UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE SISTEMAS

PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA A PARTIR DE BIOMASSA

Este exemples of 1 and à redect fout de tese
vefendida nos Silvena Pivli

Julgadora em 9 04 93

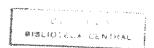
Julgadora em 9 04 93

SILVANA PIOLI 658

Orientador:

Prof. Dr. Christiano Lyra Filho

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA.



Este trabalho contou com o apoio de: Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) Fundo de Apoio ao Ensino e à Pesquisa da Unicamp (FAEP)

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a todas as pessoas que me motivaram e contribuíram para que este trabalho fosse realizado. Em especial,

- a Christiano Lyra Filho pela orientação cuidadosa e estimulante e pelas agradáveis conversas.
- a minha adorável Família que sempre acreditou no meu trabalho, apoiando-me incondicionalmente.
- a Débora Pretti Ronconi, minha grande amiga, pelo carinho e paciência com que sempre me ajudou.
- a Marília por sua amizade constante e a Virgínia pelo agradável convívio.
- a Fran, este anjinho de todas as horas, a Regina, Cíntia, Zake, Nishi, Lúcia, Darli, Sandra, Saulo e todos os amigos do DENSIS e DCA pelos maravilhosos momentos que passamos juntos.
- ao Paulo de Barros Correia pelo código do programa para a resolução do PFCMG.
- ao Walcir pelo apoio técnico computacional, a Márcia pelas inúmeras gentilezas, a Lúcia pela confecção dos desenhos, a Janete pela editoração final deste trabalho e a todos os professores do DENSIS.
- ao engenheiro Antônio de Arruda Falcão pelas informações técnicas sobre o sistema hidroelétrico do São Francisco.

Para ser grande, sê inteiro: nada

Teu exagera ou exclui.

Sê todo em cada coisa. Põe quanto és

No mínimo que fazes.

Assim em cada lago a lua toda

Brilha, porque alta vive.

Fernando Pessoa

ELECTRICAL ENERGY PRODUCTION BASED ON RAISED BIOMASS

ABSTRACT

This work presents an approach to the planning of electrical energy production based on biomass, produced in raised forests. In the context of this work, the biomass is used to feed thermal plants that supply electrical energy demand in coordination with a hydroelectric system.

The problem of planning the production of electrical energy based on raised forests can be decomposed in two hierarchically coupled sub-problems. The first sub-problem is concerned with the growth of the forest in the long term, determining control actions that allows to obtain the volumes of wood necessary to meet the average yearly demand. The second sub-problem, solved in the short/mid term, search for the best policies to meet the demand of electrical energy, using biomass and hydroelectric resources.

This work puts special emphasis on the solution of the short/mid term problems. The model consider features like the growth of the forest, gains with drying of woods and losses of energy in the thermal-electrical conversion. The network structure of the problem is exploited with the utilization of an specialized algorithm for generalized networks.

ÍNDICE

Capítulo I - Produção de energia a partir de biomassa	1
1.1 - Considerações iniciais	1
1.2 - Enfoque do Planejamento	5
1.2.1 - Planejamento de longo prazo	6
1.2.2 - Planejamento de curto prazo	7
1.3 - Desenvolvimento do trabalho	8
Capítulo II - Problema de manejo de florestas	9
2.1 - Introdução	9
2.2 - Caracterização do manejo	9
2.3 - Abordagens para o problema de manejo	13
2.4 - Modelos para o problema de manejo	15
2.5 - Comentários	17
Capítulo III - Planejamento da produção de energia	18
3.1 - Introdução	18
3.2 - Modelos matemáticos	18
3.2.1 - Produção de energia a partir dos recursos	
florestais	19
3.2.2 - Modelo da hidroelétrica	23
3.2.3 - Balanço energético	27
3.3 - O problema de planejamento da produção de energia a	
curto prazo	29
Capítulo IV - Otimização em grafos generalizados	32
4.1 - Introdução	32
4.2 - O método primal simplex	34
4.2.1 - O algoritmo simplex	36
4.3 - Caracterização da base	37
4.4 - Cálculo das variáveis duais	39
4.4.1 - Variáveis duais em estruturas triangulares	39
4.4.2 - Variáveis duais em estruturas cíclicas	41

4.5	- Atualização da base 44
	4.5.1 - Coluna atualizada em estrutura triangular 44
	4.5.2 - Coluna atualizada em estrutura cíclica 47
4.6	- Reestruturação da base
Capítulo V - Cenái	ios
5.1	- Introdução
5.2	- O sistema hidroelétrico do médio São Francisco 50
5.3	- Informações sobre o sistema térmico
5.4	- Alguns Cenários
5.5	- Comentários · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
Conclusão	63
Referências Bibliog	ráficas

CAPÍTULO I

PRODUÇÃO DE ENERGIA A PARTIR DE BIOMASSA

1.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A utilização de fontes renováveis de energia, no Brasil, teve maior incentivo a partir dos anos 70. Neste período ocorreram as crises mundiais do petróleo que exigiram do governo brasileiro medidas para reduzir a dependência externa de combustível, gerada pelo modelo de desenvolvimento econômico do país. O governo foi obrigado a adotar medidas emergenciais que tinham como objetivos principais: aumentar a produção nacional de petróleo, gás natural, carvão mineral, incrementar a produção de álcool derivado de cana-de-açúcar, utilizar fontes não convencionais de energia renovável e promover o aumento da eficiência do uso de combustíveis e outras fontes de energia. Em 1975 foi criado o Programa Nacional de Álcool, o PROÁLCOOL, que encontrava condições favoráveis a sua implantação em vista da estrutura já existente para a produção de açúcar e do preço baixo de implementação.

O PROÁLCOOL previa três fases para sua implantação definitiva como combustível nacional. As duas primeiras fases previam a substituição da gasolina por álcool, em grande parte da frota nacional. A terceira fase previa o aproveitamento de todos os subprodutos da cana. Em parte o programa obteve sucesso. A terceira fase teve a participação mais efetiva da iniciativa privada que tem, desde então, desenvolvido projetos neste setor. Dentre eles, o aproveitamento do bagaço de cana para produção de energia elétrica tem sido posto em prática por usinas de açúcar e refinarias de álcool, que além de produzir para o consumo próprio, a partir de 1987, passaram também a fornecer energia para as empresas de distribuição de energia elétrica. O problema deste tipo de fornecimento é que ele é feito sobretudo nos meses de safra, necessitando nos meses de entre-safra, da energia das concessionárias. Este é um entrave para o aproveitamento do potencial apresentado pela cana e abre a

questão sobre como ter um fornecimento contínuo não sujeito a entre-safras.

A geração de energia elétrica no Brasil está fortemente associada ao sistema hidroelétrico. O estímulo ao melhor aproveitamento deste potencial é outro ponto importante dentro das estratégias do governo. Apenas 22% da capacidade do potencial hidroelétrico brasileiro está desenvolvido ou em fase de construção - teoricamente o valor total é estimado em 255.000 MW (Brazilian National Committee - World Energy Council, 1990). Na expansão do sistema hidroelétrico há conveniência desenvolver em con juntamente termoelétrico para funções como o fornecimento de energia para regiões isoladas e para aumentar a confiabilidade do sistema. O sistema hidroelétrico é sujeito a aleatoriedades geradas principalmente pelas vazões naturais nos rios. O acoplamento com um sistema termoelétrico, que pode ser ativado quando exigido, é uma boa alternativa para aumentar a confiabilidade do sistema. Além disso, pequenas unidades termoelétricas podem ser incorporadas ao sistema com investimentos menores e menor tempo de implantação, quando comparadas a Pesados investimentos são necessários рага construir hidroelétricas. Em particular termoelétricas que empregam biomassa como fonte de energia são boas alternativas por garantir energia renovável e limpa, como ilustra a fig. 1.1 (Scientific American, 1990). Além disso, permite contornar as limitações de investimento para implantação de hidroelétricas.

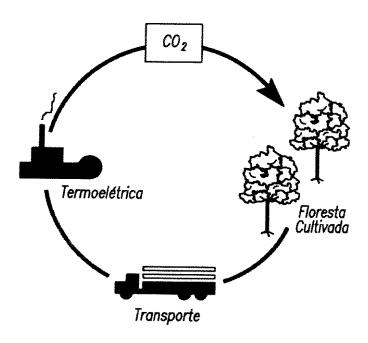


Fig. 1.1 - Aproveitamento de Energia Renovável

Nem sempre biomassa quer dizer energia renovável. No Brasil até os anos 60, a energia obtida da madeira era a fonte principal de consumo do país, tanto para uso industrial quanto residencial. Seu uso tradicional adotava a queima de lenha e carvão vegetal derivados de desmatamentos de florestas nativas. Esta forma inadequada de aproveitamento tem sido gradualmente modificada, devido a programas de proteção ambiental. Tecnologias estão sendo aperfeiçoadas para um aproveitamento da biomassa de forma sustentável. O reflorestamento em áreas menos valorizadas tem sido empreendido para a obtenção de lenha e carvão vegetal. Um estudo realizado pela CHESF (Companhia Hidro Elétrica do São Francisco) estima a possibilidade de reflorestamento de uma área de 50 milhões de ha no Nordeste semiárido que produziria um volume anual de 891 milhões de m³ de madeira (Brazilian National Committee - World Energy Council, 1990) - teoricamente uma capacidade de geração de energia de 61.000 MW (1). Numa época em que os recursos são limitados, projetos alternativos com recursos regionais devem ser estimulados para o aumento da capacidade de geração do país.

A utilização da energia primária originada de lenha permaneceu constante nos últimos 16 anos, mas sua contribuição para a quantidade total de energia gerada no Brasil decresceu de 50% para 22%. Comparativamente a outras fontes de energia, o gráfico apresentado na fig. 1.2 (Brazilian National Committee - World Energy Council, 1990) mostra a variação ocorrida nos últimos anos e perspectivas futuras.

A eficiência das usinas térmicas tende a aumentar nos próximos anos. Com o melhor aproveitamento na conversão do calor em eletricidade nos turbogeradores e através das pesquisas na área de materiais, as turbinas térmicas tornam-se mais eficientes, melhorando as perspectivas de utilização das usinas térmicas.

⁽¹⁾ Os números apresentados no relatório da CHESF, em que estão consideradas grandes áreas, revelam uma produção tímida de madeira se comparada aos números normalmente encontrados em empresas florestais.

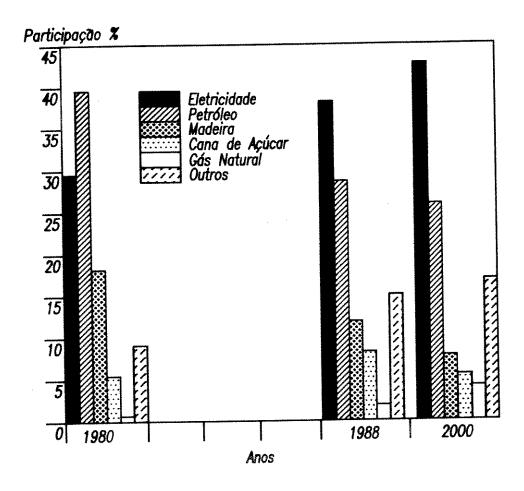


Fig. 1.2 - Consumo de Energia por Fonte. (Desenvolvimento Histórico e Perspectivas)

Este trabalho propõe uma metodologia para o planejamento do uso de biomassa renovável na produção de energia termoelétrica. No contexto do trabalho, estuda-se a situação onde usinas termoelétricas são acopladas a um sistema hidroelétrico para suprimento de energia complementar. No entanto, o uso de biomassa para produção de energia é também uma alternativa atraente para indústrias que usam madeira como matéria-prima, pois podem tornar-se autosuficientes em energia com aproveitamento de recursos próprios.

