Universidade Estadual de Campinas Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação Departamento de Comunicações – DECOM

# CÁLCULO DA PROBABILIDADE DE ERRO MÉDIA DE BIT DE SISTEMAS CDMA EM CANAIS SELETIVOS EM FREQÜÊNCIA

## Érico Paz da Silva

Dissertação submetida à Faculdade de Engenharia Elétrica da UNICAMP como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica

#### Banca Examinadora:

Prof Dr. Celso de Almeida (Orientador) – FEEC/UNICAMP

Prof Dr. Reginaldo Palazzo Jr - FEEC/UNICAMP

Prof Dr. Carlos Eduardo Câmara - USF/CPqD

Prof Dr. Jaime Portugheis - FEEC/UNICAMP

UNICAMP

3IBLIOTECA CENTRA...

SECÃO CIRCULANT

Campinas Agosto de 2000

Manual and and Manual	Este exemplar corresponde a redação linal da tese detendida por EUCO PAZ DA SILVA
T. N. T. S.	Julgada vin 21/08/99
Windowsky &	Orientador

UNIDADE
N. CHAMADA:
1 St 28 c
the same of the sa
V. Ey
TOMBO BC/44340
1 ON SELEVED DOWN
PROC. 16. 39a/01
The state of the s
C D F
PRECO - RS 4100
THEY 313 1200
DATA 40/05/01
N. CPD
And the state of t

CM-00155164-5

## FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

Si38a

Silva, Érico Paz da

Cálculo da probabilidade de erro média de bit de sistemas CDMA em canais seletivos em frequência / Érico Paz da Silva.--Campinas, SP: [s.n.], 2000.

Orientador: Celso de Almeida Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Sistemas de comunicação móvel. 2. Sistemas de Telecomunicação. 3. Telefonia celular. 4. Comunicações digitais. I. Almeida, Celso de. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

Aos meus avós Hilário e Maria e ao meus pais Plínio e Creusa.

# Resumo

Neste trabalho é obtido o desempenho de um sistema de transmissão CDMA com modulação BPSK. O sistema é analisado em um ambiente constituído por múltiplas células e canal seletivo em freqüência. O desempenho do sistema proposto em termos da probabilidade de erro média de bit é obtido em função do desvio padrão do erro no controle de potência, do expoente de perda de propagação, do carregamento, do fator de atividade de voz e do desvio padrão do sombreamento lognormal.

# **Abstract**

In this work the performance of a CDMA transmission system with BPSK modulation is obtained. The system is analyzed in a multicell environment over a frequency-selective multipath fading channel. The average bit error probability of the system is obtained as a function of the power control error, the path-loss exponent, the system loading, voice activity factor and the lognormal shadowing standard deviation.

# Agradecimentos

- A Deus, por ter concluído mais uma caminhada repleta de alegrias e sucesso.
- Ao Prof. Celso de Almeida pela oportunidade, dedicação e paciência.
- Aos colegas de orientação, pela ajuda constante, amizade e companheirismo: Alberto, Bruno e Vitor.
- Raquel, pelo carinho, cumplicidade, dedicação, amizade e incentivo. Meu mais sincero agradecimento.
- As amizades feitas na Unicamp durante o período do mestrado, que tornam minha estada bem mais agradável: Rubem, Luís, Elis, Franciraldo, Lu, César, Ximena, Daniela, Rafael, Verena, Márcia, Virgínea, Rivael, Carlos Henrique, Divanilson, Silvia, Márcio, Sandra e muitos outros.
- Ao pessoal da Bina's House: Diogo, Júnior, Escobar, Chiclete, Edson, Daniel e
   Júlio
- Aos Profs. Drs. Reginaldo Palazzo Jr (FEEC/UNICAMP), Carlos Eduardo
   Câmara (USF/CPqD) e Jaime Portugheis (FEEC/UNICAMP), membros da
   banca examinadora.
- Ao CNPq, pelo apoio financeiro através da bolsa de estudo.

# Conteúdo

1	CAR	ACTEI	RIZAÇÃO DO PROBLEMA	1
	1.1	Introd	lução	1
	1.2	Objeti	ivos	2
	1.3	Organ	nização do Trabalho	2
2	CON	CEITO	OS BÁSICOS	4
	2.1	Sisten	nas Analógicos	4
		2.1.1	Sistemas Digitais	5
	2.2	O Car	nal de Comunicações	6
		2.2.1	Sombreamento	7
		2.2.2	Desvanecimento	8
			2.2.2.1 Desvanecimento Rápido	9
			2.2.2.2 Desvanecimento Lento	9
		2.2.3	Seletividade em Freqüência	10
	2.3	Caract	terísticas dos Sistemas CDMA	10
		2.3.1	Espalhamento Espectral	10
		2.3.2	Espalhamento Espectral de Seqüência Direta	11
		2.3.3	Sistemas CDMA	13
		2.3.4	Capacidade de Sistemas CDMA	14
		2.3.5	Padrão IS-95	16
		2.3.6	Enlace Direto	17
		2.3.7	Enlace Reverso	18

	2.4	Erro no Controle de Potência	18
	2.5	Fator de Atividade de Voz	21
	2.6	Setorização	22
	2.7	Códigos Corretores de Erros	23
	2.8	Cálculo da Probabilidade de Erro	26
3	MOI	DELAGEM MATEMÁTICA DO SISTEMA PROPOSTO	27
	3.1	Introdução	27
	3.2	Modelagem do Sistema	28
	3.3	Variável de Decisão	33
	3.4	Valores de Média e Desvio Padrão do Sombreamento Lognormal	39
	3.5	Energia, SNR e SINR	41
	3.6	Cálculo da Probabilidade de Erro	42
4	ANÁ	LISE DOS RESULTADOS	45
	4.1	Resultados	45
5	CON	CLUSÕES	54
	5.1	Considerações Finais	54
	5.2	Propostas de Trabalhos Futuros	55
6	Apên	dice	56
	6.1	Artigo resultante deste trabalho	57

# Lista de Figuras

Fig. 2.1 Diagrama de bloco de um sistema de espalhamento espectral	12
Fig. 2.2 Descrição do processo de espalhamento e compressão do sinal	13
Fig. 2.3 Codificador convolucional binário	24
Fig. 2.4 Codificador Convolucional, k=1 e r=1/3	25
Fig. 3.1 Diagrama do processo de transmissão do sinal.	27
Fig. 3.2 Ambiente constituído por múltiplas células	29
Fig. 3.3 Receptor tipo Rake	34
Fig. 4.1 Desempenho do sistema CDMA em função da relação sinal-ruído e parametrizado pelo numero de caminhos do sinal. A análise foi feita considerando, $\sigma_x$ =1dB, $\rho$ =0,375, $\beta$ =4, $\sigma_s$ =8 dB e (K-1)/N=0,20.	46
Fig. 4.2 Probabilidade de erro versus $E_b/N_o$ e parametrizado em relação ao carregamento do sistema. A análise foi feita considerando $\rho$ =0,375 $\sigma_x$ =1 dB, $\beta$ =4, L=3 caminhos e $\sigma_s$ =8 dB.	47
Fig. 4.3 Desempenho do sistema CDMA em função do carregamento. Nesta análise consideramos $E_b/N_o=10$ dB, $\sigma_x=1$ dB, L=3 caminhos e $\sigma_s=8$ dB.	47
Fig. 4.4 Desempenho do sistema em relação ao carregamento e parametrizado pelo desvio padrão do erro do controle de potência. A análise foi feita considerando $E_b/N_o=10$ dB, $\beta=4$ , $\rho=0,375$ , L=3 caminhos e $\sigma_s=8$ dB.	48
Fig. 4.5 Desempenho do sistema em relação ao carregamento e parametrizado pelo desvio padrão do sombreamento lognormal. A análise foi feita considerando $E_b/N_o=10dB$ , $\rho=0,375$ , L=3 caminhos e $\beta=4$ .	49
Fig. 4.6 Desempenho de um sistema CDMA parametrizado pelo expoente de perda de percurso. A análise foi feita considerando $E_b/N_o=15$ dB, $\sigma_x=1$ dB, $\rho=0,375$ , L=3 caminhos e $\sigma_s=8$ dB.	50

Fig. 4.7 Desempenho do sistema CDMA proposto em relação ao carregamento do sistema e parametrizado pelo número de caminhos L. A análise foi feita considerando $E_b/N_o=10$ dB, $\sigma_x=1$ dB, $\rho=0.375,\beta=4$ e $\sigma_s=8$ dB.	51
Fig. 4.8 Desempenho do sistema como função do carregamento e parametrizado pela relação sinal-ruído. A análise foi feita considerando $\sigma_x$ =1dB, $\rho$ =0,375, L=3, $\beta$ =4 e $\sigma_s$ =8 dB.	52
Fig 4.9 Desempenho do sistema CDMA não codificado e parametrizado pela relação sinal-ruído. A análise foi feita considerando $\sigma_x$ =1dB, $\rho$ =0,375, $\beta$ =4 e $\sigma_s$ =8 dB	53

# Lista de Tabelas

Tabela I Média e desvio padrão da interferência normalizada em relação ao número de usuários por célula. Considerando, monitoração do sinal dos usuário sendo realizada por 3 ERBs e expoente de perda de propagação $\beta=4$ .	39
Tabela II Média e desvio padrão da interferência normalizada em relação ao número de usuários por célula. Considerando, monitoração do sinal dos usuário sendo realizada por 3 ERBs e desvio padrão do sombreamento $\sigma_s$ =8 $dB$ .	40
Tabela III Média e desvio padrão da interferência normalizada em relação ao número de usuários por célula. Considerando, monitoração do sinal dos usuário sendo realizada por 1 ERB e expoente de perda de percurso $\beta=4$ .	40
Tabela IV Média e desvio padrão da interferência normalizada em relação ao número de usuários por célula. Considerando, monitoração do sinal dos usuário sendo realizada por 2 ERBs e expoente de perda de percurso $\beta=4$ .	41

## Lista de Variáveis

K = número de usuários de uma única célula.

M = número de células do sistema.

A =amplitude do sinal recebido sem desvanecimento.

 $\lambda$  = erro no controle de potência ( $\lambda$  =  $e^x$ ), onde x é uma variável aleatória Gaussiana.

 $w_c$  = freqüência de portadora.

 $\tau_k$  = atraso do k-ésimo usuário.

 $\psi$  = fase introduzida pelo canal.

y(k) = sombreamento do sinal, dado por uma distribuição lognormal.

L = número de caminhos resolvíveis.

 $\alpha$  = desvanecimento Rayleigh.

 $h(\tau,t)$  =resposta ao impulso aplicado ao canal.

N = ganho de processamento do sistema não codificado.

 $N_c$  = ganho de processamento do sistema codificado.

 $\sigma_s$  = desvio padrão do sombreamento lognormal.

 $\sigma_x$  = desvio padrão do erro do controle de potência.

 $T_b$  = intervalo de bit.

 $T_{bcod}$  = intervalo de bit codificado.

 $T_c$  = intervalo de chip.

 $T_m$  = tempo de espalhamento do sinal.

 $\Delta f$  = largura de banda de coerência do sinal.

 $E_b$  = energia por bit.

 $E_b/N_o$  = relação sinal ruído no receptor.

 $\gamma_{bc}$  = relação sinal ruído mais interferência.

 $N_o$  = densidade espectral do ruído.

 $r_c$  = taxa do código corretor de erros.

 $\eta_k$  = atividade de voz do k-ésimo usuário.

 $\xi$  = variável aleatória Gaussiana de média zero e desvio padrão.

 $c_k$  = sequência de espalhamento espectral do k-ésimo usuário.

 $d_k$  = sequência de informação do k-ésimo usuário.

P = potência do sinal dos usuários.

 $\rho$  = fator de atividade de voz.

 $\beta$  = expoente de perda de propagação.

w =largura de banda do sinal de informação.

W = largura de banda do sinal espalhado.

## CAPÍTULO 1

# CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA

## 1.1 Introdução

É impossível negar a enorme importância das comunicações móveis digitais para a sociedade moderna. Entre os diversos esquemas de múltiplo acesso, a tecnologia CDMA se destaca como uma excelente alternativa para se aumentar a capacidade dos sistemas de comunicações celulares.

Porém o cálculo do desempenho e a determinação do número de usuários por célula só era conhecida para situações bem simples. Deste modo, o cálculo de desempenho em termos da probabilidade de erro de bit de sistemas CDMA foi buscado durante as últimas décadas, mas somente em 1999 Milstein [Mil99] chegou a uma análise considerando um ambiente constituído por múltiplas células, desvanecimento, sombreamento, erro no mecanismo de controle de potência, sombreamento e perda de percurso exponencial. Porém em seu trabalho ficaram diversas lacunas, as quais, tornam impossível determinar a capacidade do sistema em função das curvas de desempenho. Em nosso trabalho buscamos preencher estas lacunas, pela consideração de diversos fatores intrínsecos ao sistema, tais como, fator de atividade de voz, codificação do sinal transmitido, monitoração do sinal do usuário realizada por várias estações rádio-base, de modo que o usuário seja atendido pela estação rádio-base que chegar até ele com maior nível de potência e não necessariamente pela estação rádio-base mais próxima.

Através das considerações anteriormente, tornou-se possível a determinação da probabilidade de erro média de bit de um sistema celular CDMA em função do seu carregamento.

#### 1.2 Objetivos

O objetivo deste trabalho é o de calcular o desempenho de um sistema celular CDMA em termos da probabilidade de erro média de bit. Para tanto, estamos considerando um ambiente composto por múltiplas células, onde todas as células possuem um formato circular, e no centro de cada célula existe uma estação rádio-base, que controla os usuários aos quais o sinal chega do enlace direto com maior nível de potência. Temos portanto, um sistema constituído por M células e em cada uma destas células existem K usuários.

O canal considerado é suposto gerar múltiplos percursos. Além disso, todos os canais apresentam desvanecimento do tipo Rayleigh e um sombreamento lognormal do sinal transmitido. O canal de transmissão é assumido como sendo seletivo em frequência e o enlace analisado é o enlace reverso. Consideramos também a perda de percurso exponencial, a monitoração da atividade de voz, a utilização de códigos corretores de erro e a imperfeição no mecanismo de controle de potência.

### 1.3 Organização do Trabalho

O corpo deste trabalho foi dividido em cinco capítulos.

O capítulo 2 tem como principal objetivo a explanação de diversos tópicos, a fim de se fornecer uma fundamentação teórica e possibilitar uma melhor compreensão do problema abordado no capítulo 3.

No capítulo 3 é feita a abordagem e o desenvolvimento matemático do problema proposto. É neste capítulo que obtemos as equações que ditarão o comportamento do sistema proposto.

No capítulo 4 exibimos os resultados que mostram o desempenho do sistema. As curvas mostradas no capítulo 4 foram extraídas do equacionamento apresentado no capítulo 3 e mostram o desempenho do sistema em função de diversos fatores, tais como, o carregamento do sistema, relação sinal-ruído, fator de atividade de voz, sombreamento e do desvio padrão do erro no controle de potência.

No capítulo 5 são feitas as considerações finais, apresentamos propostas para trabalhos futuros e as conclusões deste trabalho.

### CAPÍTULO 2

## CONCEITOS BÁSICOS

## 2.1 Sistemas Analógicos

O primeiro serviço público de telefonia móvel surgiu em 1946 com o objetivo de atender às 25 principais cidades norte americanas. Estes sistemas eram constituídos de uma única célula formada por uma estação rádio-base, que irradiava os sinais em todas as direções com grande nível de potência e com o objetivo de cobrir a maior área possível. Nesta época, uma célula cobria distâncias de até 50km.

Como os níveis de potência eram muito elevados, era impossível a reutilização dos canais em áreas próximas, o que resultava em uma má utilização do espectro. Os usuários rádio-móveis eram limitados à área de cobertura de suas células, pois não havia comunicação entre células vizinhas. Caso um usuário saísse da área de cobertura de sua célula e entrasse em uma célula vizinha a sua ligação seria perdida.

Com o passar do tempo os sistemas analógicos evoluíram bastante, sempre impulsionados pelo crescimento da demanda.

