

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS E CONTROLE DE ENERGIA

Um Modelo de Decisão baseado em Conjuntos Nebulosos aplicado ao Planejamento da Operação de Sistemas de Energia Elétrica

por: Eng. Maurício Mendonça Valença

orientador: Prof. Dr. Anésio dos Santos Júnior *OK*

Dissertação submetida à Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Campinas, para preenchimento dos pré-requisitos parciais para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

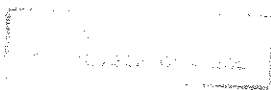
Este exemplar corresponde à releção final da tese
defendida por MAURÍCIO MENDONÇA VALENÇA

_____ da Comissão
Ju'gadora em 20 05 93

[Assinatura]
Orientador

maio 1993

9311504



Agradecimentos

Ao Anésio por sua orientação sempre positiva e elucidativa.

A minha família pelo apoio e incentivo.

À FAPESP pelo suporte financeiro via bolsa de Mestrado. MS-I processo 92/1486-6.

À Iva por tudo.

Este trabalho foi suportado pela FAPESP através do projeto temático de equipe sobre
Planejamento da Operação de Energia Elétrica com Predominância de Geração
Hidroelétrica.

Conteúdo

AGRADECIMENTOS	i
CONTEÚDO	iii
LISTA DE FIGURAS	vi
ABSTRACT	viii
RESUMO	ix
1 Introdução	1
2 Planejamento da Operação de Sistemas de Energia Elétrica	3
2.1 Soluções Estacionárias baseadas em Estudos de Fluxo de Carga	6
2.2 Soluções Estacionárias baseadas no Cálculo do Fluxo de Potência Ótimo . .	9
2.3 Problema de Decisão Multicritério	12
3 Teoria dos Conjuntos Nebulosos e Processo de Decisão	16
3.1 Conjuntos Nebulosos - Terminologia e Propriedades	17
3.2 Processos de Decisão em um Ambiente Nebuloso	23
3.3 Programação Linear Nebulosa	28

4	Modelos de Cálculo do Fluxo de Potência	32
4.1	Modelo do Fluxo de Carga	32
4.1.1	Análise Nodal da Rede de Energia Elétrica	33
4.1.2	Cálculo do Fluxo de Potência	36
4.2	Formulação Básica do Fluxo de Potência Ótimo	40
4.3	Solução pelo Método de Newton	43
5	Obtenção de uma Boa Solução Estacionária Baseada em FPO através de Decisão via Conjuntos Nebulosos	47
5.1	Modelagem via Conjuntos Nebulosos	48
5.2	Processo de Decisão	51
5.3	Solução de Compromisso entre Objetivo e Restrição Crítica	53
6	Testes	57
6.1	Estados Ótimos	61
6.2	Decisão Ótima	64
6.3	Solução de Compromisso	66
7	Conclusão	72
	BIBLIOGRAFIA	75
A	Modelo Estático do Sistema de Energia Elétrica	78
A.1	Geradores e Cargas	78
A.2	Linhas de Transmissão	79
A.3	Transformadores	80
A.4	Compensação Reativa	81

B	Função Lagrangeana, Gradiente da Lagrangeana e Matriz Jacobiana	82
B.1	Função Lagrangeana	82
B.2	Gradiente da Lagrangeana	84
B.3	Matriz Jacobiana	86
C	Matriz Hessiana	87

Lista de Figuras

2.1	Análises Estática e Dinâmica no Planejamento da Operação.	5
2.2	Estudo do Fluxo de Carga.	8
2.3	Diagrama geral da metodologia.	11
3.1	Representação diagramática de um conjunto nebuloso.	18
3.2	Representação diagramática de um conjunto ordinário.	19
3.3	Ilustração da união e interseção de conjuntos nebulosos em $\mathcal{X}$	20
3.4	Conjunto nebuloso convexo.	21
3.5	Conjunto nebuloso normal.	22
3.6	Decisão nebulosa: $D = O \cap R$	25
4.1	Modelo π	33
4.2	Elementos ligados a um nó.	35
5.1	Modelo nebuloso da restrição R_k	49
5.2	Representação da satisfação do decisor em relação ao objetivo do problema.	50
5.3	Objetivo e restrição nebulosos.	52
5.4	Diagrama de blocos da Metodologia.	56
6.1	Sistema IEEE 30 Barras.	58
6.2	Estado Inicial do Sistema.	59

6.3	Parâmetros de Circuito.	60
6.4	Limites de Geração de Potencia Reativa.	61
6.5	Estado Ótimo: Minimização das Perdas de Transmissão.	62
6.6	Estado Ótimo: Qualidade do Perfil de Tensão.	63
6.7	Minimizar Perdas X Restrição Barra 11.	64
6.8	Qualidade Perfil X Restrição Barra 8.	65
6.9	Solução de Compromisso - Análise de Sensibilidade - Perdas de Transmissão.	67
6.10	Solução de Compromisso - Análise de Sensibilidade - Qualidade do Perfil.	68
6.11	Solução de Compromisso - FPO - Perdas de Transmissão.	69
6.12	Solução de Compromisso - FPO - Qualidade do Perfil.	70
A.1	Representação Simbólica de Gerador e Carga.	79
A.2	Modelo π de uma Linha de Transmissão.	79
A.3	Representação Simbólica de um Transformador.	80
A.4	Modelo π do Transformador em fase.	80
A.5	Modelo do Elemento Estático de Compensação Reativa.	81

Abstract

The power system static operation planning has as main objective the determination of performance strategies which satisfy operational criteria. A fuzzy set decision model which takes the load attainment and the compromise between optimality and critical operational constraints into account is presented. The prime characteristic of this methodology is the incorporation of the planner's preferences structure in a decision process modeled by fuzzy sets. A routine of optimal power flow calculation is used as a computational tool for solving the nonlinear model of the electric power system and for defining the universe of discourse of the decision-making problem. Tests were carried on a 30-bus IEEE system in order to find a compromise solution of electric operational goal versus reactive power generation limits. Results and conclusions are presented.

Resumo

O planejamento da operação estática de sistemas de energia elétrica tem por finalidade estabelecer estratégias de funcionamento que satisfaçam critérios operacionais. É apresentado um modelo de decisão via conjuntos nebulosos que leva em conta o atendimento da carga e o compromisso entre otimalidade e restrições operacionais críticas. A característica principal desta metodologia é a incorporação da estrutura de preferências dos planejadores dentro de um processo decisório modelado por conjuntos nebulosos. Uma rotina de cálculo do fluxo de potência ótimo é utilizada como ferramenta computacional para a resolução do modelo não-linear do sistema e para a definição do universo de discurso do problema de tomada de decisão. Testes foram realizados no sistema de 30 barras do IEEE com intuito de se obter uma solução de compromisso entre as metas operacionais e os limites de geração de potência reativa. Resultados e conclusões são apresentados.

Capítulo 1

Introdução

O objetivo principal do planejamento da operação de sistemas de energia elétrica é definir estratégias de funcionamento que atendam a determinados requisitos operacionais. Adotar uma determinada estratégia de funcionamento significa estabelecer os níveis em que devem ser especificados as variáveis de controle conforme às condições de carregamento previstas. A especificação dessas variáveis é normalmente baseada na experiência da equipe de planejamento da operação, adquirida em estudos de fluxo de carga, e suportada pela memória de operação do sistema. No entanto, o planejamento pode usufruir de ferramentas computacionais mais sofisticadas que auxiliem na escolha da melhor condição de funcionamento.

A metodologia apresentada neste trabalho tem por objetivo fornecer estratégias de operação que, satisfazendo critérios de segurança, economia e qualidade, indiquem aos planejadores da operação elétrica subsídios para sua decisão final sobre a condição operacional a ser implantada no sistema.

Neste sentido, utilizamos uma rotina de fluxo de potência ótimo como ferramenta para fornecer boas soluções operacionais inclusive em um modelo de decisão baseado na teoria dos conjuntos nebulosos. Esta modelagem busca incorporar ao problema a característica de incerteza inerente a todo processo de decisão centrada no ser humano, isto é, a escolha por parte do decisor de uma solução satisfatória segundo critérios conflitantes.

O modelo de decisão proposto obtém uma solução que atende a uma demanda específica. Essa solução satisfaz o compromisso entre a otimalidade de um índice de de-

sempenho elétrico e o atendimento de uma restrição crítica sobre um recurso operacional (suporte de potência reativa). Para tanto, a otimalidade do objetivo e o atendimento da restrição são relaxados, considerando as opiniões do decisor, e modelados através de conjuntos nebulosos.

O presente trabalho está dividido em sete capítulos onde o primeiro corresponde a este proêmio.

No segundo capítulo abordamos de forma geral o planejamento da operação de sistemas de potência e em especial as soluções estacionárias obtidas pela análise estática da operação, tecemos também algumas considerações sobre o problema de decisão em um ambiente multicritério.

No terceiro capítulo apresentamos as definições fundamentais da teoria dos conjuntos nebulosos, a modelagem do processo de decisão por esta teoria e uma aplicação clássica ao problema de otimização com múltiplos objetivos.

No quarto capítulo expomos a formulação básica do problema do fluxo de potência ótimo e o método de Newton para sua resolução.

O quinto capítulo corresponde à metodologia propriamente dita. Mostramos aqui a adequação da modelagem nebulosa na obtenção da solução de compromisso entre otimalidade e a segurança da operação do sistema.

No sexto capítulo expomos os resultados referentes a testes computacionais com o sistema de 30 barras do IEEE.

O sétimo capítulo refere-se à conclusão do trabalho.

Capítulo 2

Planejamento da Operação de Sistemas de Energia Elétrica

Planejar a operação de sistemas de energia elétrica significa estabelecer estratégias de funcionamento que satisfaçam critérios operacionais de desempenho, tais como confiabilidade, segurança, economia, qualidade da operação, etc, considerando o carregamento previsto para o sistema.

A escolha de uma determinada estratégia de operação constitui um problema de tomada de decisão, centrada no planejador (decisor), sobre os recursos disponíveis de suporte operacional do sistema. A solução do processo decisório se materializa nas especificações sobre as diversas formas de controle.

Considerando que o despacho de potência ativa nas unidades geradoras já tenha sido estabelecido à nível do planejamento energético, o planejamento da operação elétrica atua sobre o suporte reativo do sistema. Assim, as variáveis de decisão são as magnitudes de tensão, os tap's de transformadores reguladores e a alocação de fontes de potência reativa.

Nas concessionárias de energia elétrica, o planejamento é suportado por ferramentas computacionais que auxiliam na especificação das variáveis controladas e na análise das condições de operação impostas ao sistema. No campo da engenharia de sistemas de potência, esta análise é comumente dividida em duas etapas denominadas análises estática e dinâmica.

A análise estática considera o sistema operando em regime senoidal permanente o que permite a adoção de um modelo estático da rede composto de equações algébricas. Nesta fase do planejamento, as empresas utilizam ferramentas computacionais como rotinas de cálculo de fluxo de carga, análise de contingências, cálculo de curto-circuito e cálculo do fluxo de potência ótimo.

Na análise dinâmica são estudados os efeitos resultantes das mudanças nas variáveis do sistema. Como exemplo de ferramentas computacionais usadas nesta etapa do planejamento temos o cálculo da estabilidade transitória e técnicas de simulação dinâmica.

A figura 2.1 apresenta o fluxograma da inter-relação destas análises no contexto do planejamento da operação.

Observando a figura, notamos que o planejador exerce um papel fundamental neste processo, pois é o elemento decisor na avaliação dos índices de desempenho das estratégias de operação estudadas.

A metodologia proposta neste trabalho procura fornecer ao decisor uma alternativa de solução, a nível de análise estática, que incorpora as suas expectativas em relação aos critérios operacionais do sistema de energia elétrica. Neste sentido, utilizamos a teoria dos conjuntos nebulosos para a modelagem do processo de decisão incluindo as preferências do decisor e a obtenção de soluções aceitáveis a partir de um modelo de otimização não-linear. Desta forma, a metodologia vai atuar na interação entre o decisor humano e o cálculo automatizado do fluxo de potência ótimo e/ou estudos de fluxo de carga. Comentamos a seguir as soluções obtidas por estas duas ferramentas computacionais de análise estática.

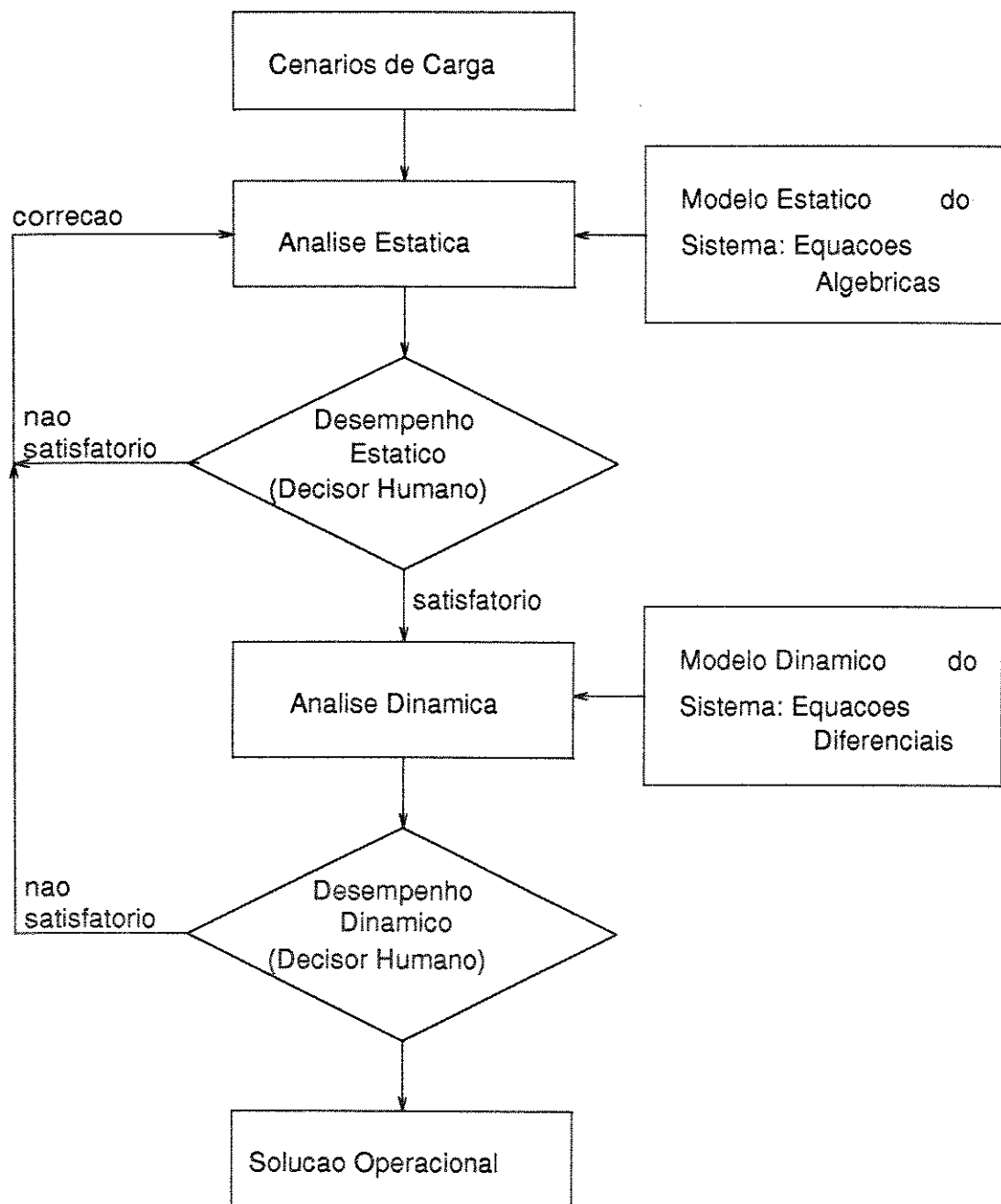


Figura 2.1: Análises Estática e Dinâmica no Planejamento da Operação.

2.1 Soluções Estacionárias baseadas em Estudos de Fluxo de Carga

O cálculo do fluxo de carga (**FC**) fornece soluções estacionárias para o sistema elétrico que juntamente com a experiência dos planejadores compõe um modelo de decisão para o planejamento da operação.

O modelo baseado no cálculo do fluxo de carga é representado pelo seguinte sistema algébrico não-linear

$$\begin{cases} \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}) = \mathbf{0} & (\text{FC}) \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}) \leq \mathbf{0} \end{cases} \quad (2.1)$$

onde

$\mathbf{x}$ é o vetor de variáveis dependentes a serem calculadas;

$\mathbf{u}$ é o vetor de variáveis controladas que devem ser especificadas pelos planejadores;

$\mathbf{p}$ é o vetor de parâmetros fixos do modelo em questão, como por exemplo: o cenário de cargas previsto do sistema e o pré-despacho de geração de potência ativa;

$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}) = \mathbf{0}$ são as equações básicas do fluxo de carga que representam o atendimento a um cenário de cargas previsto e o correspondente pré-despacho de geração de potência ativa;

$\mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}) \leq \mathbf{0}$ são as restrições operacionais como limites em variáveis de controle, em variáveis dependentes e em recursos de suporte a operação como potência reativa:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^{min} &\leq \mathbf{u} \leq \mathbf{u}^{max} \\ \mathbf{x}^{min} &\leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^{max} \\ \mathbf{Q}^{min} &\leq \mathbf{Q}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}) \leq \mathbf{Q}^{max} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Comumente as empresas concessionárias utilizam programas computacionais baseadas no método de Newton-Raphson e/ou versões desacopladas para a resolução da equação básica do fluxo de carga. Corroborando esta asserção, o desenvolvimento de técnicas de armazenamento compacto e esparsidade tornaram o método de Newton-Raphson [1] mais eficiente computacionalmente no que diz respeito ao atendimento da equação básica.

Existem técnicas que incorporam o controle das restrições operacionais em um procedimento automático baseado em análise de sensibilidade. Evidentemente, estas técnicas funcionam bem para situações nas quais a solução já está próxima da factibilidade, ou seja, na fase de ajustes finais. De um modo geral, os estudos são realizados com muita interferência humana (não automática) no que se refere a especificação em controles ($\mathbf{u}$), verificação de variáveis dependentes ($\mathbf{x}$) e remanejamento de recursos operacionais ($\mathbf{Q}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p})$).

Portanto, o cálculo de soluções estacionárias passa por decisões humanas sobre a interpretação dos cenários de carga, a especificação das variáveis controladas e a busca do atendimento das restrições de desigualdade. Estas decisões são baseadas na experiência operacional com o sistema, em documentação técnica e nos relatórios de operação. Este conhecimento constitui a memória operacional da empresa e representa um campo fértil para a aplicação de técnicas de inteligência artificial como por exemplo os sistemas especialistas.

A figura 2.2 ilustra o procedimento de decisão nesta fase do planejamento baseado nos estudos do fluxo de carga.

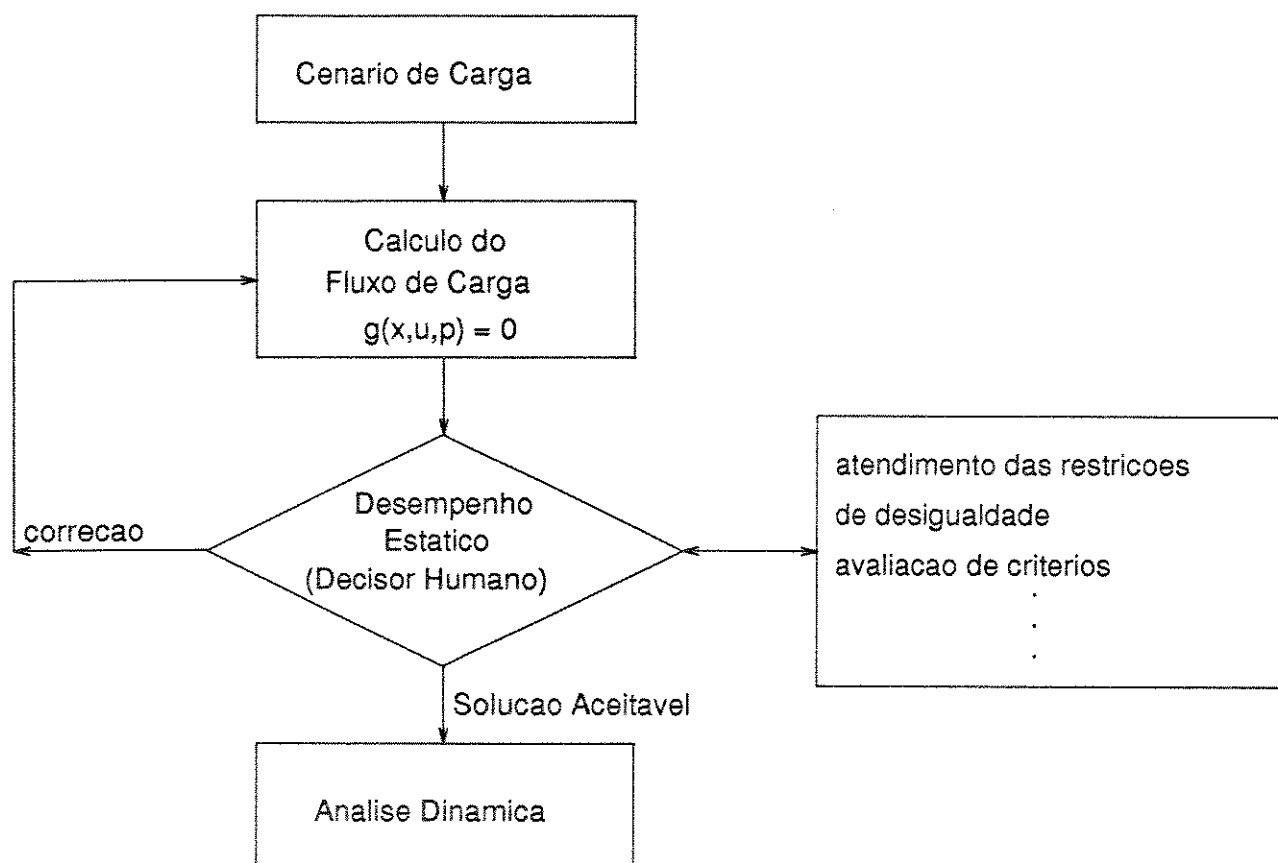


Figura 2.2: Estudo do Fluxo de Carga.

2.2 Soluções Estacionárias baseadas no Cálculo do Fluxo de Potência Ótimo

Parte das decisões, como aquelas afeitas sobre os controles, variáveis dependentes e recursos pode ser representada através de um modelo de otimização com variáveis contínuas. Assim, o modelo matemático do fluxo de potência ótimo apresenta-se como um problema de otimização formulado como segue

$$\begin{cases} \min & f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \text{s.a} & \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}) = \mathbf{0} \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}) \leq \mathbf{0} \end{cases} \quad (2.3)$$

onde $f(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ é o índice de desempenho elétrico considerado e as demais variáveis e restrições possuem significado idêntico ao caso do **FC**.

O fluxo de potência ótimo apresenta características de não-linearidade e não-convexidade que o situa em uma classe especial de problemas de otimização.

A informação adicional incorporada ao problema pela formulação matemática do índice de desempenho, permite a utilização de técnicas de resolução baseadas na teoria de otimização de sistemas. Estas técnicas automatizam o processo de atualização das variáveis de controle e o direcionam para a melhoria da função objetivo.

Assim, a solução fornecida pelo fluxo de potência ótimo é mais útil ao decisor porque apresenta o valor ótimo de cada controle para um pré-estabelecido cenário de cargas e para a meta operacional considerada.

