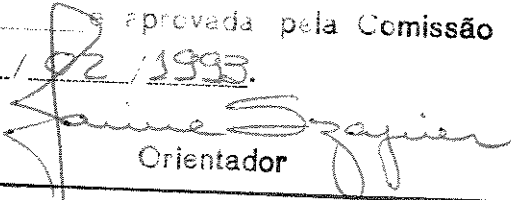


UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA

Este exemplar corresponde à redação final da tese  
defendida por EDSON PINHEIRO DE  
LIMA e aprovada pela Comissão  
Julgadora em 26 / 02 / 1993.  
  
Orientador

ACIONAMENTO DE UM MOTOR DE INDUÇÃO COM COMANDOS SUAVES DE TORQUE,  
UTILIZANDO A TÉCNICA DE CONTROLE VETORIAL POR CAMPO ORIENTADO

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA DA UNICAMP  
COMO UM DOS REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE  
MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA

EDSON PINHEIRO DE LIMA

CAMPINAS, FEVEREIRO DE 1993



Dedico esse trabalho à minha  
esposa Nicolina, à minha filha  
Ana Luiza e aos meus pais Eloi  
e Juvenília

## AGRADECIMENTOS

### AGRADEÇO...

- À MINHA FAMÍLIA PELA COMPREENSÃO E APOIO.
- À FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA DA UNICAMP PELA OPORTUNIDADE DE REALIZAR O CURSO DE MESTRADO.
- AO CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DO PARANÁ PELO INVESTIMENTO NA MINHA FORMAÇÃO ACADÊMICA, EM ESPECIAL O NÚCLEO DE PESQUISAS TECNOLÓGICAS QUE COLABOROU COM BOA PARTE DA CONFEÇÃO DA DISSERTAÇÃO.
- AO PROFESSOR JAIME SZAJNER PELA ORIENTAÇÃO QUE TORNOU POSSÍVEL A REALIZAÇÃO DESSE TRABALHO.
- AO PROFESSOR EDSON BIM QUE TAMBÉM CONTRIBUIU COMO ORIENTADOR NO DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO.
- AO PROFESSOR JOSÉ RAIMUNDO PELA ORIENTAÇÃO NO PROJETO AGV.
- AO PROFESSOR IVO REIS FONTES QUE MUITO ME AJUDOU NA OBTENÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS, SENDO RESPONSÁVEL POR BOA PARTE DA CONFEÇÃO DO "HARDWARE" ENVOLVIDO.
- AO ENGENHEIRO VICTOR BRAVO SANCHES, RESPONSÁVEL PELO PROJETO DO MÓDULO DE POTÊNCIA.
- AO PROFESSOR VALFREDO PILLA JR. PELAS INÚMERAS SUGESTÕES.
- AO PROFESSOR E AMIGO SÉRGIO GOUVÊA PELAS INÚMERAS E FRUTÍFERAS DISCUSSÕES.
- AO PESSOAL DO GRUPO AGV, PELO APOIO E COLABORAÇÃO.

## SUMÁRIO

|                                                                                                                    | PÁGINA |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| LISTA DE SÍMBOLOS                                                                                                  | I      |
| RESUMO                                                                                                             | IV     |
| PREFÁCIO                                                                                                           | VI     |
| CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO                                                                                            | 1      |
| 1.1 – UM BREVE HISTÓRICO                                                                                           | 1      |
| 1.2 – INTRODUÇÃO AOS MÉTODOS VETORIAIS                                                                             | 5      |
| CAPÍTULO 2 – CONTROLE POR FLUXO ORIENTADO                                                                          | 9      |
| 2.1 – MODELOS PARA A MÁQUINA COM DIFERENTES TIPOS DE ORIENTAÇÃO                                                    | 9      |
| 2.1.1 – Orientação Baseada no Fluxo de Estator                                                                     | 10     |
| 2.1.2 – Orientação Baseada no Fluxo de Entreferro                                                                  | 13     |
| 2.1.3 – Orientação Baseada no Fluxo de Rotor                                                                       | 16     |
| 2.2 – GERAÇÃO DAS CORRENTES DE REFERÊNCIA PARA O COMANDO<br>DE UM INVERSOR FONTE DE TENSÃO CONTROLADO POR CORRENTE | 18     |
| 2.2.1 – Correntes de Referência Geradas por um Controlador<br>Baseado na Orientação de Fluxo de Estator            | 19     |
| 2.2.2 – Correntes de Referência Geradas por um Controlador<br>Baseado na Orientação de Fluxo de Entreferro         | 22     |
| 2.2.3 – Correntes de Referência Geradas por um Controlador<br>Baseado na Orientação de Fluxo de Rotor              | 25     |
| 2.3 – MÉTODOS DE IMPLEMENTAÇÃO DOS SISTEMAS DE<br>CONTROLE COM ORIENTAÇÃO DE CAMPO                                 | 28     |
| 2.3.1 – Método Direto                                                                                              | 28     |
| 2.3.2 – Método Indireto                                                                                            | 33     |

|                                                                                                           |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| CAPÍTULO 3 – ESTUDOS DE SIMULAÇÃO                                                                         | 36  |
| 3.1 – RESPOSTA DO SISTEMA AO COMANDO DEGRAU DE<br>TORQUE COM INVERSÃO DO SENTIDO DE ROTAÇÃO               | 40  |
| 3.2 – PERFIL SUAVE DE VELOCIDADE, FUNÇÕES COSSENÓIDE E SIGMÓIDE                                           | 56  |
| CAPÍTULO 4 – IMPLEMENTAÇÃO                                                                                | 94  |
| 4.1 – INTERFACE DE CONTROLE PARA IBM-PC                                                                   | 94  |
| 4.2 – PROGRAMA PARA GERAÇÃO DAS CORRENTES DE REFERÊNCIA                                                   | 96  |
| 4.3 – RESULTADOS EXPERIMENTAIS                                                                            | 101 |
| CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS                                                | 113 |
| ANEXO 1 – EXPRESSÕES DAS INDUTÂNCIAS DOS ENROLAMENTOS E<br>EQUAÇÕES DE TENSÃO PARA UMA MÁQUINA ASSÍNCRONA | 118 |
| ANEXO 2 – PARÂMETROS DA MÁQUINA                                                                           | 147 |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS                                                                                | 148 |

## - LISTA DE SÍMBOLOS

### 1) Índices

Os índices denotam:

s - estator

r - rotor

sl - escorregamento

e - grandezas da fonte de alimentação

a - fase "a"

b - fase "b"

c - fase "c"

d - eixo direto "d"

q - eixo quadratura "q"

Os super-índices denotam:

\* - referência

### 2) Símbolos

$v_{as}$  - Tensão instantânea aplicada ao estator fase "a"

$v_{bs}$  - Tensão instantânea aplicada ao estator fase "b"

$v_{cs}$  - Tensão instantânea aplicada ao estator fase "c"

$v_{ds}$  - Tensão de eixo direto em coordenadas "d" e "q"

$v_{qs}$  - Tensão de eixo quadratura em coordenadas "d" e "q"

$i_{as}^*$  - Corrente instantânea referência fase "a"

$i_{bs}^*$  - Corrente instantânea referência fase "b"

$i_{cs}^*$  - Corrente instantânea referência fase "c"

|                        |   |                                                                       |
|------------------------|---|-----------------------------------------------------------------------|
| $i_{as}$               | - | Corrente instantânea estator fase "a"                                 |
| $i_{bs}$               | - | Corrente instantânea estator fase "b"                                 |
| $i_{cs}$               | - | Corrente instantânea estator fase "c"                                 |
| $i_{dss}$              | - | Corrente de eixo direto em coordenadas " $\alpha$ " e " $\beta$ "     |
| $i_{qss}$              | - | Corrente de eixo quadratura em coordenadas " $\alpha$ " e " $\beta$ " |
| $i_{ds}$               | - | Corrente de eixo direto em coordenadas "d" e "q"                      |
| $i_{qs}$               | - | Corrente de eixo quadratura em coordenadas "d" e "q"                  |
| $\lambda_r^*$          | - | Fluxo de referência                                                   |
| $\lambda_{dr}(f_{dr})$ | - | Fluxo de rotor eixo direto em coordenadas "d" e "q"                   |
| $\lambda_{qr}(f_{qr})$ | - | Fluxo de rotor eixo quadratura em coordenadas "d" e "q"               |
| $\omega_e$             | - | Velocidade angular das grandezas elétricas do estator                 |
| $\omega_r$             | - | Velocidade angular do rotor na referência do estator                  |
| $\omega_{sl}$          | - | Velocidade angular de escorregamento                                  |
| $\alpha_r$             | - | Aceleração angular do rotor                                           |
| $T_e$                  | - | Torque eletromagnético de referência                                  |
| $T_{eac}$              | - | Torque eletromagnético de referência, componente de aceleração        |
| $T_{el}$               | - | Torque eletromagnético de referência, componente de carga             |
| $T_e$                  | - | Torque eletromagnético desenvolvido na máquina                        |
| $T_l$                  | - | Torque de carga                                                       |
| $R_r$                  | - | Resistência do rotor na referência do estator                         |
| $R_s$                  | - | Resistência do estator                                                |
| $L_{lr}$               | - | Indutância de dispersão do rotor na referência do estator             |
| $L_{ls}$               | - | Indutância de dispersão do estator                                    |

|                   |   |                                                    |
|-------------------|---|----------------------------------------------------|
| $L_m$             | - | Indutância mútua de magnetização                   |
| $L_r$             | - | Indutância total do rotor na referência do estator |
| $L_s$             | - | Indutância total do estator                        |
| $\theta$          | - | Ângulo em radianos                                 |
| $\sigma$          | - | Fator de acoplamento entre estator e rotor         |
| $\varepsilon$     | - | Erro                                               |
| $t$               | - | Tempo                                              |
| $t_{\text{acel}}$ | - | Tempo de aceleração                                |
| $c_{\text{acel}}$ | - | Constante de aceleração                            |
| $J$               | - | Momento de inércia                                 |
| $2p$              | - | Número de polos                                    |

## RESUMO

O projeto e implementação de sistemas de controle de alto desempenho e confiabilidade para motores de indução trifásicos passam por uma modelagem completa da máquina, em um sistema de referência girante e a utilização do método vetorial.

O propósito deste trabalho é a implementação de um sistema que utilize a técnica de controle por orientação de campo do rotor (método indireto), para a geração de um conjunto de referências a serem seguidas através de um controlador de corrente do tipo histerese que deverá comandar um inversor trifásico. Estudaremos também a geração de um perfil suave de velocidade de motores de indução trifásicos com rotor do tipo gaiola de esquilo, utilizados por exemplo no acionamento de elevadores. Com essa finalidade é estudado um perfil suave de aceleração, de forma a evitar variações bruscas no torque produzido pelo motor, que podem provocar trancos indesejáveis.

A síntese do controlador é obtida utilizando, na modelagem da máquina, a técnica de orientação de fluxo de rotor, pelo método indireto. Para o comando de torque, que é uma das entradas do controlador, serão utilizadas funções do tipo cossenóide e sigmóide, que proporcionarão na saída do motor um perfil suave de velocidade e aceleração.

Numa primeira etapa será feita a síntese do controlador e testado o comando de torque com diferentes funções, de forma a obter o perfil de velocidade desejado. Obtido o controlador, será feita a análise de um sistema completo, que é composto dos seguintes elementos: a)Controlador- gera as correntes de referência para comando de um inversor de tensão baseado nos comandos de torque e fluxo desejados, sendo que o comando de torque representa basicamente o perfil de aceleração da máquina; b)Inversor- é uma fonte de tensão controlada por corrente, do tipo histerese; c)Máquina- cujo modelo será representado em coordenadas "d" e "q".

Serão apresentados resultados de simulação digital e implementação.

## ABSTRACT

The project and implementation of control systems with high performance and reliability for three phase induction motors need a complete modeling of the machine, in a moving reference system and the utilization of the vectorial method.

The purpose of this work is the implementation of a system which uses the rotor field orientation technique (indirect method) to generate a set of three stator current references to be followed of a hysteresis current controller which fires the transistors of a voltage inverter. We also study the generation of a smooth speed profile for three phase induction motors with squirrel-cage rotor. Which are used, for example, in the traction of elevators. To this end it is studied a smooth acceleration profile, which could avoid abrupt torque variations in the motor, which would cause jerk.

The controller is done using, in the machine model, the Rotor Field Orientation Technique (Indirect Method). For the torque command, which is one of the inputs of the controller, we will use functions as sinusoidal and sigmoidal waveforms, which will generate smooth acceleration and speed profiles.

In a first step the controller synthesis will be done and tested the torque command with different functions, with the purpose of obtaining the desired speed profile. The controller will be tested in a complete system which consists of: a)Controller - generates the stator current references for the command of the voltage inverter based on the torque and field inputs (the torque input basically represents the acceleration profile of the machine); b)Inverter - it is a voltage source inverter commanded by current controllers with hysteresis; c)Machine - model represented in "d" and "q" coordinates.

Digital simulation and implementation results will be shown.

## PREFÁCIO

O objetivo principal desse trabalho é o desenvolvimento de um sistema para estudos de técnicas de controle vetorial baseadas em orientação de campo. Como aplicação desse sistema básico estudamos o efeito de diferentes comandos de torque nas respostas de velocidade e aceleração de máquinas de indução trifásicas, com vistas a implementação desse na tração elétrica de veículos auto-guiados e elevadores.

Optamos em utilizar nos estudos supra-citados o método indireto de controle por orientação de campo, e um sistema de acionamento da máquina assíncrona baseado em um inversor fonte de tensão controlado por corrente. O motivo de escolha dessa configuração foi pela simplicidade de implementação e fácil incorporação de outros métodos com simples mudanças.

A dissertação está estruturada em cinco capítulos e dois anexos conforme descrição que segue:

No capítulo 1 é feito um apanhado superficial sobre a evolução do controle de máquinas assíncronas, no que se refere a dispositivos de potência, topologias de conversores e técnicas de controle. Também fazemos nesse capítulo uma introdução aos métodos vetoriais.

O controle por fluxo orientado é apresentado no capítulo 2, diversos tipos de orientação são mostrados. Avaliamos qual será o sistema a ser utilizado nos estudos de simulação digital e na implementação. Os métodos direto e indireto de controle vetorial são estudados com relação a aspectos de implementação.

Na sequência são feitos os estudos de simulação digital, para uma configuração escolhida no capítulo 2, com aplicação de diferentes comandos de torque para aceleração e frenagem da máquina. O objetivo principal do capítulo 3 é o estudo de comandos de aceleração da máquina que proporcionem movimentos suaves entre os patamares.

No capítulo 4 é apresentado o sistema implementado e resultados experimentais com relação aos diferentes comandos de aceleração estudados no capítulo 3.

Conclusões e sugestões para trabalhos futuros são apresentadas no capítulo 5.

O anexo 1 traz a modelagem da máquina de indução trifásica em coordenadas "d" e "q".

No anexo 2 temos os parâmetros da máquina utilizada nos estudos de simulação e implementação em laboratório.

O trabalho de implementação foi desenvolvido no Laboratório de Engenharia da Computação e Automação Industrial - LCA - do Departamento de Engenharia da Computação e Automação Industrial - DCA - da Faculdade de Engenharia Elétrica - FEE - da UNICAMP.

## CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO

### 1.1) UM BREVE HISTÓRICO

O controle de máquinas com alta eficiência, confiabilidade e rápidas respostas dinâmicas exige que as máquinas a serem controladas possuam modelos dinâmicos simples, para que as técnicas de controle sejam exequíveis em tempo real. A complexidade na modelagem da máquina nos traz informações mais completas para o controle e um aproveitamento melhor da dinâmica do sistema. Existe então uma solução de compromisso entre a modelagem e a implementação do sistema de controle.

A evolução histórica do controle de máquinas de indução passa pelo desenvolvimento e realização das seguintes áreas [1,2]:

a) Desenvolvimento de modelos matemáticos simples e completos para a representação da máquina;

b) Conversores de Potência e Tecnologias de Acionamento; c) Técnicas de Controle e Processamento de Sinais para Controle.

Podemos destacar a nível de evoluções tecnológicas que possibilitaram o que temos hoje em termos de acionamento de máquinas de corrente alternada os seguintes marcos nas áreas supra-citadas [1,2]:

a) Novos dispositivos semicondutores de potência;

b) Novas topologias para conversores e inversores;

c) Novas estratégias de controle;

d) Introdução do controle via microcomputador e técnicas de processamento digital de sinais;

e) Tratamento "sistêmico" do acionamento com vistas ao projeto e otimização do sistema completo.

Como consequência dessas evoluções temos:

a) Frequências de chaveamento cada vez maiores;

- b) Compactação dos sistemas de acionamento;
- c) Flexibilidade do sistema de controle para incorporar diferentes técnicas;
- d) Redução do ruído e nível de harmônicas geradas pelo sistema;
- e) Sistema de acionamento de alto desempenho mais confiáveis e robustos.

Uma das áreas desenvolvidas para o controle de motores de indução, como citado anteriormente, foi o estudo de modelos dinâmicos simples e completos para a representação da máquina, nesse sentido é que surgiram os trabalhos de Kovacz [3] e Krause [4]. Esses trabalhos basearam-se no estudo de transformações de coordenadas para se trabalhar com as equações da máquina num sistema de eixos girantes. Em tal sistema as grandezas da máquina são tratadas como quantidades contínuas "CC" e também os parâmetros das equações diferenciais, do modelo matemático, tornam-se invariantes com a posição relativa entre estator e rotor. Sendo assim podemos trabalhar com um modelo baseado em equações diferenciais com coeficientes invariantes, o que facilitou de sobremaneira a análise dinâmica da máquina e o desenvolvimento dos sistemas de controle. No anexo 1 temos sintetizadas essas transformações.

As máquinas de corrente contínua com excitação independente possuem um modelo dinâmico extremamente simples e desacoplado, isto é, a interação entre as variáveis de controle é muito fraca e praticamente as entradas controlam isoladamente cada saída. Para a máquina "CC" temos quase que independentes os controles de torque e campo, isto é, a máquina possui um enrolamento de campo responsável pela excitação da mesma, e um enrolamento de armadura responsável pelo torque desenvolvido. O Controle por Campo Orientado busca essa simplicidade encontrada no controle de máquinas "CC".

De posse de modelos matemáticos mais simples e com o crescente desenvolvimento do *hardware* e da eletrônica de potência surgiram os primeiros trabalhos sobre Controle por Fluxo Orientado e que distinguiram os dois grandes métodos de controle por campo orientado existentes atualmente, o método direto desenvolvido por Blaschke [5] e o método indireto desenvolvido por Hasse [6]. Nesses trabalhos a máquina de indução era modelada de tal forma que o resultado era muito semelhante a uma máquina de corrente contínua com excitação independente. O grande marco no entanto na evolução do controle

de motores de indução por métodos vetoriais foram as primeiras implementações que surgiram por volta do final dos anos 70 e início dos anos 80, que só foram possíveis de serem executadas graças ao advento de microcomputadores com capacidade suficiente para executar as transformações de coordenadas, os algoritmos de controle em tempo real e a existência de dispositivos de estado sólido para a construção dos conversores com capacidade suficiente de condução e chaveamento das correntes solicitadas pelo sistema. Os primeiros trabalhos de implementação foram desenvolvidos por Gabriel, Leonhard e Nordby [7] e mostraram resultados muito bons no que se refere a tempo de execução e desempenho dinâmico, para se avaliar melhor os resultados o sistema era composto por dois processadores de "8 bit" do tipo "8085" e teve o seguinte desempenho a nível de tempos de execução:

- 600  $\mu$ s para o processamento dos controles de velocidade e fluxo (incluindo o enfraquecimento de campo), rodando no processador "1";
- 850  $\mu$ s para a transformação de coordenadas, rodando no processador "2".

Para se ter uma idéia como o tempo de processamento foi reduzido de forma drástica temos no trabalho de Nakano e outros [8] para um processador de "16 bit" da série "68000" um tempo de execução das transformações da ordem de 100  $\mu$ s.

Também não podemos deixar de citar o trabalho de Plunkett [9] como um marco no início das implementações com inovações na área de acionamento de inversores via "PWM".

O IPEC de 1983 traz inúmeros trabalhos a nível de implementação e mostra um avanço cada vez maior no desenvolvimento de *hardware* e estratégias de controle para acionamentos de máquinas "CA" incorporando definitivamente aos estudos de implementação o controle por campo orientado de máquinas "CA".

Com o surgimento de processadores mais poderosos, como por exemplo os processadores digitais de sinais, as dificuldades de implementação de estratégias de controle sofisticadas foram diminuídas drasticamente. Podemos citar como exemplos a utilização das seguintes técnicas e alguns trabalhos de pesquisa correlacionados:

- a) Controle Multivariável com a utilização de realimentação de estado [10] e

observadores [11, 12]

b) Técnicas de Identificação de parâmetros [13, 14];

c) Controle Ótimo [15];

d) Controle Adaptativo, temos trabalhos principalmente na área de controle auto-ajustável [16, 17, 18, 19].

Uma outra evolução que impulsionou o acionamento de máquinas assíncronas foi a dos dispositivos de potência, o chaveamento dos dispositivos semicondutores em alta frequência e a utilização de modulação por largura de pulsos para a geração de tensões e correntes para a alimentação da máquina fizeram com que o desempenho dos sistemas de acionamento em "CA" tivessem um grande avanço. Para ilustrar o avanço na tecnologia dos semicondutores de potência mostramos na tabela da figura 1.1 alguns dados do final da década de oitenta para capacidade de condução de corrente e frequência de chaveamento nominal dos principais dispositivos de potência usados na atualidade [1].

| DISP. POT. | I (A) | fs(kHz) |
|------------|-------|---------|
| GTO        | 3000  | 1.0     |
| BJT        | 300   | 3.0     |
| IGBT       | 200   | 20.0    |
| MOSFET     | 100   | 50.0    |

Figura 1.1 – Características dos Dispositivos  
Semicondutores de Potência

As características dos acionamentos que utilizam motores de indução e que os tornam vantajosos são: a) Robustez; b) Maiores potências; c) Menor relação peso potência; d) Sistemas com pouca manutenção devido a ausência de comutadores; e) Rápidas respostas dinâmicas. Em busca da utilização dessas características é que surgiram os métodos vetoriais como o controle por campo orientado.

## 1.2) INTRODUÇÃO AOS MÉTODOS VETORIAIS

Para o controle de motores de indução podemos distinguir basicamente dois métodos [20, 21, 22]:

a) Método Escalar : as variáveis de controle são tratadas como grandezas escalares, interessando somente a sua magnitude.

b) Método Vetorial: nesse caso as variáveis de controle são tratadas como grandezas vetoriais, nos interessando não somente a sua amplitude mas também a sua posição.

Dentro de cada método existem vários tipos, nos ateremos a características gerais e que evidenciem as qualidades de resposta dinâmica dos sistemas, portanto trabalharemos com modelos simplificados e que mostrem qualitativamente o desempenho dos métodos.

Então para ilustrar faremos um pequeno estudo de caso. Vamos supor que temos um sistema de controle escalar com as seguintes características:

a) O sistema é composto por um bloco controlador onde geram-se os comandos de tensão e frequência para um inversor do tipo fonte de tensão que aciona uma máquina de indução trifásica com rotor do tipo gaiola de esquilo. A figura 1.2 traz uma representação esquemática do sistema.

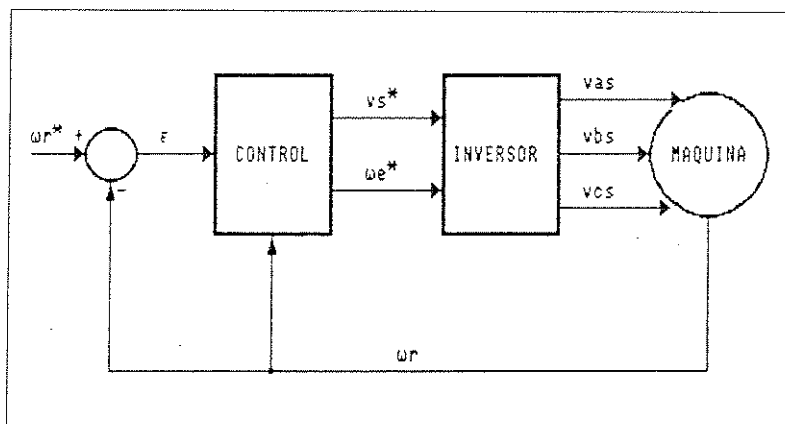


Figura 1.2 – Sistema com Controle Escalar

b) A estratégia de controle é manter a relação " $V_s/f_e$ " constante, tornando o sistema mais sensível aos comandos de torque.

$$V_s \approx E_s = k_0 \lambda_m \omega_e \quad (1.1)$$

Onde "V<sub>s</sub>" representa a tensão aplicada ao estator, "λ<sub>m</sub>" o fluxo concatenado no entreferro, "f<sub>e</sub>" a frequência da fonte de alimentação, "ω<sub>e</sub>" a velocidade angular da fonte de alimentação (ω<sub>e</sub> = 2π f<sub>e</sub>) e "E<sub>s</sub>" a força eletromotriz induzida no estator.

Portanto para se manter o fluxo de entreferro "λ<sub>m</sub>" constante teremos que:

$$V_s/\omega_e = k_1 \quad (1.2)$$

Se trabalharmos com escorregamento baixo obteremos para o torque eletromagnético "T<sub>e</sub>":

$$T_e = k_2 (V_s/\omega_e)^2 \omega_{sl} \quad (1.3)$$

Onde "ω<sub>sl</sub>" representa a frequência de escorregamento.

Se tivermos "V<sub>s</sub>/ω<sub>e</sub> = k<sub>1</sub>" o torque "T<sub>e</sub>" será diretamente proporcional a frequência de escorregamento "ω<sub>sl</sub>".

Supondo a seguinte situação para o funcionamento do sistema da figura 1.2:

- a) Existe uma variação na carga e portanto o torque de carga "T<sub>l</sub>" aumenta.
- b) Para manter o equilíbrio da equação eletromecânica

$$T_e - T_l = 2/2p J d/dt \omega_r \quad (1.4)$$

Onde "T<sub>l</sub>" representa o torque de carga, "2p" o número de polos, "J" o momento de inércia e "ω<sub>r</sub>" a velocidade angular do rotor. O torque eletromagnético "T<sub>e</sub>" aumenta através do aumento da frequência de escorregamento "ω<sub>sl</sub>" e portanto da frequência de alimentação "ω<sub>e</sub>".

c) Com o aumento da frequência de alimentação "ω<sub>e</sub>" tem-se que a tensão de estator "V<sub>s</sub>" também deverá aumentar para manter o fluxo "λ<sub>m</sub>" constante.

d) Com a redução do fluxo e depois o seu restabelecimento, nesse intervalo de tempo temos retardada a resposta ao comando de torque que também depende do fluxo. A sensibilidade do sistema aos comandos de torque é comprometida pela influência cruzada entre as grandezas de entrada do controlador e as grandezas de saída.

A dinâmica desejada para o controle de motores de indução é muito parecida com a dinâmica de um motor de corrente contínua com excitação independente, pois desejamos um controle desacoplado de torque e campo.

Para a máquina de corrente contínua temos que:

$$T_e = k_3 i_a i_m \quad (1.5)$$

e

$$\lambda_m = k_4 i_m \quad (1.6)$$

Onde " $i_a$ " e " $i_m$ " representam respectivamente as correntes de armadura e campo da máquina. Temos que para fluxo constante, isto é " $i_m$ " constante controlamos o torque pela corrente de armadura. Uma vez estabelecido o campo o torque é apenas sensível às variações da corrente de armadura " $i_a$ ". Essa é a dinâmica desejada para a máquina assíncrona, uma vez excitada a máquina as variações no torque eletromagnético não afetam o campo.

Com os métodos vetoriais por orientação de campo temos uma modelagem da máquina de indução que a torna muito parecida com a máquina de corrente contínua com excitação independente. Temos o controle desacoplado da máquina, dando origem a componentes de torque e campo para a corrente de estator. Sendo assim teremos para as equações de torque e fluxo:

$$T_e = k_5 i_{qs} i_{ds} \quad (1.7)$$

$$\lambda_m = k_6 i_{ds} \quad (1.8)$$

Observamos que a corrente " $i_q$ " é a componente de torque da corrente de estator no eixo girante " $q$ " e a corrente " $i_d$ " é a componente de campo de corrente de estator no eixo girante " $d$ ". Sendo " $d$ " e " $q$ " ortogonais temos o desacoplamento desejado.

Com as equações "1.7" e "1.8" temos a dinâmica de funcionamento desejada para o sistema como a de uma máquina de corrente contínua com excitação independente.

Os métodos vetoriais tornam a máquina de indução uma boa opção para sistemas de alto desempenho e rápidas respostas dinâmicas.

A figura 1.3 representa esquematicamente um sistema com controle vetorial.

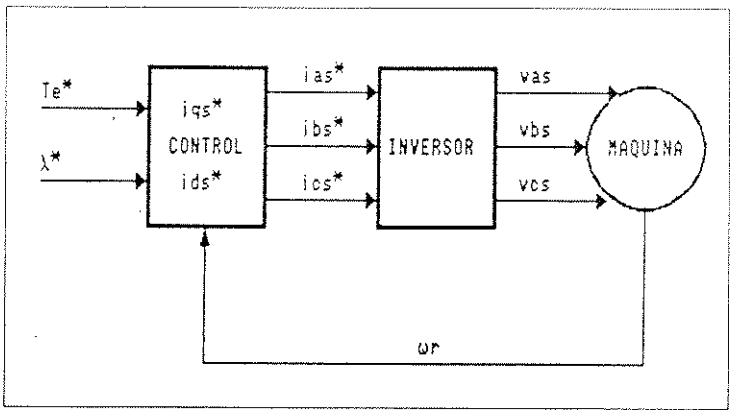


Figura 1.3 – Sistema com Controle Vetorial

## CAPÍTULO II – CONTROLE POR FLUXO ORIENTADO

### 2.1) MODELOS PARA A MÁQUINA COM DIFERENTES TIPOS DE ORIENTAÇÃO DE CAMPO

Baseado no princípio de orientação de campo, que consiste em se alinhar o fluxo total com o eixo "d" do sistema de referência "d" e "q", temos três alternativas possíveis a serem consideradas:

- a) Orientação baseada no Fluxo de Estator
- b) Orientação baseada no Fluxo de Entreferro
- c) Orientação baseada no Fluxo de Rotor

O que diferencia as três formas é o fluxo que servirá como referência ao eixo "d" que pode ser respectivamente o fluxo total de estator " $\lambda_{ds}$ ", o fluxo de entreferro " $\lambda_{dm}$ " ou fluxo total de rotor " $\lambda_{dr}$ ".

A partir das equações da máquina em coordenadas "d" e "q" obteremos as equações que representam a máquina nas três possíveis escolhas de orientação [23].

Conforme anexo 1 seção 5.4.3 temos as seguintes equações que representam a máquina em coordenadas "d" e "q":

$$v_{qs} = R_s i_{qs} + \omega_e \lambda_{ds} + d/dt \lambda_{qs} \quad (2.1)$$

$$v_{ds} = R_s i_{ds} - \omega_e \lambda_{qs} + d/dt \lambda_{ds} \quad (2.2)$$

$$v_{qr} = R_r i_{qr} + \omega_{sl} \lambda_{dr} + d/dt \lambda_{qr} = 0 \quad (2.3)$$

$$v_{dr} = R_r i_{dr} - \omega_{sl} \lambda_{qr} + d/dt \lambda_{dr} = 0 \quad (2.4)$$

$$\lambda_{qs} = L_s i_{qs} + L_m i_{qr} \quad (2.5)$$

$$\lambda_{ds} = L_s i_{ds} + L_m i_{dr} \quad (2.6)$$

$$\lambda_{qr} = L_r i_{qr} + L_m i_{qs} \quad (2.7)$$

$$\lambda_{dr} = L_r i_{dr} + L_m i_{ds} \quad (2.8)$$

$$T_e = 3/2 (2p/2) (\lambda_{ds} i_{qs} - \lambda_{qs} i_{ds}) \quad (2.9)$$

$$T_e = 3/2 (2p/2) (\lambda_{dm} i_{qs} - \lambda_{qm} i_{ds}) \quad (2.10)$$

$$T_e = 3/2 (2p/2) (L_m/L_r) (\lambda_{dr} i_{qs} - \lambda_{qr} i_{ds}) \quad (2.11)$$

As equações "2.9", "2.10" e "2.11" apresentam o torque eletromagnético " $T_e$ " relacionado com diferentes variáveis e serão próprias para a análise das três diferentes escolhas de orientação, sendo a equação "2.9" própria para a orientação baseada no fluxo de estator, a equação "2.10" para a orientação baseada no fluxo de entreferro e a equação "2.11" para a orientação baseada no fluxo de rotor.

No desenvolvimento a seguir estabeleceremos modelos matemáticos para as três formas de orientação. As entradas serão as correntes de estator e as saídas o fluxo e o torque eletromagnético. Com isso obteremos três modelos distintos para a máquina.

#### 2.1.1) Orientação Baseada no Fluxo de Estator

Neste caso teremos o eixo girante "d" alinhado com o vetor de fluxo " $\lambda_s$ ", portanto a componente " $\lambda_{qs}$ " será igual a zero e teremos para a equação "2.5":

$$i_{qr} = - (L_s/L_m) i_{qs} \quad (2.12)$$

Portanto substituindo a equação "2.12" na equação "2.7" o fluxo " $\lambda_{qr}$ " será dado por:

$$\lambda_{qr} = (L_m^2 - L_s L_r)/L_m i_{qs} \quad (2.13)$$

Da equação "2.6" o fluxo de estator " $\lambda_s$ " será igual a:

$$\lambda_s = L_s i_{ds} + L_m i_{dr} \quad (2.14)$$

Temos da equação "2.14" para a corrente "idr":

$$i_{dr} = (\lambda_s - L_s i_{ds})/L_m \quad (2.15)$$

Substituindo a equação "2.15" na equação "2.8" temos para " $\lambda_{dr}$ ":

$$\lambda_{dr} = L_r/L_m \lambda_s + (L_m^2 - L_s L_r)/L_m i_{ds} \quad (2.16)$$

Necessitamos relacionar o fluxo de estator " $\lambda_s$ " com as correntes de estator " $i_{ds}$ " e " $i_{qs}$ ", assim teremos para a máquina uma relação entre as variáveis de entrada, " $i_{ds}$ " e " $i_{qs}$ "; e a variável de saída " $\lambda_s$ ".

Substituindo as equações "2.13" e "2.16" na equação "2.4" obtemos uma outra relação para " $i_{dr}$ " que quando substituída em "2.14" nos fornecerá uma equação para " $\lambda_s$ " em função de " $i_{ds}$ " e " $i_{qs}$ ".

$$R_r i_{dr} - \omega_{sl} (L_m^2 - L_s L_r)/L_m i_{qs} + (L_m^2 - L_s L_r)/L_m d/dt i_{ds} + L_r/L_m d/dt \lambda_s = 0 \quad (2.17)$$

Substituindo as equações "2.12", "2.13" e "2.16" em "2.3" obtemos a seguinte equação para a relação de escorregamento " $\omega_{sl}$ ":

$$\omega_{sl} = (R_r L_s i_{qs} - (L_m^2 - L_s L_r) d/dt i_{qs}) / (L_r \lambda_s + (L_m^2 - L_s L_r) i_{ds}) \quad (2.18)$$

Substituindo a equação "2.18" em "2.17" temos para " $i_{dr}$ ":

$$i_{dr} = (L_s i_{qs} - (L_m^2 - L_s L_r)/R_r d/dt i_{qs}) / (L_r \lambda_s + (L_m^2 - L_s L_r) i_{ds}) (L_m^2 - L_s L_r) / (L_m i_{qs} - (L_m^2 - L_s L_r)/(L_m R_r) d/dt i_{ds} - \tau_r/L_m \lambda_s) \quad (2.19)$$

De posse da equação "2.19" podemos então obter a relação de " $\lambda_s$ " com as variáveis de entrada " $i_{qs}$ " e " $i_{ds}$ ", substituindo "2.19" em "2.14".

$$\begin{aligned}\lambda_s + \tau_r \frac{d}{dt} \lambda_s &= L_s i_{ds} - (L_m^2 - L_s L_r) / R_r \frac{d}{dt} i_{ds} + \\ &\quad (L_s i_{qs} - (L_m^2 - L_s L_r) / R_r \frac{d}{dt} i_{qs}) / \\ &\quad (L_r \lambda_s + (L_m^2 - L_s L_r) i_{ds}) (L_m^2 - L_s L_r) i_{qs}\end{aligned}\quad (2.20)$$

Definindo " $\sigma = (L_s L_r - L_m^2) / L_s L_r$ " como fator de acoplamento temos para a equação "2.20" uma nova forma.

$$\begin{aligned}\lambda_s + \tau_r \frac{d}{dt} \lambda_s &= L_s i_{ds} + \sigma \tau_r L_s \frac{d}{dt} i_{ds} + \\ &\quad (L_s i_{qs} + \sigma \tau_r L_s \frac{d}{dt} i_{qs}) / \\ &\quad (L_r \lambda_s + \sigma L_s L_r i_{ds}) \sigma L_s L_r i_{qs}\end{aligned}\quad (2.21)$$

Para as tensões de estator teremos para as equações "2.1" e "2.2" com " $\lambda_{qs} = 0$ ":

$$v_{qs} = R_s i_{qs} + \omega_e \lambda_s \quad (2.22)$$

$$v_{ds} = R_s i_{ds} + \frac{d}{dt} \lambda_s \quad (2.23)$$

O torque eletromagnético " $T_e$ ", da equação "2.9" com " $\lambda_{qs} = 0$ ", será dado por:

$$T_e = 3/2 (2p/2) \lambda_s i_{qs} \quad (2.24)$$

Com as equações "2.21" e "2.24" temos um modelo matemático que dadas as correntes de estator " $i_{ds}$ " e " $i_{qs}$ " obtemos o fluxo " $\lambda_s$ " e o torque eletromagnético " $T_e$ ". Na figura 2.1 apresentamos um diagrama para o modelo matemático já desenvolvido.

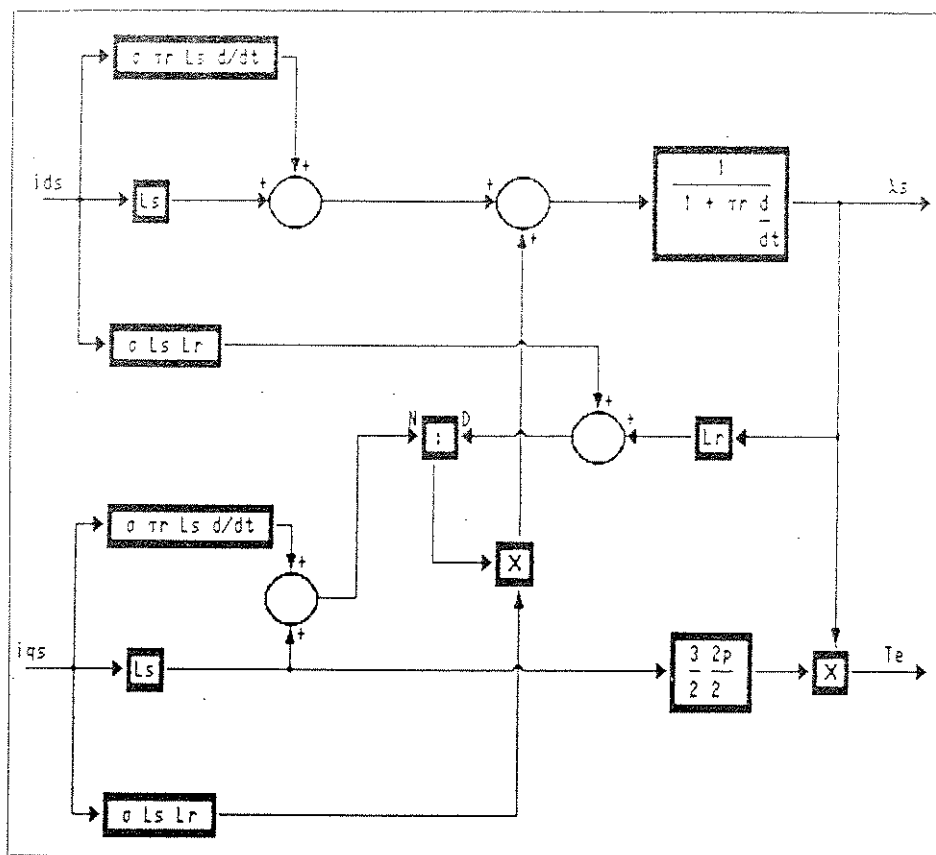


Figura 2.1 – Modelo para a Máquina Trifásica Assíncrona  
com Orientação Baseada no Fluxo de Estator

### 2.1.2) Orientação Baseada no Fluxo de Entreferro

Para as componentes "d" e "q" temos que o fluxo no entreferro é igual a soma dos fluxos produzidos pelas correntes de estator e rotor sobre a indutância de magnetização "Lm".

$$\lambda_{dm} = L_m i_{ds} + L_m i_{dr} \quad (2.25)$$

$$\lambda_{qm} = L_m i_{qs} + L_m i_{qr} \quad (2.26)$$

Tendo a orientação de fluxo no entreferro temos o fluxo total " $\lambda_m$ " alinhado com o eixo "d" e portanto a componente no eixo "q" é igual a zero " $\lambda_{qm} = 0$ " e temos para a corrente " $i_{qr}$ " a seguinte relação:

$$i_{qr} = - i_{qs} \quad (2.27)$$

Da equação "2.25" obtemos para " $i_{dr}$ ":

$$i_{dr} = \lambda_m/L_m - i_{ds} \quad (2.28)$$

Onde " $\lambda_{dm} = \lambda_m$ ".

Substituindo a equação "2.28" na equação "2.8" obtemos a seguinte expressão para " $\lambda_{dr}$ ":

$$\lambda_{dr} = L_r/L_m \lambda_m + (L_m - L_r) i_{ds} \quad (2.29)$$

O fluxo " $\lambda_{qr}$ " é obtido substituindo-se a equação "2.27" na equação "2.7".

$$\lambda_{qr} = (L_m - L_r) i_{qs} \quad (2.30)$$

Obteremos uma nova relação para " $i_{dr}$ " substituindo as equações "2.29" e "2.30" na equação "2.4".

$$R_r i_{dr} - \omega_{sl} (L_m - L_r) i_{qs} + (L_m - L_r) d/dt i_{ds} + L_r/L_m d/dt \lambda_m = 0 \quad (2.31)$$

Substituindo as equações "2.27", "2.29" e "2.30" na equação "2.3" obtemos uma relação para a frequência de escorregamento " $\omega_{sl}$ ".

$$\omega_{sl} = (R_r i_{qs} - (L_m - L_r) d/dt i_{qs}) / (L_r/L_m \lambda_m + (L_m - L_r) i_{ds}) \quad (2.32)$$

Com a expressão "2.32" para a frequência de escorregamento " $\omega_{sl}$ " podemos obter de "2.31" uma nova expressão para " $i_{dr}$ ".

$$i_{dr} = (i_{qs} - (L_m - L_r)/R_r d/dt i_{qs}) / (L_r/L_m \lambda_m + (L_m - L_r) i_{qs}) * (L_m - L_r) i_{qs} - (L_m - L_r)/R_r d/dt i_{ds} - \tau_r/L_m d/dt \lambda_m \quad (2.33)$$

Com a equação "2.33" relacionamos a corrente " $i_{dr}$ " com as variáveis de entrada " $i_{qs}$ " e " $i_{ds}$ " e o fluxo " $\lambda_m$ ". Substituindo a equação "2.33" na expressão "2.25" obtemos uma equação que relaciona a variável de saída " $\lambda_m$ " e as variáveis de entrada " $i_{qs}$ " e " $i_{ds}$ ".

$$\lambda_m + \tau_r d/dt \lambda_m = L_m i_{ds} - L_m/R_r (L_m - L_r) d/dt i_{ds} + (i_{qs} - (L_m - L_r)/R_r d/dt i_{qs}) / (L_r/L_m \lambda_m + (L_m - L_r) i_{ds}) L_m (L_m - L_r) i_{qs} \quad (2.34)$$

Da expressão "2.10" temos uma relação para o torque eletromagnético " $T_e$ ".

$$T_e = 3/2 \cdot 2p/2 \lambda_m i_{qs} \quad (2.35)$$

Na figura 2.2 temos uma representação esquemática do modelo da máquina com orientação baseada no fluxo de entreferro utilizando as equações "2.34" e "2.35".

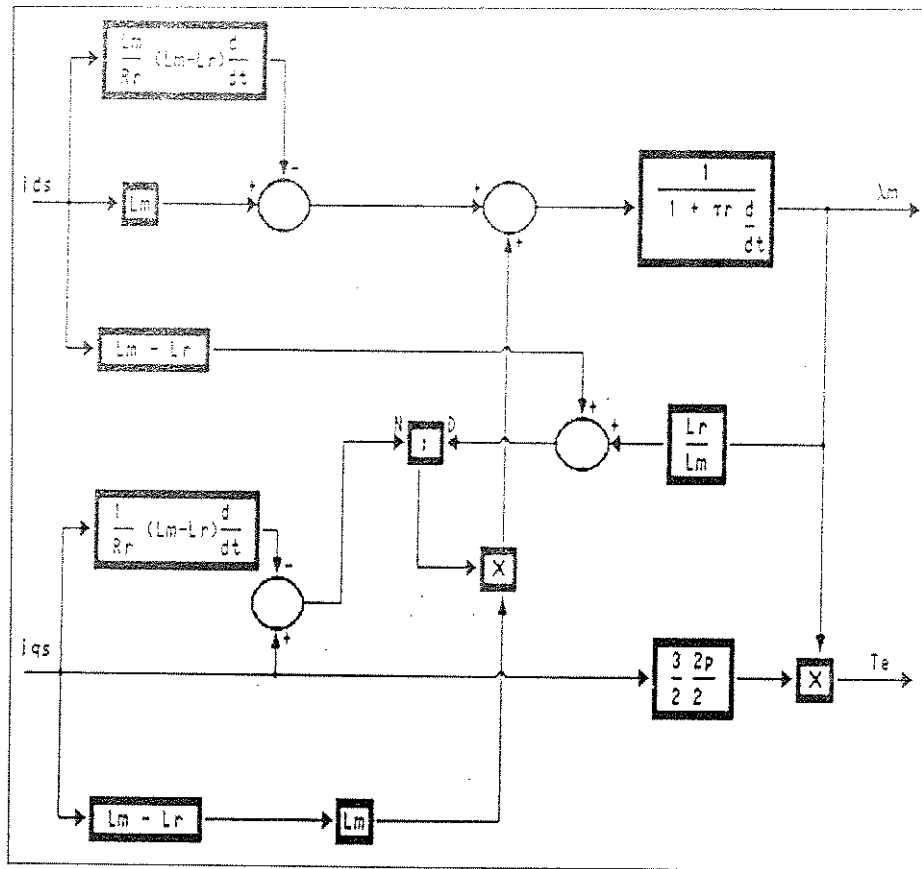


Figura 2.2 – Modelo para a Máquina Trifásica Assíncrona  
com Orientação Baseada no Fluxo de Entreferro

### 2.1.3) Orientação Baseada no Fluxo de Rotor

Como nos casos anteriores nosso objetivo será relacionar as variáveis de saída " $\lambda_r$ " e " $T_e$ " com as variáveis de entrada " $i_{ds}$ " e " $i_{qs}$ " e assim obter um modelo matemático que descreva a máquina. Na orientação baseada no fluxo de rotor temos que o vetor de fluxo " $\lambda_r$ " coincide com a posição do eixo "d" e portanto a componente "q" será igual a zero, " $\lambda_{qr} = 0$ ".

Da expressão "2.8" temos para " $\lambda_r$ ":

$$\lambda_r = L_r i_{dr} + L_m i_{ds} \quad (2.36)$$

Como " $\lambda_{qr} = 0$ " temos para a equação "2.7" uma relação entre " $i_{qr}$ " e " $i_{qs}$ " e para a equação "2.4" uma relação entre " $i_{dr}$ " e " $\lambda_r$ ":

$$i_{qr} = - L_m/L_r i_{qs} \quad (2.37)$$

$$i_{dr} = - 1/R_r d/dt \lambda_r \quad (2.38)$$

Substituindo a equação "2.38" em "2.36" obtemos uma relação entre o fluxo " $\lambda_r$ " e a corrente " $i_{ds}$ ".

$$\lambda_r + \tau_r d/dt \lambda_r = L_m i_{ds} \quad (2.39)$$

Com a equação "2.11" obtemos uma relação entre o torque eletromagnético de saída e as correntes de entrada.

$$T_e = 3/2 \cdot 2p/2 L_m/L_r \lambda_r i_{qs} \quad (2.40)$$

Das equações "2.39" e "2.40" obtemos um modelo matemático para a máquina de indução com orientação baseada no fluxo de rotor, cuja representação esquemática é mostrada na figura 2.2.

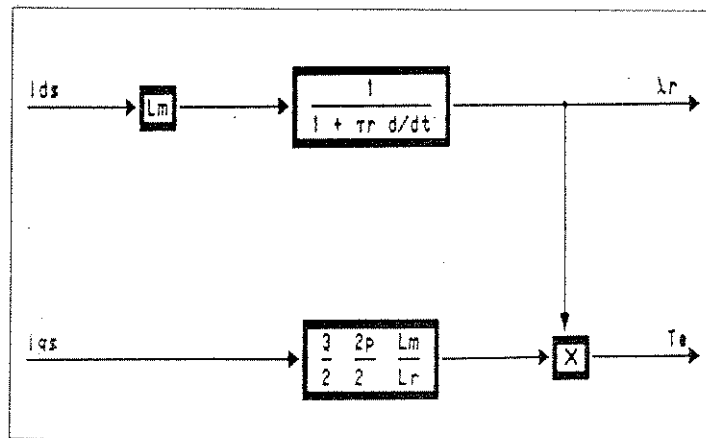


Figura 2.3 – Modelo para a Máquina Trifásica Assíncrona com Orientação Baseada no Fluxo de Rotor

## 2.2) GERAÇÃO DAS CORRENTES DE REFERÊNCIA PARA O COMANDO DE UM INVERSOR FONTE DE TENSÃO CONTROLADO POR CORRENTE

Para os três tipos de orientação obtivemos um modelo matemático que dadas as correntes "ids" e "iqs" temos as saídas de torque "Te" e fluxo "λ". Nosso objetivo agora passa a ser gerar os comandos de um inversor de tensão controlado por corrente. Para a obtenção dos comandos de corrente "ias\*", "ibs\*" e "ics\*" utilizaremos o modelo inverso da máquina baseado nos três tipos de orientação de campo. O inversor é do tipo histerese e seguirá as referências a menos de uma banda que limita os erros de corrente [24,25].

