

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE SISTEMAS

**Otimização da Operação Energética de Sistemas  
Hidrotérmicos com Representação  
Individualizada das Usinas e Afluências  
Determinísticas**

por: Gustavo Gonzaga de Oliveira <sup>04</sup>

orientador: Prof. Dr. Secundino Soares Filho <sup>1</sup>

Este exemplar corresponde à redação final da tese  
defendida por GUSTAVO GONZAGA DE  
OLIVEIRA ... aprovada pela Comissão

Julgadora em 27.08.1993

Secundino Soares F.  
Orientador

Dissertação submetida à Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Campinas, para preenchimento dos pré-requisitos parciais para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

setembro 1993

### Homenagem:

à minha namorada, Eliane (Lili),  
aos meus pais, Cléber e Maria Luiza,  
aos meus irmãos, Paulo e Luciana,  
e à minha tia Déia.

### Dedicado:

ao meu tio Décio Carvalho Silva e  
à Maria Geralda de Oliveira Gontijo (D. Ié Ié).

*Este trabalho teve o suporte financeiro da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) através do Projeto Temático de Equipe: Planejamento da Operação de Sistemas de Energia Elétrica com Predominância de Geração Hidroelétrica.*

# Agradecimentos

Este espaço foi dedicado em especial ao Prof. Secundino pela oportunidade que me foi concedida e pela atenciosa orientação. A confiança, o reconhecimento do meu esforço e o seu entusiasmo com os resultados e idéias surgidas a cada etapa deste trabalho foram fundamentais para me incentivar e tornar o trabalho extremamente agradável e compensador.

As diversas sugestões do Marcius que se mostrou sempre disposto a contribuir foram essenciais. A sua experiência em problemas de fluxo em redes não linear aplicados ao planejamento hidrotérmico e o seu rico conhecimento bibliográfico me ajudaram muito na escolha dos métodos e na implementação dos algoritmos.

As inúmeras discussões com pessoas envolvidas tanto em pesquisa quanto na operação de sistemas hidrotérmicos foram muito importante para me familiarizar com os diversos termos e variáveis do problema. Dentre estas pessoas, eu gostaria de destacar os professores Taka, Marinho e Adriano, e os alunos do COSE 92.

A interação deste trabalho com outros do Projeto Temático de Equipe FAPESP me proporcionou a satisfação de trabalhar ao lado de pessoas como o Victor, o Cássio, o Flávio, o Gelson, o Vitor, a Raquel, o Agripino e o Pablo.

Eu gostaria de agradecer também à FAPESP pela seriedade no cumprimento dos seus compromissos com os bolsistas, à amizade e disposição da Bete e da Márcia sempre que eu precisei dos serviços das secretarias do COSE e do DENSIS, e à agradável companhia do Marcelo e, posteriormente, do Eduardo com quem eu convivi durante todo este período.

Para finalizar, eu quero agradecer a toda minha família e à namorada (Lili) que sempre me apoiaram e me proporcionaram o equilíbrio necessário para eu vencer mais esta etapa da minha vida.

# Resumo

Este trabalho apresenta um algoritmo determinístico para a etapa de médio prazo do planejamento da operação energética de sistemas hidrotérmicos com representação individualizada das usinas. O problema foi formulado como um fluxo em rede não linear de grande porte com arcos capacitados. A não linearidade e não diferenciabilidade da função de produção das usinas hidroelétricas e do custo da complementação não hidráulica são algumas das características da função objetivo que a torna extremamente complexa. Assim, o planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos pode ser classificado como um problema não linear, não diferenciável e de grande porte.

A formulação do problema considera alguns aspectos de modelagem importantes como a capacidade do sistema hidráulico atender a demanda de ponta mantendo constante a complementação não hidráulica no decorrer do intervalo. Esta restrição é atendida por uma função de penalização quadrática. Outro aspecto de modelagem normalmente desprezado é o afogamento do canal de fuga de uma usina pelo reservatório da usina diretamente a jusante. Para sistemas com alto nível de afogamento, podem ocorrer mudanças significativas na trajetória ótima dos reservatórios.

Todas as particularidades do problema foram exploradas afim de melhorar a eficiência do programa. Foram implementados dois métodos de otimização, o Newton Truncado e o Gradient Reduzido. O Newton Truncado é um método de segunda ordem que calcula a direção iterativamente e possibilita explorar a estrutura tri-diagonal da matriz hessiana do problema. O Gradiente Reduzido foi implementado para avaliar o avanço obtido pelo método de segunda ordem em relação a um de primeira. A estrutura da rede hidráulica formada pelas equações de balanço de água nos reservatórios é denominada *arborescência expandida no tempo*. Ela foi explorada através da definição da base pela *Matriz de Defluência Básica*. A estrutura da árvore formada por esta matriz e os métodos de otimização implementados sugerem a definição de estratégias heurísticas de partição de variáveis em básicas, superbásicas e não básicas. Estas estratégias foram baseadas na análise do comportamento ótimo de sistemas sobre diversas condições hidrológicas. Assim, o processo

iterativo é induzido a seguir o melhor caminho na direção do ponto ótimo melhorando a convergência do algoritmo.

Este programa foi incorporado a um Sistema de Apoio a Decisão com dados do sistema brasileiro. A flexibilidade do programa e o ambiente interativo criado em torno do algoritmo permitem o estudo dos diversos fatores que influenciam o processo de convergência. Os resultados têm mostrado a importância de se considerar as particularidades do problema no desenvolvimento de algoritmos eficientes para otimização destes sistemas.

# Abstract

This work presents a nonlinear capacitated network flow algorithm specially designed for mid-term hydrothermal scheduling problem. It has been formulated as a deterministic optimization problem, where each hydro plant is represented individually, and the system operation cost function is defined by a prior optimization of the non-hydraulic sources. The nonlinearity and non-differentiability of the hydro production and operation cost functions characterize the problem as a nonlinear, non-differentiable and large scale one.

Some important modeling aspects have been considered in the problem formulation. The maximal capacity of the hydroelectric power system plus the non-hydraulic power average at each time interval must guarantee the peak load requirement. It is formulated by a nonlinear constrain which is attended by a quadratic penalty function. Another unusual modeling aspect is the eventual influence of the forebay elevation of a given plant over the tailrace elevation of its upstream neighbor.

The Truncated Newton method has been chosen to calculate second order directions iteratively to exploit the three-diagonal structure of the Hessian matrix. Reduced Gradient method has also been implemented in order to comparatively evaluate with the second order method by comparing to a first order one. The hydro scheduling network structure, so-called *temporally expanded arborescence*, has been exploited to improve the algorithm's performance. The spanning tree representation makes the algorithm implementation extremely simple and suggests heuristic strategies for variable partition into basic-superbasic-nonbasic sets. These strategies have been based on the system optimal reservoir trajectories obtained by optimal solution analysis of different systems over several inflow conditions. Thus, the variable partition will induce the convergence process straightforward to the optimum, reducing the computation time.

This code has been incorporated in a Decision Support System specially developed for the Brazilian Power System. The program flexibility and the interactive environment created around the algorithm permit to evaluate the influence of optimization methods and

variable partition strategies in the algorithm's performance. The test results have shown the high efficiency of this code specially designed for mid-term hydrothermal scheduling problem.

# Conteúdo

|                                                   |             |
|---------------------------------------------------|-------------|
| <b>AGRADECIMENTOS</b>                             | <b>iii</b>  |
| <b>RESUMO</b>                                     | <b>iv</b>   |
| <b>ABSTRACT</b>                                   | <b>vi</b>   |
| <b>CONTEÚDO</b>                                   | <b>viii</b> |
| <b>1 Introdução</b>                               | <b>1</b>    |
| <b>2 Modelamento do Sistema</b>                   | <b>4</b>    |
| 2.1 Sistema de Geração . . . . .                  | 5           |
| 2.2 Modelamento do Parque Termoelétrico . . . . . | 10          |
| <b>3 Planejamento da Operação</b>                 | <b>13</b>   |
| 3.1 A Complexidade do Problema . . . . .          | 14          |
| 3.2 Decomposição Temporal do Problema . . . . .   | 16          |
| 3.3 Planejamento Adaptativo . . . . .             | 19          |
| 3.4 Planejamento de Médio Prazo . . . . .         | 22          |
| <b>4 Fluxo em Rede Não Linear</b>                 | <b>31</b>   |
| 4.1 A Rede Hidráulica . . . . .                   | 32          |

|           |                                                                    |            |
|-----------|--------------------------------------------------------------------|------------|
| 4.2       | Problema de Fluxo em Rede . . . . .                                | 35         |
| 4.3       | Metodologia de Solução . . . . .                                   | 37         |
| 4.3.1     | Gradiente Reduzido . . . . .                                       | 41         |
| 4.3.2     | Newton Truncado . . . . .                                          | 42         |
| 4.4       | Busca Unidimensional . . . . .                                     | 46         |
| 4.4.1     | Métodos de Busca . . . . .                                         | 47         |
| 4.4.2     | Busca em Funções com Quinas . . . . .                              | 50         |
| <b>5</b>  | <b>Particularidades do Problema</b>                                | <b>54</b>  |
| 5.1       | Matriz de Defluência Básica . . . . .                              | 55         |
| 5.2       | Estrutura da Matriz Hessiana . . . . .                             | 58         |
| <b>6</b>  | <b>Resultados da Otimização</b>                                    | <b>62</b>  |
| 6.1       | Custo Marginal de Operação . . . . .                               | 65         |
| 6.2       | Trajectoria Ótima de Volume . . . . .                              | 67         |
| 6.3       | Trajectoria de Volume para Usinas Afogadas . . . . .               | 70         |
| 6.4       | Restrição de Atendimento de Ponta . . . . .                        | 73         |
| <b>7</b>  | <b>Estratégias de Partição</b>                                     | <b>76</b>  |
| 7.1       | Definição das Estratégias de Partição . . . . .                    | 77         |
| <b>8</b>  | <b>Teste das Estratégias</b>                                       | <b>82</b>  |
| 8.1       | Estratégias de Otimização . . . . .                                | 83         |
| 8.2       | Resultado dos Testes . . . . .                                     | 88         |
| <b>9</b>  | <b><i>POSH</i> – Programa Otimizador de Sistemas Hidrotérmicos</b> | <b>92</b>  |
| <b>10</b> | <b>Conclusão</b>                                                   | <b>96</b>  |
|           | <b>BIBLIOGRAFIA</b>                                                | <b>100</b> |

# Capítulo 1

## Introdução

O consumo de energia elétrica em todo mundo tem crescido a cada ano. Para suprir esta demanda é necessário investimentos maciços em geração e distribuição de energia. Por outro lado, a expansão do sistema de geração implica em alto custo financeiro e social. Se considerarmos ainda os danos ao meio ambiente causados tanto pelas usinas térmicas quanto pelas hidroelétricas, concluímos ser extremamente necessário o estudo de metodologias de planejamento da operação de sistemas de energia elétrica que retirem o máximo de benefício das unidades já instaladas. O sistema brasileiro tem algumas características bem peculiares que o diferencia do resto do mundo. Cerca de 95% de toda energia elétrica consumida no país é de origem hidroelétrica. O nosso sistema é formado por grandes cascatas e o grau de incerteza das vazões é muito alto em decorrência do tipo de clima. A dimensão do país e a interligação entre os sistemas sul e sudeste tornam ainda mais complexo o planejamento da operação deste sistema. Por isso, o Brasil necessita de muitos estudos para o desenvolvimento de metodologias adequadas as características do seu sistema.

Este trabalho está inserido no Projeto Temático de Equipe FAPESP [31] que tem o objetivo de propor metodologias para o planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos com predominância de geração hidráulica. O pessoal envolvido no projeto foi dividido em equipes de acordo com as áreas de atuação. Este trabalho está diretamente relacionado a equipe de estudos energéticos e foi responsável pelo desenvolvimento de um otimizador para sistemas hidrotérmicos de geração com usinas individualizadas e afluências determinísticas. A proximidade do pessoal responsável por banco de dados e engenharia de

software foi mantida afim de garantir a consistência dos dados e a compatibilidade entre os vários programas que estão sendo desenvolvidos. O resultado deste projeto temático será um conjunto de ferramentas, entre elas o otimizador, que serão extremamente úteis para o desenvolvimento e teste de diversas metodologias além de contribuir para a formação de pessoal especializado.

A idéia central desta tese foi dar continuidade aos estudos de algoritmos de otimização aplicados a operação energética de sistemas hidrotérmicos que vinham sendo desenvolvidos e testados na Faculdade de Engenharia Elétrica da UNICAMP. Um otimizador específico para estes sistemas foi desenvolvido utilizando fluxo em rede. Ele foi baseado no programa *POSH*<sup>1</sup> [1], na experiência de pesquisadores e profissionais do setor elétrico, e na vasta literatura na área. O objetivo principal foi o desenvolvimento de uma ferramenta robusta e eficiente para estudos do comportamento ótimo de reservatórios. Esta ferramenta pode ser utilizada tanto na formação de pessoal, quanto no planejamento da operação. O primeiro passo antes de se chegar à versão final deste otimizador foi o desenvolvimento de um programa em estações de trabalho *SUN* e linguagem *C* utilizando o método *Simplex Convexo*. Este programa foi praticamente uma cópia atualizada da primeira versão do *POSH*. O objetivo desta etapa foi ganhar sensibilidade do sistema e da implementação de algoritmos de fluxo em rede. O método Simplex Convexo foi escolhido devido a sua simplicidade e pelo fato de não estarmos preocupados com a eficiência do programa nesta primeira etapa, mas apenas com os resultados da otimização.

Em paralelo a esta etapa, foi desenvolvido um sistema para configuração e análise dos resultados da otimização de usinas hidroelétricas do sistema brasileiro [33]. Este programa teve a finalidade de agilizar e incentivar o uso do otimizador, além de apresentar os resultados em gráficos ou mesmo relatórios que possibilitem o estudo dos vários fatores que influenciam a otimização. O resultado deste Sistema de Apoio ao Gerenciamento foi surpreendente. Ele foi desenvolvido em ambiente *OPENWINDOWS* utilizando os recursos do *XVIEW*, por isso foi denominado *XPOSH*. A possibilidade de acessar dados do sistema brasileiro e analisar os resultados da otimização de uma maneira extremamente fácil e interativa tornou o otimizador muito próximo do usuário. Como consequência, além da agilidade nos testes, ocorreu uma intensa utilização desta primeira versão do otimizador pelo pessoal envolvido no projeto FAPESP e pelos alunos do *COSE* (Curso de Operação de

---

<sup>1</sup>Programa Otimizador de Sistemas Hidrotérmicos

Sistemas Elétricos). Assim, o *XPOSH* foi crescendo e hoje é considerado uma ferramenta essencial dentro do projeto FAPESP. O *XPOSH* deve ser utilizado até que seja concluído o Sistema de Apoio a Decisão desenvolvido exclusivamente para sistemas de energia elétrica [32].

Na etapa seguinte, foi feito um vasto levantamento bibliográfico dos métodos de primeira e segunda ordem para solução de problemas de fluxo em redes não linear [8]–[10] e de algoritmos específicos para otimização de sistemas hidrotérmicos [1]–[7]. Os métodos implementados na versão final do programa foram o Gradiente Reduzido e Newton Truncado. Foram utilizadas estações de trabalho *SUN* e linguagem *C*. Estes métodos foram escolhidos devido a possibilidade de explorar a estrutura particular da rede e da matriz hessiana do problema. Estas particularidades do problema tornaram possível o estudo de estratégias heurísticas para diminuir o tempo computacional. Estas estratégias foram definidas através da análise dos resultados da otimização afim de induzir o otimizador a seguir um melhor caminho até o ótimo, ou seja, diminuir o tempo computacional.

A dissertação desta tese começa descrevendo as características dos sistemas hidrotérmicos de geração e o seu modelamento matemático. A seguir é mostrado a complexidade do problema de planejamento da operação, os princípios básicos das metodologias de planejamento e a contribuição deste otimizador para a operação do sistema. A próxima etapa é dedicada aos métodos de fluxo em rede não linear que foram implementados e as particularidades do problema hidrotérmico. Os resultados da otimização foram apresentados para justificar as estratégias de partição de variáveis utilizadas no programa. Os testes das principais estratégias de otimização foram apresentados para quatro sistemas e duas afluições. Para finalizar, foi descrita a versão final do programa e a estratégia *default*. Esta nova versão do otimizador foi incorporada ao *XPOSH* e tem sido muito útil para o estudo do comportamento ótimo de reservatórios e o desenvolvimento de metodologias para o planejamento da operação.

## Capítulo 2

# Modelamento do Sistema

A finalidade deste capítulo é definir sucintamente um sistema hidrotérmico e, principalmente, um sistema hidrotérmico de geração.

Numa primeira etapa, foi descrito a composição básica de uma usina hidrelétrica com os termos e variáveis que serão utilizados neste trabalho. Alguns termos como: usinas de reservatório, usinas a fio d'água, usinas afogadas, polinômios  $cotaXvolume$ , polinômios  $cotaXdefluência$ , etc; foram definidos afim de familiarizar o leitor com as terminologias e facilitar a leitura para aqueles que não tem conhecimento ou mesmo experiência na área de sistemas hidrotérmicos.

Na etapa seguinte, foi definido como é calculado o custo de operação do sistema e a divisão básica das unidades termoelétricas em convencionais e nucleares.

Para finalizar, foi dada uma atenção especial ao problema de Despacho Econômico Termoelétrico afim de mostrar a importância do levantamento da curva de custo mínimo de operação de um parque termoelétrico. Com esta curva, o problema de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos se torna exclusivamente hidráulico.

Este capítulo é muito importante para o leitor entender as características básicas e o modelamento do sistema que foi estudado.

## 2.1 Sistema de Geração

Um sistema hidrotérmico de geração é constituído de usinas hidroelétricas e usinas termoeelétricas. O objetivo deste sistema é fornecer energia a uma rede de transmissão que deve atender aos centros de carga (figura 2.1).

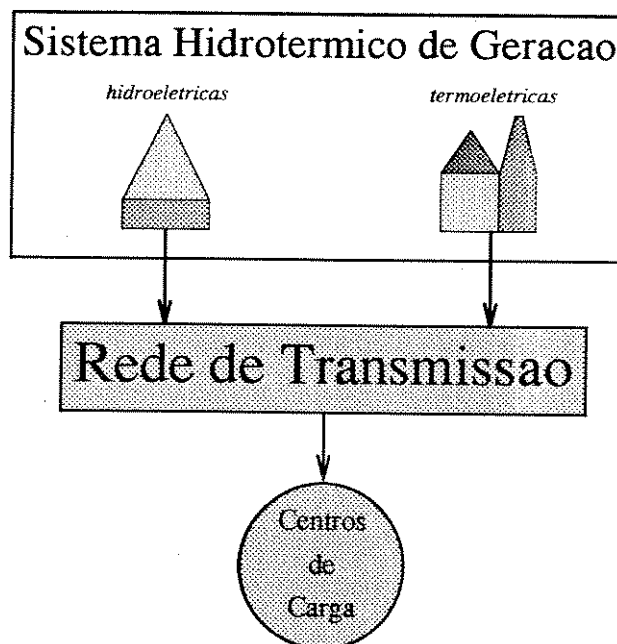


Figura 2.1: Esquema de um sistema hidrotérmico

Uma usina hidroelétrica, conforme esquema da figura 2.2, é composta basicamente por: uma barragem que represa a água formando o reservatório; uma casa de máquinas, onde estão instalados os grupos turbina-gerador; um vertedouro, por onde a água é liberada sem passar pelas turbinas; e um canal de fuga, que leva a água das turbinas para o curso natural do rio.

As variáveis de uma usina hidroelétricas estão representadas na figura 2.2:

- $x \rightarrow$  volume do reservatório;
- $u \rightarrow$  defluência;

- $q \rightarrow$  turbinagem;
- $v \rightarrow$  vertimento;
- $\phi(x) \rightarrow$  nível do reservatório;
- $\theta(u) \rightarrow$  nível do canal de fuga;
- $Q \rightarrow$  altura de queda.

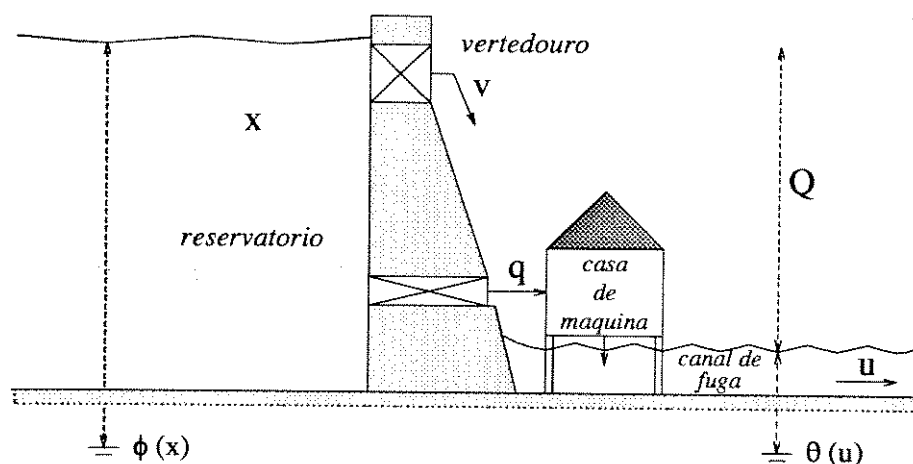


Figura 2.2: Esquema de uma usina hidroelétrica

A variável  $x$  representa o volume de água armazenado no reservatório. Os reservatórios, conforme sua capacidade de regularização, são classificados como de acumulação ou de compensação. Os reservatórios de acumulação têm grande capacidade de armazenar energia em forma de água, por isso eles são responsáveis pela regulação da vazão dos rios. Os reservatórios de compensação têm pequena capacidade de armazenar energia, o que permite apenas a regulação de pequenas descargas. As usinas com reservatório de acumulação são denominadas *usinas de reservatório*. Aquelas com reservatório de compensação são denominadas *usinas a fio d'água*.

A turbinagem  $q$  representa a vazão turbinada pela usina. Ela é limitada pela capacidade de turbinagem ou *engolimento máximo* da usina  $q^{max}$ . O vertimento é uma vazão que não passa pelas turbinas deixando de produzir energia. Por isso, uma usina só deve verter quando sua defluência, vazão total liberada, for maior que o engolimento

máximo. Desta forma, a defluência  $u$  e a turbinagem  $q$  podem ser representadas pelas equações 2.1 e 2.2, respectivamente:

$$u = q + v \quad (2.1)$$

$$q = \min \{u, q^{max}\} \quad (2.2)$$

O nível do reservatório é chamado de *cota de montante*  $\phi(x)$ , enquanto o nível do canal de fuga é chamado *cota de jusante*  $\theta(u)$ . Eles são funções não lineares do volume e da defluência respectivamente. No sistema brasileiro, estas funções são representadas por polinômios. O polinômio que representa a cota de montante é denominado *polinômio cotaXvolume*, enquanto o que representa a cota de jusante é denominado *polinômio cotaXdefluência*.

Em sistemas com mais de um reservatório na mesma bacia, pode ocorrer o afogamento do canal de fuga de uma usina pelo reservatório da usina diretamente a jusante. Isto ocorre quando as usinas estão relativamente próximas. Neste caso, a cota do canal de fuga da *usina afogada* passa a ser função da sua defluência e do volume do reservatório diretamente a jusante.

Um bom exemplo é a cascata do rio Iguaçu [26]. Nesta cascata, o reservatório de Segredo afoga o canal de fuga de Foz do Areia e o reservatório de Salto Santiago afoga o canal de fuga de Segredo (figura 2.3). No sistema brasileiro, para representar o nível do canal de fuga das usinas com afogamento, foram ajustados polinômios *cotaXdefluência* para diferentes cotas do reservatório imediatamente a jusante. Assim, para cada usina afogada existe mais de um polinômio de acordo com a cota do reservatório que afoga o seu canal de fuga. A cota de jusante destas usinas é obtida por interpolação dos polinômios *cotaXdefluência* de acordo com o volume do reservatório que afoga o seu canal de fuga.

A altura de queda  $Q$  dada pela equação 2.3 é a diferença de cotas a montante e a jusante da usina:

$$Q = \phi(x) - \theta(u) \quad (2.3)$$

A função de geração  $h(.)$  das usinas, isto é, a produção de energia elétrica, é diretamente proporcional ao produto da altura de queda  $Q$  pela turbinagem  $q$ :

$$h(.) \propto Q q$$

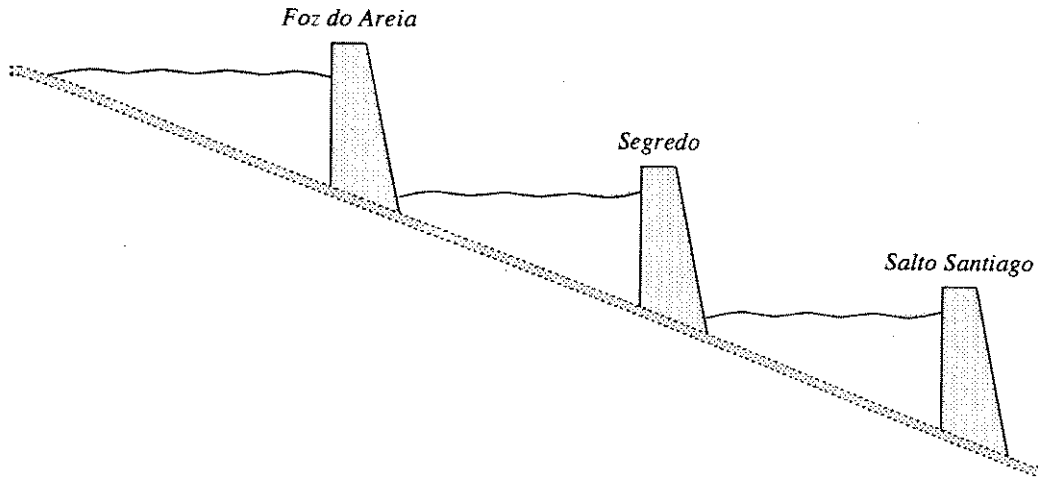


Figura 2.3: Cascata do rio Iguaçu onde ocorre o afogamento do canal de fuga de Foz do Areia e Segredo.

Através das equações 2.2 e 2.3, temos:

$$h(.) \propto (\phi(x) - \theta(u)) \min \{u, q^{max}\} \quad (2.4)$$

Substituindo o sinal de proporcionalidade da equação 2.4 por uma *constante*  $k$  que inclui o rendimento turbina-gerador, a aceleração da gravidade, a densidade da água e fatores de conversão, e acrescentando a *perda de carga* nas tubulações através de uma função linear em relação a turbinagem com inclinação dada por  $pc$ ; a função de geração de uma usina hidroelétrica pode ser representada por:

$$h(x, u) = k(\phi(x) - \theta(u) - pc) \min \{u, q^{max}\} \quad (2.5)$$

Esta função, representada pelo gráfico da figura 2.4, apresenta algumas características interessantes que serão muito importante na análise dos resultados da otimização [15]:

- a função é crescente em relação a  $u$  para  $u < q^{max}$  (aumento da turbinagem);
- a função é constante ou levemente decrescente em relação a  $u$  para  $u > q^{max}$  devido a influência do vertimento no canal de fuga (perda de altura de queda);

- a função é não diferenciável no ponto  $u = q^{max}$  (limite de turbinagem);
- a produtividade das usinas aumenta com o volume armazenado no reservatório (aumenta a queda).

### Função de Geração da Usina CAMARGOS

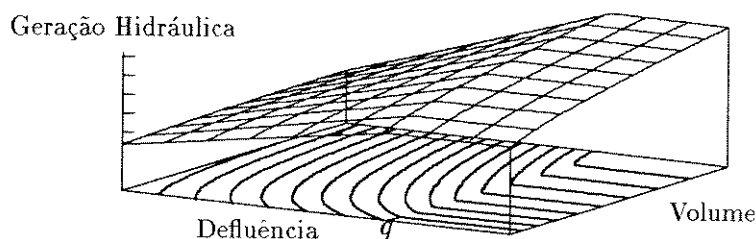


Figura 2.4: Gráfico da função de geração de uma usina hidroelétrica

O custo de geração de um sistema hidrotérmico é dado pelo custo do combustível usado na complementação termoeletrica do sistema. Como o custo de operação de sistemas hidroelétricos é praticamente fixo, ele pode ser desprezado sem causar nenhum efeito na otimização do sistema.

As unidades termoeletricas são divididas em convencionais e nucleares. As convencionais utilizam combustíveis fósseis como carvão, óleo combustível, gás natural, etc. As nucleares utilizam combustíveis físséis como urânio natural e enriquecido.

