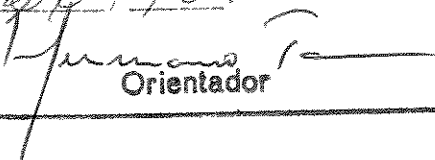


UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE SISTEMAS

Este exemplar corresponde à redação final da tese defendida por NATHAN J. B. AUBRY e aprovada pela Comissão Julgadora em 10/08/96.


Orientador

^{nt}
TÍTULO: UMA METODOLOGIA DE AGRUPAMENTO DE DUAS FASES APLICADA A REDES DE TELECOMUNICAÇÕES

Autor: Nathan J. B. ^{nt}Aubry
Orientador: Prof. Dr. Hermano de Medeiros F. Tavares ^{nt}

Dissertação submetida à Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Campinas, para preenchimento dos pré-requisitos parciais para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Junho de 1995

m.00076716-4

IDADE	BC
CHAMADA:	7/UNICAMP
	An. 18 m
E:	
	25.504
	433/95
<input type="checkbox"/>	D <input checked="" type="checkbox"/>
CO	RA 11.00
A	19/09/95
CPD	

A **DEUS**, por ter-me conduzido durante todo o caminho.
À minha esposa Marlúcia pela sua paciência e incentivo,
À minha filha Thaís,
Aos meus pais Bernard e Sônia pelo seu imenso apoio.

AGRADECIMENTOS

- Ao Prof. Dr. Hermano de M. F. Tavares pela sua orientação, dedicação e paciência.
- Aos professores do DENSIS, em especial Raul Vinhas Ribeiro, Paulo Morelato França pela ajuda nas diversas etapas deste trabalho.
- A toda equipe de planejamento da TELESP por todo o trabalho desenvolvido em conjunto com o DENSIS.
- Aos amigos Paulo Daniel Bishop da Silveira, Humberto Bachega Pinheiro e Marcos Carneiro da Silva pelo apoio computacional.
- A João Benedito Bellini da CPFL pelo apoio nos trabalhos de editoração.
- Aos amigos do DENSIS Saulo Bortolon, José Rodrigues Filho, Hamilton Carlos Massaro Santos, Walcir Fontanini, Marcelo Nishi, Walmir M. Caminhas entre outros pelo companheirismo e ajuda.

ABSTRACT

This thesis presents a new clustering procedure applied to telecommunication networks. The objective is to organize the network for further transmission planning phases. A two-step clustering method is presented: the first step is based on agglomerative and seed point algorithms and produces multiple solutions of good quality and in a very short computing time. In the second step, with the help of histograms, we filter the solutions obtained earlier and introduce the concept of “islands of interest” and “strong islands”. Finally, we leave the planner an exchange/inclusion option oriented by operational or any other convenient criterion. It is a human-guided exchange/inclusion option.

The method is applied in different telecommunication networks, giving geographic organized clusters and generating solutions good enough to be carried on to further phases of the transmission planning process.

The clustering showed to be a very important step in Transmission Network Planning, providing valuable informations to other steps.

ÍNDICE

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO

I.1) PLANEJAMENTO DE SISTEMAS DE TELECOMUNICAÇÕES	3
I.2) PLANEJAMENTO DA REDE DE TRANSMISSÃO	6
I.3) COMPOSIÇÃO DESTA TESE	9

CAPÍTULO II - REVISÃO DOS MÉTODOS DE AGRUPAMENTO

II.1) CONCEITO DE AGRUPAMENTO (CLUSTERING)	10
II.2) PRINCIPAIS TÉCNICAS DE AGRUPAMENTO	11
II.2.1) TÉCNICAS HIERÁRQUICAS AGLOMERATIVAS	12
II.2.1.1) MÉTODO DA LIGAÇÃO SIMPLES	13
II.2.1.2) MÉTODO DA MÉDIA DAS LIGAÇÕES	13
II.2.2) MÉTODO DAS SEMENTES	14
II.2.3) TÉCNICAS DE PARTIÇÃO	14
II.2.3.1) MÉTODOS DE REALOCAÇÃO ITERATIVA	14
II.2.3.2) MÉTODOS DE PARTIÇÃO DE GRAFOS	15
II.2.4) OUTRAS TÉCNICAS	15
II.2.4.1) ALGORITMOS GENÉTICOS	15
II.2.4.2) REDES NEURAIS	16
II.2.4.3) TÉCNICAS DE SOBREPOSIÇÃO ("SET COVERING")	16
II.2.4.4) MÉTODO DA ENERGIA DE LIGAÇÃO("BOND ENERGY ")	16
II.3) ALGORITMOS UTILIZADOS NESTE TRABALHO	17

CAPÍTULO III - MODELO MATEMÁTICO

III.1) ENXUGAMENTO	19
III.2) 1ª FASE DO AGRUPAMENTO	20
III.2.1) MODELO AGLOMERATIVO DETERMINÍSTICO	24
III.2.2) MODELOS AGLOMERATIVOS RANDÔMICOS	24
III.2.3) MODELO DAS SEMENTES	25
III.3) MODELO MATEMÁTICO DA 2ª FASE DO AGRUPAMENTO: MÉTODO DE DUAS FASES	27
III.3.1) ILHAS DE INTERESSE E HISTOGRAMAS	27
III.3.2) ILHAS FORTES	31
III.4) MELHORIAS	36

CAPÍTULO IV - RESULTADOS EM REDES DE TELECOMUNICAÇÕES

IV.1) RESULTADOS OBTIDOS NA REDE 12	37
IV.1.1) APRESENTAÇÃO DA REDE	37
IV.1.2) RESULTADOS COM 3 CLUSTERS	39
IV.1.2.1) OPÇÃO "SEMENTES"	40
IV.1.2.2) OPÇÃO "AGLOMERATIVO DETERMINÍSTICO"	40
IV.1.2.3) O MÉTODO DAS DUAS FASES	40
IV.1.2.4) COMENTÁRIOS ADICIONAIS	41
IV.2) RESULTADOS OBTIDOS NA REDE 26	41
IV.2.1) APRESENTAÇÃO DA REDE	41
IV.2.2) RESULTADOS COM 3 CLUSTERS	44
IV.2.2.1) OPÇÃO "SEMENTES"	44

IV.2.2.2) OPÇÃO "AGLOMERATIVO DETERMINÍSTICO"	45
IV.2.2.3) O MÉTODO DAS DUAS FASES	45
IV.2.2.4) COMENTÁRIOS ADICIONAIS:	47
IV.3) RESULTADOS OBTIDOS NA REDE 44	47
IV.3.1) APRESENTAÇÃO DA REDE	47
IV.3.2) RESULTADOS COM 4 CLUSTERS	51
IV.3.2.1) OPÇÃO "SEMENTES"	51
IV.3.2.2) OPÇÃO "AGLOMERATIVO DETERMINÍSTICO"	52
IV.3.2.3) O MÉTODO DAS DUAS FASES	53
IV.3.2.4) COMENTÁRIOS ADICIONAIS:	
54	
IV.4) RESULTADOS OBTIDOS NA REDE DE CAMPINAS	55
IV.4.1) APRESENTAÇÃO DA REDE	56
IV.4.2) RESULTADOS COM 4 CLUSTERS	58
IV.4.2.1) OPÇÃO "SEMENTES"	58
IV.4.2.2) OPÇÃO "AGLOMERATIVO DETERMINÍSTICO"	59
IV.4.2.3) O MÉTODO DAS DUAS FASES	60
IV.4.2.4) COMENTÁRIOS ADICIONAIS	61
IV.5) RESULTADOS OBTIDOS NA REDE DE SÃO PAULO	61
IV.5.1) APRESENTAÇÃO DA REDE	61
IV.5.2) CLUSTERIZAÇÃO COM CINCO HUBS	66
IV.5.3) COMENTÁRIOS ADICIONAIS	77
CAPÍTULO V - CONCLUSÕES	80
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	83
ANEXO I - REDES UTILIZADAS COMO BASE DE EXPERIMENTAÇÃO NESTA TESE	
ANEXO II - MATRIZES DE DISTÂNCIA E DEMANDA DA R88	

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO

I.1) PLANEJAMENTO DE SISTEMAS DE TELECOMUNICAÇÕES

Nas últimas duas décadas, as telecomunicações têm passado por uma enorme evolução tecnológica. Este fato se deve principalmente aos ganhos obtidos pela eletrônica compacta e de alta velocidade, pelo avanço da opto-eletrônica como um todo e pelo aparecimento da fibra óptica. Estas melhorias trouxeram novos desenvolvimentos de produtos e serviços, causando um aumento da demanda de tráfego. Por outro lado, as Companhias Operadoras estão exigindo equipamentos cada vez mais flexíveis, com uma performance cada vez melhor e a um preço cada vez mais baixo.

Na figura I.1 mostramos uma rede genérica de telecomunicações, onde estão inclusos os seus três principais segmentos:

1) Rede Externa: esta parte da rede compreende:

- Cabos de pares: têm o papel de interligar os assinantes às seções de serviço (Rede Secundária) assim como interligar as diversas seções de serviço aos Centros de Fios (Rede Primária). Os centros de fios correspondem a prédios que abrigam uma ou mais centrais de comutação e a rede de troncos interliga estas centrais;
- Seções de Serviço: são caixas de passagem cujo papel é fazer a interconexão dos diversos trechos de cabo das redes primária e secundária.

2) Comutação: esta parte da rede é composta por centrais de comutação, que podem ser classificadas em 3 tipos:

- Centrais analógicas: são centrais totalmente eletro-mecânicas, de concepção ultrapassada. Estas centrais estão sendo paulatinamente substituídas por centrais mais modernas;
- Centrais parcialmente digitais: estas centrais possuem estágios temporais e estágios espaciais. Embora não sejam mais fabricadas, elas ainda estão em funcionamento em muitas cidades;
- Centrais CPA: estas centrais são totalmente digitais, comandadas por programa armazenado. Constituem centrais modernas e são as que estão atualmente sendo fabricadas e instaladas, em várias cidades do Brasil e do mundo.

3) Transmissão: esta parte da rede é composta por diversos tipos de equipamentos de transmissão:

- Equipamentos mais antigos, tais como os Repetidores a 2 Mbps, Multiplexadores Coaxiais, Multiplexadores analógicos por divisão de frequência (FDM - frequency division multiplexer), rádios analógicos de alta capacidade, entre outros que por falta de espaço foram representados na figura I.1 por "Outros Eqtos". Embora não

sejam mais fabricados, estes equipamentos ainda estão em uso em diversas Operadoras aqui no Brasil.

- A maioria dos equipamentos em uso é relativamente recente, onde destacamos os Multiplexadores, Equipamentos Terminais de Linha Ópticos e rádios digitais da hierarquia plesiócrona (2 Mbps, 8 Mbps, 34 Mbps, 140 Mbps e 565 Mbps), equipamentos para transmissão via satélite, entre outros.
- Equipamentos novos, que fazem parte da Hierarquia Digital Síncrona (SDH - Synchronous Digital Hierarchy), tais como Multiplexadores ADM (Add-Drop Multiplexer), roteadores SDxC (Synchronous Digital Cross-Connect), rádios digitais, entre outros.

OBS: Os equipamentos comentados acima constituem a maioria dos que estão em funcionamento na rede de telecomunicações brasileira. No entanto, como não temos o objetivo de esgotar todo o elenco dos equipamentos existentes, maiores informações podem ser conseguidas em [12],[25], [28],[29].

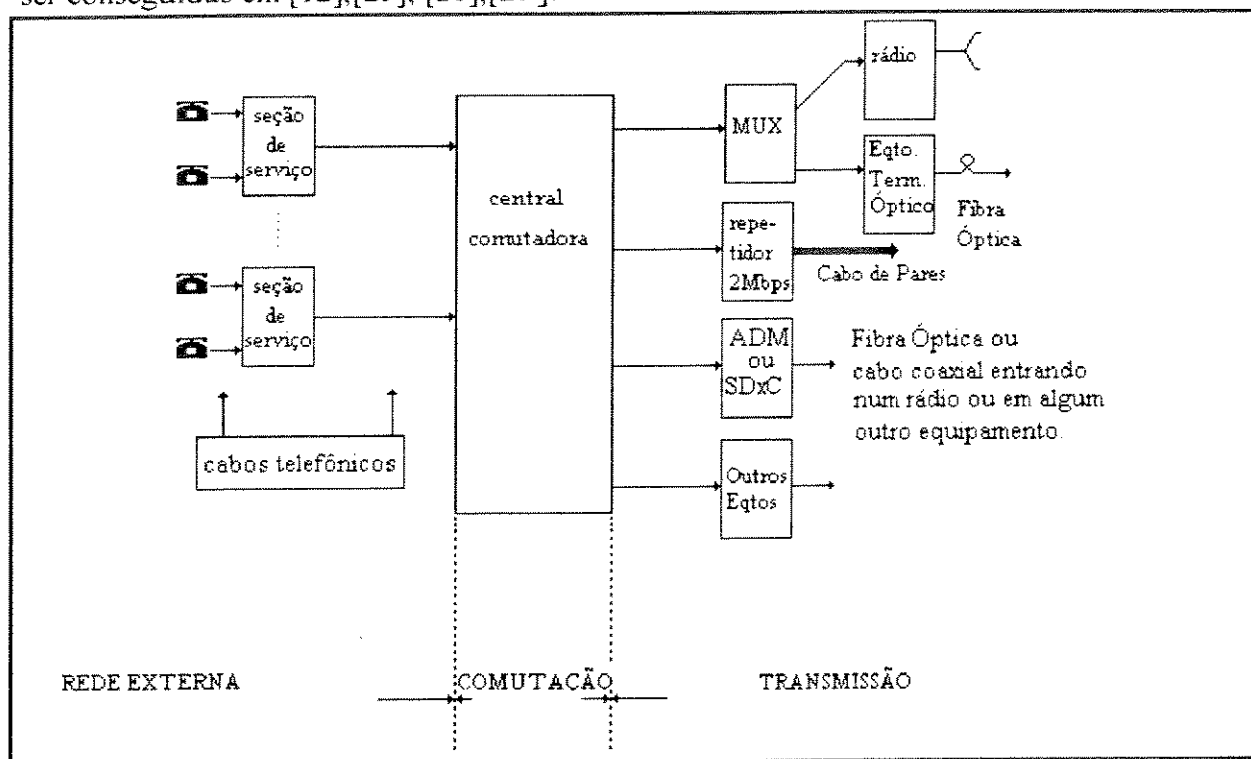


Figura I.1: Configuração básica de uma rede de telecomunicações

Particularmente, nos sistemas de transmissão, os equipamentos baseados na Hierarquia Digital Síncrona oferecem às Companhias Telefônicas o que elas estão buscando em termos de segurança, performance e flexibilidade.

Assim sendo, o uso destas novas tecnologias, aliado às constantes pressões de mercado, estão fazendo com que as Operadoras repensem suas metodologias de planejamento.

Normalmente, o Planejamento de Telecomunicações se faz através de um Plano Fundamental em três grandes partes apresentadas a seguir:

a) Planejamento da rede externa

Tem por objetivo estabelecer um balanço apropriado entre os investimentos em Rede Externa e os custos das centrais mais o custo da rede de troncos. Obtém-se nesta tarefa a localização dos centros de fios e respectivas áreas de filiação.

b) Planejamento da comutação

O objetivo era análogo ao anterior: obter um balanço apropriado entre os investimentos em comutação e os custos da rede de transmissão que interliga os centros de fios. Esta parte se subdividia classicamente em:

- Estabelecimento do Plano de Encaminhamento;
- Dimensionamento dos troncos entre as centrais.

Tal objetivo está em processo de revisão[5], pois as melhorias eletrônicas e ópticas das últimas décadas provocaram grandes mudanças na comutação.

c) Planejamento da rede de transmissão

Usualmente denominado Plano de Roteamento, tem por objetivos dimensionar as taxas de transmissão, determinar o número de equipamentos de transmissão nos nós da rede, os meios de transporte (fibras ópticas, rádio, etc) assim como definir a rede de galerias a ser utilizada.

Devido à falta de instrumentos de planejamento que pudessem ser aplicados de forma satisfatória para resolver o problema de planejamento de transmissão usando estes novos equipamentos SDH, a TELESP iniciou em 1993 o desenvolvimento de uma ferramenta computacional, em conjunto com a UNICAMP[9].

Este trabalho se concentrará no planejamento da Rede de Transmissão, enfocando sobretudo as modificações decorrentes da digitalização e da opticalização dos sistemas de telecomunicações bem como as modificações relativas ao uso crescente e ao barateamento dos equipamentos roteadores.

I.2) PLANEJAMENTO DA REDE DE TRANSMISSÃO

A alta concentração de canais em um único meio de transmissão permitida pela multiplexagem digital no tempo (TDM - Time Division Multiplexing) e pelo emprego de fibras ópticas leva a grandes economias de escala. Como o custo das fibras ópticas diminuiu bastante em termos absolutos e relativos, quando comparado aos equipamentos de ponta, o fator distância perde importância no planejamento da rede de transmissão, ao menos para redes urbanas.

O conceito SDH facilitou o surgimento de alguns equipamentos adicionais, chamados roteadores que, além da função clássica da multiplexagem, possuem também funções próximas daquelas de uma comutação simples, o que confere grande flexibilidade à rede. Os equipamentos roteadores podem ser classificados em dois tipos básicos: ADM e SDxC.

A figura I.2 apresenta uma ilustração do funcionamento dos ADM e SDxC.

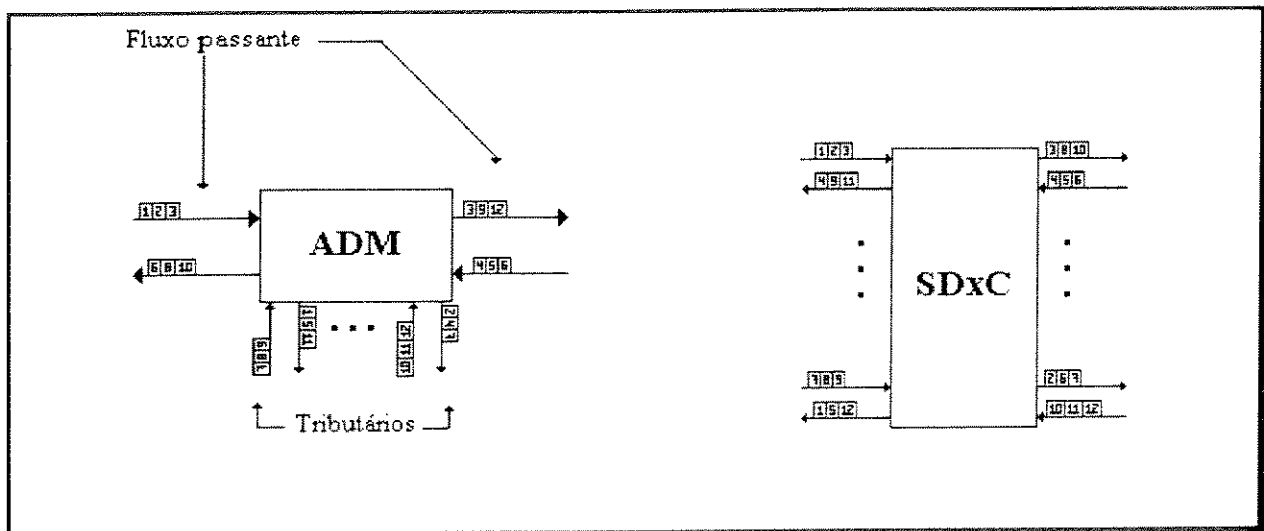


Figura I.2: Representação de ADM e SDxC

A partir desta figura teceremos os seguintes comentários em relação ao ADM e ao SDxC:

a)ADM:

- Um ADM(Add-Drop Multiplexer) é um equipamento que pode inserir ou retirar canais de um fluxo de canais passante mais importante (main stream). Os canais inseridos ou retirados são chamados de tributários e têm uma taxa de bit (bit rate) menor, são ditos de hierarquia mais baixa. O fluxo passante, em geral, é veiculado numa taxa de bits superior, de maior velocidade; é dito de hierarquia mais alta¹. Na figura I.2 vemos que o fluxo passante está desenhado pelas informações que

¹ Existem no entanto ADMs que aceitam o tributário como tendo a mesma taxa de bit do fluxo passante. Vide por exemplo[29] entre outros.

passam horizontalmente. Os fluxos inferiores, na vertical, são chamados de “tributários”.

- A figura apresenta um ADM genérico. Usualmente apenas um fluxo passante é usado, o outro fica como proteção (“stand-by”). Assim, o fluxo principal seria o de cima -que leva as informações {1,2,3} e {3,9,12}- e o de baixo seria o reserva (levando as mesmas informações {1,2,3} e {3,9,12} no sentido contrário) ou vice-versa. No ADM genérico apresentado, cada fluxo passante leva diferentes informações.
- Já existem ADMs sendo produzidos por diversos fabricantes. As atuais taxas de transmissão (taxa de fluxo passante) são:
 - ⇒ 155,52 Mbps, que corresponde a 63 tributários de 2 Mbps;
 - ⇒ 622,08 Mbps, que corresponde a 252 (= 4 x 63) tributários de 2 Mbps;
 - ⇒ 2488,32 Mbps, que corresponde a 1008 (= 16 x 63) tributários de 2 Mbps.

b)SDxC:

- (Synchronous Digital Cross-Connect), que permite recombinar canais de mais baixa hierarquia de acordo com um programa armazenado numa memória. Assim sendo, este equipamento funciona como uma matriz de comutação, fazendo o “cross-connect” de informações a taxas de bit menores, podendo ser encarado como uma espécie de roteador.

Maiores detalhes sobre o funcionamento destes equipamentos podem ser encontrados em [25] e [28].

Como consequência da utilização das novas tecnologias temos uma tendência à concentração da transmissão em uma quantidade muito menor de arcos da rede, tornando-a menos malhada fisicamente, mas flexível o suficiente para atender a rede lógica de comutação, podendo ainda atender a variações diárias ou sazonais da demanda ou recuperar-se rapidamente de falhas em arcos ou nós.

Tem-se então como objetivo nesta parte do planejamento determinar:

- a) A disposição física, o número, o nível hierárquico e o tipo dos equipamentos (ADM ou SDxC);
- b) A modularidade, comprimento e tipo dos meios de transmissão;
- c) A subrede de galerias utilizada pela rede de transporte.

Como é clássico em problemas de redes, o modelo matemático que adotamos tem a forma de um GRAFO, constituído de nós e arcos. Os nós correspondem a centros de fios

geradores ou receptores de demanda e os arcos simbolizam relações entre estes nós. Tais relações podem exprimir desde a existência física de galerias entre nós até a mera declaração de vizinhança ou "similaridade".

Um modelo matemático global para o problema de planejamento da transmissão seria muito complexo, o que nos aconselha a dividi-lo em problemas menores. A divisão que nos parece melhor é a que está apresentada a seguir:

1ª Etapa: Agrupamento

O objetivo principal desta etapa é a obtenção de grupos de nós que tenham alta demanda interna, onde a demanda será expressa em número de sistemas de 2Mbps. A grosso modo, cada grupo se interliga aos outros através de um único nó chamado "hub". Esta etapa visa organizar a rede para as 4 etapas posteriores do planejamento.

2ª Etapa: Enfeixamento

Define-se neste passo os números, a disposição física, as hierarquias e tipos de equipamentos utilizados nos nós, obtendo-se assim ganhos significativos pois é nos equipamentos que se concentram os custos mais pesados. Consideram-se aqui ligações do tipo anel, cadeia e ponto-a-ponto[28].

3ª Etapa: Rede de galerias para transmissão

Define-se aqui a rede de galerias que será utilizada para a colocação de fibras ópticas. Esta rede conterá um número reduzido de arcos mas deve garantir aspectos de segurança.

4ª Etapa: Arranjo e dimensionamento da rede de transmissão

Definidos os equipamentos e arcos lógicos no enfeixamento, é necessário definir a disposição das fibras ópticas na rede de galerias, considerando também os aspectos de segurança e sobrevivenciabilidade (survivability) da rede [28].

5ª Etapa: Evolução

As etapas anteriores especificaram os equipamentos assim como as quantidades de fibra a serem usadas. No entanto, estas quantidades foram dimensionadas tendo em vista uma rede alvo, ou seja, um ano horizonte. O objetivo desta etapa é então especificar o quanto de

equipamento e fibra comprar a cada intervalo de tempo (por exemplo, a cada ano) de modo a atingir a rede alvo com o menor gasto de dinheiro possível.

Esta tese se atém à 1ª Etapa do planejamento - o agrupamento - também chamado de clusterização.

Muitas redes de telecomunicações já tem “clusters”(agrupamentos) bem definidos. Para tais redes, o maior problema consiste em trabalhar com um aumento na demanda de troncos assim como de linhas privativas. No entanto, para as atuais redes de grande porte do 3º mundo - onde o seu crescimento é extremamente desordenado, fruto da aglomeração de várias cidades pequenas; onde o comércio, a indústria e vários outros pontos de serviço urbano estão espalhados pela cidade - a definição de “clusters” pode não ser tão óbvia. Além disto, a crescente redução do custo de transmissão em relação ao custo de comutação causa uma expressiva mudança na matriz de troncos que suporta a matriz de tráfego[5]. A matriz de troncos é o principal componente do processo de clusterização e assim sendo, uma mudança nesta matriz implica num novo processo de clusterização. Este efeito é mais importante em redes que estejam num processo de transição, causado principalmente por uma migração da tecnologia analógica para a tecnologia digital.

Mostraremos no Capítulo III qual foi o modelo por nós desenvolvido assim como suas aplicações em redes de telecomunicações[2],[3],[4].

I-3. COMPOSIÇÃO DESTA TESE

Esta tese está dividida da seguinte maneira:

CAPÍTULO I : Introdução

CAPÍTULO II: Revisão dos principais métodos de agrupamento (clusterização)

CAPÍTULO III: Modelo matemático e algoritmos para resolução do problema de proposto para resolução de agrupamento em redes de transmissão de telecomunicações. Constitui o ponto central desta tese.

CAPÍTULO IV: Exemplos de aplicação: Ilustramos aqui aplicações em várias redes de telecomunicações.

CAPÍTULO V: Conclusões e observações finais - Fechamento dos principais resultados obtidos neste trabalho.

CAPÍTULO II - REVISÃO DOS MÉTODOS DE AGRUPAMENTO

II.1) CONCEITO DE AGRUPAMENTO (CLUSTERING)

De uma maneira geral, o problema de agrupamento visa separar um conjunto de objetos em grupos, onde os objetos dentro dos grupos apresentam características homogêneas e que estas sejam heterogêneas entre objetos em grupos distintos [22]. Os objetos podem ser pessoas, fábricas, peças mecânicas, etc; o que faz com que o agrupamento seja uma técnica aplicada a vários campos do conhecimento científico tais como Ciências Sociais, Engenharia de Produção, Geografia, etc[1], [10], [26].

Em linguagem matemática, podemos dizer que para uma dada coleção N de objetos, numerados de 1 a n , a clusterização constitui-se em uma técnica para agrupar subconjuntos destes objetos de acordo com suas semelhanças, grau de afinidade ou mesmo segundo o grau de atração entre si. No caso particular de telecomunicações, os objetos a agrupar são os nós (centros de fios) e o grau de afinidade entre os nós pode ser obtido através de uma das medidas a seguir:

a) $S = \{dem(i,j)\}$

onde:

S = matriz de similaridade ou afinidade entre os nós.

$dem(i,j)$ = matriz de demanda de troncos 2Mbps entre os nós.

i,j = nós da rede.

b) $S = \{dem(i,j)/dist(i,j)\}$

Cada elemento da matriz de similaridade é obtido pela divisão entre duas características clássicas da relação entre um centro de fios "i" e outro centro de fios "j" com:

$dist(i,j)$ = distância entre "i" e "j".

c) $S = \{1/dist(i,j)\}$

A matriz S é constituída pelos inversos de cada elemento da matriz $dist(i,j)$.

d) $S = \{w_1 * dem(i,j) + w_2 * (1/dist(i,j))\}$

$$w_1 + w_2 = 1, \quad w_1 \geq 0 \quad e \quad w_2 \geq 0$$

Cada elemento de S é uma combinação linear convexa da demanda e do inverso da distância. Além disto, para facilitar comparações as demandas e distâncias inversas podem ser normalizadas em relação a valores máximos.

Ao final do processo de clusterização, os nós estarão estruturados em subconjuntos (clusters) com alta demanda interna de sistemas de 2Mbps, caracterizando assim uma alta semelhança intracluster. Nesta configuração, cada cluster tem um nó principal chamado "hub", que terá a função de agregar e rotear as demandas entre os clusters. Assim sendo, a rede de transporte pode ser dividida em duas subredes:

- a) Rede intracluster;
- b) Rede intercluster

Um exemplo típico que ilustra estes conceitos está ilustrado na figura II.1, na qual vemos 3 clusters e os respectivos arcos 1-4, 2-5, 1-8, 3-12, 4-8 e 7-9 perfazendo a rede intercluster.

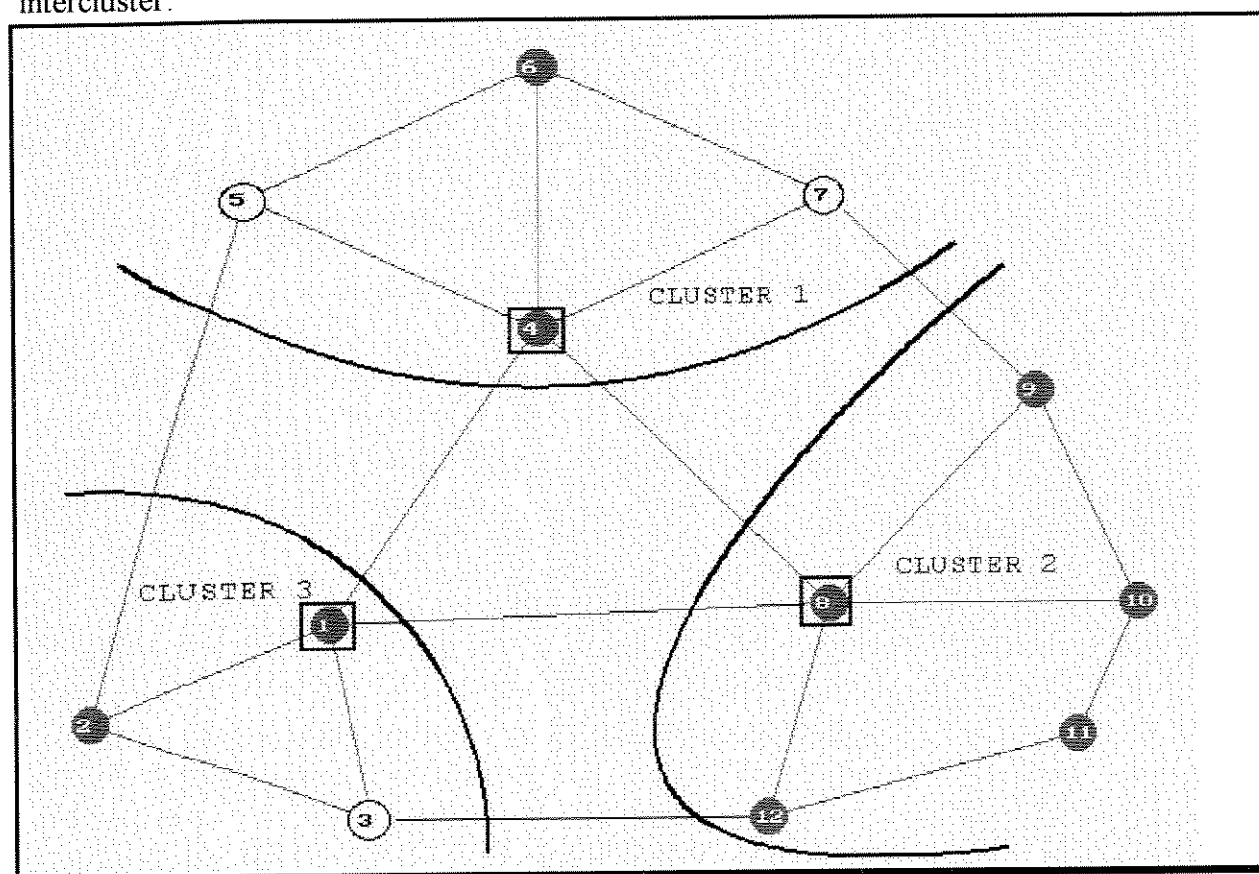


Figura II.1 - Hubs e clusters de uma rede exemplo(R12 do Anexo I)

II.2) PRINCIPAIS TÉCNICAS DE AGRUPAMENTO

Os métodos para Análise de Agrupamento podem ser classificados em 3 tipos principais, que serão analisados a seguir.

II.2.1) TÉCNICAS HIERÁRQUICAS AGLOMERATIVAS:

O termo "hierárquico" vem do fato que o processo define uma hierarquia, na medida em que o grupo formado em um determinado passo corresponde a uma união de grupos formados em passos anteriores. Cada passo consiste basicamente numa técnica iterativa que reúne em um único grupo os dois agrupamentos mais semelhantes [1], [22], [24].

Talvez o método mais utilizado para a representação gráfica dos resultados de um processo hierarquizado aglomerativo seja o que utiliza a idéia do "dendograma"[24]. Em sua forma mais usual, o dendograma consiste em um diagrama em forma de árvore, onde os elementos são apresentados verticalmente à esquerda e os resultados do processo à direita. Os níveis de similaridade dos grupos formados são apresentados horizontalmente acima do diagrama. A figura II.2 apresenta um dendograma para o caso de seis elementos:

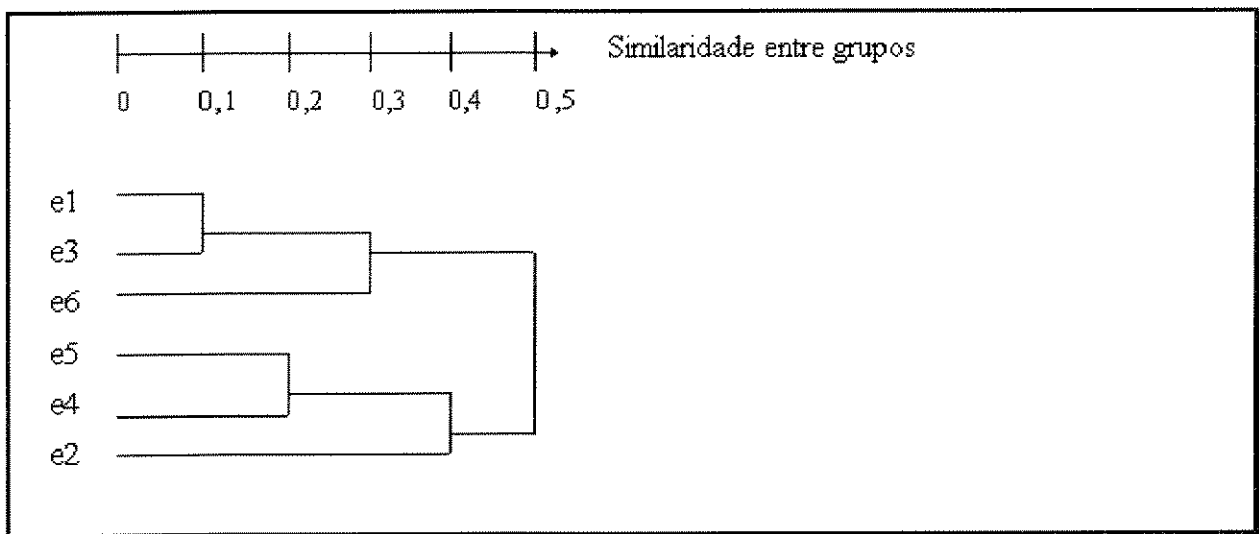


Figura II.2: Dendograma ilustrando um processo hierárquico aglomerativo genérico

O dendograma informa que na primeira etapa foram reunidos os elementos e1 e e3 com similaridade $S_{1,3} = 0,1$. Na segunda etapa foram reunidos e4 e e5 com $S_{4,5} = 0,2$. No terceiro passo efetuou-se a reunião de $\{e1, e3\}$ e $\{e6\}$ com similaridade igual a 0,3. Posteriormente, tem-se $\{e5, e4\} \cup \{e2\}$ e finalmente todos os elementos estão reunidos em um só grupo. O algoritmo poderia ter parado quando se atingisse um número pré-determinado de agrupamentos (p). Como se pode notar, o algoritmo trabalha com similaridade entre grupos.