As características de disponibilidade dos recursos operacionais, estado inicial do sistema, carregamento e números de objetivos envolvidos, exigem métodos mais ou menos robustos, disponíveis na literatura técnica, para a resolução do fluxo de potência ótimo. Por exemplo, em situações onde as restrições ocorrem em pequeno número, uma abordagem clássica [2] é linearizar o problema em torno do ponto de operação e resolvê-lo por técnicas de programação linear [3]. Em outro extremo, em situações onde muitas são as restrições de desigualdades ativas, mesmo as técnicas de programação não-linear apresentam dificuldades em encontrar a solução ótima.

Por outro lado, em situações operacionais nas quais têm-se um bom ponto de inicialização e um número não excessivo de restrições de desigualdade, é possível adotar como modelo do fluxo de potência ótimo o seguinte subproblema de otimização

$$(\text{FPO}) \begin{cases} \min & f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \text{s.a} & \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (2.4)$$

que pode se tratado de forma eficiente através do método de Newton. A vantagem deste método é a conservação do modelo não-linear do problema e, conseqüentemente, a acurácia das soluções obtidas. Diferentemente das técnicas de programação linear, que lidam com as restrições de desigualdade de maneira automática, na abordagem pelo método de Newton se faz necessário um procedimento de incorporação das restrições operacionais e de identificação das restrições ativas que independe, geralmente, do método de otimização [25].

Uma análise mais detalhada do **FPO** (2.4) e a sua resolução pelo método de Newton estão expostas no capítulo 4.

Neste trabalho, propomos a utilização do método de Newton na resolução do **FPO** e o tratamento das restrições de desigualdade por um processo de decisão baseado na teoria de conjuntos nebulosos. Desta forma, a função atribuída ao **FPO** é fornecer subsídios para o estabelecimento do universo de discurso do problema de tomada de decisão.

A figura 2.3 ilustra o procedimento de solução anteriormente exposto.

A idéia subjacente ao modelo de decisão por nebulosidade é a similaridade existente entre objetivos e restrições, quando nos colocamos no papel de decisor. Para o planejador, tanto as metas estabelecidas, como por exemplo reduzir as perdas de potência ativa na transmissão; quanto as restrições operacionais, exempli gratia: limites de suporte reativo; se apresentam com o mesmo status. Sendo assim, é neste ambiente multicritério que se define o problema de tomada de decisão concernente ao planejamento da operação de sistemas de energia elétrica.

Na seção seguinte comentamos os aspectos básicos deste problema de decisão multicritério.

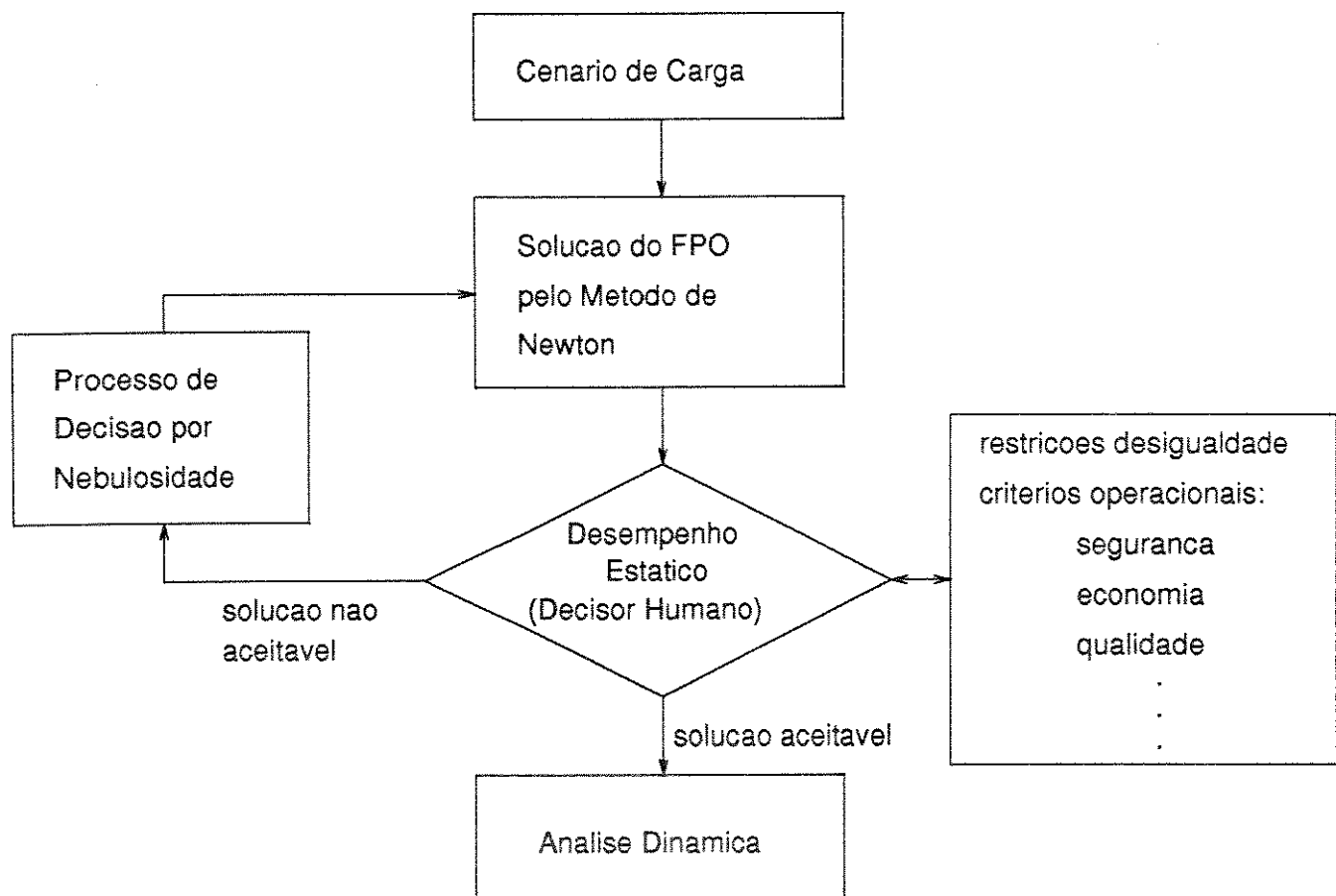


Figura 2.3: Diagrama geral da metodologia.

2.3 Problema de Decisão Multicritério

Uma melhor performance do sistema de energia elétrica envolve, entre outros critérios, metas econômicas, segurança e qualidade da operação. O objetivo principal do planeamento da operação é atingir um estado operativo satisfatório em todos estes aspectos. Para abordar tal problema se faz necessário o desenvolvimento de metodologias que incorporem tanto o aspecto multicritério quanto parte do processo de decisão pertinente aos planeadores. Nesta seção analisamos de forma resumida o problema de decisão multicritério.

O problema clássico de otimização com restrições de desigualdade exposto em (2.3) pode ser reformulado em um contexto no qual tanto objetivo quanto restrição exercem papéis idênticos no processo de otimização. Assim, o fluxo de potência ótimo pode ser visto como um problema de decisão multicritério.

O suporte à decisão em múltiplos critérios tem sido objeto de diversos trabalhos no campo da Pesquisa Operacional. O presente resumo baseia-se na excelente revisão organizada em [4].

Podemos formular matematicamente o problema como

$$\begin{aligned} \min \quad & \mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_p(\mathbf{x}))' \\ \text{s.a} \quad & \mathbf{x} \in \mathcal{X} \end{aligned} \tag{2.5}$$

onde $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ é o vetor das variáveis de decisão, $f_i, i = 1, \dots, p$ são as funções objetivos (critérios), $\mathcal{X}$ é o conjunto das alternativas factíveis no espaço das decisões, e $\mathbb{R}$ é o espaço euclidiano (conjunto dos números reais). O conjunto das soluções factíveis no espaço dos critérios $\mathcal{Y} \subset \mathbb{R}^p$ é definido por

$$\mathcal{Y} = \{\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) | \mathbf{x} \in \mathcal{X}\} \tag{2.6}$$

O problema (2.5) raramente possui uma única solução, ou seja, uma solução ótima que simultaneamente minimiza todos os critérios. Ao invés, normalmente existem diversas soluções razoáveis, chamadas soluções eficientes.

Definição: uma solução $\mathbf{x}^\circ \in \mathcal{X}$ é denominada eficiente se e somente se não existe outro

$\mathbf{x} \in \mathcal{X}$ tal que

$$\begin{aligned} f_i(\mathbf{x}) &\leq f_i(\mathbf{x}^o) \quad \forall i \in P = \{1, 2, \dots, p\} \\ \text{e } f_i(\mathbf{x}) &< f_i(\mathbf{x}^o) \quad \text{para pelo menos um } i \in P. \end{aligned}$$

Um ponto no espaço dos critérios que corresponde a uma solução eficiente no espaço das decisões é chamada de uma solução não-dominada. A programação multiobjetivo [5] representa uma ferramenta importante para o mapeamento destas soluções.

Até obtermos informações adicionais sobre a estrutura de preferências do decisor, qualquer escolha dentro do conjunto das soluções eficientes de (2.5) é uma solução de compromisso possível e aceitável. Embora os tipos de problemas associados e as específicas abordagens propostas variem bastante, a meta fundamental do suporte à decisão é auxiliar o decisor a encontrar a solução satisfatória, consistente com sua estrutura de preferências, para o seu problema real.

A natureza do processo de solução é fortemente dependente das hipóteses tomadas em respeito ao conjunto das soluções factíveis, às funções objetivo, às variáveis de decisão e à estrutura de preferências do decisor.

Se o número de elementos de $\mathcal{X}$ é finito, $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_q$, então o problema de decisão é *discreto*. Assim, o número de elementos de $\mathcal{Y}$ também é contável e o problema pode ser apresentado como

$$\min_{i \in I} \mathbf{y}_i \quad (2.7)$$

onde $I = \{1, 2, \dots, q\}$ é o conjunto dos índices referentes às alternativas $\mathbf{y}_i \in \mathcal{Y} \subset \mathbb{R}^p$, que são pontos no espaço dos critérios, e

$$\mathcal{Y} = \bigcup_{i=1}^q \{\mathbf{y}_i\} \quad (2.8)$$

Note que assumimos $q \ll \infty$.

Também referimos a um problema discreto pela declaração que as alternativas são definidas de forma *explícita*.

Se o número de elementos de $\mathcal{X}$ não é contável, as alternativas são usualmente obtidas utilizando uma formulação de modelo matemático, e o problema é chamado *contínuo*. Neste caso dizemos que as alternativas são *implicitamente* definidas.

Note que quando o número de alternativas é finito, porém muito grande, não podemos resolver o problema pela enumeração inicial destas possíveis soluções. Então, também temos aqui um problema cujas alternativas são definidas de forma implícita.

Conceitualmente, o problema de programação matemática multicritério pode ser considerado como um programa de otimização de uma função utilidade, ou seja

$$\begin{array}{ll} \min & U(\mathbf{y}) \\ \text{s.a} & \mathbf{y} \in \mathcal{Y} \end{array} \quad (2.9)$$

onde $U(\mathbf{y})$ é uma função utilidade marginalmente crescente no espaço dos critérios e definida pelo menos na região factível $\mathcal{Y}$. Assim, a função $U(\mathbf{y})$ estabelece a estrutura de preferências do decisor sobre o conjunto das soluções não-dominadas.

Baseado no papel que a função utilidade exerce nesta análise, podemos definir três princípios de solução para a resolução de diferentes tipos de problemas de tomada de decisão multicritério:

1. Supomos a existência de uma função utilidade e a obtemos de forma explícita;
2. Supomos a existência de uma função utilidade estável mas não nos preocupamos em obtê-la explicitamente, isto é, fazemos considerações apenas sobre sua forma funcional geral; e
3. Não assumimos a existência de qualquer função utilidade estável explícita ou implícita.

Os procedimentos de decisão multicritério geralmente consideram a intervenção do decisor em alguma etapa do processo, fornecendo indicativos para a solução do problema. A informação prestada pelo decisor pode ser numérica e/ou lingüística, quantitativa e/ou qualitativa.

De acordo com os princípios de solução e o momento em que o decisor intervém no processo de solução podemos ter três tipos de abordagens ao problema multicritério correspondendo à articulação de preferências a priori, de forma interativa e a posteriori.

A indicação de preferências a priori corresponde ao primeiro princípio de solução. Neste caso, uma vez obtida a função utilidade explícita, esta é usada para ordenar as alternativas disponíveis ou para direccionar a otimização sobre o espaço das decisões factíveis.

A articulação interativa de preferências se adapta melhor ao segundo princípio de solução. Aqui, o decisor atua de forma a guiar o processo em direção à solução preferida. Assumimos nesta abordagem que o decisor se comporta de acordo com uma específica, porém desconhecida, função utilidade, e é capaz de projetar níveis de aspiração sobre a região factível.

Na indicação de preferências a posteriori o decisor avalia as diferentes soluções eficientes obtidas por algum processo de mapeamento e escolhe a mais satisfatória. Esta abordagem é mais adequada ao terceiro princípio de solução.

No contexto destas três abordagens, a teoria dos conjuntos nebulosos exerce um papel importante no tratamento das incertezas inerentes ao decisor humano e no modelamento mais flexível do processo de decisão.

No próximo capítulo apresentamos as definições básicas da teoria dos conjuntos nebulosos e aplicações em processos de decisão.

Capítulo 3

Teoria dos Conjuntos Nebulosos e Processo de Decisão

O principal elemento decisor na escolha da estratégia de operação do sistema de energia elétrica é o ser humano, ou seja, é o operador/planejador que fazendo uso de seus conhecimentos especializados determina a condição de operação. Desta forma, a operação de sistemas de energia elétrica constitui em sua natureza um sistema humanístico, isto é, um sistema onde o ser humano representa um papel importante em sua performance.

Os sistemas humanísticos possuem como característica principal um alto grau de complexidade nas inter-relações de seus elementos constituintes. Foi observado em [6] que as técnicas quantitativas tradicionais de análise de sistemas, baseadas em equações integro-diferenciais, não são adequadas para o tratamento de sistemas de alta complexidade. Este fato se baseia no *princípio da incompatibilidade* que, em essência, afirma que a capacidade de obter informações precisas e relevantes sobre a conduta do sistema diminui a medida que a complexidade deste sistema aumenta.

No entanto, é indiscutível a capacidade inerente ao processo do pensamento humano de sumarizar informações, ou seja, a habilidade de extrair, a partir de uma massa de dados, aqueles que são relevantes à execução de alguma determinada tarefa, como por exemplo, operar um sistema de energia elétrica.

A teoria dos conjuntos nebulosos proposta por Zadeh [7] baseia-se na premissa de que os elementos principais do pensamento humano são símbolos do tipo nebuloso, ou

seja, classe de objetos nos quais a transição entre a pertinência e a não-pertinência é gradual.

Neste capítulo apresentamos a teoria básica dos conjuntos nebulosos e algumas derivações, enfocamos sua utilização na modelagem de processos de decisão e expomos uma aplicação clássica em problemas de otimização linear.

3.1 Conjuntos Nebulosos - Terminologia e Propriedades

Seja $\mathcal{X}$ um espaço de objetos, onde um elemento genérico de $\mathcal{X}$ é denotado por $\{x\}$. O conjunto $\mathcal{X}=\{x\}$ é conhecido como *universo de discurso*.

Um *conjunto nebuloso* N em um universo de discurso $\mathcal{X}$ é caracterizado por uma função de participação $\mu_N : \mathcal{X} \longrightarrow [0, 1]$ que associa a cada elemento x em $\mathcal{X}$ um número escalar $\mu_N(x)$ no intervalo $[0,1]$ representando o grau de pertinência de x em N . Assim, o conjunto nebuloso N em $\mathcal{X}$ pode ser representado como um conjunto de pares ordenados

$$N = \{(x, \mu_N(x)) | x \in \mathcal{X} \text{ e } \mu_N(x) \in [0, 1]\} \quad (3.1)$$

A teoria dos conjuntos nebulosos pode ser vista como uma generalização da teoria de conjuntos. Desta forma um *conjunto ordinário* é caracterizado por uma função de participação, conhecida como função característica, que admite somente dois valores $\{0,1\}$.

O *suporte* de um conjunto nebuloso N é um conjunto ordinário de todos os elementos x em $\mathcal{X}$ tal que $\mu_N(x) > 0$. Particularmente, o elemento x em $\mathcal{X}$ no qual $\mu_N(x) = 0,5$ é chamado de *ponto de cruzamento* em N .

As figuras 3.1 e 3.2 representam, respectivamente, as funções de participação de um conjunto nebuloso e um conjunto ordinário no universo de discurso $\mathcal{X}$.

É importante ressaltar que, embora a função de participação tenha alguma semelhança com uma função de probabilidade, o conceito de conjunto nebuloso é completamente não estatístico em sua natureza, pois, a incerteza assumida implicitamente pelo raciocínio probabilístico é uma consequência direta do acaso, enquanto que na teoria dos conjuntos nebulosos, esta incerteza se deve à ausência de limites precisos nas classes de objetos no universo de discurso considerado.

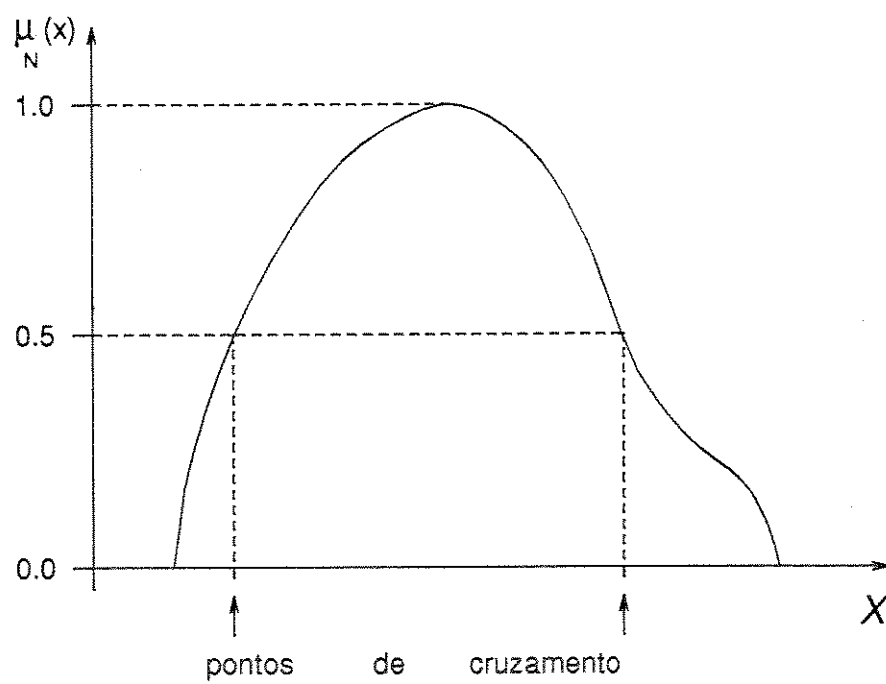


Figura 3.1: Representação diagramática de um conjunto nebuloso.

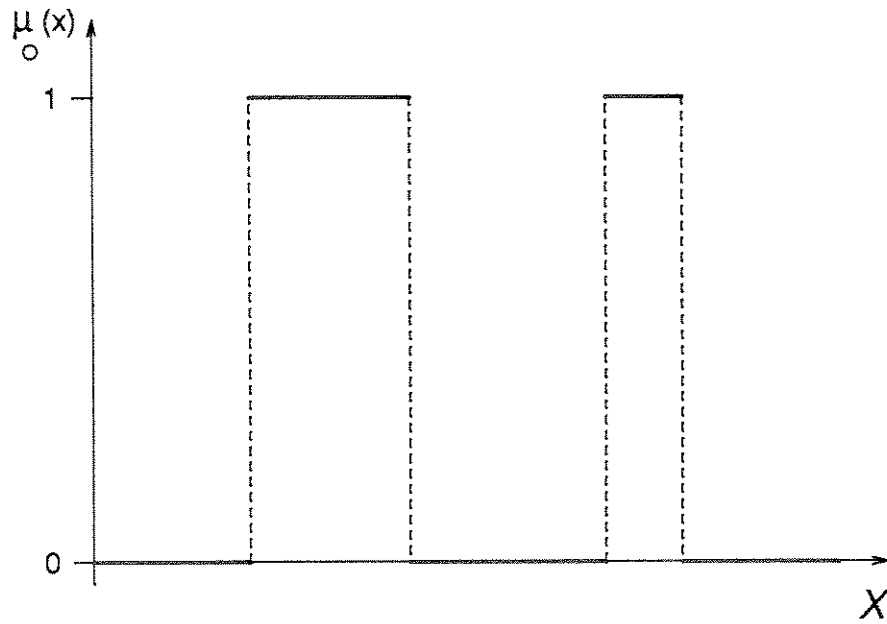


Figura 3.2: Representação diagramática de um conjunto ordinário.

Podemos definir algumas propriedades e operações.

Identidade Dois conjuntos nebulosos A e B em $\mathcal{X}$ são iguais se e somente se

$$\mu_A(x) = \mu_B(x) \quad \forall x \in \mathcal{X} \quad (3.2)$$

Complemento O complemento de um conjunto nebuloso A em $\mathcal{X}$, denotado por $\bar{A}$, é definido pela função de participação

$$\mu_{\bar{A}} = 1 - \mu_A(x) \quad \forall x \in \mathcal{X} \quad (3.3)$$

União A união de dois conjuntos nebulosos A e B em $\mathcal{X}$ resulta em um conjunto nebuloso cuja função de participação é definida

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \quad \forall x \in \mathcal{X} \quad (3.4)$$

onde

$$\max\{a, b\} = \begin{cases} a & , \text{ se } a \geq b \\ b & , \text{ se } a < b \end{cases} \quad (3.5)$$

Interseção A interseção de dois conjuntos nebulosos A e B em $\mathcal{X}$ resulta em um conjunto nebuloso cuja função de participação é

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \quad \forall x \in \mathcal{X} \quad (3.6)$$

onde

$$\min\{a, b\} = \begin{cases} a & , \text{ se } a \leq b \\ b & , \text{ se } a > b \end{cases} \quad (3.7)$$

A figura 3.3 a seguir ilustra as operações de união e interseção de conjuntos nebulosos.

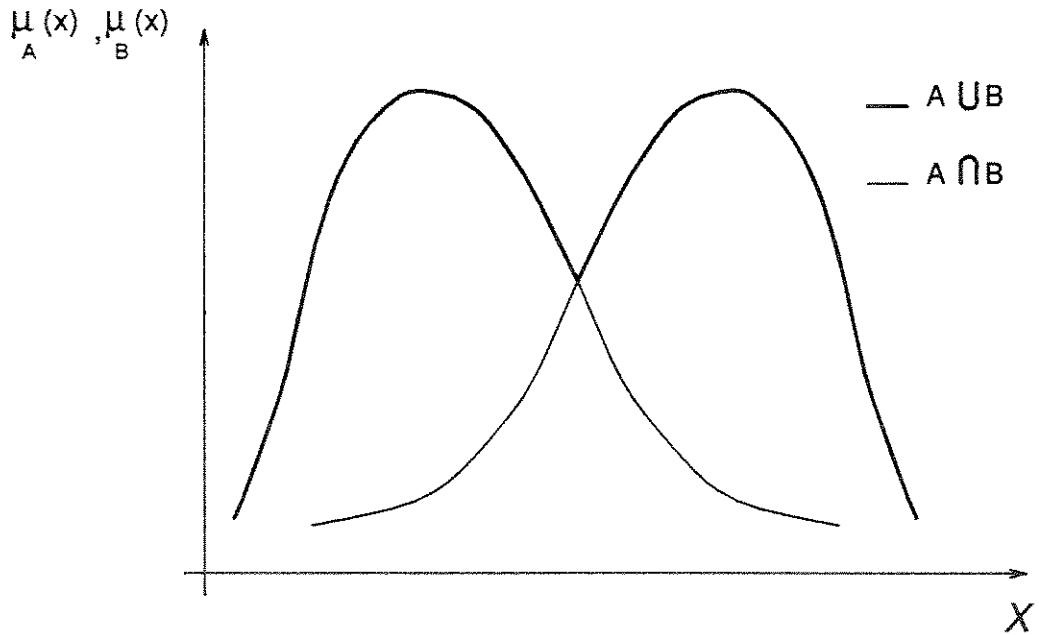


Figura 3.3: Ilustração da união e interseção de conjuntos nebulosos em $\mathcal{X}$.

