

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE SISTEMAS

OTIMIZAÇÃO DO ROTEAMENTO DE TRONCOS TELEFÔNICOS USANDO

SISTEMAS DE ALTA HIERARQUIA EM FIBRAS ÓPTICAS

*Este exemplar corresponde
à Redação Final da Tese
de Mestrado defendida por
Saulo Bortolon e aprovada
pela Comissão Julgadora
em 29/10/90.*

SAULO BORTOLON

Anilton Salles Garcia

ORIENTADOR : PROF. DR. ANILTON SALLES GARCIA

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia
Elétrica da Universidade Estadual de Campinas -
UNICAMP, como parte dos requisitos exigidos para a
obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA
ELÉTRICA

OUTUBRO - 1990

Bolton 02554

A meus pais, Wenceslau e Jenilda
A Rosângela.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Anilton, pela orientação e pela amizade.

À família Bortolon : Wenceslau, Jenilda e Gláucia, pelo carinho e pelo esforço.

Aos amigos do Departamento de Engenharia Industrial e Informática (UFES), em especial ao Prof. José Gonçalves P. Filho, pelo apoio a este trabalho.

Ao Prof. Rogério Silveira de Queiróz, pelo incentivo ao desenvolvimento deste trabalho.

Ao Doutor Marcos Carneiro, pelas sugestões e pela cessão de ferramentas computacionais.

Aos professores do DENNIS, pela colaboração direta e indireta.

Aos Engenheiros Ronaldo e Manoel, da TELEST, pelas discussões.

Aos funcionários da CPG-FEE, pela paciência.

Aos amigos do mestrado, em especial a Felipe, Celso e César, pelas longas noites de estudo...

RESUMO

A rede de troncos é a parte da rede telefônica responsável pela interligação física entre as centrais de uma área local. As metodologias de planejamento desta rede sempre foram objeto de intensos estudos, devido aos altos custos envolvidos e à influência das dimensões da rede de troncos na qualidade do serviço oferecido ao usuário.

Com a digitalização da comutação e transmissão telefônicas multiplicaram-se as opções para a engenharia da rede. Os sistemas de transmissão digital de alta capacidade (sistemas de alta hierarquia), com características de custos muito diferentes dos tradicionais analógicos, permitem a obtenção de grandes economias de escala. Esta evolução não tem sido acompanhada pelas técnicas de planejamento da rede, de tal forma que muitas simplificações adotadas em metodologias anteriores deixaram de ser admissíveis. Assim, é necessário reavaliar as ferramentas computacionais disponíveis para auxílio do planejador, especialmente com a implantação da Rede Digital de Serviços Integrados (RDSI).

Neste trabalho, apontam-se as principais influências da digitalização sobre o processo de planejamento da rede de troncos, e em especial, sobre o problema de Planejamento do Roteamento de Troncos através da malha de meios de transmissão instalada na rede de galerias. É proposta uma nova metodologia de roteamento, considerando as economias de escala permitidas pelos sistemas de alta hierarquia, a modularidade dos equipamentos de transmissão digital e a disponibilidade de sistemas já instalados na rede.

É adotada uma abordagem estática (*cross-section*). Esta é apropriada a estudos de planejamento a curto prazo, podendo também ser utilizada como subproblema na definição de planos de longo prazo. Nesta nova metodologia empregam-se ferramentas de Programação Linear e Heurísticas que fornecem uma solução quase-ótima para a expansão da rede de troncos. Consegue-se também um limitante inferior para o custo da solução ótima, o que auxilia a avaliação dos resultados obtidos.

Finalmente, para permitir a aplicação desta metodologia em redes de grande porte, apresenta-se um algoritmo para o cálculo do Fluxo de Custo Mínimo em Redes Multi-Produto, com Critério Linear-por-Partes.

ABSTRACT

The local area inter-office trunking network implements the physical interconnection between distant users. The planning and design of this network has been intensively studied, searching for smaller costs and higher quality of service.

The digital technology presents many options for network engineering, thus complicating the whole planning problem, although it also offers opportunities for lowering costs. Those opportunities come from the economies of scale made possible by the high capacity digital telecommunication systems. The trunking network planning methodologies have not accomplish this evolution, leading to unacceptable simplifications.

This work points the main effects of the digitalization in trunking network planning. The problem of trunk routing in the transmission network is studied in detail. It is proposed a new methodology that considers the modularity and availability of digital systems. The proposed model considers the digital hierarchies of 2, 34 and 140 Megabits per second (1st, 3rd and 4th hierarchies according to CCITT).

It is adopted a cross-section (static) approach, sufficient for short-term problems. The developed methodology utilizes Linear and Heuristic Programming techniques, resulting in good solutions for network expansion. It also presents a lower bound to the minimum-cost solution.

A primal algorithm to determine the minimum cost flow in multicommodity networks is discussed. It considers the special structure of the optimization problem and do not require inverse matrix calculations. These characteristics make it possible to solve large networks using small computers.

ÍNDICE

1) INTRODUÇÃO

1.1) A Rede Telefônica

1.1.1) Rede Local e Rede Interurbana

1.1.2) Rede Local : Rede de Troncos

1.1.3) Redes de Alimentação e de Distribuição :
Armários e Zonas de Filiação

1.2) O Planejamento da Rede Local

1.3) Efeitos da Digitalização

1.3.1) A Digitalização da Rede de Troncos

1.3.2) A Digitalização da Comutação

1.3.3) A Digitalização e o Planejamento

2) SOBRE O PLANEJAMENTO DA REDE DE TRONCOS

2.1) Introdução

2.1.1) Implementação Física da Rede de Troncos

2.1.2) Conceitos de Planejamento de Redes
Telefônicas

2.2) Metodologias Para o Planejamento da Rede de Troncos

2.2.1) Encaminhamento

2.2.2) Entroncamento

2.2.3) Roteamento

2.3) Roteamento em Redes Digitalizadas

2.3.1) A Influência da Multiplexação

2.3.2) Utilização de Rotas Mistas

2.3.3) Topologia das Redes de Transmissão em
Alta Hierarquia

2.3.3.1) Implementação de Anéis de Alta
Hierarquia

3) MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE TRONCOS

- 3.1) Formulação Matemática no Planejamento da Rede de Troncos: Conceitos Gerais
 - 3.1.1) Formulações Nó-Arco
 - 3.1.2) Formulações Arco-Caminho
- 3.2) Alguns Modelos Alternativos
 - . "Greedy Algorithm " : Minoux, 1989
 - . Algo-MPHTN : Baybars & Edahl , 1988
- 3.3) Evolução dos Modelos Arco-Caminho
 - 3.3.1) Definições
 - 3.3.2) Formulação Matemática do Problema
 - 3.3.2.1) Sistema Preta
 - . Heurística do Tipo I
 - . Heurística do Tipo II
 - . Heurística do Tipo III
 - 3.3.2.2) Problemas Relacionados ao Sistema PRETA
- 3.4) Modelo Proposto para Redes em Alta Hierarquia
 - 3.4.1) Simplificação do Modelo
 - 3.4.2) Modelagem dos Enlaces Alimentadores
 - 3.4.3) Modelagem dos Arcos de Ligação dos Enlaces do Anel
 - 3.4.4) Heurísticas de Custo
 - Heurística do Tipo I : $H_1(\theta, \infty)$
 - Heurística do Tipo II : $H_2(\theta, X_0)$
 - Heurística do Tipo III : $H_3(\theta, Y)$
 - Heurísticas do Tipo IV : $H_4(Y_1, Y_2)$
 - Heurística do Tipo V : $H_5(\theta, Y)$
 - 3.4.5) Modelo Matemático : conclusões

4) ESTRATÉGIA DE RESOLUÇÃO DO ROTEAMENTO

- 4.1) Análise Prévia dos Arcos Candidatos
- 4.2) Roteamento a 2 e 34 Mbps
 - 4.2.1) Sequências de Heurísticas
 - . Estratégia I, sistema PRETA
 - . Estratégia II, sistema PRETA

- 4.3) Escolha de Arcos Para a Topologia em Alta Hierarquia
 - 4.3.1) Arcos a 2 Mbps
 - 4.3.2) Arcos a 34 Mbps
 - 4.3.3) Arcos a 140 Mbps
 - 4.3.4) Arcos Alimentadores Locais
 - 4.3.5) Arcos Alimentadores Remotos e Arcos de Ligação entre Multiplexadores
- 4.4) Escolha das Rotas Candidatas em Redes de Alta Hierarquia
- 4.5) Roteamento a 2 - 34 - 140 Mbps
 - 4.5.1) Estratégia de Aplicação das Heurísticas de Custo
 - 4.5.1.1) Sequências de Heurísticas Para Definição da Topologia
 - 4.5.1.2) Sequências de Aplicação de Heurísticas Para Refinamento da Solução
 - 4.5.2) Quanto ao Limite Inferior do Custo Total

5) PROGRAMA DE FLUXO DE CUSTO MÍNIMO EM REDES MULTI-PRODUTO COM CRITÉRIO LINEAR POR PARTES

- 5.1) Introdução
- 5.2) O Algoritmo PMFCM-LPP
 - 5.2.1) Descrição Resumida do Algoritmo
 - 5.2.2) Formulação do Problema
 - 5.2.2.1) Definições
 - 5.2.2.2) Formulação Matemática do Problema
 - 5.2.3) O Algoritmo PMFCM-LPP
 - 5.2.3.1) Base de Trabalho do PMFCM-LPP
 - 5.2.3.2) Determinação das Direções Factíveis
 - 5.2.3.3) Avaliação das Direções Factíveis e Cálculo do Bloqueio
 - 5.2.3.4) Atualização das Variáveis

- 5.3) Prova de Otimalidade e Convergência
 - 5.3.1) Formulação do Problema Canalizado e suas Condições de Otimalidade
 - 5.3.2) Otimalidade do PPL-Canalizado Considerando a super-degenerescência
 - 5.3.2.1) Variáveis duais de uma Solução Degenerada do PPL-Canalizado
 - 5.3.2.1.1) Subdividindo as Variáveis Canalizadas Relativas a um Arco ou Rota
 - 5.3.2.1.2) Determinando o Valor das Variáveis Duais
 - 5.3.2.2) Custos Relativos do PPL-Canalizado na Otimalidade
 - 5.3.3) A Condição de Parada do PMFCM-LPP como Condição de Otimalidade
 - 5.3.4) Prova de Convergência do Método
- 5.4) Comparações entre os Métodos PMFCM-LPP E GUB-LPP
 - 5.4.1) Quanto ao Número Máximo de Iterações
 - 5.4.2) Quanto ao Custo da Iteração
 - 5.4.3) Quanto ao Dispêndio de Memória
- 5.5) Conclusões

6) IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL E APLICAÇÃO A UMA REDE REAL

. Limitações do Estudo de Caso Apresentado

6.1) Estrutura Computacional

6.1.1) Organização de Arquivos e Relatórios

- . arquivo de arcos
- . arquivo de demandas
- . programa de montagem de rotas
- . arquivo de rotas
- . arquivo de relacionamento arco & rota
- . arquivo de disponibilidades
- . arquivo de solução inicial
- . programa de montagem do arquivo de entrada
- . arquivo de entrada

- 6.1.2) Programa de Otimização
 - . Descrição Geral
 - . Relatório de Fluxo por Arcos
 - . Relatório de Fluxo por Produtos
 - . Relatório de Custos das Soluções

6.2) Aplicação a Uma Rede Exemplo

- . Produtos a Serem Roteados
 - . Definição dos Arcos da Rede
 - . Definição das Rotas Candidatas
- 6.2.1) Solução Usando Rotas a 2 e 34 Mbps

(Sistema PRETA)

- 6.2.2) Solução Usando Rotas a 2, 34 e 140 Mbps

7) CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA CONTINUIDADE DO TRABALHO

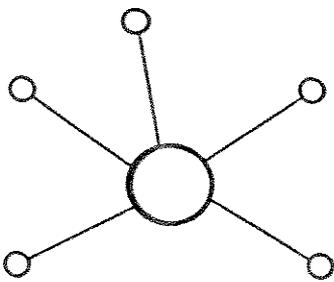
- 7.1) Do Modelo Matemático
- 7.2) Da Metodologia de Roteamento
- 7.3) Do Algoritmo e sua Implementação Computacional

APÊNDICE : Custos dos Sistemas de Transmissão

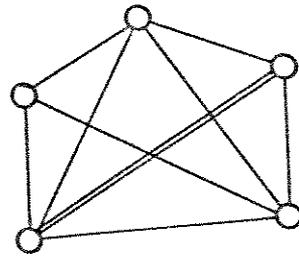
BIBLIOGRAFIA

1) INTRODUÇÃO

A função primordial da rede telefônica é permitir a ligação entre todos os assinantes, isto é, entre todos os usuários da rede. Para evitar o desperdício que seria a instalação de ligações físicas dedicadas entre todos os pares de telefones, como indica a Figura 1.1a, utilizam-se os serviços das Centrais de Comutação (Figura 1.1b). Devido ao grande número de usuários, seria necessária uma central de comutação gigantesca para ligar todos os telefones. Para resolver este problema, dividem-se os assinantes de uma mesma área entre diversas centrais de comutação, promovendo a ligação entre estas centrais através de uma rede especial : a Rede de Troncos (Figura 1.2).

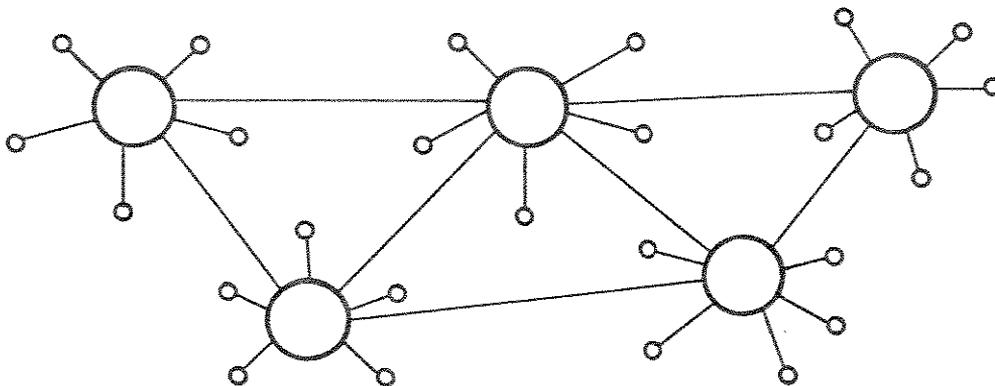


(a)



(b)

● Figura 1.1 : a) rede telefônica sem comutação
b) central de comutação



● Figura 1.2 : rede de troncos ligando diversas centrais de comutação .

O dimensionamento desta rede sempre se constituiu um dos problemas mais complexos no Planejamento das Redes Telefônicas. Isto acontece por diversos motivos :

- a demanda de utilização dos troncos sofre flutuações de acordo com diversas variáveis : desde o plano de encaminhamento das chamadas através das centrais de comutação até a estratégia de tratamento para o caso de congestionamento ; desde a hora do dia até ao crescimento do número de usuários.

- a demanda telefônica tem um caráter não-determinístico, com distribuições probabilísticas para o tempo de duração de cada chamada e do intervalo entre elas.

- a dimensão das redes das grandes cidades (algumas dezenas de centrais e centenas de milhares de usuários).

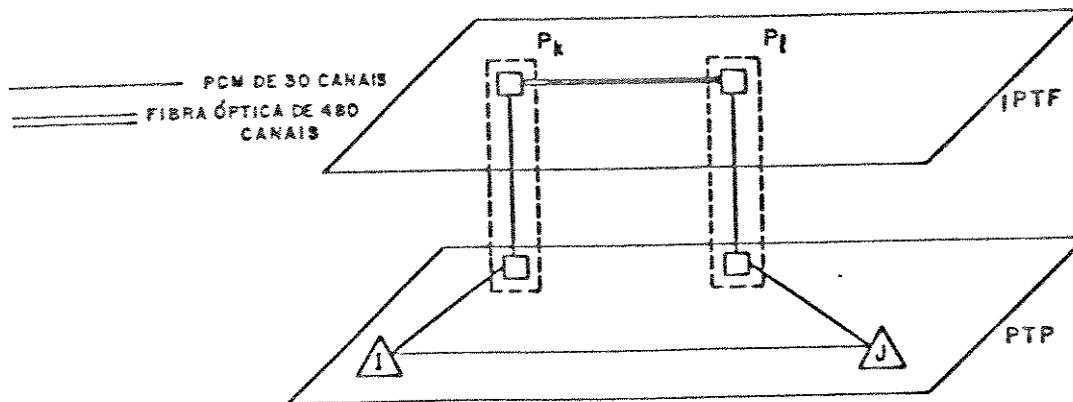
- a rapidez da evolução tecnológica nesta área.

Quanto a este último ponto, o processo de digitalização pelo qual toda a telefonia está passando tem provocado uma verdadeira revolução. Devido a ele, novos serviços estão sendo integrados à rede telefônica, incluindo transmissão de dados, video-texto, *fac-simile*, entre outros. Estes novos serviços têm um comportamento do crescimento da demanda e de tempos de duração de chamadas diferentes da tradicional transmissão de voz. Ao mesmo tempo, esta última tem experimentado um forte crescimento em sua demanda.

Por outro lado, com a digitalização, muitos equipamentos da rede (como as centrais de comutação e os meios de transmissão) tiveram melhorias em qualidade e capacidade, o que tem acarretado uma forte redução do custo final por usuário. Na transmissão, em particular, a digitalização permite que se concentrem milhares de canais sobre uma mesma fibra óptica, gerando uma economia de escala que altera profundamente a topologia da rede de troncos. Na verdade, esta economia de escala começa a ser aproveitada em outras partes da rede, como na ligação entre as centrais de comutação e os usuários a ela filiados.

Com estas alterações, a rede de troncos passa a tomar o

caráter de uma rede em níveis, como na Figura 1.3. À medida que se sobe de nível, aumenta-se a taxa de sinais digitais (bits/seg, ou, bps) utilizada, e assim o número de canais concentrados em um único meio de transmissão.



● Figura 1.3 : rede de troncos multi-hierárquica

Como os custos fixos (e a capacidade) dos enlaces em alta hierarquia são maiores, a decisão sobre a topologia da rede em alta hierarquia acaba sendo mais importante (do ponto de vista de custo) do que tentar alcançar a optimalidade no projeto da rede como um todo. É como se os níveis inferiores atuassem como tributários dos enlaces situados hierarquicamente acima.

Para melhor entender estas e outras idéias, o restante deste capítulo fará uma revisão de conceitos de :

- divisão da rede telefônica : rede local e interurbana, centrais tandem, etc.
- metodologias de planejamento : plano fundamental, encaminhamento, entroncamento e roteamento.
- efeitos da digitalização : características das centrais digitais, da transmissão digital e seus efeitos sobre o planejamento da rede de troncos.

O segundo capítulo trata com mais rigor os objetivos e características do planejamento de redes telefônicas, explorando os

conceitos revisados no capítulo introdutório. O capítulo 2, contudo, aprofunda-se quanto aos efeitos da digitalização sobre o roteamento.

O capítulo 3 trata dos modelos matemáticos do roteamento de troncos, em especial das formulações arco-rota. Fazem-se considerações a respeito de como modelar o roteamento em redes digitalizadas. Embora este trabalho somente contemple taxas de transmissão de 2, 34 e 140 Mbits/seg (Mbps, ou milhões de bits por segundo), é possível estender as considerações propostas neste capítulo a taxas inferiores (8 Mbps) ou superiores (565 Mbps). Este mesmo capítulo inclui propostas de heurísticas de aproximação dos custos através de curvas convexas lineares por partes, que transformam este problema, com custos essencialmente côncavos, em um problema de otimização convexa tratável por técnicas de Programação Linear.

O quarto capítulo propõe uma metodologia para otimização do roteamento de troncos usando sistemas das hierarquias citadas (2, 34 e 140 Mbps), incluindo :

- uma divisão do problema em fases para permitir o tratamento de grandes redes (*divide and conquer*).
- estratégias para escolha de rotas candidatas ao roteamento.
- sequências de aplicação daquelas heurísticas, que levam até uma solução ótima local de boa qualidade.

O capítulo 5 apresenta um novo algoritmo de cálculo de fluxo de custo mínimo em redes multi-produto com critério linear-por-partes. Este algoritmo tornou-se necessário devido às características da modelagem proposta para o roteamento de troncos em redes digitalizadas (grande número de arcos e de rotas alternativas).

No sexto capítulo, apresenta-se uma aplicação da metodologia a uma rede real de grande porte, baseada na rede local da cidade de São Paulo. E, no último capítulo conclusões e extensões propostas a este trabalho.

1.0 A REDE TELEFÔNICA

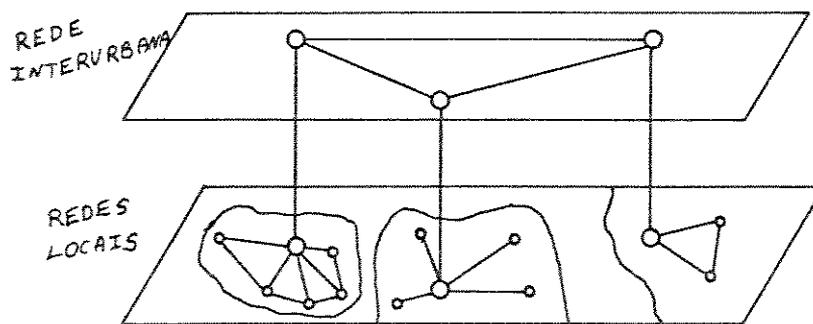
Este item apresenta resumidamente as principais partes de uma rede local de telefonia e a relação da rede local com a rede interurbana.

1.10 REDE LOCAL E REDE INTERURBANA

Devido ao grande porte (hoje um sistema integrado mundialmente) e para melhor aproveitar as facilidades de comutação e transmissão, a rede telefônica é dividida em níveis hierárquicos. Em ordem "descendente" pode-se identificar :

- um nível interurbano
- um nível local .

A figura 1.4 representa como o nível interurbano promove a ligação entre diversas redes locais através de *centrais de trânsito interurbanas* e *centrais de trânsito regional e local*.



● Figura 1.4 : relação rede interurbana / redes locais

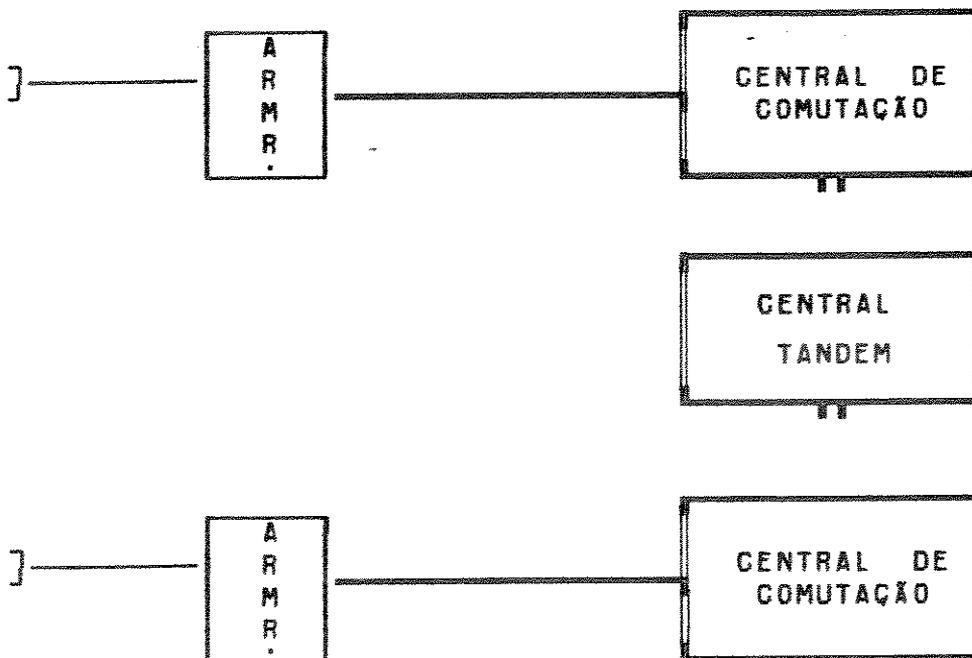
Ambas as redes podem ser divididas em vários subníveis. Como este trabalho se dirige ao planejamento da rede de troncos em áreas locais, serão descritas aqui apenas as divisões desta última. Todavia, a maior parte das considerações, modelos e estratégias descritos neste trabalho podem ser estendidas para o planejamento da rede de troncos interurbanos. Isto porque a evolução da transmissão digital já começa a tornar viável a implantação de ligações entre centrais interurbanas através de fibras ópticas.

1.12) REDE LOCAL : REDE DE TRONCOS

Peios mesmos motivos que se divide a rede telefônica em Rede Interurbana e Rede Local, esta última também é sub-dividida em níveis. Desde o momento em que sai do terminal do usuário, o sinal telefônico percorre um caminho que pode passar por :

- uma ligação até o armário de distribuição ao qual o terminal está conectado;
- uma outra dali até a central de comutação de assinantes mais próxima, talvez utilizando-se de concentradores (Estágios de Linha Remotos).
- um circuito de junção (tronco) entre esta central e a central ao qual está filiado o terminal-destino. Pode também utilizar os serviços de uma central tandem intermediária que efetua uma comutação para ligar as centrais origem e destino.
- finalmente, um circuito efetua a ligação até um armário de distribuição e dali até o terminal de destino.

A figura 1.5 ilustra esta situação :

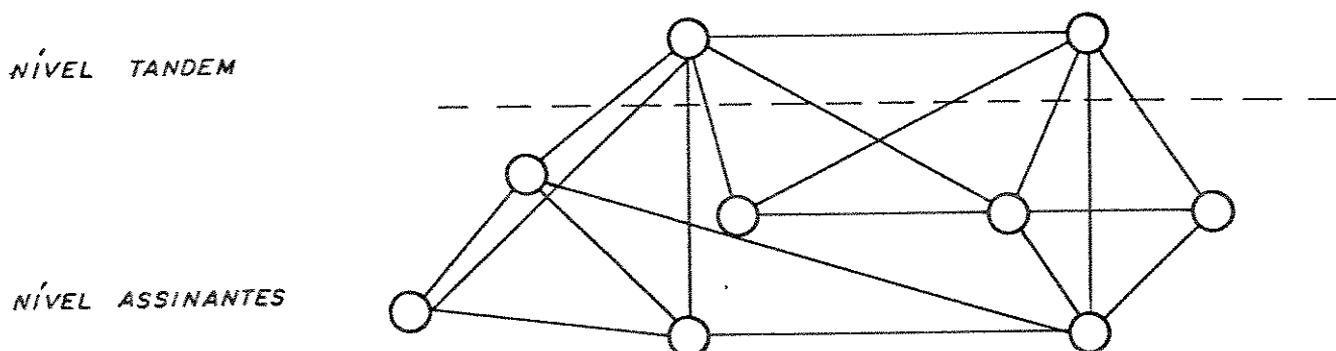


● Figura 1.5 : ligação entre dois usuários

Exceto pela ligação entre os armários e os terminais (que é

geralmente aérea), todos os outros circuitos são executados através de cabos (multipares, coaxiais ou fibras ópticas) percorrendo a rede de galerias subterrâneas. Outras opções são a utilização de ondas de rádio e de cabos aéreos, embora menos comuns. Neste trabalho será considerada a rede de troncos distribuída através das galerias subterrâneas, mas nada impede a aplicação da mesma metodologia ao tráfego via rádio e/ou aéreo. Basta levantar dados relativos aos custos, modularidades e disponibilidades instaladas.

A figura 1.6 ilustra como as centrais tandem atendem a diversas centrais de assinantes. Note que uma mesma central de assinantes pode mesmo ser atendida por mais de uma tandem. O conjunto de circuitos de junção forma a rede de troncos. Cada nó da rede da figura 1.6 representa uma estação, que pode conter mais de uma central de assinantes e/ou centrais tandem.



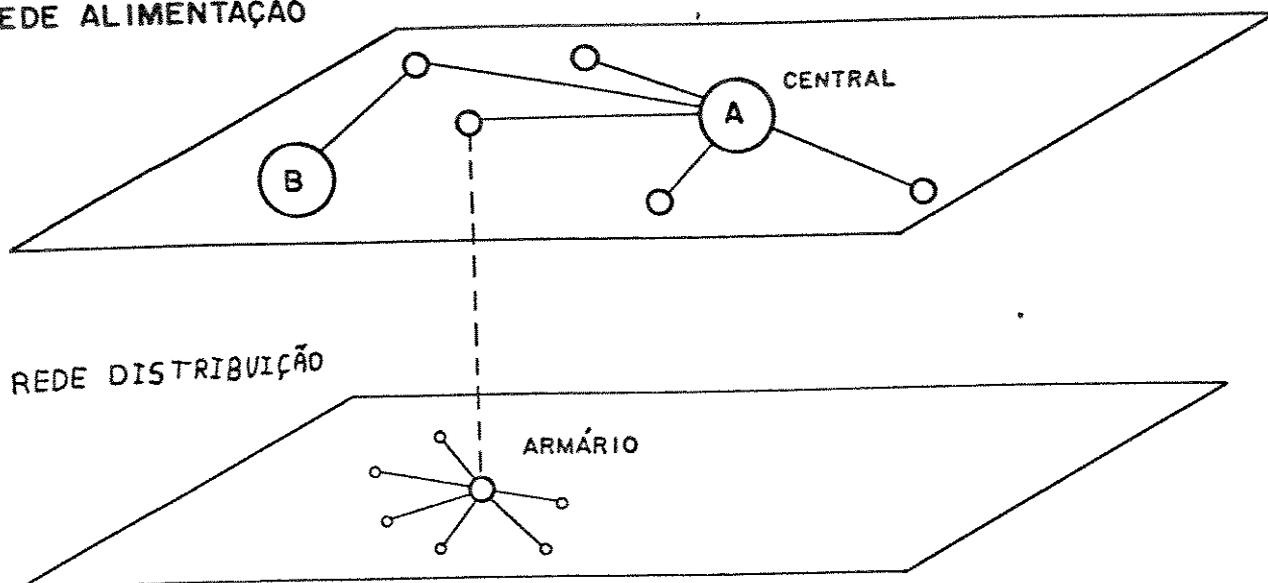
● Figura 1.6 : centrais de comutação e rede de troncos

● 1.1.3) REDES DE ALIMENTAÇÃO E DE DISTRIBUIÇÃO : ARMÁRIOS E ZONAS DE FILIAÇÃO

Cada estação telefônica atende uma região da área urbana (Zona de Filiação), e cada usuário será atendido apenas por uma das centrais da estação à qual está filiado. A ligação entre os usuários e as centrais é efetuada pela Rede Externa. A rede externa, por sua vez, é dividida em duas partes : uma que faz a junção entre os armários e as centrais (Rede Primária ou Rede de Alimentação) e outra que liga os

assinantes aos respectivos armários (Rede Secundária ou Rede de Distribuição). A figura 1.7 ilustra a relação entre a rede de alimentação e a de distribuição.

REDE ALIMENTAÇÃO



● Figura 1.7 : relação entre a rede de distribuição e a rede de alimentação

Tradicionalmente, para cada terminal ligado a um armário, existe um par de fios dedicado na rede de alimentação ligando-o à central de comutação. Estes circuitos agrupados formam cabos multi-pares, reunindo alguns milhares deles. Tais cabos, devido ao seu volume, exigem muito espaço nos dutos das galerias, criando problemas de planejamento. Uma opção permitida pela digitalização seria o emprego de concentradores a nível da rede primária, agrupando 30, 60 ou até mais canais de voz (ou dados) sobre um mesmo par de fios. Isto ocorrendo, haverá uma migração da transmissão digital em direção ao usuário (a rede de troncos já está digitalizada na maioria das capitais brasileiras). Este processo vai permitir, brevemente, que se implante a Rede Digital de Serviços Integrados (RDSI) sobre a rede telefônica existente.

12) O PLANEJAMENTO DA REDE LOCAL

Devido à dimensão do problema e à diferença dos tipos de custos envolvidos, o planejamento da rede local é dividido em "planos":

- o Plano Fundamental , onde se define a localização, dimensão, cronograma de implantação, zona de filiação de assinantes para cada centro de fios (estação);
- o Plano de Evolução dos Nós de Comutação , quando se determina o(s) tipo(s) de equipamento(s) a ser instalado em cada estação ao longo do tempo, de modo a garantir o atendimento das demandas de tráfego (tráfego comutado) e de terminais (assinantes, juntores) de cada nó de comutação.
- o Plano de Interligação , onde se dimensiona a rede de troncos entre as centrais, em função das decisões anteriores e do grau de serviço desejado.

No Plano Fundamental, mais especificamente na fase de Localização e Dimensionamento de Centros de Fios, procura-se :

Minimizar os custos de implantação das estações,

incluindo : custo das centrais, gastos com obras de infraestrutura e estimativa dos gastos com a interligação das centrais e dos assinantes às suas centrais,

sujeito à capacidade de filiação das centrais,

à necessidade de se filiarem todos os assinantes.

Enquanto isto, na fase de definição do Cronograma de Implantação procura-se minimizar o valor presente dos custos de implantação dos centros de fios, incluindo o custo de ligação dos assinantes às respectivas centrais. Considera-se aqui um problema dinâmico, procurando definir a configuração da rede em diversos estágios intermediários, até chegar ao ano horizonte. Dessa forma, na elaboração do Cronograma de Implantação são exploradas várias alternativas para o dimensionamento.

Com o plano de implantação de centros de fios definido, pode-se planejar a evolução das centrais a instalar nas

estações (Plano de Evolução dos Nós de Comutação). Deseja-se :

Minimizar o custo de implantação das centrais ao longo do tempo, incluindo estimativa do custo de interligação sujeito a : capacidade de filiação de assinantes e de tráfego comutado de cada central; atendimento de todos assinantes filiados a cada centro de fios.

Novamente se resolve um problema dinâmico, de forma que diferentes configurações finais (do ano horizonte) ou iniciais (do ano inicial de planejamento) definirão planos de evolução distintos. Devem ser consideradas também restrições técnicas, como prazos de substituição e obsolescência de equipamentos. Por exemplo, as centrais analógicas existentes atualmente deverão ser substituídas dentro de alguns anos, para permitir a implantação da RDSI.

Finalmente, com as centrais devidamente dimensionadas e determinado o seu cronograma de implantação, passa-se ao Plano de Interligação. Em uma primeira fase, escolhe-se, para cada par de centrais, uma estratégia de encaminhamento das chamadas. Isto é, como fazer para estabelecer uma ligação lógica entre as duas centrais, considerando a possibilidade de se utilizarem centrais tandem intermediárias. Em redes locais, geralmente se escolhem facilmente aquelas centrais que servirão de tandem para as outras em uma certa região.

Uma boa escolha no Plano de Encaminhamento permite grandes economias quanto ao número de troncos, aproveitando-se do caráter não-determinístico do tráfego e da definição de rotas de transbordo.

Na fase de Entroncamento calcula-se o número de troncos necessário entre cada par de centrais em função da demanda, do plano de encaminhamento e do grau de serviço. A maior dificuldade reside justamente no caráter não determinístico do tráfego telefônico.

Assim, o Entroncamento pode ser definido como :

Minimize o custo de interligação das centrais,
sujeito ao atendimento da demanda entre cada par de centrais
dentro do grau de serviço desejado ,

considerando : - uma estimativa linear do custo de
implantação de cada tronco através de uma rota de custo
mínimo;

- que cada par de centrais tem uma demanda
definida por média e variância dos intervalos entre
chamadas e das durações das mesmas;

- que as chamadas são atendidas de acordo
com o plano de encaminhamento anteriormente definido.

Finalmente, calculado o número de troncos entre cada par de centrais, deve-se determinar como implementar os mesmos através da rede de meios de transmissão (fase de Roteamento). Neste processo, devem ser levadas em consideração a disponibilidade de equipamentos instalados na rede, a modularidade desses equipamentos e o custo de compra dos mesmos. Dessa forma o Roteamento pode ser resumido como :

Minimizar o custo de instalação dos troncos nas diversas
rotas entre as centrais

sujeito a : - o atendimento da demanda de troncos entre cada
uma delas;

- capacidade do meios de transmissão existentes
acrescida das expansões necessárias;

considerando a modularidade e disponibilidade dos
equipamentos.

Enquanto o encaminhamento e o entroncamento fazem estimativas do custo de interligação, o roteamento calcula de fato o custo de expansão da rede. Assim, caso as estimativas elaboradas para o encaminhamento/entroncamento sejam muito diferentes da realidade, dever-se-ia refazê-las e obter uma nova solução (novo número de troncos entre as centrais) para recompor o roteamento.

1.3) EFEITOS DA DIGITALIZAÇÃO

A tecnologia digital começou a ser utilizada na década de 70, principalmente na rede de troncos. O barateamento do *hardware* e o avanço da microeletrônica permitiram a construção também de centrais de comutação digitais com facilidades e desempenho muito superiores às tradicionais analógicas. Em especial, as modernas centrais digitais com Controle por Programa Armazenado (CPA) constituem-se peça fundamental na evolução para a RDSI.

Neste item, são resumidas as principais oportunidades oferecidas pela digitalização na implementação das diversas partes da rede telefônica.

1.3.1) A DIGITALIZAÇÃO DA REDE DE TRONCOS

A transmissão de voz entre as centrais sempre foi feita através de sinais analógicos. A técnica *Pulse Code Modulation* (PCM), contudo, permite representar aquela onda analógica através de sinais digitais. Para garantir a qualidade do serviço em redes digitais e estabelecer um padrão internacional, o CCITT (Comitê Consultivo Internacional para Telefonia e Telegrafia) determinou o uso de uma taxa de transmissão de 64 Kbit/seg (Kbps) para o sinal de voz em redes de telefonia digital.

Mais ainda, estes canais de voz podem ser perfeitamente usados para transmissão de dados. Este fato permite a integração dos serviços de voz e dados em um mesma rede de transmissão. Outra possibilidade muito importante aberta pela digitalização é a de se multiplexar diversos canais de 64 Kbps em um único meio físico, aproveitando as altas frequências que se podem utilizar nos equipamentos digitais. Geralmente se reúnem 30 destes canais sobre um mesmo meio. Este sinal com 30 canais será a unidade básica de demanda para o roteamento, isto é, quando se falar em troncos, estará se referindo a enlaces de 30 canais entre dois pontos da rede. O padrão CCITT acrescenta a estes 30 outros 2 para sinalização e sincronismo. É importante ressaltar que este tipo de sinal é idêntico ao sinal que sai (ou entra) das modernas centrais digitais.

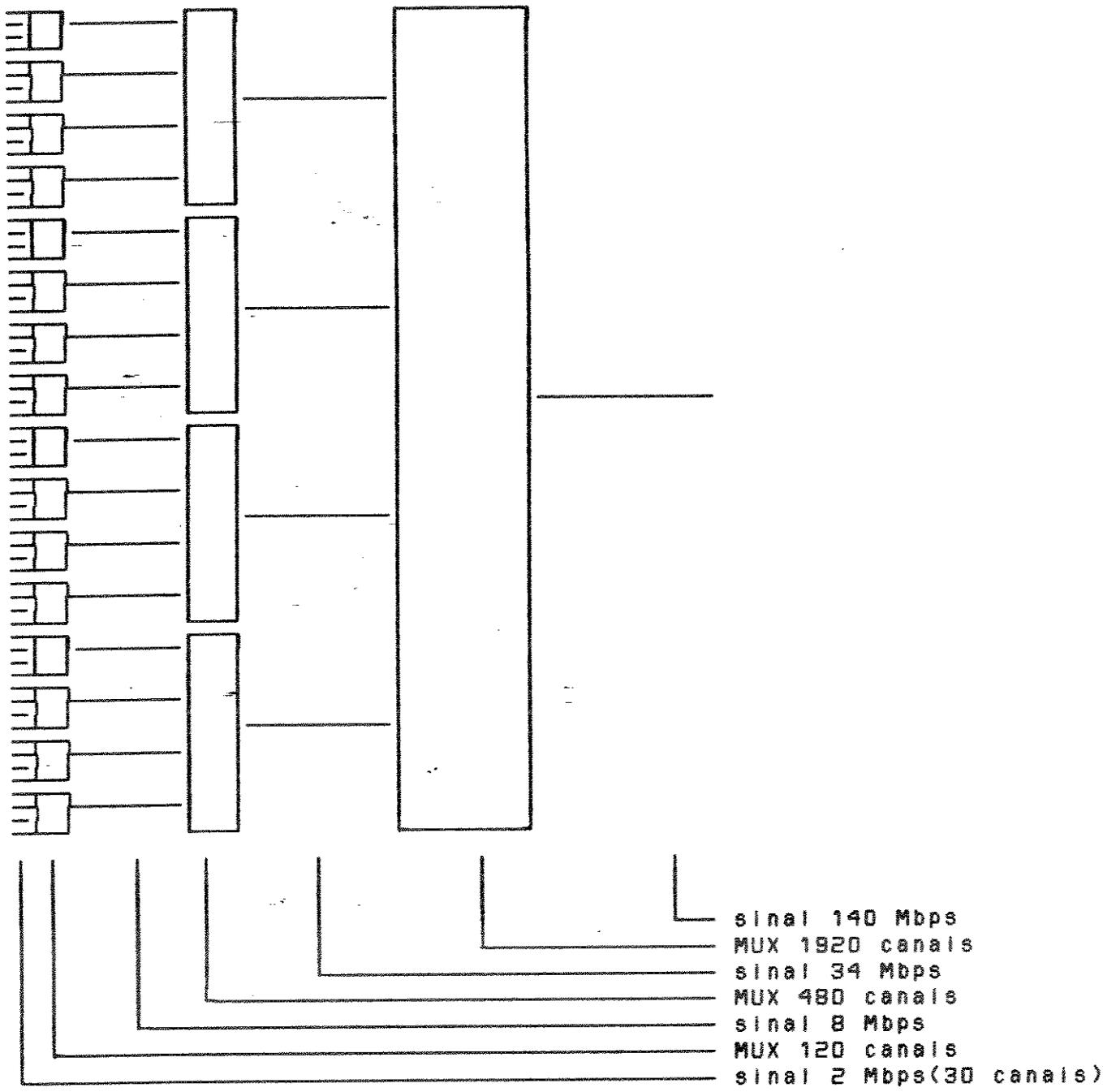
Ao longo deste trabalho os sistemas de 30 canais também serão chamados de sistemas S2, ou simplesmente S2.

Um enlace de 30 canais exige a utilização de uma taxa de transmissão de 2048 Kbits por segundo. A taxa não é exatamente linear com o número de canais devido à necessidade de sinalização e controle para a multiplexação. Da mesma forma como se reúnem 30 canais em um único enlace, o padrão CCITT propõe multiplexações ainda maiores, só que agora reunindo os sistemas em grupos de até 4 unidades. Esta nova "hierarquia" permite a transmissão de 120 canais sobre um único meio físico, exigindo para tal uma taxa de aproximadamente 8 Mbps. E assim sucessivamente, hierarquias superiores são criadas a partir do agrupamento de até quatro sistemas da hierarquia imediatamente abaixo. A tabela 1.1 resume os dados relativos a estas hierarquias :

HIERARQUIA	CANAIS	TAXA DE TRANSMISSÃO
1ª	30	2.048 Kbits/seg. (2 Mbps)
2ª	120	8.448 Kbits/seg. (8 Mbps)
3ª	480	34.368 Kbits/seg. (34 Mbps)
4ª	1920	139.264 Kbits/seg. (140 Mbps)
5ª	7680	565.148 Kbits/seg. (560 Mbps)

Tabela 1.1: relação das hierarquias de transmissão

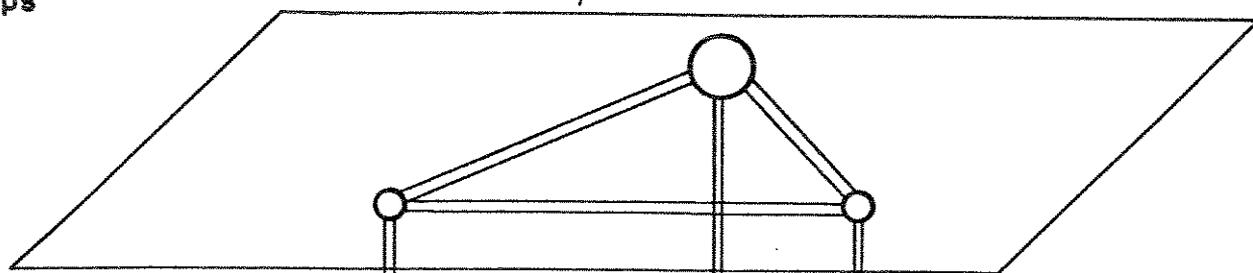
Para efetuar estas multiplexações, monta-se em certos pontos da rede física (geralmente estações) estruturas de multiplexação como a representada na figura 1.8.



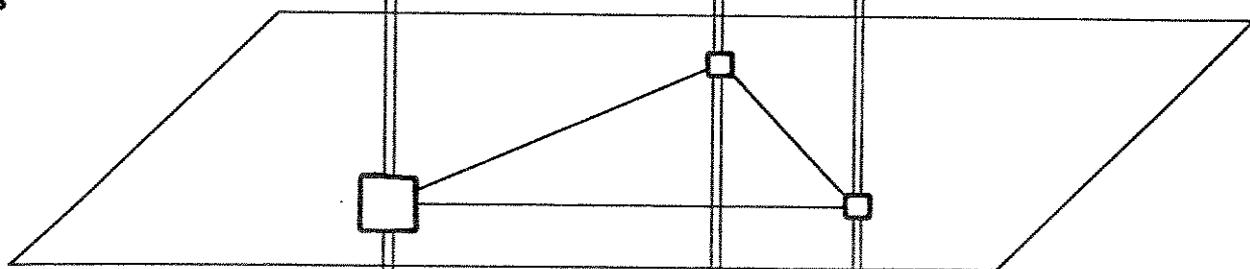
● Figura 1.8 : Estrutura de multiplex.- CCITT

Estas estações passam a ser chamadas de portas. Cada porta representa um ponto de passagem entre dois planos de hierarquia de transmissão. Esta idéia de planos hierárquicos é ilustrada na Figura 1.9 . Nela, os nós C, D e E são portas .

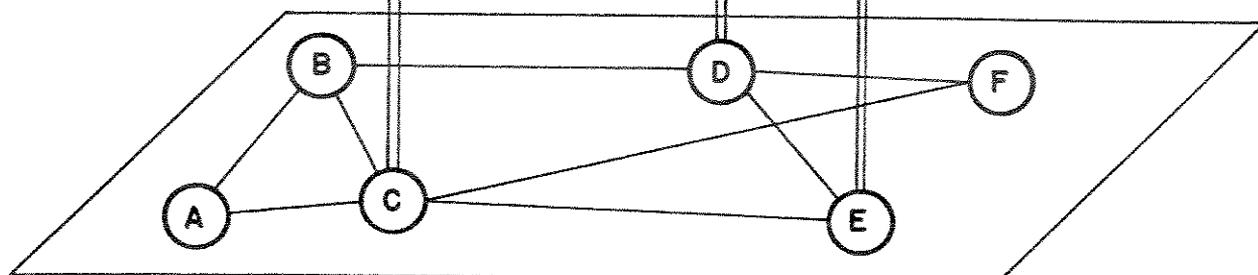
140 Mbps



34 Mbps



2 Mbps



● Figura 1.9 : planos de transmissão digital

1.3.2) A DIGITALIZAÇÃO DA COMUTAÇÃO

Inicialmente, utilizou-se facilidades digitais para o controle das centrais analógicas, o que permitia maior flexibilidade para alteração e acompanhamento da comutação. Com o barateamento do hardware, tornou-se possível a construção de centrais inteiramente digitais, desde os juntores de entradas até os processadores para controle. Pôde-se, inclusive, dotar as centrais de mecanismos de controle baseados em programas (*software*) que podem ser alterados com facilidade através de comandos do operador.

Entre as diversas facilidades oferecidas por este tipo de centrais estão relatórios de acompanhamento da demanda telefônica e do grau de serviço alcançado. Também se consegue alterar planos de encaminhamento das chamadas via interfaces homem-máquina amigáveis. Estas comodidades na operação são de grande importância para a implantação da RDSI, uma vez que não existe experiência acumulada sobre o comportamento da demanda por serviços não-voz. Assim, a Gerência da Rede pode se utilizar destas interfaces para agilizar tanto a tomada de decisão quanto a sua implementação.

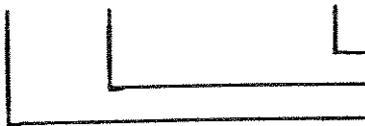
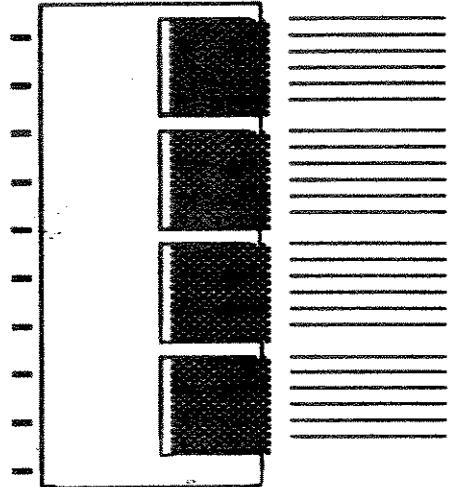
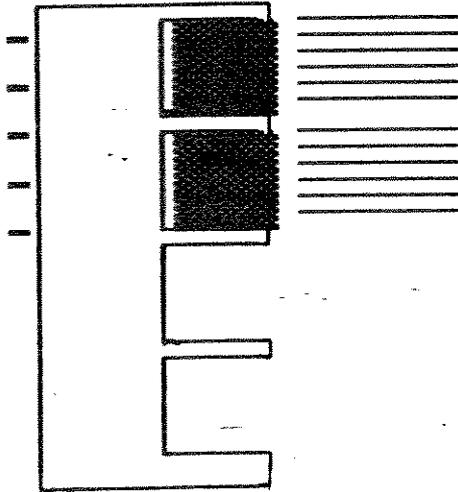
Outras características das centrais digitais influem mais diretamente sobre o Planejamento da Rede. A digitalização permitiu, por exemplo, aumentar o número de assinantes por central e a capacidade de comutação de tráfego das mesmas, a níveis e custos que não poderiam ser alcançados pelas centrais analógicas.

A função tandem, nas centrais digitais, deixa de ser exclusiva de algumas centrais, podendo ser implantada em qualquer central a baixíssimo custo. Isto permite grande liberdade na definição do encaminhamento, o que traz potenciais reduções no custo da rede de troncos.

A expansão das centrais digitais também é muito mais fácil que nas eletromecânicas. Basta acrescentar-se "placas" de circuito impresso, conforme a Figura 1.10 para aumentar a capacidade de assinantes, por exemplo.

