORS)} \quad \text{Min} \sum_{i=1}^{ng} c_i(p_i) \quad (4.9)$$

$$s.a: \quad \sum_{i=1}^{ng} p_i = \sum_{j=1}^{nc} d_j \quad (4.10)$$

$$p_i^{\min} \leq p_i \leq p_i^{\max}, i = 1, \dots, ng \quad (4.11)$$

$$\bar{f} = D(\bar{p} - \bar{d}) \quad (4.12)$$

$$|f_j| \leq f_j^{\max}, j \in L \quad (4.13)$$

$$|f_j^k| \leq f_j^{\max}, j \in L, k \in Y \quad (4.14)$$

Onde:

Y : Conjunto das restrições de segurança.

A inclusão das restrições de segurança garante uma operação mais segura em relação às contingências, pois despacha as gerações já preparadas para a ocorrência dessas contingências. Esta solução é mais cara do que a solução obtida no Caso Básico, por se tratar da solução de um problema mais restrito. A questão que aqui se coloca é o custo adicional pago para manter este nível de segurança.

4.5. FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO DC COM REPROGRAMAÇÃO CORRETIVA (FPORC)

O problema de FPODC não antecipa nenhuma ação em relação às contingências antes da sua ocorrência. O FPORS, por outro lado, toma a ação contra as contingências

antes da sua ocorrência. Associado à antecipação do FPORS há um custo adicional em relação à solução do FPODC. Ou seja, o primeiro opera a um custo menor, mas corre um risco maior.

O FPORS conduz à implementação de ações preventivas no sistema de potência e desta maneira obtém-se um bom nível de segurança; mas este despacho é mais conservador, pois não leva em conta a capacidade corretiva do sistema depois de ocorrida uma contingência [34]. Uma solução que leve em conta as contingências, mas que seja mais econômica, pode ser obtida levando-se em conta a capacidade do sistema de alterar a sua operação, depois da ocorrência de uma contingência. Esta capacidade do sistema de refazer refere-se basicamente à reprogramação de geração das unidades geradoras [1], [16], [25], [34].

Na prática, os equipamentos permitem que haja um certo nível de sobrecargas por um certo período de tempo, de modo que em muitos casos as sobrecargas podem ser eliminadas através de reprogramações. Para isso é necessário assegurar que o sistema tenha margem de reprogramação suficiente para eliminar as sobrecargas. Aqui é importante levar em conta as restrições de rampa, pois estas limitam a transição para um novo ponto de operação.

Em [25], Kaltenbach e Hajdu mencionam algumas das ações corretivas em sistemas de potência, tais como:

- Alteração na produção de potência programada em algumas unidades geradoras;
- Alterações na potência programada de intercâmbio com os sistemas vizinhos;
- Alteração na configuração da rede. Algumas vezes estas alterações podem aliviar uma sobrecarga em um circuito;
- Alterações nos controles lógicos e na filosofia de proteção. Algumas vezes são efetivas para prevenir falhas em cascata.

A formulação a seguir apresentada, denominada como Fluxo de Potência Ótimo Linear com Reprogramação Corretiva (FPORC), garante o atendimento da demanda global e as restrições de transmissão DC da rede intacta, e assegura uma margem de reprogramação compatível com as restrições de rampa de modo que no caso da ocorrência de uma

contingência haja folga suficiente para levar o sistema a um novo ponto de operação seguro.

$$\text{Formulação 3 (FPORC)} \quad \text{Min} \sum_{i=1}^{ng} c_i(p_i) \quad (4.15)$$

$$s.a: \quad \sum_{i=1}^{ng} p_i = \sum_{j=1}^{nc} d_j \quad (4.16)$$

$$p_i^{\min} \leq p_i \leq p_i^{\max}, i = 1, \dots, ng \quad (4.17)$$

$$\bar{f} = D(\bar{p} - \bar{d}) \quad (4.18)$$

$$|f_j| \leq f_j^{\max}, j \in L \quad (4.19)$$

$$|D_j^k(\bar{p} - \bar{d} + \bar{r})| \leq f_j^{\max}, k \in Y \quad (4.20)$$

$$|p_i^{prev} - p_i| \leq r_i^{\max}, i = 1, \dots, ng \quad (4.21)$$

$$|r_i| \leq r_i^{\max} \quad (4.22)$$

Onde:

\bar{r} : Vetor rampa de geração;

r_i^{\max} : Rampa máxima da barra geradora i ;

p_i^{prev} : Ponto de operação prévio (suposto conhecido) da barra geradora i .

A restrição (4.20) é de segurança e assegura que o despacho obtido (p) mais uma possível reprogramação seja suficiente para eliminar as sobrecargas no estado pós-contingência. A possível reprogramação é limitada pela rampa máxima permitida pelas unidades geradoras (4.22). A restrição (4.21) diz respeito à restrição de rampa, mas em relação ao ponto de operação anterior; isto é, suponha que em um dado instante o sistema está operando em um dado ponto (p_i^{prev}) e pretende-se determinar o despacho do próximo intervalo através do FPORC (4.15) – (4.22). Neste caso, a restrição (4.21) impõe que o novo ponto de operação deve atender a restrição de rampa em relação ao ponto de operação prévio.

Considerando um valor de rampa $r^{\max} = 0$, a solução do problema FPORC torna-se idêntica à solução do problema de FPORS. No outro caso, para um valor de rampa muito grande, $r^{\max} = \infty$, a solução do problema FPORC torna-se idêntico à solução do despacho econômico FPODC [34].

Para ilustrar melhor a idéia dos três problemas de FPO expostos acima, mostra-se um exemplo simples como aparece em [34] e [52]. Consideremos um exemplo de um sistema de potência com dois geradores e uma carga e com um circuito de linha duplo, o sistema será operado com ambos geradores atendendo uma carga de 500 MW ignorando perda nas linhas, como se ilustra na Figura 4:

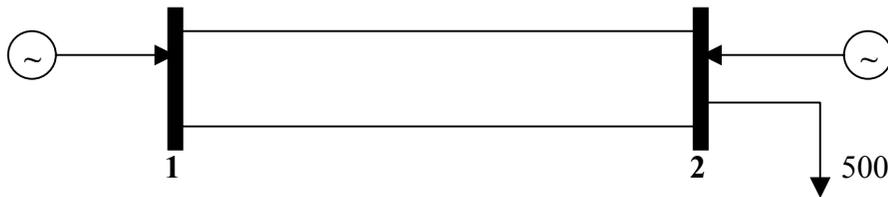


Figura 4. Sistema de Potência de 2 Barras.

Os limites de geração, limites de fluxo nas linhas e custos de geração são mostrados na Tabela 1:

	Barra 1	Barra 2	Linhas 1-2
Geração Máxima (MW)	500	400	-
Geração Mínima (MW)	150	0	-
Fluxo Linha (1) (MW)	-	-	250
Fluxo Linha (2) (MW)	-	-	250
Custo de geração (\$/MW)	1	2	-

Tabela 1. Dados da rede do exemplo de 2 barras.

A primeira solução é obtida através de um FPODC. Pode ser observado na Tabela 1 que o gerador 1 tem o menor custo de geração, portanto o despacho maximiza a sua

geração, obtendo a solução mostrada na Figura 5. Esta solução é conhecida como o despacho econômico.



Figura 5. Solução do Fluxo de Potência Ótimo (FPO).

O custo de geração é 500 \$. Suponha agora que uma das linhas de transmissão sai de operação. Requer-se então aplicar o FPORS como se mostra na Figura 6. Neste caso, com a saída de uma linha, o fluxo na outra linha passaria para 250 MW, e, portanto dentro de seus limites de transmissão.

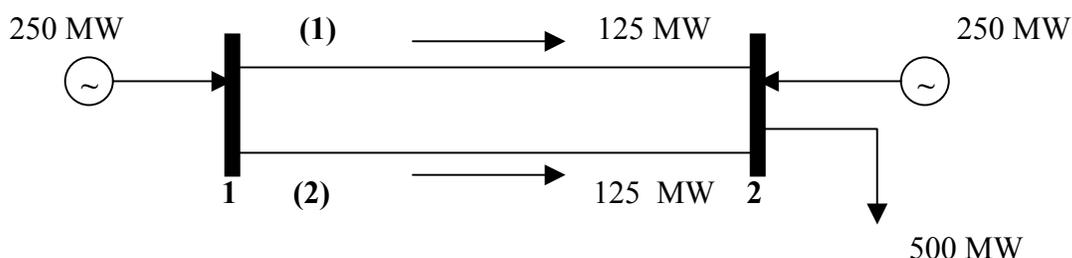


Figura 6. Solução do Fluxo de Potência Ótimo com Restrições de Segurança (FPORS).

O custo total de geração para o FPORS é 750 \$. De acordo com a Figura 6, o gerador 1 deve gerar 250 MW pois o limite de fluxo das linhas é 250 MW, levando portanto, o gerador 2 a completar a geração para satisfazer a carga. O sistema de potência manteve seu nível de segurança, mas com um custo maior de geração já que houve uma transferência de geração.

Este despacho não leva em conta a capacidade corretiva do sistema após a ocorrência da contingência. Suponha agora que o gerador 1 e 2 podem ser reprogramados com uma rampa de 80 MW para os geradores 1 e 2. A solução do FPO com Reprogramação Corretiva é mostrada na Figura 7.

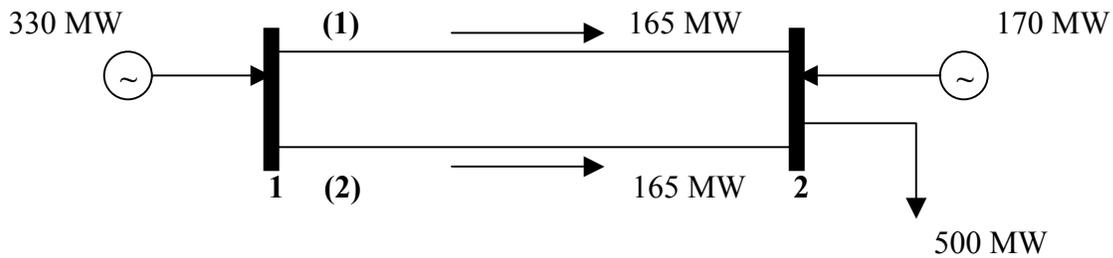


Figura 7. Solução do Fluxo de Potência Ótimo com Reprogramação Corretiva (FPORC).

O custo total de geração para o FPORC é 670 \$. Pode-se notar que no último despacho que se uma das linhas sair de operação, haverá uma sobrecarga de 80 MW na outra linha, mas que poderá ser eliminada através da reprogramação do gerador 1. É possível obter então um nível de segurança maior do que FPODC, mas com um custo de operação não tão alto quanto no caso de FPORS. Note-se também que o custo do FPORC é um custo intermediário entre o custo do FPODC e o custo do FPORS e fortemente dependente da rampa.

Capítulo V

MÉTODO DE PONTOS INTERIORES

5.1 INTRODUÇÃO

A programação linear (PL) é uma técnica que trabalha com problemas de otimização com uma função objetivo linear sujeita a restrições lineares. Com o desenvolvimento do Método Simplex por George B. Dantzing em 1947, a PL tem sido extensamente usada em muitas áreas com grande desempenho computacional.

Desde a publicação do Método Simplex, muitos trabalhos têm contribuído para o crescimento da Programação Linear desenvolvendo códigos e métodos computacionalmente eficientes, explorando novas aplicações. Foram desenvolvidos novos métodos que utilizam a PL para solução de problemas complexos como, por exemplo: programação discreta, programação não linear, problemas combinatórios, problemas de programação estocástica e problemas de controle ótimo [4].

Um modelo geral de Programação Linear pode ser formulado como:

poucas iterações mais complexas que avançam pelo interior do conjunto de factibilidade, enquanto o Método Simplex tem muitas iterações simples que avançam pelas arestas do conjunto de soluções factíveis.

5.3 PROBLEMA PRIMAL E PROBLEMA DUAL NO MODELO DE OTIMIZAÇÃO

O problema de PL é denominado de Problema Primal; o Problema Dual, por sua vez, é uma definição matemática estreitamente relacionada e derivada diretamente do problema Primal. O problema Dual define-se em função da forma do Primal, dependendo do tipo de função objetivo (maximização ou minimização), dos tipos de restrições ($\geq, \leq, =$) e do sinal das variáveis (não negativa e irrestritas) [47].

Temos a seguir algumas notações para o problema Primal e o problema Dual como em [4], [47], [48], [53]:

A é uma matriz $m \times n$; $\bar{c}, \bar{x} \in R^n$ e $\bar{b} \in R^m$. O problema Primal para um problema de PL na forma padrão é dado por:

$$\text{(Primal)} \quad \min_{\bar{x}} \{ \bar{c}^T \bar{x} \mid A\bar{x} = \bar{b}, \bar{x} \geq 0 \} \quad (5.4)$$

Pode-se converter qualquer problema linear à forma padrão pela introdução de variáveis adicionais chamadas de variável “slack” ou variáveis artificiais na formulação. O problema Dual associado ao problema Primal (5.4) é:

$$\text{(Dual)} \quad \max_{\bar{y}, \bar{s}} \{ \bar{b}^T \bar{\lambda} \mid A^T \bar{\lambda} + \bar{s} = \bar{c}, \bar{s} \geq 0 \} \quad (5.5)$$

Onde $\bar{\lambda} \in R^m$ é uma variável dual livre e $\bar{s} \in R^n$ é restrito no espaço não-negativo chamada de variável “slack” dual. Os dois problemas Primal e Dual são conhecidos como o par Primal-Dual.

Definição

Um ponto é chamado interior factível se ele está estritamente no interior de uma região e satisfaz as restrições estabelecidas. Algumas definições em [55] são apresentadas a seguir:

- Ponto interior: \bar{x}^0 tal que $\bar{x}^0 > 0$ é um ponto interior do problema Primal.
- Ponto interior: $\bar{\lambda}^0, \bar{s}^0$ tal que $\bar{s}^0 > 0$ é um ponto interior para o problema Dual [3].
- Ponto factível: \bar{x}^0 tal que $A\bar{x}^0 = \bar{b}, \bar{x}^0 \geq 0$ é um ponto factível do problema Primal.
- Ponto interior factível: \bar{x}^0 tal que $A\bar{x}^0 = \bar{b}, \bar{x}^0 > 0$ é um ponto interior factível do problema Primal.
- GAP de dualidade: é a diferença entre o valor da função objetivo do problema Primal e da função objetivo do problema Dual. Para o problema Primal e Dual (5.4) e (5.5) respectivamente, o GAP é: $GAP = \bar{c}^T \bar{x} - \bar{b}^T \bar{\lambda}$

5.4 CONDIÇÕES DE OTIMALIDADE

Tanto a função objetivo do problema Primal quanto a função objetivo do problema Dual coincidem nas suas soluções ótimas de forma que $\bar{b}^T \bar{\lambda}^* = \bar{c}^T \bar{x}^*$, sempre que x^* resolva o problema (5.4) e $(\bar{\lambda}^*, \bar{s}^*)$ resolva o problema (5.5) e que a solução ótima seja limitada.

As condições de otimalidade são condições algébricas que devem ser satisfeitas pela solução de um problema de Programação Linear, as quais são derivadas da teoria de dualidade. Estas condições deverão ser satisfeitas pelos problemas (5.4) e (5.5) respectivamente [4], [53], [55].

O vetor $\bar{x}^* \in R^n$ é a solução factível para o problema (5.4) se e somente se existem os vetores $\bar{s}^* \in R^n$ e $\bar{\lambda}^* \in R^m$ (solução factível do problema (5.5)), e que satisfazem as seguintes condições em $(\bar{x}, \bar{\lambda}, \bar{s}) = (\bar{x}^*, \bar{\lambda}^*, \bar{s}^*)$:

- $A\bar{x}^* = \bar{b}, \bar{x}^* \geq 0$: Requer que o ponto \bar{x}^* seja factível para o problema Primal (Factibilidade Primal) (5.6.1).
- $A^T \bar{\lambda}^* + \bar{s}^* = \bar{c}, \bar{s}^* \geq 0$: O $\bar{\lambda}^*$ e \bar{s}^* devem ser um ponto factível para o problema Dual (Factibilidade Dual) (5.6.2).
- $Z^* = \bar{c}^T \bar{x}^* = \bar{b}^T \bar{\lambda}^*$ (5.6.3).

Da condição (5.6.3) se obtém a expressão $x_i^* s_i^* = 0, i = 1, \dots, n$, conhecida como condição de complementaridade, onde n é a dimensão dos vetores \bar{x} e \bar{s} . Resumindo as condições de otimalidade:

$$A\bar{x}^* - \bar{b} = 0 \quad (5.7.1)$$

$$A^T \bar{\lambda}^* + \bar{s}^* - \bar{c} = 0 \quad (5.7.2)$$

$$x_i^* s_i^* = 0, i = 1, \dots, n \quad (5.7.3)$$

$$(\bar{x}^*, \bar{s}^*) \geq 0 \quad (5.7.4)$$

A condição (5.7.3) indica que para cada índice i um dos componentes x_i ou s_i deve ser zero. As condições podem ser declaradas como casos especiais de condições de otimalidade para a otimização gerais restrita conhecidas como condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT).

O vetor $(\bar{x}^*, \bar{\lambda}^*, \bar{s}^*)$ é conhecido como a solução Primal-Dual porque é a solução factível do problema Primal (5.4) e do problema Dual (5.5).

