

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS E CONTROLE DE ENERGIA

MOTOR DE INDUÇÃO BIFÁSICO COM
ENROLAMENTOS ASSIMÉTRICOS

EDSON BIM

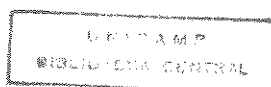
Orientador : Prof. Dr. Jaime Szajner *ok*

Co-Orientador : Prof. Dr. Márcio Luiz de Andrade Netto *ok*

Este exemplar corresponde à redação final da tese
defendida por EDSON BIM
e aprovada pela Comissão
Julgadora em 20/04/1993
Jaime Szajner
Orientador

Tese de Doutorado apresentada
à Faculdade de Engenharia Elé-
trica da Universidade Estadual
de Campinas, como parte dos re-
quisitos exigidos para a ob-
tenção do título de *DOUTOR EM*
ENGENHARIA ELÉTRICA

Abril/1993



AGRADECIMENTOS

Desejo expressar a minha sincera gratidão aos meus orientadores Jaime Szajner e Márcio Luiz Andrade Netto, que me deram apoio e incentivo nos momentos mais críticos do desenvolvimento deste trabalho.

Quero também agradecer aos professores do D.S.C.E, Anésio, Carlos, Mauro, Sigmar e Vivaldo, pelas companheirismo demonstrado durante todos estes anos de convívio na Faculdade de Engenharia Elétrica.

Dedico esta tese

À minha esposa Thadeusa

e aos meus filhos

Thais, Clarissa e Eduardo

ABSTRACT

Using a conventional three-wire electrical distribution system composed of two phases and neutral it is not difficult to obtain unbalanced two-phase voltages, displaced 90 degrees in time. The aim of this research is to use this characteristic in order to design a specific two-phase induction motor.

This thesis presents an implementation of a new two-phase induction motor fed by these unbalanced two-phase voltages.

The proposed two-phase induction motor has two unsymmetrical stator winding (a phase winding and a neutral winding), with their axes displaced 90 electrical degrees in space. They are connected similarly to the Scott connection used in transformers. The resultant voltage in the neutral winding is 29% of that voltage applied to the phases winding.

As the voltages applied at terminals of this motor are two-phase in quadrature, a revolving flux is obtained, eliminating the necessity of start capacitor and a centrifugal switch.

Experimental results are presented and they show that the proposed two-phase induction motor has a potential application.

RESUMO

A partir de um sistema elétrico convencional de distribuição a três fios, composto de duas fases e neutro, obtém-se duas tensões desequilibradas, deslocadas de 90 graus no tempo. O objetivo desta pesquisa é usar esta característica no projeto de um motor de indução bifásico específico.

Esta tese apresenta uma implementação de um novo motor de indução bifásico alimentado por estas duas tensões desequilibradas.

O motor de indução bifásico proposto tem dois enrolamentos de estator assimétricos (um enrolamento de fases e um enrolamento de neutro), com seus eixos deslocados de 90 graus elétricos no espaço. Eles são conectados à semelhança da ligação "Scott" tal como aquela realizada em transformadores. A tensão resultante no enrolamento de neutro é 29% da tensão aplicada ao enrolamento de fases.

Como a tensão aplicada aos terminais deste motor são bifásicas e estão em quadratura, obtém-se um fluxo resultante girante, e este fato permite eliminar a necessidade de capacitor de partida e chave centrífuga.

Resultados experimentais são apresentados e mostram que o motor de indução bifásico proposto tem grandes perspectivas de aplicação industrial.

ÍNDICE

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO	01
------------------	----

CAPÍTULO II

PANORAMA DOS MOTORES DE INDUÇÃO MONOFÁSICOS.....	04
--	----

II.1. Introdução	05
------------------------	----

II.2. Métodos Convencionais de Partida de Motores de Indução Monofásicos	05
---	----

II.3. Técnicas Alternativas Propostas na Partida de Motores de Indução Monofásicos	09
---	----

CAPÍTULO III

CONCEPÇÃO E MODELAGEM DO MOTOR DE INDUÇÃO

BIFÁSICO PROPOSTO	12
-------------------------	----

III.1. Introdução.....	13
------------------------	----

III.2. Concepção de um Novo Motor Bifásico	13
--	----

III.3. Obtenção do Bifásico.....	15
----------------------------------	----

III.4. Descrição do Motor Bifásico Assimétrico.....	17
---	----

III.5. Equações de Tensão e de Conjugado nas Variáveis da Máquina	20
---	----

III.6. Equações da Máquina no Sistema de Referência Estacionário.....	31
---	----

III.7. Circuito Equivalente	37
-----------------------------------	----

III.8. Equações da Máquina para a Simulação em Computador Digital.....	46
--	----

III.9. Equações do Motor em Regime Permanente Senoidal	50
--	----

CAPÍTULO IV

IMPLEMENTAÇÃO FÍSICA E RESULTADOS EXPERIMENTAIS.....	57
IV.1. Introdução	58
IV.2. Implementação	58
IV.3. Testes em Vazio	60
IV.4. Testes com Carga	75

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES E PROSSEGUIMENTO DESTA PESQUISA	87
V.1. Conclusões	88
V.2. Prosseguimento desta Pesquisa	90

APÊNDICES

APÊNDICE A :Dados do Motor de Indução Monofásico	91
APÊNDICE B :Arranjo do Enrolamento de Fases no Estator do Motor Bifásico Proposto	93

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	95
----------------------------------	----

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

I. INTRODUÇÃO

Estudar o comportamento em regime de um motor de indução bifásico com enrolamentos assimétricos, alimentado a partir de um sistema composto de duas fases e o neutro da rede trifásica convencional, é o principal objetivo desta tese.

A característica do sistema, formado por duas fases e o neutro da rede das concessionárias de energia elétrica, de poder fornecer duas tensões em quadratura, pode ser aproveitada na alimentação de motores bifásicos.

Neste trabalho o conceito da conversão bifásica-trifásica, utilizado em transformadores, é aproveitado para o projeto dos enrolamentos bifásicos de estator. Esta configuração bifásica dos enrolamentos do estator é implementada à semelhança da conexão "Scott".

Os parágrafos seguintes descrevem o conteúdo deste trabalho de pesquisa:

- No Capítulo II é feita uma breve apresentação dos principais métodos de partida de motores de indução monofásicos. As principais características destes métodos são discutidas.
- No Capítulo III é, inicialmente, apresentado o conceito no qual se baseou a implementação do motor de indução bifásico proposto. O modelo matemático e o circuito equivalente deste motor são também apresentados.
- No Capítulo IV são apresentados os resultados experimentais obtidos com um protótipo de laboratório do motor de indução bifásico assimétrico, conforme proposta do presente trabalho. Dois arranjos de enrolamentos de estator são experimentados : 1) sem transposição e 2) com transposição. Características de

operação em regime, com o motor em vazio e em carga, são obtidas. Para efeito de comparação alguns resultados experimentais do motor monofásico com partida a capacitor e chave centrífuga são obtidos;

- No Capítulo V são apresentadas as conclusões sobre a operação e aplicação do motor em questão. Os principais tópicos que deverão ser objetos de estudo e que darão prosseguimento à presente pesquisa estão relacionados neste capítulo.

CAPÍTULO II

PANORAMA DOS MOTORES DE INDUÇÃO MONOFÁSICOS

II.1. INTRODUÇÃO

Os motores de indução comumente utilizados em acionamentos elétricos podem ser divididos em dois grandes grupos, os motores trifásicos e os motores monofásicos. Os dois tipos de motores são alimentados por tensões alternadas senoidais, respectivamente polifásicas e monofásicas.

Sempre que houver disponibilidade de uma rede de alimentação trifásica, dar-se-á preferência aos motores polifásicos (no caso, trifásicos), devido às características superiores de desempenho deste tipo de motores no que se refere a conjugado mecânico no eixo, rendimento mais elevado, menor vibração, menores problemas de manutenção, etc..

Os motores de indução monofásicos são bastante utilizados em instalações residenciais e comerciais. O número de motores de indução monofásicos é muito maior quando comparado com qualquer outro tipo de motor. Suas principais vantagens são o baixo custo, devido à produção em larga escala e a robustez que é própria dos motores de indução com rotor do tipo gaiola de esquilo.

II.2. MÉTODOS CONVENCIONAIS DE PARTIDA DE MOTORES DE INDUÇÃO

MONOFÁSICOS

O maior problema do motor de indução monofásico é que, ao contrário dos motores trifásicos, não produz campo magnético girante e portanto, não apresenta conjugado de partida. Três métodos são usados para produzir conjugado na partida:

- 1 - Fase dividida;
- 2 - Pólo sombreado; e,
- 3 - Enrolamento auxiliar com capacitor.

O motor de fase dividida possui conjugado de partida moderado com baixa corrente de partida. É utilizado nos casos em que não há necessidade de conjugado alto na partida: ventiladores, bombas centrífugas e sopradores. São de potência pequena (fração de H.P.) e de baixo custo. Basicamente o motor é constituído de dois enrolamentos: um que fica permanentemente ligado à fonte de alimentação, denominado enrolamento principal e outro ligado em paralelo e defasado de $\pi/2$ radianos elétricos no espaço, utilizado somente na partida sendo, por esta razão, chamado de enrolamento de partida. O enrolamento principal possui baixa resistência e reatância elevada, enquanto o enrolamento de partida é, ao contrário, caracterizado por ter resistência elevada e baixa reatância (Figura 2.1). Os dois enrolamentos, alimentados pela mesma fonte, vão ter correntes defasadas no tempo de aproximadamente $\pi/6$ radianos. A composição de defasagens no espaço e no tempo dá origem a campo girante, e assim é produzido torque de partida para a máquina. Uma chave centrífuga (normalmente fechada) faz o desligamento do enrolamento de partida quando o escorregamento atinge o valor aproximado de 20%.

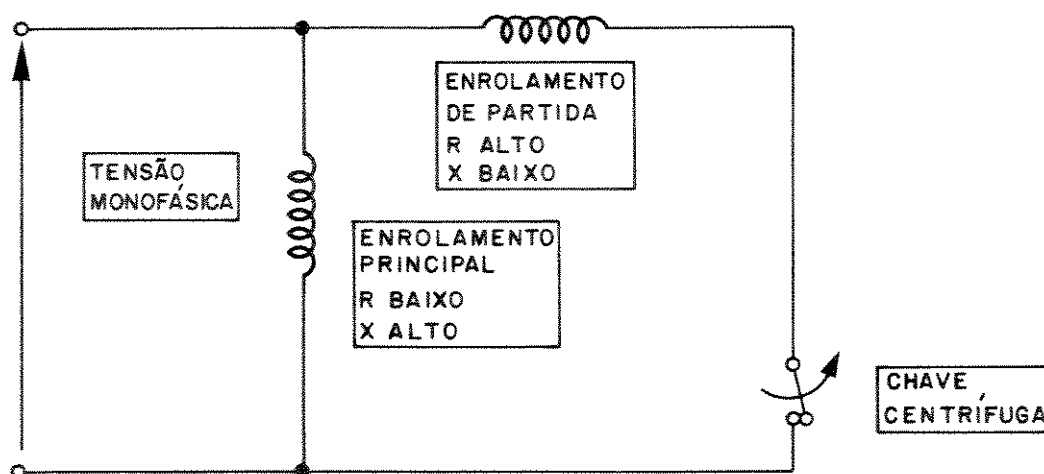


Fig. 2.1 - Motor de indução monofásico com enrolamento de partida.

Os motores de pólos sombreados (Figura 2.2) produzem conjugado de partida baixo, operam com escorregamento elevado e portanto, têm baixo rendimento.

Usualmente são de pólos salientes. Em uma das extremidades de cada sapata polar do estator existe uma ranhura onde é colocada uma bobina com uma espira em curto. A corrente induzida nesta bobina gera um fluxo defasado no tempo e no espaço em relação ao fluxo principal. O efeito é de campo girante e assim é obtido conjugado de partida. Os motores de pólos sombreados são construídos para potências menores que 1/20 H.P.

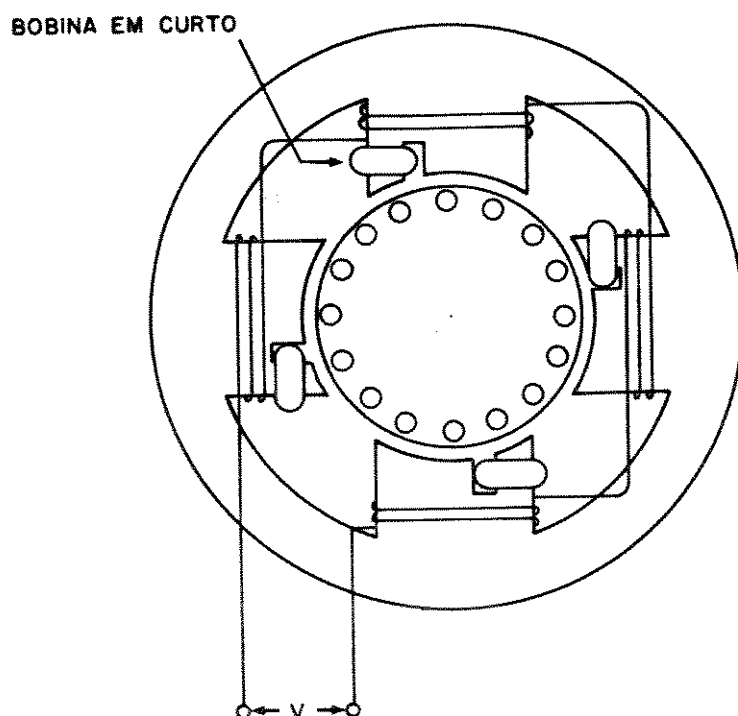


Fig. 2.2 - Motor de indução com pólos sombreados.

O tipo mais comum de motor de indução monofásico é aquele que tem o enrolamento auxiliar colocado a $\pi/2$ radianos elétricos do enrolamento principal, em série com um capacitor, para a obtenção de conjugado de partida. A presença do capacitor faz com que se tenham na partida duas correntes, uma em cada enrolamento, defasadas no tempo de aproximadamente $\pi/2$ radianos. A composição de defasagens no tempo e no espaço de aproximadamente $\pi/2$ radianos elétricos per-

mite a obtenção de conjugados de partida maiores do que aqueles obtidos no motor de fase dividida. Uma chave centrífuga colocada em série com o enrolamento auxiliar e o capacitor (Figura 2.3) desliga-o da fonte monofásica quando o motor atinge cerca de 80% da sua velocidade nominal. As aplicações típicas são em compressores, bombas alternativas, aparelhos de ar condicionado, máquinas de lavar roupa, geladeiras e em outros casos onde há necessidade de conjugado elevado na partida. Quando se deseja ter conjugado elevado na partida e condições de operação em regime satisfatórias (operação silenciosa, alta eficiência, etc.), são

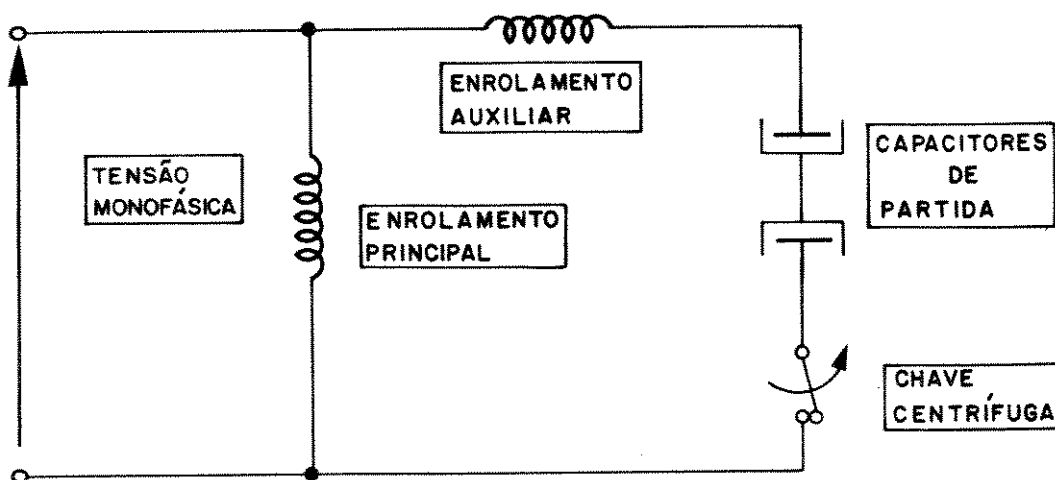


Fig. 2.3 - Motor monofásico com capacitores de partida.

utilizados dois capacitores (Figura 2.4) : um capacitor C_p somente para a partida e outro capacitor C_r para a operação em regime. O capacitor utilizado para operação em regime deve ser calculado para que as correntes nos dois enrolamentos sejam equilibradas, obtendo-se eficiência, conjugado e fator de potência elevados. Em geral o capacitor de regime apresenta um valor 10 a 20 por cento daquele utilizado na partida.

O custo do motor monofásico aumenta com a potência e com as exigências de conjugado e corrente. O elevado valor da capacitância necessária para produzir a defasagem de aproximadamente $\pi/2$ radianos no tempo entre as correntes dos enrolamentos principal e auxiliar leva à utilização de capacitores eletrolíticos

(dois capacitores ligados em série com polaridades opostas) que apresentam perdas ôhmicas substanciais. Tanto a chave centrífuga como os capacitores eletrolíticos apresentam com frequência problemas de manutenção.

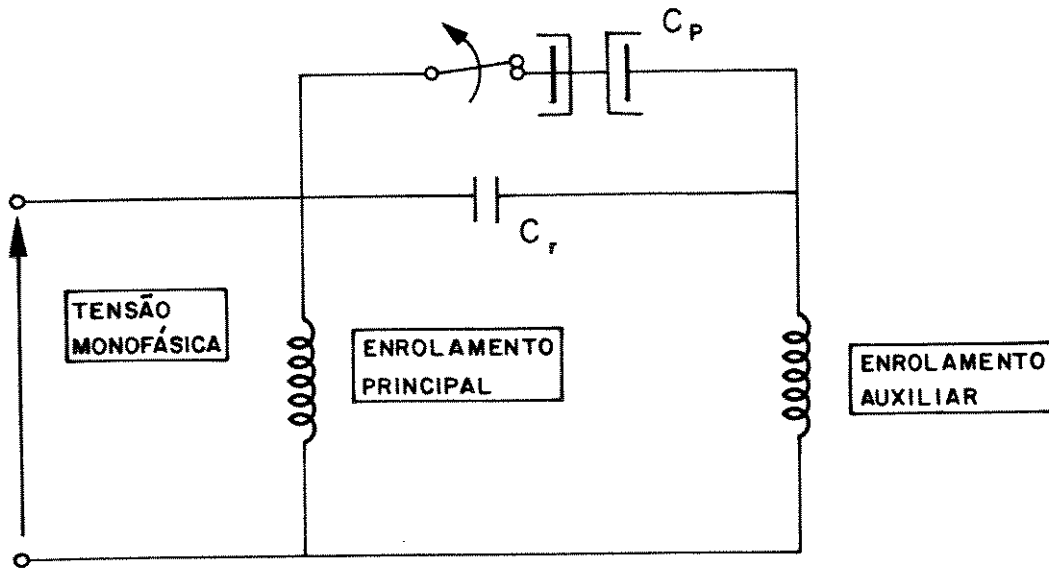


Fig. 2.4 - Motor monofásico com capacitores de partida e de regime.

II.3. TÉCNICAS ALTERNATIVAS PROPOSTAS PARA PARTIDA DE MOTORES DE INDUÇÃO MONOFÁSICOS

Com o objetivo de eliminar a necessidade de dois capacitores e da chave centrífuga em motores de indução monofásicos, Lipo, Muljadi e Zhao (1) propõem a utilização do capacitor de regime do motor em paralelo com uma chave eletrônica bidirecional na qual é feito o controle do ângulo de disparo para variar a componente fundamental de tensão do capacitor e assim variar a sua capacitância efetiva (Figura 2.5). Em particular são apresentados resultados experimentais da partida do motor com carga, utilizando esta técnica de capacitor chaveado que comprovam o potencial do sistema proposto.

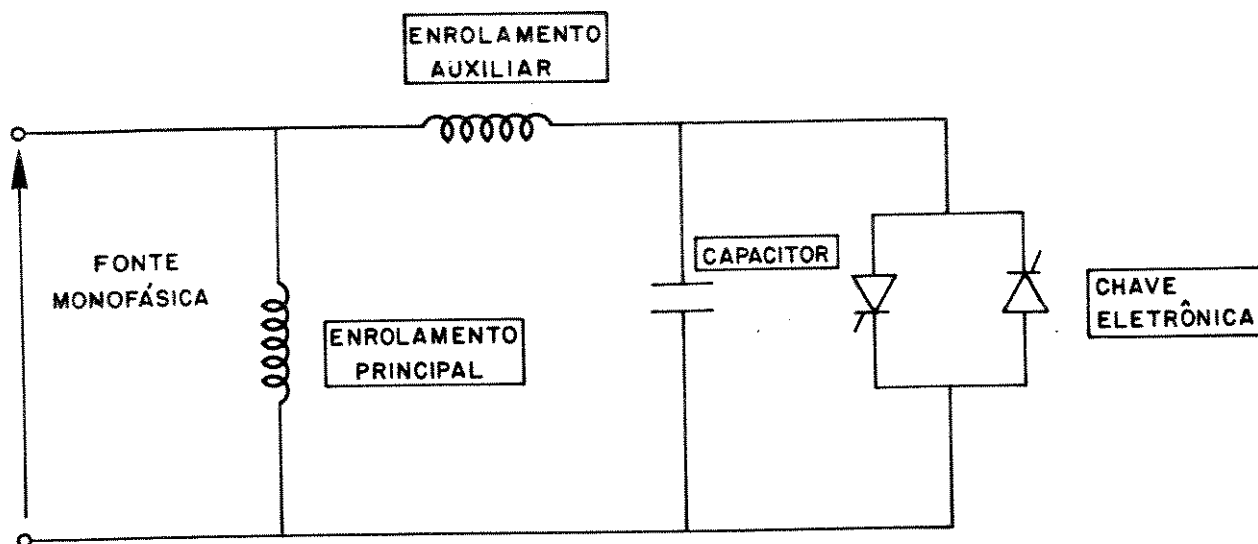


Fig. 2.5 - Motor monofásico com capacitor chaveado.

Smith [2] propõe um novo motor de indução monofásico a partir da reconexão dos enrolamentos de um motor de indução trifásico de dupla tensão. O objetivo principal de Smith é obter um motor de indução monofásico com rendimento comparável àquele do motor trifásico. Desmembrando a conexão trifásica convencional e em estrela, mostrada na Figura 2.6, em dois outros circuitos estrela e fazendo a ligação de capacitores conforme mostrada na Figura 2.7, Smith obteve um motor de indução alimentado por uma fonte monofásica a um custo competitivo e com 80% de rendimento. Os valores dos capacitores C_1, C_2 e C_3 devem ser selecionados em função dos valores das cargas. Foram realizadas experiências com três conjuntos de capacitores: um para carga leve, outro para carga média e finalmente um conjunto para cargas grandes. O chaveamento destes conjuntos é feito através de relés a estado sólido. Ainda é necessária nesta nova proposta a utilização de um capacitor de partida C_p . Os terminais F1 e F2 são os da rede de alimentação.

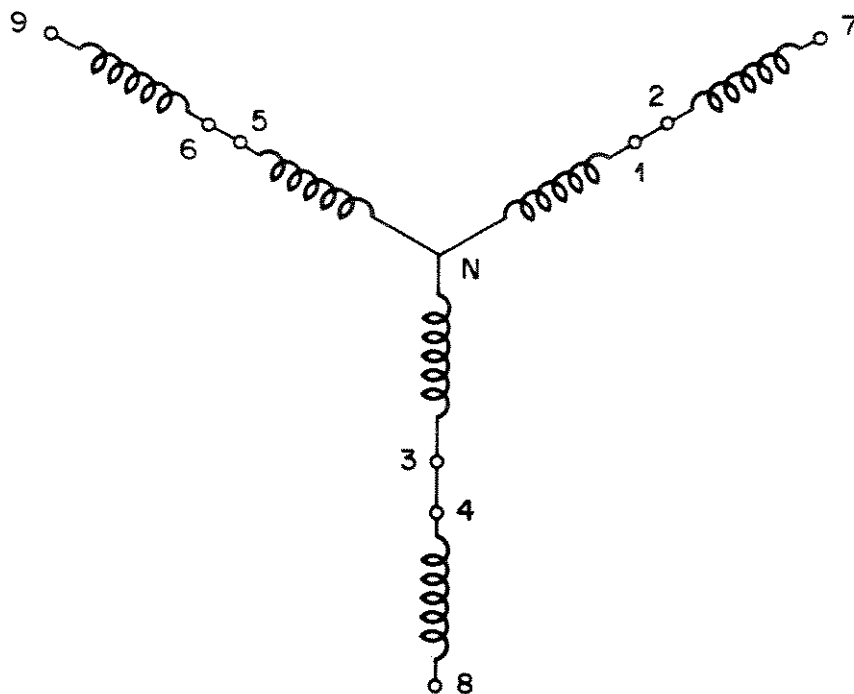


Fig. 2.6 - Circuito de estator de um motor de indução trifásico convencional de dupla tensão e com nove terminais.

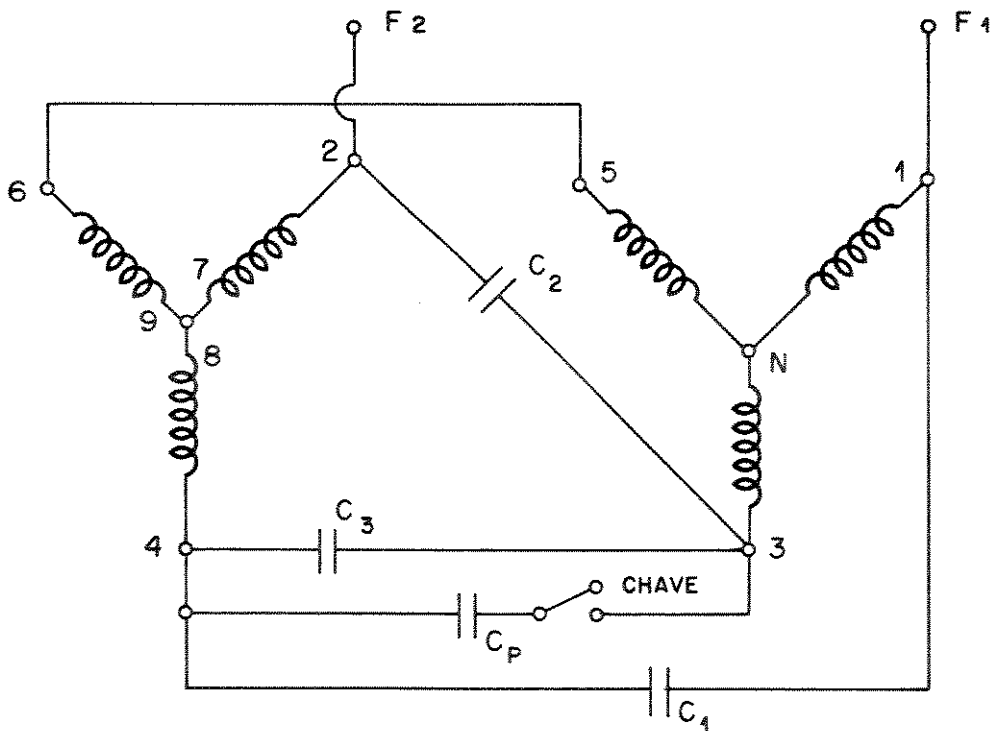


Fig. 2.7 - Ligação dos enrolamentos de estator do motor monofásico com capacitores, segundo Smith.

CAPÍTULO III

CONCEPÇÃO E MODELAGEM DO MOTOR DE INDUÇÃO BIFÁSICO ASSIMÉTRICO

III.1. INTRODUÇÃO

Este capítulo trata principalmente de estabelecer um circuito equivalente para o motor de indução bifásico assimétrico.

Inicialmente é apresentado o conceito que permitiu a configuração proposta dos enrolamentos bifásicos do estator, alimentados a partir de duas tensões de fase e o neutro da rede.

À partir das definições dos parâmetros e das variáveis naturais da máquina são obtidas as expressões clássicas de tensão e de conjugado. Estas mesmas equações são escritas no sistema estacionário DQ, onde o eixo D é definido pelo enrolamento de fases F e o eixo Q, é definido pelo enrolamento de neutro N.

É obtido, para o motor de indução bifásico com enrolamentos assimétricos, o circuito equivalente e as equações que possibilitam a simulação digital.

São ainda obtidas as equações de regime permanente do motor proposto.

III.2. CONCEPÇÃO DE UM NOVO MOTOR BIFÁSICO [3]

No Brasil as concessionárias de energia elétrica geralmente fornecem às instalações residenciais 2 (duas) fases e o neutro do sistema trifásico. Isto se caracteriza pela ligação de apenas 3 (três) fios ao medidor de consumo de energia elétrica: dois destes fios correspondem às fases e o terceiro corresponde ao neutro ou retorno de corrente. O diagrama fasorial representativo das tensões deste sistema é mostrado na Figura 3.1, onde pode ser observado o

triângulo isósceles com as duas tensões fase-neutro de 127 volts e a tensão de linha de 220 volts. A altura MN deste triângulo corresponde a um valor eficaz de tensão de 63,5 volts.

