

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

OPERAÇÃO ECONÔMICA DE
USINAS REVERSÍVEIS

Antonio Sérgio de Souza

Orientador : Secundino Soares Filho

Tese de Mestrado apresentada à
Faculdade de Engenharia de Cam
pinas da Universidade Estadual
de Campinas.

DEZEMBRO-1980

UNICAMP

A P R E S E N T A Ç Ã O

A questão de "como operar um conjunto de usinas reversíveis" foi levantada por engenheiros da C.E.S.P. durante uma palestra dada por professores da UNICAMP, cujo objetivo era o de mostrar uma nova metodologia no tratamento do problema de escalamento de geração em sistemas hidrotérmicos. Assim este trabalho é basicamente uma resposta à esta questão, não cabendo questões como viabilidade econômica de implantação de usinas reversíveis.

O trabalho compreende três capítulos. No introdutório é feita uma apresentação das "partes integrantes do sistema produtor de energia, bem como a formulação do problema. No segundo capítulo apresenta-se uma síntese dos principais trabalhos que contribuíram para a compreensão do problema. Outros trabalhos são referenciados, ou apenas citados na bibliografia. Apresenta-se também a filosofia básica de operação da reversível. O terceiro e último capítulo apresenta a metodologia proposta bem como um exemplo bastante simples, que porém não obscurece os efeitos da presença de uma usina reversível junto à um sistema produtor de energia.

Agradeço ao CNPq o apoio prestado durante toda a realização do trabalho, o qual espero, tenha contribuído para as metas propostas por este organismo.

Foi de grande valia e fundamental, os ensinamentos e a orientação do professor Secundino Soares, sobretudo um amigo, cuja paciência e dedicação estendeu-se também à minha família. Agradeço também aos professores Hermano e Paulo pelos ensinamentos e pela amizade valiosa. Agradeço aos amigos Raul, Akebo, Christiano, Geromel, Ana, Takaaki, e Adalberto. Cada um deles contribuíram de uma maneira ou de outra para este trabalho. Agradeço também à Nilza pelo excelente trabalho de datilografia. À Lucia, minha esposa, pela paciência, amizade e compreensão agradeço e dedico este trabalho, tendo no entanto que repartir tal dedicação com meus pais e irmãos que reconheço, foram importantes para mim todo este tempo.

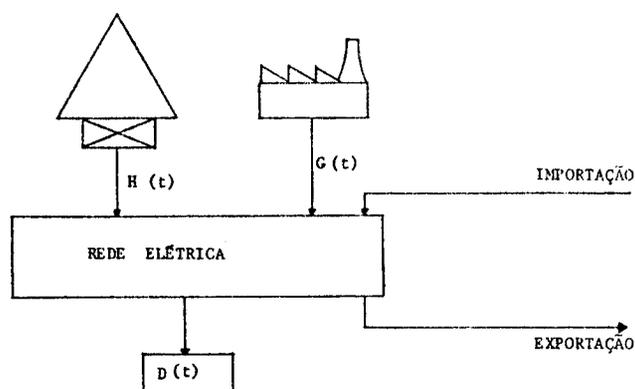
Í N D I C E

I - INTRODUÇÃO	
1.1- O sistema produtor de energia elétrica.....	1
1.2- O mercado consumidor.....	1
1.3- O sistema hidroelétrico.....	3
1.4- O sistema termoelétrico.....	5
1.5- Usina reversível.....	9
1.6- O problema de escalamento de geração.....	11
II - ASPECTOS DA OPERAÇÃO ECONÔMICA DE USINAS REVERSÍVEIS	
2.1- Introdução.....	13
2.2- Metodologias.....	14
III - UMA PROPOSTA DE ABORDAGEM	
3.1- Introdução.....	23
3.2- A metodologia proposta.....	23
3.3- O subproblema térmico.....	26
3.4- O subproblema hidroelétrico.....	26
3.5- O subproblema reversível.....	28
3.6- Exemplo.....	30
3.7- Conclusões.....	39
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	41

I - INTRODUÇÃO

1.1- O Sistema produtor de energia elétrica

Um sistema produtor de energia elétrica é composto normalmente por usinas térmicas e hidráulicas, cujas produções devem somar a carga demandada ao sistema em cada instante. A figura 1 esquematiza um sistema produtor de energia elétrica.



- Fig. 1 -

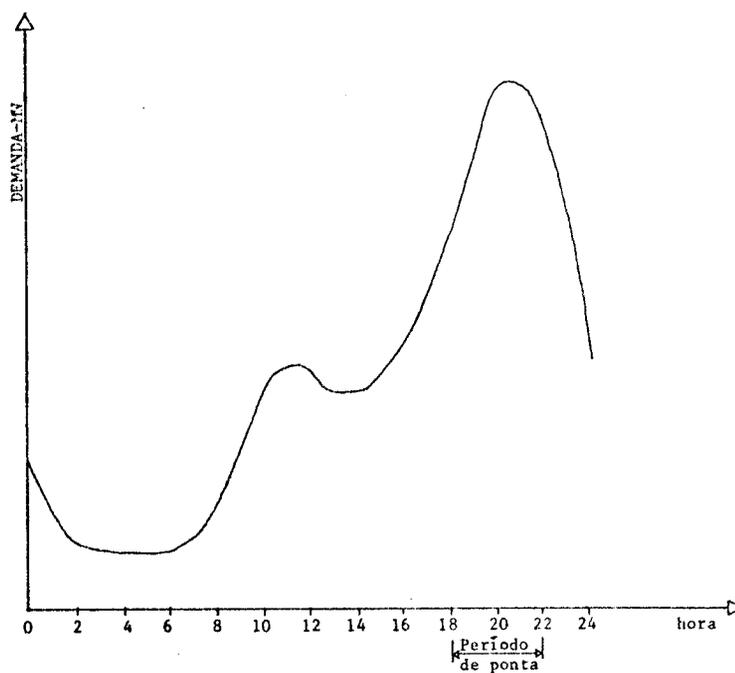
$H(t)$ e $G(t)$ são respectivamente as produções hidroelétrica e termoe elétrica, no instante t e $D(t)$ a carga demandada ao sistema no mesmo instante.

Em sistemas com predominância de geração hidroelétrica é de grande importância a interligação com sistemas vizinhos, o que possibilita intercâmbio de energia, levando à uma maior flexibilidade e economia no atendimento à demanda. Consegue-se também estes efeitos, com a introdução no sistema de uma usina hidroelétrica do tipo reversível. Este tipo de usina ocupa uma posição ímpar no sistema produtor de energia já que ora é vista como apenas mais uma usina hidroelétrica do sistema, ora é vista como uma carga do sistema. O sistema apresentado acima é bastante simples não considerando as perdas na transmissão de energia (o que pode ser feito sem grandes problemas), nem casos particulares como a existência de usinas de outros sistemas à montante ou à jusante de usinas do sistema considerado.

1.2- O mercado consumidor

A demanda da energia elétrica, $D(t)$ é uma função aleatória no tempo. À curva demanda versus tempo dá-se o nome de curva de demanda ou curva de carga do sistema, que apresenta um certa forma padrão, como

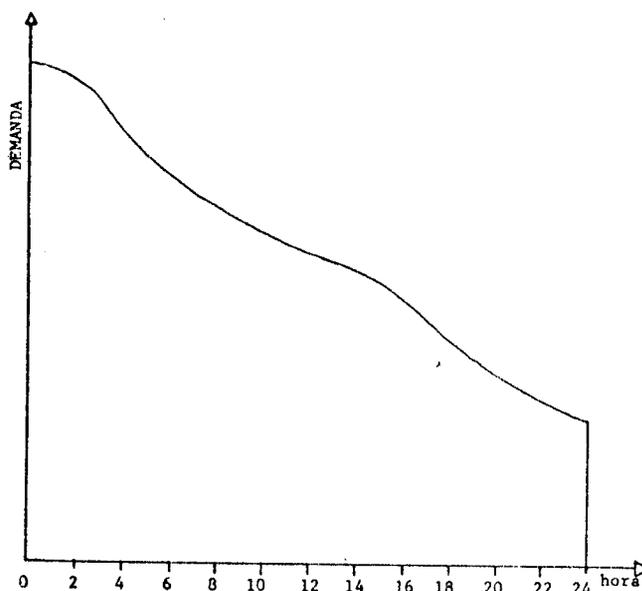
mostra a figura 2 para o período de um dia útil.



- Fig. 2 -

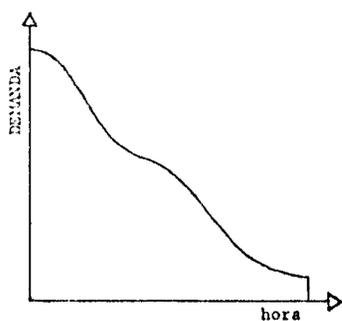
O sistema produtor deve ser dimensionado para suprir confiavelmente a demanda máxima (conhecida por "ponta" ou "pico de carga") bem como a energia total consumida (área sob a curva). Define-se período de ponta (ou "horas de pico") como o intervalo de tempo em que é provável que ocorra a demanda máxima. No sistema Brasileiro é normal tomar-se o período de ponta entre 18 e 22 horas.

Uma outra maneira de apresentar a curva de demanda é através da curva de duração da carga, na qual os valores de demanda são tomados em ordem decrescente como na figura 3.

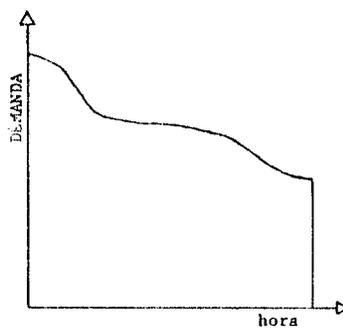


- Fig. 3 -

A curva de duração de carga permite melhor visualização das características de demanda, transparecendo nesta curva a composição da demanda. Uma curva bastante íngreme como a da figura 4 denota um peso considerável de demanda domiciliar na demanda total, já uma curva suave como a da figura 5 denota a existência de um grande mercado industrial, cujo consumo contínuo durante todo o dia praticamente forma a base da curva de duração de carga.



- Fig. 4 -



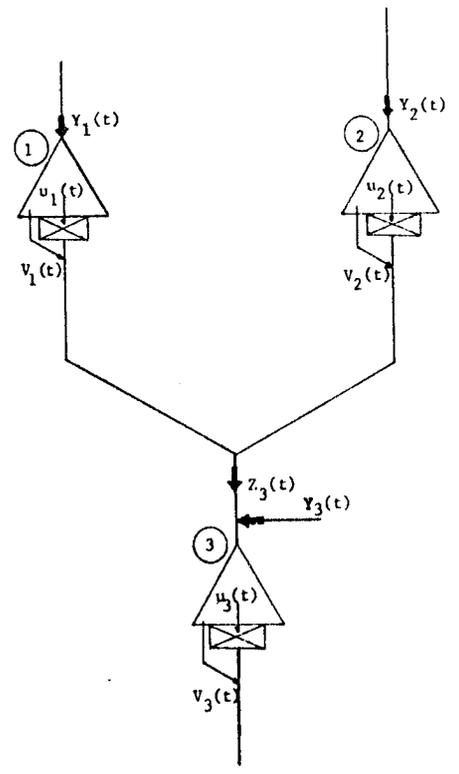
- Fig. 5 -

Sistema com curvas de carga com perfil semelhante à da figura 4 leva à uma maior utilização da usina reversível, já em sistemas com perfil semelhante à da figura 5 a reversível é menos utilizada.

1.3- O sistema hidroelétrico

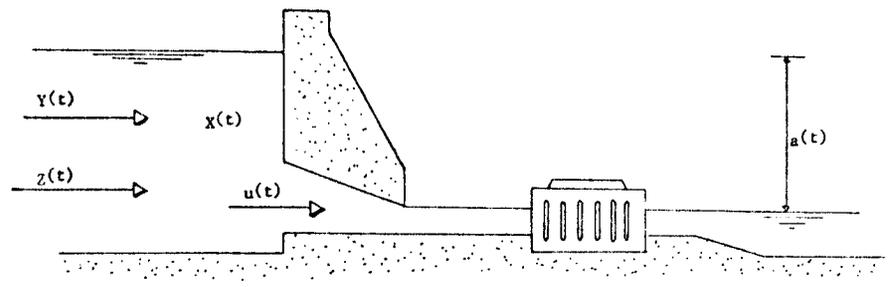
A figura 6 mostra um sistema de geração hidroelétrica em um mesmo curso d'água.

Nos projetos de usinas hidroelétricas, a capacidade do reservatório, capacidade de geração e afluência ao reservatório definem uma certa capacidade de regularização das descargas, diária, semanal, mensal, anual ou mesmo plurianual. As usinas com reservatórios de baixa capacidade de regularização, face ao intervalo de discretização usado, são normalmente consideradas como usinas a fio d'água (ou usinas sem reservatório). Na figura 6, $Y_i(t)$ denota a afluência natural ou independente à usina no instante t ; $Z_i(t)$ denota a vazão dependente ou controlável à usina i , soma das vazões turbinadas, $u_i(t)$ e vertida, $v_i(t)$ nas usinas à montante da usina i , no instante t , ou em algum instante anterior, quando se considera o tempo de viagem da água.



- Fig. 6 -

A figura 7 mostra uma usina hidroelétrica do sistema.



- Fig. 7 -

- $x(t)$ - volume d'água armazenada no reservatório no instante t . Este volume não pode exceder à capacidade máxima do reservatório (\bar{X}) nem cair abaixo de um limite inferior (\underline{X}).
- $a(t)$ - altura de queda entre o nível superior do reservatório e a turbina, $a(t)$ é função do volume d'água armazenada no instante t $x(t)$ e do nível do canal de fuga, que por sua vez é função da vazão turbinada.

$u(t)$ - vazão d'água turbinada no instante (t) , limitada superiormente pela saturação da capacidade das turbinas (\bar{u}) e inferiormente por restrições operativas (\underline{u}) .

$v(t)$ - vazão d'água vertida no instante t .