Convexidade Um conjunto nebuloso A em $\mathcal{X}$ é convexo se e somente se $\forall x_1, x_2 \in \mathcal{X}$ e $\forall \lambda \in [0, 1]$ temos

$$\mu_A(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\} \quad (3.8)$$

o que significa dizer que os conjuntos ordinários

$$A^\alpha = \{x \in X | \mu_A(x) \geq \alpha\} \quad (3.9)$$

são convexos $\forall \alpha \in (0, 1]$.

Normalidade Um conjunto nebuloso A em X é normal se e somente se

$$\max_{x \in X} \mu_A(x) = 1 \quad (3.10)$$

Número Nebuloso Um conjunto nebuloso que apresenta as propriedades de convexidade e normalidade é denominado número nebuloso.

As figuras 3.4 e 3.5 ilustram, respectivamente, os conceitos de convexidade e normalidade.

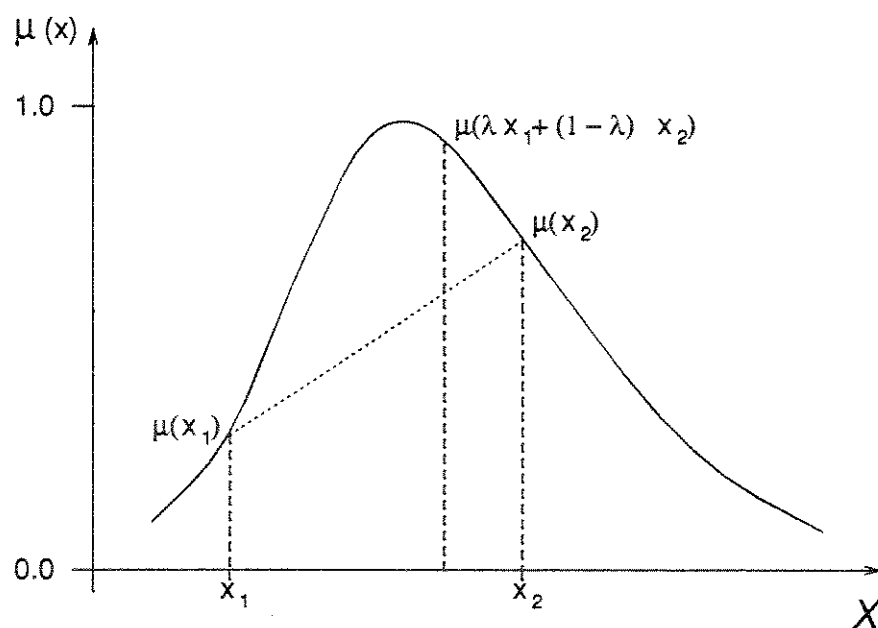


Figura 3.4: Conjunto nebuloso convexo.

Uma propriedade básica dos conjuntos nebulosos convexos é enunciada pelo seguinte teorema.

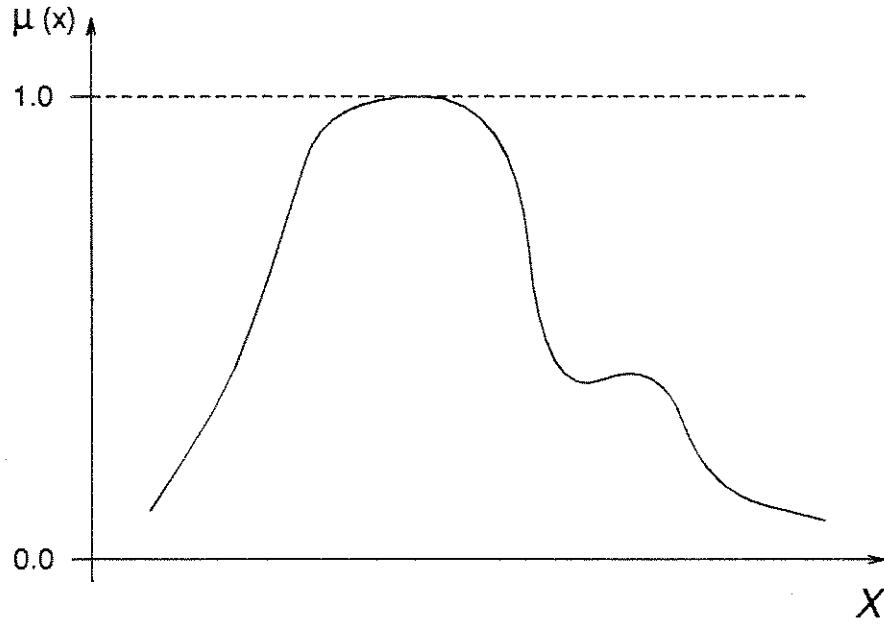


Figura 3.5: Conjunto nebuloso normal.

Teorema 3.1 *Sejam A e B dois conjuntos nebulosos convexos em $\mathcal{X}$. Então sua interseção também é um conjunto nebuloso convexo em $\mathcal{X}$.*

Prova: Considere $x_1, x_2 \in \mathcal{X}$ e $\lambda \in [0, 1]$. Pela equação (3.6) temos

$$\mu_{A \cap B}(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) = \min\{\mu_A(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2), \mu_B(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2)\}$$

Como A e B são convexos

$$\mu_A(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\}$$

$$\mu_B(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min\{\mu_B(x_1), \mu_B(x_2)\}$$

então

$$\mu_{A \cap B}(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min\{\min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\}, \min\{\mu_B(x_1), \mu_B(x_2)\}\}$$

ou de modo equivalente

$$\mu_{A \cap B}(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min\{\min\{\mu_A(x_1), \mu_B(x_1)\}, \min\{\mu_A(x_2), \mu_B(x_2)\}\}$$

o que resulta em

$$\mu_{A \cap B}(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min\{\mu_{A \cap B}(x_1), \mu_{A \cap B}(x_2)\} \quad \square$$

Convexidade Estrita Um conjunto nebuloso A em $\mathcal{X}$ é estritamente convexo se os conjuntos ordinários $A^\alpha \ \forall \alpha \in (0, 1]$ são estritamente convexos, ou seja, o segmento de reta que une quaisquer dois pontos distintos de A^α pertence completamente a este conjunto A^α .

Convexidade Forte Um conjunto nebuloso A em $\mathcal{X}$ é fortemente convexo se $\forall x_1, x_2 \in \mathcal{X}$ e $\forall \lambda \in (0, 1)$ temos

$$\mu_A(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) > \min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\} \quad (3.11)$$

Note que convexidade forte não implica em convexidade estrita ou vice-versa. Note também que se A e B são estritamente (fortemente) convexos, então sua interseção $A \cap B$ é estritamente (fortemente) convexa.

Seja o conjunto ordinário $\Psi(A) = \{x \in \mathcal{X} | \mu_A(x) = v\}$ onde $v = \max_{x \in \mathcal{X}} \mu_A(x)$. Este conjunto é referido como o núcleo de A . Daí temos as seguintes propriedades:

Teorema 3.2 *Se A é um conjunto nebuloso convexo, então seu núcleo é um conjunto convexo em $\mathcal{X}$.*

Corolário 3.1 *Se $\mathcal{X} \equiv \mathbb{R}$ (conjunto dos números reais) e A é um conjunto nebuloso fortemente convexo, então o ponto em que $\Psi(A)$ é essencialmente atendido é único.*

3.2 Processos de Decisão em um Ambiente Nebuloso

Expor toda a gama de aplicações da teoria dos conjuntos nebulosos em problemas de tomada de decisão fugiria ao escopo deste trabalho. Atentaremos então para a abordagem nebulosa aplicada ao problema de decisão sob restrições, exposto em [8], que é o caso do problema de otimização da operação de sistemas de energia elétrica. Para uma exposição geral das aplicações consulte [9].

Por tomada de decisão em um ambiente nebuloso entende-se o processo de decisão no qual os objetivos e/ou as restrições, porém não necessariamente o sistema sob controle, são nebulosos em natureza. Isto significa que as metas e/ou recursos constituem classes de objetos cujos limites não são precisamente definidos. No entanto, as variáveis de decisão, ou controle, são determinísticas.

Na abordagem convencional ao problema de tomada de decisão, os principais ingredientes do processo são:

1. Um conjunto de alternativas;
2. Um conjunto de restrições sobre a escolha entre diferentes alternativas; e
3. Uma função de preferência que ordena as alternativas segundo suas qualidades.

Quando examinamos o processo de decisão pela perspectiva ampla da tomada de decisão em um ambiente nebuloso, um diferente, porém mais natural, alicerce conceitual é sugerido. A característica principal desta estrutura é a simetria entre objetivos e restrições. A função objetivo nebulosa e as restrições nebulosas são caracterizadas por suas funções de participação. A meta é satisfazer tanto os objetivos quanto as restrições, desta forma a decisão nebulosa corresponde a interseção dos objetivos e restrições, definida em termos das respectivas funções de participação.

Esta forma, relativamente simples do conceito de decisão, é possível considerando a similaridade existente entre objetivos e restrições explícita na abordagem através de conjuntos nebulosos.

O problema pode ser formulado como se segue.

Seja $\mathcal{X} = \{x\}$ o universo de discurso formado pelo conjunto das alternativas.

Um objetivo nebuloso O é um conjunto nebuloso em $\mathcal{X}$ caracterizado por sua função de participação $\mu_O : \mathcal{X} \longrightarrow [0, 1]$.

Uma restrição nebulosa R é um conjunto nebuloso em $\mathcal{X}$ caracterizado por sua função de participação $\mu_R : \mathcal{X} \longrightarrow [0, 1]$.

A decisão nebulosa D representa a satisfação do objetivo nebuloso O e da restrição nebulosa R . Assim D é o conjunto nebuloso em $\mathcal{X}$ tal que

$$D = O \cap R \quad (3.12)$$

caracterizado pela função de participação

$$\mu_D(x) = \min\{\mu_O(x), \mu_R(x)\} \quad x \in \mathcal{X} \quad (3.13)$$

Note que pelo teorema 3.1 se O e R são conjuntos nebulosos convexos então D é convexo.

A situação da decisão nebulosa é ilustrada na figura 3.6.

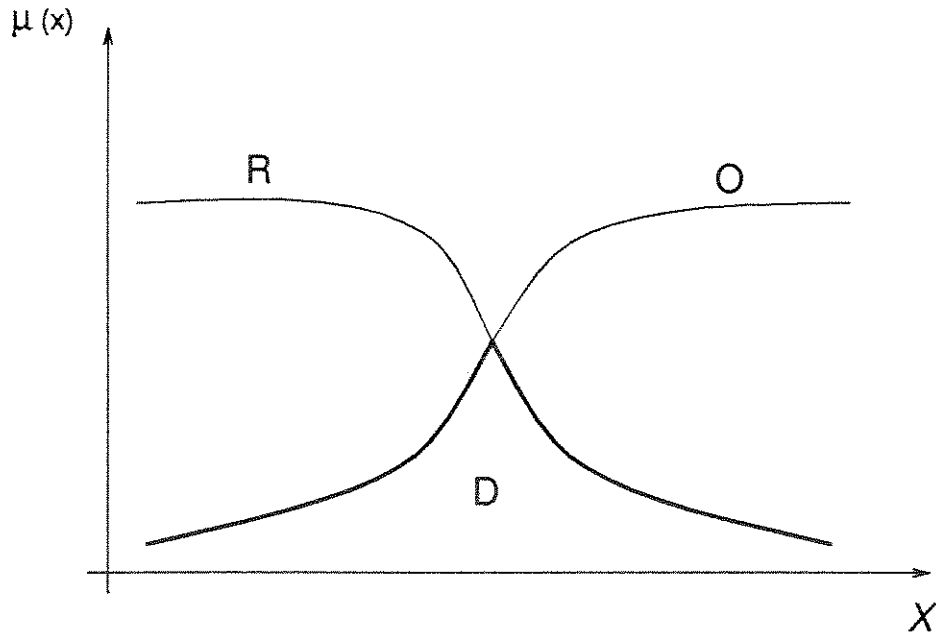


Figura 3.6: Decisão nebulosa: $D = O \cap R$.

Em geral, existem m objetivos nebulosos $O_1, \dots, O_m$ e n restrições nebulosas $R_1, \dots, R_n$. Então a decisão nebulosa resultante será o conjunto nebuloso em $\mathcal{X}$

$$D = O_1 \cap O_2 \cap \dots \cap O_m \cap R_1 \cap R_2 \cap \dots \cap R_n \quad (3.14)$$

o que em termos da função de participação significa

$$\mu_D(x) = \min\{\mu_{O_1}(x), \dots, \mu_{O_m}(x), \mu_{R_1}(x), \dots, \mu_{R_n}(x)\} \quad x \in \mathcal{X} \quad (3.15)$$

Notamos, que na definição acima, as restrições e os objetivos participam da expressão da decisão exatamente do mesmo modo. Os conceitos de objetivo e restrição definidos como conjuntos nebulosos no espaço das alternativas exercem papéis idênticos nesta formulação.

Em contraste, na abordagem convencional de tomada de decisão, o conjunto de restrições é tomado como um conjunto não-nebuloso no espaço das alternativas, enquanto que as funções objetivos mapeiam as alternativas em um outro espaço. Neste processo de decisão convencional, a resolução do problema é conduzida pelo ordenamento imposto pelo conjunto das funções objetivos, também chamado de função de utilidade multiatributo.

Embora não apareça explícita uma função utilidade (2.9) que ordene as alternativas, a ordenação no processo de decisão pela abordagem nebulosa é imposta pela forma adotada para as funções de participação das restrições e dos objetivos.

Sobre a formulação da decisão nebulosa é importante observar que o conceito de interseção reflete a interpretação humana do termo lingüístico *e*. Porém a definição da interseção como uma operação de mínimo (3.15) é um tanto arbitrária e tem como característica a ausência de interdependência [8]. Em outras palavras, a medida que $\mu_A(x) \geq \mu_B(x)$, $x \in \mathcal{X}$, a interseção entre os dois conjuntos nebulosos A e B independe do valor da função de participação de A . Uma interpretação mais abrangente do conceito de decisão pode ser declarada como

Decisão = Confluência de Objetivos e Restrições

e o termo *confluência* adquire o significado matemático mais conveniente ao tipo de modelo de decisão adotado.

Uma vez definida a decisão nebulosa, o próximo passo é avaliar este conjunto de modo a fornecer as alternativas de solução para o problema. Embora existam várias situações em que o decisor está satisfeito com soluções do tipo nebuloso, há casos em que a decisão final a ser tomada é bem definida, e portanto não-nebulosa.

Um modo de avaliar a decisão nebulosa D é dividir o seu suporte em conjuntos ordinários sobre o universo de discurso $\mathcal{X}$

$$D^\alpha = \{x \in \mathcal{X} | \mu_D(x) \geq \alpha\} \quad (3.16)$$

Desta forma, cada nível α fornece o grau de satisfação da alternativa $x \in D^\alpha$ em relação ao conjunto nebuloso decisão. Se adotarmos como solução as alternativas com grau de satisfação máximo em D ou seja

$$\psi = \max_{x \in \mathcal{X}} \mu_D(x) \quad (3.17)$$

então

$$\Psi(D) \equiv D^\psi = \{x \in \mathcal{X} | \mu_D(x) = \psi\} \quad (3.18)$$

onde $\Psi(D)$ é o conjunto solução, conhecido como decisão ótima, e a alternativa $x \in \Psi(D)$ é chamada decisão maximizante.

Até aqui consideramos apenas situações onde objetivos e restrições são conjuntos nebulosos definidos sobre um mesmo universo de discurso. No caso mais geral, objetivos e restrições são definidos sobre diferentes espaços. Especificamente, seja $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ um mapeamento de $\mathcal{X} = \{x\}$ o espaço das decisões (causa), em $\mathcal{Y} = \{y\}$ o espaço dos objetivos (efeito).

Suponha que os m objetivos $\bar{O}_1, \dots, \bar{O}_m$ são conjuntos nebulosos em $\mathcal{Y}$, enquanto que as n restrições $R_1, \dots, R_n$ são conjuntos nebulosos em $\mathcal{X}$. Então, dado um objetivo nebuloso $\bar{O}_i$ em $\mathcal{Y}$, podemos prontamente construir um conjunto nebuloso O_i em $\mathcal{X}$ que induz $\bar{O}_i$ em $\mathcal{Y}$ ¹. A função de participação de O_i é dada por

$$\mu_{O_i}(x) = \mu_{\bar{O}_i}(y) ; y = f(x) ; i = 1, \dots, m \quad (3.19)$$

o que reduz o problema ao caso dos conjuntos nebulosos definidos em um mesmo universo de discurso. Assim, o processo de decisão pode ser formulado por (3.15)-(3.18).

¹O procedimento é baseado no *princípio da extensão*. Este princípio é uma identidade básica que permite que o domínio da definição de um mapeamento ou relação seja estendido, a partir dos pontos no universo de discurso, para os subconjuntos nebulosos neste universo.

3.3 Programação Linear Nebulosa

A maior parte das aplicações da teoria dos conjuntos nebulosos ao problema do fluxo de potência ótimo tem sido baseada na programação matemática linear nebulosa proposta por Zimmermann [10],[11].

Este método, que é de indicação de preferências a priori, aplica a metodologia de decisão em ambiente nebuloso, conforme seção 3.2, ao problema de programação linear. Neste modelo objetivos e restrições são representadas por funções lineares das variáveis de decisão. Assim, o problema (2.5) pode ser reescrito na forma

$$\begin{aligned} \min \quad & Cx \\ \text{s.a.} \quad & Ax \leq b \\ & x \geq 0 \end{aligned} \quad (3.20)$$

onde cada linha de $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ representa os coeficientes de uma função linear, $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ e $b \in \mathbb{R}^m$. As restrições em (3.20) definem a região de factibilidade no espaço das decisões, ou seja

$$\mathcal{X} = \{x \in \mathbb{R}^n | Ax \leq b \text{ e } x \geq 0\} \quad (3.21)$$

Seja $y \in \mathbb{R}^p$ um vetor de níveis de aspiração no sentido de que qualquer decisão $x \in \mathcal{X}$ tal que

$$Cx \leq y$$

resolve o problema de otimização. Então, podemos reescrever (3.20) como

$$\text{Encontre } x \text{ tal que } \begin{cases} Cx \leq y \\ Ax \leq b \\ x \geq 0 \end{cases} \quad (3.22)$$

Em um ambiente nebuloso objetivos (metas) e restrições (recursos) são entidades nebulosas, isto é, não são definidas de forma rígida e precisa. Assim, o modelo básico para a programação linear nebulosa é

$$\text{Encontre } x \text{ tal que } \begin{cases} Cx \lesssim y \\ Ax \lesssim b \\ x \geq 0 \end{cases} \quad (3.23)$$

onde $\lesssim$ significa *essencialmente menor que ou igual a*. Observe que $\mathbf{x}$ continua sendo uma variável de decisão precisa.

O modelo (3.23) caracteriza-se pela simetria conceitual entre objetivos e restrições.

Define-se

$$\mathcal{B} = \begin{bmatrix} \mathcal{C} \\ \mathcal{A} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

sendo $\mathcal{B}^i$ a i -ésima linha de $\mathcal{B}$; e

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{b} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

sendo d_i a i -ésima componente de $\mathbf{d}$.

Então, podemos reescrever (3.23) sob uma forma mais compacta

$$\text{Encontre } \mathbf{x} \text{ tal que } \begin{cases} \mathcal{B}\mathbf{x} \lesssim \mathbf{d} \\ \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \end{cases} \quad (3.26)$$

Cada linha $i = 1, 2, \dots, r = p + m$ de $\mathcal{B}$ pode ser representada por sua função de participação $\mu_i(\mathcal{B}^i\mathbf{x})$. Conforme a equação (3.15), a decisão em um ambiente nebuloso pode ser representada por

$$\mu_D(\mathcal{B}\mathbf{x}) = \min\{\mu_i(\mathcal{B}^i\mathbf{x})\} \quad \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \quad i = 1, 2, \dots, r. \quad (3.27)$$

Pelas equações (3.17) e (3.18), a decisão ótima correspondente é

$$\max_{\mathbf{x} \geq \mathbf{0}} \min_{i=1, \dots, r} \{\mu_i(\mathcal{B}^i\mathbf{x})\} = \max_{\mathbf{x} \geq \mathbf{0}} \mu_D(\mathcal{B}\mathbf{x}) \quad (3.28)$$

As funções de participação devem possuir às seguintes propriedades:

- 1- $\mu_i(\mathcal{B}^i\mathbf{x}) = 0$ se $\mathcal{B}^i\mathbf{x} \geq d_i + \delta_i$;
- 2- $0 < \mu_i(\mathcal{B}^i\mathbf{x}) < 1$ se $d_i < \mathcal{B}^i\mathbf{x} < d_i + \delta_i$; e
- 3- $\mu_i(\mathcal{B}^i\mathbf{x}) = 1$ se $\mathcal{B}^i\mathbf{x} \leq d_i$

para $i = 1, \dots, r$, onde δ_i é o intervalo de tolerância para a i -ésima restrição nebulosa $\mathcal{B}^i\mathbf{x} \lesssim d_i$.

Utilizando o tipo mais simples de função de participação, ou seja, assumimos que elas variam linearmente sobre o intervalo de tolerância, temos

$$\mu_i(B^i \mathbf{x}) = \begin{cases} 0 & , \text{ se } B^i \mathbf{x} \geq d_i + \delta_i \\ 1 - \frac{B^i \mathbf{x} - d_i}{\delta_i} & , \text{ se } d_i < B^i \mathbf{x} < d_i + \delta_i \\ 1 & , \text{ se } B^i \mathbf{x} \leq d_i \end{cases} \quad (3.29)$$

Sejam

$$\bar{d}_i = \frac{d_i}{\delta_i} \quad (3.30)$$

$$\bar{B}^i = \frac{B^i}{\delta_i} \quad (3.31)$$

Substituindo (3.29) em (3.28) e considerando (3.30) e (3.31), temos

$$\max_{\mathbf{x} \geq \mathbf{0}} \min_{i=1, \dots, r} \{ \bar{d}_i - \bar{B}^i \mathbf{x} \} \quad (3.32)$$

onde suprimimos o 1 (um) da formulação (3.29) o que de fato não altera o problema.

Introduzindo a variável ψ , correspondendo ao grau de pertinência à decisão nebulosa (3.27), obtemos o seguinte problema de programação linear

$$\begin{aligned} \max \quad & \psi \\ \text{s.a} \quad & \psi \leq \bar{d}_i - \bar{B}^i \mathbf{x} \\ & 0 \leq \psi \leq 1 \\ & \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (3.33)$$

A formulação (3.33) é equivalente ao problema de decisão (3.32) no sentido de que se a solução do problema acima é $(\psi^*, \mathbf{x}^*)$, então $\mathbf{x}^*$ resolve (3.27), ou seja, $\mathbf{x}^*$ é a decisão maximizante.