Central Original

Central Original
Duplicada

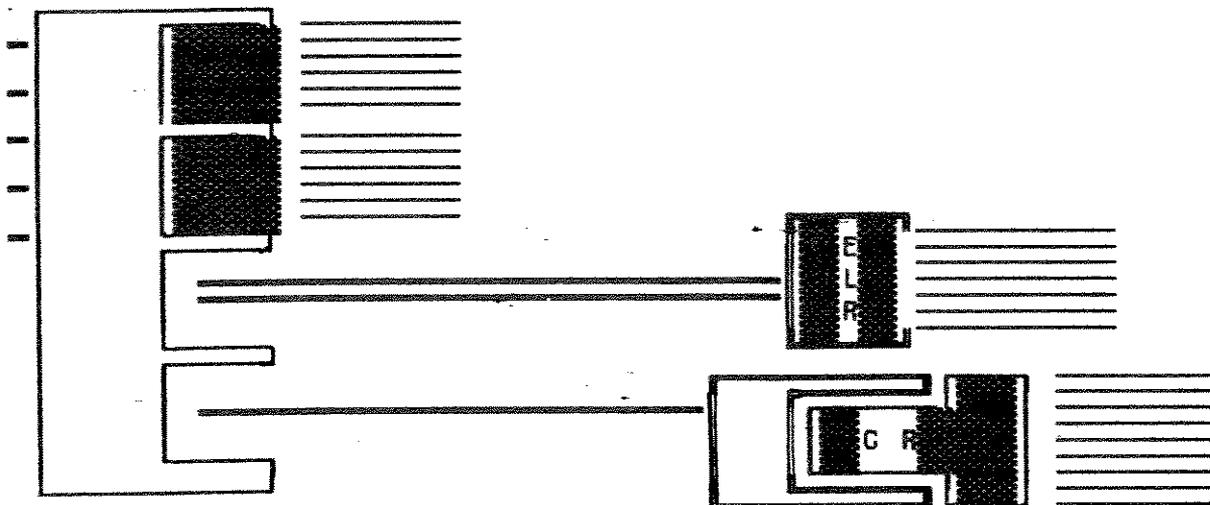


entradas de assinantes
corpo da central
juntadores de entrada e saída para os troncos

- Figura 1.10: esquema representativo da duplicação da capacidade de assinantes de uma central, com a instalação de placas de assinantes.

Também é possível deslocar "parte" da central em direção ao usuário, criando Unidades Remotas (UR). Economiza-se, assim, tanto no tamanho da central quanto no volume de circuitos entre os assinantes e o centro de fios. Uma primeira opção é concentrar todos os circuitos de um ou mais armários em um único sistema. As ligações entre dois assinantes vizinhos (pertencentes ao mesmo armário) ocupam assim dois canais dentro deste sistema (um para ida e outro para volta da ligação até / desde a central). É o que se chama Estágio de Linha Remoto (ELR). Alguns fabricantes oferecem ELRs com serviço de comutação de emergência, que efetuam as ligações entre dois assinantes vizinhos.

Outra opção é se instalarem centrais remotas (CR). Estas centrais remotas comutam as ligações entre usuários a elas filiados (Figura 1.11) só utilizando dos canais até a central mãe quando a chamada se destina a outra região. Desta forma, podem-se instalar menos canais entre a central mãe e a unidade remota que na solução por ELR.



● Figura 1.11 : Ilustração de Estágios e Centrais Remotas.

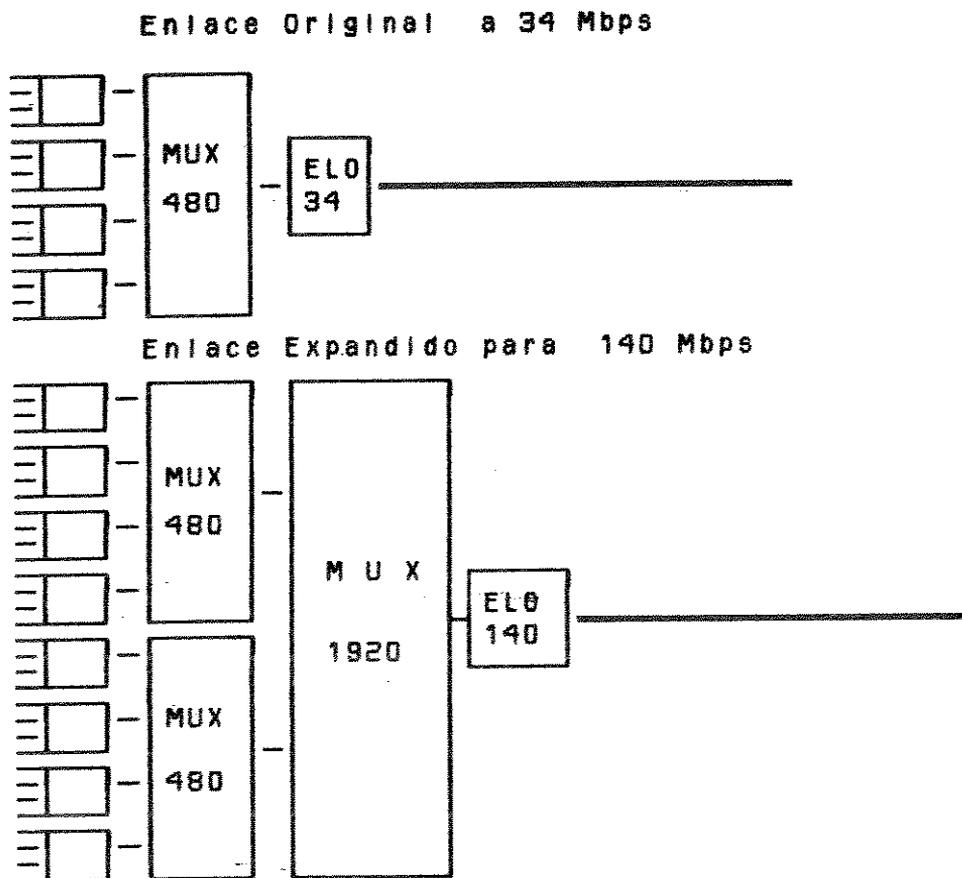
A utilização de URs aponta um movimento da tecnologia digital em direção ao terminal do usuário. Com o surgimento de novos serviços e conseqüente aumento da demanda, a implantação de enlaces digitais desde o usuário até a central acabará por se tornar comum.

1.3.3) A DIGITALIZAÇÃO E O PLANEJAMENTO

A necessidade de convivência das tecnologias digital e eletromecânica já complica bastante o trabalho do planejador durante a definição do Plano Fundamental. A possibilidade de uso de URs também oferece oportunidades de economia, e assim, mais elementos para ser considerados durante o planejamento. Além disso, o porte das centrais digitais também dá maior importância às decisões de implantação e expansão das mesmas (Plano de Evolução dos Nós de Comutação).

É durante o planejamento da rede de troncos, entretanto, que a digitalização provoca alterações mais profundas. A facilidade de concentração dos canais (até 1920 canais transmitidos por um único enlace !!) permite economias de escala que fogem completamente dos custos praticamente lineares dos sistemas de transmissão analógicos. Ao mesmo tempo, os custos fixos envolvidos na implantação de multiplexadores, elos ópticos e regeneradores de sinal de alta hierarquia fazem com que qualquer enlace de baixa utilização tenha um alto custo final por "circuito".

Além disso, na solução do problema de planejamento a longo prazo, onde as decisões são estagiadas, a digitalização oferece uma oportunidade bastante peculiar : um enlace a 34 Mbps que chegue ao máximo de sua capacidade pode ter sua hierarquia elevada, duplicando (ou mesmo quadruplicando) a sua capacidade, como é ilustrado na figura 1.12.



● Figura 1.12 : expansão de um enlace a 34 Mbps , alterando sua hierarquia

Note que não foi necessário se instalar uma nova fibra óptica através da rede de galerias. Bastou se acrescentar um MUX 1920 e substituir o elo óptico pelo da hierarquia superior. A mesma fibra que transmite a 34 Mbps pode ser utilizada para a transmissão a 140 Mbps. Assim, para soluções de longo prazo, pode ser interessante a instalação de enlaces completos ou quase completos a 34 Mbps, adiando a instalação de hierarquias superiores até o momento em que a capacidade realmente deva ser aumentada. Considerando que um cabo de fibra óptica contém mais de um par de fibras ópticas, pode-se até mesmo instalar dois ou três MUX-480 antes de se lançar mão do MUX-1920

e da elevação da hierarquia.

Em conjunto com a facilidade de encaminhamento via tandem das centrais digitais, a quantidade de opções quanto à taxa de transmissão e o caráter não-determinístico da demanda, definem um problema combinatório de difícil resolução. Mesmo a divisão tradicional Encaminhamento - Entroncamento - Roteamento pode gerar soluções insatisfatórias, já que tanto o Encaminhamento quanto o Entroncamento fazem estimativas grosseiras do custo de interligação.

Além disso, a digitalização permite um maior controle do encaminhamento. Técnicas não-convencionais permitem uma maior utilização dos troncos instalados na rede (encaminhamento dinâmico e não-hierárquico). O cálculo do número de troncos passa a ser função também da flexibilidade (e confiabilidade) dos sistemas de controle.

Dessa forma, a definição do Encaminhamento das Chamadas torna-se um problema não trivial. Seria aconselhável, portanto, que o dimensionamento da rede de troncos considerasse o Plano de Encaminhamento como uma das variáveis de decisão envolvidas.

Uma última consideração, mas não a menos importante, é a característica não linear dos custos de transmissão através de fibra óptica. Os dois tipos de fibra disponíveis no mercado hoje (monomodo e multimodo) permitem a transmissão sem regeneração em distâncias de até 50 e 10 Km, respectivamente. Nos pontos de regeneração e nas pontas da fibra devem ser instalados conversores de sinal opto-eletrônicos de alto custo. Embora estas distâncias sejam razoavelmente grandes para redes locais, uma topologia de rede que obrigue a instalação de muitos repetidores ópticos pode provocar custos desnecessariamente altos. Um sistema a 140 Mbps com baixa taxa de utilização e com grande quantidade de repetidores, por exemplo, terá sempre um alto custo por canal utilizado.

Em redes muito malhadas, podem existir diversas opções para executar a comunicação entre duas centrais de forma a evitar o uso de enlaces anti-econômicos. A consideração de rotas alternativas já era comum nas redes analógicas, com a diferença de que o custo era essencialmente linear. Nas redes digitais em fibra óptica, rotas alternativas mais longas podem ser até mesmo mais "baratas" que outras mais curtas, dependendo do maior ou menor aproveitamento da capacidade máxima das mesmas (economias de escala).

2) SOBRE O PLANEJAMENTO DA REDE DE TRONCOS

Neste capítulo se tratam com mais profundidade alguns problemas e conceitos elaborados no capítulo 1. Em especial, detalham-se as características da demanda e da implementação física da rede de troncos. Após, são lembrados alguns conceitos de planejamento de redes. As definições dos planos de Encaminhamento, Entroncamento e Roteamento são elaboradas em maior nível de detalhe, procurando contemplar os efeitos da digitalização da rede de troncos.

2.1) INTRODUÇÃO

O objetivo do planejamento da rede de troncos é conseguir implantar uma malha de ligações entre as estações, de tal forma que :

Minimize o custo da compra de equipamentos de transmissão, da implantação e operação dos mesmos ao longo do período de planejamento

sujeito a que todas as chamadas sejam atendidas dentro de um grau de serviço especificado, obedecendo às capacidades limites dos equipamentos instalados e a outras restrições técnicas

Uma série de fatores dificulta a solução deste problema. Entre eles :

- A demanda de troncos é função do tempo

Esta dependência se expressa em três formas principais : variação diária, variações sazonais e crescimento da demanda.

A variação diária se deve ao próprio cotidiano das regiões atendidas, caracterizando momentos de pico de demanda e durações diferentes das chamadas ao longo do dia. Se uma rede local atende regiões em que os horários de pico não coincidem, pode-se inclusive levar este fator em consideração durante o cálculo do entroncamento (Elsner (1977) e Brazhnov (1985)). De qualquer forma, a simplificação mais adotada é utilizar o tráfego da hora de maior movimento (HMM) entre cada par de centrais para o cálculo do número de ligações necessário na rede (padrão Telebrás). Uma variação desta simplificação é considerar a hora de maior movimento por região, ao

Invés de individualizar cada par de estações (Elsner, 1977).

A influência de flutuações sazonais é sentida de forma mais crítica em regiões de turismo intenso. A capacidade de atendimento da rede é geralmente superada pela demanda, exigindo a execução de serviços de emergência. Alguns destes serviços podem ser planejados, por exemplo com a dedicação de centrais em redes vizinhas (ou mesmo novas centrais) para atuarem como tandem para aquele tráfego, ainda que em regime temporário.

Finalmente, o crescimento da demanda é a forma de variação que mais preocupa o planejador. Sua influência sobre os outros dois tipos de variação é direta e, principalmente, de difícil predição. Na verdade, a previsão da evolução da demanda deve ser considerada como uma das fases mais importantes do planejamento telefônico. Este serviço apresenta dificuldades ainda maiores no caso brasileiro, devido ao crescimento quase sempre desordenado das grandes cidades. Além disso, as novas modalidades de atendimento (serviços de transmissão de dados, *fac-simile*, vídeo-texto, etc) vieram complicar ainda mais a previsão da demanda. Isto porque não existem dados que permitam prever o comportamento dos usuários destes serviços.

Além disso, a demanda de troncos também depende da configuração adotada para as centrais de assinantes e tandens. Como o Plano de Encaminhamento das chamadas e o Plano de Filiação de Assinantes podem ser alterados ao longo do tempo, é possível que ocorram até mesmo reduções na demanda de troncos entre duas centrais. Repare que não se trata de diminuição do volume de chamadas entre duas regiões (um fenômeno bastante raro), mas da utilização dos troncos entre duas centrais em função da topologia da rede local. Assim, a evolução do Plano Fundamental deve ser considerada no planejamento a longo prazo da rede de troncos.

● As chamadas telefônicas têm caráter não-determinístico

Este é um dos maiores complicadores do planejamento telefônico, e também uma das melhores oportunidades de economia na engenharia da rede. A rede de troncos deve ser dimensionada de forma a deixar de atender apenas uma porcentagem mínima das chamadas, em um padrão estabelecido internacionalmente. A dificuldade reside em

determinar :

- a função distribuição da probabilidade de duração e do intervalo entre as chamadas telefônicas, para cada demanda atendida pela rede. Além disso, devem ser identificados os momentos de pico de demanda (HMMs).

- a forma como estas distribuições se inter-relacionarão ao serem comutadas sobre a rede, disputando as mesmas facilidades. Certamente ocorrerão congestionamentos devido ao excesso de tráfego em alguns pontos. Resta determinar quais são estes pontos e redimensioná-los em função do grau de serviço desejado. No caso da rede de troncos, é a função do entroncamento.

O tráfego de sinais de voz sempre foi modelado através de distribuições poissonianas. O cálculo de congestionamento pode assim ser calculado através de metodologias baseadas na fórmula Erlang-B. Contudo, este tipo de abordagem se torna insatisfatório para redes digitais de grande porte e com serviços do tipo não-voz, conforme será explicado neste capítulo.

● A evolução tecnológica reduz os custos de hardware

A tendência que tem se verificado no comportamento dos custos dos equipamentos de transmissão telefônica, especialmente nos de tecnologia digital, é de um barateamento contínuo. Alguns autores prevêm, dentro de alguns anos, uma certa estabilidade nos custos. Entretanto, novas tecnologias atualmente em estudo tendem a criar uma nova fase de barateamento a médio e longo prazo. É o caso da comutação óptica.

Algum grau de previsão sobre a evolução tecnológica dos meios de transmissão pode mesmo influenciar a decisão final sobre a topologia da rede. Por exemplo, se já se tem certeza da fabricação de multiplexadores, elos ópticos e regeneradores a 565 Mbps, pode ser interessante investir na formação de topologias "concentradoras" dos troncos, de forma a aproveitar a economia de escala oferecida por estes enlaces de 7680 canais.

A resolução do problema de planejamento da rede de troncos é, tradicionalmente, efetuada com o auxílio de ferramentas

computacionais. Mesmo com estas facilidades, adotam-se técnicas de sub-divisão do problema (como a sequência *entroncamento-roteamento*), dada a quantidade de variáveis e a complexidade do planejamento de grandes redes. Além disso, algumas destas metodologias fazem simplificações "pesadas", como a adoção de uma única rota para cada par de centrais (Minoux, 1989).

2.1.1 IMPLEMENTAÇÃO FÍSICA DA REDE DE TRONCOS

Seja a rede exemplo mostrada na figura 2.1. As estações são representadas pelos nós, enquanto os arços representam as galerias. Cada estação pode possuir mais de uma central. Pode inclusive combinar centrais analógicas com centrais digitais. Neste trabalho serão consideradas apenas as centrais digitais, pois já têm seu sinal de saída a 2 Mbps (30 canais / S2). Mesmo porque os sinais provenientes das centrais analógicas são geralmente digitalizados e multiplexados para esta hierarquia.

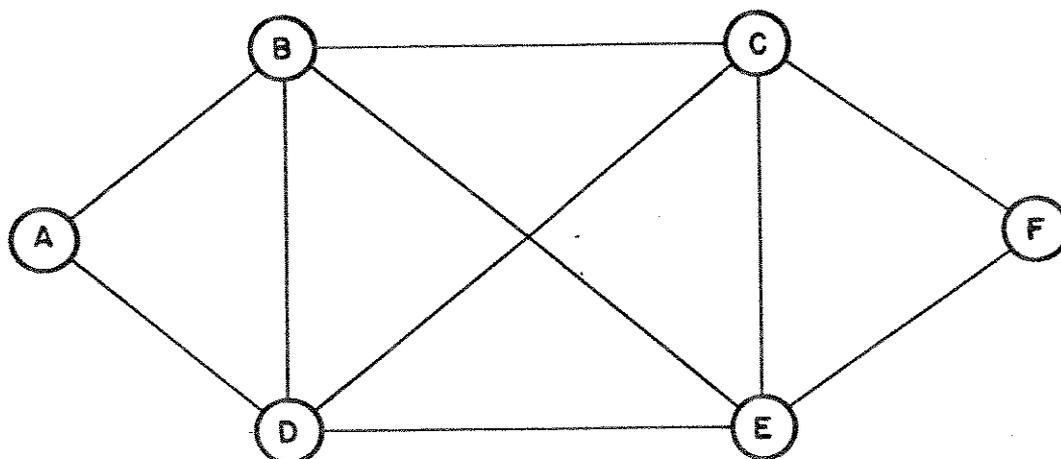


Figura 2.1 : Uma rede exemplo

Cada chamada entre dois assinantes filiados a centrais diferentes deve utilizar os troncos entre elas. No caso de centrais de uma mesma estação, os custos destes troncos são desprezíveis. Entretanto, se as centrais são de estações diferentes, os custos de entroncamento se elevam, obrigando a estudos mais detalhados.

Como a demanda de chamadas (e de troncos) se dá entre centrais, cada par de estações pode possuir mais de 2 demandas com características diferentes exigindo meios de transmissão. A cada

demanda de chamadas corresponderá uma demanda de troncos de atendimento entre origem e destino. A partir daqui, a palavra produto será associada a estas demandas entre duas centrais diferentes, sendo que o contexto definirá quando se tratar de uma demanda de chamadas ou de troncos telefônicos.

Imaginando que haja apenas uma central por estação, por simplicidade, ainda assim serão 30 produtos diferentes a serem roteados na rede da figura 2.1. Portanto, o número de produtos é proporcional ao quadrado do número de centrais.

Os troncos serão implementados através de um ou mais meios de transmissão em sequência. Estes podem mesmo ser de hierarquias diferentes. Assim, uma ligação entre duas centrais pode percorrer uma fibra óptica a 34 Mbps, passar por um MUX-1920, "subindo" para 140 Mbps, percorrer uma outra fibra nesta taxa e, só então, alcançar o seu destino. Cada um destes trechos pode ser imaginado como um arco de uma rede de meios de transmissão. O número de arcos desta rede é bem maior que o número de galerias, devido aos arcos de alta hierarquia.

Imagine-se que todos os nós possuem uma (e apenas uma) central associada. Os arcos de transmissão são identificados por sua hierarquia, suas extremidades, pelo caminho percorrido pelo meio de transmissão e pela "destinação" dada às pontas. Exemplificando :

- um enlace a 34 Mbps (arco) entre os pontos A e B é diferente de um outro a 140 Mbps entre os mesmos dois pontos;

- um enlace a 34 Mbps entre os pontos A e C, passando por B, é diferente de um outro que passe por D.

- um arco a 34 Mbps entre A e F passando por B e C difere de um outro entre A e C, passando por B. Ainda que se use o mesmo cabo de fibras ópticas em algum trecho, a fibra óptica em si é obrigatoriamente diferente.

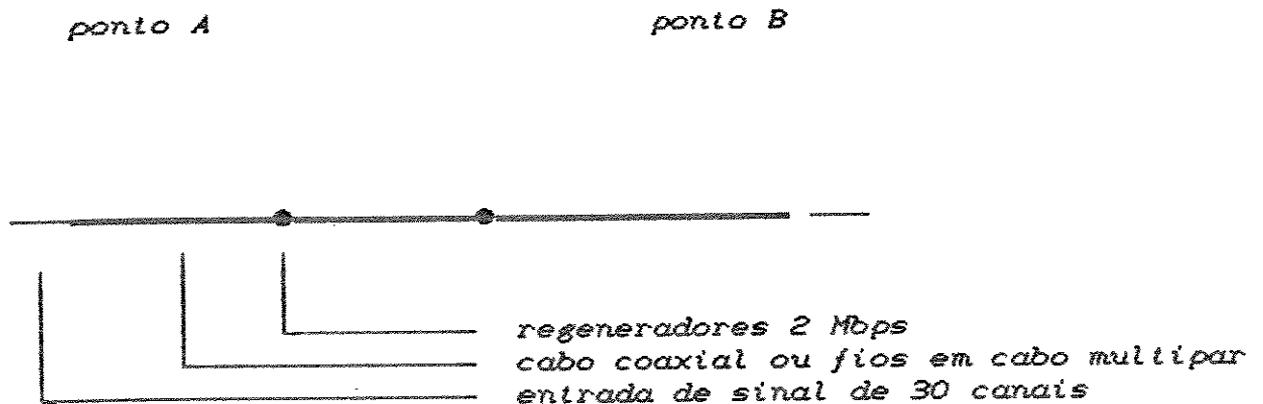
Devido à grande quantidade de arcos diferentes na rede, fica claro que o número de rotas certamente sofrerá uma explosão combinatorial. As possibilidades de uso de rotas mistas serão abordadas em uma seção posterior. O restante desta seção apenas detalhará os equipamentos necessários à implementação dos arcos nas diversas hierarquias (pelo menos os mais relevantes quanto ao custo).

● Arcos de Transmissão a 2 Mbps

Os arcos de transmissão a 2 Mbps (sistemas de 30 canais) podem ser implementados de diversas formas, as principais sendo :

- por cabos especiais (coaxiais), que exigem regeneradores de sinal aproximadamente a cada 2,0 Km;

- por grupos de fios (em geral 6) escolhidos dentro dos cabos multipares disponíveis na rede. Esta solução é muito conveniente, já que os cabos multipares teriam que ser instalados de qualquer forma para implementar a rede de alimentação das centrais. Entretanto, existem restrições técnicas quanto ao número de sistemas a 2 Mbps (S2) possíveis dentro de um cabo multipar. Este tipo de solução exige a instalação de regeneradores aproximadamente a cada 1,5 Km (Figura 2.2).

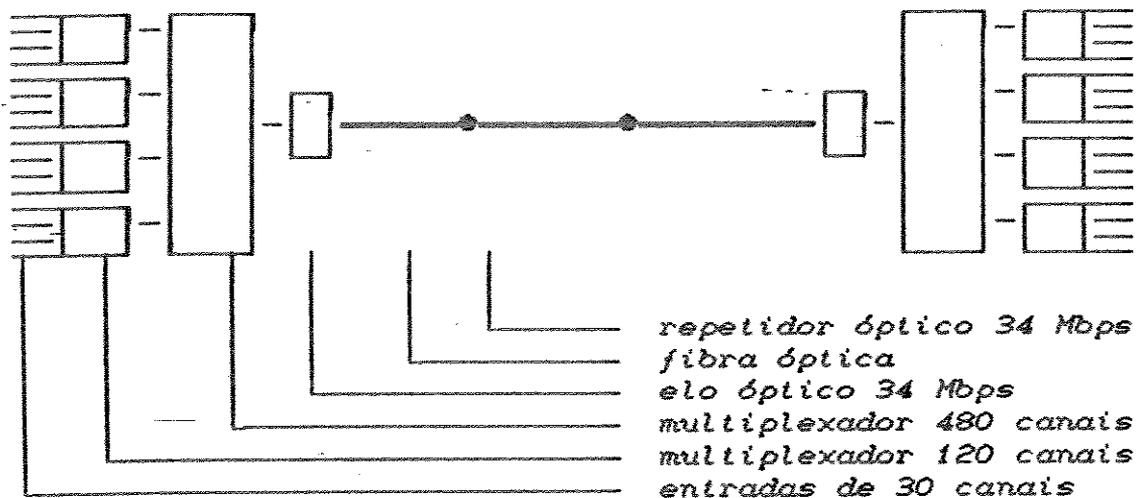


● Figura 2.2 : arco a 2 Mbps

● Arcos de Transmissão a 34 Mbps

Os arcos de transmissão a 34 Mbps conseguem transmitir até 480 ligações simultâneas em um único meio físico. Para isto, são necessários até 4 pares de multiplexadores de 120 canais, que agrupam até 4 S2 por unidade. É obrigatório que se instale a cada sistema a 34 Mbps um multiplexador de 480 canais, reunindo os multiplexadores de 120, e um elo óptico em cada extremidade. Estes elos é que transformam o sinal eletrônico em óptico, permitindo a utilização de uma fibra óptica para ligar as duas pontas. Permite-se um intervalo máximo de 15 Km sem uso de repetidores ópticos, no caso de fibras multimodo, e de 50 Km no caso de fibras monomodo. Este conjunto está representado na

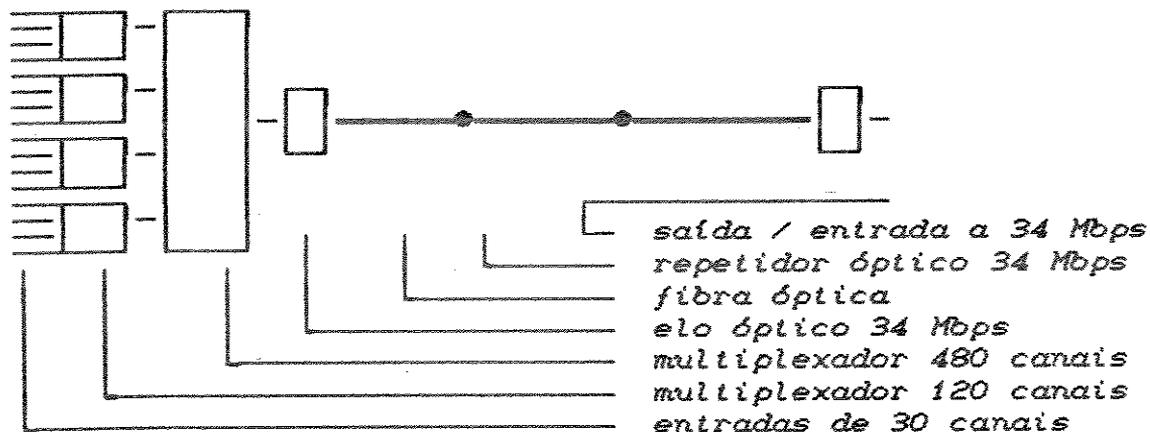
Figura 2.3.



● Figura 2.3 : enlaces a 34 Mbps

● Arcos de Ligação 34/140 Mbps

Este tipo de arco é em tudo semelhante ao anterior, exceto por não possuir os multiplexadores em uma das extremidades. Esta extremidade livre é que se ligará a uma das 4 entradas de um multiplexador de 480 canais. Veja a Figura 2.4.

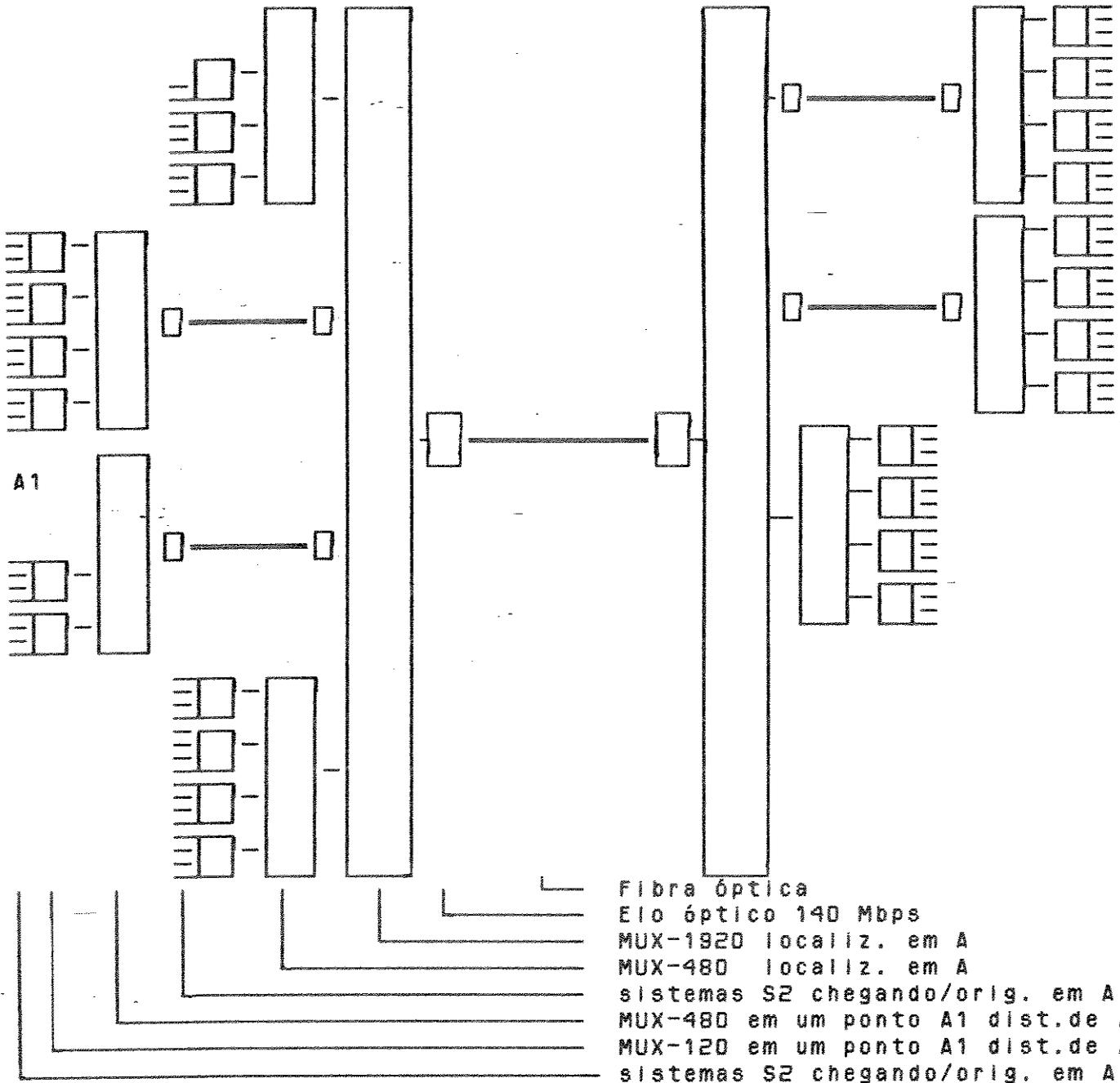


● Figura 2.4 : arco de ligação 34 / 140 Mbps

● Arcos de Transmissão a 140 Mbps

No caso de enlaces a 140 Mbps, existem duas possibilidades : o sinal chega a 2 Mbps (30 canais) ou a 34 Mbps (480 canais). Não existe nenhuma obrigatoriedade quanto ao destino de cada tronco

entrante. Isto é, qualquer dos 64 sistemas S2 de 30 canais no lado esquerdo pode estar ligado a qualquer dos 64 S2 do lado direito. É bom lembrar que podem existir entradas/saídas não-utilizadas em qualquer multiplexador, seja de 120, 480 ou 1920 canais. A figura 2.5 ilustra estas possibilidades :



2.12) CONCEITOS DE PLANEJAMENTO DE REDES TELEFÔNICAS

● Planejamento Estático, Dinâmico e Quase-Dinâmico

O planejamento de grandes sistemas, não apenas no caso de redes telefônicas, é geralmente classificado quanto ao horizonte de tempo envolvido em planejamento de curto, médio e longo prazo. No estudo da rede de troncos, o planejamento de curto prazo envolve principalmente o controle e operação da rede. Procura-se através dele atender a demanda da melhor maneira possível, aproveitando-se dos equipamentos já instalados. Contempla, por exemplo, decisões relativas a administração de falhas na rede.

O planejamento de médio prazo abrange um período de tempo maior, com um correspondente aumento nos recursos disponíveis. Esta etapa já inclui instalação de meios de comutação e transmissão e alterações no plano de encaminhamento. Por exemplo, para resolver congestionamentos localizados.

O planejamento de longo prazo contempla períodos ainda maiores (em geral 20 anos). Pode ser dividido em estágios de planejamento, os quais devem ser reestudados em função das decisões de médio prazo e de alterações na previsão de demanda. Permite alterações mais profundas na rede, implicando em maiores investimentos.

As decisões resultantes dos processos de planejamento a curto e médio prazo podem ser implementadas quase de uma só vez. A execução das decisões de longo prazo são feitas de forma estagiada. Os custos totais devem, por isto, ser transformados em "custo presente", usando taxas de desconto. As decisões tomadas em um estágio interferem nos estágios seguintes, requerendo o uso de abordagens dinâmicas na solução do problema. As restrições dos estágios intermediários e o tamanho do horizonte de planejamento influem sobre a sequência de decisões final. Em contraste, as decisões de curto e médio prazo podem ser tomadas em conjunto, definindo um problema estático (abordagem *cross-section*).

Os problemas dinâmicos, contudo, podem ser resolvidos por duas estratégias diferentes :

- elaborando uma solução alvo, que é obtida a partir de uma

solução estática das demandas e restrições do ano horizonte, e montando uma sequência de decisões que leve do estado atual do sistema até esta configuração objetivo (abordagem quase-dinâmica);

• deixando a configuração final como parte da decisão sistêmica. Esta abordagem dinâmica pura resulta em soluções melhores do ponto de vista do custo, mas é de difícil definição. Além disso, os dados de previsão da demanda costumam não corresponder ao verificado ao longo do tempo, obrigando a reajustes na estratégia de longo prazo.

Pelo exposto, fica claro porque a abordagem de planejamento quase-dinâmica é preferida para o planejamento de longo prazo.

De qualquer forma, as técnicas de resolução de sistemas dinâmicos (Programação Dinâmica, sobretudo) utilizam iterações de problemas estáticos. Com isto, a solução do tipo *cross-section* deve ser de boa qualidade e obtida através de métodos computacionalmente eficientes. A abordagem quase-dinâmica é utilizada em diversos problemas de planejamento telefônico, como, por exemplo, na definição do Plano Fundamental.

Este trabalho, em específico, se preocupa em elaborar e implementar uma metodologia computacionalmente eficiente para o planejamento *cross-section* do roteamento de troncos. Esta metodologia poderá ser utilizada posteriormente para resolução interativa do planejamento da rede de troncos e/ou em problemas de planejamento de longo prazo.

2.2) METODOLOGIAS PARA O PLANEJAMENTO DA REDE DE TRONCOS

Como já foi dito, as metodologias de planejamento da rede de troncos geralmente adotam a subdivisão do problema em três etapas : encaminhamento, entroncamento e roteamento. Neste item serão explicadas as principais simplificações (e complicadores) considerados em alguns trabalhos anteriores. No caso do roteamento, em particular, será feita uma análise de maior profundidade.

2.2.1) ENCAMINHAMENTO

O problema da definição do encaminhamento de chamadas em uma rede local multi-centrais pode ser entendido como :

Dadas as demandas entre os diversos pares de centrais, a disposição das centrais tandem e dos assinantes na rede, bem como a disponibilidade de meios de transmissão entre as centrais ,

Definir, para cada par de centrais A e B que tenham uma demanda de chamadas não-nula, um conjunto de sequências de centrais (A, T_1, \dots, T_n, B) com $0 \leq n \leq 2$ (geralmente), onde T_i representa uma central tandem. Além disso, deve ser definida uma estratégia de utilização destas sequências ,

procurando montar um plano de encaminhamento que permita o atendimento de todos os tipos de chamada (todos os pares origem e destino), utilizando os serviços das centrais tandem disponíveis e exigindo o menor custo de expansão dos meios de transmissão possível (custo este calculado por estimativa).

Este problema tem sido resolvido diretamente pelo planejador, a partir de seu conhecimento da rede, da demanda de chamadas e, principalmente, de divisões topológicas da rede local. Este tipo de tratamento é bastante eficiente no caso de centrais analógicas, em que geralmente se escolhe uma central em cada região para exercer a função de tandem. Outro fator a justificar este procedimento é o alto custo da função tandem em centrais eletro-mecânicas. Quando se trata de centrais digitais, em que todas podem exercer a função tandem a um baixo custo, este tipo de abordagem pode resultar insatisfatório.

Outro ponto importante a considerar durante a definição do encaminhamento através de centrais digitais é a restrição quanto ao

volume de tráfego comutado em cada central. Não adianta destinar chamadas em *overflow* para uma central já sobrecarregada com seu próprio tráfego. Esta consideração vale não apenas para o planejamento da rede de troncos, mas também para o próprio Plano Fundamental (sub-fase Plano de Evolução dos Nós de Comutação).

Além disso, as facilidades de controle da comutação via *software* trazem novas oportunidades de economia (encaminhamento dinâmico e não-hierárquico), como explicado a seguir.

● Encaminhamento Estático e Encaminhamento Dinâmico

O Encaminhamento Estático é o usado tradicionalmente : é definido durante o planejamento, implantado e não mais alterado, indiferente a flutuações no grau de serviço obtido para o atendimento nas chamadas entre cada par de centrais. Tem a vantagem do baixo custo, já que dispensa equipamentos de controle sofisticados, e da confiabilidade no caso de congestionamentos localizados, que seguramente ficarão restritos à região onde ocorreram.

- O Encaminhamento Dinâmico considera informações sobre o grau de utilização da rede e de possíveis congestionamentos para determinar, de tempos em tempos ou sempre que necessário, a forma de encaminhamento das chamadas. O Encaminhamento Dinâmico é mais conhecido como Roteamento Dinâmico (do inglês *Dynamic Routing*), embora seja um problema referente à rede lógica e não da rede física. Nos outros capítulos deste trabalho, o termo "roteamento" é utilizado apenas para a rede física (demandas de troncos roteadas sobre os arcos de transmissão da rede).

No Roteamento Dinâmico pode-se adotar diversas estratégias de controle para determinar o plano de encaminhamento das chamadas, como pode ser visto em Bel et alli (1985). Geralmente, consegue-se reduzir as dimensões da rede de troncos, trazendo economias que compensam o investimento em equipamentos de controle. Uma preocupação presente em determinados trabalhos (Akinpelu, 1984) é quanto ao comportamento das diversas estratégias de controle do roteamento dinâmico frente a congestionamentos localizados : existe uma tendência em alguns métodos de estender o congestionamento a outros pontos da rede, piorando a qualidade do atendimento a um número maior de assinantes.

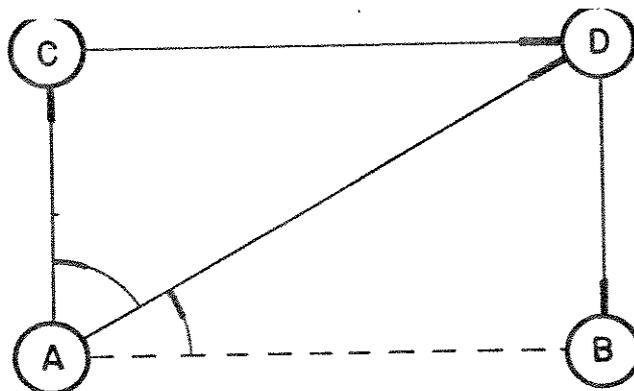
O controle do encaminhamento pode ser centralizado em um único ponto ou distribuído por todos os nós. Esta última forma traz a vantagem de uma maior confiabilidade do sistema.

● Encaminhamento Hierárquico e Encaminhamento Não-Hierárquico

O Encaminhamento Hierárquico é a forma mais simples de definição da estratégia de uso dos diversos "caminhos" possíveis: simplesmente se faz uma ordenação dos mesmos, independente do grau de congestionamento nos seus diversos trechos. A central origem da chamada é quem define quais são os possíveis caminhos para efetuar a chamada e exerce o controle das tentativas.

No caso do Encaminhamento Não-hierárquico, cada central tandem acionada também tem a responsabilidade de controlar o encaminhamento das chamadas que recebe, tratando todas as chamadas destinadas a um mesmo ponto de forma idêntica, independente da central de origem. Um trabalho interessante sobre o planejamento de redes usando este tipo de encaminhamento pode ser encontrado em Ash(1984).

A forma de encaminhamento tradicional é a estática hierárquica, que pode ter suas definições resumidas em esquemas de encaminhamento como o da figura 2.6.



● Figura 2.6 : esquema de encaminhamento entre duas centrais A e B, usando duas centrais tandem C e D ;

Na figura 2.6, as chamadas entre A e B são primeiro encaminhadas diretamente, seguindo o traço pontilhado. Caso não haja troncos suficientes, as chamadas são efetuadas através de A-D-B. Se houver congestionamento em A-D ou D-B, então se tenta A-C-D-B, que

é a rota final entre A e B.

No Entroncamento deve-se procurar dimensionar a rota direta A-B de forma a alcançar uma elevada taxa de utilização. As rotas finais, pelo contrário, devem ser dimensionadas de forma a atender as chamadas transbordadas destas rotas de alto uso dentro do grau de serviço especificado anteriormente, com um mínimo número de troncos.

2.2.2) ENTRONCAMENTO

O problema do entroncamento pode ser definido como :

Minimizar o custo estimado de interligação das centrais, relacionado ao custo por tronco entre cada par origem-destino,

dado o Plano de Encaminhamento (rotas lógicas e estratégia de utilização das mesmas) e o perfil do tráfego entre cada par de centrais,

sujeito ao atendimento da demanda de chamadas dentro do grau de serviço estipulado.

Neste trabalho será considerado apenas o entroncamento em redes com encaminhamento estático hierárquico. Estudos de entroncamento mais gerais podem ser encontrados em Ash(1984) ou Craveirinha(1989). É bom lembrar que este trabalho se concentra no problema do roteamento de troncos, e que este resumo sobre o entroncamento é apenas um elemento para permitir ao leitor um melhor direcionamento em futuros estudos sobre o planejamento da rede de troncos como um todo.

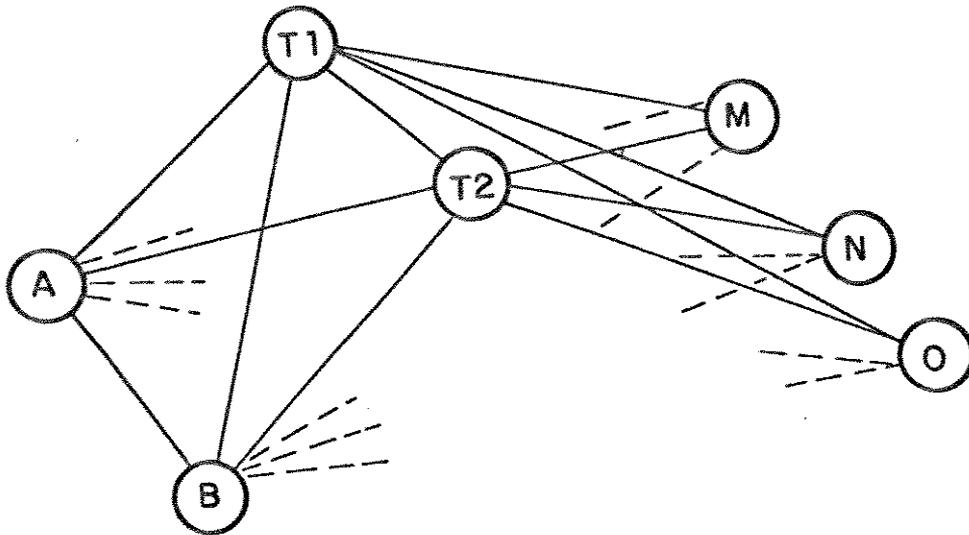
Voltando ao tema do entroncamento, se a demanda telefônica fosse determinística, ou ainda se houvessem apenas ligações diretas entre cada par de centrais, sem o uso de centrais tandem, o problema não apresentaria maiores dificuldades, como se descreve a seguir.

No primeiro caso (demanda determinística) seria um problema de fluxo multi-produto de custo mínimo, relativamente difícil, mas tratável. Cada arco desta rede multiproduto seria um enlace entre duas centrais, os produtos representando as demandas de chamadas. O custo estaria associado às ex anções nos arcos/enlaces.

Caso fossem consideradas apenas ligações diretas entre os pares de centrais (isto é, não utilizar centrais tandem), todo tráfego oferecido às rotas seria poissoniano. Assim, bastaria uma aplicação direta da fórmula de Erlang-B. Cada demanda de chamadas, por mínima que fosse, teria seu grupo de troncos correspondente formando uma rota direta entre origem e destino.

No entanto, ao permitir que as chamadas sejam escoadas por rotas alternativas, através de centrais tandem, produtos de origens e destinos diferentes passam a disputar os mesmos meios de transmissão. Ao mesmo tempo, supondo um plano de encaminhamento já existente, existirão "transbordos" das rotas de alto uso para as rotas finais. Este processo de transferência entre rotas cria, na verdade, novos produtos dentro da rede, na medida em que o tráfego de *overflow* não conserva as características do original (no que se refere a intervalo de tempo entre chamadas). Assim, o tráfego deixa de ser poissoniano. A fórmula Erlang-B não pode mais ser utilizada, a não ser através de meios aproximados (Elsner, 1977 e Jagermam, 1984).

Uma outra simplificação adotada é desprezar a interferência de todos os produtos em cada enlace, resolvendo apenas alguns deles a cada vez e simplesmente somando os grupos de troncos obtidos. Esta solução trabalha a favor da segurança, uma vez que a soma simples dos troncos permite um tráfego maior que o realmente necessário. A regra do triângulo (Rapp, 1964) foi a primeira metodologia de entroncamento a adotar esta estratégia, sendo que os trabalhos de Elsner (1977) e Shinohara (1988) reduzem a simplificação do problema, ao estudar grupos de centrais e não pares isoladamente. Para ilustrar melhor esta simplificação, observe-se a rede da figura 2.7.



● Figura 2.7 : uma rede local com 7 centrais de assinante, sendo duas com função tandem, e seus diversos enlaces lógicos.

Na rede exemplo mostrada, todas as centrais (A, B, T1, T2, M, N e O) possuem assinantes fillados e demandas para todas as outras centrais. Imagine-se que o encaminhamento já foi determinado e não foi fixada nenhuma ligação direta entre as centrais M, N e O. Isto não significa que não exista demanda entre elas, apenas que todas estas chamadas serão encaminhadas através das tandens T1 e T2. Enquanto isto, as centrais A e B podem se comunicar, diretamente e via tandem, com todas as outras.

As seguintes considerações podem ser feitas :

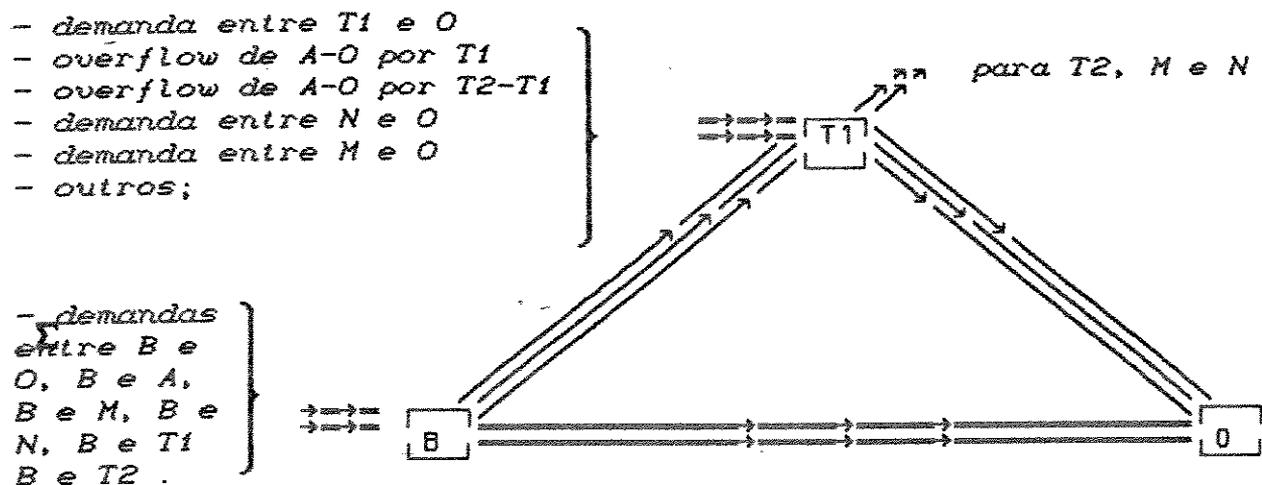
● Nas redes analógicas tradicionais define-se geralmente apenas uma tandem para cada região. Com o barateamento da função tandem, pode-se perfeitamente aumentar este número, com provável economia do número de troncos. Assim, T1 e T2 podem servir tanto a A quanto a B, sendo escolhidas de acordo com o destino da chamada. Por exemplo : as chamadas B-O podem ser atendidas pela tandem T1, enquanto as chamadas B-M, pela tandem T2.

● O método do triângulo minimiza os custos de entroncamento separando as centrais de assinantes em pares e otimizando o custo de entroncamento em função do número de troncos na rota direta daquele par. Com isto, despreza a interferência de variações entre rotas diretas diferentes.

Assim, para definir o número ótimo de troncos nas ligações entre B e O (isto é, os números de troncos nas ligações B-T1, T1-O e B-O), o método do triângulo toma uma estimativa das médias (M) e a variâncias (V) das demais demandas de tráfego que usam os enlaces B-T1 e T1-O como constantes. Na verdade, estas demandas são função do número de troncos em outros enlaces lógicos. Por exemplo, dependendo do número de troncos nas rotas diretas B-N e B-M, pode ser que haja maior ou menor tráfego de *overflow* entre B e T1. Ou ainda, dependendo do número de troncos na rota direta A-O, pode aumentar ou diminuir o tráfego de *overflow* em A-T1-O, novamente alterando a demanda em T1-O.

O método do triângulo, embora reduza o número de troncos quando se analisa cada par de estações isoladamente, pode não fornecer o custo mínimo de entroncamento da rede como um todo.