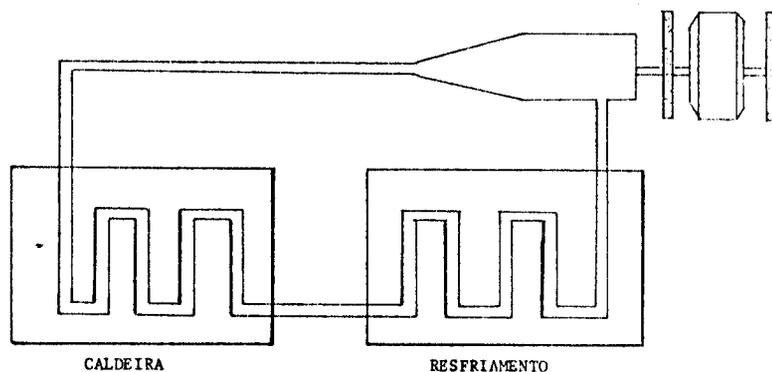
A potência instantânea produzida pelo gerador é dada por:

$$H(t) = \eta \cdot g \cdot u(t) \cdot a(t) \text{ KW}$$

Onde η é o rendimento total na conversão de energia potencial para energia elétrica, normalmente considerado constante dentro da faixa de operação da turbina. g é a aceleração da gravidade em m/s^2 . $a(t)$ é normalmente tomada como função do volume no instante t e da turbinagem no mesmo instante, de um modo mais geral é a diferença entre dois polinômios em u e x (turbinagem e volume), cujos coeficientes dependem dos perfis do reservatório e do canal de fuga.

1.4- O sistema termoelétrico

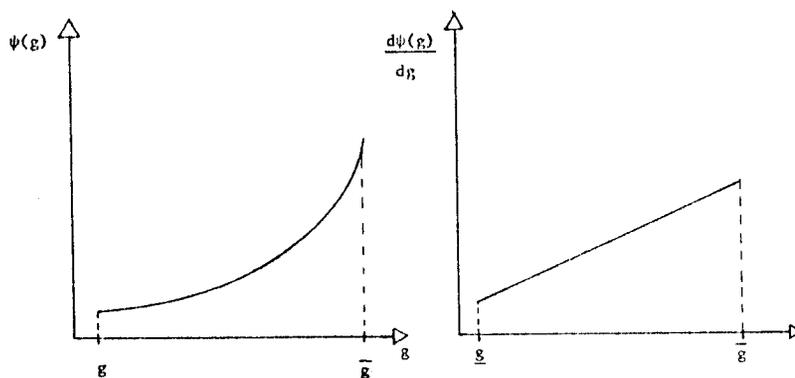
As usinas que compõe um sistema termoelétrico diferem entre si quanto ao tipo de combustível utilizado: óleo, gás, carvão ou combustível nuclear. O funcionamento é análogo qualquer que seja o tipo de combustível utilizado. A figura 8 esquematiza o funcionamento de uma térmica.



- Fig. 8 -

$\psi(g)$ é o equivalente em dinheiro do consumo de combustível na geração do nível de atividade g , chamado custo de produção das usinas térmicas. $\psi(g)$ é crescente com a energia gerada (g) . O custo incremental $\frac{d\psi(g)}{dg}$ é também crescente, conseqüentemente a função ψ é convexa (normalmente a

proximada à uma quadrática). A figura 9 ilustra estas curvas.



- Fig. 9 -

Na fig. 9, g e \bar{g} são respectivamente os limites inferior e superior da região de operação das térmicas. Além do custo de produção de energia, existe ainda o custo de partida de cada unidade térmica, que depende teoricamente do espaço de tempo em que ficou desligada. No caso deste espaço de tempo ser de poucos minutos, o custo de partida é quase nulo. Por outro lado com a unidade já "fria" o custo de partida é máximo. Se a unidade acha-se poucas horas desligada o custo de partida é algum valor entre os dois extremos mencionados. Normalmente este custo é dado por:

$$C = C_0 (1 - e^{-kt}), \text{ onde}$$

C_0 é o custo de partida à frio, e k é a taxa de resfriamento de unidade.

Apesar de importante, quando se trabalha com curto horizonte de otimização, o custo de desligamento leva à problemas que foge ao escopo deste trabalho, mesmo porque sendo o sistema brasileiro predominante hidroelétrico, a geração térmica é decidido em problemas de horizonte de otimização médio, funcionando as térmicas na maioria dos casos em regime de base. Neste trabalho, ignoraremos o custo de ligação, considerando-se então uma configuração fixa de térmicas e deve-se minimizar o custo total de produção, obrigando-se a cada térmica situar-se em sua região de geração. Supondo que em um instante qualquer m , uma fração da carga (G^m) deva ser atendida pelo sistema termoelétrico composto pelo conjunto de térmicas I, o problema é então formulado:

min

$$\sum_{i \in I} \psi_i(g_i^m)$$

s.a

$$\begin{cases} \sum_{i \in I} g_i^m = G^m \\ \underline{g}_i \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad i \in I \end{cases}$$

Relaxando as restrições sobre a região da operação, a solução seria da da por:

$$\tilde{g}_i^m, \quad i \in I \quad \text{onde} \quad \left. \frac{d\psi_i(g_i^m)}{dg_i^m} \right|_{\tilde{g}_i^m} = \text{cte} = \lambda^m$$

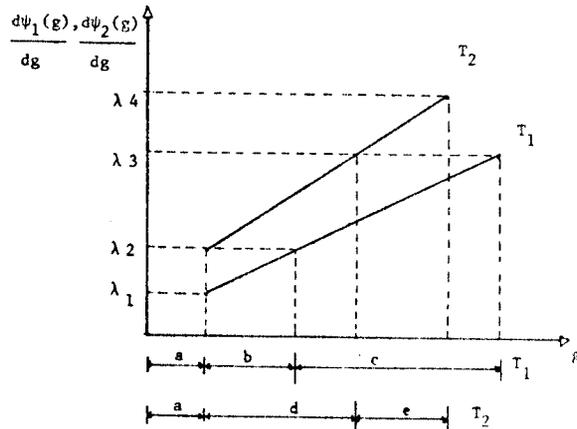
Na presença das restrições de operação a solução do problema passa a ser:

$$\hat{g}_i^m, \quad i \in I \quad \text{onde} \quad \hat{g}_i^m = \min[\bar{g}_i, \max(\underline{g}_i, \tilde{g}_i^m)]$$

Isto é, o sistema termoelétrico deve atender G^m , de forma que todas as unidades térmicas operem com custos incrementais iguais entre si a menos de atingir seus limites de operação. Estendendo-se o problema a todos os instantes de tempo, a regra de operação ótima é operar as térmicas com custos incrementais iguais entre si em cada instante de tempo. Esta regra de operação permite representar um conjunto de térmicas por uma única térmica com uma curva de custo incremental agregado, que reflete a participação ótima de cada térmica do conjunto no atendimento à carga total.

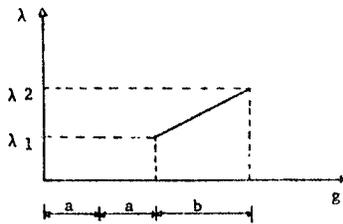
A curva de custo incremental agregado é obtida, tomando-se λ como parâmetro, e construindo-se a curva λ versus $\sum_{i \in I} \hat{g}_i$; onde $\hat{g}_i = \min[\bar{g}_i, \max(\underline{g}_i, \tilde{g}_i)]$, \tilde{g}_i tal que $\left. \frac{d\psi_i(g_i)}{dg_i} \right|_{\tilde{g}_i} = \lambda$.

Seja por exemplo, um sistema térmico composto por somente duas unidades, cujas curvas de custo incremental são dados na fig. 10, em um único gráfico.



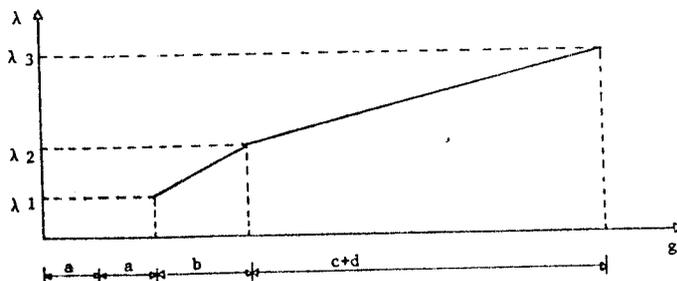
- Fig. 10 -

Tomando λ como parâmetro, tem-se que no intervalo $[\lambda_1, \lambda_2]$, a t \acute{e} rmica de n $^\circ$ 2 est \acute{a} em seu limite m \acute{i} nimo gerando portanto g_2 , j \acute{a} a t \acute{e} rmica de n $^\circ$ 1 tem sua gera \tilde{c} o variando com λ . A curva de custo incremental para este trecho \acute{e} dado na fig. 11.



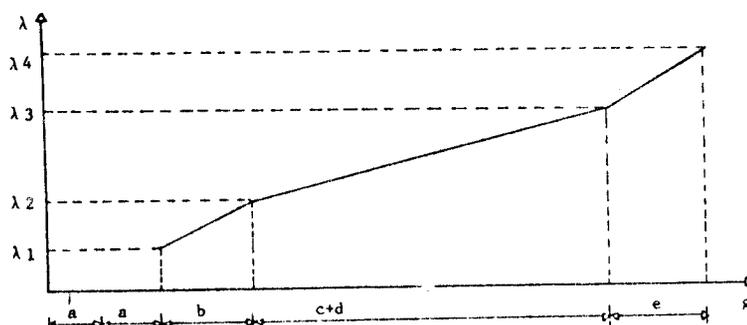
- Fig. 11 -

No intervalo $[\lambda_2, \lambda_3]$ as duas t \acute{e} rmicas geram conforme o custo incremental sendo que no final do intervalo a t \acute{e} rmica de n $^\circ$ 1 alcan \tilde{c} a o seu limite m \acute{a} ximo de gera \tilde{c} o. A fig. 12 mostra a curva de custo incremental agregado para este trecho.



- Fig. 12 -

Para λ no intervalo $[\lambda_3, \lambda_4]$ a térmica de nº 1 gera o máximo, enquanto a térmica de nº 2 varia a geração com λ até λ_4 quando também alcança o máximo. A fig. 13 mostra a curva de custo incremental final.



- Fig. 13 -

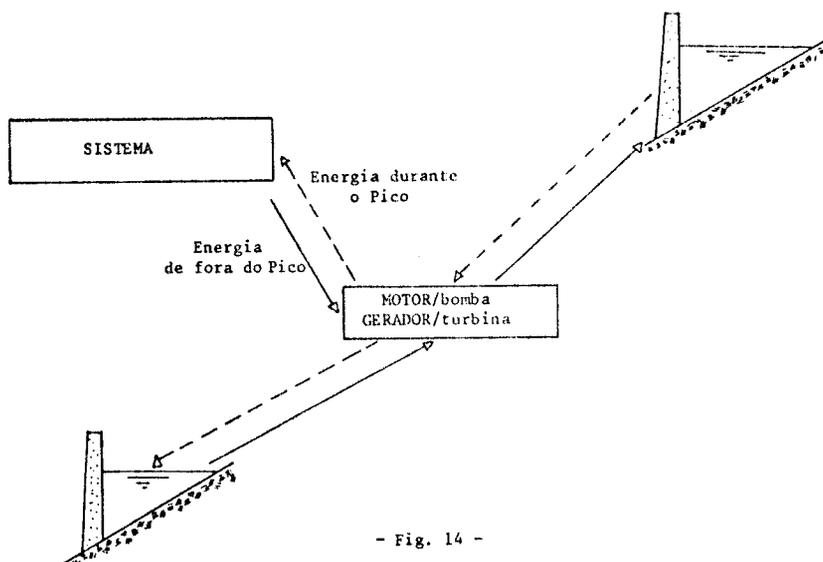
1.5- Usina reversível

Uma usina reversível é basicamente a combinação de uma hidroelétrica e uma estação de bombeamento. Sua instalação compreende um par de reservatórios e uma casa de máquinas cujas unidades, no caso mais comum, podem funcionar ora como turbina-gerador ora como bomba-motor (fig.14) embora encontre-se instalações cujas unidades de bombeamento e geração sejam separadas.

As usinas reversíveis distinguem-se das hidroelétricas convencionais principalmente pelo tipo de recurso utilizado na geração de energia elétrica. As hidroelétricas convencionais utilizam de um recurso natural, a energia potencial da água afluente ao reservatório, cuja existência se prende à necessidade de regularização da produção de energia; já as unidades reversíveis utilizam de energia elétrica do restante do sistema, bombeando água para o reservatório superior, cuja energia potencial é utilizada posteriormente, devolvendo, à menos de perdas, a energia absorvida do sistema. Assim a implantação de uma usina reversível não acrescenta energia firme ao sistema, porém efetua um deslocamento de energia no tempo.

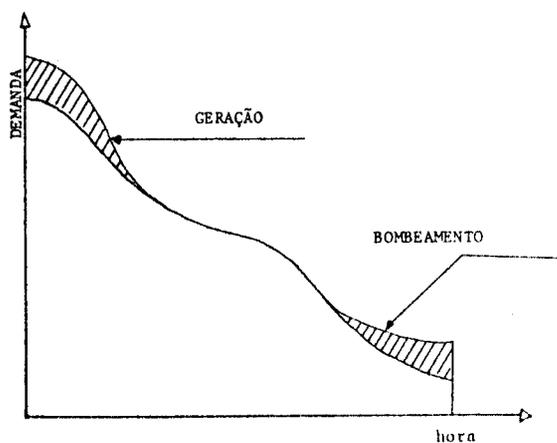
As usinas reversíveis são fundamentalmente usinas de geração de ponta e a filosofia básica de sua operação é: bombear nos instantes fora de pico de demanda, quando há energia produzida a baixo custo, armazenando água no reservatório elevado, cuja energia potencial será u-

utilizada nas horas de pico de demanda, quando o custo de produção da energia é alto.