As principais melhorias vieram com a diminuição dos níveis de potência e do raio das células, o que resultou em uma melhoria significativa na utilização do espectro, pois operando com níveis de potência mais baixos conseguiu-se dividir uma área em células e reutilizar a frequência.

Com o grande crescimento de demanda experimentado nas últimas décadas, os sistemas analógicos vieram se mostrando muito limitados e pouco eficientes. Em meio a

este cenário, os sistemas digitais surgiram como sendo a evolução natural dos sistemas analógicos.

#### 2.1.1 Sistemas Digitais

Os esquemas de múltiplo acesso mais utilizados são FDMA (Frequency Division Multiple Access), TDMA (Time Division Multiple Access) e CDMA (Code Division Multiple Access).

Os esquemas do tipo FDMA são a forma mais tradicional de multiplexação. Nele, o espectro utilizado pelo sistema é dividido em pequenas faixas, e em cada uma destas faixas é alocado um usuário.

Os esquemas que utilizam a tecnologia TDMA multiplexam os sinais de diversos usuários em um mesmo canal, através de uma divisão temporal, isto é, os diferentes usuários transmitem os seus sinais em diferentes instantes de tempo.

Já os esquemas de múltiplo acesso com tecnologia CDMA são caracterizados pela técnica de multiplexação baseada no espalhamento espectral dos sinais, ou seja, os sinais de todos os usuários ocupam a mesma faixa do espectro e são transmitidos simultaneamente, porém, o sinal de cada usuário é espalhado por uma seqüência única que o diferencia dos demais usuários.

Os sistemas digitais significaram um grande avanço de qualidade e segurança na transmissão.

Entre as principais vantagens dos sistemas digitais em relação aos sistemas analógicos estão:

Alocação de um maior número de usuários por célula.

- Maior eficiência espectral.
- Maior sigilo para o usuário.
- Operação do sistema com menores níveis de potência, possibilitando maior economia de energia.
- Compactação de equipamentos.
- Maior número de serviços prestados ao usuário.

## 2.2 O Canal de Comunicações

#### 2.2.1 Sombreamento

O sombreamento é causado por obstruções entre o usuário e a estação rádio-base. Estas obstruções são em geral causadas por árvores, edifícios e até mesmo veículos em movimento. Estas obstruções provocam a flutuação do nível de potência do sinal.

Um usuário rádio-móvel movimentando-se em um ambiente como este, pode passar por momentos onde a qualidade do sinal se torna bastante ruim e, até mesmo, experimentar a total perda do sinal resultando na queda da ligação.

Os métodos atualmente utilizados para compensar os efeitos do sombreamento utilizam a chamada diversidade macroscópica ou macro-diversidade. É interessante ressaltar que este tipo de diversidade implica necessariamente na separação geográfica das antenas da estação rádio-base que recebem o sinal enviado pelo móvel. Portanto, é considerada um tipo de diversidade espacial.

Outra metodologia consiste basicamente em prover ao móvel mais de uma estação rádio-base, a fim de que o móvel sempre receba um sinal forte. Desta maneira, o sinal do usuário móvel será monitorado por várias estações rádio-bases simultaneamente. E o

processo de comutação de uma estação rádio-base para outra deverá ser um processo dinâmico, de modo que o móvel possa ser controlado pela estação rádio-base que apresente o melhor nível de potência.

O sombreamento é um fenômeno bem conhecido na literatura e é modelado como possuidor de uma distribuição de probabilidade lognormal. A distribuição de probabilidade lognormal é obtida pela transformação  $10^{\xi/10}$ , onde  $\xi$  representa uma variável aleatória Gaussiana de média  $m_s$  e desvio padrão  $\sigma_s$ , ambos dados em dB.

A função densidade de probabilidade de uma variável lognormal z, é dada por:

$$f_z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi z \sigma_{log}}} e^{\left[\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(z) - m_{log}}{\sigma_s}\right)^2\right]}$$
(2.1)

onde  $m_{log}$  e  $\sigma_{log}$  são a média e o desvio padrão logaritmo, que se relacionam com a media e o desvio padrão em dB da seguinte maneira.

$$m_s = m_{log} \frac{10}{ln(10)} \tag{2.2}$$

$$\sigma_s = \sigma_{log} \frac{10}{ln(10)}$$
(2.3)

#### 2.2.2 Desvanecimento

Existem situações onde o móvel não possui linha de visada direta com a sua respectiva estação rádio-base. Nestes casos, o sinal recebido é composto por várias versões do sinal transmitido, e nenhum destes caminhos chega a ser considerado como dominante em relação aos demais. Em ambientes como este é muito comum as componentes dos

múltiplos percursos chegarem com pequenos atrasos, variações de amplitude e grandes variações de fase. Este tipo de fenômeno é muito comum em regiões urbanas e suburbanas.

O sinal recebido é portanto composto de um somatório de um grande número de fasores aleatórios, que as vezes contribuem de maneira construtiva e as vezes contribuem de maneira destrutiva na formação do sinal recebido. O resultado deste somatório é um sinal variante no tempo, uma vez que o canal é móvel, e a cada instante de tempo o sinal recebido será formado por diferentes componentes.

O sinal recebido pode algumas vezes passar por atenuações muito fortes, e o tempo de duração destas atenuações depende da freqüência da portadora do sinal. A atenuação sofrida pelo sinal pode chegar a valores da ordem de 50 dB, e como as flutuações do valor médio do sinal ocorrem rapidamente este fenômeno é chamado de desvanecimento.

A envoltória de um sinal recebido em um ambiente sem linha de visada direta como este, possui uma atenuação que tem distribuição de probabilidade do tipo Rayleigh. Assim, este tipo de desvanecimento é conhecido como desvanecimento Rayleigh.

Uma variável aleatória  $\alpha$  com distribuição do tipo Rayleigh possui função densidade de probabilidade  $f_{\alpha}(\alpha)$  dada por:

$$f_{\alpha}(\alpha) = \frac{\alpha}{\sigma^2} e^{\left(\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}\right)}$$
 (2.4)

O seu valor médio e valor quadrático médio são dados por:

$$E[\alpha] = \int_{0}^{\infty} \alpha f_{\alpha}(\alpha) d\alpha$$

$$= \sqrt{\pi/2}\sigma$$
(2.5)

$$E[\alpha^{2}] = \int_{0}^{\infty} \alpha^{2} f_{\alpha}(\alpha) d\alpha$$

$$= 2\sigma^{2}$$
(2.6)

onde  $\sigma$ representa o desvio padrão da Gaussiana que gerou a variável Rayleigh.

## 2.2.2.1 Desvanecimento Rápido

O desvanecimento pode ser classificado em desvanecimento do tipo lento e desvanecimento do tipo rápido.

Em um canal com desvanecimento rápido, as variações na amplitude do desvanecimento ocorrem em um intervalo de tempo menor que o intervalo de sinalização. Isto significa que o sinal será fortemente distorcido, pois, o tempo de coerência do canal é muito menor que o intervalo de símbolo do sinal transmitido.

#### 2.2.2.2 Desvanecimento Lento

Quando a resposta ao impulso aplicada ao canal varia a uma taxa muito menor que a taxa de transmissão do sinal, então o desvanecimento provocado pelos múltiplos percursos do canal é do tipo lento. Ou seja, não há variações na amplitude do desvanecimento dentro do intervalo de bit. Passando para o domínio da freqüência, isto implica que o espalhamento Doppler provocado pelo canal, que é responsável pelas pequenas variações na freqüência de portadora do sinal, é muito menor que a largura de banda do sinal.

O desvanecimento do sinal poder ser combatido através de técnicas de diversidade, como por exemplo, diversidade em freqüência ou diversidade temporal.

Neste trabalho consideramos apenas o desvanecimento do tipo lento.

### 2.2.3 Seletividade em Freqüência

Considere um sinal sendo transmitido em um ambiente constituído por múltiplos percursos. Em um ambiente como este, é muito comum diferentes réplicas do sinal transmitido chegarem até o receptor com pequenos atrasos entre uma e outra. Estes atrasos indicam o tempo de espalhamento devido aos múltiplos percursos do canal e são dados por  $\Delta f = \frac{1}{T_m}$ , onde  $\Delta f$  representa a largura de banda de coerência do canal e  $T_m$  o tempo de espalhamento do sinal devido aos múltiplos percursos.

Duas réplicas de um mesmo sinal são diferentemente afetadas pelo canal, quando a separação em frequência entre elas for muito maior que  $\Delta f$ .

Quando a largura da banda de coerência do canal for menor que a largura da banda do sinal transmitido, o canal é dito seletivo em frequência. Nestes casos, o sinal é fortemente distorcido pelo canal, pois a atenuação no espectro do sinal não é uniforme.

#### 2.3 Características dos Sistemas CDMA

#### 2.3.1 Espalhamento Espectral

A técnica de espalhamento espectral é uma tecnologia relativamente nova. Porém nas décadas anteriores, a técnica de espalhamento espectral foi utilizada apenas para fins militares, devido a sua elevada resistência à interferência e à dificuldade de se interceptar mensagens.

Nos dias de hoje, a indústria está procurando sempre inovar em sistemas de comunicações, que transmitem voz e dados, utilizando tecnologia sem fio. O telefone celular digital, bem como os serviços voltados para comunicação pessoal têm considerado a técnica CDMA como uma alternativa para aumentar a capacidade de seus sistemas e prover um serviço de confiança.

As principais vantagens providas pela técnica de espalhamento espectral são:

- A possibilidade do sinal poder operar em bandas, onde outros sistemas já estão operando, com um mínimo de impacto no desempenho destes sistemas.
- A sinalização e recepção de sistemas que usam espalhamento espectral são muito atrativos em situações, onde o sinal apresenta múltiplos percursos.
- A elevada resistência a sinais interferentes.
- O sistema apresenta uma maior flexibilidade operacional e uma maior capacidade, que sistemas montados sobre outras técnicas de múltiplo acesso.

Existem dois esquemas de implementação da técnica de espalhamento espectral: o espalhamento espectral de sequência direta e o espalhamento espectral com salto em frequência. Neste trabalho, trataremos apenas de sistemas CDMA que operam com sequência direta.

### 2.3.2 Espalhamento Espectral de Seqüência Direta

A Fig. 2.1 mostra os quatro passos envolvidos no processo de espalhamento e contração de um sinal.

Em uma transmissão, que utiliza a técnica de espalhamento espectral de seqüência direta do sinal, é assumido que a informação do sinal seja espalhada sobre toda a banda-

base do sistema. Após isso, o sinal espalhado é modulado em um segundo estágio e por fim, transmitido pelo canal. O sinal recebido é primeiramente demodulado, para a obtenção do sinal em banda-base que é contraído para recuperação da informação original do sinal transmitido.

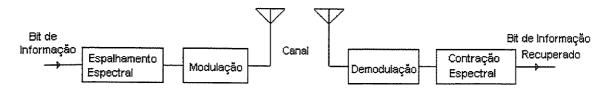


Fig. 2.1 Diagrama de bloco de um sistema com espalhamento espectral

A Fig. 2.2 mostra um exemplo simples de espalhamento e contração de um sinal CDMA. O pulso retangular com duração  $T_b$  representa um bit de informação no domínio do tempo, e sua transformada de Fourier é uma função do tipo  $\sin(\pi x)/(\pi x)$  com intervalos de cruzamento de zero igual a  $1/T_b$ .

O sinal de informação é multiplicado por uma sequência de pulsos estreitos com duração de tempo igual a  $T_c$ , e intervalos de cruzamento de zeros igual a  $1/T_c$  para formar o sinal espalhado. Os pulsos estreitos são referidos como sendo chips, e as suas amplitudes podem assumir os valores de  $\pm 1$ , assim como o sinal de informação. O resultado deste processo é que, a potência do sinal será espalhada em uma banda de largura N vezes maior que a banda original do sinal. A densidade espectral do sinal será portanto N vezes menor que a densidade espectral do sinal original.

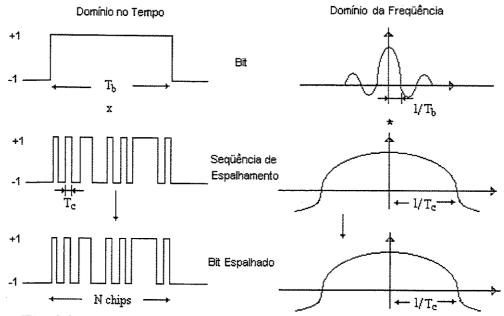


Fig. 2.2 Descrição do processo de espalhamento e compressão do sinal

O fator de expansão de banda também chamado de fator de espalhamento do sinal, ou ganho de processamento é dado por  $N=T_b/T_c$ , onde  $1/T_b$  representa a taxa de bits do sistema e  $1/T_c$  representa a taxa de chips.

O ganho de relação sinal-ruído do sistema após o processo de contração espectral do sinal é igual ao ganho de processamento. Este fenômeno ocorre porque quando se multiplica um sinal espalhado, por uma sequência idêntica àquela usada no espalhamento do sinal temos que, o espectro do sinal é contraído. Entretanto, o ruído e a interferência são espalhados ainda mais. Deste modo, o filtro passa-faixa utilizado na recepção remove grande parte da interferência. Resultando em um aumento da relação sinal-ruído do sistema.

#### 2.3.3 Sistemas CDMA

A técnica de espalhamento espectral tem recebido grande atenção das indústrias que atuam na área de comunicações sem fio. O CDMA é hoje uma tecnologia de espalhamento

bem conhecida, que foi utilizada exclusivamente para fins militares durante aproximadamente três décadas, e que agora está sendo utilizada no mercado de comunicações nos novos aparelhos de telefonia móvel celular digital, como uma opção aos sistemas TDMA.

Em uma transmissão CDMA a privacidade do usuário é estabelecida através de uma codificação diferente do sinal para cada usuário, ou seja, a cada usuário é associada uma seqüência de espalhamento diferente. Deste modo, os vários usuários podem transmitir simultaneamente, e seus sinais podem ser separados por meio das seqüências de espalhamento, que são únicas para cada usuário

Em princípio o sistema CDMA pode acomodar vários usuários móveis com diferentes larguras de banda, através da adoção de técnicas especificas que não precisam de coordenação. Uma vez que vários usuários ocupam o mesmo canal, um usuário é visto como interferente pelo outro, por isto o controle de potência do sinal dos usuários é um fator fundamental para assegurar um desempenho uniforme para o sistema.

#### 2.3.4 Capacidade de Sistemas CDMA

Vamos agora determinar a capacidade de um sistema CDMA para um caso bem simples. O sistema CDMA será constituído por um ambiente unicelular com um mecanismo de controle de potência perfeito. Deste modo, teremos que a relação sinal-interferência do sinal recebido é dada por:

$$\frac{S}{I} = \frac{P}{(K-1)P + N_o W} = \frac{I}{K - I + \frac{N_o W}{P}}$$
(2.7)

onde P é a potência de todos os usuários e K é o número de usuários na célula.

O ruído aditivo Gaussiano é em geral considerado desprezível em relação à interferência, o que faz com que um sistema CDMA seja limitado por interferência e não por ruído. Após passarmos o sinal recebido pelo processo de contração espectral, poderemos escrever a energia por bit como sendo:

$$\gamma_b = \frac{E_b}{I} = \frac{\frac{P}{w}}{\frac{(K-1)P}{W} + N_o} = \frac{\frac{W}{w}}{K - 1 + \frac{N_o W}{P}} = \frac{N}{K - 1 + \frac{N_o W}{P}} = N\frac{S}{I}$$
(2.8)

onde w é largura de banda do sinal de informação, W é a largura espectral do sinal espalhado,  $N_o$  é a densidade espectral unilateral do ruído, o termo P/w representa a energia do sinal, (K-1)P/W representa a energia da interferência gerada pelos demais usuários e a relação N=W/w representa o ganho de processamento do sistema.

Desprezando o ruído térmico gerado durante o processo de recuperação da informação do sinal teremos o seguinte resultado:

$$\gamma_b = \frac{N}{K - 1} \tag{2.9}$$

Vale lembrar que a principal importância do ruído no equacionamento é para que não tenhamos uma relação sinal-ruído infinita para o caso de K=1.