A Figura 2.8 ilustra as variáveis que deveriam ser levadas em conta para um dimensionamento ótimo:



● Figura 2.8 : conjunto de demandas no triângulo B-T1-O

Os métodos propostos por Eisner(1977) e Shinohara(1988) tratam um pouco melhor este problema, pois consideram a interação entre demandas de origens e destinos diferentes. Contudo, os próprios autores apontam, utilizam-se fórmulas aproximadas para o cálculo do bloqueio e não se consideram todos os tráfegos que passam pelo enlace, mas apenas alguns deles.

Uma forma de economia do número de troncos bastante interessante é abordada por Eisner(1977) e Brashnov(1985). Trata-se de

levar em consideração a não coincidência dos horários de pico das demandas entre pares de centrais diferentes. Brashnov faz em seu trabalho um apanhado de diversas técnicas de resolução de entroncamento considerando HMM (horário de maior movimento) não-coincidentes. Estas técnicas geralmente usam especializações das metodologias com HMM único.

Metodologias de cálculo do entroncamento considerando a modularidade dos meios de transmissão podem ser encontradas em Elsner (1980) e Dedoborshch (1986). Neste trabalho de Elsner, aponta-se a vantagem de se fazer o cálculo do número de troncos já considerando a modularidade de 30 canais de comunicação (sistemas S2). Apresentam-se algumas técnicas para consideração de meios de transmissão modulares do tipo *two-way*, isto é, capazes de transmitir sinais nos dois sentidos simultaneamente.

A principal restrição ao cálculo do entroncamento em redes digitalizadas, entretanto, vem da dificuldade em se estimar os custos de implantação dos meios de transmissão. As possibilidades de uso de diversas hierarquias de rotas mistas geram tantas possibilidades de custo em que as estimativas passam a ser pouco confiáveis. Uma tentativa interessante de tratar o entroncamento em redes de alta hierarquia é apresentada por Craveirinha(1989). Ali, considera-se o cálculo do número de troncos em redes locais usando 8 e/ou 140 Mbps em cada enlace lógico. Para contemplar toda a gama de possibilidades, o autor utiliza do produto cartesiano de dois grafos, aumentando muito a dimensão da rede de troncos. Outra forma foi a desenvolvida por Lage (1989), utilizando o sistema PRETA (Garcia, 1987) para estimar os custos de roteamento com maior rigor.

Ao considerar a transmissão em 140 Mbps e o uso de rotas mistas entre as centrais, contudo, as economias de escala tornam o roteamento um problema combinatório. As metodologias citadas fariam estimativas de custo exageradas por não se aproveitar de enlaces a 140 Mbps instalados em centrais próximas à origem e destino dos pontos de demanda. Esta análise só é possível durante o roteamento, que exige a determinação do número de troncos, *a priori*. Recai-se, portanto, em um ciclo: o encaminhamento-entroncamento precisa de informações do roteamento e vice-versa.

Além disso, estas economias de escala fazem com que se dê preferência a rotas com grande volume de troncos, permitindo a utilização de sistemas de alta hierarquia. Isto faz com que as economias alcançáveis pela qualidade da solução do entroncamento sejam contestadas pelo roteamento. Isto é, o aproveitamento dos módulos de alta hierarquia instalados é mais importante que a obediência aos números provindos do entroncamento.

2.2.3) ROTEAMENTO

Definidos os números de troncos entre cada par de estações (resultados do Entroncamento), deve-se determinar o caminho que os troncos irão percorrer dentro da rede física de forma a minimizar os custos com expansões de meios de transmissão.

Nem todas as ligações entre duas estações (implementando estes troncos) são feitas usando apenas um arco de transmissão. Isto é, os troncos entre duas estações podem ser implementados por dois caminhos diferentes ao longo da rede de meios de transmissão.

Podem ser notadas assim duas redes :

- uma rede lógica, onde os nós representam as centrais de assinantes e tandens, enquanto os grupos de troncos efetuando a ligação entre elas são indicados pelos arcos:

- uma rede física, cujos arcos representam os diversos meios de transmissão, das diversas hierarquias, espalhados ao longo das galerias da rede. Cada nó desta rede representa um ponto de comunicação entre estes sistemas.

Para compreender melhor a diferença entre a rede lógica (calculada no encaminhamento-entroncamento) e a rede física (calculada no roteamento), é interessante observar o quadro comparativo da Tabela 2.1.

	Rede Lógica	Rede Física
unidade de fluxo	não - determinística : chamadas telefônicas entre centrais	determinística : troncos entre centrais
arcos	enlaces lógicos entre as centrais	todos os meios de transmissão da rede
nós	centrais da rede	pontos extremos dos meios de transmissão
conceito de rota	sequência de enlaces lógicos entre duas centrais	sequência de meios de transmissão entre duas centrais
número max. de arcos	um por par de centrais	-----
número de produtos igual ao problema associado	número de pares de centrais com demanda de chamadas	número de enlaces lógicos com demanda de troncos
resultados desejados	entroncamento	roteamento
	número de troncos em cada enlace lógico	número de troncos em cada rota física e em cada arco de transmissão

Tabela 2.1 : rede lógica X rede física

As Rotas Lógicas entre duas centrais A e B são definidas por sequências $\{ A-T_1, T_1-T_2, \dots, T_{n-1}-T_n, T_n-B \}$ de pares de estações, onde T_i representa uma estação com função tandem. Como já foi dito, n é geralmente pequeno, variando de 0 a 2. As Rotas Físicas entre A e B são sequências $\{ E_1, E_2, \dots, E_m \}$ de meios de transmissão que formam uma cadeia desde A até B. Estes meios de transmissão podem inclusive passar pelas instalações físicas de outras estações, sem contudo utilizar os circuitos de comutação de centrais intermediárias.

Dessa forma, pode-se dizer que :

- uma rota física é implementada por uma sequência não-nula de arcos físicos

Por exemplo, na rede da figura 2.9, uma rota física possível entre A e M é implementada através de um enlace a 34 Mbps em A-T1, um a 140 Mbps em T1-T2 e outro a 34 Mbps em T2-M.

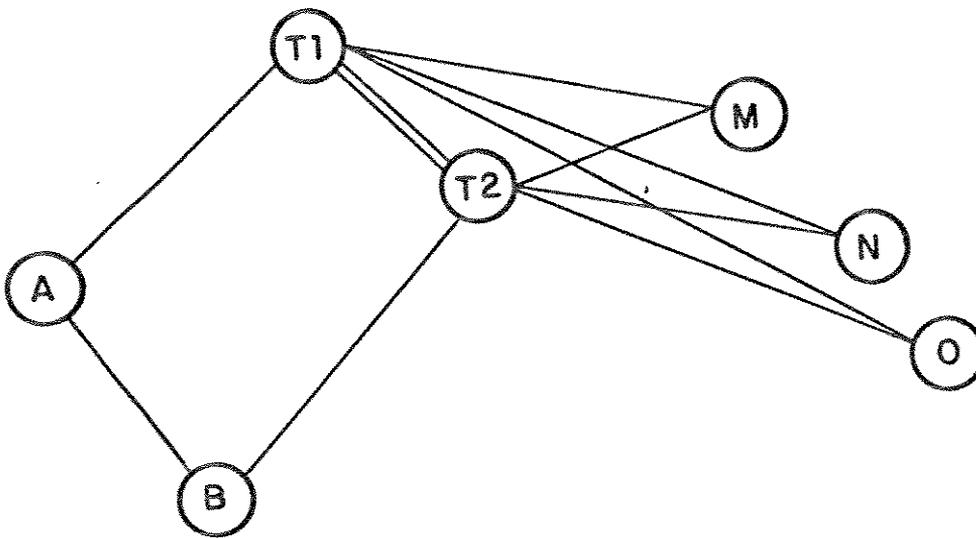


Figura 2.9 : rede exemplo

- uma rota lógica é implementada por uma sequência não-nula de rotas físicas

Por exemplo, a rota lógica {A-T2, T2-N} pode ser implementada pela conexão de duas rotas físicas :

- a primeira rota física formada por um enlace a 34 Mbps entre A e T1 e pelo enlace a 140 Mbps entre T1 e T2;
- a segunda rota física formada por um enlace a 2 Mbps entre T2 e N.

Caso a rota lógica seja uma rota direta (sem tandem intermediária), pode inclusive ser implementada por uma rota física de apenas um arco físico;

- um arco físico pode servir a diversas rotas físicas

Este caso é ilustrado pelo enlace a 140 Mbps entre T1 e T2, que serve a diversas rotas físicas, como duas das rotas físicas exemplificadas acima.

- uma rota física pode servir a diversas rotas lógicas

Por exemplo, a rota física entre T1 e T2 implementada por um arco a 140 Mbps serve a diversas rotas lógicas, entre elas {A-T1,T1-T2,T2-B} e {O-T1,T1-T2,T2-M}.

- um arco lógico pode ser implementado por mais de uma rota física simultaneamente

O arco lógico que liga as duas centrais tandem T1 e T2 pode ser implementado por uma rota física formada por um

enlace a 34 Mbps ou por outro a 140 Mbps, ou ainda por ambos simultaneamente.

O objetivo do roteamento é definir qual o número de troncos a ser implementado em cada rota física, de forma a atender a demanda de troncos de todos os arcos lógicos, isto é, os troncos entre as centrais. Esta quantidade de troncos "fluindo" através das rotas físicas determinará a necessidade de expansão em cada arco físico.

Com estas expansões e a implementação dos troncos telefônicos através da interligação dos meios de transmissão formadores de cada rota, pode-se programar as centrais para encaminhar as chamadas recebidas de acordo com o plano de encaminhamento definido na primeira fase do planejamento da rede de troncos. Se o número de troncos calculado foi suficiente, não ocorrerão congestionamentos devido a falta de canais entre as centrais, pelo menos não acima do nível permitido pelo grau de serviço.

Em redes analógicas ou digitais de baixa hierarquia (até 2 Mbps), evita-se alterar demais a configuração da rede através de mudanças do plano de encaminhamento ou da interligação dos meios de transmissão. Isto porque estas alterações geralmente implicam em operações físicas trabalhosas, tanto para expandir a capacidade de um meio de transmissão (instalação de um cabo PCM, por exemplo) quanto para a interconexão dos circuitos (emendas de fios).

Naquelas redes, o aumento da demanda de chamadas geralmente implica em expansões de meios de transmissão, sem "movimentar" a rede já instalada. A principal restrição às soluções de roteamento fica sendo a não existência de pares, dutos e mesmo galerias com espaço físico para a expansão dos meios de transmissão.

Em redes digitais, pode-se reconfigurar o encaminhamento através de interfaces homem-máquina com grande confiabilidade. Existe, portanto, uma maior liberdade para aproveitar melhor a disponibilidade instalada na rede. Esta liberdade se traduz em maiores economias, e também em mais dificuldades para o planejador decidir entre as diversas opções possíveis. É claro que não se pode alterar completamente a solução da rede lógica (o que alteraria muito o número de troncos entre centrais). Também não se deve efetuar alterações muito profundas no fluxo de troncos na malha de meios de transmissão,

sob pena de sobrecarregar o trabalho de manutenção e comprometer a confiabilidade da rede. Ainda assim, é importante considerar estratégias para a evolução do encaminhamento e do roteamento frente ao cronograma de implantação das centrais (Plano de Evolução dos Nós de Comutação).

Este tipo de decisão assume um caráter discreto em redes de troncos em alta hierarquia. Não se decide a expansão dos meios de transmissão em termos de 100 ou 110 canais, mas em termos de se instalar ou não mais um enlace a 140 Mbps com capacidade de 1920 canais. Este tipo de abordagem, dadas as diferentes modularidades das altas hierarquias (34 e 140 Mbps) cria um problema combinatório de difícil solução.

2.3) ROTEAMENTO EM REDES DIGITALIZADAS

A tecnologia digital permite uma grande liberdade para definição do caminho que cada tronco segue a partir da sua central de origem até a de destino. Podem ser formadas rotas físicas utilizando mais de um tipo de hierarquia em sequência, denominadas aqui de rotas mistas, que permitem aproveitar ao máximo as modularidades dos multiplexadores digitais.

Aproveitando esta possibilidade, montam-se "superestruturas" com os enlaces em alta hierarquia, formando anéis, estrelas ou misturas destas topologias. Este tipo de construção cria facilidades para as futuras expansões da rede, como será mostrado. Os sub-itens a seguir exemplificam o uso de rotas mistas e como aproveitar a topologia em alta hierarquia nas expansões da rede.

2.3.1) A INFLUÊNCIA DA MULTIPLEXAÇÃO

A digitalização do sinal telefônico, seja para transmissão de voz ou para dados, foi normalizado pelo CCITT de forma a utilizar sempre a mesma taxa : 64 Kbps. Esta taxa foi escolhida de forma a manter a qualidade da conversação telefônica no mesmo padrão que se alcança com a transmissão analógica.

O sinal a 64 Kbps pode ser, ainda segundo o CCITT, multiplexado em grupos de 30 canais. Este agrupamento exige mais 128 Kbits de sinalização e sincronismo, gerando assim uma taxa total de

2048 Kbits por segundo para a transmissão dos 30 canais. Pode-se mesmo multiplexar o sinal digital em quantidades maiores (60 canais) ou menores (15 canais), mas o usual é o emprego de sistemas de 30 canais (denominados de PCM-30) para a transmissão na rede de troncos. Na verdade, as modernas centrais digitais já emitem este tipo de sinal nas suas saídas. Além disso, é um padrão *de facto* executar as transmissões entre as centrais analógicas empregando um sinal deste tipo, após digitalizar e multiplexar o sinal analógico original.

O padrão CCITT estabelece ainda a forma de multiplexação deste sinal PCM-30 em hierarquias superiores. Estas hierarquias já foram descritas resumidamente na seção 1.3.1. Devido à alta frequência necessária, a partir da segunda hierarquia só é viável a transmissão a longa distância através de sinais ópticos, e é lógico, de fibras ópticas como meio de transmissão.

Para cada nível que se sobe na escala das hierarquias, é necessário se instalar mais um nível de multiplexação e utilizar elos opto-eletrônicos de maior custo. Também os repetidores ópticos, responsáveis pela qualidade do sinal quando transmitidos a longa distância, aumentam de custo quando se aumenta a hierarquia.

Por outro lado, o número de fibras ópticas e, principalmente, o número de repetidores necessários (em função do número de troncos) diminui por um fator de 4, cada vez que se utiliza uma hierarquia em nível superior. Isto é, se 4 enlaces de 34 Mbps são utilizados em paralelo, efetuando a ligação entre dois pontos da rede, então pode-se substituí-los por um único enlace a 140 Mbps, economizando em repetidores e fibra óptica. Mesmo que sejam apenas 3 ou 2 enlaces a 34 Mbps, ainda pode ser econômico efetuar a substituição. Esta é uma das análises a executar durante o roteamento.

Todavia, esta avaliação depende também das distâncias percorridas, não só pelo custo linear das fibras ópticas ou cabos coaxiais, mas principalmente pela quantidade de repetidores de sinal necessários entre a origem e destino de cada enlace físico. Como estes regeneradores são um dos itens mais caros a se considerar, deve-se sempre evitar a utilização de enlaces com grande número deles. Se for possível, procura-se atender a demanda de troncos através de sequências de enlaces já instalados ou com menor custo por tronco,

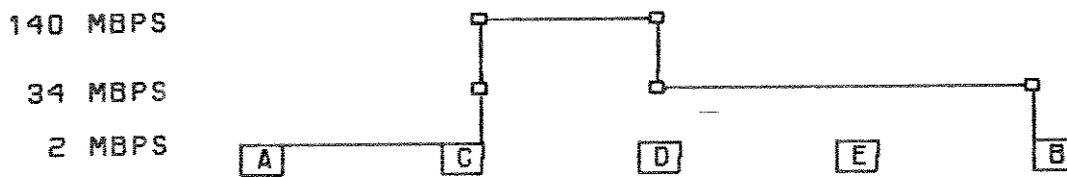
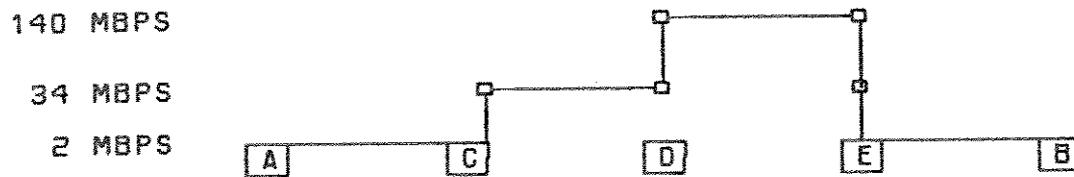
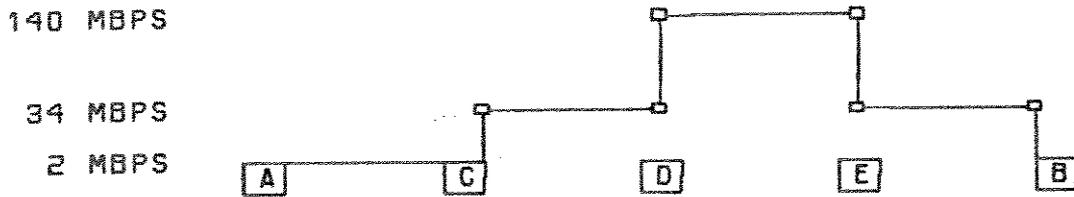
ainda que se percorra uma distância maior.

A grande dificuldade, contudo, é a consideração da modularidade dos sistemas. Para algumas relações de distância e número de troncos ocorre uma "zona de incerteza" a respeito de qual a hierarquia mais barata. Isto deve-se às diferenças entre os custos fixos e variáveis das 3ª e 4ª hierarquias (34 e 140 Mbps, respectivamente). Os enlaces a 140 Mbps possuem maiores custos fixos (mais um multiplexador, elos e repetidores ópticos mais caros), enquanto os enlaces a 34 Mbps apresentam um "custo variável" mais acentuado (instala-se mais uma fibra, elos e repetidores a cada grupo de 16 sistemas PCM-30). No entanto, como estes "custos variáveis" são modulares, não existe um *break-even point* definido. Ao contrário, podem ocorrer uma sequência deles. Nestes momentos, a experiência do planejador é importante, já que ele pode também inferir sobre aspectos como velocidade de expansão daquela demanda, futura instalação de novas centrais nas proximidades, etc.

2.3.2) UTILIZAÇÃO DE ROTAS MISTAS

Para aproveitar ao máximo as economias de escala dos enlaces em alta hierarquia, é interessante que cada um deles alcance elevadas taxas de utilização. Uma forma de obter estas taxas é alimentar os enlaces a 140 Mbps com enlaces a 34 Mbps provenientes de pontos remotos, como já foi explicado anteriormente. Da mesma forma, pode-se alimentar enlaces a 34 Mbps com ligações a 2 Mbps. Os troncos que se utilizarem destas estruturas acabarão utilizando mais de uma taxa de transmissão ao longo da rota escolhida. Estas rotas mistas são uma grande fonte de economia, uma vez que pode-se evitar a compra de vários equipamentos que seriam sub-utilizados, aproveitando melhor os meios de transmissão em alta hierarquia.

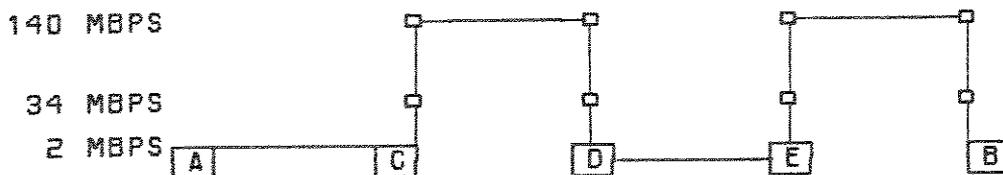
O uso deste tipo de rotas aumenta muito o número caminhos possíveis para os troncos, como pode-se observar na Figura 2.10.



● Figura 2.10 algumas rotas mistas possíveis entre A e B, passando por C, D e E.

O número de rotas cresce significativamente quando se consideram grandes redes de troncos. Dessa forma, é impraticável resolver o roteamento de uma forma ótima, considerando todas as rotas mistas possíveis em cada caminho físico realizável na rede.

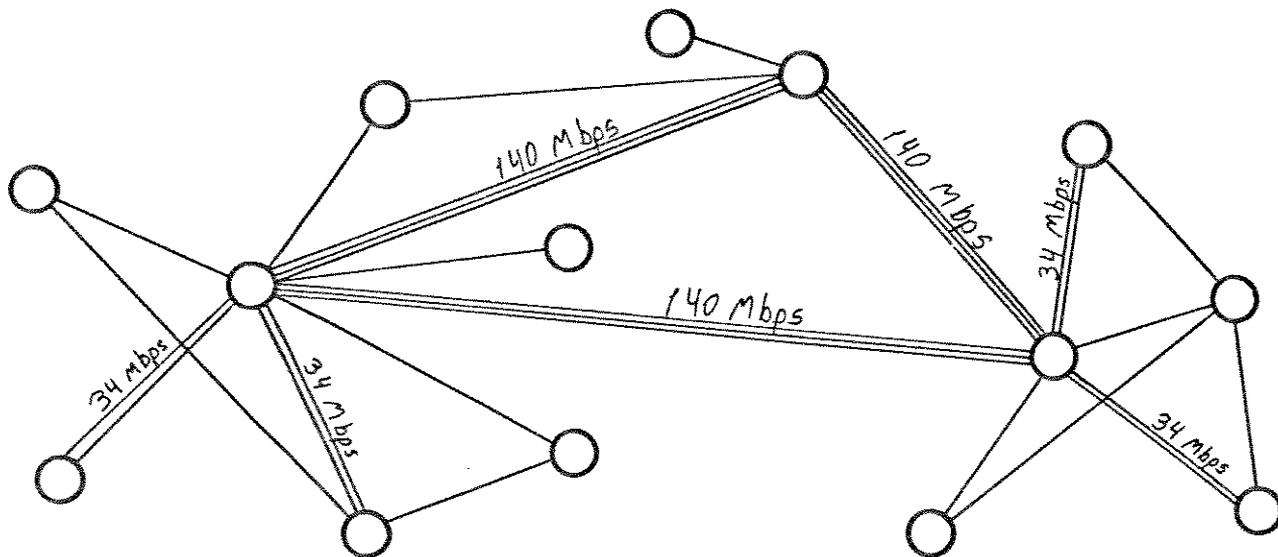
De uma forma geral, pode-se reduzir a análise das rotas mistas a um subconjunto delas, excluindo aquelas que utilizam a sua maior hierarquia em trechos não vizinhos. Este tipo de escolha é geralmente antieconômico, na medida em que se deve utilizar maior número de multiplexadores e de elos ópticos. A figura 2.11 apresenta um exemplo deste tipo de rota, que não serão consideradas neste trabalho.



● Figura 2.11 uma rota com dois enlaces a 140 Mbps

2.3.3) TOPOLOGIA DAS REDES DE TRANSMISSÃO EM ALTA HIERARQUIA

Trabalhos anteriores (Garcia[87] e Brungard[90]) indicam que a transmissão em alta hierarquia tende a criar superestruturas (em anel, estrela ou misturas delas), onde cada enlace é utilizado ao máximo. Os arcos em hierarquias inferiores servem como alimentadores destas superestruturas (*backbones*). A figura 2.12 ilustra este tipo de superestrutura, no caso um anel de 140 Mbps.



● Figura 2.12: um anel a 140 Mbps, alimentado por arcos de 34 e 2 Mbps.

A vantagem destas superestruturas é concentrar aqueles sistemas S2 que devem ser transmitidos por longas distâncias sobre alguns poucos enlaces, alcançando altas taxas de utilização da capacidade dos mesmos. O aproveitamento dos anéis em alta hierarquia frequentemente força alguns sistemas S2 a serem roteados através de distâncias bem maiores que a do caminho mais curto. Esta decisão contraria a tradição do roteamento em redes analógicas, em que sempre se procurava utilizar o menor caminho através da rede de galerias, minimizando o custo de pares de fios. Naqueles casos, só se abandonava o caminho mínimo quando não havia espaço físico nos dutos das galerias para implantar mais um cabo multipar. Tal problema não ocorre nas transmissões em fibra óptica, dada a alta capacidade e o pequeno

espaço físico exigido.

Assim, quando se trata de transmissão em fibras ópticas, os enlaces de alta hierarquia não devem ser considerados como simples provedores de passagem para as ligações que antes eram feitas pelo caminho mínimo. Isto é, não se deve simplesmente substituir enlaces a 2 Mbps muito "carregados" por um enlace a 34 ou 140 Mbps. Deve-se antes definir qual a melhor topologia a adotar para as altas hierarquias, só então passando a dimensionar as rotas que atenderão às demandas de sistemas S2 entre cada par de estações. Os enlaces em baixa hierarquia funcionam como "tributários" dos arcos do anel superior.

O uso do anel em alta hierarquia, ou de estruturas semelhantes tem recebido a preferência dos planejadores e pesquisadores, principalmente devido à maior segurança oferecida. Se um arco do anel sofrer um defeito, sempre haverá a opção de se rotear todas as chamadas por rotas que passem pelo "outro lado" do anel.

2.3.3.1) IMPLEMENTAÇÃO DE ANÉIS DE ALTA HIERARQUIA

Para implementar um anel usando enlaces em 140 Mbps pode-se usar a liberdade oferecida pela padronização CCITT. Como todo equipamento deve obedecer a esta padronização, pode-se formar o anel de alta hierarquia usando mesmo equipamentos de fabricantes diferentes (Brungard, 1990). Todavia, os enlaces mostrados até aqui se comportam como ligações ponto-a-ponto, não sugerindo a montagem de anéis. Melhor explicando: não se mostrou uma forma de efetuar a ligação entre as extremidades de dois enlaces a 140 Mbps vizinhos. Seria, então, necessário "baixar" a taxa de transmissão desde 140 Mbps até 2 Mbps, para de novo "subir" até 140 Mbps no arco seguinte do anel?

Para superar esta limitação, e aumentar ainda mais a taxa de utilização dos arcos de 140 Mbps, pode-se efetuar ligações diretas entre dois MUX-480 ou dois MUX-1920 vizinhos. Dessa forma, evita-se a compra desnecessária de multiplexadores de 480 e 120 canais, uma vez que o sinal não "baixa" até a 1ª hierarquia, sendo transmitido a 34 ou mesmo 8 Mbps entre dois multiplexadores. A figura 2.13 ilustra esta ligação.

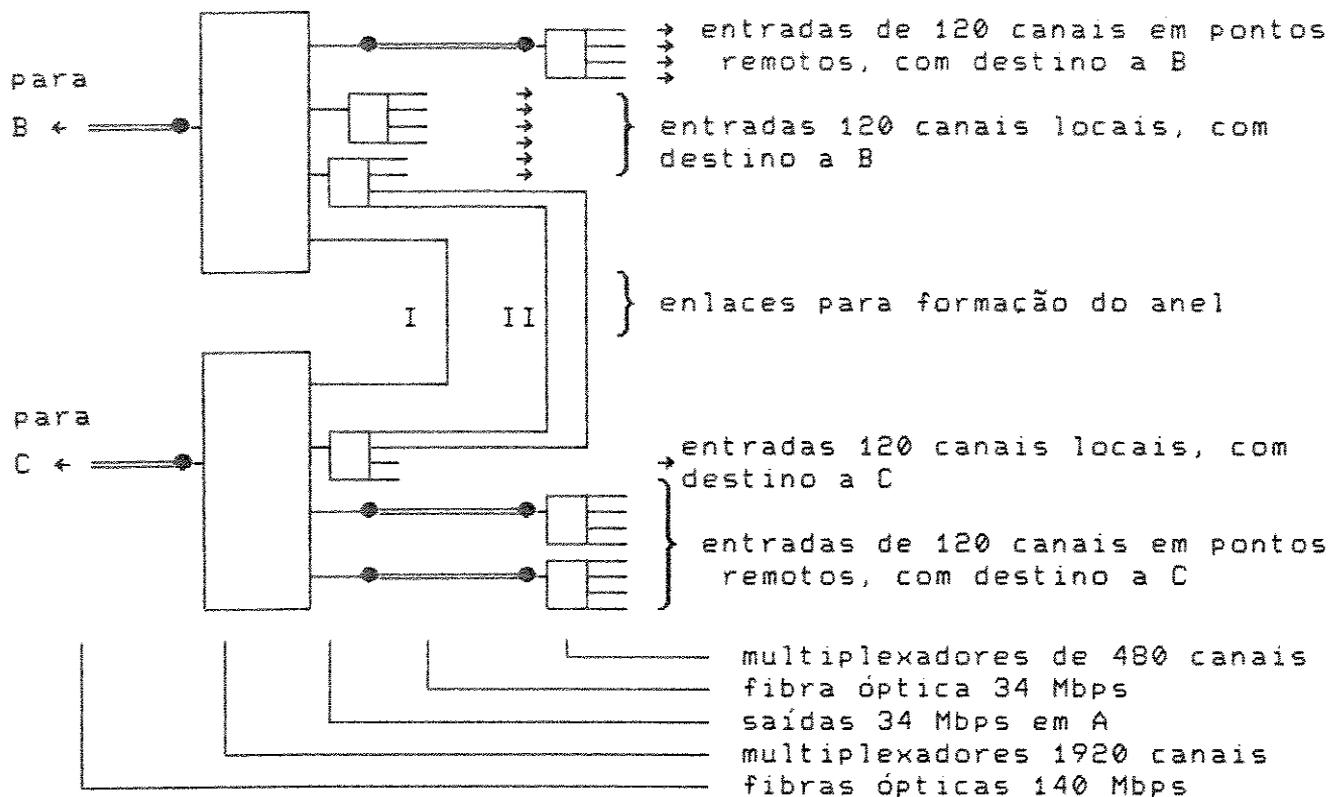
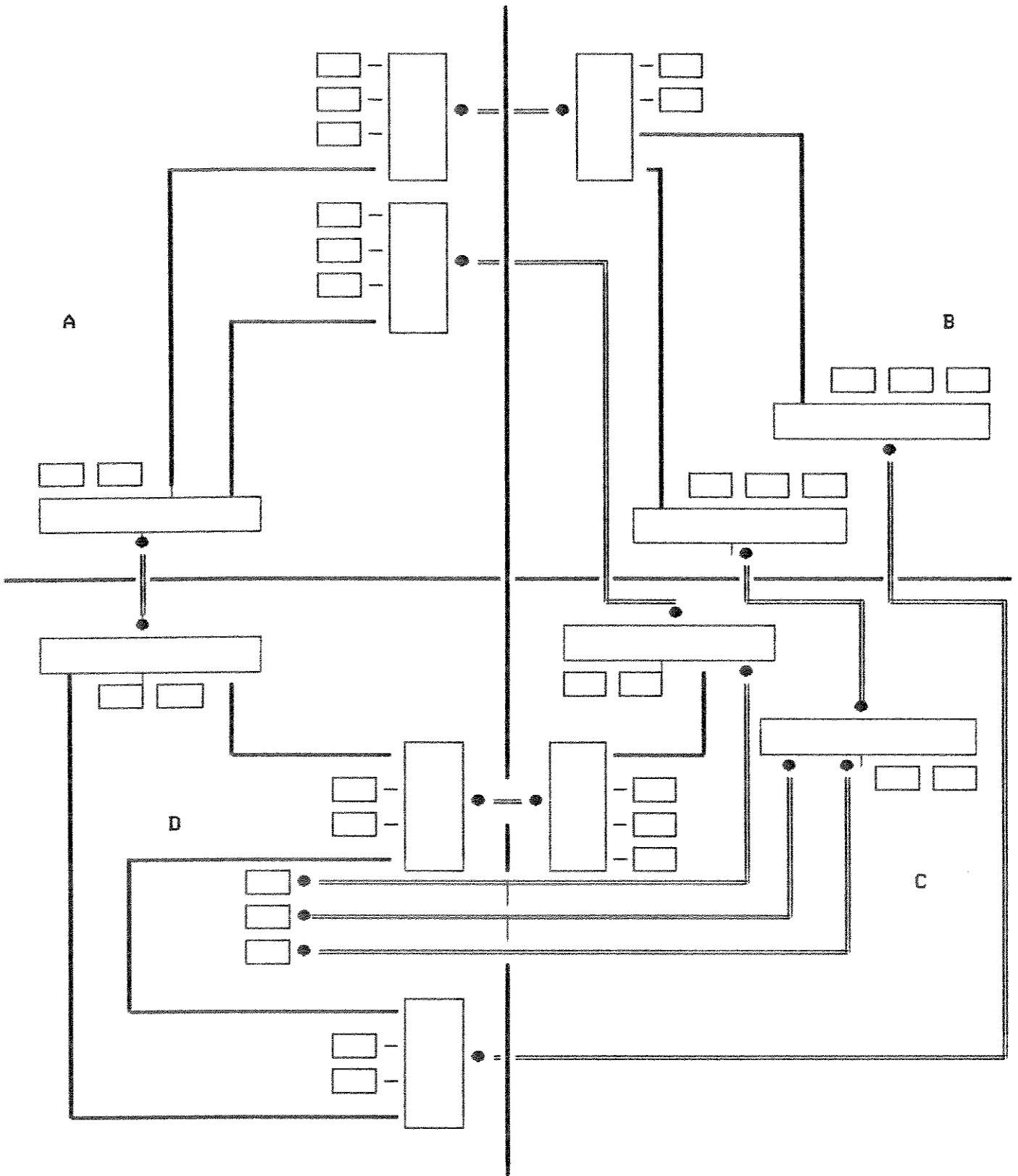


Figura 2.13: Implementação física do nó de um anel a 140 Mbps

Dessa forma, podem-se formar estruturas bastante complexas, como a mostrada na figura 2.14. Ali, uma rede simples, com apenas quatro nós no anel de alta hierarquia, gera uma malha de enlaces para alimentação do anel. É interessante ressaltar dois pontos :

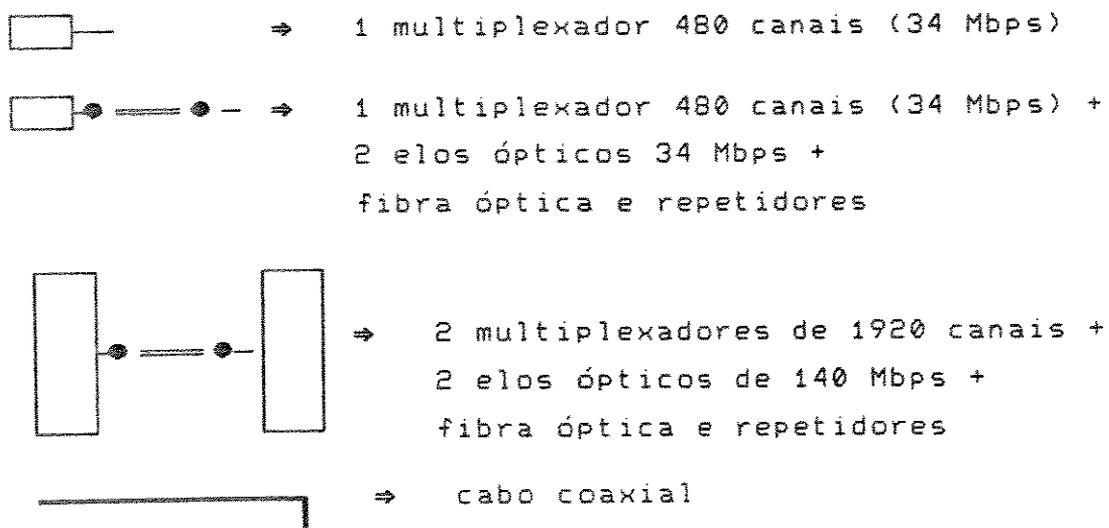
- mesmo com um bom roteamento, os arcos do anel em alta hierarquia podem acabar sendo utilizado em "apenas" 60% (Brungard, 1990). Ainda assim, este índice representa uma grande economia em multiplexadores, elos ópticos e regeneradores quando comparado com as estratégias tradicionais de roteamento;

- este trabalho apenas considerará as ligações entre dois multiplexadores vizinhos efetuadas a 34 Mbps (enlaces do tipo I). Contudo, a modelagem adotada pode ser extendida para enlaces a 8 Mbps (enlaces tipo II) ou, ainda, a estruturas semelhantes para anéis a 565 Mbps. Dado o crescimento da demanda, principalmente de linhas privadas, esta hierarquia será brevemente uma solução corrente para a engenharia da rede.



● Figura 2.14: uma rede exemplo formando um anel de alta hierarquia

Os seguintes tipos de arcos são utilizados na estrutura da figura 2.14:



● Figura 2.15: tipos de "arcos" de uma rede de transmissão a alta hierarquia

3) MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE TRONCOS

Pelo exposto nos capítulos anteriores, pode-se concluir que o Roteamento de troncos através da malha de meios de transmissão desempenha um papel fundamental no dimensionamento da rede como um todo. É necessário, portanto, que se possua um procedimento computacionalmente eficiente e robusto para sua otimização. A velocidade de execução é fundamental, uma vez que o cálculo do roteamento será executado repetidamente. De preferência, deverá ocupar pouco espaço de memória, permitindo a implantação de procedimentos de interface homem-máquina e entre os três problemas (encaminhamento, entroncamento e roteamento) em um único pacote computacional.

Dado o tamanho e a complexidade do problema de roteamento, é aconselhável o emprego de técnicas heurísticas, que se não alcançam um ótimo global, pelo menos garantam a qualidade da solução. Estas heurísticas devem, permitir a intervenção direta do planejador, incorporando suas preferências.

Além disso, é interessante que o algoritmo empregado seja robusto, isto é, que sua solução final não se altere demasiadamente para pequenas alterações dos parâmetros de entrada. Isto é importante porque, dada a não-linearidade e concavidade dos custos, é bem possível que soluções quase-ótimas diferentes tenham custos totais praticamente iguais.

Finalmente, o procedimento de roteamento deve ser eficiente para permitir a sua aplicação em metodologias de planejamento de longo prazo. Estas metodologias geralmente empregam resoluções sucessivas de subproblemas (no caso, o de roteamento) para chegar a um plano de expansão para vários anos. Para que o planejamento de longo prazo tome um tempo computacionalmente aceitável, é obrigatório que o roteamento seja resolvido muito rapidamente.

Para alcançar esta eficiência computacional na resolução do roteamento, é preciso um modelo matemático compacto, robusto e completo. Isto é :

- devem existir tão poucas variáveis de decisão e restrições quanto possível, sem comprometer a completude do modelo;

- deve-se evitar o uso de variáveis inteiras ou binárias, que exigem procedimentos de resolução mais demorados;

- pequenas alterações da rede em estudo devem ser facilmente assimiláveis pelo modelo. Por exemplo, inserções/exclusões de enlaces e rotas entre centrais, alterações de custos e de demandas. Modelos duais geralmente dificultam este tipo de análise de sensibilidade;

- o modelo deve ser capaz de representar as disponibilidades de equipamento e as não linearidades dos custos de expansão de cada enlace;

Este capítulo apresenta um estudo de alguns modelos matemáticos utilizados para a resolução do roteamento de troncos. Os modelos baseados na formulação de fluxos em redes através de matrizes arco-caminho são analisados mais profundamente. Um novo modelo baseado neste tipo de formulação é apresentado.

3.1) FORMULAÇÃO MATEMÁTICA NO PLANEJAMENTO DA REDE DE TRONCOS: CONCEITOS GERAIS

De uma forma geral, o roteamento de troncos pode ser modelado como síntese ótima de uma rede multiprodutos. Um trabalho bem completo de classificação deste e outros problemas semelhantes pode ser encontrado em Minoux(1989). Este problema exige o cálculo do fluxo de mínimo custo em uma rede multiprodutos com custos côncavos (*Minimum Concave Cost Multi-Commodity Flow - MCMCF*). Vários trabalhos sobre planejamento de longo prazo em redes de telecomunicações abordam este problema (Minoux, idem). A maioria deles se contenta com a obtenção de um mínimo local, dada a complexidade do problema.

Nesta modelagem, os troncos interligando cada par de centrais são os produtos a rotear através da rede. Como ocorrerão demandas de troncos nos dois sentidos, pode-se agrupá-las em uma única, tornando o número de produtos igual a P , onde:

$$P \approx \frac{N(N-1)}{2}$$

sendo N igual ao número de centrais da rede. Note que não se trata de uma igualdade, já que se tratam de demandas de circuitos e não demandas de chamadas.

Note que N não é o número de estações, geralmente bem menor. Como já foi dito, o mais comum é que existam estações com 2 ou 3 centrais. Assim, podem existir diversos produtos entre dois nós da rede. Por outro lado, centrais localizadas em uma mesma estação podem ter suas demandas de circuitos desprezadas no roteamento.

Como se tratam de redes digitalizadas, qualquer produto pode ser transmitido pelos mesmos circuitos, seja voz ou dados. Assim, pode-se agrupar produtos com mesmo par origem-destino, reduzindo a dimensão do problema. A figura abaixo ilustra a forma como se dá esta redução :

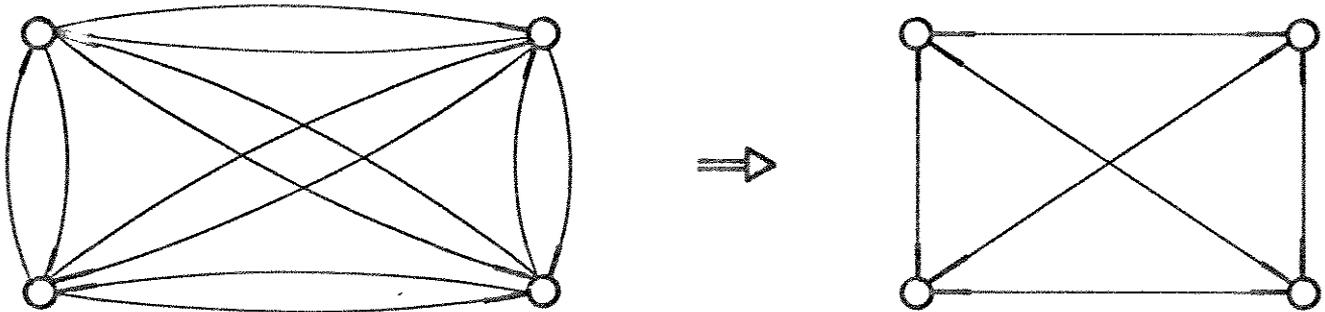
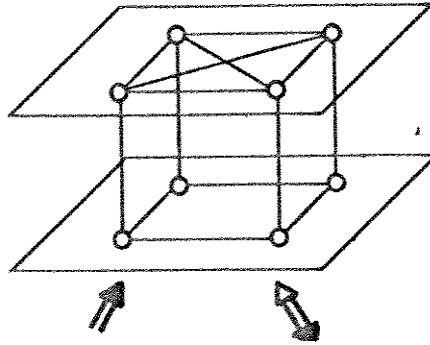


Figura 3.1: uma rede multi-centrais com os respectivos produtos a serem roteados

Os "produtos" a serem roteados representam os circuitos a implementar entre as centrais; os arcos do modelo matemático equivalem aos meios de transmissão dispostos através da malha de galerias. Os multiplexadores e elos ópticos, apesar de fisicamente localizados sobre os nós do modelo, são associados a cada um dos arcos. No caso de redes hierárquicas, com mais de uma taxa de transmissão, são formados níveis paralelos, como mostrado na figura 3.2.



● Figura 3.2) Modelagem de uma rede de transmissão hierárquica

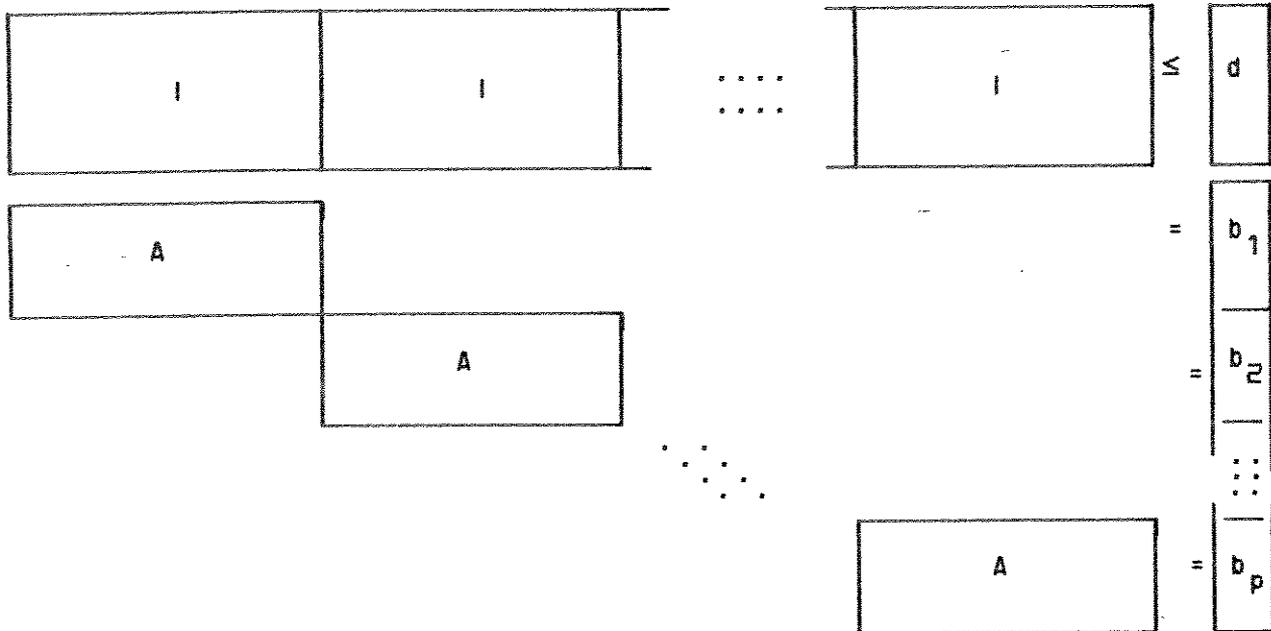
Note que o fluxo de produtos se origina e termina apenas nos níveis inferiores (2 Mbps), uma vez que é a esta taxa se faz a entrada nas centrais digitais. Na figura representou-se apenas um produto, mas o problema envolve o fluxo de diversos produtos simultaneamente na rede.

Para representação de redes de fluxo multi-produtos existem duas formulações principais :

- formulações nó-arco
- formulações arco-caminho

3.1.D FORMULAÇÕES NÓ-ARCO

Nesta abordagem, emprega-se uma matriz onde cada linha equivale a um nó da rede, e cada coluna, a um arco. Trata-se da clássica matriz de incidência (Authié, 1976). No caso de fluxos multi-produtos, é necessário utilizar uma matriz de incidência para cada produto a ser roteado, já que cada uma deles exigirá um conjunto de equações de balanço de fluxo. Isto gera uma estrutura especialíssima, adaptável a técnicas de programação de grande porte, o que é feito, por exemplo, em Luchesi (1989) para resolução de problemas relacionados à alocação de material rodante em ferrovias. Esta estrutura especial apresenta geralmente a seguinte forma



● Figura 3.3: estrutura especial do problema de fluxo multi-produto, em uma abordagem nó-arco

A cada coluna está associada uma variável de fluxo nos arcos, isto é, cada variável de decisão define a quantidade de troncos de um determinado produto que passa por um arco. As matrizes I são matrizes identidades. Já as matrizes A são matrizes de incidência clássicas, enquanto o lado direito de cada uma delas (vetores b) representam as entradas/demandas de cada produto i nos nós da rede. Note que há uma matriz de incidência e um vetor b para cada produto transportado.

O primeiro conjunto de equações procura limitar o fluxo de produtos em cada arco da rede à sua capacidade máxima d_i . Os conjuntos seguintes garantem o balanço de fluxo para cada produto da rede. Esta estrutura é mais conhecida como problema multi-divisional.

A dificuldade em se adotar esta abordagem para o problema do roteamento é a grande quantidade de produtos, obrigando a acrescentar centenas de matrizes de incidência A ao modelo. Esta quantidade impossibilita mesmo o uso de técnicas multi-divisionais.

Além disso, a quantidade de arcos é tamanha que alguns deles são usados por apenas um produto, ainda que o modelo o considere disponível a todos os produtos da rede. Uma segunda desvantagem é que as variáveis de decisão se concentram apenas nos

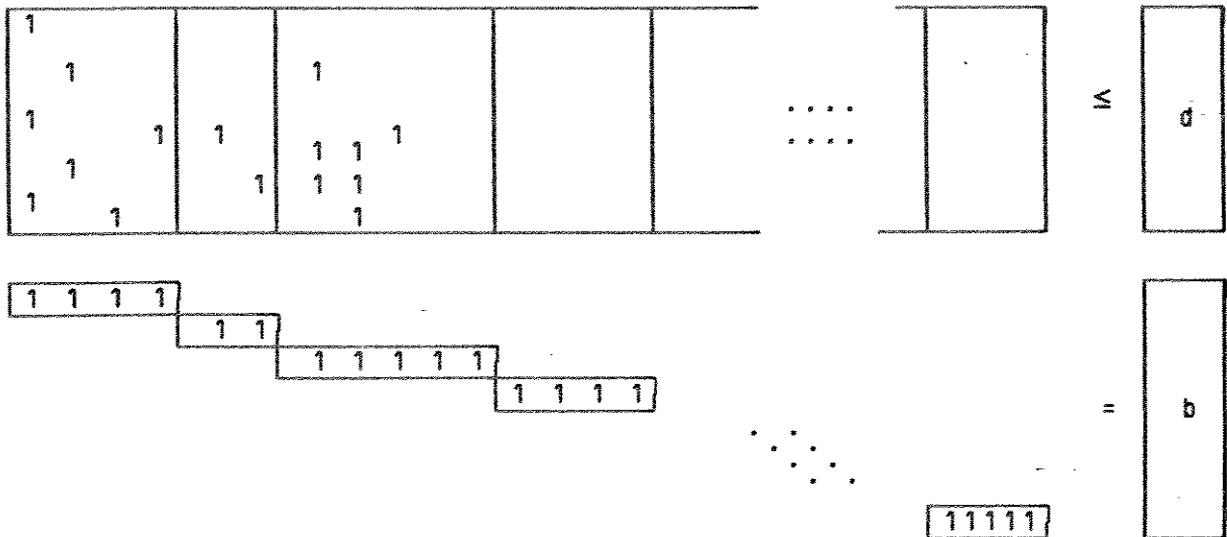
arcos da rede. Isto dificulta a realização de análises de sensibilidade quanto ao número de troncos distribuídos em cada rota, uma vez que as rotas utilizam quase sempre mais de um arco / meio de transmissão.

3.1.2) FORMULAÇÕES ARCO-CAMINHO

A matriz arco-caminho utilizada nesta formulação possui apenas elementos zeros ou iguais à unidade (matriz "0/1"). Esta possui tantas linhas quantos sejam os arcos da rede, e tantas colunas quantas sejam as rotas dos produtos. Cada coluna (rota) terá elementos não-nulos apenas nas linhas correspondentes aos arcos que compõem tal rota.