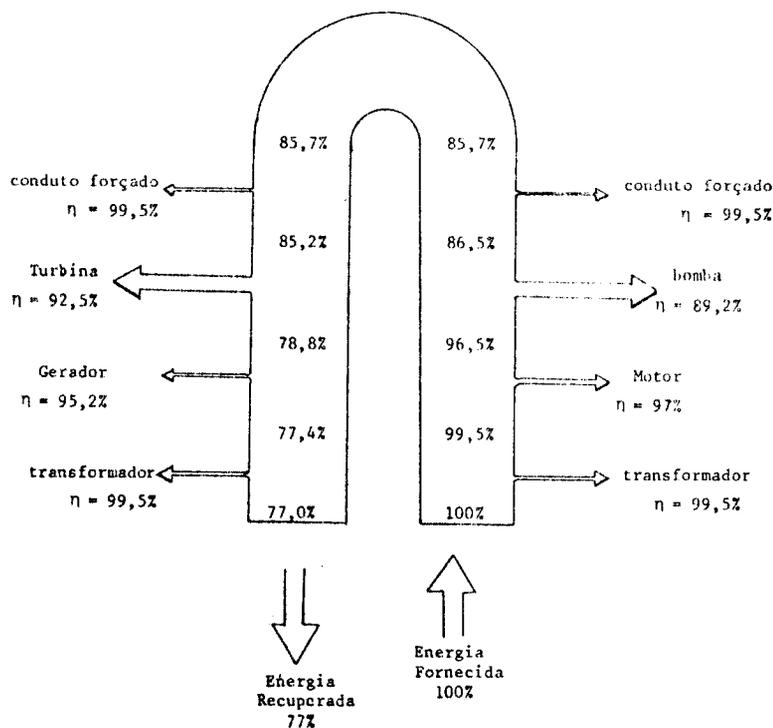
- Fig. 14 -

A fig. 15 mostra na curva de duração de carga os prováveis instantes de geração e de bombeamento.



- Fig. 15 -

A economia obtida com a introdução de uma usina reversível a um parque termoelétrico é tanto maior quanto mais íngreme for a curva de custo da geração térmica. Ademais esta economia é limitada pelo perfil da demanda, pela capacidade da reversível, pelo volume de seu reservatório superior e pela eficiência do ciclo de geração, fig. 16.



- Fig. 16 -

1.6- O problema de escalamento de geração

A existência, no sistema hidroelétrico, de reservatório reguladores se prende à necessidade de amenizar o efeito da aleatoriedade das vazões naturais dos rios, bem como, sua natureza cíclica, isto é, armazena-se água nas estações chuvosas, utilizando-a em período seco. Surge então o problema da utilização desses recursos armazenados. Em determinados instantes é necessário decidir quanto de água deve ser retirado para a produção de energia elétrica, isto é, em cada instante deve-se saber qual a participação das térmicas no atendimento ao mercado; de modo que durante todo o período considerado (horizonte de otimização) a quantidade total de recursos utilizados para a geração térmica seja mínima. Este problema tem geralmente um horizonte de otimização de um a dois anos, com intervalos de discretização mensal (nos quais são tomados valores médios de demanda e da produção), e é dito planejamento a médio prazo da operação e fornece uma orientação mais segura ao planejamento a curto prazo. Com um horizonte de otimização de dias ou semanas, com intervalos de discretização de horas, o planejamento a

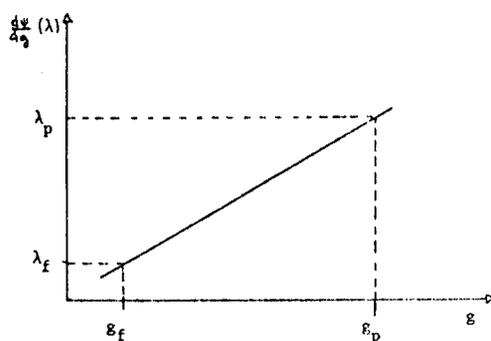
curto prazo preocupa-se com o atendimento da demanda nos períodos de ponta e fora de ponta. Completando tem-se ainda o problema de longo prazo, geralmente usado pelos departamentos de planejamento das companhias geradoras, com horizontes superiores a cinco anos.

A usina reversível não entra no planejamento de operação à médio prazo, isto porque não há transferência de energia de um período de discretização à outro posterior. Já no planejamento à curto prazo a reversível deve ser considerada e surge o problema de decidir quanto bombear e quanto gerar e em que instantes de tempo, de modo à obter uma economia no atendimento ao mercado ou cobrir o déficit no atendimento à ponta do sistema.

II - ASPECTOS DA OPERAÇÃO ECONÔMICA DE USINAS REVERSÍVEIS

2.1- Introdução

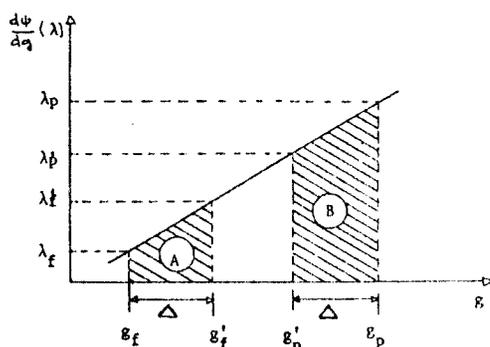
O problema de minimizar os custos de operação de um parque gerador termoelétrico leva à política ótima, de operar as usinas com custos marginais iguais entre si, a cada período de tempo. Na presença de um parque hidroelétrico complementar, a tendência da operação ótima é ademais igualar o custo marginal do sistema termoelétrico ao longo do tempo, isto significa homogeneizar a produção térmica no tempo para evitar os custos elevados da geração de ponta. A adição de uma usina reversível tende a produzir este mesmo efeito. Isto pode ser entendido através de um cenário simplificado onde uma usina térmica e uma reversível procuram atender uma demanda. A usina térmica é representada por sua curva de custo incremental. Caso atendesse a demanda sozinha teria que gerar g_p (demanda de pico) ou g_f (fora de pico) o que significa grande oscilação no custo incremental de geração, (fig. 17).



- Fig. 17 -

A disponibilidade de energia a um baixo custo durante certas horas do dia (fora de pico) e o alto custo alcançado nas horas de pico sugere um armazenamento de energia, que é viabilizado pela reversível. Supondo sua eficiência em 100% (nenhuma perda), a reversível consumiria energia nos instantes de fora de pico (elevando o custo incremental λ_f), armazenando-a na forma de energia potencial e devolveria esta energia ao sistema no período de pico (reduzindo o custo incremental λ_p). Na fig. 18, a quantidade de energia transacionada pela reversível é Δ . A área A corresponde ao custo de bombeamento, já a área B corresponde ao lucro da geração. A diferença de área B-A mede o lucro líquido associado à energia transacionada Δ . O aumento desse volume de energia ou o

que o mesmo, um aumento na quantidade de água no ciclo de bombeamento-geração tende à igualar os custos incrementais, instante em que o lucro líquido incremental é nulo.



- Fig. 18 -

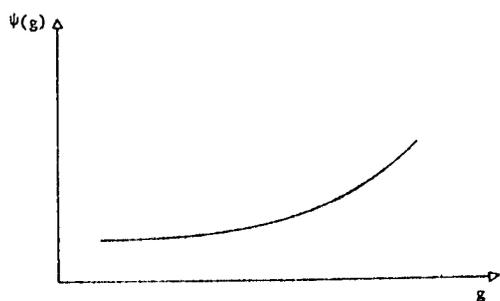
Conseguiria-se neste caso ideal a completa homogeneização da geração térmica. No caso real da reversível com rendimento global menor que 100% a tendência a igualar os custos incrementais permanece, embora não seja alcançada.

2.2- Metodologias

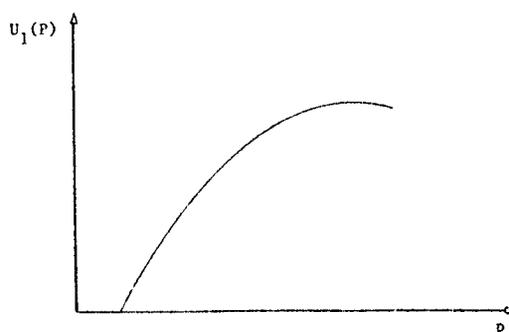
Ricard [9], desenvolve em seu trabalho equações que exprimem a solução do problema de minimizar o custo de geração térmica em um sistema hidrotérmico, e propõe a aplicação destas equações à operação de usinas reversíveis. Para o caso em que a altura de queda é constante tem-se:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{d\psi[g(t)]}{dg(t)} \\ \frac{dU_1[p(t)]}{dp(t)} \end{array} \right|_{t \in T_1} = \left. \begin{array}{l} \frac{d\psi[g(t)]}{dg(t)} \\ \frac{dU_2[p(t)]}{dp(t)} \end{array} \right|_{t \in T_2} = K$$

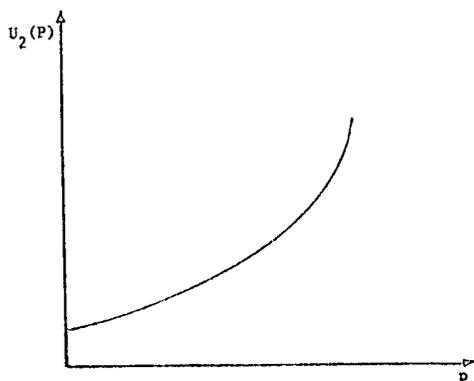
Onde $\psi[g(t)]$ é a função custo de geração térmica; $U_1[p(t)]$ e $U_2[p(t)]$ são as funções de consumo de água no bombeamento e na geração (vazão bombeada e vazão turbinada); T_1 e T_2 são respectivamente os intervalos de tempo de bombeamento e de geração. As figuras 19-22, mostram estas funções, e os intervalos de tempo.



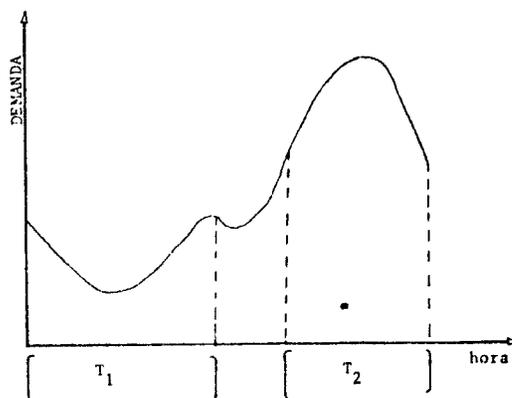
- Fig. 19 -



- Fig. 20 -



- Fig. 21 -

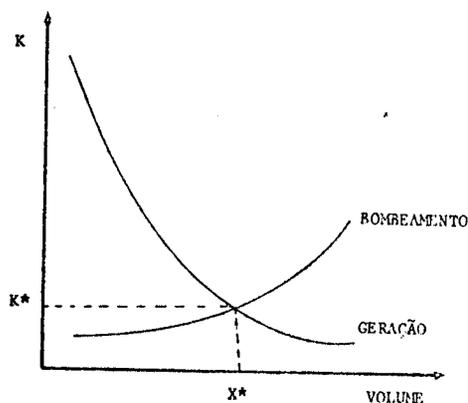


- Fig. 22 -

O valor de K é tal que a quantidade de água utilizada na geração é igual à quantidade de água utilizada no bombeamento.

Ricard interpreta K como o custo ou lucro no deslocamento de geração térmica por um metro cúbico suplementar de água bombeado ou turbinado, que devem ser iguais no ótimo.

Tomando K como parâmetro pode-se construir as curvas da quantidade de água bombeada versus K e da quantidade de água turbinada versus K , mostrados na fig. 23.



- Fig. 23 -

K^* é o valor de K para o qual a quantidade de água utilizada no bombeamento é igual à utilizada para geração.

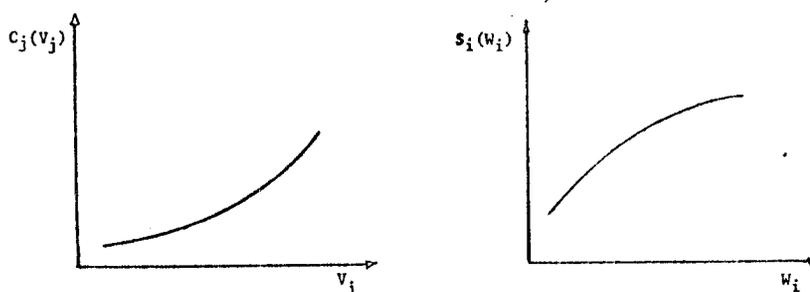
O trabalho de Ricard é pioneiro e serve de base para a maioria dos trabalhos desenvolvidos posteriormente. Um trabalho bastante relacionado ao de Ricard é o de Dopazzo et al [2], os quais apresentam uma metodologia de operação econômica de usina reversível em presença de um parque exclusivamente termoelétrico. Aplicaram este estudo, em seguida, à uma parte do American Electric Power System, num programa de operação semanal com discretização de hora em hora. As hipóteses básicas deste trabalho são:

1. Não há variação de cota na reversível durante o ciclo de operação;
2. Toda água bombeada durante o ciclo é utilizada para geração (não há armazenamento de energia de uma semana para outra).

A filosofia da análise de Dopazzo parte da divisão dos períodos de tempo em períodos de bombeamento $j \in J$ e períodos de geração $i \in I$. Esta classificação inicial é baseada apenas nas características de custo incremental que o sistema térmico apresentaria caso atendesse a demanda integralmente. Sendo v_j o volume da água bombeada no período j e w_i o volume de água utilizada por geração no período i , a hipótese básica 2 é equacionada como:

$$W = \sum_{j \in J} v_j = \sum_{i \in I} w_i$$

Onde W representa o volume total de água empregada no ciclo bombeamento-geração. A partir da agregação do sistema térmico em uma curva incremental global, e do conhecimento do rendimento das operações de bombeamento e de geração da usina reversível Dopazzo deriva duas funções; $c_j(v_j)$, o custo de bombear um volume v_j no período j e $s_i(w_i)$ o lucro de turbinar um volume w_i no período i . Note que em princípio isto pode ser obtido "a-priori" uma vez que existe independência no tempo destas funções. Isto é uma consequência direta da primeira hipótese básica. A fig. 24 ilustra estas funções.