Sabemos do anexo 1 seção 5.4 que:

$$\mathbf{i}_{abcs} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}^{-1} \mathbf{i}_{dqs} \quad (2.41)$$

Portanto das correntes "ids" e "iqs" obtemos as expressões para as correntes de referência "ias\*", "ibs\*" e "ics\*" através da transformação de coordenadas " $\mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}^{-1}$ " de um sistema bifásico girante a uma velocidade " $\omega_e$ " para um sistema trifásico de coordenadas fixas no estator.

Para os três tipos de orientação de campo iremos obter expressões para as correntes de referência de estator "ids\*" e "iqs\*", e a velocidade angular de escorregamento de referência " $\omega_{sl}^*$ " que composta com a velocidade do rotor, referida ao sistema elétrico, " $\omega_r$ " nos fornece " $\omega_e$ " que é base para a transformação de coordenadas " $\mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}^{-1}$ ". (" $\omega_e = \omega_r + \omega_{sl}^*$ ")

### 2.2.1) Correntes de Referência Geradas por um Controlador Baseado na Orientação de Fluxo do Estator

Como iremos utilizar o modelo inverso da máquina teremos como referência o torque eletromagnético " $T_e^*$ " e o fluxo de estator " $\lambda_s^*$ ", e a partir desses dois comandos iremos gerar as correntes de referência " $i_{ds}^*$ " e " $i_{qs}^*$ " que após a transformação de coordenadas " $A^{-1} B^{-1}$ " nos fornecerão as correntes trifásicas de referência " $i_{as}^*$ ", " $i_{bs}^*$ " e " $i_{cs}^*$ ", para acionamento do inversor.

Da equação "2.24" obtemos uma relação para " $i_{qs}^*$ " em termos de " $T_e^*$ " e " $\lambda_s^*$ ".

$$i_{qs}^* = 2/3 \cdot 2/2p \cdot T_e^* / \lambda_s^* \quad (2.42)$$

Para a frequência de escorregamento " $\omega_{sl}$ " temos da equação "2.18" que:

$$\omega_{sl}^* = (i_{qs}^* / \tau_r + \sigma \cdot d/dt \cdot i_{qs}^*) / (\lambda_s^* / L_s - \sigma \cdot i_{ds}^*) \quad (2.43)$$

Onde " $\sigma = (L_s L_r - L_m^2) / L_s L_r$ ".

Da equação "2.4" temos que:

$$R_r \cdot i_{dr}^* - \omega_{sl}^* \cdot \lambda_{qr}^* + d/dt \cdot \lambda_{dr}^* = 0$$

Substituindo as equações "2.13", "2.15" e "2.16" na equação "2.4" temos que:

$$\begin{aligned} R_r \cdot \lambda_s^* - R_r \cdot L_s \cdot i_{ds}^* + \sigma \cdot L_s \cdot L_r \cdot \omega_{sl}^* \cdot i_{qs}^* + L_r \cdot d/dt \cdot \lambda_s^* \\ - \sigma \cdot L_s \cdot L_r \cdot d/dt \cdot i_{ds}^* = 0 \end{aligned} \quad (2.44)$$

Isolando a corrente " $i_{ds}^*$ " temos que:

$$i_{ds}^* + \sigma \cdot \tau_r \cdot d/dt \cdot i_{ds}^* = (\lambda_s^* + \tau_r \cdot d/dt \cdot \lambda_s^*) / L_s + \sigma \cdot \tau_r \cdot \omega_{sl}^* \cdot i_{qs}^* \quad (2.45)$$



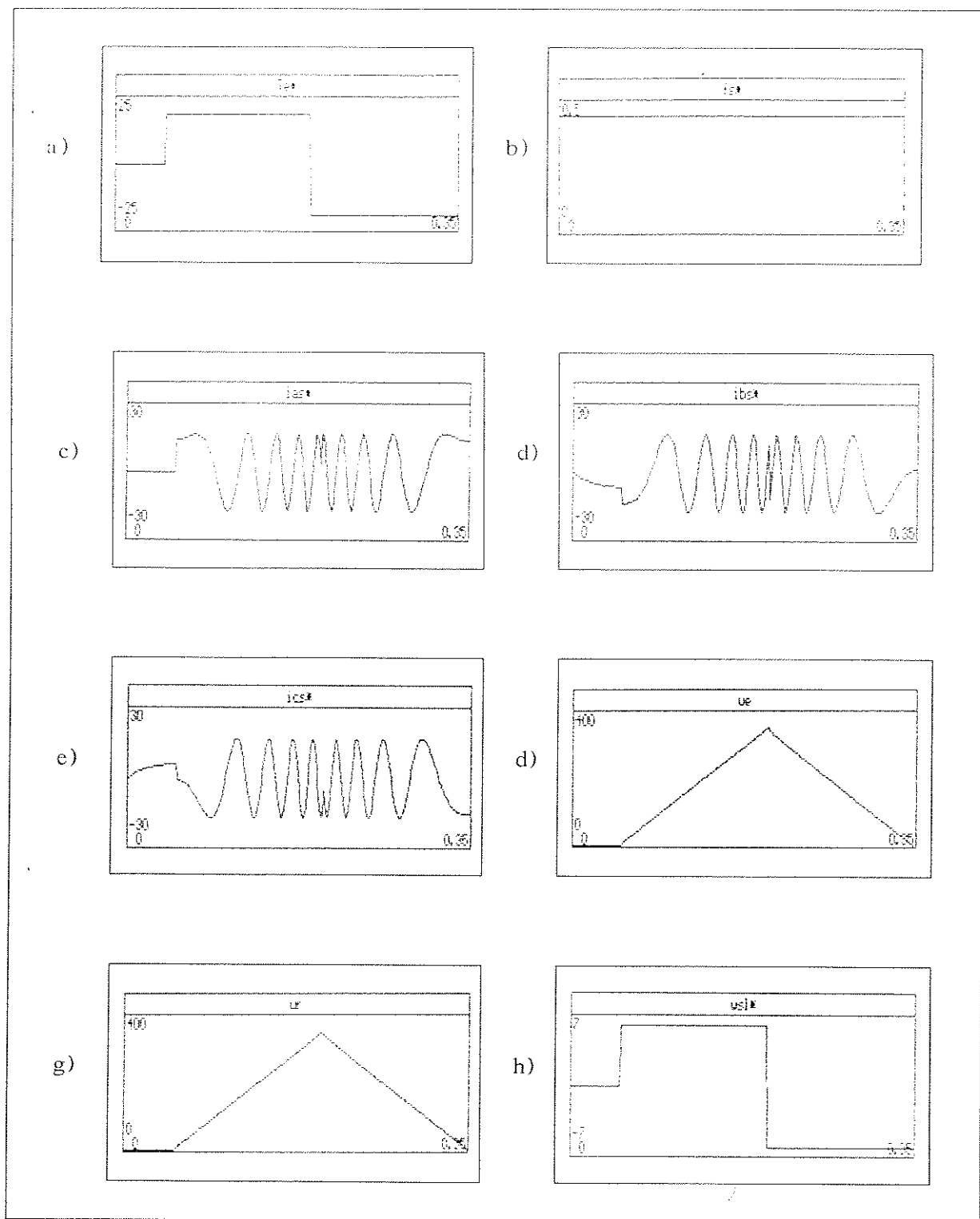


Figura 2.5 – Resultados de Simulação Digital para um Sistema com Orientação Baseada no Fluxo de Estator

Obs.: Grandezas representadas no SI. Abscissa tempo em segundos.

### 2.2.2) Correntes de Referência Geradas por um Controlador Baseado na Orientação de Fluxo do Entreferro

Desenvolveremos as equações para as correntes de referência de estator " $i_{qs}^*$ " e " $i_{ds}^*$ " e para a velocidade angular de escorregamento " $\omega_{sl}^*$ " visando a obtenção de um modelo matemático, cujas entradas sejam o torque eletromagnético " $T_e^*$ " e o fluxo " $\lambda_m^*$ " e as saídas as correntes de estator " $i_{qs}^*$ " e " $i_{ds}^*$ ".

Para a obtenção da corrente " $i_{qs}^*$ " trabalharemos com a equação "2.35" de onde obtemos:

$$i_{qs}^* = \frac{2}{3} \frac{2}{2p} T_e^* / \lambda_m^* \quad (2.46)$$

Para a frequência de escorregamento " $\omega_{sl}^*$ " temos da equação "2.32" que:

$$\omega_{sl}^* = (i_{qs}^* + (\tau_r - L_m/R_r) \frac{d}{dt} i_{qs}^*) / (\tau_r/L_m \lambda_m^* - (\tau_r - L_m/R_r) i_{ds}^*) \quad (2.47)$$

Da equação "2.4" temos que:

$$R_r i_{dr}^* - \omega_{sl}^* \lambda_{qr}^* + \frac{d}{dt} \lambda_{dr}^* = 0$$

Substituindo as equações "2.28", "2.29" e "2.30" na equação "2.4" temos que:

$$\begin{aligned} R_r/L_m \lambda_m^* - R_r i_{ds}^* - \omega_{sl}^* (L_m - L_r) i_{qs}^* + L_r/L_m \frac{d}{dt} \lambda_m^* \\ + (L_m - L_r) \frac{d}{dt} i_{ds}^* = 0 \end{aligned} \quad (2.48)$$

Isolando " $i_{ds}^*$ " obtemos:

$$\begin{aligned} i_{ds}^* + (\tau_r - L_m/R_r) \frac{d}{dt} i_{ds}^* = \lambda_m^*/L_m + \tau_r/L_m \frac{d}{dt} \lambda_m^* + \\ \omega_{sl}^* (\tau_r - L_m/R_r) i_{qs}^* \end{aligned} \quad (2.49)$$

Das equações "2.46", "2.47" e "2.49" temos o modelo matemático para a geração das correntes de referência com orientação baseada no fluxo de entreferro. Na figura 2.6 temos a representação esquemática da geração das correntes de referência.

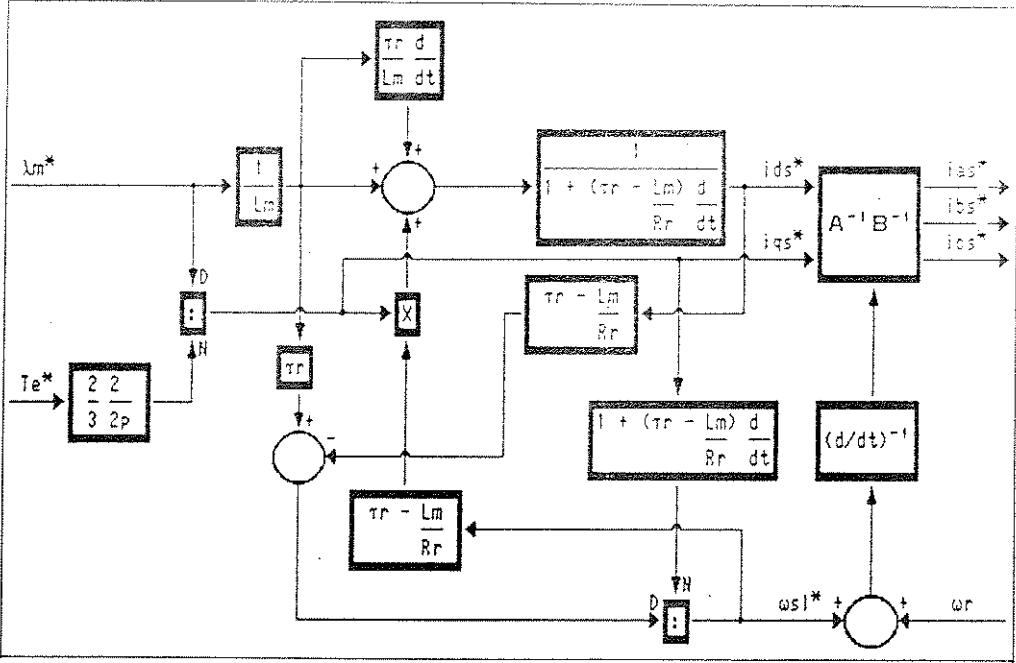


Figura 2.6 - Geração das Correntes de Estator  
Referência " $\lambda_m$ "

A figura 2.7 de (a) até (e) mostram os resultados de simulação digital para um sistema com orientação baseada no fluxo de entreferro. As figuras 2.7 (a) e 2.7 (b) mostram os comandos de torque e fluxo respectivamente. As figuras 2.7 (c) até (h) mostram as correntes de referência para o acionamento do inversor " $i_{as}^*$ ", " $i_{bs}^*$ " e " $i_{cs}^*$ " e as velocidades angulares " $\omega_e$ ", " $\omega_r$ " e " $\omega_{sl}$ " resultantes na máquina.

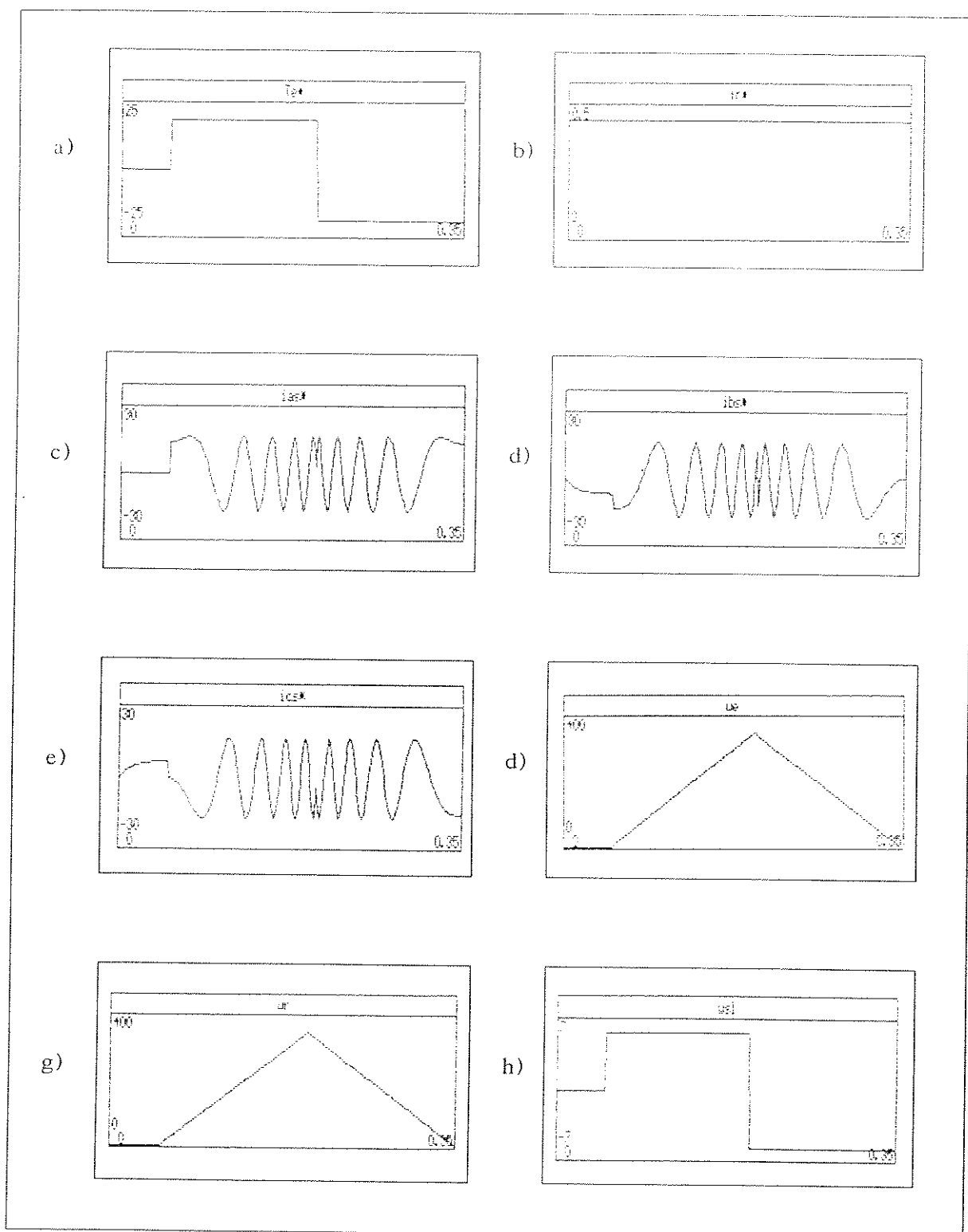


Figura 2.7 – Resultados de Simulação Digital para um Sistema com Orientação Baseada no Fluxo de Entreferro

Obs.: Grandezas representadas no SI. Abscissa tempo em segundos.

### 2.2.3) Correntes de Referência Geradas por um Controlador Baseado na Orientação de Fluxo do Rotor

Continuando na mesma linha de raciocínio iremos obter através do modelo inverso da máquina uma relação entre o torque magnético de referência " $T_e^*$ ", o fluxo de referência " $\lambda_r^*$ " e as correntes de estator, que servirão por sua vez de referência para o acionamento do inversor, " $i_{qs}^*$ " e " $i_{ds}^*$ ".

Para a corrente " $i_{qs}^*$ " obtemos da expressão "2.40" a seguinte equação:

$$i_{qs}^* = \frac{2}{3} \frac{2}{2p} \frac{L_r}{L_m} \frac{T_e^*}{\lambda_r^*} \quad (2.50)$$

A expressão para a frequência de escorregamento " $\omega_{sl}^*$ " é obtida da equação "2.3".

$$\omega_{sl}^* = - R_r \frac{i_{qr}^*}{\lambda_r^*} \quad (2.51)$$

Substituindo a equação "2.37" na equação "2.51" obtemos para " $\omega_{sl}^*$ ":

$$\omega_{sl}^* = L_m / \tau_r \frac{i_{qs}^*}{\lambda_r^*} \quad (2.52)$$

Para a corrente " $i_{ds}^*$ " temos da equação "2.39" que:

$$i_{ds}^* = 1/L_m (\lambda_r^* + \tau_r \frac{d}{dt} \lambda_r^*) \quad (2.53)$$

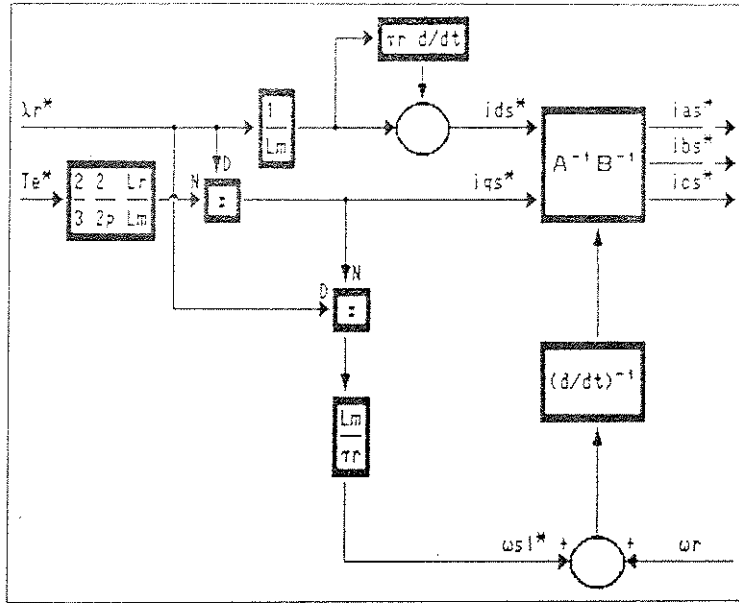


Figura 2.8 - Geração das Correntes de Estator  
Referência " $\lambda_r$ "

Com as expressões "2.50", "2.52" e "2.53" temos um modelo matemático que dados os comandos de torque eletromagnético e campo obtemos as correntes de estator. Na figura 2.8 temos a representação esquemática da geração das correntes de referência com a orientação sendo dada no fluxo de rotor.

A figura 2.9 de (a) até (e) mostram os resultados de simulação digital para um sistema com orientação baseada no fluxo de rotor. As figuras 2.9 (a) e 2.9 (b) mostram os comandos de torque e fluxo respectivamente. As figuras 2.9 (c) até (h) mostram as correntes de referência para o acionamento do inversor " $i_{as}^*$ ", " $i_{bs}^*$ " e " $i_{cs}^*$ " e as velocidades angulares " $\omega_c$ ", " $\omega_r$ " e " $\omega_{sl}$ " resultantes na máquina.

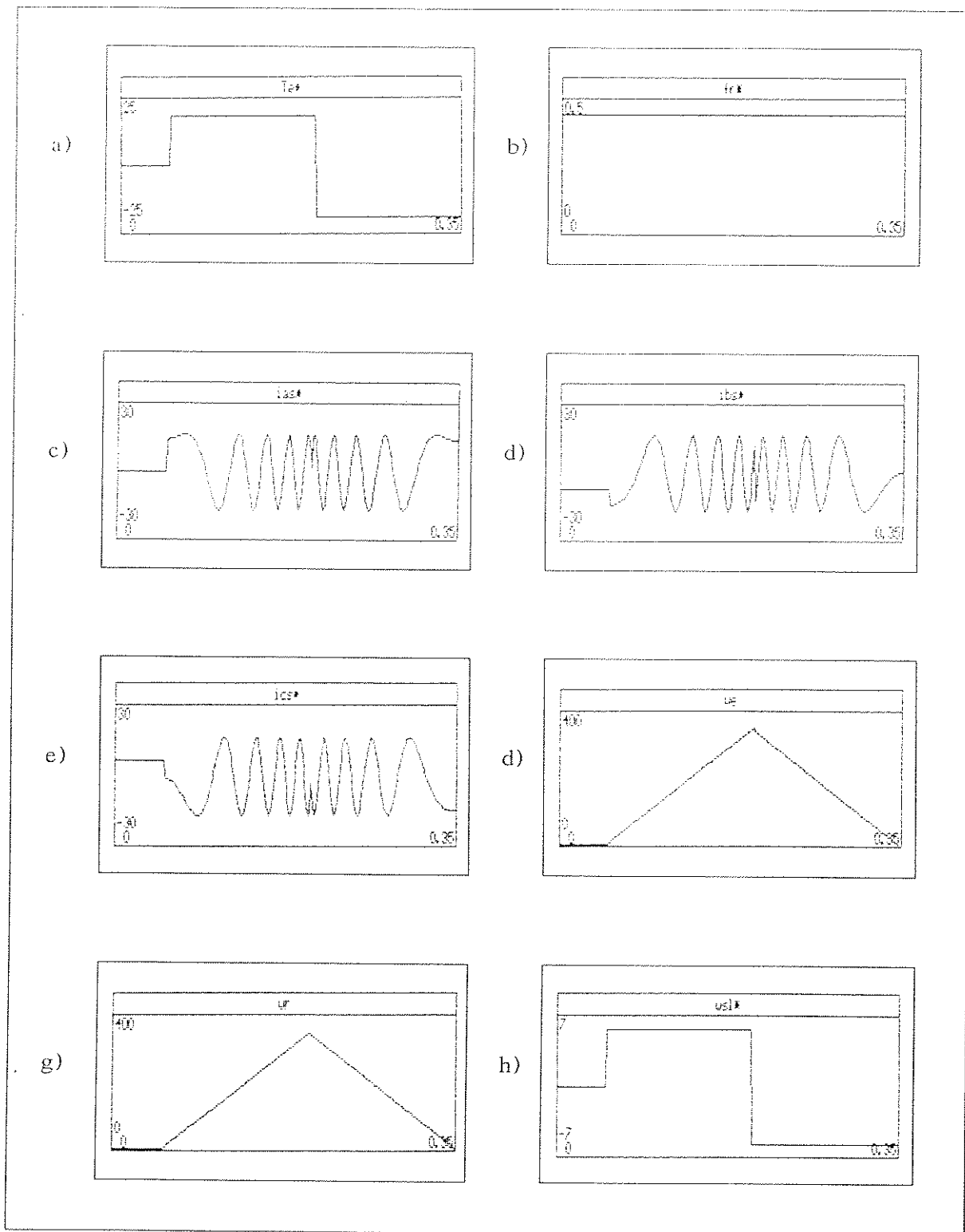


Figura 2.9 – Resultados de Simulação Digital para um Sistema com  
Orientação Baseada no Fluxo de Rotor

Obs.: Grandezas representadas no SI. Abscissa tempo em segundos.

### 2.3) MÉTODOS DE IMPLEMENTAÇÃO DOS SISTEMAS DE CONTROLE COM ORIENTAÇÃO DE CAMPO

Existem basicamente duas sínteses para o Controle por Fluxo Orientado, um método chamado de direto que foi inicialmente desenvolvido por F. Blaschke [5] no início dos anos 70 e outro método chamado de indireto que foi desenvolvido por K. Hassel [6] no final dos anos 60. A diferença básica entre os dois métodos está na forma de obter a posição do sistema de coordenadas que define a orientação de campo. O método direto obtém essa posição através das condições terminais da máquina, obtendo de forma direta a posição do campo orientador, enquanto que o método indireto faz uma composição entre a posição do eixo " $\theta_r$ " e o ângulo de escorregamento " $\theta_{sl}$ ", que por sua vez é estimado em função dos comandos de torque " $T_e^*$ " e fluxo " $\lambda^*$ ".

Devido a simplicidade do modelo matemático para a orientação de campo no rotor o utilizaremos para explicar os métodos direto e indireto.

#### 2.3.1) Método Direto

Trabalharemos com um sistema cuja orientação de campo é feita no rotor.

O sistema estudado é composto pelos seguintes elementos:

a) Controlador - Gera os comandos de referência " $i_{as}^*$ ", " $i_{bs}^*$ " e " $i_{cs}^*$ " para o acionamento de um inversor de tensão controlado por corrente. Essas correntes são obtidas através dos comandos de torque eletromagnético " $T_e^*$ " e de fluxo " $\lambda_r^*$ ".

b) Inversor - É do tipo fonte de tensão controlado por corrente.

c) Máquina - Motor de indução trifásico com rotor do tipo gaiola de esquilo.

d) Sensores/Sintetização de " $\theta_e$ " - Através das grandezas terminais da máquina obtém a posição para a transformação entre os sistemas de referência, bifásico girante para o trifásico fixo no estator.

A figura 2.10 mostra uma configuração esquemática para o sistema acima descrito.

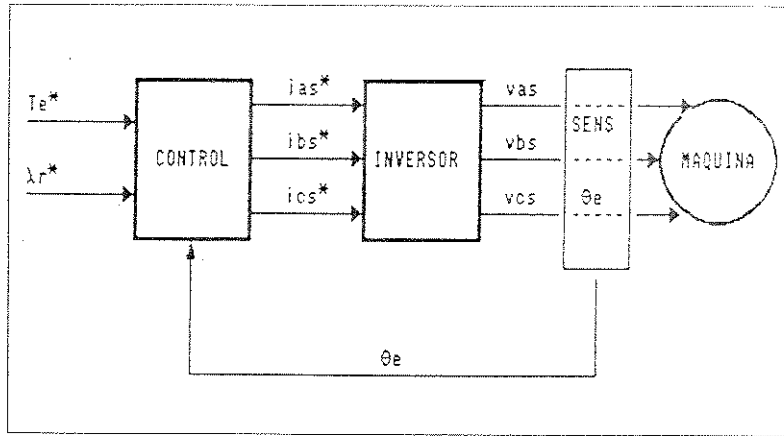


Figura 2.10 – Representação Esquemática do Método Direto

Dentro do método direto podemos ainda distinguir algumas formas para a obtenção de " $\theta_e$ ". Uma dessas formas utiliza sensores de campo, que podem ser bobinas instaladas no próprio estator da máquina ou sensores de efeito *Hall*, e se baseia na medição do fluxo de entreferro para obter a posição do fluxo " $\lambda_r^s$ ".

Temos as seguintes equações para o campo " $\lambda_m^s$ ":

$$\lambda_{dm}^s = L_m i_{ds}^* + L_m i_{dr}^* \quad (2.54)$$

$$\lambda_{qm}^s = L_m i_{qs}^* + L_m i_{qr}^* \quad (2.55)$$

Onde o super-índice " $s$ " denota o sistema de referência bifásico fixo no estator.

Para o fluxo de rotor " $\lambda_r^s$ " sabemos que:

$$\lambda_{dr}^s = L_r i_{dr}^* + L_m i_{ds}^* \quad (2.56)$$

$$\lambda_{qr}^s = L_r i_{qr}^* + L_m i_{qs}^* \quad (2.57)$$

Isolando " $i_{dr}^s$ " e " $i_{qr}^s$ " nas equações "2.54" e "2.55" respectivamente e substituindo nas equações "2.56" e "2.57" obtemos:

$$\lambda_{dr}^s = L_r/L_m \lambda_{dm}^* + (L_m - L_r) i_{ds}^* \quad (2.58)$$

$$\lambda_{qr}^s = L_r/L_m \lambda_{qm}^* + (L_m - L_r) i_{qs}^* \quad (2.59)$$

As equações "2.58" e "2.59" estabelecem uma relação entre o fluxo de rotor " $\lambda_r^s$ " e as grandezas fluxo de entreferro " $\lambda_m^s$ " e as correntes de estator " $i_s^s$ " que podem ser medidos diretamente na máquina. Assim estabelecemos um método para a obtenção do fluxo " $\lambda_r^s$ " nas suas componentes.

A partir das componentes do fluxo " $\lambda_r^s$ " podemos obter o ângulo " $\theta_e$ " como segue:

$$\text{sen } \theta_e = \lambda_{dr}^s / \sqrt{(\lambda_{dr}^s)^2 + (\lambda_{qr}^s)^2} \quad (2.60)$$

$$\text{cos } \theta_e = \lambda_{qr}^s / \sqrt{(\lambda_{dr}^s)^2 + (\lambda_{qr}^s)^2} \quad (2.61)$$

O sistema acima não oferece bons resultados em baixas frequências pois não se obtém, com os meios existentes, medições precisas do fluxo de entreferro " $\lambda_m^s$ ". Assim temos para o sistema uma limitação a nível de frequência de funcionamento que gira em torno de 10% da frequência nominal.

Também podemos no esquema anterior ao invés de medir diretamente o fluxo de entreferro " $\lambda_m^s$ " estimá-lo através das tensões de estator. Teremos também o problema de funcionamento em baixas frequências devido ao fato de que a queda de tensão na resistência estatórica não ser desprezível em baixas frequências. Conhecendo-se as correntes de estator podemos estabelecer uma estratégia de compensação da queda ohmica em baixas frequências, porém difícil de se fazer com precisão pois a resistência estatórica varia com a temperatura. A limitação a nível de frequência de funcionamento também gira em torno de 10% da frequência nominal.

A figura 2.11 mostra um diagrama esquemático de como se obter o fluxo " $\lambda_m^s$ " através das tensões e correntes de estator.

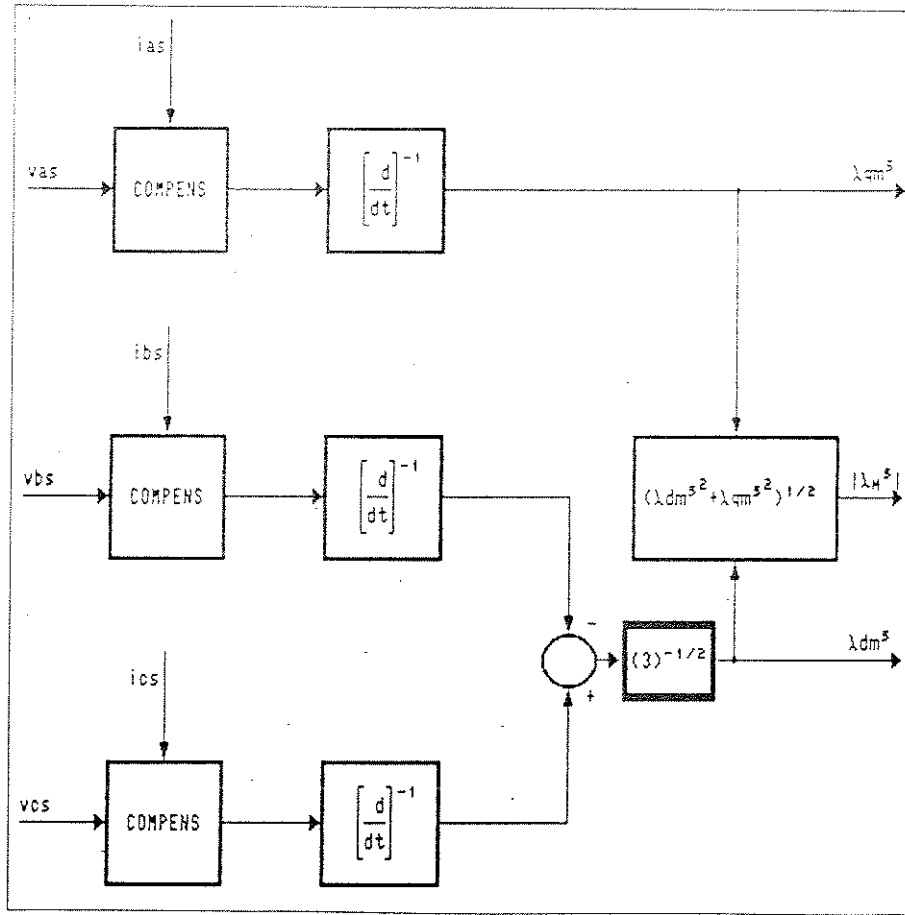


Figura 2.11 - Obtenção do Fluxo de Entreferro a Partir das Tensões e Correntes de Estator

Uma outra forma de se obter os fluxos " $\lambda_{qr}^s$ " e " $\lambda_{dr}^s$ " é através das correntes terminais " $i_{qs}^s$ " e " $i_{ds}^s$ " e a velocidade angular do rotor " $\omega_r$ ". A partir das equações de tensão do rotor obtemos:

$$R_r i_{qr}^s - \omega_r \lambda_{dr}^s + d/dt \lambda_{qr}^s = 0 \quad (2.62)$$

$$R_r i_{dr}^s + \omega_r \lambda_{qr}^s + d/dt \lambda_{dr}^s = 0 \quad (2.63)$$

Somando às equações "2.62" e "2.63" respectivamente os termos " $(L_m/\tau_r) i_{qs}^s$ " e " $(L_m/\tau_r) i_{ds}^s$ " obtemos:

$$d/dt \lambda_{qr}^s = L_m/\tau_r i_{qs}^s + \omega_r \lambda_{dr}^s - 1/\tau_r \lambda_{qr}^s \quad (2.64)$$

$$d/dt \lambda_{dr}^s = L_m/\tau_r i_{ds}^s - \omega_r \lambda_{qr}^s - 1/\tau_r \lambda_{dr}^s \quad (2.65)$$

As equações "2.64" e "2.65" estabelecem uma forma de se obter as componentes " $\lambda_{qr}^s$ " e " $\lambda_{dr}^s$ " a partir de " $i_{qs}^s$ ", " $i_{ds}^s$ " e " $\omega_r$ ", porém observamos que o sistema é sensível aos parâmetros indutância magnética mútua " $L_m$ " e resistência do rotor " $R_r$ ". No entanto o sistema poderá funcionar na faixa total de frequências desde zero até a frequência nominal.

A figura 2.12 representa esquematicamente as equações "2.64" e "2.65" para a obtenção do fluxo de rotor " $\lambda_r^s$ ".

A tônica do método direto é então se obter as componentes do fluxo de rotor e a partir destes o ângulo " $\theta_e$ ".

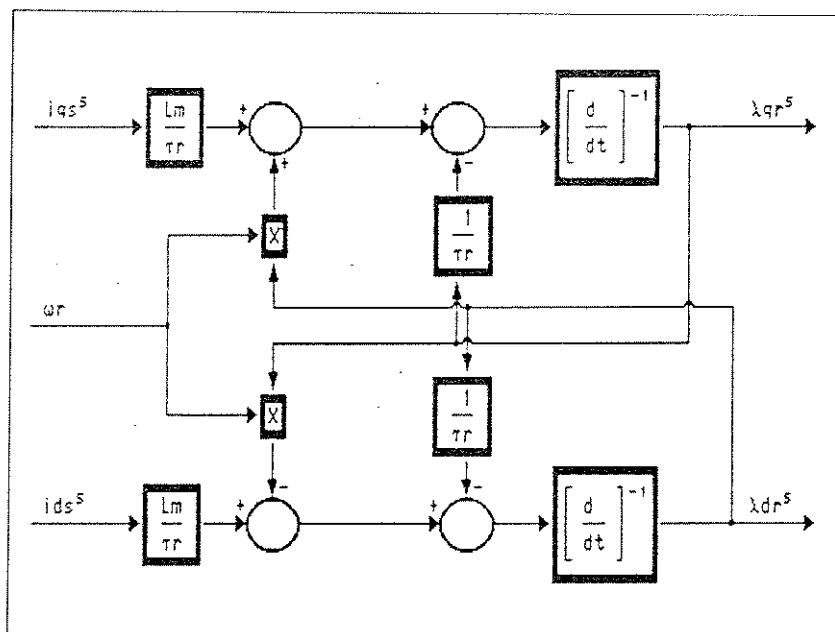


Figura 2.12 - Componentes do Fluxo de Rotor a Partir das Correntes de Estator e a Velocidade do Rotor

### 2.3.2) Método Indireto

No método indireto não temos uma relação direta com as grandezas terminais da máquina para a obtenção da posição do fluxo, ou melhor dizendo a posição do sistema de referência girante em relação ao sistema com coordenadas fixas no estator.

De posse de um sistema semelhante ao método direto explicaremos o método indireto. A figura 2.13 representa esquematicamente o sistema a ser estudado.

Observamos que da máquina apenas amostraremos a velocidade angular do rotor " $\omega_r$ " para a síntese do ângulo " $\theta_e$ " que servirá para a transformação de coordenadas do sistema girante para o fixo no estator.

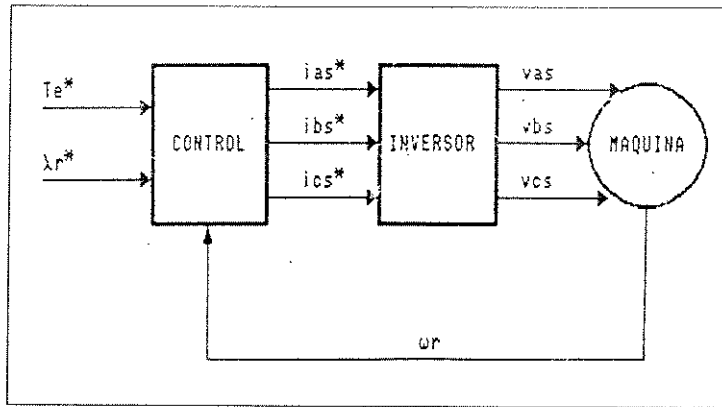
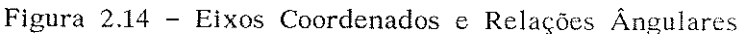


Figura 2.13 – Representação Esquemática do Método Indireto

Para a obtenção da posição do fluxo de rotor " $\lambda_r^s$ ", " $\theta_e$ ", temos a composição entre o ângulo de escorregamento " $\theta_{sl}$ " e o ângulo " $\theta_r$ " que é a posição do eixo do rotor na referência da frequência de alimentação " $\omega_e$ ". O ângulo " $\theta_{sl}$ " é estimado através dos comandos de torque " $T_e^*$ " e campo " $\lambda_r^*$ ". Temos assim uma **antecipação** do ângulo " $\theta_e$ ", já que fazemos uma previsão do ângulo de escorregamento " $\theta_{sl}$ ".

$$\theta_e = \theta_{sl}^* + \theta_r \quad (2.66)$$

$$\text{Onde } \theta = \int_0^t \omega \, dt.$$



"iqs" pela equação "2.50":

$$\omega_{sl}^* = 2/3 \cdot 2/2p \cdot L_r/\tau_r \cdot T_e^*/(\lambda_r^*)^2 \quad (2.67)$$

Para o ângulo " $\theta_{sl}$ " temos que:

$$\theta_{sl}^* = \int_0^1 \omega_{sl}^* dt \quad (2.68)$$

Através das equações desenvolvidas para o método direto notamos que o sistema é sensível a variação de parâmetros. De resultados experimentais sabemos que o parâmetro que tem variações mais significativas é a resistência do rotor " $R_r$ " que pode ter sua magnitude alterada pela temperatura ou pelo efeito *skin* associado a variação da frequência de alimentação.

O método indireto apresenta alguns inconvenientes, como a sua grande sensibilidade aos parâmetros do sistema, porém a sua simplicidade se associa a facilidade para implementação, o que o torna muito vantajoso em relação ao direto em certas aplicações. Uma outra vantagem seria a sua pronta aplicação em sistemas de controle escalar convencionais sem maiores investimentos e modificações.

### CAPÍTULO III – ESTUDOS DE SIMULAÇÃO DIGITAL

Desejamos uma planta simples e conseqüentemente um sistema possível de ser implementado e de baixo custo, escolheu-se para os estudos de simulação e para a implementação o método indireto com orientação de campo baseada no fluxo de rotor, que aliada a simplicidade do modelo matemático e conseqüente realização de algoritmos em tempo real, é um sistema possível de ser implementado com os recursos disponíveis no "LCA" (Laboratório de Engenharia da Computação e Automação), visto que é um sistema que pode substituir sem muito investimento os métodos escalares para controle de motores de indução. Detalhes a nível de implementação serão mostrados no capítulo que trata dos resultados experimentais e projeto. Neste capítulo teremos contato com estudos de simulação que mostrarão um pouco da dinâmica do sistema, para tanto definiremos um sistema básico que servirá de suporte para a construção dos blocos que compõem o sistema. O diagrama esquemático da figura 3.1 mostra a configuração proposta, na sequência temos detalhados os blocos. Esse sistema foi objeto de um artigo publicado nos anais do 9º CBA [26] e que utiliza da mesma configuração para os estudos de simulação digital. Para os estudos de simulação digital será utilizado um pacote desenvolvido no DCA/FEE/UNICAMP para simulação, o SSA (Sistema de Simulação Analógica).

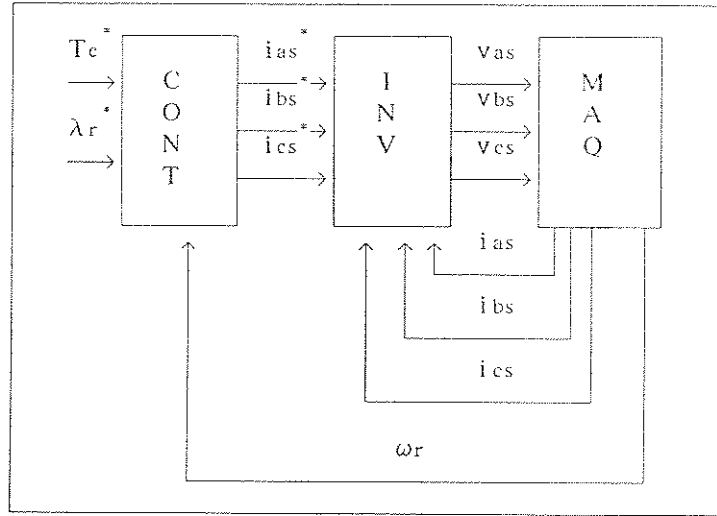


Fig.3.1 – Sistema para Estudos de Simulação Digital e Implementação

Neste sistema o bloco "CONT" representa um elemento que irá gerar as correntes de referência " $i_{as}^*$ ", " $i_{bs}^*$ " e " $i_{cs}^*$ " em função dos comandos de torque " $T_e^*$ " e fluxo " $\lambda_r^*$ ". O bloco "INV" é um inversor fonte de tensão controlado por corrente, onde o chaveamento de cada "mosfet" que compõem o "braço" do inversor é controlado por duas grandezas: o erro " $\epsilon$ " e uma banda de histerese. O erro " $\epsilon$ " é gerado pela comparação das correntes de referência e as realmente encontradas nos terminais da máquina. O inversor controlado por corrente é do tipo histerese [24,25] e tem o controle de um "braço" conforme mostrado na figura 3.2 .

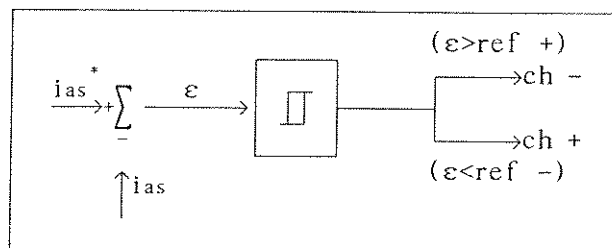


Fig. 3.2 – Controle por Histerese de um "braço" do Inversor

A corrente " $i_{as}$ " é a corrente medida nos terminais que alimentam a máquina; "ch +" e "ch -", representam respectivamente as chaves superior e inferior de um "braço" do

inversor. O bloco "MAQ" representa um motor de indução trifásico do tipo gaiola de esquilo.

As equações que descrevem o controlador são baseadas em um modelo que considera a orientação baseada no fluxo de rotor, método indireto, onde a posição do fluxo é obtida através da velocidade mecânica da máquina " $\omega_r$ " e do cálculo da frequência de escorregamento " $\omega_{sl}$ ". A posição " $\theta$ " do fluxo em relação ao estator é obtida da seguinte forma:

$$\theta = \int_0^1 (\omega_e * dt) + \theta_0 \quad (3.1)$$

A frequência angular " $\omega_e$ " das grandezas do estator é obtida através da velocidade mecânica da máquina " $\omega_r$ " e da frequência de escorregamento " $\omega_{sl}$ ".

$$\omega_e = \omega_{sl} + \omega_r \quad (3.2)$$

A velocidade " $\omega_r$ " é obtida através de um "encoder" e amostrada pelo programa de geração das referências a cada iteração. A frequência de escorregamento " $\omega_{sl}$ " é estimada através da equação "3.3" e depende de parâmetros da máquina como a resistência do rotor " $R_r$ ". O par " $T_e^*$ " e " $\lambda_r^*$ " define o valor de operação para a frequência de escorregamento " $\omega_{sl}$ ".

$$\omega_{sl} = (4/3) * (1/P) * R_r * (T_e^* / \lambda_r^{*2}) \quad (3.3)$$

Como " $\lambda_r^*$ " é constante " $\omega_{sl}$ " dependerá diretamente de " $T_e^*$ " como podemos observar da expressão "3.3".

As relações entre as correntes nas coordenadas "d" e "q" e os comandos de torque " $T_e^*$ " e fluxo " $\lambda_r^*$ " são mostradas nas equações "3.4" e "3.5".

$$i_{qs}^* = (4/3) * (1/P) * (L_r/L_m) * (T_e^* / \lambda_r^*) \quad (3.4)$$

$$i_{ds}^* = (1/L_m) * (\lambda_r^* + (L_r/R_r) * d/dt(\lambda_r^*)) \quad (3.5)$$

Como trabalharemos com velocidade abaixo da nominal não há necessidade de estratégias de enfraquecimento de campo. Portanto a entrada de fluxo será mantida constante.

$$i_{ds}^* = \lambda_r^* / L_m \quad (3.6)$$

Desta forma para a corrente " $i_{qs}^*$ " temos uma relação direta com o torque eletromagnético " $T_e^*$ ", conforme equação "3.4".

Obtidas as correntes " $i_{qs}^*$ " e " $i_{ds}^*$ " é necessário relacioná-las com " $i_{as}^*$ ", " $i_{bs}^*$ " e " $i_{cs}^*$ " e isto é feito através da seguinte transformação:

$$\begin{bmatrix} i_{as}^* \\ i_{bs}^* \\ i_{cs}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 1 \\ \cos(\theta-2\pi/3) & \sin(\theta-2\pi/3) & 1 \\ \cos(\theta+2\pi/3) & \sin(\theta+2\pi/3) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs}^* \\ i_{ds}^* \\ i_{os}^* \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Para o modelo da máquina temos as equações de "3.8" a "3.12" em coordenadas "d" e "q" sem orientação de campo, isto é as equações em que não necessariamente existe um alinhamento entre o sistema de coordenadas "d" e "q" e os vetores de campo.

Equações de Fluxo e Torque Eletromagnético:

$$\lambda_{qs} = L_s i_{qs} + L_m i_{qr} \quad (3.8)$$

$$\lambda_{ds} = L_s i_{ds} + L_m i_{dr} \quad (3.9)$$

$$\lambda_{qr} = L_r i_{qr} + L_m i_{qs} \quad (3.10)$$

$$\lambda_{dr} = L_r i_{dr} + L_m i_{ds} \quad (3.11)$$

$$T_e = (3/4) (L_m/L_r) (i_{qs} \lambda_{dr} - i_{ds} \lambda_{qr}) \quad (3.12)$$

Nos estudos de simulação digital procuraremos verificar as características de resposta dinâmica do sistema, inicialmente verificaremos como o sistema responde aos comandos de torque aplicando entradas do tipo degrau e efetuando após a aceleração e frenagem da máquina, a inversão do sentido de rotação. Numa segunda etapa, que é o objeto principal desse trabalho, estudaremos certos tipos de funções para os comandos de torque que façam com que o movimento de aceleração e frenagem sejam suaves evitando os "trancos" indesejáveis quando da variação brusca nos comandos de torque e consequentemente da aceleração. O objetivo dos estudos da segunda etapa estão relacionados com a tração de veículos elétricos e de elevadores.

### 3.1) RESPOSTA DO SISTEMA AO COMANDO DEGRAU DE TORQUE COM INVERSÃO DO SENTIDO DE ROTAÇÃO.

A máquina utilizada nos estudos de simulação é a mesma que será usada na implementação e cujos parâmetros e características mecânicas constam do anexo 2.

O comando de torque aplicado é o torque nominal da máquina. Optamos em trabalhar com escorregamento da ordem de 3% o que nas equações "3.3", "3.4" e "3.6" nos leva aos seguintes valores para " $\omega_{sl}$ ", " $i_{qs}^*$ ", " $i_{ds}^*$ " e " $\lambda_r^*$ ".

$$\omega_{sl} = 11.3097 \text{ rad/s} \quad (3.13)$$

$$i_{qs}^* = 1.4201 \text{ A} \quad (3.14)$$

$$i_{ds}^* = 2.4569 \text{ A} \quad (3.15)$$

$$\lambda_r^* = 0.3402 \text{ wb} \quad (3.16)$$

O primeiro ensaio de simulação trata de um sistema em que a máquina é considerada como tendo uma orientação de campo perfeita sendo as equações que descrevem a máquina o inverso das equações do controlador, equações de "3.3" a "3.7", com esse estudo teremos um referencial de comparação para o segundo estudo de simulação em que a má-

quina é descrita de forma completa conforme mostrado nas equações de "3.8" a "3.12". Nas figuras de 3.3 a 3.12 temos os resultados do primeiro estudo. Temos respectivamente apresentados os comandos de torque " $T_e^*$ " e fluxo " $\lambda_r^*$ ", o escorregamento imposto " $\omega_{sl}$ ", as correntes de referência " $i_{qs}^*$ ", " $i_{ds}^*$ ", " $i_{as}^*$ ", " $i_{bs}^*$ " e " $i_{cs}^*$ ", e as velocidades angulares da frequência aplicada " $\omega_e$ " e do rotor " $\omega_r$ ".

