

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
DEPARTAMENTO DE MICROONDA E ÓPTICA

ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO PERFIL DE ÍNDICE DE REFRAÇÃO
NAS PERDAS DE RADIAÇÃO EM GUIAS DIELÉTRICOS CURVADOS

REGINA MARIA DE FELICE SOUZA
Orientador : ATTÍLIO JOSÉ GIAROLA

30/9/0303
Tese de Doutorado apresentada à
Faculdade de Engenharia Elétrica
da Universidade Estadual de
Campinas, como parte dos re-
quisitos exigidos para a obten-
ção do título de DOUTOR EM EN-
GENHARIA ELÉTRICA

Este exemplar corresponde à redação final da tese
defendida por _____

_____ e aprovada pela Comissão
Julgadora em _____/_____/_____


Orientador

JUNHO 1990

Às minhas avós,

Divina e Thereza

Ao meu amigo,

Avelino Marcante

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Doutor Attílio José Giarola, pela excelente orientação e pela dedicação.

À Maria Júlia Dini Fray e Maria Paulina Juliani, pelo trabalho de datilografia.

À desenhista Maria Lúcia C. Cardoso, pelos desenhos.

Aos colegas, pelas sugestões fornecidas durante o transcorrer deste trabalho.

À minha família, pelo apoio e compreensão.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 2 - INTRODUÇÃO DO PERFIL DE ÍNDICE DEGRAU EM UM GUIA DIELÉTRICO RETANGULAR DE RAIO DE CURVATURA R (Con figuração 1.1.a)	6
2.1. ANÁLISE MATEMÁTICA	7
A. Modo E_{pq}^x	7
A.1. Determinação da constante de propaga ção ao longo de $y:k_y$	8
A.2. Determinação da constante de propaga ção ao longo de $x:k_{x1}$	11
B. Modo E_{pq}^y	41
B.1. Determinação da constante de propaga ção ao longo de $y:k_y$	42
B.2. Determinação da constante de propaga ção ao longo de $x:k_{x1}$	43
2.2. RESULTADOS	47
CAPÍTULO 3 - INTRODUÇÃO DO PERFIL DE ÍNDICE DEGRAU NAS FACES SUPERIOR E INFERIOR DE UM GUIA DIELÉTRICO RETANGU LAR COM RAIO DE CURVATURA R (Configurações 1.1.b, 1.1.c e 1.1.d)	64
3.1. ANÁLISE MATEMÁTICA	65
A. Modo E_{pq}^x	65
A.1. Determinação da constante de propaga ção ao longo de $y:k_y$	65
A.2. Determinação da constante de propaga ção ao longo de $x:k_{x1}$	68
B. Modo E_{pq}^y	71
B.1. Determinação da constante de propaga ção ao longo de $y:k_y$	71

B.2. Determinação da constante de propagação ao longo de $x:k_{x1}$	72
3.2. RESULTADOS	72
CAPÍTULO 4 - INTRODUÇÃO DE PERFIL DE DOIS ÍNDICES DEGRAU CONTÍGUOS NA FACE SUPERIOR DE UM GUIA DIELÉTRICO RETANGULAR COM RAIO DE CURVATURA R (Configuração 1.1.e) .	
4.1. ANÁLISE MATEMÁTICA	108
A. Modo E_{pq}^x	108
A.1. Determinação da constante de propagação ao longo de $y:k_y$	108
A.2. Determinação da constante de propagação ao longo de $x:k_{x1}$	111
B. Modo E_{pq}^y	111
B.1. Determinação da constante de propagação ao longo de $y:k_y$	111
B.2. Determinação da constante de propagação ao longo de $x:k_{x1}$	113
4.2. RESULTADOS	113
CAPÍTULO 5 - GUIAS DIELÉTRICOS ANISOTRÓPICOS AFILADOS COM CURVATURA SEM PERDAS POR RADIAÇÃO	
5.1. SISTEMAS DE COORDENADAS GENERALIZADAS	121
5.2. AFILAMENTO EM CONE	135
5.3. CONSIDERAÇÕES GERAIS	145
CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES	
REFERÊNCIAS	149

LISTA DE SÍMBOLOS

- n_m - índice de refração na região m.
- a - largura do guia retangular.
- b - altura do guia retangular.
- d_m - dimensão da região acrescida m.
- E_{xm} - componente do campo elétrico ao longo de x, na região m.
- E_{ym} - componente do campo elétrico ao longo de y, na região m.
- E_{zm} - componente do campo elétrico ao longo de z, na região m.
- H_{xm} - componente do campo magnético ao longo de x, na região m.
- H_{ym} - componente do campo magnético ao longo de y, na região m.
- H_{zm} - componente do campo magnético do longo de z, na região m.
- E_{pq}^x - modo quasi-TEM, com componentes principais E_x e H_y .
- E_{pq}^y - modo quasi-TEM, com componentes principais E_y e H_x .
- p e q - ordens do modo.
- R - raio de curvatura do guia.
- θ - ângulo de curvatura do guia.
- ω - freqüência angular.
- ϵn_m^2 - permissividade dielétrica da região m.
- μ - permeabilidade magnética da região m.
- k_{ym} - constante de propagação ao longo de y no meio m.
- k_{xm} - constante de propagação ao longo de x no meio m.
- k_z - constante de propagação ao longo de z.
- J_ν - função de Bessel de ordem ν .

$H_v^{(2)}$ - função de Hankel de segunda espécie e ordem v .

λ - comprimento de onda no espaço livre.

A_{nm} - definido na página 11.

Z_{nm} - definido na página 11.

v - definido na página 20.

ℓ_{eas} - definido na página 20.

ℓ_{ear} - definido na página 20.

ℓ_{d1a} - definido na página 23.

k_{x0} - constante de propagação do guia reto ao longo de x .

c - coeficiente de perda na função entre as partes reta e curva do guia.

α - coeficiente de atenuação do guia curvo.

ℓ'_{ear} - definido na página 29.

ℓ'_{eas} - definido na página 29.

ℓ_{eb} - definido na página 29.

Q'_S e P'_S - definidos nas páginas 23, 24 e 25.

β_{1a} e β_{1b} - definidos nas páginas 29 e 44.

$e, f, \beta_{3a}, \beta_{3b}$ - definidos na página 30.

β_{2a}, β_{2b} - definidos nas páginas 30, 40 e 45.

$\beta_{4a}, \beta_{4b}, \beta_{5a}, \beta_{5b}$ - definidos na página 31.

β_{6a} e β_{6b} - definidos nas páginas 31 e 45.

β_{7a} e β_{7b} - definidos na página 32.

s, t - definidos nas páginas 32 e 44.

$\beta_{8a}, \beta_{8b}, \beta_{9a}, \beta_{9b}, \beta_{10a}, \beta_{10b}, \beta_{15a}, \beta_{15b}, \beta_{16a}, \beta_{16b}, \beta_{17a}, \beta_{17b}$ -
- definidos na página 31.

$\epsilon_{1a}, \epsilon_{1b}$ - definidos nas páginas 39 e 45.

$\epsilon_{2a}, \epsilon_{2b}, P_{4a}, P_{4b}$ - definidos na página 35.

$\epsilon_{3a}, \epsilon_{3b}$ - definidos nas páginas 35, 45 e 46.

$\epsilon_{5a}, \epsilon_{5b}, \epsilon_{7a}$ - definidos na página 36.

$\epsilon_{6a}, \epsilon_{6b}$ - definidos nas páginas 36 e 46.

$\epsilon_{7b}, \epsilon_{13a}, \epsilon_{13b}, \epsilon_{12a}, \epsilon_{12b}, \epsilon_{11a}$ - definidos na página 38.

$\epsilon_{8a}, \epsilon_{8b}$ - definidos nas páginas 38 e 46.

$\epsilon_{9a}, \epsilon_{9b}, \epsilon_{10a}, \epsilon_{10b}, \epsilon_{11b}$ - definidos na página 38.

$\epsilon_{14a}, \epsilon_{14b}, \epsilon_{15}, \sigma, P_3$ - definidos na página 39.

SUMÁRIO

Neste trabalho é feito um estudo da influência do perfil de índice de refração na radiação devido a curvas em guias ópticos. O objetivo principal é confirmar a previsão de que pode-se obter uma considerável redução nas perdas por radiação em um guia dielétrico curvo com uma escolha apropriada do perfil de índice de refração. São estudadas, inicialmente, cinco configurações diferentes de guias retangulares com perfil de índice degrau, quais sejam: perfil lateral; vertical na face superior; vertical na face inferior; vertical nas faces superior e inferior, simultaneamente e vertical duplo, duas camadas, na face superior. Cada perfil é analisado separadamente para dois tipos de guias, canal e "costela". São obtidas expressões para as constantes de propagação ao longo das direções x e y ; o coeficiente de perda por conversão, c , e o coeficiente de atenuação α . Diversas curvas, relacionando as perdas com os parâmetros dos guias também são mostradas. É apresentada, também, uma teoria para o projeto de guias dielétricos anisotrópicos com seção reta arbitrária e/ou curvatura. O estudo é feito para coordenadas generalizadas e para estrutura afilada em forma de cone. São obtidos perfis de índice de refração para o guia de forma que a configuração de campo transversa em qualquer seção reta seja independente de sua coordenada longitudinal e nenhuma potência seja transferida para outros modos guiados ou para modos radiados.

SUMMARY

A study of the influence of the index of refraction profile on the radiation due to bends in optical waveguides is developed in this work. One of the main objectives is that of confirming the prediction that considerable radiation loss reduction in curved dielectric waveguide is possible to be achieved by an appropriate choice of the index of refraction profile. Five different configurations of rectangular dielectric waveguides with a step index profile are initially studied. They are: a) step lateral profile; b) step vertical profile on the upper face; c) step vertical profile on the lower face; d) step vertical profile on both, upper and lower faces; and e) step double layer vertical profile, with the two dielectric layers on the upper face. Each profile is examined separately for the channel and for the rib waveguides. Expressions are obtained for: a) the propagation constants along the x and y directions; b) the conversion loss coefficient; and c) the attenuation coefficient. Various curves relating the losses with other waveguide parameters are also shown. In addition, a theory for the design of anisotropic dielectric waveguides with tapers and/or bends is also presented. The study is developed using generalized coordinate systems. Index of refraction profiles are obtained for the waveguide having a field configuration in each of its cross-section independent of the longitudinal coordinate, such that no power is transferred to other guided modes or to radiated modes.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A atenuação, dispersão e conservação de polarização englobam as preocupações fundamentais dos estudos relativos à propagação de ondas eletromagnéticas em guias ópticos. Em particular, a atenuação devida a curvaturas e/ou seção reta não uniforme de um guia dielétrico tem recebido a atenção de vários pesquisadores ao longo dos anos [1]–[44].

Em 1969, Marcatili [1] mostrou que um trecho de guia curvo perde potência por radiação e desenvolveu uma solução aproximada para a equação do autovalor a fim de obter o valor da perda. Marcuse [6], [22], partiu da aproximação do guia reto, ou seja, supôs que o campo no núcleo dobrado não se modifica em relação ao do guia reto. A solução do campo fora do núcleo é expressa como uma solução simples de função de Hankel. Combinando os campos dentro e fora do núcleo, calcula-se o fluxo de potência por unidade de comprimento do guia, e portanto, a perda por radiação. Snyder et al. [18] substituíram o núcleo dobrado por uma superfície de corrente fictícia derivada da aproximação para o guia reto e reduziram o problema a um cálculo de antena. Num outro trabalho, Marcuse [23] leva em consideração a deformação dos campos no núcleo dobrado. Kuznetsov e Haus [35] desenvolveram uma técnica aproximada que substitui o trecho dobrado por uma densidade volumétrica de corrente, e também reduzem o problema a um cálculo de antena. Heiblum e Harris [17] aplicaram o método da transformação conforme para a análise do guia dobrado. São obtidas estruturas equivalentes (guias retos) que permitem a solução pelos métodos tradicionais de análise de guias ópticos.

É importante frisar a principal limitação destes métodos: o raio de curvatura, considerado sempre muito grande com o objetivo de tornar as soluções mais simples, devido à possibilidade de utilizar funções de Bessel modificadas, ou então, de utilizar o campo do guia reto.

Com o desenvolvimento dos circuitos integrados ópticos existe a necessidade de se introduzirem curvas cada vez mais fechadas em guias visando a redução de seus tamanhos. A diminuição do raio de curvatura provoca uma maior radiação, o que poderá causar problemas de interação entre os componentes integrados. Existe, portanto, uma preocupação muito grande em se encontrarem formas para se reduzir este efeito. Se for possível viabilizar uma redução da perda por radiação devido a curvas em guias ópticos, isto poderá permi

tir a construção de circuitos integrados ópticos com guias apresentando curvaturas mais acentuadas.

O estudo da influência do perfil de índice de refração na radiação devido a curvas em guias ópticos é, certamente, uma alternativa de interesse a ser estudada. Este é o assunto dos capítulos 2, 3 e 4, onde são analisadas cinco configurações diferentes de guias com perfil de índice degrau, estendendo a análise feita por Marcatili [1]. A figura 1.1 mostra as geometrias utilizadas para a análise de cada configuração. O guia dielétrico retangular tem um raio de curvatura R e os índices de refração fora do guia são n_2 , n_3 , n_4 e n_5 . As características de cada configuração são:

- . configuração 1.1.a: perfil lateral de índice degrau: lados $(d_\alpha + a + d_\beta)$ e b ; índices de refração n_1 maior que n_α e n_β , que por sua vez são maiores que n_2 , n_3 , n_4 e n_5 .
- . configuração 1.1.b: perfil de índice degrau na face superior do guia; lados a e $(b + d_\Delta)$; índices de refração n_1 maior que n_Δ que é maior que n_2 , n_3 , n_4 e n_5 .
- . configuração 1.1.c: perfil de índice degrau na face inferior do guia: lados a e $(d_\gamma + b)$; índices de refração n_1 maior que n_γ que é maior que n_2 , n_3 , n_4 e n_5 .
- . configuração 1.1.d: perfil de índice degrau nas faces superior e inferior do guia: lados a e $(d_\gamma + b + d_\Delta)$; índices de refração n_1 maior que n_γ e n_Δ que são maiores que n_2 , n_3 , n_4 e n_5 .
- . configuração 1.1.e: perfil de índice degrau na face superior do guia (duas camadas): lados a e $(b + d_\Delta + d_\gamma)$; índices de refração n_1 maior que n_Δ , que é maior que n_γ que, por sua vez, é maior que n_2 , n_3 , n_4 e n_5 .

Devido ao grau de complexidade muito elevado para a solução rigorosa deste problema de contorno, introduz-se a mesma simplificação utilizada por Marcatili [1], o que nos permite resolvê-lo numa forma fechada. Esta simplificação vem do fato de que, como o campo decai exponencialmente nas regiões 2, 3, 4 e 5, grande parte da potência estará concentrada na região 1, um valor intermediário, nas regiões α e β ou Δ ou γ ou Δ e γ , uma pequena parte, nas regiões 2, 3, 4 e 5 e uma porção praticamente desprezível estará concentrada nas regiões hachuradas.

Dois tipos de modos híbridos se propagam através do guia curvo; cada um com seis componentes de campo [1]. O guiamento ocorre através de reflexão interna total somente quando o plano de ondas que compõem o modo atinge as interfaces do guia a ângulos razantes. Para que isto aconteça, os valores dos índices de refração fora do núcleo do guia devem ser escolhidos bem próximos de n_1 . Como consequência, as componentes principais dos campos são perpendiculares ao eixo de propagação, z ; logo, os modos são quasi-TFM e podem ser agrupados em duas famílias: E_{pq}^x , com componentes principais E_x e H_y e E_{pq}^y , com componentes principais E_y e H_x . Os subíndices p e q representam o número de máximos e mínimos de cada componente de campo nas direções x e y . Os modos fundamentais são E_{11}^x e E_{11}^y .

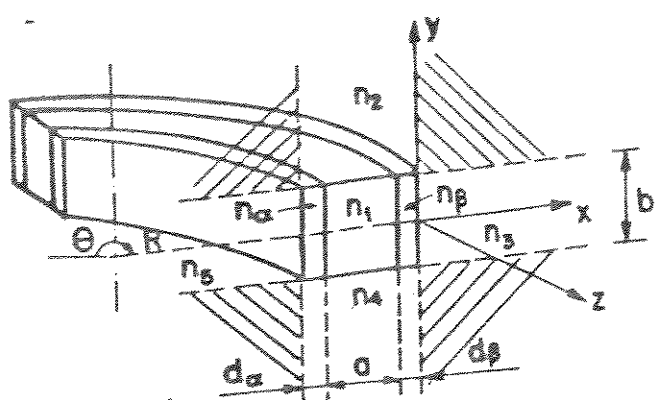
Nos capítulos 2, 3 e 4 são calculadas expressões gerais para as constantes de propagação ao longo de x e y e relações entre perdas por radiação resultantes da curvatura, geometria e características elétricas do guia curvo para cada configuração. Em particular, os parâmetros n_α , n_β , n_Δ , n_γ , d_α , d_β , d_Δ e d_γ são variados e seus efeitos na perda por radiação devida à curvatura do guia óptico são analisados. São obtidos resultados para os guias tipo canal ($n_3 = n_5 = n_4 \neq n_2$) e "costela" ($n_3 = n_5 = n_2 \neq n_4$).

O procedimento seguido por este e outros trabalhos consiste em especificar a estrutura do guia e então obter a solução do campo para analisar o efeito de afilamento e/ou curvaturas no comportamento do guia, particularmente com relação à radiação.

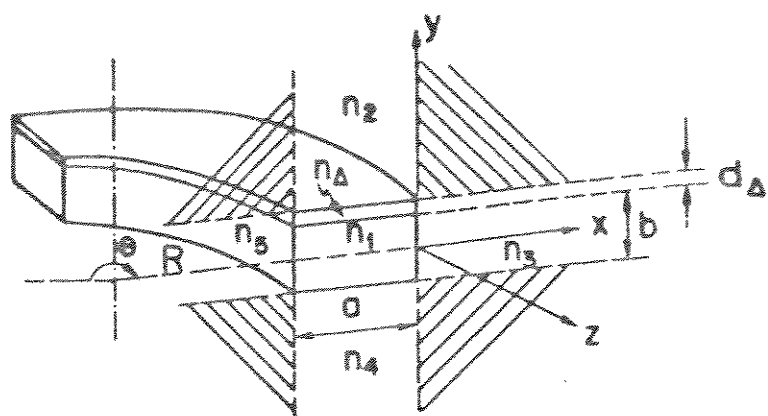
Marcatili [38] e Weder [43], ao invés de seguirem o caminho usual de resolver um problema eletromagnético, consistindo em definir uma estrutura particular e encontrar as propriedades dos campos derivados das equações de Maxwell, seguiram um caminho oposto. Primeiro, algumas propriedades desejadas das soluções das equações de Maxwell foram determinadas, e então estruturas resultantes que aceitassem estas soluções foram encontradas. Em particular, eles impuseram que guias dielétricos afilados com eixos reto ou curvo teriam a propriedade de suportar modos guiados sem perdas por radiação e obtiveram o perfil de índice sugerido para o material que compõe o guia. Neste caso, somente materiais isotrópicos foram considerados.

Porque os materiais dielétricos podem ser anisotrópicos ,

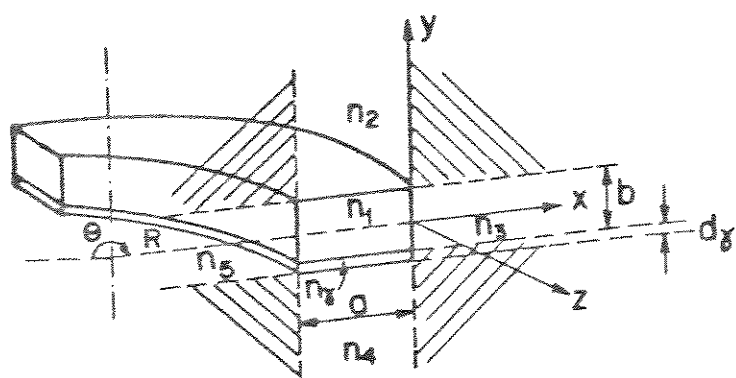
uma extensão desta teoria, incluindo anisotropia, é estudada no capítulo 5. O estudo é feito para coordenadas generalizadas e para estrutura afilada em forma de cone.



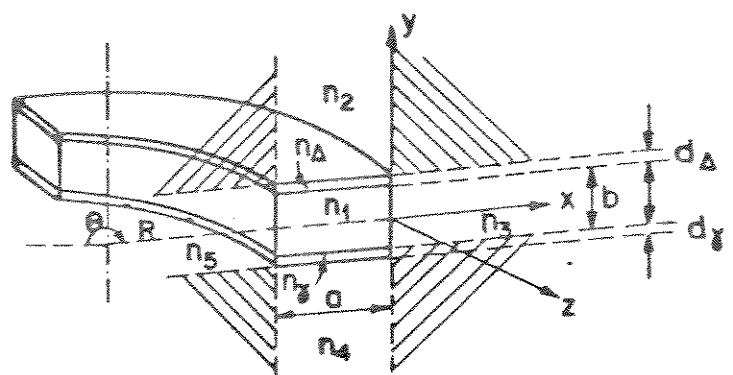
(a)



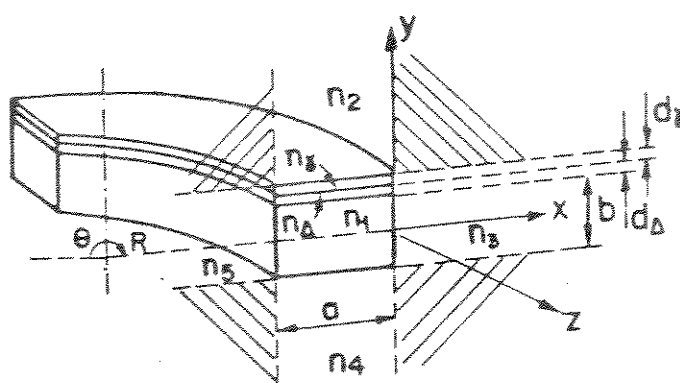
(b)



(c)



(d)



(e)

Fig. 1.1 - Geometrias utilizadas para a análise de cada configuração.

CAPÍTULO 2

INTRODUÇÃO DO PERFIL LATERAL DE ÍNDICE DEGRAU EM UM
GUIA DIELÉTRICO RETANGULAR DE RAIODE CURVATURA R
(Configuração 1.1.a)

2.1. ANÁLISE MATEMÁTICA

A. Modo E_{pq}^x

As componentes dos campos ao longo das coordenadas x , y e z em cada região são dadas por [1]:

$$H_{x_m} = \frac{1}{k_m^2 - k_{ym}^2} \frac{\partial^2 H_{ym}}{\partial x \partial y} \quad (2.1.a)$$

$$H_{ym} = e^{-j\nu\theta + j\omega t} \begin{aligned} & M_m J_\nu [(k_m^2 - k_{ym}^2)^{1/2} (R+x) + \psi_m] \cos(k_{ym} y + \Omega_m) & p/m = 1, \alpha, \beta \\ & \frac{M_2}{4} J_{\frac{\nu}{4}} [(k_2^2 - k_{y2}^2)^{1/2} (R+x) + \psi_2] \exp[\mp j k_{y2} y] & p/m = \frac{2}{4} \\ & M_3 H_\nu^{(2)} [(k_3^2 - k_{y3}^2)^{1/2} (R+x)] \cos(k_{y3} y + \Omega_3) & p/m = 3 \\ & M_5 J_\nu [(k_5^2 - k_{y5}^2)^{1/2} (R+x)] \cos(k_{y5} y + \Omega_5) & p/m = 5 \end{aligned} \quad (2.1.b)$$

$$H_{zm} = \frac{j}{k_m^2 - k_{ym}^2} \frac{\nu}{R+x} \frac{\partial H_{ym}}{\partial y} \quad (2.1.c)$$

$$E_{xm} = - \frac{\omega\mu}{k_m^2 - k_{ym}^2} \frac{\nu}{R+x} H_{ym} \quad (2.1.d)$$

$$E_{ym} = 0 \quad (2.1.e)$$

$$E_{zm} = \frac{-j\omega\mu}{k_m^2 - k_{ym}^2} \frac{\partial H_{ym}}{\partial x} \quad (2.1.f)$$

onde:

M_m é a amplitude do campo no meio m ;

R é o raio de curvatura do guia;

θ é o ângulo da curvatura do guia;

$e^{j\omega t}$ supõe dependência temporal harmônica;

ω é a frequência angular;

ψ_m e Ω_m são constantes que localizam o campo máximo na região m ;

$\epsilon_{n_m}^2$ e μ são, respectivamente, a permissividade e a permeabilidade de cada meio e são relacionadas por $k_m^2 = k^2 n_m^2 = \omega^2 \mu \epsilon_{n_m}^2$;

k_{ym} é a constante de propagação ao longo de y no meio m ;

n_m é o índice de refração do meio m ;

as constantes de propagação k_{xm} , k_{ym} e k_z são relacionadas por: $k_{xm}^2 + k_{ym}^2 + k_z^2 = k_m^2$;

J_ν e $H_\nu^{(2)}$ são funções de Bessel e de Hankel de segunda espécie, respectivamente, de ordem ν .

A fim de que haja um perfeito casamento ao longo dos contornos dos meios 1, α e β , as componentes dos campos nos meios 1, α , β , 3 e 5 devem ter a mesma dependência ao longo de y e as componentes dos campos nos meios 1, α , β , 2 e 4 devem ter a mesma dependência ao longo de x , portanto:

$$k_{y1} = k_{y\alpha} = k_{y\beta} = k_{y3} = k_{y5} = k_y \quad (2.2)$$

$$k_{x1} = k_{x2} = k_{x4} = k_{x\alpha} = k_{x\beta} \quad (2.3)$$

$$\psi_1 = \psi_2 = \psi_4 = \psi \quad \text{e} \quad \Omega_1 = \Omega_\alpha = \Omega_\beta = \Omega_3 = \Omega_5 = \Omega \quad (2.4)$$

A.1. Determinação da constante de propagação ao longo de y : k_y

Serão aplicadas as condições de contorno ao longo de y . As componentes tangenciais a y são: E_x e H_z e os contornos são: α -2, α -4, β -2, β -4, 1-2 e 1-4. A condição a ser aplicada é:

$$\frac{H_{zma}}{E_{xma}} = \frac{H_{zmb}}{E_{xmb}} \quad (2.5)$$

Para cada contorno, substituindo (2.1) em (2.5) obtém-se:

. contorno α -2: $y = \frac{b}{2}$

$$\tan(k_{y\alpha} \frac{b}{2} + \Omega_{\alpha}) = j \frac{k_{y2}}{k_{y\alpha}} \quad (2.6)$$

. contorno α -4: $y = -\frac{b}{2}$

$$\tan(k_{y\alpha} \frac{b}{2} - \Omega_{\alpha}) = j \frac{k_{y4}}{k_{y\alpha}} \quad (2.7)$$

. contorno β -2: $y = \frac{b}{2}$

$$\tan(k_{y\beta} \frac{b}{2} + \Omega_{\beta}) = j \frac{k_{y2}}{k_{y\beta}} \quad (2.8)$$

. contorno β -4: $y = -\frac{b}{2}$

$$\tan(k_{y\beta} \frac{b}{2} - \Omega_{\beta}) = j \frac{k_{y4}}{k_{y\beta}} \quad (2.9)$$

. contorno 1-2: $y = \frac{b}{2}$

$$\tan(k_{y1} \frac{b}{2} + \Omega_1) = j \frac{k_{y2}}{k_{y1}} \quad (2.10)$$

. contorno 1-4: $y = -\frac{b}{2}$

$$\tan(k_{y1} \frac{b}{2} - \Omega_1) = j \frac{k_{y4}}{k_{y1}} \quad (2.11)$$

Aplicando-se as condições estabelecidas em (2.2) e (2.4), as equações (2.6) e (2.8) tornam-se iguais à equação (2.10) e as equações (2.7) e (2.9), iguais à equação (2.11); portanto, a equação característica para k_y é obtida a partir de:

$$\tan(k_y \frac{b}{2} + \Omega) = j \frac{k_{y2}}{k_y} \quad (2.12)$$

$$\tan(k_y \frac{b}{2} - \Omega) = j \frac{k_{y4}}{k_y} \quad (2.13)$$

De (2.12):

$$\Omega = \tan^{-1} j \frac{k_{y2}}{k_y} - k_y \frac{b}{2} \quad (2.14)$$

De (2.13):

$$\Omega = k_y \frac{b}{2} - \tan^{-1} j \frac{k_{y4}}{k_y} \quad (2.15)$$

Igualando (2.14) a (2.15), obtêm-se:

$$k_y b = \tan^{-1} j \frac{k_{y2}}{k_y} + \tan^{-1} j \frac{k_{y4}}{k_y} \quad (2.16)$$

A partir da condição (2.3):

$$k_2^2 - k_{y2}^2 = k_1^2 - k_{y1}^2, \text{ ou } k_{y2}^2 = k_2^2 - k_1^2 + k_y^2 \quad (2.17)$$

mas

$$k_m = \frac{2\pi}{\lambda} n_m,$$

portanto,

$$k_{y2}^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 n_2^2 - \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 n_1^2 + k_y^2, \text{ ou } -k_{y2}^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 (n_1^2 - n_2^2) - k_y^2,$$

ou

$$k_{y2} = \sqrt{-\left\{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 (n_1^2 - n_2^2) - k_y^2\right\}} = j \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 (n_1^2 - n_2^2) - k_y^2},$$

ou

$$\begin{aligned} \frac{k_{y2}}{k_y} &= j \frac{\sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 (n_1^2 - n_2^2) - k_y^2}}{k_y} = j \frac{\sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 (n_1^2 - n_2^2) - k_y^2}}{k_y^2} \\ &= j \sqrt{\frac{4\pi^2 (n_1^2 - n_2^2)}{\lambda^2 k_y^2} - 1} = j \sqrt{\frac{\pi^2}{\frac{\lambda^2}{4(n_1^2 - n_2^2)} k_y^2} - 1}, \end{aligned}$$

ou

$$\frac{k_{y2}}{k_y} = j \sqrt{\left(\frac{\pi}{A_{12} k_y}\right)^2 - 1} \quad (2.18)$$

Analogamente, encontramos:

$$\frac{k_{y4}}{k_y} = j \sqrt{\left(\frac{\pi}{A_{14} k_y}\right)^2 - 1} \quad (2.19)$$

onde:

$$A_{1m} = \frac{\lambda}{2(n_1^2 - n_m^2)^{1/2}} \quad (2.20)$$

λ é o comprimento de onda no espaço livre.

Substituindo (2.18) e (2.19) em (2.16), obtemos a equação característica para o guia plano [1]:

$$k_y b = q \pi - \tan^{-1} \frac{1}{[(z_{12}/k_y)^2 - 1]^{1/2}} - \tan^{-1} \frac{1}{[(z_{14}/k_y)^2 - 1]^{1/2}} \quad (2.21)$$

onde:

$$z_{1m} = \frac{\pi}{A_{1m}} \quad (2.22)$$

q é um número inteiro e arbitrário que caracteriza a or dem do modo.

as funções \tan^{-1} estão localizadas no primeiro quadrante.

A.2. Determinação da constante de propagação ao longo de x: k_x

Serão aplicadas as condições de contorno ao longo de x. As componentes tangenciais a x são: E_z e H_y e os contornos são: 1- α , 1- β , β -3, α -5. A condição a ser aplicada é:

$$\frac{H_{y_{ma}}}{E_{z_{ma}}} = \frac{H_{y_{mb}}}{E_{z_{mb}}} \quad (2.23)$$

Para cada contorno, substituindo (2.1) em (2.23), obtêm-se:

. contorno 1- α : $x = -(a + d_\beta)$

$$\begin{aligned} & \frac{J_v[(k_1^2 - k_{y1}^2)^{1/2} (R+x) + \psi_1] (k_1^2 - k_{y1}^2)}{\frac{\partial}{\partial x} \{ J_v[(k_1^2 - k_{y1}^2)^{1/2} (R+x) + \psi_1] \}} = \\ & = \frac{J_v[(k_\alpha^2 - k_{y\alpha}^2)^{1/2} (R+x) + \psi_\alpha] (k_\alpha^2 - k_{y\alpha}^2)}{\frac{\partial}{\partial x} \{ J_v[(k_\alpha^2 - k_{y\alpha}^2)^{1/2} (R+x) + \psi_\alpha] \}} \end{aligned} \quad (2.24)$$

mas:

$$\frac{\partial}{\partial x} J_v(\rho) = \frac{\partial}{\partial \rho} J_v(\rho) \frac{\partial \rho}{\partial x} = J'_v(\rho) \left| \frac{\partial \rho}{\partial x} \right|_{\text{no ponto}} \quad (2.25)$$

Portanto:

$$\frac{\partial}{\partial x} \{ J_v[(k_1^2 - k_{y1}^2)^{1/2} (R+x) + \psi_1] \} = J'_v(\rho_1)_\alpha (k_1^2 - k_{y1}^2)_\alpha^{1/2}$$

Então, (2.24) fica:

$$\frac{J_v(\rho_{1\alpha})}{J'_v(\rho_{1\alpha})} = \frac{(k_\alpha^2 - k_{y\alpha}^2)^{1/2}}{(k_1^2 - k_{y1}^2)^{1/2}} \frac{J_v(\rho_\alpha)}{J'_v(\rho_\alpha)} \quad (2.26)$$

onde:

$$\rho_{1\alpha} = (k_1^2 - k_{y1}^2)^{1/2} (R - a - d_\beta) + \psi_1 \quad (2.27)$$

. contorno 1- β : $x = -d_\beta$

$$\frac{J_v(\rho_{1\beta})}{J'_v(\rho_{1\beta})} = \frac{(k_\beta^2 - k_{y\beta}^2)^{1/2}}{(k_1^2 - k_{y1}^2)^{1/2}} \frac{J_v(\rho_\beta)}{J'_v(\rho_\beta)} \quad (2.28)$$

onde:

$$\rho_{1\beta} = (k_{1\beta}^2 - k_Y^2)^{1/2} (R - d_\beta) + \psi_{1\beta} \quad (2.29)$$

. contorno $\beta-3$: $x=0$

$$\frac{J_\nu(\rho_{\beta 3})}{J'_\nu(\rho_{\beta 3})} = \frac{(k_3^2 - k_Y^2)^{1/2}}{(k_\beta^2 - k_Y^2)^{1/2}} \frac{H_\nu^{(2)}(\rho_3)}{H_\nu^{(2)'}(\rho_3)} \quad (2.30)$$

onde:

$$\begin{aligned} \rho_{\beta 3} &= (k_\beta^2 - k_Y^2)^{1/2} R + \psi_\beta \\ \rho_3 &= (k_3^2 - k_Y^2)^{1/2} R \end{aligned} \quad (2.31)$$

. contorno $\alpha-5$: $x = -(a + d_\alpha + d_\beta)$

$$\frac{J_\nu(\rho_{\alpha 5})}{J'_\nu(\rho_{\alpha 5})} = \frac{(k_5^2 - k_Y^2)^{1/2}}{(k_\alpha^2 - k_Y^2)^{1/2}} \frac{J_\nu(\rho_5)}{J'_\nu(\rho_5)} \quad (2.32)$$

onde:

$$\begin{aligned} \rho_{\alpha 5} &= (k_\alpha^2 - k_Y^2)^{1/2} (R - a - d_\beta - d_\alpha) + \psi_\alpha \\ \rho_5 &= (k_5^2 - k_Y^2)^{1/2} (R - a - d_\beta - d_\alpha) \end{aligned} \quad (2.33)$$

A fim de que seja encontrada a equação característica para k_{x1} , deve-se resolver o sistema formado pelas eqs. (2.26), (2.28), (2.30) e (2.32). Para os modos guiados, os argumentos e a ordem das funções de Bessel e Hankel envolvidos nestas equações são muito grandes comparados com a unidade; portanto, utilizam-se as seguintes expressões assintóticas [45]:

$$p/ v > \rho \quad \left\{ \begin{aligned} J_v(\rho) &= \left[\frac{1}{2\pi(v^2-\rho^2)^{1/2}} \right]^{1/2} \exp \left\{ (v^2-\rho^2)^{1/2} - v \tanh^{-1} \frac{(v^2-\rho^2)^{1/2}}{v} \right\} \end{aligned} \right. \quad (2.34)$$

$$Y_v(\rho) = - \left[\frac{2}{\pi(v^2-\rho^2)^{1/2}} \right]^{1/2} \exp \left\{ - \left[(v^2-\rho^2)^{1/2} - v \tanh^{-1} \frac{(v^2-\rho^2)^{1/2}}{v} \right] \right\} \quad (2.35)$$

$$p/ \rho > v \quad \left\{ \begin{aligned} J_v(\rho) &= \left[\frac{2}{\pi(\rho^2-v^2)^{1/2}} \right]^{1/2} \sin \left[(\rho^2-v^2)^{1/2} - v \tan^{-1} \frac{(\rho^2-v^2)^{1/2}}{v} + \frac{\pi}{4} \right] \end{aligned} \right. \quad (2.36)$$

$$Y_v(\rho) = \left[\frac{2}{\pi(\rho^2-v^2)^{1/2}} \right]^{1/2} \cos \left[(\rho^2-v^2)^{1/2} - v \tan^{-1} \frac{(\rho^2-v^2)^{1/2}}{v} + \frac{\pi}{4} \right] \quad (2.37)$$

Derivando (2.34), (2.35), (2.36) e (2.37), obtêm-se:

$$p/ v > \rho \quad \left\{ \begin{aligned} J'_v(\rho) &= \left[\frac{1}{2\pi(v^2-\rho^2)^{1/2}} \right]^{1/2} \exp \left\{ (v^2-\rho^2)^{1/2} - v \tanh^{-1} \frac{(v^2-\rho^2)^{1/2}}{v} \right\} \\ &\quad \cdot \frac{(v^2-\rho^2)^{1/2}}{\rho} + \frac{1}{4\pi} \frac{\rho}{(v^2-\rho^2)^{3/2}} \left[\frac{1}{2\pi(v^2-\rho^2)^{1/2}} \right]^{-1/2} \\ &\quad \cdot \exp \left\{ (v^2-\rho^2)^{1/2} - v \tanh^{-1} \frac{(v^2-\rho^2)^{1/2}}{v} \right\} \end{aligned} \right. \quad (2.38)$$

$$Y'_v(\rho) = \left[\frac{2}{\pi(v^2-\rho^2)^{1/2}} \right]^{1/2} \exp \left\{ - \left[(v^2-\rho^2)^{1/2} - v \tanh^{-1} \frac{(v^2-\rho^2)^{1/2}}{v} \right] \right\} \\ \cdot \frac{(v^2-\rho^2)^{1/2}}{\rho} - \left[\frac{2}{\pi(v^2-\rho^2)^{1/2}} \right]^{1/2} \frac{\rho}{(v^2-\rho^2)^{3/2}} \\ \cdot \exp \left\{ - \left[(v^2-\rho^2)^{1/2} - v \tanh^{-1} \frac{(v^2-\rho^2)^{1/2}}{v} \right] \right\} \quad (2.39)$$

$$\begin{aligned}
 p/\rho > v \quad \left\{ \begin{aligned}
 J_v^I(\rho) &= \left[\frac{2}{\pi(\rho^2 - v^2)^{1/2}} \right]^{1/2} \cos \left[(\rho^2 - v^2)^{1/2} - v \tan^{-1} \frac{(\rho^2 - v^2)^{1/2}}{v} + \frac{\pi}{4} \right] \\
 &\cdot \frac{(\rho^2 - v^2)^{1/2}}{\rho} - \sin \left[(\rho^2 - v^2)^{1/2} - v \tan^{-1} \frac{(\rho^2 - v^2)^{1/2}}{v} + \frac{\pi}{4} \right] \\
 &\cdot \frac{\rho}{\pi(\rho^2 - v^2)^{3/2}} \left[\frac{2}{\pi(\rho^2 - v^2)^{1/2}} \right]^{-1/2} \quad (2.40) \\
 Y_v^I(\rho) &= - \left[\frac{2}{\pi(\rho^2 - v^2)^{1/2}} \right]^{1/2} \sin \left[(\rho^2 - v^2)^{1/2} - v \tan^{-1} \frac{(\rho^2 - v^2)^{1/2}}{v} + \frac{\pi}{4} \right] \\
 &\cdot \frac{(\rho^2 - v^2)^{1/2}}{\rho} - \cos \left[(\rho^2 - v^2)^{1/2} - v \tan^{-1} \frac{(\rho^2 - v^2)^{1/2}}{v} - \frac{\pi}{4} \right] \\
 &\cdot \frac{\rho}{\pi(\rho^2 - v^2)^{3/2}} \left[\frac{2}{\pi(\rho^2 - v^2)^{1/2}} \right]^{-1/2} \quad (2.41)
 \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

A partir deste ponto torna-se necessário fazer algumas a aproximações, a saber:

• ρ pode ser escrito como $\rho_0 + \psi$ e considera-se $\psi \gg \rho_0$, portanto:

$$\begin{aligned}
 (\rho^2 - v^2)^{1/2} &= [(\rho_0^2 + \psi)^2 - v^2]^{1/2} = (\rho_0^2 + 2\rho_0\psi + \psi^2 - v^2)^{1/2} \approx \\
 &\approx (\rho_0^2 - v^2)^{1/2} \left(1 + \frac{2\rho_0\psi}{\rho_0^2 - v^2} \right)^{1/2} = \\
 &= (\rho_0^2 - v^2)^{1/2} \left(1 + \frac{\rho_0\psi}{\rho_0^2 - v^2} \right) = (\rho_0^2 - v^2)^{1/2} \\
 &+ (\rho_0^2 - v^2)^{-1/2} \rho_0\psi \quad (2.42)
 \end{aligned}$$

logo:

De (2.27):

$$\rho_{1\alpha_0} = (k_1^2 - k_y^2)^{1/2} (R - a - d_\beta) \quad (2.43)$$

De (2.29):

$$\rho_{1\beta_0} = (k_1^2 - k_y^2)^{1/2} (R - d_\beta) \quad (2.44)$$

De (2.31):

$$\rho_{\beta_{30}} = (k_\beta^2 - k_y^2)^{1/2} R \quad (2.45)$$

De (2.33):

$$\rho_{\alpha_{50}} = (k_\alpha^2 - k_y^2)^{1/2} (R - a - d_\alpha - d_\beta) \quad (2.46)$$

. considerando

$$\frac{(\rho^2 - v^2)^{1/2}}{v} \ll 1 ,$$

a expressão

$$\tan^{-1} \frac{(\rho^2 - v^2)^{1/2}}{v}$$

pode ser expandida em série [45], utilizando-se apenas os dois primeiros termos; portanto:

$$\tan^{-1} \frac{(\rho^2 - v^2)^{1/2}}{v} \approx \frac{(\rho^2 - v^2)^{1/2}}{v} - \frac{(\rho^2 - v^2)^{3/2}}{3v^3} + \dots,$$

então:

$$v \tan^{-1} \frac{(\rho^2 - v^2)^{1/2}}{v} = (\rho^2 - v^2)^{1/2} - \frac{(\rho^2 - v^2)^{3/2}}{3v^2} \quad (2.47)$$

$$e R \gg (a + d_{\alpha} + d_{\beta}) \quad (2.48)$$

Substituindo (2.36), (2.40) e (2.43) na eq. (2.26), obtêm-se:

$$\begin{aligned} \psi_{\alpha} = & \left\{ \cotan^{-1} \left\{ \cotan \left[\frac{(\rho_{1\alpha}^2 - v^2)^{1/2}}{v} \tan^{-1} \frac{(\rho_{1\alpha}^2 - v^2)^{1/2}}{v} + \frac{\pi}{4} \right] \right. \right. \\ & \cdot \left. \left[\frac{\rho_{\alpha 0}^2}{\rho_{1\alpha 0}^2} \cdot \frac{(\rho_{1\alpha 0}^2 - v^2)^{1/2}}{(\rho_{\alpha 0}^2 - v^2)^{1/2}} \right] - \frac{\rho_{\alpha 0}^2}{2(\rho_{1\alpha 0}^2 - v^2)(\rho_{\alpha 0}^2 - v^2)^{1/2}} \right. \\ & \left. \left. + \frac{\rho_{\alpha 0}^2}{2(\rho_{\alpha 0}^2 - v^2)^{3/2}} \right\} + \frac{\pi}{4} - \frac{(\rho_{\alpha 0}^2 - v^2)^{3/2}}{3v^2} + k_1 \pi \right\} \\ & \cdot \frac{3v^2(\rho_{\alpha 0}^2 - v^2)^{-1/2}}{\rho_{\alpha 0}} \end{aligned} \quad (2.49)$$

Substituindo (2.34), (2.38) e (2.46) em (2.32), fica:

$$\begin{aligned} \psi_{\alpha} = & \left\{ \cotan^{-1} \left[\frac{\rho_{\alpha 50}^2}{\rho_5^2} \frac{(v^2 - \rho_5^2)^{1/2}}{(\rho_{\alpha 50}^2 - v^2)^{1/2}} + \frac{\rho_{\alpha 50}^2}{2(v^2 - \rho_5^2)(\rho_{\alpha 50}^2 - v^2)^{1/2}} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\rho_{\alpha 50}^2}{2(\rho_{\alpha 50}^2 - v^2)^{3/2}} \right] + \frac{\pi}{4} - \frac{(\rho_{\alpha 50}^2 - v^2)^{3/2}}{3v^2} + k_2 \pi \right\} \\ & \cdot \frac{3v^2(\rho_{\alpha 50}^2 - v^2)^{-1/2}}{\rho_{\alpha 50}} \end{aligned} \quad (2.50)$$

