UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA

DEPARTAMENTO DE COMUNICAÇÕES

EQUALIZAÇÃO ADAPTATIVA EM SISTEMAS RÁDIO-DIGITAIS: DAS TÉCNICAS EM FREQÜÊNCIA À TEORIA DA DESCONVOLUÇÃO AUTODIDATA

Este exemplar corresponde à redação final da tese defendida por João Cesar Moura Mota e aprovada pela Comissão Julgadora em 21/08/92.

Orientador

Autor : João Cesar Moura Mota

Orientador : João Marcos Travassos Romano OK

Co-Orientador: Rui Fragassi Souza OK

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do grau de **Doutor** em Engenharia Elétrica.

Agosto de 1992

À Xênia e aos meus filhos:
Lyse, Diego e David.

Meu amor por vocês tornou realidade este trabalho.

AGRADECIMENTOS

Quero expressar meu reconhecimento da competência, conhecimento e sensibilidade de João Romano, meu orientador e amigo, que muito contribuiu para o meu crescimento profissional e pessoal nestes últimos anos.

Ao Rui Fragassi, meu co-orientador, pela experiência e visão no desenvolvimento do trabalho.

Aos meus professores nas disciplinas do curso de doutorado: Waldman, Chiquito, Bottura, Monticeli, Amauri, Yabuuti, Rege, Wagner, pela firmeza e honestidade na transmissão do conhecimento.

Ao Departamento de Engenharia Elétrica do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará pelo apoio e credibilidade.

Aos Departamentos de Comunicações, Telemática e Microonda e Óptica da Faculdade de Engenharia Elétrica (FEE) da UNICAMP pela infraestrutura oferecida.

Aos demais professores da FEE pelas discussões técnicas sempre proveitosas.

Aos amigos de pós-graduação na FEE: Izavan, Juninho, João, Leonardo, Josué, Leônidas, Francisco, Lucatelli, Aldário, Coradini, Aurélio, Zé Roberto, Karin, Marconi, Lúcia Valéria, Coelho, Chico, Pimentel, Verônica, Nagle, França, Guilherme, Igor, Édson de Pieri, Ramiro e tantos outros, pela força, apoio e motivação, tão importantes em todos os momentos.

Às secretárias e digitadores da FEE: Janete, Ademilde, Elza, Iêda, Márcia, Celi, Marcinha, Arlei, Cristina e Mazé, que souberam compreender e serem pacientes com as nossas angústias.

Ao Centro de Pesquisa e Desenvolvimento (CPqD) da TELEBRÁS pelo apoio financeiro parcial e infraestrutura oferecida através do convênio UNICAMP/TELEBRÁS.

Aos amigos do grupo de Rádio-Digital do CPQD: Afonso, Taube, Decival, Maroja, Barbin, Marquinhos, Chico, e outros, pela troca contínua de experiências e conhecimentos técnicos que contribuiram para o nosso fortalecimento sobre o tema da tese.

Ao CNPq pelo apoio financeiro parcial no nosso estágio de pesquisa na França.

Ao Département de Transmission dans les Stations Térriénnes et les Faisceaux Hertziens (TSF) da Division de Microonde, Espace et Radioéléctricite (MER) do Centre National d'Études des Télécommunications (CNET), em Lannion, França, pela oportunidade da realização de um estágio de pesquisa durante um ano.

Aos amigos e pesquisadores Patrick Vandamme, Michel Borgne e Alain Leclert do TSF, pela orientação, incentivo e apoio, sem os quais a tese estaria prejudicada.

Aos amigos e técnicos do TSF, Hervé Bonnard e Michel Le Dizes, pela acolhida, integração e apoio nos laboratórios do CNET e na região.

Ao Laboratoire de Signaux et Systèmes (LSS) do Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS) na École Superiéure d'Éléctricite (SUPELEC) da Université Paris-Sud, Orsay, França, pela oportunidade da realização de um estágio de pesquisa durante um ano.

À amiga e pesquisadora Odile Macchi, pela orientação, incentivo e apoio na tese e na nossa estadia na França.

À secretária do LSS Mme. Chaslard, ao amigo Antonio Mauro e ao casal amigo Alckmar e Aninha, pela ajuda e apoio nos momentos difíceis de adaptação inicial da nossa estadia na França.

À CAPES pelo apoio financeiro parcial.

Ao Núcleo de Tecnologia do Estado do Ceará (NUTEC) pelo apoio financeiro parcial.

Ao Fundo de Apoio ao Ensino e à Pesquisa (FAEP) da UNICAMP pelo apoio financeiro parcial na parte final da tese.

Ao Prof. Hermano Tavares cujo apoio viabilizou meu estágio na França.

Ao amigo João Célio pela oportunidade de trabalharmos juntos, quando tive a chance de apreender com a sua experiência e capacidade.

À banca examinadora pela seriedade e honestidade na avaliação deste trabalho.

Aos demais amigos e familiares que de uma forma direta ou indireta contribuiram para tornar possível esta tese.

S U M Á R I O

PARTE I - EQUALIZAÇÃO EM SISTEMAS DE TRANSMISSÃO DIGITAL POR MICROONDAS

INTRODUÇÃO 001

CAPÍTULO 1 - TRANSMISSÃO DIGITAL POR MICROONDAS 005

1.1 - SISTEMAS DE MICROONDAS RÁDIO-DIGITAIS 005
1.1.1 - Sistemas de Microondas 005
1.1.2 - O Canal Troposférico 006
1.1.3 - Critérios de Desempenho de um Sistema de Microondas 007
1.1.3.1 - *Probabilidade de Erro* 009
1.1.3.2 - *Taxa de Símbolos ou Bits Errados (TSE ou TBE)* 009
1.1.3.3 - *Diagrama de Olho ou Constelação* 009
1.1.3.4 - *Distorção Maximal (Dmax)* 010
1.1.3.5 - *Erro Quadrático Médio (EQM)* 010
1.1.3.6 - *Curvas de Aprendizagem* 010

1.2 - MODULAÇÃO DE AMPLITUDE EM QUADRATURA: QAM 011
1.2.1 - Princípio Básico das Modulações QAM 012
1.2.2 - Considerações Sobre o Ruído 015

1.3 - MODELAGEM DO SISTEMA DE TRANSMISSÃO 016

1.4 - MODELAGEM DO CANAL DE TRANSMISSÃO 021
1.4.1 - Modelo de Rummler 022
1.4.2 - Análise das Condições de Fase Mínima e de Fase Não-Mínima de F'(f) 024
1.4.3 - Correspondência Entre as Características de Fase Mínima/Não-Mínima do Canal Rádio-Analógico e sua Versão Amostrada 026

1.5 - DISPOSITIVOS DE CONTRAMEDIDAS 040
1.5.1 - Sincronização 040
1.5.1.1 - *Recuperação de Portadora* 041
1.5.1.2 - *Recuperação do Ritmo* 042
1.5.1.3 - *A Influência do Desvanecimento Sobre a Recuperação do Ritmo* 043
1.5.2 - Índices de Desempenhos Estáticos Exclusivos dos Sistemas de Microondas 047
1.5.2.1 - *Assinatura de um Sistema de Microondas* 047
1.5.2.2 - *Porcentagem do Tempo de Indisponibilidade do Sistema* 049
1.5.3 - Diversidade em Espaço 050
1.5.4 - Equalizadores com Controle no Domínio da Freqüência 051
1.5.5 - Equalizadores com Controle no Domínio do Tempo 054

CAPÍTULO 2 -EQUALIZAÇÃO COM CONTROLE NO DOMÍNIO DA FREQÜÊNCIA: O EQUALIZADOR LINEAR - PARABÓLICO 059

2.1 - ESTRUTURA E MODELAGEM 059

2.2 - DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS 063
2.2.1 - Parâmetros Fixos 063
2.2.2 - Parâmetros Ajustáveis 064

2.3 - APLICAÇÕES E RESULTADOS 072

CAPÍTULO 3 -EQUALIZAÇÃO COM CONTROLE NO DOMÍNIO DO TEMPO: A EQUALIZAÇÃO ADAPTATIVA 079

3.1 - RESULTADOS BÁSICOS DA TEORIA DE OTIMIZAÇÃO DOS RECEPTORES LINEARES 079
3.1.1 - Canais Conhecidos: Receptores Ótimos 079
3.1.2 - Canais Desconhecidos: Receptores Sub-ótimos 082

3.2 - RECEPTORES COM FILTROS TRANSVERSAIS LINEARES DE COMPRIMENTO FINITO: RESULTADOS TEÓRICOS 084
3.2.1 - Critério de FZ 085
3.2.2 - Critério de MEQM 087
3.2.3 - Comparação Entre os Critérios de FZ e de MEQM..... 089

3.3 - ALGORITMOS ADAPTATIVOS CLÁSSICOS NO MODO DE TREINAMENTO... 091
3.3.1 - Algoritmos Adaptativos Clássicos com Base no Critério de MEQM 093
3.3.1.1 - *Algoritmos Estatísticos* 093
3.3.1.2 - *Algoritmos Estocásticos*..... 096
3.3.2 - Algoritmos Adaptativos Clássicos com Base no Critério de FZ..... 099
3.3.2.1 - *Algoritmos Estatísticos* 099
3.3.2.2 - *Algoritmos Estocásticos* 103

3.4 - ALGORITMOS ADAPTATIVOS CLÁSSICOS NO MODO DE DECISÃO DIRIGIDA: APLICAÇÕES 104
3.4.1 - Algoritmos de Decisão Dirigida 105
3.4.1.1 - *Critério de FZ*..... 106
3.4.1.2 - *Critério de MEQM*..... 106
3.4.2 - Comparação Entre os Algoritmos MEQM e FZ no Modo de Decisão Dirigida..... 108
3.4.2.1 - *O Fator de Passo* μ 108
3.4.2.2 - *Algoritmos DD Sinal: Análise de Consistência, Robustez e Convergência*..... 111

CAPÍTULO 4 - COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES 114

PARTE II - DESCONVOLUÇÃO AUTODIDATA EM COMUNICAÇÃO DE DADOS: EQUALIZAÇÃO CEGA

INTRODUÇÃO 116

CAPÍTULO 1 - O PROBLEMA DA DESCONVOLUÇÃO AUTODIDATA 121

1.1 - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DA DESCONVOLUÇÃO AUTODIDATA..... 121

1.2 - BASES TEÓRICAS SOBRE A DESCONVOLUÇÃO AUTODIDATA DOS SISTEMAS DE FASE NÃO-MÍNIMA 128

1.3 - A TÉCNICA NÃO-LINEAR DE BUSSGANG 132

1.4 - DESCONVOLUÇÃO POR PREDIÇÃO E RETROPREDIÇÃO..... 138

1.5 - A TÉCNICA DE SHALVI-WEINSTEIN 147
1.5.1 - Critério com Restrição 153
1.5.2 - Critério sem Restrição 155
1.5.3 - Efeito do Ruído Aditivo..... 160

CAPÍTULO 2 - ALGORITMOS PARA A EQUALIZAÇÃO CEGA 163

2.1 - ALGORITMOS BASEADOS NA TÉCNICA DE BUSSGANG..... 164
2.1.1 - O Algoritmo de Sato..... 167
2.1.2 - O Algoritmo "Stop-And-Go" em Decisão Dirigida (SAGDD) de Picchi e Prati..... 168

2.2 - ALGORITMOS BASEADOS NA TÉCNICA DE PREDIÇÃO E RETROPREDIÇÃO 170
2.2.1 - Um Algoritmo para o Preditor: Canal do Tipo D 170
2.2.2 - Um Algoritmo para o Retropreditor: Canal do Tipo F..... 172
2.2.3 - Uma Estratégia Autodidata para um Canal de Fase Não-Mínima Cuja Maior Contribuição à Distorção Vem da Parte de Fase Máxima (ou Mínima)..... 172

2.3 - ALGORITMOS BASEADOS EM MOMENTOS DE ORDENS SUPERIORES: ALGORITMO DE GODARD 175

2.4 - ALGUNS RESULTADOS DE SIMULAÇÕES 177

CAPÍTULO 3 -EQUALIZAÇÃO DE UM CANAL DE FASE NÃO-MÍNIMA COM BASE NA IDENTIFICAÇÃO DE MOMENTOS DE ORDEM 4 185

3.1 - BASE TEÓRICA PARA A EQUALIZAÇÃO CEGA USANDO MOMENTOS DE ORDEM 4 185

3.1.1 - Identificação Entre os Cumulantes de Ordem 4 da Entrada e da Saída de um Sistema Rádio-Digital 187

3.1.2 - Comparação Entre o Método dos Cumulantes de Ordem 4 (CUM-4) e o Método de Forçagem a Zero (FZ) 193

3.2 - MÉTODO LINEAR DE EQUALIZAÇÃO BASEADO EM MOMENTOS DE ORDEM 4 195

3.2.1 - O Equalizador de Comprimento Infinito: A Solução Ideal 196

3.2.2 - O Equalizador de Comprimento Finito 199

3.2.3 - Análise de Resultados Analíticos 212

CAPÍTULO 4 - CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS 218

APÊNDICE A - CUMULANTES: DEFINIÇÕES, PROPRIEDADES E RESULTADOS 221

BIBLIOGRAFIA 226

RESUMO

A equalização num sistema de transmissão rádio-digital por microondas é enfocada sob o ponto de vista estacionário e transiente. A teoria clássica da equalização transversal discreta é reapresentada e complementada nos aspectos de relacionamento entre os critérios clássicos da minimização do erro quadrático médio (MEQM) e da forçagem a zero (FZ), e também da obtenção do algoritmo de ajuste dos coeficientes complexos do equalizador pelo critério da FZ. As limitações dos algoritmos estocásticos clássicos no modo de decisão dirigida, quando em operação nos períodos de inicializações dos sistemas rádio-digitais com os diagramas de olhos fechados (forte distorção), são confirmadas por simulações computacionais, indicando a necessidade da atuação de algoritmos mais robustos no modo autodidata. A verificação da característica de fase não- mínima, para a versão amostrada da resposta ao impulso do canal de microondas, restringe a escolha destes algoritmos. Isto se deve à impossibilidade de fazer uso das estatísticas de ordem 2 de sinais disponíveis no receptor, para fins de equalizar a amplitude e a fase de canais de fase não-mínima. Alguns algoritmos cegos existentes na literatura têm seus desempenhos comparados em sistemas rádio-digitais, através principalmente das suas robustez, velocidades de convergência e consistências. É verificado que, dos algoritmos testados, o algoritmo de Godard é aquele que apresenta o melhor compromisso entre os aspectos analisados, confirmando alguns resultados experimentais. Finalmente, é verificada a obtenção da equalização através da identificação exclusiva entre os momentos de ordem 4 dos sinais de entrada do sistema e os momentos de ordem 4 dos sinais de saída do equalizador. Esta verificação leva a um método não-linear para a equalização. Fazendo uso exclusivo da identificação de momentos cruzados de ordem 4 entre os sinais na entrada e saída do canal, é possível obter um método linear para a equalização. Este método pode permitir a atuação, no modo autodidata, de algoritmos cegos baseados em estimação dos momentos de ordem 4. Os resultados analíticos obtidos são comparáveis àqueles dos critérios da MEQM e da FZ.

ABSTRACT

Equalization in microwave digital-radio transmission systems is dealt with under a transient and steady-state point of view. The classical theory of digital transversal equalization is revisited and complemented concerning the classical aspects of mean square error minimization (MSEM) and zero forcing (ZF), and also in the proposal of an algorithm for the adjustement of the complex coefficients of an equalizer by the ZF criterium. Classical stochastic algorithms limitations operating in the directed-decision mode for initializations periods in digital-radio systems (under closed eyes diagram, corresponding to strong distortion) are confirmed in computer simulations, suggesting the need of using robust algorithms, specially in the autodictate mode. The non-minimum phase characteristics for the sampled impulse reponse version of the microwave channel, restricts the choice of such algorithms. This happens due to the impossible use of second-order statistics processing in the available receiver signals, for the proper equalization of amplitude and phase in a non-minimum phase channel. A few blind algorithms available in the literature are compared for digital-radio systems, concerning their robustness, convergence velocities and consistencies behavior.

It is confirmed that, among all tested algorithms, the Godard algorithm is the one that shows the best compromise concerning the analised aspects, confirming some experimental results. Finnaly, an equalization linear method for the complex modulation is proposed based on the matching between the fourth-order moments of the system input signals and the fourth-order moments of the channel ouput signals. Perhaps, this method allows the action, in the autodidacte mode, of blind algorithms based in the estimation of fourth-order moments. The analytical results obtained are comparable with those of the MSEM and ZF criteria.

PARTE I

EQUALIZAÇÃO EM SISTEMAS DE TRANSMISSÃO DIGITAL POR MICROONDAS

INTRODUÇÃO

O desempenho dos sistemas de microondas rádios-digitais é, principalmente, afetado pelos desvanecimentos seletivos associados aos fenômenos de propagação por trajetos múltiplos [1]-[4]. Estes fenômenos têm origem nas condições geográficas e climáticas do enlace em questão [5]. A modelagem física de tais fenômenos não está esgotada e tem estado sob constante estudo e experimentação. No entanto, ao menos para fins de análise qualitativa, os modelos de representação propostos na literatura têm se mostrado úteis [6], [7].

A fim de manter o desempenho do sistema num nível satisfatório, é necessário utilisar dispositivos, normalmente dispostos na parte receptora do sistema, que procuram se opor aos efeitos negativos provocados pelo desvanecimento seletivo. Pode-se citar alguns dispositivos de contramedidas eficientes [16]:

- técnicas de diversidade de espaço, de freqüência ou angular: permitem, a partir de dois sinais recebidos de uma mensagem enviada, dispor de um novo sinal, resultante da combinação ou da comutação,que é estatisticamente menos degradado do que qualquer dos dois sinais recebidos [8];
- técnicas de equalização adaptativa no domínio da freqüência: onde equalizadores normalmente dispostos em freqüência intermediária (FI), procuram restaurar continuamente a forma da densidade espectral de potência do sinal transmitido. Estes dispositivos corrigem as distorções em amplitude, até um dado nível, provocadas pela função de transferência do canal, através de técnicas em freqüência [9]-[11]. Estes equalizadores também são chamados de corretores em freqüência;
- técnicas de equalização adaptativa com controle no domínio do tempo: onde equalizadores procuram restabelecer continuamente a forma original dos pulsos transmitidos, corrigindo as distorções em amplitude e fase provocadas pelo canal, através de técnicas temporais. Nesta classe se enquadram, por exemplo, os equalizadores digitais, empregados normalmente em banda básica, e que fazem uso das modernas técnicas de processamento digital de sinais [12]-[14].

As técnicas em diversidade apresentam grandes dificuldades de ordem prática e, por isso, são muito onerosas. A equalização com controle no domínio da freqüência (ECDF), apesar de sua simplicidade na implementação, apresenta desempenho limitado. Estas duas técnicas, quando atuam em conjunto, apresentam efeito sinergístico considerável [11].

A equalização com controle no domínio do tempo (ECDT) tem sido desenvolvida teórica e experimentalmente nos últimos trinta anos. Particularmente em sistemas de transmissão em microondas, nos últimos dez anos tem havido larga aplicação desta equalização individual ou em conjunto das outras técnicas de contramedidas já mencionadas. A utilização conjunta das três técnicas de contramedidas é sugerida para as rotas de alta incidência de desvanecimentos seletivos profundos. Efeito sinergístico também tem sido registrado nesta configuração [11].

A ECDT digital tem sido, preferencialmente, aplicada nos sistemas digitais de transmissão em microondas em função de suas estruturas mais simples e maior capacidade para compensar as imperfeições de canais variantes no tempo. Algumas estruturas de ECDT tem tido atenção especial, todas elas baseadas em filtros transversais, tais como:

- equalizadores lineares síncronos: neles o atraso elementar do filtro transversal é igual ao período de transmissão de um símbolo. Estes equalizadores, de estrutura simétrica (favorecendo a não introdução de distorção na fase de um sinal de entrada simétrico) e com possibilidades de processamento independente de sinais para alterar seus parâmetros, foram preferencialmente adotados, tanto em sistemas rádio-digitais [11], [15], [16] como na grande maioria dos sistemas de transmissão digital [17];
- equalizadores não-lineares síncronos recursivos: estes, apesar de terem desempenhos teóricos superiores aos mencionados acima, ainda não resolveram satisfatóriamente, na prática, problemas de acoplamentos com outras partes adaptativas dos receptores de sistemas rádio-digitais [18], [22]. Estes problemas são provenientes de suas partes realimentadas;
- equalizadores lineares fracionários: neles o atraso elementar do filtro é uma fração do período de transmissão de um símbolo. Estas estruturas começaram a ser analisadas a partir de 1975 [19], quando se observou que o desempenho destes equalizadores se torna, teóricamente, independente do instante de amostragem. No âmbito dos sistemas de microondas rádio-digitais, estes equalizadores, de complexidade semelhante aos síncronos, têm desempenho teórico superior àqueles [10], [20], [21]. O mesmo pode ser dito quanto a estas estruturas com partes não-lineares recursivas [20].

De um modo geral, os trabalhos publicados voltados para aplicações de equalizadores na área de transmissão digital em sistemas de microondas, têm tido um caracter estacionário na análise temporal do desempenho [10], [20] , [22]. Tal análise é normalmente feita através de informações do tipo: curvas de taxas de símbolos errados (TSE) ou taxas de bits errados (TBE) em função da relação portadora-ruído, fatores de melhorias e probabilidades de interrupção dos sistemas. Por outro lado, poucos são os trabalhos teóricos e experimentais que têm procurado analisar o desempenho dinâmico destes sistemas durante períodos de transitoriedades e até mesmo de estacionaridades. No primeiro caso situam-se os períodos de inicialização e reinicialização, causadas por variações temporais abruptas nos sistemas (período de aquisição). No segundo caso, durante a estacionaridade (sistemas invariantes no tempo) ou quase-estacionaridade (sistemas que variam lentamente com o tempo), a análise é feita no período de rastreio [14], [23]. No período de aquisição, a análise sob o ponto de vista da equalização adaptativa ressalta a: capacidade dos algoritmos de adaptação em manter-se próximos ao ponto ótimo de operação em situações de forte ou fraca distorção do canal (robustez), velocidade de convergência destes algoritmos compatível com a exigida pelos sistemas de alta capacidade (tempo de aquisição), critérios de chaveamento entre algoritmos (quando houver mais que um), complexidade do dispositivo de adaptação. Este tipo de análise será uma das principais preocupações deste trabalho.

Nesta primeira parte da tese ter-se-á, entre outras, a preocupação de estudar as características digitais do canal rádio-digital, visto que há diferenças importantes relativas às versões analógica e digital quanto à classificação de fase mínima, máxima ou não-mínima (mista) do canal. Isto irá requerer uma escolha apropriada dos algoritmos de adaptação. Além disso,procura-se estabelecer referências ótimas do comportamento transitório do sistema, ao dispor-se de informações desejadas no receptor. Na maioria dos sistemas de transmissão digital, em ambientes com distorção linear desconhecida, os equalizaores são ajustados em breves intervalos de tempo, quando se tem o conhecimento, no receptor, de uma seqüência de dados transmitidos. Isto propicia um ajustamento ótimo do equalizador quando o canal é invariante no tempo. Após este período de treinamento, a operação normal do sistema é reiniciada. Nos sistemas rádio-digitais de alta capacidade e nos sistemas multiusuários em redes de comunicação [24], esta estratégia não é possível em função, principalmente, da velocidade de transmissão de informação e da mudança freqüente das condições do canal. Logo, outras estratégias devem ser propostas, as quais considerem o desconhecimento do canal e a

indisponibilidade, no receptor, da verdadeira seqüência transmitida. Isto é feito na segunda parte desta tese.

- Estrutura da 1ª Parte da Tese.

O capítulo 1 é consagrado às definições básicas em sistemas de transmissão rádio-digitais em microondas, tais como: modelagem por filtragem da propagação troposférica e as modulações de amplitude com duas portadoras em quadratura (QAM). Ele termina com uma apresentação de diversas formas de equalização em ambiente rádio-digital.

O capítulo 2 é destinado ao estudo de uma estrutura particular de equalizador com controle no domínio da freqüência. Apesar de apresentar limitações, este corretor em freqüência intermediária ajudará na compreensão do comportamento de equalizadores cujos dispositivos de ajustes de seus parâmetros se baseiam exclusivamente nas estatísticas de ordem 2. Além disso, estabelece-se um desenvolvimento teórico que possibilita verificar, com clareza, as suas potencialidades e limites de atuação como dispositivo de contramedida.

O capítulo 3 resume as principais características das técnicas de equalização linear síncrona em sistemas de transmissão digital em geral e, particularmente, em sistemas de microondas de alta capacidade. Serão enfocados aspectos de: evolução histórica da equalização em sistemas rádio-digitais, classificação de tipos e estratégias de equalização e técnicas clássicas de adaptação dos parâmetros dos equalizadores. Também são expostas, neste capítulo, as formas de avaliação do desempenho dos sistemas nos períodos de transição, utilizando resultados de simulação com os algoritmos adaptativos clássicos no ambiente rádio-digital. Por último é enfatizado, através de simulação, a necessidade da presença de algoritmos apropriados, ditos autodidatas, auto-adaptativos ou cegos, para ajustar os parâmetros dos equalizadores, devido à presença potencial de fortes distorções do canal rádio e suas variações temporais.

O capítulo 4, o último da primeira parte da tese, é destinado a comentários e conclusões.

CAPÍTULO 1

TRANSMISSÃO DIGITAL POR MICROONDAS

OBJETIVO DO CAPÍTULO:

Estudar alguns aspectos básicos de um sistema de microondas rádio-digital e sua modelagem. Também é feita uma análise do modelo analógico do meio de transmissão (canal) e sua versão amostrada. Por último são enfocadas as técnicas de contramedidas mais utilizadas no contexto de um sistema de microondas rádio-digital, com ênfase na equalização no domínio da freqüência e no domínio do tempo.

1.1 - SISTEMAS DE MICROONDAS RÁDIOS-DIGITAIS

1.1.1 - Sistemas de Microondas

Os sistemas de microondas podem ser definidos como sendo aqueles que utilizam as ondas eletromagnéticas de comprimentos de ondas centimétricas para transmitirem informações em ligações ponto-a-ponto. A teoria da óptica geométrica mostra que estas ondas ficam concentradas em feixes diretivos muito estreitos na atmosfera, permitindo que a transmissão seja feita em faixas de freqüências largas. Como é desejado observar, neste trabalho, efeitos do meio de transmissão, ou seja, do canal troposférico, somente os sistemas em visibilidade óptica direta serão considerados. Isto significa que as antenas transmissora e receptora, postas em torres com alturas entre 50 e 100 metros, se "vêem" no sentido óptico.

A trajetória das microondas entre duas estações é definida como lance de microondas. O comprimento comum de um lance em visibilidade é da ordem de 40 a 250 km, para uma freqüência de portadora inferior a 12 GHz.

A necessidade de transmitir informações de naturezas distintas, tais como: imagem, voz e dados, tem provocado a coexistência ou mesmo a substituição das ligações analógicas já exitentes por digitais, numa mesma rota de transmissão. Dessa forma são aproveitadas, por razões principalmente econômicas, suas estruturas físicas. Como conseqüência, os sistemas rádio-digitais devem respeitar, no caso da cohabitação analógico/digital, a organização das faixas de freqüências disponíveis. Por sua vez,isto implica no desenvolvimento de sistemas que possuem boa eficiência espectral. No caso de densa utilização da faixa de freqüências, são sugeridas a utilização de sistemas com reuso de freqüências [25].

1.1.2 - O Canal Troposférico

É o meio de Transmissão utilizado pelos sistemas de microondas em visibilidade. A troposfera é a camada da atmosfera mais baixa, numa faixa de altura entre 0 e 10 km. O desempenho destes sistemas depende das condições de propagação nas rotas de transmissão.

A propagação normal de microondas através da troposfera tem seu comportamento determinado pelas condições de espaço livre, pelo comprimento do lance, pela freqüência da portadora e pelo relevo da região do lance. Portanto, a propagação normal é definida ser independente das condições climáticas. Por isso, a propagação normal é considerada como invariante no tempo e sem distorções no seu espectro de freqüências.

Os fenômenos de propagação na faixa de microondas podem causar a interrupção dos sistemas. Os dois fenômenos mais importantes a considerar são de natureza temporal não-estacionária e ligadas a:

- chuva, que afeta principalmente os sistemas cujas freqüências de portadoras são superiores a 10 GHz. Seu efeito é traduzido por uma atenuação suplementar à do espaço livre e aperiódica na faixa do canal, levando a uma degradação da relação sinal-ruído na recepção [26].
- variação do índice de refração da troposfera em condições de céu claro. Em tempo úmido, quente e sem vento, a baixa troposfera se estratifica em camadas horizontais, normalmente definidas em espessuras de 10 metros, cujos índices de refração são assumidos constantes mas diferentes entre as camadas. Esta estratificação provoca refrações e reflexões dos raios

emitidos, estabelecendo trajetórias secundárias ou múltiplas do sinal, que podem atingir o receptor. Neste caso, o sinal principal recebido (raio direto) sofre interferência construtiva ou destrutiva [5],[28].

Lances em visibilidade são projetados de forma a evitarem a concorrência de possíveis raios refletidos do solo, os quais provocam fortes interferências no sinal útil. Estes raios, quando considerados, podem ser modelados por trajetos múltiplos [27]. Tal modelagem será estudada em detalhes no item 1.4.

Os trajetos múltiplos, além de provocarem atenuação do sinal recebido, provocam o aparecimento de desvanecimentos profundos e seletivos em freqüências. Esta característica é comumente designada desvanecimento seletivo [2]. Não será considerada nesta tese a parte da atenuação constante ou desvanecimento plano, já que um controlador automático de ganho (CAG) pode perfeitamente se ocupar de seus efeitos, enquanto que o mesmo não é possível para o desvanecimento seletivo, que será combatido por equalizadores.

Os sistemas de microondas rádio-digitais de alta capacidade são extremamente sensíveis ao desvanecimento seletivo. As distorções de amplitude e fase (ou atraso de grupo) sobre o sinal transmitido podem levar a uma forte degradação do desempenho, podendo inclusive interromper o sistema. Apesar de seu tempo de ocorrência ser pequeno (de um modo geral entre 10^{-2} e 10^{-3} para o mês menos favorável num lance de 50 km), os desvanecimentos seletivos em freqüência são relevantes no projeto de tais sistemas.

Afora os fenômenos de propagação, outros fatores devem ser considerados para o projeto do sistema, tais como suas imperfeições a nível de construção [29] e as interferências provocadas por outros sistemas que utilizam o mesmo meio de transmissão [20] e/ou por emissões radioelétricas parasitas. Estes fatores não serão considerados nesta tese. Serão estudados sómente os efeitos provocados pelo fenômeno dos trajetos múltiplos sobre os sistemas de micro-ondas rádio-digitais e as técnicas de contramedidas associadas à equalização.

1.1.3 - Critérios de Desempenho de um Sistema de Microondas

Na grande maioria dos sistemas de transmissão digital, a taxa de símbolos ou de bits errados (TSE ou TBE) é a quantidade mais utilizada para estimar a qualidade da transmissão do sistema. A fim de considerar os efeitos peculiares

do canal troposférico, os organismos internacionais foram levados a definir critérios de desempenho específicos aos sistemas de microondas rádio-digitais [4]. Estes critérios são:

- uma TBE correspondente às condições normais de propagação: $\cong 10^{-12}$.
- o tempo durante o qual a TBE ultrapassa um certo limiar, chamado de taxa de erro de interrupção, geralmente fixado em 10^{-3}.

Segundo sua duração, as interrupções são classificadas em duas categorias:

- interrupções inferiores a 10 segundos - são suficientemente breves para serem toleradas e afetam somente a qualidade do sistema. Vários destes períodos somados durante um mês (ou um ano), constituem o tempo de interrupção. Para um lance médio de 50 km, o objetivo para o tempo de interrupção é de 26 segundos para o mês menos favorável.
- interrupções longas, de duração superior a 10 segundos - afetam a disponibilidade do sistema.

As interrupções longas são essencialmente devidas às precipitações pluviométricas, ao passo que aquelas que afetam a qualidade são provocadas freqüentemente pelos desvanecimentos seletivos.

Os objetivos de disponibilidade são geralmente atingidos ao se reduzir o comprimento dos lances, ao se aumentar a potência de transmissão ou ao se diminuir o fator de ruído do receptor.

Os sistemas de microondas podem ficar submetidos aos eventos de desvanecimento seletivo por muito tempo durante 1 mês (vários milhares de segundos) e, portanto, os objetivos de qualidade se tornam extremamente difíceis de serem alcançados. Para sistemas de alta capacidade, eles só podem ser atingidos se forem utilizados dispositivos de contramedidas. Particularmente, a equalização tem papel fundamental para a redução do tempo de interrupção que afeta a qualidade do sistema, principalmente na parte do tempo que diz respeito às transitoriedades. Nestes momentos é importante que os equalizadores estejam munidos de algoritmos robustos e suficientemente rápidos para a adaptação de seus coeficientes. Esta tese terá a preocupação principal de estudar estes tipos de algoritmos.

A seguir, serão definidos qualitativamente alguns dos principais critérios utilizados para a avaliação de desempenho dos sistemas de microondas rádio-

digitais. Alguns destes critérios são também válidos para quaisquer sistemas de transmissão digital. Posteriormente, serão dadas expressões para seus cálculos.

1.1.3.1 - Probabilidade de Erro

O cálculo da probabilidade de erro sobre os símbolos ou sobre os elementos binários transmitidos é um dos critérios dos mais significativos para descrever a qualidade de um sistema de transmissão digital. Entretanto, sua determinação analítica é complexa e sua utilização sistemática conduz, quando os parâmetros envolvidos são numerosos,à um volume de cálculo apreciável [20]. Embora se trate de um critério que permite comparações entre vários sistemas, ele é pobre em discriminar e dar indicações sobre a influência específica de diferentes perturbações. Esta avaliação é considerada estacionária e não será freqüentemente usada nesta tese.

1.1.3.2 - Taxa de Símbolos ou Bits Errados (TSE ou TBE)

Esta é uma medida de avaliação do desempenho que pode ser utilizada em ambientes estacionários e transitórios. Ela é uma relação entre o número de símbolos ou bits decididos errados e o número daqueles transmitidos, durante um dado intervalo de tempo. Dependendo da disponibilidade de acesso aos símbolos ou bits verdadeiros no receptor durante o período de transitoriedade, a TSE ou TBE permite fornecer o tempo que o sistema leva para alcançar as condições de operacionalidade. Por outro lado, durante um longo período de estacionaridade, para uma dada relação sinal-ruído, a TSE ou TBE tendem a se igualarem à probabilidade de erros sobre os símbolos ou bits. As informações sobre a velocidade de convergência obtidas desta medida são também retiradas das curvas de aprendizagem a serem descritas no item 1.1.3.6.

1.1.3.3 - Diagrama de Olho ou Constelação

A abertura ou fechamento do olho de um sistema digital é uma forma de avaliação qualitativa, em tempo real, do desempenho do sistema, tanto em condições de estacionaridade como de transitoriedade. De forma equivalente, o espalhamento dos sinais bidimensionais recebidos e equalizados, num diagrama de constelação, também permite tal avaliação.

1.1.3.4 - Distorção Maximal (Dmax)

É uma medida que reflete o nível de distorção presente nos sinais recebidos e equalizados, através dos módulos de suas respostas ao impulso em fase e quadratura, no caso dos sistemas QAM. Estes sistemas serão estudados no item 1.2. A Dmax está ligada diretamente à abertura do olho [30]. A interferência entre símbolos (IES) é a principal causa da degradação de um sistema de microondas rádio-digital afetado por desvanecimento seletivo. Portanto,a Dmax calculada na saída do equalizador fornece uma medida da qualidade da transmissão e da capacidade do equalizador em corrigir as degradações impostas pelas distorções temporais do canal, sem cosiderar, entretanto, o ruído. A Dmax pode ser avaliada em períodos estacionários e transitórios.

1.1.3.5 - Erro Quadrático Médio (EQM)

O EQM de um sinal recebido é a soma da variância da IES e da variância do ruído. Portanto, avalia o desempenho do sistema de forma mais completa que a Dmax, quando a variância do ruído é disponível. O EQM é uma medida estacionária e se relaciona à probabilidade de erro [31].

1.1.3.6 - Curvas de Aprendizagem (CA)

As CA's fornecem uma avaliação qualitativa e quantitativa de desempenho dos algoritmos adaptativos dos coeficientes do equalizador. Nelas estão contidas principalmente informações sobre robustez, velocidade de convergência e consistência dos algoritmos. O comportamento dos erros quadráticos instantâneos ou coeficientes do equalizador, em função do tempo, são alguns dos parâmetros de análise dinâmica postos sob a forma de CA. Esta será uma das formas principais de avaliação utilizadas nesta tese.

Outras formas de avaliação do desempenho dos sistemaas de microondas rádio-digitais, tais como: assinaturas, assinaturas de convergência e de divergência de equalizadores, fatores de redução do tempo de interrupção e de melhoria dos sistemas, serão melhor definidas após a modelagem do canal de transmissão, em função de suas dependências diretas com os parâmetros do modelo. Isto será feito no item 1.5.2.

1.2. MODULAÇÃO DE AMPLITUDE E QUADRATURA: QAM

Neste item serão vistos definições e princípios básicos da modulação em amplitude com duas portadoras defasadas entre si de 90 graus (quadratura),ou simplesmente QAM.

A mensagem digital a ser transmitida pode ser originariamente digital ou analógica apropriadamente amostrada e codificada. Ela é, portanto, constituida de uma seqüência de elementos binários (bits).

A operação de modulação tem por objetivo transformar esta mensagem digital num sinal elétrico apropriado ao canal de comunicação. Como é sabido, o processo de modulação é o de fazer variar as características de uma onda, chamada de portadora, em função do sinal contendo a informação.

Na maioria dos sistemas, a transposição espectral de um sinal de banda básica para um sinal de banda passante, do canal radioelétrico, é feita em duas etapas. Na primeira a mensagem a transmitir é modulada por uma portadora em freqüência intermediária (FI). Após, este sinal modulado é transposto à ferqüência de emissão. Na recepção são realizadas as operações inversas, ou seja, a modulação é desfeita para a obtenção do sinal original em banda básica (BB). Esta operação é chamada de desmodulação e consiste de duas etapas: transposição do sinal recebido para FI e, após, para BB.

As modulações digitais são caracterizadas pelo fato de que o parâmetro portador da informação só pode tomar um número M discreto de valores. M representa o número de estados da modulação. A informação digital pode estar contida na amplitude, na fase, na freqüência, na polarização, ou numa combinação entre algumas destas quatro quantidades da onda portadora.

Para uma dada aplicação, a escolha de uma técnica de modulação depende de um certo número de critérios, tais como: a ocupação espectral do sinal modulado, os desempenhos em presença de ruído aditivo, a robustez frente às distorções [32] e às interferências e a simplicidade de realização [33].

Nos primeiros sistemas de transmissão, com taxas da ordem de kbit/s, foram utilizados esquemas de modulação simples e robustos, possuindo número de estados limitados. Nesta situação, as modulações de fase (MF) se mostraram

eficientes, com número de estados M = 2, 4 e 8.

Com o crescimento da demanda dos serviços de comunicações, impôs-se restrições de economia ao espectro radioelétrico, tornando impraticável o uso daquelas modulações. Novos esquemas de modulações foram empregados, com maior eficiência espectral e conseqüente aumento da taxa de transmissão de informação. Em contrapartida, houve também um aumento da complexidade [34]. Dentre os esquemas propostos, as modulações QAM são aquelas que realizam o melhor compromisso desempenho/simplicidade de realização [35].

Atualmente, as modulações 16-QAM (M=16) e 64-QAM (M=64) têm se mostrado suficientes para satisfazer as necessidades requeridas pelos sistemas, tal como: a transmissão de bits na taxa de 140 Mbit/s em canais cuja largura varia entre 30 e 40 MHz. Os próximos sistemas deverão empregar modulações dos tipos 256-QAM e 1024-QAM [36]. Nestes casos, a eficiência espectral é aumentada , já que a faixa de freqüência teórica necessária à transmissão destas modulações diminui com o $\log_2(M)$. Por exemplo, a 256-QAM oferece uma eficiência espectral duas vezes maior do que a 16-QAM, isto é, ocupa uma faixa de freqüência duas vezes menor com a mesma taxa de transmissão de bits, ou ainda, dito de outra forma, a 256-QAM tem o dobro da capacidade de transmissão de informação em relação à 16-QAM.Nesta tese, somente as modulações 16-QAM e 64-QAM serão consideradas.

1.2.1 - Princípio Básico das Modulações QAM

As modulações QAM são modulações lineares bidimensionais de amplitude e fase, com o número de estados normalmente escolhidos na forma $M = 2^{2N}$, N sendo um número inteiro positivo.

A modulação QAM pode ser descrita como a superposição de duas ondas na mesma freqüência e em quadratura, moduladas em amplitude com 2^N níveis em cada portadora. A Figura 1.1 ilustra o princípio básico de obtenção destas modulações. Na prática há várias formas de realizar a modulação e desmodulação [37].

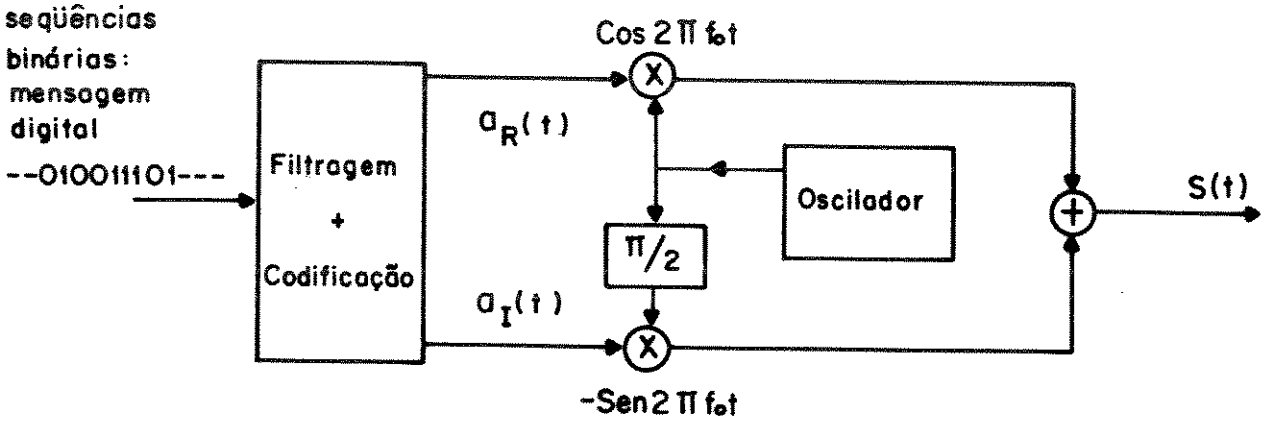


Fig.1.1 - Princípio básico de obtenção das modulações QAM.

A partir da seqüência binária oriunda da fonte, o codificador fornece duas seqüências de símbolos $\{a_R\}$ e $\{a_I\}$ conformados e, posteriormente, filtrados. A resposta ao impulso de conformação e filtragem transmissora é dada por $r_T(t)$. Portanto, os sinais $a_R(t)$ e $a_I(t)$ em fase e quadratura,respectivamente, são emitidos e suas expressões são dadas por:

$$a_R(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a_{R,i}\, r_T(t-iT) \qquad (1.1)$$

$$a_I(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a_{I,i}\, r_T(t-iT) \qquad (1.2)$$

onde as seqüências de símbolos $\{a_R\}$ e $\{a_I\}$ são formadas pelos símbolos $a_{R,i}$ e $a_{I,i}$, respectivamente, $i \in \mathbb{Z}$.

Os pulsos que multiplicam os símbolos têm duração T, e cada símbolo corresponde a cada bloco de N elementos binários, sendo escolhido entre os 2^N valores possíveis: $\pm1,\pm3,\pm5,\ldots,\pm(2^N-1)$. As seqüências de símbolos, portanto, são formadas de variáveis aleatórias discretas e simétricas, as quais serão consideradas variáveis estatísticamente independentes e idênticamente distribuidas (i.i.d).

Os sinais $a_R(t)$ e $a_I(t)$, em seguida, modulam em amplitude,respectivmente, as portadoras em fase $(\cos 2\pi f_0 t)$ e em quadratura $(\text{sen}2\pi f_0 t)$. O sinal transmitido s(t) é obtido pela soma destas duas portadoras moduladas:

$$s(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} (a_{R,i}\, r_T(t-iT)\, \cos 2\pi f_0 t - a_{I,i}\, r_T(t-iT)\, \text{sen}2\pi f_0 t) \qquad (1.3)$$

A taxa de transmissão de símbolos R_s, expressa em baud, mede o número de mudanças de estado do parâmetro modulado, por unidade de tempo:

$$R_s = 1 / T \tag{1.4}$$

A taxa de transmissão de bits R_b, expressa em bit/s, mede o número de bits transmitidos por unidade de tempo:

$$R_b = \log_2(M) / T \tag{1.5}$$

R_b é relacionada a R_s ao usarmos (1.4) e (1.5), ou seja:

$$R_b = R_s \log_2(M) \tag{1.6}$$

A representação dos M estados da modulação no espaço bidimensional tem o nome de constelação, que é a representação convencionalmente adotada para descrever uma modulação. A Figura 1.2 mostra algumas constelações associadas às modulações 16-QAM, 64-QAM e 256-QAM.

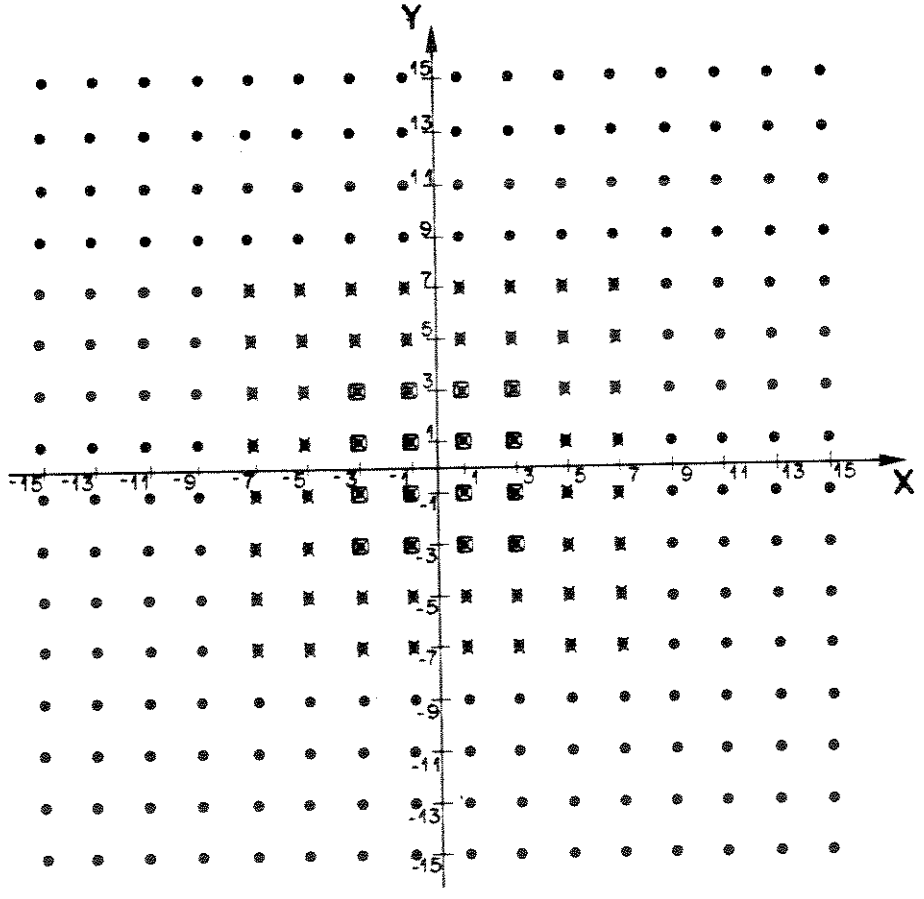


Fig.1.2 - Constelações associadas às modulações 16-QAM(□) , 64-QAM(X) e 256-QAM(•). X e Y são os eixos das componentes em fase e quadratura, respectivamente.

As modulações M-QAM, com M da forma 2^{2N}, são caracterizadas por uma constelação de grande simplicidde do ponto de vista de codificação e decisão. Também sob o ponto de vista da equalização, os algoritmos de adaptação dos coeficientes têm sido expressos de forma simples e, de um modo geral, obtido bons desempenhos nestas modulações. O mesmo não pode ser dito para outras modulações, como é o caso da 128-QAM [34] e a constelação V29-CCITT [38], mostradas na Figura 1.3.

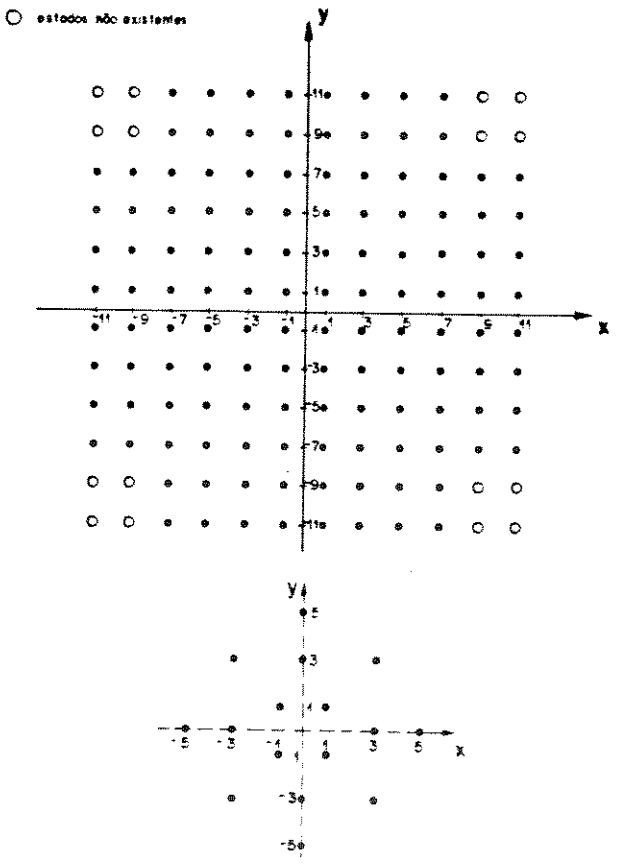


Fig.1.3 - Constelações V29-CCITT(abaixo) e da modulação 128-QAM (acima). X e Y são os eixos das componentes em fase e quadratura, respectivamente.

1.2.2 - Considerações Sobre o Ruído

O sinal modulado recebido num sistema de transmissão real está contaminado por perturbações aleatórias de origem eminentemente térmica, chamadas de ruído térmico ou simplesmente ruído. Este ruído é temporalmente modelado como aditivo e independente do sinal modulado e emitido. Tendo uma faixa espectral plana que abrange as faixas de interesse, ele é considerado de densidade espectral de potência plana bilateral, dada por $N_0/2$.

Por ser inerente ao sistema, o ruído tem um papel importante na caracterização de seu desempenho. Independentemente do sistema, o desempenho da modulação QAM pode ser avaliado na presença do ruído através da probabilidade de erro binária ou de símbolos em função da relação portadora-ruído.O desempenho ideal da modulação é obtido supondo a recepção ótima e usando o critério da máxima verossimilhança "a posteriori". Neste caso, os erros de decisão são unicamente provocados pelo ruído no receptor. Expressões analíticas fechadas e aproximadas são obtidas para a probabilidade de erro quando o canal é ideal ou distorcivo ou na presença de interferências de outra natureza, em sistemas de microondas rádio-digitais com diversas estruturas de equalização [20],[35].As curvas obtidas por estas expressões em função da relação portadora-ruído também podem ser equivalentemente obtidas através de simulações computacionais e experimentais, quando são avaliadas as taxas de símbolos ou bits errados, conforme já comentado no item 1.1.3.2.

De um modo geral, pode-se afirmar que a sensibilidade da modulação M-QAM ao ruído cresce rapidamente com o número de estados M. Comportamento semelhante é verificado em presença da maioria das degradações que afetam o sinal modulado [34],[35].

1.3 - MODELAGEM DO SISTEMA DE TRANSMISSÃO

A Figura 1.4 mostra uma representação esquemática simplificada de um sistema de transmissão bidimensional com equalização digital em banda básica. Nesta figura estão representados as funções de transferência $F_m(f)$ e $H(\omega)$ do canal de microondas e do equalizador digital, respectivamente, um amostrador de rítmo T e o instante de amostragem t_0. Outras partes importantes, tais como: os circuitos de recuperação de ritmo e de fase da portadora e os de controle automático de ganho (CAG) não estão explícitos na figura, mas serão considerados e descritos oportunamente. As freqüências digital e analógica são representadas por ω (rad/s) e f (Hz), respectivamente.

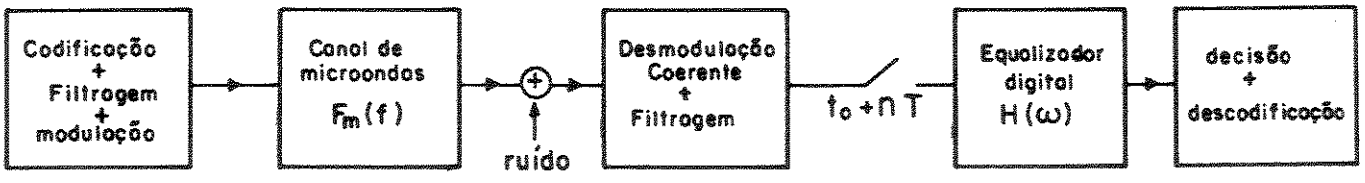


Fig. 1.4 - Representação esquemática simplificada de um sistema de transmissão bidimensional com equalização digital em banda básica.

A descrição matemática do sinal recebido é facilitada pelo uso da representação equivalente em banda básica do sistema da Figura 1.4. Isto só é possível porque o sistema de microondas possui portadora com freqüência suficientemente alta em relação às variações temporais dos sinais transmitido e recebido em banda básica. Portanto, é suposto que a faixa dos sinais modulados é estreita [39].

A representação equivalente em BB do sinal modulado transmitido s(t) é obtida através da relação:

$$s(t) = \mathrm{Re}[\tilde{s}(t)\ \exp(j2\pi f_0 t)] \qquad (1.7)$$

onde o operador $\mathrm{Re}[\cdot]$ retém somente a parte real da entidade complexa operada. Comparando (1.7) com (1.3) define-se a envoltória complexa $\tilde{s}(t)$ de s(t):

$$\tilde{s}(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a_i\ r_T(t-iT) \qquad (1.8)$$

$$a_i = a_{R,i} + j\ a_{I,i}\ ,\ i \in \mathbb{Z} \qquad (1.9)$$

onde j é a unidade imaginária.

A Figura 1.5 mostra a representação equivalente em banda básica do sistema da Figura 1.4, incluidos o fator de ganho g_a do amplificador com CAG e a diferença de fase ϕ entre a portadora emitida e a recebida. $R_T(f)$ e $R_R(f)$ são as respostas em freqüência dos filtros transmissor e receptor,respectivamente.

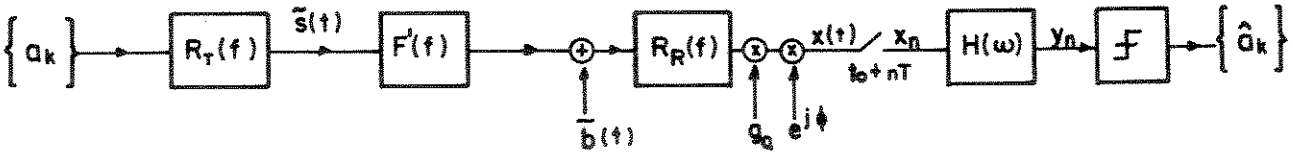


Fig.1.5 - Representação equivalente em banda básica do sistema da Figura 1.4.

A resposta em freqüência global da filtragem $R(f) = R_T(f)\ R_R(f)$ é escolhida de forma a satisfzer o primeiro critério de Nyquist, para assegurar uma transmissão sem IES na condição de canal ideal [39]. Então, R(f) é assumida ter a característica do tipo cosseno levantado, com fator de excesso de faixa α ($0 \le \alpha \le 1$), classicamente utilizado nos sistemas de microondas [1], dada por:

$$R(f) = \begin{cases} T\ , & |f| \leq (1-\alpha)/(2T) \\ \frac{T}{2}\left\{1 + \operatorname{sen}\left[(\pi T/\alpha)(f+1/(2T))\right]\right\}, & -\frac{1+\alpha}{2T} < f < -\frac{1-\alpha}{2T} \\ \frac{T}{2}\left\{1 - \operatorname{sen}\left[(\pi T/\alpha)(f-1/(2T))\right]\right\}, & \frac{1-\alpha}{2T} < f < \frac{1+\alpha}{2T} \\ 0\ , & |f| \geq (1+\alpha)/(2T) \end{cases} \qquad (1.10)$$

e cuja transformada inversa de Fourier, r(t), é:

$$r(t) = \frac{\operatorname{sen}(\pi t/T)}{(\pi t/T)} \cdot \frac{\cos(\alpha\pi t/T)}{1 - (2\alpha t/T)^2} \qquad (1.11)$$

Repartindo-se R(f) entre $R_T(f)$ e $R_R(f)$, pode ser mostrado que esta configuração é ótima em relação à influência do ruído [30]. No entanto, não se pode esquecer que, na prática, há um filtro de conformação dos pulsos. Seja P(f) a resposta em freqüência deste filtro. Logo, pode-se projetar um filtro transmissor $R'_T(f)$ na forma: $R'_T(f) = R_T(f)/P(f)$, tal que o filtro transmissor resultante da cascata entre P(f) e $R'_T(f)$ seja o desejado $R_T(f)$.

Pode ser mostrado que um sinal de banda passante resultante da convolução linear entre dois sinais de bandas passantes, tem representação equivalente em banda básica dada pela convolução linear entre as envoltórias complexas dos dois sinais de bandas passsantes [39]. Logo o sinal desmodulado x(t) é:

$$x(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a_i\, f(t-iT) + v(t) \qquad (1.12)$$

onde f(t) é a resposta ao impulso complexa da parte do sistema que compreende aos filtros transmissor e receptor, canal de transmissão, CAG e recuperação da fase da portadora das componentes real e imaginária $f_R(t)$ e $f_I(t)$, respectivamente. Sua transformada de Fourier F(f) é dada por:

$$F(f) = g_a\, F'(f)\, R(f)\, e^{j\phi} \qquad (1.13)$$

g_a é calculado de forma a manter constante a potência média do sinal na entrada do receptor, tomando como referência a potência média do sinal transmitido. O cálculo de ϕ será indicado no item 1.5. As expressões para F'(f) serão postas e analisadas, juntamente com R(f), no item 1.4. O ruído complexo v(t), filtrado, desmodulado e amplificado, tem variância dada por:

$$\sigma_v^2 = g_a^2 N_0 \tag{1.14}$$

onde considerou-se a filtragem no receptor do tipo raiz de cosseno levantado.

As duas componentes de v(t), real ($v_R(t)$) e imaginária ($v_I(t)$), são variáveis aleatórias gaussianas, independentes e de média nula, pois o ruído de banda passante na entrada do receptor, cuja envoltória complexa é dada por $\tilde{b}(t)$, apresenta tais características em suas componentes em fase e quadratura.

- *Expressões para as Componentes Amostradas em fase (real) e Quadratura (imaginária) de x(t):*

De (1.12),se têm as componentes em fase($x_R(t)$) e em quadratura($x_I(t)$) de x(t):

$$x_R(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} [a_{R,i}\, f_R(t-iT) - a_{I,i}\, f_I(t-iT)] + v_R(t) \tag{1.15}$$

$$x_I(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} [a_{R,i}\, f_I(t-iT) + a_{I,i}\, f_R(t-iT)] + v_I(t) \tag{1.16}$$

De modo a obter uma seqüência de dados no receptor, que se deseja que seja igual àquela transmitida, x(t) é amostrado nos instantes (t_0+ n T), onde t_0 representa o instante ótimo (ou inicial) de amostragem e sua determinação será indicada no item 1.5. Representar-se-á os sinais amostrados $x(t_0+nT)$,$x_R(t_0+nT)$ e $x_I(t_0+nT)$ por x_n, $x_{R,n}$ e $x_{I,n}$, respectivamente. Logo, de (1.12), (1.15) e (1.16), tem-se:

$$x_n = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a_i\, f_{n-i} + v_n \tag{1.17}$$

$$x_{R,n} = \sum_{i=-\infty}^{\infty} [a_{R,i}\, f_{R,n-i} - a_{I,i}\, f_{I,n-i}] + v_{R,n} \tag{1.18}$$

$$x_{I,n} = \sum_{i=-\infty}^{\infty} [a_{R,i}\, f_{I,n-i} + a_{I,i}\, f_{R,n-i}] + v_{I,n} \tag{1.19}$$

onde f_{n-i}, $f_{R,n-i}$, $f_{I,n-i}$, v_n, $v_{R,n}$ e $v_{I,n}$ são as amostras de $f(t-iT)$, $f_R(t-iT)$, $f_I(t-iT)$, $v(t)$, $v_R(t)$ e $v_I(t)$, respectivamente, no instante t_0+nT.

Reescrevendo (1.18) e (1.19), e observando as *a*mostras em n = 0:

$$x_{R,0} = a_{R,0}\, f_{R,0} + \sum_{i=-\infty}^{\infty}{}' a_{R,i}\, f_{R,-i} - \left\{ \sum_{i=-\infty}^{\infty}{}' a_{I,i} f_{I,-i} + a_{I,0} f_{I,0} \right\} + v_{R,0} \qquad (1.20)$$

$$x_{I,0} = a_{I,0}\, f_{R,0} + \sum_{i=-\infty}^{\infty}{}' a_{I,i}\, f_{R,-i} + \left\{ \sum_{i=-\infty}^{\infty}{}' a_{R,i} f_{I,-i} + a_{R,0} f_{I,0} \right\} + v_{I,0} \qquad (1.21)$$

Em (1.20) e (1.21), os somatórios com apóstrofes não contêm o termo em i=0. Nelas se observam claramente as contribuições das interferências sobre os símbolos desejados $a_{R,0}$ e $a_{I,0}$. Por exemplo, em (1.20) o 2º termo do lado direito da igualdade representa a IES provocada sobre $a_{R,0}$ pelos símbolos reais que multiplicam as amostras da parte real do canal que são atrasadas e adiantadas em relação a i = 0. Já o 3º termo do lado direito de (1.20) diz respeito a IES provocada também sobre $a_{R,0}$ pelos símbolos imaginários que multiplicam as amostras da parte imaginária do canal que são atrasadas e adiantadas em relação a i = 0. Por último, o 4º termo daquela expressão é a interferência proveniente da parte real do ruído. A mesma análise pode ser feita para (1.21).

É interessante desde já registrar as caracteristicaas estatísticas de $x_{R,0}$ e $x_{I,0}$. A fim de se observar somente a IES, supõe-se desprezível a influência do ruído. Os termos de IES podem ser vistos como variáveis aleatórias (VA's) com distribuições que dependem do canal. Se as seqüências transmitidas $\{a_{R,n}\}$ e $\{a_{I,n}\}$ fossem formadas por VA's gaussianas, aquelas VA's também o seriam, dado que o canal é linear, porém com esperanças estatísticas distintas. Entretanto, como as VA's transmitidas normalmente têm distribuições não-gaussianas, as VA's $x_{R,0}$ e $x_{I,0}$ não têm, obrigatoriamente, as mesmas distribuições que $a_{R,0}$ e $a_{I,0}$, respectivamente.

As decisões sobre os sinais recebidos se efetuam por comparação das amostras com um conjunto de limiares apropriados. Em (1.20) e (1.21) observa-se que a influência das amostras do canal que multiplicam os símbolos desejados, da IES e do ruído pode levar a decisões erradas, comprometendo o bom desempenho do sistema. É por este motivo que os equalizadores são introduzidos nos sistemas de transmissão digital, antes do dispositivo de decisão. Sua função é eliminar ou minimizar aquelas perturbações visando uma decisão correta.

- Expressões para o cálculo dos critérios de Desempenho Dmax e EQM:

Neste momento, utilizando-se (1.17), pode-se definir matematicamente os critérios de desempenho Dmax e EQM, definidos qualitativamente nos itens 1.1.3.4 e 1.1.3.5 respectivamente:

$$Dmax = (1 \;/\; |f_{R,0}|) \sum_{i=-\infty}^{\infty}{}' (|f_{R,i}| + |f_{I,i}|) \tag{1.22}$$

$$EQM = \sigma^2_{IES} + \sigma^2_v \tag{1.23}$$

onde Dmax é normalizado em relação ao maior valor absoluto do alfabeto dos símbolos transmitidos. É assumido que $f_{I,0} = 0$, o que será justificado no item sobre recuperação de portadora. Temos ainda que σ^2_{IES} é a variância da IES:

$$\sigma^2_{IES} = \sigma^2_a \left\{ \sum_{i=-\infty}^{\infty}{}' |f_i|^2 + |1 - f_0|^2 \right\} \tag{1.24}$$

e σ^2_v é a variância do ruído filtrado e amostrado v_n.

1.4 - MODELAGEM DO CANAL DE TRANSMISSÃO

O canal de transmissão rádio-digital na faixa de microondas pode ser modelado com base na teoria da óptica geométrica. Isto é possível pois a teoria eletromagnética na faixa em questão permite a sua aproximação pela teoria da óptica de raios. Nesta teoria a energia eletromagnética se propaga por feixes estreitos segundo trajetórias bem definidas. Neste caso, a componente E(f) do vetor campo elétrico no receptor e na direção desejada pode ser representada por [40]:

$$E(f) = E_0(f) \sum_{i=0}^{N'} C_i(f) \exp(-j2\pi f \tau_i) \tag{1.25}$$

Assumindo $C_0(f)$ igual a 1, $E_0(f)$ é a amplitude de referência do vetor campo elétrico no receptor e na direção desejada, dito amplitude do raio direto, sendo f a freqüência e (N'+1) é o número de trajetórias distintas ou a quantidade de raios que atingem o receptor . $C_i(f)$ e τ_i representam a

amplitude relativa a $E_0(f)$ e o tempo de atraso entre o transmissor e o receptor do i-ésimo raio, respectivamente. Este modelo não supõe dispersão em fase.

Logo a resposta em freqüência do canal é dada por :

$$F_1(f) = \left(E(f) / E_0(f)e^{-j2\pi f\tau_0}\right) = \sum_{i=0}^{N'} C_i(f)\ \exp[-j2\pi f(\tau_i-\tau_0)] \qquad (1.26)$$

Nesta representação o raio direto tem amplitude unitária e os atrasos dos outros N' raios são medidos em relação ao atraso do raio direto, $\Delta\tau_i=\tau_i-\tau_0$.

Para canais de microondas de faixa estreita (taxas de transmissão altas), os canais são considerados invariantes no tempo, e, portanto, pode-se supor que $C_i(f)$ não depende da freqüência. Logo (1.26) pode ser reescrito na forma [40]:

$$F_2(f) = 1 + \sum_{i=1}^{N'} C_i\ \exp(-j2\pi f\Delta\tau_i) \qquad (1.27)$$

Vários estudos teóricos e experimentais têm sido feitos com o intuito de definir os parâmetros N', C_i e $\Delta\tau_i$ do modelo (1.27) [6],[41],[42]. Até o momento, no entanto, a fenomenologia da propagação não tem sido completamente representada. Considerando este fato e também que o objetivo desta tese não é o de se estender sobre detalhes fenomenológicos da propagação, se irá utilizar o modelo simplificado de dois raios de Rummler. Este modelo é o mais simples dentre vários [6], [7], mas bastante representativo do ponto de vista analítico e estatístico, pois medidas efetuadas [43] sugerem uma alta incidência de apenas duas trajetórias.

1.4.1 - Modelo de Rummler

A resposta em freqüência $F_2(f)$ com N'= 2, mas com retardo relativo do segundo raio aproximadamente nulo, é equivalentemente reapresentada, em banda básica, por [6]:

$$F_3(f) = b\ \{1 - \rho\ \exp[-j2\pi(f-\Delta f)\tau]\} \qquad (1.28)$$

onde b é um fator multiplicativo relativo a um desvanecimento plano, ρ ($0<\rho<\infty$) é a amplitude do raio secundário ou indireto, Δf é a diferença entre as freqüências da portadora em FI e do mínimo de $F_3(f)$ (chamada comumente de freqüência de "notch"), e τ ($\tau>0$) é o atraso do raio indireto. Como iremos dar maior atenção à IES, se irá supor b = 1. Por outro lado, os efeitos negativos provocados pelo desvanecimento plano (b) podem ser interpretados através do mal comportamento da relação sinal-ruído (RSR). Isto é, se considera a influência de b sobre a RSR através da influência do ruído na mesma relação. Assim, definimos $F'(f) = F_3(f)\big|_{b=1}$.

Explicitando a amplitude, a fase e o atraso de grupo (AG) de F'(f) em (1.28), respectivamente:

$$|F'(f)| = \left[1 + \rho^2 - 2\,\rho\,\cos 2\pi(f-\Delta f)\tau\right]^{1/2} \qquad \textbf{(1.29)}$$

$$\mathrm{Arg}[F'(f)] = \tan^{-1}\left[\frac{\rho\ \mathrm{sen}\ 2\pi(f-\Delta f)\tau}{1 - \cos\ 2\pi(f-\Delta f)\tau}\right] \qquad \textbf{(1.30)}$$

$$AG(f) = \frac{\rho\ \tau\ (\rho - \cos\ 2\pi(f-\Delta f)\tau)}{1 + \rho^2 - 2\ \rho\ \cos\ 2\pi(f-\Delta f)\tau} \qquad \textbf{(1.31)}$$

A Figura 1.6 mostra as características da amplitude e do atraso de grupo de F'(f). Observa-se a periodicidade de F'(f), com o período dado por $(1/\tau)$. Sua amplitude varia entre o valor mínimo $|1 - \rho|$ nos pontos $f = \Delta f + (k/\tau)$ ($k \in \mathbb{Z}$) e o valor máximo $(1 + \rho)$ nos pontos $f = \Delta f + (1/(2\tau)) + (k/\tau)$ ($k \in \mathbb{Z}$). É evidente que o comportamento de F'(f) só interessa na faixa do sinal transmitido.

Observa-se ainda que há vários vales, indicando vários "notches". Porém, será considerado como "notch" aquele mais próximo da origem dentro da faixa espectral $(-1/(2\tau), 1/(2\tau))$. A profundidade deste "notch" é medida em dB por $B = -20\log|1 - \rho|$, para $\rho < 1$ e $B = -20\log|1 - \rho^{-1}|$, para $\rho > 1$. Se $\rho > 1$, a partir da Figura 1.6, obtém-se uma inversão da função AG(f). Ainda pode ser visto que AG(f) é mais estreita do que $|F'(f)|$ em torno do "notch". Estas observações serão avaliadas sob o enfoque da equalização oportunamente.

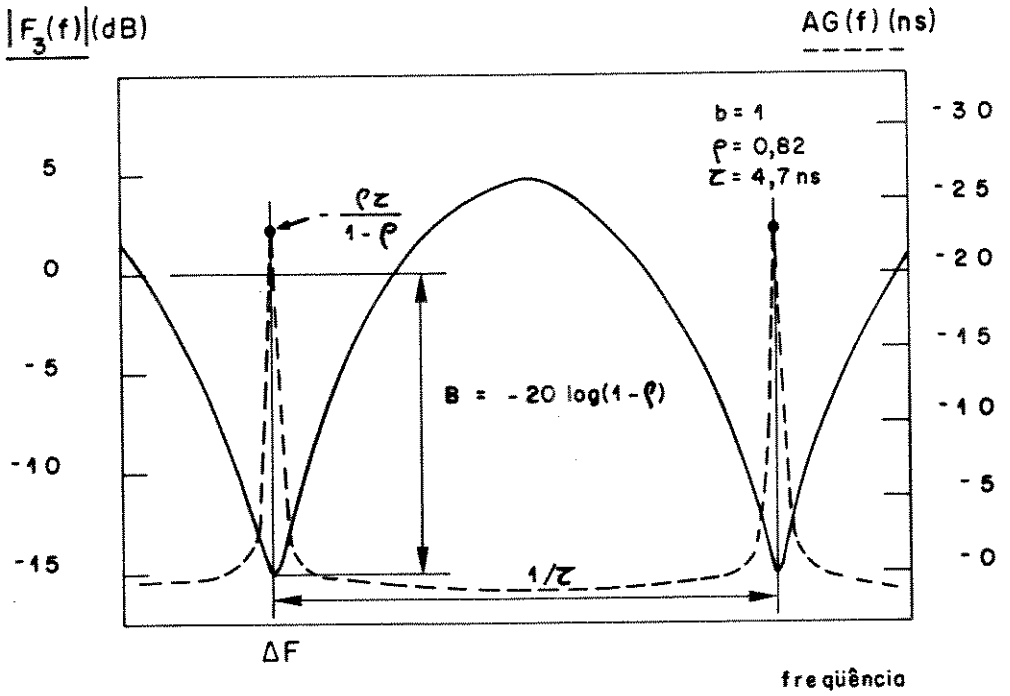


Fig.1.6 - Características de amplitude e atraso de grupo(AG) do modelo de dois raios (F'(f)).

1.4.2 - Análise das Condições de Fase Mínima e Fase Não-Mínima de F'(f)

É interessante conhecer o comportamento do sistema quanto às suas características de fase. Como só interessa a faixa do sinal transmitido, será verificado o posicionamento dos zeros e pólos somente da resposta em freqüência do canal na faixa de interesse. A característica conjunta dos filtros transmissor e receptor é do tipo cosseno levantado, implicando na ausência de zeros e pólos na faixa de interesse. Por este motivo tais singularidades não são incluidas nesta análise.