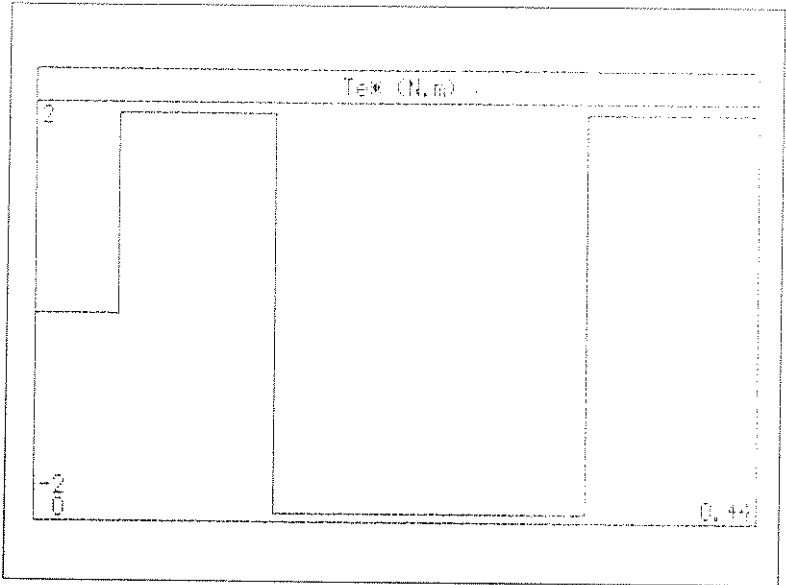


Figura 3.3 – Comando de Torque " $T_e^*$ "

Comando em degrau com inversão do valor de " $T_e^*$ " para frenagem e inversão do sentido de rotação.

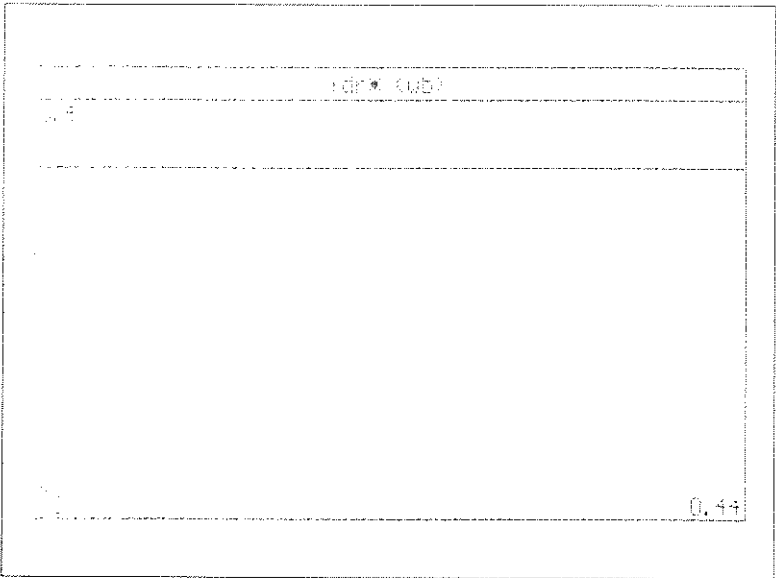


Figura 3.4 – Comando de Fluxo " $\lambda_r^*$ "

É mantido constante o fluxo " $\lambda_r^*$ " para maior sensibilidade ao comando de torque " $T_e^*$ ".

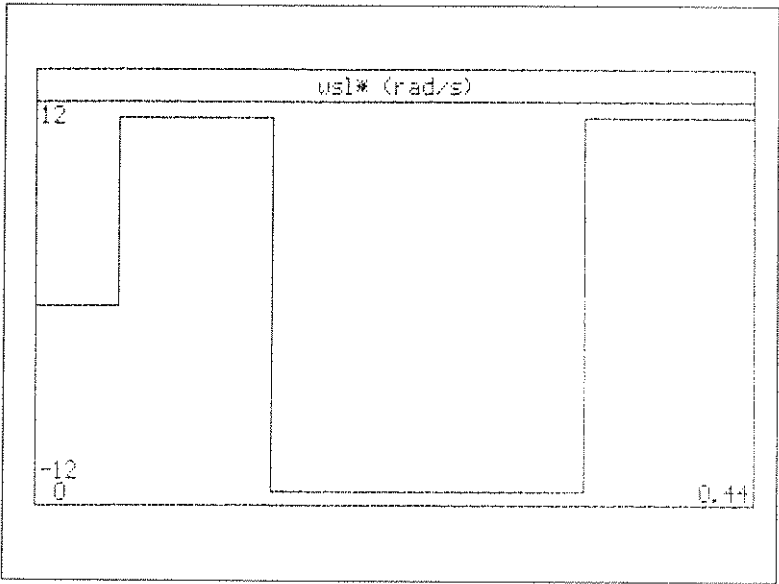


Figura 3.5 – Escorregamento " $\omega_{sl}$ "

O escorregamento " $\omega_{sl}$ " acompanha as variações do torque de referência " $T_e^*$ ", visto que o fluxo " $\lambda_r^*$ " é mantido constante.

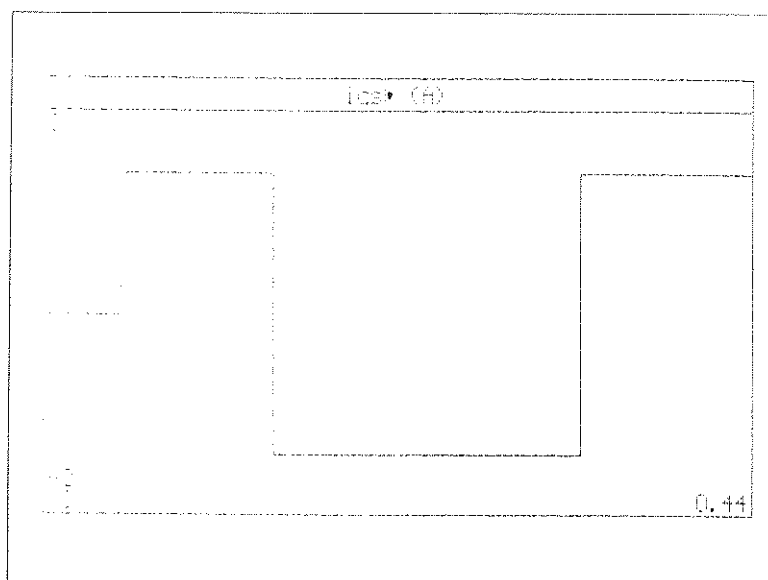


Figura 3.6 – Corrente de Referência " $i_{qs}^*$ "

Também acompanha de forma direta as variações de " $T_e^*$ ".

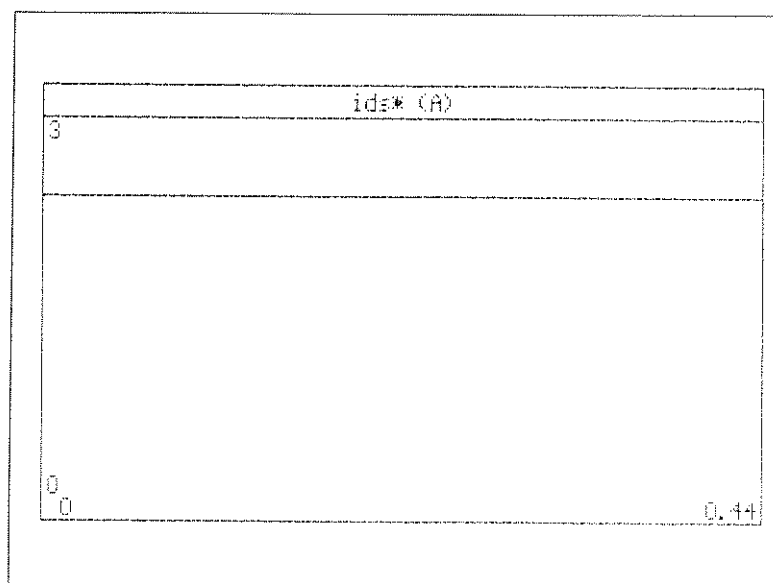


Figura 3.7 – Corrente de Referência " $i_{ds}^*$ "

Mantendo o fluxo " $\lambda_r^*$ " constante, em regime existe uma relação direta entre a corrente " $i_{ds}^*$ " e o fluxo " $\lambda_r^*$ ".

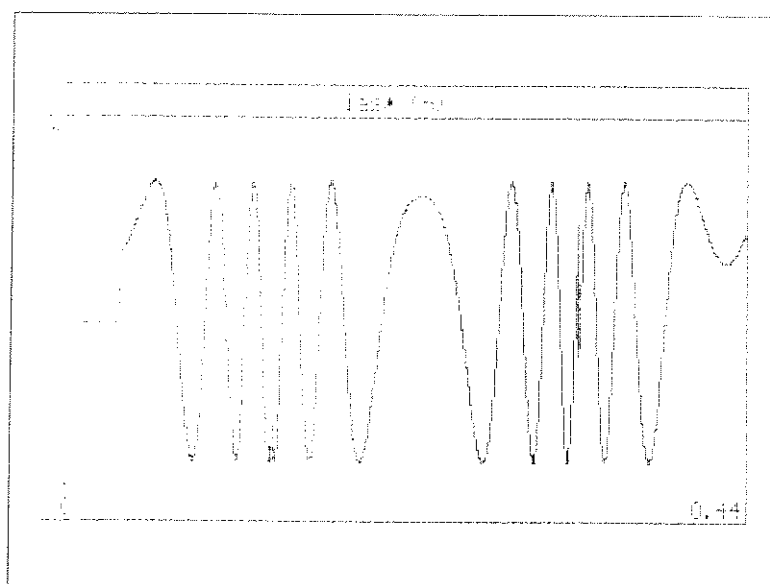


Figura 3.8 - Corrente de Referência " $i_{as}^*$ "

Através da variação de frequência verificamos a aceleração e frenagem da máquina, a inversão do sentido de rotação é notada por um deslocamento de fase da corrente ( $180^\circ$ ).

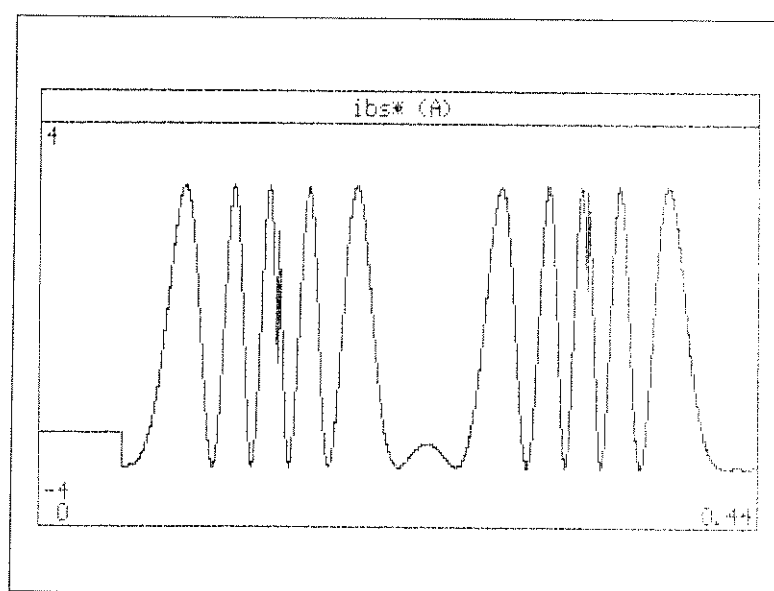


Figura 3.9 - Corrente de Referência " $i_{bs}^*$ "

Com relação a corrente " $i_{as}^*$ " notamos apenas um atraso de " $120^\circ$ ".

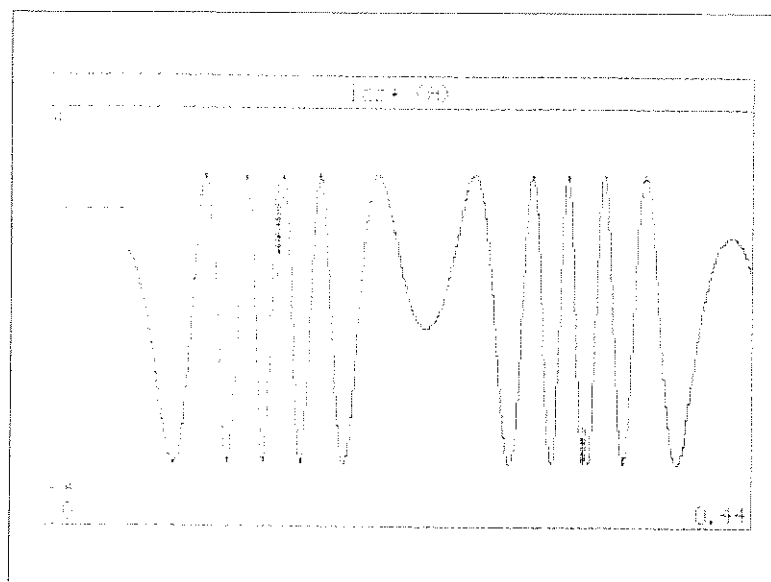


Figura 3.10 - Corrente de Referência " $i_{cs}^*$ "

Com relação a corrente " $i_{bs}^*$ " notamos apenas um atraso de " $120^\circ$ ".

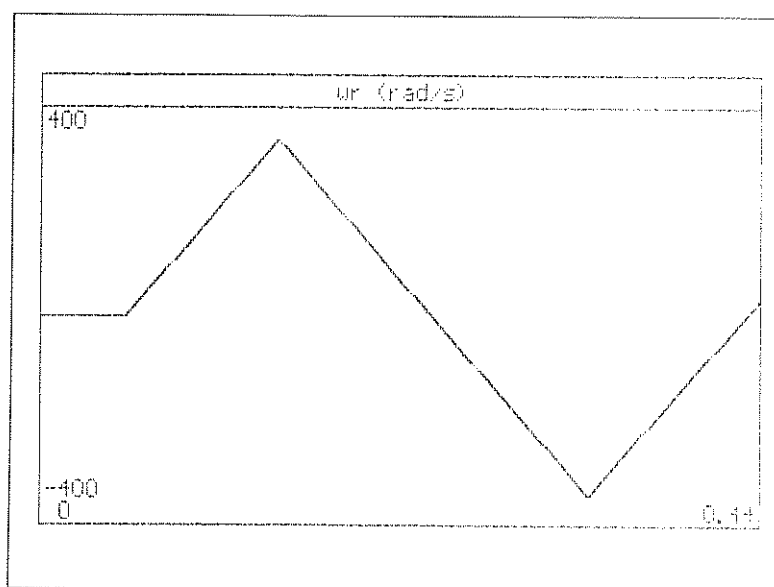


Figura 3.11 - Velocidade Angular " $\omega_r$ "

Notamos que a velocidade angular " $\omega_r$ " varia linearmente com o tempo sendo que o comando de torque " $T_e^*$ " nada mais representa do que a aceleração angular " $\alpha_r$ ".

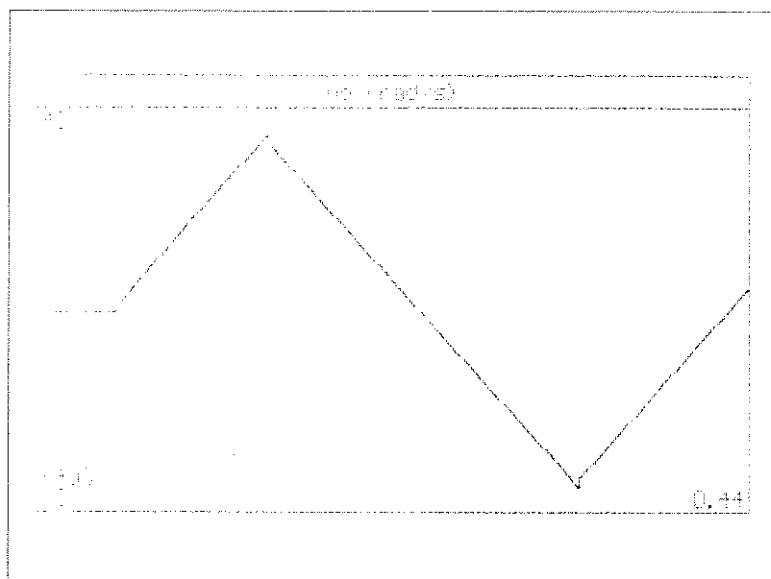


Figura 3.12 - Velocidade Angular " $\omega_e$ "

Dos resultados obtidos notamos que a velocidade angular " $\omega_e$ " nada mais é do que a composição de " $\omega_r$ " e " $\omega_{sl}$ ".

Das simulações efetuadas podemos fazer algumas observações, a primeira no que diz respeito ao objetivo da mesma que era o de se efetuar a aceleração e frenagem da máquina com inversão do sentido de rotação o que podemos observar na resposta de velocidade " $\omega_r$ " da figura 3.12. Outro fato importante é que existe uma proporcionalidade dos valores da corrente de quadratura " $i_{qs}^*$ " e escorregamento " $\omega_{sl}$ " com relação a entrada de torque " $T_e^*$ ", existe também uma relação entre a entrada de fluxo " $\lambda_r^*$ " e corrente de eixo direto " $i_{ds}^*$ ", essas observações só comprovam o que era descrito pelas equações de "3.1" a "3.7". Nas correntes instantâneas " $i_{as}^*$ ", " $i_{bs}^*$ " e " $i_{cs}^*$ ", das figuras 3.8 a 3.10, observamos o efeito da aceleração que pode ser observado pela variação de frequência e o efeito da inversão do sentido de rotação que provoca um deslocamento na corrente correspondente a inversão de fase.

No segundo estudo de simulação teremos as mesmas entradas de torque e fluxo e observaremos as saídas de corrente e velocidade para um caso mais próximo de uma situação real já que a máquina é tratada com um modelo mais completo. Nas figuras de

3.13 a 3.30 temos representados os comandos de torque e fluxo com seus correspondentes na máquina, o fluxo " $\lambda_{qr}$ ", o escorregamento " $\omega_{sl}$ ", as velocidades " $\omega_e$ " e " $\omega_r$ " e as correntes de referência e as suas respectivas equivalentes na máquina.

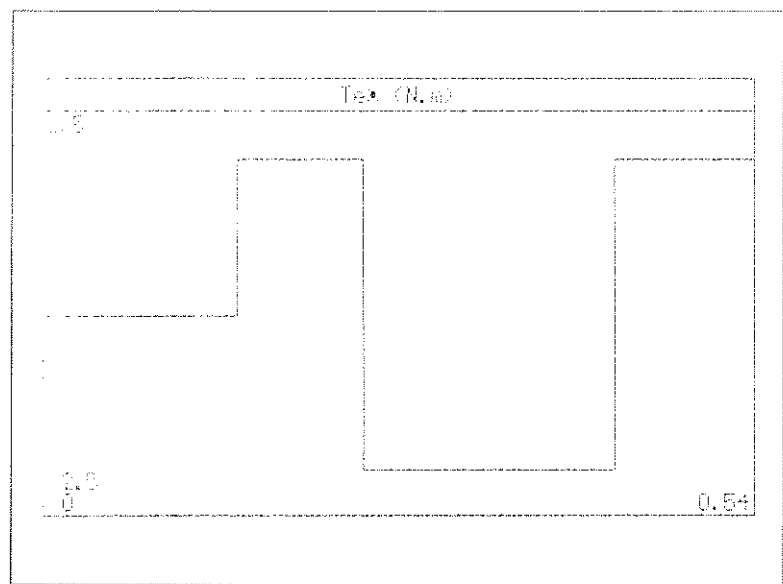


Figura 3.13 – Comando de Torque " $T_e^*$ "

O comando de torque é o mesmo utilizado no caso anterior.

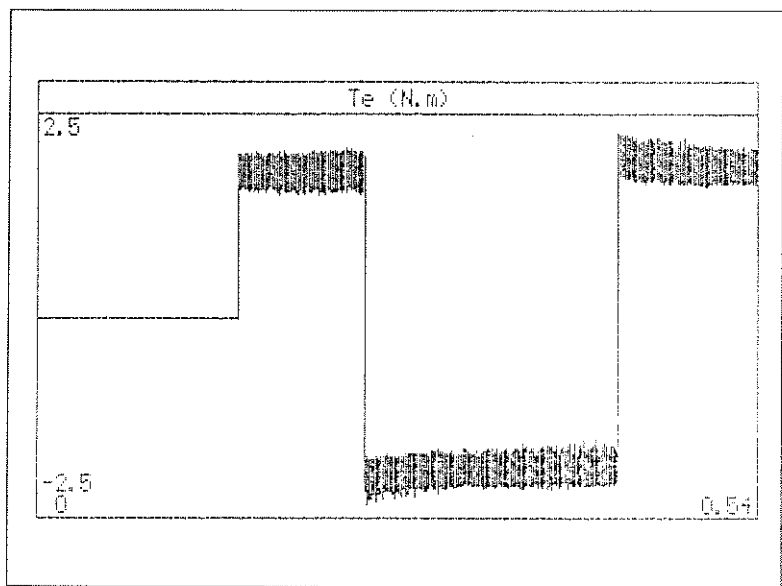


Figura 3.14 – Torque " $T_e$ " na Máquina

Observamos que o torque na máquina acompanha o torque de referência a menos de uma banda.

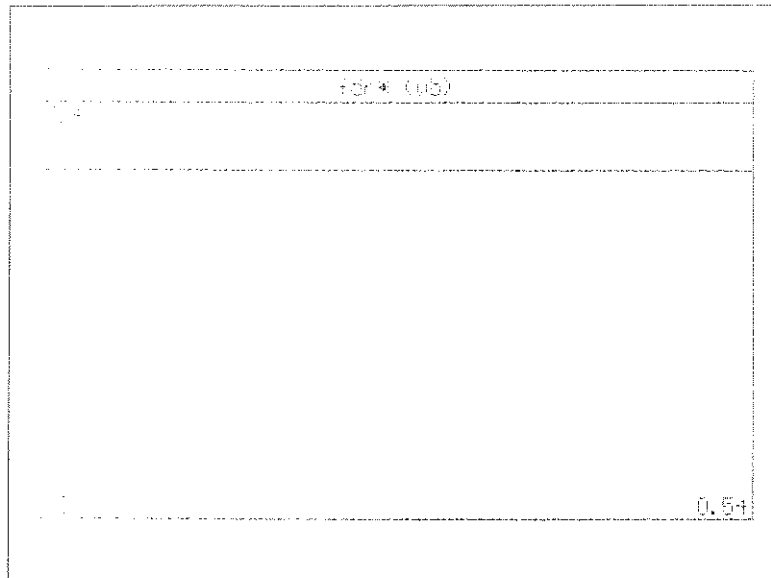


Figura 3.15 - Comando de Fluxo " $\lambda_r^*$ "

O comando de fluxo " $\lambda_r^*$ " é mantido constante durante a pré-excitação da máquina.

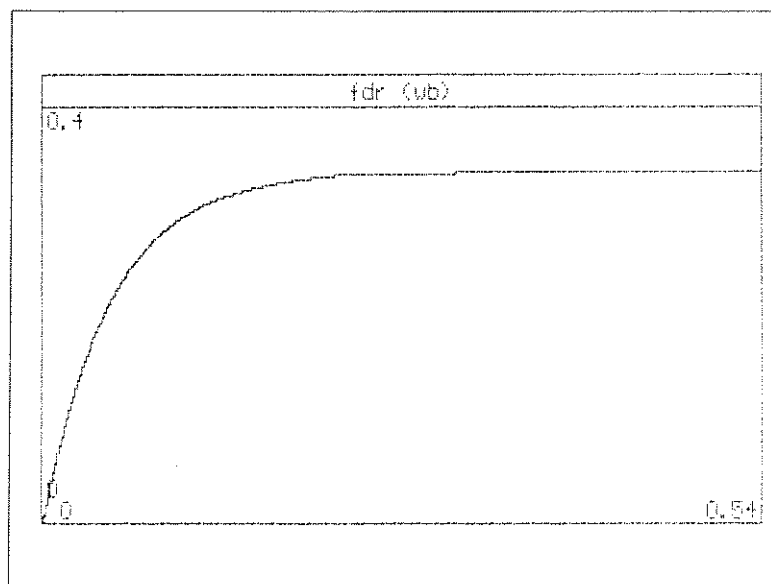


Figura 3.16 - Fluxo " $\lambda_{dr}$ " na Máquina

Observamos que o fluxo " $\lambda_r$ " demora um certo tempo para atingir o seu valor de regime.

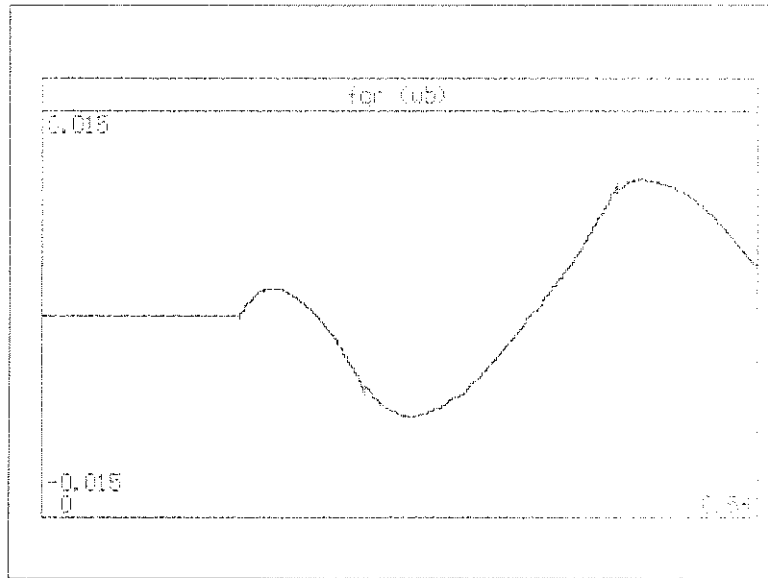


Figura 3.17 - Fluxo " $\lambda_{qr}$ " na Máquina

O fluxo na componente em "q" possui um valor desprezível quando comparado com a componente em "d".

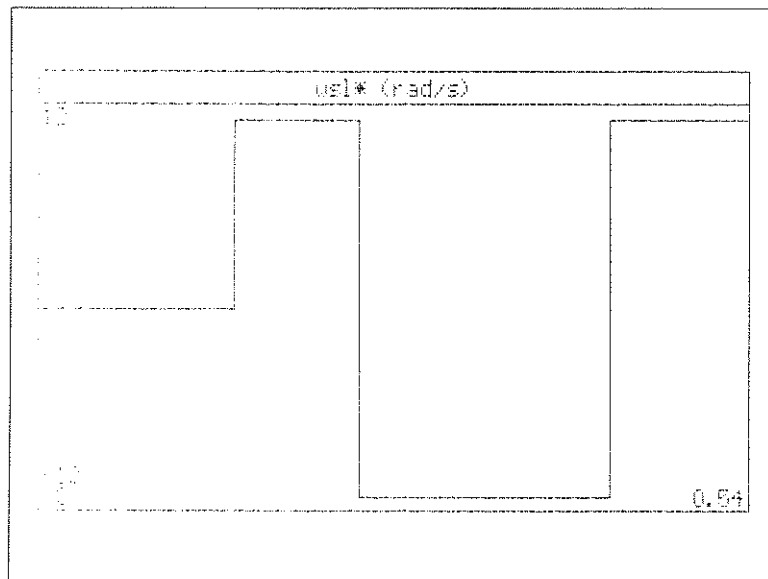


Figura 3.18 - Escorregamento " $\omega_{sl}$ "

Como no caso anterior acompanha às variações do torque de referência " $T_e^*$ " pois o mesmo é pré-determinado.

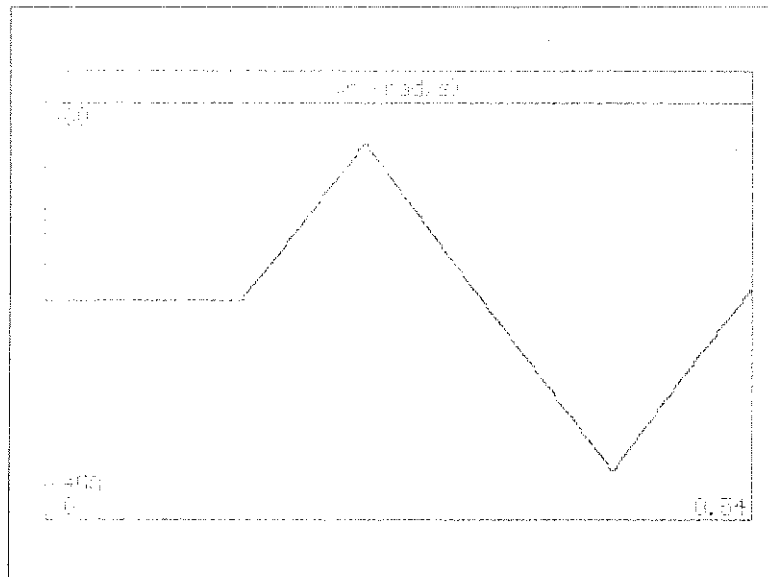


Figura 3.19 - Velocidade Angular " $\omega_r$ "

Como no caso anterior podemos observar o perfil de aceleração, frenagem e inversão do sentido de rotação para a velocidade angular " $\omega_r$ ".

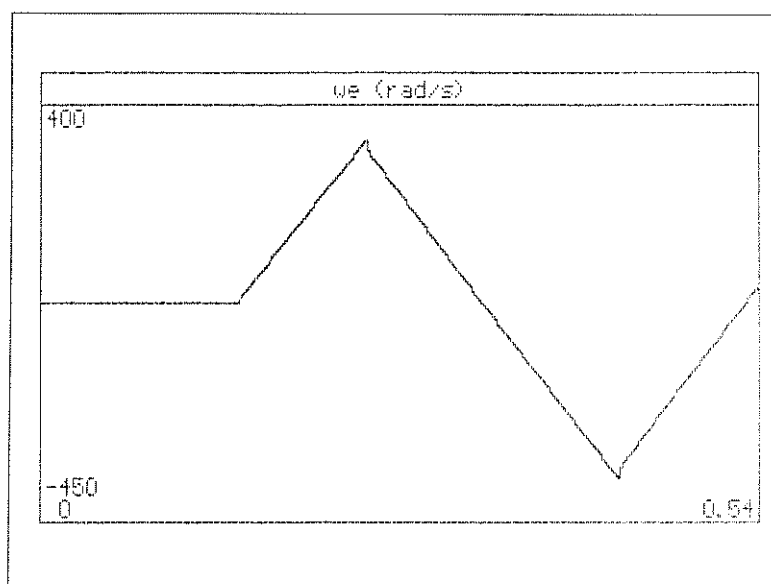


Figura 3.20 - Velocidade Angular " $\omega_e$ "

A velocidade " $\omega_e$ " tem o mesmo perfil do caso anterior já que " $\omega_r$ " e " $\omega_{sl}$ " não se alteraram.

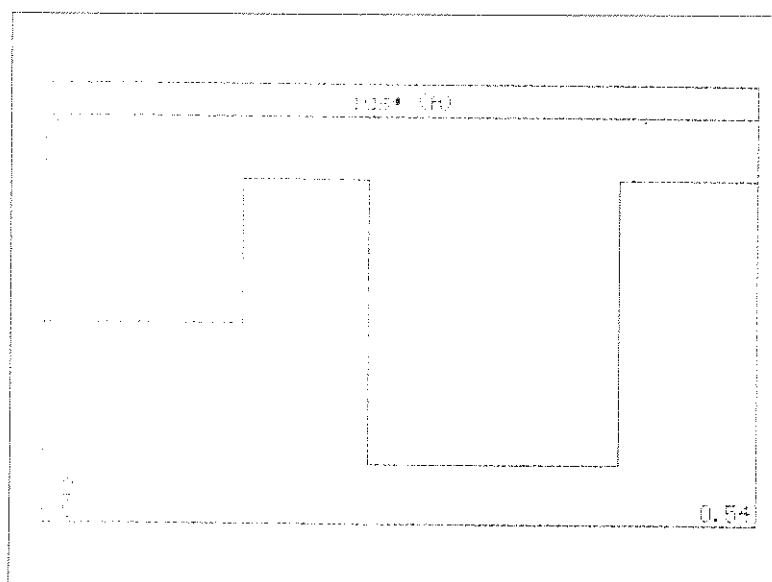


Figura 3.21 – Corrente de Referência " $i_{qs}^*$ "

A corrente " $i_{qs}^*$ " acompanha às variações de " $T_e^*$ ".

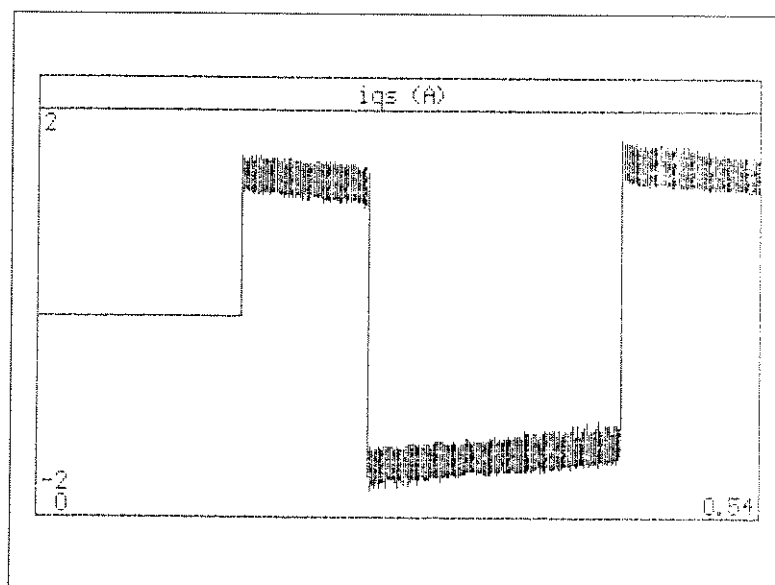


Figura 3.22 – Corrente " $i_{qs}$ " na Máquina

A corrente " $i_{qs}$ " que circula pela máquina acompanha de perto às variações de " $i_{qs}^*$ " a menos de uma banda.

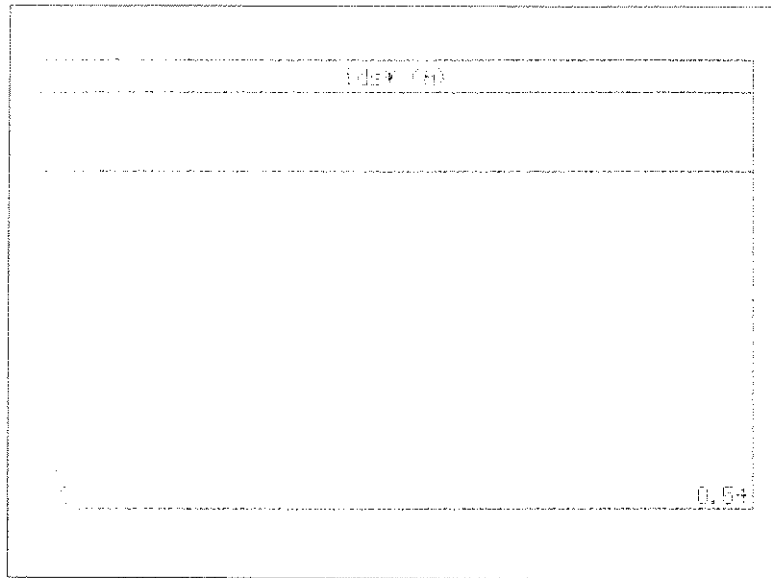


Figura 3.23 – Corrente de Referência " $i_{ds}^*$ "

A corrente " $i_{ds}^*$ " é mantida constante durante a pré-excitação e funcionamento normal.

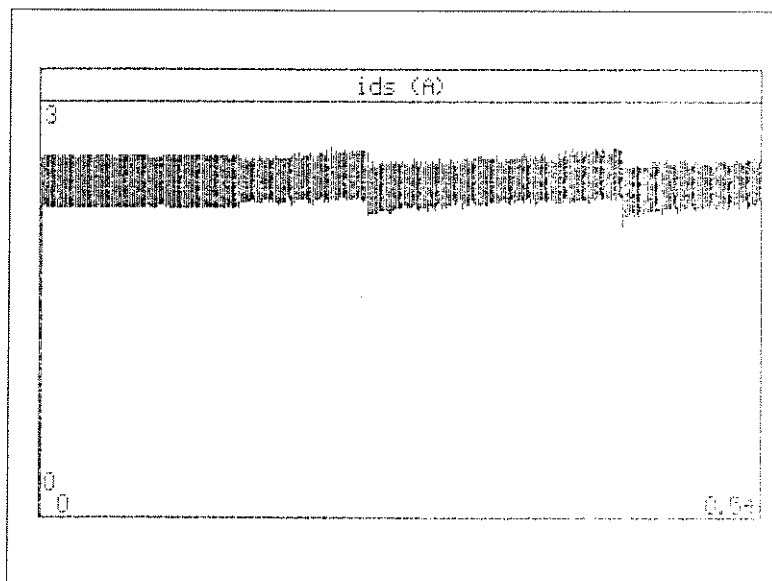


Figura 3.24 – Corrente " $i_{ds}$ " na Máquina

Por se tratar de um controlador de corrente a corrente " $i_{ds}$ " que circula pela máquina segue de perto " $i_{ds}^*$ " a menos de uma banda.

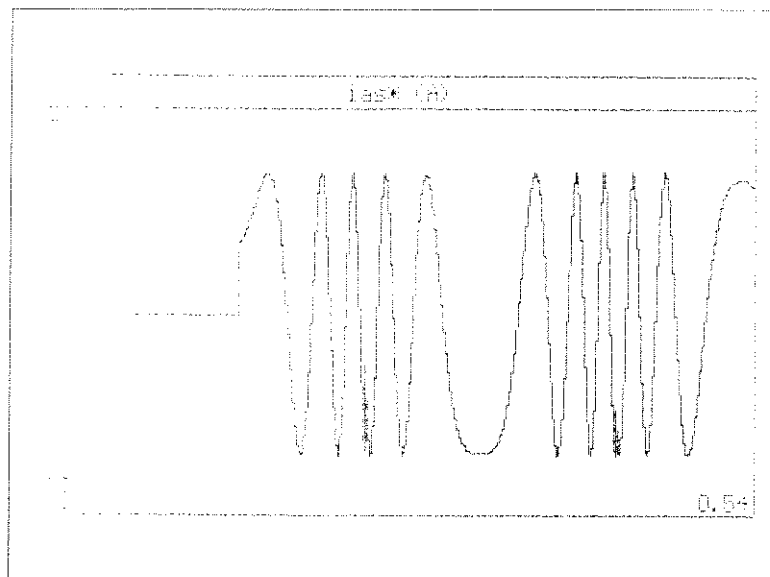


Figura 3.25 – Corrente de Referência " $i_{as}^*$ "

A corrente " $i_{as}^*$ " tem o mesmo perfil do caso anterior.

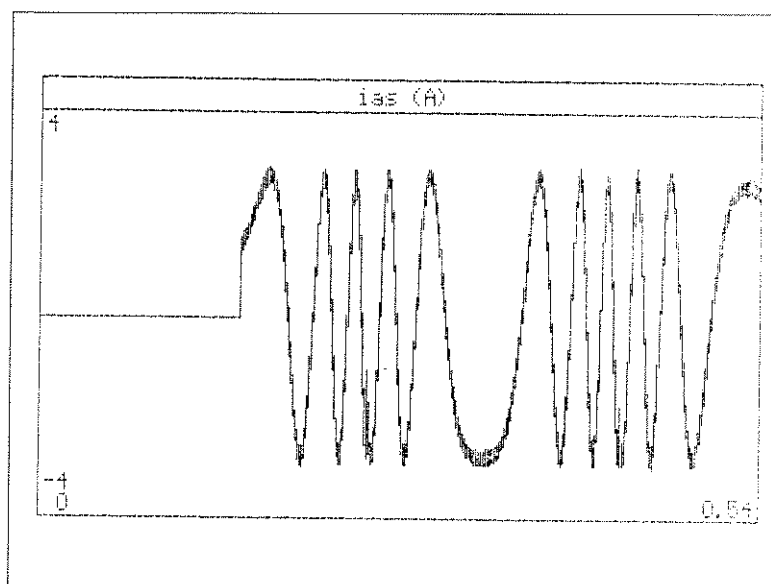


Figura 3.26 – Corrente " $i_{as}$ " na Máquina

A corrente " $i_{as}$ " que circula pela máquina segue de perto " $i_{as}^*$ " a menos de uma banda, cuja amplitude é dada pelo controle do tipo histerese.

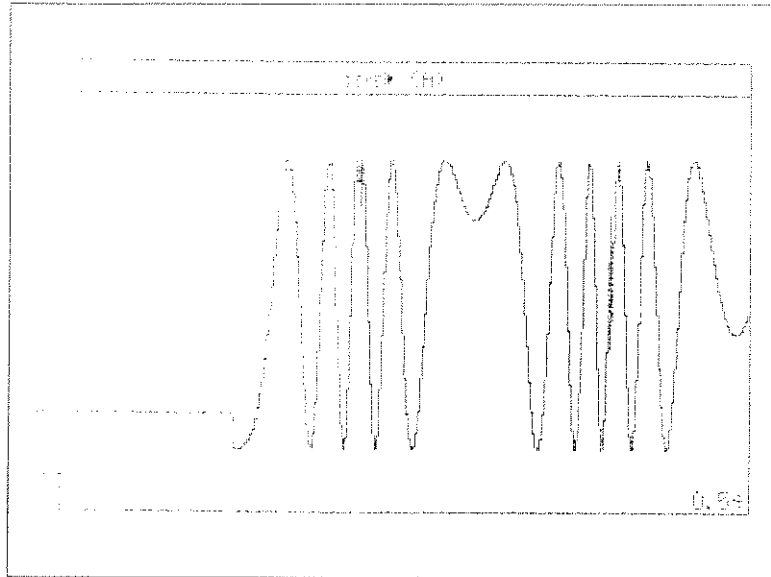


Figura 3.27 – Corrente de Referência " $i_{bs}^*$ "

Tem o perfil idêntico ao de " $i_{as}^*$ " a menos de um defasamento em atraso de " $120^\circ$ ".

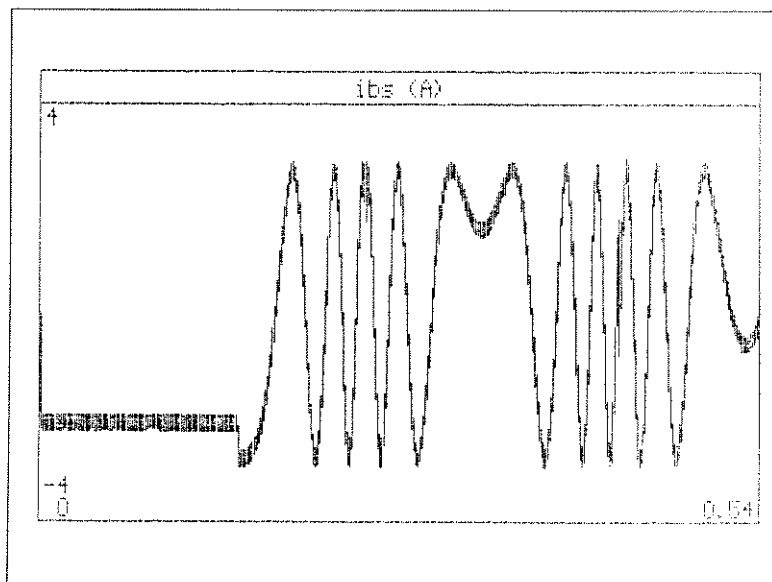


Figura 3.28 – Corrente " $i_{bs}$ " na Máquina

Como " $i_{as}$ " segue de perto a referência a menos de uma banda de erro.

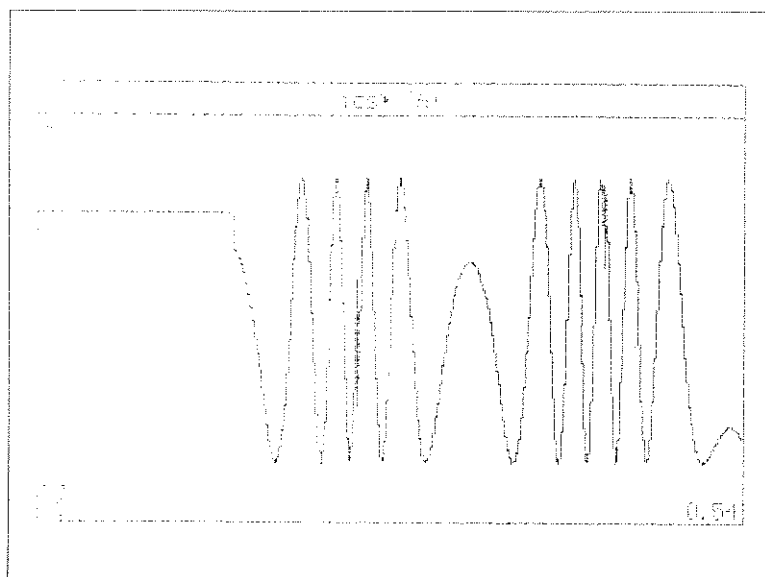


Figura 3.29 – Corrente de Referência " $i_{cs}^*$ "

Tem o perfil idêntico ao de " $i_{bs}^*$ " a menos de um defasamento em atraso de " $120^\circ$ ".

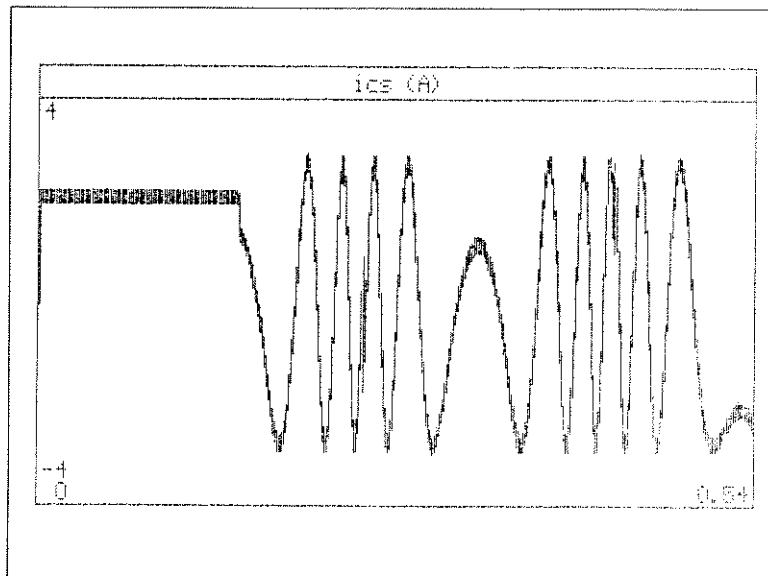


Figura 3.30 – Corrente " $i_{cs}$ " na Máquina

Como " $i_{as}$ " segue de perto a referência a menos de uma banda de erro.

Se observarmos os comandos de torque " $T_e^*$ " e fluxo " $\lambda_r^*$ " notamos que existe um defasamento entre os comandos, isto é o comando de torque é aplicado um certo intervalo de tempo " $\Delta t$ " depois, isso é feito de forma proposital pois como podemos observar da equação "3.5" existe um certo atraso para o estabelecimento do fluxo " $\lambda_r$ " em função da corrente " $i_{ds}$ ". Após o estabelecimento do campo é aplicado o comando de torque e observamos que a resposta ao comando de torque é muito rápida. A banda de corrente utilizada foi da ordem de 6% do valor de pico da corrente nominal, o passo de integração utilizado foi de 10  $\mu s$ , e assim conseguimos observar os resultados de um forma contínua. No torque eletromagnético desenvolvido pela máquina observamos uma amplificação da banda de variação de corrente pois como observar da equação "3.12" o torque pode ser obtido pelo produto de correntes já que os fluxos são diretamente proporcionais às correntes. O fluxo " $\lambda_{qr}$ " não se manteve em zero mais muito próximo fazendo com que o fluxo resultante " $\lambda_r$ " estivesse muito próximo de " $\lambda_{dr}$ ". Evidenciamos também que os resultados obtidos foram muito próximos dos obtidos no primeiro estudo principalmente no que diz respeito às velocidades angulares e as correntes instantâneas.

### 3.2) PERFIL SUAVE DE VELOCIDADE, FUNÇÕES COSSENÓIDE E SIGMÓIDE

Através da equação eletromecânica "3.17" podemos relacionar o torque eletromagnético " $T_e$ " com a aceleração angular " $\alpha_r(d/dt(\omega_r))$ :"

$$T_e - T_l = (2/2p)*(J)*d/dt(\omega_r) \quad (3.17)$$

Para um perfil suave de velocidade não devem acontecer mudanças bruscas na aceleração, como existe uma relação direta entre aceleração e torque serão estudadas formas de como se gerar comandos de torque de tal forma a evitar os "trancos" indesejáveis.

A idéia básica será substituir o degrau de torque que acelera a máquina por uma função que elimine as variações bruscas. Numa primeira fase utilizaremos de funções do

tipo cossenoidais e depois a função sigmóide para gerar o comando de torque.

No modelo utilizado a corrente " $i_{qs}^*$ " depende diretamente do comando de torque " $T_e^*$ ", na realidade o que estaremos fazendo é gerar valores para " $i_{qs}^*$ " conforme o perfil desejado já que a componente de fluxo " $i_{ds}^*$ " será mantida constante.

O comando de torque " $T_e^*$ " terá basicamente duas componentes: uma que equilibrará o torque de carga " $T_l$ " a que chamaremos de " $T_{el}^*$ " e a outra " $T_{eac}^*$ " que será responsável pela aceleração da máquina. A componente de aceleração é que fará com que o perfil de velocidade seja suave, sem "trancos".

