

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
DEPARTAMENTO DE MAQUINAS, COMPONENTES E SISTEMAS INTELIGENTES

CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DA MÁQUINA DE INDUÇÃO
DE DUPLA-ALIMENTAÇÃO EM OPERAÇÃO SÍNCRONA

DIÓGENES PEREIRA (GONZAGA n.º 589)

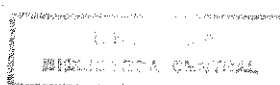
Este exemplar corresponde à redação final da tese
defendida por Diogenes Pereira Gonzaga
Juizadora em 28.05.93.
Orientador

ORIENTADOR:

Prof. Dr. YARO (BURIAN Jr.)

TESE apresentada à Faculdade de
Engenharia Elétrica da UNICAMP
Universidade Estadual de Campinas
como parte dos requisitos exigidos
para a obtenção do título de
DOUTOR EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Campinas, Maio/1993



DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à Gal, minha esposa e à Daniela, minha filha.

Dedico também, in memoriam, ao meu tio Paschoal.

A G R A D E C I M E N T O S

Tendo em vista a realização deste trabalho, em boa parte, no Departamento de Engenharia Elétrica (SEL) da Escola de Engenharia de São Carlos da USP, seja em termos de simulações, seja na fase de verificação experimental, devo agradecer a todos os que me deram algum tipo de apoio, principalmente aos colegas e amigos que compõem o Grupo de Máquinas Elétricas e Conversão Eletromecânica de Energia, em particular Roberto Clarete Pessotta e José Carlos Felizatti. Devo citar também Odair da Silva, nosso desenhista, responsável pelos desenhos que constam deste trabalho. A Carlos Goldenberg, colega de turma na Graduação e de trabalho no SEL, pelo apoio a nível de "software" e material, além de moral.

Finalmente, destaco meus agradecimentos ao Professor Yaro Burian Jr., um dos nomes já clássicos dentro da Engenharia Elétrica no Brasil, pela profícua Orientação, a qual não se limitou às fronteiras técnicas.

R E S U M O

Quando o Motor de Indução de Rotor Bobinado recebe uma alimentação adicional via enrolamento de rotor na frequência de escorregamento, em determinadas condições ele funcionará como uma Máquina de Indução de Dupla Alimentação em Operação Síncrona, girando a uma velocidade que corresponde à diferença ou soma entre as frequências das alimentações, conforme as seqüências de fase coincidam ou não.

Este trabalho mostra o equacionamento em Variáveis de Estado do Sistema Motor/Carga em MALHA-ABERTA e sua simulação, com resultados em termos de correntes, velocidade de rotação, conjugados, Fator de Potência e Ângulo de Carga. É obtido, também, um modelo linear para pequenas variações objetivando uma análise relativa à Estabilidade através das aplicações dos Critérios de Routh-Hurwitz e do Método do Lugar das Raízes à Equação Característica do Sistema.

Uma verificação experimental foi feita, utilizando-se como gerador da frequência de escorregamento uma Máquina SCHRAGE, cujo enrolamento terciário forneceu o trifásico na frequência de escorregamento do Motor de Indução de Dupla-Alimentação.

Os resultados de simulação e os experimentais foram comparados e discutidos.

S U M M A R Y

The Wound-Rotor Induction Motor operates as a Doubly-Fed Induction Machine when it has been excited by rotor winding in slip frequency. Under special conditions the Machine will run Synchronously and rotor speed will be equal to addition or difference between frequencies of stator and rotor.

Mathematical modelling of Open-Loop Motor/Load System in State Variables and its simulation resulting in currents, speed, torques, power-factor and load-angle have been showed. An analysis of the System Stability on Small-Variations Linear Model using Routh-Hurwitz Criteria and Root-Locus on Characteristic Equations has also been.

An experimental verification was developed by using a SCHRAGE Machine as a slip-frequency generator.

The results of simulation and experimental verification have both been compared and discussed.

Í N D I C E

SÍMBOLOS E NOTAÇÕES.....	001
CAPÍTULO 1 - A MÁQUINA DE INDUÇÃO TRIFÁSICA DE DUPLA ALIMENTAÇÃO EM OPERAÇÃO SÍNCRONA	
1.1. - Introdução.....	003
1.2. - Objetivos.....	004
1.3. - Revisão Bibliográfica e Estado da Arte.....	005
CAPÍTULO 2 - O MODELO MATEMÁTICO DA MÁQUINA DE INDUÇÃO TRIFÁSICA SIMÉTRICA DE DUPLA ALIMENTAÇÃO EXCITADA VIA ENROLAMENTO DO ROTOR	
2.1. - Generalidades.....	013
2.2. - Equações do Sistema Máquina/Carga.....	015
2.3. - Transformações de Variáveis $0\alpha\beta$ e $0dq$	018
2.3.1. - Transformação $0\alpha\beta$	018
2.3.2. - Transformação $0dq$ a partir da $0\alpha\beta$	020
2.3.3. - Transformação trifásico $\rightarrow 0dq$	022
2.4. - Extensão à Máquina de $p/2$ Pares de Polos.....	025
2.5. - Modelo Matemático em Variáveis dq	025
2.6. - Modelo Matemático em Equações de Estado.....	028
2.6.1. Parte Elétrica do Modelo.....	028
2.6.2. Parte Mecânica do Modelo.....	031
2.7. - Equação de Estado Referenciada no Campo Girante.....	032
2.8. - Comentários sobre o Modelo Matemático Obtido.....	036

CAPÍTULO 3 - ANÁLISE DO SISTEMA COM VELOCIDADE CONSTANTE ($J \rightarrow \infty$):

Regime Permanente

3.1. - Introdução.....	037
3.2. - O Modelo Matemático Considerado.....	037
3.3. - Potências Envolvidas.....	043
3.3.1. - Cálculos das Expressões das Potência Complexas.....	046
3.3.2. - Potências Ativas.....	048
3.3.3. - Potências Reativas.....	049
3.3.4. - A Conservação da Potência Ativa no Processo de Conversão de Energia Eletromecânica.....	049
3.3.5. - O Balanço das Potências Reativas.....	051
3.3.6. - O Fator de Potência.....	052

CAPÍTULO 4 - ANÁLISE DA MÁQUINA DE DUPLA-ALIMENTAÇÃO NO TOCANTE À ESTABILIDADE

4.1. - Introdução.....	054
4.2. - Equacionamento.....	054
4.3. - Transformação de Variáveis.....	056
4.4. - Simplificação do Modelo.....	057
4.4.1. Desenvolvimento das Equações Elétricas.....	057
4.4.2. Desenvolvimento da Equação do Torque Eletromagnético.....	060
4.4.2.1. Torque para Regime Permanente.....	060
4.4.2.2. Torque para Transitórios.....	062
4.4.2.3. Linearização Local (Equação Característica)...	063
4.4.2.4. Limites de Estabilidade para $R_e \neq 0 \Omega$	073

CAPÍTULO 5 - A SIMULAÇÃO DO MOTOR DE INDUÇÃO DE DUPLA ALIMENTAÇÃO

PARTE 1 - SIMULAÇÃO

5.1. - Introdução.....	076
5.2. - Metodologia Computacional.....	076
5.3. - Dados da Placa da Máquina Submetida à Simulação.....	076
5.4. - A Simulação do Motor de Indução de Dupla Alimentação Operando em Malha-Aberta.....	077
5.4.1. Curva Estática de Conjugado X Velocidade de Rotação para o Motor Convencional.....	078
5.4.2. O Comportamento Da Máquina desde o Repouso até o Regime Permanente.....	080
5.4.2.1. A Partida do MIDA.....	080
5.4.2.2. A Excitação do MIDA via Enrolamento do Rotor.....	083
5.4.3. As Correntes Transformadas ou na Forma de Variáveis de Estado.....	092
5.4.4. As Correntes Reais de Estator i_{ae} , i_{be} e i_{ce}	095
5.4.5. As Correntes Reais de Rotor i_{ar} , i_{br} e i_{cr}	097
5.4.6. A Curva Dinâmica de Conjugado Útil (T_u).....	099
5.5. - Curvas Características do MOTOR DE INDUÇÃO DE DUPLA ALIMENTAÇÃO.....	101
5.5.1. Curvas Estáticas de Conjugado Útil versus Veloci- dade de Rotação, parametrizadas por V_r	101
5.5.1.1. Região de Funcionamento Estável do MIDA para $R_e = 0,0 \Omega$	106
5.5.1.2. Região de Funcionamento Estável do MIDA para $R_e = 0,855 \Omega$	109

5.5.2.1. O Fator de Potência no Motor de Indução Convencional.....	111
5.5.2.2. O Fator de Potência no MIDA.....	116
5.5.2.3. Curvas de Reativos em Função do ângulo α_r	119
5.5.3. Curvas de Corrente de Estator X Tensão de rotor..	123
5.5.4. Curvas de Conjugado X Ângulo de Carga no MIDA....	125

PARTE 2: LUGAR DAS RAÍZES

5.6. - Aplicação do Método do Lugar das Raízes à Equação Característica do MIDA.....	126
5.6.1. Exemplos.....	127
5.6.2. Método do Lugar das Raízes Aplicado ao MIDA.....	129
5.6.2.1. Lugar das Raízes em relação a J.....	130
5.6.2.2. Lugar das Raízes em relação a $n\dot{o}_o$	137

CAPÍTULO 6 - VERIFICAÇÃO EXPERIMENTAL

6.1. - Introdução.....	142
6.2. - Comentários Gerais.....	142
6.3. - Resultados Experimentais.....	150
6.3.1. Ensaio com MIDA Não Simulado.....	150
6.3.2. Ensaio com o MIDA, Submetido à Simulação.....	163

CAPÍTULO 7 - CONCLUSÕES.....

7.1. - Generalidades.....	169
7.2. - Comparação entre Resultados Teóricos e Práticos.....	169
7.3. - Aplicações Práticas e Decorrências.....	172
7.4. - Sugestões de Novos Estudos.....	173

APÊNDICES

Apêndice 2.1 - Transformações. Ângulo de Carga	174
Apêndice 2.2 - Teorema de Equação de Estado.....	180
Apêndice 4.1 - Potência Reativa no MIDA.....	184
Apêndice 5.1 - SIMNON TM	186
Apêndice 5.2 - MATLAB TM	190
 BIBLIOGRAFIA.....	 199

SÍMBOLOS E NOTAÇÕES

ω_s	frequência das tensões de estator	(rad el/s)
ω_{rr}	frequência das tensões de rotor	(rad el/s)
ω_r	velocidade de rotação do rotor	(rad el/s)
V_e	valor eficaz das tensões de estator	(V)
V_r	valor eficaz das tensões de rotor	(V)
s	escorregamento do rotor em relação ao estator	(pu)
$s\omega_s$	frequência de escorregamento	(rad el/s)
p	número de polos da máquina	
n	número de pares de polos da máquina	
p	operador $\frac{d}{dt}$	
$\frac{1}{p}$	operador $\int . dt$	
R_e	resistência por fase do estator	(Ω)
R_r	resistência por fase do rotor	(Ω)
L_e	indutância própria por fase do estator	(H)
L_r	indutância própria por fase do rotor	(H)
M_e	indutância mútua entre fases do estator	(H)
M_r	indutância mútua entre fases do rotor	(H)
M_{er}	indutância mútua entre cada fase do estator e as fases do rotor	(H)
M_{re}	indutância mútua entre cada fase do rotor e as fases do estator	(H)

$L_{ee} = L_e - M_e$	indutância cíclica de estator	(H)
$L_{rr} = L_r - M_r$	indutância cíclica de rotor	(H)
$M = (3/2)M_{er}$	indutância mútua cíclica	(H)
α_e	ângulo de fase das tensões de estator	(rad el)
α_r	ângulo de fase das tensões de rotor	(rad el)
θ	posição angular mecânica do rotor	(rad)
ψ	posição angular do eixo d em relação ao eixo da fase a do estator	(rad)
δ	ângulo de carga da máquina	(rad)
v_{ie}	tensão aplicada à fase i do estator	(V)
v_{ir}	tensão aplicada à fase i do rotor	(V)
i_{ie}	corrente circulando na fase i do estator	(A)
i_{ir}	corrente circulando na fase i do rotor	(A)
(i pode ser: a, b, c, α , β , d e q)		

CAPÍTULO 1 - A MÁQUINA DE INDUÇÃO TRIFÁSICA DE DUPLA ALIMENTAÇÃO EM OPERAÇÃO SÍNCRONA

1.1. Introdução

Na máquina de indução trifásica de rotor enrolado, com o enrolamento do rotor em curto-circuito, correntes são induzidas neste enrolamento pela ação de outras que circulam no enrolamento do estator, ao qual está magneticamente acoplado.

Como o rotor é dotado de anéis deslizantes, tensões podem ser aplicadas aos circuitos do rotor de modo a, em adição às correntes induzidas, haver correntes causadas pela aplicação daquelas tensões.

Se as tensões aplicadas ao enrolamento do rotor forem contínuas a máquina se comportará como gerador ou motor síncronos convencionais. Por outro lado, se forem aplicadas tensões alternativas polifásicas ao rotor, a máquina poderá operar sincronamente em velocidade distinta da velocidade síncrona.

A excitação em corrente contínua e portanto, a máquina síncrona convencional, é um caso particular da excitação em corrente alternada já que, em ambos os casos, a velocidade da máquina é obtida pela diferença, ou soma, das frequências das tensões de estator e das tensões de rotor, dependendo das seqüências de fases envolvidas. Assim, têm-se a máquina de dupla-alimentação em operação síncrona, que engloba as situações definidas a seguir:

1.1.1. Operação em MALHA-ABERTA - A máquina de indução de dupla-alimentação operará sincronamente ao alimentar-se seu enrolamento de estator em uma frequência fixa ω_s e seu enrolamento de rotor com outra frequência ω_{rr} , respeitadas as condições que permitam funcionamento estável; a velocidade de rotação ω_r será, em regime permanente, constante e igual à soma ou à diferença ($\omega_s \pm \omega_{rr}$);

1.1.2. Operação em MALHA-FECHADA - A máquina de indução de dupla-alimentação operará sincronamente se seu enrolamento de rotor for alimentado em uma frequência ω_{rr} que se iguale à diferença entre a frequência de estator ω_s e a velocidade ω_r que lhe esteja sendo imposta por uma fonte de energia, ou carga, mecânica rotativa; como gerador em regime permanente a frequência de estator poderá ser constante mesmo que a velocidade de rotação seja variável.

IMPORTANTE: neste trabalho a análise, as simulações e a verificação experimental são restritas ao Motor de Indução de Dupla Alimentação (MIDA) OPERANDO EM MALHA ABERTA

1.2. Objetivos

Este trabalho visa contribuir ao conhecimento da "máquina de indução, de dupla-alimentação, em operação síncrona", naquilo que diz respeito a:

- comportamento transitório ou dinâmico;
- análise da estabilidade em seu desempenho e
- verificação do fator-de-potência da máquina e fluxos de potência no enrolamento de rotor.

Os dois primeiros tópicos por si só se justificam.

O terceiro tópico merece análise com algum destaque, pois problemas com fator de potência estão presentes na utilização de máquinas de indução em geral, as quais funcionam com o enrolamento de rotor curto-circuitado. Nas correntes de estator há uma componente de magnetização, acarretando consumo de reativos. Neste trabalho a máquina de indução pode ser excitada via enrolamento de rotor, não necessitando consumir reativos, em condições especiais de funcionamento. Este tópico foi tratado no § 3.3.6., teoricamente, e no § 5.4.2., em simulação.

1.3. Revisão Bibliográfica e Estado da Arte

A revisão bibliográfica neste trabalho partiu de determinadas expressões que contêm as palavras-chave relativas ao assunto, ligadas diretamente a títulos e conteúdos de artigos e livros, dos mais diversos autores, que são listados a seguir:

doubly-fed machine (máquina duplamente alimentada) - <[CONCORDIA], [BIRD]>;

synchronous double-fed induction machine (máquina de indução de dupla alimentação síncrona) - <[BEDFORD]>;

induction motors under conditions of double-supply: stability analysis (motores de indução sob condições de dupla alimentação: análise da estabilidade) - <[PRESCOTT], [SCHMITZ]>;

synchronous-flux generator (gerador de fluxo síncrono) - <[SMITH-01]>;

variable speed constant frequency generating systems (sistemas geradores com frequência constante a velocidade

variável) - <[ERDELYI], [RIAZ], [HOARD], [OWEN], [CHIRGWIN], [JESSEE]>;

symmetrical induction machinery (máquinas de indução simétricas) - <[KRAUSE-1], [KRAUSE-2], [NELSON]>;

doubly-fed slip-rings machines (maquinas de anéis deslizantes duplamente alimentadas) - <[BIRD]>;

doubly-fed wound-rotor generator (gerador de rotor enrolado duplamente alimentado) - <[BRADY-1], [BRADY-2]>;

simulation of induction machinery (simulação de máquina de indução) - <[KRAUSE-1]>;

steady-state of doubly-fed induction machinery under synchronous operation (regime permanente de máquinas de indução operando sincronamente) - <[TAMURA], [VICATOS]>;

Nesses diversos trabalhos, é evidenciado o interesse pelo funcionamento em regime permanente da máquina de dupla alimentação na sua grande maioria, inclusive nos mais recentes, tais como [IOANNIDOU] , [TAMURA] e [VICATOS], os quais tratam da operação síncrona da máquina e das condições de estabilidade da mesma, mostrando um certo interesse pelo fator-de-potência.

Fixando a atenção nos primórdios do assunto, [CONCORDIA] mostra como maiores interesses a análise geral da máquina de dupla-alimentação, com vistas ao estudo dos torques amortecedor e sincronizante durante oscilações do rotor ("hunting ") e à interconexão de duas ou mais máquinas.

Já [BEDFORD] analisa a máquina de indução de dupla alimentação, em operação síncrona sob o ponto de vista do ângulo entre as ondas das forças magnetomotrizes de estator e de rotor,

desprezando os efeitos secundários causados por harmônicas nas ondas de forças magnetomotrizes, pela saturação e por perda de carga.

[PRESCOTT] evidencia que a máquina de indução operando sob condições de dupla-alimentação está associada uma instabilidade inerente, afirmação esta muito forte, merecendo uma atenção especial.

[SMITH,01], atua sobre uma máquina de indução de rotor bobinado, em um trabalho experimental quase que eminentemente de natureza eletromecânica, foi montado um gerador de fluxo síncrono, que operou em uma faixa de velocidades tanto supersíncronas como subsíncronas, comutando eletricamente desde vazio até plena carga, com pequeno dispêndio de energia nos dispositivos de controle. Basicamente, a máquina operou com um controle do ângulo de fluxo, como um gerador em 60 Hz / 14.5 kVA, fornecendo 11 kW com um fator-de-potência 0,76-atrasado, tendo sua velocidade variado em uma faixa de $\pm 8\%$. Operou também como um compensador síncrono a 14.5 kVA e como um motor de velocidade variável drenando corrente capacitiva a 14.5 kVa e fornecendo 15 HP.

As necessidades da indústria aeronáutica exigiram pesquisas com relação a dispositivos geradores de frequência constante e velocidade variável, neste sentido volta-se a atenção para:

[ERDELYI] trata das limitações do uso do gerador de indução em sistemas aeronáuticos de frequência constante, considerando, com uma certa evidência, o fato do gerador de

indução poder atuar com eficiência razoável em uma faixa de variações de velocidade estreita; faz considerações a respeito do gerador de indução auto-excitado; ao conjunto de duas máquinas de indução excitadas via rotor na frequência resultante da soma da frequência do estator e da frequência correspondente à velocidade do eixo e, também, a respeito do conjunto em que se considera como frequência de rotor a diferença daquelas mesmas frequências.

[RIAZ] tece importantes considerações a respeito da conversão de energia nas máquinas de indução utilizadas em sistemas geradores em frequência constante com velocidade variável, em regime permanente, tece considerações sobre suas principais aplicações e sugere frentes de pesquisas a serem enfrentadas, entre as quais inclui o desempenho transitório e estabilidade desses sistemas geradores.

[HOARD] e [CHIRGWIN] consideram diretamente o gerador de indução excitado via rotor na frequência de escorregamento, tratando já no fim da década de 50 de dispositivos eletrônicos geradores da frequência de escorregamento transistorizados e também a SCR's, com tratamento teórico.

[OWEN] faz um apanhado de métodos e dispositivos utilizados na geração de frequência constante a partir de velocidade variável:

MÉTODO DIFERENCIAL, que inclui:

a) dispositivos a velocidade constante na saída

a.1) ação diferencial por meio de engrenagens de dimensões variáveis ou por meio de engrenagens de posição variável

a.2) ação diferencial por meio da combinação

bomba-hidráulica/motor/gerador elétrico;

a.3) ação diferencial por meio da combinação motor/gerador elétricos.

b) dispositivos a frequência constante na saída

b.1) ação diferencial por meio de suprimento do campo do gerador elétrico de potência na frequência de escorregamento com

b.1.1) dispositivo variador de frequência;

b.1.2) amplificador rotativo.

(observação: o método diferencial se refere tanto a dispositivos de natureza elétrica, como de natureza mecânica, como também de natureza hidráulica)

MÉTODO NÃO DIFERENCIAL, que inclui:

a) variadores de frequência

a.1) rotativos;

a.2) estáticos.

[JESSEE] desenvolve um conversor de frequência a SCR's, na categoria de ciclo-conversores, dispondo de um conjunto de duas máquinas acopladas pelos eixos, um gerador síncrono, responsável pelas tensões trifásicas numa frequência f_1 , que se constituem na entrada do ciclo-conversor, cuja saída excita o campo da outra máquina, um gerador de indução com rotor enrolado, na frequência f_2 ; o estator do gerador de indução fornecerá a eventuais cargas tensões na frequência diferença entre f_1 e f_2 .

Saindo do conjunto de trabalhos envolvendo os dispositivos geradores da classe velocidade variável/frequência

constante, encontra-se artigos que são de grande valia com vistas à simulação de máquinas de indução, fornecendo subsídios para trabalhos de simulação de máquinas de indução de dupla-alimentação em operação síncrona:

[SCHMITZ], nos primórdios da simulação do computador analógico em computador digital, dá ênfase à análise de estabilidade da máquina, através de um modelo mecânico mola-massa-amortecedor; efetua a simulação e compara com valores experimentais.

[KRAUSE-1] é um artigo clássico em termos de simulação de máquina de indução simétrica, apresenta um desenvolvimento teórico que permite a utilização de diversas estruturas de referência; evidencia a possibilidade de se utilizar o mesmo método para a máquina de dupla-alimentação, sem no entanto o fazer. Apresenta inúmeros resultados de simulação.

[BIRD] analisa, através de circuito equivalente o desempenho em regime permanente da máquina de dupla-alimentação; considera também os diversos modos de operação da máquina (em operação síncrona [$\omega_r = \omega_s(1 \pm s)$]; como máquina síncrona convencional [$s=0$] e como máquina síncrona de velocidade-síncrona-dupla [$s=-1$], onde s é o escorregamento).

[KRAUSE-2] desenvolve um método de múltiplas estruturas de referências aplicado à análise da máquina de indução simétrica, que pode ser estendido, também, à máquina de dupla alimentação.

[SMITH,G.] e [HOLMES] mostram dispositivos de excitação do enrolamento de rotor da máquina de dupla-alimentação, respectivamente, inversor a fonte de corrente e ciclo-conversor em

operações tanto sub como super-síncronas.

[BRADY-1] e [BRADY-2] apresentam o desenvolvimento de modelo matemático para o gerador de rotor enrolado de dupla alimentação; o primeiro trabalha as grandezas diretamente a partir de circuitos equivalentes e o segundo aplica aos resultados a transformação "d q". Pela análise das equações, tecendo considerações com relação às hipóteses, a primeira, mais favorável, em que o gerador é suposto em vazio e a segunda, menos favorável, gerador em curto-circuito e também a faixa de cargas intermediárias, quando o gerador deve manter tanto valor de pico, como frequência, constantes, obteve-se as expressões das tensões a serem aplicadas aos circuitos do enrolamento do rotor, com vistas à excitação do gerador de indução. Tais tensões dependem das correntes que o gerador forneça à carga, bem como do escorregamento do rotor. É desenvolvida uma expressão para as potências, sendo identificáveis as quantidades correspondentes ao estator, ao rotor e ao eixo mecânico.

[IOANNIDOU] trata do desempenho do motor de indução de dupla alimentação com tensão e ângulo de fase do rotor controlados. A partir do circuito equivalente referido ao rotor, foi feita a análise fasorial, como consequência em regime permanente.

[VICATOS] trata o gerador de indução de dupla alimentação, em operação síncrona, em regime permanente, de forma análoga ao tratamento dado ao motor de indução por [IOANNIDOU].

[TAMURA] trabalha o assunto, também analogamente a [VICATOS] e [IOANNIDOU], acrescentando a máquina em variáveis dq, dando alguma ênfase às curvas V, semelhantes àquelas da máquina

síncrona convencional e, finalmente, mostrando resultados experimentais, para o que, utilizou como gerador das tensões de rotor um gerador síncrono convencional acionado por um motor de corrente contínua o que, certamente, causou dificuldades na obtenção de tensões em frequências baixas, correspondentes aos escorregamentos abaixo de 10%, como será visto no Capítulo 6.

CAPÍTULO 2 -O MODELO MATEMÁTICO DA MÁQUINA DE INDUÇÃO TRIFÁSICA SIMÉTRICA DE DUPLA ALIMENTAÇÃO EXCITADA VIA ENROLAMENTO DO ROTOR

2.1. Generalidades

Os itens de a) a e) constituem as restrições usualmente impostas no sentido de se obter um modelo da máquina de indução de dupla alimentação de dois polos:

- a) espessura do entreferro de ar uniforme;
- b) circuito magnético linear e sem perdas;
- c) as três bobinas idênticas no enrolamento do estator, ou primário, são distribuídas de modo a produzir uma só onda girante de Força Magneto Motriz do Estator, FMMe, no entreferro, quando excitadas por correntes senoidais balanceadas;
- d) as bobinas, também idênticas, no enrolamento do rotor são arrançadas de modo que a onda de Força Magneto Motriz do Rotor, FMMr, possa também ser considerada senoide espacial, tendo o mesmo número de polos que a onda FMMe; assim, pode-se ter o enrolamento do rotor com o mesmo número e com a mesma separação angular de bobinas que o enrolamento do estator.
- e) as resistências das fases dos enrolamentos são supostas constantes, isto é, são desprezados o efeito pelicular e o efeito da variação de temperatura.

Como consequências de a), b), c), d) e e) têm-se que:

- 1) em termos de fluxos é aplicável o Princípio da Superposição;

2) as resistências elétricas nos enrolamentos de estator e de rotor são iguais entre si dentro de cada enrolamento e iguais, respectivamente, a R_s e R_r ; fato análogo ocorre com as indutâncias próprias, que são iguais, respectivamente, a L_s e L_r ;

3) as indutâncias mútuas entre as bobinas das fases de cada enrolamento são iguais entre si e, respectivamente, iguais a M_s e M_r ;

4) as indutâncias mútuas M_{erij} , entre cada bobina do estator (i) e as bobinas do rotor (j), são funções harmônicas do deslocamento angular θ entre o eixo magnético de cada bobina do enrolamento do rotor e o da bobina de mesmo índice no enrolamento do estator, mostrado na Figura (2.1), apresentando como valor máximo M_{er} . Analogamente, tem-se M_{reji} resultando $M_{re} = M_{er}$.

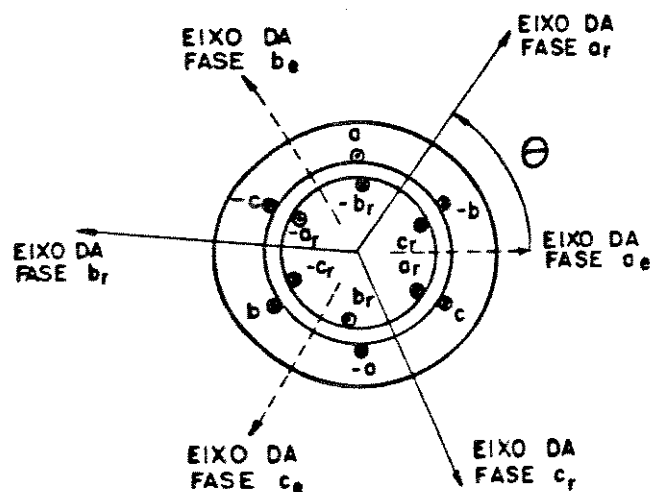


FIGURA (2.1) - Enrolamentos de estator e de rotor, de dois polos, concentrados ressaltando o deslocamento angular θ

2.2. Equações do Sistema Máquina-Carga

As Eqs.(2.1) e (2.2), consideradas as restrições já impostas, representam as relações entre tensões fase-neutro e correntes de fase na máquina sob análise.

$$\begin{aligned} [v_e]_{abc} = [R_e][i_e]_{abc} + \frac{d}{dt} \left\{ [L_{ee}][i_e]_{abc} \right\} + \\ + \frac{d}{dt} \left\{ [L_{er}(\theta)][i_r]_{abc} \right\} \end{aligned} \quad \text{Eq. (2.1)}$$

$$\begin{aligned} [v_r]_{abc} = [R_r][i_r]_{abc} + \frac{d}{dt} \left\{ [L_{rr}][i_r]_{abc} \right\} + \\ + \frac{d}{dt} \left\{ [L_{re}(\theta)][i_e]_{abc} \right\} \end{aligned} \quad \text{Eq. (2.2)}$$

onde:

$$[R_e] = \begin{bmatrix} R_e & 0 & 0 \\ 0 & R_e & 0 \\ 0 & 0 & R_e \end{bmatrix} \quad [L_{ee}] = \begin{bmatrix} L_e & M_e & M_e \\ M_e & L_e & M_e \\ M_e & M_e & L_e \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} (a) \\ (b) \end{matrix}$$

$$[R_r] = \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \quad [L_{rr}] = \begin{bmatrix} L_r & M_r & M_r \\ M_r & L_r & M_r \\ M_r & M_r & L_r \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} (c) \\ (d) \end{matrix}$$

$$\begin{aligned}
[L_{er}(\theta)] &= M_{er} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta) \end{bmatrix} = \\
&= [L_{re}(\theta)]^T \quad (e) \quad \text{Eq. (2.3)}
\end{aligned}$$

$$[v_e]_{abc} = \begin{bmatrix} v_{ae} \\ v_{be} \\ v_{ce} \end{bmatrix}_{(a)} \quad [i_e]_{abc} = \begin{bmatrix} i_{ae} \\ i_{be} \\ i_{ce} \end{bmatrix}_{(b)}$$

$$[v_r]_{abc} = \begin{bmatrix} v_{ar} \\ v_{br} \\ v_{cr} \end{bmatrix}_{(c)} \quad [i_r]_{abc} = \begin{bmatrix} i_{ar} \\ i_{br} \\ i_{cr} \end{bmatrix}_{(d)} \quad \text{Eq. (2.4)}$$

O conjugado ou torque eletromagnético, T_{el} , é dado pela Eq. (2.5), a qual modela a conversão entre energia elétrica e mecânica,

$$T_{el} = \frac{1}{2} [i]_{abc}^T \frac{\partial}{\partial \theta} [L(\theta)] [i]_{abc} \quad \text{Eq. (2.5)}$$

onde tem-se:

$$[i]_{abc} = \begin{bmatrix} [i_e]_{abc} \\ \hline [i_r]_{abc} \end{bmatrix} \quad (a)$$

$$[i]_{abc}^T = \left[[i_e]_{abc}^T \mid [i_r]_{abc}^T \right] \quad (b)$$

$$[L(\theta)] = \begin{bmatrix} [L_{ee}] & [L_{er}(\theta)] \\ \hline [L_{re}(\theta)] & [L_{rr}] \end{bmatrix} \quad (c) \text{ Eq. (2.6)}$$

Completando o sistema de equações diferenciais que modela o sistema físico máquina-carga, têm-se a equação dinâmica, dada pela Eq. (2.7),

$$J \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} = T_{el} - D \cdot \frac{d\theta}{dt} - T_c \quad \text{Eq. (2.7)}$$

onde,

J = momento de inércia do sistema (kg m²)

D = coeficiente de atrito viscoso do sistema (m N s)

T_c = conjugado de carga (N m)

A Eq. (2.5) introduz não-linearidade no sistema e, além disso, em considerações sobre transitórios do sistema as Eqs. (2.1) e (2.2), ainda que sejam equações diferenciais lineares, apresentam alguns coeficientes dependentes da velocidade de rotação e/ou da posição angular, que são variáveis no tempo.

Assim, como está apresentado, o sistema se mostra com dificuldades praticamente intransponíveis na sua resolução

analítica, necessitando sofrer transformações convenientes, que possam reduzir as dificuldades, sem grandes desfigurações, mantendo o compromisso com os fenômenos físicos originais.

2.3. Transformações de Variáveis $0\alpha\beta$ e $0dq$

Embora possa ser visto na bibliografia correlata, tais como [KU], [LYON-1], [LYON-2], [BARBI] e inúmeras outras, que existam pelo menos quatro tipos principais de transformações, neste trabalho serão consideradas apenas as transformações " $0\alpha\beta$ " e " $0dq$ ", com ênfase maior nesta última.

Nas duas transformações três componentes são reduzidas a duas nas situações em que os sistemas trifásicos aplicados sejam simétricos e equilibrados, quando as componentes de sequência nula serão iguais a zero.

As Figuras (2.2) e (2.3) mostram o posicionamento relativo entre os eixos trifásicos, eixos dq e eixos $\alpha\beta$. Os eixos $\alpha\beta$ são definidos para cada enrolamento, um par $\alpha_s\beta_s$ fixo no estator e outro par $\alpha_r\beta_r$ fixo no rotor, assumindo sua velocidade de rotação $\dot{\theta}$. Por outro lado, os eixos dq , o mesmo par para os dois enrolamentos, podem ser dotados de qualquer velocidade de rotação, $\dot{\psi}$.

2.3.1. Transformação $0\alpha\beta$

Uma mesma matriz representa a transformação $0\alpha\beta$, para tensões e correntes, seja no estator seja no rotor, já que os pares de eixos de tal transformação estarão solidários a cada um dos enrolamentos. Dessa forma, tem-se:

a) no estator

$$[\gamma_e]_{o\alpha\beta} = [A^{-1}] [\gamma_e]_{abc} \quad (a)$$

$$[\gamma_e]_{abc} = [A] [\gamma_e]_{o\alpha\beta} \quad (b) \quad \text{Eq. (2.8)}$$

b) no rotor

$$[\gamma_r]_{o\alpha\beta} = [A^{-1}] [\gamma_r]_{abc} \quad (a)$$

$$[\gamma_r]_{abc} = [A] [\gamma_r]_{o\alpha\beta} \quad (b) \quad \text{Eq. (2.9)}$$

Nas Eq. (2.8) e (2.9), o símbolo γ representa originalmente forças-magnetomotrizes (vide [BARBI]), nos correspondentes enrolamentos podendo, entretanto, representar correntes e tensões necessitando, para tanto, que as bobinas das fases do enrolamento da máquina representado em variáveis $o\alpha\beta$ possuam o mesmo número de espiras, por exemplo n_2 , e as bobinas de cada fase do enrolamento correspondente na máquina trifásica, abc , possuam um mesmo número n_3 de espiras. Desse modo, a matriz transformação fica:

$$[A^{-1}] = \frac{n_3}{n_2} \begin{bmatrix} h & h & h \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad \text{Eq. (2.10)}$$

Para que a potência envolvida seja invariante, ao se aplicar esta transformação ao sistema original, é necessário que as matrizes $[A]$ e $[A^{-1}]$ sejam ortogonais, para tanto, valem as Eqs. (2.11), (2.12)(a) e (b). ([KU], [BARBI])

$$[A] = [A^{-1}]^T \quad \text{Eq. (2.11)}$$

$$\frac{n_3}{n_2} = \sqrt{\frac{2}{3}} \quad (a)$$

$$h = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (b) \quad \text{Eq. (2.12)}$$

Na transformação $0\alpha\beta$ as variáveis trifásicas são substituídas por variáveis bifásicas e uma variável chamada de sequência zero.

2.3.2. Transformação $0dq$ (PARK) a partir da $0\alpha\beta$

Ainda que Park em seu trabalho original não tenha levado em conta a invariância de potência e a transformação aqui desenvolvida o faça, como em [KU], os méritos lhe são creditados.

Uma análise das relações trigonométricas na Figura (2.2) permite que se obtenha as grandezas de estator e de rotor, transformadas do sistema $0\alpha\beta$ para o sistema $0dq$:

a) no estator

$$[\gamma_e]_{0dq} = [B_e^{-1}] [\gamma_e]_{0\alpha\beta} \quad (a)$$

e

$$[\gamma_e]_{0\alpha\beta} = [B_e] [\gamma_e]_{0dq} \quad (b) \quad \text{Eq. (2.13)}$$

com

$$[B_e^{-1}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\psi) & \sin(\psi) \\ 0 & -\sin(\psi) & \cos(\psi) \end{bmatrix} \quad (a)$$

e

$$[B_e] = [B_e^{-1}]^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\psi) & -\sin(\psi) \\ 0 & \sin(\psi) & \cos(\psi) \end{bmatrix} \quad (b) \quad \text{Eq. (2.14)}$$

b) no rotor

$$[\gamma_r]_{odq} = [B_r^{-1}] [\gamma_r]_{o\alpha\beta} \quad (a)$$

$$[\gamma_r]_{o\alpha\beta} = [B_r] [\gamma_r]_{odq} \quad (b) \quad \text{Eq. (2.15)}$$

com

$$[B_r^{-1}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\psi - \theta) & \sin(\psi - \theta) \\ 0 & -\sin(\psi - \theta) & \cos(\psi - \theta) \end{bmatrix} \quad (a)$$

e

$$[B_r] = [B_r^{-1}]^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\psi - \theta) & -\sin(\psi - \theta) \\ 0 & \sin(\psi - \theta) & \cos(\psi - \theta) \end{bmatrix} \quad (b) \quad \text{Eq. (2.16)}$$

O símbolo ψ que aparece nas Equações (2.14), (2.15) e (2.16) representa a posição angular do eixo d em relação ao eixo

magnético da fase a do enrolamento do estator, como na Figura (2.2).

Na transformação de PARK as variáveis bifásicas são substituídas por variáveis fictícias, também bifásicas, em um sistema de referência que gira em relação ao estator. Em regime permanente estas novas variáveis podem ser constantes.

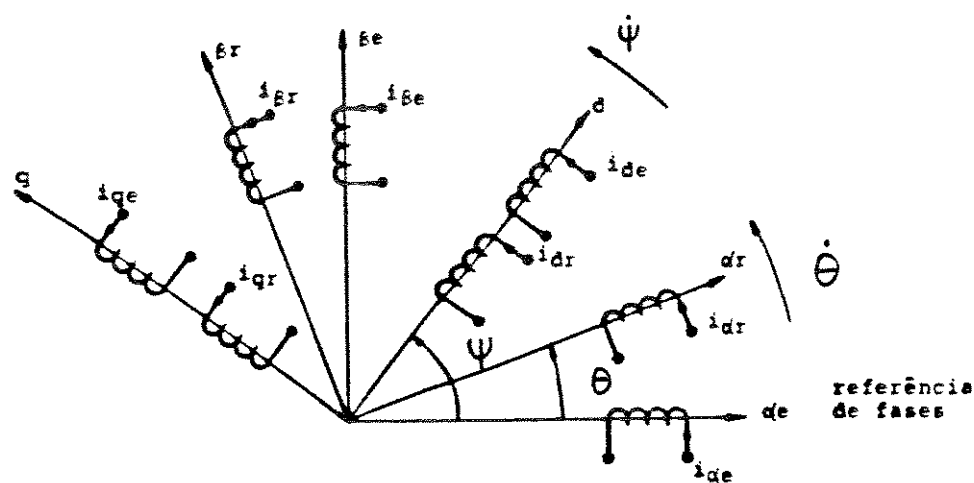


Figura (2.2) - Representação dos Eixos e Enrolamentos da Máquina Bifásica (BARBI).

2.3.3. Transformação Trifásico $\rightarrow$ odq

Como apenas um par de eixos dq é associado à máquina, para que as grandezas envolvidas sejam escritas como funções das componentes dq , é necessário obter-se as matrizes de transformação para cada enrolamento, de estator e de rotor.

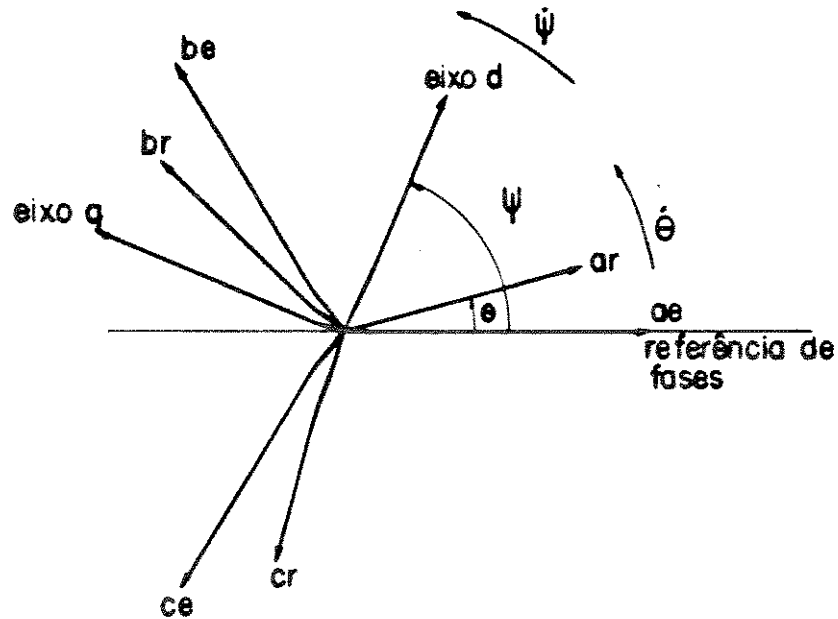


Figura (2.3) - Representação dos eixos e enrolamentos da máquina Trifásica e da Bifásica (dq) equivalente

a) no estator

Combinando-se as Eqs. (2.8)(a) e (2.13)(a) e realizando-se o produto matricial chega-se à Eq. (2.17),

$$[C_e^{-1}] = [B_e^{-1}][A^{-1}] =$$

$$= \sqrt{2/3} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ \cos \psi & \cos(\psi - 2\pi/3) & \cos(\psi + 2\pi/3) \\ -\sin \psi & -\sin(\psi - 2\pi/3) & -\sin(\psi + 2\pi/3) \end{bmatrix} =$$

$$= [C_e]^T$$

Eq. (2.17)

na qual tem-se

$$\begin{bmatrix} v_e \\ ou \\ i_e \end{bmatrix}_{odq} = [C_e^{-1}] \begin{bmatrix} v_e \\ ou \\ i_e \end{bmatrix}_{abc} \quad (a)$$

$$\begin{bmatrix} v_e \\ ou \\ i_e \end{bmatrix}_{abc} = [C_e] \begin{bmatrix} v_e \\ ou \\ i_e \end{bmatrix}_{odq} \quad (b) \quad Eq. (2.18)$$

b) no rotor

Fazendo-se as substituições necessárias entre as Eqs. (2.9)(a) e (2.15)(a) e efetuando-se o produto matricial chega-se à Eq. (2.19),

$$\begin{aligned} [C_r^{-1}] &= [B_r^{-1}] [A^{-1}] = \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ \cos(\psi - \theta) & \cos[(\psi - \theta) - 2\pi/3] & \cos[(\psi - \theta) + 2\pi/3] \\ -\sin(\psi - \theta) & -\sin[(\psi - \theta) - 2\pi/3] & -\sin[(\psi - \theta) + 2\pi/3] \end{bmatrix} = \\ &= [C_r]^T \quad Eq. (2.19) \end{aligned}$$

onde,

$$\begin{bmatrix} v_r \\ ou \\ i_r \end{bmatrix}_{odq} = [C_r^{-1}] \begin{bmatrix} v_r \\ ou \\ i_r \end{bmatrix}_{abc} \quad (a)$$

$$\begin{bmatrix} v_r \\ ou \\ i_r \end{bmatrix}_{abc} = [C_r] \begin{bmatrix} v_r \\ ou \\ i_r \end{bmatrix}_{odq} \quad (b) \quad Eq. (2.20)$$

2.4. Extensão da Análise à Máquina de $p/2$ pares de polos

Até este ponto considerou-se a máquina de apenas um par de polos; para aumentar o grau de generalização desta análise, esta será estendida à máquina de $p/2$ pares de polos. Para tanto, nas expressões representativas do modelo matemático, onde aparecem as posições angulares θ e ψ , elas são substituídas por, respectivamente, $(\frac{p}{2} \theta)$ e $(\frac{p}{2} \psi)$, exceto na equação dinâmica.

Portanto, todas as referências às Eqs. (2.6), (2.14)(a) e (b), (2.16)(a) e (b), (2.17) e, finalmente, (2.19) já incluirão a alteração em questão.

2.5. Desenvolvimento do Modelo Matemático em Variáveis dq

Pré-multiplicando-se a Eq. (2.1) por $[C_e^{-1}]$ e efetuando-se as substituições necessárias resulta:

$$\begin{aligned} [v_e]_{odq} = & [C_e^{-1}] [R_e] [C_e] [i_e]_{odq} + [C_e^{-1}] [L_{ee}] \frac{d}{dt} \{ [C_e] [i_e]_{odq} \} + \\ & + [C_e^{-1}] \frac{d}{dt} \{ [L_{er}(\theta)] [C_r] [i_r]_{odq} \} \end{aligned} \quad \text{Eq. (2.21)}$$

Da mesma forma, pré-multiplicando-se a Eq. (2.2) por $[C_r^{-1}]$ e efetuando-se as substituições necessárias resulta:

$$\begin{aligned} [v_r]_{odq} = & [C_r^{-1}] [R_r] [C_r] [i_r]_{odq} + [C_r^{-1}] \frac{d}{dt} \{ [L_{rr}] [C_r] [i_r]_{odq} \} + \\ & + [C_r^{-1}] \frac{d}{dt} \{ [L_{re}(\theta)] [C_e] [i_e]_{odq} \} \end{aligned} \quad \text{Eq. (2.22)}$$

Substituindo, ainda, na equação do torque eletromagnético, Eq. (2.5), as variáveis abc por odq, desenvolvendo-se a diferenciação e os diversos produtos matriciais envolvidos, chega-se a:

$$T_{el} = \frac{3}{2} M_{er} \left(\frac{P}{2} \right) [i_{qe} \cdot i_{dr} - i_{de} \cdot i_{qr}] \quad \text{Eq. (2.23)}$$

Feitos os diversos desenvolvimentos, como no Apêndice (2.1), verifica-se que as variáveis de sequência zero, além de não contribuírem para o conjugado eletromagnético, estão desacopladas das demais. Considerando então, a partir de agora apenas as variáveis dq, tem-se:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} v_{de} \\ v_{qe} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_e & 0 \\ 0 & R_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{de} \\ i_{qe} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{ee} & 0 \\ 0 & L_{ee} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{de} \\ i_{qe} \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & -L_{ee} \\ L_{ee} & 0 \end{bmatrix} \left(\frac{P}{2} \dot{\psi} \right) \begin{bmatrix} i_{de} \\ i_{qe} \end{bmatrix} + \\ &+ \frac{3}{2} M_{er} \frac{P}{2} \dot{\psi} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} + \frac{3}{2} M_{er} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{de} \\ i_{qe} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (a)$$

onde,

$$L_{ee} = L_e - M_e \quad (b)$$

Eq. (2.24)

e

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} v_{dr} \\ v_{qr} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_r & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} + \left[\frac{P}{2} (\dot{\psi} - \dot{\theta}) \right] \begin{bmatrix} 0 & -L_{rr} \\ L_{rr} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} L_{rr} & 0 \\ 0 & L_e \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} + \frac{3}{2} M_{er} \left[\frac{P}{2} (\dot{\psi} - \dot{\theta}) \right] \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{de} \\ i_{qe} \end{bmatrix} + \\
 &+ \frac{3}{2} M_{er} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{de} \\ i_{qe} \end{bmatrix} \quad (c)
 \end{aligned}$$

onde,

$$L_{rr} = L_r - M_r \quad (d) \quad \text{Eq. (2.24)}$$

Combinando-se as Eqs. (2.24) (a,b) e (c,d) chega-se a uma expressão matricial que relaciona os vetores $[v]$ e $[i]$ (tensão e corrente), representada pela Eq. (2.25).

A Eq. (2.25) representa a máquina de indução com os eixos dq localizados em uma posição angular genérica ψ , a qual pode assumir qualquer valor.

$$\begin{bmatrix} v_{de} \\ v_{qe} \\ v_{dr} \\ v_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R_e + L_{ee} \frac{d}{dt}] & [-L_{ee} (\frac{P}{2} \dot{\psi})] \\ [L_{ee} (\frac{P}{2} \dot{\psi})] & [R_e + L_{ee} \frac{d}{dt}] \\ [\frac{3}{2} M_{er} \frac{d}{dt}] & [-\frac{3}{2} M_{er} \frac{P}{2} (\dot{\psi} - \dot{\theta})] \\ [\frac{3}{2} M_{er} \frac{P}{2} (\dot{\psi} - \dot{\theta})] & [\frac{3}{2} M_{er} \frac{d}{dt}] \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} [\frac{3}{2} M_{er} \frac{d}{dt}] & [-\frac{3}{2} M_{er} (\frac{P}{2} \dot{\psi})] \\ [\frac{3}{2} M_{er} (\frac{P}{2} \dot{\psi})] & [\frac{3}{2} M_{er} \frac{d}{dt}] \\ [R_r + L_{rr} \frac{d}{dt}] & [-L_{rr} \frac{P}{2} (\dot{\psi} - \dot{\theta})] \\ [L_{rr} \frac{P}{2} (\dot{\psi} - \dot{\theta})] & [R_r + L_{rr} \frac{d}{dt}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{de} \\ i_{qe} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix}$$

Eq. (2.25)

2.6. Modelo do Sistema Máquina/Carga em Equações de Estado [BARBI]

Como será notado no Capítulo 5, esta representação em equações de estado é a mais conveniente para a simulação tendo em vista a metodologia computacional adotada.

2.6.1. Parte Elétrica do Modelo

Considerando a Eq. (2.25) e nela chamando de $[Z_1]$ a matriz que relaciona $[v]$ com $[i]$, é possível colocá-la na forma de Equação de Estado.

Para tanto, é necessário que na matriz $[Z_1]$ sejam separados, ordenadamente, os coeficientes das componentes de $[i]$

dos coeficientes das componentes de $\frac{d}{dt}[i]$, ficando, então, como é mostrado nas Eqs. (2.26)(a), (b) e (c).

$$[v] = [Z_2] \frac{d}{dt}[i] + [Z_3][i] \quad (a)$$

onde,

$$[Z_2] = \begin{bmatrix} L_{ee} & 0 & \frac{3}{2} M_{er} & 0 \\ 0 & L_{ee} & 0 & \frac{3}{2} M_{er} \\ \frac{3}{2} M_{er} & 0 & L_{rr} & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} M_{er} & 0 & L_{rr} \end{bmatrix} \quad (b)$$

$$[Z_3] = \begin{bmatrix} (R_e) & (-L_{ee} \dot{\psi} \frac{P}{2}) \\ (L_{ee} \dot{\psi} \frac{P}{2}) & (R_e) \\ (0) & [-\frac{3}{2} M_{er} (\dot{\psi} - \dot{\theta}) \frac{P}{2}] \\ [-\frac{3}{2} M_{er} (\dot{\psi} - \dot{\theta}) \frac{P}{2}] & (0) \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} (0) & (-\frac{3}{2} M_{er} \dot{\psi} \frac{P}{2}) \\ (\frac{3}{2} M_{er} \dot{\psi} \frac{P}{2}) & (0) \\ (R_r) & [-L_{rr} (\dot{\psi} - \dot{\theta}) \frac{P}{2}] \\ [-L_{rr} (\dot{\psi} - \dot{\theta}) \frac{P}{2}] & (R_r) \end{bmatrix} \quad (c)$$

Eq. (2.26)

Explicitando-se o termo em derivada temporal de $[i]$ na equação (2.26)(a) a qual é, em seguida, pré-multiplicada por $[Z_2^{-1}]$, resultam as Eqs. (2.27)(a), (b) e (c).

$$\frac{d}{dt} [i] = - [Z_2^{-1}] [Z_3] [i] + [Z_2^{-1}] [v] \quad (a)$$

onde,

$$[Z_2^{-1}] = \frac{1}{L_{ee} L_{rr} - \left(-\frac{3}{2} M_{er}\right)^2} \begin{bmatrix} L_{rr} & 0 & -\frac{3}{2} M_{er} & 0 \\ 0 & L_{rr} & 0 & -\frac{3}{2} M_{er} \\ -\frac{3}{2} M_{er} & 0 & L_{ee} & 0 \\ 0 & -\frac{3}{2} M_{er} & 0 & L_{ee} \end{bmatrix} \quad (b)$$

Para simplificação na forma de apresentar as equações, deste ponto em diante serão utilizadas, convenientemente, as expressões:

$$\frac{1}{\Sigma} = \frac{1}{L_{ee} L_{rr} - \left(-\frac{3}{2} M_{er}\right)^2} \quad (c)$$

$$[H] = - [Z_2^{-1}] [Z_3] \quad (d) \quad \text{Eq. (2.27)}$$

Após serem realizadas as operações matriciais na equação (2.27)(a), chega-se à equação (2.28) em uma estrutura de referência genérica, ou seja, o conjunto de eixos dq pode ser localizado seja no estator, seja no rotor ou ainda no campo girante (referência síncrona).

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{de} \\ i_{qe} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} = \frac{1}{\Sigma} \begin{bmatrix} (-R_e L_{ee}) & [L_{ee} L_{rr} \dot{\psi} \frac{P}{2} - (\frac{3}{2} M_{er})^2 (\dot{\psi} - \dot{\theta}) \frac{P}{2}] \\ [-L_{ee} L_{rr} \dot{\psi} \frac{P}{2} + (\frac{3}{2} M_{er})^2 (\dot{\psi} - \dot{\theta}) \frac{P}{2}] & (-R_e L_{rr}) \\ (\frac{3}{2} M_{er} R_e) & (-\frac{3}{2} M_{er} L_{ee} \dot{\theta} \frac{P}{2}) \\ (\frac{3}{2} M_{er} L_{ee} \dot{\theta} \frac{P}{2}) & (\frac{3}{2} M_{er} R_e) \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} (\frac{3}{2} M_{er} R_e) & (\frac{3}{2} M_{er} L_{rr} \dot{\theta} \frac{P}{2}) \\ (-\frac{3}{2} M_{er} L_{rr} \dot{\theta} \frac{P}{2}) & (\frac{3}{2} M_{er} R_e) \\ (-R_r L_{ee}) & [L_{ee} L_{rr} (\dot{\psi} - \dot{\theta}) \frac{P}{2} - (\frac{3}{2} M_{er})^2 \dot{\psi} \frac{P}{2}] \\ [-L_{ee} L_{rr} (\dot{\psi} - \dot{\theta}) \frac{P}{2} + (\frac{3}{2} M_{er})^2 \dot{\psi} \frac{P}{2}] & (-R_r L_{ee}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{de} \\ i_{qe} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix}$$

$$+ \frac{1}{\Sigma} \begin{bmatrix} L_{rr} & 0 & -\frac{3}{2} M_{er} & 0 \\ 0 & L_{rr} & 0 & -\frac{3}{2} M_{er} \\ -\frac{3}{2} M_{er} & 0 & L_{ee} & 0 \\ 0 & -\frac{3}{2} M_{er} & 0 & L_{ee} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{de} \\ v_{qe} \\ v_{dr} \\ v_{qr} \end{bmatrix}$$

Eq. (2.28)

2.6.2. Parte Mecânica do Modelo

A Equação (2.7), para ser posta na forma de Equação de Estado, deve ser decomposta em duas equações, a (2.7)'(a) e a (b), como segue:

$$\frac{d\omega_r}{dt} = -\frac{P}{2} \frac{D}{J} \omega_r + \frac{P}{2} \frac{1}{J} \left[T_{el} - T_c \right] \quad (a)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{2}{P} \omega_r \quad (= \text{velocidade mecânica do rotor}) \quad (b)$$

Eq. (2.7)'

Obs.: A equação de ligação entre as partes elétrica e mecânica do modelo é dada pela Equação (2.23).

2.7. Equação de Estado Referenciada no Campo Girante

Com relação à localização da estrutura de referência optou-se pelo campo girante; desse modo, a velocidade de rotação do conjunto de eixos dq se iguala à frequência angular, ω_s , das tensões aplicadas ao enrolamento trifásico do estator, como é visto na Eq. (2.29).

$$\frac{P}{2} \dot{\psi} = \omega_s \quad \text{Eq. (2.29)}$$

na forma integral têm-se:

$$\frac{P}{2} \psi = \omega_s t + C_1 \quad (a) \quad \text{Eq. (2.30)}$$

pois ω_s é suposta constante. A partir da Eq. (2.7)'(b), vem:

$$\frac{P}{2} \theta = \int \omega_r dt + C_2 \quad (b) \quad \text{Eq. (2.30)}$$

A opção por se colocar a estrutura de referência no campo girante se prende ao fato das correntes em regime permanente apresentarem-se constantes nesta localização do referencial, o que facilita as considerações em termos de condições iniciais, na análise do sistema, ao ocorrerem mudanças nas excitações ou cargas.