1.2 - ENFOQUE DO PLANEJAMENTO

A biomassa é retirada de florestas cultivadas que devem ser planejadas para garantir um fornecimento contínuo à térmica, não sujeito a períodos de "entre-safra". O planejamento do ciclo de produção e transformação em energia da biomassa pode ser decomposto em dois subproblemas distintos: planejar a floresta para um fornecimento adequado de madeira e planejar a produção de energia a partir do fornecimento à térmica de modo a satisfazer a demanda. Estes problemas são hierarquicamente acoplados de forma que o planejamento da térmica requer o prévio planejamento da floresta (Pioli e Lyra, 1992).

Em regiões de clima tropical, o cultivo de algumas árvores como o pinheiro e o eucalipto torna-se atraente devido ao seu rápido desenvolvimento quando comparado a outras regiões de clima frio. Um horizonte adequado para o planejamento da floresta é da ordem de 20 anos, com intervalos discretizados de 5 anos. O planejamento da produção de energia a partir de uma certa quantidade de biomassa disponível é realizado com horizontes anuais e discretização mensal. A fig. 1.3 ilustra o acoplamento entre os problemas e suas principais características.

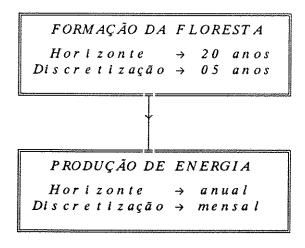


Fig. 1.2 - Problemas Hierarquicamente Acoplados.

O planejamento de florestas tem sido amplamente discutido no âmbito da Programação Matemática com modelos elaborados e métodos diversificados de solução. No capítulo II são apresentados alguns trabalhos significativos nesta área como Clutter e outros (1983), Barros e Weintraub (1982) e Taube Netto (1984). Conceitos básicos para o planejamento da floresta são apresentados.

Será dada atenção especial ao problema de planejar a produção de energia a partir de uma certa quantidade disponível de biomassa , pois trata-se de um problema pouco explorado na literatura. Embora existam alguns trabalhos em áreas próximas, como Correia e Lyra (1991), inexiste referências na literatura sobre o enfoque específico deste trabalho - planejar a produção coordenada de energia em dois sistemas acoplados, empregando a biomassa gerada em florestas cultivadas para geração de energia na termoelétrica.

1.2.1 - PLANEJAMENTO DE LONGO PRAZO

O crescimento da floresta pode ser descrito por uma curva de produção que fornece um valor do volume de madeira da floresta para cada período. Esta curva é definida pela espécie plantada e pelas intervenções sofridas pela floresta. A curva de crescimento de uma floresta é normalmente representada por uma sigmóide (Clutter e outros, 1983).

As intervenções na floresta alteram a conformação da curva de crescimento. Por exemplo, se uma intervenção de plantio de novas árvores dentro da floresta existente é feita, isto poderá resultar num aumento do volume de madeira (se o espaçamento estiver dentro de limites de desenvolvimento normal para cada árvore), e a nova curva terá uma inclinação diferente da curva obtida sem a intervenção. A figura 1.4 ilustra esta situação.

Para planejar o crescimento da floresta é necessário que o horizonte escolhido seja no mínimo igual ao necessário a rotação da cultura. O horizonte normalmente considerado para planejamento é 1,5 vezes o período de rotação da cultura. Este planejamento é dito de longo prazo.

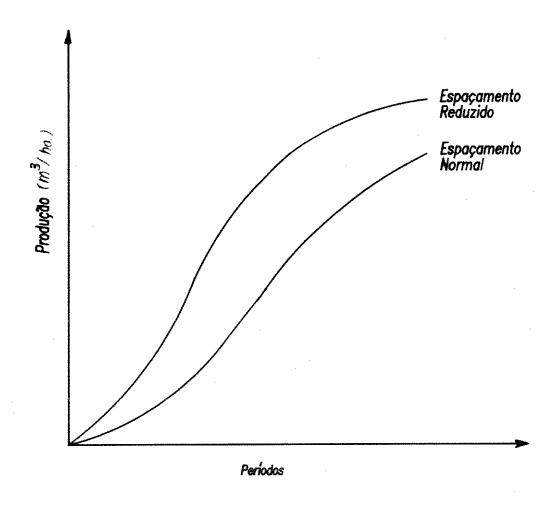


Fig. 1.4 - Curva Normal e Curva com Intervenção.

1.2.2 - PLANEJAMENTO DE CURTO PRAZO

O planejamento da produção de energia a partir de uma certa quantidade de biomassa disponível, definida pelo planejamento de longo prazo, requer um planejamento de curto prazo. Nestes estudos, a meta deve ser de

atender a demanda com máxima economia dos recursos disponíveis. Um planejamento de um ano com discretização mensal atende ao planejamento de curto prazo.

Para que o planejamento de curto prazo possa ser realizado é necessário que o planejamento de longo prazo tenha os seus resultados disponíveis. Isto pode ser feito tomando-se a curva obtida no planejamento da floresta e linearizando-a através de segmentos de retas que delimitam períodos do planejamento da floresta. Esses segmentos fornecerão os dados de entrada para o planejamento.

A curva considerada neste trabalho para o planejamento de longo prazo é expressa em função da produção de madeira por área para cada período. Convém ressaltar que, como estas informações são utilizadas no planejamento de curto prazo para a produção de energia, a curva mais adequada poderia ser dada pelo equivalente em energia da madeira em cada período. Estudos sobre esta curva são recentes, não havendo referências na literatura sobre o assunto.

1.3 - DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO

O capítulo II discute o problema de planejamento de florestas e apresenta modelo matemático normalmente adotado nesses estudos. O capítulo III aborda detalhadamente o planejamento de curto prazo – planejamento da produção de energia a partir de biomassa. Considera o sistema termoelétrico alimentado por biomassa acoplado a um sistema hidroelétrico. O modelo apresentado neste capítulo caracteriza o planejamento de curto prazo como um problema de otimização em redes generalizadas. O capítulo IV discute o algoritmo para otimização em redes generalizadas. No capítulo V encontra-se um estudo de caso com um sistema termoelétrico acoplado a um sistema hidroelétrico.

CAPÍTULO II

PROBLEMA DE MANEJO DE FLORESTAS

2.1 - INTRODUÇÃO

O planejamento da gestão de florestas objetiva determinar a melhor forma de produção de madeira no horizonte de planejamento. Para tanto, devem ser estabelecidas estratégias para as intervenções na floresta. Define-se como problema de manejo, o problema de planejar a produção de madeira numa floresta a partir de intervenções específicas sobre as áreas plantadas.

2.2 - CARACTERIZAÇÃO DO MANEJO

As florestas cultivadas têm seu crescimento determinado pela característica peculiar à espécie plantada, densidade de plantio, técnicas de cultivo empregadas, além de outros fatores como clima e capacidade produtiva do solo.

As técnicas de cultivo, ou intervenções silviculturais, comumente empregadas, são o plantio, desbaste, corte parcial, cortes para rebrota e corte total. A sequência em que estas técnicas são empregadas atua na determinação das curvas de crescimento para a floresta. As curvas caracterizam o volume de madeira disponível em cada período do horizonte de estudo. No problema de manejo, procura-se selecionar uma sequência de intervenções

silviculturais que levem ao "melhor" crescimento da floresta, para um conjunto de utilizações pré-definido.

A fig. 2.1, baseada em Clutter e outros (1983) representa uma curva típica de crescimento do volume de uma floresta com árvores de mesma idade. Curvas de crescimento com as características representadas na fig. 2.1 são denominadas sigmóides (Clutter e outros, 1983). A curva pode ser descrita por uma equação de regressão. Esta equação é uma aproximação do comportamento da população observada. Examinando-se a curva, nos primeiros anos observa-se um lento crescimento do volume, depois a taxa de crescimento chega a um máximo, declinando na fase de maturidade. A taxa de crescimento é máxima no ponto de inflexão da curva.

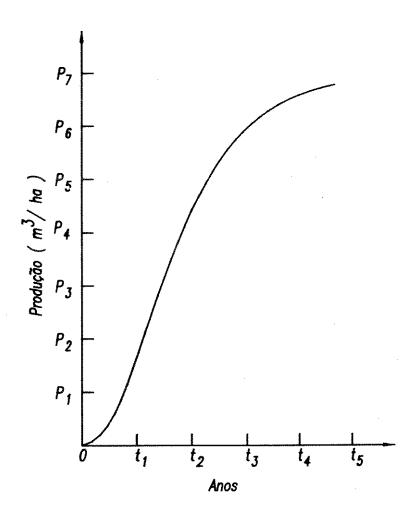


Fig. 2.1 - Curva Típica de Crescimento de uma Floresta.

O manejo pode ser interpretado como um problema de controle (ótimo), onde se procura determinar uma sequência de ações de controle (as intervenções silviculturais) que ao atuar sobre o sistema-floresta leva a uma trajetória de estados adequado. O estado é caracterizado pelo volume de madeira em cada intervalo do horizonte de planejamento.

Para que as intervenções sejam empregadas adequadamente, a floresta deve ser dividida em unidades homogêneas a fim de que possam responder de forma uniforme aos tratamentos. Assim, as áreas com idênticas condições de solo, clima e árvores com mesmas características (espécie, idade e densidade de plantio), definem um lote. Cada lote é um elemento do sistema (uma componente do vetor de estado) onde as variáveis de controle (manejos) devem atuar. A fig. 2.2 mostra uma área de floresta dividida em lotes - lotes de mesmo número, porém com letras diferentes, indicam lotes com idênticas características, mas separados geograficamente.

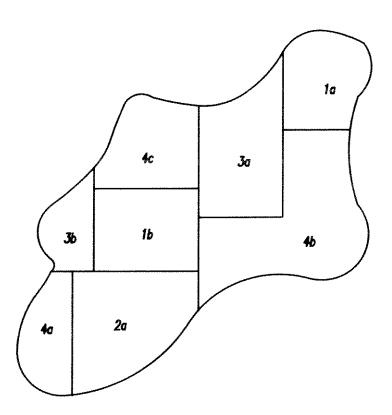


Fig. 2.2 - Floresta Dividida em Lotes.

Em florestas cultivadas o horizonte de planejamento para longo prazo deve abranger no mínimo 1,5 vezes o tempo de rotação da cultura (tempo necessário para se ter uma colheita). O horizonte de planejamento pode ser dividido em intervalos (estágios) de durações diferentes: intervalos mais curtos para períodos em que os tratamentos empregados levam a maiores mudanças no desenvolvimento da floresta, e intervalos maiores para períodos onde as técnicas de controle afetam o crescimento da floresta com menos intensidade. A fig. 2.3 ilustra uma discretização com intervalos de durações diferentes: o intervalo entre tC e tD corresponde a um período de crescimento rápido e o intervalo entre tE e tF indica uma variação pequena do volume de madeira.