As equações abaixo representam as duas entradas que serão testadas a nível de simulação digital. A equação "3.18" representa a entrada do tipo cossenóide e as equações "3.19" e "3.20" a do tipo sigmóide.

$$T_e^* = T_{eac}^* (1 + \cos((- \pi t)/t_{acel} + \pi)) + T_{el}^* \quad (3.18)$$

$$T_e^* = T_{eac}^* (t^6/(t^6 + 0.5)) + T_{el}^* p/(0 < t < t_{acel}/2) \quad (3.19)$$

$$T_e^* = T_{eac}^* ((t-t_{acel})^6/((t-t_{acel})^6+0.5)) + T_{el}^* p/(t_{acel}/2 < t < t_{ac}) \quad (3.20)$$

Apresentaremos basicamente, a exemplo do estudo anterior, dois tipos de simulação: um em que o modelo da máquina é tratado de forma simplificada e outro em que a máquina é descrita pelo conjunto completo de equações de "3.7" a "3.12". Dentro de cada tipo de estudo teremos as opções de se trabalhar com funções do tipo cossenóide (equação "3.18") e do tipo sigmóide (equações "3.19" e "3.20").

Nas figuras de 3.31 a 3.50 temos representadas respectivamente os comandos de torque " $T_e^*$ " e fluxo " $\lambda_r^*$ ", o escorregamento imposto " $\omega_{sl}$ ", as correntes de referência " $i_{qs}^*$ ", " $i_{ds}^*$ ", " $i_{as}^*$ ", " $i_{bs}^*$ " e " $i_{cs}^*$ ", e as velocidades angulares da frequência aplicada " $\omega_c$ " e do rotor " $\omega_r$ ".

### PERFIL COSSENOIDAL

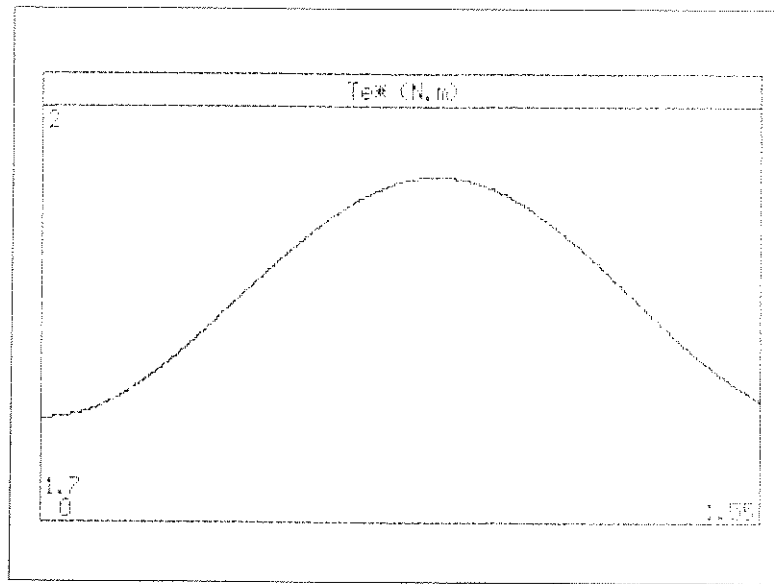


Figura 3.31 - Comando de Torque " $T_e^*$ "

O comando de torque " $T_e^*$ " possui duas componentes a de aceleração que tem o formato cossenooidal e outra em degrau que equilibra a carga " $T_l$ ", o formato é em degrau porque a carga imprime um torque constante.

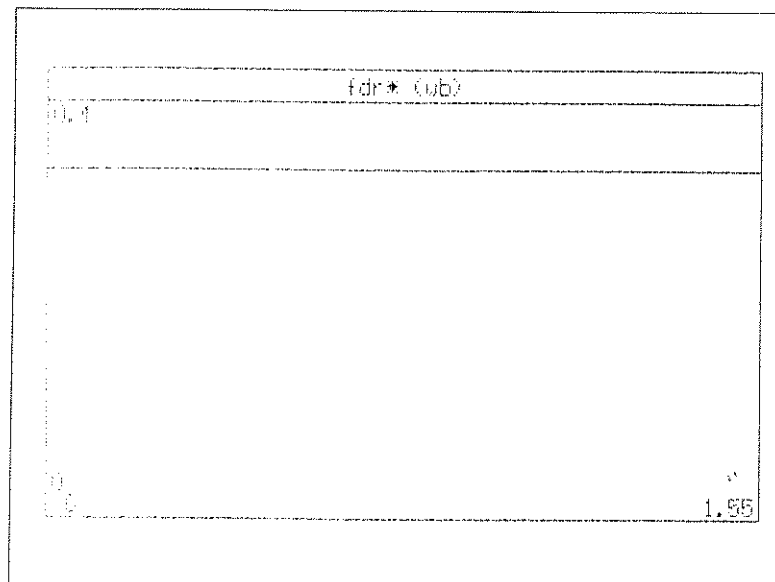


Figura 3.32 - Comando de Fluxo " $\lambda_r^*$ "

Como no estudos anteriores o fluxo é mantido constante.

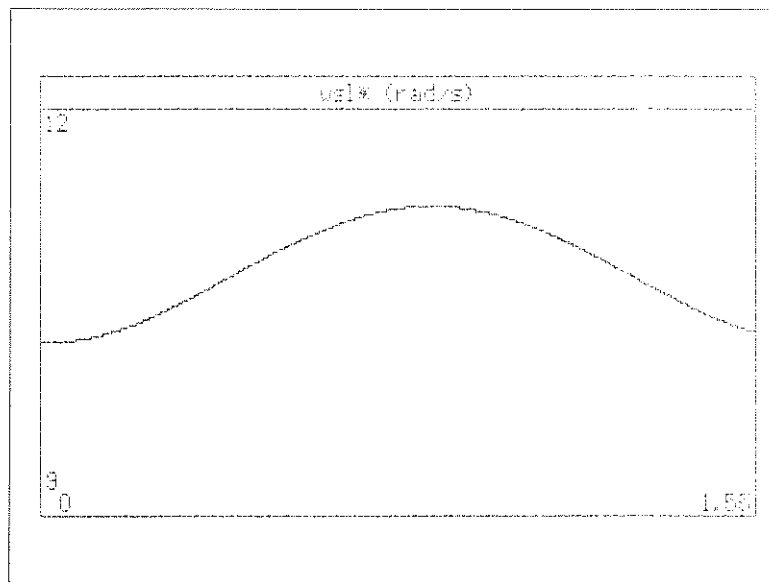


Figura 3.33 – Escorregamento " $\omega_{sl}$ "

Como já era esperado o escorregamento segue o comando de torque.

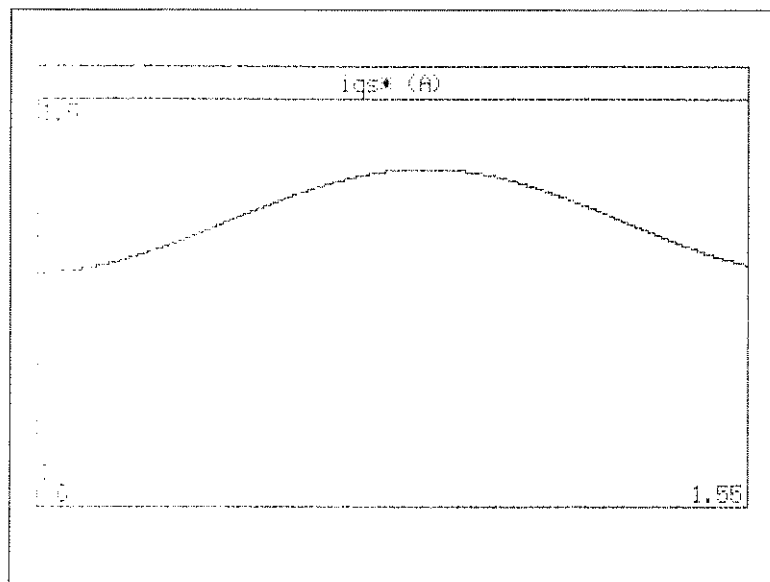


Figura 3.34 – Corrente de Referência " $i_{qs}^*$ "

Também a componente de torque, " $i_{qs}^*$ ", da corrente estatórica segue de perto o comando de torque pois o fluxo é mantido constante.

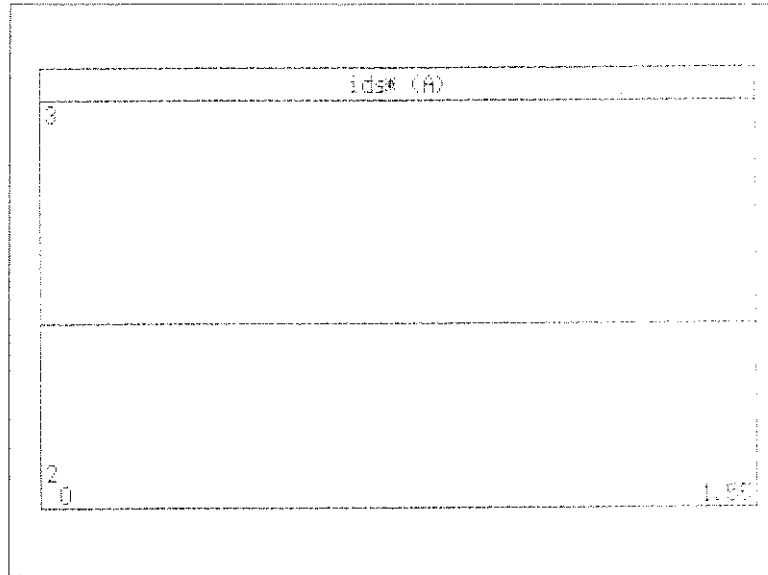


Figura 3.35 - Corrente de Referência " $i_{ds}^*$ "

A componente de fluxo, " $i_{ds}^*$ ", da corrente estatórica é mantida constante para em regime termos o fluxo " $\lambda_r$ " constante.

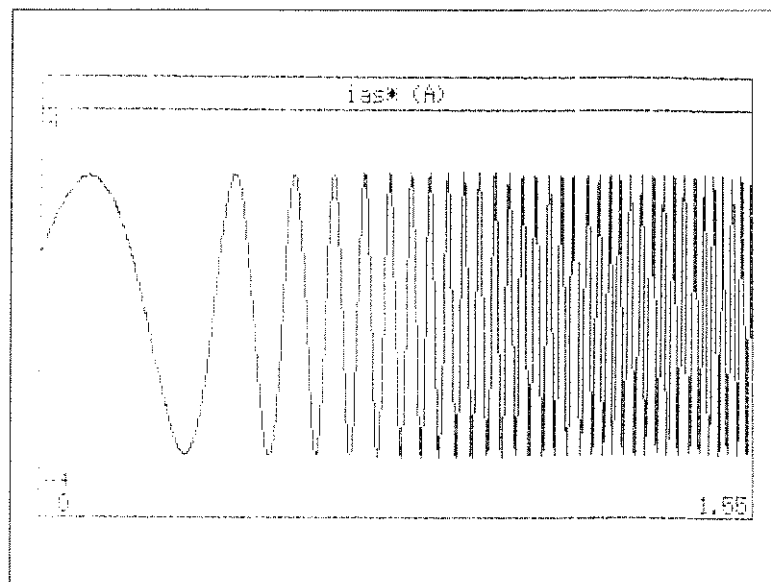


Figura 3.36 - Corrente de Referência " $i_{as}^*$ "

A corrente " $i_{as}^*$ " tem no seu formato o controle de duas grandezas: a) amplitude; b) frequência.

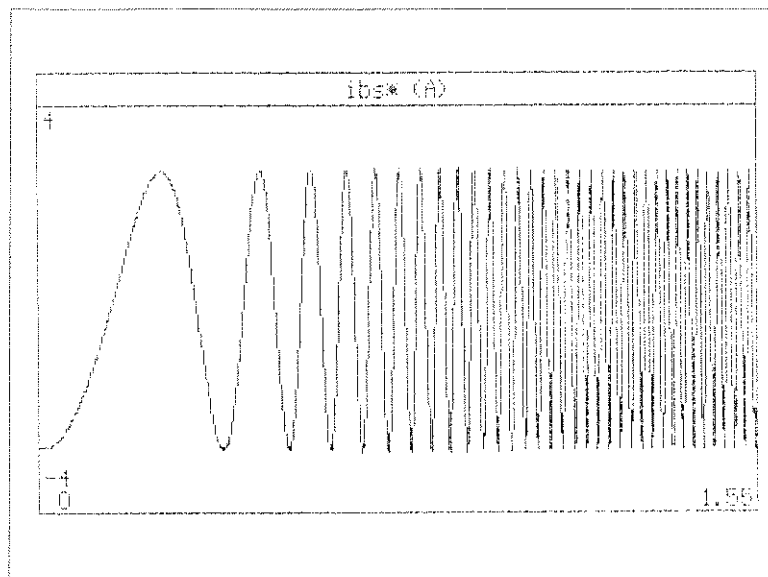


Figura 3.37 - Corrente de Referência " $i_{bs}^*$ "

Comporta-se como a corrente " $i_{as}^*$ " a menos de um defasamento em atraso de " $120^\circ$ " e um valor contínuo na pré-excitação da máquina.

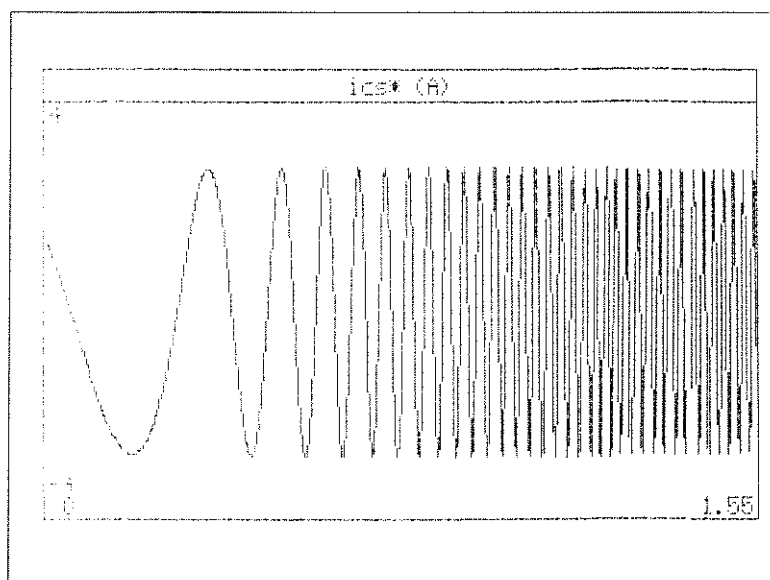


Figura 3.38 - Corrente de Referência " $i_{cs}^*$ "

A corrente " $i_{cs}^*$ " se contrapõem a corrente " $i_{bs}^*$ " na pré-excitação para a criação do campo e está atrasada de " $120^\circ$ " em relação a " $i_{bs}^*$ ".

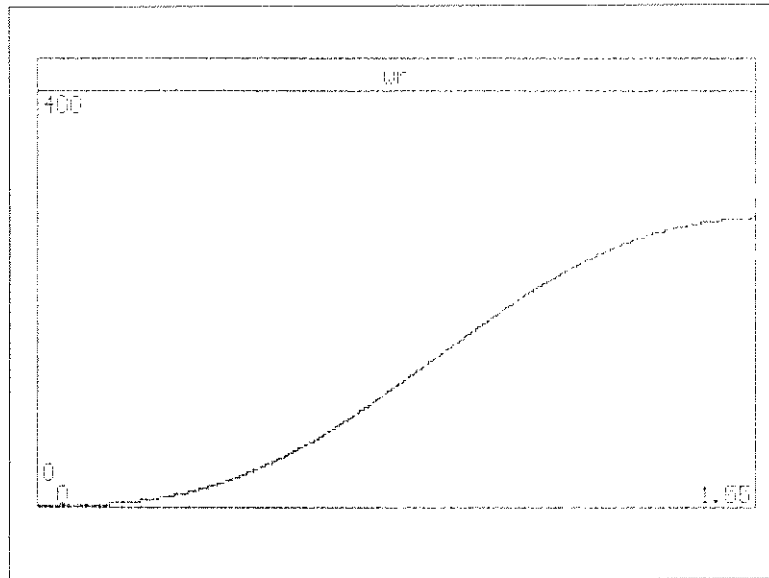


Figura 3.39 – Velocidade Angular " $\omega_r$ "

Temos associado a velocidade angular " $\omega_r$ " um perfil do tipo cossenoidal.

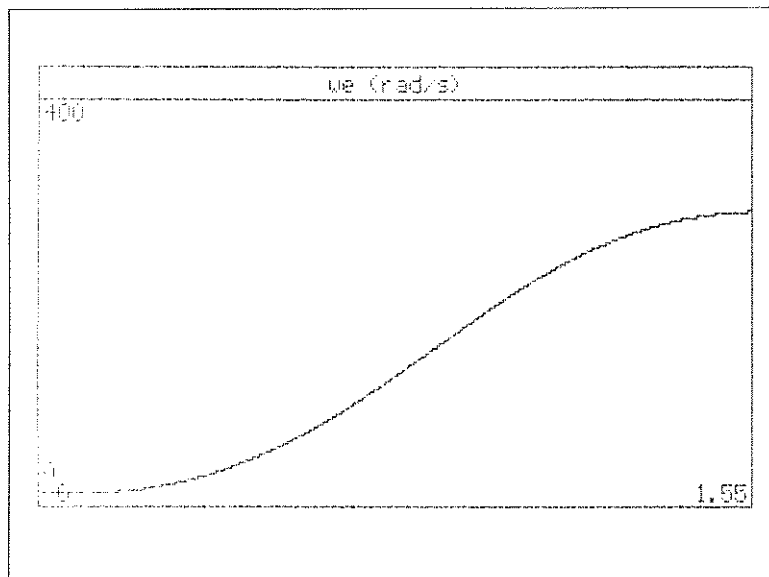


Figura 3.40 – Velocidade Angular " $\omega_e$ "

Associa as variações da frequência de escorregamento " $\omega_{sl}$ " e a velocidade angular " $\omega_r$ ".

### PERFIL SIGMOIDAL

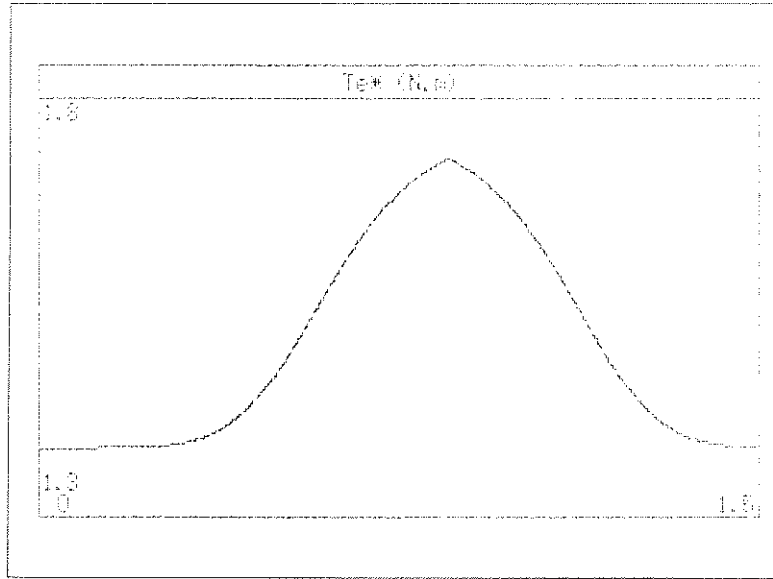


Figura 3.41 - Comando de Torque " $T_e^*$ "

Como no estudos de simulação para o perfil cossenoidal temos duas componentes para o comando de torque, uma acelerante e outra que equilibra a carga.

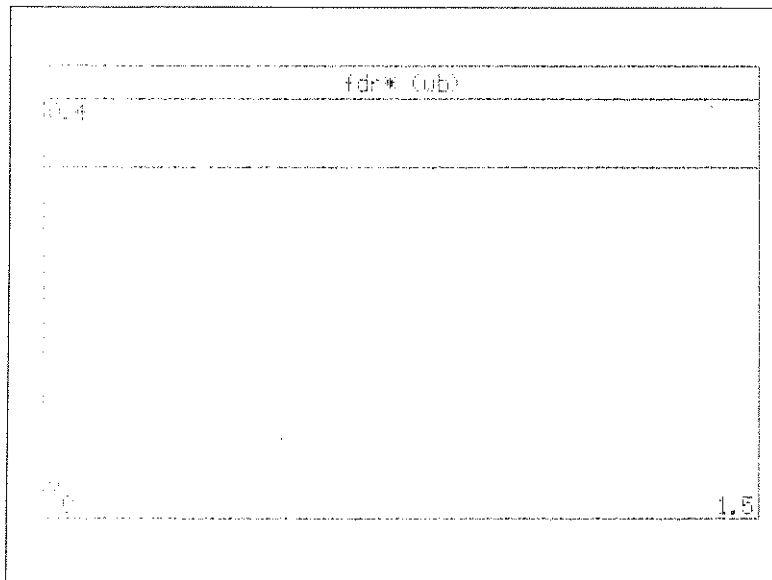


Figura 3.42 - Comando de Fluxo " $\lambda_r^*$ "

Como nos estudos anteriores o fluxo é mantido constante.

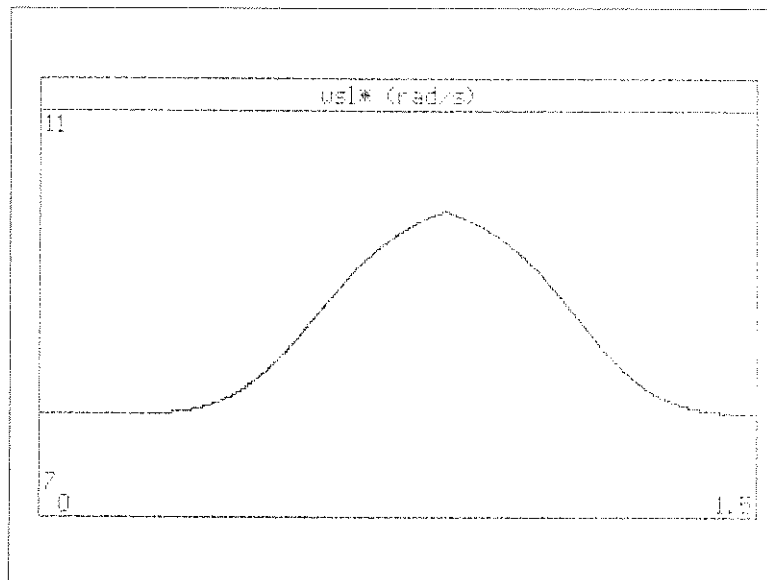


Figura 3.43 – Escorregamento " $\omega_{sl}$ "

Mantido o fluxo constante a frequência de escorregamento segue de perto o comando de torque.

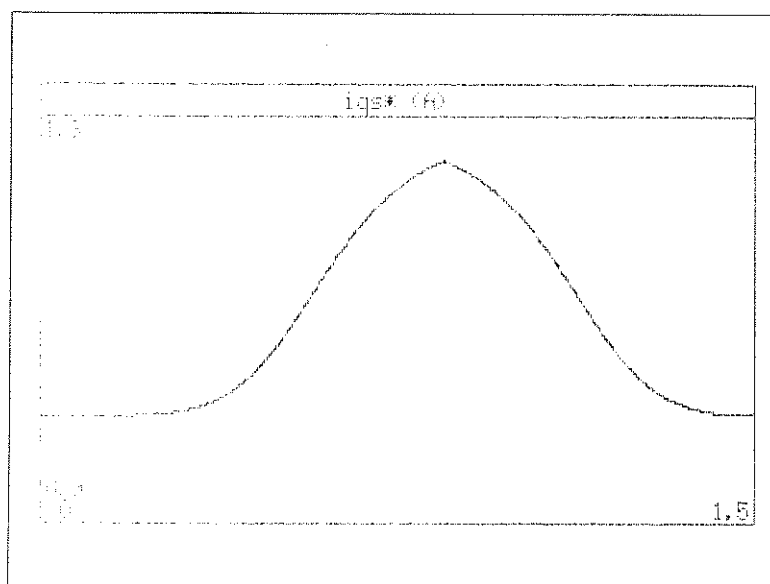


Figura 3.44 – Corrente de Referência " $i_{qs}^*$ "

Também é diretamente proporcional ao comando de torque " $T_e^*$ ".

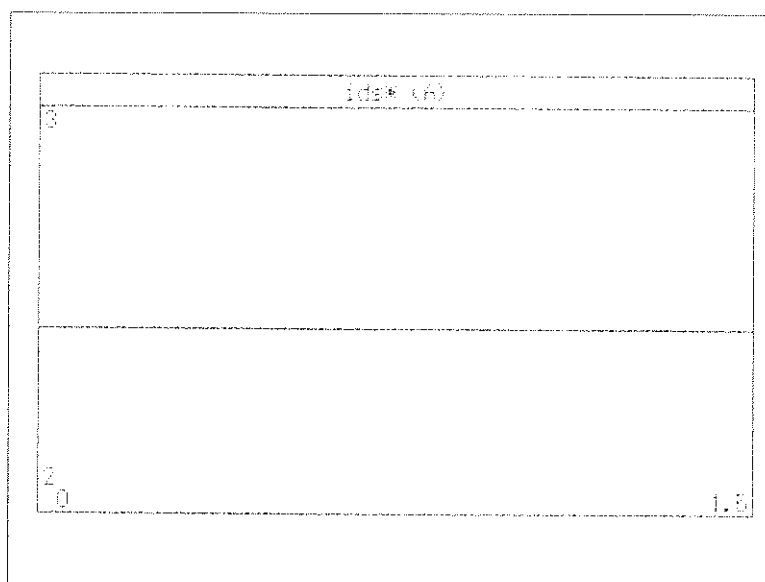


Figura 3.45 - Corrente de Referência " $i_{dr}^*$ "

É a componente responsável pela manutenção do campo, mantida constante faz com o fluxo " $\lambda_r$ " seja, em regime, constante.

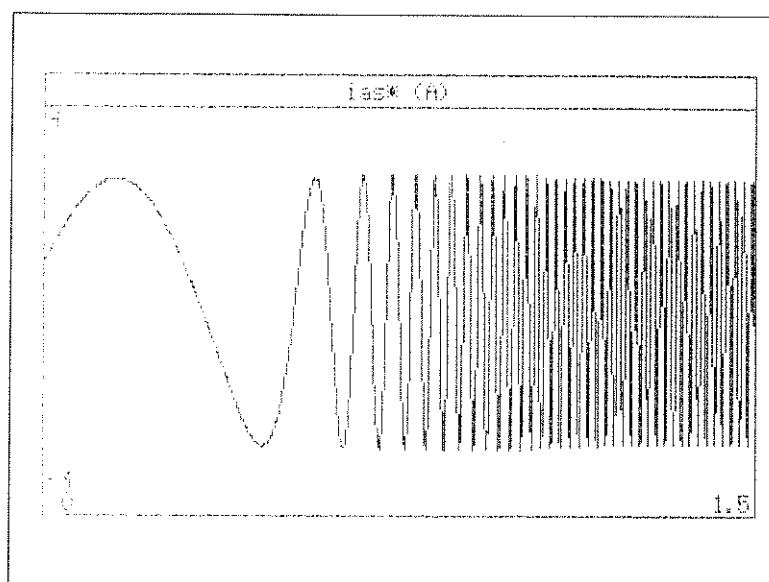


Figura 3.46 - Corrente de Referência " $i_{as}^*$ "

Podemos observar como no estudo anterior as variações de amplitude e frequência.

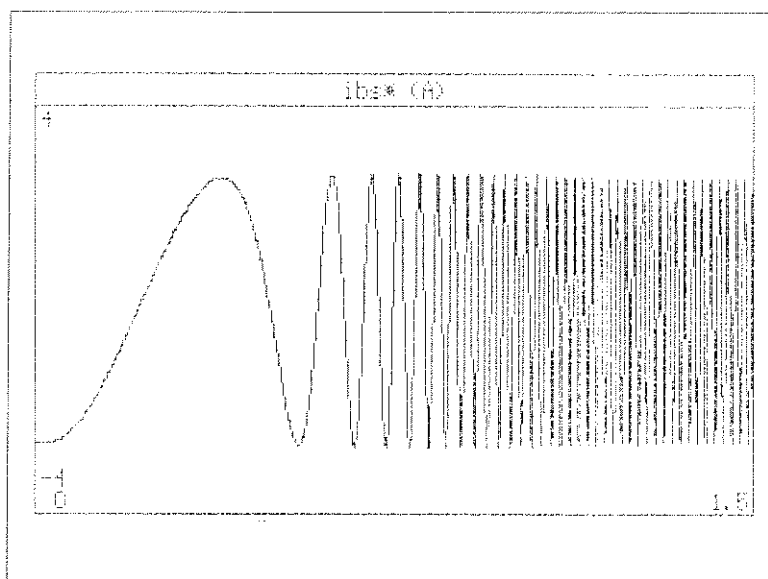


Figura 3.47 – Corrente de Referência " $i_{bs}^*$ "

Mantém a mesma estratégia dos estudos para a função cossenoidal, diferenciando apenas no formato da variação de amplitude e frequência.

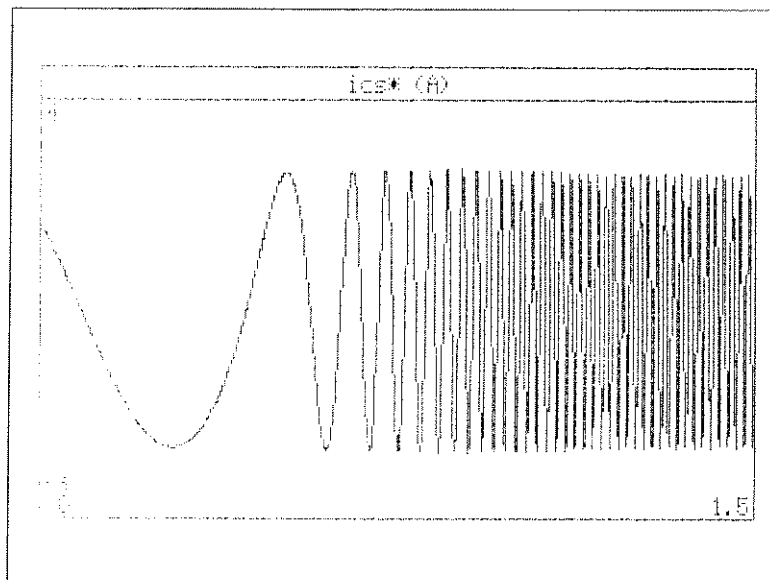


Figura 3.48 – Corrente de Referência " $i_{cs}^*$ "

Como a corrente " $i_{bs}^*$ ", difere apenas na forma em que se variam amplitude e frequência em relação ao estudo anterior.

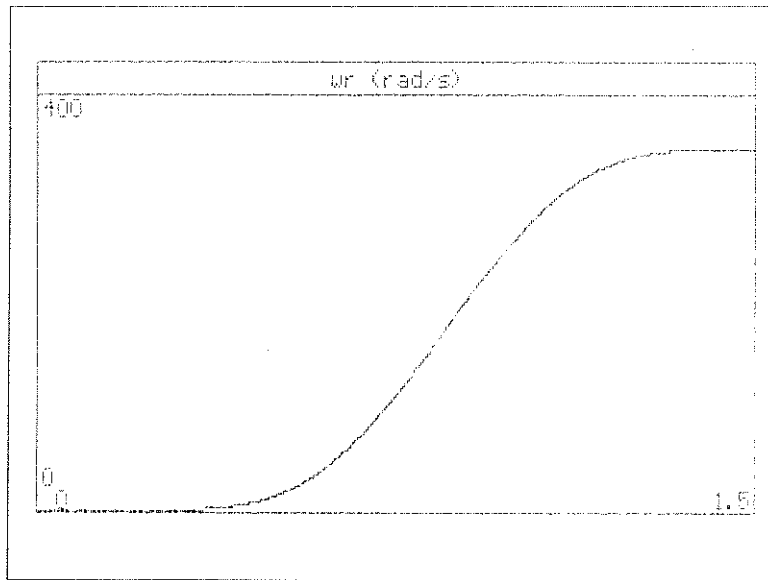


Figura 3.49 – Velocidade Angular " $\omega_r$ "

A velocidade angular " $\omega_r$ " possui um perfil suave e de formato sigmoide.

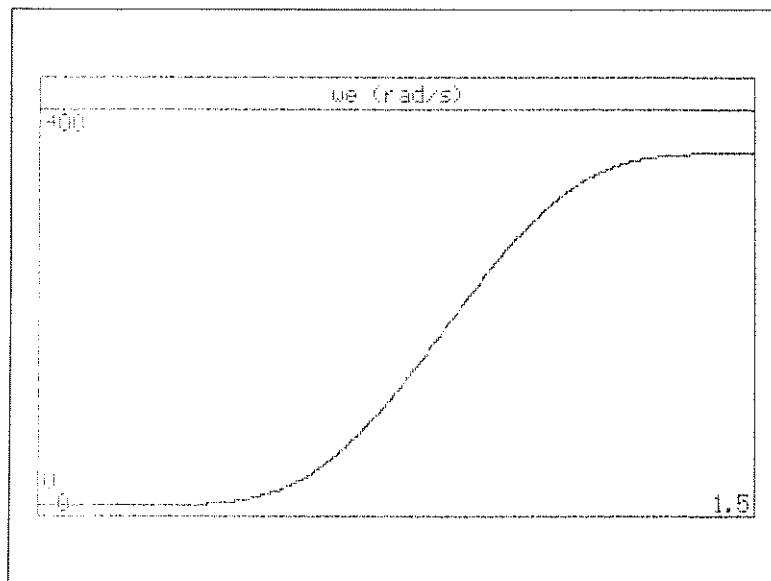


Figura 3.50 – Velocidade Angular " $\omega_r$ "

A frequência " $\omega_e$ " incorpora as variações de escorregamento e da velocidade angular do rotor.

As simulações mostradas nas figuras 3.31 a 3.50 trazem o comportamento da máquina

face os comandos de torque cossenoidal (figuras de 3.31 a 3.40) e sigmoidal (figuras de 3.41 a 3.50), a máquina é tratada com o modelo mais simples. É importante observar nas duas simulações o formato das curvas de torque " $T_e^*$ ", escorregamento " $\omega_{sl}$ " e corrente de referência de quadratura " $i_{qs}^*$ ", notamos que existe uma proporcionalidade entre essas grandezas comprovando o descrito nas equações "3.3" e "3.4". Outro detalhe importante é o formato das curvas em que se tem bem distintas as componente de torque de carga " $T_{el}^*$ " e a componente acelerante " $T_{ac}^*$ " tanto para o comando de torque como nas grandezas diretamente com ele relacionadas, que é o caso do escorregamento " $\omega_{sl}$ " e da corrente de quadratura " $i_{qs}^*$ ". Com relação as correntes trifásicas " $i_{as}^*$ ", " $i_{bs}^*$ " e " $i_{cs}^*$ " podemos também notar o efeito do torque acelerante " $T_{ac}^*$ " na amplitude das correntes. Nas saída de velocidade " $\omega_r$ " notamos o perfil resultante de velocidade que evidencia a característica suave na aceleração entre os patamares, o perfil resultante para a frequência das correntes trifásicas " $\omega_e$ " muito se assemelha a curva de " $\omega_r$ " a menos de " $\omega_{sl}$ " conforme equação "3.2". A variação da frequência " $\omega_e$ " também pode ser notada nas correntes trifásicas.

Nos dois casos o fluxo é mantido constante através da componente de referência de fluxo " $i_{ds}^*$ ", equação "3.6".

Comparando os resultados obtidos, de forma qualitativa, não há diferença substancial, os dois tipos de comando de torque se mostraram adequados para a geração de um perfil suave de velocidade. No entanto existe uma maior flexibilidade para se alterar o formato da função sigmóide e aproximá-la de um degrau com os joelhos arredondados, isso provoca na saída uma aceleração mais rápida e a saída de velocidade possuirá próximo aos patamares um variação suave, porém uma variação abrupta na parte intermediária, o que em certos casos pode ser uma situação desejável como por exemplo no caso de elevadores em que se deseja um movimento suave nas partidas e paradas porém com grande aceleração na parte intermediária.

Na segunda etapa de simulação teremos as mesmas entradas de torque e fluxo e observaremos as saídas de corrente e velocidade para um caso em que a máquina é tratada

com um modelo em que não são levadas em conta as simplificações introduzidas pela orientação de campo, equações "3.8" a "3.13". Nas figuras de 3.51 a 3.98 temos representados os comandos de torque e fluxo com seus correspondentes na máquina, o fluxo " $\lambda_{qr}$ ", o escorregamento " $\omega_{sl}$ ", as velocidades " $\omega_e$ " e " $\omega_r$ " e as correntes de referência e as suas respectivas equivalentes na máquina.

PERFIL COSSENOIDAL

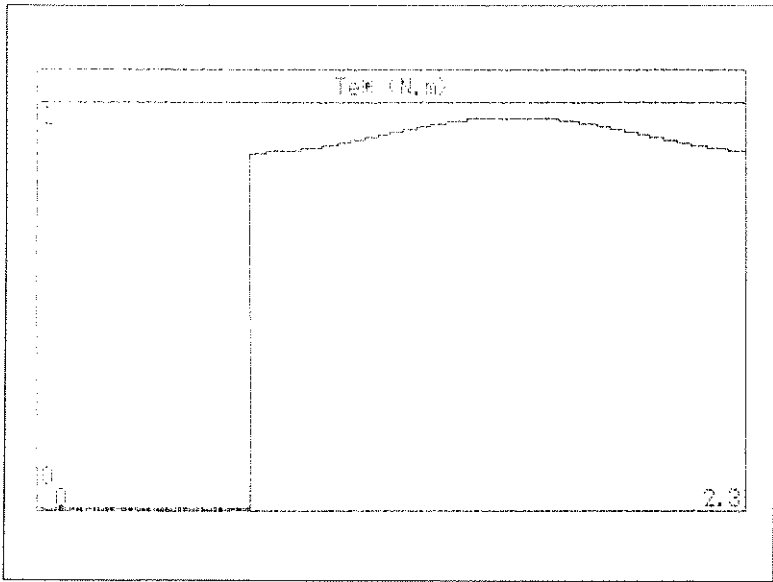


Figura 3.51 – Comando de Torque " $T_e^*$ "

Como no estudo com modelo mais simplificado temos duas componentes para o comando de torque " $T_e^*$ " duas componentes, uma acelerante e outra que equilibra a carga.

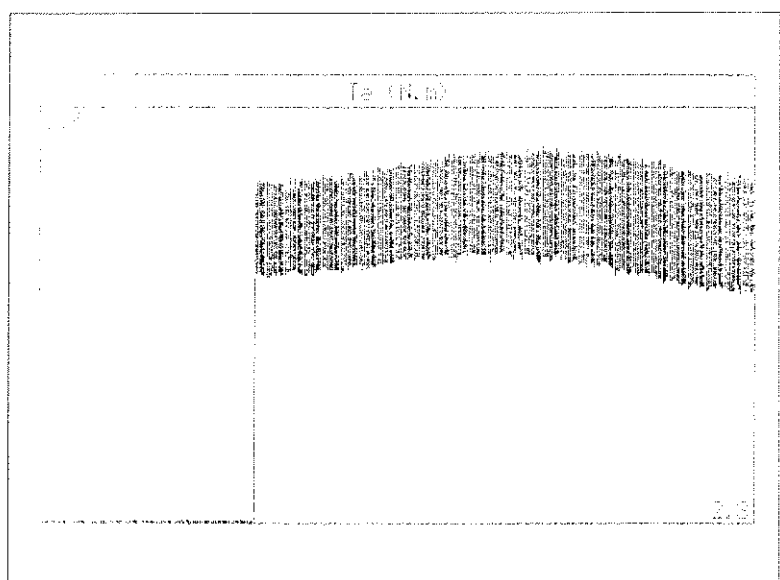


Figura 3.52 - Torque " $T_c$ " na Máquina

Temos da figura 3.52 que o torque na carga segue de perto o comando " $T_c^*$ " a menos de uma banda de erro.

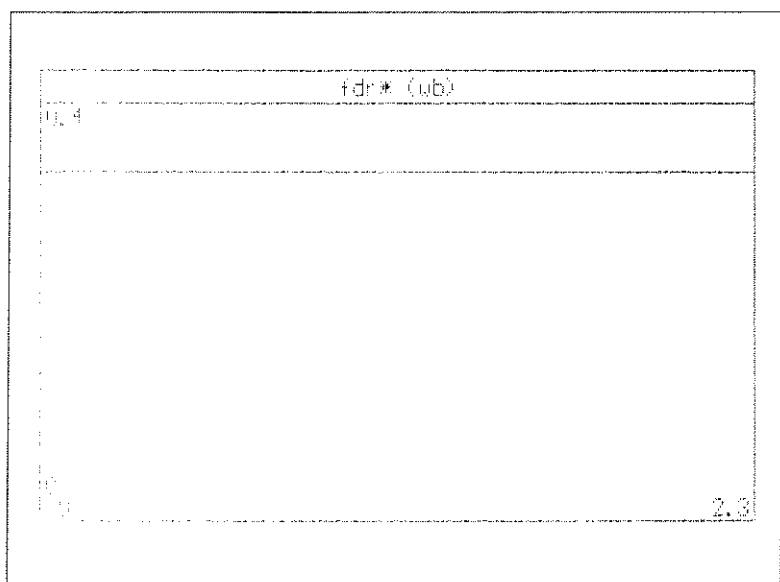


Figura 3.53 - Comando de Fluxo " $\lambda_r^*$ "

Para o comando de campo é utilizada a mesma estratégia em mantê-lo constante para o sistema ser mais sensível ao comando de torque " $T_c^*$ ".

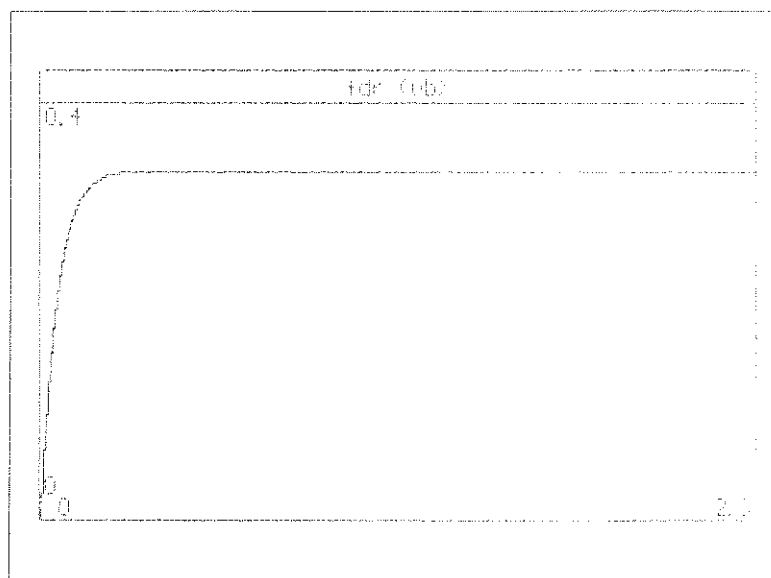


Figura 3.54 – Fluxo " $\lambda_{dr}$ " na Máquina

Observamos como em estudos anteriores que o fluxo demora um certo tempo para atingir o seu valor de regime.

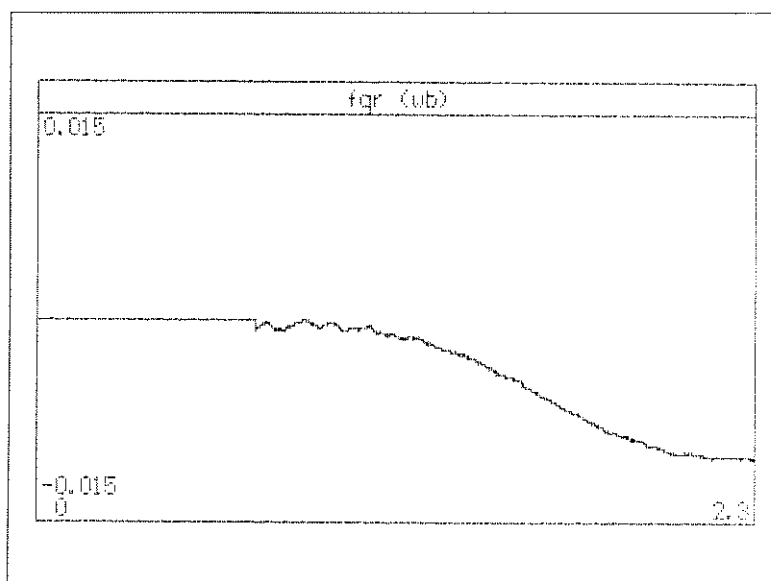


Figura 3.55 – Fluxo " $\lambda_{qr}$ " na Máquina

O fluxo na componente "q" possui um valor desprezível.

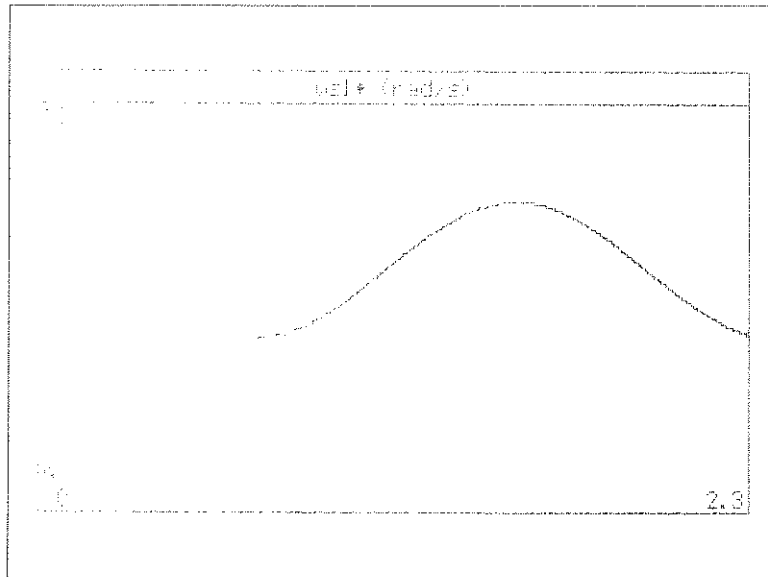


Figura 3.56 – Escorregamento " $\omega_{sl}$ "

O escorregamento segue as variações no comando de torque " $T_e^*$ ".

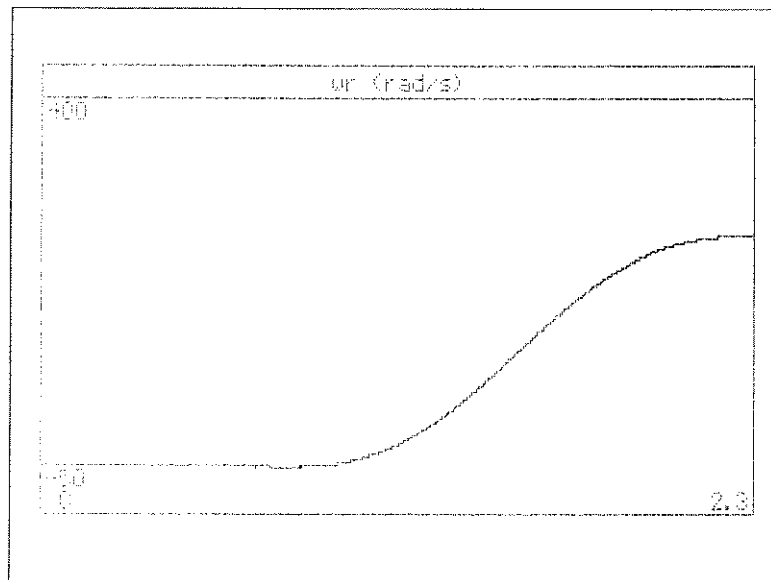


Figura 3.57 – Velocidade Angular " $\omega_r$ "

Como no estudo com o modelo simplificado a velocidade angular " $\omega_r$ " possui um perfil suave.

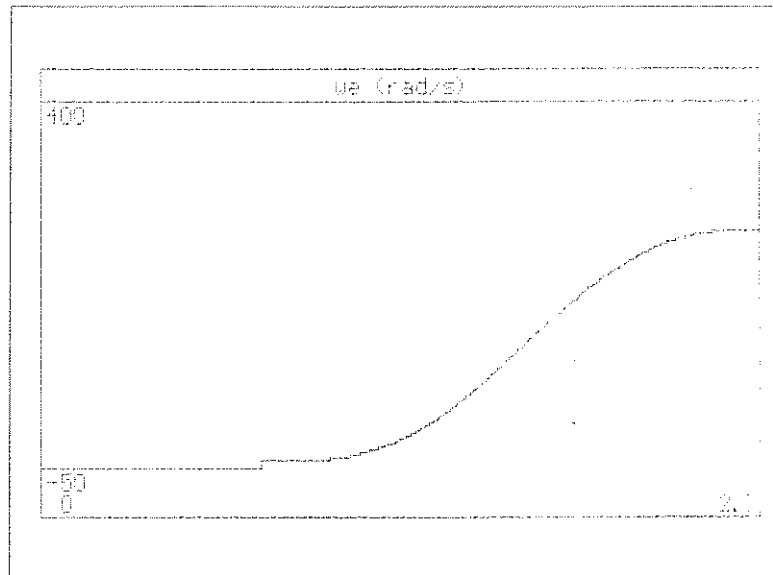


Figura 3.58 – Velocidade Angular " $\omega_e$ "

Como nos casos anteriores a frequência " $\omega_e$ " nada mais é do que a composição entre a velocidade angular " $\omega_r$ " e a frequência de escorregamento " $\omega_{sl}$ ".

