

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS

Departamento de Engenharia Elétrica/Eletrônica

CONTROLE DA OPERAÇÃO EM  
SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO

por

JOSÉ SERAFIM SOBRINHO

Orientador:

Drumond Xavier C. Lima

01/76

Tese apresentada à Faculdade  
de Engenharia de Campinas da  
Universidade Estadual de Cam-  
pinas, como parte dos requi-  
sitos para a obtenção do tí-  
tulo de Mestre em Ciências.

Campinas - 1976

**UNICAMP**  
**BIBLIOTECA CENTRAL**

Ofereço ao meu pai

ANTONIO SERAFIM

## AGRADECIMENTO

Agradecemos ao Departamento de Distribuição da Centrais Elétricas de São Paulo S.A., o fornecimento dos dados do Sistema de Distribuição da Subestação de Porto Ferreira.

## R E S U M O

Desenvolvemos um algoritmo que minimiza as correntes nas linhas de distribuição através da alocação de bancos de capacitores em derivação. Este algoritmo fornece também a solução com mínimo de perdas joule com a precisão requerida. As restrições de níveis de tensão são introduzidas de maneira simplificada.

## Í N D I C E

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO . . . . .	1
CAPÍTULO II - MODELO MATEMÁTICO . . . . .	3
2.1 Lista de Símbolos . . . . .	3
2.2 Formulação geral do problema de estratégia óti- ma de operação com restrições de um sistema de potência, pelo Método de Lagrange . . . . .	4
2.3 Mínimo de corrente nas linhas de um sistema de distribuição sem restrições sobre os níveis de tensão . . . . .	8
2.4 Diagrama de Blocos . . . . .	13
CAPÍTULO III - RESULTADOS . . . . .	15
3.1 Sistema da Subestação de Porto Ferreira . . . . .	15
3.2 Sistema da Referência 3 . . . . .	23
CAPÍTULO IV - CONCLUSÕES . . . . .	28
4.1 Utilidade da Técnica Proposta . . . . .	28
4.2 Comparação com o Método Desenvolvido na Referên- cia 3 . . . . .	29
REFERÊNCIAS . . . . .	31

## CAPÍTULO I

### INTRODUÇÃO

O máximo fluxo de potência ativa permitido numa dada linha depende (1):

1. Limites de estabilidade para as linhas longas
2. Queda de tensão e limite térmico para linhas curtas.

O problema que motivou este trabalho foi o controle da operação dos sistemas de distribuição. Eles são caracterizados por possuírem linhas curtas e, na maioria dos casos não dispõem de geração própria suficiente para suprir a demanda. Recebem do sistema de transmissão, a energia necessária para suprir os consumidores mais as perdas joule.

Um dos requisitos mais importantes para a boa operação do sistema é a manutenção das tensões dentro de uma faixa de aproximadamente 10% em torno do nominal (2). Isto pode ser conseguido através da alocação de bancos de capacitores em derivação nas subestações. Os bancos podem ser alocados de modo a minimizar as perdas ativas (3), obedecendo as seguintes restrições:

1. Máximo e mínimo módulo de tensão
2. Máximo e mínimo banco fixo ou manobrável.

Quando a demanda do sistema é pequena a operação com mínimo de perdas ocorre para um perfil de tensão que viola os limites máximos de tensão. Quando a demanda cresce os níveis ótimos de tensão, descem e tendem a violar os limites mínimos. Ocorre também a sobrecarga gradativa das linhas, favorecendo a violação dos limites térmicos. Quando isto ocorre, o objetivo passa a ser o controle da corrente nas linhas sobrecarregadas.

Os limites térmicos são determinados a partir de hipóteses sobre a temperatura do meio ambiente, velocidade do vento, etc

Não deve no entanto ser ultrapassado em média, pois, isto provoca rá uma diminuição sensível da vida útil dos condutores. Por isto, em casos de violação do limite térmico, o nível mínimo de tensão deve de preferencia ser diminuído até o desaparecimento da sobrecarga. Isto pode no entanto levar a uma operação com níveis de tensão muito baixos e perdas elevadas, se a demanda crescer acima de certos limites, tornando a operação impraticável.

Desenvolvemos um algoritmo que aloca os bancos de capacitores de modo a tornar mínima a corrente nas linhas mais sobrecarregadas. A função custo foi escolhida visando obter uma solução dentro dos limites de precisão requeridos e, a simplificar o modelo matemático.

Este algoritmo fornece ainda aproximadamente o mínimo de perdas com restrição sobre os níveis de tensão, em sistemas de distribuição.

## CAPÍTULO II

### MODELO MATEMÁTICO

#### 2.1 - Lista de Símbolos

- $P_{G_i}$  - potência ativa gerada na barra  $i$   
 $P_{C_i}$  - potência ativa consumida na barra  $i$   
 $P_i$  - potência ativa líquida na barra  $i$   
 $Q_{G_i}$  - potência reativa gerada na barra  $i$   
 $Q_{C_i}$  - potência reativa consumida na barra  $i$   
 $Q_i$  - potência reativa líquida na barra  $i$   
 $S_i$  - potência aparente na barra  $i$   
 $V_i$  - tensão na barra  $i$   
 $\delta_i$  - ângulo da tensão na barra  $i$  em relação à barra de referência  
 $Q_L$  - balanço de reativos do sistema  
 $P_L$  - perdas ativas do sistema  
 $Y$  - matriz admitância de barra  
 $y_{ij}$  - elemento  $(i,j)$  da matriz  $Y$   
 $\phi_{ij}$  - ângulo do elemento  $y_{ij}$   
 $Z$  - matriz impedância de barra  
 $R$  - matriz parte real de  $Z$   
 $r_{ij}$  - elemento  $(i,j)$  de  $R$   
 $X$  - matriz, parte imaginária de  $Z$   
 $x_{ij}$  - elemento  $(i,j)$  de  $X$   
 $I$  - vetor corrente de barra  
 $I_p$  - parte real de  $I$   
 $I_q$  - parte imaginária de  $I$   
 $\lambda$  - multiplicador de Lagrange  
 $n$  - número de barras do sistema



2.2 - Formulação geral do problema de estratégia ótima de operação com restrições, de um sistema de potência, pelo Método de Lagrange (4)

Expresso matematicamente, é o problema da maximização ou minimização de uma função objetivo ou função custo  $C$ , que é função das variáveis de estado, controle e ou perturbação sob certas restrições de igualdade e ou desigualdade.