Igualando (2.49) a (2.50) e aplicando (2.47) e (2.48), obtemos a equação para ψ_1 resultante da eliminação de ψ_{α} :

$$\psi_1 = \left\{ k_5 \pi + \cotan^{-1}[A] - \frac{\pi}{4} - \frac{(\rho_{1\alpha 0}^2 - v^2)^{3/2}}{3v^2} \right\} \cdot \frac{3v^2(\rho_{1\alpha 0}^2 - v^2)^{-1/2}}{\rho_{1\alpha 0}} \quad (2.51)$$

onde:

$$\begin{aligned}
 A = & \left[\frac{(\rho_{\alpha_0}^2 - v^2)^{1/2}}{(\rho_{1\alpha_0}^2 - v^2)^{1/2}} \cdot \frac{\rho_{1\alpha_0}^2}{\rho_{\alpha_0}^2} \right] \left\{ \frac{\rho_{\alpha_0}^2}{2(\rho_{1\alpha_0}^2 - v^2)(\rho_{\alpha_0}^2 - v^2)^{1/2}} \right. \\
 & - \frac{\rho_{\alpha_0}^2}{2(\rho_{\alpha_0}^2 - v^2)^{3/2}} + \cotan \left\{ \cotan^{-1} \left[\frac{\rho_{\alpha_{50}}^2}{\rho_5^2} \frac{(v^2 - \rho_5^2)^{1/2}}{(\rho_{\alpha_{50}}^2 - v^2)^{1/2}} \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{\rho_{\alpha_{50}}^2}{2(v^2 - \rho_5^2)(\rho_{\alpha_{50}}^2 - v^2)^{1/2}} + \frac{\rho_{\alpha_{50}}^2}{2(\rho_{\alpha_{50}}^2 - v^2)^{3/2}} \right] \right. \\
 & \left. \left. - \frac{(\rho_{\alpha_{50}}^2 - v^2)^{3/2}}{3v^2} + \frac{(\rho_{\alpha_0}^2 - v^2)^{3/2}}{3v^2} + k_{21} \pi \right\} \quad (2.52)
 \end{aligned}$$

Substituindo (2.36), (2.40) e (2.44) em (2.28), fica:

$$\begin{aligned}
 \psi_B = & \left\{ k_3 \pi + \cotan^{-1} \left\{ \cotan \left[(\rho_{1\beta}^2 - v^2)^{1/2} - v \tan^{-1} \frac{(\rho_{1\beta}^2 - v^2)^{1/2}}{v} + \frac{\pi}{4} \right] \right. \right. \\
 & \left. \left[\frac{\rho_{\beta_0}^2}{\rho_{1\beta_0}^2} \frac{(\rho_{1\beta_0}^2 - v^2)^{1/2}}{(\rho_{\beta_0}^2 - v^2)^{1/2}} - \frac{\rho_{\beta_0}^2}{2(\rho_{1\beta_0}^2 - v^2)(\rho_{\beta_0}^2 - v^2)^{1/2}} \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{\rho_{\beta_0}^2}{2(\rho_{\beta_0}^2 - v^2)^{3/2}} \right\} - \frac{\pi}{4} - \frac{(\rho_{\beta_0}^2 - v^2)^{3/2}}{3v^2} \right\} \cdot \frac{3v^2(\rho_{\beta_0}^2 - v^2)^{-1/2}}{\rho_{\beta_0}} \quad (2.53)
 \end{aligned}$$

Substituindo (2.34), (2.35), (2.38), (2.39) e (2.45) em (2.30), fica:

$$\begin{aligned}
\psi_B = & \left\{ k_4 \pi + \cotan^{-1} \left\{ -(1 + je^{2w}) \left[\frac{\rho_{B30}^2}{\rho_3^2} \frac{(v^2 - \rho_3^2)^{1/2}}{(\rho_{B30}^2 - v^2)^{1/2}} \right] \right. \right. \\
& + \frac{\rho_{B30}^2}{2(v^2 - \rho_3^2)(\rho_{B30}^2 - v^2)^{1/2}} + \frac{\rho_{B30}^2}{2(\rho_{B30}^2 - v^2)^{3/2}} \left. \right\} + \frac{\pi}{4} \\
& \left. - \frac{(\rho_{B30}^2 - v^2)^{3/2}}{3v^2} \right\} \cdot \frac{3v^2(\rho_{B30}^2 - v^2)^{-1/2}}{\rho_{B30}} \quad (2.54)
\end{aligned}$$

onde:

$$w = (v^2 - \rho_3^2) - v \tanh^{-1} \frac{(v - \rho_3^2)^{1/2}}{v} \quad (2.55)$$

Igualando (2.53) a (2.54) e aplicando (2.47) e (2.48), obtemos a equação para ψ_1 resultante da eliminação de ψ_B :

$$\begin{aligned}
\psi_1 = & \left\{ k_6 \pi + \cotan^{-1} [B] - \frac{\pi}{4} - \frac{(\rho_{1B0}^2 - v^2)^{3/2}}{3v^2} \right\} \cdot \frac{3v^2(\rho_{1B0}^2 - v^2)^{-1/2}}{\rho_{1B0}} \\
& (2.56)
\end{aligned}$$

onde:

$$\begin{aligned}
B = & \left[\frac{\rho_{1B0}^2}{\rho_{B0}^2} \frac{(\rho_{B0}^2 - v^2)^{1/2}}{(\rho_{1B0}^2 - v^2)^{1/2}} \right] \left\{ \frac{\rho_{B0}^2}{2(\rho_{1B0}^2 - v^2)(\rho_{B0}^2 - v^2)^{1/2}} \right. \\
& - \frac{\rho_{B0}^2}{2(\rho_{B0}^2 - v^2)^{3/2}} + \cotan \left\{ \cotan^{-1} \left[-(1 + je^{2w}) \left[\frac{\rho_{B30}^2}{\rho_3^2} \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \frac{(v^2 - \rho_3^2)^{1/2}}{(\rho_{B30}^2 - v^2)^{1/2}} \right] + \frac{\rho_{B30}^2}{2(v^2 - \rho_3^2)(\rho_{B30}^2 - v^2)^{1/2}} + \frac{\rho_{B30}^2}{2(\rho_{B30}^2 - v^2)^{3/2}} \right] \right\}
\end{aligned}$$

$$\left. - \frac{(\rho_{\beta 30}^2 - v^2)^{3/2}}{3v^2} + \frac{(\rho_{\beta 0}^2 - v^2)^{3/2}}{3v^2} + k_{43} \pi \right\} \quad (2.57)$$

Igualando (2.51) a (2.56) e aplicando (2.48), obtemos a equação característica para o guia dobrado:

$$\frac{1}{3v^2} \left[(\rho_{1\beta 0}^2 - v^2)^{3/2} - (\rho_{1\alpha 0}^2 - v^2)^{3/2} \right] = p\pi - \cotan^{-1}[A] + \cotan^{-1}[B] \quad (2.58)$$

onde: p - número inteiro e arbitrário que caracteriza a ordem do modo.

$$v = k_z R \quad (2.59)$$

Substituindo (2.43), (2.44) e (2.59) no lado esquerdo de (2.58), fica:

$$\frac{(\rho_{1\beta 0}^2 - v^2)^{3/2} - (\rho_{1\alpha 0}^2 - v^2)^{3/2}}{3v^2} = k_{x1} a + \frac{k_{x1}^3}{k_z^2} a - \frac{1}{2} a \frac{(a + 2d_\beta)}{R}$$

$$\left(\frac{k_z^2}{k_{x1}} + \frac{k_{x1}^3}{k_z^2} + 2k_{x1} \right) =$$

$$= k_{x1} a + l_{eas} - l_{ear} \quad (2.60)$$

Para desenvolver o lado direito de (2.58) escreveremos (2.52) da seguinte maneira:

$$A = Q_{0a} Q_1 \{ Q_5 - Q_4 + \cotan[\cotan^{-1}(Q_{0b} Q_2 + Q_6 + Q_7) + Q_3 + k_{21}\pi] \} \quad (2.61)$$

onde:

$$Q_{0a} = \frac{\rho_{1\alpha 0}^2}{\rho_{\alpha 0}^2} ; Q_1 = \frac{(\rho_{\alpha 0}^2 - v^2)^{1/2}}{(\rho_{1\alpha 0}^2 - v^2)^{1/2}} ; Q_2 = \frac{(\rho_{\beta 5}^2 - v^2)^{1/2}}{(\rho_{\alpha 50}^2 - v^2)^{1/2}} ;$$

$$Q_3 = \frac{1}{3v^2} [(\rho_{\alpha_0}^2 - v^2)^{3/2} - (\rho_{\alpha_{50}}^2 - v^2)^{3/2}] ; \quad Q_{0b} = \frac{\rho_{\alpha_{50}}^2}{2\rho_5} ;$$

$$Q_4 = \frac{\rho_{\alpha_0}^2}{2(\rho_{\alpha_0}^2 - v^2)^{3/2}} ; \quad Q_5 = \frac{\rho_{\alpha_0}^2}{2(\rho_{\alpha_0}^2 - v^2)(\rho_{\alpha_0}^2 - v^2)^{1/2}} ;$$

$$Q_6 = \frac{\rho_{\alpha_{50}}^2}{2(v^2 - \rho_5^2)(\rho_{\alpha_{50}}^2 - v^2)^{1/2}} ; \quad Q_7 = \frac{\rho_{\alpha_{50}}^2}{2(\rho_{\alpha_{50}}^2 - v^2)^{3/2}} \quad (2.62)$$

mas [45]:

$$\cotan(x_1 + x_2) = \frac{\cotan x_1 \cdot \cotan x_2 - 1}{\cotan x_1 + \cotan x_2} \quad \text{e} \quad \cotan(x_1 + k\pi) = \cotan x_1 \quad (2.63)$$

Portanto, (2.63) em (2.61), dá:

$$\begin{aligned} A &= Q_{0a} Q_1 \left\{ Q_5 - Q_4 + \frac{(Q_{0b} Q_2 + Q_6 + Q_7) \cotan Q_3 - 1}{Q_{0b} Q_2 + Q_6 + Q_7 + \cotan Q_3} \right\} = \\ &= Q_{0a} Q_1 \left\{ \frac{(Q_5 - Q_4) [(Q_{0b} Q_2 + Q_6 + Q_7) + \cotan Q_3] + (Q_{0b} Q_2 + Q_6 + Q_7) \cotan Q_3 - 1}{Q_{0b} Q_2 + Q_6 + Q_7 + \cotan Q_3} \right\} \end{aligned} \quad (2.64)$$

mas [45]:

$$\cotan^{-1} A = \tan^{-1} \frac{1}{A} = \tan^{-1} A' \quad (2.65)$$

onde:

$$A' = \frac{Q_{0b} Q_2 + Q_6 + Q_7 + \cotan Q_3}{Q_{0a} Q_1 [(Q_5 - Q_4) [(Q_{0b} Q_2 + Q_6 + Q_7) + \cotan Q_3] + (Q_{0b} Q_2 + Q_6 + Q_7) \cotan Q_3 - 1]} \quad (2.66)$$

(2.57) pode ser reescrita como:

$$B = P_{0a} P_1 \{ P_6 - P_5 + \cotan[\cotan^{-1}[-(1 + j \exp P_3)(P_{0b} P_2) + P_7 + P_8] + P_4 + k_{43} \pi] \} \quad (2.67)$$

onde:

$$\begin{aligned} P_{0a} &= \frac{\rho_{1\beta_0}^2}{\rho_{\beta_0}^2} ; P_1 = \frac{(\rho_{\beta_0}^2 - v^2)^{1/2}}{(\rho_{1\beta_0}^2 - v^2)^{1/2}} ; P_2 = \frac{(v^2 - \rho_3^2)^{1/2}}{(\rho_{\beta_{30}}^2 - v^2)^{1/2}} ; \\ P_3 &= 2w ; P_4 = \frac{1}{3v^2} [(\rho_{\beta_0}^2 - v^2)^{3/2} - (\rho_{\beta_{30}}^2 - v^2)^{3/2}] ; \\ P_5 &= \frac{\rho_{\beta_0}^2}{2(\rho_{\beta_0}^2 - v^2)^{3/2}} ; P_6 = \frac{\rho_{\beta_0}^2}{2(\rho_{1\beta_0}^2 - v^2)(\rho_{\beta_0}^2 - v^2)^{1/2}} ; \\ P_7 &= \frac{\rho_{\beta_{30}}^2}{2(v^2 - \rho_3^2)(\rho_{\beta_{30}}^2 - v^2)^{1/2}} ; P_8 = \frac{\rho_{\beta_{30}}^2}{2(\rho_{\beta_{30}}^2 - v^2)^{3/2}} ; \\ P_{0b} &= \frac{\rho_{\beta_{30}}^2}{\rho_3^2} \end{aligned} \quad (2.68)$$

(2.63) em (2.67) dá:

$$B = P_{0a} P_1 \left\{ P_6 - P_5 + \frac{[-(1+j \exp P_3)P_{0b} P_2 + P_7 + P_8] \cotan P_4 - 1}{-(1+j \exp P_3)P_{0b} P_2 + P_7 + P_8 + \cotan P_4} \right\} \quad (2.69)$$

Substituindo (2.44) e (2.45) na expressão de P_4 (2.68), te-
mos:

$$P_4 = -k_{x\beta} d_\beta \left(1 + \frac{k_{x\beta}^2}{k_z^2} \right) , \text{ ou } \cotan P_4 = \cotan(-P_4') = -\cotan P_4' \quad (2.70)$$

onde:

$$P'_4 = k_{x\beta} d_\beta \left(1 + \frac{k_{x\beta}^2}{k_z^2} \right) \quad (2.71)$$

Com (2.70) em (2.69):

$$B = -P_{0a} P_1 \left\{ P_5 - P_6 + \frac{[(1+j\exp P_3)P_{0b} P_2 - P_7 - P_8] \cotan P'_4 - 1}{(1+j\exp P_3)P_{0b} P_2 - P_7 - P_8 + \cotan P'_4} \right\} \quad (2.72)$$

De (2.65) temos que:

$$\cotan^{-1} B = \tan^{-1} \frac{1}{B} = -\tan^{-1} B' \quad (2.73)$$

onde:

$$B' = \frac{(1+j\exp P_3)P_{0b} P_2 - P_7 - P_8 + \cotan P'_4}{P_{0a} P_1 \{ (P_5 - P_6) [(1+j\exp P_3)P_{0b} P_2 - P_7 - P_8 + \cotan P'_4] + [(1+j\exp P_3)P_{0b} P_2 - P_7 - P_8] \cotan P'_4 \}} \quad (2.74)$$

(2.58), agora, pode ser reescrita como:

$$k_{x1} a = p\pi - \tan^{-1} A' - \tan^{-1} B' + \ell_{d_{1a}} \quad (2.75)$$

onde:

$$\ell_{d_{1a}} = \ell_{ear} - \ell_{eas}$$

A etapa seguinte é determinar A' e B' em função dos parâmetros do guia e de k_{x1} e k_z .

Substituindo (2.43), (2.44), (2.45), (2.46), e (2.59) em (2.62) e (2.68), e desprezando os termos em $1/R^2$, fica:

$$Q_{0a} = \frac{k_{x1}^2 + k_z^2}{k_{x1}^2 - z_{1a}^2 - k_z^2} ; Q_{0b} = \frac{k_{x1}^2 - z_{1a}^2 - k_z^2}{k_{x1}^2 + k_z^2 - z_{1a}^2 - z_{1a}^2} ;$$

$$Q_1 = \left(1 - \frac{z_{1a}^2}{k_{x1}^2} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{a+d_\beta}{R} \frac{k_z^2}{k_{x1}^2 - z_{1a}^2} + \frac{a+d_\beta}{R} \frac{k_z^2}{k_{x1}^2} \right) ;$$

$$Q_2 = \left(\frac{z_{\alpha 5}^2 + z_{1\alpha}^2 - k_{x1}^2}{k_{x1}^2 - z_{1\alpha}^2} \right)^{1/2} \left[1 + \frac{(k_z^2 + k_{x1}^2 - z_{\alpha 5}^2 - z_{1\alpha}^2)(a + d_\alpha + d_\beta)}{z_{\alpha 5}^2 + z_{1\alpha}^2 - k_{x1}^2} \frac{1}{R} + \frac{(k_z^2 + k_{x1}^2 - z_{1\alpha}^2)(a + d_\alpha + d_\beta)}{k_{x1}^2 - z_{1\alpha}^2} \frac{1}{R} \right] ;$$

$$Q_3 = (k_{x1}^2 - z_{1\alpha}^2)^{1/2} d_\alpha \left(1 + \frac{k_{x1}^2 - z_{1\alpha}^2}{k_z^2} \right) ;$$

$$Q_4 = \frac{k_{x1}^2 - z_{1\alpha}^2 + k_z^2}{2(k_{x1}^2 - z_{1\alpha}^2)^{3/2} R} ; \quad Q_5 = \frac{k_{x1}^2 - z_{1\alpha}^2 + k_z^2}{2 k_{x1}^2 (k_{x1}^2 - z_{1\alpha}^2)^{1/2} R} ;$$

$$Q_6 = \frac{k_{x1}^2 - z_{1\alpha}^2 + k_z^2}{1(k_{x1}^2 - z_{1\alpha}^2)^{1/2} (z_{\alpha 5}^2 + z_{1\alpha}^2 - k_{x1}^2) R} \quad (2.76)$$

$$P_{0a} = \frac{k_{x1}^2 + k_z^2}{k_{x1}^2 - z_{1\beta}^2 + k_z^2} ; \quad P_{0b} = \frac{k_{x1}^2 - z_{1\beta}^2 + k_z^2}{k_{x1}^2 + k_z^2 - z_{\beta 3}^2 - z_{1\beta}^2} ;$$

$$P_1 = \left(1 - \frac{z_{1\beta}^2}{k_{x1}^2} \right) \left(1 - \frac{d_\beta}{R} \frac{k_z^2}{(k_{x1}^2 - z_{1\beta}^2)} + \frac{d_\beta}{R} \frac{k_z^2}{k_{x1}^2} \right) ;$$

$$P_2 = \left(\frac{z_{\beta 3}^2 + z_{1\beta}^2 - k_{x1}^2}{k_{x1}^2 - z_{1\beta}^2} \right)^{1/2} ; \quad P_3 = - \frac{2R}{3k_z^2} \left(1 - \frac{k_{x1}^2 - z_{1\beta}^2}{z_{\beta 3}^2} \right)^{3/2} ;$$

$$P_4 = (k_{x1}^2 - z_{1\beta}^2)^{1/2} d_\beta \left(1 + \frac{k_{x1}^2 - z_{1\beta}^2}{k_z^2} \right) ;$$

$$P_5 = \frac{k_{x1}^2 - z_{1\beta}^2 + k_z^2}{2(k_{x1}^2 - z_{1\beta}^2)^{3/2} R} ; \quad P_6 = \frac{k_{x1}^2 - z_{1\alpha}^2 + k_z^2}{2 k_{x1}^2 (k_{x1}^2 - z_{1\beta}^2)^{1/2} R} ;$$

$$P_7 = \frac{k_{x1}^2 - z_{1\beta}^2 + k_z^2}{2(k_{x1}^2 - z_{1\beta}^2)^{1/2} (z_{\beta 3}^2 + z_{1\beta}^2 - k_{x1}^2) R} \quad (2.77)$$

Como pode-se observar, existem termos que são independentes ou dependentes de R , portanto torna-se importante, para ser utilizado posteriormente, separar A' e B' em partes dependentes ou não de R .

De (2.76):

$$Q_1 = Q_{11} (1 - Q_{12} + Q_{13}) ; Q_2 = Q_{21} (1 + Q_{22} + Q_{23}) \quad (2.78)$$

De (2.77):

$$P_1 = P_{11} (1 - P_{12} + P_{13}) \quad (2.79)$$

onde:

$Q_{0a}, Q_{0b}, Q_{11}, Q_{21}, Q_3, P_{0a}, P_{0b}, P_{11}, P_2$ e P_4 são termos independentes de R .

$Q_{12}, Q_{13}, Q_{22}, Q_{23}, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7, P_{12}, P_{13}, P_3, P_5, P_6$ e P_7 são termos dependentes de R .

Com (2.78) em (2.66):

$$A' = \frac{Q_{0b} Q_{21} (1 + Q_{22} + Q_{23}) + Q_6 + Q_7 + \cotan Q_3}{Q_{0a} Q_{11} (1 - Q_{12} + Q_{13}) \{ (Q_5 - Q_4) [Q_{0b} Q_{21} (1 + Q_{22} + Q_{23}) + Q_6 + Q_7 + \cotan Q_3] + Q_{0b} Q_{21} (1 + Q_{22} + Q_{23}) + Q_6 + Q_7 \} \cotan Q_3 - 1} \quad (2.80)$$

Considerando que os termos em $1/R$ são muito menores que os termos que não dependem de R , a manipulação adequada de (2.80) leva:

$$A' = A_1 + A_2 \quad (2.81)$$

onde:

$$A_1 = \frac{Q_{0b} Q_{21} + \cotan Q_3}{Q_{0a} Q_{11} \{ Q_{0b} Q_{21} \cotan Q_3 - 1 \}} \quad (2.82)$$

$$A_2 = A_1 \cdot \left\{ \frac{Q_{0b} Q_{21} (Q_{22} + Q_{23}) + Q_6 + Q_7}{Q_{0b} Q_{21} + \cotan Q_3} - \frac{(Q_5 - Q_4) Q_R + [Q_{0b} Q_{21} (Q_{22} + Q_{23}) + Q_6 + Q_7] \cotan Q_3 + (Q_{13} - Q_{12})}{Q_{0b} Q_{21} \cotan Q_3 - 1} \right\} \quad (2.83)$$

onde:

$$Q_R = Q_{0b} Q_{21} (1 + Q_{22} + Q_{23}) + Q_6 + Q_7 + \cotan Q_3$$

Para seguir o mesmo desenvolvimento com (2.74) devemos racionalizá-la primeiro.

(2.74) pode ser reescrita:

$$B' = \frac{(1 + j \exp P_3) P_B - P_{78} + \cotan P_4}{P_A \{ P_{56} [P_b (1 + j \exp P_3) - P_{78} + \cotan P_4'] + [P_B (1 + j \exp P_3) - P_{78}] \cotan P_4' - 1 \}} \quad (2.84)$$

onde:

$$P_{78} = P_7 + P_8 ; P_{56} = P_5 - P_6 ; P_B = P_{0b} P_2 ; P_A = P_{0a} P_1 .$$

Racionalizando (2.84), fica:

$$B' = \frac{P_B - P_{78} + \cotan P_4'}{P_A \{ P_{56} [P_B - P_{78} + \cotan P_4'] + (P_B - P_{78}) \cotan P_4' - 1 \}} - j \sigma \quad (2.85)$$

onde:

$$\sigma = \frac{P_B \{ 1 + \cotan^2 P_4' \} \exp P_3}{P_A \{ P_{56} [P_B - P_{78} + \cotan P_4'] + (P_B - P_{78}) \cotan P_4' - 1 \}^2} \quad (2.86)$$

Como P_3 é função de R , σ é totalmente função de R e tende a zero quando R tende ao infinito. Portanto, a separação dos termos dependente e independente de R deverá ser feita somente na parte real

de B' ; logo, (2.79) em (2.86):

$$\operatorname{Re}(B') = \frac{P_B - P_{78} + \cotan P'_4}{P_{0a} P_{11} (1 - P_{12} + P_{13}) \{ P_{56} [P_B - P_{78} + \cotan P'_4] + (P_B - P_{78}) \cotan P'_4 - 1 \}} \quad (2.87)$$

Seguindo o mesmo raciocínio desenvolvido para A' , obtêm-se:

$$\operatorname{Re}(B') = B_1 + B_2 \quad (2.88)$$

onde:

$$B_1 = \frac{P_B + \cotan P'_4}{P_{0a} P_{11} (P_B \cotan P'_4 - 1)} \quad (2.89)$$

$$B_2 = B_1 \cdot \left\{ \frac{P_{78}}{P_B + \cotan P'_4} + \frac{P_{56} (P_B - P_{78} + \cotan P'_4) - P_{78} \cotan P'_4 + (P_{13} - P_{12})}{P_B \cotan P'_4 - 1} + \frac{[(P_B - P_{78}) \cotan P'_4 - 1 + P_{56} (P_B - P_{78} + \cotan P'_4)]}{P_B \cotan P'_4 - 1} \right\} \quad (2.90)$$

Com (2.81) e (2.88), (2.75) pode ser reescrita como:

$$k_{x1} a = p \pi - \tan^{-1} [A_1 + A_2] - \tan^{-1} [B_1 + B_2 - j\sigma] + \ell_{d1a} \quad (2.91)$$

Considerando que $A_2 \ll A_1$ e $(B_2 - j\sigma) \ll B_1$, podemos aplicar a expansão de Taylor [45] nas duas funções \tan^{-1} ; então:

$$\tan^{-1} (A_1 + A_2) = \tan^{-1} (A_1) + \frac{A_2}{1 + A_1^2} \quad (2.92)$$

$$\tan^{-1} (B_1 + B_2 - j\sigma) = \tan^{-1} (B_1) + \frac{B_2 - j\sigma}{1 + B_1^2} = \tan^{-1} B_1 + \frac{B_2}{1 + B_1^2} - j \frac{\sigma}{1 + B_1^2} \quad (2.93)$$

(2.92) e (2.93) em (2.91), dá:

$$k_{x1}a = p\pi - \tan^{-1} A_1 - \tan^{-1} B_1 - \ell_{eas} + \ell_{ear} + \frac{A_2}{1+A_1^2} - j \frac{\sigma}{1+B_1^2} \quad (2.94)$$

Quando $R \rightarrow \infty$, (2.94) fica:

$$k_{x0}a = p\pi - \tan^{-1}(A_1) - \tan^{-1}(B_1) - \ell_{eas} \quad (2.95)$$

Então, podemos reescrever (2.94);

$$k_{x1}a = k_{x0}a + 2c - j \alpha \quad (2.96)$$

onde:

$$2c = \ell_{ear} + \frac{A_2}{1+A_1^2} \quad (2.97)$$

$$\alpha = \frac{\sigma}{1+B_1^2} \quad (2.98)$$

k_{x0} é a constante de propagação do guia reto ao longo de x .

\underline{c} e $\underline{\alpha}$ são parâmetros que aparecem quando existe R ; portanto, podem ser considerados como perturbações causadas pela curvatura, relacionadas à mudança do perfil do campo e à radiação introduzida pela curvatura.

Logo, c^2 corresponde à perda que existirá na junção entre as partes reta e curva do guia e $\underline{\alpha}$ é o coeficiente de atenuação do guia [1].

A próxima etapa, agora, é o cálculo de \underline{c} e $\underline{\alpha}$ e, conseqüentemente, de k_{x1} . Mas todos os termos que envolvem (2.96) dependem de k_{x1} ; portanto, agora que se sabe como a curvatura influencia na constante de propagação k_{x1} , deve-se retornar à expressão (2.75) e trabalhar seus termos do lado direito trocando um parâmetro desconhecido, k_{x1} , por um conhecido. Sem perda de generalidade, pode-se então, fazer a seguinte substituição em todos os termos do lado direito de (2.75):

$$k_{x1}a = k_{x0}a + 2c \quad (2.99)$$

Considera-se, também, que c^2 é muito pequeno comparado aos outros termos e portanto será desprezado.

Substituindo (2.99) na expressão para l_{d1a} (2.60), fica:

$$l_{d1a} = \frac{1}{2} a \frac{(a+2d_\beta)}{R} \left(\frac{k_{z0}^2}{k_{x0}} + \frac{k_{x0}^3}{k_{z0}^2} + 2 k_{x0} \right) - \frac{k_{x0}^3 a}{k_{z0}^2}$$

$$\left\{ 6 \frac{k_{x0}^2}{k_{z0}^2} - \frac{1}{2} \frac{(a+2d_\beta)}{R} \left[\frac{2 k_{z0}^2}{k_{x0}^2} - \frac{6 k_{x0}^2}{k_{z0}^2} - 4 \right] \right\} c =$$

$$= l'_{ear} - l'_{eas} - l_{eb} c \quad (2.100)$$

onde:

$$k_{z0}^2 = k_1^2 - k_y^2 - k_{x0}^2 \quad (2.101)$$

Substituindo (2.99) nos termos de (2.82) e (2.83), fica:

$$i) Q_{0b} Q_{21} = \beta_{1a} + \beta_{1b} c \quad (2.102)$$

onde:

$$\beta_{1a} = \frac{k_{x0}^2 - z_{1a}^2 + k_{z0}^2}{k_{x0}^2 + k_{z0}^2 - z_{a5}^2 - z_{1a}^2} \left(\frac{z_{a5}^2 + z_{1a}^2 - k_{x0}^2}{k_{x0}^2 - z_{1a}^2} \right)^{1/2} \quad (2.103)$$

$$\beta_{1b} = \frac{2k_{x0} \beta_{1a}}{a} \left[\frac{2}{k_{x0}^2 - z_{1a}^2 + k_{z0}^2} - \frac{2}{k_{x0}^2 + k_{z0}^2 - z_{a5}^2 - z_{1a}^2} \right. \\ \left. - \frac{1}{z_{a5}^2 + z_{1a}^2 - k_{x0}^2} - \frac{1}{k_{x0}^2 - z_{1a}^2} \right] \quad (2.104)$$

$$ii) \cotan Q_3 = \cotan(e + f c) = \frac{\cos(e + fc)}{\sin(e + fc)} \quad (2.105)$$

mas, $c \ll 1$; logo, $fc \ll 1$, portanto:

$$\cos fc = 1 \quad (2.106a)$$

$$\sin fc = fc \quad (2.106b)$$

Portanto, (2.105) fica:

$$\cotan Q_3 = \frac{\cos e - fc \sin a}{\sin e + fc \cos a} = \cotan e - \frac{f}{\sin^2 e} c = a_1 - b_1 c \quad (2.107)$$

onde:

$$e = (k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2)^{1/2} d_\alpha \left[1 + \frac{k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2}{k_{z0}^2} \right] \quad (2.108)$$

$$f = 2 k_{x0} d_\alpha \left[\frac{2 (k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2)^{1/2}}{k_{z0}^2} + \frac{1}{a (k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2)^{1/2}} \left(1 + \frac{k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2}{k_{z0}^2} \right) \right] \quad (2.109)$$

$$\text{iii) } Q_{0a} Q_{11} = \beta_{2a} + \beta_{2b} c \quad (2.110)$$

onde:

$$\beta_{2a} = \frac{k_{x0}^2 + k_{z0}^2}{k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2 + k_{z0}^2} \left(1 - \frac{z_{1\alpha}^2}{k_{x0}^2} \right)^{1/2} \quad (2.111)$$

$$\beta_{2b} = \frac{2\beta_{2a}}{a} \left[\frac{k_{x0}}{k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2} - \frac{1}{k_{x0}} + 2 k_{x0} \left(\frac{1}{k_{x0}^2 + k_{z0}^2} - \frac{1}{k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2 + k_{z0}^2} \right) \right] \quad (2.112)$$

$$\text{iv) } Q_{0b} Q_2 - \cotan Q_3 - 1 = \beta_{3a} + \beta_{3b} c - 1 \quad (2.113)$$

onde:

$$\beta_{3a} = \beta_{1a} \cdot a_1 \quad (2.114)$$

$$\beta_{3b} = \beta_{1b} a_1 - \beta_{1a} b_1 \quad (2.115)$$

Com (2.102), (2.107), (2.110) e (2.113) em (2.82), tem-se:

$$A_1 = \beta_{4a} + \beta_{4b} c \quad (2.116)$$

onde:

$$\beta_{4a} = \frac{\beta_{1a} + a_1}{\beta_{2a} (\beta_{3a} - 1)} \quad (2.117)$$

$$\beta_{4b} = \beta_{4a} \left[\frac{\beta_{1b} - b_1}{\beta_{1a} + a_1} - \frac{\beta_{2a} \beta_{3b} + \beta_{2b} (\beta_{3a} - 1)}{\beta_{2a} (\beta_{3a} - 1)} \right] \quad (2.118)$$

$$v) \quad Q_{22} + Q_{23} = \beta_{5a} + \beta_{5b} c \quad (2.119)$$

onde:

$$\beta_{5a} = \frac{a + d_\alpha + d_\beta}{R} \left(\frac{k_{z0}^2 + k_{x0}^2 - z_{\alpha 5}^2 - z_{1\alpha}^2}{z_{\alpha 5}^2 + z_{1\alpha}^2 - k_{x0}^2} + \frac{k_{z0}^2 + k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2}{k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2} \right) \quad (2.120)$$

$$\begin{aligned} \beta_{5b} = & \frac{4k_{x0} (a + d_\alpha + d_\beta)}{Ra} \left[\frac{k_{z0}^2 + k_{x0}^2 - z_{\alpha 5}^2 - z_{1\alpha}^2}{z_{\alpha 5}^2 + z_{1\alpha}^2 - k_{x0}^2} \right. \\ & \cdot \left(\frac{1}{k_{z0}^2 + k_{x0}^2 - z_{\alpha 5}^2 - z_{1\alpha}^2} + \frac{1}{z_{\alpha 5}^2 + z_{1\alpha}^2 - k_{x0}^2} \right) \\ & \left. + \frac{k_{z0}^2 + k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2}{k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2} \left(\frac{1}{k_{z0}^2 + k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2} - \frac{1}{k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2} \right) \right] \quad (2.121) \end{aligned}$$

$$vi) \quad Q_6 + Q_7 = \beta_{6a} + \beta_{6b} c \quad (2.122)$$

onde:

$$\beta_{6a} = \frac{k_{x0}^2 + k_{z0}^2 - z_{1\alpha}^2}{2R(z_{\alpha 5}^2 + z_{1\alpha}^2 - k_{x0}^2) (k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2)^{1/2}} + \frac{k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2 + k_{z0}^2}{2R(k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2)^{3/2}} \quad (2.123)$$

$$\beta_{6b} = \frac{k_{x0}^2 (k_{x0}^2 - z_{1a}^2 + k_{z0}^2)}{Ra (k_{z0}^2 - z_{1a}^2)^{3/2}} \left(\frac{2}{k_{x0}^2 - z_{1a}^2 + k_{z0}^2} - \frac{3}{k_{x0}^2 - z_{1a}^2} \right) - \frac{k_{x0}^2 (k_{x0}^2 + k_{z0}^2 - z_{1a}^2)}{Ra (z_{a5}^2 + z_{1a}^2 - k_{x0}^2)^{1/2} (k_{x0}^2 - z_{1a}^2)^{1/2}} \quad (2.124)$$

$$\text{vii) } Q_5 - Q_4 = s + tc \quad (2.125)$$

onde:

$$s = \frac{k_{z0}^2 + k_{x0}^2 - z_{1a}^2}{2R (k_{x0}^2 - z_{1a}^2)^{1/2}} \left(\frac{1}{k_{x0}^2} - \frac{1}{k_{x0}^2 - z_{1a}^2} \right) \quad (2.126)$$

$$t = \frac{1}{Ra (k_{x0}^2 - z_{1a}^2)^{1/2}} \left\{ 2 k_{x0} \left(\frac{1}{k_{x0}^2} - \frac{1}{k_{x0}^2 - z_{1a}^2} \right) - (k_{z0}^2 + k_{x0}^2 - z_{1a}^2) \left[\frac{1}{k_{x0}^2} \left(\frac{k_{x0}^2}{k_{x0}^2 - z_{1a}^2} + \frac{2}{k_{x0}^2} \right) - \frac{3 k_{x0}^2}{(k_{x0}^2 - z_{1a}^2)^2} \right] \right\} \quad (2.127)$$

$$\text{viii) } Q_{13} - Q_{12} = \beta_{7a} - \beta_{7b} c \quad (2.128)$$

onde:

$$\beta_{7a} = \frac{k_{z0}^2 (a + d_B)}{R} \left(\frac{1}{k_{x0}^2} - \frac{1}{k_{x0}^2 - z_{1a}^2} \right) \quad (2.129)$$

$$\beta_{7b} = \frac{4 k_{z0}^2 (a + d_B)}{Ra} \left[\frac{1}{k_{x0}^3} - \frac{k_{x0}^2}{(k_{x0}^2 - z_{1a}^2)^2} \right] \quad (2.130)$$

$$\text{ix) } Q_{0b} Q_2 = \beta_{8a} + \beta_{8b} c \quad (2.131)$$

onde:

$$\beta_{8a} = \beta_{1a} \cdot (1 + \beta_{5a}) \quad (2.132)$$

$$\beta_{8b} = \beta_{1a} \cdot \beta_{5b} + \beta_{1b} (1 + \beta_{5a}) \quad (2.133)$$

Com (2.119), (2.122), (2.125), (2.128) e (2.131) em (2.83),
fica:

$$A_2 = \beta_{17a} + \beta_{17b} \quad (2.134)$$

onde:

$$\beta_{17a} = \beta_{4a} (\beta_{10a} - \beta_{16a}) \quad (2.135)$$

$$\beta_{17b} = \beta_{4a} (\beta_{10b} - \beta_{16b}) + \beta_{4b} (\beta_{10a} - \beta_{16a}) \quad (2.136)$$

$$\beta_{16a} = \frac{\beta_{15a}}{\beta_{3a} - 1} \quad (2.137)$$

$$\beta_{16b} = \beta_{16a} \left(\frac{\beta_{15b}}{\beta_{15a}} - \frac{\beta_{3b}}{\beta_{3a} - 1} \right) \quad (2.138)$$

$$\beta_{15a} = (s + \beta_{6a})a_1 + \beta_{1a} s - \beta_{7a} + \beta_{1a} (\beta_{5a} + \beta_{7a})a_1 \quad (2.139)$$

$$\begin{aligned} \beta_{15b} = & (t + \beta_{6b})a_1 + \beta_{1a} t + \beta_{3b} s + \beta_{7b} - (s + \beta_{6a})b_1 \\ & + \beta_{1a} [(\beta_{5b} - \beta_{7b})a_1 - (\beta_{5a} + \beta_{7b})b_1] + \beta_{1b} (\beta_{5a} + \beta_{7a})a_1 \end{aligned} \quad (2.140)$$

$$\beta_{10a} = \frac{\beta_{9a}}{\beta_{1a} + a_1} \quad (2.141)$$

$$\beta_{10b} = \beta_{10a} \left(\frac{\beta_{9b}}{\beta_{9a}} - \frac{\beta_{1b} - b_1}{\beta_{1a} + a_1} \right) \quad (2.142)$$

$$\beta_{9a} = \beta_{1a} \cdot \beta_{5a} + \beta_{6a} \quad (2.143)$$

$$\beta_{9b} = \beta_{1a} \cdot \beta_{5b} + \beta_{5a} \beta_{1b} + \beta_{6b} \quad (2.144)$$

Pode-se, agora, reescrever (2.81):

$$A' = \beta_{4a} + \beta_{4b} c + \beta_{17a} + \beta_{17b} c \quad (2.145)$$

onde:

β_{4a} é independente de \underline{R} e \underline{c}

$\beta_{4b} c$ é independente de \underline{R} e dependente de \underline{c}

β_{17a} é dependente de \underline{R} e independente de \underline{c}

β_{17b} é dependente de \underline{R} e \underline{c}

A função $\tan^{-1}(A')$, pode agora ser reescrita, aplicando Taylor [45], como:

$$\tan^{-1} \beta_{4a} + \frac{\beta_{17a} + (\beta_{4b} + \beta_{17b})}{1 + \beta_{4a}^2} = \tan^{-1}(\beta_{4a}) + \beta_{18a} + \beta_{18b} c \quad (2.146)$$

onde:

$$\beta_{18a} = \frac{\beta_{17a}}{1 + \beta_{4a}^2} \quad (2.147)$$

$$\beta_{18b} = \frac{(\beta_{4b} + \beta_{17b})}{1 + \beta_{4a}^2} \quad (2.148)$$

Quando $R \rightarrow \infty$ (guia reto), $\tan^{-1} A' \rightarrow \tan^{-1} \beta_{4a}$.