No planejamento de curto prazo, apenas segmentos da curva de crescimento precisam ser considerados. Estes segmentos podem ser linearizados, como ilustra fig. 2.3. Cada intervalo (de crescimento linearizado) corresponde horizonte de planejamento em problemas de curto prazo, ao discutidos no próximo capítulo. Observa-se os que intervalos usados no planejamento são considerados a partir do tempo mínimo estabelecido para o primeiro corte da floresta.

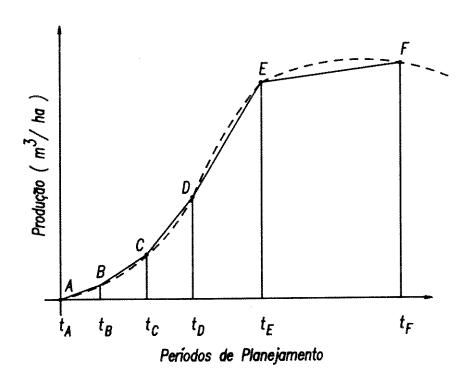


Fig. 2.3 - Aproximação Linear da Sigmóide

Em florestas em que a densidade de plantio é tal que não afeta o desenvolvimento individual de cada árvore, quando efetua-se uma redução no número de árvores presentes na floresta, a curva de produção comporta-se como no caso sem redução, apenas deslocada do valor cortado. A fig. 2.4 (Clutter e outros, 1983) apresenta a comparação entre as curvas.

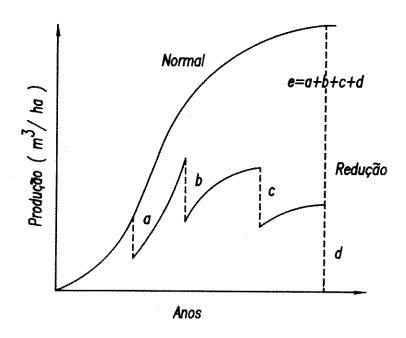


Fig 2.4 - Comparação entre as Curvas Normal e a de Redução.

2.3 - Abordagens para o Problema de Manejo

O problema de manejo vem sendo abordado por vários autores através de técnicas de otimização, principalmente através de Programação Linear. Alguns desses trabalhos serão discutidos sumariamente a seguir.

Num trabalho realizado por Weintraub e Navon (1976) é mostrado um problema em que são associados o problema de manejar uma floresta, transportar

a madeira colhida e construir estradas para permitir acesso a algumas áreas, quando necessário. A floresta é dividida em lotes e são estabelecidos manejos diferenciados para cada lote. A cada manejo existe uma expectativa de produção de madeira, para cada período no horizonte de planejamento. A técnica empregada para resolver o problema de planejamento é Programação Linear.

Steuer e Schuler (1978) usaram Programação Multi-objetivo para tratar um problema envolvendo o uso concorrente dos recursos da floresta, dentre eles a produção de madeira.

Em Nazareth (1980) o modelo abordado utiliza a divisão da área cultivada em lotes. Para cada lote é selecionada uma sequência de decisões de manejo. É desenvolvida uma representação gráfica de uma rede de decisões que permite visualizar a sequência de decisões factíveis. A rede é modelada por uma matriz linear de restrições e a estratégia para solução uma decomposição de Dantzig-Wolfe (Luenberger, 1984).

Um modelo de Programação Linear é desenvolvido por Barros e Weintraub (1982). Nele uma floresta deve ser planejada para abastecer uma serraria, uma fábrica de celulose e a exportação. As intervenções silviculturais para cada lote de floresta são definidas para garantir o abastecimento dos setores através de uma produção de madeira estabelecida por período.

Taube Netto (1984) emprega uma tabela para listar alguns tratamentos silviculturais. Estes tratamentos abrangem todo o desenvolvimento da floresta (plantio, primeiro corte, corte após primeira rebrota, corte total...). A cada tratamento definido para ser empregado nos lotes a partir do ínicio do planejamento, está associado um conjunto de tratamentos possíveis no período seguinte. Isto elimina a possibilidade de criação de sequências que não possam ser empregadas. Taube adotou uma tabela para indicar as sequências possíveis, mas implicitamente tem-se uma rede. Cada caminho na rede é uma sequência de tratamentos que define uma alternativa de manejo.

2.4 - MODELOS PARA O PROBLEMA DE MANEJO

A maior parte dos trabalhos sobre o problema de manejo de florestas adota uma abordagem através de técnicas de Programação Linear. Os modelos adotados podem ser classificados em dois tipos: o problema enfocando lotes individualizados e o problema com períodos demarcados. O primeiro deles, e mais frequentemente empregado, trata a área da floresta a ser planejada como um conjunto de lotes cujas áreas possuem árvores em condições análogas de desenvolvimento (fig. 2.2). A solução do problema de manejo determina intervenções silviculturais para cada lote individualmente, em cada intervalo do horizonte de planejamento. Esta forma de expressar o problema tem uma forte aderência à realidade, o que justifica o seu intenso emprego. A formulação do problema de manejo a seguir, proposta por Taube Netto (1984) é um exemplo típico da representação por lotes.

$$\begin{aligned} \text{Max} \sum_{i=1}^{I} & \sum_{j=1}^{J} & \text{Cij} & . & \text{xij} \\ \\ \text{S.a} \sum_{i=1}^{I} & \sum_{j=1}^{J} & \text{aij(t)} & . & \text{xij} = \text{bt} \\ \\ & & & & \\ \\ & & &$$

- xij esta variável é definida como a fração da área A(i) do lote i que será ocupada com o manejo j.
- Cij lucro do manejo j do lote i do ano t.
- aij(t) produção do manejo j, caso ele ocupe toda a área do lote i, em cada ano t do horizonte de planejamento.
 - b(t) suprimento de madeira ao longo do horizonte de planejamento.

A solução deste problema fornece uma sequência possível de decisões ao longo dos anos de planejamento, definindo qual manejo é adequado a cada lote.

No modelo de períodos demarcados, o problema é visto por períodos de plantio e corte da floresta. As variáveis de decisão correspondem às áreas plantadas num período i e cortadas em j. Desta forma, não existe uma identificação das áreas por lotes ao longo do planejamento, e em consequência o modelo permite um reagrupamento das áreas plantadas e cortadas num mesmo período.

Uma formulação para este modelo pode ser (Carnieri, 1989):

$$Min \ \sum\limits_{j=1}^{N} \ \sum\limits_{i=-M}^{j-z} \ Dij$$
 , $xij + \sum\limits_{i=-M}^{N} \ EiN$, WiN

s.a

$$\sum_{j=1}^{N} x_{ij} + W_{iN} = A_j \qquad i=-M, 0$$

$$\sum_{k=j+z}^{N} x_{jk} + W_{jN} = \sum_{i=-M}^{j-z} x_{ij}$$
 j=1, N

xij - área plantada no período i e cortada em j.

Win - área plantada no período i e deixada como estoque final no período N.

Ai - área presente no período 1 que foi plantada no período i, com i entre -M e 0.

M - número de períodos antes do período 0 no qual a classe mais velha presente no período 1 foi plantada.

Z - número de períodos entre dois cortes.

Dij e Eij - custo associado à variável correspondente.

A escolha entre os dois modelos para representar o problema pode ser feita tendo em vista o número de variáveis que devem ser criadas para cada formulação e o número de restrições. Para o primeiro modelo deve ser criada uma variável para cada manejo admissível em cada lote e no segundo, deve ser criada uma variável para cada período de plantio e corte. Em geral, o primeiro tem mais variáveis e o segundo, mais restrições.

2.5 - COMENTÁRIOS

As abordagens para o problema de planejar a produção de uma floresta, aqui apresentadas, têm em comum uma representação por modelos lineares. A maior parte delas, é baseada no primeiro modelo e empregam os conceitos de divisão em lotes por similaridade e manejos definidos para cada lote, discutidos anteriormente.

No capítulo seguinte é desenvolvido um modelo linear para o problema de planejar a produção de energia a partir de biomassa. Este modelo supõe um pré-planejamento da floresta usando os conceitos discutidos neste capítulo, e utiliza os seus resultados para o planejamento de curto prazo.

CAPÍTULO III

PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO DE ENERGIA

3.1 - Introdução

Neste capítulo é desenvolvido um modelo para o problema de produzir energia elétrica a partir da biomassa cultivada em florestas energéticas, com termoelétricas associadas um sistema de energia hidroelétrica. associação entre os dois sistemas é uma forma de contornar aleatórios sistema hidroelétrico, aumentando confiabilidade suprimento da demanda de energia elétrica.

No modelo de utilização dos recursos da floresta são considerados o crescimento da floresta e a sua conversão em energia. O balanço do volume de madeira produzido e utilizado, por período, é observado para cada lote de floresta. O sistema hidroelétrico é representado através de um reservatório equivalente (Arvanitidis e Rosing, 1970). O horizonte de planejamento considerado é de um ano, com discretização mensal.

3.2 - MODELOS MATEMÁTICOS

O problema de planejar a produção de energia envolve dois sistemas acoplados: termoelétrico e hidroelétrico. As características de cada sistema e o seu acoplamento são tratados a seguir.

Tomando-se a curva de crescimento obtida no planejamento de longo prazo, e fazendo-se uma divisão em períodos convenientes, seguido de uma linearização, consegue-se segmentos de retas que caracterizam as taxas (lineares) de crescimento da floresta, no horizonte de planejamento.

3.2.1 - PRODUÇÃO DE ENERGIA A PARTIR DOS RECURSOS FLORESTAIS

O crescimento da floresta, discutido no capítulo anterior, pode ser descrito por uma curva que define o volume de biomassa disponível ao longo do horizonte de planejamento. Através de uma linearização da curva, por período, obtém-se segmentos de reta que serão utilizados para caracterizar um crescimento linear, no horizonte do planejamento, da produção de energia a curto prazo.

Cada lote da floresta terá a cada período um valor máximo de madeira disponível para uso na térmica. Se a madeira disponível para uso na térmica não for completamente usada durante um determinado período, isto é, se parte da floresta permanecer no lote, ela estará disponível para o próximo período com um ganho, devido ao seu crescimento.

O aumento do volume de madeira observado entre o início do intervalo $\mathbf{k-1}$ e o início do intervalo \mathbf{k} é caracterizado pelo multiplicador α_{ik-1} , da seguinte maneira,

$$mik = \alpha ik-1 \ mik-1 \tag{3.1}$$

A fig. 3.1 mostra o crescimento da floresta, representado na eq. 3.1, através do ganho em um arco que caracteriza o fluxo de biomassa no lote i, entre dois períodos consecutivos.

$$\begin{array}{ccc}
 & mik-1 & \alpha ik-1 \cdot mik-1 \\
\hline
 & & & & \\
\hline
 & & & & \\
ik-1 & & & & \\
\hline
 & & & & \\
\end{array}$$

Fig. 3.1 - Crescimento da Floresta no Lote i entre os Períodos k-1 e k.

O volume de madeira cortado no lote i no período k, vik, mais a madeira que permanece no lote, mik, é igual ao volume que havia no lote no período anterior alterado pelo ganho de crescimento do período,

$$- \text{ Vik } - \text{ mik } + \alpha \text{ik-1 mik-1} = 0$$

$$\forall \text{ i } \in \mathbf{I}, \text{ k } \in \mathbf{K}$$

$$(3.2)$$

A fig. 3.2 ilustra o balanço volumétrico de madeira representado pela eq. 3.2.