A continuação analítica de (1.28) no plano complexo $s = \sigma + j\,2\pi f$ (σ real) fornece F'(s) na forma (b = 1):

$$F'(s) = 1 - \rho\, e^{j2\pi\Delta f\tau}\, e^{-\tau s} = 1 - e^{(\sigma_0 + j2\pi\Delta f)\tau}\, e^{-\tau s} \qquad (1.32)$$

$$\sigma_0 = \mathrm{Ln}(\rho)/\,\tau \qquad (1.33)$$

A função F'(s) não possui pólos, e seus zeros estão localizados nos pontos:

$$s_k = \sigma_0 + j\,2\pi\Delta f + j\,2\pi k \;/\; \tau \qquad (1.34)$$

Estes zeros estão sobre uma linha paralela ao eixo imaginário, à esquerda ou à direita do eixo imaginário ou sobre ele próprio. Este posicionamento depende se: $\sigma_0 < 0$ ($\tau > 0$ e $\rho < 1$, ou $\tau < 0$ e $\rho > 1$); $\sigma_0 > 0$ ($\tau > 0$ e $\rho > 1$, ou $\tau < 0$ e $\rho < 1$); $\sigma_0 = 0$ ($\rho = 1$), respectivamente.

A Figura 1.7 ilustra estes três casos. No primeiro caso a função de transferência do meio de propagação é de fase mínima (FM). No segundo caso a função de transferência é de fase não-mínima (FNM). No último caso a função não é FM e nem FNM. Como o meio de propagação é, na verdade,variante no tempo, este último caso indica uma transição de FM para FNM, ou vice-versa. Esta situação é encontrada na prática, e causa graves dificuldades para os receptores adaptativos manterem um desempenho aceitável do sistema [18],[43].

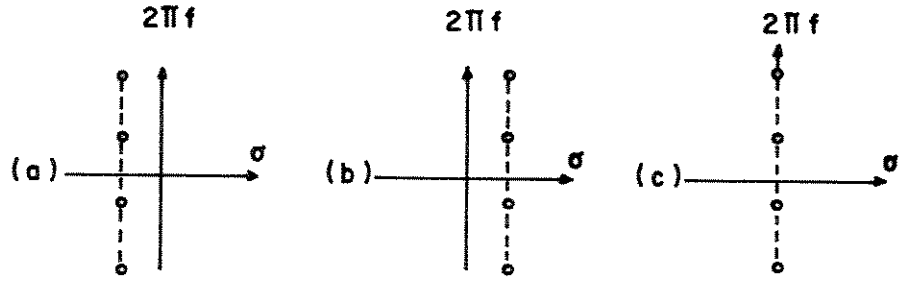


Fig.1.7 - Possíveis posições de zeros (O) da função de transferência analógica F'(s): (a) fase mínima (FM); (b) fase não-mínima (FNM); (c) transição: FM ⟷ FNM.

O posicionamento dos zeros é obtido para combinações do par (ρ,τ).Inicialmente definiu-se $F_3(f)$ em (1.28) para $0 < \rho < \infty$ e $\tau > 0$. No entanto, em vista da análise dos zeros, os mesmos posicionamentos também podem ser obtidos quando $0 < \rho < 1$ e $\tau > 0$ ou $\tau < 0$. Portanto, diferentes conjuntos de parâmetros ρ,τ e Δf não necessariamente indicam condições de propagação diferentes. Pode ser mostrado que $F_3(f)$ tem representações equivalentes considerando as duas definições dos intervalos de ρ e τ [43]. Por toda a tese iremos reter a definição inicial.

Uma questão importante é posta agora. Como a equalização visada é digital, que associação é feita entre as características de FM ou FNM do sistema analógico em relação ao sistema digital? Dito de outra maneira, quando amostramos o

sinal, são mantidas ou não as mesmas relações de FM ou FNM para o sinal digital? Esta questão é relevante, pois a estrutura e estratégia da equalização digital é dependente destas características.

1.4.3 - Correspondência Entre as Características da Fase Mínima/ Não Mínima do Canal Rádio-Analógico e sua Versão Amostrada.

A técnica de amostragem utilizada é determinante na correspondência entre a resposta em freqüência do canal F(f), com filtragem de Nyquist, $g_a = 1$ e $\phi = 0$ na eq. (1.13): F(f) = F'(f) R(f),e sua versão amostrada $F(e^{j\omega})$, no que diz respeito a caracterização da fase do canal. Vários métodos têm sido empregados no projeto dos conversores analógico-digitais, onde se destacam o método da invariância ao impulso e o método da transformação bilinear [44]. Este último, embora permita manter a correspondência:FM/FNM analógico $\longrightarrow$ FM/FNM digital, tem sido preterido em relação ao primeiro no âmbito dos sistemas de microondas rádio-digitais devido, principalmente,às distorções provocadas na faixa de interesse. O primeiro não apresenta tais distorções e, apesar de não manter o relacionamento unívoco analógico/digital quanto à análise da fase, tem sido largamente utilizado tanto em análise teórica como em implementações.

O estudo sobre o canal de microondas, no item anterior, mostrou a possibilidade da resposta em freqüência F'(f) ser de FM ou FNM. Uma vez que estas duas possibilidades se apresentam, é, portanto, conveniente conhecer as probabilidades de ocorrência destes dois eventos para melhor projetar o desempenho dos sistemas. Medidas realizadas indicam que ocorrências próximas dos dois eventos podem ser encontradas [45]. De um modo geral pode-se afirmar que, pelo menos em potencial, os dois eventos estão presentes nos enlaces de microondas.

Sob o ponto de vista dos equalizadores adaptativos analógicos com controle no domínio da freqüência em FI, que trabalham com base nas características de amplitude do canal, o desconhecimento da fase do canal pode trazer sérias restrições sobre os seus desempenhos. Isto é devido às fases das suas respostas em freqüência que, normalmente, satisfazem a um dos eventos somente. Dispositivos de reconhecimento do tipo de fase do canal em tempo real poderiam ser desenvolvidos e empregados nos receptores adaptativos a fim de fornecer tais informações àqueles equalizadores com lógica apropriada para se adaptarem as condições de fase em tempo hábil. Isto, no entanto, pode trazer

uma complexidade considerável. Por outro lado, tem sido dada atenção ao emprego destes equalizadores com fase linear, ou seja, equalizadores simétricos, com o intuito de obter o mesmo desempenho nas condições de FM e FNM. Isto será melhor explicado no capítulo 2 desta parte da tese.

Os equalizadores adaptativos digitais com controle no domínio do tempo, apresentam menos restrições que os anteriores. Isto é devido , a grosso modo, às suas estruturas que melhor permitem a adaptação aos dois eventos. A necessidade de atender aos eventos citados torna complexa a parte algoritmica da adaptação. No entanto, se a resposta em freqüência do canal amostrado fosse somente de FM, estruturas preditivas dos equalizadores seriam suficientes para equalizar o canal, diminuindo assim a complexidade dos algoritmos [31].

A seguir será mostrado que o canal de microondas digital tem característica de FNM, independentemente da característica de FM ou FNM do mesmo canal analógico, quando o método da invariância ao impulso é utilizado. Isto permitirá projetar o algoritmo do equalizador para a condição mais restritiva de um canal discreto (FNM).

A resposta em freqüência do canal + filtragem + desmodulação + CAG (daqui para frente será chamado simplesmente de canal) amostrado $F(e^{j\omega})$ é relacionada à resposta em freqüência analógica F'(f) (veja a eq.(1.13), onde sem perda de generalidade, $g_a = 1$ e $\phi = 0$) pela expressão [44]:

$$F(e^{j\omega}) = (1/T) \sum_{n=-\infty}^{\infty} F'(j\,\omega/T + j\,2\pi n/T)\, R(j\,\omega/T + j\,2\pi n/T) \qquad (1.35)$$

onde usou-se a relação $\omega = 2\pi fT$ entre a freqüência angular digital ω e a freqüência analógica f, e $(1/T)$ é o ritmo de amostragem. A continuação analítica de (1.35) permite expressá-la na forma [44]:

$$F(z) = (1/T) \sum_{n=-\infty}^{\infty} F'(s + j\,2\pi n/T)\, R(s + j\,2\pi n/T)\Big|_{z\,=\,e^{sT}} \qquad (1.36)$$

onde $z = e^{sT}$ é a transformação da invariância ao impulso.

F(z), representada por (1.36), é a transformada-Z de f_n, a resposta ao impulso amostrada do canal, ou seja:

$$F(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n\, z^{-n} \qquad (1.37)$$

Devido ao carácter periódico de F'(f), claramente é visto de (1.36) que a transformação $s = (1/T) \cdot Ln(z)$ inviabiliza qualquer observação direta sobre a correspondência entre os zeros de F'(s)R(s) no plano-s e os zeros de F(z) no plano-z. Além disto, o somatório dos termos $F'(s + j\,2\pi n/T)R(s + j\,2\pi n/T)$ pode mudar, no total, completamente a disposição dos zeros de cada termo. Logo, não se pode observar a associação das características de FM e FNM analógicas com aquelas discretas. Conclusão semelhante pode ser obtida de [44], secção 5.1.1. No entanto, outra análise qualitativa permitirá visualizar melhor a questão.

- *Considerações Sobre a Transformação da Resposta ao Impulso Infinita (RII)* f_n *do Canal em Resposta ao Impulso Finita (RIF)*

As componentes real ($f_R(t)$) e imaginária ($f_I(t)$) da RII analógica do canal podem ser obtidas de (1.13) em combinação com (1.28), fazendo b =1:

$$f_R(t) = g_a \left[r(t) \cos\phi - \rho\, r(t - \tau) \cos(2\pi\Delta f\tau + \phi) \right] \qquad \textbf{(1.38)}$$

$$f_I(t) = g_a \left[r(t) \operatorname{sen}\phi - \rho\, r(t - \tau) \operatorname{sen}(2\pi\Delta f\tau + \phi) \right] \qquad \textbf{(1.39)}$$

onde r(t) é dado por (1.11).

A Figura 1.8 mostra a representação gráfica de $f_R(t)$ e $f_I(t)$ para um sistema 64-QAM com um desvanecimento profundo(B = -20 dB), onde ρ = 0,9 , Δf = 10 MHz, τ = 6,3 ns , α = 0,3 e R_b = 140 Mbit/s. Este é um canal típico de FM. Já a Figura 1.9 mostra outro gráfico da RII do canal onde ρ = 1,1 (B = -20,8 dB) e as mesmas outras características da Figura 1.8. Este é um canal de FNM. A Figura 1.10 mostra o gráfico da RII do canal ideal (parâmetros nulos),para o mesmo sistema das Figuras 1.8 e 1.9.

As Figuras 1.8 - 1.10 e as expressões (1.38) e (1.39) mostram que o canal analógico tem resposta ao impulso infinita no tempo. É visto, também, que para t/T fora do intervalo [-5,5], as curvas têm valores muito pequenos em relação aos lóbulos centrais. Mesmo para distorções extremamentes fortes (ρ = 0,99) esta afirmação é válida, como pode ser visto na Figura 1.11.

O sinal amostrado x_n está representado matematicamente em (1.17). Ele depende da resposta ao impulso amostrada f_n do canal. Como f(t) tem duração infinita, f_n também o é, significando que há uma quantidade infinita de símbolos

participando na formação do sinal x_n. Se o canal é ideal e a amostragem síncrona (ritmo de 1/T) é feita no instante ótimo (no caso $t_0 = 0$), não há IES, pois as amostras da resposta ao impulso são todas nulas a cada intervalo T (Figura 1.10). Isto é independente da modulação empregada. Se o canal é ideal, mas $t_0 \neq 0$, haverá IES $\neq 0$, como no caso de canal com distorção.

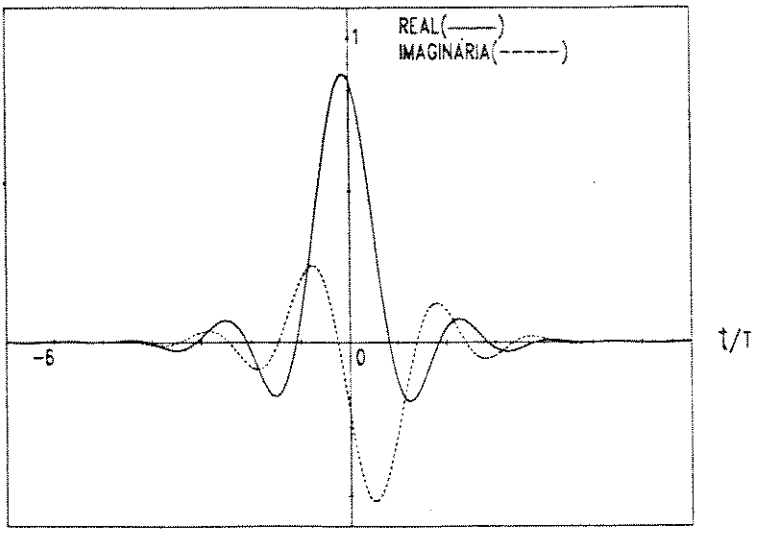


Fig.1.8 - Partes real ($f_R(t)$) e imaginária ($f_I(t)$) da RII do canal de FM. Parâmetros: ρ = 0,90 , Δf = 10 MHz, τ = 6,3 nseg., RSR = 60 dB, α = 0,3 e R_b = 140 Mbit/s.

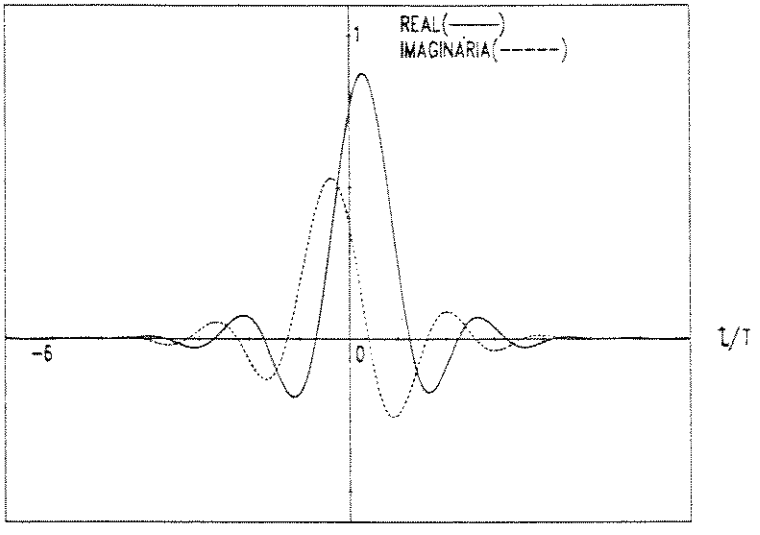


Fig.1.9 - Partes real ($f_R(t)$) e imaginária($f_I(t)$) da RII do canal de FNM. Parâmetros iguais aos da Figura 1.8, a menos de ρ = 1,1.

Como é impossível utilizar, a nível de simulação computacional, o canal com resposta ao impulso infinita, torna-se obrigatório reter os "principais termos" no somatório de (1.17), os quais contribuem significativamente para

a IES. Diversos critérios são utilizados para definir tais termos. Nesta tese adotou-se como critério a variância da IES, σ^2_{IES}, limitada em relação a (1.24), pois agora se consideram todas as amostras seqüênciais da RIF do canal de (-L) a (L), onde L é um inteiro positivo:

$$\sigma^2_{IES} = \sigma^2_a \left[\sum_{n=-L}^{L}{}' |f_n|^2 + |1 - f_0|^2 \right] \qquad \textbf{(1.40)}$$

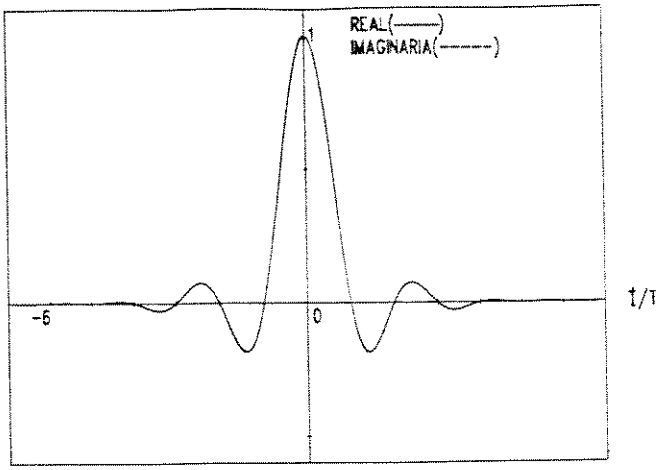


Fig.1.10 - Partes real ($f_R(t)$) e imaginária ($f_I(t)$, coincidente com o eixo horizontal) da RII do canal ideal: $\rho = 0$, $\Delta f = 0$ e $\tau = 0$. Os outros parâmetros são os mesmos da Figura 1.11.

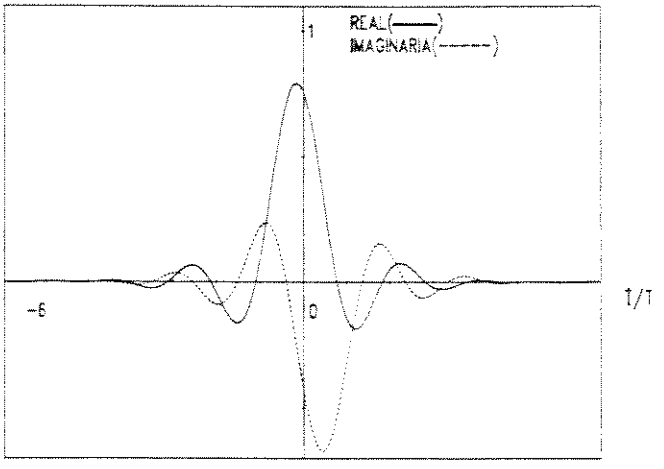


Fig.1.11 - RII de um canal com distorção forte: $\rho = 0{,}99$ (B = -40 dB). Demais parâmetros são os mesmos da Figura 1.8.

A Figura 1.12 mostra a dependência de σ^2_{IES} com a quantidade de termos interferentes L, para os sistemas 16-QAM e 64-QAM. As características do canal e do sistema são as mesmas da Figura 1.11 (t_0 é calculado com base na eq.

(1.61) do item 1.5). Vê-se claramente que L = 5 é suficiente para representar a quantidade L de interferentes precursores (t< 0) igual ao de poscursores (t> 0). Diversas curvas iguais às da Figura 1.12 foram feitas, para diversas situações do canal e sistema. A conclusão é a mesma a daquela figura. Pelo restante deste trabalho se irá considerar L = 5, quando nada for dito em contrário, e o canal passa a ser de RIF.

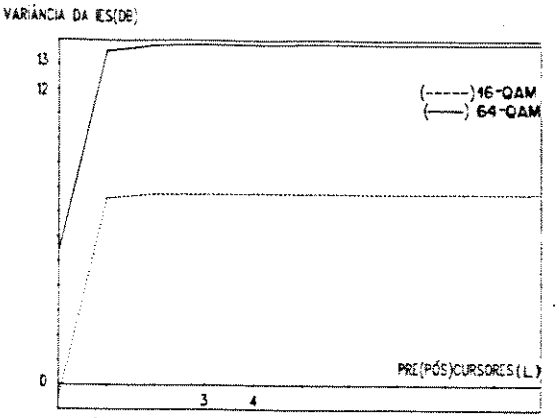


Fig.1.12 - Comportamento da variância da IES em relação ao número de interferentes N=2L+1,onde L e o número de precursores(igual ao de poscursores). Os parâmetros do canal são os mesmos daqueles da Figura 1.11.

Antes de se passar ao item seguinte,vale a pena ressaltar que outros critérios qualitativos podem levar a uma escolha superdimensionada de L, provocando excesso de computação. A análise qualitativa da disposição dos zeros de F(z):

$$F(z) = \sum_{n=-L}^{L} f_n \, z^{-n} \qquad (1.41)$$

é indicativa do grau de IES. No seio da teoria de sistemas discretos, sabe-se que a presença de zeros próximos a circunferência de raio unitário (CRU) indica uma forte distorção do sistema. Em se tratando de sistemas de comunicações digitais, este fato é descrito por uma forte IES. Na verdade, em vista somente da análise qualitativa e comparativa das Figuras 1.13 - 1.15, onde são mostradas a disposição dos zeros de F(z) no plano-z para o mesmo canal da Figura 1.8 (a menos de $\Delta f = 0$), esta afirmação não é completa. Se o fosse, não se deixaria de incluir todas as amostras da resposta ao impulso . A Figura 1.15 (L = 49) mostra que os zeros estão mais próximos da CRU que os das Figuras 1.13 (L = 5) e 1.14 (L =15). Uma análise computacional exaustiva da proximidade dos zeros em relação a CRU com o crescimento de L foi realizada. Foi observado uma tendência de convergência para a CRU, tanto dos zeros internos como dos zeros externos.

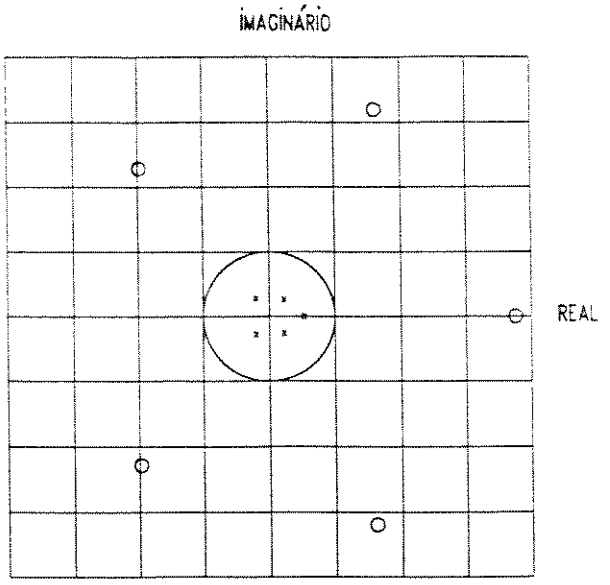


Fig.1.13 - Zeros de F(z). L=5 e ρ = 0,9. Demais parâmetros iguais aos da Figura 1.8.

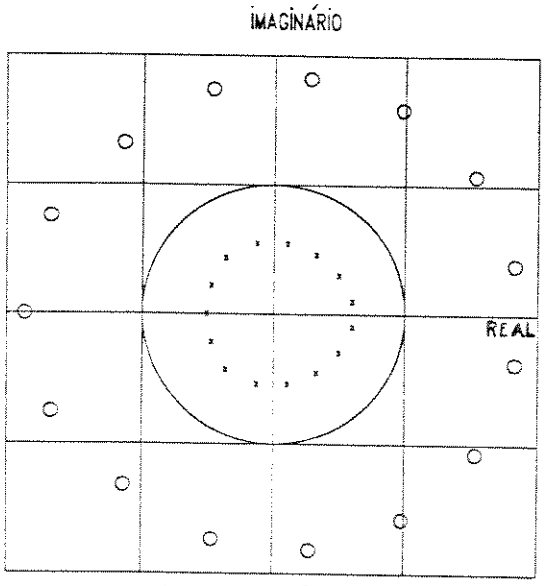


Fig.1.14 - O mesmo da Fig.1.13. L=15.

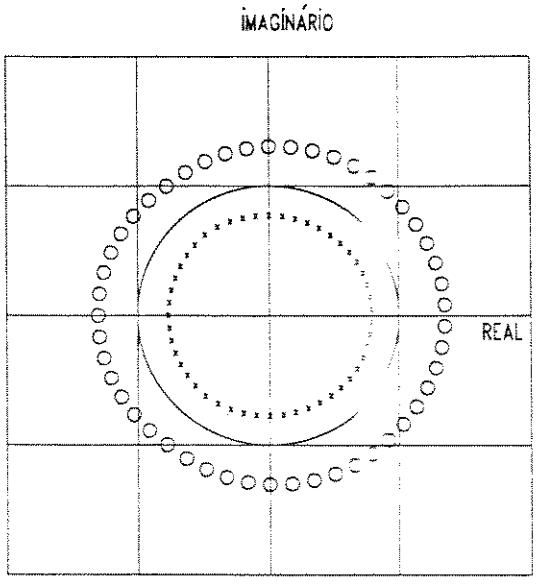


Fig.1.15 - O mesmo da Fig.1.13. L=49.

As Figuras 1.16 e 1.17 mostram os zeros para o mesmo canal e sistema da Figura 1.13, a menos de ρ = 0,95 e ρ = 0,99, respectivamente. Comparando as Figuras 1.13, 1.16 e 1.17, observa-se a migração de um zero na direção da CRU, enquanto que os outros zeros guardam praticamente as mesmas posições.
A Figura 1.18 mostra o crescimento significativo da σ^2_{IES} em função da distorção do canal de FM.

A Figura 1.19 mostra os zeros para um canal de ρ = 0,1 e L = 49. Os outros parâmetros são iguais aos da Figura 1.13. Observe a proximidade dos zeros à CRU, e no entanto a IES é extremamente baixa (Figura 1.18).

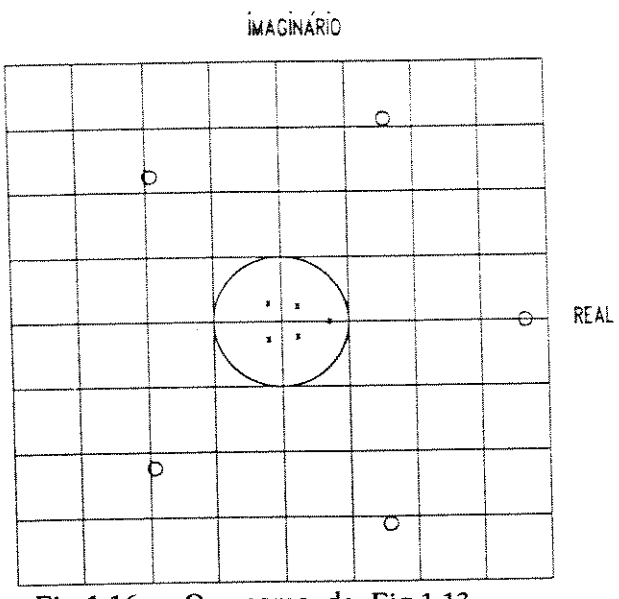


Fig.1.16 - O mesmo da Fig.1.13.
ρ = 0,95.

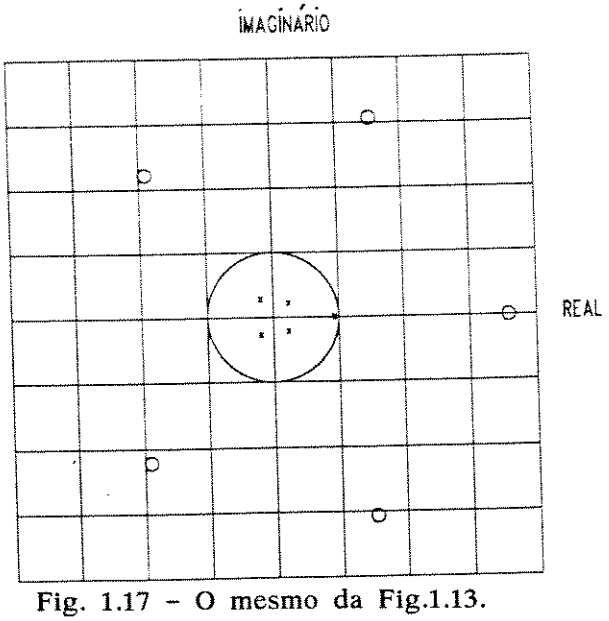


Fig. 1.17 - O mesmo da Fig.1.13.
ρ = 0,99.

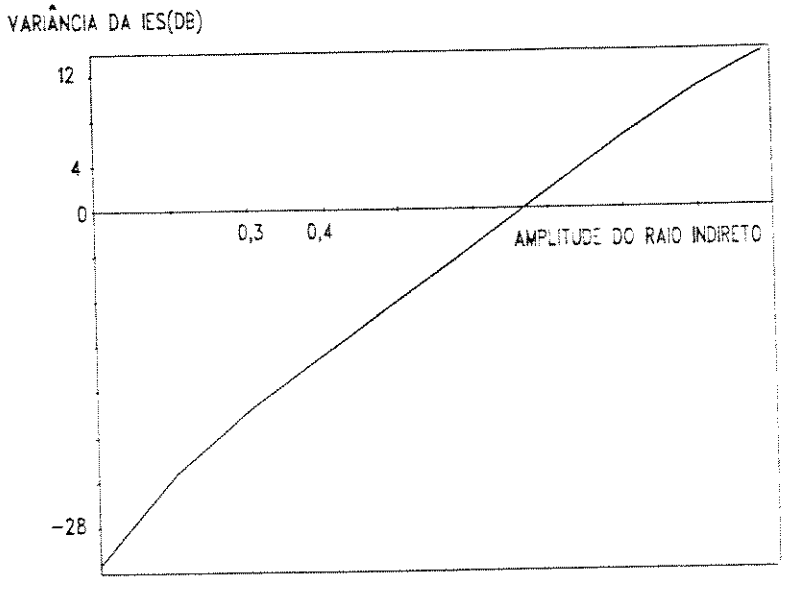


Fig.1.18 - Dependência da variância da IES com ρ (amplitude do raio indireto), para um canal analógico de FM. Demais parâmetros desta figura são os mesmos da Figura 1.13.

Portanto, pode-se completar a afirmação anterior sobre um aumento significativo da IES incluindo o sentido de relatividade da aproximação dos zeros à CRU. Isto é, ainda sob o ponto de vista qualitativo, um aumento significativo na quantidade de zeros (ou de termos) de F(z), no caso do canal de microondas, dá a falsa impressão de um aumento substancial na quantidade de IES, devido à aproximação dos zeros à CRU. A posição relativa dos zeros entre

si e a CRU é o verdadeiro responsável pelo aumento significativo ou não da IES. Como o canal tem energia finita (pois $|f_n|$ varia com n^{-3} em (1.11)) e considerando as observações feitas, a inclusão de um número excessivo de zeros (L grande em (1.40) e (1.41)) não provoca qualquer alteração importante sobre a IES. Logo, a aproximação de um canal de RII com tais características por outro canal, com RIF igual ao anterior truncado, não implica em erro considerável para os sistemas 16- e 64-QAM.

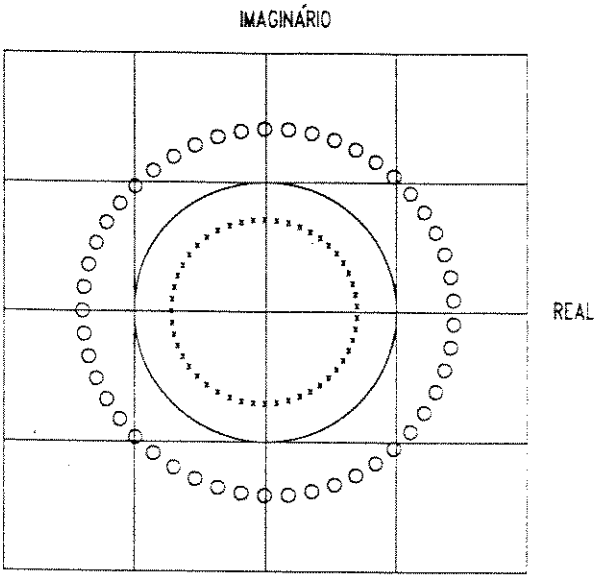


Fig.1.19 - Zeros do canal discreto de microondas, para ρ = 0,1 e L = 49. Os outros parâmetros são os mesmos da Figura 1.13.

- *Canal Discreto de Microondas: Análise Qualitativa*

Seja F(z) dado por (1.41). Vai-se colocar F(z) numa forma que permita explicitar a relação entre a resposta ao impulso f_n e os seus zeros.

$$F(z) = z^{-L} F_o(z) \qquad (1.42)$$

$$F_o(z) = f_{-L} z^{2L} + ... + f_0 z^L + ... + f_L \qquad (1.43)$$

Os zeros de $F_o(z)$, que não são nulos, são também os zeros de F(z). A expressão (1.43) indica que $F_o(z)$ possui 2L zeros: z_1, z_2, ..., z_{2L}. O teorema fundamental da álgebra permite escrever $F_o(z)$ na forma:

$$F_o(z) = f_{-L} (z - z_1)(z - z_2) ..... (z - z_{2L}) \qquad (1.44)$$

Suponha que os zeros são diferentes e postos na forma crescente, como segue:

$$|z_1| < |z_2| < \ldots < |z_\beta| \leq 1 < |z_{\beta+1}| < \ldots < |z_{2L}| \tag{1.45}$$

onde $\beta \in [1 , 2L]$. A desigualdade (1.45) indica que há β zeros no interior da CRU e $\gamma = 2L - \beta$ zeros no exterior da CRU. Fatorando $F_o(z)$ no produto de polinômios I'(z) e O'(z), com zeros dentro e fora da CRU, respectivamente:

$$F_o(z) = f_{-L}\ I'(z)\ O'(z) \tag{1.46}$$

$$I'(z) = z^{\beta}\ I(z^{-1}) \tag{1.47}$$

$$I(z^{-1}) = \prod_{i=1}^{\beta} (1 - I_i\ z^{-1}) \tag{1.48}$$

onde $z_i = I_i$, $i \in [1 , \beta]$ e $(|I_1| < |I_2| < \ldots < |I_\beta| \leq 1)$.

$$O'(z) = \delta\ z^{\gamma}\ O(z^{-1}) \tag{1.49}$$

$$\delta = (-1)^{\gamma} \prod_{l=1}^{\gamma} O_l \tag{1.50}$$

$$O(z^{-1}) = \prod_{l=1}^{\gamma} (z^{-1} - O_l^{-1}) \tag{1.51}$$

onde $z_{\beta+l} = O_l$, $l \in [1 , \gamma]$ e $(1 < |O_1| < |O_2| < \ldots < |O_\gamma|)$.

Substituindo (1.47) e (1.49) em (1.42), F(z) é escrito na forma:

$$F(z) = A\ z^{L}\ I(z^{-1}) \cdot O(z^{-1}) \quad , \quad A = f_{-L}\ \delta \tag{1.52}$$

Desenvolvendo os produtórios de $I(z^{-1})$ e $O(z^{-1})$ em (1.52):

$$F(z)=Az^{L}\left(c_0+c_1z^{-1}+\ldots+c_{\beta-1}z^{-\beta+1}+c_\beta z^{-\beta}\right)\left(d_0+d_1z^{-1}+\ldots+d_{\gamma-1}z^{-\gamma+1}+d_\gamma z^{-\gamma}\right) \tag{1.53}$$

$$\begin{aligned} c_i &= (-1)^i \sum_{(l_1,\ldots,l_i)} I_{l_1} \ldots I_{l_i} \qquad , \quad i = 1,\ldots,\beta \\ d_{\gamma-j} &= (-1)^j \sum_{(l_1,\ldots,l_j)} O_{l_1}^{-1} \ldots O_{l_j}^{-1} \qquad , \quad j = 1,\ldots,\gamma \end{aligned} \tag{1.54}$$

onde $(l_1,...,l_i)$ é uma combinação dos índices $(1,...,\beta)$ e $(l_1,...,l_j)$ é uma combinação dos índices $(1,...,\gamma)$.

Como $|I_i| < 1$, $i = 1,...,\beta$, a seqüência $|c_i|$ tem tendência a decrescer, quando i aumenta de 0 a β e $|c_0| = 1$ está próximo do máximo. A seqüência $|d_j|$ tem tendência a crescer, quando j aumenta de 0 a γ e $|d_\gamma|$ está próximo do máximo, pois $|O_j^{-1}| < 1$, $j = 1,...,\gamma$.

A fim de que possamos analisar somente o problema da IES, não nos interessa observar, no momento, a influência de A e do fator não-causal z^{-L}. Este último não implica que o canal não seja físico. Ele indica somente que o tempo entre a amostragem e a emissão do símbolo desejado durou LT segundos. Logo, de (1.53), seja a função de sistema relativa do canal $(A^{-1}z^{-L}F(z))$ dada na forma:

- para $\gamma \geq \beta$:

$$\begin{aligned}
A^{-1}z^{-L}F(z) = {} & \left[\left(d_0 + d_1z^{-1} + \ldots + d_{\gamma-1}z^{-\gamma+1} + d_\gamma z^{-\gamma}\right) c_0 + \right. \\
& \left. + \left(c_1z^{-\gamma-1} + \ldots + c_{\beta-1}z^{-2L+1} + c_\beta z^{-2L}\right) d_\gamma\right] + \\
& + \left[\left(d_0z^{-1} + \ldots + d_{\gamma-2}z^{-\gamma+1} + d_{\gamma-1}z^{-\gamma}\right) c_1 + \right. \\
& \left. + \left(c_2z^{-\gamma-1} + \ldots + c_\beta z^{-2L+1}\right) d_{\gamma-1}\right] + \\
& + \ldots\ldots + \left[\left(d_0z^{-\beta+1} + \ldots + d_{\gamma-\beta+1}z^{-\gamma}\right) c_{\beta-1} + \right. \\
& \left. + \left(c_\beta z^{-\gamma-1}\right) d_{\gamma-\beta+1}\right] + \left[\left(d_0z^{-\beta} + \ldots + d_{\gamma-\beta}z^{-\gamma}\right) c_\beta + 0 \right. \qquad \textbf{(1.55)}
\end{aligned}$$

$$A^{-1}z^{-L}F(z) = u_0(z) + u_1(z) + \ldots\ldots + u_\beta(z) \qquad \textbf{(1.56)}$$

onde:

$$u_0(z) = \left[\left(d_0 + \ldots + d_{\gamma-1}z^{-\gamma+1} + d_\gamma z^{-\gamma}\right) c_0 + \left(c_1z^{-\gamma-1} + \ldots + c_\beta z^{-2L}\right) d_\gamma\right] =$$

$$= d_0 + d_1z^{-1} + \ldots + d_{\gamma-1}z^{-\gamma+1} + d_\gamma z^{-\gamma} + c_1z^{-\gamma-1} + \ldots + c_{\beta-1}z^{-2L+1} + c_\beta z^{-2L}$$

$$\vdots$$

$$u_\beta(z) = \left(d_0 z^{-\beta} + \ldots + d_{\gamma-\beta}z^{-\gamma}\right) c_\beta$$

- para $\gamma < \beta$:

$$A^{-1} z^{-L} F(z) = [(d_0 + d_1 z^{-1} + \ldots + d_{\gamma-1} z^{-\gamma+1} + d_\gamma z^{-\gamma}) c_0 +$$

$$+ (c_1 z^{-\gamma-1} + \ldots + c_{\beta-1} z^{-2L+1} + c_\beta z^{-2L}) d_\gamma] +$$

$$+ [(d_0 z^{-1} + \ldots + d_{\gamma-2} z^{-\gamma+1} + d_{\gamma-1} z^{-\gamma}) c_1 +$$

$$+ (c_2 z^{-\gamma-1} + \ldots + c_\beta z^{-2L+1}) d_{\gamma-1}] + \ldots\ldots +$$

$$+ [(d_0 z^{-\gamma}) c_\gamma + (c_{\gamma+1} z^{-\gamma-1} + \ldots + c_\beta z^{-\beta}) d_0] \qquad \textbf{(1.57)}$$

$$A^{-1} z^{-L} F(z) = v_0(z) + v_1(z) + \ldots\ldots + v_\gamma(z) \qquad \textbf{(1.58)}$$

onde :

$$v_0(z) = d_0 + d_1 z^{-1} + \ldots + d_{\gamma-1} z^{-\gamma+1} + d_\gamma z^{-\gamma} + c_1 z^{-\gamma-1} + \ldots + c_{\beta-1} z^{-2L+1} + c_\beta z^{-2L}$$

$$\vdots$$

$$v_\gamma(z) = (d_0 z^{-\gamma}) c_\gamma + (c_{\gamma+1} z^{-\gamma-1} + \ldots + c_\beta z^{-\beta}) d_0$$

A partir de (1.56) e (1.58) (ou (1.55) e (1.57)), pode-se obter algumas informações importantes:

. os coeficientes de $A^{-1} z^{-L} F(z)$ são compostos linearmente por $(\beta + 1)$ seqüências, coeficientes de $u_i(z)$, se $\gamma \geq \beta$, ou por $(\gamma + 1)$ seqüências, coeficientes de $v_j(z)$, se $\gamma < \beta$. Os coeficientes de cada $u_i(z)$ ou $v_j(z)$ possuem uma frente de subida formada pela seqüência $|d_j|$ ou aquela truncada na cauda e atrasada, multiplicada por c_i ou c_j. Eles possuem também uma frente de descida formada pela seqüência $|c_i|$ ou aquela truncada no começo e avançada, e multiplicada por $d_{\beta-i}$ ou $d_{\gamma-j}$. Além disso, o máximo dos coeficientes de cada $u_i(z)$ ou $v_j(z)$ se acha próximo do coeficiente do termo $z^{-\gamma}$.

. à medida que o índice i ou j aumenta, a duração e a amplitude da frente de subida e de descida da seqüência dos coeficientes de $u_i(z)$ ou de $v_j(z)$ dimi-

nuem. Entre eles, os coeficientes de $u_0(z)$ ou $v_0(z)$ são mais importantes em duração e amplitude do que aqueles de $u_i(z)$ ou $v_j(z)$, onde $i,j \neq 0$. Por isso se chamará $u_0(z)$ ou $v_0(z)$ de termo principal de $A^{-1}\ z^{-L}\ F(z)$. Isto significa que os coeficientes de $u_0(z)$ ou $v_0(z)$ descrevem, a grosso modo, a resposta ao impulso relativa do canal. Considerando este fato, se pode afirmar que os zeros O_j e I_i são, respectivamente, responsáveis pela frente de subida e de descida. O coeficiente do termo $z^{-\gamma}$ em $u_0(z)$ ou $v_0(z)$ está próximo do máximo. Para um L fixo, se O_j, I_i estão próximos da CRU, a tendência de crescimento da frente de subida e de decrescimento da frente de descida é suave, indicando uma maior quantidade de interferência entre símbolos.

. pode-se caracterizar, enfim, a resposta ao impulso relativa do canal através dos coeficientes do termo principal $u_0(z)$ ou $v_0(z)$, perturbados pelos coeficientes do termo $\sum_{i\neq 0} u_i(z)$ ou $\sum_{i\neq 0} v_j(z)$. Observa-se, de (1.55) ou (1.57), que a frente de subida e de descida dos coeficientes de cada $u_i(z)$ ou $v_j(z)$ é multiplicada, respectivamente, por c_i ou c_j e $d_{\gamma-i}$ ou $d_{\gamma-j}$. Isto implica que a perturbação sobre os coeficientes da frente de subida do termo principal, que depende exclusivamente dos zeros O_j, reflete a influência dos zeros I_i na frente de subida da resposta do canal. Da mesma forma, os zeros O_j influenciam também a frente de descida da resposta ao impulso relativa do canal. Portanto, quanto mais os zeros O_j ou I_i estão afastados da CRU, mais esta perturbação é fraca e mais a frente de subida ou de descida da resposta ao impulso relativa do canal é aproximada pela frente de subida ou de descida dos parâmetros do termo principal.

De uma maneira geral, a resposta ao impulso amostrada do canal de microondas verifica toda a análise qualitativa realizada, desde que o instante de amostragem usado selecione uma amostra cujo valor esteja próximo do máximo da resposta ao impulso analógica. Sua forma apresenta uma frente de subida e uma frente de descida, como pode ser visto, por exemplo, nas Figuras 1.20 e 1.21, para o caso de um canal real onde $\rho = 0{,}9$, $\Delta f = 0$ e $L = 3$ (todos os outros parâmetros do sistema têm os mesmos valores usados para a Figura 1.13). Portanto, há zeros fora e dentro da CRU, caracterizando o canal como de fase não-mínima. A Figura 1.21 mostra o diagrama de zeros deste canal.

Ainda considerando este exemplo, a Tabela T1 compara os coeficientes complexos dos termos z^{-k}, $k = 0, \ldots, 6$, das funções $u_j(z)$, $j = 0,1,2,3$, definidas em (1.56), e do canal relativo $B_c(z) = A^{-1}\ z^{-3}\ F(z)$, onde:

$$F(z) = -0{,}0155\ z^{3} + 0{,}0324\ z^{2} - 0{,}0847\ z + 0{,}8629\ z^{0} -$$

$$- 0{,}4905\ z^{-1} + 0{,}0727\ z^{-2} - 0{,}0296\ z^{-3} \qquad \textbf{(1.59)}$$

Vê-se, claramente, que os coeficientes da perturbação $\sum_{i\neq 0} u_i(z)$ têm amplitudes pequenas em relação aos de $u_0(z)$. A análise da Tabela T2, com os mesmos parâmetros da Tabela T1, a menos de $\rho = 0{,}1$,também permite a mesma conclusão, sendo que, neste último caso, os zeros se encontram mais afastados da CRU que no primeiro, e: $F(z) = -0{,}0003\ z^{3} + 0{,}0007\ z^{2} - 0{,}0024\ z^{1} + 1{,}0000\ z^{0} -$ $- 0{,}0032\ z^{-1} + 0{,}0009\ z^{-2} - 0{,}0004\ z^{-3}$.

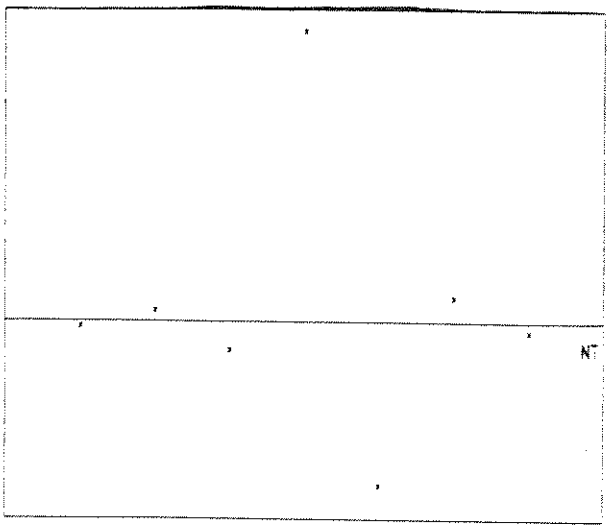


Fig.1.20 - Resposta ao impulso amostrada do canal de microondas real. ρ=0,9 e L = 3. Demais parâmetros idênticos aos da Figura 1.13.

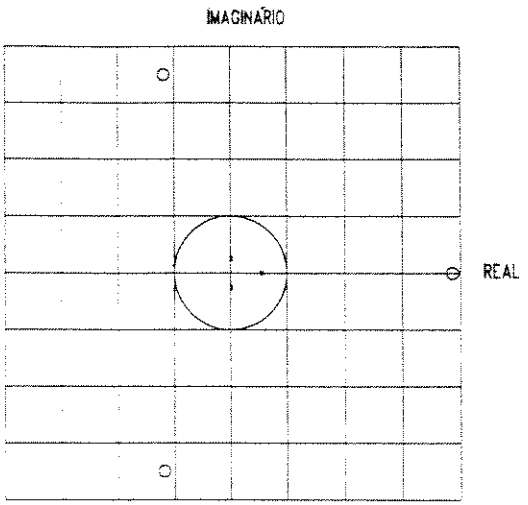


Fig.1.21 - Diagrama de zeros para o caso mostrado na Figura 1.20.

ρ=0,9	coeficientes complexos de $u_i(z)$ e $B_c(z)$ nos termos z^{-k}, k = 0,...,6						
atraso	z^{0}	z^{-1}	z^{-2}	z^{-3}	z^{-4}	z^{-5}	z^{-6}
$u_0(z)$	-0,0189	0,0285	-0,0849	1,0	-0,5903	0,0855	-0,0362
$u_1(z)$	0	0,0112	-0,0168	0,0501	-0,0073	0,0031	0
$u_2(z)$	0	0	-0,0016	0,0024	-0,0010	0	0
$u_3(z)$	0	0	0	0,0007	0	0	0
$B_c(z)$	-0,0189	0,0397	-0,1033	1,0552	-0,5986	0,0886	-0,0362

Tabela T1 - Polinômios $u_i(z)$, i = 0,...,3 , definidos na expressão (1.52), e a resposta ao impulso relativa do canal $B_c(z) = A^{-1}\ z^{-3}\ F(z)$. L = 3, Δf = 0 e ρ = 0,9. Os outros parâmetros são idênticos àqueles usados para obtenção da Figura 1.13.

ρ=0,1	coeficientes complexos de $u_i(z)$ e $B_c(z)$ nos termos z^{-k}, k = 0,...,6						
atraso	z^0	z^{-1}	z^{-2}	z^{-3}	z^{-4}	z^{-5}	z^{-6}
$u_0(z)$	-0,0003	0,0008	-0,0024	1,0	-0,0033	0,0009	-0,0003
$u_1(z)$	0	0	0	0	0	0	0
$u_2(z)$	0	0	0	0	0	0	0
$u_3(z)$	0	0	0	0	0	0	0
$B_c(z)$	-0,0003	0,0008	-0,0024	1,0	-0,0033	0,0009	-0,0003

Tabela T2 - Polinômios $u_i(z)$, i = 0,...,3 , definidos na expressão (1.56), e a resposta ao impulso relativa do canal $B_c(z) = A^{-1} z^{-3} F(z)$. L = 3, Δf = 0 e ρ = 0,1. Os outros parâmetros são idênticos àqueles usados para a obtenção da Figura 1.13.

A mesma análise é válida para L = 5. Um número extenso de casos (combinações entre ρ e Δf) foram verificados satisfazer a análise qualitativa descrita, com o instante (fase) de amostragem calculado pela expressão (1.61), do item 1.5. Os resultados confirmam a característica de fase não-mínima do canal.

1.5 - DISPOSITIVOS DE CONTRAMEDIDAS

No item de introdução da parte I da tese descreveu-se em linhas gerais os principais dispositivos de contramedidas que, atuando individual ou conjuntamente, procuram colocar o sistema de microondas nos níveis de operação normal.

Neste item pretende-se colocar seus princípios básicos, definir índices de desempenhos apropriados para sistemas de microondas e descrever o comportamento de outros dispositivos dos receptores adaptativos igualmente importantes, tais como circuitos de recuperação de ritmo e recuperação da fase da portadora.

1.5.1 - Sincronização

Antes da regeneração do símbolo ser efetuada, um sistema de comunicação digital coerente deve recuperar seu sincronismo: de ritmo e de portadora. Ambos circuitos devem extrair suas referências do sinal recebido e, para

evitar excessiva interrupção ou indisponibilidade do sistema, devem ser robustos às distorções introduzidas pelo desvanecimento por multipercursos. Se a sincronização é perdida, uma vez que as condições de propagação melhorem, a reaquisição deve ser rápida o suficiente a fim de colocar o sistema em disponibilidade, dentro de uma pequena margem de incerteza das referências.

O papel dos dispositivos de sincronização é essencial e, em geral, dependentes dos dispositivos de contramedidas, conforme o esquema mostrado na Figura 1.22, para o caso da equalização em banda básica. Como se vê, os desempenhos obtidos pelo receptor não são somente função da capacidade do dispositivo de contramedidas (no caso, equalização) em corrigir as distorções do canal. Eles dependem, também, da capacidade dos dispositivos de sincronização em obter as referências próximas às ótimas, mesmo em presença de perturbações fortes [11], [16]. Nos dois sub-itens seguintes, o estudo do sincronismo será feito num ambiente de equalização.

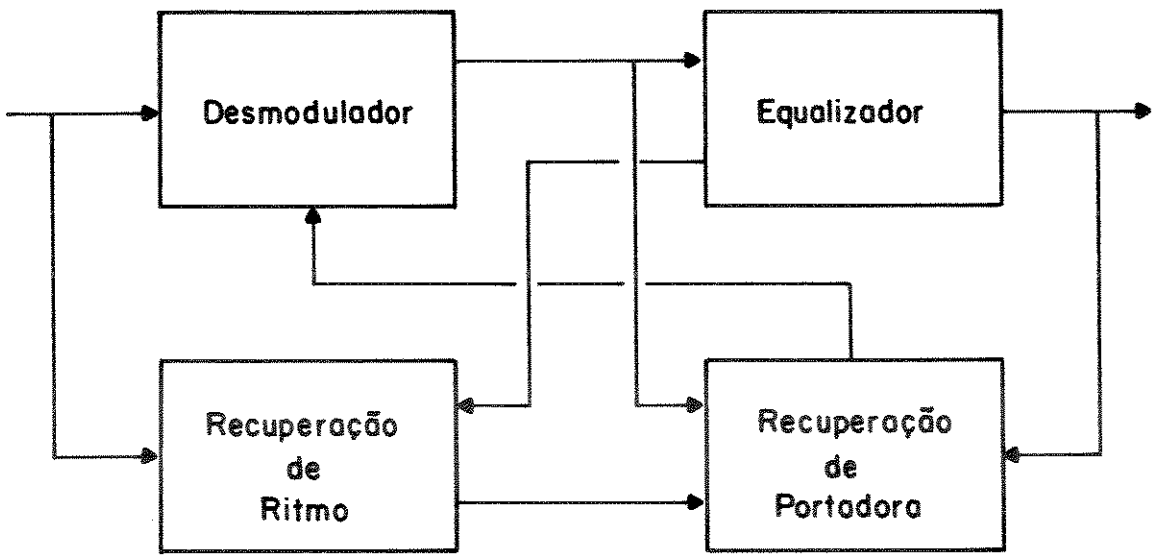


Fig.1.22 - Esquema do princípio do receptor adaptativo com equalização em banda básica.

1.5.1.1 - Recuperação da Portadora

Os sistemas que utilizam modulações com elevado número de estados têm, na recuperação da portadora, um problema delicado. Ela só pode ser realizada corretamente fazendo uso dos sinais equalizados. Isto introduz, portanto, um acoplamento entre as operações de equalização e de recuperação da portadora [46]. Como não nos interessa, no momento, o estudo deste acoplamento, se irá

supor poder utilizar a fase ϕ da desmodulação minimizando o erro quadrático médio nos instantes de amostragem. Ela é dada por [43],[46]:

$$\phi = - \text{Arg } [f(t_0)] \qquad (1.60)$$

Isto corresponde à anulação da parte imaginária da amostra central de f(t) (expressão (1.39)).

Será suposto que o circuito de recuperação de portadora despreza qualquer tremor de fase, ficando fixo no valor determinado por (1.60), a menos que o canal mude pelo menos um de seus parâmetros.

Considerando as suposições acima, os desempenhos dos equalizadores lineares são independentes da fase da desmodulação utilizada, pois estes, através do seu coeficiente central, permitem corrigir também a fase ϕ. Entretanto, nesta tese se irá utilizar ϕ dado por (1.60).

1.5.1.2 - Recuperação de Ritmo

A fim de se fazer a recuperação de ritmo no receptor, um sinal ciclo-estacionário, tendo um período igual a T e média não-nula, é obtido do sinal recebido em freqüência intermediária, por exemplo. O seu valor esperado (ou média) é uma função determinística e periódica no tempo, sendo que a fase da componente fundamental, na representação de Fourier, cuja freqüência é o próprio ritmo da transmissão de dados, fornece o sincronismo do relógio. Para obter-se este sinal de média não-nula, é necessário um circuito não-linear, sendo normalmente escolhida uma não-linearidade quadrática. Este procedimento, aplicado aos sistemas de microondas, fornece um instante de amostragem t_0 dado por [43]:

$$t_0 = - \frac{T}{2\pi} \text{Arg } [1 + \rho^2 e^{-j2\pi\tau/T} - 2 \rho \cos 2\pi\Delta f\tau \; e^{-j\pi\tau/T}] \qquad (1.61)$$

A principal vantagem no uso do circuito de recuperação de ritmo acima é o desacoplamento entre este circuito e o equalizador. O preço pago para isto é que esta não é a estrutura receptora ótima desejada. Esta última, leva em conta a otimização conjunta do instante de amostragem e do equalizador [19]. Esta otimização conjunta, por seu lado, forçosamente aumenta o tempo para a

obtenção de convergência do receptor e, além disso, pode levar o sistema à condição de instabilidade, caso haja a presença de mínimos locais na função custo do algoritmo conjunto [47].

O instante de amostragem dado por (1.61) maximiza a potência média do sinal amostrado e está próximo, na média, do valor ótimo relativo aos desempenhos do equalizador [47].

Como no caso do circuito de recuperação da fase da portadora, será suposto que o tremor da fase de amostragem fica dentro de limites aceitáveis e sua influência sobre o desempenho do sistema pode ser desprezado [47].

Apesar de que nesta tese se está preocupado com os transientes, não serão estudados os seus efeitos sobre os algoritmos de recuperação de fase ϕ da portadora e de fase da amostragem t_0.

1.5.1.3 - A Influência dos Desvanecimentos Seletivos Sobre a Recuperação do Ritmo

A expressão (1.61), que dá o valor do instante de amostragem módulo T, permite examinar o efeito dos desvanecimentos seletivos sobre a recuperação de ritmo, em particular quando dos fenômenos de transição analógica: fase mínima $\overset{\Rightarrow}{\Leftarrow}$ fase não-mínima. Este estudo já foi realizado [22] e nesta tese será retomado enfocando aspectos digitais.

Para $\rho = 1$ (transição analógica com passagem pelo infinito de B, profundidade do "notch"), o valor da fase de amostragem t_0^{∞}, depende do deslocamento Δf do "notch" em relação à portadora [43], ou seja:

$$\text{se } |\Delta f| > \Delta f_0 \text{ , } t_0^{\infty} = \tau / 2$$

$$\text{se } |\Delta f| < \Delta f_0 \text{ , } t_0^{\infty} = \begin{cases} (\tau - T)/2, \text{para um desvanecimento de FM .} \\ (\tau + T)/2, \text{para um desvanecimento de FNM.} \end{cases}$$

com $\Delta f_0 \cong 1 / (2\ T)$.

A Figura 1.23 ilustra as variações de t_0, em função das características do desvanecimento. Pode-se observar que t_0 varia continuamente em função de B, para um dado Δf. Estas variações são simétricas relativas a um eixo passando por $t_0 = \tau / 2$, para os dois tipos de desvanecimentos.

É aparente que, em presença de transições, o instante de amostragem é função das transições anteriores. Seja, por exemplo, o caso de um desvanecimento de FM com $\Delta f = 0$ (centrado), que aparece a partir das condições normais de propagação, e evolui até atingir uma profundidade infinita ($\rho = 1$), tornando-se do tipo FNM^t e, depois, desaparece progressivamente. Neste caso, t_0 varia primeiramente de 0 a $(\tau - T) / 2$ (caminho 1 na Figura 1.23) , e em seguida de $(\tau - T) / 2$ a $(\tau - T)$ (caminho 2).

Para $|\Delta f| > |\Delta f_0|$ este fenômeno de translação do instante de amostragem não se produz, pois o valor de t_0^{∞} é o mesmo para os desvanecimentos FM ou FNM.

Por outro lado, medidas realizadas [16] indicam que Δf pode variar com B fixo. Pode-se supor, portanto, a possibilidade de ser encontrado o caminho 2' na Figura 1.23. Isto é, uma vez que a transição descrita anteriormente tenha ocorrido, ao invés de desaparecer progressivamente, sua descentralização (Δf) pode variar e tornar-se, em módulo, superior a $|\Delta f_0|$, e a variação de t_0 pode tornar-se aquela da curva mais inferior da Figura 1.23.

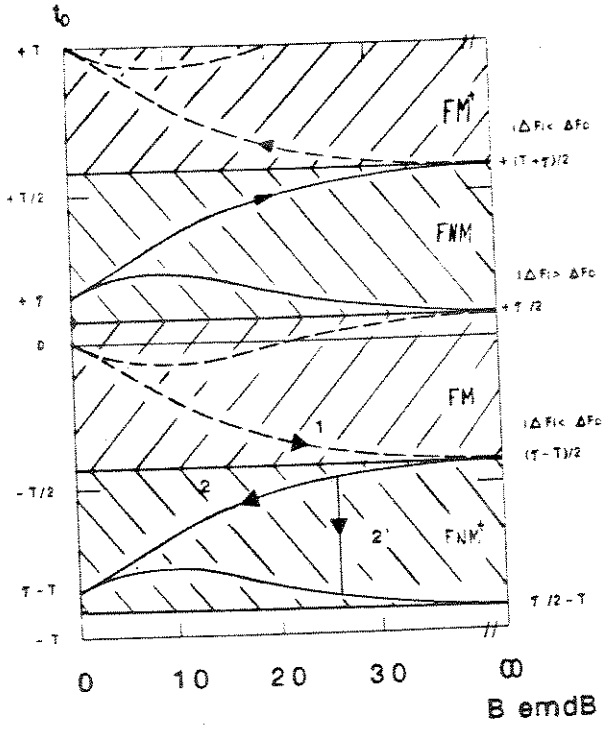


Fig.1.23 - Instante de amostragem em função das características do desvanecimento - linhas tracejadas : desvanecimento analógico do tipo FM; linhas contínuas : desvanecimento analógico do tipo FNM. As regiões hachuriadas indicam quatro tipos de canais : FM, FNM, FM^t e FNM^t. O índice superior (t) indica transição.

Uma sucessão de seqüências, tais como aquelas que foram descritas, é suscetível de provocar um deslocamento do instante de amostragem que pode atingir várias vezes o período T. Estas variações de t_0, que são equivalentes às transições do coeficiente de referência do equalizador, têm uma influência direta sobre o seu comportamento [22], [32], [48], [49].

Supondo a existência de um dispositivo de reinicialização do equalizador quando das passagens pelas condições normais de propagação [22], pode-se considerar os fenômenos de desvanecimento que levam em conta somente uma transição. Neste caso se pode caracterizar quatro tipos de canais: FM, FNM, FM^t e FNM^t, os dois últimos resultando de uma só transição (t) . A distinção entre eles é feita pelo valor da fase de amostragem. Na Figura 1.23 também se encontram indicados estes quatro tipos de canais e suas respectivas regiões de definição (intervalos de t_0).

A Figura 1.24 mostra o efeito da passagem do canal de FNM analógico para o canal de FM^t analógico sobre a resposta ao impulso amostrada representada pelo diagrama de zeros de F(z). Os parâmetros do canal são aqueles da Figura 1.13, a menos de ρ. Observe que um zero passa do exterior para o interior da CRU. Isto é indicativo de instabilidade e/ou divergência na equalização. O zero passa do exterior para o interior da CRU devido ao aumento do comprimento da frente de descida de F(z), e conseqüente diminuição de sua frente de subida, ou seja, há um deslocamento de uma unidade temporal T da amostra principal na direção póscursora (para a esquerda), como pode ser visto na Figura 1.25, onde estão dispostas as respostas ao impulso amostradas antes e depois da passagem da condição de FNM $\Rightarrow$ FM^t analógica. Sob o ponto de vista da equalização que faz uso de símbolos já decididos em estruturas realimentadas, este deslocamento pode ser prejudicial, haja visto que o instante de referência para a equalização é posto numa determinada posição na condição do canal de FNM analógica e deve ser modificada convenientemente quando há a transição para o canal de FM^t analógica. Este problema não acontece na transição FM $\Rightarrow$ FNM^t.

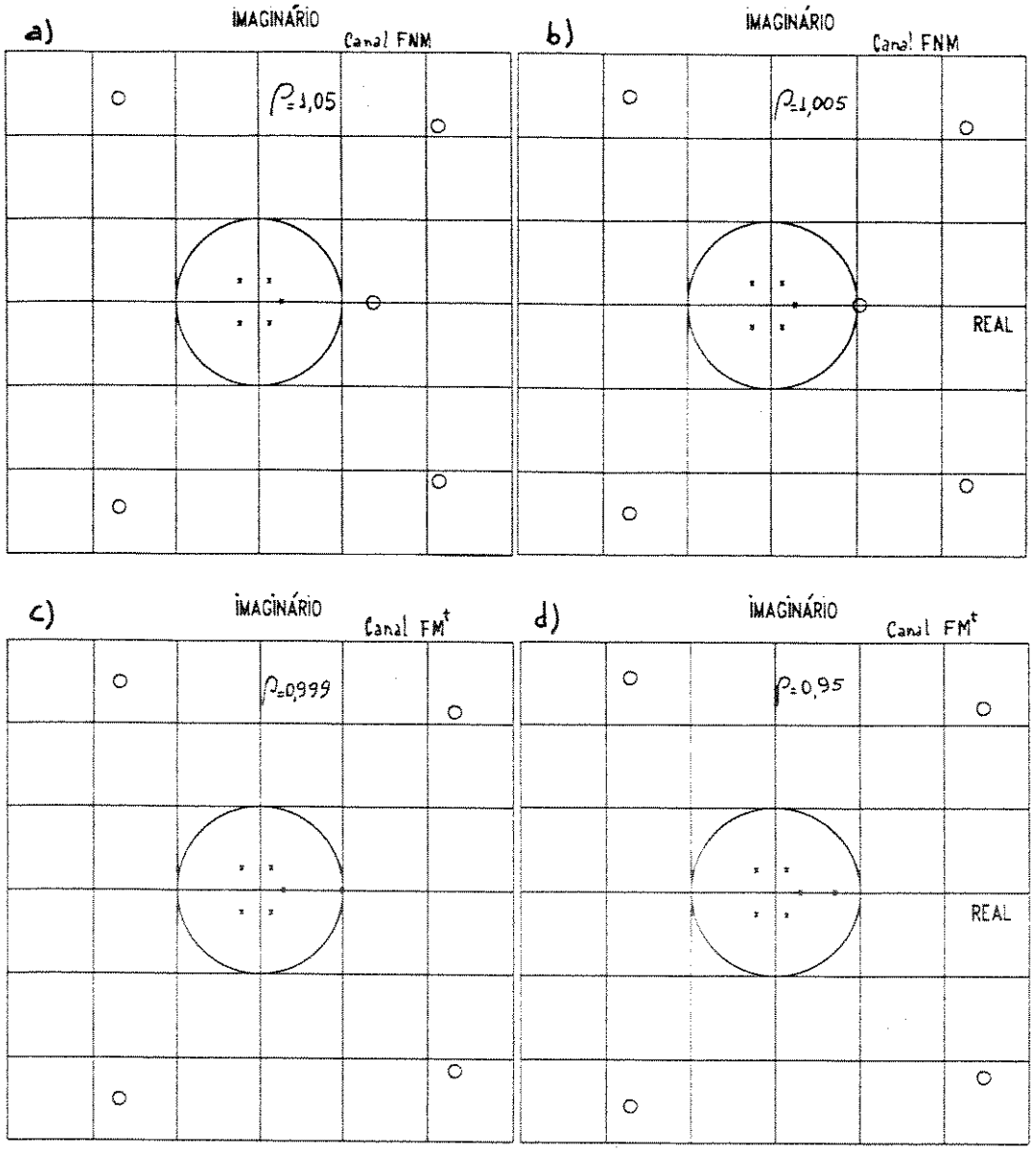


Fig.1.24 - Efeito da passagem do canal analógico de FNM para FM^t mostrado pelos diagramas de zeros de F(z) de (a) até (d). Vê-se claramente a migração de um zero externo a CRU para o seu interior.ρ está definido nos diagramas e os demais parâmetros são iguais aos da Fig.1.13.

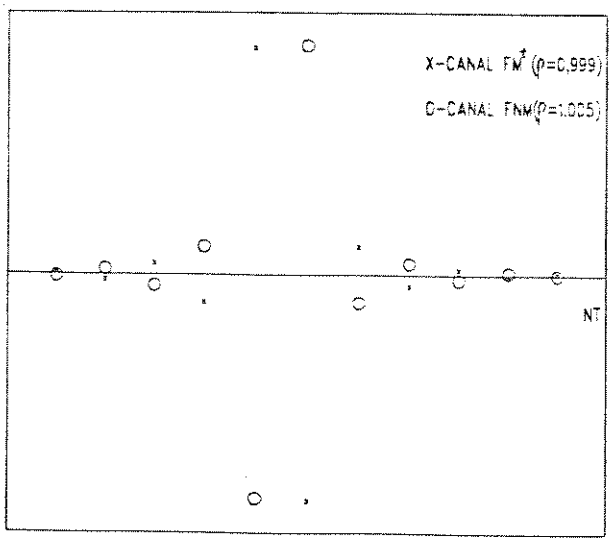


Fig.1.25 - Respostas ao impulso amostradas reais do canal de microondas na condição de transição de FNM para FM^t. ρ está definido na figura e os demais parâmetros são idênticos àqueles da Figura 1.13.

1.5.2 - Índices de Desempenho Estáticos Exclusivos dos Sistemas de Microondas:

No item 1.2 foram definidos qualitativamente vários índices de desempenho associados, de uma maneira geral, aos sistemas de transmissão digital. Neste item se irá definir outros índices que são exclusivamente aplicados aos sistemas de microondas.

1.5.2.1 - Assinatura de um Sistema de Microondas

Desde sua aparição [50] em 1978, a noção de assinatura tornou-se a representação mais utilizada para caracterizar os desempenhos estáticos de um sistema de microondas digital na presença de desvanecimentos seletivos.

O traçado da curva de assinatura de um equipamento só pode ser efetuado a partir de um modelo de propagação dado, sem necessitar do conhecimento das estatísticas dos parâmetros do modelo. As assinaturas podem ser obtidas de maneira analítica, ou a partir de medidas efetuadas em laboratório ao inserir entre o transmissor e o receptor um simulador de desvanecimentos seletivos.

A assinatura pode ser obtida com base no modelo apresentado no item 1.4, sendo descrito a seguir. Sejam os parâmetros a serem variados B e Δf. No plano

(B,Δf) a assinatura é constituida pelo conjunto dos pontos cujos valores das coordenadas satisfazem um determinado critério. Normalmente são considerados como critérios: Probabilidade de erro constante e igual a um limiar de indisponibilidade do sistema ou nível de fechamento do olho.

A curva assim obtida, cuja forma geral é mostrada na Figura 1.26, separa o plano (B,Δf) em dois domínios complementares que correspondem, um, a um sistema em disponibilidade e, o outro, a um sistema indisponível.

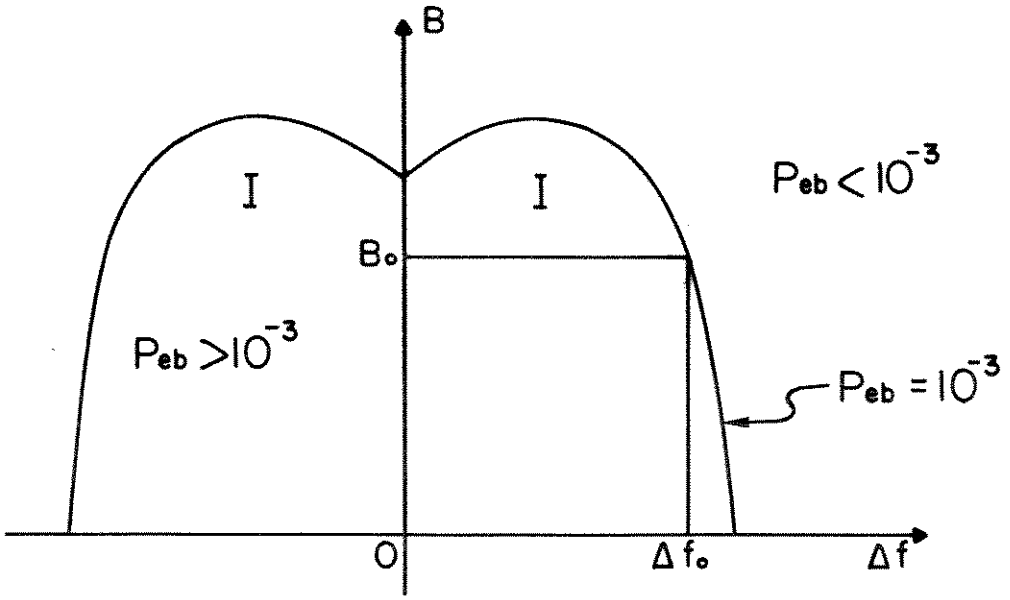


Fig.1.26 - Forma geral de uma assinatura traçada para uma probabilidade de bits errados (P_{eb}) de 10^{-3}. A região I indica sistema indisponível.

A noção de assinatura apresentada supõe que o canal de transmissão é estacionário e ignora, conseqüentemente, todos os efeitos relativos à evolução dinâmica do canal.

Ela não leva em conta as dificuldades encontradas pelos dispositivos adaptativos do receptor que tem que seguir as variações lentas ou rápidas do canal. Por exemplo, quando há os fenômenos de transição, o receptor deve se adaptar, rapidamente, à inversão do tipo de desvanecimento.

Ela também ignora os fenômenos de histerese que afetam os sistemas reais [16] e atrasam, quando a sincronização é perdida, a reconvergência do receptor, mesmo que as condições de propagação tenham já se tornado satisfatórias.

Portanto, considerando as limitações desta figura de avaliação de desempenho

dos sistemas de microondas digitais e a preocupação principal desta tese em se deter sobre aspectos transientes do sistema, pouco uso se fará das assinaturas. Porém, apesar destas limitações, as assinaturas de convergência e divergência fornecem os domínios dos parâmetros do canal nos quais os sistemas alcançam as condições de convergência para referências ótimas, permanecendo estável, e de divergência, quando o circuito do receptor analisado perde sua estabilidade, podendo até divergir. Embora não tenham caracter eminentemente dinâmico, as assinaturas de convergência e de divergência caracterizam referências sobre as transições do sistema.

1.5.2.2 - Porcentagem do Tempo de Indisponibilidade do Sistema

O parâmetro mais representativo para medir a eficácia dos dispositivos de contramedidas é o fator de redução do tempo de interrupção ou indisponibilidade (FRI) do sistema, medido sobre um período significativo. Ele depende, às vezes, das características dos equipamentos e das condições de propagação no lance considerado.

É possível, a partir da assinatura de um sistema, obter uma estimação da porcentagem do tempo de interrupção (TI), ou da probabilidade de interrupção P_I, condicionalmente à presença dos desvanecimentos seletivos. TI ou P_I pode ser obtida integrando a densidade de probabilidade conjunta dos parâmetros $p(B,\Delta f)$ do modelo de propagação, na região I do espaço de parâmetros onde o sistema está indisponível (veja a Figura 1.26). A expressão (1.62) explicita esta definição para TI.

$$TI = 100 \iint_I p(B,\Delta f)\ dB\ d\Delta f \qquad (1.62)$$

A densidade de probabilidade conjunta $p(B,\Delta f)$ tem sido objeto de estudo em diversos trabalhos experimentais [45],[51]. Supondo que B e Δf são independentes e com densidades de probabilidades uniformes nas regiões de interesse, se pode definir o fator de redução de assinatura ou melhoria (M), provocada pelo dispositivo, como sendo a relação entre as TI's sem e com o uso do dispositivo de contramedidas, para um mesmo tipo de desvanecimento (FM, FNM, FM^t, FNM^t). Logo M é dado por:

$$M = \frac{\iint_{I_s} dB \; d\Delta f}{\iint_{I_c} dB \; d\Delta f} \qquad (1.63)$$

onde I_s e I_c são as regiões de indisponibilidade do sistema sem e com o dispositivo de contramedidas, respectivamente. Portanto, M é uma relação entre as áreas de I_s e I_c.