Substituindo (2.99) nos termos de (2.89) e (2.90); tem-se:

$$i) P_B = P_{0b} P_2 = \epsilon_{1a} + \epsilon_{1b} c \quad (2.149)$$

onde:

$$\epsilon_{1a} = \frac{k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2 + k_{z0}^2}{k_{x0}^2 + k_{z0}^2 - z_{\beta 3}^2 - z_{1\beta}^2} \left(\frac{z_{\beta 3}^2 + z_{1\beta}^2 - k_{x0}^2}{k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2} \right)^{1/2} \quad (2.150)$$

$$\epsilon_{1b} = \frac{2 k_{x0} \epsilon_{1a}}{a} \left(\frac{2}{k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2 + k_{z0}^2} - \frac{2}{k_{x0}^2 + k_{z0}^2 - z_{\beta 3}^2 - z_{1\beta}^2} \right)$$

$$\left(\frac{1}{z_{\beta 3}^2 + z_{1\beta}^2 - k_{x0}^2} - \frac{1}{k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2} \right) \quad (2.151)$$

$$ii) \cotan P_4' = \cotan (P_{4a} + P_{4b} c) = \epsilon_{2a} - \epsilon_{2b} c \quad (2.152)$$

onde:

$$\epsilon_{2a} = \cotan P_{4a} \quad (2.153)$$

$$\epsilon_{2b} = \frac{P_{4b}}{\sin^2 P_{4a}} \quad (2.154)$$

$$P_{4a} = (k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2) d_{\beta} \left(1 + \frac{k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2}{k_{z0}^2} \right) \quad (2.155)$$

$$P_{4b} = 2 k_{x0} d_{\beta} \left[\frac{2 (k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2)^{1/2}}{k_{z0}^2} + \frac{1}{a (k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2)^{1/2}} \right. \\ \left. \cdot \left(1 + \frac{k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2}{k_{z0}^2} \right) \right] \quad (2.156)$$

$$iii) P_{0a} P_{11} = \epsilon_{3a} + \epsilon_{3b} c \quad (2.157)$$

onde:

$$\epsilon_{3a} = \frac{k_{x0}^2 - k_{z0}^2}{k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2 + k_{z0}^2} \left(1 - \frac{z_{1\beta}^2}{k_{x0}^2} \right)^{1/2} \quad (2.158)$$

$$\epsilon_{3b} = \frac{2\epsilon_{3a}}{a} \left[\frac{k_{x0}}{k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2} - \frac{1}{k_{x0}} - \frac{1}{2c} \left(\frac{1}{k_{x0}^2 + k_{z0}^2} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2 + k_{z0}^2} \right) \right] \quad (2.159)$$

$$\text{iv) } P_B \cotan P_4' - 1 = \epsilon_{1a} \cdot \epsilon_{2a} - 1 + (\epsilon_{1b} \cdot \epsilon_{2a} - \epsilon_{1a} \epsilon_{2b})c \quad (2.160)$$

Com (2.149), (2.152), (2.157) e (2.160) em (2.89), tem-se:

$$B_1 = \epsilon_{5a} + \epsilon_{5b} c \quad (2.161)$$

onde:

$$\epsilon_{5a} = \frac{\epsilon_{1a} + \epsilon_{2a}}{\epsilon_{3a} (\epsilon_{4a} - 1)} \quad (2.162)$$

$$\epsilon_{5b} = \epsilon_{5a} \left[\frac{\epsilon_{1b} - \epsilon_{2b}}{\epsilon_{1a} + \epsilon_{2a}} - \frac{\epsilon_{3a} \epsilon_{4b} + \epsilon_{3b} (\epsilon_{4a} - 1)}{\epsilon_{3a} (\epsilon_{4a} - 1)} \right] \quad (2.163)$$

$$\text{v) } P_{78} = P_7 + P_8 = \epsilon_{6a} + \epsilon_{6b} c \quad (2.164)$$

onde:

$$\epsilon_{6a} = \frac{k_{x0}^2 + k_{z0}^2 - z_{1\beta}^2}{2R(z_{\beta 3}^2 + z_{1\beta}^2 - k_{x0}^2) (k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2)^{1/2}} + \frac{k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2 + k_{z0}^2}{2R(k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2)^{3/2}} \quad (2.165)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{6b} = & \frac{k_{x0} (k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2 + k_{z0}^2)}{Ra (k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2)^{3/2}} \left(\frac{2}{k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2 + k_{z0}^2} - \frac{3}{k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2} \right) \\ & - \frac{k_{x0} (k_{x0}^2 + k_{z0}^2 - z_{1\beta}^2)}{Ra (z_{\beta 3}^2 + z_{1\beta}^2 - k_{x0}^2) (k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2)^{1/2}} \end{aligned} \quad (2.166)$$

$$\text{vi) } P_{13} - P_{12} = \epsilon_{7a} - \epsilon_{7b} c \quad (2.167)$$

onde:

$$\epsilon_{7a} = \frac{k_{z0}^2 d_\beta}{R} - \left(\frac{1}{k_{x0}^2} - \frac{1}{k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2} \right) \quad (2.168)$$

$$\epsilon_{7b} = \frac{4 k_{z0}^2 d_\beta}{Ra} \left[\frac{1}{k_{x0}^3} - \frac{k_{x0}}{(k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2)^2} \right] \quad (2.169)$$

$$\text{vii) } P_{56} = P_5 - P_6 = \epsilon_{8a} + \epsilon_{8b} \quad (2.170)$$

onde:

$$\epsilon_{8a} = \frac{k_{z0}^2 + k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2}{2R(k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2)^{1/2}} \left(\frac{1}{k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2} - \frac{1}{k_{x0}^2} \right) \quad (2.171)$$

$$\epsilon_{8b} = \frac{1}{Ra(k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2)^{1/2}} \left\{ 2k_{x0} \left(\frac{1}{k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2} - \frac{1}{k_{x0}^2} \right) + (k_{z0}^2 + k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2) \left[\frac{1}{k_{x0}^2} \left(\frac{k_{x0}}{k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2} + \frac{2}{k_{x0}} \right) - \frac{3k_{x0}}{(k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2)^2} \right] \right\} \quad (2.172)$$

Com (2.164), (2.167) e (2.171) em (2.90), tem-se:

$$B_2 = \epsilon_{13a} + \epsilon_{13b} \quad (2.173)$$

onde:

$$\epsilon_{13a} = \epsilon_{5a} (\epsilon_{9a} + \epsilon_{12a}) \quad (2.174)$$

$$\epsilon_{13b} = \epsilon_{5a} (\epsilon_{9b} + \epsilon_{12b}) + \epsilon_{5b} (\epsilon_{9a} + \epsilon_{12a}) \quad (2.175)$$

$$\epsilon_{12a} = \frac{\epsilon_{11a}}{\epsilon_{4a} - 1} \quad (2.176)$$

$$\epsilon_{12b} = \epsilon_{12a} \left(\frac{\epsilon_{11b}}{\epsilon_{11a}} - \frac{\epsilon_{4b}}{\epsilon_{4a} - 1} \right) \quad (2.177)$$

$$\epsilon_{11a} = \epsilon_{2a} (\epsilon_{8a} - \epsilon_{6a}) + \epsilon_{1a} \epsilon_{8a} - \epsilon_{7a} + \epsilon_{1a} \epsilon_{7a} \epsilon_{2a} \quad (2.178)$$

$$\begin{aligned}\epsilon_{11b} = & \epsilon_{2a}(\epsilon_{8b} - \epsilon_{6b}) - \epsilon_{2b}(\epsilon_{8a} - \epsilon_{6a}) + \epsilon_{1a} - \epsilon_{8b} + \epsilon_{1b} \epsilon_{8a} \\ & + \epsilon_{1a}(\epsilon_{1b} \epsilon_{7a} - \epsilon_{7a} \epsilon_{2b}) + \epsilon_{1b} \epsilon_{7a} \epsilon_{2a}\end{aligned}\quad (2.179)$$

$$\epsilon_{10a} = \epsilon_{8a}(\epsilon_{1a} - \epsilon_{6a} + \epsilon_{2a}) \quad (2.180)$$

$$\epsilon_{10b} = \epsilon_{8a}(\epsilon_{1b} - \epsilon_{6b} - \epsilon_{2b}) + \epsilon_{8b}(\epsilon_{1a} - \epsilon_{6a} + \epsilon_{2a}) \quad (2.181)$$

$$\epsilon_{9a} = \frac{\epsilon_{6a}}{\epsilon_{1a} + \epsilon_{2a}} \quad (2.182)$$

$$\epsilon_{9b} = \epsilon_{9a} \left(\frac{\epsilon_{6b}}{\epsilon_{6a}} - \frac{\epsilon_{1b} - \epsilon_{2b}}{\epsilon_{1a} + \epsilon_{2a}} \right) \quad (2.183)$$

Pode-se, agora, reescrever (2.88):

$$\text{Re}(B') = \epsilon_{5a} + \epsilon_{5b} c - \epsilon_{13a} - \epsilon_{13b} c \quad (2.184)$$

Logo:

$$B' = \epsilon_{5a} + \epsilon_{5b} c - \epsilon_{13a} - \epsilon_{13b} c - j0 \quad (2.185)$$

onde:

ϵ_{5a} é independente de \underline{R} e \underline{c}

$\epsilon_{5b}c$ é independente de \underline{R} e dependente de \underline{c}

ϵ_{13a} é dependente de \underline{R} e independente de \underline{c}

$\epsilon_{13b}c$ é dependente de \underline{R} e \underline{c}

A função $\tan^{-1}(B')$, pode agora ser reescrita, aplicando Taylor [45], como:

$$\tan^{-1} B' = \tan^{-1}(\epsilon_{5a}) - \epsilon_{14a} + \epsilon_{14b} c - j \epsilon_{15} \quad (2.186)$$

onde:

$$\epsilon_{14a} = \frac{\epsilon_{13a}}{1 + \epsilon_{5a}^2} \quad (2.187)$$

$$\epsilon_{14b} = \frac{\epsilon_{5b} - \epsilon_{13b}}{1 + \epsilon_{5a}^2} \quad (2.188)$$

$$\epsilon_{15} = \frac{\sigma}{1 + \epsilon_{5a}^2} \quad (2.189)$$

$$\sigma = \frac{(\epsilon_{1a} + \epsilon_{1b} c) \{1 + \cotan^2(P_{4a} + P_{4b} c)\} \exp P_3}{(\epsilon_{3a} + \epsilon_{3b} c) (1 + \epsilon_{7a} - \epsilon_{7b} c) \{(\epsilon_{1a} + \epsilon_{1b} c - \epsilon_{6a} - \epsilon_{6b} c)\} \frac{[\epsilon_{8a} + \epsilon_{8b} c + \cotan(P_{4a} + P_{4b} c)] + (\epsilon_{8a} + \epsilon_{8b} c) \cotan(P_{4a} + P_{4b} c) - 1}{z_{3\beta}^2}} \quad (2.190)$$

$$P_3 = -\frac{2}{3} \frac{z_{3\beta}^2 R}{k_{z0}^2} \left\{ 1 - \frac{(k_{x0} + \frac{2c}{a})^2 - z_{1\beta}^2}{z_{3\beta}^2} \right\}^{3/2} \quad (2.191)$$

Substituindo (2.146) e (2.186) em (2.91), tem-se:

$$k_{x0} a + 2c - j\alpha = p\pi - \tan^{-1}(\beta_{4a}) - \beta_{18a} - \beta_{18b} c - \tan^{-1}(\epsilon_{5a}) \\ + \epsilon_{14a} - \epsilon_{14b} c + j \epsilon_{15} + \ell_{ear} - \ell_{eas} - \ell_{eb} c \quad (2.192)$$

Logo, k_{x0} , a constante de propagação do guia reto, é a solução da equação transcendental:

$$k_{x0} a = p\pi - \tan^{-1}(\beta_{4a}) - \tan^{-1}(\epsilon_{5a}) - \ell_{eas} \quad (2.193)$$

$$kx_0 a = p \pi$$

$$- \tan^{-1} \left\{ \frac{\frac{k_1^2 - k_y^2}{k_1^2 - k_y^2 - z_{1\alpha}^2} \left(1 - \frac{z_{1\alpha}^2}{k_{x0}^2} \right)^{1/2}}{\frac{k_1^2 - k_y^2}{k_1^2 - k_y^2 - z_{1\alpha}^2} \left(\frac{z_{\alpha 5}^2 + z_{1\alpha}^2 - k_{x0}^2}{k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2} \right)^{1/2}} + \cotan \left[(k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2)^{1/2} d_\alpha \left(1 + \frac{k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2}{k_1^2 - k_y^2 - k_{x0}^2} \right) \right] \right\}$$

$$- \tan^{-1} \left\{ \frac{\frac{k_1^2 - k_y^2}{k_1^2 - k_y^2 - z_{1\beta}^2} \left(1 - \frac{z_{1\beta}^2}{k_{x0}^2} \right)^{1/2}}{\frac{k_1^2 - k_y^2}{k_1^2 - k_y^2 - z_{1\beta}^2} \left(\frac{z_{\beta 3}^2 + z_{1\beta}^2 - k_{x0}^2}{k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2} \right)^{1/2}} + \cotan \left[(k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2)^{1/2} d_\beta \left(1 + \frac{k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2}{k_1^2 - k_y^2 - k_{x0}^2} \right) \right] \right\}$$

$$- \frac{k_{x0}^3}{k_1^2 - k_y^2 - k_{x0}^2}$$

(2.194)

O coeficiente de perda na junção entre as partes reta e curva do guia, \underline{c} , é função de $1/R$, k_{x0} , k_{z0} e dos parâmetros do guia e é dado por:

$$\underline{c} = \frac{\ell_{ear} - (\beta_{18a} - \epsilon_{14a})}{2 + \beta_{18b} - \epsilon_{14b} - \ell_{eb}} \quad (2.195)$$

O coeficiente de atenuação, α , é função de \underline{c} , $1/R$, k_{x0} , k_{z0} e dos parâmetros do guia e é dado por:

$$\alpha = - \frac{k_{x0}}{a k_{z0}} \epsilon_{15} \quad (2.196)$$

A constante de propagação ao longo de x , k_{x1} , é, então, obtida através da expressão:

$$k_{x1} = k_{x0} \left(1 + \frac{2c}{a k_{x0}} - j \frac{k_{z0}}{k_{x0}^2} \alpha \right) \quad (2.197)$$

válida se:

$$\frac{c}{a k_{x0}} \ll 1 \quad \text{e} \quad \alpha R \ll 1 \quad (2.198)$$

onde αR é a atenuação num comprimento de guia igual a R .

B. Modo E_{pg}^y

Para o modo E_{pg}^y as componentes dos campos em cada região são dadas por:

$$E_{xm} = \frac{1}{k_m^2 - k_{ym}^2} \frac{\partial^2 E_{ym}}{\partial x \partial y} \quad (2.199a)$$

$$E_{ym} = e^{-jv\theta + j\omega t} \begin{cases} M_m J_v [(k_m^2 - k_{ym}^2)^{1/2} (R+x) + \psi_m] \cos(k_{ym} y + \Omega_m) & p/ m = 1, \alpha, \beta \\ M_2 J_v [(k_m^2 - k_{ym}^2)^{1/2} (R+x) + \psi_2] \exp[\bar{j} k_{y2} y] & p/ m = 2 \\ M_3 H_v^{(2)} [(k_3^2 - k_{y3}^2)^{1/2} (R+x)] \cos(k_{y3} y + \Omega_3) & p/ m = 3 \\ M_5 J_v [(k_5^2 - k_{y5}^2)^{1/2} (R+x)] \cos(k_{y5} y + \Omega_5) & p/ m = 5 \end{cases} \quad (2.199b)$$

$$E_{zm} = \frac{j}{k_m^2 - k_{ym}^2} \frac{v}{R+x} \frac{\partial E_{ym}}{\partial y} \quad (2.199c)$$

$$H_{xm} = \frac{\omega \epsilon n_m^2}{k_m^2 - k_{ym}^2} \frac{v}{R+x} E_{ym} \quad (2.199d)$$

$$E_{ym} = 0 \quad (2.199e)$$

$$H_{zm} = \frac{j\omega \epsilon n_m^2}{k_m^2 - k_{ym}^2} \frac{\partial E_{ym}}{\partial x} \quad (2.199f)$$

B.1. Determinação da constante de propagação ao longo de y : k_y

Aplicando as condições de contorno, analogamente ao modo E_{pq}^x , obtém-se a equação característica para k_y a partir de:

$$\tan \left(k_y \frac{b}{2} + \Omega \right) = j \frac{n_1^2}{n_2^2} \frac{k_{y2}}{k_y} \quad (2.200)$$

$$\tan \left(k_y \frac{b}{2} - \Omega \right) = j \frac{n_1^2}{n_4^2} \frac{k_{y4}}{k_y} \quad (2.201)$$

Então,

$$k_y b = q\pi - \tan^{-1} \frac{n_2^2}{n_1^2} \frac{1}{[(z_{12}/k_y)^2 - 1]^{1/2}} - \tan^{-1} \frac{n_4^2}{n_1^2} \frac{1}{[(z_{14}/k_y)^2 - 1]^{1/2}}$$

(2.202)

B.2. Determinação da constante de propagação ao longo de x : k_{x1}

Seguindo o mesmo desenvolvimento utilizado para o modo E_{pq}^x encontra-se o sistema de quatro equações utilizadas para a obtenção de k_{x1} , ou sejam:

- contorno 1 - α :

$$\frac{J_v(\rho_{1\alpha})}{J'_v(\rho_{1\alpha})} = \frac{n_1^2}{n_\alpha^2} \frac{(k_\alpha^2 - k_y^2)^{1/2}}{(k_1^2 - k_y^2)^{1/2}} \frac{J_v(\rho_\alpha)}{J'_v(\rho_\alpha)} \quad (2.203)$$

- contorno 1 - β :

$$\frac{J_v(\rho_{1\beta})}{J'_v(\rho_{1\beta})} = \frac{n_1^2}{n_\beta^2} \frac{(k_\beta^2 - k_y^2)^{1/2}}{(k_1^2 - k_y^2)^{1/2}} \frac{J_v(\rho_\beta)}{J'_v(\rho_\beta)} \quad (2.204)$$

- contorno β - 3:

$$\frac{J_v(\rho_{\beta 3})}{J'_v(\rho_{\beta 3})} = \frac{n_\beta^2}{n_3^2} \frac{(k_3^2 - k_y^2)^{1/2}}{(k_\beta^2 - k_y^2)^{1/2}} \frac{H_v^{(2)}(\rho_3)}{H_v^{(2)'}(\rho_3)} \quad (2.205)$$

- contorno α - 5:

$$\frac{J_v(\rho_{\alpha 5})}{J'_v(\rho_{\alpha 5})} = \frac{n_{\alpha}^2}{n_5^2} \frac{(k_5^2 - k_y^2)^{1/2}}{(k_{\alpha}^2 - k_y^2)^{1/2}} \frac{J_v(\rho_5)}{J'_v(\rho_5)} \quad (2.206)$$

Seguindo todo o raciocínio e desenvolvimento análogos ao mo do E_{pq}^x , apenas os seguintes termos mudarão:

$$s = \frac{k_{z0}^2 + k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2}{2R(k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2)^{1/2}} \left(\frac{n_1^2}{n_{\alpha}^2} \frac{1}{k_{x0}^2} - \frac{1}{k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2} \right) \quad (2.207)$$

$$t = \frac{1}{Ra(k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2)^{1/2}} \left\{ 2k_{x0} \left[\frac{n_1^2}{n_{\alpha}^2} \frac{1}{k_{x0}^2} - \frac{1}{k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2} \right] - (k_{z0}^2 - k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2) \left[\frac{n_1^2}{n_{\alpha}^2} \frac{1}{k_{x0}^2} \left(\frac{k_{x0}}{k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2} + \frac{2}{k_{x0}} \right) - \frac{3k_{x0}}{(k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2)^2} \right] \right\} \quad (2.208)$$

$$\beta_{1a} = \frac{n_5^2}{n_{\alpha}^2} \frac{k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2 + k_{z0}^2}{k_{x0}^2 + k_{z0}^2 - z_{\alpha 5}^2 - z_{1\alpha}^2} \left(\frac{z_{\alpha 5}^2 + z_{1\alpha}^2 - k_{x0}^2}{k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2} \right)^{1/2} \quad (2.209)$$

$$\beta_{1b} = \frac{n_5^2}{n_{\alpha}^2} \frac{2k_{x0} \beta_{1a}}{a} \left(\frac{2}{k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2 + k_{z0}^2} - \frac{2}{k_{x0}^2 + k_{z0}^2 - z_{\alpha 5}^2 - z_{1\alpha}^2} - \frac{1}{z_{\alpha 5}^2 + z_{1\alpha}^2 - k_{x0}^2} - \frac{1}{k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2} \right) \quad (2.210)$$

$$\beta_{2a} = \frac{n_{\alpha}^2}{n_1^2} \frac{k_{x0}^2 + k_{z0}^2}{k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2 + k_{z0}^2} \left(1 - \frac{z_{1\alpha}^2}{k_{x0}^2} \right)^{1/2} \quad (2.211)$$

$$\beta_{2b} = \frac{n_\alpha^2}{n_1^2} \frac{2\beta_{2a}}{a} \left[\frac{k_{x0}^2}{k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2} - \frac{1}{k_{x0}} \right. \\ \left. + 2k_{x0} \left(\frac{1}{k_{x0}^2 + k_{x0}^2} - \frac{1}{k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2 + k_{z0}^2} \right) \right] \quad (2.212)$$

$$\beta_{6a} = \frac{n_5^2}{n_\alpha^2} \frac{k_{x0}^2 + k_{z0}^2 - z_{1\alpha}^2}{2R(z_{\alpha 5}^2 + z_{1\alpha}^2 - k_{x0}^2)(k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2)^{1/2}} + \frac{k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2 + k_{z0}^2}{2R(k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2)^{3/2}} \quad (2.213)$$

$$\beta_{6b} = \frac{k_{x0}(k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2 + k_{z0}^2)}{Ra(k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2)^{3/2}} \left(\frac{2}{k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2 + k_{z0}^2} - \frac{3}{k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2} \right) \\ - \frac{n_5^2}{n_\alpha^2} \cdot \frac{k_{x0}(k_{x0}^2 + k_{z0}^2 - z_{1\alpha}^2)}{Ra(z_{\alpha 5}^2 + z_{1\alpha}^2 - k_{x0}^2)(k_{x0}^2 - z_{1\alpha}^2)^{1/2}} \quad (2.214)$$

$$\epsilon_{1a} = \frac{n_3^2}{n_\beta^2} \frac{k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2 + k_{z0}^2}{k_{x0}^2 + k_{z0}^2 - z_{\beta 3}^2 - z_{1\beta}^2} \left(\frac{z_{\beta 3}^2 + z_{1\beta}^2 - k_{x0}^2}{k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2} \right)^{1/2} \quad (2.215)$$

$$\epsilon_{1b} = \frac{n_3^2}{n_\beta^2} \frac{2k_{x0}\epsilon_{1a}}{a} \left(\frac{2}{k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2 + k_{z0}^2} - \frac{2}{k_{x0}^2 + k_{z0}^2 - z_{\beta 3}^2 - z_{1\beta}^2} \right. \\ \left. - \frac{1}{z_{\beta 3}^2 + z_{1\beta}^2 - k_{x0}^2} - \frac{1}{k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2} \right) \quad (2.216)$$

$$\epsilon_{3a} = \frac{n_\beta^2}{n_1^2} \frac{k_{x0}^2 + k_{z0}^2}{k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2 + k_{z0}^2} \left(1 - \frac{z_{1\beta}^2}{k_{x0}^2} \right)^{1/2} \quad (2.217)$$

$$\epsilon_{3b} = \frac{n_\beta^2}{n_1^2} \frac{2\epsilon_{3a}}{a} \left[\frac{k_{x0}}{k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2} - \frac{1}{k_{x0}} \right. \\ \left. + 2k_{x0} \left(\frac{1}{k_{x0}^2 + k_{z0}^2} - \frac{1}{k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2 + k_{z0}^2} \right) \right] \quad (2.218)$$

$$\epsilon_{6a} = \frac{n_3^2}{n_\beta^2} \frac{k_{x0}^2 + k_{z0}^2 - z_{1\beta}^2}{2R(z_{\beta 3}^2 + z_{1\beta}^2 - k_{x0}^2)(k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2)^{1/2}} + \frac{k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2 + k_{z0}^2}{2R(k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2)^{3/2}} \quad (2.219)$$

$$\epsilon_{6b} = \frac{k_{x0}(k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2 + k_{z0}^2)}{Ra(k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2)^{3/2}} \left(\frac{2}{k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2 + k_{z0}^2} - \frac{3}{k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2} \right) \\ - \frac{n_3^2}{n_\beta^2} \frac{k_{x0}(k_{x0}^2 + k_{z0}^2 - z_{1\beta}^2)}{Ra(z_{\beta 3}^2 + z_{1\beta}^2 - k_{x0}^2)(k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2)^{1/2}} \quad (2.220)$$

$$\epsilon_{8a} = \frac{k_{z0}^2 + k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2}{2R(k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2)^{1/2}} \left(\frac{1}{k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2} - \frac{n_1^2}{n_\beta^2} \frac{1}{k_{x0}^2} \right) \quad (2.221)$$

$$\epsilon_{8b} = \frac{1}{Ra(k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2)^{1/2}} \left\{ 2k_{x0} \left(\frac{1}{k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2} - \frac{n_1^2}{n_\beta^2} \frac{1}{k_{x0}^2} \right) \right. \\ \left. + (k_{z0}^2 + k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2) \left[\frac{n_1^2}{n_\beta^2} \frac{1}{k_{x0}^2} \left(\frac{k_{x0}}{k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2} + \frac{2}{k_{x0}} \right) - \frac{3k_{x0}}{(k_{x0}^2 - z_{1\beta}^2)^2} \right] \right\} \quad (2.222)$$

2.2. RESULTADOS

Analizados dois tipos de guias, canal e "costela", os resultados obtidos foram os seguintes:

- Para o guia canal:

Características do guia: $a = 0,745\lambda$

$$R = 30\lambda$$

$$n_1 = 1,5 ; n_2 = 1,0$$

$$n_\alpha = n_\beta = n = 1,495$$

$$n_3 = n_5 = n_4 = 1,35$$

$$\lambda = 10^{-6}\text{m}$$

$$d_\alpha = d_\beta = d$$

A figura 2.1 mostra a variação da atenuação, αR , em função da região acrescida ao guia, d/a , com b infinito, para os modos E_{11}^x e E_{11}^y . A figura 2.2 mostra a variação da perda por conversão, \underline{c} , em função de d/a , também para os modos E_{11}^x e E_{11}^y . Observa-se que [46]:

- . à medida que \underline{d} aumenta, a atenuação diminui.
- . a atenuação no modo E_{11}^y é menor que no modo E_{11}^x [1].
- . há uma redução de 15 mNp na atenuação para o modo E_{11}^x com $d/a = 0,178$.
- . há uma redução de 6,2 mNp para o modo E_{11}^y com $d/a = 0,1$.
- . a perda por conversão aumenta com o aumento de \underline{d} e é menor para o modo E_{11}^x .

A limitação de \underline{d} para os dois modos deve-se ao fato de que, como \underline{c} aumenta com o aumento de \underline{d} , a solução do problema perde a validade a partir de um determinado valor de \underline{c} , pois a aproximação utilizada, $\underline{c} \ll 1$, não é mais obedecida.

A figura 2.3 mostra a variação de αR em função de \underline{n} para os modos E_{11}^x e E_{11}^y e a figura 2.4 mostra a variação de \underline{c} em função de \underline{n} , também para os modos E_{11}^x e E_{11}^y . Nota-se que [46]:

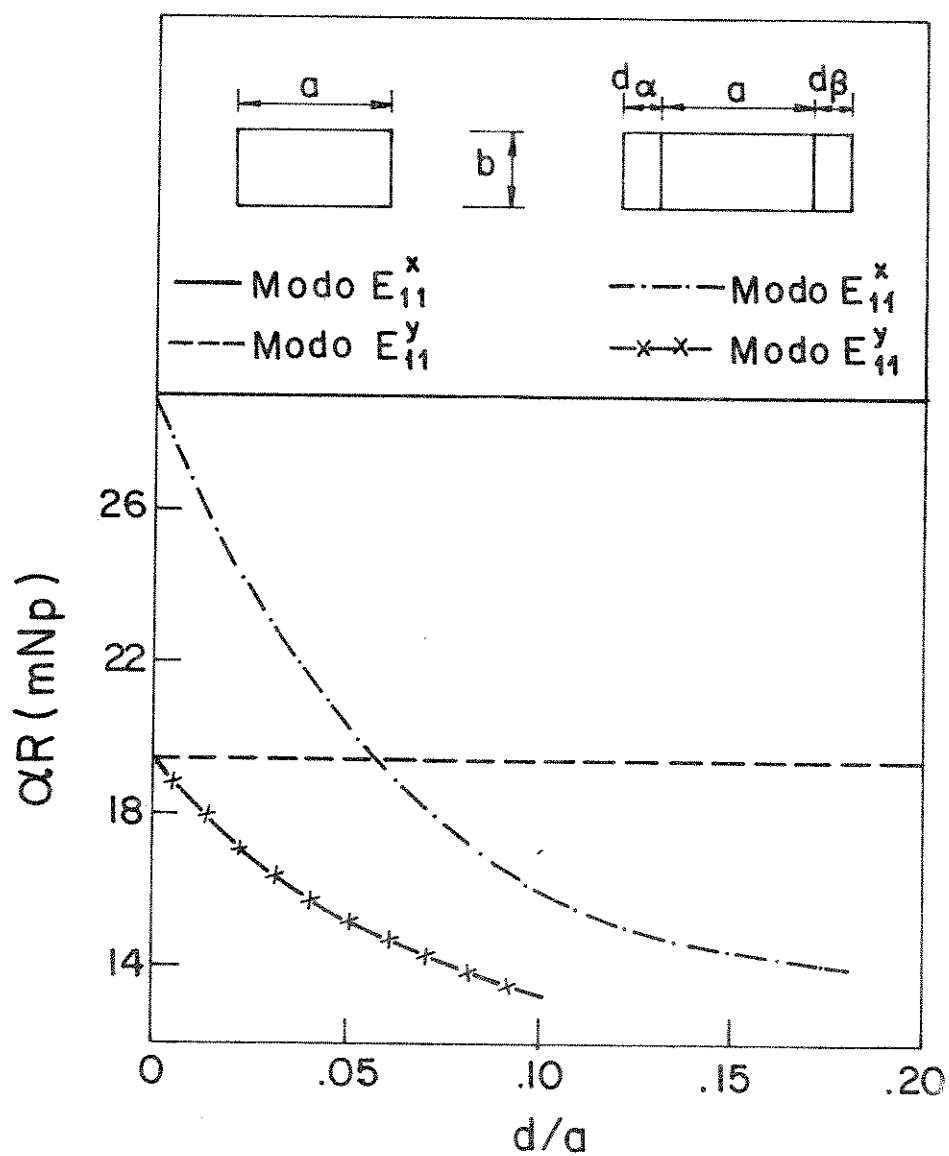


Fig. 2.1 - Variação de αR em função de d/a , com b infinito, para o guia canal, para $a = 0,745\lambda$; $R = 30\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = 1,0$; $n_3 = n_4 = n_5 = 1,35$; $n_\alpha = n_\beta = n = 1,495$; $\lambda = 10^{-6}\text{m}$; $d_\alpha = d_\beta = d$.

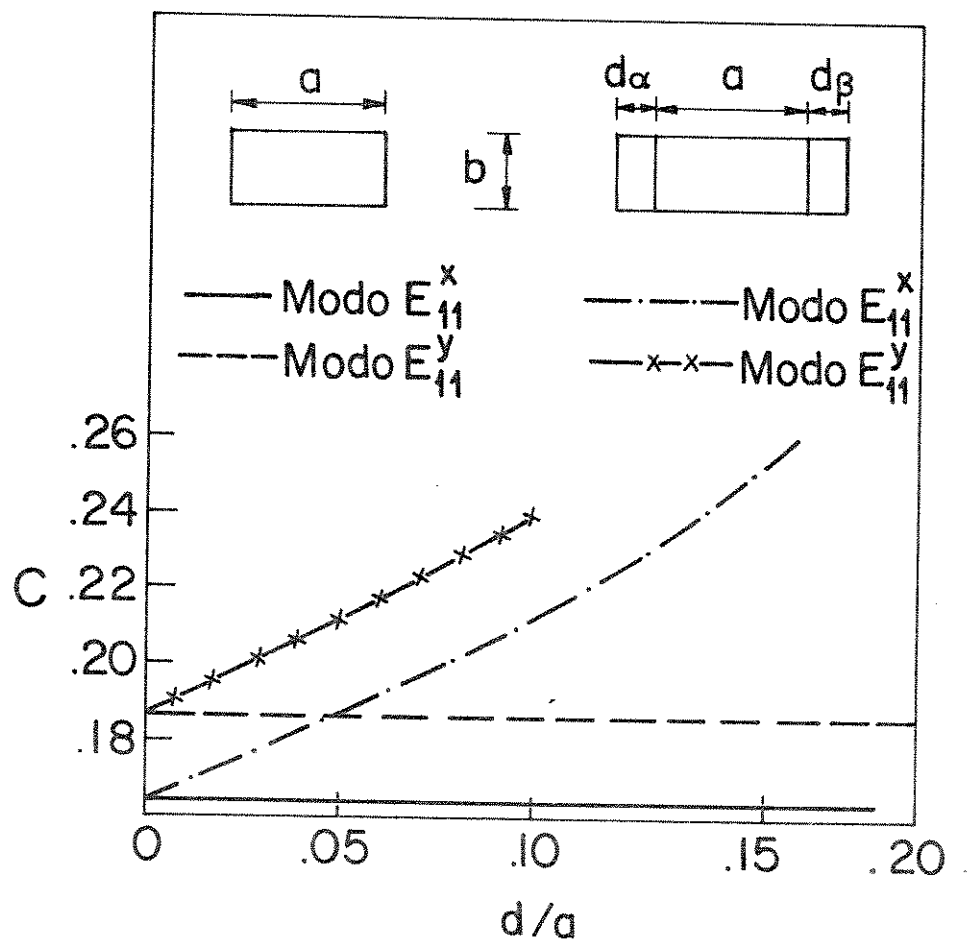


Fig. 2.2 - Variação de \underline{c} em função de d/a , com b infinito, para o guia canal; para $a = 0,745\lambda$; $R = 30\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = 1,0$; $n_3 = n_4 = n_5 = 1,35$; $n_\alpha = n_\beta = n = 1,495$; $\lambda = 10^{-6}\text{m}$; $d_\alpha = d_\beta = d$.

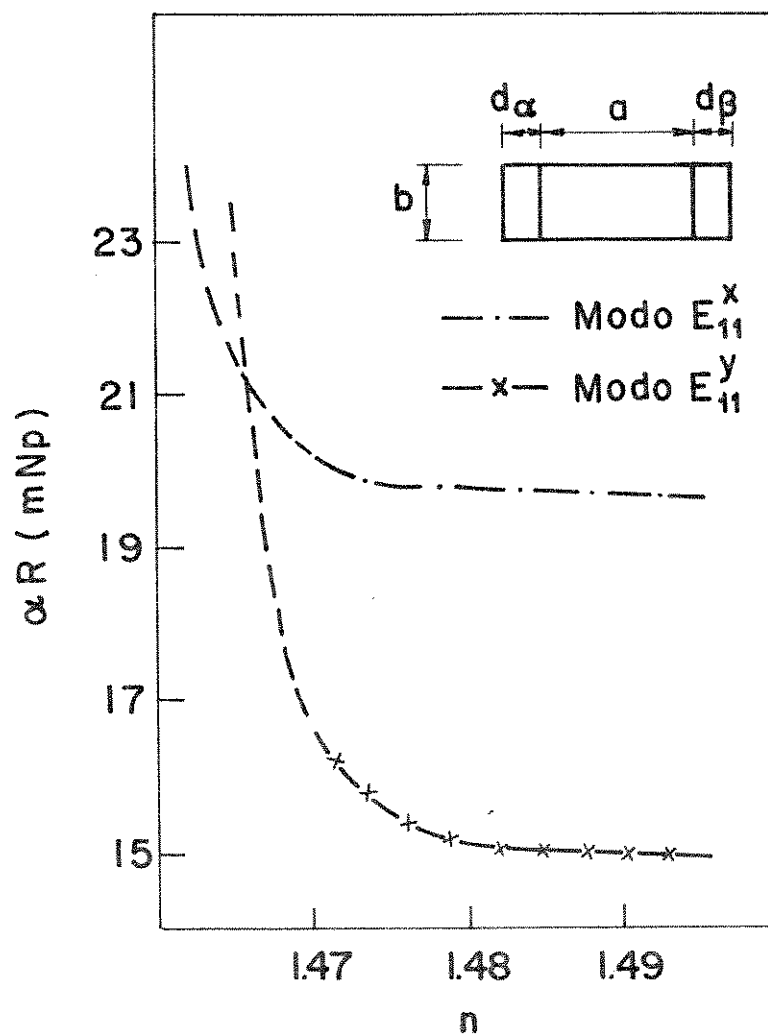


Fig. 2.3 - Variação de αR em função de n , para $d/a = 0.0562$, b infinito e para o guia canal, para $a = 0,745\lambda$; $R = 30\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = 1,0$; $n_3 = n_4 = n_5 = 1,35$; $n_\alpha = n_\beta = n = 1,495$; $\lambda = 10^{-6}\text{m}$; $d_\alpha = d_\beta = d$.

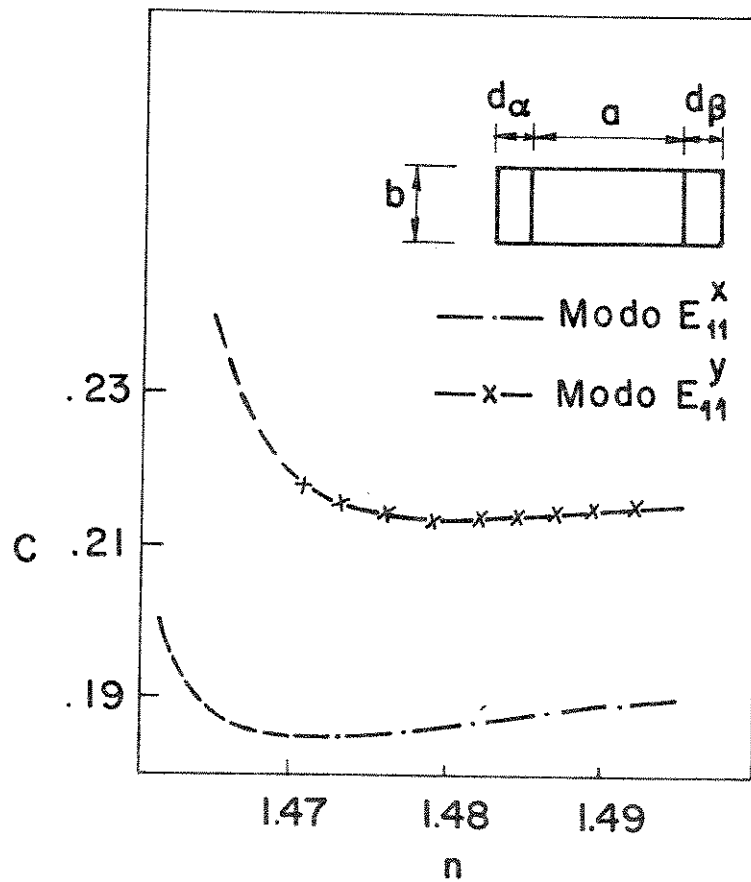


Fig. 2.4 - Variação de \underline{c} em função de \underline{n} , para $d/a = 0,0562$, b infinito e para o guia canal, para $a = 0,745\lambda$; $R = 30\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = 1,0$; $n_3 = n_4 = n_5 = 1,35$; $n_\alpha = n_\beta = n = 1,495$; $\lambda = 10^{-6}\text{m}$; $d_\alpha = d_\beta = d$.

- . a atenuação é menor para valores de \underline{n} mais próximas de n_1 .
- . para valores de \underline{n} mais próximos de n_1 , a perda por conversão é menor.
- . para valores de índice de refração muito distantes de n_1 o valor de \underline{c} torna-se muito grande, portanto os resultados perdem a validade.

As figuras 2.5 e 2.6 mostram a variação de αR em função de d/a para vários valores de b/a para os modos E_{11}^x e E_{11}^y , respectivamente. As figuras 2.7 e 2.8 mostram a variação de \underline{c} em função de d/a para vários valores de b/a para os modos E_{11}^x e E_{11}^y , respectivamente. Nos dois casos $n_2 = 1,0$ e $n_4 = 1,35$ observa-se que:

- . a diminuição de \underline{b} , por si só, acarreta uma redução, tanto da atenuação quanto da perda por conversão.
- . para $d/a = 0,178$, é obtida, para o modo E_{11}^x , uma redução na atenuação de:

a - 8,0 mNp para $b/a = 1$
 b - 7,2 mNp para $b/a = 0,9$
 c - 6,3 mNp para $b/a = 0,8$
 d - 5,4 mNp para $b/a = 0,7$
 e - 4,5 mNp para $b/a = 0,6$
 f - 3,5 mNp para $b/a = 0,5$

- . para o mesmo valor de d/a , é obtida, para o modo E_{11}^y , uma redução na atenuação de:

a - 3,2 mNp para $b/a = 1$
 b - 2,9 mNp para $b/a = 0,9$
 c - 2,5 mNp para $b/a = 0,8$
 d - 2,1 mNp para $b/a = 0,7$
 e - 1,7 mNp para $b/a = 0,6$
 f - 1,4 mNp para $b/a = 0,5$

Um guia com as dimensões propostas atinge o corte para valores de b/a abaixo de 0,5.

A figura 2.9 mostra a variação de αR em função de $D/0,745\lambda$

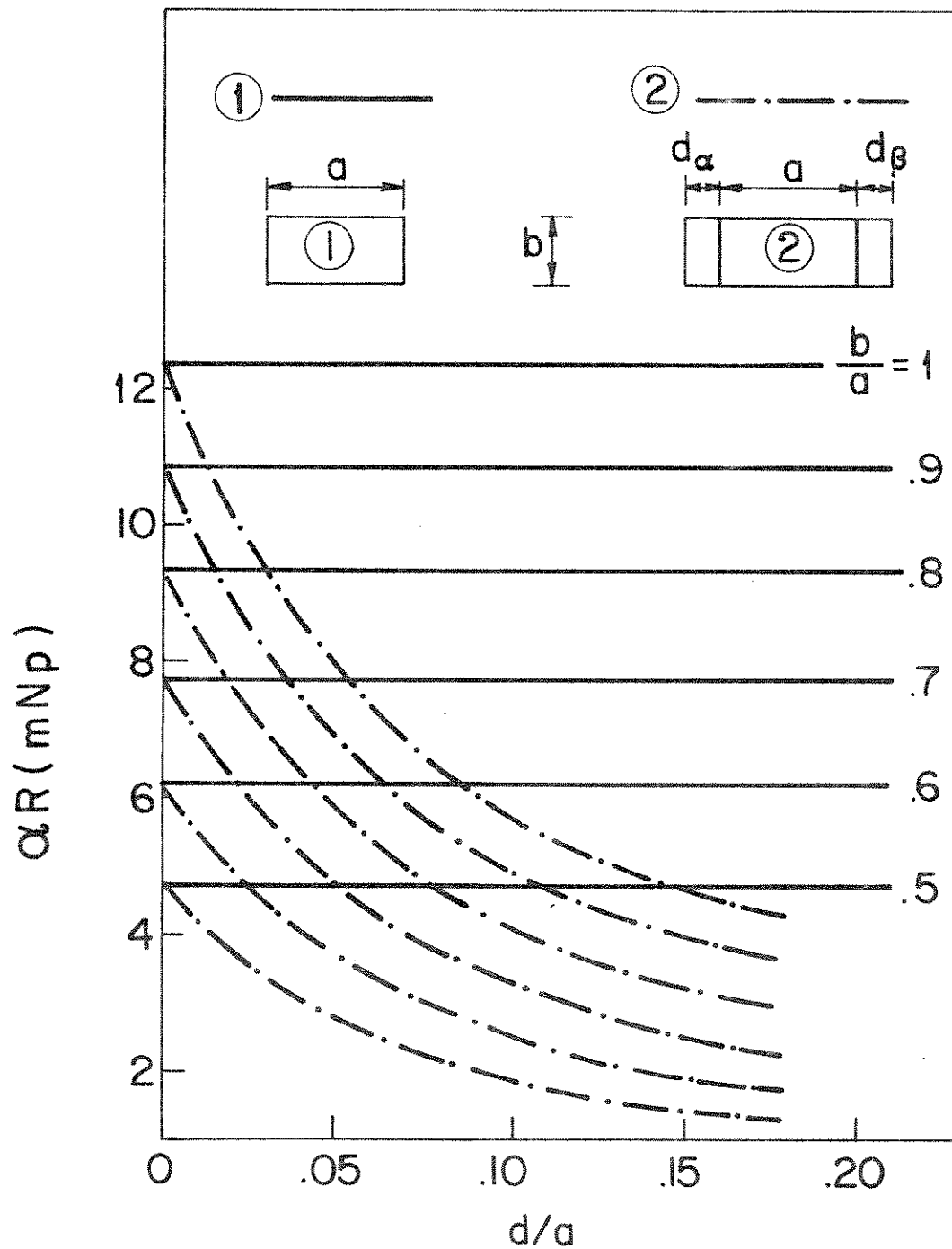


Fig. 2.5 - Curvas de αR em função de d/a , para vários valores de b/a e para o guia canal no modo E_{11}^x , para $a = 0,745\lambda$; $R = 30\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = 1,0$; $n_3 = n_4 = n_5 = 1,35$; $n_\alpha = n_\beta = n = 1,495$; $\lambda = 10^{-6}\text{m}$; $d_\alpha = d_\beta = d$.

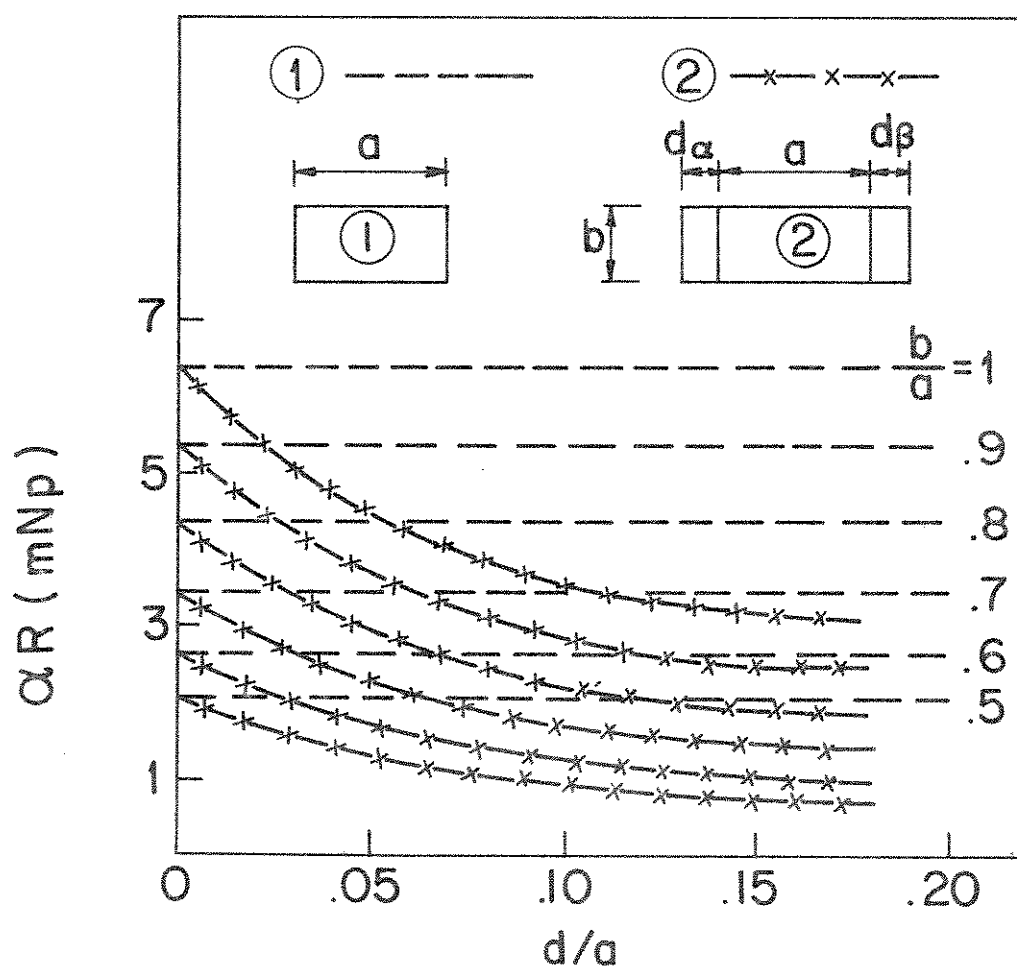


Fig. 2.6 - Curvas de αR em função de d/a , para vários valores de b/a e para o guia canal, no modo E_{11}^Y , para $a = 0,745\lambda$; $R = 30\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = 1,0$; $n_3 = n_4 = n_5 = 1,35$; $n_\alpha = n_\beta = n = 1,495$; $\lambda = 10^{-6}\text{m}$; $d_\alpha = d_\beta = d$.