As referências [12], [13] e [14] são exemplos de aplicação da programação linear nebulosa ao problema do fluxo de potência ótimo. O modelo do fluxo de potência utilizado é o linearizado, isto é, as relações entre variáveis dependentes e independentes são expressas por funções lineares. É interessante notar que no teste destas aplicações foi considerado somente o caso mono-objetivo. Em [13], por exemplo, o objetivo utilizado foi a otimização das ações de controle frente a uma sobrecarga no sistema.

Uma aplicação distinta da teoria dos conjuntos nebulosos, porém ainda de indicação de preferências a priori, foi proposta em [15]. Neste artigo, os autores sugerem a utilização da aritmética nebulosa em um modelo linearizado do sistema, para obter números nebulosos associados aos fluxos de potência nos ramos e às gerações de potência ativa.

Um exemplo de indicação interativa de preferências em problemas multicritério via abordagem nebulosa pode ser encontrado em [16]. Os métodos expostos em tal artigo são aplicados em um problema de utilização de recursos hidráulicos em sistemas de energia elétrica.

Antes de procedermos a apresentação da metodologia proposta, se faz necessário uma exposição do problema do fluxo de potência ótimo que, como dissemos no capítulo 2, permite a obtenção de soluções estacionárias melhores para o sistema de energia elétrica e estabelece o universo de discurso do problema de tomada de decisão.

Capítulo 4

Modelos de Cálculo do Fluxo de Potência

A solução estacionária de uma rede de transmissão pode ser obtida otimizando um índice de desempenho elétrico do sistema. Assim, o modelo do fluxo de potência ótimo permite o cálculo de estratégias de funcionamento nas quais critérios operativos são otimizados, por exemplo: reduzir custo de geração, minimizar perdas de transmissão, melhorar o perfil de tensão do sistema, etc.

Neste capítulo apresentamos o modelo do fluxo de carga comumente utilizado pelas concessionárias de energia elétrica, a formulação básica do problema de fluxo de potência ótimo e o método de resolução por Newton.

4.1 Modelo do Fluxo de Carga

O problema do fluxo de carga (ou de potência) consiste basicamente na determinação do estado do sistema, da distribuição dos fluxos de potência ativa e reativa na rede e no cálculo do despacho de potência reativa. Considera-se que o sistema de energia elétrica está operando em regime senoidal permanente e desta forma obtem-se um modelo estático da rede. A modelagem dos elementos da rede que compõe este modelo é apresentada no Apêndice A.

Em diversos trabalhos [17]-[19] o problema do fluxo de carga é minuciosamente abordado. Nesta seção o apresentaremos de forma resumida.

4.1.1 Análise Nodal da Rede de Energia Elétrica

Sejam dois nós, também denominados de barras, k e m interligados por um ramo (transformador ou linha de transmissão) representado por seu modelo π , como mostrado na figura 4.1, onde y_k e y_m são os parâmetros transversais do modelo que ligam os nós k e

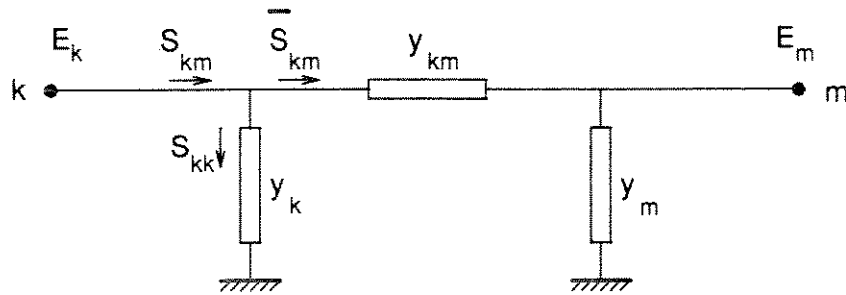


Figura 4.1: Modelo π .

m à terra, respectivamente; e y_{km} é o parâmetro longitudinal do modelo entre os nós k e m . Apresentamos também na figura 4.1 as tensões fasoriais nos nós k e m , E_k e E_m , e a potência aparente que flui do nó k para o nó m

$$s_{km} = \bar{s}_{km} + s_{kk} \quad (4.1)$$

Pela lei de Ohm, as correntes que fluem pelos elementos longitudinal e transversal do modelo são

$$\begin{aligned} \bar{I}_{km} &= (E_k - E_m)y_{km} \\ I_{kk} &= E_k y_k \\ I_{mm} &= E_m y_m \end{aligned} \quad (4.2)$$

Sabemos que $s = EI^*$, então podemos reescrever (4.1) utilizando (4.2), e rearranjando os termos obtemos

$$s_{km} = E_k E_k^* (y_k + y_{km})^* - E_k E_m^* (y_{km})^* \quad (4.3)$$

onde o símbolo $*$ significa conjugado do número complexo.

Separando (4.3) em partes real e imaginária e considerando que $s_{km} = p_{km} + jq_{km}$ temos finalmente

$$p_{km} = V_k^2(g_k + b_{km}) - V_k V_m(g_{km} \cos(\theta_{km}) + b_{km} \sin(\theta_{km})) \quad (4.4)$$

$$q_{km} = -V_k^2(b_k + b_{km}) - V_k V_m(g_{km} \sin(\theta_{km}) - b_{km} \cos(\theta_{km})) \quad (4.5)$$

onde

V_k e V_m são as magnitudes de tensões fasoriais nos nós k e m , respectivamente;

$\theta_{km} \equiv \theta_k - \theta_m$ é a diferença angular entre as tensões fasoriais nos nós k e m ;

g_{km} e b_{km} são as partes real e imaginária do parâmetro longitudinal do modelo do ramo;
e

g_k e b_k são as partes real e imaginária do parâmetro transversal do modelo do ramo no lado k . Geralmente $g_k \cong 0$.

As equações (4.4) e (4.5) representam, respectivamente, os fluxos de potência ativa e reativa no ramo.

Pela primeira lei de Kirchhoff, a soma algébrica das correntes incidentes em um nó é igual a zero. Logo, as injeções de potência ativa e reativa em um nó devem satisfazer às equações de balanço nodal.

Em um nó podem estar conectados linhas de transmissão, transformadores, unidades de geração, cargas, equipamentos de compensação reativa entre outros elementos da rede de energia elétrica.

A figura 4.2 ilustra o panorama desta situação.

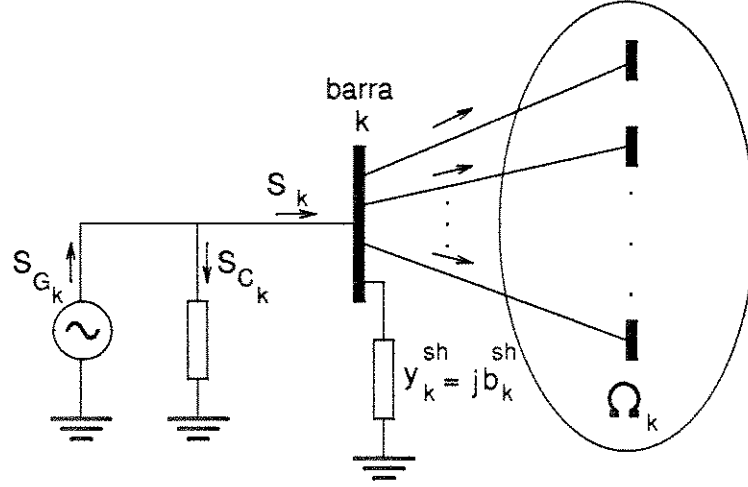


Figura 4.2: Elementos ligados a um nó.

Onde

$S_{G_k} = P_{G_k} + jQ_{G_k}$ é a potência aparente gerada na barra k ;

$S_{C_k} = P_{C_k} + jQ_{C_k}$ é a potência aparente consumida na barra k ;

$S_k = S_{G_k} - S_{C_k}$ é a injeção líquida de potência aparente na barra k ;

$y_k^{sh} = jb_k^{sh}$ é a admitância do elemento de compensação reativa (shunt); e

Ω_k é o conjunto de barras adjacentes à barra k .

Utilizando as equações (4.4) e (4.5), as equações de balanço nodal nesta barra são:

$$P_k = \sum_{m \in \Omega_k} p_{km} \quad (4.6)$$

$$Q_k = Q_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} q_{km} \quad (4.7)$$

onde

$P_k = P_{G_k} - P_{C_k}$ é a injeção líquida de potência ativa no nó k ;

$Q_k = Q_{G_k} - Q_{C_k}$ é a injeção líquida de potência reativa no nó k ; e

Q_k^{sh} é a potência reativa fornecida pelo elemento shunt.

Definindo a matriz de admitância nodal $\mathcal{Y}$, onde os seus elementos constitutivos obedecem as seguintes regras de formação:

$$Y_{km} = -y_{km} \quad (4.8)$$

$$Y_{kk} = jb_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} (y_k + y_{km}) \quad (4.9)$$

e observando que esta matriz pode ser separada em partes real e imaginária, isto é, $\mathcal{Y} = \mathcal{G} + j\mathcal{B}$; então facilmente verificamos que o lado direito de (4.6)-(4.7) pode ser reescrito como

$$P_k = V_k \sum_{m \in \mathcal{K}} V_m (G_{km} \cos(\theta_{km}) + B_{km} \sin(\theta_{km})) \quad (4.10)$$

$$Q_k = V_k \sum_{m \in \mathcal{K}} V_m (G_{km} \sin(\theta_{km}) - B_{km} \cos(\theta_{km})) \quad (4.11)$$

onde $\mathcal{K}$ é o conjunto de todos os nós adjacentes ao nó k , incluindo o próprio nó k . Estas equações são conhecidas por equações estáticas do fluxo de carga.

Para um sistema de N barras temos $2N$ equações algébricas reais (4.10)-(4.11). Usando a notação $P_k(\mathbf{V}, \Theta)$ e $Q_k(\mathbf{V}, \Theta)$ para o lado direito destas equações obtemos a formulação nodal do fluxo de potência

$$\begin{aligned} P_k(\mathbf{V}, \Theta) - P_k &= 0 \\ Q_k(\mathbf{V}, \Theta) - Q_k &= 0 \\ k &= 1, \dots, N \end{aligned} \quad (4.12)$$

onde $\mathbf{V}$ e Θ são, respectivamente, os vetores das magnitudes e fases das tensões nodais.

4.1.2 Cálculo do Fluxo de Potência

Observamos na subseção precedente que cada barra do sistema de energia elétrica pode ser caracterizada por quatro variáveis:

$$P_k, Q_k, V_k, \theta_k \quad (4.13)$$

A formulação nodal do fluxo de potência (4.12) é, portanto, um sistema constituído de $2N$ equações e $4N$ variáveis. Para solucioná-lo devemos especificar, em cada barra,

duas das variáveis em (4.13). Assim, dependendo de que variáveis são especificadas, temos três tipos de barras:

Tipo PQ As injeções líquidas de potência ativa e reativa são especificadas. Este tipo é associado geralmente às barras de carga do sistema. As incógnitas são a magnitude e o ângulo de fase da tensão na barra.

Tipo PV A injeção líquida de potência ativa e a magnitude de tensão na barra são especificadas. Este tipo é normalmente associado às unidades de geração e aos compensadores síncronos, pois nestes casos são conhecidos a priori a despacho de potência ativa e o nível de tensão terminal desejados. Calcula-se aqui a injeção líquida de potência reativa e o ângulo de fase da tensão na barra.

Tipo V θ A magnitude e o ângulo de fase da tensão na barra são especificados. O ângulo da tensão nesta barra serve como referência angular para as demais. A necessidade de tal referência fica claro quando observamos que é a diferença angular entre barras a verdadeira incógnita em (4.12). Calcula-se as injeções líquidas de potência ativa e reativa.

A barra tipo V θ atua como folga de potência necessária para suprir as perdas de transmissão, que não são previamente conhecidas, e para fechar o balanço entre carga e geração. Por estas razões, este tipo de barra é normalmente associado à geração de maior disponibilidade de potência no sistema.

Agrupando as variáveis não especificadas e especificadas em vetores temos

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} V_k & k \in \{PQ\} \\ \theta_k & k \in \{PQ + PV\} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} V_k & k \in \{V\theta + PV\} \\ \theta_k & k \in \{V\theta\} \\ P_k & k \in \{PQ + PV\} \\ Q_k & k \in \{PQ\} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

então podemos seleccionar algumas equações do sistema (4.12)

$$\begin{aligned} P_k(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}) - P_k &= 0 & k \in \{PQ + PV\} \\ Q_k(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}) - Q_k &= 0 & k \in \{PQ\} \end{aligned} \quad (4.16)$$

As equações em (4.16) para as barras do tipo PQ são denominadas restrições de carga, pois impõe o atendimento ao carregamento do sistema de energia elétrica.

Podemos reescrever (4.16) sob a forma de uma função vetorial das variáveis $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{0} \quad (4.17)$$

Observe que o número de equações em (4.17) é igual à dimensão do vetor $\mathbf{x}$. Desta forma, resolvendo este sistema determinaremos as variáveis não-especificadas. Após obtê-las, calculamos diretamente das equações em (4.12) as injeções líquidas de potência ativa na barra de referência de fase

$$P_k(V, \Theta) \quad k \in \{V\Theta\} \quad (4.18)$$

e de potência reativa nas barras de referência de fase e com magnitude de tensão controlada

$$Q_k(\mathbf{V}, \Theta) \quad k \in \{V\Theta + PV\} \quad (4.19)$$

O cálculo expresso em (4.19) corresponde à determinação do despacho de potência reativa no sistema.

Além das restrições de carga, o sistema de energia elétrica apresenta restrições correspondentes aos limites físicos dos equipamentos, as quais a solução $\mathbf{x}$ deve atender. Assim impõe-se os seguintes limites máximos e mínimos

$$\begin{aligned} V_k^{min} &\leq V_k \leq V_k^{max} & k \in \{PQ\} \\ Q_k^{min} &\leq Q_k(\mathbf{V}, \Theta) \leq Q_k^{max} & k \in \{V\Theta + PV\} \end{aligned} \quad (4.20)$$

Onde a última restrição corresponde aos limites nas injeções de potência reativa nos elementos de compensação reativa, como por exemplo os compensadores síncronos e estáticos, geradores, banco de capacitores e banco de reatores.

As restrições de desigualdade (4.20) são chamadas restrições operacionais.

Portanto, o problema do fluxo de carga consiste em encontrar uma solução que satisfaça tanto as restrições de carga quanto as restrições operacionais, obedecendo a um pré-determinado despacho de potência ativa e a um "pré-definido" perfil de tensão nas unidades de geração.

Um sistema de equações algébricas não-lineares como em (4.17) pode ser resolvido por uma gama extensa de métodos do cálculo numérico. No contexto de sistemas de energia elétrica, o método de Newton-Raphson [1] e suas especializações têm sido amplamente utilizadas na resolução das equações do fluxo de potência.

O método de Newton-Raphson para a solução do problema do fluxo de potência baseia-se na expansão em série de Taylor da função $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ do sistema de equações não-lineares em (4.17) em torno de um ponto inicial, e de sua linearização.

O algoritmo básico do método de Newton-Raphson consiste na determinação de sucessivos valores para $\mathbf{x}$ tal que

$$\mathbf{x}^{\nu+1} = \mathbf{x}^{\nu} + \delta \mathbf{x} \quad \nu = 0, 1, 2, \dots \quad (4.21)$$

onde o incremento é obtido pela resolução do sistema de equações lineares

$$\mathcal{J}_{\mathbf{x}}^{\nu} \delta \mathbf{x} = -\mathbf{g}(\mathbf{x}^{\nu}) \quad (4.22)$$

onde

$$\mathcal{J}_{\mathbf{x}}^{\nu} \equiv \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \quad \text{em } \mathbf{x} = \mathbf{x}^{\nu} \quad (4.23)$$

é a matriz jacobiana da função $\mathbf{g}(\mathbf{x})$.

A convergência deste processo iterativo é quadrática, e a solução é alcançada quando

$$|\mathbf{g}_k(\mathbf{x}^{\nu})| \leq \varepsilon \quad (4.24)$$

onde ε é o valor de tolerância do erro em potência, geralmente $\varepsilon = 10^{-3}$ pu MVA.

No método de Newton-Raphson a convergência é tanto melhor quanto mais próximo da solução é a estimativa inicial, o que corresponde a dizer que o erro na linearização da equação (4.17) é suficientemente pequeno.

Para que a solução final seja factível, a cada atualização (4.21) devemos observar o atendimento às restrições operacionais em (4.20). Caso haja alguma violação, trocamos o tipo da barra em questão, fixando a variável no limite violado, e liberando outra variável na barra. Se durante o processo iterativo, a variável violada retornar a um valor factível, então a barra retoma seu antigo tipo. Este procedimento implica em alterações no conjunto de equações (4.17), nos vetores (4.14) e (4.15) e na matriz jacobiana.

4.2 Formulação Básica do Fluxo de Potência Ótimo

O objetivo do fluxo de potência ótimo é fornecer estados melhores para a operação do sistema de energia elétrica. Para alcançar tal objetivo, um programa de fluxo de potência ótimo deve atuar nas variáveis de controle do sistema de forma a otimizar algum critério operativo.

As variáveis de controle consideradas são as injeções de potência ativa nas barras de geração, as magnitudes de tensão nas barras com controle de tensão, os tap's de transformadores reguladores de tensão entre outras. Estas variáveis formam um subconjunto das variáveis especificadas no problema do fluxo de potência (4.17). Podemos então dividir o vetor $\mathbf{y}$ em um vetor $\mathbf{u}$ de variáveis de controle e um vetor $\mathbf{p}$ de parâmetros fixos. Desta forma temos

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

onde

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} V_k & k \in \{\text{controladores de tensão}\} \\ P_k & k \in \{\text{geradores}\} \\ t_i & i \in \{\text{transformadores}\} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \theta_k & k \in \{\text{referência de fase}\} \\ P_k & k \in \{\text{cargas}\} \\ Q_k & k \in \{\text{cargas}\} \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

As variáveis envolvidas no problema são limitadas por faixas de operação. Temos assim restrições de canalização sobre as variáveis dependentes

$$\mathbf{x}^{min} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^{max} \quad (4.28)$$

sobre as variáveis de controle

$$\mathbf{u}^{min} \leq \mathbf{u} \leq \mathbf{u}^{max} \quad (4.29)$$

e sobre os recursos de potência ativa e reativa (restrições funcionais)

$$\begin{aligned} Q_k^{min} &\leq Q_k(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}) \leq Q_k^{max} \\ P_k^{min} &\leq P_k(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}) \leq P_k^{max} \end{aligned} \quad (4.30)$$

As restrições operacionais em variáveis dependentes, variáveis de controle e recursos ativos e reativos podem ser descritas por uma restrição vetorial do tipo

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}) \leq \mathbf{0} \quad (4.31)$$

Observamos, também, que o sistema (4.17) passa a representar somente as restrições de carga, ou seja, as equações (4.16) para barras de carga. Vetorialmente, utilizando as definições (4.26) e (4.27), temos

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}) = \mathbf{0} \quad (4.32)$$

O problema do fluxo de potência ótimo pode ser dividido em dois tipos: o fluxo de potência ótimo ativo e reativo, e o fluxo de potência ótimo reativo.

No primeiro tipo, a função objetivo do problema envolve os custos de produção de potência ativa em cada unidade geradora e tem como resultado o despacho econômico das gerações. O despacho econômico de potência é um problema antigo no campo do planejamento energético de sistemas de energia elétrica e existem várias formas de resolvê-lo [20], [21]; porém a abordagem do fluxo de potência ótimo possui a vantagem de fornecer concomitantemente o despacho de potência reativa adequado a esta estratégia operacional.

No problema do fluxo de potência ótimo reativo o despacho de potência ativa já está determinado e a otimização incide sobre critérios de operação elétrica. Neste caso, os objetivos são otimizados utilizando o suporte de potência reativa presente no sistema de energia elétrica. As variáveis de controle no problema reativo são somente as magnitudes de tensão nas barras de geração e aos tap's de transformadores, ou seja

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} V_k & k \in \{\text{controladores de tensão}\} \\ t_i & i \in \{\text{transformadores}\} \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

O controle da potência reativa em sistemas de energia elétrica apresenta diversas aplicações [22]. No caso do gerenciamento da potência reativa em regime permanente existem duas aplicações básicas: segurança e economia.

A utilização de uma estratégia ótima de despacho de potência reativa para a melhoria da operação do sistema de potência apresenta várias vantagens, entre elas temos a

economia no custo devido à redução de perdas de transmissão, a melhoria do perfil de tensão do sistema, melhor controle da voltagem, maior segurança do sistema face às contingências, aumento da capacidade de intercâmbio de potência ativa e melhor utilização do suporte reativo disponível no sistema.

Neste trabalho aplicamos a metodologia de decisão proposta ao problema do fluxo de potência ótimo reativo e adotamos como metas operacionais os seguintes objetivos:

1. Minimização das Perdas de Transmissão

$$f = \sum_{(k,m)} g_{km} |E_k - E_m|^2 \quad (4.34)$$

onde

(k, m) é o ramo que liga os nós k e m ;

E_k e E_m são as tensões fasoriais nos nós k e m , respectivamente;

g_{km} é a condutância primitiva no ramo (k, m) ; e

$|\cdot|^2$ significa magnitude do vetor ao quadrado.

O somatório é sobre todos os ramos do sistema.

2. Qualidade do Perfil de Tensão

$$f = \frac{1}{2} \sum_k \omega_k (V_k - 1)^2 \quad k \in \{\text{cargas}\} \quad (4.35)$$

onde ω_k é um fator de penalidade no desvio de tensão na barra k . Este objetivo significa que procuramos manter as magnitudes de tensão nas barras de carga próximo a seus valores nominais.

Portanto o problema do fluxo de potência ótimo reativo será otimizar (4.34) ou (4.35) sujeito às restrições (4.31) e (4.32). Reapresentamos aqui o modelo matemático deste problema não-linear de otimização estática de uma função objetivo escalar (2.3)

$$\begin{aligned} \min \quad & f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \text{s.a} \quad & \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}) = \mathbf{0} \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}) \leq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (4.36)$$

Observe que esta formulação engloba o problema do fluxo de potência.

4.3 Solução pelo Método de Newton

O fluxo de potência ótimo é um problema não-linear e não-convexo no qual há uma grande dificuldade no tratamento das restrições de desigualdade, características que dificultam a sua resolução. Neste trabalho, a eficiência do método de Newton é explorada na resolução do subproblema no qual apenas as restrições de igualdade são consideradas.

Matematicamente, a não-convexidade implica que não há garantias de otimalidade a nível global e a não-linearidade exige métodos de resolução numérica mais acurados [27]. Desde a década de 60, diferentes métodos e abordagens foram desenvolvidas para resolver o problema do fluxo de potência ótimo. O método do gradiente reduzido de Dommel & Tinney [23] foi um marco entre os métodos de resolução por sua eficiência computacional. Porém, na década de 80, métodos mais robustos, como os métodos quasi-Newton [24] e Newton [25], mostraram a importância das informações de segunda ordem (matriz hessiana) para atingir uma boa solução para o problema.

Atualmente, para resolução do fluxo de potência ótimo reativo, existem diferentes métodos; uns utilizando técnicas de programação não-linear, outros através de modelos lineares do sistema. No entanto, todos apresentam vantagens e desvantagens em termos de eficiência computacional e de flexibilidade no tratamento dos aspectos operacionais do problema [26]. Adotamos o método de Newton porque apresenta rápida convergência, em termos do atendimento das restrições de carga, e utiliza um modelo mais realista (não-linear) do problema.