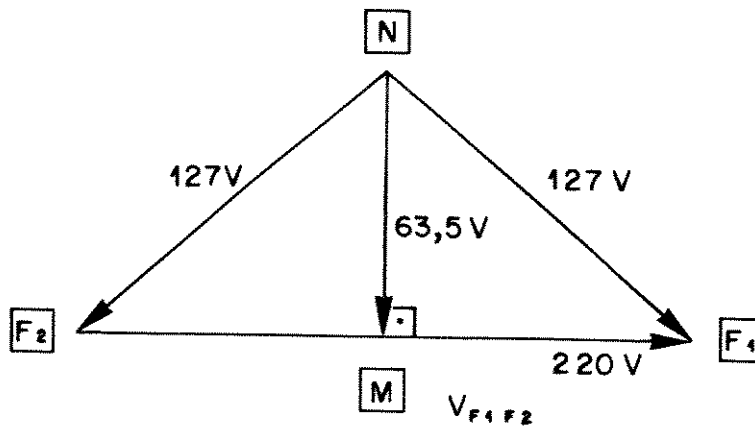


Fig. 3.1 – Diagrama fasorial para duas fases e o neutro do sistema trifásico.

Aproveitando-se de uma característica deste sistema, que é a ortogonalidade entre a tensão de linha e aquela representada pela altura do triângulo de tensões, desenvolveu-se o estudo e a implementação de uma configuração bifásica para os enrolamentos de estator do motor de indução. À semelhança do motor monofásico, o estator possui dois enrolamentos em quadratura: um enrolamento principal e um segundo conectado ao ponto médio deste enrolamento principal. Tomando o número de espiras de cada enrolamento proporcional às tensões aplicadas, é possível obter fluxo girante e assim produzir conjugado de partida diferente de zero. A configuração proposta é mostrada na Figura (3.2).

A alimentação deste motor é tomada a partir do sistema de duas fases e neutro descrito anteriormente sendo que, diferentemente dos motores monofásicos de enrolamento auxiliar e capacitor, os dois enrolamentos ficam permanentemente ligados à fonte.

A grande vantagem deste arranjo proposto (Figura 3.2) é a eliminação da chave centrífuga e dos capacitores ou de chaves eletrônicas, dando a este motor uma robustez ainda maior quando comparado com o monofásico convencional. Outra vantagem desta solução é o aumento de potência em relação a um motor monofásico de dimensões físicas idênticas.

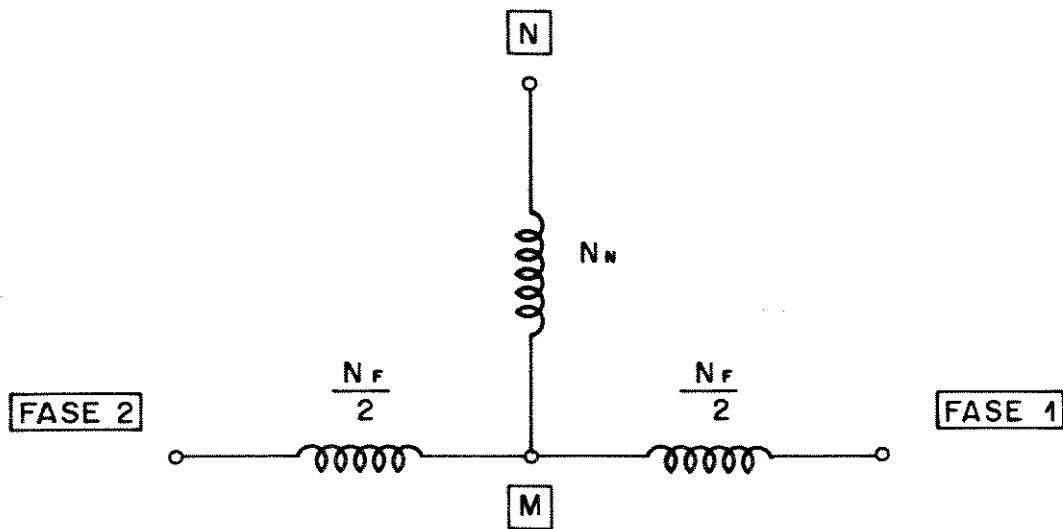


Fig. 3.2 - Diagrama esquemático do estator do motor bifásico com alimentação a três fios.

III.3. OBTENÇÃO DO BIFÁSICO

Com duas tensões de fase, \hat{V}_{F1N} e \hat{V}_{F2N} , tomadas a partir de duas fases e neutro do sistema trifásico pode-se obter um sistema bifásico com defasamento $\Pi/2$ radianos entre tensões, como está mostrado na Figura 3.3.

As duas tensões de fase \hat{V}_{F1N} e \hat{V}_{F2N} defasadas no tempo de $2\Pi/3$ radianos, compõem-se para produzir a tensão de linha \hat{V}_{F1F2} , definindo assim um triângulo isósceles $F1F2N$. Se tomarmos o ponto médio M do lado $F1F2$ que está definido

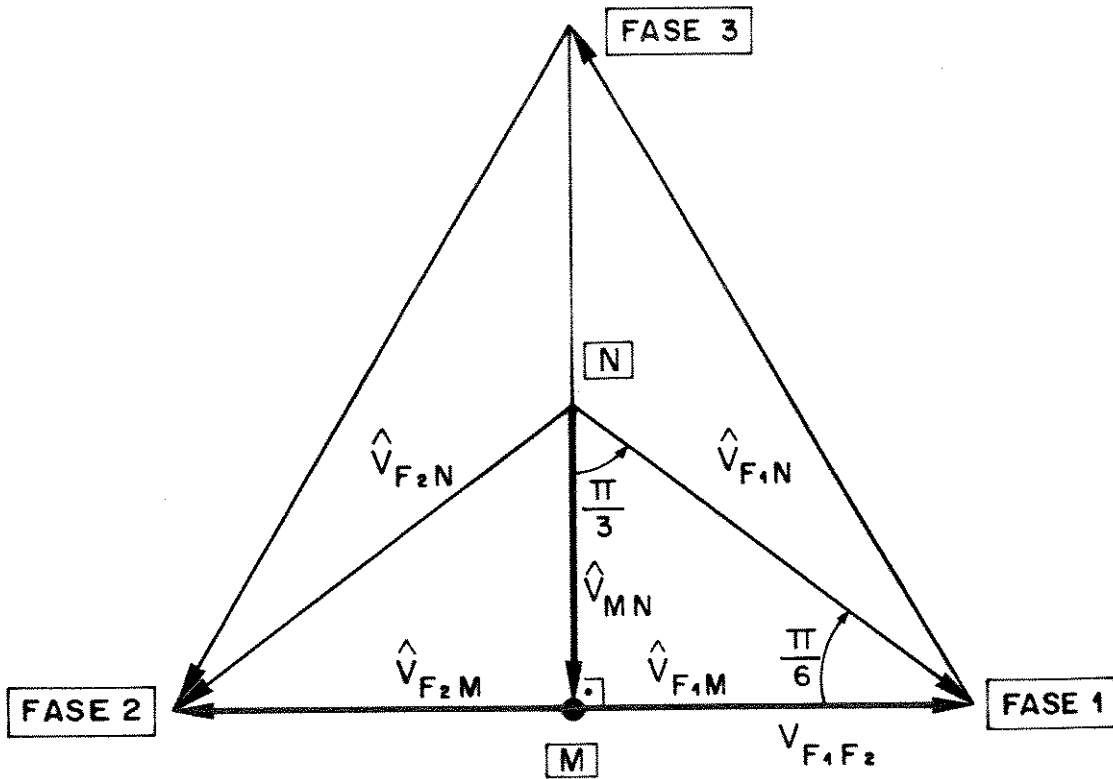


Fig. 3.3 - Obtenção do bifásico, em quadratura.

pela tensão de linha \hat{V}_{F1F2} e o ponto N que representa o neutro do sistema de alimentação, tem-se que a tensão \hat{V}_{MN} estará em quadratura com \hat{V}_{F1F2} . Da propriedade do triângulo retângulo \hat{F}_2MN pode-se escrever que para a tensão de fase de valor eficaz V_{ef} , a tensão resultante \hat{V}_{MN} terá um valor eficaz igual a

$$V_{MN} = (V_{ef}) \cos \pi/3 = V_{ef}/2 \quad (1)$$

Em relação a tensão de linha \hat{V}_{F1F2} de valor $\sqrt{3} V_{ef}$, o módulo da tensão \hat{V}_{MN} pode ser escrita como sendo igual a

$$V_{MN} = \left(\frac{1}{2\sqrt{3}} \right) V_{F1F2} \quad (2)$$

Portanto, dado o neutro do sistema e duas tensões quaisquer deste sistema, a tensão que resultará entre o neutro N do sistema e o ponto médio M é 28,86% da tensão de linha e estará a $\pi/2$ radianos desta tensão. Para a rede de 220 Volts, o diagrama fasorial da Figura 3.4, mostra os valores das tensões bifásicas resultantes. Neste diagrama, temos as tensões de 127 volts eficazes entre fase e neutro, V_{F_1N} e V_{F_2N} e as tensões entre fases, $V_{F_1F_2}$, de 220 volts eficazes. A tensão entre o neutro N e o ponto médio M é de 63,5 volts eficazes e está em quadratura com a tensão resultante entre as fases.

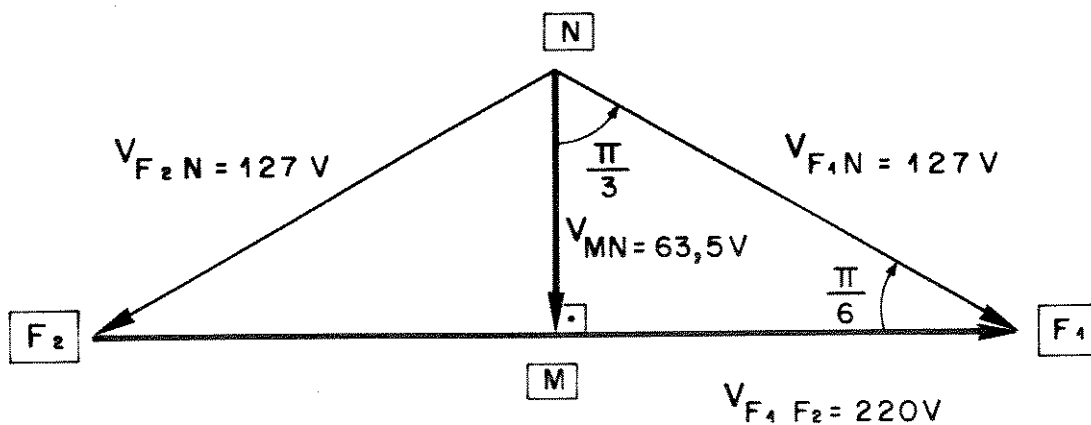


Fig. 3.4 - Diagrama dos fasores de tensões obtido do sistema trifásico.

III.4. DESCRIÇÃO DO MOTOR BIFÁSICO ASSIMÉTRICO

A realização de um motor bifásico que aproveita a propriedade do sistema composto de duas tensões de fase e o neutro, como foi explicado anteriormente, pode ser descrita agora e será denominado de motor bifásico assimétrico, pelo fato de possuir dois enrolamentos de estator com diferente número de espiras.

Os dois enrolamentos de estator do motor bifásico, à semelhança da conexão Scott de transformadores, têm as seguintes características: 1) um ponto elétrico comum; 2) tensões de diferentes valores e, 3) número diferente de espiras.

O diagrama de conexão dos dois enrolamentos de estator é mostrado na Figura 3.5. O enrolamento de neutro N, com N_N espiras, está no espaço em quadratura com o enrolamento de fases F1F2. Este, por sua vez, é visto como sendo composto por duas bobinas ligadas em série, tendo cada uma $N_F/2$ espiras. O ponto M é o ponto central do enrolamento de fases e a ele está conectado eletricamente e de maneira permanente um dos terminais do enrolamento de neutro.

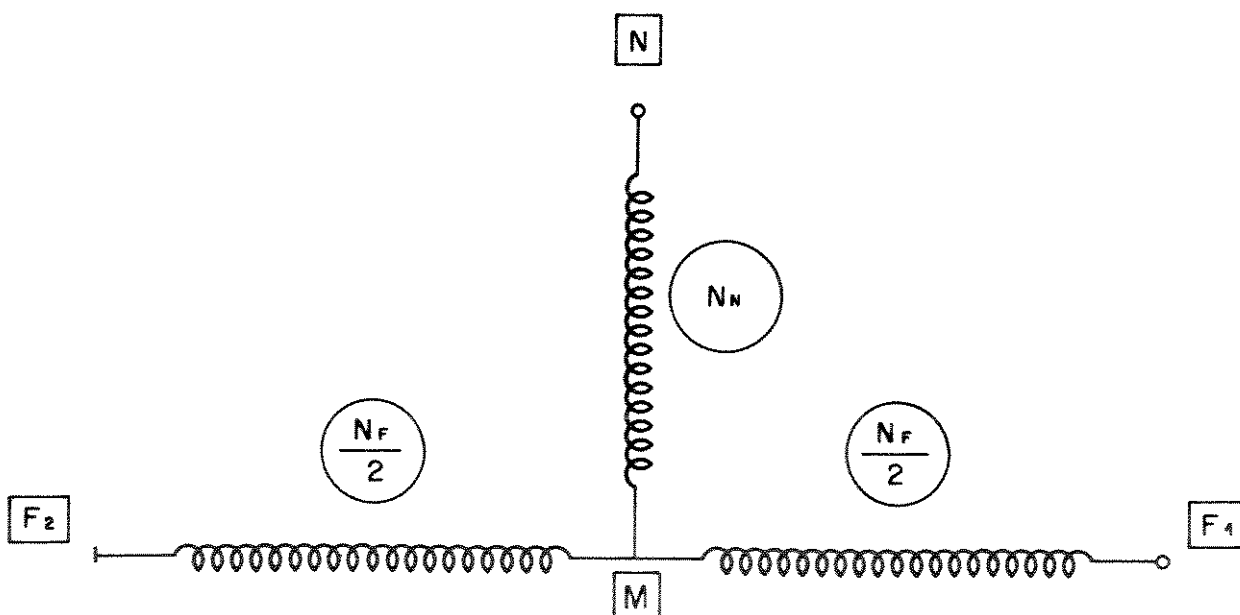


Fig. 3.5 - Conexão dos enrolamentos de estator do motor bifásico assimétrico.

A alimentação do motor é feita através da rede. Os terminais F_1 e F_2 são ligados a duas fases quaisquer e o terminal N é conectado permanentemente ao ponto de neutro da rede. Se o enrolamento de fases F1F2 está sujeito a tensão de linha cujo valor é 220 Volts eficazes, o enrolamento de neutro estará submetido a uma tensão de 63,5 volts eficazes. Para que os fluxos produzidos nos

dois circuitos tenham amplitudes iguais é necessário ainda que a relação de espiras entre os enrolamentos de neutro e de fase seja igual àquela relação existente entre as tensões presentes nestes enrolamentos (Figura 3.6). Assim pode-se escrever que

$$\frac{N_N}{N_F} = \frac{63,5}{220} = 0,2886$$

ou ainda que

$$\frac{N_N}{N_F/2} = 0,5772$$

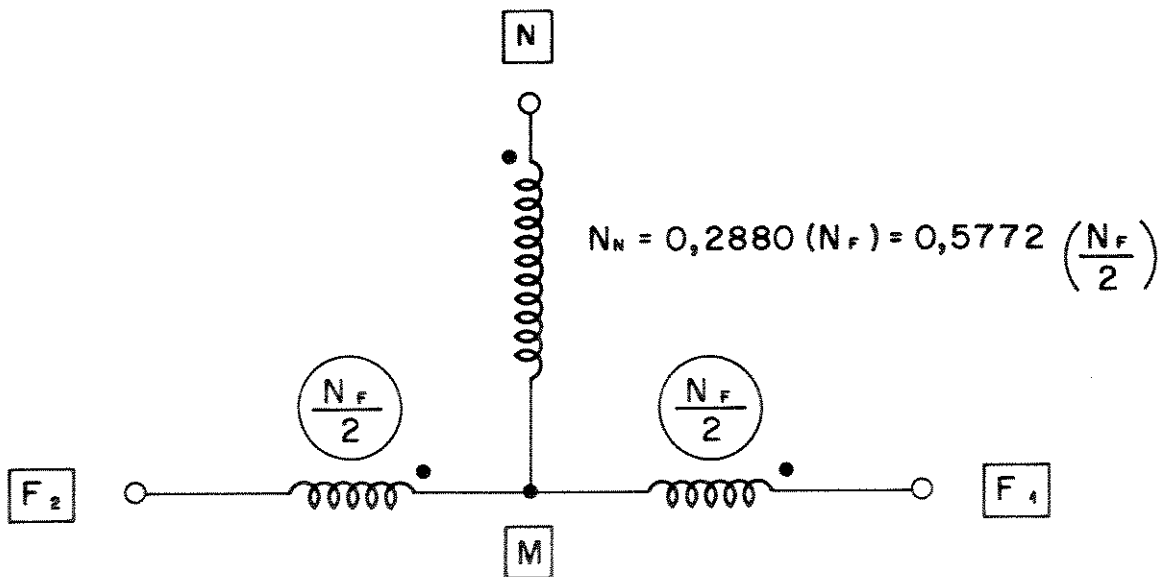


Fig. 3.6 - Relação de espiras entre os enrolamentos de estator do motor bifásico assimétrico.

As três condições citadas:

- 1ª) conexão em T dos dois enrolamentos do estator,
- 2ª) $N_N = 0,2886 N_F$ e,
- 3ª) alimentação do motor, a partir da rede com duas fases e o neutro, é possível obter fluxos magnéticos defasados de $\pi/2$ radianos elétricos no espaço e no tempo. Isto caracteriza a operação do motor como bifásico, de fluxo resultante girante no espaço.

III.5. EQUAÇÕES DE TENSÃO E DE CONJUGADO NAS VARIÁVEIS DA MÁQUINA

O esquema geral de uma máquina de indução bifásica de 2 pólos, com enrolamentos de estator assimétricos é apresentado na Figura 3.7. O rotor é representado por duas bobinas R_1R_1' e R_2R_2' em quadratura, tendo cada uma N_R espiras. O eixo magnético da fase R_2 , de rotor, faz um ângulo de θ_R radianos elétricos com o eixo magnético F_1F_2 do estator, e, ele é crescente no sentido de rotação anti-horário. O estator possui dois enrolamentos: o enrolamento de neutro N que é assim chamado, pois deve ser ligado ao neutro da rede e o de fase F_1F_2 que deve ser ligado a duas fases quaisquer.

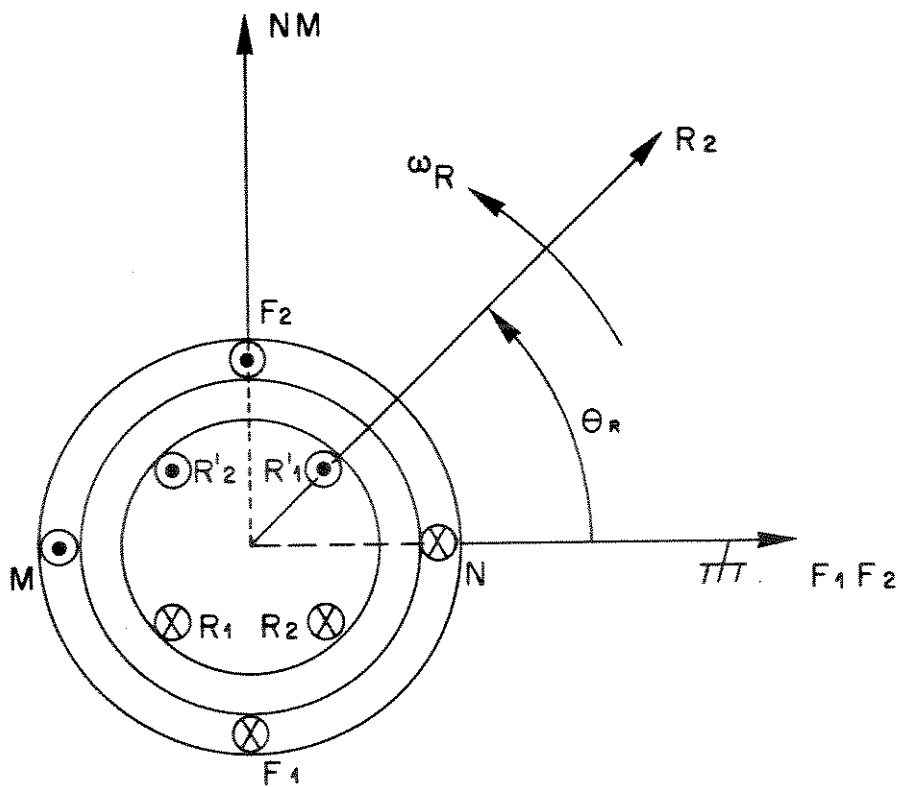


Fig. 3.7 - Máquina de indução bifásica, 2 pólos.

A representação desta máquina por meio de circuitos acoplados é mostrada na Figura 3.8. A direção positiva dos eixos magnéticos de cada enrolamento

é coincidente com a direção positiva das correntes nas respectivas bobinas. Enquanto as bobinas e estator são estacionárias, as de rotor giram com a velocidade ω_R rad./s. Os enrolamentos F1M e F2M estão ligados em série e tem cada um $N_F/2$ espiras equivalentes, totalizando N_F espiras no enrolamento total F1F2. O enrolamento de neutro possui $N_N = 0,2886 N_F$ espiras. A corrente do circuito N é denominada de $I_N(t)$ e aquelas referentes aos enrolamentos F1M e F2M são denominadas correntes $I_{F1}(t)$ e $I_{F2}(t)$, respectivamente.

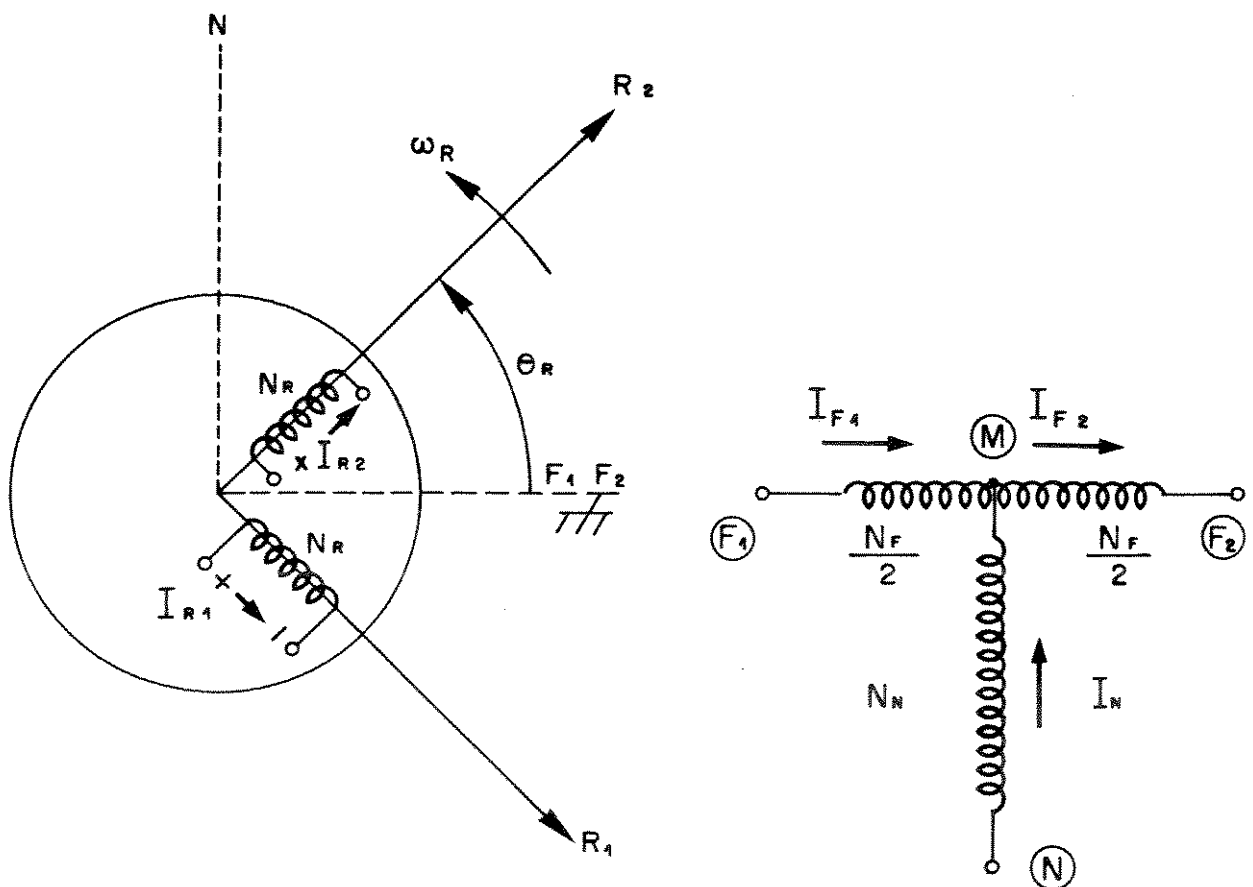


Fig. 3.8 - A máquina de indução bifásica de enrolamentos assimétricos, seus circuitos e eixos magnéticos.

Antes de se escrever as equações da máquina é necessário definir os parâmetros indutância e de resistência.

As indutâncias podem ser obtidas por inspeção e considerando que elas variam senoidalmente com θ_R , escreve-se:

a) indutâncias mútuas estator-rotor

$$L_{NR1} = -M_{NR} \cos \theta_R \quad (3)$$

$$L_{NR2} = M_{NR} \sin \theta_R \quad (4)$$

$$L_{F1R1} = L_{F2R1} = M_{F1R} \sin \theta_R \quad (5)$$

$$L_{F1R2} = L_{F2R2} = M_{F1R} \cos \theta_R \quad (6)$$

b) indutâncias mútuas estator-estator

$$L_{F1F2} = L_{F2F1} = L_{mF} \quad (7)$$

$$L_{NF1} = L_{NF2} = 0 \quad (8)$$

c) indutâncias próprias de estator

$$L_{MN} = L_{\ell N} + L_{mN} \quad (9)$$

$$L_{F1F1} = L_{\ell F1} + L_{mF} = L_{F2F2} \quad (10)$$

onde:

- $L_{\ell N}$ e $L_{\ell F1}$ são as indutâncias de dispersão dos enrolamentos N e de fase F1 (ou F2), respectivamente;

- L_{mN} e L_{mF1} são as indutâncias de magnetização dos enrolamentos N e F1, F2, respectivamente.

d) indutâncias próprias de rotor

$$L_{RR} = L_{\ell R} + L_{mR} \quad (11)$$

onde:

- $L_{\ell R}$ e L_{mR} são as indutâncias de dispersão e de magnetização de rotor.

As resistências de estator e de rotor são escritas como sendo:

R_N - resistência de estator do enrolamento N

R_{F1} - resistência de estator do enrolamento F1 ou F2

R_R - resistência do rotor referente ao enrolamento R1 ou R2

EXPRESSÕES DOS FLUXOS

O fluxos concatenados pelos enrolamentos F1, F2, N, R1 e R2 são escritos como sendo:

$$\lambda_{F1}(t) = L_{F1F1} I_{F1}(t) + L_{F1F2} I_{F2}(t) + L_{F1R1} I_{R1}(t) + L_{F1R2} I_{R2}(t) \quad (12)$$

$$\lambda_{F2}(t) = L_{F2F1} I_{F1}(t) + L_{F2F2} I_{F2}(t) + L_{F2R1} I_{R1}(t) + L_{F2R2} I_{R2}(t) \quad (13)$$

$$\lambda_N(t) = L_{NN} I_N(t) + L_{NR1} I_{R1}(t) + L_{NR2} I_{R2}(t) \quad (14)$$

$$\lambda_{R1}(t) = L_{R1F1} I_{F1}(t) + L_{R1F2} I_{F2}(t) + L_{RR} I_{R1}(t) + L_{R1N} I_N(t) \quad (15)$$

$$\lambda_{R2}(t) = L_{R2F1} I_{F1}(t) + L_{R2F2} I_{F2}(t) + L_{R2N} I_N(t) + L_{RR} I_{R2}(t) \quad (16)$$

Efetuada as devidas substituições das indutâncias (expressões 3, 4, ..., 11) nas equações de fluxo (expressões 12, 13, 14...16), pode-se escrever na forma matricial que

$$\begin{bmatrix} \lambda_{F_1}(t) \\ \lambda_{F_2}(t) \\ \lambda_N(t) \\ \lambda_{R_1}(t) \\ \lambda_{R_2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{F_1F_1} & L_{F_1F_2} & 0 & M_{F_1R} \sin \theta_R & M_{F_1R} \cos \theta_R \\ L_{F_1F_2} & L_{F_1F_1} & 0 & M_{F_1R} \sin \theta_R & M_{F_1R} \cos \theta_R \\ 0 & 0 & L_{NN} & -M_{NR} \cos \theta_R & M_{NR} \sin \theta_R \\ M_{F_1R} \sin \theta_R & M_{F_1R} \sin \theta_R & -M_{NR} \cos \theta_R & L_{RR} & 0 \\ M_{F_1R} \cos \theta_R & M_{F_1R} \cos \theta_R & M_{NR} \sin \theta_R & 0 & L_{RR} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{F_1}(t) \\ I_{F_2}(t) \\ I_N(t) \\ I_{R_1}(t) \\ I_{R_2}(t) \end{bmatrix}$$

(17)

Pode-se ainda rearranjar as equações de fluxo com o propósito de obter o modelo da máquina com duas tensões de estator $V_{MN}(t)$ e $V_{F_1F_2}(t)$ e duas de rotor V_{R_1} e V_{R_2} .