Os métodos hierárquicos aglomerativos operam sobre a matriz de similaridade, como já foi dito anteriormente, possuindo como algoritmo básico[1] :

a) Iniciam com n grupos, cada um consistindo de um único objeto. Os grupos serão denotados pelo conjunto $C = \{I_1, I_2, \dots, I_n\}$. No começo, o conjunto C é composto pelos n elementos.

b) Determinam na matriz de similaridade o par de grupos com maior similaridade. Os grupos selecionados serão denotados por I_i e I_j enquanto que $S(I_i, I_j)$ denotará a similaridade entre eles.

c) Unem os dois grupos selecionados formando um novo grupo $I_l = I_i \oplus I_j$. Calculam as novas medidas de similaridade entre o novo grupo I_l e os outros grupos restantes. O número total de grupos é diminuído de 1.

d) Executam os passos "b" e "c" $(n - \rho)$ vezes, até que todos os objetos estejam agrupados em ρ grupos, onde $\rho > 1$.

O algoritmo acima possui muitas variantes, todas elas no entanto dizem respeito ao cálculo de $S(I_i, I_j)$. A partir do item II-2.2, apresentamos algumas dessas variantes.

A compreensão desta técnica é fundamental para a apresentação deste trabalho de tese.

As técnicas hierárquicas aglomerativas podem por sua vez ser divididas em modelos capacitados e não capacitados. Para o nosso problema, no primeiro caso teremos limitações no número de nós por cluster e no segundo modelo não.

II.2.1.1) MÉTODO DA LIGAÇÃO SIMPLES

Este método usa a seguinte medida de similaridade:

$$\bullet S(I_h, I_k) = \min S(i, j) \quad i \in I_h, j \in I_k, (I_h \text{ e } I_k) \in C.$$

Observa-se que no estágio inicial, onde cada grupo é formado por um único objeto, $S(I_h, I_k)$ é a própria similaridade entre o objeto em I_h e o objeto em I_k . Em virtude da definição de $S(I_h, I_k)$, o método é às vezes denominado o Método do Vizinho Mais Próximo para o caso de se ter a distância euclidiana como medida de similaridade.

II.2.1.2) MÉTODO DA MÉDIA DAS LIGAÇÕES

Este método usa a seguinte medida de similaridade:

$$\bullet S(I_h, I_k) = \frac{\sum S(i, j)}{n_h * n_k} \quad i \in I_h, j \in I_k, (I_h \text{ e } I_k) \in C \text{ e } n_h \text{ e } n_k \text{ são os números de objetos em } I_h \text{ e } I_k \text{ respectivamente.}$$

Existem vários outros métodos, tendo medidas de similaridade diferentes das levantadas aqui. Podemos citar por exemplo o Método de Ward, Método da Mediana,

Método do Centróide, Método da Ligação Completa entre outros. Neste trabalho não temos o objetivo de esgotar e nem de nos aprofundarmos em todos os métodos; maiores detalhes podem ser obtidos em [1], [22], [24].

II.2.2) MÉTODO DAS SEMENTES:

O algoritmo desenvolvido nesta tese foi em grande parte inspirado em [17]. O algoritmo está descrito abaixo:

a)Especifique a priori ρ elementos, dentre os n elementos existentes, para servirem como as "sementes". Temos então dois grupos: o grupo $R1$ com ρ elementos e o grupo $R2$ com $(n - \rho)$ elementos. Os grupos de $R1$ são denotados por $\{I_1, I_2, \dots, I_\rho\}$. Faça $k=1$.

b)Determinar o par $\{I_i, I_j\}$ de maior similaridade $S(I_i, I_j)$ tal que $I_i \in R1$ e $I_j \in R2$.

c)Unir os dois grupos selecionados formando um novo grupo $I_k = I_i \oplus I_j$. Atualizar $R1$ que agora terá ρ grupos e $\rho + k$ elementos e $R2$ com $(n - \rho - k)$ elementos. Calcular a nova similaridade entre os ρ grupos de $R1$ com os elementos de $R2$. Faça $k = k + 1$.

d)Executar os passos "b" e "c" até que se tenha "esvaziado" $R2$, ou seja, $R2 = \{ \}$ e consequentemente "enchido" os ρ grupos de $R1$ com os n elementos.

Este método também pode ser dividido em modelos capacitados e não capacitados, tal qual descrito em II.2.1.

II.2.3) TÉCNICAS DE PARTICÃO

II.2.3.1) MÉTODOS DE REALOCAÇÃO ITERATIVA

Uma outra maneira de se resolver um problema de análise de agrupamento seria por exemplo, para um valor fixo de ρ (= número de grupos), adotar o seguinte algoritmo[24]:

a)Forma-se inicialmente uma partição qualquer $P_\rho = \{I_1, I_2, \dots, I_\rho\}$ do conjunto N formado pelos n elementos.

b)Calculam-se os "centros" de cada grupo, que podem ser por exemplo, as medianas dos mesmos.

c)Gera-se uma nova partição $P_{\rho'} = \{I_1', I_2', \dots, I_{\rho'}\}$ alocando-se cada elemento de cada grupo ao centro de grupo mais próximo.

d)Os passos "b" e "c" são repetidos até que algum teste de convergência seja satisfeito.

Como se trata de um algoritmo heurístico, não se garante uma solução ótima em caso de convergência. Para maiores detalhes sobre estes algoritmos consultar [1], [24].

II.2.3.2) MÉTODOS DE PARTIÇÃO DE GRAFOS

Em geral, estes métodos podem ser descritos como:

“Dado um grafo $G = (V,E)$ com custos em seus respectivos arcos, particionar os nós de G em subconjuntos de tamanho inferior a um determinado máximo de maneira a minimizar o custo total dos arcos da partição”[15]

Existem vários trabalhos nesta área, entre os quais podemos citar [11], [15].

II.2.4) OUTRAS TÉCNICAS

Existem várias técnicas, muito difundidas em Pesquisa Operacional, que podem ser utilizadas para a solução de problemas de agrupamentos. Algumas destas técnicas já foram bem trabalhadas por certos autores, outras ainda estão incipientes para a resolução de tais problemas. A seguir, algumas breves considerações serão tecidas sobre cada técnica.

II.2.4.1) ALGORITMOS GENÉTICOS

Os algoritmos genéticos são algoritmos de busca baseados na mecânica da seleção natural e da genética natural. Não são algoritmos a passos puramente randômicos; eles exploram eficientemente informações históricas para especular em busca de novos pontos que sejam capazes de trazer melhorias na função objetivo. Estes algoritmos são compostos basicamente por três etapas:

- a) Reprodução: visa combinar a procura de idéias potenciais.
- b) Crossover: baseia-se na justaposição de coisas que funcionaram bem no passado.
- c) Mutação: é um mecanismo pelo qual o algoritmo se protege contra a perda de material dos processos de reprodução e crossover, dado que estes processos podem ter sido muito rigorosos na escolha do novo material. É uma política de segurança contra a perda prematura de noções importantes. Bons resultados são obtidos com aproximadamente uma mutação para cada 1000 bits. Estudos aprofundados sobre algoritmos genéticos podem ser encontrados em [14].

A aplicação de algoritmos genéticos em clusterização ainda é um campo quase virgem. Estudos preliminares podem ser encontrados em [18], onde o autor faz algumas considerações sobre a aplicação destes algoritmos para clusterização.

II.2.4.2) REDES NEURAI

Ultimamente, Redes Neurais Artificiais tem recebido uma grande atenção como ferramenta computacional em diversas áreas, entre as quais o processamento digital de sinais e imagens, reconhecimento de padrões, controle de processos, clusterização e outras. Uma aplicação para a resolução de clusterização em telecomunicações está mostrada em [6].

II.2.4.3) TÉCNICAS DE SOBREPOSIÇÃO ("SET COVERING"):

Ao invés das outras técnicas até aqui mencionadas, com as técnicas de sobreposição o agrupamento resultante pode ter interseção entre os grupos, isto é, um objeto pode estar associado a mais de um grupo. No entanto, estas técnicas têm se mostrado limitadas quanto às aplicações em clusterização e, talvez, isto seja devido ao fato de que na maioria das aplicações de clusterização a procura seja por grupos mutuamente exclusivos. Alguns autores comentam que seja possível imaginar muitas situações onde a interseção entre os grupos seja apropriada e que a existência de poucos trabalhos com as técnicas de sobreposição talvez seja devido ao fato de existirem poucos métodos eficientes dentro dessas técnicas. [13].

II.2.4.4) MÉTODO DA ENERGIA DE LIGAÇÃO("BOND ENERGY ")

O objetivo do Método da Energia de Ligação é identificar grupos naturais (clusters) que aparecem em matrizes de dados muito complexas. O método também evidencia as associações (o valor da função objetivo para os elementos intracusters) e as relações entre cada grupo (o valor de função objetivo intercluster). O algoritmo trabalha então com permutações de linhas e colunas para uma dada matriz que pode ser por exemplo a matriz de similaridade S entre os elementos em questão, buscando sempre como solução final matrizes com blocos definidos, podendo formar matrizes puramente diagonais ou não, como mostram as figuras II.3a e II.3b a seguir:

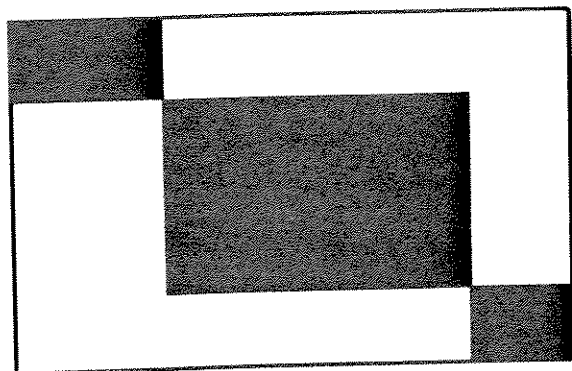


Figura II.3a: Matriz puramente diagonal

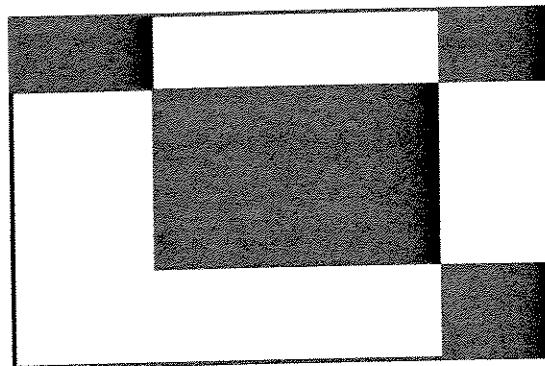


Figura II.3b: Matriz com blocos definidos

Para uma matriz genérica $I \times J$ não negativa temos que a energia de ligação é medida como sendo:

$$E = 1/2 * \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J a(i, j) * [a(i, j + 1) + a(i, j - 1) + a(i + 1, j) + a(i - 1, j)]$$

O algoritmo pode ser sintetizado pelos seguintes passos:

- a) Coloque aleatoriamente uma coluna. Faça $i = 1$.
- b) Tente colocar individualmente cada uma das $I - i$ colunas remanescentes nas $i + 1$ posições possíveis (à direita e à esquerda das i colunas já posicionadas) e calcule cada contribuição em termos de energia E que cada coluna traz. Coloque a coluna na posição que traz a maior contribuição incremental de energia. Faça $i = i + 1$ e repita até $i = I$.
- c) Quando todas as colunas já tiverem sido colocadas, repita o procedimento para as linhas. Note no entanto que se a matriz é simétrica, este procedimento é desnecessário, dado que a ordem final das linhas e das colunas será a mesma.

Aplicações deste algoritmo estão descritas em [19]. Uma variante deste algoritmo chamada de "Rank Order Clustering Procedure" tem tido muitas aplicações em agrupamento aplicado à Engenharia de Manufatura, como mostram [7],[16],[27].

II.3) ALGORITMOS UTILIZADOS NESTE TRABALHO

A escolha de "m" clusters em uma rede de "n" nós é muito complexa pois o número de combinações possíveis para se escolher os "m" clusters cresce combinatoriamente com o número de nós da rede. Mesmo considerando-se o problema inverso, ou seja, que os hubs já estejam pré-determinados e os clusters não, o problema da filiação dos nós aos hubs já é por

si só combinatorial e a busca de soluções ótimas exigiria muito tempo para a solução de problemas reais[17], [23]. No entanto, esta fase do planejamento - o agrupamento - deve ser executada de maneira rápida e fornecer um elenco de boas clusterizações, não buscando exaurir todas as possibilidades pois tais soluções poderão sofrer modificações em etapas posteriores do planejamento (enfeixamento, rede de galerias para transmissão, arranjo e dimensionamento físico da rede, etc). Assim sendo, o trabalho aqui desenvolvido se concentra no desenvolvimento de uma heurística eficiente para o problema de clusterização ao invés de procurar desenvolver algoritmos que busquem soluções ótimas.

Na literatura observa-se uma predominância do emprego das técnicas hierárquicas, sendo possível identificar alguns motivos para isto: enquanto ferramentas exploratórias, as técnicas hierárquicas apresentam uma maior versatilidade, além da simplicidade e da variedade de métodos disponíveis. No capítulo III a seguir ficará claro que são possíveis inúmeras adaptações dos métodos já vigentes.

A respeito das outras técnicas apresentadas (algoritmos genéticos, redes neurais, técnicas de sobreposição e método da energia de ligação), sua aplicação em telecomunicações não é direta, necessitando de várias adaptações. A menos das redes neurais[6], estes métodos não possuem aplicação em telecomunicações na bibliografia até o presente momento.

Sendo assim, dentre os modelos expostos nos itens anteriores, fixamo-nos apenas nos algoritmos aglomerativos capacitados, mais precisamente no método da média das ligações, e no método das sementes (também capacitado). Estes métodos são tradicionais na bibliografia, com ampla aplicação em diversas áreas do conhecimento. Ao contrário, os outros métodos precisam de adaptações para uso em telecomunicações.

Nesta tese, apresentaremos uma metodologia de clusterização baseada em duas fases:

a) 1ª Fase, onde os algoritmos aglomerativos e de sementes são aplicados inúmeras vezes. Obtemos então sub-clusters de altíssima demanda internalizada e que aparecem inúmeras vezes nas soluções acima.

b) 2ª Fase, onde tomamos um subconjunto destes sub-clusters e obtemos a clusterização final com uma nova aplicação do algoritmo das sementes.

A seguir, o capítulo III descreverá o modelo matemático destas duas fases.

CAPÍTULO III - MODELO MATEMÁTICO

Neste capítulo será desenvolvido o modelo matemático, baseado essencialmente em modelos aglomerativos e de sementes. Antes porém, convém elucidarmos a aplicação de um artifício que será aplicado a todas as redes de telecomunicações estudadas pelo modelo matemático a ser apresentado: trata-se de uma técnica, chamada de enxugamento.

III.1) ENXUGAMENTO

Ao rodarmos a R26 do Anexo I, cujas características principais estão ilustradas no Capítulo IV, observamos haver uma concentração de demanda a 2Mbps em parte dos nós e que este fato deformava a solução final de clustering. Analisando estes nós, verificamos a existência de grandes demandas ponto-a-ponto, (acima de 63 sistemas de 2Mbps). Considerando que a modularidade do sistema SDH é de 63 sistemas de 2 Mbps (conforme já mostrado no Capítulo I) e que o enfeixamento (próxima etapa de planejamento da rede de transmissão) tira proveito destas grandes demandas ponto-a-ponto, decidimos então impor linhas diretas (sistemas a 155 Mbps ou 622Mbps) entre estes nós com alta demanda, da seguinte maneira:

- a) Se $dem(i,j) = 63x + \Delta(i,j)$, com $x = 0,1,2,3$ e $0 \leq \Delta(i,j) \leq 50$
 \Rightarrow faça $dem(i,j) = \Delta(i,j)$

Este processo corresponde a um número de x ligações diretas com capacidade de 63 troncos cada uma; as x ligações diretas tem utilização plena. Assim, se $dem(i,j) = 75$ por exemplo ($x = 1$ e $\Delta(i,j) = 12$), a demanda ficaria igual a 12 e teríamos um sistema a 155 Mbps completo entre os nós i e j .

- b) Se $dem(i,j) = 63x + \Delta(i,j)$, com $x = 0,1,2,3$ e $50 < \Delta(i,j) \leq 62$
 \Rightarrow faça $dem(i,j) = 0$

Este processo corresponde a: (x ligações diretas com capacidade de 63 troncos em plena utilização) + (uma ligação de alta utilização). Assim, se $dem(i,j) = 118$ por exemplo ($x = 1$ e $\Delta(i,j) = 55$), a demanda ficaria igual a zero e teríamos entre os nós i e j um sistema a 155 Mbps completo e outro quase completo (com 55 sistemas de 2 Mbps).

Deve-se realçar aqui que o limiar de 50 para $\Delta(i,j)$ é uma estimativa conservadora baseada em dados atuais de custo dos equipamentos SDH. Este limiar pode portanto ser alterado.

As respectivas $dem(i,j)$ originais, que serão subtraídas ou zeradas no processo de enxugamento acima, são primariamente armazenadas num arquivo à parte para posterior utilização pelo "bundling"(enfeixamento, 2ª etapa do Planejamento da Transmissão). Assim sendo, o "bundling" receberá estas demandas como sistemas SDH cheios ou parcialmente cheios.

A seguir, descreveremos as duas fases do modelo de clusterização desenvolvido assim como os respectivos algoritmos.

III.2) 1ª FASE DO AGRUPAMENTO

A primeira fase do problema de clusterização pode ser pensada de duas formas diferentes:

1ª forma : Inicia dividindo o conjunto dos nós em clusters e ao final, escolhe-se o nó principal (também chamado de "hub") de cada cluster. O hub pode ser escolhido por exemplo, por métodos baricêntricos orientados por demanda e distância.

2ª forma : Partindo dos nós hubs, fornecidos pelo planejador ou por critério otimizante, determinar os clusters que se formam em torno de cada hub. Neste processo, os hubs servem como sementes, em torno dos quais se nucleiam os clusters.

Para ambas as formas acima, são pertinentes as seguintes definições:

- N - Conjunto dos nós da rede; os nós serão representados por letras minúsculas como i e j .
- n - é o número de nós do conjunto N. Representa-se $n = |N|$; diz-se que n é a cardinalidade de N.
- A - conjunto dos arcos da rede; cada arco corresponde a um par de nós (i,j) e exprimirá primariamente a existência de uma galeria. No decorrer do nosso trabalho esta definição será flexibilizada para exprimir uma relação mais vaga e menos física entre dois nós que chamaremos simplesmente de vizinhança.
- ρ - número de clusters que se deseja encontrar no final do processo. Obviamente, $1 \leq \rho \leq n$
- ℓ - número mínimo de nós por cluster
- μ - número máximo de nós por cluster
- $dem(i,j)$ - para cada par de nós, $i \in N$ e $j \in N$ existe uma demanda de troncos de 2Mbps descrita por um número não negativo.
- $dist(i,j)$ - distância entre cada par de nós i e j .

A seguinte relação deve ser obedecida para os parâmetros n , ℓ , ρ , e μ :

$$\text{int}\left(\frac{n}{\mu}\right) + 1 \leq \rho \leq \text{int}\left(\frac{n}{\ell}\right)$$

A primeira fase do modelo de agrupamento abordará as duas formas apresentadas, através de duas classes de modelo:

1ª classe : Consiste nos Modelos Aglomerativos, que se assemelham à 1ª forma e se apresentam em diferentes versões. Estes modelos estão descritos no ítem III.2.1 e III.2.2 a seguir.

2ª classe : Consiste no Modelo das Sementes, que se assemelha à 2ª forma. Este modelo está descrito no ítem III.2.3 a seguir.

Os modelos da primeira classe, em geral, partem de uma situação inicial, a mais simples possível, em que existem n clusters, cada um com um único nó. Representemos por C o conjunto dos clusters:

$$C = \{I_1, I_2, \dots, I_k, \dots, I_m\}$$

onde cada cluster I_k , $k = 1, 2, \dots, m$, possui pelo menos um nó. Temos então:

$$* \rho \leq m = |C| \leq n$$

$$* n_k = |I_k| = n^\circ \text{ de nós do cluster } I_k \in C$$

$$* n_k \geq 1 \text{ e } \sum_{k=1}^m n_k = n$$

A situação inicial, acima referida, corresponde a $C = N$.

Em seguida, a cada passo, dois clusters são aglomerados em um único cluster diminuindo a cardinalidade de C de uma unidade. Assim a cada iteração corresponde um conjunto C de cardinalidade decrescente. O processo deve obrigatoriamente parar ao cabo de, no máximo, $(n-\rho)$ passos quando, então, terá sido alcançado o número desejado de clusters. Se o processo parou com menos de $(n-\rho)$ passos, o número final de clusters desejado (ρ) não foi alcançado e a solução encontrada é infactível.

Dizemos que dois clusters I e J são vizinhos se existir pelo menos um arco $(i,j) \in A$ tal que $i \in I$ e $j \in J$.

Dois clusters, $I_h \in C$ e $I_k \in C$, são aglomeráveis(= clusterizáveis) se:

a) são vizinhos

$$b) n_h + n_k \leq \mu$$

Para cada cluster $I_k \in C$ define-se ainda a grandeza a_k como sendo o número de arcos $(i,j) \in A$ que interligam I_k a clusters com os quais pode se aglomerar.

O processo de aglomeração é guiado pela medida de similaridade e é otimizante. Vamos definir uma similaridade entre clusters a partir das similaridades entre os nós destes clusters:

$$S(I_h, I_k) = \frac{\sum_{i \in I_h, j \in I_k} S(i, j)}{n_h * n_k} \quad (III.1)$$

com

$$I_h \in C, I_k \in C$$

$$n_h = |I_h| \text{ e } n_k = |I_k|$$

$S(i,j)$ - similaridade entre os nós i e j .

A grandeza $S(I_h, I_k)$ é chamada de similaridade entre os clusters I_h e I_k e corresponde a uma média aritmética das similaridades cruzadas de todos os nós envolvidos.

Nos procedimentos aglomerativos trabalharemos com dois tipos de medida de similaridade:

$$a) S = \{S(i,j)\} = \{\text{dem}(i,j)\}$$

$$b) S = \{S(i,j)\} = \{\text{dem}(i,j) / \text{dist}(i,j)\}$$

Um terceiro tipo, $S = \{S(i,j)\} = \{1 / \text{dist}(i,j)\}$ referido anteriormente, será considerado apenas em situações especiais descritas no item III.3.2 desta tese.

Vale a pena ainda destacar um subconjunto de C , denotado por MC , que abriga os clusters com menor número de nós.

Um cluster $I_k \in C$ faz parte de MC se:

$$a) n_k \leq n_h, \forall I_k, I_h \text{ clusterizáveis pertencentes a } C.$$

Os modelos aglomerativos se desenvolvem através do encadeamento de 3 passos descritos a seguir:

- passo de inicialização: recomendamos a adoção da inicialização mais simples, onde cada cluster tem apenas um nó.
- passo de aglomeração: onde a cardinalidade do conjunto C diminui de 1 unidade seguindo um critério otimizante. Diferentes rotinas de aglomeração geram versões diferentes de algoritmos.

– passo de parada: quando uma das situações terminais seguintes é alcançada:

* **SUCESSO**: chegamos a ρ clusters, cada um com um número de nós entre os limitantes ℓ e μ .

* **FRACASSO**: quando não há mais clusters clusterizáveis e não foi alcançada uma situação factível, havendo violação de ρ ou ℓ .

OBS: os algoritmos descritos em III.2.1 e III.2.2 não permitem violação de μ .

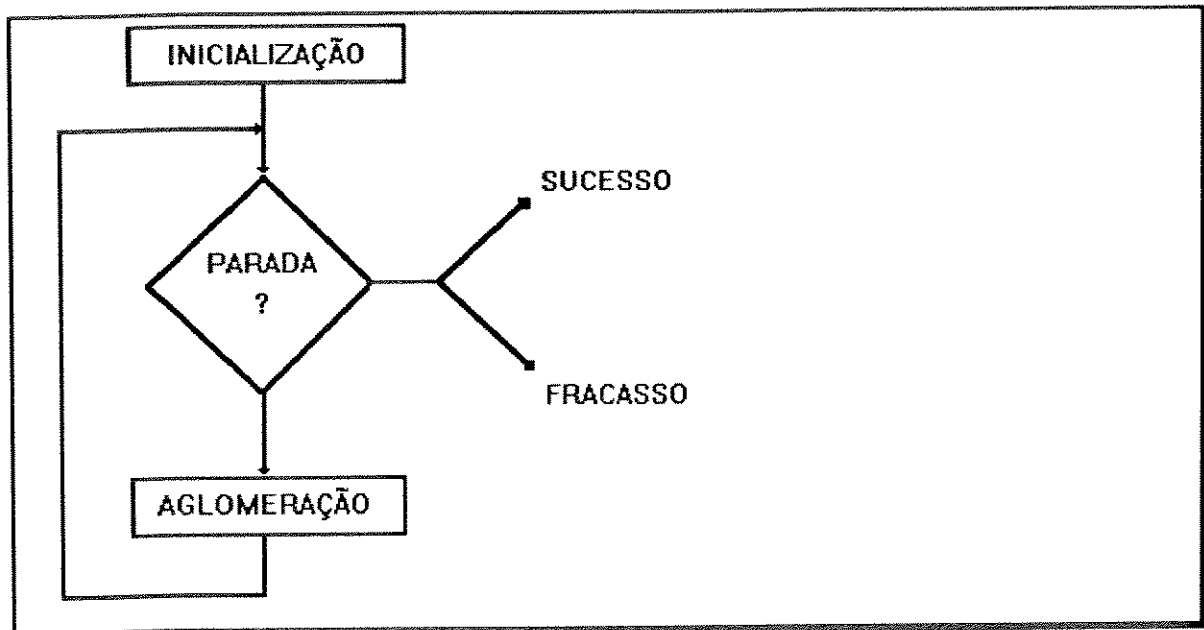


Figura III.1: Algoritmo geral de um processo aglomerativo

As descrições que se seguem sobre as diferentes versões de algoritmos aglomerativos diferem apenas quanto ao 2º passo.

Durante toda esta tese, usaremos a porcentagem de demanda total internamente clusterizada como "indicativo" para avaliação de uma solução final. Esta porcentagem pode ser expressa por:

$$\%intra = \frac{\sum dem(i, j)}{\sum dem(l, k)} \times 100 \quad (III.2)$$

onde:

$$i \in I, j \in I, \forall I \in C$$

$$l \in I, k \in J, \forall \{I, J\} \in C$$

É claro que o objetivo final do Planejamento de Redes de Transmissão é a minimização de custo dos equipamentos sujeito a critérios de demanda e de segurança. Obviamente, o critério expresso pela equação (III.2) não assegura futuras minimizações de custo de equipamentos, onde fatores como modularidade e economias de escala têm um fator

preponderante. A equação (III.2) é um indicativo de boa solução em termos de clusterização, obtendo assim um elenco de boas soluções a serem passadas adiante para as outras etapas do planejamento.

III.2.1) MODELO AGLOMERATIVO DETERMINÍSTICO

A cada iteração efetuamos uma operação “gulosa” de aglomeração seguida de uma atualização da matriz de similaridade.

a) Aglomeram-se os clusters I e J tais que:

$$S(I, J) = \text{Max}\{S(I_k, I_h)\} \quad \forall I_k, I_h \in C \quad I_k, I_h \text{ vizinhos e clusterizáveis} \quad (\text{III.3})$$

b) Define-se um novo conjunto L constituído de nós i tais que:

$$i \in I \quad \text{ou} \quad i \in J$$

c) Define-se o novo conjunto C:

$$C \text{ novo} = C \text{ velho} - I - J + L$$

d) Atualizam-se as similaridades:

$$d1) S(I_k, I_h) \text{ novo} = S(I_k, I_h) \text{ velho}$$

$$\text{se } I_k \neq I \text{ e } J$$

$$I_h \neq I \text{ e } J$$

d2) caso contrário, recalculer $S(I_k, L)$ ou $S(L, I_h)$ conforme expressão (III.1).

É claro que o cálculo das novas similaridades só deve ser efetuado se houver condições de aglomerabilidade para L.

Em princípio o algoritmo, por ter todos os passos deterministicamente fixados, fornecerá um único resultado; exceções são possíveis em casos de empate em (III.3) que podem determinar trajetórias de aglomeração diferenciadas.

Duas versões do algoritmo foram desenvolvidas; a diferença entre as versões se localiza na medida de similaridade:

$$- S(i, j) = \{ \text{dem}(i, j) \}$$

$$- S(i, j) = \{ \text{dem}(i, j) / \text{dist}(i, j) \}$$

III.2.2) MODELOS AGLOMERATIVOS RANDÔMICOS

A cada iteração efetuamos um sorteio e uma operação “gulosa”, seguidas de uma possível atualização da matriz de similaridade:

a) sorteio do cluster I. Por hipótese, existe algum cluster $I_h \in C$ com o qual I possa se clusterizar.

b) seleção “gulosa” do cluster J tal que:

- $S(I, J) = \text{Max}\{S(I, I_h)\} \quad \forall I_h \in C$

- I e I_h clusterizáveis

Assim, I e J serão então aglomerados.

Os passos restantes são idênticos aos passos (b), (c) e (d) do item III.2.1 acima.

O passo de sorteio confere ao algoritmo um caráter randômico, facultando-lhe a geração de diferentes soluções em diferentes rodadas. Esta característica de multiplicidade de solução é de grande importância em problemas combinatórios tratados heurísticamente, como ressaltam Papadimitriou/Steiglitz [21]. O argumento básico é: num elenco grande de boas soluções temos maior chance de encontrar a solução ótima.

Contemplamos duas alternativas quanto ao sorteio, em ambas o sorteio envolve apenas clusters I_k pertencentes a MC:

a) cada cluster I_k pertencente a MC entra com peso 1. Esta alternativa é chamada menores/livres.

b) cada cluster I_k pertencente a MC entra com peso a_k , onde a_k é definido como:

a_k = número de arcos que interligam um cluster I_k a outros clusters com os quais possa se aglomerar.

Esta alternativa é chamada menores/arcos, e diminui a chance de gerar infactibilidades.

Para cada uma destas alternativas desenvolvemos duas versões:

I) $S(i,j) = \{ \text{dem}(i,j) \}$

II) $S(i,j) = \{ \text{dem}(i,j)/\text{dist}(i,j) \}$

Ao final da clusterização não é dada importância ao problema de determinação do hub correspondente a cada cluster. A definição dos hubs só tem relevância definitiva na etapa de enfeixamento (bundling), quando se disporá de maiores informações para tomar esta decisão.

III.2.3) MODELO DAS SEMENTES

Este tipo de modelo [17] trabalha com uma partição sobre o conjunto N dos nós; a partição conterá $(\rho+1)$ subconjuntos

$$N = I_1 \oplus I_2 \oplus \dots \oplus I_k \dots \oplus I_\rho \oplus R$$

onde I_k é um conjunto não vazio, de cardinalidade não decrescente. O conjunto R representa o restante dos nós da rede, sendo que inicialmente R representa os nós não escolhidos como sementes.

Propomos que a inicialização do processo se dê com a atribuição de um nó semente h_k para cada conjunto I_k :

$$I_k = \{h_k\}, \quad k=1, \dots, \rho$$

A cada iteração o processo evolui transferindo um nó de R para um dos conjuntos I_k . Caso tenhamos êxito em efetuar $(n-\rho)$ operações de transferência de nós, esvaziamos o conjunto R e "engordaremos" os conjuntos $I_k, k=1, \dots, \rho$, os quais satisfeitas certas condições, constituirão os ρ clusters desejados.

A inicialização da clusterização consiste, portanto, na escolha de ρ sementes, que após um processo repetitivo de incorporação de nós gerarão ρ clusters. A escolha das sementes poderia ser feita de forma otimizada, utilizando-se por exemplo métodos de medianas. No entanto, suporemos nesta tese que o planejador sempre arbitrará as sementes, pois geralmente ele possui bom conhecimento da rede.

O conjunto R constitui um "armazém" de nós não clusterizados; a cada iteração escolhemos um nó $i \in R$ que será transferido de R para algum I_k . A seleção do nó i ocorre segundo uma medida de um coeficiente de incorporação que leva em conta demandas e distâncias de i a um ou mais clusters vizinhos.

O conjunto R será em princípio repartido em duas partes disjuntas tais que:

$$R1 \oplus R2 = R$$

R1 é o conjunto dos nós imediatamente clusterizáveis e R2 representa o restante dos nós da rede, ou seja, que não são hubs e nem são nós imediatamente clusterizáveis. Assim, $i \in R1$ se:

- a) $i \in R$
- b) i é vizinho de algum I_k com $n_k < \mu$.

É claro que um nó $i \in R1$ pode ser vizinho de mais de um cluster.

Para cada par (i, I_k) clusterizável medimos duas grandezas: a demanda média e distância inversa média:

$$T_{ik} = \text{demanda média} = \frac{\sum_{j \in I_k} dem(i, j)}{n_k} \quad j \in I_k$$

$$D_{ik} = \text{distância inversa média} = \frac{\sum_{j \in I_k} 1 / dist(i, j)}{n_k} \quad j \in I_k$$

que são, a seguir, normalizadas:

$$T'_{ik} = T_{ik} / T; \quad D'_{ik} = D_{ik} / D$$

com $T = \text{Max}(T_{ik}) \quad \forall_{ik}$

e $D = \text{Max}(D_{ik}) \quad \forall_{ik}$

O coeficiente de incorporação de um nó $i \in R1$ ao cluster I_k é calculado como $C_{ik} = w1 T'_{ik} + w2 D'_{ik}$ com os pesos $w1$ e $w2$ tais que $w1 + w2 = 1$, $w1 \geq 0$ e $w2 \geq 0$.

Escolhe-se, de forma gulosa, o nó i que corresponde ao maior coeficiente C_{ik} .

O nó i é retirado do conjunto R que tem sua cardinalidade diminuída, e é incorporado ao cluster I_k que tem sua cardinalidade aumentada.

Os conjuntos $R1$ e $R2$ são atualizados e o processo de transferência de nós é redisparrado até alcançar uma situação terminal.

Uma situação terminal é declarada SUCESSO se:

a) $R = \emptyset$ e

b) $\ell \leq n_k \leq \mu, \forall I_k, k=1,2,\dots,\rho$

e é reconhecida como FRACASSO se:

a) $R \neq \emptyset$ e $R1 = \emptyset$ ou

b) quando não há mais clusters clusterizáveis e não foi alcançada uma situação factível, havendo violação de ρ ou ℓ , ou seja, $\exists I_k$ tal que $(\ell \leq n_k \leq \mu)$ não é verdade.

OBS: o algoritmo das sementes aqui descrito não permite violação de μ .

III.3) MODELO MATEMÁTICO DA 2ª FASE DO AGRUPAMENTO: MÉTODO DE DUAS FASES

A seguir, discutiremos as noções de “ilhas de interesse” e “ilhas fortes”.

III.3.1) ILHAS DE INTERESSE E HISTOGRAMAS

No decorrer dos nossos trabalhos com diversas redes, percebemos que em diferentes rodadas dos algoritmos aglomerativos hierárquicos randômicos obtínhamos grupos de nós que apareciam quase sempre juntos nas soluções finais. Estes grupos foram por nós batizados de “ilhas de interesse”.

Em grandes linhas, uma “ilha de interesse” corresponde a um sub-cluster de nós que se “forma” com grande espontaneidade e aparece com alta frequência em rodadas executadas em situações diversas. Esta revelação de similaridade ou interesse mútuo entre os nós de uma

mesma ilha depende apenas das grandezas DEMANDA e DISTÂNCIA e, provavelmente, não sofre restrições quanto ao número de figurantes.