É interessante ressaltar que o número de usuários que o sistema comporta é diretamente proporcional ao ganho de processamento do sistema. Ou seja, quanto maior for a banda espalhada do sinal, maior será o ganho de processamento e, consequentemente, maior o número de usuários que poderão ser alocados. É interessante notar também que o número de usuários é inversamente proporcional a  $\gamma_b$ .

A partir de (2.8), com algum algebrismo, é possível resolver a equação em função do número de usuários:

$$K = \frac{N}{\gamma_b} + 1 - \frac{N_o W}{P} \tag{2.10}$$

É importante lembrar que o número de usuários determinado através de (2.10), só é válido para um sistema CDMA, mediante algumas considerações bastante simples, tais como, o sistema é constituído apenas por uma célula e, além disso, não são considerados os seguintes fenômenos: desvanecimento, sombreamento, monitoração da atividade de voz, erro no mecanismo de controle de potência, interferência externa e utilização de códigos corretores de erro.

#### 2.3.5 Padrão IS-95

O padrão IS-95 representa um conjunto de normas com o objetivo de padronizar todos os sistemas de telefonia móvel que utilizam a tecnologia CDMA de banda estreita.

Diversos aspectos do sistema CDMA, tais como enlace direto, enlace reverso, controle de potência, codificação do sinal e outros fatores que afetam o desempenho do sistema são especificados em detalhes para operarem em conformidade com o padrão IS-95. O padrão IS-95 especifica que o espectro de freqüência inicial de 25MHz utilizado pelo enlace reverso e direto sejam divididos em faixas espectrais menores, da ordem de 1,25MHz. Regulamenta também a utilização de seqüências PN e as funções ortogonais de Walsh.

O mecanismo de controle de potência é um fator primordial para o bom desempenho de um sistema CDMA, visando uniformizar o desempenho de todos os usuários. Os usuários móveis operam sempre com o menor nível de potência de transmissão, que assegure uma boa qualidade de comunicação. O controle de potência é realizado por mensagens enviadas pela estação rádio-base para o móvel aumentar, ou diminuir o nível de

potência de saída do sinal, estas mensagens são transmitidas diretamente pelo canal de voz. As mensagens da estação rádio-base para o móvel ajustar o nível de potência somente são enviadas quando o móvel é capaz de cumprí-las. Para isto, a central de controle celular (CCC) leva em consideração a classe de potência do móvel. Caso o móvel já esteja operando em sua potência máxima, a CCC inicia o processo de handoff.

O padrão IS-95 ainda estipula a utilização de codificadores de voz denominados de vocoders de taxa variável, para prover uma maior compressão do sinal de voz dos usuários.

#### 2.3.6 Enlace Direto

O enlace utilizado pela estação rádio-base enviar sinais para as estações rádiomóveis é chamado de enlace direto. O padrão IS-95 estabelece diversas técnicas para assegurar o bom funcionamento do enlace direto, entre elas:

- É utilizada uma matriz de Hadamard de dimensões 64x64 com o objetivo de gerar sessenta e quatro funções de Walsh, que são ortogonais entre si, e a cada um dos canais do enlace direto é associado uma destas funções.
- Ao canal piloto é associado a sequência de Walsh 0, ou seja é uma sequência que não contém qualquer informação. Sua função é servir como temporizador e referência de fase dos usuários móveis e é transmitida ininterruptamente.
- O canal de sincronismo deve operar a uma taxa fixa de 1200 bps, e utiliza a função de
   Walsh número 32.
- Estabelece o controle de potência dos usuários móveis com o objetivo de uniformizar o desempenho fazendo com que os usuários operem com o menor nível possível de energia.

#### 2.3.7 Enlace Reverso

O enlace reverso é aquele em que os usuários rádio-móveis utilizam para enviar sinais para a estação rádio-base. No enlace reverso não são utilizadas as seqüências de Walsh, mas sim longas seqüências de bits pseudo-aleatórias de espalhamento espectral para se diferenciar um usuário de outro.

Neste trabalho, todas as análises são feitas considerando a transmissão como sendo realizadas no enlace reverso.

Como o enlace reverso opera com menores valores de relação sinal-ruído, ele se torna mais susceptível a erros, e por isso precisa de uma proteção mais robusta. Esta proteção é fornecida por um código convolucional de taxa 1/3 e  $d_{free}$ =18.

O canal de acesso é utilizado pelo móvel para requisitar à estação rádio-base (ERB), um canal de tráfego para ele. O móvel também utiliza o canal de acesso para originar mensagens e responder às ordens de "paging".

#### 2.4 Erro no Controle de Potência

O mecanismo de controle de potência representa um fator crítico para assegurar o bom desempenho de um sistema de telefonia que utiliza tecnologia CDMA. Esta preocupação se dá devido ao problema perto-longe enfrentado pelo sistema.

No enlace reverso, os sinais dos diversos usuários chegam até a estação rádio-base com os mais variados valores de perda de percurso. Isto se deve às diferentes distâncias entre as estações rádio-móveis e a estação rádio-base da sua célula. O resultado disto é que

os usuários situados mais próximos da estação rádio-base chegarão com um nível de potência bem superior, comparado com os usuários localizados na periferia da célula. Portanto, esses usuários que estão próximos da estação rádio-base irão prejudicar os demais, pois a interferência gerada por eles será muito forte, comprometendo o desempenho de todo o sistema.

A solução para este problema é adotar um sistema de controle de potência para cada estação rádio-móvel, de modo que o sinal de cada usuário móvel chegue a estação rádio-base com mesmo nível de potência.

Este procedimento faz com que a estação rádio-base mantenha continuamente um controle sobre cada estação rádio-móvel, de maneira que as mesmas possam ajustar o seu nível de potência continuamente. Na prática, as estações móveis devem ser capazes de ajustar o nível de potência dentro de uma variação da ordem de 80 dB. O ajuste de potência ideal deverá ser feito a cada 1,25 ms segundo a IS-95.

Como é impossível fazer uma correção instantânea no nível de potência de cada usuário, devido ao sombreamento e ao desvanecimento sofrido pelo sinal, o resultado é um erro no mecanismo de controle de potência dos mesmos.

O erro no controle de potência do k-ésimo usuário é modelado pela literatura como uma variável aleatória  $\lambda_k$  com distribuição lognormal, obtida a partir da função  $\lambda_k=e^x$ , onde k representa o k-ésimo usuário do sistema e x representa uma variável aleatória Gaussiana de média nula e desvio padrão  $\sigma_x$ .

A função densidade de probabilidade do erro no mecanismo no controle de potência  $\lambda$  é dado por:

$$f_{\lambda}(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{x}}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(\lambda)}{\sigma_{x}}\right)\right]}$$
 (2.11)

Como todos os usuários do sistema possuem a mesma estatística para o erro do controle de potência, temos que os valores médio e quadrático médio no controle de potência são iguais para todos os usuários, ou seja:  $E[\lambda_k] = E[\lambda]$  e  $E[\lambda_k^2] = E[\lambda^2]$ .

O valor médio, o valor quadrático médio, e a variância do efeito do erro no mecanismo de controle de potência podem ser calculados da seguinte maneira:

$$E[\lambda] = \int_{-\infty}^{\infty} e^x f_x(x) . dx$$
$$= e^{\sigma_x^2/2}$$
(2.12)

$$E[\lambda^2] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{2x} f_x(x) . dx$$
$$= e^{2\sigma_x^2}$$
(2.13)

$$\sigma_{\lambda}^{2} = E[\lambda^{2}] - E[\lambda]^{2}$$

$$= e^{2\sigma_{x}^{2}} - e^{\sigma_{x}^{2}}$$

$$= e^{\sigma_{x}^{2}} \left( e^{\sigma_{x}^{2}} - 1 \right)$$
(2.14)

onde

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x}} e^{\frac{-x^2}{2\sigma_x^2}}$$
 (2.15)

onde  $f_x(x)$  é a função densidade de probabilidade da Gaussiana que gerou a variável lognormal.

#### 2.5 Fator de Atividade de Voz

A monitoração da atividade de voz é um dos elementos que se usado serve para aumentar a capacidade de um sistema de transmissão CDMA. Quando o usuário entra em silêncio ele para de gerar interferência nos demais usuários e, deste modo, a capacidade do sistema pode ser aumentada.

À atividade de voz η está associada a uma distribuição de Bernoulli com estados 0 e 1. O estado zero está associado ao período de silêncio do usuário, ou seja ao período em que o usuário não está falando. O estado 1 está associado ao período de tempo em que o usuário está ativo, ou seja ao intervalo de tempo em que o usuário está efetivamente falando.

Ao estado 0 é associada a probabilidade 1- $\rho$  e ao estado 1 está associada a probabilidade  $\rho$ , ou seja:

$$\eta=0 \Rightarrow p=1-\rho$$

$$\eta=1 \Rightarrow p=\rho$$

O valor médio, valor quadrático médio e o desvio padrão de uma variável aleatória η com distribuição de Bernoulli são dados por:

$$E[\eta] = 0(1-\rho) + \rho = \rho \tag{2.16}$$

$$E[\eta^2] = 0^2 (1-\rho) + \rho = \rho \tag{2.17}$$

$$\sigma_{\eta} = \sqrt{\rho(1-\rho)} \tag{2.18}$$

Assim o valor médio é dado por ρ. Este parâmetro é conhecido como fator de atividade de voz. Os valores típicos para o fator de atividade de voz encontrados na literatura estão entre 0,375≤ρ≤0,5.

### 2.6 Setorização

Uma das muitas vantagens de uma arquitetura celular está no fato do crescimento do sistema dar-se em células, podendo deste modo, acompanhar o crescimento geográfico de uma dada região.

Para assegurar um bom desempenho para o sistema e possibilitar uma maior capacidade, podemos utilizar diversas técnicas de expansão como por exemplo, a técnica de divisão celular, e a setorização.

A técnica de divisão celular consiste em, diminuir o tamanho das células, através da divisão de células grandes em um maior número de células menores. Retirando-se uma célula grande e colocando em seu lugar um maior número de pequenas células na mesma área, portanto teremos um aumento do número de canais por área, bem como uma maior capacidade de tráfego.

Teoricamente o processo de divisão celular poderia ser feito indefinidamente, porém na prática encontramos alguns entraves, como por exemplo, o aumento da interferência cocanal, visto que a distância entre as células será reduzida. Temos também um elevado custo de implantação, devido ao grande número de estações rádio-base requeridas. Uma alternativa à técnica de divisão celular é a setorização.

Uma técnica muito eficaz para se aumentar a capacidade de um sistema CDMA é dada por meio da setorização. A setorização ideal consiste em dividir uma célula em S setores através da utilização de antenas diretivas. Desta maneira, o valor médio da interferência que atinge a estação rádio-base é S vezes menor que no caso em que não se utiliza setorização. Na prática geralmente são utilizados S=3 setores de 120 graus.

### 2.7 Códigos Corretores de Erros

Inserir um código corretor de erros em um sistema de comunicação implica em inserir redundância no sinal transmitido. Isto é, a sequência de bits de informação original é substituída por uma outra relacionada a esta, e que possua características específicas. Deste modo, é possível conseguir um aumento da relação sinal-ruído do sistema, com a finalidade de melhorar a capacidade do mesmo. Os códigos corretores de erros mais utilizados em sistemas de comunicações são os códigos convolucionais e os códigos de bloco. Neste trabalho vamos utilizar apenas códigos convolucionais.

Os códigos convolucionais foram introduzidos inicialmente em 1955 por Elias, como uma alternativa aos códigos de bloco. Os códigos convolucionais são códigos do tipo (n, k, m), onde n representa o número de saídas, k o número de entradas do codificador, m representa o número máximo de unidades de memórias para uma dada entrada e a relação  $r_c = k/n$  é chamada de taxa de codificação. Em um codificador convolucional, os n bits de saída do codificador não dependerão apenas dos k bits de entrada, mas também de algumas entradas passadas.

De modo geral, k e n são números inteiros pequenos, onde k < n. Grandes valores de m possibilitam a construção de códigos mais complexos e que operem com menores probabilidades de erro.

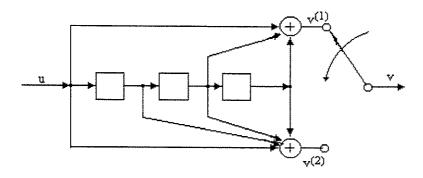


Fig. 2.3 Codificador convolucional binário

A Fig. 2.3 ilustra um codificador convolucional binário do tipo (2, 1, 3). Suponha uma sequência de informação  $u=(u_0, u_1, u_2, ...)$  entrando um bit por vez no codificador da Fig. 2.3. Esta sequência de entrada ira gerar duas sequências codificadas na saída do codificador convolucional  $v^1=(v_{1,0}, v_{1,1}, v_{1,2} ...)$  e  $v^2=(v_{2,0}, v_{2,1}, v_{2,2} ...)$ .

Para se obter a resposta ao impulso de um codificador convolucional devemos inserir na entrada do codificador uma sequência do tipo u=(1 0 0 0 ...) e observar as duas sequências de saída  $v^{I}$  e  $v^{2}$ . Como o nosso codificador convolucional tem m unidades de memória, as sequências da resposta ao impulso terão um comprimento igual a m+1 unidades de tempo e podem ser escritas como  $g^{I}$ =( $g_{1,0}$ ,  $g_{1,1}$ ,  $g_{1,2}$ , ...) e  $g^{2}$ =( $g_{2,0}$ ,  $g_{2,1}$ ,  $g_{2,2}$ , ...). As sequências da resposta ao impulso do codificador convolucional são chamadas de sequências geradoras.

O codificador convolucional da Fig. 2.3 possui as seguintes sequências geradoras  $g^{I}$ =(1 0 1 1) e  $g^{2}$ =(1 1 1 1). As sequências de saída  $v_{1}$  e  $v_{2}$  podem ser obtidas através da convolução da sequência de entrada u com as sequências geradoras.

Após o processo de codificação as duas sequências de saída são multiplexadas em uma única sequência chamada sequência código. A sequência código será  $v=(v_{1,0}, v_{2,0}, v_{1,1}, v_{2,1}, v_{1,2}, v_{2,2}, ...)$ .

O desempenho dos códigos convolucionais depende do algoritmo utilizado na decodificação e também das propriedades de distância entre as sequências do código.

A propriedade de distância mais importante entre as sequências codificadas é conhecida como distância livre do código, e corresponde à menor distância em bits entre quaisquer duas sequências. Quanto maior for a distância entre as sequências geradas pelo código, menor será a probabilidade de erro, e maior será o número de bits que podem ser corrigidos pelo código, melhorando, deste modo, o desempenho do sistema.

Para um sistema de transmissão digital com tecnologia CDMA o código convolucional especificado pela IS-95 para operar no enlace reverso possui taxa r=1/3, comprimento de restrição igual a 9, e as seguintes sequências geradoras  $g^1=557_8$   $g^2=663_8$  e  $g^3=711_8$ . O diagrama do codificador convolucional especificado pela IS 95 está ilustrado na Fig. 2.4.

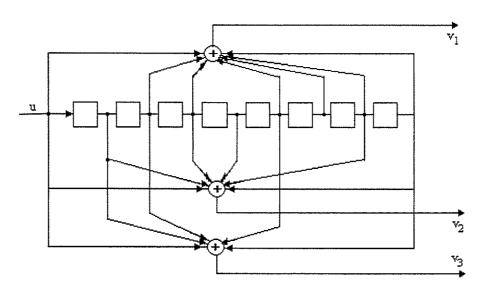


Fig. 2.4 Codificador Convolucional, k=1 e r=1/3

Os códigos convolucionais podem ser decodificados por diferentes métodos e diferentes algoritmos. O Algoritmo de Viterbi é o método que proporciona máxima

verossimilhança. Neste trabalho a decodificação do sinal é realizada pelo Algoritmo de Viterbi.

## 2.8 Cálculo da Probabilidade de Erro

O desempenho de um sistema de comunicação está baseado no cálculo da probabilidade de erro de bit. A probabilidade de erro de bit de um sistema está diretamente relacionada com a relação sinal-ruído no receptor e de outros parâmetros inerentes ao sistema como por exemplo, a codificação dos bits de informação, o mecanismo de controle de potência do sinal, o fator de atividade de voz, etc.

