

Este exame foi realizado em 23/06/92.

defendida por ANA CRISTINA CAVALCANTE  
LYRA pela Comissão

4 Orientador

Ana Cristina Cavalcanti Lyra *n* 96

Orientador: Yaro Burian Jr. n/t 0000013040 (L)  
Junior.

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL

Tese defendida em 29 de junho de 1992

Banca examinadora:

Yaro Burian Jr., FEE/UNICAMP (presidente)  
Aureo G. Falcone, EPUSP  
Celso P. Bottura, FEE/UNICAMP  
José Celso Borges de Andrade, EEUFMG  
Sigmar M. Deckmann, FEE/UNICAMP

Aos inesquecíveis

Carlos Benjamin de Lyra - meu tio (em memória)

Christiano Alberto de Andrade Lyra - meu pai (em memória)

A querida

Celecina Cavalcanti de Andrade Lyra - minha mãe

pelo apoio e estímulo que sempre me deram.

*Vivendo, se aprende; mas o que se aprende, mais, é só a fazer  
outras maiores perguntas.* (Guimarães Rosa)

#### AGRADEÇO

a Yaro Burian Jr. e ao clássico Gabriel Kron que me ajudaram a fazer outras maiores perguntas;

aos colegas da CHESF, UNICAMP e USP Clovis Goldemberg, José Cláudio Geromel, Leonardo Lins de Albuquerque, Maria Beatriz de Paiva, Sigmar Deckmann, Vivaldo Costa e Wellington Mota pelas estimulantes conversas técnicas;

a Celso Pascoli Bottura que viabilizou minha participação no Congresso comemorativo do centenário da máquina síncrona, patrocinado pela Asea Brown Boveri e pela Escola Politécnica Federal de Zurique, em agosto de 1991, em Zurique.

a Paulo Procópio Burian que me colocou nas mãos o livro de Humberto Eco *Como se faz uma tese* que me ajudou a sistematizar este trabalho;

e aos meus irmãos Ana Maria, Christiano e Ana Libia, à amiga Maria da Conceição Guedes Alcoforado e as minhas tias Cordélia Robalinho Cavalcanti e Lêda Lacerda de Lyra que sempre estiveram participando do meu desenvolvimento pessoal e profissional.

São analisados aspectos importantes do comportamento dinâmico da máquina síncrona, através de um modelo simplificado. A ordem do conjunto de equações diferenciais é reduzida através de integração direta das equações de estator. São desenvolvidas curvas estáticas parametrizadas  $i-\delta$ ,  $P-\delta$ ,  $Q-\delta$ . São definidas duas fronteiras de estabilidade local no plano  $P-\delta$  para a máquina síncrona com controle de reativos e sinal estabilizador de velocidade proporcionais: *fronteira de estabilidade aperiódica* e *fronteira de estabilidade oscilatória*. Os ganhos do controle de reativos e do sinal estabilizador de velocidade definem qual das fronteiras de estabilidade é mais restritiva.

INTRODUÇÃO

SÍMBOLOS

1 - MODELO DA MÁQUINA SÍNCRONA

- Equação de "swing"
- Equações de tensão
- Expressão do torque eletromagnético
- Expressão da potência elétrica
- Potência reativa

2 - MODELO NÃO LINEAR DE TERCEIRA ORDEM PARA A MÁQUINA SÍNCRONA

- Integração das equações de correntes de estator
- Equação do torque eletromagnético
- Equação do campo
- Centragem
- Modelo não linear de terceira ordem
- Posição de equilíbrio
- Potências ativa e reativa
- Casos degenerados: modelos conservativos de segunda ordem

3 - REGULADOR DE REATIVOS

- Modelo do regulador de reativos
- Curvas estáticas parametrizadas  $P-\delta$ ,  $Q-\delta$

4 - ESTABILIDADE LOCAL DA MÁQUINA SÍNCRONA; SINAL ESTABILIZADOR

- Estabilidade local da posição de equilíbrio
- Fronteira aperiódica de estabilidade
- Fronteira oscilatória de estabilidade
- Sinal estabilizador

5 - INTEGRAÇÃO NUMÉRICA DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

- Comparação entre os modelos de terceira e de quinta ordem da máquina síncrona
- Efeito dos pólos salientes
- Casos degenerados
- Regulador de reativos
- Efeito do regulador de reativos e do sinal estabilizador na estabilidade
- Influência da resistência de rotor

6 - CONCLUSÕES

APÊNDICE 1 - TRANSFORMAÇÕES  $dq0$  e  $ImRe0$

APÊNDICE 2 - RELAÇÃO ENTRE CONTROLE DE REATIVOS E DE TENSÃO

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

A teoria de sistemas dinâmicos mostra que um sistema dinâmico complexo dissipativo pode estabilizar seu comportamento final num sub-espço de poucas dimensões. Um modelo matemático de baixa ordem pode ser um guia útil para o entendimento do comportamento de sistemas mais complexos [1].

*Modelo exato* nunca é disponível. Por mais completo que seja um modelo sempre envolve aproximações. Modelos muito complexos podem obscurecer a visão dos fenômenos físicos envolvidos e ao introduzir fatores secundários que praticamente não afetam o resultado final, levam a cálculos mais complexos e podem introduzir erros grosseiros [2]. O objetivo do analista de qualquer área é encontrar o modelo *tão simples quanto possível, porém não mais simples* [Einstein] de modo a manter as características estáticas e dinâmicas essenciais do fenômeno físico envolvido.

A operação estável da máquina síncrona ligada a um sistema de energia elétrica depende de se manter o sincronismo quer em condição de regime quer nos transitórios. É altamente desejável que as oscilações causadas por vários tipos de distúrbios, quase sempre presentes num sistema elétrico, sejam amortecidas tão rapidamente quanto possível [3].

Os grandes problemas de oscilações crescentes apareceram nos sistemas de energia elétrica a partir da década de 1940 quando foi introduzido o regulador automático de tensão proporcional (AVR-automatic voltage regulator) que se mostrou bastante efetivo no combate ao colapso de tensão nos sistemas de energia elétrica. A partir desta época apareceram inúmeros artigos tratando do regulador automático de tensão e do problema de estabilidade oscilatória - o regulador automático de tensão aumenta o *limite de estabilidade estática* porém diminui o amortecimento. Sinais estabilizadores foram usados para melhorar o amortecimento [4].

São bem conhecidos dois diferentes - e extremos - modelos da máquina síncrona. No modelo analítico simplificado, de segunda ordem, o amortecimento aparece como um coeficiente do termo em derivada do ângulo, cuja origem não é muito clara. E para soluções através de computador digital, é usado um modelo de ordem elevada, no qual aparece um grande número de parâmetros.

O engenheiro do futuro deve ter gosto e habilidade para interpretação física dos fenômenos com que lida em sua especialidade, sendo muito importante dominar métodos e técnicas simples [2].

O objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de um modelo bem simples da máquina síncrona com regulador de excitação e sinal estabilizador que mantenha as características dinâmicas essenciais de modo a dar *intuição* ao engenheiro de sistemas de energia elétrica. Desenvolve-se um modelo não linear de terceira ordem para a máquina e com este modelo é analisada a ação conflitante do regulador automático de tensão, com o crescimento do chamado limite estático e a redução do amortecimento.

No Cap. 1 é apresentado um modelo da máquina síncrona. No Cap. 2 as equações diferenciais tensão corrente de estator são integradas, levando ao modelo de terceira ordem. Neste mesmo capítulo se mostra como os modelos clássicos de segunda ordem decorrem do modelo de terceira ordem, em condições limites de valor da resistência do campo.

No Cap. 3 é incluído no modelo o regulador de excitação. O modelo permanece de terceira ordem. São estudadas as curvas estáticas potência-ângulo e potência reativa-ângulo, sob o efeito do regulador de excitação.

As condições de estabilidade local da máquina sob o efeito do regulador são estudadas no Cap. 4. No mesmo capítulo é introduzido um sinal estabilizador e estudado seu efeito nas condições de estabilidade local da máquina.

Simulações ilustram, no Cap. 5, a análise feita.

Detalhes dos desenvolvimentos e conceitos importantes são apresentados em apêndices.

$a, b, c, d$  coeficientes da equação característica genérica

$c$  constante de integração

$\delta$  ângulo elétrico entre eixo  $d$  ou  $q$  (conforme a referência bibliográfica) e eixo síncrono

$\delta_0$  ângulo na posição de equilíbrio

$\frac{d\delta}{dt}$  velocidade relativa do rotor

$\frac{d\theta}{dt}$  velocidade absoluta do rotor

$e$  ganho normalizado do regulador de reativos

$E$  força eletromotriz

$E'$  força eletromotriz transitória ou tensão atrás da reatância transitória

$\phi, \varphi$  Constantes associadas com as constantes de integração  $k_1, k_2, k_3$

$G$  ganho do regulador de reativos em volts/voltampere reativo

$G_e$  matriz de transformação ImRe0

$i$  corrente de campo

$I$  constante relacionada com a corrente de campo e o ângulo da máquina na posição de equilíbrio (Cap. 3)

$\mathbf{i}$  vetor corrente da máquina síncrona

$i_a, i_b, i_c$  correntes das fases  $a, b, c$  de estator

$i_d, i_q, i_0$  correntes transformadas  $dq0$  de estator

$\mathbf{i}_e$  vetor corrente de estator

$i_{Im}, i_{Re}, i_0$  correntes transformadas ImRe0 de estator

$i_0$  corrente de campo na posição de equilíbrio

$I_0$  valor particular da constante  $I$  (Cap. 3)

$I_0$  corrente constante relacionada com constantes de integração  $k_1, k_2, k_3$  (Cap. 2)

$J$  momento de inércia da massa girante (rotor da máquina e turbina)

$k$  ganho normalizado do sinal estabilizador de velocidade

$K$  ganho do sinal estabilizador em volts/(rad por segundo)

$k_1, k_2, k_3$  constantes de integração

$L$  indutância do campo

$\mathbf{L}$  matriz indutância

$L_a, L_b, L_c$  indutâncias próprias das fases  $a, b, c$  do estator

$L_{ab}, L_{ac}, L_{bc}$  indutâncias mútuas entre fases do estator

$L_{ar}, L_{br}, L_{cr}$  indutâncias mútuas entre fases do estator e rotor

$L_e, L_m$  coeficientes das indutâncias de estator

$\mathbf{L}_e$  matriz indutância de estator

$L_d$  indutância de eixo direto  $d$   
 $L_q$  indutância de eixo de quadratura  $q$   
 $L_0$  indutância de sequência 0  
 $L'$  indutância transitória de campo  
 $L'_d$  indutância transitória de eixo  $d$   
 $\lambda$  variável das equações características  
 $\lambda$  fluxo concatenado de campo  
 $\Lambda$  matriz de fluxos da máquina síncrona  
 $\lambda_a, \lambda_b, \lambda_c$  fluxos concatenados das fases  $a, b, c$  do estator  
 $m$  relação entre reatância de linha/transformador e reatância total entre força eletromotriz e a barra infinita  
 $M$  coeficiente da indutância mútua entre enrolamentos de estator e rotor  
 $M_e$  coeficiente das indutâncias mútuas entre fases do estator  
 $\omega$  velocidade síncrona ou frequência angular da barra infinita  
 $p$  pares de polos  
 $P$  potência ativa  
 $P_e$  potência elétrica  
 $P_m$  potência mecânica  
 $P_N$  potência normalizada  
 $P_p$  perdas elétricas  
 $P_0$  potência ativa na posição de equilíbrio  
 $Q$  potência reativa  
 $Q_0$  potência reativa na posição de equilíbrio  
 $R$  matriz resistência da máquina  
 $R$  resistência do campo  
 $R_e$  resistência de estator  
 $T$  matriz de transformação dq0  
 $T_e$  matriz de transformação dq0 para o estator  
 $T_e$  torque eletromecânico acelerador  
 $T_m$  torque mecânico (acelerador) no eixo  
 $\theta$  ângulo elétrico do rotor  
 $\theta_m$  ângulo mecânico ou posição do rotor (eixo  $d$  ou eixo  $q$  conforme a referência bibliográfica) em relação a uma referência fixa.  
 $\dot{\theta}$  velocidade absoluta do rotor  
 $V$  tensão eficaz entre linhas da barra infinita  
 $v$  tensão de campo  
 $v_0$  tensão de campo sem atuação de reguladores  
 $v$  vetor tensão da máquina  
 $v_a, v_b, v_c$  tensões das fases  $a, b, c$  de estator  
 $v_d, v_q, v_0$  tensões transformadas dq0 de estator  
 $v_{Im}, v_{Re}, v_0$  tensões transformadas ImRe0 de estator

$v_e$  vetor tensão de estator  
 $V_t$  tensão terminal da máquina  
 $W_c$  energia armazenada no campo magnético  
 $W_e$  energia elétrica  
 $W_m$  energia mecânica  
 $X$  reatância de campo  
 $X$  reatância total da máquina mais transformador/linha (Apêndice 2)  
 $X_d$  reatância de eixo direto  
 $X_q$  reatância de eixo de quadratura  
 $X'$  reatância transitória do campo  
 $X'_d$  reatância transitória de eixo d  
 $X_1$  reatância síncrona da máquina  
 $X_2$  reatância de linha/transformador  
 $y$  velocidade relativa do rotor

O comportamento dinâmico da máquina síncrona pode ser representado por:

**Equação "swing".** A equação de movimento de rotação do rotor rígido em torno do eixo é dada por

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} = (T_m + T_e)$$

onde

- $J$  é o momento de inércia da massa girante (rotor da máquina e da turbina);
- $\theta_m$  é o ângulo mecânico ou posição do rotor (eixo  $d$  [6,7,12,15] ou eixo  $q$  [21] em relação a uma referência em repouso);
- $T_m$  é o torque† mecânico (acelerador) no eixo;
- $T_e$  é o torque eletromagnético (acelerador).

Considerando o número de pares de pólos da máquina  $p$ ,

$$\theta = p \theta_m \quad (1.1)$$

onde  $\theta$  é o ângulo elétrico, pode-se escrever:

$$\theta = \omega t + \delta \quad (1.2)$$

Nesta expressão  $\omega$  é a frequência angular da tensão da barra e  $\delta$  o ângulo elétrico relativo entre o eixo síncrono e o eixo  $d$  ou  $q$ .

A equação diferencial do movimento de rotação, chamada de equação de "swing", fica

$$J \frac{d^2 \delta}{dt^2} = p (T_m + T_e) \quad (1.3)$$

Muitos autores [3,4,5,15] incluem nesta equação um termo proporcional à velocidade, que representa o efeito do atrito mecânico ou o efeito dos enrolamentos amortecedores. Se não for considerada a atuação do regulador de velocidade, o torque mecânico  $T_m$  é constante.

Neste trabalho não serão considerados o atrito mecânico e o efeito dos enrolamentos amortecedores. O torque mecânico será suposto constante.

O torque elétrico  $T_e$  resulta da interação dos diversos campos magnéticos no entreferro da máquina. Hipóteses simplificadoras feitas em textos elementares levam a uma expressão do torque elétrico como função apenas do ângulo  $\delta$ . A equação de "swing", nestas condições, corresponde a um modelo conservativo de segunda ordem.

**Equações de tensão.** No modelo de circuito, as tensões nos diversos enrolamentos da máquina têm uma parcela proporcional à respectiva corrente (supostas as resistências constantes) e uma parcela derivada de fluxos concatenados. Utilizando a convenção de receptor [5], matricialmente,

$$\mathbf{v} = \mathbf{R} \mathbf{i} + \frac{d\mathbf{\Lambda}}{dt} \quad (1.4)$$

† Segundo Antenor Nascentes, torque é o esforço de rotação de uma máquina ou de um motor; conjugado é sinônimo de unido. O Aurélio cita torquímetro, como aparelho de medida e conjugado, também como sinônimo de unido.

$v$  e  $i$  são os vetores das tensões e das correntes,  $\Lambda$  é o vetor dos fluxos.  $R$  é a matriz diagonal das resistências.

As relações entre os fluxos e as correntes são, em geral, não lineares. É possível, porém, construir máquinas em que estas relações sejam aproximadamente lineares. A não linearidade não é essencial para o funcionamento das máquinas. Muitos autores [6,7,8] adotam, algumas vezes sem menção explícita, a hipótese de linearidade dos circuitos magnéticos, escrevendo

$$\Lambda = L i$$

A matriz  $L$  é a matriz indutância da máquina, periódica com o ângulo elétrico de rotor  $\theta$ .

O uso de sistemas trifásicos determina a existência, na armadura das máquinas (em geral o estator), de três enrolamentos. O rotor possui um enrolamento de campo e amortecedores, em geral em forma de barras. É usual representar os amortecedores como dois enrolamentos em quadratura, curto-circuitados. Assim a equação de tensões é de sexta ordem.

Os enrolamentos amortecedores não são essenciais para o funcionamento da máquina síncrona. Amortecem oscilações de velocidade através de um mecanismo análogo ao que origina o torque em máquinas de indução [7,9]. O enrolamento de campo também introduz amortecimento [10].

Desprezando os enrolamentos amortecedores, a equação de tensões fica de quarta ordem.

Os vetores das tensões, das correntes e dos fluxos podem ser escritos

$$v = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \\ v \end{bmatrix} \quad i = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i \end{bmatrix} \quad \Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \\ \lambda \end{bmatrix}$$

Tensões, correntes e fluxos com índices  $a, b, c$  são os de estator e, sem índice, de campo.

As matrizes resistência e indutância serão

$$R = \begin{bmatrix} R_e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_e & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R \end{bmatrix} \quad L = \begin{bmatrix} L_a & L_{ab} & L_{ac} & L_{ar} \\ L_{ab} & L_b & L_{bc} & L_{br} \\ L_{ac} & L_{bc} & L_c & L_{cr} \\ L_{ar} & L_{br} & L_{cr} & L \end{bmatrix}$$

com os diversos elementos da matriz indutância dados por

$$\begin{aligned} L_a &= L_e + L_m \cos 2\theta & L_{ab} &= -M_e + L_m \cos(2\theta - 2\pi/3) & L_{ar} &= M \cos \theta \\ L_b &= L_e + L_m \cos(2\theta + 2\pi/3) & L_{ac} &= -M_e + L_m \cos(2\theta + 2\pi/3) & L_{br} &= M \cos(\theta - 2\pi/3) \\ L_c &= L_e + L_m \cos(2\theta - 2\pi/3) & L_{bc} &= -M_e + L_m \cos 2\theta & L_{cr} &= M \cos(\theta + 2\pi/3) \end{aligned}$$

Quando necessário, será utilizada a matriz indutância de estator  $L_e$

$$L_e = \begin{bmatrix} L_a & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ab} & L_b & L_{bc} \\ L_{ac} & L_{bc} & L_c \end{bmatrix}$$

bem como os vetores das tensões e correntes de estator

$$\mathbf{v}_e = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad \mathbf{i}_e = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

Quando ligada a uma barra infinita, as tensões de estator da máquina são conhecidas e serão supostas da forma

$$\mathbf{v}_e = \begin{bmatrix} \sqrt{2/3} V \cos(\omega t + \pi/2) \\ \sqrt{2/3} V \cos(\omega t - \pi/6) \\ \sqrt{2/3} V \cos(\omega t + 7\pi/6) \end{bmatrix}$$

$V$  é a tensão eficaz da barra infinita.

As variáveis elétricas e mecânicas estão relacionadas através da equação não linear do torque eletromagnético.

**Expressão do torque eletromagnético.** O torque pode ser obtido a partir do princípio de conservação da energia [11]. Desprezadas as perdas, pode-se escrever

$$dW_m = dW_e - dW_c$$

onde as diferenciais se referem à energia mecânica de saída (incluindo perdas mecânicas), à energia elétrica de entrada (líquida, isto é, excluídas as perdas) e a energia armazenada no campo magnético.

Têm-se, para as diferenciais,

$$dW_m = T_e d\theta = \frac{1}{p} T_e d\theta$$

$$dW_e = \mathbf{i}^T d\mathbf{\Lambda}$$

ou, para indutâncias lineares,

$$dW_e = \mathbf{i}^T d(\mathbf{L} \mathbf{i})$$

e, também para indutâncias lineares,

$$dW_c = d\left(\frac{1}{2} \mathbf{i}^T \mathbf{L} \mathbf{i}\right) \quad (1.5)$$

A simetria da matriz indutância permite escrever

$$(d\mathbf{i}^T) \mathbf{L} \mathbf{i} = \mathbf{i}^T \mathbf{L} (d\mathbf{i})$$

e, em consequência,

$$T_e d\theta = \frac{p}{2} \mathbf{i}^T (d\mathbf{L}) \mathbf{i}$$

ou

$$T_e = \frac{p}{2} \mathbf{i}^T \left( \frac{d\mathbf{L}}{d\theta} \right) \mathbf{i} \quad (1.6)$$

O conjunto das equações (1.3) e (1.4), associadas através de (1.6), representa um conjunto de equações diferenciais não lineares (o torque envolve produto de variáveis e a maioria das indutâncias varia com a posição do rotor). Neste sistema de equações, a equação (1.3) é de segunda ordem e cada uma das equações escalares contidas em (1.4) é de primeira ordem.

**Expressão da potência elétrica.** A potência elétrica líquida

$$P_e = \frac{dW_e}{dt} = \mathbf{i}^T \mathbf{v} - P_p$$

(onde  $P_p$  representa as perdas elétricas) também pode ser obtida a partir do princípio da conservação da energia. Considerando as derivadas em relação ao tempo,

$$\frac{dW_e}{dt} = \frac{dW_m}{dt} + \frac{dW_c}{dt}$$

e levando em conta (1.5),

$$P_e = T_e \frac{d\theta}{dt} + \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\mathbf{i}^T \mathbf{L} \mathbf{i})$$

Considerando (1.1) e (1.2), esta expressão fica

$$P_e = T_e \frac{1}{p} \left( \omega + \frac{d\delta}{dt} \right) + \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\mathbf{i}^T \mathbf{L} \mathbf{i}) \quad (1.7)$$

Em regime permanente, suposta constante a energia armazenada, a equação (1.7) fornece

$$T_e = \frac{p}{\omega} P_e \quad (1.8)$$

Muitos autores [2,12] utilizam na equação de swing (1.3) esta expressão para o torque eletromagnético. De fato, como potência elétrica, consideram apenas a potência elétrica líquida de estator,  $\mathbf{i}_e^T \mathbf{v}_e$ .