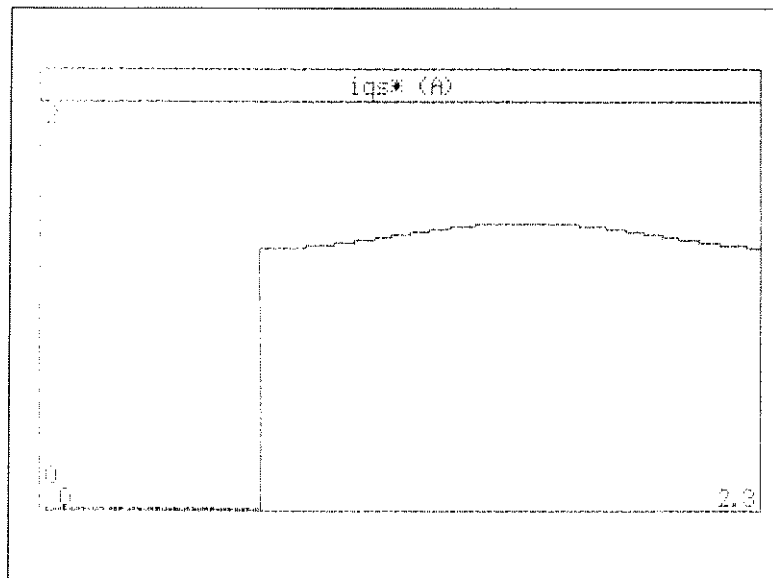


Figura 3.59 – Corrente de Referência " $i_{qs}^*$ "

Possui o mesmo formato do comando de torque " $T_e^*$ ".

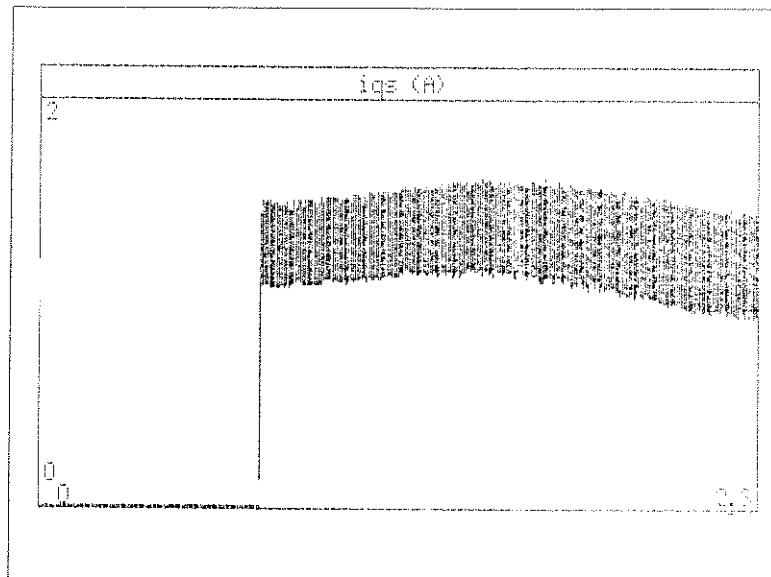


Figura 3.60 – Corrente " $i_{qs}$ " na Máquina

Segue de perto a corrente de referência " $i_{qs}^*$ " a menos de uma banda.

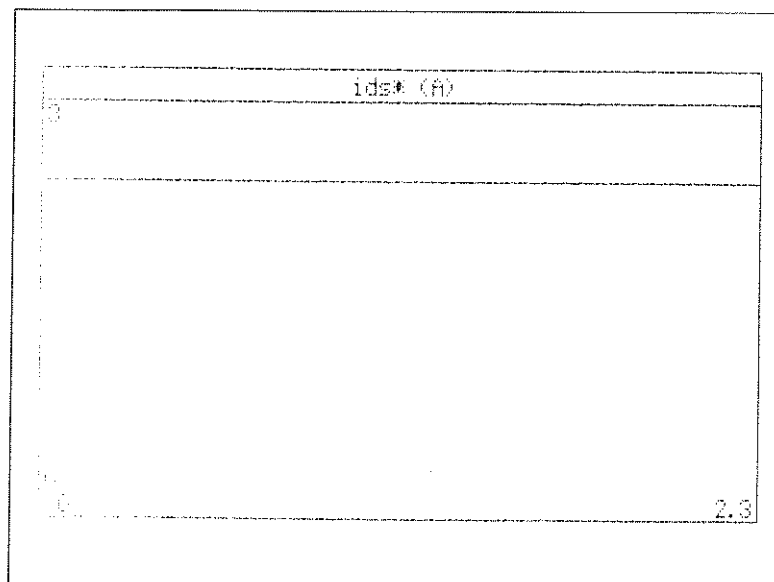


Figura 3.61 – Corrente de Referência " $i_{ds}^*$ "

A corrente " $i_{ds}^*$ " é mantida constante para termos em regime um fluxo constante.

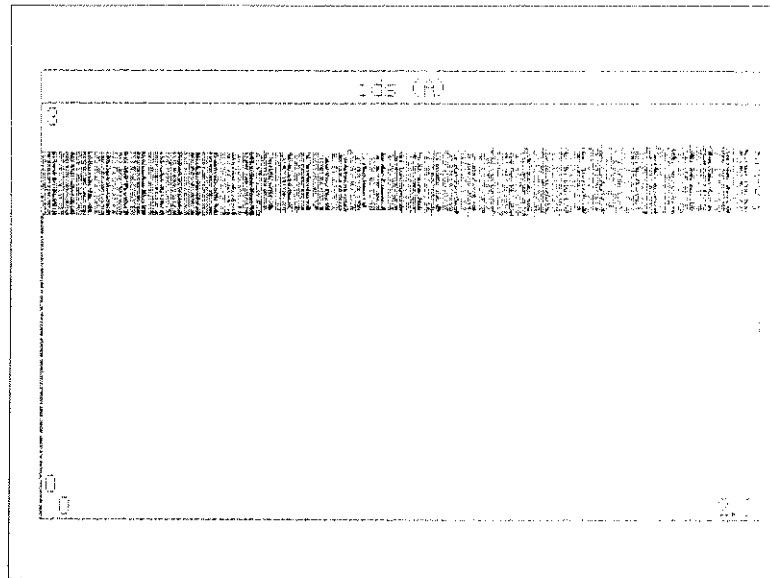


Figura 3.62 – Corrente "ids" na Máquina

Através do controle por corrente "ids" segue de perto " $i_{ds}^*$ " a menos de uma banda de erro.

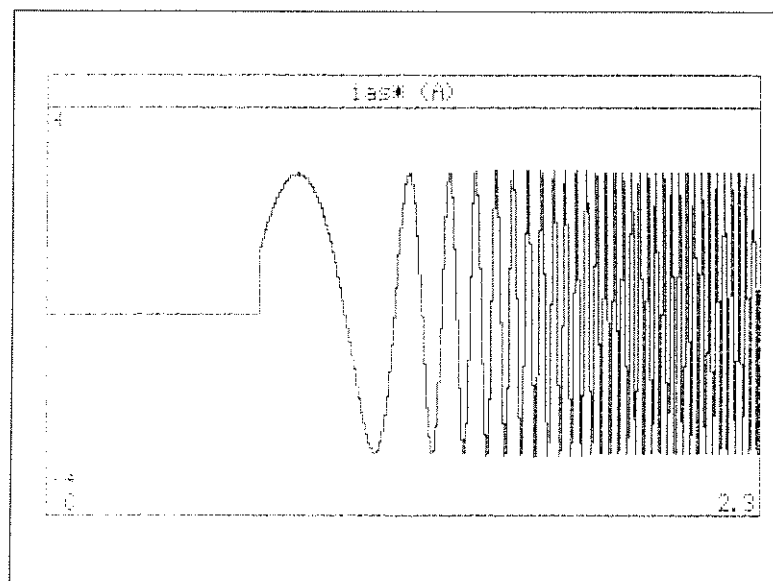


Figura 3.63 – Corrente de Referência " $i_{ds}^*$ "

Nos estudos com o modelo simplificado temos os mesmos resultados encontrados no estudos com o modelo completo para a geração das correntes de referência.

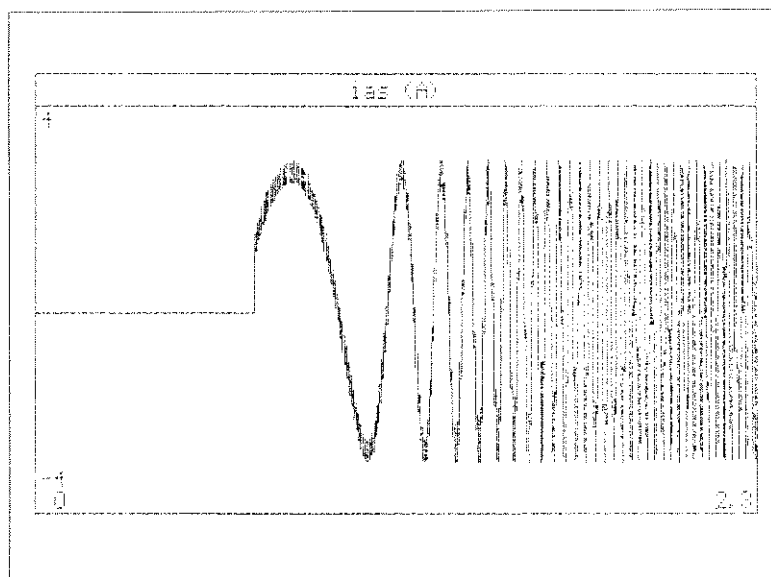


Figura 3.64 – Corrente "ias" na Máquina

A corrente que circula pela máquina "ias" segue a corrente de referência "ias\*" a menos de uma banda dada pelo controlador por histerese.

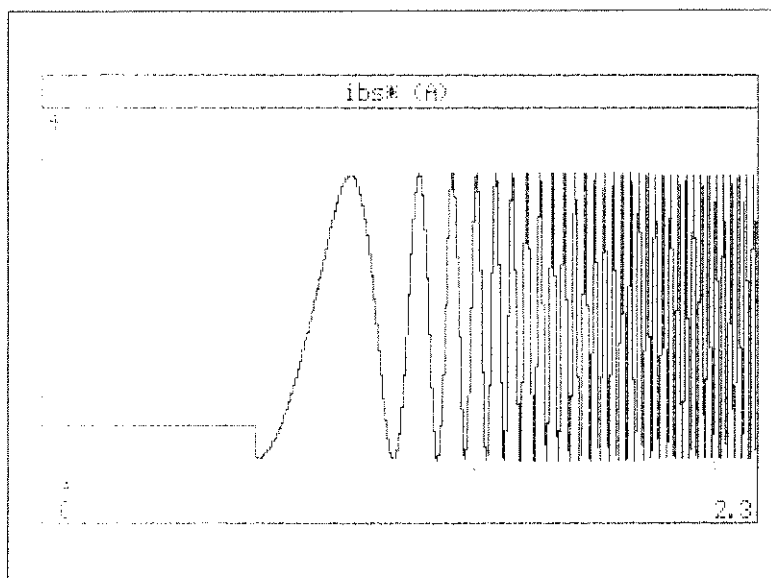


Figura 3.65 – Corrente de Referência "ibs\*"

Difere de "ias\*" por um atraso de "120°" e um valor na pré-excitação para a criação de um campo inicial.

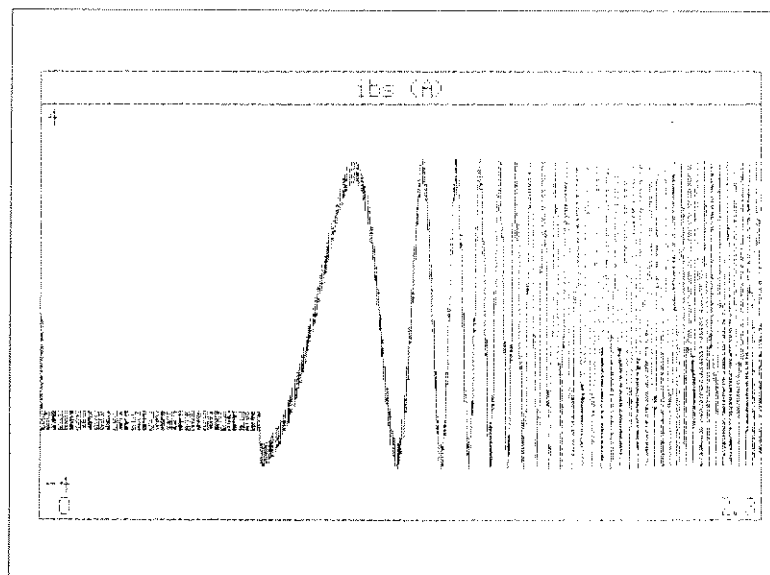


Figura 3.66 - Corrente "ibs" na Máquina

A corrente "ibs" segue a sua referência a menos de uma banda.

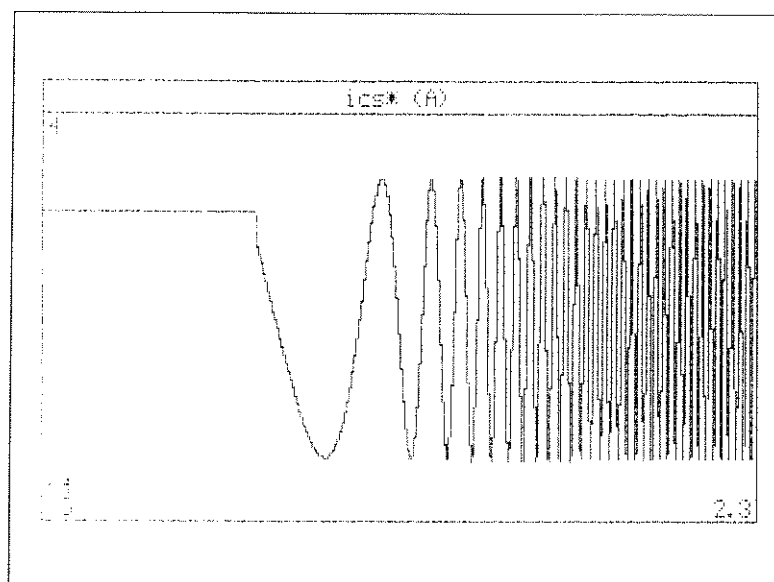


Figura 3.67 - Corrente de Referência "ics<sup>\*</sup>"

Difere de "ibs<sup>\*</sup>" por um atraso de "120°" e um valor na pré-excitação oposto ao gerado por "ibs<sup>\*</sup>".

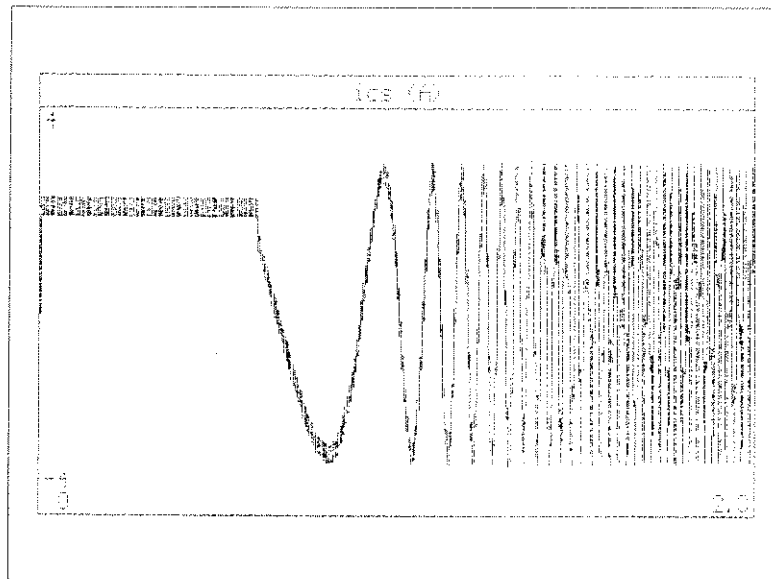


Figura 3.68 – Corrente "ics" na Máquina

A corrente "ics" segue de perto a sua referência a menos de uma banda.

Nas figuras que seguem (3.69 a 3.74) temos as correntes mostradas num intervalo menor do que o da aceleração completa, isto foi feito para melhor visualizar as bandas de erro do controle por histerese.

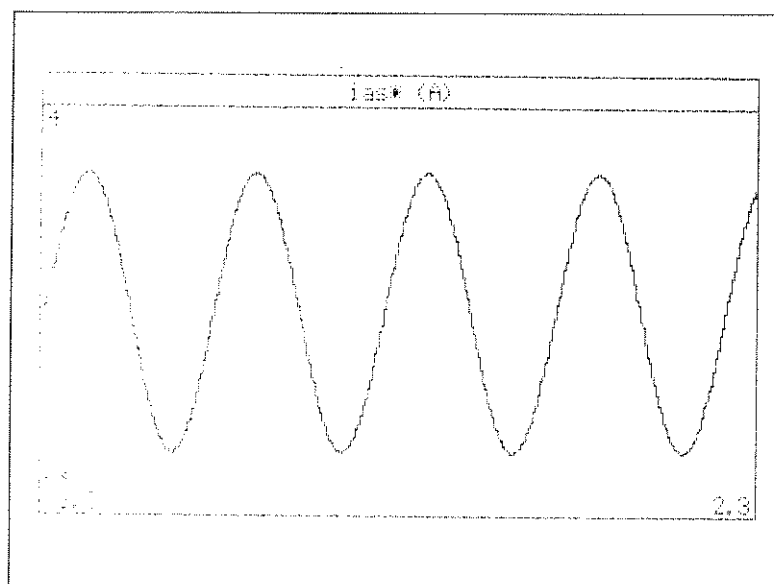


Figura 3.69 – Corrente de Referência "ias"

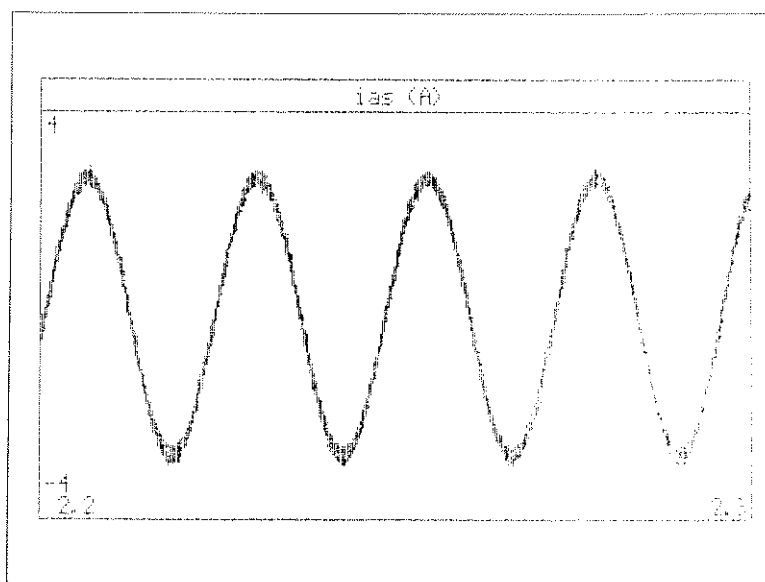


Figura 3.70 – Corrente "ias" na Máquina

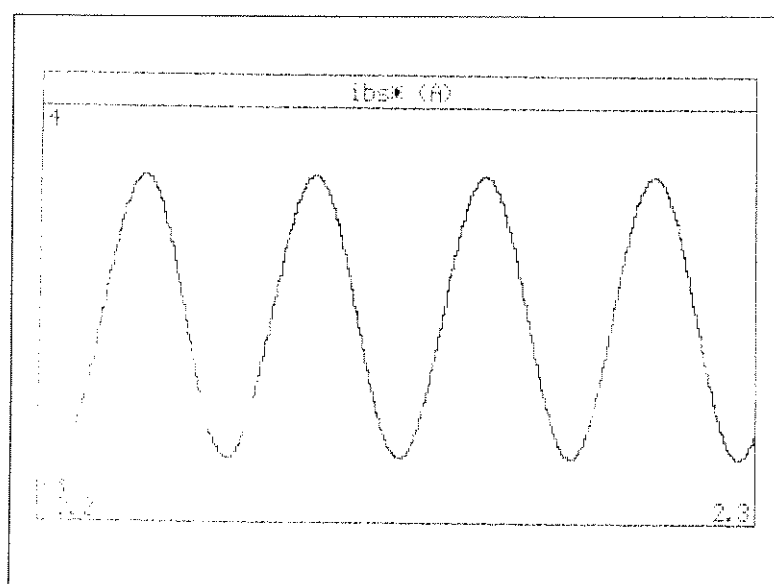


Figura 3.71 – Corrente de Referência " $i_{bs}^*$ "

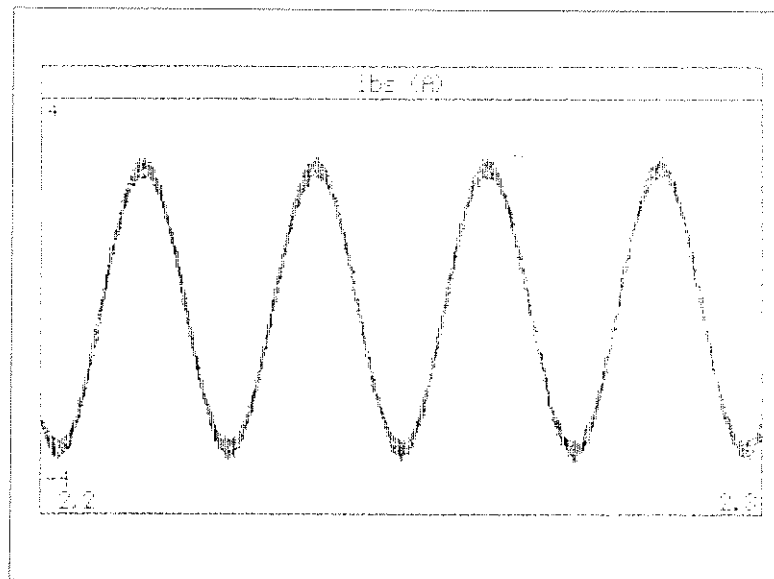


Figura 3.72 – Corrente " $i_{bs}$ " na Máquina

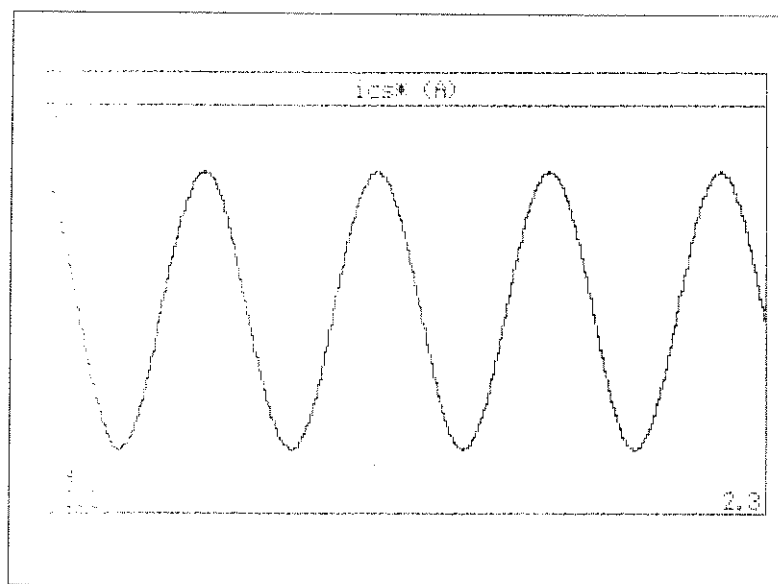


Figura 3.73 – Corrente de Referência " $i_{cs}^*$ "

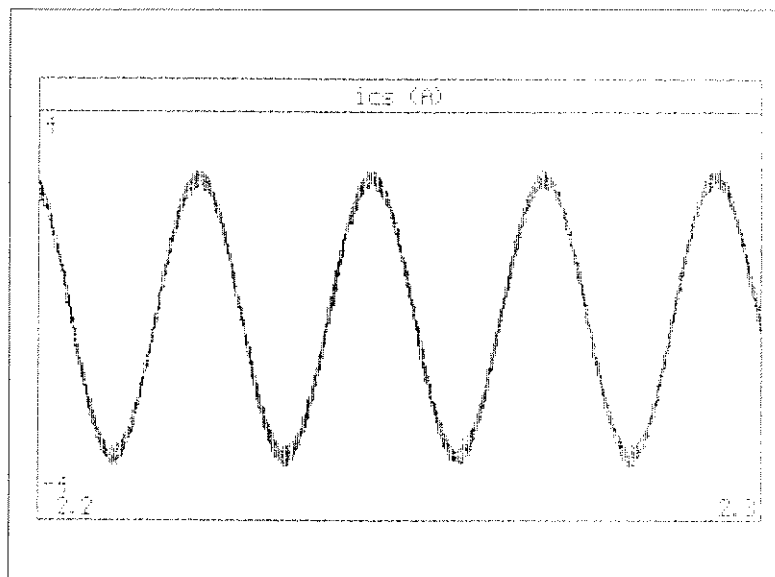


Figura 3.74 – Corrente "ics" na Máquina

### PERFIL SIGMOIDAL

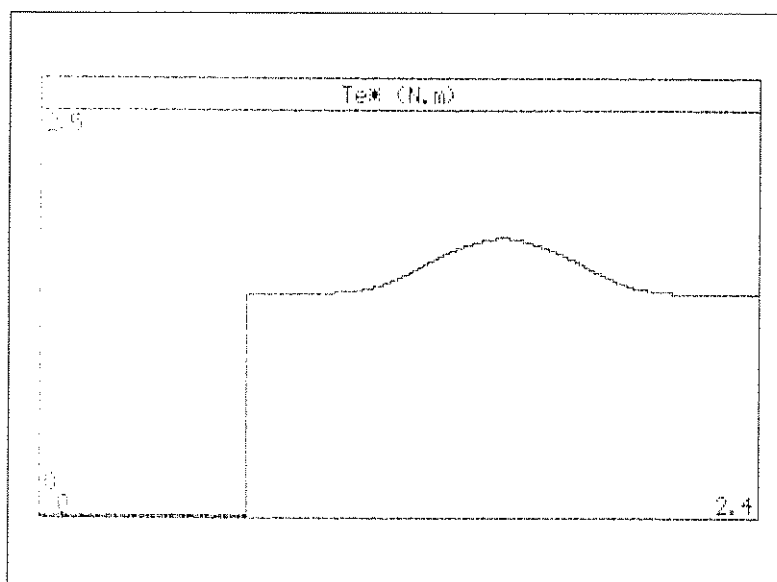


Figura 3.75 – Comando de Torque " $T_e^*$ "

Podemos distinguir através do perfil de torque de referência " $T_e^*$ " as duas componentes, a componente responsável pela aceleração e a componente responsável pelo equilíbrio da carga.

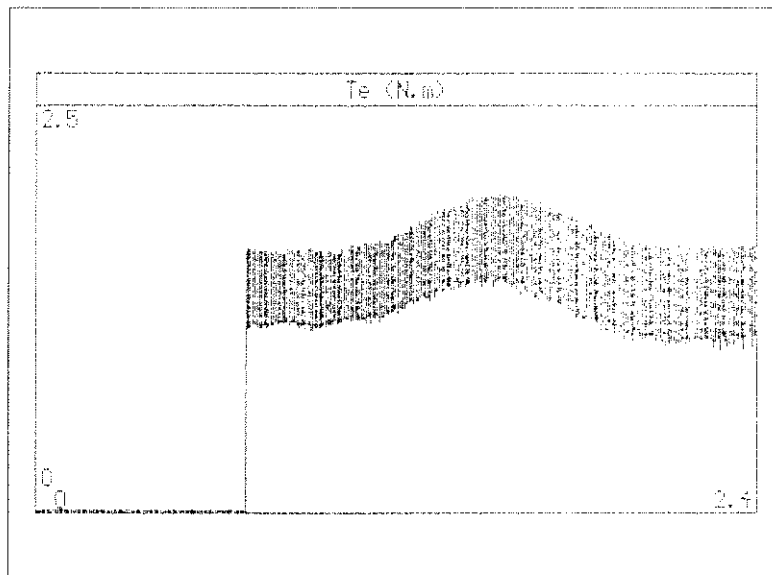


Figura 3.76 – Torque "Te" na Máquina

O torque eletromagnético produzido na carga "Te" segue a referência a menos de uma banda.

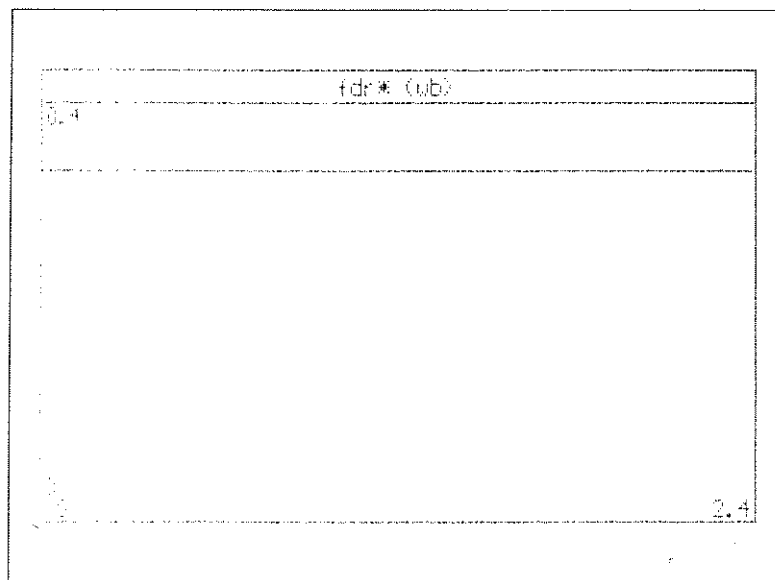


Figura 3.77 – Comando de Fluxo " $\lambda_r^*$ "

Conforme estratégia adotada o fluxo " $\lambda_r^*$ " é mantido constante.

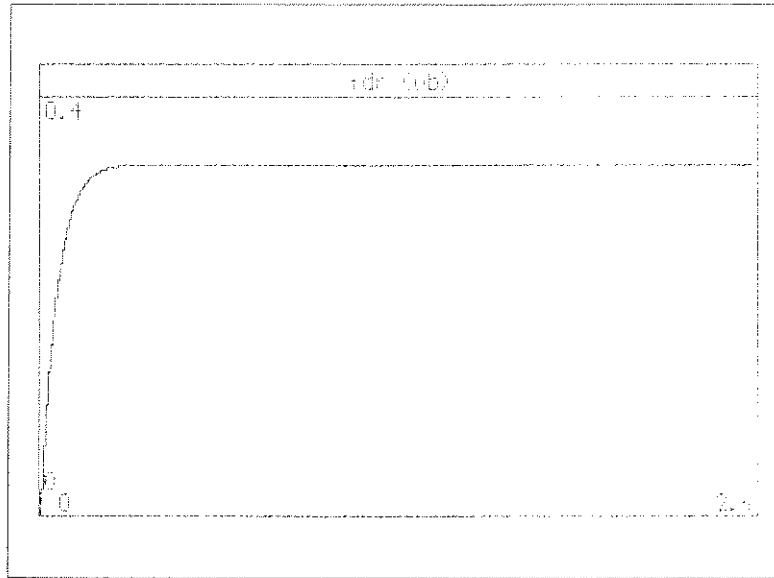


Figura 3.78 - Fluxo " $\lambda_{dr}$ " na Máquina

Conforme resultados obtidos anteriormente existe um atraso no estabelecimento do fluxo " $\lambda_{dr}$ ".

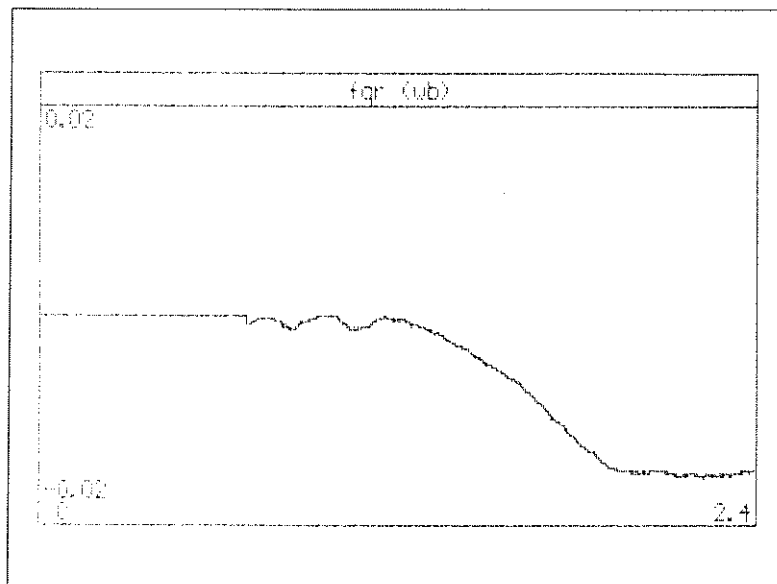


Figura 3.79 - Fluxo " $\lambda_{qr}$ " na Máquina

Quando comparado com " $\lambda_{dr}$ " possui um valor desprezível.

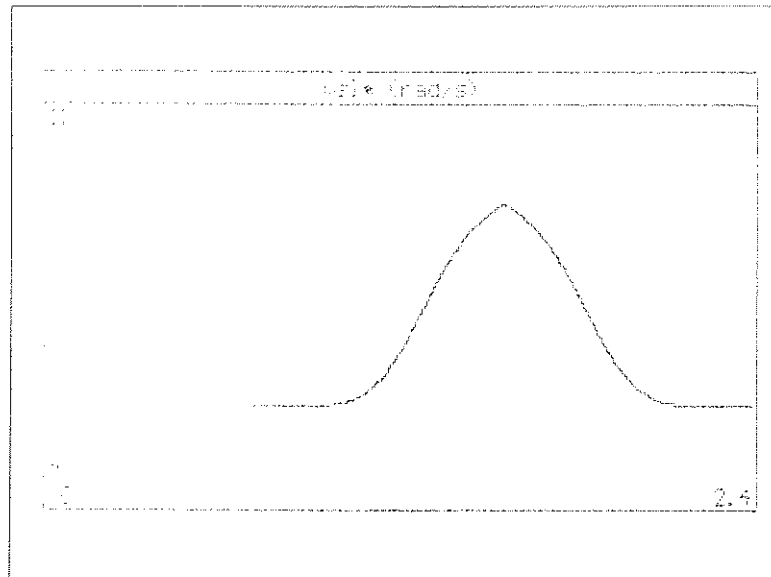


Figura 3.80 - Escorregamento " $\omega_{sl}$ "

É diretamente proporcional ao comando de torque " $T_e^*$ ".

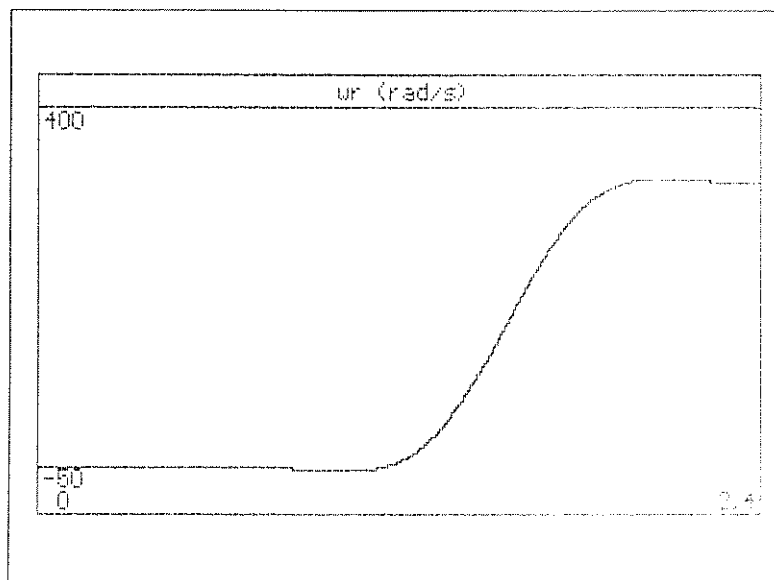


Figura 3.81 - Velocidade Angular " $\omega_r$ "

Como nos estudos com modelo simplificado possui um perfil suave.

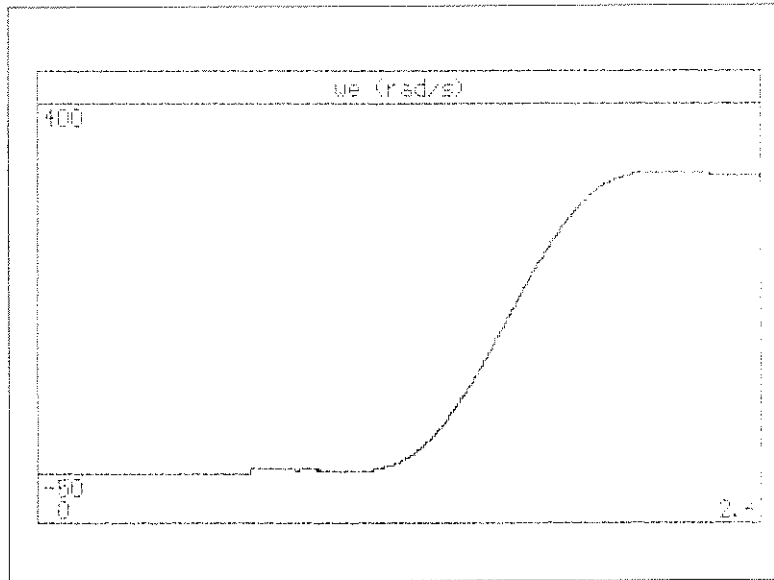


Figura 3.82 – Velocidade Angular " $\omega_e$ "

Como já citado anteriormente é a composição de " $\omega_r$ " e " $\omega_{sl}$ ".

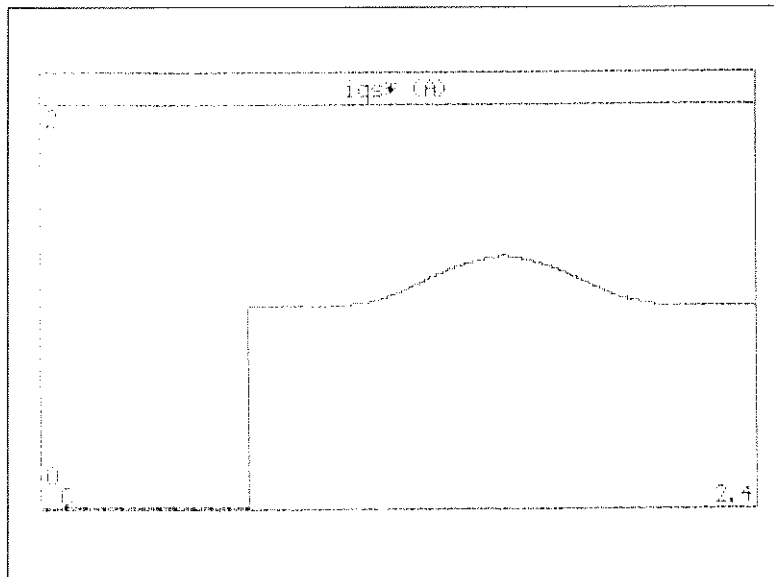


Figura 3.83 – Corrente de Referência " $i_{qs}^*$ "

Também é diretamente proporcional ao comando de torque " $T_e^*$ ".

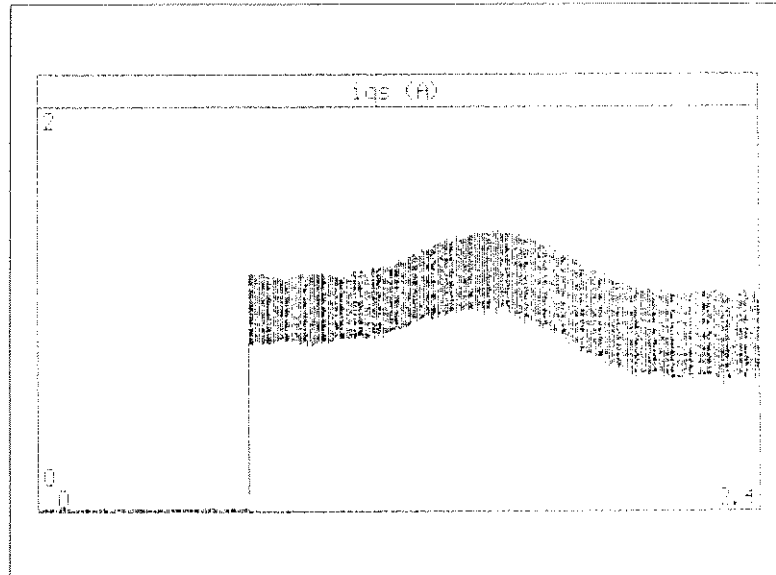


Figura 3.84 – Corrente "iqs" na Máquina

A corrente "iqs" segue a corrente de referência " $i_{qs}^*$ " a menos de uma banda.

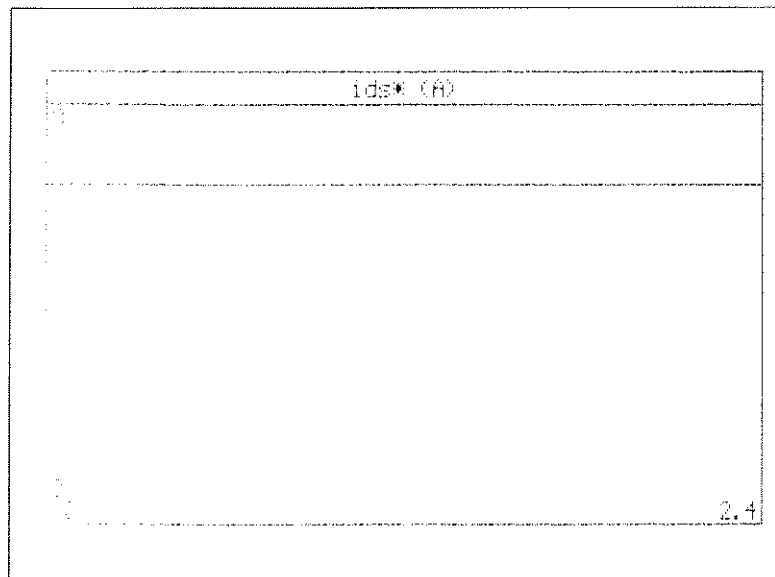


Figura 3.85 – Corrente de Referência " $i_{ds}^*$ "

A corrente " $i_{ds}^*$ " é mantida constante constante para que tenhamos em regime um fluxo constante.

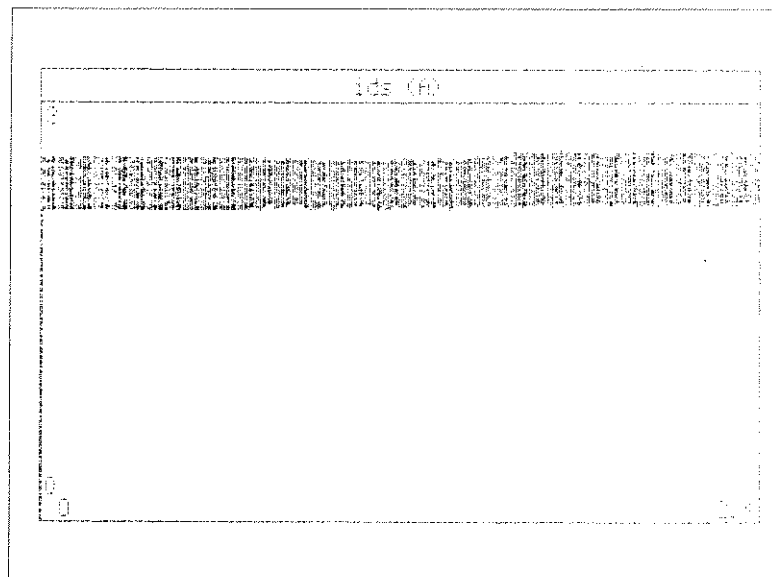


Figura 3.86 – Corrente "ids" na Máquina

Para o estabelecimento de um campo " $\lambda_r$ " é mantida constante pela referência " $i_{ds}^*$ " e controlador por histerese.

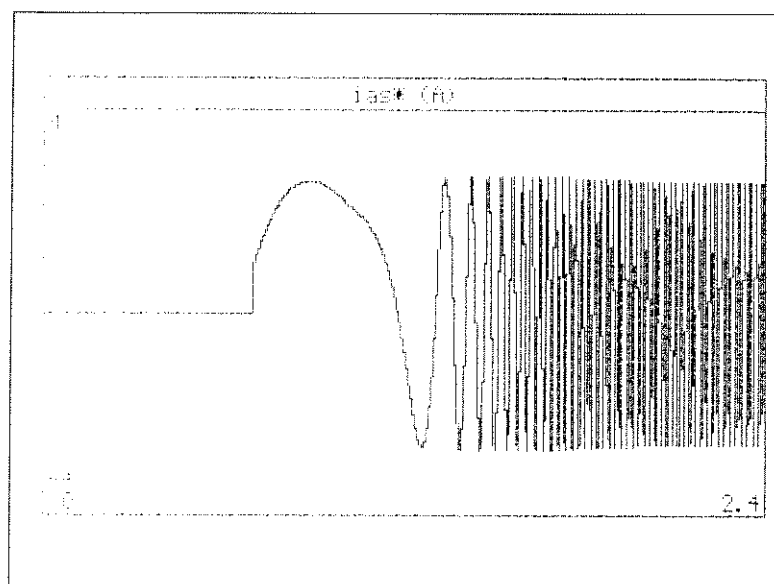


Figura 3.87 – Corrente de Referência " $i_{as}^*$ "

Podemos observar em " $i_{as}^*$ " as variações de amplitude e frequência da mesma forma que nos estudos com o modelo simplificado.

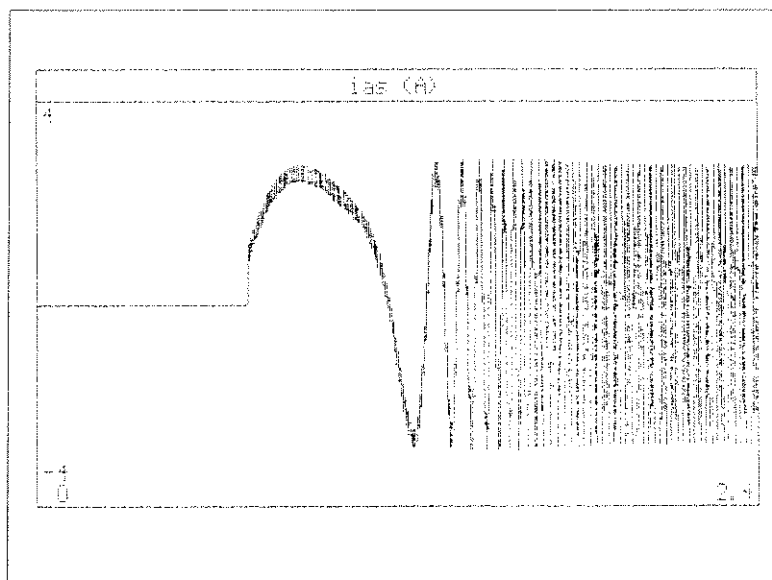


Figura 3.88 - Corrente "ias" na Máquina

A corrente "ias" que circula pela máquina segue a referência "ias\*" a menos de uma banda de erro. Observa-se também que durante a pré-excitação da máquina é mantida nula.

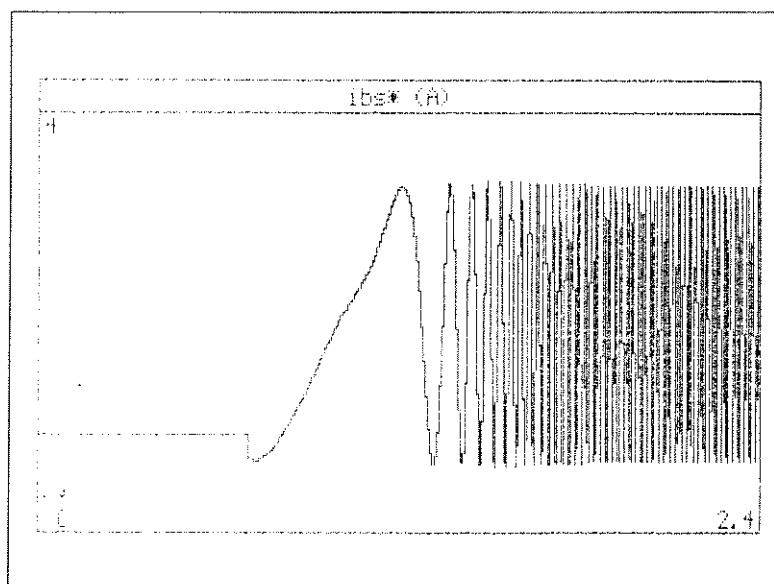


Figura 3.89 - Corrente de Referência "ibs"

Difere da referência "ias" em fase (atrasada de  $120^\circ$ ) e pelo fato de possuir um certo valor contínuo durante a pré-excitação.

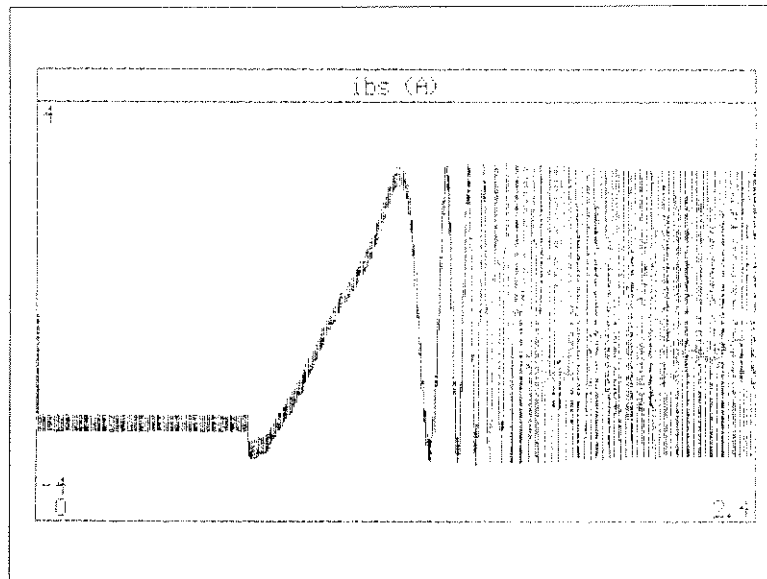


Figura 3.90 – Corrente "ibs" na Máquina

A corrente "ibs" segue a corrente de referência "ibs\*" a menos de uma banda.