Os métodos de Pontos Interiores encontram a solução Primal-Dual $(\bar{x}^*, \bar{\lambda}^*, \bar{s}^*)$ pela aplicação de variantes do método de Newton para as três condições de igualdade de (5.7) e modifica a direção de busca e o tamanho de passo de forma que a desigualdade (5.7.4) seja satisfeita estritamente em cada iteração [53].

5.5 METODO DE NEWTON

O Método de Newton baseia-se na minimização de uma função Φ que se aproxima localmente por uma função quadrática [27]. Assim a função Φ pode ser aproximada em torno de x^k pela série de Taylor truncada. Apresenta-se a seguir a formulação do método de Newton para uma e várias variáveis.

O Método de Newton para uma variável [55] é:

$$\begin{aligned}\Phi(x) &\cong \Phi(x^k) + \nabla\Phi^T(x^k)(x - x^k) \\ \Phi(x) = 0 &\Rightarrow \nabla\Phi^T(x^k)x = \nabla\Phi^T(x^k)x^k - \Phi(x^k) \\ x^{k+1} &= x^k - \frac{\Phi(x^k)}{\nabla\Phi(x^k)}\end{aligned}\quad (5.8)$$

O Método de Newton para várias variáveis [27], [55] é:

$$\Phi(x) \cong \Phi(x^k) + \nabla\Phi(x^k)(x - x^k) + \frac{1}{2}(x - x^k)^T J(x^k)(x - x^k)$$

Onde:

$$J(x^k) = \nabla(\nabla\Phi(x^k)) \quad : \text{ (Matriz Hessiana de } \Phi(x) \text{)}.$$

$$\nabla\Phi(x) = 0 \Rightarrow \nabla\Phi(x^k) + J(x^k)(x - x^k) = 0$$

$$x^{k+1} = x^k - \alpha [J(x^k)]^{-1} \nabla\Phi(x^k) \quad (5.9)$$

A forma pura do método de Newton considera fatores de passo α unitários. Em algumas versões este fator pode ser recalculado através de uma busca unidimensional na direção de busca $([J(x^k)]^{-1} \nabla\Phi(x^k))$ [10], [50]. As equações (5.8) e (5.9) são a forma típica de método de Newton para uma e várias variáveis respectivamente.

5.6 ALGORITMOS DE PONTOS INTERIORES

O problema de Programação Linear dado pelo modelo (5.1–5.3), descrito no começo deste capítulo, pode ser resolvido pelo procedimento do algoritmo Simplex que consiste em avançar de um vértice a outro vértice adjacente da região factível definida pelas restrições do problema tentando assim melhorar o valor da função objetivo. No algoritmo de Pontos Interiores a estratégia é diferente. As iterações são realizadas deslocando-se no interior da região factível. Considerando que o gradiente de uma função aponta para a direção de máximo crescimento da função, no método de Pontos Interiores, a idéia é: dado um ponto interior factível, caminhar na direção oposta do gradiente (no problema de minimização), obtendo assim uma diminuição do valor da função objetivo em cada iteração.

Existem vários algoritmos de Pontos Interiores como, por exemplo, o algoritmo Afim-Escala que foi o primeiro algoritmo de Pontos Interiores proposto pelo matemático Russo Dikin em 1967 [18]. Este algoritmo é conhecido como um dos mais simples e eficientes algoritmos de Pontos Interiores, que superou o desempenho do método Simplex existente na época. Para propósitos da tese utilizou-se o algoritmo Primal-Dual e o algoritmo de Barreira-Logarítmica.

5.6.1 Método Primal-Dual Afim-Escala

A publicação em 1984 do artigo de Karmarkar [26] foi provavelmente o evento mais significativo em Programação Linear desde o descobrimento do método Simplex. O algoritmo proposto era Primal, de convergência polinomial e propôs um caminho central ao ponto ótimo, interior à região viável formada pelas restrições de desigualdade. Desde sua formulação, os métodos de Pontos Interiores constituem uma das mais intensivas áreas de pesquisa em Otimização atualmente. O algoritmo Primal original foi modificado a fim de considerar as variáveis duais, resultando em uma formulação Primal-Dual [10].

O método Primal-Dual resolve simultaneamente o problema Primal e Dual, considerando um ponto inicial positivo não necessariamente factível. Neste item a formulação e os algoritmos para os métodos de Pontos Interiores Primal-Dual Afim-

Escala, para o método Primal Dual clássico e para o Método Barreira Logarítmica são apresentados.

Reescrevendo as condições de otimalidade de (5.7) de uma forma diferente como em [53], [55]:

$$F(\bar{x}, \bar{\lambda}, \bar{s}) = \begin{bmatrix} A\bar{x} - \bar{b} \\ A^T \bar{\lambda} + \bar{s} - \bar{c} \\ X\bar{S}\bar{e} \end{bmatrix} = 0 \quad (5.10.1)$$

$$(\bar{x}, \bar{s}) \geq 0 \quad (5.10.2)$$

Onde:

$$X = \text{diag}(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad S = \text{diag}(s_1, s_2, \dots, s_n), \quad \text{e } \bar{e} = (1, \dots, 1)^T,$$

F é linear para os dois primeiros termos $A\bar{x} - \bar{b}$ e $A^T \bar{\lambda} + \bar{s} - \bar{c}$, e não linear no termo $X\bar{S}\bar{e}$. Todos os métodos de Pontos Interiores Primal-Dual geram nas iterações $(\bar{x}^k, \bar{\lambda}^k, \bar{s}^k)$ que satisfazem estritamente (5.10.2), isto é, $\bar{x}^k > 0$ e $\bar{s}^k > 0$.

Dois procedimentos básicos nos métodos de Pontos Interiores são: determinar o passo e a medida desejada de cada ponto no espaço de busca. O procedimento de direção de busca tem suas origens no Método de Newton para a equação não Linear $X\bar{S}\bar{e}$. O método de Newton (5.8 - 5.9) forma um modelo linear para F em torno do ponto \bar{x}^k atual e obtém as direções de busca $(\Delta\bar{x}, \Delta\bar{\lambda}, \Delta\bar{s})$ pela solução de um sistema de equações.

Usando a expressão (5.9) do método de Newton para várias variáveis no sistema (5.10) temos:

$$\begin{aligned}
(\bar{x}^{k+1}, \bar{\lambda}^{k+1}, \bar{s}^{k+1}) &\cong (\bar{x}^k, \bar{\lambda}^k, \bar{s}^k) - [J(\bar{x}^k, \bar{\lambda}^k, \bar{s}^k)]^{-1} F(\bar{x}^k, \bar{\lambda}^k, \bar{s}^k) \\
(\Delta \bar{x}^k, \Delta \bar{\lambda}^k, \Delta \bar{s}^k) &= -[J(\bar{x}^k, \bar{\lambda}^k, \bar{s}^k)]^{-1} F(\bar{x}^k, \bar{\lambda}^k, \bar{s}^k) \\
J(\bar{x}^k, \bar{\lambda}^k, \bar{s}^k) * \begin{bmatrix} \Delta \bar{x}^k \\ \Delta \bar{\lambda}^k \\ \Delta \bar{s}^k \end{bmatrix} &= -F(\bar{x}^k, \bar{\lambda}^k, \bar{s}^k) \tag{5.11.1}
\end{aligned}$$

Onde:

$J(\bar{x}^k, \bar{\lambda}^k, \bar{s}^k)$: É a Jacobiana de F . Considere ainda:

$$-F(\bar{x}^k, \bar{\lambda}^k, \bar{s}^k) = \begin{bmatrix} \bar{b} - A\bar{x}^k \\ \bar{c} - A^T \bar{\lambda}^k - \bar{s}^k \\ -X^k S^k \bar{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{r}_p^k \\ \bar{r}_d^k \\ \bar{r}_a^k \end{bmatrix}$$

Se o ponto atual é estritamente factível $(\bar{x}^k, \bar{\lambda}^k, \bar{s}^k) \in F^o$, onde:

$F^o = \{(\bar{x}, \bar{\lambda}, \bar{s}) \mid A\bar{x} = \bar{b}, A^T \bar{\lambda} + \bar{s} = \bar{c}, (\bar{x}, \bar{s}) > 0\}$ é o conjunto de soluções estritamente factíveis, e o passo de Newton se torna:

$$\begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A^T & I \\ S^k & 0 & X^k \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Delta \bar{x}^k \\ \Delta \bar{\lambda}^k \\ \Delta \bar{s}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{r}_p^k \\ \bar{r}_d^k \\ \bar{r}_a^k \end{bmatrix} \tag{5.11.2}$$

$$\bar{d} = \begin{bmatrix} \Delta \bar{x}^k \\ \Delta \bar{\lambda}^k \\ \Delta \bar{s}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A^T & I \\ S^k & 0 & X^k \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \bar{r}_p^k \\ \bar{r}_d^k \\ \bar{r}_a^k \end{bmatrix} \tag{5.11.3}$$

Do sistema (5.11.2) temos que:

$$\begin{aligned}
A\Delta\bar{x}^k &= \bar{r}_p^k \\
A^T \Delta\bar{\lambda}^k + \Delta\bar{s}^k &= \bar{r}_d^k \\
S^k \Delta\bar{x}^k + X^k \Delta\bar{s}^k &= \bar{r}_a^k
\end{aligned}$$

Deixando $(\Delta\bar{x}^k, \Delta\bar{\lambda}^k, \Delta\bar{s}^k)$ em função de $(\bar{r}_p^k, \bar{r}_d^k, \bar{r}_a^k)$ temos:

$$\begin{aligned}
\Delta\bar{s}^k &= (X^k)^{-1}[\bar{r}_a^k - S^k \Delta\bar{x}^k] \\
\Delta\bar{\lambda}^k &= [A(Z^k)^{-1} A^T]^{-1}[\bar{r}_p^k + A(Z^k)^{-1} \bar{r}_d^k - A(S^k)^{-1} \bar{r}_a^k]; \\
\Delta\bar{x}^k &= (Z^k)^{-1}[A^T \Delta\bar{\lambda}^k - \bar{r}_d^k + (X^k)^{-1} \bar{r}_a^k]
\end{aligned}$$

Onde:

$$Z = (X^k)^{-1} S^k$$

Um passo completo nessas direções nem sempre é admissível porque pode ser violada a restrição $(\bar{x}, \bar{s}) \geq 0$. Para evitar esse problema e ter certeza que os pontos da seguinte iteração cumpram com $\bar{x}^{k+1} > 0$ e $\bar{s}^{k+1} > 0$, impôs-se uma restrição na busca na direção de Newton, assim a nova iteração será:

$$(\bar{x}^{k+1}, \bar{\lambda}^{k+1}, \bar{s}^{k+1}) = (\bar{x}^k, \bar{\lambda}^k, \bar{s}^k) + \alpha^k (\Delta\bar{x}^k, \Delta\bar{\lambda}^k, \Delta\bar{s}^k) \quad (5.11.4)$$

O valor de $\alpha^k \in (0,1]$, tal que $\bar{x}^{k+1} > 0, \bar{s}^{k+1} > 0$.

$$\alpha_p^k = \min \left\{ \tau * \min_{\delta x_i^k < 0} \left(-\frac{x_i^k}{\delta x_i^k} \right), 1 \right\} \quad 0 < \tau < 1$$

Onde:

$$\delta x_i^k = \Delta x_i^k$$

O passo α_p^k é o máximo valor que se pode avançar na direção de $\Delta\bar{x}^k$ garantindo que o ponto \bar{x}^{k+1} seja interior. O parâmetro τ é a porcentagem do

tamanho de passo que devemos avançar para garantir que (\bar{x}^{k+1}) seja interior, seu valor está no intervalo aberto $(0,1)$ e geralmente é usado um valor de $\tau = 0.99$. O passo α^k é calculado da mesma forma para as variáveis duais.

5.6.1.1 Algoritmo Primal-Dual Afim-Escala

De acordo com [55]:

1. Dados $(\bar{x}^k, \bar{\lambda}^k, \bar{s}^k)$ tal que $(\bar{x}^k, \bar{s}^k) > 0$ e $\tau \in (0,1), k = 0$,
2. Faça até convergir:
 - (a) $\bar{r}_p^k = \bar{b} - A\bar{x}^k$
 - (b) $\bar{r}_d^k = \bar{c} - A^T \bar{\lambda}^k - \bar{s}^k$
 - (c) $\bar{r}_a^k = -X^k S^k \bar{e}$
 - (d) $Z^k = \left[(X^k)^{-1} S^k \right]$
 - (e) $\Delta \bar{\lambda}^k = \left[A(Z^k)^{-1} A^T \right]^{-1} \left[\bar{r}_p^k + A(Z^k)^{-1} \bar{r}_d^k - A(S^k)^{-1} \bar{r}_a^k \right]$
 - (f) $\Delta \bar{x}^k = (Z^k)^{-1} \left[A^T \Delta \bar{\lambda}^k - \bar{r}_d^k + (X^k)^{-1} \bar{r}_a^k \right]$
 - (g) $\Delta \bar{s}^k = (X^k)^{-1} \left[\bar{r}_a^k - S^k \Delta \bar{x}^k \right]$
 - (h) $\rho_p^k = \min_{\delta x_i^k < 0} \left\{ -\frac{x_i^k}{\delta x_i^k} \right\}, \Delta x_i^k = \delta x_i^k$
 - (i) $\rho_d^k = \min_{\delta s_i^k < 0} \left\{ -\frac{s_i^k}{\delta s_i^k} \right\}, \Delta s_i^k = \delta s_i^k$
 - (j) $\alpha_p^k = \min(\tau \rho_p^k, 1)$
 - (k) $\alpha_d^k = \min(\tau \rho_d^k, 1)$
 - (l) $\bar{x}^{k+1} = \bar{x}^k + \alpha_p^k \Delta \bar{x}^k$
 - (m) $\bar{\lambda}^{k+1} = \bar{\lambda}^k + \alpha_d^k \Delta \bar{\lambda}^k$
 - (n) $\bar{s}^{k+1} = \bar{s}^k + \alpha_d^k \Delta \bar{s}^k$
 - (o) $k \rightarrow k + 1$
3. Fim.

A convergência pode ser testada considerando o valor de $\|F\|^2$. O ponto inicial (x^k, λ^k, s^k) não precisa ser factível. O passo α_d^k é o passo correspondente para as variáveis duais (λ, s) , o passo α_p^k é o correspondente para a variável primal x .

5.6.2 Método Primal-Dual Clássico

O método Primal-Dual Clássico é uma evolução do método Primal-Dual Afim-Escala. O método Primal-Dual Afim-Escala tem uma desvantagem que é permitir que as variáveis (\bar{x}, \bar{s}) se aproximem rapidamente das fronteiras levando o valor do produto $\bar{x}^k \bar{s}^k$ tender a zero, portanto não permite ter um bom progresso na solução. Por este motivo no método Primal-Dual Clássico se acrescenta uma perturbação μ^k na condição de complementaridade como aparece em [3], [53], e [55].

Considerando o problema Primal e Dual (5.4) e (5.5) respectivamente, apresentaremos a estrutura do método Primal-Dual Clássico. As novas condições de otimalidade (5.7) são:

$$\begin{bmatrix} A\bar{x} - \bar{b} \\ A^T \bar{\lambda} + \bar{s} - \bar{c} \\ X S \bar{e} - \mu \bar{e} \end{bmatrix} \quad (5.12.1)$$

$$(\bar{x}, \bar{s}) > 0 \quad (5.12.1)$$

Onde:

$$X = \text{diag}(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad S = \text{diag}(s_1, s_2, \dots, s_n), \quad \text{e } \bar{e} = (1, \dots, 1)^T.$$

O parâmetro de perturbação (μ) é tal que $\lim_{k \rightarrow \infty} \mu^k = 0$, e pode ser definido por:

$$\mu = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^k s_i^k = \bar{x}^T \bar{s} / n$$

O qual mede o valor médio do produto $\bar{x}^k \bar{s}^k$. O parâmetro μ tem muitas formas de ser calculado, atualmente seu cálculo é ainda muito pesquisado porque a sua escolha influencia na convergência do problema de otimização [6]. A equação geral para o passo é:

$$\begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A^T & I \\ S & 0 & X \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Delta \bar{x} \\ \Delta \bar{\lambda} \\ \Delta \bar{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -XS\bar{e} + \gamma\mu\bar{e} \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

Onde $\gamma \in [0,1]$ é o parâmetro de centragem. Se $\gamma = 1$, o sistema (5.13) define a direção de centragem; para o outro extremo, $\gamma = 0$, define-se a direção para o método Primal-Dual Afim-Escala. Alguns algoritmos usam valores intermediários de γ com o objetivo de reduzir μ na melhora da centragem.

Existem duas diferenças com relação ao Primal-Dual Afim-Escala (5.10): 1) O r_a^k é trocado por r_c^k ; 2) O cálculo de μ . O Algoritmo para o método Primal-Dual Clássico é bem parecido com o algoritmo Primal-Dual Afim-Escala.

Onde:

$$r_c^k = \mu^k \bar{e} - (X^k)^T S^k \bar{e}.$$

5.6.3 Método de Barreira Logarítmica

O método da Função Barreira Logarítmica é usualmente atribuído a Frisch, mas foi estudado e desenvolvido por Fiacco e McCormick [20] como um meio de abordar os problemas de Programação Não Linear. Enquanto eles notaram a aplicabilidade do método para problemas de programação não linear, a opinião geral nessa época foi que o método não era competitivo com o método Simplex. Na

realidade os algoritmos e softwares tentaram resolver problemas de programação não linear, mas sérias dificuldades com o método de Barreira Logarítmica foram encontradas e caiu em desuso por alguns anos [48]. Posteriormente, o interesse pelo método Barreira Logarítmica foi revivido em 1985 quando conexões entre o algoritmo de Karmarkar e algoritmos de Barreira Logarítmica foram notadas [53]. Este novo interesse surgiu com sucessos marcantes na resolução de problemas de Programação Linear de grande porte o qual conduziu a novas pesquisas na aplicação do método em problemas de Programação Não Linear. Muitos desses trabalhos são novos e incompletos. O método mostra suficientes promessas para continuar sendo pesquisado, sobretudo quando aplicado cuidadosamente para uma variedade de problemas não lineares [48].