**Potência reativa.** O conceito de potência reativa é estabelecido em regime permanente senoidal, usualmente empregando a notação fasorial. A potência reativa tem, entretanto, um significado físico e traduz uma troca periódica de energia entre circuitos e campos eletromagnéticos. Se a energia é armazenada apenas em campos magnéticos e as correntes são senoidais de frequência angular  $\omega$ , a potência reativa pode ser dada [13,14] por

$$Q = 2\omega \bar{W}_c$$

onde  $\bar{W}_c$  representa a energia média armazenada nos campos:

$$\bar{W}_c = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} W_c dt$$

Na máquina elétrica há troca de energia entre todos os enrolamentos e os campos magnéticos. A energia armazenada é dada, a partir de (1.5), por

$$W_c = \frac{1}{2} \mathbf{i}^T \mathbf{L} \mathbf{i}$$

ou

$$W_c = \frac{1}{2} [i_a \lambda_a + i_b \lambda_b + i_c \lambda_c + i \lambda]$$

Em regime permanente, as três primeiras parcelas desta energia são periódicas e exprimem trocas de energia com as fases do sistema (da barra infinita). Para correntes  $i_a$ ,

$i_b$  e  $i_c$  senoidais, a potência reativa de estator da máquina síncrona é, então, dada por

$$Q = 2\omega \frac{1}{2} [\overline{i_a \lambda_a + i_b \lambda_b + i_c \lambda_c}]$$

Se as correntes e fluxos forem trifásicos equilibrados, a soma dentro do colchete é constante e não há necessidade da média. A potência reativa é

$$Q = \omega [i_a \quad i_b \quad i_c] \begin{bmatrix} L_a & L_{ab} & L_{ac} & L_{ar} \\ L_{ab} & L_b & L_{bc} & L_{br} \\ L_{ac} & L_{bc} & L_c & L_{cr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

# MODELO NÃO LINEAR DE TERCEIRA ORDEM PARA A MÁQUINA SÍNCRONA

Make it as simple as possible but not simpler  
(Einstein)

The engineer is a master of the art of analogue,  
knowing just where to use a particular model and  
where to discard it  
(Laithwaite)

**Integração das equações de correntes de estator.** A equação diferencial (1.4) é usualmente estudada depois de uma transformação de variáveis [15]. É conveniente se usar uma transformação invariante em potência [16] que preserve a forma da equação de torque (1.6). Infelizmente estas transformações obscurecem um ponto muito importante: *A equação diferencial de um circuito indutivo com resistência nula pode ser integrada. A corrente é proporcional à integral da tensão.* A ordem do conjunto de equações diferenciais é reduzida de uma unidade para cada enrolamento cuja resistência seja nula. Esta redução de ordem já havia sido observada quando os enrolamentos são curto-circuitados [17].

Quando a máquina é conectada à barra infinita e as resistências de estator são desprezadas, três das quatro equações diferenciais escalares em (1.4) podem ser integradas [18]:

$$\mathbf{L}_e \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \sqrt{2/3} \frac{V}{\omega} \begin{bmatrix} \cos \omega t \\ \cos(\omega t - 2\pi/3) \\ \cos(\omega t + 2\pi/3) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \cos(\theta - 2\pi/3) \\ \cos(\theta + 2\pi/3) \end{bmatrix} M i \quad (2.1)$$

Nesta equação  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$  são as constantes de integração.

As correntes  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$  podem ser obtidas invertendo-se a matriz  $\mathbf{L}_e$ :

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \sqrt{2/3} \frac{V}{2\omega} \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{L_d} + \frac{1}{L_q}\right) \cos \omega t + \left(\frac{1}{L_d} - \frac{1}{L_q}\right) \cos(2\theta - \omega t) \\ \left(\frac{1}{L_d} + \frac{1}{L_q}\right) \cos(\omega t - 2\pi/3) + \left(\frac{1}{L_d} - \frac{1}{L_q}\right) \cos(2\theta - \omega t - 2\pi/3) \\ \left(\frac{1}{L_d} + \frac{1}{L_q}\right) \cos(\omega t + 2\pi/3) + \left(\frac{1}{L_d} - \frac{1}{L_q}\right) \cos(2\theta - \omega t + 2\pi/3) \end{bmatrix} +$$

$$\frac{\varphi}{3} \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{L_d} + \frac{1}{L_q}\right) \cos \phi + \left(\frac{1}{L_d} - \frac{1}{L_q}\right) \cos(2\theta + \phi) \\ \left(\frac{1}{L_d} + \frac{1}{L_q}\right) \cos(\phi - 2\pi/3) + \left(\frac{1}{L_d} - \frac{1}{L_q}\right) \cos(2\theta + \phi - 2\pi/3) \\ \left(\frac{1}{L_d} + \frac{1}{L_q}\right) \cos(\phi + 2\pi/3) + \left(\frac{1}{L_d} - \frac{1}{L_q}\right) \cos(2\theta + \phi + 2\pi/3) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_0 \\ I_0 \\ I_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \cos(\theta - 2\pi/3) \\ \cos(\theta + 2\pi/3) \end{bmatrix} \frac{M i}{L_d} \quad (2.2)$$

onde  $\varphi$ ,  $\phi$  e  $I_0$  são relacionados com as constantes de integração  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$  por

$$\varphi = [k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 - k_1 k_2 - k_1 k_3 - k_2 k_3]^{-1/2}$$

$$\phi = \text{tg}^{-1}[\sqrt{3}(k_3 - k_2)/(2k_1 - k_2 - k_3)]$$

$$I_0 = (k_1 + k_2 + k_3)/3L_0$$

O uso das indutâncias  $L_d$ ,  $L_q$  e  $L_0$ , dadas por

$$L_d = L_e + \frac{3}{2} L_m + M_e$$

$$L_q = L_e - \frac{3}{2} L_m + M_e$$

$$L_0 = L_e - 2 M_e$$

definidas através da transformação de Park [6,7,10,15] reduz a quantidade de trabalho envolvida na determinação dessas correntes.

**Equação do torque eletromagnético.** As correntes dadas por (2.2), substituídas em (1.6) (Apêndice 1), levam à expressão do torque eletromagnético

$$T_e = p \left[ -\sqrt{3}/2 \frac{VMi}{\omega L_d} \sin \delta + \frac{V^2}{2\omega^2} \left( \frac{1}{L_d} - \frac{1}{L_q} \right) \sin 2\delta - \sqrt{3}/2 \frac{\varphi Mi}{L_d} \sin(\theta + \phi) + \right. \\ \left. \frac{\varphi^2}{3} \left( \frac{1}{L_d} - \frac{1}{L_q} \right) \sin[2(\theta + \phi)] + \frac{\varphi V}{\omega} \left( \frac{1}{L_d} - \frac{1}{L_q} \right) \sin(\theta + \phi + \delta) \right] \quad (2.3)$$

As várias parcelas que aparecem na expressão do torque eletromagnético comportam uma interpretação física. Há três fluxos associados com as diferentes correntes na máquina:

- Um fluxo girante na frequência  $\omega$ , decorrente da integração das tensões da barra infinita, e proporcional à tensão  $V$ ;
- Um fluxo fixo no espaço, decorrente das constantes de integração das correntes de estator, proporcional a  $\varphi$  e cuja posição é definida pelo ângulo  $\phi$ ;
- Um fluxo girante com o rotor, na frequência

$$\dot{\theta} = \omega + \dot{\delta}$$

e proporcional a  $i$ .

A primeira e a terceira parcela do torque traduzem a interação respectivamente do primeiro com o terceiro fluxo e do segundo com o terceiro. A segunda e a quarta parcelas são torques de relutância associados, respectivamente, ao primeiro e segundo fluxos. A quinta parcela traduz a interação entre os dois primeiros fluxos. Não há torque de relutância associado ao fluxo girante com o rotor, proporcional ao quadrado de  $i$ , por ser liso o estator.

**Equação do campo.** A substituição das correntes (2.2) na quarta equação escalar de (1.4) (Apêndice 1) coloca a equação de campo na forma

$$v = R i + L' \frac{di}{dt} - \sqrt{3}/2 \frac{VM}{\omega L_d} \frac{d\delta}{dt} \sin \delta - \sqrt{3}/2 \frac{M\varphi\omega}{L_d} \sin(\theta + \phi) \quad (2.4)$$

onde

$$L' = L - 3 M^2 / (2 L_d)$$

é a indutância transitória de campo. A indutância do enrolamento de rotor ou campo é reduzida quando o estator está conectado a uma fonte de tensão (barra infinita).

**Centragem.** Termos oscilantes rápidos, de valor médio nulo, em equações diferenciais, podem, em primeira aproximação, ser desprezados. O procedimento é chamado centragem [19]. Os três últimos termos em (2.3) são torques oscilantes rápidos, com frequência  $\omega$  e  $2\omega$ ; o último termo de (2.4) é uma tensão oscilante rápida, com frequência  $\omega$ . Todos estes termos são associados com os valores das constantes de integração de (2.2) e têm valor médio nulo. Podem, então, ser desprezados em primeira aproximação. As equações (2.3) e (2.4) passam a

$$T_e = p \left[ -\sqrt{3/2} \frac{VMi}{\omega L_d} \sin\delta + \frac{V^2}{2\omega^2} \left( \frac{1}{L_d} - \frac{1}{L_q} \right) \sin 2\delta \right] \quad (2.5)$$

$$v = R i + L' \frac{di}{dt} - \sqrt{3/2} \frac{VM}{\omega L_d} \frac{d\delta}{dt} \sin\delta \quad (2.6)$$

**Modelo não linear de terceira ordem.** Usando a equivalência de Norton em (2.6), as equações não lineares de terceira ordem da máquina são

$$\frac{d\delta}{dt} = y \quad (2.7)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{p}{J} [T_m + T_e] \quad (2.8)$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{R}{L'} [i_0 - i] + \sqrt{3/2} \frac{VM}{L' \omega L_d} y \sin\delta \quad (2.9)$$

onde  $T_e$  é dado por (2.5) e  $i_0$  é a fonte de corrente do circuito equivalente de Norton

$$i_0 = v/R$$

As equações (2.5) e (2.9) também podem ser apresentadas na forma

$$T_e = \frac{p}{\omega} \left[ -\frac{\omega \sqrt{3/2} M i V}{X_d} \sin\delta + \frac{V^2}{2} \left( \frac{1}{X_d} - \frac{1}{X_q} \right) \sin 2\delta \right] \quad (2.10)$$

e

$$\frac{di}{dt} = \frac{\omega R}{X'} [i_0 - i] + \frac{\omega \sqrt{3/2} M V}{X' X_d} y \sin\delta \quad (2.11)$$

onde as reatâncias são dadas por

$$X' = \omega L'$$

$$X_d = \omega L_d$$

$$X_q = \omega L_q$$

e  $\omega$  é a velocidade síncrona, também chamada de velocidade base [20,21]. Usualmente os dados sobre as máquinas são fornecidos em termos de reatâncias.

**Posição de equilíbrio.** A posição de regime permanente para o sistema não linear de terceira ordem é dada por

$$\begin{aligned} T_m + T_e &= 0 \\ i &= i_0 \end{aligned}$$

Definindo a força eletromotriz

$$E = \omega \sqrt{3/2} M i_0$$

na posição de equilíbrio o torque pode ser escrito

$$T_e = p \left[ -\frac{VE}{\omega^2 L_d} \sin\delta + \frac{V^2}{2\omega^2} \left( \frac{1}{L_d} - \frac{1}{L_q} \right) \sin 2\delta \right] \quad (2.12)$$

**Potências ativa e reativa.** Substituindo as correntes (2.2), desprezados os termos responsáveis pelos torques oscilantes rápidos, na expressão da potência elétrica líquida (1.7) (Apêndice 1), e considerado o torque eletromagnético dado por (2.5), resulta

$$P_e = \left[ -\sqrt{3/2} \frac{VMi}{\omega L_d} \sin\delta + \frac{V^2}{2\omega^2} \left( \frac{1}{L_d} - \frac{1}{L_q} \right) \sin 2\delta \right] \left( \omega + \frac{d\delta}{dt} \right) - \frac{V^2}{2\omega^2} \left( \frac{1}{L_d} - \frac{1}{L_q} \right) \sin 2\delta \frac{d\delta}{dt} + L' \frac{di}{dt} i \quad (2.13)$$

Levando em conta (2.9) esta expressão fica

$$\begin{aligned} P_e = & \left[ -\sqrt{3/2} \frac{VMi}{\omega L_d} \sin\delta + \frac{V^2}{2\omega^2} \left( \frac{1}{L_d} - \frac{1}{L_q} \right) \sin 2\delta \right] \left( \omega + \frac{d\delta}{dt} \right) - \\ & - \frac{V^2}{2\omega^2} \left( \frac{1}{L_d} - \frac{1}{L_q} \right) \sin 2\delta \frac{d\delta}{dt} + (vi - Ri^2) + \sqrt{3/2} \frac{VMi}{\omega L_d} \sin\delta \frac{d\delta}{dt} \end{aligned}$$

e, finalmente,

$$P_e = \left[ -\sqrt{3/2} \frac{VMi}{L_d} \sin\delta + \frac{V^2}{2\omega} \left( \frac{1}{L_d} - \frac{1}{L_q} \right) \sin 2\delta \right] + (vi - Ri^2)$$

A primeira parcela representa a potência elétrica líquida de estator  $P$  (isto é, desprezadas as resistências de estator) e a segunda, de rotor. Em equilíbrio esta segunda parcela é nula e

$$P_e = P$$

com

$$P = \left[ -\sqrt{3/2} \frac{VMi}{L_d} \sin\delta + \frac{V^2}{2\omega} \left( \frac{1}{L_d} - \frac{1}{L_q} \right) \sin 2\delta \right] \quad (2.14)$$

Este resultado, assim como (2.10), confirma (1.8).

A expressão da potência reativa (1.9) (Apêndice 1) fica, após substituição das correntes integradas (2.2), e consideradas apenas as componentes senoidais de frequência  $\omega$ ,

$$Q = -\sqrt{3/2} \frac{VMi}{L_d} \cos\delta + \frac{V^2}{2\omega} \left( \frac{1}{L_d} - \frac{1}{L_q} \right) \cos 2\delta + \frac{V^2}{2\omega} \left( \frac{1}{L_d} + \frac{1}{L_q} \right) \quad (2.15)$$

**Casos degenerados: Modelos conservativos de segunda ordem.** Se o campo da máquina síncrona for alimentado por fonte de corrente ou, equivalentemente, a resistência de campo puder ser considerada infinita, a equação de campo (2.9) se reduz a

$$i = i_0$$

A máquina passa a ser representada somente pelas equações de estado (2.7) e (2.8),

$$\frac{d\delta}{dt} = y \quad (2.7)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{p}{J} [T_m + T_e] \quad (2.8)$$

onde o torque eletromagnético  $T_e$  é dado por (2.12),

$$T_e = p \left[ -\frac{VE}{\omega^2 L_d} \sin\delta + \frac{V^2}{2\omega^2} \left( \frac{1}{L_d} - \frac{1}{L_q} \right) \sin 2\delta \right] \quad (2.12)$$

Nesta forma o torque eletromagnético coincide com o chamado torque de regime. Neste caso o modelo, da forma

$$\frac{d\delta}{dt} = y$$

$$\frac{dy}{dt} = f(\delta)$$

possui uma primeira integral da forma

$$y^2 = 2 \int_0^\delta f(\tau) d\tau + C$$

O modelo é conservativo. As oscilações mecânicas da máquina não são amortecidas.

Se a resistência de campo for desprezada (ou, alternativamente, como frequentemente feito na bibliografia, se o fluxo concatenado com o enrolamento de campo for considerado constante) a equação (2.9), de mesmo modo que as equações (2.1), também poderá ser integrada:

$$i = c - \sqrt{3/2} \frac{VM}{L' \omega L_d} \cos\delta$$

A constante de integração  $c$  pode ser escrita como

$$c = i(0) + \sqrt{3/2} \frac{VM}{L' \omega L_d} \cos \delta(0)$$

Nesta expressão  $i(0)$  e  $\delta(0)$  representam os valores de  $i$  e  $\delta$  no instante  $t=0$ .

A máquina continua a ser representada pelas equações de estado (2.7) e (2.8) com o torque eletromagnético sendo dado por

$$T_e = p \left[ -\frac{V E'}{\omega^2 L'_d} \sin \delta + \frac{V^2}{2\omega^2} \left( \frac{1}{L'_d} - \frac{1}{L_q} \right) \sin 2\delta \right] \quad (2.16)$$

onde  $L'_d$  é a indutância transitória de eixo direto

$$L'_d = L_d - 3 M^2 / (2 L)$$

e  $E'$  é chamada de força eletromotriz transitória, sendo dada por

$$E' = \omega \sqrt{3/2} M \left[ i(0) + \sqrt{3/2} \frac{M}{L} \left( \frac{V}{\omega L_d} \cos \delta(0) - \sqrt{3/2} \frac{M}{L_d} i(0) \right) \right]$$

ou

$$E' = \frac{\omega \sqrt{3/2} M}{L} \left[ L' i(0) + \sqrt{3/2} \frac{M}{L} \frac{V}{\omega L_d} \cos \delta(0) \right]$$

O torque dado por (2.16) pode ser chamado de torque transitório, sendo representado por  $T'_e$ .

Observe-se que a constante de integração  $c$  está relacionada com o fluxo concatenado com o enrolamento de campo no instante do transitório e tem um papel importante no comportamento dinâmico da máquina através da força eletromotriz transitória.

As equações (2.7), (2.8) e (2.16) representam também um modelo conservativo de segunda ordem. Este é o chamado modelo transitório (*transient model*) da máquina [7].

Quando a máquina síncrona é ligada diretamente a uma barra infinita, a excitação controla sua potência reativa [22,23,24]. Numa máquina isolada, a excitação controla a tensão gerada. Se a máquina for ligada à barra infinita através de uma reatância (transformador e/ou linha), a excitação influi na potência reativa e na tensão terminal. A regulação de tensão terminal, neste caso, é equivalente, em primeira aproximação, à regulação de reativos [23] (Apêndice 2).

Na operação de uma máquina síncrona são definidas:

- a potência mecânica de entrada (da turbina) dada por

$$P_m = \frac{dW_m}{dt} = T_e \frac{1}{p} \frac{d\theta}{dt}$$

e que em regime é igual à potência elétrica de saída dada por (2.14),

$$P_m = \frac{\omega}{p} T_e = P$$

- a excitação (tensão ou corrente de campo) correspondendo a um determinado nível de reativos em (2.15).

Considerando a máquina de pólos lisos para reduzir a complexidade das expressões matemáticas (observando-se que o efeito da saliência só é significativo quando a corrente de campo é pequena - máquina subexcitada [6]), valem as relações

$$-P = \frac{V\sqrt{3/2}\omega M}{X_d} i \sin \delta \quad (3.1)$$

e

$$-Q = -\frac{V^2}{X_d} + \frac{V\sqrt{3/2}\omega M}{X_d} i \cos \delta \quad (3.2)$$

As Figs. 3.1 e 3.2 reproduzem o comportamento de  $-P$  e  $-[Q - V^2/X_d]$  em função de  $\delta$  para diferentes valores de  $i$ .

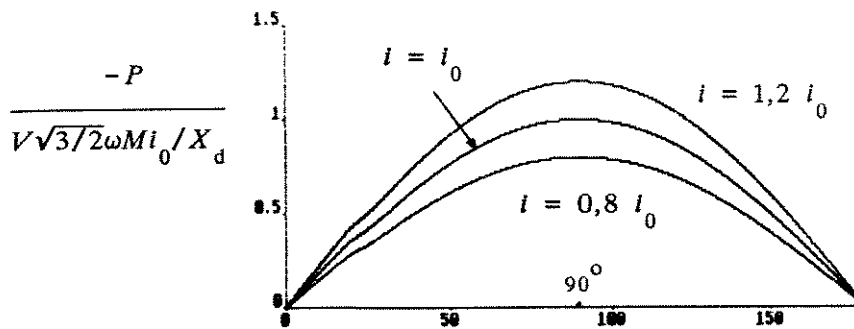


Fig. 3.1 Potência ativa como função do ângulo

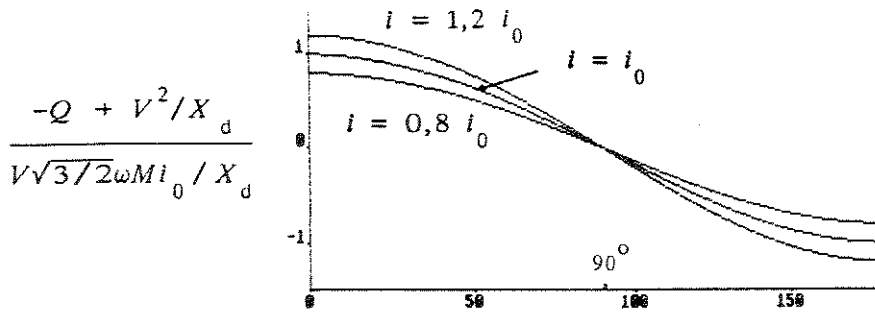


Fig. 3.2 Potência reativa como função do ângulo

Embora na prática o ajuste das condições correspondentes a dadas potência ativa  $-P_0$  e reativa  $-Q_0$  possa ser feito por tentativas, é útil obter, em função daquelas potências, os correspondentes valores  $\delta_0$  e  $i_0$  das variáveis de estado da máquina (pois a terceira variável de estado,  $y$ , em regime, é nula). Escrevendo

$$-P_0 = \frac{V\sqrt{3}/2\omega M}{X_d} i_0 \sin \delta_0 \quad (3.3)$$

e

$$-Q_0 = -\frac{V^2}{X_d} + \frac{V\sqrt{3}/2\omega M}{X_d} i_0 \cos \delta_0 \quad (3.4)$$

vem

$$\operatorname{tg} \delta_0 = \frac{-P_0}{-[Q_0 - V^2/X_d]} \quad (3.5)$$

e

$$i_0 = \frac{X_d}{V\sqrt{3}/2\omega M} \sqrt{P_0^2 + [Q_0 - V^2/X_d]^2} \quad (3.6)$$

A partir de  $i_0$  obtém-se a tensão de campo

$$v_0 = R i_0 \quad (3.7)$$

**Modelo do regulador de reativos.** A atuação do regulador proporcional de reativos será conseguida através da variação da tensão de campo em decorrência de uma alteração na potência reativa da máquina (correspondente a uma alteração na potência ativa). Esta atuação pode ser descrita por

$$v = v_0 + G (Q - Q_0) \quad (3.8)$$

onde  $G$  é o ganho do regulador em volt/voltampere reativo e  $Q$  é a potência reativa medida da máquina.