A representação do fluxo de produtos na rede exige que se conheça, *a priori*, quais são as rotas que cada grupo de troncos pode utilizar. Esta exigência acaba impedindo que se alcance a otimalidade global, já que a solução ótima do problema de fluxo multiproduto poderia incluir alguma rota não prevista. Todavia, segundo Baybars(1988), a inclusão de rotas para análise apresenta um ganho marginal decrescente. Isto é, a diferença de custo considerando 11 ao invés de 10 rotas é bem inferior ao que se consegue analisando 6, ao invés de 5, rotas. O mesmo trabalho aponta 6 rotas como um boa quantidade inicial de caminhos para o cálculo do roteamento.

De uma forma geral, a abordagem arco-caminho gera uma estrutura matricial da seguinte forma :



• Figura 3.4: estrutura matricial da formulação arco-caminho em uma rede multi-produto

A cada coluna associa-se uma variável de decisão que indica o número de troncos de um certo produto roteados através de uma rota em particular. Como se pode reduzir o número destas rotas a pequenas quantidades, esta formulação apresenta um número bem menor de variáveis de decisão.

O primeiro grupo de restrições impõe que o total de fluxo (troncos) de produtos passando por cada arco seja menor ou igual à capacidade do mesmo. O segundo conjunto obriga que a soma dos fluxos das rotas que atendem um determinado produto atenda à demanda de troncos do mesmo.

Do ponto de vista da resolução do roteamento, persiste o problema da elevada quantidade de produtos. Por outro lado, neste modelo as rotas constituem variáveis de decisão, o que facilita a participação do planejador.

Para tratar o grande número de produtos gerado, este modelo também permite o emprego de técnicas de programação linear de grande porte, por exemplo, a técnica GUB (*Generalized Upper Bounding*). Dadas estas características favoráveis, diversos autores adotam esta formulação para o roteamento de troncos, entre eles: McCallum (1977), Shibata (1981), Garcia (1987). As principais diferenças ficam por

conta de como se considerar a expansão dos meios de transmissão. O presente trabalho adotará uma formulação deste gênero, mas, dadas as dimensões e especificidades das redes em alta hierarquia, houve necessidade de se desenvolver um novo algoritmo para resolução do problema, como se explicará neste capítulo.

3.2) ALGUNS MODELOS ALTERNATIVOS

Os modelos apresentados a seguir não podem ser classificados como "arco-caminho" ou "nó-arco", uma vez que tratam a modelagem da rede de outra forma. Contudo, seu estudo é aconselhável a quem se interesse pelo roteamento em redes de telecomunicações, uma vez que as simplificações e soluções adotadas, bastante originais, podem servir à resolução de outros problemas.

•"GREEDY ALGORITHM " : MINOUX, 1989

Em Minoux(1989), apresenta-se resumidamente um método de solução do MCMGF, conhecido como *successive approximation technique*, originalmente encontrado em Yaged (1971), e uma extensão do mesmo, baseada em um algoritmo "guloso". Contudo, este algoritmo supõe que as curvas de custo são suaves, apesar de côncavas. Assim, impõe que cada produto seja roteado por apenas uma entre as diversas rotas possíveis. Considerando as modularidades dos meios de transmissão digitais e a experiência acumulada com outros trabalhos, esta simplificação não pode ser adotada com tranquilidade para redes digitais. Por exemplo, pode ser que um par de centrais exija 65 sistemas PCM-30 entre si. Uma solução é implementar uma rota direta entre elas, a 140 Mbps (capacidade de 64 PCM-30). O 65º sistema certamente não será roteado da mesma forma, mas em uma hierarquia inferior.

A figura 3.5 ilustra a diferença entre os custos adotados por Minoux(1989) e por Baybars (1988), estes últimos mais realistas.

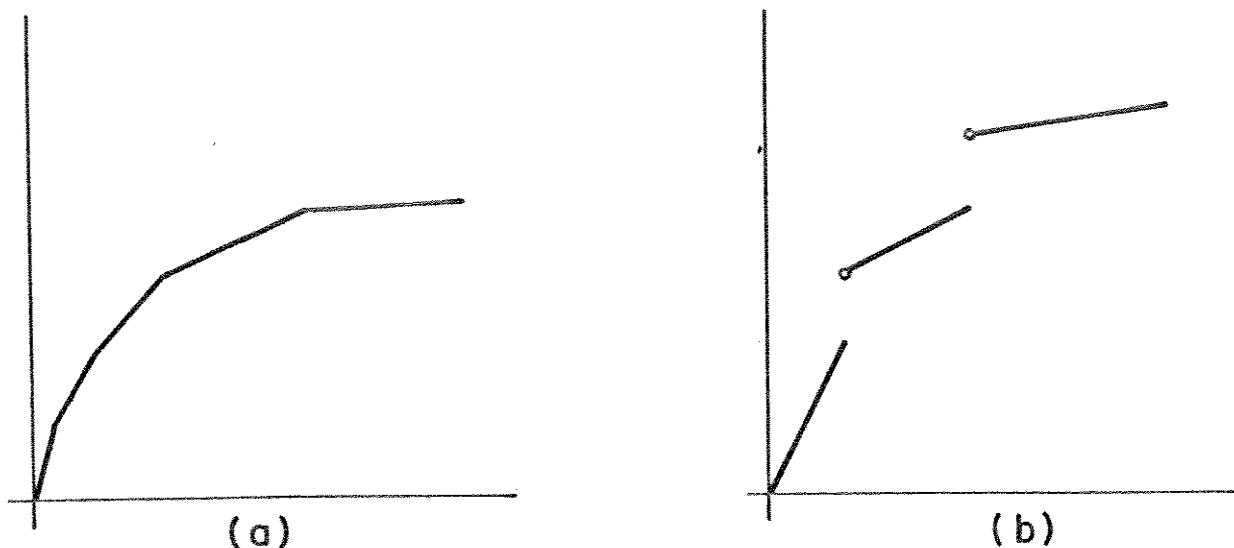


Figura 3.5: custos de expansão dos meios de transmissão adotados em : a)Minoux(1989); b) Baybars (1988)

O modelo adotado por Minoux supõe que cada rota terá seu custo por tronco se reduzindo de forma suave à medida que aumenta o volume de troncos transportado. Desconsideram-se os custos fixos necessários para elevar a taxa de transmissão (multiplexadores). Baybars(1988) adota um curva mais próxima do real, gerando descontinuidades nos pontos em que o volume de troncos transportado por uma rota importa em mudanças de hierarquia.

● ALGO-MPHTN : BAYBARS & EDAHL , 1988

Neste trabalho, o roteamento é abordado como uma problema de longo prazo , onde se decide a dimensão, localização, taxa de transmissão e instante de cada expansão. Contudo, adota-se uma formulação de programação inteira, que acabará por inviabilizar o tratamento de redes de grande porte.

O próprio Baybars aponta o trabalho de Kochman e McCallum (1981) como alternativas de modelos de planejamento de redes de telecomunicações, que aqueles autores classificam como um Problema de Locação de Facilidades Capacitado Multi-período.

O modelo adotado por Baybars possui uma quantidade de variáveis binárias igual ao produto do número de períodos, de taxas de transmissão e de enlaces (arcos) da rede. Em redes de grande porte,

tal número torna muito difícil a resolução completa do modelo, uma vez que não existe nenhuma estrutura especial que se possa aproveitar. Tanto que o próprio Baybars aponta um método heurístico para resolução, onde resumidamente :

- rotas que não possam ser transmitidas diretamente podem ser transmitidas através de rotas alternativas pré-estabelecidas;

- adota-se uma linearização convexa dos custos de transmissão em cada enlace;

- procura-se diminuir os custos de transmissão alterando levemente os roteamentos, procurando por sistemas de alta hierarquia já instalados;

- após resolver este problema simplificado, tenta-se eliminar enlaces instalados que estejam com baixas taxas de utilização.

- Os três passos acima são repetidos para do primeiro ao último períodos de planejamento.

Esta abordagem, aponta o próprio autor, produz bons resultados em tempos bastante aceitáveis. Contudo, pode-se apontar as seguintes inconveniências deste modelo, considerando a sua aplicação em redes hierárquicas:

- deve-se estipular, *a priori*, quais são os caminhos preferenciais que cada grupo de troncos deve percorrer, e além deles, quais os caminhos alternativos a serem seguidos. Alterações nesta ordem podem produzir resultados diferentes. Este tipo de previsão é bastante difícil em redes de grande porte, especialmente quando se adota uma estrutura em anel para os enlaces de alta hierarquia;

- a divisão do problema em fases dificulta a análise de sensibilidade quanto à introdução de novos arcos de alta hierarquia, por exemplo. Estas análises são importantes por permitir a implantação de interfaces com o planejador e com outras fases de planejamento. A análise de sensibilidade torna-se complicada pela extinção de alguns arcos ao longo do processo, arcos que poderiam contribuir para a redução de custo após a introdução de um novo enlace.

3.3) EVOLUÇÃO DOS MODELOS ARCO-CAMINHO

Proposto originalmente por McCallum (1977), a formulação arco-caminho para a resolução do problema do roteamento telefônico foi amplamente empregada em diversos trabalhos, em especial os relacionados com o convênio TELEBRÁS & UNICAMP .

Inicialmente, Shibata (1981) desenvolveu um modelo que considerava a expansão dos meios de transmissão em redes multi-centrais. Naquele trabalho, ainda não se considerava a utilização de tecnologia digital para transmissão, mas já se tratava a disponibilidade de equipamentos instalados, como se explica abaixo.

O modelo desenvolvido é basicamente o mesmo descrito na seção 3.1.2. Apenas se acrescentam as variáveis de folga necessárias ao primeiro conjunto de restrições e as funções de custo linear associadas às variáveis de decisão. A maior modificação fica por conta da introdução das chamadas variáveis de compra. Estas respondem pela parcela de capacidade dos meios de transmissão ainda não existente (expansão). A estas variáveis, obviamente, também se associa um custo. Cada linha deste modelo equivale a uma galeria da rede. Diferentes tipos de fios disponíveis em uma galeria podiam ser considerados simplesmente criando uma linha de restrição adicional referente à mesma. O item seguinte faz uma apresentação mais formal destas variáveis de decisão e da formulação matemática do modelo.

3.3.1) DEFINIÇÕES

Para uniformidade de redação, considere-se a seguinte notação:

A) os conjuntos :

A : dos arcos da rede (meios de transmissão);

IP : dos produtos a serem roteados (grupos de troncos entre centrais);

R : das rotas factíveis na rede;

A^r : dos arcos que compõem a rota r ;

R^a : das rotas que usam o arco a ;

R_p : das rotas que "transportam" o produto p ;

B) os custos :

$F^I(X_I)$: função custo linear (ou linear por partes) da rota
I para um fluxo igual a X_I ;

$C^J(Y_J)$: função custo linear (ou linear por partes) do arco
J para um fluxo igual a Y_J ;

C) as constantes :

d_p : demanda de troncos para o produto p;

b_j : disponibilidade de sistemas instalados no arco j;

E) as variáveis :

X_I : fluxo associado à rota I;

Y_J : fluxo associado ao arco j;

S_j : variável de folga associada à capacidade do arco j;

3.3.2) FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA

Em Shibata(1981), o problema é formulado como a seguir :

$$\text{Minimize } \sum_{I \in R} F_I(X_I) + \sum_{J \in A} C_J(Y_J) \quad (1)$$

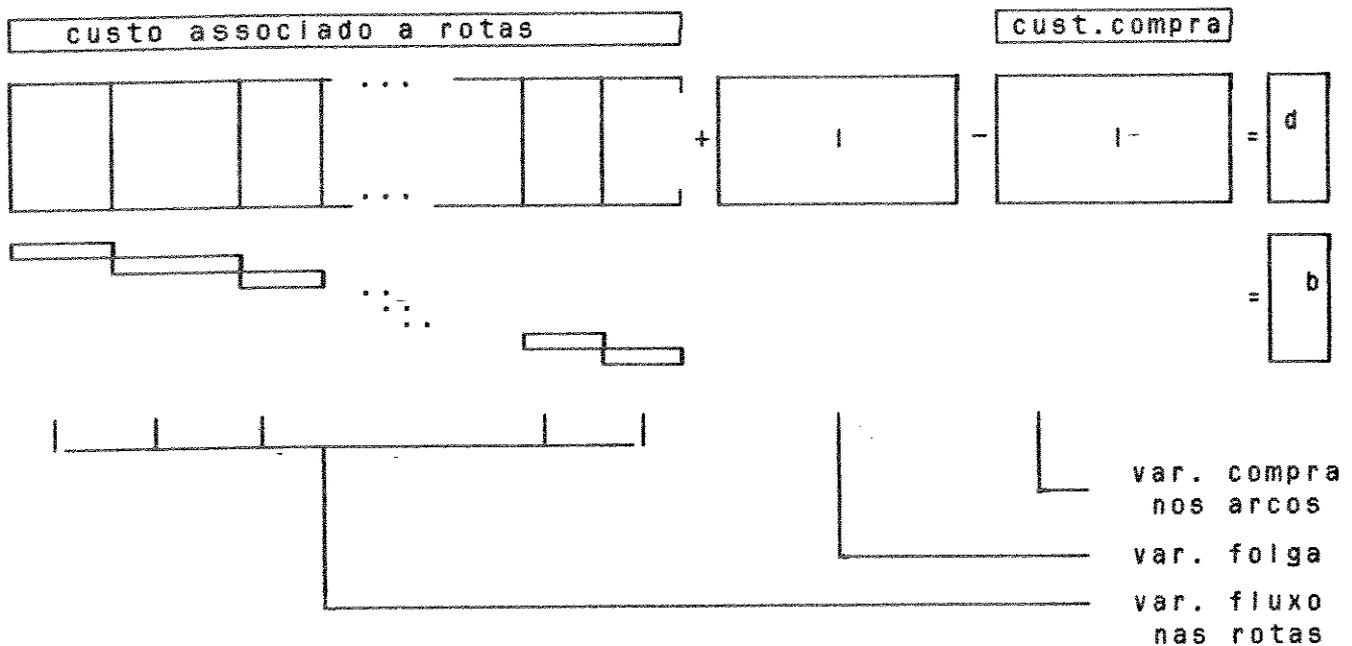
sujeito a

$$\sum_{I \in R} X_I - Y_J + S_J = b_J, \quad \forall J \in A \quad (2)$$

$$\sum_{I \in R} X_I = d_p, \quad \forall p \in P \quad (3)$$

$$X_I, Y_J, S_J \geq 0 \quad I \in A, \quad \forall J \in R \quad (4)$$

Este conjunto de equações forma um Problema de Programação Linear com uma estrutura semelhante à seguinte :



● Figura 3.6: Modelo proposto por Shibata (1981)

Finalmente, é importante lembrar que nem todas as rotas da rede eram tecnicamente possíveis, dependendo da resistência ôhmica e da atenuação totais entre as centrais. Estas restrições técnicas eram consideradas através de um pré-processamento, que escolhia um conjunto de rotas factíveis.

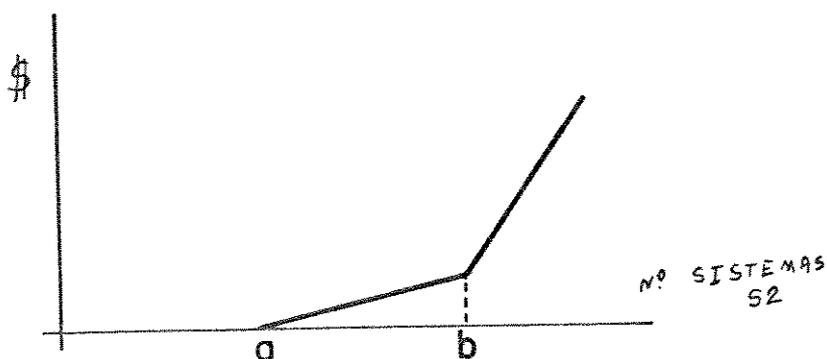
A resolução do Problema de Programação Linear (PPL) resultante era feita através da técnica *Generalized Upper Bounding (GUB)*. Dessa forma, a matriz de trabalho, da qual se deve manter uma inversa atualizada, passa a ter apenas a dimensão do número de arcos. A base de trabalho ocupava, portanto, uma área de memória computacional proporcional ao quadrado do número de galerias.

Com a introdução da tecnologia digital na rede de troncos, houve necessidade de considerar a competição entre os enlaces analógicos tradicionais e os novos enlaces a 2 Mbps. Estes últimos podiam se utilizar de alguns grupos de fios dos cabos multi-pares instalados na sua implantação. Entretanto, cada cabo multipares tem capacidade para um pequeno número destes enlaces a 2 Mbps.

O sistema PORRUS (resultado do Convênio TELEBRÁS & UNICAMP) incluiu esta consideração no modelo adicionando linhas de restrição

correspondentes aos arcos a 2 Mbps . Houve necessidade contudo, de considerar o custo de implantação de regeneradores de sinal. Como estes eram modulares, introduziu-se uma descontinuidade nas curvas de custo.

Para resolver este problema, adotou-se uma solução através de heurísticas lineares por partes. A figura 3.7 resume esta estratégia :



● Figura 3.7: custo linear por partes adotado no Sistema PORRUS

O grupo de troncos 0 até a pode ser implantado a um custo nulo, pois já existem regeneradores e cabos instalados para os mesmos. De a até b troncos, deve-se pagar pelos novos regeneradores instalados, embora os cabos (pares de fios) já estejam disponíveis. Finalmente, a partir de b troncos, deve-se comprar tanto os regeneradores quanto os cabos para transmissão. O uso de cabos coaxiais é tratado da mesma forma que o de pares de fios.

É interessante notar a diferença entre este tratamento de disponibilidades (modelado pelo trecho de custo nulo na curva da figura 3.8) e aquele utilizado em Shibata(1981). Neste último, as disponibilidades eram tratadas através das variáveis de folga, que tinham todas custo igual a zero. Na verdade, ambas representam a mesma equação, só que no primeiro caso (modelo PORRUS) a variável de folga é incorporada à variável de compra associada ao meio de transmissão, através daquele trecho da curva linear por partes.

Para resolução do PLP (problema de programação linear por partes), o sistema PORRUS fez-se uma adaptação da técnica GUB, apresentada por Garcia(1986), que daqui por diante será chamada de GUBLPP.

Esta estratégia de linearização por partes permite, inclusive, que se façam considerações a respeito da segurança da transmissão. Basta que se aumente o custo de cada rota a partir de um valor igual à metade da demanda de troncos daquele produto, por exemplo, para "desaconselhar" a concentração de todos os canais de comunicação entre duas centrais sobre uma única rota.

Também relacionado ao convênio TELEBRÁS & UNICAMP, desenvolveu-se o sistema PORULP. Este realiza, baseado no PORRUS, estudos de expansão dos meios de transmissão a longo prazo. Utiliza para isto, técnicas de programação dinâmica. Para maiores informações a respeito destes trabalhos e seus resultados, aconselham-se os estudos de Bim (1988) e Azevedo (1987) .

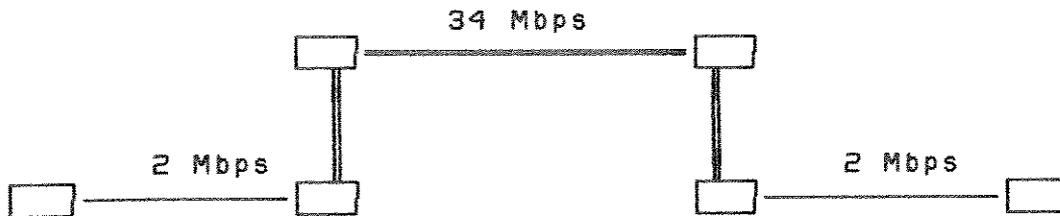
Com o desenvolvimento da tecnologia de transmissão digital, passou-se a utilizar a multiplexação de sistemas em 3ª hierarquia (34 Mbps / 480 canais / 16 enlaces PCM-30). Para modelar este avanço tecnológico, ainda dentro da formulação arco-caminho, desenvolveu-se o Sistema PRETA (Garcia, 1987) .

3.3.2.1) SISTEMA PRETA

Este foi o primeiro trabalho a reunir as vantagens da formulação arco-caminho com as considerações de economia de escala, fundamentais na transmissão digital. Os modelos anteriores (PORRUS e PORULP), apesar de tratarem de sistemas digitais, não consideravam estas economias, mas apenas competições em custo e espaço físico entre estes e os sistemas analógicos. O sistema PRETA, ao contrário, procurava aproveitar as modularidades dos sistemas a 34 Mbps, inclusive através do uso de rotas mistas 2/34 Mbps.

O modelo matemático permaneceu fundamentalmente o mesmo, inclusive nas curvas de custo linear por partes, que foram adaptadas aos custos modulares dos sistemas em alta hierarquia de forma heurística. Entretanto, desconsiderou-se o uso de enlaces analógicos (superados tecnologicamente e proibidos, inclusive, por normas do Sistema TELEBRÁS). Dessa forma, os fluxos de troncos são agrupados em módulos de 30 canais (PCM-30), que passa a ser a unidade de fluxo do sistema. Esta também é a unidade adotada no presente trabalho.

Os multiplexadores de 2ª e 3ª hierarquia, no Sistema PRETA, são considerados sempre reunidos em uma mesma localização, isto é, não se permitem rotas mistas com trechos em 8 Mbps. Contudo, estas podem ser montadas usando trechos em 2 Mbps, como na figura 3.8 :



● Figura 3.8: uma rota mista característica do sistema PRETA

Pode-se ocupar apenas parcialmente os grupos multiplexadores de 3ª hierarquia, economizando-se a compra de MUX-120. Os principais custos fixos, contudo, estão relacionados com os MUX-480 e elos ópticos. A estrutura destes custos é idêntica à apresentada no apêndice A deste trabalho.

Na escolha das rotas iniciais, adota-se a seguinte estratégia :

● as rotas a 2 Mbps são escolhidas a partir dos 3 menores caminhos entre as centrais origem e destino. Procura-se assim minimizar o custo de cabos e regeneradores, que crescem quase linearmente com a distância nesta hierarquia. Procura-se também o par de caminhos disjuntos de soma mínima, para aumentar a segurança do roteamento. Utiliza-se para isto :

- um algoritmo de branch & bound para cálculo dos k-menores caminhos;
- um algoritmo primal de fluxo de custo mínimo (PFCM), para cálculo dos dois caminhos disjuntos :

● as rotas a 34 Mbps são escolhidas a partir dos 3 menores caminhos entre as centrais origem e destino, que passem por pelos menos duas portas no seu trajeto. Para calcular estes caminhos, utilizam-se técnicas adaptadas da programação dinâmica.

Com as rotas candidatas definidas, o PRETA aplica uma sequência de heurísticas lineares-por-partes, de forma alternada, sobre os custos dos arcos de alta hierarquia. Estas heurísticas são

2) SOBRE O PLANEJAMENTO DA REDE DE TRONCOS

Neste capítulo se tratam com mais profundidade alguns problemas e conceitos elaborados no capítulo 1. Em especial, detalham-se as características da demanda e da implementação física da rede de troncos. Após, são relembrados alguns conceitos de planejamento de redes. As definições dos planos de Encaminhamento, Entroncamento e Roteamento são elaboradas em maior nível de detalhe, procurando contemplar os efeitos da digitalização da rede de troncos.

2.1 INTRODUÇÃO

O objetivo do planejamento da rede de troncos é conseguir implantar uma malha de ligações entre as estações, de tal forma que :

Minimize o custo da compra de equipamentos de transmissão, da implantação e operação dos mesmos ao longo do período de planejamento

sujeito a que todas as chamadas sejam atendidas dentro de um grau de serviço especificado, obedecendo às capacidades limites dos equipamentos instalados e a outras restrições técnicas

Uma série de fatores dificulta a solução deste problema. Entre eles :

- A demanda de troncos é função do tempo

Esta dependência se expressa em três formas principais : variação diária, variações sazonais e crescimento da demanda.

A variação diária se deve ao próprio cotidiano das regiões atendidas, caracterizando momentos de pico de demanda e durações diferentes das chamadas ao longo do dia. Se uma rede local atende regiões em que os horários de pico não coincidem, pode-se inclusive levar este fator em consideração durante o cálculo do entroncamento (Eisner (1977) e Brazhnov (1985)). De qualquer forma, a simplificação mais adotada é utilizar o tráfego da hora de maior movimento (HMM) entre cada par de centrais para o cálculo do número de ligações necessário na rede (padrão Telebrás). Uma variação desta simplificação é considerar a hora de maior movimento por região, ao

Invés de individualizar cada par de estações (Elsner, 1977).

A influência de flutuações sazonais é sentida de forma mais crítica em regiões de turismo intenso. A capacidade de atendimento da rede é geralmente superada pela demanda, exigindo a execução de serviços de emergência. Alguns destes serviços podem ser planejados, por exemplo com a dedicação de centrais em redes vizinhas (ou mesmo novas centrais) para atuarem como tandem para aquele tráfego, ainda que em regime temporário.

Finalmente, o crescimento da demanda é a forma de variação que mais preocupa o planejador. Sua influência sobre os outros dois tipos de variação é direta e, principalmente, de difícil predição. Na verdade, a previsão da evolução da demanda deve ser considerada como uma das fases mais importantes do planejamento telefônico. Este serviço apresenta dificuldades ainda maiores no caso brasileiro, devido ao crescimento quase sempre desordenado das grandes cidades. Além disso, as novas modalidades de atendimento (serviços de transmissão de dados, *fac-simile*, vídeo-texto, etc) vieram complicar ainda mais a previsão da demanda. Isto porque não existem dados que permitam prever o comportamento dos usuários destes serviços.

Além disso, a demanda de troncos também depende da configuração adotada para as centrais de assinantes e tandens. Como o Plano de Encaminhamento das chamadas e o Plano de Filiação de Assinantes podem ser alterados ao longo do tempo, é possível que ocorram até mesmo reduções na demanda de troncos entre duas centrais. Repare que não se trata de diminuição do volume de chamadas entre duas regiões (um fenômeno bastante raro), mas da utilização dos troncos entre duas centrais em função da topologia da rede local. Assim, a evolução do Plano Fundamental deve ser considerada no planejamento a longo prazo da rede de troncos.

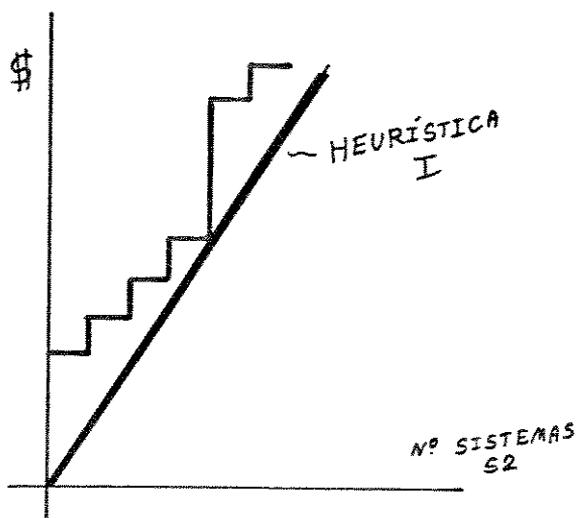
● As chamadas telefônicas têm caráter não-determinístico

Este é um dos maiores complicadores do planejamento telefônico, e também uma das melhores oportunidades de economia na engenharia da rede. A rede de troncos deve ser dimensionada de forma a deixar de atender apenas uma porcentagem mínima das chamadas, em um padrão estabelecido internacionalmente. A dificuldade reside em

descritas com maior detalhe em Garcia (1987), mas serão explicadas aqui de forma resumida.

• HEURÍSTICA DO TIPO I

Esta heurística permite uma ocupação completamente livre dos enlaces de alta hierarquia, sem se preocupar com as modularidades dos MUX, elos e repetidores. As disponibilidades são consideradas completamente, usando a mesma estratégia que o sistema PORRUS.



• Figura 3.9: heurística do tipo I, Sistema PRETA

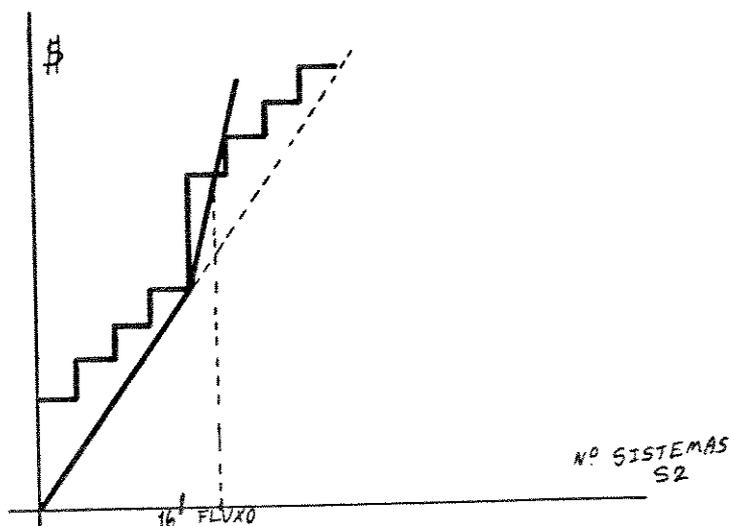
Por adotar uma curva de custo "otimista" para as hierarquias superiores, estas acabam recebendo a maior parte do fluxo de troncos. Como estes custos são sempre inferiores aos reais, o custo total obtido com a aplicação da heurística I funciona como um limitante inferior ao das soluções obtíveis na rede (Figura 3.9).

• HEURÍSTICA DO TIPO II

Com a aplicação da heurística I, muitos sistemas de alta hierarquia acabam tendo uma baixa taxa de utilização. Por exemplo, um arco de alta hierarquia transmitindo 33 sistemas de 30 canais apresenta um claro desperdício, pois existe um conjunto fibra-MUX-elóptico a 34 Mbps transmitindo apenas um tronco. A Heurística II penaliza este tipo de ocorrência, elevando o custo por S2 a partir do último módulo de 16 sistemas S2 ocupado completamente (possivelmente a partir do zero). Este novo custo é calculado de forma a se igualar à

curva de custo real exatamente no ponto de fluxo que a aplicação da heurística anterior havia gerado (veja figura 3.10).

Tem-se sempre o cuidado de não "cortar" a curva de custo real nos módulos de 4 sistemas, e assim perder a característica otimista da mesma. A partir do ponto de fluxo anterior (onde as curvas de custo heurístico e real se tocam), impõe-se um custo infinito. Dessa forma, também a heurística II gera um limitante inferior ao custo real, respeitadas as limitações impostas aos arcos de alta hierarquia.

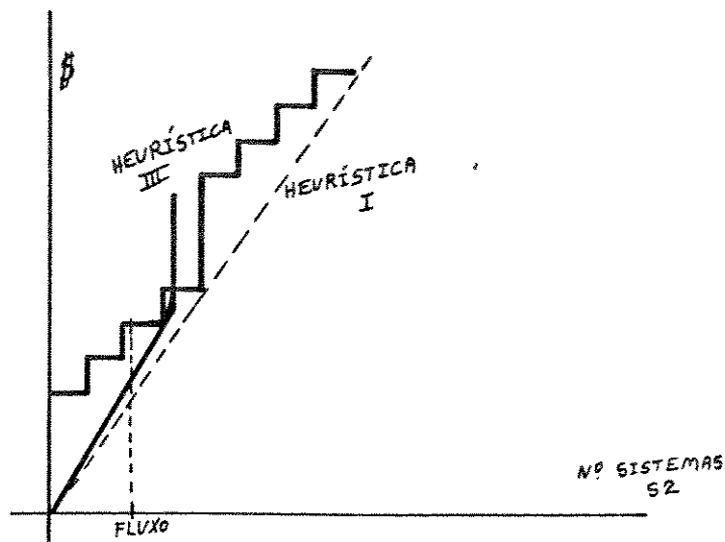


● Figura 3.10: heurística do tipo II, sistema PRETA

● HEURÍSTICA DO TIPO III

A aplicação da heurística II dificulta a ocupação total dos módulos incompletos. Para sanar este problema, aplica-se a Heurística III. Esta heurística é semelhante à heurística II, com a diferença de igualar o custo real apenas quando se completa a capacidade do módulo de 120 canais (ou seja, um MUX 120) obrigado a instalar para implementar fisicamente o número de troncos gerado anteriormente. Uma segunda opção é deslocar este limite até o módulo de 480 canais, permitindo a ocupação de todo o MUX-480 e respectiva fibra-óptica.

Da mesma forma que a heurística anterior, impede-se o crescimento do fluxo além deste ponto, impondo-se um custo infinito para o mesmo (Figura 3.11).



● Figura 3.11: heurística do tipo III, Sistema Preta

Após a aplicação da heurística I, as heurísticas II e III são executadas alternada e repetidamente. Recomenda-se encerrar o processo com uma aplicação da heurística III (Garcia (1987) e Azevedo(1987) .

Finalmente, para resolver cada um dos passos desta iteração, emprega-se o mesmo algoritmo GUBLPP citado anteriormente.

3.3.2.2) PROBLEMAS RELACIONADOS AO SISTEMA PRETA

Alguns inconvenientes do modelo adotado no sistema PRETA desaconselham o seu uso para grandes redes ou para a consideração de hierarquias superiores. São eles :

- os algoritmos de cálculo de k-caminhos mínimos tomam muito tempo computacional. Embora este problema já tenha sido solucionado por Bortolon (1989), a eficiência de sua utilização quando se consideram redes com anel de alta hierarquia é duvidosa.

- a modelagem de cada arco de alta hierarquia obriga a inclusão de uma linha de restrição e de uma variável-arco que aumentará a matriz de trabalho do GUBLPP. Em uma rede com Q portas, podem se colocar $Q(Q-1)/2$ enlaces de alta hierarquia. Assim, uma rede com 100 portas permitiria montar 4950 enlaces de 34 Mbps ($100 \times 99 / 2 = 4950$). A montagem da matriz de trabalho, somente para estes arcos, exigiria 24.502.500 posições (4950×4950). Considerando o uso de 2 "bytes" para representação em ponto flutuante, seria necessária uma

área de memória de acesso randômico (RAM) de aproximadamente 49 Megabytes. Esta área pode ser considerada um exagero, mesmo para máquinas de grande porte.

- não é possível se modelar o uso de rotas mistas a 8 Mbps ou estender este modelo a 140 Mbps com rotas alimentadoras a 34 Mbps. Esta modelagem é fundamental para o bom aproveitamento da estrutura em alta hierarquia de redes em anéis, como já foi exposto no capítulo 2.

Devido a estes problemas, desenvolveu-se um outro modelo arco-caminho para o roteamento de troncos em redes de alta hierarquia, que será exposto a seguir.

3.4) MODELO PROPOSTO PARA REDES EM ALTA HIERARQUIA

Para permitir a análise de redes usando enlaces a 140 Mbps, com rotas mistas 34/140 Mbps e, em especial, com topologias do tipo anel para o último nível hierárquico, desenvolveu-se uma nova "versão" do modelo arco-rota citado anteriormente. As principais alterações foram :

- simplificação do modelo, eliminando as variáveis de folga, e os valores do lado direito, que antes representavam a disponibilidade de sistemas instalados (Shibata, 1981). Esta consideração agora passa a ser feita exclusivamente pelas heurísticas de custo linear por partes, a exemplo do que o sistema PORRUS utilizava para os arcos a 2 Mbps.

- separação dos conjuntos multiplexadores que elevam o sinal desde a 1ª até a 4ª hierarquia em duas partes, conforme já indicado nos estudos de custo do item 2.3.1. Esta separação permite modelar a existência de diversos enlaces alimentadores a 34 Mbps em um único multiplexador de 1920 canais (140 Mbps):

- criação de um tipo de arco responsável pela modelagem das ligações entre os multiplexadores de 1920 canais, descritas no capítulo 2, de forma a permitir a análise das topologias em anel;

- desenvolvimento de novas heurísticas de custo, que procuram impor restrições técnicas da modularidade. Por exemplo, de que cada multiplexador de 1920 canais aceita um máximo de 4 entradas a

34 Mbps.

● aperfeiçoamento das técnicas de geração destas curvas de custo, permitindo maior agilidade na sua adaptação a "instruções" do planejador:

Estas alterações são descritas em detalhe a seguir. Desde já, entretanto, é bom ressaltar que a divisão dos arcos que modelavam os grupos multiplexadores de 4ª hierarquia, juntamente com os arcos de ligação entre MUX-1920, acabou por aumentar exageradamente a dimensão do problema. Assim, tornou-se necessário dividir o problema em fases, criando uma estratégia de resolução que será descrita no próximo capítulo. Também se abandonou o algoritmo GUBLPP para resolução do PLP, criando-se um novo algoritmo que é descrito no capítulo 5.

3.4.1) SIMPLIFICAÇÃO DO MODELO

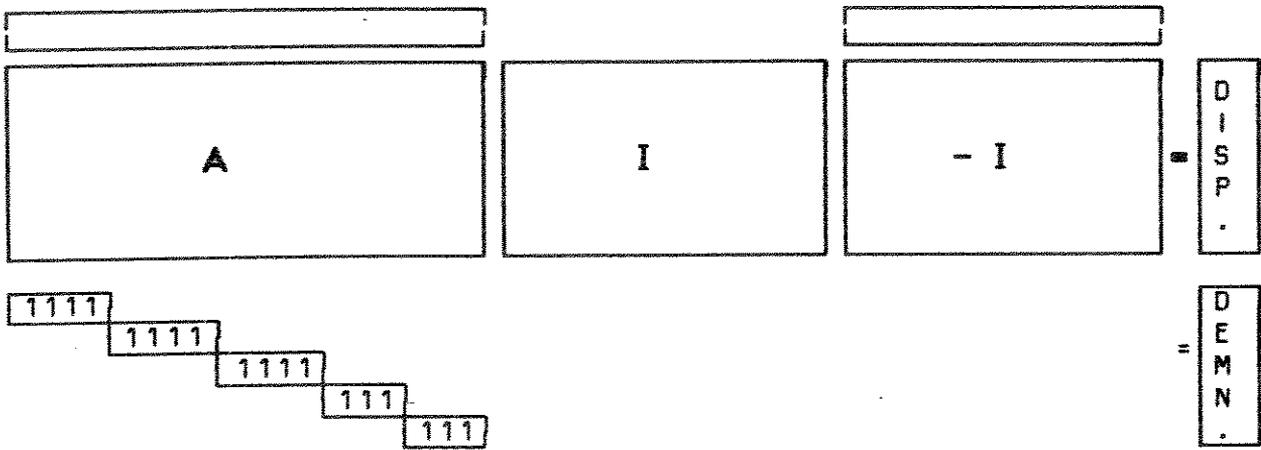
Nos itens anteriores se descreveram duas formas de se representar as disponibilidades de equipamentos na malha de meios de transmissão:

- através do vetor lado direito e das variáveis de folga (modelo "Shibata");

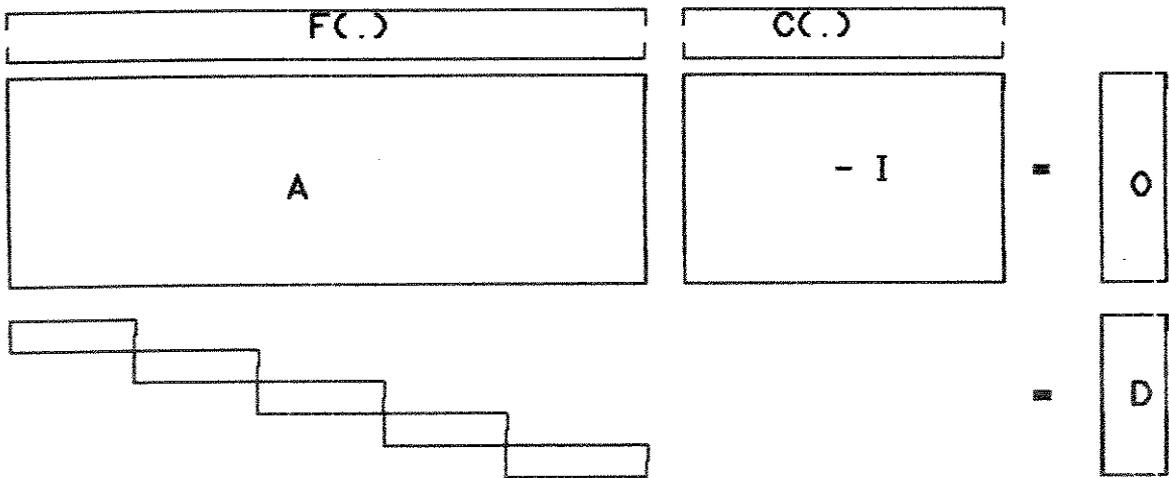
- através de um trecho de custo nulo na curva linear por partes (modelo PORRUS);

Se cada variável do problema linear por partes for reduzida a um conjunto de variáveis lineares canalizadas, pode-se mostrar a equivalência das duas formulações. Basta notar que, sempre, a soma dos valores da variável canalizada equivalente ao primeiro trecho linear (de custo nulo) com o da variável de folga totaliza um valor igual à capacidade instalada (lado direito).

As figuras abaixo demonstram como esta simplificação reduz o número de variáveis de decisão do modelo.



● Figura 3.12: modelo arco-caminho adotado anteriormente



● Figura 3.13: modelo arco-caminho simplificado

O modelo matemático fica reduzido, então a :

$$\text{Minimize } \sum_{i \in R} F_i(x_i) + \sum_{j \in A} C_j(y_j) \quad (1)$$

sujeito a

$$\sum_{i \in R} x_i - y_j = 0 \quad , \forall j \in A \quad (2)$$

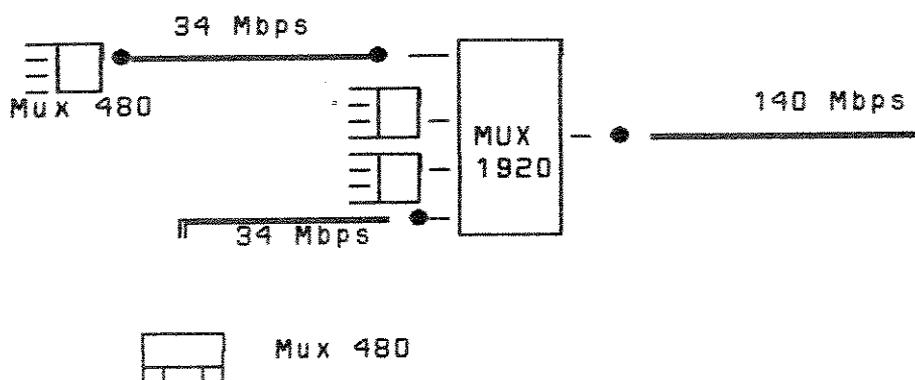
$$\sum_{i \in R} x_i = d_p \quad , \forall p \in P \quad (3)$$

$$x_i, y_j \geq 0 \quad i \in A, \forall j \in R \quad (4)$$

Note que o lado direito do primeiro grupo de restrições assumiu o valor 0 (zero). Toda a consideração de disponibilidades, em qualquer hierarquia, passa a ser feita através das curvas de custo linear por partes $C(.)$. Também as curvas de custo $F(.)$ podem ser do tipo LPP, para permitir considerações de confiabilidade ou limitações impostas pelo usuário.

3.4.2) MODELAGEM DOS ENLACES ALIMENTADORES

O modelo adotado no sistema PRETA concentra todos os equipamentos multiplexadores de um enlace a 34 Mbps nas extremidades da fibra óptica. Assim, não é possível se fazer alimentação remota destes multiplexadores através de enlaces a 8 Mbps. Se fosse adotado um modelo análogo para este trabalho, apenas incluindo arcos de transmissão a 140 Mbps, com todos os multiplexadores (de 120, 480 e 1920 canais) concentrados nas extremidades da fibra óptica, não poderiam ser modeladas rotas mistas, como é sugerido pela figura abaixo:



● Figura 3.14: alimentação remota a 34 Mbps

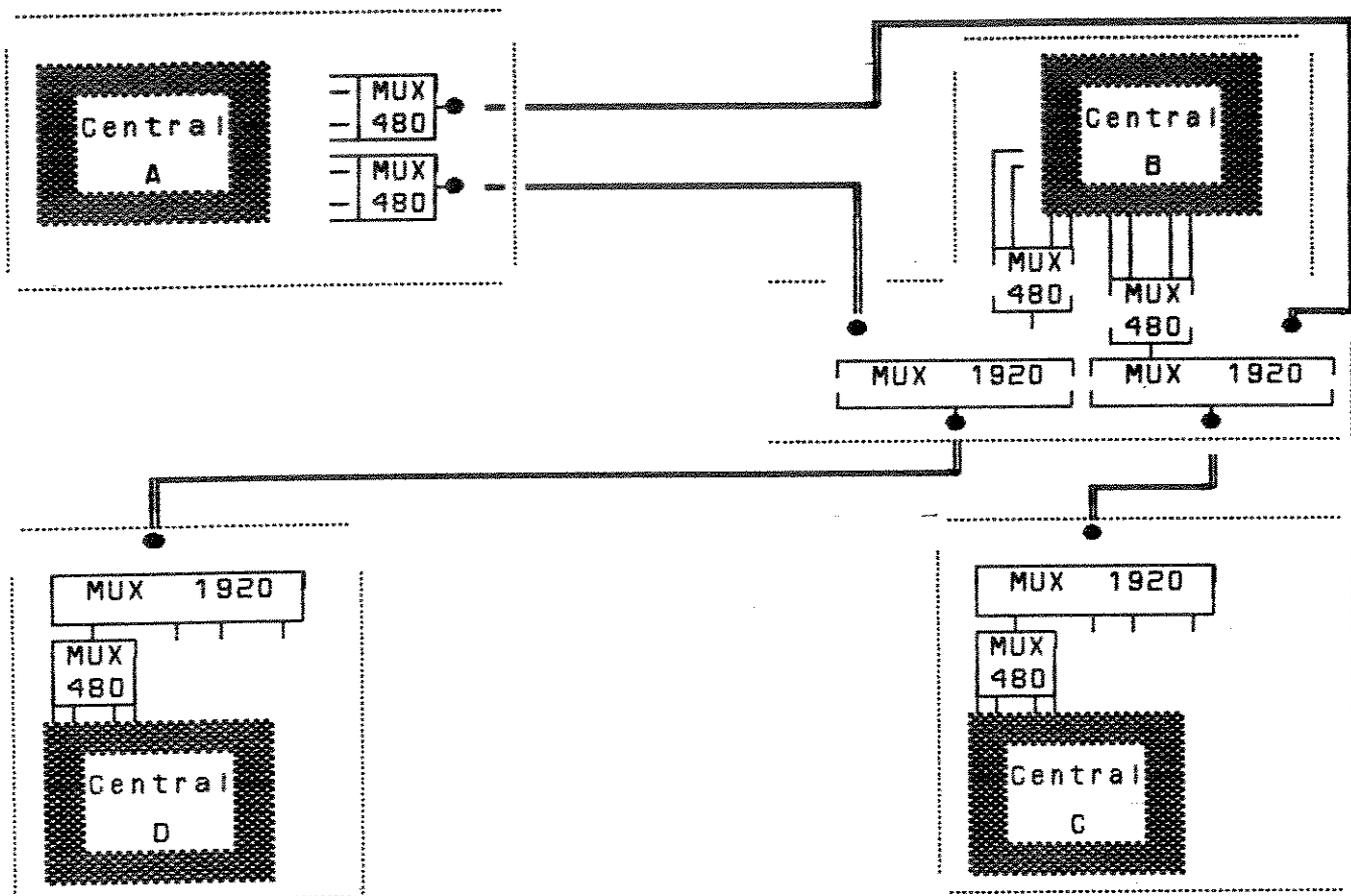
Naquele trabalho não era necessário considerar esta possibilidade, pois não se permitia a transmissão a 8 Mbps. As rotas mistas com enlaces alimentadores a 2 Mbps eram suficientes. Entretanto, para permitir um maior uso da fibra óptica como meio de transmissão, é necessário analisar a possibilidade de se construírem rotas mistas com enlaces alimentadores em alta hierarquia. No caso de topologias incluindo anéis a 140 Mbps, estes enlaces alimentadores podem mesmo utilizar taxas de 34 Mbps.

Como o modelo PRETA considera todos os multiplexadores (de 120 e 480 canais) concentrados em um mesmo ponto, não há como se considerarem diferenças de custo entre duas alimentações remotas. Por exemplo, na figura 3.14, os enlaces alimentadores poderiam ser implantados através de cabos coaxiais ou pares de fios, usando uma taxa de 2 Mbps, ou de fibras ópticas, a uma taxa de 34 Mbps. A primeira opção obriga ao uso de MUX-120 e MUX-480 junto ao MUX-1920 (como no modelo PRETA). A segunda, coloca os MUX-120 e MUX-480 distantes do MUX-1920, ligando-os através de uma fibra óptica. Os custos destas fibras, para diferentes distâncias, não são considerados no modelo PRETA. Isto porque a concentração dos custos de todos os multiplexadores sobre uma mesma variável não permite tratar separadamente as diversas opções.

Para considerar cada enlace alimentador individualmente, permitindo análises do custo e da quantidade máxima de entradas a 34 Mbps por MUX-1920, os grupos multiplexadores são separados como na figura 3.15.