No presente trabalho é considerada apenas a Operação em MALHA-ABERTA, como foi notado no Capítulo 1. As tensões de estator e de rotor são dadas, respectivamente, por:

$$\begin{aligned}
 v_{ae} &= \sqrt{2} V_e \cos(\omega_s t + \alpha_e) & (V) & (a) \\
 v_{be} &= \sqrt{2} V_e \cos(\omega_s t + \alpha_e - 2\pi/3) & (V) & (b) \\
 v_{ce} &= \sqrt{2} V_e \cos(\omega_s t + \alpha_e + 2\pi/3) & (V) & (c) \quad \text{Eq. (2.31)} \\
 \\
 v_{ar} &= \sqrt{2} V_r \cos(\omega_{rr} t + \alpha_r) & (V) & (a) \\
 v_{br} &= \sqrt{2} V_r \cos(\omega_{rr} t + \alpha_r - 2\pi/3) & (V) & (b) \\
 v_{cr} &= \sqrt{2} V_r \cos(\omega_{rr} t + \alpha_r + 2\pi/3) & (V) & (c) \quad \text{Eq. (2.32)}
 \end{aligned}$$

onde ω_{rr} é a frequência angular da alimentação elétrica do rotor

As tensões de estator e de rotor na referência odq resultam, respectivamente, nas expressões dadas pelas Eqs. (2.33) (a), (b) e (c), (d)

$$\begin{aligned}
 v_{de} &= \sqrt{3} V_e \cos(\alpha_e) & (V) & (a) \\
 v_{qe} &= \sqrt{3} V_e \sin(\alpha_e) & (V) & (b) \\
 \\
 v_{dr} &= \sqrt{3} V_r \cos \left[\left(\omega_s t - \frac{p}{2} \theta \right) - (\omega_{rr} t + \alpha_r) \right] & (V) & (c) \\
 v_{qr} &= -\sqrt{3} V_r \sin \left[\left(\omega_s t - \frac{p}{2} \theta \right) - (\omega_{rr} t + \alpha_r) \right] & (V) & (d) \\
 & & & \text{Eq. (2.33)}
 \end{aligned}$$

No caso da Operação em MALHA-FECHADA as tensões de rotor, na frequência de escorregamento obtida a partir de um sensor da posição θ de rotor, seriam dadas por:

$$v_{ar} = \sqrt{2} V_r \cos \left(\omega_s t - \frac{P}{2} \theta + \alpha_r \right) \quad (a)$$

$$v_{br} = \sqrt{2} V_r \cos \left(\omega_s t - \frac{P}{2} \theta - \frac{2\pi}{3} + \alpha_r \right) \quad (b)$$

$$v_{cr} = \sqrt{2} V_r \cos \left(\omega_s t - \frac{P}{2} \theta + \frac{2\pi}{3} + \alpha_r \right) \quad (c) \quad \text{Eqs. (2.34)}$$

Em consequência,

$$v_{dr} = \sqrt{3} V_r \cos(\alpha_r) \quad (V) \quad (a)$$

$$v_{qr} = \sqrt{3} V_r \sin(\alpha_r) \quad (V) \quad (b)$$

Eqs. (2.35)

As equações (2.33) (c) e (d) seriam também simplificadas em regime permanente, suposta velocidade constante tal que:

$$\frac{P}{2} \dot{\theta} = \omega_s - \omega_{rr} = \omega_r \quad \text{Eq. (2.35)(c)}$$

e assumiriam, também neste caso (para valores adequados das constantes de integração) as expressões (2.35)(a) e (b).

Observação: as Eqs. (2.33) e (3.35) foram deduzidas no Apêndice (2.1).

Reescrevendo-se, agora na referência síncrona, a Eq. (2.28) chega-se à equação (2.36)(a) representando a parte elétrica do modelo, enquanto as eqs. (2.36)(b) e (c) passam a representar a parte mecânica em lugar das eqs. (2.7)'(a) e (b).

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{de} \\ i_{qe} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} = \frac{1}{\Sigma} \begin{bmatrix} (-R_e L_{rr}) & [L_{ee} L_{rr} \omega_s - (\frac{3}{2} M_{er})^2 (\omega_s - \omega_r)] \\ [-L_{ee} L_{rr} \omega_s + (\frac{3}{2} M_{er})^2 (\omega_s - \omega_r)] & (-R_e L_{rr}) \\ (\frac{3}{2} M_{er} R_e) & (-\frac{3}{2} M_{er} L_{ee} \omega_r) \\ (\frac{3}{2} M_{er} L_{ee} \omega_r) & (\frac{3}{2} M_{er} R_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{de} \\ i_{qe} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} (\frac{3}{2} M_{er} R_r) & (\frac{3}{2} M_{er} L_{rr} \omega_r) \\ (-\frac{3}{2} M_{er} L_{rr} \omega_r) & (\frac{3}{2} M_{er} R_r) \\ (-R_r L_{ee}) & [L_{ee} L_{rr} (\omega_s - \omega_r) - (\frac{3}{2} M_{er})^2 \omega_s] \\ [-L_{ee} L_{rr} (\omega_s - \omega_r) + (\frac{3}{2} M_{er})^2 \omega_s] & (-R_r L_{ee}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{de} \\ i_{qe} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix}$$

$$+ \frac{1}{\Sigma} \begin{bmatrix} L_{rr} & 0 & -\frac{3}{2} M_{er} & 0 \\ 0 & L_{rr} & 0 & -\frac{3}{2} M_{er} \\ -\frac{3}{2} M_{er} & 0 & L_{ee} & 0 \\ 0 & -\frac{3}{2} M_{er} & 0 & L_{ee} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{de} \\ v_{qe} \\ v_{dr} \\ v_{qr} \end{bmatrix} \quad (a)$$

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{1}{J} \frac{P}{2} \left[-\frac{2}{P} D \omega_r + T_{el} - T_c \right] \quad (b)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{2}{p} \omega_r \quad (c)$$

Eq. (2.36)

Somada a estas últimas Equações, a Eq. (2.23) completa o modelo que é objeto de simulações na Parte 1 do Capítulo 5.

2.8. Comentários sobre o Modelo Matemático Obtido

Em condições de velocidade de rotação constante do eixo da máquina, soluções analíticas podem ser obtidas para a equação (2.36).

No entanto, sob condições dinâmicas, as dificuldades analíticas crescem, tornando-se em geral impossível a obtenção de soluções desta natureza, já que, segundo [CHEN], [COPPEL] e [DESOER], uma condição a que a equação (2.36) deve obedecer a fim de que se obtenha a *Matriz de Transição de Estado*, de fundamental importância no processo analítico de obtenção de soluções da *Equação de Estado*, é:

$$[H] \cdot \int_{t_0}^t [H] d\bar{t} = \int_{t_0}^t [H] d\bar{t} \cdot [H] \quad \text{Eq. (2.38)}$$

onde $[H]$ é a *Matriz dos Coeficientes* dos termos componentes de $[i]$, dada pela Eq. (2.27)(a). Tal condição será satisfeita se ω_r for constante (detalhes no Apêndice 2.2).

A análise considerando velocidade ω_r constante é feita no CAPÍTULO 3.

No CAPÍTULO 4 é desenvolvido um modelo linear para pequenas variações, com vistas ao estudo da estabilidade.

Resta, então, em termos transitórios, o recurso da manipulação numérica das equações (2.36) e (2.23), por meio de simulação em computador digital, cujos resultados são mostrados no CAPÍTULO 5.

CAPÍTULO 3 - ANÁLISE DO SISTEMA COM VELOCIDADE CONSTANTE ($J \rightarrow \infty$):

Regime Permanente

3.1. Introdução

Neste capítulo a atenção é voltada a um caso particular da análise do Motor de Indução de Dupla Alimentação, que é o Regime Permanente. Entre as hipóteses possíveis para se garantir velocidade constante no sistema motor/carga, destaca-se a situação de momento de inércia infinito. Para simplificar considera-se ausência de atrito viscoso no modelo.

3.2. O Modelo Matemático Considerado

A análise em regime permanente resume-se então ao modelo elétrico dado pela Eq. (3.1), oriunda da Eq. (2.25) escrita na referência síncrona. O torque eletromagnético é dado pela eq. (2.23).

Considerando-se que, em regime permanente, na referência síncrona as correntes transformadas assumem valores constantes, então a solução do conjunto de equações diferenciais que compõem a equação (3.1) é transformada na solução de um sistema de equações algébricas lineares como em [HOLMES]. Assim, invertida a matriz dos coeficientes da equação (3.1), chega-se às equações (3.2).

$$\begin{bmatrix} v_{de} \\ v_{qe} \\ v_{dr} \\ v_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_e + L_{ee} \frac{d}{dt} & -\omega_s L_{ee} \\ \omega_s L_{ee} & R_e + L_{ee} \frac{d}{dt} \\ \frac{3}{2} M_{er} \frac{d}{dt} & -\frac{3}{2} M_{er} (\omega_s - \omega_r) \\ \frac{3}{2} M_{er} (\omega_s - \omega_r) & \frac{3}{2} M_{er} \frac{d}{dt} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{3}{2} M_{er} \frac{d}{dt} & -\frac{3}{2} M_{er} \omega_s \\ \frac{3}{2} M_{er} \omega_s & \frac{3}{2} M_{er} \frac{d}{dt} \\ R_r + L_{rr} \frac{d}{dt} & -L_{rr} (\omega_s - \omega_r) \\ L_{rr} (\omega_s - \omega_r) & R_r + L_{rr} \frac{d}{dt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{de} \\ i_{qe} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} \quad \text{Eq. (3.1)}$$

$$T_{el} = \frac{3}{2} M_{er} \left(\frac{p}{2} \right) (i_{qe} i_{dr} - i_{de} i_{qr}) \quad \text{Eq. (2.23)}$$

$$\begin{bmatrix} i_{de} \\ i_{qe} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & A_3 & A_4 \\ -A_2 & A_1 & -A_4 & A_3 \\ A_5 & A_6 & A_7 & A_8 \\ -A_6 & A_5 & -A_8 & A_7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{de} \\ v_{qe} \\ v_{dr} \\ v_{qr} \end{bmatrix} \quad (a)$$

onde tem-se:

$$D = \left\{ R_e R_r - (\omega_s - \omega_r) \omega_s \left[L_{ee} L_{rr} - \left(\frac{3}{2} M_{er} \right)^2 \right] \right\}^2 + \left[R_r \omega_s L_{ee} + (\omega_s - \omega_r) L_{rr} R_e \right]^2 \quad (b)$$

$$A_1 = R_e R_r^2 + R_e L_{rr}^2 (\omega_s - \omega_r)^2 + R_r \left(\frac{3}{2} M_{er} \right)^2 (\omega_s - \omega_r) \omega_s \quad (c)$$

$$A_2 = R_r^2 \omega_s L_{ee} + \omega_s (\omega_s - \omega_r)^2 L_{rr} \left[L_{ee} L_{rr} - \left(\frac{3}{2} M_{er} \right)^2 \right] \quad (d)$$

$$A_3 = -\frac{3}{2} M_{er} \omega_s \left[\omega_s L_{ee} R_r + (\omega_s - \omega_r) L_{rr} R_e \right] \quad (d)$$

$$A_4 = \frac{3}{2} M_{er} \omega_s \left\{ \left[L_{ee} L_{rr} - \left(\frac{3}{2} M_{er} \right)^2 \right] (\omega_s - \omega_r) \omega_s - R_e R_r \right\} \quad (e)$$

$$A_5 = -\frac{3}{2} M_{er} (\omega_s - \omega_r) \left[\omega_s L_{ee} R_r + (\omega_s - \omega_r) L_{rr} R_e \right] \quad (f)$$

$$A_6 = -\frac{3}{2} M_{er} (\omega_s - \omega_r) \left\{ \left[L_{ee} L_{rr} - \left(\frac{3}{2} M_{er} \right)^2 \right] (\omega_s - \omega_r) \omega_s - R_e R_r \right\} \quad (g)$$

$$A_7 = R_e^2 R_r + \left(\frac{3}{2} M_{er} \right)^2 R_e \omega_s (\omega_s - \omega_r) + \omega_s^2 L_{ee}^2 R_r \quad (h)$$

$$A_8 = (\omega_s - \omega_r) \left\{ R_e^2 L_{rr} + \omega_s^2 L_{ee} \left[L_{ee} L_{rr} - \left(\frac{3}{2} M_{er} \right)^2 \right] \right\} \quad (i)$$

Eq. (3.2)

As expressões das correntes são obtidas resolvendo-se a equação (3.2)(a), resultando em:

$$i_{de} = \frac{1}{D} (A_1 v_{de} + A_2 v_{qe} + A_3 v_{dr} + A_4 v_{qr}) \quad (a)$$

$$i_{qe} = \frac{1}{D} (-A_2 v_{de} + A_1 v_{qe} - A_4 v_{dr} + A_3 v_{qr}) \quad (b)$$

$$i_{dr} = \frac{1}{D} (A_5 v_{de} + A_6 v_{qe} + A_7 v_{dr} + A_8 v_{qr}) \quad (c)$$

$$i_{qr} = \frac{1}{D} (-A_6 v_{de} + A_5 v_{qe} - A_8 v_{dr} + A_7 v_{qr}) \quad (d) \quad \text{Eq. (3.3)}$$

As tensões transformadas de estator e de rotor são dadas pelas eqs. (2.33)(a) e (b) e (2.35)(a) e (b), respectivamente, em regime permanente. Assim, se nas tensões de estator fizer-se $\alpha_e = 0$, deixando a possibilidade de α_r assumir valores impostos convenientemente, elas resultam:

$$\begin{bmatrix} v_{de} \\ v_{qe} \end{bmatrix} = \sqrt{3} V_e \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (a) \quad \text{e} \quad \begin{bmatrix} v_{dr} \\ v_{qr} \end{bmatrix} = \sqrt{3} V_r \begin{bmatrix} \cos(\alpha_r) \\ \sin(\alpha_r) \end{bmatrix} \quad (b) \quad \text{Eq. (3.4)}$$

Substituindo-se as eqs. (3.4) nas eqs. (3.3) e o resultado desta substituição na eq. (2.23) do conjugado eletromagnético, chega-se à eq. (3.5).

$$\begin{aligned} T_{el} = 3 \left(\frac{3}{2} M_{er} \right) \left(\frac{P}{2} \right) \left(\frac{1}{D^2} \right) & \left[V_e^2 (A_1 A_6 - A_2 A_5) + V_r^2 (A_3 A_8 - A_4 A_7) + \right. \\ & + V_e V_r \cos(\alpha_r) (A_1 A_8 + A_3 A_6 - A_2 A_7 - A_4 A_5) + \\ & \left. + V_e V_r \sin(\alpha_r) (A_3 A_5 + A_4 A_6 - A_1 A_7 - A_2 A_8) \right] \end{aligned} \quad \text{Eq. (3.5)}$$

Finalmente, substitui-se os "A_i's" das eqs. (3.2)(c) a (i) nas eqs. (3.3) das correntes e (3.5) do conjugado eletromagnético, resultando:

$$i_{de} = \frac{\sqrt{3}}{D} \left\{ \left[R_e R_r^2 + R_e L_{rr}^2 (\omega_s - \omega_r)^2 + R_r \left(\frac{3}{2} M_{er} \right)^2 (\omega_s - \omega_r) \omega_s \right] V_e - \right. \\ \left. - \frac{3}{2} M_{er} \omega_s [\omega_s L_{ee} R_r + R_e (\omega_s - \omega_r) L_{rr}] V_r \cos(\alpha_r) - \right. \\ \left. - \frac{3}{2} M_{er} \omega_s \left\{ -R_e R_r + [L_{ee} L_{rr} - \left(\frac{3}{2} M_{er} \right)^2] \omega_s (\omega_s - \omega_r) \right\} V_r \sin(\alpha_r) \right\} \quad (a)$$

$$i_{qe} = \frac{\sqrt{3}}{D} \left\{ \left\{ -R_r^2 \omega_s L_{ee} - \omega_s (\omega_s - \omega_r)^2 L_{rr} [L_{ee} L_{rr} - \left(\frac{3}{2} M_{er} \right)^2] \right\} V_e + \right. \\ \left. + \frac{3}{2} M_{er} \omega_s \left\{ -R_e R_r + [L_{ee} L_{rr} - \left(\frac{3}{2} M_{er} \right)^2] \omega_s (\omega_s - \omega_r) \right\} V_r \cos(\alpha_r) - \right. \\ \left. - \frac{3}{2} M_{er} \omega_s [\omega_s L_{ee} R_r + R_e (\omega_s - \omega_r) L_{rr}] V_r \sin(\alpha_r) \right\} \quad (b)$$

Eqs. (3.3)',

$$i_{dr} = \frac{\sqrt{3}}{D} \left\{ -\frac{3}{2} M_{er} (\omega_s - \omega_r) \left[\omega_s L_{ee} R_r + (\omega_s - \omega_r) L_{rr} R_e \right] V_e + \right. \\ \left. + \left[R_e^2 R_r + \left(\frac{3}{2} M_{er} \right)^2 R_e \omega_s (\omega_s - \omega_r) + \omega_s^2 L_{ee}^2 R_r \right] V_r \cos(\alpha_r) + \right. \\ \left. + (\omega_s - \omega_r) \left\{ R_e^2 L_{rr} + \omega_s^2 L_{ee} [L_{ee} L_{rr} - \left(\frac{3}{2} M_{er} \right)^2] \right\} V_r \sin(\alpha_r) \right\} \quad (c)$$

$$i_{qr} = \frac{\sqrt{3}}{D} \left\{ \frac{3}{2} M_{er} (\omega_s - \omega_r) \left\{ -R_e R_r + \omega_s (\omega_s - \omega_r) [L_{ee} L_{rr} - \left(\frac{3}{2} M_{er} \right)^2] \right\} V_e - \right. \\ \left. - (\omega_s - \omega_r) \left\{ R_e^2 L_{rr} + \omega_s^2 L_{ee} [L_{ee} L_{rr} - \left(\frac{3}{2} M_{er} \right)^2] \right\} V_r \cos(\alpha_r) + \right. \\ \left. + \left[R_e^2 R_r + \left(\frac{3}{2} M_{er} \right)^2 R_e \omega_s (\omega_s - \omega_r) + \omega_s^2 L_{ee}^2 R_r \right] V_r \sin(\alpha_r) \right\} \quad (d)$$

..... Eqs. (3.3)'

$$T_{el} = 3 \left(\frac{3}{2} M_{er} \right)^2 \left(\frac{P}{2} \right) \left(\frac{\omega_s}{D} \right) \left\{ s \cdot R_r \cdot V_e^2 - R_e \cdot V_r^2 - \right. \\ \left. - \frac{V_e \cdot V_r}{\left(\frac{3}{2} M_{er} \omega_s \right)} \cdot \left\{ \left[R_e R_r + s \omega_s^2 [L_{ee} L_{rr} - \left(\frac{3}{2} M_{er} \right)^2] \right] \sin(\alpha_r) + \right. \right. \\ \left. \left. + [R_r \omega_s L_{ee} - s \omega_s L_{rr} R_e] \cos(\alpha_r) \right\} \right\} \quad \text{Eq. (3.5)'}$$

onde $s = \left(\frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s} \right)$ expressão usual
do escorregamento

3.3. Potências Envolvidas

[RIAZ] e [BIM] à luz do circuito equivalente da máquina de indução de dupla alimentação, mostram o balanço de potências envolvidas na operação síncrona do Motor de Indução de Dupla Alimentação.

A Figura (3.1) mostra, na forma de diagrama de blocos, os três terminais da máquina de indução através dos quais potência é recebida ou fornecida pela máquina. É considerada positiva a potência que é recebida pela máquina, elétrica ou mecânica. O conjugado é positivo se se apresentar no mesmo sentido da rotação.

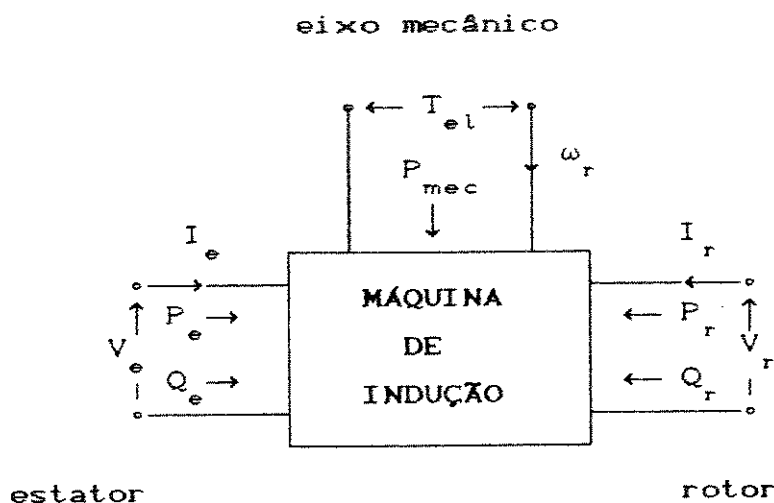


FIGURA (3.1) - Representação em Diagrama de Blocos da Máquina de Indução e as Potências $\{ [RIAZ], [BIM] \}$

Na Figura (3.2) está representado o circuito equivalente da máquina de indução com dois pares de terminais elétricos (rotor e estator). É importante notar que as resistências dos enrolamentos foram consideradas como externas ao sistema,

O diagrama ilustra o modelo de circuito equivalente de um motor de indução ideal, dividido em duas partes principais: o LADO DO ESTATOR e o LADO DO ROTOR.

LADO DO ESTATOR: Representado por um circuito em série com a tensão de alimentação $\dot{V}_e$, a resistência R_e e a reatância jx_e . A corrente de entrada é $\dot{I}_e$. O fluxo magnético no núcleo é $\dot{\Phi}_m$, e a tensão induzida no estator é $\dot{E}_e$. A potência ativa de entrada é P_e e a potência reativa de entrada é Q_e . A potência ativa no estator é $\tilde{P}_e$.

MOTOR DE INDUÇÃO IDEAL: O núcleo magnético é representado por um transformador ideal com o coeficiente de transformação a . O fluxo magnético comum é $\dot{\Phi}_m$.

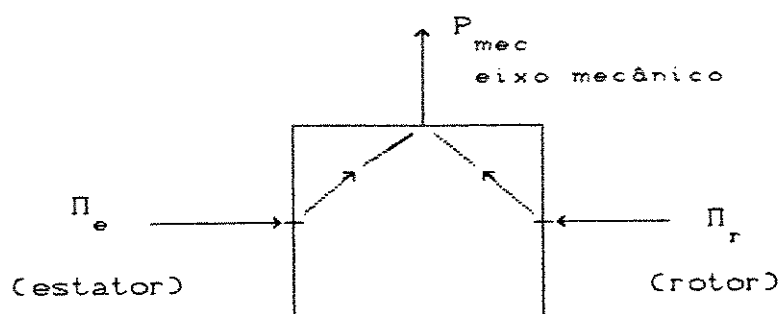
LADO DO ROTOR: Representado por um circuito em série com a reatância jsx_r e a resistência R_r . A corrente no rotor é $\dot{I}_r$. A tensão induzida no rotor é $\dot{E}_r$. A potência ativa no rotor é $\tilde{P}_r$ e a potência reativa no rotor é Q_r . A potência ativa de saída é P_r .

$$x_r = X_r - X_m \quad (\text{de fuga do rotor})$$

44

[RIAZ] e [BIM] representam, também, em função do conjugado eletromagnético e do escorregamento seis regiões de funcionamento da máquina de indução, seja como motor, seja como gerador. No presente trabalho são apresentadas apenas duas regiões nas quais a máquina opera como motor, com escorregamento positivo e menor que a unidade (b) e com escorregamento negativo (α) na Figura (3.3).

(a) $s < 0,0$ $T_{el} > 0,0$



(b) $0,0 < s < 1,0$ $T_{el} > 0,0$

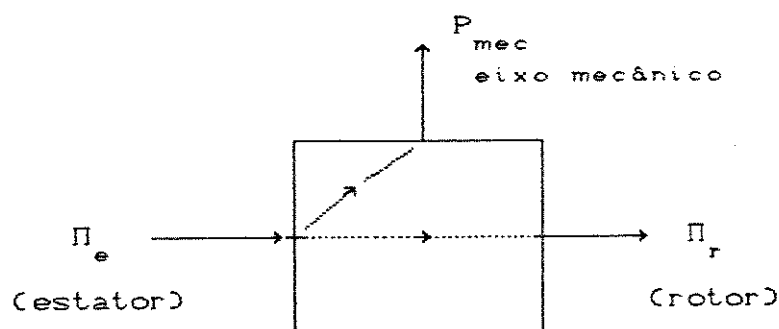


FIGURA (3.3) - Representação do Motor de Indução de Dupla Alimentação em duas configurações de operação em função do escorregamento. [RIAZ]

Comentários sobre a Figura (3.3):

(a) Este caso corresponde a um motor de indução operando acima da velocidade síncrona. Há duas alimentações, a normal do estator e a suplementar do rotor numa frequência igual à de escorregamento. Fixada a frequência de rotor, a velocidade do motor mantém-se independente da carga numa faixa relativamente ampla. Nesta configuração é possível controlar o fator-de-potência atuando-se na amplitude e na fase α_r da tensão de rotor. O sistema trifásico que alimenta o enrolamento de rotor, neste caso, apresenta-se em sequência de fases oposta à da alimentação do estator.

(b) Esta configuração corresponde à operação em velocidade subsíncrona; nestas condições o enrolamento do rotor e o do estator são alimentados com trifásicos que apresentem mesma sequência de fases; injeta-se tensão no circuito do rotor com o intuito de controlar-se velocidade e fator de potência, impondo-se a frequência de escorregamento e variando-se a amplitude e a fase α_r da tensão de rotor.

Os próximos parágrafos permitem melhor compreensão das configurações comentadas.

3.3.1. Cálculos das Expressões das Potências Complexas

As Potências Complexas de estator $\dot{S}_e$ e de rotor $\dot{S}_r$ são dadas pelas equações (3.6)(a) e (b), respectivamente. Elas são calculadas usando-se tensão e corrente eficazes da fase α de cada enrolamento, apenas.

$$\dot{S}_e = 3 \cdot \dot{V}_{ae_{ef}} \cdot \dot{I}_{ae_{ef}}^* \quad (a)$$

na qual têm-se:

$$\dot{V}_{ae_{ef}} = V_e \angle 0$$

$$\dot{I}_{ae_{ef}}^* = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{1/2} \left[i_{de} - j i_{qe} \right]$$

com i_{de} e i_{qe} dadas pelas Eqs. (3.3)'(a) e (b)

$$\dot{S}_r = 3 \cdot \dot{V}_{ar_{ef}} \cdot \dot{I}_{ar_{ef}}^* \quad (b) \quad \text{Eqs. (3.6)}$$

onde têm-se:

$$\dot{V}_{ar_{ef}} = V_r \angle \alpha_r$$

$$\dot{I}_{ar_{ef}}^* = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{1/2} \left[i_{dr} - j i_{qr} \right]$$

com i_{dr} e i_{qr} dadas pelas Eqs. (3.3)'(c) e (d)

observação: vale a notação $\dot{X}$ número complexo

e $\dot{X}^*$ número complexo conjugado de $\dot{X}$

Para simplificar a notação, usou-se nas expressões das potências a representação dos parâmetros na forma de reatâncias:

$$(a) \quad X_m = \omega_s \left[\frac{3}{2} M_{er} \right]; \quad (b) \quad X_e = \omega_s L_{ee} \quad \text{e} \quad (c) \quad X_r = \omega_s L_{rr} \quad \text{Eqs. (3.7)}$$

As potências complexas são dadas nas Eqs. (3.8) e (3.9)

$$\dot{S}_e = \frac{3}{D} \left\{ \left\{ \left(R_e R_r^2 + s^2 X_r^2 R_e + s X_m^2 R_r \right) V_e^2 - X_m \left(X_e R_r + s R_e X_r \right) V_e V_r \cos(\alpha_r) + \right. \right. \\ \left. + X_m \left(R_e R_r - s \left(X_e X_r - X_m^2 \right) \right) V_e V_r \sin(\alpha_r) \right\} + j \left\{ \left(X_e R_r^2 + s^2 X_r \left(X_e X_r - X_m^2 \right) \right) V_e^2 + \right. \\ \left. + X_m \left(R_e R_r - s \left(X_e X_r - X_m^2 \right) \right) V_e V_r \cos(\alpha_r) + X_m \left(X_e R_r + s X_r R_e \right) V_e V_r \sin(\alpha_r) \right\} \right\}$$

Eq. (3.8)

$$\dot{S}_r = \frac{3}{D} \left\{ \left\{ \left(R_e^2 R_r + s X_m^2 R_e + X_e^2 R_r \right) V_r^2 - s X_m \left(X_e R_r + s X_r R_e \right) V_e V_r \cos(\alpha_r) - \right. \right. \\ \left. - s X_m \left(R_e R_r - s \left(X_e X_r - X_m^2 \right) \right) V_e V_r \sin(\alpha_r) \right\} + j \left\{ \left(s X_r R_e^2 + s X_e \left(X_e X_r - X_m^2 \right) \right) V_r^2 + \right. \\ \left. + s X_m \left(R_e R_r - s \left(X_e X_r - X_m^2 \right) \right) V_e V_r \cos(\alpha_r) - s X_m \left(X_e R_r + s X_r R_e \right) V_e V_r \sin(\alpha_r) \right\} \right\}$$

nas quais D é dado pela Eq. (3.2)(b).

Eq. (3.9)

3.3.2. Potências Ativas.

As Potências Ativas nos dois enrolamentos são obtidas pelas partes reais das Potências Complexas nas Eqs. (3.8) e (3.9), resultando nas Eqs. (3.10)(a) para o estator e (b) para o rotor.

$$P_e = \frac{3}{D} \left\{ \left(R_e R_r^2 + s^2 X_r^2 R_e + s X_m^2 R_r \right) V_e^2 - X_m \left(X_e R_r + s R_e X_r \right) V_e V_r \cos(\alpha_r) + \right. \\ \left. + X_m \left(R_e R_r - s \left(X_e X_r - X_m^2 \right) \right) V_e V_r \sin(\alpha_r) \right\} \quad (a)$$

$$P_r = \frac{3}{D} \left\{ \left(R_e^2 R_r + s X_m^2 R_e + X_e^2 R_r \right) V_r^2 - s X_m \left(X_e R_r + s X_r R_e \right) V_e V_r \cos(\alpha_r) + \right.$$

$$\left. - s X_m \left(R_e R_r - s (X_e X_r - X_m^2) \right) V_e V_r \sin(\alpha_r) \right\} \quad (b)$$

Eqs. (3.10)

3.3.3. Potências Reativas

As Potências Reativas correspondem às partes imaginárias das potências complexas, em cada enrolamento, resultando nas Eqs. (3.11)(a) para o estator e (b) para o rotor.

$$Q_e = \frac{3}{D} \left\{ \left(X_e R_r^2 + s^2 X_r (X_e X_r - X_m^2) \right) V_e^2 + X_m \left(R_e R_r - s (X_e X_r - X_m^2) \right) V_e V_r \cos(\alpha_r) + \right.$$

$$\left. + X_m \left(X_e R_r + s X_r R_e \right) V_e V_r \sin(\alpha_r) \right\} \quad (a)$$

$$Q_r = \frac{3}{D} \left\{ \left(s X_r R_e^2 + s X_e (X_e X_r - X_m^2) \right) V_r^2 + s X_m \left(R_e R_r - s (X_e X_r - X_m^2) \right) V_e V_r \cos(\alpha_r) - \right.$$

$$\left. - s X_m \left(X_e R_r + s X_r R_e \right) V_e V_r \sin(\alpha_r) \right\} \quad (b)$$

Eqs. (3.11)

3.3.4. A Conservação da Potência Ativa no Processo de Conversão de Energia Eletromecânica

Define-se em seguida as parcelas de potência ativa que efetivamente participam do processo de conversão eletromecânica no Motor de Indução Duplamente Alimentado. Tais parcelas são

representadas no circuito equivalente da Fig. (3.2) pelos símbolos Π_e no estator e Π_r no rotor, como em [RIAZ], sendo dadas pelas Eqs. (3.12)(a) e (b).

$$\Pi_e = P_e - 3.R_e.I_{ae}^2 \quad (a); \quad \Pi_r = P_r - 3.R_r.I_{ar}^2 \quad (b) \text{ Eqs. (3.12)}$$

Desenvolvendo-se tais Eqs. chega-se a:

$$\Pi_e = \frac{3X_m^2}{D} \left\{ sR_r V_e^2 - R_e V_r^2 - \frac{V_e V_r}{X_m} \left\{ \left[R_e R_r + s \left(X_e X_r - X_m^2 \right) \right] \sin(\alpha_r) + \left[R_r X_e - s X_r R_e \right] \cos(\alpha_r) \right\} \right\} \quad (a)$$

$$\Pi_r = - \frac{3sX_m^2}{D} \left\{ sR_r V_e^2 - R_e V_r^2 - \frac{V_e V_r}{X_m} \left\{ \left[R_e R_r + s \left(X_e X_r - X_m^2 \right) \right] \sin(\alpha_r) + \left[R_r X_e - s X_r R_e \right] \cos(\alpha_r) \right\} \right\} \quad (b)$$

Eqs. (3.12)'

A igualdade a seguir fica evidente:

$$\Pi_r = -s\Pi_e \quad \text{Eq. (3.13)}$$

Tomando-se a Eq. (3.5)', do conjugado eletromagnético, na qual se substituiu as expressões das reatâncias das Eqs. (3.7), que é comparada com as Eqs. (3.12)'(a) e (b), chega-se a:

$$P_m = -\omega_r T_{el} = -(\Pi_e + \Pi_r) \quad \text{Eq. (3.14)}$$

3.3.5. O Balanço das Potências Reativas

A Potência Reativa Total pode ser escrita conforme a Eq.

Ap(4.1.3):

$$Q_T = \left[Q_e + \frac{Q_r}{s} \right] \quad \text{Eq. (3.15)}$$

Introduzindo-se as expressões das potências reativas dadas pelas Eqs. (3.11)(a) e (b) na Eq. (3.15), vem:

$$Q_T = \frac{3}{D} \left\{ X_e R_r^2 + s^2 X_r \left[X_e X_r - X_m^2 \right] \right\} V_e^2 + \left\{ X_r R_e^2 + X_e \left[X_e X_r - X_m^2 \right] \right\} V_r^2 + \\ + 2 X_m \left[R_e R_r - s \left[X_e X_r - X_m^2 \right] \right] V_e V_r \cos(\alpha_r) \quad \text{Eq. (3.15)'}$$

[BIM], à luz do circuito equivalente, desenvolve o segundo membro da Eq. (3.15) chegando à expressão da potência reativa necessária ao estabelecimento dos fluxos magnetizante e de dispersão como função das correntes de estator, de rotor e de magnetização. A Eq. (3.16) mostra este resultado:

$$Q_e + \frac{Q_r}{s} = 3 \left[X_e I_{ae_{ef}}^2 + X_r I_{ar_{ef}}^2 + 2 X_m R_e \left(i_{ae_{ef}}^* \cdot a i_{ar_{ef}} \right) \right] \quad \text{Eq. (3.16)}$$

$$\text{onde } 2 R_e \left(i_{ae_{ef}}^* \cdot a i_{ar_{ef}} \right) = I_{o_{ef}}^2 = (\text{corrente de magnetização})^2$$

Neste trabalho, como forma de verificação da Eq. (3.15)', substituiu-se as expressões das correntes usadas na obtenção das potências aparentes [Eqs. (3.6)(a) e (b)] na Eq. (3.16) obtendo-se a mesma expressão da Eq. (3.15)'.

3.3.6. O Fator de Potência

As Potências Complexas de estator e de rotor, bem como suas componentes Ativas e Reativas, obtidas neste trabalho permitem que sejam escritas as expressões do FATOR DE POTÊNCIA detectado a partir dos terminais do estator que, por estar ligado ao barramento, afetará as condições de Fator de Potência da instalação, seja consumindo seja gerando reativos.

A equação (3.17) mostra a expressão do ângulo do fator de potência para o estator, θ'_e , no caso em que se considera apenas Π_e como potência ativa, visando simplificar a análise:

$$\theta'_e = \text{Arc tg} \left[\frac{Q_e}{\Pi_e} \right] = \text{Arc tg} \left[\frac{Q_T - Q_r/s}{\Pi_e} \right] \quad \text{Eq. (3.17)}$$

Ou seja, já que Π_e é positivo, pois se trata de potência ativa entregue ao motor de indução, se a parcela Q_T for maior que a parcela Q_r/s , na eq. (3.17), ter-se-á $Q_e > 0,0$ o que significa potência reativa entregue ao motor e, portanto, consumida por ele caracterizando a natureza INDUTIVA ou Fator de Potência ATRASADO.

Assim, quando aquela diferença for negativa, ocorrerá geração de potência reativa o que caracteriza a natureza CAPACITIVA, ou Fator de Potência ADIANTADO.

Nos dois casos fica clara a importância da excitação via enrolamento de rotor, em termos de fator de potência, já que quando a diferença for negativa o motor estará sub-excitado e quando a diferença for positiva o motor estará super-excitado.

A expressão do fator de potência detectado efetivamente nos terminais do MIDA é obtida da relação entre a Potência Ativa e o módulo da Potência Complexa, de estator, dadas pelas equações (3.10)(a) e (3.8), respectivamente, resultando:

$$\cos \left(\theta_e \right) = \frac{P_e}{S_e} \quad \text{Eq. (3.18)}$$

No Capítulo 5, reservado às simulações e análises numéricas, alguns tópicos deste capítulo receberão certo destaque.

CAPÍTULO 4 - ANÁLISE DA MÁQUINA DE DUPLA-ALIMENTAÇÃO NO TOCANTE A ESTABILIDADE.

4.1. Introdução

Com vistas à compactação das expressões envolvidas na análise da máquina em questão, neste capítulo elas são reescritas utilizando-se uma matriz rotação sobre uma máquina bifásica, oriunda da máquina trifásica original, à qual pode retornar através de transformações de variáveis bem conhecidas. Todas as grandezas agora utilizadas são consideradas em pontos de trabalho, atingido o regime permanente, obtidos pelo modelo desenvolvido no Capítulo 2 e simulado no Capítulo 5, aparecendo como ente muito importante o ângulo de carga, α .

4.2. Equacionamento

As hipóteses sobre a constituição da máquina são aquelas do § 2.1. partindo-se, aqui, da máquina bifásica mantendo-se a notação adotada no Capítulo 2. A matriz $P(\alpha)$ tem origem na matriz B_{θ} , da Eq. (2.14)(b), da qual são eliminadas a 1ª linha e a 1ª coluna, tendo em vista a simetria dos trifásicos envolvidos:

$$P(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad \text{Eq. (4.1)}$$

que apresenta as seguintes propriedades:

$$P1: \quad P^{-1}(\alpha) = P^T(\alpha) = P(-\alpha)$$

$$P2: \quad \frac{dP(\alpha)}{d\alpha} = P(\alpha + \pi/2)$$

$$P3: \quad P(\alpha) \cdot P(\beta) \dots P(\epsilon) = P(\alpha + \beta + \dots + \epsilon)$$

No Apêndice 2.1, definem-se os deslocamentos angulares elétricos ψ e ϕ , respectivamente de estator e de rotor e o deslocamento angular mecânico, θ , bem como dá-se as condições de sincronismo, seja em termos de velocidades, seja em termos de ângulos, destacando-se o ângulo de carga δ :

$$\omega_r + \omega_{rr} = \omega_s \quad (a) \quad \text{e} \quad n\theta + n\phi - n\psi = n\delta \quad (b) \quad \text{Eq. Ap(2.18)}$$

Para montar a equação elétrica do motor de indução é aplicada a transformação "0 $\alpha\beta$ " [Eqs. (2.8) e (2.9)], às eqs. (2.1) e (2.2) que representam o motor em variáveis trifásicas. Considerando a simetria das alimentações trifásicas no motor a componente "0" é anulada, resultando então um sistema de quatro equações diferenciais nas variáveis " $\alpha\beta$ ", que pode ser escrita usando a transformação P(.), como na eq. (4.7), a seguir.

$$\begin{bmatrix} v_{\alpha e} \\ v_{\beta e} \\ v_{\alpha r} \\ v_{\beta r} \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} P(0).R_e & 0 \\ 0 & P(0).R_r \end{bmatrix} + \right. \\ \left. + \rho \begin{bmatrix} P(0).L_{ee} & P(n.\theta).M \\ P(-n.\theta).M & P(0).L_{rr} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} i_{\alpha e} \\ i_{\beta e} \\ i_{\alpha r} \\ i_{\beta r} \end{bmatrix} \quad \text{Eq. (4.7)}$$

onde:

$$M = \frac{3}{2} M_{er} ; \quad \rho = \frac{d}{dt} ; \quad \frac{1}{\rho} = \int dt$$

A equação do torque eletromagnético fica:

$$T_{el} = n.M \begin{bmatrix} i_{ae} & i_{\beta e} \end{bmatrix} . P(n\theta + \pi/2) \begin{bmatrix} i_{ar} \\ i_{\beta r} \end{bmatrix} \quad \text{Eq. (4.8)}$$

4.3. Transformação de Variáveis

A matriz $P(\alpha)$ e suas variantes permitem a mudança de variáveis de $(\alpha\beta)$ para (dq) :

- no estator

$$\begin{bmatrix} x_{de} \\ x_{qe} \end{bmatrix} = P^{-1}(n, \psi) \begin{bmatrix} x_{ae} \\ x_{\beta e} \end{bmatrix} \quad (a)$$

$$\begin{bmatrix} x_{ae} \\ x_{\beta e} \end{bmatrix} = P(n, \psi) \begin{bmatrix} x_{de} \\ x_{qe} \end{bmatrix} \quad (a)'$$

- no rotor

$$\begin{bmatrix} x_{dr} \\ x_{qr} \end{bmatrix} = P^{-1}(n, \phi) \begin{bmatrix} x_{ar} \\ x_{\beta r} \end{bmatrix} \quad (b)$$

$$\begin{bmatrix} x_{ar} \\ x_{\beta r} \end{bmatrix} = P(n, \phi) \begin{bmatrix} x_{dr} \\ x_{qr} \end{bmatrix} \quad (b)'$$

Eq. (4.9)

A equação de conjugado eletromagnético fica, então:

$$\begin{aligned} T_{el} &= n.M \begin{bmatrix} i_{de} & i_{qe} \end{bmatrix} P(-n, \psi) . P(n, \theta + \pi/2) . P(n, \phi) \begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} \\ &= n.M \begin{bmatrix} i_{de} & i_{qe} \end{bmatrix} P(n, \delta + \pi/2) \begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \text{Eq. (4.10)}$$

Com relação às tensões bifásicas, têm-se que:

$$\begin{bmatrix} v_{ae} \\ v_{\beta e} \end{bmatrix} = \sqrt{3} \begin{bmatrix} V_e \cos(\omega_s . t) \\ V_e \sin(\omega_s . t) \end{bmatrix} \quad (a) \quad \begin{bmatrix} v_{ar} \\ v_{\beta r} \end{bmatrix} = \sqrt{3} \begin{bmatrix} V_r \cos(\omega_{rr} . t) \\ V_r \sin(\omega_{rr} . t) \end{bmatrix} \quad (b)$$

Eq. (4.11)

o que leva as tensões transformadas (dq) a:

$$\begin{bmatrix} v_{de} \\ v_{qe} \end{bmatrix} = \sqrt{3} \begin{bmatrix} V_e \\ 0 \end{bmatrix} \quad (a) \quad \begin{bmatrix} v_{dr} \\ v_{qr} \end{bmatrix} = \sqrt{3} \begin{bmatrix} V_r \\ 0 \end{bmatrix} \quad (b) \quad \text{Eq. (4.12)}$$

4.4. Simplificação do Modelo

Uma hipótese simplificadora, que permite relacionar-se as correntes de estator e de rotor levando a uma Equação Característica de 4º grau em lugar de 6º, é feita a partir deste ponto, ou seja, $R_e = 0 \Omega$.

De fato, em motores grandes, 10^2 a 10^3 kW, a resistência de estator é muito pequena; porém, mesmo em motores pequenos, nos quais $R_e \cong R_r$, para pequenos escorregamentos tem-se:

$$\text{no estator: } R_e \ll \omega_s L_{ee}$$

$$\text{no rotor: } R_r \approx \omega_{rr} L_{rr}$$

Nestas circunstâncias a influência das resistências é muito maior no rotor do que no estator.

4.4.1. Desenvolvimento das Equações Elétricas

As equações de estator ficam:

$$\begin{bmatrix} v_{\alpha e} \\ v_{\beta e} \end{bmatrix} = \rho L_{ee} \begin{bmatrix} i_{\alpha e} \\ i_{\beta e} \end{bmatrix} + \rho M P(n\theta) \begin{bmatrix} i_{\alpha r} \\ i_{\beta r} \end{bmatrix} \quad \text{Eq. (4.13)}$$

sendo assim integráveis:

$$\begin{bmatrix} i_{\alpha e} \\ i_{\beta e} \end{bmatrix} = \frac{1}{\rho L_{ee}} \begin{bmatrix} v_{\alpha e} \\ v_{\beta e} \end{bmatrix} - \frac{M}{L_{ee}} P(n\theta) \begin{bmatrix} i_{\alpha r} \\ i_{\beta r} \end{bmatrix} \quad \text{Eq. (4.14)}$$

podendo, na forma da Eq. (4.14), ser levadas à Eq. (4.15), que representa as equações de rotor:

$$\begin{bmatrix} v_{\alpha r} \\ v_{\beta r} \end{bmatrix} = R_r \begin{bmatrix} i_{\alpha r} \\ i_{\beta r} \end{bmatrix} + \rho M P(-n\theta) \begin{bmatrix} i_{\alpha e} \\ i_{\beta e} \end{bmatrix} + \rho L_{rr} \begin{bmatrix} i_{\alpha r} \\ i_{\beta r} \end{bmatrix} \quad \text{Eq. (4.15)}$$

da qual resulta a Eq. (4.16)(a):

$$\begin{bmatrix} v_{ar} \\ v_{\beta r} \end{bmatrix} = R_r \begin{bmatrix} i_{ar} \\ i_{\beta r} \end{bmatrix} + \rho L'_r \begin{bmatrix} i_{ar} \\ i_{\beta r} \end{bmatrix} + \frac{M}{L_{ee}} \rho P(-n\theta) \frac{1}{\rho} \begin{bmatrix} v_{ae} \\ v_{\beta e} \end{bmatrix} \quad (a)$$

$$\text{onde } L'_r = L_{rr} - \frac{M^2}{L_{ee}} \quad (b) \quad \text{Eq. (4.17)}$$

obs.: $L_{rr} = L_r - M_r$, $L_{ee} = L_e - M_e$ e $M = \frac{3}{2} M_{er}$ como no Capítulo 2

Na Eq. (4.17)(a) o termo submetido ao operador $(1/\rho)$, considerando sua expressão dada pela Eq. (4.11)(a), fica:

$$\frac{1}{\rho} \begin{bmatrix} v_{ae} \\ v_{\beta e} \end{bmatrix} = \frac{1}{\omega_s} P(-\pi/2) \begin{bmatrix} v_{ae} \\ v_{\beta e} \end{bmatrix} \quad \text{Eq. (4.18)}$$

As equações elétricas da máquina bifásica, em variáveis $(\alpha\beta)$, ficam:

$$\begin{bmatrix} i_{ae} \\ i_{\beta e} \end{bmatrix} = \frac{1}{\omega_s L_{ee}} P(-\pi/2) \begin{bmatrix} v_{ae} \\ v_{\beta e} \end{bmatrix} - \frac{M}{L_{ee}} P(n\theta) \begin{bmatrix} i_{ar} \\ i_{\beta r} \end{bmatrix} \quad (a)$$

$$\begin{bmatrix} v_{ar} \\ v_{\beta r} \end{bmatrix} = (R_r + \rho L'_r) \begin{bmatrix} i_{ar} \\ i_{\beta r} \end{bmatrix} + \frac{1}{\omega_s L_{ee}} \rho P(-n\theta - \pi/2) \begin{bmatrix} v_{ae} \\ v_{\beta e} \end{bmatrix} \quad (b)$$

$$\text{Eq. (4.19)}$$

Aplicando as transformações de variáveis $(\alpha\beta) \rightarrow (dq)$, baseando-se nas Eqs. (4.9), aparecem produtos das $P(\cdot)$'s nas Eqs. (4.19)(a) e (b), que são desenvolvidos segundo as suas propriedades e a definição de n, δ já mostrada, como segue:

- da Eq. (4.19)(a):

$$P^{-1}(n, \psi) \cdot P(-\pi/2) \cdot P(n, \psi) = P(-\pi/2) \text{ e}$$

$$P^{-1}(n, \psi) \cdot P(n, \theta) \cdot P(n, \phi) = P(-n, \psi + n, \phi + n, \theta) = P(n, \delta)$$

- da Eq. (4.19)(b):

$$P^{-1}(n, \phi) \cdot \rho [P(-n, \theta - \pi/2) P(n, \phi)] = P(-n, \phi) \cdot n(\dot{\psi} - \dot{\theta}) \cdot P(n, \psi - n, \theta) = \\ = n(\dot{\psi} - \dot{\theta}) \cdot P^{-1}(n, \delta)$$

Então, têm-se:

$$\begin{bmatrix} i_{de} \\ i_{qe} \end{bmatrix} = \frac{1}{\omega_s L_{ee}} P(-\pi/2) \begin{bmatrix} v_{de} \\ v_{qe} \end{bmatrix} - \frac{M}{L_{ee}} P(n\delta) \begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} \quad (a)$$

$$\begin{bmatrix} v_{dr} \\ v_{qr} \end{bmatrix} = (R_r + \rho \cdot L'_r) \begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} + \omega_r L'_r P(\pi/2) \begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} + \\ + \frac{n(\dot{\psi} - \dot{\theta})}{\omega_s L_{ee}} M P(-n\delta) \begin{bmatrix} v_{de} \\ v_{qe} \end{bmatrix} \quad (b)$$

Eq. (4.20)

A Eq. (4.20)(b) pode ser reescrita como segue:

$$\begin{bmatrix} v_{dr} \\ v_{qr} \end{bmatrix} = [(R_r + \rho \cdot L'_r) \cdot P(0) + \omega_{rr} L'_r P(\pi/2)] \begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} + \\ + \frac{\omega_{rr} - n\dot{\delta}}{\omega_s} \frac{M}{L_{ee}} P(-n\delta) \begin{bmatrix} v_{de} \\ v_{qe} \end{bmatrix} \quad (b')$$

Eq. (4.20)

Em regime permanente têm-se as tensões e correntes transformadas constantes, bem como a derivada no tempo do ângulo de carga, $\dot{\delta}$, nula; assim, rearranjando a Eq. (4.20)(b') resultam as equações (4.21)(a) e (b):

$$\begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} = - \frac{s.M}{Z.L_{ee}} P(-\alpha-n\delta) \begin{bmatrix} v_{de} \\ v_{qe} \end{bmatrix} + \frac{1}{Z} P(-\alpha) \begin{bmatrix} v_{dr} \\ v_{qr} \end{bmatrix} \quad (a)$$

$$\begin{bmatrix} i_{de} \\ i_{qe} \end{bmatrix} = \frac{1}{\omega_s L_{ee}} P(-\pi/2) \begin{bmatrix} v_{de} \\ v_{qe} \end{bmatrix} + \frac{s.M^2}{Z.L_{ee}^2} P(-\alpha) \begin{bmatrix} v_{dr} \\ v_{qr} \end{bmatrix} - \frac{M}{Z.L_{ee}} P(n\delta-\alpha) \begin{bmatrix} v_{dr} \\ v_{qr} \end{bmatrix} \quad (b)$$

onde: (a) $s = \frac{\omega_{rr}}{\omega_s}$ (escorregamento);

(b) $Z = [R_r^2 + (\omega_{rr} L_r')^2]^{1/2}$ e $\alpha = \text{tg}^{-1}[(\omega_{rr} L_r')/R_r]$.

Eq. (4.21)

4.4.2. Desenvolvimento da Equação de Torque Eletromagnético

4.4.2.1. Cálculo do Torque para o Regime Permanente

A Eq. (4.10) de conjugado eletromagnético, tendo o vetor das correntes de estator transposto, resulta em:

$$T_{el} = n M \begin{bmatrix} i_{de} \\ i_{qe} \end{bmatrix}^T P(n\delta + \pi/2) \begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} \quad \text{Eq. (4.10')}$$

nela são substituídas, convenientemente, as expressões dadas pelas equações (4.21)(a) e (b), o que leva a:

$$T_{el} = nM \left\{ \begin{bmatrix} v_{de} \\ v_{qe} \end{bmatrix}^T \frac{1}{\omega_s L_{ee}} P(\pi/2) + \frac{s \cdot M^2}{Z L_{ee}^2} \begin{bmatrix} v_{de} \\ v_{qe} \end{bmatrix}^T P(\alpha) - \frac{M}{Z \cdot L_{ee}} \begin{bmatrix} v_{dr} \\ v_{qr} \end{bmatrix}^T P(\alpha - n\delta) \right\} \cdot P(n\delta + \pi/2) \cdot \left\{ -\frac{s \cdot M}{Z \cdot L_{ee}} P(-\alpha - n\delta) \begin{bmatrix} v_{de} \\ v_{qe} \end{bmatrix} + \frac{1}{Z} P(-\alpha) \begin{bmatrix} v_{dr} \\ v_{qr} \end{bmatrix} \right\} \quad Eq. (4.22)$$

Considerações algébricas e trigonométricas na equação (4.22) levam à equação (4.22'):

$$T_{el} = n \left\{ \frac{s M^2}{\omega_s Z L_{ee}^2} [v_{de} \ v_{qe}] P(-\alpha) \begin{bmatrix} v_{de} \\ v_{qe} \end{bmatrix} - \frac{M}{\omega_s Z L_{ee}} [v_{de} \ v_{qe}] P(n\delta - \alpha) \begin{bmatrix} v_{dr} \\ v_{qr} \end{bmatrix} \right\} \quad Eq. (4.22')$$

onde as tensões são dadas pelas Eqs. (4.12)(a) e (b), resultando então a Eq. (4.23), para o conjugado em regime permanente.

$$T_{el} = 3 \cdot \left[\underbrace{n \frac{s M^2}{\omega_s Z L_{ee}^2} V_e^2 \cos(\alpha)}_{\text{Torque do motor de indução convencional}} - \underbrace{n \frac{M}{\omega_s Z L_{ee}} V_e V_r \cos(\alpha - n\delta)}_{\text{Torque Mútuo dependente de } \delta} \right] \quad Eq. (4.23)$$

É importante notar que se $R_e \neq 0 \ \Omega$ apareceria mais uma parcela na Eq. (4.23), como na Eq. (3.5)'; por outro lado, já que $\cos(\alpha) = R_r/Z$, a equação (4.23) de conjugado pode ser reescrita:

$$T_{el} = \frac{3 n s M^2 V_e^2 R_r}{\omega_s L_{ee}^2 [R_r^2 + s^2 \omega_s^2 L_{ee}^2]} - \frac{3 \cdot n M V_e V_r \cos(n\delta - \alpha)}{Z \omega_s L_{ee}} \quad Eq. (4.23)'$$

A primeira parcela representa a curva estática de Conjugado versus Velocidade de Rotação da máquina de indução convencional. O máximo da curva ocorre em $s = R_r / (\omega_s L_r')$.

A segunda parcela representa a contribuição da excitação via enrolamento do rotor ao Conjugado, superposta à parcela convencional. O fator " $\cos(n\delta - \alpha)$ " varia entre -1,0 e 1,0 em função do ângulo de carga, definindo os limites de variação desta parcela, entre os Conjugados Máximo e Mínimo.

Uma comparação entre as Equações (3.5)', com $R_s = 0 \ \Omega$, e (4.23)', representativas do torque eletromagnético levam a concluir que:

$$n\delta = \alpha_r \quad \text{Eq. (4.23)'}$$

o que está de acordo com o Apêndice 2.1, Eq. Ap(2.1.10).

4.4.2.2. Cálculo do Torque para Transitórios

Desenvolve-se neste ponto uma expressão algébrica para o torque como função de tensões e correntes de rotor. Assim, levando a expressão das correntes de estator, dada pela equação (4.20)(a), à equação de torque representada pela (4.10'), chega-se à equação (4.24).

$$\begin{aligned}
T_{el} = & \left\{ \frac{n M}{\omega_s L_{ee}} \begin{bmatrix} v_{de} \\ v_{qe} \end{bmatrix}^T \cdot P(n\delta + \pi) \begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} - \right. \\
& \left. - \frac{n M^2}{L_{ee}} \begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix}^T \cdot P(-n\delta) \cdot P(n\delta + \pi/2) \begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} \right\} = \\
= & \frac{n M}{\omega_s L_{ee}} \begin{bmatrix} v_{de} \\ v_{qe} \end{bmatrix}^T \cdot P(n\delta + \pi) \begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} \quad \text{Eq. (4.24)}
\end{aligned}$$

Finalmente, resta então para a expressão do conjugado eletromagnético, introduzidos os valores de v_{de} e v_{qe} , aquela apresentada pela equação (4.25).

$$T_{el} = \sqrt{3} \frac{n M V_e}{\omega_s L_{ee}} \left[i_{qr} \cdot \sin(n\delta) - i_{dr} \cdot \cos(n\delta) \right] \quad \text{Eq. (4.25)}$$

4.4.2.3. Linearização Local

Para o estudo da estabilidade, as Eqs. (4.20)(b'), (4.24), (2.7)'(a) e (b), que constituem o modelo matemático do sistema motor /carga serão linearizadas localmente:

EQUAÇÃO ELÉTRICA

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} v_{dr} \\ v_{qr} \end{bmatrix} = & \left[\left(R_r + p \cdot L'_r \right) \cdot P(0) + \omega_{rr} \cdot L'_r \cdot P(\pi/2) \right] \begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} + \\
& + \frac{\omega_{rr} - n \cdot \delta}{\omega_s} \cdot \frac{M}{L_{ee}} \cdot P(-n \cdot \delta) \cdot \begin{bmatrix} v_{de} \\ v_{qe} \end{bmatrix} \quad \text{Eq. (4.20)(b')}
\end{aligned}$$

EQUAÇÃO ELETROMECAÂNICA

$$T_{el} = \frac{n \cdot M}{\omega_s \cdot L_{ee}} \cdot \begin{bmatrix} v_{de} \\ v_{qe} \end{bmatrix}^T \cdot P(n \cdot \delta + \Pi) \begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} \quad \text{Eq. (4.24)}$$

EQUAÇÃO DINÂMICA SIMPLIFICADA

$$\begin{cases} \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{1}{J} \cdot (T_{el} - T_c) & \text{Eq. ((2.7)'(a))'} \\ \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{n} \cdot \omega_r & \text{Eq. (2.7)'(b)} \end{cases}$$

Pequenas Perturbações serão consideradas em relação a um ponto de trabalho, como na eq. (4.26), para obter-se o modelo incremental.

$$\left. \begin{array}{ll} \text{ângulo de carga:} & n\delta = n\delta_o + \Delta(n\delta) \quad (a) \\ \text{corrente direta de rotor:} & i_{dr} = i_{dro} + \Delta i_{dr} \quad (b) \\ \text{corrente em quadratura de rotor:} & i_{qr} = i_{qro} + \Delta i_{qr} \quad (c) \\ \text{velocidade angular:} & \omega_r = \omega_{ro} + \Delta\omega_r \quad (d) \end{array} \right\} \text{Eq. (4.26)}$$

Partindo-se da equação (4.24), a expressão do Torque Eletromagnético na forma incremental é a da equação (4.27).

$$\Delta T_{el} = -\frac{n \cdot M}{\omega_s \cdot L_{ee}} \begin{bmatrix} v_{de} \\ v_{qe} \end{bmatrix}^T \left\{ P(n\delta_o) \begin{bmatrix} \Delta i_{dr} \\ \Delta i_{qr} \end{bmatrix} + P(n\delta_o + \Pi/2) \begin{bmatrix} i_{dro} \\ i_{qro} \end{bmatrix} \cdot \Delta(n\delta) \right\} \quad \text{Eq. (4.27)}$$

Considerando-se a eq. ((2.7)'(a))', a Equação Dinâmica na forma incremental, com T_c constante, fica:

$$J \frac{d^2}{dt^2} (\Delta\delta) = \Delta T_{el} \quad \text{Eq. (4.28)(a)}$$

já que:

$$\frac{1}{n} \cdot \Delta\omega_r = \frac{d(\Delta\delta)}{dt} \quad \text{Eq. (4.28)(b)}$$

Com relação à Equação Elétrica, leva-se em conta a equação (4.20)(b') a qual, rearranjada e linearizada localmente, apresenta a expressão incremental da equação (4.29).

$$\begin{aligned} [(R_r + p \cdot L_r') P(0) + \omega_{rr} L_r' P(\pi/2)] \begin{bmatrix} \Delta i_{dr} \\ \Delta i_{qr} \end{bmatrix} &= \frac{\omega_{rr} M \cdot \Delta(n\delta)}{\omega_s \cdot L_{ee}} P(-n\delta_o + \pi/2) \begin{bmatrix} v_{de} \\ v_{qe} \end{bmatrix} + \\ &+ \frac{M \cdot \Delta(n\delta)}{\omega_s \cdot L_{ee}} P(-n\delta_o) \begin{bmatrix} v_{de} \\ v_{qe} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \text{Eq. (4.29)}$$

A composição conveniente das eqs. (4.27), (4.28) e (4.29), nas quais se considerou:

$$1) \Delta(n\delta) = \Delta[\rho(n\delta)] = \rho[\Delta(n\delta)]$$

$$2) \rho^{(i)}[\Delta(x)] = \lambda^i \cdot \Delta(x)$$

permite obter-se a Equação Característica do Sistema.