Substituindo (3.2), (3.4) e (3.7) em (3.8) vem

$$v = R i_0 + \frac{G\sqrt{3}/2\omega MV}{X_d} (i_0 \cos \delta_0 - i \cos \delta) \quad (3.9)$$

Finalmente, substituindo este valor de  $v$  na equação diferencial para a corrente de campo  $i$  (2.6), resulta

$$\frac{di}{d\delta} = \frac{R}{L'} [i_0 (1+e \cos \delta_0) - i (1+e \cos \delta)] + \frac{V\sqrt{3/2}M}{L' X_d} y \sin \delta \quad (3.10)$$

onde

$$e = \frac{G\sqrt{3/2}\omega MV}{X_d R}$$

**Curvas estáticas parametrizadas  $P-\delta$  e  $Q-\delta$ .** Quando o controle de reativos atua a corrente de campo  $i$ , em regime, deixa de ser constante, sendo dado, conforme a equação (3.10), por

$$i = i_0 \frac{1 + e \cos \delta_0}{1 + e \cos \delta} \quad (3.11)$$

A Fig. 3.3 representa a curva estática  $i-\delta$ , definida por (3.11), para alguns valores de  $e$ .

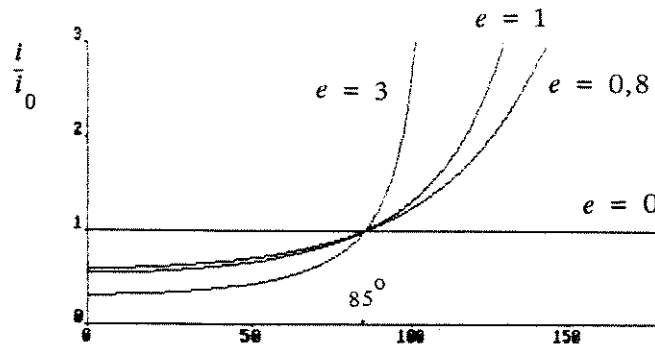


Fig. 3.3 Corrente de campo função do ângulo sob efeito de regulador de reativos ( $\delta_0 = 85^\circ$ )

A ação do controle de reativos, tendendo a reduzir a queda de reativos fornecidos pela máquina quando o ângulo  $\delta$  cresce, se dá através do aumento da corrente  $i$  com  $\delta$ . O aumento pode ser considerável, se o ganho do controle de reativos for elevado. Assim, para  $e > 1$  o denominador de (3.11) se anula para um ângulo  $\delta$  satisfazendo

$$1 + e \cos \delta = 0$$

A curva corrente de campo em função de  $\delta$ , dada por (3.11) apresenta dois ramos: o primeiro cresce sem limite quando  $\delta$  tende a  $\cos^{-1}(1/e)$ . É claro que há limitações físicas da máquina que restringem este crescimento. No segundo ramo,

$$1 + e \cos \delta < 0 \quad (3.12)$$

e o sentido da corrente de campo se inverte. Posições de equilíbrio satisfazendo (3.12) são, como será visto posteriormente, instáveis. Esta instabilidade poderia ser antecipada por consideração da equação (3.10), como consequência da inversão do sinal do coeficiente de  $i$  no segundo membro [25].

A substituição da corrente  $i$  dada por (3.11) nas expressões para potência ativa e reativa (3.1) e (3.2) permite obter para estas potências expressões parametри-

zadas em  $e$ :

$$-P = \frac{V\sqrt{3/2}\omega M}{X_d} i_0 \frac{1 + e \cos \delta_0}{1 + e \cos \delta} \sin \delta \quad (3.13)$$

e

$$-Q = -\frac{V^2}{X_d} + \frac{V\sqrt{3/2}\omega M}{X_d} i_0 \frac{1 + e \cos \delta_0}{1 + e \cos \delta} \cos \delta \quad (3.14)$$

A presença do regulador (traduzido nestas expressões pelo parâmetro  $e$ ) afeta as curvas  $P$ - $\delta$  e  $Q$ - $\delta$  que passam a se apresentar como mostram as Figs. 3.4 e 3.5.

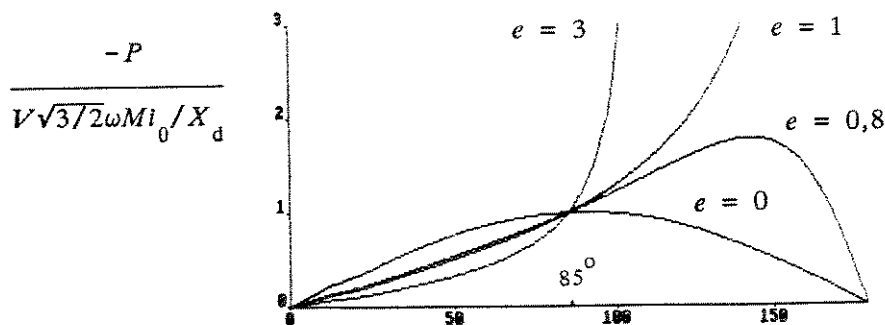


Fig. 3.4 Potência ativa parametrizada em  $e$  ( $\delta_0 = 85^\circ$ )

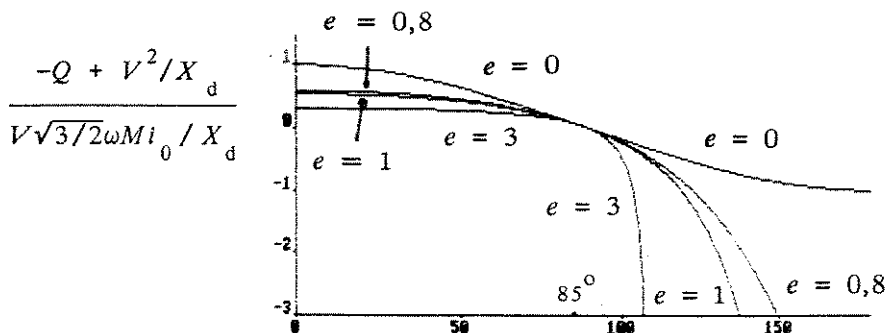


Fig. 3.5 Potência reativa parametrizada em  $e$  ( $\delta_0 = 85^\circ$ )

Para ganhos elevados do regulador de reativos estas expressões apresentam dois ramos, como decorrência do comportamento da corrente de campo  $i$ . Não é, naturalmente, necessário considerar o segundo ramo.

Definindo

$$I = i_0 (1 + e \cos \delta_0) \quad (3.15)$$

as equações (3.13) e (3.14) podem ser escritas

$$-P = \frac{V\sqrt{3/2}\omega M}{X_d} I \frac{\sin \delta}{1 + e \cos \delta} \quad (3.16)$$

e

$$-Q = -\frac{V^2}{X_d} + \frac{V\sqrt{3/2}\omega M}{X_d} I \frac{\cos \delta}{1 + e \cos \delta} \quad (3.17)$$

A grandeza  $I$  depende de  $i_0$ ,  $\delta_0$  e do parâmetro  $e$ . Para  $e$  constante é possível

considerar as potências  $-P$  e  $-Q$  como funções de  $I$  e de  $\delta$ , como apresentadas nas Figs. 3.6 e 3.7.

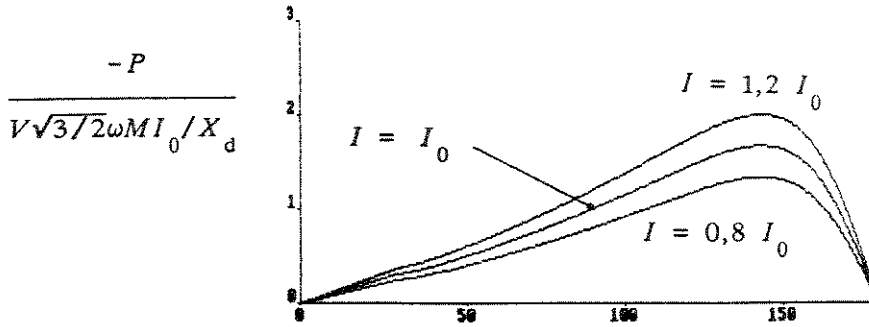


Fig. 3.6 Potência ativa parametrizada em  $I$  com  $e=0,8$

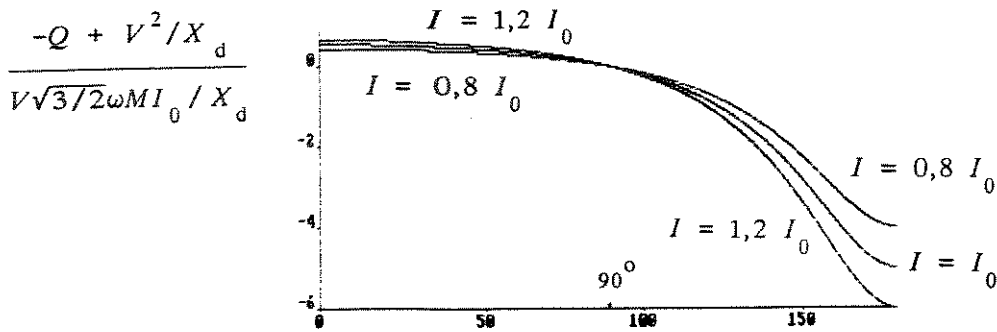


Fig. 3.7 Potência reativa parametrizada em  $I$  com  $e=0,8$

Na operação da máquina síncrona com regulador de reativos atuante (e ganho  $e$  dado) podem também ser definidas:

- a potência mecânica de entrada que, em regime, será igual à potência elétrica de saída  $-P_0$ ,
- a excitação, correspondente a uma dada potência reativa  $-Q_0$ .

Embora na prática o ajuste possa novamente ser feito por tentativas, é possível obter, em função de  $-P_0$  e  $-Q_0$ , os correspondentes valores  $\delta_0$  e  $I_0$  para  $\delta$  e  $I$ . Vem, considerando (3.16) e (3.17),

$$\operatorname{tg} \delta_0 = \frac{-P_0}{-[Q_0 - V^2/X_d]}$$

reproduzindo (3.3) e

$$I_0 = \frac{X_d}{V\sqrt{3}/2\omega M} \sqrt{P_0^2 + [Q_0 - V^2/X_d]^2} (1 + e \cos \delta_0)$$

ou, considerando (3.15),

$$I_0 = \frac{X_d}{V\sqrt{3}/2\omega M} \sqrt{P_0^2 + [Q_0 - V^2/X_d]^2}$$

que reproduz (3.6).

## 4 ESTABILIDADE LOCAL DA MÁQUINA SÍNCRONA; SINAL ESTABILIZADOR

Com a introdução do controle de reativos proporcional, a máquina síncrona passa a ser representada pelas equações diferenciais (2.7), (2.8) e (3.10).

$$\frac{d\delta}{dt} = y \quad (2.7)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{p}{J} [T_m + T_e] \quad (2.8)$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{R}{L} [i_0 (1+e \cos \delta_0) - i (1+e \cos \delta)] + \frac{V\sqrt{3/2}M}{L' X_d} y \sin \delta \quad (3.10)$$

O torque eletromagnético, considerada a máquina de pólos lisos, é dado por

$$T_e = - p \frac{V\sqrt{3/2}Mi}{X_d} \sin \delta \quad (4.1)$$

**Estabilidade local da posição de equilíbrio.** Linearizando as equações (2.7), (2.8) e (3.10) em torno da posição de equilíbrio, considerada a equação (4.1), obtém-se a equação característica

$$\begin{aligned} \frac{JL'}{p} \lambda^3 + \frac{J}{p} R (1 + e \cos \delta) \lambda^2 + \frac{p\sqrt{3/2}VM}{X_d} (L' i \cos \delta + \frac{\sqrt{3/2}VM}{X_d} \sin^2 \delta) \lambda + \\ + \frac{p\sqrt{3/2}VMR}{X_d} i (e + \cos \delta) = 0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

onde  $i$  é dado por (3.11):

$$i = i_0 \frac{1 + e \cos \delta_0}{1 + e \cos \delta} \quad (3.11)$$

A equação característica, de terceira ordem, pode ser escrita, abreviada, como

$$a \lambda^3 + b \lambda^2 + c \lambda + d = 0$$

Admitindo  $a > 0$ , as condições de estabilidade local são dadas, pelo critério de Routh-Hurwitz [26], por

$$b > 0 \quad (4.3)$$

$$bc - ad > 0 \quad (4.4)$$

$$d > 0 \quad (4.5)$$

A discussão destas condições é feita admitindo  $R$  não nulo, ou seja, o modelo da máquina não degenerado.

A condição (4.3) se traduz por

$$1 + e \cos \delta > 0$$

e é sempre satisfeita se  $e < 1$  ou, se  $e > 1$  - neste caso a curva  $i$  função de  $\delta$ , dada por (3.12), possui dois ramos - é satisfeita no primeiro ramo e não no segundo.

A condição (4.5) deixa de ser satisfeita quando uma raiz da equação característica se anula. Ela define a *fronteira aperiódica* de estabilidade.

A condição (4.4) deixa de ser satisfeita quando duas raízes da equação característica se tornam imaginárias puras. Ela define a *fronteira oscilatória* de estabilidade.

**Fronteira aperiódica de estabilidade.** A fronteira aperiódica de estabilidade para a equação (4.2), suposto  $l \neq 0$  (ou  $T_e \neq 0$ ) é dada por

$$e + \cos \delta = 0 \quad (4.6)$$

Para  $e$  menor que 1, esta fronteira limita, no plano  $P-\delta$ , a região onde a potência é função crescente do ângulo. Se  $e$  é maior que 1 a condição (4.5) é sempre satisfeita e não existe a fronteira.

Esta fronteira é às vezes chamada de *limite de estabilidade estática*.

**Fronteira oscilatória de estabilidade.** A condição (4.4) se escreve

$$\frac{\sqrt{3/2}VM}{X_d} \sin^2 \delta (1 + e \cos \delta) > L' i e \sin^2 \delta$$

ou, supondo

$$\sin \delta \neq 0$$

pode ser simplificada:

$$\frac{\sqrt{3/2}VM}{X_d} (1 + e \cos \delta) > L' e i$$

Pode-se representar a fronteira oscilatória de estabilidade no plano  $P-\delta$ , levando em conta a expressão (3.1):

$$-P = \frac{V\sqrt{3/2}\omega M}{X_d} i \sin \delta \quad (3.1)$$

A condição de estabilidade fica

$$\frac{(-P)}{P_N} \frac{1}{\sin \delta} < \frac{1 + e \cos \delta}{e}$$

onde  $P_N$  é definida por

$$P_N = (\sqrt{3/2}\omega MV)^2 / (X_d^2 X')$$

Para a máquina funcionando como gerador ( $-P$  positivo,  $\delta$  positivo), a condição se escreve

$$\frac{(-P)}{P_N} < \frac{\sin \delta}{e} + \frac{\sin 2\delta}{2}$$

Para motor,

$$\frac{(-P)}{P_N} > \frac{\sin \delta}{e} + \frac{\sin 2\delta}{2}$$

A Fig. 4.1 representa as fronteiras oscilatórias de estabilidade

$$\frac{(-P)}{P_N} = \frac{\sin \delta}{e} + \frac{\sin 2\delta}{2} \quad (4.7)$$

bem como as fronteiras aperiódicas (4.6), para diversos valores do parâmetro  $e$ , no plano  $P-\delta$ . As hachuras indicam a região instável. Nestas Figuras, é admitida operação da máquina como gerador. Observe-se que a fronteira oscilatória pode restringir a região estável de operação mais do que a fronteira aperiódica, em particular se o ganho  $e$  do regulador de tensão for elevado. Nas Figuras são também apresentadas curvas de potência ativa para diversos valores de  $I$  (ou, no caso  $e=0$ , diversos  $I$ ).

**Sinal estabilizador.** A introdução de um sinal estabilizador proporcional à velocidade relativa na tensão de campo da máquina síncrona [4] pode ampliar sua região de operação estável [27].

Com este sinal, a equação de campo (3.10) passa a ser escrita

$$\frac{di}{dt} = \frac{R}{L'} [i_0 (1+e \cos \delta_0) - i (1+e \cos \delta)] + \frac{V\sqrt{3/2}M}{L' X_d} y \sin \delta + \frac{K}{L'} y \quad (4.8)$$

onde  $K$ , em volts/radiano por segundo, representa o ganho do sinal estabilizador.

Como na posição de equilíbrio

$$y = 0$$

o sinal estabilizador não afeta as curvas estáticas  $I-\delta$ ,  $P-\delta$  ou  $Q-\delta$ .

Linearizando as equações (2.7), (2.9) e agora (4.8) em torno da posição de equilíbrio obtém-se a nova equação característica

$$\frac{JL'}{P} \lambda^3 + \frac{J}{P} R (1 + e \cos \delta) \lambda^2 + \frac{p\sqrt{3/2}VM}{X_d} (L' i \cos \delta + \frac{\sqrt{3/2}VM}{X_d} \sin^2 \delta + K \sin \delta) \lambda + \frac{p\sqrt{3/2}VMR}{X_d} i (e + \cos \delta) = 0 \quad (4.9)$$

O ganho do sinal estabilizador só influi na condição de estabilidade (4.4), que define a fronteira oscilatória de estabilidade. Para a máquina funcionando como gerador esta condição passa a ser dada por

$$\frac{(-P)}{P_N} < \frac{\sin \delta}{e} + \frac{\sin 2\delta}{2} + k \frac{(e \cos \delta + 1)}{e}$$

onde o ganho normalizado do sinal estabilizador é definido por

$$k = \frac{K X_d}{V\sqrt{3/2}M}$$

A Fig. 4.2 representa as fronteiras de estabilidade no plano  $P-\delta$  para a máquina funcionando como gerador, para vários valores de  $e$  e  $k=0,4$ . Na Figura, para comparação, incluem-se as fronteiras de estabilidade sem sinal estabilizador. O sinal estabilizador, com  $k$  positivo, pode ampliar a região de operação estável do gerador, apenas no sentido de potências maiores e não no sentido de ângulos maiores.

É ainda interessante observar que, para máquina operando como motor, um  $k$  positivo reduz a região de operação estável. Neste caso, para ampliar esta região, seria necessário utilizar um  $k$  negativo.