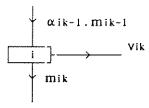


Fig. 3.2 - Balanço do Volume de Madeira.

Se parte da madeira cortada durante um determinado período é estocada para uso posterior, a secagem da madeira proporciona uma conversão de energia na termoelétrica com maior rendimento. O ganho de energia na secagem da madeira é caracterizado pelo multiplicador β e a conversão por λ .

O exemplo a seguir, representado na fig. 3.3, ilustra o efeito do ganho com a secagem do estoque na produção de energia, considerando um horizonte de três intervalos.

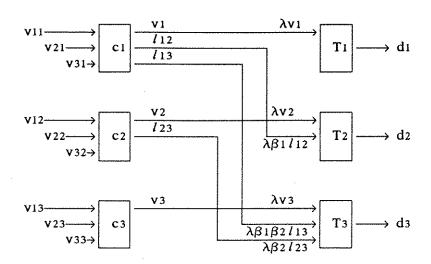


Fig. 3.3 - Produção de Energia com Ganhos de Secagem.

Na fig. 3.3, do total da madeira cortada nos lotes 1, 2 e 3 no período 1, parte, vi, é consumida na térmica, e parte é estocada para ser usada nos períodos seguintes, (l12 + l13). No período 2, v2 é consumido na térmica e l23 é o estoque para o período seguinte. No último período, toda a madeira cortada é consumida pela térmica, e o estoque disponível no período, é constituído do estoque feito no período 1 e no período 2. O estoque feito no período 1 passa por dois períodos de secagem até ser usado na térmica no período 3. A secagem em cada intervalo é caracterizada pelos fatores β1 e β2. Então, a madeira deixada em estoque no período 1 para ser usada em 3, l13, ao final do primeiro período de secagem terá um ganho energético caracterizado pelo multiplicador β1, igual a (β1.l13), e ao final do segundo período de secagem terá um ganho energético adicional caracterizado pelo multiplicador β2, igual a (β2.β1.l13). O estoque total disponível no período 3 é dado pelos estoques l13 e l23 multiplicados pelos ganhos relativos à secagem.

Generalizando para um período \mathbf{k} , o estoque disponível para ser usado na térmica em \mathbf{k} é o somatório dos estoques feitos nos períodos anteriores alterados pelos ganhos de secagem.

$$\sum_{t=1}^{k-1} (\prod_{j=t}^{k-1} \beta_j) l_{tk}$$
(3.3)

A eq. 3.4 representa o balanço total da madeira durante um certo período: o volume de madeira usado na térmica mais o que é estocado para os períodos seguintes, é igual ao total retirado dos lotes. A fig. 3.4 ilustra este balanço.

$$- v_k - \sum_{t=k}^{H} l_{tk} + \sum_{i=1}^{N} v_{ik} = 0$$
 (3.4)

onde,

vik - Volume de madeira cortada no lote i, no período k;

ltk - Volume de madeira cortada no período k e colocada em estoque até o período t;

vk - Volume de madeira colhida e usada na termoelétrica no período k;

N - Número de lotes com florestas plantadas;

H - Horizonte de planejamento.

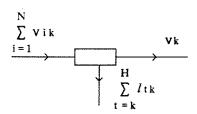


Fig. 3.4 - Fornecimento de Madeira à Térmica e Estoque.

3.2.2 - MODELO DA HIDROELÉTRICA

Uma usina hidroelétrica pode ser representada através de seus principais elementos apresentados na fig. 3.5: volume de água do reservatório, volume incremental afluente ao reservatório, volume turbinado na geração de energia, e volume de água vertido.

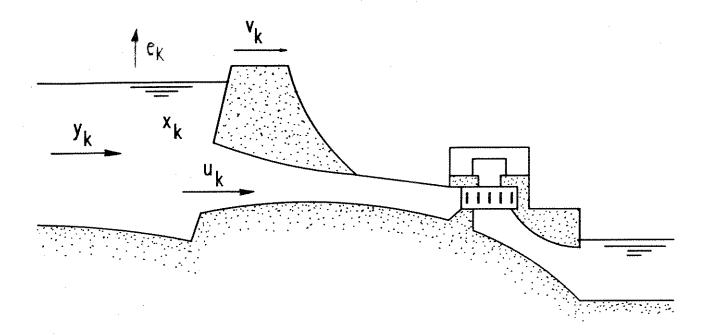


Fig. 3.5 - Elementos Principais do Reservatório.

O balanço do volume de água do reservatório e sua evolução no tempo são representadas através de sua equação dinâmica, (3.5).

$$x_{k+1} = x_k + y_k - u_k - v_k - e_k$$
 (3.5)

Onde,

xk - Volume de água armazenado no início do intervalo k.

yk - Volume de água incremental afluente ao reservatório.

uk - Volume de água turbinado pela usina no intervalo k.

vk - Volume vertido pela usina.

ek - Volume evaporado no intervalo k.

A equação (3.5) pode ser interpretada como o balanço de fluxos em um nó, que caracteriza o reservatório em um determinado intervalo de tempo. Esta interpretação é ilustrada na fig. 3.6.

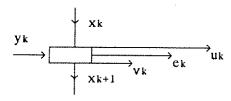


Fig. 3.6- Balanço de Fluxos em um Reservatório.

As variáveis da equação (3.5) estão sujeitas a restrições locais, devido as condições operacionais. Assim,

A fig. 3.7 apresenta um exemplo dos balanços de fluxos em um reservatório ao longo de três períodos de tempo. Neste exemplo, considera-se a evaporação como uma perda associada ao volume do reservatório, através de um multiplicador wk. Ou seja, a equação (3.5) é substituída pela equação de fluxos generalizados.

$$x_{k+1} = w_{k}.x_k + y_k - u_k - v_k$$
 (3.7)

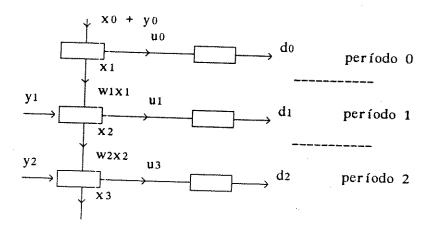


Fig. 3.7 - Exemplo do Reservatório em Três Períodos.

No problema de planejamento da produção de energia estudado neste trabalho, o sistema hidroelétrico é representado através de um reservatório equivalente de energia potencial (Arvanitidis, 1970, Lyra, 1984). Nesta representação, é feita uma equivalência entre a geração hidroelétrica e o volume de água turbinado. Esta equivalência é feita através de um fator de conversão que dá a geração como função linear do volume turbinado.

Para o sistema em cascata, a água armazenada em um reservatório é convertida em energia em todas as usinas a jusante do reservatório. Cada usina possui o seu fator de conversão (k) que depende da altura de queda d'água e da eficiência de seus conjuntos turbina/geradores. Assim, o fator de conversão total para o reservatório é o somatório dos fatores de conversão de todas as usinas que estão a jusante do reservatório.

A figura 3.8 (Lyra, 1984) ilustra a obtenção do reservatório equivalente para um sistema com três usinas em cascata.

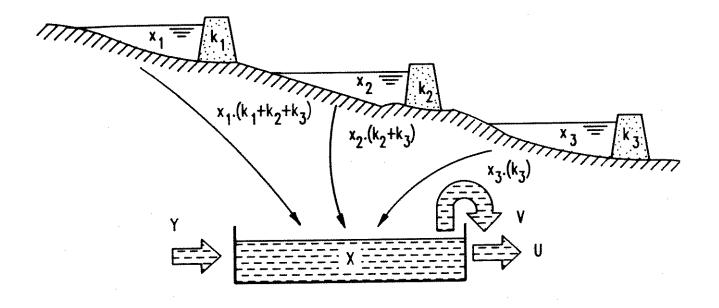


Fig. 3.8 - Obtenção do Reservatório Equivalente.

A energia potencial acumulada no reservatório equivalente é o somatório da energia acumulada em cada reservatório.

$$X = \sum_{r \in \mathbb{R}} x_r \left(\sum_{j \in J_r} k \right)$$
 (3.8)

onde.

R - Conjunto dos índices dos reservatórios que fazem parte do sistema;

Jr - Conjunto dos índices de usinas a jusante do reservatório r.

O equivalente em energia do volume de água turbinado, do volume vertido e do incremental são descritos nas equações (3.9), (3.10) e (3.11).

$$U = \sum_{r \in \mathbb{R}} u_r \cdot k_r \tag{3.9}$$

$$V = \sum_{r \in R} v_{r,kr}$$
 (3.10)

$$Y = \sum_{r \in \mathbb{R}} y_r \left(\sum_{j \in J_r} k \right)$$
 (3.11)

A equação (3.12) caracteriza a dinâmica do sistema hidroelétrico, representado pelo reservatório equivalente.

$$X_{k+1} = X_k + Y_k - U_k - V_k$$
 (3.12)

Se considerar as perdas por evaporação, de forma aproximada, como na equação (3.7), a equação dinâmica do reservatório equivalente pode ser reescrita como

$$X_{k+1} = w_k.X_k + Y_k - U_k - V_k$$
 (3.13)

3.2.3 - BALANÇO ENERGÉTICO

Quando os sistemas, termoelétrico e hidroelétrico operam acoplados, a demanda de energia pode ser suprida por qualquer dos sistemas. A energia produzida no sistema térmico, gk, soma-se à energia produzida no sistema hidroelétrico, uk, para atendimento da demanda, dk. Este acoplamento caracterizado pela equação (3.14), de balanço de energia, é ilustrado na figura 3.9.

$$g_k + u_k = d_k \tag{3.14}$$

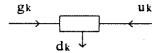


Fig. 3.9 - Acoplamento dos Sistemas Termoelétrico e Hidroelétrico

A usina térmica pode ser alimentada por duas fontes primárias de energia. Uma das fontes primárias de energia é a madeira cortada no período k; a outra, é a madeira estocada em períodos anteriores, beneficiada pelos ganhos energéticos de secagem.

A equação (3.15) representa a produção de energia elétrica na térmica, considerando as duas possibilidades de fontes primárias.

$$\lambda v_k + \lambda \sum_{t=1}^{k-1} (\prod_{j=t}^{k-1} \beta_j) l_{tk} = g_k$$
 (3.15)

A energia elétrica gerada é igual a energia elétrica produzida na térmica com madeira colhida nos lotes no intervalo k, λ.vk, mais a energia produzida com o uso de estoques. A fig. 3.10 ilustra o balanço entre as fontes primárias de energia e a geração térmica.

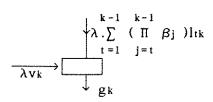


Fig. 3.10 - Suprimento da Usina Térmica.

3.3 - O Problema de Planejamento da Produção de Energia a Curto Prazo.

O planejamento da produção de energia, a curto prazo, procura coordenar as gerações da térmica e hidroelétrica afim de atender a demanda de energia elétrica com o mínimo uso dos recursos florestais e hídricos.

Para um determinado mês k, os principais elementos considerados estão representados na fig. 3.11.