O custo de geração de usinas termoeletricas é uma função convexa e crescente. As unidades convencionais são bem aproximadas por polinômios do segundo grau, enquanto as nucleares são aproximadas por retas [27]. Na próxima seção, será descrito como é feito o levantamento da curva de custo mínimo de operação de um parque termoeletrico. Esta curva irá representar o custo de operação de um sistema hidrotérmico.

## 2.2 Modelamento do Parque Termoelétrico

O objetivo do modelamento do parque termoelétrico é o levantamento de uma curva de custo mínimo para que um sistema com  $N$  usinas termoelétricas atenda um mercado de  $d$  *megawatts*.

Este custo mínimo de operação do sistema  $\Psi(d)$  é dado pela solução de um problema de Despacho Econômico Termoelétrico (DET):

$$\text{DET} \begin{cases} \Psi(d) = \min \sum_{i=1}^N c_i(g_i) \\ \text{sa: } \sum_{i=1}^N g_i = d \\ \underline{g}_i \leq g_i \leq \overline{g}_i \end{cases} \quad (2.6)$$

onde  $g_i$  é a geração da térmica  $i$ ,  $\underline{g}_i$  e  $\overline{g}_i$  são os limites mínimos e máximos de geração e  $c_i(\cdot)$  é a função de custo das térmicas.

A solução deste problema procura igualar o custo marginal das térmicas. Desta forma, as condições de *Kuhn Tucker* do problema, sendo  $\lambda$  o multiplicador de Lagrange associado a primeira restrição, são:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi}{\partial g_i}(d) &= \lambda \quad \text{se } \underline{g}_i < g_i < \overline{g}_i \\ \frac{\partial \Psi}{\partial g_i}(d) &\geq \lambda \quad \text{se } g_i = \underline{g}_i \\ \frac{\partial \Psi}{\partial g_i}(d) &\leq \lambda \quad \text{se } g_i = \overline{g}_i \end{aligned} \quad (2.7)$$

O custo marginal de operação do sistema é dado pelo multiplicador  $\lambda$  e a sua unidade é  $\$/MW$ . Ele representa o valor que o sistema atribui ao próximo *megawatt* produzido pelo parque termoelétrico. Assim, se o sistema pudesse comprar um *megawatt* de energia elétrica a um preço menor que  $\lambda$  ou vender a um preço maior, ele estaria ganhando. Este conceito é muito importante para a compreensão de algumas estratégias usadas para acelerar a convergência do algoritmo que será descrito mais adiante.

A curva de custo mínimo de operação de um sistema termoelétrico é obtida parametrizando o problema 2.6 em relação a demanda. Desta forma, obtém-se uma curva  $\Psi(d)$  que será convexa, crescente e em geral bem aproximada por polinômios do segundo

grau (quadrática por partes) [27]. Considerando-se que o parque termoeletrico tem uma capacidade máxima de geração dada por  $\bar{G}$ , pode-se acrescentar um custo de importação ou mesmo de déficit dado por  $\Psi(d > \bar{G})$  à curva de custo de atendimento do mercado (figura 2.5).

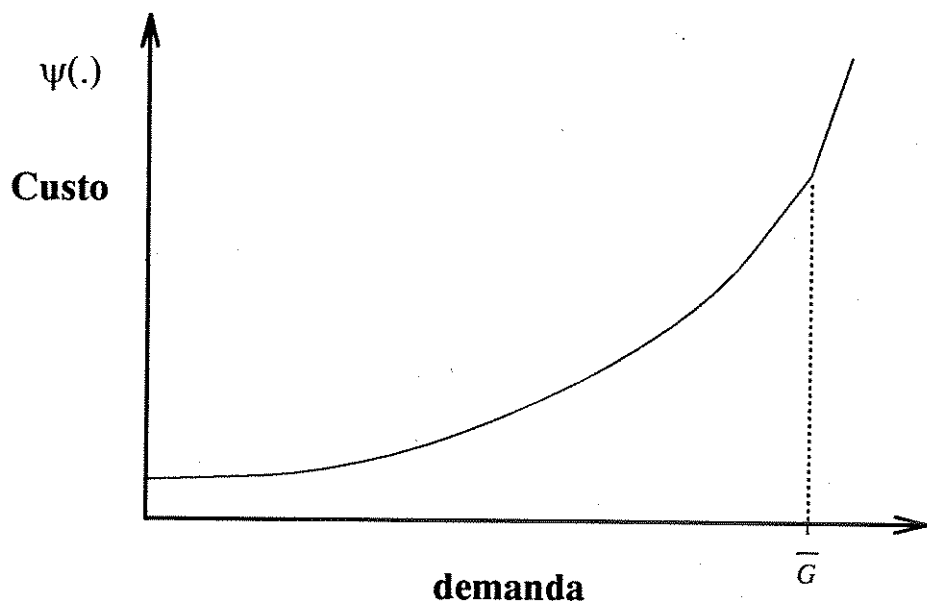


Figura 2.5: Curva típica da função de custo mínimo de operação de um sistema termoeletrico.

A função que representa o custo marginal de operação do parque termoeletrico equivale a derivada  $\frac{d\Psi}{dd}$ . Esta função é crescente e pode ser dividida por classes térmicas. As unidades nucleares possuem custo marginal constante, enquanto nas convencionais, ele é crescente e dividido em patamares de acordo, principalmente, com o combustível utilizado (figura 2.6). As unidades nucleares têm o custo marginal mais baixo seguidas pelas térmicas a carvão, óleo, etc. O custo marginal equivale ao multiplicador de Lagrange  $\lambda$  e a divisão do parque termoeletrico em classes de térmicas pode ser traduzido pelas condições de *Kuhn Tucker* (equações 2.7) do problema 2.6.

Como o modelo de sistemas hidrotérmicos considera o custo de operação sendo

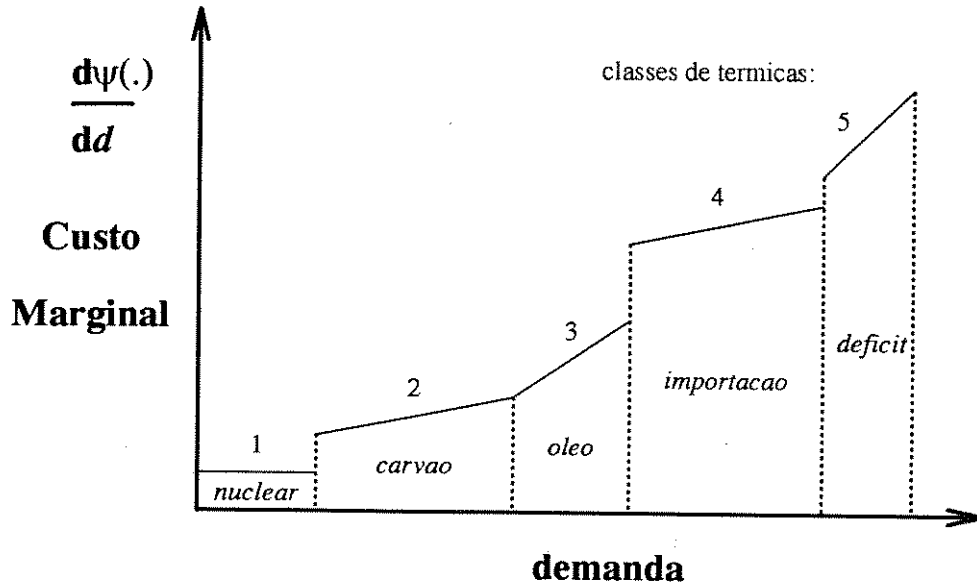


Figura 2.6: Curva típica da função de custo marginal de operação de um parque termoeletrico.

o custo da *complementação não hidráulica*<sup>1</sup> para atendimento de um mercado  $D$ , podemos representá-lo pela função  $f(.)$ :

$$f(H) = \Psi(D - H) \quad (2.8)$$

onde  $H$  é a energia gerada por todas as usinas hidroelétricas do sistema, assim  $(D - H)$  é a complementação não hidráulica para atendimento do mercado  $D$ .

Desta forma o problema do planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos se torna exclusivamente hidroelétrico. Por isso, a importância do levantamento da curva de custo do parque termoeletrico no planejamento da operação destes sistemas.

<sup>1</sup>A complementação não hidráulica representa a geração térmica, a importação e o déficit.

## Capítulo 3

# Planejamento da Operação

O problema de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos é extremamente complexo. Existem na literatura diversas publicações de metodologias e algoritmos de otimização aplicados a este problema [18]–[24]. Países como o Brasil, a Noruega, a Suécia e o Canadá são grandes produtores de hidroeletricidade, porém, cada um adota uma metodologia de planejamento específica de acordo com as características do seu sistema. Além das dificuldades naturais: dimensão dos sistemas, número elevado de variáveis de decisão, recursos limitados, incertezas, etc; existe o problema de como coordenar a geração das várias empresas de energia elétrica da forma mais econômica e garantir o atendimento do mercado com qualidade.

O sistema brasileiro possui características bem particulares. O alto grau de incerteza das vazões e a dimensão das cascatas são algumas das características que dificultam o planejamento da operação deste sistema. O principal objetivo deste trabalho foi o desenvolvimento de um otimizador que poderá ser útil no planejamento da operação. Neste capítulo será mostrado como é feita a decomposição temporal do problema nas etapas de longo, médio e curto prazo. A seguir, será descrita uma metodologia de planejamento que está sendo desenvolvida para aplicação no sistema brasileiro. Para finalizar, foi feita uma descrição detalhada da formulação do modelo que foi implementado para aplicação na etapa de médio prazo da operação.

### 3.1 A Complexidade do Problema

O objetivo do planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos é assegurar uma política de operação econômica e confiável. O resultado deve ser uma sequência de decisões que procure minimizar o custo da operação e garantir o atendimento do mercado.

A diminuição do custo de geração envolve a substituição de geração termoelétrica por hidroelétrica. Como os recursos hídricos, representados pela água armazenada nos reservatórios, são limitados, deve haver um compromisso entre o presente e o futuro. Uma decisão tomada no presente deve assegurar uma menor complementação termoelétrica no presente e no futuro. Estas características tornam o sistema dinâmico, isto é: o estado dos reservatórios no presente depende de decisões anteriores e as decisões no presente comprometem a geração futura.

Outro fator que dificulta o planejamento da operação é o acoplamento operativo entre as usinas pertencentes a uma mesma bacia hidrográfica. Ao contrário do parque termoelétrico, onde todas as usinas são independentes entre si, numa mesma bacia hidrográfica, as hidroelétricas constituem um sistema interconectado de geração. O sistema brasileiro tem como característica grandes bacias com um grande número de usinas. O melhor exemplo é a Bacia do Rio Paraná constituída pelos rios: Araguari, Paranaíba, Grande, Pardo, Tietê, Paranapanema e Paraná (figura 3.1).

A incerteza das vazões futuras e da demanda tornam o problema essencialmente estocástico. A decisão de guardar água pode ocasionar vertimento caso as vazões futuras sejam elevadas. Já a decisão de usar muita água no presente pode provocar uma complementação termoelétrica elevada, ou até mesmo deficit, caso falte água no futuro. Isto implica no uso de unidades térmicas mais dispendiosas, ou mesmo, políticas de racionamento para retrain a demanda. As mesmas dificuldades estão associadas aos possíveis desvios em relação a demanda prevista.

A não linearidade da função de geração hidroelétrica e da função de custo da complementação não hidráulica fazem do problema de planejamento da operação um problema de otimização: dinâmico, interconectado, estocástico, não linear e de grande porte. Estas características tornam o problema extremamente complexo, o que sugere a decomposição temporal em etapas de longo, médio e curto prazo [17], [18] e [21]. Cada uma destas

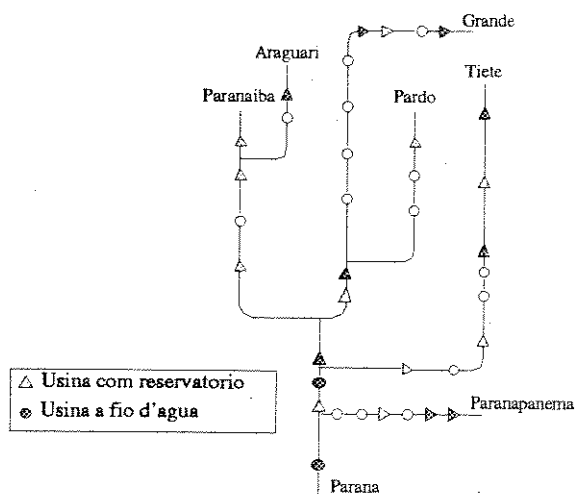


Figura 3.1: Esquema das principais usinas na Bacia do Rio Paraná.

etapas apresenta um modelo apropriado que será descrito adiante. A etapa de médio prazo utiliza o algoritmo que está sendo desenvolvido neste trabalho, por isso será apresentada com mais detalhe.

### 3.2 Decomposição Temporal do Problema

A complexidade do problema de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos sugere a decomposição do problema em etapas de longo, médio e curto prazo. Cada uma destas etapas utiliza um horizonte compatível com as hipóteses assumidas. A figura 3.2 ilustra as três etapas do planejamento e o acoplamento entre elas.

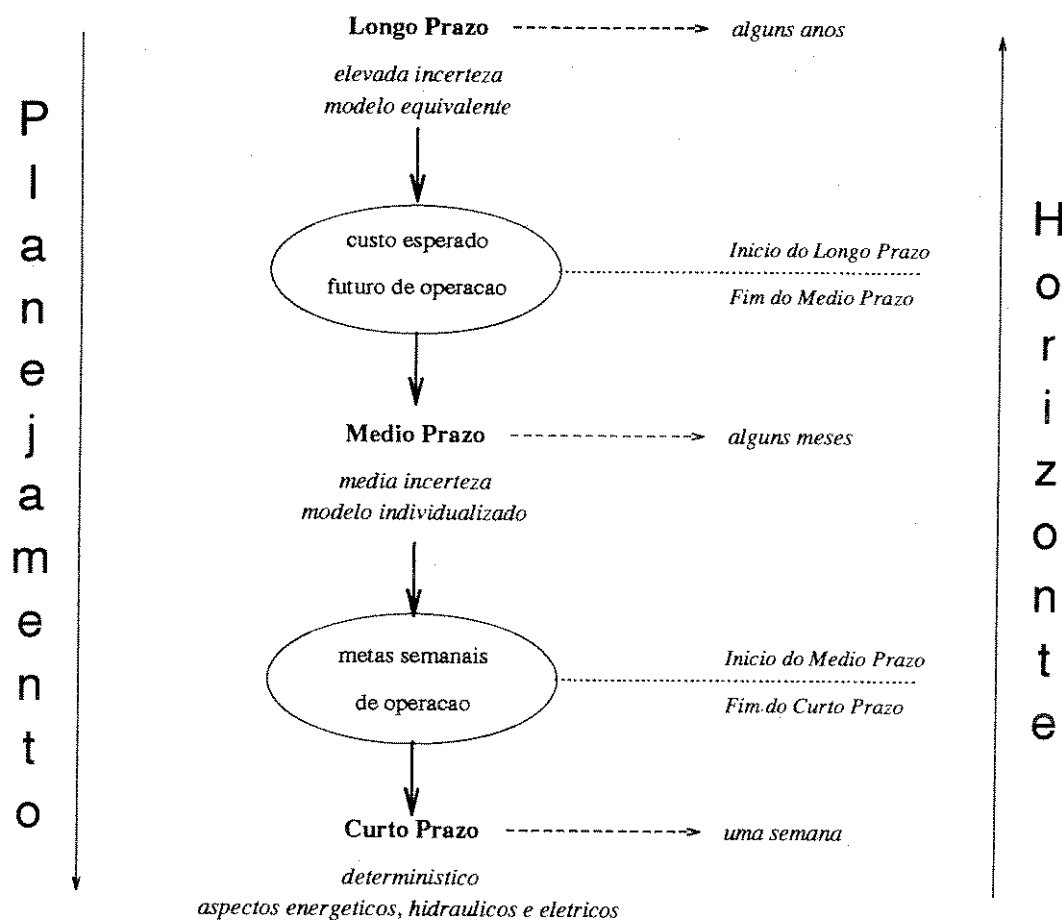


Figura 3.2: Esquema da decomposição temporal do problema de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos.

O modelo de longo prazo abrange um horizonte de alguns anos quando o sistema for constituído de grandes reservatórios com grande capacidade de regularização. No caso

brasileiro, o planejamento de longo prazo, coordenado pelo Grupo Coordenador da Operação Interligada (GCOI), adota um horizonte de cinco anos. Nesta etapa, o grau de incerteza das vazões é muito alto. Por isso, o objetivo do planejamento é avaliar o comportamento do sistema sob condições de elevada incerteza.

Devido a característica essencialmente estocástica do problema, a representação individualizada das usinas hidroelétricas torna-se extremamente difícil. Uma maneira de resolver este problema é através do *modelo equivalente*. Este modelo agrega o parque hidroelétrico num único reservatório de energia chamado *reservatório equivalente*. Desta forma, a solução do problema pode ser obtida por algoritmos de Programação Dinâmica Estocástica [12] [13].

O valor ótimo do problema de planejamento de longo prazo representa o custo esperado futuro de operação do sistema e depende da condição inicial de armazenamento dos reservatórios. O acoplamento entre os planejamentos de longo e médio prazo é feito pela curva de custo esperado futuro de operação *versus* condição inicial de energia armazenada nos reservatórios (figura 3.3). Através desta curva, pode-se estimar o valor da água no início do horizonte de longo prazo que coincide com o final do horizonte de médio prazo (figura 3.2).

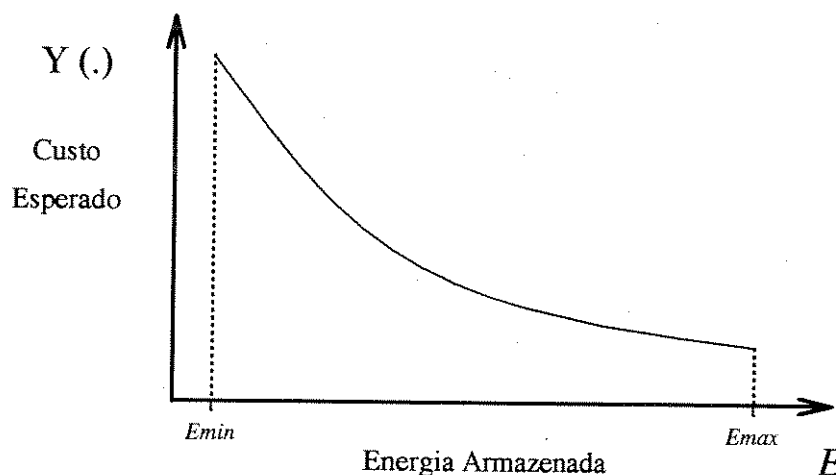


Figura 3.3: Gráfico da curva de custo esperado futuro de operação *versus* energia armazenada nos reservatórios no início do horizonte de longo prazo (fim do médio prazo)

O planejamento de médio prazo abrange um horizonte de alguns meses com discretização mensal ou, de preferência, semanal. O objetivo desta etapa é a definição de cotas de produção semanais que cada usina deve respeitar para que o sistema esteja otimizado. Este modelo deve considerar todos os aspectos energéticos do sistema afim de definir corretamente as metas semanais que serão cumpridas pelo planejamento de curto prazo. Desta forma, deve ser considerada a representação individualizada das usinas respeitando o acoplamento hidráulico e as possíveis diversidades hidrológicas entre os rios. Portanto, a metodologia adequada para o planejamento de médio prazo é a otimização determinística do sistema hidroelétrico individualizado baseado em previsão de vazões fornecida por modelos de Séries Temporais. Diversos algoritmos são sugeridos na literatura para solução deste problema [1]–[7].

A próxima etapa do planejamento consiste na decomposição das metas semanais de geração fornecidas pelo planejamento de médio prazo em base horária. Com um horizonte semanal, tanto a vazão quanto a demanda são consideradas conhecidas, pois o grau de incerteza é muito baixo. Este aspecto caracteriza o problema como praticamente determinístico. A complexidade do planejamento de curto prazo está na necessidade de coordenar aspectos energéticos, hidráulicos e elétricos da operação.

Nesta etapa é fundamental considerar aspectos operativos que não são considerados no planejamento de médio prazo como: tempo de percurso da água entre as usinas hidroelétricas da cascata, faixa de cavitação e rampa de tomada de carga nas máquinas, limites de variação na defluência dos reservatórios, reserva girante, limites de transmissão das linhas, etc...

Para finalizar, deve ser introduzido o conceito de Planejamento Adaptativo. Ele se resume na revisão periódica da cadeia de planejamento sempre que houver algum desvio significativo. O planejamento de médio prazo está mais sujeito a revisão por depender em grande parte das previsões de vazão e demanda feitas por modelos de Séries Temporais. O Planejamento Adaptativo é fundamental para assegurar a qualidade da solução evitando o acúmulo de desvios na trajetória ótima.

### 3.3 Planejamento Adaptativo

O problema do planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos é extremamente complexo. Uma maneira de resolvê-lo é através da decomposição temporal em etapas de longo, médio e curto prazo proposta na seção anterior. O planejamento adaptativo é uma forma de corrigir periodicamente os erros causados em cada uma destas etapas devido às hipóteses assumidas. O planejamento de médio prazo está mais sujeito a estas correções por considerar as vazões e demandas determinísticas para um nível ainda razoável de incerteza. Os modelos de previsão de vazão estão sujeitos a erros, principalmente nos períodos úmidos onde o grau de incerteza das vazões é mais elevado. Estes erros podem desviar a operação ótima do sistema. Uma maneira de evitar o acúmulo de desvios é a constante correção da trajetória ótima.

O planejamento adaptativo, na etapa de médio prazo, pode ser representado por um padrão gerencial utilizado nas empresas que adotaram o sistema gerencial conhecido por *TQC* (Total Quality Control). Este padrão gerencial é denominado Ciclo PDCA (Plan, Do, Check, Action) [30].

Os termos do ciclo PDCA têm o seguinte significado no planejamento de médio prazo da operação de sistemas hidrotérmicos:

- *Planejar* (Plan): Definir as metas semanais através de modelos de previsão e otimização. Estabelecer um plano de operação para o sistema.
- *Executar* (Do): Decompor as metas semanais em horários e operar o sistema exatamente como previsto no plano. Nesta etapa, devem ser coletados dados para a avaliação dos desvios em relação ao que foi planejado.
- *Verificar* (Check): A partir dos dados coletados durante a operação do sistema, compara-se os resultados obtidos com os previstos pelo plano. A causa fundamental dos desvios deve ser identificada.
- *Atuar Corretivamente* (Action): Detectado desvios em relação ao plano, deve-se atuar corretivamente na sua causa fundamental e procurar meios de evitar a sua reincidência.

Esta sequência metodológica deve ser repetida sempre que forem detectados desvios em relação ao plano. Quando não ocorrerem estes desvios, o ciclo fica preso entre as etapas *Do* – *Check* não havendo necessidade de atuações corretivas (*Action*) nem mesmo de refazer o planeamento (*Plan*) (figura 3.4).

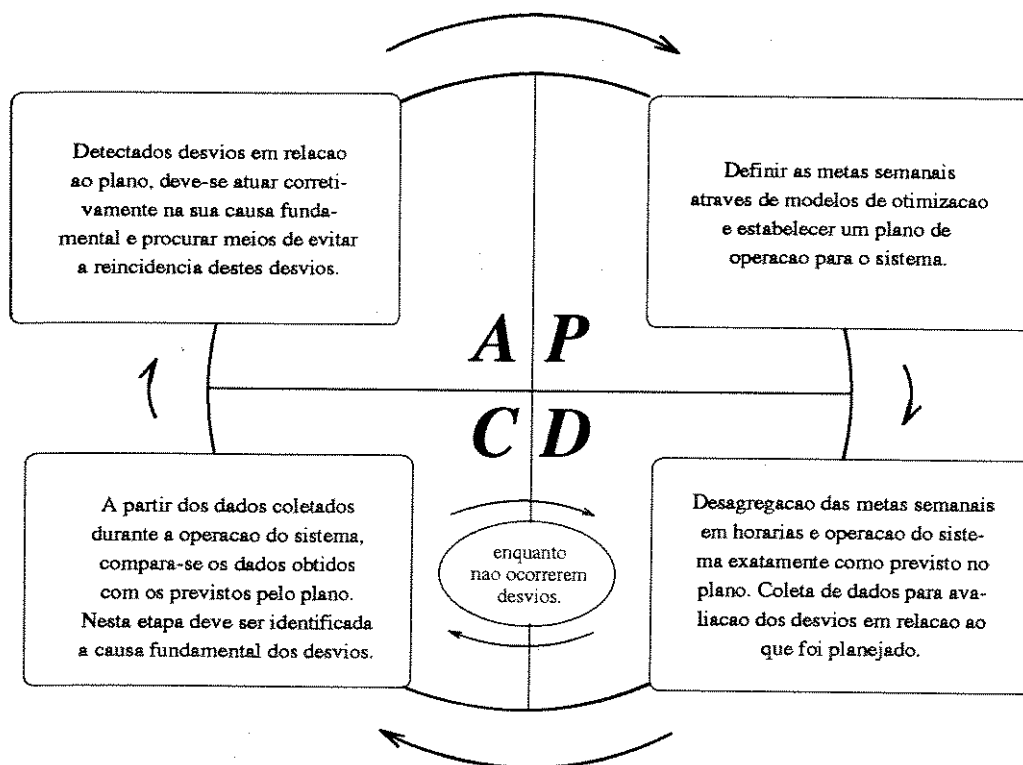


Figura 3.4: Representação do Planejamento Adaptativo pelo ciclo PDCA.

A grande vantagem desta metodologia é a constante correção dos desvios causados pelas incertezas inerentes ao problema através de informações do intervalo anterior e a identificação das principais falhas do planeamento. Estas falhas podem ocorrer tanto em relação aos modelos de previsão e otimização (*Plan*) quanto na execução do plano de operação (*Do*). Conhecidas as causas fundamentais dos desvios, fica bem mais fácil a atuação corretiva afim de evitar a sua reincidência. É importante notar que parte destes desvios é inerente ao problema devido à precisão dos modelos de previsão. A consequência direta desta metodologia é o constante aumento na capacidade de aproveitamento dos recursos

hídricos, o que implica numa maior eficiência do sistema.

Em [20], os autores fizeram o estudo de uma metodologia semelhante a esta. Eles desenvolveram um modelo de otimização determinístico para um sistema com 4 usinas de reservatório no Rio Firat na Turquia. O objetivo do modelo era maximizar a cota dos reservatórios, ou seja, operar o sistema com a máxima produtividade. A vazão e a demanda eram obtidas por modelos de previsão e o planejamento era refeito a cada intervalo afim de corrigir os desvios causados pelos erros nas previsões. Esta metodologia foi testada utilizando-se um simulador e o histórico de vazões e demanda. Os resultados demonstraram um desvio nunca superior a 1.5% da solução ótima determinística. Este resultado sugere estudos cuidadosos do Planejamento Adaptativo no sistema brasileiro. A dimensão das cascatas, o alto grau de incerteza, a presença de várias empresas numa mesma cascata e a interligação do sistema tornam o planejamento da operação do sistema brasileiro extremamente complexo.

Um estudo interessante é a viabilidade do Planejamento Adaptativo para o sistema brasileiro. Esta metodologia precisa ser detalhada e então simulada. Os resultados obtidos devem ser checados e feita uma nova avaliação da metodologia até que se obtenha um resultado que viabilize a sua implantação. Eu considero este estudo muito importante para o desenvolvimento de novas metodologias adequadas às particularidades do nosso sistema. O algoritmo que foi desenvolvido neste trabalho pode ser utilizado para a determinação das metas operativas na etapa de médio prazo do planejamento. Por isso, a eficiência deste algoritmo é muito importante para agilizar o estudo de novas metodologias.

### 3.4 Planejamento de Médio Prazo

O objetivo do planejamento de médio prazo é definir as metas semanais de operação. Estas metas devem ser cumpridas pelo planejamento de curto prazo afim de minimizar o custo de operação do sistema no presente e no futuro.

Para definir estas metas é necessário considerar aspectos importantes como o acoplamento hidráulico entre as usinas pertencentes à mesma cascata, a diversidade hidrológica dos rios e o atendimento da demanda de energia e de ponta do sistema. Todos estes aspectos podem ser considerados através de um modelo de otimização com representação individualizada das usinas. Este modelo não pode ser resolvido por algoritmos de programação dinâmica estocástica por esbarrar na *maldição da dimensionalidade*. Desta forma, as incertezas em relação às vazões e a demanda devem ser consideradas por modelos de previsão. Assim, este problema essencialmente estocástico será resolvido por algoritmos determinísticos. Os desvios causados pelos modelos de previsão podem ser corrigidos se for utilizado o planejamento proposto na seção anterior.