Os métodos de Barreira são procedimentos que aproximam problemas de otimização restritos em problemas de otimização irrestritos. Esta aproximação é obtida adicionando-se à função objetivo um termo de aproximação da fronteira. Associado aos métodos de Barreira temos um parâmetro μ chamado parâmetro de barreira, que determina a severidade da barreira e o grau com que o problema irrestrito aproxima-se ao problema restrito original [27]. Uma típica função de barreira é a função Barreira Logarítmica definida por:

$$y(x, \mu) = -\mu \sum_{i=1}^n \ln(x_i) \quad (5.14)$$

Onde:

$y(x, \mu) : R^n \rightarrow R$ e $\mu > 0$ é o parâmetro de barreira.

Fiacco e McCormick [20] mostraram que em condições extremamente simples o problema original converge à solução enquanto o parâmetro de barreira converge a zero.

Seja o problema Primal (5.4):

$$\begin{aligned} & \text{Min } c^T x \\ & \text{s.a: } A\bar{x} = \bar{b}, \bar{x} \geq 0, \end{aligned}$$

Onde:

$$\bar{c}, \bar{x} \in R^n, \bar{b} \in R^m \text{ e } A \in R^{m \times n}.$$

Um ponto importante em algoritmos para a resolução do problema Primal é a aproximação da função Barreira Logarítmica ao problema (5.4), a qual é definida como:

$$\begin{aligned} & \text{Min}_{\bar{x}} \bar{c}^T \bar{x} - \mu \sum_{i=1}^n \ln(x_i) \\ & \text{s.a: } Ax = b \end{aligned} \tag{5.15}$$

Onde $\mu > 0$.

A solução do problema (5.15) para cada valor de μ pode ser encontrada pelo método de Newton, modificado para lidar com as restrições de igualdade $A\bar{x} = \bar{b}$ e a condição de que \bar{x} permaneça estritamente positivo. Com o interesse posto na função Barreira Logarítmica, muitas pesquisas foram realizadas. Em 1986, Gill, Murray, Saunders, Tomlin e Wright mostraram que a direção de busca do algoritmo de Karmarkar coincide com a direção obtida pela aplicação de um método semelhante ao Newton no problema (5.15), para uma escolha particular do parâmetro de barreira μ [53]. Depois de Karmarkar, Renegar [41] em 1988 criou um algoritmo que usa o método de Newton em conjunto com outra função logarítmica.

Em 1967, Dikin [18] propôs um algoritmo inspirado na função Barreira Logarítmica e no método de Newton. O algoritmo encontra uma direção de busca pela formação de um modelo quadrático da função objetivo em (5.15) em relação ao

ponto atual \bar{x} estritamente factível, resolvendo o programa quadrático resultante, e seleccionando o termo de ordem mais alto da solução.

Do método Primal Afim-Escala se tem:

$$\begin{aligned}\bar{d}^k &= -(X^k)^2 \bar{s}^k \\ \bar{s}^k &= \bar{c} - A^T \bar{\lambda}^k \\ \bar{\lambda}^k &= (A(X^k)^2 A^T)^{-1} A(X^k)^2 \bar{c}\end{aligned}\quad (5.16.1)$$

De onde se obtém:

$$\begin{aligned}\bar{d}^k &= -(I - (X^k)^2 A^T (A(X^k)^2 A^T)^{-1} A) * (X^k)^2 \bar{c} \\ \bar{x}^{k+1} &= \bar{x}^k + \alpha^k \bar{d}^k\end{aligned}\quad (5.16.2)$$

Dado o problema (5.15) e considerando o método de Newton para várias variáveis, tem-se que a melhor direcção factível (em torno do ponto) x^k é dada por:

$$\begin{aligned}\text{Min } \nabla f(\bar{x}^k, \Delta \bar{x}^k) &\cong \nabla f^T(\bar{x}^k) \Delta \bar{x}^k + \frac{1}{2} (\Delta \bar{x}^k)^T J(\bar{x}^k) \Delta \bar{x}^k \\ \text{s.a: } A \Delta \bar{x}^k &= 0\end{aligned}$$

Aplicando o método Primal Afim-Escala (5.18) ao problema (5.15) obtém-se (da função Lagrangeana associada):

$$\Delta \bar{x}^k = -\frac{1}{\mu} X^k E^k (\bar{c}^k - \mu \bar{e})$$

Onde:

$$X^k = \text{diag}(\bar{x}^k), \quad \bar{c}^k = \bar{c} X^k,$$

$$E^k = I - (A^k)^T [A^k (A^k)^T]^{-1} A^k \quad : \text{ Matriz de projecção ortogonal ao espaço nulo de } A.$$

$$A^k = AX^k.$$

O próximo ponto interior será dado por:

$$\bar{x}^{k+1} = \bar{x}^k + \alpha^k \Delta \bar{x}^k$$

Onde:

$$\Delta \bar{x}^k = -X^k E^k (\bar{c}^k - \mu \bar{e}).$$

O melhor tamanho de passo do método de Newton é $\frac{1}{\mu}$, assim:

$$\alpha^k = \min \left\{ \frac{1}{\mu}, \tau \Omega_{\max} \right\}$$

Onde:

$$\Omega_{\max} = \min_{\delta x_i^k < 0} \left\{ -\frac{x_i^k}{\delta x_i^k} \right\};$$

$\delta x_i^k = \Delta x_i^k$, o valor típico para $\tau \in [0.9 \dots 999]$.

5.6.3.1 Algoritmo do Método Barreira Logarítmica

1. Dados $(\bar{x}^k, \bar{\lambda}^k, \bar{s}^k)$ tal que $(\bar{x}^k, \bar{s}^k) > 0$ e $\tau \in (0,1), k = 0$,
2. Faça até convergir:
 - (a) $X^k = \text{diag} \{ \bar{x}^k \}$
 - (b) $\bar{c}^k = \bar{c} X^k$
 - (c) $A^k = AX^k$
 - (d) $E^k = I - (A^k)^T [A^k (A^k)^T]^{-1} A^k$
 - (e) $\Delta \bar{x}^k = -X^k E^k (\bar{c}^k - \mu^k \bar{e})$

$$(f) \quad \Omega_{\max}^k = \min_{\delta_{x_i^k} < 0} \left\{ -\frac{x_i^k}{\delta_{x_i^k}} \right\}$$

$$(g) \quad \alpha^k = \min \left\{ \frac{1}{\mu^k}, \tau \Omega_{\max}^k \right\}$$

$$(h) \quad \bar{x}^{k+1} = \bar{x}^k + \alpha^k \Delta \bar{x}^k$$

$$(i) \quad \mu^{k+1} = f(\mu^k, \Delta \bar{c}^T \bar{x}^k)$$

$$(j) \quad k \rightarrow k+1$$

3. Fim.

O critério de convergência pode ser feito sobre a variação do valor de $\bar{c}^T \bar{x}^k$ ($\Delta \bar{c}^T \bar{x}^k \leq \varepsilon$) ou sobre o valor de $\Delta \bar{x}^k$ ($\Delta \bar{x}^k \leq \varepsilon$).

Capítulo VI

APLICAÇÃO DO MÉTODO DE PONTOS INTERIORES PRIMAL- DUAL BARREIRA-LOGARÍTMICA NO FPODC, FPORS E FPORC

6.1 INTRODUÇÃO

O problema de Fluxo de Potência Ótimo é um problema de otimização não linear, que envolve a determinação do estado de operação ótimo de um sistema de geração-transmissão de potência elétrica, minimizando simultaneamente uma função objetivo e satisfazendo certas restrições físicas e de operação do sistema elétrico (restrições de igualdades e desigualdades).

Dois algoritmos eficientes de Pontos Interiores, o Primal-Dual e a Barreira-Logarítmica são apresentados juntos neste capítulo como em [11], [13], [14], [23], [37], [44], [45], [49] para a solução do problema de Fluxo de Potência Ótimo. Em [23],

Granville implementa o método de Pontos Interiores Primal-Dual para resolver um problema de Despacho Reativo Ótimo. A mesma formulação é usada em [37], para obter a convergência de problemas mal condicionados baseados em Fluxo de Potência Ótimo através do relaxamento das capacidades das linhas.

Neste trabalho a formulação apresentada em [23] e [37] é usada no problema de Fluxo de Potência Ótimo Linearizado (FPODC), o Fluxo de Potência Ótimo com Restrições de Segurança (FPORS) e o Fluxo de Potência Ótimo com Reprogramação Corretiva (FPORC) para encontrar o despacho ótimo de potência ativa na presença de possíveis contingências, como será mostrado no final deste capítulo.

6.2 MÉTODO PRIMAL-DUAL BARREIRA-LOGARÍTMICA PARA AS FORMULAÇÕES DO FPODC, FPORS E DO FPORC

No Capítulo IV foram descritas três formulações de FPODC usadas para calcular o despacho ótimo de potência ativa em um sistema de energia elétrica. Essas três formulações foram tratadas através do método de Pontos Interiores Primal-Dual Barreira-Logarítmica como será mostrado neste item. Considerando a Formulação 1 do Capítulo IV:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^{ng} c_i(p_i) \quad (6.1)$$

$$\text{s.a:} \quad \sum_{i=1}^{ng} p_i = \sum_{j=1}^{nc} d_j$$

$$p_i^{\min} \leq p_i \leq p_i^{\max}, i = 1, \dots, ng$$

$$\bar{f} = D(\bar{p} - \bar{d})$$

$$|f_j| \leq f_j^{\max}, j \in L$$

A formulação acima pode ser resumidamente expressa da seguinte forma:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^{ng} c_i(p_i) \quad (6.2.1)$$

$$\text{s.a:} \quad U\bar{p} = \bar{z} \quad (6.2.2)$$

$$\bar{l} \leq \bar{p} \leq \bar{u}, \quad (6.2.3)$$

Onde:

$\bar{p} \in R^{ng}$: Vetor das potências ativas geradas, ng é o número de barras geradoras;

$c_i(p_i)$: Função custo de geração da unidade geradora i , é contínua e diferenciável;

U : Matriz que representa as equações de igualdade do problema;

$\bar{l} \leq \bar{p} \leq \bar{u}$, : Restrição que limita a geração de potência ativa, p , das unidades geradoras; \bar{l} e \bar{u} são os vetores que representam os limites mínimo e máximo de geração, respectivamente.

A matriz U é dada pelas restrições de igualdade e/ou restrições de desigualdades ativas. Nos sistemas reais, só um número reduzido de linhas e transformadores operam em seus limites, porém as quais não se conhecem a priori. A estratégia adotada foi resolver inicialmente o problema relaxado, considerando-se somente o atendimento da demanda global e os limites de geração. Neste problema inicial, a matriz U é constituída por apenas uma linha. A solução deste problema de despacho inicial é avaliada através do modelo DC para o Caso Básico (rede intacta) e para as contingências; se nenhuma violação for verificada, então esta solução é segura. Caso contrário, as violações identificadas, ou parte delas, devem ser incorporadas ao problema inicial como restrições de igualdade. Portanto, durante o processo de resolução, a matriz U poderá ter diferente valores e dimensões.

6.2.1. Método Primal-Dual Barreira-Logarítmica

O primeiro passo é transformar as restrições de desigualdade da formulação (6.2) em restrições de igualdade através da adição de variáveis de folga ou excesso não negativas, $s_i \geq 0$.

$$\text{Min} \sum_{i=1}^{ng} c_i(p_i)$$

$$s.a: \quad U\bar{p} = \bar{z} \quad (6.3.1)$$

$$\bar{p} - \bar{s}_1 = \bar{l} \quad (6.3.2)$$

$$\bar{p} + \bar{s}_2 = \bar{u} \quad (6.3.3)$$

$$\bar{s}_1, \bar{s}_2 > 0 \quad (6.3.4)$$

Estas variáveis de folga são incorporadas à função objetivo original através da função Barreira Logarítmica:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^{ng} c_i(p_i) - \mu \sum_{i=1}^{ng} (\log s_{1i} + \log s_{2i})$$

$$s.a: \quad U\bar{p} = \bar{z} \quad (6.4.1)$$

$$\bar{p} - \bar{s}_1 = \bar{l} \quad (6.4.2)$$

$$\bar{p} + \bar{s}_2 = \bar{u} \quad (6.4.3)$$

Onde:

$\mu > 0$: É o parâmetro de barreira que tende a zero durante o processo iterativo;

A função Lagrangeana para o problema é:

$$\begin{aligned} \hat{l}(p, \lambda, s) = & \sum_{i=1}^{ng} c_i(p_i) - \mu \sum_{i=1}^{ng} (\log s_{1i} + \log s_{2i}) - \sum_{y=1}^{ri} \lambda_y (U_y \bar{p} - \bar{z}_y) + \\ & - \sum_{j=1}^{ng} [\pi_{1j} (p_j - s_{1j} - l_j) + \pi_{2j} (p_j + s_{2j} - u_j)] \end{aligned} \quad (6.4.4)$$

Onde:

$\bar{\lambda} \in R^m$: Multiplicador de Lagrange para as restrições de igualdade;

$\bar{\pi}_1, \bar{\pi}_2 \in R^{ng}$: Multiplicadores de Lagrange para as restrições inicialmente de desigualdade (6.2.3);

ri : É o número de restrições de igualdade.

A solução do problema deve satisfazer as condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) de primeira ordem da função Lagrangeana:

$$\nabla_p \hat{l} \rightarrow \nabla c(p) - \nabla(U\bar{p} - \bar{z})^T \bar{\lambda} - \bar{\pi}_1 - \bar{\pi}_2 = 0 \quad (6.5.1)$$

$$\nabla_{\lambda} \hat{l} \rightarrow -(U\bar{p} - \bar{z}) = 0 \quad (6.5.2)$$

$$\nabla_{\pi_1} \hat{l} \rightarrow (\bar{p} - \bar{s}_1 - \bar{l}) = 0 \quad (6.5.3)$$

$$\nabla_{\pi_2} \hat{l} \rightarrow (\bar{p} + \bar{s}_2 - \bar{u}) = 0 \quad (6.5.4)$$

$$\nabla_{s_1} \hat{l} \rightarrow \mu S_1^{-1} \bar{e} - \bar{\pi}_1 \rightarrow \mu \bar{e} - S_1 \bar{\pi}_1 = 0 \quad (6.5.5)$$

$$\nabla_{s_2} \hat{l} \rightarrow \mu S_2^{-1} \bar{e} + \bar{\pi}_2 \rightarrow \mu \bar{e} + S_2 \bar{\pi}_2 = 0 \quad (6.5.6)$$

Onde:

$\nabla c(p)$: Gradiente da função $c(p)$;

$\bar{e} \in R^{ng}$: Vetor unitário, $\bar{e} = (1, \dots, 1)^T$;

S_1, S_2 : Matrizes diagonais formadas pelos vetores \bar{s}_1, \bar{s}_2 respectivamente.

Aplicando o método de Newton nas expressões (6.5.1-6.5.6), para obter as direções de busca $(\Delta\bar{p}, \Delta\bar{s}_1, \Delta\bar{s}_2, \Delta\bar{\lambda}, \Delta\bar{\pi}_1, \Delta\bar{\pi}_2)$ tem-se:

$$\nabla^2 c(p) \Delta\bar{p} - \sum_{i=1}^{ri} \lambda_i \nabla^2 (U_i \bar{p} - \bar{z}_i) \Delta\bar{p} - \nabla(U\bar{p} - \bar{z}) \Delta\bar{\lambda} - \Delta\bar{\pi}_1 - \Delta\bar{\pi}_2 = -t \quad (6.6.1)$$

$$-\nabla(U\bar{p} - \bar{z})^T \Delta\bar{p} = (U\bar{p} - \bar{z}) \quad (6.6.2)$$

$$\Delta\bar{p} - \Delta\bar{s}_1 = -(\bar{p} - \bar{s}_1 - \bar{l}) \quad (6.6.3)$$

$$\Delta\bar{p} + \Delta\bar{s}_2 = -(\bar{p} + \bar{s}_2 - \bar{u}) \quad (6.6.4)$$

$$-\Pi_1 \Delta\bar{s}_1 - S_1 \Delta\bar{\pi}_1 = -(\mu \bar{e} - S_1 \bar{\pi}_1) \quad (6.6.5)$$

$$\Pi_2 \Delta\bar{s}_2 + S_2 \Delta\bar{\pi}_2 = -(\mu \bar{e} + S_2 \bar{\pi}_2) \quad (6.6.6)$$

Onde:

$$t = \nabla c(p) - \nabla(U\bar{p} - \bar{z})^T \bar{\lambda} - \bar{\pi}_1 - \bar{\pi}_2$$

Π_1, Π_2 : Matrizes diagonais formadas pelos vetores $\bar{\pi}_1, \bar{\pi}_2$ respectivamente.