Existem mais dois tipos de índices muito utilizados na análise do desempenho dos sistemas de microondas: margem bruta e margem líquida. Neste trabalho o conceito de margem não será utilizado, pois as informações obtidas em sua análise também são fornecidas pelos índices de distorção maximal e erro quadrático médio, ou ainda através das melhorias [11],[20].

Nos próximos três itens serão descritos os principais dispositivos de contramedidas utilizados nos sistemas de microondas digitais, as principais estruturas e serão dados valores representativos dos índices de desempenhos.

1.5.3 - Diversidade em Espaço

A inclusão de uma segunda antena para melhorar a recepção do sinal é uma técnica já antiga, pois ela também é utilizada nos sistemas de microondas analógicos.

Se a distância vertical ou horizontal entre os centros das duas antenas de recepção é suficientemente grande em comparação com o comprimento de onda da portadora transmitida [52],[53], os valores dos desvanecimentos medidos em freqüência comum nas duas antenas são, em primeira aproximação, descorrelatados. Esta é a base estatística para os diversos tipos de diversidade de espaço, tais como [11]:

. *diversidade por comutação* - os sinais recebidos das duas antenas são tratados por dois canais de recepção distintos. A eleição de um deles pode ser feita pela potência máxima recebida ou pela taxa de bits errados mínima.

. *diversidade por combinação* - os sinais são combinados para produzir uma potência máxima ou, em antifase, para anular o raio indireto, ou ainda para produzir uma distorção mínima.

Estes tipos de diversidade em espaço se diferenciam entre si tanto em desempenho como em complexidade de estruturas. Porém, de um modo geral, eles melhoram a estatística dos desvanecimentos que afetam o receptor e reduzem as distorções médias do sinal recebido em diversidade. Melhorias obtidas entre 3 e 50 atestam suas ações benéficas e marcam suas diferenças [11].

As técnicas de diversidade de espaço, bem como diversidade em freqüência ou em fase, são de alto custo e somente utilizadas nos lances onde há alta incidência de desvanecimentos profundos. Nestes casos, normalmente, atuam de forma conjunta com outros dispositivos de contramedidas.

1.5.4 - Equalizadores com Controle no Domínio da Freqüência

O princípio de corrigir as distorções devido à propagação por filtragem adaptativa em freqüência intermediária (FI) do sinal recebido foi utilizado desde os primeiros sistemas rádio-digitais de alta capacidade [54]. O filtro tem uma determinada função de transferência e depende de um número restrito de parâmetros (típicamente um ou dois).

Como as informações sobre a fase ou atraso de grupo do canal não são disponíveis com o uso de estatísticas de ordem 2, o objetivo é o de tentar tornar plana a amplitude da resposta em freqüência do conjunto (canal + equalizador), ao restaurar a forma da densidade espectral de potência (DEP) do sinal recebido. Para isso, são utilizados filtros de faixas espectrais estreitas, após o sinal ter passado pelo equalizador, cujas potências de saída são comparadas às potências desejadas em freqüências fixas e simétricas na faixa de Nyquist. As informações das comparações são utilizadas para reajustar os parâmetros variáveis do equalizador. A Figura 1.27 apresenta um esquema geral de um equalizador com controle no domínio da freqüência no módulo FI de um receptor, utilizando três filtros estreitos. Um número maior de filtragens estreitas pode ser usado a fim de tornar a DEP do sinal equalizado o mais próximo possível da DEP do sinal transmitido. Isto, porém, aumenta a complexidade do equalizador.

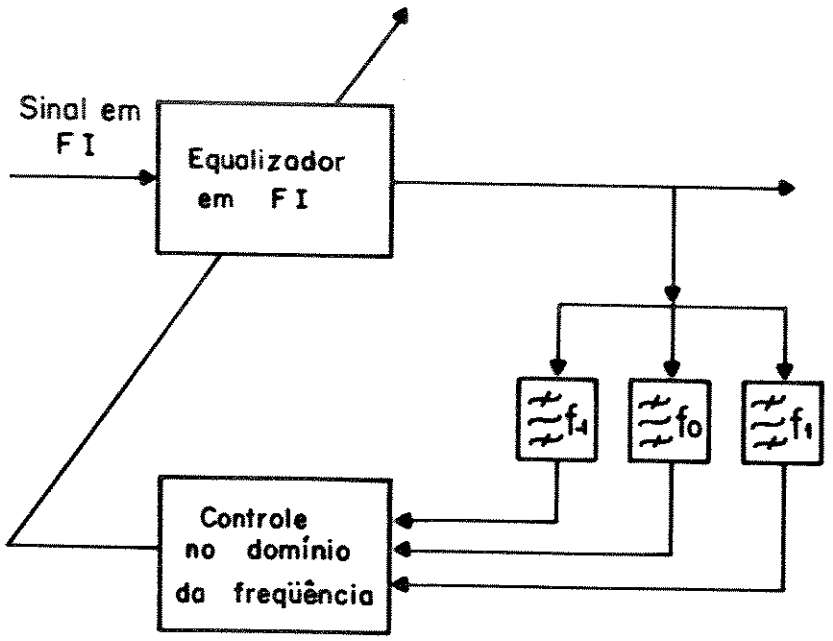
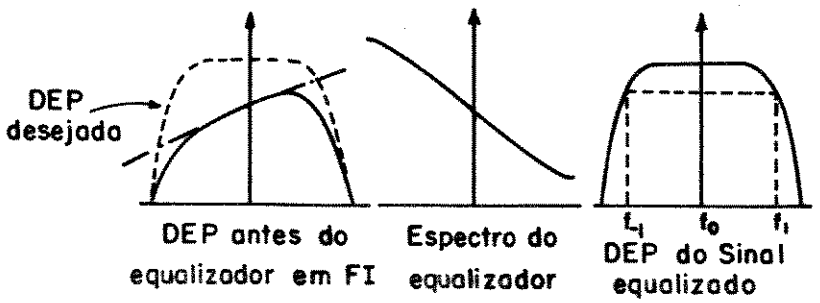


Fig.1.27 - Esquema geral de um equalizador com controle no domínio da freqüência à nível de FI. f_i, i = -1, 0, 1, são as freqüências centrais dos filtros estreitos (f_{-1} e f_1 são simétricas em relação a f_0).

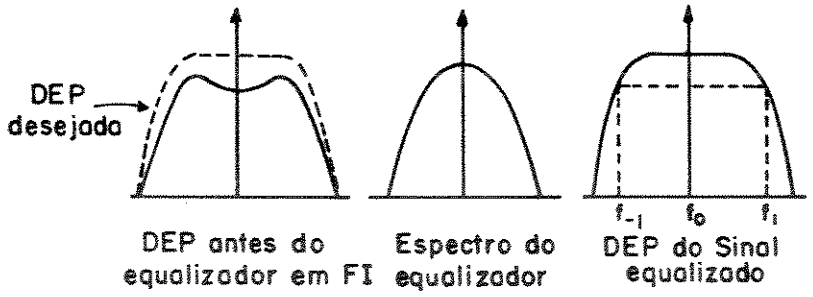
Uma classificação para os diversos tipos destes equalizadores é dada a seguir:

- *Correção Linear na Faixa*: freqüentemente a distorção na amplitude da resposta em freqüência do sinal tem a forma aproximadamente linear. Isto se dá quando o "notch" está fora da faixa do sinal. Logo o primeiro tipo de equalizador no domínio da ferqüência desenvolvido [54] foi um equalizador com inclinação de amplitude linear, freqüentemente referido na literatura como "slope equalizer". Sua função é introduzir uma inclinação inversa à do canal, nas características de amplitude da sua resposta em freqüência. A Figura 1.28.a ilustra a atuação deste tipo de equalizador. Como as distorções de atraso de grupo se concentram em torno da freqüência do "notch" (veja a Figura 1.6), o atraso de grupo do canal é praticamente constante na faixa de freqüência de interesse do sinal, quando o "notch" está fora desta faixa. Logo, normalmente este tipo de equalizador é projetado para ter fase linear. Se o "notch" está dentro da faixa, a distorção na amplitude da resposta em freqüência do sinal não mais apresenta características lineares em toda a faixa. Conseqüentemente, o "slope equalizer" sózinho não compensa substancialmente tal distorção. Logo, o principal efeito deste tipo de equalizador nas assinaturas dos sistemas é reduzir sua banda de freqüência.

- *Equalizadores de ressonância fixa*: caracterizam-se, basicamente, pela fixação de uma freqüência ressonante, em f_0, no filtro ressoador (equalizador) com fator de qualidade Q de ressonância variável dentro de limites que asseguram a estabilidade dos circuitos. Seu objetivo principal é combater as distorções quadráticas centradas na característica de amplitude da resposta em freqüência do sinal recebido. Logo, ele possui uma forma espectral quadrática côncava, exemplificada na Figura 1.28.b. Como ele tem sua freqüência de ressonância fixa, os desvanecimentos seletivos, cujas dinâmicas envolvem variações em Δf,são corrigidos mais fracamente se $\Delta f \neq 0$.



(a)



(b)

Fig.1.28 - Espectros dos sinais antes e depois da equalização: a) para uma distorção linear em amplitude na banda passante do sinal, com o "notch" fora da faixa; b) para uma distorção quadrática em amplitude na banda passante do sinal, com o "notch" no centro da faixa.

Estes equalizadores têm características de atraso de grupo normalmente côncavas. Logo, as distorções centradas são corrigidas eficazmente quando o canal analógico é de fase mínima. Se ele é de fase não-mínima, elas são aproximadamente dobradas, podendo anular os efeitos da correção em amplitude. Portanto, neste caso, o desempenho global é dependente da estatística de aparecimento

dos dois tipos de desvanecimento. Por outro lado, se estes equalizadores possuem fase linear (atraso de grupo constante) na faixa de interesse, seu desempenho será aproximadamente o mesmo nas duas condições de fase do canal analógico.

Enfim, uma combinação em série de uma equalizador de correção linear com um equalizador de ressonância fixa pode ser tentada para opor-se às distorções com "notch" dentro da faixa e $\Delta f \neq 0$. Isto será feito no capítulo 2 desta parte da tese.

- *Equalizadores de Ressonância Variável*: produzem respostas em freqüência que aproximam a inversa das características do canal (eq.(1.28)) dinâmicamente. Eles consistem de um filtro ressoador cujo o fator de qualidade Q e a freqüência ressonante f_0 são controlados para rastrear o movimento do "notch", aumentando a complexidade dos circuitos em relação aos outros dois tipos supracitados. Na literatura este tipo de equalizador é chamado de "notch equalizer", e apresenta a mesma limitação dos equalizadores de ressonância fixa quanto à fase do canal analógico.

Os equalizadores com controle no domínio da freqüência são geralmente considerados simples e de baixo custo comparados a diversidade em espaço, além de funcionarem independentemente dos outros subconjuntos adaptativos do receptor. Seus desempenhos individuais medidos através de melhorias alcançam valores entre 2 e 9. Quando atuando em conjunto com a diversidade em espaço, o efeito sinergístico é observado, elevando a melhoria para ordem das centenas.

A natureza aproximada desta equalização implica numa distorção residual que não pode ser evitada. Portanto, esta técnica de contramedida é algumas vezes adequada para sistemas com modulação complexa moderada. Por outro lado, em sistemas com maior aproveitamento da faixa espectral (64-QAM e 256-QAM), seu papel é geralmente suplementar à equalização com controle no domínio do tempo, a ser discutido no item seguinte.

1.5.5 - Equalizadores com Controle no Domínio do Tempo

Estes equalizadores têm por objetivo principal restaurar a forma de cada pulso transmitido, utilizando as observações temporais do sinal recebido e não suas características espectrais. Desta forma, eles combatem diretamente a IES

provenientes da distorção do canal em fase e do canal em quadratura, no caso da modulação bidimensional.

Pode-se enumerar vários tipos de classificações da equalização, por exemplo quanto ao:

. Tipo de processamento do sinal utilizado:
  .analógico
  .digital

. Tipo de modulação utilizada:
  .unidimensional
  .bidimensional(complexo)

. Tipo de estratégia, dependendo do sistema:
  .automática
  .adaptativa
  .cega(ou autodidata ou autoadaptativa)

. Tipo de critério para a equalização:
  .forçagem a zero (FZ)
  .minimização do erro quadrático médio (MEQM)
  .mínimos quadrados
  .outros

. Tipo de algoritmo para ajuste dos coeficientes do equalizador:
  .gradiente estocástico
  .Newton
  .mínimos quadrados recursivos
  .outros

. Tipo de estrutura do equalizador:
  .filtro não-recursivo: transversal e não-transversal
  .filtro recursivo
  .filtro em treliça

. Tipo de sincronismo:
  .síncrono
  .fracionário
  .não-síncrono

. Tipo de posição do equalizador no receptor:
  .banda básica (BB)
  .freqüência intermediária (FI)(banda passante)

. Tipo de simetria [29],associado às imperfeições dos dispositivos do sistema:
  .simétrico
  .assimétrico

Vantagens e desvantagens caracterizam o compromisso para a escolha do equalizador. Devido à complexidade da classificação, se irá frisar alguma análise comparativa no decorrer desta tese. Para uma visão global é sugerida a leitura de um excelente tutorial de S.U.H. Qureshi [17]. Nesta tese se irá estudar, principalmente, o equalizador digital transversal linear complexo síncrono simétrico em banda básica com o controle no domínio do tempo, para diversas estratégias e algoritmos de ajuste dos seus parâmetros. Quando oportuno, serão comentados outros tipos de equalizadores. O motivo principal para tal escolha é a facilidade oferecida tanto no tratamento matemático e na análise teórica como na implementação experimental sob o ponto de vista do estágio tecnológico dos atuais sistemas rádio-digitais. A figura 1.29.a ilustra um diagrama de blocos deste tipo de equalizador, e a figura 1.29.b mostra a estrutura de cada bloco.

Em sistemas QAM, duas seqüências de dados separados, $a_R(t)$ e $a_I(t)$, são transmitidas ortogonalmente sobre uma única portadora (Figura 1.1).Idealmente, cada seqüencia de dados aparece em seu própio detector em BB no receptor sem distorção de pulso e sem interferência aditiva proveniente do outro canal. Conforme já descrito nas equações (1.20), (1.21), (1.38) e (1.39), as distorções dos sinais são divididas em distorções: em fase, provindas das perturbações das respostas de amplitude e atraso de grupo que têm mesma simetria em torno da freqüência central do canal e produzem distorções no pulso dentro de cada canal separadamente; em quadratura, que resultam de assimetrias nas respostas do canal que produzem interferência cruzada entre os dois canais. Um equalizador complexo com controle no domínio do tempo é usado para tentar compensar ambas distorções em fase e em quadratura , como pode ser intuido da Figura 1.29.a . Este tipo de equalizador, embora esteja em BB, também pode ser implementado no módulo FI do receptor. Neste caso teria vantagem com respeito à não interação com o circuito de recuperação de portadora [17]. Porém, quando em BB, o custo tecnológico é menor, além de possibilitar compensações das imperfeições assimétricas dos modems [29].

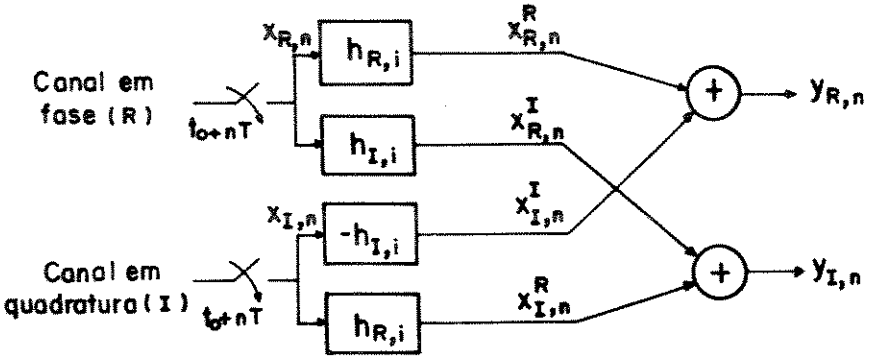


Fig.1.29.a - Diagrama de blocos de um equalizador digital transversal complexo linear síncrono simétrico em banda básica de coeficientes: $h_i = h_{R,i} + j\,h_{I,i}$, $i = -N, \ldots, N$, N inteiro positivo.

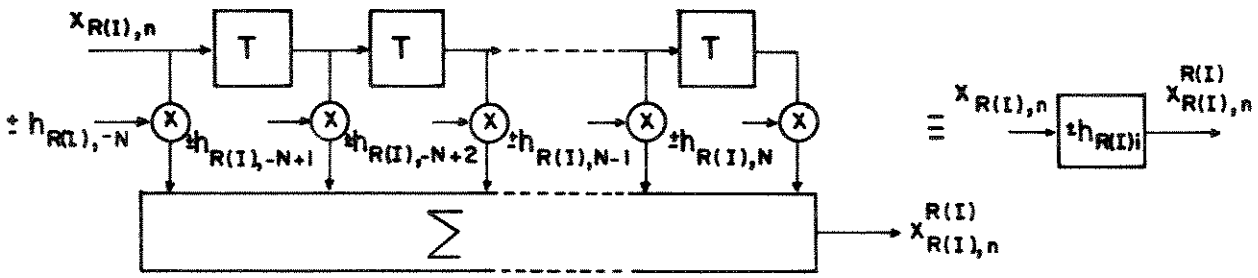


Fig.1.29.b - Estrutura transversal síncrona de cada bloco da Figura 1.29.a. T é o atraso dado por cada atrasador, de valor igual ao intervalo de tempo entre cada amostragem.

A capacidade de um equalizador linear transversal reduzir a IES é determinada pela sua quantidade de coeficientes e pela posição do seu coeficiente de referência [17], [32]. Para aplicações em sistemas de microondas digitais, são usados, normalmente, 5 ou 7 coeficientes complexos, com o coeficiente central escolhido como referência,para dar igual efetividade contra desvanecimentos de fase mínima e não-mínima. Devido à sua competência em compensar distorções de atraso de grupo, um equalizador linear transversal neste nível de complexidade fornece um melhor desempenho (melhorias de 10 a 30), do que um equalizador com controle no domínio da freqüência (num sistema 140 Mbit/s 16-QAM, o canal com τ=6,3ns e o "notch" com profundidade B = - 20dB é satisfatoriamente compensado pelo primeiro equalizador). Entretanto duas limitações básicas aparecem para este tipo de equalizador: primeiro, a filtragem ótima para um canal com

distorções severas exige um maior número de coeficientes do equalizador para serem compensadas; segundo,como conseqüência do primeiro,quando da passagem da condição de fase mínima para não-mínima (um zero do canal saindo de dentro para fora da CRU), ou vice-versa, exigiria um número infinito de coeficientes do equalizador. Nos dois casos, a maioria dos critérios utilizados nos algoritmos de adaptação dos parâmetros podem produzir compensações de ganho que levam a um significativo reforço do ruído no receptor ou interferência do canal adjacente. Logo este tipo de equalizador é geralmente mais efetivo quando usado em combinação com a diversidade em espaço.Neste caso é observado, inclusive, efeito sinergístico, pois embora a diversidade não possa sozinha compensar totalmente o desvanecimento, o conjunto canal + diversidade pode alcançar níveis de distorções perfeitamente compatíveis com uma atuação plenamente satisfatória do equalizador em questão (melhorias da ordem de centenas) [16], [55]. Por outro lado, nas condições de canal acima supostas, a atuação conjunta de equalizadores no domínio da freqüência e do tempo também tem sido observada. Porém não é evidente o efeito sinergístico neste caso (melhorias entre 10 e 40) [10], pois, a grosso modo, no caso anterior (diversidade+equalização no domínio no tempo) a diversidade em espaço atua na amplitude e na fase do sinal recebido, emquanto que no último caso (equalizador no domínio da freqüência + equalizador no domínio do tempo) o equalizador no domínio da freqüência atua somente na amplitude da resposta em freqüência do sinal recebido. É sugerida a atuação conjunta dos três dispositivos de contramedidas aqui descritos para o caso extremo da passagem do canal analógico da condição de FM para a condição de FNM e vice-versa.

CAPÍTULO 2

EQUALIZAÇÃO COM CONTROLE NO DOMÍNIO DA FREQÜÊNCIA: O EQUALIZADOR LINEAR - PARABÓLICO

OBJETIVO DO CAPÍTULO

O estudo da estrutura e funcionamento de um corretor de amplitude possibilita visualizar o problema da equalização no âmbito espectral, com base nas potências do sinal recebidas em determinadas freqüências, e comparadas a referências conhecidas. Desta forma, levando-se em conta as características dinâmicas do sistema, podem ser feitos ajustes no equalizador a fim de serem satisfeitas as referências nas potências desejadas.

Este capítulo estuda a estrutura e modelagem de um equalizador com controle no domínio da freqüência do tipo de ressonância em banda passante, e que se ocupa em combater as distorções lineares e parabólicas na amplitude da resposta em freqüência do canal de microondas baseado no modelo de dois raios, sem distorcer sua fase. A este tipo de equalizador ou corretor dá-se o nome de: equalizador linear-parabólico (ELP). Os parâmetros do ELP são calculados analiticamente, tomando como referência a igualdade das potências entre o sinal desejado e o sinal equalizado, em determinadas freqüências da faixa do sinal. Este critério impõe limites de atuação dos algorítmos adaptativos usados na busca dos parâmetros ótimos. Algumas aplicações não-dinâmicas desta estrutura são feitas, onde buscou-se analisar seu comportamento e limitações. Este estudo serviu de suporte teórico para o desenvolvimento prático de um equalizador com tais características, no Centro de Pesquisa e Desenvolvimento (CPqD) da Telebrás.

2.1 - ESTRUTURA E MODELAGEM:

Sabe-se que um filtro transversal complexo pode se aproximar, tanto quanto se queira, de qualquer resposta em freqüência de amplitude e fase desejadas. A

Figura 2.1 mostra uma configuração deste filtro com (2n+1) derivações reais e imaginárias, que pode ser vista como o equivalente analógico complexo do equalizador digital mostrado na Figura 1.29.

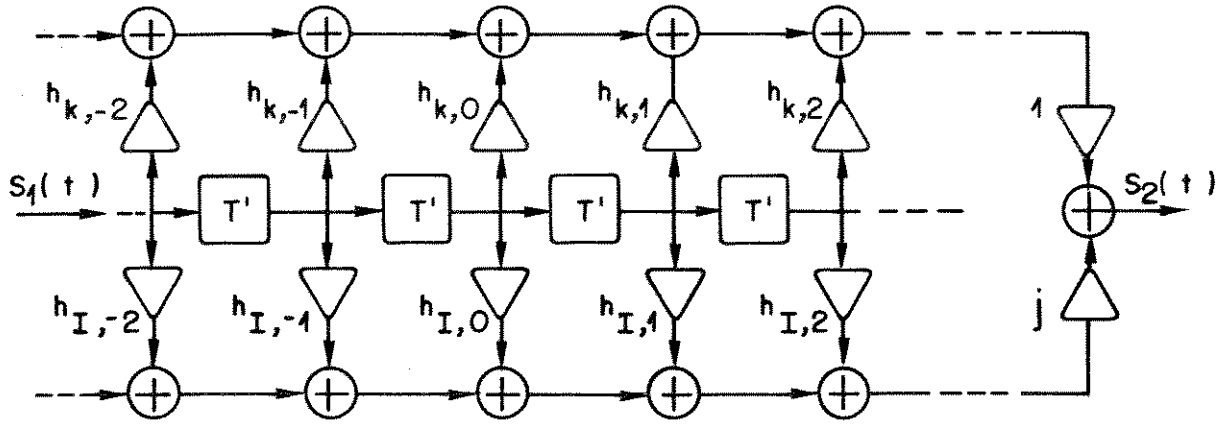


Fig. 2.1 - Filtro transversal complexo. $s_1(t)$ e $s_2(t)$ são os sinais de entrada e saída, respectivamente.

A equação (2.1) mostra a resposta em freqüência deste filtro.

$$H'(f) = \exp(-j\,2\pi\,fNT') \sum_{n=-N}^{N} (h_{R,n} + jh_{I,n}) \cdot \exp(-j\,2\pi\,fnT') \qquad (2.1)$$

onde f é a freqüência dada em Hertz e T' é um atraso dado em segundos.

Se irá considerar um equalizador no estágio de freqüência intermediária FI com resposta em freqüência H (f), constituido por dois equalizadores em cascata, $H_1(f)$ e $H_2(f)$, que não distorcem individualmente a fase do sistema e que são de fácil realização. Será considerado que $H_1(f)$ atua principalmente como contramedida à distorção linear na amplitude da resposta em freqüência do canal e $H_2(f)$ à distorção parabólica na amplitude da resposta em freqüência do canal. Logo, H(f) é dado por:

$$H(f) = H_1(f)\,H_2(f) \qquad (2.2)$$

A proposta de não distorcer a fase da resposta em freqüência do canal, impõe a condição de fase linear a H(f). Porém, como na situação de funcionamento adaptativo poderá haver a atuação isolada tanto de $H_1(f)$ como de $H_2(f)$, a condição de fase linear é estendida para cada um dos dois corretores em cascata. Assim sendo, tem-se: $h_{R,-n} = h_{R,n}$ e $h_{I,-n} = h_{I,n}$, $n = 1,2,...,N$, e substituindo em (2.1):

$$H'(f) = \exp(-j2\pi f\ NT') \cdot \left[\left(h_{R,0} + 2\sum_{n=1}^{N} h_{R,n}\mathrm{Cos}(2\pi f\ nT') + \right.\right.$$

$$\left.\left. + j\left(h_{I,0} - 2\sum_{n=1}^{N} h_{I,n}\ \mathrm{Sen}(2\pi f\ nT')\right)\right]\right. \qquad (2.3)$$

Uma fácil implementação deste filtro, atuando como contramedida às distorções lineares ou parabólicas, pode ser obtida fazendo N = 1 e $h_{I,n} = 0$, n = 0,1, na equação (2.3). Desta forma, tomando $h_{R,o}=1$ e $h_{R,1} = C$, tem-se:

$$H'(f) = \exp(-j2\pi\ fT') \cdot (1 + 2\ C\ \mathrm{Cos}\ 2\pi\ fT') \qquad (2.4)$$

A resposta ao impulso do filtro descrito pela equação (2.4) é dada por:

$$h'(t) = C\ \delta(t) + \delta(t-T') + C\ \delta(t-2T') \qquad (2.5)$$

onde δ (t) é a função impulso de Dirac.

Das equações (2.4) e (2.5), tem-se as expressões para $H_1(f)$, $H_2(f)$, $h_1(t)$ e $h_2(t)$:

$$H_{1,2}(f) = \exp\ (-j\ 2\pi\ fT_{1,2}).(1+2\ C_{1,2}\ \mathrm{Cos}\ 2\pi\ fT_{1,2}) \qquad (2.6)$$

$$h_{1,2}(t) = C_{1,2}\delta(t) + \delta(t-T_{1,2}) + C_{1,2}\delta(t-2\ T_{1,2}) \qquad (2.7)$$

onde os parâmetros T_1 e T_2 são fixos e responsáveis pela forma do espectro de cada corretor, e os parâmetros C_1 e C_2 são ajustáveis e responsáveis pelas amplitudes dos espectros dos filtros.

As Figuras. 2.2.a e 2.2.b mostram a configuração completa do equalizador. Três filtros estreitos de respostas em freqüência $H_{d_0}(f)$, $H_{d_1}(f)$ e $H_{d_2}(f)$ centrados em f_0, f_1 e f_2,estão dentro da malha de controle utilizado para ajustar os parâmetros C_1 e C_2, na busca da equalização do canal.

Esta estrutura, portanto, independe de informações instantâneas sobre símbolos decididos ou símbolos transmitidos e do sincronismo entre portadoras, para ajustar seus parâmetros. Por outro lado, o uso exclusivo da estatística de ordem 2, que permite a equalização somente da amplitude, e a seleção de um

número finito de freqüências do espectro para o critério de equalização, limitam a robustez da técnica . Isto será confirmado no parágrafo de aplicações.

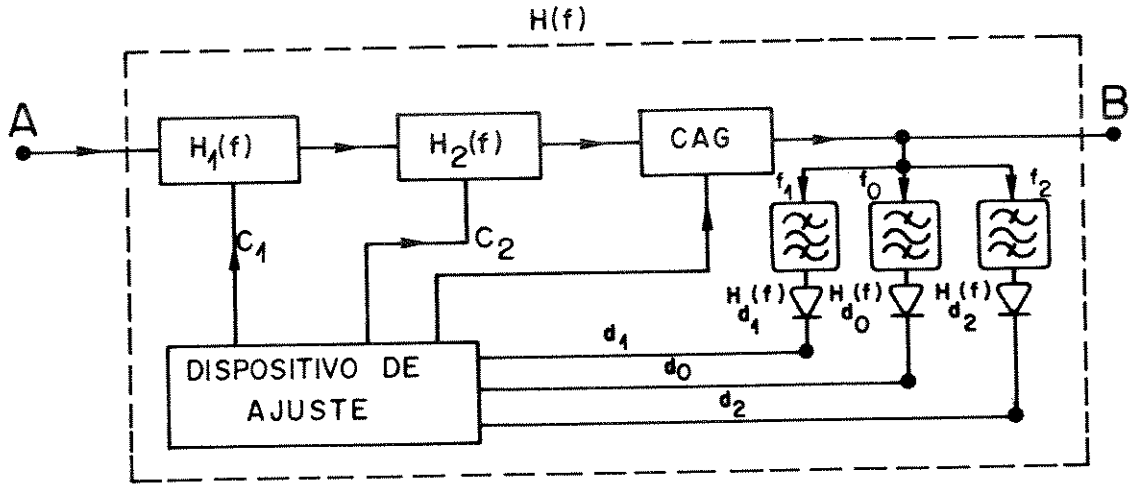


Fig. 2.2.a - Configuração completa do equalizador linear-parabólico.

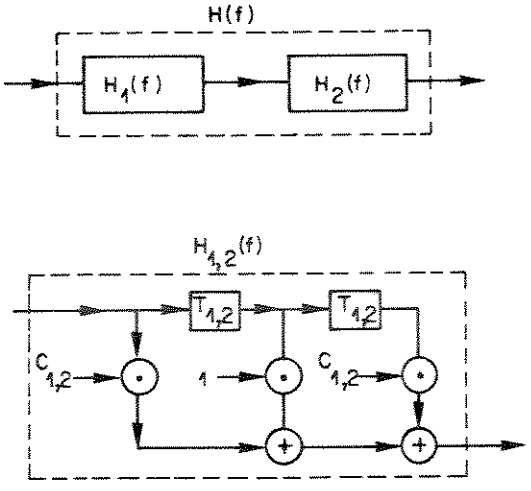


Figura 2.2.b - Estrutura dos filtros que compõem o equalizador linear-parabólico. T_1 e T_2 são escolhidos de tal forma que $H_1(f)$ e $H_2(f)$ combatam as distorções lineares e parabólicas, respectivamente. $H(f) = H_1(f)\ H_2(f)$. C_1 e C_2 são parâmetros ajustáveis.

2.2 - DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS:

2.2.1 - Parâmetros Fixos

Os parâmetros T_1 e T_2 caracterizam a atuação dos equalizadores $H_1(f)$ e $H_2(f)$ como contramedidas às distorções linear e parabólica na amplitude da resposta em freqüência do canal sujeito a desvanecimento seletivo, respectivamente. Além destes, são também considerados como parâmetros fixos, as freqüências de ressonância dos filtros seletivos (f_0, f_1 e f_2).

A escolha de T_1, T_2, f_0, f_1 e f_2 pode ser feita de modo a facilitar a implementação do circuito de ajuste dos parâmetros que fornecem C_1 e C_2, além de considerar aspectos do sistema, tais como: a separação entre portadoras de canais adjacentes e o fator de excesso de faixa dos filtros de Nyquist, ainda pode-se considerar as estatísticas dos parâmetros do modelo de propagação. Sendo este equalizador uma combinação em cascata de um corretor linear e um equalizador de ressonância fixa que combatem respectivamente, as distorções lineares e parabólicas, optou-se por um critério que privilegia a atuação da parte quase linear do equalizador, em relação a parabólica, quando o "notch" do canal está próximo das freqüências f_1 e f_2, dentro e nos extremos da banda de freqüência do sinal, e simétricas em relação a f_0 ($f_1 < f_0 < f_2$). O mesmo pode ser dito da parcela quase parabólica em relação a linear, quando o "notch" está próximo da freqüência f_0 no centro da banda de freqüência do sinal. Sendo assim, das expressões em (2.6) se tem:

$$\begin{aligned} &\text{Cos } 2\pi f_0 T_2 = \pm 1 \\ &\text{Cos } 2\pi f_0 T_1 = 0 \\ &\text{Cos } 2\pi f_1 T_2 = 0 \\ &\text{Cos } 2\pi f_2 T_2 = 0 \end{aligned} \qquad \textbf{(2.8)}$$

ou ainda, de (2.8):

$$\Delta f = f_2 - f_1 = \frac{f_0}{K}, \qquad K = 1,2,...$$

$$T_2 = \frac{K}{2f_0}, \qquad K = 1,2,...$$

$$T_1 = \frac{n + 0,5}{2f_0}, \qquad n = 0,1,2,... \qquad (2.9)$$

$$f_{2,1} = f_0 \pm \frac{\Delta f}{2}$$

onde f_0 é a freqüência de ressonância fixa central normalmente escolhida como o valor nominal da freqüência intermediária. A Figura 2.3 mostra as formas genéricas das amplitudes das respostas em freqüência $H_1(f)$ e $H_2(f)$.

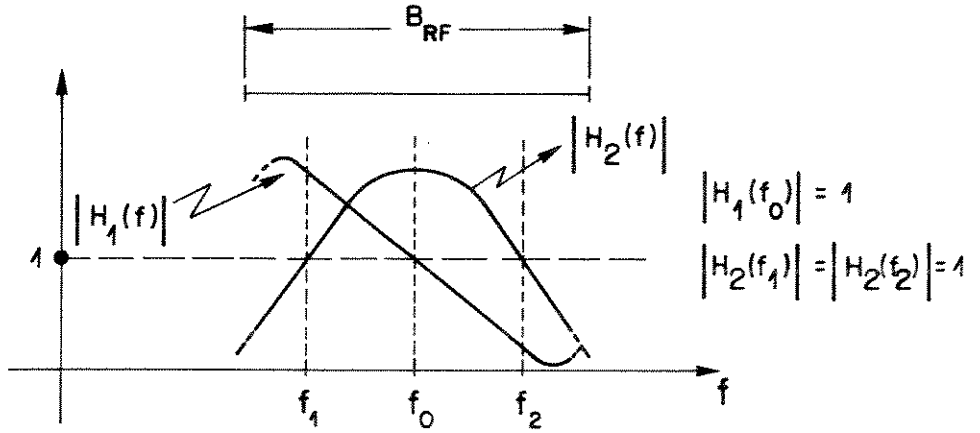


Fig. 2.3 - Amplitude das respostas em freqüência dos corretores linear ($H_1(f)$) e parabólico ($H_2(f)$).

2.2.2 - Parâmetros Ajustáveis:

Os coeficientes C_1 e C_2 são os únicos parâmetros continuamente ajustáveis nos equalizadores. As expressões para o cálculo destes parâmetros são obtidos com base no critério de equalização das potências médias do sinal nas três freqüências: f_0, f_1 e f_2.

Os filtros passa-faixas centrados nas freqüências f_0, f_1 e f_2, mostrados na Figura 2.2.a, são supostos ideais, por questões de simplicidade matemática. As funções de transferência dos três filtros selecionam as respostas em três freqüências, ou seja:

$$H_{d_i}(f) = \frac{\delta(f-f_i) + \delta(f+f_i)}{2} \quad , \; i = 0, 1, 2 \qquad (2.10)$$

As tensões contínuas d_0, d_1 e d_2, também vistas nas saídas dos três detectores na malha de realimentação do ELP (Figura 2.2.a), são obtidas através das potências médias naqueles pontos.

Sejam as densidades espectrais de potência $S_i(f)$ nos pontos i = 0, 1, 2 da Figura 2.2.a. As potências médias P_i nestes pontos são dadas por:

$$P_i = \frac{d_i^2}{R} = \int_{-\infty}^{\infty} S_i(f)df \;, \qquad R = 1\ \Omega \quad e \quad i = 0, 1, 2 \qquad (2.11)$$

Para obtermos P_i, e consequentemente d_i, devemos conhecer $S_i(f)$.

- *obtenção de $S_i(f)$*: seja a densidade espectral de potência do sinal modulado em FI na saída do transmissor $\phi_T(f)$ dado por [39]:

$$\phi_T(f) = \frac{1}{2}\left[\phi_{\tilde{S}}(f-f_0) + \phi_{\tilde{S}}(-f-f_0)\right] \qquad (2.12)$$

onde $\phi_{\tilde{S}}(f)$ é a densidade espectral de potência do sinal em banda base equivalente $\tilde{S}(t)$, definido pelas eqs. (1.7) - (1.9), e dada por [39]:

$$\phi_{\tilde{S}}(f) = \frac{\sigma_a^2}{T}\left|R_T(f)\right|^2 = \frac{\sigma_a^2}{T}\left|R(f)\right| \qquad (2.13)$$

onde $R_T(f)$ é a resposta em freqüência do filtro transmissor e R(f) é a resposta em freqüência conjunta dos filtros transmissor e receptor, supondo $|R(f)| = |R_T(f)|^2$, já discutido no item 1.3. R(f) tem características de cosseno levantado.

A densidade espectral de potência do sinal u'(t) em FI na saída do canal e na entrada do equalizador (ponto A da Figura 2.2.a) é dada por [39]:

$$\phi_{u'}(f) = |F'(f)|^2 \, \phi_T(f) \qquad (2.14)$$

onde F'(f) é a resposta em freqüência do canal de microondas.
A densidade espectral de potência do sinal u(t) em FI, definido pela soma entre o sinal u'(t) em FI na saída do canal e o ruído branco gaussiano b(t) na entrada do receptor, é dada pela transformada de Fourier da função de autocorrelação $\mathbb{E}\{u(t)\ u(t+\beta)\}$, onde $\mathbb{E}$ é o operador esperança e β é a diferença de tempo do sinal em questão. Logo:

$$\mathbb{E}\left\{u(t)\ u(t+\beta)\right\} = \mathbb{E}\left\{\left[u'(t)+b(t)\right]\ \left[u'(t+\beta)+b(t+\beta)\right]\right\}$$

$$= \mathbb{E}\left\{u'(t)\ u'(t+\beta)\right\} + \mathbb{E}\left\{u'(t)\ b(t+\beta)\right\} +$$

$$+ \mathbb{E}\left\{b(t)\ b(t+\beta)\right\} + \mathbb{E}\left\{b(t)\ u'(t+\beta)\right\} \qquad \textbf{(2.15)}$$

os sinais u(t) e b(t) são descorrelatados, logo:

$$\mathbb{E}\left\{u'(t)\ b(t+\beta)\right\} = 0$$

$$\mathbb{E}\left\{b(t)\ u'(t+\beta)\right\} = 0 \qquad \textbf{(2.16)}$$

O ruído gaussiano b(t) é branco na banda passante do sinal útil u(t), e é representado na forma:

$$b(t) = \mathbb{R}e\left[\tilde{b}(t)\ e^{j2\Pi\ f_0 t}\right] \qquad \textbf{(2.17)}$$

onde $\tilde{b}(t)$ é a envoltória complexa (representação em banda base equivalente) do ruído passa-faixa b(t). Pode-se mostrar que a função de autocorrelação de b(t) relaciona-se a função de autocorrelação de $\tilde{b}(t)$ na forma [39]:

$$\mathbb{E}\left\{b(t)\ b(t+\beta)\right\} = \mathbb{R}e\left[\mathbb{E}\left\{\tilde{b}(t)\ \tilde{b}(t+\beta)\right\} e^{j2\Pi\ f_0 t}\right] \qquad \textbf{(2.18)}$$

E as densidades espectrais de potência (DEP) são relacionadas na forma [39]:

$$\phi_b(f) = \frac{1}{2}\left[\phi_{\tilde{b}}(f-f_0) + \phi_{\tilde{b}}(-f-f_0)\right] \qquad \textbf{(2.19)}$$

onde:

$$\phi_b(f) = \begin{cases} \sigma_b^2/B_{RF} & , \quad |f| \leq B_{RF}/2 \\ 0 & , \quad |f| \geq B_{RF}/2 \end{cases} \tag{2.20}$$

onde B_{RF} é a faixa do filtro passa-faixa ideal após a desmodulação em rádio-freqüência (RF) e σ_b^2 é a variância do ruído b(t).

Aplicando a Transformada de Fourier à equação (2.15), e considerando as equações (2.16), encontra-se que:

$$\phi_u(f) = \phi_{u'}(f) + \phi_b(f) \tag{2.21}$$

ou seja, a DEP do sinal u(t) é a soma das DEP's dos sinais u'(t) e b(t). A DEP do sinal $u_{1,2}(t)$ após o ELP (tomado no ponto B da Figura 2.2.a) é dada por:

$$\phi_{u_{1,2}}(f) = |H(f)|^2 \, \phi_u(f) \tag{2.22}$$

onde H(f) é dado por (2.2).

Agora, podem ser calculadas as DEP's $S_i(f)$, $i = 0, 1, 2$, nas saídas dos filtros estreitos, isto é:

$$S_i(f) = |H_{d_i}(f)|^2 \, \phi_{u_{1,2}}(f) , \qquad i = 0, 1, 2 \tag{2.23}$$

substituindo (2.21) e (2.22) em (2.23), se obtém $S_i(f)$ para $i = 0, 1, 2$, ou seja:

$$S_i(f) = |H_{d_i}(f)|^2 |H(f)|^2 |F'(f)|^2 \phi_T(f) + |H_{d_i}(f)|^2 |H(f)|^2 \phi_b(f), \quad i = 0, 1, 2 \tag{2.24}$$

substituindo (2.24) em (2.11), usando (2.10) e $R = 1\Omega$:

$$d_i^2 = \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\delta(f-f_i) + \delta(f+f_i)\right]^2 |H(f)|^2 |F'(f)|^2 \, \phi_T(f) \, df +$$

$$+ \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\delta(f-f_i) + \delta(f-f_i)\right]^2 |H(f)|^2 \phi_b(f) \, df , \quad i = 0, 1, 2 \tag{2.25}$$

observando a propriedade amostradora da função impulso na eq. (2.25):

$$d_i^2 = \frac{1}{4}\left(|H(f_i)|^2|F'(f_i)|^2\phi_T(f_i) + |H(-f_i)|^2|F'(-f_i)|^2\phi_T(-f_i) + \right.$$

$$\left. + |H(f_i)|^2\phi_b(f_i) + |H(-f_i)|^2\phi_b(-f_i)\right) , \qquad i = 0, 1, 2 \qquad \textbf{(2.26)}$$

Representando a equação (1.27), para N' = 1 (modelo de dois raios), $\Delta\tau_i = \tau$, $C_i = \rho$, a nível de FI (com base na transmissão de um sinal que modula uma portadora AM DSB-SC sem imperfeições), pode-se escrever F'(f) na forma:

$$F'(f) = F'_+(f) + F'_-(f)$$

$$F'_+(f) = 1 - \rho \exp\left[-j2\pi(f-f_N)\tau\right] , \quad f > 0 \qquad \textbf{(2.27)}$$

$$F'_-(f) = 1 - \rho \exp\left[-j2\pi(f+f_N)\tau\right] , \quad f < 0$$

onde f_N é a transposição da freqüência de "notch" na banda da portadora resultante da soma das portadoras de RF e FI, para a faixa da portadora de FI. Logo, das equações em (2.27):

$$|F'(f_i)| = |F'(-f_i)| , \qquad i = 0, 1, 2 \qquad \textbf{(2.28)}$$

Supondo que a banda de freqüência do sinal u'(t) seja no máximo igual a duas vezes a freqüência f_0, e substituindo a equação (2.13) na equação (2.12), se tem:

$$\phi_T(\pm f_i) = \frac{1}{2}\frac{\sigma_a^2}{T}|R(\pm f_i - f_0)| , \qquad i = 0, 1, 2 \qquad \textbf{(2.29)}$$

Como $|R(f)|$ é simétrico em relação a f_0:

$$|R(f_i - f_0)| = |R(-f_i - f_0)| , \qquad i = 0, 1, 2 \qquad \textbf{(2.30)}$$

Da mesma forma, a DEP $\phi_b(f)$ dado por (2.19) e (2.20) pode ser escrita nos pontos $\pm f_i$:

$$\phi_b(\pm f_i) = \frac{1}{2}\phi_b\sim(\pm f_i - f_0) , \qquad i = 0, 1, 2$$

$$\textbf{(2.31)}$$

$$\phi_b\sim(f_i - f_0) = \phi_b\sim(-f_i - f_0) , \qquad i = 0, 1, 2$$

Logo, de (2.31) se escreve:

$$\phi_b(f_i) = \phi_b(-f_i) , \qquad i = 0, 1, 2 \qquad \textbf{(2.32)}$$

Das expressões (2.6), (2.8) e (2.9), se obtém as identidades:

$$|H_1(f_i)| = |H_1(-f_i)|$$

$$|H_2(f_i)| = |H_2(-f_i)| , \qquad i = 0, 1, 2 \qquad \textbf{(2.33)}$$

Portanto, usando as expressões (2.28) - (2.30), (2.32) e (2.33) na equação (2.26), se tem:

$$d_i^2 = \frac{1}{2}|H(f_i)|^2\left[|F'(f_i)|^2\phi_T(f_i) + \phi_b(f_i)\right] , \qquad i = 0, 1, 2 \qquad \textbf{(2.34)}$$

ou ainda, usando as expressões para $\phi_T(f_i)$ e $\phi_b(f_i)$, se pode escrever:

$$d_i = \frac{\sigma_a}{2}|F(f_i)|\ A_i , \qquad i = 0, 1, 2$$

$$A_i = \left[\frac{|F'(f_i)|^2}{T}|R(f_i - f_0)| + \frac{RSR'}{B_{RF}}\right]^{1/2} , \qquad i = 0, 1, 2 \qquad \textbf{(2.35)}$$

$$RSR' = \frac{\sigma_b^2}{\sigma_a^2}$$

As tensões contínuas d_i, $i = 0, 1, 2$, na saída dos 3 filtros detetores ideais na malha de ajuste dos coeficientes C_1 e C_2, são dependentes do equalizador, da filtragem de Nyquist, da distorção na amplitude do canal e da relação sinal-ruído, como está mostrado pelas expressões em (2.35). Num sistema sem distorção do canal ($|F'(f)| = 1$) e sem ruído ($\sigma_b^2 = 0$), as tensões $d_i = d_i^d$, $i = 0, 1, 2$, são as tensões desejadas naquelas freqüências.

$$d_i^d = \frac{\sigma_a}{2}\left[\frac{|R(f_i - f_0)|}{T}\right]^{1/2} , \qquad i = 0, 1, 2 \qquad \textbf{(2.36)}$$

O objetivo desta técnica de equalização é o de igualar as potências P_i ou tensões d_i, $i = 0, 1, 2$, do sinal equalizado às potências P_i^d ou tensões d_i^d deseja

das, nas 3 freqüências. Porém, há somente 2 variáveis: C_1 e C_2, para as três equações, dadas pela igualdade das expressões (2.35) e (2.36). Pode ser que não haja solução. Para evitar este problema, se utiliza o fato de que $|R(f)|$ é simétrico em relação f_0, e portanto: $d_1^d = d_2^d$. Isto significa que se reduzem duas equações numa somente, igualando d_1 a d_2. Esta equação fornece $C_1 = C_1^{ot}$, enquanto que igualando d_0 a d_0^d, se obtém $C_2 = C_2^{ot}$. C_1^{ot} e C_2^{ot} são ditos coeficientes ótimos.

- *obtenção de* C_1^{ot}:

De (2.35), igualando d_1 a d_2, se escreve a equação:

$$|1 + 2\,C_1^{ot}\,\mathrm{Cos}2\pi\,f_1\tau_1|A_1 = |1 - 2\,C_1^{ot}\,\mathrm{Cos}2\pi\,f_1\tau_1|A_2 \qquad \textbf{(2.37)}$$

Na eq. (2.37) foi usada a igualdade: $\mathrm{Cos}2\pi f_1\tau_1 = -\mathrm{Cos}2\pi f_2\tau_1$, obtida das relações (2.9).

A equação (2.37) tem 8 formas possíveis de representação, quando se substitui os módulos por (±) e $[\mathrm{Cos}\ 2\pi f_1\tau_1]$ por $[(\pm)|\mathrm{Cos}2\pi f_1\tau_1|]$. Ao serem analisadas todas estas possibilidades, após alguma manipulação algébrica, chega-se a seguinte solução com sua respectiva região de validade:

$$C_1^{ot} = \left(\frac{A_2 - A_1}{A_2 + A_1}\right)\frac{1}{2\cos 2\pi f_1\tau_1}, \qquad -0{,}5 < C_1^{ot} < 0{,}5 \qquad \textbf{(2.38)}$$

Esta solução é obtida com base no menor número de restrições saídas da análise realizada, onde evita-se também a possibilidade do termo $(1 + 2C_1\ \mathrm{Cos}2\pi f\tau_1)$ na expressão (2.6) ser negativo em qualquer região dentro da banda de freqüência do sinal. Isto poderia implicar em alguma instabilidade na equalização. Portanto, os limites da condição na expressão (2.38) podem servir de referências para alguma estratégia de controle sobre o equalizador, quando em operação.

-*obtenção de* C_2^{ot}:

A análise de filtragem agora é feita em $f = f_0$. Inicialmente existe o problema de que d_1^d é diferente de d_1^{ot}, ou seja, substituindo (2.38) em (2.35), se tem:

$$d_1^{ot} = d_2^{ot} = \sigma_a\,\frac{A_1 \cdot A_2}{A_1 + A_2} \qquad \textbf{(2.39)}$$

que é diferente de d_1^d dado por (2.36). Portanto, não é possível permanecer com a equação: $d_0^d = d_0$ sem modificá-la, pois isto provocaria uma distorção na DEP do sinal equalizado. Ou seja, os valores da DEP do sinal nas três freqüências não seriam correspondentes a uma característica única de cosseno levantado. Desta forma, se irá modificar a equação citada em i = 0, multiplicando-a por um fator F_c que corresponde ao mesmo fator que, implicitamente, multiplica os valores da DEP desejada nas freqüências f_1 e f_2, resultando nos valores ótimos de tensão dados por (2.39). Isto é, na verdade o que acontece é que, agora, toda a DEP do sinal equalizado fica multiplicada por este fator. Portanto, há necessidade de se colocar um controle automático de ganho (CAG), depois de $H_1(f)$ e $H_2(f)$, mostrado na Figura 2.2.a, que multiplica o sinal equalizado pela inversa deste fator, a fim de que o sinal equalizado resultante tenha sua DEP nos mesmos níveis da DEP do sinal transmitido.

O Fator F_c é definido através da divisão entre d_1^{ot} e d_1^d:

$$F_c = \frac{d_1^{ot}}{d_1^d} = \left[\frac{T}{|R(f_1 - f_0)|}\right]^{1/2} \frac{2A_1 \cdot A_2}{(A_1 + A_2)} \qquad (2.40)$$

Assim, o valor da tensão ótima d_0^{ot} é obtida pela multiplicação de F_c por d_0, ou seja:

$$d_0^{ot} = \sigma_a \frac{A_1 \cdot A_2}{(A_1 + A_2)} \left[\frac{|R(0)|}{|R(f_1 - f_0)|}\right]^{1/2} \qquad (2.41)$$

A Figura 2.4 ilustra, usando a correspondência entre os valores da DEP e das tensões nas três freqüências, o resultado da utilização do fator F_c nas características das tensões.

Utilizando a mesma análise feita para i = 1 e 2, ao serem igualados d_0 e d_1^{ot}, é obtido C_2^{ot} com sua respectiva região de validade.

$$C_2^{ot} = \frac{A_1 \cdot A_2}{A_0(A_1 + A_2)} \left[\frac{|R(0)|}{|R(f_1 - f_0)|}\right]^{1/2} - \frac{1}{2} \quad , \; -0{,}5 < C_2^{ot} < 0{,}5 \qquad (2.42)$$

Da mesma forma que no caso de obtenção da C_1^{ot}, a condição de validade da solução é a mesma para o caso de C_2^{ot}.

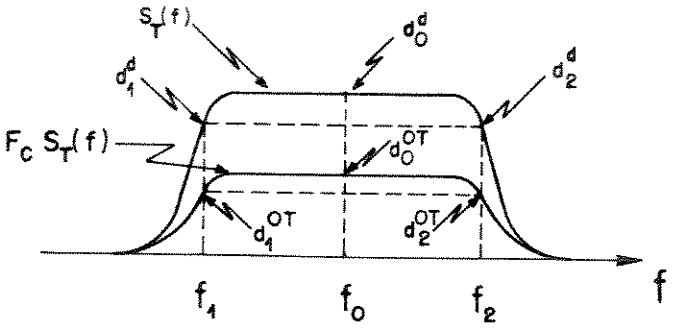


Fig. 2.4 - DEP's do sinal desejado e do sinal equalizado.

O cálculo dos valores ótimos de C_1 e C_2, dados pelas expressões (2.38) e (2.42), envolve o conhecimento do canal e também da relação sinal-ruído. Do ponto de vista dinâmico, quando não se conhecem tais características, há necessidade de serem desenvolvidos algoritmos, com base naquelas expressões, para fazer os ajustes em C_1 e C_2, conforme indicado na malha de controle de Figura 2.2.a. Apesar da importância do estudo dinâmico deste tipo de equalizador, nesta tese não se procurou fazer uma análise algorítmica do ELP, o qual pode ser encontrado em outras publicações [9], [10] e [68]. Portanto, os resultados das aplicações teóricas a seguir são baseados nos valores ótimos C_1^{ot} e C_2^{ot}, supondo a ausência do ruído.

2.3 - APLICAÇÕES E RESULTADOS:

Foi implementada uma sub-rotina para o cálculo dos parâmetros C_1^{ot} e C_2^{ot} do parágrafo anterior. Esta sub-rotina foi utilizada em conjunto com o programa ASTRAL [69] (Análise e Simulação em Transmissão Digital), em seu modo de análise, para obter-se a probabilidade de erro e a assinatura do sistema. Neste programa, o critério usado para caracterizar a indisponibilidade do sistema foi o de fechamento do diagrama de olho.

Uma análise da dependência entre o erro quadrático integrado J da DEP do sinal equalizado e a amplitude ρ do raio indireto, para Δf e τ fixos, foi feita com base nas curvas mostradas na Figura 2.5. Os parâmetros do sistema e do equalizador estão definidos na figura. Observa-se nitidamente a dependência deste erro com o tipo de modulação e seu crescimento com ρ. Estas curvas mos-

tram, portanto, uma limitação do tipo de equalização aqui apresentada. O erro quadrático integrado foi calculado pela expressão:

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\phi_{eq}(f) - \phi_T(f) \right]^2 df/\sigma_a^4 \qquad (2.43)$$

onde $\phi_{eq}(f)$ é a DEP do sinal recebido e equalizado.

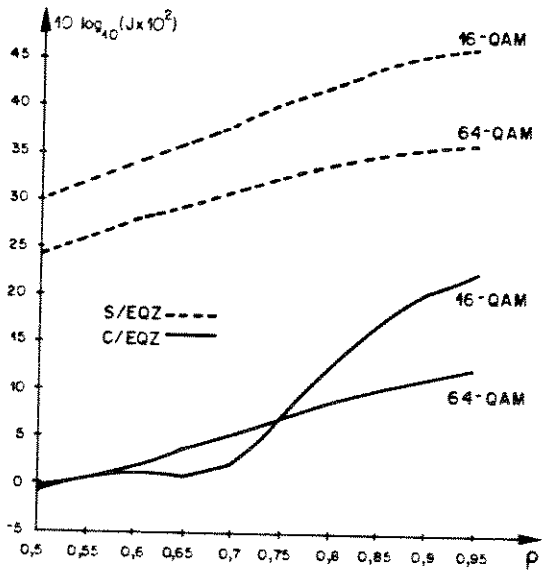


Fig. 2.5 - Variação do erro quadrático integrado (J) com a amplitude do raio indireto (ρ). Parâmetros dos sistemas: α= 0,4, f_N= 88 MHz, taxa de transmissão 140 Mbit/s, τ = 6,3 ns. Sistema 64-QAM T_1= 17,86 ns., T_2= 28,57ns, f_0 = 70 MHz, f_1 = 61,25 MHz, f_2 = 78,75 MHz e Δf = 18 MHz. Sistema 16-QAM: T_1= 10,71 ns, T_2= 21,43 ns, f_0= 70 MHz, f_1 = 58,34 MHz, f_2 = 81,66 MHz e Δf = 18 MHz. S/EQZ ≡ Sem o ELP e C/EQZ ≡ com o ELP.

Na Figura 2.6 é mostrado a variação da taxa de símbolos errados no canal de microondas com ρ = 0,65 e Δf = -5 MHz, sem e com a equalização, segundo as modulações 16 e 64-QAM. Estas curvas mostram o efeito benéfico da atuação do ELP nestes sistemas, onde os demais parâmetros são os mesmos da Figura 2.5.

A Figura 2.7 mostra as curvas de assinaturas dos sistemas 16 e 64-QAM com e sem equalização. É observado destas curvas que a atuação do conjunto de corretores linear e parabólico aumenta a disponibilidade dos sistemas, com melhor desempenho para a modulação 64-QAM.

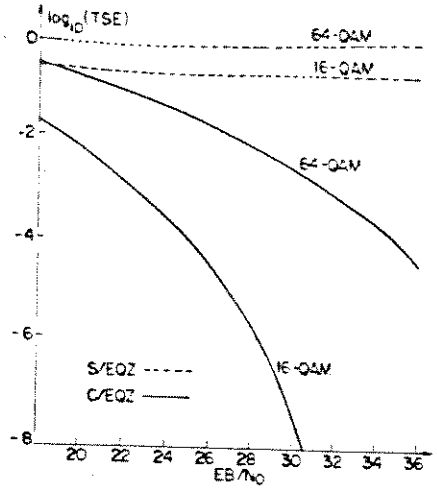


Fig. 2.6 - Variação de taxa de símbolos errados (TSE) com a razão (energia do bit) / (valor da DEP do ruído branco) para os sistemas 16 e 64-QAM, com ρ = 0,65 e Δf = -5 MHz. Demais parâmetros são idênticos ao da Figura 2.5. S/EQZ ≡ sem equalizador e C/EQZ ≡ com equalizador.

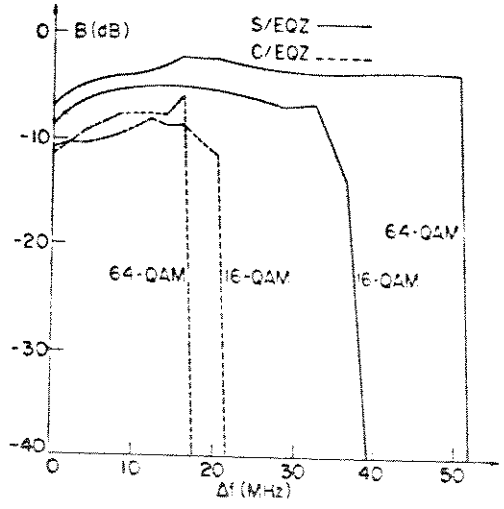


Fig. 2.7 - Assinaturas dos sistemas 16 e 64-QAM sem (linhas tracejadas) e com (linhas cheias) equalização. Mesmos parâmetros da Figura 2.5.

As Figuras 2.8 e 2.9 apresentam assinaturas dos sistemas 16 e 64-QAM, respectivamente, com excesso de faixa α = 0,2, e os demais parâmetros do sistema e do ELP sendo os mesmos usados na Figura 2.5. Também estão mostradas as assinaturas dos sistemas com equalizadores transversais síncrono e fracionário, todos com 5 coeficientes complexos. O equalizador fracionário apresenta como elemento de retardo um atrasador de T/2 segundos, sendo assim chamado de equalizador T/2. Estas figuras estabelecem os limites do ELP quando comparados a equalizadores que se ocupam em restaurar a forma do pulso transmitido (equalização em amplitude e fase). O critério de equalização utilizado nos equalizadores tranversais foi o da minimização do erro quadrático médio. Na modulação

16-QAM, se vê claramente que o ELP tem o pior desempenho dos três. Na modulação 64-QAM, não é possível distinguir qualitativamente os desempenhos dos equalizadores síncrono e ELP. Para explicitar quantitativamente tais desempenhos, introduz-se o conceito de melhoria (M), já descrito no item 1.5.2.2. Logo, na Figura 2.9, a melhoria do ELP é M = 3,9, enquanto que o do equalizador síncrono é M = 3,2. Sendo assim, há uma pequena vantagem do ELP neste caso. Porém, na grande maioria dos casos, é encontrado que a melhoria do ELP é bastante inferior àquela dos equalizadores síncronos [10].

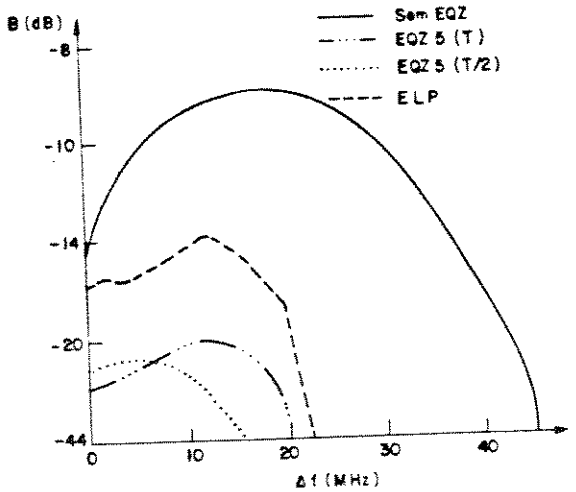


Fig. 2.8 - Assinaturas do sistema 16-QAM sem equalização (EQZ) e com equalizadores transversais com 5 coeficientes complexos (EQZ 5) do tipo síncrono (T) e fracionário (T/2). Excesso de faixa α = 0,2 e os demais parâmetros são os da Figura 2.7.

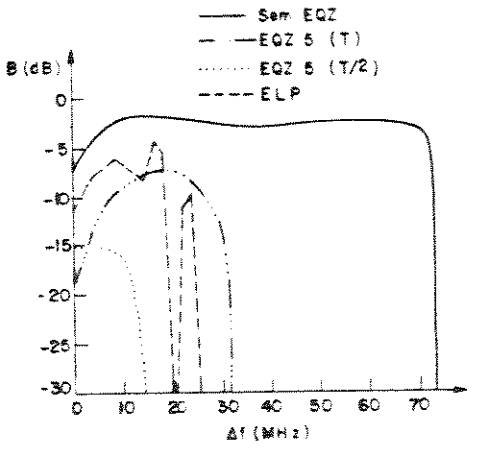


Fig. 2.9 - Assinaturas do sistema 64-QAM sem equalização (EQZ) e com equalizadores transversais com 5 coeficientes complexos (EQZ 5) do tipo síncrono (T) e fracionário (T/2). Excesso de faixa α = 0,2 e os demais parâmetros são os da Figura 2.7.

- otimização dos parâmetros fixos:

Os resultados do ELP até aqui obtidos estão associados a um conjunto de parâmetros fixos do equalizador, para uma dada modulação, escolhido sem um motivo aparente. Para uma dada banda de passagem do sinal, as expressões apresentadas em (2.9) permitem obter um número finito de conjuntos de parâmetros fixos, variando-se k e n, quando se impõe a preservação das características aproximadamente linear e parabólica da equalização.

Na Tabela T são apresentados quinze conjuntos de parâmetros fixos dos ELP's permitidos para um sistema 64-QAM, com taxa de 140 Mbit/s, com excesso de faixa $\alpha = 0,4$ para a filtragem de Nyquist.

Conjuntos	Parâmetros Fixos			
	T_1(ns)	T_2(ns)	f_1(MHz)	f_2(MHz)
C_1	17,86	21,43	58,35	81,65
C_2	17,86	35,71	63,00	77,00
C_3	3,57	35,71	63,00	77,00
C_4	3,57	21,43	58,35	81,65
C_5	10,71	21,43	58,35	81,65
C_6	10,71	35,71	63,00	77,00
C_7	25,00	35,71	63,00	77,00
C_8	25,00	21,43	58,35	81,65
C_9	32,14	21,43	58,35	81,65
C_{10}	32,14	35,71	63,00	77,00
C_{11}	17,86	28,57	61,25	78,75
C_{12}	3,57	28,57	61,25	78,75
C_{13}	10,71	28,57	61,25	78,75
C_{14}	25,00	28,57	61,25	78,75
C_{15}	32,14	28,57	61,25	78,75

Tabela T - Conjuntos de parâmetros fixos. f_0 = 70 MHz em todos os conjuntos.

O conceito de melhoria (M) pode ser utilizado como critério para otimização dos parâmetros fixos do ELP, em função do retardo τ no canal. Sendo assim, o conjunto de parâmetros fixos que fornecer os maiores valores de M em determinadas faixas do retardo τ, será escolhido como o conjunto ótimo para a obtenção do melhor desempenho do sistema, naquela faixa do retardo.

A Figura 2.10 mostra as curvas de M x τ de alguns conjuntos da Tabela T. Os conjuntos selecionados apresentam as curvas mais significativas. É observado da figura que o conjunto C_{11} tem o melhor comportamento entre os demais conjuntos, na maior parte da faixa de retardo apresentado. No entanto, é de se notar que as diferenças de melhorias no melhor e pior caso não são marcantes, sendo que é de no máximo um pouco superior a 1 na faixa de retardo entre 0 e 3ns. Portanto, por esta análise e também considerando aspectos tecnológicos, o conjunto C_{11} foi selecionado para o projeto de um ELP num sistema 64-QAM desenvolvido pelo centro de Pesquisa e Desenvolvimento (CPqD) da TELEBRÁS.

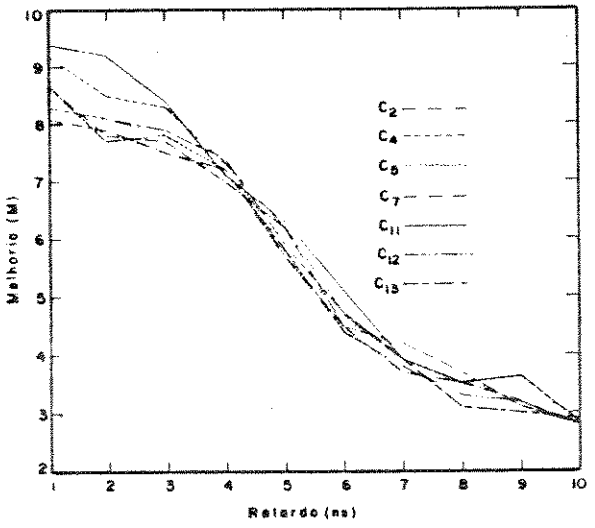


Fig. 2.10 - Melhoria (M) versus retardo (τ) para os conjuntos mais significativos da Tabela T.

As Figuras 2.11 e 2.12 mostram as densidades espectrais de potência dos sinais com e sem o ELP, utilizando o conjunto C_{11} em simulação computacional e simulação experimental respectivamente, onde os parâmetros do sistema são: ρ = 0,68 (B = -10 dB), Δf = 14 MHz e τ = 3,0 ns taxa; de 140 Mbit/s e α = 0,35. As curvas na Fig.2.12 foram obtidas pelo ELP desenvolvido no CPqD, com a ajuda de um simulador de desvanecimento seletivo baseado no modelo de dois raios, onde a RSR = 30 dB. As curvas com e sem equalização, comparando estas duas Figuras,

mostram-se bastante semelhantes, denotando fidelidade da implementação prática em relação aos resultados teóricos.

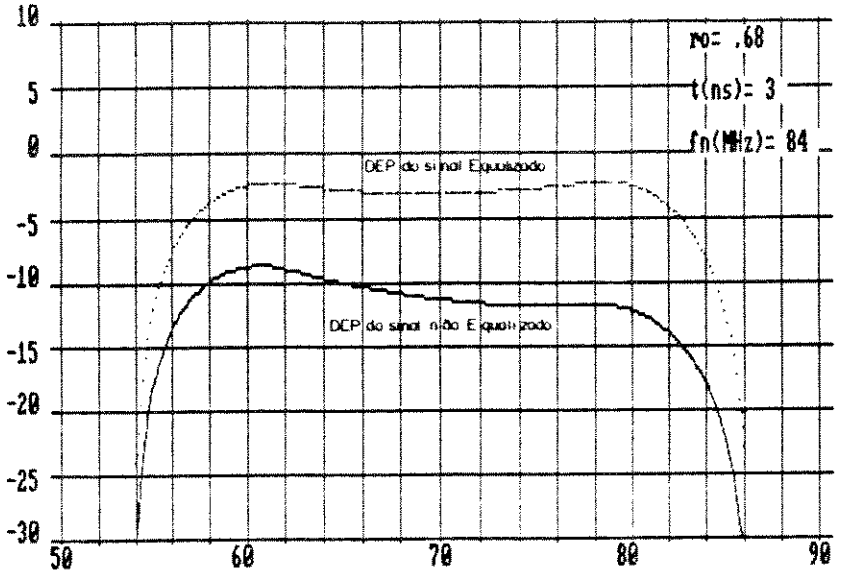


Fig. 2.11 - Curvas teóricas da densidade espectral de potência dos sinais com e sem o ELP, de parâmetros do conjunto C_{11} da Tabela T. ρ = 0,68 (B = -10 dB), Δf = 14 MHz e τ = 3,0 ns. Taxa de 140 Mbit/s, α = 0,35 e modulação 64-QAM.

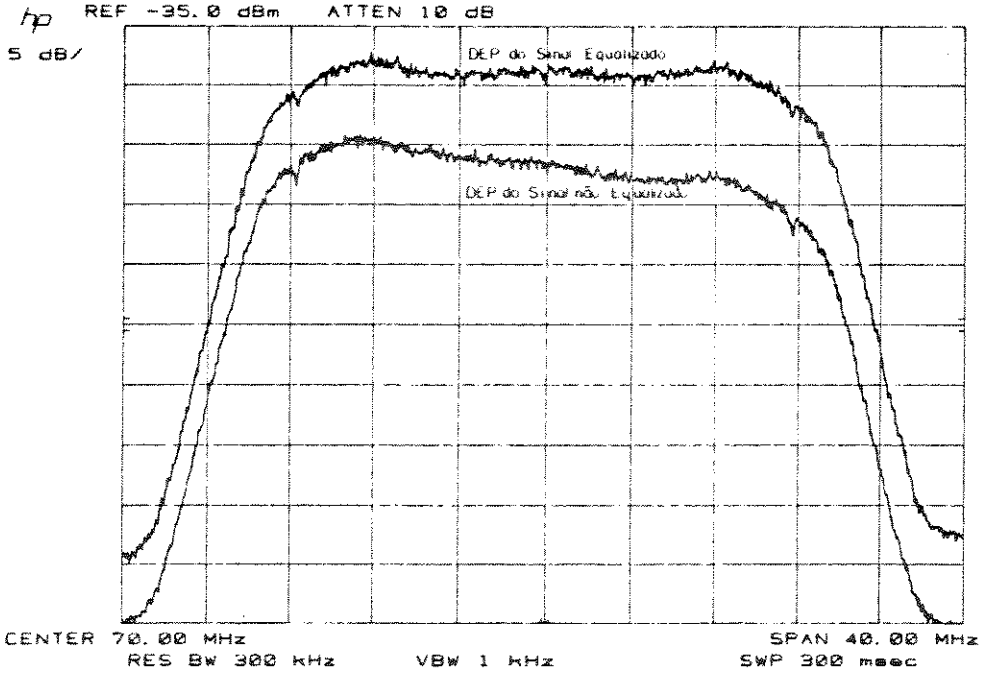


Fig. 2.12 - Curvas experimentais da densidade espectral de potência dos sinais com e sem o ELP, de parâmetros do conjunto C_{11} da Tabela T. Os parâmetros do canal são iguais aos da Figura 2.11.

CAPÍTULO 3

EQUALIZAÇÃO COM CONTROLE NO DOMÍNIO DO TEMPO: A EQUALIZAÇÃO ADAPTATIVA

OBJETIVO DO CAPÍTULO

A teoria de otimização dos receptores lineares em sistemas de comunicações digitais que utilizam canais dispersivos, fornece a base da teoria clássica da equalização digital. Neste capítulo estão expostos os principais resultados da teoria, descritos através dos critérios e das técnicas de otimização. Os critérios clássicos de minimização do erro quadrático médio (MEQM) e de forçagem a zero (FZ) são enfocados com mais ênfase. Uma relação de equivalência entre estes dois critérios, supondo o ruído desprezível, é mostrado no domínio temporal. Os algoritmos clássicos do tipo gradiente estocástico, para os dois critérios, também são mostrados. Uma demonstração inédita é feita para a obtenção do algoritmo FZ complexo (modulação bidimensional), onde condições necessárias para sua validade identificam características de operação do circuito de recuperação da portadora, normalmente assumidas por outros algoritmos. Aspectos de robustez, consistência e convergência dos algoritmos são abordados, tanto no modo de treinamento como no modo de decisão dirigida (DD). Por último, são verificadas, através de exemplos, as limitações dos algoritmos DD em ambiente rádio-digital dispersivo, que mostram a necessidade da utilização de algoritmos mais robustos.

3.1. RESULTADOS BÁSICOS DA TEORIA DE OTIMIZAÇÃO DOS RECEPTORES LINEARES

3.1.1. Canais Conhecidos: receptores ótimos

A formulação geral do problema dos receptores ótimos pode ser baseada na seguinte pergunta: Dado o sinal recebido x(t), qual é o melhor filtro receptor?

Esta questão tem sido respondida de várias maneiras, sendo uma delas baseada no critério de máxima verossimilhança (MV). Com base neste critério, é possível mostrar que a seqüência de amostras espaçadas pelo intervalo de símbolo T, obtida nos instantes ótimos de amostragem, na saída de um filtro casado com o canal distorsivo, é um conjunto de estatística suficiente para a estimação da seqüência transmitida $\{a_n\}$ [39]. Logo, maximizando o critério MV, supondo os símbolos a_n como sendo variáveis aleatórias contínuas, encontra-se que a seqüência ótima é uma combinação linear dos sinais amostrados, x_n, na saída do filtro casado. Este último otimiza a relação sinal-ruído no instante da amostragem. O filtro transversal de comprimento infinito, o qual fornece a combinação linear das amostras x_n da saída do canal, inverte a função de transferência do canal com relação à sua resposta ao impulso amostrada.