O objetivo do modelo de otimização utilizado no planejamento de médio prazo da operação é minimizar o somatório do custo da complementação não hidráulica para atendimento da demanda.

$$\sum_{t=1}^T \Psi(D_t - H_t) \quad (3.1)$$

onde  $D_t$  é a demanda de energia no intervalo  $t$ ,  $H_t$  é o somatório da geração de todas as usinas hidroelétricas do sistema no intervalo  $t$  e  $\Psi$  é a função de custo da complementação não hidráulica definida na seção 2.2.

Através da função de geração de cada usina hidroelétrica (equação 2.5), temos:

$$H_t = \sum_{i=1}^N K_i (\phi_i(x_{it}) - \theta_i(u_{it}) - pc_i) \min\{u_{it}, q_i^{max}\} \quad \forall t$$

onde  $x_{it}$  e  $u_{it}$  são o volume e a defluência da usina  $i$  no intervalo  $t$ .  $K_i$ ,  $\phi_i(\cdot)$ ,  $\theta_i(\cdot)$ ,  $pc_i$ , e  $q_i^{max}$  são, respectivamente, a constante da usina, os polinômios cotaXvolume e cotaXdefluência, a perda de carga e o engolimento máximo da usina  $i$ .

Uma outra parcela que deve ser considerada na função objetivo é o custo esperado futuro de operação. Este custo é estimado a partir da energia armazenada no sistema

no final do horizonte de médio prazo. Como foi visto na seção 3.2, o final do horizonte de médio prazo coincide com o início do longo prazo e o acoplamento entre as duas etapas é feito pela função de custo esperado futuro de operação *versus* energia armazenada nos reservatórios (figura 3.2). Assim, através do cálculo da energia armazenada no final do horizonte de médio prazo (início do longo prazo), pode-se estimar o custo esperado futuro de operação do sistema.

A energia armazenada no sistema equivale ao total de energia que o sistema é capaz de produzir com o deplecionamento de todos os seus reservatórios. Esta energia é calculada através do somatório da energia armazenada em cada reservatório do sistema. Como a água de um reservatório produz energia em todas as usinas a jusante, a energia armazenada depende da produtividade de todas estas usinas. O cálculo desta produtividade é baseado nas regras de deplecionamento dos reservatórios. O Grupo Coordenador da Operação Interligada (GCOI) adota regras de deplecionamento dos reservatórios em paralelo. Nestas regras, a proporção entre o volume dos reservatórios é mantida durante todo o deplecionamento do sistema, ou seja, os reservatórios são esvaziados de acordo com a seguinte regra linear:

$$x_i(\alpha) = (1 - \alpha) x_i^0 \quad \forall i$$

onde  $\alpha$  é um parametro que varia de 0 até 1 e  $x_i^0$  é o volume útil do reservatório  $i$  no início do deplecionamento. A figura 3.5 representa a trajetória de esvaziamento dos reservatórios de um sistema com 3 usinas.

Para calcularmos a energia armazenada através desta regra linear de deplecionamento, podemos começar com a definição da *produtividade*  $\rho$  de uma usina  $i$  no intervalo  $t$  como o produto da constante da usina  $k_i$  pela sua *queda efetiva*  $Q_i^{ef}(\cdot)$ :

$$\rho_{it} = k_i Q_i^{ef}(x_{it})$$

A queda efetiva é uma função do volume de água armazenado no reservatório e representa uma queda média quando o volume  $x_{it}$  do reservatório diminui até o seu mínimo. Esta queda depende da cota de montante e jusante da usina, além da perda de carga que é dada em metros. A cota de jusante e a perda de carga são consideradas constantes enquanto a cota de montante é calculada através de uma integração do polinômio cotaXvolume  $\phi_i(\cdot)$ :

$$Q_i^{ef}(x_{it}) = \left[ \frac{1}{x_{it} - x_i} \int_{x_i}^{x_{it}} \phi_i(x) dx \right] - \gamma_i$$

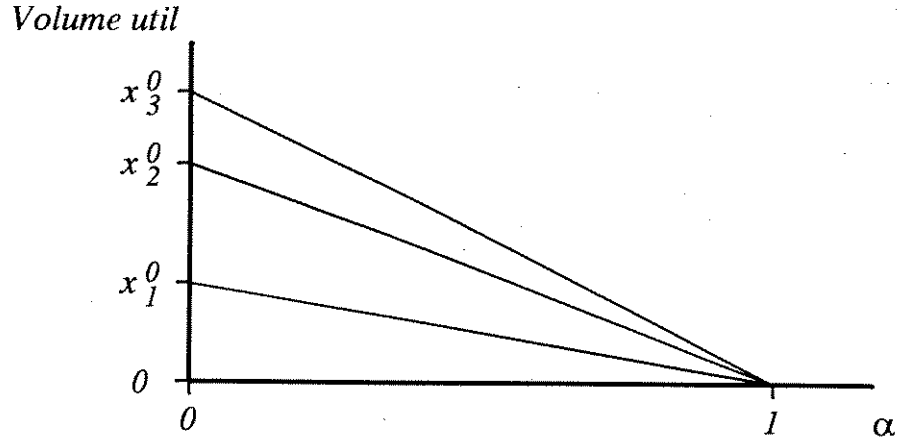


Figura 3.5: Regra linear de deplecionamento dos reservatórios de um sistema com três usinas hidroeétricas.

onde  $\underline{x}_i$  representa o volume mínimo do reservatório da usina  $i$  e  $\gamma_i$  representa a cota média do canal de fuga e a perda de carga da usina  $i$ .

Conhecida a produtividade de cada usina do sistema, podemos calcular a *produtividade acumulada*  $\bar{\rho}_{it}$ . Este termo equivale ao somatório da produtividade da usina  $i$  e de todas as usinas a jusante na cascata:

$$\bar{\rho}_{it} = \rho_{it} + \sum_{j \in \Phi_i} \rho_{jt}$$

onde  $\Phi_i$  é o conjunto de todas as usinas a jusante da usina  $i$ .

Desta forma, a energia armazenada no sistema no final do horizonte de médio prazo  $E_T$  é dado por:

$$E_T = \sum_{i=1}^N \bar{\rho}_{iT} (x_{iT} - \underline{x}_i)$$

onde  $N$  é o número total de usinas do sistema e  $T$  o intervalo no final do horizonte de médio prazo.

Finalmente, a parcela que representa o custo esperado futuro de operação é dado por:

$$\alpha = \Upsilon(E_T)$$

onde a função  $\Upsilon(.)$  é obtida pelo planejamento de longo prazo e representa o custo esperado futuro de operação.

Como os estudos para o levantamento desta curva não foram concluídos, o modelo que está sendo descrito neste trabalho não considera esta parcela da função objetivo. Uma maneira alternativa de assegurar uma boa solução para o planejamento da operação energética é fixar o final do horizonte de médio prazo sempre no início do período seco<sup>1</sup> e fixar o volume final de todos os reservatórios a 100% do volume útil. Este critério heurístico foi concluído depois de observado que independente da hidrologia, na solução ótima, os reservatórios estão quase sempre cheios no início dos períodos secos. Esta mesma observação foi obtida em [15] e [19]. Esta aproximação da solução ótima é obtida através da restrição:

$$x_{iT} \geq \underline{x}_{iT} \quad \forall i$$

onde  $\underline{x}_{iT}$  é o volume mínimo do reservatório  $i$  no final do horizonte  $T$ . Esta restrição pode ser usada em conjunto com o custo esperado futuro de operação para assegurar o volume final dos reservatórios dentro de faixas operativas aceitáveis.

Em resumo, a função objetivo equivale ao somatório do custo de operação em todos os intervalos do horizonte de planejamento e do custo esperado futuro de operação. Como a etapa de médio prazo abrange um horizonte de alguns meses, é necessário acrescentar ao modelo uma *taxa de desconto*  $\beta$  que converte o custo de cada intervalo  $t$  em seu valor presente. Este parâmetro deve ser definido em função da taxa de juros adotada pelo sistema. Desta forma, o objetivo do planejamento é minimizar o valor presente do custo de operação do sistema, ou seja:

$$\min \left\{ \sum_{t=1}^T \frac{1}{(1+\beta)^t} \Psi(D_t - H_t) + \frac{1}{(1+\beta)^T} \Upsilon(E_T) \right\}$$

O custo marginal de operação do sistema é crescente em relação à complementação não hidráulica. Ele representa o valor que o sistema atribui ao *megawatt* num dado ponto de operação. Por isso, o desequilíbrio de custo marginal entre os intervalos do horizonte de planejamento significa que alguns atribuem valores elevados à energia enquanto outros atribuem valores baixos. Isto é, nos intervalos com custos marginais elevados, a energia é super valorizada em relação aqueles com custos marginais baixos. Assim, se supormos

<sup>1</sup>No sistema sudeste brasileiro, o período seco inicia-se em maio

uma situação na qual os intervalos pudessem transferir energia entre eles, haveriam trocas até que os custos marginais se igualassem ou se esgotasse a capacidade de troca entre eles. Esta suposição é válida se considerarmos que os reservatórios tem uma capacidade limitada de transferir água que pode ser convertida em energia.

Esta tendência de equilibrar os custos marginais nos vários intervalos se estende ao planejamento de curto prazo. Nesta etapa, a geração hidráulica deve acompanhar a variação da carga no decorrer do dia, ou mesmo da semana. Isto é uma forma de manter a complementação não hidráulica constante e, conseqüentemente, o custo marginal. Procurando viabilizar a operação do sistema com as térmicas na base (figura 3.6), foi acrescentada ao modelo uma restrição que garante a capacidade do sistema atender a demanda de ponta mantendo constante a complementação não hidráulica ao longo do intervalo.

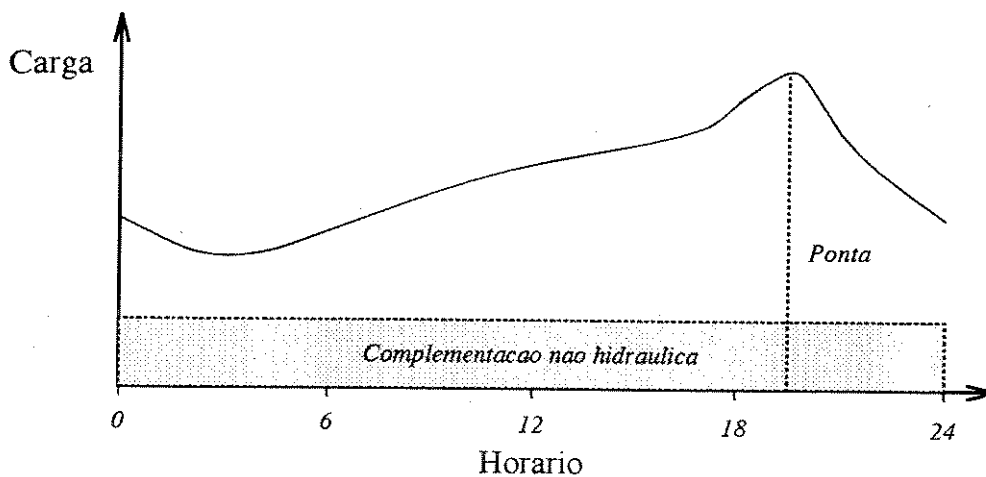


Figura 3.6: Curva de carga no decorrer do dia

Assim, no horário de maior consumo de energia (horário de ponta), a capacidade máxima de geração das usinas hidroelétricas somada a complementação não hidráulica do intervalo deve ser maior ou igual a carga. Fazendo-se  $G_t = D_t - H_t$  a complementação não hidráulica, onde  $D_t$  é a demanda de energia e  $H_t$  é a geração de todas as usinas hidroelétricas do sistema no intervalo  $t$ , temos:

$$H_t^{max} + G_t \geq \frac{D_t}{f_t} \quad \forall t \quad (3.2)$$

onde  $H_t^{max}$  e  $f_t$  são, respectivamente, a capacidade máxima de geração das usinas hidroelétricas e o fator de carga do sistema no intervalo  $t$ . Como a capacidade máxima de geração das usinas hidroelétricas do sistema ocorre quando todas operam com o turbinamento máximo, temos:

$$H_t^{max} = \sum_{i=1}^N K_i (\phi_i(x_{it}) - \theta_i(q_i^{max}) - pc_i) q_i^{max} \quad \forall t$$

Substituindo a complementação não hidráulica  $G_t = D_t - H_t$  na equação 3.2, podemos escrever esta restrição como:

$$D_t \left( \frac{1}{f_t} - 1 \right) - (H_t^{max} - H_t) \leq 0 \quad \forall t \quad (3.3)$$

Pelo fato da equação 3.3 ser não linear e a solução do problema ser obtida por um algoritmo de fluxo em rede, esta restrição é atendida através de uma função de penalização quadrática que foi incorporada a função objetivo:

$$P_t = \xi \max\{0, [(D_t(\frac{1}{f_t} - 1) - (H_t^{max} - H_t))]\}^2 \quad \forall t$$

Para finalizar, temos as restrições de balanço de água nos reservatórios e limites máximos e mínimos de volume e defluência. A equação de balanço de água é dada por:

$$- \sum_{k \in \Omega_i} u_{k,t} - x_{i,t-1} + u_{it} + x_{it} = y_{it} \quad \forall (i, t)$$

onde  $\Omega_i$  é o conjunto de todas as usinas imediatamente a montante da usina  $i$ , e  $x_{it}$ ,  $u_{it}$ ,  $y_{it}$  são, respectivamente, o volume armazenado no reservatório  $i$  no final do intervalo  $t$ , a defluência e a vazão incremental da usina  $i$  no intervalo  $t$ . A *vazão incremental* é a água afluyente ao rio entre a usina  $i$  e as usinas  $k \in \Omega_i$ . Esta vazão é chamada de *vazão não controlada* ou *vazão lateral* e é obtida por modelos de previsão.

Desta forma, a formulação completa do problema de otimização do planejamento de médio prazo da operação de sistemas hidrotérmicos se resume em:

$$\min \quad \sum_{t=1}^T \left[ \frac{1}{(1+\beta)^t} \Psi(D_t - H_t) + P_t \right] + \frac{1}{(1+\beta)^T} \Upsilon(E_T) \quad (3.4)$$

$$H_t = \sum_{i=1}^N K_i (\phi_i(x_{it}) - \theta_i(u_{it}) - pc_i) \min\{u_{it}, q_i^{max}\} \quad \forall t \quad (3.5)$$

$$H_t^{max} = \sum_{i=1}^N K_i (\phi_i(x_{it}) - \theta_i(q_i^{max}) - pc_i) q_i^{max} \quad \forall t \quad (3.6)$$

$$P_t = \xi \max\{0, [(D_t(\frac{1}{f_t} - 1) - (H_t^{max} - H_t))]\}^2 \quad \forall t \quad (3.7)$$

$$Q_i^{ef}(x_{iT}) = \left[ \frac{1}{x_{iT} - \underline{x}_i} \int_{\underline{x}_i}^{x_{iT}} \phi_i(x) dx \right] - \gamma_i \quad \forall i \quad (3.8)$$

$$\rho_{iT} = k_i Q_i^{ef}(x_{iT}) \quad \forall i \quad (3.9)$$

$$\bar{\rho}_{iT} = \rho_{iT} + \sum_{j \in \Phi_i} \rho_{jT} \quad \forall i \quad (3.10)$$

$$E_T = \sum_{i=1}^N \bar{\rho}_{iT} (x_{iT} - \underline{x}_i) \quad (3.11)$$

$$\text{sa:} \quad -\sum_{k \in \Omega_i} u_{k,t} - x_{i,t-1} + u_{it} + x_{it} = y_{it} \quad \forall(i, t) \quad (3.12)$$

$$\underline{u}_i \leq u_{it} \leq \bar{u}_i \quad \forall(i, t) \quad (3.13)$$

$$\underline{x}_i \leq x_{it} \leq \bar{x}_i \quad \forall(i, t) \quad (3.14)$$

$$x_{iT} \geq \underline{x}_{iT} \quad \forall i$$

$$x_{i,0} \rightarrow \text{dado} \quad \forall i$$

onde:

- $\Psi(\cdot) \rightarrow$  função de custo de atendimento da demanda de energia;
- $P_t(\cdot) \rightarrow$  função de penalização (atendimento dos requisitos de ponta);
- $\Upsilon(\cdot) \rightarrow$  função de custo esperado futuro de operação (acoplamento com o planeja-

mento de longo prazo)<sup>2</sup>;

- $H_t \rightarrow$  geração hidráulica total no intervalo  $t$ ;
- $H_t^{max} \rightarrow$  geração máxima de todas usinas hidroelétricas no intervalo  $t$ ;
- $D_t \rightarrow$  demanda de energia do sistema no intervalo  $t$ ;
- $f_t \rightarrow$  fator de carga: razão entre a demanda de energia e a carga na ponta do intervalo  $t$ ;
- $\xi \rightarrow$  constante positiva da função de penalização no intervalo  $t$ <sup>3</sup>;
- $Q_i^{ef}(\cdot) \rightarrow$  queda efetiva para o cálculo da energia armazenada;
- $\gamma_i \rightarrow$  constante que inclui a cota média do canal de fuga e a perda de carga da usina  $i$ ;
- $\rho_{iT} \rightarrow$  produtividade da usina  $i$  no final do horizonte de planejamento  $T$ ;
- $\bar{\rho}_{iT} \rightarrow$  produtividade acumulada da usina  $i$  no final do horizonte de planejamento  $T$ ;
- $\Phi_i \rightarrow$  conjunto de todas as usinas a jusante da usina  $i$ ;
- $E_T \rightarrow$  energia armazenada no sistema no final do horizonte de planejamento  $T$ ;
- $\beta \rightarrow$  taxa de desconto adotada no sistema.
- $x_{it}$  e  $u_{it} \rightarrow$  volume e defluência da usina  $i$  no intervalo  $t$ ;
- $k_i \rightarrow$  constante da usina que inclui: rendimento turbina-gerador, aceleração da gravidade, densidade da água e fatores de conversão;
- $\Omega_i \rightarrow$  conjunto das usinas imediatamente a montante da usina  $i$ .
- $\phi_i(\cdot) \rightarrow$  nível de montante da usina (polinômio de quarta ordem);
- $\theta_i(\cdot) \rightarrow$  nível de jusante da usina (polinômio de quarta ordem);
- $\underline{u}_i$  e  $\bar{u}_i \rightarrow$  defluências mínima e máxima da usina  $i$ ;
- $\underline{x}_i$  e  $\bar{x}_i \rightarrow$  volumes mínimo e máximo da usina  $i$ ;
- $\underline{x}_{iT} \rightarrow$  volume mínimo do reservatório da usina  $i$  no final do horizonte de planejamento  $T$ .

---

<sup>2</sup>Esta parcela da função objetivo não foi implementada.

<sup>3</sup>O aumento gradual de  $\xi$  factibiliza a restrição de atendimento da demanda de ponta quando esta estiver sendo violada.

Uma das características deste sistema é a não separabilidade espacial da função objetivo. A interação econômica entre as variáveis das usinas em cada intervalo impede que estas sejam consideradas independentemente. Cada *watt* que deixa de ser gerado por uma hidroelétrica deve ser gerado a um custo igual ao custo marginal de operação do sistema que é dado pela complementação não hidráulica. Como este custo marginal não é constante e depende da geração hidráulica total, o custo de um *watt* que deixa de ser gerado por uma hidroelétrica, depende do total gerado por todas as usinas naquele intervalo. Esta interação econômica entre a operação das usinas hidroelétricas no mesmo intervalo caracteriza a não separabilidade espacial da função objetivo. Entretanto, esta interação não existe entre os intervalos porque o custo total é dado pela somatória do custo de cada intervalo do horizonte de planejamento. Esta característica torna a função aditivamente separável no tempo.

## Capítulo 4

### Fluxo em Rede Não Linear

O objetivo deste capítulo é mostrar como um sistema hidroelétrico pode ser representado por um problema de fluxo em rede e os métodos que foram implementados e testados na solução do modelo para o planejamento de médio prazo da operação. A formulação do modelo foi apresentada na seção 3.4.

A decisão de usar fluxo em redes é justificada, principalmente, pela eficiência dos algoritmos. Outro fator importante é a estrutura da rede que representa o sistema ter algumas características que facilitam a implementação destes algoritmos. Esta rede será denominada *rede hidráulica* e suas características serão mencionadas mais adiante. A escolha dos métodos de primeira e segunda ordem teve a finalidade de comparar suas eficiências durante o processo iterativo. O método de Newton Truncado foi escolhido devido a estrutura tri-diagonal da matriz hessiana do problema, o que melhora a eficiência do cálculo da direção de Newton. A estrutura da matriz hessiana será mostrada mais adiante.

Foram implementados dois métodos de busca unidimensional, um que usa e outro que não usa informações da derivada direcional da função objetivo. Para evitar os problemas de convergência causados pelos pontos de não diferenciabilidade da função foi utilizada uma técnica que possibilita o uso de buscas mais eficientes.

## 4.1 A Rede Hidráulica

O problema do planejamento da operação de médio prazo de um sistema hidrotérmico pode ser representado por um modelo de fluxo em rede. A formulação mais adequada ao problema utiliza fluxo em rede não linear com arcos capacitados. Cada nó desta rede representa uma usina hidroelétrica num intervalo de tempo. Os arcos representam o volume de água armazenado nos reservatórios e a defluência das usinas nos vários intervalos. Desta forma, a vazão incremental de cada usina nos intervalos de tempo fecha o balanço de água dado pela equação 3.12 (figura 4.1).

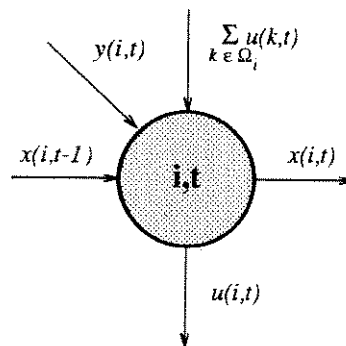


Figura 4.1: Representação do balanço de água dos nós

Uma cascata pode ser representada por uma rede que será denominada rede básica (figura 4.2). A repetição desta rede nos vários intervalos do horizonte de planejamento representa a rede hidráulica. As variáveis de volume das *usinas com reservatório* são responsáveis pelas transferências de água entre os períodos, por isso estes arcos são denominados: *arcos de ligação* [6]. As usinas nos quais os reservatórios não têm capacidade de regulação mensal (semanal), ou seja, transferir água entre os períodos, são consideradas *usinas a fio d'água*. Nestas usinas, toda água que chega é turbinada ou vertida mantendo o volume armazenado constante, por isso, seus arcos de volume não são representados na rede. Em [2], o autor denominou esta rede de *arborescência expandida no tempo*, onde o nó sumidouro representa o fim do aproveitamento dos recursos hídricos. A estrutura da rede hidráulica do sistema da figura 4.2 com um horizonte de  $T$ -intervalos de tempo é representada pela figura 4.3.

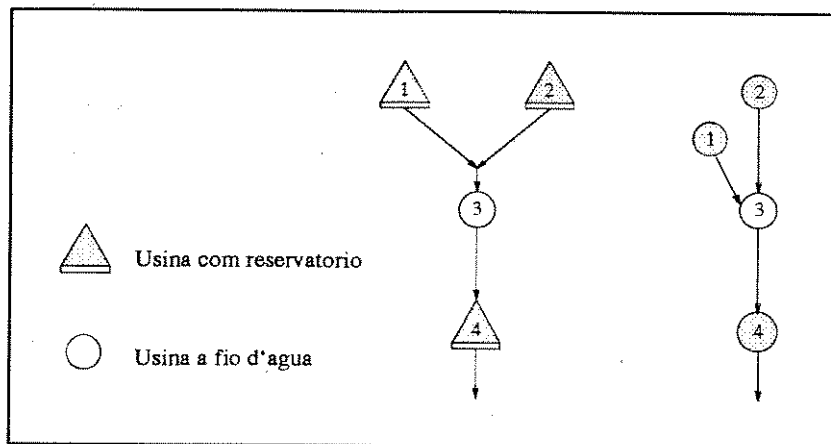


Figura 4.2: Representação da rede básica associada a uma cascata com 4 usinas

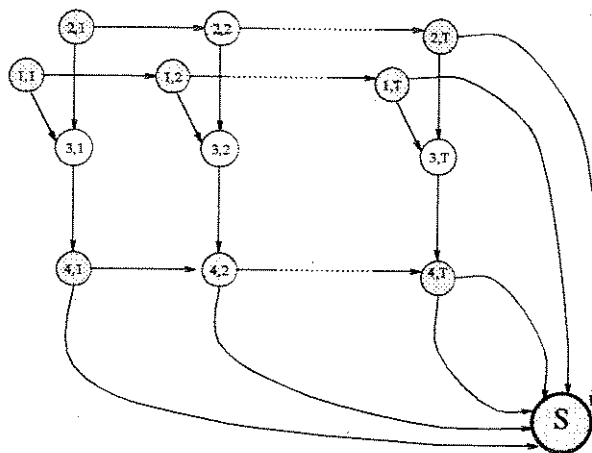


Figura 4.3: Representação da rede para um sistema com 4 usinas e um horizonte de  $T$ -intervalos de tempo.

Neste trabalho, está sendo considerado apenas a estrutura topológica usual do sistema, ou seja, cada usina possui apenas uma usina a jusante <sup>1</sup>. Desta forma, de cada nó da rede, saem no máximo dois arcos: um de defluência e outro de volume <sup>2</sup>. Esta estrutura particular será explorada no algoritmo afim de facilitar a definição de bases e ciclos.

---

<sup>1</sup>O programa pode ser generalizado para sistemas com mais de uma usina a jusante.

<sup>2</sup>Dos nós que representam usinas a fio d'agua sai apenas o nó de defluência.

## 4.2 Problema de Fluxo em Rede

A formulação de um problema de fluxo em rede não linear com arcos capacitados é dada por:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \min & f(x) \\ \text{sa:} & Ax = b \\ & \underline{x} \leq x \leq \bar{x} \end{array} \right. \quad (4.1)$$

A matriz  $A$  é denominada matriz de incidência. Cada coluna desta matriz corresponde a um arco e cada linha a um nó da rede. Os únicos elementos nas colunas diferentes de zero são  $+1$  na linha correspondente ao *nó origem* do arco e  $-1$  na linha correspondente ao *nó destino*. O vetor  $b$  corresponde ao fluxo injetado ou a demanda associada a cada nó da rede. A segunda restrição do problema corresponde a canalização das variáveis.

Os algoritmos de otimização se resumem em:

### Algoritmo A1:

#### INÍCIO

Obtenção de uma solução inicial factível:  $x_0$ ;

Faça:  $k = 0$ ;

Enquanto (*não convergir*) faça:

*Cálculo de uma direção factível*<sup>3</sup>  $d_k$  tal que:  $\nabla f(x) d_k < 0$ ;

*Busca Unidimensional*:  $\alpha^* = \arg \min_{\alpha} \{ f(x_k + \alpha d_k) : \alpha \geq 0 \}$ ;

$x_{k+1} = x_k + \alpha^* d_k$ ;

Faça:  $k = k + 1$ ;

fim do *enquanto*

FIM.

---

<sup>3</sup> $d_k$  será uma direção factível se:  $\exists \delta > 0$  tal que:  $x^{k+1} = x^k + \alpha d^k$  seja factível para todo  $0 < \alpha < \delta$

Os métodos para solução dos problemas de fluxo em redes se dividem em *métodos de primeira e segunda ordem* de acordo com as informações utilizadas no cálculo da direção. Os de primeira ordem utilizam informações apenas do gradiente da função objetivo. Os de segunda ordem utilizam o gradiente e a hessiana da função objetivo.

Outra característica dos métodos é a divisão entre *primais* e *duais*. Os métodos primais partem de uma solução factível e mantêm a factibilidade até o final do processo iterativo. Os métodos duais, ao contrário dos primais, partem de uma solução infactível e convergem para uma solução ótima factível.

Neste trabalho, foram implementados e testados algoritmos primais de primeira e segunda ordem. Os métodos foram implementado e testados em estações de trabalho *SUN* e linguagem *C*.