As variáveis relacionadas com as demandas,  $(P_{C_i}$  e  $Q_{C_i})$ , são completamente alheias ao nosso controle, pois são determinadas pelos usuários do sistema. Chamamos estas variáveis de perturbação, pois uma variação nestas variáveis muda o estado nominal do sistema.

Definimos,

$$P = \begin{matrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_m \end{matrix} \quad \underline{\Delta} \quad \begin{matrix} P_{C_1} \\ Q_{C_1} \\ P_{C_2} \\ Q_{C_2} \\ \vdots \\ Q_{C_n} \end{matrix}$$

As variáveis  $(|V_i|, \delta_i)$  e  $(P_{G_i}, Q_{G_i})$  podem ser agrupadas em duas categorias, variáveis independentes e dependentes, que em teoria de controle recebem os nomes de variáveis de controle e estado, respectivamente. Numa dessas categorias incluímos as variáveis que, fisicamente, são manipuladas ou "controladas". Obviamente, as variáveis potência gerada  $(P_{G_i}, Q_{G_i})$  são nossas variáveis de controle.

A manipulação de  $Q_{G_i}$  afeta principalmente  $|V_i|$  e a manipulação de  $P_{G_i}$ ,  $\delta_i$ .

Definimos então

$$\underline{x} \stackrel{\Delta}{=} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix} \quad \underline{\Delta} \stackrel{\Delta}{=} \begin{pmatrix} \delta_1 \\ |V_1| \\ \delta_2 \\ |V_2| \\ \vdots \\ \vdots \\ |V_n| \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \underline{u} \stackrel{\Delta}{=} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ u_m \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} P_{G1} \\ Q_{G1} \\ \vdots \\ \vdots \\ Q_{Gn} \end{pmatrix}$$

Seja:

$$C = C(\underline{x}, \underline{u}, \underline{p}) \quad \text{função custo}$$

$$H = H(\underline{x}, \underline{u}, \underline{p}) \quad \text{restrição de igualdade}$$

$$\underline{W}_{\text{MIN}} \leq \underline{W} = W(\underline{x}, \underline{u}, \underline{p}) \leq \underline{W}_{\text{MAX}} \quad \text{restrição de desigualdade}$$

Para um sistema de potência, a restrição de igualdade é dada pela solução das equações não lineares:

$$0 = P_i - jQ_i - V_i^* \sum_{j=1}^n V_j y_{ij}$$

$i = 1, 2, \dots, n$ , chamadas equações do fluxo de carga

As restrições de desigualdade são dadas pelas limitações físicas do sistema em questão. Podem ser do tipo "hard", necessariamente  $\underline{W}_{\text{MIN}} \leq \underline{W} \leq \underline{W}_{\text{MAX}}$ , ou do tipo "soft", isto é, para  $\underline{W}$  fora dos limites estabelecidos a função custo é penalizada. Exemplo de restrição do tipo "hard" é a potência fornecida pelos alternadores, e do tipo "soft", níveis de tensão.

### 2.2.1. Estratégia ótima

Seja a função de penalização escalar definida da forma

$$W = \sum_{i=1}^n w_i \quad \text{onde } w_i \text{ } i\text{-ésima linha do vetor } \underline{W}.$$

Definindo a função custo aumentada

$$C^a = C + W - \lambda_1 h_1 - \lambda_2 h_2 - \dots - \lambda_n h_n \quad (1)$$

onde um multiplicador de Lagrange é introduzido para cada equação do fluxo de carga,  $h_i$  é a  $i$ -ésima linha do vetor  $H$ .

Se definirmos  $\underline{\lambda}$ , tal que

$$\underline{\lambda} \triangleq \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix}, \quad \text{temos}$$

$$C^a = C + W - \underline{\lambda}^T H \quad (2)$$

onde  $\underline{\lambda}^T$ , transposto de  $\underline{\lambda}$ .

Desde que  $C^a$  é uma função de  $\underline{x}$ ,  $\underline{u}$  e  $\underline{p}$ , o diferencial total de  $C^a$ , para  $\underline{p}$  constante

$$dC^a = \frac{\partial C}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial C^a}{\partial x_2} dx_2 + \dots + \frac{\partial C^a}{\partial u_1} du_1 + \frac{\partial C^a}{\partial u_2} du_2 + \dots \quad (3)$$

Definindo

$$d\underline{x} \triangleq \begin{bmatrix} dx_1 \\ dx_2 \\ \vdots \\ dx_n \end{bmatrix} \quad d\underline{u} \triangleq \begin{bmatrix} du_1 \\ du_2 \\ \vdots \\ du_n \end{bmatrix} \quad (4a)$$

$$\frac{\partial C^a}{\partial \underline{x}} \triangleq \begin{bmatrix} \frac{\partial C^a}{\partial x_1} \\ \frac{\partial C^a}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial C^a}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad \frac{\partial C^a}{\partial \underline{u}} \triangleq \begin{bmatrix} \frac{\partial C^a}{\partial u_1} \\ \frac{\partial C^a}{\partial u_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial C^a}{\partial u_n} \end{bmatrix} \quad (4b)$$

temos

$$dC^a = d\underline{x}^T \cdot \frac{\partial C^a}{\partial \underline{x}} + d\underline{u}^T \cdot \frac{\partial C^a}{\partial \underline{u}}$$

Se  $\underline{x} = \underline{x}_{\text{ótimo}}$  e  $\underline{u} = \underline{u}_{\text{ótimo}}$  \*  $dC^a = 0$  implican-  
do em

$$\frac{\partial C^a}{\partial \underline{x}} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial C^a}{\partial \underline{u}} = 0$$

$$\frac{\partial C^a}{\partial \underline{x}} = 0 \Rightarrow \frac{\partial C}{\partial \underline{x}} + \frac{\partial W}{\partial \underline{x}} - \left| \frac{\partial H}{\partial \underline{x}} \right|^T \lambda = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial C^a}{\partial \underline{u}} = 0 \Rightarrow \frac{\partial C}{\partial \underline{u}} + \frac{\partial W}{\partial \underline{u}} - \left| \frac{\partial H}{\partial \underline{u}} \right|^T \lambda = 0 \quad (6)$$

onde definimos o Jacobiano

$$\frac{\partial H}{\partial \underline{x}} \triangleq \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x_1} & \frac{\partial h_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial h_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial h_2}{\partial x_1} & \frac{\partial h_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial h_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial h_n}{\partial x_1} & \frac{\partial h_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial h_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial H}{\partial u} = \Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial u_1} & \frac{\partial h_1}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial h_1}{\partial u_n} \\ \frac{\partial h_2}{\partial u_1} & \frac{\partial h_2}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial h_2}{\partial u_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial h_n}{\partial u_1} & \frac{\partial h_n}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial h_n}{\partial u_n} \end{vmatrix}$$

A solução  $x_{ot}$  e  $u_{ot}$  é alcançada por um processo iterativo sobre as equações (5) e (6). Este processo envolve inversão de matriz, que demandam um tempo razoável no cálculo.