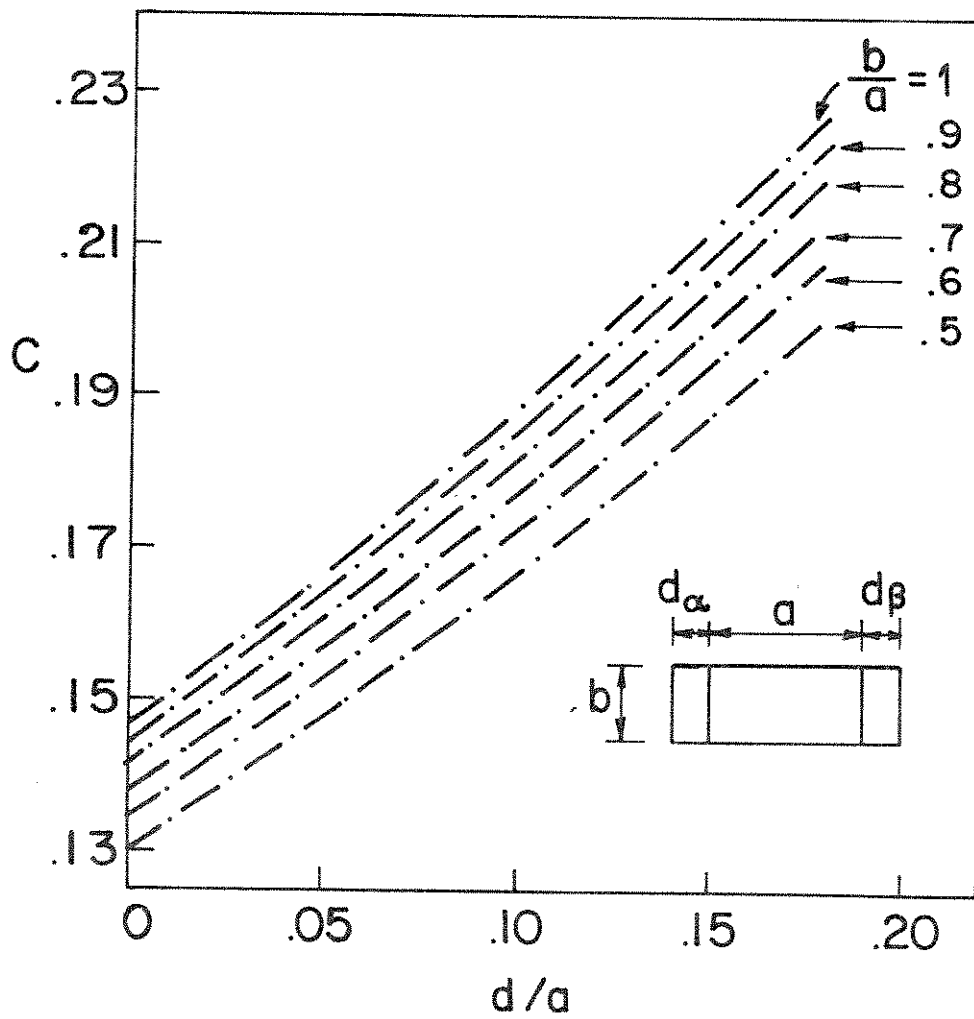


Fig. 2.7 - Curvas de \underline{c} em função de d/a , para vários valores de b/a e para o guia canal no modo E_{11}^x , para $a = 0,745\lambda$; $R = 30\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = 1,0$; $n_3 = n_4 = n_5 = 1,35$; $n_\alpha = n_\beta = n = 1,495$; $\lambda = 10^{-6}\text{m}$; $d_\alpha = d_\beta = d$.

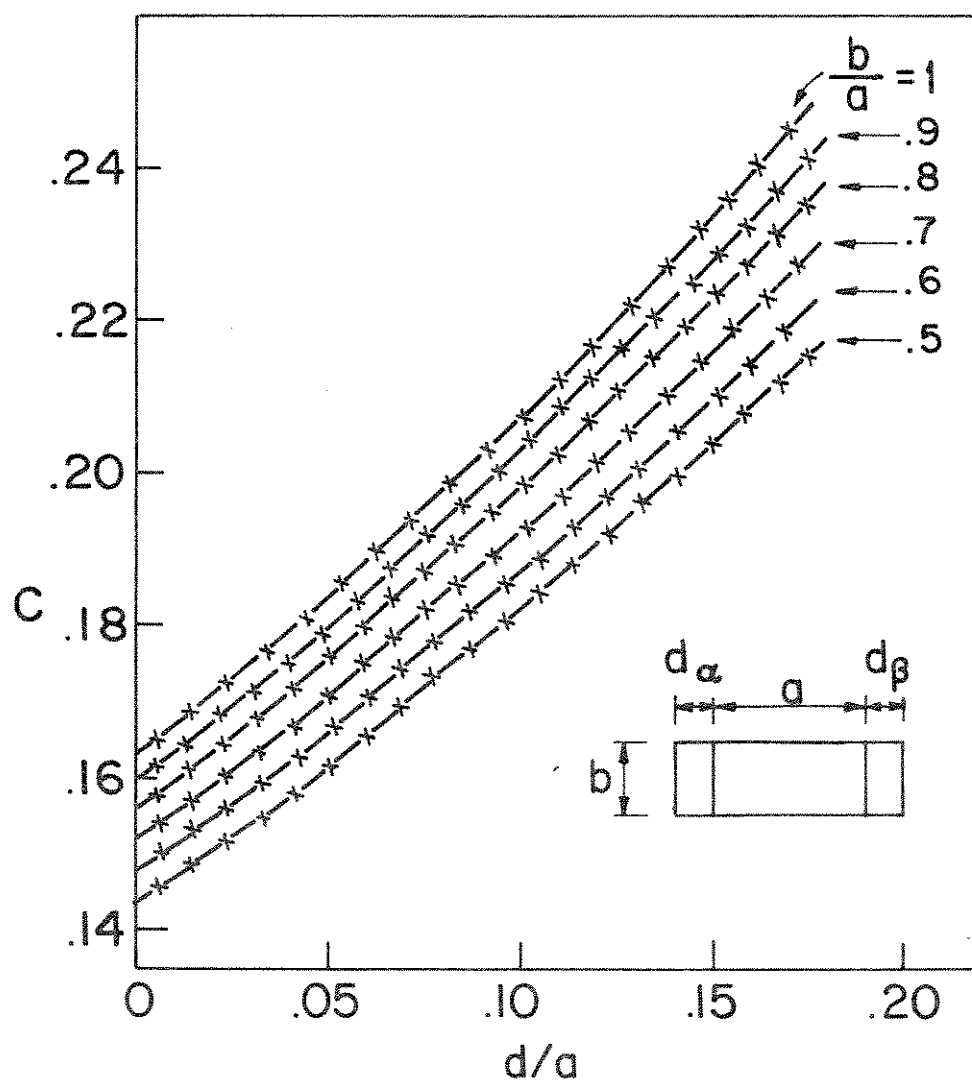


Fig. 2.8 - Curvas de \underline{c} em função de d/a , para vários valores de b/a e para o guia canal no modo E_{11}^Y , para $a = 0,745\lambda$; $R = 30\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = 1,0$; $n_3 = n_4 = n_5 = 1,35$; $n_\alpha = n_\beta = n = 1,495$; $\lambda = 10^{-6}\text{m}$; $d_\alpha = d_\beta = d$.

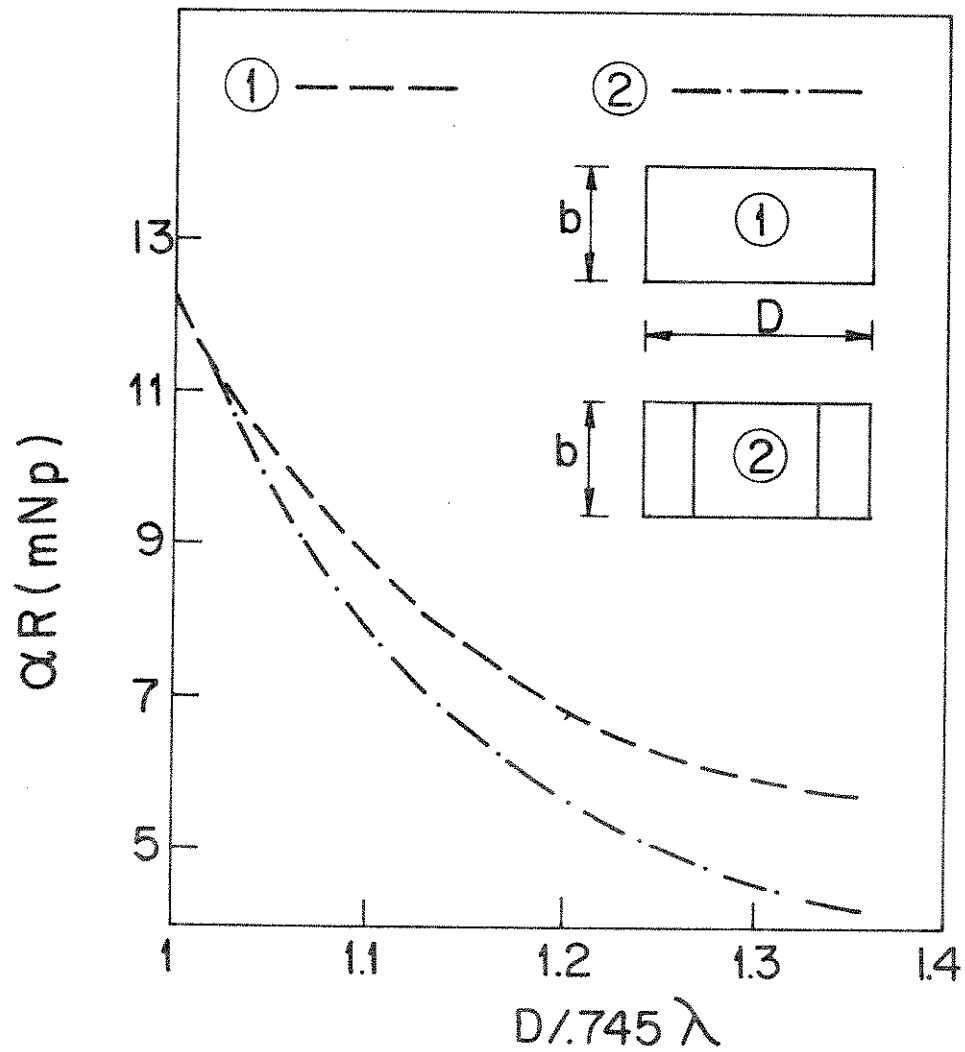


Fig. 2.9 - Variação de αR em função da largura do guia. Comparação entre guia canal com perfil e sem perfil no modo E_{11}^x , $n_1 = 1,5$; $n_2 = 1,0$; $n_3 = n_4 = n_5 = 1,35$; $R = 30\lambda$; $\lambda = 10^{-6}\text{m}$; $b = a$.

para o modo E_{11}^x , ou seja, como se comporta a atenuação em função da variação da largura do guia, comparando o guia com perfil com o sem perfil. Observa-se que para uma mesma largura \underline{D} o guia com perfil \underline{a} apresenta uma atenuação menor que o guia sem perfil. Obtém-se uma redução máxima para um guia de largura igual a $1,36 \cdot 0,745$ com $n_1 = 1,5$; $n_2 = 1,0$; $n_3 = n_4 = n_5 = 1,35$; $R = 30\lambda$, $\lambda = 10^{-6}\text{m}$ e $b = a$, onde:

- . para o guia sem perfil a redução é de 5,46 mNp.
- . para o guia com perfil, $n_\alpha = n_\beta = 1,49$, a redução é de 8,04 mNp.

- Para o guia "costela":

Características do guia: $a = 0,534\lambda$

$$R = 10,22\lambda$$

$$n_1 = 1,5 ; n_4 = 1,35$$

$$n_\alpha = n_\beta = n = 1,495$$

$$n_3 = n_5 = n_2 = 1,0$$

$$\lambda = 10^{-6}\text{m}$$

$$d_\alpha = d_\beta = d$$

A figura 2.10 mostra a variação de αR em função de d/a com b infinito para os modos E_{11}^x e E_{11}^y e a figura 2.11 mostra a variação de \underline{c} em função de d/a , também para os modos E_{11}^x e E_{11}^y . Observa-se que:

- . há uma considerável redução na atenuação devida, apenas, à diminuição de n_3 e n_5 [1].
- . a atenuação no modo E_{11}^y é menor que no modo E_{11}^x até um determinado \underline{d} .
- . há uma redução de $0,57\mu\text{Np}$ para o modo E_{11}^x com $d/a = 0,178$.
- . há uma redução de $0,13\mu\text{Np}$ para o modo E_{11}^y com $d/a = 0,178$.
- . com a diminuição de n_3 e n_5 a perda por conversão também diminui.

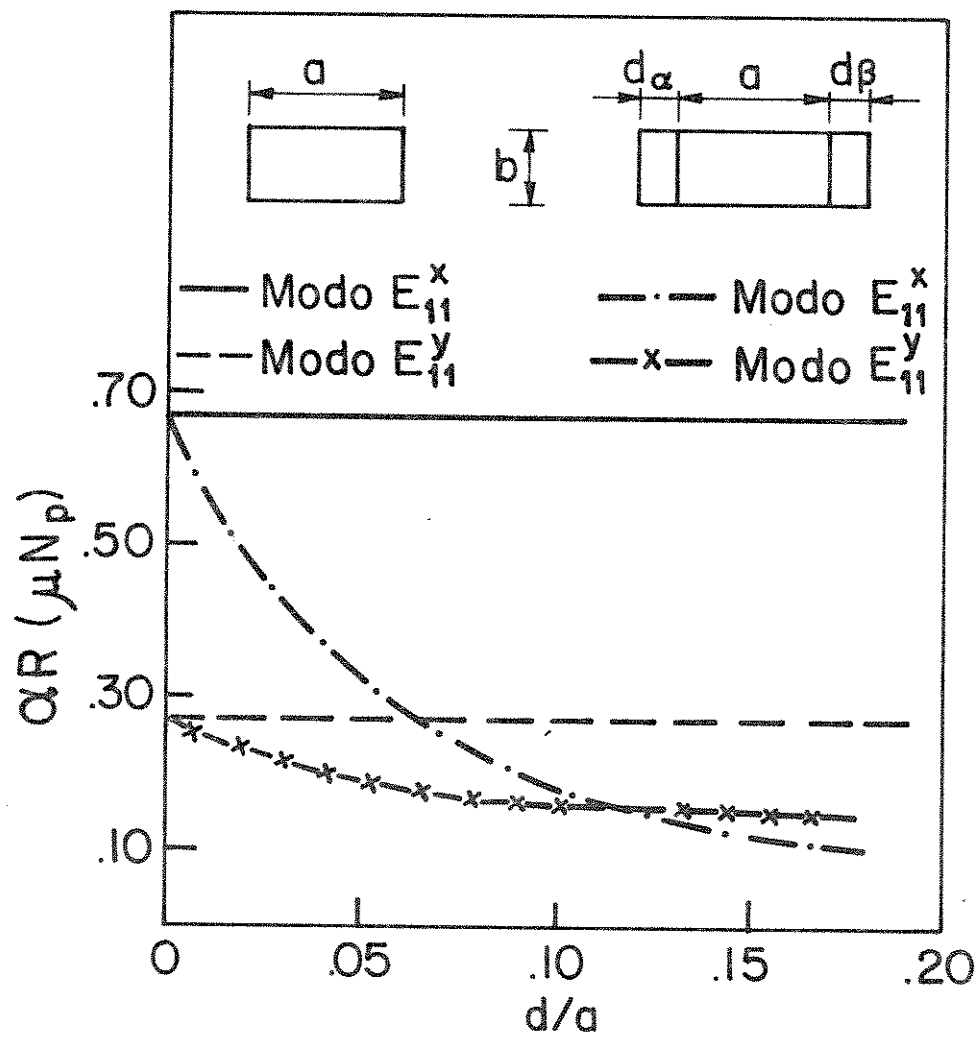


Fig. 2.10 - Variação de αR em função de d/a , com b infinito, para o guia "costela", para $a = 0,534\lambda$; $R = 10,22\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = n_3 = n_5 = 1,0$; $n_4 = 1,35$; $n_\alpha = n_\beta = n = 1,495$; $\lambda = 10^{-6}\text{m}$; $d_\alpha = d_\beta = d$.

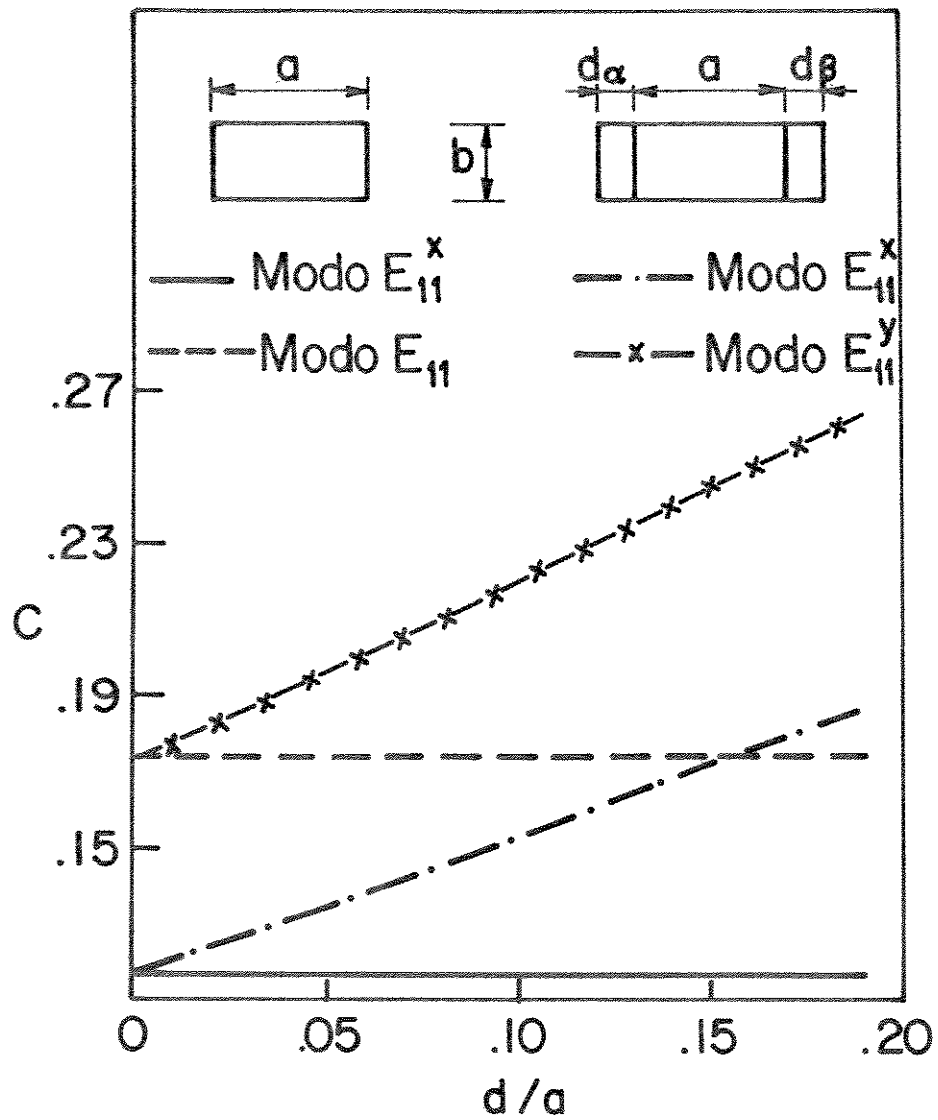


Fig. 2.11 - Variação de \underline{c} em função de d/a , com b infinito, para o guia "costela", para $a=0,534\lambda$; $R=10,22\lambda$; $n_1=1,5$; $n_2=n_3=n_5=1,0$; $n_4=1,35$; $n_\alpha=n_\beta=n=1,495$; $\lambda=10^{-6}\text{m}$; $d_\alpha=d_\beta=d$.

As figuras 2.12 e 2.13 mostram, respectivamente, as variações de α_R e \underline{c} em função de \underline{n} . O comportamento é o mesmo que para o guia canal.

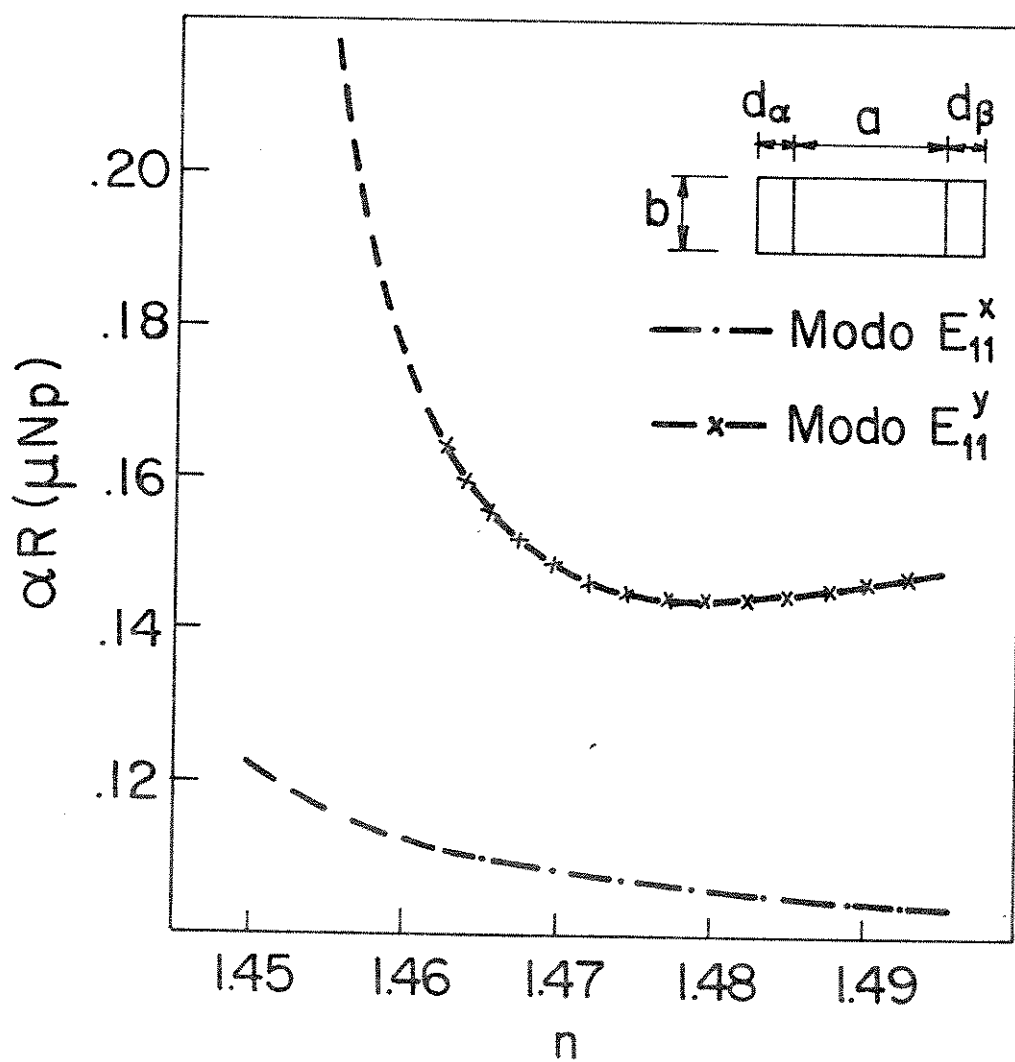


Fig. 2.12 - Variação de αR em função de n , para $d/a = 0,178$, b infinito e para o guia "costela", para $a = 0,534\lambda$; $R = 10,22\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = n_3 = n_5 = 1,0$; $n_4 = 1,35$; $n_\alpha = n_\beta = n = 1,495$; $\lambda = 10^{-6}\text{m}$; $d_\alpha = d_\beta = d$.

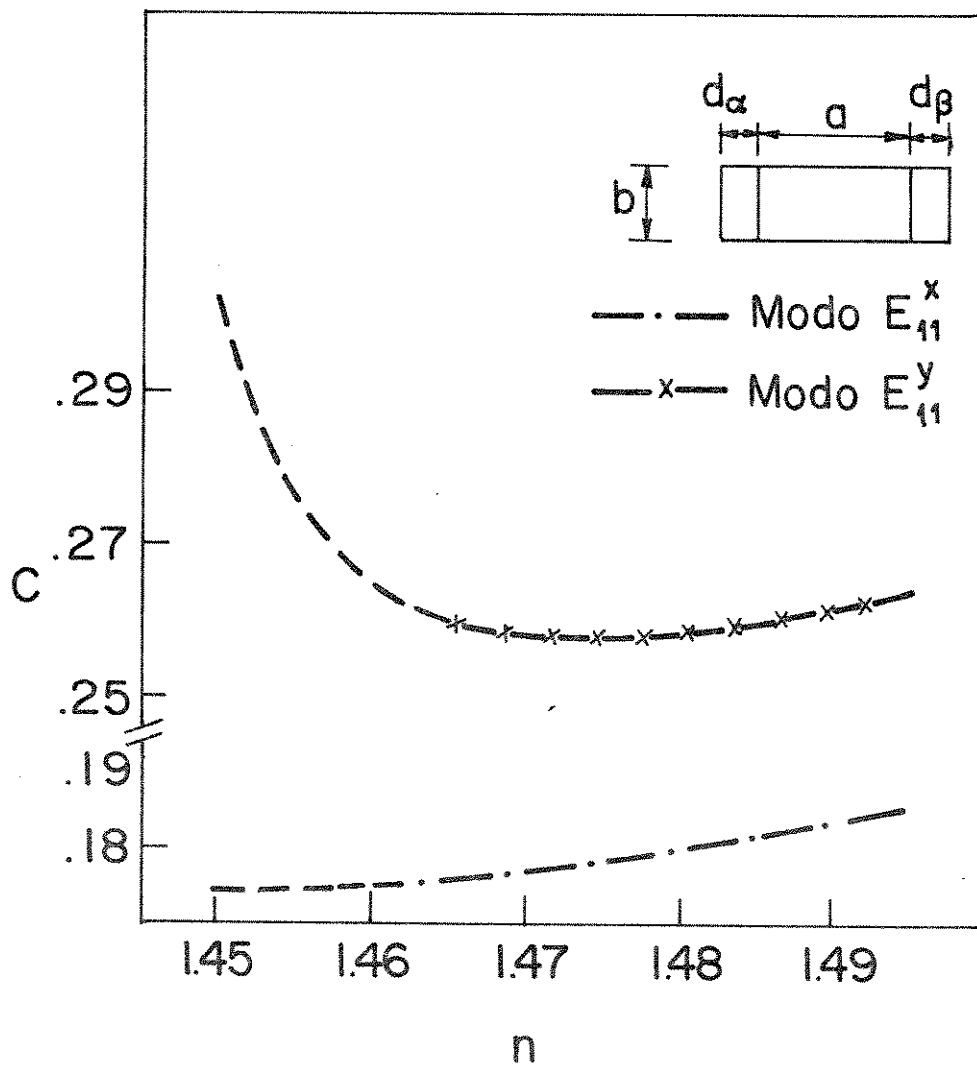


Fig. 2.13 - Variação de \underline{c} em função de \underline{n} , para $d/a = 0,178$, b infinito e para o guia "costela", para $a = 0,534\lambda$; $R = 10,22\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = n_3 = n_5 = 1,0$; $n_4 = 1,35$; $n_\alpha = n_\beta = n = 1,495$; $\lambda = 10^{-6}\text{m}$; $d_\alpha = d_\beta = d$.

CAPÍTULO 3

INTRODUÇÃO DO PERFIL DE ÍNDICE DEGRAU NAS
FACES SUPERIOR E INFERIOR DE UM GUIA DIELETRICO RETANGULAR
COM RAO DE CURVATURA R
(CONFIGURAÇÃO 1.1.b, 1.1.c e 1.1.d) .

3.1. ANÁLISE MATEMÁTICA

A. Modo E_{pq}^x

As componentes dos campos em cada região são dadas por (2.1), com:

$$H_{ym} = e^{-j\nu\theta + j\omega t} M_m J_\nu [(k_m^2 - k_{ym}^2)^{1/2} (R+x) + \psi_m] \cos (k_{ym}' y + \Omega_m)$$

p/ m = 1, Δ e γ

(3.1)

Para um perfeito casamento ao longo dos contornos dos meios 1, Δ e γ , deve-se ter:

$$k_{y1} = k_{y3} = k_{y5} = k_y \quad (3.2)$$

$$k_{x1} = k_{x2} = k_{x4} = k_{x\Delta} = k_{x\gamma} = k_x \quad (3.3)$$

$$\psi_1 = \psi_2 = \psi_4 = \psi_\Delta = \psi_\gamma = \psi \quad \text{e} \quad \Omega_1 = \Omega_3 = \Omega_5 = \Omega \quad (3.4)$$

A.1. Determinação da constante de propagação ao longo de y : k_y

Aplicando-se a condição dada por (2.5) aos contornos 1- Δ , Δ -2, 1- γ e γ -4 obtêm-se o seguinte sistema de equações:

$$\tan [k_{y1} b/2 + \Omega_1] = \frac{k_{y\Delta}}{k_{y1}} \tan (k_{y\Delta} b/2 + \Omega_\Delta) \quad (3.5)$$

$$\tan [k_{y\Delta} (b/2 + d_\Delta) + \Omega_\Delta] = j \frac{k_{y2}}{k_{y\Delta}} \quad (3.6)$$

$$\tan (k_{y1} b/2 - \Omega_1) = \frac{k_{y\gamma}}{k_{y1}} \tan (k_{y\gamma} b/2 - \Omega_\gamma) \quad (3.7)$$

$$\tan [k_{y\gamma} (b/2 + d_\gamma) - \Omega_\gamma] = j \frac{k_{y4}}{k_{y\gamma}} \quad (3.8)$$

De (3.5):

$$\Omega_1 = \tan^{-1} \left[\frac{k_{y\Delta}}{k_{y1}} \tan(k_{y\Delta} b/2 + \Omega_\Delta) \right] - k_{y1} b/2 \quad (3.9)$$

De (3.6):

$$\Omega_\Delta = \tan^{-1} \left(j \frac{k_{y2}}{k_{y\Delta}} \right) - k_{y\Delta} (b/2 + d_\Delta) \quad (3.10)$$

De (3.7):

$$\Omega_1 = k_{y1} \frac{b}{2} - \tan^{-1} \left[\frac{k_{y\gamma}}{k_{y1}} \tan(k_{y\gamma} b/2 - \Omega_\gamma) \right] \quad (3.11)$$

De (3.8):

$$\Omega_\gamma = k_{y\gamma} (b/2 + d_\gamma) - \tan^{-1} \left(j \frac{k_{y4}}{k_{y\gamma}} \right) \quad (3.12)$$

Igualando (3.9) a (3.11) e utilizando (3.10) e (3.12), ob-
têm-se:

$$\begin{aligned} k_{y1}b = \tan^{-1} \left\{ \frac{k_{y\Delta}}{k_{y1}} \tan \left[\tan^{-1} \left(j \frac{k_{y2}}{k_{y\Delta}} \right) - k_{y\Delta} d_\Delta \right] \right\} + \\ + \tan^{-1} \left\{ \frac{k_{y\gamma}}{k_{y1}} \tan \left[\tan^{-1} \left(j \frac{k_{y4}}{k_{y\gamma}} \right) - k_{y\gamma} d_\gamma \right] \right\} \quad (3.13) \end{aligned}$$

A partir da condição (3.3):

$$k_1^2 - k_{y1}^2 = k_\Delta^2 - k_{y\Delta}^2 ,$$

ou
$$k_{y\Delta}^2 = k_\Delta^2 - k_1^2 + k_{y1}^2 = (2\pi/\lambda)^2 n_\Delta^2 - (2\pi/\lambda)^2 n_1^2 + k_{y1}^2 ,$$

$$\text{ou} \quad -k_{y\Delta}^2 = (2\pi/\lambda)^2 (n_1^2 - n_\Delta^2) - k_{y1}^2 ,$$

$$\text{ou} \quad k_{y\Delta} = \sqrt{ - \{ (2\pi/\lambda)^2 (n_1^2 - n_\Delta^2) - k_{y1}^2 \} } ,$$

$$\text{ou} \quad \frac{k_{y\Delta}}{k_{y1}} = j \frac{\sqrt{(2\pi/\lambda)^2 (n_1^2 - n_\Delta^2) - k_{y1}^2}}{k_{y1}} ,$$

$$\text{ou} \quad \frac{k_{y\Delta}}{k_{y1}} = j \sqrt{(\gamma/A_{1\Delta} k_{y1})^2 - 1} \quad (3.14)$$

Analogamente encontramos:

$$\frac{k_{y2}}{k_{y\Delta}} = j \sqrt{(\pi/A_{\Delta 2} k_{y\Delta})^2 - 1} \quad (3.15)$$

$$\frac{k_{y\gamma}}{k_{y1}} = j \sqrt{(\pi/A_{1\Delta} k_{y1})^2 - 1} \quad (3.16)$$

$$\frac{k_{y4}}{k_{y\gamma}} = j \sqrt{(\pi/A_{\gamma 4} k_{y1})^2 - 1} \quad (3.17)$$

onde:

$$A_{nm} = \frac{\lambda}{2(n_n^2 - n_m^2)^{1/2}} \quad (3.18)$$

λ é o comprimento de onda no espaço livre.

Substituindo (3.14), (3.15), (3.16) e (3.17) em (3.13), obtem-se a equação característica para o guia plano com perfil de índice degrau nas faces superior e inferior:

$$k_y b = q\pi$$

$$\begin{aligned}
 & - \tan^{-1} j \frac{1 - \sqrt{(z_{\Delta 2}/(k_y^2 - z_{1\Delta}^2)^{1/2})^2 - 1} \cdot \tan[(k_y^2 - z_{1\Delta}^2)^{1/2} d_{\Delta}]}{\sqrt{(z_{1\Delta}/k_y)^2 - 1} \{ \sqrt{(z_{\Delta 2}/(k_y^2 - z_{1\Delta}^2)^{1/2})^2 - 1} + \tan[(k_y^2 - z_{1\Delta}^2)^{1/2} d_{\Delta}] \}} \\
 & - \tan^{-1} j \frac{1 - \sqrt{(z_{\gamma 4}/(k_y^2 - z_{1\gamma}^2)^{1/2})^2 - 1} \cdot \tan[(k_y^2 - z_{1\gamma}^2)^{1/2} d_{\gamma}]}{\sqrt{(z_{1\gamma}/k_y)^2 - 1} \{ \sqrt{(z_{\gamma 4}/(k_y^2 - z_{1\gamma}^2)^{1/2})^2 - 1} + \tan[(k_y^2 - z_{1\gamma}^2)^{1/2} d_{\gamma}] \}}
 \end{aligned}
 \tag{3.19}$$

onde: $z_{nm} = \frac{\pi}{A_{nm}}$

q é o número que caracteriza a ordem do modo.
as funções \tan^{-1} estão localizadas no primeiro quadrante.

A.2. Determinação da constante de propagação ao longo de $x: k_{x1}$

Os contornos a serem estudados são: 1-3, 1-5, Δ -3, Δ -5, γ -3 e γ -5. Aplicando-se a condição (2.23) a estes contornos, obtém-se as seguintes equações:

. contorno 1 - 3: $x = 0$

$$\frac{J_v(\rho_{13})}{J_v'(\rho_{13})} = \frac{(k_3^2 - k_{y3}^2)^{1/2}}{(k_1^2 - k_{y1}^2)^{1/2}} \frac{H_v^{(2)}(\rho_3)}{H_v^{(2)'}(\rho_3)}
 \tag{3.20}$$

onde:

$$\rho_{13} = (k_1^2 - k_{y1}^2)^{1/2} R + \psi_1
 \tag{3.21}$$

$$\rho_3 = (k_3^2 - k_{y3}^2)^{1/2} R$$

. contorno 1 - 5: $x = -a$

$$\frac{J_v(\rho_{15})}{J_v'(\rho_{15})} = \frac{(k_5^2 - k_{y5}^2)^{1/2}}{(k_1^2 - k_{y1}^2)^{1/2}} \frac{J_v(\rho_5)}{J_v'(\rho_5)}
 \tag{3.22}$$

onde:

$$\begin{aligned}\rho_{15} &= (k_1^2 - k_{y1}^2)^{1/2} (R-a) + \psi_1 \\ \rho_5 &= (k_5^2 - k_{y5}^2)^{1/2} (R-a)\end{aligned}\quad (3.23)$$

. contorno $\Delta - 3$: $x = 0$

$$\frac{J_\nu(\rho_{\Delta 3})}{J'_\nu(\rho_{\Delta 3})} = \frac{(k_3^2 - k_{y3}^2)^{1/2}}{(k_\Delta^2 - k_{y\Delta}^2)^{1/2}} \frac{H_\nu^{(2)}(\rho_3)}{H_\nu^{(2)*}(\rho_3)} \quad (3.24)$$

onde:

$$\rho_{\Delta 3} = (k_\Delta^2 - k_{y\Delta}^2)^{1/2} R + \psi_\Delta \quad (3.25)$$

. contorno $\Delta - 5$: $x = -a$

$$\frac{J_\nu(\rho_{\Delta 5})}{J'_\nu(\rho_{\Delta 5})} = \frac{(k_5^2 - k_{y5}^2)^{1/2}}{(k_\Delta^2 - k_{y\Delta}^2)^{1/2}} \frac{J_\nu(\rho_5)}{J'_\nu(\rho_5)} \quad (3.26)$$

onde:

$$\rho_{\Delta 5} = (k_\Delta^2 - k_{y\Delta}^2)^{1/2} (R-a) + \psi_\Delta \quad (3.27)$$

. contorno $\gamma - 3$: $x = 0$

$$\frac{J_\nu(\rho_{\gamma 3})}{J'_\nu(\rho_{\gamma 3})} = \frac{(k_3^2 - k_{y3}^2)^{1/2}}{(k_\gamma^2 - k_{y\gamma}^2)^{1/2}} \frac{H_\nu^{(2)}(\rho_3)}{H_\nu^{(2)*}(\rho_3)} \quad (3.28)$$

onde:

$$\rho_{\gamma 3} = (k_\gamma^2 - k_{y\gamma}^2)^{1/2} R + \psi_\gamma \quad (3.29)$$

. contorno $\gamma - 5$: $x = -a$

$$\frac{J_\nu(\rho_{\gamma 5})}{J'_\nu(\rho_{\gamma 5})} = \frac{(k_5^2 - k_{y5}^2)^{1/2}}{(k_\gamma^2 - k_{y\gamma}^2)^{1/2}} \frac{J_\nu(\rho_5)}{J'_\nu(\rho_5)} \quad (3.30)$$

onde:

$$\rho_{Y5} = (k_Y^2 - k_{YY}^2)^{1/2} (R-a) + \psi_Y \quad (3.31)$$

Pelas condições estabelecidas em (3.2), (3.3) e (3.4), $k_{x1} = k_{x\Delta} = k_{xY}$ e $\psi_1 = \psi_\Delta = \psi_Y$; portanto, as equações (3.24) e (3.28) são iguais à equação (3.20), e as equações (3.26) e (3.30) são iguais à equação (3.22); logo, o problema se reduz a um sistema de duas equações, ou seja:

$$\frac{J_V(\rho_{13})}{J'_V(\rho_{13})} = \frac{(k_3^2 - k_Y^2)^{1/2}}{(k_1^2 - k_Y^2)^{1/2}} \frac{H_V^{(2)}(\rho_3)}{H_V^{(2)'}(\rho_3)} \quad (3.32)$$

$$\frac{J_V(\rho_{15})}{J'_V(\rho_{15})} = \frac{(k_5^2 - k_Y^2)^{1/2}}{(k_1^2 - k_Y^2)^{1/2}} \frac{J_V(\rho_5)}{J'_V(\rho_5)} \quad (3.33)$$

Neste ponto, comparando-se as equações (3.32) e (3.33) com as equações (2.26), (2.28), (2.30) e (2.32), pode-se provar que a solução deste problema é um caso particular ($d_\alpha = d_\beta = 0$) do problema analisado no Capítulo 2, seção A.2. Portanto, a análise é idêntica, não havendo necessidade de repeti-la. Logo, k_{x1} é dada pela equação (2.197), reescrita aqui:

$$k_{x1} = k_{x0} \left(1 + \frac{2c}{ak_{x0}} - j \frac{k_{z0}}{k_{x0}^2} \alpha \right) \quad (3.34)$$

onde:

k_{x0} é dada por (2.194)

c é dada por (2.195)

α é dada por (2.196)

$d_\alpha = d_\beta = 0$, satisfazendo as condições impostas no desenvolvimento da seção A.2 do Capítulo 2.

B. Modo E_{pq}^Y

Para o modo E_{pq}^Y as componentes dos campos em cada região são dadas por (2.199), com:

$$E_{ym} = e^{-jv\theta + j\omega t} M_m J_v [(k_m^2 - k_{ym}^2)^{1/2} (R+x) + \psi_m] \cos(k_{ym} y + \Omega_m)$$

$p/m = 1, \Delta \text{ e } \gamma$

(3.35)

B.1. Determinação da constante de propagação ao longo de y : k_y

Aplicando as condições de contorno analogamente ao modo E_{pq}^x , obtêm-se a equação característica para k_y a partir de:

$$\tan(k_{y1} b/2 + \Omega_1) = \frac{k_{y\Delta}}{k_{y1}} \tan(k_{y\Delta} b/2 + \Omega_\Delta) \cdot \frac{n_1^2}{n_\Delta^2}$$

(3.36)

$$\tan[k_{y\Delta} (b/2 + d_\Delta) + \Omega_\Delta] = j \frac{k_{y2}}{k_{y\Delta}} \cdot \frac{n_\Delta^2}{n_2^2}$$

(3.37)

$$\tan(k_{y1} b/2 - \Omega_1) = \frac{k_{y\gamma}}{k_{y1}} \tan(k_{y\gamma} b/2 - \Omega_\gamma) \cdot \frac{n_1^2}{n_\gamma^2}$$

(3.38)

$$\tan[k_{y\gamma} (b/2 + d_\gamma) - \Omega_\gamma] = j \frac{k_{y4}}{k_{y\gamma}} \cdot \frac{n_\gamma^2}{n_4^2}$$

(3.39)

Então:

$$k_y b = q\pi$$

$$-\tan^{-1} j \frac{n_{\Delta}^2}{n_1^2} \frac{1 - n_{\Delta}^2/n_2^2 \sqrt{(z_{\Delta 2}/(k_y^2 - z_{1\Delta}^2)^{1/2})^2 - 1} \cdot \tan[(k_y^2 - z_{1\Delta}^2)^{1/2} d_{\Delta}]}{\sqrt{(z_{1\Delta}/k_y)^2 - 1} \{ n_{\Delta}^2/n_2^2 \sqrt{(z_{\Delta 2}/(k_y^2 - z_{1\Delta}^2)^{1/2})^2 - 1} + \tan[(k_y^2 - z_{1\Delta}^2)^{1/2} d_{\Delta}] \}}$$

$$-\tan^{-1} j \frac{n_Y^2}{n_1^2} \frac{1 - n_Y^2/n_4^2 \sqrt{(z_{Y4}/(k_Y^2 - z_{1Y}^2)^{1/2})^2 - 1} \cdot \tan[(k_Y^2 - z_{1Y}^2)^{1/2} d_Y]}{\sqrt{(z_{1Y}/k_Y)^2 - 1} \{ n_Y^2/n_4^2 \sqrt{(z_{Y4}/(k_Y^2 - z_{1Y}^2)^{1/2})^2 - 1} + \tan[(k_Y^2 - z_{1Y}^2)^{1/2} d_Y] \}}$$

(3.40)

B.2. Determinação da constante de propagação ao longo de x: k_{x1}

Seguindo o mesmo desenvolvimento utilizado para o modo E_{pq}^x encontra-se o sistema de duas equações utilizadas para a obtenção de k_{x1} , ou sejam:

$$\frac{J_v(\rho_{13})}{J_v'(\rho_{13})} = \frac{n_1^2}{n_3^2} \frac{(k_3^2 - k_y^2)^{1/2}}{(k_1^2 - k_y^2)^{1/2}} \frac{H_v^{(2)}(\rho_3)}{H_v^{(2)'}(\rho_3)} \quad (3.41)$$

$$\frac{J_v(\rho_{15})}{J_v'(\rho_{15})} = \frac{n_1^2}{n_5^2} \frac{(k_5^2 - k_y^2)^{1/2}}{(k_1^2 - k_y^2)^{1/2}} \frac{J_v(\rho_5)}{J_v'(\rho_5)} \quad (3.42)$$

Pelo exposto na seção A.2 deste capítulo, torna-se desnecessário qualquer desenvolvimento, pois a solução é a mesma encontrada na seção B.2 do Capítulo 2, para $d_{\alpha} = d_{\beta} = 0$.

3.2. RESULTADOS

Para os mesmos guias canal e "costela" analisados no Capí

tulo 2, foi feita uma análise comparativa entre os seguintes tipos de perfis verticais:

- . face superior (figura 1.1.b)
- . face inferior (figura 1.1.c)
- . faces superior e inferior, simultaneamente (figura 1.1.d)

Para cada tipo de perfil foram analisadas duas configurações:

- . a soma de \underline{d} (região acrescida) com o restante da altura do guia é sempre constante e igual a \underline{b} . Esta configuração pode ser obtida por meio de um crescimento controlado nas camadas dielétricas. Pode também ser considerada como uma aproximação de primeira ordem para o guia retangular com perfil de índice de refração variável (configuração (2) de todos os gráficos).
- . a região \underline{d} é acrescida à altura \underline{b} do guia (configuração (3) de todas as figuras deste capítulo).