Simplificando o sistema (6.6), tem-se que o lado direito das equações (6.6.3) e (6.6.4) deve ser igual a zero para garantir que as equações (6.5.3) e (6.5.4) sejam satisfeitas, então:

$$\begin{aligned} \Delta\bar{p} - \Delta\bar{s}_1 &= 0 \\ \Delta\bar{s}_1 &= \Delta\bar{p} \end{aligned} \quad (6.7.1)$$

$$\begin{aligned} \Delta\bar{p} + \Delta\bar{s}_2 &= 0 \\ \Delta\bar{s}_2 &= -\Delta\bar{p} \end{aligned} \quad (6.7.2)$$

Substituindo as equações (6.7.1) e (6.7.2) em (6.6.5) e (6.6.6), tem-se:

$$\Delta\bar{\pi}_1 = S_1^{-1}(\mu\bar{e} - S_1\bar{\pi}_1 - \Pi_1 \Delta\bar{p}) \quad (6.8.1)$$

$$\Delta\bar{\pi}_2 = -S_2^{-1}(\mu\bar{e} + S_2\bar{\pi}_2 - \Pi_2 \Delta\bar{p}) \quad (6.8.2)$$

Substituindo as equações (6.8.1) e (6.8.2) em (6.6.1):

$$W \Delta\bar{p} - \nabla(U\bar{p} - \bar{z})^T \Delta\bar{\lambda} = T$$

Onde:

$$W = \nabla^2 c(p) - \sum_{i=1}^{n_i} \lambda_i \nabla^2 (U_i \bar{p} - \bar{z}_i) + S_1^{-1} \Pi_1 - S_2^{-1} \Pi_2$$

$$T = -(\nabla c(p) - \nabla(U\bar{p} - \bar{z})^T \bar{\lambda}) + \mu(S_1^{-1} \bar{e} - S_2^{-1} \bar{e})$$

Em W , os termos das derivadas segundas representam a Hessiana da função Lagrangeana e os dois últimos termos correspondem à função de barreira. Da mesma forma em T , os termos das derivadas primeiras representam a Jacobiana da Função Lagrangeana e os termos restantes correspondem à função barreira logarítmica.

O problema (6.6) anteriormente descrito é reduzido ao seguinte sistema na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} W & -J^T(p) \\ -J(p) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\bar{p} \\ \Delta\bar{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \\ U\bar{p} - \bar{z} \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

Calculados $(\Delta\bar{p}, \Delta\bar{\lambda})$, calculamos $(\Delta\bar{s}_1, \Delta\bar{s}_2)$ com as equações (6.7), e os vetores $(\Delta\bar{\pi}_1, \Delta\bar{\pi}_2)$ são obtidos de (6.8). Usando as direções de busca calculadas $(\Delta\bar{p}, \Delta\bar{\lambda}, \Delta\bar{\pi}_1, \Delta\bar{\pi}_2, \Delta\bar{s}_1, \Delta\bar{s}_2)$, as variáveis primais (\bar{p}, \bar{s}) e as variáveis duais $(\bar{\lambda}, \bar{\pi})$ são atualizadas:

$$\bar{p} = \bar{p} + \alpha_p \Delta\bar{p} \quad (6.10.1)$$

$$\bar{s}_1 = \bar{s}_1 + \alpha_p \Delta\bar{s}_1 \quad (6.10.2)$$

$$\bar{s}_2 = \bar{s}_2 + \alpha_p \Delta\bar{s}_2 \quad (6.10.3)$$

$$\bar{\lambda} = \bar{\lambda} + \alpha_D \Delta\bar{\lambda} \quad (6.10.4)$$

$$\bar{\pi}_1 = \bar{\pi}_1 + \alpha_D \Delta\bar{\pi}_1 \quad (6.10.5)$$

$$\bar{\pi}_2 = \bar{\pi}_2 + \alpha_D \Delta\bar{\pi}_2 \quad (6.10.6)$$

Onde o tamanho de passo escalar, α_p, α_D , são escolhidos de tal forma que, cada componente das variáveis "slack" primais $(s_i, i = 1, 2)$ permaneçam estritamente não negativas, e que os elementos do vetor $(\pi_i, i = 1, 2)$ permaneçam com seus respectivos sinais, isto é $(\bar{\pi}_1 > 0, \bar{\pi}_2 < 0)$ [44].

Isto é feito encontrando o menor elemento entre o tamanho de passo de todos os componentes dos vetores, o qual é multiplicado por um fator menor que 1 (para garantir que o próximo ponto irá satisfazer as condições de não negatividade) e comparado com 1, o menor entre eles é então o escolhido [5]. Os passos para as variáveis primais e duais são como se mostram [23], [37], [44]:

$$\alpha_P = \sigma \min \left\{ \min_{\Delta \bar{s}_{1j} < 0} \frac{\bar{s}_{1j}}{|\Delta \bar{s}_{1j}|}, \min_{\Delta \bar{s}_{2j} < 0} \frac{\bar{s}_{2j}}{|\Delta \bar{s}_{2j}|}, 1 \right\} \quad (6.11.1)$$

$$\alpha_D = \sigma \min \left\{ \min_{\Delta \bar{\pi}_{1j} < 0} \frac{\bar{\pi}_{1j}}{|\Delta \bar{\pi}_{1j}|}, \min_{\Delta \bar{\pi}_{2j} > 0} \frac{-\bar{\pi}_{2j}}{|\Delta \bar{\pi}_{2j}|}, 1.0 \right\} \quad (6.11.2)$$

Onde:

$\sigma = 0.9995$, : É um valor determinado empiricamente.

Uma parte muito importante do método do algoritmo Primal-Dual Barreira-Logarítmica, é a escolha do cálculo de atualização do parâmetro de barreira, μ .

Nos problemas de Programação Linear o parâmetro de barreira μ , em cada iteração é usualmente estimado baseado na diminuição predita do gap de dualidade [23]. Este gap é a diferença entre o valor da função objetivo do problema Primal e da função objetivo do problema Dual. Granville em [23] mostra algumas formas de calcular este parâmetro de barreira, como se mostra a seguir. Considerando o seguinte problema de Programação Linear:

$$\begin{aligned} & \text{Min } \bar{c}'\bar{x} \\ \text{s.a: } & A\bar{x} = \bar{b} \\ & \bar{x} \geq 0; \bar{x} \in R^n \end{aligned} \quad (6.12)$$

Com seu Dual:

$$\begin{aligned} & \text{Max } \bar{b}' \bar{\lambda} \\ \text{s.a: } & A^T \bar{\lambda} \leq \bar{c} \end{aligned}$$

Neste caso o cálculo do μ é como segue, para as variáveis primais e duais factíveis, onde o numerador é o gap de dualidade e n o número de variáveis:

$$\mu = \frac{\bar{c}' \bar{x} - \bar{b}' \bar{\lambda}}{n^2} \quad (6.13)$$

O problema de barreira logarítmica associada ao problema (6.12) é:

$$\begin{aligned} & \text{Min } \bar{c}' \bar{x} - \mu \sum_{j=1}^n \log(x_j) \\ \text{s.a: } & A\bar{x} = \bar{b} \end{aligned} \quad (6.14)$$

Neste caso o cálculo de μ é dado por:

$$\mu = \frac{\bar{c}' \bar{x} - \bar{b}' \bar{\lambda}}{n} \quad (6.15)$$

Para problemas de Programação Linear com limites inferior e superior nas variáveis de otimização [23]:

$$\begin{aligned} & \text{Min } \bar{c}' \bar{x} \\ \text{s.a: } & A\bar{x} = \bar{b} \\ & \bar{l} \leq \bar{x} \leq \bar{u} \end{aligned} \quad (6.16)$$

Escrito também como:

$$\begin{aligned}
& \text{Min } \bar{c}'\bar{x} \\
\text{s.a: } & A\bar{x} = \bar{b} \\
& x - s_1 = l \\
& x + s_2 = u \\
& s_1 \geq 0, s_2 \geq 0
\end{aligned}$$

O correspondente Dual:

$$\begin{aligned}
& \text{Max } [b'\pi + l'\pi_1 + u'\pi_2] \\
\text{s.a } & A'\pi + \pi_1 + \pi_2 = c \\
& \pi_1 \geq 0, \pi_2 \leq 0
\end{aligned}$$

O gap de dualidade para este caso é igual a:

$$s_1'\pi_1 - s_2'\pi_2$$

E o μ para variáveis primal e dual factíveis determinado pela fórmula:

$$\mu = \frac{s_1'\pi_1 - s_2'\pi_2}{2n^2} \quad (6.17)$$

Granville [23] utiliza a fórmula (6.18) para atualizar o parâmetro de barreira.

$$\mu^k = \frac{s_1^T \pi_1 - s_2^T \pi_2}{2n\beta} \quad (6.18)$$

Na implementação do algoritmo Primal-Dual Barreira-Logarítmica para o cálculo dos problemas de Fluxo de Potência Ótimo DC neste trabalho, utilizou-se a fórmula acima (6.18) para a atualização do parâmetro de barreira com mostrado.

Onde o valor inicial para μ , é determinado pelo usuário e usado para calcular os valores iniciais dos multiplicadores π_1, π_2 . O $\beta > 1$ é também especificado pelo usuário.

Capítulo VII

TESTES E RESULTADOS

Este capítulo apresenta os resultados obtidos da aplicação da metodologia desenvolvida no sistema de potência IEEE-30. Uma análise é feita considerando-se três modelos de FPO. O primeiro, o Caso Básico, considera o sistema operando em um estado ideal sem contingências usando o FPODC. No segundo modelo, modelo pós-contingência preventivo, determina-se através de um FPORS o ponto de operação onde mesmo com a ocorrência de um distúrbio na rede, o sistema não apresentará violações nas restrições. O último modelo, o modelo com Reprogramação Corretiva (FPORC) determina uma solução sem se antecipar à ocorrência das contingências. Apresenta-se também o algoritmo usado na implementação computacional, finalizando o capítulo com uma análise detalhada dos resultados obtidos nos três modelos de FPO e a comparação entre eles, enfocando a qualidade dos resultados e outras análises da metodologia.

7.1 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

A implementação computacional foi desenvolvida na linguagem de programação MATLAB 6.1, em um microcomputador Pentium IV de 1.3 GHz, com 256 Mbytes de

memória RAM. O objetivo foi calcular o despacho de geração ótimo para três diferentes modelos de FPO: o FPODC, o FPORS e o FPORC.

7.2 PROCEDIMENTO E ALGORITMO

Este item descreve os passos para calcular o despacho de geração nos três casos de estudo. A metodologia empregada executa os seguintes passos:

1. Solução Caso Básico

O primeiro procedimento é o cálculo do Caso Básico, resolvendo um FPODC (Formulação 1 do Capítulo IV), o qual determina o despacho de geração para um estado de operação sem contingências e considerando as restrições de transmissão (Modelo DC) do Caso Básico. Esta solução é ótima com respeito à operação econômica, mas pode não ser segura do ponto de vista da ocorrência de contingências.

2. Análise de Segurança

É executado após o cálculo do Caso Básico e simula a ocorrência de contingências (saída de linhas de transmissão e/ou transformadores), alterando a topologia original da rede e a solução anterior. Este evento pode fazer com que o sistema apresente violações nos limites das linhas de transmissão no estado pós-contingência considerando-se o despacho de geração do Caso Básico.

3. Solução Preventiva

Cada violação dá origem a uma restrição de segurança, como detalhado no item (4.4). As restrições de segurança são então incluídas na formulação original. O despacho de geração resultante conduz à implementação de ações de controle preventivo e é obtido resolvendo um FPORS (Formulação 2 do Capítulo IV).

4. Solução Corretiva

Neste último caso, a solução inclui a capacidade corretiva do sistema após a ocorrência de uma contingência, fazendo uma reprogramação no despacho das unidades geradoras para eliminar as sobrecargas causadas pela contingência. Determina-se um ponto de operação com uma margem de manobra suficiente para eliminar as sobrecargas, respeitando-se as restrições de rampa de geração. O programa executa o FPO com Reprogramação Corretiva como descrito no capítulo IV.

7.2.1. Algoritmo

As restrições de capacidade das linhas de transmissão são em grande número e aumentam significativamente a dimensão do problema a ser resolvido. Na prática, no entanto, só um pequeno subconjunto destas linhas são críticas. A estratégia adotada para a resolução foi relaxar as restrições de fluxo de transmissão e verificar se a solução ótima relaxada obtida atende às restrições de fluxo. Em caso de violações, estas são incluídas no problema relaxado como restrições de igualdade e resolve-se o novo problema. O processo se repete até o atendimento de todas as restrições. As restrições incluídas podem tanto ser da rede básica como também dos casos de pós-contingências. O conjunto de restrições de igualdade será incrementado de acordo com as violações de linha que apresente o sistema; este conjunto de restrições de igualdade também pode ser decrementado; isto é, algumas restrições de igualdade podem ser relaxadas.

Processo Inicial

1. A matriz U é inicializada só com a restrição de atendimento da demanda global;

Processo Iterativo

2. Construir a função Lagrangeana Barreira Logarítmica (6.4.4), para a matriz U dada;
3. Iniciar o contador de iterações, ($k = 0$);

4. Escolher uma solução inicial factível para as variáveis do problema:
 $\bar{p}^0, \bar{\lambda}_i^0, \bar{s}_i^0, \bar{\pi}_i^0, \mu_i^0$;
5. Resolver o sistema linear (6.9);
6. Atualizar as variáveis, $\bar{p}^0, \bar{\lambda}_i^0, \bar{s}_i^0, \bar{\pi}_i^0, \mu_i^0$ de acordo com (6.10);
7. Se o critério de parada escolhido e as condições de KKT são satisfeitas, ir para o passo (8), caso contrário voltar para o passo (5);
8. Usando o modelo DC e com os valores ótimos de geração obtidos em (7), calcular os fluxos nas linhas de transmissão. Se o sistema não apresentar violações seguir para (9). Em caso de violação, incorporar o fluxo de linha violada como uma restrição de igualdade no problema;
9. Se na presença de contingências há fluxos violados nas linhas de transmissão, incorporar a restrição da linha violada ao problema original, como restrições de igualdade, ativa no seu limite violado. As restrições violadas são incluídas de acordo com a formulação utilizada, seja com a equação (4.14) ou (4.20). Seguir para o passo (10).
10. Se nenhuma violação for identificada nos passos (8) e (9), então encerrar o processo. Caso contrário, atualizar a matriz U e voltar ao passo (2).

7.3 SISTEMA IEEE-30

O sistema IEEE-30 abrange 6 barras geradoras, 37 linhas de transmissão e 4 transformadores que representam uma parcela do Sistema de Potência Elétrico Americano (Midwestern US 1961). Os dados do sistema são como aparecem em [1] e [24]. O diagrama unifilar do sistema, os dados da rede de transmissão, dados de geração, coeficientes das funções custo das barras geradoras e dados da carga do sistema IEEE-30 são mostrados no Apêndice A. Os limites de fluxo de potência ativa nas linhas de transmissão em MW foram arbitrariamente fixadas e são mostrados na Tabela 2.

Linha	de-para	$f_{km}^{\min} = -f_{km}^{\max}$	Linha	de-para	$f_{km}^{\min} = -f_{km}^{\max}$
1	1-2	130	22	15-18	100
2	1-3	100	23	18-19	100
3	2-4	100	24	19-20	100
4	3-4	100	25	10-20	100
5	2-5	100	26	10-17	100
6	2-6	100	27	10-21	100
7	4-6	100	28	10-22	100
8	5-7	100	29	21-22	100
9	6-7	70	30	15-23	100
10	6-8	100	31	22-24	100
11	6-9	100	32	23-24	100
12	6-10	100	33	24-25	100
13	9-11	100	34	25-26	100
14	9-10	100	35	25-27	100
15	4-12	100	36	28-27	100
16	12-13	100	37	27-29	100
17	12-14	100	38	27-30	100
18	12-15	100	39	29-30	100
19	12-16	100	40	8-28	100
20	14-15	100	41	6-28	100
21	16-17	100			

Tabela 2. Limites de fluxo de potência ativa nas linhas de transmissão.

7.4 Resultados do Sistema IEEE-30

Dividiremos os resultados em quatro partes: solução Caso Básico (FPODC), análise de segurança, solução preventiva (FPORS) e solução corretiva (FPORC).

7.4.1. Solução do Caso Básico

Da Tabela 15 no Apêndice A tem-se que a carga total de potência ativa no sistema é 283,40 MW. O problema de FPODC determina o despacho de geração segundo a Formulação 1 do Capítulo IV e a Tabela 3 mostra a geração ótima de potência ativa em cada gerador, o custo de geração total, o custo marginal (lambda do sistema) e o número de iterações.

Gerador	FPODC (MW)
1	185,4035
2	46,8722
5	19,1242
8	10,0001
11	10,0000
13	12,0000
Custo (\$/h)	767,6021
Lambda do Sistema	3,3905
No. Iterações	10

Tabela 3. Resultados do FPODC para o Caso Básico.

O gerador 1 é a barra de referência, e a que se encontra gerando a maior quantidade de potência no sistema. As gerações nas barras 2 e 5 são menores que a geração da barra 1 e os geradores 8, 11 e 13 estão trabalhando no seu limite mínimo de geração. Com estas gerações o custo de \$ 767,6021 é o custo total do despacho do Caso Básico em um sistema sem contingências. O despacho da Tabela 3 atende a demanda total de carga respeitando os limites de geração dos geradores e os limites de fluxo nas linhas de transmissão da rede intacta. Pode ser visto mais adiante que o custo total deste estado de operação é o mais econômico comparado com os outros dois, mas pode não ser seguro.