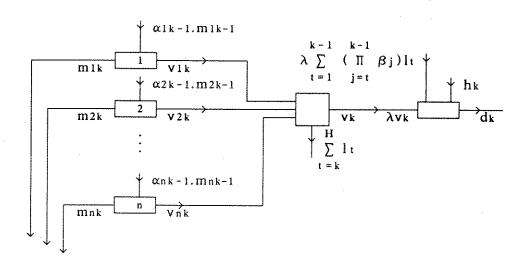


Fig. 3.11 - Planejamento da Produção de Energia Elétrica.

- i Indice que caracteriza um lote da floresta cultivada (i = 1,...N);
- N Número de lotes com florestas plantadas;
- k Período;
- H Horizonte de planejamento;
- hk Energia produzida pelo sistema hidroelétrico no período k;

dk - Demanda de energia elétrica do período k;

vik - Volume de madeira cortada no lote i, no período k;

mik - Volume de madeira que permanece no lote i, em k (sem ser cortada);

lk - Volume de madeira cortada em k e colocada em estoque;

vk - Volume de madeira colhida e usada na termoelétrica no período k;

λ - Ganho na conversão de madeira em energia;

aik - Ganho no crescimento da madeira entre os períodos k e o k+1;

βj - Ganho de secagem da madeira estocada em períodos anteriores;

O objetivo do planejamento da produção de energia a curto prazo pode ser formalizado como a maximização do volume de madeira (ou do seu equivalente em energia) no final do horizonte, maximização da energia hidroelétrica, ou uma ponderação de ambas. Assim, o problema de planejamento de energia à curto prazo pode ser caracterizado como

Max
$$\sum_{i=1}^{N} miH$$

s. a (3.2)
(3.4)
(3.6)
(3.7)
(3.13) - (3.15)

Observa-se que as restrições do problema de planejamento da produção de energia caracterizam uma estrutura de redes generalizadas. Ou seja, pode-se sintetiza-la como

Max Cx
s. a Ax = b

$$x \le x \le \overline{x}$$

onde cada coluna da matriz de restrições tem no máximo dois elementos diferentes de zero.

A estrutura de redes do problema é explorado com códigos especiais, cerca de 50 vezes mais eficientes que os códigos convencionais para problemas lineares (Glover e outros, 1978). As características especiais desses códigos serão discutidas no próximo capítulo.

CAPÍTULO IV

OTIMIZAÇÃO EM GRAFOS GENERALIZADOS

4.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo discute-se uma especialização do método Primal Simplex para o problema de fluxos generalizados.

Diz-se que um grafo G(K,N) com K arcos e N nós é generalizado quando a cada arco está associado um parâmetro ω_k , denominado ganho. Este parâmetro corresponde a variação que sofre um fluxo ao percorrer o arco. A representação por grafo generalizado é apropriada para problemas que envolvem crescimentos de estoques, perdas de energia, taxa de juros, entre outros.

A formulação de um problema de otimização de fluxos em grafo generalizado, uma generalização do Problema Linear de Fluxo de Custo Mínimo, pode ser feita como segue.

$$\begin{array}{ccc} Min & \sum ck & xk \\ & k \in K \end{array}$$

s.a
$$\sum_{k \in K_1} x_k - \sum_{k \in K_1} w_k x_k = b_1 \quad i \in N$$
 (4.1)

 $xk \ge 0$

onde Ki c K são os arcos que saem do nó l e Ki c K os que chegam ao nó l. ck é o custo unitário do fluxo no arco k, xk é o fluxo através do arco, wk é o multiplicador que caracteriza ganho ou perda no fluxo no arco e bi é o recurso disponível.

A formulação acima pode ser sintetizada na forma padrão de um problema de programação linear:

Min c x

$$s.a A x = b$$

$$x \ge 0$$
(4.2)

onde,

c - vetor de custos

x - variáveis de fluxo

A - matriz de incidência generalizada

b - vetor de recursos (disponibilidade).

Cada coluna da matriz de incidência generalizada A tem no máximo dois elementos não-nulos. Um elemento, igual a 1, é o multiplicador do fluxo que deixa o nó i; o outro, o ganho wk, é o multiplicador de fluxo que chega ao nó j. Quando existir apenas um elemento em uma coluna da matriz A, este elemento é denominado uma raiz do grafo G. Então, a cada coluna da matriz A corresponde um arco, ou raiz, e a cada linha um nó.

A característica particular da matriz de incidência generalizada A, permite a elaboração de algoritmos cerca de 50 vezes mais rápidos que implementações genéricas do Método Simplex (Glover e outros, 1978).

Nesta exposição, para simplificar a apresentação dos conceitos, considera-se apenas limites inferiores. As idéias apresentadas são facilmente generalizáveis para variáveis canalizadas (com limites superiores e inferiores)(Kennington e Helgason, 1980).

4.2 - O MÉTODO PRIMAL SIMPLEX

O Método Simplex, baseado no Teorema Fundamental de Programação Linear, busca uma solução ótima a partir de soluções básicas factíveis, definidas a seguir. O teorema Fundamental da Programação Linear afirma que se existe uma solução factível, existe uma solução básica factível e se existe uma solução ótima, existe uma solução básica factível ótima (Luenberger, 1984).

Solução básica factível é uma solução particular do sistema Ax = b, com $x \ge 0$, onde A é a matriz mxn e b é um vetor de dimensão m. Fazendo-se um rearranjo das colunas de A pode-se obter A = [B,N], com B uma matriz mxm inversível. A solução de Ax = b pode ser escrita como x = [xB,xN], onde xB e xN são os vetores cujos componentes correspondem às colunas agrupadas em B e N, respectivamente. Fazendo-se

$$\mathbf{x}\mathbf{B} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{b} \quad \mathbf{e}$$

$$\mathbf{x}\mathbf{N} = \mathbf{0}$$

tem-se uma solução básica do sistema.

Se xB ≥ 0, então x é chamada de solução básica factível do sistema. B é chamada de matriz básica (Base) e N é chamada de matriz não-básica. As componentes de xB são chamadas de variáveis básicas e as componentes de xN são chamadas variáveis não-básicas. Se xB > 0, então x é chamada de solução básica factível não-degenerada. Mas, se pelo menos uma componente xB for zero, x é chamada de solução básica factível degenerada.

A partir de uma solução básica factível, o método simplex busca uma outra solução básica factível que melhore o valor da função objetivo. O procedimento é repetido até chegar à solução ótima.

A forma padrão do problema linear (4.2) pode ser escrita separando-se os termos em básicos e não-básicos.

Min cb xb + cn xn

s.a
$$\mathbf{B} \times \mathbf{B} + \mathbf{N} \times \mathbf{N} = \mathbf{b}$$

$$\times \mathbf{B} \ge 0$$

$$\times \mathbf{N} \ge 0$$
(4.3)

Então,
$$xB = B^{-1}b - B^{-1}N xN$$

O problema (4.3) pode ser reescrito na forma abaixo:

Min cB B⁻¹b + (cN - cB B⁻¹N) xN
s.a B⁻¹b - B⁻¹N xN
$$\ge 0$$
 (4.4)
xN ≥ 0

Seja x uma solução básica factível, com $xB = B^{-1}b$ e xN = 0. O valor da função objetivo é $z_0 = cB$ $B^{-1}b$, tem-se,

$$z = c x$$

 $= cB B^{-1}b + (cN - cB B^{-1}N) xN$
 $= z_0 + (cN - cB B^{-1}N) xN$ (4.5)
 $= z_0 + \sum_{j \in R} (c_j - r_j) x_j$
 $com r_j = cB B^{-1}A^j$

Onde R é o conjunto dos índices das variáveis não-básicas e A^j a j-ésima coluna da matriz A.

Se, para algum j, cj - rj < 0, aumentando-se xj de zero para um valor positivo, o custo total decresce, tornando z < zo. Ou seja, melhora-se o valor da função objetivo.

Com o crescimento de xj, os valores das variáveis básicas alteram-se. A primeira variável básica que chegar a zero é chamada de variável de bloqueio, pois impede o crescimento de xj. Assim, a variável de bloqueio deve deixar a base e xj passará a pertencer a base. O processo se repete até que $cj - rj \ge 0$, $\forall j \in R$.

4.2.1 - O ALGORITMO SIMPLEX

Para iniciar o método, deve-se encontrar uma solução básica factível ($xB \ge 0$, xN = 0). De posse da solução básica, o algoritmo simplex pode ser resumido na sequência de passos abaixo.

PASSO 1 - Resolva o sistema BxB = b.

$$xB = B^{-1}b$$

$$xN = 0 e$$

$$z = cB xB$$

PASSO 2 - Encontre o vetor de variáveis duais π , através da solução do sistema $\pi B = cB$. Calcule para todas as variáveis não-básicas o custo relativo cj,

$$c_j - r_j = c_j - \pi A^j$$

Verifique se para algum j, cj – πA^j < 0. Caso não exista nenhum, pare. A solução é ótima. Caso contrário, selecione para entrar na base uma variável, xk, para a qual o custo relativo é negativo (normalmente, o mais negativo).

PASSO 3 - Resolva o sistema $B\hat{A}^k = A^k$. Se $\hat{A}^k_i \le 0$, para todos os elementos i do vetor \hat{A}^k , pare a solução é ilimitada. Se existir pelo menos um $\hat{A}^k_i > 0$, vá para o próximo passo.

PASSO 4 - Faça xk entrar na base e identifique a variável de bloqueio que sai da base, através do seguinte teste

Min (bi/
$$A_i^k$$
, tal que $A_i^k > 0$)

Reorganize a base e vá para o passo 1

O maior esforço computacional empregado neste algoritmo concentra-se na solução dos sistemas $\pi B = cB$ e $B\hat{A}^k = A^k$. Os algoritmos especializados para grafos generalizados aproveitam-se da estrutura especial da base para resolver esses sistemas com mais eficiência. Neles, a determinação das variáveis duais e atualização da coluna são organizadas através de índices, eliminando-se a necessidade de operações matriciais normalmente dispendiosas em esforço computacional.

4.3 - CARACTERIZAÇÃO DA BASE

Em linhas gerais, os conceitos aqui apresentados são baseados em Correia (1988).

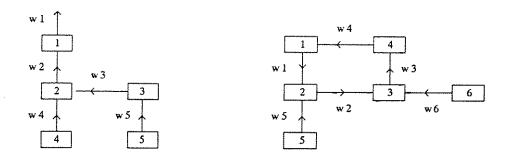
A base B de um grafo generalizado é formada por uma matriz bloco diagonal (Kennington e Helgason, 1980), onde cada bloco corresponde a estruturas que podem ser de dois tipos: triangular e quase-triangular.

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ & \mathbf{B}_2 \\ & & \\$$

Fig. 4.1 - Matriz Bloco Diagonal

A triangular é uma estrutura conexa, caracterizada em grafo por uma árvore. A estrutura quase-triangular caracteriza-se por apresentar um sub-bloco cíclico, podendo ter vários sub-blocos triangulares acoplados ao ciclo, ou conter apenas o ciclo. As árvores ligadas ao ciclo são chamadas de árvores tributárias.

Uma estrutura cíclica com árvores tributárias e uma estrutura triangular são mostradas na figura 4.2.



- (a) Estrutura Triangular (árvore)
- (b) Estrutura Quase-triangular (ciclo com árvores tributárias)

Fig. 4.2 - Estruturas Associadas a uma Base

A figura 4.3 apresenta um bloco de matriz básica, Bi, correspondente a estrutura quase-triangular apresentada na fig.4.2.