### 2.3 - Mínimo de corrente nas linhas de um sistema de distribuição sem restrições sobre os níveis de tensão

Em geral, os sistemas de distribuição, recebem a potência ativa nas interligações com o sistema de transmissão. Não há portanto, possibilidade de controlar diretamente o fluxo de potência ativa nas linhas.

O controle da corrente nas linhas de distribuição pode ser efetivado através da variação da potência reativa gerada nas subestações de distribuição, com os capacitores em derivação. O mínimo de corrente numa dada linha ocorre aproximadamente, neste caso, anulando o fluxo de potência reativa.

Com a finalidade de eliminar as sobrecargas de corrente usamos uma função custo do tipo:

$$C = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} (Q_{Gi} - Q_{Ci})^2 = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} Q_i^2 \quad (7)$$

Esta função custo é muito conveniente, pois além de atender o nosso objetivo, simplifica o algoritmo pois teremos uma função custo quadrática,  $C = C(u)$  e

$$\underline{u} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_n \end{bmatrix}$$

A Eq. (6) pode ser simplificada pois, podemos definir uma única restrição de igualdade

$$H(\underline{u}) = \sum_{i=1}^n Q_{Gi} - Q_{Ci} - Q_L = \sum_{i=1}^n Q_i - Q_L = 0 \quad (8)$$

Da equação (8), temos

$$\frac{\partial C(\underline{u})}{\partial u_i} - \lambda \frac{\partial H(\underline{u})}{\partial u_i} = 0 \quad (9)$$

ou

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial C(\underline{u})}{\partial u_i} - \lambda \sum_{i=1}^n \frac{\partial H(\underline{u})}{\partial u_i} = 0 \quad (10)$$

A condição de ótimo, acarreta neste caso

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\partial C(\underline{u})}{\partial u_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{\partial H(\underline{u})}{\partial u_i}} \quad (11)$$

Substituindo Eq. (7) e Eq. (8) na Eq. (11)

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^n Q_i}{\sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{\partial Q_L}{\partial Q_i}\right)} = \frac{Q_L}{\sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{\partial Q_L}{\partial Q_i}\right)} \quad (12)$$

Substituindo Eq. (7) e Eq. (8) na Eq. (9)

$$Q_i = \lambda \left(1 - \frac{\partial Q_L}{\partial Q_i}\right) \quad (13)$$

2.3.1. Cálculo de  $\frac{\partial Q_L}{\partial Q_i}$

A perda total em um sistema de potência é dada por (4):

$$P_L + jQ_L = \sum_{i=1}^n S_i = \sum_{i=1}^n V_i I_i^* , \quad I_i^* \text{ conjugado de } I_i$$

Na forma matricial, temos

$$P_L + jQ_L = \underline{V}^T \underline{I}^* = \underline{I}^T \underline{Z}^T \underline{I}^* = \underline{I}^T \underline{Z} \underline{I}^* \quad (14)$$

onde

$$\underline{Z} \triangleq \underline{R} + j\underline{X} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & \dots & r_{nn} \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & & x_{nn} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\underline{I} = \underline{I}_p + j\underline{I}_q = \begin{bmatrix} I_{p1} \\ I_{p2} \\ \vdots \\ I_{pn} \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} I_{q1} \\ I_{q2} \\ \vdots \\ I_{qn} \end{bmatrix} \quad (16)$$

Substituindo Eq. (15) e Eq. (16) na Eq. (14)

$$P_L + jQ_L = (\underline{I}_p + \underline{I}_q)^T (\underline{R} + j\underline{X}) (\underline{I}_p - j\underline{I}_q) \quad \text{ou}$$

$$P_L + jQ_L = \underline{I}_p^T \underline{R} \underline{I}_p + \underline{I}_q^T \underline{R} \underline{I}_q + j(\underline{I}_p^T \underline{X} \underline{I}_p + \underline{I}_q^T \underline{X} \underline{I}_q)$$

Portanto

$$P_L = \underline{I}_p^T \underline{R} \underline{I}_p + \underline{I}_q^T \underline{R} \underline{I}_q \quad \text{ou}$$

$$P_L = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n r_{jk} (I_{pj} I_{pk} + I_{qj} I_{qk}) \quad (17a)$$

$$Q_L = \sum_{p=1}^n I_p^T X_{-p} I_{-p} + \sum_{q=1}^n I_q^T X_{-q} I_{-q} \quad \text{ou}$$

$$Q_L = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n x_{jk} (I_{pj} I_{pk} + I_{qj} I_{qk}) \quad (17b)$$

Como usualmente conhecemos as potências e as tensões em uma barra, é mais prático expressar as perdas reativas em termos destas quantidades.

Para a barra  $i$ , temos

$$P_i + jQ_i = V_i I_i^* = |V_i| (\cos\delta_i + j\text{sen}\delta_i) (I_{pi} - jI_{qi})$$

Separando em partes, real e imaginária

$$I_{pi} = \frac{1}{|V_i|} (P_i \cos\delta_i + Q_i \text{sen}\delta_i) \quad (18)$$

$$I_{qi} = \frac{1}{|V_i|} (P_i \text{sen}\delta_i - Q_i \cos\delta_i)$$

Substituindo as Eqs. (18) na Eq. (17b)

$$Q_L = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n (\alpha_{jk} (P_j P_k + Q_j Q_k) + \beta_{jk} (Q_j P_k - P_j Q_k)) \quad (19)$$

onde

$$\alpha_{jk} = \frac{x_{jk}}{|V_j| |V_k|} \cos(\delta_j - \delta_k) \quad (20)$$

$$\beta_{jk} = \frac{x_{jk}}{|V_j| |V_k|} \text{sen}(\delta_j - \delta_k)$$

Portanto:



$$\frac{\partial Q_L}{\partial Q_i} = \frac{\partial}{\partial Q} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n (\alpha_{jk} (P_j P_k + Q_j Q_k) + \beta_{jk} (Q_j P_k - P_j Q_k)) \quad \text{ou}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_L}{\partial Q_i} = & 2 \sum_{k=1}^n (\alpha_{ik} Q_k + \beta_{ik} P_k) + (P_i^2 + Q_i^2) \frac{\partial \alpha_{ii}}{\partial Q_i} + \\ & + 2 \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n ((P_i P_k + Q_i Q_k) \frac{\partial \alpha_{ik}}{\partial Q_i} + (Q_i P_k - P_i Q_k) \frac{\partial \beta_{ik}}{\partial Q_i}) + \\ & + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n ((P_j P_k + Q_j Q_k) \frac{\partial \alpha_{jk}}{\partial Q_i} + (Q_j P_k - P_j Q_k) \frac{\partial \beta_{jk}}{\partial Q_i}) \end{aligned} \quad (21)$$

onde, desprezando a variação de  $Q_i$  com respeito à diferença de fase existente entre as tensões