Em [52], Wood e Wollenberg descrevem um conjunto de equações relacionadas com as condições necessárias de primeira ordem e com o multiplicador

de Lagrange (λ). As três expressões descritas a seguir são levadas em consideração quando o sistema trabalha com folgas de transmissão nas linhas.

$$\begin{aligned} \frac{dc_i(p_i)}{dp_i} &= \lambda, \quad p_i^{\min} < p_i < p_i^{\max} \\ \frac{dc_i(p_i)}{dp_i} &\leq \lambda, \quad p_i = p_i^{\max} \\ \frac{dc_i(p_i)}{dp_i} &\geq \lambda, \quad p_i = p_i^{\min} \end{aligned} \quad (7.1)$$

O multiplicador de Lagrange (λ), representa o custo incremental ou custo marginal das barras geradoras. Os λ indicam o incremento no custo ótimo com respeito a pequenas mudanças na demanda de carga. No caso de pequenas variações na potência consumida ou gerada em uma barra, o multiplicador de Lagrange indica o custo incremental que será incorrido como resultado dessa mudança [52]. Da aplicação da metodologia de Pontos Interiores se obteve o valor de λ do sistema associado à restrição do balanço de potência, como mostrado na Tabela 3.

A Tabela 4 mostra os custos marginais de cada barra geradora. No Caso Básico as usinas 1, 2 e 5 estão operando no interior de suas faixas de operação e as derivadas das suas funções de custo são iguais a λ do sistema (Tabela 3), as demais usinas estão com as derivadas maiores do que o λ do sistema pois estão em seus limites inferiores cumprindo-se assim com a primeira e terceira expressão de (7.1). Os três últimos geradores são mais caros e por isso são despachados no seu limite inferior

A Figura 8 mostra o comportamento dos parâmetros envolvidos no critério de parada em cada iteração da metodologia aplicada. O método de Pontos Interiores para o FPODC convergiu em 10 iterações. A Figura 9 mostra que os fluxos em todas as linhas de transmissão estão dentro dos limites preestabelecidos.

Gerador	$dc_i(p_i)/dp_i$
1	3,3905
2	3,3905
5	3,3905
8	3,4168
11	3,5000
13	3,6000

Tabela 4. Derivadas das funções de custo.

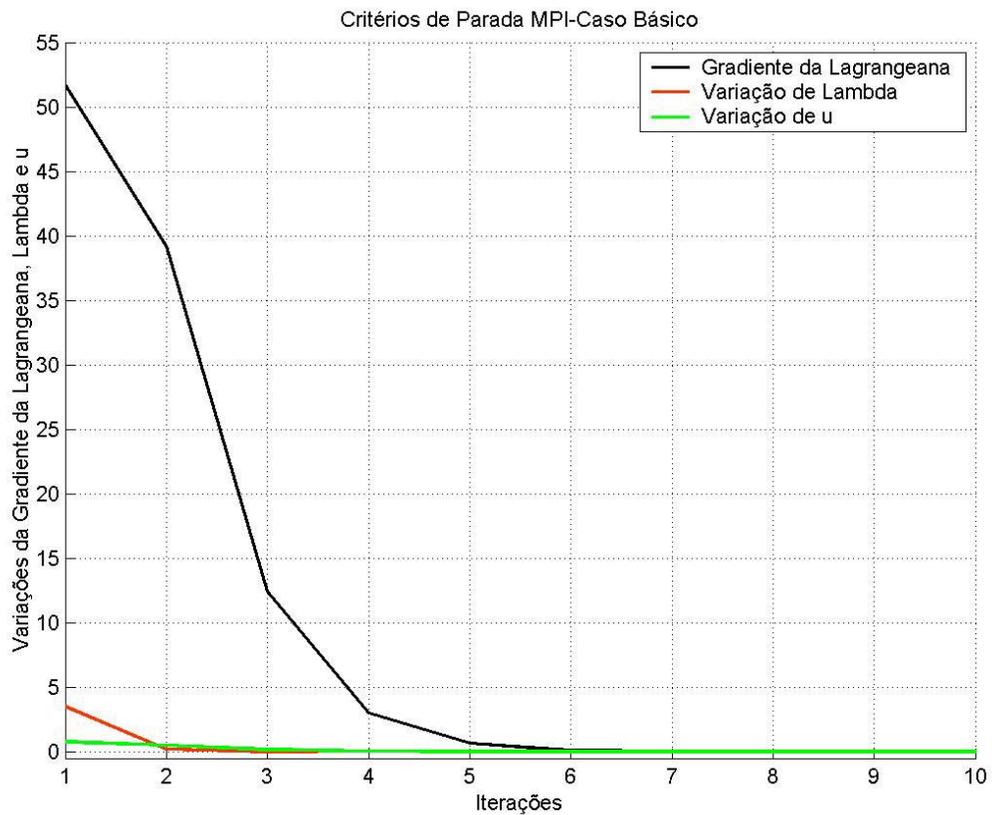


Figura 8. Critérios de parada do método de Pontos Interiores do FPODC.

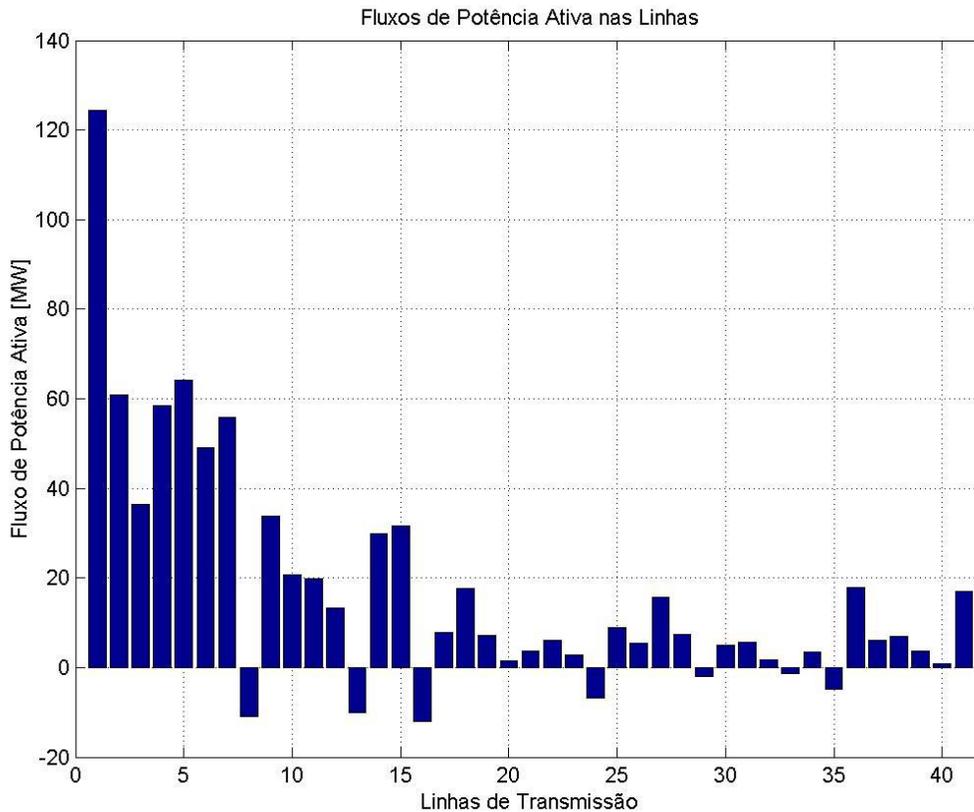


Figura 9. Fluxo de potência ativa nas linhas de transmissão (FPODC).

7.4.2 Análise de Segurança

Com a saída da linha 4 (3-4) houve violação de fluxo na linha 1 (1-2), como mostra a Figura 10; a linha 1 (barra de cor claro) foi de 124,48 MW no Caso Básico até 183,00 MW no momento após a contingência. Gerou-se então uma restrição de segurança limitando o fluxo desta linha no estado pós-contingência no seu valor máximo permitido.

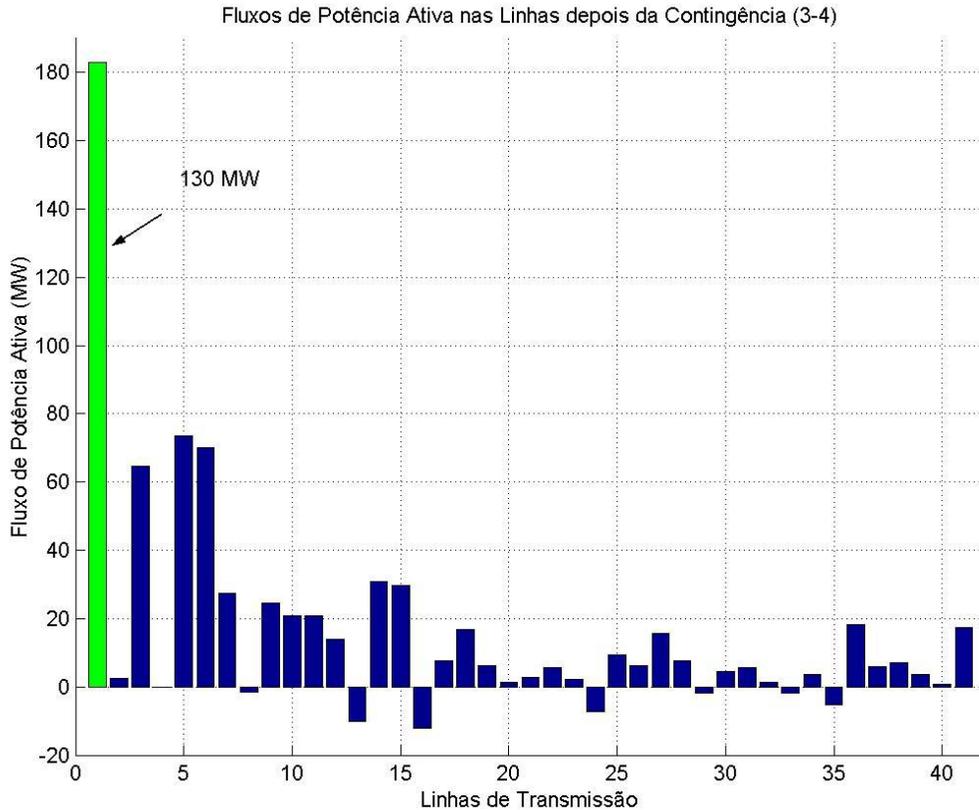


Figura 10. Fluxo de potência ativa nas linhas de transmissão depois da contingência.

7.4.3. Solução Preventiva (FPORS)

Como mencionado, o FPORS calcula um ponto de operação para o sistema antecipando-se à ocorrência de possíveis contingências. O ponto de operação calculado pelo FPORS segundo a Formulação 2 do Capítulo IV, determina uma solução com segurança, de modo que a saída de uma linha não resulte em violações.

A Tabela 5 mostra o despacho ótimo do FPORS, quando foi retirada a linha de transmissão 4 que une as barras 3-4.

Gerador	FPORS (MW)
1	132,4000
2	59,6293
5	22,6962
8	35,1933
11	16,7406
13	16,7406
Custo (\$/h)	791,1667
Lambda do Sistema	2,9930
Lambda da Restrição	-0,8440
No. Iterações	7

Tabela 5. Resultados do FPORS para o Caso Pós-contingência.

O custo de geração para o estado de operação após a saída da linha 4 (3-4) aumentou de \$ 767,6021 no Caso Básico para \$ 791,1667 depois de aplicado o FPORS, custo adicional relacionado com a elevação do nível de segurança que representa um acréscimo em torno de 3%. O FPODC opera a um custo menor, mas corre um risco maior, já o FPORS é mais caro, mas mais seguro.

Depois da aplicação do FPORS o fluxo na linha 1 ficou no seu limite máximo de 130 MW. Para isto o sistema teve que ajustar suas gerações tal como mostrado na Tabela 5; o gerador 1 diminuiu sua geração aumentando a geração dos outros geradores.

A Tabela 6 mostra os custos marginais dos geradores após a aplicação do FPORS. Pode ser notado que o custo marginal diminuiu nas barras onde a geração diminuiu e aumentou no caso contrário.

Gerador	$dc_i(p_i)/dp_i$
1	2,9930
2	3,8370
5	3,8370
8	3,8370
11	3,8370
13	3,8370

Tabela 6. Derivadas das funções de custo.

O multiplicador λ , calculado pela metodologia de Pontos Interiores tem agora dois valores. O λ do sistema, multiplicador relacionado com a equação de balanço de potência e o λ da restrição, relacionado com a restrição de segurança da linha 1 que foi violada após a contingência. Na solução do FPORS embora todas as unidades geradoras estejam no interior de seus limites, as restrições acrescidas fazem com que as derivadas não sejam todas iguais; e o custo marginal (λ) é igual à menor derivada que corresponde à derivada da função custo do gerador 1.

A Figura 11 e a Figura 12 mostram as mudanças na geração de potência ativa e nos custos marginais de cada barra geradora para o Caso Básico e para o FPORS após a contingência na linha 4, respectivamente.

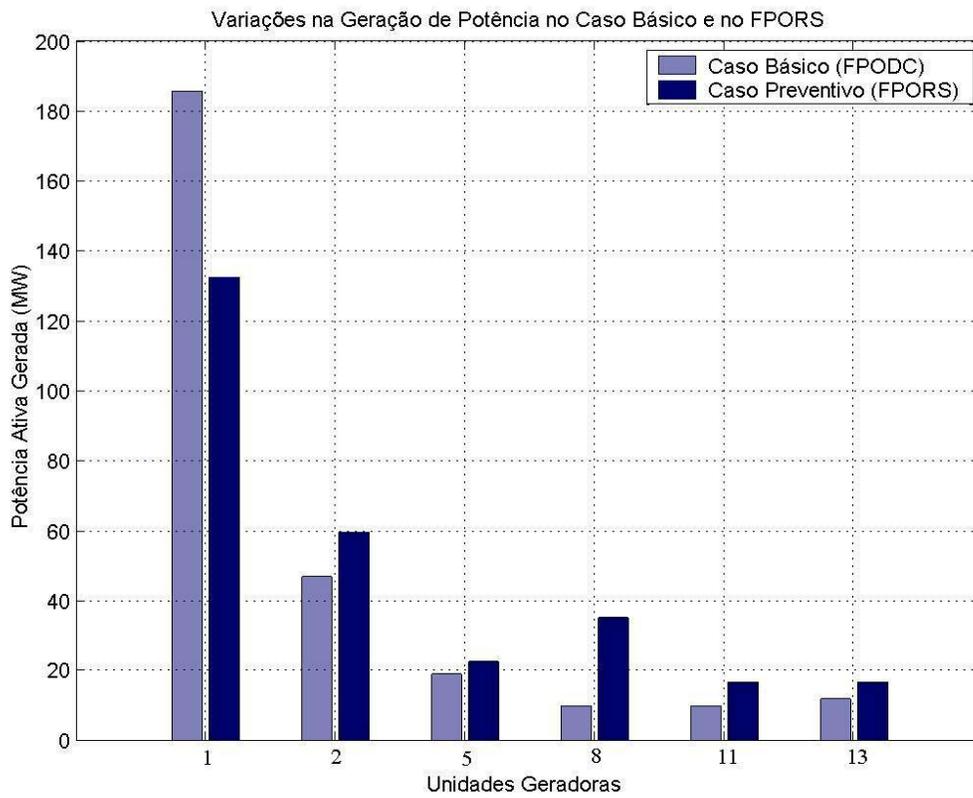


Figura 11. Variação na geração de potência no Caso Básico e no FPORS.

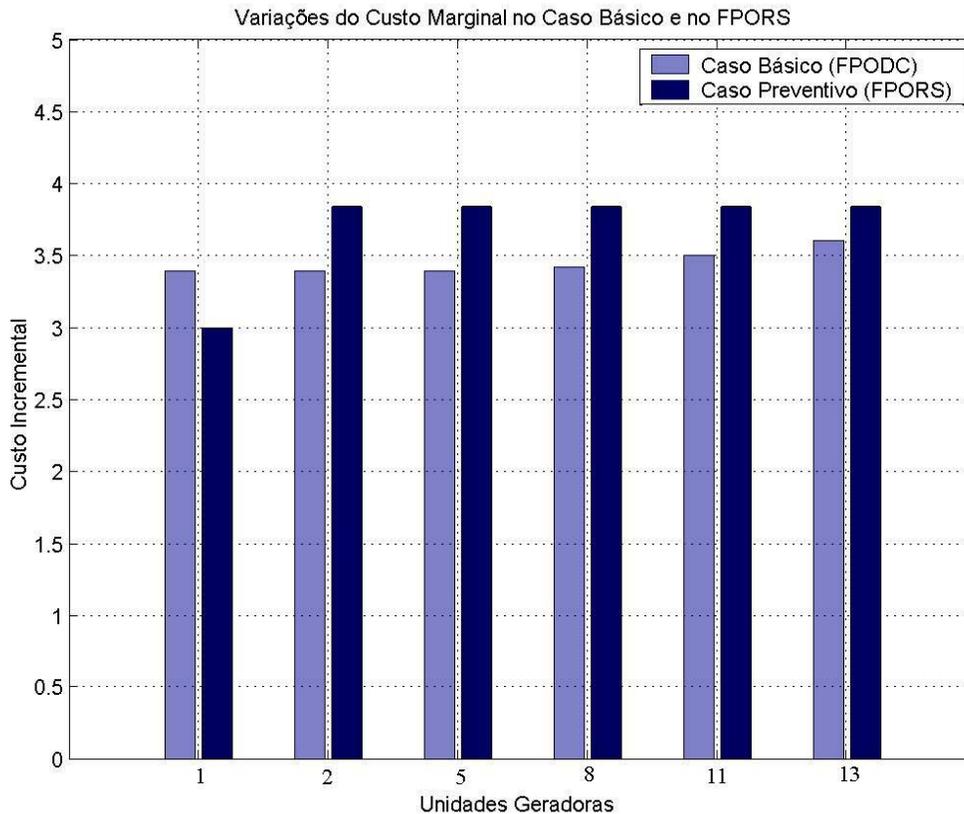


Figura 12. Variação dos custos marginais do Caso Básico e do FPORS.