Agrupando os termos semelhantes nas expressões de fluxo e fazendo

$\lambda_{F_1F_2} = \lambda_{F_1} + \lambda_{F_2}$, tem-se que

$$\lambda_{F_1F_2}(t) = (L_{F_1F_1} + L_{F_1F_2}) (I_{F_1}(t) + I_{F_2}(t)) + 2 M_{F_1R} (I_{R_1}(t) \sin \theta_R + I_{R_2}(t) \cos \theta_R) \quad (18)$$

$$\lambda_N(t) = L_{NN} I_N(t) + M_{NR} (-I_{R_1}(t) \cos \theta_R + I_{R_2}(t) \sin \theta_R) \quad (19)$$

$$\lambda_{R1}(t) = \mathbf{M}_{F1R}(I_{F1}(t) + I_{F2}(t))\text{sen}\theta_R - \mathbf{M}_{NR} I_N(t)\text{cos}\theta_R + \mathbf{L}_{RR} I_{R1}(t) \quad (20)$$

$$\lambda_{R2}(t) = \mathbf{M}_{F1R}(I_{F1}(t) + I_{F2}(t))\text{cos}\theta_R + \mathbf{M}_{NR} I_N(t) \text{sen}\theta_R + \mathbf{L}_{RR} I_{R2}(t) \quad (21)$$

Reescrevendo $I_{F1}(t) + I_{F2}(t)$ equivalentemente como

$$I_F(t) = (I_{F1}(t) + I_{F2}(t))/2$$

e fazendo a compensação desta mudança nos termos onde isto ocorrer, o que significa multiplicar estes termos por dois, pode-se escrever que

$$\begin{bmatrix} \lambda_N(t) \\ \lambda_{F1F2}(t) \\ \lambda_{R1}(t) \\ \lambda_{R2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{NN} & 0 & -\mathbf{M}_{NR} \text{cos}\theta_R & \mathbf{M}_{NR} \text{sen}\theta_R \\ 0 & 2(\mathbf{L}_{F1F1} + \mathbf{L}_{F1F2}) & 2\mathbf{M}_{F1R} \text{sen}\theta_R & 2\mathbf{M}_{F1R} \text{cos}\theta_R \\ -\mathbf{M}_{NR} \text{cos}\theta_R & 2\mathbf{M}_{F1R} \text{sen}\theta_R & \mathbf{L}_{RR} & 0 \\ \mathbf{M}_{NR} \text{sen}\theta_R & 2\mathbf{M}_{F1R} \text{cos}\theta_R & 0 & \mathbf{L}_{RR} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_N(t) \\ I_F(t) \\ I_{R1}(t) \\ I_{R2}(t) \end{bmatrix} \quad (22)$$

Para simplificar a escrita do sistema dado por (22) tem-se:

$$L_{FF} = 2 (L_{F_1F_1} + L_{F_1F_2})$$

$$M_{FR} = 2M_{F_1R}$$

Reescrevendo então as equações de fluxo temos que

$$\begin{bmatrix} \lambda_N(t) \\ \lambda_{F_1F_2}(t) \\ \lambda_{R_1}(t) \\ \lambda_{R_2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{NN} & 0 & -M_{NR} \cos \theta_R & M_{NR} \text{sen} \theta_R \\ 0 & L_{FF} & M_{FR} \text{sen} \theta_R & M_{FR} \cos \theta_R \\ -M_{NR} \cos \theta_R & M_{FR} \text{sen} \theta_R & L_{RR} & 0 \\ M_{NR} \text{sen} \theta_R & M_{FR} \cos \theta_R & 0 & L_{RR} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_N(t) \\ I_F(t) \\ I_{R_1}(t) \\ I_{R_2}(t) \end{bmatrix} \quad (23)$$

EXPRESSÕES DAS TENSÕES

As equações de tensão para cada circuito do motor com gaiola de esquilo, são dadas por :

$$V_{NM}(t) = R_N I_N(t) + \frac{d}{dt} (\lambda_N(t)) \quad (24)$$

$$V_{F1M}(t) = R_{F1} I_{F1}(t) + \frac{d}{dt} (\lambda_{F1}(t)) \quad (25)$$

$$V_{F2M}(t) = - R_{F1} I_{F2}(t) - \frac{d}{dt} (\lambda_{F2}(t)) \quad (26)$$

$$V_{R1}(t) = 0 = R_R I_{R1}(t) + \frac{d}{dt} (\lambda_{R1}(t)) \quad (27)$$

$$V_{R2}(t) = 0 = R_R I_{R2}(t) + \frac{d}{dt} (\lambda_{R2}(t)) \quad (28)$$

As tensões aplicadas são as tensões de fase $V_{F1}(t)$ e $V_{F2}(t)$, dadas pelo sistema de alimentação, e podem ser relacionadas com as tensões nos enrolamentos por

$$V_{F1N}(t) = V_{MN}(t) + V_{F1M}(t) \quad (29)$$

$$V_{F2N}(t) = V_{MN}(t) + V_{F2M}(t) \quad (30)$$

No caso ideal, quando não há nenhuma assimetria magnética ou elétrica nas duas metades dos enrolamentos de fases, as tensões resultantes nestes circuitos $V_{F1M}(t)$ e $V_{F2M}(t)$ são iguais em módulo e estão em fase com a tensão de linha $V_{F1F2}(t)$. Desta forma a tensão resultante no enrolamento de neutro $V_{MN}(t)$ vale aproximadamente 29% da tensão de linha e se encontra em quadratura com a mesma. Neste caso, tem-se que a tensão por espira deverá ter a mesma magnitude em ambos os enrolamento.

Se, ao contrário do caso ideal, as duas metades do enrolamento de fases apresentar eletricamente ou magneticamente alguma assimetria, as f.e.m.s induzidas nestes circuitos são desiguais tanto em módulo quanto em fase e pode-se ter o típico diagrama fasorial da Figura 3.9. Neste caso as tensões nos enrolamentos vão depender do potencial do ponto comum M.

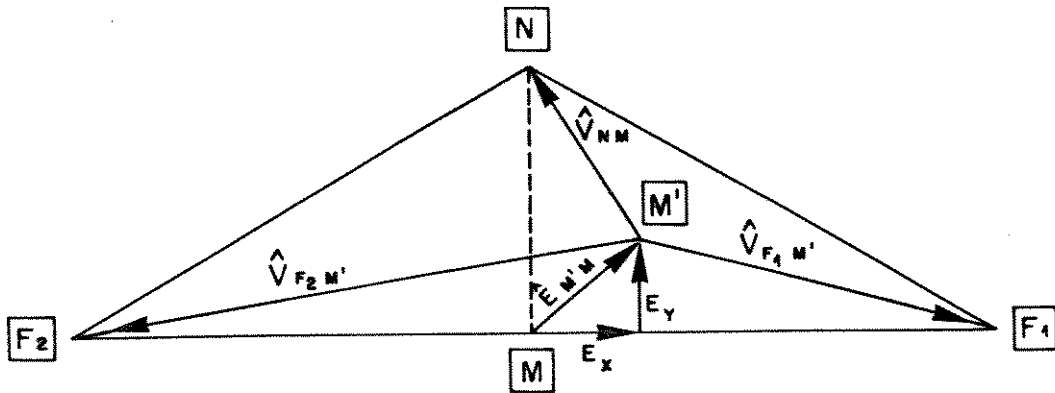


Fig. 3.9 - Diagrama fasorial para o caso da máquina apresentar assimetria magnética.

O novo ponto M' pode ser escrito em relação ao ponto ideal M, como

$$\hat{E}_{M'N} = E_X + j E_Y \quad (31)$$

e assim as tensões fasoriais nos enrolamentos será dado por

$$\hat{V}_{MN} = -\left[E_X + j \left(V_F \cos \frac{\pi}{3} - E_Y \right) \right] \quad (32)$$

$$\hat{V}_{F2M} = \left(\frac{V_{F1F2}}{2} + E_X \right) - j E_Y \quad (33)$$

$$V_{F1M} = \left(\frac{V_{F1F2}}{2} - E_X \right) - j E_Y \quad (34)$$

CONJUGADO ELETROMAGNÉTICO

A equação que descreve o comportamento mecânico da máquina é dada por:

$$T_E = J \frac{d}{dt} \omega_R + B \omega_R + T_C \quad (35)$$

onde

J - inércia das partes rotativas;

B - coeficiente de amortecimento associado ao atrito viscoso do sistema mecânico girante;

T_C - conjugado de carga e

ω_R - velocidade de rotação do motor (rad/s).

O conjugado eletromagnético T_E tem que contrabalançar o conjugado de carga para uma dada velocidade. Este conjugado pode ser calculado a partir da expressão de co-energia [4], ou seja :

$$T_E = (P/2) \left. \frac{\partial}{\partial \theta_R} W_C(i, \theta_R) \right|_{i=cte} \quad (36)$$

onde

- P é o número de pólos.

Como se está trabalhando com a hipótese da máquina ser magneticamente linear, ou seja, a co-energia é igual a energia armazenada W_F e, levando-se em conta que a energia armazenada nas indutâncias de dispersão de estator e de rotor não contribuem para a energia armazenada no campo de acoplamento [4] pode-se escrever que

$$W_F = \frac{1}{2}(\mathbf{I}_S)^T (\mathbf{L}_S - \mathbf{L}_{\ell,S} \mathbf{I})^T (\mathbf{I}_S) + (\mathbf{I}_S)^T \mathbf{L}_{SR} \mathbf{I}_R + \frac{1}{2}(\mathbf{I}_R)^T (\mathbf{L}_R - \mathbf{L}_{\ell,R}) \mathbf{I}_R \quad (37)$$

onde

- \mathbf{I} é a matriz identidade;
- \mathbf{I}_R é a matriz corrente do rotor;
- \mathbf{L}_R é a matriz indutância do rotor;
- \mathbf{L}_S é a matriz indutância do estator;
- \mathbf{L}_{SR} é a matriz indutância mútua estator-rotor;
- $\mathbf{L}_{\ell,R}$ é a matriz indutância de dispersão do rotor e
- $\mathbf{L}_{\ell,S}$ é a matriz indutância de dispersão do estator.

As matrizes indutância \mathbf{L}_R , \mathbf{L}_S , $\mathbf{L}_{\ell,R}$ e $\mathbf{L}_{\ell,S}$ não são dependentes da posição de rotor θ_R , e portanto, o conjugado eletromagnético para uma máquina com P pólos será dado a partir das expressões (36) e (37), como

$$\mathbf{T}_E = \left(\frac{P}{2}\right) (\mathbf{I}_S)^T \frac{\partial}{\partial \theta_R} \mathbf{L}_{SR} \mathbf{I}_R \quad (38)$$

Com \mathbf{I}_S , \mathbf{I}_R e \mathbf{L}_{SR} definidas por

$$(\mathbf{I}_S)^T = \begin{bmatrix} I_N(t) & I_F(t) \end{bmatrix} \quad (39)$$

$$(\mathbf{I}_R)^T = \begin{bmatrix} I_{R1}(t) & I_{R2}(t) \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$\mathbf{L}_{SR} = \begin{bmatrix} -M_{NR} \cos\theta_R & M_{NR} \sin\theta_R \\ M_{FR} \sin\theta_R & M_{FR} \cos\theta_R \end{bmatrix} \quad (41)$$

e fazendo as devidas substituições destas na expressão do conjugado [38], temos que

$$T_E = \frac{P}{2} \begin{bmatrix} I_N(t) & I_F(t) \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \theta_R} \begin{bmatrix} -M_{NR} \cos \theta_R & M_{NR} \sin \theta_R \\ M_{FR} \sin \theta_R & M_{FR} \cos \theta_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{R1}(t) \\ I_{R2}(t) \end{bmatrix}$$

$$T_E = \frac{P}{2} \begin{bmatrix} I_N(t) & I_F(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{NR} (I_{R1} \sin \theta_R + I_{R2} \cos \theta_R) \\ M_{FR} (I_{R1} \cos \theta_R - I_{R2} \sin \theta_R) \end{bmatrix}$$

$$T_E = \frac{P}{2} \left\{ M_{NR} I_N(t) (I_{R1} \sin \theta_R + I_{R2} \cos \theta_R) - M_{FR} I_F(t) (-I_{R1} \cos \theta_R + I_{R2} \sin \theta_R) \right\} \quad (42)$$

Pode-se observar que o conjugado gerado é proporcional ao produto de correntes (componentes) em quadratura.

III.6. EQUAÇÕES DA MÁQUINA NO SISTEMA DE REFERÊNCIA ESTACIONÁRIO

A solução das equações elétricas da máquina (24) a (28) obtidas anteriormente, exigem o conhecimento das tensões nos enrolamentos. Alguns coeficientes destas equações não são constantes, pois as indutâncias mútuas estator rotor dependem do ângulo elétrico θ_R de rotor que gira com velocidade $\omega_R = \frac{d}{dt}(\theta_R)$. Com o objetivo de eliminar esta dependência é feita uma transformação de variáveis para um sistema de referência fixo nas bobinas de estator N e F1F2 (Figura 3.10). Neste novo sistema, as grandezas de estator não são alteradas e somente aquelas de rotor devem ser transformadas pelo fato de que as bobinas de rotor tem uma velocidade relativa ω_R em relação ao sistema DQ.

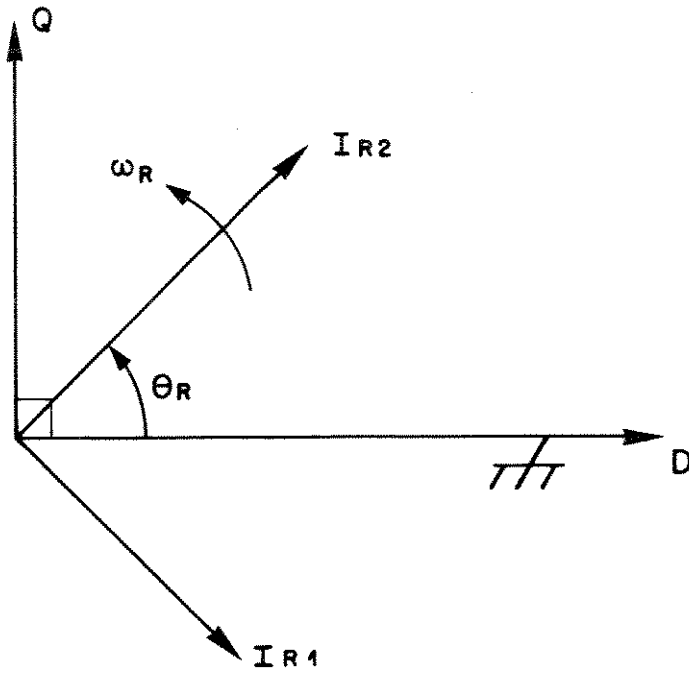


Fig. 3.10 - Sistema de referência estacionário.

O eixo D pode ser considerado como sendo o eixo magnético do enrolamento de fases F1F2 e como conseqüência o eixo Q será definido pelo eixo magnético do enrolamento de neutro N. Pode-se escrever então que,

$$I_{Qs} = I_N(t) \quad (43)$$

$$I_{Ds} = I_F(t) \quad (44)$$

$$V_{Qs} = V_{MN}(t) \quad (45)$$

$$\lambda_{Qs} = \lambda_N(t) \quad (46)$$

$$V_{Ds} = V_{F1F2}(t) \quad (47)$$

$$\lambda_{Ds} = \lambda_{F1}(t) + \lambda_{F2}(t) = \lambda_{F1F2}(t) \quad (48)$$

ou ainda na forma compacta,

$$(I_{QDs})^T = \begin{bmatrix} I_{Qs} & I_{Ds} \end{bmatrix} \quad (49)$$

$$(V_{QDs})^T = \begin{bmatrix} V_{Qs} & V_{Ds} \end{bmatrix} \quad (50)$$

$$(\lambda_{QDs})^T = \begin{bmatrix} \lambda_{Qs} & \lambda_{Ds} \end{bmatrix} \quad (51)$$

Ao analisar-se as equações de fluxo de estator (equações (18) e (19)), nota-se que as correntes de rotor contribuem para a produção de fluxo no estator. No enrolamento de neutro N tem-se a contribuição $(-I_{R1} \cos\theta_R + I_{R2} \text{sen}\theta_R)M_{NR}$; no enrolamento de fases F1F2 a contribuição é dada por $M_{FR}(I_{R1} \text{sen}\theta_R + I_{R2} \cos\theta_R)$.

Pode-se então considerar ou definir duas novas correntes de rotor, I_{DR} e I_{QR} , no sistema de referência estacionário adotado, e que sejam equivalentes àquelas contribuições combinadas das correntes de rotor I_{R1} e I_{R2} ,

$$I_{QR} = -I_{R1} \cos\theta_R + I_{R2} \text{sen}\theta_R \quad (52)$$

$$I_{DR} = I_{R1} \text{sen}\theta_R + I_{R2} \cos\theta_R \quad (53)$$

Alternativamente pode-se escrever na forma

$$I_{QDR} = C_{tr} I_R \quad (54)$$

onde

$$(I_{QDR})^T = \begin{bmatrix} I_{QR} & I_{DR} \end{bmatrix} \quad (55)$$

$$C_{tr} = \begin{bmatrix} -\cos\theta_R & \text{sen}\theta_R \\ \text{sen}\theta_R & \cos\theta_R \end{bmatrix} \quad (56)$$

e I_R é definido na equação (40).

A transformação inversa é obtida escrevendo-se

$$\mathbf{I}_R = (\mathbf{C}_{tr})^{-1} \mathbf{I}_{QDR} \quad (57)$$

com

$$(\mathbf{C}_{tr})^{-1} = \mathbf{C}_{tr} \quad (58)$$

Os fluxos do estator, expressos em função destas novas variáveis ficam

$$\lambda_{QS} = L_{NN} I_{QS} + M_{NR} I_{QR} \quad (59)$$

$$\lambda_{Ds} = L_{FF} I_{Ds} + M_{FR} I_{DR} \quad (60)$$

Para que a transformação seja invariante em potência, a matriz de transformação das tensões devem ser a transposta daquela usada para as correntes [5]. Tomando a equação que define \mathbf{C}_{tr} e calculando a sua transposta, conclui-se que $(\mathbf{C}_{tr})^T = \mathbf{C}_{tr}$. Desta forma escreve-se que

$$\mathbf{V}_{QDR} = \mathbf{C}_{tr} \mathbf{V}_R \quad (61)$$

e

$$\lambda_{QDR} = \mathbf{C}_{tr} \lambda_R \quad (62)$$

onde

$$(\mathbf{V}_{QDR})^T = \begin{bmatrix} V_{QR} & V_{DR} \end{bmatrix} \quad (63)$$

$$(\mathbf{V}_R)^T = \begin{bmatrix} V_{R1} & V_{R2} \end{bmatrix} \quad (64)$$

$$(\lambda_R)^T = \begin{bmatrix} \lambda_{R1} & \lambda_{R2} \end{bmatrix} \quad (65)$$

O fluxo de rotor expresso no novo sistema D, Q é obtido substituindo λ_{R1} e λ_{R2} dados na expressão (23), e lembrando que $I_R = (C_{tr})^{-1} I_{QDR}$:

$$\lambda_{QDR} = C_{tr} \lambda_R = C_{tr} (L_{SR})^T I_S + C_{tr} L_R (C_{tr})^{-1} I_{QDR} \quad (66)$$

Nesta expressão (66), o coeficiente $C_{tr} L_R (C_{tr})^{-1}$ é facilmente identificado como sendo igual a matriz indutância do rotor L_R . Já, o coeficiente que multiplica a corrente de estator I_S tem que ser desenvolvido.

Com a ajuda das equações (56) e (41) que definem C_{tr} e L_{SR} respectivamente pode-se escrever que

$$C_{tr} L_{SR} = \begin{bmatrix} -\cos\theta_R & \sin\theta_R \\ \sin\theta_R & \cos\theta_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -M_{NR} \cos\theta_R & M_{FR} \sin\theta_R \\ M_{NR} \sin\theta_R & M_{FR} \cos\theta_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{NR} & 0 \\ 0 & M_{NR} \end{bmatrix}$$

e efetuando a substituição destas expressões naquela de fluxo tem-se que

$$\lambda_{QDR} = \begin{bmatrix} M_{NR} & 0 \\ 0 & M_{FR} \end{bmatrix} I_S + \begin{bmatrix} L_{RR} & 0 \\ 0 & L_{RR} \end{bmatrix} I_{QDR} \quad (67)$$

Como as variáveis de estator não foram transformadas pelo fato de se escolher o sistema de referência estacionário tendo os seus eixos Q e D coincidentes com os de estator, definidos pelas bobinas N e F1F2 respectivamente, pode-se escrever que a expressão de tensão de estator não se altera, ou seja

$$V_{QDs} = R_S I_{QDs} + \frac{d}{dt}(\lambda_{QDs}) \quad (68)$$

Lembrando que as expressões de tensão para o rotor são dadas pelas equações (27) e (28) e tomando as equações (57), (61) e (66) a nova equação no novo sistema é escrita como

$$\mathbf{V}_{\text{QDR}} = \mathbf{C}_{\text{tr}} \mathbf{V}_{\text{R}} = \mathbf{C}_{\text{tr}} \mathbf{R}_{\text{R}} (\mathbf{C}_{\text{tr}})^{-1} \mathbf{I}_{\text{QDR}} + \mathbf{C}_{\text{tr}} \frac{d}{dt} (\mathbf{C}_{\text{tr}})^{-1} \lambda_{\text{QDR}} \quad (69)$$

Como \mathbf{R}_{R} é uma matriz diagonal, o produto $\mathbf{C}_{\text{tr}} \mathbf{R}_{\text{R}} \mathbf{C}_{\text{tr}}^{-1}$ produz a própria matriz \mathbf{R}_{R} . O coeficiente que multiplica a corrente \mathbf{I}_{QDR} tem que ser desenvolvido:

$$\mathbf{C}_{\text{tr}} \frac{d}{dt} \mathbf{C}_{\text{tr}}^{-1} \lambda_{\text{QDR}} = \mathbf{C}_{\text{tr}} \mathbf{C}_{\text{tr}}^{-1} \frac{d}{dt} (\lambda_{\text{QDR}}) + \mathbf{C}_{\text{tr}} \frac{d}{dt} (\mathbf{C}_{\text{tr}}^{-1} \lambda_{\text{QDR}}) \quad (70)$$

De posse de \mathbf{C}_{tr} , dada pela equação (49) e considerando que $\mathbf{C}_{\text{tr}}^{-1} = \mathbf{C}_{\text{tr}}^T$, pode-se escrever que

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{\text{tr}} \frac{d}{dt} \mathbf{C}_{\text{tr}}^{-1} &= \mathbf{C}_{\text{tr}} \frac{d}{dt} \mathbf{C}_{\text{tr}}^T = \begin{bmatrix} -\cos\theta_{\text{R}} & \text{sen}\theta_{\text{R}} \\ \text{sen}\theta_{\text{R}} & \cos\theta_{\text{R}} \end{bmatrix} \frac{d}{dt}(\theta_{\text{R}}) \begin{bmatrix} \text{sen}\theta_{\text{R}} & \cos\theta_{\text{R}} \\ \cos\theta_{\text{R}} & -\text{sen}\theta_{\text{R}} \end{bmatrix} \\ &= \omega_{\text{R}} \begin{bmatrix} -\cos\theta_{\text{R}} & \text{sen}\theta_{\text{R}} \\ \text{sen}\theta_{\text{R}} & \cos\theta_{\text{R}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{sen}\theta_{\text{R}} & \cos\theta_{\text{R}} \\ \cos\theta_{\text{R}} & -\text{sen}\theta_{\text{R}} \end{bmatrix} = \omega_{\text{R}} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (71) \end{aligned}$$

Com os resultados dados pelas equações (61), (62) e com as adequadas substituições destas na equação (60), obtém-se

$$\mathbf{V}_{\text{QDR}} = \mathbf{R}_{\text{R}} \mathbf{I}_{\text{QDR}} + \omega_{\text{R}} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \lambda_{\text{QDR}} + \frac{d}{dt} (\lambda_{\text{QDR}}) \quad (72)$$

Na forma expandida resulta em

$$V_{OR} = R_R I_{OR} - \omega_R \lambda_{DR} + \frac{d}{dt} (\lambda_{OR}) \quad (73)$$

$$V_{DR} = R_R I_{DR} + \omega_R \lambda_{OR} + \frac{d}{dt} (\lambda_{DR}) \quad (74)$$

CONJUGADO

Na expressão do conjugado instantâneo, dada anteriormente (equação 42), identifica-se facilmente as duas correntes de rotor I_{DR} e I_{OR} , dadas pelas equações (52) e (53), multiplicando as correntes de estator $I_N(t)$ e $I_F(t)$, respectivamente. Lembrando que

$$I_{QS} = I_N(t)$$

e

$$I_{Ds} = I_F(t)$$

pode-se finalmente escrever que

$$T_E = \frac{P}{2} (M_{NR} I_{QS} I_{DR} - M_{FR} I_{Ds} I_{OR}) \quad (75)$$

III.7. CIRCUITO EQUIVALENTE

Por conveniência as equações do motor de indução bifásico assimétrico, nas coordenadas Q e D, são escritas a seguir:

- Equações de tensão em função das correntes e dos fluxos concatenados

$$V_{QS} = R_N I_{QS} + \frac{d}{dt} (\lambda_{QS}) \quad (76)$$

$$V_{DS} = R_F I_{DS} + \frac{d}{dt} (\lambda_{DS}) \quad (77)$$

$$V_{QR} = 0 = R_R I_{QR} - \omega_R \lambda_{DR} + \frac{d}{dt} (\lambda_{QR}) \quad (78)$$

$$V_{DR} = 0 = R_R I_{DR} + \omega_R \lambda_{QR} + \frac{d}{dt} (\lambda_{DR}) \quad (79)$$

◦ Equações dos fluxos concatenados

$$\lambda_{QS} = L_{NN} I_{QS} + M_{NR} I_{QR} \quad (80)$$

$$\lambda_{DS} = L_{FF} I_{DS} + M_{FR} I_{DR} \quad (81)$$

$$\lambda_{QR} = L_{RR} I_{QR} + M_{NR} I_{QS} \quad (82)$$

$$\lambda_{DR} = L_{RR} I_{DR} + M_{FR} I_{DS} \quad (83)$$

onde os parâmetros são :

- R_N resistência total do circuito de neutro;

- R_F resistência total do circuito de fases;

- $L_{NN} = L_{\ell N} + L_{mN}$ indutância própria do circuito de neutro; (84)

- $L_{FF} = L_{\ell F} + L_{mF}$ indutância própria do circuito de fases; (85)

- $L_{RR} = L_{\ell R} + L_{mR}$ indutância própria dos circuitos bifásicos, de rotor. (86)

Para obtenção do circuito equivalente as grandezas do rotor devem ser referidas ao circuito de estator. Duas alternativas são possíveis considerando que o estator da máquina é assimétrico:

- 1) escolher um dos circuitos de estator como referência. Se, por exemplo, é escolhido como referência, o circuito de estator tendo N_F espiras, será necessário referir o circuito de neutro que contém N_N espiras, bem como os circuitos de rotor para este circuito de referência.
- 2) escolher os dois circuitos de estator como referência. Neste caso, um circuito de rotor é referido ao enrolamento de neutro N e o outro circuito, ao enrolamento de fases F. A vantagem desta segunda alternativa, é que não há necessidade de redefinir as variáveis de estator e portanto, tem-se que as tensões e correntes de estator, são grandezas medidas diretamente no motor.

Adotando esta segunda alternativa, escolhe-se que as variáveis do *eixo q* do rotor serão refletidas ao enrolamento de neutro, com N_N espiras, e as variáveis do *eixo d* do rotor ao enrolamento de fases F1F2, com N_F espiras. Como observado anteriormente, as grandezas de estator permanecem, e portanto, as equações de tensão continuam sendo dadas pelas expressões (76) e (77). Por conveniência escreve-se estas equações como

$$V_{Qs}^N = R_N I_{Qs}^N + \frac{d}{dt} (\lambda_{Qs}^N) \quad (87)$$

$$V_{Ds}^F = R_F I_{Ds}^F + \frac{d}{dt} (\lambda_{Ds}^F) \quad (88)$$

onde os índices N e F indicam que as grandezas estão referidas ao circuito de neutro e ao de fases, respectivamente.