O determinante da matriz dos coeficientes da Eq. (4.30) deve ser igualado a zero.

$$\begin{bmatrix} (R_r + \lambda \cdot L'_r) & -\omega_{rr} L'_r & -\frac{n \cdot M \cdot V'_e}{\omega_s L_{ee}} [\omega_{rr} \cdot \sin(n\delta_o) + \lambda \cdot \cos(n\delta_o)] \\ \omega_{rr} L'_r & (R_r + \lambda \cdot L'_r) & -\frac{n \cdot M \cdot V'_e}{\omega_s L_{ee}} [\omega_{rr} \cdot \cos(n\delta_o) - \lambda \cdot \sin(n\delta_o)] \\ \cos(n\delta_o) & -\sin(n\delta_o) & \frac{J \omega_s L_{ee}}{n \cdot M \cdot V'_e} \lambda^2 - n [i_{dro} \sin(n\delta_o) + i_{qro} \cos(n\delta_o)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_{dr} \\ \Delta i_{qr} \\ \Delta(n\delta) \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Eq. (4.30)

Assim, resulta a equação (4.31):

$$\left\{ \frac{J \cdot \omega_s L_{ee}}{n \cdot M \cdot V'_e} \lambda^2 - n [i_{dro} \sin(n\delta_o) + i_{qro} \cos(n\delta_o)] \right\} [(R_r + \lambda \cdot L'_r)^2 + (\omega_{rr} L'_r)^2] +$$

$$+ \frac{n \cdot M \cdot V'_e}{\omega_s \cdot L_{ee}} [\omega_{rr}^2 \cdot L'_r + \lambda \cdot R_r + \lambda^2 \cdot L'_r] = 0$$

Eq. (4.31)

Substituindo nesta equação as expressões para as correntes de rotor obtidas a partir das Eqs. (4.21)(a) e (b), aqui repetidas pelas Eqs. (4.21)'(a) e (b),

$$i_{dr} = -\frac{\sqrt{3} \cdot V_e \cdot s \cdot M}{Z \cdot L_{ee}} \cdot \cos(\alpha + n\delta) + \sqrt{3} \frac{V_r}{Z} \cdot \cos(\alpha) \quad (a)$$

$$i_{qr} = \frac{\sqrt{3} \cdot V_e \cdot s \cdot M}{Z \cdot L_{ee}} \cdot \sin(\alpha + n\delta) - \sqrt{3} \frac{V_r}{Z} \cdot \sin(\alpha) \quad (b)$$

Eqs. (4.21)'

vem:

$$\begin{aligned} & \frac{J_s \omega L_{ee} L_r'^2}{n.M.V_e'} \lambda^4 + 2 \cdot \frac{J_s \omega L_{ee} L_r' R_r}{n.M.V_e'} \lambda^3 + \left[\frac{J_s \omega L_{ee}}{n.M.V_e'} Z^2 + \frac{n.M.V_e' L_r'}{\omega L_{ee}} \cdot \right. \\ & \left. \cos^2(\alpha) + \frac{n.V_r' L_r'^2}{Z} \cdot \sin(\alpha - n\delta_o) \right] \lambda^2 + \left[\frac{n.M.V_e' R_r}{\omega L_{ee}} \cdot \cos(2\alpha) + \right. \\ & \left. + 2 \cdot \frac{n.V_r'}{Z} \cdot R_r L_r' \cdot \sin(\alpha - n\delta_o) \right] \lambda + n.V_r' Z \cdot \sin(\alpha - n\delta_o) = 0 \end{aligned}$$

(onde $V_e' = \sqrt{3} V_e$ e $V_r' = \sqrt{3} V_r$)

Eq. (4.32)

A análise das condições de estabilidade para esta equação pode ser feita pelo algoritmo de Routh [NETUSHIL]. Preliminarmente, entretanto, cabem algumas considerações:

a) Uma condição necessária da estabilidade é serem os coeficientes da equação característica todos positivos. Assim deve-se ter:

$$\sin(\alpha - n\delta_o) > 0$$

Esta condição delimita uma fronteira aperiódica: quando o termo independente da equação se anula ocorre uma raiz nula. Além disso esta condição comporta uma interpretação física, lembrando que a parcela do torque (motor) que depende da alimentação de rotor, da equação (4.23)', vale:

$$- \frac{3n.M.V_e V_r}{Z_s \omega L_{ee}} \cos(n\delta - \alpha)$$

onde $(n\delta - \alpha)$ corresponde ao ângulo de potência, esta condição exige que a derivada desta parcela em relação ao ângulo mecânico seja negativa (o que fisicamente é intuitivo). Não se limita o valor do torque.

b) Quando se faz $V_r = 0$ V (máquina convencional) aparece uma raiz nula na equação característica. De fato, na máquina de indução convencional há indeterminação do ângulo de carga.

Ainda neste caso, eliminada a raiz nula, a equação característica fica:

$$\left\{ \frac{J. \omega_s L_{ee} L_r'^2}{n. M. V_e'} \lambda^3 + 2. \frac{J. \omega_s L_{ee} L_r' R_r}{n. M. V_e'} \lambda^2 + \left[\frac{J. \omega_s L_{ee}}{n. M. V_e'} Z^2 + \frac{n. M. V_e' L_r'}{\omega_s L_{ee}} \cos^2(\alpha) \right] \lambda + \frac{n. M. V_e' R_r}{\omega_s L_{ee}} \cos(2\alpha) \right\} \lambda = 0$$

(a) Eq. (4.33)

Esta equação apresenta novamente uma condição necessária de estabilidade:

$$\cos(2. \alpha) > 0$$

(b)

chegando-se a:

$$|\alpha| = \frac{\pi}{4}$$

(c)

ou em termos de escorregamento:

$$|s| = \frac{R_r}{\omega_s L_r'}$$

(d)

ou, ainda em termos de velocidade angular:

$$|\omega_{rr}| = \frac{R_r}{L_r'}$$

(e) Eqs. (4.33)

correspondentes ao máximo e ao mínimo da curva de Conjugado X Velocidade.

Continuando a análise em termos do algoritmo de Routh como em [NETUSHIL], da Eq. (4.32), tem-se:

"A Condição Necessária e Suficiente a fim de que a Equação Característica do Sistema possua todas suas raízes localizadas no Semi-Plano ESQUERDO do Plano Complexo é que todos os termos da 1ª coluna da tabela gerada pelo Algoritmo de Routh sejam POSITIVOS."

Para facilitar o desenvolvimento do Algoritmo de Routh, dividiu-se todos os coeficientes da Equação Característica pelo coeficiente do termo de maior expoente, garantidamente diferente de zero. Os coeficientes resultaram nas Equações (4.34)(a) a (e).

$$\alpha_4 = 1 \quad (a)$$

$$\alpha_3 = \frac{2R_r}{L_r} \quad (b)$$

$$\alpha_2 = \frac{Z^2}{L_r'^2} + \frac{n^2 M_e V_r' V_r'}{J \omega_s L_{ee} Z} \sin(\alpha - n\delta_o) + \frac{(n M_e V_r')^2}{J \omega_s^2 L_{ee}^2 L_r'} \cos^2(\alpha) \quad (c)$$

$$\alpha_1 = \frac{(n M_e V_r')^2 R_r}{J \omega_s^2 L_{ee}^2 L_r'^2} \cos(2\alpha) + \frac{2n^2 M_e V_r' V_r' R_r}{J \omega_s L_{ee} L_r' Z} \sin(\alpha - n\delta_o) \quad (d)$$

$$\alpha_o = \frac{n^2 M_e V_r' V_r' Z}{J \omega_s L_{ee} L_r'^2} \sin(\alpha - n\delta_o) \quad (e)$$

Eq. (4.34)

TABELA (4.2) - ALGORÍTMO DE ROUTH

$c_{11} = a_4$	$c_{21} = a_2$	$c_{31} = a_0$
$c_{12} = a_3$	$c_{22} = a_1$	$c_{32} = 0$
$c_{13} = c_{21} - \frac{c_{11}}{c_{12}} \cdot c_{22} =$ $= \frac{a_3 a_2 - a_1 a_4}{a_3}$	$c_{23} = c_{31} - \frac{c_{11}}{c_{12}} \cdot c_{32} =$ $= a_0$	$c_{33} = 0$
$c_{14} = c_{22} - \frac{c_{12}}{c_{13}} \cdot c_{23} =$ $= \frac{a_1 (a_3 a_2 - a_1 a_4) - a_3^2 a_0}{a_3 a_2 - a_1 a_4}$	$c_{24} = c_{32} - \frac{c_{12}}{c_{13}} \cdot c_{33} =$ $= 0$	
$c_{15} = c_{23} - \frac{c_{13}}{c_{14}} \cdot c_{24} =$ $= a_0$		

A primeira consideração é com relação aos termos da primeira coluna que se igualam a coeficientes da Equação Característica que são necessariamente positivos, como já foi visto.

Resta então fazer-se a verificação com relação aos termos c_{13} e c_{14} da primeira coluna da Tabela (4.2).

$$c_{13} = \frac{a_3 a_2 - a_1 a_4}{a_3} = \frac{\frac{2R_r Z^2}{L_r'^3} + \left(\frac{n \cdot M \cdot V_e'}{\omega_s L_{ee} L_r'} \right)^2 \frac{R_r}{J}}{\frac{2R_r}{L_r'}} > 0 \quad \text{sempre} \quad \text{Eq. (4.35)}$$

Para c_{14} ser positivo basta que seu numerador o seja, já que seu

denominador o será tendo em vista a Equação (4.35); assim, desenvolvendo-se convenientemente sua expressão, resulta:

$a_1(a_3 a_2 - a_1 a_4) - a_3^2 a_0 > 0$, o que ocorrerá se:

$$\left\{ 2J \left(R_r Z \right)^2 + \left[\frac{n \cdot M \cdot V'_e R_r}{\omega_s L_{ee}} \right]^2 \cdot L'_r \right\} \cdot \cos(2\alpha) + \\ + \frac{2 \left(n \cdot R_r L'_r \right)^2 V'_r V'_e}{Z \cdot \omega_s \cdot L_{ee}} \cdot \sin \left(\alpha - n\delta_o \right) > 0 \quad \text{Eq. (4.36)}$$

A condição na eq. (4.36) delimita uma fronteira oscilatória, isto é, onde aparece um par de raízes imaginárias puras.

Se, além da condição necessária já estabelecida

$$\sin(\alpha - n\delta_o) > 0 \quad (a)$$

for também satisfeita a condição necessária de estabilidade para a máquina convencional

$$\cos(2 \cdot \alpha) > 0 \quad (b)$$

a condição na (4.36) será satisfeita.

Esta condição necessária (b) para a estabilidade da máquina convencional é suficiente, desde que satisfeita a condição (a), para a estabilidade da máquina de indução de dupla alimentação.

De fato, a eq. (4.36) pode ser satisfeita mesmo para valores negativos de $\cos(2.\alpha)$. Entretanto, para isto fica-se na dependência dos outros parâmetros da máquina, que entram nesta equação.

Em particular, para J muito grande [ou $\sin(\alpha - n\delta_o)$ muito pequeno] $\cos(2.\alpha)$ não deve ser negativo. Isto sugere como "condição prática" de estabilidade, delimitada pela Eq. (4.36), a condição:

$$\cos(2.\alpha) > 0$$

Assim para a máquina exemplo, cujos parâmetros estão estabelecidos em § 5.3., pode-se construir a tabela de torque (Tabela 4.1) e a correspondente Figura (4.1) onde se delimita a região estável.

T A B E L A (4.1)

α (rad. el)	s	$n\delta_o$ (rad. el)		T_{el} (N. m) (*)	
		mínimo	máximo	máximo	mínimo
0,0	0,0	$-\pi$	0,0	$2,877.V_r$	$-2,877.V_r$
$\pi/6$	0,103	$-5\pi/6$	$\pi/6$	$27,543+2,490.V_r$	$27,543-2,490V_r$
$\pi/4$	0,178	$-3\pi/4$	$\pi/4$	$31,752+2,035.V_r$	$31,752-2,035V_r$
$\pi/3$	0,309	$-2\pi/3$	$\pi/3$	$27,515+1,436.V_r$	$27,515-1.436V_r$
1,39461	1,0	-1,747	1,39461	$10,960+0,504.V_r$	$10,960-0,504V_r$

[(*) os valores de máximo e mínimo são limites "não incluídos"]

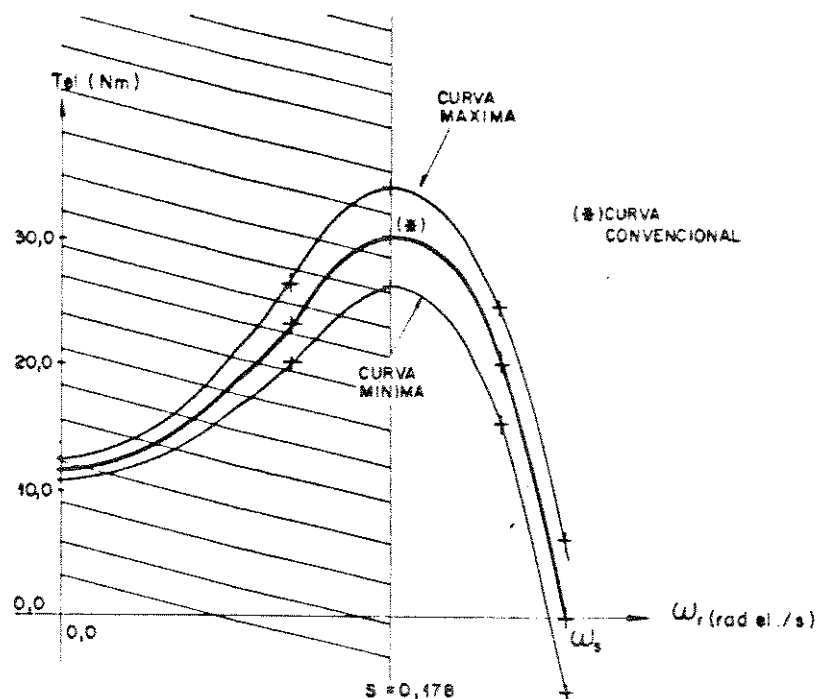


FIGURA (4.1) - Esboço da Curva de Conjugado X Velocidade de Rotação convencional com a superposição das contribuições máxima e mínima da excitação V_r , destacando-se a região de instabilidade hachurada.

A influência de parâmetros, como J , na condição de estabilidade sugere que a Equação Característica seja estudada pelo Método do Lugar das raízes, o que é feito na 2ª Parte do Capítulo 5.

4.4.2.4. Limites de Estabilidade para o Caso $R_e \neq 0 \Omega$

O desenvolvimento e análise da Equação Característica para este caso apresentam um grau de dificuldades elevado, já que se trata de um polinômio de 6º grau, com elevado número de parâmetros.

Assim, levando-se em conta os resultados obtidos na

teoria para o caso em que $R_e = 0 \Omega$, pode-se fazer conjecturas a respeito do caso em que $R_e \neq 0 \Omega$, com possível verificação a nível de simulação e experimental.

Para o primeiro caso, desenvolvido em parágrafos anteriores, têm-se um ângulo que é ligado ao escorregamento, definido na Eq. (4.21):

$$\alpha = \operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{s \omega L_r'}{R_r} \right] \quad \text{Eq. (4.21)}$$

o qual, para os valores $\pm \frac{\pi}{4}$ rad el, delimita o escorregamento em $s = \pm 0,178$, como mostra a Eq. (4.33)(c).

Já para o caso em que $R_e \neq 0 \Omega$, uma verificação na expressão do torque eletromagnético, Eq. (3.6)' adaptada às reatâncias, permite definir-se um ângulo γ tal, que:

$$\gamma = \operatorname{tg}^{-1} \left\{ \frac{R_e R_r + s \left(X_e X_r - X_m^2 \right)}{R_r X_e - s X_r R_e} \right\} \quad \text{Eq (4.37)}$$

O ângulo γ , para o primeiro caso se reduz ao próprio ângulo α e, para o caso real $R_e = 0,955 \Omega$ (§ 5.3.), ter-se-á:

$$p/ \quad -\pi/4 < \gamma < \pi/4 \quad \Rightarrow \quad -0,227 < s < 0,227 \quad \text{Eq. (4.38)}$$

que se conjectura serem as fronteiras oscilatórias, ainda que não correspondam aos valores de mínimo e máximo na curva da máquina de indução convencional para $R_e \neq 0 \Omega$, os quais são dados por:

$$s = \pm \left[\frac{R_e^2 R_r^2 + R_r^2 X_e^2}{X_r^2 R_e^2 + (X_e X_r - X_m^2)} \right]^{1/2} = \pm 0,174 \quad \text{Eq. (4.39)}$$

A expressão final do torque eletromagnético, na qual aparece γ , é dada a seguir:

$$T_{el} = 3 \cdot \frac{X_m^2}{\omega_s} \left(\frac{P}{2} \right) \frac{1}{D} \left[sR_r V_e^2 - R_e V_r^2 - \sqrt{D_1} \frac{V_e V_r}{X_m} \cos(\gamma - \alpha_r) \right] \quad \text{Eq. (4.40)}$$

onde têm-se:

$$D_1 = \left[R_e R_r + s(X_e X_r - X_m^2) \right]^2 + \left[R_r X_e - sX_r R_e \right]^2$$

e considerou-se:

$$\cos(\gamma) = \frac{R_r X_e - sX_r R_e}{\sqrt{D_1}}$$

$$\sin(\gamma) = \frac{R_e R_r + s(X_e X_r - X_m^2)}{\sqrt{D_1}}$$

A Eq. (4.40) permite que se obtenha as curvas limites de máximo e mínimo torques, de forma análoga à Figura (4.1), para resistência não nula de estator. Variações do ângulo de fase da tensão de rotor α_r causarão variações no ângulo de carga γ , como é visto na Eq. (4.23)'. As curvas limites serão definidas por:

$$|\cos(\gamma - \alpha_r)| = 1 \quad \text{Eq. (4.41)}$$

CAPÍTULO 5 - A SIMULAÇÃO DO MOTOR DE INDUÇÃO DE DUPLA ALIMENTAÇÃO

PARTE 1: SIMULAÇÃO

5.1. Introdução

As simulações aqui relatadas dizem respeito à máquina de indução de dupla-alimentação operando como motor em malha-aberta, definido em §1.1, o que, em determinadas faixas de frequência das tensões de rotor, fixa a velocidade do motor; nestas situações o motor apresentará operação síncrona, o que será verificado em condições bem definidas. O modelo matemático do motor simulado é composto das Eqs. (2.36) e (2.37).

5.2. Metodologia Computacional

Nos Apêndices (5.1) e (5.2) são dadas todas as informações a respeito de programas computacionais utilizados nas simulações efetuadas ao longo deste trabalho.

5.3. Dados de Placa da Máquina submetida à Simulação

Fabricante: ANEL

Número de Fabricação: 31.419

Tipo: Motor de Indução de Anéis componente de um conjunto "SELSYN"

(importante: ligação Y, com acesso ao neutro, nos dois enrolamentos, de estator e de rotor, possuindo, dessa forma, 4 anéis deslizantes contactando eletricamente o enrolamento do rotor)

SY - 5B/B3/4

Número de polos: 4 - Relação de Espiras Estator/Rotor 1.0

Velocidade de Rotação Nominal: 1750 RPM

Potência Nominal: 2500 Watt Corrente máx. de est e rot : 8,8 A

Tensão Nominal de linha: 220 Volt (127 Volt fase/neutro)

Parâmetros obtidos em laboratório:

Resistência de Estator, por fase:	$R_e = 0,855 \Omega$
Resistência de Rotor, por fase:	$R_r = 0,686 \Omega$
Indutância de Estator, por fase:	$L_e = 0,102 H$
Indutância Mútua entre fases do estator:	$M_e = -0,0398 H$
Indutância de Rotor, por fase:	$L_r = 0,102 H$
Indutância Mútua entre fases do rotor:	$M_r = -0,0434 H$
Indutância Mútua Estator/Rotor, por fase:	$M_{er} = 0,0923 H$
Momento de Inércia do Rotor:	$J_m = 0,0347 \text{ kg.m}^2$
Momento de Inércia da Carga:	$J_c = 0,0708 \text{ kg.m}^2$
Coeficiente de Atrito Viscoso:	$D_m = 0,007 \text{ N.m.s/rad}$
Coeficiente de Atrito Viscoso da Carga:	$D_c = 0,014 \text{ N.m.s/rad}$

5.4. A Simulação do Motor de Indução de Dupla-Alimentação Operando em Malha-Aberta

A Figura 5.1 mostra, na forma de blocos, a máquina de indução de anéis sob simulação, com duas fontes de tensões trifásicas, a primeira em 60Hz alimentando o enrolamento trifásico do estator e a segunda, em uma frequência f_{rr} , que pode assumir uma certa gama de valores, que alimenta o enrolamento trifásico do rotor, seja na mesma sequência de fases, seja em sequência inversa em relação à do estator.

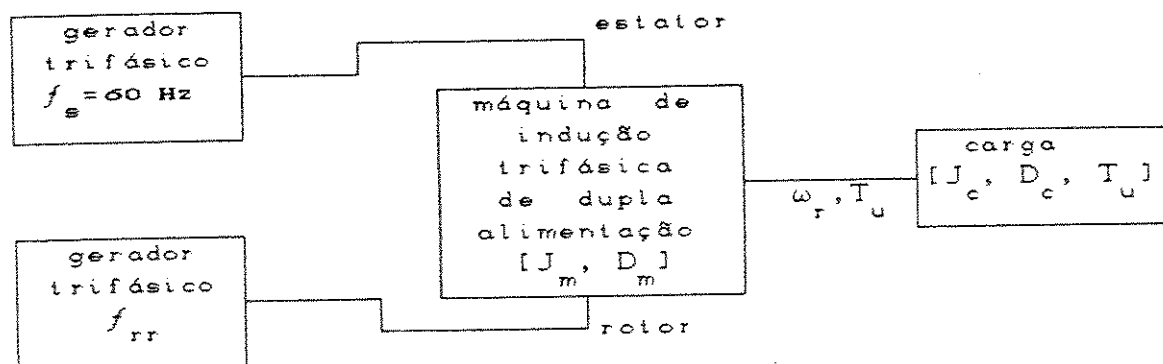


Figura 5.1 - Motor de Indução de Anéis, excitado em Malha-Aberta na frequência f_{rr}

5.4.1. A Curva Estática de Conjugado X Velocidade de Rotação

O primeiro resultado de simulação que se pode mostrar da máquina sob análise é a curva estática de Conjugado X Velocidade de Rotação, estando o enrolamento de rotor curto-circuitado, variando-se o conjugado de carga aplicado ao seu eixo, como motor, desde vazio até o conjugado com rotor travado, passando pela faixa linear, pelo conjugado máximo e pela "região instável" (*), repetindo para a região de velocidades supersíncronas (gerador).

[Loboscol] mostra que uma Condição Necessária a fim de ocorrer funcionamento estável é que:

$$\frac{dT_c}{d\omega_r} > \frac{dT_u}{d\omega_r} \quad \text{Eq. (5.1)(a)}$$

(*) Observação: a região de T_u crescente é usualmente chamada de instável pois se $T_c = \text{CONSTANTE}$ a condição da Eq. (5.1)(a) não é satisfeita. O Conjugado Útil T_u é dado por:

$$T_u = T_{el} - \frac{2}{p} D \omega_r \quad \text{Eq. (5.1)(b)}$$

Simulou-se, então, uma carga que respeite a condição da Eq. (5.1), dada pela Eq. (5.2):

$$T_c = 0,5856\omega_r + B \quad (\text{Nm}) \quad \text{Eq. (5.2)}$$

que representa uma família de retas paralelas, parametrizadas em B, que varia desde 9,755 (Nm) [rotor travado], passando por -219,945 (Nm) [a vazio, $\omega_r = 375,6 \text{ rad el/s}$], até -455,5 (Nm) [dupla velocidade síncrona, $\omega_r = 754,0 \text{ rad el/s}$].

A Figura (5.2) mostra a curva Conjugado X Velocidade de Rotação da máquina.

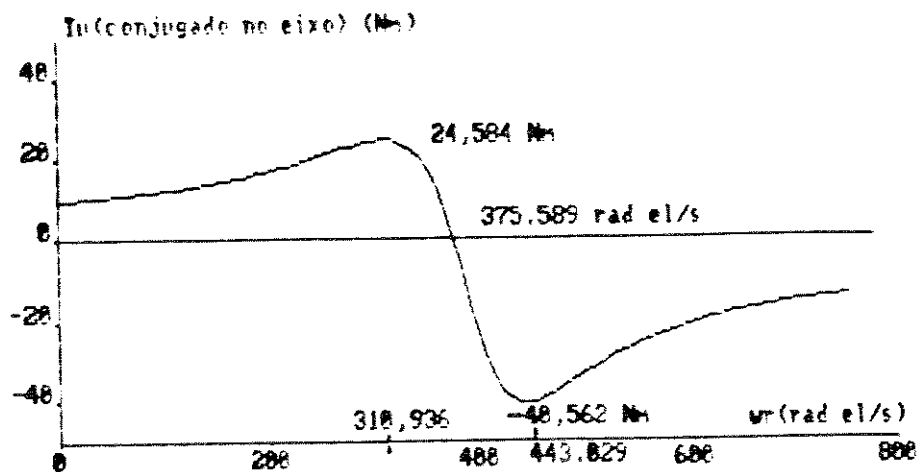


FIGURA (5.2) - Curva Conjugado x Velocidade de Rotação da máquina de indução com rotor curto-circuitado

5.4.2. O Comportamento da Máquina desde o Repouso até o Regime Permanente

O Motor de Indução de Dupla Alimentação em Operação Síncrona é, em última análise, um Motor Síncrono e, como tal, deve partir por meio de algum dispositivo auxiliar. No caso deste trabalho todas as partidas ocorrerão com os anéis deslizantes curto-circuitados e com conjugado de carga nulo ($T_c=0$).

Atingido o regime permanente, o curto-circuito entre os anéis é desfeito e, instantaneamente, a excitação (V_r ; ω_{rr}) é fornecida através deles ao enrolamento trifásico do rotor ao mesmo tempo que uma carga conveniente é conectada ao eixo do motor.

Para manter certa coerência com relação a verificação experimental no Capítulo 6, onde se utiliza como carga conhecida um gerador de corrente contínua, é necessário considerar-se nas simulações a inércia total $J=J_m+J_c$ e o atrito viscoso total $D=D_m+D_c$, conforme o § 5.3. Pela variação da carga do gerador é possível variar-se, se necessário continuamente, o conjugado de carga T_c .

5.4.2.1. A Partida do MIDA

A Figura (5.3) apresenta velocidade, torque eletromagnético, correntes transformadas e correntes verdadeiras de estator e de rotor, em função do tempo, para o motor de indução com rotor em curto-circuito e a vazio, ilustrando a partida do Motor de Indução de Dupla-Alimentação, MIDA.

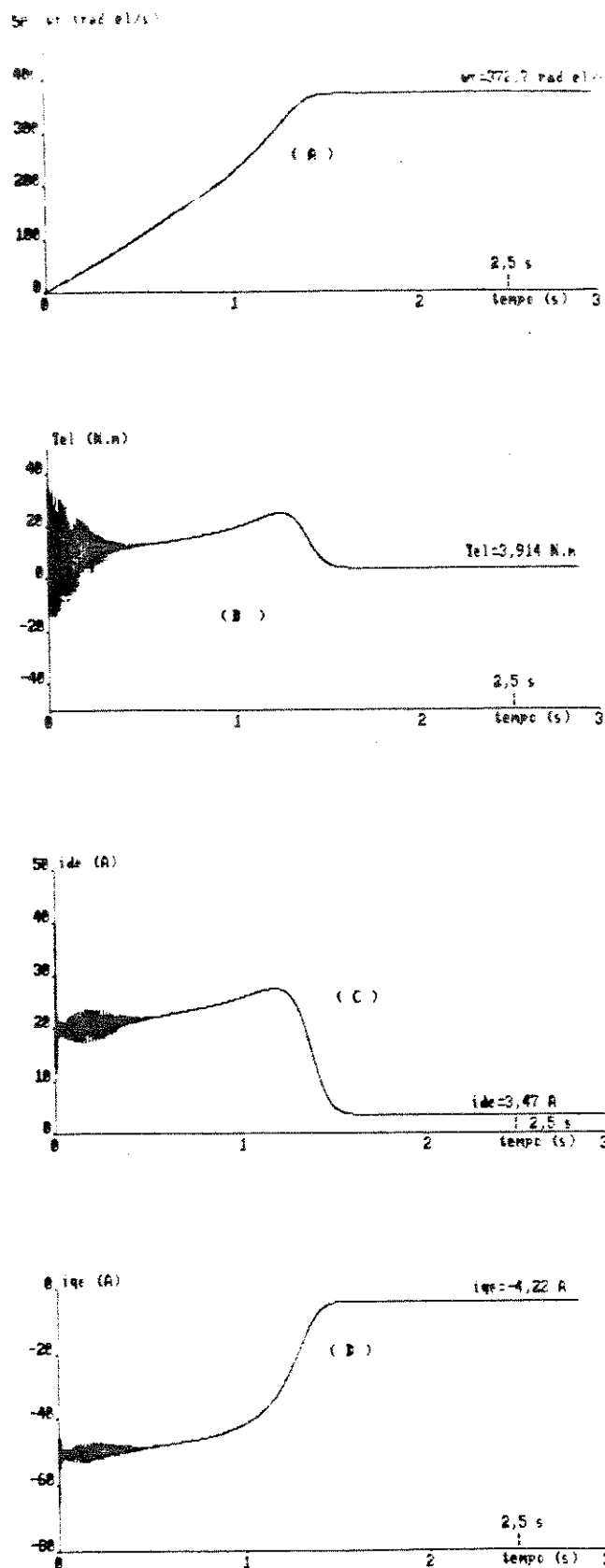


FIGURA (5.3) - Curvas no tempo de: (A) velocidade (ω_r), (B) Torque Eletromagnético (T_{el}), correntes transformadas de estator (C) i_{de} e (D) i_{qe} ,

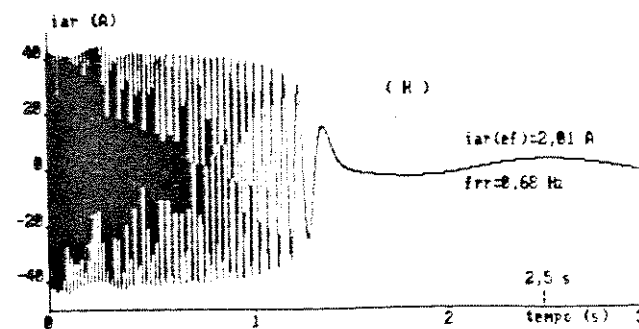
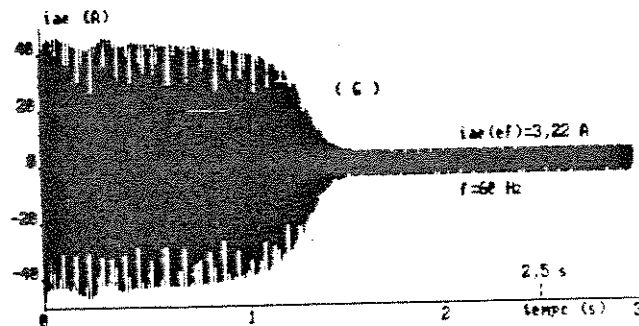
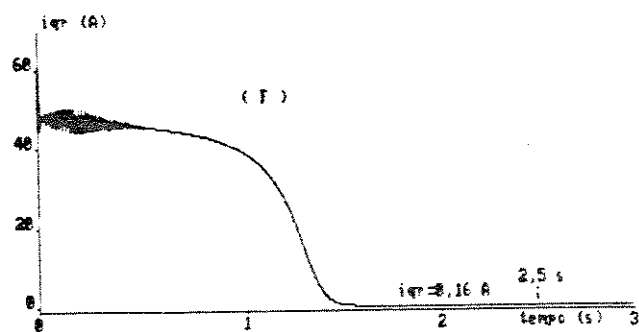
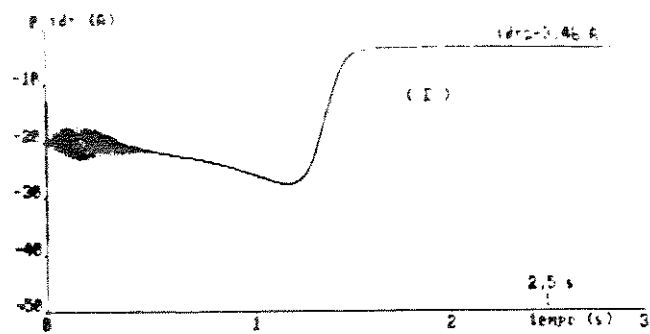


FIGURA (5.3) -correntes transformadas de rotor (E) i_{dr} e (F) i_{qr} e correntes reais de estator (G) i_{ae} e de rotor (H) i_{ar} p/motor de indução convencional a vazio

Fica evidente na figura (5.3) já ter sido estabelecido o regime permanente em $t_1 = 2,5$ s, sendo eleito este instante para início da excitação e carga do MIDA, para fins de simulações.

5.4.2.2. A Excitação do MIDA via Enrolamento do Rotor

Exemplo I - As Figuras (5.4) mostram o comportamento do MIDA nas seguintes circunstâncias:

A) Excitação em $t_1 = 2,5$ s com $\omega_{rr} = 15,0$ rad el/s, $V_r = 25,0$ V e o conjugado de carga $T_c = 5,0$ N.m; resultando: $\omega_r = 362,0$ rad el/s e $n\delta = -1,5113$ rad el;

B) $T_c = 40,0$ N.m mantendo-se as outras condições de (A); resultando $\omega_r = 362,0$ rad el/s e ângulo de carga passa a $n\delta = -2,1825$ rad el;

C) $T_c = 50,0$ N.m mantendo-se as outras condições de (A); resultando $\omega_r = 362,0$ rad el/s e $n\delta = -2,4933$ rad el;

D) Repete-se as condições de (B) e no instante $t_2 = 4,0$ s o conjugado de carga é alterado para $T_c = 60,0$ N.m e o MIDA, que operava sincronamente, perde o sincronismo.

Observa-se uma faixa ampla de conjugado de carga solicitado ao MIDA, na qual a velocidade resulta constante e igual à diferença $(\omega_s - \omega_{rr})$, após apresentar um comportamento oscilatório amortecido, em torno da velocidade final, relativamente rápido.

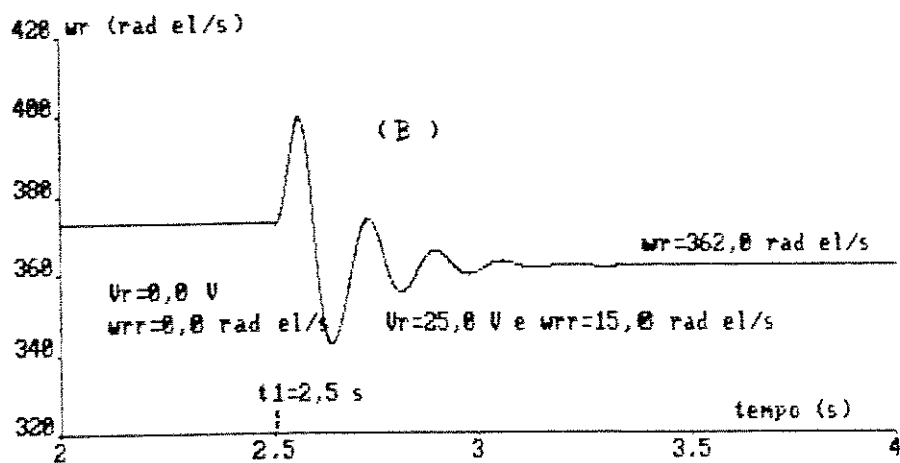
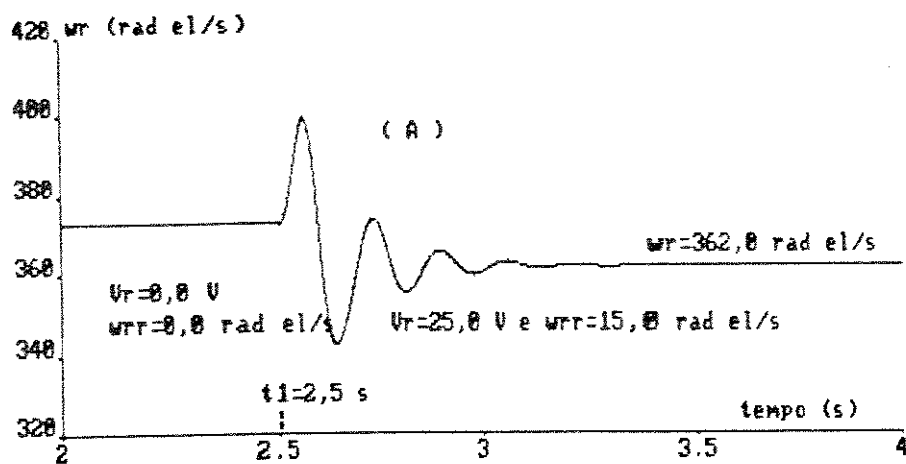


FIGURA (5.4) - Curvas de $\omega_r \times t$ para os casos:
 (A) $T_c = 5.0$ N.m e (B) $T_c = 40.0$ N.m do Exemplo I
 (continua...)

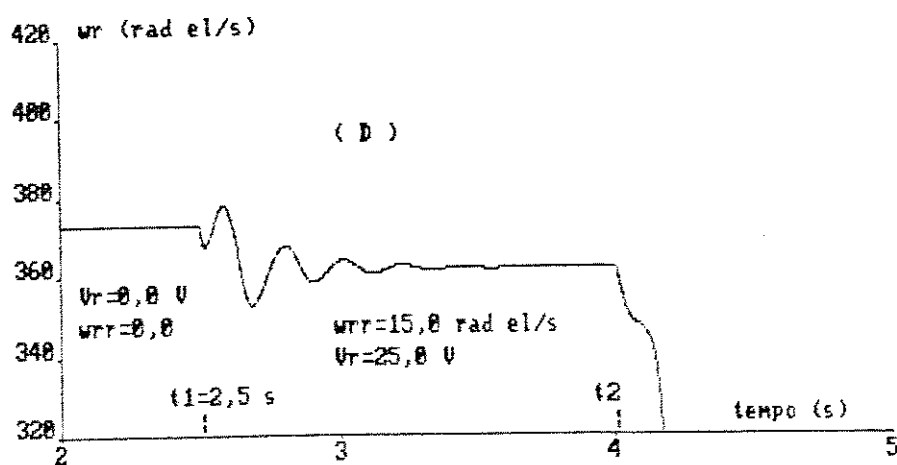
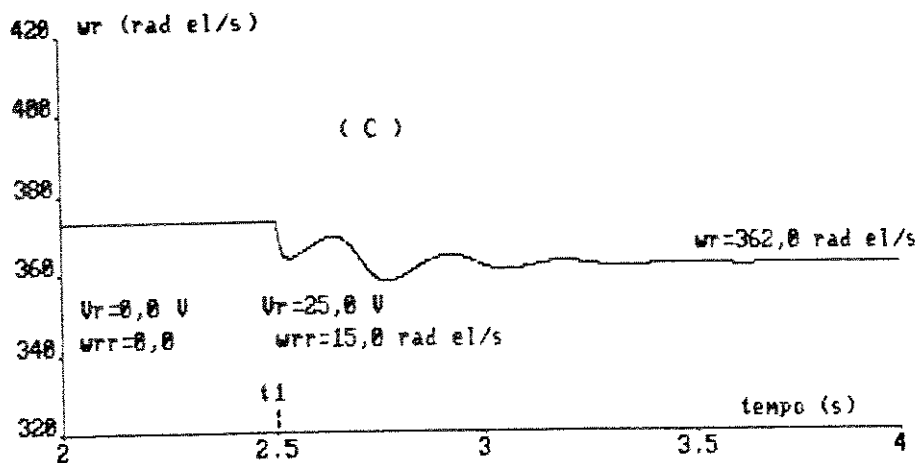


FIGURA (5.4) -... Curvas de $\omega_r \times t$ para os casos:
 (C) $T_c = 50,0 \text{ N.m}$ e (D) repete o caso (B) mudando o
 par $T_c = 60,0 \text{ N.m}$ PERDENDO O SINCRONISMO

Exemplo II - A Figura (5.5) mostra a curva $\omega_r \times t$ para alterações instantâneas (degraus) do conjugado de carga após atingido o regime permanente, partindo-se das condições do item (a) do Exemplo I:

A) $p/ 0,0 \leq t < 2,5$ s motor de indução convencional / a vazio

B) $p/ 2,5 \leq t < 4,0$ s $T_c = 5,0$ N.m; $\omega_r = 362,0$ rad el/s;

C) $p/ 4,0 \leq t < 5,5$ s $T_c = 20,0$ N.m; $\omega_r = 362,0$ rad el/s;

D) $p/ 5,5 \leq t < 7,0$ s $T_c = 40,0$ N.m; $\omega_r = 362,0$ rad el/s;

E) $p/ 7,0 \leq t < 8,5$ s $T_c = 50,0$ N.m; $\omega_r = 362,0$ rad el/s e

F) $p/ t \geq 8,5$ s $T_c = 60,0$ N.m; perda de sincronismo.

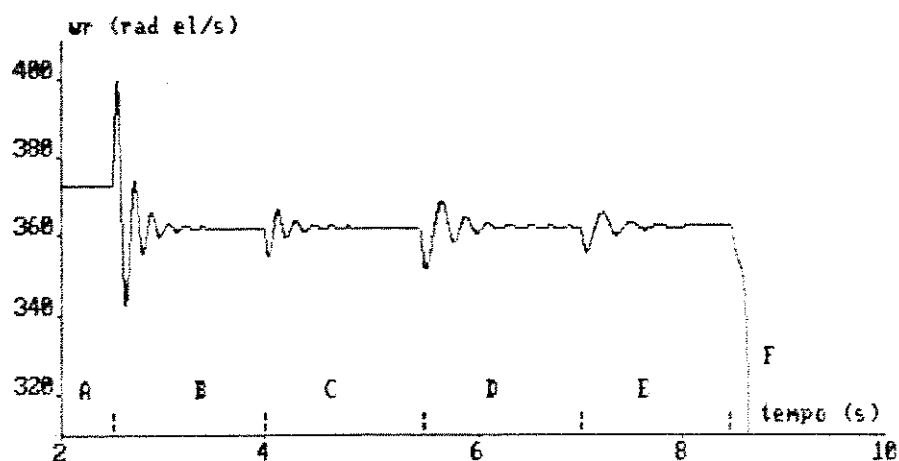


FIGURA (5.5) - Curva $\omega_r \times t$ para as condições do Exemplo II

Exemplo III - A Figura (5.6) mostra a curva $\omega_r \times t$ para uma situação em que as fases do enrolamento do rotor são alimentadas com tensões contínuas, ou seja, a frequência angular de rotor é nula ($\omega_{rr}=0,0$ rad el/s) como no caso da máquina síncrona normal. As tensões fase/neutro no rotor, oriundas das Eqs. (2.32)(a), (b) e (c) resultam em:

$$v_{ar} = V_r [\cos(\alpha_r)] \quad (a)$$

$$v_{br} = V_r [\cos(\alpha_r - 2\pi/3)] \quad (b)$$

$$v_{cr} = V_r [\cos(\alpha_r + 2\pi/3)] \quad (c) \quad \text{Eq. (2.32)'}$$

Assim, para $V_r=25,0$ V e $\omega_{rr}=0,0$ rad el/s, têm-se as seguintes situações em termos de conjugado de carga, para $t > 2,5$ s:

	T_c (N.m)	ω_r (rad el/s)	θ (rad el)
a)	5,0	377,0	-1,925
b)	20,0	377,0	-2,165
c)	40,0	377,0	-2,570
d)	continuação de c) mudando em $t=4,0$ s para $T_c=60,0$ N.m		
		perda de sincronismo	

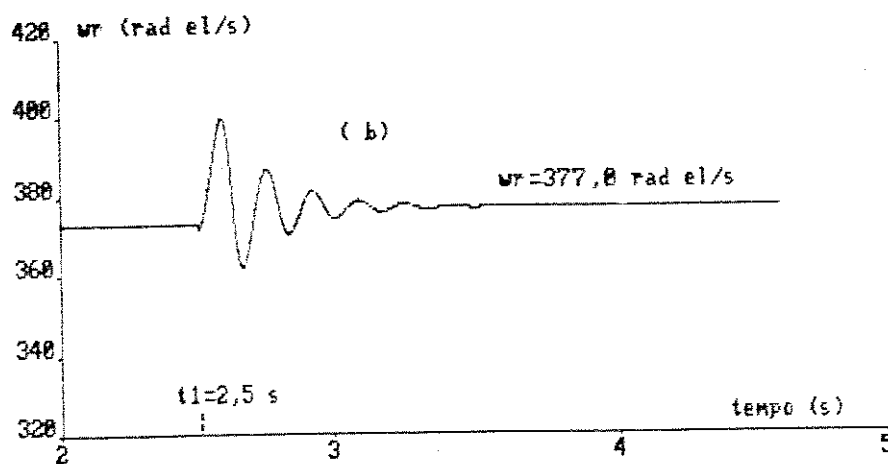
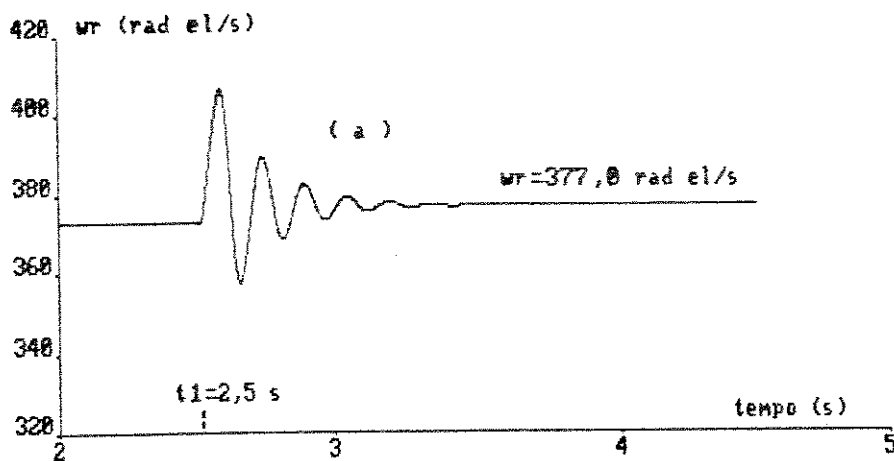


FIGURA (5.6) - Curvas $\omega_r \times t$ para as condições (a) e (b) do Exemplo III

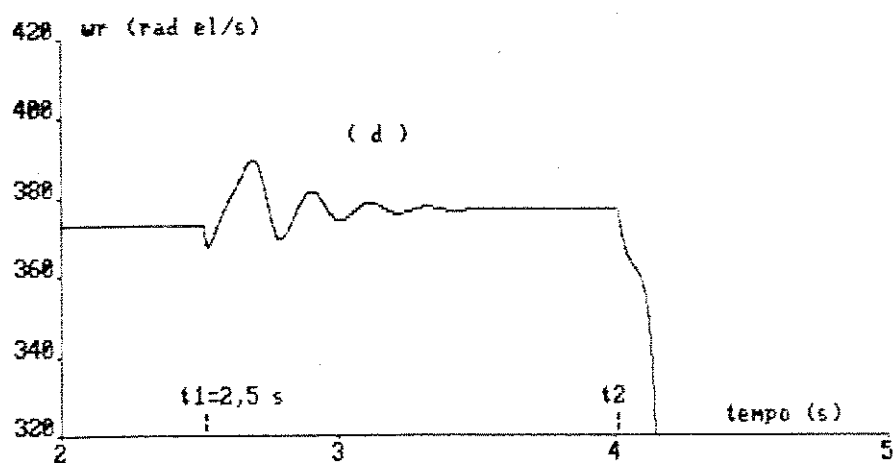
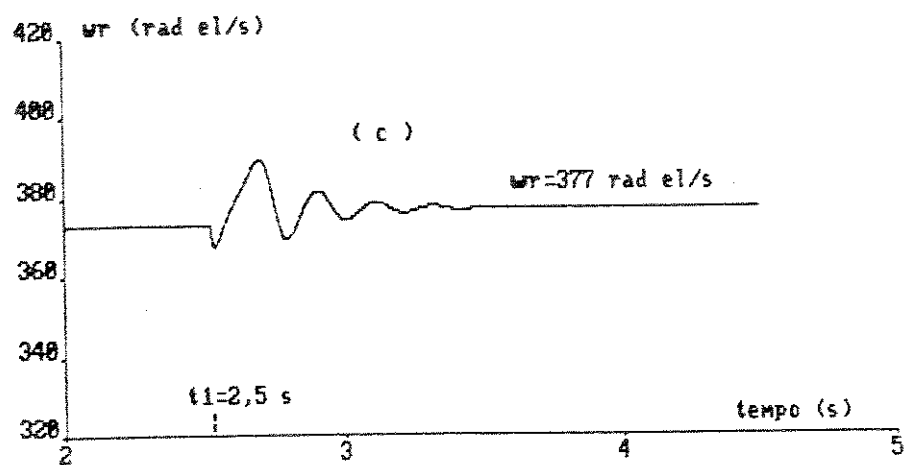


FIGURA (5.6) -Curvas $\omega_r \times t$ para as condições (c) e (d) do Exemplo III

EXEMPLO IV - A Figura (5.7) mostra o comportamento do motor de indução excitado em sequência de fases oposta à da alimentação do estator, apresentando em consequência velocidade maior que ω_s (supersíncrona), para diversos valores de conjugado de carga.

	T_c (N.m)	V_r (V)	ω_{rr} (rad el/s)	ω_r (rad el/s)	nó (rad el)
$t < 2,5s$	0,0	0,0	0,0	372,7	-x-
$2,5s \leq t < 4,0s$	10,0	25,0	-10,0	387,0	-2,2002
$4,0s \leq t < 5,0s$	15,0	25,0	-10,0	387,0	-2,2771
$5,0s \leq t < 6,0s$	20,0	25,0	-10,0	387,0	-2,3549
$t \geq 6,0s$	40,0	25,0	-10,0	387,0	-2,7449

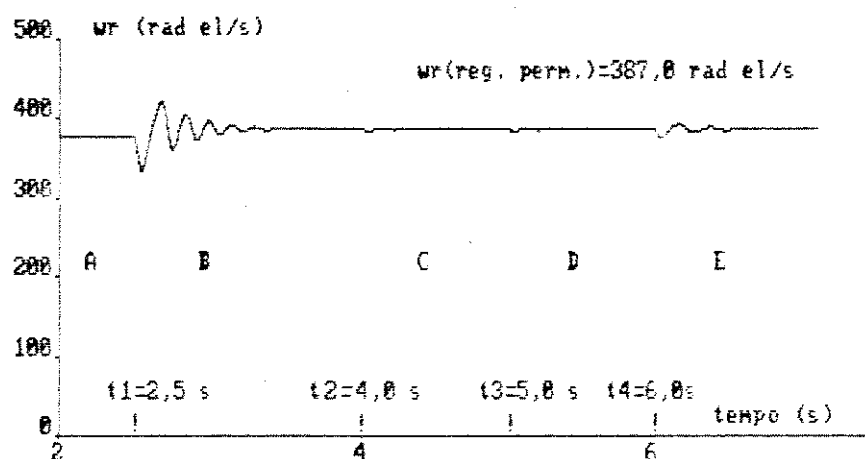


FIGURA (5.7) - Curva de $\omega_r \times t$ para as condições do Exemplo IV

EXEMPLO V - A Figura (5.8) mostra o comportamento de um mesmo motor de indução simulado em duas condições distintas, a primeira (a) de forma convencional e a segunda (b) excitado com uma frequência igual à frequência de escorregamento obtida em (a):

	T_c (Nm)	V_r (V)	ω_{rr} (rad el/s)	ω_r (rad el/s)	$n\delta$ (rad el)
(a) $p/t \geq 2,5$ s	20,0	0,0	0,0	335,9	-x-
(b) $2,5 \leq t < 4,5$ s	20,0	25,0	41,1	335,9	-1,1681 (A)
$4,5 \leq t < 6,5$ s	40,0	25,0	41,1	335,9	-1,6552 (B)
$p/t \geq 6,5$ s	50,0	25,0	41,1	335,9	-2,0011 (C)

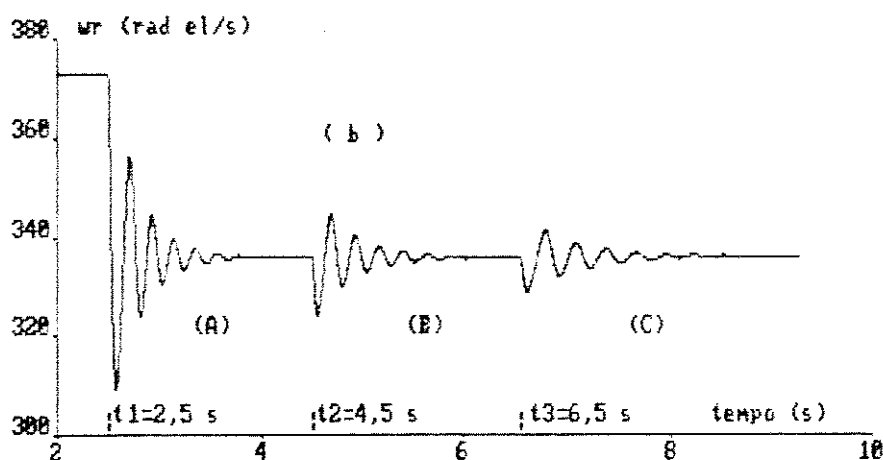
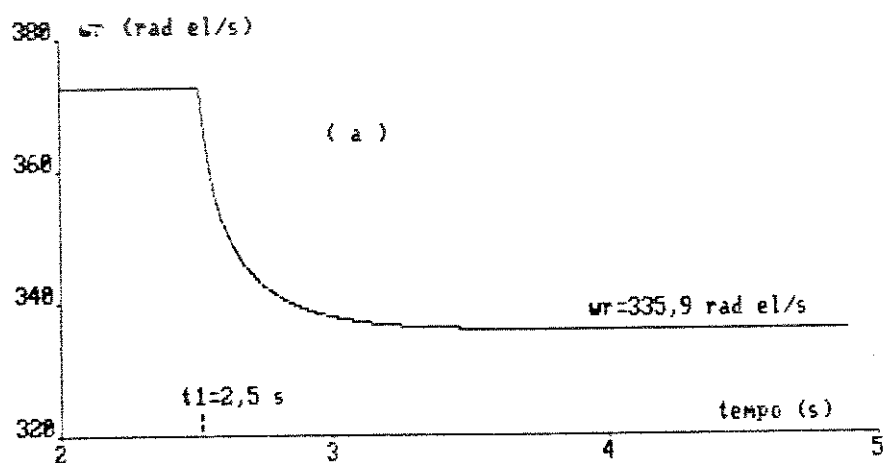


FIGURA (5.8) - Curvas de $\omega_r \times t$ para as condições do Exemplo V

5.4.3. As Correntes Transformadas ou na Forma de Variáveis de Estado.

As correntes transformadas, i_{de} , i_{qe} , i_{dr} e i_{qr} , mais a velocidade de rotação ω_r e a posição angular $(p/2)\theta$, constituem-se nas variáveis de estado do sistema; a simulação da máquina permite que sejam obtidas suas formas de onda.

As Figuras (5.3)(c) a (f) mostram as quatro correntes transformadas, i_{de} , i_{qe} , i_{dr} e i_{qr} , para o motor de indução com rotor curto-circuitado e a vazio, bem conhecidas, como podem ser vistas, por exemplo, em [VENIKOV], Capítulo 12. A oscilação amortecida dentro do "envelope" apresenta uma periodicidade de 0,0168 s, aproximadamente 60 Hz.