- Guia Canal

a. perfil vertical na face superior do guia

As figuras 3.1 e 3.2 mostram a variação de αR em função de d_{Δ}/a para vários valores de b/a , para os modos E_{11}^x e E_{11}^y , respectivamente, e a figura 3.3 mostra a variação de \underline{c} em função de d_{Δ}/a , para vários valores de b/a , também para os modos E_{11}^x e E_{11}^y . Observa-se que:

- . para as duas configurações não homogêneas há uma redução, tanto da atenuação quanto da perda por conversão, quando se aumenta d_{Δ} [47].
- . a redução é maior na configuração (2) [47].
- . para a configuração (2), a redução máxima obtida para o modo E_{11}^x é de [47]:

a.1 - 6,1 mNp, com $d_{\Delta}/a = 0,2$ e $b/a = 1$

a.2 - 6,1 mNp, com $d_{\Delta}/a = 0,2$ e $b/a = 0,9$

a.3 - 5,7 mNp, com $d_{\Delta}/a = 0,2$ e $b/a = 0,8$

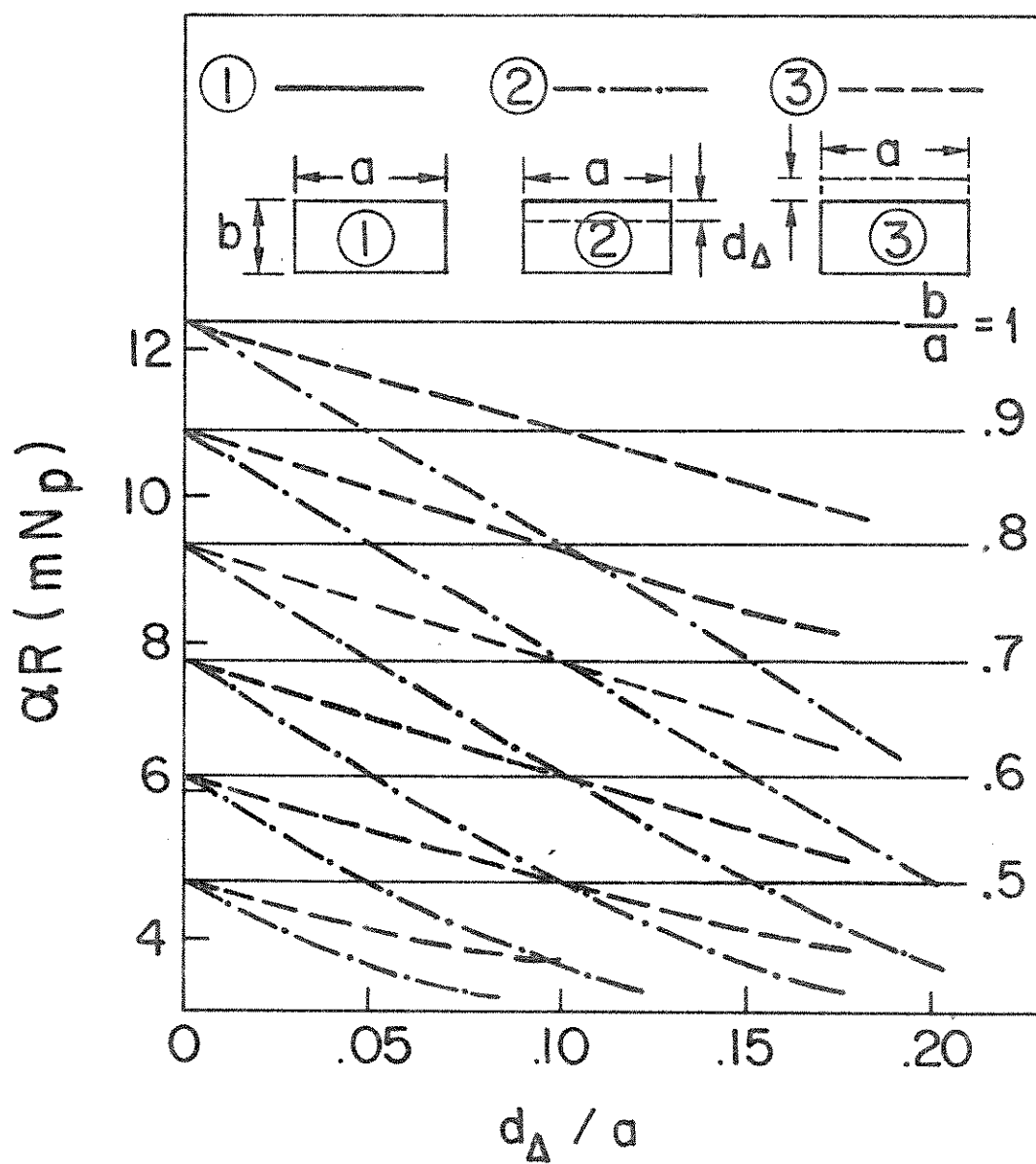


Fig. 3.1 - Curvas de αR em função de d_{Δ}/a , para vários valores de b/a , para o guia canal com perfil vertical na face superior, no modo E_{11}^x , para $a = 0,745\lambda$; $R = 30\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = 1,0$; $n_3 = n_4 = n_5 = 1,35$; $n_{\Delta} = 1,49$; $\lambda = 10^{-6}$ m.

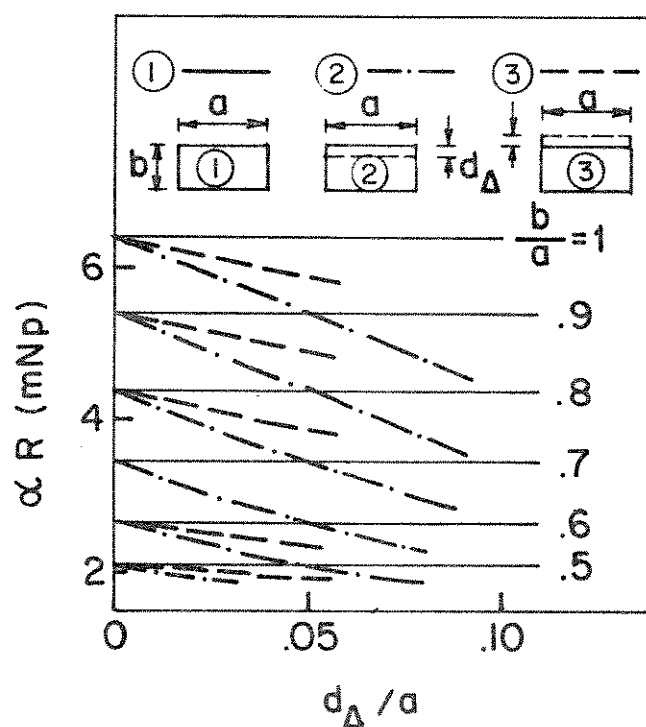


Fig. 3.2 - Curvas de αR em função de d_Δ/a , para vários valores de b/a e para o guia canal, com perfil vertical na face superior, no modo E_{11}^Y , para $a = 0,745\lambda$; $R = 30\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = 1,0$; $n_3 = n_4 = n_5 = 1,35$; $n_\Delta = 1,49$; $\lambda = 10^{-6}\text{m}$.

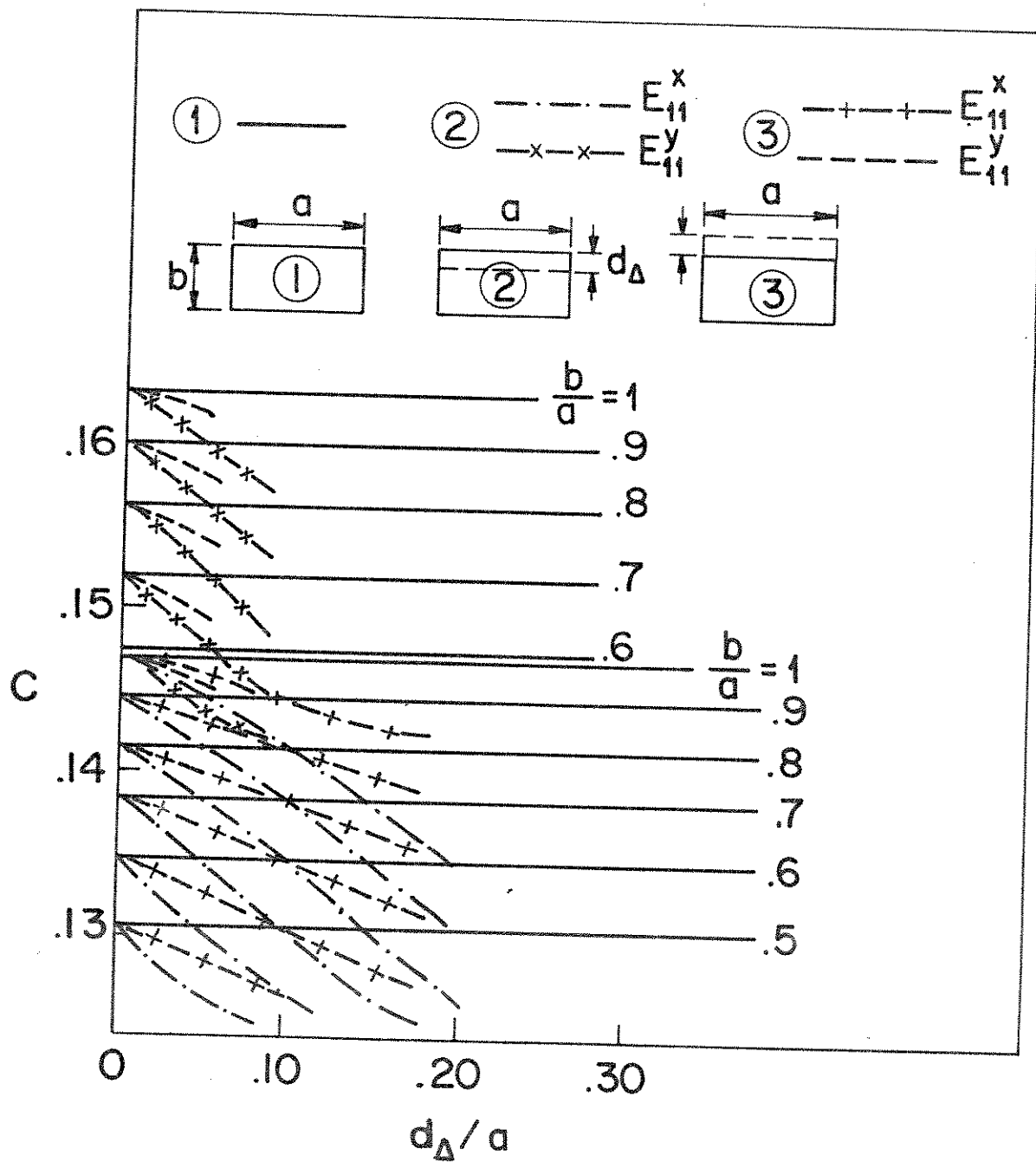


Fig. 3.3 - Curvas de c em função de d_Δ/a , para vários valores de b/a e para o guia canal, com perfil vertical na face superior, para $a = 0,745\lambda$; $R = 30\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = 1,0$; $n_3 = n_4 = n_5 = 1,35$; $n_\Delta = 1,49$; $\lambda = 10^{-6}\text{m}$.

- a.4 - 4,5 mNp, com $d_{\Delta}/a = 0,18$ e $b/a = 0,7$
 - a.5 - 2,9 mNp, com $d_{\Delta}/a = 0,12$ e $b/a = 0,6$
 - a.6 - 1,5 mNp, com $d_{\Delta}/a = 0,08$ e $b/a = 0,5$
- . para a configuração (2), a redução máxima obtida para o modo E_{11}^Y é de:
- a.1 - 1,8 mNp, com $d_{\Delta}/a = 0,09$ e $b/a = 1$
 - a.2 - 1,7 mNp, com $d_{\Delta}/a = 0,09$ e $b/a = 0,9$
 - a.3 - 1,6 mNp, com $d_{\Delta}/a = 0,09$ e $b/a = 0,8$
 - a.4 - 1,2 mNp, com $d_{\Delta}/a = 0,08$ e $b/a = 0,7$
 - a.5 - 0,7 mNp, com $d_{\Delta}/a = 0,08$ e $b/a = 0,6$
 - a.6 - 0,2 mNp, com $d_{\Delta}/a = 0,03$ e $b/a = 0,5$
- . para a configuração (3), a redução máxima obtida para o modo E_{11}^X é de [47]:
- a.1 - 2,8 mNp, com $d_{\Delta}/a = 0,178$ e $b/a = 1$
 - a.2 - 2,8 mNp, com $d_{\Delta}/a = 0,178$ e $b/a = 0,9$
 - a.3 - 2,8 mNp, com $d_{\Delta}/a = 0,178$ e $b/a = 0,8$
 - a.4 - 2,7 mNp, com $d_{\Delta}/a = 0,178$ e $b/a = 0,7$
 - a.5 - 2,3 mNp, com $d_{\Delta}/a = 0,178$ e $b/a = 0,6$
 - a.6 - 1,1 mNp, com $d_{\Delta}/a = 0,09$ e $b/a = 0,5$
- . para a configuração (3), a redução máxima obtida para o modo E_{11}^Y com $d_{\Delta}/a = 0,056$ é de:
- a.1 - 0,6 mNp para $b/a = 1$
 - a.2 - 0,6 mNp para $b/a = 0,9$
 - a.3 - 0,5 mNp para $b/a = 0,8$
 - a.4 - 0,5 mNp para $b/a = 0,7$
 - a.5 - 0,3 mNp para $b/a = 0,6$
 - a.6 - 0,2 mNp para $b/a = 0,5$
- . para um mesmo valor de d_{Δ} , por exemplo, $d_{\Delta}/a = 0,1$, no modo E_{11}^X , é obtida uma redução de:

- a.1 - 3,4 mNp para a configuração (2) e 1,5 mNp para a configuração (3), com $b/a = 1$
 - a.2 - 3,1 mNp para a configuração (2) e 1,8 mNp para a configuração (3), com $b/a = 0,9$
 - a.3 - 3,1 mNp para a configuração (2) e 1,6 mNp para a configuração (3), com $b/a = 0,8$
 - a.4 - 3,0 mNp para a configuração (2) e 1,6 mNp para a configuração (3), com $b/a = 0,7$
 - a.5 - 2,6 mNp para a configuração (2) e 1,4 mNp para a configuração (3), com $b/a = 0,6$
- . um valor baixo de perda obtido para um guia sem perfil com $b = 0,5a$ no modo E_{11}^x pode ser conseguido por um guia com perfil na face superior de:
- i - altura igual a $0,9a$ e $d_{\Delta} = 0,2a$, na configuração (2)
 - ii - altura igual a $0,8a$ e $d_{\Delta} = 0,15a$, na configuração (2)
 - iii - altura igual a $0,7a$ e $d_{\Delta} = 0,1a$, na configuração (2)
 - iv - altura igual a $0,6a$ e $d_{\Delta} = 0,1a$, na configuração (3)
 - v - altura igual a $0,6a$ e $d_{\Delta} = 0,05a$, na configuração (2)
- . a limitação de d_{Δ} ocorre porque a partir de um determinado d_{Δ} é atingido o ponto de corte, ou então ocorre a excitação de outro modo já que as variações em y interferem no parâmetro $k_y b$.

b. perfil vertical na face inferior do guia

As figuras 3.4 e 3.5 mostram a variação de αR em função de d_y/a para vários valores de b/a , para os modos E_{11}^x e E_{11}^y , respectivamente, e as figuras 3.6 e 3.7 mostram a variação de c em função de d_y/a para vários valores de b/a , para os valores E_{11}^x e E_{11}^y , respec

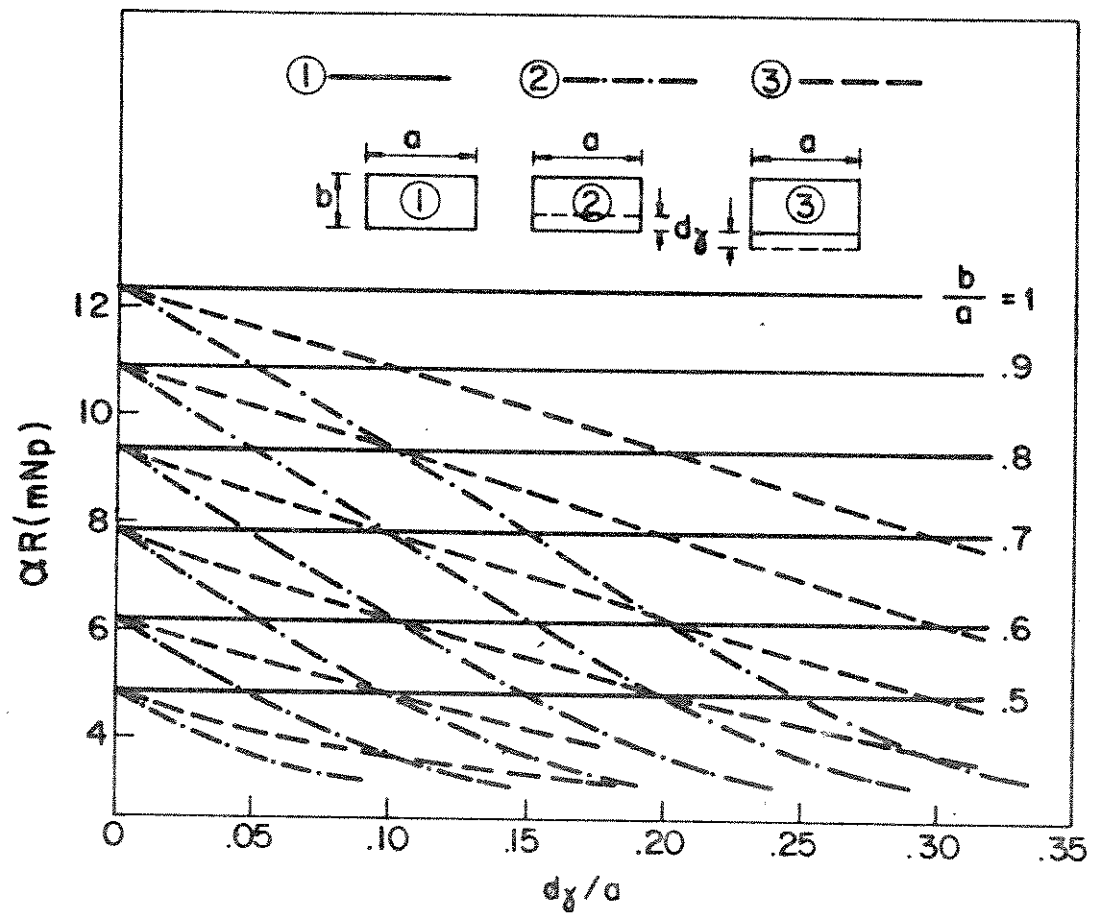


Fig. 3.4 - Curvas de αR em função de d_Y/a , para vários valores de b/a e para o guia canal com perfil vertical na face inferior, no modo E_{11}^x , para $a = 0,745\lambda$; $R = 30\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = 1,0$; $n_3 = n_4 = n_5 = 1,35$; $n_Y = 1,49$; $\lambda = 10^{-6}\text{m}$.

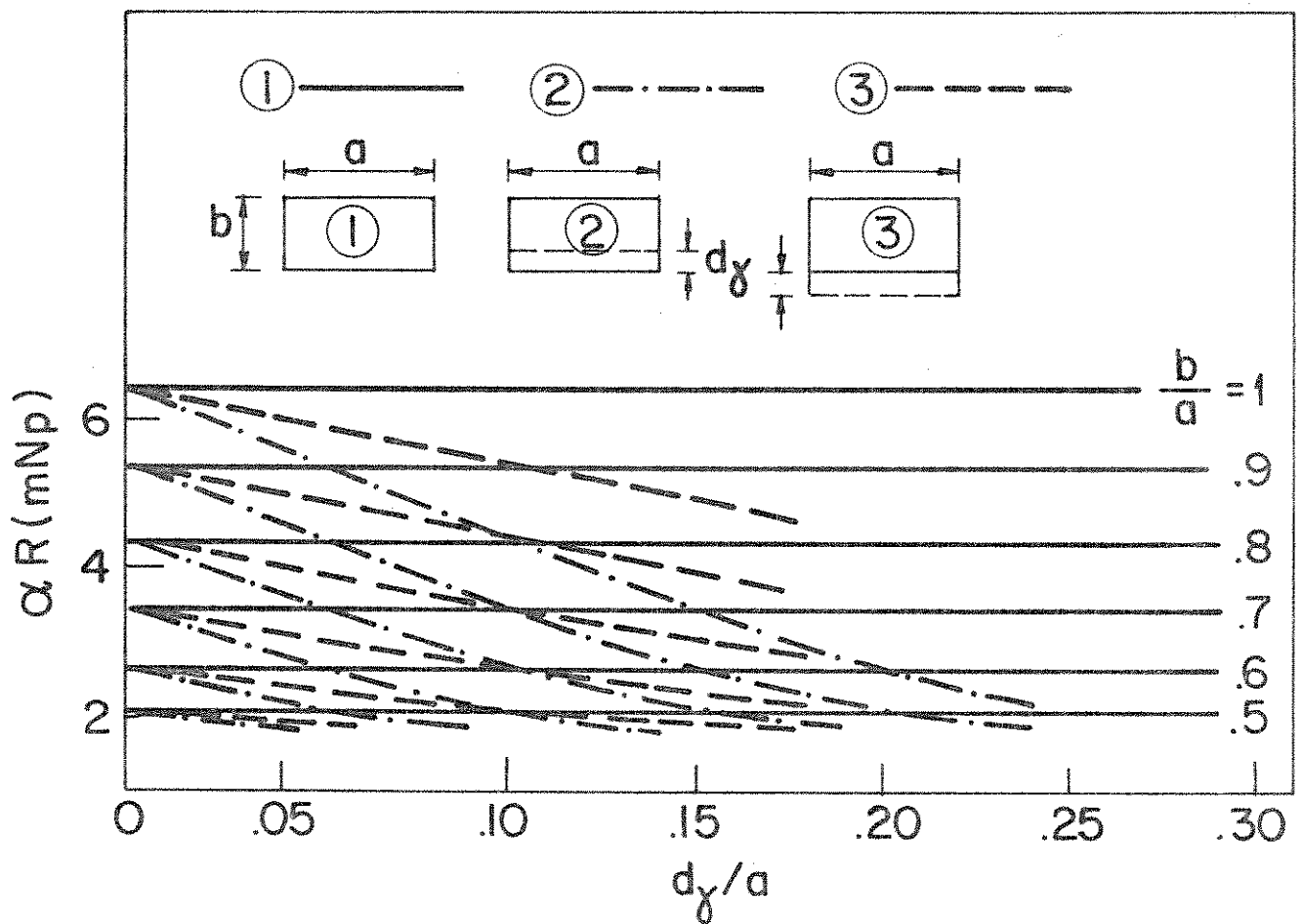


Fig. 3.5 - Curvas de αR em função de d_γ/a , para vários valores de b/a e para o guia canal com perfil vertical na face inferior, no modo E_{11}^Y , para $a = 0,745\lambda$; $R = 30\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = 1,0$; $n_3 = n_4 = n_5 = 1,35$; $n_Y = 1,49$; $\lambda = 10^{-6}$ m.

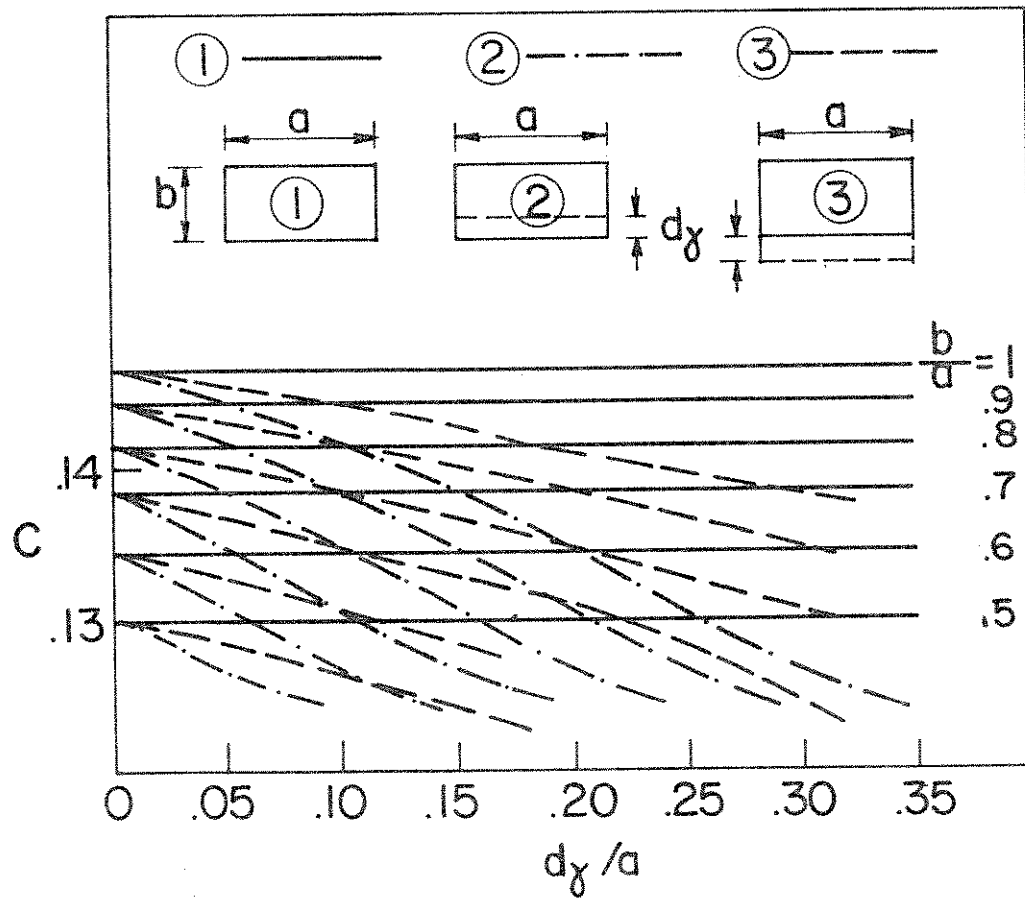


Fig. 3.6 - Curvas de \underline{c} em função de d_y/a , para vários valores de b/a e para o guia canal com perfil na face inferior, no modo E_{11}^x , para $a = 0,745\lambda$; $R = 30\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = 1,0$; $n_3 = n_4 = n_5 = 1,35$; $n_\gamma = 1,49$; $\lambda = 10^{-6}\text{m}$.

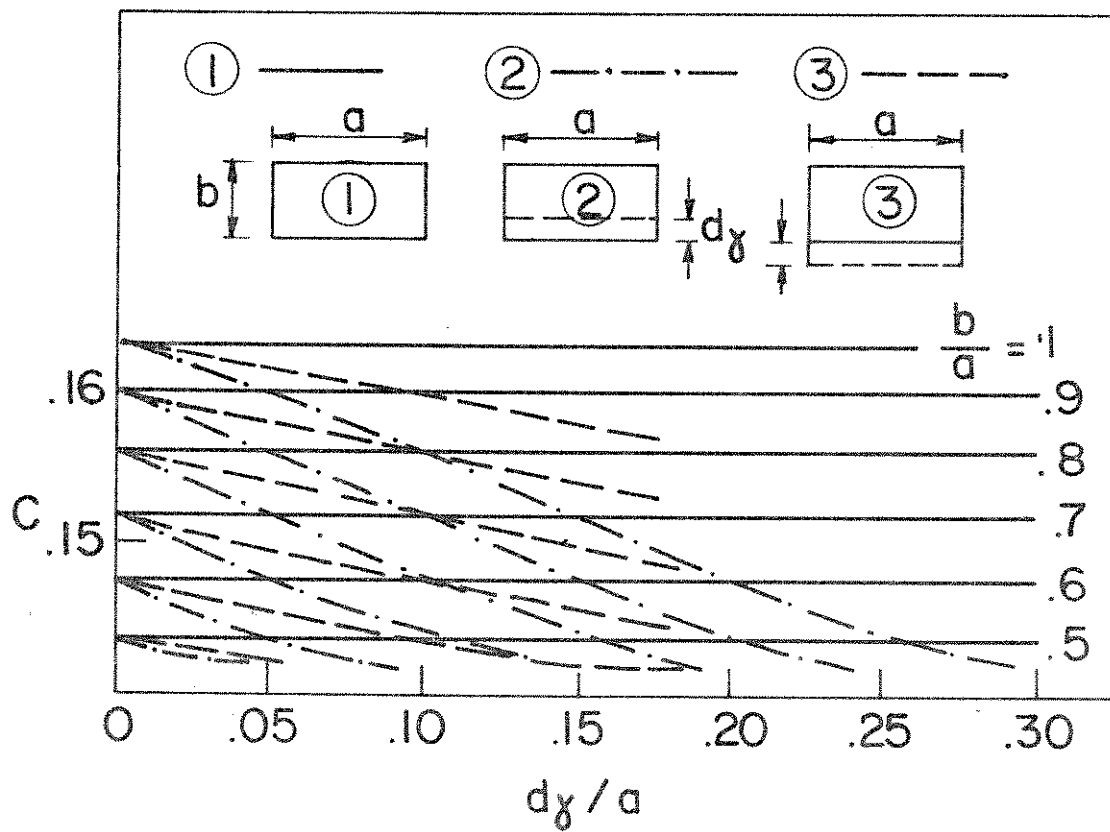


Fig. 3.7 - Curvas de c em função de d_y/a , para vários valores de b/a e para o guia canal com perfil na face inferior, no modo E_{11}^Y , para $a = 0,745\lambda$; $R = 30\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = 1,0$; $n_3 = n_4 = n_5 = 1,35$; $n_Y = 1,49$; $\lambda = 10^{-6}\text{m}$.

tivamente. Observa-se que:

- . para a configuração (2), a redução máxima obtida para o modo E_{11}^x é de:
 - b.1 - 9,1 mNp, com $d_Y/a = 0,35$ e $b/a = 1$
 - b.2 - 7,6 mNp, com $d_Y/a = 0,29$ e $b/a = 0,9$
 - b.3 - 6,2 mNp, com $d_Y/a = 0,24$ e $b/a = 0,8$
 - b.4 - 4,6 mNp, com $d_Y/a = 0,19$ e $b/a = 0,7$
 - b.5 - 3,0 mNp, com $d_Y/a = 0,14$ e $b/a = 0,6$
 - b.6 - 1,6 mNp, com $d_Y/a = 0,09$ e $b/a = 0,5$
- . para a configuração (2), a redução máxima obtida para o modo E_{11}^y é de:
 - b.1 - 4,2 mNp, com $d_Y/a = 0,29$ e $b/a = 1$
 - b.2 - 3,5 mNp, com $d_Y/a = 0,24$ e $b/a = 0,9$
 - b.3 - 2,5 mNp, com $d_Y/a = 0,19$ e $b/a = 0,8$
 - b.4 - 1,6 mNp, com $d_Y/a = 0,14$ e $b/a = 0,7$
 - b.5 - 0,8 mNp, com $d_Y/a = 0,09$ e $b/a = 0,6$
 - b.6 - 0,2 mNp, com $d_Y/a = 0,04$ e $b/a = 0,5$
- . para a configuração (3), a redução máxima obtida para o modo E_{11}^x é de:
 - b.1 - 4,8 mNp, com $d_Y/a = 0,316$ e $b/a = 1$
 - b.2 - 4,8 mNp, com $d_Y/a = 0,316$ e $b/a = 0,9$
 - b.3 - 4,7 mNp, com $d_Y/a = 0,316$ e $b/a = 0,8$
 - b.4 - 4,2 mNp, com $d_Y/a = 0,316$ e $b/a = 0,7$
 - b.5 - 2,3 mNp, com $d_Y/a = 0,178$ e $b/a = 0,6$
 - b.6 - 1,6 mNp, com $d_Y/a = 0,178$ e $b/a = 0,5$
- . para a configuração (3), a redução máxima obtida para o modo E_{11}^y é de:
 - b.1 - 1,8 mNp, com $d_Y/a = 0,178$ e $b/a = 1$
 - b.2 - 1,7 mNp, com $d_Y/a = 0,178$ e $b/a = 0,9$

- b.3 - 1,5 mNp, com $d_Y/a = 0,178$ e $b/a = 0,8$
 - b.4 - 1,2 mNp, com $d_Y/a = 0,178$ e $b/a = 0,7$
 - b.5 - 0,8 mNp, com $d_Y/a = 0,178$ e $b/a = 0,6$
 - b.6 - 0,2 mNp, com $d_Y/a = 0,056$ e $b/a = 0,5$
- . para um mesmo valor de d_Y , por exemplo, $d_Y/a = 0,1$, no modo E_{11}^X , é obtida uma redução de:
- b.1 - 3,0 mNp para a configuração ② e 1,5 mNp para a configuração ③, com $b/a = 1$
 - b.2 - 3,1 mNp para a configuração ② e 1,5 mNp para a configuração ③, com $b/a = 0,9$
 - b.3 - 3,1 mNp para a configuração ② e 1,5 mNp para a configuração ③, com $b/a = 0,8$
 - b.4 - 3,0 mNp para a configuração ② e 1,6 mNp para a configuração ③, com $b/a = 0,7$
 - b.5 - 2,6 mNp para a configuração ② e 1,4 mNp para a configuração ③, com $b/a = 0,6$
 - b.6 - 1,6 mNp para a configuração ③, com $b/a = 0,5$
- . um valor baixo de perda obtido para um guia sem perfil com $b = 0,5a$ no modo E_{11}^X pode ser conseguido por um guia com perfil na face inferior de:
- i - altura igual a a e $d_Y = 0,25a$, na configuração ②
 - ii - altura igual a $0,9a$ e $d_Y = 0,2a$, na configuração ②
 - iii - altura igual a $0,8a$ e $d_Y = 0,15a$, na configuração ②
 - iv - altura igual a $0,8a$ e $d_Y = 0,3a$, na configuração ③
 - v - altura igual a $0,7a$ e $d_Y = 0,1a$, na configuração ②
 - vi - altura igual a $0,7a$ e $d_Y = 0,2a$, na configuração ③
 - vii - altura igual a $0,6a$ e $d_Y = 0,047a$, na configuração ②
 - viii - altura igual a $0,6a$ e $d_Y = 0,08a$, na configuração ③
- . quanto à limitação de d_Y , vale a mesma observação para o caso anterior.

c. perfil vertical nas faces superior e inferior do guia simultaneamente.

As figuras 3.8 e 3.9 mostram a variação de αR em função de d/a para vários valores de b/a , para os modos E_{11}^x e E_{11}^y , respectivamente, e as figuras 3.10 e 3.11 mostram a variação de \underline{c} em função de d/a para vários valores de b/a , também para os modos E_{11}^x e E_{11}^y . Aqui, $d = d_\Delta = d_Y$. Observa-se que:

. para a configuração (2), a redução máxima obtida para o modo E_{11}^x é de [48]:

- c.1 - 9,0 mNp, com $d/a = 0,16$ e $b/a = 1$
- c.2 - 7,6 mNp, com $d/a = 0,14$ e $b/a = 0,9$
- c.3 - 6,0 mNp, com $d/a = 0,11$ e $b/a = 0,8$
- c.4 - 4,5 mNp, com $d/a = 0,09$ e $b/a = 0,7$
- c.5 - 2,8 mNp, com $d/a = 0,06$ e $b/a = 0,6$
- c.6 - 1,5 mNp, com $d/a = 0,04$ e $b/a = 0,5$

. para a configuração (2), a redução máxima obtida para o modo E_{11}^y é de:

- c.1 - 3,1 mNp, com $d/a = 0,09$ e $b/a = 1$
- c.2 - 3,1 mNp, com $d/a = 0,09$ e $b/a = 0,9$
- c.3 - 2,5 mNp, com $d/a = 0,09$ e $b/a = 0,8$
- c.4 - 1,6 mNp, com $d/a = 0,07$ e $b/a = 0,7$
- c.5 - 0,7 mNp, com $d/a = 0,04$ e $b/a = 0,6$
- c.6 - 0,2 mNp, com $d/a = 0,02$ e $b/a = 0,5$

. para a configuração (3), a redução máxima obtida para o modo E_{11}^x é de [48]:

- c.1 - 5,4 mNp, com $d/a = 0,178$ e $b/a = 1$
- c.2 - 5,4 mNp, com $d/a = 0,178$ e $b/a = 0,9$
- c.3 - 5,2 mNp, com $d/a = 0,178$ e $b/a = 0,8$
- c.4 - 4,5 mNp, com $d/a = 0,178$ e $b/a = 0,7$
- c.5 - 3,0 mNp, com $d/a = 0,1$ e $b/a = 0,6$
- c.6 - 1,2 mNp, com $d/a = 0,056$ e $b/a = 0,5$

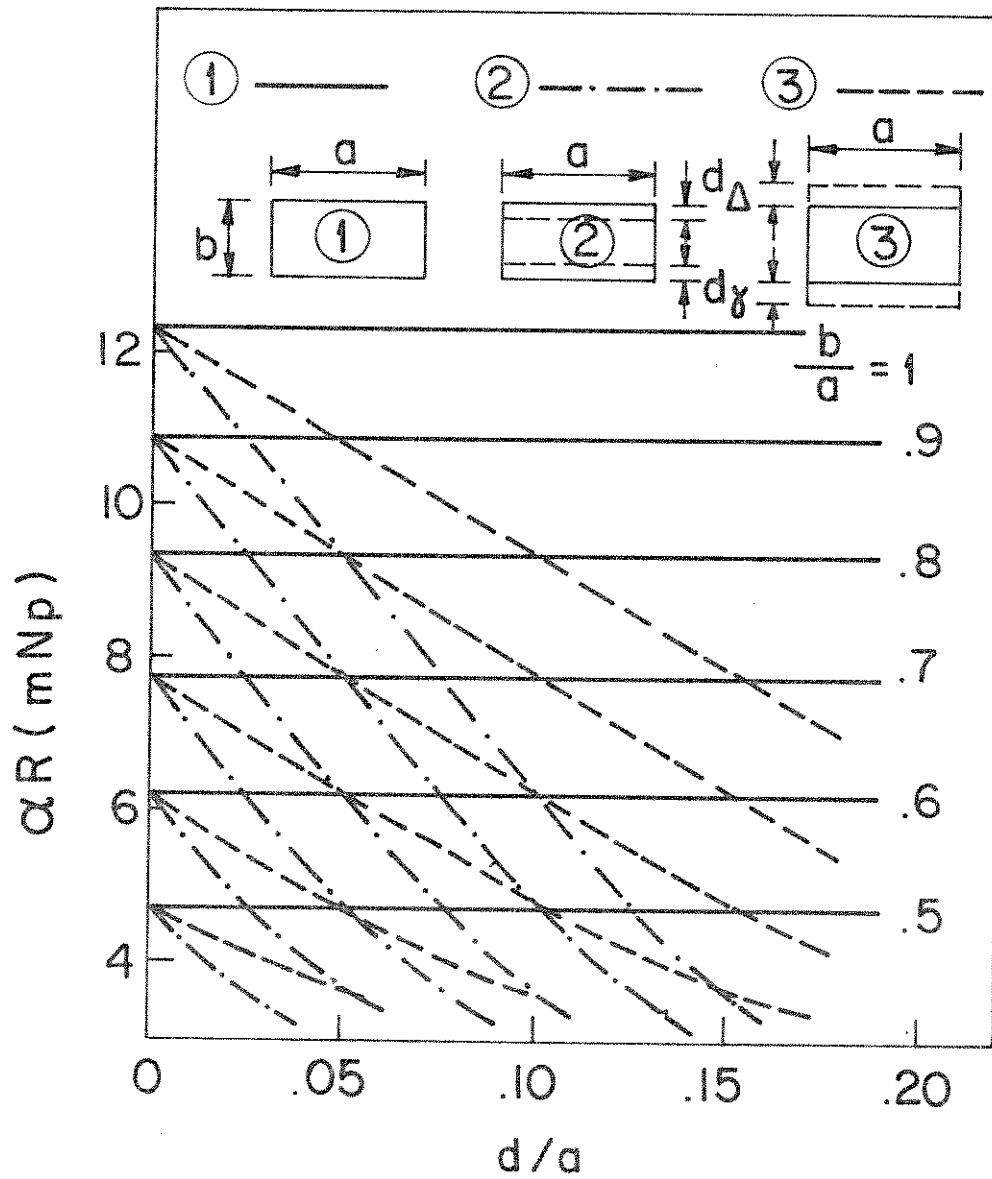


Fig. 3.8 - Curvas de αR em função de d/a , para vários valores de b/a e para o guia canal com perfil vertical nas faces superior e inferior simultaneamente, no modo E_{11}^x , para $a = 0,745\lambda$; $R = 30\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = 1,0$; $n_3 = n_4 = n_5 = 1,35$; $n_\gamma = n_\Delta = n = 1,49$; $\lambda = 10^{-6}\text{m}$; $d_\gamma = d_\Delta = d$.

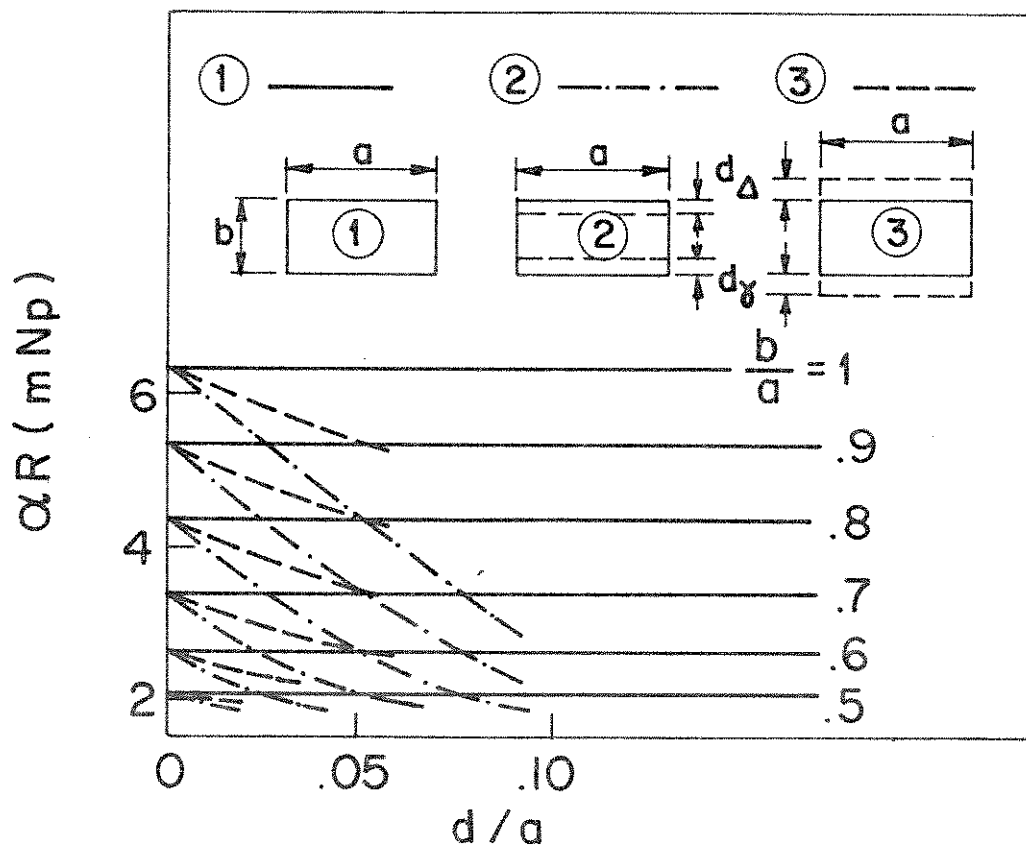


Fig. 3.9 - Curvas de αR em função de d/a , para vários valores de b/a e para o guia canal com perfil vertical nas faces superior e inferior simultaneamente, no modo E_{11}^Y , para $a = 0,745\lambda$; $R = 30\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = 1,0$; $n_3 = n_4 = n_5 = 1,35$; $n_Y = n_\Delta = n = 1,49$; $\lambda = 10^{-6}\text{m}$, $d_Y = d_\Delta = d$.

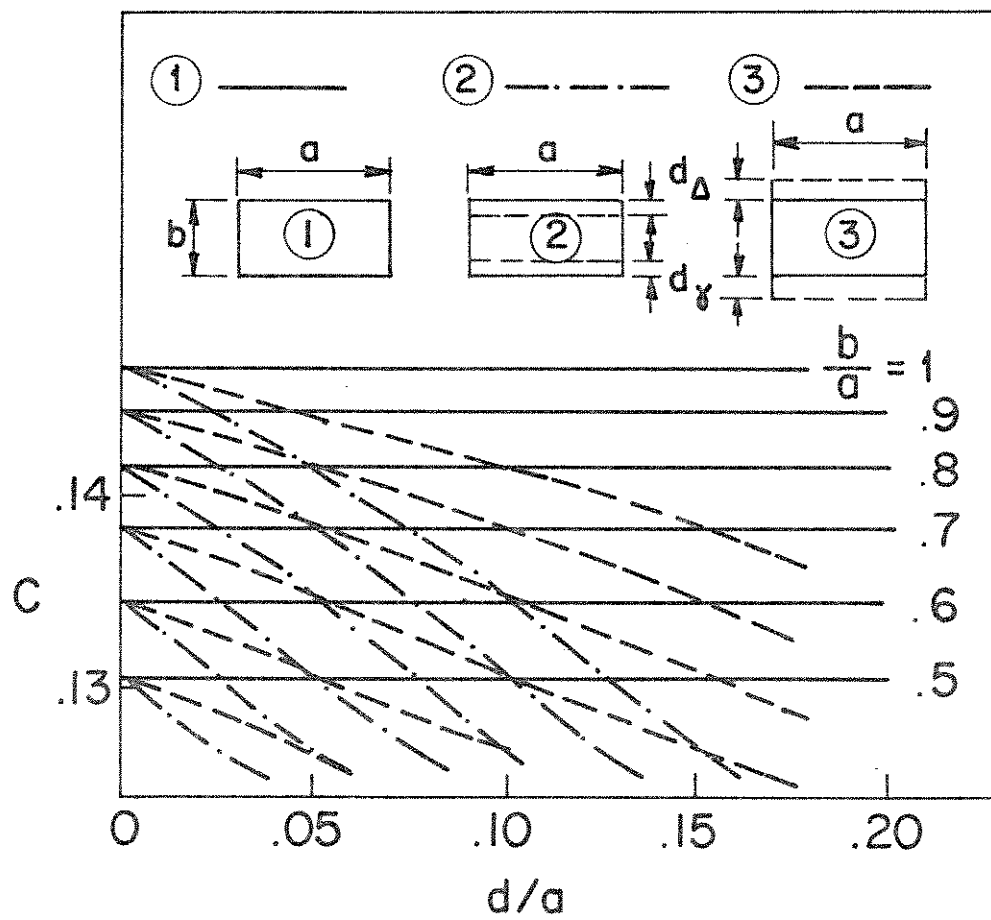


Fig. 3.10 - Curvas de c em função de d/a , para vários valores de b/a e para o guia canal com perfil vertical nas faces superior e inferior simultaneamente, no modo E_{11}^x , para $a = 0,745\lambda$; $R = 30\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = 1,0$; $n_3 = n_4 = n_5 = 1,35$; $n_Y = n_\Delta = n = 1,49$; $\lambda = 10^{-6}\text{m}$; $d_Y = d_\Delta = d$.