Fig.4.3 - Matriz Contendo Ciclo

4.4 - CÁLCULO DAS VARIÁVEIS DUAIS

A característica da matriz B facilita a solução do sistema $\pi B = cB$ no cálculo das variáveis duais. Este sistema pode ser resolvido tratando cada bloco da base individualmente.

4.4.1 - Variáveis Duais em Estruturas Triangulares

Para uma matriz triangular a solução do sistema $\pi B = c$ dá o potencial (valor da variável dual) em cada nó, a partir do potencial da raiz. Considere, por exemplo a matriz B_i ,

$$\mathbf{B}_{1} = \begin{bmatrix} 1 & -w_{2} \\ & 1 & -w_{3} & -w_{4} \\ & & 1 & -w_{5} \\ & & & 1 \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$

Para se visualizar melhor o cálculo de $\pi_1 B_1 = c_1$, pode-se fazer uma transposição, obtendo-se $\pi_1^T B_1^T = c_1^T$.

$$\begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ -w2 & 1 & & & & \\ & -w3 & 1 & & & \\ & -w4 & & 1 & & \\ & & -w5 & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \\ \pi_4 \\ \pi_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \end{bmatrix}$$

Da equação matricial anterior, obtem-se,

$$\pi_1 = c_1$$
 $\pi_2 = c_2 + w_2 \pi_1$
 $\pi_3 = c_2 + w_3 \pi_2$
 $\pi_4 = c_4 + w_4 \pi_2$
 $\pi_5 = c_5 + w_5 \pi_3$

Ou seja, a partir do potencial da raiz, por substituição, calcula-se os potenciais dos nós restantes. Generalizando-se,

$$\pi_r = c_r$$

$$\pi_i = c_i + w_k \pi_j \tag{4.6}$$

Onde, r é a raiz, k é o arco considerado, i o nó origem do arco e j o seu descendente - nó destino do arco.

4.4.2 - VARIÁVEIS DUAIS EM ESTRUTURAS CÍCLICAS

Para se calcular o potencial em uma estrutura quase-triangular, separa-se a parte cíclica da não-cíclica, resolvendo-se o sistema inicialmente para a cíclica e em seguida, por substituição, para a não-cíclica. O exemplo a seguir detalha o procedimento. Seja Bc a matriz correspondente a estrutura quase- triangular e Bic o bloco da matriz contendo o ciclo.

$$\mathbf{B}_{c} = \begin{bmatrix} 1 & & & -w_{4} \\ -w_{1} & 1 & & & -w_{5} \\ & -w_{2} & 1 & & -w_{6} \\ & & -w_{3} & 1 & & \\ & & & 1 & & \\ \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Bic} = \begin{bmatrix} 1 & & -w4 \\ -w1 & 1 & & \\ & -w2 & 1 & \\ & & -w3 & 1 \end{bmatrix}$$

O bloco correspondente a parte cíclica, pode ser triangularizado através de sucessivas operações elementares nas linhas. Para calcular $\pi B_{1c} = c$ é feita uma transposição dos termos da matriz. Assim,

$$\begin{bmatrix} 1 & -w_1 & & & c_1 \\ & 1 & -w_2 & & c_2 \\ & & 1 & -w_3 & & c_3 \\ -w_4 & & 1 & c_4 \end{bmatrix}$$

Eliminando -ω4 na primeira coluna, tem-se

$$\begin{bmatrix}
1 & -w_1 & & & c_1 \\
1 & -w_2 & & c_2 \\
& & 1 & -w_3 & c_3 \\
-w_1w_4 & 1 & c_4 + w_4c_1
\end{bmatrix}$$

Eliminando -ωιω4 da segunda coluna, vem

Para a terceira coluna, $-\omega_1\omega_2\omega_4$

A solução para este sistema é dada por

$$\pi 4 = \frac{\text{c4} + \text{w4c1} + \text{w1w4c2} + \text{w1w2w4c3}}{1 - \text{w1w2w3w4}}$$

$$\pi 3 = c3 + w3\pi 4$$
 $\pi 2 = c2 + w2\pi 3$
 $\pi 1 = c1 + w1\pi 2$

Generalizando, se a matriz Bic tiver q colunas ordenadas de 1 a q.

$$\pi_{q} = \frac{c_{q} + w_{q} \sum_{t=1}^{q-1} \left[\begin{pmatrix} t^{-1} \\ \prod_{s=0}^{t-1} w_{s} \end{pmatrix} c_{t} \right]}{1 - \prod_{t=1}^{q} w_{t}}, \quad com \quad w_{0} = 1 \quad (4.7)$$

O denominador é conhecido como fator-ciclo, onde estão incluídos todos os ganhos do ciclo.

$$\beta = \left(1 - \prod_{t=1}^{q} w_t\right)^{-1} \tag{4.8}$$

Calculado o potencial π_q , os demais potenciais podem ser encontrados recursivamente a partir de π_q através da fórmula

$$\pi i = ck + wk \pi i \tag{4.9}$$

Vale enfatizar que para o cálculo dos potenciais não é necessário realizar explicitamente o pivoteamento da base. As informações necessárias para o cálculo do potencial π_q , através da eq. 4.7, são encontradas diretamente na representação do ciclo.

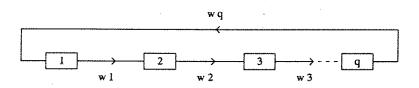


Fig. 4.4 - Ciclo

Para o cálculo dos potenciais no ciclo, pode ser escolhido qualquer nó como inicial, a partir dele os potenciais dos outros nós são calculados como na equação 4.9.

4.5 - ATUALIZAÇÃO DA BASE

4.5.1 - COLUNA ATUALIZADA EM ESTRUTURA TRIANGULAR

O sistema $B\hat{A}^k = A^k$ deve ser resolvido a cada vez que uma nova variável (k) entra na base. O arco escolhido para entrar na base kE = (i, j), corresponde a coluna A^k . A coluna A^k pode ser decomposta na soma de dois vetores,

$$A^{k} = e_{i} + (-wE)e_{j}$$
 (4.10)

onde ei e ej são vetores no \mathbb{R}^n com a i-ésima e j-ésima componentes unitárias, respectivamente, e as demais nulas.

Ou se ja,

$$A^{k} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -wE \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + (-wE) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$e_{i} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

É imediato verificar que a coluna atualizada pode ser obtida pela superposição das soluções dos sistemas (4.11) e (4.12),

$$\hat{B} = e_i$$
 (4.11)

$$\hat{\mathbf{g}} = -\mathbf{w}\mathbf{E}\mathbf{e}\mathbf{j} \tag{4.12}$$

Ou se ja,

$$\hat{A}^k = \hat{i}E + \hat{j}E \tag{4.13}$$

O procedimento para o cálculo da coluna atualizada explora as ascendências dos nós extremidade do arco kE, sendo as componentes de iE e jE os ganhos acumulados no caminho ascendente de i e j, respectivamente. Caminho ascendente é o caminho que tem origem em um nó qualquer e chega a uma raiz ou a um ciclo.

O exemplo a seguir mostra o procedimento de atualização da base com a entrada do arco (4,5).

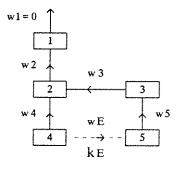


Fig. 4.5 - Arco kE entrando na base

Quando o arco kE entra na base, os sistemas a serem resolvidos são: $\hat{B}iE = e4$ e $\hat{B}jE = -wEe5$.

O sistema $\hat{\mathbf{B}_{jE}} = -\omega \text{Ee5}$ é resolvido a seguir.

Por substituição,

$$\hat{j}E_5 = -wE$$

$$\hat{j}E_4 = 0$$

$$\hat{j}E_3 = -wEw5$$

$$\hat{j}E_2 = -wEw5w3$$

$$\hat{j}E_1 = -wEw5w3w2$$

Calculando-se BiE = e4, pelo mesmo processo anterior, a solução do sistema será o ganho acumulado no caminho ascendente do nó 4, dado por (4,2), (2,1) e (1,0).

Assim,

$$\hat{i}E = \begin{bmatrix} w_2w_4 \\ w_4 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

4.5.2 - COLUNA ATUALIZADA EM ESTRUTURAS CÍCLICAS

O cálculo da coluna atualizada para a estrutura cíclica é feito fator ciclo β , eq. (4.8). Por exemplo, considere o sistema BiE = e1.

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 & & & -w_4 & 1 \\ -w_1 & 1 & & & \\ & -w_2 & 1 & & \\ & & -w_3 & 1 & \end{bmatrix}$$

Triangularizando-se, chega-se a seguinte forma

Com $\beta = \left(1 - \prod_{i=1}^{4} w_i\right)^{-1}$, a solução é dada por

$$\hat{i}E_1 = \beta \tag{4.14}$$

$$\hat{i}E_1 = \beta$$
 (4.14)
 $\hat{i}E_{k+1} = w_k \cdot \hat{i}E_k \quad k = 1,...,q-1$ (4.15)

Quando a estrutura é um ciclo com árvores tributárias, deve-se explorar as ascendências dos nós extremidades do arco kE até que se encontre o ciclo. Então o ciclo é circulado e o cálculo é processado como no anterior.

4.6 - REESTRUTURAÇÃO DA BASE

Para representar a base, são explorados os conceitos de ascendência e descendência entre os nós (Correia, 1988). Para cada bloco da matriz básica, é feita uma lista de ascendentes e descendentes que possibilita construir a estrutura conexa associada a cada bloco. O índice p(i) indica o ascendente do nó i, t(i) indica o descendente do nó i ou o mais próximo descendente de seu ascendente, se não existir descendente. Caminho ascendente é o caminho que leva a uma raiz ou a um ciclo (numa árvore tributária).

Um exemplo de como representar a estrutura conexa de um bloco da matriz básica através dos índices é apresentado na fig. 4.6.

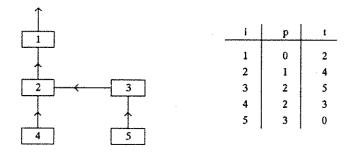


Fig. 4.6 - Estrutura tipo árvore com tabela de índices

Se for tomado o nó 3, no exemplo da fig. 4.6, seu ascendente é o nó 2; seu descendente é o nó 5.

Além dos índices p e t, o índice distância (Correia, 1988) pode ser útil para caracterizar a estrutura. Este índice informa a distância (quantidade de arcos) de um nó qualquer da estrutura até a raiz, ou até o ciclo. Os arcos raízes ou os que pertencem a um ciclo são considerados com distância igual a zero.

CAPÍTULO V

CENÁRIOS

5.1 - Introdução

Este capítulo apresenta um estudo de caso para o problema de planejar a produção de energia de dois sistemas interligados: um sistema termoelétrico que fornece energia elétrica gerada na conversão de biomassa e um sistema hidroelétrico representado por um reservatório equivalente.

O caso estudado considera o sistema hidroelétrico do Médio São Francisco (operado pela CHESF - Companhia Hidro Elétrica do São Francisco), representado por um sistema a reservatório equivalente (discutido no capítulo III). Os dados para o sistema termoelétrico são hipotéticos. Os cálculos apresentados neste capítulo consideram as curvas de produção por área encontradas em Clutter e outros (1983) para determinar o fator de crescimento da madeira em um lote , e para o fator de conversão de madeira em energia elétrica foram adotados os índices apresentados em Eriksson e Björheden (1989).