As Figuras (5.9)(a) i_{de} , (b) i_{qe} , (c) i_{dr} e (d) i_{qr} , para o MIDA são obtidas nas seguintes condições:

	V_r	ω_{rr}	T_c	
	(V)	(rad el/s)	(N.m)	
$p/ t < 2,5 \text{ s}$	0,0	0,0	0,0	(A)
$2,5 \leq t < 4,0 \text{ s}$	25,0	15,0	20,0	(B)
$t \geq 4,0 \text{ s}$	25,0	15,0	40,0	(C)

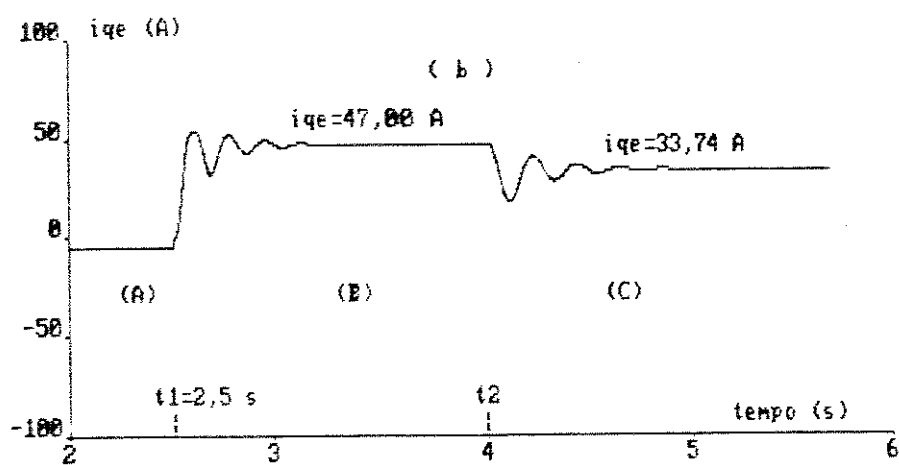
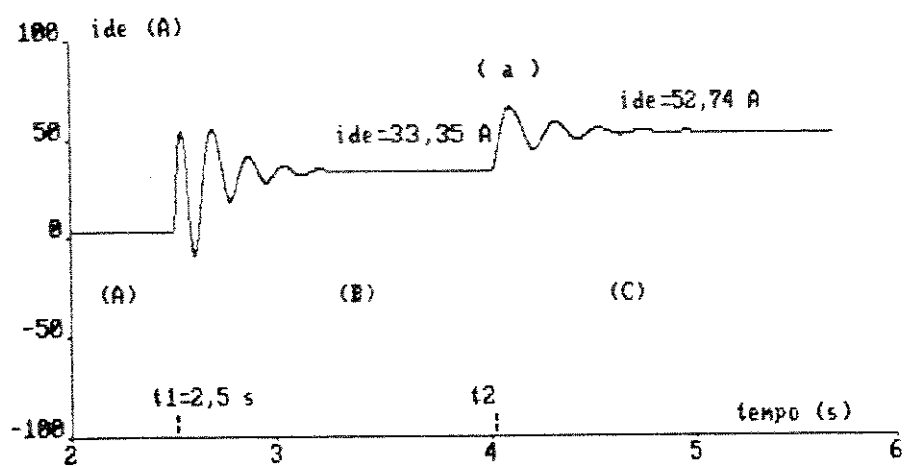


FIGURA (5.9) - Correntes transformadas do MIDA, (a) i_{de} e (b) i_{qe} , em (A) partida, (B) $T_c=20,0$ Nm e em (C) $T_c=40,0$ Nm
(continua...)

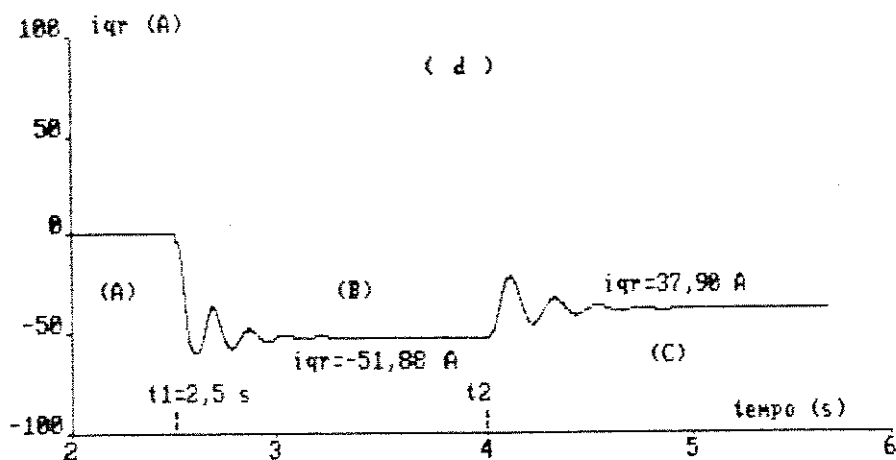
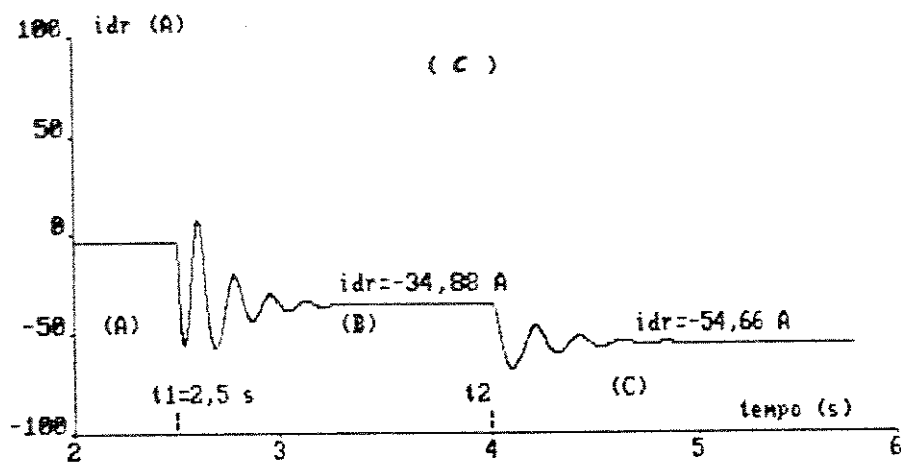


FIGURA (5.9) -continuação (c) i_{dr} e (d) i_{qr} , em (A) partida, em (B) $T_c = 20,0$ Nm e em (C) $T_c = 40,0$ Nm

5.4.4. As Correntes Verdadeiras (ou Reais) de Estator i_{ae} , i_{be} e i_{ce}

As Figuras (5.10)(a) e (b) mostram a corrente da fase α do estator i_{ae} em faixas nas quais: (a) ocorre a excitação em $t_1=2,5$ s após a partida convencional e (b) ocorre um degrau no torque de carga no instante $t_2=4,5$ s; na Figura (5.10)(c) são mostradas as três correntes de estator, em regime permanente. As curvas são obtidas nas seguintes condições:

	V_r (V)	ω_{rr} (rad el/s)	T_c (N.m)
$p/t < 2,5$ s	0,0	0,0	0,0
(a) $2,5 \leq t < 4,5$ s	25,0	15,0	20,0
(b) $p/t \geq 4,5$ s	25,0	15,0	40,0
(c) $p/t > 4,5$ s	25,0	15,0	40,0

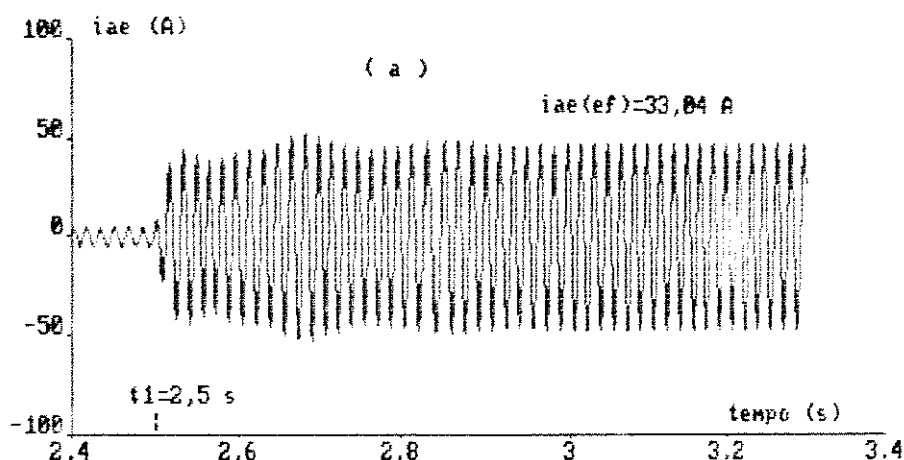


FIGURA (5.10) - Corrente da fase α do estator i_{ae} correspondendo à situação (a) (continua...)

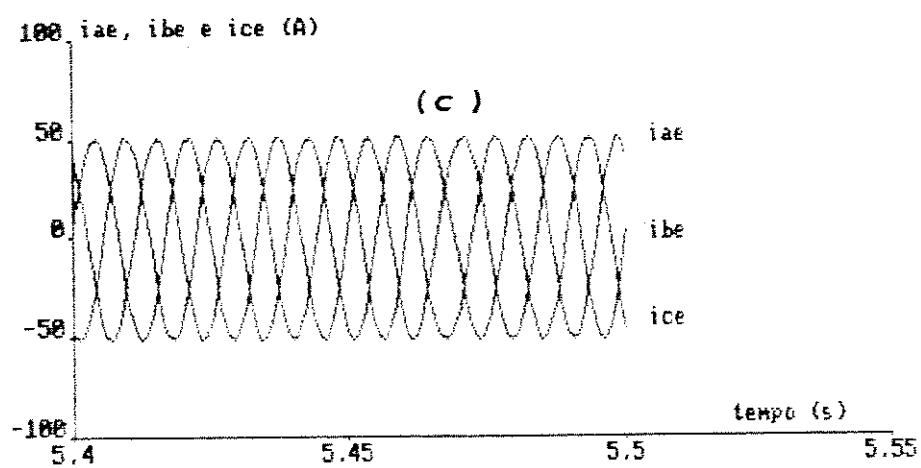
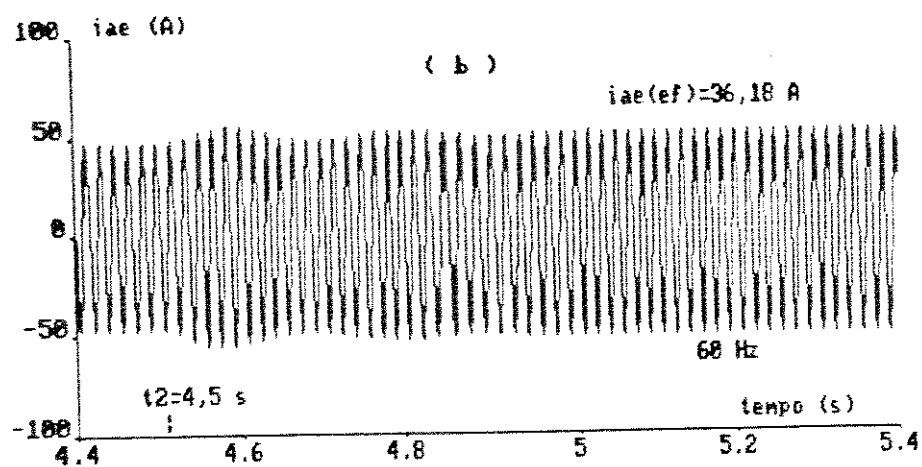


FIGURA (5.10) - (b) i_{ae} mostrando o efeito do degrau de T_c em 4,5 s; (c) i_{ae} , i_{be} e i_{ce} em regime permanente $p/t \gg 4,5 \text{ s}$

5.4.5. As Correntes Verdadeiras (ou Reais) de Rotor i_{ar} , i_{br} e i_{cr}

As Figuras (5.11)(a) e (b) mostram a forma de i_{ar} e a (c) mostra as três correntes de rotor, i_{ar} , i_{br} e i_{cr} , para o MIDA funcionando nas mesmas condições do sub-parágrafo 5.4.4., ou seja:

	V_r	ω_{rr}	T_c
	(V)	(rad el/s)	(N.m)
$p/t < 2,5 \text{ s}$	0,0	0,0	0,0
a) $2,5 \leq t < 4,5 \text{ s}$	25,0	15,0	20,0
b) $p/t \geq 4,5 \text{ s}$	25,0	15,0	40,0
c) $p/t > 4,5 \text{ s}$	25,0	15,0	40,0

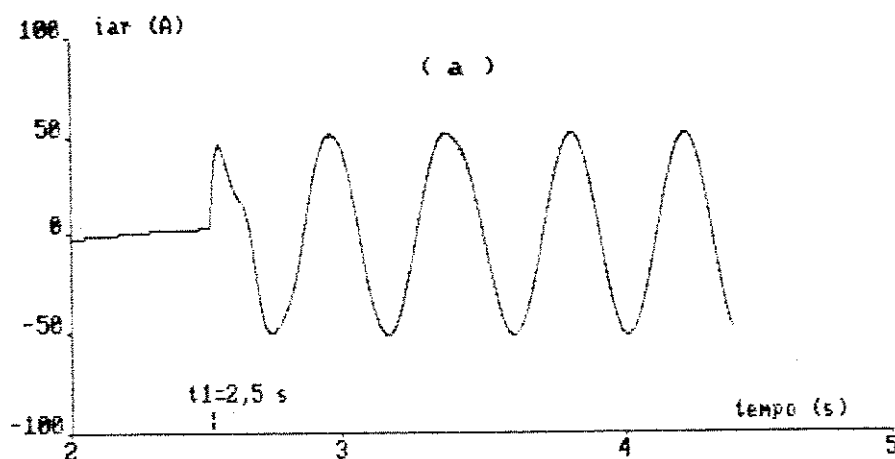


FIGURA (5.11) - (a) Corrente Real da Fase a do rotor i_{ar} para $T_c = 20,0 \text{ N.m}$ ($t \geq 2,5 \text{ s}$), $V_r = 25,0 \text{ V}$ e $\omega_{rr} = 15,0 \text{ rad el/s}$ (continua...)

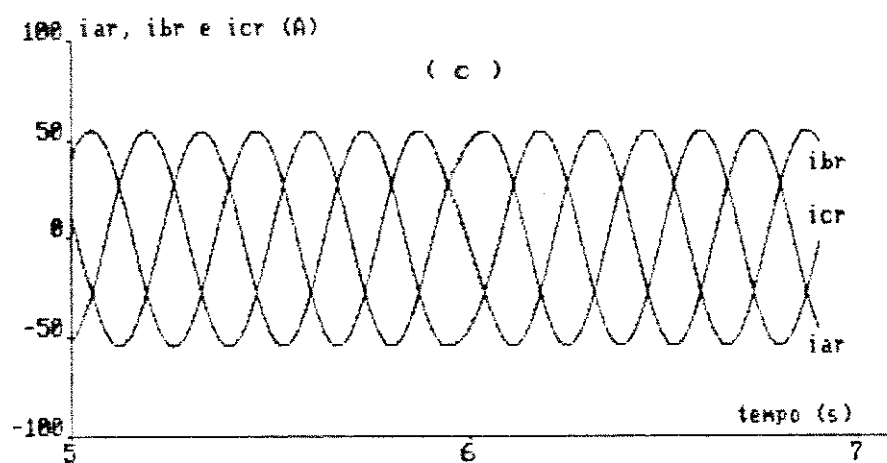
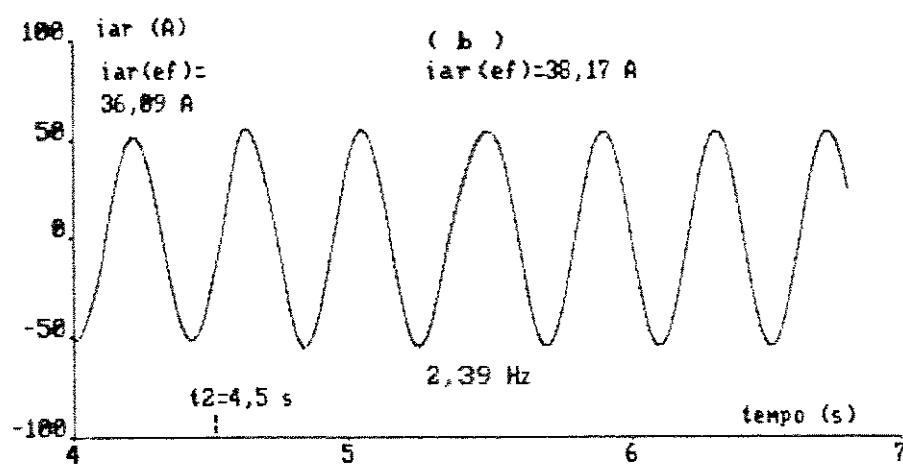


FIGURA (5.11) - (CONT...) (b) i_{ar} $T_c = 40,0 \text{ N.m p/}$ $t \geq 4,5 \text{ s}$

e (c) $i_{ar}, i_{br} \text{ e } i_{cr}$ p/ $t \gg 4,5 \text{ s}$

5.4.6. A Curva Dinâmica de Conjugado Útil (T_u)

a) Conjugado Útil do motor de indução com rotor em curto-circuito, a vazio.

A Figura (5.12)(a) mostra a curva T_u no tempo, para o motor de indução a vazio, com rotor curto-circuitado. Esta figura é semelhante à Figura (5.3)(b) que mostra o conjugado eletromagnético, T_{el} , com o qual se relaciona pela Eq. (5.1)(b). A oscilação amortecida no trecho inicial apresenta uma periodicidade de 0,0168 s, ou seja, uma frequência de 60 Hz aproximadamente.

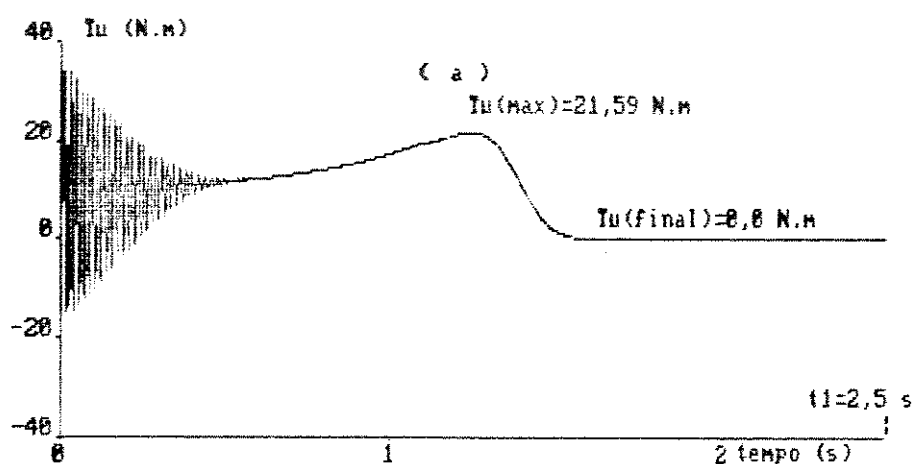


FIGURA (5.12) - (a) Curva de $T_u \times t$ com o motor a vazio e o rotor em curto-circuito

(continua...)

b) Conjugado Útil do motor de indução com o enrolamento do rotor excitado e em carga

As curvas que constam das Figuras (5.12)(b) e (c) representam a evolução no tempo do conjugado útil do motor excitado e em carga, para diversos valores do conjugado de carga.

T_c , como é visto a seguir

	V_r (V)	ω_{rr} (rad el/s)	T_c (N.m)	
(b) $p/t < 2,5$ s	0,0	0,0	0,0	(A)
$2,5 \leq t < 4,5$ s	25,0	15,0	5,0	(B)
$t \geq 4,5$ s	25,0	15,0	20,0	(C)
(c) $p/t < 2,5$ s	0,0	0,0	0,0	(D)
$2,5 \leq t < 4,5$ s	25,0	15,0	40,0	(E)
$t \geq 4,5$ s	25,0	15,0	60,0	(F) perde o sincronismo

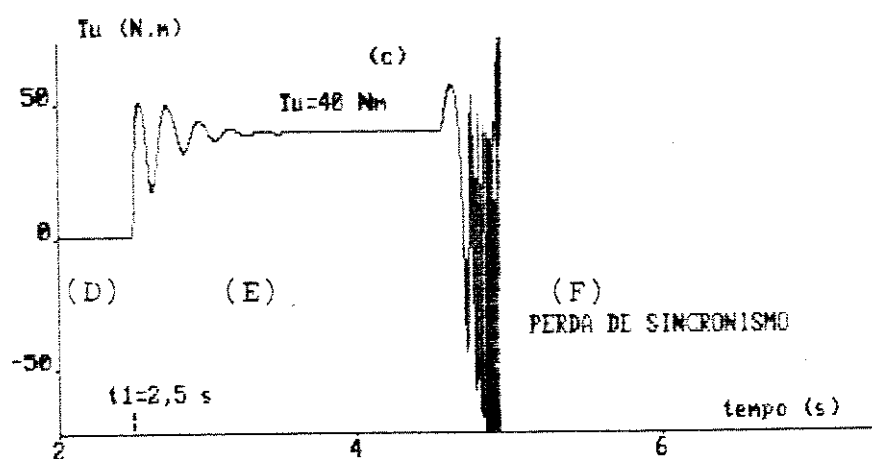
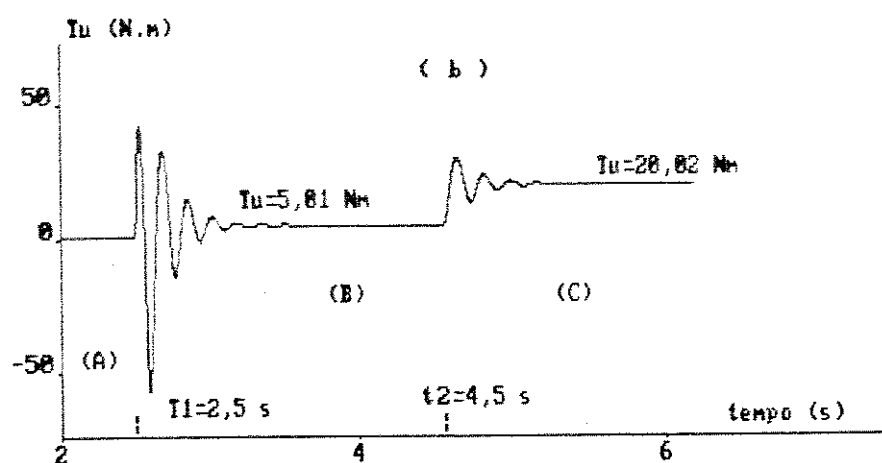


FIGURA (5.12) - (cont...) (b) MIDA excitado e em carga em funcionamento normal; (c) ilustrando perda de sincronismo

5.5. Curvas Características do MOTOR DE INDUÇÃO DE DUPLA ALIMENTAÇÃO

Conjuntos de Curvas Características permitem análises que relacionem duas importantes grandezas da máquina, parametrizadas por uma terceira.

5.5.1. Curvas Estáticas de Conjugado Útil versus Velocidade de Rotação, parametrizadas por V_r .

As Figuras (5.13)(a) e (b) mostram, respectivamente, as curvas obtidas com as Equações (3.5)' e (4.23), para o conjugado em regime permanente, frisando que a primeira equação foi obtida a partir do modelo com a hipótese de velocidade constante e $R_e \neq 0 \Omega$ (Capítulo 3) e a segunda, obtida a partir do desenvolvimento analítico considerando R_e nula (Capítulo 4). Entretanto, para haver parâmetros de comparação anulou-se R_e na equação (3.36)', obtendo-se assim dois conjuntos de curvas idênticos, representando as curvas limites máxima e mínima, bem como a curva da máquina de indução convencional, como na Figura (4.1).

Já a Figura (5.13)(c) mostra o mesmo conjunto de curvas onde usou-se a Equação (3.5)' com $R_e = 0,855 \Omega$, ficando evidente a redução do torque motor máximo.

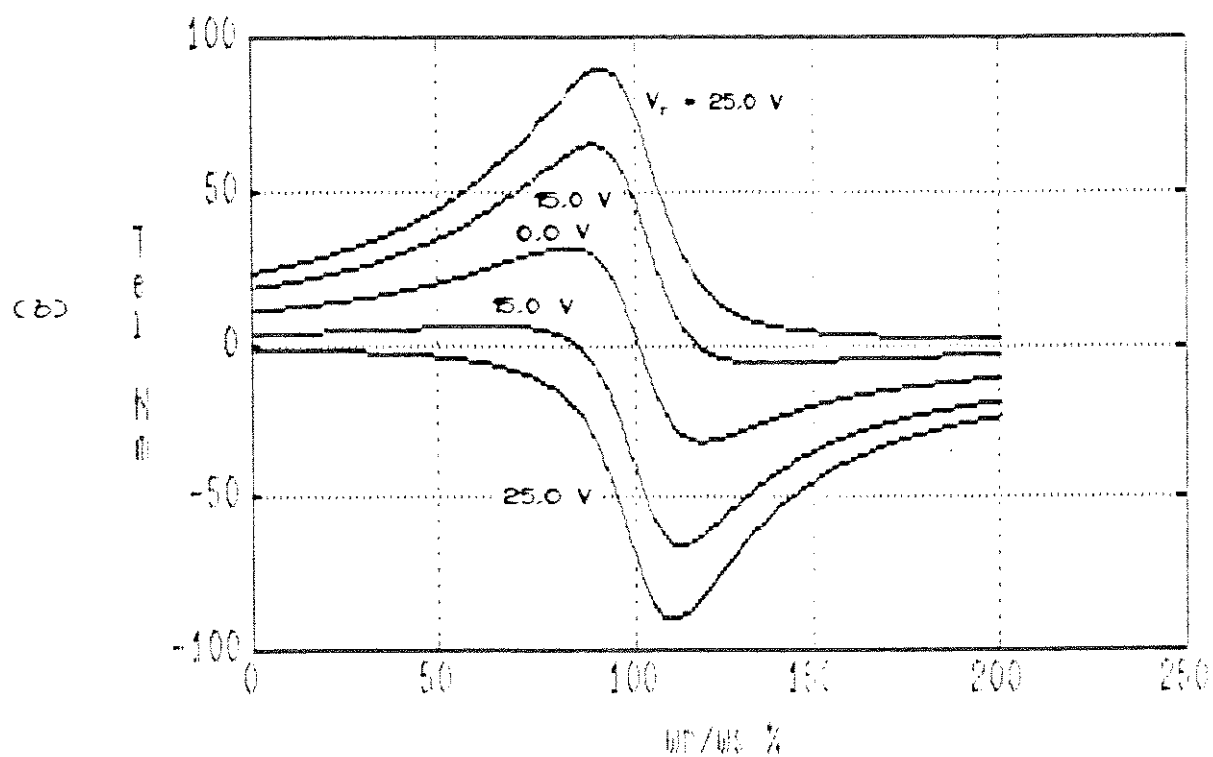
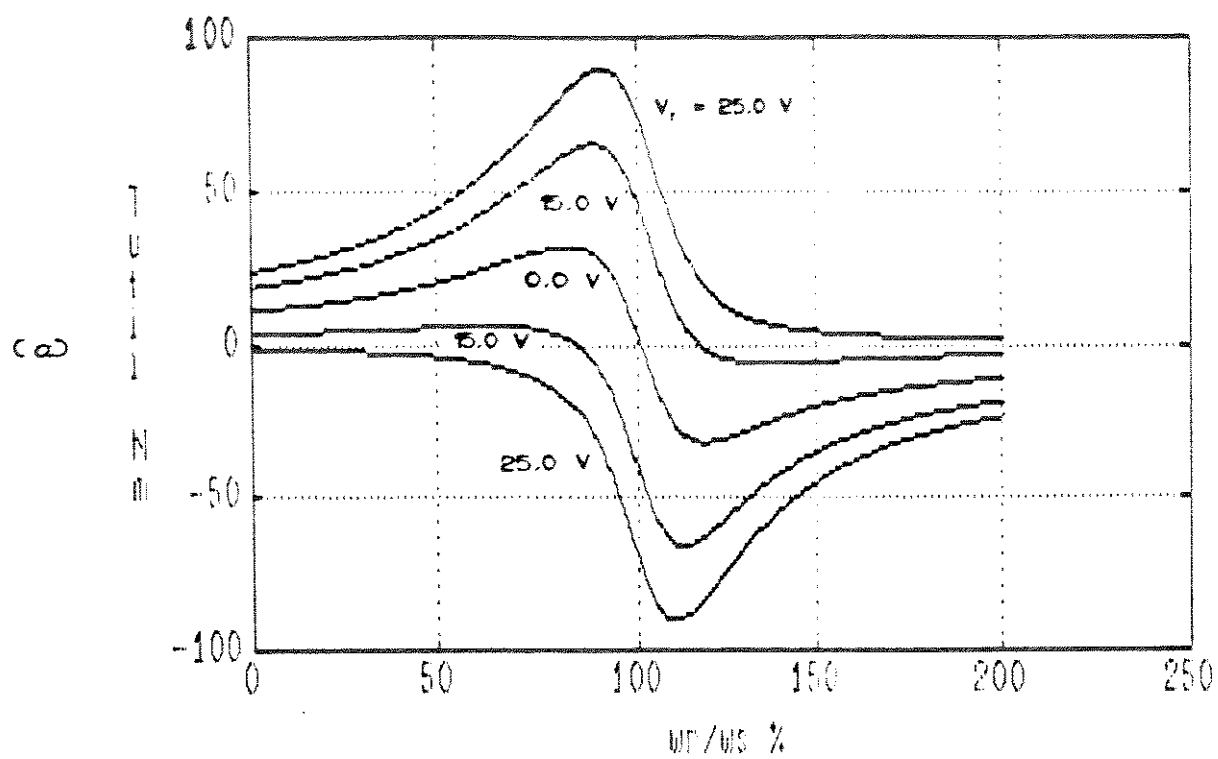


FIGURA (5.13) - Curvas de Conjugado X Velocidade parametrizadas em V_r : (a) da Eq. (3.5)' com $R_e = 0,0 \Omega$ e (b) da Eq.

(4.23), representando limites inferior e superior

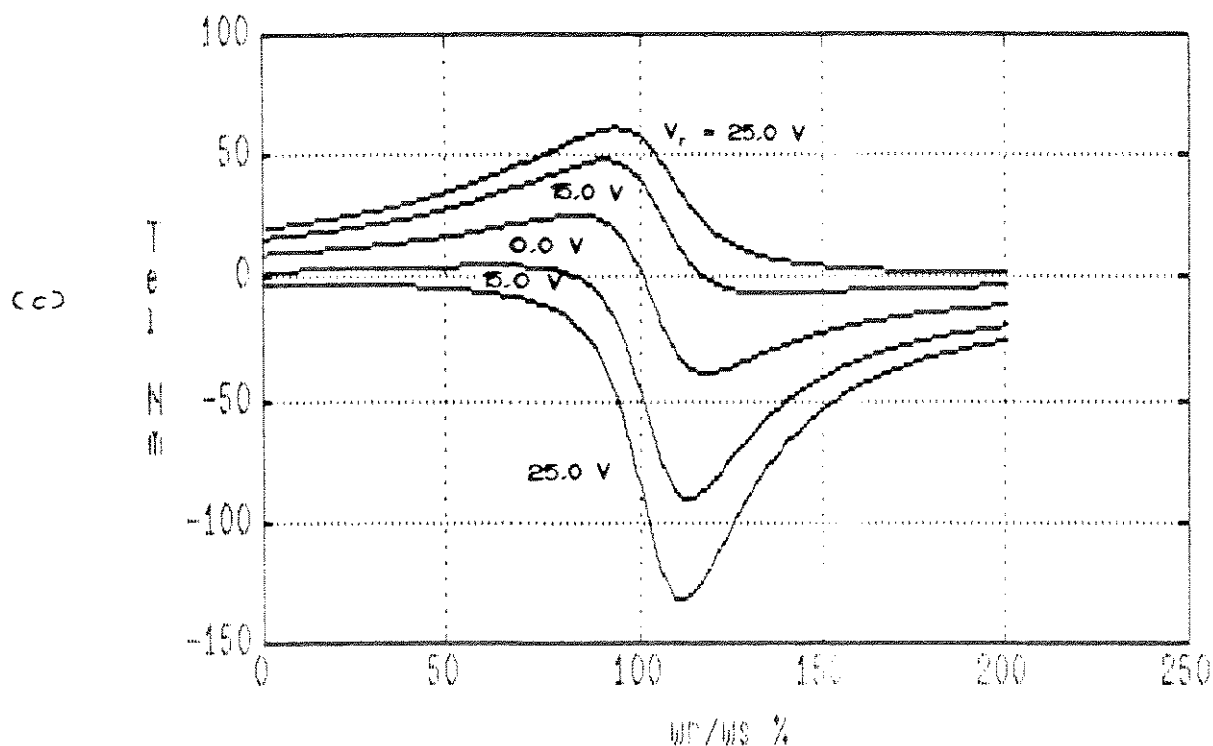


FIGURA (5.13) - (c) para a Eq. (3.5)' com $R_e = 0,855 \Omega$

Na Figura (5.13)(d) destacam-se as barras em cada velocidade, mostrando os conjugados máximo e mínimo em cada uma, obtidos via simulação do modelo desenvolvido no Capítulo 2, para $V_r = 25,0 \text{ V}$.

À esquerda do torque motor máximo e à direita do torque gerador máximo, a carga é necessariamente variável com a velocidade como na Equação (5.2), já que em tais regiões o sistema é instável para torque constante.

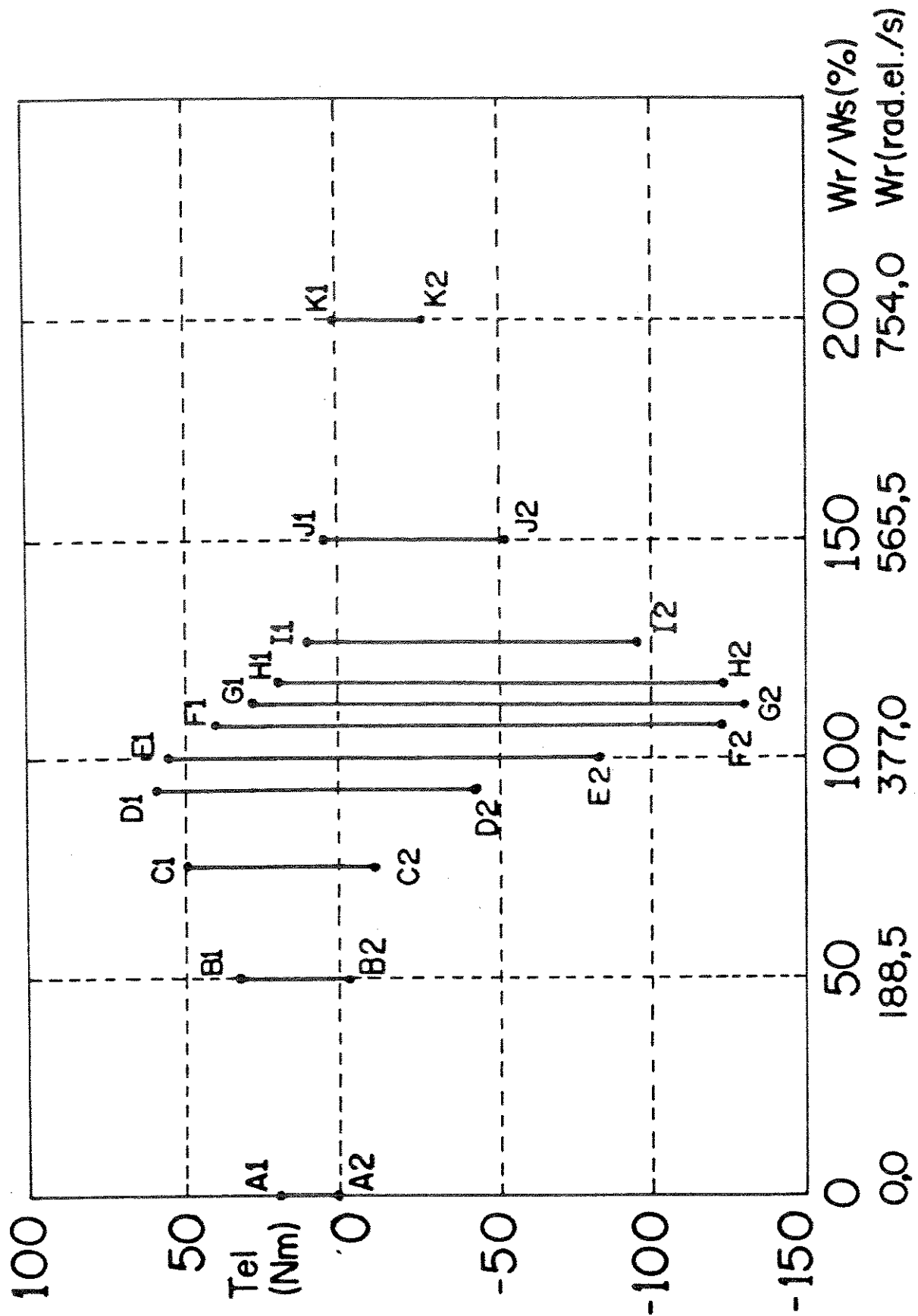


FIGURA (5.13) - (d) Obtida com o modelo desenvolvido no Capítulo 2, para $R_e = 0,855 \Omega$, com valores máximos e mínimos listados na Tabela (5.1), para $V_r = 25,0 \text{ V}$

A Tabela (5.1) mostra os pontos de máximo e de mínimo indicados na Figura (5.13)(d):

T A B E L A (5.1)

pontos	ω_{rr} (rad el/s)	T_c (N.m)	nó (rad el)
A ₁ A ₂	377,0	20,294 - 0,985	4,5996 1,2463
B ₁ B ₂	188,5	34,473 - 3,606	4,8074 1,7584
C ₁ C ₂	100,0	47,217 - 9,965	-1,6151 -5,2524
D ₁ D ₂	60,0	56,000 -20,000	-2,0861 -5,8546
E ₁ E ₂	0,0	54,846 -89,147	-3,2949 -0,0721
F ₁ F ₂	-30,0	37,500 -127,500	-3,3216 -0,4742
G ₁ G ₂	-45,0	29,271 -130,520	-3,5446 -0,4895
H ₁ H ₂	-60,0	21,209 -123,940	-4,1372 -0,6321
I ₁ I ₂	-100,0	11,270 -90,521	-3,9314 -1,1993
J ₁ J ₂	-188,5	4,254 -52,180	-4,1555 -0,7547
K ₁ K ₂	-377,0	1,539 -25,408	-4,0951 -1,2135

5.5.1.1. Região de Funcionamento Estável do MIDA com $R_e = 0,0 \Omega$

A Figura (5.14)(a) expõe a região de funcionamento ESTÁVEL do MIDA, dada pelos pontos internos ao caminho fechado ABCDEFA, obtida superpondo-se o resultado mostrado na Figura (5.13)(a) ou (b) com o resultado da análise obtido no Capítulo 4, Eq. (4.37).

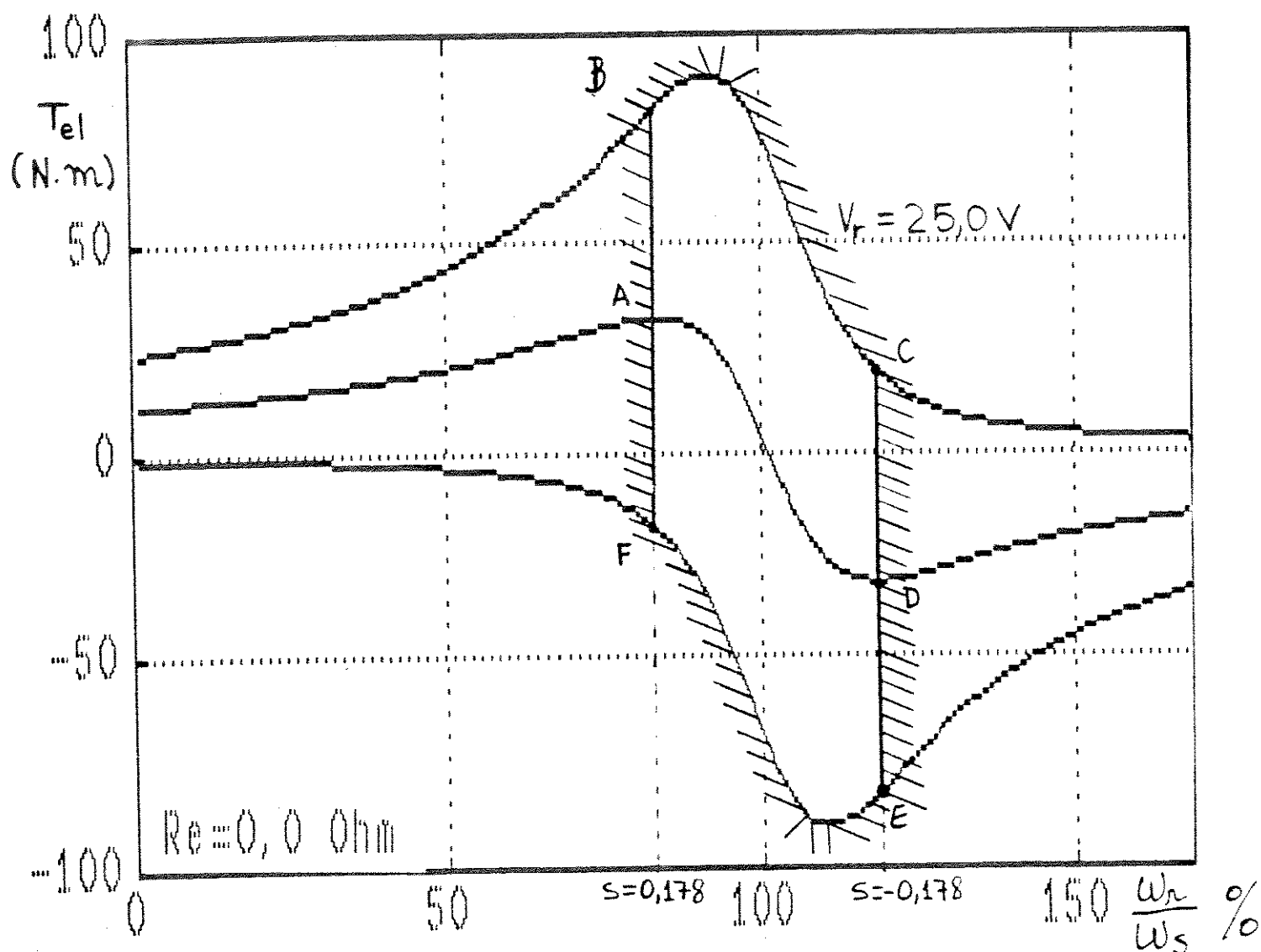


FIGURA (5.14)(a) - Região de funcionamento Estável para o MIDA, obtida da superposição da Figura (5.13)(a) ou (b) para $V_r = 25,0 \text{ V}$, pontos internos a "ABCDEFA"

A fronteira de estabilidade é composta de trechos de naturezas distintas:

trechos BC e EF fronteira aperiódica
e trechos FAB e CDE fronteira oscilatória

As Figuras (5.14)(b), (c) e (d) ilustram o comportamento do MIDA, nas seguintes situações:

(b)

- (A) $0 < t < 2,5$ s, Vazio, $\omega_r = 376,96$ rad el/s, c/ rotor em curto;
- (B) $2,5 \leq t < 4,0$ s $\omega_{rr} = 50,0$ rad el/s, $T_c = 71,41$ N.m;
- (C) $4,0 \leq t < 5,0$ s $\omega_{rr} = 50,0$ rad el/s, $T_c = 86,42$ N.m e
- (D) $t \geq 5,0$ s $\omega_{rr} = 50,0$ rad el/s, $T_c = 88,99$ N.m

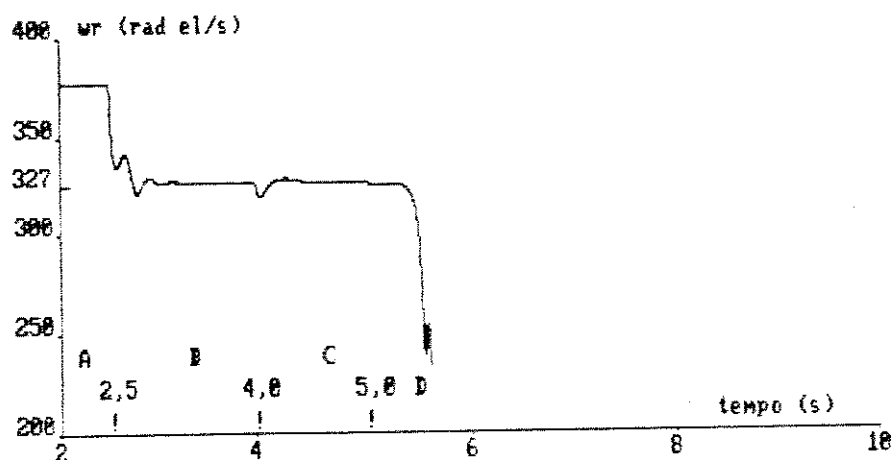


FIGURA (5.14)(b) - Curva de $\omega_r \times t$, mostrando a "passagem" do ponto de operação da região estável para a região de funcionamento instável, através da fronteira aperiódica

(c)

- (A) $0 < t < 2,5$ s, igual a (f)
 (B) $2,5 \leq t < 5,0$ s, $\omega_{rr} = 65,0$ rad el/s, $T_c = 32,66$ N.m
 (C) $t \geq 5,0$ s, $\omega_{rr} = 70,0$ rad el/s, $T_c = 32,66$ N.m

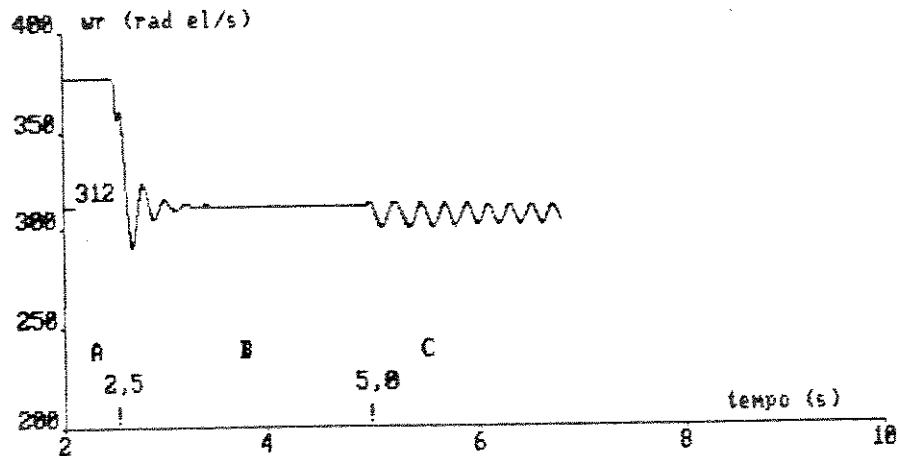


FIGURA (5.14)(c) - Curva $\omega_r \times t$, mostrando a passagem do ponto de operação do lado estável para o lado instável através da fronteira oscilatória

(d)

- (A) $0 < t < 2,5$ s, partida igual a (f)
 (B) $2,5 \leq t < 5,0$ s, $\omega_{rr} = 100,0$ rad el/s, $T_c = 42,17$ N.m
 (C) $5,0 \leq t < 5,5$ s, $\omega_{rr} = 100,0$ rad el/s, $T_c = 42,17$ N.m
 (D) $t \geq 5,5$ s, $\omega_{rr} = 101,0$ rad el/s, $T_c = 42,17$ N.m

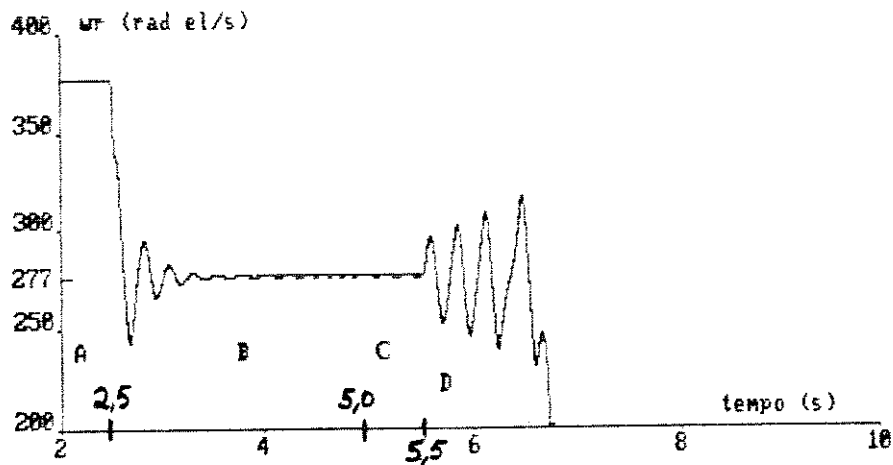


FIGURA (5.14)(d) - Ilustração da mudança de velocidade mantendo a carga constante na região instável

5.5.1.2. Região de Funcionamento Estável do MIDA com $R_e = 0,855 \Omega$

Análise a nível de simulação permite confirmar-se os resultados de conjecturas levadas a efeito em 4.4.2.4.; as Figuras (5.14)(e), (f), (g) e (h) mostram, respectivamente, a região de estabilidade, obtida pela superposição da Figura (5.13)(c) com a Eq. (4.43), a transição entre estabilidade e instabilidade na fronteira oscilatória, a instabilidade à esquerda dessa fronteira e a instabilidade ao ser vencida a fronteira aperiódica.

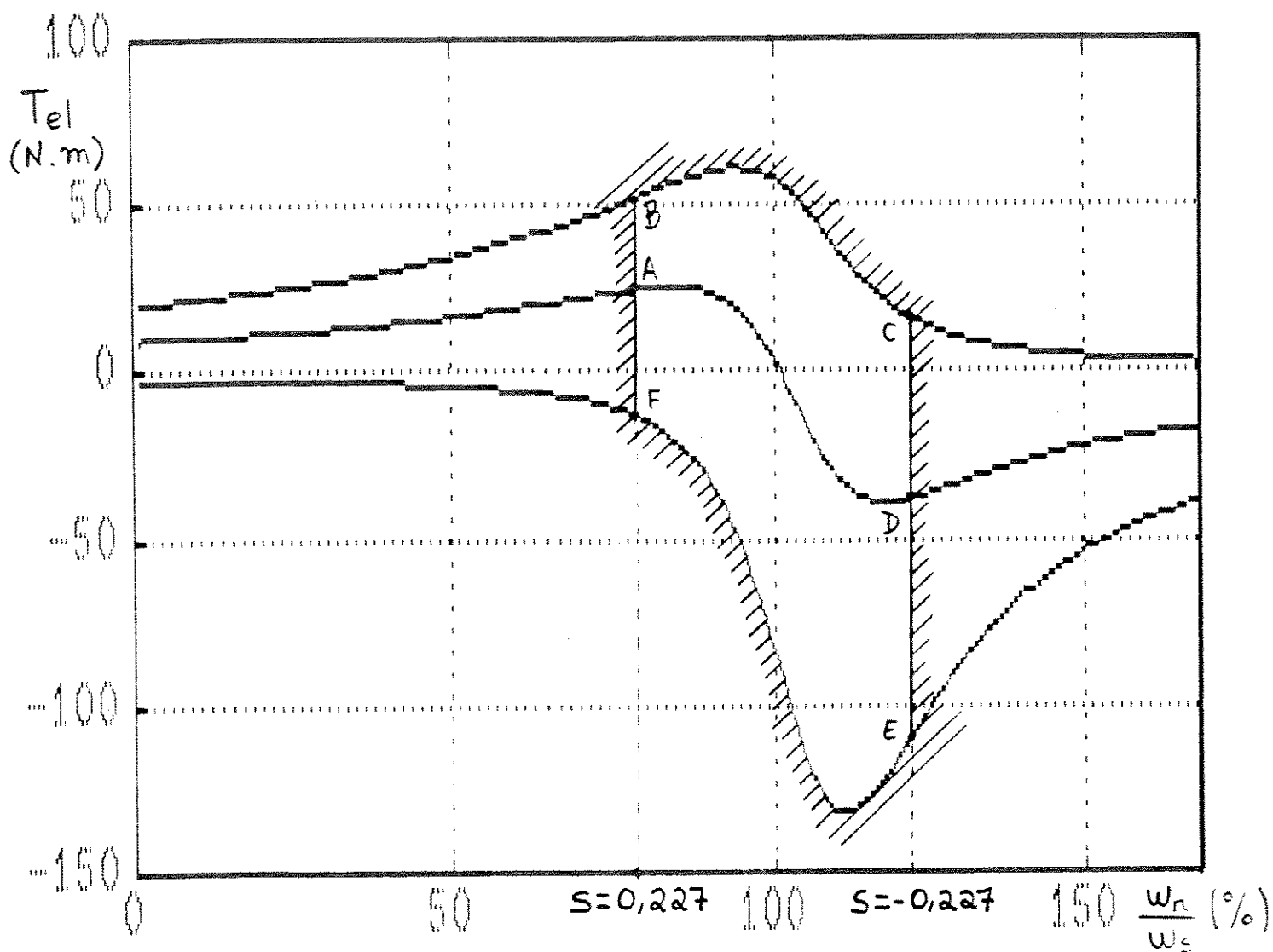
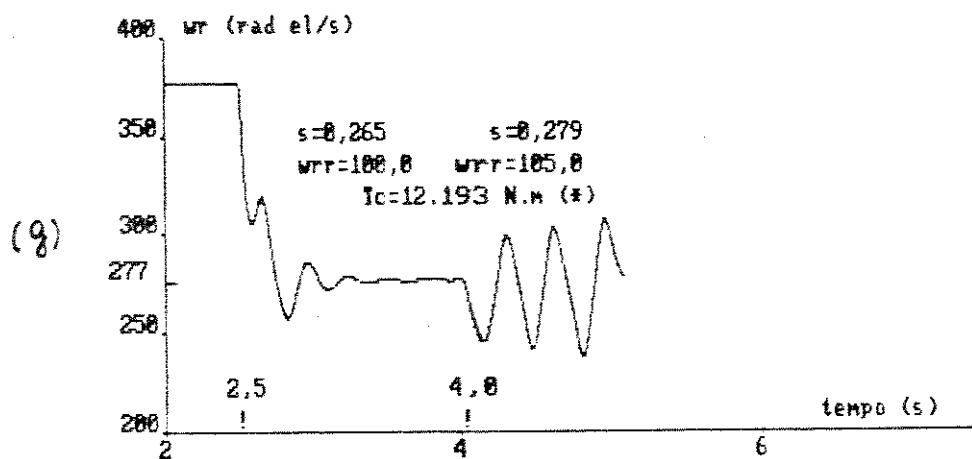
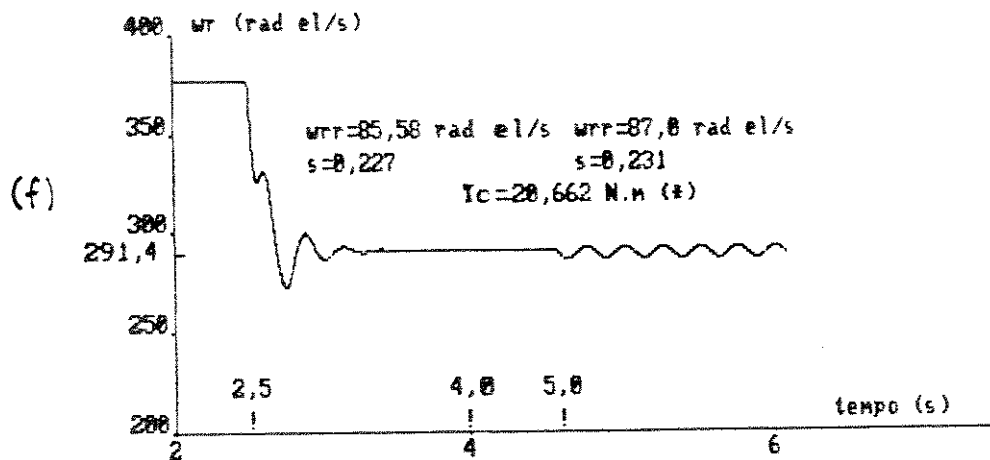
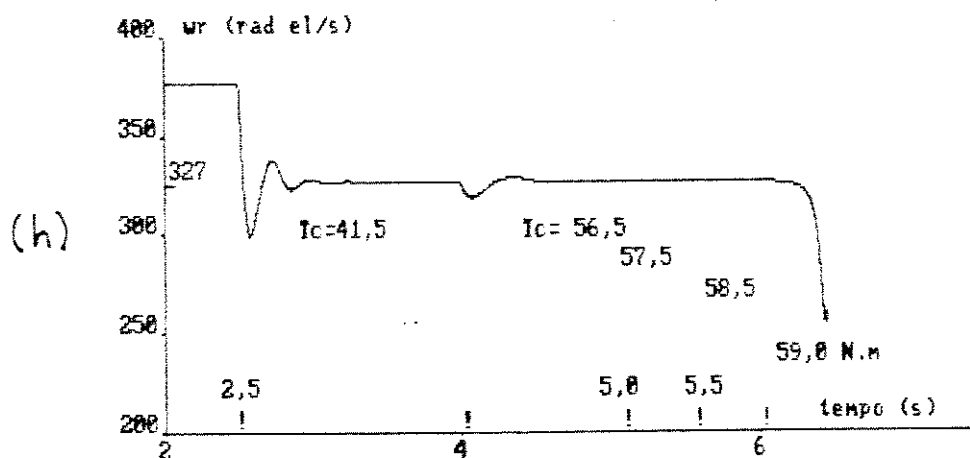


FIGURA (5.14)(e) - Região de Estável do MIDA c/ $R_e = 0,855 \Omega$



(*) tanto em (f) como em (g) no primeiro valor de ω_{rr} utilizou-se carga variável com a velocidade para atingir-se um ponto de funcionamento estável, em seguida mantendo-se carga constante alterou-se ω_{rr} .



FIGURAS (5.14)(f), (g) e (h) - Curvas $\omega_r \times t$, simulando instabilidades para $R_e=0,855 \Omega$

5.5.2. O Fator de Potência

Pela utilização das expressões teóricas do Capítulo 3 e por simulação com o modelo matemático obtido no Capítulo 2, é possível chegar-se a curvas que caracterizem o relacionamento entre diversas grandezas do MIDA e o fator de potência, que é uma grandeza importante na utilização de motores elétricos.