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_{jk}}{\partial Q_i} = & \frac{x_{jk} \cos(\delta_j - \delta_k)}{|V_i| |V_j| |V_i|} \left( \frac{1}{|V_k| |y_{ik}| \text{sen}(\delta_k + \phi_{ik} - \delta_i)} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{|V_j| |y_{ij}| \text{sen}(\delta_j + \phi_{ij} - \delta_i)} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \beta_{jk}}{\partial Q_i} = & \frac{x_{jk} \text{sen}(\delta_j - \delta_k)}{|V_i| |V_j| |V_i|} \left( \frac{1}{|V_k| |y_{ik}| \text{sen}(\delta_k + \phi_{ik} - \delta_i)} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{|V_j| |y_{ij}| \text{sen}(\delta_j + \phi_{ij} - \delta_i)} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_{ik}}{\partial Q_i} = & \frac{x_{ik} \cos(\delta_i - \delta_k)}{|V_i| |V_k| |V_i|} \left( \frac{1}{|V_k| |y_{ik}| \text{sen}(\delta_k + \phi_{ik} - \delta_i)} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2|V_i| |y_{ii}| \text{sen} \phi_{ii} + \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^n |V_l| |y_{il}| \text{sen}(\delta_l + \phi_{ik} - \delta_i)} \right) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \beta_{ik}}{\partial Q_i} = \frac{x_{ik} \operatorname{sen}(\delta_i - \delta_k)}{|V_i| |V_k| |V_i|} \left( \frac{1}{|V_k| |y_{ik}| \operatorname{sen}(\delta_k + \phi_{ik} - \delta_i)} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2|V_i| |y_{ii}| \operatorname{sen} \phi_{ii} + \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^n |V_l| |y_{il}| \operatorname{sen}(\delta_l + \phi_{ik} - \delta_i)} \right)$$

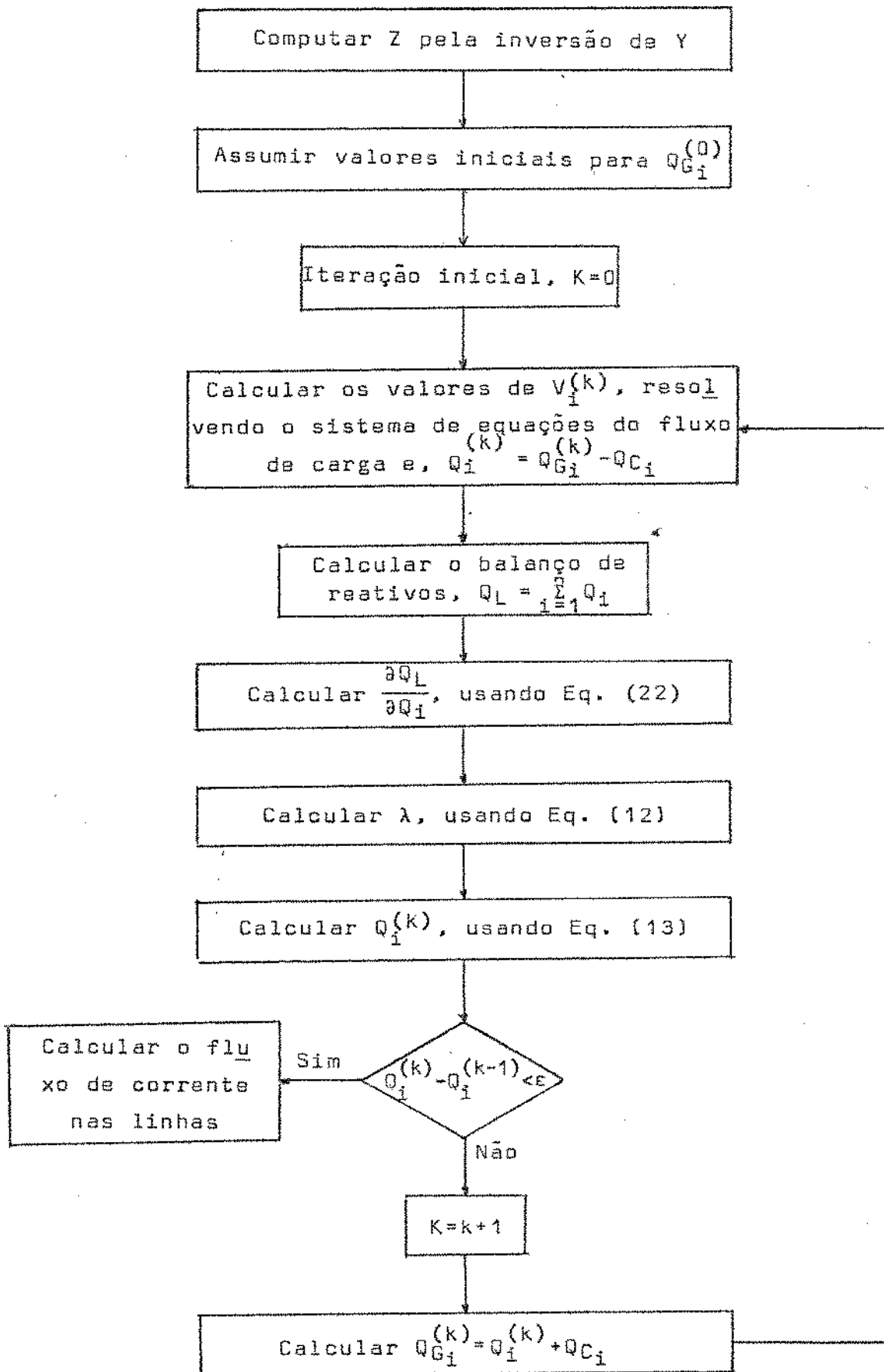
$$\frac{\partial \alpha_{ii}}{\partial Q} = \frac{2 x_{ii}}{|V_i|^3} \frac{1}{2|V_i| |y_{ii}| \operatorname{sen} \phi_{ii} + \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^n |V_l| |y_{il}| \operatorname{sen}(\delta_l + \phi_{il} - \delta_i)}$$

Os dois últimos termos da Eq. (21) contribuem com uma parte insignificante para  $\frac{\partial Q_L}{\partial Q_i}$ , e demanda um tempo considerável para o cálculo.