A probabilidade de erro de bit para a transmissão de um sistema codificado em canais com desvanecimento devido aos múltiplos percursos, considerando um esquema de decisão suave e decodificação realizada através do Algoritmo de Viterbi é dado por [Pro94]:

$$P_{e}(d) = P(\gamma_{bc} / x, \alpha)^{d} \sum_{l=0}^{L} {d-1+l \choose l} (1 - P(\gamma_{bc} / x, \alpha))^{k}$$
(2.19)

onde L representa o número de componentes de múltiplos percursos, d representa o número de posições em que duas sequências diferem entre si e  $\gamma_{bc}$  representa a relação sinal-ruído por canal.

A probabilidade de erro de bit é finalmente obtida através de:

$$P_b < \frac{1}{k} \sum_{d=d_{free}}^{\infty} \beta_d P_e(d) \tag{2.20}$$

onde  $d_{free}$  é a distância livre do código convolucional utilizado e  $\beta_d$  representa os pesos relativos a d, obtidos partir da função de transferência do código [Pro94].

# **CAPÍTULO 3**

# Modelagem Matemática do Sistema Proposto

## 3.1 Introdução

A Fig. 3.1 mostra um diagrama de blocos que ilustra os principais estágios de um esquema de transmissão CDMA através de um canal seletivo em frequência com desvanecimento lento e que emprega código corretor de erros e modulação BPSK.

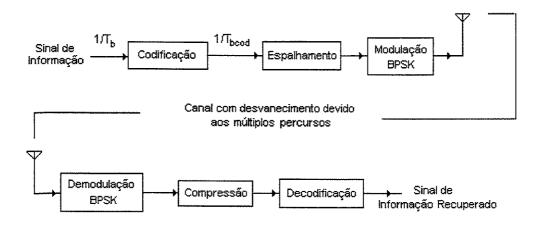


Fig. 3.1 Diagrama do processo de transmissão do sinal.

Na entrada temos o sinal de informação sendo transmitido à taxa de  $1/T_b$  bps. No primeiro estágio da transmissão temos a um código corretor de erros, e a transmissão passa a ser realizada à taxa de  $1/T_{bcod}$ , onde  $T_{bcod} = r_c T_b$ , e  $r_c$  é a taxa do codificador. A finalidade da codificação está em amenizar os feitos do desvanecimento, que ocorrem devido ao fato do canal produzir diversos múltiplos percursos do sinal. Após a codificação, o sinal é espalhado sobre uma largura de banda W. Quanto maior for a largura da banda W maior será o ganho de processamento dado pelo sistema, onde o ganho de processamento é dado

por  $N=WT_{bcod}$ . Após o espalhamento espectral do sinal temos um modulador BPSK e por fim a transmissão do sinal em um canal sujeito a múltiplos percursos.

Na recepção, o sinal recebido é caracterizado pelas várias replicas do sinal transmitido. O número de cópias do sinal transmitido, que chega até o receptor é igual ao número de componentes resolvíveis do sinal. Cada uma destas componentes sofre, de maneira diferente, a influência do canal. Deste modo, podemos usar a natureza dispersiva do canal para prover diversidade ao sistema.

A primeira etapa no processo de recepção do sinal transmitido é a demodulação. Na etapa seguinte ocorre a compressão espectral do sinal. Após isto temos a decodificação do sinal e finalmente o sinal de informação é recuperado.

## 3.2 Modelagem do Sistema

O modelo em consideração é constituído por um ambiente celular externo contendo M células e K usuários rádio-móveis (URM) uniformemente distribuídos no interior de cada célula do sistema como ilustra a Fig. 3.2.

A análise do sistema será feita escolhendo-se uma das células e analisando-se o desempenho do sistema em relação a esta célula escolhida. A célula sobre a qual será realizado a análise do sistema é denominada célula alvo.

Todas as células pertencentes ao sistema possuem um formato circular e no centro de cada uma delas existe uma estação rádio-base, que controla os usuários móveis.

A análise do sinal recebido será feita através de seu modelo equivalente passabaixas e o enlace reverso será aquele analisado. Considera-se que as células que constituem o sistema possuam um raio R deste modo para que os usuários móveis estejam uniformemente distribuídos no interior da célula, devemos usar as seguintes funções distribuição de probabilidade radial e angular:

$$p(r) = \frac{2}{R^2}r\tag{3.1}$$

$$p(\theta) = \frac{1}{2\pi} \tag{3.2}$$

onde  $0 \le r \le R$ ,  $0 \le \theta \le 2\pi$ 

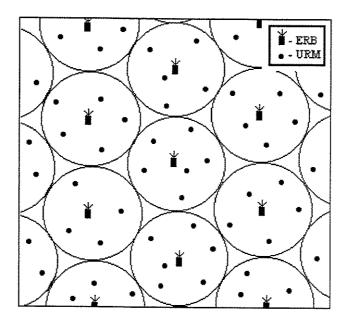


Fig. 3.2 Ambiente constituído por múltiplas células

A análise efetuada do sistema de transmissão DS-CDMA aborda os seguintes fenômenos: erro no mecanismo de controle de potência, canal seletivo em freqüência, monitoração da atividade de voz, desvanecimento Rayleigh do sinal, sombreamento lognormal, codificação do sinal, monitoração do sinal do usuário realizado por várias estações rádio-base simultaneamente e perda de propagação exponencial.

O modelo passa-baixas do sinal transmitido compreendendo K usuários por célula e M células é dado por:

$$s(t) = \sum_{k=1}^{KM} s_k(t)$$
 (3.3)

onde  $s_k(t)$  representa o sinal transmitido pelo k-ésimo usuário.

$$s_k(t) = A\lambda_k y(k)\eta_k d_k(t - \tau_k)c_k(t - \tau_k)e^{j\phi_k}$$
(3.4)

onde A representa a amplitude do sinal transmitido,  $\lambda_k$  representa o erro no controle de potência,  $d_k$  a sequência de bits de informação,  $c_k$  a sequência de espalhamento espectral,  $\tau_k$  corresponde ao atraso do sinal, e  $\phi_k$  representa a fase inicial,  $\eta_k$  representa a atividade de voz e y(k) o sombreamento lognormal e a perda de percurso dos usuários dado por (3.5). Vamos assumir, sem perda de generalidade que a fase  $\phi_k$  seja nula.

$$y(k) = \begin{cases} 1, & k \le K \\ \min \left( \frac{r_{mk,1}^{\beta/2}}{10^{\xi_{mk,1}/20}}, \frac{r_{mk,2}^{\beta/2}}{10^{\xi_{mk,2}/20}}, \frac{r_{mk,3}^{\beta/2}}{10^{\xi_{mk,3}/20}} \right) \frac{10^{\xi_{ok}/20}}{r_{ok}^{\beta/2}}, & k > K \end{cases}$$
(3.5)

onde  $\beta$  é o expoente de perda de propagação,  $r_{mk}$  é a distância do k-ésimo interferente localizado na m-ésima célula até a sua estação rádio-base,  $r_{ok}$  é a distância do k-ésimo usuário até a estação rádio-base alvo,  $\xi_{mk}$  corresponde ao sombreamento entre o k-ésimo usuário localizado na m-ésima célula até a sua estação rádio-base,  $\xi_{ok}$  representa o sombreamento entre o k-ésimo usuário até a estação rádio-base alvo, onde  $\xi$  representa uma variável aleatória Gaussiana de média zero e desvio padrão  $\sigma_s$  onde tanto a média quanto o desvio padrão são dados em dB. Note que  $10^{\frac{\xi}{20}}$  representa uma variável lognormal que modela o sombreamento. Os valores típicos de  $\sigma_s$  são da ordem de 8 dB.

A suposição de que o usuário é sempre controlado pela estação rádio-base da célula na qual ele está situado, ou seja pela estação rádio-base mais próxima, nos leva a valores muito elevados da média e desvio padrão da interferência, conforme mostraremos neste capítulo. Vamos portanto, monitorar o usuário móvel sempre pelas três estações rádio-base que estiverem mais próximas dele. Deste modo, o usuário móvel será controlado pela estação rádio-base que chegar até ele com maior nível de potência e não necessariamente pela estação rádio-base mais próxima.

A equação (3.5) aborda separadamente os usuários internos pertencentes à célula alvo e os usuários externos. Os usuários situados no interior da célula alvo, ou seja k < K, são controlados pela estação rádio-base central, situada no centro desta célula. A estação rádio-base central procura compensar a perda de percurso exponencial e o sombreamento lognormal do canal através de um mecanismo de controle de potência. Diante de tantas adversidades o mecanismo de controle de potência é suposto não funcionar idealmente. Assumiremos mais na frente que este erro do mecanismo de controle de potência é modelado por uma variável aleatória lognormal. Portanto, a flutuação do nível de potência do sinal dos usuários k < K ocorre devido à imperfeição do mecanismo de controle de potência. Já os usuários externos, ou seja k > K, apresentam além do erro no mecanismo de controle de potência, um sombreamento lognormal, pois estes usuários são controlados por outras estações rádio-base, que não a estação rádio-base central. O sombreamento lognormal dos usuários localizados fora da célula alvo é fortemente reduzido quando adotamos o controle de potência do móvel como sendo realizado por várias estações rádiobase como equacionado em (3.5). Essa redução do nível de interferência é amplamente analisada em [Cel98].

Uma técnica muito utilizada nos sistemas CDMA consiste na monitoração da atividade voz. Esta técnica tem como principal objetivo a diminuição da interferência e aumento da capacidade do sistema. A atividade de voz é modelada por uma distribuição de Bernoulli com estados 0 e 1. O estado 0 representa o período de silêncio do usuário com probabilidade 1-ρ. O estado 1 está associado ao período de tempo em que o usuário está em atividade vocal, e a este período é associado a probabilidade ρ.

Quando transmitimos um pulso através de um canal com múltiplos percursos variantes no tempo, o sinal recebido será constituído por um trem de pulsos, e cada um destes pulsos será caracterizado por uma atenuação e um atraso diferentes. A atenuação e o espalhamento temporal inseridos no sinal são as principais características do canal com múltiplos percursos. Devido ao fato do canal ser variante no tempo a estrutura média do sinal sofre alterações e, a primeira vista, nos parece impraticável a utilização do canal. Porém, é razoável caracterizarmos o canal de múltiplos percursos variantes no tempo através de sua resposta ao impulso.

$$h(\tau,t) = \sum_{l=1}^{L} \alpha_l(t) e^{j\psi_l(t)} \delta(\tau - lT_c)$$
(3.6)

onde  $L = \frac{W}{\Delta f}$  e representa o número de caminhos resolvíveis,  $W = I/T_c$  representa a largura de banda do sinal passa-faixa transmitido,  $\Delta f$  é a largura de banda de coerência do canal,  $T_c$  é o intervalo de um chip e  $\alpha_i(t)e^{j\psi t(t)}$  representa um processo aleatório independente Gaussiano complexo, onde  $\alpha_i(t)$  representa o desvanecimento do canal modelado com distribuição Rayleigh e  $\psi_i(t)$  representa a fase introduzida pelo canal modelada como uma variável aleatória independente e uniformemente distribuída no intervalo  $[0, 2\pi]$ .

Como o canal é suposto ser seletivo em freqüência, temos que a largura de banda do sinal transmitido é muito maior que a largura de banda de coerência do canal, deste modo teremos L>1 componentes de múltiplos percursos.

Vamos assumir que o tempo de duração de símbolo é muito menor que o tempo de coerência do canal, ou seja, o desvanecimento é lento e, portanto, não existe variação das características do desvanecimento dentro do intervalo de símbolo, resultando em  $\alpha_l(t)e^{j\psi_l(t)}=\alpha_l e^{j\psi_l}\,.$ 

Deste modo, o sinal recebido será dado por:

$$r'(t) = h(\tau, t) * s(t) + n_w(t)$$
(3.7)

$$= \sum_{l=1}^{L} \sum_{k=1}^{KM} \alpha_{l,k} e^{j\psi_{l,k}} s_k (t - lT_c) + n_w(t)$$
(3.8)

onde \* denota convolução e  $n_w(t)$  representa a envoltória complexa do ruído aditivo Gaussiano branco com densidade espectral  $N_o$ .

## 3.3 Variável de Decisão

A variável de decisão do sinal será obtida quando amostramos o resultado da correlação da sequência pseudo-aleatória do usuário desejado (usuário k=1) com o sinal recebido, conforme mostra a Fig.3.3.

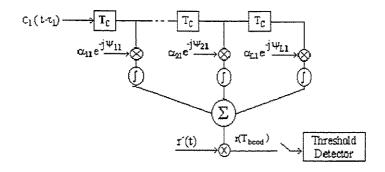


Fig. 3.3 -Receptor tipo Rake

$$r(T_{bcod}) = Re \left[ \sum_{n=1}^{L} \int_{nT_c + \tau_I}^{T_{bcod} + nT_c + \tau_I} r'(t) c_I(t - nT_c - \tau_I) \alpha_{n,I} e^{-j\psi_{n,I}} dt \right]$$
(3.9)

onde  $T_{bcod}$  é o intervalo de bit codificado dado por  $T_{bcod}=r_cT_b$ , onde  $T_b$  é o intervalo de bit do sinal não-codificado e  $r_c$  é a taxa do código convolucional utilizado.

Substituindo (3.8) em (3.9) teremos

$$r(T_{bcod}) = Re \left\{ \sum_{n=1}^{L} \int_{nT_{c} + \tau_{I}}^{T_{bcod} + nT_{c} + \tau_{I}} \sum_{l=1}^{L} \sum_{k=1}^{KM} \alpha_{l,k} e^{j\psi_{l,k}} s_{k} (t - lT_{c}) c_{I} (t - nT_{c} - \tau_{I}) \alpha_{n,I} e^{-j\psi_{n,I}} dt + N(T_{bcod}) \right\}$$
(3.10)

onde

$$N(T_{bcod}) = \sum_{n=1}^{L} \alpha_{n,1} e^{-j(\psi_{n,1} + \phi_1)} \int_{nT_c + \tau_1}^{T_{bcod} + nT_c + \tau_1} n_w(t) c_1(t - nT_c - \tau_1) dt$$
(3.11)

Podemos ver que  $N(T_{bcod})$  está condicionado ao peso dos ramos do receptor  $(\alpha_{n,I})$ . Nesta situação, o ruído poderá ser modelado como uma variável aleatória Gaussiana  $Re\{N(T_{bcod})\} \cong N(0, \sum_{n=1}^{L} \alpha_{n,1}^2 n_o T_{bcod})$ , de média nula e variância igual a  $\sum_{n=1}^{L} \alpha_{n,1}^2 n_o T_{bcod}$ .

Substituindo (3.4) em (3.10), teremos:

$$r(T_{bcod}) = Re \left\{ \sum_{n=1}^{L} \alpha_{n,l} \sum_{l=1}^{L} \sum_{k=1}^{KM} \alpha_{l,k} A \lambda_k y(k) \eta_k e^{j(\psi_{l,k} - \psi_{n,l})} I_{k,l,n}(T_{bcod}, \tau_k) + N(T_{bcod}) \right\}$$
(3.12)

onde  $I_{k,l,n}(T_{bcod}, \tau_k)$  é definido como

$$I_{k,l,n}(T_{bcod}, \tau_k) = \int_{nT_c}^{T_{bcod}+nT_c} d_k(t - lT_c - \tau_k) c_k(t - lT_c - \tau_k) c_l(t - nT_c - \tau_l) dt$$
(3.13)

A sequência de espalhamento espectral é suposta ser uma sequência aleatória binária e independente com valor médio nulo, ou seja  $E\{I_{k,l,n}(T_{cod},\tau_k)\}=0$ . É assumido o formato de pulso de chip retangular, implicando em [Mil99]

$$E\{I_{k,l,n}^{2}(T_{bcod}, \tau_{k})\} = \frac{2N_{c}T_{c}^{2}}{3}, \quad k \neq 1, \ n \neq 1$$
(3.14)

onde  $N_c$  representa o ganho de processamento do sinal codificado, dado por  $N_c = r_c N$ , onde N representa o ganho de processamento do sinal não-codificado dado por  $N = T_b / T_c$ .