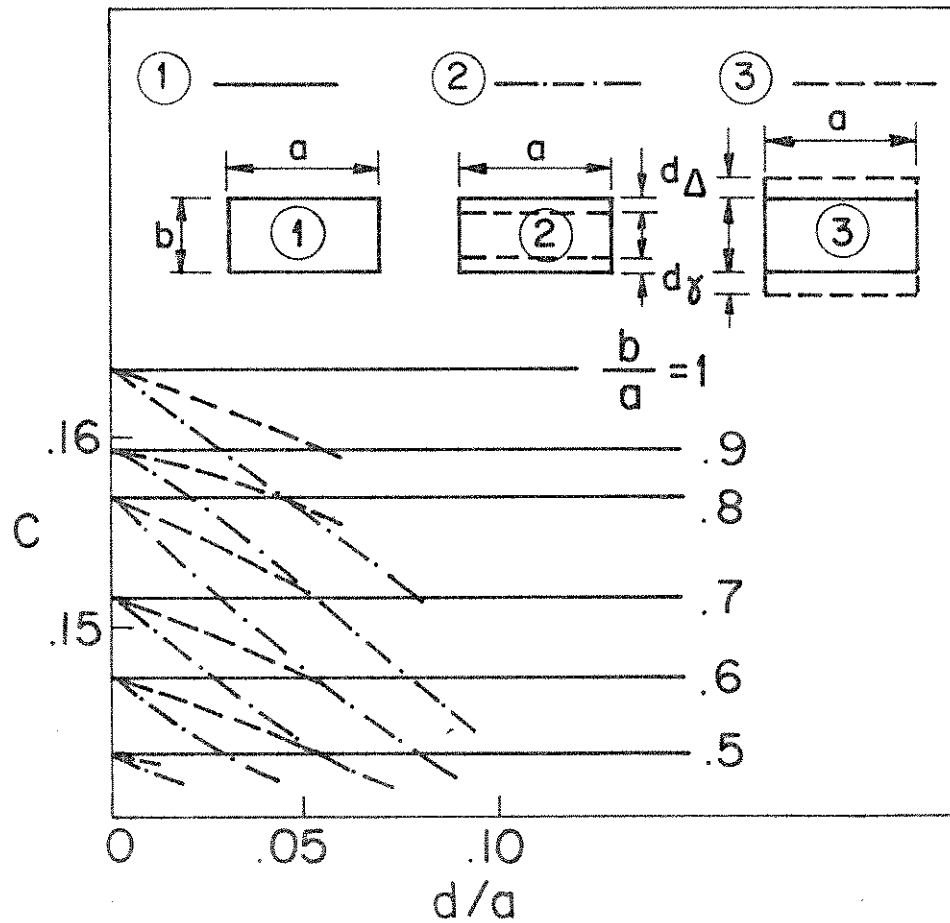


Fig. 3.11 - Curvas de c em função de d/a , para vários valores de b/a e para o guia canal com perfil vertical nas faces superior e inferior simultaneamente, no modo E_{11}^y , para $a = 0,745\lambda$; $R = 30\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = 1,0$; $n_3 = n_4 = n_5 = 1,35$; $n_{\gamma} = n_{\Delta} = n = 1,49$; $\lambda = 10^{-6}\text{m}$; $d_{\gamma} = d_{\Delta} = d$.

- . para a configuração (3), a redução máxima obtida para o modo E_{11}^Y é de:
 - c.1 - 1,1 mNp, com $d/a = 0,056$ e $b/a = 1$
 - c.2 - 1,1 mNp, com $d/a = 0,056$ e $b/a = 0,9$
 - c.3 - 1,0 mNp, com $d/a = 0,056$ e $b/a = 0,8$
 - c.4 - 0,9 mNp, com $d/a = 0,056$ e $b/a = 0,7$
 - c.5 - 0,4 mNp, com $d/a = 0,0316$ e $b/a = 0,6$
 - c.6 - 0,2 mNp, com $d/a = 0,0178$ e $b/a = 0,5$
- . para um mesmo valor de d , por exemplo, $d = 0,1a$, no modo E_{11}^X , é obtida uma redução de:
 - c.1 - 6,2 mNp para a configuração (2) e 3,0 mNp para a configuração (3), com $b/a = 1$
 - c.2 - 6,1 mNp para a configuração (2) e 3,1 mNp para a configuração (3), com $b/a = 0,9$
 - c.3 - 5,8 mNp para a configuração (2) e 3,2 mNp para a configuração (3), com $b/a = 0,8$
 - c.4 - 3,0 mNp para a configuração (3), com $b/a = 0,7$
 - c.5 - 3,0 mNp para a configuração (3), com $b/a = 0,6$
- . um valor baixo de perda obtido para um guia sem perfil com $b = 0,5a$ no modo E_{11}^X pode ser conseguido por um guia com perfil de:
 - i - altura igual a a e $d = 0,126a$, na configuração (2)
 - ii - altura igual a $0,9a$ e $d = 0,102a$, na configuração (2)
 - iii - altura igual a $0,8a$ e $d = 0,076a$, na configuração (2)
 - iv - altura igual a $0,8a$ e $d = 0,154a$, na configuração (3)
 - v - altura igual a $0,7a$ e $d = 0,05a$, na configuração (2)
 - vi - altura igual a $0,7a$ e $d = 0,102a$, na configuração (3)
 - vii - altura igual a $0,6a$ e $d = 0,025a$, na configuração (2)
 - viii - altura igual a $0,6a$ e $d = 0,05a$, na configuração (3)

- quanto à limitação de \underline{d} , vale a mesma observação para os casos anteriores.

- Guia "costela"

a. perfil vertical na face superior do guia

As figuras 3.12 e 3.13 mostram a variação de α_R em função de d_{Δ}/a para vários valores de b/a , para os modos E_{11}^x e E_{11}^y , respectivamente, e a figura 3.14 mostra a variação de \underline{c} em função de d_{Δ}/a , para vários valores de b/a , também para os modos E_{11}^x e E_{11}^y . Observa-se que:

- para a configuração (2), a redução máxima obtida para o modo E_{11}^x é de:
 - a.1 - $2,4 \times 10^{-8}$ Np, com $d_{\Delta}/a = 0,27$ e $b/a = 1$
 - a.2 - $1,5 \times 10^{-8}$ Np, com $d_{\Delta}/a = 0,23$ e $b/a = 0,9$
 - a.3 - $0,9 \times 10^{-8}$ Np, com $d_{\Delta}/a = 0,18$ e $b/a = 0,8$
 - a.4 - $0,4 \times 10^{-8}$ Np, com $d_{\Delta}/a = 0,13$ e $b/a = 0,7$
 - a.5 - $0,2 \times 10^{-8}$ Np, com $d_{\Delta}/a = 0,08$ e $b/a = 0,6$
 - a.6 - $0,1 \times 10^{-8}$ Np, com $d_{\Delta}/a = 0,04$ e $b/a = 0,5$
- para a configuração (2), a redução máxima obtida para o modo E_{11}^y é de:
 - a.1 - $0,3 \times 10^{-8}$ Np, com $d_{\Delta}/a = 0,12$ e $b/a = 1$
 - a.2 - $0,2 \times 10^{-8}$ Np, com $d_{\Delta}/a = 0,12$ e $b/a = 0,9$
 - a.3 - $0,1 \times 10^{-8}$ Np, com $d_{\Delta}/a = 0,09$ e $b/a = 0,8$
 - a.4 - $0,032 \times 10^{-8}$ Np, com $d_{\Delta}/a = 0,06$ e $b/a = 0,7$
- para a configuração (3), a redução máxima obtida para o modo E_{11}^x é de:
 - a.1 - $1,369 \times 10^{-8}$ Np, com $d_{\Delta}/a = 0,178$ e $b/a = 1$
 - a.2 - 1×10^{-8} Np, com $d_{\Delta}/a = 0,178$ e $b/a = 0,9$
 - a.3 - $0,7 \times 10^{-8}$ Np, com $d_{\Delta}/a = 0,178$ e $b/a = 0,8$

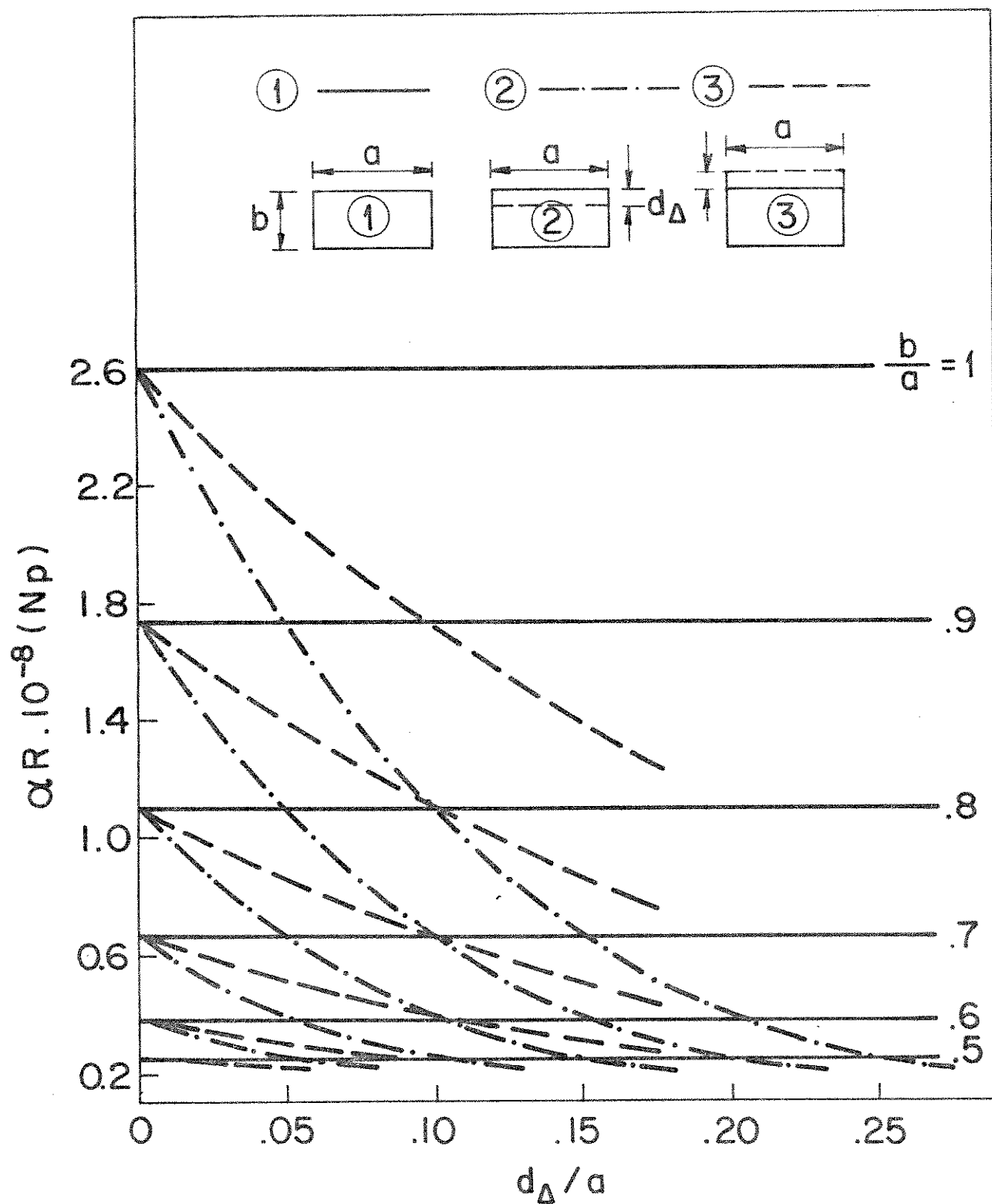


Fig. 3.12 - Curvas de αR em função de d_{Δ}/a , para vários valores de b/a e para o guia "costela" com perfil vertical na face superior, no modo E_{11}^x , para $a = 0,534\lambda$; $R = 10,22\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = n_3 = n_5 = 1,0$; $n_4 = 1,35$; $n_{\Delta} = 1,49$; $\lambda = 10^{-6} \text{ m}$.

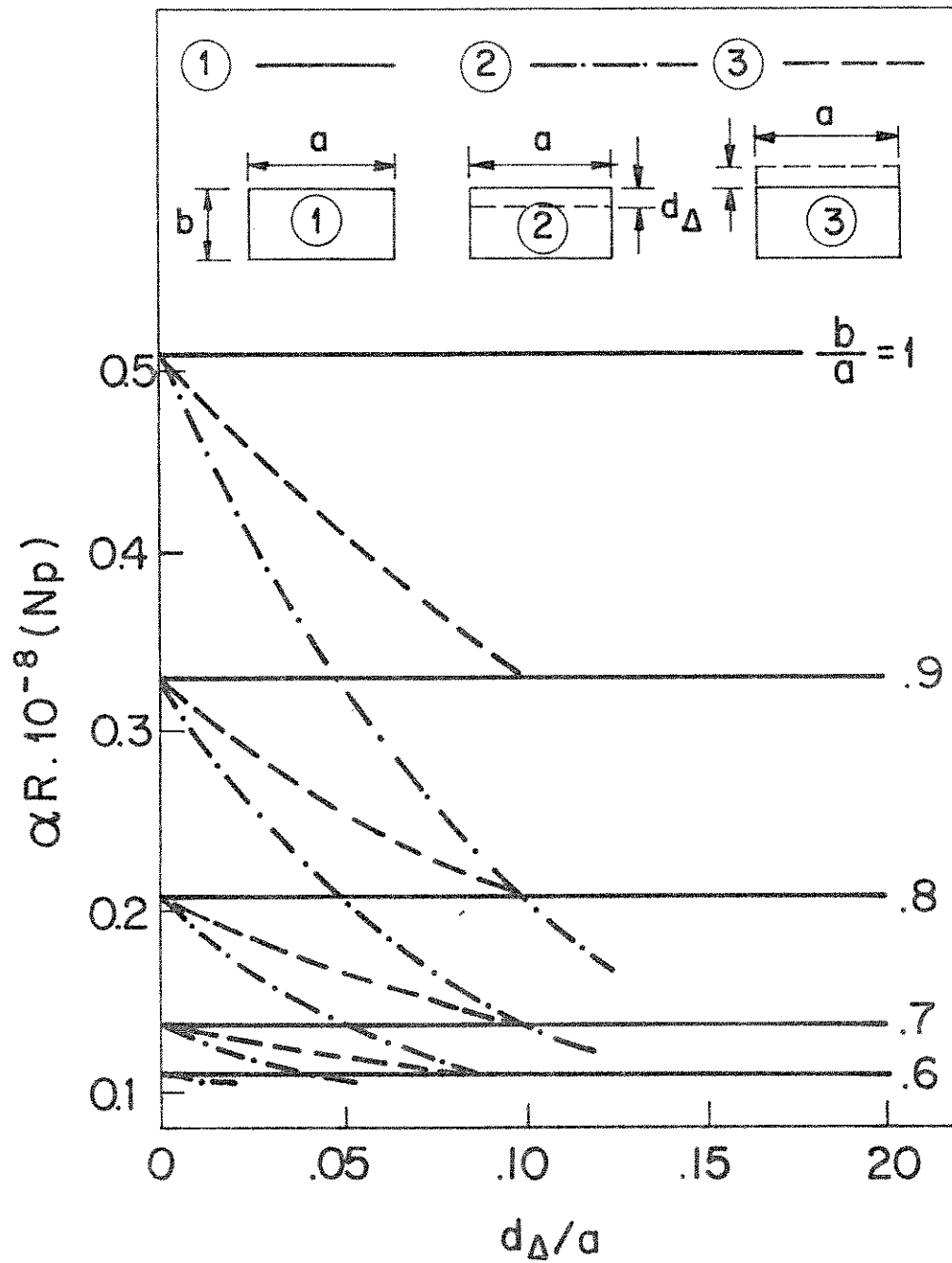


Fig. 3.13 - Curvas de αR em função de d_{Δ}/a , para vários valores de b/a e para o guia "costela" com perfil vertical na face superior, no modo E_{11}^Y , para $a = 0,534\lambda$; $R = 10,22\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = n_3 = n_5 = 1,0$; $n_4 = 1,35$; $n_{\Delta} = 1,49$; $\lambda = 10^{-6}\text{m}$.

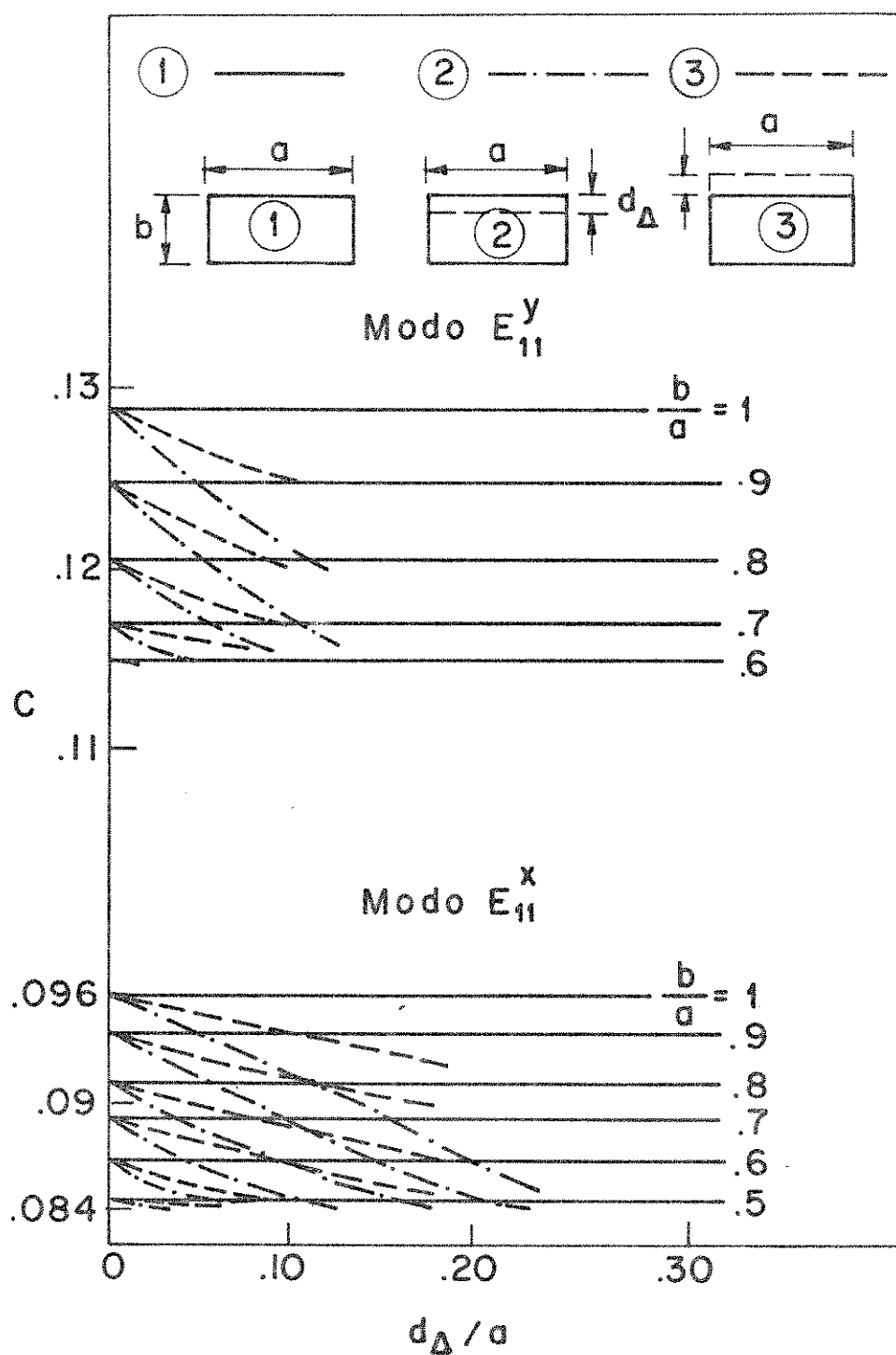


Fig. 3.14 - Curvas de c em função de d_Δ/a , para vários valores de b/a e para o guia "costela" com perfil vertical na face superior, para $a = 0,534\lambda$; $R = 10,22\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = n_3 = n_5 = 1,0$; $n_4 = 1,35$; $n_\Delta = 1,49$; $\lambda = 10^{-6}\text{m}$.

- a.4 - $0,4 \times 10^{-8}$ Np, com $d/a = 0,178$ e $b/a = 0,7$
- a.5 - $0,1 \times 10^{-8}$ Np, com $d/a = 0,1$ e $b/a = 0,6$
- a.6 - $0,03 \times 10^{-8}$ Np, com $d/a = 0,056$ e $b/a = 0,5$
- . para a configuração (3), a redução máxima obtida para o modo E_{11}^Y é de:
- a.1 - $0,18 \times 10^{-8}$ Np, com $d/a = 0,1$ e $b/a = 1$
- a.2 - $0,12 \times 10^{-8}$ Np, com $d/a = 0,1$ e $b/a = 0,9$
- a.3 - $0,07 \times 10^{-8}$ Np, com $d/a = 0,1$ e $b/a = 0,8$
- a.4 - $0,03 \times 10^{-8}$ Np, com $d/a = 0,2$ e $b/a = 0,7$
- a.5 - $0,01 \times 10^{-8}$ Np, com $d/a = 0,0178$ e $b/a = 0,6$
- . para $d_{\Delta}/a = 0,1$, no modo E_{11}^X , é obtida uma redução de:
- a.1 - $1,5 \times 10^{-8}$ Np para a configuração (2) e $0,8 \times 10^{-8}$ Np para a configuração (3), com $b/a = 1$
- a.2 - $1,1 \times 10^{-8}$ Np para a configuração (2) e $0,6 \times 10^{-8}$ Np para a configuração (3), com $b/a = 0,9$
- a.3 - $0,7 \times 10^{-8}$ Np para a configuração (2) e $0,4 \times 10^{-8}$ Np para a configuração (3), com $b/a = 0,8$
- a.4 - $0,4 \times 10^{-8}$ Np para a configuração (2) e $0,3 \times 10^{-8}$ Np para a configuração (3), com $b/a = 0,7$
- . um valor baixo de perda obtido para um guia sem perfil com $b = 0,5a$, no modo E_{11}^X , pode ser conseguido por um guia com perfil de:
- i - altura igual a a e $d_{\Delta} = 0,25a$, na configuração (2)
- ii - altura igual a $0,9a$ e $d_{\Delta} = 0,2a$, na configuração (2)
- iii - altura igual a $0,8a$ e $d_{\Delta} = 0,147a$, na configuração (2)
- iv - altura igual a $0,7a$ e $d_{\Delta} = 0,1a$, na configuração (2)

v - altura igual a $0,6a$ e $d_{\Delta} = 0,05a$, na configuração ②

vi - altura igual a $0,6a$ e $d_{\Delta} = 0,1a$, na configuração ③

. quanto à limitação de d_{Δ} , vale a observação para os casos anteriores.

b. perfil vertical na face inferior do guia

As figuras 3.15 e 3.16 mostram a variação de αR em função de d_Y/a para vários valores de b/a , para os modos E_{11}^x e E_{11}^y , respectivamente, e a figura 3.17 mostra a variação de c em função de d_Y/a para os modos E_{11}^x e E_{11}^y . Observa-se que:

. para a configuração ②, a redução máxima obtida para o modo E_{11}^x é de:

b.1 - $2,4 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,28$ e $b/a = 1$

b.2 - $1,5 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,23$ e $b/a = 0,9$

b.3 - $0,9 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,18$ e $b/a = 0,8$

b.4 - $0,4 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,13$ e $b/a = 0,7$

b.5 - $0,2 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,08$ e $b/a = 0,6$

b.6 - $0,03 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,03$ e $b/a = 0,5$

. para a configuração ②, a redução máxima obtida para o modo E_{11}^y é de:

b.1 - $0,4 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,21$ e $b/a = 1$

b.2 - $0,2 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,16$ e $b/a = 0,9$

b.3 - $0,1 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,11$ e $b/a = 0,8$

b.4 - $0,03 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,06$ e $b/a = 0,7$

b.5 - $0,002 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,01$ e $b/a = 0,6$

. para a configuração ③, a redução máxima obtida para o modo E_{11}^x é de:

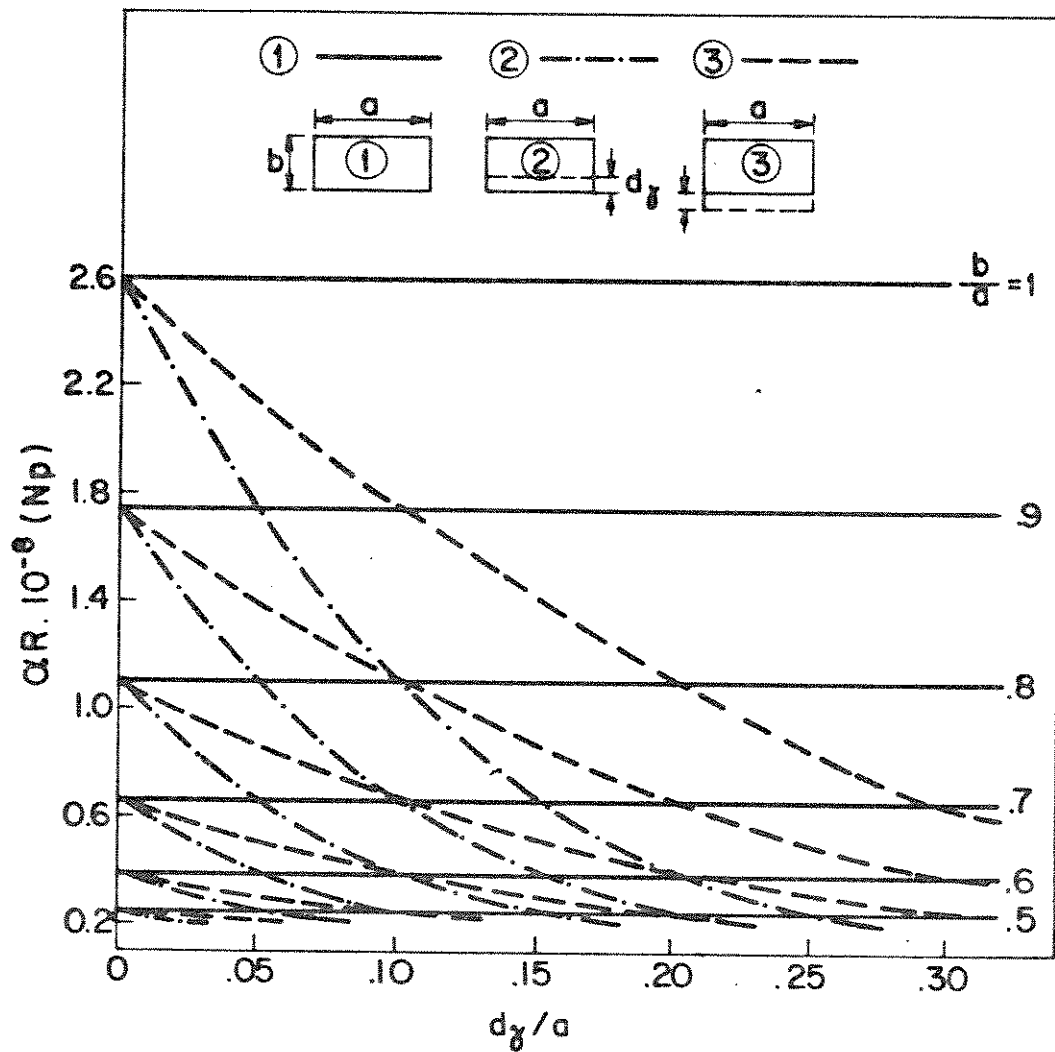


Fig. 3.15 - Curvas de αR em função de d_y/a , para vários valores de b/a e para o guia "costela" com perfil vertical na face inferior, no modo E_{11}^x , para $a = 0,534\lambda$; $R = 10,22\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = n_3 = n_5 = 1,0$; $n_4 = 1,5$; $n_\gamma = 1,49$; $\lambda = 10^{-6}\text{m}$.

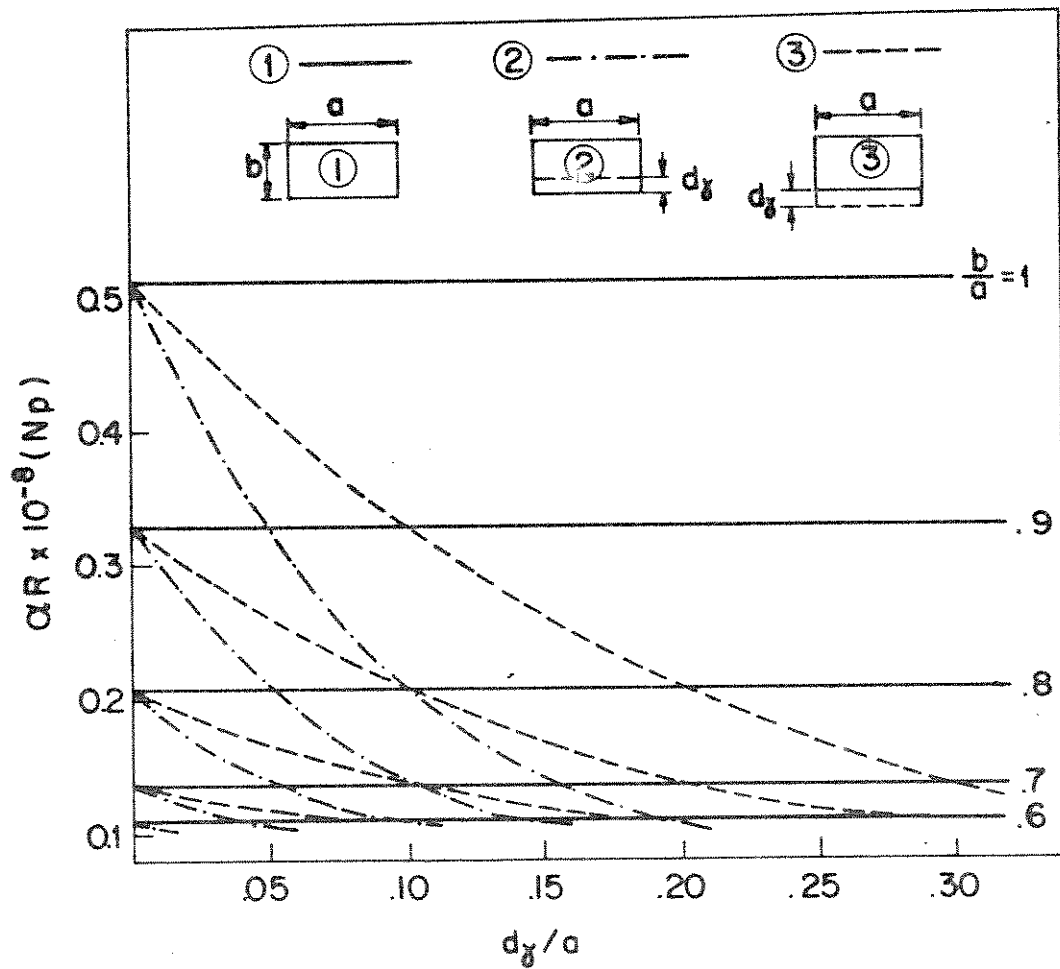


Fig. 3.16 - Curvas de αR em função de d_y/a , para vários valores de b/a e para o guia "costela" com perfil vertical na face inferior, no modo E_{11}^y , para $a = 0,534\lambda$; $R = 10,22\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = n_3 = n_5 = 1,0$; $n_4 = 1,35$; $n_Y = 1,49$; $\lambda = 10^{-6} \text{ m}$.

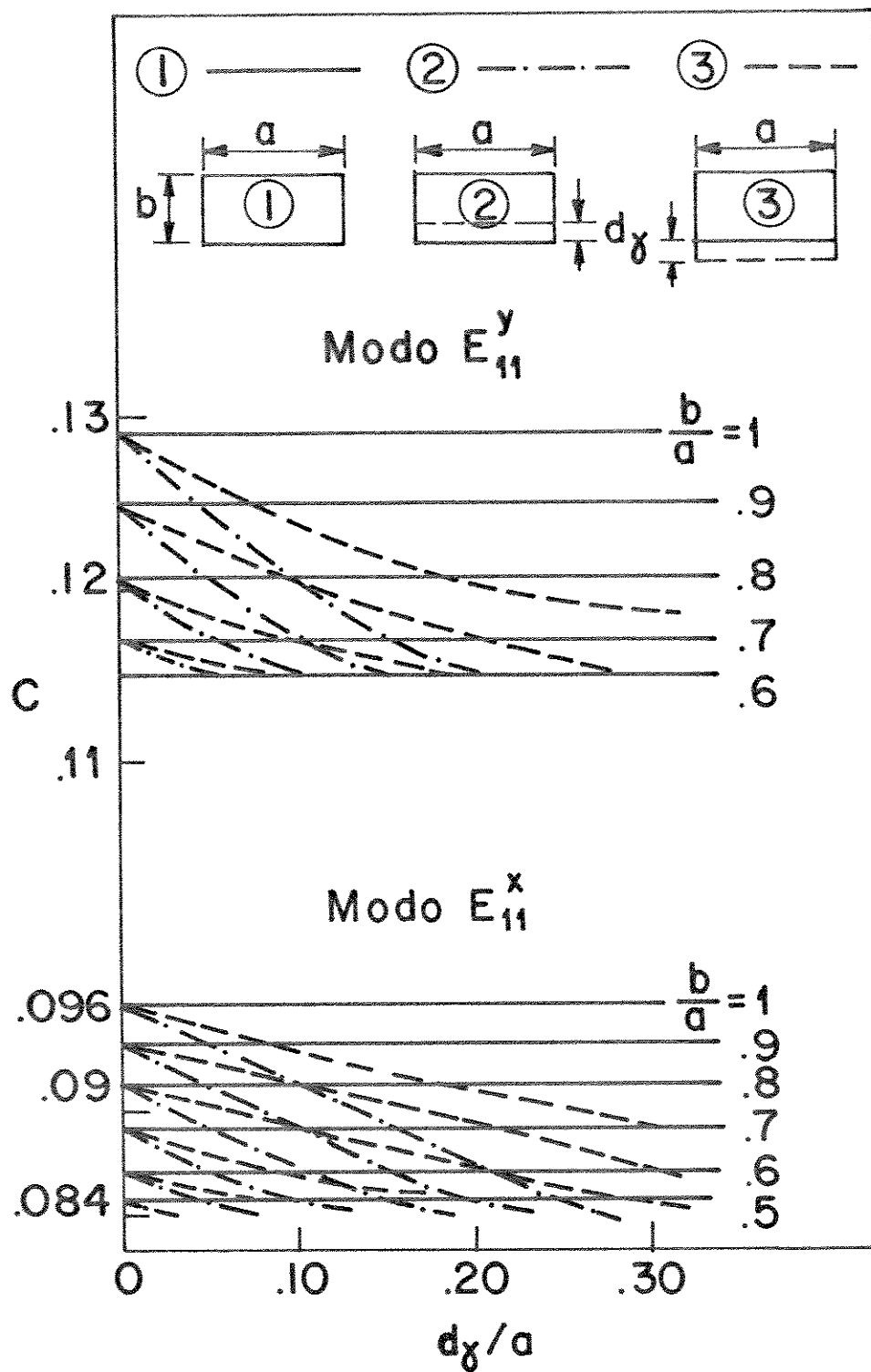


Fig. 3.17 - Curvas de c em função de d_y/a , para vários valores de b/a e para o guia "costela" com perfil vertical na face inferior, para $a = 0,534\lambda$; $R = 10,22\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = n_3 = n_5 = 1,0$; $n_4 = 1,35$; $n_Y = 1,49$; $\lambda = 10^{-6}\text{m}$.

- b.1 - $2,0 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,362$ e $b/a = 1$
- b.2 - $1,4 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,362$ e $b/a = 0,9$
- b.3 - $0,9 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,362$ e $b/a = 0,8$
- b.4 - $0,4 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,178$ e $b/a = 0,7$
- b.5 - $0,2 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,1$ e $b/a = 0,6$
- b.6 - $0,03 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,056$ e $b/a = 0,5$
- . para a configuração (3), a redução máxima obtida para o modo E_{11}^Y é de:
- b.1 - $0,4 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,362$ e $b/a = 1$
- b.2 - $0,2 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,362$ e $b/a = 0,9$
- b.3 - $0,1 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,178$ e $b/a = 0,8$
- b.4 - $0,03 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,1$ e $b/a = 0,7$
- . para $d_Y/a = 0,1$, no modo E_{11}^X , é obtida uma redução de:
- b.1 - $1,5 \times 10^{-8}$ Np para a configuração (2) e $0,9 \times 10^{-8}$ Np para a configuração (3), com $b/a = 1$
- b.2 - $1,1 \times 10^{-8}$ Np para a configuração (2) e $0,6 \times 10^{-8}$ Np para a configuração (3), com $b/a = 0,9$
- b.3 - $0,7 \times 10^{-8}$ Np para a configuração (2) e $0,4 \times 10^{-8}$ Np para a configuração (3), com $b/a = 0,8$
- b.4 - $0,4 \times 10^{-8}$ Np para a configuração (2) e $0,3 \times 10^{-8}$ Np para a configuração (3), com $b/a = 0,7$
- b.5 - $0,1 \times 10^{-8}$ Np para a configuração (3), com $b/a = 0,6$
- . um valor baixo de perda obtido para um guia sem perfil com $b = 0,5a$ no modo E_{11}^X , pode ser conseguido por um guia com perfil de:
- i - altura igual a a e $d_Y = 0,25a$, na configuração (2)
- ii - altura igual a $0,9a$ e $d_Y = 0,2a$, na configuração (2)

- iii - altura igual a $0,8a$ e $d_Y = 0,152a$, na configuração ②
 - iv - altura igual a $0,8a$ e $d_Y = 0,305a$, na configuração ③
 - v - altura igual a $0,7a$ e $d_Y = 0,1a$, na configuração ②
 - vi - altura igual a $0,6a$ e $d_Y = 0,05a$, na configuração ②
 - vii - altura igual a $0,6a$ e $d_Y = 0,1a$, na configuração ③
- . quanto à limitação de \underline{d} , vale a mesma observação para os casos anteriores

c. perfil vertical nas faces superior e inferior do guia, simultaneamente.

As figuras 3.18 e 3.19 mostram a variação de α_R em função de d/a para vários valores de b/a , para os modos E_{11}^x e E_{11}^y , respectivamente e a figura 3.20 mostra a variação de \underline{c} em função de d/a para os modos E_{11}^x e E_{11}^y . Aqui, $d = d_\Delta = d_Y$. Observa-se que:

- . para a configuração ②, a redução máxima obtida para o modo E_{11}^x é de:
 - c.1 - $2,4 \times 10^{-8}$ Np, com $d/a = 0,14$ e $b/a = 1$
 - c.2 - $1,5 \times 10^{-8}$ Np, com $d/a = 0,11$ e $b/a = 0,9$
 - c.3 - $0,9 \times 10^{-8}$ Np, com $d/a = 0,09$ e $b/a = 0,8$
 - c.4 - $0,4 \times 10^{-8}$ Np, com $d/a = 0,06$ e $b/a = 0,7$
 - c.5 - $0,2 \times 10^{-8}$ Np, com $d/a = 0,04$ e $b/a = 0,6$
 - c.6 - $0,03 \times 10^{-8}$ Np, com $d/a = 0,015$ e $b/a = 0,5$
- . para a configuração ②, a redução máxima obtida para o modo E_{11}^y é de:
 - c.1 - $0,4 \times 10^{-8}$ Np, com $d/a = 0,093$ e $b/a = 1$
 - c.2 - $0,2 \times 10^{-8}$ Np, com $d/a = 0,08$ e $b/a = 0,9$

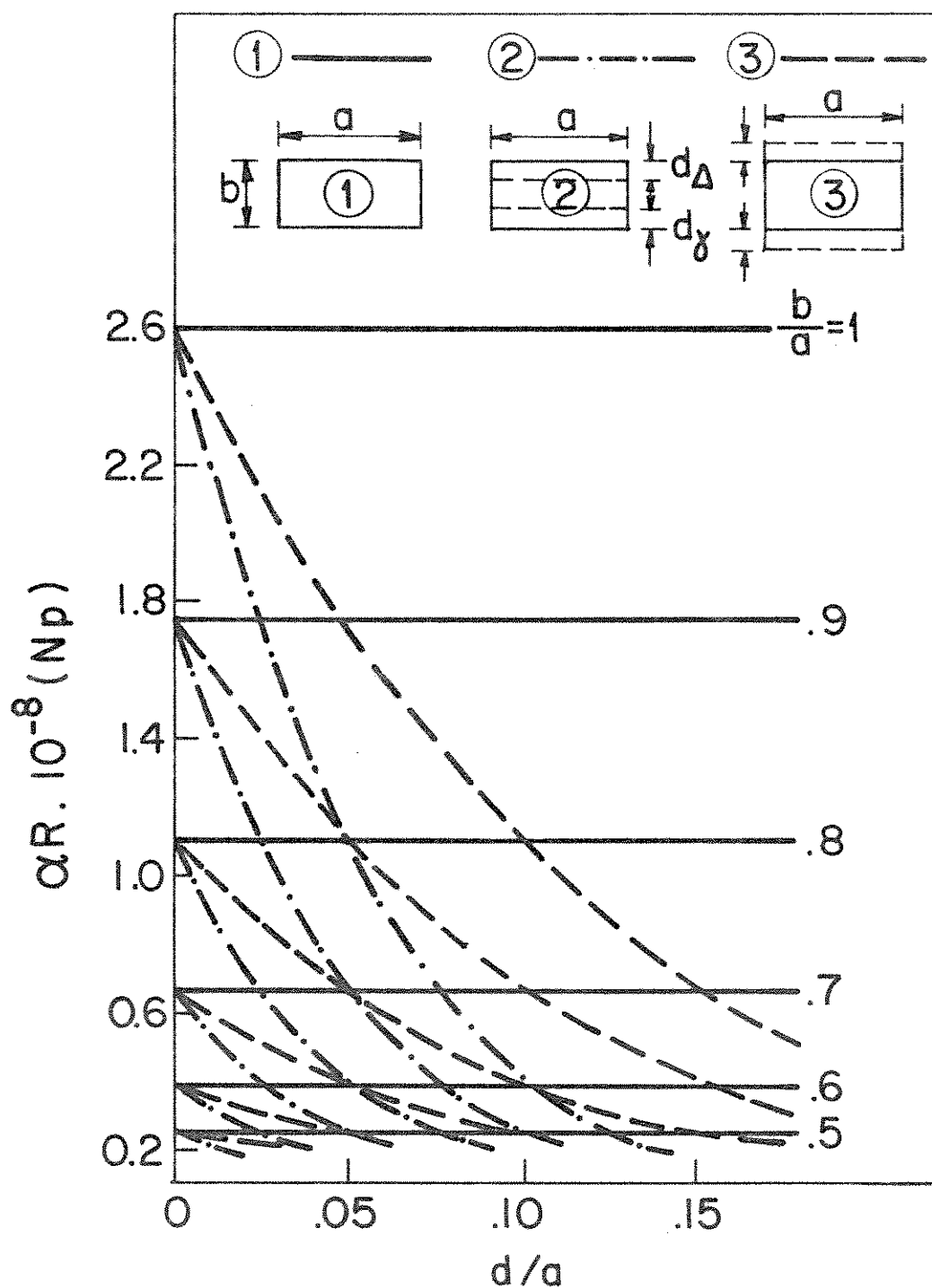


Fig. 3.18 - Curvas de αR em função de d/a , para vários valores de b/a e para o guia "costela" com perfil vertical nas faces superior e inferior simultaneamente, no modo E_{11}^x , para $a = 0,534\lambda$; $R = 10,22\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = n_3 = n_5 = 1,0$; $n_4 = 1,35$; $n_\gamma = n_\Delta = n = 1,49$; $d_\gamma = d_\Delta = d$; $\lambda = 10^{-6}\text{m}$.