A seqüência de passos para obtenção das ilhas está descrita a seguir:

a) X rodadas do algoritmo aglomerativo randômico, opção Menores/livre $S = \{dem(i,j)\}$, onde arbitramos:

$X = \text{int}(0.4 * n + 6)$, para n (no. de nós da rede) < 50

$X = 25$, para $n > 50$

a1) ρ , ℓ , μ são definidos pelo planejador, onde:

- ρ = número de clusters final desejado;
- ℓ = número mínimo de nós por cluster;
- μ = número máximo de nós por cluster.

b) X rodadas do algoritmo aglomerativo randômico, opção Menores/livre $S = \{dem(i,j) / dist(i,j)\}$

b1) idem a1

c) X rodadas do algoritmo aglomerativo randômico, opção Menores/arcos $S = \{dem(i,j)\}$

c1) idem a1

d) X rodadas do algoritmo aglomerativo randômico, opção Menores/arcos $S = \{dem(i,j) / dist(i,j)\}$

d1) idem a1

e) 2 rodadas de algoritmo aglomerativo determinístico nas seguintes configurações:

- $S = \{dem(i,j)\}$
- $S = \{dem(i,j) / (dist(i,j))\}$

e1) idem a1

f) 3 rodadas do algoritmo de sementes, com os hubs já escolhidos pelo planejador:

- $w_1 = 1$ e $w_2 = 0$
- $w_1 = 0.75$ e $w_2 = 0.25$

$$- w_1 = 0.50 \text{ e } w_2 = 0.50$$

Aplicando os passos de "a" a "f" na R26 do Anexo I (repetida na figura III.2 adiante), definimos os seguintes parâmetros:

$$X = \text{int}(0,4 * 26 + 6) = 16$$

$$\ell = 3, \rho = 4, \mu = 12$$

Convém aqui lembrar o leitor que esta rede será estudada com detalhe no item IV.2 adiante.

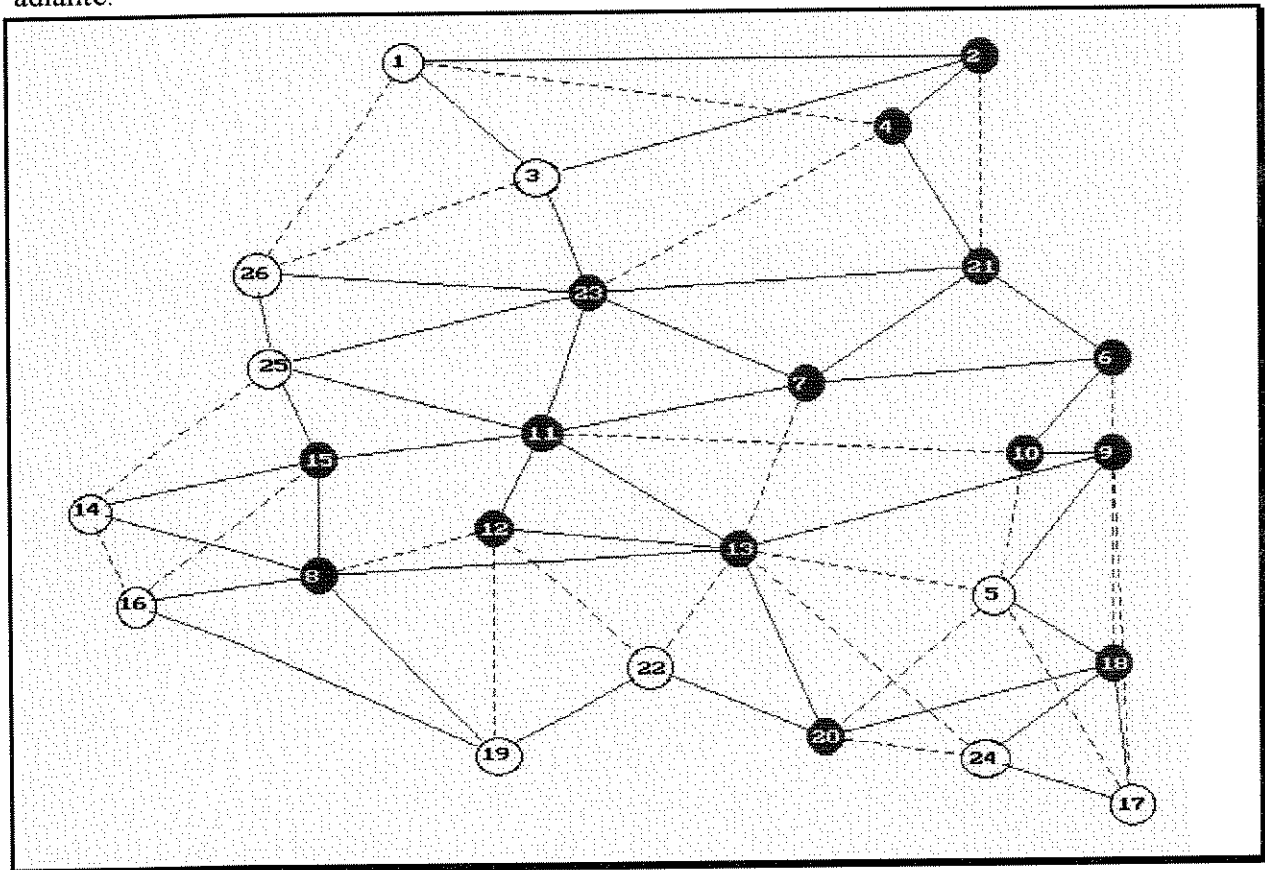


Figura III.2: Rede com 26 nós (R26)

Das 69 rodadas, obtivemos 3 soluções infactíveis, ou seja, soluções que têm um número de clusters finais maior que $\rho = 4$ ou que possuem clusters com menos de "3" nós. Estas soluções foram desprezadas. Tomamos então as 13 melhores soluções factíveis, o que representa cerca de 20% do total de soluções rodadas. Vale lembrar novamente que o critério utilizado para avaliar uma solução final é a porcentagem de demanda intra, conforme já descrito no item III.2, equação (III.2).

Observando este conjunto de soluções, pudemos constatar a formação de grupos de nós que estavam na maioria das vezes juntos nas melhores soluções finais factíveis. A estes grupos de nós com alto interesse mútuo denominamos de ILHA DE INTERESSE.

Com o objetivo de procedermos uma análise mais quantitativa sobre a formação destas ilhas, lançamos mão de uma ferramenta estatística muito conhecida: o histograma.

O histograma é confeccionado para todos os nós, um por nó. Considere o histograma do nó 1 obtido das soluções factíveis para a R26, ilustrado na figura III.3. A primeira barra, da esquerda para a direita, ilustra quantas vezes (em percentual) o nó 1 esteve no mesmo cluster do nó 1 dentre as 66 soluções factíveis, a segunda barra indica quantas vezes, em percentual, o nó 1 esteve no mesmo cluster do nó 2 dentre as soluções, e assim sucessivamente até a 26ª barra correspondente à relação do nó 1 com o nó 26 dentre as soluções factíveis. O mesmo procedimento é repetido para os outros 25 nós, obtendo assim 26 histogramas. Observamos por este histograma que o nó 1 tem altíssimo interesse com os nós 2, 3 e 4; pouco interesse com os nós 21, 23, 25 e 26 (8.33 %, 13.3 %, 13.3 % e 13.3 % respectivamente) e quase nenhum interesse com os nós 6, 7 e 10 (1.67 %, 0.67 % e 1.67 % respectivamente).

Observamos agora que o histograma do nó 1 obtido dentre as 13 melhores (figura III.4) nos mostra uma relação mais firme, de maior frequência (em percentual), entre o nó 1 para os nós com os quais ele realmente tem interesse: 100 % com os nós 2, 3 e 4; 33.3 % com os nós 23, 25 e 26.

O fato do histograma feito com as melhores apresentar resultados mais consistentes também foi percebido para o restante dos histogramas.

Orientando-nos então pela medida da percentual de demanda intra, o que nos levou às 13 melhores soluções, observamos claramente a formação das ilhas ilustradas na figura III.5. Para a detecção destas ilhas, consideramos nós que estejam de 70% até 100% das vezes juntos nos histogramas. Este limiar inferior de 70% é arbitrário, podendo ser alterado.

Tomando o mesmo procedimento de confecção de histogramas descrito acima para a rede 26 sem fazer o enxugamento das demandas, obtivemos ilhas mais "distorcidas" geograficamente, fato este gerado pelas fortes demandas ponta a ponta. Por esta razão, julgamos aconselhável preceder o processo de formação das ilhas por uma operação de enxugamento da matriz de demanda.

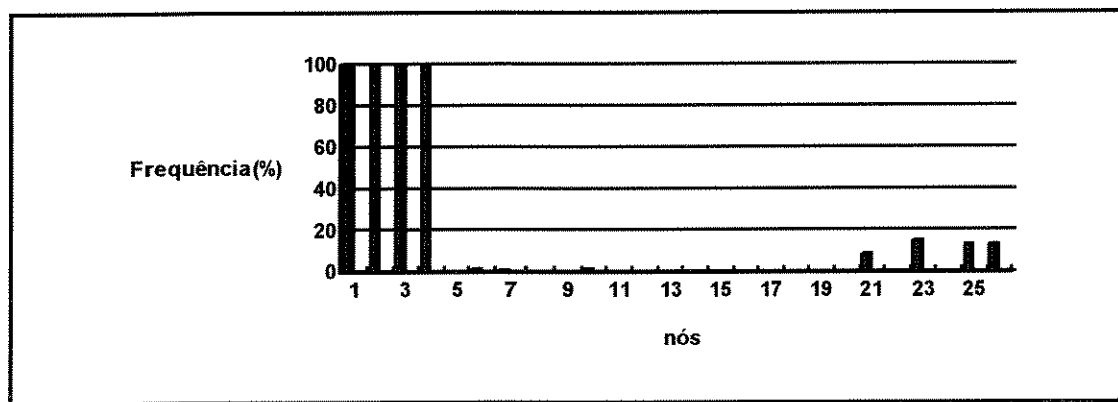


Figura III.3 - Histograma para o nó 1, obtido considerando todas as soluções factíveis

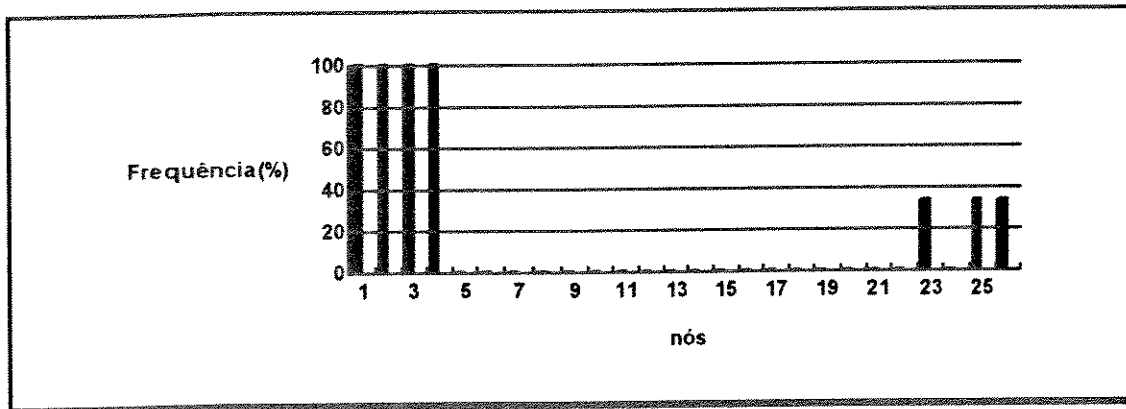


Figura III.4 - Histograma do nó 1, obtido considerando as 20% melhores soluções factíveis.

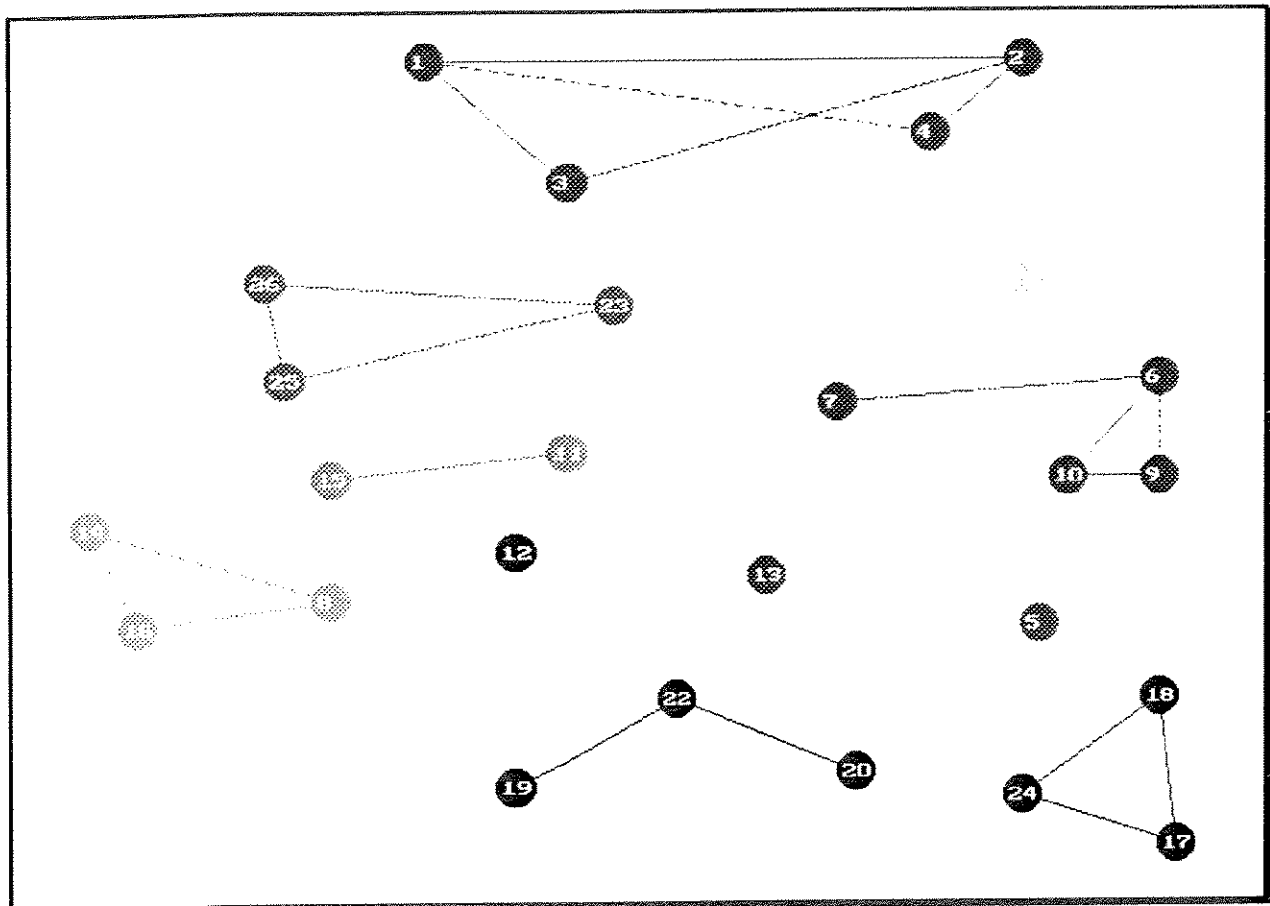


Figura III.5 - Ilhas de interesse para a rede 26.

III.3.2) ILHAS FORTES

Procurando cristalizar os conceitos do item III.3.1 anterior em redes de telecomunicações de maior porte, observamos também a formação de ilhas.

No entanto, observando mais atentamente as demandas que estão internamente clusterizadas e também os nós de cada ilha, percebemos que muitos nós com pouca importância também chegavam a formar ilhas. Chamamos “nós com pouca importância” aqueles que possuem demanda total para todos os nós da rede muito baixa.

Pudemos observar em várias redes de telecomunicações o aparecimento de nós de pouca e de alta importância. Se tomarmos a R26 como exemplo, podemos observar este fato fazendo-se:

- a) Para cada nó da correspondente matriz de demanda, faz-se o somatório das demandas do nó para o restante da rede;
- b) Ordena-se estes somatórios numa ordem decrescente;
- c) Traça-se o “gráfico da demanda” da rede, tendo no eixo das abscissas os nós ordenados conforme a lista do item “b” acima e no eixo das ordenadas o valor correspondente de cada somatório de demanda. Tal gráfico pode ser visualizado na figura III.6, onde o somatório da demanda de cada nó foi tomado na matriz de demanda original (não enxugada), onde esta matriz foi considerada como sendo simétrica e cheia. Na verdade não existe matriz de demanda de troncos 2 Mbps cheia pois a demanda em troncos já é bidirecional. O artifício da matriz de demanda cheia foi usado apenas para se tomar os nós que perfazem cerca de 80% da demanda total desta matriz. Vemos que esta rede possui uma demanda total de 4149 troncos 2 Mbps e apenas 13 nós já concentram cerca de 80% de toda a demanda da matriz cheia.
- d) Traça-se o “gráfico da demanda acumulada”, que nada mais é do que a integral do gráfico do item “c” acima. Tal gráfico pode ser visualizado na figura III.7, onde o somatório da demanda de cada nó foi tomado na matriz de demanda original cheia (não enxugada).

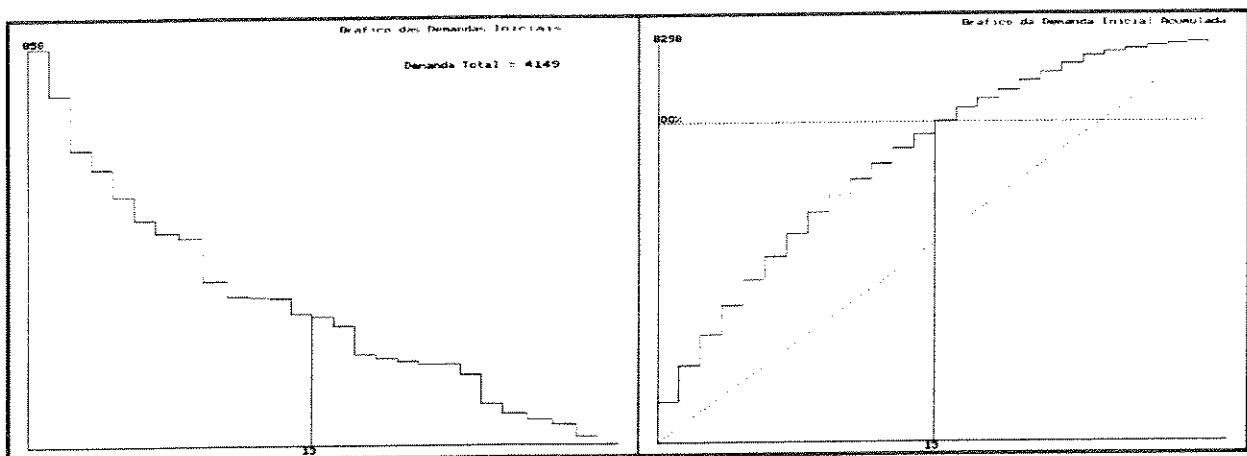


Figura III.6: Gráfico da demanda para a R26 Figura III.7: Gráfico da demanda acumulada para a R26

Uma rede "bem comportada" teria um gráfico de demanda acumulada próximo de uma reta, tendo assim 80% da demanda total da rede concentrada em cerca de 80% dos nós. Um exemplo típico de rede que apresenta este comportamento está ilustrado nas figuras III.8 e III.9 que correspondem aos respectivos gráficos para a R12 do Anexo I (esta rede está estudada em detalhe no item IV.1 adiante). Excetuando-se a R12, todas as redes que estudamos eram "mal comportadas".

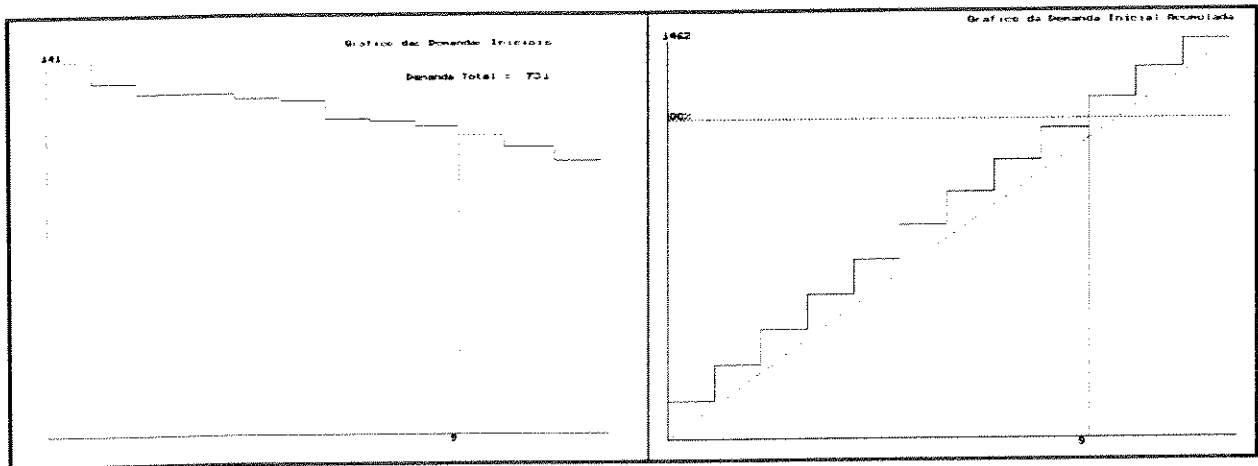


Figura III.8: Gráfico da demanda para a R12 Figura III.9: Gráfico da demanda acumulada para a R12

Assim sendo, uma rede "mal comportada" nos sugere um tratamento diferenciado para os nós que concentram cerca de 80% da demanda total (considerando-se matriz de demanda cheia). É razoável então procurarmos rodar várias vezes os algoritmos randômicos, tal como explicado anteriormente, e juntamente com os algoritmos de sementes e aglomerativo "guloso" procurarmos identificar as "ilhas fortes" relativas a estes nós concentradores de demanda.

O processo de obtenção de ilhas fortes também é feito por meio de histogramas, tal como foi feito em III.3.1. A seguir apresentamos os passos para obtenção das ilhas fortes:

a) sejam:

NF = conjunto de nós que totalizam cerca de 80% da demanda enxugada de uma rede. Os nós serão representados por letras minúsculas i e j .

NFr = conjunto dos nós restantes da rede tais que $N = NF \oplus NFr$.

b) De posse das rodadas dos algoritmos aglomerativos e de sementes, obtidas nos itens "a" a "f" em III.3.1, toma-se o seguinte procedimento:

- Verificar quais dos nós pertencentes a NF aparecem no mesmo cluster 100% das vezes juntos.

- Ampliação dos grupos de nós obtidos acima: verificar quais os nós de NF que aparecem juntos 95% das vezes, 90% , até 70%. Este limiar de 70% foi por nós

arbitrado tendo como base os trabalhos realizados em diversas redes de telecomunicações, não sendo no entanto definitivo.

Ao final deste procedimento estaremos de posse de um conjunto IL de ilhas fortes, onde:

$$IL = \{ IL_1 \dots IL_k \dots IL_p \}, \text{ cada ilha } IL_k \text{ possui pelo menos um nó } i \in NF,$$

onde:

$$p \leq n$$

- c) Descreveremos a seguir uma forma adicional de obtenção da clusterização. Este processo utiliza o método das sementes, com a diferença em relação à 1ª fase que as sementes agora serão as ilhas fortes, ou seja, as sementes serão escolhidas entre os elementos do conjunto IL.

Seja P um subconjunto de IL de cardinalidade ρ (o processo em questão pressupõe que a cardinalidade de IL seja no mínimo ρ , quando isto não ocorrer, haverá necessidade de passos adicionais): os ρ elementos de P, constituirão as nossas sementes; seja \bar{P} o complemento de P em relação a IL, isto é, \bar{P} é composto das ilhas fortes que não foram escolhidas para sementes:

$$IL = P \oplus \bar{P} \tag{III.4}$$

$$N = NFr \oplus IL = NFr \oplus P \oplus \bar{P} \tag{III.5}$$

A partição dos nós expressa em (III.5) guiará a proposta de clusterização.

- d) Partiremos das ρ sementes constituídas pelos elementos de P
e) Os nós pertencentes a NFr, que concentram pouca demanda de rede, são submetidos a um processo de clusterização às ρ ilhas fortes de P por um critério unicamente dependente da distância; assim a matriz de similaridade será calculada como segue:

$$S(IL_k, j) = \frac{\sum \left\{ \frac{1}{\text{dist}(i, j)} \right\}}{n_k} \tag{III.6}$$

onde

$$\begin{aligned} i &\in IL_k \\ j &\in NFr \end{aligned}$$

$IL_k \in P$

n_k é o número de nós na ilha IL_k .

É possível que alguns nós fracos não venham a ser clusterizados por falta de uma vizinhança adequada. Tais nós constituirão um subconjunto chamado NFs.

- f) Em seguida os elementos do conjunto $\bar{P} \cup NFs$ são submetidos a um processo de clusterização aos ρ clusters vigentes (clusters I_k). Cada cluster vigente (I_k) é constituído de uma ilha forte (itens “c” e “d”) à qual podem ter sido acrescentados alguns nós fracos (item “e”).

Um elemento da matriz de similaridade referente à ilha forte $IL_h \in \bar{P}$ é calculado como segue:

$$S(IL_h, I_k) = w_1 * \frac{\sum \sum dem(i, j)}{n_h \cdot n_k} + w_2 * \frac{\sum \sum \left\{ \frac{1}{dist(i, j)} \right\}}{n_h \cdot n_k} \quad (III.7)$$

com $w_1 \geq 0, w_2 \geq 0, w_1 + w_2 = 1$

$i \in IL_h$ e $IL_h \in \bar{P}$

$j \in I_k$ e I_k é um cluster vigente

n_h = número de nós da ilha IL_h

n_k = número de nós da ilha I_k

Identicamente um elemento da matriz de similaridade referente ao nó $l \in NFs$ é dado por:

$$S_{kl} = w_1 * \frac{\sum dem(l, j)}{n_k} + w_2 * \frac{\sum \left\{ \frac{1}{dist(l, j)} \right\}}{n_k} \quad (III.8)$$

onde $j \in I_k$.

Veremos no Capítulo IV a seguir que esta metodologia de duas fases gera soluções bem organizadas em termos geográficos e com alto percentual de demanda internalizada. Como pode ser visto pelos itens III.3.1 e III.3.2, esta metodologia heurística é inovadora e foi criada a partir de trabalhos em diversas redes de telecomunicações, não tendo nenhum trabalho na bibliografia que possa servir como “benchmark” para comparações.

Este modelo de duas fases para o agrupamento não visa em nenhum momento obter soluções através de algoritmos exatos, dado que não existe uma função objetivo clara a ser perseguida. No entanto, as heurísticas aqui adotadas são muito ricas e têm a capacidade de gerar infinitas soluções de boa qualidade e em tempos extremamente curtos.

III.4) MELHORIAS

Em vários campos da Pesquisa Operacional encontramos autores que utilizaram com sucesso algoritmos de troca/inclusão do estilo “ λ optimal” [15],[20].

No entanto, os novos conceitos aqui descritos quando aplicados às redes exemplo tornaram claro que a idéia de ilhas de interesse e de ilhas fortes nos permite descartar a necessidade de um processo de melhorias baseado em trocas/inclusões do estilo “ λ optimal”. Com o auxílio de gráficos de demanda, podemos separar a rede em nós mais representativos (nós fortes) e nós fracos. Com o auxílio das ilhas, possuímos agora novas ferramentas que possibilitam obter uma "fotografia" da rede, ou seja, quais nós que querem ficar 100% das vezes juntos a outros até 70% juntos; quais os nós concentradores de demanda da rede e quais os que não são, podendo para estes últimos adotarmos critérios puramente geográficos para alocação à sua devida ilha.

CAPÍTULO IV - RESULTADOS EM REDES DE TELECOMUNICAÇÕES

Foi desenvolvido um programa computacional, em linguagem C ++, com a finalidade de implementar o modelo matemático de duas fases descrito no Capítulo III. Trata-se de um programa interativo de caráter otimizador que aceita, e mesmo solicita, a interferência do planejador. A idéia é fornecer diversas soluções de boa qualidade, deixando ao planejador a decisão final quanto ao agrupamento a ser adotado. O programa foi projetado de maneira a ser versátil e amigável. Discutiremos, em separado, os resultados obtidos para as redes do Anexo I.

IV.1) RESULTADOS OBTIDOS NA REDE 12

IV.1.1) APRESENTAÇÃO DA REDE

A figura da R12 do Anexo 1 é uma representação da rede em questão, onde os arcos estão representados por linhas contínuas, os nós fortes em tom mais escuro e os nós fracos em tom mais claro. Esta é uma rede fictícia que nos foi fornecida pela equipe de planejamento da TELESP durante a execução dos nossos trabalhos[9]. Embora esta rede tenha uma configuração bastante simples, resolvemos ilustrar os resultados obtidos por um motivo histórico; dado que esta rede serviu tanto como ponto de partida para nossos trabalhos como também para inúmeras reflexões e melhorias do modelo matemático proposto no Capítulo III. Veremos também que esta rede possui particularidades pouco características de redes de telecomunicações.

A rede considerada é constituída de 12 nós listados na tabela IV.1. Nesta tabela vemos que cada célula corresponde a um nó da R12 (representado pelo número a esquerda de cada célula) e os dois outros números correspondem à coordenada cartesiana de cada nó (para possibilitar um desenho em tela de computador).

1 120 120	2 65 90	3 130 60	4 170 210
5 100 250	6 170 290	7 240 250	8 240 125
9 290 190	10 315 125	11 300 85	12 225 60

A tabela IV.2 descreve o arquivo de arcos da R12. Nesta tabela, os dois primeiros números correspondem a dois nós $i, j \in R12$, o terceiro corresponde ao comprimento do arco (i, j) em metros. Deste arquivo obtemos as vizinhanças e a matriz de distâncias entre os nós da rede, onde as distâncias são obtidas através do uso de um programa de caminho mínimo.

1 2 5000	1 3 7000	1 4 8500	1 8 12000
2 3 5000	2 5 13000	3 12 10500	4 5 4000
4 6 3000	4 7 4000	4 8 9000	5 6 6000
6 7 5000	7 9 7500	8 9 6000	8 10 5000
8 12 7000	9 10 7000	10 11 6000	11 12 3000

A demanda de troncos de 2 Mbps para cada par de CF's é o dado de maior importância para o processo de clusterização. A matriz de demanda triangular com diagonal nula é mostrada na tabela IV.3. Nesta tabela vemos que $dem(1,2) = 17, \dots, dem(11,12) = 19$.

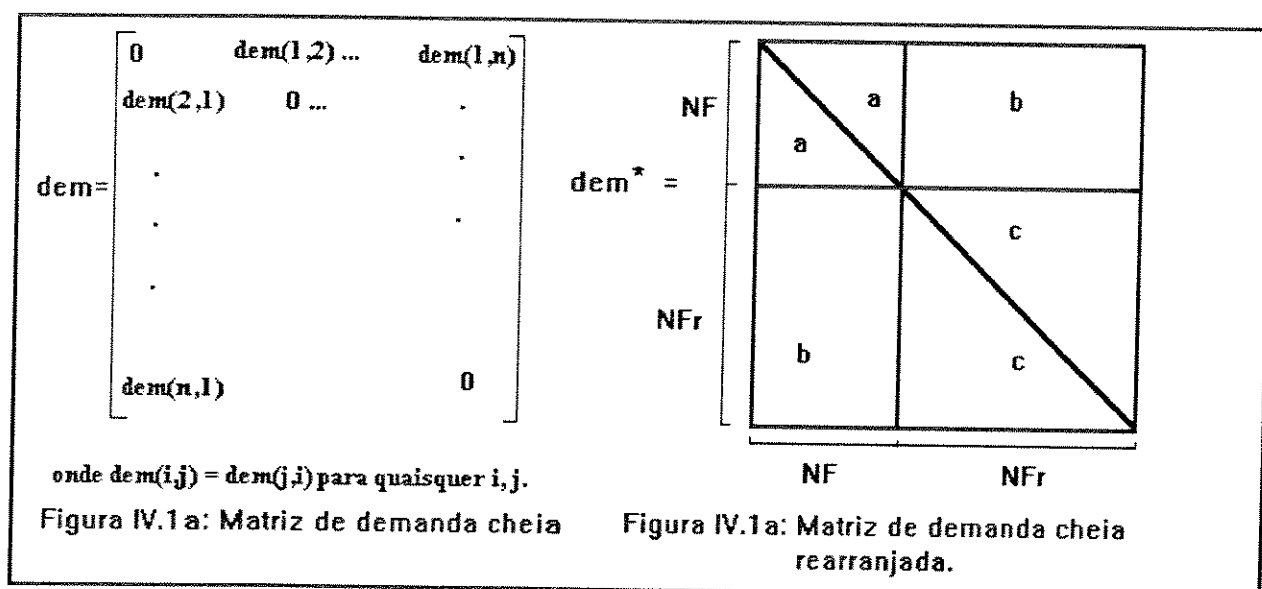
17	19	10	14	8	7	5	10	12	8	9
	20	13	11	16	13	7	12	10	10	12
		5	5	9	5	7	10	6	8	9
			25	15	30	15	5	8	3	4
				11	13	6	9	5	7	7
					18	5	10	13	4	7
						5	8	3	4	2
							15	16	25	20
								19	13	18
									17	20
										19

Pela tabela IV.3, podemos ver que não existe nenhuma demanda maior que 50 sistemas 2 Mbps na R12. Assim, não haverá enxugamento desta matriz.

A tabela IV.4 lista os 9 nós mais importantes da R12, que em conjunto são responsáveis por 80% da demanda total de troncos da rede. Nesta tabela, o número à direita representa a demanda total do nó.

nó 2 = 141	nó 4 = 133	nó 9 = 129	nó 10 = 129	nó 12 = 127
nó 8 = 126	nó 1 = 119	nó 11 = 118	nó 6 = 116	

A metodologia utilizada para se encontrar os nós fortes de uma rede já foi citada no item III.3.2 e pode ser rapidamente resumida se olharmos para as figuras IV.1a e IV.1b.



A figura IV.1a ilustra uma matriz de demanda cheia, para uma rede genérica de n nós. Na verdade, as matrizes de demanda de troncos 2 Mbps são triangulares superiores, pois cada $dem(i,j)$ representa a quantidade de troncos bidirecionais entre i e j . Fazendo-se um rearranjo nesta matriz de demanda cheia de tal maneira que na 1ª linha tenhamos o nó com a

maior demanda total (ou seja, com o maior somatório de demanda para o restante da rede), na segunda linha o segundo nó mais importante e assim sucessivamente, chegaremos à matriz dem^* . Fazendo-se o somatório da primeira linha até a linha que resulte em aproximadamente 80% da demanda total de dem^* teremos os nós correspondentes a NF e os nós restantes (cerca de 20% da demanda) correspondentes a NFr. As demandas tomadas neste somatório estão representadas na equação (IV.1) a seguir:

$$\frac{2a + b}{2a + 2b + 2c} \cong 80\% \quad (IV.1)$$

No entanto, o subconjunto dos nós pertencentes a NF acumula mais que 80% da demanda (considerando-se a matriz de demanda triangular superior original), como mostra a equação (IV.2):

$$\frac{a + b}{a + b + c} = \frac{2a + 2b}{2a + 2b + 2c} > \frac{2a + b}{a + b + c} \cong 80\% \quad (IV.2)$$

Assim sendo, a matriz da figura IV.1b e a equação (IV.1) foram usadas como artifícios para determinar o conjunto dos nós fortes, NF, de todas as redes do Anexo I que foram utilizadas como base de experimentação. A equação (IV.2) será usada sempre para determinar a porcentagem de demanda internalizada pelos nós pertencentes a NF.

Utilizando-se a equação (IV.2), vemos que para a R12 os 9 nós fortes representados na tabela IV.4 concentram 97% da demanda da rede.

O gráfico da figura IV.2 apresenta as demandas, nó a nó, em ordem decrescente. O gráfico da figura IV.3 mostra o acúmulo quase linear destas demandas e põe à mostra a boa distribuição de troncos na R12.

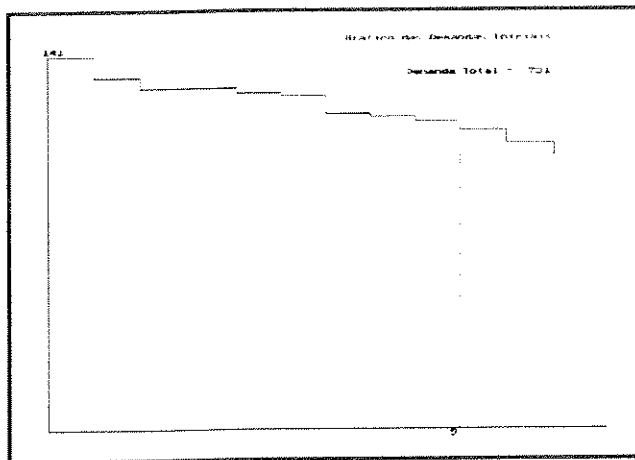


Figura IV.2: Gráfico das demandas, em ordem decrescente, para a R12.