O critério de minimização da probabilidade de símbolos errados (MPSE), assumindo um detector de limiar na saída do filtro transversal, resulta na mesma estrutura geral do critério MV. O critério MPSE, sob a restrição da IES nula (Critério de Nyquist), fornece como solução o filtro casado associado ao filtro transversal infinito com atrasos T, para uma relação sinal-ruído alta, satisfazendo a:

$$H(f) = \frac{1}{S(f)} \tag{3.1}$$

$$S(f) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left| F'(f+K/T)R_T(f) \right|^2 \tag{3.2}$$

$$\sigma_B^2 = \frac{N_0 T}{2} \int_B \frac{df}{S(f)} \tag{3.3}$$

onde S(f) é o espectro do sinal superposto (após a amostragem), $[F'(f)R_T(f)]$ e H(f) são as respostas em freqüência do canal com filtro transmissor e do equalizador, respectivamente. f é a freqüência em Hz. σ_B^2 é a variância ou potência do ruído na entrada do detector de limiar na faixa B do sinal transmitido e $(N_0/2)$ é a densidade espectral de potência do ruído na entrada do receptor. A equação (3.3) mostra que o desempenho do receptor será afetado quando a resposta em freqüência periódica do canal possuir atenuações fortes. Isto significa que, afim de garantir uma IES nula, o filtro transversal tenta compensar estas atenuações fortes, propiciando, às vezes, considerável aumento na potência do ruído.

Outro critério também muito utilizado na otimização dos receptores é o da minimização do EQM (MEQM), ou seja:

$$\underset{H}{Min}\left[J = \mathbb{E}\{|y_n - a_n|^2\}\right] \tag{3.4}$$

onde $\underset{H}{Min}[J]$ indica que a derivada da função J, em relação aos coeficientes do equalizador **H**, é igualada a zero.

A teoria de Wiener mostra que a solução de (3.4) é dada por um filtro casado combinado com um filtro transversal com atrasos de T, satisfazendo as relações em freqüência:

$$H(f) = \frac{\sigma_a^2}{(N_0/2) + \sigma_a^2\, S(f)} \tag{3.5}$$

$$\sigma_a^2 = \mathbb{E}\{|a_n|^2\} \tag{3.6}$$

$$J_{min} = \frac{N_0 T}{2} \int_B \frac{\sigma_a^2}{N_0/2 + \sigma_a^2\, S(f)}\, df \tag{3.7}$$

Neste caso, se vê claramente, na equação (3.5), a dependência de H(f) com o ruído branco e gaussiano, aditivo à saída do canal, através de N_0. Além disso, no receptor com critério da MEQM, a IES na saída do filtro transversal não é nula. Porém, se o ruído tem potência desprezível, as equações (3.5) e (3.7) se transformam nas equações (3.1) e (3.3), respectivamente, ou seja, no domínio da freqüência se observa a passagem do critério da MEQM para o critério da FZ, indicando que o receptor se ocupa, principalmente, em reduzir a IES. No caso contrário, ou seja, quando a relação sinal-ruído é fraca e as distorções do canal não são fortes, pode-se desprezar o segundo termo do denominador da equação (3.5). Assim, o receptor se reduz, então, ao filtro casado, cujo papel é efetivamente o de otimizar a relação sinal-ruído nos instantes de decisão, tendo o filtro transversal um comportamento de um simples filtro de controle de ganho.

A equação (3.5) também pode ser obtida, por um procedimento heurístico, através do critério MPSE [56].

É importante ressaltar que em todas as estruturas de filtro receptor ótimo (filtros casados + filtros transversais T - espaçados de comprimento infinito), as quantidades t_0 (instante de amostragem na saída do filtro casado) e ϕ_0 (fase da modulação) são assumidas como conhecidas no receptor. Na prática, é usada a estimação recursiva conjunta de $\{a_n\}$, t_o e ϕ_0, através de algoritmos no modo de decisão dirigida (DD) ou no modo autodidata.

Além disso, não se pode deixar de frisar que todos estes critérios fazem uso das estatísticas de 2ª ordem e contam com o conhecimento, a priori, das respostas em freqüência do canal ou da própria seqüência desejada (eq. 3.4).

3.1.2. Canais Desconhecidos: Receptores Sub-Ótimos

No ítem anterior foi visto que os receptores ótimos têm em sua composição filtros cujas respostas ao impulso dependem do conhecimento da resposta ao impulso do canal. Na prática, na grande maioria dos sistemas de comunicação digital, não é possível projetar filtros casados. Uma razão básica é que as características do canal de transmissão não são conhecidas. É possível, conforme será visto posteriormente, usar técnicas adaptativas para configurar o filtro transversal,de forma satisfatória, nos diversos critérios. Por outro lado, o filtro casado, cujo papel principal é a limitação de potência do ruído, é implementado, aproximadamente, por um filtro passa-baixas equivalente R(f). Tal filtro é repartido igualmente entre o transmissor ($R_T(f)$) e o receptor ($R_R(f)$), conforme já mencionado no item 1.3, assegurando a mesma função de limitação do ruído, mas de maneira não-ótima. Na Figura 1.5 está mostrado este tipo de receptor subótimo num sistema de comunicação digital.

Então, pode-se dizer que, praticamente, a procura do filtro de recepção ótima neste caso se restringe à procura do filtro transversal T-espaçado, cuja função de transferência "anule" ou minimize a IES.

A teoria da equalização clássica em receptores lineares sub-ótimos, para os mesmos critérios do item anterior, fornece os seguintes resultados, com base no sistema de comunicações da Figura 1.5 e das equações (1.10) e (1.13), fazendo $g_a = 1$ (sem perda de generalidade) [39]:

◦Critério da MPSE com o Critério de Nyquist

$$H(f) = \frac{T}{\sum_{k=-\infty}^{\infty} F(f+K/T)} \qquad (3.8)$$

$$\sigma_B'^2 = \frac{N_0 T^2}{2} \int_B \frac{\sum_{k=-\infty}^{\infty} \left| R_R(f+K/T) \right|^2}{\left| \sum_{k=-\infty}^{\infty} F(f+K/T) \right|^2} df = \frac{N_0 T^3}{2} \int_B \frac{df}{\left| \sum_{k=-\infty}^{\infty} F(f+K/T) \right|^2} \qquad (3.9)$$

Comparando a potência do ruído filtrado no receptor ótimo σ_B^2 com a do receptor sub-ótimo $\sigma_B'^2$, tem-se, das equações (3.3) e (3.9):

$$\sigma_B'^2 - \sigma_B^2 = \frac{N_0 T^2}{2} \int_B \frac{\sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \left| R_R(f+K/T) \right|^2 \left| F'(f+p/T) R_T(f+p/T) \right|^2 - \left| \sum_{k=-\infty}^{\infty} F(f+K/T) \right|^2}{\left| \sum_{k=-\infty}^{\infty} F(f+K/T) \right|^2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left| F'(f+K/T) R_T(f+K/T) \right|^2} df \qquad (3.10)$$

Usando a desigualdade de Schwartz no numerador do integrando da equação (3.10) e a equação (1.10), obtém-se que $\sigma_B'^2$ é sempre superior a σ_B^2, ou no mínimo igual (quando $R_R(f) = F'^*(f) R_T^*(f)$), ou seja: $\sigma_B'^2 - \sigma_B^2 \geq 0$. O índice superior (*) indica a operação conjugada complexa.

É importante notar que a potência do ruído $\sigma_B'^2$ é função do instante de amostragem. Isto é devido à soma das réplicas dos produtos entre F'(f) e R(f) (definição de F(f)). Uma má escolha da fase de amostragem pode conduzir a um espectro com nulos ou fortes atenuações dentro da banda passante do sinal.

Por último, a expressão (3.9) é útil pois ela dá os desempenhos assintóticos de um receptor prático constituído de um filtro passa-baixas e de um filtro transversal de comprimento finito.

◦ Critério da MEQM

$$H(f) = \frac{\sigma_a^2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} F^*(f+K/T)}{(N_0/2) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left| R_R(f+K/T) \right|^2 + (\sigma_a^2/T) \left| \sum_{k=-\infty}^{\infty} F(f+K/T) \right|^2} \qquad (3.11)$$

$$J'_{min} = \sigma_a^2 T \int_B \frac{\sum_{k=-\infty}^{\infty} \left| R_R(f+K/T) \right|^2 df}{\sum_{k=-\infty}^{\infty} \left| R_R(f+K/T) \right|^2 + \left(2\sigma_a^2/N_0 T\right) \left| \sum_{k=-\infty}^{\infty} F(f+K/T) \right|^2} =$$

$$= \sigma_a^2 T^2 \int_B \frac{df}{T + \left(2\sigma_a^2/N_0 T\right) \left| \sum_{k=-\infty}^{\infty} F(f+K/T) \right|^2} \qquad (3.12)$$

Comparando as equações (3.12) e (3.7) permite-nos escrever $J'_{min} - J_{min} \geq 0$, pelos mesmos motivos descritos para o critério da MPSE. A mesma análise para a fase de amostragem também é válida aqui. E, por último, estas expressões permitem determinar os desempenhos assintóticos de um sistema prático, com um filtro transversal de comprimento finito.

3.2. RECEPTORES COM FILTROS TRANSVERSAIS LINEARES DE COMPRIMENTO FINITO: RESULTADOS TEÓRICOS

Na prática, os filtros transversais infinitos são aproximados por filtros com (N + M + 1) coeficientes complexos, onde N e M são números inteiros positivos. Neste parágrafo se está interessado num procedimento temporal de determinar estes (N + M + 1) coeficientes, conhecendo a resposta em freqüência do canal, F(f), ou a resposta ao impulso associada, f(t), e as características estatísticas do ruído.

É necessário frisar que a posição do amostrador, no desenvolvimento dos critérios do item 3.1, está na entrada do dispositivo de decisão. Porém, como é um dispositivo teoricamente linear, é conveniente colocá-lo antes do equalizador, em se tratando de equalização digital, conforme está mostrado na Figura 1.5.

O sinal amostrado, y_n, na saída do equalizador digital é dado abaixo, supondo M = N, isto é (2N + 1) coeficientes complexos, e usando a equação (1.12) com o canal definido na equação (1.41):

$$y_n = h_n \circ x_n = \sum_{i=-N}^{N} h_i \, x_{n-i} = \sum_{K=-(N+L)}^{(N+L)} g_k \, a_{n-k} + \omega_n \qquad (3.13)$$

onde o símbolo "∘" indica a operação de convolução e:

$$g_k = \sum_{i=-N}^{N} h_i f_{k-i} \tag{3.14}$$

$$\omega_n = \sum_{i=-N}^{N} h_i v_{n-i} \tag{3.15}$$

e ω_n é a amostra do ruído filtrado pelo equalizador no instante "n".

A seguir, serão apresentados e discutidos os resultados teóricos dos critérios de FZ e de MEQM no domínio do tempo para os equalizadores de comprimento finito.

3.2.1. Critério de FZ

O fato do comprimento do equalizador ser finito, não permite conceber que seja possível poder anular completamente a IES, salvo alguma excessão. Então, se utilizará como função objetivo para ser minimizada, a distorção maximal de resposta ao impulso (RI) global discreta, g_n, descrita no item 1.1.3.4. Utilizando a equação (1.22), tem-se:

$$Dmax(g) = \frac{\sum_{k}' |\mathbb{R}e(g_k)| + \sum_{k} |\mathbb{I}m(g_k)|}{|\mathbb{R}e(g_0)|} \tag{3.16}$$

A equação (3.16) está normalizada em relação ao maior valor absoluto de símbolo no alfabeto utilizado, relativo a uma modulação QAM [39].

Neste momento, é interessante modificar a expressar (3.16), supondo que:

$$\mathbb{I}m(g_0) = 0 \tag{3.17}$$

onde foi considerado o comportamento do circuito de recuperação da portadora, comentado no item 1.5.1.1. Além disso, se impõe a seguinte restrição:

$$\mathbb{R}e(g_0) = 1 \tag{3.18}$$

Desta forma, substituindo as equações (3.17) e (3.18) na expressão (3.16),

obtém-se uma definição mais simples para a distorção maximal DmaxG(g):

$$DmaxG(g) = \sum_{k}' \left[|\mathbb{R}e(g_k)| + |\mathbb{I}m(g_k)| \right] \qquad (3.19)$$

Agora, o problema é saber se existe um mínimo para a equação (3.19), se ele é global e determinar quais são as amostras de g_k que definem este mínimo. Aqui, se irá partir do conhecimento da solução do mesmo problema, proposto por Lucky [57], para comunicação de dados unidimensional ou real.

É claro que, como no caso real, o mínimo de (3.19) é obtido pela anulação das partes reais e imaginárias de certas amostras da RI $\{g_k\}$, já que o mínimo só pode aparecer num dos pontos angulares da variação de DmaxG(z) em função dos h_k. Os pontos angulares correspondem às mudanças de polaridade das partes real e imaginária de g_k, ou seja, quando $g_k = 0$, para algum $k \in [-(N+L),(N+L)]$. Desta maneira, é formado, no mínimo, um conjunto de (2N+1) equações complexas ou 2(2N+1) equações reais.Sendo assim, pode-se retornar ao estudo do caso real.

Os próximos passos, que são a determinação de quais são as amostras de g_k a serem anuladas e mostrar que DmaxG(g) possui um único mínimo global (não possuindo mínimos locais), não são necessários serem estudados aqui, haja vista que suas demonstrações seguem exatamente aquelas feitas no artigo de Lucky [57]. Como no caso real [57], se a distorção maximal na entrada do equalizador [Dmax(f)], para uma modulação binária complexa, for inferior à unidade, o mínimo global ocorre, então, quando as 2N amostras de g_k são simultaneamente nulas. Tais amostras são correspondentes, em localização, a 2N coeficientes do equalizador. Assim, os coeficientes do equalizador que minimizam a distorção maximal DmaxG(g) são tais que:

$$\begin{cases} g_k = 0 \ , \ k = -N,...N; \ k \neq 0 \\ g_0 = 1 \end{cases} \qquad (3.20)$$

Então, é suficiente resolver o seguinte problema:

$$\sum_{i=N}^{N} h_i f_{k-i} = \delta(k) \ , \qquad k \in [-N,N] \qquad (3.21)$$

ou ainda, na forma matricial:

$$[F]_{MxM} \ [H]_{Mx1} = [I]_{Mx1} \qquad (3.22)$$

onde, M = 2N + 1, $[F]_{MxM}$ é uma matriz de convolução, $[H]_{Mx1}$ é o vetor dos coeficientes. I é o vetor identidade, definido por:

$$[I]_{Mx1} = [0...010...0]^t \tag{3.23}$$

e ainda

$$[F]_{MxM} = \begin{bmatrix} f_0 & f_1 \cdots f_{-2N} \\ f_{-1} & f_0 \cdots f_{-2N+1} \\ \vdots & \ddots \vdots \\ f_{2N} & \cdots\cdots f_0 \end{bmatrix} \tag{3.24}$$

$$[H]_{Mx1} = [h_{-N} h_{-N+1} \ \cdots \ h_0 \ \cdots \ h_N]^t \tag{3.25}$$

onde o índice superior t indica transposição da matriz ou vetor associado.

É visto, claramente, da equação (3.24), que a matriz de convolução é Toeplitz, e que depende do instante ótimo de amostragem.

O vetor de coeficientes ótimos $[H_{FZ}]_{Mx1}$ do equalizador é obtido pela inversão da equação (3.22), desde que $[F]_{MxM}$ seja não-singular (posto completo)

$$[H_{FZ}]_{Mx1} = [F]^{-1}_{Mx1}[I]_{Mx1} \tag{3.26}$$

onde o índice superior (-1), aplicado à matriz $[F]_{MxM}$, está indicando a operação de inversão.

No próximo ítem, se irá colocar os principais resultados do critério da MEQM para, em seguida, serem feitas comparações com os resultados do critério FZ no domínio do tempo.

3.2.2. Critério da MEQM

Como no caso onde foi considerado um equalizador de comprimento infinito, este critério, ao considerar o ruído e o comprimento finito do equalizador, não permite anular a IES do sinal equalizado.

Considerando o funcional dado pela equação (3.4) e a equação (3.13), pode-se utilizar a notação matricial para reescrever o funcional na forma:

$$J = \mathbb{E}\left\{ \left| [H]^{t}_{Mx1} [x]_{Mx1} - a_n \right|^2 \right\} \tag{3.27}$$

onde

$$[x]_{Mx1} = [x_{n+N} x_{n+N-1} \ldots x_n \ldots x_{n-N}]^t = X_n \tag{3.28}$$

Anulando a derivada de J em relação a $[H]_{Mx1}$, é obtido o vetor dos coeficientes ótimos $[H_{EQM}]_{Mx1}$, ou seja:

$$[H_{EQM}]_{Mx1} = [R_x]^{-1}_{MxM} [u]_{Mx1} \tag{3.29}$$

onde

$$[u]_{Mx1} = \mathbb{E}\{ a_n [x^*]_{Mx1} \} = \sigma_a^2 [f^*_N \ \ldots \ f^*_0 \ldots \ f^*_{-N}]^t = [u_N \ \ldots \ u_0 \ \ldots \ u_{-N}]^t \tag{3.30}$$

$$[R_x]_{MxM} = \mathbb{E}\left\{ \left[[x^*]_{Mx1} \ [x]^t_{Mx1} \right]_{MxM} \right\} = [r_{i,j}]_{MxM} \tag{3.31}$$

(*) é a operação de conjugação complexa, e as componentes da matriz $[R_x]_{MxM}$, dita matriz de autocorrelação do canal, podem ser escritas na forma:

$$r_{i,j} = \sigma_a^2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} f^*_k f_{k+i-j} + \sigma_v^2 \delta(i - j) \tag{3.32}$$

onde $\delta(\cdot)$ é a função delta de Kröencker e σ_v^2 é a variância do ruído na entrada do equalizador. Na equação (3.32), considerou-se o canal de comprimento infinito, onde se vê, também, que a matriz $[R_x]_{MxM}$ é Toeplitz e hermitiana. Logo, pode ser mostrado que a matriz de autocorrelação admite inversão [58].

Ao substituir a equação (3.29) na equação (3.27), se obtém o erro quadrático médio mínimo global (a função objetivo é quadrática), ou seja:

$$J_{min} = \sigma_a^2 \left(1 - [H^*_{EQM}]^t_{Mx1} [u]_{Mx1} \right) \tag{3.33}$$

Como no caso do critério FZ, os desempenhos dependem do instante de amostragem escolhido. Este último tem uma influência, às vezes, sobre a matriz $[R_x]_{MxM}$ e sobre o vetor $[u]_{Mx1}$.

A literatura sobre a equalização clássica até aqui, não tem apresentado, de forma mais abrangente, uma análise comparativa entre os critérios de FZ e da MEQM no domínio do tempo, quando se considera o comprimento do equalizador finito. Isto é proposto no próximo ítem, onde se faz uma interpretação complementar à matriz de autocorrelação, supondo desprezível a influência do ruído, associada à solução do critério FZ de todas as amostras g_K, $\forall K$, $K \neq 0$.

3.2.3. Comparação entre os Critérios de FZ e da MEQM

Não é possível obter uma solução ótima para o critério FZ, se é desejado forçar a zero as amostras da RI discreta g_K, além daquelas definidas na equação (3.20). Dito de outra forma, se é aumentada a quantidade de linhas do sistema de equações definida em (3.22), ter-se-á um número de equações superior ao número de variáveis (coeficientes do equalizador de comprimento finito), não sendo possível satisfazer todas as equações simultâneamente. Porém, uma solução subótima daquele sistema sobre-determinado pode ser tentada.

Seja o número de equações do sistema (3.22) igual a P, ou seja:

$$[F]_{PxM}\ [H]_{Mx1} = [I]_{Px1} \tag{3.34}$$

O comprimento da RI discreta g_K é suposto infinito, pois o canal tem o comprimento de sua RI suposto infinito. Então há IES residual. O objetivo é tentar anular as amostras g_k que estão fora do horizonte do equalizador ($K \notin [-N, N]$), ou seja, fazendo $P \rightarrow \infty$ na equação (3.34):

$$[F]_{\infty xM}\ [H_{FZ}]_{Mx1} = [I]_{\infty x1} \tag{3.35}$$

A teoria da álgebra de matrizes diz que não há solução ótima do sistema (3.35), porém é possível obter uma solução aproximada no sentido da minimização do erro quadrático [59]. Multiplica-se a equação (3.35), à esquerda, pela matriz $[F^*]^t_{\infty xM}$. A não-singularidade da matriz $\left[[F^*]^t_{\infty xM}\ [F]_{\infty xM}\right]_{MxM}$ está garantida se a energia do canal é finita $\left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} |F_K|^2 < \infty\right)$, ou seja, esta matriz tem posto igual a M. Então, a solução é escrita na forma:

$$[H_{FZ}]_{Mx1} = \left[[F^*]^t_{\infty xM}\ [F]_{\infty xM}\right]^{-1}_{MxM}\ [F^*]^t_{\infty xM}\ [I]_{\infty x1} \tag{3.36}$$

Utilizando as expressões (3.24), (3.30), (3.31) e (3.32), com $\sigma_v^2 \cong 0$, pode-se reescrever a equação (3.36) na forma:

$$[H_{FZ}]_{Mx1} = [R_x(\sigma_v^2 \cong 0)]^{-1}_{MxM} [u]_{Mx1} \qquad (3.37)$$

Comparando as equações (3.37) e (3.29), supondo desprezível a influência do ruído (sendo a IES, então, mais importante), pode-se escrever:

$$[H_{FZ}]_{Mx1} = [H_{EQM}(\sigma_v^2 \cong 0)]_{Mx1} \qquad (3.38)$$

Portanto, a partir do critério de FZ, chega-se ao mesmo resultado do critério da MEQM, utilizando uma análise temporal. Então, se pode ver a solução de Wiener (eq. (3.29)), sem o ruído, como uma tentativa de se chegar à solução desejada com um equalizador de comprimento finito. Desta maneira, fica estabelecida uma associação direta entre a imposição de forçar a zero as amostras g_K, $\forall K$, $K \in \mathbb{Z}$, $K \neq 0$, e a matriz de autocorrelação do canal sem ruído. Assim, mesmo com $\sigma_v^2 \cong 0$, a solução de Wiener na presença de um canal distorsivo jamais poderá fornecer a solução desejada para a RI global (haverá sempre uma IES residual), ao se utilizar um equalizador de comprimento finito.

A Figura 3.1 ilustra a análise feita neste item. Nesta Figura estão mostradas as curvas de assinatura de um sistema rádio-digital de RI analógica do tipo FM, com modulação 64-QAM, taxa de transmissão de 140 Mbits/s, fator de excesso de faixa $\alpha = 0{,}3$, equalizador com 7 coeficientes complexos e várias relações sinal-ruído (RSR). É visto, claramente, que as curvas de assinatura dos critérios FZ e MEQM são muito próximos uma da outra, quando o RSR é alta ($\sigma_v^2 \cong 0$), confirmando os resultados da análise teórica. Por outro lado, quando a RSR é diminuída o desempenho teórico do critério da MEQM se torna cada vez inferior ao do critério FZ..

A análise teórica até aqui descrita, envolve o conhecimento da RI do canal e/ou dos símbolos transmitidos no receptor. Como o sistema de transmissão é dinâmico, onde o canal é desconhecido, outras técnicas são exigidas para buscar a solução subótima do receptor, ou estar próximo a ela. Para isto, os critérios de FZ e da MEQM possibilitam a utilização de métodos iterativos de busca dos seus pontos de mínimo global, contando com o conhecimento somente da seqüência desejada, tomada como referência.

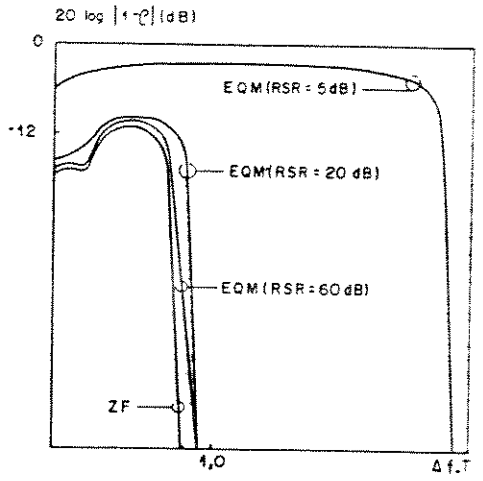


Fig. 3.1 - Assinaturas de um sistema rádio-digital caracterizado por: 64-QAM, 140 Mbit/s, equalizador com 7 coeficientes e várias relações sinal-ruído (RSR). Critérios usados para o cálculo dos coeficientes do equalizador: Forçagem a zero (FZ) e minimização do erro quadrático médio (MEQM).

3.3. ALGORITMOS ADAPTATIVOS CLÁSSICOS NO MODO DE TREINAMENTO

Como dito anteriormente, as estruturas dos receptores apresentados até aqui necessitam, para serem calculados, do conhecimento "a priori" das características (espectrais ou temporais) do canal. Estas características são requisitadas às vezes, como se viu, para a realização do filtro casado e para o cálculo dos coeficientes dos filtros transversais.

Esta restrição não é admissível nos casos onde as características do canal são desconhecidas do receptor. Este é o caso, por exemplo, do conjunto dos canais tendo características não-estacionárias. Os sistemas rádio-móveis digitais possuem canais cujas não-estacionaridades são devidas ao fato de que o ambiente, no qual se desloca o móvel, é um ambiente perturbador. Por exemplo, num meio urbano, a reflexão das ondas nos imóveis próximos ao trajeto direto leva a uma situação de propagação por trajetos múltiplos que geram desvanecimento seletivos variáveis no tempo. Logo, o receptor só pode conhecer as características por uma aprendizagem baseada na observação do sinal recebido.

Canais estacionários também podem ser não conhecidos do receptor. Um caso tí-

pico é aquele que foi a origem da maioria dos trabalhos modernos sobre as técnicas temporais da equalização, a saber, a transmissão de dados a baixas taxas. A qualidade máxima que os sistemas de transmissão digital podiam oferecer, não garantia desempenhos suficientes na ausência de equalizadores que reduzem a IES no sinal útil. Por outro lado, as características do canal dependem do caminho que o sinal percorre dentro do sistema e, também, da posição do transmissor. O receptor, para ser eficaz, deverá, então, num primeiro momento, "aprender" estas características. Como elas são invariantes no tempo, o problema é, com certeza, sensivelmente mais simples que no caso de canais variantes no tempo (não estacionários).

Partindo das estruturas de receptores com filtros passa-baixas substituindo os filtros casados, o problema fica restrito à busca de métodos adaptativos que permitam determinar os valores ótimos dos coeficientes dos filtros transversais.

Dependendo do tipo dos canais (estacionários ou não), o problema se reduz a um problema de aquisição e de rastreio.

No caso onde só a aquisição é necessária, se poderá utilizar estratégias que levam o receptor a ter o conhecimento exato da seqüência transmitida, o que o levará a configurar o equalizador em uma posição vizinha à sua posição ótima. Este é o período ou modo de treinamento. Após este período, o equalizador terá um refinamento dos seus coeficientes no curso da transmissão dos dados úteis.

Para canais não-estacionários, a aquisição deverá se fazer sem recorrer às seqüências de dados particulares, isto é, deverá ser realizada de maneira cega ou autodidata. Ademais, durante a transmissão dos dados úteis, o sistema deverá ser capaz de seguir as evoluções mais ou menos rápidas do canal, procurando manter uma qualidade de transmissão satisfatória.Esta é uma situação dos sistemas rádio-digitais de alta capacidade, conforme descrito no capítulo 1.

A seguir, se irá apresentar os principais resultados dos algoritmos adaptativos complexos clássicos estatísticos e estocásticos baseados no critério da MEQM, a saber, algoritmo gradiente e do gradiente estocástico e algoritmos de Newton e dos mínimos quadrados recursivos. Após, se irá desenvolver os algoritmos adaptativos estatísticos e estocásticos, com base no critério de FZ, para modulação complexa.

3.3.1. Algoritmos Adaptativos Clássicos com Base no Critério da MEQM

Neste item são apresentados e discutidos os algoritmos adaptativos, no modo de treinamento, para um equalizador linear transversal complexo que minimiza o EQM. Se deseja, então, obter algoritmos que permitam adaptar o vetor de coeficientes H_n, na n-ésima iteração de tal maneira que convirja para a posição ótima dada pela equação (3.29).

3.3.1.1. Algoritmos Estatísticos

Será usado um procedimento heurístico para obter a relação de recursividade do vetor H_n. Seja H_{n+1} o vetor dos coeficientes no instante n + 1. Para que satisfaça o critério de MEQM, se deve ter que o erro quadrático médio no instante n, $J(H_n)$, ou simplesmente J_n, seja superior ao erro quadrático médio no instante n + 1, J_{n+1}, ou seja:

$$J_{n+1} - J_n < 0 \tag{3.39}$$

Algoritmo do Gradiente: Algoritmo de Primeira Ordem

Sejam $\delta h_n = H_{n+1} - H_n$ e o desenvolvimento em série de Taylor até a 1ª ordem de J_n:

$$J_{n+1} = J_n + \delta h_n^t \left(\text{grad}_H[J] \Big|_{H_n} \right)^* + \theta(\delta h_n) \tag{3.40}$$

onde $\text{grad}_H[J]\Big|_{H_n}$ representa o vetor gradiente de J relativo ao vetor H, no ponto H_n, e $\theta(\delta h_n)$ representa os erros de ordem igual ou superior a 2. Uma condição suficiente para que a relação (3.39) seja verificada é escolher δh_{n+1} tal que

$$\delta h_n = -\mu_n \, \text{grad}_H[J] \Big|_{H_n} \tag{3.41}$$

onde o passo de adaptação real μ_n é escolhido convenientemente. Substituindo a equação (3.41) na (3.40), supondo $\theta(\delta h_n) \cong 0$, tem-se:

$$J_{n+1} - J_n \cong -\mu_n \left| \text{grad}_H[J] \Big|_{H_n} \right|^2 < 0 \tag{3.42}$$

O algoritmo dado por (3.41) é conhecido por algoritmo do gradiente [60]. A Figura 3.2 ilustra, num espaço de dimensão 2, a operação de adaptação realizada, bem como os efeitos da escolha do passo de adaptação μ_n. O vetor h_{ot} é o vetor dos coeficientes ótimos do equalizador. Uma escolha ótima do passo [61] (μ_n ótimo) corresponde a escolher como vetor H_{n+1}, o ponto de contacto entre a reta que suporta o vetor gradiente e a iso-curva do EQM tangente a esta reta. A variação $\delta h_{n,ot}$ está associada ao μ_n ótimo. Na prática, se escolhe um passo μ_n = constante, suficientemente pequeno de sorte que a relação (3.42) seja verificada para cada iteração.

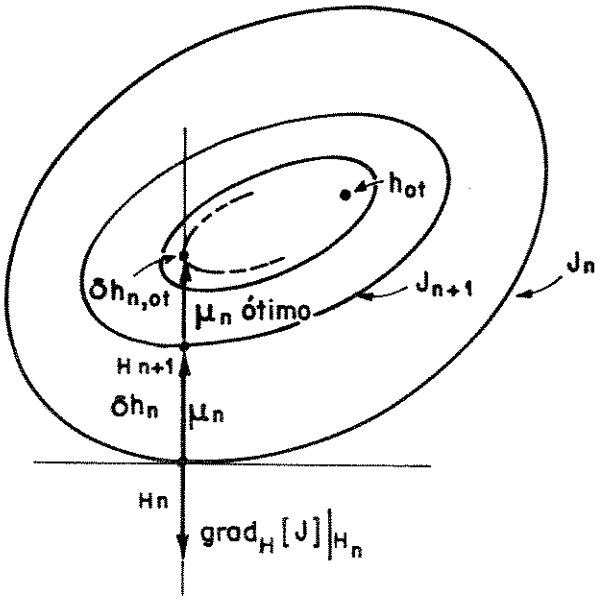


Fig. 3.2 - Iso-curvas do EQM num espaço de duas dimensões da operação de adaptação dos coeficientes pelo algoritmo de 1ª ordem. Também é visto os efeitos da escolha do passo μ_n.

É fácil de entender que os desempenhos de convergência deste algoritmo serão função da forma das iso-curvas do EQM, cujas características são resumidas pela matriz de autocorrelação do canal $[R_x]_{MxM}$, definida na expressão (3.31). Para uma alta RSR,um canal sem IES conduz $[R_x]_{MxM}$ a uma matriz identidade,isto é, às iso-curvas de EQM, que são círculos, pois a RI global é a RI do equalizador. Neste caso, a direção do vetor de incremento δh_n é ótima, já que ela visualiza diretamente o vetor ótimo $h_{ot} = [H_{EQM}]_{Mx1}$. De fato, o grau de elipticidade das curvas está diretamente ligado ao grau de seletividade do canal, pela influência deste último sobre os autovalores da matriz $[R_x]_{MxM}$[58]. No caso de forte elipticidade, a direção do incremento obtida pelo algoritmo do gradiente pode estar longe da direção ótima. Uma maneira ótima de melhorar os desempenhos do algoritmo é modificar a direção do termo do vetor de incremento δh_n.

Algoritmo de Newton: Algoritmo de Segunda Ordem†

Seja, agora, o desenvolvimento de J_{n+1} pela série de Taylor, considerando a influência do termo de segunda ordem, ou seja:

$$J_{n+1} = J_n + \delta h_n^t \left(\text{grad}_H[J]\Big|_{H_n}\right)^* + \frac{1}{2}\,\delta h_n^t \left[D(H_n)\right]_{MxM} \delta h_n^* + \theta(\delta h_n) \qquad (3.43)$$

onde $\theta(\delta h_n)$ representa os erros de ordem igual ou superior a 3 e $\left[D(H_n)\right]_{MxM}$ é uma matriz de dimensão [M,M], cuja componente genérica, observando (3.32), é dada por:

$$d_{i,j} = \left.\frac{\partial J}{\partial h_{n,i}\,\partial h_{n,j}}\right|_{H_n} = r_{i,j} \quad , \; i,j = -N, \ldots, N \qquad (3.44)$$

ou seja, a matriz $\left[D(H_n)\right]_{MxM}$ é a própria matriz de autocorrelação $\left[R_x\right]_{MxM}$, e $h_{n,i}$, $i = -N,\ldots,N$, são as componentes do vetor H_n.

Uma escolha ótima de δh_n para minimizar J_{n+1} é obtida ao anular a derivada de J_{n+1} na equação (3.43), ou seja:

$$\text{grad}_H[J]\Big|_{H_n} + \left[D(H_n)\right]_{MxM}\delta h_n = 0$$

ou ainda

$$\delta h_n = -\left[D(H_n)\right]^{-1}_{MxM} \text{grad}_H[J]\Big|_{H_n} \qquad (3.45)$$

onde foi suposto $\theta\left[\delta h_n\right] \cong 0$. Ao considerar um acréscimo suficientemente pequeno para justificar a validade das aproximações, se escolhe um passo real μ_n tal que

$$\delta h_n = -\mu_n\left[D(H_n)\right]^{-1}_{MxM} \text{grad}_H[J]\Big|_{H_n} = -\mu_n\left[R_x\right]^{-1}_{MxM} \text{grad}_H[J]\Big|_{H_n} \qquad (3.46)$$

Os algoritmos (3.45) e (3.46) são conhecidos sob o nome de algoritmos de Newton.

† O objetivo deste item é o de somente completar a análise teórica. Os algoritmos dele decorrentes não serão usados nas aplicações.

A Figura 3.3 ilustra, num espaço de dimensão 2, a operação de adaptação realizada. Nesta figura é visto o efeito de maior velocidade de convergência causada pela rotação na direção do vetor gradiente, feita pelo inverso da matriz de autocorrelação, visando diretamente o vetor ótimo $h_{ot} = [H_{EQM}]_{Mx1}$. Isto é devido ao fato de que a matriz de autocorrelação é positiva-definida, o que lhe permite uma setorização do tipo raiz quadrada [62]. Assim, uma mudança no sistema de coordenadas elípticas (H_n) para circulares pode ser realizada. Neste último sistema de coordenadas, é feito o desenvolvimento em série de Taylor até a segunda ordem, onde a matriz correspondente a matriz $[D(H_n)]_{MxM}$ agora é uma matriz identidade e o gradiente aponta para o centro das isocurvas circulares (veja eq. (3.45)). Pode-se destacar ainda que, escolhendo-se convenientemente o passo, os coeficientes ótimos do equalizador podem ser obtidos apenas com uma iteração.

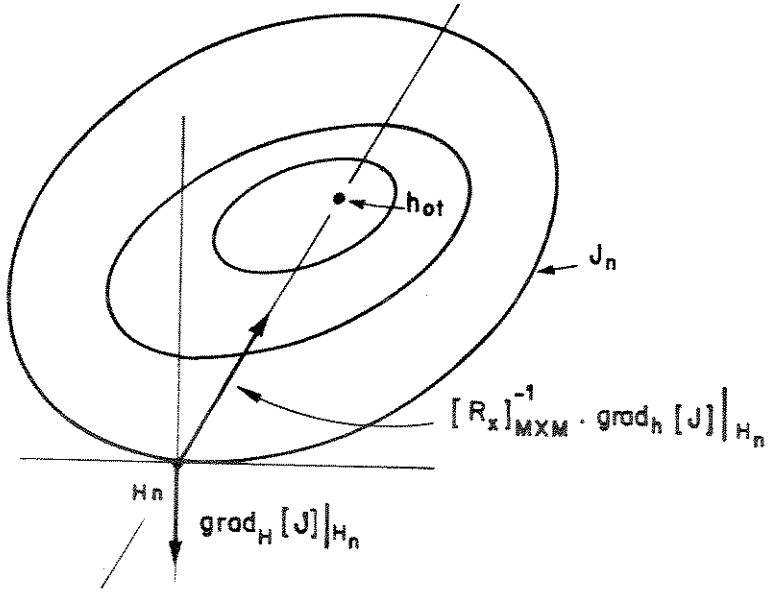


Fig. 3.3 - O mesmo da Figura. 3.2, para o algoritmo de 2ª ordem.

3.3.1.2. Algoritmos Estocásticos

Os algoritmos descritos anteriormente permitem empregar métodos adaptativos para a determinação dos coeficientes equalizados. Porém, eles necessitam ainda ter sempre o conhecimento das características do canal de transmissão. Uma maneira de escapar desta restrição é subsituir estes algoritmos pelos algoritmos estocásticos.

Algoritmo do Gradiente Estocástico (GE): Algoritmo de Primeira Ordem

Considere o algoritmo do gradiente com o passo constante e suponha que as iterações sucessivas se fazem no ritmo 1/T. Das equações (3.13), (3.27) e (3.28), obtém-se:

$$\text{grad}_H[J]\Big|_{H_n} = 2\,\mathbb{E}\{X_n^*(y_n - a_n)\} = 2\,\mathbb{E}\{X_n^* e_n\} \qquad (3.47)$$

A forma estocástica do algoritmo do gradiente é obtida substituindo o termo estocástico do incremento pelo termo aleatório $X_n^* e_n$, ou seja, na equação (3.41), usando (3.47):

$$H_{n+1} = H_n - \mu X_n^* e_n \qquad (3.48)$$

Esta substituição é uma estimação instantânea do termo de incremento, a qual não é polarizada, ou seja, este algoritmo é convergente em média. No entanto, ele é um algoritmo ruidoso. Uma análise completa sobre o algoritmo do gradiente estocástico pode ser encontrada, p. ex., em [58].

Versões simplificadas para implementações destes algoritmos podem ser obtidas utilizando somente as informações das polaridades dos sinais X_n^* e e_n em (3.48), pois a principal informação dada pelo gradiente é o da sua direção. A parte incremental da (3.48) ficaria restrita ao passo μ, escolhido de forma a prescrever as restrições de estabilidade [58]. Este procedimento poderá comprometer a velocidade da convergência do algoritmo.

Algoritmo dos Mínimos Quadrados Recursivos (MQR): Algoritmo de Segunda Ordem†

No caso do algoritmo de Newton, o problema principal é obter um procedimento para a determinação da matriz $[R_x]^{-1}_{MxM}$. Isto pode ser obtido utilizando o conceito da média de memória infinita de um conjunto de amostras para substituir o operador $\mathbb{E}\{\cdot\}$, ou seja, substituir $\mathbb{E}\{|e_n|^2\}$ por

$$J_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} |H_n^t X_i - a_i|^2 \qquad (3.49)$$

† O objetivo deste item é o de somente completar a análise teórica. Os algoritmos dele decorrente não serão usados nas aplicações.

Ao minimizar-se (3.49), encontra-se a matriz R_n que faz o papel da matriz $[R_x]_{MxM}$, definida da forma:

$$R_n = \sum_{i=1}^{n} X_i^* X_i^t \tag{3.50}$$

Da equação (3.50) se obtém a seguinte relação recursiva:

$$R_n = R_{n-1} + X_n^* X_n^t \tag{3.51}$$

A inversão de R_n, dado por (3.51), utilizando o lema de inversão [62], permite obter:

$$R_n^{-1} = R_{n-1}^{-1} - \frac{R_{n-1}^{-1} X_n^* X_n^t R_{n-1}^{-1}}{1 + X_n^t R_{n-1}^{-1} X_n^*} \tag{3.52}$$

Logo o algoritmo de Newton fica na forma:

$$H_{n+1} = H_n - R_n^{-1} X_n^* e_n \tag{3.53}$$

As equações (3.52) e (3.53), com inicialização apropriada para R_n^{-1}, são conhecidas sob o nome de algoritmo de Kalman [58], [62]. Sua principal propriedade, em relação ao algoritmo do GE, é uma grande velocidade de convergência; daí sua utilização para canais não-estacionários.

Há de se notar que tanto o algoritmo do GE como o algoritmo dos MQR, ou de Kalman, têm uma dependência com o erro e_n nos termos de incremento. Isto significa que o receptor tem o conhecimento da seqüência de dados transmitidos $\{a_n\}$, pelo menos em algum período caracterizado como treinamento. Para os períodos de operação do sistema, o erro usado naqueles algoritmos toma como referência os dados decididos no receptor. Isto pode implicar que, em sendo errada tal referência, os algoritmos convirjam para um vetor de coeficientes do equalizador não-ótimo. Este será o tema da seção 3.4. Antes de estudá-lo, se irá desenvolver um algoritmo com base no critério de FZ para modulações complexas.

3.3.2. Algoritmos Adaptativos Clássicos com Base no Critério de FZ

Antes de darmos início a este item, é importante salientar que o desenvolvimento dos algoritmos aqui apresentados, até o momento, não foi encontrado semelhante na literatura. Por outro lado, tais algoritmos vêm sendo implementados na prática.

3.3.2.1. Algoritmos Estatísticos

Foi mostrado no item 3.2.1 que a função objetivo: distorção maximal, dada pela equação (3.19), é uma função convexa. Logo, a solução do sistema de equações, dada pela equação (3.22), pode ser alcançada por um algoritmo do tipo gradiente [63]. Então, utilizando o algoritmo do gradiente, se adaptará as partes reais e imaginárias do equalizador, segundo a forma:

$$h^{R}_{n+1,k} = h^{R}_{n,k} - \mu \operatorname{grad}_{h^{R}_{n,k}} \mathrm{DMaxG(g)} \qquad (3.54)$$

onde $h^{R}_{n,k}$ é a k-ésima componente real (R) do equalizador no instante n, μ é o fator de passo e $\operatorname{grad}_{h^{R}_{n,k}} \mathrm{DmaxG(g)}$ é a derivada de DmaxG(g) em relação a h^{R}_{k}.
Uma expressão correspondente a (3.54) pode ser escrita para a componente imaginária. Portanto para a k-ésima componente complexa, se representa o algoritmo na forma:

$$h_{n+1,k} = h_{n,k} - \mu \operatorname{grad}_{h_{n,k}} \mathrm{DmaxG(g)} \qquad (3.55)$$

Finalmente, reescrevendo (3.55) na forma vetorial complexa, se tem:

$$H_{n+1} = H_{n} - \mu \operatorname{grad}_{H_{n}} \mathrm{DmaxG(g)} \qquad (3.56)$$

onde $\operatorname{grad}_{H_n} \mathrm{DmaxG(g)}$ é o vetor gradiente complexo, cujas componentes $\left\{\operatorname{grad}_{h_{n,k}} \mathrm{DmaxG(g)}\right\}$, k = -N,...,N, são da forma:

$$\operatorname{grad}_{h_{n,k}} \mathrm{DmaxG(g)} = \operatorname{grad}_{h^{R}_{n,k}} \mathrm{DmaxG(g)} + j \operatorname{grad}_{h^{I}_{n,k}} \mathrm{DmaxG(g)} \qquad (3.57)$$

onde o índice superior I diz respeito à componente imaginária.

Agora, a preocupação é o cálculo de $\text{grad}_{h_{n,k}}$ DmaxG(g). As componentes real e imaginária de g_k podem ser obtidas da equação (3.14), ou seja:

$$\mathbb{R}e(g_k) = g_k^R = \sum_{i=-N}^{N} \left[f_{k-i}^R h_i^R - f_{k-i}^I h_i^I \right] \tag{3.58}$$

$$\mathbb{I}m(g_k) = g_k^I = \sum_{i=-N}^{N} \left[f_{k-i}^R h_i^I + f_{k-i}^I h_i^R \right] \tag{3.59}$$

Usando (3.58) e (3.59) no cálculo dos gradientes, tem-se

$$\text{grad}_{h_{n,i}^R} \text{DmaxG(g)} = \sum_k' \left[\text{snl}(g_k^R) f_{k-i}^R + \text{snl}(g_k^I) f_{k-i}^I \right] \tag{3.60}$$

$$\text{grad}_{h_{n,i}^I} \text{DmaxG(g)} = \sum_k' \left[- \text{snl}(g_k^R) f_{k-i}^I + \text{snl}(g_k^I) f_{k-i}^R \right] \tag{3.61}$$

onde snl(z) é definida por:

$$\text{snl}(z) = \begin{cases} 1, & z \geq 0 \\ -1, & z < 0 \end{cases} \tag{3.62}$$

A expressão para grad_{h_i}DmaxG(g), utilizando (3.60) e (3.61) na equação (3.57), fica na forma:

$$\text{grad}_{h_{n,i}} \text{DmaxG(g)} = \sum_k' \left[\text{snl}(g_k^R) f_{k-i}^* + j\ \text{snl}(g_k^I) f_{k-i}^* \right]$$

$$= \sum_k' \text{snl}(g_k) f_{k-i}^* \tag{3.63}$$

onde

$$\text{snl}(g_k) = \text{snl}(g_k^R + j\ g_k^I) = \text{snl}(g_k^R) + j\ \text{snl}(g_k^I) \tag{3.64}$$

Como no caso real [57], se utilizará a hipótese de que a amostra f_0 é preponderante às demais amostras f_k, $k \neq 0$. Logo, da equação (3.63), se tem a aproximação do somatório pelo termo correspondente a k = i, ou seja:

$$\text{grad}_{h_{n,i}} \text{DmaxG(g)} \cong \text{snl}(g_i) f_0^* \tag{3.65}$$

Nesta fase do desenvolvimento, uma hipótese suplementar se faz necessária, qual seja, a parte imaginária do coeficiente central do equalizador é igualada a zero, isto é, a fase do equalizador é fixada, com

$$\mathbb{I}m(h_0) = h_0^I = 0 \tag{3.66}$$

Há dois motivos pelos quais a hipótese (3.66) é importante para o algoritmo de FZ do equalizador. O primeiro é relativo a uma simplificação do algoritmo que será descrito mais adiante, e o segundo, e mais importante, diz respeito a uma duplicidade de ação para recuperação de fase de portadora, que pode ser feita tanto pela parte imaginária do coeficiente central do equalizador [64], como por um dispositivo do receptor exclusivamente responsável por esta função. Para tal fim, na prática, os receptores empregam um circuito de recuperação da portadora, anulando pois h_0^I, devido à eficiência superior desta estrutura do receptor, principalmente quando em presença de tremor da fase [64]. Do ponto de vista algoritmico, como conseqüência desta última afirmação e deixando livre h_0^I, a sobreposição de tarefas pode causar instabilidade no receptor (rotação contínua da constelação) [64]. Concluíndo, utilizando estas argumentações, resumidas pela equação (3.66), juntamente com a hipótese (3.17) e a restrição (3.18), e ainda observando que f_0^R é preponderante, tem-se da equação (3.65)

$$\operatorname{grad}_{h_{n,i}} \mathrm{DmaxG}(g) \cong \mathrm{snl}(g_i) \tag{3.67}$$

Logo, se observa da equação (3.67) que, uma vez conhecidas ou estimadas as amostras g_i, ou ao menos suas polaridades, o algoritmo de FZ é de grande simplicidade e de fácil implementação. Resta, então, realizar a estimação de g_i por $\tilde{g}_i$.

Suponha que as amostras do ruído na saída do equalizador, v_n, sejam não correlacionadas entre os canais em fase e quadratura e mutuamente não correlacionadas sobre um canal qualquer. Uma estimação segundo o critério da máxima verossimilhança [62], conduz, então, à minimização (Min) de φ [39], ou seja:

$$\underset{\tilde{g}_i}{\mathrm{Min}}\left(\varphi = \sum_n \left| y_n - a_n - \sum_i{}' a_{n-i} g_i \right|^2\right) \tag{3.68}$$

desenvolvendo (3.68):

$$\underset{\tilde{g}_i}{\text{Min}}\left(\varphi = \sum_k \left\{ |\alpha_k^R|^2 + |\alpha_k^I|^2 \right\}\right) \tag{3.69}$$

onde

$$\alpha_k^R = y_k^R - a_k^R - \sum_i{}' \left(a_{k-i}^R g_i^R - a_{k-i}^I g_i^I \right)$$

$$\alpha_k^I = y_k^I - a_k^I - \sum_i{}' \left(a_{k-i}^R g_i^I + a_{k-i}^I g_i^R \right) \tag{3.70}$$

Se as derivadas de (3.69), em relação a g_i^R e g_i^I, são anuladas, ou seja, usando as definições em (3.70):

$$\frac{\partial \varphi}{\partial g_i^R} = - \sum_k \left(\alpha_k^R a_{k-i}^R + \alpha_k^I a_{k-i}^I \right)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial g_i^I} = - \sum_k \left(\alpha_k^I a_{k-i}^R - \alpha_k^R a_{k-i}^I \right) \tag{3.71}$$

ou ainda, por extensão de notação, das expressões em (3.71), tem-se:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial g_i} = - \sum_k \alpha_k a_{k-i}^* = 0 \tag{3.72}$$

onde $\alpha_k = \alpha_k^R + j\,\alpha_k^I$. Desenvolvendo a equação (3.72):

$$\sum_k \left(y_k - a_k - \sum_i{}' a_{k-i} \tilde{g}_i \right) a_{k-i}^* = 0$$

$$\sum_k a_{k-i}^* \left(\sum_i{}' a_{k-i} \tilde{g}_i \right) = \sum_k e_k a_{k-i}^*$$

$$\sum_\ell{}' \tilde{g}_\ell \sum_k a_{k-\ell} a_{k-i}^* = \sum_k e_k a_{k-i}^* \tag{3.73}$$

Como os dados de entrada são simétricos e independentes, e portanto descorrelacionados, se pode escrever [62]:

$$\lim_{K\to\infty} \frac{1}{K} \sum_{k=-K}^{K} a_{k-\ell} a_{k-i}^* = \mathbb{E}\left\{ a_{k-\ell} a_{k-i}^* \right\} = \begin{cases} \sigma_a^2 & , \ \ell = i \\ 0 & , \ \ell \neq i \end{cases} \tag{3.74}$$

Substituindo (3.74) em (3.73), tem-se [62]:

$$\tilde{g}_i = \frac{1}{\sigma_a^2} \lim_{K\to\infty} \sum_{k=-K}^{K} e_k a^*_{k-i} = \frac{1}{\sigma_a^2} \mathbb{E}\{e_k a^*_{k-i}\} \qquad (3.75)$$

onde $e_k = y_k - a_k$.

Portanto, o algoritmo de FZ estatístico é dado por:

$$H_{n+1} = H_n - \mu \, \mathrm{snl}\left(\mathbb{E}\{e_n A_n^*\}\right) \qquad (3.76)$$

onde o vetor A_n^* é definido por:

$$A_n^* = [a_n^*]_{Mx1} = [a^*_{n+N} a^*_{n+N-1} \ldots a^*_n \ldots a^*_{n-N}]^t \qquad (3.77)$$

A fim de que se possa estabelecer uma relação direta com o algoritmo estatístico do gradiente para o MEQM (eqs. (3.41) e (3.47)), se modifica a eq. (3.76), sem perda da generalidade (altera-se μ), para a forma:

$$H_{n+1} = H_n - \mu \, \mathbb{E}\{e_n A_n^*\} \qquad (3.78)$$

onde se vê, claramente, que a diferença básica entre os dois algoritmos está nos vetores X_n^* e A_n^*. Por este fato, o algoritmo estatístico da MEQM sofre maior influência de canais com forte distorção. Como era de se esperar, o ruído não influi no comportamento do algoritmo estatístico de FZ. O mesmo não pode ser dito para o outro algoritmo.

3.3.2.2. Algoritmos Estocásticos

Utilizando o mesmo procedimento para a aproximação estocática [62], usada para o item 3.3.1.2, as equações (3.76) e (3.78) tomam as respectivas formas:

$$H_{n+1} = H_n - \mu \, \mathrm{snl}(e_n A_n^*) \qquad (3.79)$$

$$H_{n+1} = H_n - \mu \, e_n A_n^* \qquad (3.80)$$

Formas alternativas de tais expressões, visando implementações, são dados abaixo:

$$H_{n+1} = H_n - \mu \, snl(e_n) \, snl(A_n^*) \tag{3.81}$$

$$H_{n+1} = H_n - \mu \, e_n \, snl(A_n^*) \tag{3.82}$$

$$H_{n+1} = H_n - \mu \, snl(e_n) \, A_n^* \tag{3.83}$$

Como se está no modo de treinamento, se observa a superioridade do algoritmo FZ sobre o da MEQM num ambiente ruidoso (maior amplitude de oscilação em torno dos valores ótimos dos coeficientes), pois os termos de ajuste nas diversas formas do primeiro algoritmo apresentam uma única dependência com o ruído através do sinal de erro e_n. Além dessa dependência, o segundo algoritmo apresenta, também, o sinal ruidoso X_n naquele termo.

Como no caso dos algoritmos estocásticos sobre o critério de MEQM, também aqui se encontra uma dependência com o sinal de erro (e_n) nos termos de incremento. Além disso, há a dependência com o símbolo que se deseja receber (a_n). Após o período de treinamento, supondo o canal invariante no tempo e equalizado, é válido substituir no algoritmo o símbolo transmitido, a_n, por sua versão decidida no receptor, ou seja, $\hat{a}_n$. Porém, supondo o canal variando lentamente com o tempo, poderá ser não-verdadeira aquela substituição. Isto implicará que o algoritmo estocástico de FZ estará sujeito a um duplo erro no termo de ajuste: em $\hat{e}_n = y_n - \hat{a}_n$ e em $\hat{A}_n$. Portanto, sendo mais sensível ao aumento da distorção, este algoritmo terá um desempenho inferior (a convergência não se fará para os valores ótimos dos coeficientes) ao algoritmo estocástico da MEQM. No próximo parágrafo, os resultados em canais rádio-digitais confirmarão tal análise.

3.4. ALGORITMOS ADAPTATIVOS CLÁSSICOS NO MODO DE DECISÃO DIRIGIDA: APLICAÇÕES

A equalização adaptativa em sistemas de transmissão de dados compreende, para atuação de algoritmos de ajuste dos coeficientes dos equalizadores, dois períodos distintos de atuação, a saber: período de aquisição e período de rastreio.

No período de aquisição, no modo de aprendizado ou treinamento do equalizador, uma seqüência de treinamento é recebida e sincronizada à mesma seqüência gerada localmente no receptor. Assim, ao serem comparadas, é formado o erro, dito verdadeiro, para ser usado no termo de ajuste dos algoritmos estocásticos dos coeficientes dos equalizadores.

Após a obtenção da convergência do algoritmo para a solução ótima do critério utilizado, ou próximo a ela, dá-se início ao modo de operação ou de transmissão de dados ou de decisão dirigida,o que caracteriza um novo período de atuação do equalizador adaptativo chamado de período de rastreio. Neste período, a seqüência de treinamento conhecida é substituída por uma seqüência de símbolos estimados da saída do equalizador e tratada como dados conhecidos. Desta maneira, o erro nos termos de ajuste dos coeficientes é formado pela diferença entre o sinal equalizado e o símbolo decidido, sendo portanto, conhecido como erro falso ou pseudo-erro.

Com uma seqüência de treinamento, tomando como referência o critério da MEQM, o algoritmo do gradiente estocástico atua, como já visto, para atingir o único mínimo de uma superfície de erro quadrático. Logo, a convergência e estabilidade são adequadas se satisfeitas forem a teoria da independência e o intervalo de validade do fator de passo do algoritmo [61], [65].

Supondo o modo de decisão dirigida atuando no período de aquisição, ao contrário do modo de treinamento, o uso de dados estimados e não confiáveis muda a superfície de erro, a qual pode admitir a presença de vários mínimos globais e/ou locais. Esta possibilidade é função direta do grau de distorção do canal.

Neste parágrafo iremos descrever e aplicar os chamados algoritmos de decisão dirigida (DD), com base nos critérios de FZ e da MEQM, no canal rádio-digital, estabelecendo os limites de seus desempenhos. Este é o primeiro passo na busca de algoritmos mais robustos, cujo caracter adaptativo e cego (ou autodidata) é indispensável para o sistema de microondas rádio-digital de alta capacidade. Isto será melhor discutido na segunda parte da tese.

3.4.1. Algoritmos de Decisão Dirigida (DD)

Nos itens a seguir serão apresentados os algoritmos do tipo gradiente estocástico com base nos critérios de FZ e da MEQM, os quais serão aplicados

no modo de decisão direta.

3.4.1.1. Critério de FZ

Da equação (3.81), substituindo e_n por $\hat{e}_n$ e A_n por $\hat{A}_n$, tem-se:

$$H_{n+1} = H_n - \mu \, snl(\hat{e}_n) \, snl(\hat{A}_n^*) \tag{3.84}$$

onde $\hat{e}_n$ é o pseudo-erro e $\hat{A}_n$ é o vetor de símbolos decididos, dados respectivamente por:

$$\hat{e}_n = y_n - \hat{a}_n \tag{3.85}$$

$$\hat{A}_n = [\hat{a}_{n+N} \hat{a}_{n+N-1} \ldots \hat{a}_n \ldots \hat{a}_{n-N}]^t \tag{3.86}$$

Convém salientar que as componentes do vetor de símbolos decididos $\hat{A}_n$ apresentam correspondência com as componentes do vetor H_n.

A Figura 3.4 mostra, para o caso simples de um equalizador real de 3 coeficientes, a estrutura de atuação do algoritmo GE-DD-FZ sinal, descrito pelas equações (3.84) - (3.86).

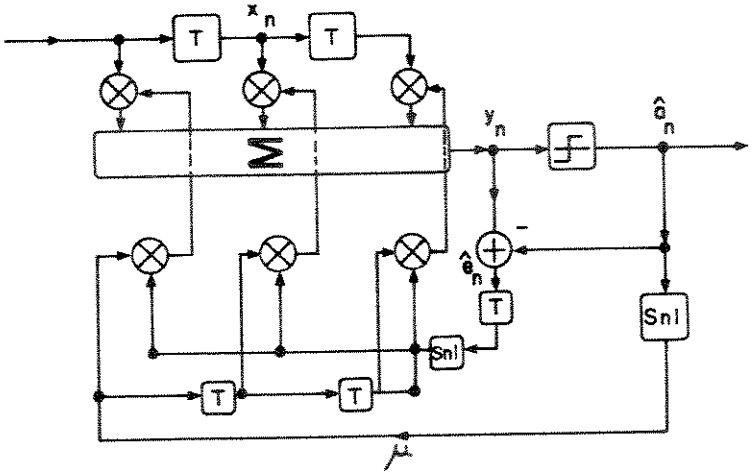


Fig. 3.4 - Estrutura de atuação do algoritmo estocástico FZ.

3.4.1.2. Critério da MEQM

Da equação (3.48), a única modificação que nela se faz para o algoritmo do tipo GE no modo DD é a substituição de e_n por $\hat{e}_n$, onde $\hat{e}_n$ está definido em (3.85). Logo, tem-se:

$$H_{n+1} = H_n - \mu X_n^* \hat{e}_n \qquad (3.87)$$

O algoritmo GE-DD-MEQM ou simplesmente GE-DD e suas versões simplificadas (utilização do sinal algébrico), mereceram a atenção especial para verificação de sua eficiência e determinação dos seus limites de atuação [66], [67], pois apresentava-se como uma alternativa prática razoável, com baixa complexidade computacional, para a chamada equalização auto-adaptativa.

Supondo que o equalizador transversal tenha sempre um número de coeficientes adequado para uma representação da inversa do canal, em [66] é mostrado que o algoritmo GE-DD irá convergir para a solução ótima (eq. (3.29)) se o olho estiver inicialmente aberto na ausência de ruído, supondo o passo constante ou decrescente. Este resultado é importante pois, supondo ter havido um período de treinamento, mostra que este algoritmo é realmente estável. No caso do diagrama de olho fechado, é mostrado que há muitos pontos estacionários (mínimos locais e/ou globais), porém em quantidade finita. A convergência para estes pontos, muitos deles gerando taxas de símbolos errados inadmissíveis, é influenciada pela inicialização dos coeficientes do equalizador e pelo fator de passo. Se este último é constante, Mazo [67] mostrou heuristicamente que o equalizador escapará da região dos mínimos locais devido às flutuações do algoritmo em torno de tais pontos. Neste sentido, o algoritmo pode ser instável na vizinhança dos mínimos locais. Por outro lado, Macchi e Eweda [66] mostraram que a convergência sempre é estável desde que o passo seja decrescente. Ainda naquele artigo, foi mostrado que uma dificuldade adicional aparece para a convergência estável quando um ruído aditivo, presente na saída do canal, é responsável pelos erros de decisão, mesmo que a solução ótima (equalização perfeita segundo o critério da MEQM) do equalizador esteja envolvida no processo de sua inicialização. Isto é, o ruído é responsável pelo desvio da otimalidade dos coeficientes do equalizador e sua convergência estável é garantida supondo uma variância de ruído constante. Por último, eles mostraram que a variância do vetor de coeficientes do equalizador, em número suficiente para combater eficientemente a distorção do canal, é finita, em qualquer situação inicial do diagrama de olho.

A seguir, serão apresentados alguns resultados de equalização auto-adaptativa num ambiente rádio-digital, que verificam os resultados teóricos comentados acima, para os algoritmos GE-DD-FZ sinal e GE-DD-MEQM sinal.

3.4.2. Comparação entre os algoritmos MEQM e FZ no Modo de Decisão Dirigida

Os algoritmos GE-DD-FZ e GE-DD-MEQM serão utilizados na sua forma sinal, ou seja, os termos de ajuste dos coeficientes são dados como o produto do fator de passo pelo produto entre os sinais positivo ou negativo dos termos X_n^* e $\hat{e}_n$, no caso MEQM, e A_n^* e $\hat{e}_n$, no caso FZ, como já mostrado na equação (3.81). Estas são as formas mais simples de tais algoritmos, as quais guardam a informação mais importante para o ajuste (o sinal do gradiente) e possibilitam uma fácil implementação prática. Os erros devidos ao ruído do algoritmo podem ser compensados pelo fator de passo, o que leva a um compromisso com a velocidade de convergência e estabilidade.

Um exemplo simples de comparação do comportamento entre os dois algoritmos em sua forma de sinal é dado a seguir. Suponha que o grau de distorção e ruído no sistema sejam responsáveis pela decisão errada de um símbolo real transmitido e igual a (+1), e decidido por (-1), quando $|y_n| < 1$. Este erro leva a um ajuste do vetor coeficientes na direção correta, no caso do algoritmo GE-DD-MEQM sinal, e na direção errada no caso do algoritmo GE-DD-FZ sinal. Isto é devido ao erro no sinal do símbolo decidido, e não no sinal do pseudo-erro, que estando correto, não originou um erro de adaptação dos coeficientes pelo critério da MEQM. Este é um indicativo de um melhor desempenho do algoritmo MEQM em relação ao algoritmo FZ. Vale a pena frisar, desde já, a importância da polaridade do pseudo-erro, visando à construção de algoritmos mais robustos e cegos, a serem discutidos na parte II desta tese.

3.4.2.1. O Fator de Passo μ

A teoria sobre a convergência de algoritmos do tipo gradiente estatístico com base no critério da MEQM mostra que há um fator de passo ótimo, geométricamente explicado pela Figura 3.2, cujo cálculo é dado por [61]:

$$\mu_{n_{\text{ótimo}}} = \frac{2}{\lambda_{min} + \lambda_{max}} \qquad (3.88)$$

onde λ_{min} e λ_{max} são os autovalores mínimo e máximo, respectivamente, da matriz de autocorrelação do canal. Do ponto de vista estocástico, e supondo um canal com distorção em fase mais importante do que em amplitude (todos os autovalores aproximadamente iguais), o fator de passo ótimo no período de treinamento é aproximadamente dado por [61]:

$$\mu_{n_{\text{ótimo}}} \cong \frac{1}{(2N + 1) < x_n^2 >} \qquad (3.89)$$

onde $< x_n^2 >$ é a estimação da média de x_n^2 e (2N + 1) é o número de coeficientes do equalizador complexo.

Como os canais são variantes no tempo, as equações (3.88) e (3.89) mostram que o fator de passo ótimo é também variável. Isto causa alguma dificuldade na prática, o que leva à escolha de um fator de passo constante.

Neste item se irá escolher um fator de passo μ constante que detenha um melhor compromisso entre velocidade de convergência, ruído algoritmico e estabilidade dos algoritmos GE-DD-MEQM sinal e GE-DD-FZ sinal, com base nas curvas de aprendizagem num ambiente de distorção média (ρ=0,7, Δf=0 MHz e τ=6,3nseg.).

As Figuras 3.5 e 3.6 mostram as curvas de aprendizagem relativos aos algoritmos dos critérios de minimização do EQM e de FZ, para vários fatores de passos. Estas curvas foram obtidas por simulação computacional do tipo Monte Carlo, onde foi feita somente uma realização de cada processo. O erro quadrático instantâneo (eqi) verdadeiro é calculado em decibéis e representado no gráfico em função do número de iterações. O sistema é definido para:140 Mbit/s de taxa de transmissão, excesso de faixa α = 0,3, 16-QAM, um equalizador com sete coeficientes complexos, relação sinal-ruído de 30 dB e olho inicialmente aberto. O erro quadrático médio mínimo é igual -20,3 dB.

É observado destas figuras que o fator de passo $\mu = 10^{-3}$ é responsável por um melhor compromisso entre velocidade de convergência, consistência dos estimadores e ruído algoritmico, sendo assumido para o restante das simulações contidas nesta tese, quando nada for dito em contrário. Este resultado também foi encontrado em simulações experimentais [14].

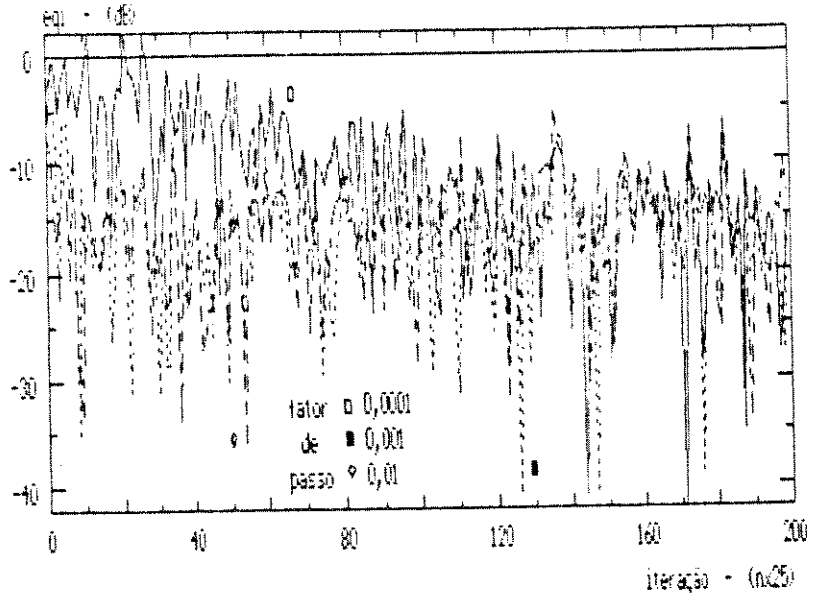


Fig. 3.5 - Curvas de aprendizagem para o algoritmo estocástico com base no critério de minimização da EQM, para vários fatores de passo. O erro quadrático instantâneo (eqi) é medido em decibéis (dB).

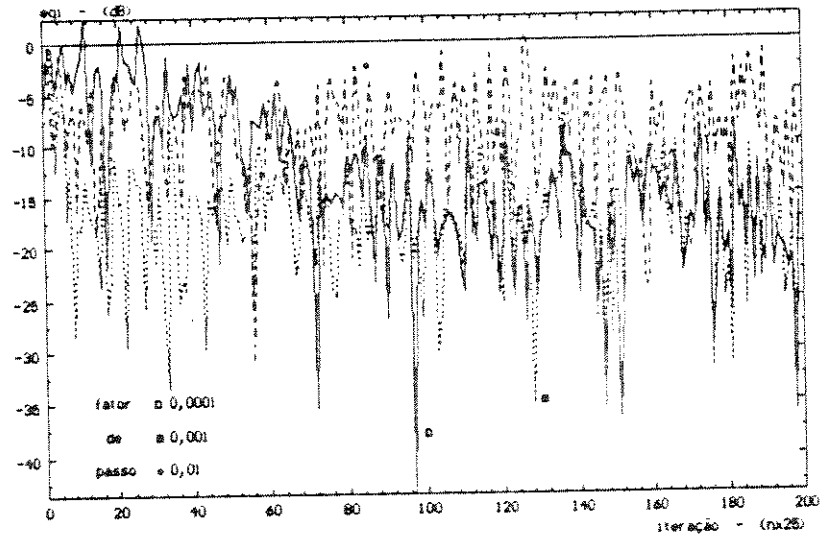


Fig. 3.6 - Curvas de aprendizagem para o algoritmo estocástico com base no critério de FZ, para vários fatores de passo. O erro quadrático instantâneo (eqi) é medido em decibéis (dB).

3.4.2.2. Algoritmos DD Sinal: Análise de Consistência, Robustez e Convergência

Neste item se irá analisar o comportamento dos algoritmos GE-DD-MEQM sinal e GE-DD-FZ sinal para o ajuste de um equalizador complexo de sete coeficientes num sistema rádio-digital com modulação 16-QAM, taxa de transmissão de 140 Mbit/s, fator de excesso de faixa α = 0,3 e relação sinal-ruído de 30 dB. Os algoritmos serão utilizados no período de aquisição do sistema, supondo o diagrama de olho inicialmente aberto, para várias condições de distorção do canal multipercurso.

As curvas de aprendizagem das Figuras 3.7 e 3.8 convergem para o entorno do valor mínimo do erro quadrático médio, pois o canal tem fraca (ρ = 0,2) e média (ρ = 0,7) distorção, respectivamente, com Δf = 0. Nestes casos, o desvio da otimalidade é desprezível, sendo mais perceptível quando a distorção do canal ou o fator de passo são mais elevados. Esta polarização é prevista pela teoria da independência [61].

Na Fig. 3.9, onde foi considerada uma forte distorção com ρ = 0,97 e Δf = 0, é observada uma divergência para o critério de FZ e ainda uma convergência estável para o critério de minimização da EQM, embora com uma taxa de símbolos errados (TSE) bastante elevada ao final do processo (TSE = 0,9). Assim, fica caracterizada para os dois algoritmos um limite na robustez, sendo que o algoritmo com base na FZ é o menos estável. Isto é devido aos dados detectados que são utilizados no algoritmo de adaptação dos coeficientes.

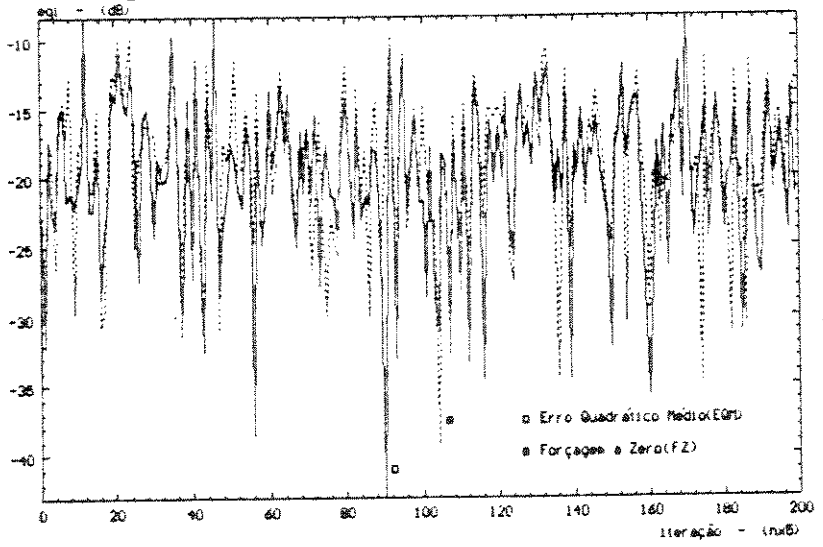


Fig. 3.7 - Curvas de aprendizagem para os algoritmos estocásticos com base nos critérios de minimização do erro quadrático médio e de forçagem a zero. O canal é de fraca distorção. O erro quadrático instantâneo (eqi) é dado em decibéis (dB).