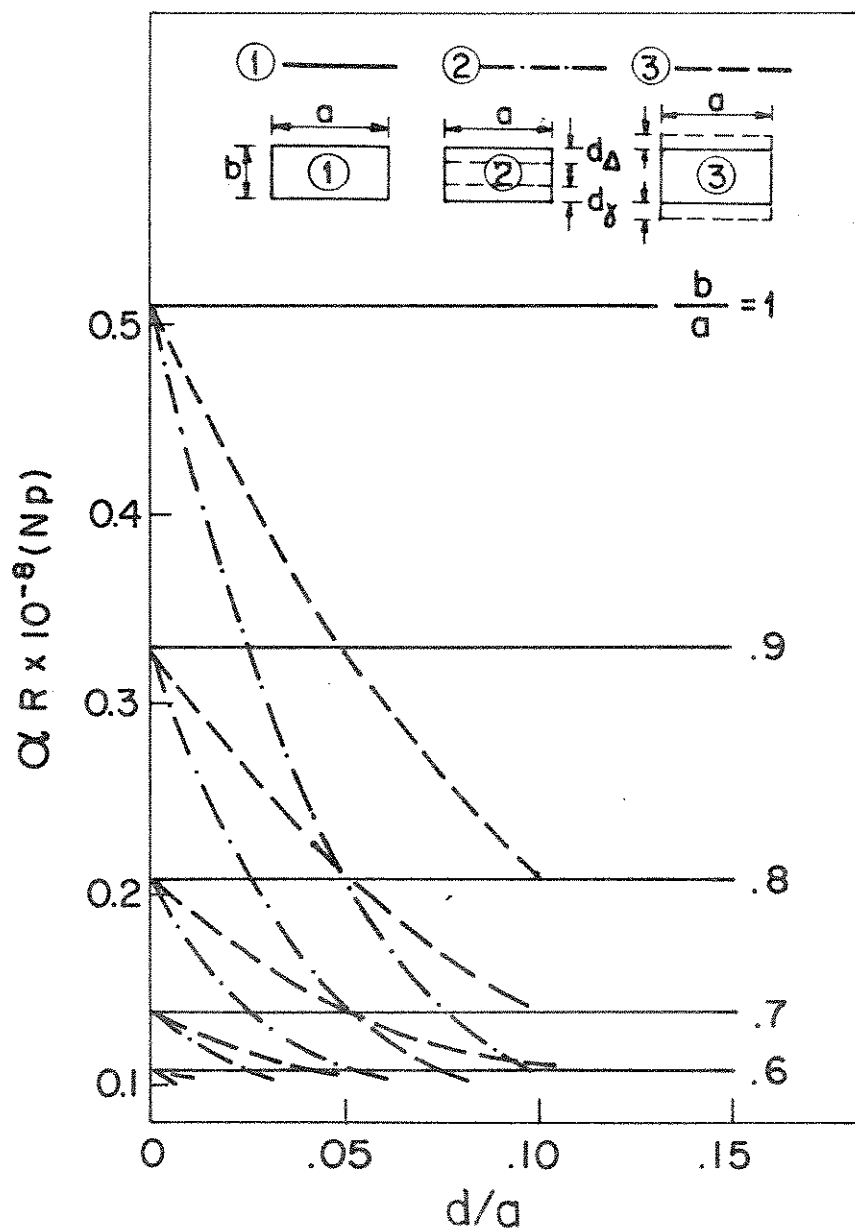


Fig. 3.19 - Curvas de αR em função de d/a , para vários valores de b/a e para o guia "costela" com perfil vertical nas faces superior e inferior simultaneamente, no modo E_{11}^Y , para $a = 0,534\lambda$; $R = 10,22\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = n_3 = n_5 = 1,0$; $n_4 = 1,35$; $n_Y = n_\Delta = n = 1,49$; $d_Y = d_\Delta = d$; $\lambda = 10^{-6}\text{m}$.

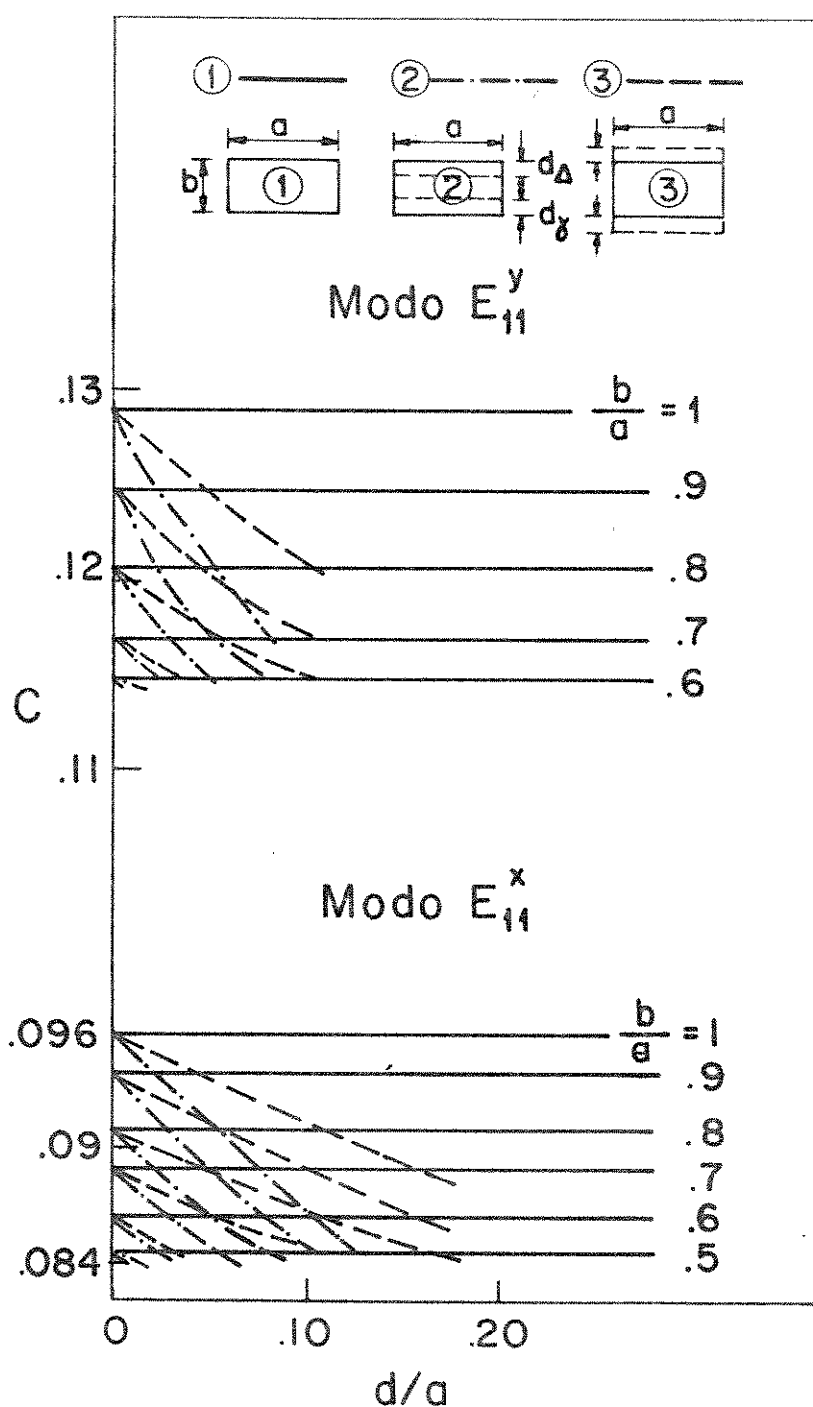


Fig. 3.20 - Curvas de c em função de d/a , para vários valores de b/a e para o guia "costela" com perfil vertical nas faces superior e inferior simultaneamente, para $a = 0,534\lambda$; $R = 10,22\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = n_3 = n_5 = 1,0$; $n_4 = 1,35$; $n_\gamma = n_\Delta = n = 1,49$; $d_\gamma = d_\Delta = d$; $\lambda = 10^{-6}\text{m}$.

- c.3 - $0,1 \times 10^{-8}$ Np, com $d/a = 0,05$ e $b/a = 0,8$
- c.4 - $0,03 \times 10^{-8}$ Np, com $d/a = 0,03$ e $b/a = 0,7$
- . para a configuração ③, a redução máxima obtida para o modo E_{11}^x é de:
- c.1 - $2,1 \times 10^{-8}$ Np, com $d/a = 0,178$ e $b/a = 1$
- c.2 - $1,4 \times 10^{-8}$ Np, com $d/a = 0,178$ e $b/a = 0,9$
- c.3 - $0,9 \times 10^{-8}$ Np, com $d/a = 0,178$ e $b/a = 0,8$
- c.4 - $0,4 \times 10^{-8}$ Np, com $d/a = 0,1$ e $b/a = 0,7$
- c.5 - $0,2 \times 10^{-8}$ Np, com $d/a = 0,056$ e $b/a = 0,6$
- c.6 - $0,03 \times 10^{-8}$ Np, com $d/a = 0,036$ e $b/a = 0,5$
- . para a configuração ③, a redução máxima obtida para o modo E_{11}^y é de:
- c.1 - $0,3 \times 10^{-8}$ Np, com $d/a = 0,1$ e $b/a = 1$
- c.2 - $0,2 \times 10^{-8}$ Np, com $d/a = 0,1$ e $b/a = 0,9$
- c.3 - $0,1 \times 10^{-8}$ Np, com $d/a = 0,1$ e $b/a = 0,8$
- c.4 - $0,03 \times 10^{-8}$ Np, com $d/a = 0,056$ e $b/a = 0,7$
- . para $d/a = 0,1$, no modo E_{11}^x , é obtida uma redução de:
- c.1 - $2,2 \times 10^{-8}$ Np para a configuração ② e $1,5 \times 10^{-8}$ Np para a configuração ③, com $b/a = 1$
- c.2 - $1,5 \times 10^{-8}$ Np para a configuração ② e $1,1 \times 10^{-8}$ Np para a configuração ③, com $b/a = 0,9$
- c.3 - $0,7 \times 10^{-8}$ Np para a configuração ③, com $b/a = 0,8$
- c.4 - $0,4 \times 10^{-8}$ Np para a configuração ③, com $b/a = 0,7$
- . um valor baixo de perda obtido para um guia sem perfil com $b = 0,5a$ no modo E_{11}^x , pode ser conseguido por um guia com perfil de:
- i - altura igual a a e $d = 0,135a$, na configuração ②

- ii - altura igual a $0,9a$ e $d = 0,1a$, na configura_
ção ②
 - iii - altura igual a $0,8a$ e $d = 0,075a$, na configu_
ração ②
 - iv - altura igual a $0,8a$ e $d = 0,15a$, na configu_
ração ③
 - v - altura igual a $0,7a$ e $d = 0,05a$, na configu_
ração ②
 - vi - altura igual a $0,7a$ e $d = 0,1a$, na configura_
ção ③
 - vii - altura igual a $0,6a$ e $d = 0,025a$, na configu_
ração ②
 - viii- altura igual a $0,6a$ e $d = 0,05a$, na configu_
ração ③
- . quanto à limitação de d , vale a mesma observação pa_
ra os casos anteriores.

CAPÍTULO 4

INTRODUÇÃO DE PERFIL DE DOIS ÍNDICES DEGRAU CONTÍGUOS NA FACE
SUPERIOR DE UM GUIA DIELÉTRICO RETANGULAR COM RAIO DE CURVATURA R
(CONFIGURAÇÃO 1.1.e)

4.1. ANÁLISE MATEMÁTICA

A. Modo E_{pq}^x

As componentes dos campos em cada região são dadas por (2.1) e (3.1) e as condições para casamento ao longo dos contornos entre os meios 1, Δ e γ são as mesmas dadas em (3.2), (3.3) e (3.4).

A.1. Determinação da constante de propagação ao longo de $y=k_y$

O sistema de equações encontrado aplicando-se a condição (2.5) aos contornos 1- Δ , Δ - γ , γ -2 e 1-4 é:

$$\tan(k_{y1} b/2 + \Omega_1) = \frac{k_{y\Delta}}{k_{y1}} \tan(k_{y\Delta} b/2 + \Omega_\Delta) \quad (4.1)$$

$$\tan[k_{y\Delta} (b/2 + d_\Delta) + \Omega_\Delta] = \frac{k_{y\gamma}}{k_{y\Delta}} \tan[k_{y\gamma} (b/2 + d_\Delta) + \Omega_\gamma] \quad (4.2)$$

$$\tan[k_{y\gamma} (b/2 + d_\Delta + d_\gamma) + \Omega_\gamma] = j \frac{k_{y2}}{k_{y\gamma}} \quad (4.3)$$

$$\tan(k_{y1} b/2 - \Omega_1) = j \frac{k_{y4}}{k_{y1}} \quad (4.4)$$

De (4.1):

$$\Omega_1 = \tan^{-1} \frac{k_{y\Delta}}{k_{y1}} \tan(k_{y\Delta} b/2 + \Omega_\Delta) - k_{y1} \frac{b}{2} \quad (4.5)$$

De (4.2):

$$\Omega_\Delta = \tan^{-1} \frac{k_{y\gamma}}{k_{y\Delta}} \tan[k_{y\gamma} (b/2 + d_\Delta) + \Omega_\gamma] - k_{y\Delta} (b/2 + d_\Delta) \quad (4.6)$$

De (4.3):

$$\Omega_\gamma = \tan^{-1} j \frac{k_{y2}}{k_{y\gamma}} - k_{y\gamma} (b/2 + d_\Delta + d_\gamma) \quad (4.7)$$

De (4.4):

$$\Omega_1 = k_{y1} \frac{b}{2} = \tan^{-1} j \frac{k_{y4}}{k_{y1}} \quad (4.8)$$

Igualando (4.5) a (4.8) e utilizando (4.6) e (4.7), obtêm-se:

$$k_{y1}b = \tan^{-1} \left\{ \frac{k_{y\Delta}}{k_{y1}} \tan \left[\tan^{-1} \left(\frac{k_{y\gamma}}{k_{y\Delta}} \tan \left(\tan^{-1} j \frac{k_{y2}}{k_{y\gamma}} - k_{y\gamma} d_{\gamma} \right) - k_{y\Delta} d_{\Delta} \right) \right] \right\} - \tan^{-1} j \frac{k_{y4}}{k_{y1}} \quad (4.9)$$

A partir da condição (3.3) e seguindo o que foi desenvolvido no Capítulo 3, obtêm-se:

$$\frac{k_{y\Delta}}{k_{y1}} = j \sqrt{\left(\frac{\pi}{A_{1\Delta} k_{y1}} \right)^2 - 1} \quad (4.10)$$

$$\frac{k_{y\gamma}}{k_{y\Delta}} = j \sqrt{\left(\frac{\pi}{A_{\Delta\gamma} k_{y\Delta}} \right)^2 - 1} \quad (4.11)$$

$$\frac{k_{y4}}{k_{y1}} = j \sqrt{\left(\frac{\pi}{A_{14} k_{y1}} \right)^2 - 1} \quad (4.12)$$

$$\frac{k_{y2}}{k_{y\gamma}} = j \sqrt{\left(\frac{\pi}{A_{\gamma 2} k_{y\gamma}} \right)^2 - 1} \quad (4.13)$$

onde:

$$A_{nm} = \frac{\lambda}{2(n_n^2 - n_m^2)^{1/2}} \quad (4.14)$$

Substituindo (4.10), (4.11), (4.12) e (4.13) em (4.9), obtêm-se a equação característica para o guia plano com perfil de índice de grau (duas camadas) na face superior:

$$k_y b = q\pi - \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{z_{14}}{k_y}\right)^2 - 1}}$$

$$1 + j \sqrt{\left(\frac{z_{\Delta Y}}{(k_y^2 - z_{1\Delta}^2)^{1/2}}\right)^2 - 1} \cdot \frac{\sqrt{\left(\frac{z_{Y2}}{(k_y^2 - z_{1Y}^2)^{1/2}}\right)^2 - 1 + \tan[(k_y^2 - z_{1Y}^2)^{1/2} d_Y]}}{1 - \sqrt{\left(\frac{z_{Y2}}{(k_y^2 - z_{1Y}^2)^{1/2}}\right)^2 - 1} \cdot \tan[(k_y^2 - z_{1\Delta}^2)^{1/2} d_\Delta]} \cdot \tan[(k_y^2 - z_{1\Delta}^2)^{1/2} d_\Delta]$$

$$-\tan^{-1} j \frac{\sqrt{\left(\frac{z_{1\Delta}}{k_y}\right)^2 - 1} \left\{ -j \sqrt{\left(\frac{z_{\Delta Y}}{(k_y^2 - z_{1\Delta}^2)^{1/2}}\right)^2 - 1} \cdot \frac{\sqrt{\left(\frac{z_{Y2}}{(k_y^2 - z_{1Y}^2)^{1/2}}\right)^2 - 1 + \tan[(k_y^2 - z_{1Y}^2)^{1/2} d_Y]}}{1 - \sqrt{\left(\frac{z_{Y2}}{(k_y^2 - z_{1Y}^2)^{1/2}}\right)^2 - 1} \cdot \tan[(k_y^2 - z_{1\Delta}^2)^{1/2} d_\Delta]} + \tan[(k_y^2 - z_{1\Delta}^2)^{1/2} d_\Delta] \right\}}{1 - \sqrt{\left(\frac{z_{Y2}}{(k_y^2 - z_{1Y}^2)^{1/2}}\right)^2 - 1} \cdot \tan[(k_y^2 - z_{1Y}^2)^{1/2} d_Y]}$$

(4.15)

onde:

$$z_{nm} = \frac{\pi}{A_{nm}}$$

q é o número que caracteriza a ordem do modo.

as funções \tan^{-1} estão localizadas no primeiro quadrante.

A.2. Determinação da constante de propagação ao longo de $x : k_{x1}$

Os contornos a serem estudados são: 1-3, 1-5, Δ -3, Δ -5, γ -3 e γ -5, o que recai na mesma análise já feita no Capítulo 3, seção A.2; portanto, as expressões obtidas são as mesmas encontradas na seção citada.

B. Modo E_{pq}^Y

Para o modo E_{pq}^Y as componentes dos campos em cada região são dadas por (2.199) e (3.35).

B.1. Determinação da constante de propagação ao longo de $y : k_y$

Aplicando as condições de contorno, analogamente ao modo E_{pq}^x , obtém-se a equação característica para k_y a partir de:

$$\tan(k_{y1} b/2 + \Omega_1) = k_{y\Delta} / k_{y1} \tan(k_{y\Delta} b/2 + \Omega_\Delta) \cdot n_1^2 / n_\Delta^2 \quad (4.16)$$

$$\tan[k_{y\Delta} (b/2 + d_\Delta) + \Omega_\Delta] = k_{y\gamma} / k_{y\Delta} \tan[k_{y\gamma} (b/2 + d_\Delta) + \Omega_\gamma] \cdot n_\Delta^2 / n_\gamma^2 \quad (4.17)$$

$$\tan[k_{y\gamma} (b/2 + d_\Delta + d_\gamma) + \Omega_\gamma] = j k_{y2} / k_{y\gamma} n_\gamma^2 / n_2^2 \quad (4.18)$$

$$\tan(k_{y1} b/2 - \Omega_1) = j k_{y4} / k_{y1} n_1^2 / n_4^2 \quad (4.19)$$

Então:

$$k_y b = q\pi - \tan^{-1} \frac{n_4^2}{2} \frac{n_1}{n_1} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{z_{14}}{k_y}\right)^2 - 1}}$$

$$- \tan^{-1} j \frac{n_4^2}{2} \frac{n_1}{n_1}$$

$$1 + j \frac{n_4^2}{2} \frac{n_1}{n_1} \sqrt{\left(\frac{z_{4Y}}{(k_Y^2 - z_{1Y}^2)^{1/2}}\right)^2 - 1} \cdot \frac{\sqrt{\left(\frac{z_{Y2}}{(k_Y^2 - z_{1Y}^2)^{1/2}}\right)^2 - 1} \cdot \frac{n_Y^2}{2} + \tan[(k_Y^2 - z_{1Y}^2)^{1/2} d_Y]}{1 - \sqrt{\left(\frac{z_{Y2}}{(k_Y^2 - z_{1Y}^2)^{1/2}}\right)^2 - 1} \cdot \tan[(k_Y^2 - z_{1Y}^2)^{1/2} d_Y]} \cdot \tan[(k_Y^2 - z_{1Y}^2)^{1/2} d_Y]$$

$$\sqrt{\left(\frac{z_{1\Delta}}{k_Y}\right)^2 - 1} \left\{ -j \frac{n_4^2}{2} \frac{n_1}{n_1} \sqrt{\left(\frac{z_{\Delta Y}}{(k_Y^2 - z_{1\Delta}^2)^{1/2}}\right)^2 - 1} \cdot \frac{\sqrt{\left(\frac{z_{Y2}}{(k_Y^2 - z_{1Y}^2)^{1/2}}\right)^2 - 1} \cdot \frac{n_Y^2}{2} + \tan[(k_Y^2 - z_{1Y}^2)^{1/2} d_Y]}{1 - \sqrt{\left(\frac{z_{Y2}}{(k_Y^2 - z_{1Y}^2)^{1/2}}\right)^2 - 1} \cdot \tan[(k_Y^2 - z_{1Y}^2)^{1/2} d_Y]} \cdot \frac{n_Y^2}{2} \right\}$$

B.2. Determinação da constante de propagação ao longo de $x:k_{x1}$

Pelo exposto na seção A.2, torna-se desnecessário qualquer desenvolvimento, pois a solução é a mesma encontrada na seção B.2 do Capítulo 4.

4.2. RESULTADOS

Foram analisados os guias:

$$\text{canal} : a = 0,745\lambda$$

$$R = 30\lambda$$

$$n_1 = 1,5$$

$$n_2 = 1,0$$

$$n_3 = n_4 = n_5 = 1,35$$

$$\text{"costela": } a = 0,534\lambda$$

$$R = 10,22\lambda$$

$$n_1 = 1,5$$

$$n_2 = n_3 = n_5 = 1,0$$

$$n_4 = 1,35$$

$$\text{com: } \lambda = 10^{-6}\text{m}$$

$$n_{\Delta} = 1,495$$

$$n_{\gamma} = 1,49$$

$$d_{\Delta} = 0,1a$$

$$0,5a \leq b \leq a$$

$$d_{\gamma} \text{ variável}$$

A figura 4.1 mostra a variação de αR em função de d_{γ}/a para o guia canal no modo E_{11}^x . Observa-se que:

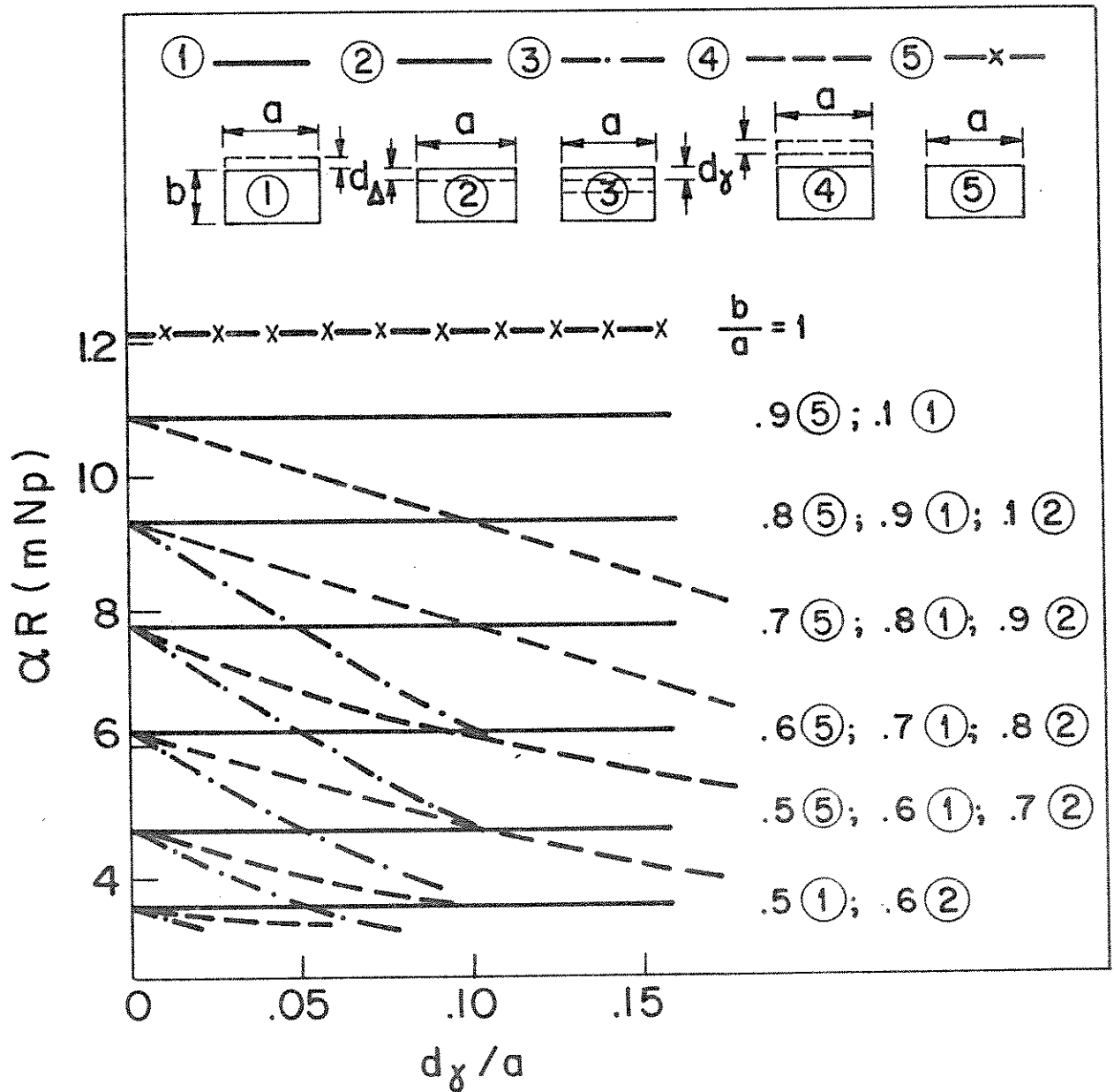


Fig. 4.1 - Curvas de αR em função de d_γ/a , para $d_\Delta/a = 0,1$ e vários valores de b/a e para o guia canal com perfil duplo na face superior, no modo E_{11}^x , para $a = 0,754\lambda$; $R = 30\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = 1,0$; $n_3 = n_4 = n_5 = 1,35$; $n_\Delta = 1,495$; $n_\gamma = 1,49$; $d_\Delta = 0,1a$; $\lambda = 10^{-6}\text{m}$.

- . para a configuração (2a) a redução máxima obtida em relação ao guia sem perfil é de:
 - a. 6,3 mNp, com $d_Y/a = 0,1$ e $b/a = 1$.
 - b. 7,6 mNp, com $d_Y/a = 0,1$ e $b/a = 0,9$.
 - c. 8,5 mNp, com $d_Y/a = 0,09$ e $b/a = 0,8$.
 - d. 9,1 mNp, com $d_Y/a = 0,08$ e $b/a = 0,7$.
 - e. 9,1 mNp, com $d_Y/a = 0,02$ e $b/a = 0,6$.
- . para a mesma configuração, a redução máxima obtida em relação ao guia com perfil vertical na face superior é de:
 - a. 3,1 mNp, com $d_Y/a = 0,1$ e $b/a = 1$.
 - b. 3,0 mNp, com $d_Y/a = 0,1$ e $b/a = 0,9$.
 - c. 2,3 mNp, com $d_Y/a = 0,09$ e $b/a = 0,8$.
 - d. 1,5 mNp, com $d_Y/a = 0,08$ e $b/a = 0,7$.
 - e. 0,4 mNp, com $d_Y/a = 0,02$ e $b/a = 0,6$.
- . para a configuração (3a) a redução máxima obtida em relação ao guia sem perfil é de:
 - a. 4,3 mNp, com $d_Y/a = 0,178$ e $b/a = 1$.
 - b. 5,8 mNp, com $d_Y/a = 0,178$ e $b/a = 0,9$.
 - c. 7,1 mNp, com $d_Y/a = 0,178$ e $b/a = 0,8$.
 - d. 8,3 mNp, com $d_Y/a = 0,178$ e $b/a = 0,7$.
 - e. 8,7 mNp, com $d_Y/a = 0,1$ e $b/a = 0,6$.
 - f. 9,1 mNp, com $d_Y/a = 0,056$ e $b/a = 0,5$.
- . para a mesma configuração, a redução máxima obtida em relação ao guia com perfil vertical na face superior é de:
 - a. 2,8 mNp, com $d_Y/a = 0,178$ e $b/a = 1$.
 - b. 2,8 mNp, com $d_Y/a = 0,178$ e $b/a = 0,9$.
 - c. 2,5 mNp, com $d_Y/a = 0,178$ e $b/a = 0,8$.
 - d. 1,4 mNp, com $d_Y/a = 0,178$ e $b/a = 0,7$.
 - e. 1,1 mNp, com $d_Y/a = 0,1$ e $b/a = 0,6$.
 - f. 0,4 mNp, com $d_Y/a = 0,056$ e $b/a = 0,5$.

- . para $d_Y/a = 0,1$ a redução obtida em relação ao guia sem perfil é de:
 - a. 6,1 mNp para a configuração (2a) e 3,0 mNp para a configuração (3a), com $b/a = 1$.
 - b. 7,6 mNp para a configuração (2a) e 4,6 mNp para a configuração (3a), com $b/a = 0,9$.
 - c. 6,1 mNp para a configuração (3a) com $b/a = 0,8$.
 - d. 7,6 mNp para a configuração (3a), com $b/a = 0,7$.
- . para $d_Y/a = 0,1$ a redução obtida em relação ao guia com perfil vertical na face superior é de:
 - a. 3,1 mNp para a configuração (2a) e 1,5 mNp para a configuração (3a), com $b/a = 1$.
 - b. 3,0 mNp para a configuração (2a) e 1,5 mNp para a configuração (3a), com $b/a = 0,9$.
 - c. 1,5 mNp para a configuração (3a), com $b/a = 0,8$.

A figura 4.2 mostra a variação de αR em função de d_Y/a para o guia "costela" no modo E_{11}^x . Observa-se que:

- . para a configuração (2a) a redução máxima obtida em relação ao guia sem perfil é de:
 - a. 2,4 mNp com $d_Y/a = 0,17$ e $b/a = 1$.
 - b. 2,4 mNp, com $d_Y/a = 0,12$ e $b/a = 0,9$.
 - c. 2,4 mNp, com $d_Y/a = 0,07$ e $b/a = 0,8$.
 - d. 2,4 mNp, com $d_Y/a = 0,02$ e $b/a = 0,7$.
- . para a mesma configuração, a redução máxima obtida em relação ao guia com perfil vertical na face superior é de:
 - a. $0,9 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,17$ e $b/a = 1$
 - b. $0,4 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,12$ e $b/a = 0,9$
 - c. $0,2 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,07$ e $b/a = 0,8$
 - d. $0,03 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,02$ e $b/a = 0,7$

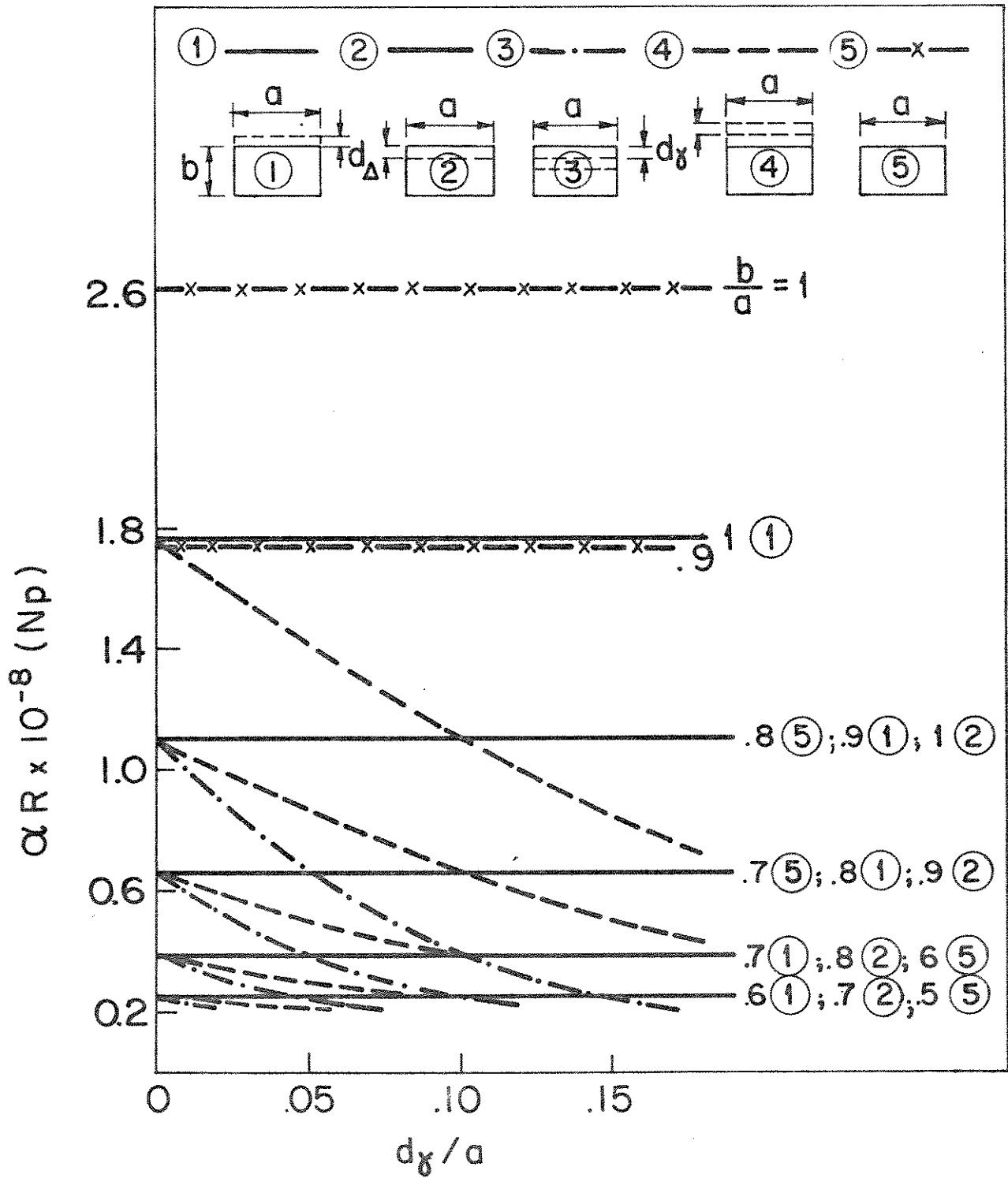


Fig. 4.2 - Curvas de αR em função de d_γ/a , para $d_\Delta/a = 0,1$ e vários valores de b/a e para o guia "costela" com perfil duplo na face superior, no modo E_{11}^x , para $a = 0,534\lambda$; $R = 10,22\lambda$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = n_3 = n_5 = 1,0$; $n_4 = 1,35$; $n_\Delta = 1,495$; $n_\gamma = 1,49$; $d_\Delta = 0,1a$; $\lambda = 10^{-6} \text{ m}$.

- . para a configuração (3a) a redução máxima obtida em relação ao guia sem perfil é de:
 - a. $1,9 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,178$ e $b/a = 1$
 - b. $2,2 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,178$ e $b/a = 0,9$
 - c. $2,2 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,1$ e $b/a = 0,8$
 - d. $2,4 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,1$ e $b/a = 0,7$
 - e. $2,4 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,056$ e $b/a = 0,6$
- . para a mesma configuração, a redução máxima obtida em relação ao guia com perfil vertical na face superior é de:
 - a. $1,0 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,178$ e $b/a = 1$
 - b. $0,7 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,178$ e $b/a = 0,9$
 - c. $0,3 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,1$ e $b/a = 0,8$
 - d. $0,1 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,1$ e $b/a = 0,7$
 - e. $0,02 \times 10^{-8}$ Np, com $d_Y/a = 0,056$ e $b/a = 0,6$
- . para $d_Y/a = 0,1$, a redução obtida em relação ao guia sem perfil é de:
 - a. $2,2 \times 10^{-8}$ Np para a configuração (2a) e $1,5 \times 10^{-8}$ Np para a configuração (3a), com $b/a = 1$.
 - b. $2,4 \times 10^{-8}$ Np para a configuração (2a) e $1,9 \times 10^{-8}$ Np para a configuração (3a), com $b/a = 0,9$.
 - c. $2,2 \times 10^{-8}$ Np para a configuração (3a), com $b/a = 0,8$.
 - d. $2,4 \times 10^{-8}$ Np para a configuração (3a), com $b/a = 0,7$.
- . para a $d_Y/a = 1$, a configuração máxima obtida em relação ao guia com perfil vertical na face superior é de:
 - a. $0,7 \times 10^{-8}$ Np para a configuração (2a) e $0,7 \times 10^{-8}$ Np para a configuração (3a), com $b/a = 1$.
 - b. $0,4 \times 10^{-8}$ Np para a configuração (2a) e $0,4 \times 10^{-8}$ Np para a configuração (3a), com $b/a = 0,9$.
 - c. $0,3 \times 10^{-8}$ Np para a configuração (3a), com $b/a = 0,8$.
 - d. $0,1 \times 10^{-8}$ Np para a configuração (3a), com $b/a = 0,7$.

O comportamento da perda por conversão, \underline{c} , é equivalente ao dos outros tipos de perfis.

A redução obtida no modo E_{11}^y é muito pequena comparada aos outros tipos de perfis.

CAPÍTULO 5

GUIAS DIELÉTRICOS ANISOTRÓPICOS AFILADOS
COM CURVATURA SEM PERDAS POR RADIAÇÃO

A teoria desenvolvida por Marcatili [38] para guias dielétricos afilados de seção reta arbitrária e eixo curvo ou reto que têm a propriedade de guiamento sem perdas por radiação ou conversão é estendida aqui para incluir materiais dielétricos anisotrópicos. O estudo é feito para coordenadas generalizadas e para estrutura afilada em forma de cone.

5.1. SISTEMAS DE COORDENADAS GENERALIZADAS

Somente sistemas de coordenadas curvilíneas ortogonais cujas coordenadas são quadráticas (linhas retas, círculos, elipses, hipérboles e parábolas) e com superfícies fechadas serão considerados. Existem 8 (oito) destes sistemas: retangular, cilíndrico-circular, cilíndrico-elíptico, esférico, esferoidal alongado na direção do eixo polar, esferoidal achatado nos polos, cônico e elipsoidal [38]. Os eixos do sistema são definidos como \hat{a}_1 , \hat{a}_2 e \hat{a}_3 .

As equações de Maxwell para os campos elétrico e magnético com dependência harmônica no tempo ($\exp j\omega t$) num guia de material anisotrópico, com permeabilidade $\mu = \text{constante}$ e tensor permissividade de dielétrica $\bar{\epsilon}$ são dadas por:

$$\nabla \times \bar{E} = -j\omega\mu\bar{H} \quad (5.1)$$

$$\nabla \times \bar{H} = j\omega\bar{\epsilon}\bar{E} \quad (5.2)$$

com:

$$\bar{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

Em sua análise, Marcatili [38] considera que os modos de interesse são essencialmente TE, com relação ao eixo de propagação, neste trabalho, \hat{a}_3 . Iremos estender essa consideração para o caso de materiais anisotrópicos. Para que o modo se mantenha TE ao longo de \hat{a}_3 , entretanto, é necessário que \hat{a}_3 coincida com a direção de um dos dois eixos ópticos (eixo principal) do material anisotrópico. O fato dos outros dois eixos coincidirem ou não com \hat{a}_1 e \hat{a}_2 parece ser

irrelevante. Portanto, a presente análise é válida para materiais com $\epsilon_{13} = \epsilon_{23} = \epsilon_{31} = \epsilon_{32} = 0$.

Como o modo é TE com relação a \hat{a}_3 , tem-se:

$$\vec{E} = \vec{E}_t = -\nabla V \times \hat{a}_3 \quad (5.4)$$

onde:

$$\nabla V = \frac{1}{h_1} \frac{\partial V}{\partial x_1} \hat{a}_1 + \frac{1}{h_2} \frac{\partial V}{\partial x_2} \hat{a}_2 + \frac{1}{h_3} \frac{\partial V}{\partial x_3} \hat{a}_3 \quad (5.5)$$

$$x = x(x_1, x_2, x_3) \quad (5.6)$$

$$y = y(x_1, x_2, x_3) \quad (5.7)$$

$$z = z(x_1, x_2, x_3) \quad (5.8)$$

h_i ($i = 1, 2, 3$) é o coeficiente métrico no sistema de coordenadas x_i e é derivado das coordenadas cartesianas x , y e z , como:

$$h_i^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial x_i} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial x_i} \right)^2 \quad (5.9)$$

De (5.1) e (5.2), a equação de onda é escrita como:

$$\nabla^2 \vec{E} + \omega^2 \mu \epsilon \vec{E} = 0 \quad (5.10)$$

Conforme Marcatili [38], essa aproximação escalar é válida somente se a variação espacial fracional do campo \vec{E} for grande comparada com a variação espacial fracional do índice n . Mudanças rápidas de índice, tais como guia com índice degrau, são possíveis pois esta equação é resolvida para cada região com a imposição das condições de contorno adequadas. A aproximação escalar é boa e tem sido utilizada consistentemente e com sucesso no estudo de fibras ópticas e guias de onda ópticos.

Como estamos supondo modo TE com relação a \hat{a}_3 , tem-se:

$$\vec{E} = E_{x1} \hat{a}_1 + E_{x2} \hat{a}_2 + 0 \hat{a}_3 \quad (5.11)$$

A partir de (5.10) com (5.11), encontramos duas equações escalares:

$$\nabla^2 E_{x1} + \omega^2 \mu (\epsilon_{11} E_{x1} + \epsilon_{12} E_{x2}) = 0 \quad (5.12)$$

$$\nabla^2 E_{x2} + \omega^2 \mu (\epsilon_{21} E_{x1} + \epsilon_{22} E_{x2}) = 0 \quad (5.13)$$

onde:

$$\vec{\epsilon} \cdot \vec{E} = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & 0 \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{x1} \\ E_{x2} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.14)$$

De (5.4), (5.5) e (5.11), tem-se:

$$E_{x1} = - \frac{1}{h_1} \frac{\partial V}{\partial x_1} \quad (5.15)$$

$$E_{x2} = - \frac{1}{h_2} \frac{\partial V}{\partial x_2} \quad (5.16)$$

Então temos:

$$\nabla^2 \left[- \frac{1}{h_1} \frac{\partial V}{\partial x_1} \right] + \omega^2 \mu \left[- \frac{\epsilon_{11}}{h_1} \frac{\partial V}{\partial x_1} - \frac{\epsilon_{12}}{h_2} \frac{\partial V}{\partial x_2} \right] = 0 \quad (5.17)$$

$$\nabla^2 \left[- \frac{1}{h_2} \frac{\partial V}{\partial x_2} \right] + \omega^2 \mu \left[- \frac{\epsilon_{21}}{h_1} \frac{\partial V}{\partial x_1} - \frac{\epsilon_{22}}{h_2} \frac{\partial V}{\partial x_2} \right] = 0 \quad (5.18)$$

Seja V um produto de duas funções; uma, dependente da coordenada ao longo do afilamento, e a outra, dependente somente das coordenadas transversas x_2 e x_3 , então:

$$V = V_{12}(x_1, x_2) V_3(x_3) \quad (5.19)$$

Logo :

$$\nabla^2 \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial x_1} V_{12} V_3 \right) = \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} \right) (\nabla^2 V_3) + V_3 \nabla^2 \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial x_1} V_{12} \right) \quad (5.20)$$

Portanto, de (5.17):

$$V_3 \nabla^2 \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} \right) + \frac{1}{h_1} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} \nabla^2 V_3 + \omega^2 \mu \left(\frac{\epsilon_{11}}{h_1} \frac{\partial V_{12} V_3}{\partial x_1} + \frac{\epsilon_{12}}{h_2} \frac{\partial V_{12} V_3}{\partial x_2} \right) = 0 ,$$

ou

$$V_3 \nabla^2 \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} \right) + \frac{1}{h_1} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} \nabla^2 V_3 + \omega^2 \mu \left(\frac{\epsilon_{11}}{h_1} V_3 \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} + \frac{\epsilon_{12}}{h_2} V_3 \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} \right) = 0 \quad (5.21)$$

e de (5.18):

$$V_3 \nabla^2 \left(\frac{1}{h_2} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} \right) + \frac{1}{h_2} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} \nabla^2 V_3 + \omega^2 \mu \left(\frac{\epsilon_{21}}{h_1} \frac{\partial V_{12} V_3}{\partial x_1} + \frac{\epsilon_{22}}{h_2} \frac{\partial V_{12} V_3}{\partial x_2} \right) = 0 ,$$

ou

$$V_3 \nabla^2 \left(\frac{1}{h_2} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} \right) + \frac{1}{h_2} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} \nabla^2 V_3 + \omega^2 \mu \left(\frac{\epsilon_{21}}{h_1} V_3 \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} + \frac{\epsilon_{22}}{h_2} V_3 \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} \right) = 0 \quad (5.22)$$

Multiplicando (5.21) e (5.22) por $(1/V_{12}V_3)$, fica:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{V_{12}} \nabla^2 \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} \right) + \frac{1}{V_{12}h_1} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} \frac{1}{V_3} \nabla^2 V_3 \\ & + \frac{\omega^2 \mu}{V_{12}} \left(\frac{\epsilon_{11}}{h_1} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} + \frac{\epsilon_{12}}{h_2} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} \right) = 0 \end{aligned} \quad (5.23)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{V_{12}} \nabla^2 \left(\frac{1}{h_2} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} \right) + \frac{1}{V_{12}h_2} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} \frac{1}{V_3} \nabla^2 V_3 \\ & + \frac{\omega^2 \mu}{V_{12}} \left(\frac{\epsilon_{21}}{h_1} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} + \frac{\epsilon_{22}}{h_2} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} \right) = 0 \end{aligned} \quad (5.24)$$

Dividindo (5.23) por $(1/V_{12}h_1 \cdot \partial V_{12}/\partial x_1)$ fica:

$$\begin{aligned} & \frac{h_1}{\frac{\partial V_{12}}{\partial x_1}} \nabla^2 \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} \right) + \frac{1}{V_3} \nabla^2 V_3 \\ & + \frac{\omega^2 \mu h_1}{\frac{\partial V_{12}}{\partial x_1}} \left(\frac{\epsilon_{11}}{h_1} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} + \frac{\epsilon_{12}}{h_2} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} \right) = 0 \end{aligned} \quad (5.25)$$

Dividindo (5.24) por $(1/V_{12}h_2 \cdot \partial V_{12}/\partial x_2)$ fica:

$$\frac{h_2}{\frac{\partial V_{12}}{\partial x_2}} \nabla^2 \left(\frac{1}{h_2} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} \right) + \frac{1}{V_3} \nabla^2 V_3$$

$$+ \frac{\omega^2 \mu h_2}{\frac{\partial V_{12}}{\partial x_2}} \left(\frac{\epsilon_{21}}{h_1} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} + \frac{\epsilon_{22}}{h_2} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} \right) = 0 \quad (5.26)$$

Seja H_3^2 função apenas de x_3 . Tentaremos escrever (5.25) e (5.26) como duas equações de variáveis separadas, ou:

$$x_{12} V_{12} + x_3 V_3 + \frac{H_3^2}{h_3^2} - \frac{H_3^2}{h_3^2} = 0 \quad (5.27)$$

$$x_{12} V_{12} + x_3 V_3 + \frac{H_3^2}{h_3^2} - \frac{H_3^2}{h_3^2} = 0 \quad (5.28)$$

Então:

$$\frac{1}{V_3} \nabla^2 V_3 + \frac{H_3^2}{h_3^2} = 0, \quad \text{ou} \quad \nabla^2 V_3 + \frac{H_3^2}{h_3^2} V_3 = 0 \quad (5.29)$$

De (5.25):

$$\frac{h_1}{\frac{\partial V_{12}}{\partial x_1}} \nabla^2 \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} \right) + \frac{\omega^2 \mu h_1}{\frac{\partial V_{12}}{\partial x_1}} \left(\frac{\epsilon_{11}}{h_1} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} + \frac{\epsilon_{12}}{h_2} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} \right) - \frac{H_3^2}{h_3^2} = 0,$$

ou

$$\nabla^2 \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} \right) + \omega^2 \mu \left(\frac{\epsilon_{11}}{h_1} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} + \frac{\epsilon_{12}}{h_2} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} \right) - \frac{H_3^2}{h_3^2 h_1} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} = 0 \quad (5.30)$$

Analogamente, de (5.26):

$$\nabla^2 \left(\frac{1}{h_2} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} \right) + \omega^2 \mu \left(\frac{\epsilon_{21}}{h_1} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} + \frac{\epsilon_{22}}{h_2} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} \right) - \frac{H_3^2}{h_3^2 h_2} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} = 0 \quad (5.31)$$

Como iremos ver a seguir, (5.29) é função apenas de x_3 . Para que (5.30) e (5.31) contenham apenas as variáveis x_1 e x_2 e assim ser possível a separação de variáveis, teremos que supor condições em ϵ_{11} , ϵ_{12} , ϵ_{21} e ϵ_{22} .