A base matemática do método de Newton pode ser encontrada na literatura de programação não-linear [28].

Define-se função lagrangeana a função escalar formada pela combinação linear da função objetivo com as restrições de igualdade no problema do fluxo de potência ótimo (4.36). Assim sendo

$$l(\mathbf{s}, \lambda) = f(\mathbf{s}) + \lambda' \mathbf{g}(\mathbf{s}) \quad (4.37)$$

onde

$\mathbf{s}$ é o vetor das variáveis de estado e controle do sistema

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

$f(\mathbf{s})$ é a função objetivo (4.34) ou (4.35);

$\mathbf{g}(\mathbf{s})$ é a função vetorial das restrições de carga;

e λ é o vetor formado pelas ponderações associadas às restrições de igualdade. Os elementos do vetor λ são conhecidos como multiplicadores de Lagrange. O símbolo $'$ significa transposto do vetor.

Como consideramos o carregamento do sistema e o ângulo de referência invariáveis, não explicitamos o vetor $\mathbf{p}$ na formulação da função lagrangeana.

Podemos reescrever o problema (4.36) como um problema de otimização irredutível

$$\min_{\mathbf{s}, \lambda} l(\mathbf{s}, \lambda) \quad (4.39)$$

Neste caso, a condição necessária de primeira ordem de otimalidade resume-se à estacionariedade da função lagrangeana, isto é

$$\nabla l(\mathbf{s}, \lambda) = \mathbf{0} \quad (4.40)$$

o gradiente da função lagrangeana é igual a zero.

Separando (4.40) em suas componentes

$$\nabla_{\mathbf{s}} l(\mathbf{s}, \lambda) = \nabla f(\mathbf{s}) + \lambda' \nabla \mathbf{g}(\mathbf{s}) = \mathbf{0} \quad (4.41)$$

$$\nabla_{\lambda} l(\mathbf{s}, \lambda) = \mathbf{g}(\mathbf{s}) = \mathbf{0} \quad (4.42)$$

O gradiente das restrições de carga $\nabla \mathbf{g}(\mathbf{s})$ é denominado matriz jacobiana, que é formada pelas derivadas parciais de $\mathbf{g}(\mathbf{s})$ em relação a $\mathbf{s}$.

A equação (4.42) corresponde efetivamente ao atendimento das restrições de carga.

As expressões da função lagrangeana, matriz jacobiana e do gradiente da lagrangeana estão no Apêndice B.

Consideremos que numa determinada estratégia de operação do sistema de energia elétrica, representada pelo par $(\mathbf{s}, \lambda)$, a condição de estacionariedade da lagrangeana (4.40) não é satisfeita. Assim, necessitamos encontrar o incremento $(\delta \mathbf{s}, \delta \lambda)$ que leve o ponto operativo à otimalidade

$$\nabla l(\mathbf{s} + \delta \mathbf{s}, \lambda + \delta \lambda) = \mathbf{0} \quad (4.43)$$

Expandindo a equação (4.43) em série de Taylor e *linearizando-a* obtemos

$$\nabla l(\mathbf{s} + \delta \mathbf{s}, \lambda + \delta \lambda) \cong \nabla l(\mathbf{s}, \lambda) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{s}}(\nabla l(\mathbf{s}, \lambda))\delta \mathbf{s} + \frac{\partial}{\partial \lambda}(\nabla l(\mathbf{s}, \lambda))\delta \lambda = \mathbf{0} \quad (4.44)$$

Em termos das componentes temos

$$\nabla_{\mathbf{s}} l(\mathbf{s}, \lambda) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{s}}(\nabla_{\mathbf{s}} l(\mathbf{s}, \lambda))\delta \mathbf{s} + \frac{\partial}{\partial \lambda}(\nabla_{\mathbf{s}} l(\mathbf{s}, \lambda))\delta \lambda = \mathbf{0} \quad (4.45)$$

$$\nabla_{\lambda} l(\mathbf{s}, \lambda) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{s}}(\nabla_{\lambda} l(\mathbf{s}, \lambda))\delta \mathbf{s} + \frac{\partial}{\partial \lambda}(\nabla_{\lambda} l(\mathbf{s}, \lambda))\delta \lambda = 0 \quad (4.46)$$

No sistema (4.45)-(4.46) observamos que

1.

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{s}}(\nabla_{\mathbf{s}} l(\mathbf{s}, \lambda)) = \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{s} \partial \mathbf{s}}(l(\mathbf{s}, \lambda)) \equiv \mathcal{H} \quad (4.47)$$

onde $\mathcal{H}$ é chamada de matriz hessiana; os elementos desta matriz estão apresentados no Apêndice C;

2.

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{s}}(\nabla_{\lambda} l(\mathbf{s}, \lambda)) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{s}}(\mathbf{g}(\mathbf{s})) \equiv \mathcal{J} \quad (4.48)$$

onde $\mathcal{J}$ é a matriz jacobiana;

3.

$$\frac{\partial}{\partial \lambda}(\nabla_{\mathbf{s}} l(\mathbf{s}, \lambda)) = \nabla \mathbf{g}(\mathbf{s})' \equiv \mathcal{J}' \quad (4.49)$$

onde $\mathcal{J}'$ é a matriz jacobiana transposta; e

4.

$$\frac{\partial}{\partial \lambda}(\nabla_{\lambda} l(\mathbf{s}, \lambda)) = \frac{\partial}{\partial \lambda}(\mathbf{g}(\mathbf{s})) \equiv \mathcal{O} \quad (4.50)$$

onde $\mathcal{O}$ é a matriz nula.

Podemos reescrever o sistema (4.45)-(4.46) usando a notação matricial (4.47)-(4.50) como

$$\begin{bmatrix} \mathcal{H} & \mathcal{J}' \\ \mathcal{J} & \mathcal{O} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{s} \\ \delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{s}} l(\mathbf{s}, \lambda) \\ \nabla_{\lambda} l(\mathbf{s}, \lambda) \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

A equação matricial (4.51) representa a equação básica do método de Newton.

Resolvendo o conjunto de equações lineares em (4.51) obtemos a atualização do ponto de operação

$$(\mathbf{s}, \lambda)^{\nu+1} = (\mathbf{s}, \lambda)^{\nu} + (\delta \mathbf{s}, \delta \lambda) \quad \nu = 0, 1, 2, \dots \quad (4.52)$$

Nos algoritmos convencionais, as restrições de desigualdade (4.31) são incluídas neste processo através de funções de penalidade. Este artifício consiste em agregar à função objetivo, penalidades correspondentes a cada restrição operacional violada durante o processo iterativo. Por exemplo, podemos definir para cada tap de transformador regulador de tensão, uma função de penalidade do tipo

$$\Omega_i = \begin{cases} \frac{1}{2} \omega_i (t_i - t_i^{máx})^2 & , \text{ para } t_i > t_i^{máx} \\ \frac{1}{2} \omega_i (t_i - t_i^{mín})^2 & , \text{ para } t_i < t_i^{mín} \\ 0 & , \text{ para } t_i^{mín} \leq t_i \leq t_i^{máx} \end{cases} \quad (4.53)$$

Assim, a função objetivo passa a ser

$$f = f(\mathbf{s}) + \sum_i \Omega_i \quad (4.54)$$

$$i \in \{\text{transformadores}\}$$

A cada atualização do ponto operativo do sistema (4.52), a condição de otimalidade (4.40) é testada segundo tolerâncias pré-especificadas. No entanto, devido à não-convexidade do problema, para garantir que a solução que satisfaz a estacionariedade da lagrangeana não é um ponto de sela, a matriz hessiana (4.47) deve ser definida positivamente na região de factibilidade.

Capítulo 5

Obtenção de uma Boa Solução Estacionária Baseada em FPO através de Decisão via Conjuntos Nebulosos

A metodologia proposta neste trabalho possui dois aspectos importantes para a solução do problema de tomada de decisão no planejamento da operação de sistemas de energia elétrica:

1. A utilização de um modelo não-linear do problema do **FPO**, no qual são consideradas apenas as restrições de carga, confere à solução de compromisso encontrada uma feição mais realista;
2. A incerteza inerente à resolução do problema é devida exclusivamente ao elemento decisor humano, ou seja, a aplicação de uma ferramenta de inteligência artificial (modelagem via conjuntos nebulosos) se faz sobre o estágio do problema relacionado ao processo de decisão.

De modo diferente das aplicações citadas na seção 3.3, a metodologia aqui apresentada não necessita especificar níveis de aspiração para os critérios envolvidos, pois utiliza a solução do FPO para definir o universo de discurso do problema. Além disso, a nebulosidade não é incorporada ao processo de resolução do **FPO**, mas sim, é tratada à nível de tomada de decisão entre uma situação ótima, porém crítica, e uma situação relaxada, mas ineficiente.

5.1 Modelagem via Conjuntos Nebulosos

A nebulosidade se insere, em nossa metodologia, a nível de modelo do processo de decisão como exposto no capítulo 3. Os objetivos e as restrições do problema são modelados como conjuntos nebulosos. Desta forma, os conceitos de objetivo e restrição são tratados de forma idêntica pelo processo de decisão.

No problema do fluxo de potência ótimo reativo, o suporte de potência reativa constitui o conjunto de restrições operacionais de interesse, pois é através deste suporte que se torna possível a otimização do problema. Recordemos aqui estas restrições:

$$\begin{aligned} Q_k^{min} \leq Q_k(\mathbf{V}, \Theta) \leq Q_k^{max} \\ k \in \{\text{controladores de tensão}\} \end{aligned} \quad (5.1)$$

No entanto, os limites impostos em (5.1) não são rígidos. Vejamos o porquê. Os equipamentos são projetados para atender as condições nominais e de pico do carregamento existente no sistema. Porém, é uma necessidade econômica que a capacidade máxima instalada suporte aumentos na demanda a médio prazo. Além disso, os valores limítrofes em (5.1) correspondem, por razões de segurança, aos limites operacionais do equipamento e não aos limites físicos relacionados à capacidade máxima de produção. Considerando estas hipóteses podemos supor a existência de uma folga de operação nestes equipamentos de compensação reativa.

Um modelo que representa adequadamente a permissibilidade na violação dos limites de geração de potência reativa pode ser formulado por um conjunto nebuloso caracterizado pela seguinte função de participação

$$\mu_{R_k}(Q_k) = \begin{cases} 0 & , \text{ para } Q_k < Q_k^{min} - \delta_k \\ \frac{Q_k - (Q_k^{min} - \delta_k)}{\delta_k} & , \text{ para } Q_k^{min} - \delta_k \leq Q_k < Q_k^{min} \\ 1 & , \text{ para } Q_k^{min} \leq Q_k \leq Q_k^{max} \\ \frac{(Q_k^{max} + \delta_k) - Q_k}{\delta_k} & , \text{ para } Q_k^{max} < Q_k \leq Q_k^{max} + \delta_k \\ 0 & , \text{ para } Q_k^{max} + \delta_k < Q_k \end{cases} \quad (5.2)$$

$k \in \{\text{controladores de tensão}\}$

Graficamente representamos esta função na figura 5.1

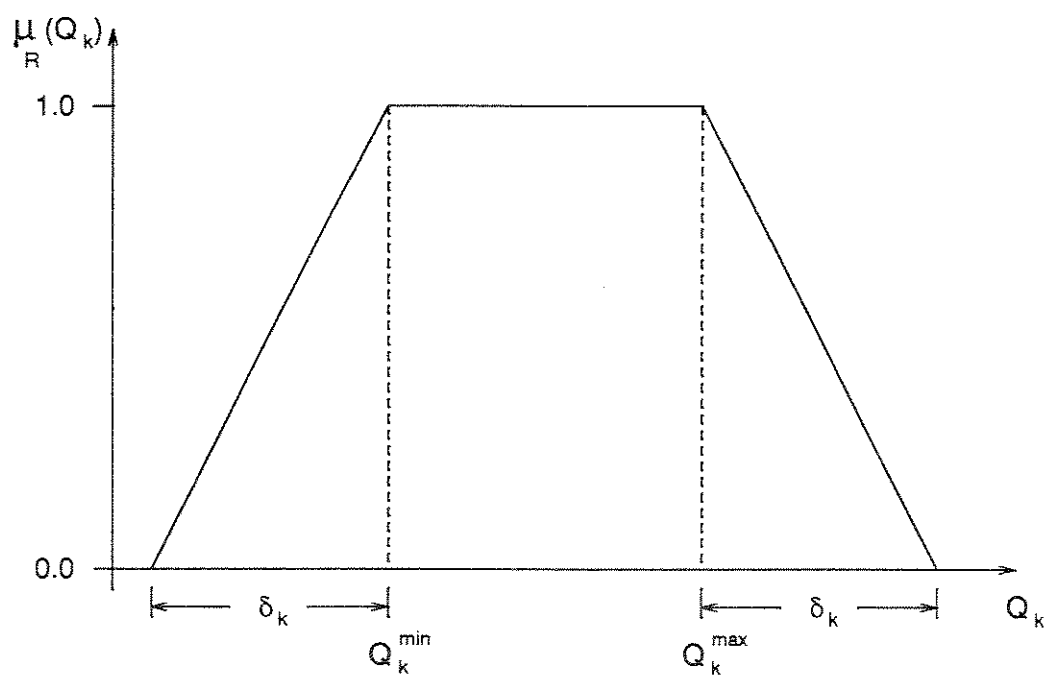


Figura 5.1: Modelo nebuloso da restrição R_k .

A forma da definição de (5.2) nos sugere que uma leve violação nos limites em (5.1) é admissível mas não desejada.

Os valores de δ_k , $k \in \{\text{controladores de tensão}\}$ em nossa metodologia são fornecidos pelo decisor pois referem-se a características particulares do sistema. Uma restrição rígida é representada facilmente por $\delta_k = 0$.

Em relação a representação dos objetivos em termos de conjuntos nebulosos é natural considerarmos que a satisfação máxima do decisor ocorre quando o sistema opera em condições de otimalidade. Esta satisfação é mínima na situação de operação não ótima, isto é, no estado inicial do sistema. Ou seja, o decisor está procurando uma solução **entre** o ponto operacional básico do sistema e o ponto ótimo para um determinado objetivo. Assim o aspecto da função de participação do objetivo nebuloso é representado na figura a seguir.

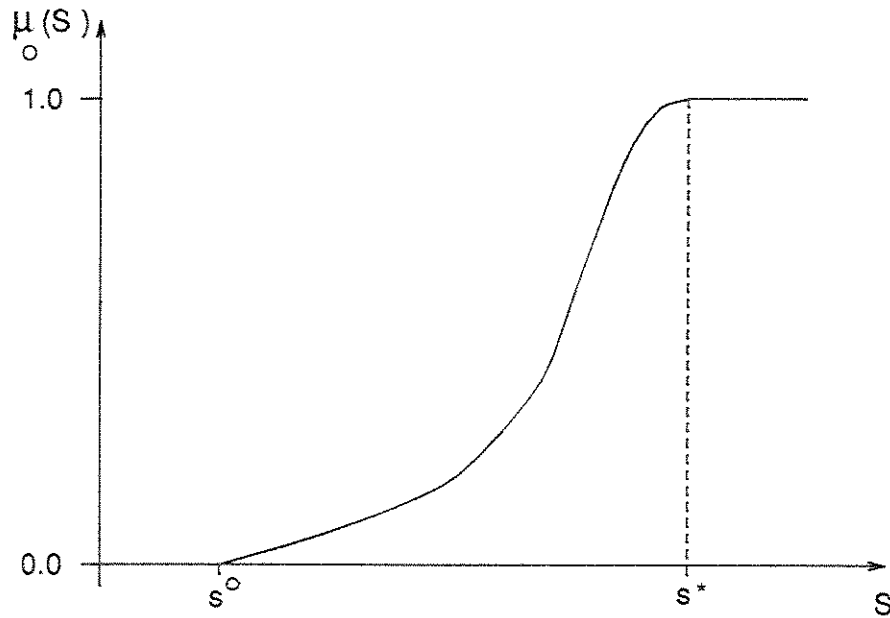


Figura 5.2: Representação da satisfação do decisor em relação ao objetivo do problema.

$S = \{s\}$ é o conjunto de estados possíveis do sistema definido por (4.38);

s^o é o estado inicial do sistema;

s^* é o estado ótimo do sistema para o objetivo O .

5.2 Processo de Decisão

Como vimos na seção 3.2, a decisão nebulosa é tomada sobre um universo de discurso comum. Nesta abordagem consideraremos o caso do fluxo de potência ótimo mono-objetivo. Cada restrição nebulosa é representada em um universo de discurso particular, que corresponde ao valor da potência reativa gerada, e o objetivo nebuloso está definido de forma a ordenar as diversas alternativas (estados do sistema). Uma vez obtido o estado ótimo admitamos um mapeamento do objetivo nebuloso sobre o universo de discurso de cada restrição operacional violada. Neste procedimento está implícito uma ordenação entre os estados de operação do sistema.

Mais especificamente, seja k uma barra de geração com limite superior de potência reativa violado na condição de operação ótima. Sejam Q_k^o o valor de potência reativa fornecida pela barra k no estado inicial e Q_k^* o valor de potência reativa fornecida pela barra k no estado ótimo. Com estes dois valores podemos definir a função de participação do objetivo nebuloso mapeada sobre o universo de discurso de cada restrição violada

$$\mu_O(Q_k) = \begin{cases} 0 & , \quad Q_k < Q_k^o \\ \frac{Q_k - Q_k^o}{Q_k^* - Q_k^o} & , \quad Q_k^o \leq Q_k < Q_k^* \\ 1 & , \quad Q_k^* \leq Q_k \end{cases} \quad (5.3)$$

$k \in V$

onde V é o conjunto das restrições (5.1) violadas na situação de otimização.

Analogamente, podemos construir a função de participação do objetivo nebuloso para o caso no qual a barra de geração apresenta seu limite inferior de potência reativa violado.

Em um ambiente de produção, a definição da função de participação do objetivo nebuloso deve ser suportada por uma intensa interação com os planejadores.

A figura 5.3 ilustra a situação restrição violada e objetivo.

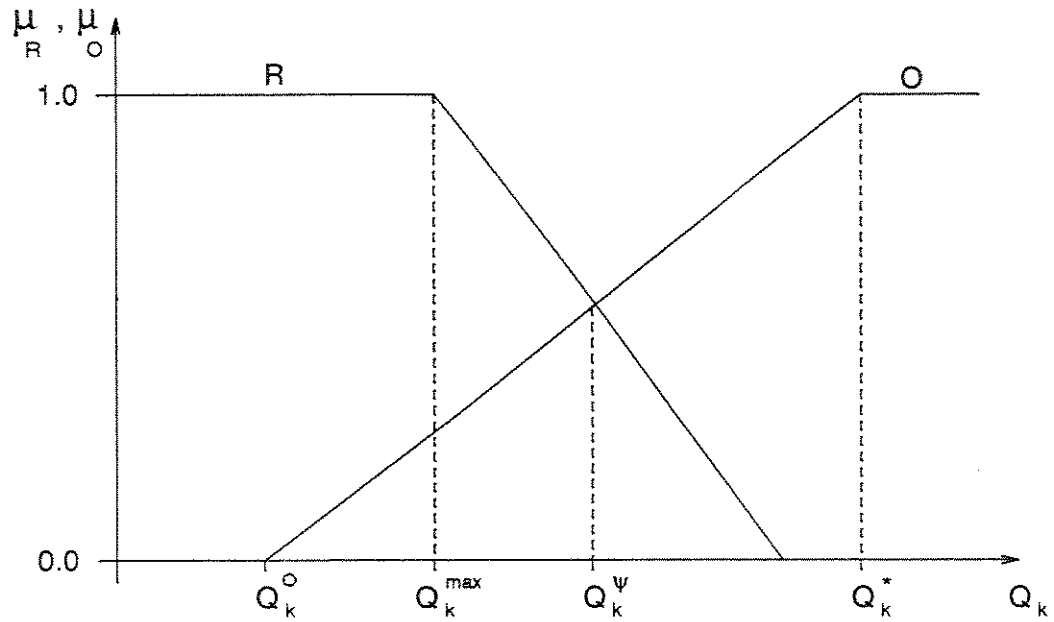


Figura 5.3: Objetivo e restrição nebulosos.

Na ausência de um programa de fluxo de potência ótimo, a metodologia pode utilizar como estado ótimo uma solução crítica obtida por estudos de fluxo de carga na rede.

Conforme (3.18) a decisão ótima é

$$Q_k = Q_k^\psi \quad (5.4)$$

Se executarmos o processo (5.3) - (5.4) para todas as barras operacionais violadas obteremos um conjunto de valores satisfatórios que correspondem ao compromisso entre restrição e objetivo, ou em termos gerais, o compromisso entre segurança e otimalidade.

É importante notar que devido às definições adotadas para as funções de participação dos conjuntos nebulosos associados ao objetivo e à restrição, sua interseção será sempre um conjunto nebuloso fortemente convexo e pelo corolário 3.1 a decisão maximizante é atendida em um único ponto.

Na seção seguinte apresentamos a obtenção de uma solução de compromisso entre o objetivo e uma restrição violada.

5.3 Solução de Compromisso entre Objetivo e Restrição Crítica

Escolhemos como restrição crítica a unidade controladora de tensão que apresenta a maior violação de limite de potência reativa fornecida no estado ótimo de operação. Desta forma, o universo de discurso, sobre o qual a decisão é tomada, será o nível de potência reativa na barra de controle de tensão que opera de forma claramente insegura. Nesta unidade geradora fixamos a injeção de potência reativa no valor obtido pelo processo de decisão. Assim sendo, a restrição crítica passa a integrar o grupo das restrições de igualdade (4.32).

Redefinimos a função lagrangeana (4.37) como

$$l(\mathbf{s}, \lambda) = \beta f(\mathbf{s}) + \lambda' \mathbf{g}(\mathbf{s}) \quad (5.5)$$

onde β é um fator de peso que pondera a função objetivo em relação as restrições, e $\mathbf{g}(\mathbf{s})$ inclui a restrição crítica.

Partindo do ponto operativo ótimo testamos duas estratégias de obtenção do estado operativo correspondente à decisão ótima (5.4).

A primeira estratégia utiliza um peso relativo mínimo para o objetivo ($\beta \rightarrow 0$) e assim obtemos uma distribuição de potência reativa nas demais unidades controladoras de tensão.

O gradiente da função lagrangeana (5.5) passa a ser:

$$\nabla_{\mathbf{s}} l(\mathbf{s}, \lambda) \cong \lambda' \nabla \mathbf{g}(\mathbf{s}) = \mathbf{0} \quad (5.6)$$

$$\nabla_{\lambda} l(\mathbf{s}, \lambda) = \mathbf{g}(\mathbf{s}) = \mathbf{0} \quad (5.7)$$

No primeiro passo iterativo apenas o elemento de (5.7) correspondente à restrição crítica é diferente de zero, lembrando que o multiplicador associado a esta restrição é inicialmente nulo. Assim temos

$$\nabla_{\lambda} l(\mathbf{s}^0, \lambda^0) = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \Delta Q_k^0 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

onde $\Delta Q_k^o \equiv Q_k(\mathbf{s}^o) - Q_k^y$, $k =$ restrição crítica, corresponde à perturbação inicial na geração de potência reativa na barra de restrição crítica.

A equação básica do método de Newton (4.51) para esta iteração inicial representa efetivamente

$$\mathcal{J} \delta \mathbf{s} = - \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \Delta Q_k^o \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

significando que a atualização nas variáveis de estado e controle do problema é guiada pela sensibilidade destas variáveis em relação à restrição crítica.