- Fig. 24 -

Devido inicialmente a característica de custo incremental do sistema térmico ser crescente, as funções c_j são convexas ao passo que s_i são côncavas. A partir destas considerações são formuladas três condições de operação econômica para a usina reversível.

Condição 1: repartir o volume total bombeado entre os instantes de bombeamento de modo a minimizar o custo total de bombeamento, matematicamente:

$$(P_b) \left\{ \begin{array}{l} \min \sum_{j \in J} c_j(v_j) \\ \text{s.a} \\ \sum_{j \in J} v_j = \tilde{W} \end{array} \right.$$

A solução ótima para (P_b) é dado por:

$$\tilde{v}_j, j \in J \quad \text{onde} \quad \left. \frac{dc_j}{dv_j} \right|_{\tilde{v}_j} = \text{cte} = \mu(\tilde{W}), \quad \forall j \in J$$

O que significa bombear em cada período $j \in J$ de modo a igualar o custo marginal de bombeamento.

Condição 2: Repartir o volume total turbinado entre os instantes de geração de modo a maximizar o lucro global de operação, matematicamente:

$$(P_g) \left\{ \begin{array}{l} \max \sum_{i \in I} s_i(w_i) \\ \text{s.a} \\ \sum_{i \in I} w_i = \tilde{W} \end{array} \right.$$

A solução ótima para (P_g) é dada por:

$$\tilde{w}_i, i \in I \quad \text{onde} \quad \left. \frac{ds_i}{dw_i} \right|_{\tilde{w}_i} = \text{cte} = \sigma(\tilde{W}), \quad \forall i \in I$$

O que significa turbinar em cada período $i \in I$ de modo a igualar o lucro marginal de geração.

Associa-se a cada quantidade de água utilizada no ciclo bombeamento-geração (\bar{W}), e a cada política de bombeamento-geração, o lucro líquido da operação. Supondo-se que para um volume (\bar{W}), a política de bombeamento-geração seja ótima (condições 1 e 2 satisfeitas), tem-se a função lucro líquido ótimo:

$$L(\bar{W}) = \sum_{i \in I} s_i(\bar{w}_i) - \sum_{j \in J} c_j(\bar{v}_j)$$

$$\text{onde } \sum_{i \in I} \bar{w}_i = \sum_{j \in J} \bar{v}_j = \bar{W}$$

Assim pode-se formular a condição 3, onde o lucro líquido é tomado como o lucro líquido ótimo:

Condição 3: Determinar o volume total de água utilizado no ciclo bombeamento-geração de modo a maximizar o lucro líquido da operação, matematicamente:

$$\max L(\bar{W}) = \sum_{i \in I} s_i(\bar{w}_i) - \sum_{j \in J} c_j(\bar{v}_j)$$

$$\text{onde } \sum_{i \in I} w_i = \sum_{j \in J} v_j = \bar{W}$$

a variação no lucro líquido função da quantidade de água \bar{W} é:

$$\Delta L(\bar{W}) = \sum_i [s_i(\bar{w}_i + \Delta w_i) - s_i(\bar{w}_i)] - \sum_j [c_j(\bar{v}_j + \Delta v_j) - c_j(\bar{v}_j)]$$

para variações suficientemente pequenas

$$\Delta L(\bar{W}) = \sum_i \left. \frac{d s_i(w_i)}{d w_i} \right|_{\bar{w}_i} \cdot \Delta w_i - \sum_j \left. \frac{d c_j(v_j)}{d v_j} \right|_{\bar{v}_j} \cdot \Delta v_j$$

e como pelas condições de otimalidade de P_g e P_b

$$\left. \frac{d s_i(w_i)}{d w_i} \right|_{\bar{w}_i} = \sigma(\bar{W}) \quad \text{e} \quad \left. \frac{d c_j(v_j)}{d v_j} \right|_{\bar{v}_j} = \mu(\bar{W})$$

podemos então escrever:

$$\Delta L(\bar{W}) = \sigma(\bar{W}) \cdot \sum_i \Delta w_i - \mu(\bar{W}) \cdot \sum_j \Delta v_j$$

e como $\sum_i \Delta w_i = \sum_j \Delta v_j = \Delta W$ temos:

$$\Delta L(\bar{W}) = [\sigma(\bar{W}) - \mu(\bar{W})] \Delta W$$

assim o lucro líquido incremental como função da quantidade de água no ciclo bombeamento-geração é dado por:

$$\left. \frac{dL(\bar{W})}{d\bar{W}} \right|_{\bar{W}} = \sigma(\bar{W}) - \mu(\bar{W})$$

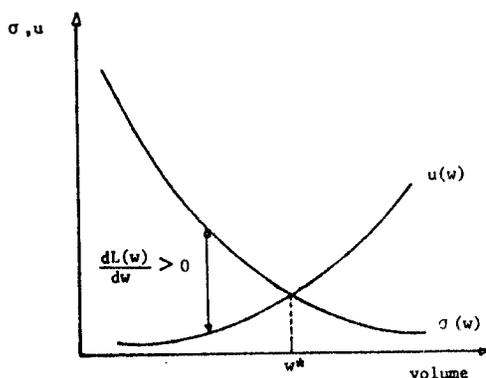
a condição de otimalidade de $\text{Max } L(\bar{W})$ é:

$$\left. \frac{dL(\bar{W})}{d\bar{W}} \right|_{\bar{W}=W^*} = 0$$

o que significa que o lucro líquido incremental deve ser nulo, e ainda

$$\sigma(W^*) = \mu(W^*)$$

W^* é o volume para o qual o lucro marginal de geração é igual ao custo marginal de bombeamento. A fig. 25 ilustra este resultado.



- Fig. 25 -

Enquanto o lucro líquido incremental é positivo, o volume de água no ciclo bombeamento-geração deve ser aumentado. O ótimo ocorre no ponto onde o lucro líquido incremental é nulo.

Seja g_i e g_j as gerações térmicas nos instantes genéricos $i \in I$, $j \in J$; $\phi_1(v_j)$ a função de consumo de energia no bombeamento e $\phi_2(w_i)$ a função de geração da reversível. Chamando \tilde{g}_i a nova geração térmica se a reversível produzir $\phi_2(w_i)$ de energia; e \tilde{g}_j a nova geração térmica se a reversível utilizar para bombeamento $\phi_1(v_j)$ de energia, tem-se:

$$\tilde{g}_i(w_i) = g_i - \phi_2(w_i)$$

$$\tilde{g}_j(v_j) = g_j + \phi_1(v_j)$$

Definindo então:

$$c_j(v_j) = \psi[\tilde{g}_j(v_j)] - \psi(g_j)$$

e

$$s_i(w_i) = \psi(g_i) - \psi[\tilde{g}_i(w_i)]$$

tem-se então que:

$$\left. \frac{dc_j(v_j)}{dv_j} \right|_{v_j} = \left. \frac{d\psi(g)}{dg} \right|_{\tilde{g}_j} \cdot \left. \frac{d\phi_1(v_j)}{dv_j} \right|_{v_j} \quad (1)$$

e

$$\left. \frac{ds_i(w_i)}{dw_i} \right|_{w_i} = \left. \frac{d\psi(g)}{dg} \right|_{\tilde{g}_i} \cdot \left. \frac{d\phi_2(w_i)}{dw_i} \right|_{w_i} \quad (2)$$

As condições (1), (2) e (3) de Dopazo permitem escrever:

$$\frac{d\psi(g)}{dg} \cdot \frac{d\phi_1(v_j)}{dv_j} = \frac{d\psi(g)}{dg} \cdot \frac{d\phi_2(w_i)}{dw_i} = \mu(\bar{W}) = \sigma(\bar{W}) = \text{cte}$$

expressão idêntica à de Ricard.

M.J. Cobian [4], ao contrário dos anteriormente citados, resolve o problema de uma usina reversível com cota variável, junta a um sistema exclusivamente térmico. Suponha um único sistema térmico agregado, dado pela função de custo $\psi(g^m)$, onde g^m é a geração térmica do sistema agregado, no período m . Seja r^m a energia transacionada entre a usina reversível e o sistema de potência no período m (se $r^m > 0$ a reversível entrega energia ao sistema, se $r^m < 0$ a reversível utiliza energia do sistema para bombeamento). Supondo conhecidos e constantes os rendimentos

de bombeamento e η_g de geração, a operação econômica de uma usina reversível em um horizonte de tempo determinado ($m \in M$) pode ser formulado como o seguinte problema:

$$\min_{m \in M} \Sigma \psi (g^m) \quad (1)$$

s.a

$$g^m + r^m = d^m \quad ; m \in M \quad (2)$$

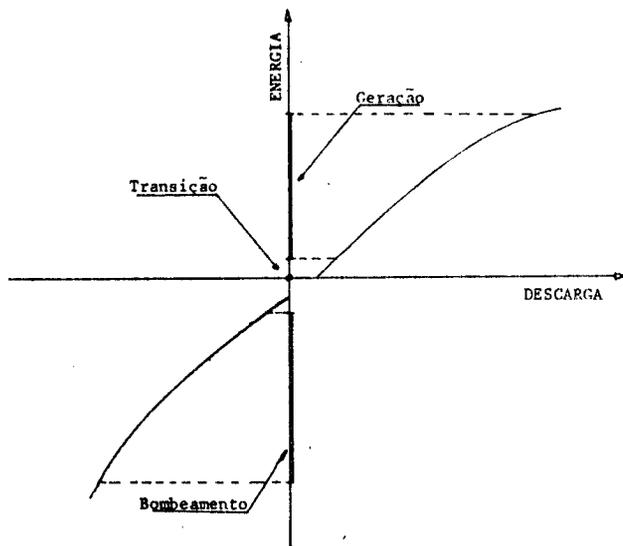
$$x^{m+1} - x^m = \begin{cases} \frac{C \cdot r^m}{\eta_g \cdot h(x^m)} & ; \text{ se } x^{m+1} \geq x^m \\ \frac{C \cdot \eta_b \cdot r^m}{h(x^m)} & ; \text{ se } x^{m+1} < x^m \end{cases} \quad ; m \in M \quad (3)$$

$$\underline{X} \leq x^m \leq \bar{X} \quad ; m \in M \quad (4)$$

$$r^m \in R \quad ; m \in M \quad (5)$$

$$x^0, x^T \text{ dados} \quad (6)$$

restrição (2) é relativa ao balanço de energia no sistema (d^m é a carga demandada no período m). a restrição (3) descreve a dinâmica do reservatório superior da reversível, x^m é o volume deste reservatório no início do período m e $h(x^m)$ a altura de queda relativa a este volume; x^m é limitado superiormente e inferiormente (\bar{X}, \underline{X}) como mostra a restrição (4), demais são conhecidos os volumes inicial e final (x^0, x^T). Na restrição (5) R é o conjunto sobre o qual r^m é definido; decorrência das restrições sobre o limite máximo na linha de transmissão que liga a reversível ao restante do sistema, e restrições sobre as máximas e mínimas vazões turbinadas e bombeadas. A fig. 26 mostra as curvas de bombeamento para uma altura constante.



- Fig. 26 -

Cobian propõe a aplicação de programação dinâmica na resolução do problema descrito.

III - UMA PROPOSTA DE ABORDAGEM

3.1 - Introdução

Além das abordagens anteriores, muitos trabalhos sugeridos para o problema exclusivamente hidrotérmico, podem ser utilizados na resolução do problema reversível. Este trabalho é uma extensão deste tipo, mais exatamente uma extensão do trabalho de Soares [12], no sentido de incluir usinas reversíveis. A metodologia por ele utilizada é a decomposição por dualidade. A justificativa para esta metodologia é de que em muitas das abordagens sugeridas recentemente persiste a dificuldade de harmonizar uma modelização acurada com a possibilidade de resolver sistemas reais de grande porte. Uma manipulação usada é agregar o sistema hidroelétrica trabalhando com um reservatório composto equivalente, reduzindo a dimensão do problema e viabilizando o uso das técnicas existentes. Isto é, entretanto uma indesejável simplificação sempre que a decisão "onde" armazenar é tão importante quanto a decisão "quanto" armazenar. Propõe-se então uma abordagem por decomposição ao sistema produtor de energia, no intuito de obter-se subproblemas que apresentem maior simplicidade na resolução. no presente trabalho consegue-se três subproblemas, o hidroelétrico, o térmico e o reversível, dentro de uma formulação mais geral e precisa. Assim é suposto variações na altura de queda devido tanto a variações de volume, quanto a variações na turbinação. É possível o tratamento dentro desta metodologia de redes hidráulicas completamente gerais com usinas em cascatas, atraso no transporte da água e vertimento, tanto para hidroelétricas convencionais como para hidroelétricas do tipo reversível.

3.2 - A metodologia proposta

Para viabilizar a resolução de problemas para sistemas hidrotérmicos de grande porte com a presença de um parque reversível, se aplicará decomposição por dualidade para separar todas as unidades de produção do sistema hidrotérmico, gerando subproblemas de resolução mais simples. O método dual clássico em dois níveis é proposto para encontrar-se o ponto de sela da função lagrangeano.