Usando (3.12) podemos agora expressar o sinal recebido r(t) como sendo

$$r(T_{bcod}) = \lambda_1 A T_{bcod} \sum_{n=1}^{L} \alpha_{n,1}^2 + g_1(T_{bcod}) + g_2(T_{bcod}) + Re\{N(T_{bcod})\}$$
(3.15)

O primeiro termo da equação corresponde ao usuário k=1 e ao casamento dos n componentes resolvíveis do sinal com os l ramos do receptor Rake, ou seja, l=n. Deste modo o primeiro termo de (3.15) representa o valor médio do sinal do usuário alvo. O segundo termo  $g_l(T_{bcod})$  representa a interferência gerada pelos múltiplos percursos do usuário alvo  $(k=1 \ e \ l\neq n)$  e é dada por:

$$g_{1}(T_{bcod}) = \sum_{n=1}^{L} \sum_{l=n}^{L} \alpha_{n,l} \alpha_{l,l} A \lambda_{1} I_{k,l,n}(T_{bcod}, \tau_{k}) cos(\psi_{n,1} - \psi_{l,1})$$
(3.16)

O terceiro termo representa a interferência de múltiplos percursos gerada pelos demais usuários do sistema, e é dada por:

$$g_{2}(T_{bcod}) = \sum_{k \neq 1}^{KM} \sum_{n=1}^{L} \alpha_{n,1} \sum_{l=1}^{L} \alpha_{l,1} A \lambda_{k} \eta_{k} y(k) \cos(\psi_{l,k} - \psi_{n,1}) I_{k,l,n}(T_{bcod}, \tau_{k})$$
(3.17)

Como K>>1,  $g_I(T_{bcod})$  é muito menor que  $g_2(T_{bcod})$ , uma vez que  $g_I(T_{bcod})$  é a interferência devido aos múltiplos percursos gerada por apenas um usuário, enquanto que

 $g_2(T_{bcod})$  é a interferência gerada por todos os outros usuários do sistema . Podemos portanto, desconsiderar o termo  $g_1(T_{bcod})$ .

Como cada usuário tem desvanecimento, erro no controle de potência e localização independentes,  $g_2(T_{bcod})$  representa um somatório de KM variáveis aleatórias independentes, e de acordo com o teorema central do limite, para KM grande  $g_2(T_{bcod})$  se tornará assintoticamente uma Gaussiana de média nula e variância  $\sigma_{g_2}^2$ , desde que condicionada aos pesos dos ramos do receptor e ao erro no controle de potência do usuário alvo, onde a variância de  $g_2(T_{bcod})$  é dada por

$$\sigma_{g_2}^2 = A^2 \sum_{n=1}^{L} \alpha_{n,1}^2 \sum_{k\neq 1}^{KM} \sum_{l=1}^{L} E\{\alpha_{l,k}^2\} E\{\lambda_k^2\} E\{\eta_k^2\} E\{y^2(k)\} E\{\cos^2(\psi_{l,k} - \psi_{n,1})\} E\{I_{k,l,n}^2(T_{bcod}, \tau_k)\}$$
(3.18)

Substituindo (3.14) em (3.17) e assumindo  $E\{\cos^2(\psi_{l,k} - \psi_{n,l})\} = \frac{1}{2}$  teremos

$$\sigma_{g_2}^2 = \frac{N_c T_c^2}{3} A^2 \rho \sum_{n=1}^L \alpha_{n,l}^2 \sum_{k \neq l}^{KM} \sum_{l=1}^L E\{\alpha_{l,k}^2\} E\{\lambda_k^2\} E\{y^2(k)\}$$
(3.19)

onde  $E[\eta_k^2] = \rho$ , é o valor médio da atividade vocal, e o termo  $\rho$  é chamado de fator de atividade de voz.

É assumido que o erro no mecanismo de controle de potência apresenta a mesma distribuição para todos os usuários, ou seja  $E\{\lambda_k^2\} = E\{\lambda_1^2\} = E\{\lambda_1^2\}$ .

Consideramos também que todos os usuários sofrem um desvanecimento com mesma distribuição, portanto  $E\{\alpha_{l,k}^2\} = E\{\alpha_l^2\}$ .

Separando os usuários geradores de interferência pertencentes à célula alvo dos demais usuários, podemos distinguir a interferência dentro da célula alvo da interferência gerada pelas demais células. Deste modo, podemos reescrever (3.19) da seguinte maneira

$$\sigma_{g_2}^2 = \frac{N_c T_c^2}{3} A^2 \sum_{n=1}^{L} \alpha_{n,1}^2 \sum_{l=1}^{L} E\{\alpha_l^2\} E\{\lambda^2\} \left[ (K-1) + \sum_{k \ge K+1}^{KM} E\{y^2(k)\} \right] \rho$$
(3.20)

Portanto o sinal recebido r(t) será modelado por uma variável aleatória Gaussiana, condicionada ao erro no controle de potência do usuário alvo e aos desvanecimentos dos canais devido aos múltiplos percursos. Deste modo, teremos que a função densidade de probabilidade f(r) do sinal recebido r(T) será uma Gaussiana de media  $m_r$  e desvio padrão  $\sigma_r$ .

$$f(r) = N(m_{-}, \sigma_{-}^{2}) \tag{3.21}$$

onde

$$m_r = \lambda_1 A T_{bcod} \sum_{n=1}^{L} \alpha_{n,1}^2$$
(3.22)

$$\sigma_r^2 = A^2 T_{bcod}^2 c \sum_{n=1}^L \alpha_{n,1}^2 + n_o T_{bcod} \sum_{n=1}^L \alpha_{n,1}^2$$
(3.23)

com

$$c = \frac{1}{3N_c} \sum_{l=1}^{L} E\{\alpha_l^2\} E\{\lambda^2\} \left[ (K-1) + \sum_{k>K+1}^{KM} E\{y^2(k)\} \right] \rho$$
 (3.24)

O erro no controle de potência é modelado por uma variável aleatória lognormal  $\lambda$ , obtida a partir de uma Gaussiana x, dada em dB ( $\lambda = e^x$ ), de média nula e desvio  $\sigma_x$ , e seu valor quadrático médio é dado por  $E\{\lambda^2\} = e^{2\sigma_x^2}$ .

O valor quadrático médio do desvanecimento devido aos múltiplos percursos é igual a  $E\{\alpha_l^2\} = E\{\alpha^2\} = 2\sigma^2$ , onde  $\sigma$ é o desvio padrão da Gaussiana que gerou a variável Rayleigh.

A probabilidade de erro condicionada ao conhecimento do erro no controle de potência e ao desvanecimento devido aos múltiplos percursos é dado por [Pro94]

$$P(e/\lambda, \sum_{l=1}^{L} \alpha_{l,1}^2) = Q(\sqrt{2\gamma_{bc}}), \tag{3.25}$$

onde  $\gamma_{bc}$  é a relação sinal-ruído mais interferência e é dada por

$$\gamma_{bc} = \frac{\lambda^2 \sum_{l=1}^{L} \alpha_l^2}{C},\tag{3.26}$$

$$C = 2c + \frac{2N_o}{A^2 T_{bood}},$$
 (3.27)

onde C representa a interferência média sofrida pelo usuário alvo e pode ser escrita como

$$C = \frac{4}{3N_c} L\sigma^2 e^{2\sigma_x^2} \left[ (K - 1) + \sum_{k \ge K + 1}^{KM} E\{y^2(k)\} \right] \rho + \frac{2N_o}{A^2 T_{bcod}},$$
(3.28)

onde L representa o grau de diversidade temporal do canal. Através da referência [Cel98], podemos obter o valor quadrático médio da interferência normalizada em função do número de usuários de cada célula, ou seja

$$\sum_{k \ge K+1}^{KM} E\{y^2(k)\} = K(m_I^2 + \sigma_I^2), \qquad (3.29)$$

onde  $m_I$  representa o valor médio da interferência e  $\sigma_I^2$  a variância, ambos normalizados em relação ao número de usuários por célula e são função do expoente de perda de percurso e do desvio padrão do sombreamento.

Portanto temos que

$$C = \frac{4}{3N_c} L\sigma^2 e^{2\sigma_x^2} \left[ (K - I) + K(m_I^2 + \sigma_I^2) \right] \rho + \frac{2N_o}{A^2 T_{bcod}}.$$
 (3.30)

A probabilidade de erro média de bit codificado será obtida pelo descondicionamento de (3.30), ou seja

$$P_{e}(L, \overline{\gamma_{bc}}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} Q(\sqrt{2\gamma_{bc}}) f_{x}(x) f_{\alpha}(\alpha) dx d\alpha$$
 (3.31)

onde  $f_x(x)$  e  $f_{\alpha}(\alpha)$  são respectivamente as funções densidade de probabilidade Gaussiana e Rayleigh dadas por

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} e^{\frac{-x^2}{2\sigma_x^2}}$$
 (3.32)

$$f_{\alpha}(\alpha) = \frac{\alpha}{\sigma^2} e^{\frac{-\alpha^2}{2\sigma^2}}$$
 (3.33)

# 3.4 Valores de Média e Desvio Padrão do Sombreamento Lognormal

Os valores da média e do desvio padrão da interferência normal foram extraídos da referência [Cel98].

A Tabela I mostra os valores da média e do desvio padrão da interferência, ambos normalizados em relação ao número de usuários. Estes valores foram obtidos para diversos valores de desvio padrão do sombreamento lognormal ( $\sigma_s$ =6, 7 e 8 dB), considerando monitoração do sinal dos usuário sendo realizada por 3 ERBs e expoente de perda de propagação  $\beta$ =4.

	$m_I$	$\sigma_{l}$
$\sigma_s$ =6 dB	0,53	0,61
$\sigma_s = 7 dB$	0,66	1,23
$\sigma_s$ =8 dB	0,89	2,90

**Tabela I** Média e desvio padrão da interferência normalizada em relação ao número de usuários por célula. Considerando, monitoração do sinal dos usuários sendo realizada por 3 ERBs e expoente de perda de propagação  $\beta$ =4.

A Tabela II mostra os valores da média e do desvio padrão de interferência, ambos normalizados em relação do número de usuários por célula. Este valores foram obtidos para diversos valores do expoente de perda de propagação ( $\beta$ =3, 4 e 5), considerando, monitoração do sinal dos usuários sendo realizada por 3 ERBs e desvio padrão do sombreamento  $\sigma_s$ =8 dB.

	$m_{I}$	$\sigma_{l}$
β=3	2,07	6,78
<i>β</i> =4	0,89	2,90
<i>β</i> =5	0,45	1,41

**Tabela II** Média e desvio padrão da interferência normalizada em relação ao número de usuários por célula. Considerando, monitoração do sinal dos usuários sendo realizada por 3 ERBs e desvio padrão do sombreamento  $\sigma_s$ =8 dB.

A Tabela III mostra os valores da média e do desvio padrão da interferência, ambos normalizados em relação ao número de usuários. Estes valores foram obtidos para diversos valores de desvio padrão do sombreamento lognormal ( $\sigma_s$ =6, 7 e 8 dB), considerando monitoração do sinal dos usuário sendo realizada por apenas 1 ERBs e expoente de perda de propagação  $\beta$ =4.

	$m_I$	$\sigma_{I}$
$\sigma_s$ =6 dB	2,08	11,2
$\sigma_s = 7 dB$	4,16	36,4
$\sigma_s$ =8 $dB$	9,20	139,5

**Tabela III** Média e desvio padrão da interferência normalizada em relação ao número de usuários por célula. Considerando, monitoração do sinal dos usuário sendo realizada por 1 ERB e expoente de perda de percurso  $\beta=4$ .

A Tabela IV mostra os valores da média e do desvio padrão da interferência, ambos normalizados em relação do número de usuários. Estes valores foram obtidos para diversos valores de desvio padrão do sombreamento lognormal ( $\sigma_s$ =6, 7 e 8 dB), considerando

monitoração do sinal dos usuários sendo realizada por 2 ERBs e expoente de perda de propagação  $\beta$ =4.

	$m_I$	$\sigma_{I}$
$\sigma_s$ =6 dB	0,71	1,58
$\sigma_s = 7 dB$	1,04	4,14
$\sigma_s$ =8 dB	1,66	10,36

**Tabela IV** Média e desvio padrão da interferência normalizada em relação ao número de usuários por célula. Considerando, monitoração do sinal do usuário sendo realizada por 2 ERBs e expoente de perda de percurso  $\beta=4$ .

Analisando as Tabelas I, III e IV, é bastante evidente a redução dos valores de média e desvio padrão da interferência, quando adotamos a monitoração do sinal do usuário como sendo realizada por 3 estações rádio-base. É inviável a operação de um sistema de comunicação CDMA considerando a monitoração do sinal do usuário sendo realizada por 1 ou 2 estações rádio-base, pois os elevados valores de média e desvio padrão da interferência comprometem fortemente o desempenho do sistema.

## 3.5 Energia, SNR e SINR

Vamos agora definir energia, relação sinal-ruído (SNR) e relação sinal-ruído mais interferência (SINR).

A relação sinal-ruído mais interferência é um importante parâmetro para se avaliar o desempenho de um sistema de comunicação móvel. O valor médio da relação sinal-ruído mais interferência do sinal recebido é obtido extraindo-se, o valor médio do sinal em relação ao erro no mecanismo de controle de potência, e em relação ao desvanecimento Rayleigh do sinal. Para isto precisamos resolver a seguinte equação:

$$\overline{\gamma_{bc}} = E_x \{ E_\alpha \{ \gamma_{bc} \} \}$$

$$= \frac{1}{\frac{2}{3r_c} \left[ \frac{(K-1)}{N} + \frac{K}{N} (m_I^2 + \sigma_I^2) \right] \rho + \frac{N_o}{A^2 T_b L e^{2\sigma_x^2} \sigma^2} \frac{1}{r_c}}$$
(3.34)

Inspecionando a equação (3.34) podemos facilmente definir energia por bit  $(E_b)$  e a relação sinal-ruído  $(E_b/N_o)$ 

A energia por bit do sinal transmitido será portanto definida como

$$E_b = A^2 T_b \sigma^2 e^{2\sigma_x^2} L \tag{3.35}$$

Deste modo teremos que a relação sinal mais ruído (SNR) será dada por:

$$\frac{E_b}{N_o} = \frac{A^2 T_b \sigma^2 e^{2\sigma_x^2} L}{N_o} \tag{3.36}$$

Substituindo (3.36) em (3.34) teremos que

$$\overline{\gamma_{bc}} = \frac{1}{\frac{2}{3r_c} \left[ \frac{(K-I)}{N} + \frac{K}{N} (m_I^2 + \sigma_I^2) \right] \rho + \left( \frac{E_b r_c}{N_o} \right)^{-1}}$$
(3.37)

#### 3.6 Cálculo da Probabilidade de Erro

Para obtermos a probabilidade de erro, vamos primeiramente, descondicionar a probabilidade de erro dada por (3.25) em relação ao desvanecimento Rayleigh do canal, ou seja, vamos resolver a seguinte equação

$$P_{e}(L/\gamma_{bc}, x) = \int_{0}^{\infty} Q(\sqrt{2\gamma_{bc}}) f_{\alpha}(\alpha) d\alpha$$
 (3.38)

Esta primeira etapa do equacionamento já é bem conhecida na literatura e possui forma fechada [Pro94], dada por:

$$P_{e}(L/\overline{\gamma_{bc}}, x) = \left(\frac{1-\nu}{2}\right)^{L} \sum_{j=0}^{L} \left(\frac{L-1+j}{J}\right) \left(\frac{1+\nu}{2}\right)^{j}$$
(3.39)

onde

$$v = \sqrt{\frac{\overline{\gamma_{cc}}}{\overline{\gamma_{cc}} + 1}} \tag{3.40}$$

e

$$\overline{\gamma_{cc}} = \frac{\overline{\gamma_{bc}}}{L} \tag{3.41}$$

Além disso,

$$\overline{\gamma_{bc}} = E_{\alpha} \{ \gamma_{bc} \}$$

$$= \frac{e^{2x}}{e^{2\sigma_x^2} \left[ \frac{2}{3r_c} \left[ \frac{(K-1)}{N} + \frac{K}{N} (m_I^2 + \sigma_I^2) \right] \rho + \left( \frac{E_b r_c}{N_o} \right)^{-1} \right]}$$
(3.42)

Para descondicionarmos a probabilidade de erro em relação ao erro de controle de potência, devemos resolver a seguinte equação

$$P_{e}(L/\overline{\gamma_{bc}}) = \int_{-\infty}^{\infty} P_{e}(L/\overline{\gamma_{bc}}, x) f_{x}(x) dx$$
(3.43)

Esta equação não possui forma fechada e deve ser resolvida numericamente.