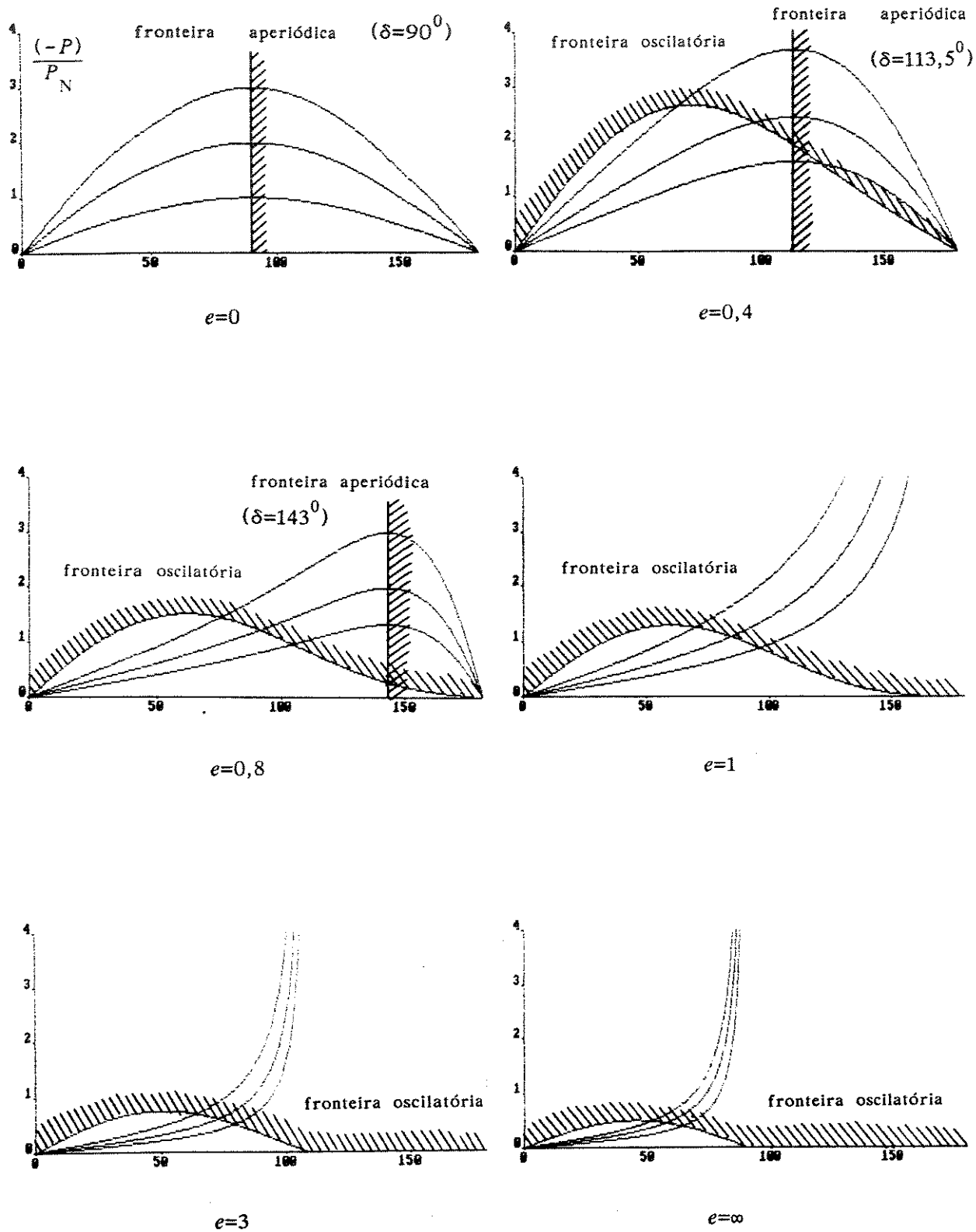


Fig. 4.1 Fronteiras de estabilidade

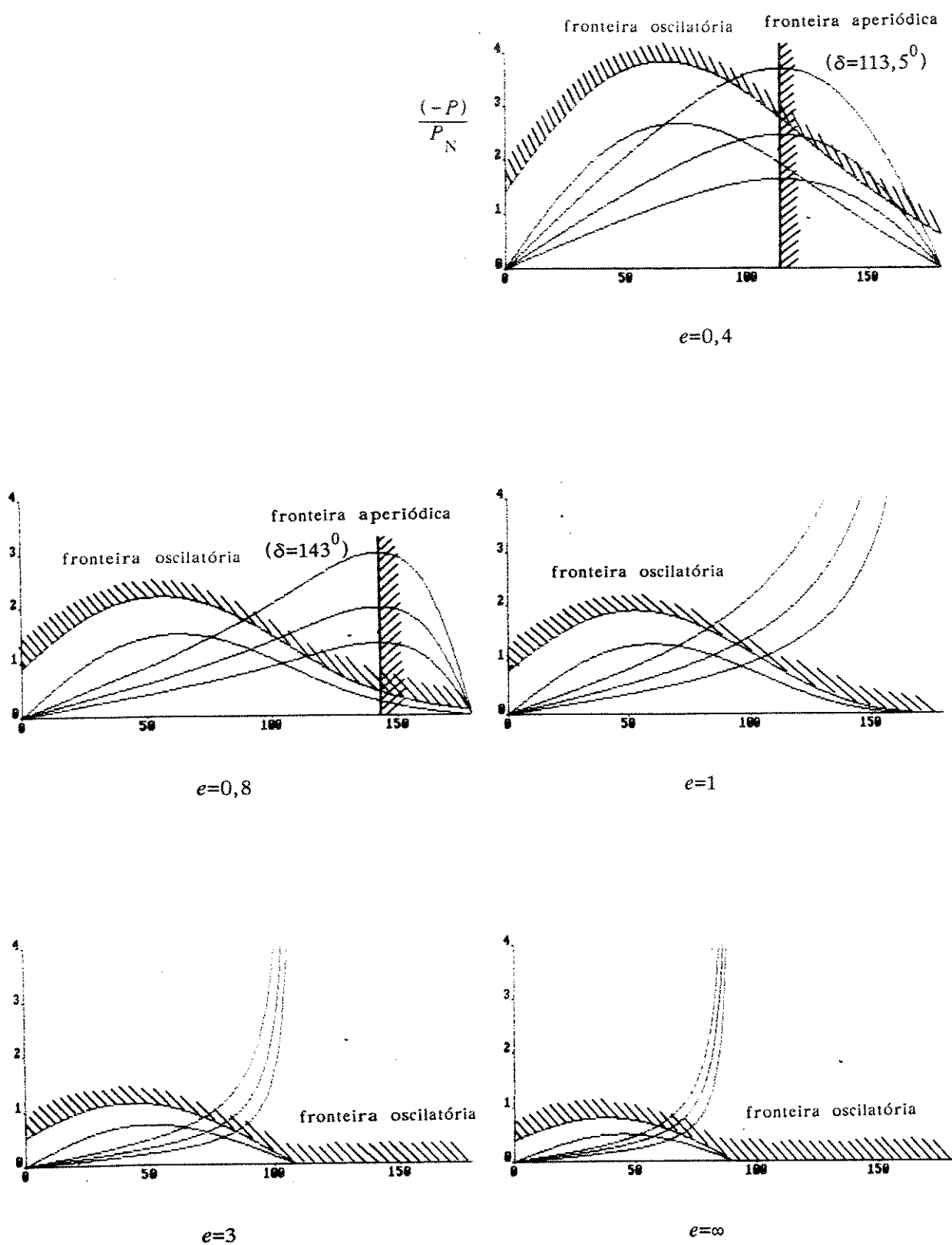


Fig. 4.2 Fronteiras de estabilidade ( $k=0,4$ )

Foi escolhida para simulação uma máquina síncrona cujos dados são [21]:

Potência nominal 325 MVA  
 Fator de potência 0,85  
 Tensão de linha 20 kV  
 Número de polos 64  
 Velocidade mecânica 112,5 rpm  
 Inércia combinada da turbina e gerador  $35,1 \times 10^6 \text{ kg.m}^2$   
 Resistência de estator 0,00234  $\Omega$   
 Reatância de dispersão de estator 0,1478  $\Omega$   
 Reatância de eixo direto 1,0467  $\Omega$   
 Reatância de eixo de quadratura 0,5911  $\Omega$   
 Reatância de dispersão de rotor (referida ao estator) 0,2525  $\Omega$   
 Resistência de rotor (referida ao estator) 0,0005  $\Omega$

Nas simulações de máquina de polos lisos foi admitido, para as reatâncias de eixo direto e de quadratura o mesmo valor, 1,0467  $\Omega$ .

Em várias simulações a resistência de rotor foi modificada - para um valor 10 vezes maior, nulo ou infinito. A multiplicação por 10 aumenta o amortecimento das oscilações, sem afetar as condições de estabilidade encontradas no Cap. 4 (mantido constante o parâmetro  $e$ , o que significa, multiplicado por 10, também, o ganho  $G$  do controlador de reativos).

Todas as simulações utilizaram o aplicativo SIMNON (*simulation of non-linear systems*) [28]. O algoritmo de integração foi sempre o Runge-Kutta de ordem 4/5. Nos resultados das diversas simulações são apresentadas as variáveis mais importantes para a visualização dos resultados.

Com exceção das curvas *torque-ângulo*, em todas as curvas o eixo das abcissas representa o tempo em segundos. Ângulos estão em graus, torques em Newton.metros, velocidades em radianos por segundo, correntes em Ampères, potências ativas em Watts, potências reativas em Volt.Ampères reativos e potências aparentes em Volt.Ampères.

**Comparação entre os modelos de terceira e de quinta ordem da máquina síncrona.** O modelo de terceira ordem é descrito pelas equações (2.7), (2.8), (2.11) com o torque elétrico dado por (2.10):

$$\frac{d\delta}{dt} = y \quad (2.7)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{p}{J} [T_m + T_e] \quad (2.8)$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{\omega R}{X'} [i_0 - i] + \frac{\omega \sqrt{3/2} M V}{X' X_d} y \sin \delta \quad (2.11)$$

$$T_e = \frac{p}{\omega} \left[ - \frac{\omega \sqrt{3/2} M i V}{X_d} \sin \delta + \frac{V^2}{2} \left( \frac{1}{X_d} - \frac{1}{X_q} \right) \sin 2\delta \right] \quad (2.10)$$

O modelo de quinta ordem, em variáveis  $dq$ , é constituído pelas equações [10]:

$$\frac{d\delta}{dt} = y$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{p}{J} [T_m + T_e]$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{\omega}{X'} [i_0 - i] + \frac{\omega^2 \sqrt{3/2} M}{X' X_d} \left[ V \sin\delta - R_e i_d + X_q i_q + X_q \frac{y}{\omega} i_q \right]$$

$$\frac{di_d}{dt} = \frac{\omega}{X'_d} \left[ V \sin\delta - R_e i_d + X_q i_q + X_q \frac{y}{\omega} i_q \right] - \frac{\omega^2 \sqrt{3/2} M R}{X'_d X} [i_0 - i]$$

$$\frac{di_q}{dt} = \frac{\omega}{X'_q} \left[ V \cos\delta - R_e i_q - X_d i_d - X_d \frac{y}{\omega} i_d - \omega \sqrt{3/2} M i - \sqrt{3/2} M y i \right]$$

com

$$X'_d = X_d - \frac{3}{2} \frac{(\omega M)^2}{X}$$

e

$$T_e = \frac{p}{\omega} \left[ \sqrt{3/2} \omega M i i_q + (X_d - X_q) i_d i_q \right]$$

Os resultados das simulações do modelo de quinta ordem são mostrados nas Figuras 5.1, 5.2 e 5.3. Nas três simulações a resistência de campo foi suposta multiplicada por 10. A partir de uma posição inicial de equilíbrio correspondente a

$$-P(0) = 0$$

$$-Q(0) = 0$$

ou

$$\delta(0) = 0$$

$$y(0) = 0$$

$$i(0) = 22\,249 \text{ A}$$

e com correntes iniciais de estator transformadas, arbitrariamente dadas por

$$-i_d(0) = -i_q(0) = 2\,000 \text{ A}$$

admite-se aplicado um torque mecânico de 20 MNm. A nova posição de equilíbrio corresponde a

$$-P = 235,63 \text{ MW}$$

e

$$\delta = 21,015^\circ$$

A Fig. 5.1 representa os resultados da simulação. Observa-se, em algumas curvas, o *transitório rápido*: oscilações rápidas (em 60 Hz) em torno de valores médios *lentos*. Os transitórios rápidos desaparecem após alguns segundos. Na Fig. 5.2 se representa este comportamento durante 0,5 s ficando claro que a frequência destes transitórios é de 60 Hz.

Na Fig. 5.3 é desprezada a resistência de estator. Os transitórios rápidos deixam de ser amortecidos, mostrando o papel das resistências de estator nestes transitórios.

Este comportamento corresponde exatamente ao do modelo de terceira ordem,

descrito pelas equações (2.7), (2.8) e (2.4), com o torque elétrico dado por (2.3). Nestas equações as constantes de integração  $\phi$  e  $\varphi$  se relacionam com os valores iniciais adotados para  $i_d$  e  $i_q$  (Apêndice 1).

Na Fig. 5.4 são reproduzidos os resultados da simulação correspondentes ao modelo de terceira ordem. Incluem-se agora, para efeito de comparação, correntes  $i_d$  e  $i_q$  que são, neste modelo, funções algébricas das variáveis de estado  $\delta$  e  $i$  (Apêndice 1). Nas simulações são desprezados os termos em  $\varphi$ , correspondentes aos transitórios rápidos e neste caso o modelo de terceira ordem é representado por (2.7), (2.8), (2.11), com  $T_e$  dado por (2.10). Também nesta simulação a resistência de rotor foi multiplicada por 10.

Observa-se neste grupo de simulações que o comportamento do modelo de quinta ordem com resistência de estator não nula tende para o comportamento do modelo de terceira ordem.

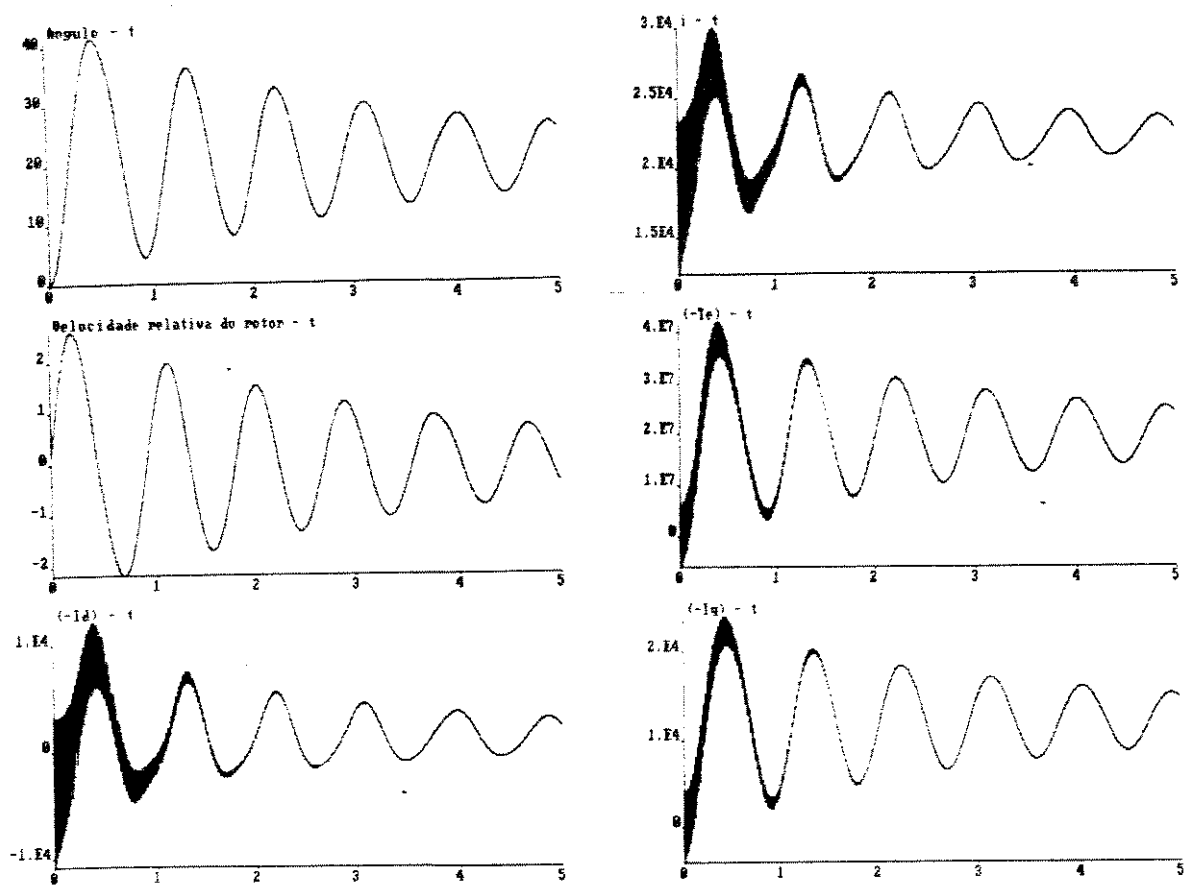


Fig. 5.1 Modelo de quinta ordem

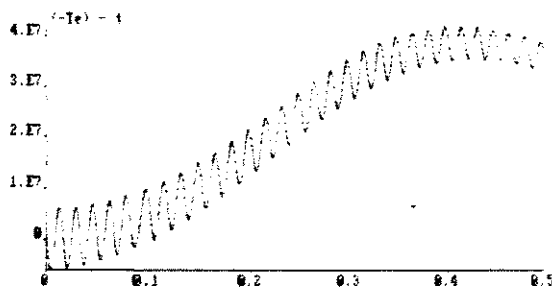


Fig. 5.2 Modelo de quinta ordem: comportamento em 0,5 s

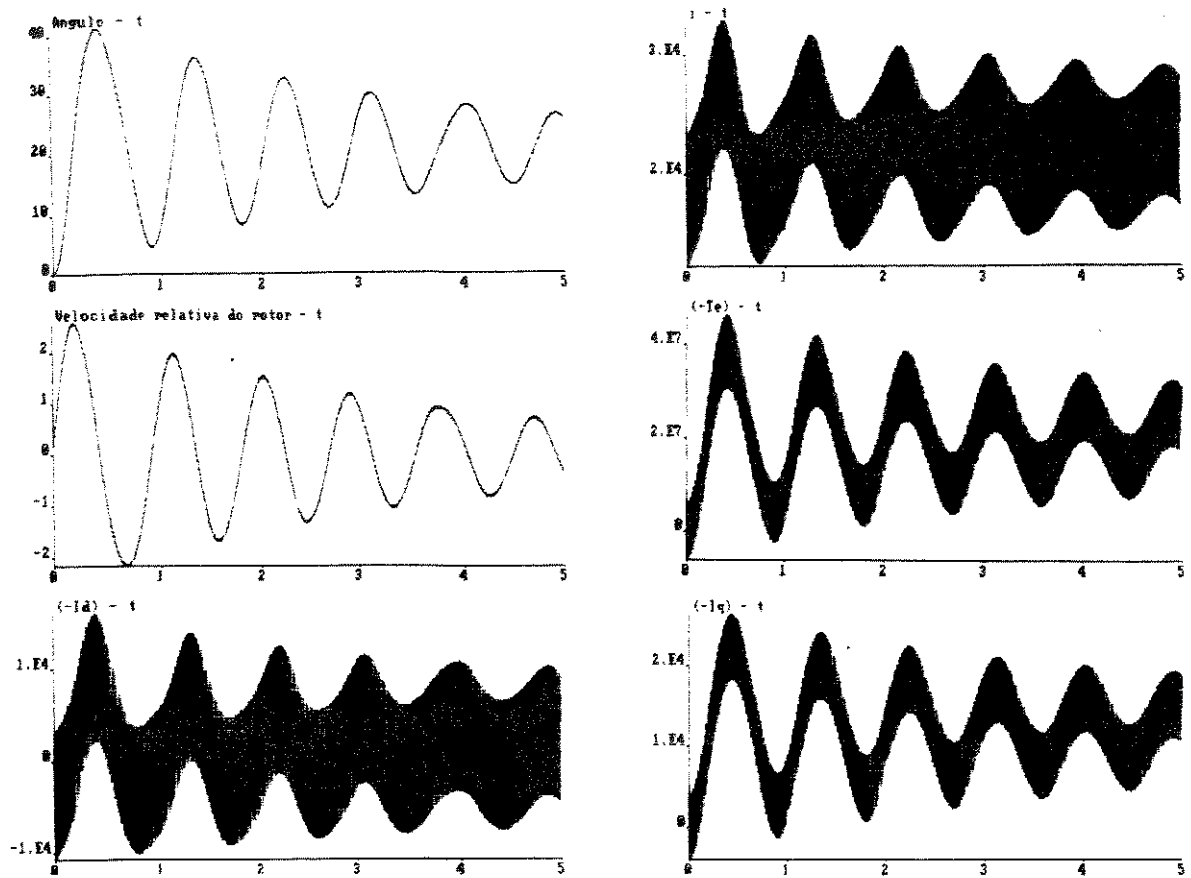


Fig. 5.3 Modelo de quinta ordem (resistências de estator nulas)

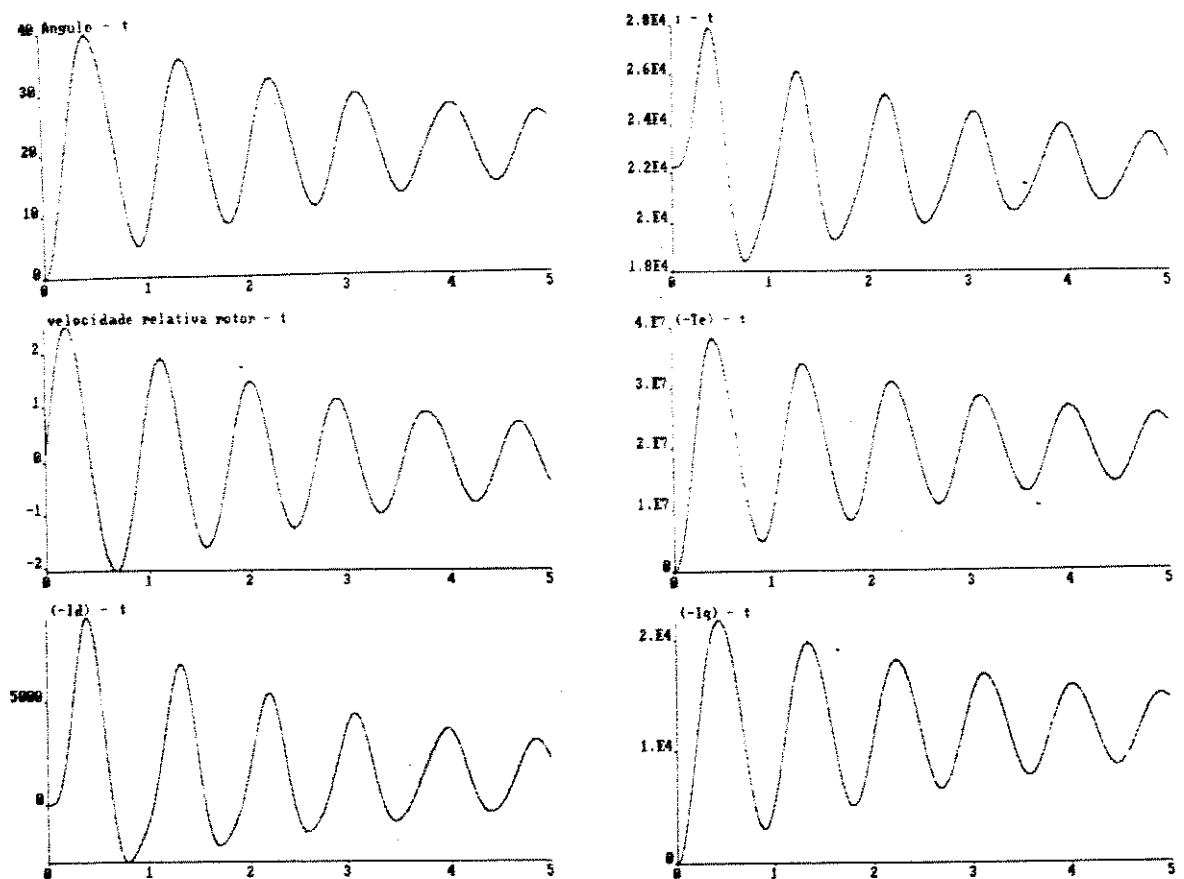


Fig. 5.4 Modelo de terceira ordem

**Efeito dos pólos salientes.** Foi comparado o comportamento dinâmico da máquina exemplo, de pólos salientes, reproduzido na Fig. 5.4, com o de outra máquina na qual se adotou para  $L_q$  o mesmo valor de  $L_d$ , isto é, foram supostos pólos lisos. A Fig. 5.5 mostra o comportamento da máquina de pólos lisos. Novamente foi decuplicada a resistência de campo. Na máquina de pólos lisos as oscilações são mais lentas e mais amortecidas, em consequência da inexistência de torques de relutância.