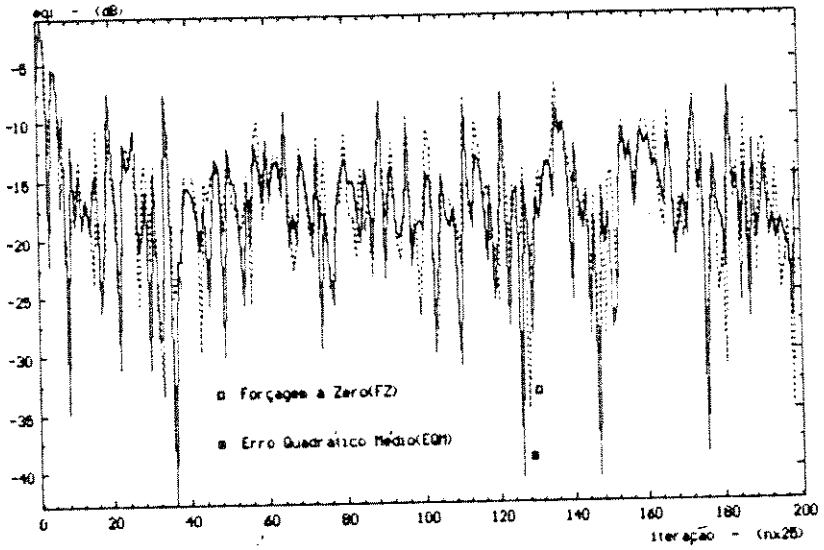


Fig. 3.8. Curvas de aprendizagem para os algoritmos estocásticos com base nos critérios de minimização do erro quadrático médio e de forçagem a zero. O canal é de média distorção. O erro quadrático instantâneo (eqi) é dado em decibéis (dB).

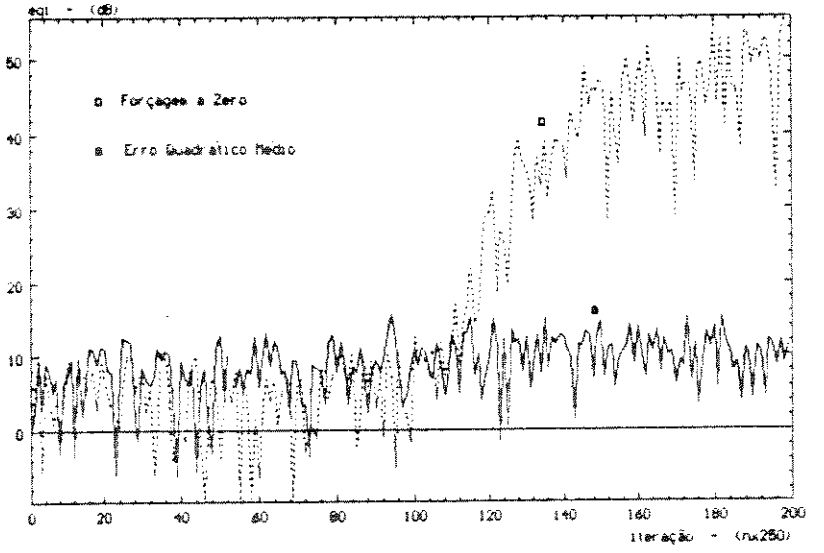


Fig. 3.9. Curvas de aprendizagem para os algoritmos estocásticos com base nos critérios de forçagem a zero e de minimização do erro quadrático médio. O canal é de forte distorção. O erro quadrático instantâneo (eqi) é dado em decibéis (dB).

As curvas de aprendizagem das Figuras 3.7 a 3.9, foram obtidas com a realização somente da simulação de um processo para cada curva, e estão em acordo com resultados experimentais [14].

Estes exemplos mostram a importância de algoritmos robustos para períodos de transitoriedade do canal. Ao mesmo tempo, deve-se ressaltar que algoritmos mais robustos não são obrigatoriamente aqueles cujas velocidades de convergência são as mais rápidas. Muitas vezes, os sistemas de comunicação usam dois algoritmos na estratégia de equalização: um algoritmo mais robusto para os períodos de aquisição e um outro de rápida convergência e menos robusto, utilizado após um chaveamento segundo algum critério, no início dos períodos de rastreio.É usual este último ser o algoritmo clássico de decisão dirigida. Esta tese,em sua segunda parte, irá tratar de algoritmos mais robustos ou cegos.

CAPÍTULO 4

COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

Nesta primeira parte da tese, os sistemas de microondas rádio-digitais sujeitos a desvanecimentos seletivos foram descritos sob um enfoque voltado para dispositivos de contramedidas, particularmente a equalização com controle no domínio da freqüência e também com controle no domínio do tempo.

No primeiro capítulo, foram apresentadas as principais partes do sistema e uma formulação geral para a tese. O canal de microondas foi modelado e sua versão discreta foi analisada e verificada satisfazer a condição de fase não-mínima.

No capítulo 2, foi estudado a base teórica de um corretor adaptativo de amplitude com fase linear, destinado a combater as distorções lineares e parabólicas da resposta em freqüência do canal, como um exemplo de equalizador com controle no domínio da freqüência. Apesar de ter um desempenho limitado, ao equalizar somente a amplitude do canal, este equalizador,disposto no módulo de freqüência intermediária do receptor, permitiu contemplar uma estratégia de equalização que é independente de outras partes adaptativas do receptor, tais como os circuitos de sincronismos e do dispositivo de decisão. Assim é evitada a realimentação de possíveis erros no sinal equalizado, além de permitir maior velocidade de processamento. Uma análise de otimização dos parâmetros deste equalizador permitiu a eleição de um conjunto de parâmetros para esta estrutura, a qual foi desenvolvida no Centro de Pesquisa e Desenvolvimento da TELEBRÁS. Os resultados obtidos, teóricos e experimentais, são semelhantes e atendem as expectativas de uma equalização desta natureza. No entanto, é necessário ainda que se complementem os estudos do seu comportamento dinâmico, iniciados em [9] e [68], visando à sua análise transitória.

No âmbito da equalização com controle no domínio do tempo, o capítulo 3 expôs os principais resultados da teoria da equalização transversal síncrona complexa. Os critérios clássicos da equalização através da minimização do erro quadrático médio (MEQM) e da forçagem a zero (FZ), foram tomados como referências. Embora seja bastante conhecida a relação no domínio da freqüência

entre estes dois critérios quando o ruído é desprezível, nesta tese foi desenvolvida um enfoque desta relação no domínio do tempo, que complementa definitivamente a análise teórica comparativa destes critérios.

Visando ao estudo da equalização adaptativa, como preparação para a equalização cega na segunda parte desta tese, alguns algoritmos estatísticos e estocásticos, baseados nos critérios da MEQM e da FZ, são apresentados. Uma demonstração inédita é feita para a obtenção do algoritmo FZ num sistema de transmissão com modulação complexa. É ressaltado na demonstração que as condições de validade do algoritmo FZ identificam características de operação do circuito de recuperação da portadora, normalmente assumidas nas implementações práticas de todos os outros algoritmos. Assim são evitadas possíveis instabilidades. Tais condições não surgem naturalmente na obtenção dos algoritmos.

Aspectos de robustez, convergência e consistência são enfocados nas aplicações das versões simplificadas em sinal, dos algoritmos do tipo gradiente no modo de decisão direta, em ambiente rádio-digital. Os resultados confirmam as limitações dos mesmos sob o ponto de vista autodidata, ou seja, quando de suas atuações no período de aquisição onde o diagrama de olho está fechado. Desta forma, fica caracterizada a necessidade da atuação de algoritmos mais robustos nas condições de fortes distorções dos canais. Isto é o que será enfocado na segunda parte da tese.

PARTE II

DESCONVOLUÇÃO AUTODIDATA EM COMUNICAÇÃO DE DADOS:

EQUALIZAÇÃO CEGA

INTRODUÇÃO

As modernas técnicas de processamento digital de sinais (PDS) têm propiciado o surgimento e a evolução de áreas científicas e tecnológicas importantes, tais como: sistemas avançados de comunicações, radar, sonar, processamento de voz, sinais biomédicos, sinais geofísicos, radioastronomia e processamento de imagens. Estas técnicas têm um papel essencial na revolução industrial de alta tecnologia pela qual estamos passando. As contribuições significativas destas técnicas se destacam ao combinarem idéias e metodologias das teorias de sinais e sistemas discretos, estatística, análise numérica, capacidade e desempenho computacional e a tecnologia dos circuitos integrados de larga escala.

O objetivo final num ambiente de processamento de sinais unidimensionais ou multidimensionais é o de tratar um conjunto finito de dados, extraindo informações importantes que estejam escondidas ou camufladas nos dados. Isto é geralmente obtido ao serem combinados o desenvolvimento de formulações matemáticas que alcançam um certo nível de desempenho com sua implementação algorítmica e sua aplicação aos dados reais.

A desconvolução é uma das áreas de aplicações do PDS que procura obter informações de dados disponíveis nas saídas dos sistemas, originados de dados provavelmente desconhecidos e que sofreram algum processamento linear também possivelmente desconhecido (antes de se tornarem disponíveis). Se o processamento é em tempo real e somente os dados de saída estão disponíveis, e ainda são feitas algumas hipóteses estatísticas sobre a entrada do sistema, diz-se que o problema de desconvolução é cego ou autodidata.

A Figura 1.1 ilustra o problema da desconvolução, onde deseja-se garantir que a seqüência discreta $\{y_n\}$ na saída do dispositivo desconvolvedor **H** seja igual a seqüência $\{a_n\}$ na entrada do canal **F**. O sinal discreto x_n é a saída do canal. O sistema global é dado por $\mathbf{G} = \mathbf{H} \circ \mathbf{F}$. Se $\mathbf{H} = \mathbf{F}^{-1}$, realiza-se a chamada identificação inversa, e portanto é obtida a seqüência desejada. No entanto, esta seqüência estará atrasada em relação àquela transmitida,devido ao canal **F** e ao filtro **H**.

É interessante observar que se a característica de fase de um sistema linear é irrelevante ou conhecida, logo o problema da desconvolução autodidata se reduz àquele da análise espectral em tempo real.

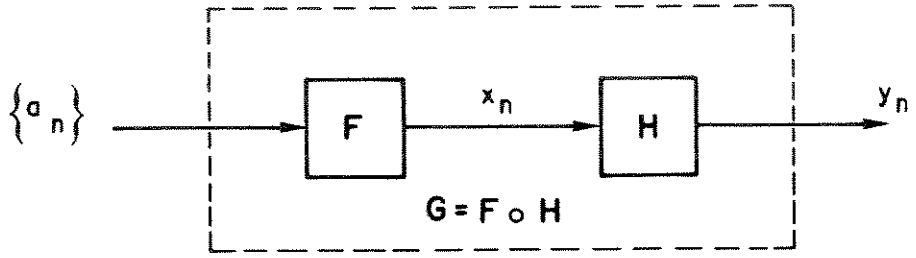


Fig.1.1 - O problema da desconvolução autodidata.

Várias técnicas de PDS nos domínios temporal e espectral têm sido desenvolvidas para a desconvolução autodidata, com finalidades específicas e de acordo com os sistemas a que se destinam. O emprego de determinada técnica é definida em função das características dos sistemas, tais como: distribuição estatística da entrada, tipo de canal (fase mínima ou não-mínima), comprimento de sua resposta ao impulso (finita ou infinita), e a importância do ruído.

A desconvolução tem muitas aplicações tais como: desconvolução sísmica, melhoria na nitidez das imagens, equalização de canal, etc. . Sob o nome de desconvolução homomórfica, o problema foi estudado com o intuito de remover os efeitos de iluminação não-uniforme de imagens [44]. O nome de desconvolução cega foi introduzido por Stockham e outros na restauração de velhas gravações de áudio [70]. A desconvolução por mínima entropia foi outra técnica introduzida por Wiggins [71] para a análise de dados sísmicos, procurando a fase e a amplitude da resposta em freqüência da inversa do canal, que maximiza a curtose dos dados desconvolvidos. O mesmo princípio é também usado em interferometria de manchas [72], para remover os efeitos das borras sobre fotografias de astros devido às pequenas variações do índice de refração da atmosfera.

No âmbito das comunicações de dados, conceitos similares são empregados para a equalização cega ou autoadaptativa de canais telefônicos ou de rádio [24], [31], [38], [73], [74], [75]. Em [31], p.ex., é mostrado que a minimização de funcionais apropriados sobre os dados recebidos direcionam a função densidade de probabilidade do sinal de saída do sistema para àquela correta (uniforme), obtendo a equalização do canal. A Figura 1.2 mostra uma versão simplificada de um sistema de comunicações digitais, onde $\{\hat{a}_n\}$ é a seqüência de dados na saída do dispositivo de decisão sobre o sinal y_n, cujos valores estão definidos no mesmo alfabeto da seqüência $\{a_n\}$. O ruído não incluído aqui, será considerado oportunamente.

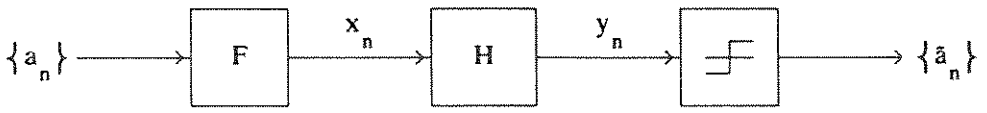


Fig.1.2 - Sistema de comunicações digitais simplificado.

As Figuras 1.1 e 1.2 têm muita semelhança, pois o equalizador **H** é, de fato, um dispositivo desconvolvedor.

A equalização cega é uma aplicação do processamento de sinais discretos em tempo real nos sistemas de comunicações digitais. Logo, do ponto de vista dinâmico, **H** é obtido de forma recursiva visando à obtenção da solução ótima (ou próximo a ela) dos critérios empregados.

É interessante, neste momento, esclarecer a classificação da equalização quanto aos tipos de estratégias dinâmicas utilizadas nos sistemas de comunicações digitais.

No caso dos sistemas multiníveis com baixas taxas de transmissão, p.ex. Modems para transmissão de dados, a equalização é adaptativa, enquanto que nos sistemas com altas taxas de transmissão é empregada a equalização cega. No 1º caso, algoritmos estocásticos são empregados para ajustar os coeficientes de **H** nos modos de treinamento (período de aquisição ou aprendizado ou transitoriedade) e de decisão dirigida (período de rastreio ou estabilidade ou estacionaridade), conforme já visto no capítulo 3 da 1ª parte da tese. No modo de treinamento, é utilizado o erro verdadeiro(ou conhecido): $e_n = y_n - a_{n-d}$,nos termos de ajuste dos coeficientes de **H**, onde d é o atraso do símbolo desejado. Logo, o bom funcionamento de tais algoritmos depende do conhecimento exato ou da disponibilidade de a_n no receptor durante o período de aquisição.

O procedimento para a equalização adaptativa é o que segue. No período de aquisição, se usa a seqüência de treinamento $\{a_n\}$ gerada no receptor e sincronizada aos dados recebidos, visando ao aprendizado de **H**. No período de rastreio, após a convergência, o algoritmo é chaveado, segundo algum critério, para um algoritmo de decisão dirigida. Neste caso, o erro verdadeiro é modificado para o erro falso (pseudo-erro): $\hat{e}_n = y_n - \tilde{a}_n$, onde é suposto que $\hat{e}_n = e_n$. Esta suposição estará correta se durante o modo de treinamento, a convergência para a região próxima do valor ótimo de **H** é assegurada.

A equalização adaptativa possibilita a operação de tais sistemas em ambientes que variam no tempo tanto vagarosamente quanto rapidamente. Nos dois casos é comum serem usados algoritmos do tipo gradiente, apesar de que no 2º caso seja sugerido o emprego de algoritmos do tipo Newton. No entanto, até o momento, não encontramos referências que indiquem o uso na prática destes últimos.

Algumas técnicas especiais, p.ex. a equalização cíclica, são usadas para abreviar o período de aquisição, buscando melhorar o desempenho do sistema [17].

No caso dos sistemas com altas taxas de transmissão, p.ex. sistemas rádio-digitais com multipercursos atmosféricos, é inviável dispor de um período para realizar um treinamento, pois há uma mudança contínua do ambiente de comunicação e a taxa de transmissão é da ordem de Mbauds. Logo, o período de aquisição é crítico. O uso de algoritmos de decisão dirigida também neste período, freqüentemente levam o sistema a taxas de símbolos errados inadmissíveis, conforme visto nas aplicações do ítem 3.4.2 da 1ª parte da tese. Este comportamento tem origem no uso do erro falso $\hat{e}_n$ nos algoritmos de ajuste de **H**.

Portanto, não é recomendado o uso da equalização adaptativa nestes sistemas, pois os algoritmos não têm uma robustez suficiente para atuarem satisfatóriamente nas diversas situações de distorção que os canais podem apresentar. Logo, para estes sistemas é empregada a equalização cega, que não faz uso de uma seqüência para treinamento do equalizador. Desta forma, a 2ª parte da tese, estruturada a seguir, se destina a estudar as bases teóricas dos algoritmos para a equalização cega.

- Estrutura da 2ª parte da tese:

O capítulo 1 é consagrado à formalização do problema da desconvolução autodidata sob o enfoque da equalização dos sistemas de transmissão digital, isto é, a equalização cega. São discutidas as importâncias das estatísticas dos dados de entrada, das características de fase dos canais e dos tipos de estruturas para o filtro **H**. São mostradas, através de um exemplo na área da identificação de sistemas, as limitações das técnicas lineares que se baseiam nas estatísticas de ordem 2, quanto à obtenção das respostas em freqüência das amplitudes e fases dos sistemas. Nestes casos se obtém com exatidão somente as amplitudes, pois elas são cegas em relação a fase. Alguns teoremas básicos existentes

são enunciados e discutidos, visando prover as condições necessárias e suficientes para a solução completa do problema da desconvolução autodidata. Ainda neste capítulo, são expostas as bases teóricas de três grandes famílias de técnicas para a desconvolução autodidata dos sistemas de fase não-mínima.

O capítulo 2 é destinado ao estudo de alguns algoritmos estocásticos oriundos de algumas das técnicas estudadas no capítulo anterior, a saber: a técnica não-linear de Bussgang, a técnica de predição e retropredição e a técnica de Shalvi-Weinstein, a qual usa momentos de ordens superiores. Alguns algoritmos já existentes são desenvolvidos e aplicados aos sistemas rádio-digitais. Alguns resultados de simulações computacionais e experimentais são expostos e analisados sob o enfoque da robustez, consistência e velocidade de convergência dos algoritmos.

O capítulo 3 apresenta uma teoria de equalização que utiliza somente os momentos de ordem 4, visando a um possível emprego de algoritmos baseados em estimação. Os momentos de ordem superior a 2 têm a propriedade de preservar a fase do canal. É mostrado neste capítulo que a equalização é obtida pela identificação entre certos momentos de ordem 4 da entrada com os seus correspondentes na saída do sistema da Figura 1.2. Os resultados do método proposto são teóricamente robustos frente a um ruído gaussiano aditivo ao sinal x_n e se comparam aos resultados analíticos dos métodos clássicos da minimização do erro quadrático médio e da forçagem a zero, descritos no capítulo 3 da 1ª parte da tese.

O capítulo 4, o último da 2ª e última parte da tese, resume os principais resultados e discute as perspectivas de evolução dos algoritmos cegos.

CAPÍTULO 1

O PROBLEMA DA DESCONVOLUÇÃO AUTODIDATA

OBJETIVO DO CAPÍTULO

Neste capítulo é feita a formulação do problema da desconvolução autodidata com a conotação da equalização cega em sistemas de transmissão digital. As características básicas das partes do sistema **G** mostrado na Figura 1.1 são estudadas. A impossibilidade de se realizar a equalização de canais de fase não-mínima (FNM) utilizando as estatísticas de ordem 2 dos sinais disponíveis no receptor é exemplificada. Os teoremas de Benveniste, Goursat e Ruget [31] e de Lii e Rosenblatt [76] são enunciados e discutidos. Estes teoremas esclarecem que:

i) É impossível identificar canais de FNM, ou equalizar sistemas com canais de FNM, utilizando processos gaussianos nas entrada dos canais;

ii) O uso conjunto de um momento de ordem 2 e de um momento de ordem maior que 2 não-nulo de um processo não-gaussiano na entrada de um canal de FNM, é suficiente para realizar a sua identificação.

O capítulo é finalizado com uma discussão sobre as teorias existentes para a solução do problema da equalização cega. Os algoritmos delas decorrentes são enfocados no Capítulo 2.

1.1. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DA DESCONVOLUÇÃO AUTODIDATA

O problema básico da desconvolução autodidata discreta está exposto na Figura 1.1 e pode ser resumidamente enunciado na seguinte forma: seja uma seqüência aleatória de entrada $\{a_n\}$ não observada (não disponível), onde n é um índice temporal, e um canal discreto **F** não conhecido, linear e invariante no tempo. O problema é restaurar $\{a_n\}$ ou, equivalentemente, identificar em tempo real a inversa $\mathbf{F}^{-1}$ de **F**, ou ainda identificar primeiramente **F**, de maneira cega, de-

pois realizar a inversa $\mathbf{F}^{-1}$ e, em seguida, restaurar a seqüência $\{a_n\}$. Algumas questões sobre o canal serão postas a partir desta última estratégia, a fim de fornecer melhores condições para análise do problema da desconvolução autodidata. Tal estratégia relaciona a área da identificação cega com aquela da desconvolução autodidata.

A teoria de Wiener aplicada aos esquemas clássicos de identificação de sistemas (canais) é tomada como referência. Nesta teoria, a solução do problema da identificação de um sistema implica no conhecimento da matriz de autocorrelação do sinal de entrada do sistema e também da correlação cruzada entre os sinais da entrada e da saída do sistema. Num esquema de identificação cega, o processamento de sinais é feito em tempo real, onde a entrada e o canal não são conhecidos ou disponíveis. Logo, esta teoria não se aplica, pois a correlação cruzada, acima mencionada, não está disponível.

Outros procedimentos baseados no conhecimento de estatísticas de ordem 2 da entrada e na disponibilidade da saída do sistema, podem ser tentados para resolver o problema da identificação cega. Em seguida, através de um exemplo, será visto que estes procedimentos têm sua efetividade afetada pelas características de fase do sistema.

Seja a autocorrelação do sinal x_n dada por $\mathbb{E}\{x_n x_{n+\beta}\}$, $\beta \in \mathbb{Z}$, e a sua transformada de Fourier $S_x(e^{j\omega})$, denominada densidade espectral de potência do sinal x_n. A relação de Wiener-Kintchine relaciona $S_x(e^{j\omega})$ com $S_a(e^{j\omega})$, a densidade espectral de potência do sinal de entrada, através da relação [77]:

$$S_x(e^{j\omega}) = |F(e^{j\omega})|^2 \, S_a(e^{j\omega}) \tag{1.1}$$

onde $F(e^{j\omega})$ é a resposta em freqüência do canal, $-\pi \leq \omega < \pi$. É visto claramente da eq.(1.1) que, supondo o conhecimento a priori de $S_a(e^{j\omega})$, a amplitude de $F(e^{j\omega})$ fica determinada pela disponibilidade dos dados recebidos x_n. Estes dados são usados para a estimação de $S_x(e^{j\omega})$. Assim, resta ser determinada a fase de $F(e^{j\omega})$. Se o canal for de FM, a fase é obtida pelo conhecimento da amplitude de $F(e^{j\omega})$, e vice-versa. No caso, a fase de $F(e^{j\omega})$, dada por $\theta(\omega)$, é obtida pela relação:

$$\theta(\omega) = \frac{1}{2\pi} \mathbb{P} \int_{-\pi}^{\pi} \text{Log} \, |F(e^{j\Omega})| \, \text{Cot}\left(\frac{\Omega - \omega}{2} \right) d\,\Omega \tag{1.2}$$

onde $\mathbb{P}$ é o valor principal de Cauchy e Cot(•) é a função cotangente [44]. Desta maneira pode-se dizer que o canal fica completamente identificado. Várias são as técnicas temporais e espectrais usadas supondo ou tendo o conhecimento a priori da característica de FM do canal.

De um modo geral, as técnicas para a identificação de sistemas ou canais se baseiam em classes de modelos paramétricos e modelos não-paramétricos do canal [78]. A técnica anteriormente comentada se situa neste última classe. Dentro do grupo de modelos paramétricos, as técnicas são orientadas para identificar os parâmetros dos modelos do tipo: auto-regressivo (AR), média-móvel (MA) ou auto-regressivo e média-móvel (ARMA).

A fim de se verificar a impossibilidade de realizar-se uma identificação de um canal de FNM com base nas estatísticas de ordem 2 (p.ex., método "off line" de Yule-Walker [58]), considere três canais, cujas funções de sistemas estão abaixo discriminadas, e cuja entrada é um ruído branco, simétrico e estacionário $\{a_n\}$, de variância σ_a^2:

- *Canal de fase mínima:*

$$F_1(z) = (1 - c\, z^{-1})\,(1 - b\, z^{-1})$$

$$x_{1,n} = a_n - (c + b)\, a_{n-1} + c\, b\, a_{n-2} \qquad \textbf{(1.3)}$$

- *Canal de fase máxima:*

$$F_2(z) = (1 - c\, z)\,(1 - b\, z)$$

$$x_{2,n} = a_n - (c + b)\, a_{n+1} + c\, b\, a_{n+2} \qquad \textbf{(1.4)}$$

- *Canal de fase não-mínima ou mista:*

$$F_3(z) = (1 - c\, z)\,(1 - b\, z^{-1})$$

$$x_{3,n} = -c \cdot a_{n+1} + (1 + c\, b)\, a_n - b\, a_{n-1} \qquad \textbf{(1.5)}$$

onde $0 < |c| < 1$, $0 < |b| < 1$.

As seqüências de saída $\{x_{1,n}\}$, $\{x_{2,n}\}$ e $\{x_{3,n}\}$, após alguma álgebra, apresentam seqüências de autocorrelação r_β idênticas e dadas por:

$$r_\beta = \mathbb{E}\left\{x_{1,n}\ x_{1,n+\beta}\right\} = \mathbb{E}\left\{x_{2,n}\ x_{2,n+\beta}\right\} = \mathbb{E}\left\{x_{3,n}\ x_{3,n+\beta}\right\}$$

$$r_0 = 1 + c^2\ b^2 + (c + b)^2$$

$$r_1 = -(c + b)\ (1 + c\ b)$$

$$r_2 = c\ b$$

$$r_\beta = 0\ ,\quad \beta \geq 3 \qquad \textbf{(1.6)}$$

Isto implica que as densidades espectrais de potência das seqüências de saída dos canais são idênticas e iguais a $S_x(e^{j\omega})$:

$$\frac{S_x(e^{j\omega})}{\sigma_a^2} = |F_1(e^{j\omega})|^2 = |F_2(e^{j\omega})|^2 = |F_3(e^{j\omega})|^2 \qquad \textbf{(1.7)}$$

Este resultado era esperado, pois a amplitude do quadrado da função de transferência de um filtro FIR não distingue um zero (z_0) de seu recíproco $(1/z_0^*)$ (teorema da fatoração espectral [79]). Logo, o conhecimento de $|F(e^{j\omega})|^2$ gera, no caso do modelo MA de ordem 2 do canal, $4 = 2^2$ possibilidades de disposição dos dois zeros distintos relativos a circunferência de raio unitário (CRU). Há somente uma combinação dos zeros que caracteriza um canal de FM, quando todos os zeros estão dentro da CRU. Assim, este procedimento identifica canais FIR de FNM por seus equivalentes de FM. De uma maneira geral, se o canal FIR de FNM tem (2L) zeros distintos, L sendo um inteiro positivo, logo há 2^{2L} possibilidades de posições dos zeros do canal para a mesma densidade espectral de potência do sinal na saída do canal.

Nota-se deste exemplo que as funções de sistema para os canais de fase máxima e de fase mista os caracterizam como canais não-causais. Considere então outro exemplo onde os três canais são causais, cujas funções de sistemas têm a mesma representação dada pela eq.(1.3). Tais canais são diferenciados pelos intervalos de validade dos pârametros, ou seja:

- canal de fase máxima : $|c| > 1$ e $|b| > 1$;
- canal de fase mínima : $|c| < 1$ e $|b| < 1$;
- canal de fase mista : $|c| > 1$ e $|b| < 1$.

Os resultados da análise das eqs.(1.6) e (1.7) do exemplo anterior são igualmente válidos para o exemplo dos canais causais. A explicação para isto é melhor descrita através do exemplo do canal de fase máxima e anticausal com função de sistema dada pela eq.(1.4). Multiplicando-a por (z^{-2}), o novo canal com função de sistema dada por $(z^{-2}F_2(z))$ passa a ser causal, porém ainda de fase máxima (zeros e pólos na origem não são considerados na caracterização da fase de um sistema). Logo a diferença entre estes dois canais está num atraso constante. Tal diferença não é capaz de modificar a densidade espectral de potência pois ela é "cega" em relação à fase (eq.(1.1)).

Sob o enfoque da predição, considere ainda que a seqüência $\{a_n\}$ na entrada do sistema é branca, e que **F** é de FM. Logo, o problema da identificação inversa ($\mathbf{H} = \mathbf{F}^{-1}$) torna-se um problema de branqueamento da seqüência $\{x_n\}$, ou seja, **H** tem um comportamento de um filtro de erro de predição [58]. Este filtro pode ter uma estrutura recursiva ou transversal, cuja saída deve passar por um controle automático de ganho para ajustar a potência desta saída à potência da entrada do canal [80]. Assim, a seqüência transmitida $\{a_n\}$, composta de dados descorrelacionados, é a inovação de $\{x_n\}$, amplificada por um fator de ganho [31]. Neste caso, o branqueamento leva à restauração dos dados. Isto não ocorre no caso de **F** ser de FNM pois o preditor **H** é necessariamente de FM [77], não sendo possível portanto obter $\mathbf{H} = \mathbf{F}^{-1}$. Na verdade, este procedimento identifica um equivalente em FM do sistema de FNM.

Desta forma, outros procedimentos devem ser tentados, visando à identificação cega de sistemas de FNM. Um destes procedimentos faz uso de estatísticas de ordens superiores a 2. Um exemplo ajuda a esclarecer esta afirmação.

Considere o biespectro da série temporal estacionária $\{x_n\}$ de média zero, dado por [76]:

$$B(\lambda, \mu) = \sum_i \sum_m C(i, m) \exp[-j(\lambda i + \mu m)] \qquad (1.8)$$

onde $C(i, m) = E\{x_n x_{n+i} x_{n+m}\}$ é estimado a partir da seqüência observada.

O biespectro é definido como a transformada de Fourier bidimensional dos momentos de ordem 3 dos dados x_n recebidos. Pode ser mostrado, com base na representação espectral de Cramér, que o biespectro representa a contribuição à média do produto de três componentes de Fourier em freqüências distintas, onde a soma destas três freqüências é nula [81]. Portanto, o biespectro pode ser

visto como uma extensão da interpretação da densidade espectral de potência. De um modo geral, espectros de ordens superiores (poliespectros) são definidos como transformadas multidimensionais de cumulantes de ordens superiores e podem ser analisados de forma similar [81].

Para poder compreender como o biespectro pode ajudar na identificação da fase do canal, considere o desenvolvimento analítico de C(i, m), observando que a convolução é dada por: $x_n = \sum_r f_r\, a_{n-r}$:

$$C(i,\ m) = \mathbb{E}\left\{x_n\ x_{n+i}\ x_{n+m}\right\} = \sum_r \sum_p \sum_q \mathbb{E}\left\{a_{n-r}\, a_{n+i-p}\, a_{n+m-q}\right\} f_r\, f_p\, f_q =$$

$$= \mathbb{E}\left\{a_n^3\right\} \sum_r f_r\, f_{r+i}\, f_{r+m} \qquad (1.9)$$

onde foi suposta as características de descorrelação e estacionaridade dos dados a_n. O biespectro de (1.3) é então:

$$B(\lambda,\ \mu) = \mathbb{E}\left\{a_n^3\right\} \sum_i \sum_m \sum_r f_r\, f_{r+i}\, f_{r+m}\, \exp(-j\,\lambda\, i - j\,\mu\, m) =$$

$$= \mathbb{E}\left\{a_n^3\right\} \left[\sum_i f_i\, \exp(-j\,\lambda\, i)\right] \left[\sum_i f_i\, \exp(-j\,\mu\, i)\right] \left[\sum_i f_i\, \exp[j(\lambda+\mu)\, i]\right] =$$

$$= \mathbb{E}\left\{a_n^3\right\} F(e^{j\lambda})\ F(e^{j\mu})\ F(e^{-j(\lambda+\mu)}) \qquad (1.10)$$

Logo, a fase de $B(\lambda,\ \mu)$ está associada diretamente a fase de $F(e^{j\omega})$, se $\mathbb{E}\left\{a_n^3\right\} \neq 0$:

$$\arg\,[B(\lambda,\ \mu)] = \arg\left[F(e^{j\,\lambda})\right] + \arg\left[F(e^{j\,\mu})\right] - \arg\left[F(e^{-j(\lambda+\mu)})\right] \qquad (1.11)$$

Resultados similares valem também para poliespectros.

As equações (1.8) e (1.11) podem ser usadas sob várias formas para obter estimativas, em tempo real ou não, da fase desconhecida da função de transferência do canal, desde que os poliespectros não sejam todos identicamente nulos, isto é, a distribuição dos dados de entrada não pode ser gaussiana. Esta última afirmação é demonstrada no apêndice A.

A seguir, será exposto o teorema de Lii e Rosenblatt [76] (teorema LR), que indica as condições para a identificação de um sistema (amplitude e fase), com quaisquer características de fase e sem zeros sobre a CRU.

Teorema LR: Seja $\{x_n\}$ um processo linear não-gaussiano: $x_n = \sum_j f_j\, a_{n-j}$, onde as variáveis aleatórias independentes $\{a_n\}$ têm todos os momentos finitos. Assuma que: $\sum_j |j|\,|f_j| < \infty$ e $F(e^{j\omega}) \neq 0$ para todos os ω's. Logo a função $F(e^{j\omega})$ é identificável com base apenas nos dados observados $\{x_n\}$, a menos de um atraso fixo e de um sinal algébrico (±1). Isto é possível desde que se tenha pelo menos um cumulante de ordem K > 2 diferente de zero e finito.

No desenvolvimento do teorema, é mostrado que a amplitude e a fase da resposta em freqüência $F(e^{j\omega})$ do canal podem ser estimadas, respectivamente, através da densidade espectral de potência (estatística de ordem 2) e de apenas um cumulante de ordem K, K > 2, não-nulo , ambas sendo estatísticas do sinal na saída do canal. O atraso fixo e o sinal algébrico (±1) mencionados no teorema LR dizem respeito, respectivamente, a uma referência no tempo e a possibilidade de haver um deslocamento fixo de π radianos na fase do sistema, caso as v.a.'s tenham uma distribuição simétrica.

Apesar do teorema LR utilizar uma estatística de ordem 2 para identificar a amplitude de $F(e^{j\omega})$, parece ser possível fazê-lo utilizando somente uma estatística de ordem k > 2, como é intuido do exemplo anterior. Assim, o mesmo polispectro poderia ser usado para identificar completamente o canal. Isto será explorado no capítulo 3.

Finalizando, pode-se dizer que o teorema LR resume a discussão sobre a identificação de um sistema (canal) com quaisquer características de fase e sem zeros sobre a CRU.

Até aqui foram analisados vários aspectos da desconvolução sob o enfoque da identificação direta e "off line" dos sistemas. Esta abordagem permitiu uma compreensão sobre a importância das características dos sistemas, tais como: as distribuições dos processos de entrada e a fase do canal. Porém, é de interesse estudar a identificação inversa e em tempo real ("on line") nos sistemas de comunicações digitais, ou seja, a equalização cega (desconvolução autodidata nestes sistemas). No próximo item, serão enfocados os diferentes princípios existentes, e que dão condições de solução ao problema.

1.2. BASES TEÓRICAS SOBRE A DESCONVOLUÇÃO AUTODIDATA DOS SISTEMAS DE FASE NÃO-MÍNIMA

A partir deste momento, quando não for dito o contrário, iremos supor que a seqüência discreta de entrada no canal de transmissão discreto consiste de variáveis aleatórias discretas reais ou complexas, simétricas, idêntica e independentemente distribuídas (i.i.d.). Além disso, é suposto também que a sua distribuição é não-gaussiana, estacionária e conhecida a priori, e o canal discreto linear tem a resposta ao impulso finita, sendo também invariante no tempo e de FNM.

Como definido no item anterior, o problema da desconvolução autodidata (equalização cega, no ambiente de sistemas de comunicações) visa recuperar a seqüência de dados transmitida e atrasada, em tempo real. Para isto, algoritmos apropriados são aplicados nos receptores dos sistemas para ajustarem continuamente os coeficientes dos equalizadores, levando em conta, portanto, possíveis variações temporais do canal.

No capítulo 3 da 1ª parte da tese foi visto que, de uma maneira clássica, os algoritmos de identificação inversa foram obtidos da minimização do funcional convexo formado pelo erro quadrático médio ou pelo erro absoluto, onde o sinal de erro mede o desvio do sinal na saída do equalizador relativo ao verdadeiro símbolo transmitido e atrasado. Entretanto, estas técnicas não funcionam dentro do contexto aqui apresentado, e verificado naquele capítulo. Portanto, um funcional, de preferência convexo, deve ser construído envolvendo os sinais disponíveis no receptor, e possivelmente estatísticas conhecidas a priori sobre a distribuição da entrada do sistema. Esta última informação pode ser usada como referência para a solução do problema, como será visto posteriormente.

Neste momento, é importante definir matematicamente o problema da equalização cega.

Deseja-se ajustar os coeficientes de um equalizador transversal simétrico, real ou complexo, de tal maneira que a seqüência de saída $\{y_n\}$ seja idêntica a seqüência de entrada $\{a_n\}$, a menos de um atraso constante e possivelmente de um deslocamento de fase constante (rotação na constelação). Isto é, se a resposta ao impulso global é dada por:

$$g_n = f_n \circ h_n = \sum_l h_l f_{n-l} \qquad (1.12)$$

É desejado posicionar o vetor de coeficientes do equalizador $H = (...h_{-1}h_0h_1...)^t$ tal que o vetor G, cujas componentes são as amostras da resposta ao impulso g_n, $G = (...g_{-1}\ g_0\ g_1\ ...)^t$, seja um vetor que tenha somente uma componente não-nula e com magnitude unitária, ou seja:

$$G = e^{j\theta}(0\ ...\ 0\ \underset{\uparrow}{1}\ 0\ ...\ 0)^t \qquad (1.13)$$
$$\qquad\qquad\qquad\qquad\quad k$$

onde $\underline{k}$ e $\underline{\theta}$ significam um atraso e um deslocamento de fase constante, respectivamente. A condição (1.13) implica em que a resposta em freqüência global tem uma magnitude unitária e um deslocamento de fase linear. O atraso é inerente a qualquer canal real, entretanto ele não ocasiona problemas no desempenho, pois a seqüência observada $\{x_n\}$ é estacionária (a seqüência $\{a_n\}$ é estacionária e o canal é linear e invariante no tempo). Portanto, sua distribuição de probabilidade é invariante a um atraso constante. O deslocamento de fase também pode ocorrer uma vez que a distribuição de probabilidade da seqüência de entrada é simétrica sob rotação (este é o caso do esquema da modulação QAM). Ela pode ser removida por um dispostivo de decisão codificado. Portanto, a condição descrita em (1.13), com $\theta = 0$, será referida como condição de equalização ou simplesmente resposta desejada.

Antes de classificar as diversas técnicas existentes para a solução do problema da equalização cega, é interessante introduzir, neste momento, uma discussão sobre o relacionamento entre as propriedades estatísticas da seqüência de entrada do canal, as características de fase do canal e a estrutura do equalizador.

Suponha um canal de resposta ao impulso finita (FIR) e com fase mínima (zeros dentro da CRU). A inversa deste filtro tem também fase mínima (pólos dentro da CRU). Se a entrada do canal é branca (os dados transmitidos são descorrelacionados), é desejado que a saída do filtro inverso seja branca. Logo,conforme já comentado no item 1.1, o filtro inverso pode ser realizado por um filtro de erro de predição, o qual atende as características de fase mínima e sua saída branca. Neste caso, para um sistema de comunicações digitais, é desejável obter a seqüência transmitida na saída do filtro de erro de predição (equalizador). Desta maneira, é necessário incluir um controle automático de ganho

após o equalizador, para, por exemplo, igualar a potência da seqüência branca equalizada à potência dos dados transmitidos. Assim, as amostras do sinal equalizado e amplificado estarão muito próximas dos símbolos da seqüência desejada. Portanto, neste caso, não há necessidade de supor a propriedade estatística de independência entre os símbolos transmitidos. A descorrelação é o bastante.

Suponha, agora, um canal FIR com fase não-mínima (zeros dentro e fora da CRU). De uma maneira geral, a inversa deste filtro é instável, pois há pólos fora da CRU. No entanto, sabe-se que é possível sintetizar um pólo através de um filtro transversal de comprimento infinito [44]. Desta forma seria possível retirar a influência de um zero do canal com um filtro estável. Porém, tal filtro inviabiliza um processamento em tempo real, pois há a necessidade do conhecimento de toda a seqüência recebida. Assim, para que se faça a restauração em tempo real da seqüência de entrada, se deve truncar a resposta ao impulso do equalizador, tornando-o um filtro FIR que funciona com uma aproximação tão boa quanto maior for seu comprimento.

O branqueamento do sinal na saída do equalizador, neste caso, não é indicativo de ter havido a equalização do canal de FNM, pois, se assim o fosse, o equalizador poderia ser realizado por um filtro de erro de predição transversal. Isto implicaria em que o equalizador estivesse "enxergando" o canal como se fosse de fase mínima. Neste caso, o equalizador realiza somente a equalização da amplitude do canal.

Como, idealmente, o objetivo final da equalização é a retirada da IES, ou seja, satisfazer a eq.(1.13), e considerando ainda o canal de FNM, tem sido atribuida à seqüência transmitida a propriedade estatística da independência entre os símbolos, a qual é mais restritiva do que a descorrelação. Desta forma, é possível verificar o bom desempenho do equalizador, verificando o grau de independência entre as amostras do sinal recebido e equalizado. Alguns autores sugerem o uso em cascata de um equalizador de amplitude, para branquear o sinal, juntamente com um equalizador de fase, para finalmente tornar as amostras independentes. Entretanto, a única condição estatística necessária para a equalização cega dos canais de FNM é a da distribuição não-gaussiana da seqüência de entrada. Isto é devido ao fato da distribuição gaussiana ter toda a sua estatística de ordem maior do que 2 completamente determinada a partir da estatística de ordem 2, a qual não é suficiente para a equalização de canais de FNM, conforme visto no item 1.1.

Para solucionar o problema da equalização cega, é interessante classificar as técnicas conhecidas até o momento . A grosso modo, pode-se dizer que três grandes famílias agregam as principais técnicas. Uma primeira família é originada da técnica não-linear de Bussgang [73], que se baseia na descorrelação entre a saída do equalizador y_n e o erro $\hat{e}_n$ formado pela diferença entre y_n e a saída do dispositivo quantificador $\hat{a}_n$, conforme é mostrado na Figura 1.2. Por ser uma técnica não-linear, os funcionais utilizados são não-convexos, os quais podem gerar problemas na convergência dos algoritmos.

Uma segunda família é baseada na teoria de predição e retropredição, que permite também fazer a equalização de um canal de FNM. Isto é feito pela identificação direta da inversa das partes de fase mínima e de fase máxima da resposta ao impulso do canal [84]. Entretanto, as estratégias de aquisição até agora utilizadas mostram que este método necessita do conhecimento a priori do tipo de canal: fase mínima, fase máxima, ou fase não-mínima (mista).

Uma terceira família é baseada na utilização de momentos de ordens superiores (MOS). Esta técnica tem a capacidade de identificar um canal de FNM, por causa de sua propriedade de preservar a informação da fase do sinal, conforme já discutido em exemplo neste capítulo.

Há uma outra classificação proposta por Nikias [85], que é baseada em transformações não-lineares aplicadas aos dados na saída do canal e na saída do dispositivo desconvolvedor. Isto é, nesta classificação voltada para as comunicações digitais, uma família é definida pela aplicação da não-linearidade na saída do filtro de equalização (exs: técnicas de Bussgang e a técnica de Bellini-Rocca [92]), e a outra família é definida pela aplicação da não-linearidade na entrada do filtro de equalização (algoritmos MOS ou poliespectrais). A transformação não-linear contém uma não-linearidade com ou sem memória, e parece prover o mesmo efeito da geração de cumulantes de ordens superiores dos dados na saída do canal [83], [86], [87]. Portanto, esta classificação está incluída na classificação aqui proposta.

A seguir, com base na primeira classificação, serão desenvolvidas as teorias das técnicas existentes e que caracterizam cada família. Tais teorias formam a base dos algoritmos cegos que serão estudados no próximo capítulo.

1.3. TÉCNICA NÃO-LINEAR DE BUSSGANG

Resumidamente, pode-se dizer que a técnica de Bussgang é um esquema de desconvolução iterativo que aplica uma não-linearidade sem memória na saída do filtro de equalização, a fim de gerar a resposta ao impulso desejada (eq. (1.13)) em cada iteração [73], [88], [89].

Esta técnica usa o conhecimento da densidade de probabilidade da seqüência $\{a_n\}$, na entrada do canal. Além disso, ela toma por base a hipótese da seqüência $\{y_n\}$ estar aproximadamente desconvolvida na saída do equalizador (Figura 1.2). A seguir é dada uma descrição resumida sobre a base teórica da técnica de Bussgang.

Suponha que, num processo iterativo, se disponha na j-ésima iteração do vetor de coeficientes $\hat{H}^{(j)}$ de um equalizador transversal, o qual realiza aproximadamente o filtro inverso do canal,sendo a resposta ao impulso desse equalizador, na j-ésima iteração, estimada por $\hat{h}_n^{(j)}$. Neste caso, a resposta global ao impulso nesta iteração é dada por:

$$\hat{g}_n^{(j)} = \hat{h}_n^{(j)} \circ f_n = \delta_{n-k} + \varepsilon_n^{(j)} \qquad (1.14)$$

onde δ_{n-k} é a função delta de Kröencker e $\varepsilon_n^{(j)}$ leva em conta a diferença (erro) entre a estimativa $\hat{h}_n^{(j)}$ e a resposta ao impulso desejada h_n^d do equalizador, na j-ésima iteração, ou seja:

$$\varepsilon_n^{(j)} = \hat{h}_n^{(j)} - h_n^d \qquad (1.15)$$

O atraso k não afeta a reconstrução da seqüência original (eq.(1.13)), e portanto, será aqui assumido nulo.

A convolução da j-ésima estimativa do filtro inverso $\hat{H}^{(j)}$ com a seqüência na saída do canal $\{x_n\}$ é dada por:

$$y_n^{(j)} = \hat{a}_n^{(j)} = x_n \circ \hat{h}_n^{(j)} = a_n \circ f_n \circ \hat{h}_n^{(j)} = X_n^t \hat{H}^{(j)} \qquad (1.16)$$

onde X_n é o vetor de entrada do equalizador. O sinal $\hat{a}_n^{(j)}$, na saída do equalizador, é suposto já ser uma boa estimativa da seqüência transmitida $\{a_n\}$, uma vez que foi feita a hipótese do canal estar aproximadamente desconvolvido. Substituindo (1.14) em (1.16):

$$\hat{a}_n^{(j)} = a_n \circ \hat{g}_n^{(j)} = a_n \circ \left(\delta_n + \varepsilon_n^{(j)}\right) = a_n \circ \delta_n + a_n \circ \varepsilon_n^{(j)}$$

$$\hat{a}_n^{(j)} = a_n + a_n \circ \varepsilon_n^{(j)} = a_n + b_n^{(j)} \qquad (1.17)$$

onde

$$b_n^{(j)} = a_n \circ \varepsilon_n^{(j)} \qquad (1.18)$$

é o chamado "ruído convolucional", ou seja, o resíduo da IES relativo a diferença entre a j-ésima estimativa $\hat{h}_n^{(j)}$ e o filtro inverso desejado h_n^d . Se a seqüência $\{\varepsilon_n^{(j)}\}$ é suficientemente longa, pelo teorema do limite central é razoável modelar $b_n^{(j)}$ como uma variável aleatória gaussiana.

O objetivo da técnica é utilizar a seqüência aproximadamente desconvolvida $\{\hat{a}_n^{(j)}\}$ para encontrar o "melhor" estimador da verdadeira seqüência $\{a_n\}$, segundo algum critério.

É importante observar que, como a seqüência transmitida $\{a_n\}$ é discretizada em amplitude, o estimador definitivo deve conter uma transformação não-linear sobre $\{\hat{a}_n^{(j)}\}$. Além disso, deve-se procurar fazer com que esta transformação seja sem memória, para uma maior simplicidade do dispositivo utilizado. Porém, alguns autores comentam que uma estimação conjunta (transformação com memória) dos dados pode proporcionar melhores resultados. Isto tem origem na IES, que provoca um relacionamento entre os dados decididos. Uma transformação com memória pode aproveitar este fato para melhorar o desempenho do sistema. Entretanto, isto acarretaria um aumento na complexidade computacional [90].

Neste momento, é interessante discutir um pouco sobre alguns aspectos básicos do desenvolvimento da técnica de Bussgang, tais como a suposição inicial de que o canal está aproximadamente desconvolvido e também sobre a gaussianidade da v.a. $b_n^{(j)}$. O erro $\varepsilon_n^{(j)}$ na eq.(1.15) deve ser suficientemente pequeno para garantir a suposição da desconvolução aproximada. Por outro lado, no modelo de sinal adotado (eq.(1.17)), o sinal aproximadamente desconvolvido $\hat{a}_n^{(j)}$ é a soma do símbolo desejado com o sinal $b_n^{(j)}$, o qual é obtido da convolução entre o sinal a_n e o sinal de erro $\varepsilon_n^{(j)}$. A distribuição de $b_n^{(j)}$ é assumida ser gaussiana. Ora, esta suposição tem por base o teorema do limite central, que afirma ser uma gaussiana a v.a. que resulta da soma não ponderada de infinitas v.a's. de uma única distribuição. Uma condição de validade deste modelo é que o equalizador deve ter um comprimento infinito para satisfazer a premissa da

soma infinita no teorema do limite central. Este aspecto favorece a equalização. Do ponto de vista prático, o equalizador é finito. Desta forma, não é mais possível garantir a gaussianidade da variável em questão, e portanto não é satisfeita a hipótese do modelo. Uma "tentativa" de satisfazê-la é tornar "muito grande" o comprimento do equalizador. Outra questão é sobre as condições de garantia em que a soma das v.a's. a_n, ponderadas pelos erros $\varepsilon_n^{(j)}$ (eq.(1.18)), resulte também numa v.a. gaussiana $(b_n^{(j)})$. No nosso conhecimento, esta é ainda uma questão aberta no contexto da equalização.

Seja a não-linearidade (nl) definida por:

$$\tilde{a}_n^{(j)} = nl\left[\hat{a}_n^{(j)}\right] \qquad \text{(sem memória)} \tag{1.19}$$

ou ainda

$$\tilde{a}_n^{(j)} = nl\left[\hat{a}_n^{(j)},\ \hat{a}_{n-1}^{(j)},\ \cdots,\ \hat{a}_{n-m}^{(j)}\right] \quad \text{(memória de m-ésima ordem)} \tag{1.20}$$

onde nl[•] é uma função não-linear com ou sem memória.

Resumidamente, o nosso problema de estimação pode ser classicamente formulado da seguinte maneira:

Seja o sinal aproximadamente desconvolvido na j-ésima iteração $\hat{a}_n^{(j)}$ dado pela eq.(1.17), reescrito na forma:

$$\hat{a}_n^{(j)} = a_n + b_n^{(j)} \tag{1.21}$$

onde $b_n^{(j)}$ é o ruído convolucional gaussiano na j-ésima iteração, e $\{a_n\}$ é uma seqüência i.i.d. não-gaussiana e com densidade de probabilidade conhecida, onde os sinais pontuais são digitais e equiprováveis. Além disso, é suposto que a_n e $b_n^{(j)}$ são independentes.

A suposição da independência entre as seqüências $\{a_n\}$ e $\{b_n^{(j)}\}$ tem por base as seguintes observações:

(i) a seqüência de dados $\{a_n\}$ é branca por suposição, enquanto que a seqüência de ruído convolucional $\{b_n^{(j)}\}$ é aproximadamente branca se o canal está suficientemente desconvolvido, conforme pode ser intuito das eqs. (1.15) e (1.18);

(ii) as seqüências $\{a_n\}$ e $\{b_n^{(j)}\}$ são essencialmente descorrelatadas se $\varepsilon_n^{(j)}$ é muito pequeno;

Então, devido à eq.(1.17) ou (1.21) e às observações acima, a seqüência $\{\hat{a}_n^{(j)}\}$ é também aproximadamente branca.

Na verdade, estas observações são originárias da suposição inicial do canal estar aproximadamente desconvolvido. Isto implica em já haver condições favoráveis para a equalização, tais como olho inicialmente aberto ou fraca distorção do canal.

O melhor estimador da seqüência $\{a_n\}$, no sentido do erro quadrático médio (EQM), é dada pela seqüência $\{\tilde{a}_n^{(j)}\}$, que resulta da minimização do EQM entre $\hat{a}_n^{(j)}$ e a_n (critério de Bayes). Uma vez obtido o filtro H que minimiza esse critério, obtém-se $\{\hat{a}_n^{(j)}\}$ e, através de (1.19), a estimativa $\tilde{a}_n^{(j)}$. Pode-se demonstrar que $\tilde{a}_n^{(j)}$ é dado por [91]:

$$\tilde{a}_n^{(j)} = \int_{-\infty}^{\infty} a \; p_{a/\hat{a}^{(j)}}(a/\hat{a}^{(j)}) \; d\,a = \mathbb{E}\left\{a_n/\hat{a}_n^{(j)}\right\} \qquad \textbf{(1.22)}$$

onde foi assumido que a_n é uma variável aleatória contínua. Além disso, na integral o índice temporal n foi abandonado, e a densidade a posteriori $p_{a/\hat{a}^{(j)}}(a/\hat{a}^{(j)})$ é dada por (regra de Bayes) [83]:

$$p_{a/\hat{a}^{(j)}}(a/\hat{a}^{(j)}) = \frac{p_{\hat{a}^{(j)}/a}(\hat{a}^{(j)}/a)\; p_a(a)}{p_{\hat{a}^{(j)}}(\hat{a}^{(j)})}$$

sendo $p_{\hat{a}^{(j)}/a}(\hat{a}^{(j)}/a)$ uma densidade gaussiana de média a_n e variância $\sigma^2_{b^{(j)}}$, e $\sigma^2_{b^{(j)}}$ a variância de $\{b_n^{(j)}\}$; a densidade a priori $p_a(a)$ é a densidade de probabilidade de a_n, e $p_{\hat{a}^{(j)}}(\hat{a}^{(j)})$ é a densidade de probabilidade de $\hat{a}_n^{(j)}$.

O comportamento de $nl[\hat{a}^{(j)}]$ versus $\hat{a}^{(j)}$ pode ser avaliado pela eq.(1.22) para várias distribuições de entrada e diferentes razões potência de ruído convolucional - sinal recebido (RRCSR). Se a_n é uma variável aleatória gaussiana de média nula e variância σ_a^2, a eq.(1.22) fornece [91]:

$$\tilde{a}_n^{(j)} = (1 - \text{RRCSR})\; \hat{a}_n^{(j)} \qquad \textbf{(1.23)}$$

$$\text{RRCSR} = \frac{\sigma_{b^{(j)}}}{\sigma_a^2 + \sigma^2_{b^{(j)}}}$$

Neste caso, é visto claramente da eq.(1.23) que $nl[\hat{a}_n^{(j)}]$ torna-se uma função linear.

A Figura 1.3 mostra o comportamento de $nl[\hat{a}^{(j)}]$ versus $\hat{a}^{(j)}$, para diferentes valores de RRCSR (0, 0,2 e 0,4), quando a v.a. a_n tem densidade de probabilidade: (a) gaussiana, (b) laplaceana e (c) uniforme, respectivamente. Nestes dois últimos casos, as Figuras 1.3.b e 1.3.c, foram tomadas do artigo de Bellini e Rocca [88], enquanto que a Figura 1.3.a foi obtida da eq.(1.23). Convém observar que o caso (c) é o que realmente se aplica ao estudo da equalização do canal de transmissão de dados.

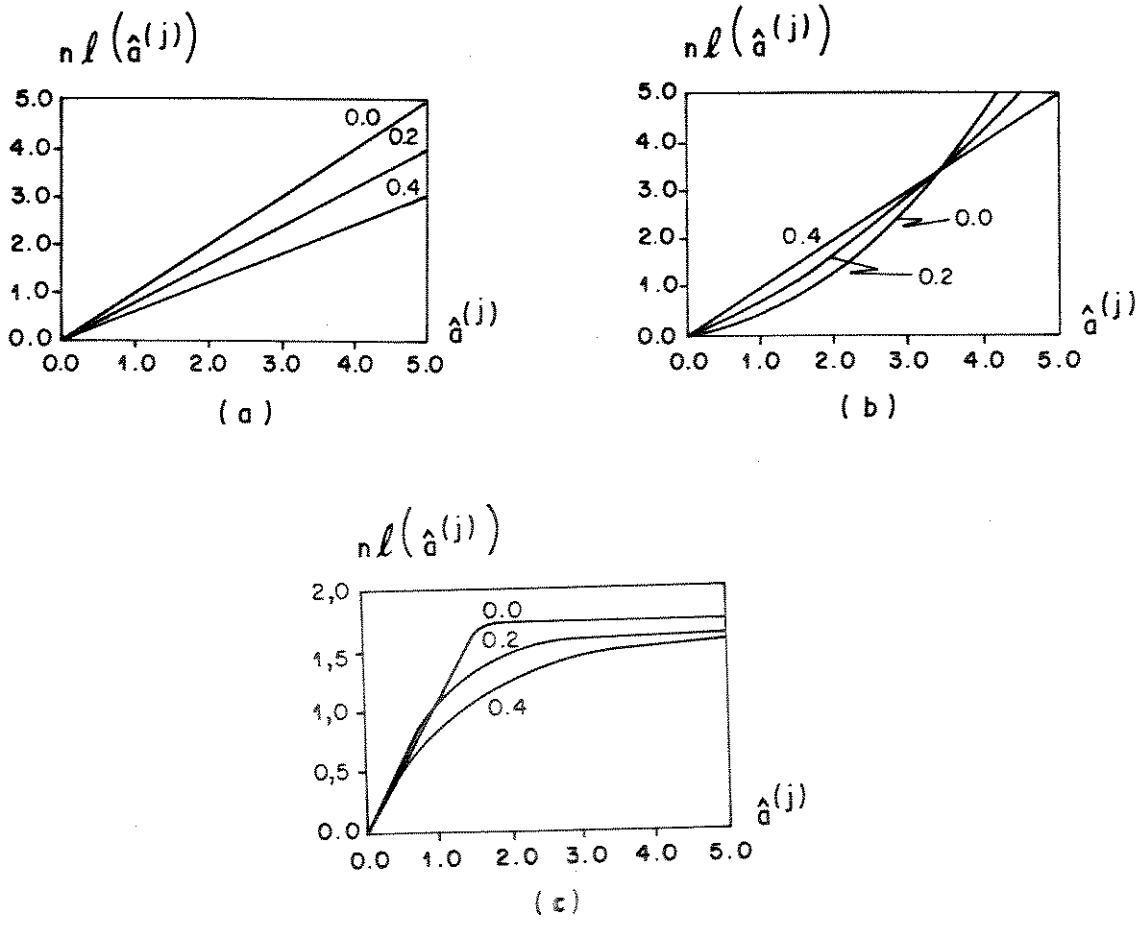


Fig.1.3 - a) Estimador linear de dados gaussianos em ruído convolucional gaussiano;

b) Estimador não-linear (nl) de dados não-gaussianos, com distribuição laplaceana, em ruído convolucional gaussiano;

c) Estimador não-linear de dados não-gaussianos, com distribuição uniforme, em ruído convolucional gaussiano.

A razão potência de ruído convolucional - sinal recebido (RRCSR) é 0,0; 0,2 e 0,4, conforme indicado nas figuras.

Comparando as Figuras 1.3.b e 1.3.c com a Figura 1.3.a, é visto que quanto maior é a potência do ruído convolucional, mais a função não-linear se aproxima da função linear. Isto é devido ao sinal gaussiano $b_n^{(j)}$ ter maior importância do que o sinal a_n na expressão (1.21), fazendo com que o estimador não-linear pareça ser independente da estrutura fina dos dados modulados em amplitude. Logo, dependendo do nível do ruído convolucional, a não-linearidade é mais ou menos pronunciada.

A partir da eq.(1.16), o método de Bussgang determina $\hat{h}_n^{(j)}$ como a solução mínima quadrática do sistema sobredeterminado de equações lineares dado por:

$$X_n^t \, \hat{H}^{(j+1)} = nl\left[y_n^{(j)}\right] \quad , \quad \forall n \tag{1.24}$$

ou seja, cada equação do sistema (1.24), definida para um determinado n, tenta forçar uma melhor estimativa da resposta ao impulso da inversa do canal $\hat{h}_n^{(j+1)}$. O sistema é sobredeterminado, pois os dados estimados em (1.24) não são todos corretos. Sendo assim, com um maior número de equações (vários n's) aumenta-se a possibilidade de serem incluídos dados estimados corretamente.

A solução de mínimo erro quadrático de (1.24) corresponde a

$$\min \mathbb{E}\left\{\left| X_n^t \, \hat{H}^{(j+1)} - nl\left[y_n^{(j)}\right]\right|^2\right\} = \min \mathbb{E}\left\{\left| X_n^t \, \hat{H}^{(j+1)} - \hat{a}_n^{(j)}\right|^2\right\} \tag{1.25}$$

onde $\hat{a}_n^{(j)} = nl\left[y_n^{(j)}\right]$, o que, por sua vez, corresponde à solução da seguinte equação matricial [89]:

$$\mathbb{E}\left\{X_n^* \, X_n^t\right\} \hat{H}^{(j+1)} = \mathbb{E}\left\{\hat{a}_n^{(j)} X_n^*\right\} \tag{1.26}$$

Desta maneira, a solução $\hat{H}^{(j+1)}$ é obtida resolvendo (1.26). O procedimento é então repetido, determinando a seqüência $\{\hat{a}_n^{(j+1)}\}$ pela equação (1.22), a partir de $\{\hat{a}_n^{(j+1)} = y_n^{(j+1)}\}$ calculado pela eq.(1.16), para em seguida $\hat{H}^{(j+2)}$ ser calculado a partir de (1.26). O processo é repetido até a convergência em H ser obtida.

A maneira de resolver a eq.(1.26) não é essencial para a técnica de Bussgang. Portanto, uma técnica iterativa pode ser utilizada para resolvê-la. No capítulo 2, uma técnica iterativa de 1ª ordem e sua versão adaptativa será discuti-

da, além de uma análise sobre as condições de convergência para a técnica de Bussgang.

1.4. DESCONVOLUÇÃO POR PREDIÇÃO E RETROPREDIÇÃO

Neste momento é importante ter em mente o desenvolvimento feito no item (1.4.3) da 1ª parte da tese, que trata da análise qualitativa da característica de fase não-mínima do canal de microondas digital.

Para verificar a efetividade teórica da atuação de filtros preditores e retropreditores no combate às distorções lineares dos canais, se irá supor, para análise inicial, um canal de fase mínima. Posteriormente, o mesmo será feito para um canal de fase máxima, e por último um canal de fase não-mínima.

Seja F(z) a função de sistema de um canal de fase mínima, com resposta ao impulso finita, onde F(z) fatorado é dado por:

$$F(z) = f_0 \prod_{i=1}^{L} \left(1 - I_i\, z^{-1}\right) = f_0 \left(1 + r_1\, z^{-1} + \cdots + r_L\, z^{-L}\right) \qquad (1.27)$$

onde

$$|I_i| < 1;\ r_j = (-1)^j \sum_{(\ell_1,\ldots,\ell_L)} I_{\ell_1} \ldots I_{\ell_j};\ i,\ j = 1,\ldots,L \qquad (1.28)$$

onde $(\ell_1,\ldots,\ell_L)$ é uma combinação dos índices $(1,\ldots,L)$.

Todos os zero I_i de F(z) estão dentro da CRU. A eq.(1.28) indica que a seqüência $|r_i|$ tem tendência a diminuir, de sorte que $|f_0|$ está próximo do máximo dos $|f_i|$, onde f_i, $i = 0,\ldots,L$, são as amostras da FIR do canal. Logo, a resposta de um canal de fase mínima apresenta uma frente de descida.

Os zeros de F(z) podem ser exatamente cancelados por pólos de um filtro recursivo, implicando na ausência de problemas quanto a instabilidade. Por outro lado, é desejável que na saída deste filtro os dados sejam independentes, uma vez que os dados de entrada são independentes. Isto é obtido por um filtro de erro de predição (preditor), que no caso de um canal de FM, pode atender o

objetivo da independência dos dados de entrada do canal [58], pois o canal está sendo equalizado de forma exata, gerando a resposta ao impulso global desejada (eq.(1.13)).

A Figura 1.4 mostra a estrutura de um preditor recursivo ($\mathcal{P}$) como também um controle automático de ganho (A). A inovação e_k, que é o erro entre x_k e sua predição linear ótima $\hat{x}_k$ baseada nas amostras passadas x_{k-1}, x_{k-2}, ..., é dada por:

$$e_k = x_k - \hat{x}_k \tag{1.29}$$

onde k é o tempo discreto.

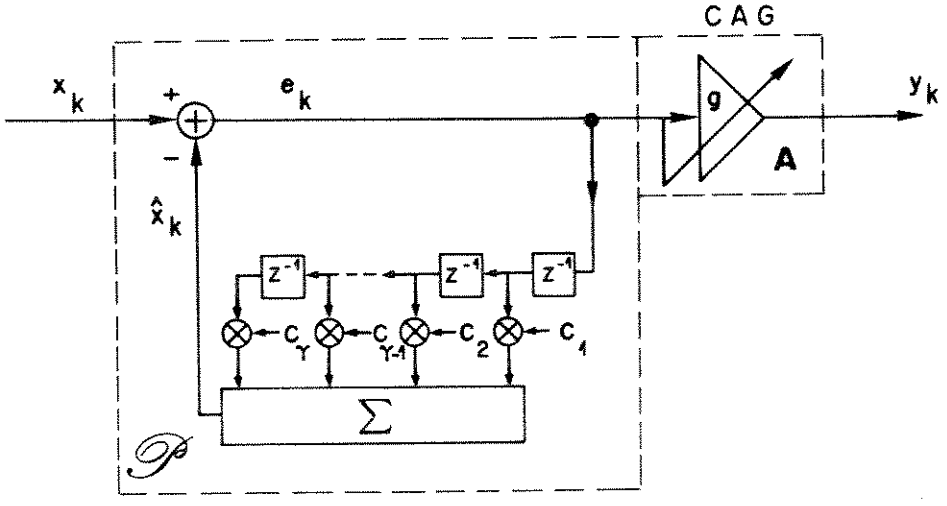


Fig.1.4 - Filtro preditor recursivo ($\mathcal{P}$) com amplificador (A) para equalização cega de um canal de FM.

Os coeficientes ótimos do preditor podem ser obtidos pela minimização do funcional:

$$J = \mathbb{E}\left\{ |e_k|^2 \right\} \tag{1.30}$$

A função de sistema do preditor recursivo da Figura 1.4 é dada por:

$$P(z) = \left[1 + \sum_{i=1}^{\gamma} C_i \, z^{-i} \right]^{-1} \tag{1.31}$$

Para que os zeros do canal sejam cancelados exatamente pelos pólos do

preditor, das eqs.(1.27) e (1.31) é obtido:

$$\gamma = L \; ; \quad C_i = r_i \; ; \quad i = 1, \cdots, L \tag{1.32}$$

De modo a obter os dados na saída do preditor, é necessário colocar um amplificador A em cascata, antes ou após o preditor, de tal forma que o seu ganho g seja dado por:

$$g = |f_0|^{-1} \tag{1.33}$$

O possível erro de fase θ, resultante de $\left[\left(f_0/|f_0|\right) = e^{j\theta}\right]$, é recuperado do dispositivo de decisão.

Considerando as eqs.(1.27), (1.31), (1.32) e (1.33), a função de sistema total é dada por:

$$F(z)\ P(z)\ g = e^{j\theta} \tag{1.34}$$

sendo, portanto, eliminada a IES (a menos de θ) para o caso de um canal de FM (canal causal) cujas distorções são compensadas pelo preditor recursivo.

Seja, agora,F(z) a função de sistema de um canal de fase máxima, isto é, todos os zeros O_j, j = 1,...,N, de F(z) estão fora da CRU, onde F(z) é dado na forma fatorada por:

$$F(z) = f_N \prod_{j=1}^{N} \left(z^{-1} - O_j^{-1}\right) = f_N\left(q_0 + \cdots + q_{N-1}\, z^{-N+1} + z^{-N}\right) \tag{1.35}$$

$$|O_j| > 1 \; , \quad j = 1, \ldots, N \tag{1.36}$$

A seqüência $\{|q_j|\}$, j = 0, ..., N-1, tem tendência a crescer devido à eq. (1.36), de sorte que $|f_N|$ está próximo do máximo dos $|f_i|$, onde:

$$f_i = f_N\, q_i, \; i = 0, \ldots, N-1 \tag{1.37}$$

Portanto, a resposta ao impulso deste canal apresenta uma frente de subida.

A inversa de (1.35) é dada por:

$$F^{-1}(z) = f_N^{-1} z^N \prod_{j=1}^{N} \left(1 - O_j^{-1} z\right)^{-1} = \frac{z^N}{f_N} \frac{1}{\prod_{j=1}^{N} \left(1 - O_j^{-1} z\right)} \qquad (1.38)$$

Um filtro na forma de (1.38) é instável, pois todos os seus pólos estão situados fora da CRU. Para se obter uma inversa estável e prática,é necessário desenvolver o produtório em (1.38) num polinômio não-causal, unilateral, em função das potências de z^j, dos quais só serão conservados os L primeiros termos. Reescrevendo a inversa de (1.35) na forma:

$$F^{-1}(z) = \frac{(-1)^N \prod_{j=1}^{N} O_j}{f_N} \frac{1}{\left(1 - O_1 z^{-1}\right)} \cdots \frac{1}{\left(1 - O_k z^{-1}\right)} \cdots \frac{1}{\left(1 - O_N z^{-1}\right)} \qquad (1.39)$$

pode-se desenvolver cada termo do produto em (1.39) em potências de z^{-1}, em suas regiões de convergência (RC):

$$\frac{1}{1-O_k z^{-1}} = 1 + \sum_{\ell=1}^{\infty} \left(O_k z^{-1}\right)^{\ell}, \text{ R.C.: } |O_k z^{-1}| < 1 \therefore |O_k| < |z|, \; k=1,..,N \qquad (1.39.a)$$

A representação de $F^{-1}(z)$ dada por (1.39) não é estável, pois devido à (1.36) e (1.39.a), a RC comum a todos os termos de (1.39) é a região externa a circunferência cujo raio é igual a maior amplitude dentre os zeros O_k, k=1,...,N, excluindo, portanto, a CRU. Desta forma foi preferido usar a expressão (1.38), reescrita na forma:

$$F^{-1}(z) = \frac{z^N}{f_N} \frac{1}{\left(1 - O_1^{-1} z\right)} \cdots \frac{1}{\left(1 - O_k^{-1} z\right)} \cdots \frac{1}{\left(1 - O_N^{-1} z\right)} \qquad (1.40)$$

Desenvolvendo cada termo do produtório de (1.40) em potência de z:

$$\frac{1}{1-O_k^{-1} z} = 1 + \sum_{\ell=1}^{\infty} \left(O_k^{-1} z\right)^{\ell}, \text{ R.C.: } |O_k^{-1} z| < 1 \therefore |z| < |O_k|, \; k=1,..,N \qquad (1.41)$$

A RC comum a todos os termos do produtório em (1.40) é a região interna a circunferência cujo raio é igual a menor amplitude dentre os zeros O_k, k=1,...,N, incluindo a CRU, devido à (1.36) e (1.41). Sendo assim, a função de sistema dada por (1.40) é estável.

Substituindo (1.41) em (1.40):

$$F^{-1}(z) = \frac{z^N}{f_N}\left[1 + \sum_{\ell_1=1}^{\infty}\left(O_1^{-1}\, z\right)^{\ell_1}\right]\left[1 + \sum_{\ell_2=1}^{\infty}\left(O_2^{-1}\, z\right)^{\ell_2}\right]\ldots\left[1 + \sum_{\ell_N=1}^{\infty}\left(O_N z^{-1}\right)^{\ell_N}\right] \qquad (1.42)$$

O resultado do produtório dos termos entre colchetes em (1.42), pode ser representado por:

$$F^{-1}(z) = \frac{z^N}{f_N}\left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} d_k\, z^k\right] \qquad (1.43)$$

onde d_k é composto de combinações entre as inversas dos zeros.