5.5.2.1. O Fator de Potência no Motor de Indução Convencional

Neste caso a potência reativa, responsável pelos fluxos de magnetização e de dispersão, é suprida via enrolamento do estator, o que significa consumo de reativos e, portanto, fator de potência atrasado, o que se torna crítico quando o motor em questão trabalha com baixo consumo de potência ativa, ou a baixos conjugados de carga.

As Figuras (5.15)(a), e (b) mostram o comportamento do fator de potência do motor de indução convencional na dependência do conjugado de carga T_c :

$$(a) \cos(\phi) = \frac{P_e}{S_e} \quad \text{do Capítulo 3}$$

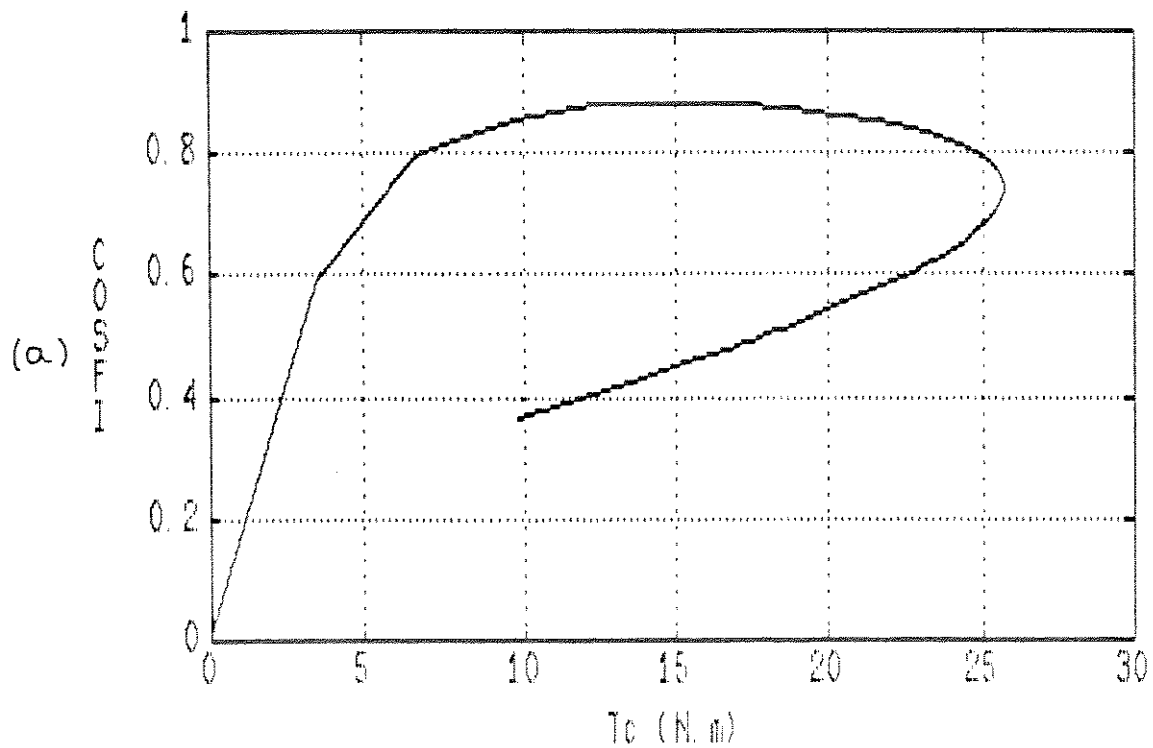


FIGURA (B.15) - (a) Curva de Fator de Potência X Conjugado de Carga obtida do § 3.3.6.;
(fator de potência atrasado)

(b) o fator de potência, neste ponto, foi obtido pela pesquisa da defasagem entre os sinais de corrente e tensão de estator, em regime permanente, a partir da simulação do sistema motor/carga, usando o modelo desenvolvido no Capítulo 2.

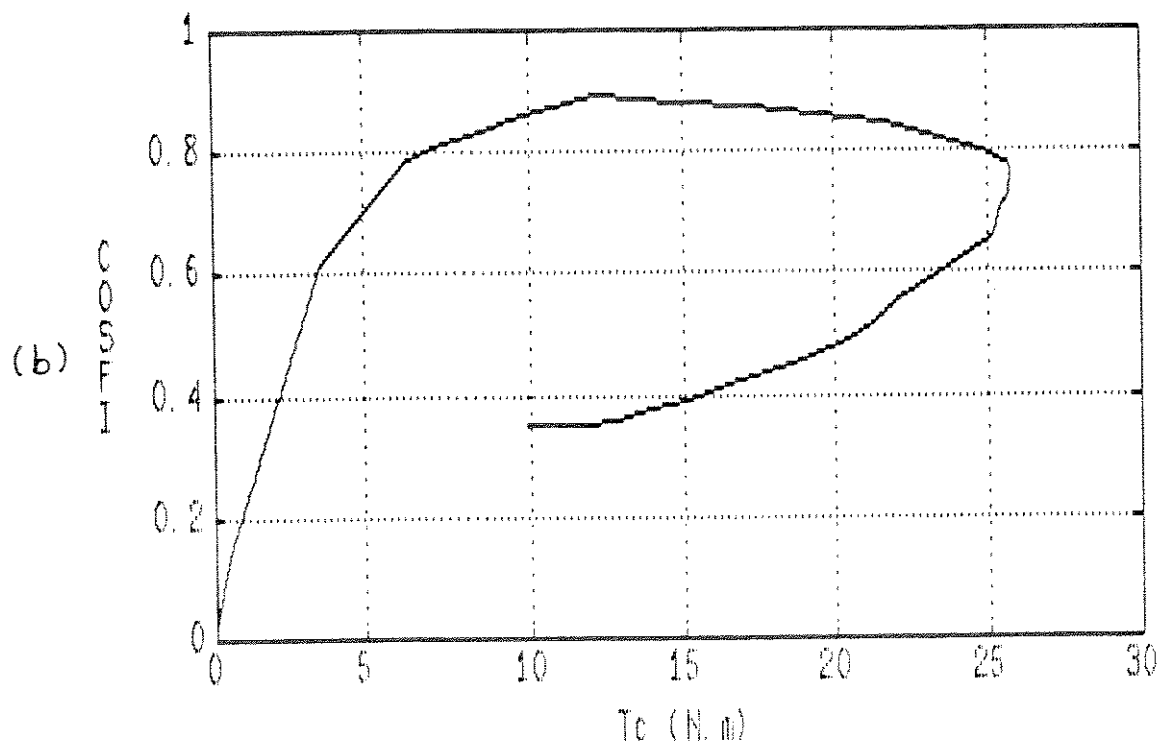
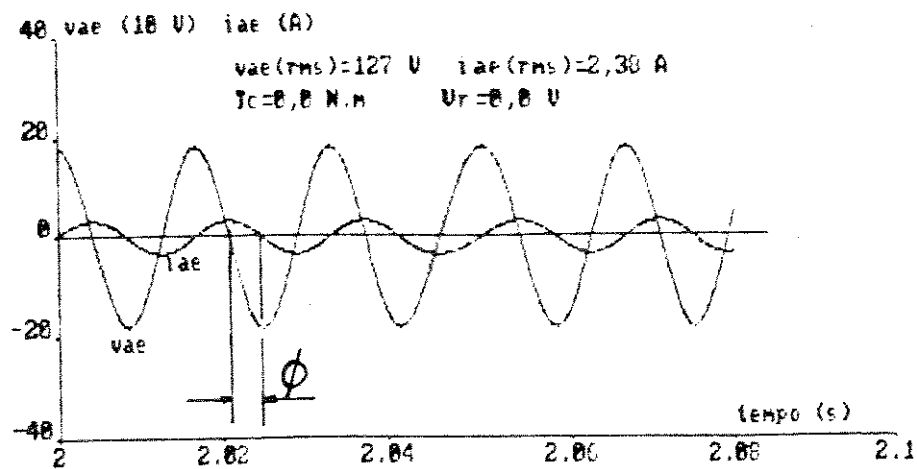


FIGURA (5.15) -(b) Curva de Fator de Potência X Conjugado de Carga obtida a partir da simulação do modelo obtido em § 2.6 e 2.7. (fator de potência atrasado)

As Figuras (5.16)(a) e (b) mostram as senoides de tensão e de corrente da fase α do estator, respectivamente para $T_c = 0,0$ e $10,0$ Nm.

(a)



(b)

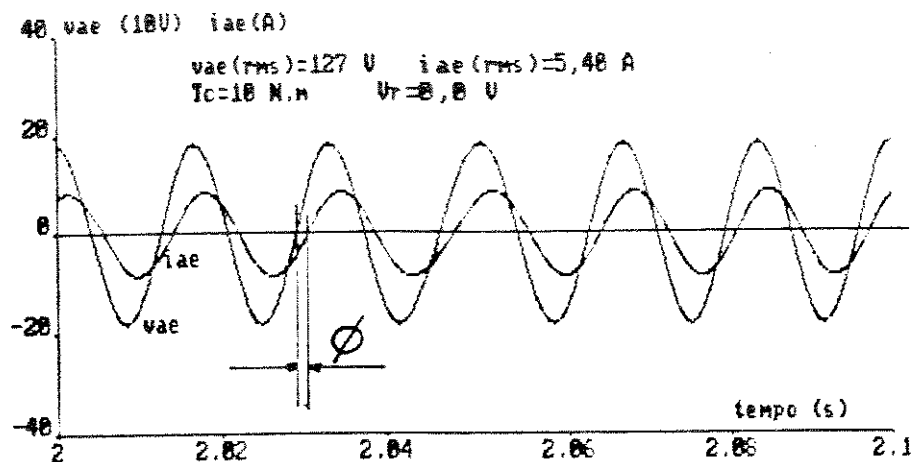


FIGURA (5.16) - Verificação da defasagem entre os sinais de tensão e corrente de estator, em regime permanente, para:

(a) $T_c = 0,0 \text{ N.m}$;

(b) $T_c = 10,0 \text{ N.m}$.

A Tabela (5.2) mostra os valores das grandezas mais importantes que se relacionam com o fator de potência. A tensão de estator considerada é de 127,0 V.

T A B E L A (5.2)

T_e (n.m)	ω_r (rad el/s)	i_{ae} (A)	ϕ (rad el)	$\cos(\phi)$ (atrasado)	B (N.m)
0,0	376,9	2,38	1,54947	0,02132	-x-x-x-
0,478	376,5	2,40	1,42880	0,14150	-220,0
3,53	373,2	3,01	0,90478	0,61786	-215,0
6,52	369,7	4,22	0,65973	0,799016	-210,0
9,41	366,1	5,69	0,54664	0,85428	-205,0
12,18	362,3	7,25	0,47124	0,89101	-200,0
17,25	353,9	10,12	0,50894	0,87326	-190,0
21,64	344,3	13,73	0,56549	0,84433	-180,0
24,85	332,7	17,07	0,64088	0,80157	-170,0
25,66	318,6	20,01	0,67858	0,77846	-160,0
25,69	301,0	22,78	0,75775	0,72638	-150,0
25,28	282,04	24,87	0,86708	0,67706	-140,0
24,12	261,5	26,45	0,94625	0,62473	-130,0
22,07	242,1	27,52	0,98395	0,55374	-120,0
18,98	177,57	29,58	1,07442	0,45624	-85,0
15,19	94,25	30,74	1,14371	0,39422	-40,0
11,74	28,59	31,24	1,21014	0,35289	-5,0
10,87	10,03	31,34	1,21014	0,35289	5,0
10,61	2,76	31,38	1,21014	0,35289	9,0
9,89	0,24	31,40	1,21014	0,35289	9,8

5.5.2.2. O Fator de Potência no MIDA (Motor de Indução de Dupla Alimentação)

Neste item o fator de potência também é calculado de duas maneiras, como no item 5.4.2.1., visando construir-se as Figuras (5.17)(a) e (b):

		CURVAS	
(a) V_r (V)	ω_{rr} (rad el/s)	simuladas	calculadas
15	-5,0	1	1'
15	0,0	2	2'
15	15,0	3	3'

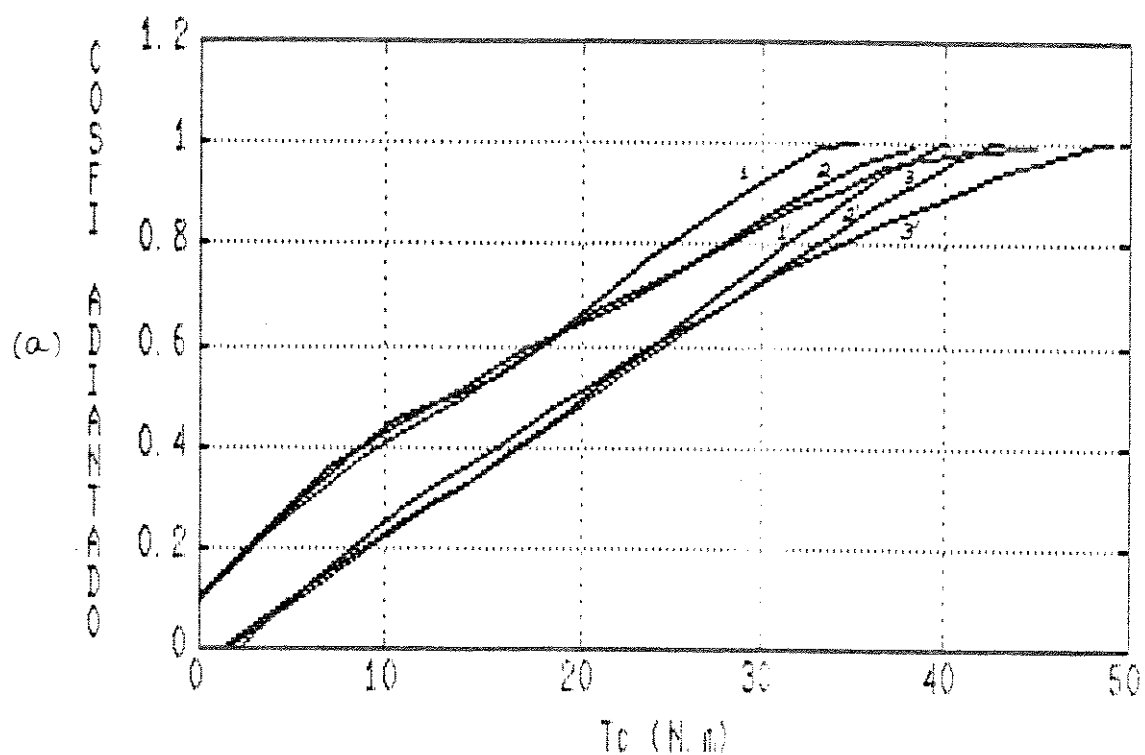


FIGURA (5.17)(a) - Curvas de Fator de Potência X Torque de Carga T_c

CURVAS			
(b) V_r (V)	ω_{rr} (rad el/s)	simuladas	calculadas
25,0	-5,0	1	1'
25,0	0,0	2	2'
25,0	15,0	3	3'

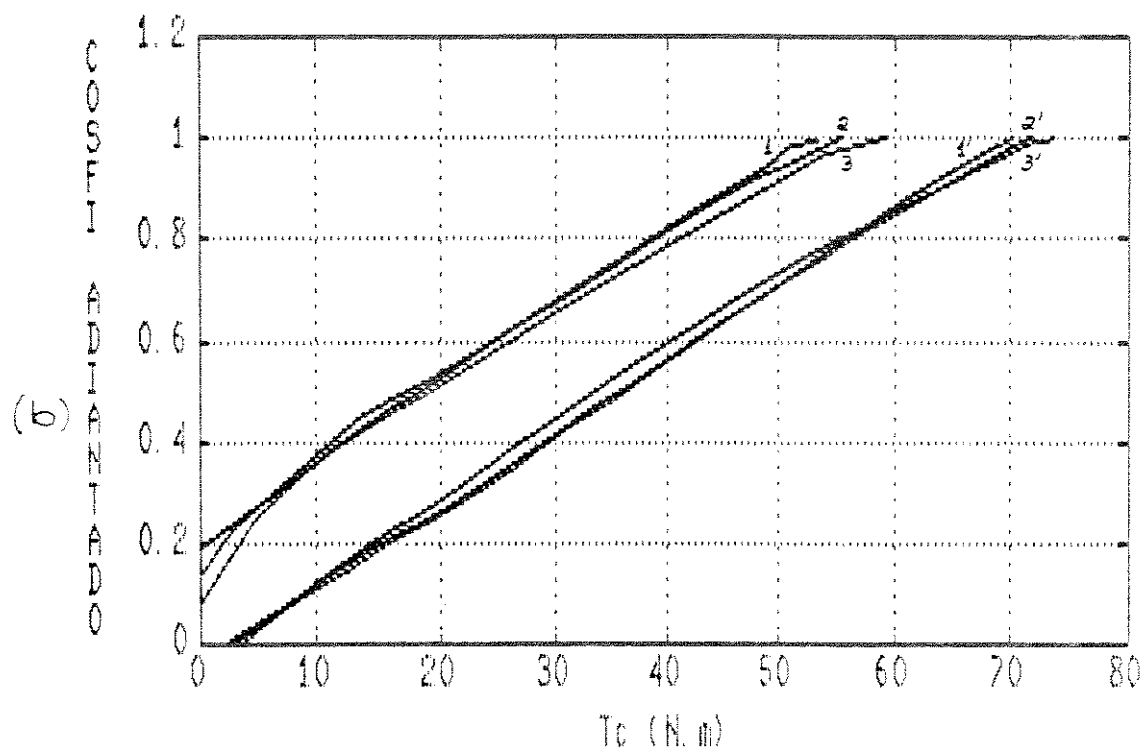


FIGURA (5.17)(b) - Curvas de FATOR DE Potência X Torque de Carga T_c

As Figuras (5.18)(a) e (b) mostram a defasagem entre as senoides de tensão e de corrente de estator do MIDA, obtidas simulando o modelo desenvolvido no §3.3.6.

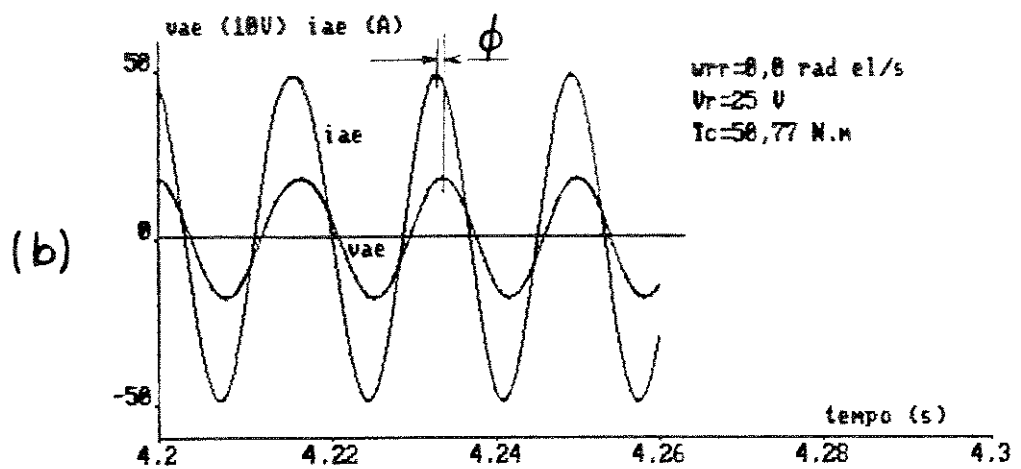
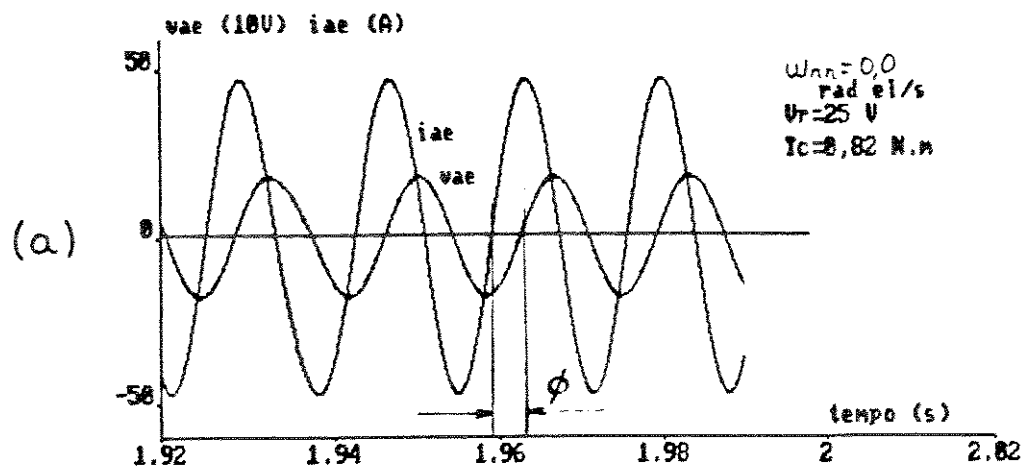


FIGURA (5.18) - Senoides de tensão e corrente de estator, mostrando o ângulo do fator de potência ϕ para $\omega_{rr} = 0,0$ rad el/s, com:

(a) $T_c = 0,0$ N.m;

(b) $T_c = 10,0$ N.m

5.5.2.3. Curvas de Reativos em Função do Ângulo α_r

As Figuras (5.19)(a), (b) e (c) mostram as potências reativas de estator Q_e , de rotor Q_r , e total Q_T , respectivamente, como função do ângulo de fase das tensões de rotor α_r . Elas foram obtidas utilizando-se as Eqs. (3.12)(a), (b) e (3.16), correspondentes àquelas potências, nas quais se considerou $V_r=25$ V e $\omega_{rr}=15$ rad el/s.

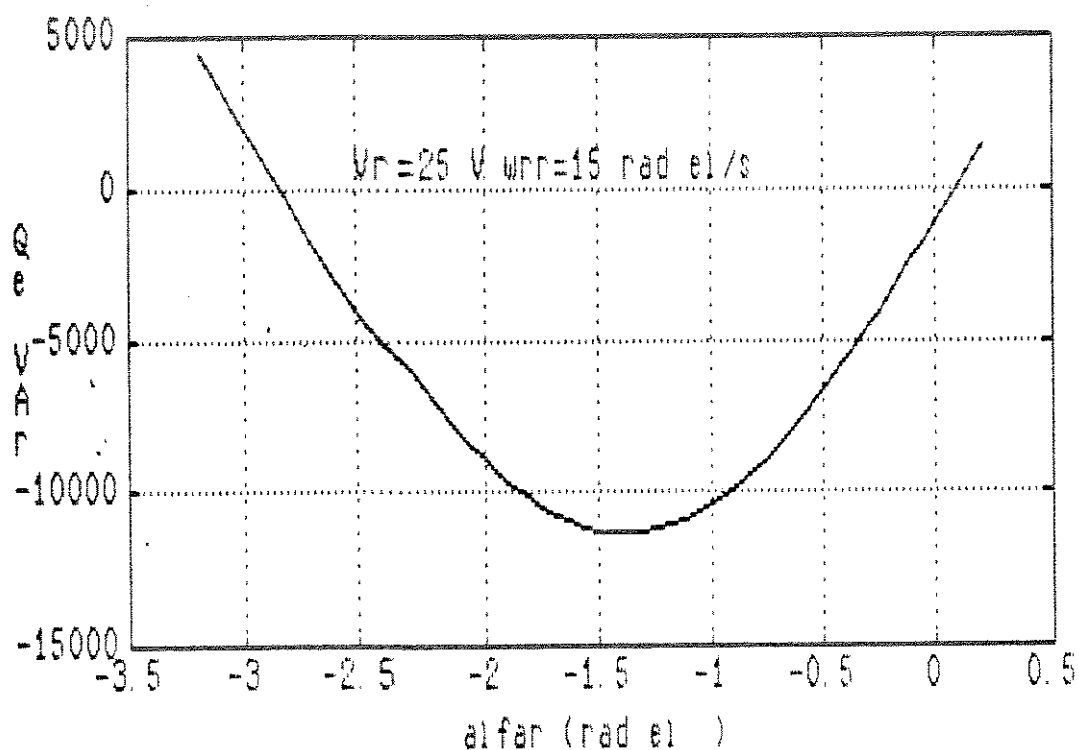


FIGURA (5.19)(a) - Curva de Potência Reativa de Estator Q_e versus α_r para $V_r=25$ V, $\omega_{rr}=15$ rad el/s ($s=0,03979$)

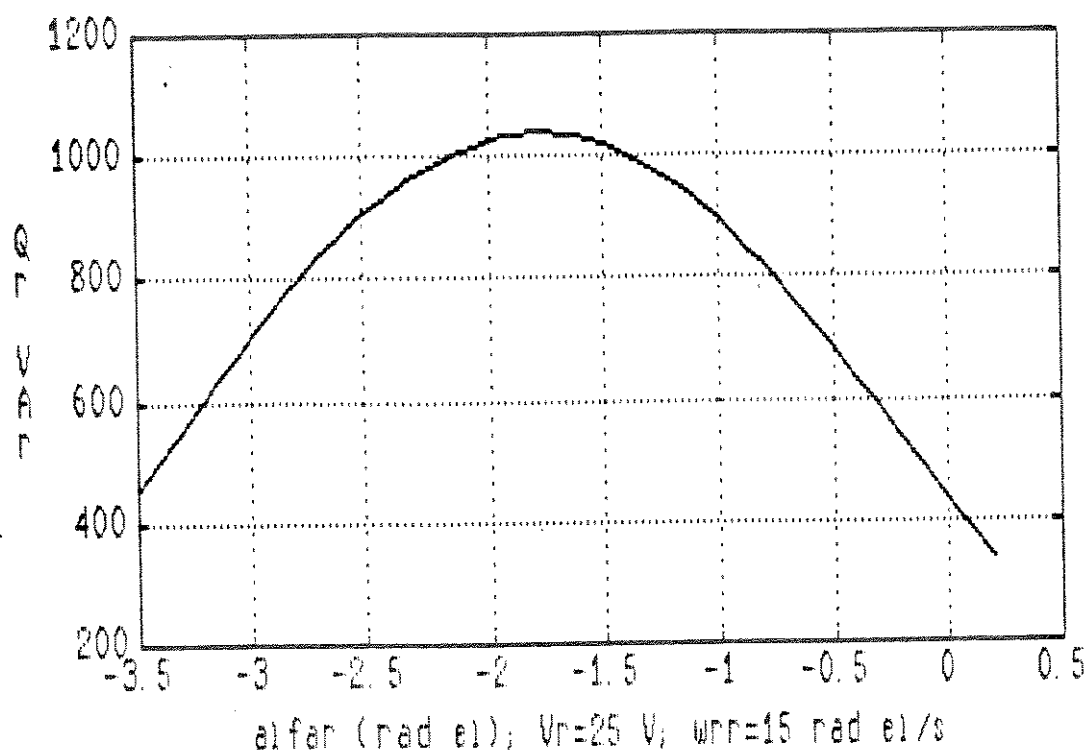


FIGURA (5.19)(b) - Potência Reativa de rotor Q_r nas mesmas condições de (a)

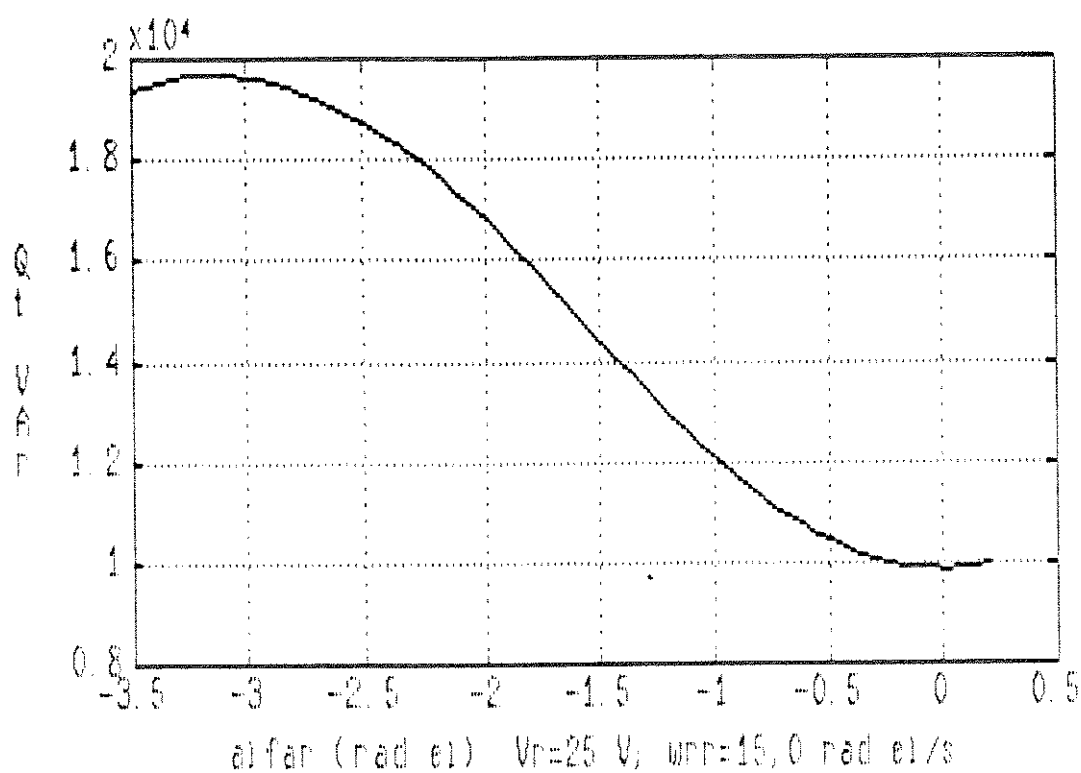


FIGURA (5.19)(c) - Potência Reativa Total Q_t nas mesmas condições de (a) e (b)

As Figuras (5.20)(a), (b) e (c) foram obtidas da mesma forma que as Figuras (5.19)(a), (b) e (c), mantendo $V_r = 25$ V e a frequência de rotor passando a ser $\omega_{rr} = -5$ rad el/s ($s = -0,01326$), com o intuito óbvio de verificar-se os fluxos de potências reativas em condições opostas em termos de seqüências de fases, entre estator e rotor.

Note-se que a variação de potência reativa em função de α_r ocorre juntamente com uma variação de potência ativa como se observa pelas equações 3.10(a) e (b).

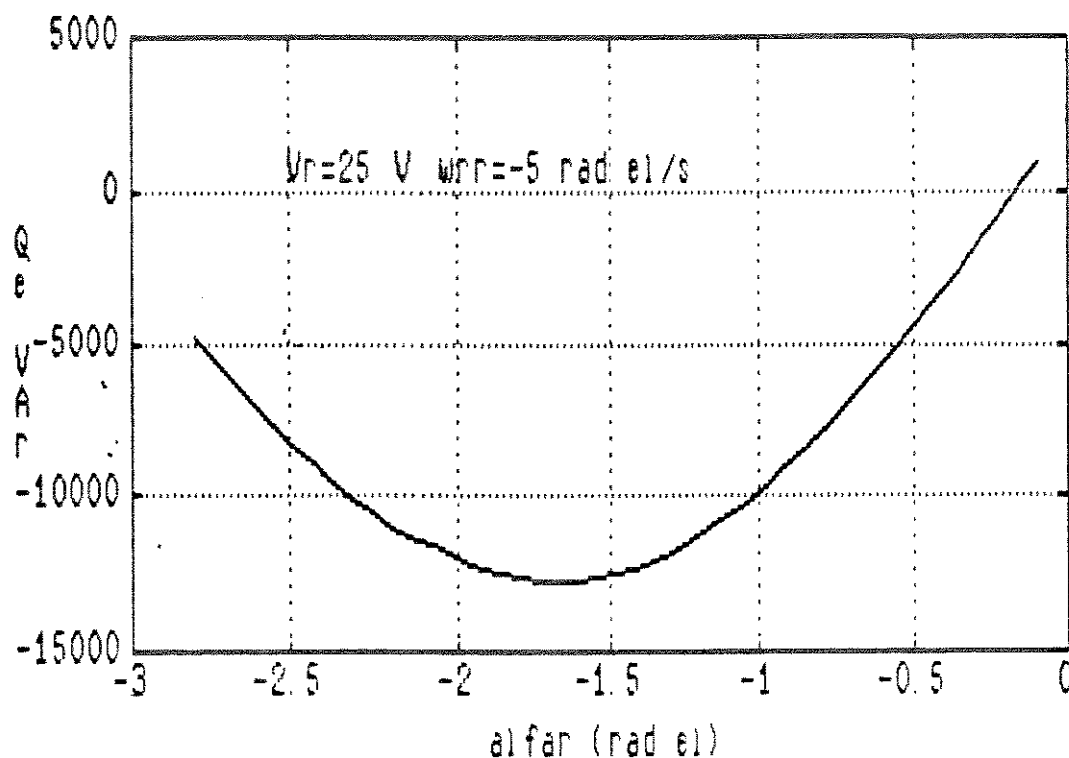


FIGURA (5.20)(a) - Potência Reativa de Estator X α_r
para $V_r = 25$ V e $\omega_{rr} = -5$ rad el/s ($s = -0,01326$)

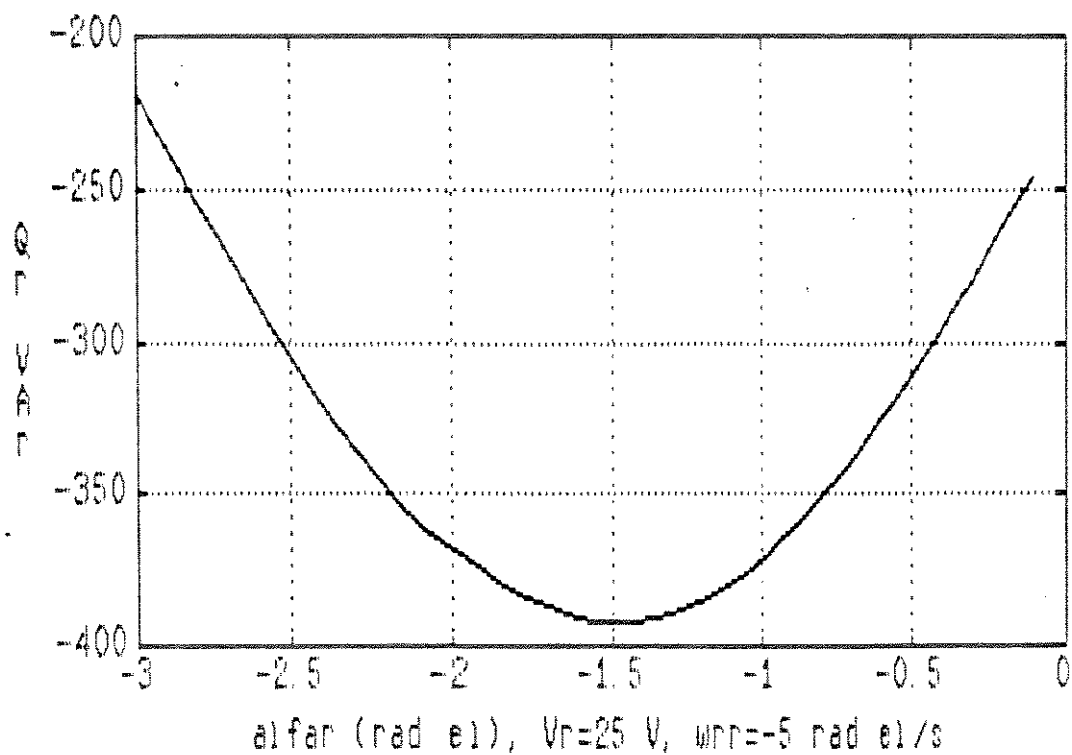


FIGURA (5.20)(b) - Potência Reativa de Rotor para as mesmas condições de (a)

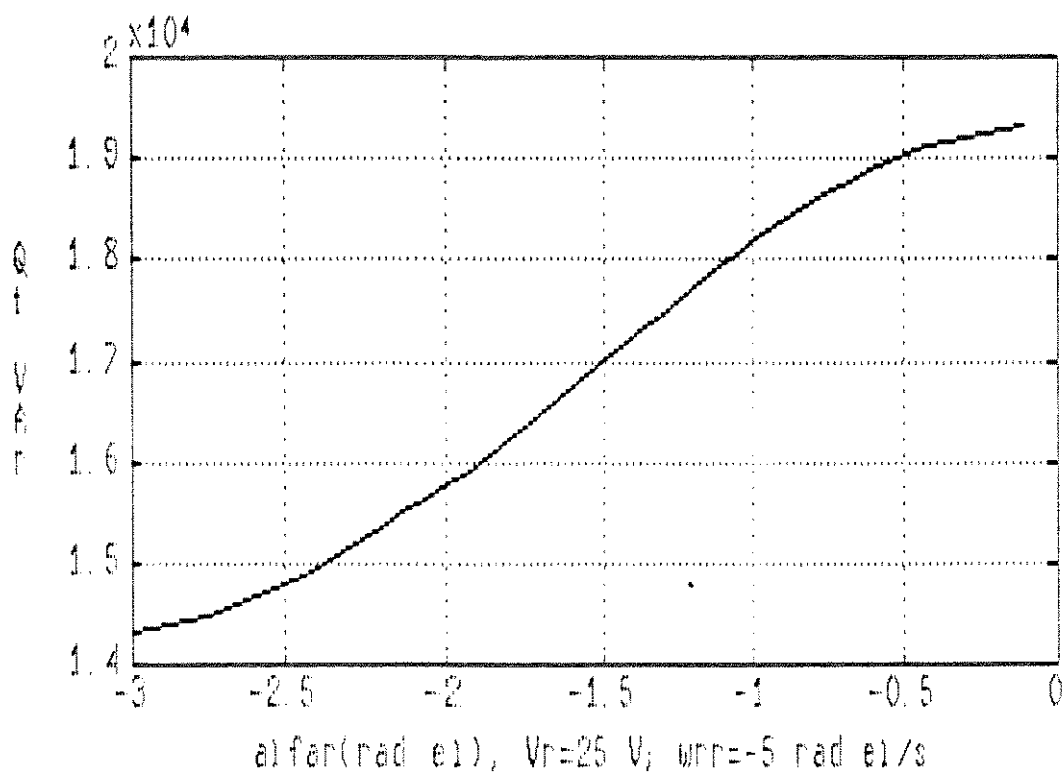


FIGURA (5.20)(c) - Potência Reativa Total para as mesmas condições de (a) e (b)

5.5.3. Curvas de Corrente de Estator versus Tensão de Rotor

Este tópico visa obter um conjunto de curvas que permita associar-se a natureza do fator de potência com grandezas de mais fácil acesso, como a corrente de estator i_{ae} e a tensão de rotor V_r , ambas em valores eficazes. Tal conjunto de curvas vai representar as curvas V da máquina síncrona convencional.

A Figura (5.21)(a) mostra as curvas ($i_{ae} \times V_r$) para $T_c = 20,0$ N.m com as seguintes frequências ω_{rr} :

curva	ω_{rr} (rad el/s)
1	0,0
2	-15,0
3	-10,0
4	-5,0

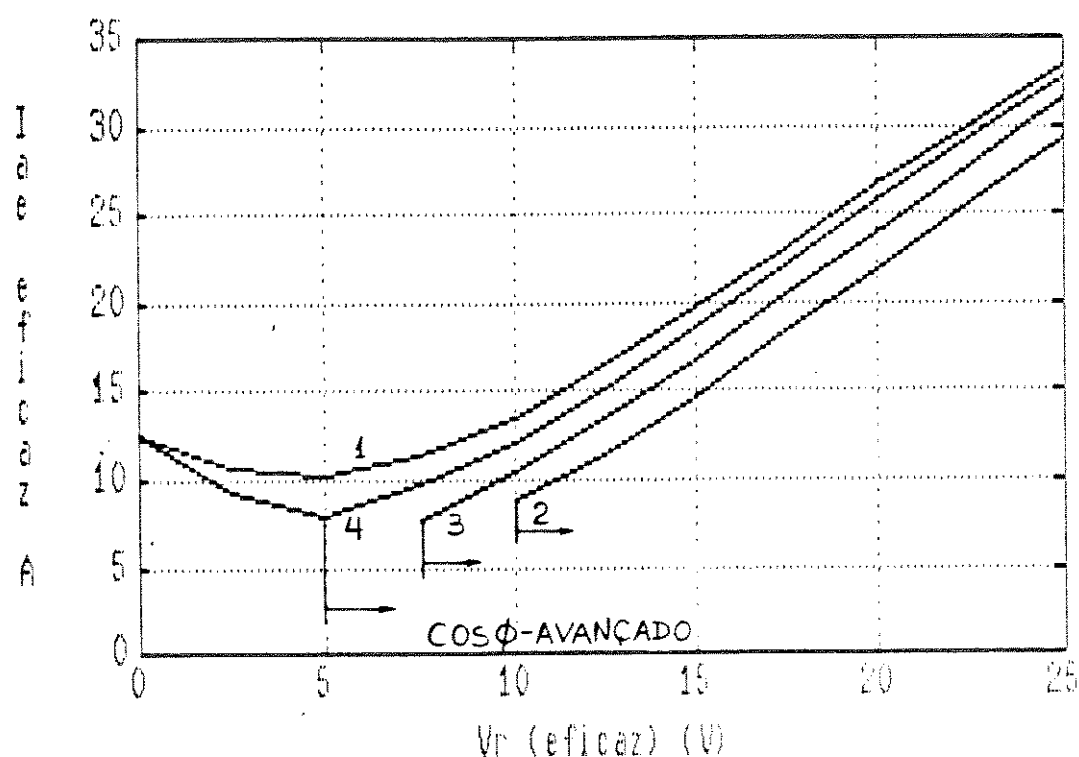


FIGURA (5.21)(a) - Curvas de $i_{ae} \times V_r$ para a situação acima

A Figura (5.21)(b) mostra as curvas ($i_{ae} \times V_r$) para $T_c = 20,0$ N.m e os seguintes valores de ω_{rr} :

curva - ω_{rr} (rad el/s)	
5	15,0
6	25,0
7	30,0

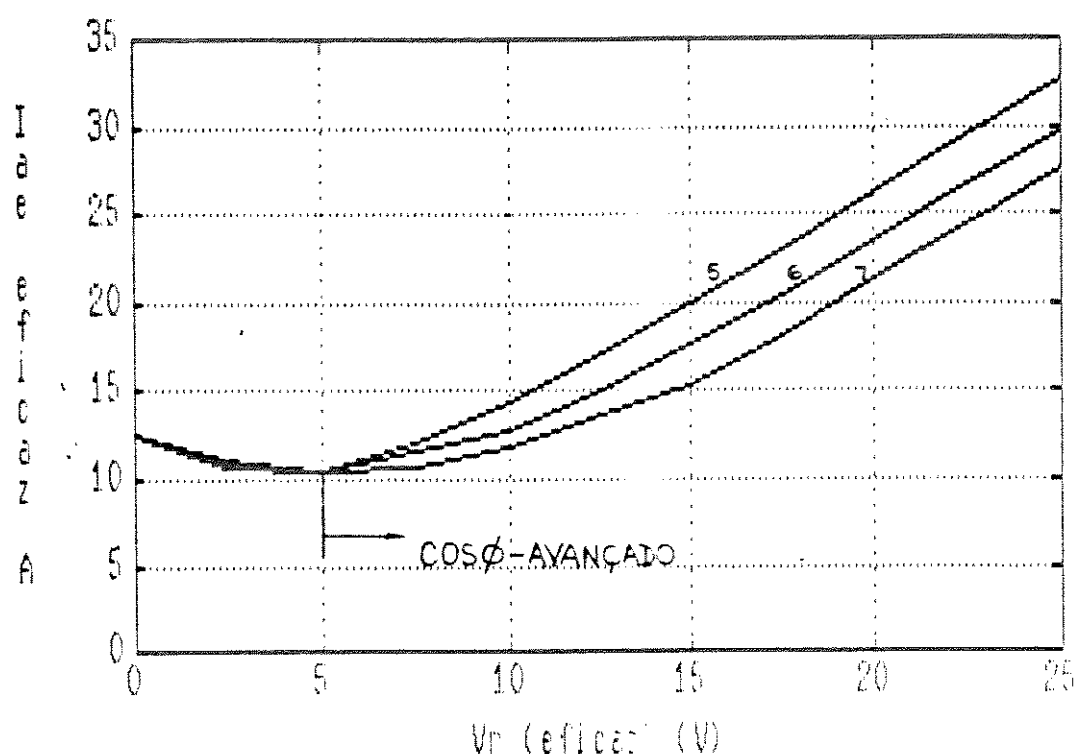


FIGURA (5.21)(b) - Curvas de $i_{ae} \times V_r$ para a situação acima

Observação: todas as curvas das Figuras (5.21) foram obtidas fixando-se $T_c = 20,0$ N.m; para cada uma fixou-se ω_{rr} e, então, V_r foi variada de 25,0 a 0,0 V; algumas curvas foram interrompidas antes de 0 V, já que atingiram a fronteira aperiódica (curvas 3 e 2). No ponto $V_r = 0,0$ V o motor gira como um Motor de Indução Convencional a $\omega_r = 348,32$ rad el/s, com $i_{ae} = 12,57$ A eficazes, que é um ponto comum a todas essas curvas.

5.5.4. Curvas de Conjugado (T_c) x Ângulo de Carga ($n\delta$) do MIDA

Através de simulação, fazendo o MIDA evoluir desde vazio até a máxima carga, para uma velocidade de rotação fixa, obteve-se dados para construir-se curvas T_c x $n\delta$ análogas às da máquina síncrona convencional. Os ângulos lançados nas abscissas são dados por $\overline{n\delta} = -(n\delta - n\delta_v)$, onde $n\delta_v$ é o ângulo de carga a vazio.

A Figura (5.22) mostra dois conjuntos de curvas T_c x $\overline{n\delta}$ para os seguintes casos:

V_r (V)	ω_{rr} (rad el/s)	Curvas
25,0	15,0	1
25,0	0,0	2
25,0	-5,0	3
15,0	15,0	4
15,0	0,0	5
15,0	-5,0	6

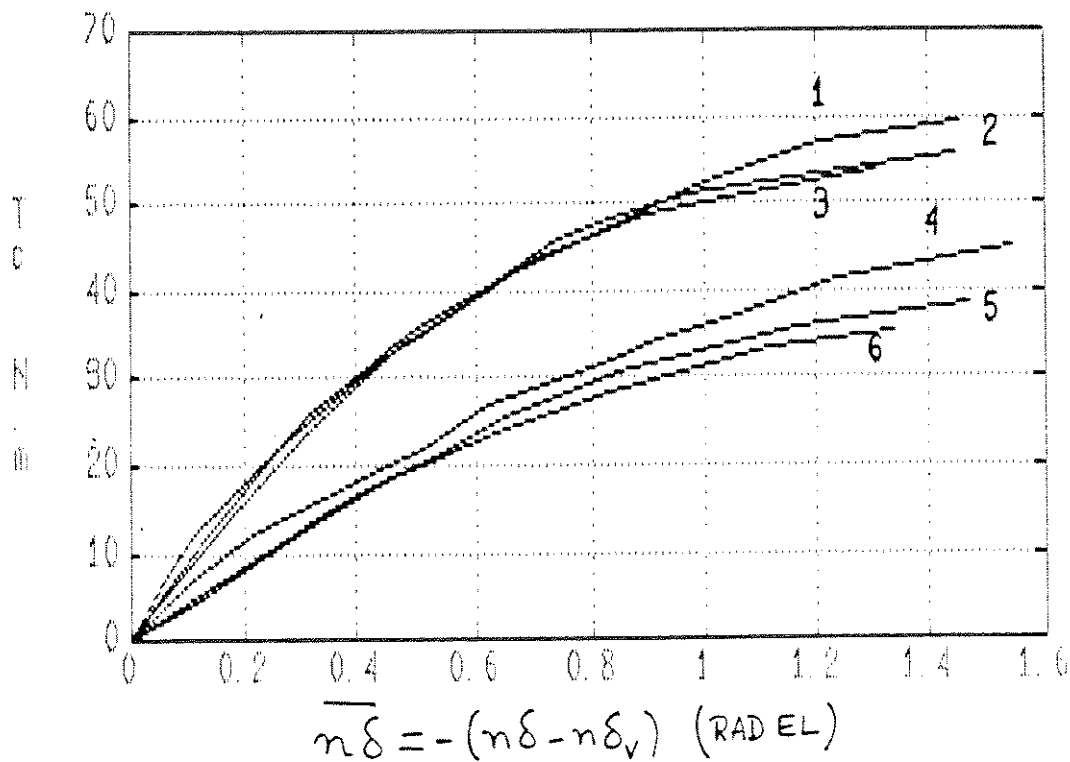


FIGURA (5.22) - Curvas T_c x $\overline{n\delta}$ para as condições acima

PARTE 2: LUGAR DAS RAÍZES

5.6. Aplicação do Método do Lugar das Raízes à Equação Característica do MIDA

A Equação Característica obtida no Capítulo 4, Eq. (4.35), no presente Capítulo é analisada pelo Método do Lugar das Raízes, com vistas a complementar resultados já obtidos neste trabalho, no tocante à estabilidade do MIDA.

Os problemas numéricos envolvidos neste tópico são solucionados utilizando-se pacotes de programas computacionais contidos no MATLABTM, especificados no Apêndice (5.1). Utiliza-se previamente o SIMNONTM na obtenção de pontos de trabalho como é mostrado na Eq. (4.26).

Considerando que a Equação Característica foi obtida a partir de um modelo matemático com resistência de estator nula, as comparações entre os resultados da análise à luz do Lugar das Raízes são feitas com os resultados do tópico 5.5.1.1., na Figura (5.14)(a). A Equação Característica é dada por:

$$\begin{aligned} & \frac{J. \omega L_{ee} L_r'^2}{n. M. V_e'} \lambda^4 + 2 \cdot \frac{J. \omega L_{ee} L_r' R_r}{n. M. V_e'} \lambda^3 + \left[\frac{J. \omega L_{ee}}{n. M. V_e'} Z^2 + \frac{n. M. V_e' L_r'}{\omega L_{ee}} \right. \\ & \cdot \cos^2(\alpha) + \left. \frac{n. V_r' L_r'^2}{Z} \cdot \sin(\alpha - n\delta_o) \right] \cdot \lambda^2 + \left[\frac{n. M. V_e' R_r}{\omega L_{ee}} \cdot \cos(2\alpha) + \right. \\ & \left. + 2 \cdot \frac{n. V_r'}{Z} \cdot R_r L_r' \cdot \sin(\alpha - n\delta_o) \right] \cdot \lambda + n. V_r' Z \cdot \sin(\alpha - n\delta_o) = 0 \end{aligned}$$

(lembrando sempre que: $V_e' = \sqrt{3} V_e$ e $V_r' = \sqrt{3} V_r$) Eq. (4.35)

5.6.1. Exemplos

Nestes exemplos são apresentados os resultados de simulações para fixar-se diversos pontos de trabalho, na forma de ângulo de carga $n\delta_o$. Levando-se tais resultados à Equação Característica pode-se aplicar o Método do Lugar das Raízes.

O sistema motor/carga foi simulado para $V_r=25,0$ V, com os valores de outros parâmetros que constam do §5.3., a fim de obter-se os pontos de trabalho

Ex. 1) Neste exemplo $\omega_{rr}=15,0$ rad el/s, então $\omega_r=362,0$ rad el/s; $n\delta_o$ foi obtido para diversos valores do conjugado de carga:

	T_c (N.m)	$n\delta_o$ (rad el)
a)	0,0	-1,1568
b)	40,0	-1,7377
c)	75,0	-2,4249
d)	83,0	-2,7943
e)	84,0	-2,9486

A seguir têm-se as Equações Características e suas raízes, caso a caso:

$$a) P(\lambda) = \lambda^4 + 1,3424 \times 10^2 \lambda^3 + 7,1820 \times 10^3 \lambda^2 + 2,4837 \times 10^5 \lambda + 6,1751 \times 10^6$$

$$\text{raízes: } -59,867 \pm j15,871$$

$$-7,250 \pm j39,462$$

$$b) P(\lambda) = \lambda^4 + 1,3424 \times 10^2 \lambda^3 + 7,1087 \times 10^3 \lambda^2 + 2,3853 \times 10^5 \lambda + 5,8284 \times 10^6$$

raízes: $-59,748 \pm j15,906$
 $-7,369 \pm j38,345$

$$c) P(\lambda) = \lambda^4 + 1,3424 \times 10^2 \lambda^3 + 6,5106 \times 10^3 \lambda^2 + 1,5825 \times 10^5 \lambda + 2,9996 \times 10^6$$

raízes: $-58,570 \pm j16,315$
 $-8,548 \pm j27,173$

$$d) P(\lambda) = \lambda^4 + 1,3424 \times 10^2 \lambda^3 + 6,0455 \times 10^3 \lambda^2 + 9,5813 \times 10^4 \lambda + 7,9971 \times 10^5$$

raízes: $-57,294 \pm j16,957$
 $-9,824 \pm j11,291$

$$e) P(\lambda) = \lambda^4 + 1,3424 \times 10^2 \lambda^3 + 5,8407 \times 10^3 \lambda^2 + 6,8316 \times 10^4 \lambda - 1,6916 \times 10^5$$

raízes: $-56,604 \pm j17,446$
 $2,086 ; -23,114$

Ex. 2) Neste exemplo $\omega_{rr} = -10,0$ rad el/s, $\omega_r = 387,0$ rad el/s; $n\delta_o$ é dado por:

	T_c (N.m)	$n\delta_o$ (rad el)
a)	0,0	-1,8487
b)	50,0	-2,7021
c)	60,0	-3,0258
d)	63,0	-3,3783

As Equações Características e suas raízes vêm a seguir:

$$a) P(\lambda) = \lambda^4 + 1,3424 \times 10^2 \lambda^3 + 7,1197 \times 10^3 \lambda^2 + 2,5679 \times 10^5 \lambda + 6,1572 \times 10^6$$

raízes: $-59,594 \pm j8,867$
 $-7,524 \pm j40,492$

$$b) P(\lambda) = \lambda^4 + 1,3424 \times 10^2 \lambda^3 + 6,5299 \times 10^3 \lambda^2 + 1,7761 \times 10^5 \lambda + 3,4413 \times 10^6$$

raízes: $-58,187 \pm j8,350$
 $-8,930 \pm j30,268$

$$c) P(\lambda) = \lambda^4 + 1,3424 \times 10^2 \lambda^3 + 6,1341 \times 10^3 \lambda^2 + 1,2448 \times 10^5 \lambda + 1,6185 \times 10^6$$

raízes: $-56,660 \pm j7,644$
 $-10,458 \pm j19,642$

$$d) P(\lambda) = \lambda^4 + 1,3424 \times 10^2 \lambda^3 + 5,6630 \times 10^3 \lambda^2 + 6,1241 \times 10^4 \lambda - 5,6071 \times 10^5$$

raízes: $-51,962 \pm j3,954$
 $5,641 ; -35,952$

5.6.2. Método do Lugar das Raízes Aplicado ao MIDA

O Método do Lugar das Raízes (root locus), aplicado à Equação Característica do sistema sob análise consiste em variar-se um de seus parâmetros, em geral nomeado ganho, numa faixa convenientemente larga (genericamente de 0 a ∞), obtendo-se o lugar geométrico de suas raízes, o qual coincide no ponto de saída com as raízes do polinômio $P_1(\lambda)$, na Eq. (5.3), pois $k \rightarrow 0$ e no ponto final com as raízes de $P_2(\lambda)$, já que $k \rightarrow \infty$. Evidentemente, as raízes da Equação Característica com o sistema real em operação pertencem ao Lugar das Raízes obtido. Maiores detalhes sobre o método em [NETUSHIL].

$$P_1(\lambda) + k.P_2(\lambda) = 0 \quad \text{Eq. (5.3)}$$

Diversos parâmetros do sistema podem constituir-se no ganho; neste trabalho a atenção é voltada a dois, quais sejam, momento de inércia J e ângulo de carga δ_0 . Justifica-se a escolha a seguir:

J - a variação de J desde próximo de 0 até valores muito grandes permite a visualização do comportamento do sistema tanto nos transitórios para pequenas perturbações em função de J , como também no regime permanente ($J \rightarrow \infty$); permite confirmar-se ainda

as análises relativas à estabilidade pelo Critério de Routh, a respeito da Eq. (4.36) - parâmetro mecânico;

$n\delta_0$ - fazendo a carga variar desde vazio até valores elevados observa-se a travessia da fronteira aperiódica, confirmando-se resultados de simulações - parâmetro mecânico/elétrico;

Apesar do interesse no estudo da travessia da fronteira periódica, por exemplo através da variação de ω_{rr} , este parâmetro não aparece explícito na Equação Característica numa forma que permita a aplicação da técnica do Lugar das raízes.

5.6.2.1. Lugar das Raízes em relação a J

A Equação Característica, Eq. (4.35), é colocada na forma da Eq. (5.4)(a), mostrada a seguir:

$$k. (A.\lambda^4 + B.\lambda^3 + C.\lambda^2 + D.\lambda + E) + (F.\lambda^2 + G.\lambda + H) = k.P_1(\lambda) + P_2(\lambda) = 0 \quad (a)$$

onde:

$$A = \frac{\omega_s L_{ee} L_r'^2}{n.M.\sqrt{3}.V_e} \quad (b)$$

$$B = \frac{\omega_s L_{ee} L_r'^2}{n.M.\sqrt{3}.V_e} \left(-\frac{2R_r}{L_r'} \right) \quad (c)$$

$$C = \frac{\omega_s L_{ee} L_r'^2}{n.M.\sqrt{3}.V_e} \left(\frac{Z}{L_r'} \right)^2 \quad (d)$$

$$D = 0 \quad (e)$$

$$E = 0 \quad (f)$$

$$F = \frac{n.M.\sqrt{3}.V_e L_r'}{\omega_s L_{ee}} \cdot \cos^2(\alpha) + \frac{n.\sqrt{3}.V_r L_r'^2}{Z} \sin(\alpha - n\delta_o) \quad (g)$$

$$G = \frac{n.M.\sqrt{3}.V_e R_r}{\omega_s L_{ee}} \cos(2\alpha) + (2R_r L_r') \frac{n.\sqrt{3}.V_r}{Z} \sin(\alpha - n\delta_o) \quad (h)$$

$$H = n.\sqrt{3}.V_r Z \sin(\alpha - n\delta_o) \quad (i)$$

$$k = J \quad (j)$$

Eq. (5.4)

Na obtenção dos lugares das raízes utilizou-se o **MATLABTM**, da forma mostrada no Apêndice (5.1).