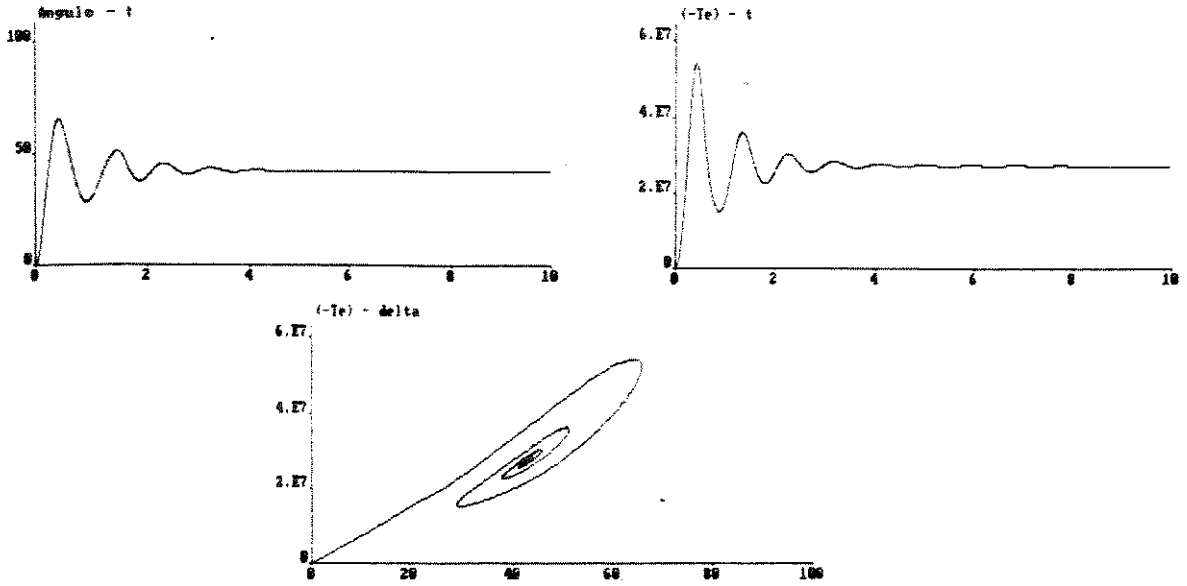


Fig. 5.5 Modelo de pólos lisos (terceira ordem)

**Casos degenerados.** Os valores limite, zero ou infinito, para a resistência de rotor, originam os modelos degenerados, conservativos, da máquina.

Nestes modelos as equações da máquina passam a

$$\frac{d\delta}{dt} = y$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{p}{J} [T_m + T_e]$$

Para resistência de campo infinita (ou corrente de campo constante), o torque eletromagnético  $T_e$  é dado por

$$T_e = p \left[ -\frac{VE}{\omega^2 L_d} \sin\delta + \frac{V^2}{2\omega^2} \left( \frac{1}{L_d} - \frac{1}{L_q} \right) \sin 2\delta \right]$$

onde

$$E = \omega\sqrt{3/2} M i_o$$

Para resistência de campo nula (ou fluxo de campo constante), o torque eletromagnético é dado por

$$T_e = p \left[ -\frac{VE'}{\omega^2 L'_d} \sin\delta + \frac{V^2}{2\omega^2} \left( \frac{1}{L'_d} - \frac{1}{L_q} \right) \sin 2\delta \right]$$

onde  $L'_d$  é a indutância transitória de eixo direto

$$L'_d = L_d - 3 M^2 / (2 L)$$

e  $E'$  é chamada de força eletromotriz transitória, sendo dada por

$$E' = \omega\sqrt{3/2} M \left[ i(0) + \sqrt{3/2} \frac{M}{L} \left( \frac{V}{\omega L_d} \cos \delta(0) - \sqrt{3/2} \frac{M}{L_d} i(0) \right) \right]$$

ou

$$E' = \frac{\omega \sqrt{3/2} M}{L} \left[ L' I(0) + \sqrt{3/2} \frac{M}{L} \frac{V}{\omega L_d} \cos \delta(0) \right]$$

Na Fig. 5.6 é representado o comportamento da máquina de pólos lisos com corrente de campo constante (ou resistência de rotor infinita). Na Fig. 5.7 é representado o comportamento da mesma máquina com fluxo de campo constante (ou resistência de campo nula). Este último modelo é o chamado *modelo transitório* [7].

Estes modelos são conservativos: as oscilações têm amplitude constante.

Além das curvas *torque-tempo* e *ângulo-tempo* apresentadas nessas Figuras, é possível eliminar o tempo, obtendo-se a curva *torque-ângulo* (que pode ser parametrizada em tempo). Na Fig. 5.8 são comparados os comportamentos dos modelos degenerados com o do modelo de terceira ordem já apresentado na Fig. 5.5, através das curvas *torque-ângulo*. A máquina tende, inicialmente, a seguir o comportamento do modelo transitório. No regime o torque se situa na curva correspondente a corrente de campo constante.

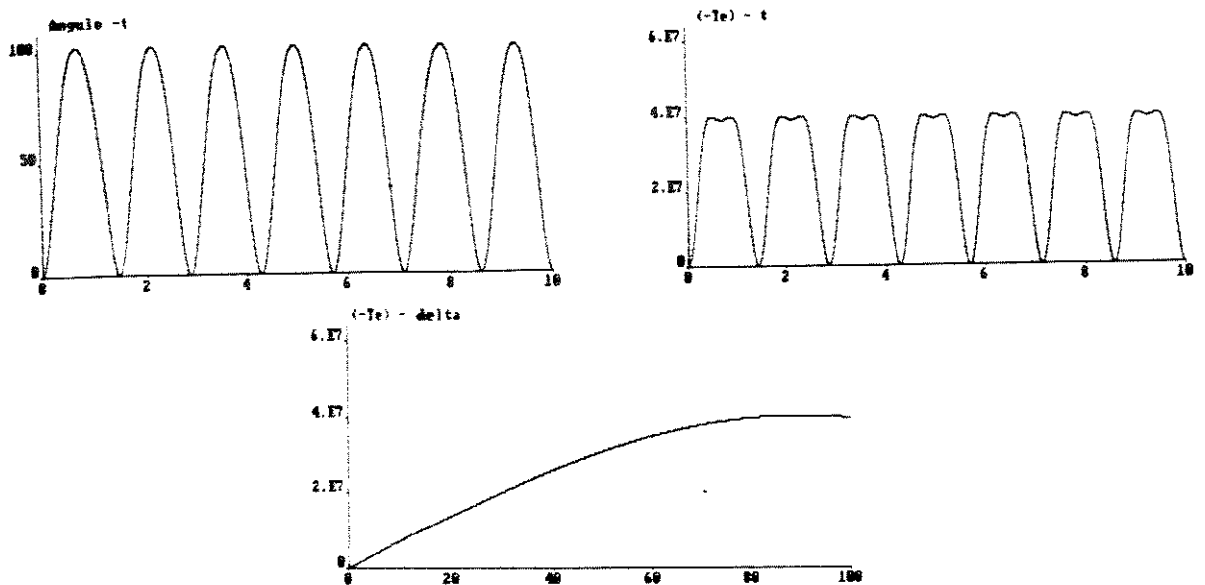


Fig. 5.6 Comportamento da máquina com resistência de campo infinita

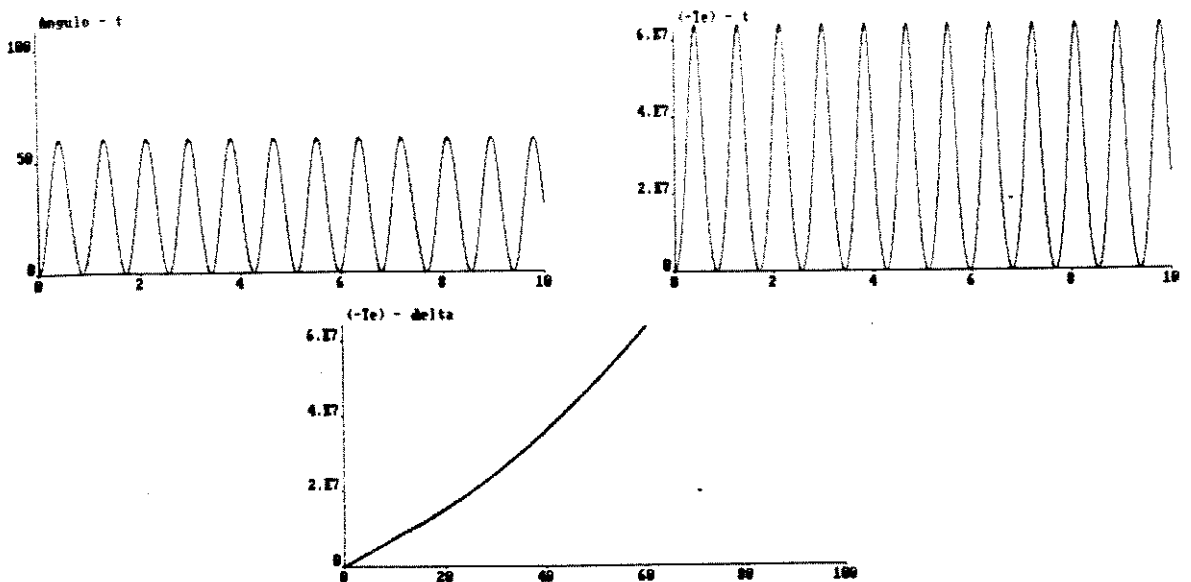


Fig. 5.7 Comportamento da máquina com resistência de campo nula

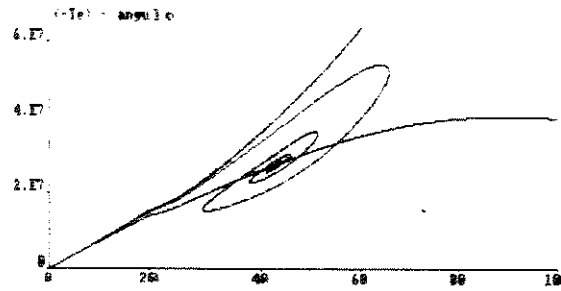


Fig. 5.8 Modelo de terceira ordem e modelos degenerados

**Regulador de reativos.** Neste grupo de simulações (Fig. 5.9 a Fig. 5.11), foi observado o efeito do regulador de reativos. A máquina foi suposta de polos lisos.

O comportamento da máquina com regulador de reativos é descrito pelas equações

$$\frac{d\delta}{dt} = y$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{p}{J} [T_m + T_e]$$

onde

$$T_e = -p \frac{\sqrt{3/2} M i V}{X_d} \sin\delta$$

e

$$\frac{di}{dt} = \frac{R}{L'} [i_0 (1+e \cos\delta_0) - i (1+e \cos\delta)] + \frac{V\sqrt{3/2} M}{L' X_d} y \sin\delta$$

Nas simulações a resistência de campo foi multiplicada por 10. A partir de uma situação inicial (despacho) para a máquina correspondente a

$$-P(0) = 235,63 \text{ MW} \quad (T_m = 20 \text{ MNm})$$

$$-Q(0) = 25,97 \text{ MVar}$$

ou, em variáveis de estado,

$$\delta(0) = 30^\circ$$

$$i(0) = 27\,446 \text{ A}$$

$$y(0) = 0$$

Uma modificação no torque mecânico para

$$T_m = 24 \text{ MNm} \quad (P_m = 282,75 \text{ MW})$$

altera as potências ativa e reativa geradas. A tabela 5.1 reproduz, para os valores de  $e$  usados nas três simulações, os valores finais de potência reativa, ângulo e corrente de campo. As condições de estabilidade são satisfeitas nas posições inicial e finais das simulações.

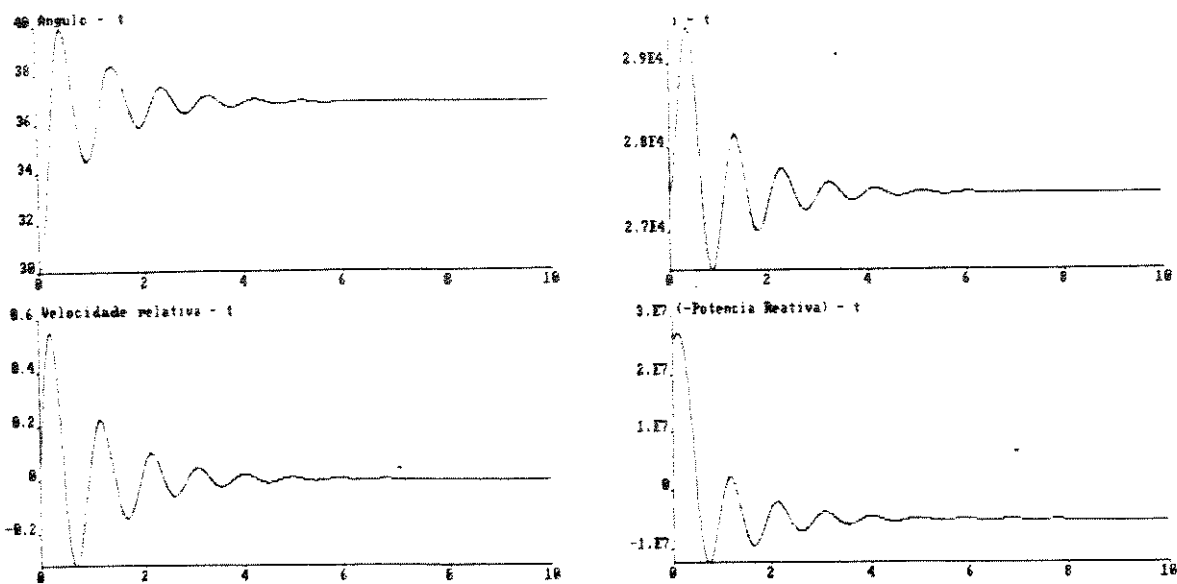


Fig. 5.9 Comportamento da máquina sem regulador de reativos

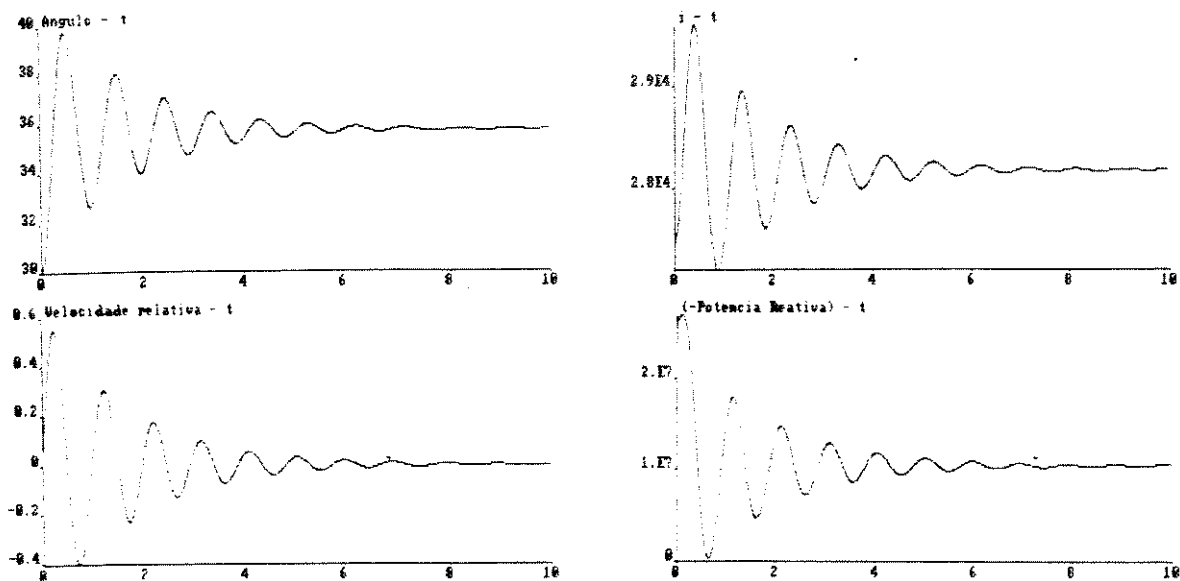


Fig. 5.10 Efeito do regulador de reativos ( $e=0,8$ )

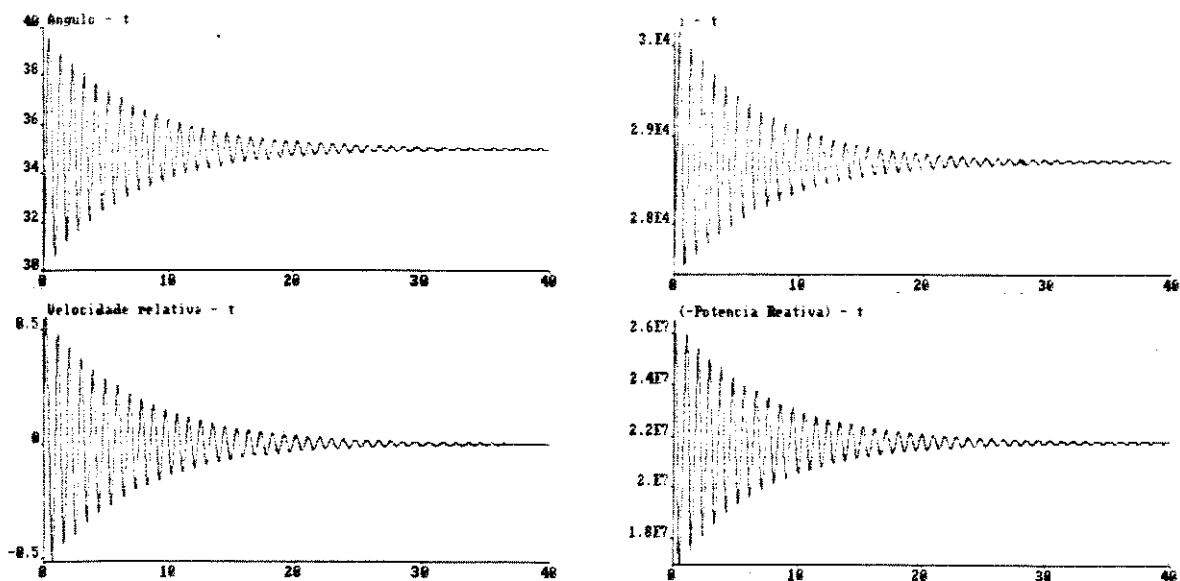


Fig. 5.11 Efeito do regulador de reativos ( $e=5$ )

| Figura | $e$ | $-Q$ (MVar) | $\delta$     | $i$ (A) |
|--------|-----|-------------|--------------|---------|
| 5.9    | 0,0 | -5,59       | $37,0^\circ$ | 27 446  |
| 5.10   | 0,8 | 10,36       | $35,8^\circ$ | 28 174  |
| 5.11   | 5,0 | 21,64       | $35,0^\circ$ | 28 708  |

Tabela 5.1 Efeito do regulador de reativos

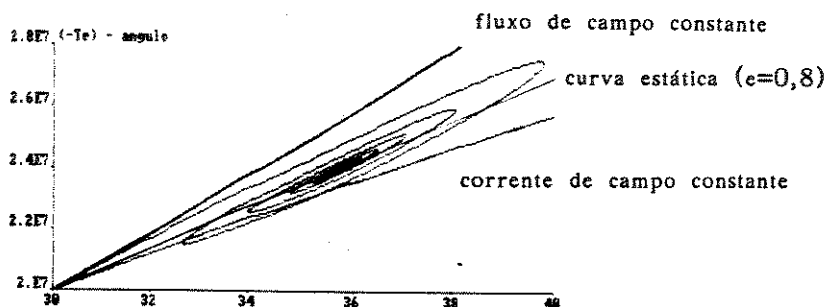


Fig. 5.12 Curva torque-ângulo

A Fig. 5.12 reproduz, para o caso  $e=0,8$ , a curva *torque-ângulo*. No mesmo plano estão representados um trecho das mesmas curvas correspondentes aos casos degenerados e da curva estática *torque-ângulo* com  $e=0,8$ . De modo análogo ao observado na Fig. 5.8, o comportamento transitório da máquina tende inicialmente a acompanhar a curva transitória, mas se estabiliza finalmente na curva estática *torque-ângulo*.

**Efeito do regulador de reativos e do sinal estabilizador na estabilidade.** Para o estudo da estabilidade da máquina sob efeito do regulador de reativos e eventualmente do sinal estabilizador, foi considerada uma situação de equilíbrio correspondente a um ângulo  $\delta$  próximo de  $85^\circ$ . Para não se configurar uma situação de extrema sobrecarga da máquina, a corrente de campo é muito reduzida. A máquina consome grande quantidade de reativos. De fato, num sistema real, em carga leve, é frequente as máquinas deverem consumir os reativos gerados pelas linhas, que não podem ser desligadas por razões de confiabilidade.