Repare que é preciso criar um arco de transmissão no modelo (e, assim, uma variável de compra na matriz de restrições) para cada alimentador a 34 Mbps. Imagine uma rede com 4 pontos (A, B, C e D). Existem dois enlaces alimentadores a 34 Mbps possíveis entre A e B :

- um ligando A até B, onde alimenta um multiplexador de 1920 canais, que gera um sinal a ser transmitido até C;
- outro ligando A até B, onde alimenta outro MUX-1920 que gera um sinal a ser transmitido até D;



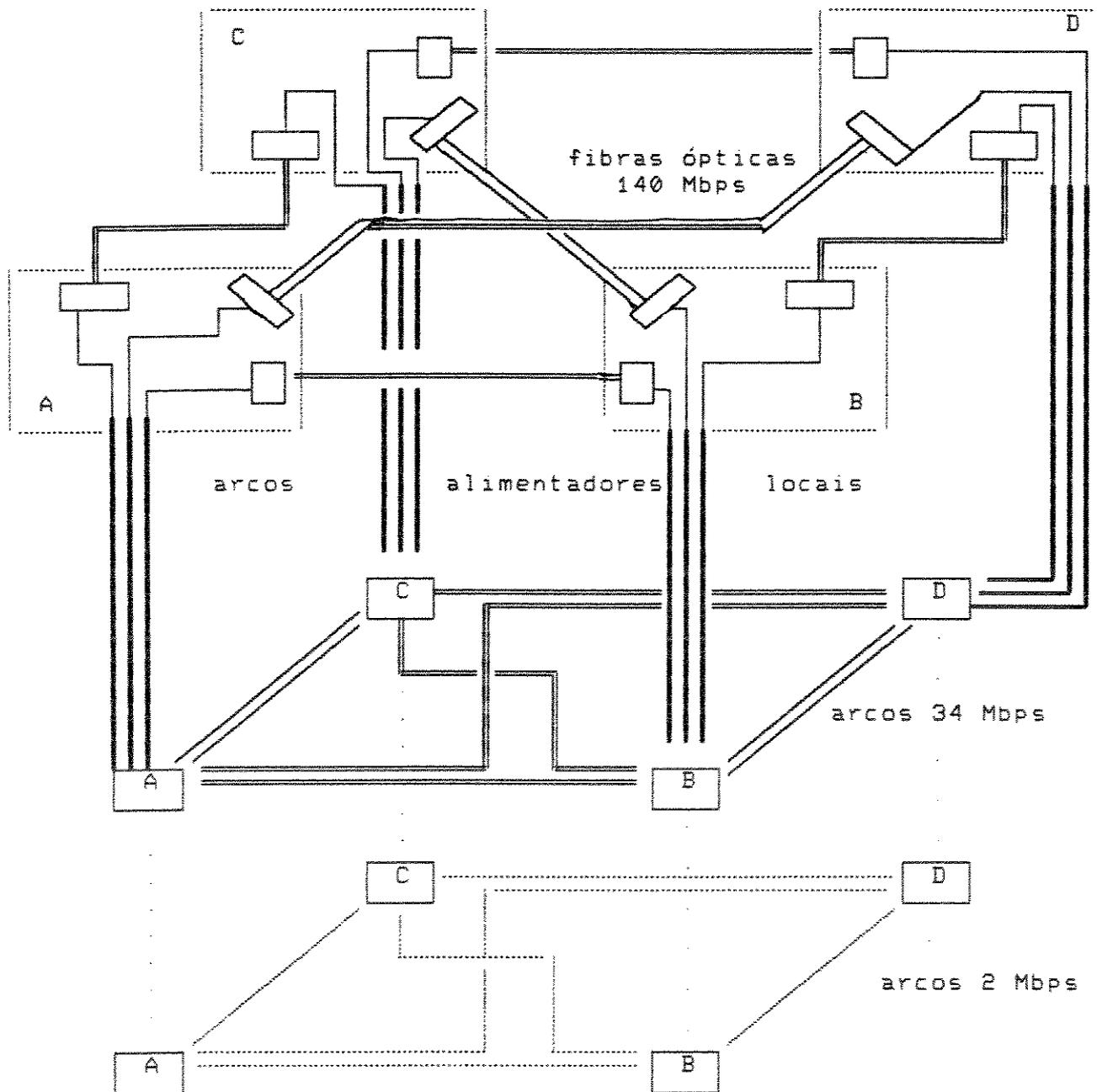
● Figura 3.15 : dois enlaces alimentadores a 34 Mbps paralelos entre A e B, com destinos (C e D) distintos.

3.4.3) MODELAGEM DOS ARCOS DE LIGAÇÃO DOS ENLACES DO ANEL

O aproveitamento do anel de alta hierarquia é melhorado através da utilização de rotas que passam por mais de um enlace a 140 Mbps. Para implementar estas rotas, é necessário interligar MUX-1920 aos pares nos "nós" do anel. Estes enlaces de ligação podem ser implementados com cabos coaxiais. Devido ao pequeno comprimento envolvido, o custo destes arcos é desprezível. De qualquer forma, eles devem ser incluídos no modelo matemático, já que cada um deles tem uma capacidade de transmitir até 16 sistemas de 30 canais. É de grande importância a observação desta condicionante. Sua modelagem matemática será feita por heurísticas de custo semelhantes às heurísticas do tipo III empregadas no Sistema PRETA. Assim, é necessário criar mais uma linha de restrição e uma coluna na matriz identidade das variáveis de compra (veja figura 3.12).

A figura 3.16 ilustra aquela rede com 4 nós, representando

todos os arcos de transmissão possíveis (arcos de transmissão a 34 e 140 Mbps, arcos alimentadores locais). Por alimentadores locais entende-se um conjunto de MUX-120 e 480 que elevam o sinal de 2 para 34 Mbps, antes de remetê-lo a um MUX-1920 da mesma estação.



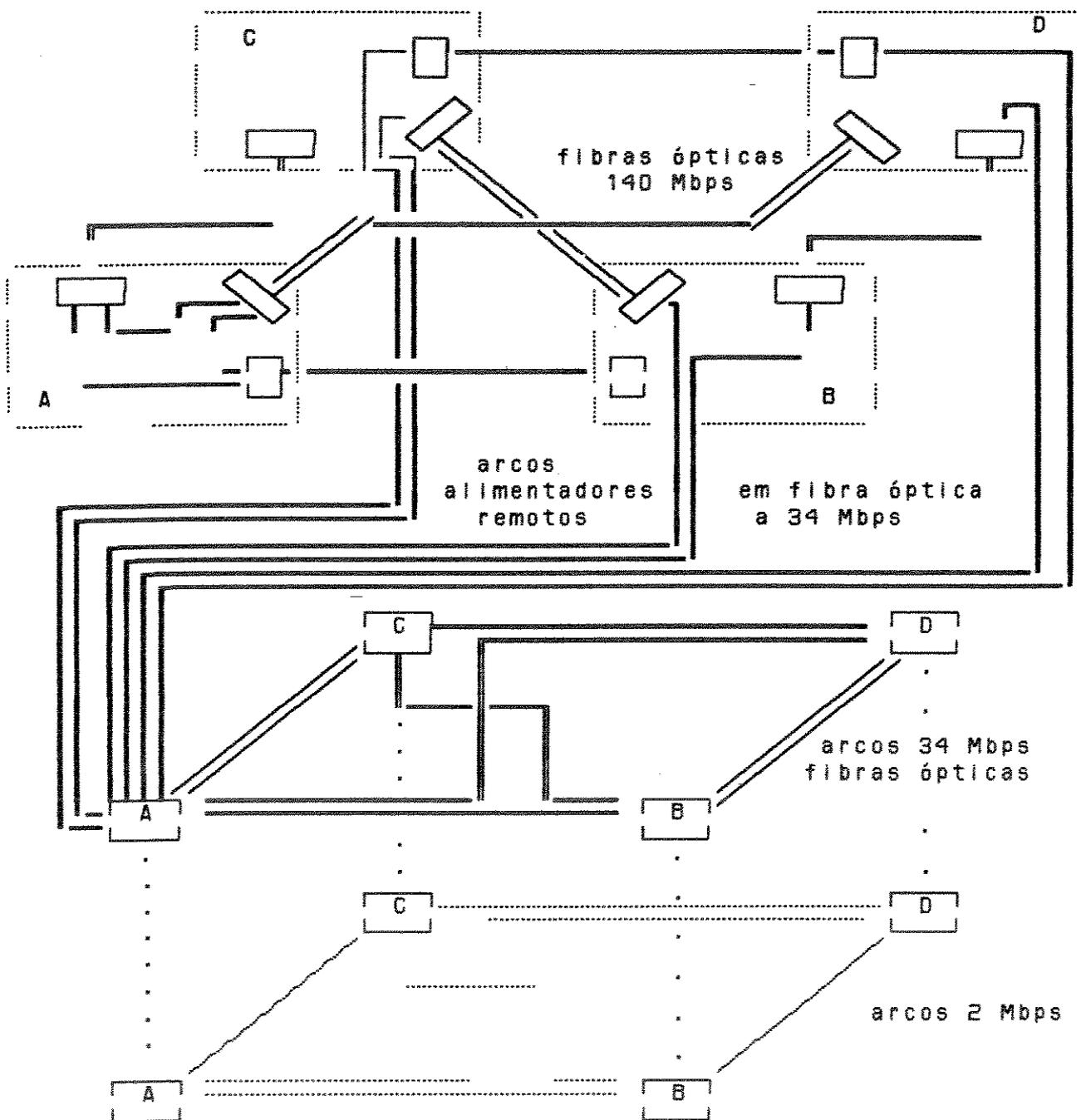
● Figura 3.16 : Rede com quatro nós (centrais), representando os enlaces alimentadores locais, os enlaces de transmissão a 2, 34 e 140 Mbps.

Na figura 3.16, o nível inferior representa as ligações entre as estações A, B, C e D efetuadas a 2 Mbps. O nível intermediário representa os enlaces em fibra óptica, a uma taxa de 34 Mbps entre as mesmas estações. Entre este nível e o terceiro (superior), encontram-se três arcos multiplexadores partindo de cada uma das quatro estações.

Os arcos alimentadores remotos a 34 Mbps e os arcos de ligação do anel de 140 Mbps (representando os cabos coaxiais que interligam os MUX-1920 do anel) estão representados na figura 3.17. É evidente que nenhuma rede real utilizará todos os enlaces possíveis, mas uma grande quantidade deles pode ser considerada como "candidatos" a participar do roteamento.

Finalmente, entre cada uma das estações existe, no nível superior, um enlace de fibras ópticas ligando os respectivos MUX-1920.

A figura 3.17 ilustra 8 arcos alimentadores remotos e 3 de ligação pertencentes e originados na estação A. Os outros arcos deste tipo na rede podem ser deduzidos por simetria.



● Figura 3.17 : Rede com quatro nós (centrais),
representando os alimentadores remotos e os enlaces de
ligação entre os MUX-1920. **IMPORTANTE** : apenas para a
estação A.

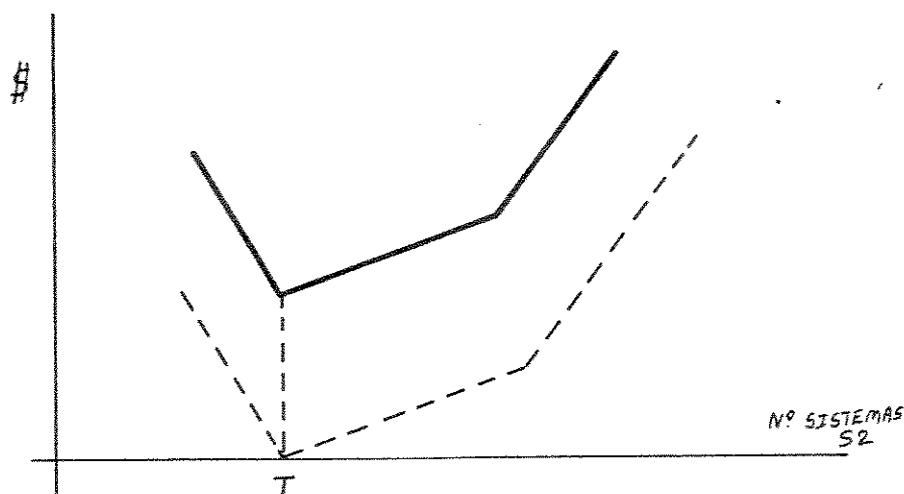
3.4.4) HEURÍSTICAS DE CUSTO

No sistema PRETA foram empregadas três diferentes heurísticas para a representação dos custos :

- heurísticas do tipo I : completa liberdade quanto à capacidade utilizável;
- heurísticas do tipo II : só se permite a utilização até o ponto de fluxo de sistemas S2 obtido na "iteração" anterior;
- heurísticas do tipo III : permite-se a utilização até completar o total de módulos de 4 sistemas exigidos pelo ponto de fluxo obtido na iteração anterior;

Todas estas heurísticas eram montadas com uma característica em comum : formavam curvas lineares por partes convexas e, em nenhum ponto, superiores ao custo real. Dessa forma, todas estas heurísticas podiam ser definidas apenas em termos dos seus limites. No caso, somente o limite superior para o número de sistemas S2 era considerado, já que o inferior era sempre igual a 0.

Neste trabalho, novas heurísticas foram desenvolvidas, algumas delas considerando limites inferiores não-nulos para o número de sistemas S2 no arco. Isto permite que se considere uma decisão do tipo: "Como seria o roteamento se o arco X transportasse pelo menos T sistemas S2 ?". A curva de custo equivalente é semelhante à apresentada na figura 3.18 :



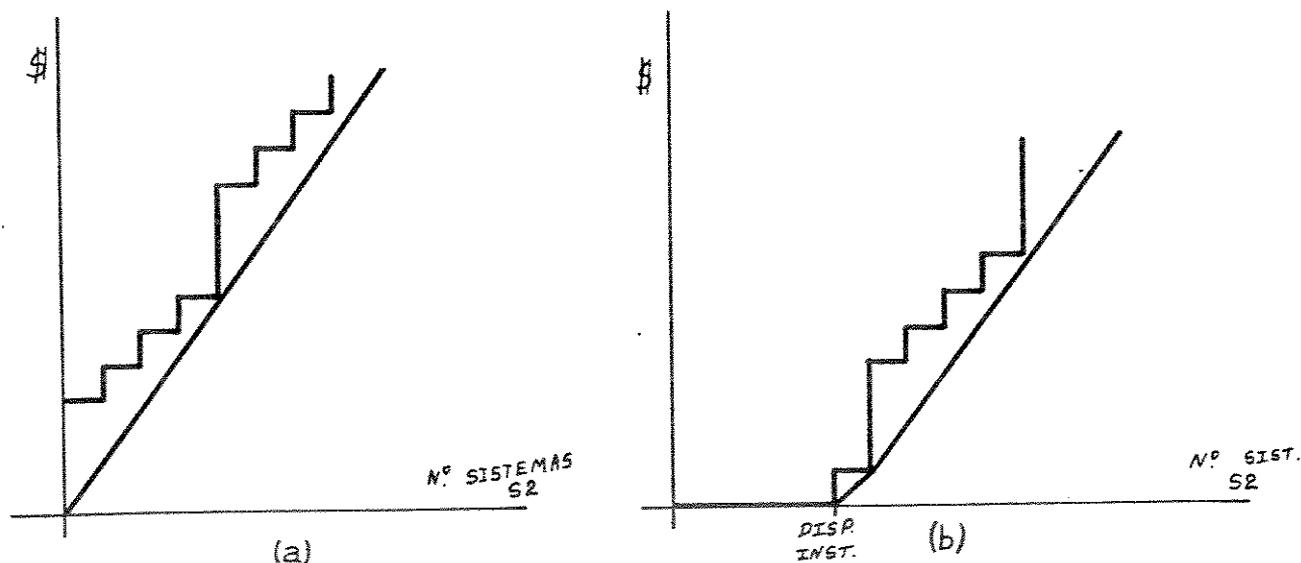
● Figura 3.18: heurística de custo considerando limite inferior não nulo

Foi desenvolvido um algoritmo bastante simples que gera as

curvas convexas lineares por partes limitantes inferiores para qualquer função de custo dos tipos descritos no Apêndice A. Neste algoritmo, basta indicar os limites inferior e superior desejados para qualquer que seja a hierarquia do meio de transmissão representado pela variável de compra X. Nos itens seguintes, as heurísticas $H(\dots)$ empregadas para resolução do roteamento em redes de alta hierarquia são descritas em termos destes limitantes (LIM-ESQ, LIM-DIR).

● HEURÍSTICA DO TIPO I : $H_1(0, \infty)$

Similar à do Sistema PRETA. Permite, para qualquer tipo de arco, utilização de qualquer quantidade de S2 do enlace. As figuras 3.19(a) e (b) ilustram este tipo de heurísticas aplicadas a a arcos sem e com disponibilidades. Note como as curvas de custo são limitantes inferiores do custo real.



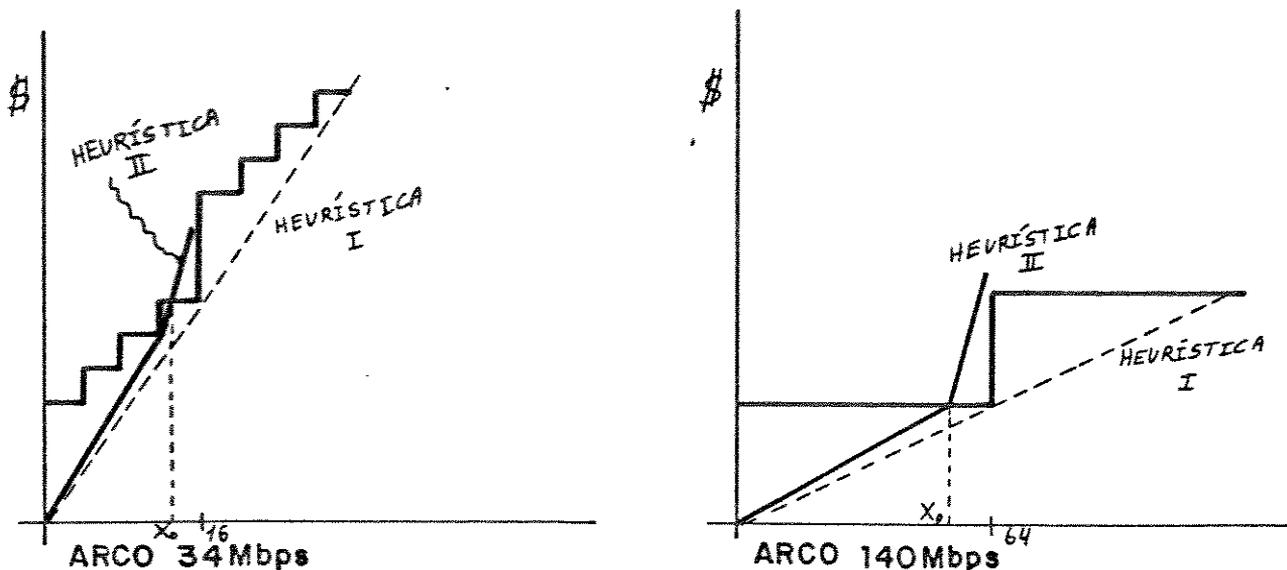
● Figura 3.19 : (a) heurística I, sem disponibilidades instaladas ; (b) idem, com disponibilidades.

● HEURÍSTICA DO TIPO II : $H_2(0, X_0)$

Também similar à do Sistema PRETA. Esta heurística só permite a utilização do arco até o ponto X_0 , resultado do roteamento anterior (lembre-se que as heurísticas são aplicadas de forma iterativa).

A figura 3.20 apresenta alguns exemplos de aplicação deste

tipo de heurística a algumas curvas de custo real.



• Figura 3.20 : aplicações da heurística do tipo II

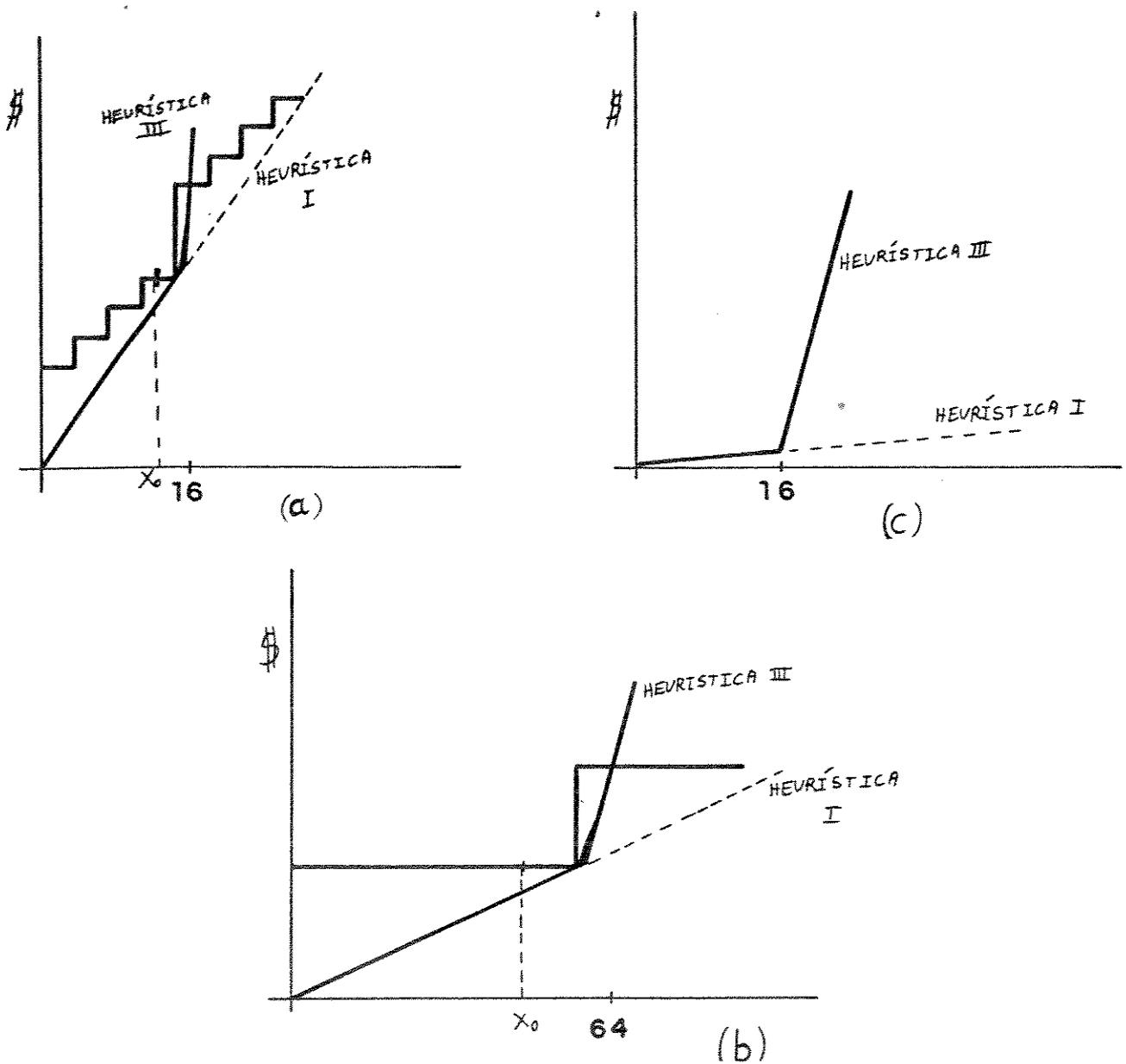
• HEURÍSTICA DO TIPO III : $H_3(0, Y)$

Similar à heurística III do PRETA. Contudo, nesta heurística, o valor de Y (limitante superior) não está limitado a módulos de 4 sistemas de 30 canais. Pode-se usar esta heurística para variáveis com modularidades de 4, 16 ou 64 sistemas (8, 34 e 140 Mbps, respectivamente).

A heurística III consiste em permitir que se utilizem tantos sistemas S2 quanto se queira, até completar a capacidade do último módulo de (4/16/64) sistemas instalado. Esta estratégia permite que se aproveite completamente a capacidade dos sistemas de alta hierarquia instalados. A figura 3.21 ilustra estas aplicações, onde X_0 representa o ponto de fluxo obtido na iteração anterior.

Na figura 3.21-a tem-se a representação dos custos de um enlace a 34 Mbps (normal ou alimentador de um MUX-1920) que recebeu um fluxo de 14 sistemas S2. Note como a heurística de custo permite o aumento do fluxo para 16 S2. Em 3.21-b, um enlace a 140 Mbps com fluxo inicial de 50 S2 tem seu custo aproximado por uma heurística do tipo III, que permite um crescimento até 64. Na figura 3.21-c, representa-se a aproximação por heurística do tipo III do custo em um enlace de ligação. O custo do cabo coaxial pode ser desprezado, mas sua capacidade de até 16 S2 é considerada pela curva

linear-por-partes.



- Figura 3.21: aplicações da heurística III a:
 - (a) arcos de transmissão ou alimentação a 34 Mbps
 - (b) arcos de transmissão a 140 Mbps
 - (c) arcos de ligação entre MUX-1920

Note que os arcos de ligação entre MUX-1920 têm um custo quase nulo, mas uma capacidade instalável a módulos de 16 sistemas.

● HEURÍSTICAS DO TIPO IV : $H_4 (Y_1, Y_2)$

Estas heurísticas utilizam um limite superior idêntico à heurística do tipo III, mas impõem também um limite inferior ao número de sistemas S2 utilizável. Seja um arco qualquer, de modularidade M, com um fluxo de sistemas S2 calculado inicialmente X_0 . Então :

$$Y_1 = \text{maior múltiplo de M menor que } (X_0 / M)$$

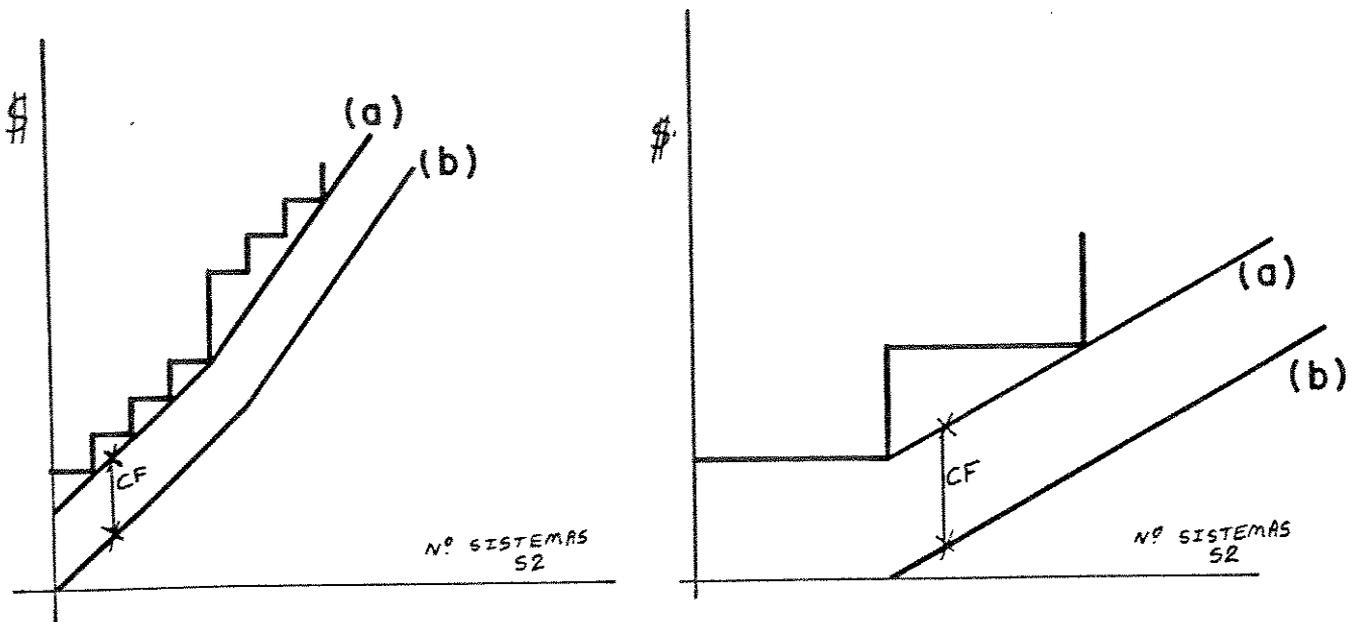
$$Y_2 = \text{menor múltiplo de M maior que } (X_0 / M)$$

Assim, a heurística do tipo IV permite ocupações de um arco dentro do último módulo de M sistemas instalado. Este tipo de consideração é justamente aquele citado no início deste item : " Qual seria o roteamento se o arco X usasse pelo menos Y_1 sistemas S2 ? "

Lembre-se que as modularidades consideradas aqui são :

- de 4 sistemas de 30 canais, para os arcos de transmissão a 34 Mbps, isto é, aqueles que ligam dois pontos usando um enlace de 3ª hierarquia;
- também de 4 sistemas para os arcos de alimentação remota e local dos MUX-1920, que formam as entradas de 480 sistemas destes multiplexadores;
- de 16 sistemas para os arcos de ligação entre os MUX-1920, que fazem a implementação de rotas que usam mais de um enlace do anel de alta hierarquia;
- de 64 sistemas, para os arcos de transmissão a 140 Mbps, que fazem a ligação entre dois pontos através de um enlace de 4ª hierarquia, alimentado por enlaces de alimentação a 34 Mbps remotos e locais e pelos arcos de ligação entre MUX-1920, no caso do anel de alta hierarquia;

As curvas do tipo IV obrigam a utilização do enlace a partir do limite inferior, impondo uma penalidade muito forte a fluxos de S2 de valor inferior. Entretanto, se o enlace tiver fluxo nulo, seu custo real também será nulo. A programação linear não permite avaliar estes custos discretizados, mas esta heurística poderia ser empregada em metodologias do tipo *branch and bound* para solução deste problema de otimização discreta.



• Figura 3.22: Heurísticas do tipo IV . Note os custos fixos não considerados entre as curvas (a) e (b).

• HEURÍSTICA DO TIPO V : $H_5 (0, Y_3)$

Esta heurística é de aplicação exclusiva nos enlaces alimentadores (locais ou remotos) a 34 Mbps e nos de ligação entre MUX-1920 do anel de alta hierarquia. A intenção é favorecer a utilização de enlaces deste tipo apenas quando os mesmos tiverem uma taxa de utilização de seus módulos superior a 50 %. Isto é, cada um dos módulos de 16 sistemas de 30 canais que formam estes enlaces devem transmitir pelos menos 8 deles. Dessa forma, evita-se que um multiplexador de 1920 canais seja ocupado por uma grande quantidade de alimentadores distintos, cada um deles ocupado por 1 ou 2 sistemas S2. Como já foi explicado, cada um destes multiplexadores de 1920 canais suporta até quatro entradas de alimentação a 34 Mbps, obrigando a compra de novos equipamentos quando este número é ultrapassado.

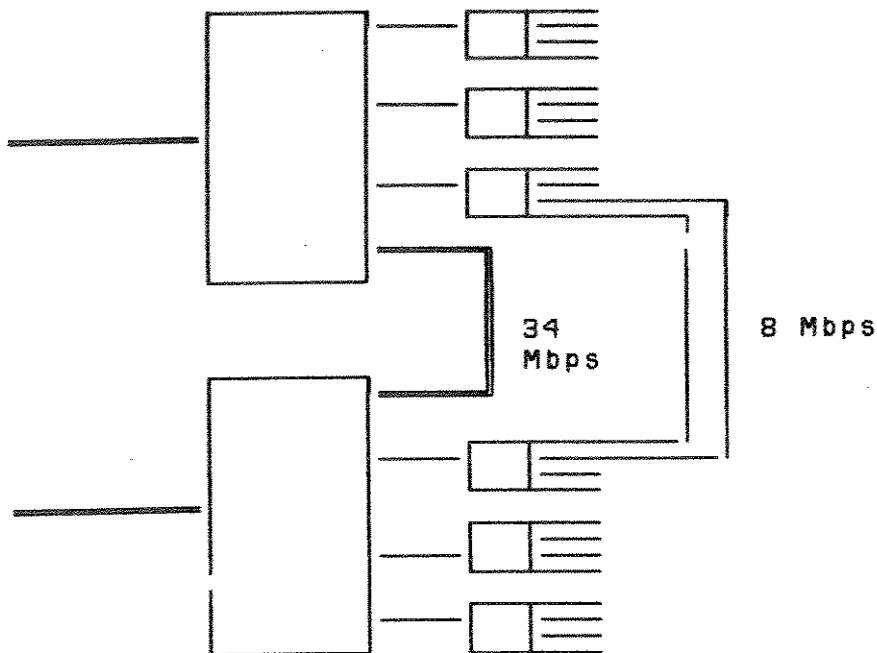
A heurística do tipo V consiste em uma aplicação "inteligente" das heurísticas II e III. Se o último módulo de 16 sistemas for ocupado por menos que 8 deles, aplica-se uma heurística do tipo II. Dessa forma, estes últimos S2 terão um alto custo marginal, tendendo a ser retirados do roteamento durante a otimização.

Se o último módulo de 16 sistemas for ocupado por mais que oito S2, então se aplica uma heurística do tipo III, que reduz seu custo marginal ao mínimo. O enlace de 34 Mbps tenderá a ser completamente ocupado durante a otimização do roteamento.

A única exceção é o arco de ligação entre os multiplexadores de 1920 sistemas. Estes enlaces possuem um custo de implantação tão baixo que as penalizações impostas pela heurística do tipo II aplicada apresentam pouco efeito. Se o planejador desejar, foi desenvolvida também uma variação da heurística V que impõe uma penalização arbitrariamente alta a estes enlaces quando sub-utilizados.

Contudo, lembra-se que podem ser feitos enlaces semelhantes a estes também a nível da 2ª ou 1ª hierarquias, o que permite qualquer volume de troncos passando por cada enlace destes. A figura 3.23 ilustra este tipo de solução, em que até 24 sistemas S2 são "canalizados" diretamente entre dois MUX, sendo 16 através de um arco de ligação a 34 Mbps, e 8 deles através de dois arcos de ligação a 8 Mbps.

Fisicamente, os multiplexadores e elos ópticos são arranjados na forma de colunas, dentro das instalações das estações. Caso se adote uma solução como a da figura 3.23, a complexidade das ligações entre os equipamentos das colunas aumenta, pelo maior número de cabos coaxiais envolvido.



● Figura 3.23 : implementação do anel de 140 Mbps usando as 3ª e 2ª hierarquias

3.4.5) MODELO MATEMÁTICO : CONCLUSÕES

As principais inovações feitas no modelo matemático arco-caminho neste trabalho foram as explicadas nos itens 3.4.1 a 3.4.4 . Embora no modelo se tenha reduzido o número de tipos de variáveis de decisão do PLP (foram eliminadas as variáveis de folga), aumentou muito a quantidade de tipos de arcos de transmissão.

O número potencialmente elevado de arcos no modelo pode inviabilizar a otimização e análise do roteamento. Contudo, a adoção de uma topologia em anel (ou próxima a isso) para os enlaces a 140 Mbps, mais uma escolha criteriosa de qual é o nó do anel a que cada central periférica se interligará reduz o número de arcos do modelo. Este tipo de decisão pode ser tomada com segurança pelo planejador. A prática aponta que esta participação do planejador sempre leva a melhores soluções para o projeto da rede (Hackbarth, 1987).

Assim, o planejador estará indicando no começo do processamento, um conjunto reduzido de caminhos por onde os troncos podem ser roteados, pelo menos no que se refere ao anel de alta hierarquia. Este tipo de participação é bastante limitado no Sistema PRETA, mas é imprescindível para a execução da metodologia proposta

aqui.

Os algoritmos de caminhos mínimos utilizados anteriormente (Garcia, 1987 e Bortolon, 1989) não são adaptáveis à topologia em anel. Devem ser desenvolvidos algoritmos que apoiem o planejador na escolha das interligações das centrais periféricas aos nós do anel. Neste sentido, podem ser utilizadas algumas variações do algoritmo de Dijkstra (Dijkstra, 1959).

No caso da rede da Cidade de São Paulo, por exemplo, considerando 14 portas de alta hierarquia e 80 galerias, seriam aproximadamente 500 arcos de alta hierarquia, entre alimentadores locais, remotos e ligações entre multiplexadores. Somados aos quase 100 arcos de 1ª hierarquia, seriam 600 arcos no total. A matriz de trabalho (obrigatoriamente em ponto flutuante, ocupando assim dois bytes por posição) teria 600 X 600 posições. Em termos de memória de computador, seriam 720000 bytes apenas para a matriz de trabalho. Mesmo que os micro-computadores atuais dispusessem de memória para tal, o tempo de atualização desta matriz inversa acabaria impedindo o uso desta metodologia de uma forma interativa com o usuário. Dessa forma, foi necessário um algoritmo que dispensasse a atualização da matriz inversa.

As estratégias de aplicação da metodologia e das heurísticas é descrita no próximo capítulo, enquanto o novo algoritmo é descrito no capítulo 5.

4) ESTRATÉGIA DE RESOLUÇÃO DO ROTEAMENTO

O roteamento de troncos na rede física (malha de meios de transmissão) pode ser entendido como uma competição entre os diversos arcos de um grafo. A competição se dá em termos de custo. Aquele arco com menor custo por sistema será capaz de atrair maior quantidade de sistemas S2. Ocorre que, com as economias de escala da transmissão digital, um arco que possui um alto custo por S2 quando pouco ocupado, pode tornar-se extremamente barato a partir de certa quantidade de sistemas que consiga atrair. Isto é : quanto mais troncos o arco de transmissão atrai, menor o custo por canal.

Este tipo de problema caracteriza curvas de custo côncavas, cuja otimização exige um complexo tratamento matemático, geralmente através de variáveis inteiras.

Uma segunda característica imposta pela digitalização é a grande quantidade de opções que podem ser feitas para interligar dois pontos. Pode-se escolher diferentes meios de transmissão em diversas hierarquias. E, como foi explicado nas seções anteriores, torna-se necessário multiplicar o número de enlaces, criando arcos alimentadores locais, arcos alimentadores remotos e arcos de ligação. Estes três tipos de arcos são responsáveis por repassar um sinal já convenientemente multiplexado para os enlaces de hierarquia superior.

Esta quantidade de arcos, associada à concavidade das curvas de custo, obriga a adotar alguma técnica de redução das dimensões do problema. Para alcançar este resultado, sem se distanciar muito da otimalidade, adotou-se a seguinte estratégia :

1 - efetuar uma avaliação prévia sobre as hierarquias mais econômicas que se pode utilizar para efetuar a interligação entre dois pontos da rede.

2 - elaborar um roteamento usando somente enlaces a 2 e 34 Mbps. Através deste roteamento consegue-se definir que alguns enlaces destas hierarquias não possuem "competitividade". Estes podem ser retirados do roteamento final.

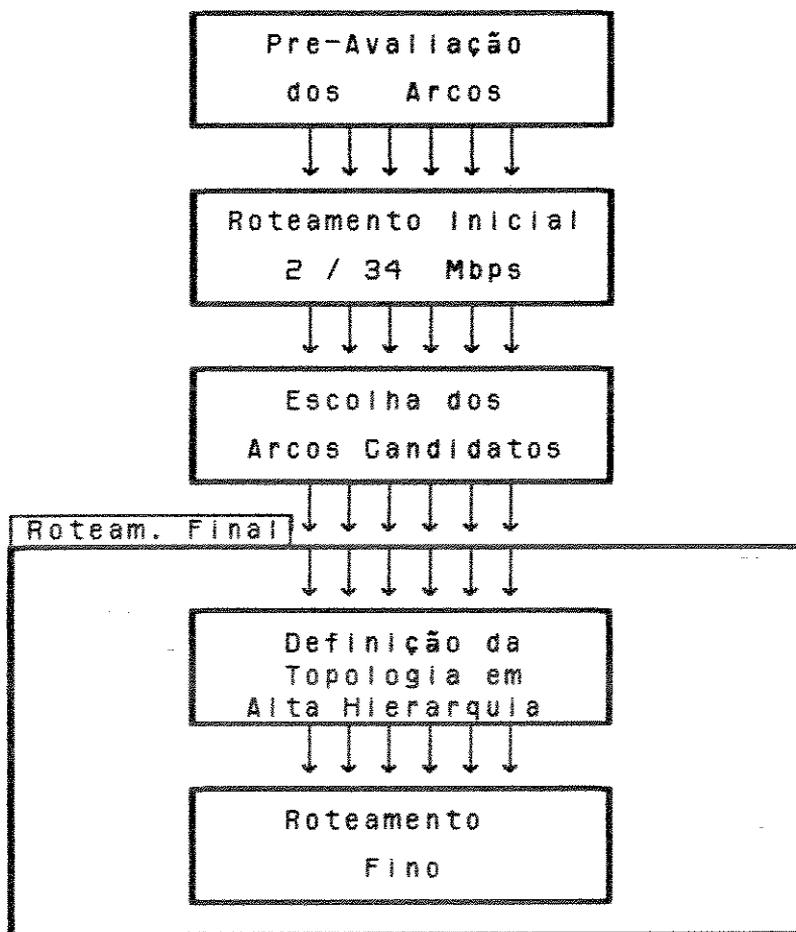
3 - escolher criteriosamente os arcos candidatos ao roteamento final, que inclui enlaces a 2, 34 e 140 Mbps. Após isto, também se

efetua uma escolha das rotas candidatas que usam os arcos escolhidos.

4 - desenvolver o roteamento final em duas fases :

4.1 -definindo a topologia da rede em alta hierarquia (enlaces a 140 Mbps e seus alimentadores). Neste processo, apenas se confirma a permanência de alguns destes enlaces como "competidores" no roteamento, eliminando os enlaces de alta hierarquia que não pertençam ao grupo escolhido.

4.2 - efetuando um roteamento mais rigoroso, estipulando o número de troncos em cada arco da rede, desde os enlaces a 2 até os de 140 Mbps.



● Figura 4.1: estratégia para o roteamento em grandes redes

Esta estratégia tem a vantagem de oferecer alguns roteamentos intermediários, que ajudam ao planejador a aprofundar seu conhecimento sobre os efeitos de uma ou outra topologia sobre os

custos de expansão. Além disso, o roteamento a 2/34 Mbps pode ser uma solução tecnicamente mais viável para cidades de porte médio.

Um outro ponto importante para eficiência da metodologia aplicada é a escolha das sequências de heurísticas empregadas em cada um dos roteamentos citados acima (inicial a 2/34 Mbps; definição da topologia e roteamento final). As heurísticas de custo linear por partes descritas nos capítulos anteriores são aplicadas em sequências específicas, que procuram gerar uma solução inicial (geralmente obtida com a heurística 1), refinando-a sucessivamente até alcançar a convergência. Este é o mesmo processo adotado por Garcia (1987) e por Bortolon (1990).

A solução final será um mínimo local, não garantindo a chegada a um ótimo global. Contudo, ao longo do processo de roteamento são gerados limitantes inferiores ao custo da solução ótima, que permitem ao planejador determinar a qualidade aproximada de sua solução.

Os itens a seguir detalham a execução das etapas citadas acima.

4.1) ANÁLISE PRÉVIA DOS ARCOS CANDIDATOS

O custo de expansão de cada enlace pode ser definido a partir da sua hierarquia, comprimento e volume de troncos "transportado". Assim, quando compararmos curvas de custo de diversas hierarquias para um mesmo comprimento L, podem ocorrer situações em que uma das hierarquias seja não-competitiva. Um exemplo típico é o de centrais muito próximas (menos que 2 Km). Dificilmente as altas hierarquias conseguem ser inferiores em custo aos sistemas a 2 Mbps implantados sobre grupos de fios dos cabos multipares (embora possa ocorrer uma impossibilidade física de implantação).

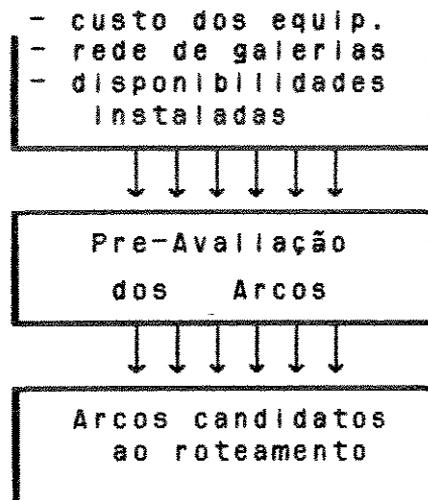
Em outras situações, já se sabe a priori que o número de SZ passando por um certo enlace de fibra óptica será sempre superior a um certo mínimo. Pode ser que a partir daquele mínimo somente a utilização de um sistema a 140 Mbps (ou 34 Mbps) seja competitiva.

Por outro lado, para certas distâncias e volumes de troncos, pode ser interessante instalar um enlace a 34 e outro a 140 Mbps em paralelo. Seria o caso de uma demanda de 80 sistemas S2 : 64 deles poderiam ser roteados sobre um enlace a 140 Mbps, esgotando-o; os outros 16 seriam roteados sobre um sistema a 34 Mbps paralelo ao primeiro.

Este tipo de análise, comparando a competitividade dos enlaces de forma isolada, pode reduzir o número de arcos candidatos ao roteamento. Embora neste trabalho não se tenha implementado uma ferramenta computacional para fazê-lo, é aconselhável o seu uso em redes de grande porte.

Finalmente, não se deve esquecer que uma rede de troncos real possui disponibilidades instaladas, bem como equipamentos já disponíveis nos depósitos, resultados de compras anteriores, que podem alterar algumas destas análises prévias. Isto acontece porque o custo real do enlace diminui. Esta consideração não é difícil de ser executada, uma vez que bastam reduzir os valores de compra destes equipamentos, ou considerá-los instalados na rede, para que o próprio algoritmo de roteamento contemple estes fatores na obtenção da solução ótima.

Isto significa que a interface de avaliação prévia dos arcos deve considerar a disponibilidade instalada na rede ao decidir quais são os arcos candidatos ao roteamento.



● Figura 4.2 : Interface para determinação dos arcos candidatos ao roteamento

4.2) ROTEAMENTO A 2 E 34 MBPS

Uma segunda forma de redução do número de arcos candidatos é efetuar um roteamento considerando apenas a expansão de enlaces a 2 e 34 Mbps (não confundir com os enlaces alimentadores dos arcos a 140 Mbps, que também utilizam a transmissão a 34 Mbps).

Ao limitar a competição entre os arcos a 2 e 34 Mbps, consegue-se identificar alguns arcos que, apesar de terem sido selecionados pela etapa anterior, não são competitivos quando considerados em conjunto na rede. Isto é, embora sejam enlaces com um perfil de custo aceitável, os produtos que poderiam utilizá-los são escoados por outros arcos.

A identificação de enlaces pouco competitivos é feita simplesmente verificando se, em algum momento do processo de roteamento a 2/34 Mbps, o arco foi utilizado. Se isto não ocorreu, significa que o arco em questão não tem "competitividade" na sub-rede que compreende os enlaces a 2/34 Mbps. Se arco não é competitivo nesta rede, também não o será na rede completa, incluindo os enlaces a 140 Mbps e seus alimentadores.

Ressalte-se que no roteamento a 2 e 34 Mbps devem ser consideradas as disponibilidades de todos os arcos, inclusive aqueles

representando enlaces a 140 Mbps.

O resultado do roteamento a 2/34 Mbps será uma solução alternativa para o planejador. Uma outra utilidade é que a topologia da rede a 34 Mbps serve também como uma proposta de topologia para os enlaces a 140 Mbps. Este é um dos elementos utilizados para a definição dos arcos candidatos ao roteamento, fase seguinte da metodologia proposta.

4.2.1 SEQUÊNCIAS DE HEURÍSTICAS

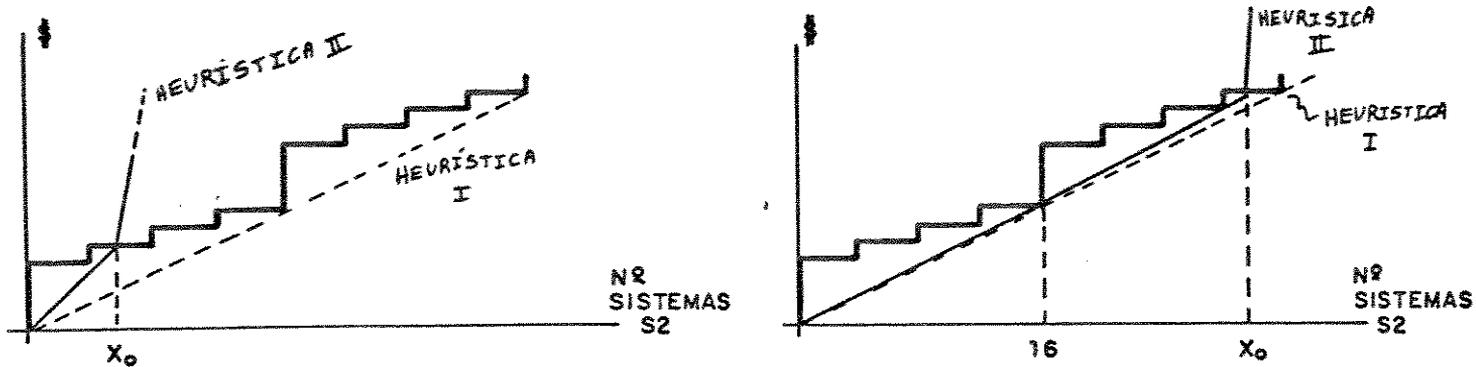
As sequências de heurísticas utilizadas para resolver o roteamento a 2 e 34 Mbps são as mesmas adotadas por Garcia(1987). Contudo este trabalho inclui também heurísticas lineares por partes que consideram a disponibilidade instalada em 34 e 140 Mbps. Os parágrafos a seguir são um resumo de diversas considerações que podem ser encontradas em Azevedo (1987) e Garcia (1987).

Os algoritmos de cálculos de caminhos desenvolvidos em Garcia(1987) e Bortolon (1989) podem ser utilizados. Assim, serão gerados os 3 menores caminhos entre cada par de estações, que serão utilizados para implementar rotas a 2 Mbps. Para as rotas a 34 Mbps são utilizados os 3 menores caminhos passando por duas portas de 34 Mbps.

Existem duas estratégias para a execução do roteamento a 2/34 Mbps, citadas originalmente em Garcia(1987) :

● ESTRATÉGIA I. SISTEMA PRETA

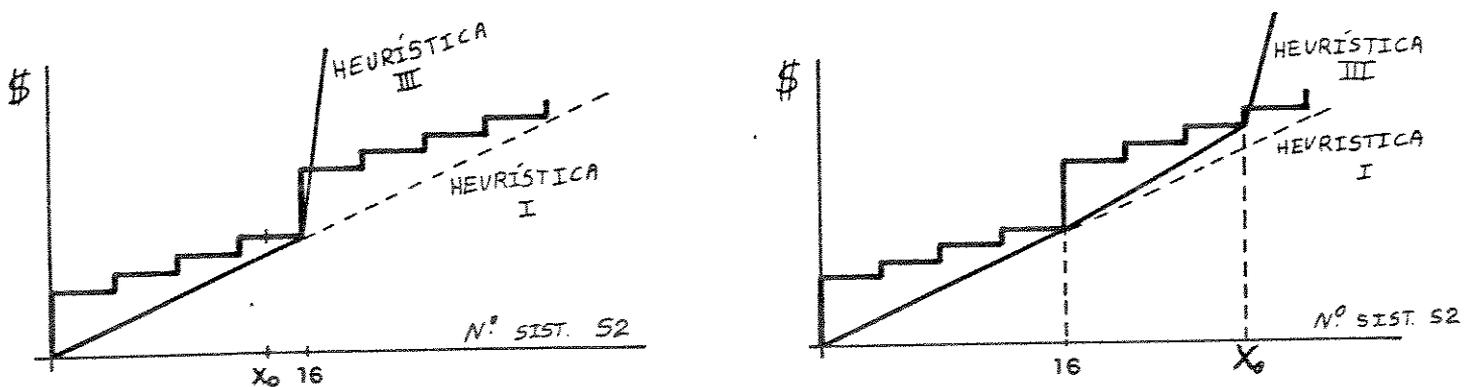
- aplicar a heurística de tipo I, obtendo a solução inicial. Após isso, aplica-se a heurística II a todas as variáveis de compra de enlaces de alta hierarquia, fazendo-se novo roteamento. Nesta nova solução, a maior parte dos enlaces de 34 Mbps com módulos de 4 sistemas pouco utilizados (isto é, MUX-120 com menos que duas entradas ocupadas) são eliminados, devido ao alto custo marginal imposto. O mesmo acontece com os enlaces de 34 Mbps utilizados por poucos troncos: seus custos marginais tornam-se mais elevados que os de outros enlaces a 34 Mbps com maiores taxas de utilização. Esta diferença entre custos é ilustrada na figura 4.3 .



• Figura 4.3: aplicações da heurística II a 2 curvas de custo reais, com diferentes pontos de fluxo inicial.

- aplicar a heurística do tipo III a todos os enlaces de alta hierarquia. Dessa forma, os enlaces que permaneceram com módulos de 4 e 16 sistemas carregados na iteração anterior podem ser ocupados completamente, aproveitando melhor as economias de escala. Algumas aplicações de heurísticas do tipo III características do sistema PRETA podem ser vistas na figura 4.4.