A escolha do exemplo deste capítulo tem a preocupação de ilustrar que embora a aplicação mais imediata deste planejamento seja em pequenas indústrias com objetivo de complementação ou mesmo autosuficiência em energia, pensar em grandes números em termos de geração de energia com emprego de biomassa é viável, considerando-se que a área de floresta exigida não atinge números impraticáveis.

5.2 - O SISTEMA HIDROELÉTRICO DO MÉDIO SÃO FRANCISCO

O sistema hidroelétrico do Médio São Francisco a partir de meados da década de 90 será formado pelas usinas de Sobradinho, Itaparica, Moxotó, Paulo Afonso I - III, Paulo afonso IV e Xingó, com uma capacidade de geração conjunta em torno de 11000 MW. O sistema está representado na fig. 5.1.

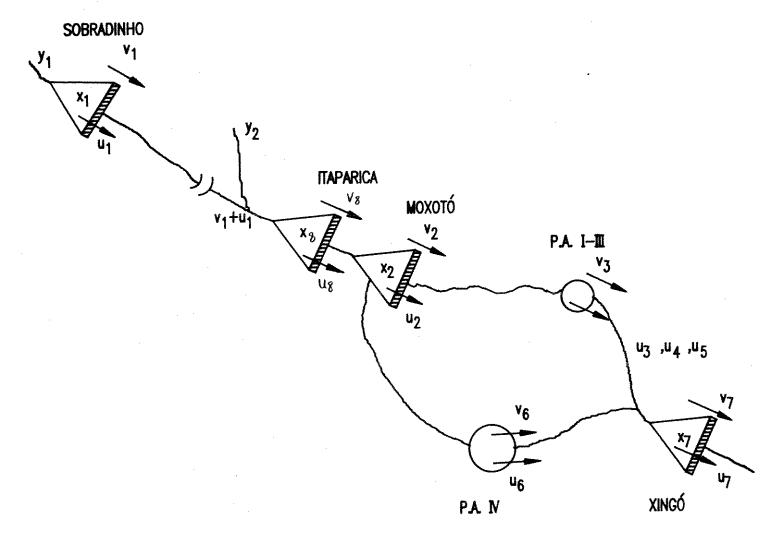


Fig. 5.1 - Sistema Hidroelétrico do Médio São Francisco.

As tabelas 5.1 e 5.2 apresentam as potências máximas os coeficientes de rendimentos para geração, considerando-se a altura útil de queda d'água para cada reservatório (Cadastro Técnico de Usinas GTNC/SCEN/GCOI, 1991).

Usina	Potência Efetiva				
Sobradinho	1050 MW				
Itaparica	1500 MW				
Moxotó	410 MW				
P. A. I-III	1406 MW				
P. A. IV	2460 MW				
Xingó	5000 MW				

Tabela 5.1 - Capacidade de Geração por Usina

Para determinação da capacidade máxima de geração do sistema equivalente considera-se que 63% da água no complexo Moxotó/PA é turbinada em PA - IV, e o restante em Moxotó/PA I-III. Com esta hipótese a capacidade máxima de geração do sistema é de 9772 MW mês.

Usina	Usina Pot. Ef. (MW)		Queda (m)	Produtibilidade (MW/m3/seg/m)	Coef. Rendim. (MW/m3/seg)	
Sobradinho	175	713	713 27.2 0.009025		0.25	
Itaparica	250	551	50,8	0.008927	0.45	
Moxotó e PA	4283	4237	114.5	0.008829	1.00	
Xingó	500	466	118.8	0.009025	1.03	

Tabela 5.2 - Coeficientes por Usina.

Com os coeficientes listados na tabela 5.2 é possível calcular o equivalente em energia das vazões observadas em Sobradinho e Itaparica. Em Sobradinho, a vazão considerada é a vazão natural do rio, e em Itaparica é a vazão incremental observada entre estes dois reservatórios. A partir de Itaparica não há vazão incremental relevante para o sistema. Como o tempo de viagem da água entre Sobradinho e Itaparica (da ordem de três dias) é desprezível, diante do intervalo de discretização mensal, não é considerado no problema.

As vazões mensais utilizadas para o cálculo do equivalente em energia foram a do ano de 1978 (Histórico de Vazões da ELETROBRÁS), uma série próxima à Média de Longo Termo (MLT).

	V a zão (m3/s)	V. Incremental (m3/s)			
Meses	Sobradinho	Ita par i ca			
Janeiro	5561.0	32.0			
Fevereiro	5227.0	168.0			
Março	6502.0	254.0			
Abril	4274.0	48.0			
Maio	2591.0	219.0			
Junho	2193.0	0.0			
Julho	1615.0	0.0			
Agosto	1350.0	0.0			
Setembro	1140.0	0.0			
Outubro	1326.0	0.0			
Novembro	1899.0	0.0			
Dezembro	3601.0	106.0			

Tabela 5.3 - Vazão do ano de 1978.

A partir da tabela 5.3 calcula-se o equivalente em energia das vazões observadas. Este cálculo é apresentado na tabela 5.4.

Meses	(Vz. Sobr. * 2.7	7) + (V	z. Inc. Ita.	* 2.52)
Janeiro	15404.0	+	81.0	15485 . 0
Fevereiro	14479.0	+	423.0	14902.0
Março	18011.0	+	640.0	18651 . 0
Abril	11839.0	+	121.0	11960 . 0
Maio	7177.0	+	552.0	7729 . 0
Junho	6075.0	+	0.0	6075 . 0
Julho	4474.0	+	0.0	4474 . 0
Agosto	3740.0	+	0.0	3740 . 0
Setembro	3158.0	+	0.0	3158.0
Outubro	3673.0	+	0.0	3673 . 0
Novembro	5260.0	÷	0.0	5260 . 0
De z embro	9975.0	+	267.0	10242.0

Tabela 5.4 - Equivalente em Energia das Vazões.

As demandas mensais de energia previstas para o sistema CHESF em 1993 e 1994 são apresentadas na tabela 5.5. A partir desses dados foram geradas demandas de energia plausíveis para o final da década que dão subsídios paras os exemplos apresentados neste capítulo.

Meses	1993	1994
Janeiro	5283.0	5568.0
Fevereiro	5295.0	5569.0
Março	5310.0	5661.0
Abril	5281.0	5633.0
Maio	5287.0	5644.0
Junho	5287.0	5644.0
Julho	5268.0	5621.0
Agosto	5352.0	5705.0
Setembro	5473.0	5836.0
O u t ubro	5555.0	5915.0
Novembro	5525.0	5885.0
De zembro	5560.0	5919.0

Tabela 5.5 - Demanda (MW) prevista para 1993 e 1994.

5. 3 - INFORMAÇÕES SOBRE O SISTEMA TÉRMICO

O emprego de madeira para gerar energia elétrica é citado em Eriksson e Björheden (1989) e num estudo realizado pela CHESF (Brazilian National Committee – World Energy Council, 1990). Nestes trabalhos encontram-se dados sobre a produção de energia por volume de madeira colhida e por área de floresta, respectivamente. O índice para a conversão de madeira em energia elétrica (λ) adotado nos exemplos deste capítulo é baseado em Eriksson e Björheden.

 $\lambda = 1,096 \times 10^{-3} \text{ MWmês/m}^3$

Esse dado corresponde a uma densidade de madeira em torno de 0,5 x 10^3 kg/m^3 e eficiência de 37% na conversão termo-elétrica.

5.4 - ALGUNS CENÁRIOS

EXEMPLO 1 - Uma região de florestas cultivadas é dividida em dois lotes com taxas de crescimento anual de 20% e 10%, respectivamente. A produção inicial de madeira em cada lote é de 10.000.000 m³ que corresponde a uma área de 28.574 ha. A madeira é usada para suprir uma termoelétrica com capacidade máxima de geração de 2000MW. A demanda de energia da região é em torno de 9180 MWmês com variações mensais de no máximo de 3%. Considerando-se os fatores de sazonalidade para a demanda na região Nordeste, tem-se a seguinte seqüência anual de demandas baseadas na tabela 5.5:

Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
8937	8940	9 086	9040	9 0 5 8	9058	9022	9156	9440	9 500	9 4 4 5	9 500

A termoelétrica está associada ao sistema hidroelétrico com capacidade máxima de geração de 9770 MWmês. Os afluxos de energia ao reservatório equivalente são aqueles representados na tabela 5.4. Considerou-se um volume inicial de energia no reservatório equivalente de 20.000 MWmês.

Para que se possa melhor visualizar os resultados, considerou-se apenas dois lotes, o que leva a um problema com 99 arcos e 63 nós. O horizonte de planejamento é de um ano, discretizado mês a mês.

Consideram-se os seguintes casos:

Caso 1 - Maximizar a energia armazenada no reservatório equivalente e o equivalente em energia do volume de madeira que permanece nos lotes ao final do horizonte de planejamento.

Caso 2 - Maximizar o equivalente em energia elétrica da madeira que permanece nos lotes ao final do horizonte de planejamento.

Caso 3 - Maximizar a energia armazenada no reservatório equivalente ao final do horizonte de planejamento.

Os programas computacionais utilizados estão na linguagem Pascal e os testes realizados numa estação de trabalho SUN modelo SPARCstation +1.

O resultado otimizado para o caso 1 é apresentado no gráfico 5.1 onde estão os fluxos de volume de madeira que indicam a quantidade que permanece nos lotes a cada período, e no gráfico 5.2 que mostra o comportamento do reservatório no horizonte de planejamento.

Na solução ótima a energia acumulada no reservatório equivalente ao final do planejamento foi de 500 MWmês e nos lotes chegou a um total de 25.264 MWmês. A solução ótima foi obtida em 126 iterações num tempo de 0,08 segundos.

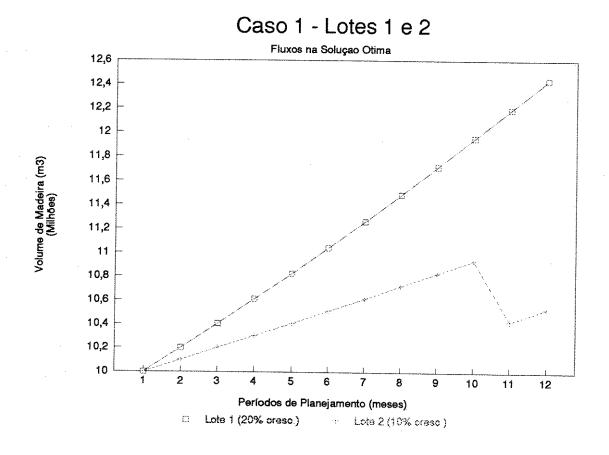
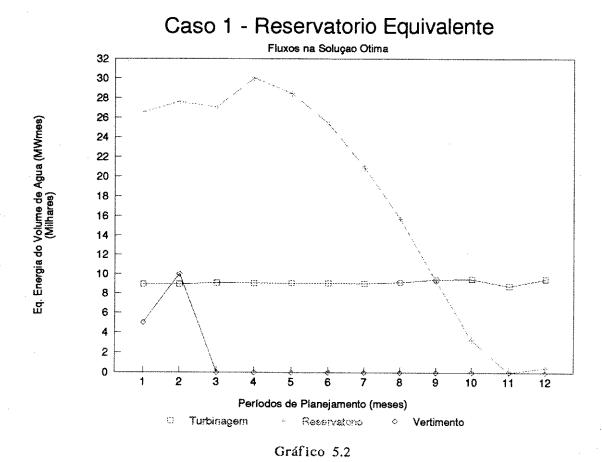
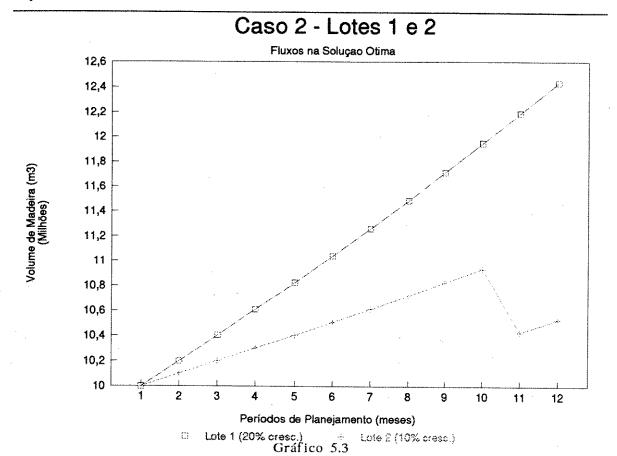


Gráfico 5.1



Observa-se dos gráficos 5.1 e 5.2 que a madeira dos lotes só é utilizada no período 11 quando o reservatório não consegue atender a demanda. A escolha do lote a ser cortado considera o ganho de crescimento de cada lote. Assim, observa-se que o lote que sofreu corte foi o lote 2 que tem a taxa de crescimento menor.