A Figura (5.23)(a) mostra o lugar das raízes correspondente à alínea a do Exemplo 1, para $n\delta_o = -1,1568$ rad el:

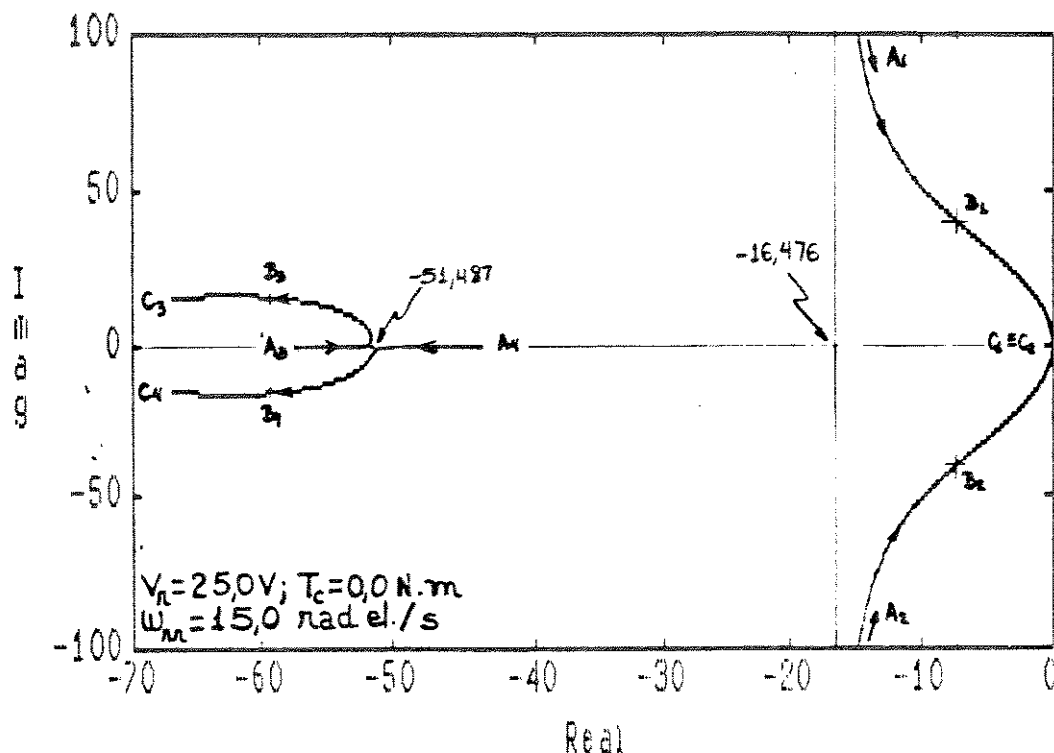
$k=0,0$ (pontos iniciais): $A_1 = -16,476 + j\omega$; $A_2 = -16,476 - j\omega$;

$A_3 = -57,457$ e $A_4 = -43,827$

$k=0,1055$ (kg.m²): $B_1 = -7,250 + j39,462$; $B_2 = -7,250 - j39,462$;

(operação real) $B_3 = -59,867 + j15,871$ e $B_4 = -59,867 - j15,871$

$k \rightarrow \infty$ (pontos finais): $C_1 = -\epsilon_1 + j\epsilon_2$; $C_2 = -\epsilon_1 - j\epsilon_2$ com ϵ_1 e $\epsilon_2 \rightarrow 0$
 $C_3 = -67,118 + j15,0$ e $C_4 = -67,118 - j15,0$



trajetórias: $A_1 \rightarrow B_1 \rightarrow C_1$; $A_2 \rightarrow B_2 \rightarrow C_2$; $A_3 \rightarrow B_3 \rightarrow C_3$ e $A_4 \rightarrow B_4 \rightarrow C_4$

FIGURA (5.23)(a) - Lugar das raízes em relação a J , para $n\delta_0 = -1,1568$ rad el ($T_c = 0,0$ N.m)

É importante notar que para $J \rightarrow \infty$ as raízes C_3 e C_4 são iguais a $-(R_r/L'_r) \pm j\omega_{rr}$, nos lugares das raízes relativos a J .

A Figura (5.23)(b) mostra o caso da alínea c do Exemplo 1, par $n\delta_0 = -2,4249$ rad el ($T_c = 75,0$ N.m):

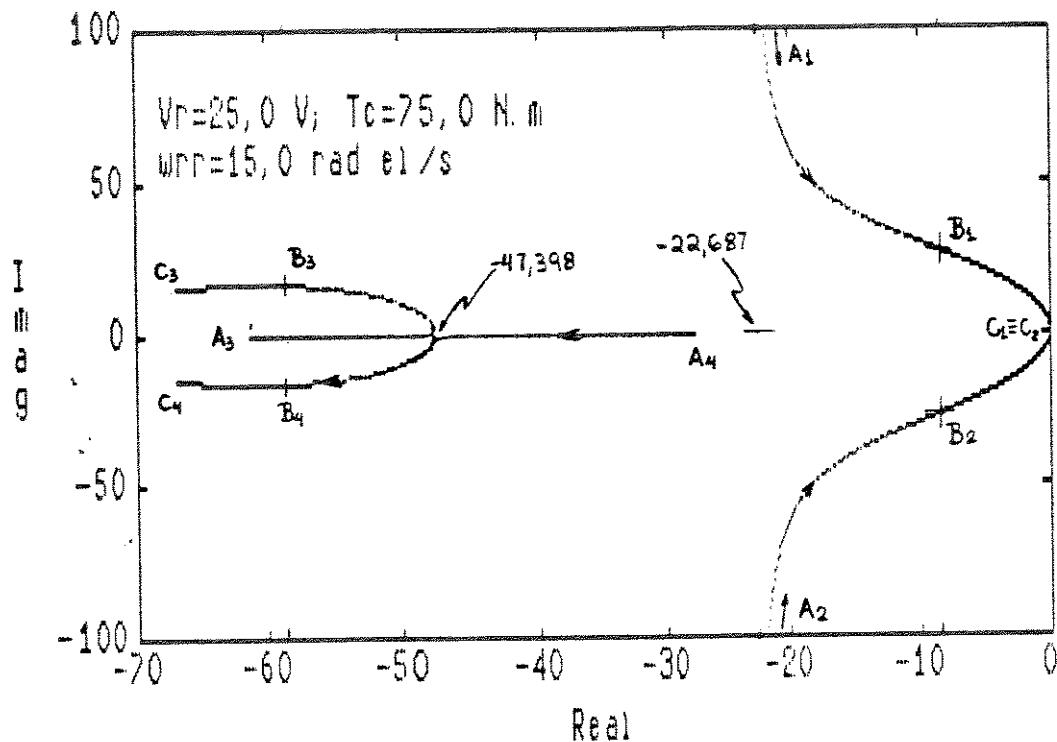
$k=0$ (pontos iniciais): $A_1 = -22,687 + j\omega$; $A_2 = -22,687 - j\omega$;

$A_3 = -61,451$ e $A_4 = -27,410$

$k=0,1055$ (kg.m²): $B_1 = -8,548 + j27,173$; $B_2 = 8,548 - j27,173$;

(operação real) $B_3 = -58,570 + j16,315$ e $B_4 = -58,570 - j16,315$

$k \rightarrow \infty$ (pontos finais) $C_1 = -\epsilon_1 + j\epsilon_2$; $C_2 = -\epsilon_1 - j\epsilon_2$ com ϵ_1 e $\epsilon_2 \rightarrow 0$
 $C_3 = -67,118 + j15,0$ e $C_4 = -678,118 - j15,0$



trajetórias: $A_1 \rightarrow B_1 \rightarrow C_1$; $A_2 \rightarrow B_2 \rightarrow C_2$; $A_3 \rightarrow B_3 \rightarrow C_3$ e $A_4 \rightarrow B_4 \rightarrow C_4$

FIGURA (5.23)(b) - Lugar das Raízes relativo a J, com $n\delta_0 = -2,4249$ rad el ($T_c = 75,0$ N.m)

A Figura (5.23)(c) mostra o lugar das raízes relativo a J para $n\delta_0 = -2,9486$ rad el ($T_c = 84,0$ N.m), da alínea e do Exemplo 1:

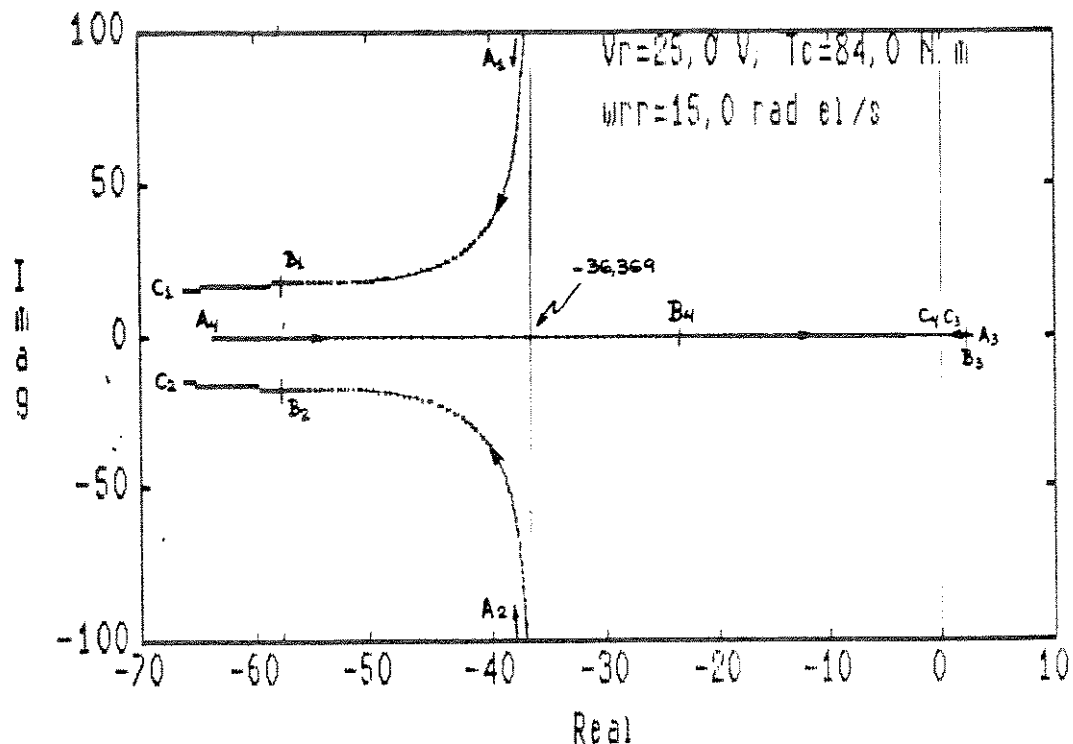
$k=0$ (pontos iniciais): $A_1 = -35,369 + j\omega$; $A_2 = -35,369 - j\omega$;

$A_3 = 2,384$ e $A_4 = -63,880$

$k=0,1055$ (kg.m²): $B_1 = -56,604 + j17,446$; $B_2 = -56,604 - j17,446$;

(operação real) $B_3 = 2,086$ e $B_4 = -23,114$

$k \rightarrow \infty$ (pontos finais) $C_1 = -67,118 + j15,0$; $C_2 = -67,118 - j15,0$;
 $C_3 = 0^+$ e $C_4 = 0^-$



trajetórias: $A_1 \rightarrow B_1 \rightarrow C_1$; $A_2 \rightarrow B_2 \rightarrow C_2$; $A_3 \rightarrow B_3 \rightarrow C_3$ e $A_4 \rightarrow B_4 \rightarrow C_4$

FIGURA (5.23)(c) - Lugar das Raízes relativo a J, com $n\delta_0 = -2,9486$ rad el ($T_c = 84,0$ N.m)

A Figura (5.23)(d) mostra o lugar das raízes relativo a J para $n\delta_0 = -1,8487$ rad el ($T_c = 0,0$ N.m), da alínea a do Exemplo 2:

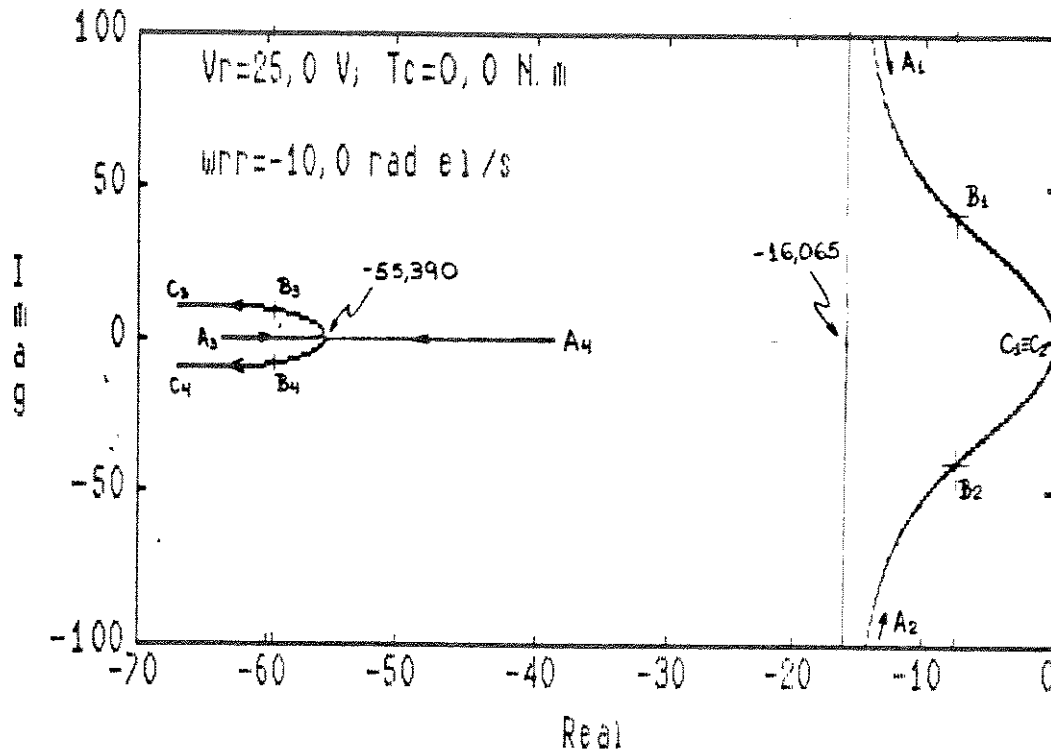
$k=0$ (pontos iniciais): $A_1 = -16,065 + j\omega$; $A_2 = -16,065 - j\omega$;

$A_3 = -63,626$ e $A_4 = -38,479$

$k=0,1055$ (kg.m²): $B_1 = -7,524 + j40,492$; $B_2 = -7,524 - j40,492$;

(operação real) $B_3 = -59,594 + j8,867$ e $B_4 = -59,594 - j8,867$

$k \rightarrow \infty$ (pontos finais) $C_1 = -\varepsilon_1 + j\varepsilon_2$; $C_2 = -\varepsilon_1 - j\varepsilon_2$ com ε_1 e $\varepsilon_2 \rightarrow 0$
 $C_3 = -67,118 + j10,0$ e $C_4 = 67,118 - j10,0$



trajetórias: $A_1 + B_1 + C_1$; $A_2 + B_2 + C_2$; $A_3 + B_3 + C_3$ e $A_4 + B_4 + C_4$

FIGURA (5.23)(d) - Lugar das Raízes relativo a J para $n\delta_o = -1,8487 \text{ rad el}$ ($T_c = 0,0 \text{ N.m}$)

A Figura (5.23)(e) mostra o lugar das raízes relativo a J para $n\delta_o = -3,0258 \text{ rad el}$ ($T_c = 60,0 \text{ N.m}$), da alínea c do Exemplo 2:

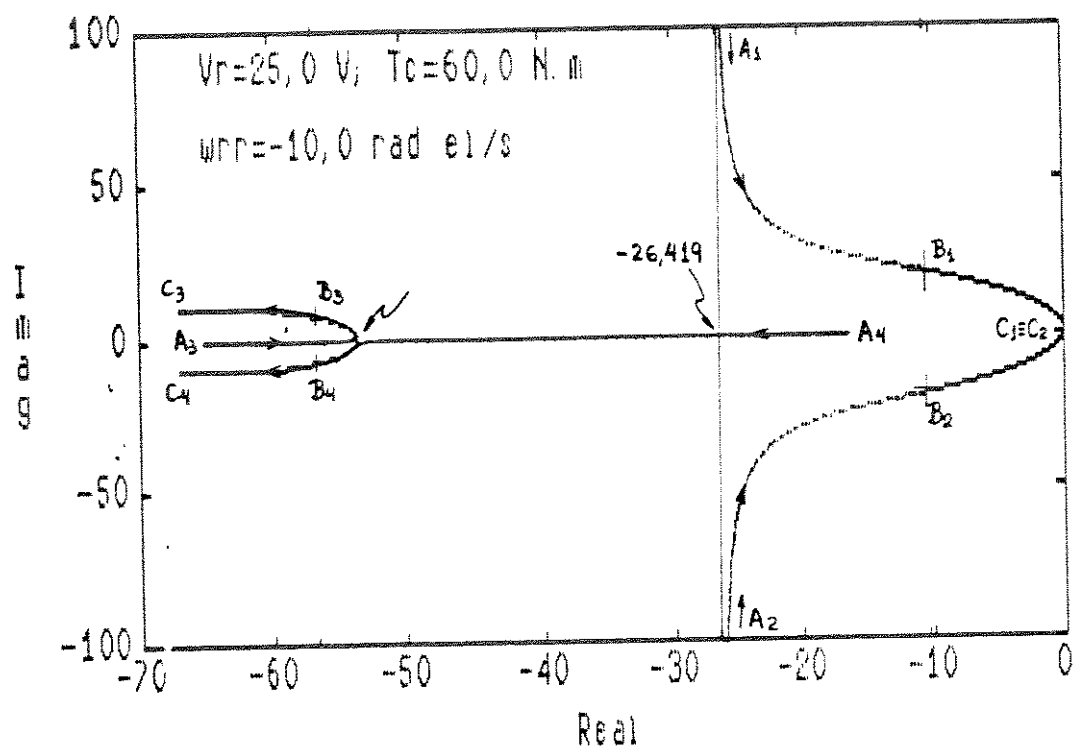
$k=0$ (pontos iniciais): $A_1 = -26,419 + j\omega$; $A_2 = -26,419 - j\omega$;

$A_3 = -65,152$ e $A_4 = -16,245$

$k = 0,1055 \text{ (kg.m}^2\text{)}$ $B_1 = -10,458 + j19,642$; $B_2 = -10,458 - j19,642$;

(operação real) $B_3 = -56,660 + j7,644$ e $B_4 = -56,660 - j7,644$

$k \rightarrow \infty$ (pontos finais) $C_1 = -\varepsilon_1 + j\varepsilon_2$; $C_2 = -\varepsilon_1 - j\varepsilon_2$ com ε_1 e $\varepsilon_2 \rightarrow 0$



trajetórias: $A_1 \rightarrow B_1 \rightarrow C_1$; $A_2 \rightarrow B_2 \rightarrow C_2$; $A_3 \rightarrow B_3 \rightarrow C_3$ e $A_4 \rightarrow B_4 \rightarrow C_4$

FIGURA (5.23)(e) - Lugar das Raízes relativo a J com $n\delta_0 = -3,0258$ rad el ($T_c = 60,0$ N.m)

A Figura (5.23)(f) mostra o Lugar das Raízes relativo a J para $n\delta_0 = -3,3783$ rad el ($T_c = 63,0$ N.m), alínea d do Exemplo 2:

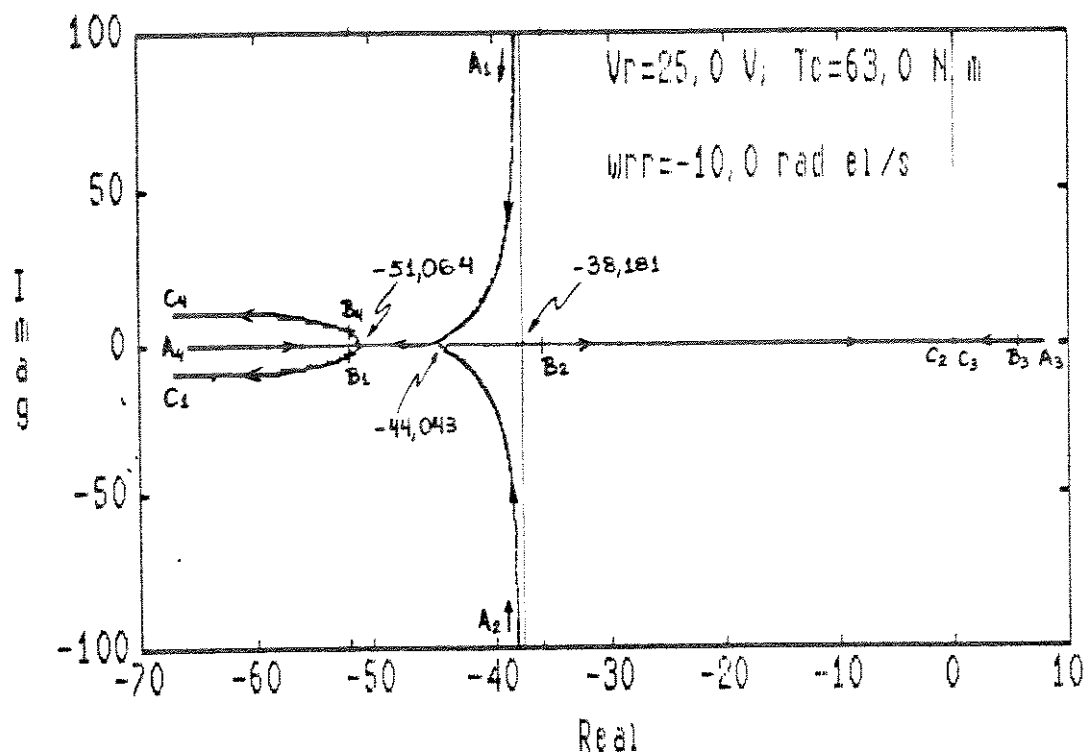
$k=0$ (pontos iniciais) $A_1 = -38,181 + j\omega$; $A_2 = -38,181 - j\omega$;

$$A_3 = 7,911 \quad \text{e} \quad A_4 = -65,785$$

$k=0,1055$ (kg.m²) $B_1 = -51,962 + j3,954$; $B_3 = -51,962 - j3,954$;

(operação real) $B_2 = -35,952$ e $B_4 = 5,641$

$k \rightarrow \infty$ (pontos finais) $C_1 = -67,118 - j10,0$; $C_4 = -67,118 + j10,0$;
 $C_3 = 0^+$ e $C_2 = 0^-$



trajetórias: $A_1 \rightarrow B_1 \rightarrow C_1$; $A_2 \rightarrow B_2 \rightarrow C_2$; $A_3 \rightarrow B_3 \rightarrow C_3$ e $A_4 \rightarrow B_4 \rightarrow C_4$

FIGURA (5.23)(f) - Lugar das Raízes relativo a J com
 $n\delta_0 = -3,3783$ rad el ($T_c = 63,0$ N.m)

5.6.2.2. O Lugar das Raízes Relativo ao Ângulo de Carga $n\delta_0$

Fixadas V_r e ω_{rr} , variando-se o conjugado de carga T_c , obteve-se no item 5.5.4. dados para que se construísse as curvas $T_c \times n\delta$; no presente sub-ítem é obtido o Lugar das Raízes, mapeando o comportamento do sistema MIDA/carga em termos de

estabilidade.

Nesta situação a Equação Característica fica representada pelas Eqs. (5.5)(a) a (j), a seguir.

$$(A.\lambda^4 + B.\lambda^3 + C.\lambda^2 + D.\lambda + E) + k.(F.\lambda^2 + G.\lambda + H) = 0 \quad (a)$$

$$A = \frac{J\omega_s L_{ee} L_r'^2}{n.M.\sqrt{3} V_e} \quad (b)$$

$$B = A. \left(\frac{2R_r}{L_r'} \right) \quad (c)$$

$$C = A. \left(\frac{Z}{L_r'} \right)^2 + \frac{n.M.\sqrt{3}.V_e L_r'}{\omega_s.L_{ee}} \quad (d)$$

$$D = \frac{n.M.\sqrt{3} V_e R_r}{\omega_s.L_{ee}} \cos(2.\alpha) \quad (e)$$

$$E = 0 \quad (f)$$

$$F = \frac{n.\sqrt{3} V_r L_r'^2}{Z} \quad (g)$$

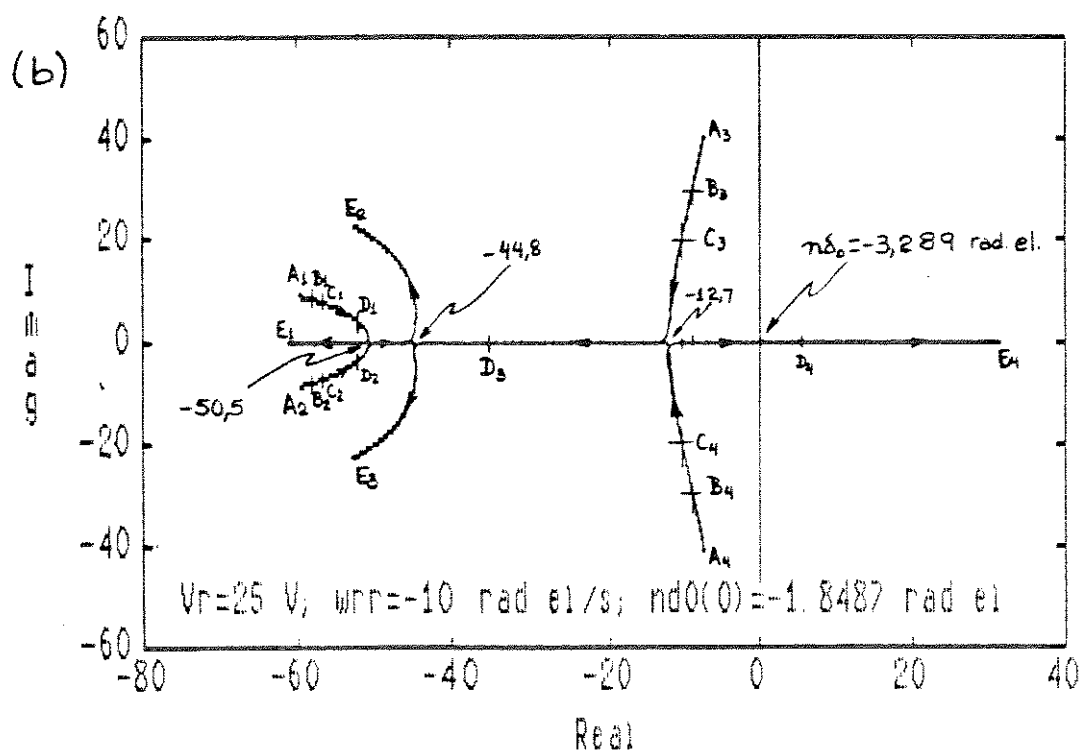
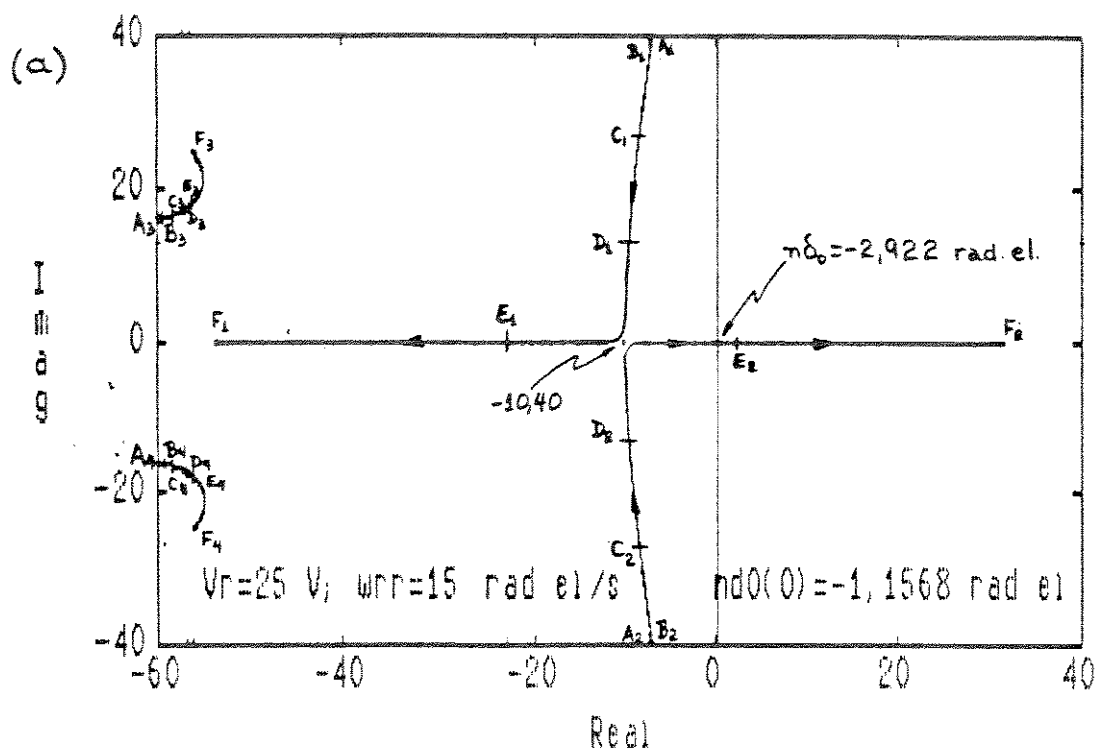
$$G = 2.R_r L_r' \frac{n.\sqrt{3} V_r}{Z} \quad (h)$$

$$H = n.\sqrt{3} V_r Z \quad (i)$$

$$k = \sin(\alpha - n\delta_0) \quad (j)$$

Eq. (5.5)

As Figuras (5.24)(a) e (b) ilustram os Exemplos 1 e 2, de 5.6.1., respectivamente; nelas estão incluídos os pontos de "operação real" daqueles Exemplos e o limite de operação estável onde o ramo $A_2 \rightarrow B_2 \rightarrow C_2 \rightarrow D_2 \rightarrow E_2 \rightarrow F_2$, no Exemplo 1, atravessa o eixo imaginário da esquerda para a direita, ponto onde $n\delta_0 = -2,922$ e no Exemplo 2, o ramo $A_2 \rightarrow B_2 \rightarrow C_2 \rightarrow D_2 \rightarrow E_2$ atravessa em $n\delta_0 = -3,289$ rad el.



FIGURAS (5.24) - Lugares das Raízes relativos a $n\delta_0$, para:

(a) Exemplo 1 e

(b) Exemplo 2

Observações

1- na Fig. (5.24)(a) os pontos extremos das trajetórias são:

$A_1 = -7,251 + j39,462$; $A_2 = -7,251 - j39,462$; $A_3 = -59,873 + j15,871$ e
 $A_4 = -59,873 - j15,871$ para $n\delta_o(0) = -1,1568$ rad el ($T_c = 0,0$ N.m).
 $F_1 = -53,524$; $F_2 = +31,394$; $F_3 = -56,058 + j24,564$ e
 $F_4 = -56,058 - j24,564$ para $n\delta_o = -4,5068$ rad el; os outros pontos
são as outras raízes obtidas no Exemplo 1.

2- na Fig. (5.24)(b) os pontos extremos das trajetórias são:

$A_1 = -59,599 + j8,867$; $A_2 = -59,599 - j8,867$; $A_3 = -7,524 + j40,492$ e
 $A_4 = -7,524 - j40,492$ para $n\delta_o(0) = -1,8487$ rad el ($T_c = 0,0$ N.m).
 $E_1 = -61,124$; $E_2 = -52,238 + j22,630$; $E_3 = -52,238 - j22,630$ e
 $E_4 = +31,352$ par $n\delta_o = -4,8603$ rad el; os outros pontos são as
outras raízes do Exemplo 2.

5.6.3. Comentários Sobre os LUGARES DAS RAÍZES

A respeito dos Lugares das Raízes relativos ao momento de inércia, nota-se que quando $J \rightarrow \infty$, nos casos estáveis há duas raízes nulas, o que implica indeterminação de $n\delta$, indo ao encontro do que se depreende da comparação, feita à página 60, entre as Eqs. (3.6)' e (4.23)', ou seja, $n\delta$ depende apenas da fase da tensão de rotor α_r que é um fator externo, não dependente do conjugado de carga T_c . Nos casos instáveis há um ramo, sobre o eixo real, totalmente contido no semi-plano direito do plano complexo, tendendo a zero pela direita (0^+) quando $J \rightarrow \infty$ e outro ramo, também sobre o eixo real, no semi-plano esquerdo, tendendo a zero pela esquerda (0^-). Com relação às outras duas raízes elas

tendem, como já foi mostrado, a $-(R_r/L_r') \pm j\omega_{rr}$ quando $J \rightarrow \infty$.

Considerando agora os Lugares das Raízes relativos ao ângulo de carga, nos dois casos mostrados o limite de estabilidade fica evidente já que, nos dois casos, um ramo real atravessa da esquerda para a direita o eixo imaginário, à medida que o ângulo de carga cresce, o que é esperado tendo em vista as curvas $T_c \times n\delta$, na Figura (5.22); um segundo ramo real, todo contido no semi-plano esquerdo, tende a crescer negativamente com o crescimento de $n\delta_0$; os outros dois ramos, complexos, permanecem no semi-plano esquerdo e, se o valor inicial de $n\delta_0$ fosse bem remoto em relação àqueles considerados, seus inícios seriam em $-(R_r/L_r') \pm j\omega_{rr}$.

CAPÍTULO 6 - VERIFICAÇÃO EXPERIMENTAL

6.1. Introdução

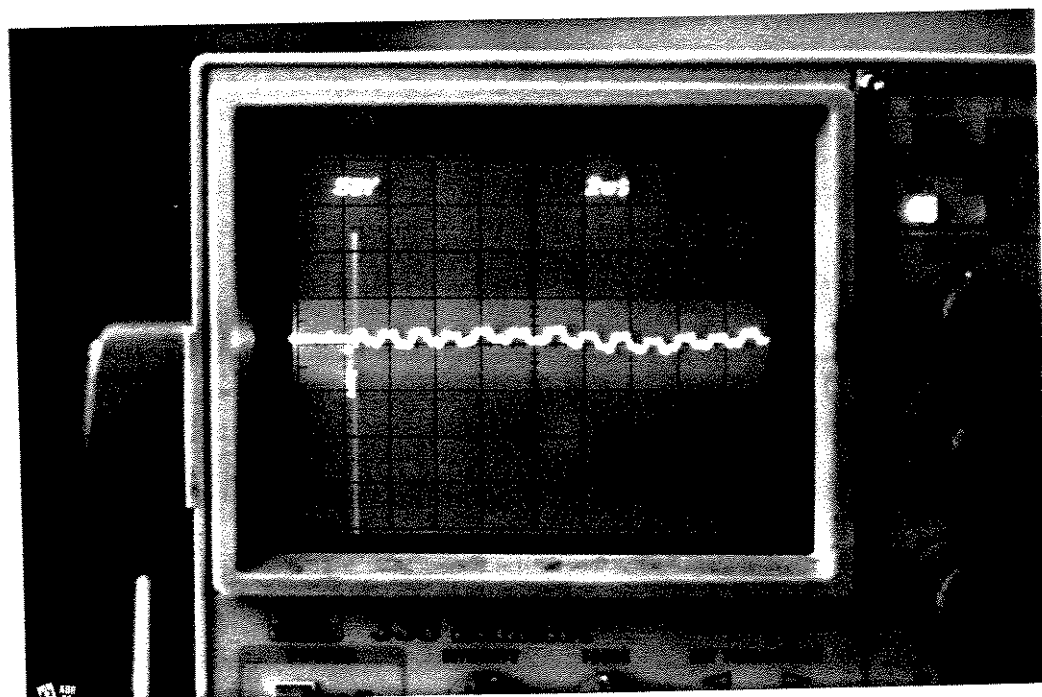
O MIDA apresenta comportamento análogo ao do motor síncrono convencional. Assim, durante sua partida de preferência a vazio, o enrolamento do rotor é mantido em curto circuito até atingir-se o regime permanente quando, então, o rotor é aberto por um intervalo de tempo muito curto, perto de 0,4 ms como é visto na Figura (6.1), a fim de ser alimentado com um trifásico na frequência ω_{rr} equivalente à de escorregamento, que tenha ocorrido no instante imediatamente anterior à abertura do curto, o MIDA entra assim em sincronismo. Alterações em ω_{rr} modificam a velocidade ω_r do motor.

6.2. Comentários Gerais

Com relação ao procedimento experimental, cabe relatar os principais eventos e dificuldades ocorridos durante os ensaios, a saber:

1- Excitação obtida com dispositivo inversor eletrônico, funcionando por modulação de amplitude de pulso, VARIMATIC VFC-3060. A utilização desse dispositivo foi abortada, já que, no instante de abertura do curto circuito do enrolamento do rotor, ocorre um surto como é mostrado na foto da Figura (6.1) obtido com 1/3 da tensão nominal no MIDA e que, pela sua curta duração, não aciona convenientemente a proteção de entrada do aparelho contra sobre-tensão, resultando em danos ao seu retificador

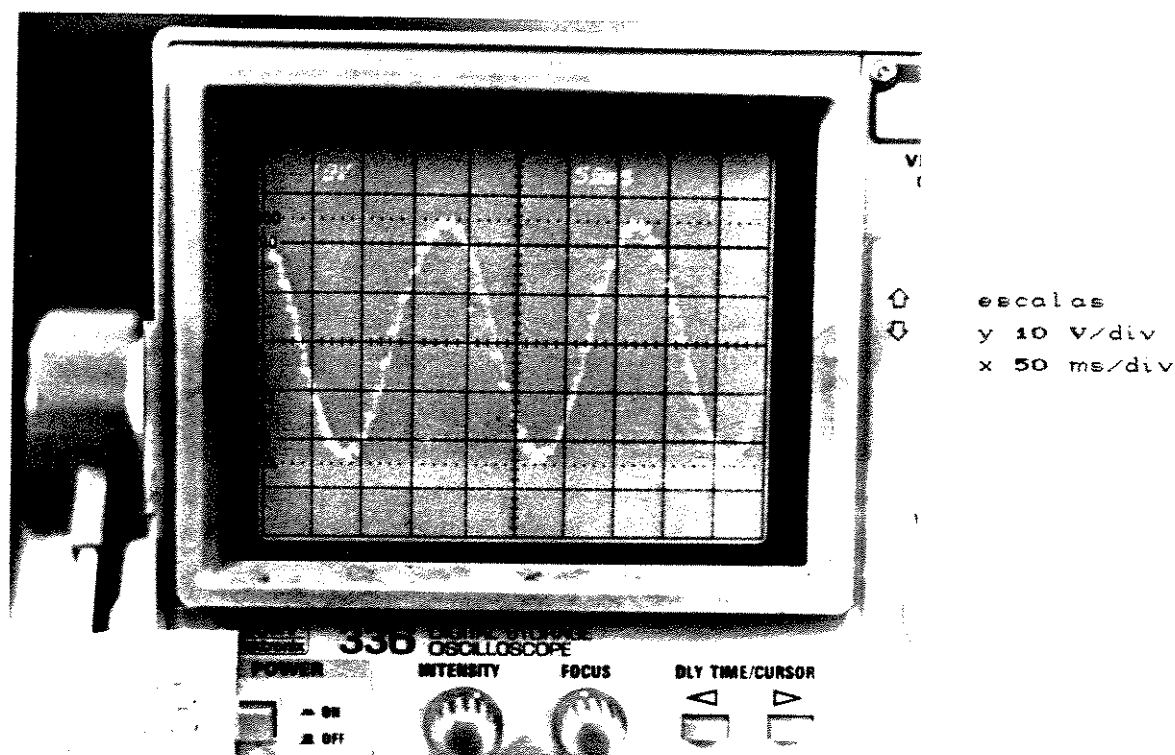
semi-controlado. Além disso, a forma de onda obtida apresenta elevada carga de harmônicas.



escalas:
y 50 V/div
x 2 ms/div

FIGURA (6.1) - Fotografia do doublet de tensão que ocorre durante o tempo de abertura do curto-circuito do enrolamento do rotor (pico positivo ≈ 120 V, pico negativo > 200 V), para tensão reduzida no MIDA.

2- A utilização de um gerador síncrono, girando com velocidades correspondentes às frequências de escorregamento requeridas, fica prejudicada pela dificuldade de atingir e manter-se as baixas velocidades com o motor de corrente contínua que o aciona. Além disso, a amplitude das tensões geradas, proporcional à velocidade, fica muito baixa. Atinge-se velocidades em torno de 158 rpm, mostrado na foto da Figura (6.2), representando a tensão a vazio de uma das fases do gerador síncrono, o que não permite que se verifique o desempenho do motor sob análise em frequências mais baixas e, sobretudo, na velocidade síncrona do MIDA.



FIGURA(6.2)-Tensão a Vazio da máquina síncrona a 158 rpm, gerando 5,27 Hertz.

3- Foi possível viabilizar as verificações experimentais neste trabalho com a utilização da MÁQUINA SCHRAGE que, convenientemente usada, se mostra um excelente variador de frequências eletromecânico, como pode ser visto em [SLEMON] e [PESSOTTA]. A Figura (6.3) mostra foto da Máquina SCHRAGE com alguns detalhes mecânicos e a Tabela (6.1) dá seus dados de placa.

As Figs. (6.4)(a), (b) e (c) mostram, respectivamente, a foto da placa de terminais, o esquema de terminais da Schrage e o diagrama esquemático do dispositivo de excitação do MIDA utilizando tal máquina.

A SCHRAGE utilizada pertence ao LAMAQUE do DEE/EESC/USP.

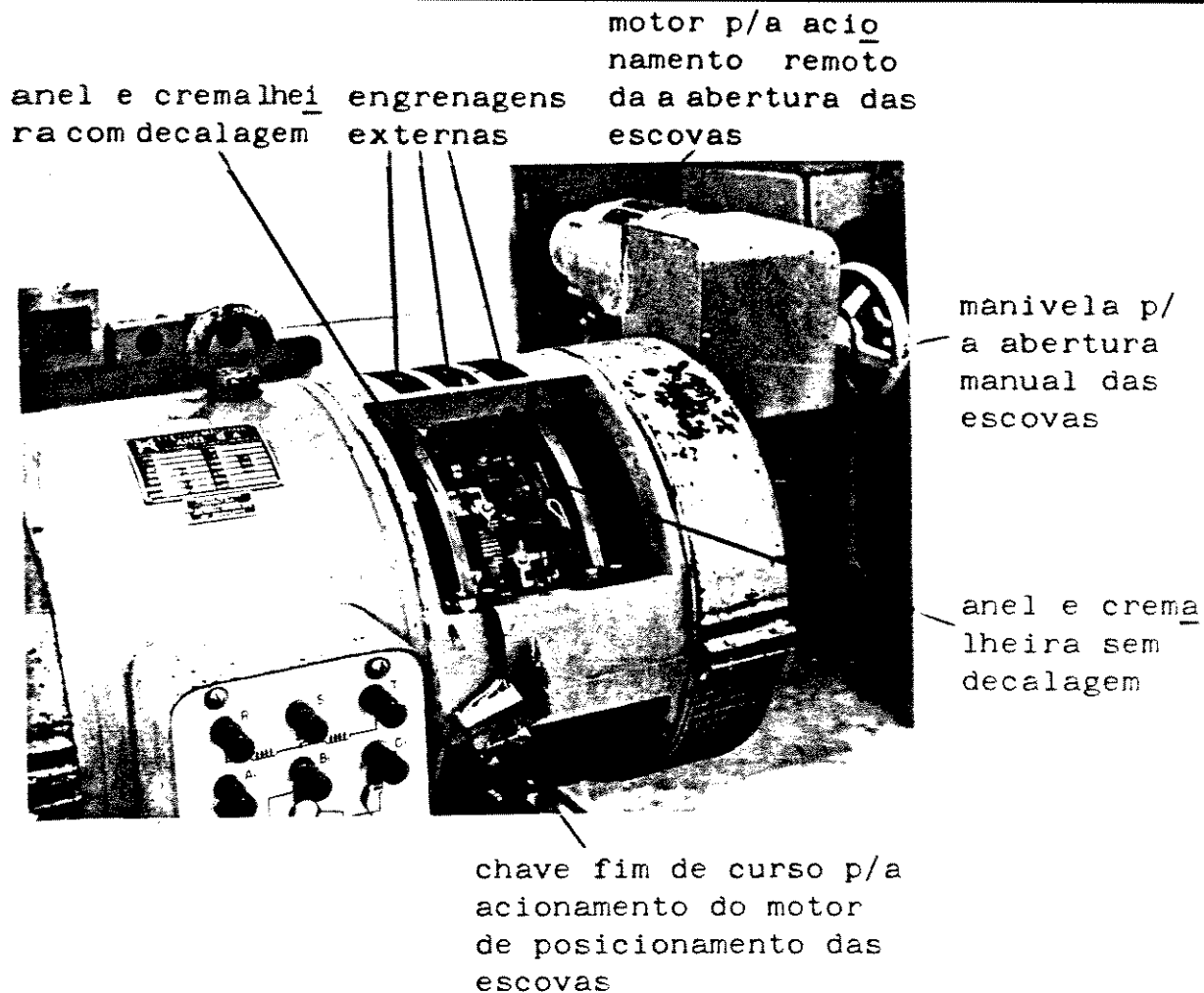


FIGURA (6.3) - Foto da Máquina SCHRAGE com alguns detalhes mecânicos constitutivos [PESSOTTA].

TABELA (6.1)

Dados de Placa do Motor Shrage

Fabricante: Eletro Máquinas Anel S/A - São Paulo			
Tipo: AC-7-B 3/6	SECUND.: 42,3V	15,7A	REND.: ISOL. A
V Lig - 220 Δ	CAMPO: V	A	ΔT °C 50 N. ABNT
kW - 0,28/2,25	Nº 3	14 16	REG. CONT. 3/71
kVA - FP -	A 4.8/7.8		MANC. 6308 6308
RPM - 228/1800	FASES 3	Hz 60	

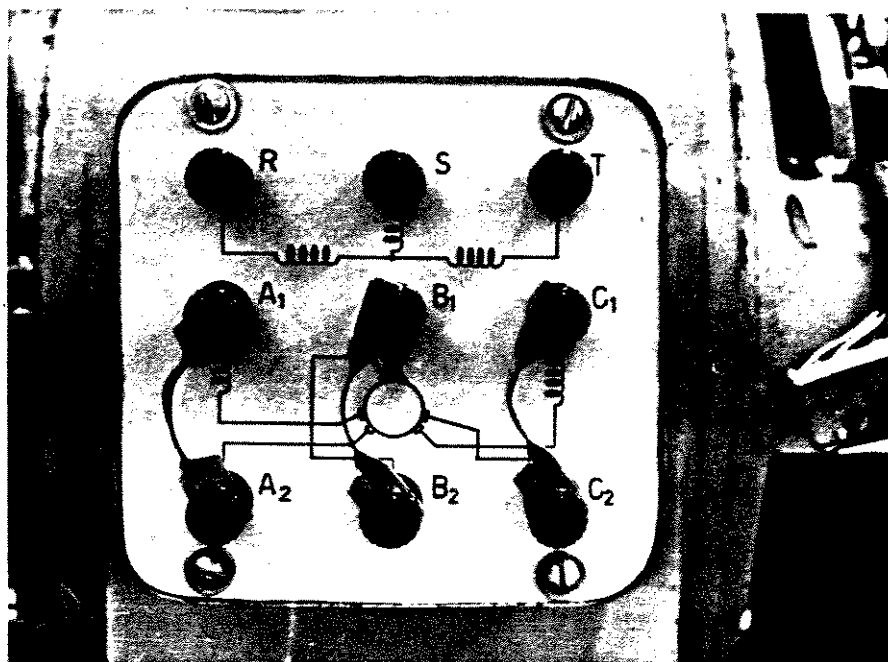


FIGURA (6.4)(a) - Foto da Placa de Terminais da Máquina SCHRAGE não corrigida [PESSOTTA]

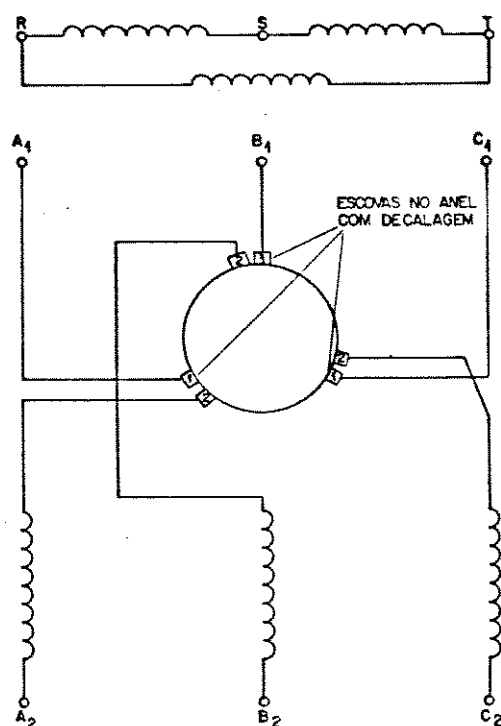
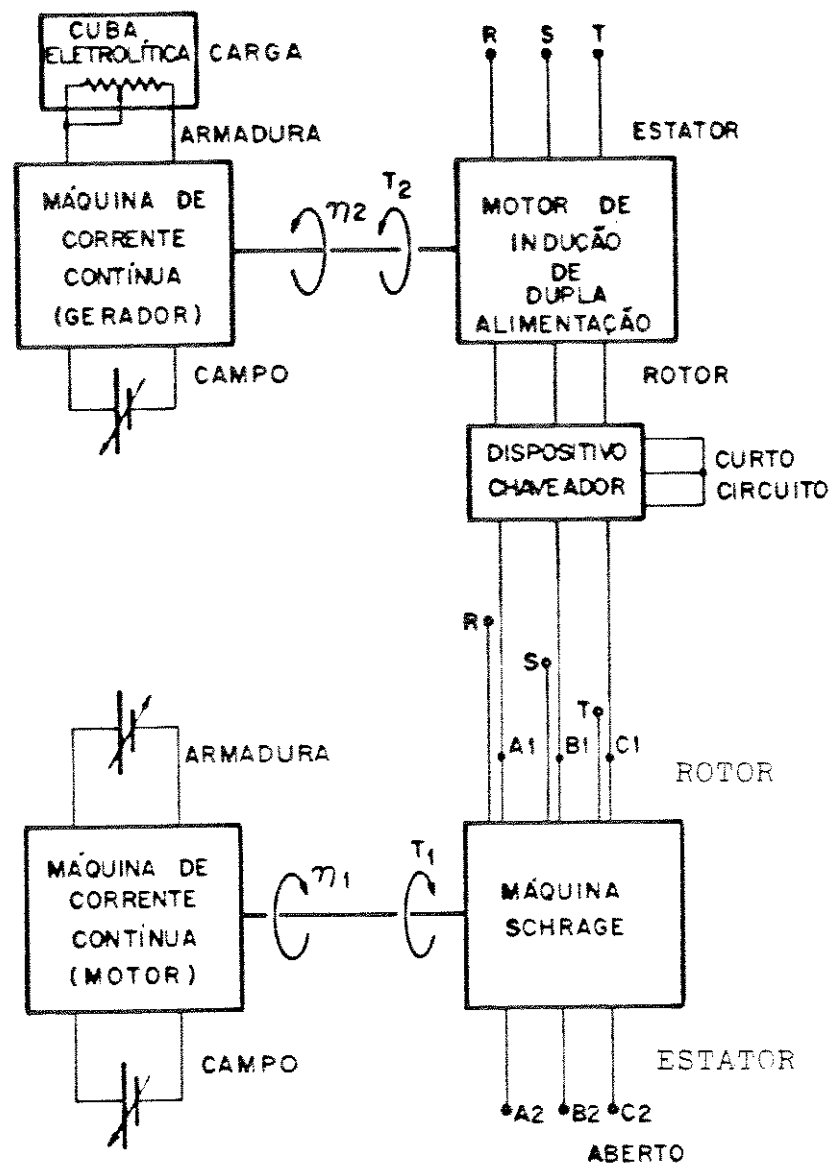


FIGURA (6.4)(b) - Esquema dos terminais da SCHRAGE corrigido [PESSOTTA].

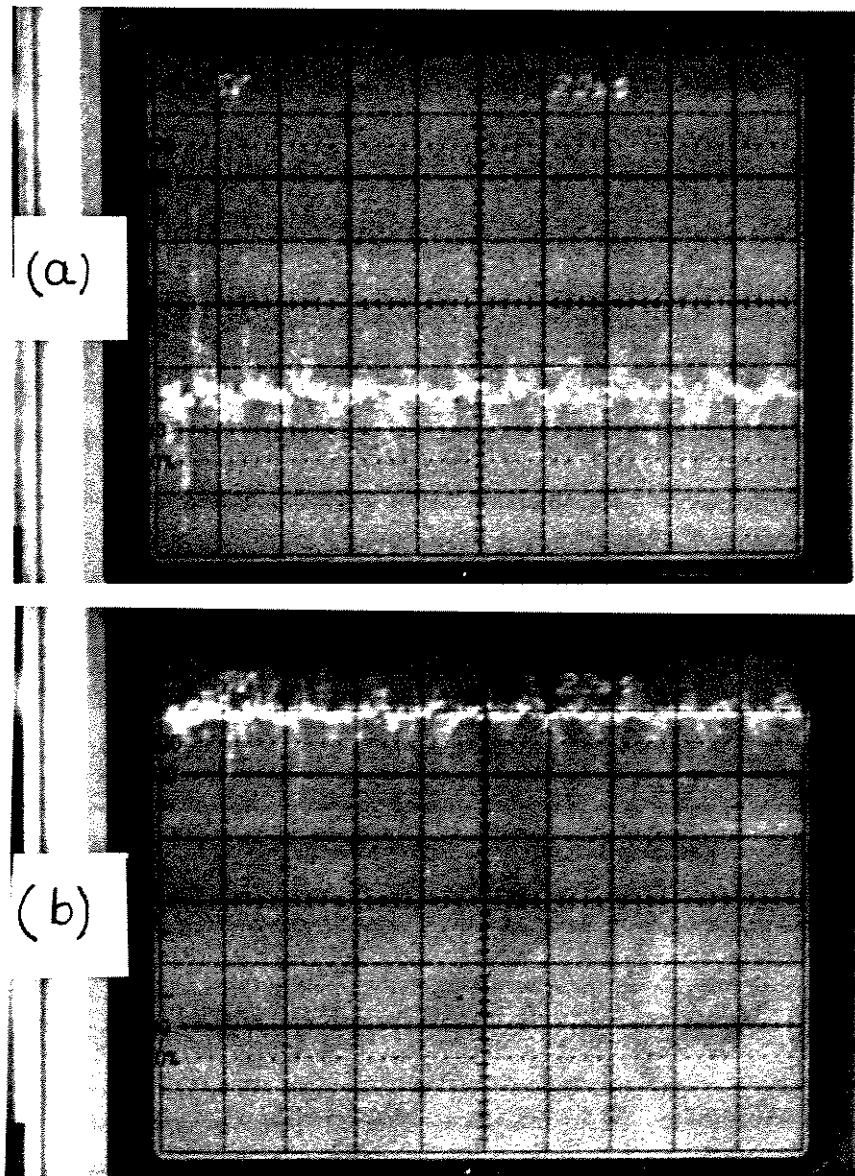


enrolamentos da SCHRAGE {

no rotor {	primário RST
	terciário $A_1 B_1 C_1$
no estator - secundário $A_2 B_2 C_2$	

FIGURA (6.3)(c) - Diagrama Esquemático do Dispositivo de Excitação do MIDA utilizando o SCHRAGE.

Quando acionada a velocidades subsíncronas a SCHRAGE fornece, em seus terminais $A_1 B_1 C_1$, seqüência de fases oposta em relação à obtida em velocidades supersíncronas; a freqüência é sempre igual à diferença entre a sua velocidade n e sua velocidade síncrona n_s . Quando girar na velocidade síncrona as tensões são constantes, como mostram as fotos nas Figuras (6.5)(a), (b) e (c).



FIGURAS (6.5)- Tensões nos terminais do terciário da SCHRAGE: (a) $V_{A_1 B_1}$ e (b) $V_{B_1 C_1}$

(cont...)

(c)

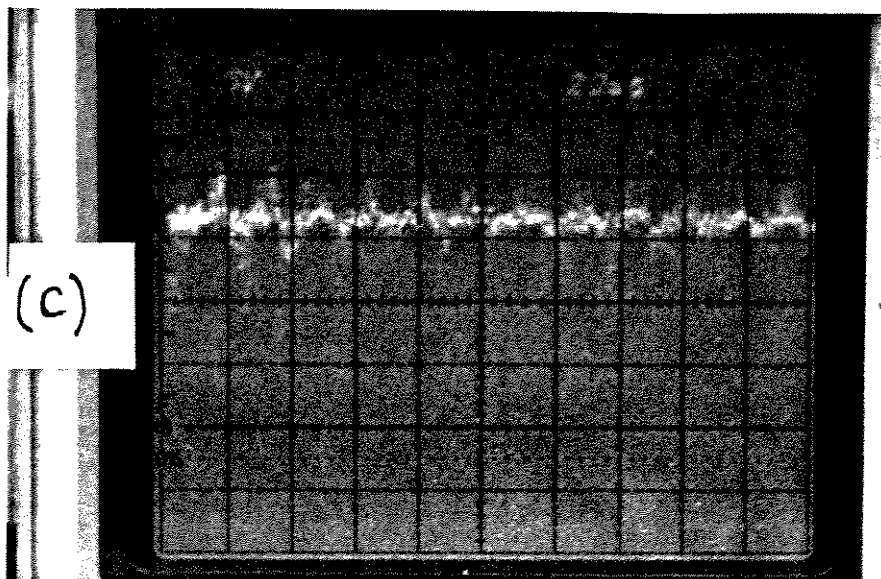
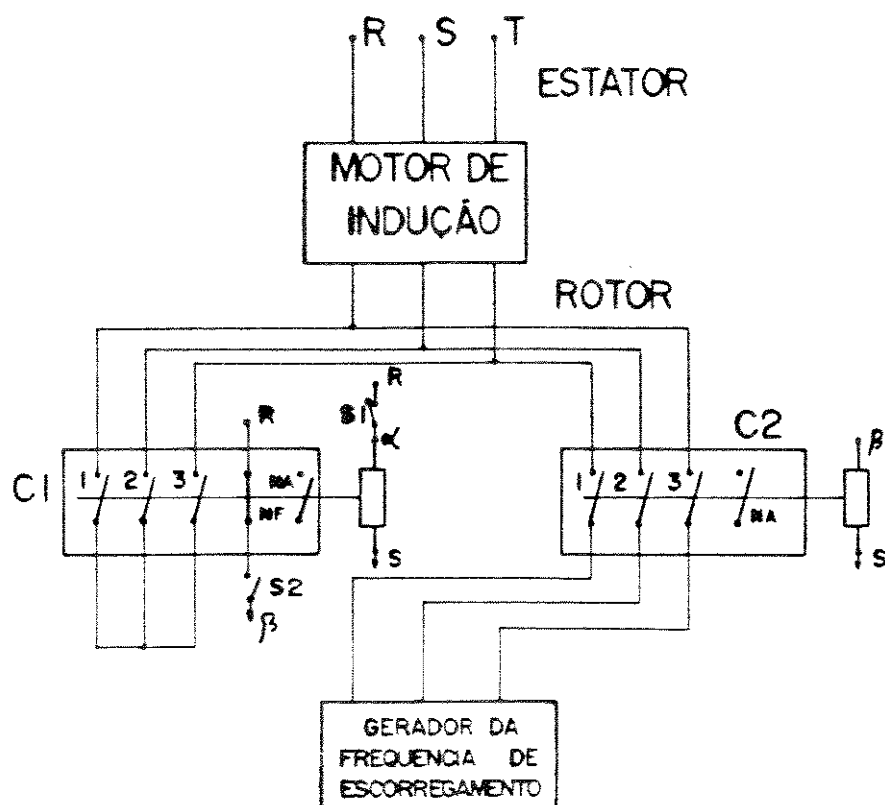


FIGURA (6.5) -(....cont) (c) $V_{A_1 C_1}$

Observação: $V_{A_1 B_1} + V_{B_1 C_1} - V_{A_1 C_1} = 0$, evidentemente.