### 4.3 Metodologia de Solução

As publicações mais recentes na área de fluxo em rede [2]–[10] obtêm a solução do problema 4.1 dividindo as colunas da matriz de incidência em:

$$A = (B \ S \ N)$$

Os arcos correspondentes as colunas da matriz  $B$  formam uma *base* que corresponde a uma árvore para problemas de fluxo em redes.  $S$  corresponde aos arcos *superbásicos*, isto é, estão fora da base, mas podem variar entre os limites de canalização. Já as colunas da matriz  $N$  correspondem aos arcos *não básicos* e devem permanecer fixos. A mesma partição é feita em relação a  $x$  e  $d$ :

$$x = [x_B \ x_S \ x_N]$$

$$d = [d_B \ d_S \ d_N]$$

A partição das variáveis em básicas, superbásicas e não básicas depende de estratégias e critérios definidos nos algoritmos. Normalmente, procura-se definir  $B$  como uma *base máxima*, isto é, uma base representada pelo máximo de arcos fora dos limites de canalização afim de evitar degenerescências. Em [9], os autores mostram que ao se definir a base com o máximo de arcos fora dos limites (base máxima), a possibilidade de se obter *direções factíveis* aumenta. Os conjuntos superbásicos são formados preferencialmente por arcos fora dos limites, enquanto os não básicos são formados por arcos nos limites.

Nos métodos primais, todos os passos na direção  $d_k$  devem gerar soluções factíveis, ou seja, a cada iteração:

$$x^{k+1} = x^k + \alpha d^k \quad (4.2)$$

deve ser uma solução factível, isto é:

$$A x^{k+1} = b \quad (4.3)$$

$$\underline{x} \leq x^{k+1} \leq \bar{x} \quad (4.4)$$

Substituindo a equação 4.2 na equação 4.3:

$$A(x^k + \alpha d^k) = b$$

$$A x^k + \alpha A d^k = b$$

como  $A x^k = b$ , temos:

$$A d^k = 0 \quad (4.5)$$

ou seja, a direção  $d^k$  deve satisfazer a equação 4.5

Voltando-se a partição das variáveis, a equação 4.5 pode ser escrita como:

$$B d_B^k + S d_S^k + N d_N^k = 0 \quad (4.6)$$

A direção  $d_S^k$  é calculada de modo a minimizar a função objetivo através de um problema de otimização irrestrito reduzido ao espaço das variáveis superbásicas. O cálculo desta direção será explicado nas seções 4.3.1 e 4.3.2. A direção  $d_B^k$  é usada para factibilizar a solução, ou seja, satisfazer a equação 4.6 e  $d_N^k$  é fixada em zero. Desta forma, temos:

$$\begin{cases} d_B^k = -B^{-1} S d_S^k \\ d_N^k = 0 \end{cases} \quad (4.7)$$

De acordo com as equações 4.7, a direção  $d^k$  pode ser definida por:

$$d^k = Z d_S^k \quad (4.8)$$

onde:

$$Z = \begin{pmatrix} -B^{-1} S \\ I \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

Observe que  $d_B^k$  é função de  $d_S^k$  e foi obtida da equação 4.6 com a finalidade de factibilizar a direção  $d^k$ .

A matriz  $Z$  possui o número de linhas igual ao número de arcos da rede. As linhas correspondem aos arcos básicos, superbásicos e não básicos respectivamente. O número de colunas é igual ao número de arcos superbásicos e cada coluna representa o ciclo formado ao se introduzir o arco superbásico referente àquela coluna na base, ou seja, na árvore geradora. As colunas da matriz  $Z$  serão preenchidas com 0, +1 e -1. Estas colunas irão indicar quais os arcos que participam do ciclo e o sentido do fluxo ao se introduzir na árvore o arco superbásico correspondente àquela coluna. Para cada coluna, os arcos das linhas da matriz correspondentes aos elementos de valor 0 não participam daquele ciclo,

enquanto os arcos correspondentes aos elementos  $+1$  e  $-1$  participam do ciclo com fluxo igual ao fluxo que passa pelo arco superbásico e sentido igual e contrário respectivamente.

A matriz  $Z$  é denominada *matriz de redução de variável*. Este nome foi escolhido porque esta matriz irá reduzir o problema original para o espaço das variáveis superbásicas. Este problema, reduzido ao espaço das variáveis superbásicas, será resolvido como um problema de otimização irrestrito onde será definida uma direção  $d_S^k$ . Os passos seguintes serão a obtenção da direção total  $d^k$  pela equação 4.8 e o tamanho máximo do passo que mantém a factibilidade dada pelas equações 4.3 e 4.4. Calcula-se o passo ótimo através de uma busca unidimensional, verifica-se a convergência e caso o problema não tenha convergido, retorna-se ao início do processo iterativo.

O algoritmo nesta etapa pode ser definido como:

### Algoritmo A2

#### INÍCIO

Obtenção de uma solução inicial factível:  $x_0$ ;

Faça:  $k = 0$ ;

Enquanto (*não convergir*) faça:

Definir uma partição:  $B$ ,  $S$  e  $N$ ;

*Cálculo de uma direção:  $d_S^k$* <sup>4</sup>;

Faça:  $d^k = Z d_S^k$ ;

*Cálculo do passo máximo:  $\alpha_{max}$*

$\alpha^* = \arg \min_{\alpha} \{ f(x_k + \alpha d^k) : 0 \leq \alpha \leq \alpha_{max} \}$ ;

$x_{k+1} = x_k + \alpha^* d^k$ ;

Faça:  $k = k + 1$ ;

---

<sup>4</sup>O cálculo da direção  $d_S^k$  será um problema de otimização irrestrito no espaço das variáveis superbásicas

fim do *enquanto*

FIM.

A seguir serão apresentados dois métodos para cálculo da direção  $d_S^k$ : *Gradiente Reduzido* e *Newton Truncado*. O método Simplex Convexo não será apresentado por ser uma particularidade do Gradiente Reduzido onde se define uma única variável superbásica por iteração.

### 4.3.1 Gradiente Reduzido

O método Gradiente Reduzido é um método primal de primeira ordem que utiliza o conceito de variável superbásica. Os passos do algoritmo são basicamente os descritos no *algoritmo A2* onde a direção  $d_S^k$  é obtida através de uma aproximação de primeira ordem da função objetivo por Série de Taylor:

$$f(x) \sim h(x)$$

$$h(x) = f(x^k) + \nabla f(x^k) (x - x^k) \quad (4.10)$$

onde  $\nabla f(x^k)$  é vetor gradiente da função objetivo no ponto  $x^k$ . Fazendo-se  $d^k = (x - x^k)$ , e pela equação 4.8, a equação 4.10 pode ser escrita como:

$$h(d_S^k) = f(x^k) + \nabla f(x^k) Z d_S^k$$

definindo-se:  $g_S^t(x^k) = \nabla f(x^k) Z \rightarrow$  gradiente reduzido, temos:

$$h(d_S^k) = f(x^k) + g_S^t(x^k) d_S^k \quad (4.11)$$

A direção  $d_S^k$  será definida como a direção de maior decréscimo da função  $h(d_S^k)$ . Isto equivale a direção de maior decréscimo da função objetivo reduzida ao espaço das variáveis superbásicas, ou seja:

$$d_S^k = -\nabla^t h(d_S^k)$$

como  $\nabla^t h(d_S^k) = g_S(x^k)$ , temos:

$$d_S^k = -g_S(x^k) \quad (4.12)$$

A convergência dos métodos de primeira ordem é muito boa para pontos longe do ótimo. A medida que a solução vai se aproximando do ótimo, a convergência vai perdendo eficiência. O método Gradiente Reduzido, além de extremamente simples, assegura a convergência do algoritmo, pois a direção será sempre uma direção de melhoria da função objetivo. Por outro lado, o método esbarra na sua ineficiência nas vizinhanças do ponto ótimo, onde a convergência é extremamente lenta.

### 4.3.2 Newton Truncado

O método de Newton Truncado é um método primal de segunda ordem que procura aproximar  $d_S^k$  da direção de Newton [11]. O conceito de partição de variáveis em: básicas, superbásicas e não básicas será muito importante neste método ao se tratar de problemas de grande porte [7].

No método de Newton, a função  $h(x)$  é obtida por aproximação de segunda ordem da função objetivo por Série de Taylor:

$$h(x) = f(x^k) + \nabla f(x^k)(x - x^k) + \frac{1}{2}(x - x^k)^t G(x^k)(x - x^k)$$

onde  $\nabla f(x^k)$  e  $G(x^k)$  são o vetor gradiente e a matriz hessiana da função objetivo no ponto  $x^k$ . Fazendo-se  $d^k = (x - x^k)$  e através da equação 4.8, temos:

$$h(d_S^k) = f(x^k) + \nabla f(x^k) Z d_S^k + \frac{1}{2} d_S^{k^t} Z^t G(x^k) Z d_S^k$$

$$\text{Definindo-se: } \begin{cases} g_S^t(x^k) &= \nabla f(x^k) Z &\rightarrow \text{gradiente reduzido} \\ G_S(x^k) &= Z^t G(x^k) Z &\rightarrow \text{hessiana reduzida} \end{cases}$$

temos a equação original definida no espaço das variáveis superbásicas:

$$h(d_S^k) = f(x^k) + g_S^t(x^k) d_S^k + \frac{1}{2} d_S^{k^t} G_S(x^k) d_S^k$$

O mínimo de  $h(d_S^k)$  (supondo-se  $G_S(x^k) > 0$ ) é obtido fazendo-se seu gradiente estacionário:

$$\nabla h(d_S^k) = g_S(x^k) + G_S(x^k) d_S^k = 0$$

ou seja:

$$G_S(x^k) d_S^k = -g_S(x^k) \quad (4.13)$$

A equação 4.13 é denominada *Equação de Newton Reduzida*, porque ela está reduzida ao espaço das variáveis superbásicas. A direção  $d_S^k$ , denominada *direção de Newton*, é obtida resolvendo-se o sistema linear dado pela equação 4.13. O método de Newton Truncado resolve este sistema de equações por Gradiente Conjugado [28], aproximando  $d_S^k$  da direção de Newton.

O método *Gradiente Conjugado* foi desenvolvido para resolver o seguinte problema quadrático ( $Q$  simétrica):

$$\min \quad \Phi(y) = \frac{1}{2} y^t Q y + c^t y \quad (4.14)$$

$$\Rightarrow \nabla \Phi(y^*) = Q y^* + c = 0$$

$$\Rightarrow Q y^* = -c \quad (4.15)$$

ou seja, a solução do problema 4.14 envolve a solução de um sistema de equação dado pela equação 4.15.

Supondo:  $\begin{cases} Q & \rightarrow \text{simétrica e definida positiva} \\ \delta_i Q \delta_j = 0 \forall i, j \text{ tal que: } i \neq j & \rightarrow \text{direções } Q - \text{conjugadas} \end{cases}$

O método gera as direções conjugadas  $\delta_i$  e obtém analiticamente o valor de  $\gamma_i$ . Assim a cada passo, temos:

$$y_{i+1} = y_i + \gamma_i \delta_i$$

Se substituirmos  $Q$  por  $G_S(x^k)$  e  $c$  por  $g_S(x^k)$ , a direção de segunda ordem  $d_S^k$  poderá ser obtida pelo método de Gradiente Conjugado. Isto é, a cada iteração do *Algoritmo A2*, a direção  $d_S^k$  será calculada por um algoritmo iterativo do tipo Gradiente Conjugado onde:

$$\begin{cases} Q = G_S(x^k) \\ c = g_S(x^k) \\ y^* = d_S^k \end{cases}$$

O número de iterações para obter a direção  $d_S^k$  é  $m_G \leq |S|$ , onde  $m_G$  é o número de autovalores distintos da matriz  $G_S(x^k)$  e  $|S|$  é a dimensão de  $G_S(x^k)$ , ou seja, o número de variáveis superbásicas.

No método de Newton Truncado, a direção dada pela equação 4.13 assegura convergência quadrática na vizinhança do ponto ótimo. Como o método de Newton Truncado calcula a direção iterativamente, a precisão deste cálculo deve ser aumentada a medida que a solução se aproxima do ótimo. Uma outra vantagem do método de Newton Truncado é que o sistema dado pela equação 4.13 pode ser resolvido para problemas não convexos

onde  $G_S(x^k)$  é singular ou não definida positiva. Nestes casos, o algoritmo para cálculo de  $d_S^k$  deve ter uma proteção que garanta uma direção de melhoria da função objetivo, isto é:  $g_S^t(x^k) d_S^k \leq 0$ .

No método de Newton Truncado, a cada iteração  $k$  do *algoritmo A2*, é acionada uma rotina de Gradiente Conjugado para cálculo da direção  $d_S^k$ . Esta rotina é basicamente a seguinte [8]:

### Algoritmo A3

Definições:

- $g_S = g_S(x^k) \rightarrow$  gradiente reduzido na iteração  $k$ ;
- $G_S = G_S(x^k) \rightarrow$  hessiana reduzida na iteração  $k$ ;
- $e_l = G_S d_l + g_s \rightarrow$  erro no cálculo da direção;
- $\epsilon_M \rightarrow$  precisão da máquina;
- $\epsilon_1 = \sqrt{\epsilon_M} \rightarrow$  precisão dos cálculos;
- $\tau_1 = 3|S| \rightarrow |S|$  número de arcos superbásicos e  $\tau_1$  o número máximo de iterações <sup>5</sup>;
- $\eta_0 = \min \{ 0.01; \frac{1}{k} \} \rightarrow$  variável usada no critério de parada do algoritmo
- $\eta_I = \max\{\epsilon_1; \min\{\eta_0; \zeta \|g_S^k\|\}\} \rightarrow$  critério de parada do algoritmo <sup>6</sup>;

### INÍCIO

Faça:  $e_0 = g_S$ ;  $d_0 = \delta_0 = 0$ ;  $\beta_0 = 0$ ;

Para  $l$  de 1 até  $\tau_1$  faça:

$$\delta_l = -e_{l-1} + \beta_{l-1} \delta_{l-1};$$

$$q_l = G_S \delta_l;$$

---

<sup>5</sup>Se  $G_S > 0$ , então o algoritmo converge em no máximo  $|S|$  iterações [28].

<sup>6</sup>Note que  $\eta_I$  é decrescente em relação a  $k$  e  $\|g_S^k\|$ , isto é: a medida que a solução se aproxima do ótimo, a precisão do cálculo da direção  $d_S^k$  aumenta.

Se (  $\delta_l^t q_l \leq \epsilon_1 \|\delta_l\|$  ) então:

Se (  $l = 1$  ) então:

$$d_S^k = \delta_l;$$

Senão:

$$d_S^k = d_{l-1};$$

fim se;

*PARE*;

fim se;

$$\gamma_l = \frac{\|e_{l-1}\|}{\delta_l q_l};$$

$$d_l = d_{l-1} + \gamma_l \delta_l;$$

Se (  $l = \tau_1$  ) então:

$$d_S^k = d_l;$$

*PARE*;

fim se;

$$e_l = e_{l-1} + \gamma_l q_l;$$

Se (  $\frac{\|e_l\|}{\|g\|} \leq \eta_l$  ) então:

$$d_S^k = d_l;$$

*PARE*;

fim se;

$$\beta_l = \frac{\|e_l\|}{\|e_{l-1}\|};$$

fim para;

FIM

## 4.4 Busca Unidimensional

A busca unidimensional é um procedimento iterativo para solução do seguinte problema:

$$\begin{cases} \min_{\alpha} & f(x^k + \alpha d^k) \\ \text{sa:} & 0 \leq \alpha \leq \bar{\alpha} \end{cases} \quad (4.16)$$

onde  $f(\cdot)$  é a função objetivo,  $x^k$  é uma solução factível do problema e  $d^k$  é uma direção de melhoria da função. A variável  $\alpha$  é unidimensional e  $\bar{\alpha}$  é o tamanho máximo do passo que mantêm a factibilidade do problema. Desta forma, o problema 4.16 pode ser escrito da seguinte maneira (figura 4.4):

$$\begin{cases} \min_{\alpha} & g(\alpha) \\ \text{sa:} & 0 \leq \alpha \leq \bar{\alpha} \end{cases} \quad (4.17)$$

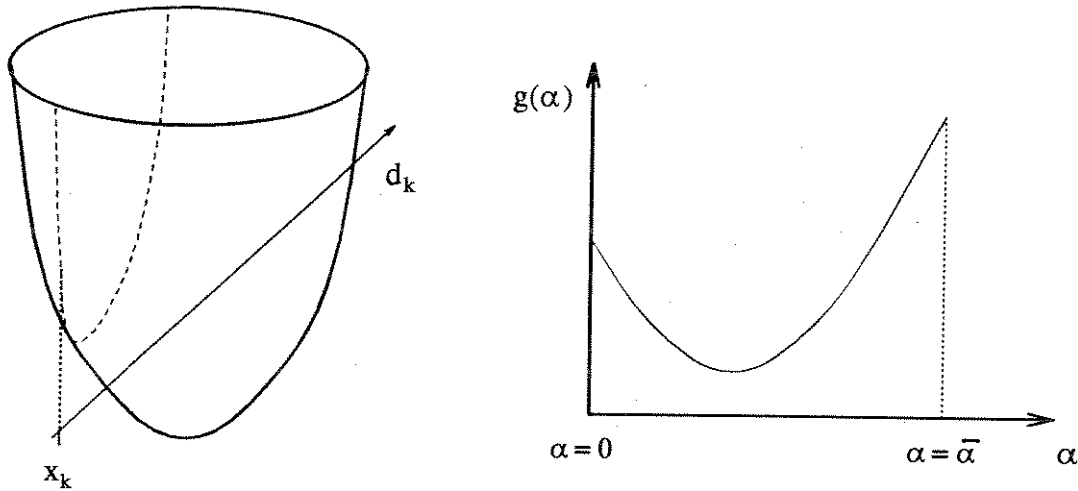


Figura 4.4: Esquema de uma busca unidimensional.

Os métodos de busca se dividem basicamente nos que usam e nos que não usam informações da derivada direcional da função objetivo. Nesta seção, serão apresentados dois métodos de busca, um que usa e outro que não usa informações da derivada. Em seguida, será apresentada uma técnica para buscas que usam derivada em funções com pontos de não diferenciabilidade.

#### 4.4.1 Métodos de Busca

Os métodos que não usam informações da derivada direcional da função objetivo partem de um intervalo de incerteza e vão reduzindo este intervalo a cada iteração. Estes métodos reduzem o intervalo através de avaliações no seu interior. O mínimo da função  $g(\alpha)$  deve permanecer aprisionado dentro do intervalo. Supondo  $\alpha_a$  e  $\alpha_b$  os limites do intervalo, duas avaliações da função são suficientes para reduzir o intervalo de incerteza. Na figura 4.5, o intervalo  $[\alpha_a \alpha_b]$  foi reduzido a  $[\alpha_1 \alpha_b]$  com a avaliação dos pontos  $\alpha_0$  e  $\alpha_1$ . Entre os pontos interiores que forem avaliados, o de menor valor deve permanecer aprisionado no interior do novo intervalo. Este procedimento deve ser repetido até que o

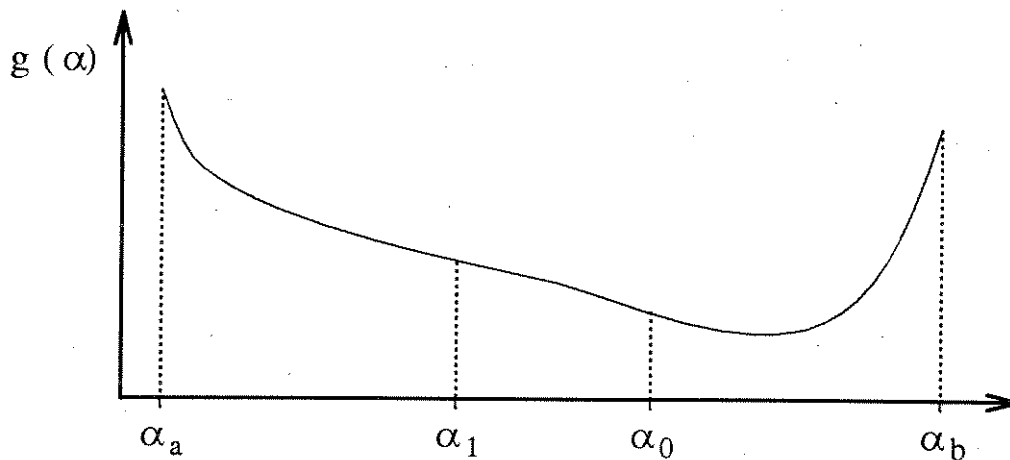


Figura 4.5: Buscas que não usam informações da derivada direcional.

intervalo de incerteza atinja uma tolerância aceitável.

Um dos métodos de busca que foi implementado é chamado *Razão Áurea* [28]. Neste método, a razão da redução do intervalo de incerteza é 0.618 durante todo o processo iterativo. São feitas duas avaliações da função apenas na primeira iteração. A partir da segunda, é introduzida apenas uma avaliação por vez. Isto é possível porque o ponto que permanece aprisionado dentro do intervalo é aproveitado. A figura 4.6 ilustra o próximo passo para minimizar a função da figura 4.5 onde foi introduzido apenas um experimento  $\alpha_2$ . O ponto  $\alpha_1$  foi aproveitado como o outro experimento. Assim, o intervalo  $[\alpha_1 \alpha_b]$  foi reduzido a  $[\alpha_0 \alpha_b]$  e o ponto  $\alpha_2$  será aproveitado para a próxima iteração.

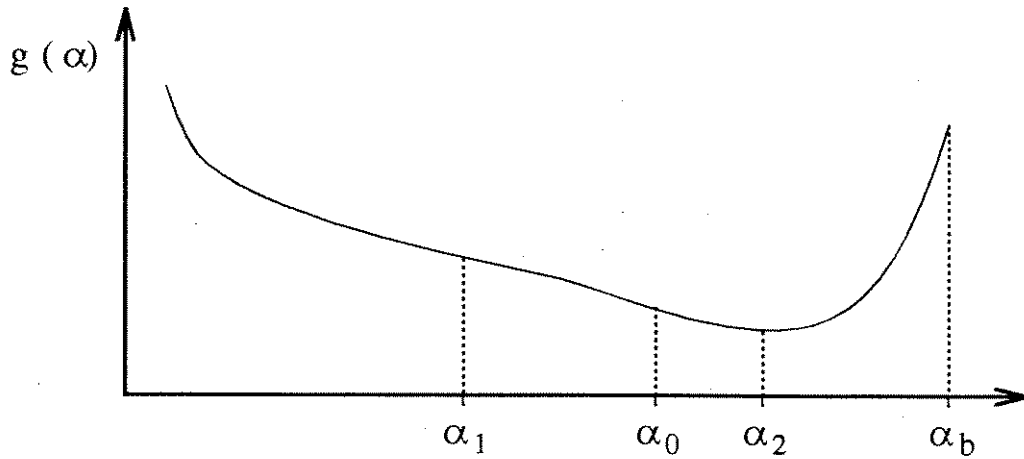


Figura 4.6: Método Razão Áurea.

Os métodos que usam derivada direcional, normalmente aproximam a função  $g(\alpha)$  por uma quadrática baseados em informações da derivada da função. A solução do problema 4.17 pode ser obtida iterativamente calculando-se analiticamente o mínimo da aproximação quadrática da função  $g(\alpha)$ . A cada iteração é feita uma aproximação e calculado um novo mínimo para esta função, até que se obtenha uma solução que satisfaça os critérios de tolerância.

A outra busca implementada utiliza informações da derivada direcional e é chamada *Falsa Posição* [28]. A derivada da função em dois pontos é suficiente para aproximá-la por uma quadrática. Como uma função quadrática tem derivada linear e o mínimo está localizado no ponto de derivada zero, podemos calcular o mínimo da aproximação quadrática por semelhança de triângulos. Para ilustrar este cálculo observe a figura 4.7 onde estão plotados os gráficos da derivada direcional da função e da sua aproximação quadrática. O mínimo da aproximação quadrática é obtido por semelhança de triângulos:

$$\frac{\alpha_1 - \alpha_0}{g'(\alpha_1) - g'(\alpha_0)} = \frac{\alpha_2 - \alpha_0}{-g'(\alpha_0)} \quad (4.18)$$

Através da equação 4.18, temos:

$$\alpha_2 = \alpha_0 - g'(\alpha_0) \frac{\alpha_1 - \alpha_0}{g'(\alpha_1) - g'(\alpha_0)}$$

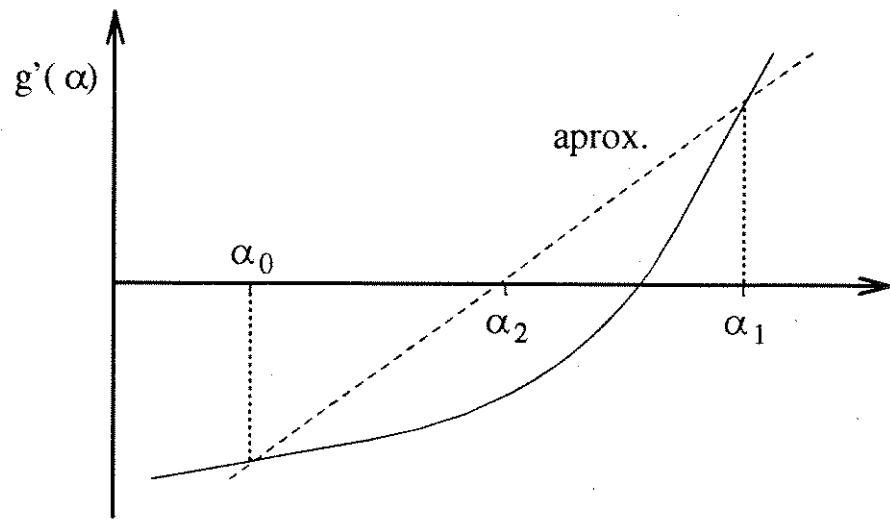


Figura 4.7: Método Falsa Posição.

Supondo  $[0 \ \bar{\alpha}]$  o intervalo inicial de busca, ou seja,  $\alpha_0 = 0$  e  $\alpha_1 = \bar{\alpha}$ , a solução do problema pode ser resolvida iterativamente da seguinte maneira:

$$\alpha_{i+1} = \alpha_{i-1} - g'(\alpha_{i-1}) \frac{\alpha_i - \alpha_{i-1}}{g'(\alpha_i) - g'(\alpha_{i-1})}$$

A convergência deste método é garantida quando a função objetivo for bem aproximada por uma quadrática. Quanto melhor a aproximação, melhor a convergência.

#### 4.4.2 Busca em Funções com Quinas

A função objetivo do modelo de planejamento de médio prazo de sistemas hidrotérmicos têm pontos de não diferenciabilidade. Estes pontos formam quinas na função  $g(\alpha)$  definida no problema 4.17. Elas ocorrem quando o arco de defluência de alguma usina está com o fluxo igual ao engolimento máximo das turbinas. Antes deste ponto, toda água liberada pela usina é turbinada produzindo energia para o sistema. A partir daí, o excesso de água é vertido enquanto a turbinagem permanece constante e a cota do canal de fuga se eleva. O efeito do vertimento na função de geração das usinas pode ser visto no gráfico da figura 2.4. O efeito desta quina na função objetivo causa problemas na busca por Falsa Posição, por isso foi implementada uma técnica que viabiliza o uso desta busca.

Outro fator causador de quinas na função objetivo é a descontinuidade da função de custo marginal de operação do sistema <sup>7</sup>. Quando ocorrer grandes saltos entre os patamares de custo marginal definidos pelas classes térmicas, a busca por Falsa Posição pode não convergir. Neste caso, a técnica para viabilizar a busca por Falsa Posição é dificultada devido a não separabilidade espacial do problema. A solução é utilizar a busca por Razão Áurea que exige apenas a monotonicidade da função.