Podemos aproximar  $\frac{\partial Q_L}{\partial Q_i}$  por

$$\frac{\partial Q_L}{\partial Q_i} \approx 2 \sum_{k=1}^n (\alpha_{ik} Q_k + \beta_{ik} P_k) + (P_i^2 + Q_i^2) \frac{\partial \alpha_{ii}}{\partial Q} \quad (22)$$

#### 2.4 - Diagrama de blocos



### CAPÍTULO III

#### RESULTADOS

#### 3.1 - Sistema da Subestação de Porto Ferreira

Para exemplificar a técnica de otimização proposta, apresentamos um sistema de distribuição típico. A figura 1 mostra a sua configuração: seis subestações e cinco linhas de 22 KV, interligadas ao sistema CESP na subestação de Porto Ferreira. A tensão em Porto Ferreira é determinada pelo sistema CESP e, está fora do controle do sistema de distribuição.

Os dados referentes a linhas, subestações e previsão de demanda estão respectivamente nas tabelas 1, 2 e 3. A Usina de São Valentim tem duas unidades geradoras de 850 KVA, 8.5 KV e fator de potência .85 .

FIGURA 1 - Configuração do sistema

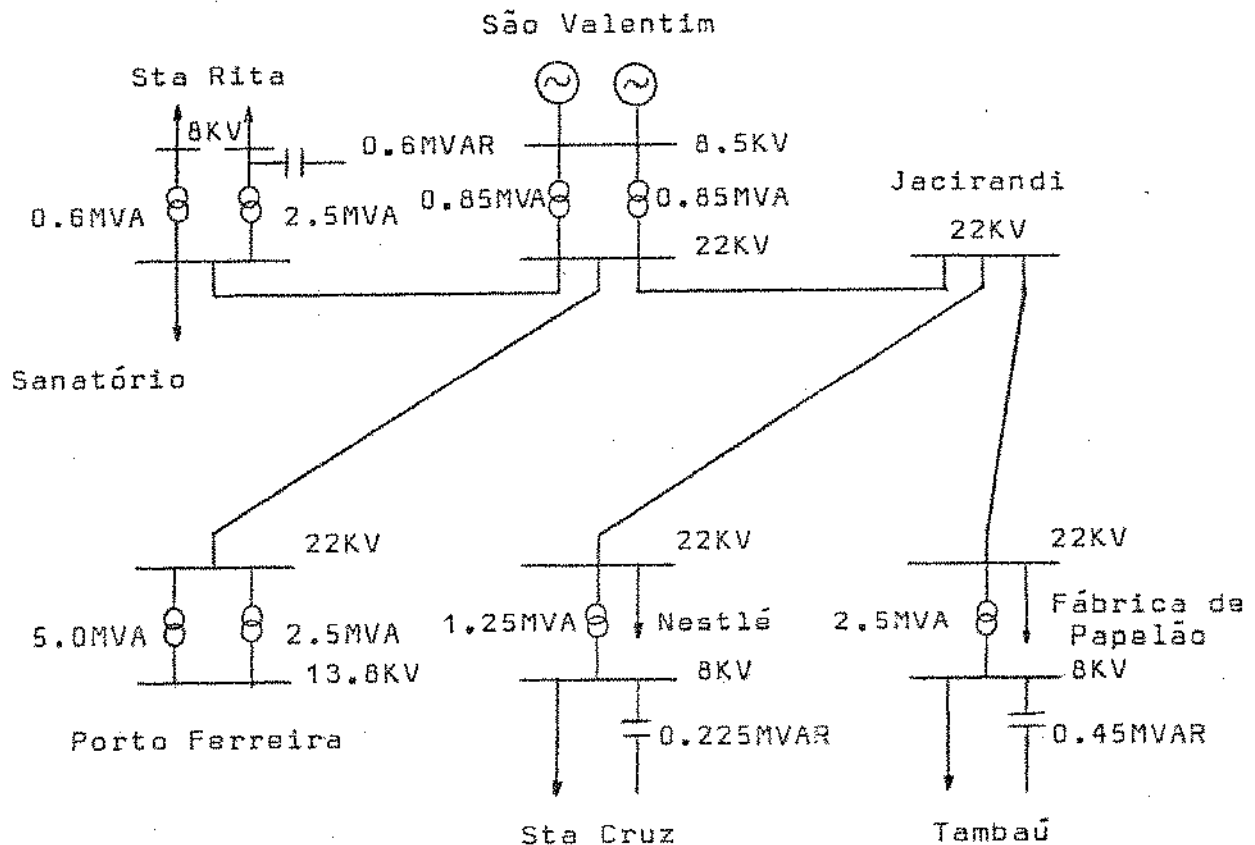


TABELA 1 - Linhas de transmissão de 22 KV

Linha	Condutor	Bitola (AWG)	Compr. (Km)	Impedância $\Omega$ /Km condutor	
				R	$X_L$
Porto Ferreira/ São Valentim	ACSR	3/0	15.7	0.449	0.496
São Valentim/ Sta Rita	Cobre	4	7.5	0.934	0.489
São Valentim/ Jacirandi	Cobre	4	8.0	0.934	0.489
Jacirandi/ Tambaú	Cobre	4	9.0	0.934	0.489
Jacirandi/ Sta Cruz	Cobre	4	14.0	0.934	0.489

TABELA 2 - Subestações

Subestação	Potência (MVA)	Impedância (%)	Taps	Banco de cap. shunt (MVAR/KV nominal)
Porto Ferreira	5.0	4.36	23/22/21/20/19,p/13.8KV	-
Porto Ferreira	2.5	4.34	23/22/21/20/19,p/13.8/8KV	-
Santa Rita	2.5	-	23/22/21/20/19,p/13.8/8KV	0.6/8
Santa Rita	0.6	.	21/20.5/20/19.5/19,p/8KV	-
Tambaú	2.5	2.3	23/22/21/20/19,p/13.8/8KV	0.45/8
Santa Cruz	1.25	4.32	23/22/21/20/19,p/13.8/8KV	0.225/8
Jacirandi	0.1	-	-	-
São Valentim	0.85	5.3	19/21,p/8KV	-
São Valentim	0.85	5.32	19/21,p/8KV	-

TABELA 3 - Previsão de demanda

Subestação	1974		1975		1976	
	MW	MVAR	MW	MVAR	MW	MVAR
Porto Ferreira	6.2	4.65	6.5	4.8	6.9	5.17
Santa Rita*	2.8	.77	3.0	.84	3.3	.95
Tambaú+Jacirandi	2.9	2.20	3.1	2.33	3.3	3.00
Santa Cruz	1.8	1.35	1.9	1.42	2.0	1.45

(\*) incluída a demanda de 400 KW de uma usina de açúcar a ser instalada.