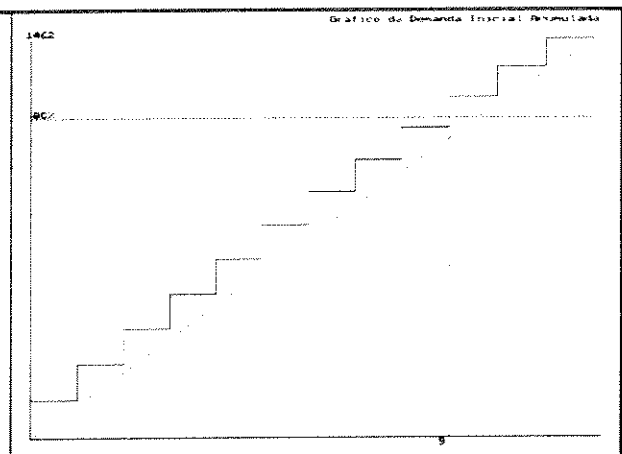


Figura IV.3: Gráfico da demanda acumulada da R12

IV.1.2) RESULTADOS COM 3 CLUSTERS

Ilustraremos a seguir os estudos realizados nesta rede para $\rho = 3$.

IV.1.2.1) OPCÃO "SEMENTES"

Dentre os 9 nós principais, tomamos os nós 1, 4 e 8 como sementes e executamos a rodada com ($w_1=1/w_2=0$; $w_1=0.75/w_2=0.25$; $w_1=0.5/w_2=0.5$) obtendo 3 clusterizações iguais. Esta ponderação foi usada com sucesso nas várias redes analisadas. Sendo assim, esta ponderação será chamada doravante de "rodada padrão".

Mostramos na tabela IV.5 apenas os resultados da primeira clusterização, com $w_1=1$, dado que as outras ponderações resultaram na mesma solução final. O número máximo de nós por cluster (μ) foi fixado em 6. Esta solução já foi mostrada na figura II.1.

TABELA IV.5: RESULTADO DO ALGORITMO DAS SEMENTES	
Solução da clusterização/sementes	
Parâmetros: Num. de Sementes = 3; (1,4,8) $w_1=1.000$, $w_2 = 0.000$	
Num. máximo de nós = 6	
Cluster 1:	2 3 <u>1</u>
Cluster 2:	6 5 7 <u>4</u>
Cluster 3:	9 10 11 12 <u>8</u>
Percentual de demanda interna: 47.88	

IV.1.2.2) OPCÃO "AGLOMERATIVO DETERMINÍSTICO"

Executamos os dois critérios:

- a) Critério da "demanda"
- b) Critério da "demanda/distância"

Para ambos os critérios, obtivemos a mesma solução obtida pelo método das sementes mostrada na tabela IV.5.

IV.1.2.3) O MÉTODO DAS DUAS FASES

Obtivemos as ilhas mostradas na tabela IV.6. Por esta tabela vemos que as ilhas obtidas correspondem à própria clusterização da tabela IV.5. As ilhas fortes estão mostradas na tabela IV.7. Escolhemos como novas sementes as ilhas fortes (1,2), (4,6) e (8,9,10,11,12), obtendo a mesma clusterização já mostrada na tabela IV.5.

TABELA IV.6. ILHAS DE INTERESSE PARA A R12	
Ilha 1:	<u>1</u> 2 3
Ilha 2:	<u>4</u> 5 6 7
Ilha 3:	<u>8</u> 9 10 11 12

TABELA IV.7. ILHAS FORTES PARA A R12	
Ilha forte 1:	<u>1</u> 2
Ilha forte 2:	<u>4</u> 6
Ilha forte 3:	<u>8</u> 9 10 11 12

IV.1.2.4) COMENTÁRIOS ADICIONAIS

Pelos resultados obtidos, podemos concluir que esta rede possui uma distribuição de demanda e distância muito peculiar, obtendo sempre a mesma clusterização independentemente do método adotado. No que diz respeito apenas à matriz de demanda, podemos observar que a mesma possui uma distribuição muito homogênea, como pode ser visto pelas figuras IV.1 e IV.2. Tais características não são muito típicas de redes de telecomunicações, como veremos nos itens adiante. Cabe lembrar aqui que foram obtidas quase que uma centena de soluções provenientes dos algoritmos randômicos, não sendo assim possível ilustrar e discutir cada uma como foi feito para os algoritmos determinístico, de sementes e de duas fases. Estas soluções randômicas serviram apenas como subsídio para serem usadas na criação das ilhas fortes para a segunda fase do agrupamento. Esta observação é válida para as outras redes do Anexo I que serão comentadas a seguir.

IV.2) RESULTADOS OBTIDOS NA REDE 26

IV.2.1) APRESENTAÇÃO DA REDE

A figura III.2, já mostrada anteriormente, é um mapa da rede em questão. Esta rede é parte integrante da rede de telecomunicações de uma grande cidade dos EUA[8]. Nesta rede, os arcos físicos estão representados por linhas contínuas, os arcos fictícios por linhas tracejadas, os nós fortes em tom mais escuro e os nós fracos em tom mais claro. Continuaremos com a nomenclatura do Capítulo III, onde chamamos esta rede de R26, dado que existem 26 nós. Os arcos fictícios foram adicionados de forma a aumentar a vizinhança de cada nó.

As tabelas IV.8 e IV.9 mostram as coordenadas dos nós (para possibilitar um desenho em tela de computador) e lista de arcos para a R26. Na tabela IV.9, os dois primeiros números correspondem a dois nós $i, j \in R26$, o terceiro corresponde ao comprimento do arco (i, j) em metros. Semelhantemente ao que foi feito para a R12, obtemos do arquivo de arcos as vizinhanças e a matriz de distâncias entre os nós da R26, onde as distâncias são obtidas através do uso de um programa de caminho mínimo.

1	145.0	210.0	2	210.0	210.0	3	160.0	185.0	4	200.0	195.0
5	212.0	95.0	6	225.0	145.0	7	190.0	140.0	8	135.0	100.0
9	225.0	125.0	10	215.0	125.0	11	160.0	130.0	12	155.0	110.0
13	182.0	105.0	14	110.0	115.0	15	135.0	125.0	16	115.0	95.0
17	227.0	50.0	18	225.0	80.0	19	155.0	62.0	20	192.0	65.0
21	210.0	165.0	22	172.0	80.0	23	165.0	160.0	24	210.0	60.0
25	130.0	145.0	26	128.0	165.0						

TABELA IV.9. LISTA DE ARCOS DA R26											
1	2	6500	1	3	2900	2	3	5500	2	4	1800
3	23	2500	4	21	3100	5	9	3200	5	18	1900
6	7	3500	6	10	2200	6	21	2500	7	11	3100
7	21	3200	7	23	3200	8	13	4700	8	14	2900
8	15	2500	8	16	2000	8	19	4200	9	10	1000
9	13	4700	11	12	2000	11	13	3300	11	15	2500
11	23	3000	11	25	3300	12	13	2800	13	20	4100
14	15	2600	15	25	2000	16	19	5100	17	18	3000
17	24	1900	18	20	3600	18	24	2500	19	22	2400
20	22	2500	21	23	4500	23	25	3800	23	26	3700
25	26	2000									

A matriz de demanda triangular com diagonal nula é mostrada na tabela IV.10.

TABELA IV.10. MATRIZ DE DEMANDAS DA R26																								
92	8	19	0	1	5	1	15	3	1	30	1	0	1	0	0	5	0	1	4	2	4	0	1	2
	48	34	0	9	24	6	54	11	18	60	5	0	6	0	0	26	2	2	19	10	15	0	3	7
		14	0	2	6	1	12	3	2	49	1	0	2	1	0	2	1	0	6	0	11	0	3	5
			0	7	18	5	35	14	22	52	8	0	3	1	0	10	1	3	20	1	11	0	2	6
				0	0	0	0	19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
					16	6	45	38	45	41	14	0	8	1	3	44	2	7	13	3	9	1	3	5
						12	59	40	31	52	54	1	15	1	5	45	6	12	26	3	18	0	6	8
							36	23	32	41	27	26	13	5	3	32	13	12	4	3	13	1	3	4
								90	50	42	42	3	26	3	8	123	22	35	38	43	27	12	13	25
									42	70	49	3	14	4	8	20	10	30	18	2	21	3	9	15
										49	66	7	37	8	3	64	7	16	18	13	23	5	11	11
											42	7	37	10	0	0	0	0	52	0	59	0	32	34
												16	19	5	9	46	15	22	10	5	14	1	9	10
													1	0	0	2	1	1	0	1	0	0	0	0
														2	4	22	8	10	5	0	11	1	7	7
															1	3	3	1	1	1	1	0	1	1
																30	4	0	0	6	0	6	0	0
																	30	50	24	8	37	4	5	8
																		9	2	31	2	3	2	2
																			9	45	4	8	1	1
																				4	29	1	6	10
																					1	0	0	1
																						0	28	18
																							0	0
																								8

A tabela IV.11 lista os 13 nós mais importantes da R26, que em conjunto são responsáveis por 95,06 % da demanda de troncos da rede. Os 13 nós fortes foram tomados usando-se (IV.1) e a percentagem de 95.06% foi calculada usando-se (IV.2).

TABELA IV.11. NÓS MAIS IMPORTANTES DA R26						
nó 9 = 858	nó 12 = 759	nó 18 = 640	nó 11 = 600	nó 10 = 540	nó 13 = 490	nó 7 = 463
nó 2 = 451	nó 23 = 356	nó 6 = 323	nó 8 = 322	nó 21 = 319	nó 4 = 286	

O gráfico da figura IV.4 apresenta as demandas, nó a nó, em ordem decrescente. O gráfico da figura IV.5 mostra o acúmulo destas demandas e põe à mostra a má distribuição de troncos na R26, dado que 50% dos nós concentram 80% da demanda total (considerando-se a matriz de demanda cheia).

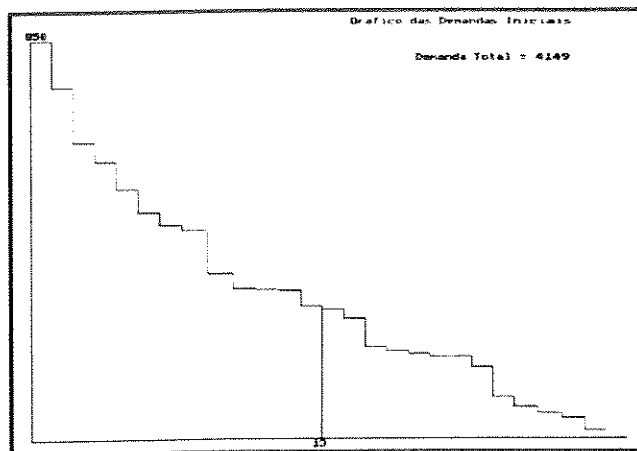


Figura IV.4: Gráfico das demandas, em ordem decrescente, para a R26.

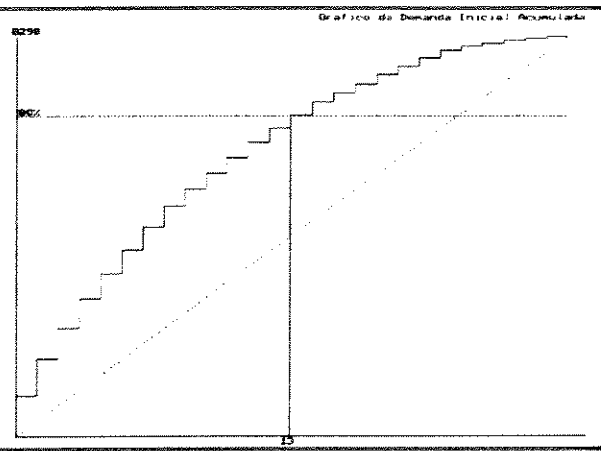


Figura IV.5: Gráfico da demanda acumulada da R26

Procede-se a um enxugamento que atinge 16 demandas. Na R26 são enxugados 980 troncos 2 Mbps, correspondentes a 23.62 % do total. A tabela IV.12 fornece uma lista completa de todas as demandas que sofreram enxugamento. A tabela IV.13 contém as demandas enxugadas dos 15 nós responsáveis 80% da demanda total enxugada (considerando-se a matriz de demanda enxugada cheia). Os gráficos das figuras IV.6 e IV.7 mostram os gráficos das demandas decrescente e acumulada da rede enxugada. Por estes gráficos, podemos ver que o enxugamento diminuiu um pouco o desequilíbrio, fazendo com que 57,7 % da rede (15 nós) sejam responsáveis por mais que 80 % da demanda total enxugada (considerando-se a matriz de demanda cheia).

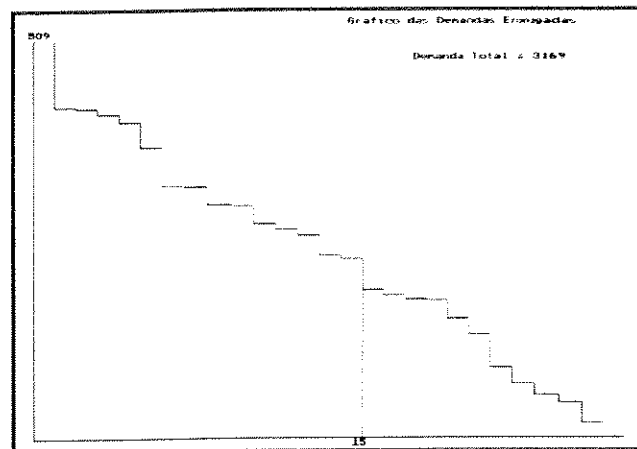


Figura IV.6: Gráfico das demandas enxugadas em ordem decrescente, para a R26.

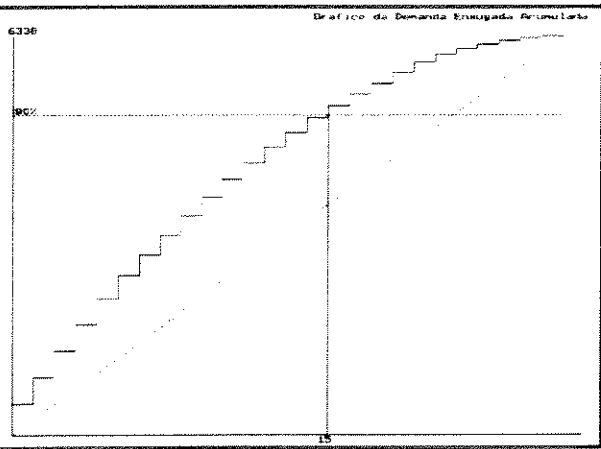


Figura IV.7: Gráfico da demanda enxugada acumulada da R26

TABELA IV.12: LISTA DE DEMANDAS QUE FORAM ENXUGADAS

Demanda entre 1 e 2 enxugada de 63 troncos
 Demanda entre 2 e 9 enxugada de 54 troncos
 Demanda entre 2 e 12 enxugada de 60 troncos
 Demanda entre 4 e 12 enxugada de 52 troncos
 Demanda entre 7 e 9 enxugada de 59 troncos
 Demanda entre 7 e 12 enxugada de 52 troncos
 Demanda entre 7 e 13 enxugada de 54 troncos
 Demanda entre 9 e 10 enxugada de 63 troncos
 Demanda entre 9 e 11 enxugada de 50 troncos
 Demanda entre 9 e 18 enxugada de 123 troncos
 Demanda entre 10 e 12 enxugada de 63 troncos
 Demanda entre 11 e 13 enxugada de 63 troncos
 Demanda entre 11 e 18 enxugada de 63 troncos
 Demanda entre 12 e 21 enxugada de 52 troncos
 Demanda entre 12 e 23 enxugada de 59 troncos
 Demanda entre 18 e 20 enxugada de 50 troncos
 Do total de 4149 troncos foram enxugados 980

TABELA IV.13: DEMANDA DOS 15 NÓS MAIS IMPORTANTES DA R26(DEMANDA ENXUGADA)

nó 9 = 509	nó 11 = 424	nó 12 = 421	nó 10 = 414	nó 18 = 404
nó 13 = 373	nó 6 = 323	nó 8 = 322	nó 7 = 298	nó 23 = 297
nó 2 = 274	nó 21 = 267	nó 15 = 259	nó 4 = 234	nó 20 = 229

IV.2.2) RESULTADOS COM 3 CLUSTERS

Executamos diversas rodadas dos métodos apresentados no Capítulo III, para diversos valores de ζ , μ e ρ . Com o intuito de não tornar a descrição destas rodadas por demais tediosa, limitar-nos-emos à descrição do caso de 3 clusters.

IV.2.2.1) OPÇÃO "SEMENTES"

Dentre os 13 nós principais, tomamos os nós 2, 9 e 12 como sementes e executamos a rodada padrão obtendo três clusterizações idênticas. Na tabela IV.14, mostramos apenas a rodada com $w_1=1$. O número máximo de nós por cluster foi fixado em 15.

TABELA IV.14: RESULTADO DO ALGORITMO DAS SEMENTES
Solução da clusterização/sementes Parâmetros: Num. de Sementes = 3; (2,9,12,) w1=1.000,w2=0.000 Num. máximo de elementos =15
Cluster 1: 1 3 <u>2</u> 4
Cluster 2: 5 24 17 19 22 20 7 23 21 18 13 10 6 <u>9</u>
Cluster 3: 16 14 26 25 8 15 11 <u>12</u>
Percentual de Demanda interna: 54.62

IV.2.2.2) OPCÃO "AGLOMERATIVO DETERMINÍSTICO"

Executamos os 2 critérios:

- a) Critério da "demanda"
- b) Critério da "demanda/distância"

A tabela IV.15 mostra os resultados dos dois critérios acima, respectivamente.

TABELA IV.15: RESULTADO DO ALGORITMO DETERMINÍSTICO
Solução Aglomerativo Guloso (Demanda) Parâmetros: Num. máximo de elementos : 15; Numero de Cluster: 3
Cluster 1: 4 3 2 1
Cluster 2: 24 22 20 19 16 14 5
Cluster 3: 25 26 18 17 23 21 7 13 10 9 6 15 12 11 8
Percentual de demanda interna: 66.61
Solução Aglomerativo Guloso (Demanda/Distância) Parâmetros: Num. máximo de elementos : 15; Numero de Cluster: 3
Cluster 1: 3 4 2 1
Cluster 2: 22 20 19 24 18 17 5
Cluster 3: 16 26 25 23 15 12 11 14 8 21 7 13 10 9 6
Percentual de demanda interna: 61.28

IV.2.2.3) O MÉTODO DAS DUAS FASES

Obtivemos as ilhas mostradas na tabela IV.16. Da tabela IV.17, escolhemos como novas sementes as ilhas fortes (2,4), (6,9,10,18) e (8,12), obtendo assim o agrupamento dos nós fracos como ilustrado na tabela IV.18. A solução final é obtida pelo agrupamento das 6 ilhas fortes não selecionadas com ponderação w1=1/w2=0, como mostrado na tabela IV.19.

TABELA IV. 16. ILHAS DE INTERESSE

Ilha 1: 1 2 3 4
 Ilha 2: 5
 Ilha 3: 6 9 10 17 18 24
 Ilha 4: 7
 Ilha 5: 8 12 14 16
 Ilha 6: 11 15
 Ilha 7: 13
 Ilha 8: 19 20 22
 Ilha 9: 21
 Ilha 10: 23 25 26

TABELA IV. 17. ILHAS FORTES

Ilha forte 1: 2 4
 Ilha forte 2: 6 9 10 18
 Ilha forte 3: 7
 Ilha forte 4: 8 12
 Ilha forte 5: 11 15
 Ilha forte 6: 13
 Ilha forte 7: 20
 Ilha forte 8: 21
 Ilha forte 9: 23

TABELA IV. 18. AGRUPAMENTO DOS NÓS FRACOS

Solução da clusterização/sementes - nos fracos
 Parâmetros: Num. de Sementes= 3; (w1=0.000,w2=1.000)
 Num. máximo de elementos =15
 Cluster 1: 1 3 4 2
 Cluster 2: 17 24 5 18 10 9 6
 Cluster 3: 22 19 26 25 14 16 12 8

TABELA IV. 19. SOLUÇÃO FINAL

Solução da clusterização/sementes - ilhas fortes
 Parâmetros: Num. de Sementes= 3; (w1=1.000,w2=0.000)
 Num. máximo de elementos : 15; Numero de Cluster: 3
 Cluster 1: 1 3 4 2
 Cluster 2: 20 23 21 7 13 17 24 5 18 10 9 6
 Cluster 3: 15 11 22 19 26 25 14 16 12 8
 Percentual de demanda interna: 49.26

IV.2.2.4) COMENTÁRIOS ADICIONAIS:

Como esta rede possui uma distribuição de demanda muito desordenada, o processo aglomerativo determinístico tende a gerar soluções muito distorcidas, dado que tal processo procura agrupar os 15 nós iniciais de maior similaridade. Se diminuirmos o número máximo de nós por cluster (μ) teremos soluções infactíveis, com violação de ρ . O estudo da R26 nos permitiu averiguar que para redes com distribuição de demanda desorganizada o algoritmo de sementes e o método das duas fases forneceram melhores resultados que o algoritmo determinístico.

IV.3) RESULTADOS OBTIDOS NA REDE 44

IV.3.1) APRESENTAÇÃO DA REDE

A figura desta rede (doravante denominada de R44) está representada no Anexo 1, onde os arcos físicos estão representados por linhas contínuas, os arcos fictícios por linhas tracejadas, os nós fortes em tom mais escuro e os nós fracos em tom mais claro. A rede considerada é constituída de 44 nós, listados na tabela IV.20. Nesta tabela vemos que cada célula corresponde a um nó da R44 (representado pelo número a esquerda de cada célula) e os dois outros números correspondem às coordenadas cartesianas de cada nó (para possibilitar um desenho em tela de computador).

1	17	02	2	19	25	3	25	3	4	18	21
5	14	22	6	21	25	7	6	9	8	22	32
9	14	20	10	21	28	11	27	20	12	9	9
13	5	12	14	23	20	15	18	9	16	9	19
17	20	20	18	3	25	19	3	22	20	5	27
21	14	16	22	7	25	23	23	25	24	22	28
25	5	15	26	10	25	27	2	27	28	13	3
29	27	6	30	25	13	31	14	26	32	27	29
33	27	12	34	27	18	35	19	28	36	25	26
37	19	32	38	25	12	39	19	16	40	23	7
41	23	10	42	22	13	43	23	22	44	26	30

A tabela IV.21 apresenta a lista de arcos da R44. Nesta tabela, os dois primeiros números correspondem a dois nós $(i,j) \in R44$, o terceiro corresponde ao comprimento do arco (i,j) em metros. Deste arquivo obtemos as vizinhanças e a matriz de distâncias entre os nós da rede, onde as distâncias são obtidas através do uso de um programa de caminho mínimo.

TABELA IV 21- LISTA DE ARCOS DA R44											
18	22	6100	18	19	300	18	27	100	18	20	12600
22	26	3700	22	09	5700	22	21	7600	22	16	6400
16	25	3900	16	39	6200	25	13	400	25	21	8400
25	19	500	26	31	1900	26	05	2600	31	02	2400
31	05	1700	09	21	3400	09	04	1700	09	05	800
21	12	2200	21	39	3700	21	17	400	21	07	10300
07	13	4200	07	28	6100	07	39	6900	28	39	12600
28	01	5400	35	37	6200	35	06	6900	35	02	5300
02	05	1900	02	06	4600	05	06	5300	04	14	7200
04	06	3700	17	06	5100	17	43	6800	17	39	4400
17	14	5500	39	14	5700	39	12	2600	39	15	4200
15	42	5200	15	40	7500	15	01	6600	14	43	3900
14	06	7100	14	11	8700	14	42	5800	11	23	6400
11	34	4800	06	23	7300	06	32	21200	06	24	10000
06	10	16400	23	32	16200	23	36	6500	23	24	4700
23	10	11400	23	43	6500	44	08	4800	44	32	6700
44	36	6600	10	08	8600	10	37	900	32	24	11500
20	27	1500	33	34	4400	33	30	7800	33	38	600
33	41	5600	33	29	6100	30	34	5800	30	38	200
30	41	6300	29	03	400	41	40	3500	24	36	1800
40	03	8600									

A matriz de demanda, triangular, com diagonal nula, é mostrada na tabela IV 22. A tabela IV.23 lista os 15 nós (34,1 % da rede) mais importantes da R44, que em conjunto são responsáveis por 80% da demanda total de troncos da rede, tomando-se a matriz de demanda cheia. Se tomarmos a equação (IV.2) vemos que estes 15 nós representam 97,16 % da demanda da R44.

O gráfico da figura IV.8 apresenta as demandas, nó a nó, em ordem decrescente. O gráfico IV.9 acumula estas demandas e põe à mostra, de maneira eloqüente, a má distribuição de troncos na R44.

Procede-se a um enxugamento que atinge 6 demandas. Na R44 são enxugados 372 troncos, correspondentes a 17,91% do total; o que não representa um percentual alto. A tabela IV.24 fornece uma lista completa de todas as demandas que sofreram enxugamento. A tabela IV.25 contém as demandas enxugadas dos 17 (38,6 % dos nós) nós responsáveis por 80% da demanda total enxugada (tomando-se a matriz de demanda enxugada cheia). Os gráficos IV.10 e IV.11 mostram as demandas da rede enxugada.

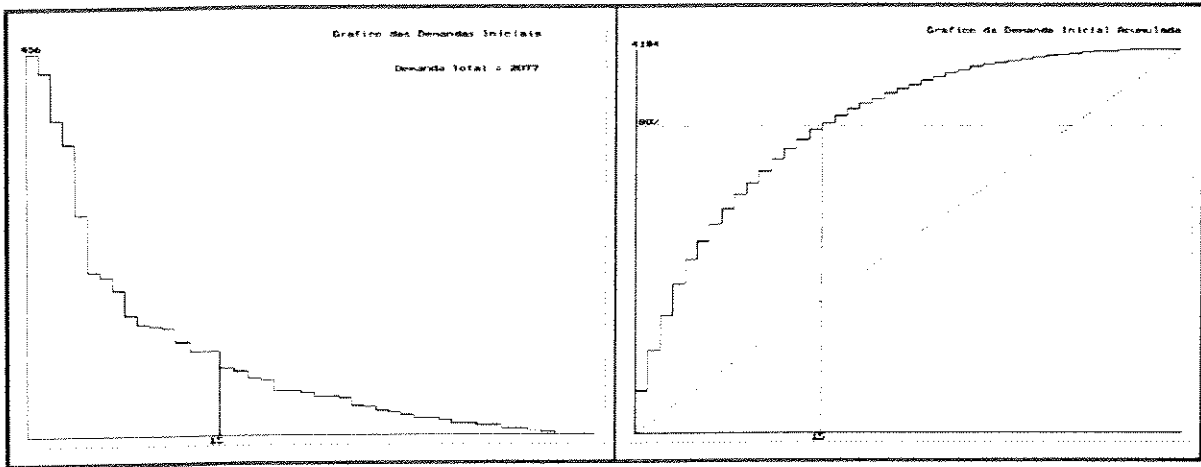


Figura IV.8: Gráfico das demandas, em ordem decrescente, para a R44.

Figura IV.9: Gráfico da demanda acumulada da R44

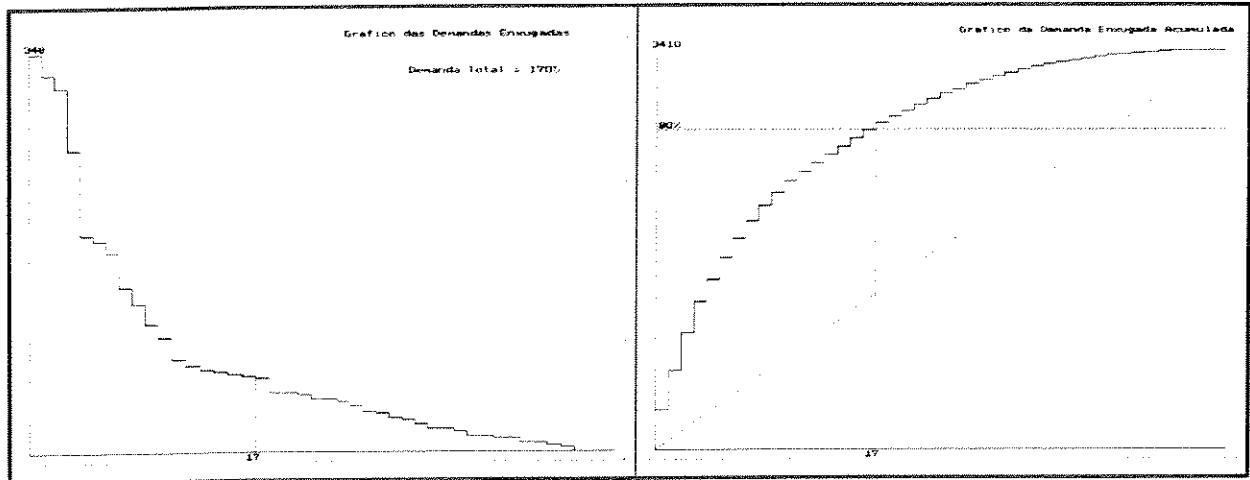


Figura IV.10: Gráfico das demandas enxugadas em ordem decrescente, para a R44.

Figura IV.11: Gráfico da demanda enxugada acumulada da R44

TABELA IV.23. DEMANDA DOS 15 NÓS MAIS IMPORTANTES DA R44

nó 22 = 456	nó 19 = 434	nó 17 = 378	nó 1 = 348	nó 21 = 264
nó 18 = 196	nó 13 = 190	nó 33 = 174	nó 5 = 144	nó 4 = 132
nó 7 = 130	nó 25 = 128	nó 23 = 112	nó 16 = 100	nó 20 = 100

TABELA IV.24. LISTA DE DEMANDAS ENXUGADAS - R44

Demanda entre 4 e 17 enxugada de 60 troncos
 Demanda entre 16 e 19 enxugada de 60 troncos
 Demanda entre 18 e 19 enxugada de 63 troncos
 Demanda entre 18 e 22 enxugada de 63 troncos
 Demanda entre 19 e 22 enxugada de 63 troncos
 Demanda entre 19 e 25 enxugada de 63 troncos
 Do total de 2077 troncos foram enxugados 372

TABELA IV.25. LISTA DOS 17 NÓS MAIS IMPORTANTES DA R44(DEMANDA ENXUGADA)

nó 1 = 348	nó 22 = 330	nó 17 = 318	nó 21 = 264	nó 13 = 190
nó 19 = 185	nó 33 = 174	nó 5 = 144	nó 7 = 130	nó 23 = 112
nó 20 = 100	nó 28 = 81	nó 9 = 76	nó 4 = 72	nó 18 = 70
nó 12 = 68	nó 26 = 66			

IV.3.2) RESULTADOS COM 4 CLUSTERS

Tal qual foi feito no item IV.2.2, limitaremos-nos a seguir com a descrição dos resultados para $\rho = 4$.

IV.3.2.1) OPÇÃO "SEMENTES"

Dentre os nós fortes, tomamos os nós 1, 9, 19, e 23 como sementes e executamos a rodada padrão obtendo as 3 clusterizações mostradas na tabela IV.26. O número máximo de nós por cluster foi fixado em 18.

TABELA IV.26: RODADA PADRÃO DA OPÇÃO SEMENTES (4 CLUSTERS)

Solução da clusterização/sementes

Parâmetros: Num. de Sementes= 4; (1,9,19,23,) $w_1=1.000, w_2=0.000$

Num. máximo de elementos =18

Cluster 1: 16 39 13 7 28 1

Cluster 2: 42 41 30 11 38 34 33 29 3 40 15 4 12 17 21 9

Cluster 3: 2 25 5 18 26 27 20 22 19

Cluster 4: 8 44 43 10 36 37 31 35 14 6 24 32 23

Percentual de Demanda interna: 49.62

Solução da clusterização/sementes

Parâmetros: Num. de Sementes= 4; (1,9,19,23,) $w_1=0.750, w_2=0.250$

Num. máximo de elementos =18

Cluster 1: 42 16 39 13 7 28 1

Cluster 2: 29 3 40 2 10 37 35 31 15 4 27 20 5 22 12 17 21 9

Cluster 3: 18 25 19

Cluster 4: 8 41 30 38 33 34 44 43 11 36 14 6 24 32 23

Cluster 5: 26

Percentual de Demanda interna: 49.50

Solução da clusterização/sementes

Parâmetros: Num. de Sementes= 4; (1,9,19,23,) $w_1=0.500, w_2=0.500$

Num. máximo de elementos =18

Cluster 1: 30 41 42 16 39 13 7 28 1

Cluster 2: 38 34 33 29 3 40 10 2 37 35 31 15 4 12 5 17 21 9

Cluster 3: 26 22 25 27 20 18 19

Cluster 4: 8 44 43 11 14 36 6 24 32 23

Percentual de Demanda interna: 53.84

IV.3.2.2) OPÇÃO "AGLOMERATIVO DETERMINÍSTICO"

Executamos os 2 critérios:

- a) Critério da "demanda"
- b) Critério da "demanda/distância"

Os resultados obtidos pelos dois critérios foram iguais. A tabela IV.27 ilustra o resultado obtido.

TABELA IV 27: RESULTADO DO ALGORITMO DETERMINÍSTICO

Solução Aglomerativo Guloso (Demanda)

Parâmetros: Num. máximo de elementos : 18; Numero de Cluster: 4

Cluster 1: 8 44 10

Cluster 2: 16 13 1 28 7 12 17 21 4 9 5 26 27 22 20 19 18 25

Cluster 3: 42 15 36 11 37 2 30 38 34 33 31 32 23 24 6 14 35 39

Cluster 4 : 3 29 40 41

Cluster 5: 43

Percentual de demanda interna: 71.20

IV.3.2.3) O MÉTODO DAS DUAS FASES

Obtivemos as ilhas mostradas na tabela IV.28 Da tabela IV.29, escolhemos como novas sementes as ilhas fortes (1, 7, 13, 28); (4, 9, 12, 21); (18, 19, 20, 22, 26); e (23), obtendo assim o agrupamento dos nós fracos como ilustrado na tabela IV.30. A solução final é obtida pelo agrupamento das 3 ilhas fortes não selecionadas com ponderação $w_1=1/w_2=0$, como mostrado na tabela IV.31.

TABELA IV 28: ILHAS DE INTERESSE

Ilha 1: 1 7 13 28

Ilha 2: 2

Ilha 3: 3 29 40 41 42

Ilha 4: 4 9 12 21

Ilha 5: 5

Ilha 6: 6 14 24

Ilha 7: 8 44

Ilha 8: 10

Ilha 9: 11 23 32 36

Ilha 10: 15

Ilha 11: 16

Ilha 12: 17

Ilha 13: 18 19 20 22 25 26 27

Ilha 14: 30 33 34 38

Ilha 15: 31

Ilha 16: 35

Ilha 17: 37

Ilha 18: 39

Ilha 19: 43

TABELA IV 29: ILHAS FORTES

Ilha 1: 1 7 13 28

Ilha 2: 4 9 12 21

Ilha 3: 5

Ilha 4: 17

Ilha 5: 18 19 20 22 26

Ilha 6: 23

Ilha 7: 33

TABELA IV.30: AGRUPAMENTO DOS NÓS FRACOS

Solução da clusterização/sementes - nos fracos
 Parâmetros: Num. de Sementes= 4; ($w_1=0.000, w_2=1.000$)
 Num. máximo de elementos =18

Cluster 1: 28 13 7 1
 Cluster 2: 3 41 40 42 35 15 43 14 6 31 2 39 21 12 9 4
 Cluster 3: 16 25 27 26 22 20 19 18
 Cluster 4: 38 30 37 10 34 11 32 8 44 36 24 23
 Cluster 5: 29
 Percentual de Demanda interna: 8.04

TABELA IV.31: SOLUÇÃO FINAL

Matriz de Demanda:

	1	2	3	4
Cluster 1:	174	210	148	43
Cluster 2:	210	236	224	196
Cluster 3:	148	224	292	88
Cluster 4:	43	196	88	94

Total de demanda interna = 796, percentual 46.7%
 Total=1705.0

Grupos:

Cluster 1: 1 7 13 28
 Cluster 2: 2 3 4 6 9 12 14 15 17 21 29 31 35 39 40 41 42 43
 Cluster 3: 5 16 18 19 20 22 25 26 27
 Cluster 4: 8 10 11 23 24 30 32 33 34 36 37 38 44

IV.3.2.4) COMENTÁRIOS ADICIONAIS:

Em todos os resultados observamos que o algoritmo aglomerativo determinístico gera soluções muito distorcidas, embora de alto percentual de demanda internalizada. Uma solução final de agrupamento pode ser considerada distorcida se:

- Tiver um raio muito maior em relação ao raio dos outros clusters, onde o raio é tomado do centro geográfico de cada cluster.
- Tiver alguns poucos nós muito afastados da maioria dos nós do seu cluster.