Nas simulações a máquina foi suposta de pólos lisos e com resistência de campo decuplicada. Neste caso o comportamento da máquina é descrito pelas equações

$$\frac{d\delta}{dt} = y$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{p}{J} [T_m + T_e]$$

onde

$$T_e = -p \frac{\sqrt{3/2} M i V}{X_d} \sin \delta$$

e

$$\frac{di}{dt} = \frac{R}{L} [i_0 (1+e \cos \delta_0) - i (1+e \cos \delta)] + \frac{V \sqrt{3/2} M}{L' X_d} y \sin \delta + \frac{K}{L} y$$

A Tabela 5.2 resume os resultados das simulações. O comportamento da máquina é simulado a partir de condições iniciais próximas ou afastadas da posição de equilíbrio escolhida:

$$\begin{aligned} -P_0 &= 150 \text{ MW} \quad (T_m = 12,73 \text{ MNm}) \\ -Q_0 &= -369 \text{ MVar} \end{aligned}$$

correspondendo a

$\delta_0 \cong 85^\circ$        $y_0 = 0$        $i_0 = 8\,767\text{ A}$

As variáveis *i* e *y* são sempre consideradas com valores iniciais iguais ao da posição de equilíbrio:

$y(0) = y_0 = 0$        $i(0) = i_0 = 8\,767\text{ A}$

Em alguns casos, assinalados na tabela como *próximo*,

$\delta(0) \cong \delta_0$

Em outros, assinalados como *distante*,

$\delta(0) = 0$

| Figura | situação | ângulo<br>fronteira<br>aperiódica | potência<br>fronteira<br>oscilatória | resultado         |
|--------|----------|-----------------------------------|--------------------------------------|-------------------|
| 5.13   | $e=0$    | $90^{\circ}$                      | —                                    | estável próximo   |
| 5.14   | $k=0$    |                                   |                                      | instável distante |
| 5.15   |          |                                   |                                      |                   |
| 5.16   | $e=0,8$  | $143^{\circ}$                     | 1035 MW                              | estável distante  |
| 5.17   | $k=0$    |                                   |                                      |                   |
| 5.18   | $e=5$    | —                                 | 222 MW                               | estável distante  |
| 5.19   | $k=0$    |                                   |                                      |                   |
| 5.20   | $e=10$   | —                                 | 144 MW                               | instável próximo  |
| 5.21   | $e=10$   |                                   |                                      | 881 MW            |
| 5.22   |          | $k=5$                             | instável distante                    |                   |
| 5.23   |          |                                   |                                      |                   |

Tabela 5.2 Efeito do regulador de reativos e do sinal estabilizador na estabilidade

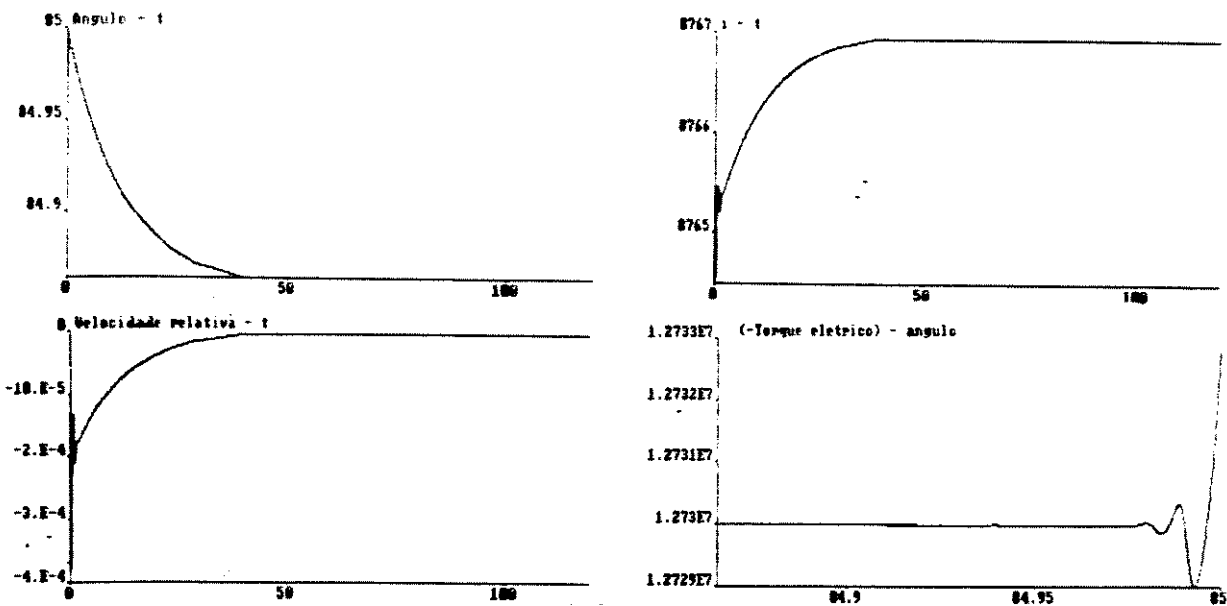


Fig. 5.13 *e*=0; *k*=0

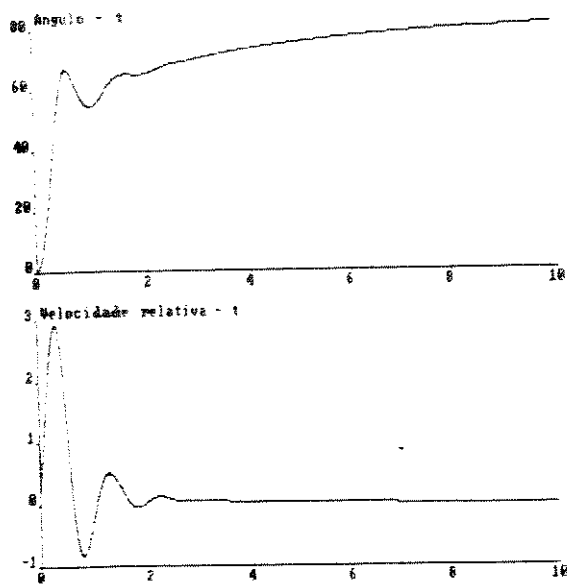


Fig. 5.14  $e=0; k=0$

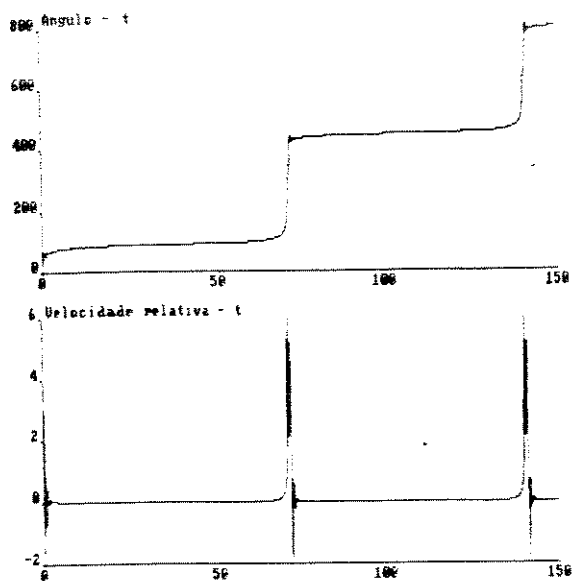
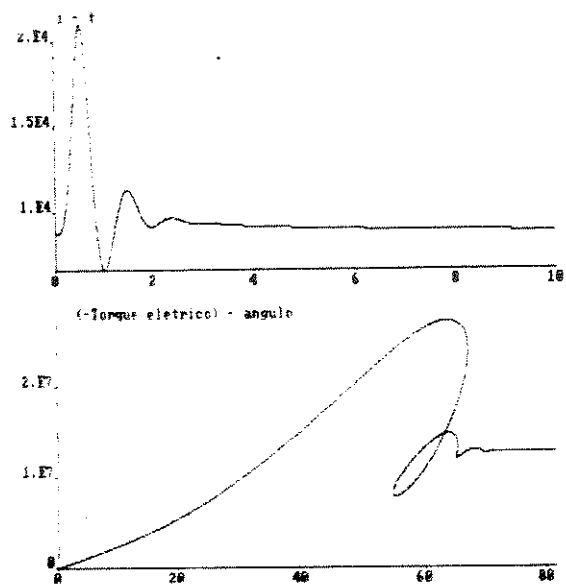


Fig. 5.15  $e=0; k=0$

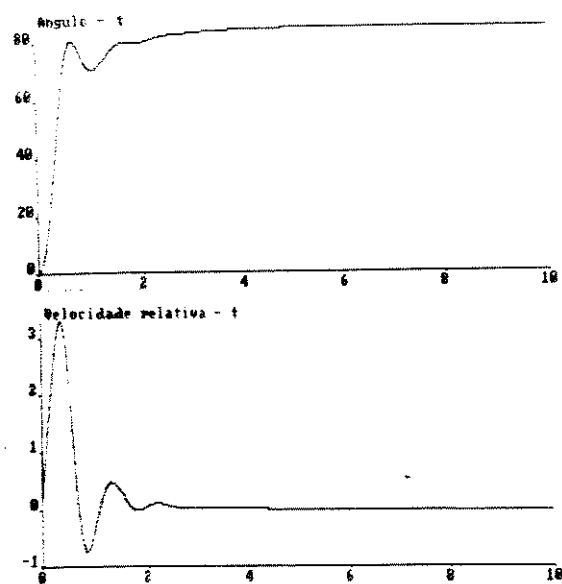
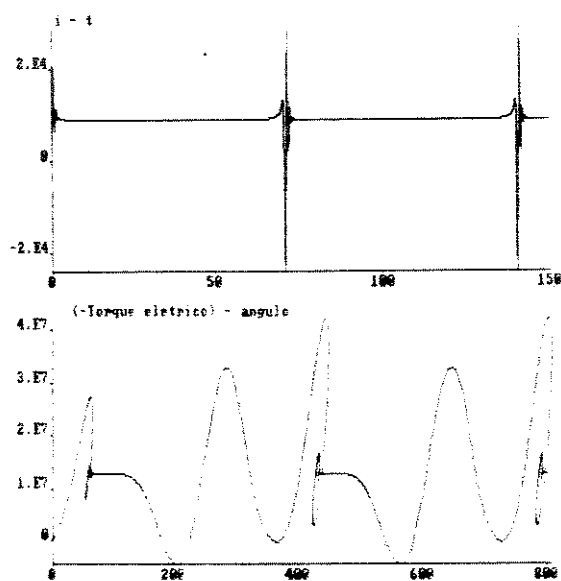
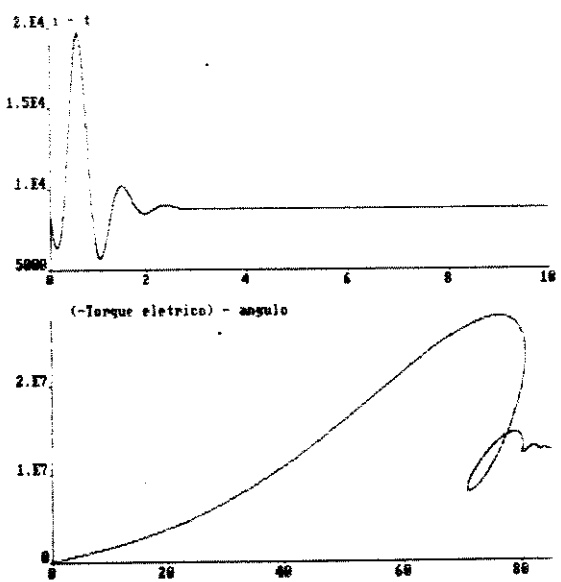
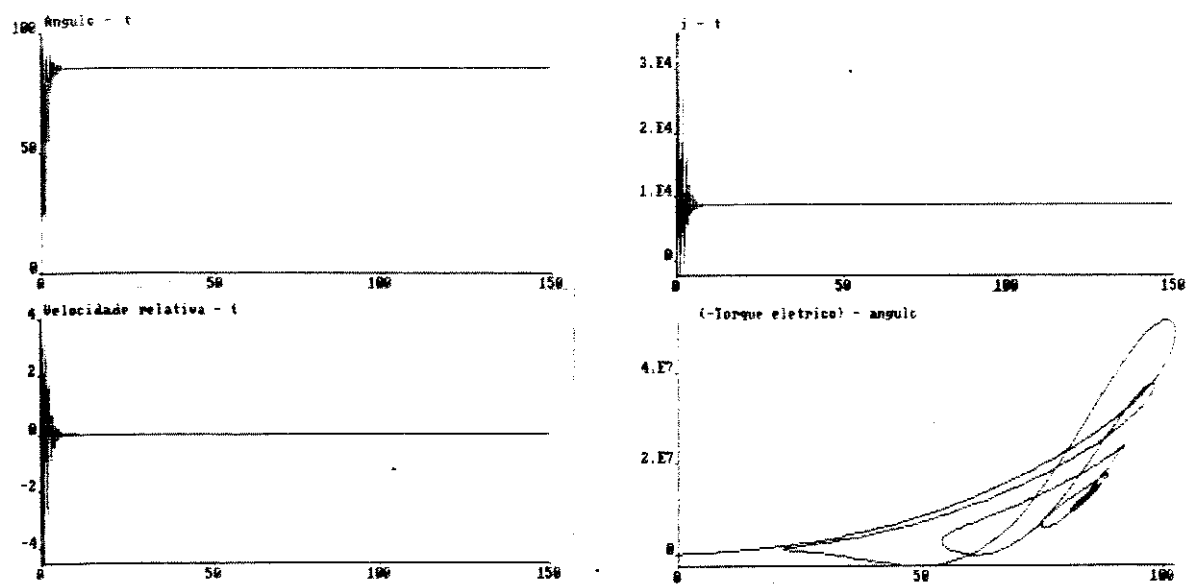
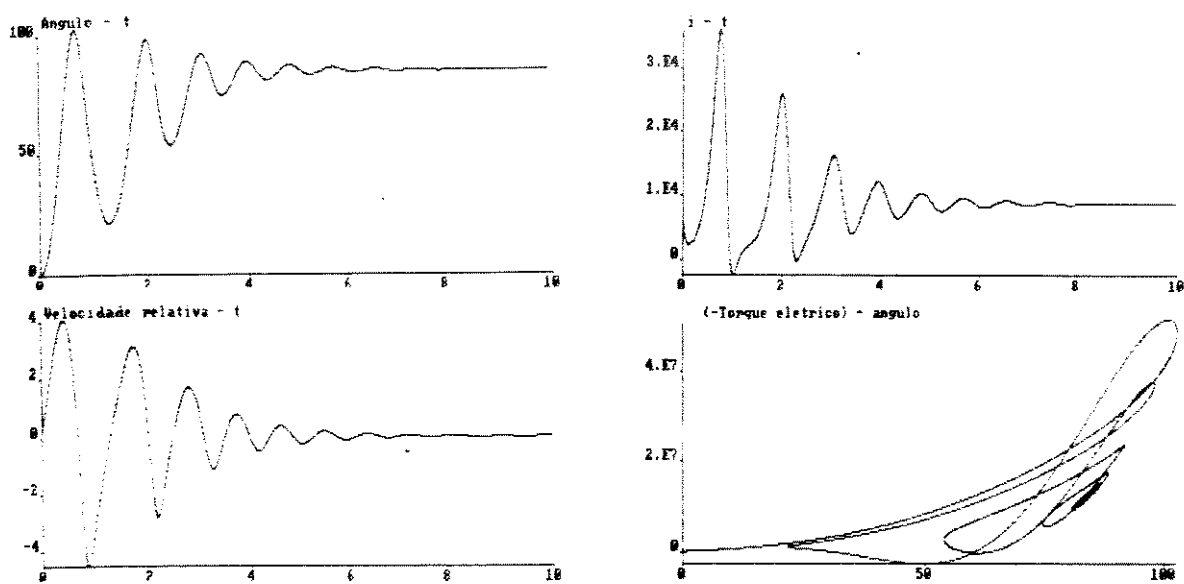
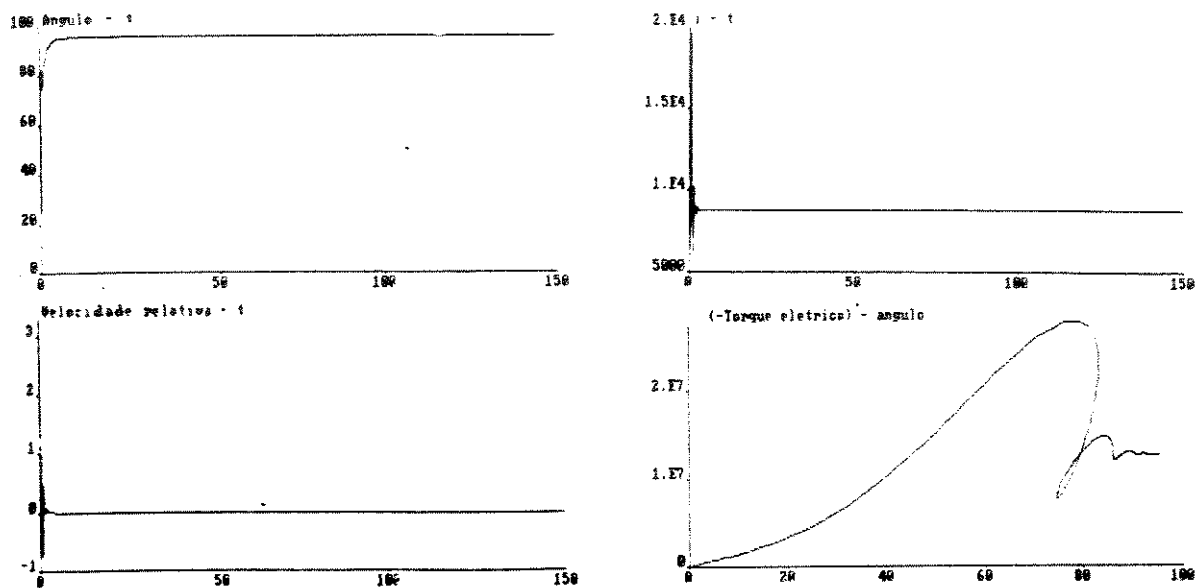


Fig. 5.16  $e=0,8; k=0$





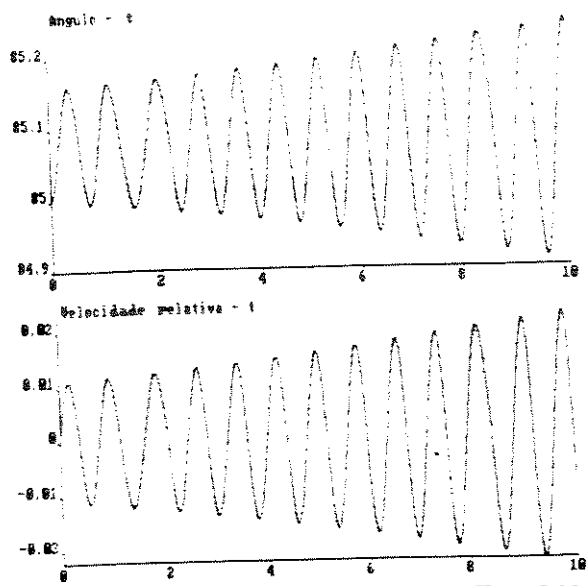


Fig. 5.20  $e=10; k=0$

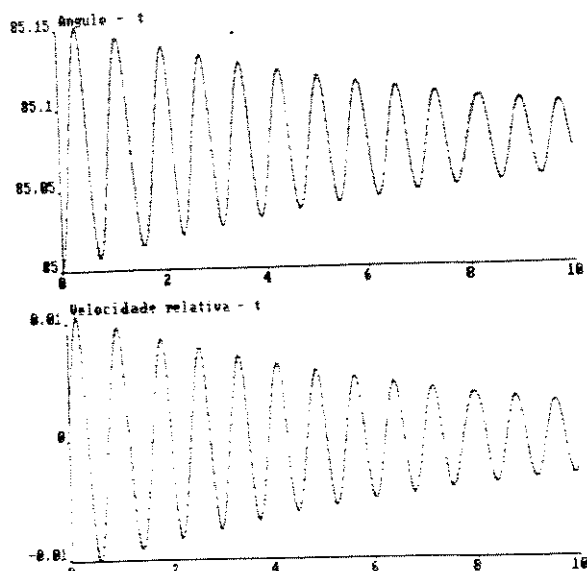
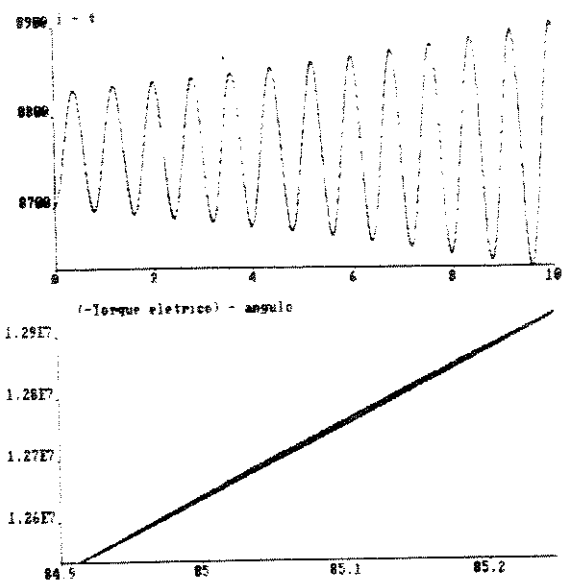