Esta expressão representa a função inversa exata do canal de fase máxima, considerando uma função de sistema estável. Porém, por questões práticas para um projeto de filtro,se irá truncar o somatório em (1.43) em L termos,ou seja:

$$F^{-1}(z) \cong \frac{z^N}{f_N}\left[1 + \sum_{k=1}^{L} d_k\, z^k\right] \qquad (1.44)$$

Neste momento, para fins de comparação com a eq.(1.44), é interessante considerar o desenvolvimento do projeto de um filtro de erro de retropredição (retropreditor), com uma estrutura transversal contendo (L + 1) derivações, cujo erro de retropredição é dado por [58]:

$$e_k = u_{k-L} - \sum_{i=1}^{L} g_i\, u_{k-i+1} \qquad (1.45)$$

onde u_k é a entrada do retropreditor e g_i, i = 1, ..., L, seus coeficientes. Aplicando a transformada-Z (Z[•]) em (1.45), é obtido:

$$E(z) = U(z)\, z^{-L} - U(z) \sum_{i=1}^{L} g_i\, z^{-i+1} = U(z)\left[z^{-L} - \sum_{i=1}^{L} g_i\, z^{-i+1}\right] \qquad (1.46)$$

onde $E(z) = Z[e_k]$ e $U(z) = Z[u_k]$. Definindo a função de sistema do retro-preditor como R(z), da eq.(1.46):

$$R(z) = \frac{E(z)}{U(z)} = z^{-L} - \sum_{i=1}^{L} g_i \, z^{-i+1} \tag{1.47}$$

e redefinindo o índice i do somatório em (1.47):

$$-i + 1 = l - L \tag{1.48}$$

e substituindo em (1.47)

$$R(z) = z^{-L}\left[1 - \sum_{l=1}^{L} g_{L+1-l} \, z^{l}\right] \tag{1.49}$$

Agora, fazendo $g_{L+1-l} = b_l$ em (1.49), finalmente é obtido:

$$R(z) = z^{-L}\left[1 + \sum_{l=1}^{L} (-b_l) \, z^{l}\right] \tag{1.50}$$

Comparando as funções de sistemas da inversa aproximada do canal (eq.(1.44)) e do retropreditor (eq.(1.50)), pode-se dizer que $F^{-1}(z)$ aproximado contém características do retropreditor, ao se multiplicar e dividir (1.44) por z^{-L} e ao fazer $d_l = -b_l$, isto é:

$$F^{-1}(z) \cong \frac{z^{N+L}}{f_N}\left[z^{-L} - \sum_{l=1}^{L} b_l \, z^{-L+l}\right] \tag{1.51}$$

A presença do termo z^{N+L} em (1.51) caracteriza a não-causalidade de $F^{-1}(z)$. Logo, a fim de torná-la causal, deve-se incluir um atrazo $\delta = N + L$, tal que:

$$F^{-1}(z) \, z^{-\delta} = f_N^{-1}\left[z^{-L} - \sum_{l=1}^{L} b_l \, z^{-L+l}\right] \tag{1.52}$$

Portanto o filtro inverso se comporta como um retropreditor transversal $\mathcal{R}$, com função de sistema $\left\{f_N^{-1}\left[z^{-L} - \sum_{l=1}^{L} b_l \, z^{-L+l}\right]\right\}$, que calcula $\hat{x}_{k-L}$, a retropredição de x_{k-L}, e que também calcula o erro de retropredição e_k. Substituindo u_k por x_k e e_k por p_k em (1.45), e usando (1.48):

$$p_k = x_{k-L} - \sum_{i=1}^{L} g_i \, x_{k-i+1} = x_{k-L} - \sum_{l=1}^{L} g_{L+1-l} \, x_{k-L+l} \tag{1.53}$$

e como se definiu $b_l = g_{L+1-l}$, em (1.53) se obtém:

$$p_k = x_{k-L} - \sum_{l=1}^{L} b_l \, x_{k-L+l} \tag{1.54}$$

$\mathcal{R}$ é seguido de um amplificador A de ganho fixo g, que produz:

$$y_k = g \, p_k \,, \quad g = |f_N|^{-1} \tag{1.55}$$

Como no caso do preditor recursivo, o possível erro de fase θ é recuperado do dispositivo de decisão.

A Figura 1.5 mostra um CAG (A) após o retropreditor. Nesta figura também está mostrada a inovação $p_k = x_{k-L} - \hat{x}_{k-L}$, definida como o erro entre x_{k-L} e sua retropredição linear ótima $\hat{x} = \sum_{l=1}^{L} b_l \, x_{k-L+l}$. A otimalidade é dada pela minimização do funcional:

$$J = \mathbb{E}\left\{ |p_k|^2 \right\} \tag{1.56}$$

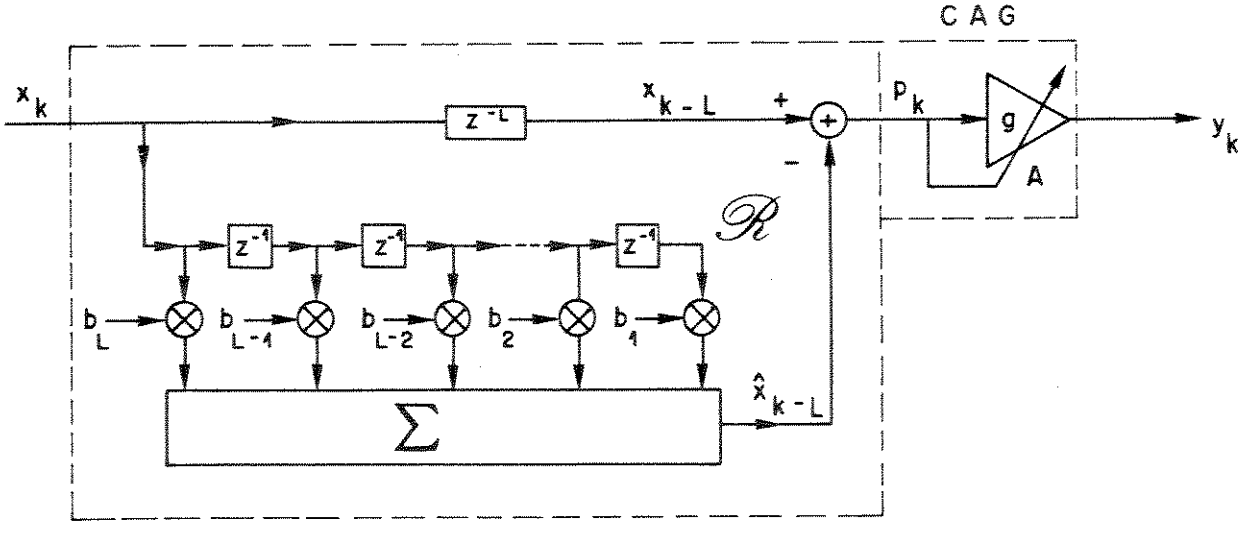


Fig.1.5 - Filtro retropreditor transversal ($\mathcal{R}$) com amplificador (A) para equalização cega de um canal de fase máxima.

Para um canal de fase não-mínima, os N zeros de F(z) são separados em γ zeros $\{I_i\}$ interiores e β zeros $\{O_j\}$ exteriores a CRU ($N = \beta + \gamma$), de forma que F(z) pode ser decomposta segundo seus zeros:

$$F(z) = f_\beta \prod_{j=1}^{\beta} \left(z^{-1} - O_j^{-1}\right) \prod_{i=1}^{\gamma} \left(1 - I_i\, z^{-1}\right) \qquad \textbf{(1.57)}$$

Para se opor a este canal, o equalizador deve ter a estrutura em cascata $H = A.\mathcal{P}.\mathcal{R}$, ou seja , um CAG, um preditor e um retropreditor, conforme está mostrado na Figura 1.6, onde, de (1.52), o atraso δ depende do número β de zeros O_j, $j = 1,..,\beta$, e vale $L + \beta$.

Pode-se destacar que as posições de $\mathcal{R}$ e $\mathcal{P}$ podem ser trocadas, mas o retropreditor não pode ser colocado como recursivo, pois ele trabalha com as amostras posteriores (futuras) àquela a ser predita. Por outro lado, o preditor pode ser recursivo pois trabalha com informações passadas.

No capítulo 1 da 1ª parte da tese, no item 1.4.3, foi mostrado que a resposta ao impulso do canal de fase não-mínima tem uma frente de subida de duração (β + 1) seguida de uma frente de descida de duração γ, de sorte que o coeficiente dominante é vizinho a f_β [93]. Para um canal discreto de resposta ao impulso finito, de comprimento fixo, quanto mais próximos os zeros estão da CRU, mais se acrescenta IES. Assim se F(z) não tem zeros do tipo O_j próximos da CRU, se diz que o canal é dominado por seus zeros interiores e a seqüência $\{f_i\}$ apresenta uma frente de subida desprezível. Neste caso, para combater tal canal, a parte principal de **H** é o preditor $\mathcal{P}$. Da mesma forma, se os zeros exteriores estão mais próximos da CRU que os zeros interiores, aqueles são responsáveis por uma frente de subida mais importante do que a frente de descida. Logo, o retropreditor $\mathcal{R}$ é a parte principal de **H**.

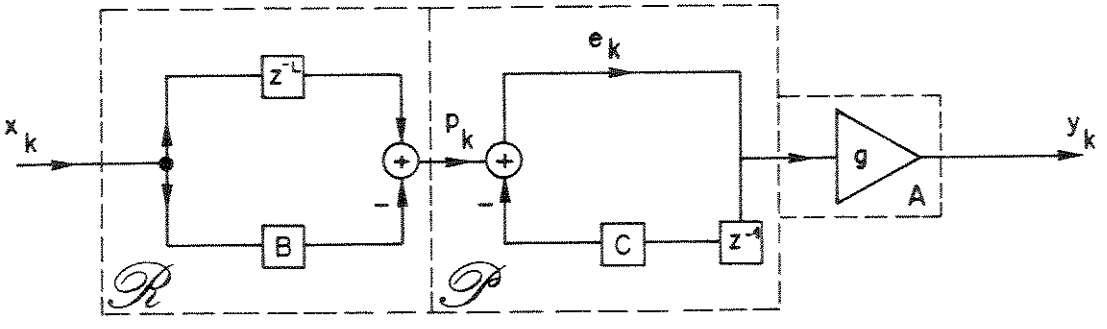


Fig.1.6 - Desconvolução por retropredição e predição de um canal qualquer.

Para verificarmos quantitativamente a análise qualitativa anterior, considere um canal com um só zero exterior muito afastado da CRU, isto é: β=1, $O^{-1} = \varepsilon^*$, $|\varepsilon| \ll 1$. Além disso, considere que os zeros interiores estão próximos à CRU. O preditor permite compensar todos os zeros interiores. Como sua saída é branca, a função de sistema $F_p(z)$ do conjunto ($F\mathcal{P}$) é de módulo constante sobre a CRU. Logo, supondo a ordem do preditor igual a ordem do canal, o zero exterior $(\varepsilon^*)^{-1}$ do canal é compensado por um pólo do preditor inverso à posição daquele zero, ou seja:

$$F_p(z) \propto \frac{(z^{-1} - \varepsilon^*)}{(1 - \varepsilon\, z^{-1})} = -\varepsilon^* + (1 - |\varepsilon|^2)\,(z^{-1} + \varepsilon\, z^{-2} - \varepsilon^2\, z^{-3} + \ldots) \qquad \textbf{(1.58)}$$

Isto é, pela equação (1.58) se verifica que o preditor retirou todos os zeros internos à CRU e compensa o zero externo com um pólo interno à CRU, no sentido de um filtro discreto passa-tudo. Ainda daquela equação, é observado que o termo de amplitude dominante é $[(1 - |\varepsilon|^2)\, z^{-1}]$ e seus vizinhos imediatos e mais importantes em amplitude são $(-\varepsilon^*)$ e $[\varepsilon\,(1 - |\varepsilon|^2)\, z^{-2}]$. Devido ao $|\varepsilon| \ll 1$, a eq.(1.58) mostra que o preditor, apesar de não retirar completamente a influência do zero $(\varepsilon^*)^{-1}$ do canal, reduz consideravelmente a IES provocada pelos dois símbolos associados àqueles termos vizinhos (um atrasado e o outro adiantado) por um fator de $|\varepsilon|$.

Este exemplo serviu para mostrar os efeitos benéficos de um preditor usado como equalizador, quando o canal discreto finito e de FNM tem ordem e zeros conhecidos. Além disso, foi suposto que seus zeros mais importantes (que produzem maior IES) eram internos à CRU, caracterizando-o como predominantemente de fase mínima.

Uma análise semelhante pode ser feita supondo agora que o canal de FNM tem zeros mais importantes externos à CRU, e um zero menos importante I, interno ao CRU, próximo da origem: $I = \varepsilon$, $|\varepsilon| \ll 1$. Compensando estas distorções com um retropreditor de ordem superior a do canal, pode-se admitir que a influência dos zeros externos na IES total é quase que completamente eliminada em vista da equação (1.43) ser apropriadamente truncada. Já o zero interno ε é eficientemente compensado por um zero do retropreditor que é simétrico àquele,isto é:

$$(1 - \varepsilon\, z^{-1})\,(1 - (-\varepsilon)\, z^{-1}) = 1 - \varepsilon^2\, z^{-2} \qquad \textbf{(1.59)}$$

Desta forma, a parte da função de sistema total referente a atenuação do retropreditor sobre a parte de fase mínima do canal é praticamente unitária,

indicando uma provável diminuição na IES provocada somente pelo símbolo referente ao termo interferente.

Os dois exemplos acima foram caracterizados pelo conhecimento a priori do canal de FNM ser eminentemente de fase máxima ou de fase mínima. Na prática, este conhecimento normalmente não está disponível. Além disso, tais exemplos, bem como todo o desenvolvimento teórico, indicam um bom desempenho das estruturadas de predição e retropredição. No capítulo 2 serão apresentadas estratégias adaptativas de algoritmos cegos que buscam as soluções ótimas nos sentidos das equações (1.30) e (1.56).

A seguir, se irá desenvolver a teoria de uma das técnicas da família baseada nos momentos de ordens superiores.

1.5. TÉCNICA DE SHALVI - WEINSTEIN

Muitas técnicas baseadas nas estatísticas de ordens superiores têm sido desenvolvidas nestes últimos anos, voltadas para aplicações em equalização cega de sistemas de comunicações digitais. Uma lista parcial de referências é dada em [94] - [102].

Neste item serão desenvolvidas e discutidas as bases teóricas da técnica de Shalvi-Weinstein [101]. Esta técnica se sobrepõe às demais técnicas desta família principalmente pela simplicidade do critério de otimização utilizado.

A técnica de Shalvi-Weinstein se baseia na maximização da curtose do sinal na saída de um equalizador transversal complexo e de comprimento infinito, integrante de um sistema discreto, e cujo canal é de FNM, com resposta ao impulso finita. Através da restrição da igualdade entre as variâncias dos sinais de entrada do sistema e da saída do equalizador, será mostrado que se obtém a resposta ao impulso global desejada (eq.(1.13)).

Como já definido, a seqüência de entrada $\{a_n\}$ é i.i.d. e apresenta uma curtose $K(a_n) \neq 0$, dada por [101]:

$$K(a_n) \triangleq \mathbb{E}\left\{|a_n|^4\right\} - 2\,\mathbb{E}^2\left\{|a_n|^2\right\} - \left|\mathbb{E}\left\{a_n^2\right\}\right|^2 \qquad (1.60)$$

Da eq.(1.60) se verifica que se a_n é uma v.a. gaussiana, então $K(a_n) = 0$. Este resultado também está apresentado no apêndice A. Nesta técnica, portanto, são consideradas as v.a's. cujas distribuições são não-gaussianas, classificadas como: sub-gaussianas $(K(a_n) < 0)$ e super-gaussianas $(K(a_n) > 0)$.

O objetivo é obter a resposta ao impulso global desejada (eq.(1.13)), tendo como critério igualar as curtoses $K(a_n)$ e $K(y_n)$, e também as variâncias $\sigma^2_{y_n}$ e $\sigma^2_{a_n}$, onde $K(y_n)$ e $\sigma^2_{y_n}$ são a curtose e a variância do sinal na saída do equalizador, respectivamente. Este procedimento tem por base o teorema de Lii e Rosenblatt (LR) discutido no item 1.1, e está relacionado à técnica de desconvolução por mínima entropia [103], [104]. Esta última técnica não será estudada nesta tese.

O critério conceituado acima afirma que é suficiente igualar somente alguns momentos das distribuições de probabilidade dos sinais y_n e a_n, para obter a equalização. Isto é, tal critério é suficiente para tornar as distribuições das v.a.'s y_n e a_n iguais. Portanto, esta é uma forma de caracterizar a equalização perfeita de uma canal FIR e sem zeros sobre a CRU. Este critério é menos restritivo que o resultado do teorema 2.2 de Benveniste, Goursat e Ruget [31]. Tal teorema afirma que um canal é completamente equalizado quando todas as estatísticas das v.a's. y_n e a_n são iguais.

A fim de provar que para equalizar o canal de FNM é suficiente igualar somente uns poucos momentos das distribuições de probabilidade correspondentes da entrada e saída do sistema da Figura 1.1, considere a relação entrada e saída expressa por:

$$y_n = a_n \circ g_n = \sum_{\ell} a_{n-\ell}\, g_{\ell} \tag{1.61}$$

A variância $\sigma^2_{a_n}$ é dada por $\sigma^2_{a_n} = \mathbb{E}\{|a_n|^2\}$, pois $\mathbb{E}\{a_n\} = 0$ (distribuição simétrica).

A variância $\sigma^2_{y_n}$, é dada por:

$$\sigma^2_{y_n} = \mathbb{E}\left\{|y_n|^2\right\} = \mathbb{E}\left\{\left|\sum_{\ell} g_{\ell}\, a_{n-\ell}\right|^2\right\} = \mathbb{E}\left\{\sum_{\ell}\sum_{m} a_{n-\ell}\, a^*_{n-m}\, g_{\ell}\, g^*_m\right\} =$$

$$= \sum_{\ell}\sum_{m}\sum \mathbb{E}\left\{a_{n-\ell}\, a^*_{n-m}\right\} g_{\ell}\, g^*_m = \sigma^2_{a_n} \sum_{\ell} |g_{\ell}|^2 \tag{1.62}$$

A curtose $K(y_n)$ pode ser obtida usando as eqs.(1.60), (1.61) e (1.62), isto é:

$$K(y_n) \triangleq \mathbb{E}\left\{|y_n|^4\right\} - 2\,\mathbb{E}^2\left\{|y_n|^2\right\} - \left|\mathbb{E}\left\{y_n^2\right\}\right|^2 \tag{1.63}$$

onde:

$$\mathbb{E}\left\{|y_n|^4\right\} = \mathbb{E}\left\{\left|\sum_{\ell} a_{n-\ell}\, g_\ell\right|^4\right\} = \sum_{\ell}\sum_{m}\sum_{k}\sum_{p} g_\ell\, g_m^*\, g_k\, g_p^*\, \mathbb{E}\left\{a_{n-\ell}\, a_{n-m}^*\, a_{n-k}\, a_{n-p}^*\right\} \tag{1.64}$$

porém

$$\mathbb{E}\left\{a_{n-\ell}\, a_{n-m}^*\, a_{n-k}\, a_{n-p}^*\right\} = \begin{cases} \mathbb{E}\{|a_n|^4\} & , \ell = m = k = p \\ \mathbb{E}^2\{|a_n|^2\} & , \ell = m \neq k = p,\ \ell = p \neq m = k \\ \left|\mathbb{E}\{a_n^2\}\right|^2 & , \ell = k \neq m = p \\ 0 & , \text{alhures} \end{cases} \tag{1.65}$$

Substituindo (1.65) em (1.64):

$$\mathbb{E}\{|y_n|^4\} = \mathbb{E}\{|a_n|^4\}\sum_{\ell}|g_\ell|^4 + 2\,\mathbb{E}^2\{|a_n|^2\}\sum_{\ell}\sum_{k\neq\ell}|g_\ell|^2\,|g_k|^2 +$$

$$+ \left|\mathbb{E}\{a_n^2\}\right|^2\sum_{\ell}\sum_{k\neq\ell} g_\ell^2\,\left(g_m^*\right)^2 \tag{1.66}$$

Usando as igualdades entre os somatórios:

$$\sum_{\ell}\sum_{k\neq\ell}|g_\ell|^2\,|g_k|^2 = \left(\sum_{\ell}|g_\ell|^2\right)^2 - \sum_{\ell}|g_\ell|^4 \tag{1.67}$$

$$\sum_{\ell}\sum_{k\neq\ell} g_\ell^2\,|g_m^*|^2 = \left|\sum_{\ell} g_\ell^2\right|^2 - \sum_{\ell}|g_\ell|^4 \tag{1.68}$$

e o resultado obtido a partir de (1.61):

$$\mathbb{E}\left\{y_n^2\right\} = \mathbb{E}\left\{a_n^2\right\}\sum_{\ell} g_\ell^2 \tag{1.69}$$

e substituindo (1.62), (1.66) e (1.69) em (1.63), é obtido:

$$K(y_n) = K(a_n) \sum_{\ell} |g_\ell|^4 \tag{1.70}$$

Como a seqüência de entrada $\{a_n\}$ é suposta i.i.d., pode-se reescrever (1.62) e (1.70), omitindo o índice temporal n, por conveniência de apresentação:

$$\sigma_y^2 = \sigma_a^2 \sum_{\ell} |g_\ell|^2 \tag{1.71}$$

$$K(y) = K(a) \sum_{\ell} |g_\ell|^4 \tag{1.72}$$

As equações (1.71) e (1.72) formam a base do teorema SW de Shalvi-Weinstein, descrito e provado a seguir [101]. Este teorema, por sua vez, é a base do critério de otimização dado em seguida, visando à equalização do canal.

Teorema SW: Seja uma seqüência i.i.d. e simétrica de v.a's. complexas a_n tal que $\sigma_y^2 = \sigma_a^2$. Logo:

i) $|K(y)| \leq |K(a)|$

ii) $|K(y)| = |K(a)|$ se e somente se o vetor G é da forma da eq.(1.13).

prova: Considere o vetor $G = (...g_{-1}\ g_0\ g_1...)^t$, cujas componentes complexas g_ℓ pertencem a um espaço de energia finita, isto é: $\sum_{\ell} |g_\ell|^2 < V < \infty$, onde V é um número real. Considere ainda o seguinte desenvolvimento:

$$\left(\sum_{\ell} |g_\ell|^2\right)^2 = \left(\sum_{\ell} |g_\ell|^2\right)\left(\sum_{m} |g_m|^2\right) =$$

$$= \left(...+|g_{-1}|^2+|g_0|^2+|g_1|^2+...\right)\left(...+|g_{-1}|^2+|g_0|^2+|g_1|^2+...\right) =$$

$$= \left(...+|g_{-1}|^4+|g_0|^4+|g_1|^4+...\right) +...+ |g_{-1}|^2\left(...+|g_{-2}|^2+|g_0|^2+|g_1|^2+...\right) +$$

$$+ |g_0|^2\left(...+|g_{-1}|^2+|g_1|^2+...\right) + |g_1|^2\left(...+|g_{-1}|^2+|g_0|^2+|g_2|^2+...\right) +... =$$

$$= \sum_{\ell} |g_\ell|^4 + \sum_{\ell} \sum_{k \neq \ell} |g_\ell|^2\ |g_m|^2$$

reagrupando:

$$\left(\sum_{\ell} |g_\ell|^2\right)^2 - \sum_{\ell} |g_\ell|^4 = \sum_{\ell} \sum_{k \neq \ell} |g_\ell|^2 \, |g_m|^2 \geq 0 \qquad (1.73)$$

ou seja:

$$\sum_{\ell} |g_\ell|^4 \leq \left(\sum_{\ell} |g_\ell|^2\right)^2 \qquad (1.74)$$

onde a igualdade só é possível se, da equação (1.73):

$$\sum_{\ell} \sum_{k \neq \ell} |g_\ell|^2 \, |g_m|^2 = \sum_{\ell} |g_\ell|^2 \sum_{k \neq \ell} |g_m|^2 = 0$$

Isto é, se $g_m = 0$, $\forall\ m \neq \ell$. Assim, o vetor G terá no máximo uma componente não nula. Portanto, a solução trivial é desconsiderada. Logo, se $\sigma_y^2 = \sigma_a^2$, ou seja, da eq.(1.71) $\sum_{\ell} |g_\ell|^2 = 1$, então, da eq.(1.74):

i) $\sum_{\ell} |g_\ell|^4 \leq 1$

ii) $\sum_{\ell} |g_\ell|^4 = 1$, se e somente se o vetor G tem uma única componente não nula cuja magnitude é igual a 1.

Multiplicando os resultados em i) e ii) por $|K(a)|$, se obtém o resultado do teorema.■

É interessante ressaltar que:

a) O teorema tem o mesmo resultado para as v.a's. não-simétricas quando se substitui a restrição $\sigma_y^2 = \sigma_a^2$ por $\mathbb{E}\{|y|^2\} = \mathbb{E}\{|a|^2\}$.

b) pelo teorema, uma condição necessária e suficiente para a equalização é que $\mathbb{E}\{|y|^2\} = \mathbb{E}\{|a|^2\}$ (ou $\sigma_y^2 = \sigma_a^2$ no caso de v.a's. simétricas) e $|K(y)| = |K(a)|$. Assim, esta condição é menos restritiva que a condição declarada em [31], a qual requer a igualdade das distribuições de probabilidade da entrada e da saída do sistema (todos os momentos).

c) pode ser mostrado que, se a_n e y_n têm valores reais ou se a_n tem um valor complexo tal que $\mathbb{E}\{a^2\} = 0$ (por exemplo, quando as partes real e imaginária de a_n são estatisticamente descorrelatadas e com a mesma variância), então a condição $|K(y)| = |K(a)|$ pode ser recolocada por $\mathbb{E}\{|y|^4\} = \mathbb{E}\{|a|^4\}$.

O caso onde as v.a's. são reais pode ser tratado como um corolário do teorema SW.

Corolário C1: Sejam as v.a's. a_n reais e i.i.d., e o sistema (canal) real. Se $\mathbb{E}\{y^2\} = \mathbb{E}\{a^2\}$, logo:

i) $\mathbb{E}\{y^4\} \leq \mathbb{E}\{a^4\}$.

ii) $\mathbb{E}\{y^4\} = \mathbb{E}\{a^4\}$,se e somente se G é da forma da eq.(1.13) com $\theta = 0$.

prova: A demonstração é idêntica a do teorema SW, salvo que se multiplicam os resultados i) e ii) por $\mathbb{E}\{a^4\}$, obtendo assim os resultados de C1.■

Corolário C2: Sejam as v.a's. a_n i.i.d. e tais que $\mathbb{E}\{a_n^2\} = 0$.

Se $\mathbb{E}\{|y|^2\} = \mathbb{E}\{|a|^2\}$, logo:

i) $|K(y)| \leq |K(a)|$

ii) $\mathbb{E}\{|y|^4\} = \mathbb{E}\{|a|^4\}$, se e somente se o vetor G é da forma da eq.(1.13).

prova: aplicando a condição $\mathbb{E}\{a_n^2\} = 0$ à eq.(1.66), com a ajuda da eq.(1.67), aquela equação fica na forma:

$$\mathbb{E}\left\{|y_n|^4\right\} = \mathbb{E}\left\{|a_n|^4\right\} \sum_{\ell} |g_\ell|^4 + 2\,\mathbb{E}^2\left\{|a_n|^2\right\} \left[\left(\sum_{\ell} |g_\ell|^2\right)^2 - \sum_{\ell} |g_\ell|^4\right] \qquad \textbf{(1.75)}$$

Utilizando o item ii) da prova do teorema SW na eq.(1.75), se tem:

$\mathbb{E}\left\{|y_n|^4\right\} = \mathbb{E}\left\{|a_n|^4\right\}$, que é o resultado do corolário C2.■

1.5.1 - Critério Com Restrição

O teorema SW sugere o seguinte critério de otimização com restrição, para a equalização:

Maximizar $|K(y)|$ sob a restrição $\mathbb{E}\{|y|^2\} = \mathbb{E}\{|a|^2\}$

Este critério fornece um conjunto de soluções que corresponde à resposta desejada (eq.(1.13)).
Agora, deseja-se mostrar que a função objetivo $|K(y)|$ não tem nem mínimos e nem máximos locais sob a restrição $\mathbb{E}\{|y|^2\} = \mathbb{E}\{|a|^2\}$ e, portanto, um algoritmo do tipo gradiente deverá convergir para a resposta desejada a despeito da inicialização, para canais de resposta ao impulso finito sem zeros sobre a CRU.

A declaração do critério de maximização com restrição pode então ser posta sob o formalismo de Lagrange, com base nas eqs.(1.71) e (1.72):

$$\text{critério: } \max_{G \in B} \mathcal{F}(G) \tag{1.76}$$

$$\text{funcional: } \mathcal{F}(G) = \sum_{\ell} |g_\ell|^4 \tag{1.77}$$

$$\text{espaço de restrição: } B = \left\{ G = \left(\ldots g_{-1}\ g_0\ g_1 \ldots \right) \;\middle|\; \sum_{\ell} |g_\ell|^2 = 1 \right\} \tag{1.78}$$

$$\text{função de Lagrange: } \mathcal{L}(G, \lambda) = \sum_{\ell} |g_\ell|^4 - \lambda \left(\sum_{\ell} |g_\ell|^2 - 1 \right) \tag{1.79}$$

O conjunto de pontos estacionários de (1.76) é obtido derivando (1.79) em relação a g_ℓ e λ, e igualando a zero. No primeiro caso as soluções obtidas são $g_\ell = 0$ ou $|g_\ell|^2 = \lambda/2$. Tais soluções, quando aplicadas à restrição (resultado da derivação em relação a λ), fornecem $M\ \lambda/2 = 1$, onde M é o número de componentes não-nulas de G. Logo, para um determinado M, as soluções são os vetores $G^M = \left(\ldots g^M_{-1}\ g^M_0\ g^M_1 \ldots \right)$ tais que:

$$|g_\ell|^2 = \begin{cases} 1/M, & \ell \in I_M \\ 0, & \ell \notin I_M \end{cases} \tag{1.80}$$

onde I_M é um conjunto finito de índices (subconjunto de M elementos dos intei-

ros). Portanto, o conjunto de pontos estacionários é dado pelo conjunto de vetores G^M, M = 1, 2, 3, ... Pelo teorema, o conjunto de vetores G^1 é o conjunto de máximo global, ou seja, para M = 1 é obtida a resposta desejada (eq.(1.13)). A seguir é mostrado, para M ≥ 2, que todos os outros pontos estacionários são pontos de sela, e portanto são pontos de equilíbrio instável. Para isto, define-se o espaço de vetores G^M, M ≥ 2, com I_M associado:

$$B(G^M) = \left\{ G \left| \sum_{\ell} |g_\ell|^2 = 1 \ , \quad g_\ell = 0 \text{ para } \ell \notin I_M \right. \right\} \tag{1.81}$$

Considere G, $G^M \in B(G^M)$, onde $B(G^M) \subseteq B$. Seja o vetor $A_\alpha = (\ldots, \alpha_{-1} \alpha_0 \alpha_1 \ldots)^t$, cujas componentes são reais e dadas por:

$$\alpha_\ell = |g_\ell|^2 - |g_\ell^M|^2 \tag{1.82}$$

logo $\alpha_\ell \in B(G^M)$ e ainda:

$$\sum_{\ell} \alpha_\ell = \sum_{\ell} |g_\ell|^2 - \sum_{\ell} |g_\ell^M|^2 = 1 - 1 = 0 \tag{1.83}$$

Por outro lado, usando a definição de α_ℓ em $\mathcal{F}(G)$ e ainda (1.83):

$$\mathcal{F}(G) = \sum_{\ell} \left(|g_\ell^M|^2 + \alpha_\ell \right)^2 = \sum_{\ell} |g_\ell^M|^4 + \sum_{\ell} \alpha_\ell^2 \geq \sum_{\ell} |g_\ell^M|^4 = \mathcal{F}(G^M)$$

onde a desigualdade é válida enquanto $\alpha_\ell \neq 0$, para algum $\ell \in I_M$. Logo, G^M, M = 2, 3, ..., não pode ser um máximo local de $\mathcal{F}(G)$ sobre B, podendo ser ainda um mínimo local ou um ponto de sela. Como o vetor $A_\alpha = 0$ para todo $G \in B(G^1)$, este argumento não se aplica para M = 1.

Supondo agora que G é um vetor cujas componentes são:

$$g_\ell = \begin{cases} \sqrt{1 - \varepsilon}\ g_\ell^M & , \ell \in I_M \\ \sqrt{\varepsilon} & , \ell = k \\ 0 & , \text{alhures} \end{cases} \tag{1.84}$$

onde $0 < \varepsilon < 2/(M + 1)$ e k é qualquer inteiro tal que $k \notin I_M$. Substituindo (1.84) em (1.77):

$$\mathcal{F}(G) = \mathcal{F}\left(G^M\right) + \varepsilon \frac{M+1}{M}\left(\varepsilon - \frac{2}{M+1}\right) < \mathcal{F}\left(g^M\right) \qquad (1.85)$$

De (1.85) se conclui que, para M = 2, 3, ..., não pode haver um ponto de mínimo local. Portanto, os pontos estacionários para M ≥ 2 são pontos de sela. Isto implica que o funcional $|K(y)|$ é não-convexo, mas não possui pontos de mínimos e máximos locais sobre B.

É possível mostrar ainda que próximo ao extremo global e aos pontos de sela, o funcional varia essencialmente quadraticamente, exibindo uma taxa de convergência linear dos algoritmos baseados no gradiente [101].
Esta análise foi feita com base na resposta ao impulso do sistema global **G**, ao invés de ter sido feita utilizando os coeficientes do equalizador **H**. No entanto, como é mostrado em [31], **G** e **H** são relacionados por uma transformação linear inversível. Como $\mathcal{F}(G)$ é uma função contínua de seu argumento, há correspondência de um para um entre os pontos estacionários dos domínios de **G** e de **H**. Desta forma, a análise feita para **G** também é válida para H.

1.5.2. Critério Sem Restrição

No critério anterior, a restrição $\sum_{\ell} |g_\ell|^2 = 1$, corresponde a uma operação de pré-branqueamento, ou seja , $\sigma_y^2 = \sigma_a^2$ (veja a eq.(1.71)). O tempo gasto no processamento dos sinais para realizar esta restrição talvez inviabilize uma atuação dos algoritmos de ajuste do equalizador em tempo real. Assim, deve-se buscar um critério sem restrições, onde a função objetivo (funcional) tenha uma característica convexa ou côncava, que contemple a restrição e que tenha no máximo pontos de sela (equilíbrio instável), além de um único extremo global.

Considerando $\mathcal{F}(G)$ dado por (1.77), seja a seguinte função objetivo:

$$\phi(G) = \mathcal{F}(G) + \ell\left(\|G\|^2\right) = \sum_{\ell}|g_\ell|^4 + \ell\left(\sum_{\ell}|g_\ell|^2\right) \qquad (1.86)$$

onde $\|\cdot\|$ é a norma de um vetor e ℓ: $[0, \infty) \longrightarrow \mathbb{R}$ é uma função de valor real contínua por partes tal que a função S(x), definida por:

$$S(x) = x^2 + \ell(x) \qquad (1.87)$$

seja monotonicamente crescente em $0 \leq x < 1$, e monotonicamente decrescente para $x > 1$, e ainda tenha um único máximo em $x = 1$. Portanto, $S(x)$ tem uma característica semelhante a de um polinômio do 2º grau côncavo com máximo em $x = 1$. Assim, pode-se comparar as funções ϕ e S da seguinte maneira. Das eqs.(1.74), (1.86) e (1.87):

$$\phi(G) = \sum_{\ell} |g_\ell|^4 + \ell \left(\sum_{\ell} |g_\ell|^2 \right) \leq \left(\sum_{\ell} |g_\ell|^2 \right)^2 + \ell \left(\sum_{\ell} |g_\ell|^2 \right) = S \left(\sum_{\ell} |g_\ell|^2 \right) \qquad \textbf{(1.88)}$$

onde $\phi(G) = S \left(\sum_{\ell} |g_\ell|^2 \right)$ se e somente se o vetor G é dado por (1.13). Como $S(x)$, $x = \sum_{\ell} |g_\ell|^2$, é construída para também satisfazer, em seu máximo, a estatística de ordem-2 de a_n, ou seja: $\sum_{\ell} |g_\ell|^2 = 1$, foi imposto por definição que:

$$S \left(\sum_{\ell} |g_\ell|^2 \right) \leq S(1) \qquad \textbf{(1.89)}$$

sendo que a igualdade só é válida se e somente se $\sum_{\ell} |g|_\ell^2 = 1$. Portanto as igualdades em (1.88) e (1.89) são igualmente satisfeitas se e somente se o vetor G, satisfaz a eq.(1.13). Concluindo, se pode fazer a seguinte asserção:

- $\phi(G)$ obtém seu máximo se e somente se o vetor G é da forma de (1.13).

Para a obtenção da convergência dos algoritmos do tipo gradiente para o entorno dos coeficientes ótimos de **H**, é interessante assegurar que a função potencial $\phi(G)$ não tenha máximos locais espúrios. Os pontos estacionários de $\phi(G)$ são especificados a partir de:

$$\frac{\partial \phi(G)}{\partial g_\ell} = 4|g_\ell|^2 g_\ell + 2\, \ell' \left(\|G\|^2 \right) g_\ell = \left[4|g_\ell|^2 + 2\, \ell' \left(\|G\|^2 \right) \right] g_\ell = 0, \quad \ell \in \mathbb{Z} \qquad \textbf{(1.90)}$$

onde $\ell'(x) \triangleq \frac{d\, f(x)}{dx}$, e $\ell(x)$ é suposto diferenciável em todos os pontos do espaço B de norma-2. As soluções para (1.90) são $G = 0$ e todos os vetores G tendo M componentes da mesma magnitude α_M, onde α_M satisfaz a equação:

$$2\alpha_M^2 + \ell' \left(M\, \alpha_M^2 \right) = 0 \qquad \textbf{(1.91)}$$

Para M = 1, o lado esquerdo de (1.91) é igual a $S'\left(\alpha_1^2\right)$, o qual é igual a zero se e somente se $\alpha_1 = 1$, conforme definição de S(x) (eq.(1.87)). Desta maneira se obtém o conjunto de todos os vetores G que têm uma componente não-nula de magnitude unitária. Este conjunto de vetores, diferenciados pela posição da componente não-nula de magnitude unitária, forma o conjunto de máximos globais de $\phi(G)$.

Seja, agora, o caso onde M = 2,3,4,... . Observe de (1.86) que as funções $\phi(G)$ e $\mathcal{F}(G)$ são diferentes somente por uma constante sobre o espaço $B_R = \left\{G \,\middle|\, \|G\|^2 = \sum_\ell |g_\ell|^2 = R^2\right\}$, onde R é o raio de um círculo, $0 < R < \infty$. Portanto, há uma correspondência biunívoca entre os pontos estacionários de $\mathcal{F}(G)$ sujeitos a B, e os pontos estacionários de $\phi(G)$ sujeitos a B_R. Se $\tilde{G}$ é um ponto de sela de $\mathcal{F}(G)$ sobre B, então $R\,\tilde{G}$ é um ponto de sela de $\phi(G)$ sobre $B_R = \left(\|\tilde{G}\|^2 = \sum_\ell |\tilde{g}_\ell|^2 = 1 \;\therefore\; \|R\tilde{G}\|^2 = \sum_\ell |R\,\tilde{g}_\ell|^2 = R^2\right)$. No caso do critério com restrição foi visto que todos os vetores G que têm duas ou mais componentes não-nulas de mesma magnitude, são pontos de sela de $\mathcal{F}(G)$ e, pela análise acima, também o são de $\phi(G)$, sobre o círculo apropriado. Portanto, se pode fazer a seguinte asserção: Todos os pontos estacionários de $\phi(G)$ são pontos de sela, salvo os máximos globais.

O comportamento de $\phi(G)$ na origem é verificado fazendo $G=\underline{G}= R\, e^{j\theta}\, (0..010..0)^t$ e substituindo em (1.86) e (1.87):

$$\phi(\underline{G}) = R^4 + \ell(R^2) = S(R^2) \qquad (1.92)$$

De sua definição, S(x) cresce monotonicamente no intervalo $0 \le x < 1$. Portanto, ao longo da direção dada por $G = \underline{G}$, $\phi(G)$ é uma função que também cresce monotonicamente no intervalo $0 \le R < 1$. Devido a isto, o ponto G = 0 não pode ser um mínimo local.

Resumindo, a função objetivo sem restrição $\phi(G)$ obtém seu único máximo local, e portanto global, se G é da forma de (1.13). Por isto, o uso de um algoritmo do tipo gradiente de $\phi(G)$ para encontrar o seu máximo global deverá convergir para a resposta ao impulso desejada, a despeito da inicialização. Logo, lembrando que não há zeros da função de sistema do canal sobre a CRU e que o comprimento do equalizador seja suficientemente longo para combater eficientemente as distorções provocadas pelo canal, pode-se dizer que os algoritmos do tipo gradiente oriundos de $\phi(G)$ são robustos.

É importante ressaltar que o máximo global de $\phi(G)$ pode ser obtido por um conjunto de vetores H, que satisfazem a eq.(1.13), e são diferenciados pela posição da componente unitária. Isto parece ser devido ao desconhecimento do comprimento e do instante correspondente a amostra principal da resposta ao impulso do canal FIR.

O problema que se põe agora é o da escolha apropriada da função $\ell(x)$ para especificar o critério. Além disso, deve-se ajustar o critério a uma forma que possibilite o uso de informações estatísticas disponíveis no sistema (momentos de a_n e y_n), pois a forma apresentada por (1.86) não é apropriada para o uso em processos dinâmicos. Para isto, utilizam-se as eqs.(1.71) e (1.72).

Uma escolha para $\ell(x)$ é dada abaixo:

$$\ell(x) = 2\,\alpha\,x - (\alpha + 1)\,x^2\,, \quad \alpha > 0 \tag{1.93}$$

que tem característica de uma parábola de concavidade para baixo. Assim, S(x) fica na forma:

$$S(x) = 2\,\alpha\,x - \alpha\,x^2 \tag{1.94}$$

Como exigido, S(x) cresce monotonicamente em $0 \le x < 1$, decresce monotonicamente para $x > 1$ e seu máximo está em $x = 1$, garantindo assim a existência de um único máximo global.

Desenvolvendo (1.86), com $x = \sum_{\ell} |g_\ell|^2$ e usando as eqs. (1.71), (1.72) e (1.93), tem-se:

$$\phi(G) = \frac{K(a)}{K(a)} \sum_{\ell} |g_\ell|^4 + 2\,\alpha\,\frac{\mathbb{E}\{|a|^2\}}{\mathbb{E}\{|a|^2\}} \sum_{\ell} |g_\ell|^2 - (\alpha + 1)\,\frac{\mathbb{E}^2\{|a|^2\}}{\mathbb{E}^2\{|a|^2\}} \left(\sum_{\ell} |g_\ell|^2\right)^2$$

$$= \frac{K(y)}{K(a)} + \frac{2\,\alpha}{\mathbb{E}\{|a|^2\}}\,\mathbb{E}\{|y|^2\} - \frac{(\alpha + 1)}{\mathbb{E}^2\{|a|^2\}}\,\mathbb{E}^2\{|y|^2\} \tag{1.95}$$

Usando a eq.(1.63), sem os índices temporais, na eq.(1.95):

$$\phi(G) = \frac{1}{K(a)}\left[\mathbb{E}\{|y|^4\} - |\mathbb{E}\{y^2\}|^2 - \left(2 + \frac{(\alpha + 1)\,K(a)}{\mathbb{E}^2\{|a|^2\}}\right)\mathbb{E}^2\{|y|^2\} + \right.$$

$$\left. + \frac{2\,\alpha\,K(a)}{\mathbb{E}\{|a|^2\}}\,\mathbb{E}\{|y|^2\}\right] \tag{1.96}$$

Se K(a) < 0 (distribuição sub-gaussiana) e a modulação é complexa, simétrica e descorrelacionada ($\mathbb{E}\{a^2\} = 0$), e escolhendo $\alpha = -\mathbb{E}\{|a|^4\}/\ K(a)$ para simplificar a expressão final de $\phi(G)$, de (1.96):

$$\phi_G(G) = \frac{1}{K(a)}\ \mathbb{E}\left\{\left(|y|^2 - \frac{\mathbb{E}\{|a|^4\}}{\mathbb{E}\{|a|^2\}}\right)^2\right\} + \frac{1}{|K(a)|}\left(\frac{\mathbb{E}\{|a|^4\}}{\mathbb{E}\{|a|^2\}}\right)^2 \quad \textbf{(1.97)}$$

Maximizar $\phi_G(G)$ é equivalente a minimizar $A_G = \mathbb{E}\left\{\left(|y|^2 - \frac{\mathbb{E}\{|a|^4\}}{\mathbb{E}\{|a|^2\}}\right)^2\right\}$, pois o 1º termo a direita de (1.97) é negativo (K(a) < 0), e com a maximização se busca torná-lo o menos negativo possível.

O critério de minimização de A_G é exatamente o critério de Godard [24], [74], onde foi suposto um ambiente de transmissão digital cuja distribuição dos símbolos complexos transmitidos é simétrica, descorrelacionada e uniforme ($K(a) < 0$ e $\mathbb{E}\{a^2\} = 0$).

A análise feita por Godard [24] da função potencial A_G é distinta da apresentada no trabalho de Shalvi e Weinstein [101]. Naquele trabalho, Godard propôs A_G como função objetivo, a qual independe do conhecimento dos símbolos transmitidos no receptor, e penaliza os desvios da saída do equalizador em relação ao módulo constante $R_2 = \mathbb{E}\{|a_n|^4\}\ /\ \mathbb{E}\{|a_n|^2\}$. A constante R_2 foi escolhida de tal maneira que o gradiente de A_G é nulo quando a equalização é perfeita ($\tilde{a}_n = a_n$).

Além disso, o problema da equalização foi considerado independente do problema da recuperação de portadora, pois na função objetivo A_G há somente informações da amplitude dos sinais. No entanto, a análise teórica de Shalvi e Weinstein mostrou que o critério de Godard para a equalização também realiza a recuperação de fase da portadora, supondo a resposta ao impulso global desejada dada pela eq.(1.13).

Em seu trabalho, Godard comparou a função A_G à função objetivo $\mathbb{E}\left\{\left(|y_n|^2 - |a_{n-d}|^2\right)^2\right\}$. A análise comparativa permitiu obter um conjunto de condições especiais para a inicialização dos coeficientes de **H**, a fim de obter a convergência dos algoritmos adaptativos do tipo gradiente aplicados à equalização de sistemas de comunicações com modulação complexa. Posteriormente, Foschini [74] mostrou que tais condições eram satisfeitas no caso de canais

rádio-digitais. Finalmente, Shalvi e Weinstein [101] mostraram que o algoritmo de Godard é robusto, e converge com qualquer inicialização, quando é considerado um canal FIR sem zeros sobre a CRU.

Ainda sobre o critério de Godard, em seu trabalho foi assumido que os algoritmos obtidos são válidos somente para as modulações com v.a's. complexas, simétricas e descorrelacionadas. Porém, conforme indicado em [101], se irá mostrar que o critério de Godard também pode ser aplicado às modulações com v.a.'s reais, simétricas e descorrelacionadas. Se $K(a)< 0$ e a_n e y_n são reais, supondo $\alpha = -\mathbb{E}\{a^4\} / K(a)$, onde da definição (1.60) $K(a) = \mathbb{E}\{a^4\} - 3\mathbb{E}^2\{a^2\}$, da expressão (1.96) é obtido, após alguma álgebra:

$$\phi_G(G) = \frac{1}{K(a)}\,\mathbb{E}\left\{\left(y^2 - \frac{\mathbb{E}\{a^4\}}{\mathbb{E}\{a^2\}}\right)^2\right\} - \frac{1}{K(a)}\left(\frac{\mathbb{E}\{a^4\}}{\mathbb{E}\{a^2\}}\right)^2 \quad \textbf{(1.98)}$$

A eq.(1.98) é a versão real da função objetivo $\phi(G)$ dada pela eq.(1.97), mostrando que o critério de Godard é válido tanto para a modulação bidimensional, como para a modulação unidimensional, simétrica, descorrelacionada e distribuições sub-gaussianas das v.a's. de entrada do canal.

Para distribuições super-gaussianas ($K(a) > 0$), o termo $\mathbb{E}^2\{|y|^2\}$ não pode ser eliminado da eq.(1.96) para uma escolha de $\alpha > 0$. Por isto a função objetivo, e o algoritmo dela decorrente, é mais complicada, pois exigirá a estimação de certas estatísticas do sinal na saída do equalizador da Figura 1.1. Sendo assim, deve-se buscar outras funções $\ell(x)$ que satisfaçam as características requeridas para $S(x)$. Um exemplo deste caso é feito em [101].

1.5.3. Efeito do Ruído Aditivo

O trabalho de Shalvi e Weinstein é finalizado com uma análise da influência de um ruído aditivo no sistema da Figura 1.1.

Aqui será analisado somente o caso em que o ruído v_n é gaussiano e aditivo ao sinal x_n na entrada do equalizador **H** da Figura 1.1. Sendo assim, y_n é escrito na forma:

$$y_n = \sum_{\ell} g_\ell\, a_{n-\ell} + e_n \qquad \textbf{(1.99)}$$

$$e_n = \sum_{k=-N}^{N} h_k \, v_{n-k} \tag{1.100}$$

É assumido que a_n e v_n são estatisticamente independentes. O critério com restrição (item 1.5.1) apresenta, após alguma álgebra, a seguinte forma:

$$\mathbb{E}\left\{|y_n|^2\right\} = \mathbb{E}\left\{\left(\sum_{\ell} g_\ell \, a_{n-\ell} + e_n\right)\left(\sum_{\ell'} g_{\ell'} \, a_{n-\ell'} + e_n\right)^*\right\} =$$

$$= \mathbb{E}\{|a|^2\} \sum_{\ell} |g_\ell|^2 + \mathbb{E}\{|e|^2\} \tag{1.101}$$

$$K(y) = \mathbb{E}\{|y|^4\} - 2\,\mathbb{E}^2\{|y|^2\} - |\mathbb{E}\{|y|^2\}|^2 =$$

$$= K(a) \sum_{\ell} |g_\ell|^4 + K(e) \tag{1.102}$$

$$\mathbb{E}\{|e|^2\} = \mathbb{E}\{|v|^2\} \sum_{k=-N}^{N} |h_k|^2 \tag{1.103}$$

$$K(e) = K(v) \sum_{k=-N}^{N} |h_k|^4 \tag{1.104}$$

Como $K(v) = 0$ (distribuição de v_n é suposta gaussiana), $K(y)$ é o mesmo do critério sem o ruído. Se $\mathbb{E}\{|e|^2\}$ pode ser avaliado independentemente ou estimado exatamente, seu efeito pode ser retirado de (1.101). No entanto, o termo devido ao ruído aditivo afeta a restrição do critério, podendo provocar polarização dos algoritmos que ajustam os coeficientes do equalizador . Logo, do teorema SW, maximizar $|K(y)|$ sujeito à restrição da potência errada (eq.(1.101)), provoca a obtenção do vetor G dado por:

$$G = \gamma \, e^{j\theta}(0 \ \ldots \ 0 \ 1 \ 0 \ \ldots 0)^t \tag{1.105}$$

$$\gamma^2 = \sum_{\ell} |g_\ell|^2 = 1 - \mathbb{E}\{|e|^2\} \,/\, \mathbb{E}\{|a|^2\} \tag{1.106}$$

onde $\mathbb{E}\{|e|^2\} < \mathbb{E}\{|a|^2\}$. Portanto, é obtida a resposta desejada a menos de um ganho constante. O mesmo pode ser dito para o caso do critério sem restrição, conforme pode ser visto das expressões (1.88), (1.89) e (1.106). Novamente, se $\mathbb{E}\{|e|^2\}$ pode ser avaliado independentemente, o fator de ganho não desejado

pode ser removido,p.ex., através de um controle automático de ganho após o equalizador.

Finalmente, pode-se dizer que os critérios propostos em [101] não são essencialmente afetados por ruído aditivo gaussiano ou do tipo gaussiano (até momentos de ordem-4).

Resumindo, neste capítulo foi conceituado e defindo matematicamnte o problema da desconvolução autodidata ou equalização cega, e elaboradas as condições para a sua solução. Além disso, foram estudadas as bases teóricas de algumas técnicas para a equalização cega, tais como: técnica não-linear de Bussgang, técnica de predição e retropredição e a técnica de Shalvi-Weinstein, que se baseia em momentos de ordens superiores.

No próximo capítulo, serão estudados alguns algoritmos originados das teorias básicas expostas neste capítulo, bem como fazer algumas aplicações.

CAPÍTULO 2

ALGORITMOS PARA A EQUALIZAÇÃO CEGA

OBJETIVO DO CAPÍTULO:

Este capítulo é reservado ao desenvolvimento e aplicação de alguns algoritmos originados nas famílias de técnicas de equalização cega, cujas bases teóricas foram apresentadas no capítulo anterior.

Um aspecto comum entre os diversos algoritmos cegos que atualmente são empregados em simulações computacionais, e também implementados na prática, é a utilização da técnica do gradiente estocástico para ajustar os coeficientes dos equalizadores. Dentre os argumentos que explicam essa preferência, certamente a facilidade de implementá-los é um dos fatores decisivos para tal escolha.

Os algoritmos devem ser construidos de modo a terem uma robustez capaz de satisfazerem o objetivo da equalização desejada na maior parte do tempo de operação do sistema. Isto é, os algoritmos devem ser capazes de convergirem para o entorno da posição ótima dos coeficientes do equalizador, independentemente da sua inicialização.

Este objetivo implica, em primeiro plano, numa procura de funcionais que sejam convexos, admitindo no máximo pontos de sela . Em segundo plano, tal objetivo requer um número de coeficientes do equalizador transversal suficiente para compensar satisfatoriamente a distorção do canal. Neste último caso é lembrado que,teoricamente, a influência de um canal com resposta ao impulso finita só é completamente eliminada por um equalizador transversal se o seu comprimento é infinito.

Além da robustez, outro compromisso que deve ser procurado para o bom desempenho de um algoritmo é o de maior velocidade de convergência. Sistemas de comunicações digitais com altas taxas de transmissão necessitam que todos os seus algoritmos de ajustes dos parâmetros reajam rapidamente às variações do ambiente de transmissão, a fim de que as condições normais de projeto sejam mantidas.

Por último, características tais como consistência e complexidade também devem ser observadas num algoritmo proposto. A consistência de um estimador pode ser avaliada na prática durante o período de rastreio do algoritmo, quando, então, é verificado se o estimador proposto para os coeficientes do equalizador é polarizado ou não. A complexidade computacional do algoritmo, é avaliada pela quantidade de somas e multiplicações, necessárias para o ajuste dos coeficientes do equalizador numa iteração.

Neste capítulo, as características de robustez, velocidade de convergência, consistência e complexidade computacional nortearão a análise dos resultados das aplicações dos algoritmos cegos em ambiente rádio-digital, tanto em simulações computacionais como em simulações experimentais.

2.1 - ALGORITMOS BASEADOS NA TÉCNICA DE BUSSGANG

No final do item 1.2.1 foi proposto solucionar de forma iterativa a eq. (1.26). Logo, considere um segundo processo iterativo dentro do primeiro. O primeiro processo iterativo está associado ao índice j e é composto pelo emprego seqüencial das equações: (1.16),(1.22) e (1.26), até alcançar a convergência.

O segundo processo iterativo visa solucionar a eq.(1.26), utilizando a cada iteração vários blocos de dados. Logo, a partir de (1.26), este processo é descrito pela seguinte equação vetorial dos coeficientes do equalizador:

$$\hat{H}_{K+1}^{(j+1)} = \hat{H}_{K}^{(j+1)} - \alpha\, E\left\{X_K^{*}\left[X_K^{T}\,\hat{H}_K^{(j+1)} - nl\left(X_K^{T}\,\hat{H}_{ot}^{(j)}\right)\right]\right\} \qquad (2.1)$$

onde α é um fator de aceleração do processo iterativo.

O vetor de coeficientes ótimos do equalizador obtidos do processo iterativo associado ao índice k é definido por $\hat{H}_{\infty}^{(j+1)} = H_{ot}^{(j+1)}$, onde o índice (ot) significa ótimo em relação a convergência da iteração (j + 1). Na eq. (2.1), j é o índice mais externo do processo iterativo de Bussgang e k é o índice para a solução iterativa da eq. (1.26) para um dado j. Na prática, as iterações do processo iterativo mais interno são finalizadas para um certo $k_0 < \infty$, de maneira que se considera:

$$\hat{H}_{o}^{(j+1)} = \hat{H}_{ot}^{(j)} = \hat{H}_{k_o}^{(j)} \tag{2.2}$$

É razoável a escolha da eq. (2.2) para a inicialização da iteração (j + 1) de Bussgang (a mais externa). Considerando k_0 blocos consecutivos de dados na entrada do equalizador, onde cada bloco contém k_0 dados e está associado a uma iteração de Bussgang , pode-se generalizar a equalização iterativa (2.1), assumindo a estacionaridade e o processo iterativo como estocástico, na forma:

$$\hat{H}_{k+1}^{(j+1)} = \hat{H}_{k}^{(j+1)} - \alpha X_{j+k}^{*}\left[X_{j+k}^{t}\ \hat{H}_{k}^{(j+1)} - nl\left(X_{j+k}^{t}\ \hat{H}_{k_0}^{(j)}\right)\right] \tag{2.3}$$

Visando um algoritmo adaptativo (em tempo real), é feito $k_0 = 1$ (um único bloco de um único dado na entrada do equalizador), gerando k = 0 para qualquer iteração j. Isto implica que há uma iteração a cada entrada de um dado x_n no vetor X_j composto das entradas do equalizador. Assim, da eq.(2.2) com k = 0 se conclui que o índice j = n do primeiro processo iterativo é um índice temporal. Portanto, usando (2.2) com $k_0 = 1$, a eq.(2.3) é reescrita na forma:

$$\hat{H}_{1}^{(n+1)} = \hat{H}_{1}^{(n)} - \alpha\ X_{n}^{*}\left[X_{n}^{t}\ \hat{H}_{1}^{(n)} - nl\left(X_{n}^{t}\ \hat{H}_{1}^{(n)}\right)\right] \tag{2.4}$$

onde ainda, na forma mais comum:

$$\hat{H}_{n+1} = \hat{H}_{n} - \alpha\ e'_{n}\ X_{n}^{*} \tag{2.5}$$

$$e'_{n} = y_{n} - nl\ (\ y_{n}\ ) \tag{2.6}$$

$$y_{n} = X_{n}^{t}\ \hat{H}_{n} \tag{2.7}$$

O algoritmo das eqs. (2.5) - (2.7) é reconhecido ser da forma do algoritmo do gradiente estocástico com o erro dado por e'_n . Comparando a eq. (2.5) com a eq. (3.48) da 1ª parte (algoritmo LMS para o período de treinamento), o erro e'_n se assemelha ao erro $e_n = y_n - a_n$, onde a função não-linear nl(yn) faz o papel da resposta desejada (seqüência de treinamento).

É importante ressaltar que o processo iterativo de Bussgang , definido pela solução das eqs.(1.16), (1.22) e (1.26) nesta ordem e até alcançar a convergência, sofreu uma aproximação estocástica que resultou no algoritmo definido pelas eqs. (2.5)-(2.7). Isto foi devido ao uso, em cada iteração Bussgang, de apenas um dado recebido. Portanto, esta aproximação pode

ocasionar erros na determinação final dos coeficientes do equalizador em relação ao processo iterativo original.

Como pode ser visto no termo de ajuste da eq. (2.4), os algoritmos de Bussgang são baseados na minimização de um funcional não-convexo e, portanto, a convergência global não é garantida. Para o caso idealizado de um equalizador de comprimento infinito, Bellini [73] prova a convergência do algoritmo de Bussgang, com base nas condições de suficiência de um teorema encontrado no trabalho de Benveniste et al. [31] (teorema 3.6 e lema 3.4),expostas a seguir.

Seja a função não linear $\psi(y) = e'(y)$, onde $e'(y)$ é dada pela eq. (2.6), supondo a variável y contínua no tempo. O teorema de Benveniste-Goursat-Ruget afirma que a convergência do algoritmo de Bussgang é garantida se a distribuição de probabilidade da seqüência de dados $\{a_n\}$, a_n suposta contínua, é sub-gaussiana e a segunda derivada de $\psi(y)$ é negativa sobre o intervalo $(0,\infty)$, $\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} < 0,\ 0 < y < \infty\right)$.

Para que possamos entender o teorema, dá-se a seguinte definição às distribuções em relação à distribuição gaussiana. Uma v.a. contínua a_n é dita ser sub-gaussiana se sua função densidade de probabilidade é dada por: $f_A(a) = K \exp\left[-|a/\beta|\right]^{\upsilon}$, onde $\upsilon > 2$ e K é uma constante. Em particular, afirma-se que no caso limite de $\upsilon = \infty$, a função densidade de probabilidade acima se reduz àquela de uma v.a. contínua uniformemente distribuída. A v.a. é dita ser super-gaussiana se $\upsilon < 2$, e gaussiana se $\upsilon = 2$.

Observando as curvas da Figura 1.3.c verifica-se que a concavidade de cada curva é para baixo e a distribuição é sub-gaussiana. Logo, são satisfeitas as condições do teorema de Benveniste et al. relativas a convergência do algoritmo de Bussgang, cuja não-linearidade é definida para cada curva. Já os exemplos mostrados nas Figuras 1.3.a e 1.3.b não satisfazem as condições do teorema, pois na primeira figura a distribuição é gaussiana e não há concavidade nas curvas, enquanto que na segunda figura a distribuição é super-gaussiana e a concavidade das curvas é para cima.

Portanto, de maneira geral, os algoritmos terão convergência que dependerá do grau de distorção do canal, da estatística da seqüência $\{a_n\}$ e da escolha da não-linearidade $nl(y_n)$. Em função desses parâmetros, o vetor $\hat{H}_n$ poderá ou não convergir para a solução que minimiza o erro quadrático médio, dada por:

$$\mathbb{E}\left\{X_n^* \; X_n^t\right\} H = \mathbb{E}\left\{a_n \; X_n^*\right\} \qquad (2.8)$$

Comparando as eqs. (2.8) e (1.26) pode-se tirar a condição de convergência global:

$$\mathbb{E}\left\{\tilde{a}_n \; X_n^*\right\} = \mathbb{E}\left\{a_n \; X_n^*\right\} \qquad (2.9)$$

Uma condição de convergência mais fraca, que não garante a convergência global, pode ser obtida da eq. (1.24), supondo ser o processo ergódico [85]:

$$\mathbb{E}\left\{\tilde{a}_n \; X_n^*\right\} = \mathbb{E}\left\{y_n \; X_n^*\right\} \qquad (2.10)$$

As condições de convergência dadas por (2.9) e (2.10) estão relacionadas ao princípio da ortogonalidade: $\mathbb{E}\left\{(y_n - a_n)\; X_n^*\right\} = 0$. Isto é, se tais equações são válidas, logo a equalização é realizada no sentido de Wiener.

Os vários algoritmos de Bussgang são baseados nas eqs. (2.5)-(2.7) e se diferenciam pela definição da não- linearidade sobre a saída do equalizador na eq.(2.6). A seguir são apresentados os algoritmos de Sato [75] e "Stop-And-Go" em Decisão Direta de Picchi e Prati [89].

2.1.1 - O Algoritmo de Sato:

O algoritmo de Sato é baseado no seguinte conceito: um sinal multi-nível é decomposto num sinal de polaridade mais um sinal secundário. A aplicação deste sinal num equalizador do tipo binário considera o sinal secundário como uma fonte de ruido aleatório. Portanto, se diz que o equalizador converge quando se elimina o sinal secundário. O sinal de polaridade, numa modulação complexa, representa a melhor estimativa ("centro de gravidade") entre os valores possíveis de uma constelação de quatro fases, "equivalente" a constelação do sistema original.

O algoritmo de Sato é então dado pelas equações (2.5) - (2.7), com e'_n dado por:

$$e'_n = y_n - nl(y_n) = y_n - \beta \; snl(y_n) \qquad (2.11)$$

$$\beta = \mathbb{E}\left\{|a_n^R|^2\right\} / \mathbb{E}\left\{|a_n^R|\right\} = \mathbb{E}\left\{|a_n^I|^2\right\} / \mathbb{E}\left\{|a_n^I|\right\} \qquad (2.12)$$

onde $snl(y_n) = snl(y_n^R) + j\ snl\ (y_n^I)$, sendo que snl(.) é igual a 1 se o argumento é positivo ou nulo, ou é igual a (-1) no caso contrário.

O sinal de polaridade $[\beta\ snl\ (y_n)]$ é uma estimação grosseira do dado transmitido a_n. Logo, o comportamento do sinal de erro e'_n é muito ruidoso. Assim, é evidente a dependência da convergência do algoritmo com uma "boa" inicialização, limitando sua robustez. Pode ser mostrado que o algoritmo de Sato converge quando o olho está inicialmente aberto [75].

2.1.2 - O Algoritmo "Stop-And-Go" em Decisão Direta (SAGDD) de Picchi e Prati:

A idéia básica deste algoritmo repousa na seguinte constatação: O algoritmo MEQM, descrito no capítulo 3 da 1ª parte, é simples e dá bons desempenhos nos períodos de rastreio. É necessário então melhorar suas potencialidades de convergências nos períodos de aquisição. Isto pode ser realizado ao parar a adaptação dos coeficientes quando o sinal de erro não é suficientemente confiável. É necessário então gerar indicadores para comandar a adaptação do equalizador. Estes indicadores dizem ao equalizador se o sinal de erro utilizado pelo algoritmo MEQM pode ou não servir à adaptação dos coeficientes. Daí o nome "Stop-And-Go".

O algoritmo SAGDD é também descrito pelas equações (2.5) - (2.7), com $nl(y_n)$ sendo dado por:

$$nl(y_n) = y_n - \frac{1}{2}\left[(f_n^R + f_n^I)\ \tilde{e}_n + (f_n^R - f_n^I)\ \tilde{e}_n^*\right] \qquad (2.13)$$

onde f_n^R e f_n^I são variáveis aleatórias independentes que tomam os valores 0 ou 1. f_n^R e f_n^I são, portanto, os indicadores da validação do sinal de erro definidos da seguinte maneira. São introduzidos dois erros (real e imaginário) do tipo Sato:

$$\hat{e}_n^R = y_n^R - \beta_n\ snl(y_n^R) \qquad (2.14)$$

$$\hat{e}_n^I = y_n^I - \beta_n\ snl(y_n^I) \qquad (2.15)$$

Com base em tais erros, se define:

$$f_n^R = \begin{cases} 1, \text{ se } snl(\tilde{e}_n^R) = snl(\hat{e}_n^R) \\ 0, \text{ se } snl(\tilde{e}_n^R) \neq snl(\hat{e}_n^R) \end{cases} \tag{2.16}$$

$$f_n^I = \begin{cases} 1, \text{ se } snl(\tilde{e}_n^I) = snl(\hat{e}_n^I) \\ 0, \text{ se } snl(\tilde{e}_n^I) \neq snl(\hat{e}_n^I) \end{cases} \tag{2.17}$$

onde:

$$\tilde{e}_n = \tilde{e}_n^R + j\,\tilde{e}_n^I = y_n - \tilde{a}_n \tag{2.18}$$

$$\tilde{e}_n^R = y_n^R - \tilde{a}_n^R \tag{2.19}$$

$$\tilde{e}_n^I = y_n^I - \tilde{a}_n^I \tag{2.20}$$

e β_n é um valor real conveniente, e que possivelmente muda com n . β_n determina em quais intervalos dos eixos y_n^R e y_n^I o erro sobre o símbolo decidido pode ser usado para a adaptação.

Quando o evento $\{snl(\tilde{e}_n^R) = snl(e_n^R)\}$ ocorre e a escolha de β_n é apropriada, a probabilidade condicional

$$P\left\{\text{não errar} \middle| \text{fazer a adaptação}\right\} = P\left\{snl(\tilde{e}_n^R) = snl(e_n^R) \middle| snl(\tilde{e}_n^R) = (\hat{e}_n^R)\right\} = \tag{2.21}$$

$$= P\left\{snl(\tilde{e}_n^I) = snl(e_n^I) \middle| snl(\tilde{e}_n^I) = snl(\hat{e}_n^I)\right\}$$

onde: $e_n = e_n^R + je_n^I = y_n - a_n$, é suficientemente alta, e $\tilde{e}_n^R$ ou $\tilde{e}_n^I$ pode ser usado de forma segura no algoritmo de decisão dirigida. Logo, os dois indicadores f_n^R e f_n^I restringem a operação do algoritmo a uma região de alta confiabilidade. Assim, a adaptação dos coeficientes é feita se e somente se o sinal do erro na saída do equalizador é o mesmo que aquele de um pseudo-erro do tipo Sato.

A escolha do parâmetro β_n é essencial para os desempenhos do algoritmo SAGDD. Em princípio, um valor ótimo de β_n existe para cada n. No entanto, numa

implementação prática, a escolha de um $\beta_n = \beta$ = constante é mais conveniente. Esta escolha é dependente, principalmente, da modulação empregada e tem sido feita de forma empírica, buscando um melhor desempenho dos sistemas. Tem sido encontrado por simulação computacional para as modulações: 64-QAM e 16- QAM, os valores de β: 6 e 2,5, respectivamente, com o melhor compromisso entre velocidade de convergência e a realização da aquisição para canais rádio-digitais [14], [89]. O mesmo desempenho foi encontrado usando tais valores em outros canais [89].

É evidente que a robustez do algoritmo SAGDD depende da freqüência do evento $\{snl(\tilde{e}_n^R) = snl(e_n^R) | snl(\tilde{e}_n^R) = snl(\hat{e}_n^R)\}$ no período de aquisição.

2.2 - ALGORITMOS BASEADOS NAS TÉCNICAS DE PREDIÇÃO E RETROPREDIÇÃO:

O objetivo deste item é descrever e comentar os algoritmos existentes na literatura, com base na teoria da predição e retropredição [93].

Inicialmente, tratar-se-á o problema da obtenção autodidata dos coeficientes ótimos, no sentido da minimização do erro quadrático médio, das estruturas do preditor e retropreditor dispostos como equalizadores nas Figuras 1.4 e 1.5. Isto é, serão obtidos algoritmos estocásticos que se opõem a um canal exclusivamente de fase mínima (Tipo D) ou fase máxima (Tipo F), segundo o critério clássico da minimização do erro quadrático médio. Em seguida, visando a redução à distorção linear provocada por um canal de fase mista, com forte influência da parte de fase mínima e fraca infuência da parte de fase máxima (ou vice-versa), é proposta uma estratégia para a aquisição, baseada na estrutura da Figura 1.6. Para que esta estratégia tenha um bom desempenho, é necessário ter o conhecimento do tipo de fase que dá a maior contribuição à distorção: se vem da parte de fase mínima ou de fase máxima.

2.2.1 - Um Algoritmo Para o Preditor: Canal do Tipo D

O critério da minimização do erro quadrático médio pode ser usado para obter os coeficientes ótimos do preditor com estrutura recursiva mostrado na Figura 1.4. Seja o funcional J definido pela eq.(1.30), onde é utilizada a inovação dada por (1.29):

$$J = \mathbb{E}\left\{\left(x_k - \hat{x}_k\right)\left(x_k - \hat{x}_k\right)^*\right\} \tag{2.22}$$

onde da Figura 1.4, se escreve a predição $\hat{x}_k$ de x_k na forma:

$$\hat{x}_k = C^t E_k = E_k^t C \tag{2.23}$$

$$C^t = \left(C_1\ C_2\ \ldots\ C_\gamma\right) \tag{2.24}$$

$$E_k^t = \left(e_{k-1}\ e_{k-2}\ \ldots\ e_{k-\gamma}\right) \tag{2.25}$$

É observado de (2.25) que o vetor de entradas da parte transversal do filtro recursivo é composto das amostras passadas do erro, caracterizando-o como não-linear.

A fim de que se possa obter o vetor de coeficientes do preditor de forma adaptativa, considera-se um algoritmo do gradiente estocástico. Minimizando a versão estocástica de (2.22), é possível obter, de forma aproximada, o algoritmo que ajusta o vetor C_k de coeficientes do preditor recursivo dado por:

$$C_k = C_{k-1} + \mu\, E_k^* \left(x_k - E_k^t\, C_{k-1}\right) \tag{2.26}$$

onde μ é o fator de passo. A aproximação citada consiste em desprezar os efeitos da não-linearidade do filtro recursivo [77]. No item 2.2.4 será feito o desenvolvimento que obtém (2.26), num contexto onde é incluido um filtro transversal em cascata com o recursivo.

É importante frisar que os filtros recursivos adaptativos podem apresentar as seguintes dificuldades: tornam-se instáveis se os pólos transitam pela CRU e suas superfícies de desempenho são geralmente não-quadráticas, podendo ter mínimos locais.

O CAG em cascata com o preditor na Figura 1.4, tem o seu ganho g_k obtido em tempo real através de um algoritmo do tipo gradiente estocático, tomando-se como referência um momento não nulo do alfabeto dos símbolos a_k [93]:

$$G_k = G_{k-1} + \lambda\left(\sigma_a^2 - |y_k|^2\right), \qquad \lambda > 0 \tag{2.27}$$

$$g_k = \sqrt{|G_k|} \tag{2.28}$$

onde σ_a^2 é a variância dos símbolos do alfabeto simétrico.

Portanto, os algoritmos dados pelas equações (2.23)-(2.28) ajustam os coeficientes do preditor e o ganho do CAG, visando à equalização de um canal de fase mínima no modo autodidata.

2.2.2 - Um Algoritmo Para o Retropreditor: Canal do Tipo F

Devido à estrutura linear do filtro retropreditivo da Figura 1.5, aqui é utilizada a teoria de Wiener para a obtenção do vetor B de coeficientes ótimos, visando à equalização de um canal do tipo F. O vetor B é dado por:

$$B^t = (b_1 \; b_2 \; \ldots \; b_2) \tag{2.29}$$

A inovação no filtro retropreditor é dada pela eq.(1.54), e deve ser de potência mínima para que seja branca. Isto é obtido através do critério de minimização da eq. (1.56).

Do ponto de vista dinâmico, os coeficientes b_i ,i = 1, .., L, podem ser obtidos no modo autodidata segundo o algoritmo do gradiente estocástico:

$$B_k = B_{k-1} + \nu \; p_k \; X_k^* \tag{2.30}$$

$$X_k^t = \left(x_{k-L+1} \; \ldots\ldots \; x_k\right) , \qquad \nu > 0 \tag{2.31}$$

onde o termo de ajuste da eq.(2.30) é obtido do gradiente da versão estocástica de (1.56). Como antes, o ganho pode ser obtido em tempo real através das eqs. (2.27) e (2.28).

2.2.3 - Uma Estratégia Autodidata Para um Canal de Fase Não-Mínima Cuja Maior Contribuição à Distorção Vem da Parte de Fase Máxima (ou Mínima)

Nos dois itens anteriores um algoritmo estocástico retropreditivo (preditivo) foi descrito para ajustar os coeficientes de um equalizador transversal (recursivo) para combater as distorções de um canal exclusivamente de fase máxima

(mínima). Nesta situação, não há problema de inicialização quando a característica de fase do canal é exclusiva e conhecida, permitindo escolher a estrutura correta do equalizador e seu algoritmo correspondente.

Neste item, se descreverá uma estratégia autodidata que permite inicializar um equalizador composto das partes preditiva e retropreditiva em cascata, que atuará sobre um canal de fase não-mínima, tipicamente F ou tipicamente D (zeros de F são mais próximas da CRU que os zeros de D, ou vice-versa). Portanto, esta caracterização exige o conhecimento a priori do canal, o que não satisfaz completamente as premissas de um problema de equalização cega.