O algoritmo de sementes também gera soluções distorcidas e por vezes ineficazes no número de clusters final (ρ), deixando o nó 26 isolado. Esta observação é válida para outras redes que sejam bem malhadas e que tenham uma matriz de demanda esparsa com fortes demandas ponto-a-ponto isoladas. Para este tipo de rede, o método das duas fases (através do uso das ilhas fortes), gera melhores soluções em termos geográficos.

O método das duas fases foi criado justamente para evitar soluções muito distorcidas geograficamente, que em geral são originadas por métodos determinísticos e por vezes pelo método das sementes. O método das duas fases tira proveito também das informações das ilhas fortes para gerar boas soluções em termos de demanda internalizada.

IV.4) RESULTADOS OBTIDOS NA REDE DE CAMPINAS

IV.4.1) APRESENTAÇÃO DA REDE

A rede considerada é constituída de 22 nós listados na tabela IV.32, onde são descritas as coordenadas (para possibilitar um desenho em tela de computador) e a sigla do Centro de fios (CF) que corresponde a cada nó (esta sigla tem cinco letras, as três primeiras nomeiam a região e as duas últimas individualizam o CF). Esta rede será doravante denominada de R22. A figura da R22 está apresentada no Anexo I, onde os arcos físicos (cabos ópticos monomodo e multimodo) estão representados por linhas contínuas. Os nós fortes estão representados em tom mais escuro e os nós fracos em tom mais fraco.

A tabela IV.33 descreve o arquivo de arcos da rede. Deste arquivo obtemos as vizinhanças e a matriz de distâncias entre os nós da rede, onde as distâncias são obtidas através do uso de um programa de caminho mínimo. Para obtenção das distâncias levamos em conta apenas os arcos físicos. Em respeito aos dados realistas da rede de Campinas, não acrescentamos arcos fictícios tal qual foi feito nas redes R26 e R44.

1	43	140	CAS_BD	9	115	111	CAS_BE	16	15	46	CAS_VC
2	36	134	CAS_BG	10	105	103	CAS_CB	17	36	66	CAS_CL
3	24	118	CAS_AM	11	135	105	CAS_SS	18	71	87	CAS_CE
4	14	113	CAS_NA	12	146	94	CAS_JE	19	65	73	CAS_SB
5	45	115	CAS_SG	13	113	84	CAS_OM	20	76	67	CAS_VT
6	12	99	CAS_BV	14	10	70	CAS_DL	21	89	69	CAS_JO
7	34	99	CAS_CT	15	10	60	CAS_OV	22	107	68	CAS_JN
8	107	126	CAS_MD								

1	2	5000	7	18	3400	15	17	7400
2	7	10400	8	10	16900	16	17	10500
3	7	7800	9	10	4000	17	18	6900
4	7	11000	10	11	11700	18	19	4000
5	7	10000	10	13	4700	18	20	5500
6	7	5800	10	18	3400	18	21	3900
7	10	5800	11	12	3000	21	22	3600
7	17	5000	14	17	11500			

A demanda de troncos para cada par de CF's é o dado de maior importância para o processo de clusterização. A matriz de demanda, triangular, com diagonal nula, é mostrada na tabela IV.34.

Uma das maneiras de avaliar a importância de um nó é pela demanda total incidente a este nó. A Tabela IV.35 lista os 3 nós mais importantes da R22, que em conjunto são responsáveis por 80% da demanda total de troncos da rede (considerando-se matriz cheia). Se tomarmos (IV.2) vemos que estes nós concentram na verdade 92 % da demanda da R22.

A figura IV.12 apresenta as demandas, nó a nó, em ordem decrescente. A figura IV.13 acumula estas demandas e põe à mostra, de maneira eloqüente, a má distribuição de troncos na R22.

Procede-se a um enxugamento que atinge 7 demandas. Na R22 são enxugados 926 troncos, correspondentes a 60.84 % do total, o que pode ser considerado como alto. Este alto percentual evidencia, mais uma vez, a má distribuição da demanda na rede. A tabela IV.36 fornece uma lista completa de todas as demandas que sofreram enxugamento. A tabela IV.37 contém as demandas enxugadas dos 7 nós responsáveis por mais que 80% da demanda total enxugada (considerando-se a matriz de demanda enxugada cheia). As figuras IV.14 e IV.15 mostram as demandas da rede enxugada.

TABELA IV.34 - Demanda de Troncos 2Mbps entre Nós																		
0	0	0	0	0	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	54	0	0	12	0	0	0	0	0	0	16	27	0	0
		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			0	0	30	0	0	16	0	0	0	0	0	0	6	17	0	0
				0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
					24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
						0	0	172	0	0	0	0	0	21	120	296	15	9
							0	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
								0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
									30	15	0	0	0	0	72	185	5	0
										0	0	0	0	0	0	0	0	0
											0	0	0	0	0	0	0	0
												0	0	0	0	0	0	0
													0	0	22	0	0	0
														0	25	0	0	0
															39	0	0	0
																135	4	0
																	6	30
																		40
																		0
																		4
																		0
																		0

TABELA IV.35 - Nós Concentradores de Demanda		
CAS CT(7) = 792	CAS CE(18) = 736	CAS CB(10) = 527

TABELA IV.36: Demandas a serem enxugadas
Demanda entre 2 e 7 enxugada de 54 troncos
Demanda entre 7 e 10 enxugada de 126 troncos
Demanda entre 7 e 17 enxugada de 120 troncos
Demanda entre 7 e 18 enxugada de 252 troncos
Demanda entre 10 e 17 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 10 e 18 enxugada de 185 troncos
Demanda entre 17 e 18 enxugada de 126 troncos
Do total de 1522 troncos foram enxugados 926

TABELA IV.37 - Nós Concentradores de Demanda para a Rede Enxugada		
CAS CT(7) = 240	CAS CE(18) = 173	CAS CB(10) = 153
CAS CL(17) = 130	CAS JO(21) = 79	CAS NA(4) = 69
CAS VC(16) = 60		

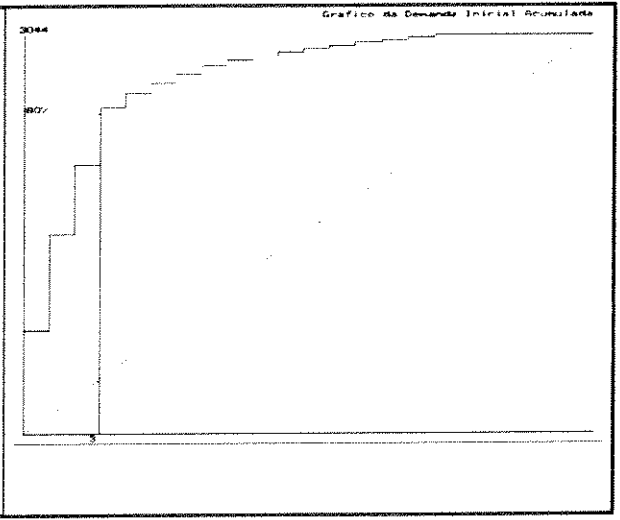
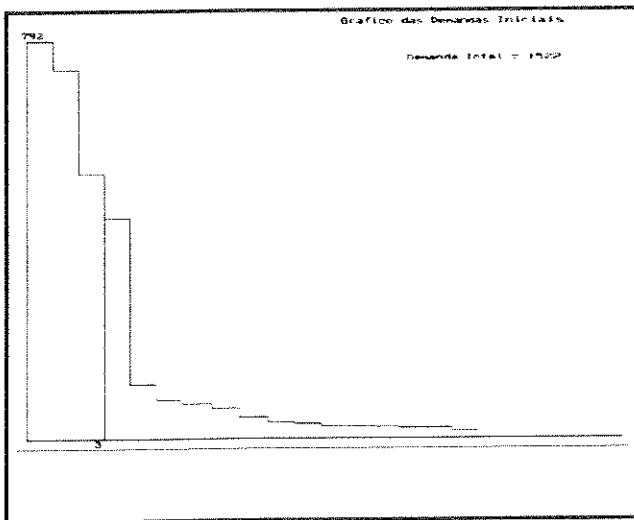


Figura IV.12: Gráfico das demandas iniciais

Figura IV.13: Gráfico da demanda inicial acumulada.

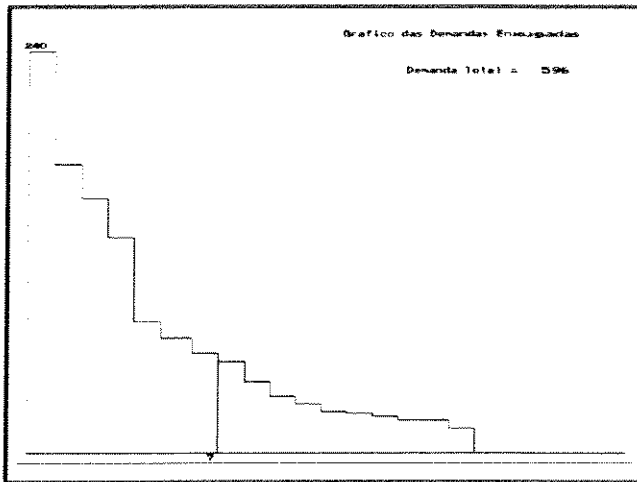


Figura IV.14: Gráfico das demandas enxugadas.

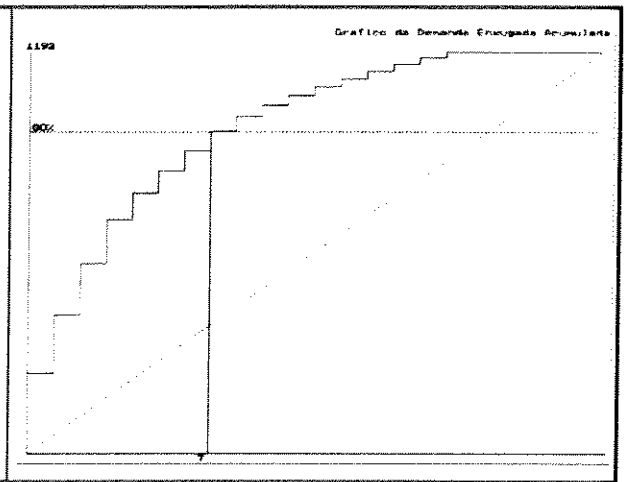


Figura IV.15: Gráfico da demanda enxugada acumulada.

IV.4.2) RESULTADOS COM 4 CLUSTERS

Tal qual foi feito no item IV.2.2, limitaremos aqui a ilustrar as aplicações dos modelos desenvolvidos no Capítulo III para os casos onde $\rho = 4$.

IV.4.2.1) OPÇÃO "SEMENTES"

Escolhemos obter 4 clusters com as respectivas sementes CT, CB, CE e CL. Esta divisão nos foi sugerida por resultados obtidos com 3 clusters. O número mínimo de nós por cluster foi empiricamente fixado em 9. Executando-se a opção padrão obtivemos 3 clusterizações iguais, ilustradas na tabela IV.38.

TABELA IV.38: Clusterização por sementes(4 clusters).				
Matriz de Demanda Agregada:				
	1	2	3	4
cluster 1:	74	74	43	143
cluster 2:	74	65	9	5
cluster 3:	43	9	86	13
cluster 4:	143	5	13	84
Total de demanda interna = 309, percentual 51.8				
Total= 596.0				
Clusters:				
Cluster 1: BD BG AM NA SG BV CT				
Cluster 2: MD BE CB SS JE OM				
Cluster 3: DL OV VC CL				
Cluster 4: CE SB VT JO JN				

Observamos para ambos os casos que a clusterização independe dos parâmetros w_1 e w_2 .

IV.4.2.2) OPÇÃO "AGLOMERATIVO DETERMINÍSTICO"

Obtivemos resultados pouco diferentes para as duas opções - demanda e demanda/distância - ilustrados nas tabelas IV.39 e IV.40.

Vemos que na rede de Campinas o critério da demanda fornece solução infactível embora com alto percentual de demanda interna. Isto acontece porque os nós que concentram demanda são vizinhos e tendem a ficar em um único cluster. O mesmo acontece com o critério "demanda/distância". Para redes com tais características, recomendamos o uso da opção "sementes", de onde se obtém melhores resultados.

TABELA IV.39: Clusterização pelo algoritmo determinístico(4 clusters - demanda)
Solução Aglomerativo Guloso (Demanda)
Parâmetros: Num. Máximo de Elem: 9; Numero de Cluster: 4
Cluster 1: BD
Cluster 2: SB SS VT JO CE CB CT NA BG
Cluster 3: AM
Cluster 4: SG
Cluster 5: BV
Cluster 6: MD
Cluster 7: BE
Cluster 8: JE
Cluster 9: OM
Cluster 10: CL VC OV DL
Cluster 11: JN
Percentual de demanda interna: 75.84

TABELA IV.40: Clusterização pelo algoritmos determinístico(4 clusters - demanda/distância)

Solução Aglomerativo Guloso (Demanda/Distancia)

Parâmetros: Num. Máximo de Elem: 9; Numero de Cluster: 4

Cluster 1: **BD**

Cluster 2: **AM**

Cluster 3: **SG**

Cluster 4: **SB VT CB JO CE CT NA BG BV**

Cluster 5: **MD**

Cluster 6: **BE**

Cluster 7: **JE SS**

Cluster 8: **OM**

Cluster 9: **CL VC OV DL**

Cluster 10: **JN**

Percentual de demanda interna: 74.83

IV.4.2.3) O MÉTODO DAS DUAS FASES

Obtivemos as ilhas mostradas na tabela IV.41. Escolhemos como novas sementes as ilhas fortes (NA CT), CB, (VC CL) e (CE JO), como ilustrado na tabela IV.42, obtendo a mesma clusterização já mostrada na tabela IV.38.

TABELA IV.41: Ilhas de interesse

Ilha 1: **BD BG**

Ilha 2: **AM NA SG BV CT**

Ilha 3: **MD BE CB OM**

Ilha 4: **SS JE**

Ilha 5: **DL OV VC CL**

Ilha 6: **CE SB VT JO JN**

TABELA IV.42: Ilhas fortes

Ilha 1: **NA CT**

Ilha 2: **CB**

Ilha 3: **VC CL**

Ilha 4: **CE JO**

Esta solução é a mesma obtida pela opção sementes, o que era de se esperar pois as sementes ficaram isoladas em cada ilha forte.

IV.4.2.4 COMENTÁRIOS ADICIONAIS:

Pelos resultados obtidos nos itens IV.4.2.1 a IV.4.2.3, pode-se afirmar que os resultados obtidos do algoritmo aglomerativo determinístico conduzem a clusterizações muito distorcidas, tal qual obtido na R26 (item IV.2.2.2). Ao contrário, o algoritmo de sementes e o método das duas fases obtiveram uma boa clusterização em termos de distribuição geográfica e de demanda intra. Este fato entretanto não é surpresa: a rede tem uma configuração em estrela, onde existem 4 nós principais (CT, CB, CL CE), sendo que de cada um deles se ramifica uma árvore. Para redes do tipo estrela, estes dois algoritmos gerarão sempre boas soluções.

IV.5 - RESULTADOS OBTIDOS NA REDE DE SÃO PAULO

IV.5.1 - APRESENTAÇÃO DA REDE

A rede considerada é constituída de 88 (oitenta e oito) nós listados na tabela IV.43, onde são descritas suas coordenadas (para possibilitar um desenho em tela de computador) e a sigla do Centro de Fios (que corresponde a cada nó, esta sigla tem cinco letras: as três primeiras nomeiam a região e as duas últimas individualizam o CF). Esta rede será doravante denominada de R88.

A figura da R88 está mostrada no Anexo1. Nesta figura, os nós fortes estão representados em tom mais escuro e os nós fracos em tom mais fraco. É importante ficar claro que os arcos desta figura representam declaração de vizinhança, necessária ao processo de clusterização, e não necessariamente galerias.

Os dados originais fornecidos pela TELESP, correspondiam realmente a uma rede com quatro centenas de nós sendo 226 (duzentos e vinte e seis) meros pontos de passagem e aproximadamente uma centena de CF, provavelmente futuros, que não demandavam troncos; os 88 (oitenta e oito) nós restantes que referem-se a CF existentes, com demanda, são aqueles considerados neste trabalho.

Os dados originais descreviam galerias e seus comprimentos o que permite, rodando uma rotina de caminhos mínimos, determinar a distância entre cada 2 CFs. O resultado deste algoritmo de caminho mínimo está mostrado no Anexo II.

TABELA IV.43 - Nós da Rede Metropolitana de São Paulo															
1	115	517	SPO LP	2	207	479	SPO LI	3	173	509	SPO PL	4	173	480	SPO IH
5	10	550	COA OS	6	166	414	SPO CB	7	100	510	SPO LH	8	388	542	SPO SM
9	45	537	OCO RO	10	150	500	SPO PD	11	267	505	SPO PE	12	176	374	SPO AM
13	187	497	SPO BG	14	190	473	SPO PA	15	184	505	SPO SI	16	351	514	SPO VU
17	388	588	GRS BO	18	355	593	GRS CC	19	297	569	GRS GR	20	202	507	SPO AN
21	197	488	SPO BC	22	224	515	SPO BR	23	178	489	SPO CO	24	260	544	SPO DT
25	233	458	SPO IP	26	170	466	SPO JD	27	145	465	SPO PI	28	143	386	SPO SA
29	214	541	SPO ST	30	243	560	SPO VG	31	189	446	SPO VM	32	332	637	GRS MQ
33	211	412	SPO AC	34	94	563	SPO AG	35	192	541	SPO CV	36	336	542	SPO EM
37	145	558	SPO FO	38	296	433	SPO GU	39	406	480	SPO GZ	40	186	461	SPO IB
41	165	450	SPO IM	42	359	483	SPO IT	43	194	412	SPO JB	44	89	610	SPO JR
45	113	427	SPO MB	46	300	520	SPO PH	47	136	269	SPO PR	48	350	425	SPO SS
53	94	491	SPO JG	54	263	463	SPO VP	55	278	595	GRS PC	56	14	516	OCO QT
57	35	470	OCO SN	58	86	384	SPO CL	59	96	347	SPO GP	60	59	444	SPO MA
61	82	630	SPO PU	62	164	526	SPO AB	63	233	402	SPO TE	64	39	604	SPO MD
65	179	585	SPO NC	66	150	430	SPO MH	67	184	325	SPO AV	68	192	365	SPO CG
69	323	427	SPO AS	70	151	422	SPO BE	71	111	465	SPO BF	72	67	359	SPO CR
73	245	540	SPO VL	74	137	589	SPO MI	75	64	308	SPO MM	76	107	315	SPO RI
77	426	534	SPO IA	78	142	315	SPO IN	79	211	427	SPO SD	80	81	462	SPO RP
81	98	536	SPO VJ	82	100	176	SPO ML	83	157	181	SPO NI	84	106	211	SPO NP
85	183	258	SPO OR	86	145	477	SPO VN	87	402	430	SPO TI	88	260	427	SPO_VA

A demanda de troncos para cada par de CF's é o dado de maior importância para o processo de clusterização. A matriz de demanda, triangular, com diagonal nula, também é mostrada no Anexo II.

Uma das maneiras de avaliar a importância de um nó é pela demanda total incidente a este nó. A Tabela IV.44 lista os 28 nós mais importantes da R88, que em conjunto são responsáveis por 80% da demanda total de troncos da rede (tomando-se a matriz de demanda cheia). Se tomarmos IV.2 veremos que estes 28 nós acumulam 95% da demanda da R88. O CF SPO - LI - Liberdade, sozinho, demanda 3.010 troncos, num total geral de 17.153 troncos (tomando-se a matriz de demanda original, triangular superior), o que corresponde a 17,5% da R88.

TABELA IV.44 - Demanda Original dos Nós mais Importantes da R88			
SPO LI(2) =3010	SPO PD(10) = 2606	SPO PE(11) =1856	SPO PA(14) =1603
SPO AM(12) =1463	SPO IH(4) = 1414	SPO LP(1) =1106	SPO LH(7) =1025
SPO BC(21) =1012	SPO SI(15) =934	SPO CO(23) =834	SPO CB(6) = 833
SPO VM(31)=807	COA OS(5) =791	SPO PI(27) =721	SPO SM(8) =702
SPO JD(26) =664	SPO IM(41) =664	SPO SA(28) =615	SPO PH(46) =548
GRS CC(18) =542	SPO BG(13) =515	SPO IB(40) =515	SPO MB(45) =488
SPO JB(43) =458	GRS GR(19) =444	SPO JG(53) =444	SPO BR(22) = 441

A figura IV.16 apresenta as demandas, nó a nó, em ordem decrescente. A figura IV.17 acumula estas demandas e põe à mostra, de maneira eloqüente, a má distribuição de troncos na R88.

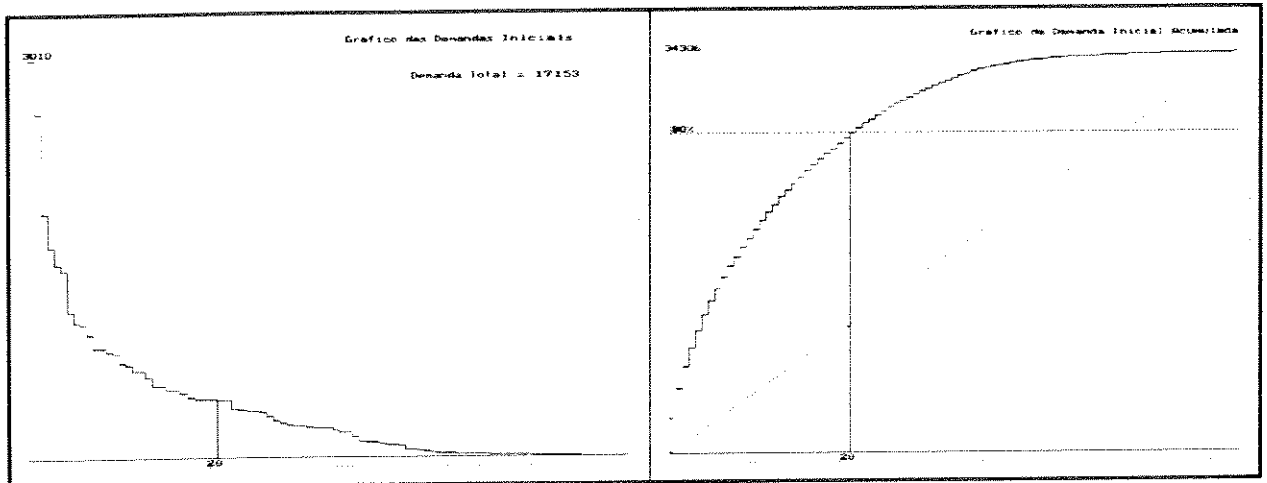


Figura IV.16: Gráfico das demandas iniciais.

Figura IV.17: Gráfico da demanda inicial acumulada.

Tomando-se a equação (IV.2) para os nós LI, PA e IH temos que:

$$\frac{(\sum_i \text{dem}(\text{LI}, i)) + (\sum_i \text{dem}(\text{PA}, i)) + (\sum_i \text{dem}(\text{IH}, i)) - \text{dem}(\text{LI}, \text{PA}) - \text{dem}(\text{LI}, \text{IH}) - \text{dem}(\text{PA}, \text{IH})}{\sum_i \sum_j \text{dem}(i, j)} \quad \forall (i,j) \in \text{R88}$$

$$= \frac{3010 + 1603 + 1414 - 181 - 277 - 241}{17153} \cong 31\%$$

Ou seja:

3 CF's (LI, PA, IH) ==> Concentram 31% da demanda de troncos da R88

ou ainda,

6 CF's :

LI, PA, IH ==> Concentram 59% da demanda de troncos da R88
PD, PE, AM

Procede-se a um enxugamento que atinge cerca de 93 demandas. Na R88 são enxugados 7.557 troncos, correspondentes a 44% do total; este alto percentual evidencia, mais uma vez, a má distribuição da demanda na rede. A tabela IV.45 contém as demandas enxugadas dos 34 nós responsáveis por mais que 80% da demanda total enxugada (tomando-se a matriz de demanda enxugada cheia). A tabela IV.46 fornece uma lista completa de todas as demandas que sofreram enxugamento. As figuras IV.18 e IV.19 mostram as demandas da rede enxugada.

TABELA IV.45 - Demanda dos 34 Nós mais Importantes para a Rede Enxugada			
SPO PE(11) =927	SPO PD(10) =873	SPO LI(2) = 808	SPO AM(12)=718
SPO PA(14) =686	SPO BC(21) = 585	SPO SI(15) = 563	SPO PI(27) = 540
SPO JD(26) = 538	SPO CB(6) = 532	SPO CO(23) = 526	SPO IM(41) = 485
SPO VM(31) = 432	SPO SA(28) = 426	SPO MB(45) = 425	SPO LP(1) = 424
COA OS(5) = 417	SPO IB(40) = 399	SPO JB(43) = 395	SPO IH(4) = 383
GRS CC(18) = 358	SPO AN(20) = 335	SPO BG(13) = 331	SPO PH(46) = 326
SPO BR(22) = 324	SPO PL(3) = 321	SPO GU(38) = 303	SPO DT(24) = 291
SPO VU(16) = 287	SPO SM(8) = 282	GRS GR(19) = 271	SPO JG(53) = 265
SPO ST(29) = 252	SPO LH(7) = 237		

TABELA IV.46 - Lista das Demandas que Sofreram Enxugamento

Demanda entre 1 e 2 enxugada de 126 troncos	Demanda entre 8 e 10 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 1 e 7 enxugada de 126 troncos	Demanda entre 8 e 11 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 1 e 10 enxugada de 315 troncos	Demanda entre 8 e 13 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 1 e 13 enxugada de 58 troncos	Demanda entre 8 e 16 enxugada de 52 troncos
Demanda entre 1 e 21 enxugada de 57 troncos	Demanda entre 10 e 11 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 2 e 4 enxugada de 252 troncos	Demanda entre 10 e 12 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 2 e 5 enxugada de 63 troncos	Demanda entre 10 e 14 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 2 e 6 enxugada de 58 troncos	Demanda entre 10 e 15 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 2 e 8 enxugada de 179 troncos	Demanda entre 10 e 26 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 2 e 10 enxugada de 189 troncos	Demanda entre 10 e 27 enxugada de 118 troncos
Demanda entre 2 e 11 enxugada de 252 troncos	Demanda entre 10 e 31 enxugada de 62 troncos
Demanda entre 2 e 12 enxugada de 126 troncos	Demanda entre 10 e 35 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 2 e 14 enxugada de 181 troncos	Demanda entre 10 e 37 enxugada de 53 troncos
Demanda entre 2 e 15 enxugada de 63 troncos	Demanda entre 10 e 53 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 2 e 20 enxugada de 51 troncos	Demanda entre 10 e 62 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 2 e 21 enxugada de 63 troncos	Demanda entre 11 e 14 enxugada de 54 troncos
Demanda entre 2 e 22 enxugada de 63 troncos	Demanda entre 11 e 18 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 2 e 23 enxugada de 63 troncos	Demanda entre 11 e 19 enxugada de 119 troncos
Demanda entre 2 e 25 enxugada de 62 troncos	Demanda entre 11 e 24 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 2 e 29 enxugada de 62 troncos	Demanda entre 11 e 38 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 2 e 30 enxugada de 52 troncos	Demanda entre 11 e 42 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 2 e 31 enxugada de 126 troncos	Demanda entre 11 e 48 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 2 e 40 enxugada de 53 troncos	Demanda entre 11 e 50 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 2 e 43 enxugada de 63 troncos	Demanda entre 12 e 14 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 2 e 54 enxugada de 55 troncos	Demanda entre 12 e 28 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 3 e 7 enxugada de 54 troncos	Demanda entre 12 e 31 enxugada de 61 troncos
Demanda entre 3 e 10 enxugada de 63 troncos	Demanda entre 12 e 41 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 4 e 6 enxugada de 117 troncos	Demanda entre 12 e 45 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 4 e 14 enxugada de 241 troncos	Demanda entre 12 e 47 enxugada de 58 troncos
Demanda entre 4 e 15 enxugada de 63 troncos	Demanda entre 12 e 58 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 4 e 20 enxugada de 51 troncos	Demanda entre 14 e 15 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 4 e 21 enxugada de 118 troncos	Demanda entre 14 e 21 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 4 e 23 enxugada de 63 troncos	Demanda entre 14 e 23 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 4 e 28 enxugada de 63 troncos	Demanda entre 14 e 40 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 4 e 31 enxugada de 63 troncos	Demanda entre 15 e 21 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 5 e 7 enxugada de 63 troncos	Demanda entre 15 e 23 enxugada de 56 troncos
Demanda entre 5 e 10 enxugada de 126 troncos	Demanda entre 17 e 18 enxugada de 60 troncos
Demanda entre 5 e 12 enxugada de 59 troncos	Demanda entre 18 e 46 enxugada de 61 troncos
Demanda entre 5 e 13 enxugada de 63 troncos	Demanda entre 19 e 46 enxugada de 54 troncos
Demanda entre 6 e 12 enxugada de 63 troncos	Demanda entre 21 e 23 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 6 e 66 enxugada de 63 troncos	Demanda entre 22 e 46 enxugada de 54 troncos
Demanda entre 7 e 10 enxugada de 240 troncos	Demanda entre 25 e 46 enxugada de 53 troncos
Demanda entre 7 e 14 enxugada de 63 troncos	Demanda entre 28 e 66 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 7 e 26 enxugada de 63 troncos	Demanda entre 31 e 66 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 7 e 27 enxugada de 63 troncos	Demanda entre 41 e 70 enxugada de 53 troncos
Demanda entre 7 e 41 enxugada de 63 troncos	Demanda entre 53 e 60 enxugada de 63 troncos
Demanda entre 7 e 53 enxugada de 53 troncos	Do total de 17153 troncos foram enxugados 7557

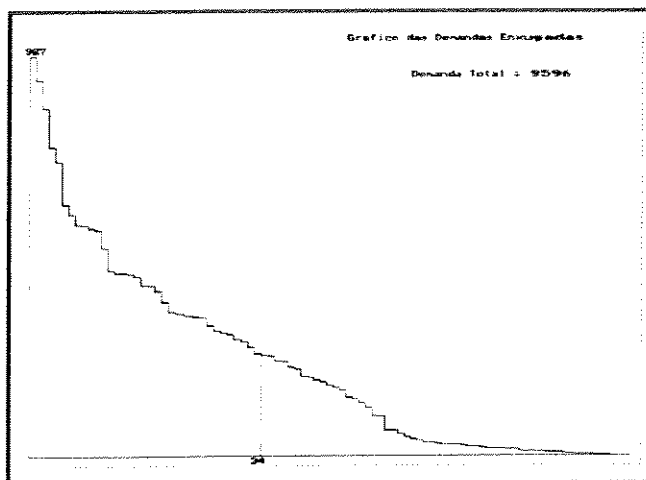


Figura IV.18: Gráfico das demandas enxugadas.

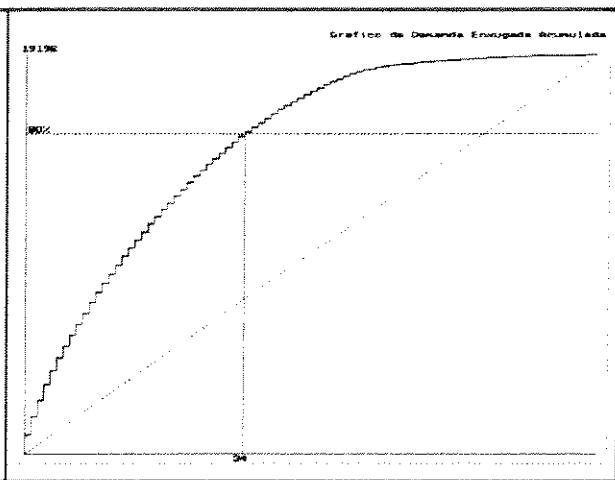


Figura IV.19: Gráfico da demanda enxugada acumulada.

IV.5.2) CLUSTERIZAÇÃO COM CINCO HUBS

Tal qual foi feito no item IV.2.2, ilustraremos detalhadamente os estudos realizados na R88 para o caso de 5 clusters ($\rho = 5$).

Avaliações orientadas pelas demandas e conversas estabelecidas com engenheiros da TELESP nos fizeram arbitrar pelas seguintes sementes:

SPO - LP - Lapa	- nó 1
COA - OS - Osasco	- nó 5
SPO - PE - Penha	- nó 11
SPO - AM - Americanópolis	- nó 12
SPO - PA - Paraíso	- nó 14

Efetuamos então a rodada padrão (tabelas IV.47, IV.48 e IV.49) e os algoritmos aglomerativos determinísticos (tabelas IV.50 e IV.51).

Em seguida, com auxílio das rodadas do tipo Aglomerativo Randômico forma-se um elenco de:

- ILHAS - Tabela IV.52
- ILHAS FORTES - Tabela IV.53

constituídas por grupos de nós que apareceram juntos em pelo menos 80% das soluções factíveis sob consideração. As Ilhas Fortes estão representadas também na figura IV.20.

Em seguida escolhemos novamente as sementes, em termos de Ilhas Fortes:

Grupo 1 - LP e LH

Grupo 5 - OS

Grupo 7 - SM, PE, VU, CC, GR, GU e PH

Grupo 6 - CB, AM e SA

Grupo 10 - PA, JD, VM e IB

e prosseguimos em dois grandes passos:

a) no primeiro passo incorporamos os nós fracos a estas sementes grupais - Tabela IV.54.

b) no segundo passo arbitramos $w_1=1.0$, e aglutinamos as ilhas fortes, Tabela IV.55.

Este resultado está apresentado na figura IV.21.

Finalmente na tabela IV.56 temos o resultado final da clusterização acompanhado da Matriz de Demandas Agregadas. A simples inspeção desta matriz nos faz ver a grande importância do cluster de PA e a pequena importância do Cluster de OS, como pode ser visto na tabela IV.57.