A Figura 13 mostra os fluxos de potência nas linhas depois da aplicação do FPORS. Pode-se observar que nesta figura todas as linhas estão dentro dos limites de fluxo, a linha 1 (barra de cor claro), a qual foi violada após a contingência se encontra agora no seu limite superior (130 MW).

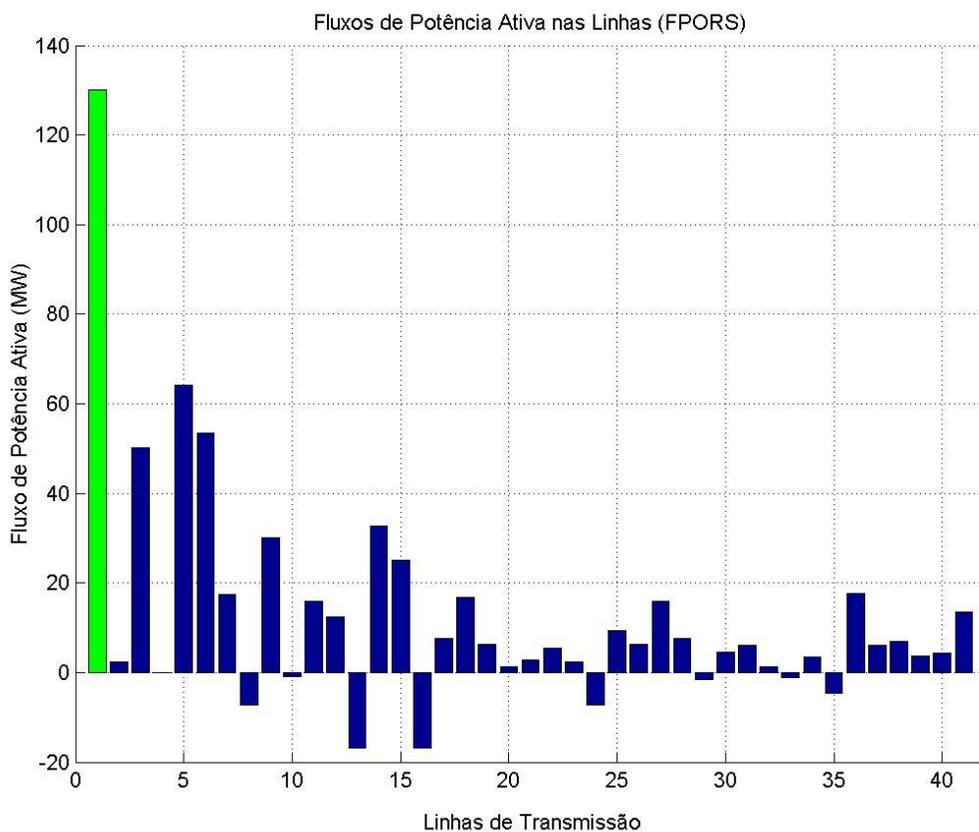


Figura 13. Fluxo de potência ativa nas linhas de transmissão depois de aplicado o FPORS.

A comparação dos custos de geração em cada iteração tanto na aplicação do FPODC quanto no FPORS é mostrada na Figura 14. A Figura 15, como no Caso Básico, mostra as variações dos parâmetros que intervêm no critério de parada para o FPORS.

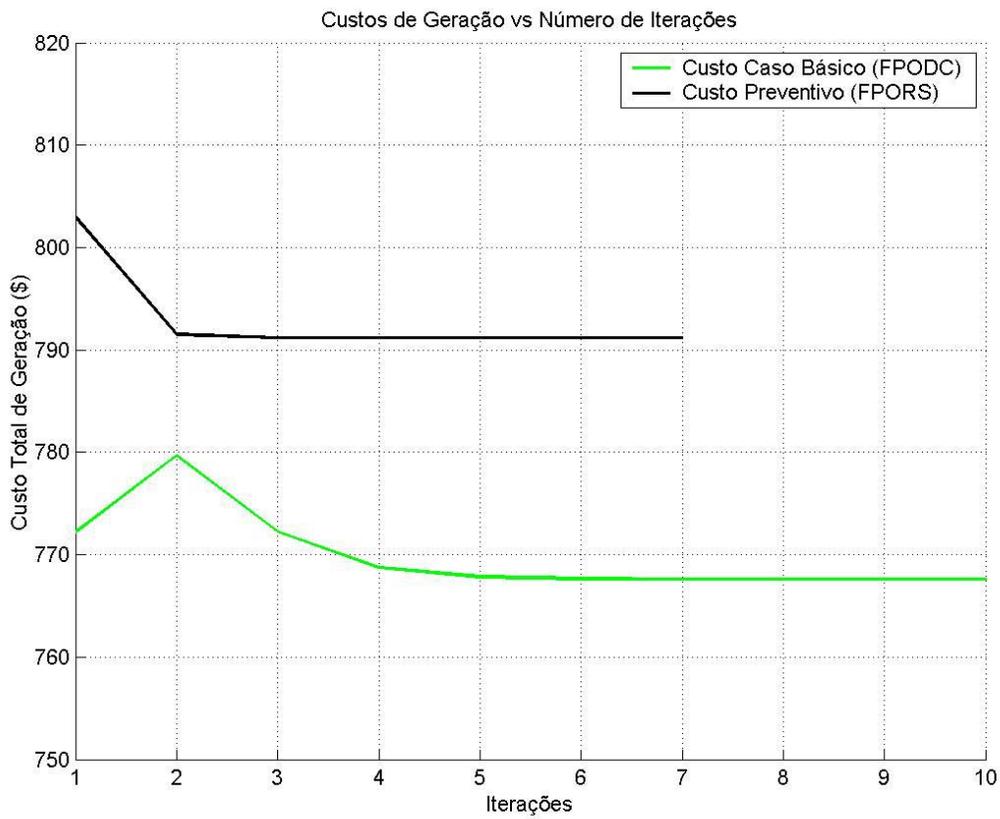


Figura 14. Comportamento do custo de geração em cada iteração, para as soluções do FPODC e do FPORS.

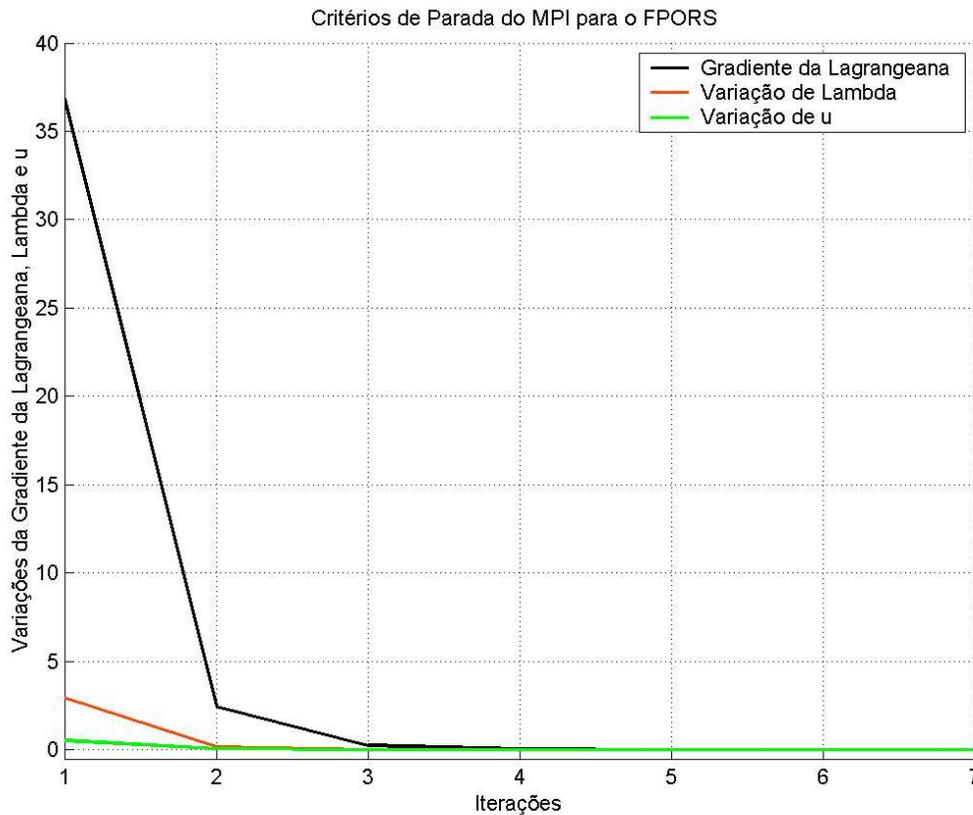


Figura 15. Critérios de parada do método de Pontos Interiores do FPORS.

7.4.4. Solução Corretiva (FPORC)

O despacho de geração do FPORS tem um custo de operação maior comparado com o despacho do FPODC, pois a solução do FPORS oferece um ponto de operação do tipo preventivo antecipando-se à contingência. O FPORC leva em consideração a capacidade corretiva do sistema após a ocorrência da contingência. O ponto de operação para o despacho com Reprogramação Corretiva é calculado segundo a Formulação 3 descrita no Capítulo IV.

Para executar o FPORC foram considerados cinco diferentes valores máximos de rampa ou margem de reprogramação. As rampas consideradas foram: 0%, 10%, 20%, 30% e 100% da geração máxima de cada barra geradora. Os limites

de rampa são mostrados na Tabela 7, o limite mínimo de rampa é igual ao limite superior com sinal negativo.

Gerador	Limite de rampa				
	r = 0%	r = 10%	r = 20%	r = 30%	r = 100%
1	0,00	20,00	40,00	60,00	200,00
2	0,00	8,00	16,00	24,00	80,00
5	0,00	5,00	10,00	15,00	50,00
8	0,00	4,00	8,00	12,00	40,00
11	0,00	3,00	6,00	9,00	30,00
13	0,00	4,00	8,00	12,00	40,00

Tabela 7. Limites de rampa para cada gerador.

As Tabelas 8 e 9 mostram a solução do FPORC e os valores de rampa para cada gerador respectivamente.

Gerador	FPORC				
	r = 0%	r = 10%	r = 20%	r = 30%	r = 100%
1	132,4000	152,4000	171,3298	175,0500	185,4033
2	59,6293	52,5980	43,8565	44,6536	46,8721
5	22,6962	20,7274	18,2798	18,5030	19,1242
8	35,1933	31,1933	27,1933	23,1933	10,0003
11	16,7406	13,7406	10,7406	10,0000	10,0001
13	16,7406	12,7406	12,0000	12,0000	12,0000
Custo(\$/h)	791,1667	777,6521	771,5605	769,9127	767,6021
λ do sistema	3,8350	3,5909	3,2850	3,3129	3,3905
No. Iter.	17	11	11	9	10

Tabela 8. Resultados do FPORC (MW) com diferentes valores de rampa.

Gerador	Rampa 0%	Rampa 10%	Rampa 20%	Rampa 30%	Rampa 100%
1	0,00	-20,0000	-38,9298	-42,6500	-53,0033
2	0,00	7,0313	15,7728	14,9757	12,7572
5	0,00	1,9688	4,4164	4,1932	3,5720
8	0,00	4,0000	8,0000	12,0000	25,1931
11	0,00	3,0000	6,0000	6,7405	6,7405
13	0,00	4,0000	4,7406	4,7405	4,7405

Tabela 9. Reprogramação (MW) de cada gerador em relação ao Caso Básico, para os diferentes valores de rampa.

Com o despacho da Tabela 8 se faz a comparação mencionada em [34]. Para valores extremos de rampa, isto é, para $r = 0$, a solução do FPORC torna-se idêntica à solução do FPORS; e para um valor de rampa grande, $r \gg 0$, a solução do FPORC torna-se idêntica à solução do FPODC. Os valores de rampa da Tabela 9 em cada gerador atendem a restrição dada por (4.21) do Capítulo IV. A Tabela 10 mostra os custos marginais de cada gerador para as cinco diferentes rampas. Na solução do FPORC para as rampas de 20%, 30% e 100%, embora todas as unidades estejam no interior de seus limites, o λ do sistema calculado pela metodologia de Pontos Interiores (Tabela 11) é igual à menor derivada das funções custo de geração. Nas demais rampas há outras restrições, que impedem o aumento de geração nas unidades de menor custo marginal e o custo marginal do sistema é maior do que estes menores custos marginais.

Gerador	dF_i/dp_i				
	r =0%	r =10%	r =20%	r =30%	r =100%
1	2,9930	3,1430	3,2850	3,3129	3,3905
2	3,8370	3,5909	3,2850	3,3129	3,3905
5	3,8370	3,5909	3,2850	3,3129	3,3905
8	3,8370	3,7703	3,7036	3,6369	3,4168
11	3,8370	3,6870	3,5370	3,5000	3,5000
13	3,8370	3,6370	3,6000	3,6000	3,6000

Tabela 10. Derivadas das funções de custo.

	r =0%	r =10%	r =20%	r =30%	r =100%
λ do Sistema	3,8350	3,5909	3,2850	3,3129	3,3905

Tabela 11. do sistema calculado pelo método de Pontos Interiores nas diferentes rampas.

A Figura 16 mostra a geração de potência ativa nas unidades geradoras para o FPODC, FPORS e FPORC. Observa-se como a geração do gerador 1 diminui à medida que o valor da rampa também diminui até chegar à geração do caso Pós-contingência (FPORS); nos geradores 8, 11 e 13 acontece uma coisa similar com a única diferença que a geração deles aumenta devagar enquanto o valor de rampa diminui. Observa-se também que as gerações para uma rampa de 0% são iguais às gerações do FPORS e as gerações para uma rampa de 100% iguais às gerações do FPODC.

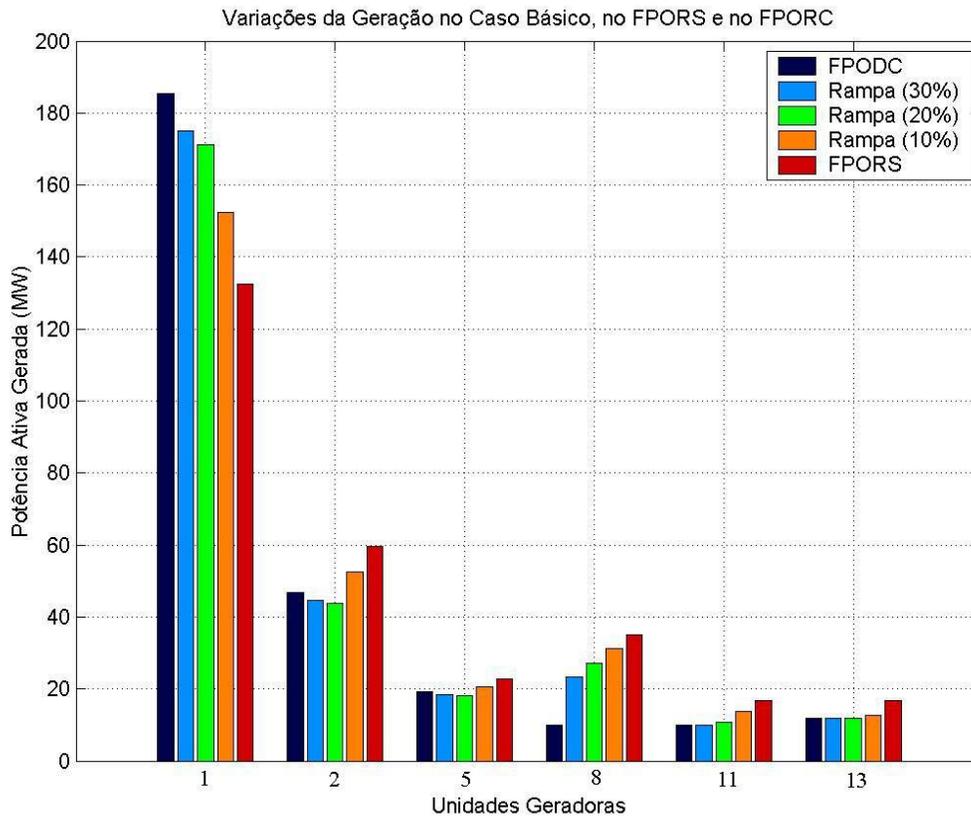


Figura 16. Geração de potência no FPODC, FPORS e FPORC.

A Figura 17 mostra os custos de geração para o FPODC, o FPORS e para o FPORC. O custo do FPORC nos diferentes valores de rampa tem como limite superior e inferior o custo do FPORS e o custo do FPODC, respectivamente. A solução do FPORC serve como uma ponte entre o FPODC e o FPORS. Neste caso o custo de geração do FPORC é idêntico ao custo de geração do FPODC a partir de uma rampa maior do que 65%.