4- A Figura (6.6) mostra o diagrama esquemático do dispositivo constituído de dois contadores Telemecanique trifásicos, um LC1-D163 de 16 A com um contato auxiliar NA e um LC1-D403 de 40 A com um contato auxiliar NA e um NF, usados para abrir o enrolamento trifásico do rotor do Motor de Indução, inicialmente em curto-circuito, e imediatamente interligar com o dispositivo de excitação, através dos anéis deslizantes do MIDA.



C1: CONTATOR LCI-D403

C2: CONTATOR LCI-D163

FIGURA (6.6) - Diagrama esquemático do dispositivo que abre o curto do rotor e o liga à excitação

6.3. Resultados Experimentais

6.3.1. Ensaios com MIDA Não Simulado

Após obter-se o modelo no Capítulo 2, uma verificação experimental foi realizada em um MIDA que não possui acesso ao neutro no enrolamento do rotor. Isto não permite um conhecimento completo de seus parâmetros, o que prejudica a simulação. Sua especificação está na Tabela (6.3). Mesmo assim, os resultados a seguir deram à verificação um caráter motivador.

A Tabela (6.2) foi construída com as grandezas obtidas

com os instrumentos de medidas também especificados, a seguir:

n_{sch} = velocidade do Schrage / Tacômetro Digital MICROTEST L20

V_s = tensão entre fases do enrolamento terciário do Schrage, aplicada aos terminais do enrolamento do rotor do MIDA / Multímetro Analógico H & B ELAVI 5n, precisão 1,5%

I_s = corrente solicitada pelo enrolamento do rotor do MIDA ao enrolamento terciário do Schrage / Multímetro Analógico H & B ELAVI 5n, precisão 1,5%

W_{1s} , W_{2s} = potências fluindo entre o Schrage e o rotor do MIDA / Wattímetros monofásicos METRA, precisão 0,5%

V_i = tensão entre fases do estator do MIDA / Multímetro H & B ELAVI 5n, precisão 1,5%

n_i = velocidade do MIDA / Tacômetro Digital MICROTEST L20

I_i = corrente de estator do MIDA / Multímetro Analógico H & B ELAVI 5n, precisão 1,5%

W_{1i} , W_{2i} = potências transferidas da rede ao estator do MIDA / Wattímetros Monofásicos METRA, precisão 0,5%

V_c = tensão aplicada pelo Gerador DC (carga do MIDA) ao reostato da cuba eletrolítica / Multímetro Digital MINIPA ET-2070

I_c = corrente solicitada pela cuba eletrolítica ao Gerador DC / Multímetro Digital MINIPA ET-2070

Na medição das potências envolvidas no circuito do rotor do MIDA houve a necessidade da utilização de TC's, já que as correntes envolvidas superavam em muito a capacidade da bobina de corrente dos Wattímetros, entretanto, ainda que o método usado tenha sido o de dois Wattímetros, houve a necessidade de se lançar mão de um TC na terceira fase pois, dada a baixa resistência

elétrica do enrolamento de rotor do MIDA, a presença de apenas dois TC's desequilibrou este enrolamento afetando os resultados. Os TC's usados são da marca METRA.

A frequência das tensões do enrolamento terciário do Schrage é dada por:

$$\omega_{rr} = \left(\frac{n_{sch} - n_{ssch}}{n_{ssch}} \right) \times 377 \text{ (rad el/s)} \quad \text{Eq. (6.1)}$$

Quando tensões com tal frequência são aplicadas ao enrolamento do rotor do MIDA, com seu estator alimentado com a frequência da rede, 60 Hz, têm-se:

$$n_I = n_{SI} - \left(n_{sch} - n_{ssch} \right) \cdot \frac{p_{sch}}{p_{MIDA}} \quad \text{Eq. (6.2)}$$

onde, $p_{sch} = n^{\circ}$ de polos do Schrage = 6

n_{ssch} = velocidade síncrona do Schrage = 1200 rpm

$p_{MIDA} = n^{\circ}$ de polos do MIDA = 4

n_{SI} = velocidade síncrona do MIDA = 1800 rpm

Da forma como constam os valores de velocidade do Schrage na Tabela (6.2), não obstante elas se apresentarem supersíncronas na primeira metade daquela tabela, os valores de velocidade do MIDA são subsíncronos já que a sequência de fases das tensões de seu estator estão em oposição à sequência de fases das tensões que se apresentam ao seu rotor, originários do Schrage. Por outro lado, com velocidades subsíncronas do Schrage o MIDA apresenta velocidades supersíncronas.

Ainda na Tabela (6.2) é verificável que:

- mantida a velocidade do Schrage em 1437 rpm, o que corresponde a $\omega_{rr} = 74,5 \text{ rad el/s}$, obtendo-se uma velocidade constante no MIDA

n_{sch} (rpm)	V_c (V)	T_a (°C)	$W_{1.0}$ (W)	$W_{2.0}$ (W)	V_i (V)	n_i (rpm)	I_i (A)	$W_{1.1}$ (W)	$W_{2.1}$ (W)	V_c (V)	I_c (A)
1437	10,1	11,2	48,75	48,75	183,4	1445	1,30	235	250	71,25	0,00
1437	9,9	12,8	52,50	52,50	182,7	1445	1,75	335	345	67,50	1,40
1437	9,8	13,3	56,25	56,25	182,4	1445	1,90	355	360	66,25	1,00
1437	9,6	13,8	60,00	60,00	182,3	1445	2,00	375	385	66,25	2,30
1437	9,4	14,8	60,00	60,00	182,2	1445	2,20	420	430	65,00	3,00
1308	7,3	13,0	37,50	41,25	182,5	1638	2,80	485	490	72,50	3,65
1308	7,2	13,2	37,50	41,25	182,3	1638	2,70	505	510	71,25	4,50
1308	7,1	13,4	35,63	41,25	182,2	1638	2,80	530	540	67,50	5,00
1308	7,0	13,6	33,75	41,25	182,2	1638	3,00	550	560	70,00	5,60
1308	6,9	13,7	31,88	41,25	182,0	1638	3,05	555	565	68,75	6,00
1308	6,8	13,8	31,88	41,25	181,5	1638	3,10	580	570	67,50	6,50
1308	6,6	14,0	30,00	41,25	181,2	1638	3,25	570	580	66,25	7,00
1308	6,4	14,2	26,25	39,38	180,9	1638	3,40	580	580	65,00	7,75
ocorreu perda de sincronismo											
1234	8,8	8,6	18,75	16,88	186,7	1747	3,25	480	505	76,00	0,00
1234	8,6	8,3	18,75	15,00	185,9	1747	3,30	530	540	75,50	1,00
1234	8,4	8,0	16,88	13,13	183,9	1747	3,40	580	570	75,00	2,00
1234	8,3	7,8	15,00	11,25	183,7	1747	3,50	590	600	73,75	3,00
sentido do fluxo de potência entre o enrolamento terciário da máquina Schrage e o enrolamento do rotor do Motor de Indução de Dupla Alimentação											
1144	9,1	10,5	22,50	45,00	182,0	1884	3,10	570	580	77,50	4,00
1144	9,1	9,8	22,50	37,50	182,0	1884	3,25	595	600	77,50	5,00
1144	9,1	9,8	18,75	37,50	182,0	1884	3,30	610	625	73,75	6,00
1144	9,0	9,7	15,00	33,75	182,0	1884	3,40	635	645	72,50	7,00
ocorreu perda de sincronismo											
1180	8,8	7,9	15,00	18,75	184,3	1830	3,40	520	530	78,00	0,00
1180	8,9	7,8	13,13	16,88	184,0	1830	3,43	540	550	77,50	0,90
1180	8,9	7,6	11,25	15,00	183,5	1830	3,45	550	560	76,25	1,50
1180	8,9	7,4	11,25	13,13	183,0	1830	3,48	560	570	75,00	2,00
1180	8,9	7,3	9,38	11,25	182,5	1830	3,48	570	590	73,75	2,50
1180	8,9	7,3	9,38	11,25	182,0	1830	3,50	580	600	72,50	3,00
1180	9,0	7,3	9,38	11,25	182,0	1830	3,53	610	630	70,00	4,00
1180	9,0	7,2	7,50	11,25	181,5	1830	3,55	630	650	66,25	5,00
1180	9,0	7,2	7,50	11,25	181,0	1830	3,60	660	670	63,75	6,00
1180	9,0	7,2	7,50	11,25	180,0	1830	3,70	690	700	70,00	7,00
1200	13,5	10,0	-	-	182,4	1800	4,80	730	750	118,75	4,50
pequena variação na carga causou perda de sincronismo											

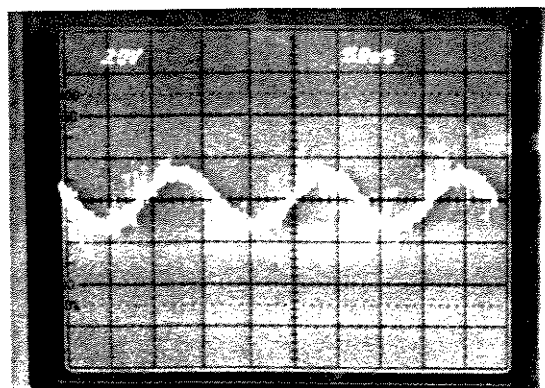
TABELA (6.2)

de 1445 rpm (302,6 rad el/s), variou-se sua carga até que se atingisse uma potência total de 850 W, sem que ocorressem contratempos, correspondendo a um conjugado total de 5,62 N.m, com o gerador DC a vazio; limites de operação não foram atingidos pois as correntes ultrapassariam em muito os limites do MIDA.

- A partir desta última situação foi diminuída a frequência de excitação para $\omega_{rr}=33,93$ rad el/s, com a velocidade passando ao valor constante 1638 rpm (343,2 rad el/s) e a carga foi, então, variada até ser atingida a potência total de 1.160,0 W, correspondendo ao conjugado total de 6,76 N.m, o gerador DC forneceu neste ponto 503,8 W. Com um novo e pequeno incremento na carga o MIDA perdeu o sincronismo.

- Em seguida o MIDA foi novamente sincronizado, partindo-se de uma carga nula, com a frequência de excitação de 10,68 rad el/s com a velocidade de 1747 rpm (365,9 rad el/s); variou-se a carga até a potência total de 1190,0 W, o que levou a um conjugado total de 6,51 N.m, com uma potência na carga de 221,3 W; nesta situação alterou-se a frequência de excitação fazendo com que o MIDA passasse a operar em uma velocidade acima da velocidade síncrona, 1884 rpm (394,6 rad el/s), a frequência de excitação considerada foi de 17,6 rad el/s em sequência de fases oposta àquela das tensões aplicadas ao estator do MIDA, a carga foi então alterada continuamente até 507,5 W, numa potência total de 1280,0 W, que corresponde ao conjugado 6,49 N.m; novo incremento na carga do Gerador DC levou a perda de sincronismo.

excitado pelo Schrage), tensão gerada pelo terciário do Schrage (em vazio e ligada ao enrolamento do rotor do MIDA) e, finalmente, corrente de rotor.



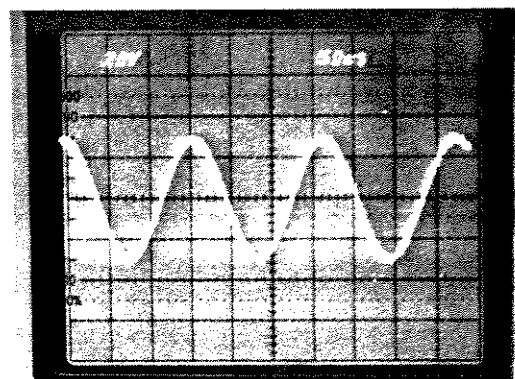
escalas:

50 ms/div

← →

20 V/div

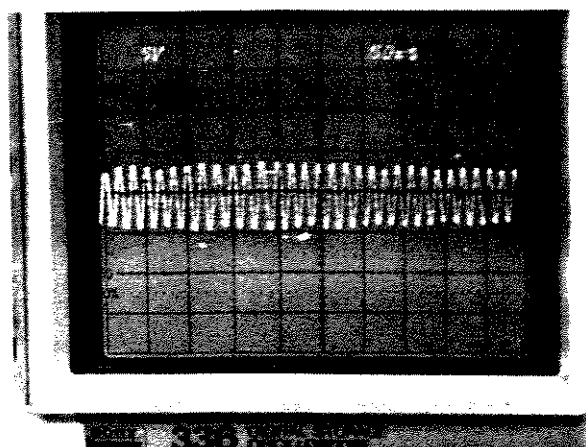
← →



SONY 336 DIGITAL STORAGE OSCILLOSCOPE

(a) Tensão V_1 do Schrage aplicada ao rotor do MIDA

(b) Tensão V_1 do Schrage não aplicada ao rotor do MIDA



escalas:

50 ms/div

←

20 ms/div

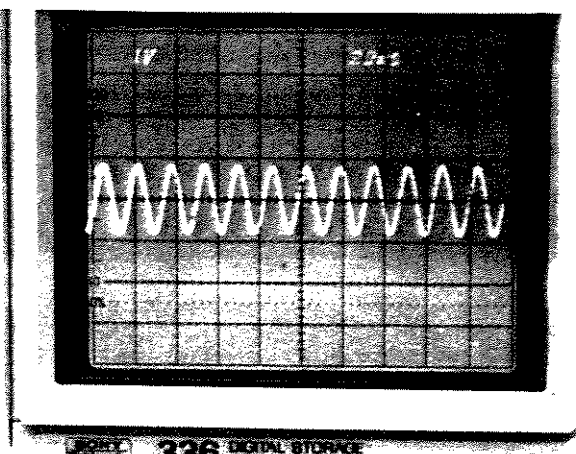
→

5 V/div

←

1 V/div

→



SONY 336 DIGITAL STORAGE OSCILLOSCOPE

(c) Corrente do estator do MIDA sob excitação externa

(d) Corrente do estator do MIDA c/ rotor em curto

FIGURA (6.7) - (a) e (c) grandezas medidas com o terciário do Schrage ligado ao rotor do MIDA; (b) e (d) medidas sem ligar o Schrage ao MIDA.

Observação: as correntes são medidas pela tensão sobre um resistor de $0,0167 \Omega/30 \text{ W}$, num osciloscópio Digital Storage Tektronix 336.

Nas Figuras (6.7)(a) e (b) fica evidente a diferença entre as tensões mostradas, (a) tensão V_1 do terciário do SCHRAGE aplicada ao rotor do MIDA e (b) V_1 não ligada ao rotor do MIDA (terciário do SCHRAGE aberto). Já (c) e (d) mostram a corrente de estator do MIDA, respectivamente, com excitação no rotor e rotor em curto-circuito; a ligeira modulação no sinal de corrente em (c) indica que o MIDA está no limiar do sincronismo.

Os valores das grandezas envolvidas nesta situação são:

$$n_{sch}=1088 \text{ rpm}; \quad \omega_{rr}=35,19 \text{ rad el/s (5,6 Hz)}$$

$$V_1(\text{aberto})=22,63 \text{ V}; \quad V_1(\text{ligado})=8,49 \text{ V};$$

$$I_1(\text{excitado})=10,0 \text{ A}$$

$$n_{MIDA}=1632 \text{ rpm } (\omega_r=341,8 \text{ rad el/s})$$

$$I_{ae}(\text{sem excitação})=0,57 \text{ A}; \quad I_{ae}(\text{excitado})=2,47 \text{ A}$$

$$V_{le}(\text{tensão de linha})=223 \text{ V}$$

carga: apenas perdas do conjunto motor/gerador a VAZIO

As Figuras (6.8) (a), (b), (c) e (d) foram obtidas para:

$$n_{sch}=1051 \text{ rpm } (\omega_{rr}=46,91 \text{ rad el/s})$$

$$V_1(\text{aberto})=26,87 \text{ V}; \quad V_1(\text{ligado})=12,73 \text{ V};$$

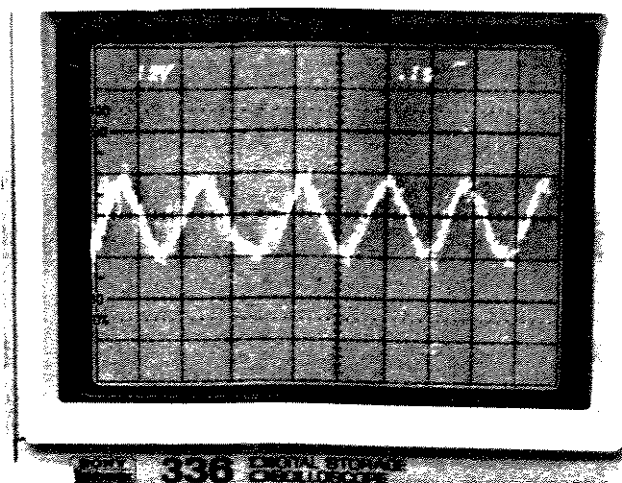
$$I_1(\text{excitado})=11,3 \text{ A}$$

$$n_{MIDA}=1576 \text{ rpm } (330,1 \text{ rad /s})$$

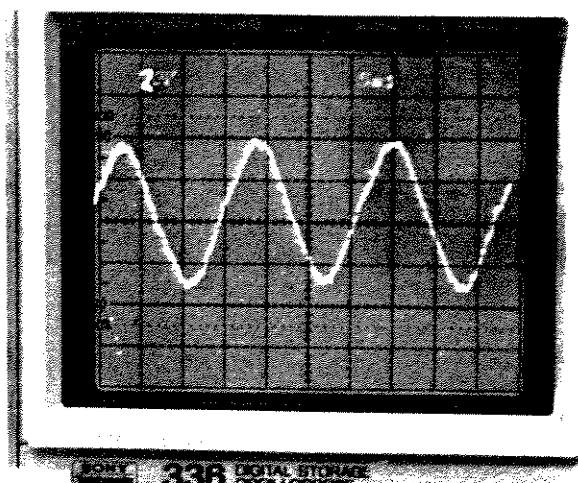
$$I_{ae}(\text{sem excitação})=0,71 \text{ A}; \quad I_{ae}(\text{excitado})=3,11 \text{ A}$$

$$V_{le}(\text{tensão de linha})=219 \text{ V}$$

carga: Potência de saída do Gerador DC=26,5 W

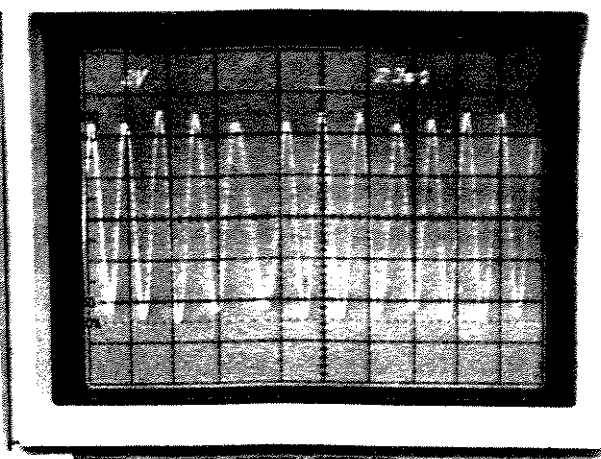


escalas:
 x
 5 ms/div
 ⇒
 .1 s/div
 ← y
 10 V/div
 ←
 20 V/div
 ⇒

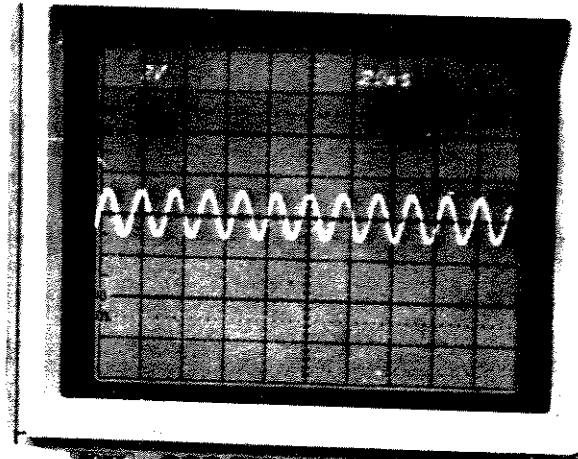


(a) Tensão V_1 do Schrage aplicada ao rotor do MIDA

(b) Tensão V_1 do Schrage não aplicada ao rotor do MIDA



escalas:
 2 V/div
 20 ms/div
 ← ⇒



(c) Corrente do estator do MIDA sob excitação externa

(d) Corrente do estator do MIDA c/ rotor em curto

FIGURA (6.8) - (a) e (c) grandezas medidas com o terciário do Schrage ligado ao rotor do MIDA; (b) e (d) medidas sem ligar o Schrage ao MIDA

As fotos da Figura (6.9) foram obtidas para:

(a) $n_{Sch} = 1208$ rpm ($\omega_{rr} = -2,51$ rad el/s); $V_1(lig) = 7,1V$; $I_1(exc) = 12A$

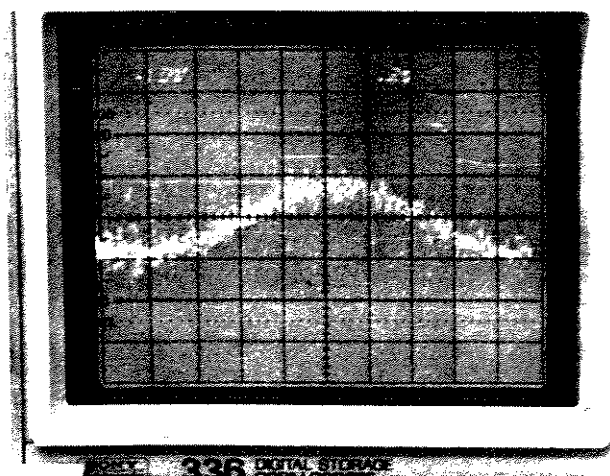
$n_{MIDA} = 1812$ rpm ($\omega_r = 379,5$ rad el/s); $V_{le} = 222V$; $I_{ae}(exc) = 3,19A$

(b) $n_{Sch} = 1200$ rpm ($\omega_{rr} = 0,0$ rad el/s); $V_1(lig) = 12 V$; $I_1(exc) = 10,0 A$

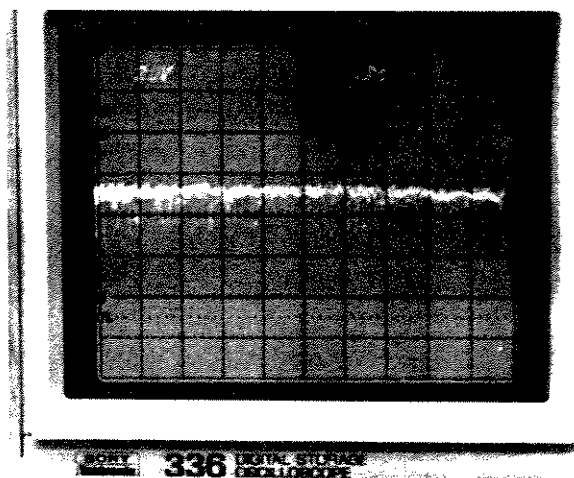
$n_{MIDA} = 1800$ rpm ($\omega_r = 377,0$ rad el/s); $V_{le} = 219V$; $I_{ae}(exc) = 3,40A$

- (c) $n_{Sch} = 1247 \text{ rpm}$ ($\omega_{rr} = 14,77 \text{ rad el/s}$); $V_1(\text{lig}) = 8,5 \text{ V}$; $I_1(\text{exc}) = 13 \text{ A}$
 $n_{MIDA} = 1869 \text{ rpm}$ ($\omega_r = 391,4 \text{ rad el/s}$); $V_{le} = 223 \text{ V}$; $I_{ae}(\text{exc}) = 2,78 \text{ A}$
- (d) $n_{Sch} = 1343 \text{ rpm}$ ($\omega_{rr} = 44,93 \text{ rad el/s}$); $V_1(\text{ligado}) = 10,6 \text{ V}$;
 $n_{MIDA} = 2015 \text{ rpm}$ ($\omega_r = 422,0 \text{ rad el/s}$);

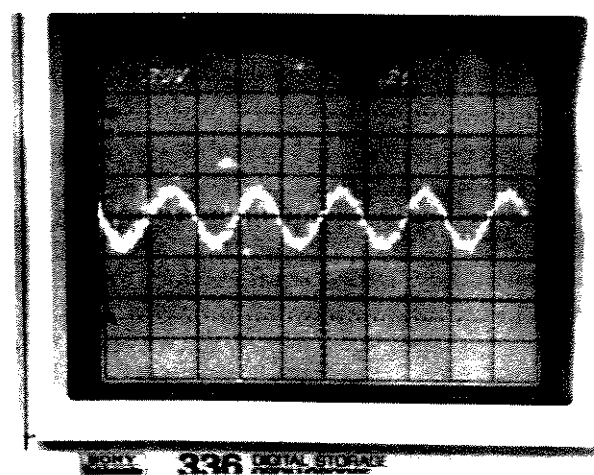
nos quatro casos carga: Potência do Ger. DC = 75,0 W



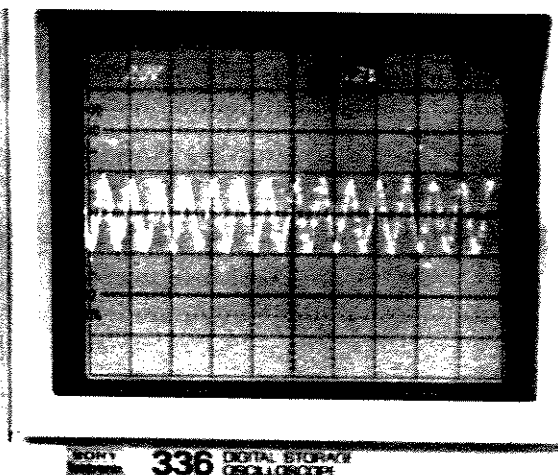
x 0,2 s/div - y 10 V/div
(a)



x 0,2 s/div - y 20 V/div
(b)



x 0,2 s/div - y 20 V/div
(c)



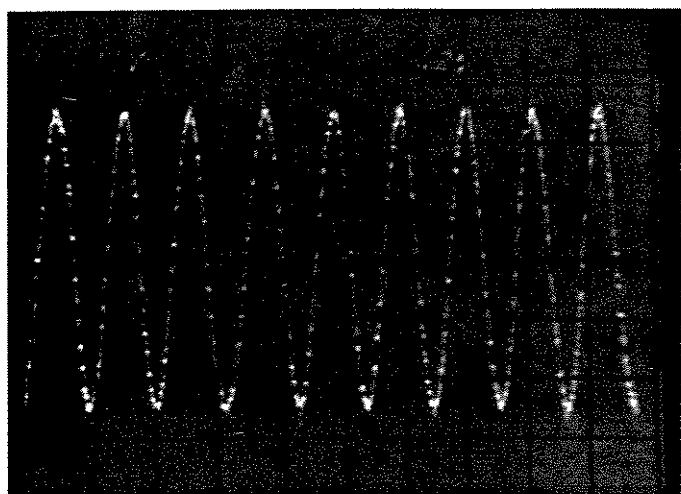
x 0,2 s/div - y 20 V/div
(d)

FIGURA (6.9) - Tensão V_1 dos terminais terciários do SCHRAGE aplicados ao rotor do MIDA, conforme quadros acima.

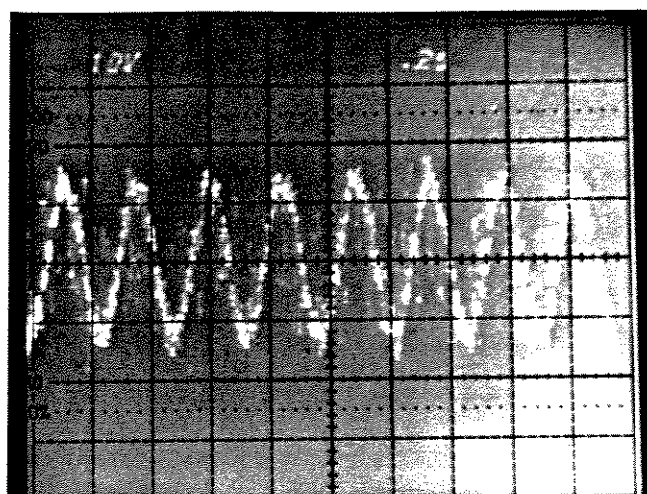
A Tabela (6.4) repete o procedimento da anterior; as Figuras (6.10) e (6.11) se relacionam diretamente com as linhas desta Tabela.

T A B E L A (6 . 4)

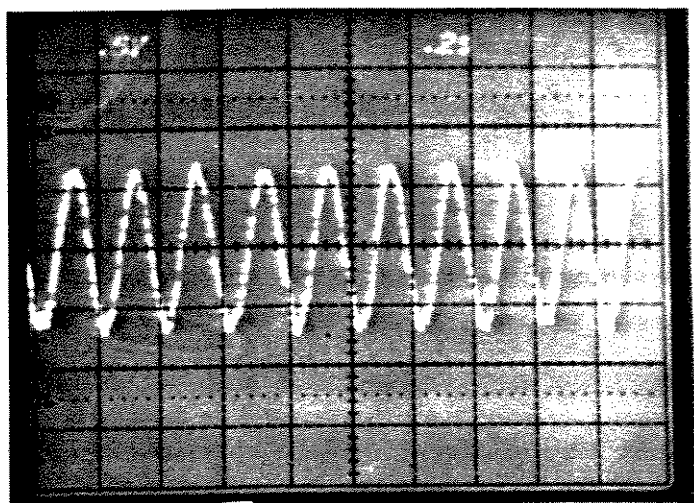
	I_1 (A)	V_1 (V) vazio	V_1 (V) ligado	n_{Sch} rpm	n_{MIDA} rpm	V_{le} (V)	I_{ae} (A)	V_c (V)	I_c (A)
1	27,6	18,4	10,6	1121	1681	187,5	4,4	/	/
2	33,9	18,4	9,9	1121	1681	187,5	4,5	56,7	0,53
3	33,9	18,4	9,9	1121	1681	187,0	4,6	57,2	1,01
4	33,9	18,4	9,9	1121	1681	186,0	4,7	57,2	1,54
5	33,9	18,4	9,9	1123	1680	187,0	4,7	56,7	2,02
6	33,9	18,4	9,9	1123	1680	187,0	4,7	55,6	2,99
7	33,9	18,4	9,9	1123	1689	185,0	4,75	52,7	5,01
8	33,9	18,4	9,9	1123	1679	185,0	5,3	88,7	9,15
9	16,97	9,6	5,7	1168	1752	185,0	2,7	/	/
10	16,97	9,6	5,7	1168	1752	185,0	2,7	50,0	0,32
11	16,97	9,6	5,7	1168	1752	185,0	2,75	65,0	0,51
12	16,97	9,6	5,7	1169	1754	185,0	2,75	80,1	1,49
13	16,97	9,6	5,7	1169	1753	185,0	2,85	79,7	3,0
14	16,97	9,6	5,7	1168	1754	185,0	3,0	101,4	3,9
15	16,97	9,6	5,7	1168	1754	185,0	3,25	115,0	5,02
16	ocorreu perda de sincronismo					185,0	4,5	123,4	5,6
17	995 não sincronizou							110,0	4,5
18	19,1	9,6	5,7	1115	1673	185,0	4,5	128,0	6,4
19	ocorreu perda de sincronismo							128,5	7,0
20	18,6	9,6	5,7	903	1355	185,0	4,5	/	/
21	18,6	9,6	5,7	903	1355	185,0	5,8	120,0	6,4
22	ocorreu perda de sincronismo							124,0	6,5



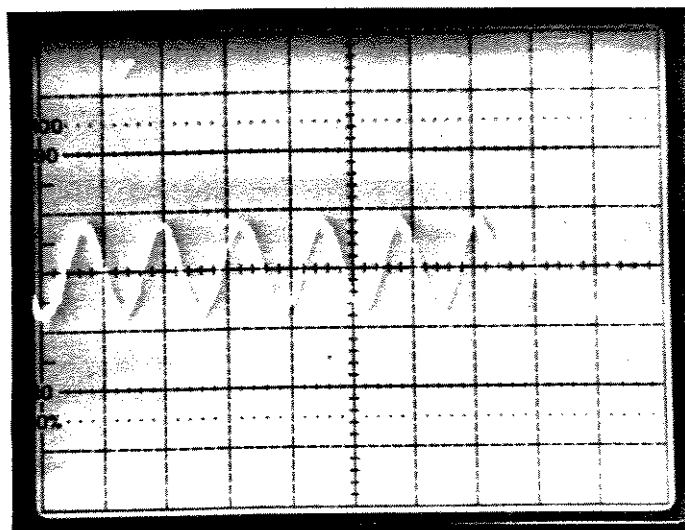
(a) V_1 vazio
linha 1



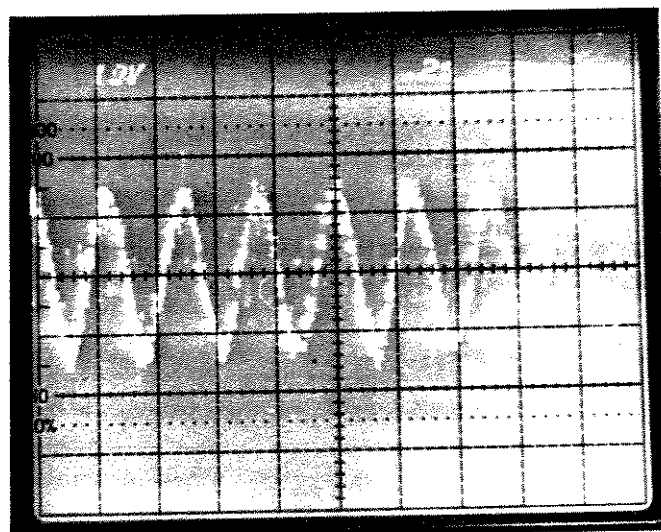
(b) V_1 ligado
linha 1



← (c) I_1 - linha 1

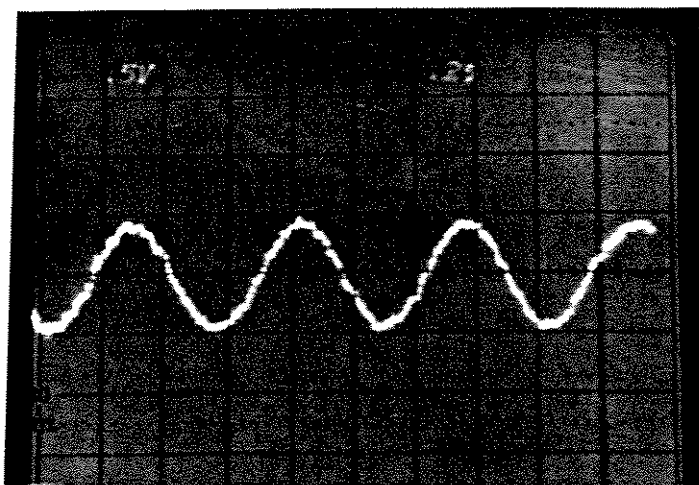


(d) I_1 - linhas 2 a 8

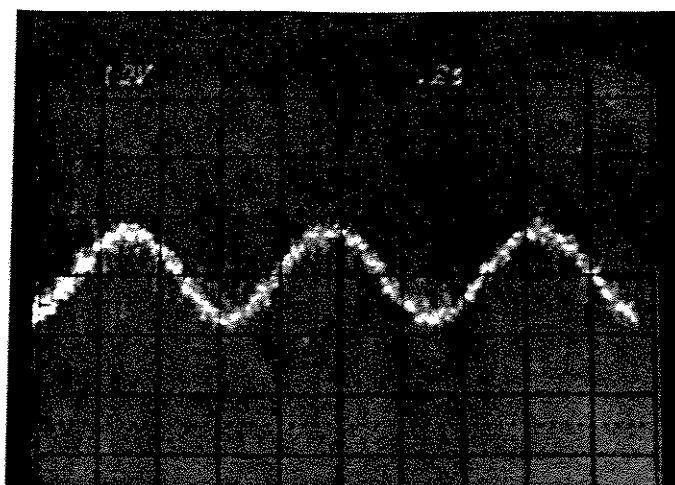


V_1 (ligado)
linhas 2 a 8

FIGURA (6.10) - Corrente e Tensão de Rotor do MIDA
referentes aos valores constantes da Tabela (6.4)



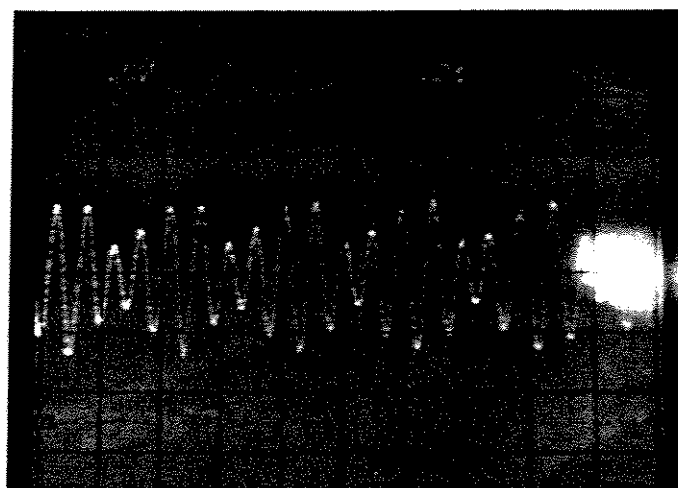
(a) I_1 - linhas 9 a 15



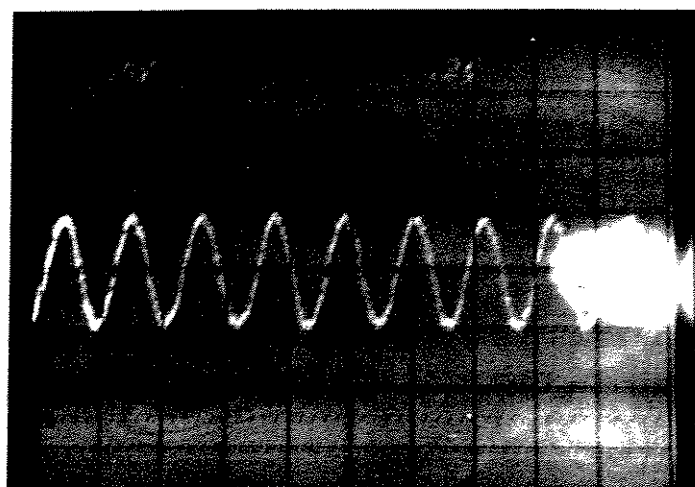
(b) - V_1 ligado-linhas 9 a 15



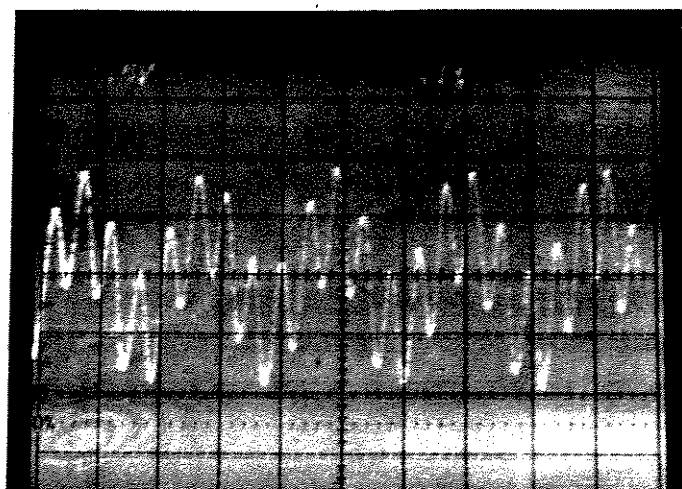
(c) I_1 - linha 16



(d) I_1 - linha 17



(e) I_1 - linha 18



(f) I_1 - linha 22

FIGURA (6.11) - Corrente e Tensão de Rotor referentes aos dados que constam da Tabela (6.4)

6.3.2. Ensaaios com o MIDA, Submetido a Simulação

Do Capítulo 5, §5.3, constam os valores dos parâmetros do sistema que inclui o MIDA, utilizados nas simulações.

Usou-se um motor de indução de rotor bobinado, Y-Y, com 4 anéis. Isto permite acesso elétrico ao neutro do enrolamento do rotor, facilitando na obtenção de todas as resistências, bem como de todas as indutâncias, próprias e mútuas das fases em cada enrolamento, assim como entre fases de enrolamentos distintos. Tais medidas foram realizadas da forma mais direta possível. O motor em questão faz parte de um conjunto SELSYN.

As Figuras (6.12)(a) e (b) mostram a corrente da fase α do estator do MIDA simulada e medida, respectivamente, numa situação em que o sistema não entrou em sincronismo. Neste caso a tensão de linha aplicada ao enrolamento de estator do MIDA foi a nominal (220 V).

A Tabela (6.5) foi construída com valores obtidos em ensaios com este mesmo motor; a tensão fornecida pelo enrolamento terciário do SCHRAGE foi aplicada ao enrolamento de rotor do MIDA, cujo enrolamento de estator estava submetido a tensão reduzida em relação à tensão nominal ($\cong 17\%$) tendo, assim, ocorrido a sincronização.

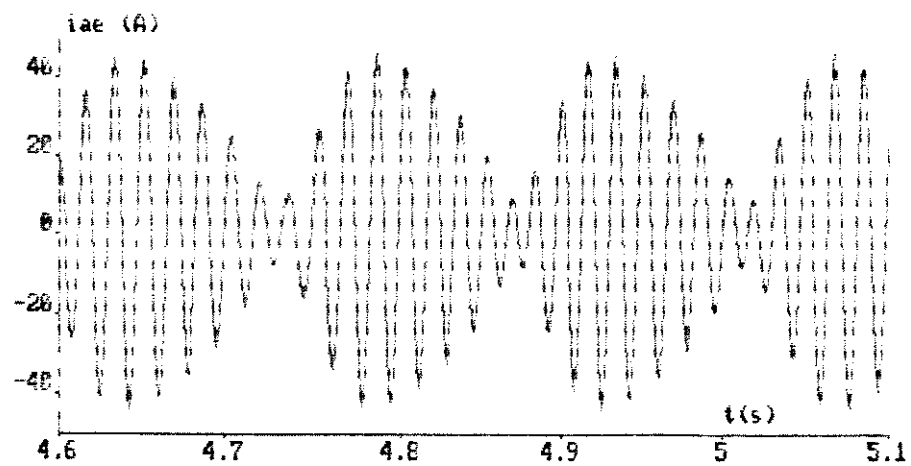
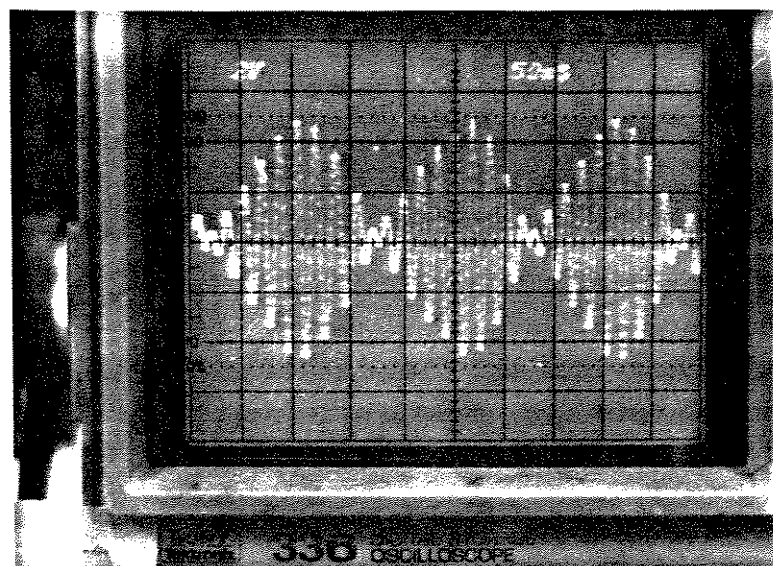


FIGURA (6.12)(a) - Corrente da fase α do Estator do MIDA, simulada fora do sincronismo, $\omega_{rr} = -2,5 \text{ rad el/s}$



escalas
 X $10 \times 2\text{V/div}$
 Y 50ms/div

(corrente $\equiv$ tensão sobre resistor de $0,0167 \Omega$)

FIGURA (6.12)(b) - Corrente da fase α do estator do MIDA medida fora do sincronismo

n_{sch}	ω_{rr}	V_1	V_1	I_1	n_{MIDA}	ω_r	$V_{l.o}$	$I_{a.o}$	F	T_c	V_c	I_c	P_c
rpm	rad el/s	(CV)	(CV)	(CA)	rpm	rad el/s	(CV)	(CA)	kgf	N.m	(V)	(CA)	(W)
1	1195	7,07	4,24	5,08	1793	375,5	183,0	7,91	0,75	2,62	82,5	4,64	382,8
2	1195	5,87	3,54	3,81	1793	375,5	182,5	6,24	0,75	2,62	82,5	4,85	400,1
3	1195	3,68	2,12	2,54	1793	375,5	182,3	4,84	0,78	2,72	82,5	4,93	406,7
4	1195	3,18	1,41	1,70	1793	375,5	181,2	3,82	0,85	2,96	82,5	5,22	430,7
5	1196	1,84	0,99	0,85	1794	375,7	180,4	2,93	0,88	3,07	81,5	5,42	441,7
6	1196	6,36	3,54	3,39	1794	375,7	182,2	7,43	1,20	4,19	92,5	6,54	605,0
7	1196	4,95	2,83	5,40	1794	375,7	182,5	8,53	1,25	4,36	92,8	6,83	633,8
8	1196	4,60	2,47	2,55	1794	375,7	181,6	6,72	1,45	5,06	95,5	7,95	759,2
9	1196	3,54	1,41	1,70	1794	375,7	181,0	5,41	1,50	5,23	95,5	8,15	778,3
10	1196	7,07	4,60	4,03	1794	375,7	181,3	9,82	2,05	7,16	107,5	9,66	1070,7
11	1127	15,56	14,14	6,79	1690	354,0	184,9	3,45	0,15	0,53	/	/	/
12	1128	15,5	14,0	7,64	1692	354,4	183,6	4,35	0,60	2,10	72,5	3,99	289,3
13	1128	15,5	14,0	8,49	1692	354,4	182,8	5,48	1,10	3,84	72,5	7,22	523,5
14	1128	14,8	13,4	9,76	1692	354,4	182,3	6,43	1,70	5,93	71,0	10,80	766,8
15	desconectada a excitação				1725	361,3	180,0	9,20	1,75	6,11	70,0	11,03	772,1
16	1128	14,9	13,4	9,8	1692	354,4	179,7	9,70	3,30	11,52	220,0	8,53	1876,6
17	desconectada a excitação				1614	354,4	176,7	11,97	3,35	11,68	220,0	8,80	1936,0
18	1255	24,75	19,8	9,75	1883	394,3	188,7	6,82	0,15	0,53	/	/	/
19	1255	26,16	20,5	10,18	1883	394,3	186,5	6,60	1,41	4,92	200,0	4,70	940,0
20	1277	28,28	22,6	11,88	1916	401,3	186,3	4,9	1,25	4,36	200,0	4,20	840,0
21	1200	30,0	23,4	1,5	1800	377,0	186,8	8,9	1,28	4,47	197,5	4,10	809,8
22	1025	32,3	25,5	5,52	1538	322,2	185,8	3,8	1,35	4,71	166,0	4,40	730,4
23	951	32,3	25,5	9,34	1427	298,9	184,7	6,02	1,23	4,29	142,0	4,20	596,4
24	917	32,3	25,5	7,64	1376	288,2	185,4	8,17	1,15	4,02	135,0	4,10	553,5
25	917	32,3	25,5	8,06	1376	288,2	184,4	8,01	2,45	8,56	135,0	8,60	1161,0
26	917	34,1	26,9	8,49	1376	288,2	185,2	8,34	5,73	20,01	220,0	12,10	2662,0

braço = 0,357 m

TABELA (6 . 5)

Na Tabela (6.5), são visíveis certas ocorrências, tais como:

1) A velocidade foi mantida constante em 1793rpm, devido à aplicação da frequência 1,5 rad el/s, não obstante a tensão V_1 de rotor decrescesse, como é visto nas linhas 1 a 4 e 5 a 9, com a carga sempre crescente, tendo aumentado drasticamente na linha 10 e a tensão de rotor alterada para seu valor inicial. Na linha 11 a frequência de excitação foi aumentada para 22,93 rad el/s, diminuindo consequentemente a velocidade para 1690 rpm; nas linhas 11 a 14 ω_{rr} foi mantida em 22,62 rad el/s e a velocidade em 1692 rad el/s.

2) Nesta velocidade de rotação, na linha 15 chaveou-se para rotor em curto-circuito, decorrendo daí subida da velocidade para 1725 rpm, que corresponde ao conjugado de carga de 6,11N.m. Na linha 16 retornou-se à condição de excitação via rotor, a velocidade retornou a 1692 rpm, tendo sido aumentado o conjugado para 11,52 N.m, em sincronismo evidentemente. Na linha 17 retirou-se novamente a excitação, curto circuitando o rotor, a velocidade retrocedeu para 1614rpm, correspondendo a 11,68N.m.

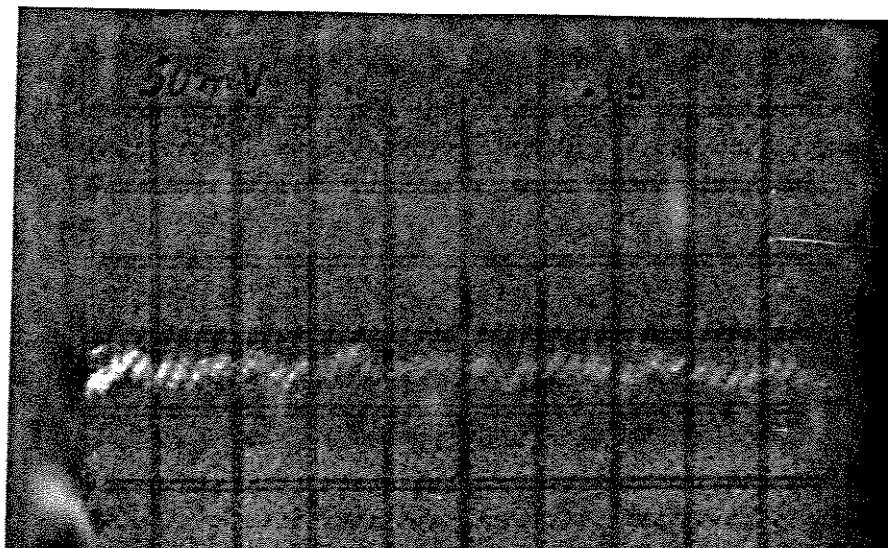
3) Operou-se o sistema MIDA/carga, também, a velocidades supersíncronas, nas linhas 18, 19 e 20, para o que a tensão de excitação teve que ser bem aumentada e a corrente de rotor também elevou-se a valores não recomendáveis para o motor sob ensaio (vide § 5.3).

4) O motor girou à velocidade síncrona 1800rpm, quando excitado com corrente contínua, mas não se explorou esta situação com maior ênfase pois é bem conhecida, trata-se do motor síncrono convencional; a foto da Figura (6.13)(a) mostra a corrente de rotor, tomada em sentido negativo, nestas circunstâncias.

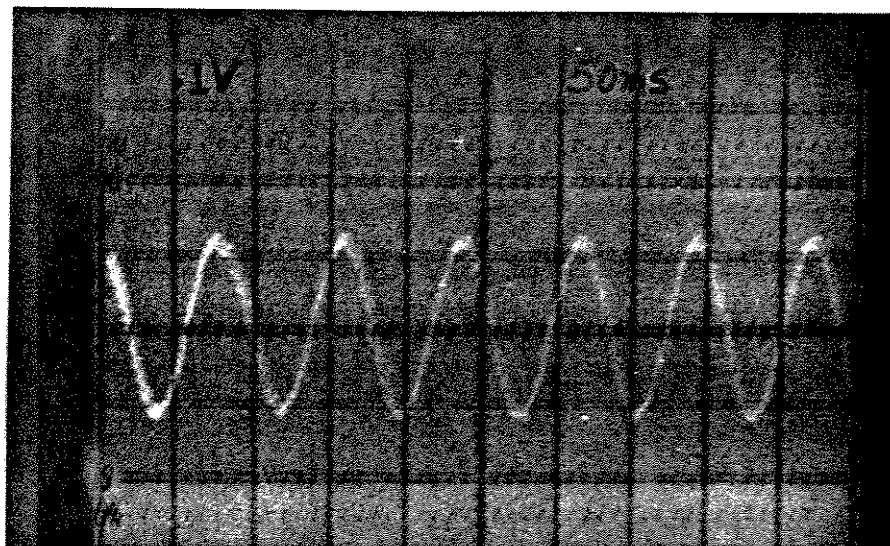
5) Finalmente, operou-se o sistema a velocidades baixas nas linhas 22 a 26, com torques de carga elevados, atingindo-se correntes próximas ao limite tanto no estator como no rotor do MIDA, bem como na armadura do Gerador de Corrente Contínua e na Máquina SCHRAGE, sem que o motor perdesse o sincronismo. As fotos da Figura (6.13)(b) e (c) referem-se à tensão e corrente de rotor na velocidade 1427rpm, devido à frequência de rotor de 78,23 rad el/s na linha 23. Nas linhas 24 a 26 o MIDA operou à 1376 rpm devido à excitação de 88,91 rad el/s; a linha 26 representa o máximo conjugado de carga a que o MIDA foi submetido; verificações além deste valor não foram possíveis, já que os limites das correntes das várias máquinas envolvidas seriam ultrapassados.

As previsões no Capítulo 5 [sub-item 5.5.1.2., Fig. (5.14)(e)], com relação à frequência máxima de rotor, foram razoavelmente confirmadas em termos práticos.

(a)
 I_1 linha 21
 escalas:
 y 50mv/div
 x 0,1s/div



(b)
 I_1 linha 23
 escalas:
 y 0,1V/div
 x 50ms/div



(c)
 V_2 linha 23
 escalas:
 y 20V/div
 x 50ms/div

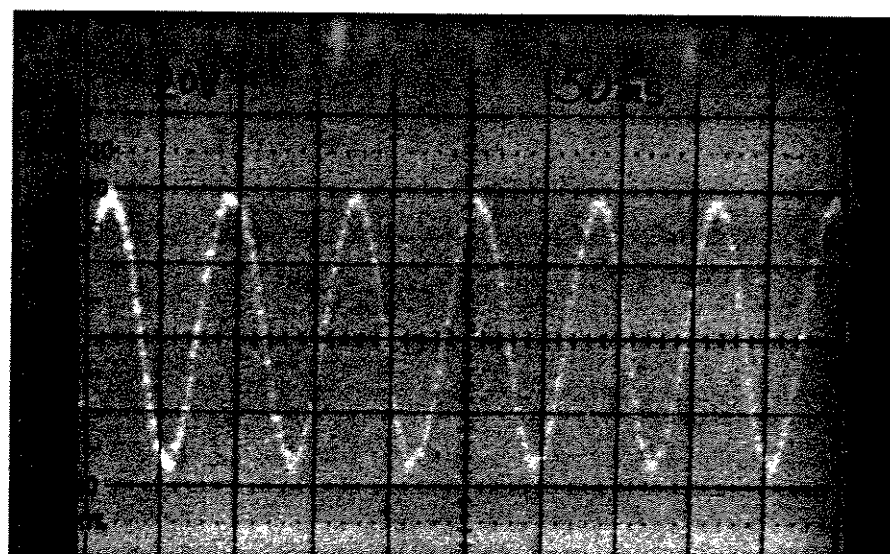


FIGURA (6.13) - Fotos de Corrente e Tensão de Rotor do
 MIDA das linhas 21 e 23 da Tabela (6.5)

CAPÍTULO 7 - CONCLUSÕES

7.1. Generalidades

Tendo em vista a análise baseada em simulações e nos lugares das raízes da equação característica do sistema MIDA/carga, bem como a verificação experimental, já que amplas faixas de operação estável foram observadas, a instabilidade inerente preconizada por [PRESCOTT] para o Motor de Indução de Dupla-Alimentação não é verificada de forma absoluta, mormente pelo fato desse artigo centrar atenções na máquina duplamente alimentada na mesma frequência, com seqüências de fases opostas, resultando operação a dupla velocidade síncrona.

No presente trabalho a dupla velocidade síncrona não recebeu atenção, uma vez que tanto a nível teórico e de simulações como a nível experimental, a faixa de atuação resumiu-se a de 1350 a 2000 rpm, aproximadamente.