Como na equação (5.6) não há contribuições relativas ao gradiente da função objetivo, o processo procura uma solução de equilíbrio entre as restrições de igualdade. Deste modo, o método de Newton corresponde a uma análise de sensibilidade das variáveis de controle devido à perturbação na potência reativa fornecida pela unidade controladora crítica.

A segunda estratégia utiliza a formulação original do gradiente da lagrangeana (4.41)-(4.42), ou seja, o peso da função objetivo é igual a 1. A diferença desta estratégia para a anterior está no fato de que agora o processo de solução é direcionado também para melhoria da função objetivo inicial.

No capítulo de testes apresentamos os resultados obtidos segundo estas duas estratégias.

Ressaltamos aqui que a meta principal nesta etapa da metodologia é retomar a factibilidade da restrição crítica em termos do nível de potência reativa definido pelo processo de decisão.

O estado operativo encontrado por este processo é apresentado ao planejador do sistema de energia elétrica como a solução de compromisso que melhor atende as expectativas de segurança e otimização.

As etapas da metodologia proposta estão apresentadas na figura 5.4. Comparando este diagrama com o apresentado na figura 2.3, verificamos que a metodologia proposta

automatiza parte do processo de decisão, fornecendo ao decisor uma alternativa de solução mais elaborada e racionalizando o procedimento interativo de tomada de decisão.

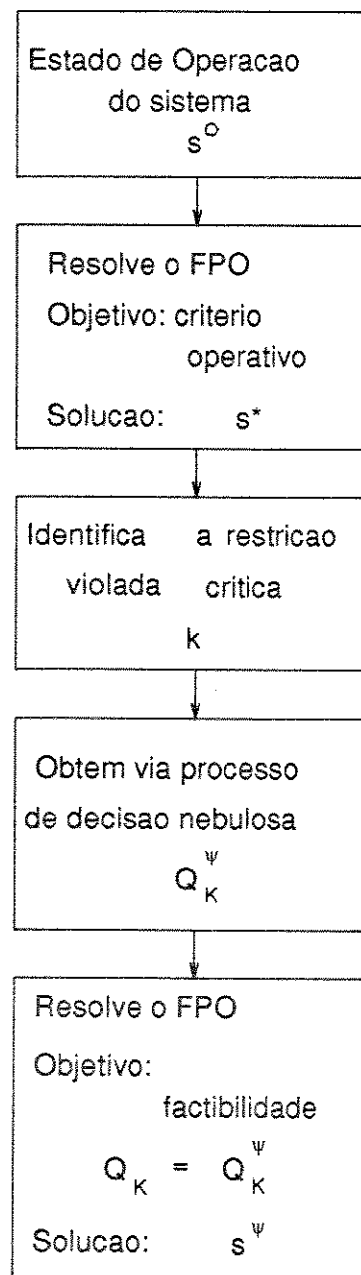


Figura 5.4: Diagrama de blocos da Metodologia.

Capítulo 6

Testes

Analizamos a performance da metodologia na busca de uma solução de compromisso entre o critério operativo otimizado e a restrição crítica neste estado ótimo de operação.

Os testes foram realizados no sistema do IEEE 30 Barras mostrado na figura 6.1. O estado inicial do sistema é apresentado na figura 6.2. Os parâmetros de circuito para o sistema estão listados na tabela 6.3. Na figura 6.4 temos os limites considerados de geração de potência reativa.

Para garantir a estabilidade numérica da matriz hessiana durante o processo de otimização, foram considerados termos adicionais na sua diagonal correspondentes às variáveis de magnitude de tensão e tap de transformadores. Nos testes apresentados foi adicionado à diagonal o valor 1,0 para as magnitudes de tensão e 1.000 para os tap's de transformadores.

Em relação as critérios operativos (4.34) e (4.35), o estado inicial do sistemas apresenta os seguintes valores:

1. Perdas de Potência na Transmissão: 11,00 MW ;
2. Tensão Média nas Barras de Carga: 0,981 pu (Máx. : 1,002 pu ; Mín. : 0,956 pu).

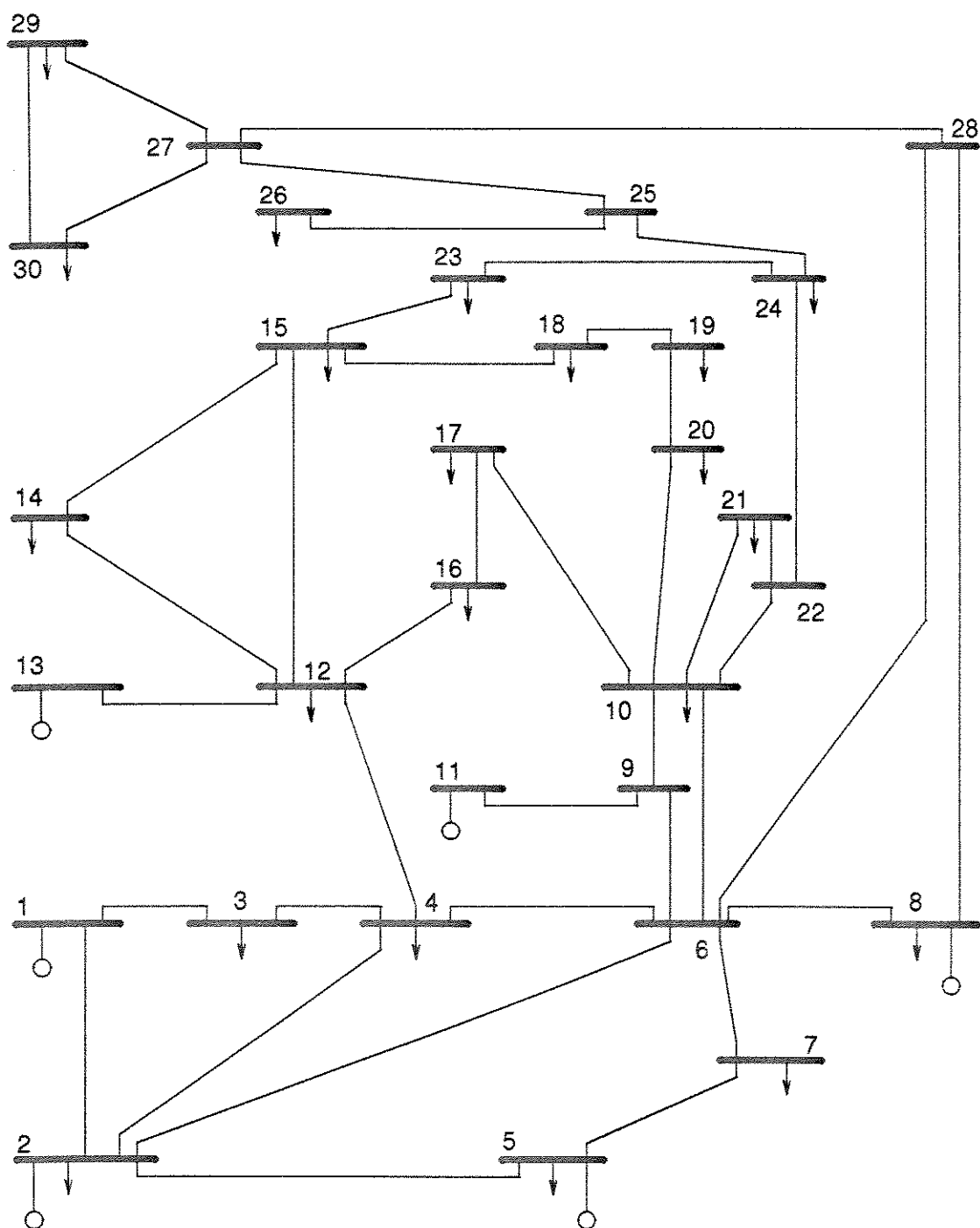


Figura 6.1: Sistema IEEE 30 Barras.

No. BARRA	TENSÃO		GERAÇÃO		CARGA		SHUNT	
	Mod. pu	Ang. grau	MW	MVAR	MW	MVAR	MVAR	pu
1	1.000	-0.00	175.2	-40.9	0.0	0.0		
2	1.000	-4.25	50.0	33.1	21.7	12.7		
3	0.983	-6.39	0.0	0.0	2.4	1.2		
4	0.979	-7.66	0.0	0.0	7.6	1.6		
5	1.000	-11.79	23.8	52.6	94.2	19.0		
6	0.986	-9.05	0.0	0.0	0.0	0.0		
7	0.984	-10.72	0.0	0.0	22.8	10.9		
8	1.000	-9.55	22.5	70.7	30.0	30.0		
9	0.999	-11.39	0.0	0.0	0.0	0.0		
10	0.994	-13.25	0.0	0.0	5.8	2.0	18.8	0.190
11	1.000	-10.20	10.0	0.8	0.0	0.0		
12	1.002	-12.23	0.0	0.0	11.2	7.5		
13	1.000	-11.27	12.0	-1.0	0.0	0.0		
14	0.987	-13.25	0.0	0.0	6.2	1.6		
15	0.983	-13.40	0.0	0.0	8.2	2.5		
16	0.991	-12.96	0.0	0.0	3.5	1.8		
17	0.988	-13.43	0.0	0.0	9.0	5.6		
18	0.974	-14.13	0.0	0.0	3.2	0.9		
19	0.972	-14.35	0.0	0.0	9.5	3.4		
20	0.977	-14.15	0.0	0.0	2.2	0.7		
21	0.982	-14.79	0.0	0.0	17.5	11.2		
22	0.982	-13.77	0.0	0.0	0.0	0.0		
23	0.974	-13.92	0.0	0.0	3.2	1.6		
24	0.972	-14.24	0.0	0.0	8.7	6.7	4.1	0.043
25	0.976	-14.08	0.0	0.0	0.0	0.0		
26	0.958	-14.54	0.0	0.0	3.5	2.3		
27	0.988	-13.69	0.0	0.0	0.0	0.0		
28	0.984	-9.61	0.0	0.0	0.0	0.0		
29	0.968	-15.01	0.0	0.0	2.4	0.9		
30	0.956	-15.96	0.0	0.0	10.6	1.9		

Figura 6.2: Estado Inicial do Sistema.

BARRA DE	BARRA PARA	RAMO	R %	X %	Bx100 %	TAP
2	6	LT	5.61	17.63	3.74	
1	3	LT	4.52	18.52	4.36	
1	2	LT	1.92	5.75	5.26	
2	4	LT	5.70	17.37	3.66	
3	4	LT	1.36	3.79	0.84	
2	5	LT	4.72	18.93	4.16	
4	5	LT	1.15	4.14	0.90	
5	7	LT	4.60	11.60	2.04	
6	7	LT	2.67	6.20	1.70	
6	8	LT	1.20	4.20	0.90	
6	9	TR	0.00	20.80	0.00	1.000
6	10	TR	0.00	55.60	0.00	1.036
9	11	LT	0.001	20.80	0.00	
9	10	LT	0.001	11.00	0.00	
4	12	TR	0.00	25.60	0.00	1.075
12	13	LT	0.001	14.00	0.00	
12	14	LT	12.31	25.56	0.00	
12	15	LT	6.62	13.64	0.00	
12	16	LT	9.45	19.87	0.00	
14	15	LT	22.10	19.97	0.00	
16	17	LT	6.24	16.23	0.00	
15	18	LT	10.70	21.66	0.00	
16	19	LT	6.39	12.90	0.00	
19	20	LT	3.40	6.80	0.00	
10	20	LT	9.36	20.90	0.00	
10	17	LT	3.24	8.45	0.00	
10	21	LT	3.48	7.46	0.00	
10	22	LT	7.27	14.96	0.00	
21	22	LT	1.16	2.96	0.00	
15	23	LT	10.00	20.20	0.00	
22	24	LT	11.50	17.90	0.00	
23	24	LT	13.20	27.00	0.00	
24	25	LT	16.80	32.60	0.00	
25	26	LT	25.44	36.00	0.00	
25	27	LT	10.93	20.87	0.00	
28	27	TR	0.00	39.60	0.00	1.020
27	26	LT	21.96	41.53	0.00	
27	30	LT	30.00	60.27	0.00	
29	30	LT	23.66	45.33	0.00	
8	28	LT	6.36	20.00	4.26	
6	28	LT	1.66	5.66	1.30	

Figura 6.3: Parámetros de Circuito.

No BARRA	QMIN MVAR	QMAX MVAR
1	-999	+999
2	-50	+50
5	-90	+90
8	-90	+90
11	-8	+8
13	-10	+10

Figura 6.4: Limites de Geração de Potencia Reativa.

6.1 Estados Ótimos

Analizamos os critérios operativos de minimizar perdas de transmissão e melhorar o perfil de tensão nas barras de carga. Utilizamos um programa de fluxo de potência ótimo reativo e encontramos os estados ótimos apresentados nas figuras 6.5 e 6.6.

Observando este estado ótimo temos

1 Minimização das Perdas de Transmissão

1. Perdas de Potência na Transmissão: 9,45 MW ;
2. Restrição Crítica: $Q_{11} = 10$ MVar.

2 Qualidade do Perfil de Tensão

1. Tensão Média nas Barras de Carga: 1,000 pu (Máx. : 1,017 pu ; Mín. : 0,980 pu);
2. Restrição Crítica: $Q_8 = 103,6$ MVar.

No. BARRA	TENSÃO		GERACAO		CARGA		SHUNT
	Mod pu	Ang grau	MW	MVAR	MW	MVAR	MVAR
1	1.053	-0.00	174.6	-3.8	0.0	0.0	
2	1.037	-3.57	50.0	25.5	21.7	12.7	
3	1.021	-5.60	0.0	0.0	2.4	1.2	
4	1.013	-6.73	0.0	0.0	7.6	1.6	
5	1.007	-10.25	23.6	26.3	94.2	19.0	
6	1.012	-7.90	0.0	0.0	0.0	0.0	
7	1.002	-9.39	0.0	0.0	22.8	10.9	
8	1.015	-8.20	22.5	39.8	30.0	30.0	
9	1.045	-10.09	0.0	0.0	0.0	0.0	
10	1.041	-11.83	0.0	0.0	5.8	2.0	20.6
11	1.064	-9.02	10.0	10.0	0.0	0.0	
12	1.053	-10.96	0.0	0.0	11.2	7.5	
13	1.063	-10.12	12.0	7.2	0.0	0.0	
14	1.038	-11.88	0.0	0.0	6.2	1.6	
15	1.034	-12.00	0.0	0.0	8.2	2.5	
16	1.041	-11.61	0.0	0.0	3.5	1.8	
17	1.035	-11.97	0.0	0.0	9.0	5.8	
18	1.024	-12.64	0.0	0.0	3.2	0.9	
19	1.021	-12.83	0.0	0.0	9.5	3.4	
20	1.025	-12.63	0.0	0.0	2.2	0.7	
21	1.028	-12.29	0.0	0.0	17.5	11.2	
22	1.029	-12.28	0.0	0.0	0.0	0.0	
23	1.023	-12.45	0.0	0.0	3.2	1.6	
24	1.018	-12.71	0.0	0.0	8.7	6.7	4.5
25	1.015	-12.49	0.0	0.0	0.0	0.0	
26	0.998	-12.92	0.0	0.0	3.5	2.3	
27	1.023	-12.10	0.0	0.0	0.0	0.0	
28	1.009	-8.39	0.0	0.0	0.0	0.0	
29	1.003	-13.33	0.0	0.0	2.4	0.9	
30	0.991	-14.21	0.0	0.0	10.6	1.9	

Figura 6.5: Estado Ótimo: Minimização das Perdas de Transmissão.

No. BARRA	TENSÃO		GERAÇÃO		CARGA		S=UNT
	Mod pu	Ang grau	MW	MVAR	MW	MVAR	MVAR
1	1.007	-0.00	176.5	-53.6	0.0	0.0	
2	1.011	-4.25	50.0	32.9	21.7	12.7	
3	1.000	-6.42	0.0	0.0	2.4	1.2	
4	0.998	-7.72	0.0	0.0	7.6	1.6	
5	1.006	-11.50	23.8	40.5	94.2	19.0	
6	1.009	-9.13	0.0	0.0	0.0	0.0	
7	1.000	-10.63	0.0	0.0	22.8	10.9	
8	1.034	-9.80	22.5	103.6	30.0	30.0	
9	1.015	-11.37	0.0	0.0	0.0	0.0	
10	1.012	-13.18	0.0	0.0	5.8	2.0	19.5
11	1.005	-10.20	10.0	-4.6	0.0	0.0	
12	1.017	-12.11	0.0	0.0	11.2	7.5	
13	1.011	-11.17	12.0	-4.2	0.0	0.0	
14	1.003	-13.10	0.0	0.0	6.2	1.6	
15	1.000	-13.26	0.0	0.0	6.2	2.5	
16	1.008	-12.86	0.0	0.0	3.5	1.8	
17	1.005	-13.31	0.0	0.0	9.0	5.8	
18	0.991	-13.98	0.0	0.0	3.2	0.9	
19	0.990	-14.20	0.0	0.0	9.5	3.4	
20	0.995	-14.01	0.0	0.0	2.2	0.7	
21	1.000	-13.67	0.0	0.0	17.5	11.2	
22	1.001	-13.66	0.0	0.0	0.0	0.0	
23	0.992	-13.78	0.0	0.0	3.2	1.6	
24	0.991	-14.11	0.0	0.0	8.7	6.7	4.2
25	0.995	-14.00	0.0	0.0	0.0	0.0	
26	0.981	-14.43	0.0	0.0	3.5	2.3	
27	1.012	-13.64	0.0	0.0	0.0	0.0	
28	1.010	-9.71	0.0	0.0	0.0	0.0	
29	0.992	-14.90	0.0	0.0	2.4	0.9	
30	0.980	-15.80	0.0	0.0	10.6	1.9	

Figura 6.6: Estado Ótimo: Qualidade do Perfil de Tensão.

6.2 Decisão Ótima

Pelo processo de decisão nebulosa encontramos os seguintes valores de geração de potência reativa para a restrição crítica:

1 Minimização das Perdas de Transmissão

1. $Q_{11}^{\psi} = 8,2$ MVar, $\psi = 0.802$, tolerância 10%;
2. Gráfico 6.7

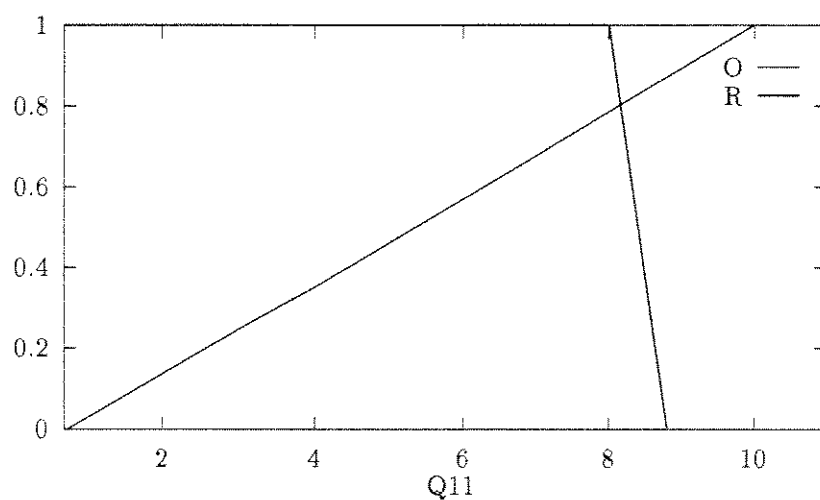


Figura 6.7: Minimizar Perdas X Restrição Barra 11.

2 Qualidade do Perfil de Tensão

1. $Q_8^\psi = 94$ MVar, $\psi = 0.706$, tolerância 15%;
2. Gráfico 6.8

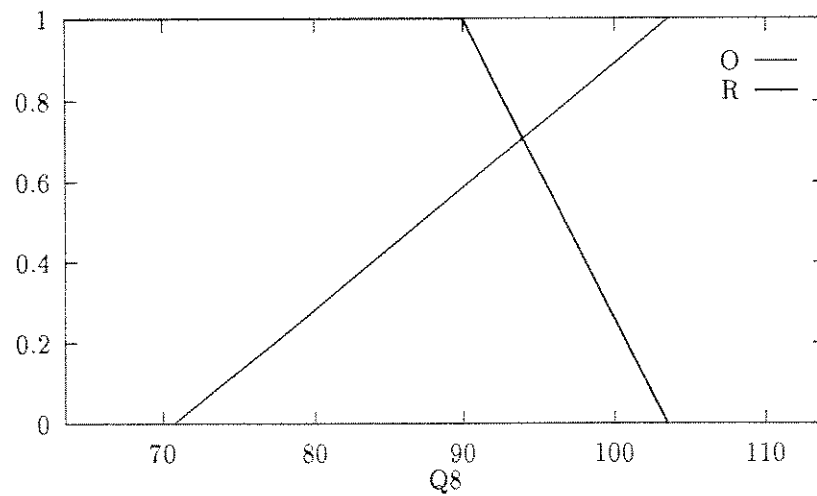


Figura 6.8: Qualidade Perfil X Restrição Barra 8.

Os valores de ψ obtidos nos dois casos estudados possuem o significado do grau de satisfação dos critérios envolvidos perante o decisor.

6.3 Solução de Compromisso

Procedendo conforme o exposto na seção 5.3, sugerimos os seguintes estados operativos:

1. Estratégia Análise de Sensibilidade

(a) Minimização das Perdas de Transmissão

- Perdas de Potência Ativa: 9,45 MW.
- Tensão Média nas Barras de Carga: 1,023 pu. (Máx. : 1,054 pu ; Mín. : 0,992 pu).
- Figura 6.9.

(b) Qualidade do Perfil de Tensão

- Tensão Média nas Barras de Carga: 0,999 pu. (Máx. : 1,017 pu ; Mín. : 0,978 pu).
- Perdas de Potência Ativa: 11,16 MW.
- Figura 6.10.

2. Estratégia Fluxo de Potência Ótimo

(a) Minimização das Perdas de Transmissão

- Perdas de Potência Ativa: 9,54 MW.
- Tensão Média nas Barras de Carga: 1,016 pu. (Máx. : 1,045 pu ; Mín. : 0,986 pu).
- Figura 6.11.

(b) Qualidade do Perfil de Tensão

- Tensão Média nas Barras de Carga: 1,000 pu. (Máx. : 1,018 pu ; Mín. : 0,980 pu).
- Perdas de Potência Ativa: 11,16 MW.
- Figura 6.12.

No BARRA	TENSÃO		GERAÇÃO		CARGA		SHUNT
	Mod pu	Ang grau	MW	MVAR	MW	MVAR	MVAR
1	1.052	-0.00	174.7	-6.5	0.0	0.0	
2	1.037	-3.59	50.0	27.4	21.7	12.7	
3	1.021	-5.62	0.0	0.0	2.4	1.2	
4	1.013	-6.76	0.0	0.0	7.6	1.6	
5	1.007	-10.27	23.8	26.1	94.2	19.0	
6	1.013	-7.93	0.0	0.0	0.0	0.0	
7	1.002	-9.42	0.0	0.0	22.8	10.9	
8	1.017	-8.24	22.5	41.9	30.0	30.0	
9	1.043	-10.11	0.0	0.0	0.0	0.0	
10	1.040	-11.85	0.0	0.0	5.8	2.0	20.5
11	1.059	-9.04	10.0	8.2	0.0	0.0	
12	1.054	-11.02	0.0	0.0	11.2	7.5	
13	1.064	-10.16	12.0	7.2	0.0	0.0	
14	1.039	-11.93	0.0	0.0	6.2	1.6	
15	1.034	-12.04	0.0	0.0	6.2	2.5	
16	1.041	-11.64	0.0	0.0	3.5	1.6	
17	1.035	-11.99	0.0	0.0	9.0	5.8	
18	1.024	-12.67	0.0	0.0	3.2	0.9	
19	1.021	-12.85	0.0	0.0	9.5	3.4	
20	1.025	-12.66	0.0	0.0	2.2	0.7	
21	1.028	-12.31	0.0	0.0	17.5	11.2	
22	1.028	-12.30	0.0	0.0	0.0	0.0	
23	1.023	-12.49	0.0	0.0	3.2	1.6	
24	1.018	-12.74	0.0	0.0	8.7	6.7	4.5
25	1.016	-12.53	0.0	0.0	0.0	0.0	
26	0.998	-12.92	0.0	0.0	3.5	2.3	
27	1.023	-12.13	0.0	0.0	0.0	0.0	
28	1.010	-8.42	0.0	0.0	0.0	0.0	
29	1.003	-13.36	0.0	0.0	2.4	0.9	
30	0.992	-14.25	0.0	0.0	10.6	1.9	

Figura 6.9: Solução de Compromisso - Análise de Sensibilidade - Perdas de Transmissão.