Para o rotor, a reflexão, dos seus parâmetros e variáveis, é dada a seguir:

◦ Reflexão das grandezas de eixo q do rotor ao circuito N ($q=N_N/N_R$)

$$R_R^N = q^2 R_R \quad (89)$$

$$L_{RR}^N = q^2 L_{RR} = q^2 (L_{\ell R} + L_{mR}) \quad (90)$$

$$I_{OR}^N = (1/q) I_{OR} \quad (91)$$

$$\lambda_{OR}^N = q \lambda_{OR} \quad (92)$$

◦ Reflexão das grandezas do eixo do rotor ao circuito de fases ($d=N_F/N_R$)

$$R_R^F = d^2 R_R \quad (93)$$

$$L_{RR}^F = d^2 L_{RR} = d^2 (L_{\ell R} + L_{mR}) \quad (94)$$

$$I_{DR}^F = (1/d) I_{DR} \quad (95)$$

$$\lambda_{DR}^F = d \lambda_{DR} \quad (96)$$

Antes de escrever as novas equações de fluxo, é conveniente expressar as indutâncias mútuas de estator-rotor, M_{NR} e M_{FR} , em função das indutâncias de magnetização L_{mN} e L_{mF1} respectivamente, bem como a relação entre as indutâncias de magnetização do estator com aquela do rotor:

$$M_{NR} = (1/q) L_{mN} \quad (97)$$

$$M_{F1R} = [1/(d/2)] L_{mF1} \quad (98)$$

$$L_{mR} = (1/q)^2 L_{mN} \quad (99)$$

$$L_{mR} = [1/(d/2)]^2 L_{mF1} \quad (100)$$

De posse das indutâncias mútuas dadas por (97), (98), (99) e (100), e substituindo-as naquelas expressões de fluxos dadas por (80), (81), (82) e (83), após algumas manipulações algébricas obtém-se

$$\lambda_{QS}^N = L_{\ell N} I_{QS}^N + L_{mN}(I_{QS}^N + I_{QR}/q) \quad (101)$$

$$\lambda_{QR} = L_{\ell R} I_{QR} + L_{mN}(I_{QS}^N/q + I_{QR}/q^2) \quad (102)$$

$$\lambda_{DS}^F = 2L_{\ell F} I_{DS}^F + 2 L_{mF1}(I_{DS}^F + I_{DR}/d) \quad (103)$$

$$\lambda_{DR} = L_{\ell R} I_{DR} + 2 L_{mF1}(I_{DS}^F/d + I_{DR}/d^2) \quad (104)$$

Nestas equações de fluxo, identifica-se facilmente as correntes de rotor, i_{QR}/q e i_{DR}/d , como sendo referidas ao circuitos N e F1F2 do estator respectivamente e assim pode-se escrever de uma maneira mais compacta, que o fluxo de estator é dado por

$$\lambda_{QS}^N = L_{\ell N} I_{QS}^N + L_{mN}(I_{QS}^N + I_{QR}^N) \quad (105)$$

$$\lambda_{DS}^F = L_{\ell F} I_{DS}^F + L_{mF}(I_{DS}^F + I_{DR}^F) \quad (106)$$

onde

$$L_{\ell F} = 2L_{\ell F1} \quad \text{indutância da dispersão do circuito F;}$$

$$L_{mF} = 2L_{mF1} \quad \text{indutância magnetização do circuito F;}$$

$$I_{QR}^N = I_{QR}/q \quad \text{corrente de rotor de eixo Q refletida ao circuito N;}$$

$$I_{QR}^F = I_{QR}/d \quad \text{corrente de rotor de eixo D refletida ao circuito F.}$$

As equações de tensão de estator podem ser escritas agora a partir de (76), (77), (105) e (106):

$$V_{QS}^N = R_N I_{QS}^N + L_{\ell N} \frac{d}{dt} (I_{QS}^N) + L_{mN} \frac{d}{dt} (I_{QS}^N + I_{QR}^N) \quad (107)$$

$$V_{DS}^F = R_F I_{DS}^F + L_{\ell F} \frac{d}{dt} (I_{DS}^F) + L_{mF} \frac{d}{dt} (I_{DS}^F + I_{DR}^F) \quad (108)$$

EQUAÇÕES DO ROTOR

Para escrever as equações do fluxo do rotor são necessárias ainda algumas manipulações algébricas. Primeiramente, multiplica-se as equações (102) e (104) pelas relações de espiras q e d respectivamente, para obter os fluxos de rotor referidos aos enrolamentos do estator N e F respectivamente,

$$\lambda_{QR}^N = q \cdot \lambda_{QR} = q L_{\ell R} (I_{QR}/q) + L_{mN} (I_{QS}^N + I_{QR}/q) \quad (109)$$

$$\lambda_{DR}^F = d \cdot \lambda_{DR} = d L_{\ell F} (I_{DR}/d) + L_{mF} (I_{DS}^F + I_{DR}/d) \quad (110)$$

Pode-se ainda efetuar a reflexão das correntes de rotor I_{QR} e I_{DR} aos circuitos N e F respectivamente e reescrever estas equações nas novas variáveis,

$$\lambda_{QR}^N = L_{\ell R}^N I_{QR}^N + L_{mN} (I_{QS}^N + I_{QR}^N) \quad (111)$$

$$\lambda_{DR}^F = L_{\ell R}^F I_{DR}^F + L_{mF} (I_{DS}^F + I_{DR}^F) \quad (112)$$

onde

$$L_{\ell R}^N = q^2 L_{RQ} \quad (113)$$

$$L_{RQ}^F = d^2 L_{\ell R}$$

Para obter as equações de tensão, adota-se um procedimento semelhante àquele utilizado para a obtenção dos fluxos. A partir das equações (78) e (79) pode-se escrever que

$$q \cdot V_{QR} = 0 = q^2 R_R (I_{QR}/q) - \omega_R (N_N/N_F) d \lambda_{DR} + \frac{d}{dt} (q \cdot \lambda_{QR}) \quad (114)$$

$$d \cdot V_{DR} = 0 = d^2 R_R (I_{DR}/d) + \omega_R (N_F/N_N) q \lambda_{QR} + \frac{d}{dt} (d \cdot \lambda_{DR}) \quad (115)$$

Nestas equações $(q \cdot \lambda_{DR})$ e $(d \cdot \lambda_{QR})$ podem ser escritos alternativamente como

$$q \cdot \lambda_{DR} = \frac{N_N}{N_R} \lambda_{DR} = \frac{N_N}{N_F} \left(\frac{N_F}{N_R} \right) \lambda_{DR} = \frac{N_N}{N_F} \lambda_{DR}^F \quad (116)$$

$$d \cdot \lambda_{QR} = \frac{N_F}{N_R} \lambda_{QR} = \frac{N_F}{N_N} \left(\frac{N_N}{N_R} \right) \lambda_{QR} = \frac{N_F}{N_N} \lambda_{QR}^F \quad (117)$$

Desta forma pode-se, a partir das equações (116) e (117), reescrever as equações de tensão de rotor dadas por (114) e (115), como

$$V_{QR}^N = 0 = R_R^N I_{QR}^N - \omega_R (N_N/N_F) \lambda_{DR}^F + \frac{d}{dt} (\lambda_{QR}^N) \quad (118)$$

$$V_{DR}^F = 0 = R_R^F I_{DR}^F + \omega_R (N_F/N_N) \lambda_{QR}^N + \frac{d}{dt} (\lambda_{DR}^F) \quad (119)$$

Nestas equações observa-se que os coeficientes dos fluxos de rotor λ_{DR}^F e λ_{QR}^N são multiplicados por uma relação de espiras N_N/N_F e N_F/N_N respectivamente. Isto equivale a refletir estes fluxos ao circuito de estator conveniente. Na equação (118) o fluxo λ_{DR}^F é refletido ao enrolamento de neutro $\left(\frac{N_N}{N_F} \lambda_{DR}^F \right)$ e, na

equação (119) o fluxo λ_{QR}^N é refletido ao enrolamento de fases $\left(\frac{N_F}{N_N} \lambda_{QR}^N \right)$.

Lembrando que nas equações (118) e (119) as derivadas de fluxo de rotor são dada por:

$$\frac{d}{dt}(\lambda_{QR}^N) = L_{\ell R}^N \frac{d}{dt}(I_{QR}^N) + L_{mN} \frac{d}{dt}(I_{QS} + I_{QR}^N) \quad (120)$$

$$\frac{d}{dt}(\lambda_{DR}^F) = L_{\ell R}^F \frac{d}{dt}(I_{DR}^F) + L_{mF} \frac{d}{dt}(I_{DS} + I_{DR}^F), \quad (121)$$

o circuito equivalente do motor bifásico, mostrado na Figura 3.11, é obtido a partir das equações (107), (108), (109), (118), (119), (120) e (121).

A relação entre as indutâncias de magnetização do enrolamento de neutro L_{mN} e aquela do enrolamento de fases L_{mF} é dada por

$$\frac{L_{mN}}{L_{mF}} = (N_N/N_F)^2 \quad (122)$$

CONJUGADO

O conjugado instantâneo pode ser escrito em função da indutância de magnetização de estator e das correntes. A partir das expressões das indutâncias mútuas M_{NR} e M_{FR} , dada por (97) e (98), e das correntes de rotor refletidas, pode-se fazer as substituições convenientes na expressão do conjugado (75), obtendo:

$$T_E = (P/2)(N_F/N_N) L_{mN} (I_{QS}^N I_{DR}^F - I_{DS}^F I_{QR}^N) \quad (123)$$

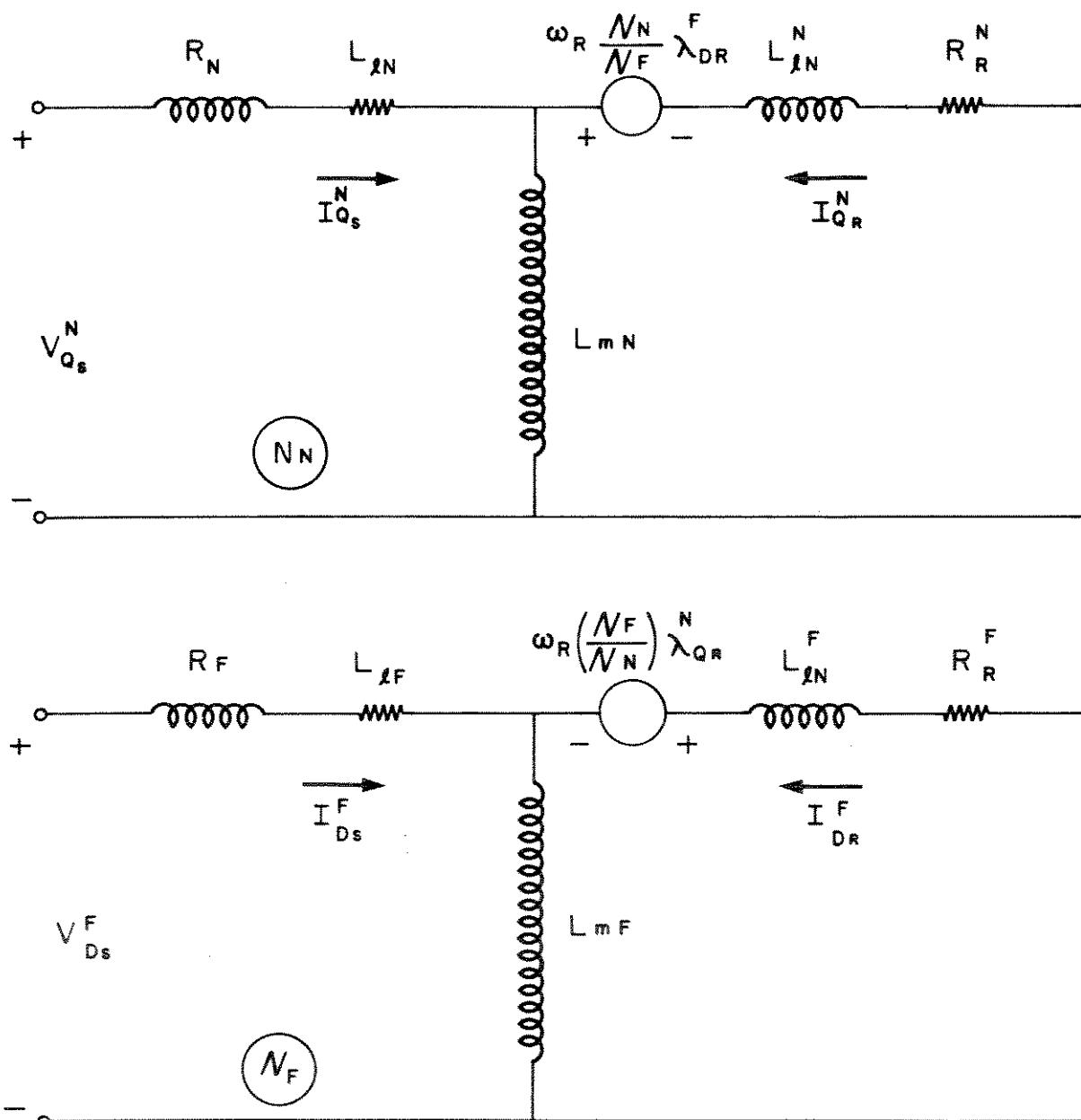


Fig. 3.11 - Circuito equivalente do motor bifásico assimétrico (N_N e N_F espiras).

III.8. EQUAÇÕES DA MÁQUINA PARA A SIMULAÇÃO EM COMPUTADOR DIGITAL

A escolha do fluxo concatenado como variável de estado resulta em solução mais compacta, no estudo de transitórios da máquina, pois os fluxos possuem uma variação mais lenta quando comparada com as correntes.

◦ Eliminação das correntes nas equações de tensão

Nas expressões de fluxo e de tensão obtidas anteriormente, os parâmetros indutâncias devem ser substituídos por reatâncias. Deste modo basta multiplicar as expressões de fluxo pela frequência angular de base ω_b que corresponde a frequência nominal de operação da máquina. Uma nova variável $\Psi = \omega_b \lambda$, tendo a unidade de volts é definida. Das expressões (105), (106), (112), e (113) pode-se escrever que

$$\Psi_{QS}^N = \omega_b \lambda_{QS}^N = (\omega_b L_{\ell N}) I_{QS}^N + (\omega_b L_{mN}) (I_{QS}^N + I_{QR}^N) \quad (124)$$

$$\Psi_{DS}^F = \omega_b \lambda_{DS}^F = (\omega_b L_{\ell F}) I_{DS}^F + (\omega_b L_{mF}) (I_{DS}^F + I_{DR}^F) \quad (125)$$

$$\Psi_{QR}^N = \omega_b \lambda_{QR}^N = (\omega_b L_{\ell R}^N) I_{QR}^N + L_{mN} (I_{QS}^N + I_{QR}^N) \quad (126)$$

$$\Psi_{DR}^F = \omega_b \lambda_{DR}^F = (\omega_b L_{\ell R}^F) + (\omega_b L_{mF}) (I_{DS}^F + I_{DR}^F) \quad (127)$$

ou

$$\Psi_{QS}^N = X_{\ell N} I_{QS}^N + X_{mN} (I_{QS}^N + I_{QR}^N) \quad (128)$$

$$\Psi_{DS}^F = X_{\ell F} I_{DS}^F + X_{mF} (I_{DS}^F + I_{DR}^F) \quad (129)$$

$$\Psi_{QR}^N = X_{\ell R}^N I_{QR}^N + X_{mN} (I_{QS}^N + I_{QR}^N) \quad (130)$$

$$\Psi_{DR}^F = X_{\ell R}^F I_{DR}^F + X_{mF} (I_{DS}^F + I_{DR}^F) \quad (131)$$

onde

$X_{\ell N} = \omega_b(L_{\ell N})$ reatância de dispersão do estator, referente ao enrolamento de neutro N;

$X_{\ell F} = \omega_b(L_{\ell F})$ reatância de dispersão do estator, referente ao enrolamento de fases F1F2;

$X_{mN} = \omega_b(L_{mN})$ reatância de magnetização do estator, referente ao enrolamento de neutro N;

$X_{mF} = \omega_b(L_{mF})$ reatância de magnetização do estator, referente ao enrolamento de fases F1F2;

$X_{\ell R}^N = \omega_b(L_{\ell R}^N)$ reatância de dispersão do rotor, referente ao enrolamento de neutro N;

$X_{\ell R}^F = \omega_b(L_{\ell R}^F)$ reatância de dispersão do rotor, refletida ao enrolamento de fases F1F2.

Os fluxos concatenados podem ser vistos como consistindo de duas partes: uma que corresponde ao fluxo de dispersão e outra que corresponde ao fluxo do entreferro. A partir disto pode-se definir nas expressões (126), (127), (128) e (129) que

$$\Psi_{mQ}^N = X_{mN}(I_{QS}^N + I_{QR}^N) \quad (132)$$

$$\Psi_{mD}^F = X_{mF}(I_{DS}^F + I_{DR}^F) \quad (133)$$

e assim as equações dos fluxos são reescritas:

$$\Psi_{QS}^N = X_{\ell N} I_{QS}^N + \Psi_{mQ}^N \quad (134)$$

$$\Psi_{DS}^F = X_{\ell F} I_{DS}^F + \Psi_{mD}^F \quad (135)$$

$$\Psi_{QR}^N = X_{\ell R}^N I_{QR}^N + \psi_{mQ}^N \quad (136)$$

$$\Psi_{DR}^F = X_{\ell R}^F I_{DR}^F + \psi_{mD}^F \quad (137)$$

Para eliminar as correntes como variáveis nas expressões de tensão, deve-se colocar as correntes em função dos fluxos concatenados. De (132), (133), (134) e (135) obtém-se

$$I_{QS}^N = \frac{\psi_{QS}^N - \psi_{mQ}^N}{X_{\ell N}^N} \quad (138)$$

$$I_{DS}^F = \frac{\psi_{DS}^F - \psi_{mD}^F}{X_{\ell F}^F} \quad (139)$$

$$I_{QR}^N = \frac{\psi_{QR}^N - \psi_{mQ}^N}{X_{\ell R}^N} \quad (140)$$

$$I_{DR}^F = \frac{\psi_{DR}^F - \psi_{mD}^F}{X_{\ell R}^F} \quad (141)$$

De posse destas novas expressões de corrente, as equações de tensão podem ser reescritas como:

$$V_{QS}^N = (R_N/X_{\ell N}^N) (\psi_{QS}^N - \psi_{mQ}^N) + 1/\omega_b \frac{d}{dt}(\psi_{QS}^N) \quad (142)$$

$$V_{DS}^F = (R_F/X_{\ell F}^F) (\psi_{DS}^F - \psi_{mD}^F) + 1/\omega_b \frac{d}{dt}(\psi_{DS}^F) \quad (143)$$

$$V_{QR}^N = (R_R/X_{\ell R}^N) (\psi_{QR}^N - \psi_{mQ}^N) - \omega_R/\omega_b \psi_{DR}^F + 1/\omega_b \frac{d}{dt}(\psi_{QR}^N) \quad (144)$$

$$V_{DR}^F = (R_R/X_{\ell R}^F) (\psi_{DR}^F - \psi_{mD}^F) + \omega_R/\omega_b \psi_{QR}^N + 1/\omega_b \frac{d}{dt}(\psi_{DR}^F) \quad (145)$$

Embora estas novas equações de tensão não estejam explicitamente dependentes da corrente, sabe-se que os fluxos de entreferro ψ_{mQ}^N e ψ_{mD}^F são definidos (expressões (132) e (133)) em função destas. Assim para eliminação desta dependência, substitui-se as correntes, dadas pelas expressões (138), (139), (140) e (141), naquelas de fluxo (132 e 133), obtendo

$$\psi_{mQ}^N = X_{mN} \left[(\psi_{QS}^N - \psi_{mQ}^N) / X_{\ell N} + (\psi_{QR}^N - \psi_{mQ}^N) / X_{\ell R}^N \right] \quad (146)$$

$$\psi_{mD}^F = X_{mF} \left[(\psi_{DS}^F - \psi_{mD}^F) / X_{\ell F} + (\psi_{DR}^F - \psi_{mD}^F) / X_{\ell R}^F \right] \quad (147)$$

Reduzindo os termos semelhantes nestas duas últimas expressões, tem-se

$$\psi_{mQ}^N = \frac{1}{X_{\ell N} \left(\frac{1}{X_{mN}} + \frac{1}{X_{\ell N}} + \frac{1}{X_{\ell R}^N} \right)} \psi_{QS}^N + \frac{1}{X_{\ell R}^N \left(\frac{1}{X_{mN}} + \frac{1}{X_{\ell N}} + \frac{1}{X_{\ell R}^N} \right)} \psi_{QR}^N \quad (148)$$

$$\psi_{mD}^F = \frac{1}{X_{\ell F} \left(\frac{1}{X_{mF}} + \frac{1}{X_{\ell F}} + \frac{1}{X_{\ell R}^F} \right)} \psi_{DS}^F + \frac{1}{X_{\ell R}^F \left(\frac{1}{X_{mF}} + \frac{1}{X_{\ell F}} + \frac{1}{X_{\ell R}^F} \right)} \psi_{DR}^F \quad (149)$$

Se são conhecidas as tensões V_{DS}^F e V_{QS}^N , e os parâmetros da máquina R_N , R_F , X_{mN} , X_{mF} , $X_{\ell F}$, $X_{\ell R}^F$, $X_{\ell R}^N$ determina-se os fluxos através das equações (142), (143), (144), (145). De posse dos fluxos pode-se calcular as correntes, conforme expressões (138), (139), (140) e (141).

Uma vez calculadas as correntes I_{DS}^F e I_{QS}^N , pode-se determinar as correntes naturais $I_N(t)$, $I_{F1}(t)$ e $I_{F2}(t)$ na máquina. Lembrando que no nó M tem-se que

$$I_{F1}(t) + I_N(t) = I_{F2}(t) \quad (150)$$

$$I_{QS}^N = I_N(t) , e \quad (151)$$

$$I_{DS}^F = \frac{I_{F1}(t) + I_{F2}(t)}{2} \quad (152)$$

escreve-se, após as devidas substituições, que

$$I_{F2}(t) = I_{DS}^F + (I_{QS}^N/2) \quad (153)$$

$$I_{F1}(t) = I_{DS}^F - (I_{QS}^N/2) \quad (154)$$

$$I_N(t) = I_{QS}^N \quad (155)$$

III. 9. EQUAÇÕES DA MÁQUINA EM REGIME PERMANENTE SENOIDAL

Levando-se em conta as equações de fluxo por segundo (ψ_{QS}^N , ψ_{DS}^F , ψ_{QR}^N e ψ_{DR}^F) dadas por (128), (129), (130) e (131), pode-se escrever alternativamente que,

$$\lambda_{QS}^N = \frac{\psi_{QS}^N}{\omega_b} = \frac{1}{\omega_b} \left[X_{\ell N} I_{QS}^N + X_{mN} (I_{QS}^N + I_{QR}^N) \right] \quad (156)$$

$$\lambda_{DS}^F = \frac{\psi_{DS}^F}{\omega_b} = \frac{1}{\omega_b} \left[X_{\ell F} I_{DS}^F + X_{mF} (I_{DS}^F + I_{DR}^F) \right] \quad (157)$$

$$\lambda_{QR}^N = \frac{\psi_{QR}^N}{\omega_b} = \frac{1}{\omega_b} \left[X_{\ell R}^N I_{QR}^N + X_{mN} (I_{QS}^N + I_{QR}^N) \right] \quad (158)$$

$$\lambda_{DR}^F = \frac{\psi_{DR}^F}{\omega_b} = \frac{1}{\omega_b} \left[X_{\ell R}^F I_{DR}^F + X_{mF} (I_{DS}^F + I_{DR}^F) \right] \quad (159)$$

As equações das tensões do estator e do rotor podem ser agora derivadas em função das reatâncias, bastando para isto substituir os fluxos definidos pelas expressões (156), (157), (158) e (159) naquelas de tensões dadas por (87), (88), (118) e (119). Desta forma obtém-se:

$$V_{QS}^N = \left[R_N + \frac{1}{\omega_b} \frac{d}{dt}(X_{NN}) \right] I_{QS}^N + \frac{1}{\omega_b} \frac{d}{dt}(X_{mN}) \cdot I_{QR}^N \quad (160)$$

$$V_{DS}^F = \left[R_F + \frac{1}{\omega_b} \frac{d}{dt}(X_{FF}) \right] I_{DS}^F + \frac{1}{\omega_b} \frac{d}{dt}(X_{mF}) \cdot I_{DR}^F \quad (161)$$

$$0 = \frac{1}{\omega_b} \frac{d}{dt} X_{mN} I_{QS}^N - \frac{\omega_R}{\omega_b} \left(\frac{N}{N_F} \right) X_{mF} I_{DS}^F +$$

$$+ \left[R_R^N + \frac{1}{\omega_b} \frac{d}{dt}(X_{RR}^N) \right] I_{QR}^N - \frac{\omega_R}{\omega_b} \left(\frac{N}{N_F} \right) X_{RR}^F I_{DR}^F \quad (162)$$

$$0 = \frac{\omega_R}{\omega_b} \left(\frac{N}{N_F} \right) X_{mN} I_{QS}^N + \frac{1}{\omega_b} \frac{d}{dt} X_{mF} I_{DS}^F + \frac{\omega_R}{\omega_b} \left(\frac{N}{N_F} \right) X_{RR}^N I_{QR}^N +$$

$$+ \left[R_R^F + \frac{1}{\omega_b} \frac{d}{dt}(X_{RR}^F) \right] I_{DR}^F \quad (163)$$

Para o estudo da máquina de indução em regime permanente senoidal o operador diferenciador $\frac{d}{dt}$ deve ser substituído por $j\omega_b$, obtendo as seguintes equações fasoriais

$$\hat{V}_{QS}^F = (R_N + j X_{NN}) \hat{I}_{QS}^N + j X_{mN} \hat{I}_{QR}^N \quad (164)$$

$$\hat{V}_{DS}^F = (R_F + j X_{FF}) \hat{I}_{DS}^F + j X_{mF} \hat{I}_{DR}^F \quad (165)$$

$$\begin{aligned}
0 = & j X_{mN} \hat{I}_{OS}^N - \frac{\omega_R}{\omega_b} \left(\frac{N_N}{N_F} \right) X_{mF} \hat{I}_{DS} + \\
& + (R_R^N + j X_{RR}^N) \hat{I}_{QR}^N - \frac{\omega_R}{\omega_b} \left(\frac{N_N}{N_F} \right) X_{RR}^F I_{DR}^F
\end{aligned} \tag{166}$$

$$\begin{aligned}
0 = & \frac{\omega_R}{\omega_b} \left(\frac{N_F}{N_N} \right) X_{mN} \hat{I}_{OS}^N + j X_{mF} I_{DS}^F + \frac{\omega_R}{\omega_b} \left(\frac{N_F}{N_N} \right) X_{RR}^N I_{QR}^N + \\
& + (R_R^F + j X_{RR}^F) \hat{I}_{DR}^F
\end{aligned} \tag{167}$$

Como a relação entre certos parâmetros da máquina é função das espiras de cada enrolamento, estas equações da máquina em regime permanente senoidal podem ser reescritas em uma forma mais compacta.

Considerando que

$$X_{mN} = \left(\frac{N_N}{N_F} \right)^2 X_{mF}$$

$$R_R^N = \left(\frac{N_N}{N_F} \right)^2 R_R^F$$

$$X_{RR}^N = \left(\frac{N_N}{N_F} \right) X_{RR}^F$$

e definindo que

$$a = \frac{N_N}{N_F}$$

$$Z_N = R_N + j X_{NN}$$

$$Z_F = R_F + j X_{FF}$$

$$Z_R^N = R_R^N + j X_{RR}^N$$

$$Z_R^F = R_R^F + j X_{RR}^F$$

pode-se escrever, substituindo estas expressões nas equações fasoriais de tensão dadas por (164), (165) (166) e (167) que

$$\hat{V}_{QS}^N = Z_N^N \hat{I}_{QS}^N + j a^2 X_{mF} \hat{I}_{QR}^N \quad (169)$$

$$\hat{V}_{DS}^F = Z_F^F \hat{I}_{DS}^F + j X_{mF} \hat{I}_{DR}^F \quad (170)$$

$$0 = j a^2 X_{mF} \hat{I}_{QS}^N - \frac{\omega_R}{\omega_b} a X_{mF} \hat{I}_{DS}^F + a^2 Z_R^F \hat{I}_{QR}^N - \frac{\omega_R}{\omega_b} a X_{RR}^F \hat{I}_{DR}^F \quad (171)$$

$$0 = \frac{\omega_R}{\omega_b} a X_{mF} \hat{I}_{QS}^N + j X_{mF} \hat{I}_{DS}^F + \frac{\omega_R}{\omega_b} a X_{RR}^F \hat{I}_{QR}^N + Z_R^F \hat{I}_{DR}^F \quad (172)$$

Em geral, no estudo da máquina de indução em regime permanente procura-se obter as equações de tensão do estator em função das correntes de estator. É então, mais conveniente colocar as equações (169), (170), (171) e (172) na notação matricial para facilitar os cálculos:

$$\hat{V}_{QDs} = A \hat{I}_{QDs} + B \hat{I}_{QDR} \quad (174)$$

$$0 = C \hat{I}_{QDs} + D \hat{I}_{QDR} \quad (175)$$

onde 0 é uma matriz nula (2x1) e

$$(\hat{V}_{QDs})^T = \begin{bmatrix} \hat{V}_{QS}^N & \hat{V}_{DS}^F \end{bmatrix} \quad (176)$$

$$(\hat{\mathbf{I}}_{\text{QDS}})^T = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{I}}_{\text{QS}}^N & \hat{\mathbf{I}}_{\text{DS}}^F \end{bmatrix} \quad (177)$$

$$(\hat{\mathbf{I}}_{\text{QDR}})^T = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{V}}_{\text{QR}}^N & \hat{\mathbf{I}}_{\text{DR}}^F \end{bmatrix} \quad (178)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_N & 0 \\ 0 & \mathbf{Z}_F \end{bmatrix} \quad (179)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} ja^2 \mathbf{X}_{mF} & 0 \\ 0 & j\mathbf{X}_{mF} \end{bmatrix} \quad (180)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} ja^2 \mathbf{X}_{mF} & -\frac{\omega_R}{\omega_b} a \mathbf{X}_{mF} \\ \frac{\omega_R}{\omega_b} a \mathbf{X}_{mF} & j\mathbf{X}_{mF} \end{bmatrix} \quad (181)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} a^2 \mathbf{Z}_R^F & -\frac{\omega_R}{\omega_b} a \mathbf{X}_{RR}^F \\ \frac{\omega_R}{\omega_b} a \mathbf{X}_{RR}^F & \mathbf{Z}_R^F \end{bmatrix} \quad (182)$$

Isolando a matriz $\hat{\mathbf{I}}_{\text{QDR}}$ na equação (168), tem-se que

$$\hat{\mathbf{I}}_{\text{QDR}} = -(\mathbf{D})^{-1} \mathbf{C} \hat{\mathbf{I}}_{\text{QDS}} \quad (183)$$

e com a substituição desta expressão na de tensão dada por (174), obtém-se

$$\hat{\mathbf{V}}_{\text{QDS}} = (\mathbf{A} - \mathbf{B}(\mathbf{D})^{-1} \mathbf{C}) \hat{\mathbf{I}}_{\text{QDS}} \quad (184)$$

que expressa a relação entre as tensões e correntes de estator.