Símbolos para as localidades

Porto Ferreira - PF  
 Santa Rita - SR  
 Tambaú - TA  
 Jacirandi - JA  
 Santa Cruz - SC

3.1.1. Mínimo de corrente nas linhas

As tabelas 4, 5 e 6, mostram os níveis de tensão e os nominais dos bancos de capacitores na condição de mínimo de corrente nas linhas para as demandas previstas nos anos de 1974, 1975 e 1976, respectivamente.

TABELA 4 - Níveis de tensão e bancos nominais em 1974

SE	$ V $ (pu)	Banco Nominal (MVAR)
PF	1.100	4.839
SR	.952	.850
TA	.862	2.328
SC	.866	1.449
JA	.916	.049
SV	.994	.041

Perda ativa = 1.74 MW

Balanco de reativos = -1.33 MVAR

TABELA 5 - Níveis de tensão e banco nominal em 1975

SE	$ V $ (pu)	Banco Nominal (MVAR)
PF	1.100	5.168
SR	.937	.965
TA	.837	2.544
SC	.834	1.577
JA	.896	.069
SV	.983	.056

Perda ativa = 2.11 MW

Balanco de reativos = -1.62 MVAR

TABELA 6 - Níveis de tensão e bancos nominais em 1976

SE	$ V $ (pu)	Banco Nominal (MVAR)
PF	1.100	5.633
SR	.917	1.036
TA	.808	3.329
SC	.815	1.749
JA	.873	.087
SV	.983	.069

Perda ativa = 2.61 MW

Balanco de reativos = -2.01 MVAR

A tabela 7, mostra o fluxo de corrente nas linhas, na condição de mínimo de corrente para os anos de 1974, 1975 e 1976.

TABELA 7 - Fluxo de corrente nas linhas

Linha	1974	1 1975	1976
	I  (A)	I  (A)	I  (A)
PF/SV	196.77	217.54	243.98
SV/SR	77.24	84.10	94.82
SV/JA	146.20	160.25	176.51
JA/TA	89.61	98.84	109.29
JA/SC	56.36	61.31	66.91

3.1.2. Mínimo de corrente nas linhas com restrições sobre os níveis de tensão

Para o sistema de Porto Ferreira estabelecemos o limite máximo e mínimo dos níveis de tensão em 1.05 pu e .90 pu respectivamente.

Com o objetivo de colocar os níveis de tensão dentro dos limites especificados, após o cálculo da condição de mínimo de corrente nas linhas sem restrições sobre os níveis de tensão, são calculados fluxos de carga com as seguintes considerações:

- a) Decalar todas as tensões dos barramentos sob controle da máxima diferença entre tensões fora da faixa e o limite inferior da faixa.
- b) Para todas as tensões sob controle, onde a tensão está fora da faixa especificada, mantê-las no limite inferior e, para as barras sob controle, onde a tensão permanece dentro da faixa, de calá-las da máxima diferença entre as tensões fora da faixa especificada e o limite inferior da faixa.



c) Para as barras sob controle, onde a tensão está fora da faixa especificada, decalá-las da máxima diferença entre as tensões fora da faixa e o limite inferior da faixa e, para as barras sob controle, onde a tensão permanece dentro da faixa manter os reativos calculados através do mínimo de corrente sem restrições.

d) Para as barras sob controle, onde a tensão está fora da faixa especificada, mantê-las no limite inferior da faixa e, para as barras sob controle, onde a tensão permanece dentro da faixa, manter os reativos calculados através do mínimo de corrente sem restrições.

As tabelas 8, 9 e 10 mostram os níveis de tensão e os nominais dos bancos de capacitores com as considerações feitas nos itens a, b, c e d, nos anos de 1974, 1975 e 1976.

TABELA 8 - Níveis de tensão e banco nominal para as considerações a, b, c e d, em 1974

SE	a		b		c		d	
	V  (pu)	BN (MVAR)	V  (pu)	BN (MVAR)	V  (pu)	BN (MVAR)	V  (pu)	BN (MVAR)
PF	1.100	2.503	1.100	2.465	1.100	3.664	1.100	3.715
SR	.990	.640	.990	.640	.970	.850	.970	.850
TA	.900	2.405	.900	2.455	.900	3.450	.900	3.170
SC	.904	1.600	.900	1.380	.904	2.280	.900	2.090
JA	.954	.080	.954	.330	.944	.041	.943	.041
SV	1.032	3.050	1.032	3.030	1.012	.049	1.011	.049

TABELA 9 - Níveis de tensão e banco nominal para as considerações a, b, c e d, em 1975

SE	a		b		c		d	
	V  (pu)	BN (MVAR)	V  (pu)	BN (MVAR)	V  (pu)	BN (MVAR)	V  (pu)	BN (MVAR)
PF	1.100	1.156	1.100	1.180	1.100	2.739	1.100	3.349
SR	1.000	.510	1.000	.510	.976	.960	.966	.960
TA	.900	2.360	.900	2.490	.900	2.470	.900	4.290
SC	.906	1.630	.900	1.330	.906	1.700	.900	2.470
JA	.959	.060	.958*	0.000	.959	3.210	.942*	0.000
SV	1.046	5.480	1.046	5.620	1.020	4.056	1.010	.056

(\* ) não foi possível manter em .90 pu

TABELA 10 - Níveis de tensão e banco nominal para as considerações a, b, c e d, em 1976

SE	a		b		c		d	
	V  (pu)	BN (MVAR)	V  (pu)	BN (MVAR)	V  (pu)	BN (MVAR)	V  (pu)	BN (MVAR)
PF	1.100	.521	1.100	.554	1.100	2.108	1.100	2.992
SR	1.009	1.840	1.000	1.840	.972	1.036	.958	1.036
TA	.900	.292	.900	3.430	.900	2.920	.900	5.730
SC	.907	1.590	.900	1.470	.907	1.590	.900	2.920
JA	.965	1.010	.960*	0.000	.965	5.040	.939*	0.000
SV	1.050**	4.790	1.050**	5.350	1.021	0.069	1.007	0.069

(\* ) não foi possível manter em .90 pu

(\*\*) ultrapassa o limite superior.