A função  $g(\alpha)$  deste problema se aproxima muito bem de funções quadráticas se considerarmos os intervalos entre as quinas. Por isto, o método Falsa Posição é muito eficiente quando não houver nenhuma quina dentro do intervalo de busca. A estratégia utilizada na busca é definir o intervalo de incerteza entre duas quinas ou entre os limites de canalização dos arcos. O tamanho do passo, definido por  $\bar{\alpha}$ , deve ser tal que nenhum arco viole o limite máximo e mínimo ou que algum arco de defluência pertencente ao ciclo alcance o ponto de engolimento máximo da usina. Supondo  $d_x^k$  e  $d_u^k$  as componentes em relação ao volume e a defluência da direção  $d^k$ ;  $x$  e  $u$  os arcos de volume e defluência;  $\underline{x}$ ,  $\bar{x}$ ,  $\underline{u}$  e  $\bar{u}$  os limites de canalização dos arcos; e  $(i, t)$  o nó correspondente a usina  $i$  e o intervalo  $t$ , a definição de  $\bar{\alpha}$  deve primeiro garantir a factibilidade da solução, ou seja, nenhum arco pode

---

<sup>7</sup>Esta curva foi definida na seção 2.2.

ultrapassar os limites de canalização:

$$\forall(it) \text{ Se } \begin{cases} d_{x_{it}}^k > 0 & \text{então: } \alpha_{>}^x = \min \left\{ \frac{\bar{x}_{it} - x_{it}}{d_{x_{it}}^k} \right\} \\ d_{x_{it}}^k < 0 & \text{então: } \alpha_{<}^x = \min \left\{ \frac{x_{it} - \bar{x}_{it}}{-d_{x_{it}}^k} \right\} \\ d_{u_{it}}^k > 0 & \text{então: } \alpha_{>}^u = \min \left\{ \frac{\bar{u}_{it} - u_{it}}{d_{u_{it}}^k} \right\} \\ d_{u_{it}}^k < 0 & \text{então: } \alpha_{<}^u = \min \left\{ \frac{u_{it} - \bar{u}_{it}}{-d_{u_{it}}^k} \right\} \end{cases}$$

$$\alpha^1 = \min \{ \alpha_{>}^x, \alpha_{<}^x, \alpha_{>}^u, \alpha_{<}^u \}$$

Outra garantia é a ausência de quinas dentro do intervalo de incerteza. Supondo  $q_i^{max}$  o engolimento máximo da usina  $i$ , temos:

$$\forall(it) \text{ Se } \begin{cases} d_{u_{it}}^k > 0 & \text{e } u_{it} < q_i^{max} \\ & \text{ou} \\ d_{u_{it}}^k < 0 & \text{e } u_{it} > q_i^{max} \end{cases} \quad \text{então: } \alpha^2 = \min \left\{ \frac{q_i^{max} - u_{it}}{d_{u_{it}}^k} \right\}$$

Assim, o tamanho do passo é definido por:

$$\bar{\alpha} = \min \{ \alpha^1, \alpha^2 \}$$

Se  $\bar{\alpha} = \alpha^1$ , então  $\bar{\alpha}$  é o tamanho máximo do passo. Isto é,  $\alpha > \bar{\alpha}$  torna a solução infactível. Porém, se  $\bar{\alpha} = \alpha^2$ , pode existir outras soluções factíveis para  $\alpha > \bar{\alpha}$ , pois  $\alpha^2$  equivale a uma quina da função  $g(\alpha)$  e não a um limite de factibilidade da função. No primeiro caso, basta executar uma busca unidimensional dentro do intervalo. Já no segundo, é necessário fazer um estudo da derivada a esquerda e a direita do ponto  $\alpha^2$  para identificar se o ótimo unidimensional está dentro do intervalo, no próprio ponto, ou a direita do ponto.

O estudo da derivada direcional a direita e a esquerda da quina tem o objetivo de identificar de qual lado da quina o ótimo unidimensional está localizado. Podem ocorrer as três situações ilustradas nos gráficos <sup>8</sup> da figura 4.8.

No primeiro, a derivada direcional à esquerda e à direita têm valor negativo. Por isso, pode-se afirmar que a direção  $d^k$  ainda é uma direção de melhoria da função e o

<sup>8</sup>Estas curvas ilustram o perfil da função objetivo de um sistema formado por quatro usinas no Rio Paranaíba: Emborcação, Itumbiara, Cachoeira Dourada e São Simão.

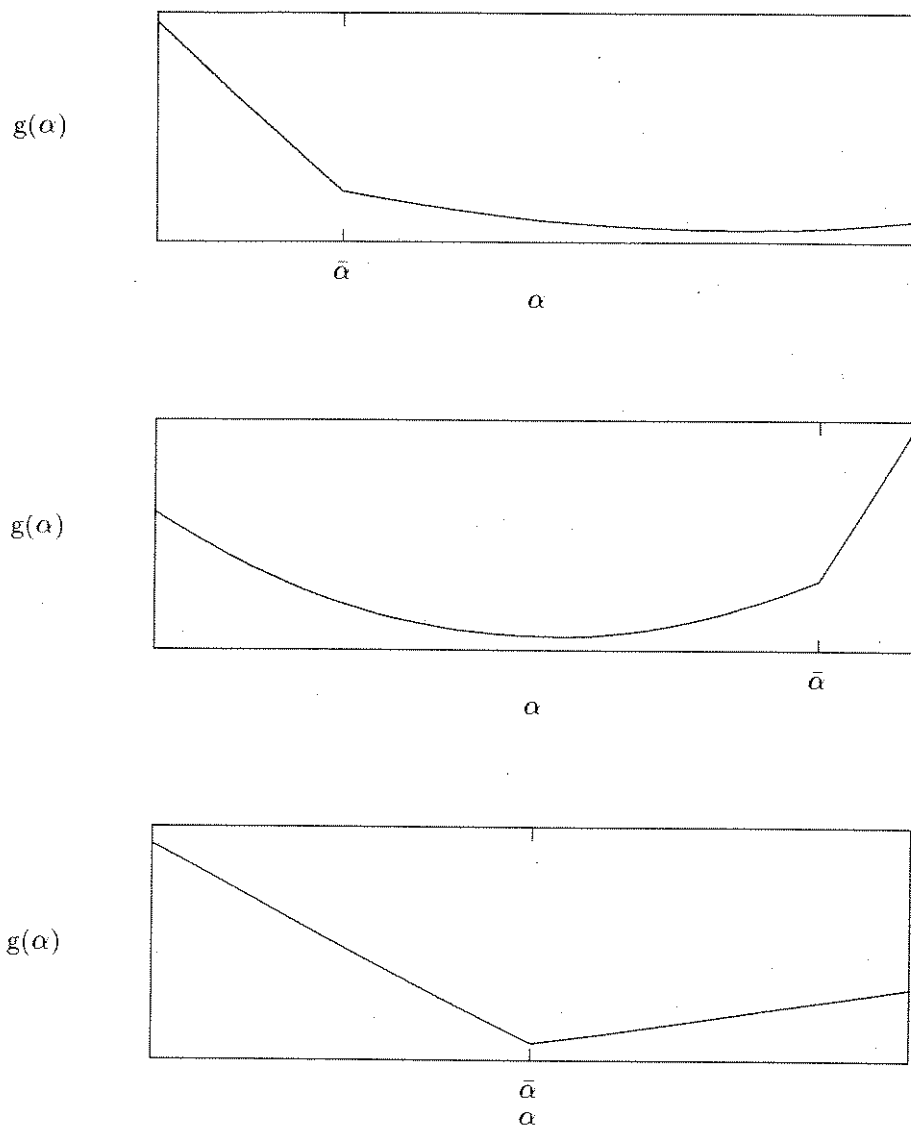


Figura 4.8: Cortes na função objetivo.

ótimo está à direita do ponto. Neste caso, a próxima etapa é a definição de um novo ponto  $\bar{\alpha}$  na direção  $d^k$ .

No segundo gráfico, ocorre exatamente o contrário do primeiro. As duas derivadas são positivas, desta forma, podemos afirmar que o ótimo está à esquerda do ponto. Neste caso, o ótimo está localizado dentro do intervalo e será obtido por um método de busca.

No último gráfico, a derivada à esquerda é negativa e à direita é positiva. Isto equivale a dizer que ao se deslocar para a esquerda ou para a direita na direção  $d^k$ , a função objetivo piora. Neste caso, existe um subgradiente nulo neste ponto, por isso esta quina é o ponto ótimo na direção  $d^k$ .

Esta mesma técnica poderia ser utilizada para contornar as quinas formadas pela descontinuidade da função de custo marginal. A dificuldade está na identificação destas quinas. Como o custo marginal de operação muda de patamar em função da complementação não hidráulica, e esta é função da geração hidráulica de todas as usinas em cada intervalo, existe uma interação entre todas as variáveis pertencentes ao mesmo intervalo que dificulta a identificação dos pontos onde o custo marginal muda de patamar. Por este motivo, foi implementada a busca por Razão Áurea. Esta busca não é tão eficiente como a Falsa Posição, mas funciona para qualquer função unimodal.

O programa sempre inicializa com a busca Falsa Posição. Se ocorrer algum problema de convergência, ele, automaticamente, substitui para o método Razão Áurea. Esta sequência foi definida porque o método Falsa Posição se mostrou extremamente rápido e preciso, mas quando a descontinuidade da função de custo marginal é elevada, ele não converge sendo necessário o uso do outro método.

## Capítulo 5

### Particularidades do Problema

O objetivo deste trabalho foi desenvolver um programa específico para otimização de sistemas hidrotérmicos. As particularidades do problema foram exploradas afim de melhorar a eficiência do programa. A formulação do problema por fluxo em rede possibilitou a interpretação física dos nós, arcos e ciclos. Esta particularidade da rede, aliada ao conhecimento adquirido pela análise dos resultados da otimização, possibilitou a definição de estratégias heurísticas para a partição das variáveis em básicas, superbásicas e não básicas.

A definição da base utilizou o conceito de *Matriz de Defluência Básica* [1]. Esta matriz armazena a árvore e torna extremamente simples e ágil a identificação dos ciclos, a atualização das variáveis e as mudanças de base.

Uma outra característica deste problema é a estrutura tri-diagonal da matriz hessiana. A esparsidade desta matriz influenciou na escolha do método de segunda ordem. No método de Newton Truncado, onde a direção é obtida por Gradiente Conjugado, a estrutura da matriz hessiana contribuiu muito para diminuir o tempo computacional.

Neste capítulo serão descritas as particularidades do problema e como elas foram exploradas no programa.

## 5.1 Matriz de Defluência Básica

Neste trabalho, como foi mencionado anteriormente, o modelo considera apenas a estrutura topológica usual do sistema, isto é, cada usina possui apenas uma usina diretamente a jusante. Assim, de cada nó da rede saem no máximo dois arcos: um de defluência e outro de volume <sup>1</sup>.

Em [2], o autor utilizou esta particularidade da rede para facilitar e melhorar a eficiência da identificação do ciclo formado ao se colocar um arco superbásico na árvore. Procurando explorar ainda mais as características da rede hidráulica, em [1], os autores introduziram o que eles denominaram *Matriz de Defluência Básica (MDB)*. Ao declarar sempre um dos arcos oriundos de cada nó como básico e o outro fora da base durante todo o processo iterativo, pode-se obter facilmente uma base e modificar toda a estrutura da árvore sem nenhuma dificuldade. A figura 5.1 representa uma árvore de um sistema com 4 usinas e 4 intervalos.

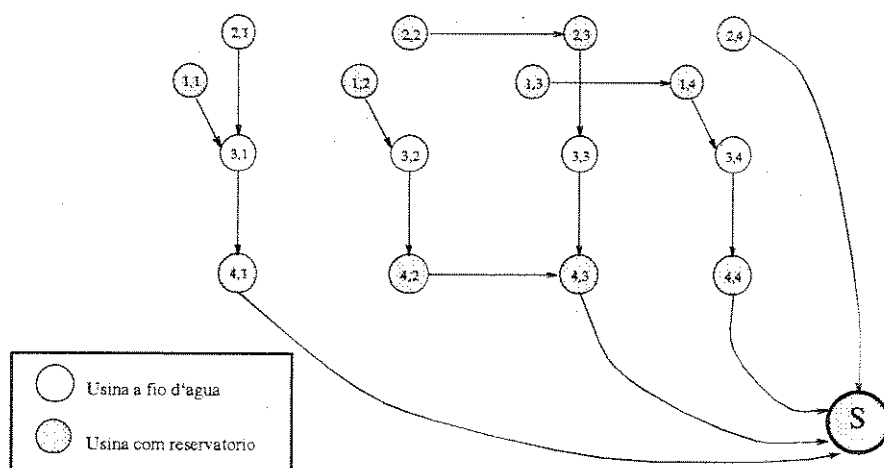


Figura 5.1: Representação de uma árvore

O armazenamento desta árvore é feito através da *MDB*. Esta matriz tem o número de linhas igual ao número de usinas e o número de colunas igual ao número de

<sup>1</sup>Os nós que representam usinas a fio d'água dão origem a apenas um arco de defluência, pois os arcos de volume destas usinas não são representados na rede hidráulica.

intervalos. Assim, cada elemento desta matriz representa um nó da rede. Quando um arco de defluência for declarado básico, o elemento da matriz correspondente ao nó origem daquele arco terá valor 1, por outro lado, se o volume for declarado básico, aquele elemento terá valor 0. Desta forma, podemos declarar esta matriz do tipo 0 ou 1 e com dimensão  $(N \times T)$ , onde  $N$  é o número de usinas e  $T$  o número de intervalos. A matriz de defluência básica ( $MDB$ ) que representa a árvore da figura 5.1 é dada por:

$$MDB = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

Para sistemas com mais de uma usina diretamente a jusante, os arcos de defluência podem ser numerados de 1 a  $J$ , onde  $J$  é o número das usinas diretamente a jusante. Assim, os elementos da  $MDB$  podem assumir valores entre 0 e  $J$  para representar os arcos de volume (valor 0) e os arcos de defluência (valores entre 1 e  $J$ ). Desta forma, a  $MDB$  pode ser generalizada para qualquer sistema hidrotérmico, ou mesmo para qualquer problema de fluxo em rede representado pela arborescência expandida no tempo. Dois outros exemplos de problemas com esta estrutura particular de rede são na área de comunicação e distribuição de água.

Durante todo o processo iterativo, sempre que um arco básico atinge um dos seus limites, ele deixa a base cedendo lugar ao arco fora da base com origem no mesmo nó. Este procedimento é uma tentativa de evitar degenerescência, ou seja, tentar manter sempre uma *base máxima* [9].

A flexibilidade na definição de base causada pela  $MDB$  tornou possível o estudo de estratégias heurísticas para melhorar a eficiência do algoritmo. Na definição destas estratégias é muito importante considerar as características físicas do sistema. Por isso, é essencial aliar a experiência obtida na análise dos resultados da otimização ao conhecimento do algoritmo. O objetivo destas estratégias é induzir o otimizador a seguir o *melhor caminho* na direção da solução ótima.

Em [1], utilizando a  $MDB$ , os autores apresentaram uma estratégia que provoca grandes transferências de água dos períodos secos para os úmidos no início do processo

iterativo. Outra estratégia foi considerar as usinas com reservatório de baixa capacidade de regulação como usinas a fio d'água. Estes reservatórios só são incorporados ao sistema quando ele estiver quase otimizado e for necessário considerar todos os reservatórios para um ajuste final.

Neste trabalho, as estratégias exploram a partição das variáveis em básicas, superbásicas e não básicas. As estratégias que obtiveram melhores resultados serão apresentadas mais adiante.

## 5.2 Estrutura da Matriz Hessiana

A estrutura da matriz hessiana é muito importante para melhorar a eficiência do cálculo da direção de segunda ordem no método de Newton Truncado. Por isso, foram feitas algumas simplificações no cálculo desta matriz afim de manter a sua estrutura tri-diagonal. A matriz hessiana utilizada no método de segunda ordem considera apenas o custo da complementação não hidráulica para atendimento da demanda (equação 3.1). O afogamento do canal de fuga e a função de penalização foram desprezados sem causar danos relevantes ao cálculo da direção. A definição dos elementos da matriz hessiana começa pelo gradiente da função de custo da complementação não hidráulica  $\Psi$ :

$$\begin{cases} \frac{\partial \Psi}{\partial x_{it}} = \frac{\partial \Psi}{\partial h_{it}} \frac{\partial h_{it}}{\partial x_{it}} \\ \frac{\partial \Psi}{\partial u_{it}} = \frac{\partial \Psi}{\partial h_{it}} \frac{\partial h_{it}}{\partial u_{it}} \end{cases} \quad (5.2)$$

onde  $x_{it}$ ,  $u_{it}$  e  $h_{it}$  são o volume, a defluência e a função de geração da usina  $i$  no intervalo  $t$ .

A derivada parcial  $\frac{\partial \Psi}{\partial h_{it}}$  significa o valor do *benefício hidráulico*, ou seja, o valor que o sistema atribui ao próximo *watt* gerado pela usina  $i$  no intervalo  $t$ . Como o aumento da geração hidráulica equivale a uma diminuição da complementação não hidráulica, com um ganho igual ao custo marginal de operação naquele intervalo de tempo, temos:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial h_{it}} = -\lambda_t \quad (5.3)$$

onde  $\lambda_t$  é o custo marginal de operação do sistema no intervalo  $t$ . O sinal negativo é justificado pelo fato de  $\frac{\partial \Psi}{\partial h_{it}}$  representar um ganho (benefício hidráulico) enquanto  $\lambda_t$  representa uma perda (custo do próximo *watt* gerado pelo sistema). A equação 5.3 equivale a dizer que cada *watt* gerado hidraulicamente é economizado em complementação não hidráulica a um custo  $\lambda_t$ .

Nas usinas onde não ocorre o afogamento do canal de fuga,  $h_{it}(\cdot)$  é função apenas de  $x_{it}$  e  $u_{it}$  (equação 2.5), neste caso:

$$\frac{\partial h_{it}}{\partial x_{it}} \text{ e } \frac{\partial h_{it}}{\partial u_{it}}$$

são também funções apenas de  $x_{it}$  e  $u_{it}$ , ou seja:

$$\frac{\partial h_{it}}{\partial x_{kr}} = \frac{\partial h_{it}}{\partial u_{kr}} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x_{kr} \partial x_{it}} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial u_{kr} \partial u_{it}} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial u_{kr} \partial x_{it}} = 0 \quad \forall (k, r) \neq (i, t) \quad (5.4)$$

Desta forma a matriz hessiana pode ser representada por:

$$G = \begin{pmatrix} G_1 & G_3 \\ G_3 & G_2 \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

onde  $G_1$ ,  $G_2$  e  $G_3$  são matrizes diagonais. As diagonais destas matrizes são dadas por  $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x_{it}^2}$ ,  $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial u_{it}^2}$  e  $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial u_{it} \partial x_{it}}$ , respectivamente.

A estrutura tri-diagonal resultante da aproximação da matriz hessiana será muito importante tanto no armazenamento da matriz como no cálculo da direção  $d_S^k$  no método de Newton Truncado.

Nas usinas com afogamento, a função de geração  $h_{it}(\cdot)$  é função também do volume do reservatório diretamente a jusante. Supondo  $i + 1$  o índice do reservatório que afoga o canal de fuga da usina  $i$ , temos:

$$\frac{\partial h_{it}}{\partial x_{i+1,t}} \neq 0 \Rightarrow \frac{\partial \Psi}{\partial x_{i+1,t}} = \frac{\partial \Psi}{\partial h_{i+1,t}} \frac{\partial h_{i+1,t}}{\partial x_{i+1,t}} + \frac{\partial \Psi}{\partial h_{it}} \frac{\partial h_{it}}{\partial x_{i+1,t}} \quad (5.6)$$

Como  $\frac{\partial \Psi}{\partial h_{i+1,t}}$  e  $\frac{\partial \Psi}{\partial h_{it}}$  equivalem ao benefício hidráulico no mesmo intervalo  $t$ , eles têm o valor igual a  $-\lambda_t$ , e a equação 5.6 pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x_{i+1,t}} = -\lambda_t \left( \frac{\partial h_{i+1,t}}{\partial x_{i+1,t}} + \frac{\partial h_{it}}{\partial x_{i+1,t}} \right)$$

Esta nova parcela da derivada em relação ao volume da usina  $i + 1$  implica em um novo elemento na matriz hessiana que desfaz a sua estrutura tri-diagonal, pois a equação 5.4 deixa de ser verdadeira para  $k = i + 1$  e  $r = t$ . Por isso, o otimizador só considera esta parcela no cálculo do gradiente da função objetivo. A vantagem de desprezar este termo é a agilidade no cálculo da direção de segunda ordem quando se utiliza uma matriz hessiana tri-diagonal. A função de penalização também só é considerada no gradiente da função objetivo sem causar danos relevantes ao cálculo da direção de segunda ordem.

A cada iteração do *algoritmo A3* (seção 4.3.2), utilizado no cálculo da direção  $d_S^k$  no método de Newton Truncado, é necessário calcular o vetor  $q = G_S \delta$ , onde  $G_S$  é a matriz hessiana reduzida, e  $q$  e  $\delta$  estão definidos no espaço das variáveis superbásicas, ou seja:

$$q = Z' G Z \delta$$

onde  $G$  é a aproximação da matriz hessiana da função objetivo e  $Z$  é a *matriz de redução de variável*<sup>2</sup>.

Esta equação é resolvida pela sequência:  $q = Z'(G(Z\delta))$ , ou seja:

$$\begin{aligned} v_1 &= Z\delta \\ v_2 &= Gv_1 \\ q &= Z'v_2 \end{aligned}$$

As componentes dos vetores  $q$  e  $\delta$ , assim como as colunas da matriz  $Z$ , estão relacionadas com as variáveis superbásicas  $k \in \bar{S}$ , onde  $\bar{S}$  é o conjunto de todas as variáveis superbásicas. O vetor  $v_1$  equivale a soma ponderada dos ciclos formados ao se introduzir as variáveis superbásicas na árvore. A ponderação desta soma é dada pelas componentes do vetor  $\delta$  e os ciclos são representados pelas colunas da matriz  $Z$ , assim, temos:

$$v_1 = \sum_{k \in \bar{S}} Z^k \delta^k$$

A dimensão do vetor  $v_1$  é igual ao número de linhas da matriz  $Z$ , ou seja, o número total de arcos da rede.

Para o cálculo de  $v_2$ , é utilizada a estrutura tri-diagonal da matriz hessiana. Se considerarmos as componentes dos vetores  $v_1$  e  $v_2$  em relação aos arcos de volume e defluência iguais a  $v_1^x$ ,  $v_1^u$  e  $v_2^x$ ,  $v_2^u$ , respectivamente, e a matriz hessiana dividida em  $G_1$ ,  $G_2$  e  $G_3$ , temos:

$$\begin{bmatrix} v_2^x \\ v_2^u \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} G_1 & G_3 \\ G_3 & G_2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} v_1^x \\ v_1^u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 v_1^x + G_3 v_1^u \\ G_3 v_1^x + G_2 v_1^u \end{bmatrix}$$

As matrizes  $G_1$ ,  $G_2$  e  $G_3$  são matrizes diagonais com as diagonais iguais a  $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x_{it}^2}$ ,  $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial u_{it}^2}$  e  $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial u_{it} \partial x_{it}}$ , respectivamente. Desta forma, supondo  $i$  e  $t$  os índices das usinas e dos intervalos da rede, podemos representar  $v_2$  como:

$$\begin{bmatrix} v_2^{x_{it}} \\ v_2^{u_{it}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x_{it}^2} v_1^{x_{it}} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial u_{it} \partial x_{it}} v_1^{u_{it}} \\ \frac{\partial^2 \Psi}{\partial u_{it} \partial x_{it}} v_1^{x_{it}} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial u_{it}^2} v_1^{u_{it}} \end{bmatrix} \quad \forall (it)$$

<sup>2</sup>A matriz de redução de variável representa os ciclos ao se introduzir as variáveis superbásicas na árvore (seção 4.3).

Finalmente, cada componente do vetor  $q$  equivale ao produto escalar da coluna  $Z^k$  pelo vetor  $v^2$ :

$$q^k = (Z^k)' v_2 \quad \forall k$$

Este cálculo é efetuado a cada iteração do método Gradiente Conjugado utilizado no cálculo da direção pelo método de Newton Truncado. Por isso, é muito importante explorar a estrutura tri-diagonal da matriz hessiana para melhorar a eficiência do programa.

## Capítulo 6

### Resultados da Otimização

Neste capítulo, serão apresentados alguns resultados da otimização de sistemas hidrotérmicos que foram fundamentais para a definição das estratégias que aceleram a convergência do algoritmo. Para ilustrar estes resultados, foi escolhida uma cascata com três usinas com reservatórios de acumulação do sistema sudeste brasileiro conforme o esquema da figura 6.1. As usinas de Furnas, Marimbondo estão localizadas no Rio Grande enquanto Ilha Solteira está localizada no Rio Paraná. As principais características desta cascata são a grande capacidade de acumulação do reservatório de Furnas e a elevada vazão lateral nos reservatórios de Marimbondo e, principalmente, em Ilha Solteira onde chega o Rio Paranaíba.

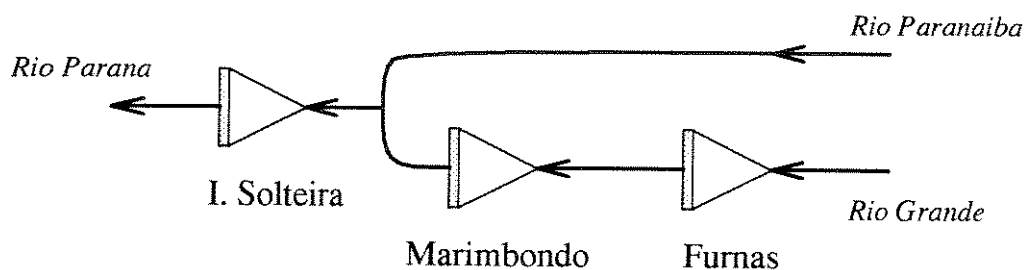


Figura 6.1: Esquema da cascata formada pelas usinas de Furnas, Marimbondo e Ilha Solteira.

Como o objetivo deste capítulo é apresentar os princípios básicos da operação

ótima de reservatórios [14] [15], serão apresentados os resultados obtidos com afluições determinísticas dadas pela Média de Longo Termo (*MLT*). A *MLT* representa a média aritmética das vazões naturais dos rios nos 12 meses do ano no período compreendido entre 1931 e 1989. A curva de densidade de probabilidade das vazões do sistema brasileiro é levemente deslocada para a direita devido as grandes cheias ocorridas nos períodos mais úmidos do histórico (figura 6.2). Desta forma, uma tentativa de aproximar as vazões do

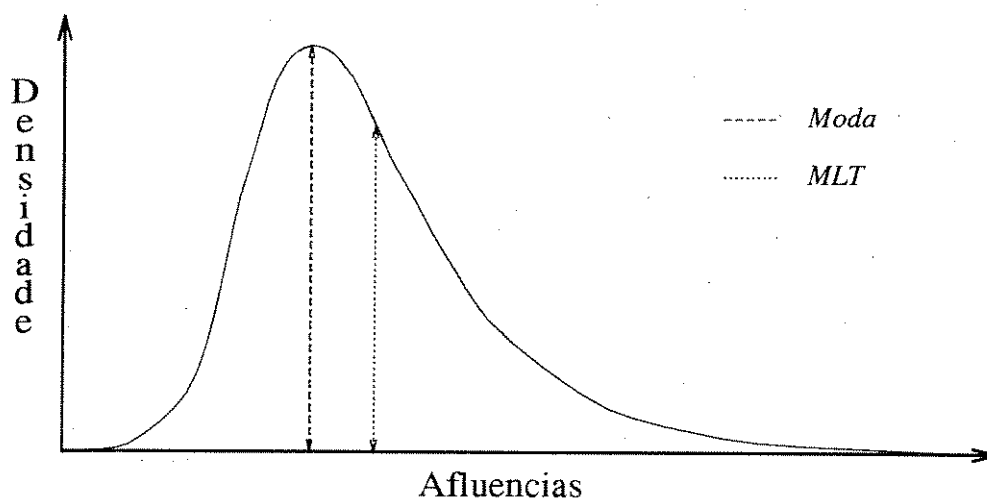


Figura 6.2: Perfil da curva de densidade de probabilidade das vazões do sistema brasileiro.

ano típico, ou seja, a moda, é considerar 80% da *MLT*. A vantagem de se trabalhar com esta afluição é que os efeitos da otimização ficam bem nítidos facilitando a compreensão e análise dos resultados.

Para analisar os resultados será considerado um horizonte de 60 meses com discretização mensal e o *ano hidrológico*. O ano hidrológico inicia-se em maio e termina em abril no sistema sudeste brasileiro. Neste período, é completado um ciclo hidrológico do sistema. Assim, o intervalo 0 representa o início do primeiro mês do ano hidrológico e o intervalo 60 representa o final do último mês após cinco anos. O gráfico da afluição das três usinas a 80% da *MLT* está representado pela figura 6.3. Observe que o período seco vai de maio a novembro enquanto o úmido vai de dezembro a abril.