A inversa da matriz D é facilmente calculada e é dada por

$$D^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} Z_R^F & \frac{\omega_R}{\omega_b} a X_{RR}^F \\ -\frac{\omega_R}{\omega_b} a X_{RR}^F & a^2 Z_{RR} \end{bmatrix}}{\Delta} \quad (185)$$

para

$$\Delta = a^2 \left[(Z_R^F)^2 + \left(\frac{\omega_R}{\omega_b} \right)^2 (X_{RR}^F)^2 \right]$$

Efetuada então as substituições de (179), (180), (181) e (185) em (184) obtém-se na forma expandida que

$$\begin{bmatrix} \hat{V}_{Qs}^N \\ \hat{V}_{Ds}^F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_N - j a^2 X_{mF} Z_1 & -j a^2 X_{mF} Z_2 \\ j a^2 X_{mF} Z_2 & Z_F - j X_{mF} Z_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_{Qs}^N \\ \hat{i}_{Ds}^F \end{bmatrix} \quad (186)$$

onde

$$Z_1 = \left[\left(\frac{\omega_R}{\omega_b} \right)^2 a^2 X_{mF} X_{RR}^F + j a^2 X_{mF} Z_R^F \right] / \Delta \quad (187)$$

$$Z_2 = \left[\left(-\frac{\omega_R}{\omega_b} \right) a X_{mF} Z_R^F + j \frac{\omega_R}{\omega_b} a X_{RR}^F X_{mF} \right] / \Delta \quad (188)$$

Portanto, as correntes em função das tensões do estator são escritas na forma de determinante

$$\hat{i}_{Qs}^N = \frac{\begin{vmatrix} \hat{V}_{Qs}^N & -j a^2 X_{mF} Z_2 \\ \hat{V}_{Ds}^F & Z_F - j X_{mF} Z_1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_N - j a^2 X_{mF} Z_1 & -j a^2 X_{mF} Z_2 \\ j a^2 X_{mF} Z_2 & Z_F - j X_{mF} Z_1 \end{vmatrix}} \quad (189)$$

$$\hat{i}_{Ds}^F = \frac{\begin{vmatrix} Z_N - j a^2 X_{mF} Z_1 & \hat{V}_{Qs}^N \\ j a^2 X_{mF} Z_2 & \hat{V}_{Ds}^F \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_N - j a^2 X_{mF} Z_1 & -j a^2 X_{mF} Z_2 \\ j a^2 X_{mF} Z_2 & Z_F - j X_{mF} Z_1 \end{vmatrix}} \quad (190)$$

De posse destas correntes de estator, pode-se calcular as correntes de rotor (expressão 183) e assim utilizar a expressão de conjugado dado por (123).

CAPÍTULO IV

IMPLEMENTAÇÃO FÍSICA E RESULTADOS EXPERIMENTAIS

IV.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados experimentais a vazio e com carga de um motor de indução bifásico assimétrico, conforme proposta desta pesquisa. Para efeito de comparação, são apresentados alguns resultados experimentais de um motor de indução monofásico, partida a capacitor.

São realizados testes com o motor de indução bifásico assimétrico. Duas conexões diferentes para o enrolamento de fases do estator foram testadas : 1) sem transposição e 2) com transposição.

IV.2. IMPLEMENTAÇÃO

A configuração de estator do motor de indução bifásico assimétrico foi implementada a partir de algumas modificações realizadas em um motor de indução monofásico (Apêndice A), partida a capacitor, 230 volts, 60 Hz, 3450 r.p.m. e 3.5 A :

- 1 - retirou-se o capacitor e chave centrífuga;
- 2 - substituiu-se o enrolamento auxiliar por um enrolamento de neutro com aproximadamente 29% das espiras do enrolamento principal do motor de indução monofásico convencional;
- 3 - manteve-se o enrolamento principal do motor monofásico que, na nova configuração, passa a ser o enrolamento de fases.

No motor sob teste, o enrolamento de fases é constituído de dois grupos, sendo que cada grupo possui cinco bobinas concêntricas ligadas em série. A

ligação série destes grupos é feita de tal forma que a cada grupo corresponde um pólo e o ponto comum desta ligação define o ponto médio M, ao qual será conectado o enrolamento de neutro.

O enrolamento de neutro NM é similar ao enrolamento de fases e é colocado a $\pi/2$ radianos elétricos deste. Para cada pólo tem-se um grupo de cinco bobinas concêntricas ligadas em série. O diagrama esquemático das ligações do estator é mostrado na Figura 4.1.

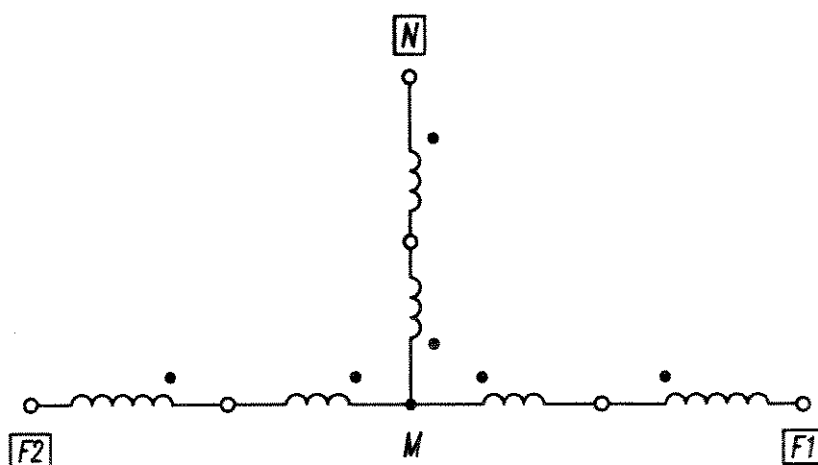


Fig. 4.1 - Diagrama esquemático das ligações dos enrolamentos de estator do motor de indução bifásico assimétrico.

Teoricamente, se houver simetria das tensões a que estão submetidas as duas metades do enrolamento de fases, a corrente de neutro I_N dividir-se-á em duas partes iguais. Assim, o efeito magnético líquido destas correntes no enrolamento de fases é nulo, pois elas exercem ações opostas e iguais sobre as duas metades. Com o objetivo de compensar possíveis desbalanços magnéticos ou elétricos tais como dispersão ou magnetização diferentes nas duas metades do enrolamento de fases, resultaria em uma assimetria entre elas, foi realizada uma transposição na ligação das bobinas. Para cada um dos grupos de bobinas do motor foram derivados dois sub-grupos, tendo cada um metade das espiras do grupo

original. Assim cada uma das metades do enrolamento de fases (F1M e F2M) é resultante da ligação, em série, de dois sub-grupos de diferentes pólos (Apêndice). Na Figura 4.2 é representado o diagrama esquemático das ligações com transposição no enrolamento de fases.

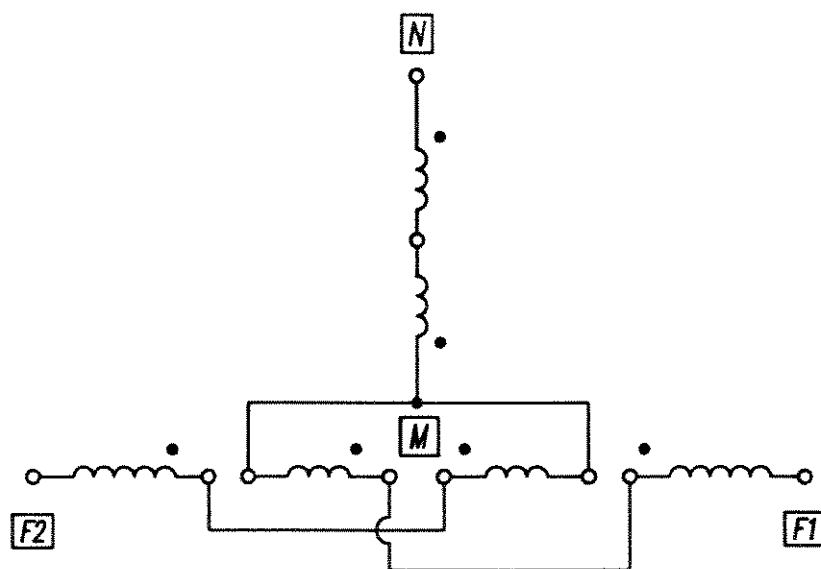


Fig. 4.2 - Diagrama esquemático do enrolamento de fases, ligado com transposição.

IV.3. TESTES EM VAZIO

Com o motor alimentado a partir da rede de alimentação com tensão de linha de aproximadamente 230 volts e sem nenhuma carga externa aplicada, foram realizadas medidas da potência que o motor toma da rede, da corrente e tensão nos enrolamentos de estator. A curva de aceleração na partida em vazio também é obtida. Na TABELA 1 são apresentados os resultados experimentais referentes ao motor bifásico assimétrico com enrolamento de estator com e sem transposição e, na TABELA 2 aqueles referentes ao motor de indução monofásico.

As tensões nas duas metades do enrolamento de fases são praticamente iguais e a tensão no enrolamento de neutro é de 62 volts, valor este que é ligeiramente inferior àquele esperado de 65 volts. A velocidade tem valores iguais para os dois casos, como mostram os resultados da TABELA 1 (3560 r.p.m.). As correntes no enrolamento de fases são praticamente iguais para o caso sem transposição (1.9 A), enquanto que se for utilizada a transposição, estas correntes passam a ter valores eficazes diferentes (1,6 A e 2.4 A).

TABELA 1 - Resultados experimentais a vazio do motor bifásico assimétrico, com e sem transposição.

	IF1 (A)	IF2 (A)	IN (A)	VF1M (V)	VF2M (V)	VNM (V)	PF1 (W)	PF2 (W)	PN (W)	Ω (r.p.m)
<i>sem transp.</i>	1.9	1.9	1.2	114	113	62	111	-12	14	3560
<i>com transp.</i>	1.6	2.4	2.0	115	113	64	117	-66	51	3560

TABELA 2: Resultados experimentais a vazio do motor monofásico.

IF (A)	VF1 (A)	VF2 (A)	PF1 (W)	PF2 (W)	Ω (r.p.m)
2.2	114	113	60	60	3560

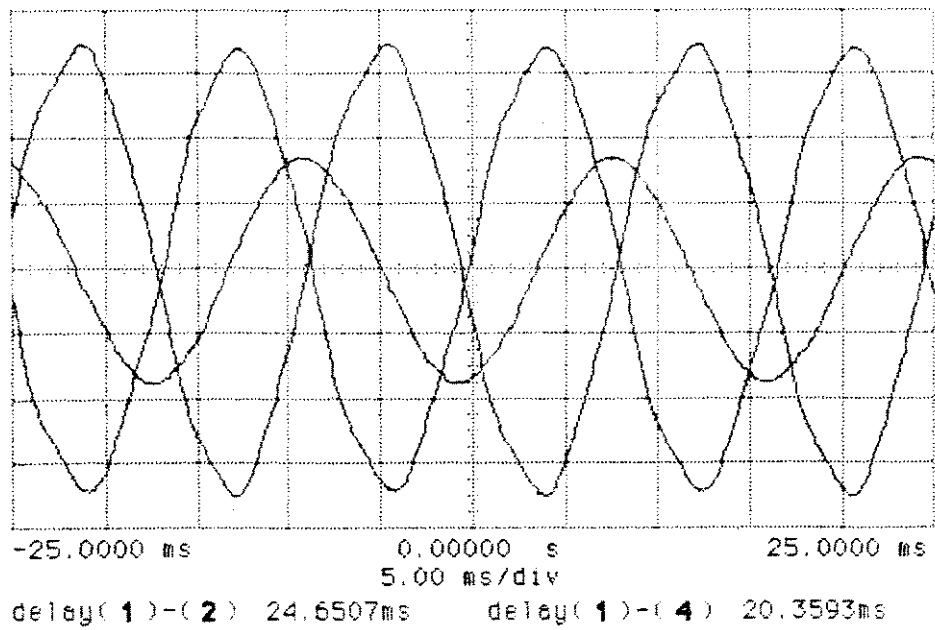
As potências ativa e aparente tomadas da rede, mais o fator de potência dos motores bifásico assimétrico e monofásico são calculados a partir dos

dados das TABELAS 1 e 2. Estes resultados estão colocados na TABELA 3 e mostram que o motor bifásico toma da rede uma potência ativa menor quando comparado com o monofásico : aproximadamente 15% para o motor com transposição e 6% para o motor sem transposição. Em termos de potência aparente, o motor bifásico com transposição apresenta o valor mais alto : cerca de 14% maior do que aquele apresentado pelo monofásico e pelo bifásico sem transposição.

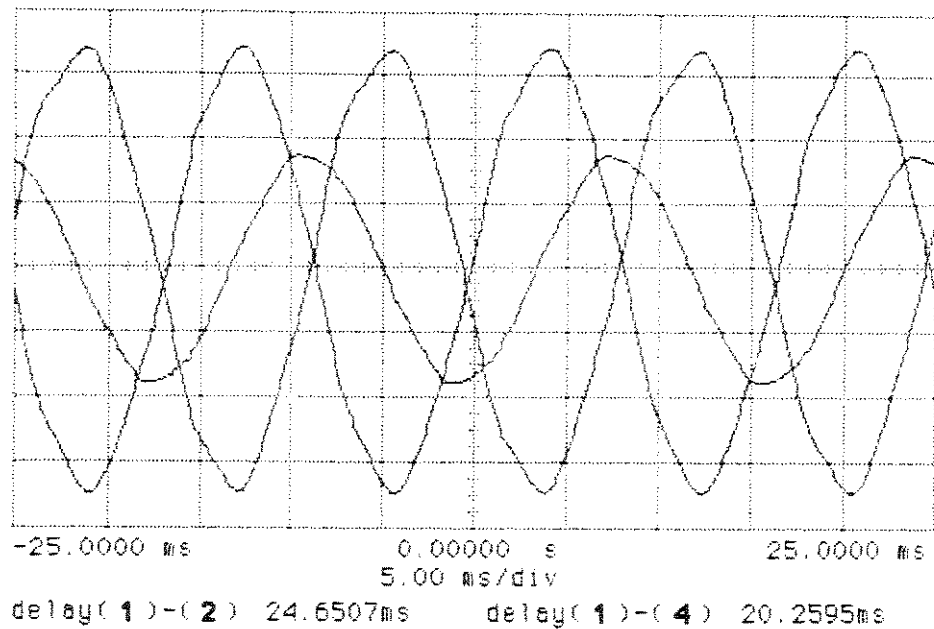
TABELA 3 - Potências ativa e aparente, e o fator de potência dos motores bifásico e monofásico, em vazio.

	POT. ATIVA Total (W)	POT. APARENTE Total (V.A)	FATOR DE POTÊNCIA
<i>sem transposição</i>	113	503.4	0.224
<i>com transposição</i>	102	571.9	0.178
<i>monofásico</i>	120	499.4	0.240

Na Figura 4.3 são mostradas as típicas formas de onda das tensões nos enrolamentos do estator. Como se pode verificar, a tensão aplicada no enrolamento de neutro V_{NM} está defasada da tensão V_{F1M} de aproximadamente 80° (oitenta graus no tempo) enquanto as tensões nos enrolamentos de fases V_{F1M} e V_{F2M} estão defasadas entre si de 170° (cento e setenta graus no tempo). O ideal seria que a tensão de neutro estivesse a 90° das tensões nas duas metades do enrolamento de fases e estas, por sua vez, estivessem em oposição de fase.



(a)



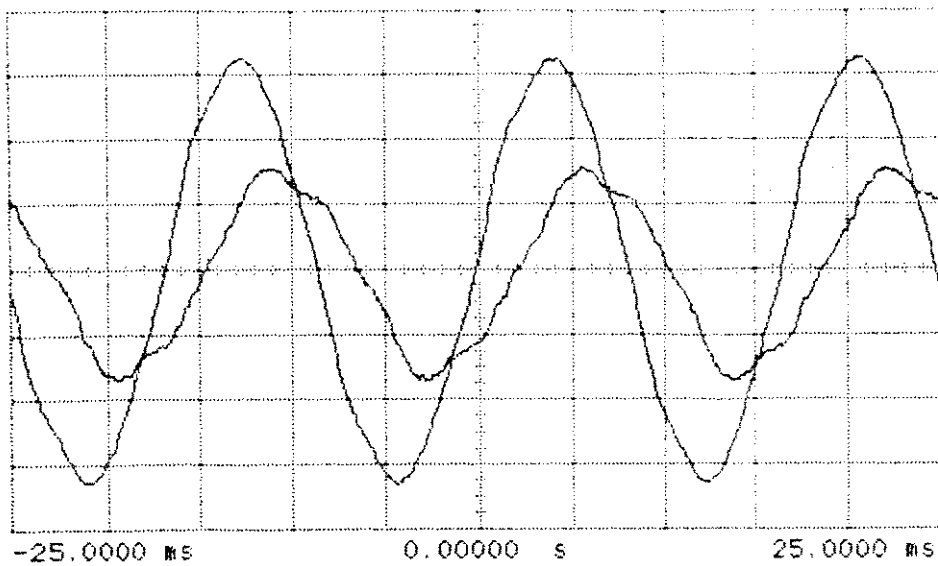
(b)

Fig. 4.3 - Formas de onda típicas das tensões do estator do motor bifásico a vazio com o enrolamento de fases ligado :
 a) sem transposição e b) com transposição.

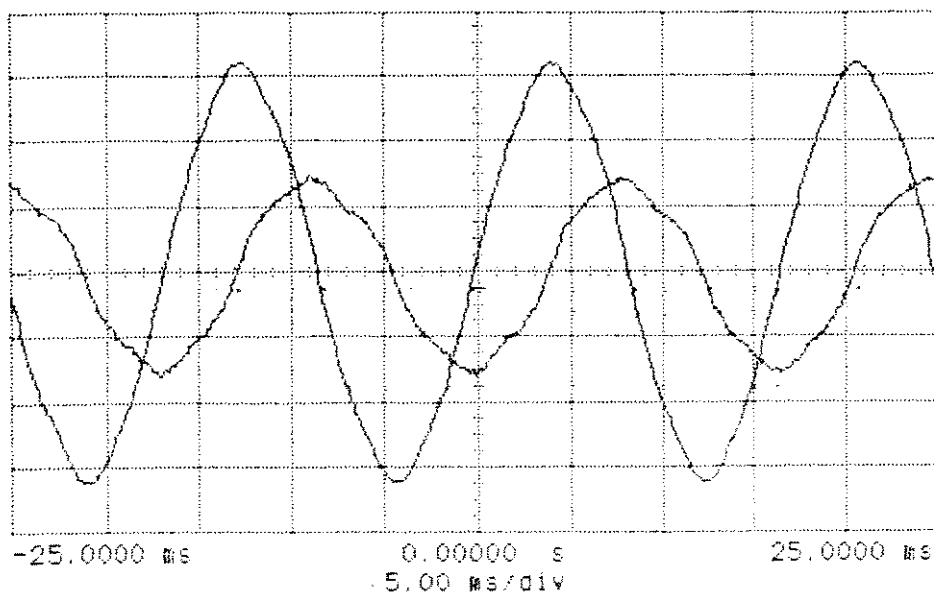
As formas de onda da tensão e da corrente em cada enrolamento do motor bifásico assimétrico, com e sem transposição, são mostradas nas Figuras 4.4 e 4.5, respectivamente. Para o caso do motor bifásico assimétrico sem transposição observa-se que : a) a corrente de neutro I_N está atrasada da tensão V_{NM} de 65° ; b) a corrente I_{F1} , do enrolamento $F1M$ está atrasada de 52° da tensão V_{F1M} e c) a corrente I_{F2} , do enrolamento $F2M$, está atrasada de 87° da tensão V_{F2M} . Valores diferentes de defasagem entre tensão e corrente são encontrados quando é feita a transposição no enrolamento de fases do estator: 45° para o enrolamento de neutro, 87° para o enrolamento $F2m$ e 54° para o enrolamento $F1m$.

O que se destaca nestes resultados experimentais de defasagem entre tensão e corrente é que a corrente no enrolamento $F2M$ é praticamente indutiva, independente de se adotar a transposição.

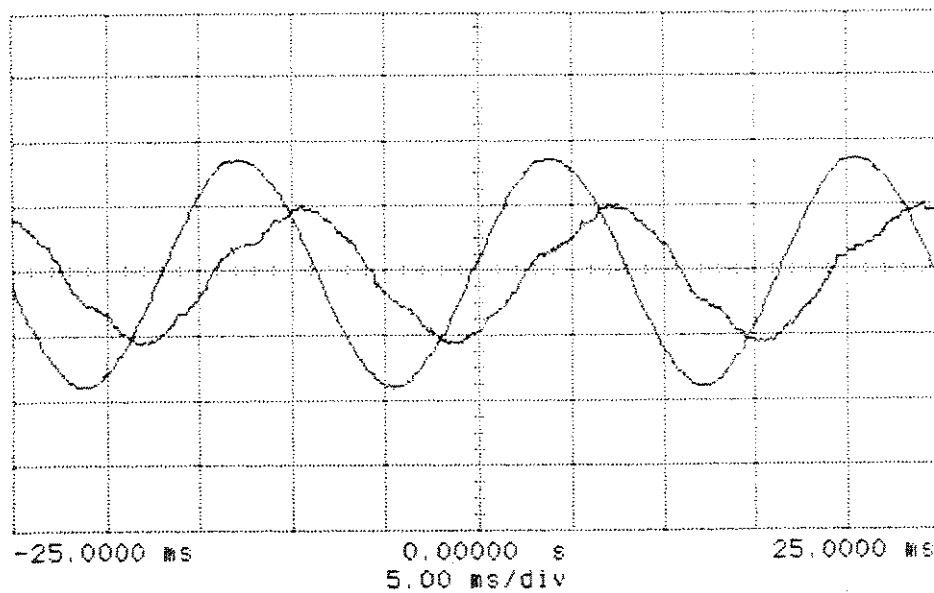
Para determinar a defasagem entre as três correntes de estator para o motor de indução bifásico em vazio foram tomadas simultaneamente as formas de onda das correntes. Nas Figuras 4.6 (a) e 4.6 (b) são mostradas, respectivamente, as correntes para o estator sem e com transposição. Tomando como referência a corrente I_{F1} , a leitura destas figuras indica que a corrente I_{F2} está atrasada de 202° (duzentos e dois graus) para o caso sem transposição e 232° (duzentos e trinta e dois graus) para o caso com transposição. No que diz respeito a corrente de neutro, o fato de se adotar ou não a transposição não resultou em diferenças significativas no ângulo de defasagem: nos dois casos a corrente de neutro ficou aproximadamente a 90° (noventa graus) da corrente I_{F1} . O ideal seria que as correntes no enrolamento de fases (I_{F1} e I_{F2}) estivessem em quadratura com a corrente de neutro I_N pois seriam produzidos campos magnéticos em quadratura.



(a)



(b)



(c)

Fig. 4.4 - Tensão e corrente nos enrolamentos do estator, sem transposição :

a) VF1M e IF1M, b) VF2M e IF2M e c) VNM e IN.

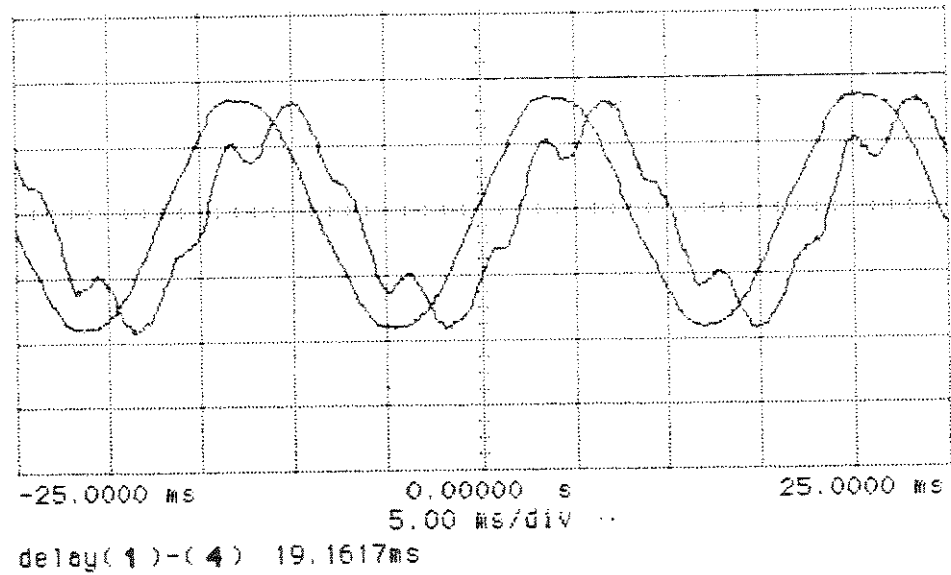
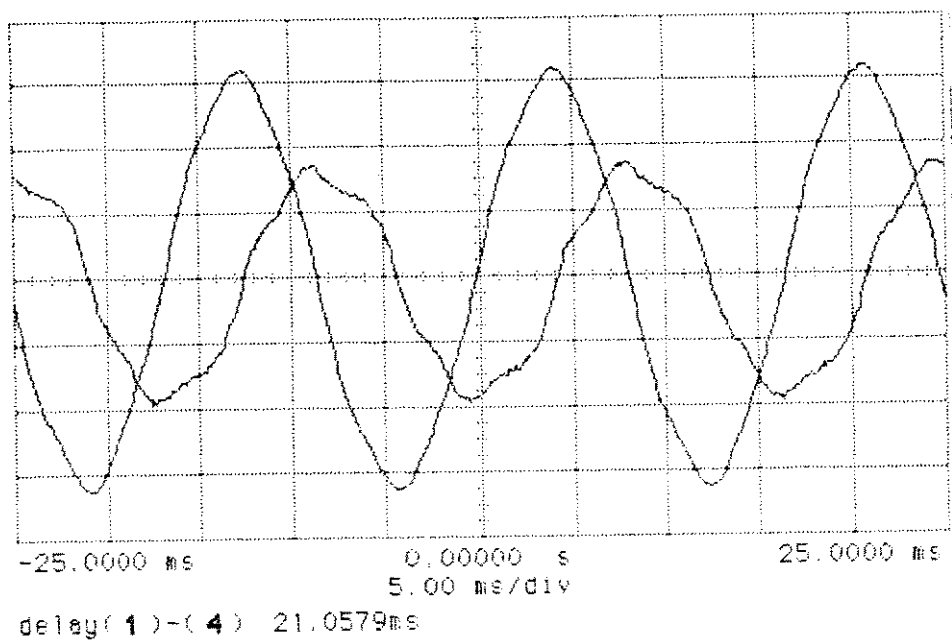
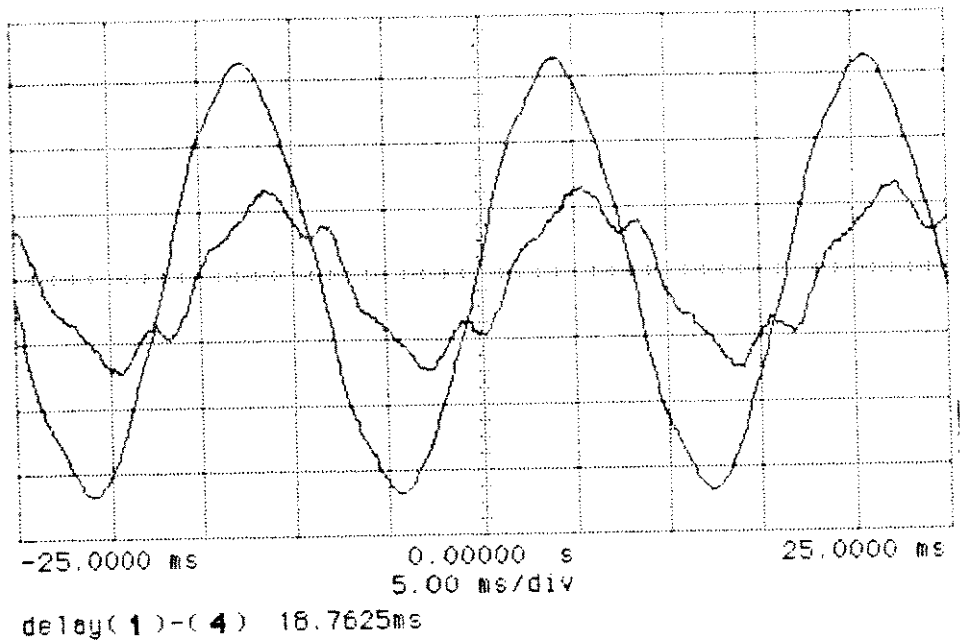
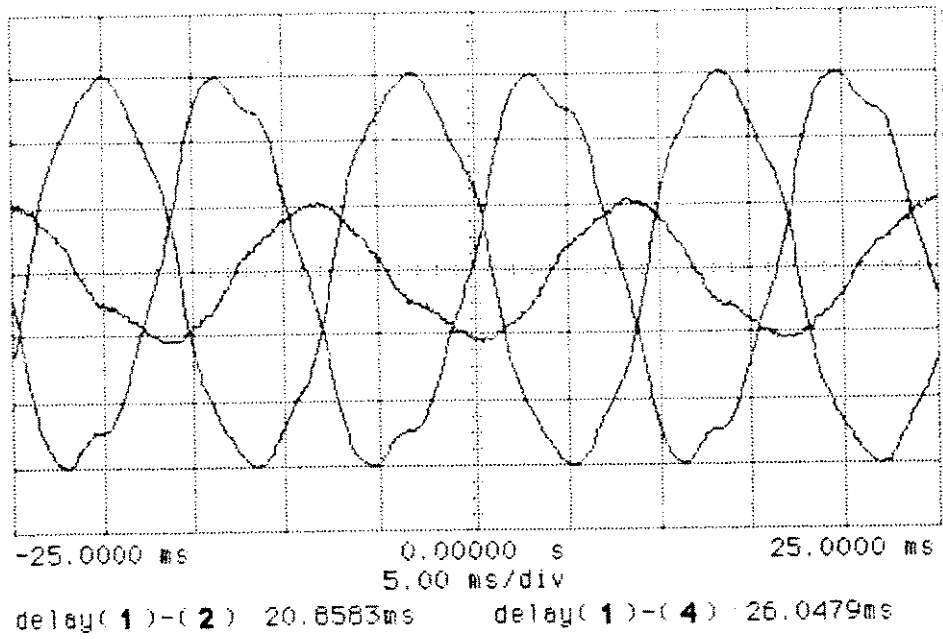
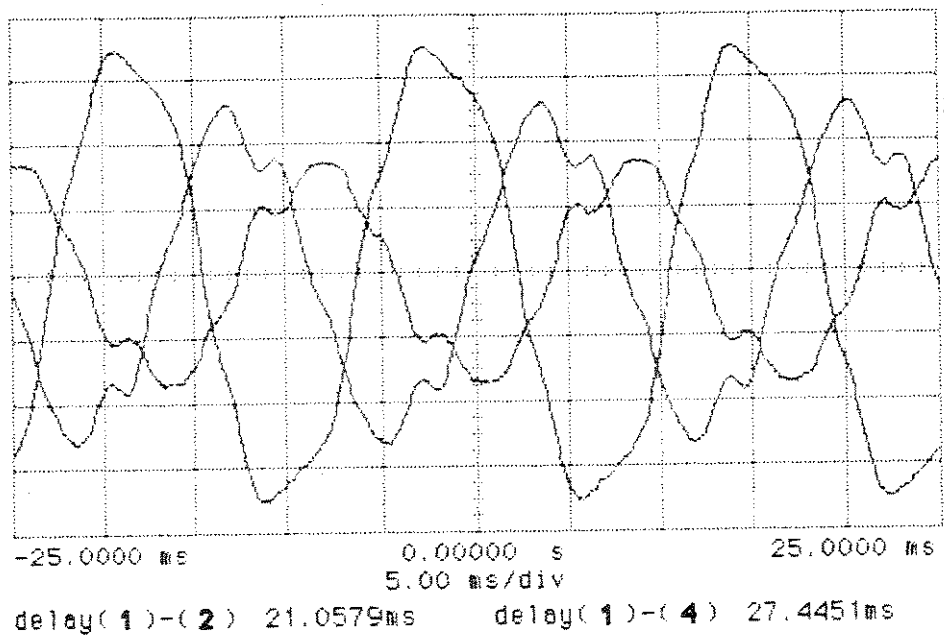