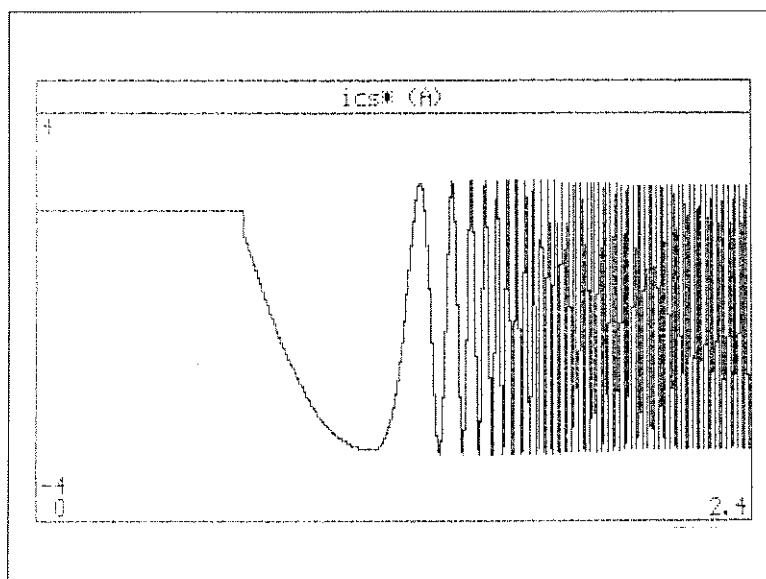


Figura 3.91 – Corrente de Referência "ics\*"

Difere da referência "ias\*" em fase (adiantada de  $120^\circ$ ) e pelo fato de possuir um certo valor contínuo durante a pré-excitação.

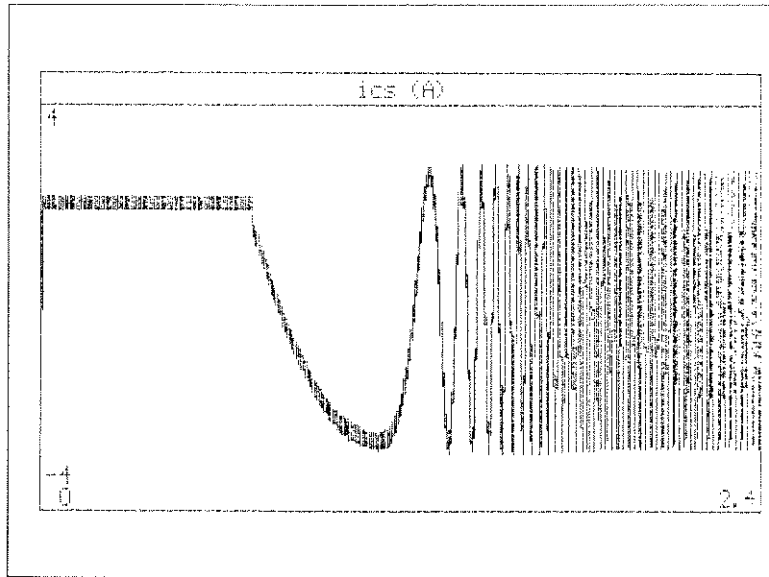


Figura 3.92 – Corrente " $i_{cs}$ " na Máquina

A corrente " $i_{cs}$ " segue a corrente de referência " $i_{cs}^*$ " a menos de uma banda.

Nas figuras de 3.93 a 3.98 temos representas as correntes trifásicas de referência e as que circulam pela máquina em intervalos de tempo menores para melhor visualização das bandas de erro.

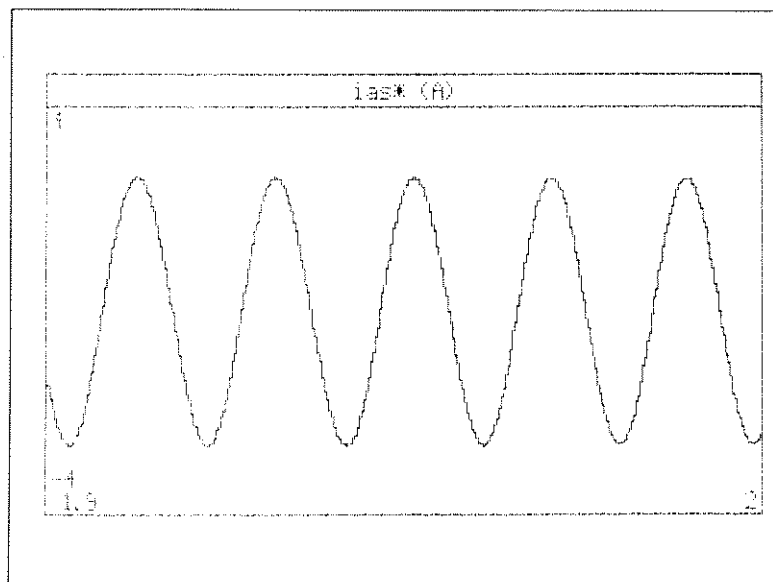


Figura 3.93 – Corrente de Referência " $i_{as}^*$ "

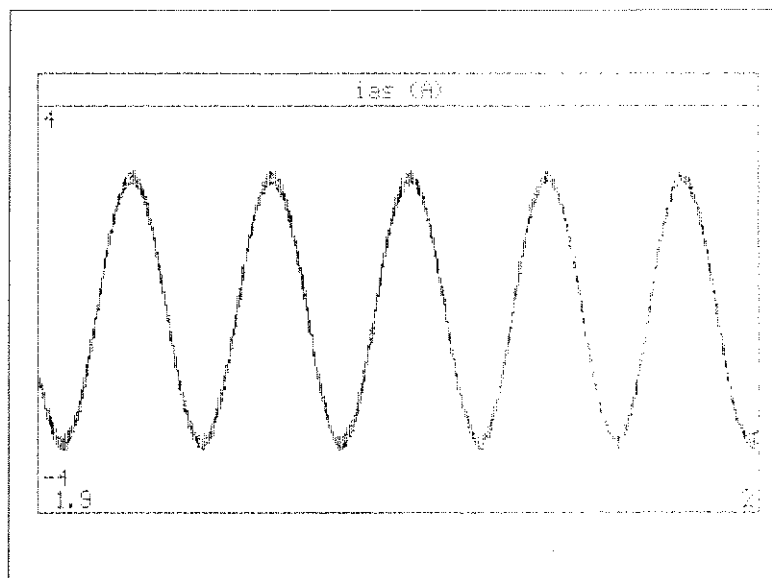


Figura 3.94 – Corrente "ias" na Máquina

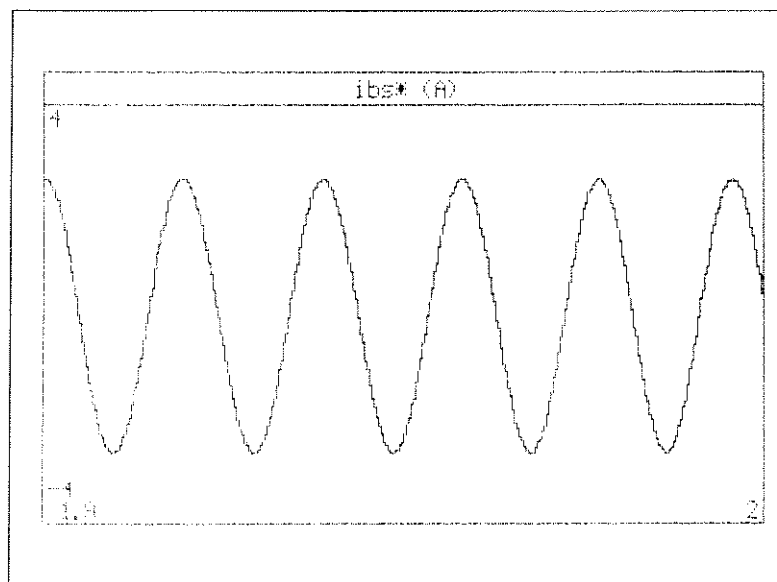


Figura 3.95 – Corrente de Referência " $i_{bs}^*$ "

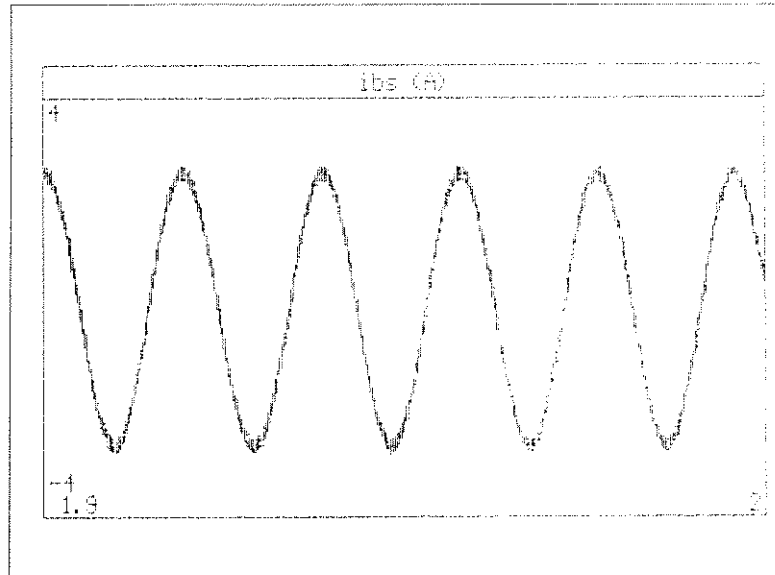


Figura 3.96 – Corrente "ibs" na Máquina

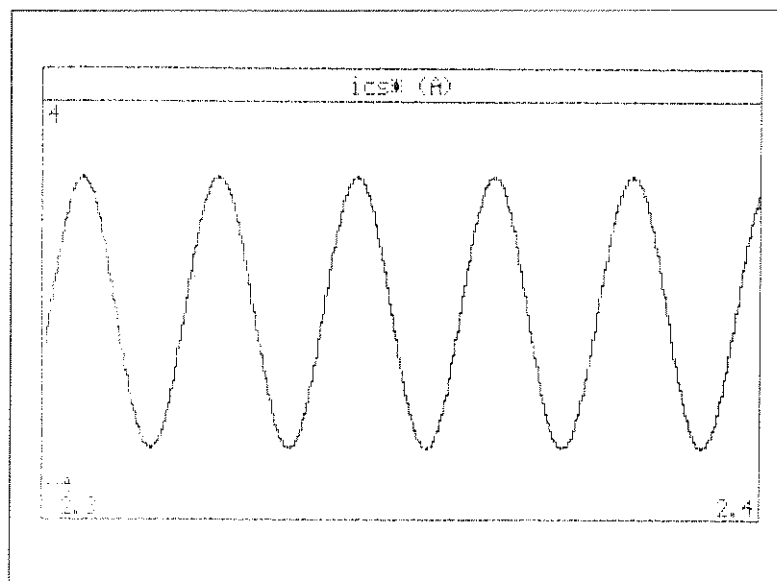


Figura 3.97 – Corrente de Referência " $i_{cs}^*$ "

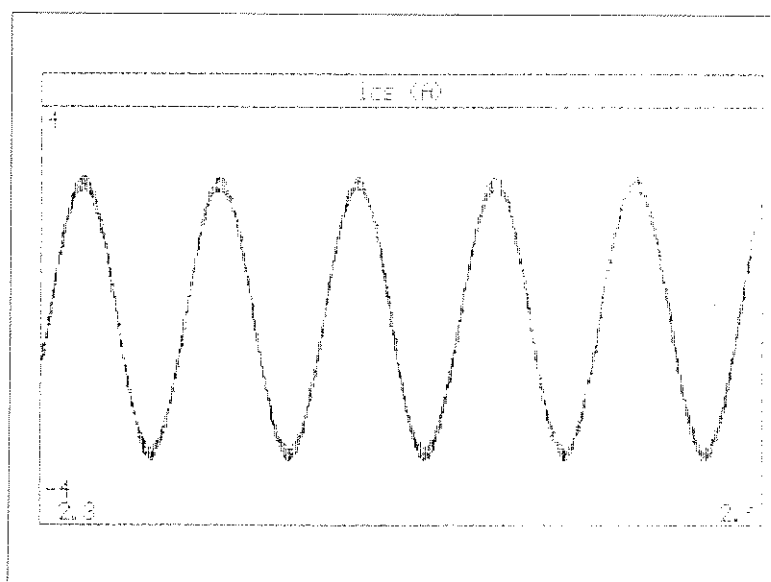


Figura 3.98 – Corrente "ics" na Máquina

Com relação a primeira etapa não se teve diferenças substanciais nas respostas de velocidade, o que valida o procedimento para a geração do perfil suave de velocidade. Como no caso do comando de torque em degrau para esse segundo estudo é necessária uma pré-excitação da máquina e isto é feito mantendo-se o comando de torque em zero e o de fluxo no valor desejado.

Também cabe lembrar que a banda de variação do torque é amplificada como também ocorre com a componente de torque da corrente estatórica "iqs", isto se deve ao fato de que na composição da corrente "iqs" têm-se mais de uma corrente trifásica com suas respectivas bandas de histerese.

## CAPÍTULO IV - IMPLEMENTAÇÃO

O sistema utilizado na implementação tem a mesma configuração descrita nos estudos de simulação digital conforme temos mostrado na figura 3.1.

A nível de implementação trataremos do *hardware* e *software* desenvolvidos. No *hardware* mostraremos como se estrutura o sistema em diagrama de blocos e mostraremos como foram desenvolvidas as diversas partes. O programa é composto de módulos e os mesmos têm suas especificações funcionais apresentadas. A nível de resultados experimentais trataremos principalmente da aplicação dos diferentes comandos de torque que foram estudados no capítulo anterior.

### 4.1) INTERFACE DE CONTROLE PARA IBM-PC

Uma interface de controle para utilização em um microcomputador IBM-PC compatível é apresentada a seguir [26]. O diagrama de blocos evidencia as partes do circuito projetado. A partir das referências de corrente e da leitura das correntes e da posição do eixo da máquina, são produzidos os sinais de controle para uma ponte de transistores de potência do tipo "SIPMOS" [27].

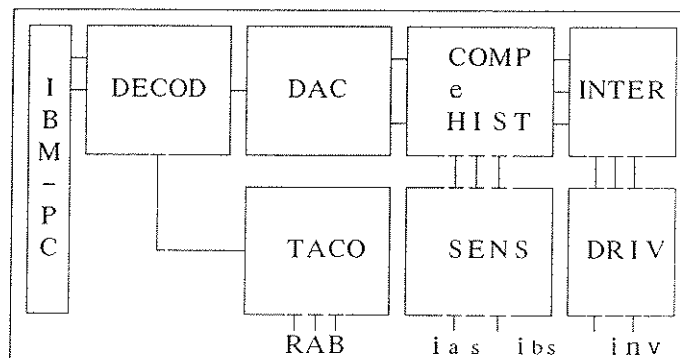


Figura 4.1 - Diagrama de Blocos do Sistema de Acionamento do Inversor

O bloco "DECOD", emprega um circuito integrado "PAL" que decodifica os endereços necessários para os diversos periféricos que fazem parte do controlador. Para propiciar generalidade de uso, este incorpora sinais para acionamento de uma porta de "I/O" de 8 "bits".

O bloco "DAC" é constituído de um conversor "D/A" de dois canais e doze "bits" por canal com tempo de conversão da ordem de 4  $\mu$ s, através dos quais são gerados os sinais analógicos de referência de corrente " $i_{as}^*$ " e " $i_{bs}^*$ ".

O bloco "TACO" tem a função de converter os pulsos provenientes de um *encoder* em uma palavra binária de 16 "bits" que corresponde a posição do eixo da máquina. Isso é feito através de dois contadores, um para o sentido de rotação horário e outro para o sentido de rotação anti-horário, baseados no "CI 8254".

O bloco "COMP e HIST" compara as correntes de referência com as correntes provenientes da máquina. O erro obtido é alimentado a *flip-flops* com histerese ajustável, que produzem os sinais de controle da ponte transistorizada. Este circuito está dotado de entradas opcionais que podem ser utilizadas para modulação triangular do erro obtido na comparação das correntes de referência e as que realmente circulam na máquina.

Na figura 4.2 apresentamos o circuito utilizado para chaveamento de um braço do inversor. A escolha conveniente da banda de histerese depende do nível da tensão de *link* e da constante de tempo elétrica da máquina (carga RL). Essa dependência é uma relação muito complexa e portanto o ajuste da mesma foi feito através de estudos de simulação digital, como a frequência de chaveamento é variável limitou-se o seu valor máximo em "10 kHz" e ajustou-se a banda para não ultrapassar esse limite. O critério para ajuste da banda não se restringe a frequência de chaveamento mas também temos que prezar pela qualidade da forma de onda gerada, é evidente que quanto maior é a banda pior é a qualidade da onda resultante tanto com relação a quantidade de harmônicas como com relação ao desvio do valor de referência. Nos estudos realizados nos preocupamos principalmente com a frequência de chaveamento, pois era um fator limitante do sistema de potência, contudo a banda resultou estreita (cerca de 0.6% do valor de pico nominal da corrente) nos fornecendo uma boa qualidade a nível de forma de onda resul-

tante.

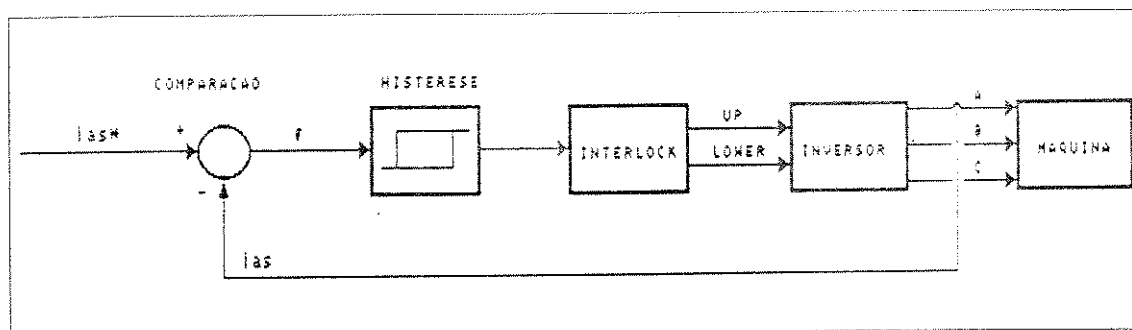


Figura 4.2 - Controle por Histerese

O bloco "SENS" utiliza sensores de efeito "Hall" para a obtenção dos sinais das correntes "ias" e "ibs" e a partir destes através de um circuito somador obter a terceira corrente "ics", conforme veremos com mais detalhes na próxima seção ( $ics = -ias - ibs$ ).

O bloco "INTER" executa o inter-travamento dos sinais de controle da ponte transistorizada. O tempo de *interlock* é programável através de um contador (4518) permitindo que o ajuste seja adequado ao tempo de chaveamento dos transistores. Na realidade temos o sinal de chaveamento habilitado após a contagem de um trêm de pulsos de um circuito de "clock" externo e programável.

O bloco "DRIV" implementado a partir de portas adaptadoras "CMOS" com saída do tipo coletor aberto aciona opto-acopladores isoladores que servem de interface entre o controlador e o estágio de potência.

#### 4.2) PROGRAMA PARA GERAÇÃO DAS CORRENTES DE REFERÊNCIA

Do capítulo "6" extrai-se a idéia básica para a geração das correntes de referência. Com exceção que apenas duas correntes devem ser geradas pelo programa de controle " $ias^*$ " e " $ibs^*$ ", visto que é válida a relação descrita na expressão "4.1":

$$i_{as}^* + i_{bs}^* + i_{cs}^* = 0 \quad (4.1)$$

ou seja,

$$i_{cs}^* = -(i_{as}^* + i_{bs}^*) \quad (4.2)$$

Portanto a corrente " $i_{cs}^*$ " pode ser obtida através da combinação de " $i_{as}^*$ " e " $i_{bs}^*$ " na implementação do circuito de controle do inversor, equação "4.2".

O programa implementado é constituído de alguns módulos que executam as tarefas para a geração do conjunto de correntes de referência para o conversor "D/A". Temos na figura 4.3 um diagrama com os módulos implementados.

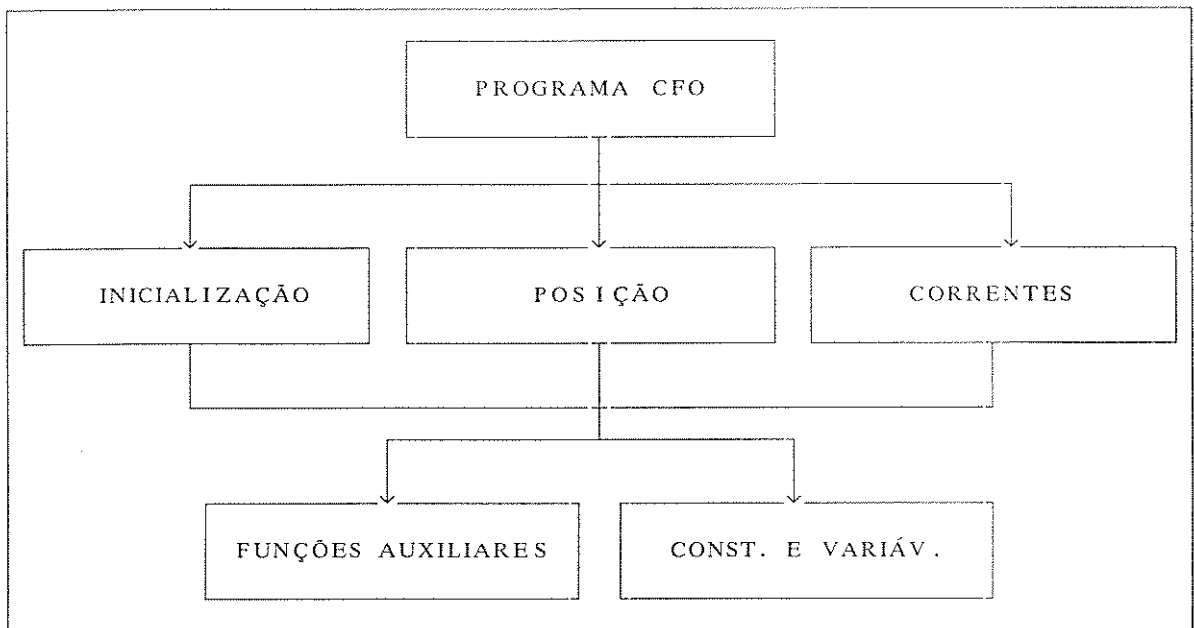


Figura 4.3 – Módulos do Programa de Geração  
das Correntes de Referência

O programa "CFO" é um programa sequencial que ativa os módulos de funções "INICIALIZAÇÃO", "POSIÇÃO" e "CORRENTES". Desenvolvemos os programas de forma modular e em linguagem "C" para futuramente se usar uma estratégia de processamento paralelo.

Um fluxograma é apresentado na figura 4.4 mostrando de forma mais detalhada como são geradas as correntes de referência, a relação entre os módulos de funções ativados

pelo programa "CFO" não é colocada de forma explícita pois no fluxograma são representadas as funções e executadas por esses módulos.

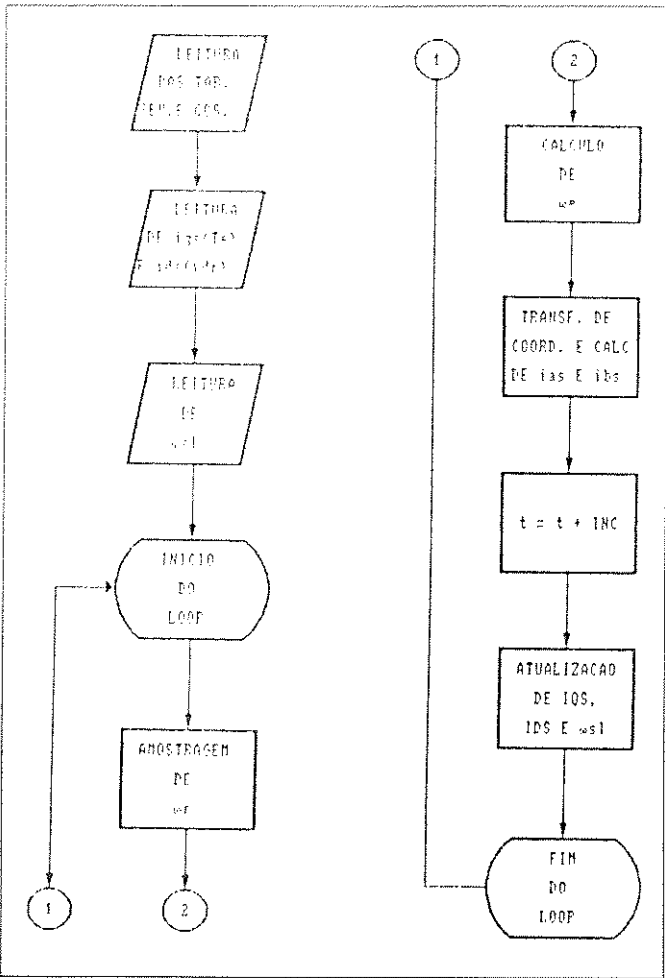


Figura 4.4 - Fluxograma para a Geração das Correntes de Referência

O módulo "INICIALIZAÇÃO", como o próprio nome sugere, tem a função de inicializar o sistema. Efetua a leitura de arquivos em que se tem tabelados as funções " $\text{sen}(\theta_e)$ " e " $\text{cos}(\theta_e)$ ", também é feito "off line" a geração de valores para o perfil de aceleração como a corrente de quadratura " $i_{qs}^*$ ", a frequência de escorregamento " $\omega_{sl}$ " e fatores multiplicadores para as transformações de coordenadas, que são gravados em arquivos e depois acessados pelo módulo de inicialização. Também é no módulo de inicialização que se faz a pré-excitação da máquina com o comando de torque " $T_e^*$ " igual a zero e o de fluxo no valor desejado " $\lambda_r^*$ ", portanto quando se inicia a execução do programa em tempo real a máquina já se encontra com o campo estabelecido. Outra função importante

do módulo de inicialização é a programação do contador do sensor de posição num modo de auto carga da contagem inicial (CI 8254).

No módulo "POS" temos a cada iteração do programa no "loop" infinito a leitura dos contadores e a transformação desses valores numa informação de posição do eixo da máquina " $\theta_r$ ", compensando o efeito do número de polos da máquina. Essa informação junto com o escorregamento pré-determinado nos dará o ângulo " $\theta_e$ " da transformação de coordenadas do sistema "d" e "q" para o sistema estacionário de correntes trifásicas (  $\theta_e = \theta_r + \theta_{sl}$  ).

O módulo "CORRENTES" é responsável pelo cálculo e aplicação das correntes de referência no conversor "D/A", na realidade o que se faz nesse módulo é principalmente a transformação de coordenadas do sistema "d" e "q" para o sistema de referência trifásico fixo no estator. A transformação "A,B" faz uso do ângulo " $\theta_e$ " integralizado no módulo do sensor de posição.

O módulo "FUNÇÕES AUXILIARES" tem algumas funções para tratamento da abertura e fechamento de arquivos, criação de apontadores e alocação de memória, alteração do "clock" do PC de 55 ms para 5 ms, inclusão na função de tratamento da interrupção do relógio de um contador para atualização da posição dos apontadores.

As constantes e variáveis globais estão declaradas no módulo "CONST. E VARIÁV."

Foram desenvolvidos basicamente três versões de programas, a primeira gera um conjunto de correntes de referência trifásicas " $i_{as}^*$ ", " $i_{bs}^*$ " e " $i_{cs}^*$ " a partir de um par de comandos ( $T_e^*, \lambda_r^*$ ); a segunda versão tem como comando de torque " $T_e^*$ " um perfil do tipo cosseóide; a terceira versão temos um perfil do tipo sigmóide para o comando de torque e um valor constante para a referência de campo.

Nas figuras 4.5, 4.6 e 4.7 temos medidos os tempos de execução de cada uma das versões supra-citadas. A medição foi efetuada alterando-se o valor de uma grandeza, em um endereço conhecido, entre "0" e "1" na entrada e saída do "loop" e assim obtendo o tempo necessário para a geração um valor da corrente de referência. O intervalo de tempo pode assim ser medido através de um osciloscópio.

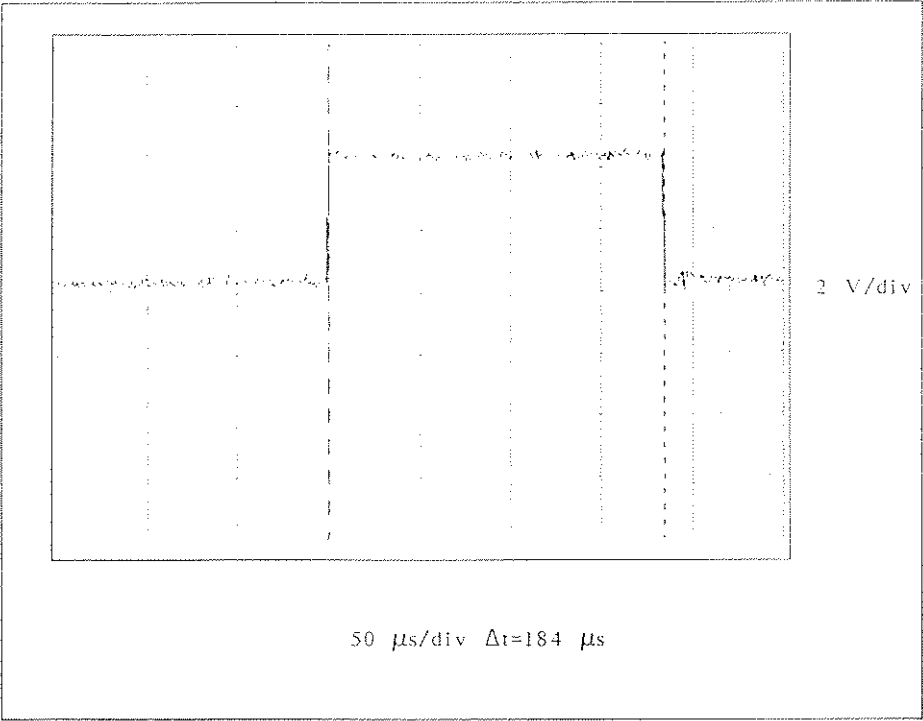


Figura 4.5 – Tempo de Execução do Programa, Versão 1

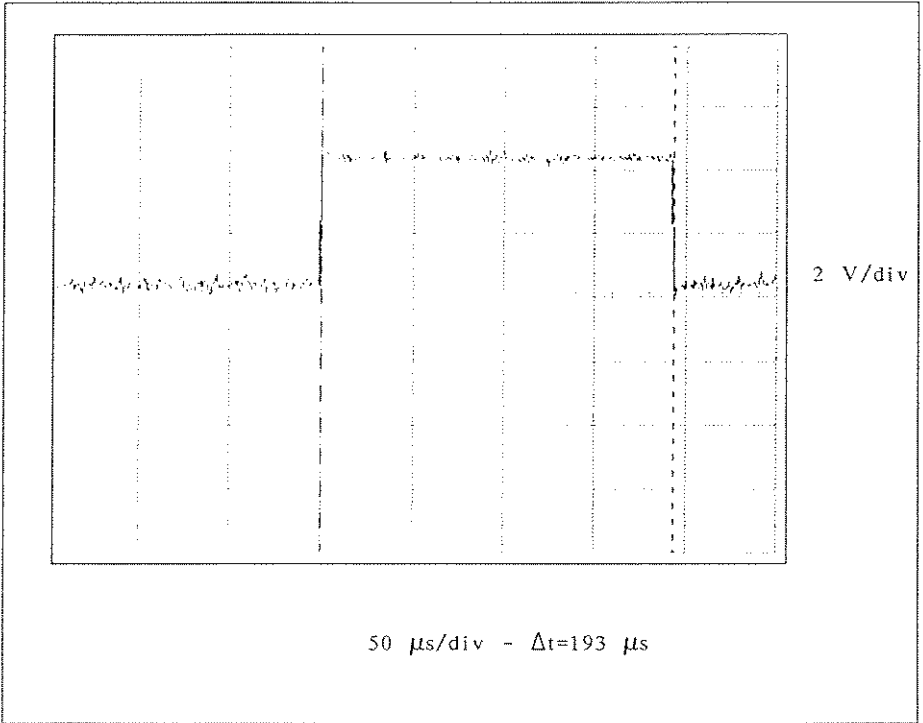


Figura 4.6 – Tempo de Execução do Programa, Versão 2

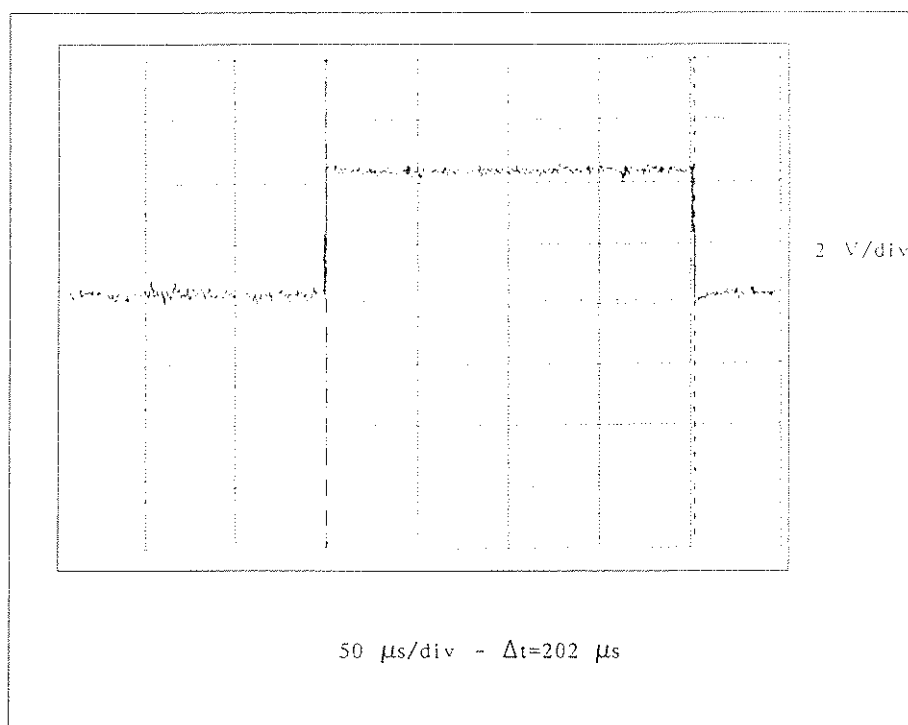


Figura 4.7 - Tempo de Execução do Programa, Versão 3

Observamos que com os tempos obtidos poderemos ter uma boa resolução para as correntes de referência, pois girando o tempo de execução em torno de  $200 \mu s$  teremos a seguinte relação, números de pontos versus frequência, para as correntes de referência em um ciclo:

$$20 \text{ Hz} \rightarrow 250 \text{ pontos} \quad (4.3)$$

$$60 \text{ Hz} \rightarrow 84 \text{ pontos} \quad (4.4)$$

#### 4.3) RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Foram realizados três tipos de experimentos, no primeiro apenas testamos o controlador do tipo histerese injetando uma referência de corrente e observando a corrente resultante na carga, que no caso era um motor trifásico de indução cujos parâmetros se encontram descritos no anexo 2 . A figura 4.8 mostra a corrente de referência e a corrente nos terminais da máquina em uma das fases. Os sinais de chaveamento são mos-

trados na figura 4.9, para um braço do inversor.

Podemos observar na figura 4.8 a banda de variação da corrente e também que a frequência de chaveamento é maior nos picos da corrente, pois as variações mais suaves são mais difíceis de serem seguidas e portanto a frequência de chaveamento é maior. Na figura 4.9 podemos identificar através da largura dos pulsos os picos da senóide, quanto menor a largura maior a frequência de chaveamento.

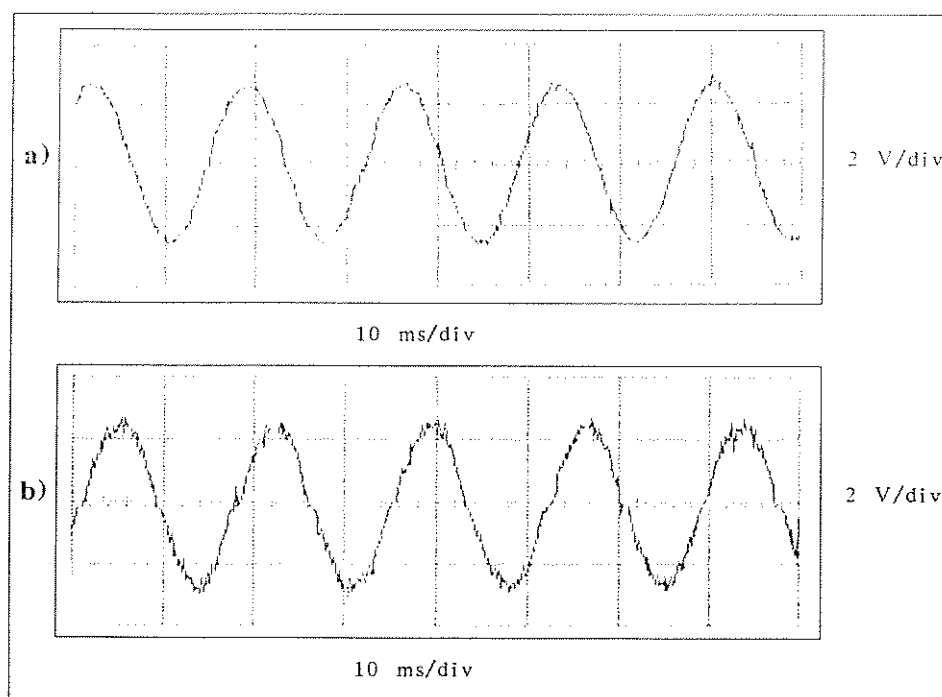


Figura 4.8 - Corrente de Referência (a), Corrente na Máquina (b)

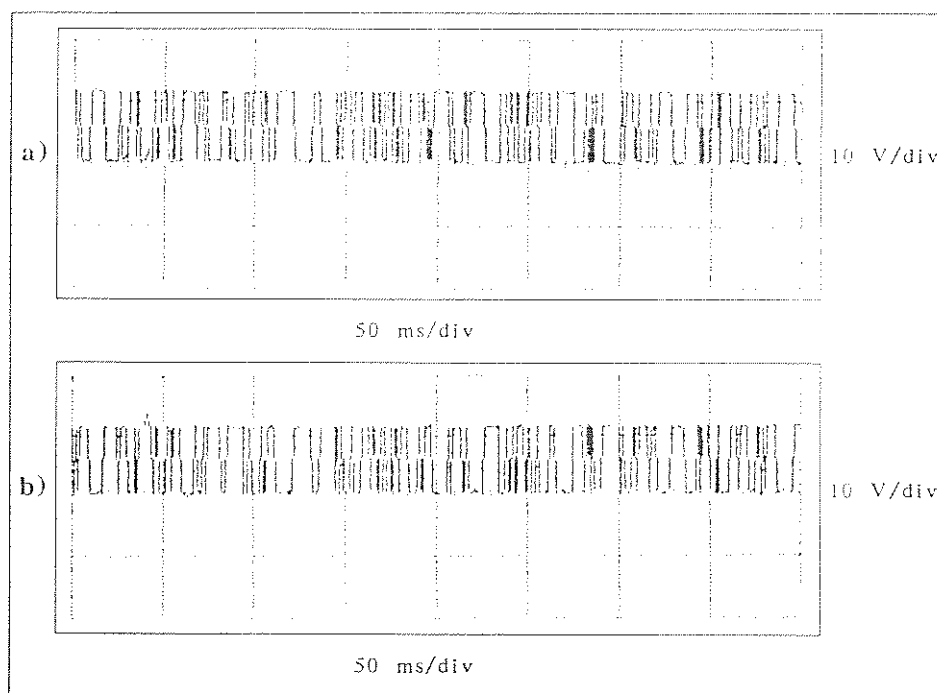


Figura 4.9 – Sinais de Chaveamento de um Braço do Inversor

No segundo experimento utilizamos do programa para geração das correntes de referência versão cossenóide e fizemos com que a máquina acelerasse e desacelerasse seguindo um perfil cossenoidal, a vazio. As figuras de 4.10 a 4.19 mostram os resultados da execução completa do programa, com a fase de pré-excitação da máquina (inicialização), figuras de 4.10 a 4.14, e a fase de regime em que é empregado o comando de aceleração, figuras de 4.15 a 4.19.

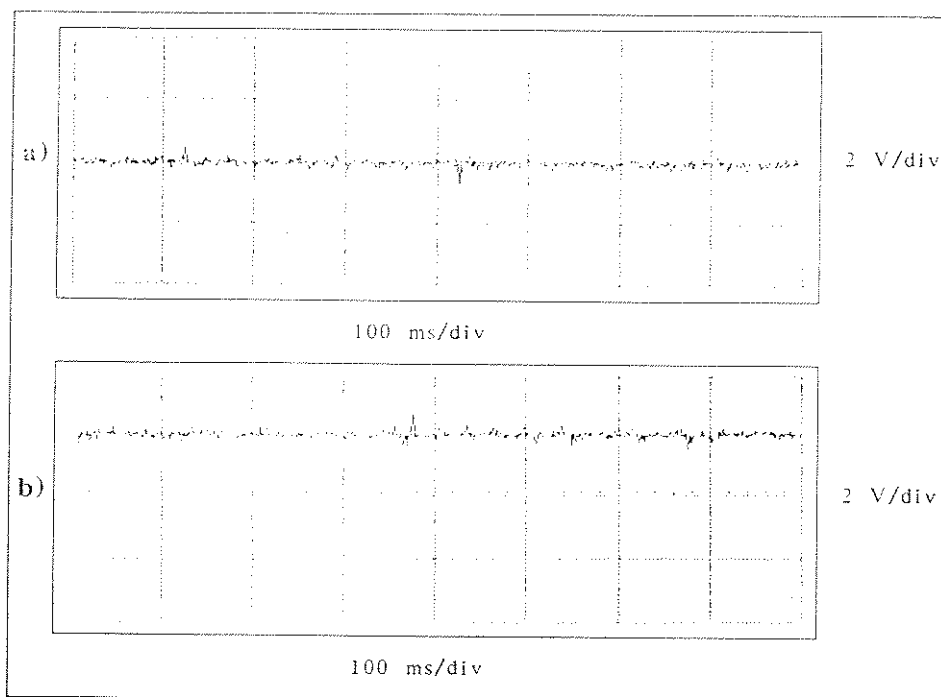


Figura 4.10 - Correntes de Referência Fase "a" (a) e Fase "b" (b)

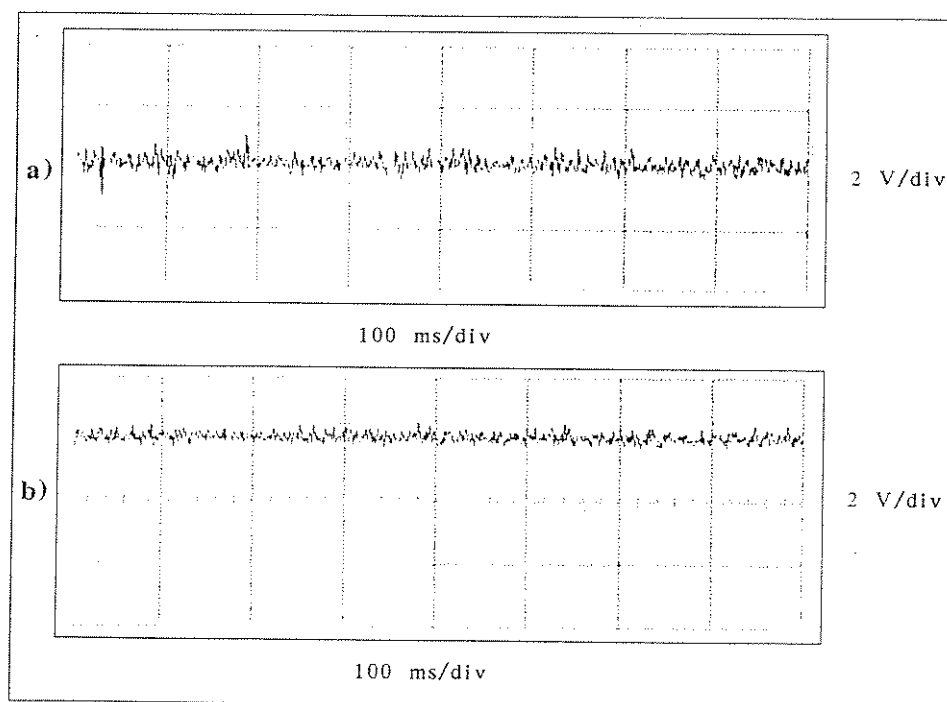


Figura 4.11 - Correntes na Máquina Fase "a" (a) e Fase "b" (b)

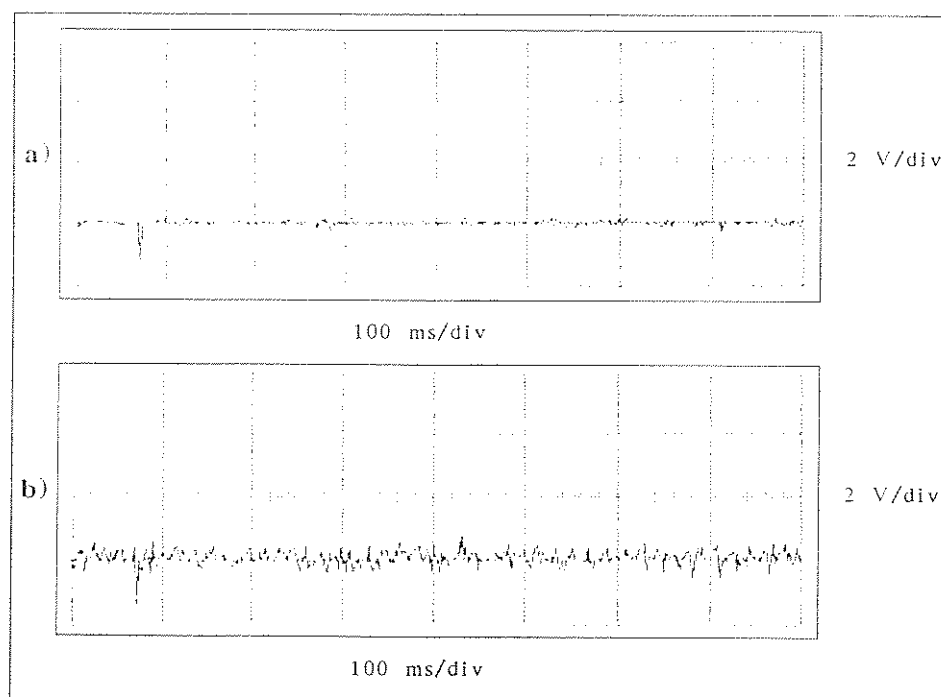


Figura 4.12 – Corrente de Referência (a) e Corrente na Máquina (b)

Fase "c"

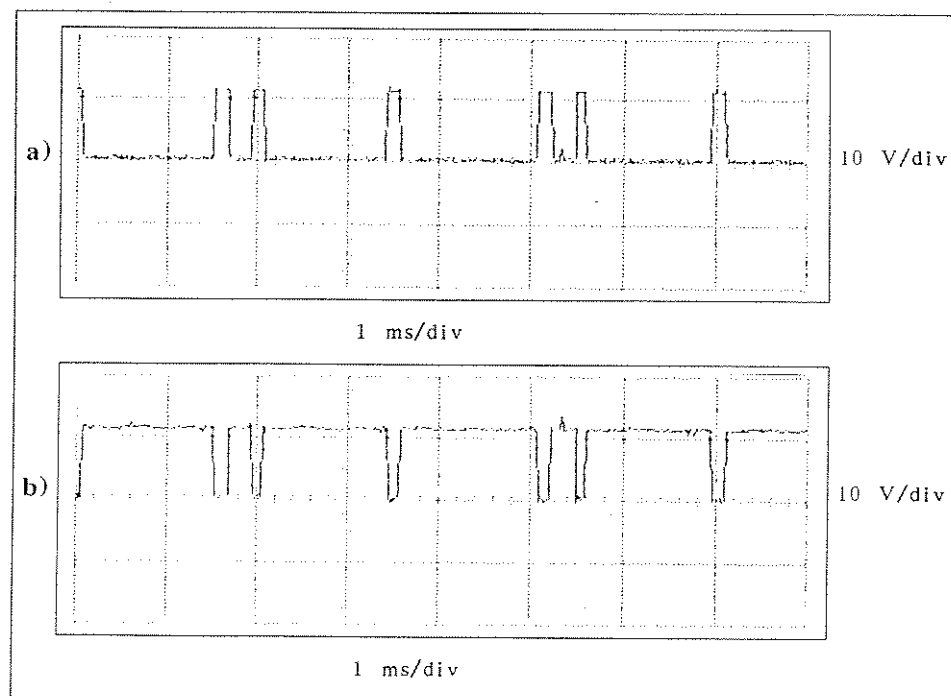


Figura 4.13 – Sinais de Chaveamento de um Braço do Inversor

Fase "a"

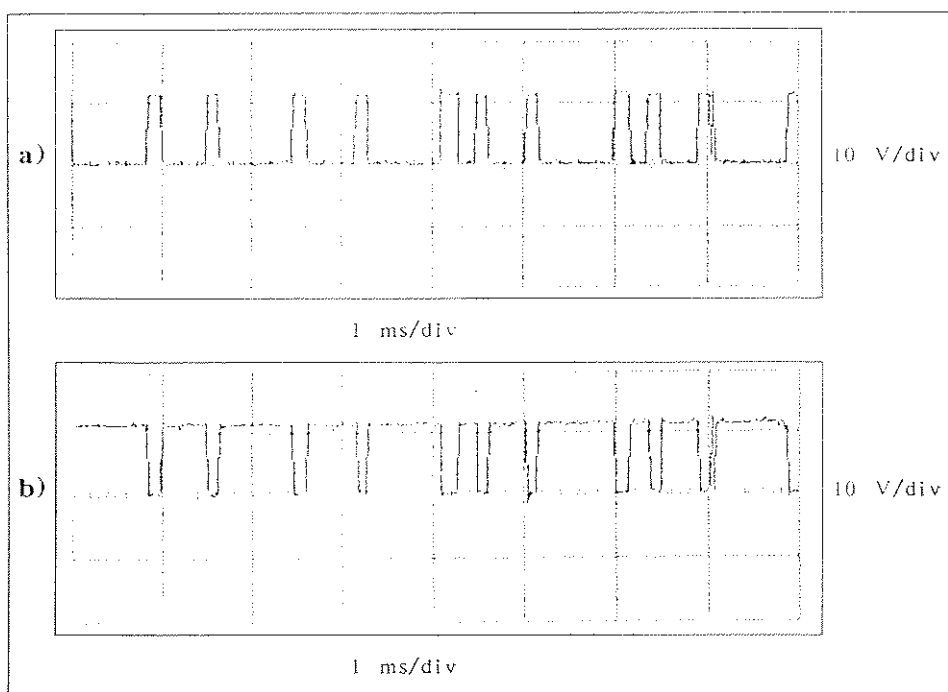


Figura 4.14 - Sinais de Chaveamento de um Braço do Inversor

Fase "b"

Observamos que a corrente da fase "a" é mantida em zero e as correntes das fases "b" e "c" assumem valores simétricos, contínuos e iguais, isso é feito para manter o torque resultante igual a zero e o fluxo em um valor pré-determinado. Portanto a máquina encontra-se parada porém excitada com um determinado nível de campo.