Sejam um canal de fase não-mínima tipicamente F e o equalizador mostrado na Figura 1.6. Para compensar aquele canal, a estrutura do equalizador da Figura 1.6 pode ser alterada deslocando o CAG(A) para ficar entre o retroprenditor e o preditor, sem perda da efetividade teórica do conjunto (Figura 2.1). Nesta figura está também incluído um quantizador Q na malha recursiva, para restituir os níveis $\tilde{a}_K$ pertencentes ao mesmo alfabeto dos símbolos transmitidos. Isto, ao ser feito, permite que se possa obter $\tilde{a}_K = a_{K-d}$,enquanto que na presença de ruído não era possível obter $y_K = a_{K-d}$, pois o quantizador estava após o preditor $\mathcal{P}$ e não dentro da malha. É evidente agora a posição do CAG antes do preditor com o quantizador dentro da malha.

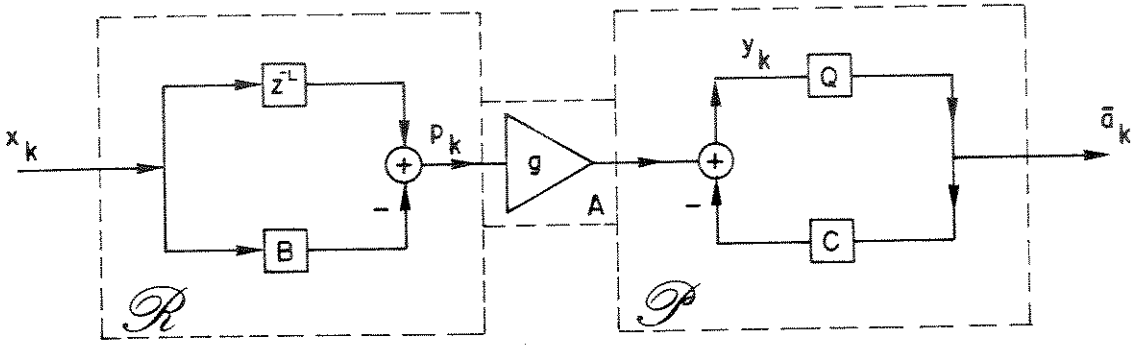


Fig. 2.1 - Equalização por retropredição e predição recursiva com dispositivo de decisão dentro da malha.

Na estrutura da Figura 1.6, a cascata é linear e a posição de $\mathcal{R}$ e $\mathcal{P}$ pode ser trocada. No entanto, não se pode colocar $\mathcal{P}$ antes de $\mathcal{R}$ na estrutura da Figura 2.1, pois não faz sentido introduzir a decisão $\tilde{a}_k = Q(y_k)$ antes do término da cadeia de desconvolução. Além disso, é evitada a introdução de ruído através dos dados de entrada na parte transversal do preditor recursivo.

Uma inicialização apropriada dos coeficientes deste equalizador permitirá que um algoritmo clássico de equalização (algoritmo do tipo DD, que se baseia no erro $(y_k - \tilde{a}_k)$ conduza o processo a uma inversão perfeita do canal [66]. Tal afirmação é explicada a seguir.

As observações acima levam à seguinte estratégia de inicialização autodidata dos coeficientes deste equalizador. Sendo o canal de fase não-mínima e tipicamente F, os coeficientes de $\mathcal{P}$ são mantidos nulos no início, enquanto que os coeficientes de $\mathcal{R}$ evoluem segundo a eq. (2.30) e o CAG evolui na forma dada pelas eqs. (2.27) e (2.28). Posteriormente, $\mathcal{P}$ e $\mathcal{R}$ são acoplados. Esta estratégia de inicialização da estrutura da Figura 2.1 é independente dos símbolos decididos.

Para um canal de fase não-mínima e típicamente D, a estrutura da Figura 1.6 é preferível, com o quantizador colocado após o CAG. A estratégia de inicialização agora exige que os coeficientes de $\mathcal{R}$ sejam mantidos nulos enquanto que os coeficientes de $\mathcal{P}$ evoluem segundo a eq. (2.26) e o CAG como antes. Quando a convergência dos algoritmos estiver assegurada, os coeficientes de $\mathcal{R}$ começam a evoluir segundo a eq. (2.30).

O problema é saber qual destas inicializações deve ser a escolhida, e se é aplicável à situação de um canal fortemente distorcido, cuja a distorção é provocada por zeros dentro e fora da CRU com igual contribuição à distorção.

É evidente que, do ponto de vista ótimo, as estruturas de equalização por predição e retropredição mostradas nas Figuras 1.6 e 2.1 são equivalentes e aplicáveis a todos os tipos de canal: fase mínima, fase máxima ou fase mista. Porém, se o canal não é conhecido ou ele é de fase mista , provavelmente as estratégias de inicialização autodidata acima propostas não se aplicam. Por exemplo, se o canal é de fase máxima e a inicialização é feita com B = 0, o preditor só realizará a equalização da amplitude do canal, e errará na equalização de sua fase. Isto é, indiretamente, o equalizador identifica o canal como sendo de fase mínima, o que poderá levá-lo à divergência, mesmo quando o retropreditor entrar em operação. Assim, deve-se procurar uma inicialização da estrutura da Figura 1.6 que independa de qualquer conhecimento sobre a fase do canal.

2.3 - ALGORITMO BASEADO EM MOMENTOS DE ORDENS SUPERIORES: ALGORITMO DE GODARD

Aqui continuar-se-á o desenvolvimento do trabalho de Shalvi-Weinstein [101] iniciado no item 1.5, objetivando a obtenção de um algoritmo cego baseado no gradiente, para adaptar os coeficientes de um equalizador transversal síncrono complexo.

Considere o algoritmo do tipo gradiente para maximizar a função potencial ϕ:

$$H_{k+1} = H_k + \mu \, grad_{H_k} \phi \, , \qquad \mu > 0 \tag{2.32}$$

onde ao se fazer alguma aproximação estocástica sobre $grad_{H_k} \phi$, se obtém um algoritmo estocástico.

Visando à obtenção do algoritmo de Godard, considere ϕ dada pela eq. (1.96), reescrita na forma:

$$\phi(G) = sn\{K(a)\}\left[\mathbb{E}\left\{|y_k|^4\right\} - \left|\mathbb{E}\left\{y_k^2\right\}\right|^2 + \gamma_1 \, \mathbb{E}^2\left\{|y_k|^2\right\} + 2\,\gamma_2 \, \mathbb{E}\left\{|y_k|^2\right\}\right] \tag{2.33}$$

$$\gamma_1 = -\left[2 + \frac{(1+\alpha)\,K(a)}{\mathbb{E}^2\{|a|^2\}}\right] \tag{2.34}$$

$$\gamma_2 = \alpha \, \frac{K(a)}{\mathbb{E}\{|a|^2\}} \tag{2.35}$$

Derivando cada um dos termos de ϕ (G) em relação aos coeficientes h_l, $l = -N,..,N$, se obtém após alguma álgebra e o uso de: $y_k = x_k \circ h_k$ (ruído desprezível):

$$\frac{\partial \phi}{\partial h_l} = 4sn\{K(a)\}\left[\mathbb{E}\left\{|y_k|^2 y_k x_{k-l}^*\right\} - \mathbb{E}\left\{y_k^2\right\}\mathbb{E}\left\{y_k^* x_{k-l}^*\right\} + \right.$$

$$\left. + \gamma_1 \, \mathbb{E}\left\{|y_k|^2\right\}\mathbb{E}\left\{y_k \, x_{k-l}^*\right\} + \gamma_2 \, \mathbb{E}\left\{y_k \, x_{k-l}^*\right\}\right] \tag{2.36}$$

Para se poder usar o gradiente estocástico na eq. (2.36), se faz necessário

estimar empiricamente as esperanças matemáticas $\mathbb{E}\{y_k^2\}$ e $\mathbb{E}\{|y_k|^2\}$. Assim, a versão estocástica da eq. (2.32), usando (2.36), é dada por:

$$h_{l,k+1} = h_{l,k} + \mu\ \mathrm{snl}[K(a)]\left[\left(|y_k|^2 + \gamma_1 < |y|^2 >_k + \gamma_2\right) y_k - < y^2 >_k y_k^*\right] x_{k-l}^* \tag{2.37}$$

$$< y^2 >_k = (1 - \delta) < y^2 >_{k-1} + \delta\ y_k^2 \tag{2.38}$$

$$< |y|^2 >_k = (1 - \varepsilon) < |y|^2 >_{k-1} + \varepsilon\ |y_k|^2 \tag{2.39}$$

onde δ e ε são fatores de passo para a estimação de $\mathbb{E}\{y^2\}$ e $\mathbb{E}\{|y|^2\}$ respectivamente. Esta estimação, além de poder provocar polarização, contribui para o aumento do esforço computacional do algoritmo. Para evitar tais termos, encontram-se as seguintes particularidades.

Se $\mathbb{E}\{a^2\} = 0$ (modulação complexa simétrica), então $\mathbb{E}\{y_k^2\} = 0$; Se $K(a < 0$ e $\alpha = -\mathbb{E}\{|a|^4\} / K(a)$, então $\gamma_1 = 0$. Logo, o algoritmo (2.37) a (2.39), é reduzido para:

$$h_{l,k+1} = h_{l,k} - \mu\left(|y_k|^2 - R_2\right) y_k\ x_{k-l}^*\ , \qquad R_2 = \frac{\mathbb{E}\{|a|^4\}}{\mathbb{E}\{|a|^2\}} \tag{2.40}$$

que é exatamente o algoritmo de Godard obtido em [24] sob outro enfoque, já comentado no item 1.2.3. Este algoritmo é robusto, pois independe da inicialização, quando o número de coeficientes é suficiente para compensar a distorção. Caso contrário, estratégias para evitar instabilidades nos sistemas devem ser empregadas, conforme já comentado no final do item 2.2.3.

O algoritmo de Godard apresenta, para o equalizador transversal de $(2N + 1)$ coeficientes, uma complexidade computacional com $(2\ (2N + 1) + 3\ )$ multiplicações complexas e $(2(2N + 1) + 1)$ adições complexas, sendo equivalente, portanto, ao algoritmo LMS clássico DD com $(2(2N + 1) + 1)$ multiplicações complexas e $(2(2N + 1))$ adições complexas.

Antes de terminar este item, vale a pena ressaltar que o algoritmo de Godard tem sido objeto de análise por alguns autores, que o caracterizam como um algoritmo da família da técnica não-linear de Bussgang [73], [85]. De fato, observando a função potencial ϕ (G) na eq. (1.96) ou (2.33), é fácil verificar sua característica não-quadrática, o que gera um algoritmo cujo termo de ajus-

te não é uma função linear do sinal na saída do equalizador, conforme pode ser visto em (2.40). Isto possivelmente é um indicativo da ligação entre as técnicas não-lineares e as técnicas com base em momentos de ordens superiores.

2.4 - ALGUNS RESULTADOS DE SIMULAÇÕES

Neste item será mostrado o desempenho dos algoritmos SAG ou SAGDD (eqs. (2.5) - (2.7) e (2.13) - (2.20)) e Godard (eq. (2.40)), através de simulações de Monte Carlo, num sistema rádio-digital.

O ambiente de comunicações considera um canal rádio-digital, um equalizador transversal síncrono complexo com sete coeficientes. Além disto, é assumido ter, quando não for dito em contrário, uma fonte 64-QAM com taxa de bits igual a 140 Mbit/s, um fator de excesso de faixa igual a 0,3 e a relação sinal-ruído RSR = 60 dB.

Na Figura 2.2 são mostradas curvas de aprendizagem (erro quadrático instantâneo (eqi) versus o número de iterações (n)) utilizando o algoritmo LMS clássico com o erro verdadeiro (eq. (3.48) da 1ª parte, GE-MEQM) e os algoritmos acima mencionados (SAG decisão dirigida e Godard). O canal rádio-digital (canal C1) tem as seguintes características: ρ = 0,7, τ = 6,3 nseg e Δf = 10 MHz (média distorção). O olho inicialmente está aberto. O erro quadrático médio mínimo é EQMM = - 17,41 dB.

Desta figura é observado que o algoritmo LMS (fator de passo = 10^{-3}) converge para o entorno do EQMM em aproximadamente 200 iterações. O algoritmo SAG (fator de passo = 10^{-3} e β = 6) alcançou a convergência em torno de 750 iterações, tendo uma velocidade de convergência menor do que o LMS,como esperado. O algoritmo de Godard, com fator de passo igual a 10^{-6}, mostra uma convergência muito lenta. Apesar de não ter alcançado o EQMM até 5000 iterações, a curva tem uma inclinação descendente, indicando uma tendência a convergir para o EQMM. De fato , isto acontece em torno de 9000 iterações. A lentidão nesta convergência pode ser explicada pelo baixo fator de passo do algoritmo (10^{-6}), necessário para poder opor-se aos possíveis altos valores do erro cometido pelo termo ($|y_n|^2 - R_2$) presente no termo de ajuste do algoritmo (2.40), e garantir a sua convergência (veja a eq. (2.40)). Observe que o erro mencionado multiplicado por y_n é correspondente ao erro verdadeiro na eq.(3.48) da 1ª parte da tese. A versão simplificada deste algoritmo, onde o seu termo de ajuste (sem o

fator de passo) é substituído pelo seu sinal algébrico, permite aumentar o valor do fator de passo [14]. Neste caso, o algoritmo pode tornar-se mais rápido, além de mais prático.

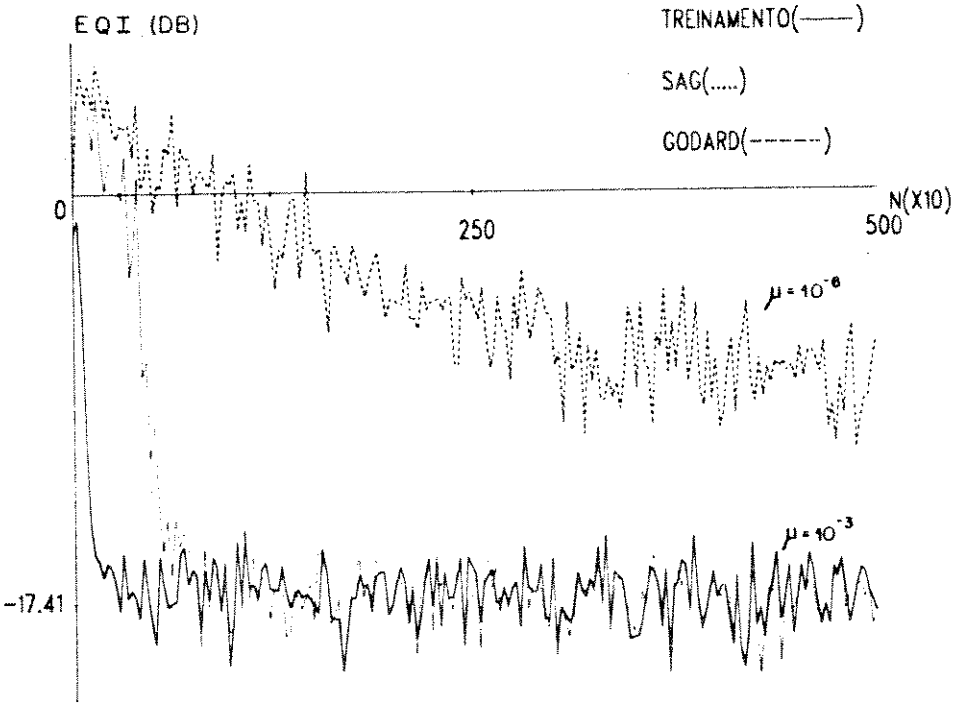


Fig.2.2 - Curvas de aprendizagem dos algoritmos GE-MEQM, SAGDD E Gordard, num sistema rádio-digital com as seguintes características: 64-QAM, 140 Mbit/s, α= 0,3, RSR = 60 dB.Canal C1:ρ = 0,7,τ = 6,3nseg,Δf= 10 MHz.

Ainda sobre este sistema, os algoritmos apresentaram divergência quando os fatores de passo foram alterados para: 0,1 (LMS), 0,1 (SAGDD) e 10^{-5} (Godard). A propósito dos algoritmos SAGDD e Godard, não sabemos até o momento de qualquer estudo teórico sobre limites do fator de passo visando garantir a convergência do processo.

A Figura 2.3 mostra as mesmas curvas dos algoritmos SAGDD e de Godard presentes na Figura 2.2, acrescida de uma curva referente a aquisição feita pelo algoritmo GE-DD-MEQM (fator de passo = 10^{-3}, e com decisão dirigida ou erro falso). Apesar do olho estar inicialmente aberto (decisão correta sobre a primeira amostra recebida), a distorção do canal é suficiente para não permitir um bom desempenho deste último algoritmo. Este algoritmo provocou forte polarização e uma aparente divergência, devido às decisões realizadas erradamente.

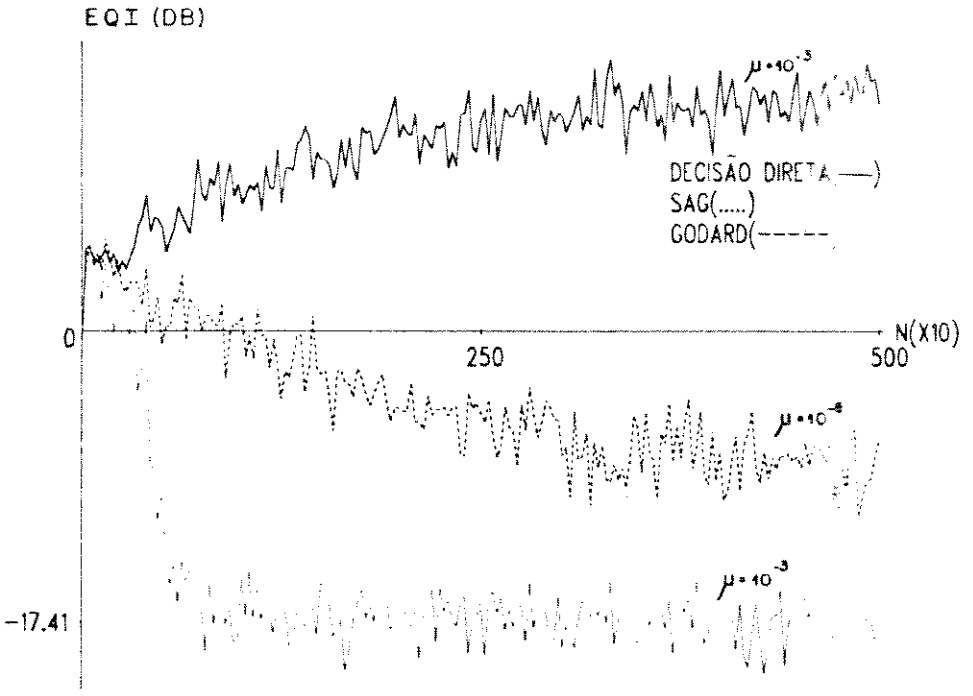


Fig.2.3 - Curvas de aprendizagem dos algoritmos GE-DD-MEQM, SAGDD e Godard, num sistema rádio-digital igual ao da Figura 2.5 (canal C1).

A Figura 2.4 apresenta apenas os algoritmos SAGDD e Godard para um sistema com características diferentes do anterior (canal C2: ρ = 0,95; Δf = 0; τ = 6,3 nseg., modulação 16-QAM, excesso de faixa α = 0,5 e taxa de transmissão 16 Mbit/seg). Nota-se um comportamento polarizado na curva de aprendizagem referente ao algoritmo SAGDD (fator de passo = 10^{-6} e β = 2,5). O olho está inicialmente aberto e o EQMM atinge o valor de - 19,19 dB. Por sua vez, o algoritmo de Godard (fator de passo 10^{-6} e R_2 = 13,2) tem um comportamento não-polarizado, convergindo para o entorno do erro quadrático médio mínimo.

Este resultado ilustra a maior robustez do algoritmo de Godard em relação ao algoritmo SAGDD.

A velocidade de convergência dos algoritmos pode ser melhor avaliada pelo gráfico da Figura 2.5, onde é mostrada a evolução temporal da taxa de símbolos errados. Observa-se que é possível fazer um chaveamento do algoritmo de Godard para um algoritmo de decisão dirigida clássico num tempo menor que no caso equivalente, usando inicialmente o algoritmo SAGDD, pois sua velocidade de convergência é superior à do SAGDD. Salienta-se que o fator de passo comum aos dois algoritmos diminui a velocidade do algoritmo SAGDD, porém parece garantir-lhe convergência e estabilidade, mesmo que polarizado.

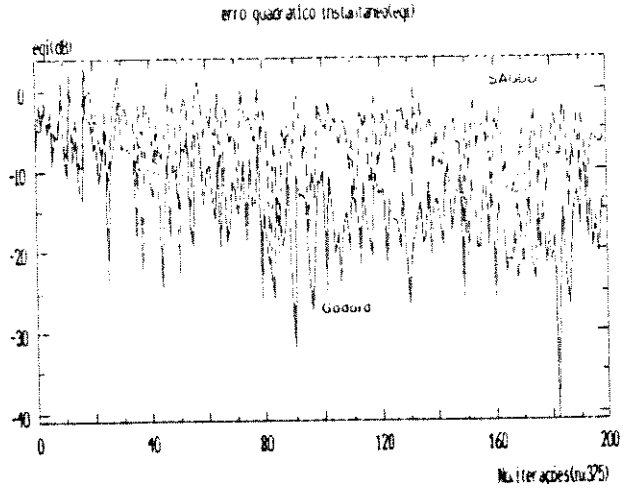


Fig.2.4 - Curvas de aprendizagem dos algoritmos SAGDD e Godard num sistema rádio-digital de características 16-QAM; α = 0,5; 16 Mbit/seg. e canal C2.

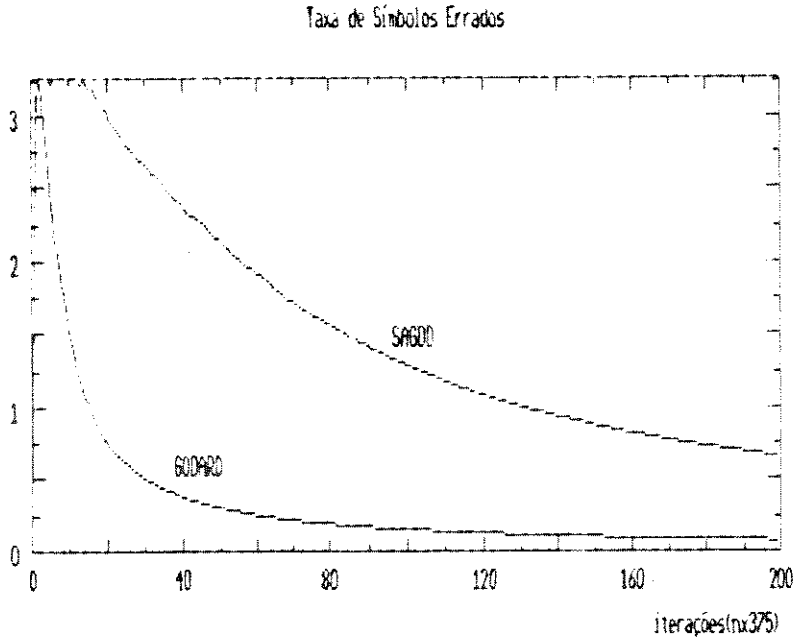


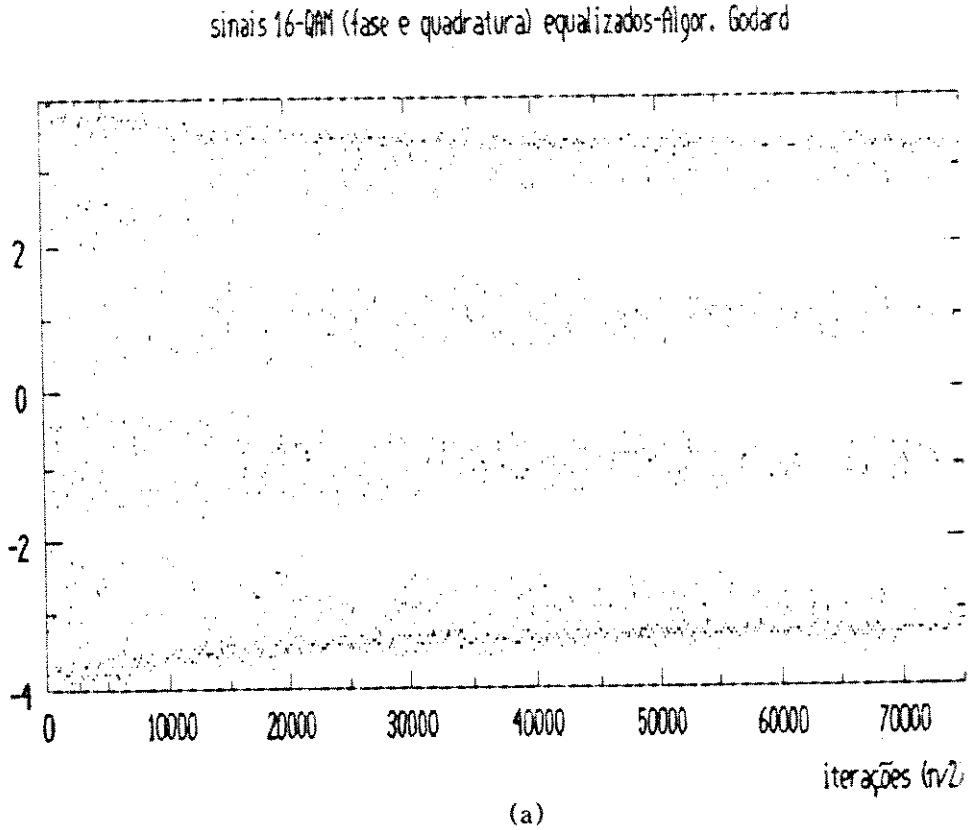
Fig. 2.5 - Evolução temporal da taxa de símbolos errados para o mesmo sistema da Figura 2.4 (canal C2).

As Figuras 2.6.a e 2.6.b mostram os sinais equalizados em fase e em quadratura obtidos nesta simulação, e colocados num diagrama de espalhamento temporal. Pode-se observar destas figuras que o olho está aberto na 1ª iteração do processo. Após esta iteração, também é observado que no processo de adaptação dos coeficientes do equalizador, o olho é fechado para posteriormente ser aberto por força da atuação dos algoritmos de Godard (Figura 2.6.a) e SAGDD (Figura 2.6.b). O comportamento deste processo para os dois algoritmos (abertura, fe-

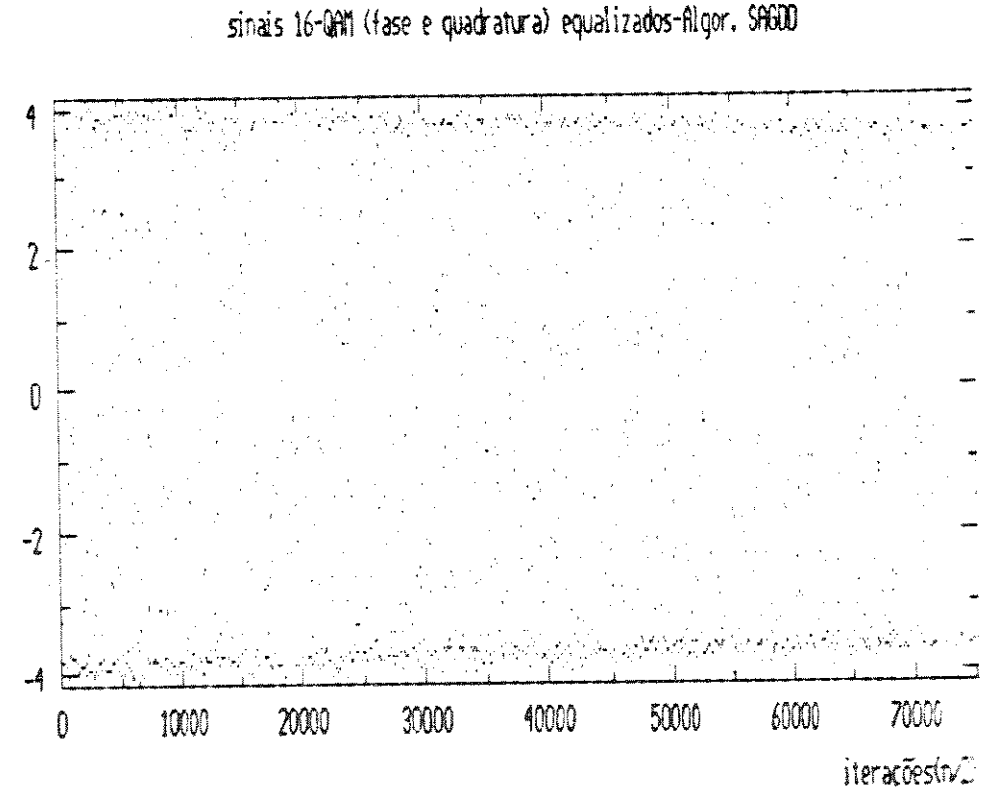
chamento e novamente abertura do olho) é explicado como segue. A IES gerada após a 1ª iteração foi suficiente para fechar o olho, pois o equalizador, que é normalmente inicializado com todos os seus coeficientes nulos a menos de um que é posto unitário na sua componente real e nulo na parte imaginária, ainda não alcançou a sua posição ótima. Somente após muitas iterações, e em tempos diferentes para cada algoritmo, o olho começa a ser novamente aberto. O algoritmo de Godard mantém perfeitamente aberto o diagrama de olho a partir de aproximadamente 10 mil iterações, enquanto que o algoritmo SAGDD começa a abrí-lo, não claramente, a partir de 35 mil iterações. Portanto, conclui-se, neste exemplo, que o algoritmo de Godard tem um desempenho superior ao algoritmo SAGDD.

A Figura 2.7 encerra o conjunto de informações retiradas da simulação do canal C2. Nela estão expostas as respostas ao impulso globais reais do sistema, utilizando os dois algoritmos, obtidas na última iteração referente a Figura 2.4. Os interferentes gerados pelo algoritmo SAGDD são mais significativos do que aqueles gerados pelo algoritmo de Godard, provocando, assim, maior IES. As amostras das respostas ao impulso globais imaginárias são da ordem de 10^{-3}, ou menos, e suas contribuições para a IES são desprezíveis.

A Figura 2.8 apresenta duas curvas de assinaturas de convergência ("pull-in") sincronizadas (há completo sincronismo entre as portadoras locais do transmissor e do receptor), para um sistema cuja modulação é 16-QAM, o excesso de faixa α = 0,5, a freqüência intermediária (FI) de 140 MHz e a taxa de transmissão de 16 Mbit/seg. O canal rádio-digital analógico é de fase mínima. Tais curvas são obtidas de simulações experimentais dinâmicas, realizadas por um sistema rádio-digital experimental sem a parte de RF, onde o simulador de desvanecimento seletivo varia a amplitude relativa B do raio indireto a uma velocidade constante ($B = 20 \text{ Log } | 1 - \rho |$ (dB)), para cada deslocamento Δf (MHz) da freqüência do "notch" em relação a FI.
Estas curvas foram retiradas do relatório interno sobre resultados experimentais para equalizadores digitais aplicados a uma transmissão por microondas [14]. Estes resultados foram obtidos pelo Dr. Michel Borgne no laboratório do "Departement de Transmission dans les Stations Térriénnes et les Faisceaux Hertzienne (TSF) de la Division de Microonde, Espace et Radioéléctricite (MER) du Centre National d'Études des Télécommunications (CNET)", em Lannion, França, durante o ano de 1990, e onde realizamos um estágio de pesquisa de um ano.



(a)



(b)

Fig.2.6. Canal C2

(a) - Diagrama de espalhamento temporal usando o algoritmo de Godard.

(b) - Diagrama de espalhamento temporal usando o algoritmo de SAGDD.

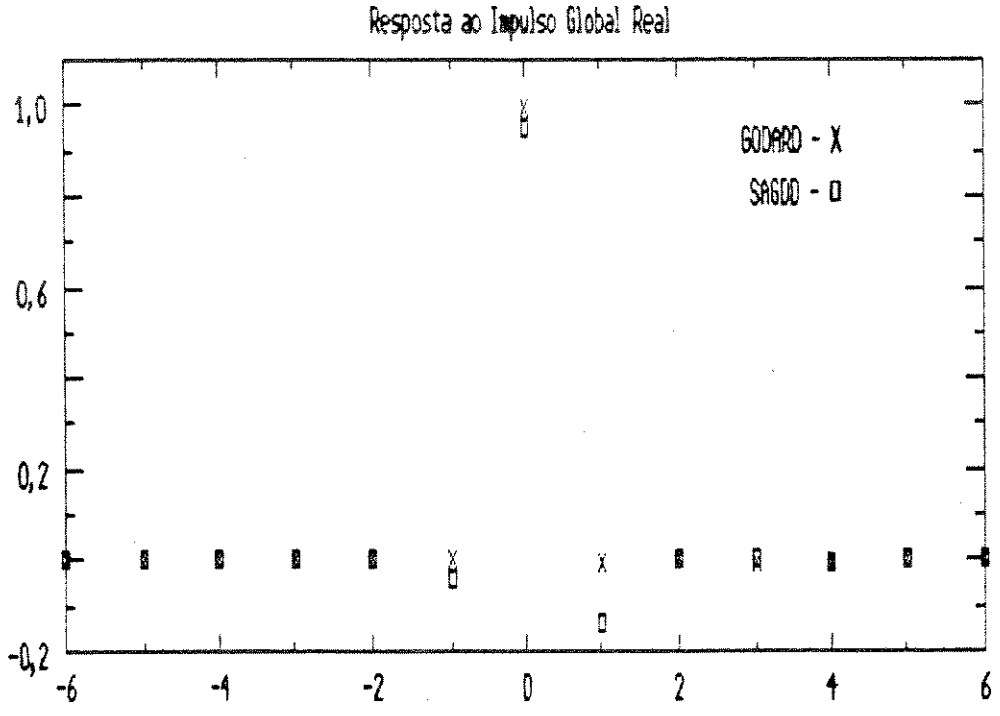


Fig.2.7. Respostas ao impulso globais referente à última iteração da simulação da Fig.2.4 (Canal C2).

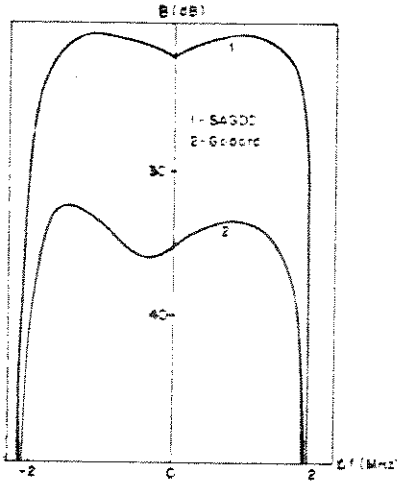


Fig.2.8 - Assinaturas de convergência sincronizadas para um sistema rádio-digital, com canal de fase mínima e equalizador transversal ajustado pelos algoritmos SAGDD e Godard. $B = 20 \log|1 - \rho|$ (dB).

É observado claramente que a área sob a curva 2 (Godard) é inferior a área sob a curva 1 (SAGDD). Isto índica que a melhoria do sistema provocada pelo algoritmo de Godard é superior à melhoria do algoritmo SAGDD.

Concluindo, esta simulação experimental indica que o algoritmo de Godard é mais robusto que o algoritmo SAGDD. Portanto sob o ponto de vista da robustez e consistência, a avaliação feita pela assinatura parece ser mais completa do que aquela apresentada pelas curvas de aprendizagem, pois a assinatura considera todos as características do canal. No entanto, ela não fornece informações sobre o tempo de aquisição (velocidade de convergência).

Resumindo, neste capítulo se procurou fazer uma abordagem comparativa sobre o desempenho de alguns algoritmos adaptativos oriundos das famílias de técnicas de equalização cega apresentadas: técnica não-linear de Bussgang, técnica de predição e retropredição e técnica de momentos de ordens superiores. Os resultados obtidos por simulação computacional, e comparados a resultados de simulação experimental, parecem indicar que o algoritmo de Godard é aquele que mantém o melhor compromisso entre a robustez, a velocidade de convergência e a consistência, dentre os algoritmos investigados.

No próximo capítulo será proposta uma teoria com base apenas nos momentos de ordem 4, visando à sua possível aplicação em equalização cega.

CAPÍTULO 3

EQUALIZAÇÃO DE UM CANAL COM FASE NÃO-MÍNIMA COM BASE NA IDENTIFICAÇÃO DE MOMENTOS DE ORDEM 4

OBJETIVO DO CAPÍTULO

Neste capítulo é desenvolvida uma nova técnica para a equalização de canais de fase não-mínima, baseado na identificação de certos momentos cruzados de ordem 4 entre os sinais na entrada do equalizador e na entrada do canal. Esta técnica, que pertence a família dos momentos de ordens superiores, é aplicada aos sistemas de modulação complexa e fornece uma base teórica para uma possível formulação de algoritmos cegos que se baseiam na estimação das estatísticas de ordem 4. Resultados analíticos obtidos para sistemas rádio- digitais com modulação 64-QAM, mostram que a técnica é comparável às técnicas clássicas da minimização do erro quadrático médio e de forçagem a zero, apresentadas no Capítulo 3 da 1ª parte da tese.

3.1 - BASE TEÓRICA PARA A EQUALIZAÇÃO CEGA USANDO MOMENTOS DE ORDEM 4

Muitos algoritmos baseados em momentos de ordens superiores (MOS) têm sido propostos com o objetivo de realizar a equalização cega de sistemas, cujos canais de respostas ao impulso finitas ou infinitas têm FNM, conforme já comentado no Capítulo 1.

A maioria destes algoritmos é baseada na estimação de estatísticas de ordem superior a dois dos sinais na saída do equalizador, a qual pode levar a polarizações (estimação ruidosa) [88]. Além desta dificuldade, a complexidade computacional tem sido um fator relevante e que pode inviabilizar a implementação prática de tais algoritmos em tempo real.

A base teórica de todos os algoritmos que usam MOS está associada ao teorema LR, enunciado no capítulo 1, o qual trata da identificação não-paramétrica de sistemas FNM. Sob o ponto de vista de identificação paramétrica de sistemas FNM, há entre outros o trabalho de Tugnait [105], que se baseia na identificação (casamento) entre vários cumulantes de ordem 4 do sinal de saída do sistema desconhecido com os cumulantes correspondentes de saída de um modelo linear

de parâmetros. Assim, a função custo a ser minimizada é baseada no erro entre os diversos cumulantes de ordem 4 do sistema e do modelo. Esta idéia será aproveitada nesta tese, com o intuito de permitir realizar a identificação inversa (equalização) de uma forma direta, evitando o passo da estimação do canal antes de fazer a filtragem inversa [94].

Outra idéia aqui explorada e constatada ser eficiente é a de fazer uso somente de MOS para obter a equalização. Os algoritmos existentes baseados em MOS, de um modo geral, também se baseiam em momentos de ordem 2. Esta dependência implica na interferência direta do ruído aditivo e gaussiano. Conforme mostrado no apêndice A, os cumulantes de ordens superiores a dois de um sinal resultante da soma de um sinal útil e de um ruído aditivo e gaussiano, não sofrem a influência das estatísticas do ruído. Logo, é desejável o uso de MOS em sistemas muito ruidosos.

Um método de equalização proposto neste capítulo faz uso da idéia da identificação exclusiva entre os momentos de ordem 4 dos sinais da entrada e da saída do sistema mostrados na Figura 1.2. Da forma com que este método é usado aqui, ele não se presta à equalização cega, pois é suposto o conhecimento do canal. Logo, tal método será explorado com o único objetivo de constatar ser possível realizar a equalização com o uso exclusivo dos momentos de ordem 4. Posteriormente, um outro método de equalização faz uso da identificação de momentos cruzados de ordem 4 entre sinais da entrada e da saída do equalizador. Aproveitando a constatação feita pelo primeiro método, este método é desenvolvido como objetivo de permitir a equalização cega, desde que sejam feitas estimativas dos momentos de ordem 4 do sinal na entrada do equalizador. Tais métodos, em princípio, podem ser aplicados a qualquer canal. Porém, nesta tese, eles serão aplicados a canais rádio-digitais. A diferença principal entre estes dois métodos é que o primeiro método gera um sistema não-linear de equações, enquanto que o segundo gera um sistema linear de equações. Além dessa diferença, a modulação utilizada no método dos momentos cruzados de ordem 4 deve ser necessariamente complexa e simétrica. No primeiro método, a modulação pode ser unidimensional e não-simétrica. No entanto, para os dois métodos será adotada a modulação complexa e simétrica. Sendo assim, pode-se ressaltar um resultado importante para sinais modulados complexos e simétricos, a ser utilizado no desenvolvimento dos métodos mencionados: os cumulantes de ordem 4 de tais sinais são iguais aos seus momentos de ordem 4 (resultado mostrado no apêndice A). Logo, os métodos de equalização a serem desenvolvidos não sofrem a influência de ruído gaussiano aditivo (resultado já mencionado no parágrafo anterior).

3.1.1 - Identificação entre os Cumulantes de Ordem 4 da Entrada e da Saída de um Sistema Rádio-Digital

Antes de iniciar o estudo da técnica MOS, é interessante saber o que ocorre com a resposta ao impulso global de um sistema rádio-digital quando identificamos (ou igualamos) um conjunto de cumulantes entre as seqüências da saída $\{y_n\}$ e da entrada $\{a_n\}$ do sistema de comunicações (Figura 1.2).

Suponha, por exemplo, que o canal **F** discreto, cujas amostras são definidas de (-L) a L no eixo temporal, tem comprimento (2L + 1) e o equalizador **H** tem (2N+1) coeficientes definidos de (-N) a N. Assim a resposta global tem um comprimento $[2(L+N)+1]$. Com base nas expressões (A.10)-(A.14) do apêndice A, o objetivo é determinar os coeficientes h_i, i = -N, ..., N de **H** identificando (igualando) os cumulantes de ordem 4 correspondentes entre os sinais y_n e a_n. A escolha pela ordem 4 é baseada no fato desta ordem ser a menor ordem, acima de dois, que é diferente de zero para os símbolos simétricos e independentes a_n. Isto é: $\gamma_{3,a} = \mathbb{E}\{a_n a_{n+p} a_{n+q}\} = 0$, $\forall p,q \in \mathbb{Z}$ [82]. Outras ordens pares superiores a 4 poderiam ter sido escolhidas, mas aumentariam a complexidade (as ordens ímpares são todas nulas para a_n simétrico e independente).

Um sistema de equações é construído, onde são igualados os cumulantes de ordem 4 $C_{4,y}(p,q,\ell)$ aos cumulantes de ordem 4 $C_{4,a}(p,q,\ell)$, $\forall p,q,\ell \in \mathbb{Z}$. O problema agora se resume em definir quais p,q,ℓ devem ser usados. Os elementos das triplas (p,q,ℓ) devem assumir valores tais que $C_{4,y}(p,q,\ell)$ sejam não-nulos. Isto é, da expressão (A.13) se observa que cada elemento da tripla em módulo não pode exceder $[2(N+L)]$, pois, p.ex., $g_{N+L+1} = 0$. Portanto, devido ao comprimento finito do canal e do equalizador, há um número finito, e igual a 4(N+L)+1, de números inteiros possíveis para cada elemento da tripla. Uma tripla (p,q,ℓ) define uma equação. Logo, se cada elemento da tripla toma seu valor sobre o intervalo $[-2(N+L),2(N+L)]$, a solução trivial $h_n = 0$ ($g_n = 0$) é evitada. Tal intervalo define o número máximo de $[4(N+L)+1]^3$ equações que compõem o sistema sobredeterminado, cuja i-ésima equação é descrita por:

$$C_{4,y}(p_i,q_i,\ell_i) = C_{4,a}(p_i,q_i,\ell_i),\ i = -2(N+L),\ ...,\ 2(N+L) \qquad (3.1)$$

ou usando as eqs. (A.10) e (A.13):

$$\sum_{n=-N-L}^{N+L} g_n g_{n+p_i} g_{n+q_i} g_{n+\ell_i} = \delta(p_i,q_i,\ell_i),\ i = -2(N+L),...,2(N+L) \qquad (3.2)$$

$$\delta(p,q,\ell) = \begin{cases} 1 & , \; p = q = \ell = 0 \\ 0 & , \; \text{alhures} \end{cases} \tag{3.3}$$

É observado claramente da eq. (3.2) que as equações que compõem o sistema sobredeterminado são não-lineares em relação aos coeficientes h_i, $i = -N,\ldots,N$ do equalizador, pois

$$g_n = f_n \circ h_n = \sum_{k=-N}^{N} h_k f_{n-k} \tag{3.4}$$

É de se notar que o sistema sobredeterminado de equações acima mencionado, possui degenerescência (algumas equações estão repetidas) devido às propriedades de simetria dadas pelas eqs. (A.15) e (A.16) do apêndice A. Portanto, poder-se-ia evitar maior complexidade computacional, eliminando as equações que são repetidas.

Aliado ao problema da degenerescência e tendo em vista a possibilidade da aplicação em tempo real, procurou-se definitivamente evitar maior complexidade do tratamento matemático e computacional nesta fase do trabalho, reduzindo o sistema de equações para um sistema determinado. Neste caso, faz-se necessário escolher um grupo de (2N+1) triplas dentre as $[4(N+L)+1]^3$ triplas possíveis. Dois aspectos nortearam a escolha. O primeiro aspecto é possibilitar o surgimento de algoritmos eficientes (de complexidade computacional reduzida) para a aplicação em tempo real, e o segundo aspecto é o conhecimento genérico das características físicas da resposta ao impulso do canal. O primeiro aspecto já reduz o número de equações para $[4(N+L)+1]$, fazendo $p = q = \ell = \beta$. Neste caso diz-se que os cumulantes são fatiados na diagonal. Os cumulantes desta fatia diagonal têm sua estimação menos ruidosa do que os cumulantes de outras fatias [88]. Assim estes últimos, sendo usados em tempo real, podem resultar em mal desempenho dos algoritmos de ajuste para **H**, originando polarizações em seus coeficientes. O segundo aspecto permite escolher (2N+1) triplas mais importantes dentre as $[4(N+L)+1]$ triplas, associadas aos intervalos de tempo entre as amostras da resposta ao impulso do canal mais significativas em relação à IES, onde cada tripla deste conjunto é formada pelas componentes:

$$\beta_i = p_i = q_i = \ell_i = 2(N+L)+1 - i \quad , \quad i = 1,\ldots,4(N+L)+1 \tag{3.5}$$

Por exemplo, para o caso em que N = 1 e L = 2, o conjunto de triplas é formado

por: (6,6,6), (5,5,5), ..., (1,1,1), (0,0,0), (-1,-1,-1), ..., (-6,-6,-6). Os cumulantes de ordem 4 da fatia diagonal do sinal y_n na saída do equalizador para dados complexos, são obtidos da esperança do produto $(y_n y^3_{n-\beta_i}>$, i=1,...,4(N+L)+1, conforme a eq. (A.21) do apêndice. Logo, para este exemplo se tem os seguintes cumulantes (momentos):

$$\mathbb{E}\{y_n y^3_{n+6}\},\ \ldots,\ \mathbb{E}\{y_n y^3_{n+1}\},\ \mathbb{E}\{y^4_n\},\ \mathbb{E}\{y_n y^3_{n-1}\},\ \ldots,\ \mathbb{E}\{y_n y^3_{n-6}\}\ .$$

Com o objetivo de ilustrar uma melhor escolha dos β_i, é mostrado na Figura 3.1 um exemplo de resposta ao impulso de um canal rádio-digital discreto, onde as partes real e imaginária das amostras apresentam valores importantes para provocar uma IES significativa, cuja principal contribuição vem daquelas mais próximas da amostra principal. Então, as correlações entre o dado atual e os seus vizinhos mais próximos são as mais importantes. Sendo assim, tem-se o seguinte sistema determinado de equações não-lineares em relação aos coeficientes h_k, k = -N,..., N, do equalizador, organizado de maneira que haja uma correspondência entre as componentes das triplas e as posições dos coeficientes do equalizador (p.ex.: (0,0,0) e h_0):

$$\sum_{n=-N}^{N} g_n g^3_{n+j} = \delta(j,j,j)\ , \qquad j = -N,\ldots,N \tag{3.6}$$

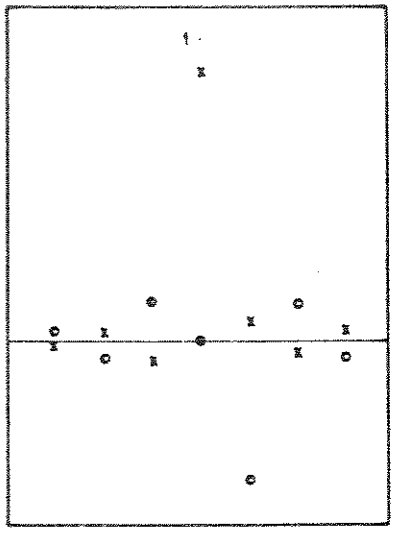


Fig. 3.1 - Amostras da resposta ao impulso digital de um canal rádio-digital: componente real (X) e componente imaginária (0); ρ=0,9; Δf=10 MHz; τ=6,3 nseg.. Taxa de amostragem = taxa de símbolos.

A solução da eq. (3.6) pode ser obtida através de vários algoritmos. Neste trabalho foi usado o algoritmo de Newton-Raphson dado pela subrotina FORTRAN "CO5PBF-NAG Fortran Library Routine Document", para calcular o vetor H com F conhecido. A inicialização do algoritmo, feita para vários canais rádio-digitais e quando não dito em contrário, considerou sempre o coeficiente central h_0=1 e todos os outros coeficientes nulos. A convergência foi sempre obtida.

A Figura 3.2 ilustra um dos diversos casos rodados. Ela apresenta as amostras das respostas ao impulso de canais rádio-digitais reais com L=2, e também as amostras das respostas ao impulso global, considerando um equalizador com 3 coeficientes reais (N=1), calculados pelo algoritmo de Newton-Raphson. O sistema tem uma modulação 64-QAM, excesso de faixa α = 0,3, taxa de transmissão de 140 Mbit/s, e as seguintes características do canal: Δf=0, τ=6,3 nseg., ρ=0,9 (forte distorção) e ρ=0,5 (fraca distorção).

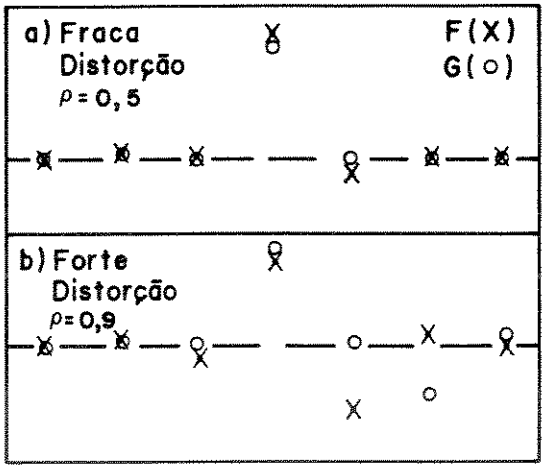


Fig. 3.2 - Respostas ao impulso de canais rádio-digitais sem (X) e com (0) equalização. Sistema: 64-QAM; α=0,3; 140 Mbit/s; Δf=0 e τ=6,3 nseg.

É visto claramente desta figura que o método dos cumulantes consegue realizar a equalização, sendo seu desempenho dependente da distorção do canal. Para melhorar o desempenho, é necessário crescer o número de coeficientes do equalizador, como em todos os outros métodos.

A Figura 3.3 compara os desempenhos de três métodos para o sistema da Figura 3.2, cujo equalizador agora tem 7 coeficientes, (N=3), medidos através das curvas de assinaturas. O eixo das freqüências está normalizado em relação a taxa de símbolos. Uma rotina computacional foi implementada para fornecer es-

tas curvas de assinaturas, cujo limiar é dado pela distorção maximal global (DmaxG) igual a 0,5. A cada Δf fixo, ρ é variado e H é calculado. Em seguida, o programa fornece g_n pela convolução de f_n e h_n. Depois, a distorção maximal é calculada e comparada ao valor do limiar, com precisão determinada (no caso: 0,01). O processo continua para o mesmo Δf e com um novo valor de ρ interpolado linearmente, se a precisão não for atingida. Caso contrário, o último valor de ρ fornece um ponto da curva, e um novo valor de Δf é gerado, reiniciando o procedimento.

As curvas de assinaturas fornecidas pelos métodos clássicos de minimização do erro quadrático médio (MEQM) e de forçagem a zero (FZ), são tomados como referências para a análise do desempenho do método de cumulantes. Os coeficientes do equalizador foram obtidos para o método MEQM pela eq. (3.29) e para o método FZ pela eq. (3.26), referentes à primeira parte da tese.

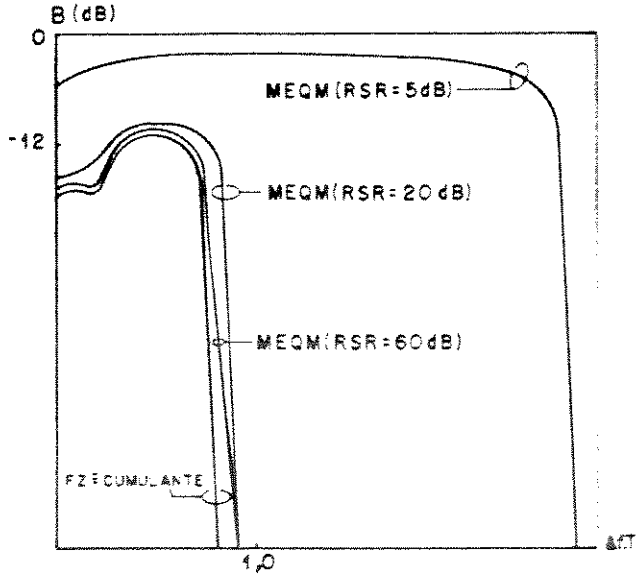


Fig. 3.3 - Assinaturas de um sistema rádio-digital com um equalizador tranversal de coeficientes calculados pelos métodos MEQM, FZ e cumulantes. Demais parâmetros do sistema são os mesmos da Figura 3.2. RSR é a relação sinal-ruído.

O método dos cumulantes de ordem 4 (CUM-4) apresenta um desempenho semelhante ao método FZ, conforme pode ser visto da Figura 3.3. O comportamento deste método, além de comprovar sua eficiência, apresenta a vantagem da imunidade ao ruído gaussiano, o qual restringe o desempenho do método MEQM, conforme pode ser visto nas curvas de assinaturas da figura para alguns valores da relação sinal-ruído. Deve-se ressaltar que a curva de assinatura para o método FZ não considerou a influência do ruído,pois usou-se a eq.(3.26) da 1ª parte da tese.

O comportamento semelhante nos desempenhos dos métodos FZ e CUM-4 parece indicar que a resposta ao impulso global g_n obtida pelo método CUM-4 é aproximadamente igual à do método FZ. De fato, esta semelhança sempre foi observada nas inúmeras simulações realizadas. A seguir é mostrado g_n obtido pelos dois métodos, para três situações do canal rádio-digital. Os parâmetros comuns são os mesmos parâmetros da Figura 3.2.

Tabela T2: ρ = 0,7

n	-3	-2	-1	0	1	2	3
f_n	0	0,017	-0,048	1,012	-0,142	0,029	0
g_n(FZ)	$0,76\text{x}10^{-3}$	0,015	$-0,72\text{x}10^{-8}$	1,000	$0,12\text{x}10^{-6}$	0,009	0,004
g_n(CUM-4)	$0,76\text{x}10^{-3}$	0,015	$0,17\text{x}10^{-5}$	1,000	$0,53\text{x}10^{-5}$	0,009	0,004

Tabela T3: ρ = 0,9

n	-3	-2	-1	0	1	2	3
f_n	0	0,034	-0,089	0,939	-0,493	0,075	0
g_n(FZ)	0,003	0,032	$-0,63\text{x}10^{-7}$	1,000	0	-0,211	0,046
g_n(CUM-4)	0,003	0,032	$0,23\text{x}10^{-4}$	1,000	$0,44\text{x}10^{-3}$	-0,211	0,046

Tabela T4: ρ = 0,95

n	-3	-2	-1	0	1	2	3
f_n	0	0,037	-0,095	0,865	-0,630	0,087	0
g_n(FZ)	0,004	0,039	$-0,67\text{x}10^{-7}$	1,000	$0,42\text{x}10^{-6}$	-0,491	0,084
g_n(CUM-4)	0,004	0,039	0,002	0,990	0,011	-0,492	0,084

Das tabelas observa-se que a distorção maximal (Dmax) é menor do que 0,5 quando ρ = 0,7 e ρ = 0,9 para os dois métodos. Porém, para ρ = 0,95, Dmax é maior do que 0,5. Logo, o ponto Δf = 0 e ρ = 0,95 faz parte da região de interrupção do sistema com e sem equalizador. Neste último caso é observado que nos instantes n = -1 e 1, o método dos cumulantes produz g_n bem diferentes daqueles produzidos pelo método FZ. Isto certamente é devido a forte distorção do canal e do número pequeno de coeficientes do equalizador. Porém, fora do intervalo do equalizador ($|n| > 1$), os dois métodos fornecem praticamente os mesmos g_n. Particularmente, quando n = 2, g_n é extremamente forte comparado ao canal f_n. Na verdade, esta amostra é a principal responsável por DmaxG ser

maior do que 0,5. Para os canais onde ρ = 0,7 e ρ = 0,9, as diferenças não foram importantes, conforme é mostrado nas tabelas T2 e T3, respectivamente.

Para um canal rádio digital analógico com forte distorção, é interessante ressaltar que a amostra do sinal equalizado justaposta ao final do horizonte direito (ou esquerdo) do equalizador tem um valor maior do que aquele da amostra correspondente ao canal de fase mínima (ou fase não-mínima). Isto é, tomando como exemplo a tabela T4, $|g_2| > |f_2|$. Na verdade, esta observação tem sido feita em todos os métodos e canais com frentes de subida e descida na resposta ao impulso do canal, e não têm sido analisada conclusivamente.

Finalizando, para melhorar o desempenho do métodos dos cumulantes de ordem 4, principalmente para canais com fortes distorções, se faz necessário aumentar o número de coeficientes do equalizador.

Concluindo, os resultados mostram ser possível obter a equalização fazendo a identificação entre os cumulantes de ordem 4 da entrada e da saída de um sistema cujo canal tem frente de subida e frente de descida na resposta ao impulso. Os resultados obtidos pelo método CUM-4 estão próximos daqueles obtidos pelo método FZ. Se o ruído gaussiano aditivo é considerado, o método FZ tem desempenho inferior ao método CUM-4, o qual é imune a este tipo de ruído. A seguir, será feita uma análise teórica comparativa entre as respostas ao impulso globais obtidas pelos dois métodos.

3.1.2 - Comparação Entre o Método dos Cumulantes de Ordem 4 (CUM-4) e o Método de Forçagem a Zero (FZ)

Uma justificativa da proximidade entre os desempenhos dos métodos CUM-4 e FZ é dada a seguir. Suponha que o canal discreto de comprimento (2L+1) seja necessariamente de FNM tal que g_n (eq. (3.4)) tenha frentes de subida e descida, e que o equalizador transversal tenha um comprimento (2N+1) suficientemente longo de tal maneira que seja válida a seguinte aproximação para a resposta ao impulso global:

$$g_n^3 \cong 0 \quad , \quad |n| > C \; , \quad C < N+L \; , \quad C \in \mathbb{N} \tag{3.7}$$

Considere agora a eq. (3.2) com $\beta = p = q = \ell$

$$\sum_{n=-N-L}^{N+L} g_n g_{n+\beta}^3 = \delta(\beta,\beta,\beta) \ , \qquad |N+L+C| \leq \beta \tag{3.8}$$

Fazendo $\beta = N + L + C$ na eq. (3.8):

$$g_{-N-L} g_c^3 \cong 0 \tag{3.9}$$

pois em cada uma das outras parcelas do somatório em (3.8) há um termo g_n^3 que satisfaz a relação aproximada (3.7). Logo, desde que $g_{-N-L} \neq 0$, pois o equalizador tem comprimento finito, os resultados das últimas tabelas parecem indicar que $g_c^3 << g_{-N-L}$ e que, portanto, é razoável supor $g_c^3 \cong 0$. Sendo assim, a suposição $g_n^3 \cong 0$ (eq. (3.7)) pode ser extendida ao intervalo $n < (-C)$ e $n > (C-1)$. Em seguida, o procedimento é retomado, e a cada β um novo intervalo é obtido para $g_n^3 \cong 0$. No final do procedimento, só restará a equação dada por $\beta = 0$ e $n = K$. Isto implica em que, a partir de (3.8): $|K| \leq C$, com um único termo diferente de zero, pois $g_n^3 \cong 0$ para $n \neq K$, ou seja $g_k^4 \cong 1 \therefore g_k \cong e^{jm\frac{\pi}{2}}$, $m \in \mathbb{Z}$. Este procedimento parece indicar que a solução obtida aproxima-se da solução desejada, tal como no caso do critério FZ, cuja resposta ao impulso global é dada pela eq. (1.13).

Ressalta-se que a aplicação do procedimento acima descrito aos cumulantes de ordem 2 não produz o resultado desejado, como era de se esperar. Isto é devido a hipótese equivalente a $g_n^3 \cong 0$ no método CUM-4 e que neste caso se traduz em $g_n \cong 0$, para $|n| > C$, pois a equação equivalente a (3.8) para o método dos cumulantes de ordem 2 é dada por: $\sum_{n=-N+L}^{N+L}(g_n\ g_{n+\beta}) = \delta(\beta)$, $|N + L + C| \leq \beta$. Ora, aquela hipótese supõe que a equalização já existe, o que contradiz a própria hipótese de canal distorcivo e equalizador finito. A tabela T5 abaixo compara o desempenho do método dos cumulantes de ordem 2 com o do critério FZ, e também com o canal, através de respostas ao impulso.

Tabela T5: $\rho = 0,7$ e inicialização do equalizador: $h_{-1} = h_1 = 0$ e $h_0 = 1$

n	-3	-2	-1	0	1	2	3
f_n	0	0,017	-0,048	1,012	-0,142	0,029	0
g_n(FZ)	$0,76\text{x}10^{-3}$	0,015	$-0,72\text{x}10^{-8}$	1,000	$0,12\text{x}10^{-6}$	0,009	0,004
g_n(CUM-2)	0,004	0,004	0,208	0,957	-0,201	0,038	-0,002

Da tabela T5 vê-se claramente o mal comportamento do método dos cumulantes de ordem 2 (CUM-2). Nos instantes n = -1 e 1, os valores de g_n são superiores aos do canal, aumentando a distorção e originando uma maior IES. Foram feitas outras inicializações para o algoritmo de Newton-Raphson melhorar o desempenho do método neste exemplo. A maioria das tentativas não obtiveram sucesso. Algumas inicializações obtiveram razoável sucesso. A seguir, a tabela T6 apresenta o melhor resultado de equalização obtido usando o método CUM-2, dentre as diversas inicializações tentadas.

Tabela T6: ρ = 0,7 e inicialização do equalizador:h_{-1} = 1 e h_0 = h_1 = 0

n	-3	-2	-1	0	1	2	3
f_n	0	0,017	-0,048	1,012	-0,142	0,029	0
g_n(FZ)	$0,76x10^{-3}$	0,015	$-0,72x10^{-8}$	1,000	$0,12x10^{-6}$	0,009	0,004
g_n(CUM-2)	0,017	-0,045	0,998	0,046	-0,015	0,008	$-0,5x10^{-3}$

Neste caso, a amostra principal sofreu um deslocamento no tempo de uma unidade em razão da inicialização. O método dos cumulantes é não-linear, sendo portanto sensível à inicialização. Logo, a ação de mudança da inicialização pode ser benéfica, conforme pode ser vista na tabela T6. Porém, ela é limitada, pois se sabe que não é possível realizar a equalização com momentos de ordem 2 de sinais que não sofreram processamento não-linear na saída do equalizador [85].

O objetivo principal deste item foi a constatação de que se pode realizar a identificação inversa, utilizando certos cumulantes (momentos) de ordem 4 para a obtenção direta dos coeficientes de um equalizador transversal, sem a necessidade do uso conjunto dos momentos de ordem 2. No entanto, esta técnica é não- linear em relação às componentes do vetor H, podendo comprometer a robustez dos possíveis algoritmos dela oriundos para atuar em tempo real sobre H. Procurando evitar o problema da não-linearidade, um método linear baseado nos momentos de ordem 4 é proposto e desenvolvido no próximo item.

3.2 - MÉTODO LINEAR DE EQUALIZAÇÃO BASEADO EM MOMENTOS DE ORDEM 4

Para desenvolver este método, irá se retornar à idéia básica do problema da desconvolução, apresentado no item 1.1 e exposto na Figura 1.1.

O sinal discreto x_n na saída do canal discreto **F**, suposto de resposta ao impulso finito (FIR) e de fase não-mínima (FNM), pode ser escrito na forma:

$$x_n = \sum_{K=-L}^{L} f_K a_{n-K} \qquad , L \in \mathbb{N} \tag{3.10}$$

onde a seqüência $\{a_n\}$ é formada por variáveis aleatórias não-gaussianas, i.i.d. e simétricas, e f_K, K = -L,...,L, são as amostras do canal **F**.

O objetivo final da equalização cega é usar um filtro para equalizar o canal **F** em tempo real, sem dispor de um período para treinamento. Neste parágrafo, será estudado um método de equalização que pode permitir o uso de algoritmos de adaptação para a equalização cega. Este método é baseado nas estatísticas de ordens superiores de a_n conhecidas a priori, e ainda nas estatísticas de ordens superiores do sinal x_n recebido e disponível na entrada do receptor do sistema de comunicações. Como o algoritmo adaptativo oriundo deste método não será tratado nesta tese, as estatísticas mencionadas serão calculadas analiticamente. Assim, estará se estudando a base teórica da equalização cega. Isto é, a preocupação aqui não está concentrada na formulação algorítmica para a solução do problema da desconvolução autodidata. O objetivo é obter resultados ótimos que servirão de referência para a análise do desempenho dos possíveis algoritmos cegos decorrentes do método proposto. Portanto, o método visado deve contemplar as características básicas dos algoritmos cegos, quais sejam: o desconhecimento das características do canal e a não-disponibilidade de um período de treinamento (a_n é não-observável). Como o método é baseado nas estatísticas de ordens superiores de x_n, as versões algorítmicas do método em tempo real seguramente farão uso de estimações recursivas daquelas estatísticas.

3.2.1 - O Equalizador de Comprimento Infinito: A Solução Ideal

Suponha que o equalizador transversal H tenha um comprimento infinito, sendo representado por H_∞. Esta idealização permite ao equalizador realizar a equalização perfeita do canal [30]. Neste caso, supondo que não haja ruído, o sinal y_n na saída do equalizador é o próprio símbolo desejado a_n. Não há perda de generalidade ao não colocar-se um atraso no símbolo, pois o comprimento de H_∞ é infinito. Logo, se escreve:

$$a_n = \sum_{i=-\infty}^{\infty} h_i x_{n-i} = x_n \circ h_n , \qquad n \in \mathbb{Z} \tag{3.11}$$

onde h_i, $i \in \mathbb{Z}$, são os coeficientes de H_∞. Esta equação, onde o ruído não é considerado e o equalizador tem comprimento infinito, é outra forma de definir o critério de forçagem a zero (FZ) estudado no item 3.2.1 da 1ª parte.

Os resultados analíticos obtidos no final deste capítulo ao usar os momentos de ordem 4 são semelhantes àqueles obtidos a partir do critério FZ.No entanto, espera-se que a versão algorítmica do método baseado nos momentos de ordem 4 tenha um melhor desempenho num ambiente contaminado por um ruído aditivo gaussiano do que as versões algorítmicas do critério FZ,pois será visto que o primeiro é insensível ao ruído, ao contrário do segundo (item 3.3.2 da 1ª parte).

A técnica tem como base a multiplicação da expressão (3.11) pelo produto $[x_{n+p} x_{n+q} x_{n+\ell}]$ e, em seguida, a aplicação do operador esperança. Como H é fixo, pode-se escrever:

$$\mathbb{E}\{a_n x_{n+p} x_{n+q} x_{n+\ell}\} = \sum_{i=-\infty}^{\infty} h_i \mathbb{E}\{x_{n-i} x_{n+p} x_{n+q} x_{n+\ell}\} \tag{3.12}$$

A partir da eq. (3.12), algumas técnicas diferenciam-se. Chiang e Nikias [100] desenvolveram uma técnica algorítmica, do tipo LMS, a partir da minimização de uma equação do erro retirada de um conjunto de equações correspondentes a (3.12), usando momentos de ordem 3. Por outro lado, Zheng et al. [99] utilizaram equações equivalentes a eq. (3.12), fazendo uso de cumulantes de ordens 4 e 2 para formar uma equação matricial e obter a solução inversa **H** de maneira algorítmica, baseada no esquema iterativo de sobre-relaxação sucessiva (SOR). Esta técnica evita a inversão direta das matrizes. Estas duas técnicas são válidas para sinais e sistemas reais.

Nesta tese, serão estudadas as soluções de equações matriciais obtidas a partir da eq. (3.12). Portanto, tal método teórico aproxima-se da técnica de Zheng et al. fazendo uso exclusivo de momentos de ordem 4 de sinais complexos.

Da eq. (3.12), pode-se escrever uma equação matricial de dimensões infinitas.

$$R_\infty H_\infty = A_\infty \tag{3.13}$$

onde o vetor A_∞ e a matriz R_∞ tem suas componentes dadas por:

$$A_\infty(k) = \mathbb{E}\{a_n x_{n+p_k} x_{n+q_k} x_{n+\ell_k}\} , \qquad k \in \mathbb{Z} \tag{3.14}$$

$$R_{\infty}(i,k) = \mathbb{E}\{x_{n-i}\, x_{n+p_k}\, x_{n+q_k}\, x_{n+\ell_k}\}\,, \qquad i,k \in \mathbb{Z} \tag{3.15}$$

onde $p_k, q_k, \ell_k \in \mathbb{Z}$. Da eq. (A.21) do apêndice A e da eq. (3.15), conclui-se que a matriz R_{∞} tem como componente os cumulantes de ordem 4 do sinal x_n na saída do canal. Assim, a solução ideal H_{∞} é dada pela inversão da eq. (3.13), com base nas triplas que são elementos do espaço:

$$E = \{(p,q,\ell) \mid p \in \mathbb{Z},\ q \in \mathbb{Z},\ \ell \in \mathbb{Z}\} \tag{3.16}$$

O vetor A_{∞} é considerado não-disponível sob o ponto de vista autodidata, pois cada componente requer o conhecimento do sinal de entrada a_n, como pode ser visto da eq. (3.14). No entanto, é possível selecionar um sub-espaço $E_0 \subset E$ de modo a tornar nulas todas as componentes do vetor A_{∞}, salvo uma que é dependente da curtose de a_n, conhecida a priori, e de uma única amostra da resposta ao impulso do canal. Esta seleção permitirá realizar a inversão da eq. (3.13), cuja solução estará associada ao sub-espaço E_0. Os elementos de E_0 são obtidos a partir da substituição da eq. (3.10) na eq. (3.14), que fica na forma:

$$A_{\infty}(k) = \mathbb{E}\{a_n X_{n+p_k} X_{n+q_k} X_{n+\ell_k}\} = \sum_{i_1=-L}^{L} \sum_{i_2=-L}^{L} \sum_{i_3=-L}^{L} f_{i_1} f_{i_2} f_{i_3}$$

$$\mathbb{E}\left\{a_n a_{n+p_k-i_1} a_{n+q_k-i_2} a_{n+\ell_k-i_3}\right\} \tag{3.17}$$

Igualando a zero a eq. (3.17), para qualquer canal discreto finito, e lembrando que $\{a_n\}$ é i.i.d. e estacionária, obtém-se um subespaço $E_1 \subset E_0$, tal que os seus elementos fazem anular a esperança matemática que consta da igualdade mais a direita da eq. (3.17). Isto é, ao ser usada a hipótese de que a seqüência de entrada é branca, obtém-se:

$$E_1 = \{(p_k,q_k,\ell_k) \mid (|p_k| > L) \text{ ou } (|q_k| > L) \text{ ou } |\ell_k| > L\} \tag{3.18}$$

Da expressão (3.18) vê-se claramente que as triplas (p_k,q_k,ℓ_k) têm ao menos uma das suas componentes fora do horizonte do canal.

Ainda da expressão (3.17), obtém-se a componente não-nula de $A_{\infty}(k)$ ao ser imposto que a_n seja uma v.a. complexa, e escolhendo $p_k = q_k = \ell_k = 0$, $k = k_0$ (p. ex.). Logo, da eq. (3.17), tem-se que:

$$A_{\infty}(k_0) = \gamma f_0^3 \tag{3.19}$$

uma vez que a_n é complexo, pois neste caso: $\mathbb{E}\{a_n^2\} = 0$, e não há outra dependência com as amostras do canal que não seja f_0. Se a_n é uma v.a. real, $A_\infty(k_0)$ dependerá de todas as amostras f_i, $i \in [-L,L]$, pois o fator $\mathbb{E}\{a_n^2\} \neq 0$ constará de todos os termos de (3.17) que são não-nulos. Esta dependência completa com o canal não permitiria a utilização deste método no modo autodidata. No entanto, há ainda a dependência com f_0. Isto não causa problema pois, do ponto de vista autodidata, a presença de um dispositivo com controle automático de ganho (CAG) pode estimar a inversa do valor absoluto de f_0, isto é, $|f_0|^{-1}$ [93], [94]. No caso de um canal com resposta ao impulso complexa, a fase de f_0 pode ser estimada por um circuito de recuperação da portadora. Portanto, considerar tais dispositivos no sistema é equivalente a normalizar toda a resposta ao impulso do canal em relação a amostra principal f_0. Assim, a eq. (3.19) não mais dependerá de f_0.

Retornando a eq. (3.19), define-se o sub-espaço $E_2 \subset E_0$

$$E_2 = \{(p_k,q_k,\ell_k) \mid p_k = q_k = \ell_k = 0 \text{ e } k = k_0\} \tag{3.20}$$

Portanto, o espaço das triplas escolhidas para solucionar a eq. (3.13) é dado por:

$$E_0 = E_1 \cup E_2 \tag{3.21}$$

O vetor A_∞ tem a seguinte representação utilizando os elementos do espaço E_0:

$$A_\infty^1 = \zeta[...00...01000...00...]_{1x\infty}\,, \qquad \zeta = \gamma f_0^3 \tag{3.22}$$

Apesar do espaço E_0 ser um subconjunto do espaço E, a solução da eq. (3.13) com base nas triplas de E_0 é ainda ideal, pois o número de coeficientes do equalizador é infinito. No próximo item, o equalizador será considerado de comprimento finito.