Fig. 4.5 - Tensão e corrente nos enrolamentos do estator com transposição :

a) VF1M e IF1, b) VF2M e IF2 e c) VNM e IN.



(a)



(b)

Fig. 4.6 - Defasagens entre as correntes de estator, para o motor bifásico :

a) sem transposição e b) com transposição.

Para o motor de indução monofásico ($I_N = 0$), as formas de onda da tensão e da corrente estão colocadas na Figura 4.7. A forma de onda da corrente apresentou uma distorção similar àquela verificada no motor bifásico. O fator de potência calculado a partir desta figura é de 0.32, valor este 25% maior do que aquele calculado a partir dos dados de potência obtidos experimentalmente.

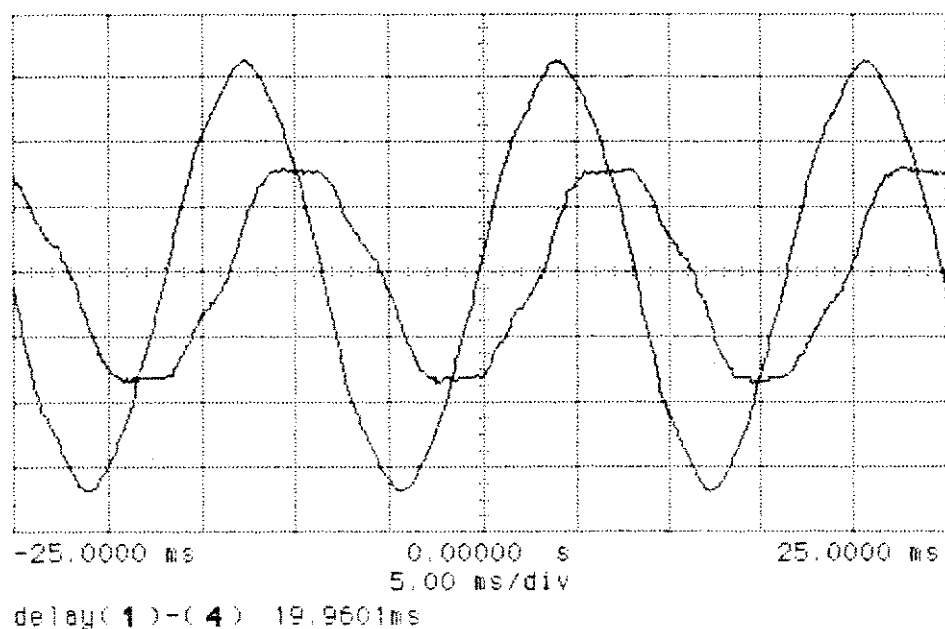


Fig. 4.7 - Formas de onda da tensão e corrente no motor monofásico convencional, a vazio.

Através de um aparelho analisador de Fourier e um computador pessoal foram obtidos experimentalmente o espectro de frequências das correntes de estator do motor bifásico assimétrico a vazio. Os resultados são mostrados na Figuras 4.8, 4.9 e 4.10.

Com base nos resultados destas figuras é montada a TABELA 4 onde estão colocadas as amplitudes dos harmônicos de corrente em relação a componente fundamental, para o estator sem e com transposição (st e ct, respectivamente).

Como pode ser observado, para o estator conectado sem transposição, há uma componente de corrente em 120 Hz, com amplitude de aproximadamente 2% da fundamental, nas duas metades do enrolamento de fases. No enrolamento de neutro este harmônico de corrente chega a ter uma amplitude de 5% da componente fundamental. As componentes ímpares de frequência (3ª, 5ª e 7ª harmônicas) têm amplitudes variando de 2% a 10% da fundamental.

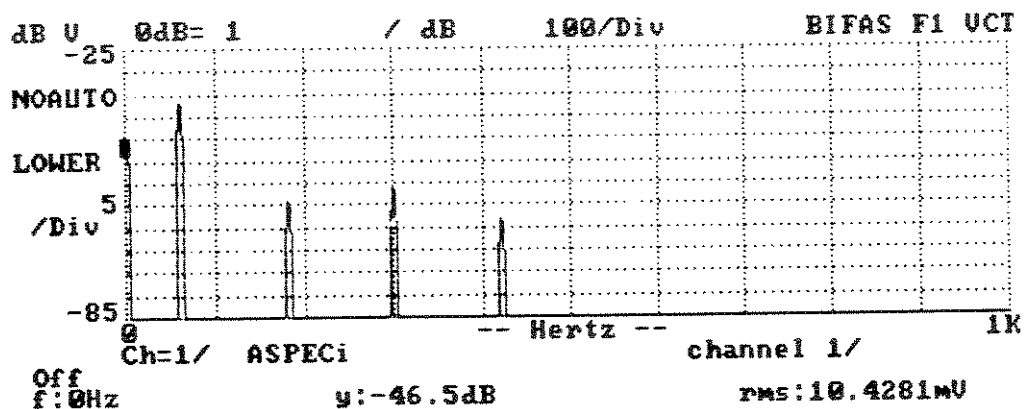
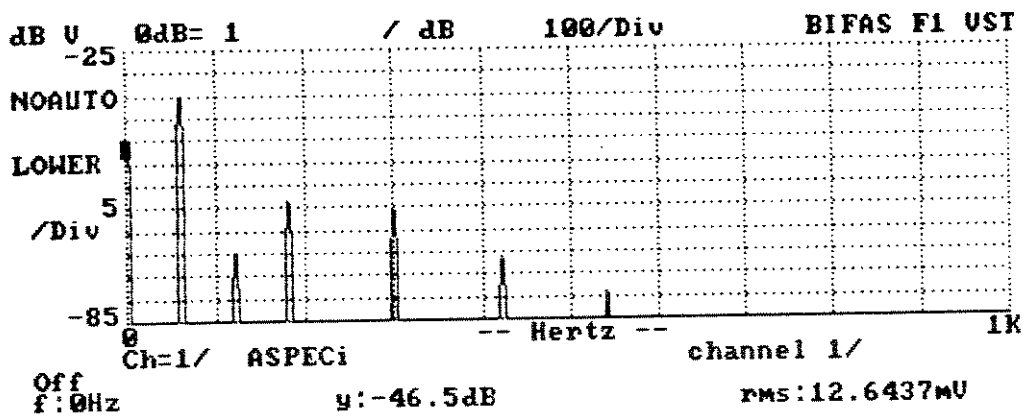


Fig. 4.8 - Espectro de frequências para a corrente I1, sem e com transposição.

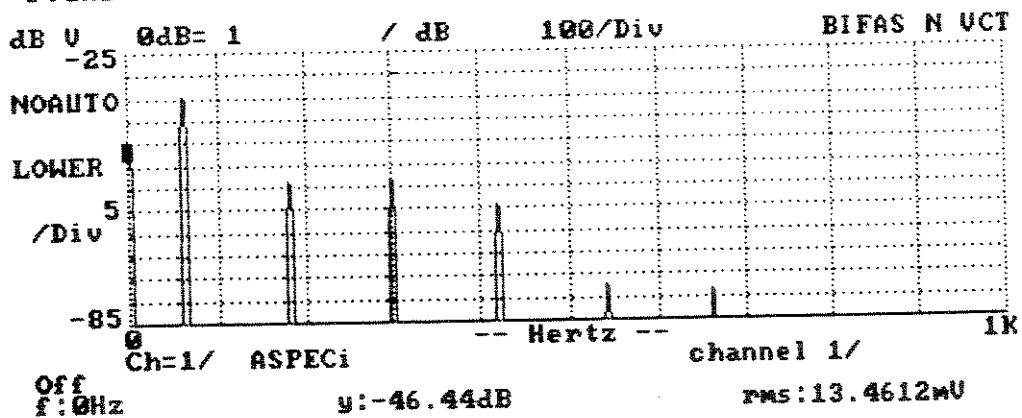
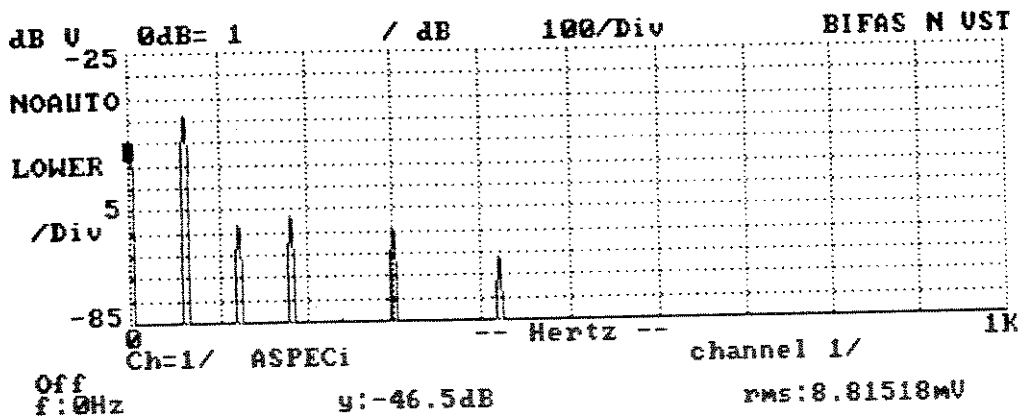
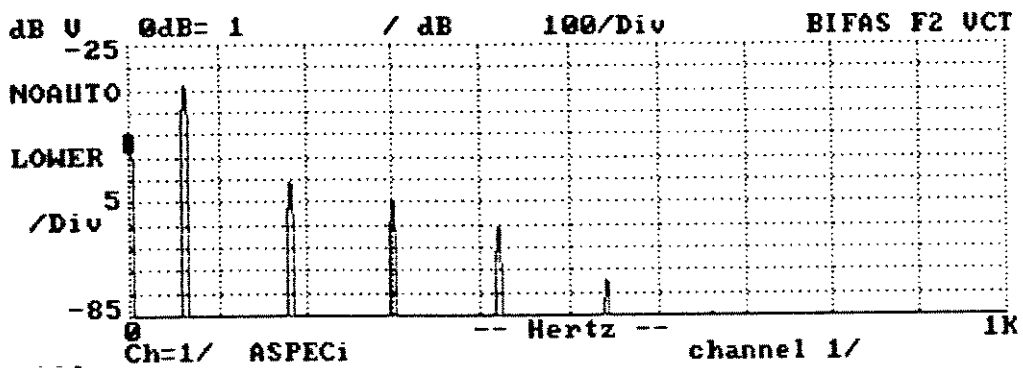
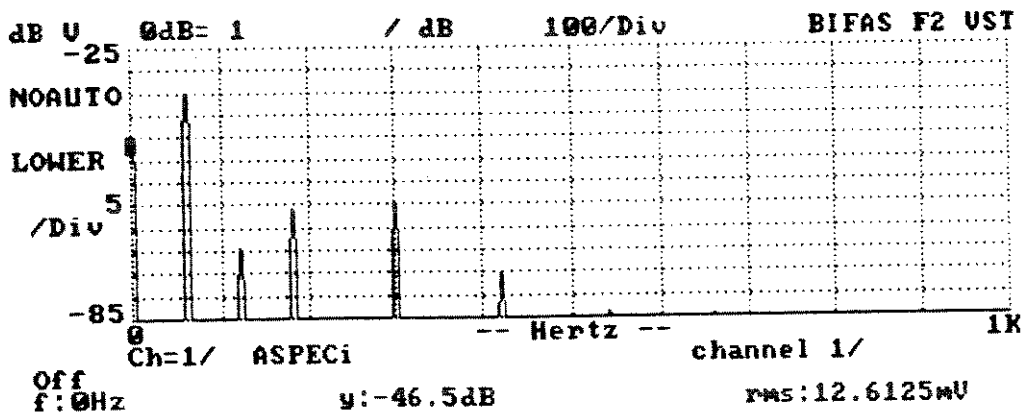


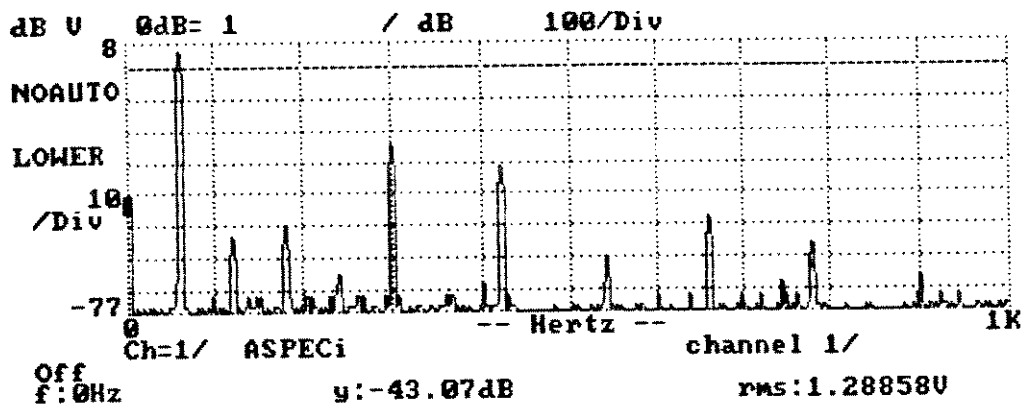
Fig. 4.10 - Espectro de frequência para a corrente de neutro I_N , sem e com transposição.

TABELA 4: Amplitudes dos harmônicos das correntes de estator, em relação a fundamental com o motor a vazio.

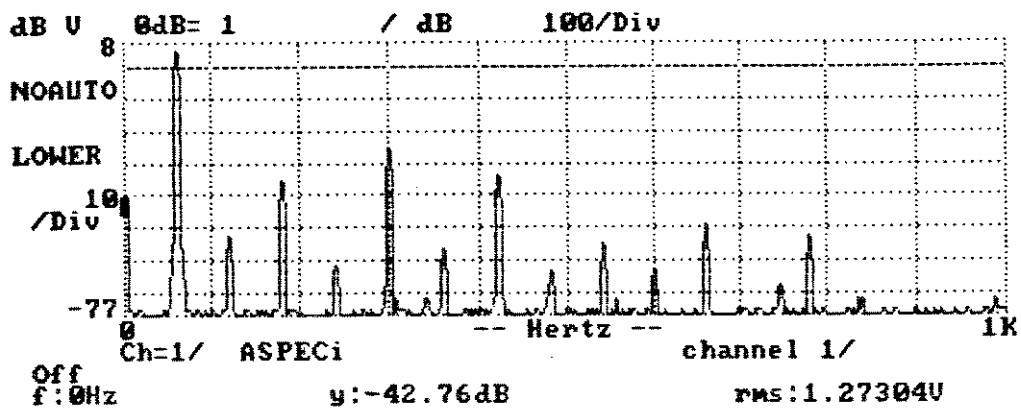
HARMÔNICA		2ª	3ª	5ª	7ª
I_{F1}	ST	0,02	0,05	0,05	0,02
	CT	-	0,05	0,10	0,03
I_{F2}	ST	0,02	0,10	0,05	0,03
	CT	-	0,10	0,05	0,03
I_N	ST	0,05	0,10	0,05	0,03
	CT	-	0,10	0,10	0,05

É obtido também o espectro de frequências para as tensões aplicadas aos enrolamentos de estator. As Figuras 4.11 e 4.12 mostram estes resultados e, o que se observa é existência da componente de 120 Hz. somente quando não se faz a transposição, exatamente o que ocorreu para as correntes. Outro fato importante é que a 5ª harmônica é aquela de maior amplitude entre todas: cerca de 3% da fundamental.

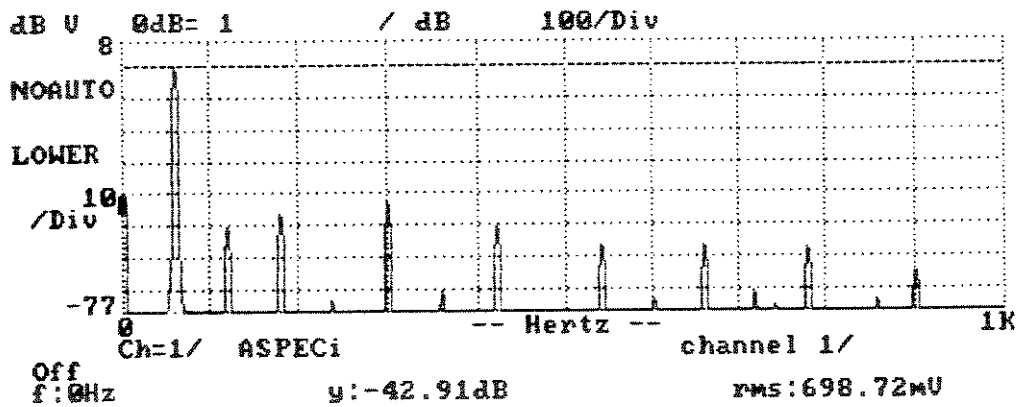
A aceleração dos motores de indução bifásico assimétrico e do monofásico a capacitor é mostrada na Figura 4.12. O motor bifásico sem transposição (Figura 4.13.a) apresenta um tempo de aceleração igual a aproximadamente 200 ms., um tempo levemente maior do que aquele obtido no bifásico com transposição (Figura 4.13 b). No motor monofásico partida a capacitor (Figura 4.13 c) o tempo de aceleração obtido foi de aproximadamente 170 ms.



(a)



(b)



(c)

Fig. 4.11 - Espectro de frequência das tensões para o caso sem transposição:

a) VF1M, b) VF2M e c) VNM.

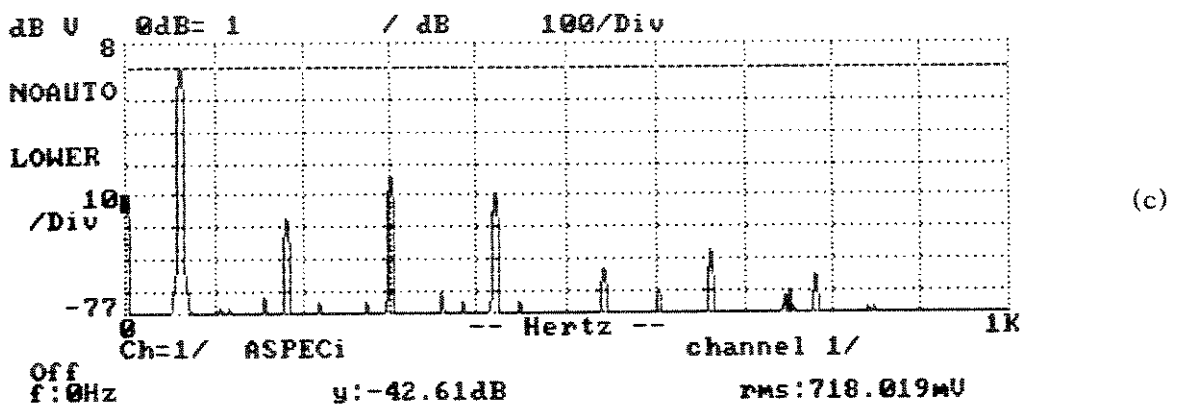
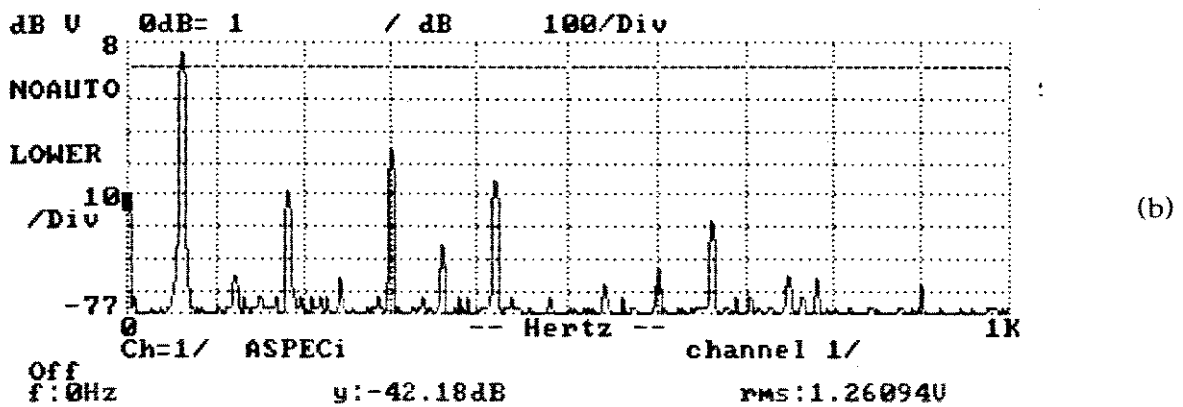
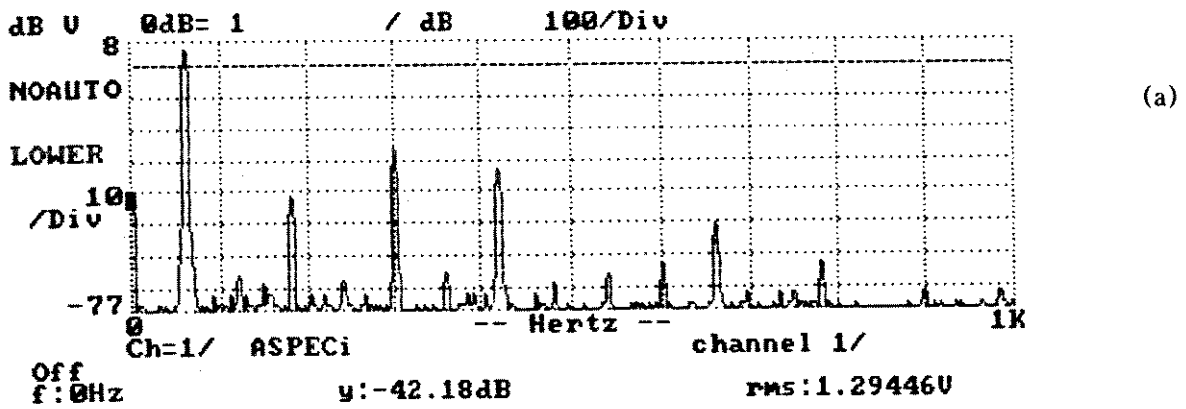
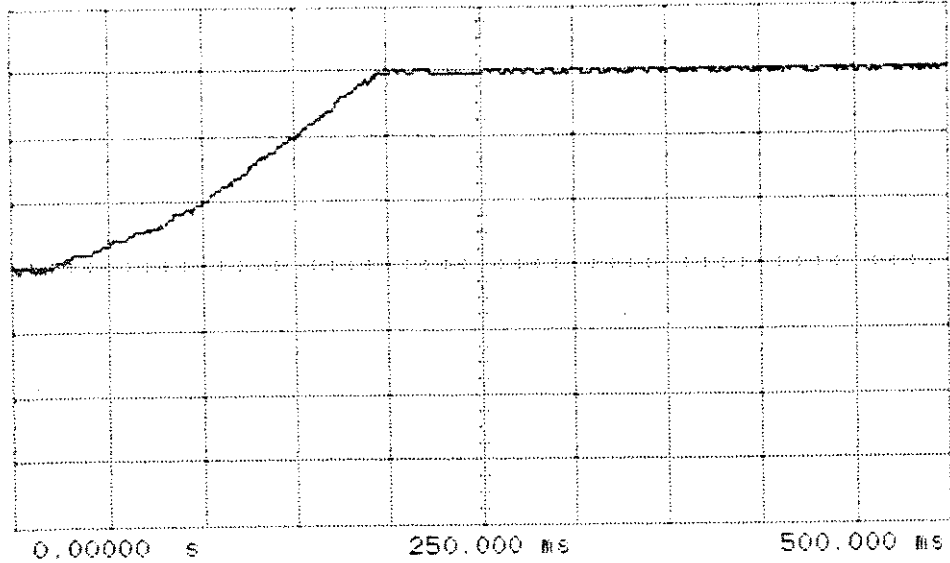
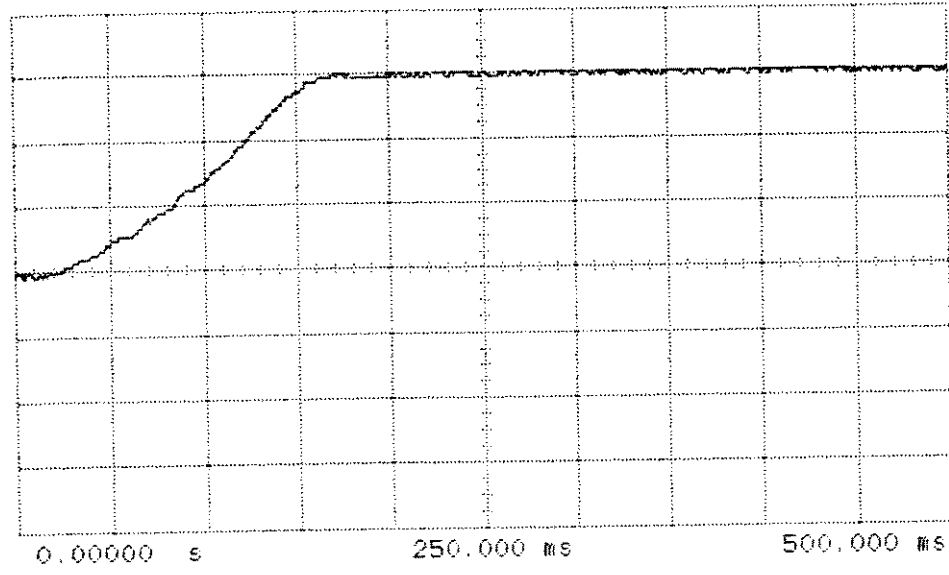


Fig. 4.12 - Espectro de frequência das tensões para o caso com transposição:

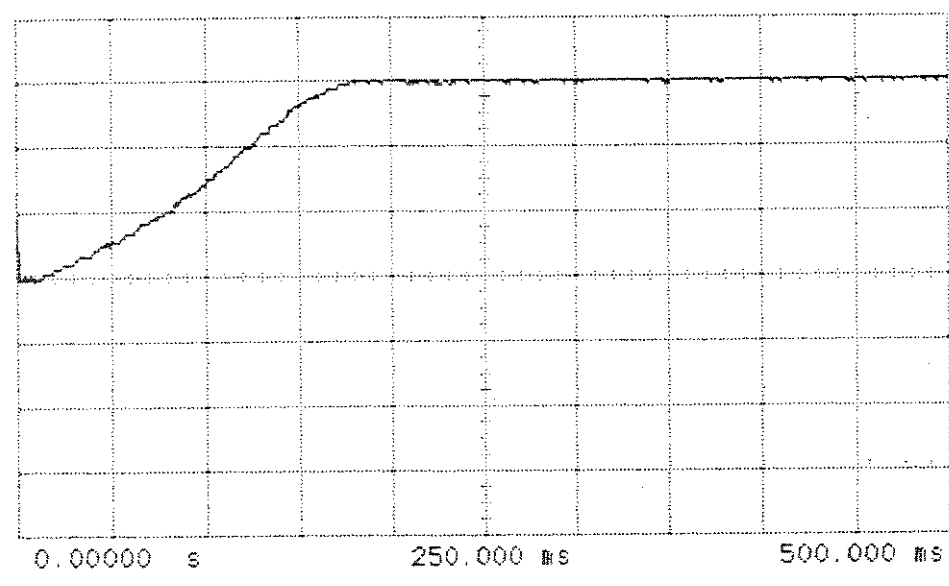
a) VF1M, b) VF2M e c) VNM.