Seja um sistema hidrotérmico constituído por $i \in I$ usinas termoelétrica com custos de geração ψ , em função da geração g_i^m , em cada período m , e $j \in J$ usinas hidroelétricas gerando h_j^m no período m . Nestas

condições o problema hidrotérmico na presença de um parque gerador reversível, $k \in K$, transacionando r_k^m de energia com o restante do sistema seria:

$$\left. \begin{array}{l} \text{min.} \quad \sum_{m \in M} \sum_{i \in I} \psi_i(g_i^m) \\ \text{s.a} \end{array} \right\} \quad ; \quad (7)$$

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{i \in I} g_i^m + \sum_{j \in J} h_j^m + \sum_{k \in K} r_k^m = d^m \end{array} \right\} ; m \in M \quad (8)$$

$$\left. \begin{array}{l} \langle \text{restrições de operação das térmicas} \rangle \end{array} \right\} ; m \in M \quad (9)$$

$$\left. \begin{array}{l} \langle \text{restrições de operação das hidrotérmicas} \rangle \end{array} \right\} ; m \in M \quad (10)$$

$$\left. \begin{array}{l} \langle \text{restrições de operação das reversíveis} \rangle \end{array} \right\} ; m \in M \quad (11)$$

A idéia básica, derivada do fato de que a excessão do balanço energético, as restrições de (PO) são separáveis, e dualizar (PO) em relação à (8) obtendo o lagrangeano:

$$L = \sum_{m \in M} \left\{ \sum_{i \in I} \psi_i(g_i^m) + \lambda^m [d^m - \sum_{k \in K} r_k^m - \sum_{i \in I} g_i^m - \sum_{j \in J} h_j^m] \right\}$$

que para o vetor λ fixado é aditivamente separável em g , r e h . Assim sua minimização pode ser realizado em três parcelas independentes:

Subproblema térmico:

$$(PT) \left\{ \begin{array}{l} \text{min} \quad \sum_{m \in M} \sum_{i \in I} [\psi_i(g_i^m) - \lambda^m g_i^m] \\ \text{s.a} \\ \langle \text{restrições de operação das térmicas} \rangle \end{array} \right.$$

Subproblema hidroelétrico

$$(PH) \left\{ \begin{array}{l} \text{max} \quad \sum_{m \in M} \sum_{j \in J} \lambda^m h_j^m \\ \text{s.a} \\ \langle \text{restrições de operação das hidroelétricas} \rangle \end{array} \right.$$

Subproblema reversível

$$(PR) \begin{cases} \max_{m \in M} \sum_{k \in K} \lambda^m r_k^m \\ \text{s.a} \\ \langle \text{restrições de operação das reversíveis} \rangle \end{cases}$$

Determinando-se então um valor da função dual

$$H(\underline{\lambda}) = \min_{\underline{g}, \underline{r}, \underline{h}} L(\underline{g}, \underline{r}, \underline{h}, \underline{\lambda})$$

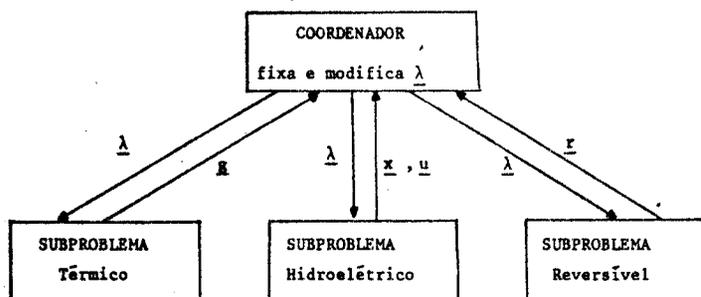
A existência de um ponto de sela do lagrangeano é condição necessária e suficiente para otimalidade em problemas convexos. Um mínimo de L em relação às variáveis primais \underline{g} , \underline{h} , \underline{r} , sujeitas às suas restrições e um máximo em relação às variáveis duais $\underline{\lambda}$ sujeitas a $\underline{\lambda} \geq 0$, definem o ponto de sela. Assim deve-se procurar $\underline{\lambda}$ no sentido de maximizar $H(\underline{\lambda})$, utilizando-se do gradiente da função dual, que é dado pelo erro no balanço energético, ou seja pelas componentes:

$$\frac{\partial H(\underline{\lambda})}{\partial \lambda^m} = d^m - \sum_{i \in I} g_i^m - \sum_{j \in J} h_j^m - \sum_{k \in K} r_k^m ; \quad m \in M$$

Este é em essência o método dual clássico em dois níveis. No nível inferior minimiza-se L para $\underline{\lambda}$ fixo, isto é, avalia-se a função dual.

$$H(\underline{\lambda}) = \min_{\underline{g}, \underline{h}, \underline{r}} L(\underline{g}, \underline{r}, \underline{h}) \text{ s.a (9), (10) e (11)}$$

No nível superior modifica-se multiplicadores ou lagrange $\underline{\lambda}$, de modo a maximizar a função dual $H(\underline{\lambda})$, utilizando-se do gradiente da função dual, que é o erro no balanço energético, o processo continua até que a política de operação desenvolvida satisfaça o balanço energético (Fig. 27).



- Fig. 27 -

a decomposição do sistema produtor de energia, baseado no desocoplamento devido à fixação dos multiplicadores $\underline{\lambda}$, leva à subsistemas independentes, que desenvolvem sua política ótima à partir dos multiplicadores, que podem ser vistos como o preço da energia no tempo. Quando o balanço energético não é satisfeito, o coordenador muda o preço da energia de modo que no equilíbrio os subsistemas forneçam o que é requerido do sistema como um todo.

3.3 - O subproblema térmico

Com suas restrições e para $\underline{\lambda}$ fixo ($\hat{\lambda}$) o subproblema térmico escreve-se:

$$\min \sum_{m \in M} \left\{ \sum_{i \in I} \psi_i(g_i^m) - \hat{\lambda}^m \sum_{i \in I} g_i^m \right\} \quad (12)$$

s.a

$$g_i < g_i^m < \bar{g}_i ; i \in I, m \in M \quad (13)$$

Este problema por sua vez reduz-se à otimizações independentes uma para cada planta termoelétrica $i \in I$.

$$\min \sum_{m \in M} \left\{ \psi_i(g_i^m) - \hat{\lambda}^m g_i^m \right\}$$

s.a

$$g_i < g_i^m < \bar{g}_i ; m \in M$$

cuja solução é:

$$\hat{g}_i^m = \min \left\{ \bar{g}_i, \max [g_i, \tilde{g}_i^m] \right\}$$

onde

$$\left. \frac{d \psi_i(g_i^m)}{d g_i^m} \right|_{\hat{g}_i^m} = \lambda^m ; m \in M$$

3.4 - O subproblema hidroelétrico

Com suas restrições e para $\underline{\lambda}$ fixo ($\hat{\lambda}$) o subproblema hidroelétrico escreve-se:

$$\max_{m \in M} \sum_{j \in J} \hat{\lambda}^m h_j^m \quad (14)$$

$$\text{s. a} \quad h_j^m = \phi_j^H(\lambda_j^m, u_j^m) ; \quad m \in M \quad (15)$$

$$x_j^{m+1} = x_j^m + y_j^m + z_j^m - u_j^m ; \quad j \in J, \quad m \in M \quad (16)$$

$$z_j^m = \sum_{j' \in S_j} u_j^{m-t_{jj'}} \quad (17)$$

$$x_j^m \in X_j = \{ x_j^m \mid \underline{X}_j \leq x_j^m \leq \bar{X}_j \} ; \quad j \in J, \quad m \in M \quad (18)$$

$$u_j^m \in U_j = \{ u_j^m \mid \underline{U}_j \leq u_j^m \leq \bar{U}_j \} ; \quad j \in J, \quad m \in M \quad (19)$$

$$x_j^0, x_j^T \text{ dados; } j \in J \quad (20)$$

onde S_j é o conjunto de índices das hidroelétricas vizinhos à hidroelétrica j rio acima e $t_{jj'}$ é o intervalo de tempo de deslocamento da água entre os hidroelétricos $j' \in S_j$ e J . A função $\phi^H(x,u)$ é obtida por fitagem à partir da função:

$$h(x,u) = \eta \cdot g \cdot a(x,u) \cdot u$$

onde

$a(x,u)$ é a diferença de dois polinômios em x e u .

O grande trabalho computacional na resolução de problemas hidrotérmicos é devido à revolução do subsistema hidroelétrico. Como operar economicamente em um horizonte de tempo, várias hidroelétricas acopladas hidráulicamente não é um problema de fácil solução. O subproblema hidroelétrico é um problema de controle, com restrições no controle e nas variáveis de estado. Na formulação apresentada não foi incluído o vertimento, uma vez que se trata de um problema com um horizonte de tempo curto, onde as variações no volume do reservatório são relativamente pequenos. Desta forma, para N hidroelétricas tem-se N variáveis de controle (e não $2N$ quando se considera o vertimento) e N variáveis de estados. Na ausência das restrições (17) o que ocorre para unidades hidroelétricas em paralelo, o subproblema hidroelétrico reduz-se à otimizações independentes, u

ma para cada usina. Quando no entanto a restrição (17) precisa se explicitamente considerada o subproblema torna-se mais complexo. Neste caso o uso de técnicas tais como programação dinâmica convencional é prejudicado devido a dimensionalidade. Uma alternativa possível é a aplicação de técnicas especiais de programação dinâmica tais como Programação dinâmica por aproximações sucessivas (10), ou programação dinâmica diferencial (15). A resolução do subproblema hidroelétrico pode ainda ser feita utilizando-se as técnicas de gradiente reduzido (16), ou gradiente projetado (17), técnicas que tem se mostrado promissoras. Existe ainda a possibilidade de decompor o subproblema hidroelétrico em subproblemas menores de mais fácil resolução. Dois tipos de decomposição podem ser obtidos: a decomposição espacial e a decomposição temporal (12).

3.5 - O subproblema reversível

Com suas restrições e para λ fixo ($\hat{\lambda}$) o subproblema reversível escreve-se:

$$\max \quad \sum_{m \in M} \quad \sum_{k \in K} \quad \hat{\lambda}^m \cdot r_k^m \quad (21)$$

$$\text{s.a} \quad x_k^{m+1} - x_k^m = \begin{cases} \frac{C \cdot r_k^m}{\eta_g \cdot a(x_k^m, x_k^{m+1})} & \text{se } x_k^{m+1} \geq x_k^m \\ \frac{C \cdot \eta_b \cdot r_k^m}{a(x_k^m, x_k^{m+1})} & \text{se } x_k^{m+1} < x_k^m \end{cases} ; k \in K, m \in M$$

$$\underline{X}_K \leq x_k^m \leq \bar{X}_K \quad ; k \in K; m \in M \quad (23)$$

$$r_k^m \in R_k \quad ; k \in K, m \in M \quad (24)$$

$$x_k^0, x_k^T \quad \text{dados} \quad ; k \in K \quad (25)$$

onde $a(x_k^m, x_k^{m+1})$ é a diferença entre dois polinômios que dependem dos perfis do canal de fuga e do reservatório; C é uma constante de conversão e R_k é tomado como na equação (5).

a formulação apresentada acima refere-se ao caso mais comum de usinas re

versíveis em paralelo e sem afluência (ou desprezível), ao reservatório superior. Neste caso o problema reduz-se a otimizações independentes, u para cada usina reversível. A resolução de cada um desses problemas pode ser feito por métodos iterativos. Bainbridge em seu trabalho [3] mostra a possibilidade de obter-se por fitagem uma única curva contínua que aproxime-se às curvas de bombeamento e geração. Sendo $\phi_R(x,u)$ a curva obtida, o problema de produção de uma usina reversível escreve-se:

$$\max \sum_{m \in M} \hat{\lambda}^m r^m \quad (25)$$

$$\text{s. a } r^m = \phi_R(x^m, u^m) ; m \in M \quad (26)$$

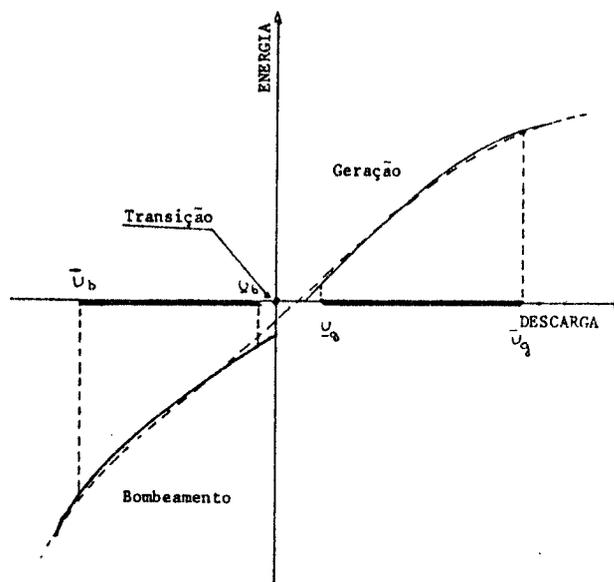
$$x^{m+1} = x^m - u^m ; m \in M \quad (27)$$

$$\underline{x} \leq x^m \leq \bar{x} ; m \in M \quad (28)$$

$$u^m \in U ; m \in M \quad (29)$$

$$x^0, \bar{x} \text{ dados} \quad (30)$$

onde U é o conjunto das turbinagens possíveis, mostrado na fig. 28.



- Fig. 28 -

assim desde que $\phi_R(x, u)$ se aproxime ao caso real, o subproblema reversível pode ser visto como semelhante ao subproblema hidroelétrico, com a única diferença na restrição de turbinagem.

3.6 - Exemplo

Com o intuito de verificar o comportamento de uma usina reversível junto a um sistema hidrotérmico, propõe-se um exemplo bastante simples, de um sistema composto por uma termoelétrica, uma hidroelétrica e uma reversível, o horizonte de otimização é de 24 horas com discretização de hora em hora. Não há vertimento na usina hidroelétrica e é conhecida a curva de demanda. O problema foi resolvido por programação dinâmica diferencial. Tanto a hidroelétrica quanto a reversível tem suas funções de geração dadas por quadráticas do tipo:

$$h = ax^2 + bxu + cu^2 + du + ex + f \text{ MW}$$

os coeficientes para a hidroelétrica e para a reversível são dados na Tab. I.

	a	b	c	d	e	f
HIDROELÉTRICA	-10^{-9}	10^{-12}	-10^{-2}	13	10^{-3}	0
REVERSÍVEL	-10^{-6}	10^{-4}	-10^{-2}	16	10^{-4}	-5

- TAB. I -

as restrições sobre a geração térmica e o custo de geração térmica são:

$$\underline{g} = 100 \text{ MW}$$

$$\bar{g} = 3000 \text{ MW}$$

$$\psi(g) = 0,05 g^2 \text{ cruzeiros}$$

Uma manipulação bastante utilizada na resolução de problemas hidrotérmicos é a inclusão no sistema de uma usina termoelétrica fictícia com alto custo de geração, o qual refletiria o custo social do corte de carga.