Vamos agora inserir o ganho provido pelo código convolucional. No codificador entram k bits por vez e saem n bits, e a taxa  $r_c$  do código convolucional é dada por  $r_c = k/n$ .

É bastante conhecido que técnicas de diversidade são muito eficientes na compensação dos efeitos do desvanecimento causado pela variação temporal do canal. Técnicas como diversidade temporal, ou diversidade em freqüência podem ser visualizadas como uma forma de repetição da seqüência de informação.

A decodificação é feita através de um esquema de decisão suave e as seqüências são estimadas usando uma técnica de decodificação de máxima verossimilhança, implementada através do algoritmo de Viterbi.

Segundo [Pro94], a probabilidade de erro de um sinal codificado é dada por

$$P_{e}(d) = P_{e}\left(L/\overline{\gamma_{bc}}\right)^{d} \sum_{k=0}^{L} {d-1+k \choose k} \left(1 - P_{e}\left(L/\overline{\gamma_{bc}}\right)\right)^{k}, \qquad (3.44)$$

onde d representa o número de posições em que duas sequências diferem.

A probabilidade de erro de bit é finalmente obtida através da resolução de [Pro94]

$$P_b < \frac{1}{k} \sum_{d=d_{free}}^{\infty} \beta_d P_e(d) \,. \tag{3.45}$$

Os valores de  $\beta_d$  são uma característica do código convolucional utilizado e seus valores foram obtidos em [Con84]. Neste trabalho foi utilizado um código convolucional de taxa 1/3 e  $d_{free}$  igual a 18, onde os elementos geradores do código são  $557_8$ ,  $663_8$  e  $711_8$ .

# CAPÍTULO 4

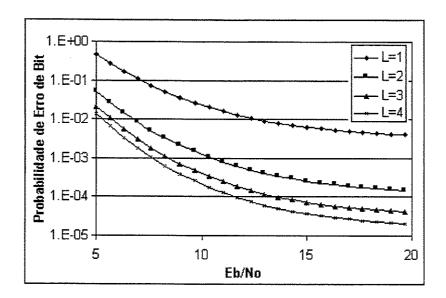
# ANÁLISE DOS RESULTADOS

#### 4.1 Resultados

As análises foram feitas considerando um sistema CDMA em ambiente externo e constituído por múltiplas células. A modulação BPSK, operando em canal seletivo em freqüência foi considerada, onde foi abordado erro no controle de potência, desvanecimento devido aos múltiplos percursos, monitoração da atividade de voz e controle do sinal do usuário sendo realizado por 3 estações rádio-base e utilização de um código convolucional de taxa 1/3 e  $d_{free}=18$ .

A Fig. 4.1 mostra o desempenho de um sistema CDMA em função da relação sinalruído  $E_b/N_o$  do sinal. A curva foi gerada para diversos valores de L, (L=1, 2, 3 e 4), carregamento de (K-1)/N=0.20, fator de atividade de voz de  $\rho=0.375$ , desvio padrão do erro no controle de potência de 1 dB e desvio padrão do sombreamento  $\sigma_s=8$  dB. É interessante notar que quando temos L=1, isto é equivalente a um sistema CDMA operando em canal não-seletivo em frequência.

Observando Fig. 4.1 é bem evidente o ganho de desempenho do sistema quando passamos de uma situação de L=I para L=2. Porém, o ganho de desempenho do sistema torna-se cada vez menor à medida que L aumenta. Isto se observa comparando a curva de L=3 com L=4.

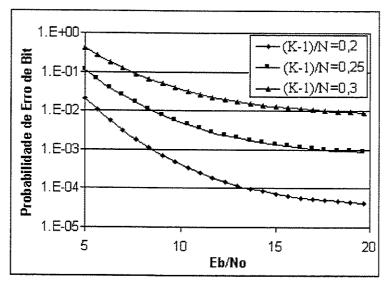


**Fig. 4.1** Desempenho do sistema CDMA em função da relação sinal-ruído e parametrizado pelo numero de caminhos do sinal. A análise foi feita considerando,  $\sigma_x$ =1dB,  $\rho$ =0,375,  $\beta$ =4,  $\sigma_s$ =8 dB e (K-1)/N=0,20.

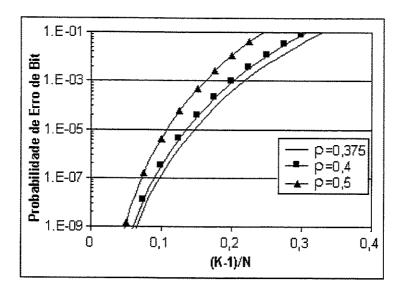
A Fig. 4.2 mostra o desempenho do sistema proposto em função de  $E_b/N_o$  para diversos valores de carregamento ((K-1)/N=0,2, 0,25 e 0,3), desvio padrão do erro no controle de potência de 1 dB, desvio padrão do sombreamento de 8 dB, fator de atividade de voz  $\rho$ =0,375 e L=3 caminhos. Em Fig. 4.2 é interessante notar que para um sistema CDMA operar com desempenho satisfatório o seu carregamento não deve ultrapassar o valor 0,2. Pois a probabilidade de erro de bit aumenta fortemente para valores de carregamento superior a este.

A Fig. 4.3 mostra o desempenho do sistema em função da variação do carregamento. A curva foi gerada para diversos valores do fator de atividade de voz  $(\rho=0,375,\,0,4,\,e\,0,5)$ , desvio padrão do erro no controle de potência de 1 dB, relação sinalruído  $(E_b/N_o)$  de 10 dB, desvio padrão do sombreamento de 8 dB, e é assumido que o sinal chega até o receptor por meio de 3 caminhos diferentes (L=3). Na Fig. 4.3 observa-se o

ganho de capacidade que pode ser conseguido quando utilizamos técnicas de monitoração do fator de atividade de voz dos usuários.



**Fig. 4.2** Probabilidade de erro versus  $E_b/N_o$  e parametrizado em relação ao carregamento do sistema. A análise foi feita considerando  $\rho$ =0,375  $\sigma_x$ =1 dB,  $\beta$ =4, L=3 caminhos e  $\sigma_s$ =8 dB.



**Fig. 4.3** Desempenho do sistema CDMA em função do carregamento. Nesta análise consideramos  $E_b/N_o=10\,$  dB,  $\sigma_x=1\,$ dB, L=3 caminhos e  $\sigma_s=8\,$ dB.

A Fig. 4.4 mostra o desempenho do sistema proposto para diversos valores do desvio padrão do erro do controle de potência ( $\sigma_x$ =0, 1, e 2 dB). Esta análise foi feita adotando-se os seguintes parâmetros,  $E_b/N_0$ =10 dB, fator de atividade de voz  $\rho$ =0,375, L=3 caminhos e desvio padrão do sombreamento  $\sigma_s$ =8dB. Através da Fig. 4.4 torna-se evidente a influência que um bom mecanismo de controle de potência exerce sobre o desempenho do sistema de comunicação CDMA.

A Fig. 4.5 mostra o desempenho do sistema como função do carregamento. A análise foi feita para diversos valores do desvio padrão do sombreamento ( $\sigma_s$ =6, 7 e 8 dB),  $\rho$ =0,375, L=3 caminhos, e  $E_b/N_o$ =10 dB. Devemos atentar para a forte influência que o sombreamento exerce sobre o desempenho do sistema. Na Fig.4.5 se observa que taxa de erro de bit para o sistema operando com um carregamento de aproximadamente 0,20 é da ordem de  $1.10^{-3}$ 

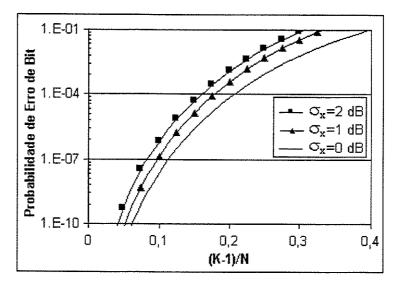


Fig. 4.4 Desempenho do sistema em relação ao carregamento e parametrizado pelo desvio padrão do erro do controle de potência. A análise foi feita considerando  $E_b/N_o=10$  dB,  $\beta=4$ ,  $\rho=0.375$ , L=3 caminhos e  $\sigma_s=8$  dB.

A Fig. 4.6 mostra o desempenho do sistema proposto em relação ao carregamento e parametrizado por diversos valores do expoente de perda de propagação ( $\beta$ =3, 4, e 5). Esta análise foi feita adotando-se os seguintes parâmetros,  $E_b/N_0$ =15 dB, fator de atividade de voz  $\rho$ =0,375, L=3 caminhos, desvio padrão do erro no controle de potência  $\sigma_x$ = 1 dB e desvio padrão do sombreamento  $\sigma_s$ =8 dB. É bastante evidente a forte influência que o expoente de perda de propagação exerce sobre o sistema, e também o ganho de desempenho que temos a medida que o valor de  $\beta$  aumenta. .

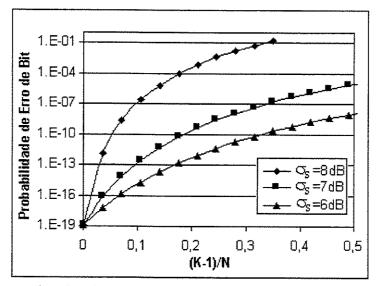
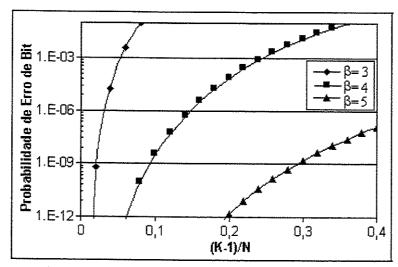
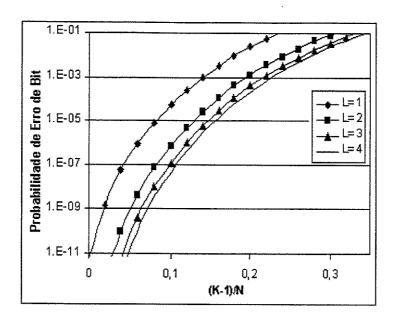


Fig. 4.5 Desempenho do sistema em relação ao carregamento e parametrizado pelo desvio padrão do sombreamento lognormal. A análise foi feita considerando  $E_b/N_o=10$  dB,  $\rho=0.375$ , L=3 caminhos e  $\beta=4$ .



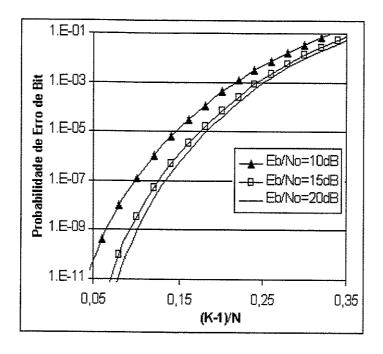
**Fig. 4.6** Desempenho de um sistema CDMA parametrizado pelo expoente de perda de percurso. A análise foi feita considerando  $E_b/N_o$ =15 dB,  $\sigma_x$ =1dB,  $\rho$ =0,375, L=3 caminhos e  $\sigma_s$ =8 dB.

Na Fig. 4.7 é mostrado o desempenho do sistema CDMA proposto como função do carregamento do sistema e parametrizado pelo número de caminhos (L=1, 2, 3 e 4), relação sinal-ruído de  $E_b/N_o$ =10 dB, fator de atividade de voz de  $\rho$ =0,375, desvio padrão do erro no controle de potência de 1 dB e desvio padrão do sombreamento  $\sigma_s$ =8 dB. Esta análise é semelhante àquela mostrada em Fig. 4.1 porém desta vez o sistema e visto como uma função do carregamento, e parametrizado pelo número de caminhos, e possui valor fixo de relação sinal-ruído.



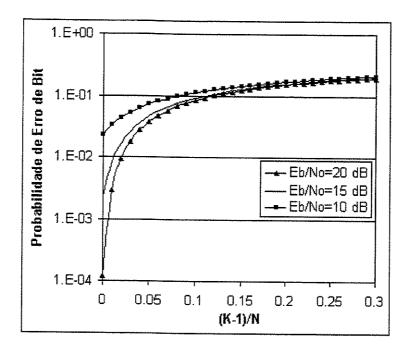
**Fig. 4.7** Desempenho do sistema CDMA proposto em relação ao carregamento do sistema e parametrizado pelo número de caminhos L. A análise foi feita considerando  $E_b/N_o=10\,$  dB,  $\sigma_x=1$ dB,  $\rho=0.375$ ,  $\beta=4$  e  $\sigma_s=8\,$  dB.

Na Fig. 4.8 é mostrado o desempenho do sistema versus o carregamento e parametrizado pela relação sinal-ruído, ( $E_b/N_o$ =10, 15 e 20 dB). Foi adotado fator de atividade de voz de  $\rho$ =0,375, desvio padrão do erro no controle de potência de 1 dB, expoente de perda de propagação  $\beta$ =4, L=3 caminhos e desvio padrão do sombreamento  $\sigma_s$ =8 dB. Comparando a curva referente a  $E_b/N_o$ =15 dB Na Fig 4.8, com a curva  $E_b/N_o$ =20 dB fica evidente que valores de relação sinal-ruído superiores a 15 dB já não exercem influência significativa no desempenho do sistema proposto.



**Fig. 4.8** Desempenho do sistema como função do carregamento e parametrizado pela relação sinal-ruído. A análise foi feita considerando  $\sigma_x$ =1dB,  $\rho$ =0,375, L=3,  $\beta$ =4 e  $\sigma_s$ =8 dB.

Na Fig. 4.9 é mostrado o desempenho de sistema CDMA não codificado, como função do carregamento do sistema e parametrizado pela relação sinal-ruído ( $E_b/N_o=10$ , 15 e 20 dB), consideramos para esta análise, fator de atividade de voz de  $\rho=0,375$ , desvio padrão do erro no controle de potência de 1 dB e desvio padrão do sombreamento  $\sigma_s=8$  dB. Comparando Fig. 4.9 com Fig. 4.8 fica bastante evidente o ganho de desempenho conseguido através da utilização do código corretor de erros



**Fig 4.9** Desempenho do sistema CDMA não codificado e parametrizado pela relação sinal-ruído. A análise foi feita considerando  $\sigma_x$ =1dB,  $\rho$ =0,375,  $\beta$ =4 e  $\sigma_s$ =8 dB

# CAPÍTULO 5

# **CONCLUSÕES**

# 5.1 Considerações Finais

A análise foi feita considerando-se um sistema celular CDMA utilizando modulação BPSK, operando em canal seletivo em freqüência, onde foi abordado erro no controle de potência, sombreamento lognormal, desvanecimento devido aos múltiplos percursos, expoente de perda de propagação, monitoração da atividade de voz, código corretor de erro e controle do sinal do usuário sendo realizado por 3 estações rádio-base.

O controle do sinal dos usuários sendo realizado por três estações rádio-bases é um fator fundamental na redução da interferência gerada pelos usuários localizados fora da célula alvo, este fato se observa quando analisamos as Tabelas I, III, e IV do Capítulo 4.

É bastante evidente a influência que o desvio padrão do sombreamento lognormal e o efeito do erro no controle de potência exercem no desempenho do sistema analisado. A monitoração da atividade de voz é outro ponto chave para redução da interferência e aumento da capacidade do sistema CDMA analisado. É interessante ressaltar que o aumento do nível de potência (relação sinal-ruído) com a finalidade de se obter uma menor taxa de erro de bit, só produz resultados significativos até um dado ponto, após isto o aumento do nível de potência se torna pouco relevante para o sistema. Este fato torna-se bastante evidente quando analisamos a Fig.4.8.