(a)



(b)



(c)

Fig. 4.13 - Curvas de aceleração do motor :

- a) bifásico sem transposição,
- b) bifásico com transposição e
- c) monofásico partida a capacitor.

IV.4. TESTES COM CARGA

Para realizar estes testes, foi utilizado como carga do motor um gerador de corrente contínua alimentando uma carga resistiva.

Os resultados obtidos, para uma carga de 420 W no gerador de corrente contínua, são apresentados nas TABELAS 5 e 6. No caso do motor bifásico as duas configurações do enrolamento de fases do estator foram testadas e para o monofásico foi utilizado o arranjo convencional sem transposição. Na TABELA 5 estão os resultados de correntes, tensões e velocidade, enquanto na TABELA 6 são apresentados os de potência, fator de potência e rendimento. Nesta tabela PDC é a potência fornecida pelo gerador de corrente contínua à carga resistiva. O rendimento é calculado considerando como potência de entrada a potência tomada da rede de alimentação pelo motor de indução e, a potência de saída aquela que o gerador D.C. fornece à carga resistiva. Os valores de rendimento encontrados são então aqueles do sistema composto do motor de indução (bifásico ou monofásico), do gerador de corrente contínua e da transmissão entre estas duas máquinas.

TABELA 5 – Correntes, tensões e velocidade dos motores bifásico e monofásico, com carga.

PDC = 420 W	IF1 (A)	IF2 (A)	IN (A)	VF1M (V)	VF2M (V)	VNM (V)	Ω (r.p.m)
<i>sem transposição</i>	3.0	3.0	2.1	111	116	60.5	3480
<i>com transposição</i>	2.2	3.6	2.9	114	113	62	3480
<i>monofásico</i>	3.5	3.5	-	112	117	-	3470

TABELA 6 - Potências aparente e ativa, fator de potência, e rendimento dos motores bifásico e monofásico, com carga.

PDC = 420 W	ST (V.A)	PT (W)	Fat. Pot.	η (%)	PF1 (W)	PF2 (W)	PN (W)
<i>sem transposição</i>	808	581	0.725	72	297	204	85
<i>com transposição</i>	834	569	0.682	74	240	195	134
<i>monofásico</i>	801	621	0.775	67	315	306	-

Para o caso do motor bifásico, o que se observa é que mesmo com carga, as correntes no enrolamento de fases apresentaram valores bem diferentes para o caso de se adotar a transposição (TABELA 4). No que se refere às tensões do enrolamento de fases nas duas configurações do estator, ocorre, praticamente, uma igualdade de tensões nas duas metades do enrolamento de fases.

Quanto a velocidade do motor bifásico observa-se que o seu valor não foi influenciado pela transposição.

O motor monofásico, para a mesma potência no gerador de corrente contínua de 420 W, apresentou uma velocidade ligeiramente menor quando comparado com o bifásico. Em termos de escorregamento o motor monofásico teve um valor 10% maior do aquele do bifásico.

O que se nota também destes resultados colocados na TABELA 5, é que enquanto o motor monofásico tomou da rede a corrente nominal de 3.5 A, o motor bifásico apresentou uma corrente no enrolamento de fases de 3.0 A, cerca de 14 % menor que aquela corrente do monofásico. Considerando que o enrolamento de fases do motor bifásico é igual ao enrolamento de estator do motor monofásico, pode-se concluir que o motor bifásico assimétrico teve um ganho de potência nominal.

Em termos de potência ativa, o motor monofásico é que tomou da rede a maior potência ativa, enquanto o bifásico com transposição é o que operou com a menor potência ativa de entrada. Assim o motor monofásico é o que apresenta o menor rendimento: 67% contra os 74% do bifásico com transposição e 72% do bifásico sem transposição. No que diz respeito ao fator de potência, o monofásico apresentou o melhor resultado: 0.76 contra o valor de 0.71 do bifásico sem transposição e 0.65 do bifásico com transposição.

Ao se analisar o valor da potência envolvida no enrolamento de neutro, conclui-se que o motor de indução bifásico com transposição tomou da rede uma potência ativa que é 31% daquela do enrolamento de fases, contra os 17% para o caso do motor sem transposição. Portanto a transposição não só permitiu uma melhor divisão de potência entre os enrolamentos como também fez com que a relação entre a potência ativa do enrolamento de fases e aquela de neutro, se aproxime da relação das respectivas tensões V_{NM} e V_{F1F2} .

Na Figura 4.14 são colocadas as formas de onda das tensões aplicadas no estator do motor de indução bifásico assimétrico operando com carga. Praticamente não houve alteração quando comparado com o motor em vazio.

A defasagem entre tensão e corrente, em cada enrolamento do motor, é mostrada nas Figuras 4.15 e 4.16.

Para o motor sem transposição (Figura 4.14), a corrente I_{F1} está atrasada de 15° (quinze graus) da tensão V_{F1} ; a corrente I_{F2} está atrasada de 54° (cinquenta e quatro graus) de V_{F2M} e a corrente de neutro I_N está atrasada de 19.4° (dezenove graus e quatro décimos) da tensão V_{NM} .

Para o motor com transposição, a Figura 4.15 mostra que a corrente I_{F1} está atrasada de 6° (seis graus) da tensão V_{F1M} ; a corrente I_{F2} está atrasada de 60° (sessenta graus) de V_{F2M} e a corrente I_N está atrasada apenas 2° (dois graus) da tensão V_{NM} .

hp stopped

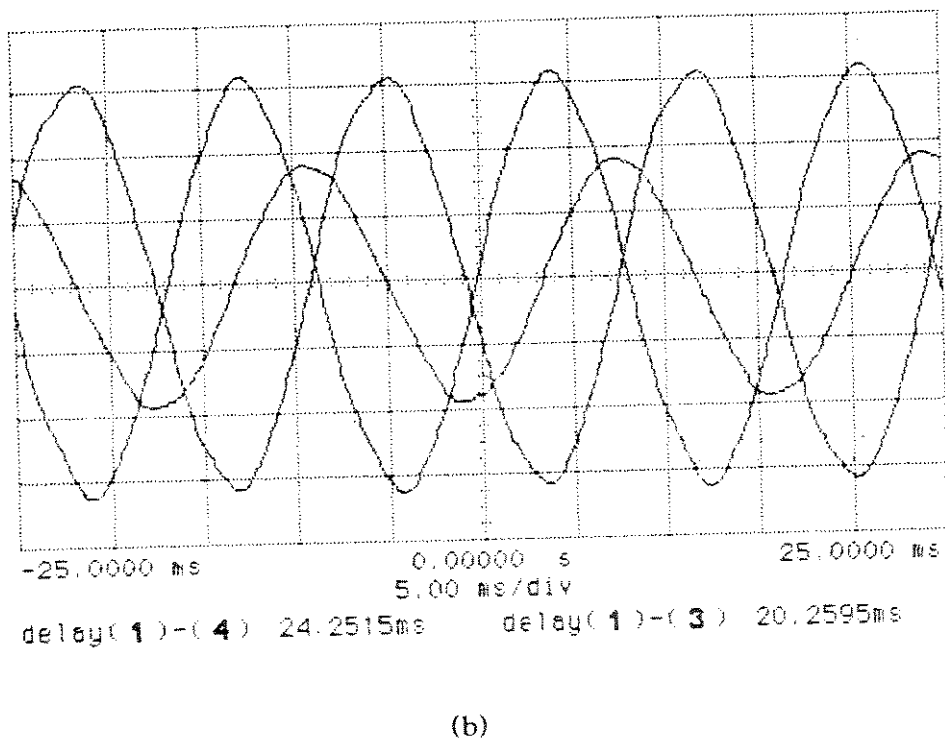
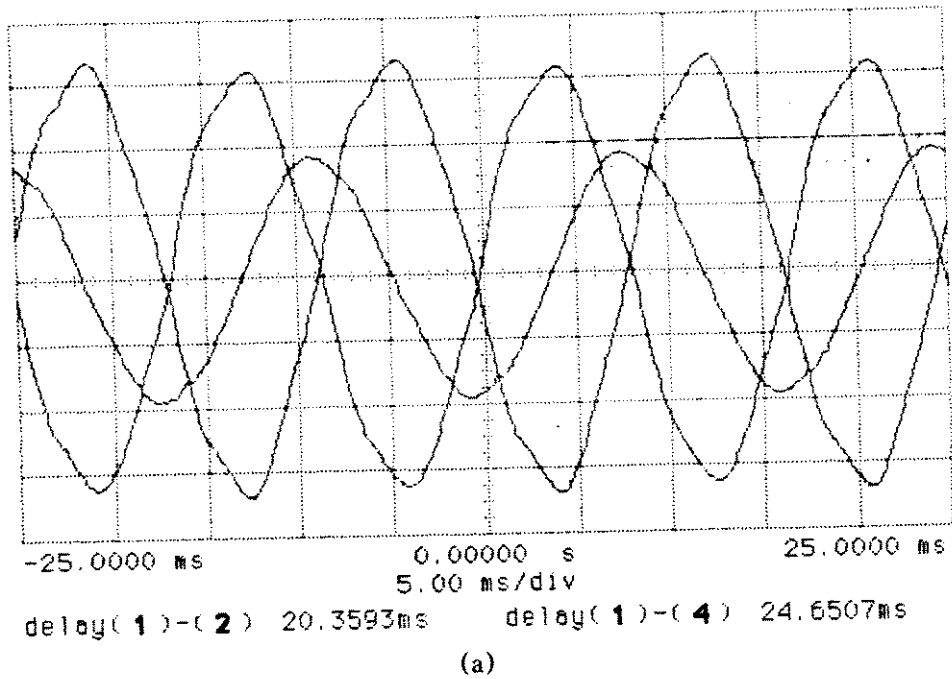
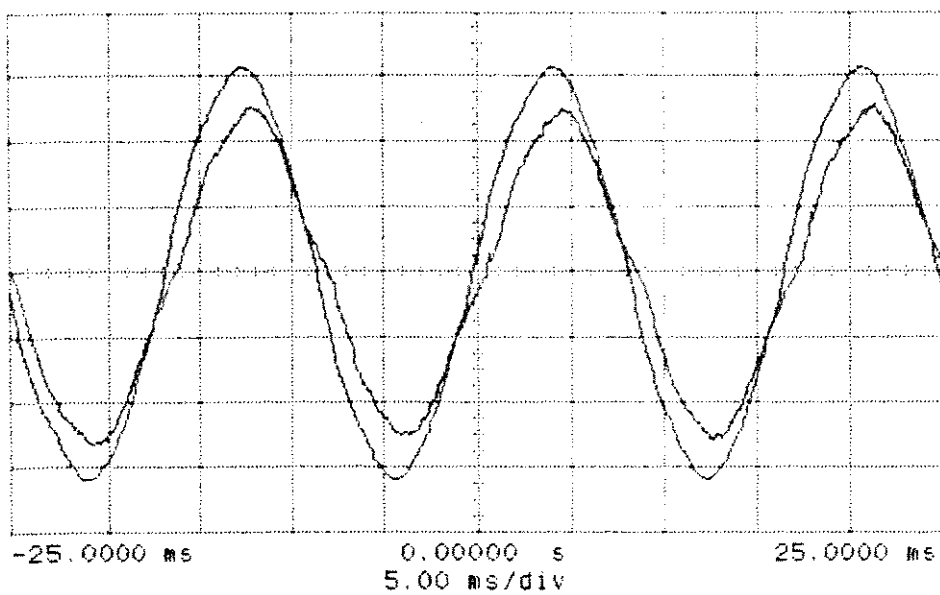


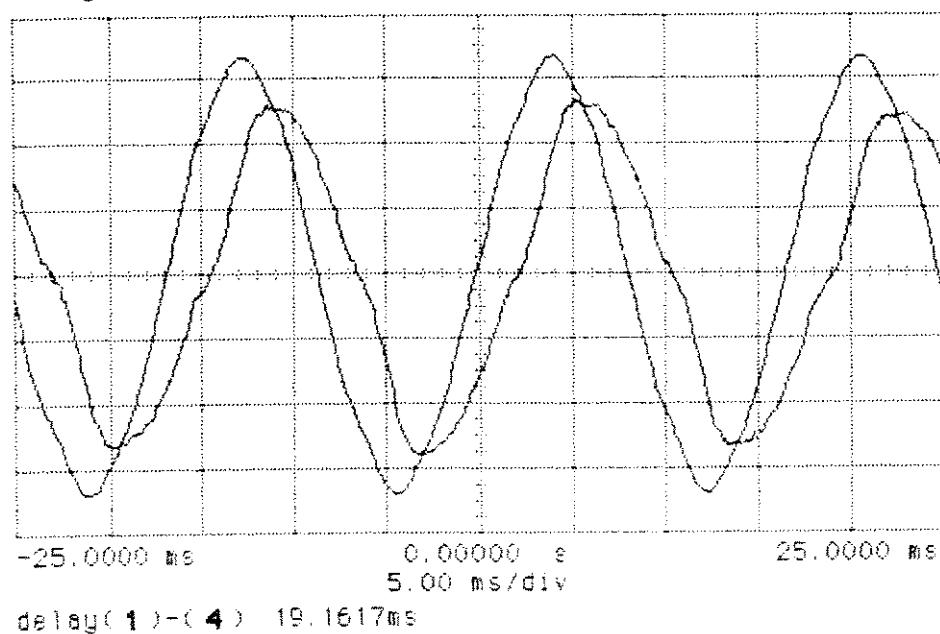
Fig. 4.14 - Formas de onda típicas das tensões de estator do motor bifásico, operando com carga:

a) sem transposição e b) com transposição.

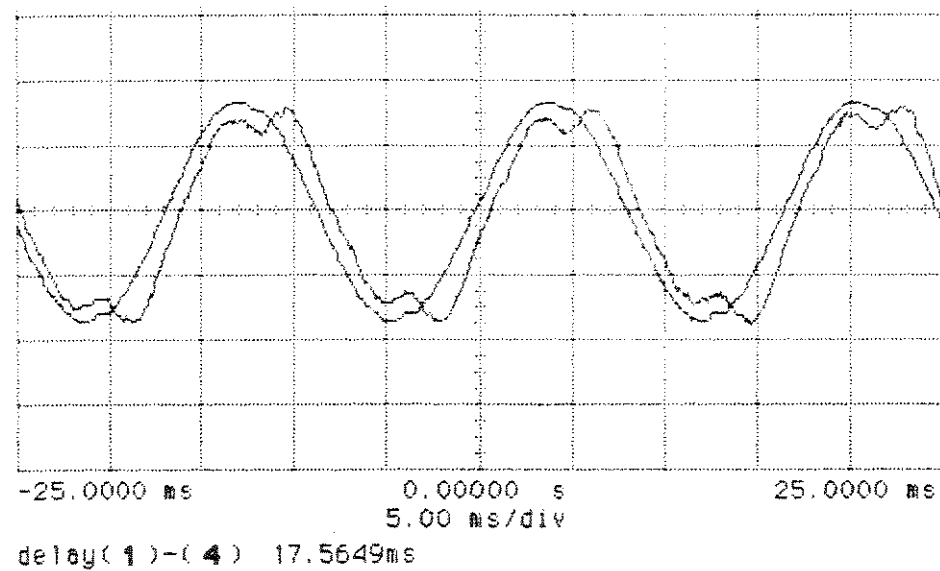
Como se pode concluir, no motor operando com carga, a corrente no enrolamento F2M é que apresentou o caráter mais indutivo. Esta característica já tinha sido verificada no o motor operando em vazio.



(a)



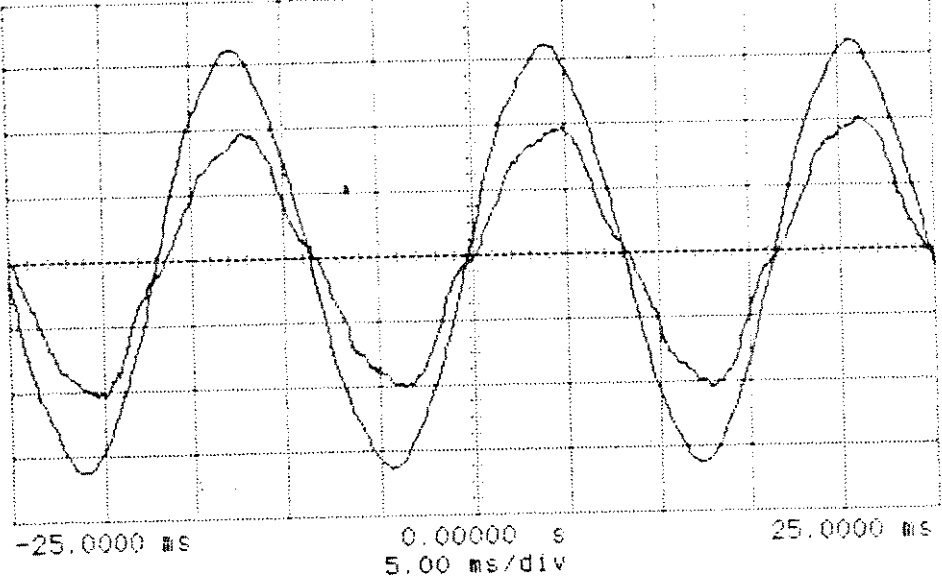
(b)



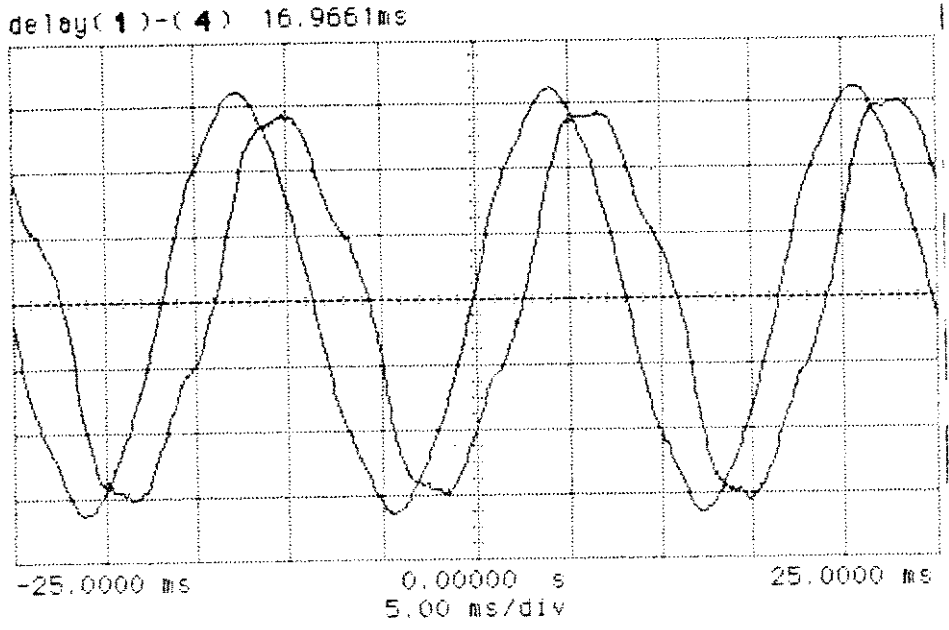
(c)

Fig. 4.15 - Tensão e corrente no estator sem transposição :

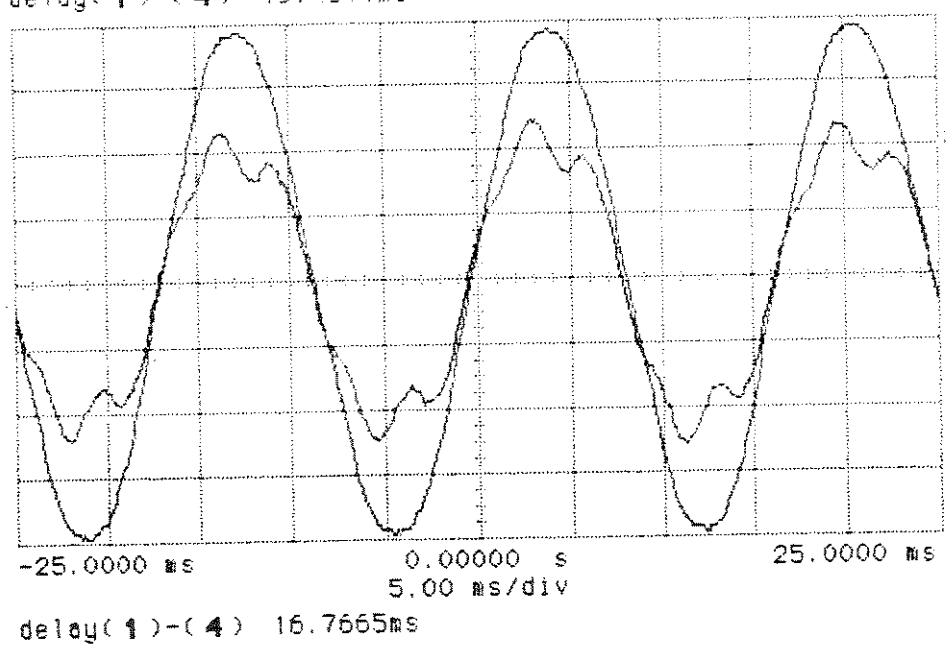
a) VF1M e IF1, b) VF2M e IF2 e c) VNM e IN.



(a)



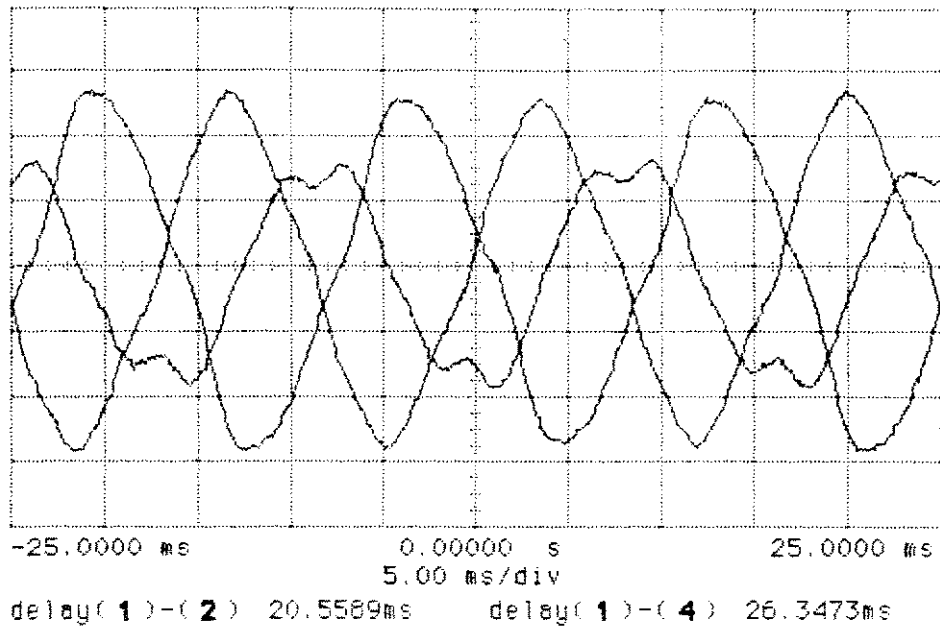
(b)



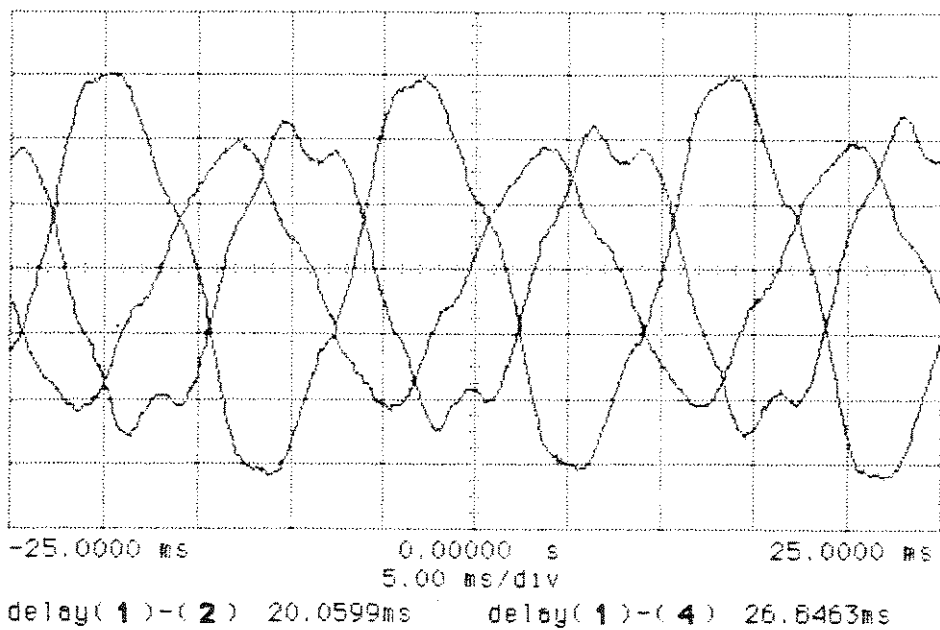
(c)

Fig. 4.16 - Tensão e corrente no estator com transposição :
a) VF1M e IF1, b) VF2M e IF2 e c) VNM e IN.

As formas de onda das três correntes mostradas simultaneamente estão colocadas na Figura 4.17.



(a)



(b)

Fig. 4.17 - Defasagem entre as correntes de estator para o motor :
a) sem transposição e b) com transposição.

Tomando como referência a corrente IF1, a leitura destas figuras indica que a corrente IF2 está atrasada de 200° (duzentos graus) no caso sem transposição e de 216° (duzentos e dezesseis graus) no caso de houver a transposição. A corrente de neutro IN está 86° (oitenta e seis graus) atrasada da corrente IF1 no caso sem transposição e 71° (setenta e um graus) no caso com transposição.

Para o motor de indução monofásico, com carga, as formas de onda da tensão e da corrente estão mostradas na Figura 4.18.

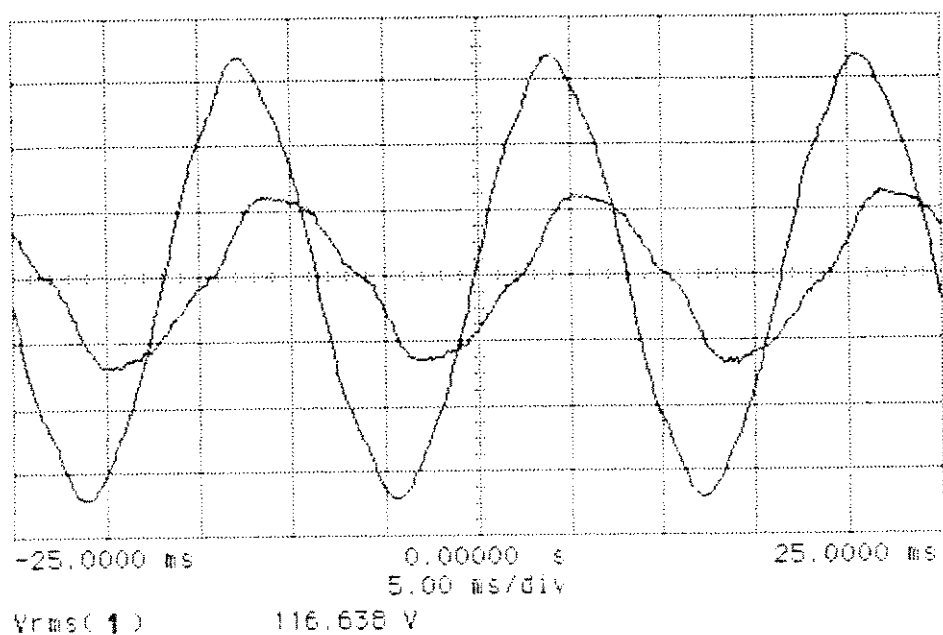


Fig. 4.18 - Formas de onda da tensão e da corrente no estator do motor monofásico.