(5.29) é equivalente à seguinte equação:

$$\frac{\partial^2 V_3}{\partial x_3^2} + \frac{1}{f_3} \frac{df_3}{dx_3} \frac{\partial V_3}{\partial x_3} + H_3^2 V_3 = 0 \quad (5.32)$$

onde:

$$f_3 = \frac{h_1 h_2 h_3}{h_3^2} \quad (5.33)$$

Em geral, $f_i = h_1 h_2 h_3 / h_i^2$ é só função de x_i ; portanto, f_3 é apenas função de x_3 e como H_3^2 foi suposta uma função apenas de x_3 , (5.32) é função apenas de x_3 .

De (5.30):

$$\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} \right) + \frac{1}{f_1} \frac{df_1}{dx_1} \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} \right)$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{h_1^2}{h_2^2} \left[\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} \right) + \frac{1}{f_2} \frac{df_2}{dx_2} \right. \\
& \cdot \left. \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} \right) \right] + \left(\omega^2 \mu h_1 \epsilon_{11} - \frac{h_1 h_3^2}{h_3^2} \right) \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} \\
& + \omega^2 \mu \frac{h_1^2}{h_2} \epsilon_{12} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} = 0
\end{aligned} \tag{5.34}$$

De (5.31):

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \left(\frac{1}{h_2} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} \right) + \frac{1}{f_1} \frac{df_1}{dx_1} \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{1}{h_2} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} \right) \\
& + \frac{h_1^2}{h_2^2} \left[\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \left(\frac{1}{h_2} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} \right) + \frac{1}{f_2} \frac{df_2}{dx_2} \cdot \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{1}{h_2} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} \right) \right] \\
& + \left(\omega^2 \mu h_2 \epsilon_{22} - \frac{h_2 h_3^2}{h_3^2} \right) \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} + \omega^2 \mu \frac{h_2^2}{h_1} \epsilon_{21} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} = 0
\end{aligned} \tag{5.35}$$

Sabemos que um operador X , operando no produto de duas funções F_1 e F_2 pode ser expandido da seguinte forma:

$$X[F_1 F_2] = F_1 X[F_2] + F_2 X[F_1] \tag{5.36}$$

Então, de (5.34):

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \left(\frac{1}{h_1} \right) \right] \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} + \frac{1}{h_1} \frac{\partial^3 V_{12}}{\partial x_1^3}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[\frac{1}{f_1} \frac{df_1}{dx_1} \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{1}{h_1} \right) \right] \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} + \frac{1}{h_1} \frac{1}{f_1} \frac{df_1}{dx_1} \frac{\partial^2 V_{12}}{\partial x_1^2} \\
& + \frac{h_1^2}{h_2^2} \left\{ \left[\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \left(\frac{1}{h_1} \right) \right] \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} + \frac{1}{h_1} \frac{\partial^3 V_{12}}{\partial x_2^2 \partial x_1} \right. \\
& + \left. \left[\frac{1}{f_2} \frac{df_2}{dx_2} \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{1}{h_1} \right) \right] \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} + \frac{1}{h_1} \frac{1}{f_2} \frac{df_2}{dx_2} \frac{\partial^2 V_{12}}{\partial x_2 \partial x_1} \right\} \\
& + \left(\omega^2 \mu h_1 \epsilon_{11} - \frac{h_1 H_3^2}{h_3^2} \right) \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} + \omega^2 \mu \frac{h_1^2}{h_2} \epsilon_{12} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} = 0
\end{aligned} \tag{5.37}$$

e de (5.35):

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \left(\frac{1}{h_2} \right) \right] \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} + \frac{1}{h_2} \frac{\partial^3 V_{12}}{\partial x_1^2 \partial x_2} \\
& + \left[\frac{1}{f_1} \frac{df_1}{dx_1} \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{1}{h_2} \right) \right] \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} + \frac{1}{h_2} \frac{1}{f_1} \frac{df_1}{dx_1} \frac{\partial^2 V_{12}}{\partial x_1 \partial x_2} \\
& + \frac{h_1^2}{h_2^2} \left\{ \left[\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \left(\frac{1}{h_2} \right) \right] \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} + \frac{1}{h_2} \frac{\partial^3 V_{12}}{\partial x_2^3} \right. \\
& + \left. \left[\frac{1}{f_2} \frac{df_2}{dx_2} \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{1}{h_2} \right) \right] \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} + \frac{1}{h_2} \frac{1}{f_2} \frac{df_2}{dx_2} \frac{\partial^2 V_{12}}{\partial x_2^2} \right\} \\
& + \left(\omega^2 \mu h_2 \epsilon_{22} - \frac{h_2 H_3^2}{h_3^2} \right) \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} + \omega^2 \mu \frac{h_2^2}{h_1} \epsilon_{21} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} = 0
\end{aligned} \tag{5.38}$$

Multiplicando (5.37) por h_1 e arranjando, fica:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^3 V_{12}}{\partial x_1^3} + \frac{1}{f_1} \frac{df_1}{dx_1} \frac{\partial^2 V_{12}}{\partial x_1^2} + \frac{h_1^2}{h_2^2} \left(\frac{\partial^3 V_{12}}{\partial x_2^2 \partial x_1} + \frac{1}{f_2} \frac{df_2}{dx_2} \frac{\partial^2 V_{12}}{\partial x_2 \partial x_1} \right) \\
& + \left[h_1 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \left(\frac{1}{h_1} \right) + h_1 \frac{1}{f_1} \frac{df_1}{dx_1} \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{1}{h_1} \right) \right. \\
& + \frac{h_1^3}{h_2^2} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \left(\frac{1}{h_1} \right) + \frac{h_1^3}{h_2^2} \frac{1}{f_2} \frac{df_2}{dx_2} \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{1}{h_1} \right) \\
& \left. + \omega^2 \mu h_1^2 \epsilon_{11} - \frac{h_1^2 H_3^2}{h_3^2} \right] \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} + \omega^2 \mu \frac{h_1^3}{h_2} \epsilon_{12} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} = 0
\end{aligned} \tag{5.39}$$

Multiplicando (5.38) por h_2 e arranjando, fica:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^3 V_{12}}{\partial x_1^2 \partial x_2} + \frac{1}{f_1} \frac{df_1}{dx_1} \frac{\partial^2 V_{12}}{\partial x_1 \partial x_2} \\
& + \frac{h_1^2}{h_2^2} \left(\frac{\partial^3}{\partial x_2^3} V_{12} + \frac{1}{f_2} \frac{df_2}{dx_2} \frac{\partial^2 V_{12}}{\partial x_2^2} \right) + \left[h_2 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \left(\frac{1}{h_2} \right) \right. \\
& + h_2 \frac{1}{f_1} \frac{df_1}{dx_1} \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{1}{h_2} \right) + \frac{h_1^2}{h_2} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \left(\frac{1}{h_2} \right) \\
& + \frac{h_1^2}{h_2} \frac{1}{f_2} \frac{df_2}{dx_2} \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{1}{h_2} \right) \\
& \left. + \omega^2 \mu h_2^2 \epsilon_{22} - \frac{h_2^2 H_3^2}{h_3^2} \right] \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} + \omega^2 \mu \frac{h_2^3}{h_1} \epsilon_{21} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} = 0
\end{aligned} \tag{5.40}$$

Para se ter (5.39) e (5.40) independentes de x_3 devemos redefinir h_1^2/h_2^2 e ϵ_{11} como:

$$\frac{h_1^2}{h_2^2} = h_{12} + h_{123} \quad (5.41)$$

onde:

$$h_{12} = h_{12}(x_1, x_2) \quad (5.42)$$

$$h_{123} = h_{123}(x_1, x_2, x_3)$$

$$e \quad \epsilon_{11} = \epsilon_{11a} + \epsilon_{11b} \quad (5.43)$$

(5.39), então, pode ser separada em duas equações:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^3}{\partial x_1^3} v_{12} + \frac{1}{f_1} \frac{df_1}{dx_1} \frac{\partial^2 v_{12}}{\partial x_1^2} + h_{12} \left(\frac{\partial^3 v_{12}}{\partial x_2^2 \partial x_1} \right. \\ & \left. + \frac{1}{f_2} \frac{df_2}{dx_2} \frac{\partial^2 v_{12}}{\partial x_1 \partial x_2} \right) + N_a^2 \frac{\partial v_{12}}{\partial x_1} + M_a^2 \frac{\partial v_{12}}{\partial x_2} = 0 \end{aligned} \quad (5.44)$$

$$h_{123} \left(\frac{\partial^3 v_{12}}{\partial x_2^2 \partial x_1} + \frac{1}{f_2} \frac{df_2}{dx_2} \frac{\partial^2 v_{12}}{\partial x_1 \partial x_2} \right) + \omega^2 \mu h_1^2 \epsilon_{11b} = 0 \quad (5.45)$$

onde:

$$\begin{aligned} N_a^2 &= h_1 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \left(\frac{1}{h_1} \right) + h_1 \frac{1}{f_1} \frac{df_1}{dx_1} \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{1}{h_1} \right) \\ &+ \frac{h_1^3}{h_2^2} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \left(\frac{1}{h_1} \right) + \frac{h_1^3}{h_2^2} \frac{1}{f_2} \frac{df_2}{dx_2} \cdot \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{1}{h_1} \right) \end{aligned}$$

$$+ \omega^2 \mu h_1^2 \epsilon_{11a} - \frac{h_1^2 H_3^2}{h_3^2} \quad (5.46)$$

$$M_a^2 = \frac{\omega^2 \mu h_1^3}{h_2} \epsilon_{12} \quad (5.47)$$

Nota-se que (5.44) pode ser função somente de x_1 e x_2 e pode ser resolvida para se obter V_{12} . Para isto, N_a^2 e M_a^2 das equações (5.46) e (5.47) têm que ser funções apenas de x_1 e x_2 .

De (5.47):

$$\epsilon_{12} = \frac{h_2 M_a^2}{\omega^2 \mu h_1^3} \quad (5.48)$$

De (5.46):

$$\begin{aligned} \epsilon_{11a} = & \left[N_a^2 + \frac{h_1^2 H_3^2}{h_3^2} - h_1 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \left(\frac{1}{h_1} \right) \right. \\ & - h_1 \frac{1}{f_1} \frac{df_1}{dx_1} \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{1}{h_1} \right) - \frac{h_1^3}{h_2^2} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \left(\frac{1}{h_1} \right) \\ & \left. - \frac{h_1^3}{h_2^2} \cdot \frac{1}{f_2} \cdot \frac{df_2}{dx_2} \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{1}{h_1} \right) \right] \frac{1}{\omega^2 \mu h_1^2} \quad (5.49) \end{aligned}$$

ϵ_{11b} pode ser obtido de (5.45) conhecendo-se V_{12} [solução de (5.44)]:

$$\epsilon_{11b} = - \frac{h_{123}}{\omega^2 \mu h_1^2} \left(\frac{\partial^3 V_{12}}{\partial x_2^2 \partial x_1} + \frac{1}{f_2} \frac{df_2}{dx_2} \frac{\partial^2 V_{12}}{\partial x_1 \partial x_2} \right) \quad (5.50)$$

Podemos fazer:

$$\epsilon_{21} = \epsilon_{12} = \frac{h_2 M_a^2}{\omega^2 \mu h_1^3} \quad (5.51)$$

ϵ_{22} é obtido de (5.40), pois V_{12} já está calculado:

$$\begin{aligned} \epsilon_{22} = \frac{1}{\omega^2 \mu h_2^2} & \left\{ \frac{h_2 H_3^2}{h_3^2} - \frac{\omega^2 \mu \frac{h_2^3}{h_1} \epsilon_{21} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1}}{\frac{\partial V_{12}}{\partial x_2}} \right. \\ & - \left[h_2 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \left(\frac{1}{h_2} \right) + h_2 \frac{1}{f_1} \frac{df_1}{dx_1} \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{1}{h_2} \right) \right. \\ & + \left. \frac{h_1^2}{h_2} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \left(\frac{1}{h_2} \right) + \frac{h_1^2}{h_2} \frac{1}{f_2} \frac{df_2}{dx_2} \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{1}{h_2} \right) \right] \\ & - \frac{h_1^2}{h_2^2} \frac{\partial^2 V_{12}}{\partial x_2^2} - \frac{h_1^2}{h_2^2} \frac{1}{f_2} \frac{df_2}{dx_2} \cdot \frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} - \frac{\partial^2 V_{12}}{\partial x_1^2} \\ & \left. - \frac{1}{f_1} \frac{df_1}{dx_1} \frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} \right\} \quad (5.52) \end{aligned}$$

Em alguns casos práticos, pode-se conseguir uma considerável simplificação destas equações [38]. Por exemplo, a figura 5.1 mostra um acoplador direcional construído com dois guias de seção reta e curvatura diferentes, sendo que seus eixos não são coplanares. O sistema de coordenadas é o esferoidal achatado nos polos (η, θ, ψ) . Para

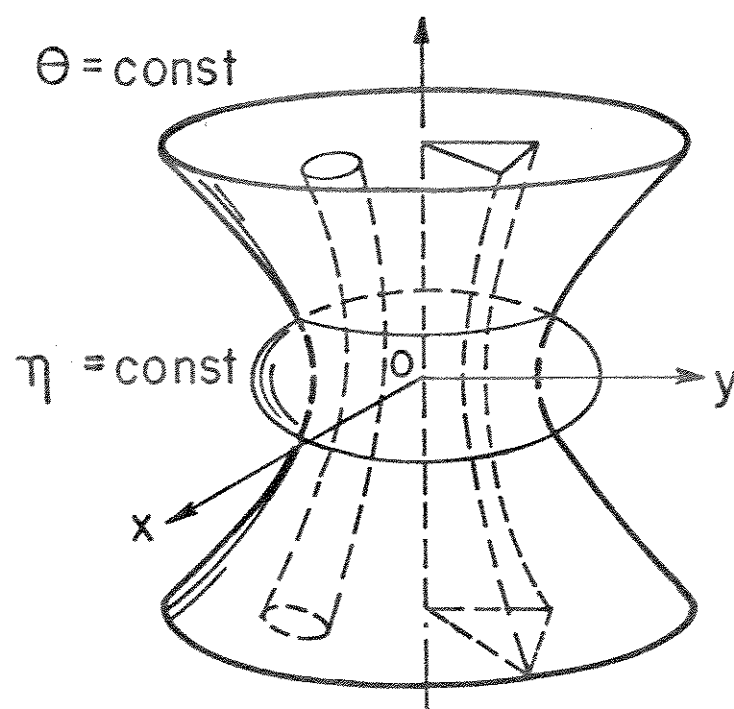


Fig. 5.1 - Acoplador direcional no sistema de coordenadas esferoidal achatado nos polos.

esta estrutura [38]:

$$h_{123} = - \frac{1}{\cosh^2 \eta} \quad (5.53)$$

$$h_{23} = \frac{1}{\sin^2 \theta} \quad (5.54)$$

Para uma curvatura não muito acentuada, ou seja, $\theta \ll 1$, $h_{123} \ll h_{23}$; logo, (5.41) fica:

$$\frac{h_1^2}{h_2^2} \approx h_{23} \approx \frac{1}{\theta} \quad (5.55)$$

A solução de (5.44) é exata e simples se puder ser separada, ou seja, se $V_{12} = V_1(x_1) \cdot V_2(x_2)$. Em geral, (5.44) não é separável e deve ser resolvida numericamente ou por técnicas aproximadas [38].

5.2. AFILAMENTO EM CONE

Vamos considerar o cone da figura 5.2 como sendo o material anisotrópico $(\mu, \bar{\epsilon})$. Fora do cone o material é considerado isotrópico e pode ser o espaço livre (μ_0, ϵ_0) . A superfície $\theta = \theta_0 = \text{constante}$ é de separação dos dois meios.

Vamos impor solução para o modo TE ao longo da direção r de propagação; portanto, r deve coincidir com o eixo óptico principal do guia. Logo, nossa análise é válida para materiais com $\epsilon_{12} = \epsilon_{13} = \epsilon_{21} = \epsilon_{31} = 0$. Então:

$$\bar{E} = \bar{E}_t = - \frac{1}{r} (\nabla_{\theta\phi} V \times \hat{a}_r) \quad (5.56)$$

$$\bar{H}_t = - \frac{j}{\omega \mu r} \nabla_{\theta\phi} \frac{\partial V}{\partial r} \quad (5.57)$$

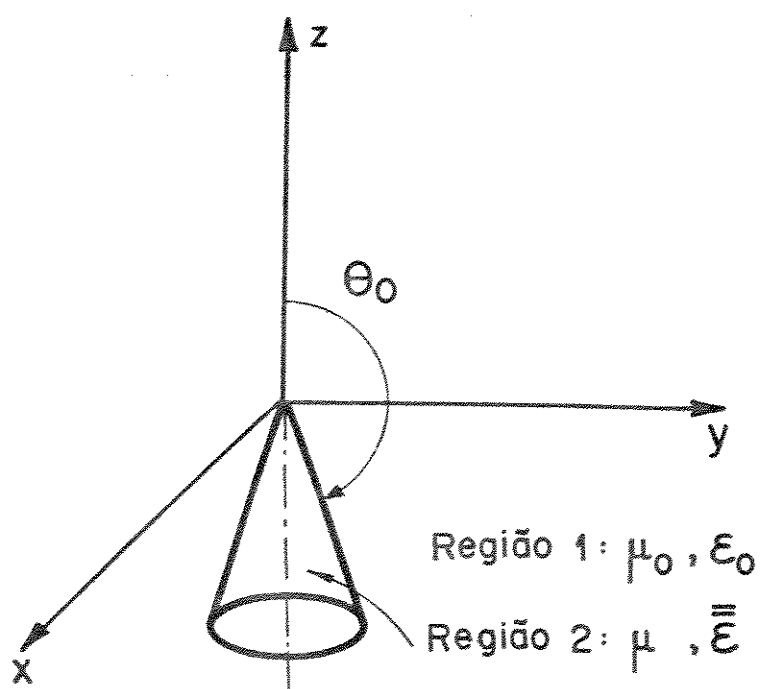


Fig. 5.2 - Estrutura dielétrica anisotrópica afilada com superfície cônica $\theta = \theta_0$.

$$\overline{H_r} = \frac{j}{\omega \mu r^2} \Delta_{\theta\phi}^2 V \hat{a}_r \quad (5.58)$$

onde:

$\nabla_{\theta\phi}$ é o gradiente transversal e é dado por:

$$\nabla_{\theta\phi} = \frac{\partial}{\partial \theta} \hat{a}_\theta + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \hat{a}_\phi \quad (5.59)$$

$\Delta_{\theta\phi}^2$ é o laplaciano transversal e é dado por:

$$\Delta_{\theta\phi}^2 = \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \quad (5.60)$$

Com:

$$\vec{E} = 0 \hat{a}_r + E_\theta \hat{a}_\theta + E_\phi \hat{a}_\phi \quad (5.61)$$

A equação (5.10) contém duas equações escalares:

$$\nabla^2 E_\theta + \omega^2 \mu (\epsilon_{22} E_\theta + \epsilon_{23} E_\phi) = 0 \quad (5.62)$$

$$\nabla^2 E_\phi + \omega^2 \mu (\epsilon_{32} E_\theta + \epsilon_{33} E_\phi) = 0 \quad (5.63)$$

De (5.56) tem-se:

$$E_\theta = - \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} \quad (5.64)$$

$$E_\phi = \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \quad (5.65)$$

Então temos:

$$\nabla^2 \left[- \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} \right] + \omega^2 \mu \left[\epsilon_{22} \frac{-1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} + \frac{\epsilon_{23}}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \right] = 0 \quad (5.66)$$

$$\nabla^2 \left[\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \right] + \omega^2 \mu \left[\epsilon_{32} \frac{-1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} + \frac{\epsilon_{33}}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \right] = 0 \quad (5.67)$$

De (5.66):

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} \left[- \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} \right] + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \\ & \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(- \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \\ & \left(- \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} \right) + \omega^2 \mu \left(- \frac{\epsilon_{22}}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} + \frac{\epsilon_{23}}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) = 0 \end{aligned} \quad (5.68)$$

De (5.67):

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \\ & \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \omega^2 \mu \\ & \left[- \frac{\epsilon_{32}}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} + \frac{\epsilon_{33}}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \right] = 0 \end{aligned} \quad (5.69)$$

Impondo:

$$V = V_1(r) \cdot V_{23}(\theta, \phi) \quad (5.70)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V_1 V_{23}}{\partial \phi} = \\
& = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r \sin \theta} V_1 \frac{\partial V_{23}}{\partial \phi} = \\
& = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{\sin \theta} \frac{V_1}{r} \frac{\partial V_{23}}{\partial \phi} = \\
& = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial V_{23}}{\partial \phi} \frac{\partial}{\partial r} \frac{V_1}{r} = \\
& = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial V_{23}}{\partial \phi} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} \frac{V_1}{r} = \\
& = \left(\frac{1}{r^3 \sin \theta} \frac{\partial V_{23}}{\partial \phi} \right) r \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V_1}{r} \right) \quad (5.71)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{1}{r} \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial V_1 V_{23}}{\partial \phi} = \\
& = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{1}{r} \frac{1}{\sin \theta} V_1 \frac{\partial V_{23}}{\partial \phi} = \\
& = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{V_1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial V_{23}}{\partial \phi} = \\
& = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{V_1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial V_{23}}{\partial \phi} =
\end{aligned}$$

$$= \frac{V_1}{r^3 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial V_{23}}{\partial \phi} \right) \quad (5.72)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \left(\frac{1}{r} \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial V_1 V_{23}}{\partial \phi} \right) = \\ &= \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \frac{1}{r} \frac{1}{\sin \theta} V_1 \frac{\partial V_{23}}{\partial \phi} = \\ &= \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{1}{r \sin \theta} V_1 \frac{\partial^3 V_{23}}{\partial \phi^3} = \frac{V_1}{r^3 \sin \theta} \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^3 V_{23}}{\partial \phi^3} \end{aligned} \quad (5.73)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V_1 V_{23}}{\partial \theta} \right) = \\ &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V_1}{r} \frac{\partial V_{23}}{\partial \theta} \right) = \\ &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial V_{23}}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V_1}{r} \right) = \\ &= \left(\frac{1}{r^3} \frac{\partial V_{23}}{\partial \theta} \right) r \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V_1}{r} \right) \end{aligned} \quad (5.74)$$

$$\frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V_1 V_{23}}{\partial \theta} \right) =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{1}{r} V_1 \frac{\partial V_{23}}{\partial \theta} = \\
&= \frac{V_1}{r^3} \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial^2 V_{23}}{\partial \theta^2} \quad (5.75)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V_1 V_{23}}{\partial \theta} \right) = \\
&= \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \left(\frac{1}{r} V_1 \frac{\partial V_{23}}{\partial \theta} \right) = \frac{V_1}{r^3} \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^3 V_{23}}{\partial \phi^2 \partial \theta} \quad (5.76)
\end{aligned}$$

Com (5.71), (5.72) e (5.73) em (5.68), tem-se:

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{1}{r^3 \sin \theta} \frac{\partial V_{23}}{\partial \phi} \right) r \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V_1}{r} \right) \\
&+ \left(\frac{V_1}{r^3 \sin \theta} \right) \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial V_{23}}{\partial \phi} \right) \\
&+ \left(\frac{V_1}{r^3 \sin \theta} \right) \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^3 V_{23}}{\partial \phi^3} + \omega^2 \mu \left(\frac{V_1}{r^3 \sin \theta} \right) \\
&\cdot \left(\epsilon_{22} r^2 \frac{\partial V_{23}}{\partial \phi} - \epsilon_{23} r^2 \sin \theta \frac{\partial V_{23}}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (5.77)
\end{aligned}$$

Com (5.74), (5.75) e (5.76) em (5.69), tem-se:

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{1}{r^3} \frac{\partial V_{23}}{\partial \theta} \right) r \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V_1}{r} \right) \\
& + \left(\frac{V_1}{r^2} \right) \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial^2 V_{23}}{\partial \theta^2} \\
& + \left(\frac{V_1}{r^3} \right) \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^3 V_{23}}{\partial \phi^2 \partial \theta} + \omega_{\mu}^2 \left(\frac{V_1}{r^3} \right) \left(- \frac{\epsilon_{32} r^2}{\sin \theta} \frac{\partial V_{23}}{\partial \phi} \right. \\
& \left. + \epsilon_{33} r^2 \frac{\partial V_{23}}{\partial \theta} \right) = 0
\end{aligned} \tag{5.78}$$

Dividindo (5.77) por $V_1/r^3 \sin \theta \cdot \partial V_{23}/\partial \phi$, fica:

$$\begin{aligned}
& \frac{r}{V_1} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V_1}{r} \right) + \frac{1}{\frac{\partial V_{23}}{\partial \phi}} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial V_{23}}{\partial \phi} \right) \\
& + \frac{1}{\frac{\partial V_{23}}{\partial \phi}} \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^3 V_{23}}{\partial \phi^3} + \frac{\omega_{\mu}^2}{\frac{\partial V_{23}}{\partial \phi}} \left(\epsilon_{22} r^2 - \frac{\partial V_{23}}{\partial \phi} \right. \\
& \left. - \epsilon_{23} r^2 \sin \theta \frac{\partial V_{23}}{\partial \theta} \right) = 0
\end{aligned} \tag{5.79}$$

Dividindo (5.78) por $V_1/r^3 \cdot \partial V_{23}/\partial \theta$, fica:

$$\begin{aligned}
& \frac{r}{V_1} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V_1}{r} \right) + \frac{1}{\frac{\partial V_{23}}{\partial \theta}} \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial^2 V_{23}}{\partial \theta^2} \\
& + \frac{1}{\frac{\partial V_{23}}{\partial \theta}} \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^3 V_{23}}{\partial \phi^2 \partial \theta} + \frac{\omega^2 \mu}{\frac{\partial V_{23}}{\partial \theta}} \left(- \frac{\epsilon_{32} r^2}{\sin \theta} \frac{\partial V_{23}}{\partial \phi} \right. \\
& \left. + \epsilon_{33} r^2 \frac{\partial V_{23}}{\partial \theta} \right) = 0
\end{aligned} \tag{5.80}$$

Seja H_1^2 uma função somente de r . Somando e subtraindo H_1^2 em (5.79) e (5.80), obtemos três equações:

$$\frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V_1}{r} \right) + H_1^2 \left(\frac{V_1}{r} \right) = 0 \tag{5.81}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial V_{23}}{\partial \phi} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^3 V_{23}}{\partial \phi^3} \\
& + (\omega^2 \mu \epsilon_{22} r^2 - H_1^2) \frac{\partial V_{23}}{\partial \phi} - (\omega^2 \mu \epsilon_{23} r^2 \sin \theta) \frac{\partial V_{23}}{\partial \theta} = 0
\end{aligned} \tag{5.82}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial^2 V_{23}}{\partial \theta^2} + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial^3 V_{23}}{\partial \phi^2 \partial \theta} - (\omega^2 \mu \epsilon_{32} r^2) \frac{\partial V_{23}}{\partial \phi} \\
& + (\omega^2 \mu \epsilon_{33} r^2 - H_1^2) \sin \theta \frac{\partial V_{23}}{\partial \theta} = 0
\end{aligned} \tag{5.83}$$

Observa-se que (5.81) é função somente de r e pode ser resol

vida para V_1 . Para que (5.82) seja função de θ e ϕ somente devemos impor que M_{23}^2 e N_{23}^2 sejam funções somente de θ e ϕ e dadas por:

$$M_{23}^2 = \omega^2 \mu \epsilon_{22} r^2 - H_1^2 \quad (5.84)$$

$$N_{23}^2 = \omega^2 \mu \epsilon_{23} r^2 \sin \theta \quad (5.85)$$

Então, de (5.82) tem-se:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial V_{23}}{\partial \phi} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^3 V_{23}}{\partial \phi^3} \\ & + M_{23}^2 \frac{\partial V_{23}}{\partial \phi} - N_{23}^2 \frac{\partial V_{23}}{\partial \theta} = 0 \end{aligned} \quad (5.86)$$

A equação (5.86) é função somente de θ e ϕ e pode ser resolvida para V_{23} .

Portanto, para que $V = V_1(r)V_{23}(\theta, \phi)$ seja a solução do problema, o tensor permissividade dielétrica deverá ter componentes ϵ_{22} e ϵ_{23} dados por:

$$\epsilon_{22} = \frac{M_{23}^2 + H_1^2}{\omega^2 \mu r^2} \quad (5.87)$$

$$\epsilon_{23} = \frac{N_{23}^2}{\omega^2 \mu r^2 \sin \theta} \quad (5.88)$$

Se $\epsilon_{32} = \epsilon_{23}$, com a solução V_{23} de (5.86) pode-se calcular

ϵ_{33} da equação (5.83), ou seja:

$$\epsilon_{33} = \frac{(\omega^2 \mu \epsilon_{32} r^2) \frac{\partial V_{23}}{\partial \phi} + H_1^2 \sin \theta \frac{\partial V_{23}}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial^2 V_{23}}{\partial \theta^2} - \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial^3 V_{23}}{\partial \phi^2 \partial \theta}}{\omega \mu r^2 \sin \theta \frac{\partial V_{23}}{\partial \theta}} \quad (5.89)$$

5.3. CONSIDERAÇÕES GERAIS

Com os valores obtidos para o tensor $\bar{\epsilon}$ nos dois casos mostrados, somos capazes de encontrar uma solução produto tal que a dependência dos campos ao longo da direção longitudinal pode ser separada do campo ao longo da direção transversa. Como consequência, a configuração de campo transversa em qualquer seção reta é independente de sua coordenada longitudinal e nenhuma potência é transferida para outros modos guiados ou para modos radiados [49], [50]

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES

Nos Capítulos 2, 3 e 4 foram obtidas expressões para:

- . as constantes de propagação ao longo das direções x e y ;
- . o coeficiente de perda por conversão, \underline{c} ;
- . o coeficiente de atenuação, $\underline{\alpha}$,

para um guia dielétrico retangular com raio de curvatura R , com os seguintes perfis de índice degrau:

- . lateral
- . vertical na face superior
- . vertical na face inferior
- . vertical nas faces superior e inferior, simultaneamente
- . vertical duplo (duas camadas) na face superior

Para os dois tipos de guias estudados, canal e "costela", cada perfil foi analisado separadamente e diversas curvas, relacionando as perdas com os parâmetros dos guias foram mostradas. Outros gráficos poderiam ter sido apresentados, mas o trabalho se tornaria por demais repetitivo, pois todos levam às mesmas conclusões, quais sejam:

- . à medida em que a região acrescida ao guia sem perfil aumenta, diminui a atenuação, por conseguinte, a radiação na curvatura é menor.
- . em geral, a atenuação no modo E_{11}^y é menor que no modo E_{11}^x .
- . quanto menor a altura do guia, menor a perda.
- . a perda por conversão, \underline{c} , aumenta quando se acrescenta um perfil lateral ao guia.
- . para qualquer tipo de perfil vertical a perda por conversão, \underline{c} , é sempre menor que no guia sem perfil.
- . nos guias com perfil vertical, a redução das perdas é maior para a configuração (2).
- . o guia tipo "costela", sem perfil, apresenta perdas consideravelmente menores que o guia tipo canal sem perfil.
- . nos guias tipo "costela" com perfil, as inclinações das curvas de variação de αR em função de d/a são maiores, ou

seja, consegue-se uma redução considerável da perda num guia "costela" com o mesmo tipo de perfil que um guia canal, para um mesmo valor de d (região acrescida).

- . para um guia com perfil lateral, as perdas por radiação, em princípio, são menores quando o valor do índice de refração da região acrescida é escolhido próximo do valor do índice de refração do núcleo. Isto se deve ao fato de que, para valores muito afastados de n_1 , o valor de c torna-se muito grande, o que torna os resultados sem validade.
- . para o guia com perfil vertical, a escolha do valor do índice de refração das regiões acrescidas é indiferente com relação às perdas.
- . os perfis com maior redução de atenuação são, pela ordem: o vertical duplo, o lateral e o vertical nas faces superior e inferior simultaneamente, com a ressalva de que no perfil lateral há um aumento da perda por conversão, o que não ocorre nos outros dois.
- . com a escolha adequada das dimensões e dos valores dos índices de refração das regiões acrescidas ao guia sem perfil, consegue-se uma considerável redução na radiação do guia curvo.
- . toda esta análise confirma a previsão de que pode-se obter uma considerável redução nas perdas por radiação em um guia dielétrico curvo com uma escolha apropriada do perfil de índice de refração.

No Capítulo 5 foi apresentada uma teoria para o projeto de guias dielétricos anisotrópicos com seção reta arbitrária e/ou curvatura. A teoria consiste em resolver as equações de campo de modo que a configuração transversa do campo em qualquer seção reta seja independente da coordenada longitudinal. Conseqüentemente, não haverá transferência de potência para outros modos guiados ou radiados. Somos, então, capazes de encontrar um perfil de índice para o guia dielétrico tal que as soluções produto impostas sejam possíveis.

REFERÊNCIAS

- [1] E.A.J. Marcatili, "Bends in optical dielectric guides", *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 48, nº 7, Set. 1969, pp. 2103-2132.
- [2] J.E. Goell, "A circular-harmonic computer analysis of rectangular dielectric waveguides", *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 48, nº 7, Set. 1969, pp. 2133-2160.
- [3] E.A.J. Marcatili e S.E. Miller, "Improved relation describing directional control in electromagnetic wave guidance", *Bell Syst. Tech. J.*, Vol. 48, nº 7, Set. 1969, pp. 2161-2188.
- [4] A.W. Snyder, "Radiation losses due to variations of radius on dielectric or optical filters", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-18, 1970, pp. 608-615.
- [5] F.P. Kapron, D.B. Keck e R.D. Maurer, "Radiation losses in glass optical waveguides", *Appl. Phys. Lett.*, vol. 17, nº 10, Nov. 1970, pp. 423-425.
- [6] D. Marcuse, "Bending losses of the asymmetric slab waveguide", *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 50, nº 8, Out. 1971, pp. 2551-2563.
- [7] S.E. Miller, "A survey of integrated optics", *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. QE-8, pt 2, Fev. 1972, pp. 199-205.
- [8] D. Marcuse, *Integrated Optics*, (IEEE Press, New York, 1973).
- [9] L. Lewin, "Local form of the radiation condition application to curved dielectric structures", *Electron. Lett.*, vol. 9, nº 20, Out. 1973, pp. 468-469.
- [10] L. Lewin, "Radiation from curved dielectric slabs and fibers", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-22, Jul. 1974, pp. 718-727.

.../.

- [11] A.W. Snyder e D.J. Mitchell, "Leaky rays on circular optical fibers", *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 64, 1974, pp. 599-607.
- [12] E.G. Rawson, "Analysis of scattering from fiber waveguides with irregular core surfaces", *Appl. Opt.*, vol. 13, n° 10, Out. 1974, pp. 2370-2377.
- [13] D. Marcuse, Theory of Dielectric Optical Waveguides, (Academic New York, 1974).
- [14] H. Kogelnik, "Integrated optics", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-23, n° 1, Jan 1975, pp. 2-16.
- [15] A.W. Snyder e J.D. Love, "Reflection at a curved dielectric interface-electromagnetic tunneling", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-23, n° 1, Jan. 1975, pp. 134-141.
- [16] E.G. Neumann e H.D. Rudolph, "Radiation from bends in dielectric rod transmission lines", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-23, n° 1, Jan. 1975, pp. 142-149.
- [17] M. Heiblum e J.H. Harris, "Analysis of curved optical waveguides by conformal transformation", *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. QE-11, n° 2, Fev. 1975, pp. 75-83.
- [18] A.W. Snyder, I. White e D.J. Mitchell, "Radiation from bent optical waveguides", *Electron. Lett.*, vol. 11, n° 15, Jul. 1975, pp. 332-333.
- [19] S. Kawakami, M. Miyagi e S. Nishida, "Bending losses of dielectric slab optical waveguide with double or multiple claddings: theory", *App. Opt.*, vol. 14, n° 11, Nov. 1975. pp. 2588-2597.
- [20] E.F. Kuester e D.D. Chang, "Surface-wave radiation loss from curved dielectric slabs and fibers", *IEEE J. Quantum Elect.*, vol. QE-11, n° 11, Nov. 1975, pp. 903-907.

.../.

- [21] D. Marcuse, "Radiation losses of the HE_{11} mode of a fiber with sinusoidally perturbed core boundary", *Appl. Opt.*, vol. 14, n° 12, Dez. 1975, pp. 3021-3025.
- [22] D. Marcuse, "Curvature loss formula for optical fibers", *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 66, n° 3, Mar. 1976, pp. 216-220.
- [23] D. Marcuse, "Field deformation and loss caused by curvature of optical fibers", *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 66, n° 4, Abril 1976, pp. 311-320.
- [24] L.F. Lind, "Radiation from curved single-mode fibers", *Electron. Lett.*, vol. 12, n° 21, Out. 1976, pp. 567-569.
- [25] I.A. White e A.W. Snyder, "Radiation from dielectric optical waveguides: a comparison of techniques", *Appl. Opt.*, vol. 16, n° 6, Jan. 1977, pp. 1470-1472.
- [26] I.A. White, "Radiation from bends in optical waveguides: the volume current method", *Microwaves, Opt., Acoustics*, vol. 3, n° 5, Set. 1979, pp. 186-188.
- [27] S.E. Miller e A.G. Chynoweth, *Optical Fiber Telecommunications*, (Academic, New York, 1979).
- [28] Y. Murakami, "Coupling between curved dielectric waveguides", *Appl. Opt.*, vol. 19, n° 3, Fev. 1980, pp. 390-403.
- [29] L.D. Hutcheson, I.A. White e J.J. Burke, "Comparison of bending losses in integrated optical circuits", *Opt. Lett.*, vol. 5, n° 6, Jan. 1980, pp. 276-278.
- [30] E.G. Neumann, "Curved dielectric optical waveguides with reduced transition losses", *IEE Proc.*, vol. 129, pt H, n° 5, Out. 1982, pp. 278-280.
- [31] W.J. Minford, S.K. Korotky e R.C. Alferness, "Low-loss $Ti:LiNbO_3$ waveguide bends at $\lambda = 1,3 \mu m$ ", *IEEE J. Quantum Elect.*, vol. QE-18, n° 10, Out. 1982, pp. 1802-1806.

.../.

- [32] D. Marcuse, *Light Transmission Optics* (Van Nostrand, Princeton, 1982).
- [33] R. Baets e P.E. Lagasse, "Loss calculation and design of arbitrarily curved integrated-optic waveguides", *J. Opt. Soc. Am.* , vol. 73, nº 2, Fev. 1983, pp. 177-182.
- [34] E.G. Neumann e W. Richter, "Sharp bends with low losses in dielectric optical waveguides", *App. Opt.* , vol. 22, nº 7, Abril 1983, pp. 1016-1022.
- [35] M. Kuznetsov e H.A. Haus, "Radiation loss in dielectric waveguide structure by the volume current method", *IEEE J. Quant. Elect.*, vol. QE-19, nº 10, Out. 1983, pp. 1505-1514.
- [36] J. Saijonmaa e D. Yevich, "Beam-propagation analysis of loss in bent optical waveguides and fibers", *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 73, nº 12, Dez. 1983, pp. 1785-1791.
- [37] A.W. Snyder e J.D. Love, *Optical Waveguide Theory* (Chapman and Hall, London, 1983).
- [38] E.A.J. Marcatili, "Dielectric tapers with curved axes and no loss", *IEEE J. Quant. Elect.*, vol. QE-21, nº 4, Abril 1985, pp. 307-314.
- [39] S.K. Korotky, E.A.J. Marcatili, J.J. Veselka e R.H. Bosworth, "Greatly reduced losses for small-radius bends in Ti: LiNbO₃ waveguides", *Appl. Phys. Lett.*, vol. 48, nº 2, Jan. 1986, pp. 92-94.
- [40] B. Schüppert , "Reduction of bend losses in Ti: LiNbO₃ waveguides through MgO double diffusion", *Electron. Lett.* , vol. 23, nº 15, Jul. 1987, pp. 797-798.
- [41] W.L. Jones, S.K. Agno e T.Y. Sato, "Bend losses in GaAs/AlGaAs optical waveguides", *Electron. Lett.* , vol. 23, nº 16, Jul. 1987, pp. 845-846.

.../.

- ..., M. Cada, F. Xiang, e L.B. Felsen, "Intrinsic modes in tapered optical waveguides", *IEEE J. Quant. Elect.*, vol. QE-24, nº 5, Maio 1988, pp. 758-765.
- [43] R. Weder, "Dielectric three-dimensional electromagnetic tapers with no loss", *IEEE J. Quant. Elect.*, vol. QE-24, nº 5, Maio 1988, pp. 775-779.
- [44] H. Nishimoto, S. Suzuki e M. Kondo, "Polarisation-independent LiNbO_3 4 x 4 matrix switch", *Elect. Lett.*, vol. 24, nº 18, Set. 1988, pp. 1122-1123.
- [45] M. Abramowitz e I. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions* (Dover Publications, Inc., New York, 1970).
- [46] R.M.F. Souza e A.J. Giarola, "Effect of a step index of refraction profile on the radiation from curved rectangular dielectric waveguides", *Anais de 1989 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, San Jose, CA., pp.1255-1259.
- [47] R.M.F. Souza e A.J. Giarola, "Radiation reduction due to a step profile in the upper face of a curved optical waveguide", *Anais da 1990 IEEE AP-S International Symposium*, Dallas, Tx., pp. 1930-1933.
- [48] R.M.F. Souza e A.J. Giarola, "Bend losses in rectangular waveguides with three dielectric layers", aceito para apresentação e publicação nos *Anais da 1990 SBT/IEEE Intern. Telecom. Symposium* - RJ, Set/90.
- [49] R.M.F. Souza e A.J. Giarola, "Radiation and mode conversion free anisotropic dielectric tapers", *Anais de 1989 IEEE AP-S International Symposium*, San Jose, Ca., pp.1234-1237.
- [50] R.M.F. Souza e A.J. Giarola, "Lossless anisotropic tapers with curved axes", *Anais da 19th. European Conference*, Set. 1989, Londres, pp. 521.