Assim procedendo, a reversível preocupa-se apenas com a economia na geração térmica. A escolha de uma função de geração que traduza o custo social do corte de carga é difícil, exigindo o levantamento desses custos junto à indústria, comércio e setores domiciliares. Neste exemplo optou-se por uma única térmica com uma região de operação bastante ampla, que permita uma melhor compreensão dos efeitos que ocorrem com a introdução de uma reversível a um sistema termoelétrico.

As restrições sobre a hidroelétrica são:

$$\bar{X} = 80.000 \quad (10^5 \text{ m}^3)$$

$$\underline{X} = 81.500 \quad (10^5 \text{ m}^3)$$

$$\bar{u} = 100 \quad (10^5 \text{ m}^3/\text{h})$$

$$\underline{u} = 10 \quad (10^5 \text{ m}^3/\text{h})$$

$$y = 80 \quad (10^5 \text{ m}^3/\text{h})$$

$$x^0 = x^T = 80.600 \quad (10^5 \text{ m}^3)$$

Para a reversível as restrições são:

$$\bar{X} = 1100 \quad (10^5 \text{ m}^3)$$

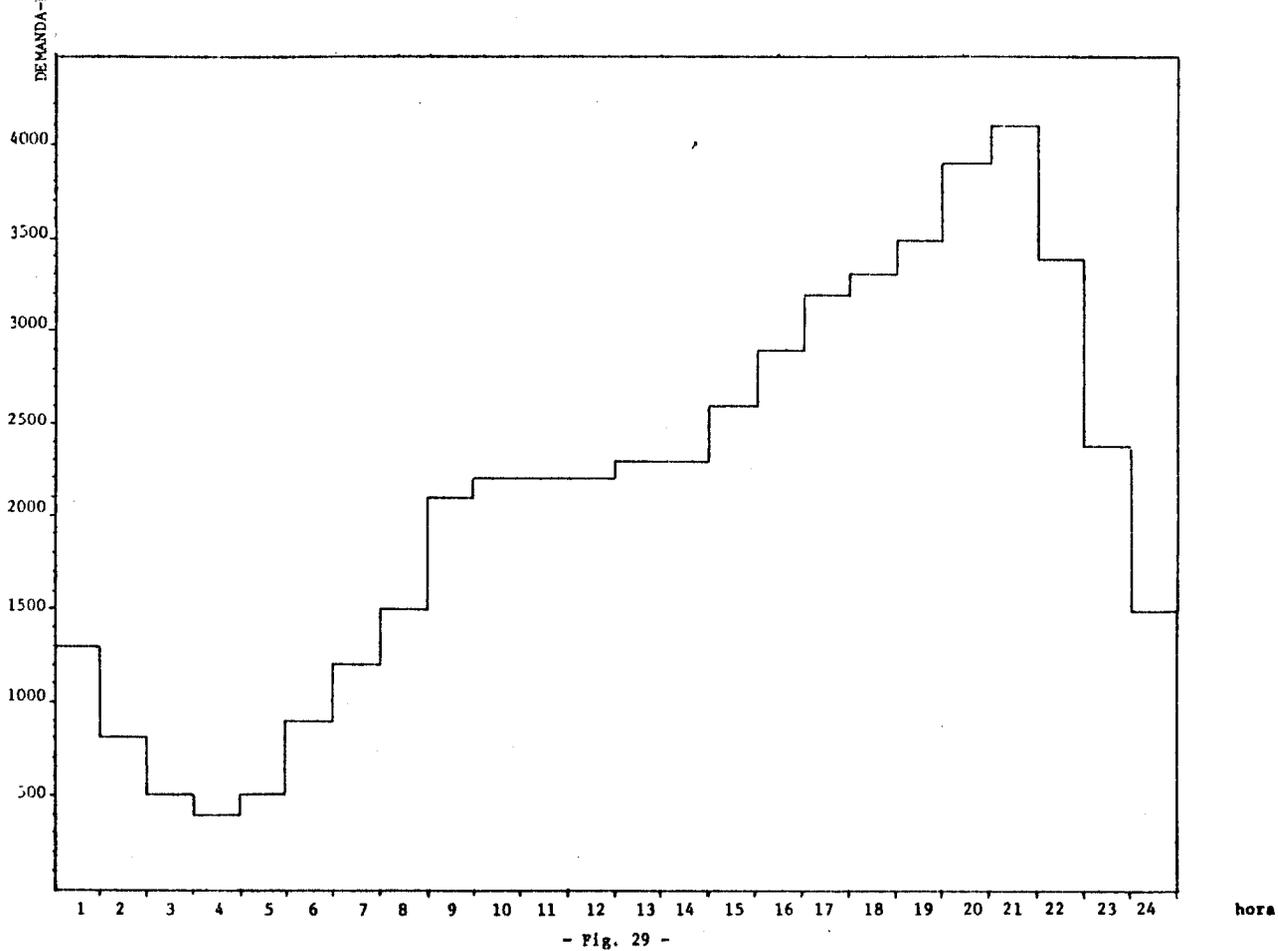
$$\underline{X} = 500 \quad (10^5 \text{ m}^3)$$

$$x^0 = x^T = 600 \quad (10^5 \text{ m}^3)$$

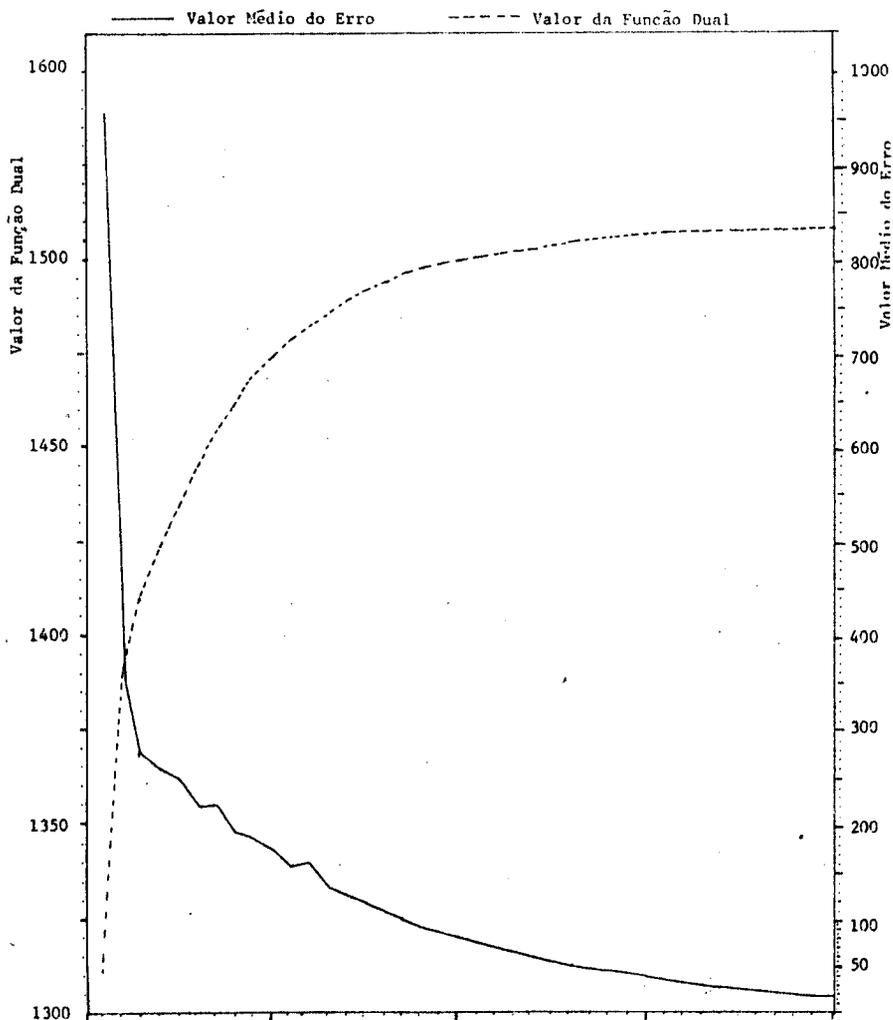
$$\text{Geração} \left\{ \begin{array}{l} \bar{u} = 80 \quad (10^5 \text{ m}^3/\text{h}) \\ \underline{u} = 10 \quad (10^5 \text{ m}^3/\text{h}) \end{array} \right.$$

$$\text{Bombeamento} \left\{ \begin{array}{l} \bar{u} = -60 \quad (10^5 \text{ m}^3/\text{h}) \\ \underline{u} = -10 \quad (10^5 \text{ m}^3/\text{h}) \end{array} \right.$$

A curva de carga do sistema para um dia útil é dada na fig. 29.



O critério de parada é baseado no erro no balanço energético. A fig. 30 mostra como evoluem o valor médio dos valores absolutos dos componentes do vetor erro, e o valor da função dual.



Nota-se que a partir da iteração 20 as mudanças tornam-se lentas, podendo-se considerar alcançada a convergência em torno da iteração 30, o que corresponde ao valor médio do erro menor que 1% da demanda máxima (4100MW).

Apresenta-se a seguir os resultados de algumas iterações:

ITERAÇÃO I

ESTÁGIO	REVERSÍVEL			HIDROELÉTRICA			TÉRMICA	VECTOR
	VOLUME	TURB.	ENERGIA	VOLUME	TURB.	ENERGIA	ENERGIA	ERRO
1	600	0	0.0	80600	80	1050.1	800.0	-550.1
2	600	0	0.0	80600	80	1050.1	800.0	-1050.1
3	600	0	0.0	80600	80	1050.1	800.0	-1350.1
4	600	0	0.0	80600	80	1050.1	800.0	-1450.1
5	600	0	0.0	80600	80	1050.1	800.0	-1350.1
6	600	0	0.0	80600	80	1050.1	800.0	-950.1
7	600	0	0.0	80600	80	1050.1	800.0	-650.1
8	600	0	0.0	80600	80	1050.1	800.0	-350.1
9	600	0	0.0	80600	80	1050.1	800.0	249.9
10	600	0	0.0	80600	80	1050.1	800.0	349.9
11	600	0	0.0	80600	80	1050.1	800.0	349.9
12	600	0	0.0	80600	80	1050.1	800.0	349.9
13	600	0	0.0	80600	80	1050.1	800.0	449.9
14	600	0	0.0	80600	80	1050.1	800.0	449.9
15	600	0	0.0	80600	80	1050.1	800.0	749.9
16	600	0	0.0	80600	80	1050.1	800.0	1049.9
17	600	0	0.0	80600	80	1050.1	800.0	1349.9
18	600	0	0.0	80600	80	1050.1	800.0	1449.9
19	600	0	0.0	80600	80	1050.1	800.0	1649.9
20	600	0	0.0	80600	80	1050.1	800.0	2049.9
21	600	0	0.0	80600	80	1050.1	800.0	2249.9
22	600	0	0.0	80600	80	1050.1	800.0	1549.9
23	600	0	0.0	80600	80	1050.1	800.0	549.9
24	600	0	0.0	80600	80	1050.1	800.0	-350.1

Nota: Como $d\psi/dg = 0,1.g$, a trajetória no tempo dos multiplicadores é dada pela geração térmica dividida por 10. O valor médio do erro é de 954MW.

Comentário: Os resultados da iteração I a decisão inicial do coordenador de fixar o preço de 80 Cr\$/MW, constante durante todo o dia. Para os preços fixados a decisão ótima da reversível é permanecer em repouso, já a hidroelétrica deve turbinar a vazão afluente durante o dia. No vetor erro pode-se notar que o preço da energia deve diminuir em alguns instantes, já que há mais produção que consumo (componente do erro < 0) em outros instantes o preço deve aumentar já que há deficit de energia (componente do erro > 0).

A partir das informações contidas no vetor erro o coordenador fixa novos preços para a energia, aumentando os preços nos instantes em que há deficit (quanto maior o deficit maior o aumento) e diminuindo-os nos instantes em que há excesso de energia.

ITERAÇÃO 2

ESTÁGIO	REVERSÍVEL			HIDROELÉTRICA			TÉRMICA	VFTOR
	VOLUME	TURB.	ENERGIA	VOLUME	TURB.	ENERGIA	ENERGIA	ERRO
1	600	-60	-1004.9	80600	70	935.1	761.5	608.3
2	660	-60	-1005.3	80610	40	578.1	726.5	500.7
3	720	-60	-1005.8	80650	70	330.1	705.5	470.1
4	780	-60	-1006.2	80710	10	203.2	698.5	504.5
5	840	-60	-1006.7	80780	20	330.3	705.5	470.9
6	900	-60	-1007.1	80840	40	578.3	733.5	595.3
7	960	-60	-1007.6	80880	60	818.3	754.5	634.8
8	1020	-50	-836.0	80900	80	1050.4	775.5	510.2
9	1070	0	0.0	80900	100	1274.4	817.5	8.2
10	1070	0	0.0	80880	100	1274.3	824.5	101.2
11	1070	0	0.0	80860	100	1274.3	824.5	101.2
12	1070	0	0.0	80840	100	1274.3	824.5	101.2
13	1070	0	0.0	80820	100	1274.3	831.5	194.2
14	1070	0	0.0	80800	100	1274.3	831.5	194.2
15	1070	30	468.2	80780	100	1274.3	852.5	5.1
16	1040	50	774.2	80760	100	1274.2	873.5	-22.0
17	990	60	924.1	80740	100	1274.2	894.5	107.2
18	930	70	1071.7	80720	100	1274.2	901.5	52.6
19	860	80	1217.2	80700	100	1274.2	915.5	93.1
20	780	80	1216.7	80680	100	1274.2	943.5	465.6
21	700	80	1216.2	80660	100	1274.2	957.5	652.2
22	620	70	1070.0	80640	100	1274.1	908.5	147.4
23	550	0	0.0	80620	100	1274.1	838.5	287.4
24	550	-50	-833.0	80600	80	1050.1	775.5	507.4

Nota: A nova trajetória dos multiplicadores é dada pela geração térmica, dividida por 10. O valor médio do erro é de 354MW.