TABELA IV.47 - Solução da Clusterização/Sementes: $w_1=1.0$ e $w_2=0.0$

Solução da clusterização/sementes

Parâmetros: Num. de Sementes= 5; (1.5.11.12.14.) $w_1=1.000$, $w_2=0.000$

Num. máximo de elem=28

Cluster 1: RP MD VJ JR MA BF JG PU NC MI AG FO CV LH LP

Cluster 2: QT SN RO OS

Cluster 3: NA AS TI IA PC VL BO PG GZ MQ VG GR VE SM CC IT EM VU SS BR TR DT LI GU PH
PE

Cluster 4: ML NI NP OR PR IN BE RI TE CR CG AV MM SD CL AC GP JB MH SA MB C B AM

Cluster 5: AB VN VA VP ST IP IH BG PL SI AN VM IB CO PD IM PI BC JD PA

Percentual de Demanda interna: 44.54

TABELA IV.48 - Solução da Clusterização/Sementes: $w_1=0.75$ e $w_2=0.25$

Solução da clusterização/sementes

Parâmetros: Num. de Sementes= 5; (1.5.11.12.14.) $w_1=0.750$, $w_2=0.250$

Num. máximo de elem=28

Cluster 1: RP MD VJ MA BF JR JG PU NC MI AG FO CV LH LP

Cluster 2: QT SN RO OS

Cluster 3: NA AS TI IA PC VL BO PG GZ MQ VG GR SM CC IT EM VU SS BR TR VE DT LI GU PH
PE

Cluster 4: NI ML NP OR PR IN BE RI TE CR CG MM AV SD CL AC GP JB MH SA MB CB AM

Cluster 5: AB VN VA VP ST IP IH BG PL SI AN VM IB CO PD IM PI BC JD PA

Percentual de Demanda interna: 44.54

TABELA IV.49 - Solução da Clusterização/Sementes: $w_1=0.50$ e $w_2=0.50$

Solução da clusterização/sementes

Parâmetros: Num. de Sementes= 5: (1,5,11,12,14,) $w_1=0.50, w_2=0.50$

Num. máximo de elem=28

Cluster 1: MD RP VJ MA BF JR PU JG NC MI AG FO CV LH LP

Cluster 2: QT SN RO OS

Cluster 3: NA TI AS IA PG BO VL GZ MQ VG CC DT SS GU SM IT VU EM VE PH PE

Cluster 4: NI ML NP OR PR IN BE RI TE CR CG MM AV SD CL AC GP JB SA MH MB CB AM

Cluster 5: PC AB VN VA VP GR TR ST IP BR AN SI PL VM IB BG IH LI CO PD IM PI BC JD PA

Percentual de Demanda interna: 46.83

TABELA IV.50 - Solução Aglomerativo Guloso (Demanda)

Solução Aglomerativo Guloso (Demanda)

Parâmetros: Num. Máximo de Elem: 28. Numero de Cluster: 5

Cluster 1: VG TR ST IP BR GP MH SA AM IB MB VM PI BC JD PA IM CB COPD IH AN SI BG JB LI
AC PL

Cluster 2: VN AB MD RP BF JG MA VJ JR NC MI FO CV LH LP PU AG QT SN RO OS

Cluster 3: AS TI VA VP PG MQ PC GR NA CC BO GZ VL DT VE SS GU EM IT VU PH PE IA SM

Cluster 4: MM CR CL

Cluster 5: TE

Cluster 6: NI NP OR IN PR ML AV

Cluster 7: SD CG

Cluster 8: BE

Cluster 9: RI

Percentual de demanda interna: 60.04

TABELA IV.51- Solução Aglomerativo Guloso (Demanda / Distância)

Solução Aglomerativo Guloso (Demanda/Distancia)

Parâmetros: Num. Máximo de Elem: 28. Numero de Cluster: 5

Cluster 1: VA VP AC IP SD JB MH SA AM IB VM JD BC PA IM CB CO IH AN SI BG LI PD PL MB PI
LH LP

Cluster 2: VN VJ MI FO NC CV JR MD PU AG RP BF JG MA QT SN RO OS

Cluster 3 elem: AB TI BO PG MQ PC GR NA CC VG TR ST VL DT BR GZ AS SS GU EM IT VU VE PH
PE IA SM

Cluster 4: TE

Cluster 5: BE NI NP OR IN PR ML RI MM GP CR CL AV

Cluster 6: CG

Percentual de demanda interna: 59.20

TABELA IV.52- Relação de Ilhas

Ilha 1:	<u>LP</u> LH CV FO MI VJ
Ilha 2:	LI
Ilha 3:	PL
Ilha 4:	IH CO
Ilha 5:	<u>OS</u> RO QT SN
Ilha 6:	CB <u>AM</u> SA PR MH AV MN RI IN ML NI NP OR
Ilha 7:	SM <u>PE</u> VU BO CC GR MQ EM GU GZ IT PH SS VE NA PG PC AS IA TI
Ilha 8:	PD AG JR PU AB MD
Ilha 9:	BG SI AN
Ilha 10:	<u>PA</u> JD VM IB
Ilha 11:	BC
Ilha 12:	BR
Ilha 13:	DT VL
Ilha 14:	IP AC VP TE VA
Ilha 15:	PI MB CL CR
Ilha 16:	ST VG TR
Ilha 17:	IM
Ilha 18:	JB CG SD
Ilha 19:	JG MA BF RP VN
Ilha 20:	NC
Ilha 21:	BE

TABELA IV.53 - Relação de Ilhas Fortes

Ilha 1:	<u>LP</u> LH
Ilha 2:	LI
Ilha 3:	PL
Ilha 4:	IH CO
Ilha 5:	<u>OS</u>
Ilha 6:	CB <u>AM</u> SA
Ilha 7:	SM <u>PE</u> VU CC GR GU PH
Ilha 8:	PD
Ilha 9:	BG SI AN
Ilha 10:	<u>PA</u> JD VM IB
Ilha 11:	BC
Ilha 12:	BR
Ilha 13:	DT
Ilha 14:	PI MB
Ilha 15:	ST
Ilha 16:	IM
Ilha 17:	JB
Ilha 18:	JG

TABELA IV.54 - Resultados com a Incorporação de Nós Fracos

Solução da clusterização/sementes - nos fracos

Parâmetros: Num. de Sementes= 5; ($w_1=0.000, w_2=1.000$)

Num. máximo de elem=26

Cluster 1: MD PU TR VG VL JR AG MI NC FO CV AB VN LH LP

Cluster 2: MA BF RP SN QT VJ RO OS

Cluster 3: NI ML NP OR PR AV RI MM CR CL GP IN CG MH BE SA AM
CB

Cluster 4: TI NA BO GZ IA PC MQ SS AS IT PG EM VE PH GU GR CC
VU PE SM

Cluster 5: VA TE VP AC IP SD IB VM JD PA

Percentual de Demanda interna: 13.68

TABELA IV.55 - Resultados com o Agrupamento de Ilhas Fortes

Solução da clusterização/sementes - ilhas fortes

Parâmetros: Num. de Sementes= 5; ($w_1=1.000, w_2=0.000$)

Num. Máximo de Elem: 43; Numero de Cluster: 5

Cluster 1: PD MD PU TR VG VL JR AG MI NC FO CV AB VN LH LP

Cluster 2: JG MA BF RP SN QT VJ RO OS

Cluster 3: NI ML NP OR PR AV RI MM CR CL GP IN CG MH BE SA AM CB

Cluster 4: TI NA BO GZ IA PC MQ SS AS IT PG EM VE PH GU GR CC VU PE SM

Cluster 5: DT BR ST AN SI BG PL CO IH JB LI MB PI IM BC VA TE VP AC IP SD IB
VM JD PA

Percentual de demanda interna: 45.32

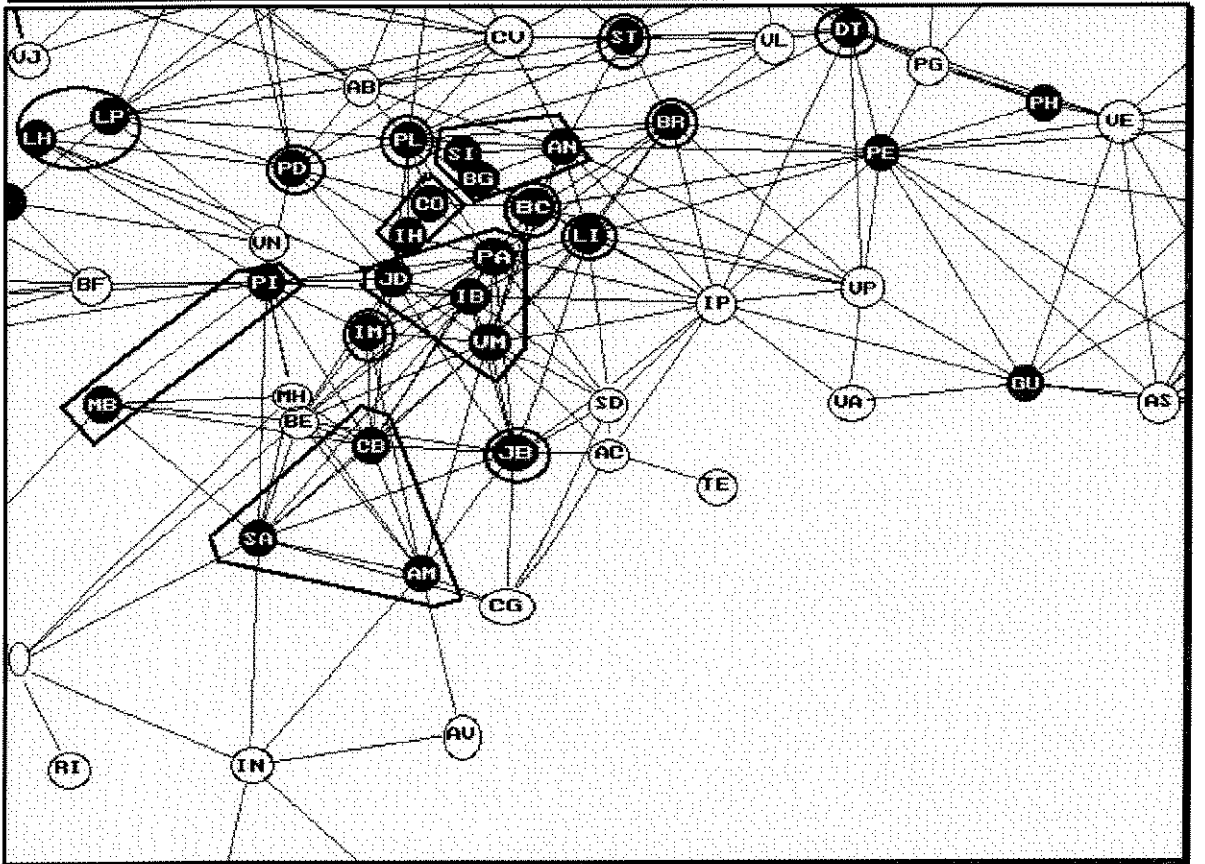
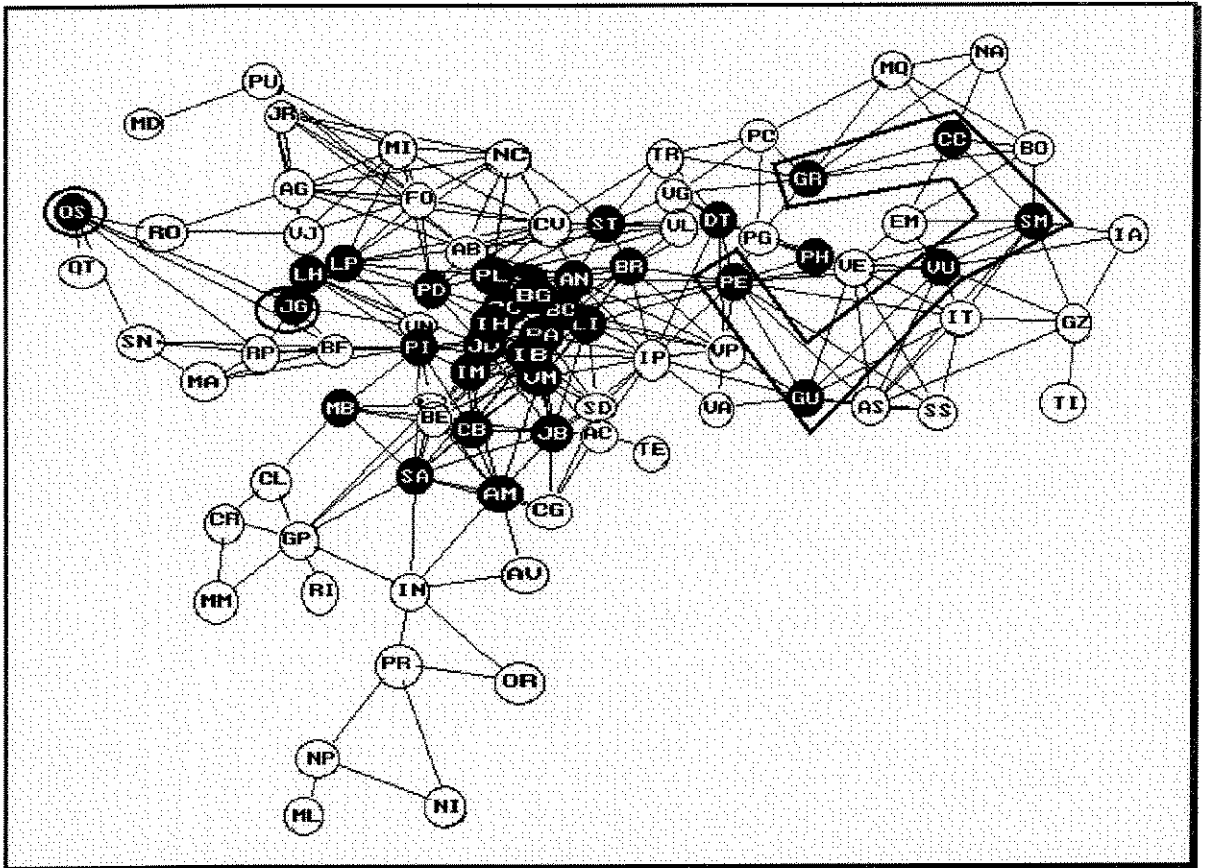


Figura IV.20: Ilhas Fortes (5 clusters). A última figura mostra as ilhas fortes da região central.

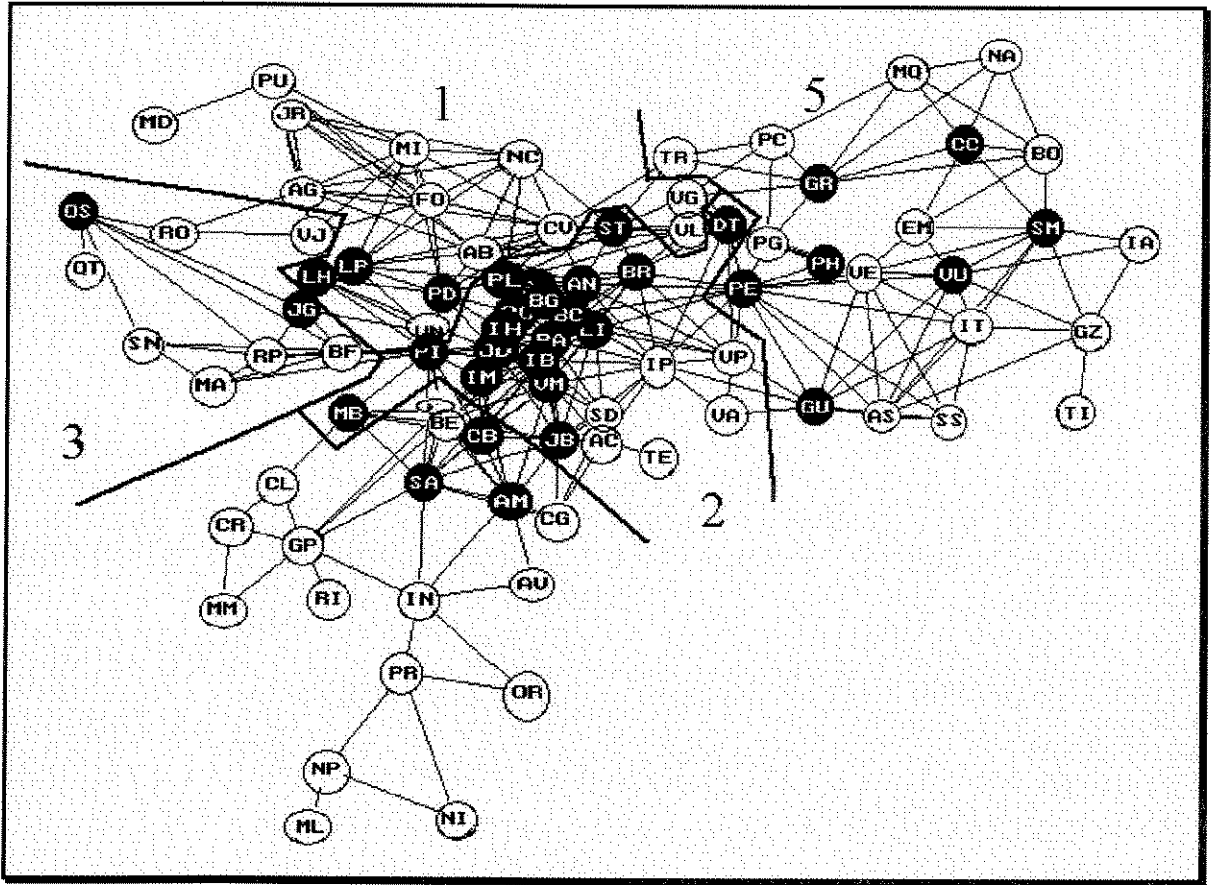


Figura IV.21 - Clusterização (quase) final.

TABELA IV.56 - Resultado Final da Clusterização com 5 Hubs.

Matriz de Demandas Agregadas:

	1	2	3	4	5
Cluster 1:	444	1249	158	213	338
Cluster 2:	1249	2585	378	1208	1337
Cluster 3:	158	378	107	41	107
Cluster 4:	213	1208	41	346	218
Cluster 5:	338	1337	107	218	867

Total de demanda interna = 4349, percentual 0.453

Total=9596.0

Clusters:

Cluster 1: **LP** LH PD VG AG CV FO JR TR PU AB MD NC VL MI VN

Cluster 2: LI PL IH BG **PA** SI AN BC BR CO DT IP JD PI ST VM AC IB IM JB MB VP TE SD VA

Cluster 3: **OS** RO JG QT SN MA BF RP VJ

Cluster 4: CB **AM** SA PR CL GP MH AV CG BE CR MM RI IN ML NI NP OR

Cluster 5: SM **PE** VU BO CC GR MQ EM GU GZ IT PH SS VE NA PG PC AS IA TI

O resultado ilustrado na tabela IV.56 já era esperado dado à distribuição bastante não uniforme do número de nós fortes por cluster. A Tabela IV.57 abaixo deixa claro esta observação:

TABELA IV 57 - Resumo Final da Clusterização com 5 Hubs

CLUSTER	Troncos Intra	Troncos Inter	Total de Troncos	Número de Nós - Fortes
PA	2.585	4.172	6.757	19
PE	867	2.000	2.867	7
LP	444	1.958	2.402	3
AM	346	1.680	2.026	3
OS	107	684	791	2
	4.349	10.494	14843	34

Note que o número total de troncos da rede enxugada é:

$$INTRA + (INTER / 2) = 4.349 + 5.247 = 9.596$$

e o percentual de demanda interna é

$$\frac{4.349}{9.596} = 45,32\%$$

Finalmente a Matriz da Demandas Agregadas nos instiga a mostrar o diagrama da Figura IV.22, que antecipa uma sugestão preliminar para os grandes anéis de circulação que a rede virá a formar. Nestes anéis SDH, seriam usados equipamentos ADM entre os 5 hubs, ou mesmo configurações mistas com o uso de SDxCs e de ADMs.

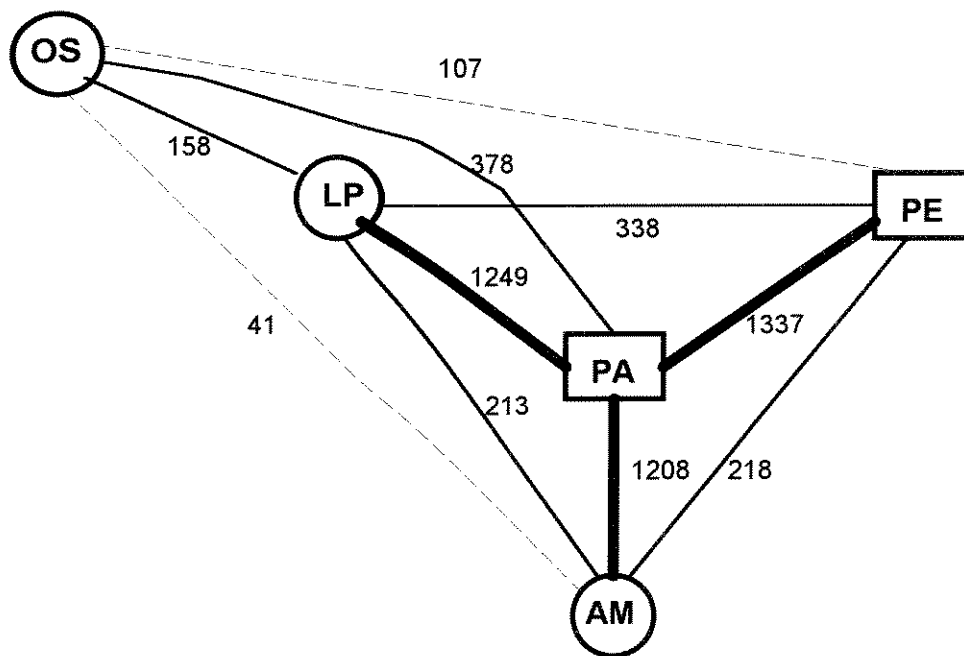


Figura IV.22 - Anéis de Circulação

A partir desta clusterização, efetuamos várias trocas, sendo que na tabela IV.58 ilustramos apenas 5:

TABELA IV.58 - Trocas: 5 Clusters				
CENTRO DE FIOS	CLUSTER ANTIGO	CLUSTER NOVO	PERCENTUAL DE DEM. INTERNA	DECISÃO SOBRE A TROCA
1 VN	LP	OS	45,0	REJEITADA
2 CL-CR	AM	PA	46,1	ACEITA
3 VJ	OS	LP	46,2	ACEITA
4 DT-VL	PA-LP	LP	45,6	VL é transferido para o cluster de PA
		PE	46,3	
		PA	46,5	
5 ST-(TR-VG)	PA-(LP)	PA	48,1	TR-VG vão para o cluster de PA
		LP	45,9	

Na primeira situação a mudança de VN para OS foi rejeitada pois piorava o percentual de demanda interna. Nas situações 2 e 3 as trocas foram aceitas.

Na quarta situação, propõe-se manter a integridade da ilha DT-VL, podendo-se abrigá-la em três clusters possíveis: a decisão é em favor do cluster PA. A quinta situação é análoga à quarta.

Ao cabo destas trocas conseguimos melhorar o percentual de demanda interna de 45,3% para 48,1%. A clusterização final é mostra na figura IV.23.

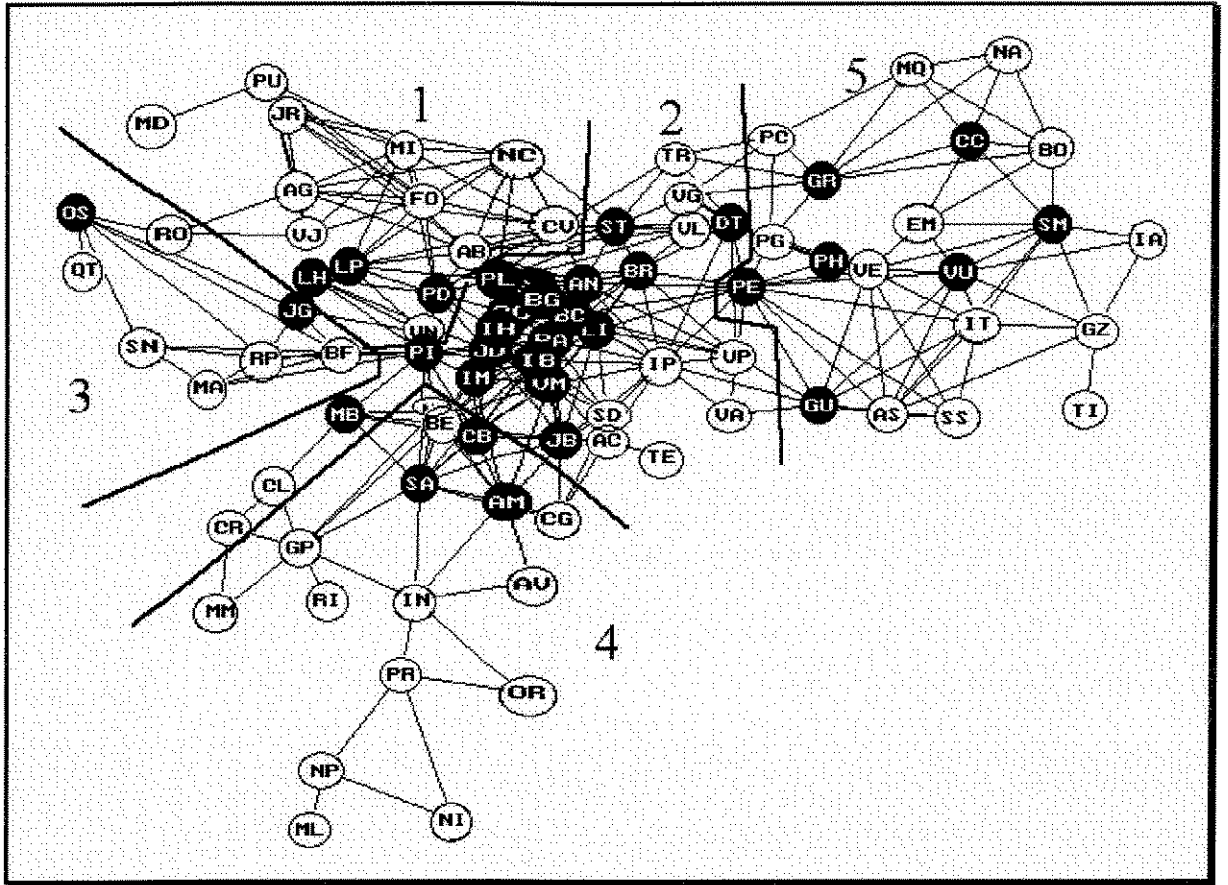


Figura IV.23- Clusterização Final (5 clusters).

IV.5.3) COMENTÁRIOS ADICIONAIS:

Efetuamos diversos exercícios de clusterização sobre a rede R88 da Área Metropolitana de São Paulo. Os comentários seguintes resumem as grandes linhas do estudo:

- a) Executando-se estudos para obtenção de menos de 5 clusters obtém-se maiores percentuais de demanda internalizada.
- b) Escolhemos como hubs CF's expressivos quanto a demanda e quanto a importância regional. Estudos alternativos talvez possam explorar a troca de alguns destes hubs.

LI	substituindo	PA
PD	substituindo	LP
VU	substituindo	PE
CC	substituindo	GR

- c) A grande maioria dos CF's se filiam aos mesmos hubs em diferentes simulações; naturalmente deve-se excetuar os casos de alteração devido à introdução ou retirada de um hub. Mesmo assim, nesta situação, ocorre um comportamento organizado de transferência em bloco.
- d) Alguns CF's do tipo não-hub, exibem características ambíguas quanto ao cluster que escolhem para se situar:

- ST - Santana		Cluster de PA
TR - Tremembé	==>	ou
VG - Vila Custavo		Cluster de PE
- DT - Dutra		Cluster de PA
	==>	ou
VL - Vila Guilherme		Cluster de PE
- PD - Perdizes		Cluster de PA
VN - Vila Madalena	==>	ou
AB - Água Branca		Cluster de LP
- IM - Itaim Bibi		Cluster de PA
	==>	ou
CB - Campo Belo		Cluster de AM

Talvez fosse adequado considerar que tais CF's são candidatos naturais ao bi-hubeamento, isto é, teriam um "home hub" e um "foreign hub"; serviriam também como possíveis pontos de intercâmbio entre dois clusters.

e) Um caso ímpar é o do CF de Liberdade (LI): sem enxugamento é o nó de maior demanda da R88! Já foi comentado no item "b" que um possível papel para LI seria substituir PA como hub. Há outras alternativas a serem exploradas para LI:

- Propor um único cluster com dois hubs: LI e PA; uma hipótese que reforçaria muito a segurança neste importante cluster.

- Bi - hubeamento de LI em PA e PE.

f) Após a obtenção da clusterização final pelo método das duas fases, por diversas vezes notou-se que a ordem das trocas influi no percentual de demanda internalizada.

g) Quando propusemos o nó VU como hub, pudemos verificar que o nó SM não aderiu ao cluster de VU; esta situação singular ocorreu devido ao fato do nó SM ser um importante "ponto de toque"¹, tendo seus interesses de tráfego direcionados para áreas mais centrais que a determinada pelo cluster de VU.

h) Na referência [9], foram desenvolvidos seis estudos de clusterização para a R88. É notável a semelhança das diversas clusterizações obtidas, quando se varia o número final de clusters (ρ): observa-se que há um deslocamento de nós por blocos, fato este que vem a confirmar a existência de nós que tendem a ficar sempre juntos nas soluções finais.

A conclusão geral mais importante dos diversos exercícios de clusterização efetuados é que a R88 exibe uma apreciável robustez quanto à filiação de CF's aos hubs. Os resultados acima comentados podem ser úteis a outras fases do planejamento da transmissão, sobretudo à fase do enfeixamento.

Gostaríamos de finalizar esta conclusão com uma palavra de cautela. É usual que profissionais da área de otimização se deixem empolgar pela tarefa de melhorar a função objetivo e percam a visão global de um processo de planejamento em engenharia. Devemos

¹ Ponto de toque é um termo usado internamente pela TELESP, denotando um nó que recebe um número expressivo de troncos provenientes de ligações interurbanas.

nos "vacinar" contra esta eventualidade; a este respeito, no nosso problema cabem algumas observações de cautela:

i) a clusterização é apenas o primeiro passo de um processo de planejamento em rede de transmissão de sistemas de telecomunicações onde o que interessa ao final é:

- O custo de aquisição e implantação dos equipamentos
- O nível de segurança alcançado

ii) a assim chamada "função objetivo" da clusterização, percentual de demanda interna, é apenas um indicativo da organização da rede e não assegura baixos custos e alta segurança no final do processo de planejamento. Trata-se de um problema de otimização do tipo combinatório, reconhecidamente complicado, em cuja resolução estamos usando métodos heurísticos e não exatos. Ademais, é bem possível que este seja um problema em que o ótimo seja "flat".

São estas razões que nos desobrigam de uma procura obsessiva da solução ótima, mas apenas nos estimula à cata de boas soluções, robustas e que possam ter boa aceitação em vista das demais fases do planejamento da Rede de Transmissão.

CAPÍTULO V - CONCLUSÕES

Dos trabalhos realizados nesta tese concluímos que a metodologia aqui adotada para obtenção de clusterizações finais superou as nossas primeiras expectativas.

No que tange aos algoritmos não nos restringimos apenas à obtenção de uma só heurística gulosa de agrupamento mas sim a várias. Na 1ª Fase do nosso algoritmo, usamos basicamente as seguintes heurísticas:

- Aglomerativas: usam algoritmos aglomerativos básicos em conjunto com opções implementadas. Estas opções foram fruto da aplicação destes algoritmos em várias redes, não tendo nenhuma experiência semelhante relatada na bibliografia até o presente momento. As heurísticas aqui citadas são:
 1. duas heurísticas de caráter determinístico, gerando solução única,
 2. quatro heurísticas de cunho randômico, produzindo uma multiplicidade de soluções de qualidade aceitável.
- Sementes: esta heurística utiliza o algoritmo básico das sementes, muito utilizado na solução de diversos problemas. Adaptações foram feitas para que ficasse compatível para aplicação em redes de telecomunicações. Achamos ser mais conveniente também que o planejador escolha as sementes, dado que em geral o planejador tem um bom conhecimento da rede com a qual trabalhará.

Todas estas heurísticas geram um elenco de boas soluções e em tempos computacionais extremamente curtos. Para a avaliação das soluções foi usada a porcentagem de demanda internalizada nos clusters, com relação à demanda total da rede em questão. Este percentual é apenas um indicativo da organização da rede e não assegura baixos custos e alta segurança no final do processo de planejamento. Trata-se de um problema de otimização do tipo combinatório, reconhecidamente complicado, em cuja resolução estamos usando métodos heurísticos e não exatos. Ademais, é bem possível que este seja um problema em que o ótimo seja "flat".

Obtivemos melhores soluções pelo uso dos seguintes artifícios, que foram descobertos no decorrer dos trabalhos:

- Enxugamento da demanda : efetuado sobre as demandas capazes de formarem sistemas ponta-a-ponta de 155 Mbps e até 622 Mbps. Este artifício tornou as soluções finais mais homogêneas em termos de demanda e menos desorganizadas geograficamente;
- Adição de arcos fictícios como declaração de vizinhança : isto amplia as adjacências entre os nós aumentando as possibilidades de clusterização de nós com

poucas galerias físicas. Sem este artifício tais nós tendem a desorganizar geograficamente a solução final. Constatamos que as informações obtidas por este procedimento são muito ricas para a 3ª etapa de planejamento, a topologia; desconhecíamos este fato anteriormente e sequer suspeitávamos da dependência entre as etapas de agrupamento e de topologia, que fica aqui evidenciada.

Partindo de um experimento composto de umas dezenas de rodadas do algoritmo randômico juntamente às rodadas dos algoritmos determinístico e de sementes nas redes exemplo, verificamos o surgimento de ilhas. Estas ilhas se constituem em grupos de nós que aparecem juntos nas soluções finais dos experimentos com alta frequência. Uma automatização da obtenção das ilhas foi feita através dos histogramas, onde procuramos detectar grupos de nós que estejam juntos até um certo limiar de, por exemplo, 70% das rodadas obtidas num certo experimento semelhante ao descrito acima.

A 2ª Fase do algoritmo é baseada no algoritmo das sementes com modificações decorrentes de diversas rodadas executadas em redes de telecomunicações, não tendo até o presente momento nenhum precedente na bibliografia.

A elaboração da 2ª Fase do algoritmo partiu de uma análise mais aprofundada da matriz de demanda em redes de grande porte. ela nos mostrou haver uma forte concentração da demanda em um grupo reduzido de nós. o que fica confirmado pela visualização dos respectivos gráficos de demanda acumulada com a verificação dos nós que perfazem, por exemplo, mais que 80% da demanda total da rede. Este fato nos levou a dar um tratamento diferenciado a tais nós, fazendo agora um histograma relativo apenas a eles. vindo assim a constituir as chamadas ilhas fortes que concentram, por exemplo, mais de 80% da demanda de troncos da rede. Os nós fracos restantes, se agrupam a um subconjunto de ilhas selecionadas pelo planejador pelo algoritmo das sementes, utilizando um critério unicamente dependente de distância. As outras ilhas fortes não selecionadas são agora agrupadas utilizando-se novamente o algoritmo das sementes, orientado agora por critérios de demanda e distância.

Anteriormente a este trabalho pensávamos que os algoritmos heurísticos de clustering gerariam soluções fortemente dependentes da ordem de agrupamentos, havendo a necessidade de melhorias no final por meio de uma heurística de trocas e/ou inclusões. No entanto, o conjunto de informações composto pelos gráficos de demanda acumulada, pelas ilhas fortes com suas respectivas clusterizações finais e das demandas intra e inter-ilhas nos fornecem informações muito mais ricas sobre a rede, diminuindo assim a importância de trocas/inclusões de nós, pois temos agora uma visão mais abrangente da rede e sabemos da importância de cada nó, ou grupo de nós na clusterização final da rede.

Para a finalização do processo de clusterização, foi providenciada uma rotina de trocas/inclusões de nós: ela não tem caráter automático e deve se comandada pelo operador.

Esta rotina exerce influência sobre nós que situam-se na fronteira entre clusters e que exibem tendência ao bi-hubeamento. Para tais nós, ficou claro que a ordem das trocas importa quanto ao resultado obtido em termos de demanda internalizada.

Podemos concluir a partir dos resultados obtidos no Capítulo IV, tanto para as redes fictícias como para as redes reais, que a qualidade das soluções finais obtidas é boa em termos de porcentagem de demanda agrupada e de organização geográfica, sendo executáveis num curto espaço de tempo (poucos segundos) permitindo assim uma rápida interação entre homem e máquina na busca de uma clusterização otimizada.

Por este trabalho pode-se constatar que o clustering mostrou ser uma etapa importante dentro do Planejamento de Rede de Transmissão, provendo informações valiosas para a próxima etapa (o enfeixamento - “bundling”):

- Do processo de enxugamento, temos uma lista de demandas candidatas que serão passadas para a etapa seguinte (bundling) como propostas de ligações lógicas ponto-a-ponto já pré-definidas, ocupando assim sistemas SDH com altas taxas de transmissão.
- A partir da porcentagem de demanda internalizada e interclusters obtém-se boas indicações de anéis ADM/SDxC, assim como de nós candidatos a bi-hubeamento.