Valores típicos de  $\beta$ =4,  $\rho$ =0,375,  $\sigma_s$ =8 dB, L=3,  $\sigma_x$ =1 dB e a utilização de um codificador convolucional de taxa 1/3, e com as seguintes sequências geradoras g1=557<sub>8</sub>

g2=663 $_8$  e g3=711 $_8$ , conduzem a uma probabilidade de erro de 10 $^{-3}$  para um carregamento de aproximadamente 0,20. Ou seja, para um ganho de processamento de N=128, temos que K $\approx$ 25 usuários por célula.

É importante ressaltar que em caso de setorização ideal, os valores de média e desvio padrão de interferência apresentados nas Tabelas I e II continuam sendo válidos, pois cada setor da célula comporta-se como se fosse uma nova célula do sistema. Deste modo, os gráficos apresentados no Capítulo 4 representariam o desempenho de cada um dos setores da célula.

# 5.2 Propostas de Trabalhos Futuros

- Calcular a capacidade de sistemas CDMA em ambiente constituído por múltiplas células, com desvanecimento seletivo em freqüência, com sombreamento lognormal, erro no mecanismo de controle de potência, monitoração da atividade de voz, codificado e utilizando antenas adaptativas.
- Calcular a capacidade de sistemas CDMA em ambiente constituído por múltiplas células, com desvanecimento seletivo em freqüência, com sombreamento lognormal, erro no mecanismo de controle de potência, monitoração da atividade de voz, codificado e operando com receptores com detecção conjunta.

# CAPÍTULO 6

# **APÊNDICE**

6.1 Artigo resultante deste trabalho.

# MEAN BIT ERROR PROBABILITY OF CDMA SYSTEMS OVER FREQUENCY SELECTIVE RAYLEIGH FADING CHANNEL

# Érico Paz da Silva and Celso de Almeida

Departamento de Comunicações
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
Universidade Estadual de Campinas
C.P. 6.101 - Campinas - 13.081-970 - S.P. - Brasil
E-mails: {erico,celso}@ decom.fee.unicamp.br

#### **Abstract**

In this paper, the performance of the reverse link of a CDMA transmission system, in terms of the mean bit error probability, for BPSK modulation and a convolutional error-correcting code is obtained. The system is analysed in a multicell environment over a frequency-selective multipath fading channel. The system performance is obtained as a function of the system loading, power control error, path-loss exponent, voice activity factor and the SD shadowing.

Keywords: CDMA, bit error probability, power control error, shadowing, voice activity factor.

#### 1. INTRODUCTION

In this article, we consider an external environment composed of M cells and K users uniformly distributed inside each cell. A central cell in the array is chosen as the target cell and the system performance evaluation obtained is associated to this cell. All the cells in the system have circular shape. At the center of each cell there is a base station (BS).

The performance, in terms of the bit error rate (BER), of a transmission CDMA system is accomplished by considering BPSK modulation over a frequency selective fading channel and a convolutional error-correcting code. The following parameters are considered in the performance

evaluation: the system load, power control error (PCE), path-loss exponent, voice activity factor and the standard deviation (SD) shadowing.

A frequency selective channel is a consequence of the fact that the bandwidth of the transmitted signal is greater than the coherence bandwidth of the channel. This kind of channel allows the presence of a number of resolvable multipath components, in this case *L*. Thus, these multipath components are used to provide diversity to the system through the use of a Rake receiver. This kind of diversity is called implicit diversity.

The exponential channel path-loss model is employed. The channel fading is supposed to have a Rayleigh probability density function (PDF) and a lognormal shadowing. To overcome the Rayleigh fading and the lognormal shadowing, a convolutional code of rate 1/3 and d<sub>free</sub>=18, is used. An infinitely-depth interleaving is supposed to be used, in order the break the channel memory, and to produce errors uniformly distributed.

Kong and Milstein [1] achieved the performance of CDMA systems, in terms of the mean bit error probability, just in 1999, by considering a multicell environment. However, in their article, there are some points, that were not considered as is explained below. In our work, there are several aspects we have considered, such as, voice activity monitoring and error correcting code employment. In particular, we have considered that an user can be controlled by several BS, in specific by the BS that arrives to him with the largest power level and not necessarily by the closest one. And finally, we have made an association between the interference and the number of users. As a consequence, we have plotted the graphics of the mean bit error rate as a function of the system loading, that is defined by the ratio of the number of users and the processing gain.

In section 2 we present the system model. Section 3 presents the performance analysis, section 4 the results and section 5 the conclusions.

#### 2. SYSTEM MODEL

The low-pass equivalent model of the transmitted signal in an environment with M cells and K users in each cell is given by:

$$s(t) = \sum_{k=1}^{KM} s_k(t) \tag{1}$$

where

$$s_k(t) = A\lambda_k y(k)\eta_k d_k (t - \tau_k) c_k (t - \tau_k) e^{j\phi_k}$$
 (2)

where k represents the user index, A the unfaded received signal amplitude,  $\lambda_k$  the power control error of user k,  $d_k$  the encoded data stream,  $c_k$  the corresponding spreading sequence,  $\tau_k$  the symbol timing delay,  $\phi_k$  the initial carrier-phase (without loss of generality its value is assumed 0),  $\eta_k$  the voice activity factor and y(k) denotes the combined lognormal shadowing and path-loss of user k, that is given by:

$$y(k) = \begin{cases} 1, & k \le K \\ \min_{l} \left( \frac{r_{mk,l}^{\beta/2}}{10^{\xi_{mk,l}/20}} \right) \frac{10^{\xi_{ok}/20}}{r_{ok}^{\beta/2}}, & k > K \end{cases}$$
(3)

where  $\beta$  represents the path-loss exponent,  $r_{mk}$  the distance between the k-th user in the m-th cell up to his own BS,  $r_{ok}$  is the distance from the k-th user up to the target BS,  $\xi_{mk}$  represents the shadowing in the link between the k-th user in the m-th cell up to his own BS,  $\xi_{ok}$  corresponds to the shadowing in the link between the k-th user in a m-th cell up to the target BS.  $\xi$  represents a Gaussian random variable (RV) with zero mean and a SD  $\sigma_s$  given in dB. Typical values of  $\sigma_s$  are in the order of  $\delta$  dB. The index i represents the BS that is controlling the k-th user, where i=1, i=1,

Equation (3) models the users inside and outside the target cell. We have observed, that approximately K users are being controlled by the target cell BS. For these users, both the shadowing and the path loss are compensated by the control loop. For the users outside the target cell, i. e. for k > K, in order to minimize the interference, each mobile station (MS) must be controlled by the BS that receive his signal with the largest power, and not necessarily by the nearest BS.

The voice activity factor is modelled by a Bernoulli PDF, which assumes the values 0 or 1. The 0 value represents the user in a silent state with probability  $1-\rho$ . The value 1 represents the user in vocal activity, and to this event it is associated the probability  $\rho$ .

The impulse response of the frequency-selective channel is given by

$$h(\tau,t) = \sum_{l=1}^{L} \alpha_l(t) e^{j\psi_l(t)} \delta(\tau - lT_c)$$
(4)

where  $L=W/\Delta f_c$  represents the number of resolvable paths,  $W=1/T_c$  is the bandwidth of the transmitted real band-pass signal,  $\Delta f_c$  is the channel coherence bandwidth,  $T_c$  is the chip time interval and  $\alpha(t)e^{j\psi l(t)}$  represents an independent complex Gaussian random process, where  $\alpha(t)$  represents the independent Rayleigh fading and  $\psi_l(t)$  represents the phase introduced by the channel, modelled as an independent RV uniformly distributed over  $\{0,2\pi\}$ .

We will assume that the symbol interval is much larger than the channel coherence time, so the fading is slow and therefore its characteristics does not change inside a symbol interval, resulting in  $\alpha_i(t)e^{i\psi_i(t)} = \alpha_i e^{i\psi_i}$ .

Thus, the received signal is given by

$$r'(t) = \sum_{l=1}^{L} \sum_{k=1}^{KM} \alpha_{l,k} e^{j\psi_{l,k}} s_k (t - lT_c) + n_w(t)$$
 (5)

where  $n_w(t)$  represents the additive white Gaussian complex noise with spectral density  $N_o$ .

#### 3. PERFORMANCE ANALYSIS

### 3.1 DECISION VARIABLE

The decision variable of the signal is obtained by correlating the received signal with the spreading signal as Fig. 1 shows. Assuming that the channel weights are known and the target user is the first user, i. e. k=1.

So, we can write,

$$r(T) = \text{Re}\left[\sum_{n=1}^{L} \int_{nT_c + \tau_1}^{T_{bcod} + nT_c + \tau_1} r'(t) c_1(t - nT_c - \tau_1) \alpha_{n,1} e^{-j\psi_{n,1}} dt\right]$$
(6)

where  $T_{bcod}$  is the encoded bit time interval, that is given by  $T_{bcod} = r_c T_b$ , where  $T_b$  is the bit time interval and  $r_c$  is the convolutional error-correcting code rate.

Substituting (5) in (6), we have

$$r(T) = \text{Re}\left\{\sum_{n=1}^{L} \int_{nT_c + \tau_1}^{T_{bcod} + nT_c + \tau_1} \sum_{l=1}^{L} \sum_{k=1}^{KM} \alpha_{l,k} e^{j\psi_{l,k}} s_k(t - lT_c) c_1(t - nT_c - \tau_1) \alpha_{n,l} e^{-j\psi_{n,l}} dt + N(T_{bcod})\right\}$$
(7)

where

$$N(T_{bcod}) = \sum_{n=1}^{L} \alpha_{n,1} e^{-j\psi_{n,1}} \int_{nT_c + \tau_1}^{T_{bcod} + nT_c + \tau_1} n_w(t) c_1(t - nT_c - \tau_1) dt$$
 (8)

We can notice that  $N(T_{bcod})$  is conditioned on the Rake receiver tap weights  $(\alpha_{n,I})$  and that  $Re\{N(T_{bcod})\} \cong N(0, \sum_{n=1}^{L} \alpha_{n,1}^2 n_o T_{bcod})$ , that is the noise sample is a Gaussian RV, with zero mean and variance  $\sum_{n=1}^{L} \alpha_{n,1}^2 n_o T_{bcod}$ .

Substituting (1) in (6) we have

$$r(T) = \text{Re}\left\{\sum_{n=1}^{L} \alpha_{n,1} \sum_{k=1}^{L} \sum_{k=1}^{KM} \alpha_{l,k} A \lambda_{k} y(k) \eta_{k} e^{j(\psi_{l,k} - \psi_{n,1})} I_{k,l,n}(T_{bcod}, \tau_{k}) + N(T_{bcod})\right\}$$
(9)

where  $I_{k,l,n}$  is defined as

$$I_{k,l,n} = \int_{nT_e}^{T_{bead} + nT_c} d_k(t - lT_e - \tau_k) c_k(t - lT_e - \tau_k) c_1(t - nT_c - \tau_1) dt \tag{10}$$

We are supposing that independent random binary sequence with zero mean are being employed, that is  $E\{I_{k,l,n}(T_{cod},\tau_k)\}=0$ . Assuming that the chips of the spreading sequence has rectangular shape, then

$$E\{I_{k,l,n}^{2}(T_{bcod}, \tau_{k})\} = \frac{2N_{c}T_{c}^{2}}{3}, \quad k \neq 1, \ n \neq 1$$
 (11)

where  $N_c$  represents the processing gain for an encoded system, defined as  $N_c = r_c N$ , where N is the processing gain for an uncoded system, that is given by  $N = T_b / T_c$ .

Using (9) we can now express the signal received r(t) as being composed of three terms

$$r(T_{b_{cod}}) = \lambda_1 A T_{bcod} \sum_{n=1}^{L} \alpha_{n,1}^2 + g_1(T_{bcod}) + g_2(T_{bcod}) + \text{Re}\{N(T_{bcod})\}$$
 (12)

The first term (9) corresponds to k=1 and l=n and represents the target path of the target user signal. The second term  $g_l(T_{bcod})$  represents the multipath interference from the target user (k=1) and  $l\neq n$ , that is given by

$$g_1(T_{bcod}) = \sum_{n=1}^{L} \sum_{l=n}^{L} \alpha_{n,1} \alpha_{l,1} A \lambda_1 I_{k,l,n} \cos(\psi_{n,1} - \psi_{l,1})$$
 (13)

The third term represents the multiple access and multipath interference from the other users, given by

$$g_2(T_{bcod}) = \sum_{k \neq 1}^{KM} \sum_{n=1}^{L} \alpha_{n,1} \sum_{l=1}^{L} \alpha_{l,l} A \lambda_k \eta_k y(k) \cos(\psi_{l,k} - \psi_{n,1}) I_{k,l,n} (T_{bcod}, \tau_k)$$
(14)

As K>>1,  $g_I(T_{bcod})$  in negligible in relation to  $g_2(T_{bcod})$ , because  $g_I(T_{bcod})$  is the multipath interference from just one user.

Since each user has independent fading, power control error and geometric location, we can represent  $g_2(T_{bcod})$  as a sum over KM independent RVs. In agreement to the central limit theorem [2], for great value of KM,  $g_2(T_{bcod})$  will asymptotically become a Gaussian RV with zero mean and variance  $\sigma_{g_2}^2$ , conditioned on the Rake receiver tap weights and on the power control error for the target user, that is

$$\sigma_{g_2}^2 = A^2 \sum_{n=1}^{L} \alpha_{n,1}^2 \sum_{k=1}^{KM} \sum_{l=1}^{L} E\{\alpha_{l,k}^2\} E\{\lambda_k^2\} E\{\eta_k^2\} E\{y^2(k)\} E\{\cos^2(\psi_{l,k} - \psi_{n,1})\} E\{I_{k,l,n}^2(T_{bcod}, \tau_k)\}$$
 (15)

Using (11) in (15) and assuming that  $E\{\cos^2(\psi_{l,k^-}\psi_{n,l})\}=1/2$ , we have

$$\sigma_{g_2}^2 = \frac{N_c T_c^2}{3} A^2 \rho \sum_{n=1}^{L} \alpha_{n,1}^2 \sum_{k=1}^{KM} \sum_{l=1}^{L} E\{\alpha_{l,k}^2\} E\{\lambda_k^2\} E\{y^2(k)\}$$
 (16)

where  $E[\eta_k^2] = \rho$  is the voice activity factor.

If we assume that the power control error is identically distributed for all users, that is  $E\{\lambda_k^2\} = E\{\lambda_1^2\} = E\{\lambda_1^2\} = E\{\lambda_1^2\}$ . We also considered that all users are subjected to a fading with the same distribution, so  $E\{\alpha_{i,k}^2\} = E\{\alpha_i^2\}$ .

Separating the interference from users that are controlled by the target cell BS from the other users, we can distinguish among the interference produced inside the target cell from the interference generated in the other cells. Thus, we can rewrite (16) in the following way,

$$\sigma_{s_2}^2 = \frac{N_c T_c^2}{3} A^2 \sum_{n=1}^{L} \alpha_{n,1}^2 \sum_{l=1}^{L} E\{\alpha_l^2\} E\{\lambda^2\} \left[ (K-1) + \sum_{k>K+1}^{RM} E\{y^2(k)\} \right] \rho$$
 (17)

Therefore, the received signal r(t) can be characterized as a Gaussian RV, conditioned on the the Rake receiver weights and on the target user power control error. So, the received signal PDF p(r) is a Gaussian RV with mean  $m_r$  and SD  $\sigma_r$ , that is

$$p(r) = N(m_r, \sigma_r^2) \tag{18}$$

where

$$m_r = \lambda_1 A T_{bcod} \sum_{n=1}^{L} \alpha_{n,1}^2 \tag{19}$$

$$\sigma_r^2 = A^2 T_{bcod}^2 c \sum_{n=1}^L \alpha_{n,1}^2 + n_o T_{bcod} \sum_{n=1}^L \alpha_{n,1}^2$$
(20)

and

$$c = \frac{1}{3N_c} \sum_{l=1}^{L} E\{\alpha_l^2\} E\{\lambda^2\} \left[ (K-1) + \sum_{k \ge K+1}^{KM} E\{y^2(k)\} \right] \rho$$
 (21)

The power control error is modelled as a lognormal RV,  $\lambda = e^x$ , where x is the Gaussian RV that give rise to the lognormal RV. The lognormal mean square value is given by  $E\{\lambda^2\} = e^{2\sigma_x^2}$ , where  $\sigma_x$  is the logarithm SD of the Gaussian RV. The mean square value of the fading is given by  $E\{\alpha_i^2\} = E\{\alpha^2\} = 2\sigma^2$ , where  $\sigma$  is the SD of the Gaussian that originated the Rayleigh RV.