Após isto, se aplica novamente a heurística II. O processo deve terminar sempre, como já foi dito, com a aplicação de heurísticas do tipo III.

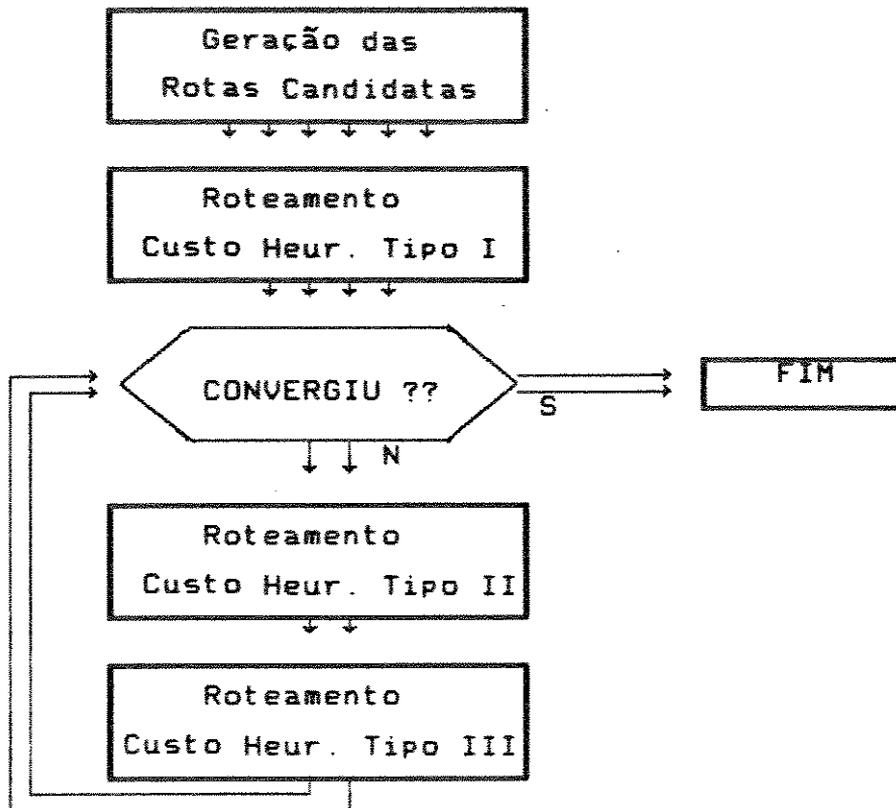


• Figura 4.4 : aplicações de heurísticas do tipo III a algumas curvas de custo com diferentes pontos de fluxo iniciais.

• ESTRATÉGIA II, SISTEMA PRETA

Em Garcia (1987) também se encontra uma segunda estratégia análoga à primeira. A única diferença é que o processo se inicia com a aplicação de uma heurística do tipo III, ao invés da tipo II. Os resultados finais não costumam ser muito diferentes.

O roteamento a 2/34 Mbps pode ser resumido como:

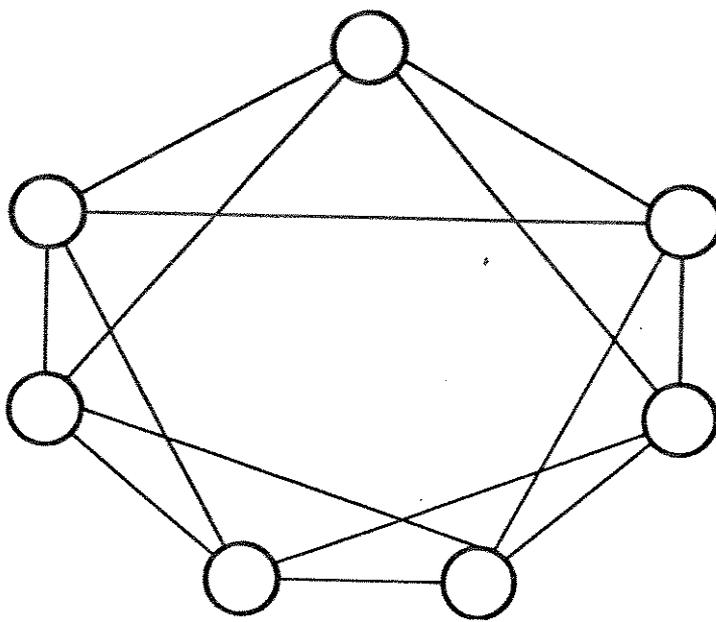


● Figura 4.5: roteamento a 2 e 34 Mbps, estratégia PRETA, tipo I

4.3) ESCOLHA DE ARCOS PARA A TOPOLOGIA EM ALTA HIERARQUIA

A partir dos resultados obtidos no roteamento a 2/34 Mbps e, principalmente, do seu conhecimento da rede, o planejador tem condições de propor uma topologia aproximada para a rede em 140 Mbps. Esta "proposta inicial" deve ser a mais abrangente possível, de forma que o processo de roteamento possa explorar uma maior quantidade de topologias alternativas. Isto é importante, já que a melhor forma de aproveitar as economias de escala dos enlaces em alta hierarquia nem sempre é identificável em uma análise visual da rede.

Esta flexibilidade é obtida escolhendo alguns enlaces quase que redundantes. Por exemplo, em um anel com 7 nós, ao invés de escolher apenas os arcos do heptágono externo, apontam-se como candidatos os enlaces entre os pontos não vizinhos, como ilustra a figura 4.6.



● Figura 4.6 : arcos candidatos em um anel com 7 nós

De qualquer forma, podem ocorrer dúvidas quanto à topologia da rede em alta hierarquia a adotar. Por exemplo, se além do anel se deve usar também uma estrutura em estrela, com uma estação central agindo como concentradora .

Aconselha-se neste caso, o estudo de roteamento em mais de uma topologia, procedendo a seguir a sua comparação. Estas comparações não precisam ser feitas ao ponto do roteamento fino , última fase do roteamento a 2/34/140 Mbps. Pode-se comparar os custos totais de duas topologias a partir dos resultados obtidos com a aplicação da heurística I ou do roteamento "grosseiro".

Evidentemente, se a superestrutura da rede já estiver definida, todas as fases intermediárias podem ser evitadas, passando diretamente à solução do roteamento fino em 2/34 /140, representado pelo último bloco da figura 4.1.

É bom lembrar que além do baixo custo total de expansão , uma boa escolha para a topologia de alta hierarquia deve possuir "folgas" que permitam sua expansão com um nível de investimento reduzido.

Com estas idéias em mente, pode-se escolher os arcos que irão participar do roteamento final.

4.3.1) ARCOS A 2 MBPS

Os arcos a 2 Mbps candidatos ao roteamento a 2/34/140 Mbps são escolhidos a partir dos resultados intermediários do roteamento a 2/34 Mbps. São excluídos aqueles arcos a 2 Mbps que não receberam fluxo de sistemas em nenhuma das iterações da otimização da rede a 2/34 Mbps. Isto porque nenhum destes teria "condições" de competir com os restante da rede a 2 e 34 Mbps que permanece. É, portanto, inútil a sua participação nos roteamentos finais.

4.3.2) ARCOS A 34 MBPS

Os arcos a 34 Mbps são escolhidos da mesma forma que os a 2 Mbps. Permanecem no processo apenas aqueles que em alguma iteração do roteamento a 2/34 Mbps receberam um fluxo maior que zero sistemas S2.

4.3.3) ARCOS A 140 MBPS

Esta é uma das principais decisões a ser tomadas neste ponto do processo. Além dos arcos propostos pelo planejador para implementar a topologia em alta hierarquia desejada, outros enlaces a 140 Mbps são aconselhados. A seguir :

- enlaces a 140 Mbps paralelos aos arcos a 34 Mbps mais carregados devem ser escolhidos para candidatos ao roteamento, uma vez que as economias de escala podem ser aproveitadas;

- devem ser propostos enlaces a 140 Mbps ligando diretamente os pares de centrais com maior demanda na rede, pelo mesmo motivo.

- caso haja na rede alguma região com muitas centrais próximas entre si, pelo menos uma delas deve fazer parte do anel de alta hierarquia candidato. De uma forma geral, toda central com um grande volume de tráfego deve ser ligada por um enlace a 140 Mbps a um nó do anel para permitir a construção de rotas em alta hierarquia usando dois ramos de 140 Mbps.

Arcos de 140 Mbps deste tipo, formando ramos que partem do anel de alta hierarquia, podem gerar grandes economias. Como estes enlaces podem atuar também como alimentadores remotos dos arcos do anel, seu uso é explicado mais detalhadamente na seção 4.3.5.

4.3.4) ARCOS ALIMENTADORES LOCAIS

Os enlaces alimentadores locais representam simplesmente os MUX-120 e MUX-480 responsáveis pela elevação do sinal desde 2 até 34 Mbps, taxa em que o sinal entra/sai do MUX-1920. Assim, é necessário se definir dois enlaces alimentadores locais para cada arco a 140 Mbps proposto, um em cada extremidade.

4.3.5) ARCOS ALIMENTADORES REMOTOS E ARCOS DE LIGAÇÃO ENTRE MULTIPLEXADORES

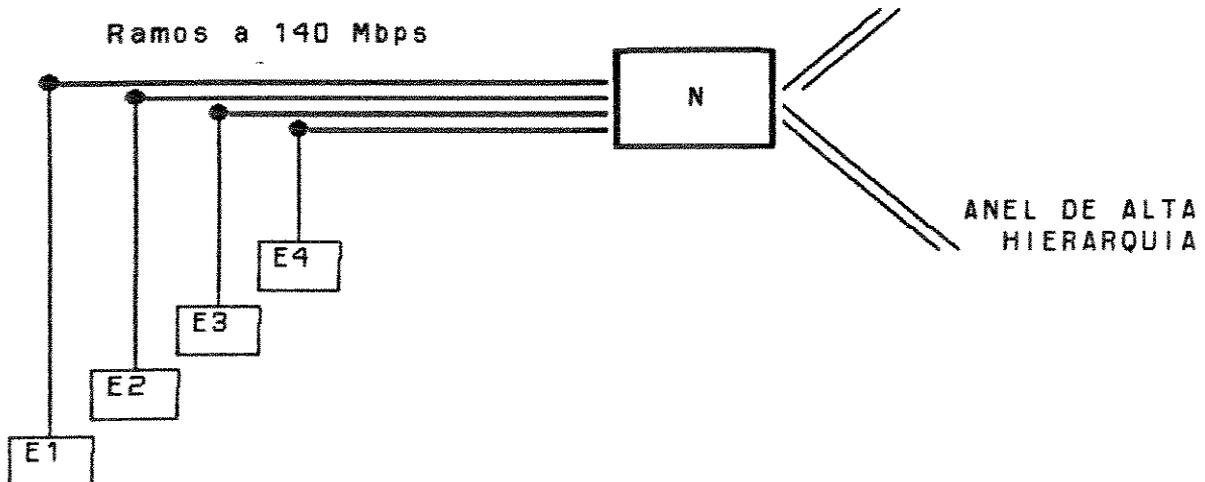
Os enlaces alimentadores remotos compreendem, além dos MUX-120 e 480, um par de elos, um certo comprimento de fibra e, possivelmente, alguns repetidores ópticos. A escolha destes enlaces define grande parte da topologia em alta hierarquia, pois é uma forma de "filiação" de centrais menores a um nó do anel de alta hierarquia.

Repare que não se trata de filiação entre centrais, mas de reunir os troncos provenientes de várias centrais em um mesmo MUX-1920. Os MUX-1920 atuam assim, como concentradores.

A regra geral para a escolha dos enlaces alimentadores remotos é que toda central/estação da rede que não pertença ao anel e que possua um grande volume de troncos destinados a partes "distantes" da rede deve ser ligada ao anel de alta hierarquia através de um enlace alimentador. Demandas de troncos destinadas a centrais próximas não usarão este tipo de enlace, já que obrigatoriamente ele remete o sinal para um segundo nó do anel de alta hierarquia, através do enlace a 140 Mbps por ele "alimentado". No caso, "grande" significa uma quantidade suficiente para justificar a instalação de um enlace a 34 Mbps. Arbitrariamente, considera-se esta quantidade como 240 canais (8 sistemas S2).

Demandas de troncos para centrais próximas também podem ser concentradas sobre fibra óptica. Geralmente estas demandas superam, em número de canais, aquelas destinadas a centrais distantes, para uma mesma central origem. Neste trabalho, as demandas destinadas a centrais próximas podem ser concentradas sobre um enlace a 140 Mbps, como foi citado no fim do item 4.3.3.

Por exemplo, considere um conjunto de centrais localizadas em estações próximas E1, E2, ..., En. Suponha que estas estações não pertençam ao anel de alta hierarquia, mas estejam ligadas ao anel, em um ponto N, por enlaces a 140 Mbps. Esta situação está ilustrada na figura 4.7. Note que não se trata de enlaces alimentadores a 34 Mbps, mas de "ramos" do anel a 140 Mbps.

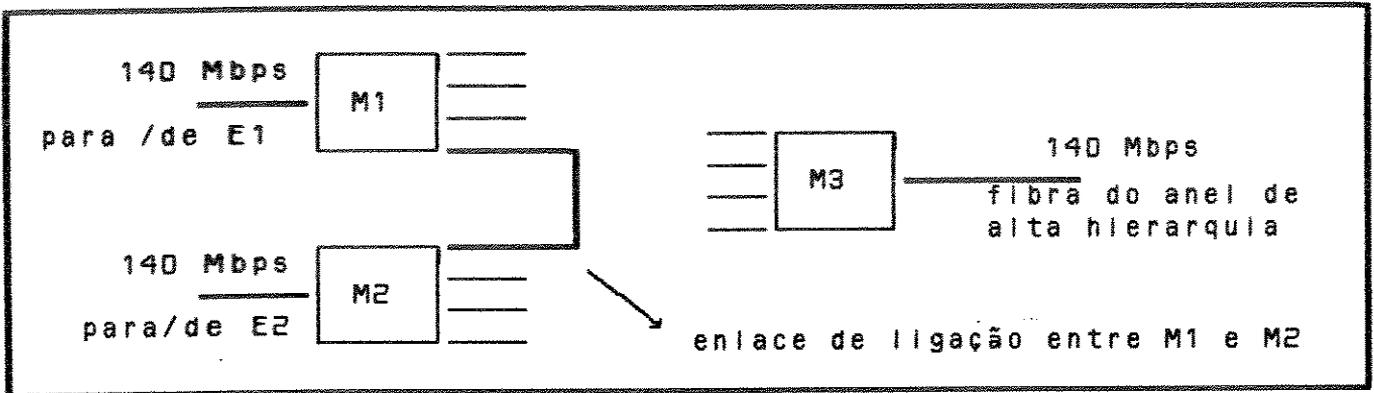


- Figura 4.7: fibras ópticas a 140 Mbps exercendo a função de alimentadores remotos do anel de alta hierarquia.

Estes enlaces recebem até 64 sistemas S2 da central/estação origem E1, remetendo-os até o ponto N. O mesmo acontece com as centrais vizinhas, que serão destinos de parte das demandas de troncos provenientes de E1. Neste ponto N, os 64 canais podem ser distribuídos de 5 formas, a partir o MUX-1920 MUX1 na extremidade do arco E1-N :

- através de enlaces de ligação a 34 Mbps, em direção aos arcos E1-N que fazem a comunicação com as outras centrais E2, ..., En restantes (Veja figura 4.8). Chamadas entre as centrais E1 podem ser atendidas por estas rotas.

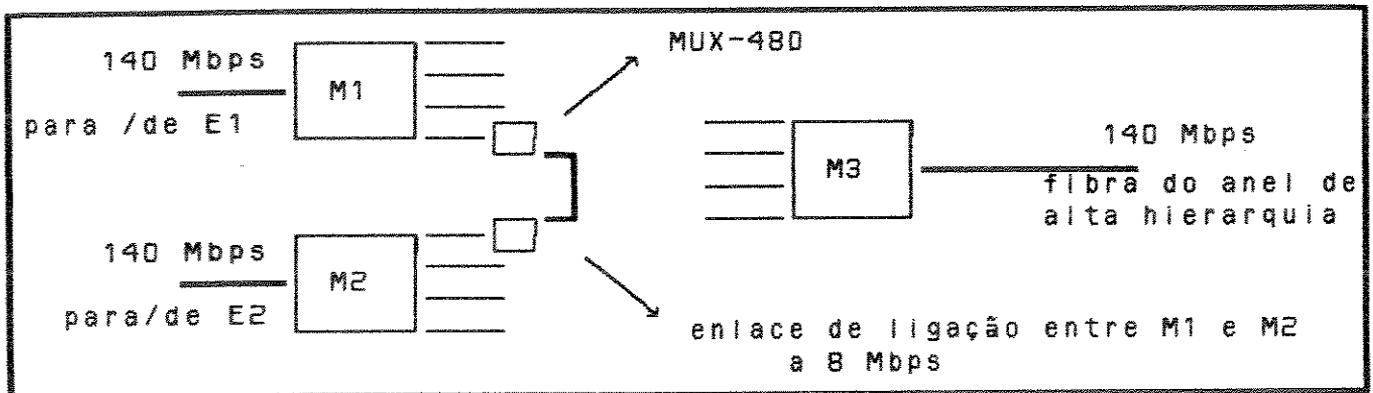
NO PONTO N



● Figura 4.8: enlace de ligação a 34 Mbps ligando dois ramos de fibra a 140 Mbps.

● através de enlaces de ligação a 8 Mbps, também em direção aos enlaces EI-N (veja figura 4.9). Neste caso são necessários multiplexadores de 480 canais que complicam a análise de custo. Neste trabalho, estes enlaces são tratados apenas de forma aproximada.

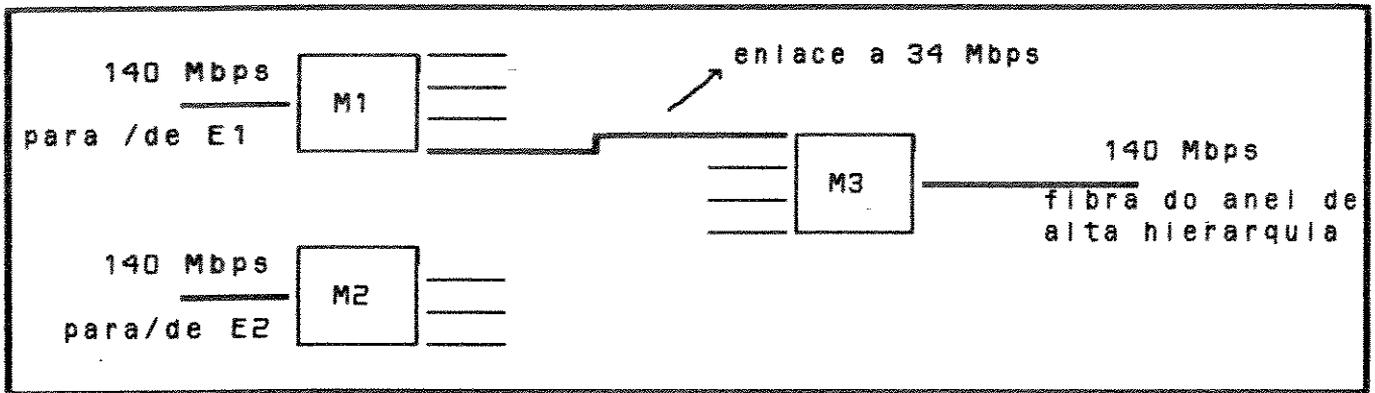
NO PONTO N



● Figura 4.9: enlace de ligação a 8 Mbps ligando dois ramos de fibra a 140 Mbps.

● através de enlaces a 34 Mbps, ligando aquele MUX-1920 a um dos MUX-1920 que remete sinais para o anel de alta hierarquia. Estes sistemas S2 atendem a chamadas destinadas a centrais distantes, atuando exatamente da mesma forma que os arcos alimentadores remotos a 34 Mbps (figura 4.10).

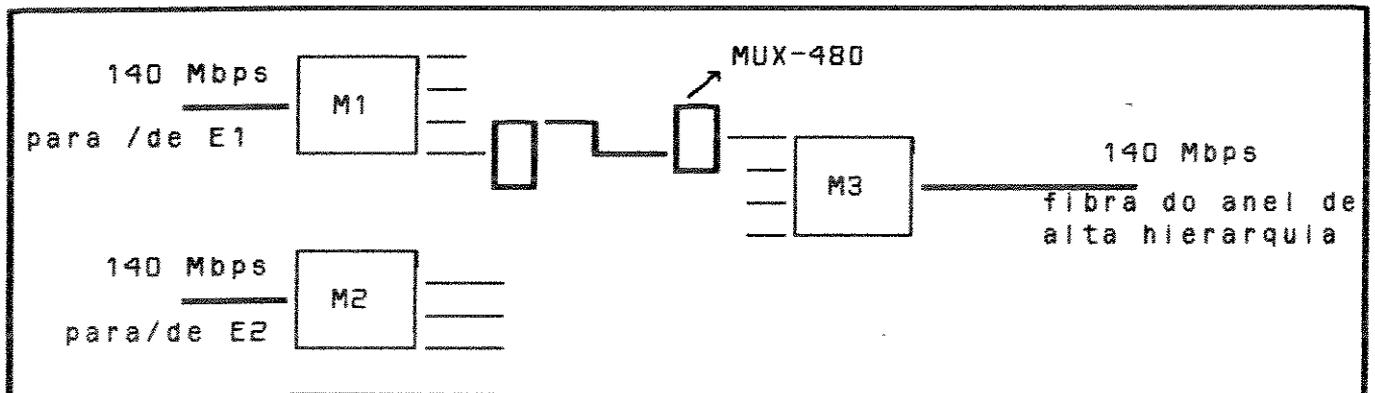
NO PONTO N



● Figura 4.10: enlace de ligação a 34 Mbps ligando um ramo de fibra a 140 Mbps ao anel de alta hierarquia.

● através de um enlace de ligação a 8 Mbps que também remete o sinal para o anel de alta hierarquia (figura 4.11). Este tipo de arco é tratado neste trabalho apenas de forma aproximada.

NO PONTO N



● Figura 4.11: enlace de ligação a 8 Mbps ligando um ramo de fibra a 140 Mbps ao anel de alta hierarquia.

● através de enlaces alimentadores locais, diretamente à central localizada em N. Isto é, um conjunto de sistemas S2 proveniente de E1 é demultiplexado até à 1ª hierarquia e levado até a "central" N. Dentro desta central localizada em N, a chamada é comutada ao seu destino correto. Este tipo de enlace é utilizado para a montagem das rotas lógicas finais que partem de E1, usando uma central em N como tandem. Note que tanto podem ser rotas lógicas finais de chamadas destinadas às centrais E1, vizinhas de E1, como de centrais distantes. No primeiro caso, a rota final pode utilizar-se de um "ramo" a 140

Mbps do mesmo tipo para "voltar" até à central destino. No segundo caso, pode-se aproveitar de rotas físicas sobre o anel de alta hierarquia, ligando a central em N até a central destino distante.

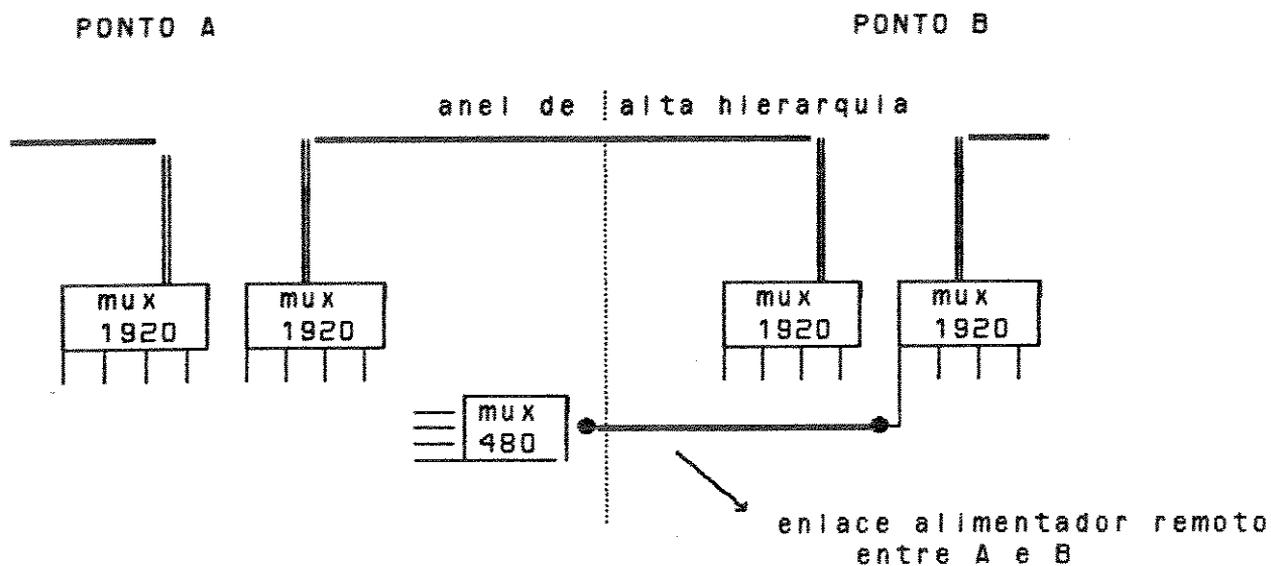
Todos estes tipos de enlaces são propostos como candidatos ao roteamento, esperando que as economias de escala das altas hierarquias compensem o investimento nos multiplexadores e elos ópticos. Nota-se claramente o aspecto concentrador da topologia em alta hierarquia. Neste trabalho, deixou-se a cargo do próprio planejador a escolha da topologia candidata do anel de alta hierarquia.

Caso haja alguma dúvida sobre qual o ponto do anel onde uma estação deva se filiar, deve ser dada preferência aos nós do anel mais próximos à estação em questão. Neste trabalho, propõem-se três pontos de ligação para cada estação periférica como candidatos ao roteamento.

Resumindo, escolhida a topologia "candidata" do anel de alta hierarquia, deve-se escolher os pontos do anel onde as centrais periféricas podem ser ligadas. Aquelas centrais periféricas com grande demanda em direção a pontos distantes da rede devem ser ligadas com enlaces alimentadores remotos. Se houver também uma grande demanda para as centrais periféricas próximas, então pode-se propor a criação de um enlace a 140 Mbps até o mesmo nó do anel. Neste nó, os diversos enlaces a 140 Mbps deste tipo são interligados com arcos de ligação entre multiplexadores adequados.

Ressalte-se que as heurísticas de custo adotadas neste trabalho somente são adequadas ao tratamento de arcos de ligação a 34 Mbps. As ligações entre dois MUX-480 vizinhos através de cabos coaxiais a 8 Mbps é tecnicamente possível, mas não é considerada com rigor neste trabalho. Assim, não se consideram divisões semelhantes dos enlaces alimentadores remotos a 34 Mbps.

Finalmente, também as estações do anel (nós do anel de alta hierarquia) devem ter enlaces alimentadores entre si. Estes enlaces podem evitar a instalação desnecessária de um par de MUX-1920 entre estas estações ou, pelo menos, adiá-la em um planejamento de longo prazo. A figura 4.12 ilustra esta estrutura:



● Figura 4.12 : enlace alimentador remoto entre dois pontos pertencentes ao anel de alta hierarquia

4.4) ESCOLHA DAS ROTAS CANDIDATAS EM REDES DE ALTA HIERARQUIA

Qualquer rota tecnicamente possível pode ser modelada pelos arcos descritos no item anterior. De uma forma geral, aconselham-se as seguintes construções:

- rotas em 2 Mbps : se houver uma sequência de arcos a 2 Mbps entre origem e destino, é interessante ter-se rotas deste tipo à disposição para instalação de pequenas quantidade de sistemas S2. O uso desta possibilidade pode evitar a compra de um módulo de alta hierarquia.

- rotas mistas a 2 e 34 Mbps : devem ser usadas todas as rotas deste tipo que resultaram do cálculo do roteamento a 2-34 Mbps. A presença destas rotas garante pelo menos que seja obtida a mesma solução no roteamento da rede completa. Note que não são todas as rotas possíveis, calculadas durante a fase de cálculo de caminhos do roteamento anterior, mas apenas aquelas que resultaram com fluxo maior que zero em alguma iteração do roteamento a 2/34 Mbps.

- rotas mistas a 2 e 140 Mbps : sempre que houver um arco 34 Mbps com grande número de sistemas S2 na solução do roteamento 2/34

Mbps, será instalado paralelamente um outro arco de 140 Mbps. Serão criadas rotas em 2/140 Mbps análogas àquelas a 2/34 Mbps que passavam pelo enlace a 34 Mbps original. Além disso, rotas a 2/140 Mbps podem ser propostas para ligar centrais periféricas a nós do anel de alta hierarquia.

- rotas mistas a 34 e 140 Mbps: estas rotas são deduzidas de forma trivial a partir da estrutura proposta. Se forem seguidas as instruções de criação de arcos de alta hierarquia, todo par de centrais terá pelo menos uma rota deste tipo para sua ligação. Evidentemente, são incluídos enlaces de ligação entre os MUX-1920 se for necessário utilizar mais de um arco a 140 Mbps. O uso de enlaces alimentadores a 34 Mbps nas duas extremidades é uma opção para a montagem de rotas de ligação entre centrais periféricas distantes, ou entre centrais periféricas próximas ligadas a um mesmo nó do anel de alta hierarquia.

- rotas em 140 Mbps puras : caso haja uma sequência de arcos a 140 Mbps ligando diretamente os dois pontos, pode-se criar uma rota direta entre eles através destes enlaces. Isto é feito através das ligações entre os MUX-1920, efetuadas a 34 ou 8 Mbps.

4.5) ROTEAMENTO A 2 - 34 - 140 MBPS

Escolhidos os arcos que irão participar do roteamento e as rotas que irão competir, deve-se efetuar o cálculo do roteamento. Para isto, aplica-se uma sequência de heurísticas adequada. Deve-se, portanto, definir um método que se preocupe com dois fatores :

- aproveitar as economias de escala das altas hierarquias ;
- obter soluções tecnicamente exequíveis (máximo de 4 entradas por multiplexador)

Desta forma, a tendência dos planos de longo prazo é reduzir a instalação de enlaces a 2 Mbps (veja capítulo 2). Assim, a principal utilização destes enlaces é o atendimento de demandas entre centrais muito próximas e de pequenas quantidades de sistemas S2 que não justificam o uso das hierarquias superiores. As rotas com enlaces a 2

Mbps permitem portanto um refinamento da solução em alta hierarquia.

Para atender aquelas duas preocupações e manter o uso dos sistemas S2 como um refinamento, adotou-se uma divisão do roteamento a 2/34 /140 em duas fases

- fase 1 : definição aproximada da topologia em alta hierarquia
- fase 2 : refinamento do roteamento sobre esta topologia

Também aqui, a exemplo do sistema PRETA, estas duas fases consistem em aplicações de seqüências de heurísticas lineares por partes. Neste trabalho adotou-se a seqüência de heurísticas que é descrita a seguir. Entretanto, esta é apenas uma proposta entre muitas possíveis. Qualquer seqüência que chegue a uma solução final de boa qualidade pode ser utilizada.

O sistema computacional desenvolvido permite ao planejador analisar os resultados intermediários do processo iterativo, avaliando qual a heurística mais adequada a cada momento, para cada arco da rede. A divisão do problema em duas fases, como proposto aqui, tem o objetivo de permitir a comparação das diversas propostas de topologias para os arcos de alta hierarquia, antes de se proceder um dimensionamento preciso das rotas. Isto é feito através do estudo dos limitantes inferiores do custo de expansão dos arcos, oferecido ao final da primeira fase.

4.5.1) ESTRATÉGIA DE APLICAÇÃO DAS HEURÍSTICAS DE CUSTO

Da mesma forma que no sistema PRETA, o procedimento começa com a aplicação da heurística de tipo I. Este tipo de heurística fornecerá um limitante inferior ao custo total de expansão da rede. No caso de já se conhecer a topologia da rede de alta hierarquia, podem-se utilizar heurísticas do tipo III sobre os enlaces a 34 e 140 Mbps.

O final do processo, também a exemplo do sistema PRETA, será sempre acompanhado da aplicação de heurísticas do tipo III sobre todos os enlaces de alta hierarquia. Desta forma, procura-se ocupar toda a capacidade instalada destes enlaces.

Como já foi dito, o roteamento a 2/34/140 Mbps exige uma divisão em duas etapas. A primeira delas se ocupa em definir a

estrutura em alta hierarquia : arcos de transmissão a 140 Mbps, arcos alimentadores remotos e locais a 34 Mbps e enlaces de ligação entre MUX-1920 (também a 34 Mbps). A principal preocupação neste momento será a factibilidade técnica da construção da rede. Nenhum MUX-1920 poderá ter mais que quatro entradas a 34 Mbps com fluxo maior que zero na solução final desta fase. Obtém-se uma solução tecnicamente executável, porém que não considera possíveis melhorias no volume de compras de MUX-120. Isto ocorre porque as heurísticas empregadas não operam ao nível de detalhe da 2ª hierarquia.

A segunda fase se ocupa em refinar a solução obtida, determinando um roteamento sobre a rede de alta hierarquia definida no passo anterior que tenha o menor custo possível. Para isto, procura distribuir o volume de sistemas que passam pelos enlaces alimentadores também entre os arcos a 2 Mbps. Nesta fase são utilizadas heurísticas de custo mais próximas do custo real, considerando também o volume de compras de MUX-120.

4.5.1.1) SEQUÊNCIAS DE HEURÍSTICAS PARA DEFINIÇÃO DA TOPOLOGIA

É bom enfatizar que nesta fase só se analisam em detalhe os custos de multiplexadores de 1920 e 480 canais. Isto é, as heurísticas II e III, características do sistema PRETA, não são utilizadas para os enlaces alimentadores. Estes sofrem a ação das heurísticas do tipo V. Assim, penalizam-se arcos alimentadores pouco ocupados e "premiam-se" aqueles que têm sua capacidade bem utilizada. Ao final desta fase, apenas enlaces alimentadores com altas taxas de ocupação por sistemas S2 estarão sendo utilizados.

A sequência de heurísticas proposta aqui é a mesma adotada em Bortolon (1990), mas não é a única forma de se aplicar as aproximações lineares por partes descritas anteriormente. Outras sequências de heurísticas podem produzir bons resultados.

Nesta proposta, equanto os enlaces alimentadores (locais e remotos) são analisados pela heurística tipo V, os enlaces a 140 Mbps são "tratados" com aplicações intercaladas das heurísticas do tipo I e III. Não se pode aplicar a heurística do tipo II, pois ela impede o

aumento do número de sistemas S2 roteados pelo arco. Isto conflita com a aplicação da heurística de tipo V nos enlaces alimentadores, já que esta heurística poderia provocar um aumento do número de sistemas que chegam ao MUX-1920. Uma observação importante: o final deve ser obrigatoriamente com a heurística III, de forma a impedir a existência de enlaces a 140 Mbps sub-utilizados.

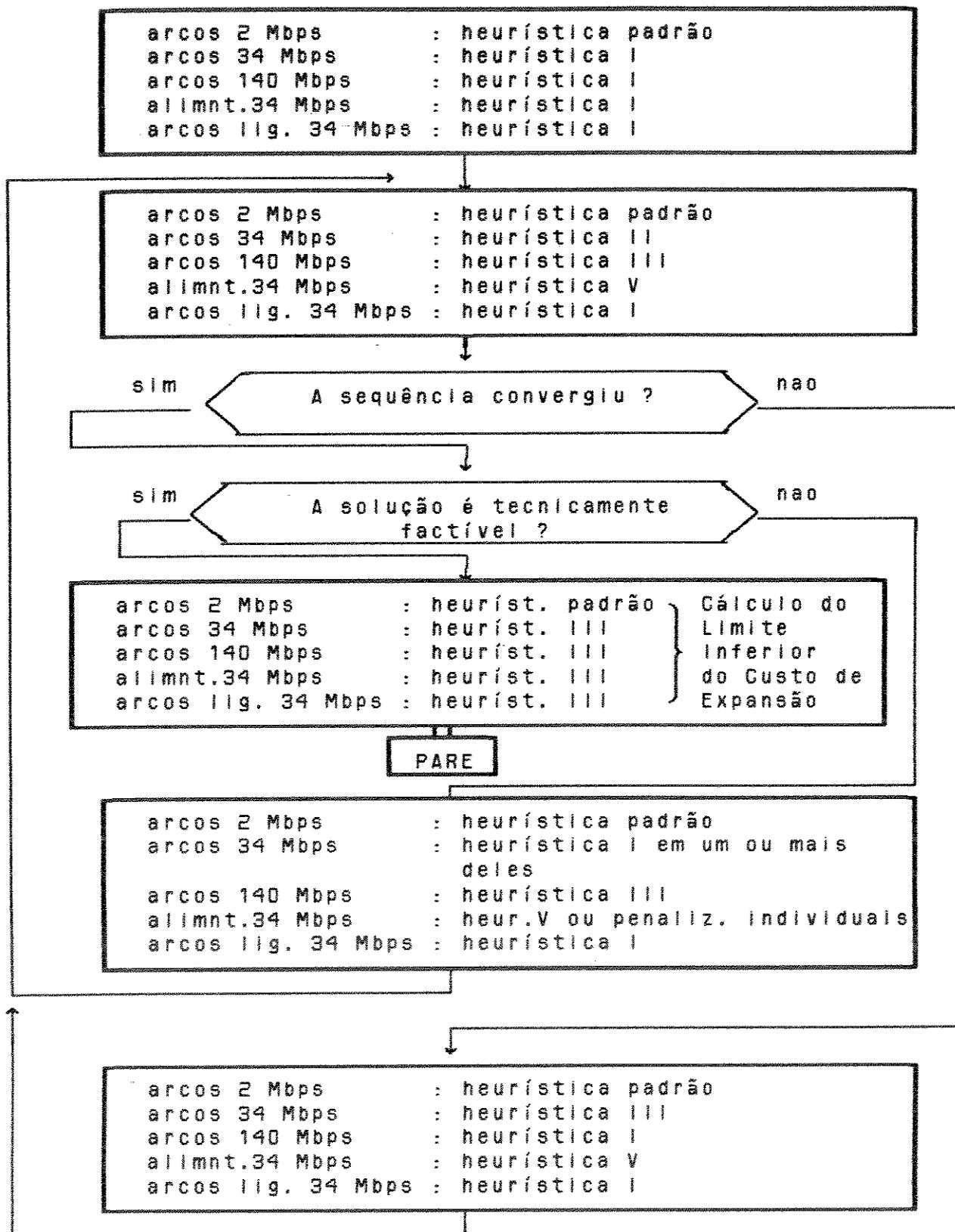
Os arcos de transmissão a 2 Mbps recebem sempre o mesmo tratamento, a não ser que o planejador deseje impor alguma restrição aos mesmos.

Os enlaces de fibra óptica a 34 Mbps são tratados pelas heurísticas II e III, como no sistema PRETA. Entretanto, pode ser que após algumas iterações o procedimento permaneça com uma solução tecnicamente infactível. Nestes casos, deve-se reinicializar um ou mais dos enlaces a 34 Mbps com a heurística I. Escolhe-se este arco de forma que o menor custo de compra faça com que um dos enlaces alimentadores que estão em excesso na entrada do multiplexador tenha seu fluxo em sistemas S2 eliminado ou reduzido. Conseguindo-se este resultado, volta-se à aplicação das heurísticas II e III.

Caso ainda não se consiga a factibilidade técnica, escolhe-se arbitrariamente um dos arcos alimentadores que estejam em excesso, aplicando-lhe uma heurística altamente penalizadora.

A manipulação dos custos nos enlaces a 34 Mbps é secundária ao objetivo principal desta fase, que é obter a estrutura (*backbone*) das fibras ópticas a 140 Mbps e seus arcos alimentadores.

Os arcos de ligação entre os MUX-1920 recebem sempre o mesmo tratamento : aplicações repetidas da heurística I. Embora estes arcos também ocupem entradas dos MUX-1920, seu custo é desprezível e podem ser feitas soluções usando taxas de 8 Mbps, como foi explicado nos capítulos anteriores. Assim, eventuais incompatibilidades entre o volume de troncos em um destes enlaces e o número de entradas livres nos MUX-1920 correspondentes são tratadas individualmente.



● Figura 4.13: sequência de heurísticas para a definição da topologia em alta hierarquia

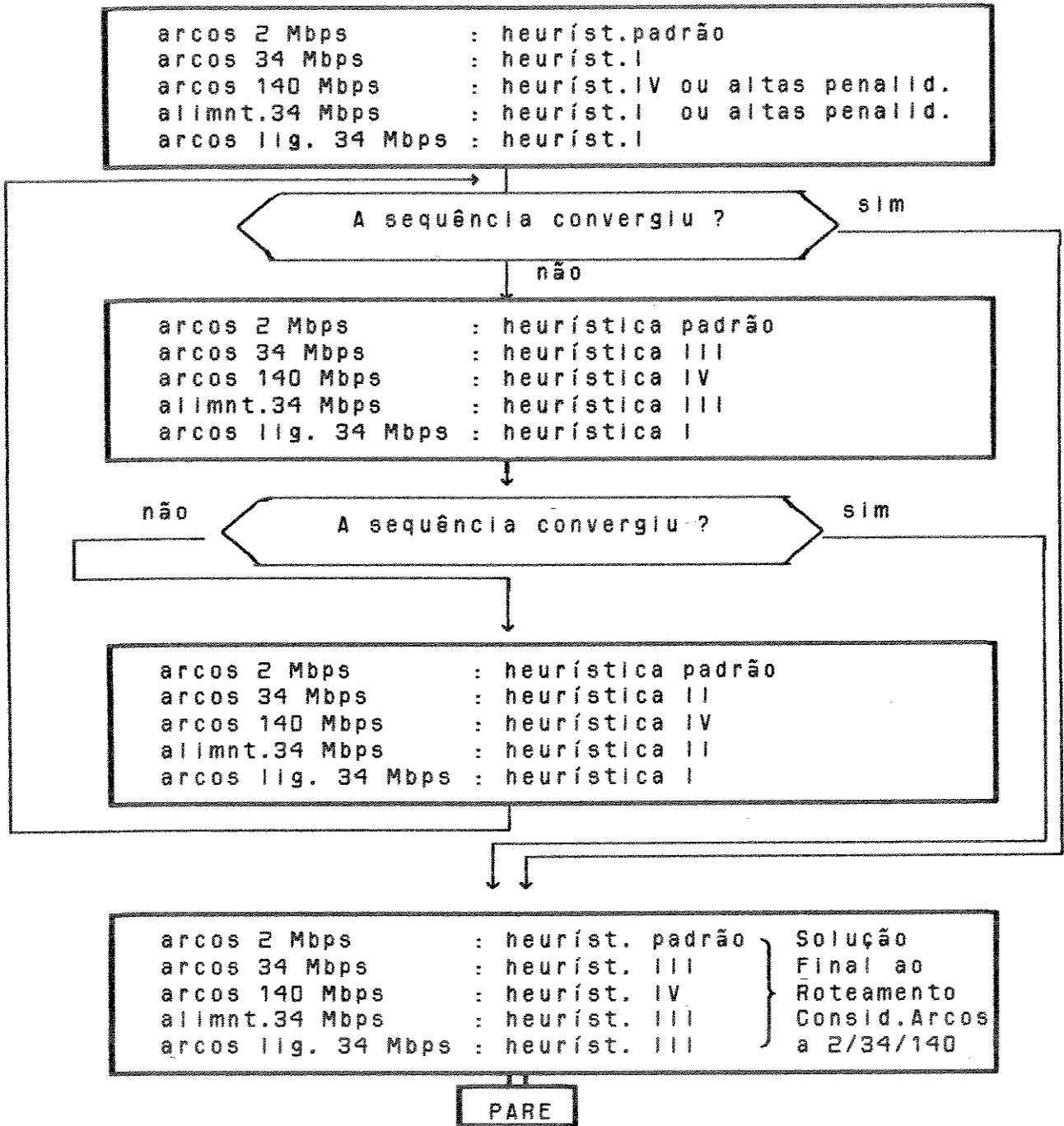
4.5.12) SEQUÊNCIAS DE APLICAÇÃO DE HEURÍSTICAS PARA REFINAMENTO DA SOLUÇÃO

Uma vez definida a estrutura final da sub-rede em alta hierarquia, pode-se passar para a fase de refinamento. Nesta última, os enlaces a 140 Mbps são tratados como se fossem uma disponibilidade instalada. Novamente, os enlaces alimentadores devem competir com os arcos a 2 Mbps. Desta vez, entretanto, as compras de multiplexadores de 120 canais devem ser consideradas no modelo. Assim, passa-se a utilizar de heurísticas do tipo II e III também sobre os enlaces alimentadores a 34 Mbps.

É necessário que se mantenham impedidos de entrar no roteamento aqueles enlaces alimentadores que foram retirados da solução da fase anterior, no decorrer das aplicações da heurística do tipo V. Isto é feito através da aplicação de grandes penalidades em custo no uso destes enlaces.

Durante esta fase, os enlaces a 140 Mbps não podem mais ser retirados ou expandidos além dos limites estabelecidos anteriormente. Assim, estes arcos devem ser tratados por heurísticas do tipo IV, que consideram os sistemas escolhidos na solução anterior como sendo de custo nulo. Isto favorece a utilização de rotas que passem pelo anel de alta hierarquia escolhido durante a fase anterior.

O roteamento final pode ser, então, implementado pela seguinte sequência de aplicação de heurísticas:



● Figura 4.14: seqüências de heurísticas para o roteamento final a 2, 34 e 140 Mbps

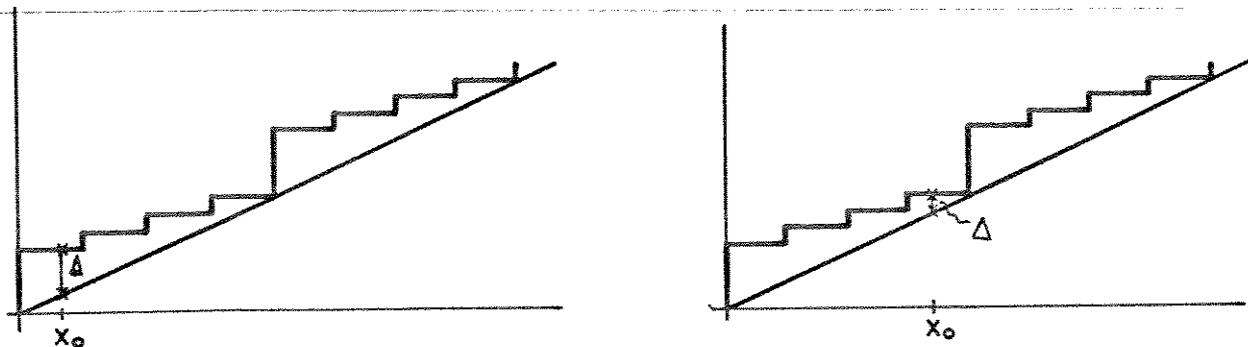
4.5.2) QUANTO AO LIMITE INFERIOR DO CUSTO TOTAL

Uma solução ótima local poderá ser considerada de boa qualidade quando a avaliação dos custos (feita através de curvas

lineares por partes) for muito próxima das curvas reais. Isto é, não houver grande discrepância entre a estimativa linear do custo e o custo real de implantação da solução.

A qualidade da solução pode ser comprovada se houver um limitante inferior ao custo da solução ótima. A segurança desta avaliação será tanto maior quanto mais próximo este limite inferior estiver do custo real da solução ótima.

As heurísticas de custo apresentadas anteriormente procuram preencher estes requisitos. A heurística I, por exemplo, atua como um limitante inferior ao custo da solução ótima. A qualidade deste limite depende da quantidade de enlaces de alta hierarquia ocupados parcialmente. Explica-se: um sistema de alta hierarquia com baixa taxa de ocupação tem uma avaliação de custo, através da heurística I, por demais otimista. Há muita distância entre o custo real e o custo estimado (veja figura 4.15). Dessa forma, quanto maior o número destes sistemas, pior a qualidade do limitante inferior.



● Figura 4.15: diferença entre custo real e estimado para enlaces de alta hierarquia, usando a heurística I.

Como o modelo adotado neste trabalho tem uma grande quantidade de enlaces de alta hierarquia representados, a tendência é diminuir a qualidade da heurística I como limitante inferior.

Um segundo fator afetando a qualidade da heurística I como limitante inferior é a não consideração da quantidade de alimentadores a 34 Mbps por MUX-1920. Apenas a heurística do tipo V é que impõe restrições a se ocuparem mais de quatro entradas por MUX-1920. A tendência da heurística I, ao contrário, é gerar uma grande quantidade de enlaces alimentadores a 34 Mbps, a maior parte deles com pequenas taxas de utilização. Na maioria das vezes, todos os enlaces

alimentadores de um arco a 140 Mbps somarão bem menos que 1920 canais, embora exijam a instalação de mais de um MUX-1920, já que cada MUX aceita apenas quatro destes alimentadores de cada lado.

O LI obtido será tanto mais próximo do valor ótimo quanto maior a taxa de ocupação dos enlaces de alta hierarquia. Segundo Brungard(1990), a taxa de ocupação destes enlaces em uma boa solução de roteamento é de cerca de apenas 60%.

Dessa forma, torna-se difícil comparar duas soluções de topologia baseado apenas na taxa de ocupação e na aplicação de heurísticas do tipo I a todos os enlaces. Um segundo parâmetro de comparação de maior utilidade é o limitante inferior gerado ao final do roteamento definidor da topologia de alta hierarquia. Este LI não sofre as mesmas deficiências do LI gerado pela aplicação da heurística I, já que a solução apontada é tecnicamente factível e com alta taxa de ocupação dos enlaces.

Feitas estas observações, pode-se sugerir a utilização destes dois LI para o desenvolvimento de algoritmos mais especializados, com procedimentos do tipo busca heurística ou *Branch & Bound*. Talvez ainda não seja necessária a aplicação destes algoritmos no problema estático apresentado aqui, considerando enlaces somente até 140 Mbps. Contudo, no desenvolvimento de metodologias de planejamento de longo prazo, considerando a tecnologia de transmissão digital síncrona e/ou enlaces a 565 Mbps (Brungard,1990) , as economias de escala podem tornar-se tão acentuadas que o uso dos procedimentos citados seria quase obrigatória.

5) PROGRAMA DE FLUXO DE CUSTO MÍNIMO EM REDES MULTI-PRODUTO COM CRITÉRIO LINEAR POR PARTES

As redes de fluxo multi-produto são modelos de larga aplicação em problemas de planejamento telefônico. Um exemplo típico é o roteamento de troncos em uma rede local multi-centrais, exposto ao longo deste trabalho. Quando formuladas através de uma matriz arco-caminho, as redes multi-produtos geram uma estrutura muito particular, que deve ser aproveitada para resolução de problemas de grande porte. Por outro lado, a consideração das disponibilidades de sistemas instalados e as não-linearidades dos custos de transmissão digital exigem heurísticas de custo lineares por partes. Este capítulo propõe um algoritmo de cálculo de fluxo de custo mínimo em redes multi-produto, onde as rotas factíveis são conhecidas a priori e os custos são convexos lineares por partes. Por aproveitar-se da estrutura do problema, este algoritmo não exige manutenção de uma base de trabalho, o que o torna muito mais eficiente que a resolução do Problema de Programação Linear (PPL) equivalente por métodos convencionais.