TABELA 11 - Fluxo de corrente nas linhas para as considerações a, b, c e d, em 1974

Linhas	a	b	c	d
	I  (A)	I  (A)	I  (A)	I  (A)
PF/SV	200.53	202.34	199.17	198.89
SV/SR	74.31	74.31	75.79	75.89
SV/JA	136.60	138.00	151.07	150.69
JA/TA	84.17	84.97	92.15	93.71
JA/SC	52.37	52.55	58.92	56.86

TABELA 12 - Fluxo de corrente nas linhas para as considerações a, b, c e d, em 1975

Linhas	a	b	c	d
	I  (A)	I  (A)	I  (A)	I  (A)
PF/SV	234.28	233.29	224.69	221.83
SV/SR	79.24	79.24	80.79	81.64
SV/JA	145.75	145.64	173.88	169.21
JA/TA	90.57	90.60	90.58	106.87
JA/SC	55.50	55.94	55.09	63.23

TABELA 13 - Fluxo de corrente nas linhas para as considerações a, b, c e d, em 1976

Linha	a	b	c	d
	I  (A)	I  (A)	I  (A)	I  (A)
PF/SV	265.84	264.45	258.00	253.87
SV/SR	88.58	88.58	89.17	90.54
SV/JA	156.10	154.92	203.83	195.36
JA/TA	96.35	97.10	96.35	124.69
JA/SC	58.08	58.33	58.08	72.20

TABELA 14 - Perdas ativas e balanço de reativos para as considerações a, b, c e d nos anos de 1974, 1975 e 1976

Tipo de consideração	1974		1975		1976	
	perdas ativas (MW)	balanço de reativos (MVAR)	perdas ativas (MW)	balanço de reativos (MVAR)	perdas ativas (MW)	balanço de reativos (MVAR)
a	1.66	- 1.31	2.08	- 1.69	2.56	- 2.11
b	1.69	- 1.33	2.07	- 1.68	2.54	- 2.09
c	1.81	- 1.33	2.20	- 1.70	2.86	- 2.23
d	1.80	- 1.37	2.22	- 1.72	2.97	- 2.26

### 3.2 - Sistemas da Referência (3)

A figura 2 mostra a sua configuração, 5 barras e 5 linhas. Os dados referentes as linhas e demandas estão respectivamente nas tabelas 15 e 16.

FIGURA 2 - Configuração do sistema

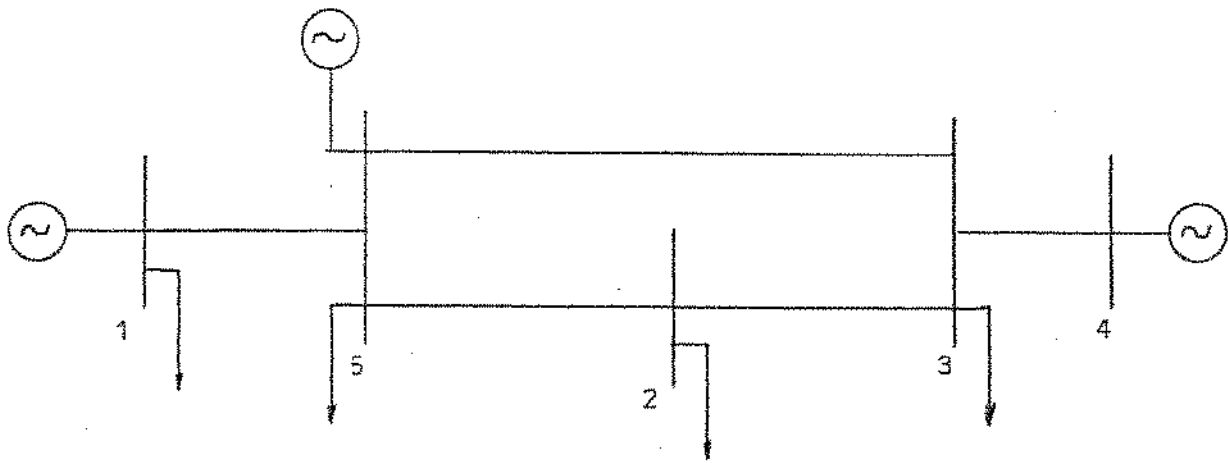


TABELA 15 - Linhas de transmissão

Linha	Impedância	
	R	X
1-5	.030	.103
2-5	.080	.262
3-5	.105	.347
2-5	.033	.118
3-4	.106	.403

TABELA 16 - Demanda do sistema

Barra	P <sub>c</sub> (MW)	Q <sub>c</sub> (MVAR)
1	86.0	20.0
2	30.0	12.0
3	70.0	3.0
4	0	0
5	80.0	10.0

A tabela 17 mostra as condições dos níveis de tensão e os reativos nominais e, a tabela 18 o fluxo de corrente nas linhas na condição de mínimo de perdas ativas com restrição sobre os níveis de tensão pelo método da referência 3.

A faixa de variação dos níveis de tensão neste sistema é fixada em (1.05, .95). A barra 5 é tomada como "slack", com  $|V| = 1.04$  pu.

TABELA 17 - Níveis de tensão e reativos necessários

SE	$ V $ (pu)	Reativos necessários (MVAR)
1	1.0500	9.2
2	1.0158	12.0
3	1.0153	13.3
4	1.0500	.2
5	1.0400	31.4

TABELA 18 - Fluxo de corrente nas linhas

Linha	$ I $ (pu)
1-5	.46839
5-2	.15708
5-3	.11419
2-3	.01343
3-4	.30402

Perdas ativas = 5.90 MW

Balanco de reativos = -21.19 MVAR

A tabela 19, mostra as condições dos níveis de tensão e os reativos necessários e, a tabela 20 o fluxo de corrente nas linhas na condição de mínimo de corrente sem restrição sobre os níveis de tensão.

TABELA 19 - Níveis de tensão e reativos necessários

SE	$ V $ (pu)	Reativos necessários (MVAR)
1	1.065	24.66
2	1.020	13.40
3	1.020	7.10
4	1.080	6.59
5	1.040	11.38

TABELA 20 - Fluxo de corrente nas linhas

Linha	$ I $ (pu)
1-5	0.45878
5-2	0.15631
5-3	0.11345
2-3	0.01427
3-7	0.29720

Perdas ativas = 5.68 MW

Balanco de reativos = -20.40 MVAR

A tabela 21 mostra os níveis de tensão e os reativos necessários e, a tabela 22 o fluxo de corrente nas linhas para as considerações a, b, c e d, sendo neste caso, como o limite ultrapassado foi o superior, as considerações são feitas tendo como referência este limite.