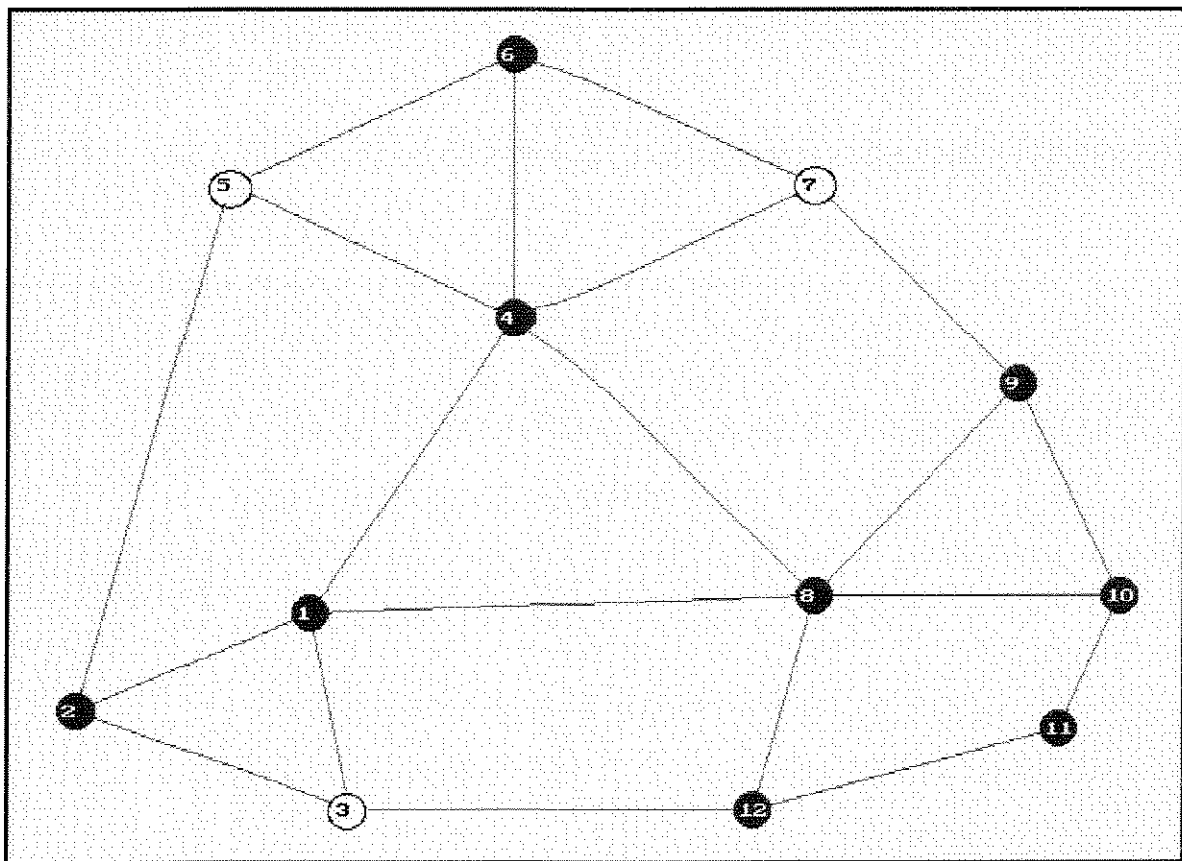
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ANDERBERG, M. R; "Cluster Analysis for Applications", Academic Press, NY, 1973.
- [2] AUBRY, NATHAN J. B, RIBEIRO, RAUL V; TAVARES, HERMANO M.F; BORTOLON, SAULO; DA SILVA, MARCOS C; "Uma metodologia de clusterização aplicada a redes de telecomunicações"; VII CLAIO - CHILE.
- [3] AUBRY, NATHAN J. B, RIBEIRO, RAUL V; TAVARES, HERMANO M.F; "Uma metodologia de Agrupamento (clusterização) em duas fases aplicada a redes de telecomunicações"; XXVI SBPO - Florianópolis - Santa Catarina, 30/11 a 02/12 1994.
- [4] AUBRY, NATHAN J. B, RIBEIRO, RAUL V; TAVARES, HERMANO M.F; "A two-step clustering method applied to telecommunications network planning"; 3rd International Conference on Telecommunications Systems Modelling and Analysis, MARCH 16-19, 1995 Nashville, TN, pp 264-272.
- [5] BUDRY, A. R.; YAMAKAMI, A; QUAGLIA, E; TAVARES, H. M. F.; BONATTI, I.; RIBEIRO, R. V.; FIGUEIREDO, R. J. O.; "Planejamento Integrado da Comutação e da Transmissão: Estudo de Caso" Internal Report DENSIS-FEE- Campinas University, BRAZIL (1994).
- [6] CAMINHAS, WALMIR M, TAVARES, HERMANO M. F; "Planejamento de telecomunicações: agrupamento (clustering) de centrais usando redes neurais", 1o Congresso Brasileiro de Rede Neurais - 24-27 OUT 1994 - Itajubá - MG - pp 364-368.
- [7] CHANDRASEKHARAN, M. P, RAJAGOPALAN, R; "MODROC: An extension of rank order clustering for group technology", Int. J. Prod. Res, 1986 - 24 no 5 pp 1221-1233.
- [8] COAN, B. A; LELAND, W. E; VECCHI, M. P, WEINRIB, O; "Using distributed topology update and preplanned configurations to achieve trunk network survivability", IEEE Transactions on Reliability V 40 n 4, OUT 1991, pp 404-416.
- [9] Contrato TELESP/UNICAMP n o 1560/93 - Metodologia de Planejamento da Transmissão(OBS. a O.S n o 8 deste contrato trata da tarefa Agrupamento)
- [10] CURRIE, KENNETH, R., "An intelligent grouping algorithm for cellular manufacturing", Computers and Industrial Engineering, vol. 23, nos 1-4, pp. 109-112, 1992.
- [11] DORNDORF, ULRICH, PESCH, ERWIN; "Fast clustering algorithms", ORSA Journal on Computing, Vol 6, No 2, spring 1994 pp 141-153.
- [12] FERRARI, ANTÔNIO M; "Telecomunicações - Evolução & Revolução", Ed. Érica, 1991.

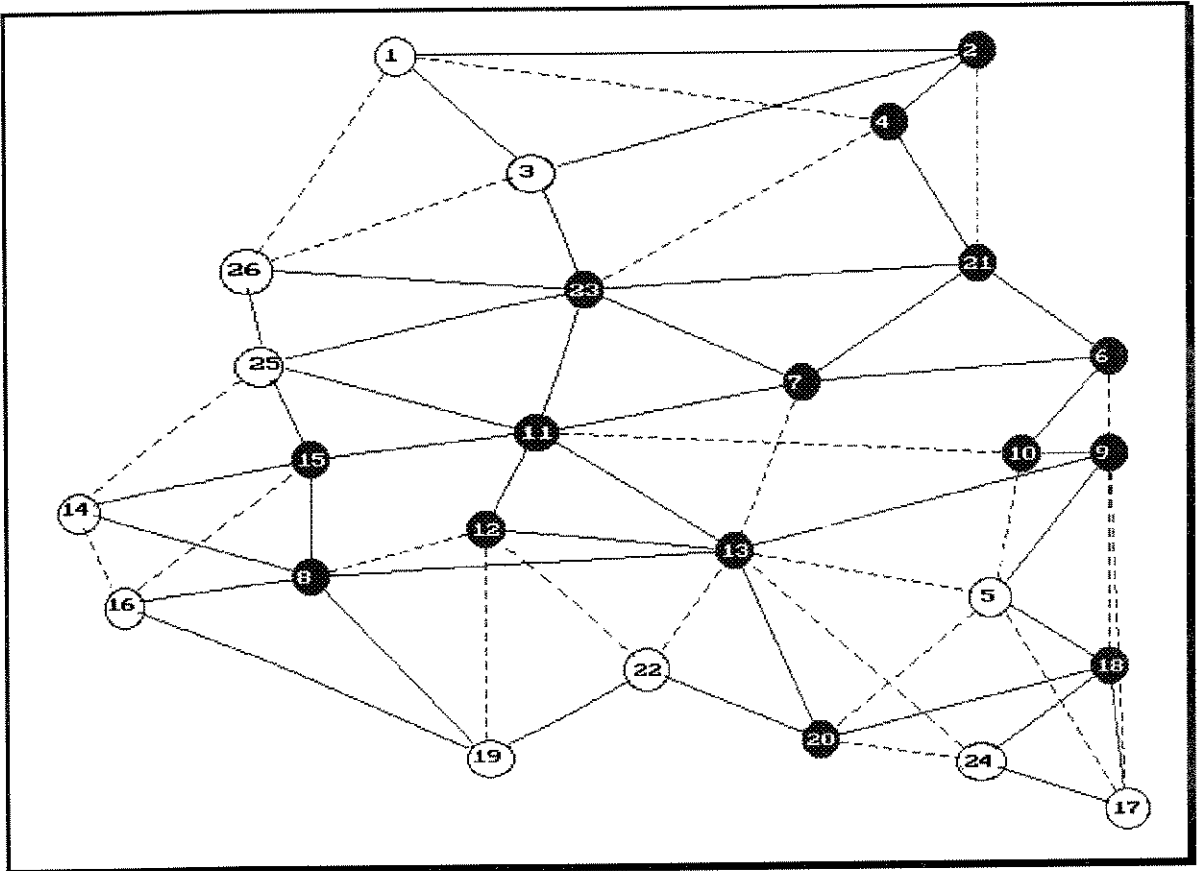
- [13] GNANADESIKAN, R; KETTENRING, J. R; "Discriminant Analysis and Clustering. Panel on Discriminant Analysis Classification and clustering", Statistical Science, 1989, 4, pp 34-69.
- [14] GOLDBERG, DAVID E., "Genetic Algorithms in Search Optimization and Machine learning", Addison-Wesley, 1989.
- [15] KERNIGHAN, R. W; LIN, S; "An efficient heuristic procedure for partitioning graphs", The Bell System Technical Journal, FEB, 1970, pp 291-307.
- [16] KING, J. R; "Machine-Component grouping in production flow analysis: an approach using a rank order clustering algorithm"; Int. J. Prod. Res, 1980 no 18 pp 213-232.
- [17] KLINCEWICZ, J G., "Heuristics for the p-hub location problem" European Journal of Operational Research 53 (1991), pp. 25-37.
- [18] KROVI, R., "Genetic algorithms for clustering: a preliminary investigation", Proceedings of the Twenty Fifth Hawaii International Conference on System Sciences, USA, JAN 1992, pp. 07-10.
- [19] McCORMICK Jr., WILLIAM, T. and SCHWEITZER, PAUL, J. and WHITE, THOMAS, W., "Problem decomposition and data reorganization by a clustering technique", Operations Research, 1972, no 20, pp. 993-1009.
- [20] MONMA, CLYDE L; SHASSCROSS, DAVID F; "Methods for designing communications networks with certain two-connected survivability constraints", Operations Research, Vol 37, No 4, July-August 1989.
- [21] PAPANIMITRIOU, CHRISTOS, H. and STEIGLITZ, KENNETH, "Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity", Prentice-Hall, 1982.
- [22] PEREIRA, JOSÉ R. G; "Um estudo sobre alguns métodos hierárquicos para análise de agrupamentos", Tese de Mestrado - UNICAMP - IMECC - 1993.
- [23] PINTÉR, JÁNOS and PESTI, GÉZA; "Set partition by globally optimized cluster seed points"; European Journal of Operational Research 51 (1991) 127-135.
- [24] SÁ LUCAS, LUIZ DE CAMPOS DE, "Análise de grupamento" - Tese de mestrado UFRJ, 1983, pp. 01-76.
- [25] SEXTON, MIKE; REID, ANDY; "Transmission Networking. SONET and the Synchronous Digital Hierarchy", Artech House, 1992.
- [26] SUEN, C. Y. and WANG, Q. R, "ISOETRP - An interactive clustering algorithm with new objectives", Pattern Recognition, Vol 17, No 2, pp 211-219, 1984.
- [27] SURESH, NALLAN, C. and KAPARTHI, SHASHIDHAR. "Machine-component cell formation in group technology: a neural network approach" Int. J. Prod. Res. 1992, vol 30, n6, pp.1353-1367.
- [28] WU, TSONG-HO, "Fiber Network Service Survivability", Artech House, 1992.

[29] Multiplexador Síncrono a 155 Mbps (Add Drop). Catálogo comercial de equipamento da linha SDH da Alcatel, 1994.

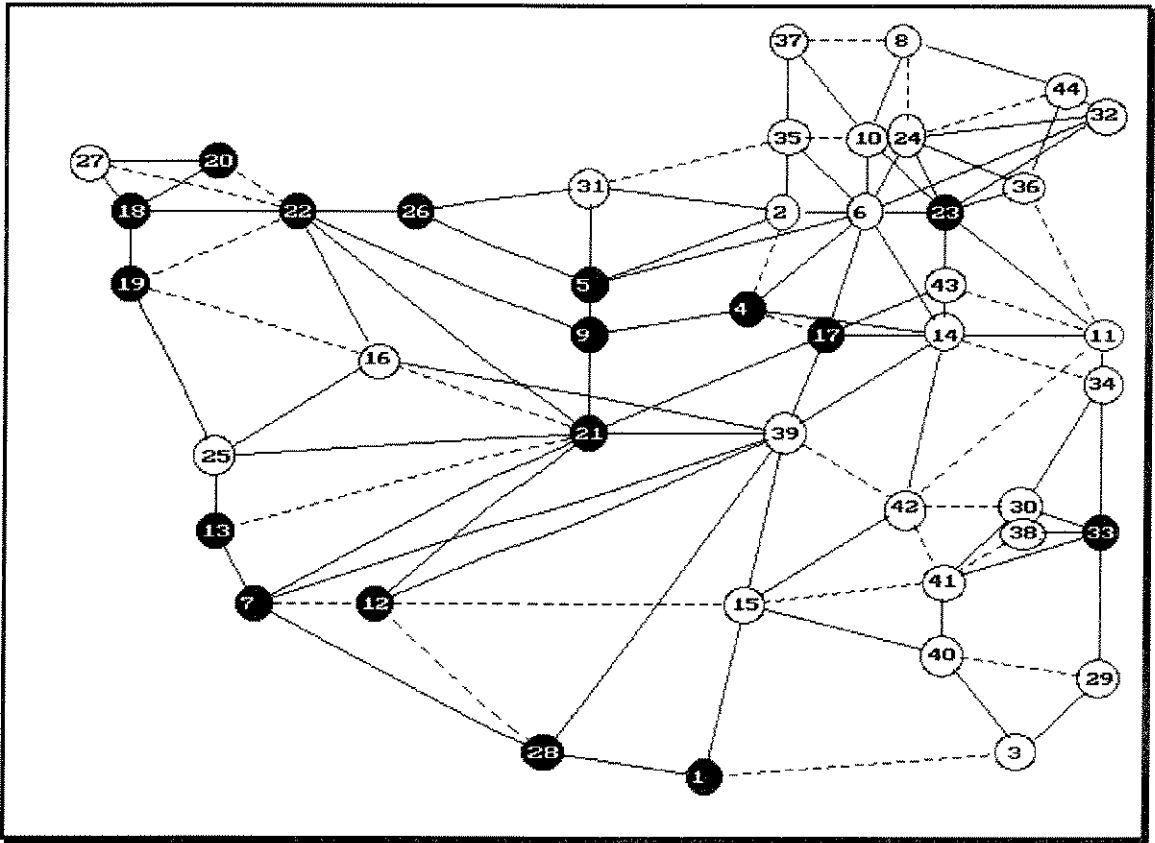
**ANEXO I: REDES UTILIZADAS COMO BASE DE
EXPERIMENTAÇÃO NESTA TESE.**



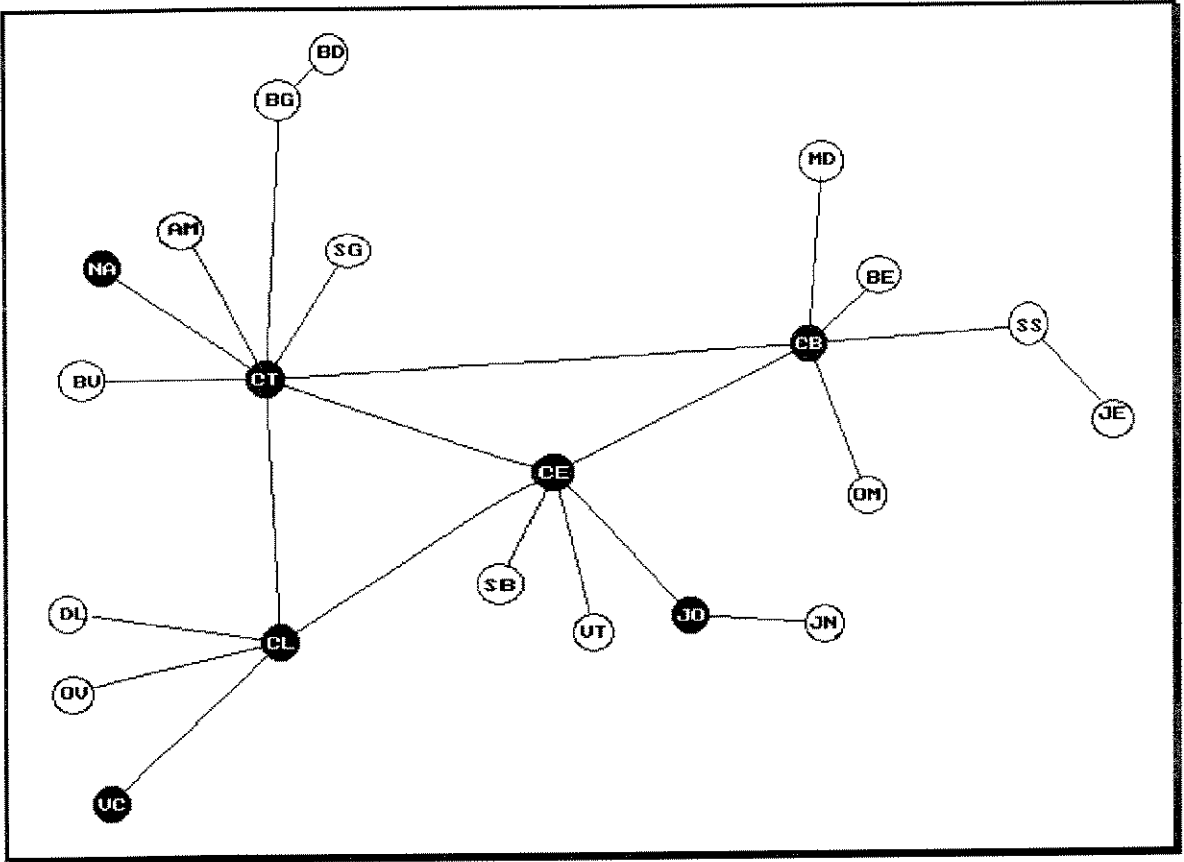
Rede fictícia de 12 nós, denominada de R12.



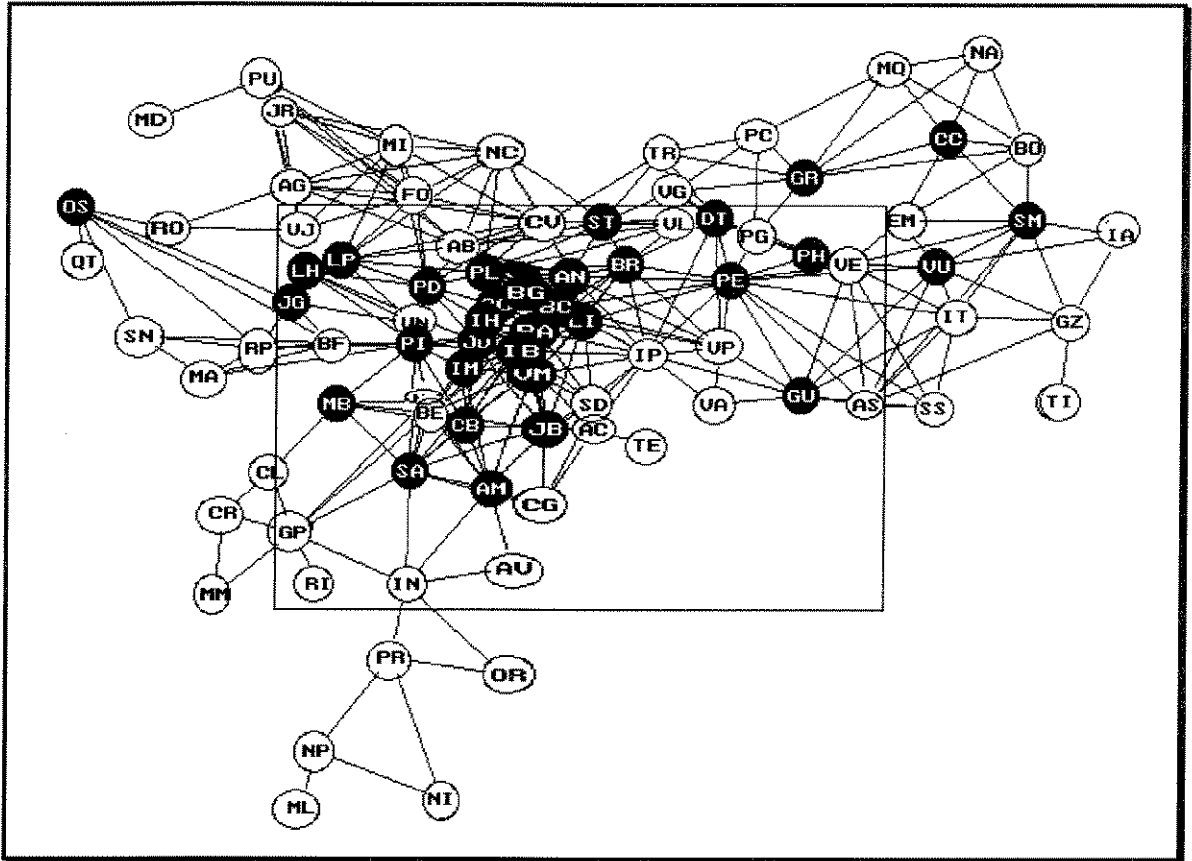
Rede fictícia de 26 nós, denominada de R26.



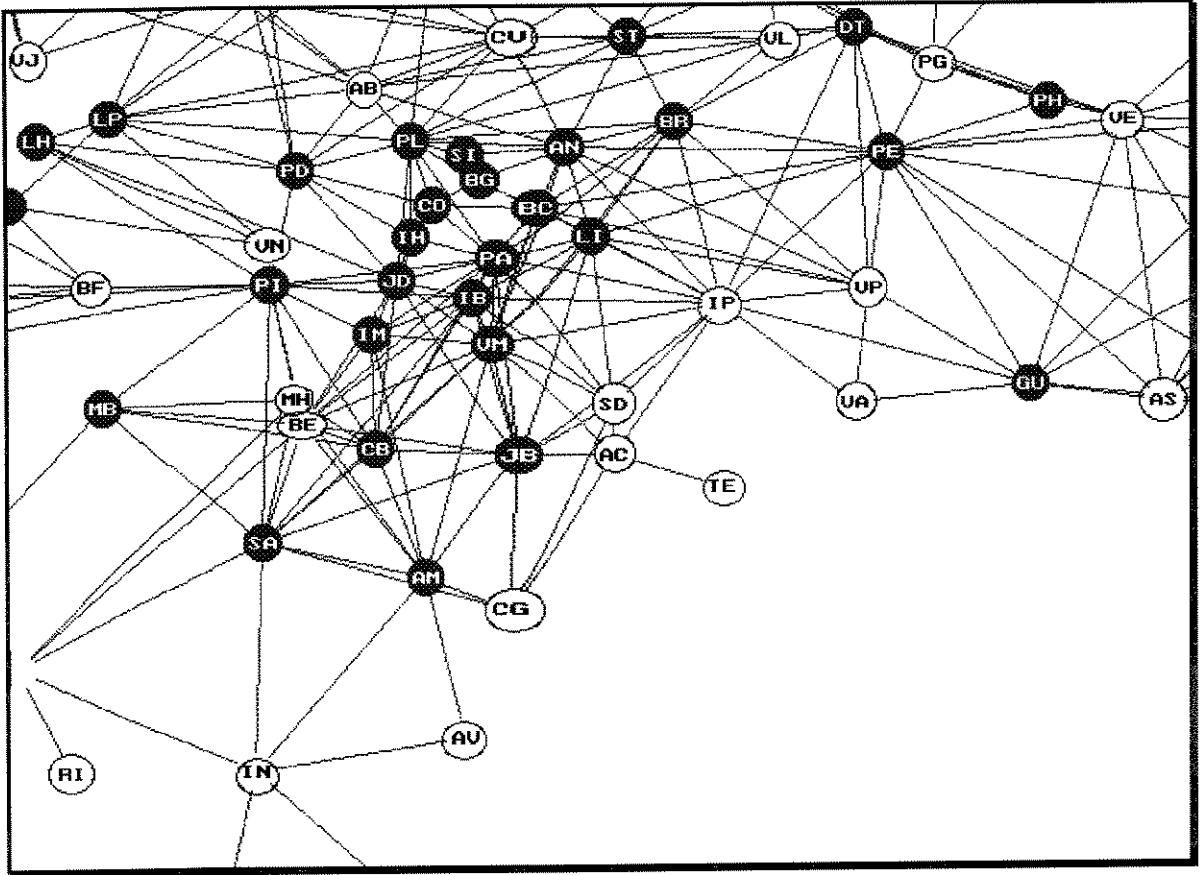
Rede fictícia de 44 nós, baseada na rede de São Paulo. Esta rede é denominada durante esta tese de R44.



Rede da cidade de Campinas, tendo ao todo 22 nós. Esta rede é denominada durante esta tese de R22.



Rede da cidade de São Paulo, tendo ao todo 88 nós. Esta rede é denominada durante esta tese de R88. A região central está ampliada a seguir.



Região central da R88

ANEXO II - MATRIZES DE DISTÂNCIA E DEMANDA DA R88

DISTÂNCIA ENTRE OS NÓS DA R88												
13,40												
8,00	5,40											
13,10	4,30	5,10										
11,50	23,90	19,50	20,50									
14,90	11,00	12,50	8,30	20,60								
3,00	14,50	9,50	10,70	12,50	12,80							
35,00	24,20	27,00	26,90	46,50	34,20	36,50						
9,40	22,80	17,40	22,50	3,00	23,60	12,40	44,40					
5,20	9,70	4,30	8,20	16,70	14,10	5,20	31,30	14,60				
21,10	8,60	13,10	12,90	32,50	19,60	22,60	15,60	30,50	17,40			
21,50	15,40	19,10	14,30	27,20	6,60	19,40	39,60	30,20	20,70	24,00		
10,10	3,30	2,10	3,60	21,60	11,10	11,60	24,90	19,50	6,40	11,00	17,10	
13,40	3,80	5,40	0,50	20,50	7,80	10,70	26,40	22,80	8,70	12,40	13,80	3,30
9,90	5,40	1,90	5,70	21,40	13,20	11,40	25,40	19,30	6,20	11,90	19,20	2,10
	5,40											
31,20	20,40	23,20	23,10	42,70	30,40	32,70	6,10	40,60	27,50	11,80	35,80	
	21,10	22,60	21,60									
43,60	33,80	35,60	36,50	55,10	43,80	45,10	9,60	53,00	39,90	25,20	49,20	
	34,50	36,00	35,00	15,70								
35,20	26,00	27,20	28,70	46,70	36,00	36,70	11,10	44,60	31,50	17,40	41,40	
	26,70	28,20	27,20	8,80	11,00							
27,00	18,30	19,00	21,00	38,50	28,30	28,50	19,30	36,40	23,30	9,70	33,70	
	19,00	20,50	19,50	17,00	16,60	8,20						
11,30	4,00	3,30	5,20	22,80	12,50	12,80	23,70	20,70	7,60	10,20	18,50	2,20
	4,70	1,70	19,90	33,30	25,50	17,80						
11,30	2,10	3,30	3,20	22,80	10,50	12,80	23,70	20,70	7,60	9,80	16,50	1,20
	2,70	3,30	19,90	33,30	25,50	17,80	2,00					
14,60	3,90	6,60	6,50	26,10	13,80	16,10	20,40	24,00	10,90	7,00	19,30	4,50
	6,00	5,00	16,60	30,00	22,20	14,50	3,30	3,30				

10,90	3,40	2,90	2,80	22,40	10,30	12,40	25,00	20,30	7,20	11,10	16,30	
	2,50	2,90	21,20	34,60	26,80	19,10	3,00	1,30	4,60			
18,30	8,20	10,30	10,80	29,80	18,10	19,80	22,70	27,70	14,60	9,30	23,60	8,80
	10,30	9,30	18,90	31,40	23,00	14,80	7,60	7,60	4,30	8,90		
18,60	5,20	10,60	7,60	26,60	11,50	17,80	24,10	28,00	14,90	9,60	15,70	8,50
	7,10	10,20	21,40	33,70	27,00	19,30	8,50	7,30	6,60	8,60	10,90	
9,90	7,60	5,30	3,80	16,70	7,20	6,90	30,20	19,30	6,90	16,20	13,80	6,60
	3,80	7,20	26,40	39,80	32,00	24,30	8,50	6,50	9,80	5,80	14,10	
	10,90											
7,00	11,20	9,30	7,80	12,70	7,90	4,90	34,20	15,70	7,50	19,80	14,50	
	10,60	7,80	11,20	30,40	43,80	36,00	28,30	12,50	10,50	13,80	9,80	
	18,10	13,90	4,00									
19,80	16,00	17,50	13,30	23,10	5,00	17,70	39,20	26,10	19,10	24,60	5,30	
	16,10	12,80	18,20	35,40	48,80	41,00	33,30	17,50	15,50	18,80	15,30	
	23,10	16,50	12,20	12,80								
13,00	8,50	5,00	9,70	24,50	17,00	14,50	25,00	22,40	9,30	11,60	23,00	6,70
	9,20	6,20	21,20	30,60	22,20	14,00	4,50	6,50	4,60	7,50	5,30	
	11,20	10,30	14,30	22,00								
18,00	12,00	10,00	14,60	29,50	21,90	19,50	27,90	27,40	14,30	15,10	27,40	
	11,70	14,10	11,20	24,10	25,60	17,20	9,00	9,50	11,40	8,10	12,50	5,80
	14,70	15,30	19,30	26,90	5,00							
15,70	4,70	8,50	3,60	21,40	6,30	12,70	28,90	24,40	11,80	13,30	10,70	6,40
	3,10	8,50	25,10	38,50	30,70	23,00	7,80	5,80	8,60	5,60	12,90	5,20
	5,80	8,70	11,30	12,30	16,70							
31,30	23,70	23,30	26,40	42,80	33,70	32,80	18,70	40,70	27,60	15,10	39,10	
	24,40	25,90	24,50	16,40	16,00	7,60	5,40	22,80	23,20	19,90	24,50	
	19,10	24,70	28,60	32,60	38,70	18,30	13,30	28,40				
22,60	9,90	15,30	10,50	28,30	10,90	19,60	28,80	31,30	18,70	14,30	11,50	
	13,20	10,00	14,90	26,10	38,40	31,70	24,00	13,20	12,00	11,30	12,50	
	15,60	4,70	12,70	15,60	15,70	15,90	19,40	6,90	29,40			
7,20	20,60	15,20	20,30	11,30	22,10	10,20	42,20	8,30	12,40	28,30	28,70	
	17,30	20,60	17,10	38,40	47,80	39,40	31,20	18,50	18,50	21,80	18,10	
	22,50	25,80	17,10	14,20	27,00	17,20	22,20	22,90	35,50	29,80		
8,60	9,70	4,30	9,40	20,10	16,80	11,60	29,60	18,00	7,70	16,20	23,40	6,40
	9,70	6,20	25,80	35,20	26,80	18,60	7,40	7,60	9,20	7,20	9,90	
	14,90	9,60	13,60	21,80	4,60	9,60	12,80	22,90	19,60	12,60		
32,00	21,20	24,00	23,90	43,50	31,20	33,50	6,30	41,40	28,30	12,60	36,60	
	21,90	23,40	22,40	4,00	14,70	4,80	13,00	20,70	20,70	17,40	22,00	
	19,70	22,20	27,20	31,20	36,20	22,00	22,00	25,90	12,40	26,90	39,20	
	26,60											
9,50	15,70	10,30	15,40	17,10	22,70	12,50	36,80	14,10	8,60	23,40	29,30	
	12,40	15,70	12,20	33,00	42,40	34,00	25,80	13,60	13,60	16,40	13,20	
	17,10	20,90	15,50	16,10	27,70	11,80	16,80	18,80	30,10	25,60	6,50	7,30

	33,80											
22,70	10,20	14,70	14,00	33,00	17,90	24,20	17,70	32,10	19,00	5,60	22,10	
	12,60	13,50	13,50	15,60	27,30	23,00	15,30	11,80	11,40	9,90	12,70	
	13,80	6,40	17,30	20,30	22,90	14,50	18,00	11,60	20,70	11,10	29,90	
	19,00	18,20	25,00									
41,40	28,90	33,40	33,00	52,00	36,90	42,90	7,70	50,80	37,70	20,30	41,10	
	31,30	32,50	32,20	10,70	17,30	18,80	27,00	30,50	30,10	27,30	31,40	
	29,60	25,40	36,30	39,30	41,90	31,90	34,80	30,60	26,40	30,10	48,60	
	36,50	14,00	43,70	19,00								
13,60	4,60	7,90	3,00	19,30	6,60	10,60	28,80	22,30	10,60	13,20	12,80	5,80
	2,50	7,90	25,00	38,40	30,60	22,90	7,20	5,20	8,50	5,00	12,80	7,30
	3,70	6,60	11,60	11,70	16,60	2,10	28,30	9,00	20,80	12,20	25,80	
	18,20	13,70	32,70									
11,90	8,00	9,30	5,10	17,60	3,20	9,80	31,00	20,60	10,90	16,60	9,80	7,90
	4,60	10,00	27,20	40,60	32,80	25,10	9,30	7,30	10,60	7,10	14,90	
	10,70	4,00	4,90	8,20	13,80	18,70	5,50	30,50	12,40	19,10	13,60	
	28,00	19,50	17,10	36,10	3,40							
34,70	22,20	26,70	26,30	45,30	30,20	36,20	5,40	44,10	31,00	13,60	34,40	
	24,60	25,80	25,50	4,80	15,00	13,60	21,80	23,80	23,40	20,60	24,70	
	22,90	18,70	29,60	32,60	35,20	25,20	28,70	23,90	21,20	23,40	41,90	
	29,80	8,80	37,00	12,30	6,70	26,00	29,40					
19,20	8,20	12,00	7,10	24,90	6,00	16,20	32,40	27,90	15,30	16,80	7,20	9,90
	6,60	12,00	28,60	42,00	34,20	26,50	11,30	9,30	12,10	9,10	16,40	8,50
	9,30	12,20	10,80	15,80	20,20	3,50	31,90	4,90	26,40	16,30	29,40	
	22,30	14,90	33,90	5,60	7,80	27,20						
11,60	23,50	18,10	23,20	17,80	26,50	14,60	43,90	14,80	16,40	30,50	33,10	
	20,20	23,50	20,00	40,10	49,50	41,10	32,90	21,40	21,40	23,50	21,00	
	24,20	28,70	21,50	18,60	31,40	18,90	23,90	26,60	37,20	33,40	6,60	
	15,10	40,90	9,60	32,80	50,80	25,20	23,50	44,10	30,10			
13,30	17,20	15,60	14,10	14,30	7,00	11,20	40,20	17,30	13,80	25,80	13,60	
	16,90	13,80	17,50	36,40	49,80	42,00	34,30	18,50	16,50	19,80	16,10	
	24,10	18,50	10,30	6,30	8,80	20,60	25,60	13,30	38,90	17,90	20,50	
	19,90	37,20	22,40	24,90	43,90	12,60	9,20	37,20	13,00	24,90		
23,40	12,60	15,40	15,30	34,90	22,60	24,90	11,60	32,80	19,70	4,00	28,00	
	13,30	14,80	13,80	7,80	21,20	13,40	9,30	12,10	12,10	8,80	13,40	
	11,10	13,60	18,60	22,60	27,60	13,40	16,30	17,30	14,70	18,30	30,60	
	18,00	8,60	25,20	9,60	18,50	17,20	19,40	12,60	20,80	32,30	28,60	
32,80	29,00	30,50	26,30	34,70	18,00	30,70	52,20	37,70	32,10	37,60	13,70	
	29,10	25,80	31,20	48,40	61,80	54,00	46,30	30,50	28,50	31,80	28,30	
	36,10	29,40	25,20	25,80	13,00	35,00	39,90	24,30	51,70	25,20	40,00	
	34,80	49,20	40,70	35,80	54,80	24,60	21,20	48,10	20,90	44,40	20,40	
	40,60											
31,60	19,10	23,60	22,90	41,90	26,80	33,10	17,00	41,00	27,90	12,60	31,00	