5.1 - INTRODUÇÃO

Para redes multiproduto não existe (pelo menos do conhecimento do autor) um algoritmo que explore a estrutura do problema, da forma que faz o Programa de Fluxo de Custo Mínimo (PFCM) monoproduto. Não se pode utilizar árvores como "bases", nem calcular rapidamente as variáveis duais e custos relativos. Isto obriga a se resolver "de fato" um PPL.

Mas, se houver um conjunto de rotas factíveis associadas a cada produto, e custos lineares associados ao fluxo nos arcos, o problema pode ser resolvido pela técnica "Generalized Upper Bounding" (GUB). Isto permite reduzir a dimensão da "base de trabalho" do PPL ao número de arcos da rede. Esta redução é de grande importância em redes com muitos produtos (que é o caso da rede de troncos).

Como já foi dito, com o uso de sistemas de transmissão

digital de alta hierarquia e a necessidade de se considerar a disponibilidade instalada na malha de troncos das redes locais de telefonia, criaram-se novas metodologias de planejamento da rede inter-centrais. Como estas metodologias utilizam heurísticas que tornam os custos lineares por partes, criou-se também o GUB-LPP, uma especialização do GUB que trata este tipo de função de custo.

Contudo, o uso de sistemas de hierarquia superior (140 Mbps) provoca uma explosão do número de arcos, pois devem ser criados arcos para representar:

- os alimentadores locais dos arcos de 140 Mbps, que são os grupos de multiplexadores de 120 e 480 canais instalados junto ao MUX-1920 de uma das extremidades da fibra óptica ;

- os alimentadores remotos, que além dos MUX citados, contam com um trecho em fibra óptica que transmite o sinal a 34 Mbps até o MUX-1920;

- os enlaces em 34 Mbps efetuando a ligação entre dois multiplexadores de 1920 canais (140 Mbps) instalados em um mesmo ponto da rede;

- os enlaces em 140 Mbps propriamente ditos, que efetuam a ligação entre dois pontos distintos da rede.

- os enlaces para transmissão em outras hierarquias (2 e 34 Mbps).

Mesmo redes pequenas passam a conter um número elevado de arcos. Com isso, até o algoritmo GUB-LPP passa a exigir muita memória e tempo de CPU para manter e atualizar a base de trabalho. Daí a necessidade de se criar um algoritmo que não exija explicitamente a inversa da base.

Este capítulo apresenta o Programa de Multi-Fluxo de Custo Mínimo com critério linear por partes (PMFCM-LPP). Tal algoritmo exige que se indique as rotas factíveis de cada produto, o que é aceitável no planejamento da rede de troncos. Para outros problemas, esta estratégia pode ser inviável.

O PMFCM-LPP se baseia nos procedimentos do método GUB-LPP, adaptando-o para uma manipulação direta dos fluxos na rede de transmissão. Sua característica marcante é utilizar uma única base de trabalho ao longo de todo o tempo. Com isto, pode-se obter variáveis

básicas "localizadas" sobre pontos de quebra da curva de custo linear-por-partes. O uso deste tipo de base contraria os algoritmos clássicos de programação convexa linear por partes (PLP). Este trabalho demonstra que apesar desta "degenerescência", o novo algoritmo sempre convergirá.

5.2) O ALGORITMO PMFCM-LPP

5.2.1) DESCRIÇÃO RESUMIDA DO ALGORITMO

Da mesma forma que o GUB-LPP, o PMFCM-LPP resolve implicitamente um problema de programação linear canalizado, através do método SIMPLEX. A cada iteração, parte-se de uma "solução básica" (vértice de um politopo), alterando o valor de uma variável não-básica e atualizando o valor das variáveis básicas, até um ponto de bloqueio por parte de alguma restrição. Este ponto é uma nova solução básica onde se repete o processo.

Assim, dado um vértice do politopo, avaliam-se as arestas ligadas a ele (direções factíveis), procurando por alguma que permita decréscimo no valor da função objetivo (F.O.). A este tipo de direção denomina-se "direção de descida". Encontrando-se um vértice que não tenha direções de descida, obtém-se uma solução ótima do problema.

Problemas Degenerados : No caso de problemas degenerados, encontram-se arestas de comprimento nulo, isto é, duas soluções básicas representam o mesmo vértice do politopo, e claro, possuem o mesmo valor da F.O. Devido à estrutura da formulação matemática adotada e das heurísticas de custo empregadas, o problema do roteamento de troncos em rotas de alta hierarquia é altamente degenerado.

O método GUB-LPP resolve problemas degenerados desde que não ocorra ciclagem, o que pode ser garantido por técnicas especiais. O risco existe porque o algoritmo não indica imediatamente a presença de um bloqueio nulo, mas só os custos marginais associados àquela variável não-básica (aresta). Ou, no caso de custos lineares por partes, os custos relativos à esquerda e à direita de cada Variável Não-básica (VNB). Assim, pode ocorrer do GUB-LPP passar várias

iterações sem melhoria da F.O. . Basta que sejam feitos alguns passos degenerados seguidos.

Já o algoritmo PMFCM-LPP não permitirá passos degenerados, pois, ao avaliar uma aresta, indica também o seu comprimento (bloqueio). Seu critério de avaliação dos custos relativos também é mais preciso que o do GUB-LPP, na medida em que o produto "custo relativo * bloqueio" sempre coincidirá com o decréscimo da F.O. .

Sobretudo, a grande vantagem do algoritmo PMFCM-LPP é não exigir a manutenção de uma inversa da base de trabalho em cada iteração. O cálculo dos custos relativos também é computacionalmente mais "barato" , pois só se executam somas e subtrações , ao contrário das diversas multiplicações do GUB-LPP.

O motivo desta simplicidade é que o PMFCM-LPP utiliza apenas uma base de trabalho ao longo de todo o processo, dispensando as atualizações. Mas justamente por usar apenas uma base de trabalho para representar todas as soluções, acaba por exigir que se avaliem todas as direções factíveis em cada vértice alcançado. Enquanto isto, o GUB-LPP só exige que se avaliem as variáveis não-básicas, que são em número bem menor.

5.2.2) FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

5.2.2.1) DEFINIÇÕES

Considerem-se :

A) os conjuntos :

A : dos arcos do grafo;

P : dos produtos a serem roteados,

R : das rotas factíveis na rede;

A^r : dos arcos que compõem a rota r ;

R^a : das rotas que usam o arco a ;

R_p : das rotas que "transportam" o produto p ;

C_p^l : das rotas com fluxo não-nulo que transportam p ,
para alguma solução S^l ;

\mathbb{R} : das rotas chave (exatamente uma rota por produto);

\mathbb{D}_p : das direções factíveis a partir de uma solução atual s^1 , relativas a trocas entre rotas de p :

$$\mathbb{D}_p = \left\{ (r_1, r_2) \mid r_1, r_2 \in \mathbb{R}_p, r_1 \in \mathbb{C}_p^1, r_1 \neq r_2 \right\};$$

\mathbb{S}_i : dos índices das variáveis canalizadas x_i que "compõem" a variável com custo LPP X_i ;

\mathbb{T}_j : dos índices das variáveis canalizadas y_j que "compõem" a variável com custo LPP Y_j ;

B) os custos :

$F^i(X_i)$: função custo LPP da rota i para um fluxo igual a X_i ;

$G^j(Y_j)$: função custo LPP do arco j para um fluxo igual a Y_j ;

f^k : custo por unidade de fluxo para a variável canalizada x_k , $\forall k \in \mathbb{S}_i, i \in \mathbb{R}$;

c^k : custo por unidade de fluxo para a variável canalizada y_k , $\forall k \in \mathbb{T}_j, j \in \mathbb{A}$;

$\hat{f}_-^k(X_k)$: custo relativo à esquerda do fluxo X_k para a rota k ;

$\hat{c}_-^k(Y_k)$: custo relativo à esquerda do fluxo Y_k para o arco k ;

$\hat{f}_+^k(X_k)$: custo relativo à direita do fluxo X_k para a rota k ;

$\hat{c}_+^k(Y_k)$: custo relativo à direita do fluxo Y_k para o arco k ;

C) as constantes :

d_p : demanda de troncos para o produto p ;

S_k, U_i : limitantes superiores para as variáveis canalizadas, onde $k \in \mathbb{S}_i, i \in \mathbb{R}$, e $l \in \mathbb{T}_j, j \in \mathbb{A}$.

D) as soluções primais :

S^0 : uma solução factível inicial conhecida;

S^* : uma solução ótima;

E) as variáveis :

X_i : fluxo associado à rota i ; variável do problema linear por partes;

Y_j : fluxo associado ao arco j ; variável do problema linear por partes;

x_i : fluxo em um trecho linear por partes de uma variável de fluxo em rota; variável do problema canalizado;

y_j : fluxo em um trecho linear por partes de uma variável de fluxo em arco; variável do problema canalizado;

F) as funções de identificação dos pontos de quebra das curvas de custo :

$q_i^+(X_i)$: ponto de quebra da curva de custo da variável X_i , estritamente superior a X_i , isto é :
($q_i^+(X_i) > X_i$)

$q_i^-(X_i)$: ponto de quebra da curva de custo da variável X_i , estritamente inferior a X_i , isto é :
($q_i^-(X_i) < X_i$)

5.2.2.2) FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA

O problema pode ser formulado como :

$$\text{Minimize } \sum_{i \in R} F_i(X_i) + \sum_{j \in A} C_j(Y_j) \quad (1)$$

sujeito a

$$\sum_{i \in R_j} X_i - Y_j = 0, \forall j \in A \quad (2)$$

$$\sum_{i \in R_p} X_i = d_p, \forall p \in P \quad (3)$$

$$X_i, Y_j \geq 0 \quad i \in A, \forall j \in R \quad (4)$$

As funções $F(\cdot)$ e $C(\cdot)$ são do tipo linear por partes. Nelas se representam as heurísticas descritas nos capítulos anteriores.

As linhas de restrições do conjunto (2) indicam o fluxo total em cada arco, as variáveis Y sendo o total de equipamento necessário para suportar aquele fluxo. As linhas do conjunto (3) forçam a que o fluxo total através das rotas de um determinado produto atenda à sua demanda de troncos.

5.2.3) O ALGORITMO PMFCM-LPP

O algoritmo PMFCM-LPP pode ser descrito resumidamente como a seguir :

- Seja uma rede de fluxo multiprodutos, onde estão definidos : os conjuntos A , P , R , A^r , R^a , R ; as funções de custo linear por partes $F_j(.)$ e $G_j(.)$, para todo $i \in R$ e $j \in A$; as demandas d_p , para todo $p \in P$ e uma solução inicial S^0 que satisfaça (2-4), determinando os valores de X_i e Y_j , para todo $i \in R$ e $j \in A$; os conjuntos C_p^0 , $\forall p \in P$.
- Faça $i = 0$.
- Marque toda rota $r \in R$ como não-analisada;
- Enquanto houver algum produto $p \in P$ com alguma rota $r \in C_p^i$, que esteja marcada como não-analisada, faça :
 - Marque r' como já-analisada ;
 - Enquanto houver alguma direção factível (r', r'') tal que (r', r'') defina uma direção de descida, com bloqueio δ , faça :
 - Atualize o fluxo de r' e r'' na direção definida;
 - Marque r' como não-analisada ;
 - Para todo arco $a \in (A^{r'} \oplus A^{r''})$
 - atualize Y_a , fluxo do arco ;
 - se o fluxo no arco tocou ou saiu de um ponto de quebra, marque todas as rotas $r \in R_a$ como sendo não-analisadas ;
 - Atualize C_p^i se for o caso, gerando C_p^{i+1} ;
 - $i = i + 1$;
 - Se todas rotas $r \in C_p^i$ estiverem marcadas como já-analisadas, marque as rotas $r \in C_p^i$ como já-analisadas

OBS : O símbolo \oplus representa a operação de 'ou-exclusivo'.

A marcação das rotas como analisadas (ou não-analisadas), a avaliação das rotas quanto à redução no valor da F.O., o cálculo do

bloqueio e a atualização das variáveis são descritos com maior detalhe nas seções seguintes.

5.2.3.D BASE DE TRABALHO DO PMFCM-LPP

A "base de trabalho" no método GUB-LPP é a fração da base total formada pelas colunas que "cobrem" as restrições de fluxo nos arcos. No método PMFCM-LPP adota-se sempre como variáveis básicas para estas linhas o fluxo dos próprios arcos. Assim, a base de trabalho fica sendo uma matriz identidade negativa. Uma base de trabalho semelhante a esta é frequentemente usada para a inicialização do GUB-LPP.

Para completar a base total basta escolher uma rota por produto como variável básica-chave. Cada combinação de rotas-chave diferentes implica em uma base diferente para representar a mesma solução inicial. Definida a base, o método GUB-LPP pode avaliar cada VNB. Quando encontra uma direção de descida bloqueada por uma restrição de fluxo em arco, a atualização da base de trabalho faz com que ela se torne "suja". A partir daí, este processo de "fill-in" impede que se use técnicas de esparsidade para armazenar a matriz inversa da base de trabalho.

Embora existam técnicas especializadas para atualização desta inversa, muitas vezes é preciso recalcular todos os seus componentes em uma única iteração. Além disso, não há garantia de que não ocorra um bloqueio nulo que não traga melhoria da FO.

Enquanto isto, o método PMFCM-LPP não exige nenhuma atualização da base de trabalho, pois mantém sempre aquela matriz identidade negativa inicial.

Por outro lado, para soluções degeneradas, o método GUB-LPP tem a vantagem de fornecer um critério de parada que só precisa ser satisfeito por uma das bases da solução para garantia da otimalidade. O PMFCM-LPP precisa testar todas as direções factíveis de um vértice, isto é, implicitamente estará testando todas as bases de um vértice (mantendo fixa apenas a base de trabalho).

Imaginando uma solução como vértice de um politopo, o PMFCM-LPP avalia cada aresta que parte deste vértice usando a base

mais conveniente entre as diversas possíveis. Cada aresta é associada com uma direção factível, e assim a duas rotas de algum produto. A melhor base a escolher é aquela que tem como rota chave de tal produto uma das rotas de fluxo não-nulo associadas. A outra rota passa a ser considerada (temporariamente) uma variável não-básica, sendo analisada como no método GUB-LPP.

5.2.3.2) DETERMINAÇÃO DAS DIREÇÕES FACTÍVEIS

Denomina-se direção factível toda alteração que, partindo de uma solução básica do PPL-canalizado equivalente, leva a uma outra solução básica diferente. Não se considera como direção factível aquelas que são bloqueadas de forma nula. Isto é, direções que não promovem alteração nos valores das variáveis, mas apenas nas colunas que formam a base. Elimina-se assim uma grande quantidade de passos degenerados no PMFCM-LPP.

Pensando em termos do problema de roteamento, cada produto possui um conjunto de rotas através das quais a demanda de troncos será escoada. A formulação através de programação linear por partes (PLP) traduz este conjunto de rotas em variáveis de fluxo X_r , $r \in \mathbb{R}$. A base adotada pelo PMFCM-LPP utiliza as colunas relativas aos fluxos nos arcos (Y_a , $a \in \mathbb{A}$) e exatamente uma coluna (variável chave) por produto. Estas últimas variando em função da direção factível sendo analisada.

Qualquer que seja a base de trabalho adotada, a escolha de uma variável entrante no GUB-LPP pode ser interpretada como uma troca de fluxos entre duas rotas de um mesmo produto. Portanto, se forem analisadas todas as trocas possíveis entre as rotas de uma solução, estarão analisadas todas as variáveis não-básicas (em relação a qualquer base) daquela solução. Ao reduzir este conjunto de direções ao de direções factíveis, o PMFCM-LPP economiza esforço de cálculo. Isto porque as direções não-factíveis geram bloqueio nulo pela própria definição.

5.2.3.3) AVALIAÇÃO DAS DIREÇÕES FACTÍVEIS E

CÁLCULO DO BLOQUEIO

Da mesma forma que no GUB-LPP, calculam-se os custos relativos das variáveis não-básicas, à esquerda e à direita, a partir dos custos relativos das variáveis básicas.

Para calcular estes custos relativos, o GUB-LPP determina inicialmente o valor das variáveis duais. No PMFCM-LP, enquanto os custos relativos são calculados diretamente a partir dos custos reais de variáveis básicas e não-básicas. E ao fazê-lo, o PMFCM-LPP estará usando, de forma implícita, DOIS CONJUNTOS DIFERENTES de variáveis duais: um para custos relativos à esquerda e outro para os custos relativos à direita.

Esta diferença, além da forma de definição das direções factíveis, permite que se utilize, ao longo de todo o processo, bases "super-degeneradas" que contêm todas as variáveis-arco. Por bases super-degeneradas, entendem-se aquelas em que diversas variáveis básicas do problema canalizado se localizam sobre seus limites inferior ou superior. Ou, no caso do problema linear por partes, sobre pontos de quebra da curva linear-por-partes. Seus custos à direita e à esquerda são, portanto, diferentes.

Uma grande vantagem do PMFCM-LPP é o cálculo imediato do bloqueio. Pela simplicidade da "base de trabalho", nem mesmo é preciso recalcular a coluna atualizada para cada variável não básica. O bloqueio também é calculado à esquerda e à direita, DURANTE o cálculo dos custos relativos. Isto permite que se escolha EM TODA ITERAÇÃO uma "variável entrante" que provoque uma diminuição estrita do valor da F.O.. Esta característica do método traz duas vantagens:

1) elimina a possibilidade de passos degenerados, pois não se escolhem variáveis com bloqueio nulo;

2) permite o uso de técnicas "baratas" mas muito eficientes de escolha da "variável entrante". Por exemplo, pode-se estudar entre as primeira 10 variáveis não-básicas com custo relativo negativo e bloqueio maior que zero, aquela que provocaria maior decréscimo na função objetivo. Este procedimento é quase inviável no GUB tradicional, dado o custo de cálculo da coluna atualizada da variável

entrante e do bloqueio.

Ressalte-se que apesar de se estar mencionando a escolha de uma variável entrante, o PMFCM-LPP não promove mudança na base a cada iteração.

Finalmente, os custos relativos ($\hat{f}_+^J(x_j)$ e $\hat{f}_-^J(x_j)$) e bloqueio (b_j^+ e b_j^-) à direita e esquerda de uma variável-rota não básica são calculados como a seguir, onde (k, j) é uma direção factível, j é o índice de uma variável-rota não chave, p o índice do produto transportado através dela e k o índice da rota-chave associada a tal direção:

$$\hat{f}_-^J(x_j) = \frac{\partial F^j}{\partial x_j} (x_j^-) + \sum_{\substack{i \in A^j \\ i \notin A^k}} \left[\frac{\partial C^i}{\partial y_i} (y_i^-) \right] \quad (6)$$

$$- \frac{\partial F^k}{\partial x_k} (x_k^+) - \sum_{\substack{i \in A^k \\ i \notin A^j}} \left[\frac{\partial C^i}{\partial y_i} (y_i^+) \right]$$

$$\hat{f}_+^J(x_j) = \frac{\partial F^j}{\partial x_j} (x_j^+) + \sum_{\substack{i \in A^j \\ i \notin A^k}} \left[\frac{\partial C^i}{\partial y_i} (y_i^+) \right] \quad (7)$$

$$- \frac{\partial F^k}{\partial x_k} (x_k^-) - \sum_{\substack{i \in A^k \\ i \notin A^j}} \left[\frac{\partial C^i}{\partial y_i} (y_i^-) \right]$$

$$b_j^+ = \min \left[\begin{array}{l} q_j^+(X_j) - X_j, \\ \min_{\substack{i \in A_j \\ i \notin A^k}} \left\{ q_i^+(Y_i) - Y_i \right\}, \\ X_k - q_k^-(X_k), \\ \min_{\substack{i \in A^k \\ i \notin A_j}} \left\{ Y_i - q_i^-(Y_i) \right\} \end{array} \right] \quad (8)$$

$$b_j^- = \min \left[\begin{array}{l} X_j - q_j^-(X_j), \\ \min_{\substack{i \in A_j \\ i \notin A^k}} \left\{ Y_i - q_i^-(Y_i) \right\}, \\ q_k^+(X_k) - X_k, \\ \min_{\substack{i \in A^k \\ i \notin A_j}} \left\{ q_i^+(Y_i) - Y_i \right\} \end{array} \right] \quad (9)$$

Uma variável-rota não-básica J poderá diminuir o valor da Função Objetivo se :

- a) $\hat{f}_+^J < 0$ e $b_j^+ > 0$ (fluxo da rota J deve aumentar), ou
- b) $\hat{f}_-^J > 0$ e $b_j^- < 0$ (fluxo da rota J deve diminuir).

Dadas as condições de convexidade, não é necessário estudar o sinal dos custos relativos à direita e à esquerda simultaneamente para análise de uma candidata a "variável entrante". Melhor dizendo :

→ Se a condição "a" enunciada acima for satisfeita, a condição "b" não poderá ser satisfeita, e vice-versa.

5.2.3.4) ATUALIZAÇÃO DAS VARIÁVEIS

Caso a variável entrante escolhida tenha caído no caso (a), seu fluxo e o fluxo de todos os arcos pertencentes a ela (e não-pertencentes à rota-chave) serão acrescidos do valor do bloqueio. Enquanto isto, a rota-chave e todos os arcos pertencentes a ela (e não pertencentes à rota-entrante) terão seu fluxo diminuído. No caso (b), acontecerá o inverso.

Assim, para o caso (a) da seção anterior :

$$\begin{aligned} X_j^{i+1} &= X_j^i + b_j^+ \\ Y_a^{i+1} &= Y_a^i + b_j^+, \quad \forall a \in (A^j - A^k) \\ X_k^{i+1} &= X_k^i - b_j^+ \\ Y_a^{i+1} &= Y_a^i - b_j^+, \quad \forall a \in (A^k - A^j) \end{aligned} \tag{10}$$

e, para o caso (b) :

$$\begin{aligned} X_j^{i+1} &= X_j^i - b_j^- \\ Y_a^{i+1} &= Y_a^i - b_j^-, \quad \forall a \in (A^j - A^k) \\ X_k^{i+1} &= X_k^i + b_j^- \\ Y_a^{i+1} &= Y_a^i + b_j^-, \quad \forall a \in (A^k - A^j) \end{aligned} \tag{11}$$

5.3) PROVA DE OTIMALIDADE E CONVERGÊNCIA

Para provar a otimalidade do algoritmo será usado o seguinte procedimento :

- a) formular o problema de multi-fluxo de custo mínimo como um PPL canalizado convencional;
- b) formular as condições de otimalidade do PPL canalizado, determinando a forma de cálculo de suas variáveis duais. Serão consideradas soluções representadas de forma

"super-degenerada", isto é, podem ser consideradas variáveis básicas localizadas sobre pontos de quebra da função linear por partes.

- c) demonstrar que, quando o critério de parada do PMFCM-LPP for satisfeito, a solução primal-factível do PL-canalizado apresentada não pode ser melhorada pelo método SIMPLEX, sendo portanto uma solução ótima.

5.3.1) FORMULAÇÃO DO PROBLEMA CANALIZADO E SUAS CONDIÇÕES DE OTIMALIDADE

Seja o problema formulado pelas equações de 1 a 4, representado na forma matricial :

$$\begin{aligned} & \text{minimize } F * X + C * Y \\ & \text{sujeito a} \\ & A' * X - I' * Y = 0 \\ & E' * X = D \\ & X, Y \geq 0 \end{aligned}$$

onde A' e I' são, respectivamente, uma matriz esparsa onde cada coluna (associada a uma rota) indica os arcos que compõem as rotas, e uma matriz identidade. Ambas são matrizes com número de linhas igual ao número de arcos da rede. E' possui tantas linhas quantos forem os produtos a rotear, indicando as rotas que atendem cada produto. O vetor-coluna D representa a demanda de sistemas por produto.

. Sabendo que :

$$X_i = \sum_{l \in S_i} x_l, \quad \forall i \in R \quad (12)$$

$$Y_j = \sum_{l \in T_j} y_l, \quad \forall j \in A \quad (13)$$

e, que pelas condições de convexidade :

$$f_r^{[1]} < f_r^{[1+1]}, \quad r \in \mathbb{R} \quad (14)$$

$$c_a^{[1]} < c_a^{[1+1]}, \quad a \in \mathbb{A} \quad (15)$$

pode-se definir :

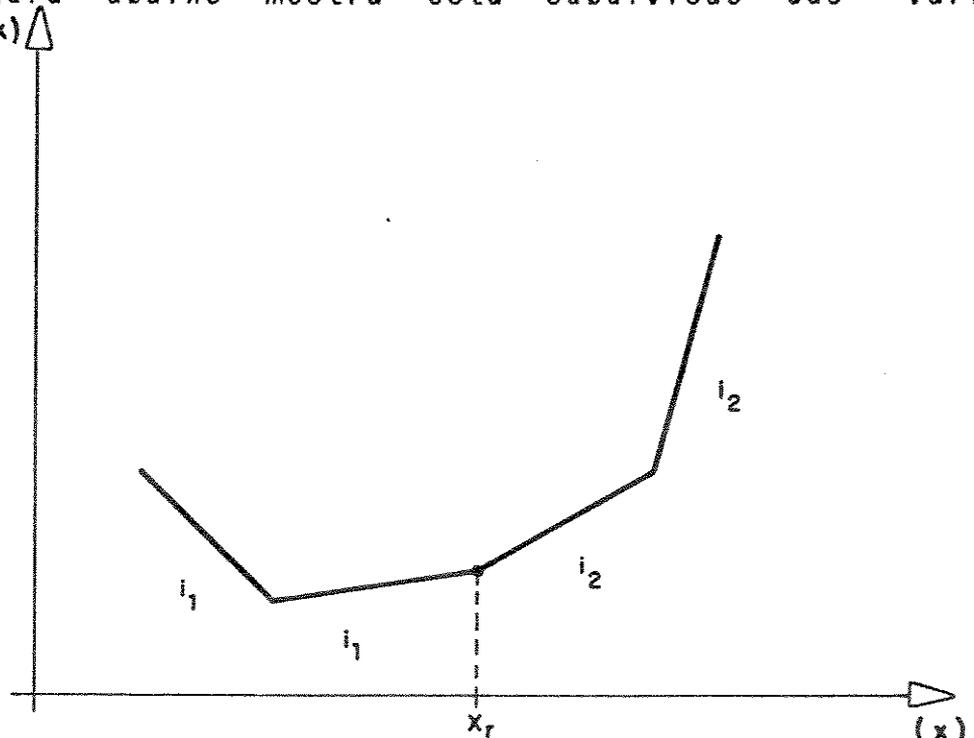
$$x_{S_r^{[11]}} = s_{S_r^{[11]}} \quad , \forall i_1 \mid f_r^{[11]} < \frac{\partial F^r}{\partial x_r}(x_r^+) \quad , r \in \mathbb{R} \quad (16)$$

$$x_{S_r^{[12]}} = 0 \quad , \forall i_2 \mid f_r^{[12]} > \frac{\partial F^r}{\partial x_r}(x_r^+) \quad , r \in \mathbb{R} \quad (17)$$

$$y_{\Pi_a^{[11]}} = u_{\Pi_a^{[11]}} \quad , \forall i_1 \mid c_a^{[11]} < \frac{\partial C^a}{\partial y_a}(y_a^+) \quad , a \in \mathbb{A} \quad (19)$$

$$y_{\Pi_a^{[12]}} = 0 \quad , \forall i_2 \mid c_a^{[12]} > \frac{\partial C^a}{\partial y_a}(y_a^+) \quad , a \in \mathbb{A} \quad (20)$$

A figura abaixo mostra esta subdivisão das variáveis canalizadas : $F(x)$



● Figura 5.1 : sub-divisão das variáveis canalizadas associadas a uma variável linear-por-partes.

Os conjuntos de equações 12 a 13 , 16 a 20 , determinarão os valores de todas as variáveis canalizadas x e y. Assim, a partir de

uma solução primal-factível do problema de multifluxo, pode-se extrair uma solução factível do PPL canalizado equivalente, que é descrito abaixo:

$$\text{Minimize } f * x + c * y \quad (21)$$

sujeito a

$$A * x - I * y = 0 \quad (22)$$

$$E * x = b \quad (23)$$

$$0 \leq x \leq s \quad (24)$$

$$0 \leq y \leq U \quad (25)$$

onde as matrizes A e E passam a ter tantas colunas quantos forem os trechos de custo linear em todos as rotas da rede. Cada coluna referente a um trecho linear " l ", $l \in S_r$, é uma cópia da coluna A^r . O mesmo ocorre em I_l , $l \in T_a$, com relação a I^a .

O problema dual correspondente ao problema 21-25 é :

$$\text{Maximize } \pi * 0 + \mu * b - \gamma * s - \alpha * U \quad (26)$$

$$\text{sujeito a } \pi * A + \mu * E - \gamma \leq f \quad (27)$$

$$-\pi * I - \alpha \leq c \quad (28)$$

$$\pi, \mu \text{ irrestritos} \quad (29)$$

$$\alpha, \gamma \geq 0 \quad (30)$$

O Teorema das Folgas Complementares impõe, para uma solução ótima do PPL 26-30, as seguintes igualdades :

$$x_k (f^k - \pi A^k - \mu^{p(k)} + \gamma^k) = 0, \forall k \in S_r, \forall r \in R \quad (31)$$

$$y_k (c^k + \pi^k + \alpha^k) = 0, \forall k \in T_a, \forall a \in A \quad (32)$$

$$\gamma^k (s_k - x_k) = 0, \forall k \in S_r, \forall r \in R \quad (33)$$

$$\alpha^k (U_k - y_k) = 0, \forall k \in T_a, \forall a \in A \quad (34)$$

Isto é: para uma solução ótima do PPL 21-25 deve existir um conjunto de parâmetros π, μ, γ e α (variáveis duais) tal que as

equações 27-34 sejam satisfeitas.

5.3.2) OTIMALIDADE DO PPL-CANALIZADO CONSIDERANDO A SUPER-DEGENERESCÊNCIA

Seja uma solução ótima S^* do PPL-canalizado. Ela deve ser primal-factível, existindo uma solução dual-factível que satisfaça o Teorema das Folgas Complementares. O critério de parada do Algoritmo SIMPLEX especializado para funções lineares por partes, entretanto, é baseado apenas nos custos relativos. É simples demonstrar que uma solução básica não-degenerada que satisfaça o critério de parada do SIMPLEX-LPP sempre satisfará as condições de otimalidade do PPL-canalizado.

Entretanto, o uso de bases "super-degeneradas" no SIMPLEX-LPP, permite calcular as variáveis duais de duas formas :
1) tomando o custo das variáveis BÁSICAS "degeneradas" à esquerda, ou
2) tomando o custo das mesmas variáveis à direita. Na verdade pode-se tomar QUALQUER valor de variáveis duais, DENTRO DAS COMBINAÇÕES CONVEXAS de certas variáveis duais limites. Nesta seção, esta "faixa de variáveis duais válidas" para a solução ótima do PPL-canalizado é calculada em termos dos custos lineares das variáveis básicas. Também se calculam os custos relativos "válidos", baseados naquela faixa de variáveis duais.

Em toda esta seção, utiliza-se uma base de trabalho como a que foi definida para o PMFCM-LPP, contendo todas as variáveis-arco da rede. Para bases degeneradas quaisquer, pode-se definir o mesmo tipo de faixa de variáveis duais, através de um processo semelhante ao empregado aqui.

Determinado o valor das variáveis duais (ou seja, a sua faixa de variação), pode-se calcular o custo relativo das variáveis NÃO-BÁSICAS à direita e à esquerda. Melhor dizendo : determina-se um conjunto de custos relativos à esquerda e outro à direita.

Prova-se que : se uma solução S^* , ainda que degenerada, satisfizer as condições de parada do algoritmo SIMPLEX-LPP, usando

alguma variável dual pertencente àquele conjunto de variáveis duais válidas, então esta solução será ótima.

5.3.2.1) VARIÁVEIS DUAIS DE UMA SOLUÇÃO DEGENERADA DO PPL-CANALIZADO

Para se estudar as condições de optimalidade do PMFCM-LPP é preciso determinar o valor das variáveis duais associadas a cada uma das restrições do modelo. Ocorre que em um PL-canalizado, além das restrições normais, existem também as restrições de canalização. Estas restrições também possuem variáveis duais associadas que devem ser calculadas.

Antes de calcular o valor (ou faixa de valores) das variáveis duais, é necessário identificar e classificar as variáveis primais canalizadas quanto ao seu valor. Isto porque, no presente caso, as variáveis canalizadas se agrupam para formar as variáveis com custo linear por partes, que são as que realmente interessam ao estudo de optimalidade.

5.3.2.1.1) SUBDIVIDINDO AS VARIÁVEIS CANALIZADAS RELATIVAS A UM ARCO OU ROTA

Para cada variável (X_i ou Y_j) do problema de programação linear-por-partes (PLP), está associado um conjunto de variáveis canalizadas (conjuntos S_i e Π_j). O valor destas variáveis é calculado através das equações (12) a (20). Dentro destes conjuntos S_i e Π_j , define-se os seguintes sub-conjuntos de índices de variáveis canalizadas associadas :

a) para as variáveis-rota :

$$K_i^1 = \left\{ k \mid k \in S_i, f^k < \frac{\partial F(X_i^-)}{\partial X_i} \right\}, \forall i \in R \quad (35)$$

$$K_i^2 = \left\{ k \mid k \in S_i, f^k = \frac{\partial F(X_i^-)}{\partial X_i} \right\}, \forall i \in R \quad (36)$$

$$R_i^3 = \left\{ k \mid k \in S_i, f^k = \frac{\partial F}{\partial X_i} (X_i^+) \right\}, \forall i \in R \quad (37)$$

$$R_i^4 = \left\{ k \mid k \in S_i, f^k > \frac{\partial F}{\partial X_i} (X_i^+) \right\}, \forall i \in R \quad (38)$$

b) para as variáveis-arco :

$$R_j^1 = \left\{ k \mid k \in T_j, c^k < \frac{\partial C}{\partial Y_j} (Y_j^-) \right\}, \forall j \in A \quad (39)$$

$$R_j^2 = \left\{ k \mid k \in T_j, c^k = \frac{\partial C}{\partial Y_j} (Y_j^-) \right\}, \forall j \in A \quad (40)$$

$$R_j^3 = \left\{ k \mid k \in T_j, c^k = \frac{\partial C}{\partial Y_j} (Y_j^+) \right\}, \forall j \in A \quad (41)$$

$$R_j^4 = \left\{ k \mid k \in T_j, c^k > \frac{\partial C}{\partial Y_j} (Y_j^+) \right\}, \forall j \in A \quad (42)$$

A figura abaixo apresenta estes conjuntos para uma variável qualquer. O conjunto "1" reúne as variáveis canalizadas relativas aos trechos LPP estritamente à esquerda do trecho que contém o valor atual do fluxo no arco (ou rota). O conjunto "2" tem apenas um elemento, que é o índice da variável canalizada imediatamente à esquerda do fluxo atual. O conjunto "3" também possui apenas um elemento : o índice da variável imediatamente à direita do fluxo atual. O conjunto "4" reúne os índices das variáveis estritamente à direita do trecho que contém o fluxo atual.

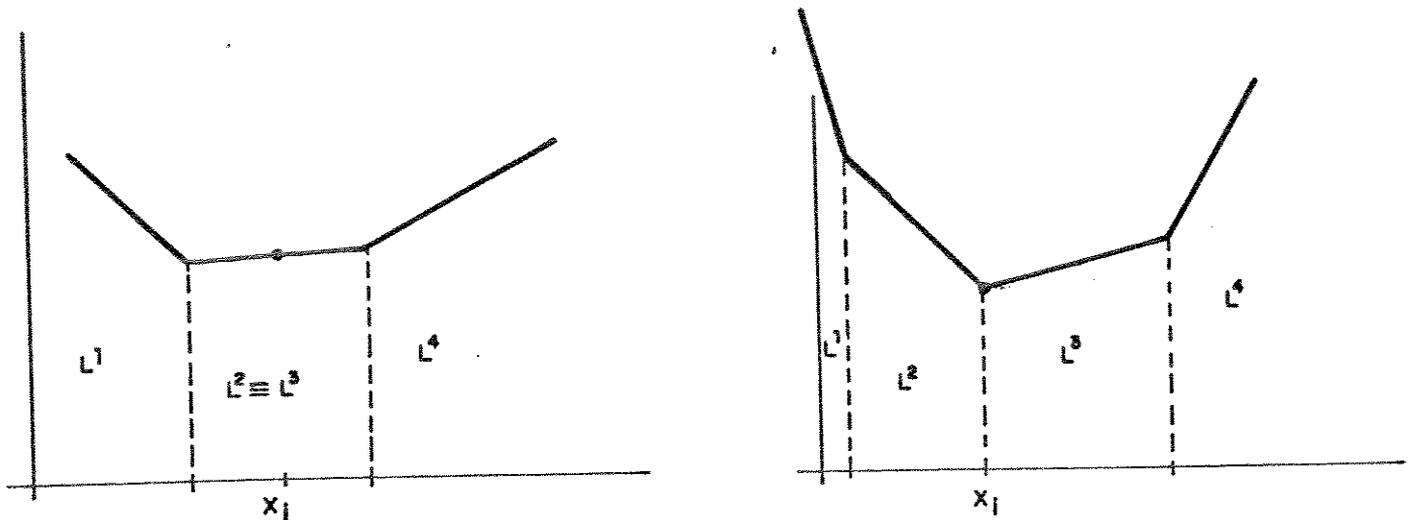


Figura 5.2: subconjuntos dos trechos LPP, classificados quanto ao custo : (a) para var. não-degeneradas, (b) para var. degeneradas

Note que, no caso de variáveis-rota (variáveis-arco) NÃO-DEGENERADAS, os conjuntos K^2 (\mathcal{L}^2) e K^3 (\mathcal{L}^3) serão idênticos. Para variáveis DEGENERADAS, estes conjuntos serão distintos, pois o custo à esquerda e o custo à direita são diferentes.

5.3.2.12) DETERMINANDO O VALOR DAS VARIÁVEIS DUAS

Dada uma solução primal do PPL-canalizado, calcula-se um sub-conjunto das variáveis duais que satisfaçam (27) a (30) (restrições de dual factibilidade). Este sub-conjunto é formado pelas variáveis duais referentes às restrições (22-23) e aos limites superiores das "variáveis básicas" (parte das restrições 24-25).

Assim, as variáveis duais a calcular são :

π^i , $i \in [1, |A|]$: restrições de fluxo nos arcos

μ^j , $j \in [1, |P|]$: restrições de atendimento da demanda

γ^k , $k \in [1, \forall i \in S_j, \forall j \in H]$: restrições referentes

ao limite superior das variáveis canalizadas relativas a

uma das rotas de cada produto (rota-chave).

$\alpha^1, 1 \in [1, | \{ y_j \} |]$: restrições referentes ao limite superior das variáveis canalizadas relativas aos arcos.

O primeiro passo para determinar o valor das variáveis duais é definir que rotas (variáveis do problema PLP) farão parte da base. Cada produto terá associado a ele uma única rota básica, denominada rota-chave, formando o conjunto M . O restante da base será formado pelo conjunto de todos os arcos da rede.

Definida a base, existirá um conjunto de variáveis canalizadas associadas a ela. Note-se que existirá mais de uma variável canalizada associada a cada arco ou rota-chave (i.e., a cada coluna da base).

Impõe-se que todas estas variáveis canalizadas básicas e o sub-conjunto das variáveis duais satisfaçam as condições de otimalidade (31) a (34), além das condições de dual-factibilidade (27) a (30).

Como se permite a degenerescência do problema linear por partes, sobre uma mesma variável básica podem incidir dois custos diferentes : à direita e à esquerda. Será necessário utilizar um parâmetro t , $0 \leq t \leq 1$, para delimitar uma faixa de variação das variáveis duais, como se verá adiante.

verá adiante.

Para todos os ARCOS da rede, isto é, $\forall j \in A$:

$$\forall k \in \mathbb{L}_j^1, \bullet \text{ de (19) e (39) obtém-se : } y_k = U_k \quad (43)$$

$$\bullet \text{ de (32) e (43) : } c^k + \pi^j(t^j) = -\alpha^k(t^j) \quad (44)$$

$$\bullet \text{ de (30) e (44) : } c^k + \pi^j(t) \leq 0 \quad (45)$$

$$\forall k \in \mathbb{L}_j^2, \bullet \text{ de (12-20) e (40) obtém-se : } y_k > 0 \quad (46)$$

$$\bullet \text{ de (32) e (46) : } c^k + \pi^j(t^j) = -\alpha^k(t^j) \quad (47)$$

$$\bullet \text{ de (30) e (47) : } c^k + \pi^j(t^j) \leq 0 \quad (48)$$

$$\forall k \in \mathbb{L}_j^3, \bullet \text{ de (12-20) e (41) obtém-se : } y_k < U_k \quad (49)$$

$$\bullet \text{ de (34) e (49) : } \alpha^k = 0 \quad (50)$$

$$\bullet \text{ de (28) e (50) : } c^k + \pi^j(t^j) \geq 0 \quad (51)$$

$$\forall k \in \mathbb{L}_j^4, \bullet \text{ de (12-20) e (42) obtém-se : } y_k = 0 \quad (52)$$

$$\bullet \text{ de (34) e (52) : } \alpha^k = 0 \quad (53)$$

$$\bullet \text{ de (28) e (53) : } c^k + \pi^j(t^j) \geq 0 \quad (54)$$

$$0 \leq t^j \leq 1, \forall j \in A$$

Pelas condições de convexidade (14-15), para que 45, 48, 51 e 54 sejam sempre satisfeitas, é necessário que o lado esquerdo das equações 48 e 51 se anulem para valores de t igual 0 e 1 (ou 1 e 0), respectivamente. Caso contrário, seria possível obter um $\pi^j(t^j)$ tal que não satisfaria 45 ou 54.

Daí :

$$- c^{(k \in \mathbb{L}_j^2)} = \pi^j(0)$$

$$- c^{(k \in \mathbb{L}_j^3)} = \pi^j(1)$$

o que permite escrever :

$$\pi^j(t^j) = - \left[c^{(k \in \mathbb{L}_j^2)} * (1-t^j) \right] - \left[c^{(k \in \mathbb{L}_j^3)} * (t^j) \right]$$

$$, \quad 0 \leq t^j \leq 1 \quad , \quad \forall j \in A \quad (55)$$

Calculado o vetor-linha $\pi(t)$ de acordo com a fórmula acima, pode-se calcular as variáveis duais α , relativas ao limite superior das variáveis arco :

$$\bullet \text{ de (44) , } \forall k \in \mathbb{L}_j^1, j \in A : \alpha^k(t) = - c^k - \pi^j(t^j) \quad (56)$$

$$\bullet \text{ de (47) , } \forall k \in \mathbb{L}_j^2, j \in A : \alpha^k(t) = - c^k - \pi^j(t^j) \quad (57)$$

$$\bullet \text{ de (50) , } \forall k \in \mathbb{L}_j^3, j \in A : \alpha^k(t) = 0 \quad (58)$$

$$\bullet \text{ de (53) , } \forall k \in \mathbb{L}_j^4, j \in A : \alpha^k(t) = 0 \quad (59)$$

$$0 \leq t \leq 1$$

No caso das rotas-chave escolhidas anteriormente, também se admite a possibilidade de degenerescência. Com isto, alguma rota-chave pode possuir dois custos incidindo sobre o ponto atual : à esquerda e à direita. Da mesma forma que no caso dos arcos, cada rota-chave terá um parâmetro associado (s , $0 \leq s \leq 1$) para contemplar qualquer combinação convexa destes custos no cálculo das variáveis duais .

Assim, deve-se determinar os valores mínimo e máximo de cada variável dual μ e γ , de forma a poder-se escrever a faixa de variação admissível em função dos vetores de parâmetros "s" e "t".

Para toda **ROTA-CHAVE** l que transporte o produto p , isto é,

$$\forall l = H[p], p \in P$$

$$\forall k \in K_l^1, \bullet \text{ de (16) e (35) obtem-se : } x_k = s_k \quad (60)$$

$$\bullet \text{ de (31) e (60) : } f^k - \pi(t) * A^k - \mu^p(s^p, t) = -\gamma^k(s^p, t) \quad (61)$$

$$\bullet \text{ de (30) e (61) : } f^k - \pi(t) * A^k - \mu^p(s^p, t) \leq 0 \quad (62)$$

$$\forall k \in K_l^2, \bullet \text{ de (16) e (36) obtem-se : } x_k > 0 \quad (63)$$

$$\bullet \text{ de (31) e (63) : } f^k - \pi(t) * A^k - \mu^p(s^p, t) = -\gamma^k(s^p, t) \quad (64)$$

$$\bullet \text{ de (30) e (64) : } f^k - \pi(t) * A^k - \mu^p(s^p, t) \leq 0 \quad (65)$$

$$\forall k \in K_l^3, \bullet \text{ de (12-20) e (37) obtem-se : } x_k < s_k \quad (66)$$

$$\bullet \text{ de (33) e (66) : } \gamma^k(s^p, t) = 0 \quad (67)$$

$$\bullet \text{ de (27) e (67) : } f^k - \pi(t) * A^k - \mu^p(s^p, t) \geq 0 \quad (68)$$

$$\forall k \in K_l^4, \bullet \text{ de (12-20) e (38) obtem-se : } x_k = 0 \quad (69)$$

$$\bullet \text{ de (33) e (69) : } \gamma^k(s^p, t) = 0 \quad (70)$$

$$\bullet \text{ de (27) e (70) : } f^k - \pi(t) * A^k - \mu^p(s^p, t) \geq 0 \quad (71)$$

Da mesma forma que para os arcos, as condições de convexidade do problema exigem que o lado esquerdo das equações (65) e (68) se anulem para os valores extremos da fração paramétrica

$$\pi(t) * A^k + \mu^p(s^p, t) \quad (72).$$

Caso contrário, seria possível construir uma combinação convexa a partir dos parâmetros "s" e "t" que contrariasse (62) ou (71). Portanto, é preciso definir os valores "s*" e "t*" para os quais se conseguirá o valor máximo (e mínimo) da fração paramétrica (72).

CONSIDERANDO QUE :

- (a) o valor de $\pi(t)$ independe de "s" ,
- (b) por definição , $A \geq 0$,
- (c) pelas condições de convexidade (15) e de acordo com a definição de $\pi(t)$, em (55) :

$$-\pi(0) * A^k < -\pi(1) * A^k$$

- (d) pela condição de convexidade (16),

$$f^{(k \in K_1^2)} < f^{(k \in K_1^3)}$$

- (e) por definição de A :

$$A^{(k \in K_1^2)} \equiv A^{(k \in K_1^3)}$$

PODE-SE ESCREVER :

$$\mu^P(0,t) < \mu^P(1,t) \quad (73),$$

onde

$$\mu^P(0,t) = f^{(k \in K_1^2)} - \pi(t) * A^{(k \in K_1^2)} \quad (74)$$

$$\mu^P(1,t) = f^{(k \in K_1^3)} - \pi(t) * A^{(k \in K_1^3)} \quad (75)$$

para $0 \leq t \leq 1$.

Seja $\pi(t^*)$ o valor do vetor-linha, $\pi(t)$ para o qual se alcança o menor valor de $\mu^P(0,t)$. Assim :

$$t^* = t \mid \pi(t^*) * A^{(k \in K_1^2)} = \max_t \left\{ \pi(t) * A^{(k \in K_1^2)} \right\} \quad (76).$$

Pelas considerações já feitas, pode-se concluir também que

$$t^* = 0.$$

Assim, o valor mínimo de $\mu^P(s^P, t)$ se dará para valores de custo tomados à esquerda, isto é,

$$s^P = 0 \text{ e } t^i = 0, \quad i \in A.$$

O valor máximo se dará para custos tomados à direita, isto é,

$$s^P = 1 \text{ e } t^i = 1, \quad i \in A.$$

Reescrevendo (74) e (75), obtém-se :

$$\mu^P(0,0) = f^{(k \in K_1^2)} + \pi(0) * A^{(k \in K_1^2)} \quad (77)$$

$$\mu^P(1,1) = f^{(k \in K_1^3)} + \pi(1) * A^{(k \in K_1^3)} \quad (78)$$

Considerando a definição de A e $\pi(t)$, (77) e (78) podem ser reescritas na forma de somatórios :

$$\mu^p(0,0) = f^{(k \in K_1^2)} + \sum_{j \in A_1} c^{(k \in L_j^2)} \quad (79)$$

$$\mu^p(1,1) = f^{(k \in K_1^3)} + \sum_{j \in A_1} c^{(k \in L_j^3)} \quad (80)$$

As equações (79) e (80) representam, respectivamente, o menor e maior valores possíveis de $\mu^p(s,t)$.

A partir de (79) e (80), pode-se escrever, para cada produto p , de rota chave l :

$$\begin{aligned} \mu^p(s^p, t) = & \left[(1-s^p) \times f^{(k \in K_1^2)} + \left[\left[(1-t^j) \times c^{(j)} \right]_{j \in A} \right]^T \times \left[A^{(k \in K_1^2)} \right] \right] \\ & + \left[(s^p) \times f^{(k \in K_1^3)} + \left[\left[t^j \times c^{(j)} \right]_{j \in A} \right]^T \times \left[A^{(k \in K_1^3)} \right] \right] \\ 0 \leq s^p \leq 1, \quad 0 \leq t^j \leq 1, \quad \forall j \in A \end{aligned} \quad (81)$$

ou, na forma de somatórios :

$$\begin{aligned} \mu^p(s^p, t) = & (1 - s^p) \times f^{(k \in K_1^2)} + \sum_{j \in A_1} (1 - t^j) \times c^{(k \in L_j^2)} \\ & + (s^p) \times f^{(k \in K_1^3)} + \sum_{j \in A_1} (t^j) \times c^{(k \in L_j^3)} \end{aligned} \quad (82)$$

A partir de (81) ou (82), usando as equações (61), (64), (67) e (70), calcula-se o valor de γ^i , $i \in A^r$, $r \in \mathbb{H}$, isto é, das variáveis duais relativas ao limite superior das variáveis canalizadas referentes às rotas-chave.

- de (61) : $\forall k \in K_r^1$, $r = H[p]$:

$$\gamma^k(s^p, t) = -f^k + \pi(t) * A^k + \mu(s^p, t) \quad (83)$$

- de (64) : $\forall k \in K_r^2$, $r = H[p]$:

$$\gamma^k(s^p, t) = -f^k + \pi(t) * A^k + \mu(s^p, t) \quad (84)$$

- de (67) : $\forall k \in K_r^3$, $r = H[p]$:

$$\gamma^k(s^p, t) = 0 \quad (85)$$

- de (70) : $\forall k \in K_r^4$, $r = H[p]$:

$$\gamma^k(s^p, t) = 0 \quad (86)$$

5.3.2.2) CUSTOS RELATIVOS DO PPL-CANALIZADO NA OTIMALIDADE

Uma solução ótima do PPL-canalizado sempre irá satisfazer (31) a (34) para algum conjunto de variáveis duais-factíveis. No cálculo das variáveis duais, impôs-se que as variáveis canalizadas relativas aos arcos e rotas chave satisfizessem tais condições. Para verificar a otimalidade do PL-canalizado resta, portanto, observar se as variáveis referentes às rotas não-chave também satisfazem as condições de otimalidade, para um conjunto qualquer de variáveis duais calculadas através das fórmulas (55)-(59) e (81)-(86).