Comentário: Devido à nova política de preços adotada pelo coordenador, a produção dos subsistemas mudou bastante nesta segunda iteração. Há maior produção de energia nos períodos de pico, devido ao alto preço alcançado para a geração nestes períodos. A reversível entra em operação, gerando nos instantes de pico (em que o preço é maior) e bombeando nos instantes em que o preço da energia é baixo. No entanto, o vetor erro mostra um deficit de energia em quase todos os instantes, em especial horas da madrugada, (no período 1 há maior deficit que no pico de carga, 21 horas) decorrente do "excesso" na diferença entre os preços mais baixos e os mais altos levando à uma maior utilização da reversível.

ITERAÇÃO 16

ESTÁGIO	REVERSÍVEL			HIDROELÉTRICA			TÉRMICA	VECTOR
	VOLUME	TURB.	ENERGIA	VOLUME	TURB.	ENERGIA	ENERGIA	ERRO
1	600	-38	-630.	80600	69	923.5	948.5	53.1
2	638	-57	-953.5	80611	55	758.9	926.4	68.2
3	695	-60	-1005.6	80636	35	516.9	897.3	91.4
4	755	-60	-1006.0	80681	29	442.3	886.5	76.7
5	815	-60	-1006.5	80732	35	517.0	807.9	91.6
6	875	-54	-903.6	80777	57	782.8	930.0	90.8
7	929	-43	-716.3	80800	67	900.4	943.9	71.9
8	972	-29	-481.1	80813	74	981.5	957.9	41.7
9	1001	0	0.0	80819	79	1038.9	966.7	94.4
10	1001	0	0.0	80820	87	1129.6	978.7	91.7
11	1001	0	0.0	80813	87	1129.6	977.5	93.0
12	1001	0	0.0	80806	87	1129.6	977.4	93.1
13	1001	0	0.0	80799	93	1196.8	990.6	112.6
14	1001	0	0.0	80786	93	1196.8	990.7	112.6
15	1001	14	217.5	80773	100	1274.2	1010.2	98.6
16	987	30	468.1	80753	100	1274.2	1032.9	124.8
17	957	48	743.7	80733	100	1274.2	1057.8	124.3
18	909	54	834.0	80713	100	1274.2	1066.0	125.7
19	855	66	1012.4	80693	100	1274.2	1083.5	129.9
20	789	80	1216.8	80673	100	1274.2	1240.5	168.6
21	709	80	1216.2	80653	100	1274.1	1373.5	236.1
22	629	61	937.3	80633	100	1274.1	1076.0	112.6
23	568	0	0.0	80613	100	1274.1	1013.3	112.6
24	568	-32	-529.3	80593	73	969.8	955.6	103.9

Nota: A trajetória dos multiplicadores é dada pela geração térmica dividida por 10. O valor médio do erro para esta iteração é de 98MW.

Comentário: Nesta iteração a reversível é menos utilizada, em relação a iteração 2, os preços crescem em todos os períodos, como que ajustando a geração térmica, visto que as gerações hidroelétricas e da reversível, já se acham quase estacionárias.

ITERAÇÃO 28

ESTÁGIO	REVERSÍVEL			HIDROELÉTRICA			TÉRMICA	VECTOR
	VOLUME	TURB.	ENERGIA	VOLUME	TURB.	ENERGIA	ENERGIA	ERRO
1	600	-40	-663.7	80600	67	900.2	1000.5	63.0
2	640	-59	-987.9	80613	55	758.9	978.2	50.9
3	699	-60	-1005.6	80638	35	516.9	947.8	41.0
4	759	-60	-1006.1	80683	29	442.8	937.3	26.0
5	819	-60	-1006.5	80734	37	541.5	949.1	15.8
6	879	-54	-903.6	80777	57	782.8	983.7	37.1
7	933	-43	-716.3	80800	65	877.0	996.6	42.7
8	976	-33	-548.0	80815	74	981.5	1009.9	56.5
9	1009	0	0.0	80821	79	1038.9	1020.8	40.3
10	1009	0	0.0	80822	87	1129.6	1033.3	37.1
11	1009	0	0.0	80815	87	1129.6	1034.1	36.3
12	1009	0	0.0	80808	87	1129.6	1033.7	36.7
13	1009	0	0.0	80801	93	1196.8	1047.2	56.1
14	1009	0	0.0	80788	93	1196.8	1047.3	56.0
15	1009	14	217.5	80775	100	1274.3	1068.3	39.9
16	995	32	499.1	80755	100	1274.2	1093.4	33.3
17	963	50	774.0	80735	100	1274.2	1119.9	31.9
18	913	56	864.0	80715	100	1274.2	1128.9	32.9
19	857	66	1012.4	80695	100	1274.2	1145.7	67.7
20	791	80	1216.8	80675	100	1274.2	1338.5	70.5
21	711	80	1216.3	80655	100	1274.1	1510.8	98.8
22	631	63	967.0	80635	100	1274.1	1138.7	20.2
23	568	0	0.0	80615	100	1274.1	1078.7	47.1
24	568	-32	-529.3	80595	75	992.8	1010.9	25.5

Nota: A trajetória dos multiplicadores é dada pela geração térmica di-

vidida por 10. O valor médio do erro para esta iteração é de 46MW.

Comentário: Nesta iteração já pode ser considerada alcançada a convergência. Os instantes de geração e bombeamento não se alteram, e as variações nas quantidades bombeadas ou geradas que acontecem em alguns instantes levam a variações de energia de menos de 1% da demanda máxima.

ITERAÇÃO 31

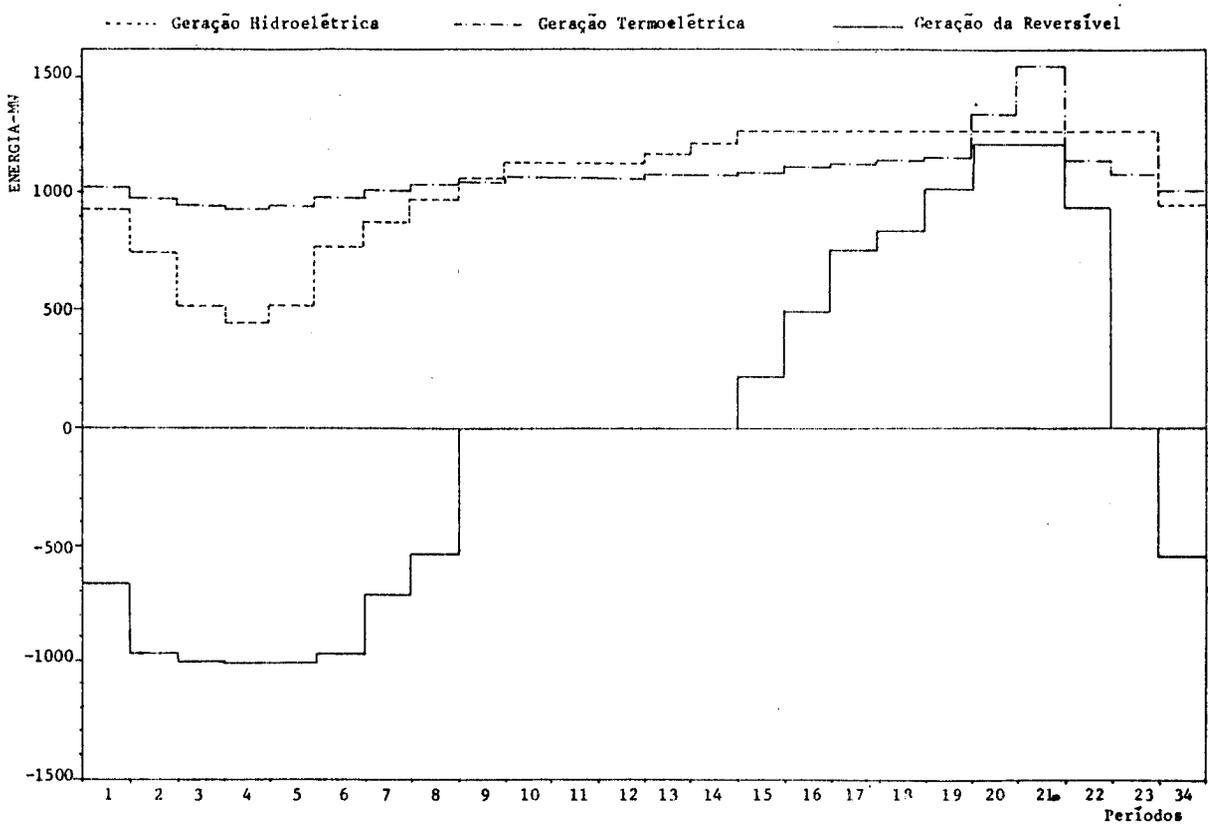
ESTÁCIO	REVERSÍVEL			HIDROELÉTRICA			TÉRMICA	VECTOR ERRO
	VOLUME	TURB.	ENERGIA	VOLUME	TURB.	ENERGIA	ENERGIA	
1	600	-40	-663.7	80600	69	923.5	1009.1	31.1
2	640	-59	-987.9	80611	55	758.9	985.7	43.4
3	699	-60	-1005.6	80636	35	516.9	955.8	32.9
4	759	-60	-1006.1	80681	29	442.8	944.0	19.3
5	819	-60	-1006.5	80732	35	517.0	955.6	34.0
6	879	-56	-038.0	80777	57	782.8	989.2	66.0
7	935	-43	-716.3	80800	65	877.0	1004.9	34.4
8	978	-31	-514.5	80815	74	981.5	1020.4	12.6
9	1009	0	0.0	80821	79	1038.9	1028.7	32.4
10	1009	0	0.0	80822	87	1129.6	1042.1	28.3
11	1009	0	0.0	80815	87	1129.6	1041.2	29.2
12	1009	0	0.0	80808	87	1129.6	1040.9	29.5
13	1009	0	0.0	80801	93	1196.8	1055.1	48.1
14	1009	0	0.0	80788	95	1219.0	1055.2	25.8
15	1009	14	217.5	80773	100	1274.2	1076.1	32.1
16	995	32	499.1	80753	100	1274.2	1102.0	24.8
17	963	50	774.0	80733	100	1274.2	1128.2	23.6
18	913	56	864.0	80713	100	1274.2	1137.4	24.4
19	857	68	1041.9	80693	100	1274.2	1154.9	28.9
20	789	80	1216.8	80673	100	1274.2	1352.3	56.8
21	709	80	1216.2	80653	100	1274.1	1530.1	79.5
22	629	61	937.3	80633	100	1274.1	1146.7	41.9
23	568	0	0.0	80613	100	1274.1	1088.0	37.9
24	568	-32	-529.3	80593	73	969.8	1017.4	42.1

Nota: A trajetória dos multiplicadores é dada pela geração térmica dividida por 10. O valor médio do erro é de 35MW.

Comentário: Comparando os resultados desta iteração com a de número 28, vê-se que as diferenças são poucas e pequenas. O valor médio do erro é menor que 1% da demanda máxima e o componente de maior valor no erro é menor que 2% deste valor, o que pode ser utilizado como critério de parada.

O tempo de C.P.u é da ordem de 35 segundos nas 40 iterações. Admitindo o mesmo tempo gasto em cada iteração, para o critério acima, o problema converge em aproximadamente 27 segundos.

A fig. 31, mostra as produções dos subsistemas para a iteração 31.

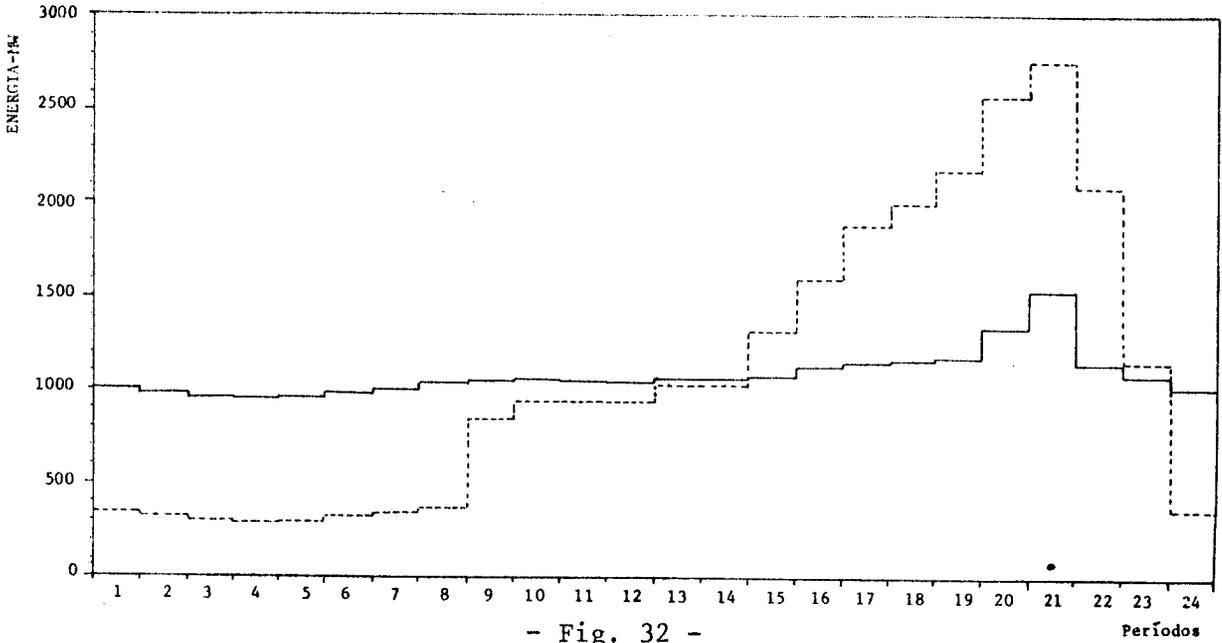


- Fig. 31 -

Com o intuito de avaliar a economia obtida com a introdução da reversível, o mesmo exemplo foi resolvido sem a reversível. O resultado final foi:

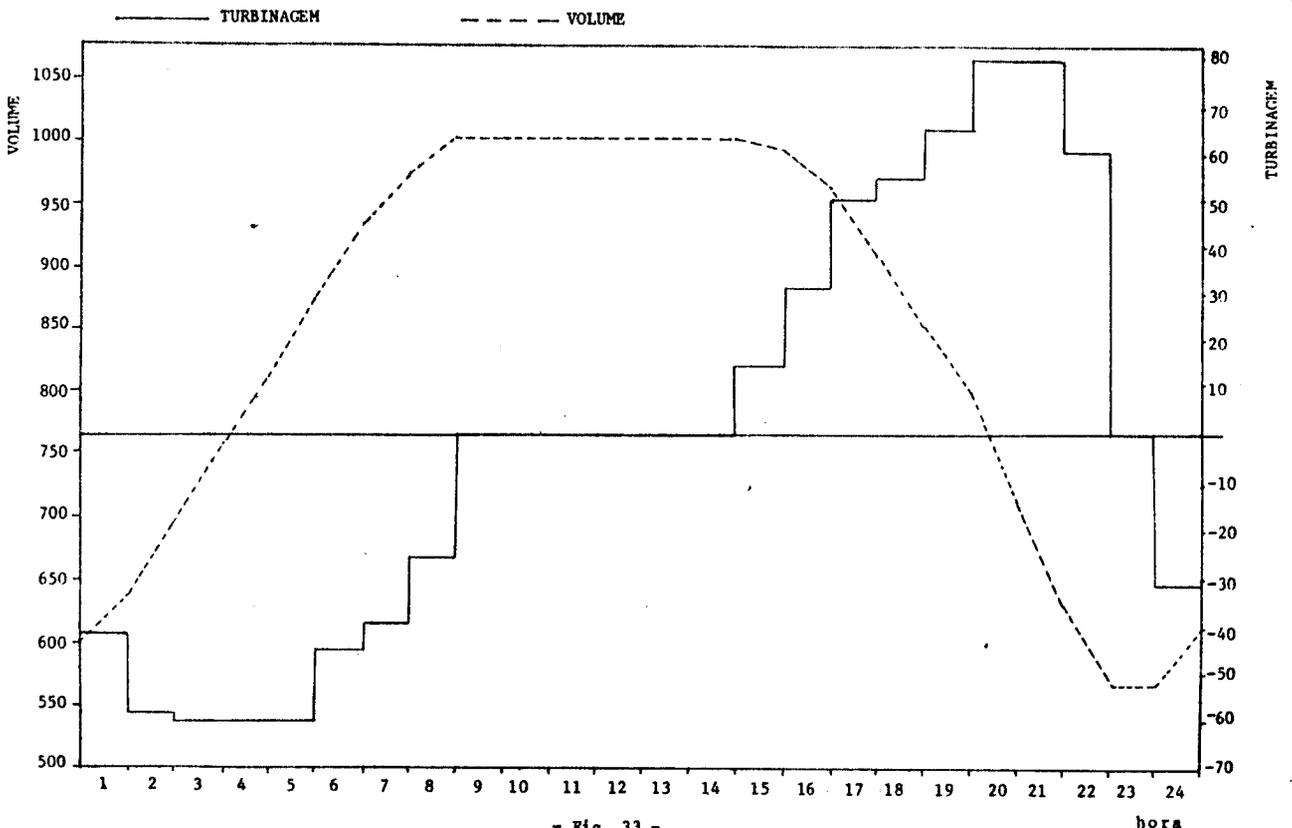
ESTÁGIO	HIDROELÉTRICA			TÉRMICA	VETOR
	VOLUME	TURB.	ENERGIA	ENERGIA	ERRO
1	80600	75	992.9	333.2	-26.1
2	80605	33	492.2	310.5	-2.7
3	80652	12	228.7	300.4	-29.1
4	80720	3	113.1	296.3	-9.4
5	80797	10	203.3	300.0	-3.3
6	80867	42	602.7	315.3	-18.0
7	80905	63	853.7	327.3	19.1
8	80922	90	1163.4	342.8	-6.1
9	80912	100	1274.4	825.4	0.2
10	80892	100	1274.3	923.0	2.7
11	80872	100	1274.3	923.0	2.7
12	80852	100	1274.3	923.0	2.7
13	80832	100	1274.3	1020.5	5.2
14	80812	100	1274.3	1020.6	5.2
15	80792	100	1274.3	1313.2	12.6
16	80772	100	1274.2	1065.8	20.0
17	80752	100	1274.2	1898.4	27.4
18	80732	100	1274.2	1995.9	29.9
19	80712	100	1274.2	2191.0	34.8
20	80692	100	1274.2	2581.1	44.7
21	80672	100	1274.2	2776.2	49.6
22	80652	100	1274.1	2093.5	32.3
23	80632	100	1274.1	1118.2	7.6
24	80612	92	1185.5	341.7	-27.1

O custo no atendimento a demanda foi de Cr\$ 2.142.375,00 em comparação com o custo no atendimento sem a reversível que foi de Cr\$ 1.446.408,00. Portanto com uma economia de Cr\$ 695.967 uma economia de 32% no consumo de combustível. A fig. 32 ilustra a geração térmica para o caso com a reversível e sem a reversível.



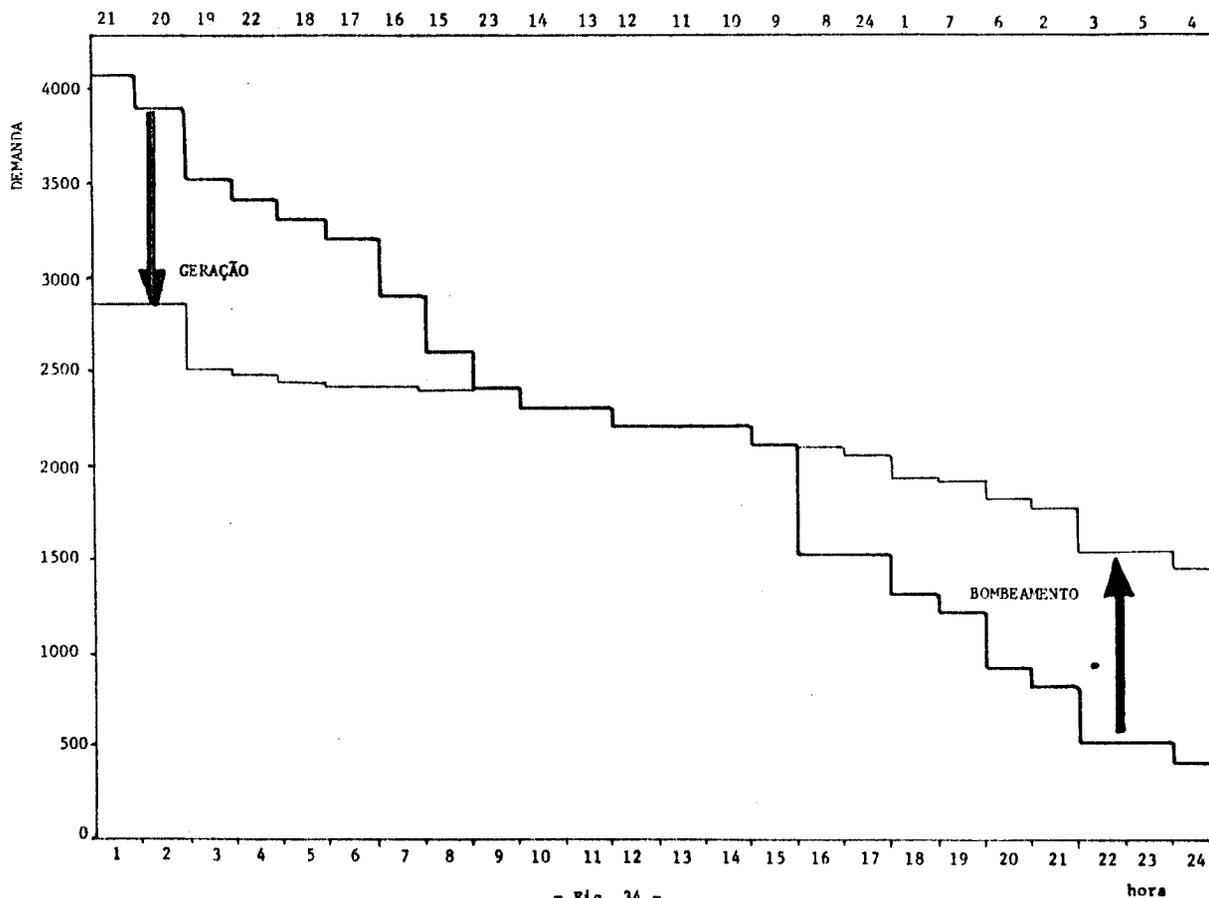
- Fig. 32 -

Pode-se notar pela figura 32, que a introdução da reversível leva a uma maior homogeneização da geração térmica. A figura 33 mostra as trajetórias de volume e turbinagem da reversível.



- Fig. 33 -

A fig. 34 mostra na curva de duração de carga do sistema, os instantes de bombeamento e geração.



- Fig. 34 -

3.7 - Conclusões

O método de decomposição permite tratar de sistemas hidrotérmicos em presença de usinas reversíveis. Tal conclusão é importante, haja visto a complexidade de que se reveste o problema como um todo e a relativa simplificação que se consegue quando da obtenção dos subproblemas.

A convexidade das funções ψ_i e a concavidade dos funções ϕ_H e ϕ_R são condições suficientes para garantir a aplicação da técnica de decomposição proposta. Além de assegurar a existência do ponto de sela do lagrangeano garante a convergência até ele, como pode-se notar no exemplo apresentado onde as funções utilizadas asseguram a aplicação do método.

O emprego de curvas reais, deve oferecer bons resultados do ponto de

vista prático, embora não se possa garantir matematicamente que sejam ótimas. Existe ainda a possibilidade de utilizar-se de sucessivas curvas melhor ajustadas dentro de uma região de operação determinada.

No caso da reversível, a utilização de uma única curva ϕ_R , permite soluções semelhantes a utilizada para o sistema hidroelétrico. No entanto o uso de duas curvas distintas, uma de bombeamento e outra de geração, não inviabiliza a utilização do método.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] - ANGELINI, A.M "Energy regulation in large power systems by pumping station" I E E E , TRANS. ON P.A.S., December 1970.
- [2] - BERNARD, P.J.; DOPAZZO, J.F.; STRAGG, G.W. - "A method for economic scheduling of combined pumped hydro and steam generating system" IEEE, TRANS. ON P.A.S., January 1964.
- [3] - BAINBRIDGE, E.S.; MC NAMEE, J.M.; ROBINSON, D.J.; NEVISON, R.D., "Hydrothermal dispatch with pumped storage" IEEE, TRANS. ON P.A.S., May 1966.
- [4] - COBIAN, M.I. "Optimal pumped storage operation with interconnected power systems" IEEE, TRANS. ON P.A.S., May 1970.
- [5] - GALLOWAY, C.D.; RINGLE, R.J. - "An investigation at pumped storage scheduling" IEEE, TRANS. ON P.A.S., May 1966.
- [6] - KENNEDY, T.; MABUCE, E.M. - "Dispatch of pumped hydro storage scheduling" IEEE, TRANS. ON P.A.S., June 1965.
- [7] - MC DANIEL, G.H.; GABRIELLE, A.F. - "Dispatching pumped storage hydro" IEEE TRANS. ON P.A.S., May 1966.
- [8] - WATCHORN, C.W. "Some general basic planning characteristic of pump storage hydro capacity" IEEE, TRANS. ON P.A.S., June 1965.
- [9] - RICARD, M.J. "La determination du programme optimum de production d'usines génératrices hydrauliques et thermiques interconnectés" REVUE GÉNÉRALE DE L'ELECTRICITE, SEP., 1940.
- [10] - RESS, F.J.; LARSON, R.E. - "Computer ai ded dispatching and operatons planning for an eletric utility with multiples types of generation" IEEE, TRANS. ON P.A.S., April 1971.
- [11] - KIRCHMAYER, L.K. - "Economic operation of power system" Jonhn Wiley & Sons. N.Y., 1958.

- [12] - SOARES, S.; LYRA, C.; TAVARES, H. - "Optimal Generation Scheduling of Hydrothermal power systems", IEEE PES Winter Meeting, N.Y., Feb. 1979.
- [13] - LYRA, C.; SOARES, S.; TAVARES, H. - "Otimização da geração em sistemas hidrotérmicos de grande porte", XI Simpósio Brasileiro de pesquisa operacional, Brasília, 1978.
- [14] - LYRA, C.; TAVARES, H.; YAMAKAMI, A.; SOARES, S. - "Escala de geração ótima em sistemas de potência", XII Simpósio Brasileiro de pesquisa operacional, São Paulo, 1979.
- [15] - HEIDARI, M.; CHOW, V.T.; KOKOTOVIC, P.K.; MEREDITH, D.D. - "The discrete differential dynamic programming approach to the water resources systems optimization", Water Resources RES. vol. 7, 1971.
- [16] - HASCOM, M.A.; LAFOND, L.; LASDON, L.; PRONOVOST, G. - "Modelling and Resolution of the medium term energy generation planning problem for a large Hydro-eletric System", Institut de Recherches d'Hydro-Québec.
- [17] - GEROMEL, J.C.; BAPTISTELLA, L.F.B. - "A possible direction method for Large scale nonconvex programs - A decomposition approach". Rapport interne, LAAS-CNRS, Toulouse, 1978.