Para considerar a operação ótima do sistema em diferentes situações hidrológicas,

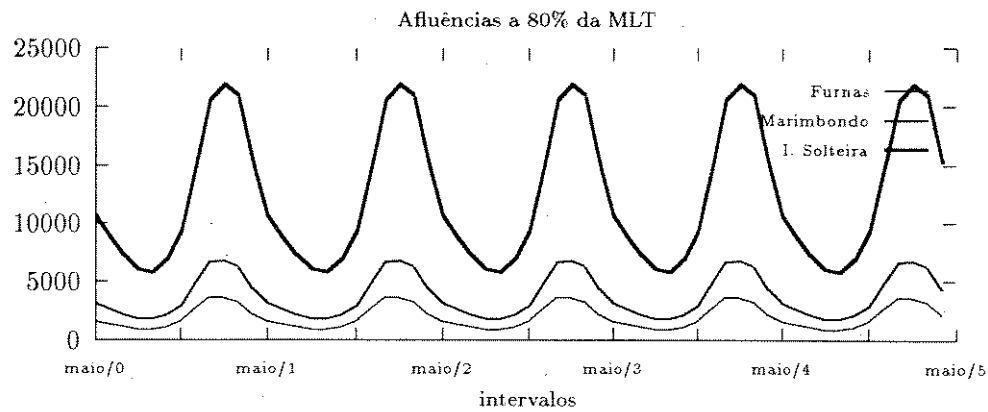


Figura 6.3: Afluência das usinas de Furnas, Marimbondo e Ilha Solteira a 80% da *MLT*.

foram consideradas três hidrologias:

- *Seca*: 60% da *MLT*.
- *Normal*: 80% da *MLT*.
- *Úmida*: 110% da *MLT*.

O volume dos reservatórios serão apresentados em porcentagem do volume útil e os volumes iniciais e finais estão fixados em 100%. A demanda de energia está sendo considerada com uma variação sazonal no decorrer do ano de acordo com dados do sistema brasileiro (figura 6.4). A taxa de desconto está fixada em 10% ao ano. A curva de custo da complementação não hidráulica é aproximada por  $\frac{1}{2}(D_t - H_t)^2$  e o sistema termoeletrico está sendo considerado com capacidade infinita de geração. Todas estas simplificações serão importantes para tornarem claros os efeitos da otimização e facilitar a compreensão das estratégias utilizadas para acelerar a convergência do algoritmo.

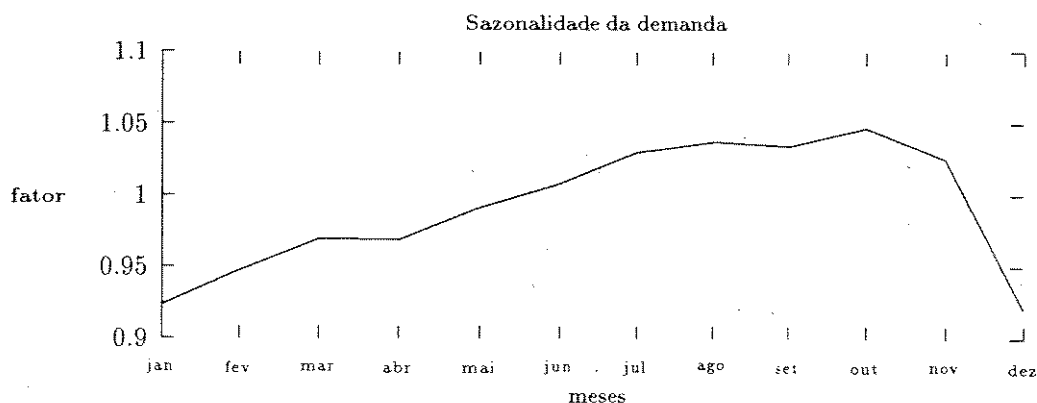


Figura 6.4: Variação sazonal da demanda de energia do sistema brasileiro no decorrer do ano.

## 6.1 Custo Marginal de Operação

O primeiro resultado a ser apresentado é o custo marginal de operação definido na seção 2.2. Neste estudo, o custo de operação do sistema foi aproximado por uma quadrática, por isso, o custo marginal é linear e crescente em relação a demanda de energia. A demanda média de energia foi considerada igual a capacidade instalada do sistema hidroelétrico em estudo. A figura 6.5 representa o valor presente do custo marginal de operação na solução a fio d'água e na solução ótima para uma hidrológia média (80% da *MLT*). A solução a fio d'água é a solução inicial do problema e é obtida igualando-se a defluência de cada usina pela vazão natural afluyente, isto é, toda água que chega é defluída pela usina. Esta operação é equivalente a uma operação sem reservatórios.

Pelo gráfico da figura 6.5, podemos perceber que na solução a fio d'água existe um grande desequilíbrio dos custos marginais de operação entre os meses secos e úmidos do horizonte. Estes desequilíbrios são causados pela abundância de água nos meses chuvosos o que implica numa geração hidroelétrica elevada e uma escassez de água nos meses secos que implica numa baixa geração hidráulica, ou seja, elevado custo marginal.

Já na solução ótima, ocorre um certo equilíbrio entre o custo marginal de ope-

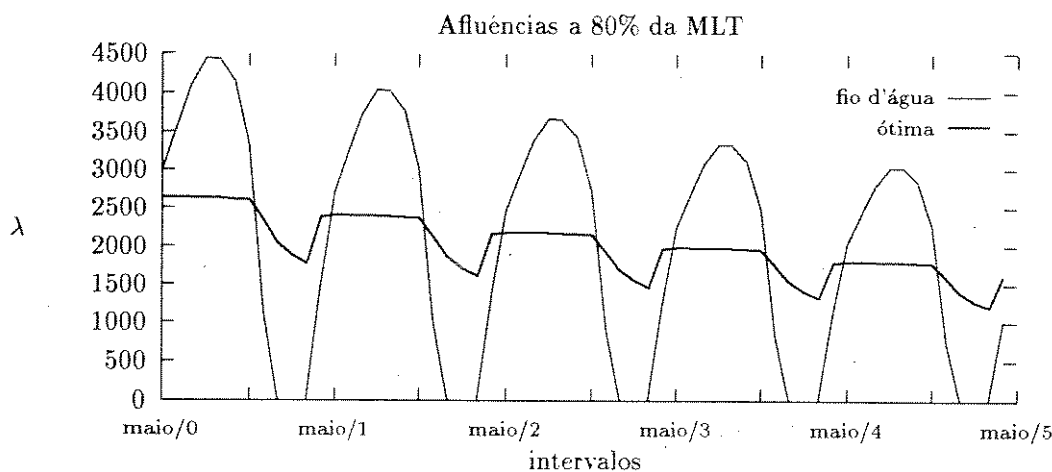


Figura 6.5: Custo marginal de operação do sistema.

ração nos vários intervalos do horizonte de planejamento. Este equilíbrio é uma consequência da operação dos reservatórios que tem a função de transferir água dos períodos úmidos para os secos e, conseqüentemente, regularizar a vazão dos rios, ou seja, a geração hidráulica e o custo marginal. Este resultado induziu a definição de estratégias que promovam a transferência de grandes blocos de energia entre os períodos afim de acelerar a convergência do algoritmo através do equilíbrio dos custos marginais de operação nos vários intervalos do horizonte de planejamento.

O efeito da taxa de desconto cresce exponencialmente em relação ao tempo. Ele tende a atribuir um valor decrescente para a água no decorrer do horizonte de planejamento. Esta tendência explica a diminuição do valor presente do custo marginal observado na figura 6.5.

Na solução ótima, o valor presente deste custo seria o mesmo em todos os intervalos se o sistema tivesse uma capacidade infinita de armazenamento e o volume final dos reservatórios fossem livres. Em [14], o autor demonstra matematicamente esta afirmação além de outras que serão apresentadas na próxima seção.

## 6.2 Trajetória Ótima de Volume

Para ilustrar a trajetória ótima de volume foram apresentadas três situações hidrológicas distintas: 60% *MLT* (seca), 80% *MLT* (normal) e 110% *MLT* (úmida). Estes três gráficos (figura 6.6) serão suficientes para a análise dos princípios ótimos de operação de reservatórios de sistemas hidrotérmicos. A demanda média de energia é igual a capacidade instalada do sistema hidroelétrico e a taxa de desconto é de 10% ao ano. O volume está apresentado em porcentagem do volume útil com discretização mensal.

A primeira observação importante é a tendência do sistema operar com a produtividade máxima. Como a produtividade das usinas é função da altura de queda, o volume dos reservatórios tendem a permanecer no máximo afim de garantir um maior aproveitamento dos recursos hídricos. Os reservatórios descem durante o período seco (maio a novembro), mas sempre recuperam o volume no final do período úmido (abril). No início do período seco, os reservatórios estão sempre cheios ou quase cheios. A 60% da *MLT*, os reservatórios descem menos que a 80%, que por sua vez, descem menos que a 110%. A justificativa para estas diferenças na trajetória ótima dos reservatórios é que as afluições a 60% da *MLT* são muito baixas, por isso o deplecionamento dos reservatórios têm de ser pequeno para garantir a recuperação do volume no final do período úmido. Já a 80% e 110% da *MLT*, o deplecionamento dos reservatórios durante o período seco pode ser maior porque as vazões são mais elevadas possibilitando uma maior capacidade de recuperação do volume. Esta recuperação do volume é devido ao *efeito cota*, ou seja, a tendência dos reservatórios operarem sempre com a cota máxima afim de maximizar a produtividade do sistema. Assim, os reservatórios são deplecionados apenas para aguardarem uma cheia e quanto maior a cheia, maior o deplecionamento do sistema. Para afluições elevadas como a 110% da *MLT*, os reservatórios deplecionam muito durante os períodos secos para evitar vertimentos nos períodos úmidos.

O deplecionamento do sistema ocorre de montante para jusante e o enchimento ocorre no sentido inverso, de jusante para montante. Assim, o volume útil dos reservatórios de jusante está, normalmente, acima dos reservatórios de montante. Esta operação ocorre afim de maximizar a produtividade da cascata. Como a água de um reservatório é turbinada na sua usina e em todas as usinas a jusante, o aproveitamento desta água depende da produtividade da sua usina e de todas as usinas a jusante. Desta forma, as usinas mais a

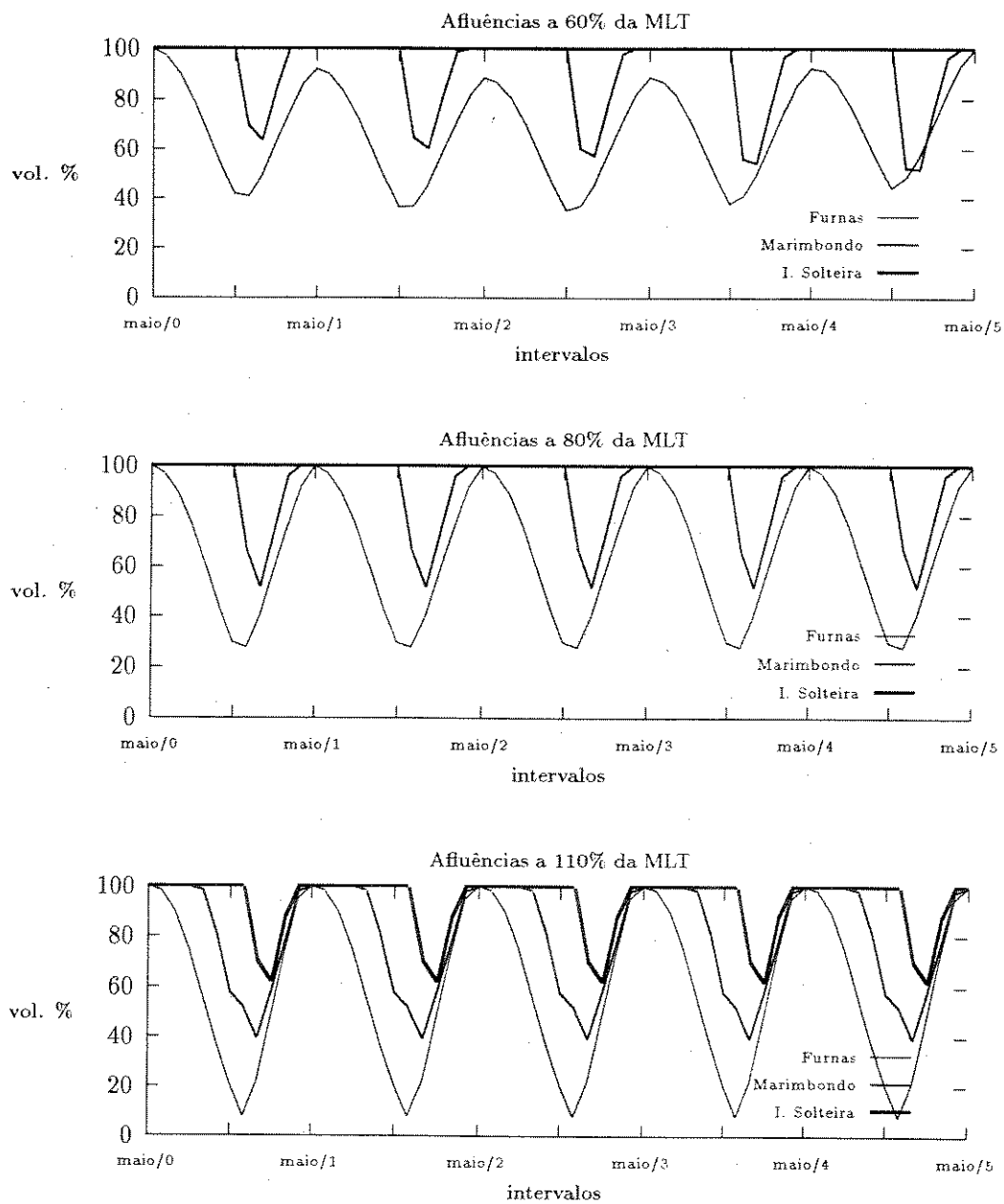


Figura 6.6: Trajetória ótima de volume dos reservatórios em três situações hidrológicas distintas.

jusante na cascata têm uma tendência de operarem com uma produtividade mais elevada devido ao ganho acumulado de todas as usinas a montante. Esta produtividade pode ser traduzida em volume armazenado que implica em queda. Na figura 6.6, Ilha Solteira opera como uma usina a fio d'água com o volume mantido no máximo para as afluições de 60% e 80% da *MLT*. Com afluição de 110% da *MLT*, o volume de Ilha Solteira depleciona devido a necessidade de regulação da vazão lateral elevada causada, principalmente, pelo Rio Paranaíba. O volume de Marimbondo está sempre acima de Furnas devido a posição dos reservatórios na cascata. O reservatório de Furnas é responsável por grande parte da regulação das afluições devido a sua grande capacidade de armazenamento e sua posição na cascata.

A taxa de desconto provoca o efeito de gerar mais energia hidráulica no início do horizonte afim de adiar a geração não hidráulica (térmica, importação ou déficit). Assim, o sistema tende a gastar mais água no início do horizonte, ou seja, antecipar a geração hidráulica. Este efeito é observado principalmente com afluições de 60% da *MLT*. Nesta situação, a complementação não hidráulica é elevada o que implica em alto custo de operação. Como os custos são elevados, o efeito da taxa de desconto também é elevado chegando a influenciar o efeito cota ao impedir que o volume de Furnas atinja o máximo no início dos períodos secos (maio). Como o volume final dos reservatórios estão fixados a 100% do volume útil, Furnas passa a deplecionar menos a partir do terceiro ano afim de recuperar o seu volume. Para compensar esta diminuição da variação do volume de Furnas, a variação de Marimbondo aumenta significativamente, principalmente no último ano do horizonte. Para afluições a 80% e 110% da *MLT*, os custos são mais baixos, por isso o efeito da taxa de desconto passa despercebido na trajetória ótima dos reservatórios. Nestas duas situações hidrológicas, não ocorre uma transferência de água entre os anos hidrológicos, por isso o volume dos reservatórios atingem 100% em todos os meses de maio, ou seja, no início dos períodos secos.

### 6.3 Trajetória de Volume para Usinas Afogadas

Para representar as usinas com afogamento, foi escolhida a cascata do Rio Iguaçu localizada no sul do Brasil. Nesta cascata ocorre um alto nível de afogamento do canal de fuga de Foz do Areia devido ao reservatório de Segredo. Além disso, o reservatório de Salto Santiago afoga o canal de fuga de Segredo. Esta cascata está esquematizada na figura 6.7 e o afogamento está ilustrado pela figura 2.3.

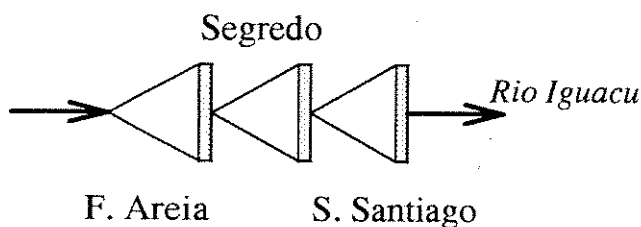


Figura 6.7: Cascata do Rio Iguaçu formada pelas usinas de Foz do Areia, Segredo e Salto Santiago.

Os resultados da otimização serão apresentados com uma afluência de 80% da *MLT*. Para o Rio Iguaçu, a *MLT* não representa bem o ano típico porque as afluências são muito mal comportadas variando muito de um ano para o outro. No sistema sul brasileiro, o ano hidrológico não é tão bem definido quanto no sistema sudeste. O período seco do Rio Iguaçu vai de novembro a abril, mas as maiores cheias do histórico ocorreram exatamente neste período, por isso ocorre um pico de afluência no meio deste período. Já o período úmido vai de maio a outubro, mas é caracterizado por dois picos, um em julho e outro em outubro (figura 6.8). Como o objetivo desta seção não é o estudo de regras de operação para esta cascata, mas mostrar a influência do afogamento do canal de fuga, a *MLT* será satisfatória para esta representação.

A figura 6.9 mostra a trajetória ótima de volume dos três reservatórios da cascata. Observe que ao contrário do esperado, a primeira usina da cascata, Foz do Areia, opera com pequenos deplecionamentos. Já o reservatório de Segredo faz a regulação invertendo a ordem descrita na seção 6.2. A justificativa para esta inversão é devido ao alto nível de afogamento do canal de fuga de Foz do Areia. Assim, quando o volume do Segredo diminui,

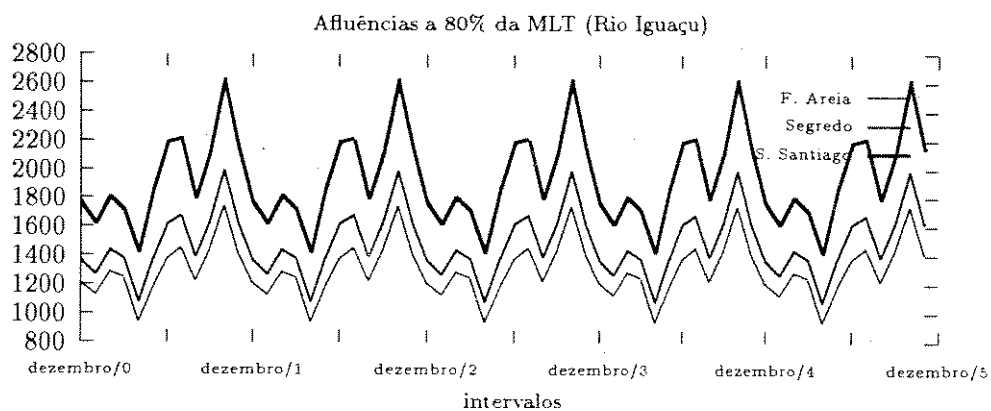


Figura 6.8: Afluência das usinas de Foz do Areia, Segredo e Salto Santiago no Rio Iguaçu a 80% da *MLT*.

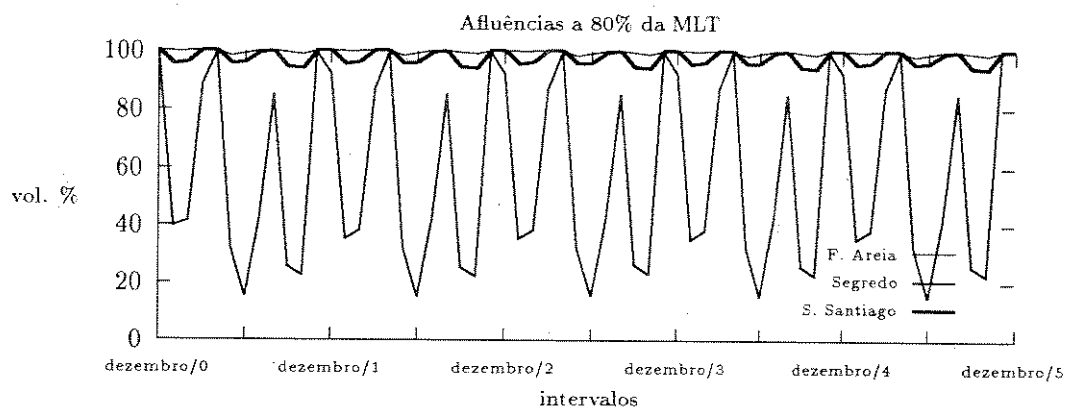


Figura 6.9: Trajetória ótima de volume das usinas da cascata do Rio Iguaçu.

ela perde produtividade mas, em compensação, Foz do Areia ganha produtividade devido a diminuição da cota do seu canal de fuga e consequente aumento da queda. O reservatório de Salto Santiago também afoga Segredo, mas esta influência não é tão grande como a de Segredo em Foz do Areia. Por isso, Salto Santiago varia bem menos que Segredo. O mais interessante realmente é o comportamento de Foz do Areia que por não afogar ninguém opera com o volume acima das outras usinas durante todo o horizonte de planejamento mesmo sendo a usina de cabeceira da cascata.

Esta inversão no deplecionamento dos reservatórios só foi observada no Rio Iguaçu. Outro exemplo de usina afogada é São Simão no Rio Paranaíba. O reservatório de Ilha Solteira afoga o seu canal de fuga, mas não foi observada nenhuma alteração na trajetória ótima de volume destas usinas para diferentes hidrologias. Esta inversão na operação ótima destes sistemas ocorre apenas para reservatórios que têm grande influência no canal de fuga das usinas de montante como o caso de Segredo e Foz do Areia.

## 6.4 Restrição de Atendimento de Ponta

A restrição que assegura a capacidade do sistema atender a demanda de ponta em todos os intervalos de tempo considerando a operação das térmicas na base está sendo factibilizada através de uma função de penalização definida na seção 3.4. Quando esta restrição não é satisfeita, ela é corrigida através de uma pós otimização que utiliza penalização quadrática.

Esta restrição é violada nos períodos extremamente úmidos quando a geração hidroelétrica média do intervalo é muito elevada devido ao excesso de água disponível. Assim, no horário de ponta, o acréscimo de geração hidroelétrica para atendimento da carga é muito pequeno. Este acréscimo não é suficiente para atender a demanda de ponta sendo necessário aumentar a complementação não hidráulica do intervalo (térmica, importação ou déficit). Outro fator que dificulta ainda mais o atendimento da ponta nos períodos úmidos é o deplecionamento elevado dos reservatórios que implica em perda de produtividade do sistema.

Para ilustrar os efeitos desta restrição, estão sendo apresentados os resultados para a cascata formada pelas usinas de Furnas, Marimbondo e Ilha Solteira (figura 6.1). O volume inicial e final dos reservatórios está fixado em 100% e a demanda média de energia foi definida em 70% da capacidade hidroelétrica instalada no sistema. O fator de carga, ou seja, a relação entre a demanda média de energia e a carga no horário de ponta foi fixado em 0.6 para todos os intervalos do horizonte de planejamento.

Afim de provocar o esvaziamento dos reservatórios do sistema, foi criada uma situação atípica na qual a afluência nos três primeiros anos do horizonte foi fixada em 60% da *MLT* e nos dois últimos a 100%. Desta forma, o sistema irá gastar toda a água disponível nos três primeiros anos chegando no final desta etapa com os reservatórios vazios, pois ele sabe que os dois próximos anos são extremamente úmidos. Esta operação equivale a transferir água da segunda fase (úmida) para a primeira (seca).

A figura 6.10 apresenta três gráficos. O primeiro mostra a trajetória de volume dos reservatórios sem a penalização, ou seja, com as restrições de atendimento de ponta violadas. Na segunda, o mesmo gráfico é apresentado com a penalização. Nesse gráfico as restrições foram factibilizadas e pode-se observar as correções feitas na trajetória de

volume dos reservatórios. Por último está sendo apresentado o gráfico de custo marginal de operação antes e depois do atendimento das restrições de ponta.

Observe que antes da penalização, o sistema gasta toda a água disponível nos três primeiros anos, chegando no início do mês de dezembro/3 (final da seca) com o volume de todos os reservatórios no mínimo. Nos dois últimos anos, o volume dos reservatórios têm um comportamento irregular devido ao excesso de água disponível. Nesta fase, a complementação não hidráulica é nula, o que implica em custo zero de operação. Este excesso de água dispensa grandes esforços de otimização, pois existem diversas soluções com custo zero, por isso a trajetória de volume é totalmente fora dos padrões descritos na seção 6.2.

Para evitar que a restrição seja violada, a penalização aumentou a complementação não hidráulica nos meses de outubro/3 a dezembro/3 evitando que o volume dos reservatórios atinja o mínimo o que implica em perda de capacidade de potência do sistema. Assim, o volume dos reservatórios aumenta no final do período seco (dezembro/3) garantindo uma produtividade suficiente para o atendimento da demanda de ponta.

Nos últimos dois anos do horizonte, foi necessário um certo nível de complementação não hidráulica para garantir a capacidade de atendimento da demanda de ponta no período menos úmido desta fase. Assim, de maio/4 a dezembro/4 os reservatórios de Marimbondo e Ilha Solteira mantêm a cota praticamente no máximo afim de garantir uma alta produtividade para o sistema. O reservatório de Ilha Solteira é deplecionado abaixo de Furnas no final do último ano do horizonte devido a incremental muito alta que chega nesta usina. Nesta fase do planejamento a complementação não hidráulica é nula tanto antes como depois da pós otimização, por isso podem existir múltiplas soluções. Nos intervalos com custo marginal nulo, as soluções ficam descaracterizadas como pode ser observado nos gráficos da figura 6.10.

Observe que quando o custo marginal de operação do sistema é nulo, a trajetória de volume dos reservatórios apresenta um comportamento totalmente fora dos padrões descritos na seção 6.2 tanto antes quanto depois da penalização. Este comportamento do sistema ocorre devido à existência de múltiplas soluções causadas pelo excesso de água em relação à demanda de energia.

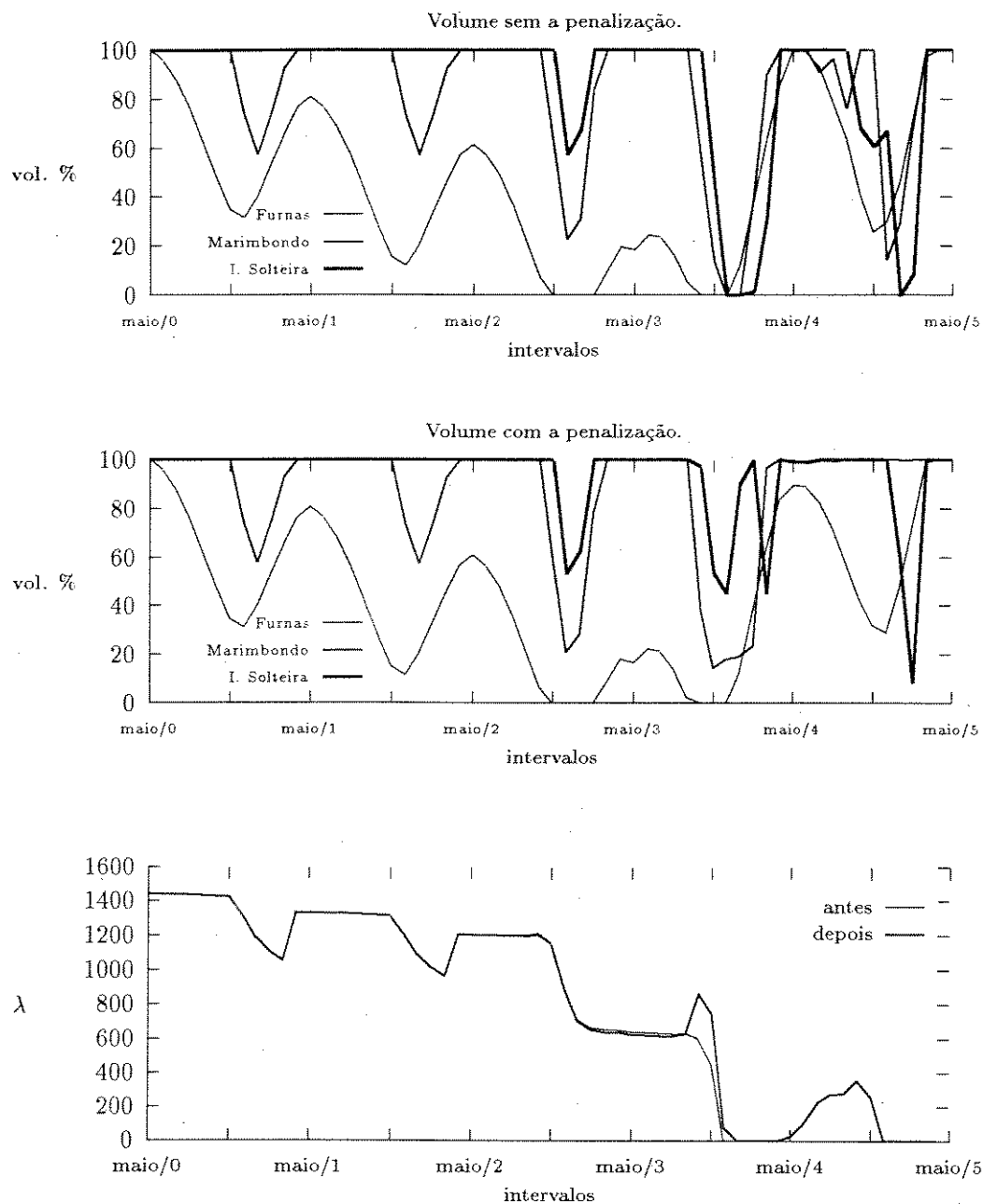


Figura 6.10: Trajetória de volume e custo marginal antes e depois da pós otimização.