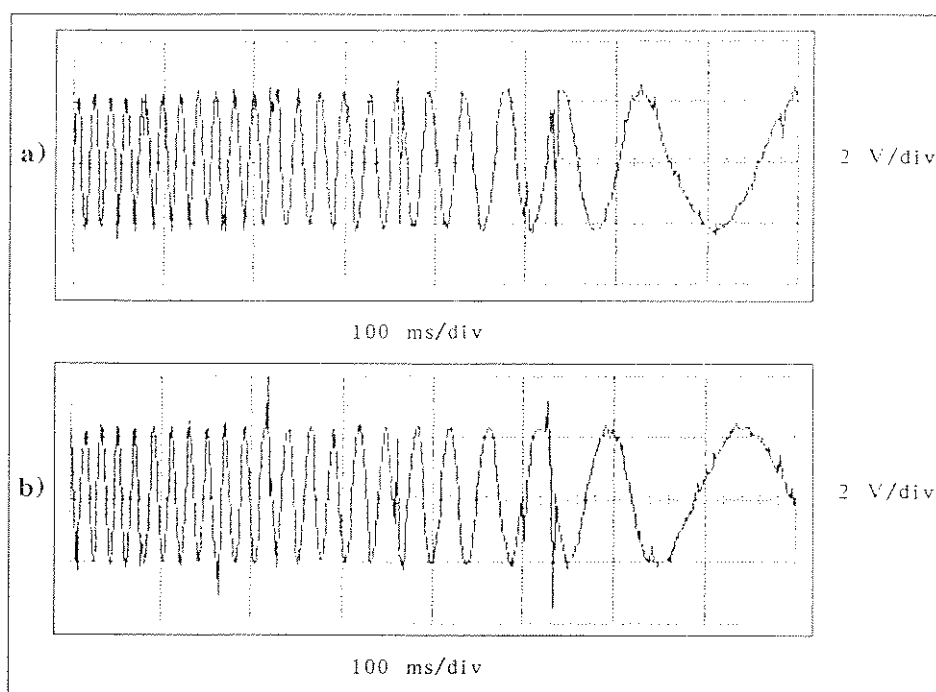


Figura 4.15 - Correntes de Referência Fase "a" (a) e Fase "b" (b)

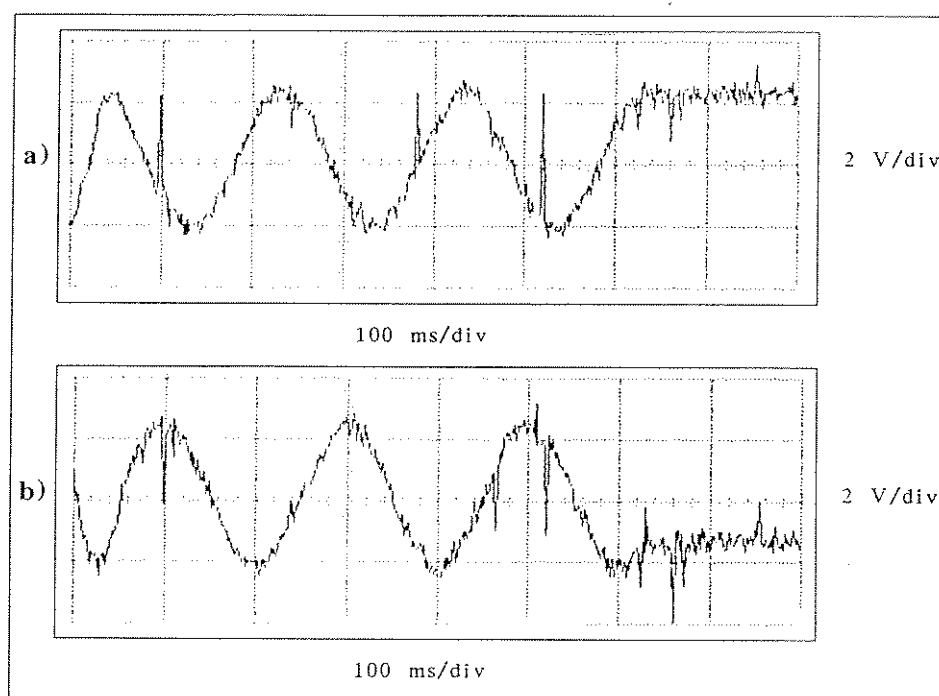


Figura 4.16 - Correntes na Máquina Fase "a" (a) e Fase "b" (b)

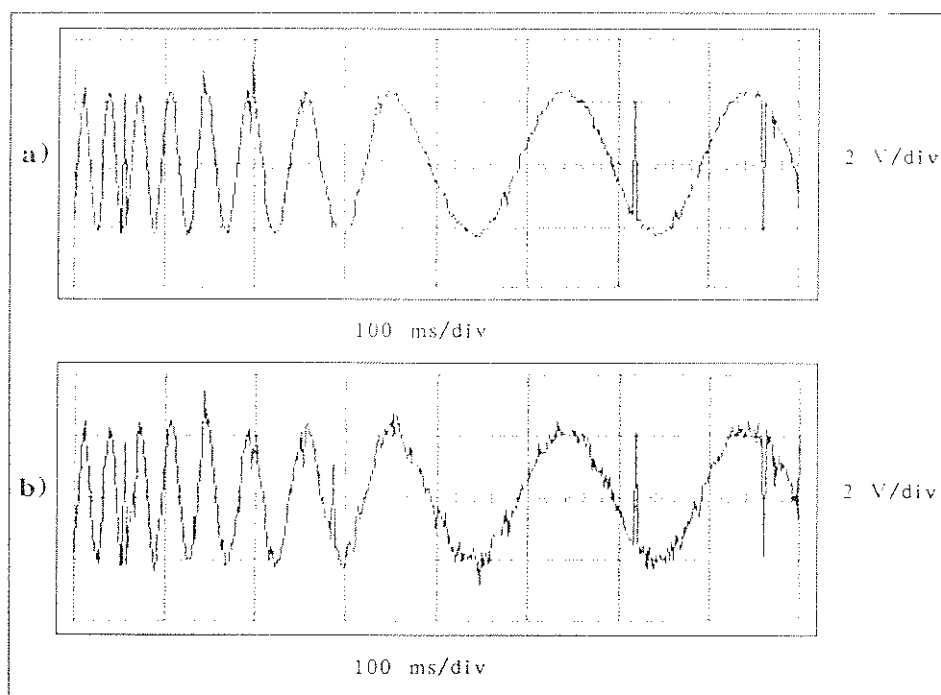


Figura 4.17 – Corrente de Referência (a) e Corrente na Máquina (b)

Fase "c"

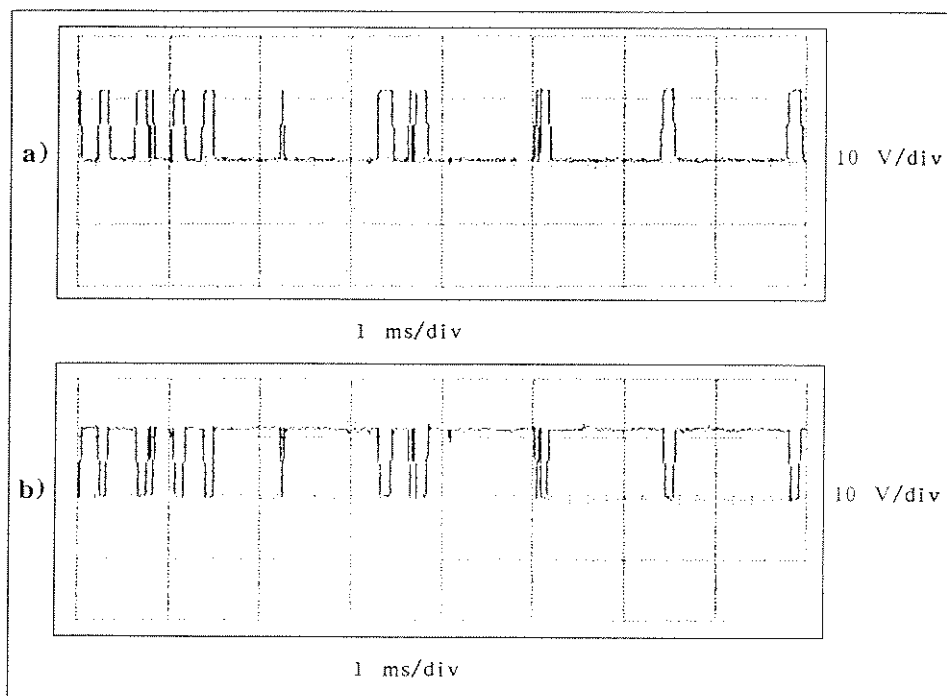


Figura 4.18 – Sinais de Chaveamento de um Braço do Inversor

Fase "a"

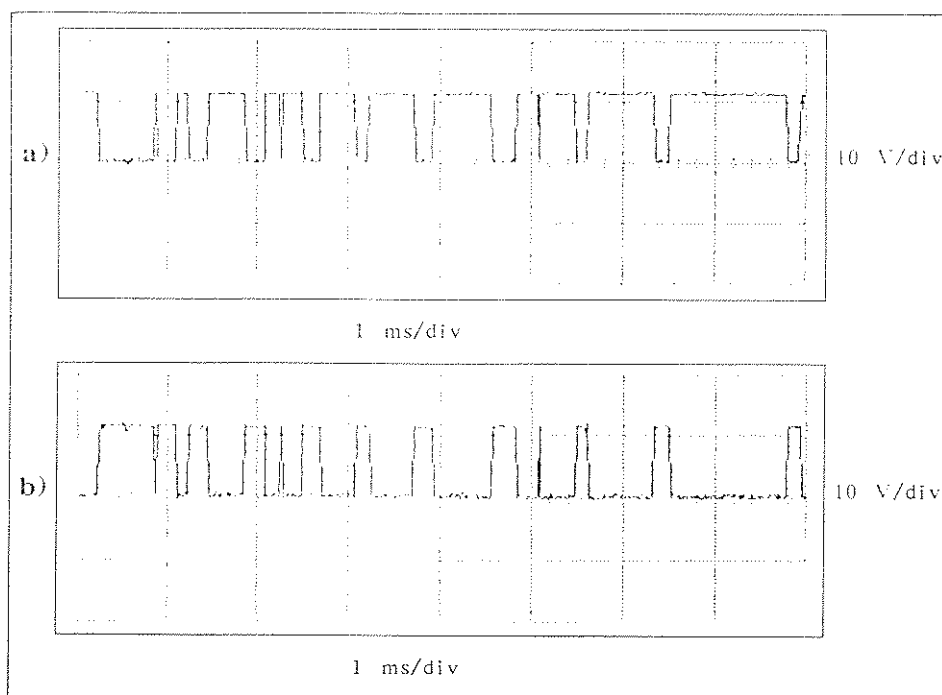


Figura 4.19 – Sinais de Chaveamento de um Braço do Inversor

Fase "b"

Nas figuras de 4.15 a 4.19 observamos a variação de frequência das correntes que seguem o perfil de desaceleração figuras 4.15 e 4.16 e desaceleração figura 4.17. Notamos que a máquina seguiu o conjunto de referências e executou bem a aceleração sem movimentos bruscos, como era esperado. Então no que diz respeito ao comando do tipo cossenoidal o mesmo tornou-se apropriado para os propósitos do experimento.

O terceiro experimento utilizamos do programa versão sigmóide e apresentamos apenas resultados da segunda fase de execução que é a aplicação do comando de torque já que a primeira fase é idêntica ao experimento anterior. Os resultados são apresentados nas figuras de 4.20 a 4.24.

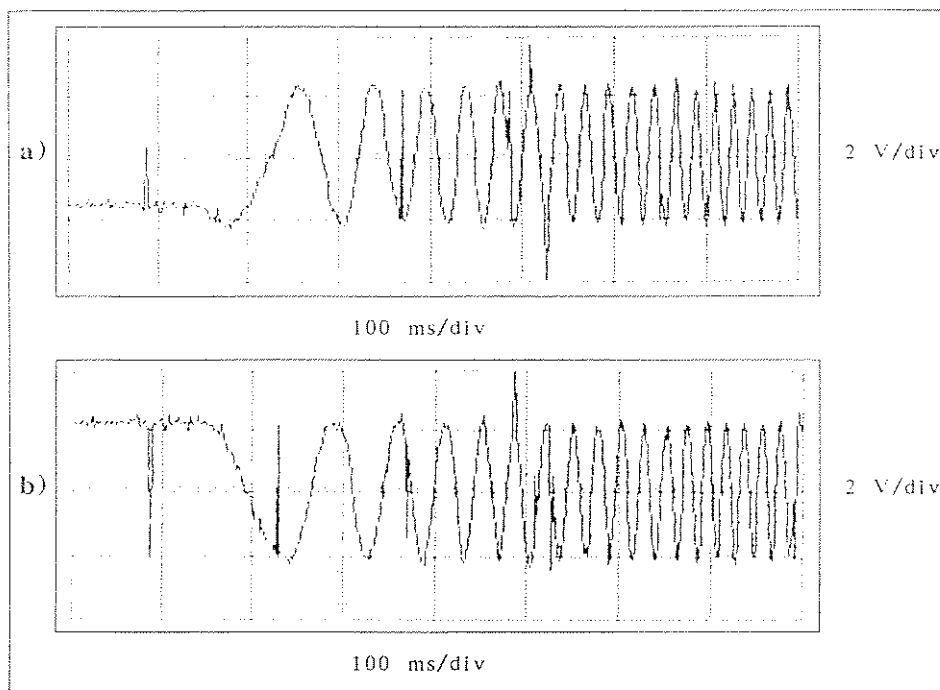


Figura 4.20 – Correntes de Referência Fase "a" (a) e Fase "b" (b)

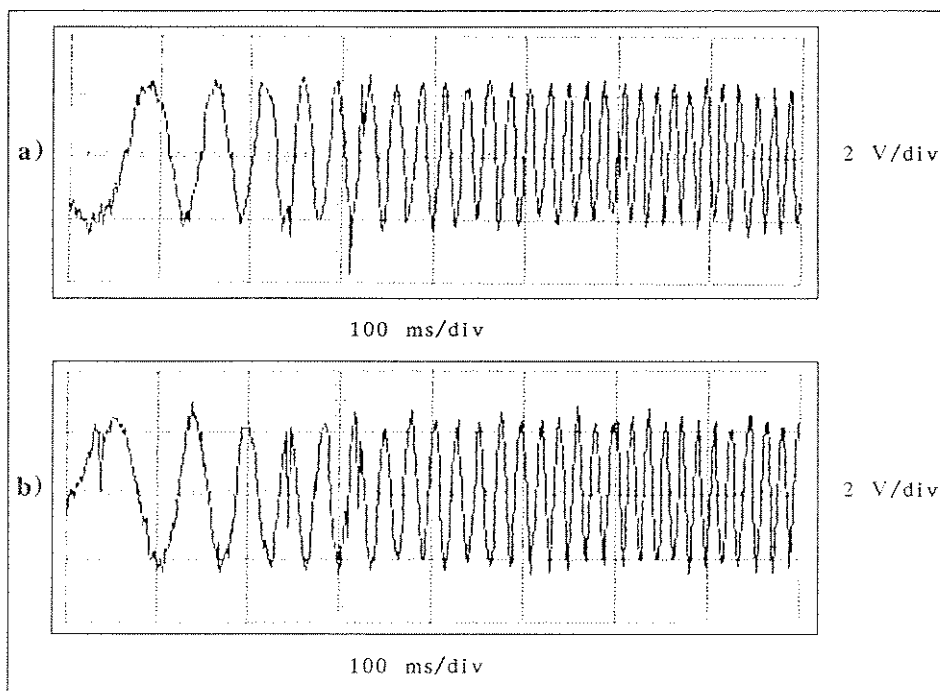


Figura 4.21 – Correntes na Máquina Fase "a" (a) e Fase "b" (b)

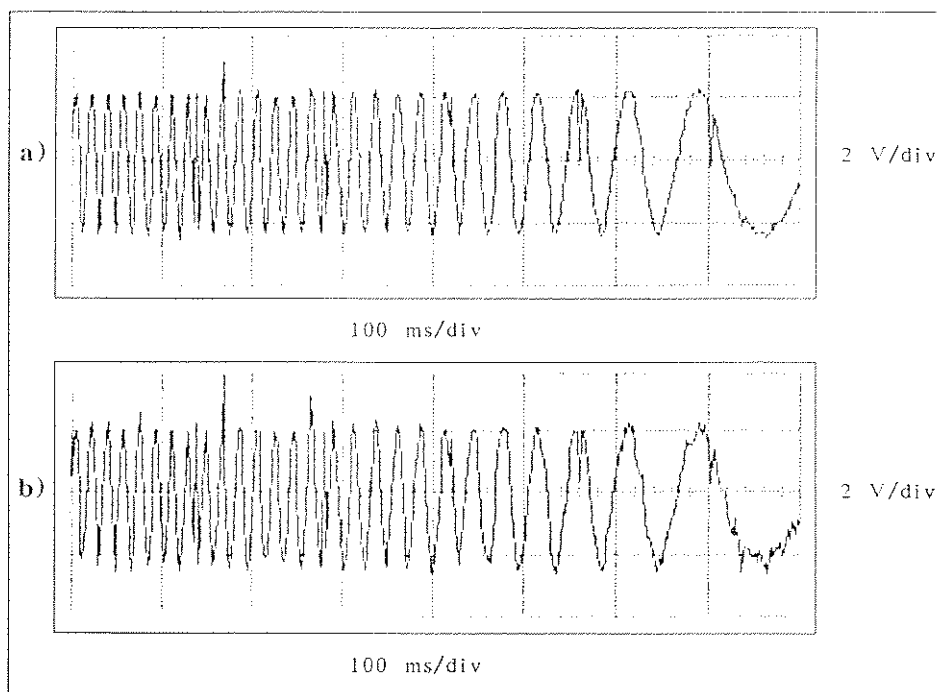


Figura 4.22 - Corrente de Referência (a) e Corrente na Máquina (b)

Fase "c"

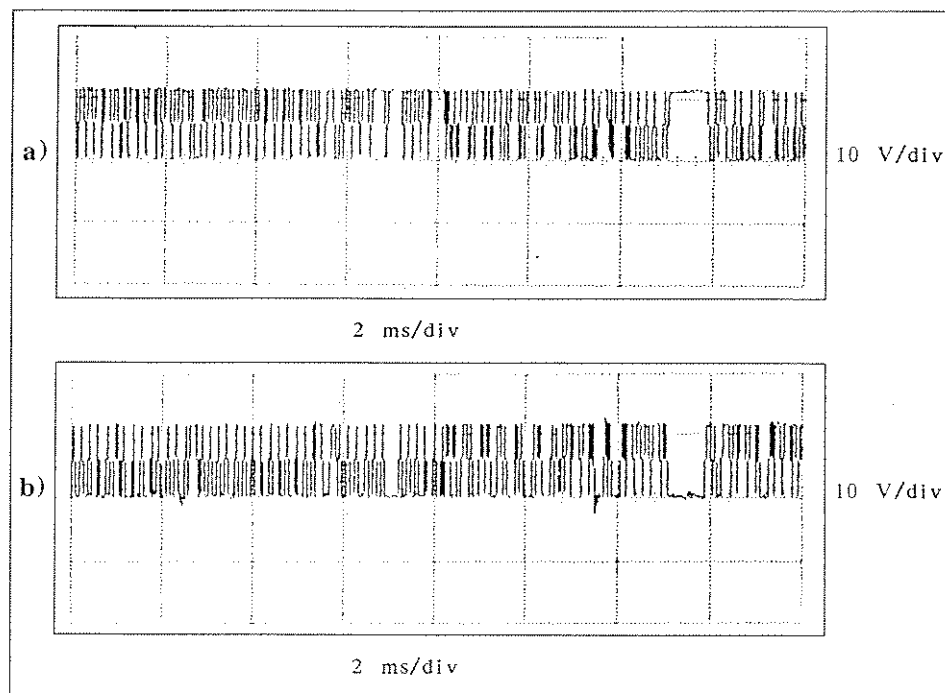


Figura 4.23 - Sinais de Chaveamento de um Braço do Inversor

Fase "a"

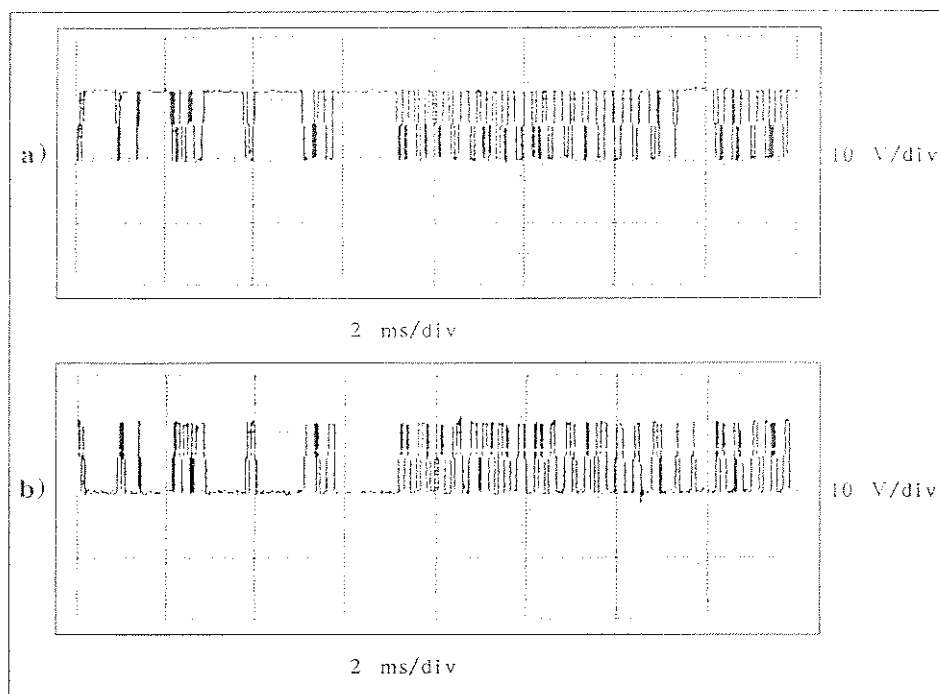


Figura 4.24 - Sinais de Chaveamento de um Braço do Inversor

Fase "b"

Os resultados obtidos foram muito semelhantes aos da aplicação do perfil cossenoidal, porém nesse experimento além da aceleração/desaceleração fizemos a inversão do sentido de rotação e obtivemos um funcionamento suave da máquina mesmo quando da inversão do sentido de rotação.

## CAPÍTULO V - CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Comparando-se os resultados obtidos para os diferentes comandos de torque não houve diferença significativa, pois os tipos de comando de torque proporcionaram saídas de velocidade suaves com movimentos livres de trancos, mesmo na inversão do sentido de rotação. O que poderia diferenciar o perfil do tipo cossenoidal do tipo sigmóide seria no que se refere a uma maior flexibilidade quando se trabalha com a função do tipo sigmóide pois temos um controle da inclinação que no caso do comando de torque tem influência direta sobre a aceleração. Com esse tipo de flexibilidade no controle da função sigmóide podemos aproximá-la de um degrau tendo uma variação rápida de velocidade na parte intermediária e variações suaves próximas aos extremos. As figuras 5.1, 5.2 e 5.3 mostram algumas funções do tipo sigmóide com diferentes valores de "a" e "n", a equação "5.1" mostra a forma genérica de uma função do tipo sigmóide e a partir da qual podemos analisar a influência dos parâmetros "a" e "n".

$$t^n \cdot (a + t^n)^{-1} \quad (5.1)$$

Nas figuras de 5.1 a 5.3 notamos que podemos controlar de forma muito eficiente o formato da função, o que não acontece com funções do tipo cossenóide pois a forma de variação entre os extremos, entre os patamares, é uma característica da própria função. Em termos de resultados práticos essa seria a única diferença significativa entre os dois tipos de função, porém a nível de resultados propostos para os trabalhos não há, em termos qualitativos, uma diferença significativa.

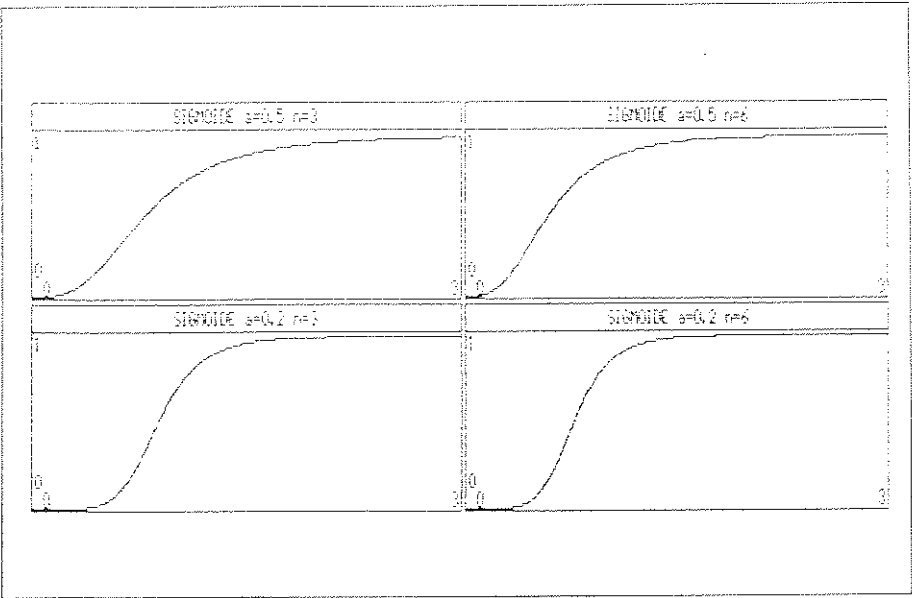


Figura 5.1 – Funções do tipo Sigmóide

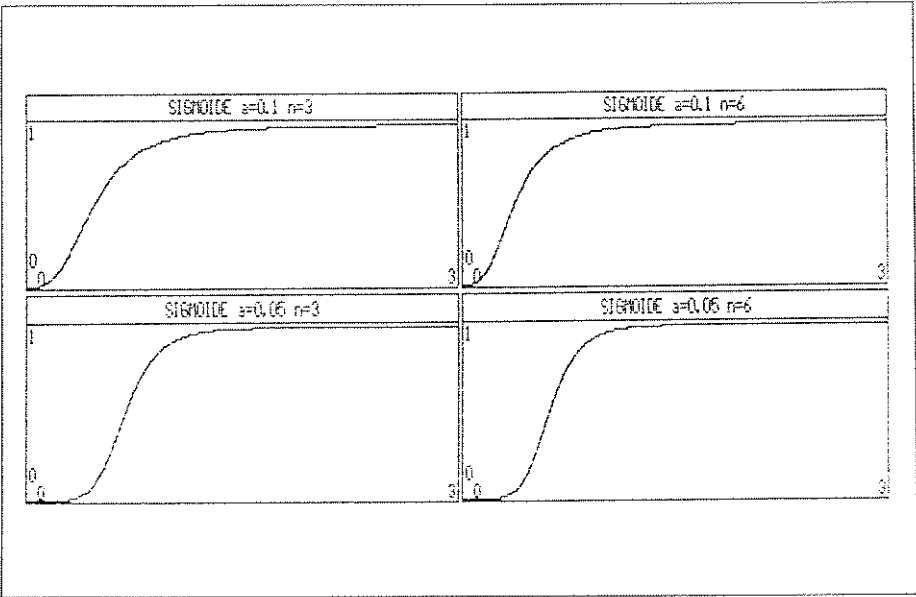


Figura 5.2 – Funções do tipo Sigmóide

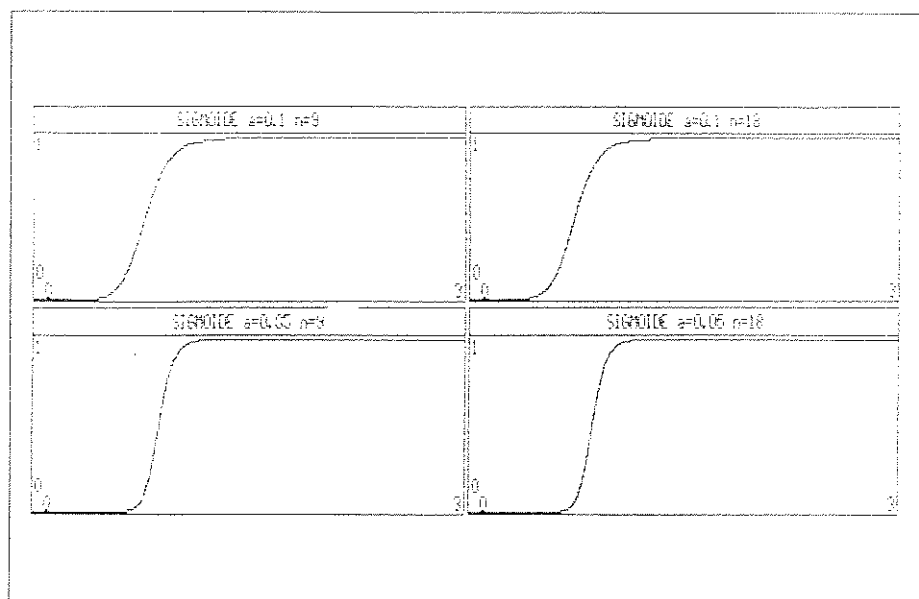


Figura 5.3 - Funções do tipo Sigmóide

Um resultado muito significativo obtido foi a nível de tempo de execução dos programas, da ordem de  $200 \mu s$ , que possibilitaram uma boa resolução das correntes de referência e assim um excelente desempenho perto da frequência nominal, pois conforme a frequência aumenta o período diminui e assim teremos um menor número de pontos e resolução das saídas analógicas.

A nível de implementação cumprimos de forma completa os nossos objetivos que era o desenvolvimento de um sistema básico para estudo de acionamento com orientação de campo, método indireto, no entanto esse sistema tem a flexibilidade de também poder ser aplicado ao método direto, faltando apenas desenvolver-se o sensor de posição de campo.

No que se refere aos estudos realizados ainda existe um grande número de pontos a serem verificados, o que citaremos nos próximos parágrafos.

O controlador por histerese desenvolvido tem muitas aplicações além da que utilizamos pois o mesmo necessita apenas de referência de corrente para acionar o inversor, poderíamos explorar outras estratégias de controle além do controle por fluxo orientado. Poderemos utilizá-lo como um *chopper*, bastando que as referências sejam em corren-

te contínua "CC".

Como trata-se de um sistema de controle vetorial baseado na orientação de campo e no método indireto, numa próxima etapa deveria ser analisada a influência de parâmetros como a resistência rotórica " $R_r$ " e a indutância de magnetização " $L_m$ " nas respostas de velocidade, o que será feito dando continuidade ao trabalho em laboratório. Na linha da análise da influência dos parâmetros citamos o trabalho de Krishnan [29] como guia nos estudos a serem desenvolvidos em laboratório.

Sabemos de antemão que o "calcanhar de Aquiles" do método indireto é a sua forte dependência com relação aos parâmetros da máquina, uma opção é a utilização de técnicas de identificação de parâmetros [13,14] e controle auto-ajustável [16,17,18] que serão também objetos de estudos futuros. No entanto para a nossa aplicação, em termos qualitativos, não houve uma degradação do desempenho do sistema face as diferentes condições de operação.

Outro item interessante a ser estudado será a influência da carga " $T_l$ " nas respostas de velocidade, em termos de tipo de carga [11].

No sentido de se ter um sistema em malha fechada, quer seja para controle de velocidade ou torque, é necessário dar ao sistema uma característica de arquitetura distribuída, dotando-o de mais um processador, pois temos no mínimo dois processos que necessitam rodar paralelamente. Um dos processos é a geração das correntes de referência, objeto desse trabalho, e o outro o algoritmo de controle. Tentou-se embutir o controle de velocidade na função de tratamento da interrupção do relógio do computador, o que deteriorou muito a forma das correntes de referência pois o atraso introduzido entre a geração dos pontos, durante o tratamento da interrupção foi muito grande, impossibilitando o funcionamento normal do sistema.

Estamos estudando a nível de especificação um outro processador que venha a ser colocado em um *slot* do "PC" e que venha a rodar o programa de geração das correntes de referência, enquanto no "PC" teríamos a execução do algoritmo de controle que iria atualizar os comandos de torque " $T_e^*$ " e fluxo " $\lambda_r^*$ " para o programa de geração das

correntes de referência. Vislumbramos a nível de implementação imediata três opções: a) sistema baseado em micro-controladores [8, 30, 31, 32]; b) sistema baseado em *transputers* e c) sistema baseado em processadores digitais de sinais "DSP" [19, 33]. A ordem foi estabelecida a nível de custos e consequentemente capacidade de processamento. A opção que mais nos atraiu pela facilidade na interligação com outros sistemas de forma distribuída e um custo relativamente baixo para a montagem de um protótipo inicial, foi a utilização de módulos baseados em *transputer*. Sendo assim a parte de sensoramento: medição de velocidade, determinação da resistência rotórica " $R_r$ ", podem rodar em processos paralelos.

Um outro estudo que se viabiliza é a utilização das não linearidades do modelo da máquina assíncrona para um melhor aproveitamento da sua dinâmica, é o que se sugere nos trabalhos de Betz [34] e Alonge [35].

Finalmente outro estudo que nos atrai de imediato é a obtenção de um sistema que realize todas as tarefas de acionamento por *software*, tendo como saída o comando direto dos *drivers* dos inversores, como temos nos trabalhos de Tian-Hua Liu [32] e Zheng Kang Wu [31].

Os estudos desenvolvidos nesse trabalho fazem parte do projeto "AGV" desenvolvido no "LCA" da "FEE/UNICAMP" e com se relacionam de forma complementar os trabalhos desenvolvidos por "FONTES" [27] e "BRAVO" [28].

## ANEXO 1

### EXPRESSÕES DAS INDUTÂNCIAS DOS ENROLAMENTOS E EQUAÇÕES DE TENSÃO PARA UMA MÁQUINA ASSÍNCRONA TRIFÁSICA

#### 1) INTRODUÇÃO

Para a obtenção das equações que representam a indutância dos enrolamentos e as expressões para as tensões aplicadas aos terminais da máquina partiremos das seguintes hipóteses simplificadoras:

1) O circuito magnético é linear sendo válida a seguinte relação entre o fluxo concatenado " $\lambda$ " e a corrente " $i$ ":

$$\lambda = L i \quad (A1.1)$$

2) A máquina é simétrica e portanto os circuitos são equivalentes por fase. Conforme podemos verificar na figura A1.1b.

3) Os enrolamentos estatórico e rotórico são conectados em estrela tal qual representado na figura A1.1b.

4) Os enrolamentos do estator e do rotor são enrolados de tal forma a se ter uma distribuição senoidal das espiras, mesmo para uma máquina com rotor do tipo gaiola de esquilo a distribuição será considerada senoidal. Na figura A1.1a temos representados de forma concentrada os enrolamentos por fase e os mesmos defasados construtivamente de  $120^\circ$ , na figura A1.1 e nos desenvolvimentos que se seguem trabalharemos com um número equivalente de espiras por fase " $N$ " que pode ser relacionado com a distribuição senoidal dos enrolamentos da seguinte forma:

$$N = \int_0^\pi N_{\max} \sin \theta \, d\theta \quad (A1.2)$$

Onde "Nmax" é o número máximo de condutores por radiano e "θ" representa o ângulo ao longo do estator ou rotor.

5) Devido às características construtivas dos enrolamentos teremos forças magnetomotrizas " $\mathcal{F}$ " distribuídas de forma senoidal no entreferro, obtidas a partir das correntes que circulam no estator e no rotor.

$$\mathcal{F}_{as} = N_s/2 \ i_{as} \cos \theta_s \quad (A1.3)$$

$$\mathcal{F}_{bs} = N_s/2 \ i_{bs} \cos(\theta_s - 2\pi/3) \quad (A1.4)$$

$$\mathcal{F}_{cs} = N_s/2 \ i_{cs} \cos(\theta_s + 2\pi/3) \quad (A1.5)$$

$$\mathcal{F}_{ar} = N_r/2 \ i_{ar} \cos \theta_r \quad (A1.6)$$

$$\mathcal{F}_{br} = N_r/2 \ i_{br} \cos(\theta_r - 2\pi/3) \quad (A1.7)$$

$$\mathcal{F}_{cr} = N_r/2 \ i_{cr} \cos(\theta_r + 2\pi/3) \quad (A1.8)$$

6) O desenvolvimento das equações é feito para máquinas com um par de polos, porém de fácil extrapolação para máquinas com mais de um par de polos.

7) O entreferro "g" é constante ao longo do estator.

8) As dimensões do entreferro em relação ao diâmetro do estator são muito reduzidas o que nos leva a uma distribuição radial dos vetores intensidade de campo "H" e indução magnética "B". Portanto é válida a seguinte relação:

$$B = \mu_0 \mathcal{F}/g \quad (A1.9)$$

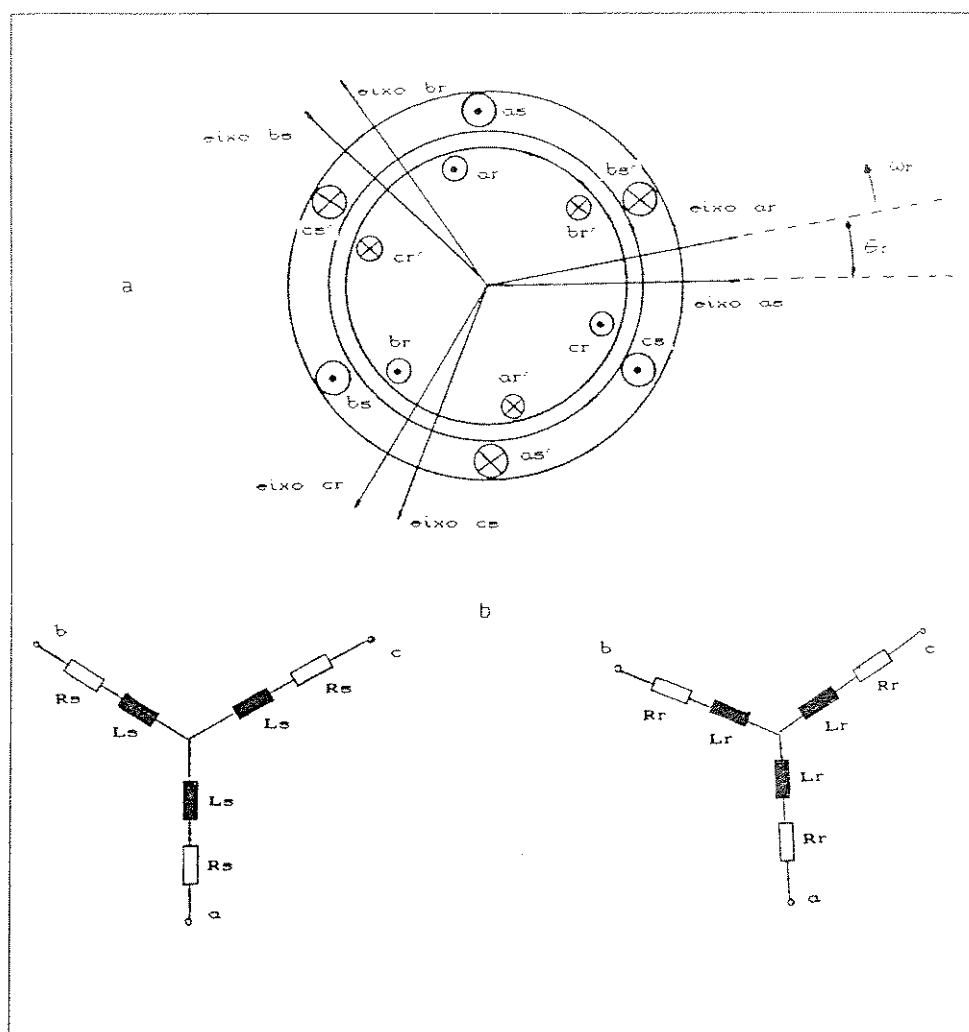


Figura A1.1 - Máquina de Indução Trifásica

A1.1a) Representação Simplificada dos Enrolamentos

A1.1b) Circuitos Equivalentes

## 2) INDUTÂNCIAS DOS ENROLAMENTOS

As indutâncias dos enrolamentos serão obtidas baseadas na equação "A1.1". Pela razão entre o fluxo concatenado " $\lambda$ " e a corrente " $i$ ". Para as indutâncias próprias teremos a relação entre o fluxo concatenado no enrolamento pela corrente que circula neste enrolamento, estando os demais enrolamentos com correntes iguais a zero. As indutâncias mútuas são obtidas de maneira similar, porém teremos a razão entre o fluxo concatenado no enrolamento e a corrente que circula em um outro enrolamento, estando

as demais correntes iguais a zero inclusive a que circula por ele mesmo.

Da equação "A1.9" temos uma relação para a indução magnética no entreferro, obteremos a seguir expressões para a indução magnética no entreferro considerando o efeito de cada enrolamento do estator e do rotor em separado, portanto das equações de "A1.3" a "A1.9" temos:

$$\begin{aligned} B_{as} &= \mu_o \mathcal{F}_{as}/g \\ B_{as} &= \mu_o/g N_s/2 i_{as} \cos \theta_s \end{aligned} \quad (A1.10)$$

$$\begin{aligned} B_{bs} &= \mu_o \mathcal{F}_{bs}/g \\ B_{bs} &= \mu_o/g N_s/2 i_{bs} \cos(\theta_s - 2\pi/3) \end{aligned} \quad (A1.11)$$

$$\begin{aligned} B_{cs} &= \mu_o \mathcal{F}_{cs}/g \\ B_{cs} &= \mu_o/g N_s/2 i_{cs} \cos(\theta_s + 2\pi/3) \end{aligned} \quad (A1.12)$$

$$\begin{aligned} B_{ar} &= \mu_o \mathcal{F}_{ar}/g \\ B_{ar} &= \mu_o/g N_r/2 i_{ar} \cos \theta_r \end{aligned} \quad (A1.13)$$

$$\begin{aligned} B_{br} &= \mu_o \mathcal{F}_{br}/g \\ B_{br} &= \mu_o/g N_r/2 i_{br} \cos(\theta_r - 2\pi/3) \end{aligned} \quad (A1.14)$$

$$\begin{aligned} B_{cr} &= \mu_o \mathcal{F}_{cr}/g \\ B_{cr} &= \mu_o/g N_r/2 i_{cr} \cos(\theta_r + 2\pi/3) \end{aligned} \quad (A1.15)$$

Para uma espira temos a seguinte relação para o fluxo " $\phi$ ":

$$\phi = \int_{\theta}^{\theta+\pi} B(\xi) r l d\xi \quad (A1.16)$$

Onde "r" é o raio médio do entreferro e "l" o comprimento axial do entreferro da máquina.

Para o fluxo concatenado " $\lambda$ " temos que somar a contribuição do fluxo " $\phi$ " ao longo da distribuição senoidal do enrolamento. No cálculo da indutância própria levaremos em conta o efeito da indutância de dispersão " $L_{is}$ " e para o fluxo concatenado no enrolamento da fase "a" teremos:

$$\begin{aligned}\lambda_{as} &= L_{ls} i_{as} + \int N_s(\theta_s) \phi(\theta_s) d\theta_s \\ \lambda_{as} &= L_{ls} i_{as} + \int N_s(\theta_s) \int_{\theta_s}^{\theta_s+\pi} B_{as}(\xi) r l d\xi d\theta_s\end{aligned}\quad (A1.17)$$

Da distribuição senoidal dos enrolamentos teremos a seguinte expressão para " $N_s(\theta_s)$ ":

$$N_s(\theta_s) = - N_s/2 \sin \theta_s \quad (A1.18)$$

O sinal da equação "A1.18" leva em conta o sentido das correntes ao longo do estator.

$$\begin{aligned}\lambda_{as} &= L_{ls} i_{as} - \int_{\pi}^{2\pi} N_s/2 \sin \theta_s \int_{\theta_s}^{\theta_s+\pi} \mu_o/g N_s/2 i_{as} \cos(\xi) r l d\xi d\theta_s \\ \lambda_{as} &= L_{ls} i_{as} - (N_s/2)^2 \mu_o/g r l \int_{\pi}^{2\pi} \sin \theta_s \int_{\theta_s}^{\theta_s+\pi} \cos \xi d\xi d\theta_s \\ \lambda_{as} &= L_{ls} i_{as} - (N_s/2)^2 \mu_o/g r l \int_{\pi}^{2\pi} 2 \sin^2 \theta_s \\ \lambda_{as} &= L_{ls} i_{as} - (N_s/2)^2 \mu_o/g \pi r l i_{as}\end{aligned}\quad (A1.19)$$

Portanto teremos para a indutância própria " $L_{sas}$ ":

$$\begin{aligned}L_{sas} &= \lambda_{as} i_{as} \\ L_{sas} &= L_{ls} + (N_s/2)^2 \mu_o/g \pi r l\end{aligned}\quad (A1.20)$$

Podemos decompor " $L_{sas}$ " em

$$L_{sas} = L_{ls} + L_{Ms} \quad (A1.21)$$

Onde " $L_{Ms}$ " representa a indutância magnetizante do estator.

$$L_{Ms} = (N_s/2)^2 \mu_o/g \pi r l \quad (A1.22)$$

Para os demais enrolamentos do estator e do rotor o tratamento é muito semelhante fazendo com que possamos generalizar os resultados obtidos para "Lasas" às demais indutâncias próprias do estator e do rotor.

$$L_{bsbs} = L_{ls} + L_{Ms} \quad (A1.23)$$

$$L_{cses} = L_{ls} + L_{Ms} \quad (A1.24)$$

$$L_{arar} = L_{lr} + L_{Mr} \quad (A1.25)$$

$$L_{brbr} = L_{lr} + L_{Mr} \quad (A1.26)$$

$$L_{crer} = L_{lr} + L_{Mr} \quad (A1.27)$$

Onde "LMr" representa a indutância magnetizante do rotor.

$$L_{Mr} = (N_r/2)^2 \mu_o/g \pi r l \quad (A1.28)$$

Para as indutâncias mútuas temos basicamente dois tipos distintos; um que se baseia no acoplamento entre os enrolamentos só do estator ou só do rotor ,e outro em que o acoplamento se dá entre estator e rotor.

Inicialmente obteremos as indutâncias mútuas do estator ou do rotor. A idéia básica é a mesma utilizada no cálculo das indutâncias próprias que tem na essência a equação "A1.1". Portanto teremos para a obtenção de "Lasbs" a razão entre o fluxo concatenado em "as" e a corrente que circula em "bs". Nesse caso desprezaremos o efeito da indutância de dispersão no acoplamento entre "as" e "bs".

$$\lambda_{as} = \int N_{as}(\theta_s) \phi(\theta_s) d\theta_s$$

$$\lambda_{as} = \int N_{as}(\theta_s) \int_{\theta_s}^{\theta_s+\pi} B_{bs}(\xi) r l d\xi d\theta_s \quad (A1.29)$$

$$\lambda_{as} = - \int_{\pi}^{2\pi} N_s/2 \sin \theta_s \int_{\theta_s}^{\theta_s+\pi} \mu_o/g N_s/2 i_{bs} \cos(\xi - 2\pi/3) r l d\xi d\theta_s$$

$$\lambda_{as} = - (N_s/2)^2 \mu_o/g r l i_{bs} \int_{\pi}^{2\pi} (\sin^2 \theta_s + \sqrt{3} \sin \theta_s \cos \theta_s) d\theta_s$$

$$\lambda_{as} = - (N_s/2)^2 \mu_o/g \pi/2 r l i_{bs} \quad (A1.30)$$

$$\lambda_{as} = L_{asbs} i_{bs}$$

$$L_{asbs} = - (N_s/2)^2 \mu_0/g \pi/2 r l \quad (A1.31)$$

$$L_{asbs} = L_{bsas} = - L_{Ms}/2 \quad (A1.32)$$

De forma semelhante podemos calcular as demais indutâncias mútuas do estator ou do rotor obtendo:

$$L_{ases} = L_{esas} = - L_{Ms}/2 \quad (A1.33)$$

$$L_{bses} = L_{esbs} = - L_{Ms}/2 \quad (A1.34)$$

$$L_{arbr} = L_{rbra} = - L_{Mr}/2 \quad (A1.35)$$

$$L_{arcr} = L_{rcra} = - L_{Mr}/2 \quad (A1.36)$$

$$L_{brer} = L_{rerb} = - L_{Mr}/2 \quad (A1.37)$$

Para a obtenção das indutâncias mútuas entre estator e rotor, inicialmente obtaremos "Lasar" e depois estenderemos o raciocínio a "Lbsbr" e "Lcser". O método é o mesmo utilizado para o caso anterior.

$$\begin{aligned} \lambda_{as} &= \int N_{as}(\theta_s) \phi(\theta_s) d\theta_s \\ \lambda_{as} &= \int N_{as}(\theta_s) \int_{\theta_s}^{\theta_s+\pi} B_{ar}(\xi) r l d\xi d\theta_s \end{aligned} \quad (A1.38)$$

Da figura A1.1a:

$$\theta_s = \theta_r + \theta_{sl} \quad (A1.39)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{as} &= - \int_{\pi}^{2\pi} N_s/2 \sin \theta_s \int_{\theta_s}^{\theta_s+\pi} \mu_0/g N_r/2 i_{ar} \cos(\xi - \theta_{sl}) r l d\xi d\theta_s \\ \lambda_{as} &= - N_s/2 N_r/2 \mu_0/g r l i_{ar} \int_{\pi}^{2\pi} \sin \theta_s (-2 \cos \theta_{sl} \sin \theta_s + \\ &\quad 2 \sin \theta_{sl} \cos \theta_s) d\theta_s \end{aligned}$$

$$\lambda_{as} = N_s/2 N_r/2 \mu_0/g \pi r l \cos \theta_{sl} i_{ar} \quad (A1.40)$$

$$\lambda_{as} = L_{asar} i_{ar}$$

$$L_{asar} = L_{aras} = N_s/2 N_r/2 \mu_0/g \pi r l \cos \theta_{sl} \quad (A1.41)$$

$$L_{asar} = L_{aras} = L_{sr} \cos \theta_{sl}$$

$$L_{sr} = N_s/2 N_r/2 \mu_o/g \pi r l \quad (A1.42)$$

Sendo "L<sub>sr</sub>" a indutância mútua entre estator e rotor com o deslizamento "s" igual a zero.