Os resultados para o caso 2 podem ser observados nos gráficos 5.3 e 5.4. A solução ótima foi obtida com 123 iterações em 0,05 segundos, com um total de 25.264 MWmês acumulado nos lotes e o reservatório chegou ao final do planejamento com zero MWmês. Neste caso, como a função objetivo só considera a maximização do equivalente em energia da madeira na solução ótima, ao final do planejamento, a quantidade restante de energia no reservatório é vertida.



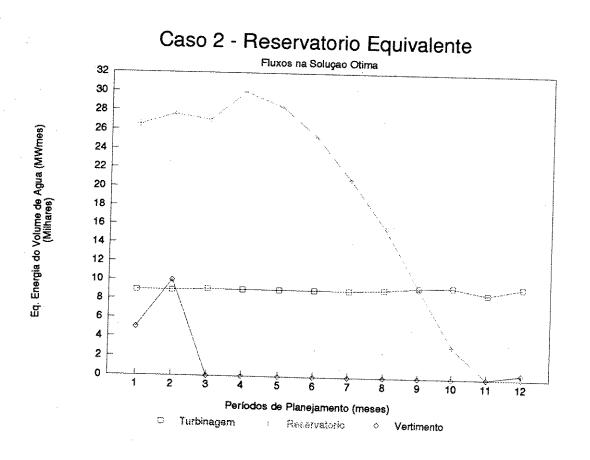


Gráfico 5.4

O caso 3 tem sua solução ótima apresentada nos gráficos 5.5 e 5.6. Com a maximização do equivalente em energia elétrica do volume de água do reservatório no final do período, obteve-se para os lotes um total de 5193 MWmês e a energia acumulada no reservatório equivalente de 10.000 MWmês. A solução foi obtida com 126 iterações em 0.05 segundos.

Observa-se dos gráficos que a escolha do lote a ser cortado não prioriza o máximo crescimento da floresta, diferindo consideravelmente do comportamento dos fluxos nos lotes do caso 1.

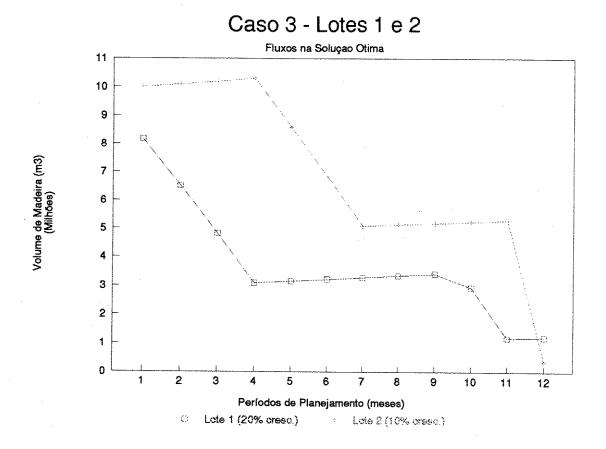
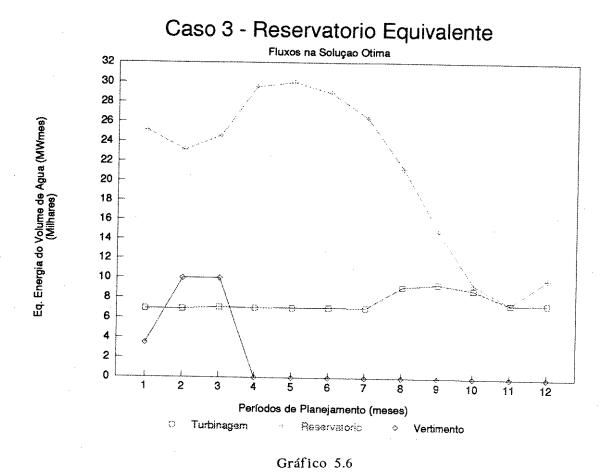


Gráfico 5.5



Observa-se que o comportamento do reservatório nos dois primeiros casos é o mesmo, isto mostra que a solução para os fluxos no reservatório, encontrada na solução ótima, está no limiar da factibilidade.

Os exemplos seguintes ilustram situações onde o número de lotes é maior, como é geralmente encontrado em casos reais.

EXEMPLO 2 - Neste exemplo são feitas as mesmas considerações do exemplo 1, mas com 10 lotes e cada lote com uma produção inicial de 2.000.000 m³ de madeira e taxa de crescimento de 20%. O objetivo é maximizar o equivalente em energia da madeira ao final do horizonte de planejamento. Este problema gera 299 arcos e 167 nós. A solução ótima foi de 25.264 MWmês, e foi obtida em 369 iterações em 0,3 segundos.

EXEMPLO 3 - Este exemplo possui 20 lotes com taxa de crescimento de 20% e produção inicial de 1.000.000 m³ em cada lote. Todas as outras considerações estão de acordo com o exemplos 1, e a função objetivo de maximizar o equivalente em energia do volume de madeira restante nos lotes ao final do planejamento. O número de arcos gerado foi de 549 e 297 nós. A solução ótima encontrada foi de 25.264 MWmês, com 633 iterações e tempo de convergência foi de 0,6 segundos.

5.5 - COMENTÁRIOS

A partir de dados de produção de madeira por área normalmente encontrados em empresas florestais da região Sudeste (em torno de 350 m³/ha para florestas de eucalipto com árvores de dimensões comercializáveis), pode-se fazer uma estimativa da área necessária para a produção de madeira considerada nos exemplos anteriores. Para produzir um volume de 20.000.000 m³ são necessários 57.142 ha. Considerando-se que para o caso 1 do exemplo 1 o volume de madeira utilizado durante o planejamento foi de 617.273 m³, a área necessária a esta produção (para um ano) é de 1.764 ha.

CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou uma reflexão sobre problema planejamento da produção de energia elétrica a partir de biomassa, propondo metodologia para o problema. O planejamento foi dividido em dois subproblemas: formação da floresta (longo prazo) e planejamento da produção de energia (curto prazo). O problema de formação da floresta pode ser tratado com técnicas já estabelecidas. Para o problema de planejamento da produção de energia, é proposta uma metodologia baseada em redes de fluxos generalizados. estudo de caso ilustra o planejamento da produção de energia, complementando um sistema hidroelétrico.

PERSPECTIVAS

Acredita-se que esse trabalho possa dar uma análise quantitativa para o planejamento da implantação de um sistema de complementação térmica apoiado no cultivo de biomassa. Possibilita, também, a otimização do uso dos recursos de madeira em empresas florestais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Andrade Jr., O. (1983). Um modelo de planejamento para uma empresa florestal. Tese de mestrado. IMECC, UNICAMP.

Arvanitidis, N. V. e Rosing, J. (1970). Composite representation of a multireservoir hydroeletric power system. IEEE. Trans. on Power Apparatus and Systems. vol. PAS-89. 319-326, fev..

Barros, O. e Weintraub, A. (1982). Planning for a vertically integrated forest industry. Operations Research, 30(6).

Cadatro Técnico de Usinas (1991). GTNC/SCEN/GCOI. ELETROBRÁS.

Carnieri, C. (1989). Planejamento florestal otimizado via redes de manejo. Tese de doutorado. FEE, UNICAMP.

Clutter, J. L. e outros (1983). Timber management - a quantitative approach. ed. John Wiley & Sons.

Correia, P. B. (1988). Um modelo multisetorial para otimização no suprimento de energia. Tese de doutorado. FEE, UNICAMP.

Correia, P. B. e Lyra, C. (1989). Otimização em grafo generalizado com arco de perdas fixas. SOBRAPO.

Correia, P. B. e Lyra, C. (1991). Optimal scheduling of a multi-branched interconnected energy system. IEEE.

Energy in Brazil (1990). Brazilian National Committee - World Energy Council.

Eriksson, L. O. e Björheden, R. (1989). Optimal storing, transport and processing for a forest-fuel supplier. European Journal of Operational Research, 43, 26-33.

Glover e outros (1978). Generalized network: a fundamental computer based planning tool. Management Science, 24(12), 1209-1220.

Histórico de Vazões da ELETROBRÁS. (1931-1988).

Jensen, P. A. e Barnes, J. W. (1980). Network flow programming. ed. John Wiley & Sons.

Kennington, J. A. e Helgason, R. V. (1980). Algorithms for network programming. ed. John Wiley & Sons.

Luenberger, D. G. (1973). Introduction to linear and nonlinear programming. Addison Wesley, Reading, Massachusetts.

Lyra Filho, C. (1984). Contribuição ao planejamento da produção de energia em sistemas de potência. FEE, UNICAMP.

Navon, D. I. (1971). Timber RAM, a long range planning method for commercial timber lands under multiple use management. PSW-70, USDA Forest Service.

Nazareth, L. (1980). A land management model using Dantzig-Wolfe decomposition. Management Science. 26(5) 510-23.

Pioli, S. e Lyra, C. (1992). Planejamento da produção de energia a partir de biomassa. SOBRAPO.

Steuer, R. E. e Schuler, Α. T. (1978).An iteractive multiple-objective linear programming approch problem forest to management. Operations Research. 26(2) 254-69.

Stirn, L. Z. (1990). Adaptative dynamic model for optimal forest management. Forest Ecology and management. 31 167-188.

Taube Netto, M. (1984). Um modelo de programação linear para planejamento de florestas de Eucaliptos. Pesquisa Operacional. 4(1), jun.

Telhada, M. A. L. (1985). Resolução de um modelo de programação linear para planejamento florestal. Tese de mestrado. IMECC, UNICAMP.

Weinberg, C. J. e Willians, R. H. (1990). Energy from the sun. Scientific American. Sep. 99-106.

Weintraub, A. e Navon, D. (1976). A forest management planning model integrating silvicultural and transportation activities. Management science. 22(12).