No BARRA	TENSÃO		GERAÇÃO		CARGA		SHUNT
	Mod pu	Ang. grau	MW	MVAR	MW	MVAR	MVAR
1	1.007	-0.00	175.3	-57.0	0.0	0.0	
2	1.014	-4.28	50.0	42.4	21.7	12.7	
3	0.995	-6.39	0.0	0.0	2.4	1.2	
4	0.997	-7.68	0.0	0.0	7.6	1.6	
5	1.007	-11.50	23.8	41.5	94.2	19.0	
6	1.007	-9.06	0.0	0.0	0.0	0.0	
7	0.999	-10.59	0.0	0.0	22.8	10.9	
8	1.028	-9.86	22.5	94.0	30.0	30.0	
9	1.014	-11.31	0.0	0.0	0.0	0.0	
10	1.011	-13.13	0.0	0.0	5.6	2.0	19.4
11	1.006	-10.14	10.0	-3.7	0.0	0.0	
12	1.017	-12.07	0.0	0.0	11.2	7.5	
13	1.012	-11.14	12.0	-3.4	0.0	0.0	
14	1.003	-13.06	0.0	0.0	6.2	1.6	
15	0.999	-13.22	0.0	0.0	8.2	2.5	
16	1.007	-12.82	0.0	0.0	3.5	1.8	
17	1.004	-13.26	0.0	0.0	9.0	5.8	
18	0.991	-13.94	0.0	0.0	3.2	0.9	
19	0.985	-14.16	0.0	0.0	9.5	3.4	
20	0.994	-13.96	0.0	0.0	2.2	0.7	
21	0.999	-13.62	0.0	0.0	17.5	11.2	
22	1.000	-13.61	0.0	0.0	0.0	0.0	
23	0.992	-13.74	0.0	0.0	3.2	1.6	
24	0.990	-14.06	0.0	0.0	8.7	6.7	4.2
25	0.997	-13.93	0.0	0.0	0.0	0.0	
26	0.979	-14.37	0.0	0.0	3.5	2.3	
27	1.010	-13.58	0.0	0.0	0.0	0.0	
28	1.007	-9.63	0.0	0.0	0.0	0.0	
29	0.990	-14.84	0.0	0.0	2.4	0.9	
30	0.978	-15.75	0.0	0.0	10.6	1.9	

Figura 6.10: Solução de Compromisso - Análise de Sensibilidade - Qualidade do Perfil.

No BARRA	TENSÃO		GERAÇÃO		CARGA		SHUNT
	Mod. pu	Ang grau	MW	MVAR	MW	MVAR	MVAR
1	1.048	-0.00	174.7	-5.5	0.0	0.0	
2	1.033	-3.62	50.0	26.7	21.7	12.7	
3	1.016	-5.66	0.0	0.0	2.4	1.2	
4	1.008	-6.80	0.0	0.0	7.6	1.6	
5	1.003	-10.37	23.8	27.4	94.2	19.0	
6	1.008	-7.99	0.0	0.0	0.0	0.0	
7	0.998	-9.50	0.0	0.0	22.8	10.9	
8	1.012	-8.31	22.5	43.4	30.0	30.0	
9	1.037	-10.20	0.0	0.0	0.0	0.0	
10	1.033	-11.96	0.0	0.0	5.8	2.0	20.3
11	1.053	-9.11	10.0	8.2	0.0	0.0	
12	1.045	-11.09	0.0	0.0	11.2	7.5	
13	1.053	-10.21	12.0	5.8	0.0	0.0	
14	1.030	-12.02	0.0	0.0	6.2	1.6	
15	1.026	-12.13	0.0	0.0	8.2	2.5	
16	1.033	-11.74	0.0	0.0	3.5	1.8	
17	1.028	-12.11	0.0	0.0	9.0	5.8	
18	1.016	-12.78	0.0	0.0	3.2	0.9	
19	1.014	-12.97	0.0	0.0	9.5	3.4	
20	1.018	-12.78	0.0	0.0	2.2	0.7	
21	1.021	-12.43	0.0	0.0	17.5	11.2	
22	1.021	-12.42	0.0	0.0	0.0	0.0	
23	1.016	-12.59	0.0	0.0	3.2	1.6	
24	1.011	-12.86	0.0	0.0	8.7	6.7	4.4
25	1.009	-12.65	0.0	0.0	0.0	0.0	
26	0.991	-13.08	0.0	0.0	3.5	2.3	
27	1.017	-12.25	0.0	0.0	0.0	0.0	
28	1.005	-8.45	0.0	0.0	0.0	0.0	
29	0.997	-13.50	0.0	0.0	2.4	0.9	
30	0.986	-14.39	0.0	0.0	10.6	1.9	

Figura 6.11: Solução de Compromisso - FPO - Perdas de Transmissão.

No BARRA	TENSÃO		GERAÇÃO		CARGA		SHUNT
	Mod pu	Ang grau	MW	MVAR	MW	MVAR	MVAR
1	1.009	-0.00	176.3	-60.6	0.0	0.0	
2	1.017	-4.30	50.0	48.7	21.7	12.7	
3	1.001	-6.37	0.0	0.0	2.4	1.2	
4	0.999	-7.65	0.0	0.0	7.6	1.6	
5	1.009	-11.45	23.8	40.5	94.2	19.0	
6	1.009	-9.03	0.0	0.0	0.0	0.0	
7	1.001	-10.55	0.0	0.0	22.8	10.9	
8	1.030	-9.64	22.5	94.0	30.0	30.0	
9	1.015	-11.27	0.0	0.0	0.0	0.0	
10	1.012	-13.09	0.0	0.0	5.8	2.0	19.5
11	1.005	-10.10	10.0	-4.5	0.0	0.0	
12	1.018	-12.03	0.0	0.0	11.2	7.5	
13	1.012	-11.10	12.0	-4.1	0.0	0.0	
14	1.004	-13.02	0.0	0.0	6.2	1.6	
15	1.000	-13.17	0.0	0.0	6.2	2.5	
16	1.008	-12.78	0.0	0.0	3.5	1.6	
17	1.005	-13.22	0.0	0.0	9.0	5.8	
18	0.992	-13.89	0.0	0.0	3.2	0.9	
19	0.990	-14.11	0.0	0.0	9.5	3.4	
20	0.995	-13.92	0.0	0.0	2.2	0.7	
21	1.000	-13.57	0.0	0.0	17.5	11.2	
22	1.001	-13.56	0.0	0.0	0.0	0.0	
23	0.992	-13.70	0.0	0.0	3.2	1.6	
24	0.991	-14.02	0.0	0.0	6.7	6.7	4.2
25	0.998	-13.89	0.0	0.0	0.0	0.0	
26	0.980	-14.33	0.0	0.0	3.5	2.3	
27	1.011	-13.54	0.0	0.0	0.0	0.0	
28	1.008	-9.60	0.0	0.0	0.0	0.0	
29	0.991	-14.80	0.0	0.0	2.4	0.9	
30	0.980	-15.70	0.0	0.0	10.6	1.9	

Figura 6.12: Solução de Compromisso - FPO - Qualidade do Perfil.

Observe nestes resultados que os valores de função objetivo alcançados por ambas estratégias não apresentam diferenças significativas. Note também que os estados finais fornecidos pelas estratégias, mormente as especificações em variáveis de controle, possuem as mesmas condições de implementação. Assim, podemos concluir que tanto a estratégia por análise de sensibilidade quanto a estratégia por fluxo de potência ótimo obtêm praticamente a mesma solução de compromisso, satisfazendo a estrutura de preferências do decisor e apresentando o mesmo grau de aplicabilidade¹ nesta solução. Este fato se deve à proximidade entre a solução de compromisso e o estado ótimo existente neste teste em particular. Isto facilita a convergência do método de Newton, em ambas as estratégias, para uma mesma região do espaço das alternativas.

¹ Por grau de aplicabilidade referimos aos limites impostos sobre as variáveis de decisão, isto é

$$u^{mim} \leq u \leq u^{m\acute{a}x}$$

se essas restrições são satisfeitas então o conjunto de variáveis de controle pode ser implementado no sistema. Se além disso, as restrições sobre variáveis dependentes e as restrições funcionais também são satisfeitas, então a solução é dita factível.

Capítulo 7

Conclusão

A intensa utilização de programas computacionais de análise estática no planejamento da operação de sistemas de energia elétrica contribui para a definição mais inteligente e mais eficiente da estratégia de operação adequada ao cenário de cargas previsto para o sistema. As formas de utilização dessas ferramentas são comandadas por especialistas que, aliando sua experiência com o sistema e resultados numéricos, tomam as decisões de planejamento.

Apresentamos neste trabalho um procedimento de tratamento das soluções estacionárias de forma a dar subsídios à tomada de decisão pelos planejadores. O objetivo do método proposto é a incorporação da estrutura de preferências do decisor em um adequado processo de decisão no âmbito do planejamento da operação, o que se dá através de uma modelagem baseada na teoria dos conjuntos nebulosos, permitindo um tratamento matemático das incertezas inerentes ao pensamento humano.

A utilização de uma ferramenta de resolução do modelo não-linear do sistema, como o fluxo de potência ótimo (método de Newton), conferindo um caráter mais realista à solução obtida, permite estabelecer o universo de discurso do problema e explicitar as condições conflitantes nos critérios de operação. Desta forma, não há necessidade de especificar níveis de aspiração para os critérios envolvidos como no caso da programação linear nebulosa. Isto reduz a interferência do decisor numa etapa ainda incipiente do processo. Assim, ao invés de exigir que o planejador decida quais são as metas operacionais ideais para um carregamento específico do sistema, o método proposto obtém uma configuração

ótima, porém crítica, sobre a qual será tomada uma decisão.

O processo de tomada de decisão baseado na teoria dos conjuntos nebulosos faz uso de uma similaridade entre objetivos e restrições. Este fato permite um tratamento simplificado do procedimento de decisão em termos da confluência dos critérios envolvidos. Assim, esta estrutura conceitual apresenta-se de maneira mais natural ao ponto de vista do decisor. Deste modo, as restrições de carga são atendidas de forma precisa enquanto que a otimalidade e as restrições operacionais são relaxadas e tratadas via conjunto nebuloso. O compromisso entre esses critérios fornece a condição de contorno para a obtenção da solução final.

Aplicamos os argumentos expostos anteriormente ao problema do planejamento da operação elétrica considerando o caso objetivo e restrição crítica. Obtemos, através de duas diferentes estratégias, os estados correspondentes à satisfação máxima do decisor. Observamos que estes estados não apresentaram diferenças significativas em termos de aplicabilidade da solução obtida. Isto se deve a particular proximidade entre os estados ótimo e de compromisso verificada no sistema teste e que facilitou a convergência das estratégias para uma mesma região no espaço das alternativas.

O grau de satisfação aferido pelo processo decisório para os pares objetivo-restrição independe da estratégia de obtenção do estado correspondente à solução de compromisso. Desta forma, há necessidade de interagirmos com os planejadores para obtermos uma reavaliação crítica dos resultados, incluindo a possibilidade de redefinição das metas operacionais e subseqüentes aplicações do modelo de decisão proposto. No ambiente acadêmico, contudo, a avaliação obtida pelo método é, por hipótese, suficiente.

Considerando o cenário de cargas do sistema em estudo, observamos que os objetivos minimizar perdas de transmissão e qualidade do perfil de tensão se apresentam com características conflitantes, pois enquanto o primeiro resulta em uma média de tensão elevada nas barras de carga, no segundo as perdas permanecem praticamente constante em relação ao estado inicial.

Concluimos este trabalho ressaltando que o papel do decisor humano no planejamento da operação de sistemas de energia elétrica não pode ser substituído por um programa ou metodologia automática de obtenção de soluções de compromisso. Entretanto, ferramentas computacionais de suporte com certeza tornarão o trabalho humano mais

produtivo e, também, mais desafiante na medida que as perspectivas de atuação do decisor são ampliadas.

BIBLIOGRAFIA

- [1] **W. F. Tinney & C. E. Hart** *Power Flow Solution by Newton's Method* — IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. 86, No. 11, pp.1449-1460, November 1967.
- [2] **B. Stott & J. L. Marinho** *Linear Programming for Power Systems Network Security Application* — IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. 98, No. 3, pp.837-848, May/June 1979.
- [3] **M. S. Bazaraa, J. J. Jarvis, H. D. Sherali** *Linear Programming and Network Flows* — John Wiley & Sons, Singapore, 1990.
- [4] **P. Korhonen, H. Moskowitz, J. Wallenius** *Multiple criteria decision support - A review* — European Journal of Operation Research, Vol. 63, No. 3, pp.361-375, December 1992.
- [5] **V. Chankong & Y. Y. Haimes** *Multiobjective Decision Making: theory and methodology* — North-Holland, New York, 1979.
- [6] **L. A. Zadeh** *Outline of New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes* — IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. 3, No. 1, pp.28-44, January 1973.
- [7] **L. A. Zadeh** *Fuzzy Sets* — Information and Control, Vol. 8, pp.338-353, Academic Press, New York, 1965.
- [8] **R. E. Bellmann & L. A. Zadeh** *Decision-Making in a Fuzzy Environment* — Management Science, 17:4 (December 1970), pp.141-164.
- [9] **W. J. M. Kickert** *Fuzzy theories on decision-making - A critical review* — in Frontiers in Systems Research: Implications for the social sciences, Vol. 3, Netherlands, 1978.

- [10] **H.-J. Zimmermann** *Fuzzy Programming and Linear Programming with Several Objective Functions* — Fuzzy Sets and Systems, Vol. 1, No. 1, pp.45-55, 1978.
- [11] **A. Jones, A. Kaufmann, H.-J. Zimmermann** *Fuzzy Sets Theory and Applications* — D. Reidel Publishing Company, Netherlands, 1986.
- [12] **Y. Terasawa & S. Iwamoto** *Optimal Power Flow Solution Using Fuzzy Mathematical Programming* — Eletrical Engineering in Japan, Vol. 108, No. 3, pp.46-54, 1988.
- [13] **K. Tomsovic** *A Fuzzy Linear Programming Approach to the Reactive Power/Voltage Control Problem* — IEEE Transaction on Power Systems, Vol. 7, No. 1, pp.287-293, February 1992.
- [14] **K. H. Abdul-Rahman & S. M. Shahidehpour** *A Fuzzy-Based Optimal Reactive Power Control* — paper submitted for presentation at the IEEE/PES 1992 Summer Meeting, Seattle, WA, July 12-16, 1992.
- [15] **V. Miranda & J. P. Saraiva** *Fuzzy Modelling of Power System Optimal Load Flow* — IEEE Transaction on Power Systems, Vol. 7, No. 2, pp.843-849, May 1992.
- [16] **L. F. B. Baptistella & A. Ollero** *Fuzzy Methodologies for Interactive Multicriteria Optimization* — IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. 10, No. 7, pp.355-365, July 1980.
- [17] **A. J. Monticelli** *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica* — Edgard Blücher, São Paulo, 1983.
- [18] **C. H. C. Guimarães** *Aplicação de Computadores em Sistemas Elétricos - Curso Introdotório* — Universidade Federal Fluminense, Niterói, 1987.
- [19] **O. L. Elgerd** *Introdução à teoria de sistemas de energia elétrica* — McGraw-Hill, São Paulo, 1976.
- [20] **H. H. Happ** *Optimal Power Dispatch - A comprehensive survey* — IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. 96, No. 3, pp.841-854, May/June 1977.
- [21] **A. J. Wood & B. F. Wollenberg** *Power Generation, Operation, and Control* — John Wiley & Sons, USA, 1984.
- [22] **T. S. Miller** *Reactive Power Control in Eletric Systems* — John Wiley & Sons, USA, 1982.

- [23] **H. W. Dommel & W. F. Tinney** *Optimal Power Flow Solutions* — IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. 87, No. 10, pp.1866-1876, October 1968.
- [24] **R. C. Burchett, H. H. Happ, K. A. Wirgau** *Large Scale Optimal Power Flow* — IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. 101, No. 10, pp.3722-3732, October 1982.
- [25] **D. I. Sun, et alii** *Optimal Power Flow by Newton Approach* — IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. 103, No. 10, pp.2864-2880, October 1984.
- [26] **S. M. Shahidehpour & N. I. Deeb** *An Overview of the Reactive Power Allocation in Electric Power Systems* — Electric Machines and Power Systems, Vol. 18, pp.495-518, 1990.
- [27] **M. S. Bazaraa & C. M. Shetty** *Nonlinear Programming - theory and algorithms* — John Wiley & Sons, USA, 1979.
- [28] **D. G. Luenberger** *Linear and Nonlinear Programming* — Addison-Wesley, USA, 1984.

Apêndice A

Modelo Estático do Sistema de Energia Elétrica

Os componentes básicos de uma rede de energia elétrica são as unidades de geração, cargas, linhas de transmissão, transformadores e elementos de compensação reativa. Neste apêndice apresentamos o modelo matemático de cada um destes componentes supondo o sistema operando em regime senoidal permanente.

A.1 Geradores e Cargas

As unidades de geração e as cargas são representadas por injeções de potência ativa e reativa nas barras as quais estão conectadas. A injeção de potência ativa quando fornecida pelo gerador ou consumida na carga possui sinal positivo. Para a injeção de potência reativa podemos ter dois casos: gerador superexcitado ou carga indutiva, o sinal é positivo; gerador subexcitado ou carga capacitiva, o sinal é negativo. A figura A.1 ilustra esses componentes.

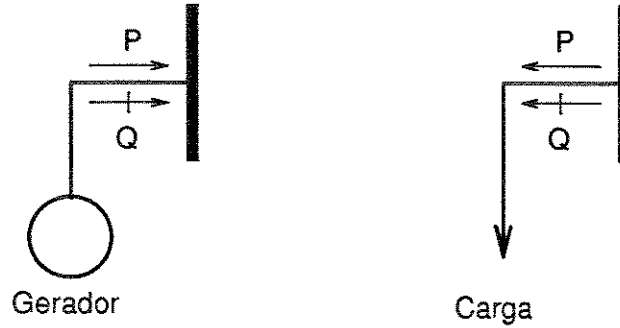


Figura A.1: Representação Simbólica de Gerador e Carga.

A.2 Linhas de Transmissão

O modelo π de uma linha de transmissão eletricamente curta é definido pelos elementos: impedância longitudinal ($r_{km} + jx_{km}$) e admitância transversal ($g_i^{sh} + jb_i^{sh}$, $i = k, m$); conforme a figura A.2.

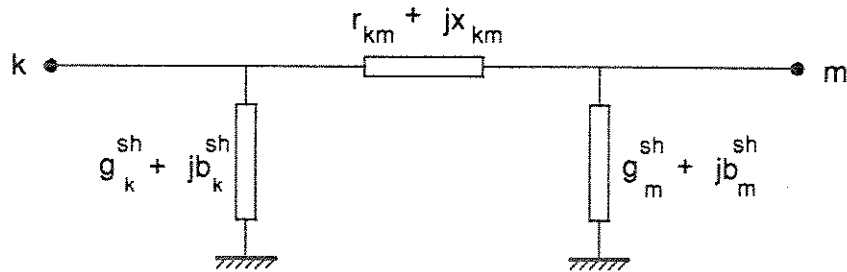


Figura A.2: Modelo π de uma Linha de Transmissão.

A partir destes elementos podemos derivar os seguintes parâmetros da linha:

$$\begin{aligned} y_{km} &= g_{km} + jb_{km} = \frac{r_{km}}{r_{km} + jx_{km}} - j \frac{x_{km}}{r_{km} + jx_{km}} \\ y_i &= g_i + jb_i = g_i^{sh} + jb_i^{sh} \quad i = k, m \end{aligned} \quad (A.1)$$

Geralmente $g_i^{sh} \cong 0$, $i = k, m$.

A.3 Transformadores

Consideraremos apenas os transformadores em fase angular. A figura A.3 representa tal transformador, onde a_{km} é a relação de transformação (tap), e y_{km} é a admitância

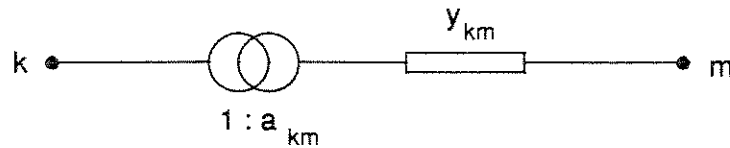


Figura A.3: Representação Simbólica de um Transformador.

série característica do transformador.

O modelo π -equivalente de um transformador é mostrado na figura A.4, onde

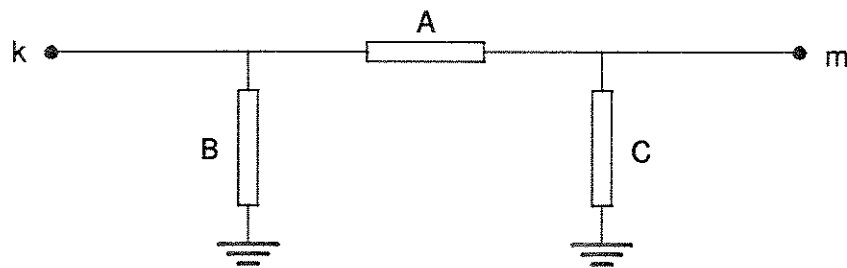


Figura A.4: Modelo π do Transformador em fase.

$$A = a_{km} y_{km} ;$$

$$B = a_{km} (a_{km} - 1) y_{km} ;$$

$$C = (1 - a_{km}) y_{km} .$$

Comparando este modelo com o da linha de transmissão podemos obter a se-

guinte correlação:

$$\begin{aligned} y_{km} &= \mathbf{A} \quad (\text{parâmetro longitudinal}) \\ y_k &= \mathbf{B} \quad (\text{parâmetro transversal - terminal } k) \\ y_m &= \mathbf{C} \quad (\text{parâmetro transversal - terminal } m) \end{aligned}$$

A.4 Compensação Reativa

Os elementos de compensação reativa em redes de energia elétrica, além das unidades de geração, são os compensadores síncronos, os bancos de capacitores, reatores e compensadores estáticos. Os compensadores síncronos são modelados como injeções de potência reativa da mesma forma que os geradores, sendo que $P = 0$. Já os capacitores, reatores e compensadores estáticos são representados por suas susceptâncias características que são conectadas entre a barra e o nó-terra conforme apresentado na figura A.5.

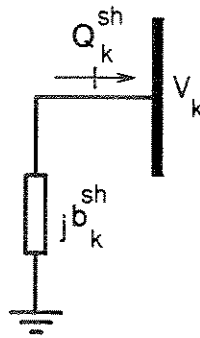


Figura A.5: Modelo do Elemento Estático de Compensação Reativa.