## Capítulo 7

### Estratégias de Partição

Os métodos que utilizam o conceito de partição de variáveis em básicas, superbásicas e não básicas (seção 4.3) necessitam de alguns critérios para a definição destes três conjuntos de variáveis. O programa que está sendo apresentado neste trabalho <sup>1</sup> explorou todo o conhecimento do problema através da análise dos resultados apresentados no capítulo anterior e das várias publicações na área de fluxo em redes não linear e operação ótima de reservatórios de sistemas hidrotérmicos [1]–[10]. O resultado foi a definição de estratégias de partição de variáveis que melhoram a convergência do algoritmo. Por isso, foi implementado um programa extremamente flexível que permite o estudo e análise dos resultados das diversas estratégias. Aquelas que obtiveram melhores resultados serão apresentadas nesta seção. Os resultados irão traduzir a importância de se utilizar o conhecimento do problema na definição destes critérios de partição de variáveis.

---

<sup>1</sup>*POSH* – Programa Otimizador de Sistemas Hidrotérmicos.

## 7.1 Definição das Estratégias de Partição

Para facilitar a compreensão das estratégias de partição, vamos considerar um sistema com 3 usinas e 4 intervalos. Os nós representam as usinas nos quatro intervalos. Os arcos verticais representam as variáveis de defluência e os horizontais as variáveis de volume (figura 7.1).

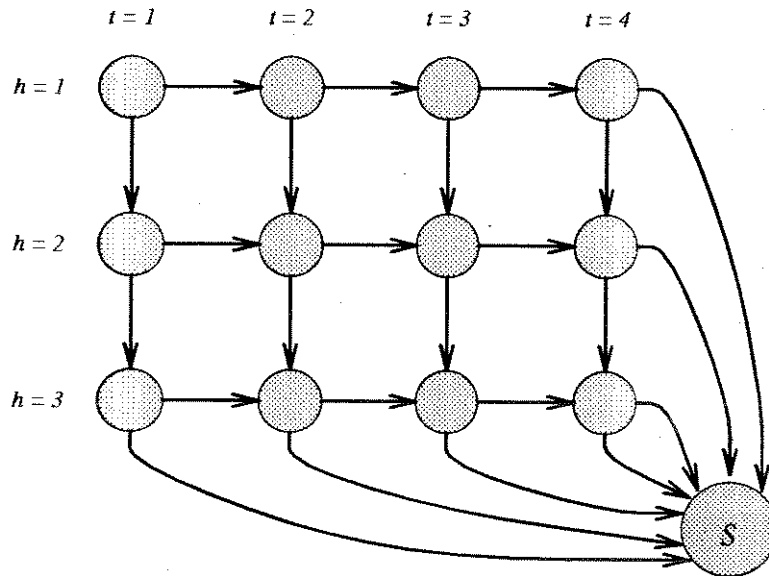


Figura 7.1: Representação de um sistema com 3 usinas e 4 intervalos.

A definição da base através da *MDB*<sup>2</sup> foi mantida durante todo o processo iterativo em todos os testes. Assim, cada nó da rede possui, obrigatoriamente, um de seus arcos na base. A preferência na definição de todos os arcos de volume ou defluência como básicos tem um significado físico importante no algoritmo. No primeiro caso, quando for inserido um arco superbásico na árvore, o ciclo formado irá promover, principalmente, uma troca de água entre as usinas envolvidas no ciclo. Já no segundo caso, esta troca irá acontecer entre os intervalos (figura 7.2).

Como a solução ótima procura regularizar a afluência dos rios transferindo água

<sup>2</sup> *Matriz de Defluência Básica* definida na seção 5.1

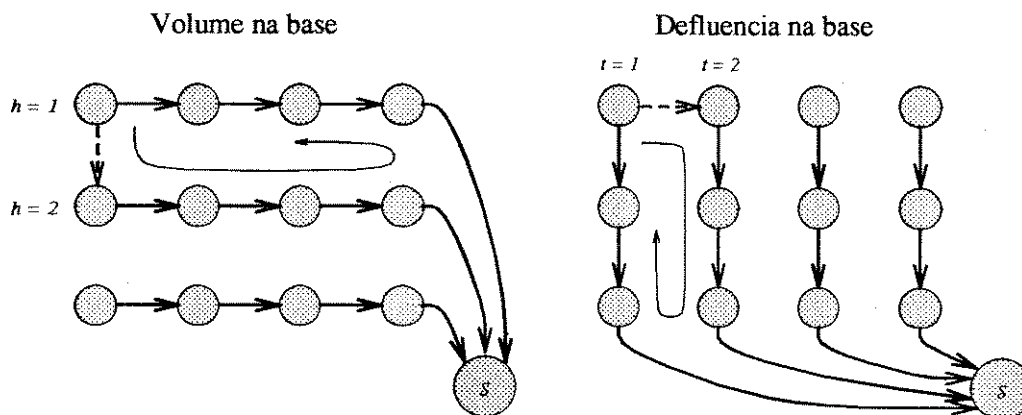


Figura 7.2: Definição das variáveis básicas dando preferência aos arcos de volume ou defluência.

dos períodos úmidos para os secos, a definição dos arcos de defluência na base melhora a convergência por induzir estas trocas. Esta regularização das afluências equivale ao grosso da otimização. Já a distribuição da água entre os reservatórios, afim de aumentar a produtividade da cascata, representa um ajuste mais fino que é obtido durante o processo iterativo através de variações maiores ou menores nos arcos de volume envolvidos nos ciclos. Por isto, todas as estratégias foram testadas dando preferência aos arcos de defluência na base. Estes arcos só saem da base quando atingem um de seus limites inferior ou superior sendo substituídos pelos arcos de volume correspondentes ao mesmo nó afim de evitar bases degeneradas.

Definido o conjunto de variáveis básicas, resta a definição das superbásicas e, conseqüentemente, as não básicas serão as fora da base e do conjunto superbásico. Foram estabelecidas duas *estratégias de partição* destas variáveis: *de cima para baixo (CPB)* e *da esquerda para direita (EPD)*. Estas estratégias têm uma interpretação física que pode ser visualizada graças a modelagem do problema por fluxo em rede.

Na estratégia *de cima para baixo (CPB)*, o conjunto superbásico é definido a cada iteração pelos arcos fora da base dos nós associados a uma mesma usina hidroelétrica nos vários intervalos do horizonte de planejamento. A cada iteração é definido um novo conjunto superbásico e a sequência de definição destes conjuntos segue a mesma ordem das

usinas na cascata de montante para jusante. Assim, para o sistema esquematizado pela figura 7.1 e utilizando a definição de base com preferência aos arcos de defluência, temos para duas iterações consecutivas o esquema ilustrado pela figura 7.3.

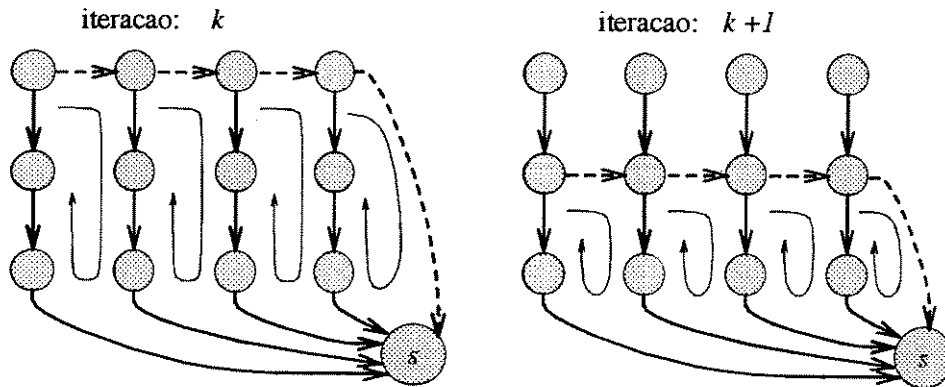


Figura 7.3: Sequência de duas iterações utilizando a partição *CPB*.

O objetivo principal desta estratégia é incentivar a transferência de água entre os períodos através dos ciclos formados pelos arcos superbásicos. A sequência de definição destes conjuntos *de cima para baixo* na cascata tem duas justificativas. A primeira é que os reservatórios das usinas de cabeceira tem um papel importante na regulação da cascata porque a água liberada por elas passa por todas as usinas a jusante. Por isso, a convergência do algoritmo é extremamente rápida no início do processo iterativo. A segunda justificativa é que os resultados da otimização (seção 6.2) mostram que as usinas mais a montante têm uma maior variação no nível dos reservatórios. Esta estratégia irá priorizar a variação no volume das usinas de montante porque os arcos que representam estes reservatórios irão regular a defluência da sua usina e de todas a jusante na cascata.

No exemplo da figura 7.3, para cada usina foi formado um único conjunto superbásico com todos os intervalos do horizonte de planejamento. Este procedimento é razoável para sistemas com um horizonte curto como no exemplo (4 intervalos). Para horizontes maiores, é conveniente dividir os intervalos em mais de um conjunto superbásico afim de evitar um número elevado de arcos numa mesma iteração. Desta forma, pode ser necessário mais de uma iteração para varrer todos os nós de cada usina da cascata. As iterações devem percorrer todos os intervalos de uma usina antes de avançar para a próxima

usina da cascata.

Uma das justificativas para a divisão dos intervalos em mais de um conjunto superbásico é que a busca unidimensional pode ser mais profunda quando existir uma quantidade menor de arcos com possibilidade de atingir os limites de canalização. Se o conjunto superbásico for muito grande, pode ocorrer de um único arco limitar o tamanho do passo para um grande número de variáveis envolvidas na iteração o que representa um desperdício de cálculo [9]. Outra justificativa é que no método de Newton Truncado (seção 4.3.2), a dimensão da matriz hessiana reduzida é igual ao número de variáveis superbásicas. Por isso, quanto maior este conjunto, maior será o esforço computacional para se obter a solução da Equação de Newton Reduzida (equação 4.13), ou seja, a direção de segunda ordem [8].

Na estratégia de partição denominada *da esquerda para direita (EPD)*, os conjuntos superbásicos são definidos pelos arcos fora da base dos nós associados a todas as usinas de um único intervalo. Assim, na primeira iteração, o conjunto superbásico é formado por todas as usinas da cascata no primeiro intervalo do horizonte de planejamento. A cada iteração é definido um novo conjunto superbásico com as usinas do próximo intervalo até atingir o último intervalo do horizonte. Então, a definição do conjunto superbásico retorna ao primeiro intervalo do horizonte. A figura 7.4 apresenta uma sequência de duas iterações para o sistema da figura 7.1.

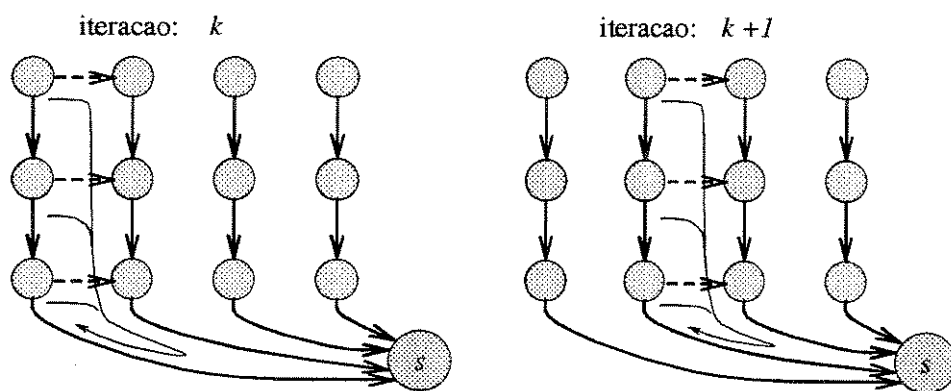


Figura 7.4: Sequência de duas iterações utilizando a partição *EPD*.

Observe que ao manter a preferência pelos arcos de defluência na base, os ciclos

formados pelos arcos superbásicos tem uma grande capacidade de transferir água entre os períodos envolvidos, pois todos os reservatórios participam da iteração ao mesmo tempo. Porém, o número de intervalos envolvidos no ciclo é extremamente pequeno <sup>3</sup> e ocorre a variação no volume de todas as usinas sem considerar a posição de cada uma na cascata como um fator importante para acelerar a convergência do algoritmo. Outro aspecto negativo desta estratégia é que o número de arcos superbásicos varia com o número de usinas da cascata. Para sistemas muito pequenos, os conjuntos superbásicos podem ser muito reduzidos. Já nos sistemas grandes, podem ocorrer os inconvenientes citados anteriormente: profundidade reduzida da busca e esforço computacional elevado no cálculo da direção de segunda ordem.

Esta estratégia possibilita a definição de conjuntos superbásicos formados por mais de um intervalo. Este aumento do número de intervalos só é justificado para sistemas pequenos afim de aumentar o número de variáveis superbásicas por iteração. Neste caso, os conjuntos superbásicos serão definidos por todas as usinas de mais de um intervalo a cada iteração.

---

<sup>3</sup>Quando todos os arcos de defluência estão na base, apenas dois intervalos participam de cada iteração.

## Capítulo 8

### Teste das Estratégias

O objetivo principal deste trabalho foi o desenvolvimento de uma ferramenta ágil e robusta para otimização de sistemas hidrotérmicos. Para atingir este objetivo foi implementado um programa extremamente flexível que possibilitou o teste de diversas estratégias. Estas estratégias foram obtidas através da combinação de duas buscas unidimensionais, dois métodos de otimização, duas estratégias de partição de variáveis e do número máximo de intervalos que participam dos conjuntos superbásicos. O objetivo do número máximo de intervalos é definir o número de arcos superbásicos por iteração. Na estratégia de partição *CPB*, como foi discutido no capítulo anterior, é conveniente dividir os horizontes com grande número de intervalos em mais de um conjunto superbásico por usina. Por outro lado, na partição *EPD*, os conjuntos superbásicos podem ser definidos com mais de um intervalo por iteração quando o sistema for formado por poucas usinas. Assim, as estratégias de otimização são definidas pelos quatro parâmetros: busca, método, partição e intervalos.

$$\text{Estratégia:} \left\{ \begin{array}{ll} \text{Busca} & \left\{ \begin{array}{l} \text{Falsa Posição} \\ \text{Razão Áurea} \end{array} \right. \\ \text{Método} & \left\{ \begin{array}{l} \text{Grad. Reduzido} \\ \text{Newton Trunc.} \end{array} \right. \\ \text{Partição} & \left\{ \begin{array}{l} \text{CPB} \\ \text{EPD} \end{array} \right. \\ \text{Intervalos} & \end{array} \right.$$

## 8.1 Estratégias de Otimização

Das diversas estratégias testadas, as que obtiveram melhores resultados estão apresentadas na tabela 8.1.

| <i>Estr.</i> | <i>Busca</i> | <i>Método</i> | <i>Partição</i> | <i>Intervalos</i> |
|--------------|--------------|---------------|-----------------|-------------------|
| # 1          | F. Posição   | Grad. Red.    | <i>CPB</i>      | 1                 |
| # 2          | F. Posição   | Grad. Red.    | <i>CPB</i>      | 12                |
| # 3          | F. Posição   | N. Trunc.     | <i>CPB</i>      | 12                |
| # 4          | F. Posição   | Grad. Red.    | <i>EPD</i>      | 1                 |
| # 5          | F. Posição   | N. Trunc.     | <i>EPD</i>      | 1                 |

Tabela 8.1: Estratégias de otimização que serão analisadas.

Todas elas utilizam a busca por Falsa Posição por ser bem mais eficiente que a Razão Áurea. A busca Áurea só deve ser utilizada quando a função de custo marginal de operação do sistema for descontínua e ocorrerem grandes saltos entre os patamares definidos pelas classes de térmicas (seção 2.2). Para sistemas com um alto índice de afogamento do canal de fuga como na bacia do Rio Iguaçu, também pode ocorrer problemas de convergência no método Falsa Posição. Apenas nestes casos deve-se substituir o método Falsa Posição pela Razão Áurea (seção 4.4.2). O gráfico da figura 8.1 mostra o resultado da otimização de um sistema hidrotérmico com as duas buscas unidimensionais. As estratégias podem iniciar sempre com o método Falsa Posição. Quando ocorrer algum problema de convergência, ou seja, a solução ficar oscilando sem se aproximar do ótimo unidimensional, a busca é automaticamente substituída pela Razão Áurea.

A *estratégia 1* equivale ao método Simplex Convexo. Este método é idêntico ao Gradiente Reduzido com um único elemento no conjunto superbásico a cada iteração. A partição *CPB* melhora a convergência do método por induzir a transferência de água entre os períodos seguindo a sequência das usinas na cascata. A definição dos arcos superbásicos começa da usina mais a montante e só avança para a próxima depois de percorrer todos os intervalos do horizonte. Assim, os reservatórios mais a montante têm prioridade para transferir água entre os períodos.

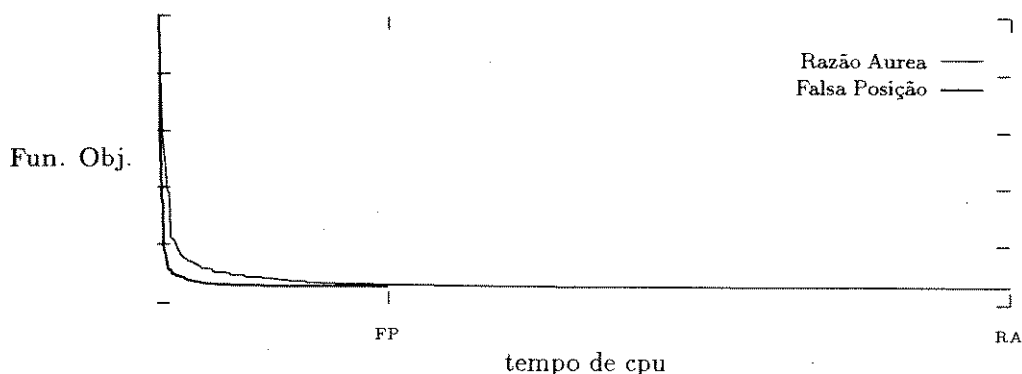


Figura 8.1: Comparação entre os métodos de busca unidimensional.

Na *estratégia 2* é utilizado o método Gradiente Reduzido com a estratégia de partição *CPB* e no máximo doze arcos superbásicos. Os conjuntos superbásicos são definidos de doze em doze intervalos até o final do horizonte de planejamento. Este procedimento é repetido para todas as usinas da cascata de montante para jusante. Quando a última usina é completada, retorna-se ao início da cascata dando continuidade ao processo iterativo. O número de intervalos foi fixado em doze porque os testes foram realizados para sistemas com discretização mensal e cinco anos de horizonte. Como foi adotado o ano hidrológico (de maio a abril), a cada iteração é definido um ciclo hidrológico completo do sistema. Assim, ocorre a transferência de água entre um número relativamente grande de intervalos para conjuntos superbásicos relativamente pequenos.

A única diferença da *estratégia 3* para a anterior é o método de otimização. O método de Newton Truncado calcula uma direção aproximada da *direção de Newton*. A diferença entre estes dois métodos tem uma interpretação matemática e outra física. Matematicamente, o método Gradiente Reduzido utiliza informações apenas do gradiente da função objetivo, enquanto no Newton Truncado são utilizadas informações do gradiente e da hessiana da função. O significado físico da diferença entre estes dois métodos é que no primeiro, a sobreposição de ciclos não é considerada *no cálculo da direção*. Cada componente da direção reduzida só considera o ciclo formado pelos seu arco superbásico sem enxergar a

interferência dos ciclos vizinhos. No método de segunda ordem, o cálculo da direção reduzida considera a interferência dos ciclos vizinhos que têm arcos em comum. Estas informações são fornecidas pela matriz hessiana. A figura 8.2 mostra o efeito da sobreposição de ciclos.

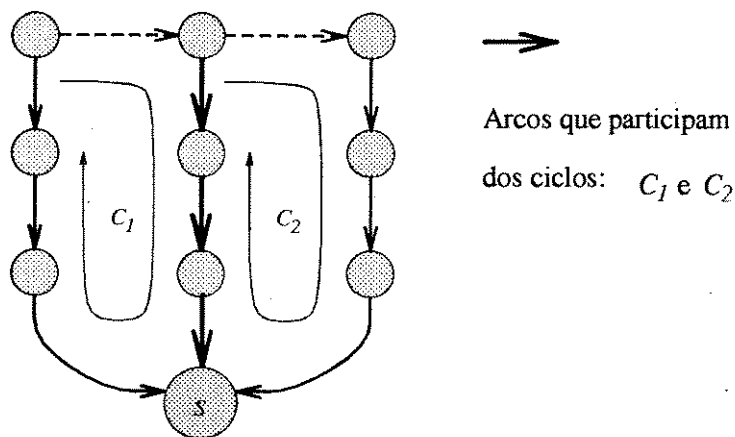


Figura 8.2: Exemplo de sobreposição de ciclos.

A *estratégia 4* utiliza o método Gradiente Reduzido, a partição *EPD* e um único intervalo por iteração. Assim, a cada iteração, o conjunto superbásico é formado por todas as usinas de um único intervalo do horizonte. O processo iterativo começa pelo primeiro intervalo e vai percorrendo um a um até o final do horizonte quando ele retorna ao primeiro intervalo dando sequência ao processo.

A *estratégia 5* diferencia da anterior apenas pelo método de Newton Truncado. Estas duas estratégias foram testadas para números maiores de intervalos por iteração. Ao invés de definir todas as usinas de um único intervalo, foram definidas as usinas de mais de um intervalo por iteração e os resultados pioraram. Por isso, foram apresentados apenas os resultados para um único intervalo por iteração.

Foram feitos estudos com quatro sub-sistemas da Bacia do Rio Paraná com as usinas acopladas entre si, duas afluentes com o horizonte de cinco anos de planejamento e discretização mensal. As afluentes foram obtidas do histórico de vazão do sistema brasileiro nos períodos de maio de 1951 a abril de 1956 e maio de 1972 a abril de 1977. O período de 51 a 56 é o mais crítico do histórico que vai de 1931 a 1989, ou seja, o período mais seco

registrado no sistema sudeste brasileiro. Já as afluições de 72 a 77 equivalem a um período *típico* do sistema sudeste. As características dos sistemas estudados estão apresentadas na tabela 8.2. Os sistemas foram numerados de 1 a 4 do menor para o maior. A última coluna apresenta a potência total instalada nas usinas hidroelétricas em *megawatt*.

| <i>Sist.</i> | <i>Usinas</i> | <i>Reser.</i> | <i>Intervalos</i> | <i>Nós</i> | <i>Arcos</i> | <i>Pot. (MW)</i> |
|--------------|---------------|---------------|-------------------|------------|--------------|------------------|
| # 1          | 4             | 4             | 60                | 240        | 480          | 9311             |
| # 2          | 10            | 5             | 60                | 600        | 900          | 7718             |
| # 3          | 16            | 9             | 60                | 960        | 1500         | 19627            |
| # 4          | 27            | 14            | 60                | 1620       | 2460         | 22884            |

Tabela 8.2: Descrição dos sistemas utilizados para a análise dos resultados.

A demanda média de energia foi fixada em 100% da potência hidroelétrica instalada em cada sistema. O parque termoeletrico foi considerado com capacidade infinita de geração e custo quadrático. O volume inicial e final dos reservatórios foram fixados em 100% do volume útil e a solução inicial é a fio d'água. O critério de parada considera a norma do gradiente e a variação da função objetivo e da solução [29]. O programa utiliza uma precisão de seis algarismos significativos.

Os resultados dos testes das cinco estratégias serão apresentados em duas tabelas. A primeira apresenta a relação percentual entre o valor da função objetivo no final e no início do processo iterativo (tabela 8.3). A outra apresenta o tempo de *cpu* em segundos para a execução de cada uma das estratégias (tabela 8.4). O programa foi implementado em linguagem *C* e os testes foram realizados em estações de trabalho *SUN SPARC station IPX*.

Algumas observações importantes devem ser citadas antes de avançarmos para a análise dos resultados:

- Foram feitos testes exaustivos de várias estratégias com diversas configurações de sistemas hidrotérmicos. Estes testes envolveram um grande número de programas para a preparação dos dados de entrada e análise dos resultados. Todos estes programas foram desenvolvidos por uma equipe do projeto FAPESP [31] e incorporados a um

Sistema de Apoio ao Gerenciamento que tornou o trabalho extremamente ágil [33].

- A solução inicial utilizada nos testes (solução a fio d'água) é extremamente ruim. Esta solução é idêntica àquela sem reservatórios, por isso a taxa de decrescimento da função objetivo no início do processo iterativo é muito alta. Logo nas primeiras iterações a função objetivo sofre uma grande queda. A partir daí, a convergência fica relativamente lenta.
- O tempo de *cpu* é extremamente sensível ao nível de precisão da solução. Em [29], os autores recomendam que a precisão deve ser menor ou igual a metade da precisão da máquina devido aos erros associados ao truncamento dos números durante a execução dos cálculos. O programa *POSH* utiliza uma precisão de seis algarismos significativos trabalhando em uma máquina com precisão de doze algarismos. Ou seja, o programa utiliza a precisão máxima recomendada pelos autores.
- Alguns desvios significativos nos arcos de volume ou defluência de certas usinas afetam muito pouco a função objetivo próxima do ponto ótimo. Este fato implica na existência de patamares próximos da solução ótima.
- Foram plotados diversos cortes da função objetivo na direção das buscas unidimensionais para vários sistemas. Como todas as curvas foram convexas, imagina-se que o programa deve convergir para o ótimo global. Esta afirmação não foi comprovada matematicamente, por isso permanece a dúvida quanto a possibilidade de existirem ótimos locais. Desconfia-se da existência destes pontos principalmente em sistemas com muitos rios. Neste caso, existem diversas possibilidades aproximadamente equivalentes de distribuir a geração entre as usinas para regularizar a afluência da cascata e manter elevado o nível dos reservatórios mais a jusante.

## 8.2 Resultado dos Testes

A tabela 8.3 apresenta uma relação percentual entre o valor da função objetivo final e inicial para cada estratégia. Esta tabela mostra, principalmente, como a dimensão do conjunto superbásico influencia a solução. As estratégias com conjuntos menores obtiveram uma maior redução da função objetivo.

| Sist. <sup>1</sup> | Afluência <sup>2</sup><br>(período) | Estratégias <sup>3</sup> |       |       |       |       |
|--------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------|-------|-------|-------|
|                    |                                     | 1                        | 2     | 3     | 4     | 5     |
| #1                 | crítica                             | 82.99                    | 83.14 | 83.08 | 83.02 | 83.03 |
|                    | típica                              | 71.05                    | 71.43 | 71.41 | 71.41 | 71.06 |
| #2                 | crítica                             | 79.16                    | 79.23 | 79.31 | 80.10 | 79.16 |
|                    | típica                              | 43.74                    | 44.51 | 43.77 | 44.28 | 43.93 |
| #3                 | crítica                             | 74.27                    | 74.77 | 74.75 | 75.36 | 75.01 |
|                    | típica                              | 48.33                    | 48.97 | 48.11 | 49.05 | 48.61 |
| #4                 | crítica                             | 77.08                    | 77.85 | 77.54 | 78.36 | 84.42 |
|                    | típica                              | 45.88                    | 46.45 | 46.51 | 47.12 | 47.88 |

Tabela 8.3: Relação percentual entre o valor final e inicial da função objetivo.