TABELA 21 - Níveis de tensão e reativos necessários nas considerações a, b, c e d

SE	a		b		c		d	
	V  (pu)	Reativos (MVAR)	V  (pu)	Reativos (MVAR)	V  (pu)	Reativos (MVAR)	V  (pu)	Reativos (MVAR)
1	1.035	- 5.50	1.050	9.20	1.035	- 5.50	1.050	9.20
2	.990	2.00	.990	2.00	1.013	13.40	1.013	13.40
3	.990	- .70	.990	- .70	1.010	7.10	1.010	7.10
4	1.050	5.60	1.050	5.60	1.050	1.60	1.050	1.60
5	1.040	63.18	1.040	47.67	1.040	49.26	1.040	33.75

TABELA 22 - Fluxo de corrente nas linhas nas considerações a, b, c e d

Linha	a	b	c	d
	I  (pu)	I  (pu)	I  (pu)	I  (pu)
1-5	0.49251	.46839	.49251	.46839
5-2	0.17129	.17129	.15768	.15768
5-3	0.12562	.12560	.11520	.11520
2-3	0.01412	.01412	.01943	.01943
3-4	0.30611	.30611	.30407	.30407

TABELA 23 - Perdas ativas e balanço de reativos nas considerações a, b, c e d

Tipo de consideração	Perda ativa MW	Balanco de reativos (MVAR)
a	6.35	- 22.72
b	6.14	- 22.01
c	6.12	- 21.97
d	5.92	- 21.25



## CAPÍTULO IV

### CONCLUSÕES

Para o sistema da subestação de Porto Ferreira, fixamos um limite máximo de corrente nas seguintes hipóteses:

Temperatura ambiente 35°C

Elevação de temperatura 50°C

Velocidade do vento 0.6 m/s

Fator de emissividade 0.23

De acordo com as referências 5 e 6, estes limites são de 300 A para a linha Porto Ferreira/São Valentim e, de 170 A para as demais. Admite-se que os efeitos das sobrecargas sejam cumulativos, levando a uma diminuição da vida útil dos condutores. Os limites acima são superiores aqueles admitidos para um serviço contínuo baseado numa vida útil de 30 anos. Portanto, a operação nos limites máximos deve se restringir ao menor espaço de tempo possível.

#### 4.1 - Utilidade da Técnica Proposta

A técnica proposta é útil para programar a operação com mínimo de corrente em sistemas de distribuição que estejam eventualmente sobrecarregados, respeitando o máximo e mínimo nível de tensão nos barramentos sob controle.

Pelas tabelas 11, 12 e 13, observamos que as linhas mais críticas do sistema da subestação de Porto Ferreira são: Porto Ferreira/São Valentim e São Valentim/Jacirandi. Com a técnica proposta podemos prever quando as linhas mais críticas do sistema em questão atingirão o limite térmico. Este fato é muito útil em planejamento da expansão do sistema, pois podemos prever quando será necessária a construção de novas linhas e ou subestações, para mantermos os níveis de tensão nos barramentos dentro de uma faixa especificada, respeitando o limite térmico das linhas.

A opção pelo modo de operação (a, b, c e d) deve ser a que der a menor perda ativa, pois esta condição fornece aproximadamente o mínimo de corrente nas linhas mais críticas.

#### 4.2 - Comparação com o método desenvolvido na referência 3

O método desenvolvido na referência 3, usa um método de gradiente para alocação de reativos, com a finalidade de minimizar as perdas ativas do sistema. A equação proposta é:

$$\underline{Q}^{(i+1)} = \underline{Q}^{(i)} - K^{(i)} \nabla P_L^{(i)}$$

sujeito as seguintes restrições

$$\underline{Q}_{MIN} \leq \underline{Q} \leq \underline{Q}_{MAX}$$

$$|V|_{MIN} \leq |V| \leq |V|_{MAX}$$

Onde:

$$\nabla P_L = 2\{(\alpha^{(i)}) \underline{Q}^{(i)} - (\beta^{(i)}) \underline{P}^{(i)}\}$$

os elementos das matrizes  $\{\alpha^{(i)}\}$  e  $\{\beta^{(i)}\}$  dados pelas Eqs. (20)

$$K^{(i)} = \frac{T}{2} \frac{[\underline{Q}^T]^{(i)} \{\nabla P_L\}^{(i)}}{\{\nabla P_L\}^T (i) (\{\nabla P_L\}^{(i)} + (\beta^{(i)}) \underline{P}^{(i)})}$$

onde

$$T = \frac{|V_{MAX}| - |V^{(i)}|}{|V^{(i+1)}| - |E_j^{(i)}|}$$

se o limite de tensão ultrapassado for o máximo e,

$$T = \frac{|V^{(i)}| - |V_{MIN}|}{|V^{(i)}| - |V^{(i+1)}|}$$

se o limite de tensão ultrapassado for o mínimo.

Comparando o método da referência 3 com a técnica proposta, vemos que o cálculo de  $K^{(i)}$  é o correspondente ao cálculo de  $\lambda^{(i)}$ , sendo que para o cálculo de  $K^{(i)}$ , efetuamos um número de operações maior que para o cálculo de  $\lambda^{(i)}$ . Para o sistema da referência 3, a técnica proposta converge em 4 iterações, enquanto que o método da referência 3 converge em 6 iterações.

Pela tabela 23 observamos que as soluções obtidas com a técnica proposta são praticamente iguais as obtidas com o método da referência 3 (tabela 18).

REFERÊNCIAS

1. "Criteria for A-C Transmission System Performance"  
Advisory Committee Report nº6
2. "Planejamento a Curto Prazo de Sistemas de Potências"  
Drumond Xavier C. Lima
3. "An Optimization Technique for Real and Reactive Power Allocation"  
J.F. Dopazo e outros
4. "Electric Energy Systems Theory"  
Dile I. Elgerd - McGraw-Hill
5. "Electrical Transmission and Distribution Reference Book"  
Westinghouse Electric Corporation
6. "Current-Temperature Characteristics of Aluminum Conductors"  
Alcoa Aluminum
7. "Digital Computer Solution of Power-Flow Problems"  
J.B. Ward e H.W. Hale - AIEE - junho 1956
8. "A Method for Optimum Scheduling of Power and Voltage Magnitude"  
Ahmed H. El-Abiad e Fernando J. James - IEEE - abril 1969
9. "Optimum Control of Reactive Power-Flow"  
John Peschon e outros - IEEE - janeiro 1968