Fig. 5.21  $e=10; k=5$

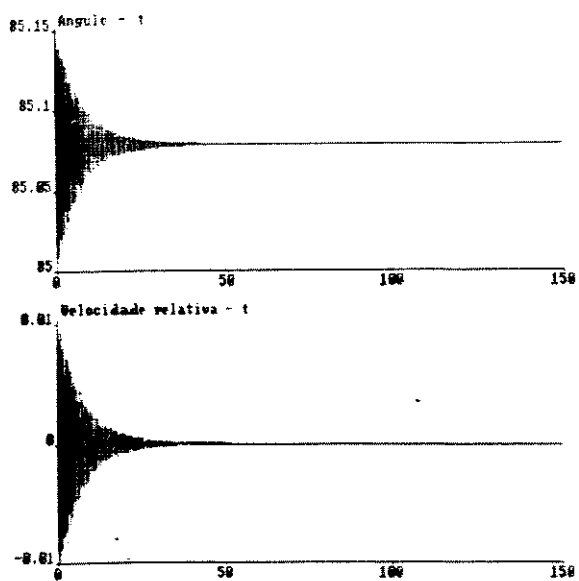
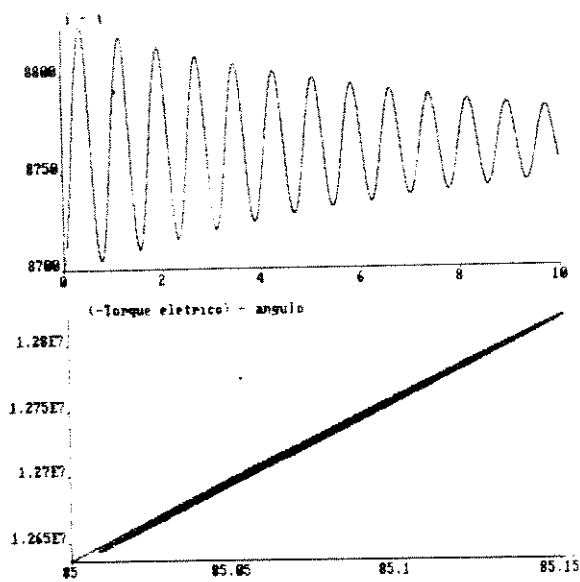
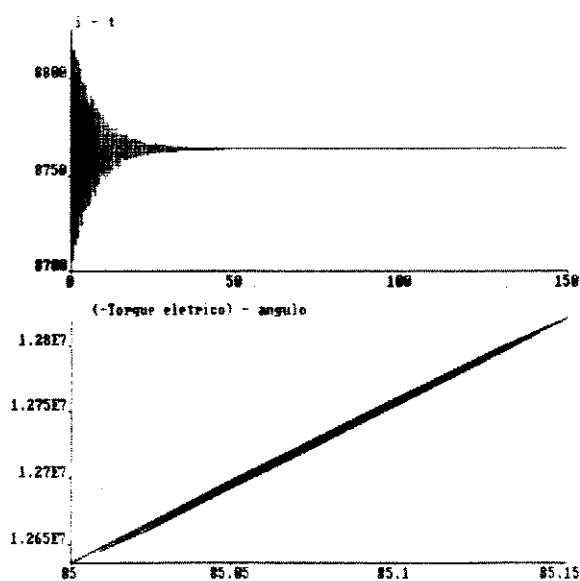


Fig. 5.22  $e=10; k=5$



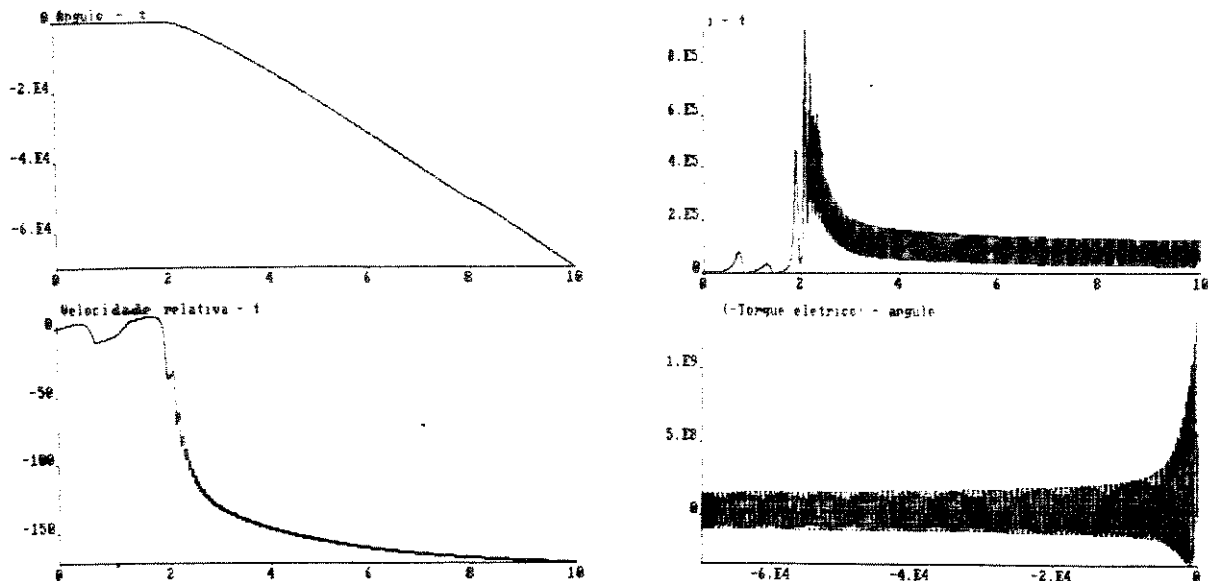


Fig. 5.23  $e=10; k=5$

Sem regulador de reativos a posição de equilíbrio só é atingida para condição inicial próxima; com regulador e  $e = 0,8$  ou  $e = 5$ , a posição de equilíbrio é atingida também para condição inicial afastada. Para  $e = 10$  o comportamento da máquina é instável. A estabilidade é recuperada com sinal estabilizador, com  $k = 5$ , porém apenas com condições iniciais próximas da posição de equilíbrio.

A operação de uma máquina síncrona com ângulo superior a  $90^\circ$  - tornada possível pelo controle de reativos - tem interesse principalmente teórico. Nesta situação a máquina só pode consumir reativos. Para ângulo maior que  $90^\circ$ , o campo é sempre desmagnetizante. Este fato fica claro pela equação (3.17). A Fig. 3.5 mostra mesmo que, quanto mais elevado o parâmetro  $e$ , maior será o consumo de reativos.

Foram feitas algumas simulações com a máquina operando com ângulos próximos de  $95^\circ$ , resumidas na Tabela 5.3. A máquina é suposta de polos lisos e com resistência de campo decuplicada. O comportamento da máquina é novamente simulado a partir de condições iniciais próximas ou afastadas da posição de equilíbrio escolhida:

$$-P_0 = 70 \text{ MW} \quad (T_m = 5,94 \text{ MNm})$$

$$-Q_0 = -388 \text{ MVar}$$

correspondendo a

$$\delta_0 \cong 95^\circ \quad y_0 = 0 \quad i_0 = 4\,091 \text{ A}$$

As variáveis  $i$  e  $y$  são sempre consideradas com valores iniciais iguais ao da posição de equilíbrio:

$$y(0) = y_0 = 0 \quad i(0) = i_0 = 4\,091 \text{ A}$$

Em alguns casos, assinalados na tabela como *próximo*,

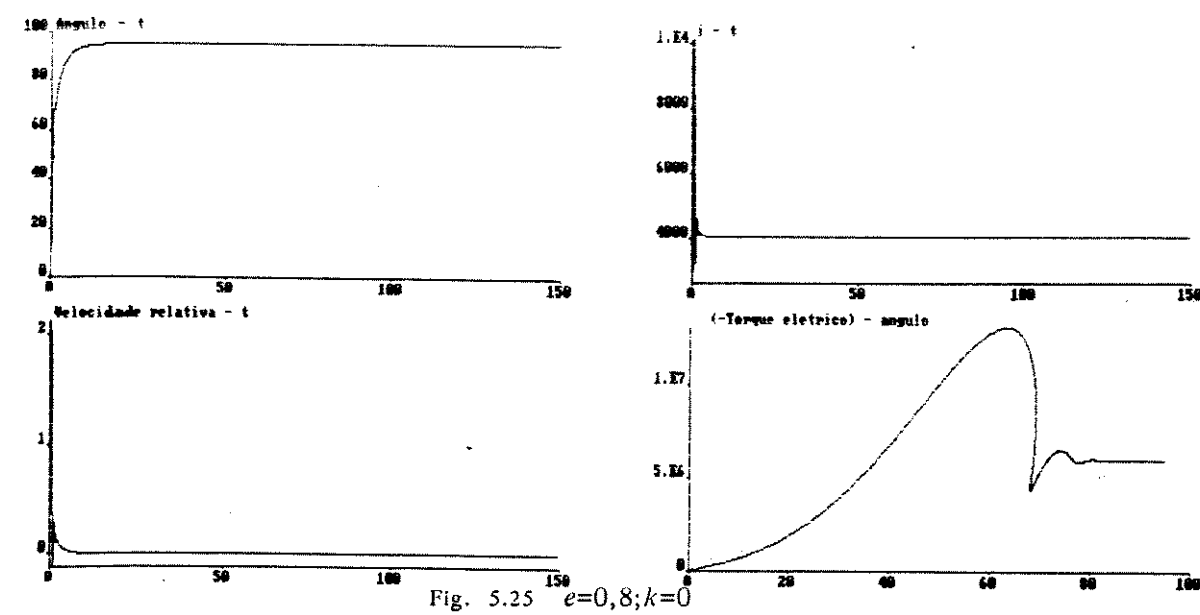
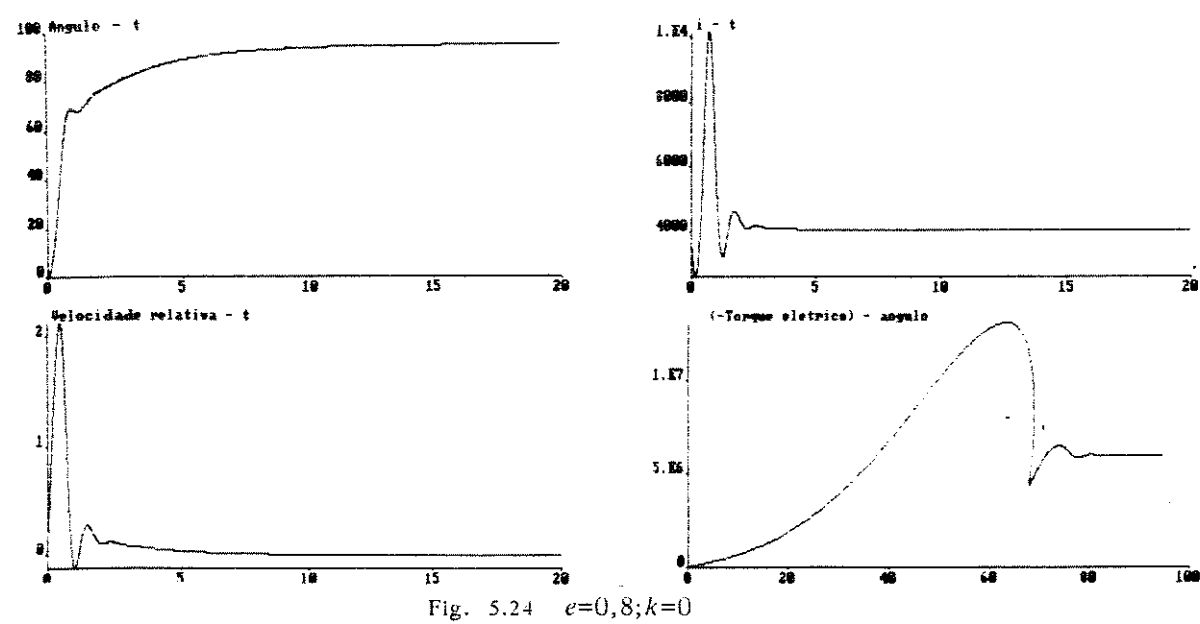
$$\delta(0) \cong \delta_0$$

Em outros, assinalados como *distante*,

$$\delta(0) = 0$$

| Figura       | situação         | ângulo<br>fronteira<br>aperiódica | potência<br>fronteira<br>oscilatória | resultado        |
|--------------|------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|------------------|
| 5.24<br>5.25 | $e=0,8$<br>$k=0$ | $143^\circ$                       | 900 MW                               | estável distante |
| 5.26         | $e=3$<br>$k=0$   | —                                 | 190 MW                               | estável distante |
| 5.27         | $e=6$<br>$k=0$   | —                                 | 62 MW                                | instável próximo |
| 5.28         | $e=6$<br>$k=10$  | —                                 | 679 MW                               | estável distante |

Tabela 5.2 Simulação da máquina com ângulo maior que  $90^\circ$



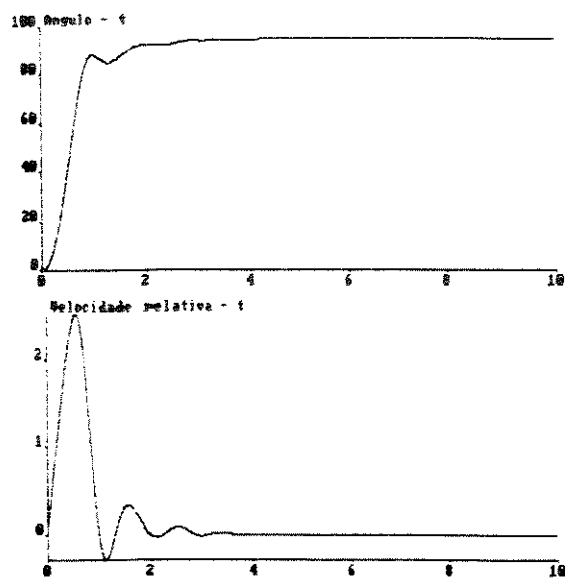


Fig. 5.26  $e=3; k=0$

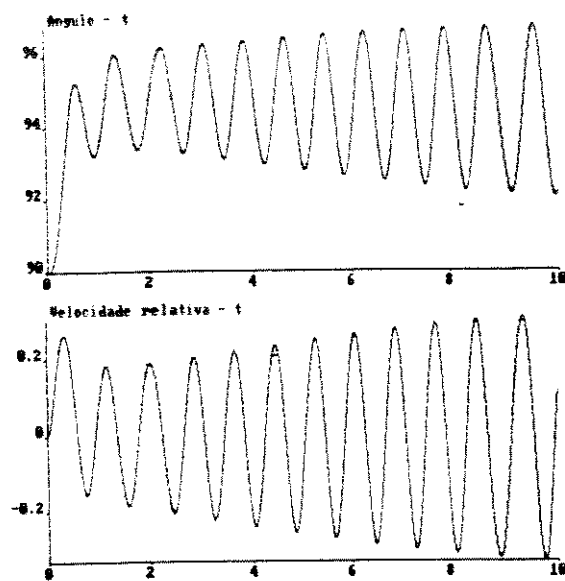
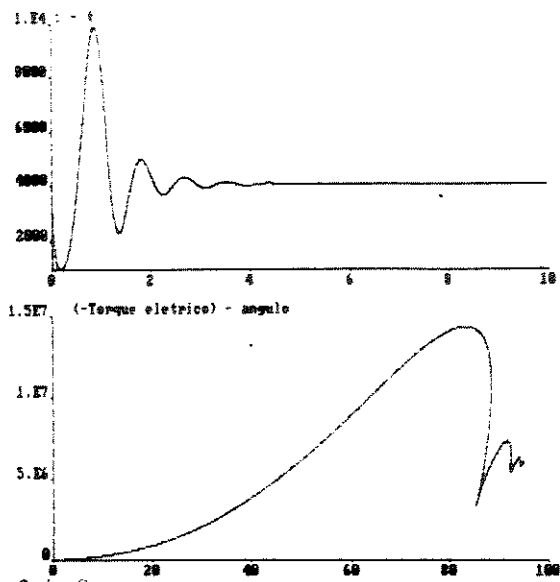


Fig. 5.27  $e=6; k=0$

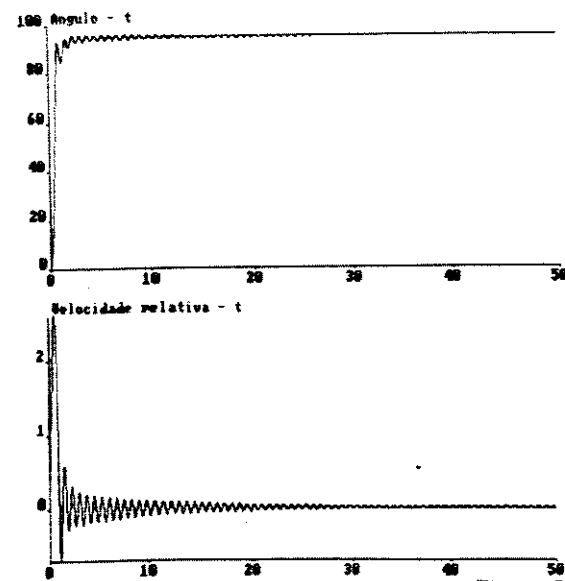
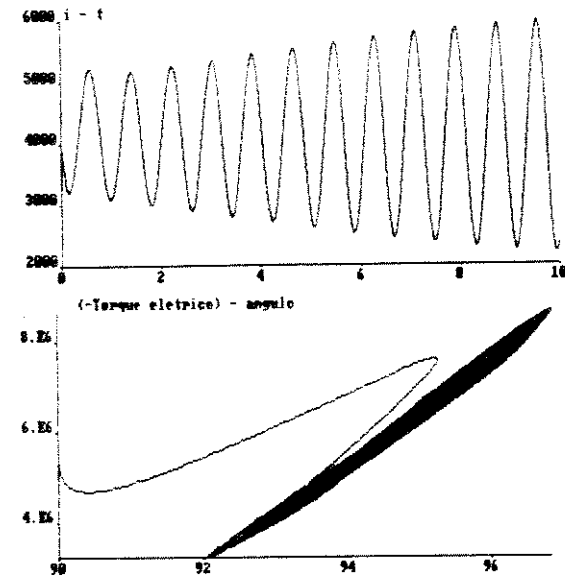
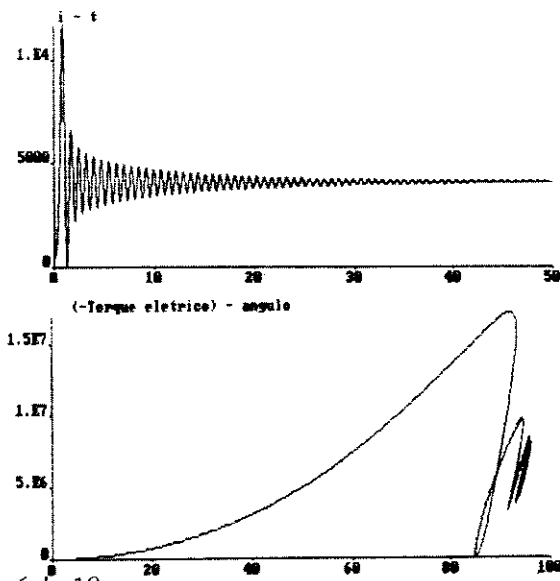


Fig. 5.28  $e=6; k=10$



**Influência da resistência de rotor.** Exceto nos casos degenerados, em todas as simulações já apresentadas o valor da resistência de rotor foi multiplicado por 10. Assim se conseguiu uma melhor visualização de algumas curvas, em particular das curvas *torque-ângulo*. Como já observado, este artifício aumenta o amortecimento das oscilações, sem afetar as condições de estabilidade encontradas no Cap. 4 (mantido constante o parâmetro  $e$ , isto é, multiplicado por 10, também, o ganho  $G$  do regulador de reativos).

Para comparação, algumas das simulações já feitas foram repetidas sem a multiplicação da resistência de campo, como indicado na tabela 5.4.

| resistência nominal | resistência decuplicada |
|---------------------|-------------------------|
| Fig. 5.29           | Fig. 5.5                |
| Fig. 5.30           | Fig. 5.14               |
| Fig. 5.31           | Fig. 5.15               |

Tabela 5.4 Efeito da resistência de campo

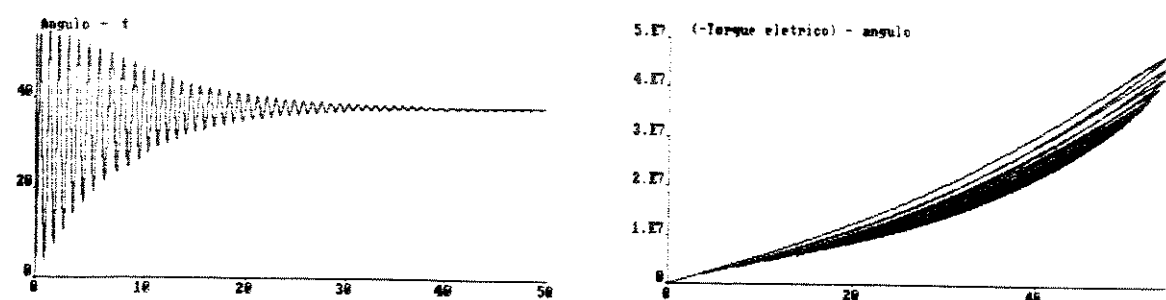


Fig. 5.29 Efeito da resistência de campo

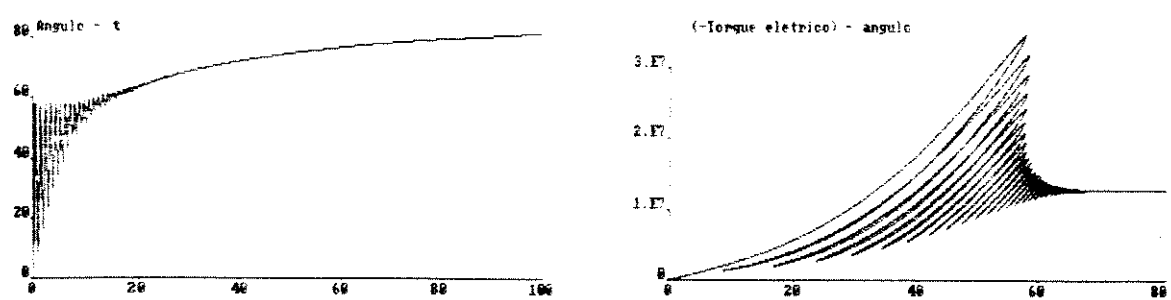


Fig. 5.30 Efeito da resistência de campo

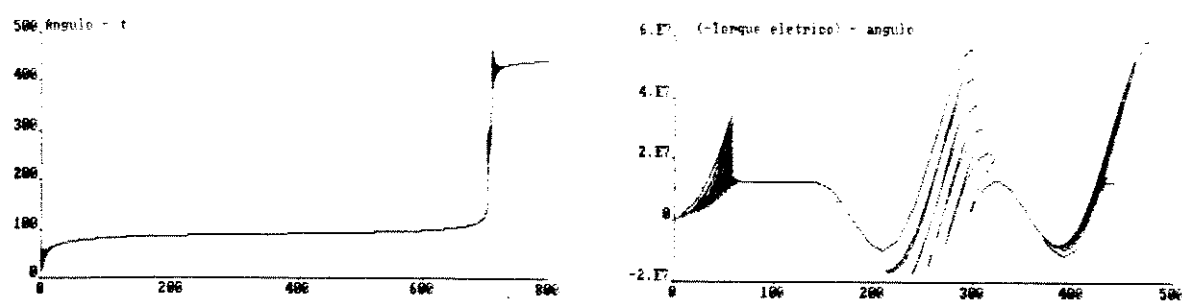


Fig. 5.31 Efeito da resistência de campo

É conveniente notar que a influência da resistência de campo no aumento do amortecimento não deve ser generalizada: existe um valor de resistência de campo que origina amortecimento máximo das oscilações [10].