O Simplex Convexo (estratégia 1) obteve a maior redução em todos os casos estudados por definir conjuntos superbásicos unitários. As estratégias 4 e 5 obtiveram bons resultados nos sistemas 1 e 2. Estes sistemas são formados por poucas usinas, por isso os conjuntos superbásicos são relativamente pequenos para estas estratégias. Para sistemas com muitas usinas como no sistema 4, os números de arcos superbásicos por iteração nas estratégias 4 e 5 são maiores que nas estratégias 2 e 3. Por isso, a redução da função objetivo é maior na segunda e na terceira coluna da tabela.

Existem duas explicações para as diferenças nos resultados desta tabela. A primeira está relacionada com a profundidade da busca unidimensional. Para conjuntos superbásicos menores, as buscas podem ser mais profundas alcançando soluções mais refinadas. A segunda explicação está relacionada à ocorrência de bases degeneradas, ou seja,

<sup>1</sup>Os quatro sistemas estão definidos na tabela 8.2.

<sup>2</sup>O período crítico foi definido de maio de 51 a abril de 56. O típico foi de maio de 72 a abril de 77.

<sup>3</sup>As cinco estratégias estão definidas na tabela 8.1

arcos básicos em um de seus limites de canalização. Sempre que o arco básico de um certo nó atinge o seu limite máximo ou mínimo, ele é trocado pelo outro arco de origem no mesmo nó. Assim, a degenerescência só ocorre quando os dois arcos de um mesmo nó atingirem um de seus limites. Esta é a única limitação da definição de base utilizando a *MDB*. Porém, os algoritmos convencionais não são imunes a ocorrência de degenerescências e não têm meios de evitar os inconvenientes causados nesta situação. Os arcos degenerados são indesejáveis porque impedem o passo nas iterações onde a direção indica no sentido que viole os seu limite de canalização. Na figura 8.3, o arco degenerado está impedindo o passo na direção do ciclo. O maior valor de  $\delta$  é zero, pois o arco degenerado não pode diminuir o seu fluxo que já está no limite mínimo. Quando ocorre este travamento do ciclo, todos os arcos

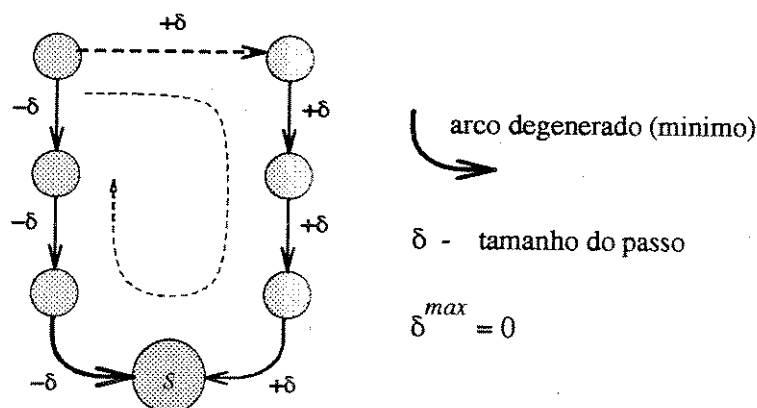


Figura 8.3: Exemplo de travamento do ciclo devido a uma base degenerada.

envolvidos na iteração são prejudicados, e quanto maior o conjunto superbásico, maior o prejuízo causado.

Uma maneira de evitar este travamento do ciclo é efetuando um desvio do arco degenerado. Definindo-se os arcos de volume de todos os reservatórios imediatamente a montante como básicos, parte do problema pode ser evitado. Na figura 8.4, ocorreu um desvio do arco degenerado que impediu o passo na figura 8.3. Este procedimento evita a presença de arcos degenerados no ciclo apenas quando for definida a estratégia *CPB* e o conjunto superbásico for formado pelas usinas a montante daquela onde foi feito o desvio. Esta é mais uma manobra utilizada no programa que só é possível devido a facilidade de

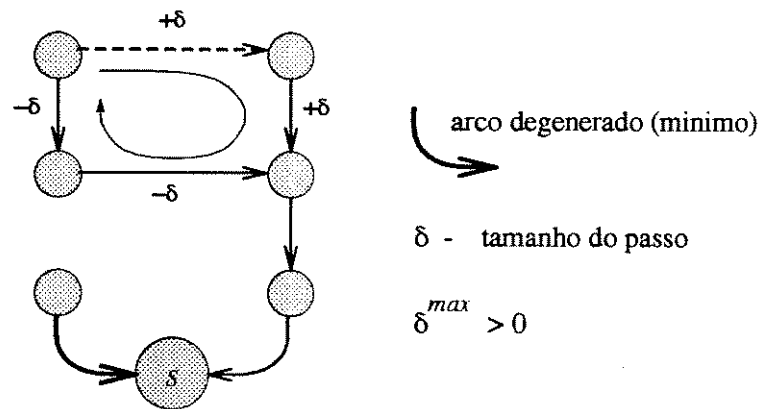


Figura 8.4: Desvio para evitar o travamento do ciclo causado pelo arco degenerado.

mudança de base causada pela *MDB*.

A tabela 8.4 apresenta o tempo de *cpu* em segundos para a execução das cinco estratégias.

| Sist. | Afluência | Estratégias |       |       |       |       |
|-------|-----------|-------------|-------|-------|-------|-------|
|       |           | 1           | 2     | 3     | 4     | 5     |
| #1    | crítica   | 20.6        | 13.3  | 4.4   | 38.9  | 21.7  |
|       | típica    | 41.7        | 18.0  | 9.8   | 27.9  | 47.8  |
| #2    | crítica   | 180.1       | 90.9  | 38.7  | 58.3  | 135.1 |
|       | típica    | 316.2       | 126.2 | 100.0 | 223.6 | 241.1 |
| #3    | crítica   | 344.0       | 89.1  | 46.9  | 104.9 | 80.4  |
|       | típica    | 239.1       | 129.5 | 81.8  | 177.1 | 327.0 |
| #4    | crítica   | 539.0       | 101.8 | 81.7  | 205.2 | 292.9 |
|       | típica    | 412.7       | 252.2 | 132.7 | 408.9 | 957.2 |

Tabela 8.4: Tempo de *cpu* em segundos para o processamento de cada estratégia.

A eficiência da partição *CPB* pode ser comprovada ao se comparar a coluna 2 com a 4 e a 3 com a 5. Estas estratégias utilizam os mesmos métodos variando apenas a estratégia de partição. Na partição *CPB*, a transferência de água entre os períodos é

facilitada promovendo a regulação da vazão dos rios logo no início do processo iterativo. A estratégia 3 é extremamente rápida por utilizar a partição *CPB* aliada a um método de segunda ordem.

A estratégia 1 é a mais lenta em quase todos os casos estudados. Nem por isso, ela pode ser considerada a pior delas. Primeiro porque ela obteve sempre o menor valor da função objetivo, depois porque quando a redução das estratégias 4 e 5 (tabela 8.3) aproxima da estratégia 1, o tempo computacional foi muito próximo e, em alguns casos, até maior. Esta é mais uma constatação da eficiência da partição *CPB*. Ela apresenta bons resultados até com o método Simplex Convexo onde a cada iteração o conjunto superbásico é formado por um único elemento.

## Capítulo 9

# *POSH* – Programa Otimizador de Sistemas Hidrotérmicos

O desenvolvimento deste programa envolveu uma vasta pesquisa bibliográfica de metodologias de solução de problemas de fluxo em redes não linear [1]–[10]. Em paralelo a este levantamento bibliográfico foram lidos diversos artigos e mantida uma forte interação com pesquisadores e profissionais do setor elétrico afim de adquirir conhecimento e sensibilidade do sistema. O resultado deste trabalho foi o desenvolvimento de um programa com a mesma filosofia da primeira versão do *POSH* [1], porém adaptado às tecnologias disponíveis no momento. Esta nova versão, assim como a primeira, explora as particularidades da rede na definição da base (Matriz de Defluência Básica) e utiliza estratégias heurísticas para acelerar a convergência do algoritmo. Esta versão apresenta um modelo mais complexo onde foi incluído o conceito de usinas afogadas e restrições de atendimento da demanda de ponta com as térmicas operando na base. A outra inovação está associada aos métodos implementados. Na versão anterior, foi implementado apenas o método Simplex Convexo devido as restrições de memória do equipamento utilizado (64 *Kbytes*). Hoje, foram implementados e testados os métodos Gradiente Reduzido e Newton Truncado. Estes dois métodos utilizam o conceito de partição de variáveis o que possibilita inúmeras heurísticas para definição dos conjuntos básicos, superbásicos e não básicos. A versão final do programa é extremamente flexível permitindo ao usuário utilizar a estratégia *default* ou uma sequência de estratégias definidas de acordo com o seu interesse.

A estratégia 3 da tabela 8.1 foi definida como *default*. Os resultados dos testes confirmaram sua eficiência. O tempo de *cpu* é extremamente baixo e a solução é muito próxima da obtida pela estratégia 1 (tabelas 8.3 e 8.4). A diferença entre o valor final da função objetivo com estas duas estratégias é desprezível, em compensação, o tempo de processamento da estratégia 3 é bem menor.

Caso o usuário não tenha exigência quanto ao tempo de *cpu* e prefira uma solução ainda mais refinada, pode ser definida a sequência de estratégias dada pela tabela 9.1:

| <i>Busca</i> | <i>Método</i> | <i>Partição</i> | <i>Intervalos</i> |
|--------------|---------------|-----------------|-------------------|
| F. Posição   | Newton Trunc. | <i>CPB</i>      | 12                |
| F. Posição   | Newton Trunc. | <i>CPB</i>      | 6                 |
| F. Posição   | Grad. Red.    | <i>CPB</i>      | 1                 |

Tabela 9.1: Exemplo da definição de uma sequência de estratégias.

Esta sequência começa pela estratégia *default* e vai diminuindo o tamanho do conjunto superbásico afim de obter soluções mais refinadas. Depois de repetir a primeira estratégia da sequência variando apenas o número máximo de arcos superbásicos (6 intervalos), utiliza-se o método Simplex Convexo (estratégia 1 da tabela 8.1). Usualmente ocorre o contrário, inicia-se com um método de primeira ordem até as proximidades do ponto ótimo, então este método é substituído por um de segunda ordem. A justificativa para esta inversão é que o Newton Truncado se mostrou mais eficiente desde o início do processo iterativo, enquanto o Simplex Convexo obteve a maior redução da função objetivo. Afim de aumentar a convergência no início do processo iterativo, foi utilizado o Newton Truncado com 12 e posteriormente 6 intervalos buscando aumentar a profundidade da busca unidimensional. Por último, foi utilizado o método Gradiente Reduzido por não ter sentido uma direção de segunda ordem com um único arco superbásico por iteração.

Os resultados desta sequência de estratégias para os sistemas e afluências apresentados nos testes anteriores estão demonstrados na tabela 9.2.

Como pode ser observado, a redução da função objetivo foi maior que na estratégia *default* (Tabela 8.3, coluna 3), porém com um grande sacrifício do tempo de *cpu*.

| <i>Sistema</i> | <i>Afluência</i> | <i>Rel. %</i> | <i>cpu (s)</i> |
|----------------|------------------|---------------|----------------|
| #1             | crítico          | 82.99         | 19.8           |
|                | típico           | 71.05         | 39.2           |
| #2             | crítico          | 79.22         | 64.1           |
|                | típico           | 43.77         | 109.1          |
| #3             | crítico          | 74.33         | 231.1          |
|                | típico           | 47.95         | 208.9          |
| #4             | crítico          | 77.08         | 361.6          |
|                | típico           | 45.85         | 347.5          |

Tabela 9.2: Resultados da sequência de estratégia.

Esta variação na definição das estratégias é muito interessante para aumentar a sensibilidade do usuário que pode interagir com o programa buscando diferentes soluções próximas do ponto ótimo e analisar a influência das diversas variáveis do sistema. Outra vantagem desta flexibilidade é a possibilidade de se avaliar a eficiência dos métodos de otimização e busca, e as estratégias de partição. Desta forma, o usuário poderá definir suas estratégias de acordo com o seu interesse.

Esta última versão do programa *POSH* foi inserida num Sistema de Apoio ao Gerenciamento denominado *XPOSH* [33]. Este sistema foi desenvolvido no ambiente *OPENWINDOWS* utilizando os recursos do *XVIEW*. A sua intenção era agilizar os testes do *POSH* através da configuração de sistemas reais utilizando dados das usinas e das afluências do sistema brasileiro. A facilidade de configuração de sistemas reais tornou o otimizador extremamente interessante e útil para o estudo do comportamento ótimo de sistemas hidrotérmicos além de agilizar os testes do programa. O resultado foi a implantação de novas opções ao *XPOSH* e o amadurecimento das principais exigências de um Sistema de Apoio a Decisão voltado exclusivamente para sistemas hidrotérmicos. O *XPOSH* vem sendo utilizado com muita frequência pela equipe de estudos energéticos do projeto FAPESP [31] e pelos alunos do *COSE* (Curso de Operação de Sistemas Elétricos) e já dispõe de várias opções utilizando janelas que tornam o programa extremamente amigável. Já estão implementadas as seguintes opções:

- Configuração de sistemas hidroelétricos utilizando dados das usinas brasileiras.

- Definição das afluições utilizando o histórico de vazões do sistema brasileiro, modelo de previsão por série temporal ou Média de Longo Termo (*MLT*).
- Otimização utilizando a nova versão do *POSH*.
- Simulação de sistemas com regras de operação em paralelo.
- Gráficos com os dados de entrada e saída do sistema no terminal ou impressora.
- Geração de relatórios com os dados de entrada e saída dos programas.
- Definição da solução inicial a fio d'água ou utilizando um programa de fluxo em redes linear que eleva o nível dos reservatórios e evita vertimentos [34]. A diferença entre o volume máximo dos reservatórios e o volume em cada intervalo é minimizada através de penalizações lineares com uma ponderação crescente que segue a ordem das usinas na cascata de montante para jusante. O vertimento também é evitado através de penalização linear. O resultado deste programa é uma solução inicial com o mínimo de vertimento e o volume dos reservatórios no máximo seguindo uma ordem de prioridade de jusante para montante de acordo com a ponderação das penalizações.

Um novo Sistema de Apoio a Decisão (*SAD*) está sendo desenvolvido e utiliza técnicas avançadas de banco de dados relacional e promete tornar-se uma ferramenta de alto nível para o desenvolvimento e treinamento de pessoal do setor elétrico [32]. Este sistema irá permitir o acesso a dados do sistema elétrico brasileiro de uma maneira extremamente interativa e irá dispor de inúmeras ferramentas que possibilitarão o estudo das diversas variáveis do sistema. A principal característica deste sistema é o grande número de variáveis e o alto grau de complexidade, por isso a importância deste *SAD* para aquisição de conhecimento e desenvolvimento de novas metodologias para o planejamento da operação.

## Capítulo 10

### Conclusão

A complexidade do problema de planejamento de sistemas hidrotérmicos é mais acentuada no Brasil devido às particularidades do seu sistema. As diversas metodologias de planejamento adotadas nos países com predominância de geração hidroelétrica não são adequadas ao sistema brasileiro. A única solução é incentivar a pesquisa de novas metodologias voltadas especificamente ao nosso sistema. Este investimento, além de extremamente necessário, é infinitamente menor que os custos envolvidos na construção de novas usinas e de redes de transmissão e distribuição. Outra vantagem é a formação de pessoal especializado afim de desenvolver e analisar as metodologias empregadas no planejamento e na operação. Esta tese foi elaborada com o intuito de contribuir para o projeto FAPESP [31] e, conseqüentemente, para o sistema brasileiro. O otimizador é uma ferramenta essencial para o desenvolvimento e análise de metodologias para o planejamento da operação.

O modelo matemático foi desenvolvido de acordo com as características do sistema brasileiro. Os resultados do tratamento especial dado ao afogamento do canal de fuga de algumas usinas mostrou a importância de se considerar esta peculiaridade do modelo. A restrição que garante a capacidade de atendimento da demanda de ponta dificilmente é ativada quando se utiliza dados reais do sistema brasileiro devido a grande capacidade de ponta em relação ao mercado na configuração dos sistemas interligados atuais. Entretanto, a importância desta restrição está associada ao aumento de confiabilidade do modelo de médio prazo. As metas energéticas recebidas pelo planejamento de curto prazo asseguram a capacidade do sistema atender a ponta mantida constante a complementação não hidráulica

do intervalo.

As usinas influenciadas por canais que desviam parte do fluxo de água dos rios são representadas por usinas equivalentes. Um bom exemplo é o canal de Pereira Barreto que liga o reservatório de Três Irmãos ao de Ilha Solteira. Estas duas usinas podem ser representadas por uma única usina denominada *Ilha Solteira Equivalente*<sup>1</sup>. No rio São Francisco existe outro canal que desvia parte do fluxo que seguiria para Moxotó e Paulo Afonso I-II-III para a usina de Paulo Afonso IV. Todo este sistema pode ser representado por uma única usina para efeito de otimização. Estas simplificações não afetam a solução, por isso o modelo não considera a existência destes canais. É possível considerar a existência destes canais com poucas alterações no programa. Neste caso, existirão usinas com mais de uma usina diretamente a jusante, por isso a Matriz de Defluência Básica teria outros valores além de 0 e 1. Numa usina que tivesse duas a jusante, os elementos da *MDB* associados a ela terão valor 0 para o arco de volume, 1 para o arco que representa o fluxo para a primeira usina e 2 para o arco que representa o fluxo para a segunda usina. Este exemplo ilustra a flexibilidade do programa que permite algumas alterações no modelo caso haja necessidade. Estes canais não foram previamente considerados devido a possibilidade de representá-los de uma maneira mais simples sem causar danos à solução.

A formulação do problema por fluxo em rede e a simplicidade da estrutura da rede possibilitam uma visualização do modelo e da correlação entre as variáveis. Este aspecto, aliado a representação da árvore pela Matriz de Defluência Básica e os métodos de otimização implementados, permite a interpretação física de diversas estratégias que influenciam a convergência do algoritmo. Assim, através da análise dos resultados da otimização de diversos sistemas sobre diferentes condições hidrológicas, é possível associar as estratégias ao interesse do usuário: menor tempo de *cpu* ou refinamento da solução. A estratégia *default* é extremamente rápida e mostrou-se muito eficiente. Caso o usuário esteja disposto a sacrificar o tempo computacional para obter uma solução ainda mais refinada, ele pode definir novas estratégias ou sequências de estratégias de acordo com o seu interesse. O conhecimento do modelo e dos recursos na definição destas estratégias dá ao usuário uma grande sensibilidade para adequar o programa ao seu nível de exigência. Outra vantagem desta flexibilidade do programa é a facilidade de se comparar os métodos de primeira e

---

<sup>1</sup>Os dados desta usina equivalente que agrega as usinas de Três Irmãos e Ilha Solteira para representar o canal de Pereira Barreto estão disponíveis no banco de dados das usinas do sistema brasileiro.

segunda ordem e analisar a importância da heurística na definição dos conjuntos básicos, superbásicos e não básicos.

Enquanto o Sistema de Apoio a Decisão para Sistemas de Energia Elétrica não é concluído [32], o otimizador está sendo utilizado através do *XPOSH* (capítulo 9) como uma ferramenta fundamental para a continuação dos estudos das metodologias de planejamento energético que serão propostas pelo projeto FAPESP. O primeiro estudo de metodologia de planejamento utilizando o otimizador foi o levantamento de regras de operação não lineares para um sistema com cinco usinas hidroelétricas [16]. Estas regras foram simuladas e comparadas com a operação em paralelo obtendo ótimos resultados.

Outro trabalho que está sendo desenvolvido é um simulador que irá testar a eficiência do Planejamento Adaptativo (seção 3.3) no sistema brasileiro. Serão utilizados dados do histórico de 1931 a 1989 com discretização mensal. Este simulador utiliza o otimizador como ferramenta básica para a definição das metas energéticas de cada intervalo do horizonte. Como o número de intervalos é muito elevado, a eficiência deste teste depende diretamente da eficiência do otimizador. Outra característica importante da solução ótima determinística é a comparação dos resultados da simulação das várias metodologias com a melhor solução possível para o problema.

Uma sugestão para a continuidade deste trabalho seria a implementação do modelo descrito em [5]. O autor utiliza fluxo em rede não linear e representa a incerteza das vazões através de um modelo multi-fluxo. A afluência de cada usina em cada intervalo do horizonte de planejamento é representada por cenários e cada cenário está associado a uma certa probabilidade. O resultado é uma solução a usinas individualizadas que considera a possibilidade de ocorrência de diferentes cenários hidrológicos. Este programa poderia ser testado para a obtenção das metas energéticas no Planejamento Adaptativo.

Esta tese cumpriu seu principal objetivo que foi a contribuição ao estudo de metodologias de planejamento energético de sistemas de energia elétrica. Esta nova versão do *POSH* utiliza os princípios básicos da primeira aliado a métodos de otimização mais eficientes e novas heurísticas para melhorar a convergência do algoritmo. O novo modelo considera aspectos importantes como o afogamento do canal de fuga e a capacidade do sistema atender a ponta. O resultado deste trabalho foi um otimizador que atende plenamente as necessidades dos usuários. O *XPOSH* agiliza e aproxima o usuário do otimizador

aumentando muito a eficiência do estudo das metodologias de planejamento energético na operação de sistemas hidrotérmicos. Esta interação homem-máquina será mais acentuada quando estiver concluído o Sistema de Apoio a Decisão para Sistemas de Energia Elétrica que vem sendo desenvolvido. Este sistema irá compilar todas as informações e programas tornando extremamente ágil a obtenção e análise de resultados. A consequência imediata será um grande avanço no desenvolvimento de novas metodologias de planejamento e formação de pessoal especializado para o setor elétrico.

# BIBLIOGRAFIA

- [1] **Carvalho, M. & Soares, S.** *An Efficient Hydrothermal Scheduling Algorithm* — IEEE Transactions on Power System, vol. PWRS-2, pp. 537-542, 1987.
- [2] **Rosenthal, R.** *A Nonlinear Network Flow Algorithm for Maximization of Benefits in a Hydroelectric Power System* — Operations Research, vol. 29, no 4, July-August 1981.
- [3] **Gagnon, C.R.; Hicks, R.H.; Jacoby, S.L.S. & Kowalik, J.S.** *A Nonlinear Programming Approach to a Very Large Hydroelectric System Optimization* — Mathematical Programming, vol. 6, pp. 28-41, 1974.
- [4] **Ikura, Y. & Gross, G.** *Efficient Large-Scale Hydro System Scheduling with Forced Spill Conditions* — IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-103, no 12, 1984.
- [5] **Nabona, N.** *Multicommodity Network Flow Model for Long-Term Hydro-Generation Optimization* — Paper 92 WM 137-0 PWRS, presented at the IEEE/PES, 1992.
- [6] **Escudeiro, L.F.** *Performance Evaluation of Independent SuperBasic Sets on Nonlinear Replicated Networks* — European Journal of Operational Research, vol. 23, pp. 343-355, 1986.
- [7] **Escudeiro, L.F.** *A Motivation for Using the Truncated Newton Approach in a Very Large Scale Nonlinear Network Problem* — Mathematical Programming Study, vol. 26, pp. 240-244, 1986.
- [8] **Escudeiro, L.F.** *On Diagonal Preconditioning the Truncated Newton Method for Super-Scale Linearly Constrained Nonlinear Programming* — European Journal of Operational Research, vol. 17, pp. 401-414, 1984.

- [9] **Dembo, R.S. & Klincewicz, J.G.** *A Scaled Reduced Gradient Algorithm for Network Flow Problems with Convex Separable Costs* — Mathematical Programming Study, vol. 15, pp. 125-147, 1981.
- [10] **Klincewicz, J.G.** *A Newton Method for Convex Separable Network Flow Problems* — NETWORKS, vol. 13, pp. 427-442, 1983.
- [11] **Dembo, R.S. & Steihaug, T.** *Truncated-Newton Algorithms for Large-Scale Unconstrained Optimization* — Mathematical Programming, vol 26, pp. 190-212, 1983.
- [12] **Arvanitidis, N.V. & Rosing, J.** *Composite Representation of Multireservoir Hydroelectric Power System* — IEEE Transaction on PAS, vol. PAS-89, n.2, 319-326, Feb. 1970.
- [13] **Arvanitidis, N.V. & Rosing, J.** *Optimal Operation of Multireservoir System Using a Composite Representation* — IEEE Transaction on PAS, vol. PAS-89, n.2, 327-335, Feb. 1970.
- [14] **Reed, E.G.** *Economic Principles of Reservoir Operation 1: Perfect Foresight* — CBER Working Paper, University of Tennessee, 1982.
- [15] **Soares, S. & Carneiro, A.** *Optimal Operation of Reservoir for Electric Generation* — IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 6, number 3, pp 1101-1107, july - 1991.
- [16] **Soares, S. & Carneiro, A.** *Reservoir Operation Rules for Hydroelectric Power System Optimization* — Joint International Power Conference: Athenas Power Tech – IEEE / NTUA, Athenas. Greece, Sep. 1993.
- [17] **Carneiro, A. & Soares, S.** *A Large Scale Application of an Optimal Deterministic Hydrothermal Scheduling Algorithm* — IEEE Transactions on Power System, vol. PWRS-5, pp 240-247, 1990.
- [18] **Soares, S.** *Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos* — Revista SBA: Controle e Automação, vol. 1, no 2, pp. 122-133, 1987.
- [19] **Dembo, R. S. et al** *Managing Hidroeléctrica Española's Hydroelectric Power System* — INTERFACE, vol. 20, pp. 115-135, 1990.
- [20] **Dagli, C.H. & Miles, J.F.** *Determining Operating Policies for Water Resource System* — Journal of Hydrology, vol. 47, pp. 297-306.

- [21] **Pereira, M.V.F.** *Optimal Scheduling of Hydrothermal System - An Overview* — IFAC Symposium on Planning and Operation of Electric Energy Systems, Rio de Janeiro, pp. 1-9, jul. 1985.
- [22] **Pereira, M.V.F.; Cunha, S.H.F.; Terry, L.A. & Mossé, A.** *Modelos Computacionais para Planejamento e Operação de Sistemas Hidrotérmicos de Grande Porte* — Revista SBA: Controle e Automação, vol. 1, n.1, pp. 31-41.
- [23] **Bissonnette, V.; Lafond, L. & Côté, G.** *A Hydro-Thermal Scheduling Model for the Hydro-Québec Production Systems*, v. PWRS-1, n.2, pp.204-210, May 1986.
- [24] **Hanscom, M.L.; Lafond, L.; Lasdon, L.S. & Pronovost, G.** *Modeling and Resolution of the Deterministic Mid-Term Energy Production Problem for the Hydro-Quebec System* — Management Science, vol. 26, pp. 659-668, 1980.
- [25] **Lyra, C.** *Contribuição ao Planejamento da Produção de Energia em Sistemas de Potência* — Tese de Doutorado, UNICAMP, Campinas, SP, 1984.
- [26] **Ferreira, L. R. M.** *Otimização da Operação Energética do Sistema Hidroelétrico do Rio Iguaçu* — Tese de Mestrado, UNICAMP, Campinas, SP, 1991.
- [27] **El-Hawary, M.E. & Christensen, G.S.** *Optimal Economic Operation of Electric Power System* — Academic Press, 1979.
- [28] **D. G. Luenberger, D.G.** *Linear and Nonlinear Programming* — Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1984.
- [29] **Gill, P.E., Murray, W., and Wright, M.H.** *Practical Optimization* — Academic Press, London, 1981.
- [30] **Campos, Vicente Falconi** *Gerência da Qualidade Total: estratégia para aumentar a competitividade da empresa brasileira* — Fundação Christiano Ottoni, Escola de Engenharia da UFMG, 1990 — (Rio de Janeiro: Bloch Ed.).
- [31] **Soares, S. & outros** *Planejamento da Operação de Sistemas de Energia Elétrica com Predominância de Geração Hidroelétrica* — Projeto Temático de Equipe, FAPESP, Processo: 90/3611-7, julho 1991.
- [32] **Vinhal, C. & Soares, S.** *Um Sistema de Apoio a Decisão no Planejamento da Operação de Sistemas de Energia Elétrica* — Relatório de Mestrado, Processo: 91/4155-8, FAPESP/UNICAMP, agosto de 1992.

- [33] **Ribeiro, V.F. & Soares, S.** *Implementação em Linguagem C do Programa de Operação de Sistemas Hidroelétricos* — Relatório de Iniciação Científica, Processo: 91/2905-0, FAPESP/UNICAMP, Agosto de 1992.
- [34] **Ferreira, R.F.** *Soluções Heurísticas para Operação Energética de Sistemas Hidrotérmicos* — Relatório de Iniciação Científica, Processo: 91/2904-3, FAPESP/UNICAMP, Agosto de 1992.