O espectro de frequências para as correntes de IF1, IF2 e IN com o motor operando com carga é mostrado nas Figuras 4.19 e 4.20. A TABELA 7 sintetiza estes resultados, fornecendo a ordem dos harmônicos e suas amplitudes relativas a fundamental. Em relação ao motor em vazio, não se verifica a presença do harmônico de 120 Hz e, a componente de 3ª harmônica na corrente de neutro apresentou um valor alto: sua amplitude é de 15% da fundamental.

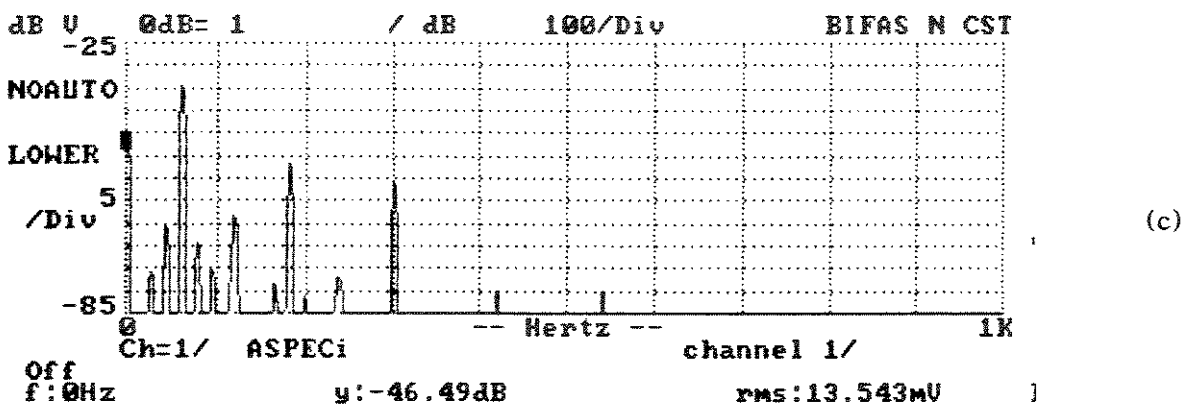
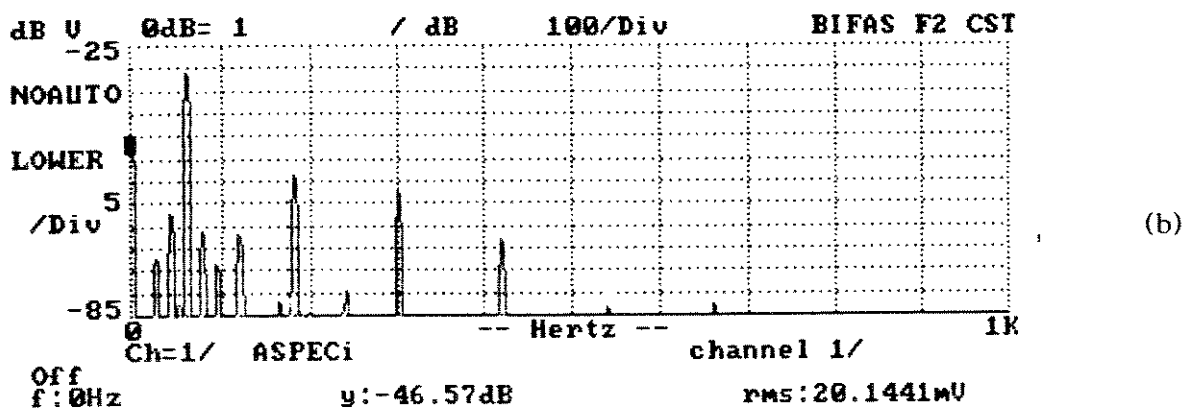
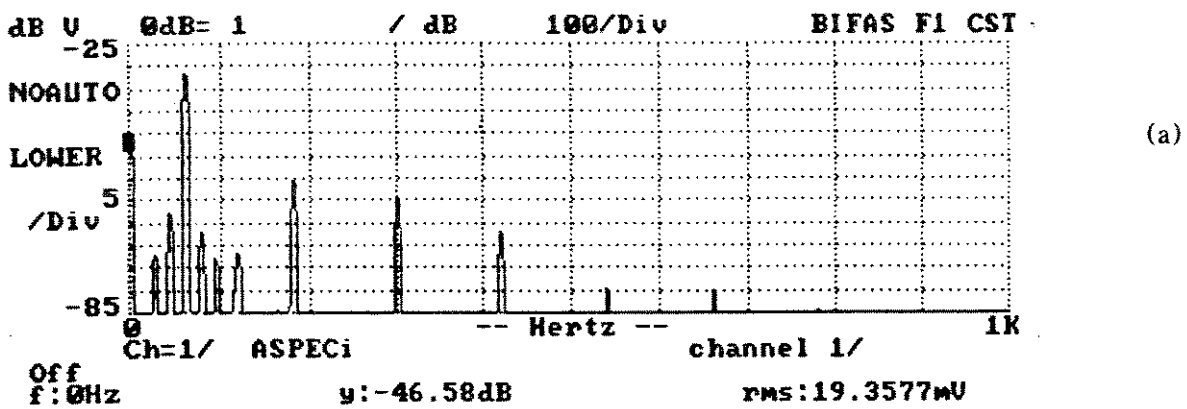
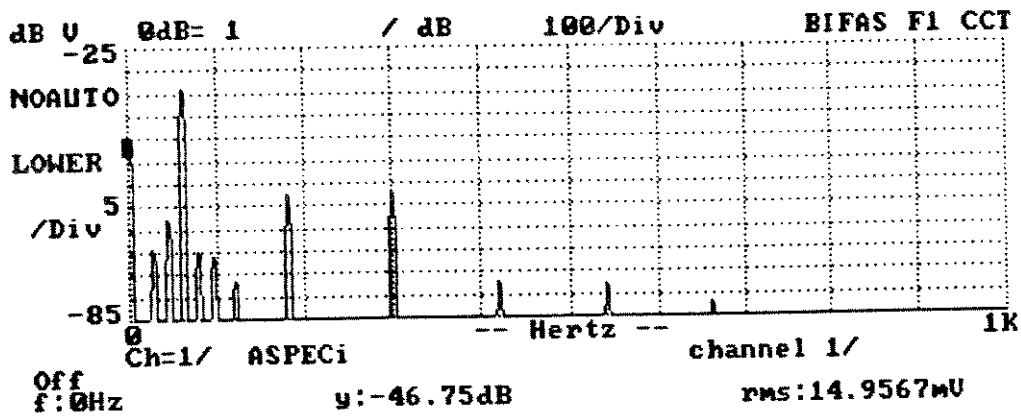
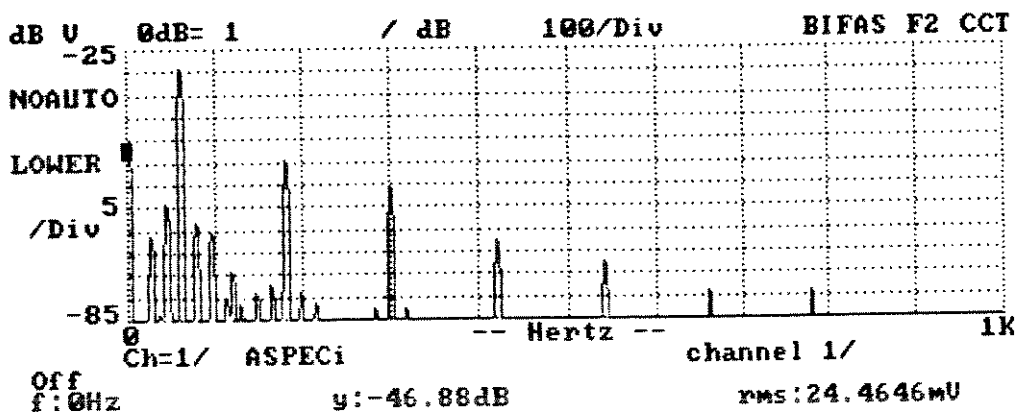


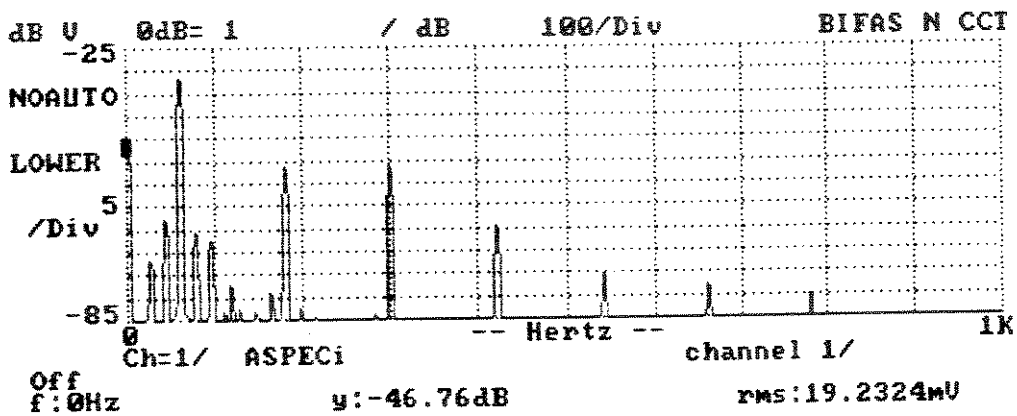
Fig. 4.19 - Espectro de frequências das correntes de estator para o caso sem transposição: a) IF1, b) IF2 e c) IN.



(a)



(b)



(c)

Fig. 4.20 - Espectro de freqüências das correntes de estator para o caso com transposição: a) IF1, b) IF2 e c) IN.

TABELA 7 - Amplitude dos harmônicos das correntes de estator em relação à componente fundamental, com motor em carga.

HARMÔNICA		3ª	5ª	7ª
I_{F1}	ST	0,05	0,03	0,02
	CT	0,10	0,10	-
I_{F2}	ST	0,05	0,05	0,01
	CT	0,10	0,05	0,01
I_N	ST	0,15	0,05	-
	CT	0,10	0,10	0,02

O motor monofásico operando com carga apresenta uma corrente com o espectro de frequências mostrado na Figura 4.21. O harmônico de corrente de maior amplitude é o 3º, com 10% da amplitude da componente fundamental.

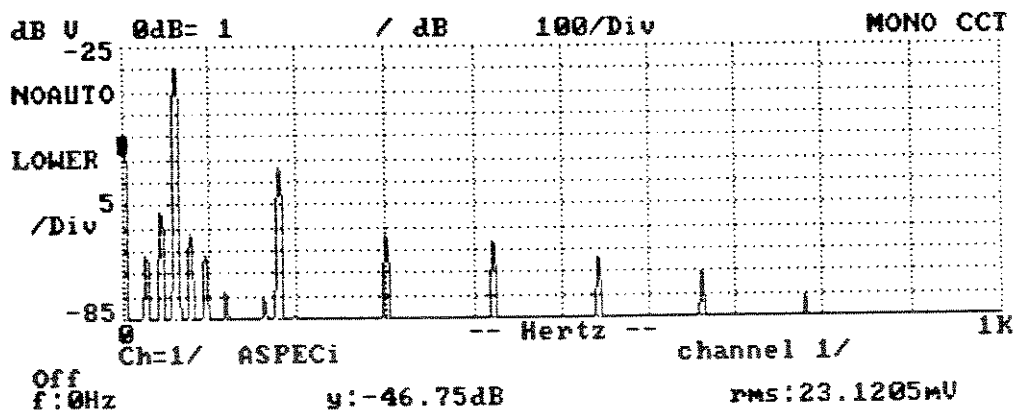
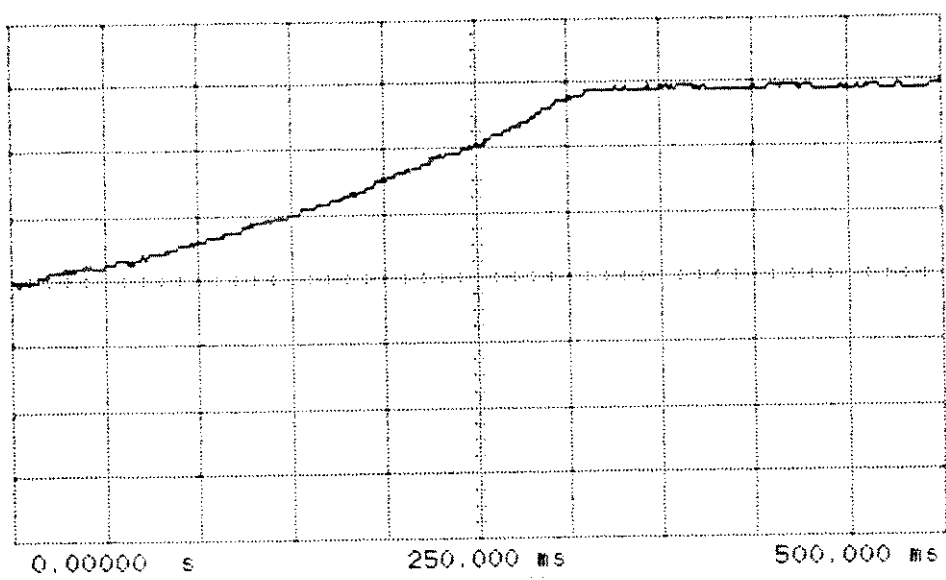
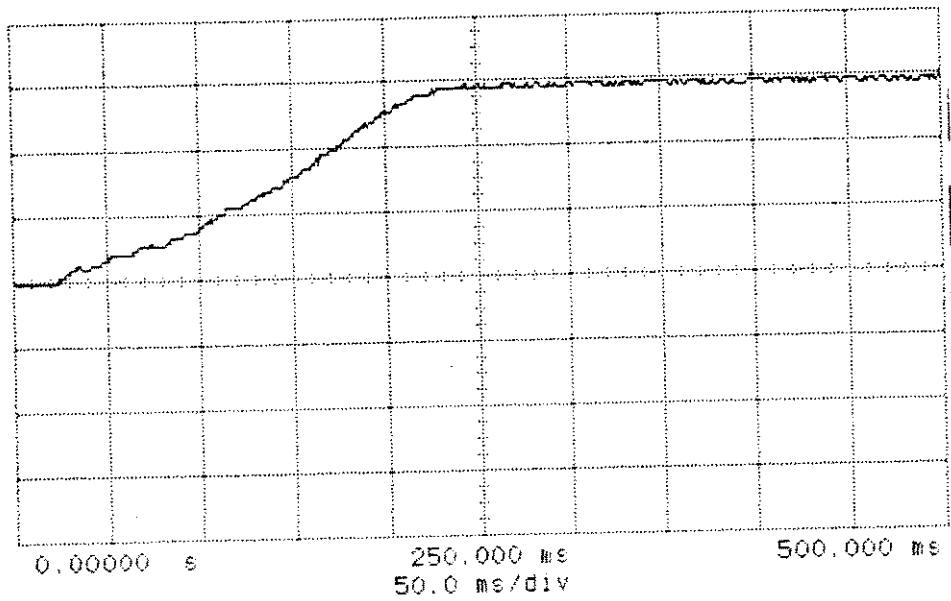


Fig. 4.21 - Espectro de frequências da corrente de estator no motor monofásico, partida a capacitor.

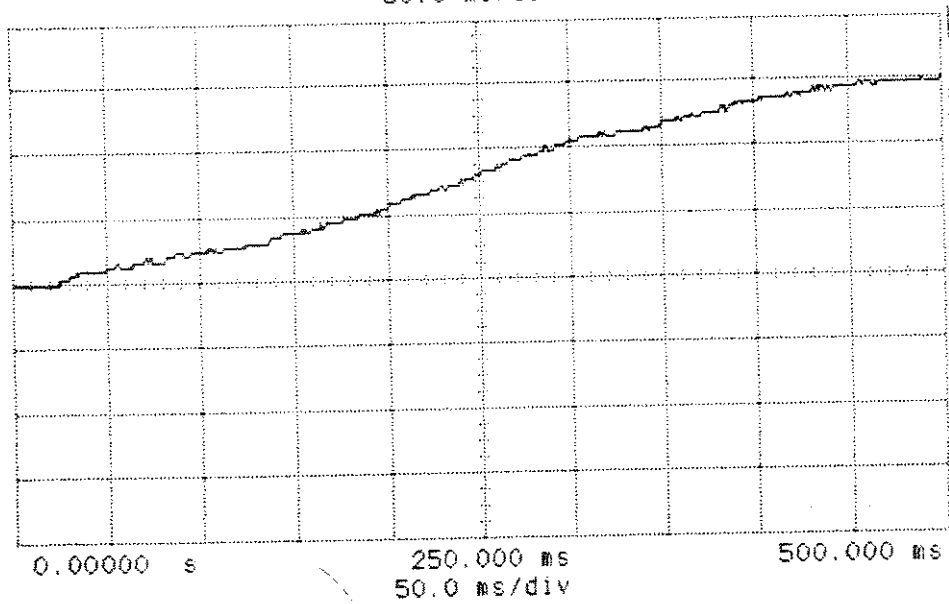
Com a corrente de campo do gerador de contínua no valor que foi utilizado nos testes com carga, foi dada a partida no motor de indução bifásico assimétrico e medido o tempo de aceleração. Como se observa na Figura 4.22 o pior resultado foi obtido pelo motor que tinha os enrolamentos de estator ligados sem transposição: cerca de 330 ms contra os 230 ms do motor com transposição.



(a)



(b)



(c)

Fig. 4.22 - Curvas de aceleração do motor:

- a) bifásico sem transposição,
- b) bifásico com transposição e
- c) monofásico partida a capacitor.

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES E

PROSSEGUIMENTO DESTA PESQUISA

V.1. CONCLUSÕES

A proposta deste trabalho foi explorar o conceito de um motor de indução bifásico, rotor tipo gaiola de esquilo e com dois enrolamentos de estator dispostos em quadratura e assimétricos. Estes enrolamentos foram conectados a semelhança da conexão "Scott" utilizada em transformadores.

A alimentação deste motor de indução bifásico assimétrico foi feita a partir de duas fases e o neutro da rede trifásica fornecida pela concessionária de energia elétrica. O sistema bifásico em quadratura foi facilmente obtido nos enrolamentos de estator do motor.

Um protótipo de laboratório deste motor foi construído a partir de um motor monofásico convencional (Apêndice B) com o objetivo de se investigar a sua operação e o seu potencial em aplicações industriais.

Os testes experimentais efetuados, em vazio e com carga, permitiram concluir a nível de operação, que o motor de indução bifásico assimétrico, construído conforme exposto anteriormente neste trabalho:

- dispensa o capacitor de partida e a chave centrífuga normalmente utilizados no motor monofásico sem que com isto haja prejuízo no conjugado produzido. O conjugado médio de partida que se obtém é superior àquele do motor monofásico, partida a capacitor e chave centrífuga;
- apresenta um rendimento superior ao do motor monofásico de potência equivalente e, pelo fato do enrolamento de neutro ficar permanentemente conectado, há um aumento na potência nominal do motor. Este aumento de potência pode permitir uma diminuição nas dimensões físicas do motor quando se compara ao motor monofásico de mesma potência;

- apresenta um escorregamento 10% inferior aquele do motor monofásico partida a capacitor e chave centrífuga, nas mesmas condições de carga;
- a ligação das bobinas do estator com transposição permite que haja uma melhor distribuição de potência nos enrolamentos de estator, bem como a obtenção de um rendimento maior quando comparado com o equivalente sem transposição. As correntes no enrolamento de fases, para o caso de se ter transposição no estator, resultam em valores eficazes bem diferentes;
- já, na ligação do estator sem transposição, as correntes no enrolamento de fases apresentam valores eficazes iguais e com uma característica adicional de ter um harmônico de dupla frequência (120 Hz);
- a corrente no enrolamento de neutro não fica em quadratura com as correntes nas duas metades do enrolamento de fases, como é desejado, nos dois arranjos de estator testados (com e sem transposição);
- as amplitudes dos harmônicos de correntes chegam a ter 15% da amplitude da componente fundamental. Em particular este é caso do terceiro harmônico da corrente de neutro, com o motor em carga e com o arranjo do estator sem transposição.

Quanto a aplicação, os motores de indução bifásicos assimétricos, conforme proposta deste trabalho, podem ser utilizados no acionamento de compressores, em refrigeradores, aparelhos de ar condicionado, máquinas de lavar e secar roupa, bombas de filtro de piscina, máquinas de cortar grama, assim como em todas as demais aplicações em que hoje são usados os motores monofásicos com partida a capacitor e chave centrífuga. É evidente que em tais aplicações é necessário que haja disponibilidade de duas tensões e do neutro da rede trifásica.

V.2. PROSSEGUIMENTO DESTA PESQUISA

Com base nos resultados obtidos, e que foram apresentados neste trabalho, desenvolver-se-á estudos com o objetivo de otimizar o desempenho do motor de indução bifásico assimétrico em questão.

Alguns tópicos a serem desenvolvidos são descritos a seguir:

- fazer uma análise de desempenho do motor bifásico assimétrico através da aplicação do método de componentes simétricas com o objetivo de eliminar ou minimizar o efeito de correntes de seqüência negativa;
- desenvolver um projeto global que leve em conta uma melhor distribuição espacial de forças magnetomotrizes no entreferro e
- melhorar o fator de potência e o rendimento como também, obter condições de operação mais equilibradas nos enrolamentos do estator.

APÊNDICE A

DADOS DO MOTOR DE INDUÇÃO MONOFÁSICO

O motor de indução monofásico, rotor gaiola de esquilo que serviu para a implementação do motor bifásico tem os seguintes dados nominais:

tensão de estator	230 V
corrente de estator	3.5 A
potência	1/2 h.p.
velocidade	3450 r.p.m.
número de pólos	2

A disposição do enrolamento principal nas ranhuras de estator é mostrada na Figura A.1. Ele é constituído por dois grupos de bobinas concêntricas. Cada grupo contém cinco bobinas com a seguinte distribuição de espiras : 55, 51, 41, 33, 18.

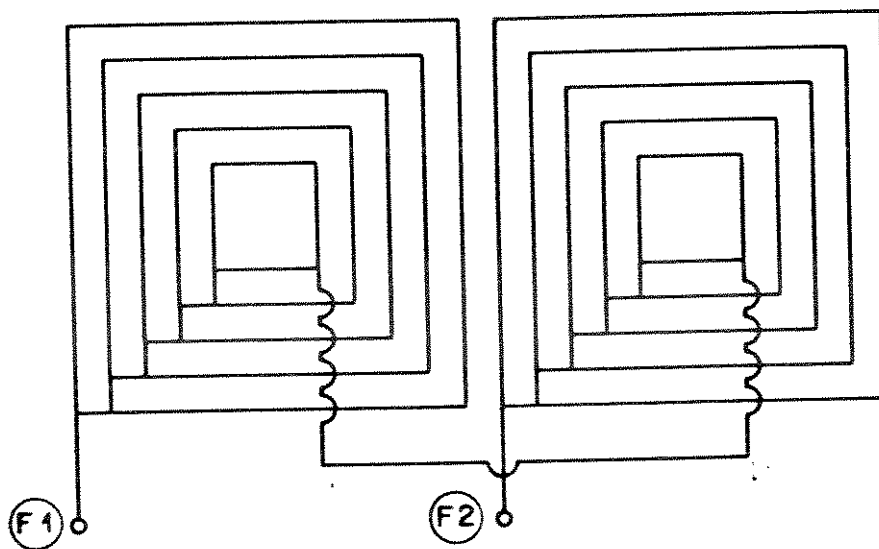


Fig. A.1 - Enrolamento principal do motor de indução monofásico.

APÊNDICE B

ARRANJO DO ENROLAMENTO DE FASES NO ESTATOR DO MOTOR BIFÁSICO PROPOSTO

O enrolamento de fases do motor bifásico assimétrico foi implementado conforme está mostrado na Figura B.1. Cada grupo do enrolamento principal original é desdobrado em dois sub-grupos, colocados na parte superior e das ranhuras. A linha tracejada representa o sub-grupo colocado na parte inferior das ranhuras. Cada sub-grupo tem metade das espiras do enrolamento original, ou seja 28, 25, 20, 17 e 09 espiras.

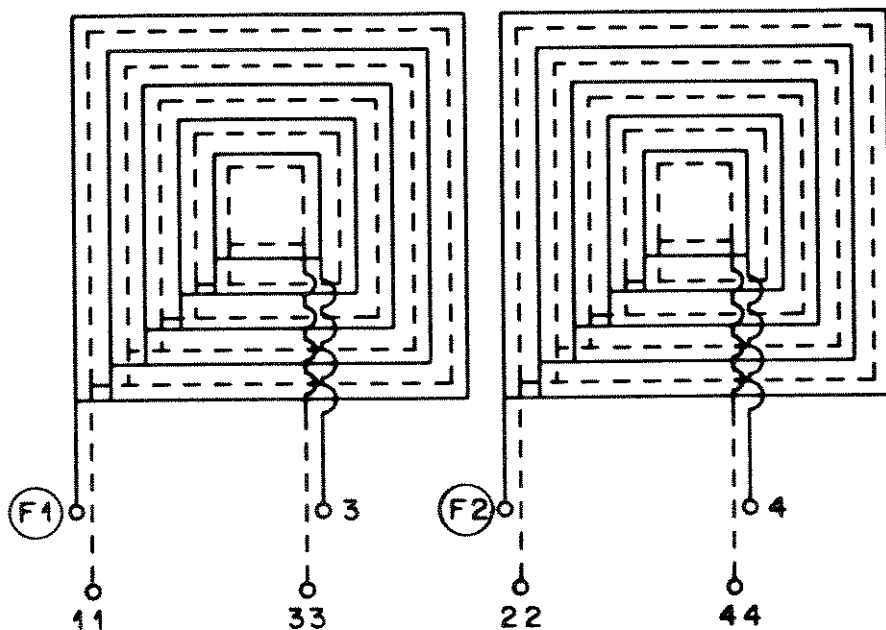


Fig. B.1 - Enrolamento de fases do motor bifásico proposto.

A conexão das bobinas sem transposição é obtida simplesmente unindo os terminais 3 ao 11, o 22 ao 4 e tomar o ponto médio M como sendo o nó representado pela união dos terminais 33 e 44.

Para conectar as bobinas com transposição basta unir os terminais 3 ao 44, o 33 ao 4 e tomar o ponto médio como sendo o nó representado pela união dos terminais 22 e 11.

REFÊRENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Muljadi, E.; Zhao, Y.; Liu, T.H. e Lipo, T.A., "Adjustable AC Capacitor for a Single Phase Induction Motor", *IEEE Transactions on Industry Applications*, May 1991.
- [2] Smith, Otto J.M., "Three-Phase Induction Motor with Single Phase Supply", U.S. Patent Nº 4, 792.740, Dezembro 1988.
- [3] Szajner, J.; Netto Andrade, M.L. e Bim, E., "Motor Bifásico com Enrolamentos Assimétricos", registro I.N.P.I., nº 9202145, 05/Maio/1992.
- [4] Krause, Paul C., *Analysis of Electric Machinery*, McGraw-Hill Book Co., 1ª edição, 1986.
- [5] Hancock, N.N., *Matrix Analysis of Electrical Machinery*, Pergamon Press, 2ª edição, 1974.
- [6] Krause, P.C. and Thomas,C.J., "Simulation of Symmetrical Induction Machinery", *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-84. No. 11, Nov.1965, pp 1038 - 1053.
- [7] Lettenmaier,T.A.; Novotny, D. and Lipo, T.A., "Single-Phase Induction Motor with an Electronically Controlled Capacitor", *IEEE Transactions On Industry Applications*,vol.27, No.1, January/February 1991.
- [8] Longya Xu, "Dynamic Model of an Integral-Cycle Controlled Single-Phase Induction Machine", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 7, No.4, December 1992.

- [9] Holzt, A. et al., "Teoria, Cálculo y Construción de Transformadores", Editorial Labor S.A., 4ª Edição, 1960.
- [10] Leung, W.S. and Szeto, W., "Generalised Treatment of 1-phase motors with the aid of a digital computer, Proc IEE. 116, 769(1969).
- [11] Butler, O.I., and Wallace, A.K., "Generalised theory of induction motors with assymmetrical airgaps and primary windings", Proc. IEE 115,686(1968).
- [12] Langsdorf, Alexander S., "Teoria de Las Máquinas de Corriente Alterna", McGraw-hill Book Co., 2ª edição, 1967.
- [13] Alger, P.L., "Induction Machines", Gordon & Breach,1970.
- [14] Say, M.G, "Alternating Current Machines", Pitman Publishing Limited, 4ª edição, 1976.
- [15] E.E. Staff del M.I.T., "Circuitos Magnéticos y Transformadores", Editorial Reverté, 1980.
- [16] Blume L.F., "Transformer Engineering", John Wiley & Sons, 1958.