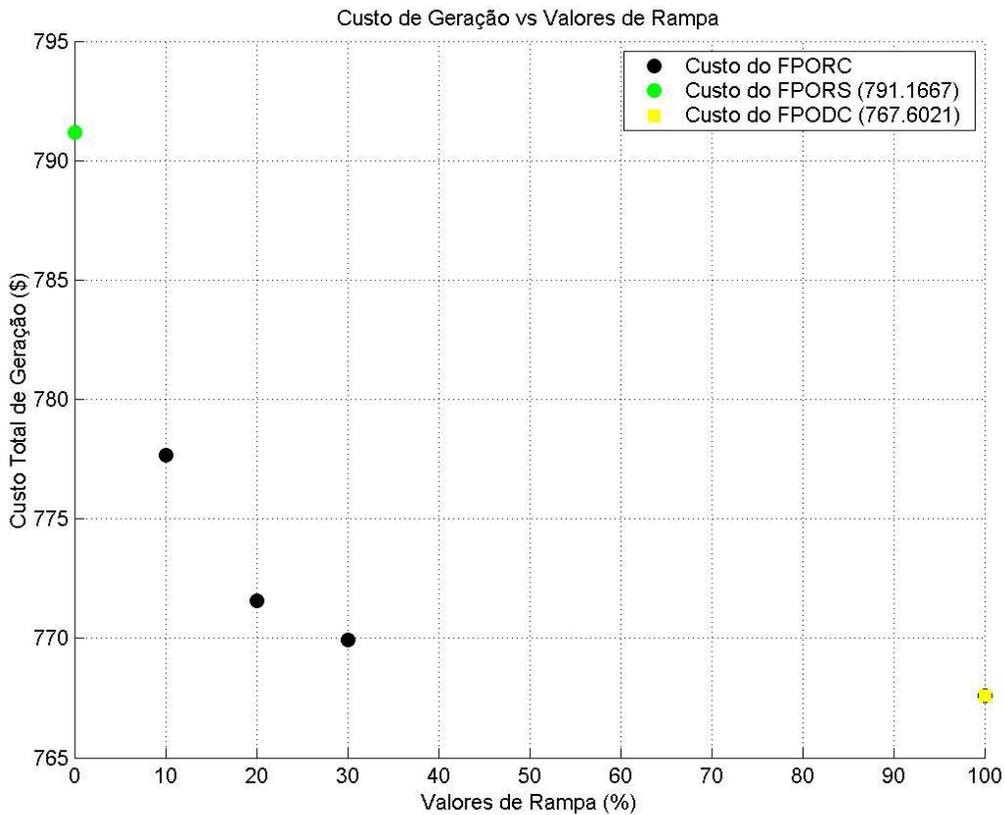


Figura 17. Custos de geração do FPODC, FPORS e FPORC.

Considera-se agora, mais uma contingência; isto é, duas contingências simples. Supõe-se que a linha de transmissão 5 (2-5) sai de operação. Quando essa linha sai de operação as linhas da sua primeira e segunda vizinhança aumentam seu fluxo de potência ativa, mas somente a linha 9 (6-7) é violada, cujo fluxo após a contingência é 97,87 MW. O FPORS e o FPORC foram executados com a linha 5 fora de operação, mais a restrição de segurança correspondente à linha 1 violada na primeira contingência (saída de operação da linha 4) já considerada anteriormente. Assim obtém-se um ponto de operação onde o sistema estará protegido tanto para a saída de operação da linha 4 quanto para a saída da linha 5; o despacho de geração do FPORS é mostrado na Tabela 12.

Gerador	FPORS (MW)
1	132,4000
2	54,2264
5	47,0000
8	23,8564
11	12,9585
13	12,9586
Custo (\$/h)	830,3818
Lambda do Sistema	2,9930
Lambda da Restrição (1-2)	-0,6549
Lambda da Restrição (6-7)	-3,2271
No. Iterações	8

Tabela 12. Resultados do FPORS para a saída da linha 5 (2-5).

Da Tabela 12 se observa que o custo de geração neste caso aumenta em 5% em relação ao custo de geração com a saída de operação da linha 4 (Figura 18) e em 8% com relação ao custo do Caso Básico. Observa-se que o vetor λ tem agora três valores diferentes, correspondentes à equação de balanço, à restrição de segurança da contingência da linha 4 e a restrição de segurança da contingência da linha 5. O λ do sistema é igual à menor derivada da função custo das barras geradoras.

Com a execução do FPORS o fluxo de potência na linha 9 está em 70,00 MW que é o limite máximo de fluxo dessa linha. Na Figura 19 mostra-se a geração de cada barra para as duas contingências. A Tabela 13 mostra a solução do FPORC nos diferentes valores de rampa máxima para as duas contingências simples.

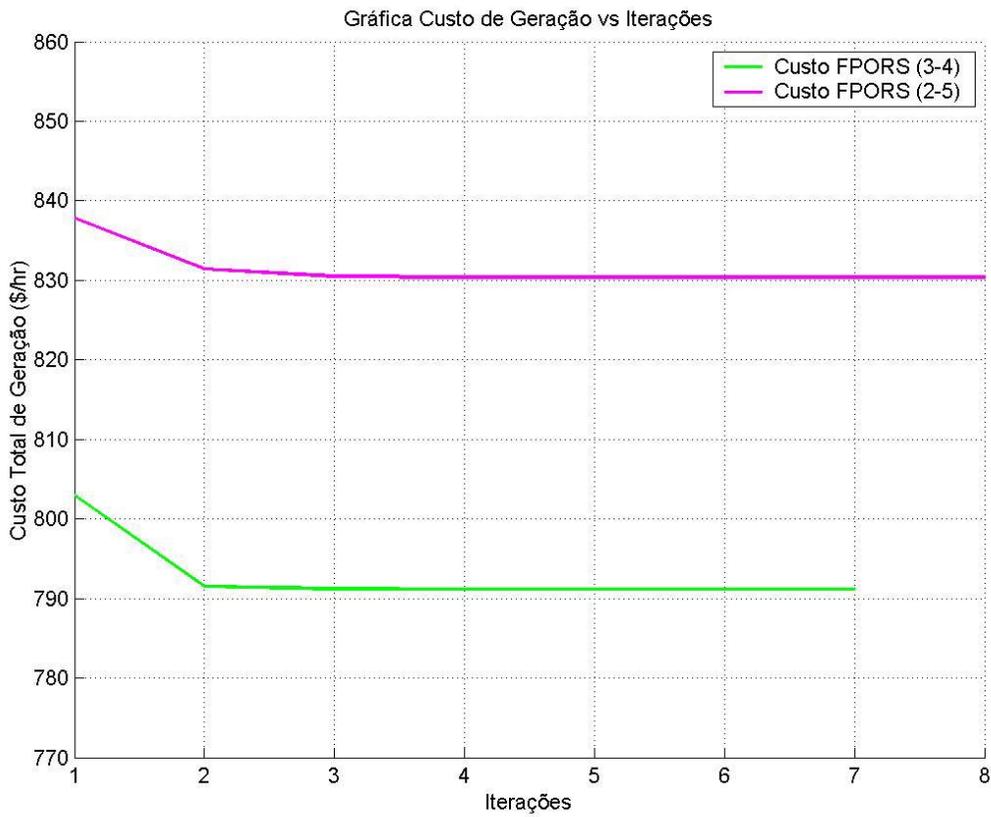


Figura 18. Custo de geração em cada iteração do FPORS das contingências das linhas 4 e 5.

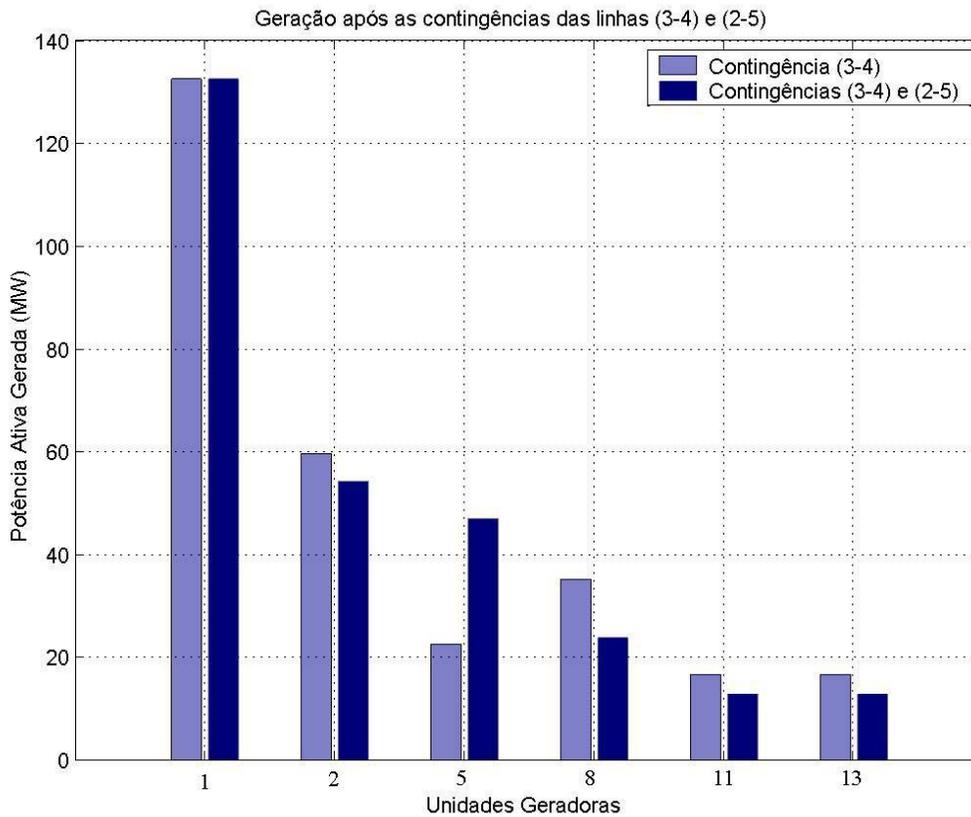


Figura 19. Geração de potência ativa após as contingências das linhas 4 e 5.

Gerador	<i>r</i> = 0%	<i>r</i> = 10%	<i>r</i> = 20%	<i>r</i> = 30%	<i>r</i> = 100%
1	132,4000	152,4000	165,8583	173,2706	185,4033
2	54,2264	47,1436	42,6846	44,2724	46,8721
5	47,0000	42,0000	37,0000	32,0000	19,1242
8	23,8564	19,8564	15,8567	11,8567	10,0002
11	12,9585	10,0000	10,0002	10,0002	10,0001
13	12,9586	12,0000	12,0002	12,0001	12,0000
Custo	830,3816	805,4636	789,7531	778,7117	767,6021
λ sistema	3,6433	3,4000	3,2439	3,2995	3,3905
Iterações	17	12	8	8	10

Tabela 13. Geração de potência ativa para os diferentes valores de rampa.

Quando a linha 4 sai de operação, o custo de geração do FPORC é um custo intermediário entre o custo do FPODC e o custo do FPORS (Figura 17), tendo como limite inferior o custo de geração do FPODC e como limite superior o custo de geração do FPORS da contingência da linha 4. No segundo caso, com a saída de operação da linha 5, o ponto de operação calculado não apresentará violações tanto para saída da linha 5 quanto para a saída de operação da linha 4. Neste último caso o custo de geração do FPORC também é um custo intermediário, onde seu limite superior é o custo do FPORS com as duas contingências simples e o seu limite inferior é o custo do FPODC. A Figura 20 mostra os custos de geração nos diferentes valores de rampa para as duas contingências simples.

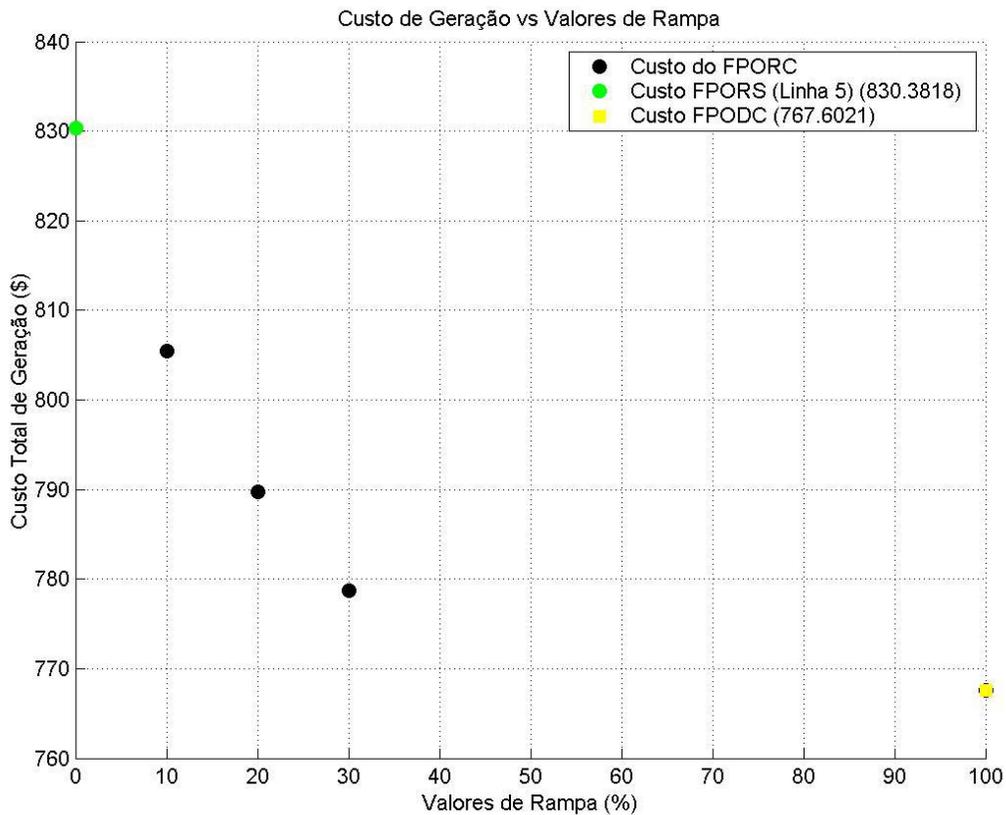


Figura 20. Variação dos custos de geração no FPODC, FPORS e FPORC.

Capítulo VIII

CONCLUSÕES

Este trabalho tratou o problema do Despacho de Potência Linearizado considerando a ocorrência de contingências, mas sem se posicionar antecipadamente a estes eventos. Este despacho determina um ponto de operação de forma que em caso da ocorrência de uma contingência o sistema tenha margem de manobra suficiente para eliminar as sobrecargas advindas do evento.

A metodologia foi aplicada ao sistema de potência IEEE-30, com 6 barras geradoras, 37 linhas de transmissão e 4 transformadores. Dos resultados obtidos podem-se tirar as seguintes conclusões:

- O Despacho Econômico via modelos de FPODC atende as condições de geração e de transmissão (Modelo DC), mas não leva em conta a ocorrência de contingências, e por isso este despacho pode apresentar um baixo nível de segurança em relação às alterações não previstas na operação do sistema.

- Normalmente com a intenção de manter um maior nível de segurança, os sistemas de potência adotam ações de controle do tipo preventivo, e este ponto de operação tende a ser mais caro por se afastar da solução mais econômica por antecipar os eventos de contingências. Sem dúvida é uma solução mais segura, mas em muitos casos pode-se adotar uma política menos conservadora, pois a probabilidade da ocorrência de certas contingências é muito baixa; além do que, em muitos casos de violações após a ocorrência de uma contingência, estas podem ser eliminadas via a reprogramação do ponto de operação atual.
- A alternativa do despacho via o modelo de FPORC mostrou-se bastante adequada, pois oferece um nível de segurança maior do que a solução via FPODC, e do ponto de vista do custo operacional, a solução via o FPORC é menor do que a solução via FPORS. O custo via o FPORC vai depender da porcentagem de rampa de geração dada aos geradores.
- A técnica de resolução via o método de Pontos Interiores se mostrou de fácil implementação e muito eficiente.
- Os modelos foram aplicados considerando a modelagem do sistema estático em uma hora qualquer com uma demanda de carga constante. Pode ser adaptada sem problemas, para resolver o despacho para cada hora do dia, tentando sempre cumprir a demanda total diária com segurança e menor custo.
- Como um trabalho futuro, o modelo de Fluxo de Potência Ótimo com Reprogramação Corretiva proposto neste estudo pode ser implementado em um sistema maior como é o sistema de potência hidrotérmico para resolver o problema de despacho de geração.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ALSAC, O.; STOTT, B., “Optimal Load Flow with Steady-State Security”; IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-93, pp. 745–751, May/June 1974.
- [2] ALVES, Antonio C. B., “Processamento Distribuído Aplicado á Análise de Segurança Estática de Sistemas de Energia Elétrica”; Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, 1997.
- [3] AZEVEDO, Aníbal T., “Aplicação de Métodos de Pontos Interiores em Problemas de Manufatura e Energia Elétrica”; Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Março 2002.
- [4] BAZARAA, Mokhtar S., JARVIS, John J., SHERALI, Hanif D., “Linear Programming and Network Flows”, Second Edition 1997.
- [5] BELATI, Edmarcio A., BAPTISTA, Edméa C., COSTA, Geraldo R. M., “Uma Nova Técnica de Resolução de Problemas de Programação Não Linear”, XXXIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, *A Pesquisa Operacional e o Meio Ambiente*, Campos do Jordão-SP, 6 a 9 de Novembro de 2001.
- [6] BERTSEKAS, Dimitri P., “Nonlinear Programming Lecture Slides”, these lecture slides are based on the book: “Nonlinear Programming,” Second Edition Athena Scientific Publisher, 1999, site: <http://www.athenasc.com/nonlinbook.html>.