### 3.2 BIT ERROR RATE

The bit error probability conditioned on the Rake receiver weight taps and on the power control error is given by [3]

$$P(e/\lambda, \sum_{l=1}^{L} \alpha_{l,1}^2) = Q(\sqrt{2\gamma_{bc}})$$
(22)

where  $\gamma_{bc}$  is the signal-to-interference-plus-noise ratio per encoded bit, that is given by

$$\gamma_{bc} = \frac{\lambda^2 \sum_{l=1}^{L} \alpha_l^2}{C} \tag{23}$$

and

$$C = 2c + \frac{2n_o}{A^2 T_{bead}} \tag{24}$$

where C represents the mean interference on the target user and can be written as

$$C = \frac{4}{3N_c} L\sigma^2 e^{2\sigma_s^2} \left[ (K - 1) + \sum_{k \ge K + 1}^{KM} E\{y^2(k)\} \right] \rho + \frac{2n_o}{A^2 T_{bcod}}$$
 (25)

The other-cell interference can be written in terms of the mean square value of the normalized interference in each cell [4], that is

$$\sum_{k \ge K+1}^{KM} E\{y^2(k)\} = K(m_I^2 + \sigma_I^2)$$
 (26)

where  $m_l$  represents the interference mean and  $\sigma_l^2$  represents the variance, both normalized in relation to the number of users in each cell. These values can be obtained as a function of the path-loss exponent and the shadowing SD in dB.

Therefore, we have that

$$C = \frac{4}{3N_c} L\sigma^2 e^{2\sigma_z^2} \left[ (K - 1) + K(m_I^2 + \sigma_I^2) \right] \rho + \frac{2n_o}{A^2 T_{prod}}$$
 (27)

The mean bit error probability can be obtained by unconditioning (27) in relation to the Rake receiver weight taps. In case of perfect estimation, the weight taps have Rayleigh distribution. Thus, we can write

$$P_{e}(L, \overline{\gamma_{bc}}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} Q(\sqrt{2\gamma_{bc}}) f_{x}(x) f_{\alpha}(\alpha) dx d\alpha$$
 (28)

where  $f_x(x)$  and  $f_{\alpha}(\alpha)$  are the PCE and the weight taps PDFs, that are given by

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} e^{\frac{-x^2}{2\sigma_x^2}}$$
 (29)

$$f_{\alpha}(\alpha) = \frac{\alpha}{\sigma^2} e^{\frac{-\alpha^2}{2\sigma^2}}$$
(30)

### 3.3 ENERGY, SNR AND SINR

Now, we define energy, signal-to-noise ratio (SNR) and signal-to-interference-plus-noise ratio (SINR).

The mean value of the signal-to-interference- plus-noise ratio is obtained as

$$\overline{\gamma_{bc}} = E_x \{ E_R \{ \gamma_{bc} \} \} = \frac{1}{\frac{2}{3r_c} \left[ \frac{(K-1)}{N} + \frac{K}{N} (m_l^2 + \sigma_l^2) \right] \rho + \frac{n_o}{A^2 T_b L e^{2\sigma_x^2} \sigma^2} \frac{1}{r_c}}$$
(31)

Examining (30), we can easily identify the energy per bit (Eb) term, that is given by

$$E_b = A^2 T_b \sigma^2 e^{2\sigma_x^2} L \tag{32}$$

substituting (32) in (31) we have that,

$$\frac{\overline{\gamma}_{bc}}{2} = \frac{1}{\frac{2}{3r_c} \left[ \frac{(K-1)}{N} + \frac{K}{N} (m_l^2 + \sigma_l^2) \right] \rho + \left( \frac{E_b r_c}{n_0} \right)^{-1}}$$
(33)

# 3.4 MEAN BIT ERROR RATE CALCULATION

In order to obtain the mean bit error probability, we have first to realize the unconditioning over the weight taps and then over the PCE. In the first step, we have to solve the following equation

$$P_{e}(L/\gamma_{bc}, x) = \int_{0}^{\infty} Q(\sqrt{2\gamma_{bc}}) f_{\alpha}(\alpha) d\alpha$$
 (34)

This step has an already well known closed-form in the literature, that is given by [3]:

$$P_{e}(L/\overline{\gamma_{bc}},x) = \left(\frac{1-\nu}{2}\right)^{L} \sum_{j=0}^{L} {L-1+j \choose J} \left(\frac{1+\nu}{2}\right)^{j}$$
(35)

where

$$v = \sqrt{\frac{\overline{\gamma_{cc}}}{\gamma_{cc} + 1}} \tag{36}$$

where

$$\overline{\gamma_{cc}} = \frac{\overline{\gamma_{bc}}}{L} \tag{37}$$

and

$$\overline{\gamma_{bc}} = E_{\alpha} \{ \gamma_{bc} \} = \frac{e^{2x}}{e^{2\sigma_{z}^{2}} \left[ \frac{2}{3r_{c}} \left[ \frac{(K-1)}{N} + \frac{K}{N} (m_{I}^{2} + \sigma_{I}^{2}) \right] \rho + \left( \frac{E_{b} r_{c}}{n_{0}} \right)^{-1} \right]}$$
(38)

In the second step, we have to realize the unconditioning over the PCE, that is, we have to solve the following equation

$$P_{e}(L/\overline{\gamma_{bc}}) = \int_{-\infty}^{\infty} P_{e}(L/\overline{\gamma_{bc}}, x) f_{x}(x) dx$$
 (39)

Unfortunately, there are not closed form solutions in this case.

Now, we are going to insert the gain provided by the convolutional code. The encoder accepts k and put out n binary digits at a time. Thus, the code rate  $r_c$  is given by  $r_c=k/n$ . A soft-decision decoder with a maximum-likelihood sequence estimation are employed, which is efficiently implemented by the Viterbi algorithm.

According to [3] the bit error probability for an encoded signal is given by

$$P_{e}(d) = P_{e}^{d} \left( L / \overline{\gamma_{bc}} \right) \sum_{k=0}^{L} {d-1+k \choose k} \left[ 1 - P_{e} \left( L / \overline{\gamma_{bc}} \right) \right]^{k}$$

$$(40)$$

where d is the number of bit positions in which two sequences differ.

The bit error probability is finally upper-bounded by the follow equation [3]

$$P_b < \frac{1}{k} \sum_{d=d_{free}}^{\infty} \beta_d P_e(d) \tag{41}$$

where the values of  $\beta_d$  are the code weights. In this paper, we use a convolutional code with rate 1/3 and  $d_{free}=18$ , where the code generator sequences in octal notation are 557<sub>8</sub>, 663<sub>8</sub> and 711<sub>8</sub> [5].

## 4. RESULTS

The results are obtained by considering that 3 BS are controlling each MS signal simultaneously.

Table I shows the mean and SD of the normalized interference. These values are obtained as a function of the lognormal shadowing SD ( $\sigma_s$ =6, 7 and 8 dB) and the path-loss exponent ( $\beta$ =4) [4]. Table II shows the same, now for a constant lognormal shadowing SD ( $\sigma_s$ =8 dB), while the path-loss exponent is varied ( $\beta$ =3, 4 and 5).

Fig. 2 shows the CDMA system performance as a function of the signal-to-noise ratio  $E_b/N_o$ . The curve is displayed as a function of the number of paths L, (L=1, 2, 3 and 4). The following parameters are used: system load (K-1)/N=0.20, voice activity factor of  $\rho$ =0.375, power control error SD of 1 dB and shadowing SD of  $\sigma_s$  =8 dB.

Fig. 3 shows the performance of a CDMA system as a function of the system load and parameterized by the voice activity factor ( $\rho$ =0.375, 0.4, and 0.5). The other parameters remain constant: the power control error SD is 1 dB, the signal-to-noise ratio ( $E_b/N_o$ ) is 10 dB, the shadowing SD is 8 dB and the number of paths is equal to 3.

Fig. 4 shows the system performance as a function of the load (K-1)/N=0.2, 0.3 and 0.4), the power control error SD is 1 dB, the shadowing SD is 8 dB, the voice activity factor is  $\rho$ =0.375 and L=3 paths.

We should attempt for the strong influence of the shadowing on the system performance. This influence is easily seen, when we compare Fig. 3 and Fig. 4.

Fig. 5 shows the system performance as a function of the PCE SD ( $\sigma_x$ =0, 1, and 2 dB). The following parameters are used:  $E_b/N_0$ =10 dB, voice activity factor  $\rho$ =0.375, L=3 paths and shadowing SD  $\sigma_s$ =8dB.

Fig. 6 shows the system performance as a function of the loading. The following parameter are used: the shadowing SD ( $\sigma_s$ =6, 7 and 8 dB),  $\rho$ =0,375, L=3 paths, and  $E_b/N_o$ =10 dB.

Through Fig. 5 became evident the influence that a good power control system realizes on the performance of a CDMA system.

Fig. 7 shows the CDMA system performance as a function of the several parameters, like the path-loss exponent ( $\beta$ =3, 4, and 5). The other parameters remain constant:  $E_b/N_0$ =15 dB, voice activity factor  $\rho$ =0.375, L=3 paths, the PCE-SD  $\sigma_x$ =1 dB and the shadowing SD of  $\sigma_s$ =8 dB.

#### 5. CONCLUSIONS

A performance analysis, in terms of the mean bit error rate was realized by considering a CDMA cellular system with BPSK modulation, a convolutional error-correcting code, a frequency-selective channel with multipath fading, an imperfect power control loop, voice monitoring and the users signal controlled by the strongest of 3 BSs, simultaneously. It is fundamental to control the users by several BSs, which allows a the reduction of the interference generated by the other-cell users.

It is quite evident the effects that the lognormal shadowing realizes on the system performance. The voice activity factor is the other key parameter on the interference reduction, thus allowing an increase in the system capacity. It is important to mention that the other key parameter is to split each cell in sectors. In case of ideal sectorization, the values of the mean and SD of the normalized interference showed in Table I and II remain valid.

For the typical values of  $\beta=4$ ,  $\rho=0.375$ ,  $\sigma_s=8$  dB, L=3 and  $\sigma_x=1$  dB we realized a mean bit error probability in the order of  $10^{-3}$  for a system loading in the order of 0.20. That is, for a processing gain of N=128, the system allows a maximum of  $K\simeq25$  users per cell. In case of ideal sectorization, we obtain the same capacity, but now at a sector basis.

### 6. REFERENCES

- [1] N. Kong, L. B. Milstein, "Error Probability of Multicell CDMA over Frequency-Selective Fading Channels with Power Control Error", IEEE Trans. Commun, vol. 47, pp. 608-617, April 1999.
- [2] A. Papoulis, "Probability, Random Variables, and Stochastic Processes", McGraw Hill, 2nd ed., pp. 199.
- [3] J. G. Proakis, "Digital Communications", McGraw Hill, 3rd ed.,1994.

- [4] C. de Almeida and R. P. F. Hoefel, "On the Interference of Cellular CDMA Systems", Internation Telecommunications Symposium, Brasil, 1998.
- [5] J. Conan, "The Weight Spectra of Some Short Low-Rate Convolutional Codes", IEEE Trans. Commun., vol. COM-32, pp. 1050-1053, Sept. 1984.

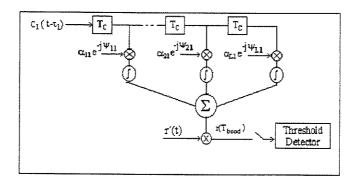


Fig. 1 - Rake Receiver

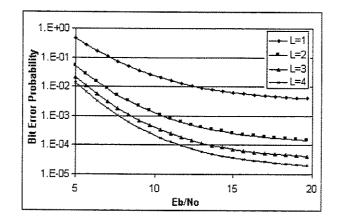


Fig. 2 - Performance of a CDMA system as a function of  $E_b/N_o$ . It is considered  $\sigma_x=1dB$ ,  $\rho=0.375$ ,  $\sigma_s=8\ dB$ , and channel load of 0.20.

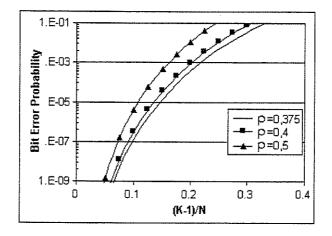


Fig. 3 CDMA system performance as a function of the loading. We considered  $E_b/N_o=10~dB$ ,  $\sigma_x=1~dB$ , L=3 paths and  $\sigma_s=8~dB$ .

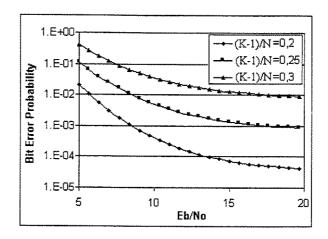


Fig. 4 Bit error probability as a function of  $E_b/N_o$ . We considered the following parameters  $\rho$ =0.375,  $\sigma_x$ =1 dB, L=3 paths and  $\sigma_s$ =8 dB.

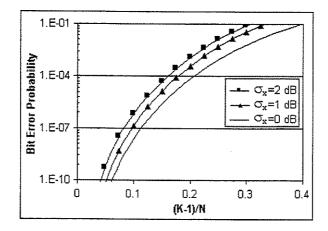


Fig. 5 CDMA system performance as a function of the PCE. We have considered the following parameters  $E_b/N_o=10$  dB,  $\rho=0.375$ , L=3 paths and  $\sigma_s=8$  dB.

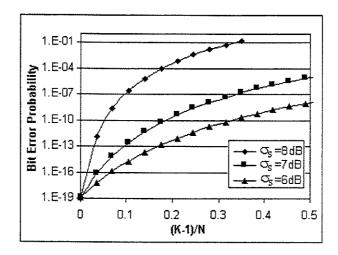


Fig. 6 CDMA system performance as a function of the loading. We considered the following parameters  $E_b/N_o=10$  dB,  $\rho=0.375$ , L=3 paths and  $\beta=4$ .

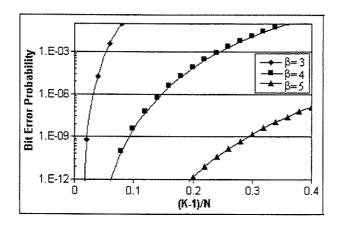


Fig. 7 CDMA system performance as a function of the path-loss exponent. We considered the following parameters  $E_b/N_o=15$  dB,  $\sigma_x=1$ dB,  $\rho=0.375$ , L=3 paths and  $\sigma_s=8$  dB.

	$m_{ m I}$	$\sigma_{\rm I}$	
$\sigma_s$ =6 dB	0,53	0,61	
$\sigma_s$ =7 dB	0,66	1,23	
$\sigma_s$ =8 dB	0,89	2,90	

**Table I** – Normalized mean and SD of the interference for  $\beta$ =4.

	$m_{ m I}$	$\sigma_{ m I}$	
β=3	2,07	6,78	
β=4	0,89	2,90	
β=5	0,45	1,41	

**Table II** - Normalized mean and SD of the interference for  $\sigma_s = 8 dB$ .

# Bibliografia

- [Mil99] N. Kong, L. B. Milstein, "Error probability of multicell CDMA over frequency selective fading channels with power control error", IEEE Trans. Commun, vol. 47, pp. 608-617, April 1999.
- [Pap91] A. Papoulis, "Probability, random variables, and stochastic processes", New York: McGraw Hill, 2nd Edition, 1991.
- [Pro94] J. G. Proakis, "Digital communications" New York: McGraw Hill, 3rd Edition, 1994.
- [Cel98] C. de Almeida, "Cálculo analítico da capacidade de sistemas celulares CDMA" Tese de Livre Docência, Universidade Estadual de Campinas, Brasil, 1998.
- [Con84] J. Conan, "The weight spectra of some short low-rate convolutional codes', IEEE Trans. Commun., vol. COM-32, pp. 1050-1053, Set. 1984.