7.2. Comparações entre Resultados Teóricos e Práticos

O MIDA apresenta resistência de estator não nula, $R_e = 0,855 \Omega$, o que exige que a verificação de seu funcionamento seja feita usando-se um gráfico análogo àquele da Figura (5.14)(e), que apresenta a região de funcionamento estável do MIDA.

A Figura (7.1) apresenta tal gráfico para as condições da linha 26 da Tabela (6.5), ou seja, $V_e = 107,0 \text{ V}$ e $V_r = 19,7 \text{ V}$

(tensões fase-neutro), o que define as fronteiras aperiódicas, que são as curvas dos torques máximo e mínimo.

As fronteiras oscilatórias são obtidas para $\gamma = \pm\pi/4$ rad el, ou $s = \pm 0,227$, ou ainda $\omega_{rr} = \pm 85,58$ rad el/s. Com exceção dos pontos relativos às linhas 24, 25 e 26 da Tabela (6.5), todos os outros podem ser locados internamente ao caminho fechado que limita a região de estabilidade.

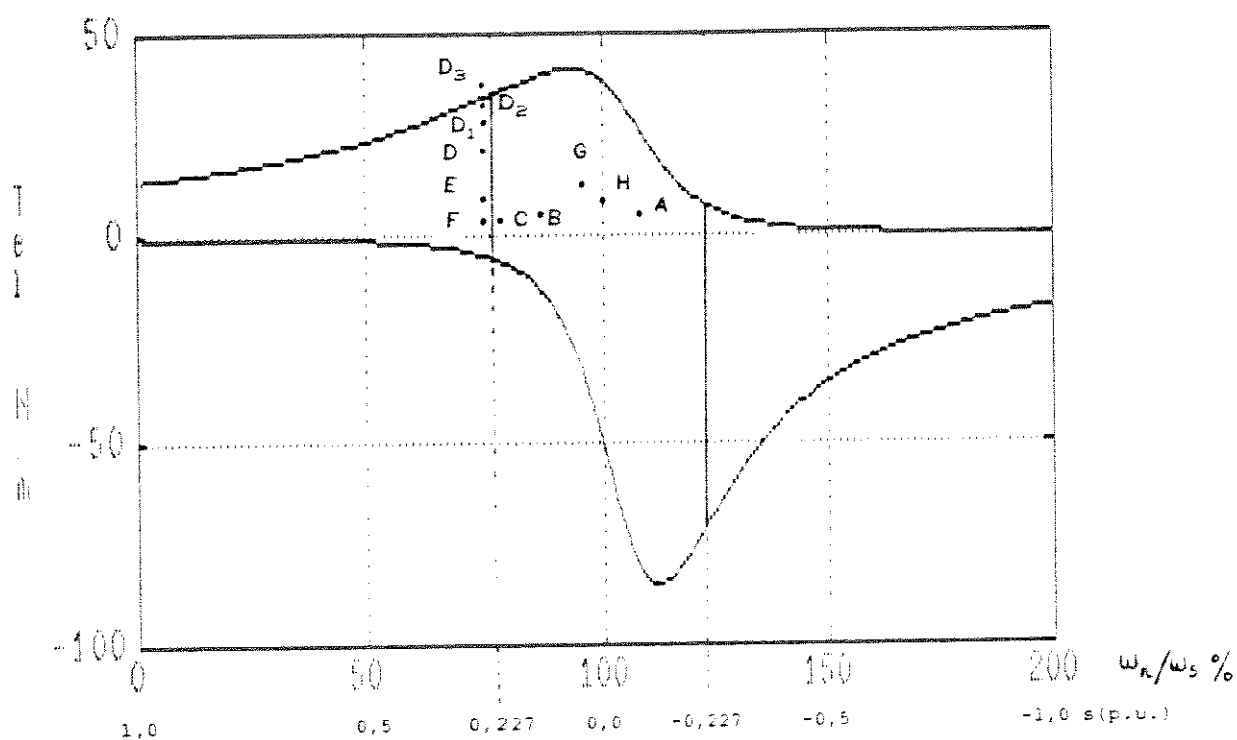


FIGURA (7.1) - Região de Estabilidade p/ MIDA c/ $R_e = 0,855 \Omega$
com $V_e = 107,0$ V e $V_r = 19,7$ V

Constam do gráfico da Figura (7.1) os seguintes pontos práticos:

pontos do gráfico - linhas da Tabela (6.5)

A	20
B	22
C	23
D	26
E	25
F	24
G	16
H	10

Os outros pontos são simulados na frequência do ponto D, $\omega_{rr} = 88,91$ rad el/s, nas seguintes condições de torque de carga:

T_c (N.m)	nó (rad el)	ponto
20	-0,74861	D
30	-1,3104	D_1
34	-1,6667	D_2
38	instável	D_3

Na Figura (7.1) é visível que os pontos obtidos experimentalmente D, E e F - bem como os pontos obtidos por simulação D_1 , D_2 e D_3 - estão localizados ligeiramente à esquerda da fronteira $s=0,227$, numa região teoricamente instável onde, entretanto, o MIDA operou sincronamente. O escorregamento nessa frequência, $s=0,236$, constituiu-se no máximo valor atingido; qualquer tentativa no sentido de aumentá-lo redundou perda de sincronismo.

A pequena incongruência, entre o esperado teoricamente e o resultado experimental, é debitada ao fato do modelo matemático não incluir todas as perdas, as quais em geral são fatores estabilizantes.

7.3. Aplicações Práticas e Decorrências

Com relação às aplicações práticas do MIDA, ressalta-se as seguintes:

- dispositivos que exijam velocidade facilmente variável, dentro de limites relativamente amplos, com dispêndio pequeno de potência, por exemplo: veículos elétricos em que se fornece, a partir de baterias através de um inversor com tensão fixa à saída, alimentação ao estator e, em um nível muito mais baixo de potência, tensão e frequência variáveis ao rotor do MIDA.
- utilização em velocidades constantes, acima e abaixo da velocidade síncrona convencional, com capacidades de carga substancialmente superiores àquela do mesmo motor com rotor em curto-circuito.

As aplicações práticas serão exeqüíveis se alguns aspectos forem levados em conta, a saber:

1) Como gerador da frequência de excitação o mais indicado ainda é um dispositivo inversor como aquele citado em §6.2, desde que devidamente protegido contra surtos de tensão.

2) Correntes elevadas, bem como velocidades supersíncronas, em certas faixas de operação constituem-se em fatores que devem ser

considerados na utilização do MIDA, a partir de um motor de anéis convencional; assim um projeto completo do MIDA é fortemente recomendável, levando-se em conta capacidade de condução de correntes, resistência mecânica e, também, o efeito das harmônicas advindas de excitadores à base de chaveadores eletrônicos.

3) Na partida, de forma análoga à do motor síncrono convencional, é importante que se considere um baixo nível de carga a qual, após atingido o sincronismo, poderá ser acrescida lenta ou a degraus dentro da capacidade do MIDA.

7.4. Sugestões de Novos Trabalhos

Sugere-se a seguir eventuais continuações deste trabalho:

- 1) Acrescentar Perdas no Ferro ao Modelo Matemático;
- 2) Obtenção da Equação Característica para $R_e \neq 0 \Omega$;
- 3) Desenvolvimento do Gerador de ω_{rr} Eletrônico;
- 4) Análise do Motor ou Gerador de Dupla Alimentação em Malha Fechada;
- 5) Dispositivo de Controle do Fator de Potência Utilizando o MIDA.

APÊNDICE 2.1

TRANSFORMAÇÕES. ÂNGULO DE CARGA

I - Tensões aplicadas aos enrolamentos da máquina

a) Estator:

Levando-se à Eq. (2.18)(a) as informações contidas nas Eqs. (2.17) e (2.31)(a), (b) e (c), têm-se:

$$v_{oe} = 0 \quad (a)$$

$$\begin{aligned} v_{de} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{2} V_e \left[\cos\left(\frac{P}{2} \psi\right) \cos(\omega_s t + \alpha_e) + \right. \\ &\quad + \cos\left(\frac{P}{2} \psi - \frac{2\pi}{3}\right) \cos(\omega_s t + \alpha_e - \frac{2\pi}{3}) + \\ &\quad \left. + \cos\left(\frac{P}{2} \psi + \frac{2\pi}{3}\right) \cos(\omega_s t + \alpha_e + \frac{2\pi}{3}) \right] = \\ &= \frac{2}{\sqrt{3}} V_e \left\{ \frac{1}{2} \cos\left(\frac{P}{2} \psi + \omega_s t + \alpha_e\right) + \frac{1}{2} \cos\left[\frac{P}{2} \psi - (\omega_s t + \alpha_e)\right] + \right. \\ &\quad + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{P}{2} \psi + \omega_s t + \alpha_e + \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{2} \cos\left[\frac{P}{2} \psi - (\omega_s t + \alpha_e)\right] + \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{P}{2} \psi + \omega_s t + \alpha_e - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{2} \cos\left[\frac{P}{2} \psi - (\omega_s t + \alpha_e)\right] \right\} \\ &= \sqrt{3} V_e \cos\left[\frac{P}{2} \psi - (\omega_s t + \alpha_e)\right] \quad (b) \end{aligned}$$

e, analogamente,

$$v_{qe} = -\sqrt{3} V_e \sin\left[\frac{P}{2} \psi - (\omega_s t + \alpha_e)\right] \quad (c) \quad \text{Eq. Ap(2.1.1)}$$

Localizando-se o referencial no campo girante, o que acarreta a Eq. (2.30)(a) com $C_1=0$, têm-se as Eqs. (2.33)(a) e (b).

b) Rotor:

De forma análoga ao que foi efetuado no parágrafo anterior, agora usando-se as Eqs. (2.19), e (2.32)(a), (b) e (c), chega-se a:

$$v_{or} = 0$$

(a)

$$\begin{aligned} v_{dr} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{2} V_r \left\{ \cos \left[\frac{P}{2} (\psi - \theta) \right] \cos(\omega_{rr} t + \alpha_r) + \right. \\ &\quad + \cos \left[\frac{P}{2} (\psi - \theta) - \frac{2\pi}{3} \right] \cos(\omega_{rr} t + \alpha_r - \frac{2\pi}{3}) + \\ &\quad \left. + \cos \left[\frac{P}{2} (\psi - \theta) + \frac{2\pi}{3} \right] \cos(\omega_{rr} t + \alpha_r + \frac{2\pi}{3}) \right\} = \\ &= \frac{2}{\sqrt{3}} V_r \left\{ \frac{1}{2} \cos \left[\frac{P}{2} (\psi - \theta) + \omega_{rr} t + \alpha_r \right] + \frac{1}{2} \cos \left[\frac{P}{2} (\psi - \theta) - (\omega_{rr} t + \alpha_r) \right] \right. \\ &\quad + \frac{1}{2} \cos \left[\frac{P}{2} (\psi - \theta) + \omega_{rr} t + \alpha_r + \frac{2\pi}{3} \right] + \frac{1}{2} \cos \left[\frac{P}{2} (\psi - \theta) - (\omega_{rr} t + \alpha_r) \right] \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \cos \left[\frac{P}{2} (\psi - \theta) + \omega_{rr} t + \alpha_r - \frac{2\pi}{3} \right] + \frac{1}{2} \cos \left[\frac{P}{2} (\psi - \theta) - (\omega_{rr} t + \alpha_r) \right] \right\} \\ &= \sqrt{3} V_r \cos \left[\frac{P}{2} (\psi - \theta) - (\omega_{rr} t + \alpha_r) \right] \quad (b) \end{aligned}$$

e, analogamente,

$$v_{qr} = -\sqrt{3} V_r \sin \left[\frac{P}{2} (\psi - \theta) - (\omega_{rr} t + \alpha_r) \right] \quad (c) \quad \text{Eq. Ap(2.1.2)}$$

Localizando-se, como no parágrafo anterior, a estrutura de referência no campo girante, considerando-se a Eq. (2.30)(a) e (b) com C_1 nula, chega-se às Eqs. (2.33)(c) e (d).

II - Correntes Trifásicas de Saída

Obtidas as variáveis de estado i_{de} , i_{qe} , i_{dr} e i_{qr} , através de simulação, o procedimento a seguir permitirá chegar-se às correntes trifásicas de estator e de rotor.

a) Estator:

Considerando-se a Eq. (2.18)(b) e a Eq. (2.17) já transposta e ambas corrigidas para $p/2$ pares de polos, têm-se:

$$i_{ae} = \sqrt{2/3} \left[(1/\sqrt{2}) i_{oe} + \cos\left(\frac{p}{2} \psi\right) i_{de} - \sin\left(\frac{p}{2} \psi\right) i_{qe} \right] \quad (a)$$

$$i_{be} = \sqrt{2/3} \left[(1/\sqrt{2}) i_{oe} + \cos\left(\frac{p}{2} \psi - 2\pi/3\right) i_{de} - \sin\left(\frac{p}{2} \psi - 2\pi/3\right) i_{qe} \right] \quad (b)$$

$$i_{ce} = \sqrt{2/3} \left[(1/\sqrt{2}) i_{oe} + \cos\left(\frac{p}{2} \psi + 2\pi/3\right) i_{de} - \sin\left(\frac{p}{2} \psi + 2\pi/3\right) i_{qe} \right] \quad (c)$$

Eq. Ap(2.1.3)

b) Rotor:

Neste caso considera-se as Eqs. (2.20)(b) e a (2.19) já transposta, obtendo-se:

$$i_{ar} = \sqrt{2/3} \left[(1/\sqrt{2}) i_{or} + \cos\left[\frac{p}{2}(\psi - \theta)\right] i_{dr} - \sin\left[\frac{p}{2}(\psi - \theta)\right] i_{qr} \right] \quad (a)$$

$$i_{br} = \sqrt{2/3} \left[(1/\sqrt{2}) i_{or} + \cos\left[\frac{p}{2}(\psi - \theta) - 2\pi/3\right] i_{dr} - \sin\left[\frac{p}{2}(\psi - \theta) - 2\pi/3\right] i_{qr} \right] \quad (b)$$

$$i_{cr} = \sqrt{2/3} \left[(1/\sqrt{2}) i_{or} + \cos\left[\frac{p}{2}(\psi - \theta) + 2\pi/3\right] i_{dr} - \sin\left[\frac{p}{2}(\psi - \theta) + 2\pi/3\right] i_{qr} \right] \quad (c)$$

Eq. Ap(2.1.4)

b.1) Operação em Malha Fechada:

Na Operação em Malha Fechada considera-se a Eq.

(2.30)(a) o que acarreta:

$$i_{ar} = \sqrt{2/3} \left[(1/\sqrt{2}) i_{or} + \cos(\omega_s t - \frac{P}{2} \theta) i_{dr} - \sin(\omega_s t - \frac{P}{2} \theta) i_{qr} \right] \quad (a)$$

$$i_{br} = \sqrt{2/3} \left[(1/\sqrt{2}) i_{or} + \cos[\omega_s t - \frac{P}{2} \theta - 2\pi/3] i_{dr} - \sin[\omega_s t - \frac{P}{2} \theta - 2\pi/3] i_{qr} \right] \quad (b)$$

$$i_{cr} = \sqrt{2/3} \left[(1/\sqrt{2}) i_{or} + \cos[\omega_s t - \frac{P}{2} \theta + 2\pi/3] i_{dr} - \sin[\omega_s t - \frac{P}{2} \theta + 2\pi/3] i_{qr} \right] \quad (c)$$

Eq. Ap(2.1.4)'

b.2) Operação em Malha Aberta:

Nesse caso a parcela $(p/2)(\psi - \theta)$ é substituída pelo deslocamento angular na frequência das tensões de rotor, " $\omega_{rr} t$ ", resultando em:

$$i_{ar} = \sqrt{2/3} \left[(1/\sqrt{2}) i_{or} + \cos(\omega_{rr} t) i_{dr} - \sin(\omega_{rr} t) i_{qr} \right] \quad (a)$$

$$i_{br} = \sqrt{2/3} \left[(1/\sqrt{2}) i_{or} + \cos(\omega_{rr} t - 2\pi/3) i_{dr} - \sin(\omega_{rr} t - 2\pi/3) i_{qr} \right] \quad (b)$$

$$i_{cr} = \sqrt{2/3} \left[(1/\sqrt{2}) i_{or} + \cos(\omega_{rr} t + 2\pi/3) i_{dr} - \sin(\omega_{rr} t + 2\pi/3) i_{qr} \right] \quad (c)$$

Eq. Ap(2.1.4)''

III - Ângulo de Carga (δ)

Uma grandeza que é envolta de grande importância quando se trata do motor síncrono convencional é o ângulo de carga (δ) e seu conceito pode ser estendido ao Motor de Indução de Dupla Alimentação em Operação Síncrona.

Para tanto, define-se os seguintes deslocamentos angulares:

no estator $\psi = \frac{1}{n} \int \omega_s dt = \frac{1}{n} \cdot \omega_s \cdot t$ Eq. Ap(2.1.5)
($\omega_s = \text{constante}$)

no rotor $\phi = \frac{1}{n} \int \omega_{rr} dt = \frac{1}{n} \cdot \omega_{rr} \cdot t$ Eq. Ap(2.1.6)
($\omega_{rr} = \text{constante}$)

mecânicos $\theta = \frac{1}{n} \int \omega_r dt = \frac{1}{n} \cdot \omega_r \cdot t + \delta$ Eq. Ap(2.1.7)
 $\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{em regime permanente}}$

A condição de sincronismo é dada por:

- em termos de velocidades angulares,

$$\omega_r + \omega_{rr} = \omega_s \quad (a)$$

- em termos de deslocamentos angulares,

$$n\theta + n\phi - n\psi = \delta \quad (b) \quad \text{Eq. Ap(2.1.8)}$$

A Figura Ap(2.1.1) mostra o ângulo de carga δ como a defasagem do fasor da tensão da fase a do rotor em relação ao fasor da tensão da fase a do estator, resultando:

$$n\delta = n\theta_0 + \alpha_r - \alpha_e \quad \text{Eq. Ap(2.1.9)}$$

onde têm-se:

θ_0 = posição angular mecânica inicial do rotor em relação ao estator;

α_r = fase inicial das tensões aplicadas ao rotor;

α_e = fase inicial das tensões aplicadas ao estator.

Finalmente, considerando-se $\alpha_e = n\theta_0 = 0,0$ radianos elétricos, vem:

$$n\delta = \alpha_r \quad \text{Eq. Ap(2.1.10)}$$

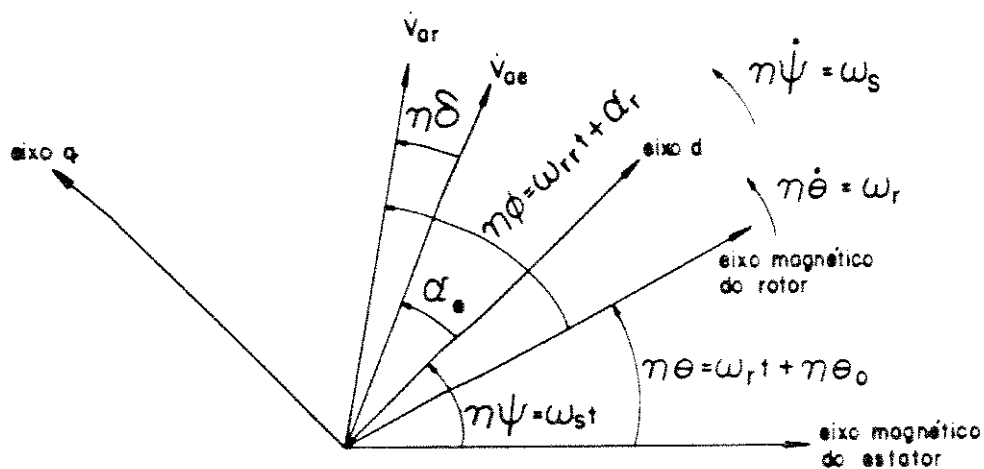


FIGURA Ap(2.1.1) - Esboço das posições angulares envolvidas na análise do MIDA; eixos dq na referência síncrona

APÊNDICE 2.2

Verificação de Teorema de Equação de Estados:

Considerando-se a representação de um sistema linear em Equação de Estados, tem-se a Eq. Ap(2.2.1):

$$\frac{d}{dt} [i] = [H][i] + [B][v] \quad \text{Eq. Ap(2.2.1)}$$

(Observação: a Eq. Ap(2.2.1) é equivalente à Eq. (2.36))

cuja solução, segundo [COPPEL], [DESOER] e [CHEN], é dada pela Eq. Ap(2.2.2):

$$[i] = [\Phi(t)] [i(t_0)] + \int_{t_0}^t [\Phi(t-\bar{t})] [B] [v(\bar{t})] d\bar{t} \quad \text{Eq. Ap(2.2.2)}$$

onde,

$$[\Phi(t)] = \mathcal{L}^{-1} \left\{ [sI - [H]]^{-1} \right\} \quad \text{Eq. Ap(2.2.3)}$$

na qual têm-se:

$[\Phi(t)]$ = Matriz de Transição de Estados;

$\mathcal{L}^{-1}$ = Operador Transformada Inversa de Laplace;

$s = \sigma + j\omega$ (variável de Laplace, $s \in \mathbb{C}$);

$[I]$ = Matriz Unitária de mesma ordem que $[H]$.

No entanto, ainda considerando-se os autores acima citados, nas situações em que termos da matriz $[H]$ sejam variáveis no tempo é importante levar-se em conta o seguinte Teorema a fim

de se obter $[\Phi(t)]$:

"Se a matriz $[H(t)]$ e sua integral temporal $\int_{t_0}^t [H(\bar{t})] d\bar{t}$ apresentarem produto matricial comutável, então ter-se-á:

$$[\Phi(t, t_0)] = \exp \left\{ \int_{t_0}^t [H(\bar{t})] d\bar{t} \right\} \quad \text{Eq. Ap(2.2.3)}$$

Neste Apêndice é feita a verificação da comutabilidade para alguns termos da matriz $[H(t)]$ na Eq. (2.36), o que pode ser suficiente para a não aplicação do Teorema em tela à esta equação.

Considere-se:

$$[H] = [h_{ij}] \quad \text{Eq. Ap(2.2.4)}$$

e

$$\int_{t_0}^t [H] d\bar{t} = [h'_{ij}] \quad \text{Eq. Ap(2.2.5)}$$

com i e j variando de 1 a 4; considere-se, também,

$$[P] = [H] \cdot \int_{t_0}^t [H] d\bar{t} \quad \text{Eq. Ap(2.2.6)}$$

e

$$[P'] = \int_{t_0}^t [H] d\bar{t} \cdot [H] \quad \text{Eq. Ap(2.2.7)}$$

onde,

$$[P] = [p_{ij}] \quad \text{Eq. Ap(2.2.8)}$$

e

$$[P'] = [p'_{ij}] \quad \text{Eq. Ap(2.2.9)}$$

com i e j variando de 1 a 4.

Bastará desenvolver-se os termos p_{ij} e p'_{ij} , correspondentes, efetuando-se a diferença entre os mesmos. Assim, têm-se:

$$p_{11} = \frac{1}{\Sigma^2} \left\{ (R_e L'_r)^2 (t-t_0) + [\omega_s L'_e L'_r - (\frac{3}{2} M_{er})^2 (\omega_s - \omega_r)] \right. \\ \left. [-\omega_s L'_e L'_r (t-t_0) + (\frac{3}{2} M_{er})^2 \int_{t_0}^t (\omega_s - \omega_r) d\bar{t}] + (\frac{3}{2} M_{er})^2 R_e R_r (t-t_0) + \right. \\ \left. (\frac{3}{2} M_{er})^2 L'_e L'_r \omega_r \int_{t_0}^t \omega_r d\bar{t} \right\} \quad \text{Eq. Ap(2.2.10)(a)}$$

$$p'_{11} = \frac{1}{\Sigma^2} \left\{ (R_e L'_r)^2 (t-t_0) + [\omega_s L'_e L'_r (t-t_0) - (\frac{3}{2} M_{er})^2 \int_{t_0}^t (\omega_s - \omega_r) d\bar{t}] \right. \\ \left. [-L'_e L'_r \omega_s + (\frac{3}{2} M_{er})^2 (\omega_s - \omega_r)] + (\frac{3}{2} M_{er})^2 R_e R_r (t-t_0) + \right. \\ \left. (\frac{3}{2} M_{er})^2 L'_e L'_r \omega_r \int_{t_0}^t \omega_r d\bar{t} \right\} \quad \text{Eq. Ap(2.2.10)(b)}$$

Desenvolvendo-se os termos aparentemente não comuns das Eqs. Ap(2.2.10)(a) e (b), chega-se a:

$$p_{11} - p'_{11} = 0 \quad \text{Eq. Ap(2.2.10)(c)}$$

$$p_{12} = \frac{1}{\Sigma^2} \left\{ (-R_e L'_r) [\omega_s L'_e L'_r (t-t_0) - (\frac{3}{2} M_{er})^2 \int_{t_0}^t (\omega_s - \omega_r) d\bar{t}] + \right. \\ \left. + (-R_e L'_r) (t-t_0) [\omega_s L'_e L'_r - (\frac{3}{2} M_{er})^2 (\omega_s - \omega_r)] - \right.$$

$$- \left(\frac{3}{2} M_{er} \right)^2 R_r L'_e \int_{t_0}^t \omega_r d\bar{t} + \left(\frac{3}{2} M_{er} \right)^2 L'_r R_e \omega_r (t-t_0) \Big\} \quad \text{Eq. Ap(2.2.11)(a)}$$

$$\begin{aligned} p'_{12} = & \frac{1}{\Sigma^2} \left\{ [-R_e L'_r (t-t_0)] [\omega_s L'_e L'_r - \left(\frac{3}{2} M_{er} \right)^2 (\omega_s - \omega_r)] + \right. \\ & + [\omega_s L'_e L'_r (t-t_0) - \left(\frac{3}{2} M_{er} \right)^2 \int_{t_0}^t (\omega_s - \omega_r) d\bar{t}] [-R_e L'_r] + \\ & + \left[-\frac{3}{2} M_{er} R_r (t-t_0) \right] \left[-\frac{3}{2} M_{er} L'_e \omega_r \right] + \\ & \left. + \left(\frac{3}{2} M_{er} L'_r \int_{t_0}^t \omega_r d\bar{t} \right) \cdot \left(\frac{3}{2} M_{er} R_e \right) \right\} \quad \text{Eq. Ap(2.2.11)(b)} \end{aligned}$$

realizando agora a diferença entre p_{12} e p'_{12} chega-se à Eq. Ap(2.2.11)(c) :

$$p_{12} - p'_{12} = \frac{1}{\Sigma^2} \left(\frac{3}{2} M_{er} \right)^2 (R_r L'_e - R_e L'_r) \left[\omega_r (t-t_0) - \int_{t_0}^t \omega_r d\bar{t} \right] \quad \text{Eq. Ap(2.2.11)(c)}$$

A Eq. Ap(2.2.11)(c) será nula se o termo entre colchetes no seu 2º membro for nulo, o que só ocorrerá se ω_r for constante.

Ao se desenvolver as diversas outras diferenças entre p_{ij} e p'_{ij} , serão encontradas várias diferenças nulas e algumas outras não nulas, nas quais a expressão dentro dos colchetes da Eq. Ap(2.2.11)(c) também aparecerá, implicando a mesma conclusão já citada.

Assim, o Teorema sob verificação não é aplicável ao sistema que está sendo analisado.

APÊNDICE 4.1

POTÊNCIA REATIVA NO MOTOR DE INDUÇÃO DE DUPLA ALIMENTAÇÃO

A energia magnética armazenada nos campos da máquina, W_c , envolve trocas com o estator e com o rotor:

$$W_c = W_{ce} + W_{cr} \quad (a)$$

onde

$$W_{ce} = \frac{1}{2} \left(i_{ae} \cdot \lambda_a + i_{be} \cdot \lambda_b + i_{ce} \cdot \lambda_c \right) \quad (b)$$

$$W_{cr} = \frac{1}{2} \left(i_{ar} \cdot \lambda_a + i_{br} \cdot \lambda_b + i_{cr} \cdot \lambda_c \right) \quad (c) \quad \text{Eq. Ap(4.1.1)}$$

As potências reativas recebidas do estator e do rotor são dadas, do modo como pode ser visto em [scott], como segue:

$$Q_e = 2 \cdot \omega_s \cdot W_{ce} \quad (a)$$

$$Q_r = 2 \cdot \omega_{rr} \cdot W_{cr} = 2 \cdot s \cdot \omega_s \cdot W_{cr} \quad (b)$$

Eq. Ap(4.1.2)

Combinando-se as Eqs. Ap(4.1.1)(a) e (4.1.2)(a) e (b), vem:

$$Q_e + \frac{Q_r}{s} = 2 \cdot \omega_s \cdot W_c \quad \text{Eq. Ap(4.1.3)}$$

A máquina pode ser magnetizada pelo estator (Q_e) ou pelo rotor (Q_r).

A potência reativa total, Q_T , é responsável pelo suprimento dos fluxos de dispersão e de magnetização, está representada na Eq. Ap(4.1.3), que pode ser reescrita como segue:

$$Q_T = Q_e + Q_r/s \quad \text{Eq. Ap(4.1.3)'}$$

que, rearranjada, fica:

$$s.Q_T = s.Q_e + Q_r \quad \text{Eq. Ap(4.1.3)''}$$

Assim, no caso do motor síncrono convencional, para o qual $s=0$, a potência reativa de rotor é nula, o que vem ao encontro do fato da excitação via enrolamento de rotor ser em corrente contínua, e a potência reativa de estator, então, fica indeterminada.

APÊNDICE 5.1

S I M N O NTM

No presente trabalho foi utilizado o "software" SIMNONTM, como pode ser visto em [ELMOVIST], desenvolvido por SSPA Systems, da Suécia.

Esse "software" permite a simulação de uma gama muito grande de sistemas dinâmicos, lineares e não-lineares, apresentando em particular algoritmos de integração de RUNGE-KUTA desenvolvidos por FEHLBERG, de ordem elevada (RKF23 e RKF45) com controle automático da largura do passo de integração. O algoritmo desenvolvido por DORMAND & PRINCE (DOPRI45r) apresenta uma ação proporcional-integrativa no controle da largura do passo de integração. Apresentam uma ampla faixa de tolerâncias de erro nas integrações.

O S I M N O NTM permite também, com um grau não muito elevado de dificuldades, a resolução de sistemas de Equações Diferenciais na forma de EQUAÇÕES DE ESTADO, apresentando resultados numéricos e gráficos.

A listagem a seguir mostra o principal programa em SIMNON utilizado neste trabalho, que é o INDMAQ9.T que trata da Simulação do Sistema Motor/Carga em Malha-Aberta.

Os valores numéricos, bem como os comandos de operação, são fornecidos através do macro AUXDEL.T, também listado a seguir.

INDMAQ9

```

continuous system indmaq9"Simulacao em Malha Aberta
"excita o enrolamento trif. do rotor na frequencia wr
time t
state ide iqe idr iqr teta wr
der dide diqe didr diqr dteta dwr
Tel=k*mer*(p/2.)*(iqe*idr-ide*iqr)
fi=2.*pi/3.
sigma=le*lr-((k*mer)^2.)
vae=R2*Ve*cos(ws*t+alfae)
vbe=R2*Ve*cos(ws*t+alfae-fi)
vce=R2*Ve*cos(ws*t+alfae+fi)
vae1=vae/10.
vbe1=vbe/10.
vce1=vce/10.
vde=R3*Ve*cos(alfae)
vqe=R3*Ve*sin(alfae)
Vr=if t<t1 then 0.0 else Vr0
A=if t<t2 then 0.0 else A0
B=if t<t2 then 0.0 else if t<t3 then B0 else B1
var=R2*Vr*cos(wrr*t+alfar)
vbr=R2*Vr*cos(wrr*t+alfar-fi)
vcr=R2*Vr*cos(wrr*t+alfar+fi)
vdr=R3*Vr*cos((ws*t-(p/2.)*teta)-(wrr*t+alfar))
vqr=R3*Vr*sin((ws*t-(p/2.)*teta)-(wrr*t+alfar))
dwr=(1./J)*(p/2.)*(Tel-Tc)-(D/J)*wr
Tu=Tel-(2.*D/p)*wr
dteta=(2./p)*wr
a11=-re*lr
a12=le*lr*ws-((k*mer)^2.)*(ws-wr)
a13=k*mer*rr
a14=k*mer*lr*wr
b11=lr
b13=-k*mer
dide=(1./sigma)*(a11*ide+a12*iqe+a13*idr+a14*iqr+b11*vde+b13*vdr)
a21=-a12
a22=a11
a23=-a14
a24=a13
b22=b11
b24=b13
diqe=(1./sigma)*(a21*ide+a22*iqe+a23*idr+a24*iqr+b22*vqe+b24*vqr)
a31=k*mer*re
a32=-k*mer*le*wr
a33=-rr*le
a34=le*lr*(ws-wr)-((k*mer)^2.)*ws
b31=b13
b33=le
didr=(1./sigma)*(a31*ide+a32*iqe+a33*idr+a34*iqr+b31*vde+b33*vdr)

```

```

a41=-a32
a42=a31
a43=-a34
a44=a33
b42=b31
b44=b33
diqr=(1./sigma)*(a41*ide+a42*iqe+a43*idr+a44*iqr+b42*vqe+b44*vqr)
iae=(R2/R3)*(ide*cos(ws*t)-iqe*sin(ws*t))
ibe=(R2/R3)*(ide*cos(ws*t-fi)-iqe*sin(ws*t-fi))
ice=(R2/R3)*(ide*cos(ws*t+fi)-iqe*sin(ws*t+fi))
nu=ws*t-(p/2.)*teta
iar=(R2/R3)*(idr*cos(nu)-iqr*sin(nu))
ibr=(R2/R3)*(idr*cos(nu-fi)-iqr*sin(nu-fi))
icr=(R2/R3)*(idr*cos(nu+fi)-iqr*sin(nu+fi))
Tc=A*wr+B
AO=0.0
BO=0.0
B1=0.0
wrr=0.0      "rad el/s frequencia das tensoes de rotor
ws=377.0      "rad el/s frequencia das tensoes de estator
D=if eps>1. then Dm+Dc else Dm
Dm:0.007      "Nms/rad coef. de atrito viscoso da maquina
Dc:0.014      "Nms/rad coef. de atrito viscoso da carga
J=if eps>1. then Jm+Jc else Jm
Jm:0.0347     "kg.m^2. momento de inercia da maquina
Jc:0.0708     "kg.m^2. momento de inercia da carga
mer:0.0923    "Henry ind. mutua estator/rotor (valor maximo)
re:0.855      "Ohm resistencia de estator
rr:0.686      "Ohm resistencia de rotor
le:0.1418     "Henry ind. de estator (Le-Me)
lr:0.1454     "Henry ind. de rotor (Lr-Mr)
alfae:0.0     "Rad el fase inicial das tensoes de estator
alfar:0.0     "Rad el fase inicial das tensoes de rotor
p:4           "numero polos
Ve:127.0      "Volt tensao de estator (rms)
Vr0:0.0       "Volt tensao de rotor (rms)
t1:0.0        "s tempo morto da tensao de rotor
t2:0.0        "s tempo morto da tensao de estator
t3:0.0        "s mudanca de torque
eps:10.
pi:3.1415927
R2:1.4142136
R3:1.7320508
k:1.5
end

```

AUXDEL.T

```

macro auxdel h1 h2 h3 h4 h5 h6 h7 h8
syst indmaq9
axes h 2 5 v 250 450
plot wr
store wr
par re:0.855 (ou 0.0)
par t1:h6
par t2:h6
par t3:h7
par B0:h3
par B1:h4
par Vr0:h1
par Ve:h5
par wrr:h2

init wr:xxxxxxx
init ide:xxxxxxx
init iqe:xxxxxxx
init idr:xxxxxxx
init iqr:xxxxxxx
error 1.e-6
let j1=0
simu 0 .1
label sim
let j1=j1+1
if j1 ge h8 goto pr1
simu-cont
goto sim
label pr1
print store
end

```

APÊNDICE 5.2

MATLABTM

Para a realização dos cálculos de coeficientes das Equações Características e de suas raízes, bem como a obtenção dos Lugares das Raízes, a partir da teoria desenvolvida no Capítulo 4, gerando resultados para a segunda parte do Capítulo 5, utilizou-se o pacote de programas computacionais MATLABTM, como pode ser visto em [MOLER].

Para o uso conveniente do MATLABTM montou-se o arquivo aux2.m que rege o cálculo dos coeficientes e das raízes da Equação Característica, Eq. (4.35).

AUX2.M

```
format short e
ws=377.0;
wr0=xxxxxxxx;
nd0=xxxxxxxx;
re=0.0;
rr=0.686;
lee=0.1418;
lrr=0.1454;
n=2;
M=0.13845;
Ve=127.;
Vr=xxx;
s=(ws-wr0)/ws;
J=0.105;
```

```

lr1=1rr-(M^2)/lee;
alfa=atan(s*ws*lr1/rr);
Z=rr^2+(s*ws*lr1)^2;
a=J*ws*lee*lr1^2/(n*M*Ve);
b=2*J*ws*lee*lr1*rr/(n*M*Ve);
c1=a*Z^2;
c2=(n*Vr/Z)*sin(alfa-nd0);
c3=(n*M*Ve*lr1/(ws*lee))*cos(alfa)^2;
c=c1+c2+c3;
d1=(n*M*Ve*rr/(ws*lee))*cos(2*alfa);
d2=(2*n*Vr/Z)*rr*lr1*sin(alfa-nd0);
d=d1+d2;
e=n*Vr*Z*sin(alfa-nd0);
a1=1.0;
a2=b/a;
a3=c/a;
a4=d/a;
a5=e/a;
p1=[a1; a2; a3; a4; a5;]
r1=roots(p1)

```

Para a obtenção das curvas de Conjugado x Rotação usou-se o arquivo torqrot1.m para $R_e=0,0 \text{ } \Omega$:

TORQROT1.M

```

format short e
p=4;
ws=377;
xm=52.196;
xe=53.459;
xr=54.816;
lr=0.01022;
rr=0.686;
re=alt;

```

```

Ve=127;
Vr=25.;
for i=1:200,
j=i-1;
wr1=j/100;
s=1-wr1;
D1=(re*rr-s*(xe*xr-xm*xm))*(re*rr-s*(xe*xr-xm*xm));
D2=(rr*xe+s*xr*re)*(rr*xe+s*xr*re);
D=D1+D2;
K=3*(p/2)*(xm*xm)/(ws*D);
A1=s*rr*Ve*Ve;
A2=re*Vr*Vr;
k1=Ve*Vr/xm;
alfa=atan(s*ws*lr/rr);
alfar=alfa+ind*3.14159;
B1=(re*rr+s*(xe*xr-xm*xm))*sin(alfar);
B2=(rr*xe-s*xr*re)*cos(alfar);
A3=k1*(B1+B2);
Tel(i)=K*(A1-A2-A3);
end
plot(Tel)

```

As curvas de Conjugado x Rotação para $R_e=0,855 \Omega$, foram obtidas a partir do arquivo rottorq1.m, a seguir:

rottorq1.m

```

format short e
ws=377.;
Ve=107.3;
Vr=18.65;
p=4;
re=0.855;
rr=0.686;
lee=0.1418;
lrr=0.1454;

```

```

m=0.13845;
xe=ws*lee;
xr=ws*lrr;
xm=ws*m;
for i=1:201,
j=i-1;
s=1-j/100;
D=(re*rr-s*(xe*xr-xm*xm))^2+(rr*xe+s*xr*re)^2;
D1=(re*rr+s*(xe*xr-xm*xm))^2+(rr*xr-s*xr*re)^2;
K=3*xm*xm*(p/2)/(ws*D);
T1=K*s*rr*Ve*Ve;
T2=-K*re*Vr*Vr;
T3=sinal*K*(sqrt(D1)*Ve*Vr/xm);
Tel(i)=T1+T2+T3;
end
axis([0 200 -100 50])
plot(Tel),ylabel('Tel N.m')

```

As curvas ligadas ao Fator de Potência e Potências Reativas foram obtidas usando-se o arquivo cosfi1.m,

cosfi5.m

```

format short e
Pi=3.141593;
ws=377;
p=4;
Ve=127;
Vr=Vr1;
re=re1;
rr=0.686;
lee=0.1418;
lrr=0.1454;
m=0.13845;
xe=ws*lee;
xr=ws*lrr;

```

```

xm=ws*m;
s=s1;
gama=atan((re*rr+s*(xe*xr-xm*xm))/(rr*xe-s*xr*re));
alfar=alfar1;
alfa = [];
cosfi = [];
Qeh = [];
Qrh = [];
Qth = [];
while (alfar<gama),(alfar>gama-Pi);
DD=(re*rr-s*(xe*xr-xm*xm))^2+(rr*xe+s*xr*re)^2;
Ke=3/DD;
Pe1=Ke*Ve*Ve*(re*rr*rr+s*s*xr*xr*re+s*xm*xm*rr);
Pe2=Ke*Ve*Vr*cos(alfar)*xm*(xe*rr+s*re*xr);
Pe3=Ke*Ve*Vr*sin(alfar)*xm*(re*rr-s*(xe*xr-xm*xm));
Pe=Pe1-Pe2+Pe3;
Qe1=Ke*Ve*Ve*(xe*rr*rr+s*s*xr*(xe*xr-xm*xm));
Qe2=Ke*Ve*Vr*cos(alfar)*xm*(re*rr-s*(xe*xr-xm*xm));
Qe3=Ke*Ve*Vr*sin(alfar)*xm*(xe*rr+s*xr*re);
Qe=Qe1+Qe2+Qe3;
Qeh=[Qeh,Qe1+Qe2+Qe3];
Qr1=Ke*Vr*Vr*(s*xr*re*re+s*xe*(xe*xr-xm*xm));
Qr2=Ke*Ve*Vr*cos(alfar)*s*xm*(re*rr-s*(xe*xr-xm*xm));
Qr3=-Ke*Ve*Vr*sin(alfar)*s*xm*(xe*rr+s*xr*re);
Qr=Qr1+Qr2+Qr3;
Qrh=[Qrh,Qr1+Qr2+Qr3];
Qt=Qe+Qr/s;
Qth=[Qth,Qt];
Se=sqrt(Pe*Pe+Qe*Qe);
cosfi = [cosfi,Pe/Se];
alfa=[alfa,alfar];
alfar=alfar+2*Pi/100;
end

```

A obtenção dos Lugares das Raízes em relação a nó e em relação a J, foi através dos arquivos lugrai2.m e lugrai5.m, respectivamente.

lugrai2.m

```

format short e
ws=377. ;
wrr=-10;
Vr=25;
Ve=127. ;
J=0.1055;
lee=0.1418;
lr=0.01022;
n=2;
M=0.13845;
rr=0.686;
Z=sqrt(rr^2+(wrr*lr)^2);
alfa=atan(wrr*lr/rr);
A=J*ws*lee*lr^2/(n*M*1.732051*Ve);
B=A*2.*rr/lr;
C1=A*(Z/lr)^2;
C2=n*M*1.732051*Ve*lr/(ws*lee);
C=C1+C2*cos(alfa)^2;
D=n*M*1.732051*Ve*rr*cos(2*alfa)/(ws*lee);
E=0.0;
F=n*1.732051*Vr*lr^2./Z;
G=2*rr*lr*n*1.732051*Vr./Z;
H=n*1.732051*Vr*Z;
nd0=-4.86028;
k=(sin(alfa-nd0));
den=[A B C D E];
num=[F G H];
r=rlocus(num,den,k);
plot(r, '. '), xlabel('Real'), ylabel('Imag')

```

lugrai5.m

```

format short e
rr=0.686;
lee=0.1418;

```

```

lrr=0.1454;
mer=0.0923;
M=1.5*mer;
Ve=107.;
Vr=19.7;
ws=377.;
wrr=88.9;
nd0=-1.6667;
n=2;
lr=lrr-M^2./lee;
alfa=atan(wrr*lr/rr);
A=(ws*lee*lr^2.)/(n*M*1.732051*Ve);
B=A*2.*rr/lr;
Z=sqrt(rr^2.+(wrr*lr)^2.);
C=A*(Z/lr)^2.;
D=0.0;
E=0.0;
H=n*1.732051*Vr*Z*sin(alfa-nd0);
F1=n*M*1.732051*Ve*lr*cos(alfa)^2./(ws*lee);
F2=n*1.732051*Vr*(lr^2.)*sin(alfa-nd0)/Z;
F=F1+F2;
G1=n*M*1.732051*Ve*rr*cos(2.*alfa)/(ws*lee);
G2=2.*rr*lr*n*1.732051*Vr*sin(alfa-nd0)/Z;
G=G1+G2;
J =0.00524;
num = [A B C D E];
den = [F G H];
r = rlocus(num,den,J);
plot(r, '. '), xlabel('Real'), ylabel('Imag')

```

As curvas de T_c x $\cos\phi$ e $\cos\phi$ x T_c foram obtidas usando-se os arquivos de curva2 a curva7.m,

curva2. m			curva3. m		
T_c	$\cos(\phi)$	$n\delta$	T_c	$\cos(\phi)$	$n\delta$
(N. m)	AD	(rad el)	(N. m)	AD	(rad el)
0,00	0,0976	-1,8695	0,00	0,0981	-1,6988
3,89	0,2304	-1,9720	5,75	0,3008	-1,8297
8,74	0,3740	-2,0909	10,60	0,4533	-1,9565
13,64	0,4927	-2,2037	15,70	0,5411	-2,0761
18,63	0,6204	-2,3322	20,73	0,6641	-2,2253
23,63	0,7689	-2,5024	25,70	0,7543	-2,3495
28,51	0,8898	-2,7000	30,73	0,8658	-2,5442
33,24	0,9913	-2,9900	35,61	0,9643	-2,8682
35,30	0,9992	-3,2103	38,40	0,9936	-3,1738
curva4. m			curva5. m		
T_c	$\cos(\phi)$	$n\delta$	T_c	$\cos(\phi)$	$n\delta$
(N. m)	AD	(rad el)	(N. m)	AD	(rad el)
0,00	0,1041	-1,2710	0,00	0,0811	-1,7740
7,02	0,3564	-1,3810	4,78	0,2487	-1,8240
11,90	0,4707	-1,4860	10,77	0,3775	-1,8940
16,80	0,5880	-1,6310	20,77	0,5411	-2,0230
21,90	0,6781	-1,7810	25,81	0,6179	-2,0940
26,90	0,7808	-1,8910	30,77	0,6841	-2,1840
31,90	0,8710	-2,1060	35,77	0,7518	-2,2740
36,80	0,9498	-2,3110	45,77	0,8910	-2,5130
41,50	0,9887	-2,5110	50,77	0,9454	-2,7460
44,90	0,9936	-2,8210	55,77	1,0000	-3,2240
curva6. m			curva7. m		
T_c	$\cos(\phi)$	$n\delta$	T_c	$\cos(\phi)$	$n\delta$
(N. m)	AD	(rad el)	(N. m)	AD	(rad el)
0,00	0,1382	-1,9651	0,00	0,1936	-1,3980
2,69	0,2250	-1,9971	6,98	0,3030	-1,4580
13,69	0,4428	-2,1331	12,01	0,3879	-1,5080
23,69	0,5878	-2,2801	21,95	0,5411	-1,6660
33,69	0,7290	-2,4450	32,07	0,6864	-1,8430
43,69	0,8733	-2,6651	41,98	0,8127	-2,0660
48,69	0,9403	-2,8651	52,01	0,9366	-2,3830
51,19	0,9823	-3,0451	54,45	0,9654	-2,4830
53,69	0,9956	-3,2751	57,02	0,9887	-2,6080
			59,48	1,0000	-2,8530

Os gráficos $i_{ae} \times V_r$ foram obtidos a partir dos arquivos curva8 a curva14.m , a seguir:

curva8.m		curva9.m		curva10.m		curva11.m	
V_r (V)	i_{ae} (A)	V_r (V)	i_{ae} (A)	V_r (V)	i_{ae} (A)	V_r (V)	i_{ae} (A)
25,0	20,09	25,0	31,40	25,0	32,68	25,0	33,25
22,5	25,60	22,5	27,59	22,5	29,20	22,5	29,96
20,0	21,72	20,0	23,99	20,0	25,84	20,0	26,67
17,5	18,22	17,5	20,37	17,5	21,93	17,5	23,04
15,0	14,61	15,0	16,65	15,0	18,46	15,0	19,71
12,5	11,39	12,5	13,39	12,5	15,09	12,5	16,38
10,0	8,77	10,0	10,55	10,0	11,98	10,0	13,43
		7,5	7,68	7,5	9,87	7,5	11,46
				5,0	7,97	5,0	10,32
				2,5	9,37	2,5	10,68
				0,0	12,57	0,0	12,57

curva12.m		curva13.m		curva14.m	
V_r (V)	i_{ae} (A)	V_r (V)	i_{ae} (A)	V_r (V)	i_{ae} (A)
25,0	32,62	25,0	29,77	25,0	27,68
22,5	29,43	22,5	26,58	22,5	24,40
20,0	26,26	20,0	23,50	20,0	21,32
17,5	23,02	17,5	20,31	17,5	18,01
15,0	19,87	15,0	17,58	15,0	15,37
12,5	17,12	12,5	14,97	12,5	13,69
10,0	14,44	10,0	12,77	10,0	11,89
7,5	11,99	7,5	11,71	7,5	10,78
5,0	10,46	5,0	10,46	5,0	10,45
2,5	10,93	2,5	10,66	2,5	11,18
0,0	12,57	0,0	12,57	0,0	12,57

BIBLIOGRAFIA

- [BARBI]. - BARBI, I.; Teoria Fundamental do Motor de Indução; Editora da UFSC/Eletróbrás; 1985; Florianópolis; pp.237.
- [BEDFORD] - BEDFORD, R. E.; The Synchronous Doubly-Fed Induction Machine; Trans. on PAS AIEE v.75 pt.III, Fevereiro/57, pp. 1486 a 1491.
- [BIM] - BIM, E.; Contribuição ao Estudo do Gerador de Indução Auto Excitado; Tese de Mestrado FECUNICAMP/DEE; 1981, Cap. 3.
- [BIRD] - BIRD, B. M. et alii; Analysis of Double-Fed Slip-Ring Machine; Proc. of IEE, v.113/6, pp. 1016 a 1020.
- [BOTVINNIK] - BOTVINNIK, M. M. ; Asynchronized Synchronous Machines; Oxford-Pergamon Press, 1964, Oxford, 75 pp.
- [BRADY-1] - BRADY, F. J.; A Mathematical Model for the Doubly-Fed Wound Rotor Generator; Trans. on PAS/IEEE, v.PAS-103/4, Abril/84, pp. 798 a 802.
- [BRADY-2] - BRADY, F. J.; A Mathematical Model for the Doubly-Fed Wound Rotor Generator - Part II; Trans. on Energy Conversion/IEEE, v. EC-1/2, June/86, pp. 180 a 183.
- [CHEN] - CHEN, C.-T.; Linear Systems: Theory and Design; Holt, Rinehart & Winston Eds.; 1984, New York, 139 pp.

[CHIRGWIN] - CHIRGWIN, K. M. e STRATTON, L. J.; Variable-Speed Constant-Frequency Generator System for Aircraft; Trans on AIEE v. 78, pt. II, Novembro/59, pp. 304 a 310.

[CONCORDIA] - CONCORDIA, C. et alii; The Doubly-Fed Machine; Trans. on AIEE v. 61, 1942, pp. 286 a 289.

[COPPEL] - COPPEL, W. A.; Stability and Asymptotic Behavior of Solutions of O.D.E.; D. C. Heath and Company Eds.; 1965, Boston.

[DESOER] - DESOER, C. A.; Notes for a Second Course on Linear Systems; University of California, Berkeley/D. Van Nostrand Company; 1970; New York; 199 pp.

[ELMQVIST] - ELMQVIST, H. et alii; S I M N O NTM: User's Guide for MS-DOS Computers; Versão 3.01; SSPA Systems; janeiro/90; Göteborg Sweden; 227 pp.

[ERDELYI] - ERDELYI, E. et alii; The Limitations of Induction Generators in Constant-Frequency Aircraft Systems; Trans. on Applications & Industry - AIEE, v. 77 pt. II, Novembro/58, pp. 348 a 351.

[FITZGERALD] - FITZGERALD, A. E. e KINGSLEY Jr, C.; ELECTRIC MACHINERY: The Dynamics and Statics of Electromechanical Energy Conversion; McGraw-Hill Book Company; 2^a Edição, 1961; New York; 567 pp.

[HOARD] - HOARD, B.V.; Constant-Frequency Variable-Speed Frequency Make-up Generators; Trans. on Applications & Industry of AIEE, v. 78 pt. II, Novembro/59, pp. 297 a 304.

[HOLMES] - HOLMES, P. G. et alii; Cicloconvertor-Excited Divided-Winding Doubly-fed Machine as a Wind-Power Convertor; IEE Proc., v. 131, pt. B, n^o 2, Março/84, pp. 61 a 69.

[IOANNIDOU] - IOANNIDOU, M. G. et alii; Performance of a Doubly Fed Induction Motor with Controlled Voltage Magnitude and Phase Angle; IEEE/Trans. on Energy Conversion, n^o 2/Vol. EC-2, Junho/87, pp. 301 a 307.

[JESSEE] - JESSEE, R. D. e SPAVEN, W. J.; Constant-Frequency AC Power-Using Variable-Speed Generation; Trans. on Applications & Industry of AIEE, v. 78 pt. II, Janeiro/60, pp. 411 a 418.

[KOPYLOV] - KOPYLOV, I. P.; Mathematical Models of Electric Machines; Mir Publishers, 1984, Moscow, 277 pp.

[KRAUSE-1] - KRAUSE, P. C. e THOMAS, C. H.; Simulation of Symmetrical Induction Machinery; Trans. on PAS/IEEE, v. PAS-84/11, Novembro/65, pp. 1038 a 1053.

[KRAUSE-2] - KRAUSE, P. C.; Method of Multiple Reference Frames Applied to the Analysis of Symmetrical Induction Machinery; Trans on PAS/IEEE, v. PAS-87/1, Janeiro/68, pp. 218 a 227.

[KRON] - KRON, G.; Equivalent Circuits for the Hunting of Electrical Machinery; Trans. of AIEE, v. 61, Maio/42, pp. 290 a 296.

[KU] - KU, Y. H.; Electric Energy Conversion; The Ronald Press Co., 1959, New York.

[LIWSCHITZ] - LIWSCHITZ, M. M.; Damping and Synchronizing Torque of The Double-Fed Asynchronous Machine; Trans. of AIEE, v. 60, outubro/41, pp. 923 e 924.

[LOBOSCO] - Lobosco, O. S. e Costa Dias, J. L. P. da; Seleção e Aplicação de Motores Elétricos; Ed. McGraw-Hill/Siemens, 1988, São Paulo; Volume 1, página 34.

[LYON-1] - LYON, W. V.; Applications of the Method of Symmetrical Components; McGraw-Hill Book Company; 1^a Edição; New York/London.

[LYON-2] - LYON, W. V.; Transient Analysis of Alternating-Current Machinery: An Application of the Method of Symmetrical-Components; John Wiley & Sons, Inc., 1952, New York.

[MOLER] - MOLER, C. et alii; PC-MATLAB for MS-DOS Personal Computers - Version 3.1-PC, February 27/1987; The MathWorks, Inc., Sherborn/Ma USA.

[NELSON] - NELSON, R. H. et alii; Stability Analysis of a Symmetrical Induction Machine; Trans. on PAS/IEEE, v. PAS-88/11, Novembro/69, pp. 1710 a 1717.

[NETUSHIL] - NETUSHIL, A. et alii; Theory of Automatic Control; Mir Publishers; 2^d Edition, 1978; Moscou; caps. vii e viii.

[OWEN] - OWEN, T. B.; Variable-Speed Constant-Frequency Devices: A Survey of the Methods in Use and Proposed; Trans. on Applications & Industry of AIEE, v. 78 pt. II, Novembro/59, pp. 321 a 326.

[PARK] - PARK, R. H.; Two-Reaction Theory of Synchronous Machines: Generalized Method of Analysis - I; Trans. on AIEE, v. 48, pp. 716 a 730, Julho/29.

[PESSOTTA] - PESSOTTA, R. C.; Estudo do Motor Schrage; Dissertação de Mestrado apresentada à EESC/USP; 1986; pp.127 à 153.

[PRESCOTT] - PRESCOTT, J. C. e RAJU, B. P.; The Inherent Instability of Induction Motors under Conditions of Double Supply; Proc. of IEE, n^o105, 1958, pp. 319 a 330.

[RIAZ] - RIAZ, M.; Energy-Conversion Properties of Induction Machines in Variable-Speed Constant-Frequency Generating Systems; Trans. of AIEE, v.78 pt. II, 1959, pp. 25 a 30.

[SCHMITZ] - SCHMITZ, N. L. e ALBERTSON, V. D.; The Stabilized Doubly-Fed Synchronous-Induction Machine: Test Results and Computer Solutions; Trans. on PAS/IEEE, v.PAS-83, Agosto/1964, pp. 858 a 864.

[SCOTT] - SCOTT, R. E.; Linear Circuits - Part 2 - Frequency Domain-Analysis; Addison-Wesley Publishing Co; 1964; Reading/Massachusetts; Cap. 19.

[SLEMON] - SLEMON, G. R.; Magnetoelectric Devices: Transducers, Transformers and Machines; Ed. John Wiley & Sons, 1966, New York; § 5.7.4.

[SMITH,g] - SMITH, G. A.; A Current-Source Inverter in the Secondary Circuit of a Wound-Rotor Induction Motor Provides Sub and Super-Synchronous Operation; Trans. on Industry Applications/IEEE, n° 17/4, Agosto/81, pp. 399 a 406.

[SMITH,o] - SMITH, O. J. M.; Synchronous-Flux Generator; Trans. of AIEE, Julho/58, pp. 605 a 610.

[TAMURA] - TAMURA, J et alii; Analysis of the Steady-State Characteristics of Doubly-Fed Synchronous Machines; IEEE/Trans on Energy Conversion n° 2/Vol EC-4, Junho/89, pp 250 a 256.

[VENIKOV] - VENIKOV, V.; Procesos Transitorios Eletromecánicos en los Sistemas Eléctricos de Potencia; Editora MIR Moscú; 1988; Moscou; pp.502.

[VICATOS] - VICATOS, M. B. et alii; Steady-State of a Doubly-Fed Induction Generator under Synchronous Operation; IEEE/Trans on Energy Conversion n° 3/Vol. EC-4, Setembro/89; pp 495 a 501.