- [7] CARPENTIER, J., MENNITI, D., SCORDINO, N., SORRENTINO, N., “An Algorithm for a Direct Solution of Active Secure Economic Dispatch with an Improved Economic Statement”. Proceedings. PowerCon 2000. International Conference on Power System Technology, 2000. Vol. 3, pp. 1239–1244, Dec 2000.
- [8] CARPENTIER, J. L., “Contribution à L’étude du Dispatching Économique”, Bulletin de la Société Française des Electriciens, ser. 8, Vol. 3, pp. 431-447, 1962.
- [9] CASTRO, Carlos A., “Cálculo de Fluxo de Carga”, <http://www.dsee.fee.unicamp.br/~ccastro/cursos/it601/it601.html>
- [10] CASTRONUOVO, E. D., “Aplicação de Métodos de Pontos Interiores no Fluxo de Potência Ótimo Não-Linear com Utilização de Processamento de Alto Desempenho”, Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil, Maio 2001.
- [11] CASTRONUOVO, Edgardo D., CAMPAGNOLO, Jorge M., SALGADO, Roberto, “Fluxo de Potência Ótimo via Método de Pontos Interiores Não-Linear Primal-Dual utilizando Computação de Alto desempenho”, Departamento de Eng. Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil.
- [12] CASTRONUOVO, Edgardo D., CAMPAGNOLO, Jorge M., SALGADO, Roberto, “Processamento Vetorial do Algoritmo Não-Linear Preditor-Corretor Primal-Dual de Pontos Interiores”, Departamento de Eng. Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil.
- [13] CASTRONUOVO, Edgardo D., CAMPAGNOLO, Jorge M., SALGADO, Roberto, “New Versions of Interior Point Methods Applied to the Optimal Power Flow Problem”, Departamento de Eng. Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil.

- [14] CASTRONUOVO, Edgardo D., CAMPAGNOLO, Jorge M., SALGADO, Roberto, “Vetorização do Método de Pontos Interiores Não-Linear Primal-Dual e sua Aplicação ao Fluxo de Potência Ótimo”, Departamento de Eng. Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil.
- [15] COSTA, Geraldo R. M., “Optimal Reactive Dispatch through Primal-Dual Method”, IEEE transactions on Power Systems, vol. 12, n° 2, pp. 669-674, 1997
- [16] DAMRONGKULKAMJORN, Parnjit, GEDRA, Thomas W., “Optimal Power Flow with Expected Security Costs”, presented at the 31th Annual Frontiers of Power Conference, Stillwater, OK, October 26-27, 1998.
- [17] DEGENEFF, Robert C., NEUGEBAUER, Wendell, SAYLOR, Charles H., COREY, Steven L., “Security-Constrained Optimization: An Added Dimension in Utility Systems Optimal Power Flow”, IEEE Computer Applications in Power, pp. 26-30, October 1988.
- [18] DIKIN, I. I., “Iterative Solution of Problems of Linear and Quadratic Programming”, Soviet Mathematics Doklady, 8 (1967), pp. 674-675.
- [19] FERNANDES G., Antônio, “Seleção de Contingências para Violações de MW em Ramos de Sistemas Elétricos de Potência Utilizando Abordagem Multinível Adaptativa”, Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Setembro do 2002.
- [20] FIACCO A. V., McCORMICK, G. P., ”Nonlinear Programming: Sequential Unconstrained Minimization Techniques”, John Wiley & Sons, New York, 1968. Reprint: Vol. 4 of *SIAM Classics in Applied Mathematics*, SIAM Publications, Philadelphia, Pennsylvania, 1990.

- [21] FRACARO, A. Vitor, “Planejamento da Operação de Curto Prazo de Sistemas Hidrotérmicos com Restrições de Segurança”, Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica; Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Julho 1994.
- [22] FRISCH, K. R., “The Logarithmic Potential Method of Convex Programming”, Memorandum of May 13, University Institute of Economics, Oslo, Norway, 1955.
- [23] GRANVILLE, Sergio, “Optimal Reactive Dispatch through Interior Point Methods”, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 9, n^o 1, pp. 136-146, February 1994.
- [24] <http://www.ee.washington.edu/research/pstca>
- [25] KALTENBACH, J. C.; HAJDU, L. P., “Optimal Corrective Rescheduling for Power System Security”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. Pas-90, No. 2, March/April 1971.
- [26] KARMAKAR, N., “A New Polynomial-Time Algorithm for Linear Programming,” Proceedings of the sixteenth annual ACM symposium on Theory of computing, December 1984, 373-395.
- [27] LUENBERGER, David G., “Linear and Nonlinear Programming”, Second Edition, Pub; Addison-Weley Inc., Massachusetts, 1984.
- [28] MOMOH, James A.; GUO S. X.; OGBUOBIRI E. C.; ADAPA Ramababu, “The Quadratic Interior Point Method Solving Power System Optimization Problems”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 9, No. 3, August 1994.
- [29] MOMOH, James A.; ZHU, J. Z., “Improved Interior Point Method for OPF Problems”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 14, No 3, August 1999.

- [30] MOMOH, James A.; EL-HAWARY, M. E.; ADAPA, Ramababu, “A Review of Selected Optimal Power Flow Literature to 1993 Part I: NonLinear and Quadratic Programming Approaches” IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 14, No. 1, February 1999.
- [31] MOMOH, James A.; EL-HAWARY, M. E.; ADAPA, Ramababu, “A Review of Selected Optimal Power Flow Literature to 1993 Part II: Newton, Linear Programming and Interior Point Methods”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 14, No. 1, February 1999.
- [32] MONTICELLI, Alcir J., “Análise Estática de Contingências em Sistemas de Energia Elétrica”, Tese de Livre Docência, Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica, 1980.
- [33] MONTICELLI, Alcir J., “Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica”, Editora Edgard Blücher Ltda. São Paulo, 1983.
- [34] MONTICELLI, Alcir, PEREIRA, M. V. F., GRANVILLE, S., “Security-Constrained Optimal Power Flow with Post-Contingency Corrective Rescheduling”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. PWRS-2, No.1, February 1987.
- [35] NEAL, Balu; BERTRAM, Timothy; BOSE, Anjan; BRANDWAJN Vladimir; CAULEY, Gerry; CURTICE, David; FOUAD, Aziz; FINK, Lester; LAUBY, Mark G; WOLLENBERG, Bruce F.; WRUBEL, Joseph N., “On-Line Power System Security Analysis”, Proceedings of the IEEE, Vol. 80, No. 2, February 1992.
- [36] OHISHI, Takaaki, LESCANO, Gerardo M., AURICH, Mariella R., “Um modelo de Potência Ótimo Linear com Reprogramação Corretiva via Método de Pontos Interiores”, XXXVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, São João del Rei, MG, 23 a 26 de 2004.

- [37] OLIVEIRA, E. J., REZENDE PEREIRA, J. L., PINTO, Hermínio J. C. P., DEL VIZIO, Erick S., “Solução de Sistemas de Potência Mal Condicionados Usando a Técnica de Pontos Interiores”, XIV Congresso Brasileiro de Automática, Natal – RN, 2 a 5 de Setembro de 2002.
- [38] PAPAEXOPOULOS, Alex D., “Challenges to an On-Line OPF Implementation”, Pacific Gas and Electric Company, San Francisco, California.
- [39] PÉREZ R., Juan E., “Flujo de Potencia Ótimo con Programación Cuadrática Secuencial”, Tesis de Maestría, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Departamento de Ingeniería Industrial, Octubre de 2001.
- [40] R. L. OLIVEIRA, Aurélio; SOARES F., Secundino, “Métodos de Pontos Interiores para Problema de Fluxo de Potência Ótimo DC”, Revista Controle & Automação, Vol.14, No.3, Julho, Agosto e Setembro 2003.
- [41] RENEGAR, J., “A Polynomial-Time Algorithm, Based on Newton’s Method, for Linear Programming”, *Mathematical Programming*, 40 (1988), pp. 59-93.
- [42] SAAVEDRA M., Osvaldo R., “Solução Concorrente do Problema do Fluxo de Potência Ótimo com Restrições de Segurança”, Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, 1993.
- [43] SCHEFFER Q., Adriana, “Estudo de Índices de Proximidade ao Limite de Estabilidade de Tensão e Aplicação na Seleção de Contingências”, Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Setembro de 2002.
- [44] SOUSA, Vanusa A., COSTA, Geraldo R. M., “Aplicação dos Métodos de Pontos Interiores na Resolução de Problemas Não Lineares, Não Convexos e de Grande

- Porte”, XXXIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, *A Pesquisa Operacional e o Meio Ambiente*, Campos do Jordão-SP, 6 a 9 de Novembro de 2001.
- [45] SOUSA, Vanusa A., DA COSTA, Geraldo R. M., SOUZA, Alessandra M., “Interior Point Method for Minimization of Losses in the Transmission in Power System”, VIII Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning (SEPOPE), Brasilia, 2002.
- [46] STRBAC, Goran, AHMED, Syed, KIRSCHEN, Daniel, ALLAN, Ron., “A Method for Computing the Value of Corrective Security”, IEEE Transaction on Power System, Vol. 13, No. 3, pp. 1096-1102, August 1998.
- [47] TAHA, Hamdy A., “Investigación de Operaciones, una introducción”, Sexta Edición, University of Arkansas, Fayetteville, PRENTICE HALL, México, 1998.
- [48] TERLAKY, Tamás, “Interior Point Methods of Mathematical Programming”, Kluwer Academic Publisher, Dordrecht, The Netherlands 1996.
- [49] TORRES, Geraldo L., QUINTANA, Victor H., “Optimal Power Flow via Interior Point Methods: An Educational Tool in Matlab”, CCECE, 1996.
- [50] VALENTE, Paulo A., “Otimização Não Linear”, <http://www.dt.fee.unicamp.br/~valente>.
- [51] VILLAROEL D., Ricardo, SANTANA, Edvaldo A., “Efeitos dos “Pontos Válvula” no Cálculo dos Custos Marginais do Combustível”, XIV SNPTEE Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Belém-PA, Brasil, 1997.

- [52] WOOD, Allen J., WOLLENBERG Bruce F., “Power Generation, Operation, and Control”, Second Edition published by John Wiley and Sons, New York, January 1996.
- [53] WRIGHT, Stephen J., “Primal-Dual Interior-Point Methods”, Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, 1997.
- [54] WU, Yu-Chi, DEBS, Atif S., MARSTEN, Roy E., “A Nonlinear Programming Approach Based on an Interior Point Method for Optimal Power Flows”, IEEE/NTUA Athens Power Tech Conference: *”Planning, Operation and Control of Today’s Electric Power Systems”*, Athens, Greece, September 5-8, 1993.
- [55] YAMAKAMI, Akebo, “Pontos Interiores em Programação Linear”, <http://www.dt.fee.unicamp.br/~akebo>.

APÊNDICE A

DADOS DO SISTEMA IEEE 30 BARRAS

Diagrama Unifilar do Sistema

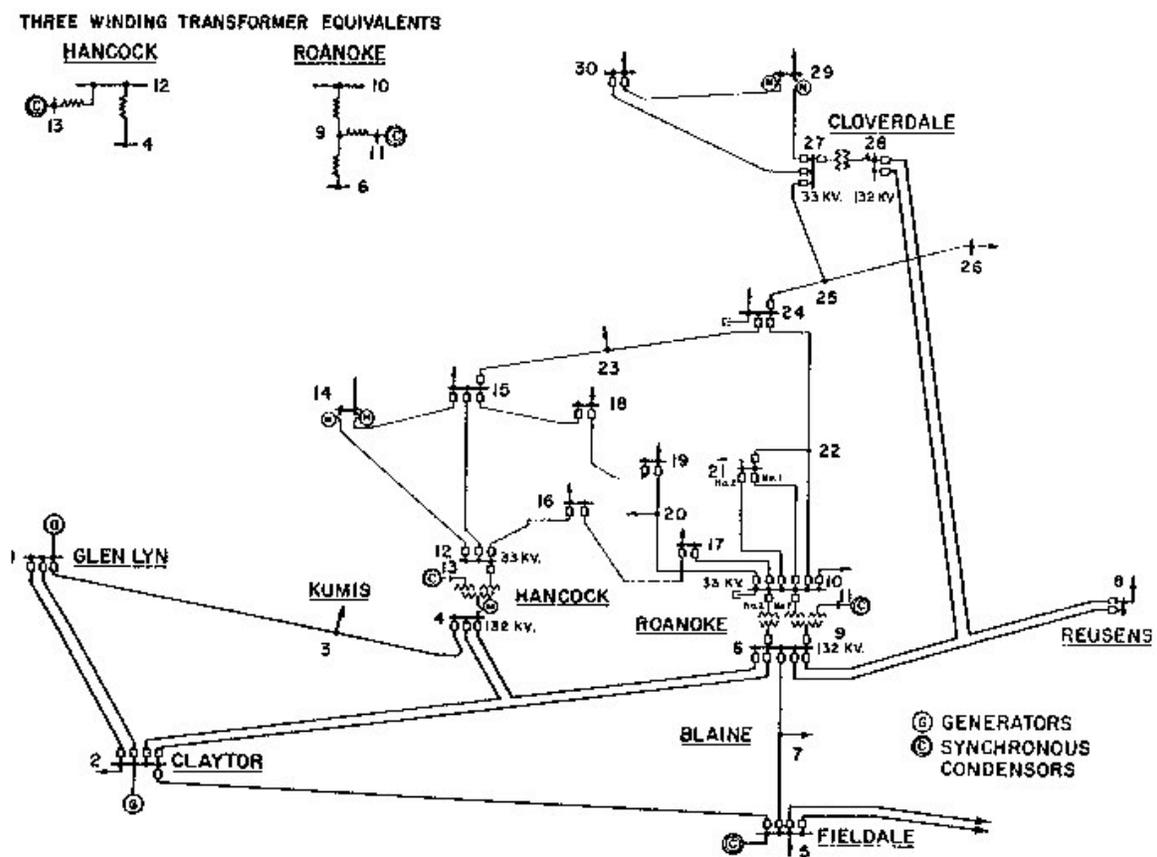


Figura 21. Diagrama unifilar do sistema IEEE 30 barras.

Dados da rede do Sistema IEEE-30.

Linha	B.Inic.-B. Fin.	r (p.u)	x (p.u)	B Total (p.u)	Tap
1	1-2	0.0192	0.0575	0.05280	1
2	1-3	0.0452	0.1852	0.04080	1
3	2-4	0.0570	0.1737	0.03680	1
4	3-4	0.0132	0.0379	0.00840	1
5	2-5	0.0472	0.1983	0.04180	1
6	2-6	0.0581	0.1763	0.03740	1
7	4-6	0.0119	0.0414	0.00900	1
8	5-7	0.0460	0.1160	0.02040	1
9	6-7	0.0267	0.0820	0.01700	1
10	6-8	0.0120	0.0420	0.00900	1
11	6-9	0.0	0.2080	0.0	0.9780
12	6-10	0.0	0.5560	0.0	0.9690
13	9-11	0.0	0.2080	0.0	1
14	9-10	0.0	0.1100	0.0	1
15	4-12	0.0	0.2560	0.0	0.9320
16	12-13	0.0	0.1400	0.0	1
17	12-14	0.1231	0.2559	0.0	1
18	12-15	0.0662	0.1304	0.0	1
19	12-16	0.0945	0.1987	0.0	1
20	14-15	0.2210	0.1997	0.0	1
21	16-17	0.0824	0.1932	0.0	1
22	15-18	0.1070	0.2185	0.0	1
23	18-19	0.0639	0.1292	0.0	1
24	19-20	0.0340	0.0680	0.0	1
25	10-20	0.0936	0.2090	0.0	1
26	10-17	0.0324	0.0845	0.0	1
27	10-21	0.0348	0.0749	0.0	1
28	10-22	0.0727	0.1499	0.0	1
29	21-22	0.0116	0.0236	0.0	1
30	15-23	0.1000	0.2020	0.0	1
31	22-24	0.1150	0.1790	0.0	1
32	23-24	0.1320	0.2700	0.0	1
33	24-25	0.1885	0.3292	0.0	1
34	25-26	0.2544	0.3800	0.0	1
35	25-27	0.1093	0.2087	0.0	1
36	28-27	0.0	0.3960	0.0	0.9680
37	27-29	0.2198	0.4153	0.0	1
38	27-30	0.3202	0.6027	0.0	1
39	29-30	0.2399	0.4533	0.0	1
40	8-28	0.0636	0.2000	0.04280	1
41	6-28	0.0169	0.0599	0.01300	1

Tabela 14. Dados dos ramos do sistema IEEE-30.

Dados das cargas de Potência Ativa.

Barra No.	Carga MW	Barra No.	Carga MW
1	0.0	16	3.5
2	21.7	17	9.0
3	2.4	18	3.2
4	7.6	19	9.5
5	94.2	20	2.2
6	0.0	21	17.5
7	22.8	22	0.0
8	30.0	23	3.2
9	0.0	24	8.7
10	5.8	25	0.0
11	0.0	26	3.5
12	11.2	27	0.0
13	0.0	28	0.0
14	6.2	29	2.4
15	8.2	30	10.6

Tabela 15. Dados das cargas de Potência Ativa.

Dados das barras geradoras.

Barra No.	p^{\min} MW	p^{\max} MW	Coeficientes da função Custo		
			m	j	w
1	50	200	0.0	2.0	0.00375
2	20	80	0.0	1.75	0.01750
5	15	50	0.0	1.0	0.06250
8	10	40	0.0	3.25	0.00834
11	10	30	0.0	3.0	0.02500
13	12	40	0.0	3.0	0.02500

Tabela 16. Dados das barras geradoras.

Função custo de geração da barra geradora i : $c_i(p_i) = m_i + j_i p_i + w_i p_i^2$