	21,50	22,40	22,40	16,00	26,60	24,80	22,30	20,70	20,30	18,80	21,60	
	21,90	15,30	26,20	29,20	31,80	23,40	26,90	20,50	27,70	20,00	38,80	
	27,90	20,00	33,90	8,90	18,30	22,60	26,00	11,60	23,80	41,70	33,80	
	16,60	44,70										
18,00	13,50	10,00	14,70	29,50	22,00	19,50	28,60	27,40	14,30	16,60	28,00	
	11,70	14,20	11,20	24,80	26,30	17,90	9,70	9,50	11,50	9,60	12,50	9,20
	16,20	15,30	19,30	27,00	5,00	3,70	17,30	14,00	20,90	22,20	9,60	
	22,70	16,80	19,50	35,50	16,70	18,80	29,60	20,80	23,90	25,60	17,00	
	40,00	28,40										
25,20	14,40	17,20	17,10	36,70	24,40	26,70	9,80	34,60	21,50	5,80	29,80	
	15,10	16,60	15,60	6,00	19,40	11,60	11,10	13,90	13,90	10,60	15,20	
	12,90	15,40	20,40	24,40	29,40	15,20	18,10	19,10	16,50	20,10	32,40	
	19,80	6,80	27,00	11,40	16,70	19,00	21,20	10,80	22,60	34,10	30,40	1,80
	42,40	16,60	18,80									
42,40	33,70	34,40	36,40	53,90	43,70	43,90	17,20	51,80	38,70	25,10	49,10	
	34,40	35,90	34,90	18,60	7,60	9,80	15,40	33,20	33,20	29,90	34,50	
	30,20	34,70	39,70	43,70	48,70	29,40	24,40	38,40	14,80	39,40	46,60	
	34,00	14,60	41,20	30,70	24,90	38,30	40,50	22,60	41,90	48,30	49,70	
	23,20	61,70	34,20	25,10	21,40							
25,60	14,80	17,60	17,50	37,10	24,80	27,10	17,40	35,00	21,90	6,20	30,20	
	15,50	17,00	16,00	13,60	20,10	11,70	3,50	14,30	14,30	11,00	15,60	
	13,30	15,80	20,80	24,80	29,80	15,50	10,50	19,50	8,90	20,50	32,70	
	20,10	14,40	27,30	11,80	24,30	19,40	21,60	18,40	23,00	34,40	30,80	5,80
	42,80	18,80	11,20	7,60	18,90							
5,60	19,00	13,60	15,60	5,90	15,70	6,60	40,60	8,90	10,80	26,70	22,30	
	15,70	15,60	15,50	36,80	49,20	40,80	32,60	16,90	16,90	20,20	16,50	
	23,90	21,70	11,80	7,80	18,20	18,60	23,60	16,50	36,90	23,40	12,80	
	14,20	37,60	15,10	28,10	47,00	14,40	12,70	40,30	20,00	17,20	9,40	
	29,00	29,80	37,00	23,60	30,80	48,00	31,20					
19,00	6,50	11,00	10,80	29,90	14,80	20,50	21,40	28,40	15,30	6,30	19,00	8,90
	10,30	9,80	18,10	31,00	23,70	16,00	8,10	7,70	6,20	9,00	10,50	3,30
	14,10	17,20	19,80	10,80	14,30	8,50	21,40	8,00	26,20	15,30	18,90	
	21,30	3,70	22,70	10,60	14,00	16,00	11,80	29,10	21,80	10,30	32,70	
	12,60	15,80	12,10	31,40	12,50	24,60						
24,60	18,60	16,60	21,20	36,10	28,50	26,10	23,40	34,00	20,90	13,80	34,00	
	18,30	20,70	17,80	21,10	20,70	12,30	4,10	16,10	18,00	14,70	19,10	
	12,40	21,30	21,90	25,90	33,50	11,60	6,60	23,30	6,70	26,00	28,80	
	16,20	17,10	23,40	19,40	31,10	23,20	25,30	25,90	26,80	30,50	32,20	
	13,40	46,50	26,40	7,30	15,20	19,50	7,60	30,20	20,10			
15,70	28,10	23,70	24,70	4,20	24,80	16,70	50,70	7,20	20,90	36,70	31,40	
	25,80	24,70	25,60	46,90	59,30	50,90	42,70	27,00	27,00	30,30	26,60	
	34,00	30,80	20,90	16,90	27,30	28,70	33,70	25,60	47,00	32,50	15,50	
	24,30	47,70	21,30	37,20	56,20	23,50	21,80	49,50	29,10	22,00	18,50	
	39,10	38,90	46,10	33,70	40,90	58,10	41,30	10,10	34,10	40,30		

15,20	25,60	23,20	22,20	5,20	19,20	16,20	48,60	8,20	20,40	34,20	25,80	
	25,00	22,20	25,10	44,80	58,20	50,40	42,20	26,50	24,90	28,20	24,20	
	32,50	28,30	18,40	14,40	21,00	28,20	33,20	23,10	46,50	30,00	16,50	
	23,80	45,60	22,30	34,70	53,70	21,00	19,30	47,00	25,20	23,00	12,20	
	37,00	32,60	43,60	33,20	38,80	57,60	39,20	9,60	31,60	39,80	9,40	
20,50	22,60	22,60	19,70	21,50	11,60	18,40	45,60	24,50	21,00	31,20	11,90	
	22,50	19,20	24,50	41,80	55,20	47,40	39,70	23,90	21,90	25,20	21,70	
	29,50	23,10	17,30	13,50	6,60	27,60	32,60	17,90	45,10	22,30	27,70	
	26,90	42,60	29,60	29,50	48,50	18,00	14,60	41,80	17,40	32,10	7,20	
	34,00	18,20	38,40	32,60	35,80	55,10	36,20	16,60	26,40	39,20	25,70	
	19,40											
24,00	23,20	24,50	20,50	25,00	12,20	21,90	46,40	28,00	24,50	31,80	12,10	
	23,30	20,00	25,40	42,60	56,00	48,20	40,50	24,70	22,70	26,00	22,50	
	30,30	23,70	19,20	17,00	7,20	29,20	34,10	18,50	45,90	22,90	31,20	
	28,80	43,40	33,10	30,10	49,10	18,80	15,40	42,40	18,00	35,60	10,70	
	34,80	14,10	39,00	34,20	36,60	55,90	37,00	20,10	27,00	40,70	29,20	
	22,90	8,50										
13,00	20,50	18,60	17,10	10,70	13,70	14,00	43,50	13,70	16,80	29,10	20,30	
	19,90	17,10	20,50	39,70	53,10	45,30	37,60	21,80	19,80	23,10	19,10	
	27,40	23,20	13,30	9,30	15,50	23,60	28,60	18,00	41,90	24,60	20,20	
	21,60	40,50	22,50	29,60	48,60	15,90	14,20	41,90	19,70	24,60	6,70	
	31,90	27,10	38,50	28,60	33,70	53,00	34,10	7,40	26,50	35,20	14,90	5,50
	13,90	17,40										
17,10	29,00	23,60	28,70	23,30	32,00	20,10	49,40	20,30	21,90	36,00	38,60	
	25,70	29,00	25,50	45,60	55,00	46,60	38,40	26,90	26,90	29,00	26,50	
	29,70	34,20	27,00	24,10	36,90	24,40	29,40	32,10	42,70	38,90	12,10	
	20,60	46,40	15,10	38,30	56,30	30,70	29,00	49,60	35,60	7,50	30,40	
	37,80	49,90	47,20	29,40	39,60	53,80	39,90	22,70	34,60	36,00	27,50	
	28,50	37,60	41,10	30,10								
5,00	9,40	4,00	9,10	16,50	16,50	8,00	30,60	14,40	4,10	17,10	23,10	6,10
	9,40	5,90	26,80	39,00	30,60	22,40	7,30	7,30	10,20	6,90	13,70	
	14,60	9,30	11,60	21,50	8,40	13,40	12,50	26,70	19,30	11,60	5,40	
	27,60	6,30	18,70	37,40	11,90	13,30	30,70	16,00	14,10	17,90	19,00	
	34,50	27,60	13,40	20,80	37,80	21,20	10,60	15,00	20,00	20,70	20,20	
	25,10	28,50	18,00	19,60								
26,50	13,80	19,20	14,40	32,20	14,80	23,50	32,70	35,20	22,60	18,20	15,40	
	17,10	13,90	18,80	30,00	42,30	35,60	27,90	17,10	15,90	15,20	16,40	
	19,50	8,60	16,60	19,50	19,60	19,80	23,30	10,80	33,30	3,90	33,70	
	23,50	30,80	29,50	15,00	34,00	12,90	16,30	27,30	8,80	37,30	21,80	
	22,20	29,10	23,90	24,80	24,00	43,30	24,40	27,30	11,90	29,90	36,40	
	33,90	26,20	26,80	28,50	42,80	23,20						
22,90	34,80	29,40	34,50	29,10	37,80	25,90	55,20	26,10	27,70	41,80	44,40	
	31,50	34,80	31,30	51,40	60,80	52,40	44,20	32,70	32,70	34,80	32,30	
	35,50	40,00	32,80	29,90	42,70	30,20	35,20	37,90	48,50	44,70	17,90	
	26,40	52,20	20,90	44,10	62,10	36,50	34,80	55,40	41,40	13,30	36,20	
	43,60	55,70	53,00	35,20	45,40	59,60	45,70	28,50	40,40	41,80	33,30	
	34,30	43,40	46,90	35,90	5,80	25,40	48,60					
11,50	14,20	8,80	13,90	21,90	21,30	14,50	32,00	18,90	10,60	18,60	27,90	
	10,90	14,20	10,70	28,20	37,60	29,20	21,00	11,50	12,10	11,60	11,70	
	12,30	18,20	14,10	18,10	26,30	7,00	12,00	17,30	25,30	22,90	11,30	5,60

	29,00	4,80	21,50	38,90	16,70	18,10	32,20	20,80	11,90	24,40	20,40
	39,30	30,40	12,00	22,20	36,40	22,50	17,10	17,80	18,60	26,10	26,70
	31,40	33,30	24,50	17,40	8,30	26,80	23,20				
14,30	13,30	13,30	10,40	18,00	3,10	12,20	36,30	21,00	14,80	21,90	9,70
	13,20	9,90	15,20	32,50	45,90	38,10	30,40	14,60	12,60	15,90	12,40
	20,20	14,60	8,00	7,30	5,90	18,30	23,30	9,40	35,80	14,00	21,50
	17,60	33,30	23,40	21,00	40,00	8,70	5,30	33,30	9,10	25,90	4,30
	24,70	18,90	29,90	23,30	26,50	45,80	26,90	13,10	17,90	29,90	22,20
	16,50	9,70	11,60	11,00	31,40	17,30	17,90	37,20	22,10		
28,30	22,20	25,90	21,10	34,00	13,40	26,20	46,40	37,00	27,50	30,80	6,80
	23,90	20,60	26,00	42,60	56,00	48,20	40,50	25,30	23,30	26,10	23,10
	30,40	22,50	20,60	21,30	10,90	29,80	34,20	17,50	45,90	18,30	35,50
	30,20	43,40	36,10	28,90	47,90	19,60	16,60	41,20	14,00	39,90	19,70
	34,80	15,50	37,80	34,80	36,60	55,90	37,00	29,10	25,80	40,80	38,20
	31,90	17,50	15,30	26,40	45,40	29,90	22,20	51,20	34,70	16,50	
24,50	13,50	17,30	12,40	30,20	10,10	21,50	37,00	33,20	20,60	22,10	4,40
	15,20	11,90	17,30	33,90	46,60	39,50	31,80	16,60	14,60	17,40	14,40
	21,70	12,90	14,60	17,50	9,70	21,10	25,50	8,80	37,20	8,60	31,70
	21,60	34,70	27,60	19,30	38,30	10,90	13,10	31,60	5,30	35,40	17,10
	26,10	18,10	28,20	26,10	27,90	47,20	28,30	25,30	16,20	32,10	34,40
	29,30	16,30	16,50	23,80	40,90	21,30	12,50	46,70	26,10	13,20	11,20
28,00	15,50	20,00	19,30	38,30	23,20	29,50	13,20	37,40	24,30	8,80	27,40
	17,90	18,80	18,80	12,20	22,80	21,00	18,50	17,10	16,70	15,20	18,00
	18,10	11,70	22,60	25,60	28,20	19,80	23,30	16,90	23,90	16,40	35,20
	24,30	16,20	30,30	5,30	14,50	19,00	22,40	7,80	20,20	38,10	30,20
	12,80	41,10	3,80	24,80	12,80	30,40	15,00	33,40	9,00	22,60	42,50
	40,00	34,80	35,40	34,90	43,60	24,00	20,30	49,40	26,80	26,30	34,20
	24,60										
12,70	11,30	11,30	8,40	18,40	2,20	10,60	34,30	21,40	12,90	19,90	8,80
	11,20	7,90	13,20	30,50	43,90	36,10	28,40	12,60	10,60	13,90	10,40
	18,20	13,70	6,00	5,70	7,20	16,30	21,30	8,50	33,80	13,10	19,90
	15,60	31,30	21,50	20,10	39,10	6,70	3,30	32,40	8,20	24,30	5,90
	22,70	20,20	29,00	21,30	24,50	43,80	24,90	13,50	17,00	27,90	22,60
	18,10	11,30	13,20	12,60	29,80	15,30	17,00	35,60	20,10	2,00	15,60
	12,30	25,40									
9,60	17,10	15,20	13,70	8,90	13,80	10,60	40,10	11,90	13,40	25,70	20,40
	16,50	13,70	17,10	36,30	49,70	41,90	34,20	18,40	16,40	19,70	15,70
	24,00	19,80	9,90	5,90	16,30	20,20	25,20	14,60	38,50	21,50	16,80
	18,20	37,10	19,10	26,20	45,20	12,50	10,80	38,50	18,10	21,20	7,50
	28,50	27,90	35,10	25,20	30,30	49,60	30,70	4,00	23,10	31,80	13,10
	14,70	18,20	3,40	26,70	14,60	25,40	32,50	21,10	11,20	27,20	23,40
	31,50	11,60									
26,30	28,40	28,40	25,50	27,30	17,40	24,20	51,40	30,30	26,80	37,00	17,50
	28,30	25,00	30,30	47,60	61,00	53,20	45,50	29,70	27,70	31,00	27,50
	35,30	28,90	23,10	19,30	12,40	33,40	38,40	23,70	50,90	28,10	33,50
	32,70	48,40	35,40	35,30	54,30	23,80	20,40	47,60	23,20	37,90	13,00

	39,80	19,50	44,20	38,40	41,60	60,90	42,00	22,40	32,20	45,00	31,50	
	25,20	5,80	5,40	19,70	43,40	30,90	32,00	49,20	37,20	15,50	20,70	
	21,90	40,60	17,10	20,50								
15,40	8,10	7,40	10,70	26,90	18,00	16,90	24,60	24,80	11,70	11,20	23,50	7,90
	10,20	7,40	20,80	29,50	21,10	12,90	5,70	7,50	4,20	8,70	2,90	
	10,80	12,70	16,70	23,00	2,40	3,90	12,80	17,20	15,50	19,60	7,00	
	21,60	14,20	14,10	31,50	12,70	14,80	24,80	16,30	21,30	23,00	13,00	
	36,00	23,00	6,30	14,80	28,30	14,40	21,00	10,40	10,50	31,10	30,60	
	29,40	30,20	26,00	26,80	10,80	19,40	32,60	9,40	20,10	30,30	21,60	
	19,40	18,10	22,60	35,20								
10,50	18,70	13,30	18,40	16,70	25,40	13,50	39,90	13,70	11,60	26,40	32,00	
	15,40	18,70	15,20	36,10	45,50	37,10	28,90	16,60	16,60	19,50	16,20	
	20,20	23,90	18,50	17,50	30,30	14,90	19,90	21,80	33,20	28,60	6,10	
	10,30	36,90	4,20	28,00	46,70	21,20	22,40	40,00	25,30	10,50	23,80	
	28,30	43,30	36,90	19,90	30,10	44,30	30,40	16,10	24,30	26,50	20,90	
	21,90	31,00	34,50	23,50	16,00	9,30	32,50	21,80	9,00	24,80	38,80	
	30,60	33,30	23,20	20,10	36,80	17,30						
29,20	28,40	29,70	25,70	30,20	17,40	27,10	51,60	33,20	29,70	37,00	17,30	
	28,50	25,20	30,60	47,80	61,20	53,40	45,70	29,90	27,90	31,20	27,70	
	35,50	28,90	24,40	22,20	12,40	34,40	39,30	23,70	51,10	28,10	36,40	
	34,00	48,60	38,30	35,30	54,30	24,00	20,60	47,60	23,20	40,80	15,90	
	40,00	19,30	44,20	39,40	41,80	61,10	42,20	25,30	32,20	45,90	34,40	
	28,10	12,00	5,20	22,60	46,30	33,70	32,00	52,10	38,50	16,80	20,50	
	21,70	40,60	18,40	23,40	6,20	35,40	39,70					
28,60	27,80	29,10	25,10	29,60	16,80	26,50	51,00	32,60	29,10	36,40	16,70	
	27,90	24,60	30,00	47,20	60,60	52,80	45,10	29,30	27,30	30,60	27,10	
	34,90	28,30	23,80	21,60	11,80	33,80	38,70	23,10	50,50	27,50	35,80	
	33,40	48,00	37,70	34,70	53,70	23,40	20,00	47,00	22,60	40,20	15,30	
	39,40	18,70	43,60	38,80	41,20	60,50	41,60	24,70	31,60	45,30	33,80	
	27,50	13,10	4,60	22,00	45,70	33,10	31,40	51,50	37,90	16,20	19,90	
	21,10	40,00	17,80	22,80	10,00	34,80	39,10	9,80				
40,60	29,80	32,60	32,50	52,10	38,50	42,10	5,60	50,00	36,90	21,20	42,70	
	30,50	32,00	31,00	10,20	15,20	16,70	24,90	29,30	29,30	26,00	30,60	
	28,30	27,00	35,80	39,80	43,50	30,60	33,50	32,20	24,30	31,70	47,80	
	35,20	11,90	42,40	20,60	6,30	34,30	36,60	8,30	35,50	49,50	45,50	
	17,20	56,40	19,90	34,20	15,40	22,80	23,00	46,20	24,30	29,00	56,30	
	54,20	50,10	50,70	49,10	55,00	36,20	35,60	60,80	37,60	41,60	49,50	
	39,90	16,10	39,90	45,70	55,90	30,20	45,50	55,90	55,30			
27,30	23,50	25,00	20,80	29,20	12,50	25,20	46,70	32,20	26,60	32,10	8,20	
	23,60	20,30	25,70	42,90	56,30	48,50	40,80	25,00	23,00	26,30	22,80	
	30,60	23,90	19,70	20,30	7,50	29,50	34,40	18,80	46,20	19,70	34,50	
	29,30	43,70	35,20	30,30	49,30	19,10	15,70	42,60	15,40	38,90	14,90	
	35,10	5,50	39,20	34,50	36,90	56,20	37,30	24,30	27,20	41,00	33,40	
	27,10	12,70	8,60	21,60	44,40	29,00	23,60	50,20	33,80	13,40	10,00	
	12,60	35,60	14,70	22,40	14,00	30,50	37,80	13,80	13,20	50,90		

19,80	7,50	12,60	7,70	25,50	10,40	16,80	28,00	28,50	15,90	13,50	11,90	
	10,50	7,20	12,60	25,30	37,60	30,90	23,20	11,50	9,60	10,50	9,70	
	14,80	3,90	9,90	12,80	15,40	15,10	18,60	4,10	28,60	2,80	27,00	
	16,90	26,10	22,90	10,30	29,30	6,20	9,60	22,60	5,30	30,70	17,40	
	17,50	25,60	19,20	20,10	19,30	38,60	19,70	20,60	7,20	25,20	29,70	
	27,20	22,00	22,60	22,10	36,20	16,60	6,70	42,00	21,40	13,50	18,70	9,00
	15,60	12,60	18,70	27,80	14,70	25,90	27,80	27,20	30,90	20,10		
8,40	18,90	16,40	15,50	7,70	15,60	9,40	41,90	10,70	13,60	27,50	22,20	
	18,30	15,50	18,30	38,10	51,50	43,60	35,40	19,70	18,20	21,50	17,50	
	25,80	21,60	11,70	7,70	18,10	21,40	26,40	16,40	39,70	23,30	15,60	
	17,00	38,90	17,90	28,00	47,00	14,30	12,60	40,30	19,90	20,00	9,30	
	30,30	29,70	36,90	26,40	32,10	50,80	32,50	2,80	24,90	33,00	11,90	6,80
	16,50	20,00	4,70	25,50	13,40	27,20	31,30	19,90	13,00	29,00	25,20	
	33,30	13,40	2,40	22,30	23,80	18,90	25,20	24,60	47,50	24,20	20,50	
5,90	19,30	13,90	19,00	6,50	20,80	8,90	40,90	3,50	11,10	27,00	27,40	
	16,00	19,30	15,80	37,10	49,50	41,10	32,90	17,20	17,20	20,50	16,80	
	24,20	24,50	15,80	12,90	25,70	18,90	23,90	21,60	37,20	28,50	4,80	
	14,50	37,90	10,60	28,60	47,30	19,50	17,80	40,60	25,10	11,30	19,20	
	29,30	38,70	37,50	23,90	31,10	48,30	31,50	11,50	24,90	30,50	10,70	
	11,70	26,40	29,90	17,20	16,80	10,90	32,40	22,60	15,40	20,20	34,20	
	30,40	33,90	18,60	15,40	32,20	21,30	10,20	35,10	34,50	46,50	33,20	
	25,70	14,20										
53,40	49,60	51,10	46,90	55,30	38,60	51,30	72,80	58,30	52,70	58,20	34,30	
	49,70	46,40	51,80	69,00	82,40	74,60	66,90	51,10	49,10	52,40	48,90	
	56,70	50,00	45,80	46,40	33,60	55,60	60,50	44,90	72,30	45,80	60,60	
	55,40	69,80	61,30	56,40	75,40	45,20	41,80	68,70	41,50	65,00	41,00	
	61,20	20,60	65,30	60,60	63,00	82,30	63,40	50,40	53,30	67,10	59,50	
	53,20	38,80	34,70	47,70	70,50	55,10	49,70	76,30	59,90	39,50	36,10	
	38,70	61,70	40,80	48,50	40,10	56,60	63,90	39,90	39,30	77,00	26,10	
	46,20	50,30	59,30									
54,80	51,00	52,50	48,30	56,70	40,00	52,70	74,20	59,70	54,10	59,60	35,70	
	51,10	47,80	53,20	70,40	83,80	76,00	68,30	52,50	50,50	53,80	50,30	
	58,10	51,40	47,20	47,80	35,00	57,00	61,90	46,30	73,70	47,20	62,00	
	56,80	71,20	62,70	57,80	76,80	46,60	43,20	70,10	42,90	66,40	42,40	
	62,60	22,00	66,70	62,00	64,40	83,70	64,80	51,80	54,70	68,50	60,90	
	54,60	40,20	36,10	49,10	71,90	56,50	51,10	77,70	61,30	40,90	37,50	
	40,10	63,10	42,20	49,90	41,50	58,00	65,30	41,30	40,70	78,40	27,50	
	47,60	51,70	60,70	18,60								
44,80	41,00	42,50	38,30	46,70	30,00	42,70	64,20	49,70	44,10	49,60	25,70	
	41,10	37,80	43,20	60,40	73,80	66,00	58,30	42,50	40,50	43,80	40,30	
	48,10	41,40	37,20	37,80	25,00	47,00	51,90	36,30	63,70	37,20	52,00	
	46,80	61,20	52,70	47,80	66,80	36,60	33,20	60,10	32,90	56,40	32,40	
	52,60	12,00	56,70	52,00	54,40	73,70	54,80	41,80	44,70	58,50	50,90	
	44,60	30,20	26,10	39,10	61,90	46,50	41,10	67,70	51,30	30,90	27,50	
	30,10	53,10	32,20	39,90	31,50	48,00	55,30	31,30	30,70	68,40	17,50	
	37,60	41,70	50,70	8,60	10,00							
35,50	31,70	33,20	29,00	37,40	20,70	33,40	54,90	40,40	34,80	40,30	16,40	
	31,80	28,50	33,90	51,10	64,50	56,70	49,00	33,20	31,20	34,50	31,00	
	38,80	32,10	27,90	28,50	15,70	37,70	42,60	27,00	54,40	27,90	42,70	
	37,50	51,90	43,40	38,50	57,50	27,30	23,90	50,80	23,60	47,10	23,10	
	43,30	6,30	47,40	42,70	45,10	64,40	45,50	32,50	35,40	49,20	41,60	

	35,30	20,90	16,80	29,80	52,60	37,20	31,80	58,40	42,00	21,60	18,20
	20,80	43,80	22,90	30,60	22,20	38,70	46,00	22,00	21,40	59,10	8,20
	28,30	32,40	41,40	26,90	28,30	18,30					
3,00	15,20	10,40	11,60	11,60	11,90		37,40	12,40	6,10	23,50	18,50
	12,50	11,60	12,30	33,60	46,00	37,60	29,40	13,70	13,70	17,00	13,30
	20,70	17,90	7,80	4,00	16,80	15,40	20,40	12,70	33,70	19,60	10,20
	11,60	34,40	12,50	24,30	43,30	10,60	8,90	36,60	16,20	14,60	10,30
	25,80	29,80	33,20	20,40	27,60	44,80	28,00	5,70	21,20	27,00	15,80
	15,30	17,50	21,00	13,10	20,10	8,00	23,50	25,90	14,50	11,30	25,30
	21,50	29,60	9,70	9,70	23,30	17,80	13,50	26,20	25,60	43,00	24,30
	16,80	8,50	8,90	50,40	51,80	41,80	32,50				
48,80	36,30	40,80	40,40	59,40	44,30	50,30	15,10	58,20	45,10	27,70	48,50
	38,70	39,90	39,60	18,10	24,70	26,20	34,40	37,90	37,50	34,70	38,80
	37,00	32,80	43,70	46,70	49,30	39,30	42,20	38,00	33,80	37,50	56,00
	43,90	21,40	51,10	26,40	7,40	40,10	43,50	14,10	41,30	58,20	51,30
	25,90	62,20	25,70	42,90	24,10	32,30	31,70	54,40	30,10	38,50	63,60
	61,10	55,90	56,50	56,00	63,70	44,80	41,40	69,50	46,30	47,40	55,30
	45,70	21,90	46,50	52,60	61,70	38,90	54,10	61,70	61,10	13,70	56,70
	36,70	54,40	54,70	82,80	84,20	74,20	64,90	50,70			
25,10	12,00	17,10	14,40	33,40	18,30	24,60	21,90	34,50	21,40	9,80	22,50
	15,00	13,90	15,90	19,80	31,50	27,20	19,50	14,20	13,80	12,30	15,10
	16,50	6,80	17,70	20,70	23,30	16,90	20,40	12,00	24,90	11,50	32,30
	21,40	22,40	27,40	4,20	23,20	14,10	17,50	16,50	15,30	35,20	25,30
	13,80	36,20	13,10	21,90	15,60	34,90	16,00	28,50	6,10	23,60	37,60
	35,10	29,90	30,50	30,00	40,70	21,10	15,40	46,50	23,90	21,40	29,30
	19,70	9,50	20,50	26,60	35,70	16,50	30,40	35,70	35,10	24,80	30,70
	10,70	28,40	31,00	56,80	58,20	48,20	38,90	24,70	30,60		

OBS: dist(2,1) = distância entre os nós 2 e 1 = 13,4 km; dist(3,2) = 5,4 km ...

Matriz de Demandas de Troncos entre CF's - R88

138	20	9	13	11	147	17	2	317	31	37	58	24	21	8	0	6	3	5	57	3	8	5	1	12	15	6											
6	0	8	0	2	18	9	1	11	3	1	9	9	0	1	4	10	1	2	1	2	0	0	0	11	2	0	0	0	3	1	0	1	0				
								0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
39	277	68	58	7	179	4	217	292	129	47	181	108	19	1	15	16	51	80	80	85	15	62															
29	24	27	62	52	133	0	36	8	13	5	12	48	2	53	16	12	91	3	23	5	8	10	47	21	0	1											
12	55	0	0	1	8	4	0	0	0	0	0	3	4	0	14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
																																			0		
4	3	6	54	2	2	92	20	20	4	12	21	2	1	6	3	4	13	1	8	3	3	9	11	4	5	2	5	0	1	3	6						
0	6	2	0	12	8	1	3	1	6	0	0	0	2	1	0	0	1	2	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0		
																																				0	
19	117	0	5	1	10	3	23	2	241	65	0	1	8	4	51	118	8	105	1	5	12	9	101	3	2	72	0										
2	1	2	2	1	7	1	10	5	2	45	1	5	0	7	2	1	11	0	0	7	2	0	0	0	13	7	1	1	0	0	0	0	0	0	0		
																																				0	
10	67	23	22	137	43	59	97	34	31	10	0	3	3	5	18	6	13	2	3	3	7	7	4	1	4	0	1	4									
2	1	2	1	1	5	4	1	4	2	5	0	1	1	1	0	0	5	1	0	10	18	2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
																																				0	
4	1	2	25	17	101	5	42	10	1	1	7	1	10	28	3	26	4	7	24	20	11	6	1	32	0	4	4	11									
0	3	5	0	17	43	1	11	0	24	0	6	0	2	1	0	0	4	3	0	0	0	6	4	0	0	0	0	0	2	91	0	0	0	0	0		
																																				0	
0	8	240	14	6	4	64	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	66	96	0	0	0	0	0	0	10	26	0	13	0								
0	25	71	0	0	7	32	0	0	0	0	0	0	0	53	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
																																				0	
0	70	71	45	66	10	16	52	1	4	3	5	4	0	2	10	1	1	1	0	2	1	1	0	1	0	0	9	1	4	7	2						
2	9	1	0	1	43	0	1	1	4	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
																																					20
30	3	2	1	2	3	0	0	1	1	2	2	1	2	1	1	1	2	1	1	0	2	0	0	1	1	0	1	1	0	2	3	0	1	0			
1	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
																																					0
82	70	22	97	66	15	1	16	14	13	24	28	46	8	13	102	118	21	13	8	62	1	5	43	74													
2	53	8	1	16	34	6	13	38	31	0	8	7	9	14	0	1	93	5	0	0	0	7	4	7	0	87	0	0	31	0							
																																					0
38	22	54	36	21	27	96	119	15	28	24	32	73	12	13	14	15	12	11	26	32	6	5	8	47													
7	83	9	11	8	79	14	2	10	49	4	69	9	84	0	16	6	6	0	0	0	4	2	0	0	0	0	0	2	0	0	1						
																																					0
30	64	33	6	0	8	8	9	19	19	30	4	14	19	20	90	9	5	61	1	34	3	8	2	5	8	1	11	79									
2	17	1	89	3	58	4	5	11	0	1	6	4	0	0	0	64	39	0	0	0	0	0	2	14	12	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
																																					0
13	16	0	1	7	9	15	9	6	6	4	0	2	10	9	3	0	10	0	2	4	3	3	3	2	0	2	0	2	0	2	4	0					
0	1	0	3	0	0	1	1	0	0	0	2	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
																																					0
79	15	2	15	8	40	99	14	76	6	16	47	46	13	9	2	33	0	7	9	10	2	10	4	1	70	36	5										
16	5	27	0	3	4	4	5	0	0	6	5	0	0	0	11	3	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
																																					0
17	1	10	6	42	65	9	56	7	8	14	13	7	17	6	18	0	7	6	6	1	7	6	0	13	11	4	9	3	13								
0	4	4	10	7	0	0	4	5	0	0	0	4	2	0	1	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
																																					0
0	2	2	4	3	0	12	2	0	2	2	0	0	0	5	0	1	0	0	29	1	3	12	2	3	37	1	0	5	7	0	30	1					
2	0	0	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

0 0 0
 60 2 1 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0
 0
 21 14 16 12 14 8 4 7 8 4 12 9 8 4 3 3 4 2 3 4 1 6 4 5 2 1 4 6 1 1 2 8 3
 16 1 1 2 0
 0 0
 2 8 5 10 6 4 5 5 4 6 5 4 15 1 2 2 4 2 2 2 7 7 4 3 0 4 5 4 0 1 3 5 0 11 0
 2 26 0
 20 7 6 6 6 11 6 4 4 3 7 0 3 4 3 3 4 2 0 10 10 1 4 1 5 0 1 2 3 2 0 0 2 3
 0 0 0 2 1 0 0 0 0 0 3 0
 18 77 7 9 39 38 17 8 8 16 0 5 6 7 4 6 7 1 28 33 3 11 2 9 0 2 3 6 6 0 0
 6 5 0 0 0 7 2 0 1 0 0 0 2 0
 11 17 5 5 4 7 3 4 4 0 4 2 0 3 3 4 0 7 16 3 6 1 4 5 4 0 5 12 3 0 0 0 5 0
 0 0 3 0 1 0
 7 6 25 23 9 6 4 12 0 5 6 3 2 7 4 1 24 18 3 7 3 11 0 1 4 2 2 0 0 2 4 0 0
 0 5 1 0 0 0 0 0 1 0
 7 4 4 3 6 7 6 0 3 1 4 3 2 7 1 3 3 2 4 0 2 38 1 2 2 4 0 0 3 3 0 0 0 0 1
 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 30
 6 8 3 2 0 8 0 12 2 3 0 1 9 0 8 6 2 8 0 4 53 0 5 1 5 0 0 1 11 0 0 0 3 0
 0
 25 12 4 0 31 0 3 5 3 0 3 2 1 29 33 1 9 1 20 0 2 1 2 1 0 0 5 3 0 0 0 5 2
 0 0 0 0 0 2 0
 16 5 2 15 0 2 6 3 1 5 2 1 14 21 1 8 2 34 0 1 1 1 1 0 0 36 3 0 0 0 6 1 1
 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0
 6 1 27 0 2 3 4 1 3 2 0 13 15 2 6 1 14 0 3 0 1 2 0 0 2 2 0 0 0 9 7 0 0 0
 0 0 0 97 0
 6 8 0 0 1 5 1 6 0 1 7 7 1 5 0 4 29 0 1 10 2 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0
 3 0
 5 0 1 0 2 0 2 1 1 4 2 3 1 0 1 16 0 0 6 2 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0
 0 7 3 1 1 4 5 0 15 14 3 16 2 9 0 1 0 2 4 0 0 5 5 0 0 0 16 1 0 0 0 0 2
 67 0
 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 7 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0
 1 1 1 2 6 1 4 4 1 10 0 2 19 0 2 3 1 0 0 2 5 0 0 0 1 2 0 0 0 4 0 0 0 0
 0
 4 0 3 0 0 3 3 0 1 2 3 0 0 0 2 0 0 0 4 2 0 0 0 0 1 0 21 0 0 6 1 0 0 0
 0
 0 19 1 0 6 3 1 2 1 4 0 0 1 3 0 0 0 1 1 0 0 0 2 0 0 0 0 0 8 0 0 0 0
 0
 0 2 2 0 0 8 0 0 0 8 0 1 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0
 2 0 2 2 0 1 1 2 0 1 0 3 0 0 0 4 2 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 4 0 0 0 0 0 0
 23 0
 1 4 5 8 3 0 3 28 0 37 2 4 0 0 1 6 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 16 0 0 0
 0
 1 0 2 1 0 0 3 0 1 1 1 0
 0
 9 3 10 1 10 0 2 2 5 2 0 0 8 2 0 0 0 4 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0
 0

									0	0	0	0	0	0	0	0	0	0																				
																			0	0	0	0	0	0	0	0												
																											0	0	0	0	0	0	0	0				
																																		0	0	0	0	
																																				0	0	0
																																					0	0
																																						0

OBS: $dem(1, 2) =$ demanda entre os nós 1 e 2 = 138 sistemas 2 Mbps, $dem(2,3) =$ demanda entre os nós 2 e 3 = 39 sistemas 2 Mbps...