Generalizando para "L<sub>sbr</sub>" e "L<sub>scr</sub>" os cálculos de "A1.38" a "A1.42" temos:

$$L_{sbr} = L_{brbs} = N_s/2 N_r/2 \mu_o/g \pi r l \cos \theta_{sl} \quad (A1.43)$$

$$L_{scr} = L_{rcrs} = N_s/2 N_r/2 \mu_o/g \pi r l \cos \theta_{sl} \quad (A1.44)$$

Devido a simetria da máquina estudada podemos generalizar os cálculos das indutâncias, ou melhor dizendo extendê-los a outras que sejam semelhantes.

Obteremos a seguir a expressão para "L<sub>asr</sub>" que pode ser extendida para "L<sub>bscr</sub>" e "L<sub>esar</sub>" devido a simetria construtiva da máquina.

$$\begin{aligned} \lambda_{as} &= \int N_{as}(\theta_s) \phi(\theta_s) d\theta_s \\ \lambda_{as} &= \int N_{as}(\theta_s) \int_{\theta_s}^{\theta_s+\pi} B_{br}(\xi) r l d\xi d\theta_s \end{aligned} \quad (A1.45)$$

$$\lambda_{as} = - \int_{-\pi}^{2\pi} N_s/2 \sin \theta_s \int_{\theta_s}^{\theta_s+\pi} \mu_o/g N_r/2 i_{br} \cos(\xi - (\theta_{sl} + 2\pi/3)) r l d\xi d\theta_s$$

$$\lambda_{as} = - N_s/2 N_r/2 \mu_o/g r l i_{br} \int_{-\pi}^{2\pi} \sin \theta_s (-2 \cos (\theta_{sl} + 2\pi/3) \sin \theta_s + 2 \sin (\theta_{sl} + 2\pi/3) \cos \theta_s) d\theta_s$$

$$\lambda_{as} = N_s/2 N_r/2 \mu_o/g \pi r l \cos (\theta_{sl} + 2\pi/3) i_{ar} \quad (A1.46)$$

$$\lambda_{as} = L_{asbr} i_{br}$$

$$L_{asbr} = L_{bras} = N_s N_r/4 \mu_o/g \pi r l \cos (\theta_{sl} + 2\pi/3) \quad (A1.47)$$

$$L_{asbr} = L_{bras} = L_{sr} \cos (\theta_{sl} + 2\pi/3)$$

Então teremos para as demais indutâncias:

$$L_{bscr} = L_{crbs} = N_s N_r/4 \mu_o/g \pi r l \cos (\theta_{sl} + 2\pi/3) \quad (A1.48)$$

$$L_{esar} = L_{ares} = N_s N_r/4 \mu_o/g \pi r l \cos (\theta_{sl} + 2\pi/3) \quad (A1.49)$$

Através de um procedimento semelhante obtemos as indutâncias "L<sub>aser</sub>", "L<sub>bsar</sub>" e "L<sub>csbr</sub>":

$$L_{aser} = L_{cras} = N_s N_r / 4 \mu_o / g \pi r l \cos (\theta_{sl} - 2\pi/3) \quad (A1.50)$$

$$L_{bsar} = L_{arbs} = N_s N_r / 4 \mu_o / g \pi r l \cos (\theta_{sl} - 2\pi/3) \quad (A1.51)$$

$$L_{csbr} = L_{bres} = N_s N_r / 4 \mu_o / g \pi r l \cos (\theta_{sl} - 2\pi/3) \quad (A1.52)$$

Nos quadros da figura A1.2 apresentamos as expressões das indutâncias dos enrolamentos de uma máquina assíncrona trifásica.

| INDUTÂNCIAS PRÓPRIAS |                   |
|----------------------|-------------------|
| Denominação          | Expressão         |
| $L_{sas}$            | $L_{1s} + L_{Ms}$ |
| $L_{bsbs}$           | $L_{1s} + L_{Ms}$ |
| $L_{cses}$           | $L_{1s} + L_{Ms}$ |
| $L_{rar}$            | $L_{1r} + L_{Mr}$ |
| $L_{brbr}$           | $L_{1r} + L_{Mr}$ |
| $L_{rcr}$            | $L_{1r} + L_{Mr}$ |

| INDUTÂNCIAS MÚTUAS    |                                     |
|-----------------------|-------------------------------------|
| $L_{asbs}, L_{bsas}$  | $-1/2 L_{Ms}$                       |
| $L_{bscs}, L_{csbs}$  | $-1/2 L_{Ms}$                       |
| $L_{csas}, L_{scs}$   | $-1/2 L_{Ms}$                       |
| $L_{arbr}, L_{brar}$  | $-1/2 L_{Mr}$                       |
| $L_{brcr}, L_{crbr}$  | $-1/2 L_{Mr}$                       |
| $L_{rcar}, L_{carc}$  | $-1/2 L_{Mr}$                       |
| $L_{asar}, L_{aras}$  | $L_{sr} \cos \theta_{sl}$           |
| $L_{bsbr}, L_{brbs}$  | $L_{sr} \cos \theta_{sl}$           |
| $L_{cs cr}, L_{rcs}$  | $L_{sr} \cos \theta_{sl}$           |
| $L_{asbr}, L_{bras}$  | $L_{sr} \cos(\theta_{sl} + 2\pi/3)$ |
| $L_{bscr}, L_{crbs}$  | $L_{sr} \cos(\theta_{sl} + 2\pi/3)$ |
| $L_{csar}, L_{arcs}$  | $L_{sr} \cos(\theta_{sl} + 2\pi/3)$ |
| $L_{as cr}, L_{rcas}$ | $L_{sr} \cos(\theta_{sl} - 2\pi/3)$ |
| $L_{bsar}, L_{arbs}$  | $L_{sr} \cos(\theta_{sl} - 2\pi/3)$ |
| $L_{csbr}, L_{bres}$  | $L_{sr} \cos(\theta_{sl} - 2\pi/3)$ |

Figura A1.2 – Quadros das Expressões para as Indutâncias Próprias e Mútuas

Para os fluxos concatenados "λ" teremos:

$$\lambda = L i \tag{A1.53}$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_{as} \\ \lambda_{bs} \\ \lambda_{cs} \\ \lambda_{ar} \\ \lambda_{br} \\ \lambda_{cr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{sas} & L_{sbs} & L_{scs} & L_{sar} & L_{sbr} & L_{scr} \\ L_{bsas} & L_{bsbs} & L_{bscs} & L_{bsar} & L_{bsbr} & L_{bscr} \\ L_{csas} & L_{csbs} & L_{cscs} & L_{csar} & L_{csbr} & L_{cscr} \\ L_{aras} & L_{arbs} & L_{arcs} & L_{arar} & L_{arbr} & L_{arcr} \\ L_{bras} & L_{brbs} & L_{brcs} & L_{brar} & L_{brbr} & L_{brcr} \\ L_{cras} & L_{crbs} & L_{crCs} & L_{crar} & L_{crbr} & L_{crCr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \\ i_{ar} \\ i_{br} \\ i_{cr} \end{bmatrix} \quad (A1.54)$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_{abes} \\ \lambda_{abcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s & \mathbf{L}_{sr} \\ \mathbf{L}_{sr}^T & \mathbf{L}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abes} \\ i_{abcr} \end{bmatrix} \quad (A1.55)$$

### 3) EQUAÇÕES DE TENSÃO

A forma básica das equações de tensão para os enrolamentos estatórico e rotórico, conforme circuito da figura A1.1b é:

$$\mathbf{v} = \mathbf{R} \mathbf{i} + d\lambda/dt \quad (A1.56)$$

$$\begin{bmatrix} v_{as} \\ v_{bs} \\ v_{cs} \\ v_{ar} \\ v_{br} \\ v_{cr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{as} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{bs} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{cs} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{ar} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_{br} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{cr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \\ i_{ar} \\ i_{br} \\ i_{cr} \end{bmatrix} + d/dt \begin{bmatrix} \lambda_{as} \\ \lambda_{bs} \\ \lambda_{cs} \\ \lambda_{ar} \\ \lambda_{br} \\ \lambda_{cr} \end{bmatrix} \quad (A1.57)$$

Onde  $R_{as} = R_{bs} = R_{cs} = R_s$  e  $R_{ar} = R_{br} = R_{cr} = R_r$

$$\begin{bmatrix} v_{abes} \\ v_{abcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abes} \\ i_{abcr} \end{bmatrix} + d/dt \begin{bmatrix} \lambda_{abes} \\ \lambda_{abcr} \end{bmatrix} \quad (A1.58)$$

Trabalhamos nas equações anteriores com os elementos de circuito refletidos para o lado estatórico, abaixo apresentamos as equivalências:

$$i_{aber} = N_r/N_s i_{aber_r} \quad (A1.59)$$

$$v_{aber} = N_s/N_r v_{aber_r} \quad (A1.60)$$

$$\lambda_{aber} = N_s/N_r \lambda_{aber_r} \quad (A1.61)$$

$$R_r = (N_s/N_r)^2 R_{r_r} \quad (A1.62)$$

$$L_{lr} = (N_s/N_r)^2 L_{lr_r} \quad (A1.63)$$

$$L_r = (N_s/N_r)^2 L_{r_r} \quad (A1.64)$$

$$L_{mr_r} = (N_r/N_s)^2 L_{ms} \quad (A1.65)$$

$$L_{ms} = N_s/N_r L_{sr_r} \quad (A1.66)$$

$$L_{sr} = N_s/N_r L_{sr_r} \quad (A1.67)$$

$$L_m = L_{sr} \quad (A1.68)$$

#### 4) MÁQUINAS COM MAIS DE UM PAR DE POLOS

Teremos basicamente que trabalhar as equações já desenvolvidas na referência da frequência de alimentação, assim sendo não há necessidade de se compensar o efeito do número de polos.

As equações "A1.69" e "A1.70" relacionam o sistema de referência na frequência de alimentação com o sistema mecânico no eixo da máquina.

$$\theta_{el} = \theta_{mec} \ 2p/2 \quad (A1.69)$$

$$\omega_{el} = \omega_{mec} \ 2p/2 \quad (A1.70)$$

## 5) REPRESENTAÇÃO DA MÁQUINA EM COORDENADAS "d" E "q"

Das equações obtidas para as indutâncias da máquina notamos que existe a dependência desse parâmetro com relação a posição relativa entre estator e rotor e assim o modelo obtido se torna muito complexo pois temos que os coeficientes das equações diferenciais são variantes. A representação em coordenadas "d" e "q" trata justamente da obtenção de um sistema de referência onde os coeficientes das equações diferenciais sejam invariantes e assim poder trabalhar-se com um sistema de menor complexidade. Inicialmente iremos aplicar essa transformação a um vetor que opera de forma similar a um campo girante e depois extrapolar esse resultado para o caso da máquina de indução. Na realidade trabalharemos com dois tipos de transformações, para facilitar o entendimento, a primeira a qual chamaremos de "A" transforma o sistema trifásico em um sistema bifásico equivalente, equivalência essa dada em termos de potência, e a segunda transformação a qual chamaremos de "B" que transforma o sistema bifásico obtido da transformação "A" em um sistema bifásico de referência girante comumente conhecido por sistema de coordenadas "d" e "q" [4,20].

### 5.1) Notação Vetorial

$v, i, \lambda$  - vetores

$a$  - operador vetorial  $e^{j2\pi/3}$

O caráter vetorial das grandezas com que trabalharemos se deve a distribuição espacial das bobinas que compõem o estator e o fato de que a indução magnética "B" e a intensidade de campo "H" são grandezas de natureza vetorial e relacionadas intimamente com a tensão e corrente desenvolvidas na máquina. Apesar de tensão e corrente serem grandezas de natureza escalar criaremos grandezas homônimas que no fundo representam a indução magnética "B" para o vetor tensão e intensidade de campo "H" para o vetor corrente.

Definindo " $v_s$ " como o vetor tensão do estator e " $v_r$ " como o vetor tensão do rotor teremos:

$$v_s = v_{as} + a v_{bs} + a^2 v_{cs} \quad (A1.71)$$

$$v_r = v_{ar} + a v_{br} + a^2 v_{cr} \quad (A1.72)$$

Considerando que as tensões fazem parte de um sistema trifásico equilibrado teremos:

$$v_{as} = V_m \cos(\omega_e t) \quad (A1.73)$$

$$v_{bs} = V_m \cos(\omega_e t - 2\pi/3) \quad (A1.74)$$

$$v_{cs} = V_m \cos(\omega_e t - 4\pi/3) \quad (A1.75)$$

No espaço teremos as tensões referenciadas ao eixo de suas respectivas bobinas conforme podemos observar na figura A1.2.

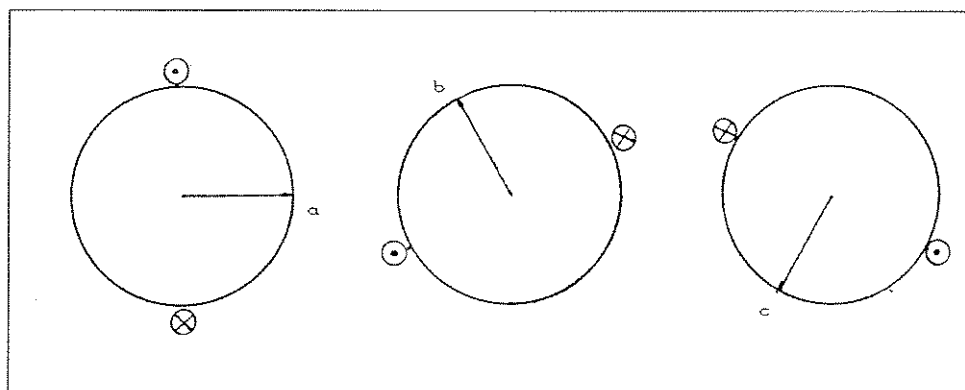


Figura A1.2 - Bobinas e Eixos de Referências

Das equações "A1.71" a "A1.75" no instante " $t=0$ " obtemos o diagrama vetorial da figura A1.3 onde " $v_s = 1.5 V_m$ ".

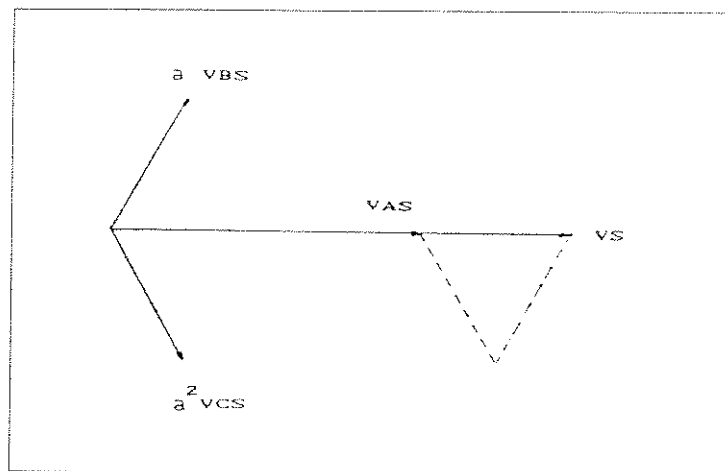


Figura A1.3 – Diagrama Vetorial para "vs" em "t=0"

De uma forma genérica temos o vetor "vs" dado pela equação "A1.76" em que se substituíram as equações "A1.73" a "A1.75" em "A1.71".

$$v_s = v_{as} - v_{bs}/2 - v_{cs}/2 + j(\sqrt{3}/2 v_{bs} - \sqrt{3}/2 v_{cs})$$

$$v_s = 3/2 V_m e^{j\omega t} \quad (A1.76)$$

Para termos " $|v_s|=V_m$ " redefiniremos os vetores "vs" e "vr" através das equações "A1.77" e "A1.78".

$$v_s = 2/3 (v_{as} + a v_{bs} + a^2 v_{cs}) \quad (A1.77)$$

$$v_r = 2/3 (v_{ar} + a v_{br} + a^2 v_{cr}) \quad (A1.78)$$

E assim teremos para "vs" no exemplo dado:

$$v_s = V_m e^{j\omega t} \quad (A1.79)$$

## 5.2) Coordenadas Estacionárias " $\alpha$ " e " $\beta$ "

A representação do vetor " $v$ " em coordenadas " $\alpha$ " e " $\beta$ " trata justamente da transformação "A" que opera de um sistema trifásico estacionário para um sistema bifásico equivalente também estacionário, mantendo-se tal equivalência em termos de potência ( $P_{3\phi} = P_{2\phi}$ ).

Na figura A1.4 temos a disposição espacial dos eixos do sistema bifásico em relação aos eixos do sistema trifásico, onde o ângulo " $\theta$ " representa o defasamento entre o eixo "a" do sistema trifásico e o eixo " $\alpha$ " do sistema bifásico (O eixo "a" está colocado na posição do campo gerado pela bobina da fase "a").

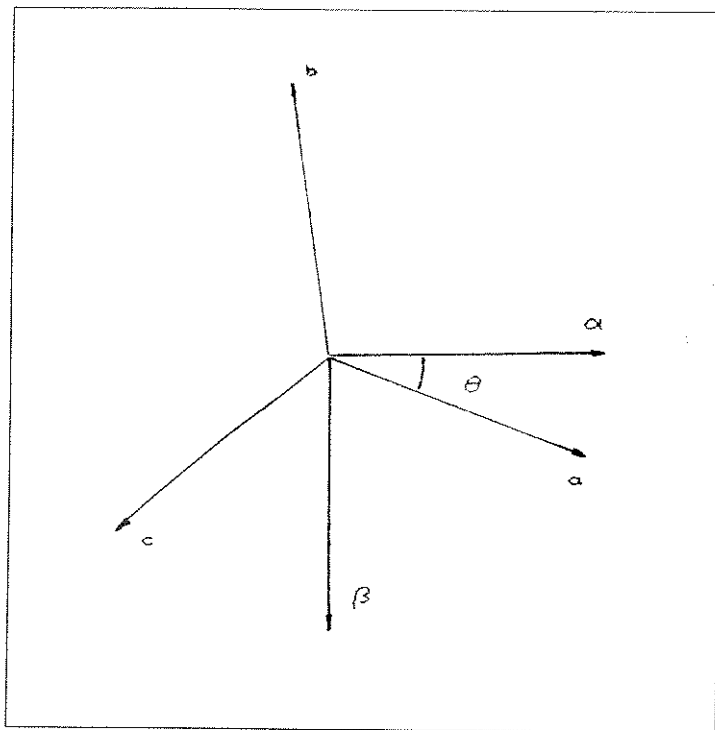


Figura A1.4 - Relação entre os eixos "abc" e os eixos " $\alpha\beta$ "

Da figura A1.4 podemos tirar a projeção das grandezas do sistema trifásico no sistema " $\alpha\beta$ " através das equações "A1.81" e "A1.82".

Da notação vetorial tiramos que podemos representar o vetor " $v_s$ ", em coordenadas " $\alpha\beta$ ", por:

$$v_s = v_{\alpha s} - jv_{\beta s} \quad (\text{A1.80})$$

E assim teremos para as coordenadas:

$$v_{\alpha s} = v_{as} \cos\theta + v_{bs} \cos(\theta - 2\pi/3) + v_{cs} \cos(\theta + 2\pi/3) \quad (\text{A1.81})$$

$$v_{\beta s} = v_{as} \sin\theta + v_{bs} \sin(\theta - 2\pi/3) + v_{cs} \sin(\theta + 2\pi/3) \quad (\text{A1.82})$$

Para podermos escrever a transformação "A" de forma matricial temos que relacionar dois sistemas de mesma dimensão para também obtermos a transformação inversa " $A^{-1}$ ", sendo assim definiremos uma terceira componente no sistema " $\alpha\beta$ " a qual chamaremos de componente de sequencia zero "o" e o sistema passa a ser chamado de " $\alpha\beta o$ ". Na equação "A1.83" temos definido " $v_{os}$ ".

$$v_{os} = (v_{as} + v_{bs} + v_{cs})/3 \quad (\text{A1.83})$$

Escrevendo de forma matricial teremos para a transformação "A" e sua inversa " $A^{-1}$ " as equações "A1.84", "A1.85", "A1.86" e "A1.87".

$$v_{\alpha\beta os} = A \ v_{abcs} \quad (\text{A1.84})$$

$$\begin{bmatrix} v_{\alpha s} \\ v_{\beta s} \\ v_{os} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \sin\theta & \sin(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta + 2\pi/3) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{as} \\ v_{bs} \\ v_{cs} \end{bmatrix} \quad (\text{A1.85})$$

$$v_{abcs} = A^{-1} \ v_{\alpha\beta os} \quad (\text{A1.86})$$

$$\begin{bmatrix} v_{as} \\ v_{bs} \\ v_{cs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 1 \\ \cos(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta - 2\pi/3) & 1 \\ \cos(\theta + 2\pi/3) & \sin(\theta + 2\pi/3) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\alpha s} \\ v_{\beta s} \\ v_{os} \end{bmatrix} \quad (\text{A1.87})$$

Para a transformação "A" podemos fazer coincidir os eixos "a" e " $\alpha$ " tendo assim " $\theta = 0$ ". Representamos as transformações para " $\theta = 0$ " nas equações "A1.88" e "A1.89".

$$\begin{bmatrix} v_{\alpha s} \\ v_{\beta s} \\ v_{os} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 & \sqrt{3}/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{as} \\ v_{bs} \\ v_{cs} \end{bmatrix} \quad (\text{A1.88})$$

$$\begin{bmatrix} v_{as} \\ v_{bs} \\ v_{cs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 1 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\alpha s} \\ v_{\beta s} \\ v_{os} \end{bmatrix} \quad (\text{A1.89})$$

De posse da transformação "A" podemos obter um sistema bifásico " $\alpha\beta$ " equivalente ao trifásico "abc".

### 5.3) Coordenadas Girantes "d" e "q"

De posse do sistema " $\alpha\beta$ " podemos transformar as suas componentes em um sistema de referência girante, que gira a uma velocidade constante " $\omega$ ". O intuito dessa transformação é o de introduzir alguma simplificação no sistema que varia tanto com relação ao espaço como em relação ao tempo. A figura A1.5 apresenta os dois sistemas de referência defasados de um ângulo " $\delta$ " dado pela equação "A1.90".

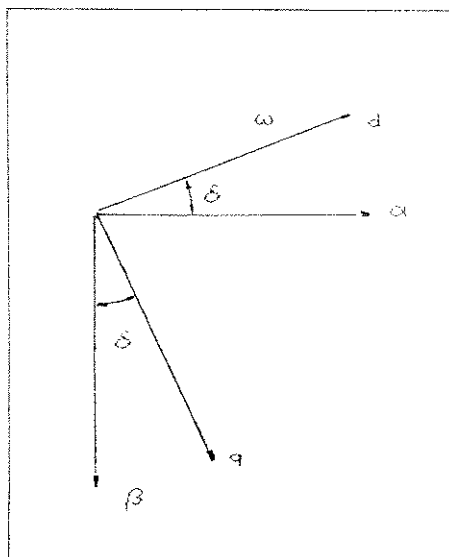


Figura A1.5 – Relação entre os eixos "dq" e os eixos "αβ"

$$\delta = \int_0^t \omega \, dt \quad (A1.90)$$

Projetando "α" e "β" na referência girante obteremos:

$$d = \alpha \cos \delta - \beta \sin \delta \quad (A1.91)$$

$$q = \beta \cos \delta + \alpha \sin \delta \quad (A1.92)$$

Para o vetor "v<sub>s</sub>" teremos:

$$v_{ds} = v_{\alpha s} \cos \delta - v_{\beta s} \sin \delta \quad (A1.93)$$

$$v_{qs} = v_{\beta s} \cos \delta + v_{\alpha s} \sin \delta \quad (A1.94)$$

Das equações "A1.93" e "A1.94" tiramos as equações "A1.95" a "A1.98" que descrevem a transformação "**B**" e a sua inversa "**B**<sup>-1</sup>".

$$\mathbf{v}_{dqS} = \mathbf{B} \mathbf{v}_{\alpha\beta S} \quad (\text{A1.95})$$

$$\begin{bmatrix} v_{dS} \\ v_{qS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\delta & -\sin\delta \\ \sin\delta & \cos\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\alpha S} \\ v_{\beta S} \end{bmatrix} \quad (\text{A1.96})$$

$$\mathbf{v}_{\alpha\beta S} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{v}_{dqS} \quad (\text{A1.97})$$

$$\begin{bmatrix} v_{\alpha S} \\ v_{\beta S} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\delta & \sin\delta \\ -\sin\delta & \cos\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{dS} \\ v_{qS} \end{bmatrix} \quad (\text{A1.98})$$

Para podermos associar as duas transformações "A" e "B" teremos que ter a mesma dimensão e assim criamos a componente "o" nos dois sistemas bifásicos " $\alpha\beta$ " e "dq" tendo como resultado final os sistemas " $\alpha\beta o$ " e "dqo" e as equações de transformação "A1.99" e "A1.100".

$$\begin{bmatrix} v_{dS} \\ v_{qS} \\ v_{oS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\delta & -\sin\delta & 0 \\ \sin\delta & \cos\delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\alpha S} \\ v_{\beta S} \\ v_{oS} \end{bmatrix} \quad (\text{A1.99})$$

$$\begin{bmatrix} v_{\alpha S} \\ v_{\beta S} \\ v_{oS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\delta & \sin\delta & 0 \\ -\sin\delta & \cos\delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{dS} \\ v_{qS} \\ v_{oS} \end{bmatrix} \quad (\text{A1.100})$$

Com isso definimos as duas transformações "A" e "B", iremos agora ilustrar suas aplicações no exemplo "E1":

Exemplo E1:

De posse do seguinte conjunto de tensões trifásicas

$$v_{as} = V_m \cos(\omega_e t) \quad (\text{E1.01})$$

$$v_{bs} = V_m \cos(\omega_e t - 2\pi/3) \quad (\text{E1.02})$$

$$v_{cs} = V_m \cos(\omega_e t - 4\pi/3) \quad (\text{E1.03})$$

Aplicando a transformação "A" ao conjunto de equações "E1.01" a "E1.03" obtemos as

equações "E1.04" a "E1.06" para as tensões " $v_{\alpha s}$ ", " $v_{\beta s}$ " e " $v_{os}$ ".

$$v_{\alpha s} = V_m \cos(\omega_e t) \quad (E1.04)$$

$$v_{\beta s} = - V_m \sin(\omega_e t) \quad (E1.05)$$

$$v_{os} = 0 \quad (E1.06)$$

Observamos que as tensões " $v_{\alpha s}$ " e " $v_{\beta s}$ " estão defasadas de  $90^\circ$  entre si e temos para o vetor " $v_s$ " a expressão "E1.07" que evidencia um defasamento espacial,

$$v_s = v_{\alpha s} - j v_{\beta s} \quad (E1.07)$$

O defasamento das equações "E1.04" e "E1.05" é um defasamento no tempo em que " $v_{\alpha s}$ " está atrasado com relação a " $v_{\beta s}$ " de  $90^\circ$ , o que não acontece na relação "E1.07" em que o mesmo se encontra adiantado com relação a " $v_{\beta s}$ " de também  $90^\circ$ . Na realidade essa distribuição é muito semelhante ao campo girante pois teremos a amplitude máxima " $V_m$ " girando com uma velocidade angular " $\omega_e$ ", o que é de fácil observação pois temos as projeções nos eixos " $\alpha$ " e " $\beta$ " dependendo da velocidade em que o vetor " $v_s$ " gira.

Aplicando agora a transformação "B" temos como resultado para " $v_{ds}$ ", " $v_{qs}$ " e " $v_{os}$ " as expressões "E1.08" a "E1.10.

$$v_{qs} = 0 \quad (E1.08)$$

$$v_{ds} = V_m \quad (E1.09)$$

$$v_{os} = 0 \quad (E1.10)$$

Notamos que a transformação "B" faz com que o eixo "q" acompanhe o vetor " $v_s$ " na sua amplitude, isto é que o eixo "d" gire a uma velocidade angular " $\omega_e$ " acompanhando a posição de amplitude máxima. Isso faz com que nesse sistema de referência possamos analisar a influência das amplitudes nas respostas e imbutindo as frequências no sistema de referência girante, essa transformação facilitará de sobremaneira a análise

das respostas dinâmicas para sistemas trifásicos.

Na próxima etapa representaremos a máquina de indução trifásica em coordenadas "dqo".

#### 5.4) Representação da Máquina de Indução Trifásica em Coordenadas "dqo"

As relações de fluxo e tensão são dadas através de matrizes de resistência "R" e indutância "L" conforme visto nas equações "A1.55" e "A1.58", inicialmente veremos como representá-las em coordenadas "dqo" e depois aplicar a transformação como um todo na equações que descrevem a máquina em coordenadas "abc".

##### 5.4.1) Elementos Resistivos

A matriz que representa os elementos resistivos é uma matriz diagonal cujos elementos representam a resistência por fase, quer seja do estator quer seja do rotor. Iremos aplicar a transformação a um circuito trifásico puramente resistivo representado na equação "A1.101".

$$\mathbf{v}_{abc} = \mathbf{R}_{abc} \mathbf{i}_{abc} \quad (\text{A1.101})$$

Onde " $\mathbf{v}_{abc}$ " é o vetor de tensão trifásico, " $\mathbf{i}_{abc}$ " o vetor de corrente trifásico e " $\mathbf{R}_{abc}$ " a matriz diagonal de resistência trifásica, conforme podemos observar na equação "A1.102".

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a & 0 & 0 \\ 0 & R_b & 0 \\ 0 & 0 & R_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (\text{A1.102})$$

Temos que os vetores " $\mathbf{v}_{abc}$ " e " $\mathbf{i}_{abc}$ " podem ser escritos em coordenadas "dqo" atra-

vés das transformações "A" e "B", assim teremos para a equação "A1.101":

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}^{-1} \mathbf{v}_{dqo} &= \mathbf{R}_{abc} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}^{-1} \mathbf{i}_{dqo} \\ \mathbf{v}_{dqo} &= \mathbf{B} \mathbf{A} \mathbf{R}_{abc} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}^{-1} \mathbf{i}_{dqo} \end{aligned}$$

Como " $\mathbf{R}_{abc}$ " é uma matriz diagonal o seu produto é comutativo e teremos:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{dqo} &= \mathbf{B} \mathbf{A} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}^{-1} \mathbf{R}_{abc} \mathbf{i}_{dqo} \\ \mathbf{v}_{dqo} &= \mathbf{R}_{abc} \mathbf{i}_{dqo} \end{aligned} \tag{A1.103}$$

Da equação "A1.103" concluímos que a representação da matriz " $\mathbf{R}_{abc}$ " não se altera nas coordenadas "dqo" ( $\mathbf{R}_{abc} = \mathbf{R}_{dqo}$ ). Portanto teremos de forma genérica:

$$\mathbf{v}_{dqo} = \mathbf{R} \mathbf{i}_{dqo} \tag{A1.104}$$

Onde " $\mathbf{R}$ " é a matriz diagonal de resistência.

#### 5.4.2) Elementos Indutivos

Teremos basicamente dois tipos de matrizes a tratar, a matriz indutância própria ( $\mathbf{L}_s$ ,  $\mathbf{L}_r$ ) e a matriz indutância de acoplamento ( $\mathbf{L}_{sr}$ ). Conforme observamos das equações "A1.54" e "A1.55".

##### 5.4.2.1) Matriz Indutância Própria

Inicialmente trabalharemos com as equações de tensão para circuitos indutivos e depois com a relação linear entre fluxo e indutância.

$$\mathbf{v}_{abc} = d/dt \lambda_{abc} \tag{A1.105}$$

Aplicando na equação "A1.105" a transformação de coordenadas "A" e "B" teremos:

$$\mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}^{-1} \mathbf{v}_{dqo} = d/dt (\mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}^{-1} \lambda_{dqo})$$

Como " $\mathbf{A}^{-1}$ " é constante,

$$\mathbf{v}_{dqo} = \mathbf{B} \mathbf{A} \mathbf{A}^{-1} d/dt (\mathbf{B}^{-1} \lambda_{dqo})$$

$$\mathbf{v}_{dqo} = \mathbf{B} \mathbf{A} \mathbf{A}^{-1} (d/dt \mathbf{B}^{-1} \lambda_{dqo} + \mathbf{B}^{-1} d/dt \lambda_{dqo})$$

$$d/dt \mathbf{B}^{-1} = d/dt \begin{bmatrix} \cos \delta & \sin \delta & 0 \\ -\sin \delta & \cos \delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} -\sin \delta & \cos \delta & 0 \\ -\cos \delta & -\sin \delta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Onde " $\delta = \omega t$ ".

Teremos então para a equação "A1.105":

$$\mathbf{v}_{dqo} = \omega \mathbf{C} \lambda_{dqo} + d/dt \lambda_{dqo} \quad (\text{A1.106})$$

Onde "C" é igual a:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A1.107})$$

Definindo " $\mathbf{C} \lambda_{dqo} = \lambda'_{dqo}$ " teremos para " $\lambda'_{dqo}$ ":

$$\lambda'_{dqo} = [\lambda_d \ -\lambda_q \ 0] \quad (\text{A1.108})$$

E assim a equação "A1.106" toma outro aspecto:

$$\mathbf{v}_{dqo} = \omega \lambda'_{dqo} + d/dt \lambda_{dqo} \quad (\text{A1.109})$$

Notamos que o vetor de tensão " $v_{dqo}$ " possui dois tipos de componentes, uma componente de velocidade " $\omega \lambda_{dqo}$ " e outra componente que depende da taxa de variação do fluxo " $d/dt \lambda_{dqo}$ ", para " $\omega = 0$ " teremos as equações na referência estática.

Para circuitos magnéticos lineares temos válida a seguinte relação " $\lambda_{abc} = \mathbf{L}_{abc} \mathbf{i}_{abc}$ ", sendo " $\mathbf{L}_{abc}$ " a matriz indutância simétrica representada na equação "A1.110".

$$\mathbf{L}_{abc} = \begin{bmatrix} L_1 + L_M & -1/2 L_M & -1/2 L_M \\ -1/2 L_M & L_1 + L_M & -1/2 L_M \\ -1/2 L_M & -1/2 L_M & L_1 + L_M \end{bmatrix} \quad (\text{A1.110})$$

Fazendo uso da relação para o sistema trifásico " $\lambda_{abc} = \mathbf{L}_{abc} \mathbf{i}_{abc}$ " obteremos a representação de " $\mathbf{L}_{abc}$ " no sistema de coordenadas "dqo" aplicando as transformações "A" e "B" aos vetores de campo " $\lambda_{abc}$ " e corrente " $\mathbf{i}_{abc}$ ".

$$\mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}^{-1} \lambda_{dqo} = \mathbf{L}_{abc} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}^{-1} \mathbf{i}_{dqo}$$

$$\mathbf{L}_{dqo} = \mathbf{B} \mathbf{A} \mathbf{L}_{abc} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}^{-1}$$

$$\mathbf{L}_{dqo} = \mathbf{B} \mathbf{A} (L_1 \mathbf{I}_3 + 3/2 L_M \mathbf{I}_3 - 1/2 L_M \mathbf{I}_3) \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}^{-1}$$

Onde,

$$\mathbf{I}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A1.111})$$

$$\mathbf{L}_{dqo} = \begin{bmatrix} L_1 + 3/2 L_M & 0 & 0 \\ 0 & L_1 + 3/2 L_M & 0 \\ 0 & 0 & L_1 \end{bmatrix} \quad (\text{A1.112})$$

Para a matriz simétrica " $\mathbf{L}_{abc}$ " obtivemos uma matriz diagonal " $\mathbf{L}_{dqo}$ " o que nos indica que os fluxos nas coordenadas "dqo" estarão desacoplados pelo menos em relação a matriz de indutância própria " $\mathbf{L}_{abc}$ ".

#### 5.4.2.2) Matriz Indutância de Acoplamento

Aplicaremos as transformações "A" e "B" à relação linear entre o fluxo e a corrente  $\lambda = L i$  e obteremos a representação da matriz de acoplamento "L" em coordenadas "dqo".

Sendo a matriz de acoplamento "L<sub>abc</sub>" representada pela equação "A1.113" teremos:

$$L_{abc} = LM \begin{bmatrix} \cos \theta_{s1} & \cos(\theta_{s1} + 2\pi/3) & \cos(\theta_{s1} - 2\pi/3) \\ \cos(\theta_{s1} - 2\pi/3) & \cos \theta_{s1} & \cos(\theta_{s1} + 2\pi/3) \\ \cos(\theta_{s1} + 2\pi/3) & \cos(\theta_{s1} - 2\pi/3) & \cos \theta_{s1} \end{bmatrix} \quad (A1.113)$$

Teremos que relacionar o campo concatenado em um enrolamento (estatórico ou rotórico) com a corrente que circula em outro enrolamento (rotórico ou estátórico) por isso teremos duas transformações envolvidas, uma para o fluxo concatenado no enrolamento ( $A_{\xi}$  e  $B_{\xi}$ ) e outra para a corrente geradora do campo que circula em outro enrolamento ( $A_{\eta}$  e  $B_{\eta}$ ). Essas transformações são diferentes porque os sistemas giram a velocidades angulares distintas havendo a necessidade de descrevê-las de forma separada.

$$\begin{aligned} A_{\xi}^{-1} B_{\xi}^{-1} \lambda_{dqo} &= L_{abc} A_{\eta}^{-1} B_{\eta}^{-1} i_{dqo} \\ L_{dqo} &= B_{\xi} A_{\xi} L_{abc} A_{\eta}^{-1} B_{\eta}^{-1} \end{aligned}$$

onde,

$$A_{\xi}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1/2 & -\sqrt{3}/21 \\ -1/2 & \sqrt{3}/21 \end{bmatrix} \quad (A1.114)$$

$$\mathbf{A}_{\eta}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 1 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A1.115})$$

$$\mathbf{B}_{\xi}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \xi & \sin \xi & 0 \\ -\sin \xi & \cos \xi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A1.116})$$

$$\xi = \int \omega_e dt$$

$$\mathbf{B}_{\eta}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \eta & \sin \eta & 0 \\ -\sin \eta & \cos \eta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A1.117})$$

$$\eta = \int \omega_{sl} dt$$

$$\mathbf{L}_{dqo} = \begin{bmatrix} 3/2 LM & 0 & 0 \\ 0 & 3/2 LM & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A1.118})$$

Para a matriz "L<sub>abc</sub>" obtivemos uma matriz diagonal "L<sub>dqo</sub>" o que nos indica que os fluxos nas coordenadas "dqo" estarão desacoplados também com respeito a matriz indutância de acoplamento "L<sub>abc</sub>".

#### 5.4.3) Equações para a Máquina de Indução Simétrica em Coordenadas "dqo"

Com as transformações aplicadas às matrizes que representam os elementos de circuito das equações "A1.55" e "A1.58" temos praticamente pronto o estudo para a máquina de indução trifásica, mostraremos agora o resultado para as equações de fluxo e tensão.

#### 5.4.3.1) Equações para os Fluxos

$$\lambda_{qs} = L_{ls} i_{qs} + L_m (i_{qs} + i_{qr}) \quad (A1.117)$$

$$\lambda_{ds} = L_{ls} i_{ds} + L_m (i_{ds} + i_{dr}) \quad (A1.118)$$

$$\lambda_{os} = L_{ls} i_{os} \quad (A1.119)$$

$$\lambda_{qr} = L_{lr} i_{qr} + L_m (i_{qr} + i_{qs}) \quad (A1.120)$$

$$\lambda_{dr} = L_{lr} i_{dr} + L_m (i_{dr} + i_{ds}) \quad (A1.121)$$

$$\lambda_{or} = L_{lr} i_{or} \quad (A1.122)$$

onde,

$$L_m = 3/2 L_M \quad (A1.123)$$

#### 5.4.3.2) Equações de Tensão

$$v_{qs} = R_s i_{qs} + \omega_e \lambda_{ds} + d/dt \lambda_{qs} \quad (A1.124)$$

$$v_{ds} = R_s i_{ds} - \omega_e \lambda_{qs} + d/dt \lambda_{ds} \quad (A1.125)$$

$$v_{os} = R_s i_{os} \quad (A1.126)$$

$$v_{qr} = R_s i_{qr} + \omega_{sl} \lambda_{dr} + d/dt \lambda_{qr} \quad (A1.127)$$

$$v_{dr} = R_s i_{dr} - \omega_{sl} \lambda_{qr} + d/dt \lambda_{dr} \quad (A1.128)$$

$$v_{or} = R_s i_{or} \quad (A1.129)$$

#### 5.4.3.3) Equação para o Torque Eletromagnético

O torque eletromagnético "Te" é dado pela equação "A1.130" [3] nas coordenadas trifásicas, aplicando a transformação "A" e "B" teremos:

$$T_e = P/2 \text{ iabcs}' \partial/\partial\theta_r L_{sr} \text{ iaber} \quad (\text{A1.130})$$

$$T_e = P/2 (\mathbf{A}_{\xi}^{-1} \mathbf{B}_{\xi}^{-1} \text{idqos})' \partial/\partial\theta_r L_{sr} \mathbf{A}_{\eta}^{-1} \mathbf{B}_{\eta}^{-1} \text{idqor}$$

$$T_e = P/2 \text{idqos}' \mathbf{B}_{\xi}^{-1} \mathbf{A}_{\xi}^{-1} \partial/\partial\theta_r L_{sr} \mathbf{A}_{\eta}^{-1} \mathbf{B}_{\eta}^{-1} \text{idqor}$$

$$T_e = 3/2 P/2 L_m (\text{iqs idr} - \text{ids iqr}) \quad (\text{A1.131})$$

Podemos escrever a equação "A1.131" envolvendo os campos de estator ou rotor.

$$T_e = 3/2 P/2 (\text{iqs } \lambda_{ds} - \text{ids } \lambda_{qs}) \quad (\text{A1.132})$$

$$T_e = 3/2 P/2 L_m/L_r (\text{iqs } \lambda_{dr} - \text{ids } \lambda_{qr}) \quad (\text{A1.133})$$

$$T_e = 3/2 P/2 (\text{iqs } \lambda_{dm} - \text{ids } \lambda_{qm}) \quad (\text{A1.134})$$

O conjunto de equações de "A1.117" a "A1.131" descreve um modelo matemático para o circuito eletromagnético da máquina assíncrona trifásica.

## ANEXO 2

### PARÂMETROS DA MÁQUINA

POTÊNCIA - 1/4 cv

08 POLOS

CORRENTE NOMINAL - 4,1 A

TENSÃO NOMINAL - 75 V

MOMENTO DE INÉRCIA - 0,0016 kg.m<sup>2</sup>

$R_s = 4,9833 \, \Omega$

$R_r = 3,0167 \, \Omega$

$L_m = 138,4648 \, \text{mH}$

$L_r = 154,1665 \, \text{mH}$

$L_s = 148,9326 \, \text{mH}$

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Schroeder, D., (1989). "Trends in Electrical Drives for Low Cost Automation", IFAC Low Cost Automation, pp. 103-113, Milan, Italy.
- [2] Leonhard, W., (1990). "20 Years Field Orientation, 10 Years Digital Signal Processing with Controlled AC-Drives", 8.<sup>o</sup> CBA, Belém/PA, Brasil.
- [3] Kovacs, P., (1984). "Transient Phenomena in Eletric Machines", Elsevior.
- [4] Krause, P. C., (1986). "Analysis of Eletric Machinery", McGraw-Hill.
- [5] Blaschke, F., (1972). "The Principle of Field Orientation as Applied to the New Transvector Closed Loop Control System for Rotating Machinery", Siemens Review, Vol.39, n.<sup>o</sup>5:213-220.
- [6] Hasse, K., (1969). "On the Dynamics of Speed Control of Static AC Drives with Squirrel Cage Induction Machines", Ph.D. Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, Germany.
- [7] Gabriel, R. & Leonhard. W., (1980). "Field Oriented Control of a Standard AC Motor Using Microprocessors", IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.IA-16, n.<sup>o</sup>2:186-192.
- [8] Nakano, H., Horie, S., Matsuo, T. & Iwata, K., (1987). "Vector Control for Induction Motor Using a Speed Estimation Based on Instantaneous Slip Frequency Principles", Electrical Engineering in Japan, Vol.107, n.<sup>o</sup>4:95-103.
- [9] Plunkett, A. B., (1979). "A Current Controlled PWM Transistor Inverter Drive", Conf. Rec. IEEE/IAS Annu. Meet., pp. 785-792.
- [10] Lorenz, R. D. & Lawson, D. B., (1987). "Performance of

Feedforward Current Regulators for Field-Oriented Induction Machines Controllers", Vol.IA-23, n.º4:597-602.

- [11] Iwasaki, M. & Matsui, N., (1990). "DSP-Based High Performance Speed Control System of Vector Control IM with Load Torque Observer", IPEC, pp. 436-441, Tokyo.
- [12] Alsina, P. J., Filho, J. E. C. & Gehlot, N. S., (1990). "Análise Comparativa dos Observadores de Fluxo Rotórico para Sistemas de Acionamentos dos Motores de Indução", 8.ºCBA, Belém/PA, Brasil.
- [13] Matsuo, T. & Lipo, T. A., (1985). "A Rotor Parameter Identification Scheme for Vector-Controlled Induction Motor Drives", IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.IA-21, n.º4:624-632.
- [14] Caminhas, W. M., Menezes, B. R., Tribuzi, A. R. & Silva, S. R., (1990). "Influência, Identificação e Compensação das Variações de Parâmetros do Motor de Indução no Controle Vetorial Indireto", 8.º CBA, Belém/PA, Brasil.
- [15] Min-Ho, P., Young-Real, K., Chung-Yuen, W., Hack-Seong, K. & Yuen-Jun, K., (1990). "Microprocessor-Based Field-Oriented Control of a Current Controlled PWM Inverter-Fed Induction Motor Servo-Drive", IPEC, pp. 37-48, Tokyo.
- [16] Irida, T., Takata, S., Ueda, R., Sonoda, T. & Mochizuki, T., (1983). "A Novel Approach on Parameter Self-Tuning Method in AC Servo System", IFAC Control in Power Electronics and Electrical Drives, pp. 41-48, Lausanne, Switzerland.
- [17] Heinemann, G. & Leonhard, W., (1990). "Self-Tuning Field Orientated Control of an Induction Motor Drive", IPEC, pp. 465-473, Tokyo.
- [18] Hung, K. T. & Lorenz, R. D., (1990). "A Rotor Flux Error-Based,

- Adaptative Tuning Approach for Feedforward Field Oriented Induction Machines Drives", IEEE-IAS Transactions, pp. 589-594.
- [19] Ahmed, I. & Lindquist, S., (1987). "DSP's Tame Adaptative Control", Machine Design, pp. 125-129.
- [20] Bose, B. K., (1986). "Power Electronics and AC Drives", Prentice-Hall.
- [21] Hung, W. C., Stephan, R. M. & Watanabe, E. H., (1988). "Simulação do Controle de Velocidade de Motores de Indução pela Técnica Campo-Orientado", 7<sup>o</sup>CBA, São José dos Campos/SP, Brasil.
- [22] Garcia, G. O., Stephan, R. M. & Watanabe, E. H., (1990). "Controle de Velocidade de um Motor de Indução através das Técnicas de Campo Orientado Indireto e Escorregamento Controlado", 8<sup>o</sup>CBA, Belém/PA, Brasil.
- [23] Ho, E. Y. Y. & Sen, P. C., (1988). "Decoupling Control of Induction Motor Drives", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol.35, n<sup>o</sup>2:253-262.
- [24] Brod, D. M. & Novotny, D. W., (1985). "Current Control of VSI-PWM Inverters", IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.IA-21, n<sup>o</sup>4:562-570.
- [25] Jacobina, C. B., Filho, E. B. S. & Silva, E. R. C., (1990). "Controladores de Corrente em Acionamentos com Motor de Indução em Campo Orientado", 8<sup>o</sup>CBA, Belém/PA, Brasil.
- [26] Lima, E. P., Bim, E. & Szajner, J., (1992). "Aplicação de um Controlador do Tipo Histerese, Baseado na Técnica de Orientação de Fluxo, na Geração de um Perfil de Velocidade para um Motor de Indução", 9<sup>o</sup>CBA, Vitória/ES, Brasil.
- [27] Fontes, I. R., (1993). "Controle via Micro-computador de Motores de Indução", Dissertação de Mestrado, DCA/FEE/UNICAMP.

- [28] Bravo, V. S., (1993). "Projeto de Inversor por Fonte de Tensão para Motores Trifásicos de Indução tipo Gaiola de Esquilo", Dissertação de Mestrado, DCA/FEE/UNICAMP.
- [29] Krishnan, R. & Doran, F. C., (1987). "Study of Parameter Sensivity in High Performance Inverter Fed Induction Motor Drive Systems", IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.IA-23, n.º4:623-635.
- [30] Kubo, K., Watanabe, M., Ohmae, T. & Kamiyama, K., (1983). "A Software Based Speed Regulator for Motor Drives", IPEC, pp. 1500-1511, Tokyo.
- [31] Wu, Z., K. & Strangas, E. G., (1988). "Feed Forward Field Orientation Control of an Induction Motor Using a PWM Voltage Source Inverter and Standardized Single Board Computers", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol.35, n.º1:75-79.
- [32] Liu, T. H., Huang, S. C., Shieh, C. L. & Liu, C. H., (1988). "Implementation of an Induction Servo Controller Using a 32 Bit Microprocessor", Proceedings of the 27th Conf. on Decision and Control, pp. 1050-1054, Austin, Texas, USA.
- [33] Ribeiro, R. L. A., Jacobina, C. B., Lima, A. M. N. & Salvadori F., (1992). "Controle Vetorial em Sistemas de Acionamento com Máquina Assíncrona", 9.ºCBA, Vitória/ES, Brasil.
- [34] Betz, R. E. & Evans, R. J., (1985). "Torque, Speed and Position Control of Induction Machines Using the DQ Model", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol.AES-21, n.º5:698-710.
- [35] Alonge, F. & Raimondi, T., (1989). "Control Strategy for Induction Motor Drives Based on Decoupling Techniques", IFAC Low Cost Automation, pp. 125-130, Milan, Italy.