Assim, é obtido um vetor A_∞ cujos componentes são nulos, salvo uma que depende do conhecimento a priori da curtose de a_n, tornando possível a utilização deste método no problema autodidata.

3.2.2 - O Equalizador de Comprimento Finito

Agora, irá se retomar o estudo na situação prática de um equalizador transversal H com (2N+1) coeficientes complexos. Seja a saída do equalizador

da Figura 1.2 dada por:

$$y_n = \sum_{i=-N}^{N} h_i x_{n-i} \quad , \qquad n \in \mathbb{N} \tag{3.23}$$

Pelo mesmo procedimento que resultou na eq. (3.12), da eq. (3.23) é obtido:

$$\mathbb{E}\{y_n x_{n+p_k} x_{n+q_k} x_{n+\ell_k}\} = \sum_{i=-N}^{N} h_i \, \mathbb{E}\{x_{n-i} x_{n+p_k} x_{n+q_k} x_{n+\ell_k}\} \tag{3.24}$$

É imposta a identificação (igualdade) entre o termo a esquerda da equação (3.24) e um vetor A de dimensão finita, cujas componentes representam algumas estatísticas desejadas para o sinal equalizado. Isto é, tomando como referência o vetor A_∞^t (eq.(3.22)), o vetor A é dado por:

$$A^t = \zeta\left[00...010...00\right]_{1x(2N+1)} \tag{3.25}$$

Assim, se chega a um sistema sobredeterminado de equações lineares, análogo ao sistema dado pela eq. (3.13):

$$R\ H = A \tag{3.26}$$

onde R é uma matriz com N_e linhas e (2N + 1) colunas, cujas componentes são representadas da mesma forma que aquelas da matriz R_∞ (eq.(3.15)). Deseja-se obter a solução de (3.26), com base nas triplas pertencentes a um espaço compacto E_c, onde evidentemente $E_c \subset E_0$, devido ao comprimento finito do equalizador.

Portanto, o vetor H é uma aproximação do vetor H_∞. H é obtido de (3.26) no sentido da minimização do erro quadrático (pseudo-inversa) [59]:

$$H = (R^\dagger R)^{-1} R^\dagger A \tag{3.27}$$

onde $R^\dagger$ é a matriz hermitiana da matriz R. Resta saber quais são todos os elementos do espaço E_c e, consequentemente, a quantidade máxima N_e destes elementos.

- obtenção do espaço E_c:

O espaço E_c pode ser composto pela união de um sub-espaço E_{1c} com o subespaço E_2, isto é:

$$E_c = E_{1c} \cup E_2 \tag{3.28}$$

onde o espaço E_{1c} é um subespaço de E_1. Como E_1 foi obtido a partir das componentes nulas do vetor A_∞ (eq. (3.17)), E_{1c} também é obtido a partir do anulamento do lado esquerdo da eq. (3.24), ou seja:

$$\mathbb{E}\{y_n x_{n+p_k} x_{n+q_k} x_{n+\ell_k}\} = 0 \tag{3.29}$$

onde as triplas $(p_k,q_k,\ell_k) \in E_1$.

Isto é, impondo que o equalizador **H** satisfaça (3.29), espera-se que a equalização seja alcançada em vista dos resultados obtidos no item 3.1, onde a identificação entre os cumulantes permitiu a equalização, e também devido à formulação da equalização ideal a partir da identificação entre momentos cruzados desenvolvida no item anterior. Os resultados a partir de (3.29) serão tão próximos àqueles da equalização ideal quanto maior for o comprimento de **H**.

Usando a eq. (3.24) em (3.29) e também a propriedade da estacionaridade, escreve-se:

$$\sum_{i=-N}^{N} h_i \, \mathbb{E}\{x_n x_{n+p_k+i} x_{n+q_k+i} x_{n+\ell_k+i}\} = 0 \tag{3.30}$$

Lembrando que a_n é uma v.a. i.i.d., complexa e simétrica, o momento de ordem 4 no somatório da eq. (3.30) é o cumulante de ordem 4 $C_{4,x}(p_k+i,\ q_k+i,\ \ell_k+i)$. Logo (3.30) é reescrito na forma:

$$\sum_{i=-N}^{N} h_i \, C_{4,x}(p_k+i,\ q_k+i,\ \ell_k+i) = 0 \tag{3.31}$$

Para evitar uma linha nula na matriz R, cujas componentes são os cumulantes de ordem 4, faz-se:

$$C_{4,x}(p_k+i,\ q_k+i,\ \ell_k+i) \neq 0, \text{ para alguns } i \in [-N,N] \tag{3.32}$$

ou ainda, substituindo a eq. (3.10) em (3.32)

$$\sum_{j_1=-L}^{L}\sum_{j_2=-L}^{L}\sum_{j_3=-L}^{L}\sum_{j_4=-L}^{L} f_{j_1} f_{j_2} f_{j_3} f_{j_4} \mathbb{E}\{a_{n-j_1} a_{n+p_k+i-j_2} a_{n+q_k+i-j_3} a_{n+\ell_k+i-j_4}\} =$$

$$= \gamma \sum_{j=-L}^{L} f_j f_{j+p_k+i} f_{j+q_k+i} f_{j+\ell_k+i} \neq 0, \quad \text{para algum } i \in [-N,N] \tag{3.33}$$

Para garantir que (3.33) não seja nula, para algum $i \in [-N,N]$, é necessário que:

$$|\beta + i + j| \leq L, \qquad \beta = p_k \text{ ou } q_k \text{ ou } \ell_k \tag{3.34}$$

Observando os limites de i e j, obtém-se os limites de β:

$$|\beta| \leq 2L + N \tag{3.35}$$

É necessário também que as diferenças temporais entre as amostras $f_{j+\beta+i}$ e $f_{j+\alpha+i}$ estejam no intervalo [-L,L], ou seja:

$$|\beta + i + j - (\alpha + i + j)| = |\beta - \alpha| \leq 2L, \ \alpha = p_k \text{ ou } q_k \text{ ou } \ell_k \tag{3.36}$$

Assim, a partir das expressões (3.35) e (3.36) e do espaço E_1 (eq. (3.18)), E_{1c} pode ser escrito como a intersecção entre os espaços E_1, E_{2c} e E_{3c}, isto é:

$$E_{1c} = E_1 \cap E_{2c} \cap E_{3c} \tag{3.37}$$

$$E_{2c} = \{(p_k,q_k,\ell_k) \mid (|p_k| \leq 2L+N) \text{ e } (|q_k| \leq 2L+N) \text{ e } (|\ell_k| \leq 2L+N)\} \tag{3.38}$$

$$E_{3c} = \{(p_k,q_k,\ell_k) \mid (|p_k-q_k| \leq 2L) \text{ e } (|p_k-\ell_k| \leq 2L) \text{ e } (|q_k-\ell_k| \leq 2L)\} \tag{3.39}$$

Desta forma, o espaço E_c dado por (3.28) tem todos os seus elementos determinados.

- Obtenção da quantidade de elementos de E_c:

O objetivo é determinar o número máximo N_e^{max} de equações do sistema sobredeterminado dado por (3.26), ou a quantidade de elementos do espaço E_c. Para isto irá se considerar as expressões (3.18), (3.20), (3.38) e (3.39), e também as propriedades de simetria dos cumulantes de ordem 4 expressas pela eq. (A.15) do apêndice A. Esta última visa evitar a degenerescência do sistema, ou seja, retirar algumas linhas que são repetidas na matriz R. Apesar desta repetição não alterar a solução final, ela aumenta a complexidade dos cálculos.

Para visualizar a formação do espaço E_c e determinar a quantidade N_e^{max}, um

diagrama esquemático foi construído e está mostrado na tabela T7. As setas indicam as combinações dos atrasos p, q, ℓ para a formação das triplas.

Tabela T7: Diagrama esquemático usado para determinar os elementos (triplas) do espaço E_c:

p	q	ℓ
(2L+N)	(2L+N)	(2L+N)
(2L+N-1)	(2L+N-1)	(2L+N-1)
(2L+N-2)	(2L+N-2)	(2L+N-2)
⋮	⋮	⋮
(L+N+1)	(L+N+1)	(L+N+1)
(L+N)	(L+N)	(L+N)
⋮	⋮	⋮
(L+1)	(L+1)	(L+1)
L	L	L
(L-1)	(L-1)	(L-1)
⋮	⋮	⋮
2	2	2
1	1	1
0	0	0
-1	-1	-1
-2	-2	-2
⋮	⋮	⋮
-(L-1)	-(L-1)	-(L-1)
-L	-L	-L
-(L+1)	-(L+1)	-(L+1)
⋮	⋮	⋮
-(L+N)	-(L+N)	-(L+N)
-(L+N+1)	-(L+N+1)	-(L+N+1)
⋮	⋮	⋮
-(2L+N-1)	-(2L+N-1)	-(2L+N-1)
-(2L+N)	-(2L+N)	-(2L+N)

horizonte do canal

Para selecionar as triplas através das setas que interligam as três colunas da esquerda para a direita, alguns aspectos retirados das expressões antes mencionadas são considerados:

- nenhuma tripla pode ter simultaneamente todas as suas componentes (atrasos) dentro do horizonte do canal, isto é, na região entre (-L) e L.

- quando consideram-se as simetrias entre os cumulantes de ordem 4, as triplas são obtidas da tabela T7 pela direção das setas:

  $p = q = \ell$: triplas das linhas horizontais. - $p \rightarrow q \rightarrow \ell$

  $p = q \neq \ell$: triplas da linhas horizontais entre p e q, e diagonais entre q e ℓ. - $p \rightarrow q \leftrightarrows \ell$

  $p \neq q \neq \ell$: triplas das linhas diagonais para cima, isto é, diagonais onde $p<q<\ell$. - $p \nearrow q \nearrow \ell$

- as linhas diagonais onde: $p > q$ e $\ell > q$, ou $p < q$ e $\ell < q$, produzem degenerescência; logo são evitadas. Isto é, na matriz R, a linha representada pelas triplas permitidas (p+i, q+i, ℓ+i), $i \in [-N,N]$, é simetricamente equivalente a outra linha já considerada no esquema acima:

  - no caso $p > q$ e $\ell > q$: (q+i, ℓ+i, p+i) ou (q+i, p+i, ℓ+i)

  - no caso $p < q$ e $\ell < q$: (ℓ+i, p+i, q+i) ou (p+i, ℓ+i, q+i)

  diagramaticamente, tem-se, p. ex., as seguintes equivalências:

  $p > q$ e $\ell > q$: $p \searrow q \nearrow \ell \equiv q \nearrow \ell \rightarrow p$ ou trocando entre si os valores de p e ℓ.

  $p < q$ e $\ell < q$: $p \nearrow q \searrow \ell \equiv \ell \rightarrow p \nearrow q$ ou trocando entre si os valores de p e ℓ.

- das propriedades de simetria expostas na expressão (A.16) do apêndice A se conclui que não há chance de reduzir o sistema (não há degenerescência),pois as triplas (p+i, q+i, ℓ+i), $i \in [-N,N]$, que definem uma linha da matriz R (eq.(3.32)), não encontram correspondentes simétricas dadas, por exemplo, pela tripla (-p+i, q-p+i, ℓ-p+i), $i \in [-N,N]$.

Considerando o diagrama esquemático da tabela T7, e seus aspectos relevantes acima mencionados, tem-se:

a) para $N \leq L$:

i) $p = q = \ell$: 2(L+N) equações

ii) $p = q \neq \ell$

- $p > L$:

número de equações \ p	2L+N	2L+N-1	2L+N-2	....	L+1
para baixo	2L	2L	2L	....	2L
para cima	0	1	2	....	L+N-1
total	$(L+N)\left[2L + \frac{(L+N-1)}{2}\right]$				

- $0 < p \leq L$:

número de equações \ p	L	L-N	....	N	N-1	....	1
para baixo	0	1	....	L-N	L-N+1	....	L-N+N-1
para cima	L+N	L+N	....	L+N	L+N-1	....	L+N-(N-1)
total	$(L-N+1)\left[L+N+\frac{(L-N)}{2}\right] + 2L(N-1)$						

- $p = 0$: 2L equações

Para $p < 0$, utiliza-se a simetria em relação a $p > 0$:

- $0 > p > -L$: $(L-N+1)\left[L+N+\frac{(L-N)}{2}\right] + 2L(N-1)$ equações.

- $p < -L$: $(L+N)\left[2L+\frac{(L+N-1)}{2}\right]$ equações.

iii) $p \neq q \neq \ell$, $p < q < \ell$:

- $L < p \leq 2L + N - 2$:

$q - p = 1$:

$(\ell - p)$	2	3	....	L+N-1	sub-total
número de equações	L+N-2	L+N-3	....	L+N-(L+N-1)	$\frac{(L+N-2)(L+N-1)}{2}$

$q - p = 2$:

$(\ell - p)$	3	....	L+N-1	sub-total
número de equações	L+N-3	....	1	$\frac{(L+N-3)(L+N-2)}{2}$

$\vdots$

$q - p = L + N - 2 : \ell - p = L + N - 1$

número de equações: $\frac{[L+N-(L+N-1)][L+N-(L+N-2)]}{2} = 1$

A soma dos sub-totais neste caso, tem a seguinte forma:

$$\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{L+N-2} i(i+1) = \frac{(L+N)(L+N-1)(L+N-2)}{6} \text{ equações.}$$

- $|p| \leq L$: a seguinte tabela T_a do número de equações é montada:

ℓ \ p	-L	-L+1	-L+2	...	-1	0	1	...	N	(N+1)	...	L
L+1	0	2L-1	2L-1	...	2L-1	2L-1	2L-1	...	2L-1	2L-2	...	2L-(L-N+1)
L+2	0	0	2L-2	...	2L-2	2L-2	2L-2	...	2L-2	2L-3	...	2L-(L-N+2)
L+3	0	0	0	...	2L-3	2L-3	2L-3	...	2L-3	2L-4	...	2L-(L-N+3)
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
L+L+N-1	0	0	0	...	0	0	0	...	2L-(L+N-1)	2L-(L+N)	...	1
L+L+N	0	0	0	...	0	0	0	...	2L-(L+N)	2L-(L+N+1)	...	0

Para poder obter uma forma representativa da soma do número de equações neste caso, a tabela T_a é completada a sua direita pela tabela T_b abaixo:

ℓ				
L+1	[2L-(L-N+2)]	[2L-(L-N+3)]	....	1
L+2	[2L-(L-N+3)]	[2L-(L-N+4)]	....	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
L+L+N-3	2	1	....	0
L+L+N-2	1	0	....	0
L+L+N-1	0	0	....	0
L+L+N	0	0	....	0

Em seguida, a tabela T_b acima é somada e subtraída à tabela T_a, com correspondência linha a linha, sendo obtido:

número de equações, neste caso:

$$(L+N)\ \frac{2L(2L-1)}{2} - \sum_{i=1}^{L+N-2} i(i+1) = (L+N)L(2L-1) - \frac{(L+N)(L+N-1)(L+N-2)}{6}$$

- $\left[-(2L+N)\right] \leq p \leq -\left[(L+1)\right]$:

$q - p = 1$:

$(\ell - p)$	2	3	....	2L	sub-total
número de equações	L+N	L+N	....	L+N	(2L-1)(L+N)

$q - p = 2$:

$(\ell - p)$	3	....	2L	sub-total
número de equações	L+N	....	L+N	(2L-2)(L+N)

$\vdots$

$q - p = 2L - 1$: $\ell - p = 2L$

número de equações: $\left[2L-(2L-1)\right](L+N)$

A soma dos sub-totais neste caso, tem a seguinte forma:

$$(L+N) \sum_{i=1}^{2L-1} i = L(2L-1)(L+N)$$

O resultado final do número de equações N_e^{max}, para $N \leq L$, é a soma de todas as somas totais e subtotais, incluindo o caso $p_k = q_k = \ell_k = 0$:

$$N_e^{max} = L\left[5N-1+L(4L+3)\right] + N(1+4L^2) + (L+1)(3L+N) + 1 \qquad (3.40)$$

Da eq. (3.40) é visto que N_e^{max} depende de N e L^3. Os seguintes exemplos mostram a complexidade do sistema de equações:

número de equações

$L = N = 1$: 25

$L = 2$ e $N = 1$: 91

$L = 3$ e $N = 1$: 225

$L = 3$ e $N = 3$: 337

$L = 5$ e $N = 3$: 1057

b) N > L:

i) $p = q = \ell$: 2(L+N) equações.

ii) $p = q \neq \ell$

∘ $p > L$

número de equações \ p	2L+N	2L+N-1	....	L+1
para baixo	0	1	....	2L
para cima	2L-0	2L-1	....	2L-2L
sub-total	3L(2L+1)			

∘ $|p| \leq L$

número de equações \ p	L	L-1	L-2	....	-L
para baixo	0	1	2	....	2L
para cima	2L-0	2L-1	2L-2	....	2L-2L
sub-total	2L(2L+1)				

∘ $p < -L$: O número de equações é igual ao caso $p > L$: 3L(2L+1)

iii) $p \neq q \neq \ell$, $p < q < \ell$:

∘ $L < p \leq 2L + N - 2$

$q - p = 1$:

$(\ell - p)$	2	3	....	2L	sub-total
número de equações	L+N-2	L+N-3	....	L+N-2L	$(L+N)(2L-1) - \frac{(2L)(2L+1)}{2} + 1$

$q - p = 2$:

$(\ell - p)$	3	....	2L	sub-total
número de equações	L+N-2	....	L+N-2L	$(L+N)(2L-2) - \frac{(2L)(2L+1)}{2} + 1 + 2$

⋮

$q - p = 2L - 1$: $\ell - p = 2L - 1$

número de equações:

$$(L+N+2L) = (L+N)(2L-(2L-1)) - \frac{(2L)(2L+1)}{2} + 1 + 2 + \ldots + (2L-1)$$

O sub-total de equações neste caso:

$$\frac{(L+N)(2L-1)(2L)}{2} - \frac{(2L-1)(2L)(2L+1)}{2} + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2L-1} i(i+1) =$$

$$= \frac{(L+N)(2L-1)(2L)}{2} - \frac{(2L-1)(2L)(2L+1)}{3}$$

- $|p| \leq L$: a seguinte tabela T_c do número de equações é montada:

ℓ \ p	(-L)	(-L+1)	(-L+2)	....	(L-3)	(L-2)	(L-1)	L
L+1	0	2L-1	2L-1	....	2L-1	2L-1	2L-1	2L-1
L+2	0	0	2L-2	....	2L-2	2L-2	2L-2	2L-2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
L+L-1	0	0	0	....	0	2	2	2
L+L	0	0	0	....	0	0	1	1

Na tabela T_c, o grupo de zeros forma um triângulo. A esta tabela é somada e subtraida, nos termos correspondentes, a tabela T_d abaixo, que também tem uma forma triangular:

ℓ \ p	(-L)	(-L+1)	(-L+2)	....	(L-3)	(L-2)
(L+1)	2L-1	0	0	....	0	0
(L+2)	2L-2	2L-2	0	....	0	0
(L+3)	2L-3	2L-3	2L-3	....	0	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
(L+L-1)	2	2	2	....	2	0
(L+L)	1	1	1	....	1	1

Neste caso, é obtido o seguinte número de equações:

$$(2L+1)\,\frac{(2L-1)(2L)}{2} - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2L-1} i(i+1) = \frac{(2L-1)(2L)(2L+1)}{3}$$

- $\left[-(2L+N)\right] \le p \le \left[-(L+1)\right]$

$q - p = 1$:

$(\ell - p)$	2	....	2L	sub-total
número de equações	L+N	....	L+N	(2L-1)(L+N)

$q - p = 2$:

$(\ell - p)$	3	....	2L	sub-total
número de equações	L+N	....	L+N	(2L-2)(L+N)

⋮

$q - p = 2L - 1$: $(\ell - p) = 2L$

número de equações: $\left[2L-(2L-1)\right]$ (L+N)

Neste caso, o número total de equações é dado por: $(L+N)\sum_{i=1}^{2L-1} i = \frac{(L+N)(2L)(2L-1)}{2}$

Finalmente, é possível obter a quantidade total N_e^{max} de equações do sistema para o caso N > L, ao somar todos os totais e subtotais, incluindo o caso $p_k = q_k = \ell_k = 0$, isto é:

$$N_e^{max} = 2(L+N)\left[1+(2L-1)L\right] + 8L(2L+1) + 1 \qquad \textbf{(3.41)}$$

Como em (3.40), N_e^{max} depende de N e L^3. Alguns exemplos, ilustram a complexidade:

	número de equações
L = 1 e N = 2 :	25
L = 1 e N = 3 :	41
L = 3 e N = 5 :	425
L = 5 e N = 20 :	2741

A solução da eq. (3.26) depende dos valores de L e N. Como há uma dependência linear com N, a complexidade de (3.26) não cresce tão rápida quando N cresce. Logo, não haverá problemas muito graves em relação ao comprimento de **H**. No

entanto, quando os zeros de **F** se aproximam da CRU, a distorção vai se tornando cada vez mais forte, havendo a necessidade de N ser grande o suficiente para equalizar o canal. Já a dependência sobre L é mais importante, pois o número de equações em (3.26) depende de L^3 e, assim, a complexidade cresce muito mais rapidamente com L do que com N.

- Não-singularidade da Matriz $R^{\dagger}R$:

Para completar a análise teórica sobre a solução do sistema de equações (3.26), resta verificar as condições de inversão da matriz $(R^{\dagger}R)$ na eq.(3.27).

A pseudo-inversa dada pela eq. (3.27) existirá se a matriz $R^{\dagger}R$ é não-singular. Neste caso, como o posto da matriz $R^{\dagger}R$ é igual ao posto da Matriz R, basta analisar a independência linear entre as colunas de R para o sistema sobredeterminado ou determinado [59]. Assim, R é reescrito na forma:

$$R = \left[(V_1)_{Ux1} \ldots (V_M)_{Ux1}\right]_{UxM} \tag{3.42}$$

onde U é o número de linhas (equações) da matriz R e M é o número de componentes do vetor H. Os vetores V_i são definidos a partir da eq. (3.15):

$$(V_i)_{Ux1} = \left(\mathbb{E}\{x_{n-i}\, x_{n+p_k}\, x_{n+q_k}\, x_{n+\ell_k}\}\right)_{Ux1}, \quad k=1,\ldots,M;\ i=1,\ldots,U \tag{3.43}$$

Se os vetores V_i e V_j satisfizerem a relação de dependência linear:

$$V_i = \eta V_j \quad , \qquad i \neq j \tag{3.44}$$

para algum i,j = 1,...,M, e η constante e diferente de zero, então R é uma matriz singular.

O sinal x_n é estacionário. Então, pode-se escrever as componentes $V_i(k)$ dos vetores V_i definidos em (3.43), com a ajuda da eq. (3.33), na seguinte forma:

$$V_i(k) = \gamma \sum_{n=-L}^{L} f_n\, f_{n+p_k+i}\, f_{n+q_k+i}\, f_{n+\ell_k+i} \tag{3.45}$$

Fazendo a comparação entre cada uma das componentes individuais dos vetores V_i e V_j, i ≠ j, usando a eq. (3.45), tem-se:

$$V_i(k) - \eta V_j(k) = \gamma \sum_{n=-L}^{L} f_n \left(f_{n+p_k+i} f_{n+q_k+i} f_{n+\ell_k+i} - \eta f_{n+p_k+j} f_{n+q_k+j} f_{n+\ell_k+j} \right) \qquad (3.46)$$

Como $i \neq j$, não é evidente que a eq. (3.46) seja nula, $\forall k$, $k = 1,...,M$ e para qualquer η. Para anular a eq. (3.46), seria necessário que as amostras da resposta ao impulso do canal e/ou a constante η fossem particulares, caracterizando um caso patológico.

Portanto, de uma maneira geral,pode-se dizer que a matriz R é composta de vetores-colunas linearmente independentes, e, portanto, $(R^{\dagger}R)$ é inversível. Logo, a eq.(3.26) tem solução.

3.2.3 - Análise de Resultados Analíticos

O objetivo deste item é investigar a potencialidade do método proposto, bem como validá-lo através de exemplos numéricos num ambiente rádio-digital.

Inicialmente será verificado o comportamento do método em relação ao número de coeficientes do equalizador. Foram feitos vários cálculos, utilizando vários canais rádio-digitais discretos de comprimentos variáveis, baseados na eq. (3.27) que considera o número máximo N_e^{max} de equações no sistema. As tabelas selecionadas e expostas a seguir são representativas em geral.

Considere, inicialmente, um canal com as seguintes características: $\rho = 0,7$; $\Delta f = 0$ e $\tau = 6,3$ nseg. O sistema tem modulação 64-QAM, excesso de faixa $\alpha = 0,3$ e taxa de transmissão 140 Mbit/s.

A tabela T8 compara as respostas ao impulso do canal f_n, cujo comprimento é de 3 amostras (L = 1), e global g_n, para vários números (2N+1) de coeficientes do equalizador. Na tabela estão mostradas as amostras mais importantes de g_n, no sentido de maior contribuição para a IES, além da amostra principal g_0.

É visto da tabela T8 que a equalização melhora quando o número de coeficientes do equalizador cresce. No entanto, a complexidade computacional também cresce. Este resultado numérico confirma os resultados previstos do desenvolvimento teórico deste capítulo.

Tabela T8: Resposta ao impulso do canal (f_n) e global(g_n), com o equalizador usando (2N+1) coeficientes calculados pelo método linear dos momentos de ordem 4, utilizando N_e^{max} equações.

		g_n						
	2N+1	3	5	7	9	11	21	f_n
	N_e^{max}	25	37	41	45	49	69	2L+1=3
n	-2	-0,0026	$-0,11\times10^{-4}$	$-0,1879\times10^{-5}$	$-0,1162\times10^{-5}$	$-0,1323\times10^{-5}$	$-0,8103\times10^{-7}$	0
	-1	-0,0056	$-0,1431\times10^{-3}$	$-0,1325\times10^{-4}$	$-0,9663\times10^{-5}$	$-0,1092\times10^{-4}$	$-0,7514\times10^{-5}$	-0,0524
	0	0,9991	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0,9832
	1	-0,1574	-0,042	-0,0017	$-0,6651\times10^{-4}$	$-0,1556\times10^{-4}$	$-0,1172\times10^{-4}$	-0,1696
	2	-0,0029	$-0,7907\times10^{-3}$	$-0,3165\times10^{-4}$	$-0,1072\times10^{-5}$	$-0,1427\times10^{-5}$	$-0,1201\times10^{-5}$	0

A tabela T9 compara os resultados numéricos entre o método linear dos momentos de ordem 4 (MLθ4) e o critério de minimização do erro quadrático médio (MEQM), obtidos das equações (3.27) da 2ª parte e (3.29) da 1ª parte da tese, respectivamente. O canal e o sistema são os mesmos usados na tabela T7, salvo que a distorção é maior (ρ = 0,95), o número de amostras do canal é 7 (L = 3) e o número de coeficientes do equalizador **H** é 41 (N = 20). Além destes dados, a relação sinal-ruído usada é de 30 dB. Este exemplo tem carater puramente teórico, pois nos sistemas rádio-digitais de alta capacidade atuais, é inviável este comprimento para **H**. Como na tabela T7, aqui são consideradas as principais amostras de g_n. O número de equações, usados no MLθ4, foi calculado por (3.41), resultando em 905.

Da tabela T9, observa-se que o método MLθ4 é superior ao critério MEQM.

Os resultados apresentados na Figura 3.4 correspondem a uma análise mais completa sobre o desempenho analítico do MLθ4 num sistema rádio-digital. Nesta figura, foi aplicado o MLθ4 usando vários conjuntos de triplas do espaço E_c, para a obtenção das curvas de assinaturas do sistema. Tal sistema tem as mesmas características usadas na tabela T7, salvo a variação de ρ e Δf (normalizada em relação a taxa de símbolos).

Na tabela T10 são mostrados os conjuntos de triplas correspondentes a cada uma das curvas da Figura 3.4. A tripla (0,0,0) corresponde ao coeficiente central h_0 de **H**. As triplas que formam os conjuntos E_i, i = 1,...,4, foram selecionadas do espaço E_c observando o critério de correlações mais importantes entre as amostras do sinal na saída do canal. Este mesmo raciocínio foi usado para selecionar as fatias diagonais dos momentos de ordem 4 entre as amostras do si-

nal na saída do equalizador, no final do item 3.1.1.

Os conjuntos E_i, i = 1,...,4, e E_c, são aqueles que deram os resultados mais significativos para a análise desejada.

Tabela T9: Comparação entre as respostas ao impulso do canal (f_n) e global (g_n), calculada pelo método linear dos momentos de ordem 4 (MLθ4) e o critério de minimização do erro quadrático médio (MEQM). Relação sinal-ruído = 30 dB.

n	f_n	g_n	
		MLθ4	MEQM
-4	0	$-0,3187\text{x}10^{-5}$	-0,0080
-3	-0,0163	$-0,1092\text{x}10^{-4}$	-0,0066
-2	0,0341	$-0,1846\text{x}10^{-3}$	-0,0044
-1	-0,0875	$-0,6369\text{x}10^{-3}$	-0,0033
0	0,7901	0,9959	0,9979
1	-0,5989	-0,0095	-0,0018
2	0,0811	$-0,3172\text{x}10^{-3}$	$-0,6682\text{x}10^{-3}$
3	-0,0326	$0,2518\text{x}10^{-3}$	-0,0026
4	0	$0,1151\text{x}10^{-4}$	-0,0225

A Figura 3.4 mostra claramente que o desempenho do sistema determinado de equações pode ser melhor do que o desempenho do sistema sobredeterminado de equações. Entretanto, a curva do conjunto E_2 mostra ser necessário escolher apropriadamente o conjunto de triplas. Isto é, os efeitos benéficos da diminuição na complexidade do cálculo, associados por sua vez ao bom desempenho do sistema, são dependentes das correlações mais representativas incluídas no sistema. Por exemplo, nas componentes das triplas do conjunto E_2 não constam o atraso de uma unidade em relação as componentes da tripla central (0,0,0). Esta é a razão do mal desempenho deste conjunto em comparação com os demais, pois a resposta ao impulso do canal discreto rádio-digital tem como interferente mais importante a amostra vizinha à principal. Os conjuntos E_1, E_3 e E_4 contemplam tal atraso em algumas das suas triplas. Os conjuntos E_1 e E_4 tem seus desempenhos comparáveis àqueles dos critérios MEQM e FZ (Figura 3.3). Para melhorar o desempenho do caso sobredeterminado (curva E_c), é necessário crescer o número de coeficientes de **H**. Neste caso, também é aumentada a complexidade do sistema.

Este exemplo mostra que no conjunto E_c constam triplas que fornecem informações de correlação mais ou menos importantes para o sistema de equações escolhido. A melhor escolha depende do conhecimento genérico sobre o modelo do canal. Por exemplo, no caso do canal rádio-digital, sabe-se que o modelo fornece uma resposta ao impulso genérica que permite afirmar: 1º) o número de amostras mais importantes para uma contribuição efetiva à IES é 6, três à esquerda e 3 à direita da amostra principal; 2º) visando à solução inversa da eq. (3.26) através de algoritmos cegos e procurando evitar estimativas polarizadas dos momentos de ordem 4, deve-se escolher triplas que, além de satisfazerem as condições de validade do MLθ4, devem estar o mais próximo possível de fatias diagonais, não deixando de incluir atrasos de uma unidade em relação à amostra principal.

Ainda deste exemplo é possível inferir a incapacidade de um método semelhante a este, usando momentos de ordem 2 ao invés de 4, para equalizar um canal FNM. Além de ser cego em relação a fase do canal e de sofrer a influência de ruído, tal método, desenvolvido de maneira equivalente ao itens 3.2.1 e 3.2.2, não permitiria usar correlações do tipo $\mathbb{E}\{x_n x_{n+p}\}$ para p dentro do horizonte do canal. Isto é, se os interferentes mais importantes são os vizinhos imediatos à amostra principal, um canal definido no horizonte temporal [-1,1] não seria satisfatoriamente equalizado pois as informações contidas nas correlações acima para $|p| \geq 2$ não são tão ricas quanto às contidas para $p = \pm 1$.

Portanto, algum conhecimento genérico sobre a forma da resposta ao impulso é necessário para um bom desempenho do método proposto. É importante, p. ex., ter o conhecimento do comprimento (2L+1) do canal. Várias técnicas, não estudadas nesta tese, são empregadas para este fim [58], [100].

Tabela T10: Conjuntos das triplas correspondentes as curvas das assinaturas na Figura 3.4.

	TRIPLAS
E_1	(3,3,4) (2,2,4) (1,1,4) (0,0,0) (-1,-1,-4) (-2,-2,-4) (-3,-3,-4)
E_2	(4,4,4) (3,3,4) (2,2,4) (0,0,0) (-2,-2,-4) (-3,-3,-4) (-4,-4,-4)
E_3	(1,1,4) (0,1,4) (0,0,4) (0,0,0) (0,0,-4) (0,-1,-4) (-1,-1,-4)
E_4	(2,2,4) (1,1,4) (0,0,4) (0,0,0) (0,0,-4) (-1,-1,-4) (-2,-2,-4)
E_c	número de triplas: $N_e^{max} = 337$

Finalmente, o desempenho superior dos conjuntos E_1, E_3 e E_4 sobre o conjunto E_c é explicado com base no fato de que a dimensão do espaço onde está a solução desejada é dada pela ordem do equalizador. Isto é, usando E_c na eq. (3.26), o número de linhas em R torna-se bastante superior ao número de coeficientes do equalizador. Assim, a solução H dada pela eq. (3.27) é um estimador ótimo que minimiza a norma do erro quadrático da eq. (3.26). Por outro lado, escolhendo apropriadamente um conjunto de triplas cujo número de elementos é igual ao número de coeficientes de H, a solução de (3.26) é dada diretamente pela inversa: $H = R^{-1}A$. Isto é, o vetor H procurado está sobre o espaço que contém a solução desejada.

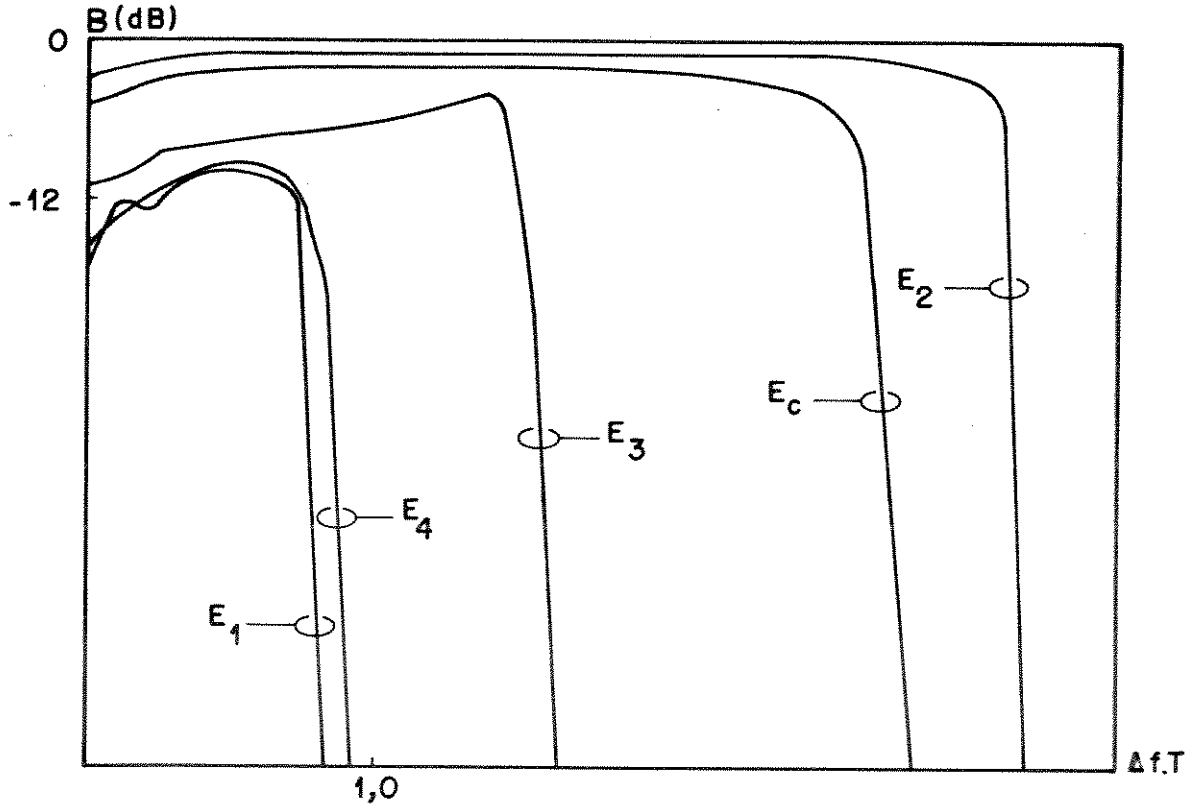


Fig. 3.4 - Assinaturas do sistema com equalização, relativas ao método linear dos cumulantes de ordem 4. Os conjuntos de triplas E_1, E_2, E_3, E_4 e E_c estão definidos na tabela T10.

Concluindo, neste capítulo primeiramente foi utilizado um critério de identificação entre certos momentos de ordem 4 dos sinais da entrada e da saída de um sistema de desconvolução num ambiente de comunicações digitais com modulação complexa. Determinou-se os coeficientes ótimos, em relação a este critério, de um equalizador transversal complexo síncrono para um canal de FNM. A utilização de momentos de ordem 4 do sinal $y_n = \sum_k (h_k\, x_{n-k})$ na saída do equalizador implica na formação de um sistema de equações não-lineares de ordem 4 em h_k, devido à presença de termos do tipo $\mathbb{E}\{y_n\, y^3_{n+\beta}\}$, $\beta \in \mathbb{Z}$.

Mostrou-se finalmente que os coeficientes obtidos a partir deste critério, por um método do tipo Newton-Raphson levará à obtenção da RI global desejada. Em seguida, procurando usar um sistema linear, o critério de equalização foi modificado no sentido de identificar os momentos cruzados dos sinais y_n e a_n, respectivamente, com o produto triplo dos sinais x_n na entrada do equalizador. Esta identificação foi obtida a partir da igualdade (3.11), ou seja, este novo critério corresponde a uma forçagem de equalização. As equações derivadas formam um sistema linear em h_k, são do tipo: $\mathbb{E}\{a_n\ x_{n+p}\ x_{n+q}\ x_{n+\ell}\} = \mathbb{E}\{y_n\ x_{n+p}\ x_{n+q}\ x_{n+\ell}\}$, onde p,q,ℓ são escolhidos de modo a permitir uma solução autodidata ao problema. É evidente na equação acima a ausência de potências maiores do que 1 em h_k.

A solução do sistema linear sobredeterminado assim obtido é dada pela pseudo-inversa, de modo semelhante a solução dada pela otimização de um filtro de Wiener. Isto é, a solução é do tipo $H = (R^{\dagger}R)^{-1}R^{\dagger}A$, onde R é uma matriz cujas componentes são momentos de ordem 4 do sinal disponível x_n e A é um vetor onde há uma única componente não-nula que depende da amostra principal do canal desconhecido. Sendo assim, é possível propor uma solução recursiva para a estimação do conjunto ótimo dos coeficientes do equalizador. Além disso, como a amostra principal do canal pode também ser estimada por um algoritmo adaptativo, é possível aplicar esta técnica ao problema da equalização cega de canais de fase mista, mínima ou máxima.

As aplicações deste capítulo foram voltadas para os sistemas rádio-digitais de microondas e de alta capacidade. Atualmente, a tecnologia presente em tais sistemas não permite uma grande complexidade nos dispositivos de equalização. Porém, com a tecnologia VLSI e outras que surgirão, imaginamos que o aumento da complexidade dos equalizadores, visando melhorar o desempenho dos sistemas, não causará problemas de realização. Portanto, os resultados aqui obtidos, utilizando momentos de ordem 4, poderão ser úteis no futuro, já que são semelhantes, e até melhores em alguns casos, aos resultados obtidos por métodos clássicos, tais como MEQM e FZ.

Por último, é importante ressaltar que os métodos dos momentos de ordem 4 aqui desenvolvidos também podem ser empregados, em princípio e de forma conveniente, não só a qualquer canal de comunicações como também a outras aplicações de processamento de sinais, p.ex., em desconvolução sísmica. Nesses tipos de aplicações, onde um processamento em tempo real não é necessário, os métodos aqui propostos já se apresentam como uma solução interessante.

CAPÍTULO 4

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

A equalização cega é ainda um tema aberto, onde várias teorias e seus algoritmos têm sido propostos e questionados a respeito de suas ações efetivas sob diversas situações dos sistemas.

Nesta parte da tese, foram apresentados os principais elementos que compõem o problema da equalização cega e também foram expostas as principais filosofias utilizadas e suas respectivas dificuldades.

Equalizadores cujos coeficientes são ajustados por algoritmos baseados exclusivamente em momentos de ordem 2 dos sinais de sua saída, não equalizam a fase de um canal de fase não-mínima (FNM). Como conseqüência, este resultado obriga ao uso de sinais não-gaussianos na entrada do sistema.

O bom desempenho dos algoritmos no modo de decisão dirigida (período de rastreio) é determinado pela capacidade destes algoritmos em atingirem o entorno do ponto ótimo de operação no modo autodidata (período de aquisição). Alguns algoritmos cegos foram estudados com o objetivo de verificar este comportamento, analisando os aspectos da velocidade de convergência, robustez, consistência e complexidade numérica.

Para canais FNM com resposta ao impulso finita sem zeros sobre a CRU, a atuação do algoritmo de Godard tem se mostrado superior a de outros algoritmos cegos, tanto em simulações computacionais como em simulações experimentais [14]. Tal comportamento é previsto pela teoria de Shalvi-Weinstein [101], onde é garantido haver um único mínimo global e possíveis pontos de sela como pontos estacionários num funcional baseado em momentos de ordem 2 e 4 do sinal de saída do equalizador. Isto implica em robustez dos algoritmos obtidos a partir do funcional, quando usados no modo de autodidata. Outros funcionais, cujos algoritmos têm sido implementados na prática, apresentam condições semelhantes, porém são mais restritivos quanto à robustez [14], [31], [38], [89]. De um modo geral, a convergência do algoritmo de Godard, no período de

aquisição, é mais lenta do que a de outros algoritmos menos robustos, mesmo para canais com fraca e média distorção. Não foram encontrados na literatura disponível estudos comparativos sobre o relacionamento entre a velocidade de convergência e a robustez dos algoritmos. Os resultados dos trabalhos sobre equalização cega parecem indicar que quanto mais robusto é um algoritmo, menor é a sua velocidade de convergência, e vice-versa [84]-[104].

Os algoritmos derivados da teoria de predição e retropredição foram abordados nesta tese de forma qualitativa [84], [93]. Seu desempenho depende da atuação no período de aquisição onde, para inicializá-lo, há a necessidade de se conhecer o tipo de distorção do canal, classificado conforme a maior contribuição à distorção: se é da parte de fase máxima do canal ou da parte de fase mínima.

Foi mostrado, a partir da resolução de um sistema de equações não-lineares, que é possível a equalização usando-se apenas estatística de ordem 4.

Em seguida, um método linear de equalização com base nos momentos de ordem 4 foi proposto. O método utiliza um sistema de equações lineares em relação aos coeficientes de um equalizador transversal, o qual permite uma solução pseudo-inversa independente do sinal na saída do equalizador. Os resultados analíticos obtidos confirmam sua efetividade. É possível que o método permita uma solução adaptativa através de algoritmos cegos. Devido ao método, tais algoritmos seriam independentes do sinal na saída do equalizador ou do símbolo decidido, e teoricamente imunes ao ruído gaussiano. Possivelmente, tais algoritmos podem ser baseados tanto na técnica do gradiente como na técnica de estimação recursiva da inversa da matriz de momentos de ordem 4, de forma semelhante como é feito na técnica dos mínimos quadrados recursivos.

Todos os algoritmos de nosso conhecimento, baseados em momentos de ordens superiores, necessitam realizar as estimações destes momentos [94]-[101]. Isto aumenta consideravelmente a complexidade computacional, além de exigir estimadores confiavelmente não-polarizados e um período reservado para suas inicializações, onde não é realizado o ajuste do equalizador.

Atualmente, os esforços têm sido concentrados no estabelecimento de restrições e critérios que garantam a operação dos algoritmos nas regiões admissíveis do espaço de parâmetros do equalizador. Admissibilidade de um algoritmo é a sua habilidade em garantir a convergência para a vizinhança do conjunto ótimo de

parâmetros, a partir de inicializações arbitrárias, onde é garantida fazer decisões corretas.

Recentemente foi proposto um algoritmo de filtragem adaptativa rápida, baseado na técnica dos mínimos quadrados recursivos com restrições lineares [106]. Parece sugestivo tentar aproveitar a rapidez deste algoritmo nos esquemas de equalização cega, usando restrições lineares que envolvam, por exemplo, os momentos de ordens superiores. Assim, talvez fosse possível melhorar o compromisso entre robustez e velocidade de convergência.

APÊNDICE A

CUMULANTES

DEFINIÇÕES, PROPRIEDADES E RESULTADOS

Seja $V = Col(v_1, v_2, ..., v_k)$ e $X = Col(x_1, x_2, ..., x_k)$ onde $(x_1, x_2, ..., x_k)$ é uma coleção (Col) de variáveis aleatórias. O cumulante de ordem -K destas variáveis aleatórias é definido como o coeficiente de $(v_1\ v_2 ...\ v_k)$ na expansão em série de Taylor (supondo que exista) da função geratriz de cumulantes

$$K(v) = Ln\{\mathbb{E}[\exp(jV^tX)]\} = Ln\{M(v)\} \qquad \textbf{(A.1)}$$

onde M(v) é a função geratriz dos momentos conjuntos ou função característica do vetor X. O cumulante de ordem-K é portanto definido em termos de seus momentos conjuntos de ordem até K ($m_x(I_p)$), definidos por [82]:

$$C_{K,x}(I) = \sum_{U_{p=1}^{q} I_p = I} (-1)^{q-1}(q-1)! \prod_{p=1}^{q} m_x(I_p) \qquad \textbf{(A.2)}$$

onde $U_{p=1}^{q} I_p = I$ representa somatório sobre todas as partições do conjunto $I \subseteq I_x$, $I_x = \{1, 2, ..., K\}$. I_x é o conjunto de índices das componentes do vetor X. X_I é um vetor formado das componentes de X cujos índices pertencem a I.

- *Espectro do cumulante de ordem-K: Poliespectro*

$$S_{K,x}(W_1, W_2, ..., W_{K-1}) = \sum_{p_1=-\infty}^{\infty} ... \sum_{p_{K-1}=-\infty}^{\infty} C_{K,x}(p_1, ..., p_{K-1}) \exp\left[-j \sum_{i=1}^{K-1} W_i p_i\right] \qquad \textbf{(A.3)}$$

Condição de suficiência para (A.3) convergir:

$$\sum_{p_1=-\infty}^{\infty} ... \sum_{p_{K-1}=-\infty}^{\infty} \left| C_{K,x}(p_1, ..., p_{K-1}) \right| < \infty$$

- *Função característica de um vetor gaussiano X, de vetor médio X_m e matriz covariância Λ_x, resultante de uma transformação linear de um processo gaussiano $\{a_n\}$ na entrada de um sistema linear [83]:*

$$M(v) = \exp\left[jV^tX_m - \frac{1}{2} V^t\Lambda_x V\right] \qquad \textbf{(A.4)}$$

Aplicando a definição (A.1) em (A.4), tem-se:

$$K(V) = jV^tX_m - \frac{1}{2} V^t\Lambda_x V \qquad \textbf{(A.5)}$$

De (A.5) se vê claramente que os cumulantes de ordem igual ou superior a 3 são nulos, quando a seqüência de entrada $\{a_n\}$ é gaussiana. Logo: $C_{K,x} = 0$ e $S_{K,x} = 0$, $K \geq 3$.

- **Propriedade:**

Sejam as coleções de variáveis aleatórias X e Y independentes. Seja a função geratriz de cumulantes $K_z(V)$ relativa a coleção de variáveis aleatórias z_i, onde:

$$z_i = x_i + y_i \qquad \textbf{(A.6)}$$

Substituindo (A.6) em (A.1), obtem-se:

$$\begin{aligned} K_z(V) &= \text{Ln}\mathbb{E}\{\exp[jv_1(x_1 + y_1) + \ldots + jv_k(x_k + y_k)]\} = \\ &= \text{Ln}\mathbb{E}\{\exp(jv_1x_1 + \ldots + jv_kx_k)\} + \text{Ln}\mathbb{E}\{\exp(jv_1y_1) + \ldots + jv_ky_k)\} \\ &= K_x(v) + K_y(v) \end{aligned} \qquad \textbf{(A.7)}$$

Portanto, da eq. (A.7) podemos afirmar que o cumulante da soma de duas variáveis aleatórias independentes é igual a soma dos cumulantes de cada variável, isto é

$$C_z(I) = C_x(I) + C_y(I) \qquad \textbf{(A.8)}$$

Esta propriedade torna a utilização de cumulantes preferível em relação ao uso dos momentos na maioria das aplicações de estatísticas de ordem superior nos

sistemas, pois o momento de uma soma de variáveis aleatórias independentes nem sempre é igual a soma dos momentos de cada uma.

Um resultado importante na aplicação desta propriedade é obtido quando sinais úteis sofrem interferências ruidosas aditivas e gaussianas. Considerando a coleção X formada de sinais úteis e a coleção Y formada de amostras de ruído gaussiano, da eq. (A.5) e considerando os cumulantes de ordem-K, K ≥ 3,concluimos que:

$$C_z(I) = C_x(I) \tag{A.9}$$

Isto é, não há influência do ambiente ruidoso gaussiano no cálculo dos cumulantes de sinais sujeitos àquele ruído. Este resultado teórico forma a base de algoritmos ditos "imunes" ao ruído aditivo e gaussiano, branco ou colorido.

- *Cumulantes de uma variável aleatória complexa não gaussiana, simétrica e i.i.d. a_n [82].*

$$C_{K,a}(p_1, p_2, \ldots, p_{K-1}) = \begin{cases} \gamma_{K,a} & , p_1 = p_2 = \ldots = p_{K-1} = 0 \\ 0 & , \text{alhures} \end{cases} \tag{A.10}$$

onde $\gamma_{K,a}$ é o cumulante de K-ésima ordem de a_n e $p_i \in \mathbb{Z}$, i = 1,...,K-1.

- *Cumulantes de um sinal na saída de um sistema discreto linear sujeito a um ruído aditivo [82].*

Seja o modelo linear e invariante no tempo de um sistema dado por

$$y_n = g_n \circ a_n + v_n = \sum_{k=-\infty}^{\infty} g_k a_{n-k} + v_n \tag{A.11}$$

onde g_n é a resposta ao impulso complexa do sistema, a_n é uma variável aleatória complexa não-gaussiana, simétrica e iid na entrada do sistema e v_n é um ruído gaussiano complexo, sendo estatisticamente independente de a_n. Logo pode ser mostrado que o cumulante de ordem-K de y_n é dado por [82]:

$$C_{K,y}(p_1, p_2, \ldots, p_{K-1}) = \gamma_{K,a} \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_n g_{n+p_1} g_{n+p_2} \ldots g_{n+p_{K-1}} \tag{A.12}$$

• Caso particular: Cumulantes de ordem K = 4

$$C_{4,y}(p,q,\ell) = \gamma \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_n g_{n+p} g_{n+q} g_{n+\ell} \qquad \textbf{(A.13)}$$

$$\gamma = K(a_n) = \mathbb{E}\{|a_n|^4\} - 2\mathbb{E}^2\{|a_n|^2\} - |\mathbb{E}\{a_n^2\}|^2 \qquad \textbf{(A.14)}$$

• **Propriedades de simetria dos cumulantes (Cum) [82]:**

- *simetria de permutação:*

$$Cum(x_1, \ldots, x_K) = Cum(x_{i_1}, \ldots, x_{i_K}) \qquad \textbf{(A.15)}$$

onde $(i_1, \ldots, i_K)$ é uma permutação de $(1, \ldots, K)$.

- *simetria de deslocamento:*

Particularizando para o caso dos cumulantes de ordem 4 (C_4):

$$C_4(p,q,\ell) = C_4(-p,q-p,\ell-p) = C_4(p-q,-q,\ell-q) = C_4(p-\ell,q-\ell,-\ell) \qquad \textbf{(A.16)}$$

• **Resultado de cumulantes de ordem 4 para a transmissão de sinais com modulação QAM**

- *relação entre cumulantes de ordem 4 e momentos. Da eq. (A.2), pode-se mostrar:*

$$C_{4,x}(p,q,\ell) = m_{4,x}(p,q,\ell) - m_{2,x}(p)\, m_{2,x}(\ell-q) - m_{2,x}(q)\, m_{2,x}(\ell-p) -$$

$$- m_{2,x}(\ell)\, m_{2,x}(q-p) \qquad \textbf{(A.17)}$$

onde os momentos de ordem 4 $m_{4,x}(p,q,\ell)$ e os momentos de ordem 2 $m_{2,x}(j)$ da seqüência $\{x_n\}$ são definidos por:

$$m_{4,x}(p,q,\ell) = \mathbb{E}\{x_n x_{n+p} x_{n+q} x_{n+\ell}\} \qquad , \; p,q,\ell \in \mathbb{Z} \qquad \textbf{(A.18)}$$

$$m_{2,x}(j) = \mathbb{E}\{x_n x_{n+j}\} \qquad , \; j \in \mathbb{Z} \qquad \textbf{(A.19)}$$

- *supondo* $\{x_n\}$ *complexa, simétrica e i.i.d.:*

$$\mathbb{E}\{x_n\} = 0; \; \mathbb{E}\{x_n^2\} = 0; \; \mathbb{E}\{x_n^3\} = 0 \qquad \textbf{(A.20)}$$

- *supondo um sinal complexo* y_n *dado por (A.11), e de (A.9), (A.17), (A.18), (A.19) e (A.20), com* y_n *substituindo* x_n*, se escreve* $C_{4,y}(p,q,\ell)$ *na forma:*

$$C_{4,y}(p,q,\ell) = M_{4,y}(p,q,\ell) \qquad \textbf{(A.21)}$$

Isto é, neste caso, o cumulante de ordem 4 é igual ao momento de ordem 4 do sinal y_n.

BIBLIOGRAFIA

[1] Feher,K., Digital Communications:Microwaves Applications, Prentice Hall, N.J., USA, 1981.

[2] Barnett,W.T.,"Multipath Fading Effects on Digital Radio", IEEE Trans. On Commun., V.COM-27, Nº 2, Dez.1979.

[3] Greenstein,L.J. e M.Shafi, Microwave Digital Radio, IEEE Press, 1988.

[4] Leclert,A., B.Druais, L.Martin e P.Vandamme, "Propagation dans l'Atmosphere: Influence sur les Faisceaux Hertziens Numèrique à Grande Capacité", L'echo des Recherches, Nº 7, CNET/Lannion, França, 1984.

[5] Mota,J.C.M., Modelo em Computador para Análise do Desempenho de Enlaces Terrestres de Microondas sob Condições de Céu Claro, Tese de Mestrado, CETUC/PUC/RJ, Set.1984.

[6] Rummler,W.D., "A New Selective Fading Model: Application to Propagation Data", BSTJ, V.58, Nº 5, Maio-Jun.1979.

[7] Greenstein,L.J. e B.A.Czekaj, "A Polinomial Model for Multipath Fading Channel Reponses", BSTJ, Set.1980.

[8] Lin,S.H.,T.C.Lee e M.F.Gardine, "Diversity Protections for Digital Radio - Summary of Ten-Year Experiments and Studies", IEEE Comm. Magaz., V.26, Fev.1988.

[9] Mota J.C.M., M.V.Barbin, A.H.M.Souza, R.F.Sousa e J.C.B.Brandão, "Análise Preliminar de um Eqüalizador Adaptativo com Controle no Domínio da Freqüência em Sistemas Rádios Digitais Multinível QAM", Anais do 3º Congresso Latino-Americano de Automática, ACCA/IFAC, Viña del Mar, Chile, Nov.1988.

[10] Mota J.C.M., R.F. Sousa e J.C.B. Brandão, "Comparações Entre Eqüalizações Adaptativas em Sistemas Rádio-Digitais de Alta Capacidade", Anais do 6º Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, pp.157-160, Campina Grande, Paraíba, Set.1988.

[11] Leclert A. e P.Vandamme, "Les Dispositifs de Lutte Contre les Effects des Évanouissements Sélectifs dans les Faisceaux Hertziens Numériques", Ann. Télécom., V.40, Nº 11-12, 1985.

[12] Baccetti B., S. Bellini, G. Filiberti e G.Tartara, "Full Digital Adaptive Equalization in 64-QAM Radio Systems", IEEE J.Selec.Ar.Commun., V.SAC-5, Nº 3, pp.466-475, Abr.1987.

[13] Nist A., T. Noll, J. Nossek e G. Sebald, "Fully Digital Implementation of Time Domain Equalization for Multinivel QAM Digital Radio Systems", GLOBECOM'87, pp.31.2.1-31.2.5, Tokio, 1987.

[14] Borgne M., "Resultats Experimentaux pour Égaliseurs Numériques Appliqués à une Transmission Hertzienne", Note Tech. NT/LAB/MER/390, CNET/Lannion, França, Jan.1990.

[15] Aoki K., H. Yamada, K. Ikuta, S. Takenaka e Y. Daido, "The Adaptive Transversal Equalizer for 90 MBPS 64-QAM Radio Relay System", ICC'84, pp.1003-1006, Amsterdam, 1984.

[16] Chamberlain J.K., F.M. Clayton, H. Sari e P. Vandamme,"Receiver Techniques for Microwave Digital Radio", Microwave Digital Radio, pp.131-141, IEEE Press, 1988.

[17] Qureshi S.H.U., "Adaptive Equalization", Proc.IEEE, V.73, Nº 9, pp.1349-1387, Set.1985.

[18] Borgne M., "Étude de Couplage Entre une Boucle de Récuperation de Porteuse et un Égaliseur Linéaire: Resultats Expérimentaux", Note Technique NT/LAB/MER/398, CNET/Lannion, França, Jun.1990.

[19] Macchi O. e L.Guidoux, "Un Nouvel Égaliseur: l'Égaliseur à Double Échantillonage", Ann.Télécom., V.30, Nº 9-10, 1975.

[20] Niger P., " Evaluation des Techniques d'Égalisation Appliqués aux Faisceaux Hertziens Numériques", Note Tech. NT/LAN/MER/374, CNET/Lannion, Ago.1989.

[21] Amitay N. e L.J. Greenstein, "Multipath Outage Performance of Digital Radio Receivers Using Finite-Tap Adaptive Equalizers", IEEE Trans. Com., V.COM-32, Nº 5, Maio 1984.

[22] Leclert A. e P. Vandamme, "Decision Feedback Equalization of Dispersive Radio Channels", IEEE Trans. Commun.,V.COM-33, Nº 7, Jul.1985.

[23] Olmos J.J. e F. Casadevall, " Selective Fading Dynamics Effects on Decision-Feedback Equalized Digital Radio-Links", GLOBECOM'89, pp.65-72, 1989.

[24] Godard D.N., "Self-Recovering Equalization and Carrier Tracking in Two-Dimensional Data Communication Systems", IEEE Trans. Commun.,V.COM-28, Nº 11, Nov.1980.

[25] Borgne M., "Comparasion of Receiver Structures for Digital Radio Transmission over Dually Polarized Fading Channels", EUROCON'88, pp.122-125, Estocolmo, Suécia, 1988.

[26] Olsen R.L., " Cross-Polarization During Precipitaion on Terrestrial Links: A Review", Radio Science, V.16, Nº 5, pp.761-779, Set.-Out.1981.

[27] Sylvain, M., "Panorama des Études sur les Trajets Multiples", Ann. Téléc., Tome 40, Nº 11-12, Nov.-Dez.1985.

[28] Rummler W.D., R.P. Coutts e M. Liniger, "Multipath Fading Channel Models for Microwave Digital Radio", Microwave Digital Wave, pp.67-77, IEEE Press, N.Y., 1988.

[29] Sari H. e G. Karam, "Compensation of Modem Imperfections by Adaptive Filtering", ICC'86, pp.15.1.1-15.1.6, Toronto, Canadá, 1986.

[30] Lucky R.W., J. Salz e E.J. Weldon, Principles of Data Communication, McGraw-Hill, N.Y., 1967.

[31] Benveniste A., M. Goursat e G. Ruget, "Robust Identification of a Nonminimum Phase System: Blind Adjustement of a Linear Equalizer in Data Communications", IEEE Trans. Aut.Cont., V.AC-25, Nº 3, pp.385-399, Jun.1980.

[32] Araújo R.S.L., "Equalização Adaptativa para MODEMS de Dados", Tese de Mestrado, DECOM/FEE/UNICAMP, Campinas, S.P., Jun.1988.

[33] Bic J.C., D. Duponteil e J.C. Imbeaux, "Eléments des Communications Numériques:Transmission sur Fréquence Porteuse", Dunod CNET/ENST, 1986.

[34] Borgne M., "Étude des Modulations à Grand Nombre d'États dans un Canal de Transmission Numérique: Application aux Faisceaux Hertziens à haut Débit", Tese de Doutorado, Univ. de Rennes, França, Set.1983.

[35] _____, "Comparison of High-Level Modulation Schemes for High Capacity Digital Radio Systems", IEEE Trans. Commun., V.COM-33, Nº 5, pp.442-449, Maio 1985.

[36] Yamamoto H., "Future Trends Microwave Digital Radio: Foreword", Microwave Digital Radio, IEEE Press, p.255, N.Y., 1988.

[37] Kervarec J. e G. Verdot, "Réalisation de Modems pour la Modulation MAQ64", Note Technique NT/LAB/MER/345, CNET/Lannion, França, Out.1988.

[38] Benveniste A. e M. Goursat, "Blind Equalizers", IEEE Trans.Commun., V.COM-32, Nº 8, Ago.1984.

[39] Proakis J.G., Digital Communications, McGraw-Hill, 1983.

[40] Stephansen E.T., "Clear-Air Propagation on Line-of-Sight Radio Paths: A Review", Radio Science, V.12, Nº 5, pp.609-629, Set.-Out.1981.

[41] Hewitt A., W.H. Lau, J. Austin e E. Vilar, "An Autoregressive Approach to the Identification of Multipath Ray Parameters from Field Measurements", IEEE Trans. Commun., V.37, Nº 11, pp.1136-1143, Nov.1989.

[42] Sylvain M. e J. Lavergnat, "Modelling the Transfer Function in Medium Bandwith Radio Channels During Multipath Propagation", Ann. Téléc., Tome 40, Nº 11-12, pp.584-603, Nov.-Dez. 1985.

[43] Bianconi G. e L. Calandrino, Adaptive Baseband Equalization in Digital Radio Links, Telettra Review , Milano, Italia, 1985.

[44] Oppenheim, A.V. e R.W. Schafer, Digital Signal Processing, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1975.

[45] Dhein N.R. e C.M. Einloft, "Medidas dos Parâmetros do Canal Sujeito a Multipercurso Atmosférico - Resultados Parciais de Curitiba", Rel. Téc. DER-04/87, CETUC/PUC/RJ, Dez.1987.

[46] Benveniste A., M. Joindot e P. Vandamme, "Analyse Théorique des Boucles de Phase Numériques en Présence de Canaux Dispersifs", Note Téchnique NT/LAB/MER/TSF/1, CNET/Lannion, Jan.1980.

[47] Leclert A. e P. Vandamme, "Timing Synchronization in Digital Radio Systems with Multipath Propagation", ICC'83, pp.B6.6.1-B6.6.5, Boston, USA, Jun.1983.

[48] Young M.C.S., P.M. Grant e C.F.N. Cowan, "Equaliser Timing Considerations for Microwave Digital Radio During Deep Multipath Fading", ICC'88, pp.15.5.1-15.5.5, 1988.

[49] Olmos J.J., R. Agusti e F. Casadeval, "Decision Feedback Equalization an Carrier Recovery in 140 Mbit QAM Digital Radio Systems", ICC'88, pp.41.1.1-41.1.7, 1988.

[50] Emshwiller M., "Characterisation of the Performance of PSK Digital Radio Transmission in the Presence of Multipath Fading", ICC'78, 1978.

[51] Martin L., "Étude de la Sélectivié des Évanouissements Dus aux Trajets Multiples", Ann.Téléc., 35, Nº 11-12, pp.482-487, França, Nov.1980.

[52] Vigants A., "Space-Diversity Engineering", BSTJ, 54,pp.103-142,Jan.1975.

[53] Valentin R., "Improvement of the Performance of Digital Radio Systems by Vertically or Horizontally Spaced Diversity Antennas", Intern.Microwave Symp., SBMO, pp.1203-1208, R.J., Brasil, 1987.

[54] Hartmann P. e E. Allen, "An Adaptive Equalizer for Correction of Multipath Distortion in a 90 Mbit/s - 8 PSK System", Proc. IEEE Intern. Conf. Commun., pp.5.6.1-5.6.4, USA, 1979.

[55] Vandamme P., "Evaluation du Temps de Coupure d'un Bond Hertzien en Fónction du Débit", Note Téchnique NT/LAB/MER/290, Jul.1987.

[56] _____, Notas de Aulas do Curso de Comunicações Digitais, Telecom' Paris, Capítulo 6, 1991.

[57] Lucky R.W., "Automatic Equalization for Digital Communication", BSTJ, V.45, pp.255-286, Nov.1967.

[58] Haykin S., Adaptive Filter Theory,Prentice-Hall,Englewood Cliffs,NJ,1986

[59] Gantmacher F.J., The Theory of Matrices, Chelsea Publishing Company, N.Y., V.2, 1964.

[60] Widrow B. e M.E. Hoff Jr., "Adaptive Switching Circuits", IRE WESCON Conv.Rec., Pt.4, pp.96-104, Ago.1960.

[61] Ungerboeck G., "Theory on the Speed of Convergence in Adaptive Equalizers for Digital Communication", IBM J.Res.Devel., pp.546-555, Nov.1972.

[62] Ljung L. e T. Söderström, Theory and Practice of Recursive Identification, MIT Press, England, 1983.

[63] Luenberger D.G., Introduction to Linear and Nonlinear Programming, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1973.

[64] Falconer D.D., "Jointly Adaptive Equalization and Carrier recovery in Two-Dimensional Digital Communication Systems", BSTJ, V.55, pp.317-334, Mar.1976.

[65] Mazo J.E., "On the Independence Theory of Equalizer Convergence", BSTJ, V.58, pp.963-993, Maio-Jun.1979.

[66] Macchi O. e E. Eweda, "Convergence Analysis of Self-Adaptive Equalizers", IEEE Trans.Inf.Theory, V.IT-30, Nº 2, pp.161-176, Mar.1984.

[67] Mazo J.E., "Analysis of Decision-Directed Equalizer Convergence", BSTJ, V.59, Nº 10, pp.1857-1876, Dez.1980.

[68] Mota J.C.M., M.V. Barbin, A.H.M. Sousa, R.F. Souza e J.C.B. Brandão, Estudo de um Equalizador Adaptativo no Domínio da Frequência para Rádios Digitais, Rel.Téc. RT-162, Contrato TELEBRÁS 208/87, Jun.1988.

[69] Brandão J.C.B., ASTRAL - Um Programa para Análise e Simulação de Sistemas de Transmissão Digital, Rel.Téc. D-ST-05/87, CETUC/PUC/RJ, Jan.1987.

[70] Stockham T., T. Cannon e R. Ingebretsen, "Blind Deconvolution Through Digital Sinal Processing", Proc. IEEE, V.63, Nº 4, pp.678-692, Abril 1975.

[71] Wiggins R.A., "Minimun Entropy Deconvolution", Geoexploration, V.16, Nº 1, pp.21-35, Fev.-1978.

[72] Yen,J.L., Image Reconstruction in Synthesis Radiotelescope Arrays, Ed.S. Haykin, Array Signal Processing, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., pp.295-350, 1985.

[73] Bellini, S., "Bussgang Techniques for Blind Equalization", Proc.IEEE, Global Telecomm. Conf., Houston, TX, pp.1634-1640, Dez.1986.

[74] Foschini G.J., "Equalizing without Altering or Detecting Data", AT&T Tech.J., V.64, Nº 8, pp.1885-1911, Out.1985.

[75] Sato Y., "Method of Self-Recovering Equalization for Multilevel Amplitude-Modulation Systems", IEEE Trans. Commun., V.COM-23, Nº 6, pp.679-682, Jun.1975.

[76] Lii K. e M. Rosenblatt, "Deconvolution and Estimation of Transfer Function and Coefficients for Nongaussian Linear Process", The Anals of Stat., V.10, N0.4, pp.1195-1208, 1982.

[77] Widrow B. e S.D. Stearns, Adaptive Signal Processing, Prentice-Hall,Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1985.

[78] Åstrom K.J. e P. Eykhoff, "System Identification - A Survey", Automatica, V.7, pp.123-162, Pergamon Press, 1971.

[79] Åstrom K.J., Introduction to Stochastic Control Theory, Academic Press, 1971.

[80] Ljung L., "Consistency of the Least Squares Identification Method", IEEE, Trans.Autom.Cont., V.AC-21, pp.779-781, Out.1976.

[81] Brillinger D.R. e M. Rosenblatt, "Asymptotic Theory of Estimates of K-Th Order Spectra", Ed. Bernard Harris,Spectral Analysis of Time Series, John Wiley & Sons, Inc., N.Y., 1967.

[82] Mendel J.M., "Tutorial on Higher-Order Statistics (Spectra) in Signal Processing and System Theory: Theoretical Results and Some Applications", Proc.IEEE, V.79, Nº 3, pp.278-305, Mar.1991.

[83] Albuquerque J.P.A., J.M.P. Fortes e W. Finamore, Modelos Probabilisticos em Engenharia Elétrica, CETUC/PUC/RJ, Out.1985.

[84] Macchi O e Y. Gu, "Self-Adaptive Equalization with a Mixed Backward and Forward Predictor", ISEDCS, Kharagpur, Dez.1987.

[85] Nikias C.L., "Blind Deconvolution Using Higher-Order Statistics", Intern. Signal Processing - Workshop on Higher Order Statistics, pp.155-162, Chamrousse, França, Jul.1991.

[86] Nikias C.L. e M.R. Raghuveer, "Bispectrum Estimation: A Digital Signal Processing Framework", Proc.IEEE, V.75, Nº 7, pp.869-891, Jul.1987.

[87] Scarano G., "Cumulant Series Expansion of Hybrid Non-Linear Moments of Complex Random Variables", IEEE Trans.Sign.Proces., V.39., Nº 4, pp.1001-1003, Abr.1991.

[88] Bellini S. e F. Rocca, "Blind Deconvolution: Polyspectra or Bussgang Techniques", Digital Communications, Eds. E.Biglieri e G.Prati, North Holland, pp.251-262, 1986.

[89] Picchi G. e G. Prati, "Blind Equalization and Carrier Recovery Using a 'Stop-And-Go' Decision-Directed Algorithm", IEEE Trans.Commun., V.COM-35, Nº 9, pp.877-887, Set.1987.

[90] Chen Y, C.L. Nikias e J.G. Proakis, "CRIMNO: Criterion with Memory Non-Linearity for Blind Equalization", Intern.Signal Proces.: Workshop on Higher Order Statistics, pp.87-90, Chamrousse, França, Jul.1991.

[91] Van Trees H.L., Detection, Estimation and Modulation Theory, Parte I, J.Wiley & Sons,Inc., N.Y., USA, 1968.

[92] Bellini S. e F. Rocca, "Asymptocally Efficient Blind Deconvolution", Signal Proces., 20, pp.193-209, Elsevier Science Publishers B.V., 1990.

[93] Gu Y., Estimation sous Contrainte et Deconvolution Autodidacte, Tese de Doutorado, Univ.Paris-Sud, França, Mar.1989.

[94] Hatzinakos D. e C.L. Nikias, "Blind Equalization Using a Tricepstrum Based Algorithm", IEEE Trans.Commun., V.COM-39, Maio 1991.

[95] _____, "Adaptive Filtering Based on Polyspectra", Proc.IEEE -ICASSP'89, V.D.7.6, pp.1175-1178, Glasgow, Escóssia, Maio 1989.

[96] _____, "Blind Equalization on Second and Fourth Order Statistics", ICC'90, pp.340.2.1-340.2.4, 1990.

[97] _____, "Polyspectra Techniques for Blind Equalization of Multilevel PAM Schemes", ICC'90, pp.340.1.1-340.1.5, 1990.

[98] _____, "Blind Decision Feedback Equalization Structures Based on Adaptive Cumulant Techniques", ICC'89, pp.41.5.1-41.5.5, 1989.

[99] Zheng F.C., S. McLaughlin e B. Mulgrew, "A 2ND-And 4TH-Order Cumulant Based Blind Equalization Algorithm for Nonminimum Phase Channels", Intern. Signal Proces.: Workshop on Higher Oreder Statistics, pp.79-82, Chamrousse, França, Jul.1991.

[100] Chiang H.H. e C.L. Nikias, "Adaptive Deconvolution and Identification of Nonmunimum Phase FIR Systems Based on Cumulants", IEEE Trans. Autom. Cont., V.35, Nº 1, pp.36-47, Jan.1990.

[101] Shalvi O. e E. Weinstein, "New Criteria for Blind Deconvolution of Nonminimum Phase Systems (Channels)", IEEE Inf. Th., V.36, Nº 2, pp.312-321, Mar.1990.

[102] Porat B. e B. Friedlander, "Blind Equalization of Digital Communication Channels Using Higher-Order Moments", IEEE Trans.Sig.Proces., V.39, Nº 2, pp.522-526, Fev.1991.

[103] Donoho D., "On Minimum Entropy Deconvolution", Applied Time Series Analysis II, pp.565-608, Academic Press, Inc., 1981.

[104] Benveniste,A.,"Tutorial: Déconvolution Aveugle", Grupo de Trabalho Nº 9, GdR TdSI - ORDRES SUPERIEURS, Télécom Paris, França, Fev.1991.

[105] Tugnait J.K., "Identification of Linear Stochastic Systems Via Second-and-Fourth Order Cumulants Matching", Trans. Inf.Th., V.IT-33, Nº 3, pp.393-407, Maio 1987.

[106] Resende L.S., Filtragem Adaptativa com Restrições Lineares por Mínimos Quadrados, Tese de Mestrado, DECOM/FEE/UNICAMP, Campinas, SP, Set.1991.