A injeção de potência reativa fornecida pelo elemento estático é obtida por

$$Q_k^{sh} = b_k^{sh} V_k^2 \quad (\text{A.2})$$

Apêndice B

Função Lagrangeana, Gradiente da Lagrangeana e Matriz Jacobiana

B.1 Função Lagrangeana

No capítulo 4 definimos a função lagrangeana segundo a expressão

$$l(\mathbf{s}, \lambda) = f(\mathbf{s}) + \lambda' \mathbf{g}(\mathbf{s}) \quad (\text{B.1})$$

onde $\mathbf{s}$ é o vetor das variáveis de estado e controle do sistema, $f(\mathbf{s}, \lambda)$ é a função objetivo, $\mathbf{g}(\mathbf{s})$ são as restrições de carga e λ é o vetor de multiplicadores de Lagrange associado a estas restrições.

Pelas equações (4.14) e (4.26) verificamos que

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} \Theta \\ \mathbf{V} \\ \mathbf{A} \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

onde $\mathbf{A}$ é o vetor formado pelos tap's de transformador.

Dividindo o vetor dos multiplicadores de Lagrange em

$$\lambda = \begin{bmatrix} \pi \\ \xi \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

sendo π e ξ os vetores dos multiplicadores associados às restrições de potência ativa e reativa (4.16), respectivamente. Assim, a função lagrangeana pode ser escrita como

1. Minimização das Perdas de Transmissão

$$l = \sum_{(k,m)}^{\text{NR}} g_{km} |E_k - E_m|^2 + \sum_{k=1}^{\text{NP}} \pi_k (P_k(\mathbf{V}, \Theta) - P_k) + \sum_{k=1}^{\text{NQ}} \xi_k (Q_k(\mathbf{V}, \Theta) - Q_k) \quad (\text{B.4})$$

2. Qualidade do Perfil de Tensão

$$l = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\text{NC}} \omega_k (V_k - 1)^2 + \sum_{k=1}^{\text{NP}} \pi_k (P_k(\mathbf{V}, \Theta) - P_k) + \sum_{k=1}^{\text{NQ}} \xi_k (Q_k(\mathbf{V}, \Theta) - Q_k) \quad (\text{B.5})$$

onde

NR é o número total de ramos no sistema;

NP é o número total das restrições de igualdade em potência ativa;

NQ é o número total das restrições de igualdade em potência reativa;

NC é o número total de barras de carga.

As fórmulas de $P_k(\mathbf{V}, \Theta)$ e $Q_k(\mathbf{V}, \Theta)$ são dadas pelas equações (4.10) e (4.11). E ainda

$$|E_k - E_m|^2 = (a_{km} V_k)^2 + V_m^2 - 2a_{km} V_k V_m \cos(\theta_{km}) \quad (\text{B.6})$$

onde para as linhas de transmissão $a_{km} = 1$.

B.2 Gradiente da Lagrangeana

1 Minimização das Perdas de Transmissão

$$\begin{aligned}
\frac{\partial l}{\partial a_{km}} &= g_{km}(2a_{km}V_k^2 - 2V_kV_m \cos(\theta_{km})) \\
&+ \pi_k[2a_{km}V_k^2g_{km} + V_kV_m(-g_{km} \cos(\theta_{km}) - b_{km} \sin(\theta_{km}))] \\
&+ \pi_m V_kV_m(-g_{km} \cos(\theta_{mk}) - b_{km} \sin(\theta_{mk})) \\
&+ \xi_k[-2a_{km}V_k^2b_{km} + V_kV_m(-g_{km} \sin(\theta_{km}) + b_{km} \cos(\theta_{km}))] \\
&+ \xi_m V_kV_m(-g_{km} \sin(\theta_{mk}) - b_{km} \cos(\theta_{mk})) \\
\frac{\partial l}{\partial \theta_k} &= 2V_k \sum_{m \in \Omega_k} g_{km} a_{km} V_m \sin(\theta_{km}) \\
&+ \pi_k(-Q_k(\mathbf{V}, \Theta) - V_k^2 B_{kk}) \\
&+ V_k \sum_{m \in \Omega_k} \pi_m V_m (G_{mk} \sin(\theta_{mk}) - B_{mk} \cos(\theta_{mk})) \\
&+ \xi_k(P_k(\mathbf{V}, \Theta) - V_k^2 G_{kk}) \\
&+ V_k \sum_{m \in \Omega_k} \xi_m V_m (-G_{mk} \cos(\theta_{mk}) - B_{mk} \sin(\theta_{mk})) \\
\frac{\partial l}{\partial V_k} &= 2 \sum_{m \in \Omega_k} g_{km} [t_{km}^2 V_k - a_{km} V_m \cos(\theta_{km})] \\
&+ \pi_k(P_k(\mathbf{V}, \Theta) + V_k^2 G_{kk})/V_k \\
&+ \sum_{m \in \Omega_k} \pi_m V_m (G_{mk} \cos(\theta_{mk}) + B_{mk} \sin(\theta_{mk})) \\
&+ \xi_k(Q_k(\mathbf{V}, \Theta) - V_k^2 B_{kk})/V_k \\
&+ \sum_{m \in \Omega_k} \xi_m V_m (G_{mk} \sin(\theta_{mk}) - B_{mk} \cos(\theta_{mk}))
\end{aligned} \tag{B.7}$$

Observações:

1. Se o ramo que liga as barras k e m é uma linha de transmissão então

$$t_{km} = a_{km} = 1 \tag{B.8}$$

2. Se o ramo que liga as barras k e m é um transformador e seja a_{ij} o tap deste transformador, então

- (a) Se k corresponde ao índice i então

$$\begin{aligned}
t_{km} &= a_{km} \\
a_{km} &= a_{ij}
\end{aligned} \tag{B.9}$$

(b) Se k corresponde ao índice j então

$$\begin{aligned} t_{km} &= 1 \\ a_{km} &= a_{ij} \end{aligned} \tag{B.10}$$

2 Qualidade do Perfil de Tensão

$$\begin{aligned} \frac{\partial l}{\partial a_{km}} &= \pi_k [2a_{km} V_k^2 g_{km} + V_k V_m (-g_{km} \cos(\theta_{km}) - b_{km} \sin(\theta_{km}))] \\ &+ \pi_m V_k V_m (-g_{km} \cos(\theta_{mk}) - b_{km} \sin(\theta_{mk})) \\ &+ \xi_k [-2a_{km} V_k^2 b_{km} + V_k V_m (-g_{km} \sin(\theta_{km}) + b_{km} \cos(\theta_{km}))] \\ &+ \xi_m V_k V_m (-g_{km} \sin(\theta_{mk}) - b_{km} \cos(\theta_{mk})) \\ \frac{\partial l}{\partial \theta_k} &= \pi_k (-Q_k(\mathbf{V}, \Theta) - V_k^2 B_{kk}) \\ &+ V_k \sum_{m \in \Omega_k} \pi_m V_m (G_{mk} \sin(\theta_{mk}) - B_{mk} \cos(\theta_{mk})) \\ &+ \xi_k (P_k(\mathbf{V}, \Theta) - V_k^2 G_{kk}) \\ &+ V_k \sum_{m \in \Omega_k} \xi_m V_m (-G_{mk} \cos(\theta_{mk}) - B_{mk} \sin(\theta_{mk})) \\ \frac{\partial l}{\partial V_k} &= \omega_k (V_k - 1) \\ &+ \pi_k (P_k(\mathbf{V}, \Theta) + V_k^2 G_{kk}) / V_k \\ &+ \sum_{m \in \Omega_k} \pi_m V_m (G_{mk} \cos(\theta_{mk}) - B_{mk} \sin(\theta_{mk})) \\ &+ \xi_k (Q_k(\mathbf{V}, \Theta) - V_k^2 B_{kk}) / V_k \\ &+ \sum_{m \in \Omega_k} \xi_m V_m (G_{mk} \sin(\theta_{mk}) - B_{mk} \cos(\theta_{mk})) \end{aligned} \tag{B.11}$$

Em ambos os objetivos temos

$$\frac{\partial l}{\partial \pi_k} = P_k(\mathbf{V}, \Theta) - P_k \tag{B.12}$$

$$\frac{\partial l}{\partial \xi_k} = Q_k(\mathbf{V}, \Theta) - Q_k \tag{B.13}$$

B.3 Matriz Jacobiana

Os elementos da matriz jacobiana correspondem às derivadas das equações (B.12) e (B.13) em relação à $\mathbf{s}$. Sendo assim temos

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 l}{\partial a_{km} \partial \pi_k} &= 2a_{km} V_k^2 g_{km} - V_k V_m (g_{km} \cos(\theta_{km}) + b_{km} \sin(\theta_{km})) \\
 \frac{\partial^2 l}{\partial a_{km} \partial \pi_m} &= -V_k V_m (g_{km} \cos(\theta_{mk}) + b_{km} \sin(\theta_{mk})) \\
 \frac{\partial^2 l}{\partial a_{km} \partial \xi_k} &= -2a_{km} V_k^2 b_{km} + V_k V_m (-g_{km} \sin(\theta_{km}) + b_{km} \cos(\theta_{km})) \\
 \frac{\partial^2 l}{\partial a_{km} \partial \xi_m} &= V_k V_m (-g_{km} \sin(\theta_{mk}) + b_{km} \cos(\theta_{mk}))
 \end{aligned} \tag{B.14}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 l}{\partial \theta_k \partial \pi_k} &= -Q_k(\mathbf{V}, \Theta) - V_k^2 B_{kk} \\
 \frac{\partial^2 l}{\partial \theta_m \partial \pi_k} &= V_k V_m (G_{km} \sin(\theta_{km}) - B_{km} \cos(\theta_{km})) \\
 \frac{\partial^2 l}{\partial \theta_k \partial \xi_k} &= P_k(\mathbf{V}, \Theta) - V_k^2 G_{kk} \\
 \frac{\partial^2 l}{\partial \theta_m \partial \xi_k} &= -V_k V_m (G_{km} \cos(\theta_{km}) + B_{km} \sin(\theta_{km}))
 \end{aligned} \tag{B.15}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 l}{\partial V_k \partial \pi_k} &= (P_k(\mathbf{V}, \Theta) + V_k^2 G_{kk})/V_k \\
 \frac{\partial^2 l}{\partial V_m \partial \pi_k} &= V_k (G_{km} \cos(\theta_{km}) + B_{km} \sin(\theta_{km})) \\
 \frac{\partial^2 l}{\partial V_k \partial \xi_k} &= (Q_k(\mathbf{V}, \Theta) - V_k^2 B_{kk})/V_k \\
 \frac{\partial^2 l}{\partial V_m \partial \xi_k} &= V_k (G_{km} \sin(\theta_{km}) - B_{km} \cos(\theta_{km}))
 \end{aligned} \tag{B.16}$$

Os demais elementos são nulos.

Apêndice C

Matriz Hessiana

Os elementos da matriz hessiana correspondem as segundas derivadas da função lagrangeana em relação às variáveis de estado e controle. Esta matriz é simétrica em estrutura e em valores. A notação adotada é a mesma do apêndice B.

1 Minimização das Perdas de Transmissão

$$\frac{\partial^2 l}{\partial a_{km}^2} = 2g_{km}V_k^2 + 2\pi_k g_{km}V_k^2 - 2\xi_k b_{km}V_k^2 \quad (C.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 l}{\partial \theta_k \partial a_{km}} &= 2g_{km}V_kV_m \sin(\theta_{km}) \\ &+ \pi_k V_kV_m(g_{km} \sin(\theta_{km}) - b_{km} \cos(\theta_{km})) \\ &+ \pi_m V_kV_m(g_{km} \sin(\theta_{km}) + b_{km} \cos(\theta_{km})) \\ &+ \xi_k V_kV_m(-g_{km} \cos(\theta_{km}) - b_{km} \sin(\theta_{km})) \\ &+ \xi_m V_kV_m(g_{km} \cos(\theta_{km}) - b_{km} \sin(\theta_{km})) \\ \frac{\partial^2 l}{\partial \theta_m \partial a_{km}} &= -2g_{km}V_kV_m \sin(\theta_{km}) \\ &+ \pi_k V_kV_m(-g_{km} \sin(\theta_{km}) + b_{km} \cos(\theta_{km})) \\ &+ \pi_m V_kV_m(-g_{km} \sin(\theta_{km}) - b_{km} \cos(\theta_{km})) \\ &+ \xi_k V_kV_m(g_{km} \cos(\theta_{km}) + b_{km} \sin(\theta_{km})) \\ &+ \xi_m V_kV_m(-g_{km} \cos(\theta_{km}) + b_{km} \sin(\theta_{km})) \end{aligned} \quad (C.2)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 l}{\partial V_k \partial a_{km}} &= 4a_{km}g_{km}V_k - 2g_{km}V_m \cos(\theta_{km}) \\
&+ \pi_k[4a_{km}g_{km}V_k + V_m(-g_{km} \cos(\theta_{km}) - b_{km} \sin(\theta_{km}))] \\
&+ \pi_m V_m(-g_{km} \cos(\theta_{km}) + b_{km} \sin(\theta_{km})) \\
&+ \xi_k[-4a_{km}b_{km}V_k + V_m(-g_{km} \sin(\theta_{km}) + b_{km} \cos(\theta_{km}))] \\
&+ \xi_m V_m(g_{km} \sin(\theta_{km}) + b_{km} \cos(\theta_{km})) \\
\frac{\partial^2 l}{\partial V_m \partial a_{km}} &= -2g_{km}V_k \cos(\theta_{km}) \\
&+ \pi_k V_m(-g_{km} \cos(\theta_{km}) - b_{km} \sin(\theta_{km})) \\
&+ \pi_m V_k(-g_{km} \cos(\theta_{km}) + b_{km} \sin(\theta_{km})) \\
&+ \xi_k V_k(-g_{km} \sin(\theta_{km}) + b_{km} \cos(\theta_{km})) \\
&+ \xi_m V_k(g_{km} \sin(\theta_{km}) + b_{km} \cos(\theta_{km}))
\end{aligned} \tag{C.3}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 l}{\partial \theta_k^2} &= 2V_k \sum_{m \in \Omega_k} g_{km}a_{km}V_m \cos(\theta_{km}) \\
&+ \pi_k(-P_k(\mathbf{V}, \Theta) + V_k^2 G_{kk}) \\
&+ V_k \sum_{m \in \Omega_k} \pi_m V_m(-G_{mk} \cos(\theta_{mk}) - B_{mk} \sin(\theta_{mk})) \\
&+ \xi_k(-Q_k(\mathbf{V}, \Theta) - V_k^2 B_{kk}) \\
&+ V_k \sum_{m \in \Omega_k} \xi_m V_m(-G_{mk} \sin(\theta_{mk}) + B_{mk} \cos(\theta_{mk})) \\
\frac{\partial^2 l}{\partial \theta_m \partial \theta_k} &= -2g_{km}a_{km}V_k V_m \cos(\theta_{km}) \\
&+ \pi_k V_k V_m(G_{km} \cos(\theta_{km}) + B_{km} \sin(\theta_{km})) \\
&+ \pi_m V_k V_m(G_{mk} \cos(\theta_{mk}) + B_{mk} \sin(\theta_{mk})) \\
&+ \xi_k V_k V_m(G_{km} \sin(\theta_{km}) - B_{km} \cos(\theta_{km})) \\
&+ \xi_m V_k V_m(G_{mk} \sin(\theta_{mk}) - B_{mk} \cos(\theta_{mk}))
\end{aligned} \tag{C.4}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 l}{\partial V_k \partial \theta_k} &= 2 \sum_{m \in \Omega_k} g_{km}a_{km}V_m \sin(\theta_{km}) \\
&+ \pi_k(-Q_k(\mathbf{V}, \Theta) + V_k^2 B_{kk})/V_k \\
&+ \sum_{m \in \Omega_k} \pi_m V_m(G_{mk} \sin(\theta_{mk}) - B_{mk} \cos(\theta_{mk})) \\
&+ \xi_k(P_k(\mathbf{V}, \Theta) - V_k^2 G_{kk})/V_k \\
&+ \sum_{m \in \Omega_k} \xi_m V_m(-G_{mk} \cos(\theta_{mk}) - B_{mk} \sin(\theta_{mk})) \\
\frac{\partial^2 l}{\partial V_m \partial \theta_k} &= 2g_{km}a_{km}V_k \sin(\theta_{km}) \\
&+ \pi_k V_k(-G_{km} \sin(\theta_{km}) + B_{km} \cos(\theta_{km})) \\
&+ \pi_m V_k(G_{mk} \sin(\theta_{mk}) - B_{mk} \cos(\theta_{mk})) \\
&+ \xi_k V_k(G_{km} \cos(\theta_{km}) + B_{km} \sin(\theta_{km})) \\
&+ \xi_m V_k(-G_{mk} \cos(\theta_{mk}) - B_{mk} \sin(\theta_{mk}))
\end{aligned} \tag{C.5}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 l}{\partial V_k^2} &= 2 \sum_{m \in \Omega_k} g_{km} t_{km}^2 + 2\pi_k G_{kk} - 2\xi_k B_{kk} \\
\frac{\partial^2 l}{\partial V_m \partial V_k} &= -2g_{km} a_{km} \cos(\theta_{km}) \\
&+ \pi_k (G_{km} \cos(\theta_{km}) + B_{km} \sin(\theta_{km})) \\
&+ \pi_m (G_{mk} \cos(\theta_{mk}) + B_{mk} \sin(\theta_{mk})) \\
&+ \xi_k (G_{km} \sin(\theta_{km}) - B_{km} \cos(\theta_{km})) \\
&+ \xi_m (G_{mk} \sin(\theta_{mk}) - B_{mk} \cos(\theta_{mk}))
\end{aligned} \tag{C.6}$$

Para saber os possíveis valores de t_{km} veja as observações feitas na seção B.2.

2 Qualidade do Perfil de Tensão

$$\frac{\partial^2 l}{\partial a_{km}^2} = 2\pi_k g_{km} V_k^2 - 2\xi_k b_{km} V_k^2 \tag{C.7}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 l}{\partial \theta_k \partial a_{km}} &= \pi_k V_k V_m (g_{km} \sin(\theta_{km}) - b_{km} \cos(\theta_{km})) \\
&+ \pi_m V_k V_m (g_{km} \sin(\theta_{km}) + b_{km} \cos(\theta_{km})) \\
&+ \xi_k V_k V_m (-g_{km} \cos(\theta_{km}) - b_{km} \sin(\theta_{km})) \\
&+ \xi_m V_k V_m (g_{km} \cos(\theta_{km}) - b_{km} \sin(\theta_{km})) \\
\frac{\partial^2 l}{\partial \theta_m \partial a_{km}} &= \pi_k V_k V_m (-g_{km} \sin(\theta_{km}) + b_{km} \cos(\theta_{km})) \\
&+ \pi_m V_k V_m (-g_{km} \sin(\theta_{km}) - b_{km} \cos(\theta_{km})) \\
&+ \xi_k V_k V_m (g_{km} \cos(\theta_{km}) + b_{km} \sin(\theta_{km})) \\
&+ \xi_m V_k V_m (-g_{km} \cos(\theta_{km}) + b_{km} \sin(\theta_{km}))
\end{aligned} \tag{C.8}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 l}{\partial V_k \partial a_{km}} &= \pi_k [4a_{km} g_{km} V_k + V_m (-g_{km} \cos(\theta_{km}) - b_{km} \sin(\theta_{km}))] \\
&+ \pi_m V_m (-g_{km} \cos(\theta_{km}) + b_{km} \sin(\theta_{km})) \\
&+ \xi_k [-4a_{km} b_{km} V_k + V_m (-g_{km} \sin(\theta_{km}) + b_{km} \cos(\theta_{km}))] \\
&+ \xi_m V_m (g_{km} \sin(\theta_{km}) + b_{km} \cos(\theta_{km})) \\
\frac{\partial^2 l}{\partial V_m \partial a_{km}} &= \pi_k V_m (-g_{km} \cos(\theta_{km}) - b_{km} \sin(\theta_{km})) \\
&+ \pi_m V_k (-g_{km} \cos(\theta_{km}) + b_{km} \sin(\theta_{km})) \\
&+ \xi_k V_k (-g_{km} \sin(\theta_{km}) + b_{km} \cos(\theta_{km})) \\
&+ \xi_m V_k (g_{km} \sin(\theta_{km}) + b_{km} \cos(\theta_{km}))
\end{aligned} \tag{C.9}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 l}{\partial \theta_k^2} &= \pi_k(-P_k(\mathbf{V}, \Theta) + V_k^2 G_{kk}) \\
&+ V_k \sum_{m \in \Omega_k} \pi_m V_m (-G_{mk} \cos(\theta_{mk}) - B_{mk} \sin(\theta_{mk})) \\
&+ \xi_k(-Q_k(\mathbf{V}, \Theta) - V_k^2 B_{kk}) \\
&+ V_k \sum_{m \in \Omega_k} \xi_m V_m (-G_{mk} \sin(\theta_{mk}) + B_{mk} \cos(\theta_{mk})) \\
\frac{\partial^2 l}{\partial \theta_m \partial \theta_k} &= \pi_k V_k V_m (G_{km} \cos(\theta_{km}) + B_{km} \sin(\theta_{km})) \\
&+ \pi_m V_k V_m (G_{mk} \cos(\theta_{mk}) + B_{mk} \sin(\theta_{mk})) \\
&+ \xi_k V_k V_m (G_{km} \sin(\theta_{km}) - B_{km} \cos(\theta_{km})) \\
&+ \xi_m V_k V_m (G_{mk} \sin(\theta_{mk}) - B_{mk} \cos(\theta_{mk}))
\end{aligned} \tag{C.10}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 l}{\partial V_k \partial \theta_k} &= \pi_k(-Q_k(\mathbf{V}, \Theta) + V_k^2 B_{kk})/V_k \\
&+ \sum_{m \in \Omega_k} \pi_m V_m (G_{mk} \sin(\theta_{mk}) - B_{mk} \cos(\theta_{mk})) \\
&+ \xi_k(P_k(\mathbf{V}, \Theta) - V_k^2 G_{kk})/V_k \\
&+ \sum_{m \in \Omega_k} \xi_m V_m (-G_{mk} \cos(\theta_{mk}) - B_{mk} \sin(\theta_{mk})) \\
\frac{\partial^2 l}{\partial V_m \partial \theta_k} &= \pi_k V_k (-G_{km} \sin(\theta_{km}) + B_{km} \cos(\theta_{km})) \\
&+ \pi_m V_k (G_{mk} \sin(\theta_{mk}) - B_{mk} \cos(\theta_{mk})) \\
&+ \xi_k V_k (G_{km} \cos(\theta_{km}) + B_{km} \sin(\theta_{km})) \\
&+ \xi_m V_k (-G_{mk} \cos(\theta_{mk}) - B_{mk} \sin(\theta_{mk}))
\end{aligned} \tag{C.11}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 l}{\partial V_k^2} &= \omega_k + 2\pi_k G_{kk} - 2\xi_k B_{kk} \\
\frac{\partial^2 l}{\partial V_m \partial V_k} &= \pi_k (G_{km} \cos(\theta_{km}) + B_{km} \sin(\theta_{km})) \\
&+ \pi_m (G_{mk} \cos(\theta_{mk}) + B_{mk} \sin(\theta_{mk})) \\
&+ \xi_k (G_{km} \sin(\theta_{km}) - B_{km} \cos(\theta_{km})) \\
&+ \xi_m (G_{mk} \sin(\theta_{mk}) - B_{mk} \cos(\theta_{mk}))
\end{aligned} \tag{C.12}$$