Um modelo não linear de terceira ordem foi desenvolvido para a máquina síncrona com regulador de reativos e sinal estabilizador (máquina síncrona ligada diretamente na barra infinita, resistências de estator iguais a zero, regulador de reativos e sinal estabilizador proporcionais) .

O modelo de 3ª ordem torna possível uma visualização simplificada *sem se perder as características dinâmicas essenciais* da máquina síncrona com regulador de reativos e da máquina síncrona com regulador de reativos e sinal estabilizador.

Os seguintes pontos se sobressaem deste modelo de terceira ordem:

- Nos limites da resistência do rotor (resistência igual a zero e resistência igual a infinito) o modelo de 3ª ordem recai nos modelos clássicos de 2ª ordem: modelo permanente ou de regime e modelo transitório (*transient*).

- A introdução do regulador de reativos (regulador de excitação ou regulador de tensão) amplia o chamado *limite de estabilidade estático*, ou seja, a máquina pode operar com ângulos maiores que  $90^\circ$ . Alternativamente, pode se dizer que a máquina opera com maiores valores de potência e este acréscimo de potência é conseguido através de corrente de campo maior.

- O modelo de 3ª ordem da máquina síncrona com regulador de reativos proporcional permite desenvolver curvas estáticas parametrizadas (para vários valores de ganho do regulador) potência ativa versus ângulo e potência reativa versus ângulo. Também seria possível parametrizar as curvas de capacidade.

- Através de linearização local no modelo de terceira ordem da máquina síncrona com regulador de reativos e sinal estabilizador, encontra-se a equação característica de terceira ordem que permite definir duas fronteiras de estabilidade local, *fronteira aperiódica* e *fronteira oscilatória*. No plano  $P-\delta$ , a fronteira aperiódica delimita a região estável onde a potência é função crescente do ângulo. Os valores do ganho do controle proporcional de reativos e do sinal estabilizador definem a fronteira de estabilidade oscilatória que pode ser mais restritiva que a fronteira de estabilidade aperiódica.

Alguns aspectos aparecem na integração numérica das equações diferenciais que representam o comportamento da máquina:

- No modelo de terceira ordem, além de se ligar a máquina síncrona à barra infinita e se desprezar as resistências de estator, foram desprezadas os componentes rápidos na equação de torque eletromagnético (em  $\omega$  e  $2\omega$ ) e na equação de campo (em  $\omega$ ). O modelo de quinta ordem, desprezando-se as resistências de estator, retrata a evolução dinâmica do torque eletromagnético e da corrente de campo de maneira semelhante ao modelo de terceira ordem porém inclui os valores rápidos. Ao se considerar as resistências de estator no modelo de quinta ordem, essas oscilações decrescem com o tempo. Assim sendo, o comportamento do modelo de quinta ordem tende, com o tempo, para o do modelo de terceira ordem.

- A projeção da trajetória do estado do modelo de terceira ordem no plano *torque-ângulo* tangencia, inicialmente, a *curva transitória torque-ângulo* clássica (modelo degenerado com fluxo de campo constante). O ponto final desta projeção se localiza sobre a *curva de regime torque-ângulo* (modelo degenerado com corrente de campo constante). Havendo regulação de reativos, o ponto final se localiza sobre a curva estática parametrizada correspondente ao ganho normalizado e utilizado.

- A regulação de reativos reduz a variação de potência reativa produzida pela máquina em consequência de uma alteração no despacho de potência ativa, mas reduz o amortecimento das oscilações. Ganhos elevados para o regulador de reativos podem tornar o ponto de operação instável.

- É possível operar a máquina com ângulos de potência superiores a  $90^\circ$  com utilização de regulador de reativos. Nesta situação a máquina consome potência

reativa.

Linhas para presseguimento do trabalho incluem:

- Utilização do modelo não linear de terceira ordem para os estudos de estabilidade das máquinas síncronas em sistemas de energia elétrica
- Estudo de máquina de indução, de dupla excitação e de fluxo síncrono através de modelamentos semelhantes.

A transformação de Park [6,7,15,21] modificada para invariância de potência [10,16] simplifica bastante o desenvolvimento das expressões de torque (2.3), tensão (2.4), potência ativa (2.13) e potência reativa (2.15).

A transformação definida pela matriz  $T_e$

$$T_e = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta-2\pi/3) & \cos(\theta+2\pi/3) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta-2\pi/3) & -\sin(\theta+2\pi/3) \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

transforma as variáveis trifásicas (corrente e tensão) de estator nas variáveis  $dq0$ :

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \end{bmatrix} = T_e \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = T_e \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

Como a matriz  $T_e$  é ortogonal, as transformações inversas são dadas por

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = T_e^T \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = T_e^T \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix}$$

Para incluir, nas transformações, a corrente de campo (que não é transformada), a matriz de transformação deve ser completada:

$$T = \left[ \begin{array}{c|c} T_e & 0 \\ \hline 0 & 1 \end{array} \right]$$

Se as tensões de estator forem

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{2/3} V \cos(\omega t + \pi/2) \\ \sqrt{2/3} V \cos(\omega t - \pi/6) \\ \sqrt{2/3} V \cos(\omega t + 7\pi/6) \end{bmatrix}$$

vem

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V \sin \delta \\ V \cos \delta \\ 0 \end{bmatrix}$$

As equações de tensão para os enrolamentos de estator, contidas em (1.4), ficam, em variáveis  $dq\theta$ , e supostas nulas as resistências de estator,

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_e \left[ \frac{d}{dt} (\mathbf{L}_e \mathbf{T}_e^T) \right] \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} + \mathbf{T}_e \left[ \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_{ar} \\ L_{br} \\ L_{cr} \end{bmatrix} \right] i + \mathbf{T}_e \mathbf{L}_e \mathbf{T}_e^T \left[ \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} \right] + \mathbf{T}_e \begin{bmatrix} L_{ar} \\ L_{br} \\ L_{cr} \end{bmatrix} \frac{di}{dt}$$

ou, todos os cálculos feitos,

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -L_q & 0 \\ L_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{d\theta}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3/2} M \\ 0 \end{bmatrix} \frac{d\theta}{dt} i + \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 \\ 0 & L_q & 0 \\ 0 & 0 & L_0 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sqrt{3/2} M \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{di}{dt}$$

Não é evidente que estas equações possam ser integradas (para tensões de estator,  $v_d$ ,  $v_q$  e  $v_0$  conhecidas): como observado no Cap. 2, a transformação obscurece este fato.

Por outro lado, a transformação facilita a passagem da equação (2.1) para (2.2), que envolve a inversão da matriz  $\mathbf{L}_e$ , de elementos variáveis com o tempo. A equação (2.1) fica, em variáveis transformadas,

$$\mathbf{T}_e \mathbf{L}_e \mathbf{T}_e^T \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \sqrt{2/3} \frac{V}{\omega} \mathbf{T}_e \begin{bmatrix} \cos \omega t \\ \cos(\omega t - 2\pi/3) \\ \cos(\omega t + 2\pi/3) \end{bmatrix} + \mathbf{T}_e \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} - \mathbf{T}_e \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \cos(\theta - 2\pi/3) \\ \cos(\theta + 2\pi/3) \end{bmatrix} M i$$

ou, todos os cálculos feitos,

$$\begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 \\ 0 & L_q & 0 \\ 0 & 0 & L_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{V}{\omega} \begin{bmatrix} \cos \delta \\ -\sin \delta \\ 0 \end{bmatrix} + \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} k_1 \cos \theta + k_2 \cos(\theta - 2\pi/3) + k_3 \cos(\theta + 2\pi/3) \\ -k_1 \sin \theta - k_2 \sin(\theta - 2\pi/3) - k_3 \sin(\theta + 2\pi/3) \\ (k_1 + k_2 + k_3)/\sqrt{2} \end{bmatrix} - \sqrt{\frac{3}{2}} M i \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Pré-multiplicando esta equação pela matriz inversa da matriz coeficiente das

correntes, vem, após alguma manipulação algébrica,

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{V}{2\omega} \begin{bmatrix} 1 \\ L_d + L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \delta \\ -\sin \delta \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{V}{2\omega} \begin{bmatrix} 1 \\ L_d - L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \delta \\ \sin \delta \\ 0 \end{bmatrix} + \sqrt{3} I_0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \\ + \frac{\varphi}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} 1 \\ L_d + L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta - \phi) \\ -\sin(\theta - \phi) \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{\varphi}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} 1 \\ L_d - L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta - \phi) \\ \sin(\theta - \phi) \\ 0 \end{bmatrix} - \sqrt{3/2} \frac{M i}{L_d} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (A1.1)$$

As constantes  $\varphi$ ,  $\phi$  e  $I_0$  são relacionados com as constantes de integração  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$  por

$$\varphi = [k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 - k_1 k_2 - k_1 k_3 - k_2 k_3]^{-1/2}$$

$$\phi = \text{tg}^{-1}[\sqrt{3}(k_3 - k_2)/(2k_1 - k_2 - k_3)]$$

$$I_0 = (k_1 + k_2 + k_3)/3L_0$$

As constantes  $\varphi$  e  $\phi$  podem ainda ser relacionadas com os valores iniciais das correntes  $i_d$ ,  $i_q$  e  $i$ , bem como com o valor inicial do ângulo  $\delta$ :

$$\varphi \cos[\delta(0) - \phi] = \sqrt{3/2} L_d i_d(0) - \sqrt{3/2} \frac{V}{\omega} \cos \delta(0) + \frac{3}{2} M L_d i(0)$$

$$\varphi \sin[\delta(0) - \phi] = -\sqrt{3/2} L_q i_q(0) - \sqrt{3/2} \frac{V}{\omega} \sin \delta(0)$$

Transformando, na equação (A1.1), as variáveis  $dq\theta$  em variáveis  $abc$ , obtém-se a equação (2.2). A equação (A1.1) deixa ainda claro que, no modelo de terceira ordem, as correntes  $i_d$  e  $i_q$  são funções algébricas das variáveis de estado  $\delta$  e  $i$ .

Definindo

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ i \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i \end{bmatrix}$$

o torque eletromagnético, dado por (1.6), pode ser escrito, em variáveis  $dq\theta$ :

$$T_e = \frac{p}{2} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ i \end{bmatrix}^T \left[ \mathbf{T} \frac{d\mathbf{L}}{d\theta} \mathbf{T}^T \right] \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ i \end{bmatrix} = \frac{p}{2} [\sqrt{3/2} M i i_q + (L_d - L_q) i_d i_q]$$

A quarta equação diferencial escalar contida em (1.4), equação tensão corrente para o campo, dada por

$$v = R i + \frac{d}{dt} \left[ \begin{bmatrix} L_{ar} & L_{br} & L_{cr} & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i \end{bmatrix} \right]$$

fica, em variáveis  $dq0$ ,

$$v = R i + \frac{d}{dt} \left[ \begin{bmatrix} L_{ar} & L_{br} & L_{cr} & L \end{bmatrix} T^T \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ i \end{bmatrix} \right]$$

ou

$$v = R i + \frac{d}{dt} \left[ \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 M & 0 & 0 & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ i \end{bmatrix} \right]$$

Finalmente, a potência elétrica e a potência reativa, dadas respectivamente por (1.7) e (1.9) ficam, em variáveis  $dq0$ ,

$$P_e = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ i \end{bmatrix}^T \left[ T \frac{dL}{d\theta} T^T \right] \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ i \end{bmatrix} \frac{d\theta}{dt} + \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left[ \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ i \end{bmatrix}^T T L T^T \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ i \end{bmatrix} \right]$$

$$Q = \omega \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 \\ 0 & L_q & 0 \\ 0 & 0 & L_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 M \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} i$$

As variáveis  $ImRe\theta$  são muito convenientes para expressar as potências ativa e reativa. A transformação é definida pela matriz ortogonal

$$G_e = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \omega t & \cos(\omega t - 2\pi/3) & \cos(\omega t + 2\pi/3) \\ -\sin \omega t & -\sin(\omega t - 2\pi/3) & -\sin(\omega t + 2\pi/3) \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

que transforma as tensões e correntes de estator nas novas variáveis.

As tensões da barra infinita, já definidas, ficam

$$\begin{bmatrix} v_{Im} \\ v_{Re} \\ v_0 \end{bmatrix} = G_e \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ V \\ 0 \end{bmatrix}$$

Transformando as equações integradas (2.2), vem

$$\begin{bmatrix} i_{Im} \\ i_{Re} \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{V}{2\omega} \left( \frac{1}{L_d} + \frac{1}{L_q} \right) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{V}{2\omega} \left( \frac{1}{L_d} - \frac{1}{L_q} \right) \begin{bmatrix} \cos 2\delta \\ -\sin 2\delta \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{\varphi}{\sqrt{6}} \left( \frac{1}{L_d} + \frac{1}{L_q} \right) \begin{bmatrix} \cos(\omega t - \phi) \\ -\sin(\omega t - \phi) \\ 0 \end{bmatrix} + \\ + \frac{\varphi}{\sqrt{6}} \left( \frac{1}{L_d} - \frac{1}{L_q} \right) \begin{bmatrix} \cos(\omega t + 2\delta - \phi) \\ -\sin(\omega t + 2\delta - \phi) \\ 0 \end{bmatrix} + \sqrt{3} I_0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} - \sqrt{3/2} \frac{M I}{L_d} \begin{bmatrix} \cos \delta \\ \sin \delta \\ 0 \end{bmatrix}$$

As potências ativa e reativa, em termos das variáveis  $ImRe\theta$  são dadas por

$$P = v_{Re} i_{Re} - v_{Im} i_{Im}$$

$$Q = v_{Re} i_{Im} + v_{Im} i_{Re}$$

ou, levando em conta as expressões para as tensões,

$$P = V i_{Re}$$

$$Q = V i_{Im}$$

Considere-se uma máquina ligada através de uma reatância  $X_2$  a uma barra infinita de tensão  $V$  [23], onde se supõe ser  $X_2$  bem menor que  $X_1$ , como usualmente (Fig. A2.1).

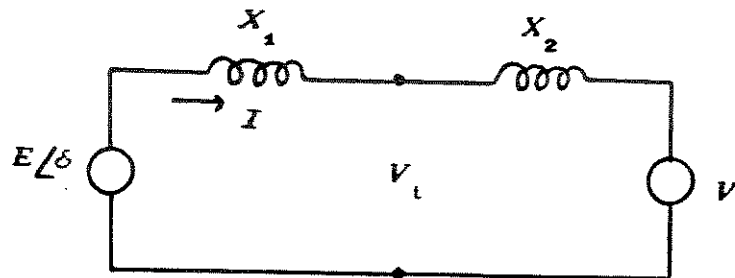


Fig. A2.1

Define-se

$$X_1 + X_2 = X$$

e

$$X_2/X = m$$

Tomando como referência a fase da tensão da barra, a corrente  $I$  é dada por

$$I = \frac{E/\delta - V}{jX} = \frac{E \cos \delta - V}{jX} + \frac{E \sin \delta}{X}$$

A tensão terminal  $V_t$  é dada por

$$V_t = V + jX_2 I = (1 - m) V + m E \cos \delta + j m E \sin \delta$$

e, em módulo,

$$|V_t| = \sqrt{(1-m)^2 V^2 + m^2 E^2 + 2 V E m (1-m) \cos \delta}$$

Para  $m$  pequeno, esta expressão é aproximada por

$$|V_t| \cong (1 - m) V + m E \cos \delta$$

e, na posição de equilíbrio,

$$|V_{t0}| \cong (1 - m) V + m E_0 \cos \delta_0$$

O erro de tensão, a ser utilizado no controle de tensão terminal, é dado por

$$|V_{t0}| - |V_t| \cong m (E_0 \cos \delta_0 - E \cos \delta)$$

Lembrando que o erro de reativos é escrito (Cap. 3)

$$Q - Q_0 = - \frac{V}{X_d} (E_0 \cos \delta_0 - E \cos \delta)$$

vem

$$|V_{t0}| - |V_t| \cong - \frac{m X_d}{V} (Q - Q_0)$$

O erro de tensão terminal é proporcional (em primeira aproximação) ao erro de reativos. Regulação de tensão terminal e regulação de reativos são, em primeira aproximação, equivalentes.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Thompson J.M., Stewart H.B., *Nonlinear dynamics and chaos*, Wiley, Great Britain, 1989.
- [2] Venikov V.A., *Transient Process in Electrical Power Systems*, Mir Publishers, Moscow, 1977.
- [3] Raczkowski C., *Complex Root Compensator, A New Concept for Dinamic Stability Improvement*, IEEE Trans. vol PAS-93, pp 1842-1848, November/December 1974.
- [4] DeMello F.P., Concordia C., *Concepts of Synchronous Machine Stability as Affected by Excitation Control*, IEEE Trans., vol PAS-88, pp 316-329, April 1969.
- [5] Burian Jr. Y., *Circuitos Elétricos*, Yaro Burian Jr, Campinas, Brasil, 1991.
- [6] Fitzgerald A.E., Kingsley Jr. C., *Electric Machinery*, McGraw-Hill/Kogakusha, 2nd edition, 1961.
- [7] Kimbark E.W., *Power systems stability: synchronous machines*, Dover, New York, 1956.
- [8] Anderson P.M., Fouad A.A., *Power system control and stability - Volume I*, Iowa State University Press, USA, 1977.
- [9] Laithwaite E.R., Freris L.L., *Electric Energy: its generation, transmission and use*, McGraw-Hill Book Company (UK) Limited, Great Britain, 1980.
- [10] Guazelli M.B. de P., *Estudo da Estabilidade de uma máquina síncrona*, Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia de Campinas, UNICAMP, 1977.
- [11] Slemon G.R., Straughen A., *Electric Machines*, Addison Wesley Publishing Co. Inc., Philippines, 1980.
- [12] Elgerd O.I., *Electric Energy Systems Theory: An Introduction*, McGraw Hill Company, USA, 1971.
- [13] Desoer C., Kuh E.S., *Basic Circuit Theory*, McGraw Hill Inc., Tokio, 1969.
- [14] Jackson J.D., *Eletrodinâmica Clássica*, Guanabara Dois S.A., 1983.
- [15] Park R.H., *Two reaction theory of synchronous machine, generalized method of analysis - Part I*, AIEE Trans., Vol 48, pp 716-730, July 1929.
- [16] Hancock N.N., *Matrix analysis of electrical machines*, Pergamon Press, Hungary, 1974.
- [17] Kron G., *The application of tensors to the analysis of rotating electrical machinery*, General Electric Review, USA, 1942.
- [18] Lyra A.C.C., Burian Jr. Y., *Synchronous machine nonlinear third order model*, Proceedings of the International Conference on the Evolution and Modern Aspects of the Synchronous Machine - SM'100, Part 1, pp 285-289, Zurique, Suíça, 27-29 de agosto de 1991.

- [19] Bogoliubov N., Mitropolski I., *Les méthodes asymptotiques en théorie des oscillations non linéaires*, Gauthier-Villars, Paris, 1962.
- [20] Lewis W.A., *A Basic Analysis of Synchronous Machine-Part 1*, AIEE Trans., Vol. 77, pp 436-456, August 1958.
- [21] Krause P.C., *Analysis of Electric Machinery*, Mc Graw-Hill Inc., Singapore, 1986.
- [22] Sallan A.A., Dineley J.L., *Catastrophe theory as a tool for determining synchronous power system dynamic stability*, IEEE Trans., vol. PAS-102, no 3, pp 622-630, March 1983.
- [23] Lyra A.C.C., *Controle de reativos na máquina síncrona*, Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia de Campinas, UNICAMP, 1984.
- [24] Lyra A.C.C., Burian Jr. Y., *Synchronous machine as affected by excitation control*, Editors J. Robert and W. Midvidy, Vol. 6 - IMACS Transactions on Scientific Computing'88, J.C.Baltzer AG, Scientific Publishing Company, Basel, Suíça, 1989.
- [25] Arnold V.I., *Catastrophe Theory*, Springer Verlag, Germany, 1984.
- [26] Netushil A., *Theory of Automatic Control*, Mir Publishers, Moscow, 1973.
- [27] Lyra A.C.C., Burian Jr. Y., *Modelo não linear de terceira ordem da máquina síncrona: controle de reativos e sinal estabilizador*, aceito para o 9º Congresso Brasileiro de Automática a ser realizado em Vitória, ES de 14 a 18 de setembro de 1992.
- [28] Elmqvist, H. et al., *SIMNON - User's guide for MS-DOS computers Version 3.0*, Göttenborg, Suécia, SSPA Systems, 1990.