O lado esquerdo das equações (61), (64), (67) e (70) representa o custo relativo das variáveis canalizadas básicas. Estas mesmas equações podem ser aplicadas às variáveis canalizadas relativas às rotas não-chave para determinar seu custo relativo. Da mesma forma que nas variáveis básicas, devido às condições de convexidade, basta que sejam satisfeitas as restrições (64) e (67), para valores de "s" e "t" entre 0 e 1. Isto é, que exista algum conjunto de variáveis duais, calculadas de acordo com (55-59) e (81-86), com parâmetros $0 \leq s \leq 1$ e $0 \leq t \leq 1$, satisfazendo (65) e (68) para as variáveis não-básicas. Atendidas estas condições, garantidamente, (62) e (71) também serão satisfeitas.

A partir daí, as variáveis duais γ , referentes aos limites superiores das variáveis canalizadas provenientes dos fluxos nas rotas não-chave, podem ser calculadas da mesma forma que para as variáveis

rotas-chave. Desta forma se completa o cálculo do conjunto das variáveis duais. Finalmente, as condições de otimalidade 31 e 33 podem ser verificadas para todas as variáveis primais canalizadas referentes a rotas não-chave ($x_k, \forall k \in S_r, r \in \mathbb{R}, r \notin H$). Se 65 e 68 estiverem satisfeitas para todas as variáveis r não-chave, com certeza 31 e 33 também o serão para todas as variáveis canalizadas relativas a estas rotas não-chave.

Assim, as condições de otimalidade se resumem a satisfazer:

$$\bullet \forall j \in K_r^2, r \in \mathbb{R}_p, r \notin H, : \\ f^j - \pi(t) * A^j - \mu^p(s,t) \leq 0 \quad (87)$$

$$\bullet \forall j \in K_r^3, r \in \mathbb{R}_p, r \notin H : \\ f^j - \pi(t) * A^j - \mu^p(s,t) \geq 0 \quad (88)$$

para toda variável não-básica,

isto é, PARA TODA ROTA NÃO-CHAVE.

Escrevendo estas duas condições em função dos custos das variáveis canalizadas, obtém-se :

$$\begin{aligned}
 & \bullet \text{ de (87) : } f^{(j) \in K_r^2} + \\
 & + \sum_{l \in L_2(a \in A^j)} c^l * (1-t_l) + \sum_{l \in L_3(a \in A^j)} c^l * (t_l) \\
 & - \left[\begin{aligned} & (1-s^p) * f^{(l \in K_k^2)} + \sum_{l \in L_2(a \in A^k)} c^l * (1-t_l) \end{aligned} \right] \\
 & - \left[\begin{aligned} & (s^p) * f^{(l \in K_k^3)} + \sum_{l \in L_3(a \in A^k)} c^l * (t_l) \end{aligned} \right] \leq 0 \quad (89)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \bullet \text{ de (88) : } f^{(j) \in K_r^3} + \\
 & + \sum_{l \in L_2(a \in A^j)} c^l * (1-t_l) + \sum_{l \in L_3(a \in A^j)} c^l * (t_l) \\
 & - \left[\begin{aligned} & (1-s^p) * f^{(l \in K_k^2)} + \sum_{l \in L_2(a \in A^k)} c^l * (1-t_l) \end{aligned} \right] \\
 & - \left[\begin{aligned} & (s^p) * f^{(l \in K_k^3)} + \sum_{l \in L_3(a \in A^k)} c^l * (t_l) \end{aligned} \right] \geq 0 \quad (90)
 \end{aligned}$$

onde r é qualquer rota não-chave, que transporta o produto p, tendo como chave associada a variável k.

Como se vê, no cálculo dos custos relativos de uma variável-rota participam os custos das variáveis-arco relacionadas àquela rota. Esta participação é representada pela segunda linha das equações (89) e (90)

Dois conjuntos particulares de parâmetros "s" e "t" são descritos abaixo. Como são parâmetros válidos, cada um deles é suficiente para a comprovação da optimalidade.

conjunto Θ_1

$$s^p = 1$$

$$t^i = 0, \forall i \in (A^r - A^k)$$

$$t^i = 1, \forall i \in (A^k - A^r)$$

$$t^i = 1, \forall i \in (A^r \cap A^k)$$

Conjunto Θ_2

$$s^p = 0$$

$$t^i = 1, \forall i \in (A^r - A^k)$$

$$t^i = 0, \forall i \in (A^k - A^r)$$

$$t^i = 1, \forall i \in (A^r \cap A^k)$$

Aplicando estes parâmetros nas fórmulas (89) e (90),

obtem-se :

• APLICANDO θ_1 EM (89) e (90):

$$f(j \in \mathbb{K}_r^2) + \sum_{l \in \mathbb{L}^2_{(a \in (\mathbb{A}^r - \mathbb{A}^k))}} c^l$$

$$- \left[f(l \in \mathbb{K}_k^3) + \sum_{l \in \mathbb{L}^3_{(a \in (\mathbb{A}^k - \mathbb{A}^r))}} c^l \right] \leq 0 \quad (91)$$

$$f(j \in \mathbb{K}_r^3) + \sum_{l \in \mathbb{L}^2_{(a \in (\mathbb{A}^r - \mathbb{A}^k))}} c^l$$

$$- \left[f(l \in \mathbb{K}_k^3) + \sum_{l \in \mathbb{L}^3_{(a \in (\mathbb{A}^k - \mathbb{A}^r))}} c^l \right] \geq 0 \quad (92)$$

• APLICANDO θ_2 EM (89) e (90):

$$f(j \in \mathbb{K}_r^2) + \sum_{l \in \mathbb{L}^3_{(a \in (\mathbb{A}^r - \mathbb{A}^k))}} c^l$$

$$- \left[f(l \in \mathbb{K}_k^2) + \sum_{l \in \mathbb{L}^2_{(a \in (\mathbb{A}^k - \mathbb{A}^r))}} c^l \right] \leq 0 \quad (93)$$

$$f(j \in \mathbb{K}_r^3) + \sum_{l \in \mathbb{L}^3_{(a \in (\mathbb{A}^r - \mathbb{A}^k))}} c^l$$

$$- \left[f(l \in \mathbb{K}_k^2) + \sum_{l \in \mathbb{L}^2_{(a \in (\mathbb{A}^k - \mathbb{A}^r))}} c^l \right] \geq 0 \quad (94)$$

5.3.3) A CONDIÇÃO DE PARADA DO PMFCM-LPP COMO CONDIÇÃO DE OTIMALIDADE

Dada uma solução S^* , seja um produto $p \in \mathbb{P}$, com um conjunto de rotas associadas \mathbb{R}_p e de rotas não-vazias \mathbb{C}_p . O conjunto das direções factíveis \mathbb{D}_p reúne todos os pares de rotas (k,r) , $k,r \in \mathbb{R}_p$, para os quais é possível executar uma troca de fluxo entre k e r .

Pelo critério de parada do PMFCM-LPP, para todo par $(k,r) \in \mathbb{D}_p$, valem as condições (91) e (94). Nada se pode garantir, entretanto, quanto a (92) ou (93). Assim, não se pode garantir a otimalidade do PL-canalizado equivalente.

Contudo, se esta solução S^* for tomada como ponto inicial (base inicial) do PL-canalizado através do método SIMPLEX, não se conseguirá obter uma solução com menor valor da FO, caracterizando a otimalidade.

Isto porque :

- caso algum par de rotas $(k,r) \in \mathbb{D}_p$ satisfizer (91) mas não (92), significa que existe uma direção de descida tal que o fluxo é reduzido nas rotas k e r . Esta direção de descida possui um bloqueio nulo na linha de restrição referente ao produto p (conjunto de restrições (3)). Portanto, embora o método SIMPLEX promova uma mudança de base, não haverá melhoria da função objetivo. A mesma análise pode ser feita quanto a (94) e (93).

- caso algum par de rotas $(k,r) \in \mathbb{D}_p$ não satisfaça (91) e (92), ou (93) e (94), também será uma direção de descida para o SIMPLEX, novamente com bloqueio nulo pela própria definição de \mathbb{D}_p .

Dessa forma, qualquer que seja a base adotada para representar S^* ou o conjunto de parâmetros usados para cálculo das variáveis duais, não será possível encontrar uma outra base adjacente com menor valor da Função Objetivo. Dada a convexidade do problema, S^* será uma solução ótima.

5.3.4) PROVA DE CONVERGÊNCIA DO MÉTODO

Existe um número finito de vértices no problema, isto é, um número finito de alocações básicas de fluxo possíveis para cada produto. Por alocação básica, entende-se toda aquela que possui custos à direita e à esquerda diferentes em pelo menos uma variável. Ao mesmo tempo, não é possível que haja uma solução irrestrita do problema, dada a sua estrutura.

Como o PMFCM-LPP caminha de vértice em vértice (de alocação básica em alocação básica), sempre reduzindo a função objetivo de um valor maior que zero, não será possível que o algoritmo utilize duas vezes o mesmo vértice.

Assim, o algoritmo sempre terminará. E como já foi provada a otimalidade de sua solução final, terminará com uma solução ótima.

5.4) COMPARAÇÕES ENTRE OS MÉTODOS PMFCM-LPP E GUB-LPP

Seja uma rede com n nós e p produtos. Supõe-se existir um máximo de $m = n(n-1)$ arcos físicos nesta rede. Isto é, qualquer arco entre A e B sempre utilizará o caminho mínimo entre os dois pontos. Imagine-se que r seja o número máximo de rotas permitidas a cada produto. Dados estes parâmetros, pode-se analisar o comportamento no pior caso dos dois algoritmos quanto a

- número máximo de iterações,
- custo computacional de cada iteração, e
- consumo de memória.

5.4.1) QUANTO AO NÚMERO MÁXIMO DE ITERAÇÕES

O algoritmo GUB-LPP pode fazer, em um pior caso muito improvável, tantas iterações quantas são as bases do problema. O algoritmo PMFCM-LPP, também em uma situação improvável, fará tantas iterações quantos forem os vértices do politopo. Como o problema de roteamento de troncos gera um PL degenerado, o número de bases é muito maior que o de vértices. Teoricamente, portanto, o PMFCM-LPP fará

menos iterações que o GUB-LPP. De qualquer forma, ambos os algoritmos possuem complexidade $O(2^t)$ (onde t é um parâmetro do tamanho do problema) como qualquer algoritmo da família SIMPLEX.

Entretanto, ao se tratar com roteamento de troncos em alta hierarquia, o número de arcos cresce com o cubo do número de nós. Assim, o número de rotas mistas que podem ser construídas crescem também explosivamente (aumento de r). Deve-se portanto, analisar o efeito destes dois fatores no máximo número de iterações. Para simplificar a análise, será desconsiderado o efeito dos custos lineares por partes em ambos os algoritmos.

Dessa forma, o número de vértices do problema passa a ser o número de alocações de fluxo possíveis para cada produto, combinando estas alocações pelo número de produtos da rede. Assim:

$$N' = (2^r - 1)^p$$

é o número máximo de iterações do PMFCM.

Já o número de bases do que o GUB pode percorrer é definido aproximadamente pela combinação de todas as $(rp+m)$ colunas sobre as m colunas da base de trabalho, em conjunto com as combinações possíveis para rota chave em todos os produtos. Como se tratam de p produtos, e imaginando que pelo menos uma rota de cada produto esteja sendo usada como variável não chave (que é uma perspectiva redutora do número de bases), tem-se que :

$$N'' = C_{m+rp}^m * (r-1)^p$$

é o número máximo de iterações do método GUB.

Portanto o número máximo de iterações do GUB-LPP depende do número de arcos da rede, o que não acontece com o algoritmo PMFCM-LPP. Assim, é de se esperar que o PMFCM-LPP tenha um melhor comportamento que o GUB-LPP para o roteamento de redes de troncos em alta hierarquia, DESDE QUE o número r de rotas por produto se mantenha a níveis aceitáveis.

5.4.2) QUANTO AO CUSTO DA ITERAÇÃO

A cada iteração, o GUB-LPP deve :

- calcular as variáveis duais, com um esforço proporcional a m^2 (número de elementos da base de trabalho);
- calcular os custos relativos, com um custo computacional linear ao número de arcos por rota;
- calcular a coluna entrante atualizada, com um custo também linear com o número de arcos por rota;
- determinar o bloqueio e atualizar variáveis, com esforço proporcional ao número de linhas ($m + p$);
- atualizar a base de trabalho, muitas vezes com um custo computacional proporcional a m^2 .

De uma forma geral, o esforço computacional por iteração do GUB-LPP é proporcional ao quadrado do número de arcos da rede. Como este número cresce com o cubo do número de nós para a transmissão em 140 Mbps, chega-se a uma esforço proporcional à sexta potência do número de nós da rede.

Enquanto isto, o PMFCM-LPP exige a cada iteração :

- calcular os custos relativos para cada direção factível . O cálculo do custo relativo tem um esforço computacional diretamente proporcional ao número de arcos por rota, mas o número de rotas factíveis cresce proporcionalmente ao quadrado do número de rotas por produto. Assim, o esforço computacional para esta fase é proporcional a $r^2 p$.
- calcular o bloqueio, com esforço também linear com o número de arcos por rota.
- atualizar as variáveis , com esforço proporcional ao número de arcos por rota .

O custo computacional das iterações do PMFCM-LPP pode ser considerado, portanto, proporcional ao quadrado do número de rotas por produto e linear com o número de produtos.

Comparando com o GUB-LPP, conclui-se que para um r pequeno,

a iteração do PMFCM-LPP será muito mais barata que a do GUB-LPP, principalmente para o roteamento em redes em alta hierarquia, que geram uma grande quantidade de arcos .

5.4.3) QUANTO AO DISPÊNDIO DE MEMÓRIA

Embora seja uma avaliação dependente da implementação adotada, pode-se fazer algumas análises quanto à quantidade de informação mínima que cada algoritmo exige. O GUB-LPP, por exemplo, necessita dos seguintes dados :

- conjuntos de índices das rotas permitidas a cada produto :
→ p conjuntos de r elementos cada;
- informação dos arcos : → um conjunto de m elementos;
- informação das rotas : → um conjunto de rp elementos;
- coluna entrante atualizada e variáveis duais : (m + p) elementos cada;
- inversa da base de trabalho : um conjunto com m^2 elementos.

Enquanto isso, o PMFCM-LPP exige :

- conjunto das rotas de cada produto, informação dos arcos e das rotas, da mesma forma que o GUB-LPP;
- conjunto das rotas que passam por cada arco, para permitir a remarcação das mesmas : → m conjuntos com quantidade variável de elementos.

Comparando os dois algoritmos, vê-se que a necessidade de memória do PMFCM-LPP cresce linearmente com o número de arcos, enquanto a do GUB-LPP cresce proporcional ao quadrado do mesmo número. Embora o custo de memória tenda a se reduzir, existem limitações severas ao seu uso quando se utiliza micro-computadores. Outra vantagem de se economizar memória de máquina é que assim torna-se possível a implementação de interfaces amigáveis, com facilidades gráficas que facilitam muito a análise dos resultados por parte do planejador. Estas implementações costumam consumir bastante espaço de armazenamento.

5.5) CONCLUSÕES

Apresentou-se um algoritmo para definição do roteamento de multi-produtos em uma rede de fluxo com custos lineares por partes, onde se conhecem a priori as rotas factíveis para escoar cada produto. O novo algoritmo foi comparado favoravelmente com o método GUB-LPP, reconhecido como bastante eficiente para o tratamento deste tipo de problema. Sua principal vantagem é dispensar a manutenção da inversa da matriz básica (matriz base de trabalho). Como esta assume grandes dimensões na modelagem do problema de roteamento em redes hierárquicas de telecomunicações (modelo apresentado no capítulo III), este algoritmo permite a resolução de redes de grande porte (cerca de uma centena de centrais) mesmo em micro-computadores.

6) IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL E APLICAÇÃO A UMA REDE REAL

Durante a implementação computacional procurou-se obter um sistema com alta eficiência, tanto em termos de tempo de processamento quanto em consumo de memória. Ao mesmo tempo, informações relativas aos custos de compra de equipamentos, topologia da rede, disponibilidades instaladas e rotas candidatas ao roteamento deveriam ser facilmente alteráveis. Para isto, adotou-se uma divisão destas informações em arquivos separados, propícia à posterior utilização de um sistema de gerência de banco de dados. Embora estes arquivos não estejam de acordo com o padrão "de facto" existente no sistema TELEBRAS, a estratégia utilizada permite que se executem programas de "tradução" extremamente simples. Isto é importante quando se considera o uso desta metodologia integrada a outras existentes.

Este capítulo, longe de ser um "Manual do Usuário", destina-se mais à compreensão das dificuldades e vantagens envolvidas no uso desta metodologia. Para exemplificar sua aplicação, escolheu-se uma rede fictícia baseada na rede da cidade de São Paulo. A principal diferença em relação à rede real é a eliminação dos produtos com demanda inferior a 2 sistemas S2 (1 S2 = PCM-30).

Propõem-se duas soluções para a rede : a primeira usando apenas rotas com arcos a 2 ou 34 Mbps, e outra incluindo rotas com enlaces a 140 Mbps. Um resumo da aplicação da metodologia e os resultados obtidos para as duas soluções propostas é apresentado.

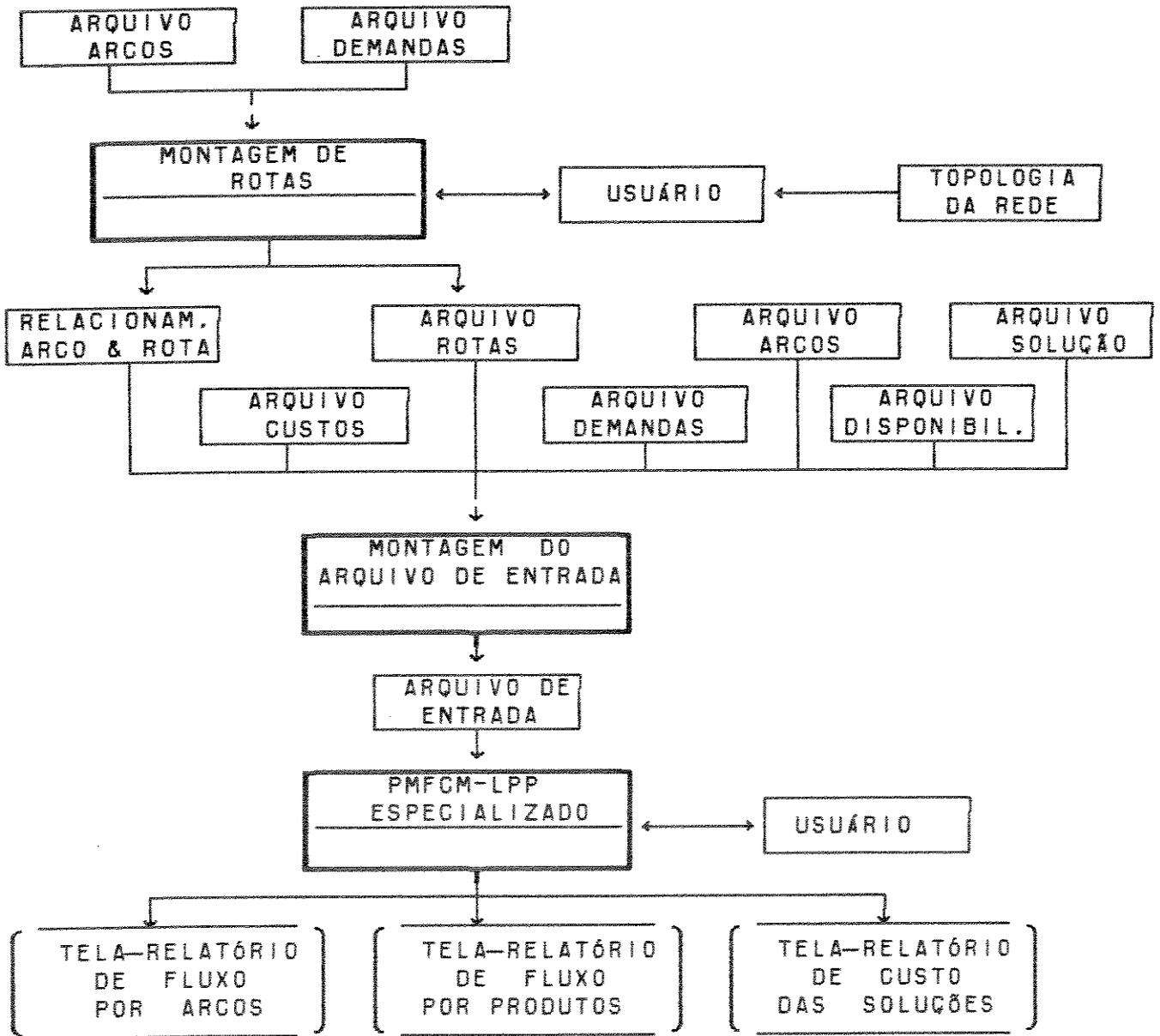
● Limitações do Estudo de Caso Apresentado

A qualidade da solução fornecida pela metodologia de roteamento proposta aqui depende diretamente da quantidade e qualidade das rotas candidatas escolhidas. Trabalhos anteriores se utilizam de algoritmos especializados para obtenção destas rotas. Bortolon (1989) descreve algoritmos para cálculo de rotas a 2 Mbps, baseando-se em técnicas de caminhos mínimos; Garcia (1987) utiliza adaptações de Programação Dinâmica para gerar rotas candidatas a 34 Mbps. Todavia, não existem adaptações destes algoritmos para rotas a 140 Mbps, principalmente considerando a utilização do anel de alta hierarquia.

Dessa forma, optou-se por uma montagem manual das rotas candidatas. Essa solução pode comprometer a qualidade da rede final, uma vez que se reduz a quantidade de rotas candidatas por produto.

6.1) ESTRUTURA COMPUTACIONAL

A estrutura adotada pode ser resumida no seguinte diagrama:



● Figura 6.1: diagrama de fluxo para otimização do roteamento

A seguir, faz-se um resumo dos arquivos, relatórios e programas do fluxo apresentado na figura 6.1.

6.1.1) ORGANIZAÇÃO DE ARQUIVOS E RELATÓRIOS

Todos os arquivos descritos neste trabalho são de acesso sequencial. Este fato, associado à necessidade de manter as informações disponíveis para atualização e economizar memória de acesso randômico (RAM) no módulo de otimização, obrigou ao desenvolvimento de um programa que seleciona e condensa toda a informação necessária em um único arquivo (arquivo de entrada). Já as rotas candidatas, como já foi explicado, são geradas manualmente pelo usuário usando o programa de Montagem de Rotas.

● ARQUIVO DE ARCOS

O *Arquivo de Arcos* é composto por tantos registros quanto são os arcos da rede. Cada registro contém :

- o código do tipo do arco : arco a 2 Mbps, 34 Mbps, 140 Mbps, alimentador 140 Mbps ou arco de ligação entre MUX-1920. Para maiores detalhes quanto aos tipos de arcos, veja capítulos 3 e 4.

- o número identificador do arco : arcos de tipos diferentes podem ter o mesmo número.

- a descrição do arco : onde geralmente se define a origem e destino do mesmo. Adota-se para isto a seguinte convenção :

a) arcos 2 Mbps entre os pontos A e B : A2B2 ;

b) arcos 34 Mbps entre os pontos A e B : A3B3 ;

c) arcos 140 Mbps entre os pontos A e B : A4B4 ;

d) arcos alimentadores locais, multiplexando módulos de até 16 sistemas PCM-30 em A, onde o sinal multiplexado entra em um arco do tipo 140 Mbps, que o leva até B : A2A4B4 ;

e) arcos alimentadores remotos, multiplexando módulos de até 16 sistemas PCM-30 em A, levando-os através de uma fibra óptica a 34 Mbps até B, onde o sinal multiplexado entra em um arco do tipo 140 Mbps, que o leva até C : A2B4C4 ;

f) arcos de ligação entre MUX-1920 instalados em A, ligando as dois MUX-1920, um que multiplexa os canais destinados a B e outro que multiplexa os canais destinados a C : A4B4aC4

- até 10 conjuntos de equipamentos por cada arco . Estes são descritos por código e quantidade de equipamento que cada canal

"atravessa" ao utilizar o enlace. Por exemplo, uma canal que utilize um arco a 34 Mbps passa obrigatoriamente por um certo comprimento de fibra óptica, por dois multiplexadores-480 canais, dois multiplexadores-120 canais e dois elos ópticos-34 Mbps.

● ARQUIVO DE DEMANDAS

Cada uma das demandas de troncos identificadas na rede possui um registro equivalente neste arquivo. Cada registro possui :

- o número identificador da demanda/produto;
- a descrição do produto, que deve incluir os nomes das estações origem e destino.
- a demanda de sistemas PCM-30 necessários entre as duas extremidades.
- CHAVE DE ORDENAÇÃO : composta pelo tipo do arco mais o seu número.

● PROGRAMA DE MONTAGEM DE ROTAS

Com este programa, o usuário gera tantas rotas quanto queira para cada um dos produtos identificados no *Arquivo de Demandas*. O programa checka se existem os arcos necessários à montagem de cada rota, pesquisando uma tabela gerada a partir do *Arquivo de Arcos*.

Para cada rota gerada, escreve-se um registro equivalente no *Arquivo de Rotas*. Para cada arco de cada rota gerada, escreve-se um registro equivalente no *Arquivo de Relacionamento arco & rotas*.

● ARQUIVO DE ROTAS

Contém as informações relativas a cada rota. Entre elas :

- o tipo de rota : usando arcos a 2 , 34 ou 140 Mbps em seu trecho de maior hierarquia.
- o número do produto : obtido do arquivo de demandas. Se uma rota puder atender dois produtos, então serão gerados dois registros neste arquivo.
- o número da rota :gerado pelo programa de montagem de rotas.
- uma descrição da rota.

- CHAVE DE ORDENAÇÃO : tipo e número da rota.

● ARQUIVO DE RELACIONAMENTO ARCO & ROTA

Neste arquivo, para cada rota contida no *Arquivo de Rotas*, existem tantos registros quantos são os arcos por ela utilizados. Cada um contendo o tipo e número da rota, além do tipo e número do arco utilizado.

- CHAVE DE ORDENAÇÃO : todos os campos citados, na mesma ordem.

● ARQUIVO DE DISPONIBILIDADES

Para cada arco representado no *Arquivo de Arcos* que possua disponibilidades instaladas, cria-se um registro neste arquivo.

Cada registro do arquivo de disponibilidades possui :

- o tipo e número do arco.

- até dez conjuntos de equipamentos disponíveis, caracterizados pelo tipo do equipamento e o número de sistemas PCM-30 instalados para uso.

● ARQUIVO DE SOLUÇÃO INICIAL

Define para cada rota (identificada por tipo e número) o fluxo inicial de sistemas PCM-30 transportados. Estes dados são suficientes para caracterizar uma solução inicial do problema.

● PROGRAMA DE MONTAGEM DO ARQUIVO DE ENTRADA

O programa de montagem de rotas tem como função principal reduzir todas as informações existentes nos outros arquivos ao formato do arquivo de entrada. Existem duas opções básicas oferecidas ao usuário :

-a) se o usuário deseja utilizar uma solução inicial, e

-b) se o usuário deseja utilizar apenas arcos de 2 e 34 Mbps, ou também deseja utilizar arcos de 140 Mbps.

Escolhida a opção (a), os fluxos nas rotas serão utilizados posteriormente pelo PMFCM-LPP especializado para a montagem da primeira solução factível do problema. Repare que a solução inicial de

um problema pode ser usada em outro diferente (com demandas diferentes, por exemplo).

De uma forma geral, o programa atua da seguinte forma:

- para cada rota, verifica se todos os arcos necessários podem ser utilizados. Caso afirmativo, marca todos estes arcos como "arcos usados".

- para cada produto, verifica quais são as rotas disponíveis para o roteamento.

- definidas as rotas e arcos a utilizar, pode-se finalmente montar o arquivo de entrada.

● ARQUIVO DE ENTRADA

O primeiro registro informa o número de arcos, rotas e produtos descritos.

- Um segundo grupo de registros informa para cada arco a estrutura do custo de compra. Baseia-se para isto na modularidade, disponibilidade e custo dos diversos equipamentos.

- o terceiro grupo de registros informa, entre outros dados, o fluxo inicial e o conjunto de rotas que podem utilizar cada arco.

- o quarto grupo de registros traz informações das rotas : fluxo inicial, produto transportado e arcos que a compõem.

- o último grupo de registros informa que rotas atendem a cada produto, além de informações gerais de cada produto.

6.12) PROGRAMA DE OTIMIZAÇÃO

O programa responsável pela otimização do roteamento é uma especialização do PMFCM-LPP. Foram incorporados alguns procedimentos para a geração automática das heurísticas de custo e relatórios para as soluções finais.

● DESCRIÇÃO GERAL

Resumidamente, o programa PMFCM-LPP Especializado pode ser assim descrito :

- 1) Leitura do Arquivo de Entrada, com alocação das estruturas de dados de produtos, rotas e arcos.
- 2) Montagem de uma solução inicial factível, utilizando os fluxos lidos do arquivo de entrada.
- 3) Montagem da Heurística Tipo I, para todos os arcos. Neste momento, faz-se também a montagem dos custos das rotas.
- 4) Repita até que o usuário não deseje mais alterar as heurísticas :
 - 4.1) Desmarque todas as rotas
 - 4.2) Repita até alcançar a solução ótima :
 - 4.2.1) Repita até obter uma direção de descida satisfatória (critério de escolha da direção de descida); Ao mesmo tempo, marque as rotas que não possuem nenhuma direção de descida associada a elas.
 - 4.2.1.1) Gere uma direção factível (um par de rotas de um mesmo produto, onde pelo menos uma das rotas possui fluxo diferente de zero e pelo menos uma das rotas seja desmarcada).
 - 4.2.1.2) Verifique se a solução factível é também uma direção de descida, isto é, se é possível reduzir o custo da presente solução promovendo uma troca de fluxos entre as duas rotas. Ao mesmo tempo, determine o bloqueio desta direção de descida.
 - 4.2.2) Altere a solução de acordo com a direção de descida e bloqueio escolhidos. Desmarque as rotas que tenham seus custos alterados em função desta alteração no fluxo.
 - 4.3) Exiba os relatórios descrevendo a solução obtida.
 - 4.4) Caso o usuário deseje, altere as heurísticas de custo.

● RELATÓRIO DE FLUXO POR ARCOS

Este relatório é emitido a pedido do usuário, ao final de cada iteração do procedimento heurístico. O usuário pode percorrer todos os arcos da rede, em ordem ascendente ou descendente, indexados pela sua "posição" no *Arquivo de Entrada*.

A Tela 6.1 é uma amostra deste tipo de relatório. Os campos

são descritos a seguir :

```
***** RELATORIO DE FLUXO POR ARCOS      iter : 8 *****
numero = 142      tipo = 304      num.tp.= 21      descricao = LI2LI4FA4
Flx.inic. flx.anter. flx.final  heur.  custo linear  custo real  custo fixo
  26          7          0          6      0.000000e+00          0          0
heuristica de custo : 0-- 1.0000e+20 -->
                    ROTAS QUE USAM O ARCO
num.   prod.   tipo   num.tip   flx.anter   fluxo atual
390    54       4      660       5           0
416    83       4      920       2           0
```

● Tela 6.1: relatório de fluxo por arcos

Campo 1: número da iteração do processo heurístico (não confundir com iterações do PMFCM-LPP).

Campo 2: número de ordem do arco dentro do *Arquivo de Entrada*.

Campo 3: tipo do arco, onde :

- 2 → arco 2 Mbps
- 3 → arco 34 Mbps
- 4 → arco 140 Mbps
- 304 → arco alimentador
- 404 → arco de ligação entre MUX-1920

Campo 4: número original do arco no *Arquivo de Arcos*.

Campo 5: descrição do arco.

Campo 6: fluxo do arco na solução inicial do processo heurístico (solução não otimizada original).

Campo 7: fluxo do arco na solução otimizada da iteração anterior do processo heurístico.

Campo 8: fluxo do arco na solução otimizada da atual iteração do processo heurístico.

Campo 9: tipo de heurística empregada para este arco. Segue a seguinte relação :

- 1 - heurística do tipo I
- 2 - heurística do tipo II
- 3 - heurística do tipo III, usando módulos de 4 S2
- 4 - heurística do tipo III, usando módulos de 16 S2
- 5 - heurística do tipo III, usando módulos de 64 S2
- 6 - heurística do tipo V, usando módulos de 16 S2

Campo 10: custo de expansão para aquele arco, estimado através da heurística de custo linear por partes.

Campo 11: custo de expansão real para aquele arco, obtido a partir dos custos reais dos equipamentos, suas modularidades e disponibilidades.

Campo 12: custo fixo de implantação do arco. Ocorre quando o usuário define que um determinado arco terá um fluxo de troncos mínimo diferente de zero.

Campo 13: Descrição da curva de custo linear por partes, desde o seu limite inferior, descrito à esquerda da "flecha". O custo por sistema PCM-3D até o próximo ponto de quebra é aquele escrito sobre a própria flecha.

Campos 14 a 19: informações relativas às rotas que passam por aquele arco.

● RELATÓRIO DE FLUXO POR PRODUTOS

Este relatório é análogo ao anterior, com a diferença que o usuário acessa cada tela a partir do número do produto. A Tela 6.2 exemplifica este relatório. Note que cada produto pode ser transportado por mais de uma rota, e que cada rota geralmente é formada por mais de um arco. Assim, os campos 4 a 10 (informações de rotas) e os campos 11 a 16 (informações sobre os arcos que formam cada rota) podem se repetir algumas vezes para um mesmo produto.

RELATORIO DE FLUXOS POR PRODUTOS iter : 7
 numero = 3 , demanda = 11

rota	tipo	ntip	flx.init	flx.ant	flx.atual	cst.linear
344	4	60	0	10	10	9.4737500e+02

ARCOS QUE FORMAM A ROTA						
num.	tipo	ntip	flx.ant	fluxo	descricao	
125	4	16	32	32	AM4BG4	
150	304	31	32	32	AM2AM4BG4	
151	304	32	32	32	BG2BG4AM4	

rota	tipo	ntip	flx.init	flx.ant	flx.atual	cst.linear
345	4	70	0	1	1	1.2470312e+03

ARCOS QUE FORMAM A ROTA						
num.	tipo	ntip	flx.ant	fluxo	descricao	
127	4	18	48	48	AM4CB4	
128	4	19	76	64	CB4PA4	
132	4	24	15	3	BG4PA4	
154	304	35	48	48	AM2AM4CB4	
162	304	47	15	3	BG2BG4PA4	
180	404	19	21	17	CB4PA4aAM4	
193	404	58	11	3	PA4BG4aCB4	

● Tela 6.2: relatório de fluxo por produtos

- Campo 1: número da iteração do processo heurístico
- Campo 2: número de ordem do produto.
- Campo 3: demanda de sistemas PCM-30.
- Campo 4: número da rota (obtido do *Arquivo de Entrada*).
- Campo 5: tipo do arco, onde :
 - 2 → rotas a 2 Mbps
 - 3 → rotas a 2/34 Mbps
 - 4 → rotas a 2/34/140 Mbps
- Campo 6: número original do arco no *Arquivo de Rotas*.
- Campo 7: fluxo da rota na solução inicial do processo heurístico (solução não otimizada original).
- Campo 8: fluxo da rota na solução otimizada da iteração anterior do processo heurístico.

Campo 9: fluxo da rota na solução otimizada da atual iteração do processo heurístico.

Campo 10: custo de uso daquela rota, para o presente fluxo de sistemas.

Campos 11 a 16: Informações dos arcos que compõem esta rota.

● RELATÓRIO DE CUSTOS DAS SOLUÇÕES

Estes relatórios fazem um resumo dos custos totais das diversas soluções obtidas ao longo do processo heurístico. Para cada uma delas, os custos são detalhados da seguinte forma:

● Por Linhas:

Linha 1: custos de expansão dos enlaces a 2 Mbps.

Linha 2: custos de expansão dos enlaces a 34 Mbps.

Linha 3: custos de expansão dos enlaces a 140 Mbps.

Linha 4: custos de expansão dos enlaces alimentadores dos arcos a 140 Mbps.

Linha 5: custo de expansão dos enlaces responsáveis pela ligação entre os MUX-1920 (ligações dos anéis).

Linha 6: custo total de expansão dos enlaces.

Linha 7: custo total de utilização das rotas.

Linha 8: custo total da solução.

***** RELATORIO DE CUSTO DAS SOLUCOES OBTIDAS *****

ITERACAO NUMERO : 1		cmp.linear	cmp.fixo	cmp.real
arco 2	Mbps	1.2975060e+07	0.0000000e+00	1.2975060e+07
	34 Mbps	5.6809640e+06	0.0000000e+00	1.1736760e+07
	140 Mbps	1.7065060e+06	0.0000000e+00	4.6399400e+06
alimentadores		1.4807062e+06	0.0000000e+00	2.7773100e+06
ligacoes anel		2.5875000e+03	0.0000000e+00	4.2000000e+03
total arcos		2.1845824e+07		3.2133270e+07
custos rotas		2.1845822e+06		
total geral		2.4030406e+07		3.4317852e+07

● Tela 6.3 : Relatório de Custos da iterações

● Por coluna:

Primeira coluna : custos lineares, obtidos a partir das heurísticas de custo linear por partes.

Segunda coluna : custos fixos, que ocorrem sempre que o usuário define que um enlace possui um fluxo mínimo diferente de zero.

Terceira coluna : custos reais de compra, obtidos a partir dos custos de equipamentos, suas modularidades e disponibilidades.

6.2) APLICAÇÃO A UMA REDE EXEMPLO

A rede física apresentada na figura 6.2 é baseada na rede de galerias da cidade de São Paulo. Trata-se de uma rede com cerca de 40 estações e 81 galerias.

● PRODUTOS A SEREM ROTEADOS

No exemplo estudado neste capítulo será considerada, por simplificação, a existência de apenas um produto por par de estações.

Ressalte-se que, no caso real, nem todo par de estações teria uma demanda de sistemas associada. Entretanto, alguns dos pares poderiam ter mais de um produto entre eles.

Ao todo, são definidos 162 produtos para o roteamento, isto é, 162 registros no *Arquivo de Demandas*.

exemplo.

Os enlaces a 34 Mbps foram escolhidos a partir dos estudos apresentados por Garcia (1987). Naquele trabalho foi utilizada uma rede bastante semelhante à atual, com o que aproveitaram-se os seus resultados como substitutos do estudo preliminar de roteamento a 2/34 Mbps exigido pela metodologia proposta aqui. Ao todo, foram descritos 49 enlaces a 34 Mbps no *Arquivo de Arcos*.

Os enlaces a 140 Mbps foram escolhidos da seguinte forma:

- todo arco a 34 Mbps que recebeu um grande volume de troncos na solução final de Garcia(1987) teve um arco a 140 Mbps paralelo apresentado como candidato ao roteamento.

- todo par de estações com uma demanda total superior a 32 sistemas PCM-30 recebeu um arco a 140 Mbps interligando-as.

- além destes, outros enlaces a 140 Mbps foram propostos, de forma a completar a formação de várias estruturas em anel. Estas podem ser identificadas na rede resultante da primeira iteração da metodologia (Figura 6.7).

Os enlaces alimentadores foram definidos da seguinte forma:

- toda extremidade de enlace a 140 Mbps recebeu um alimentador local.

- as estações não pertencentes ao anel de alta hierarquia receberam pelo menos um enlace alimentador que as "conecta" ao anel através do ponto mais próximo.

Definidos os arcos a 140 Mbps, todas as ligações entre MUX-1920 possíveis (arcos de ligação) foram caracterizadas de forma a permitir uma maior liberdade na fase de definição de rotas.

● DEFINIÇÃO DAS ROTAS CANDIDATAS

Conforme explicado anteriormente, esta fase foi prejudicada pela ausência de um algoritmo especializado para a definição de rotas na topologia a 140 Mbps. Por este motivo, definiu-se um número mínimo suficiente de rotas candidatas, que permitisse avaliar a aplicabilidade da metodologia. Avaliações econômicas sobre as estratégias de roteamento em alta hierarquia exigiriam a definição do

maior número de rotas candidatas possível.

Dentro desta limitação, foram definidas as seguintes rotas para cada produto:

- uma rota em 2 Mbps, utilizando o caminho mínimo entre origem e destino.

- de uma a três rotas a 34 Mbps, procurando minimizar a distância entre o ponto de origem e a primeira porta, somada à distância entre o ponto de destino e a segunda porta.

- pelo menos uma rota a 140 Mbps, construída da mesma forma que a rota a 34 Mbps, ou utilizando os enlaces do anel a 140 Mbps.

Ao todo, foram definidas 725 rotas :

162 rotas a 2 Mbps;

368 rotas a 2/34 Mbps;

195 rotas a 2/34/140 Mbps.

Estas rotas utilizaram-se de 321 arcos, sendo:

78 enlaces a 2 Mbps;

113 enlaces a 34 Mbps;

21 enlaces a 140 Mbps;

37 enlaces alimentadores locais;

37 enlaces alimentadores remotos;

35 enlaces de ligação entre MUX-1920.

Alguns produtos não tiveram rotas candidatas a 140 Mbps. É o caso do produto entre as estações SA e AM, em que AM era o nó do anel de alta hierarquia mais próximo de SA. Neste caso, qualquer solução através do anel seria mais cara que uma ligação direta entre eles (um enlace a 2 ou 34 Mbps entre SA e AM seria utilizado mesmo na rota candidata em 2/34/140 Mbps).

Um número maior de rotas a 34 Mbps foi proposto, de forma a se conseguir uma boa solução usando apenas arcos a 2 e 34 Mbps, o que se fez utilizando a metodologia exposta em Garcia (1987) (Sistema PRETA). A aplicação desta metodologia é descrita no item 6.2.1, após o qual se descreve a solução da rede exemplo utilizando também as rotas a 2/34/140 Mbps, usando a metodologia proposta no capítulo 4.

6.2.1 SOLUÇÃO USANDO ROTAS A 2/34 MBPS (SISTEMA PRETA)

A solução da rede exemplo utilizando apenas enlaces a 2 e 34 Mbps é obtida com a aplicação da seguinte sequência de heurísticas nos enlaces a 34 Mbps:

- 1ª iteração: heurística de tipo I, que não considera modularidades.
- 2ª iteração: heurística de tipo II.
- 3ª iteração: heurística de tipo III, módulo de 16 sistemas S2. Esta heurística é uma adaptação do trabalho de Garcia (1987).
- 4ª iteração: heurística de tipo II.
- 5ª iteração: heurística de tipo III, módulo de 4 S2 (idêntica à proposta por Garcia(1987)).
- 6ª iteração: heurística de tipo II.
- 7ª iteração: heurística de tipo III, módulo de 4 S2.

O resultado da primeira iteração está ilustrado nas figuras 6.3 e 6.4. O custo linearizado total desta solução inicial ($50,10 \times 10^6$ Unidades Monetárias) serve como um limitante inferior do custo da solução ótima. Note a grande quantidade de enlaces com utilizações muito "distantes" de múltiplos do módulo de 16 sistemas S2 nos arcos da figura 6.3. Esta distância é responsável pela diferença entre os custos reais e lineares, que pode ser observada na tabela 6.1 (custo linearizado = $25,40 \times 10^6$; custo real = $37,87 \times 10^6$).

A mesma tabela fornece a evolução dos custos ao longo das iterações. Pode-se observar como as aplicações das heurísticas de tipo II elevam os custos linearizados, aproximando-os dos custos reais. O uso de heurísticas de tipo II é a principal maneira de eliminar enlaces sub-utilizados ao longo das iterações.

Nota-se também que uma solução de custo mínimo (custo total = $56,06 \times 10^6$ UM) foi obtida na 3ª iteração. O processo heurístico, entretanto, obrigou a retirada de enlaces a 34 Mbps através da aplicação da heurística II na iteração seguinte. Isto reduziu o custo real dos enlaces a 34 Mbps (de $22,76 \times 10^6$ para $22,72 \times 10^6$ UM), mas aumentou o custo dos enlaces a 2 Mbps, enacarecendo as iterações

posteriores.

Este tipo de ocorrência é comum aos processos heurísticos, cabendo ao planejador decidir qual das soluções é mais adequada ao seu problema. No caso presente, adotou-se a rede resultante da sétima iteração como solução final, que é apresentada nas figuras 6.5 e 6.6 (enlaces a 2 e 34 Mbps, respectivamente).

Comparando os resultados da primeira com os da sétima iteração, pode-se observar:

- uma redução do custo total (expansão de arcos + custo de rotas) de 62,57 para $56,16 \times 10^6$ UM). Recorde-se que o limitante inferior ao custo da solução final é de $50,10 \times 10^6$ UM.

- um aumento no volume de enlaces a 2 Mbps: seu custo passou de 20,14 para $28,81 \times 10^6$ UM.

- a eliminação de enlaces com baixa utilização dos módulos de alta hierarquia. Note a grande quantidade de enlaces a 34 Mbps com fluxo de S2 igual a múltiplos de 16 sistemas.

- a presença de alguns enlaces a 2 Mbps sobrecarregados (até mais que 100 S2 em um enlace!). Isto se deve a dois fatores:

- alguns destes arcos sobrecarregados não possuem um enlace a 34 Mbps em paralelo ou, havendo este enlace, não se propuseram rotas candidatas para que certos produtos o usassem. É o caso dos enlaces LPA-PI, CO-PA, LI-PA.

- para distâncias pequenas, o arco a 2 Mbps é mais barato que o enlace a 34 Mbps (com os custos empregados aqui). Contudo, a engenharia da rede pode exigir a instalação de arcos de fibra óptica. É o caso dos enlaces LP-LPA e PD-PL.

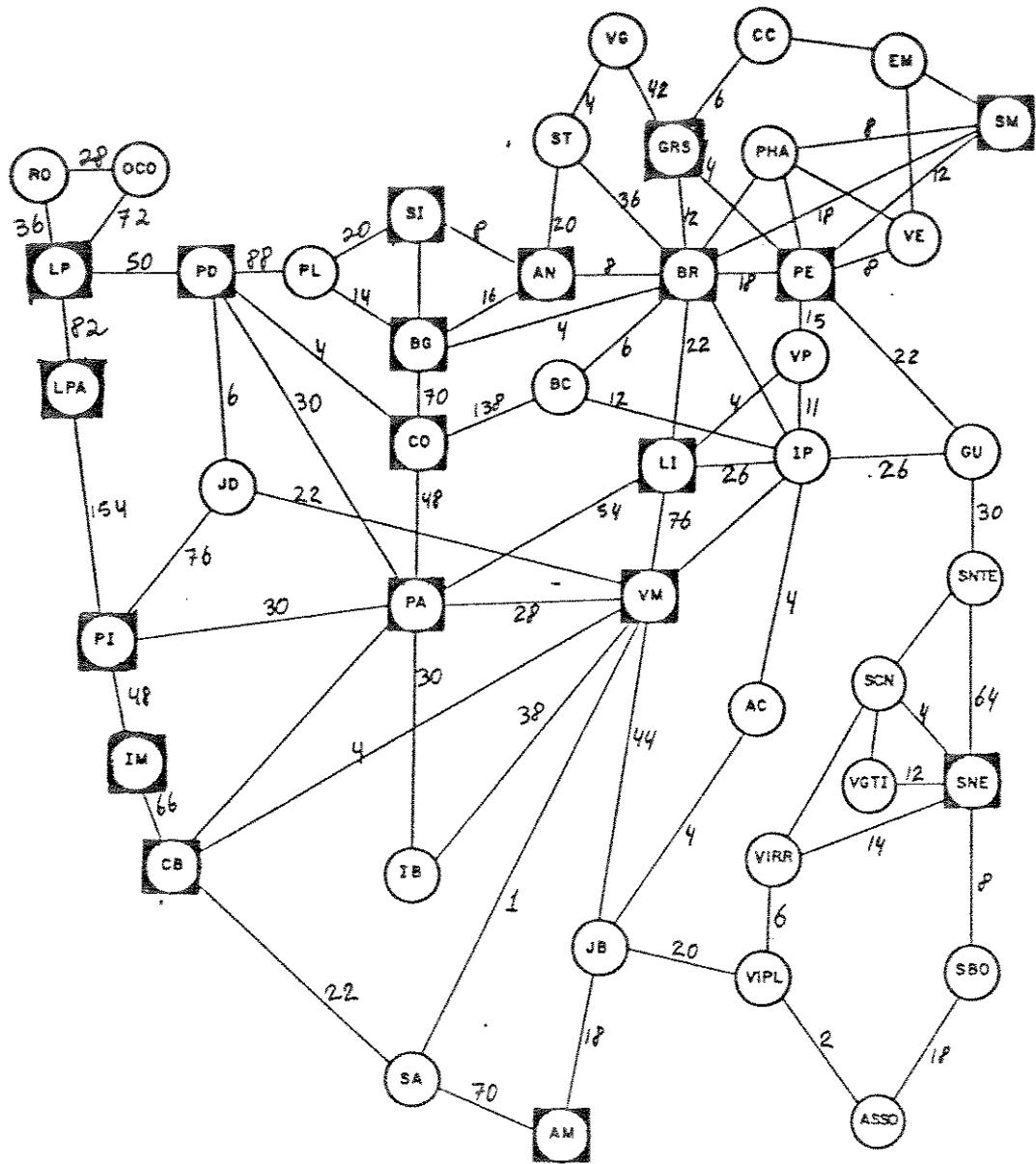
TABELA 6.1 - CUSTOS DAS ITERAÇÕES : ROTAS A 2/34 Mbps

Iter. nº	Total Arcos Real	Total Geral		2 Mbps Custo	34Mbps		
		Linear	Real		Heurística Empregada	Custos	
						Linear	Real
1	58,01	50,10	62,57	20,14	tipo I	25,40	37,87
2	52,56	57,25	57,61	29,90	tipo II	22,31	22,66
3	51,08	54,69	56,06	28,32	tipo III	21,39	22,76
4	51,30	55,97	56,28	28,58	tipo II	22,41	22,72
5	51,21	55,84	56,20	28,63	tipo III	22,22	22,58
6	51,16	56,16	56,16	28,81	tipo II	22,35	22,35
7	51,16	55,85	56,16	28,81	tipo III	22,04	22,35

unidade : 10^6 Unidades Monetárias

A tabela 6.1 permite observar a evolução dos custos ao longo das iterações. Como já foi mencionado, uma solução de menor custo é encontrada na terceira iteração, após a qual o custo real volta a subir para depois reduzir-se nas últimas soluções.

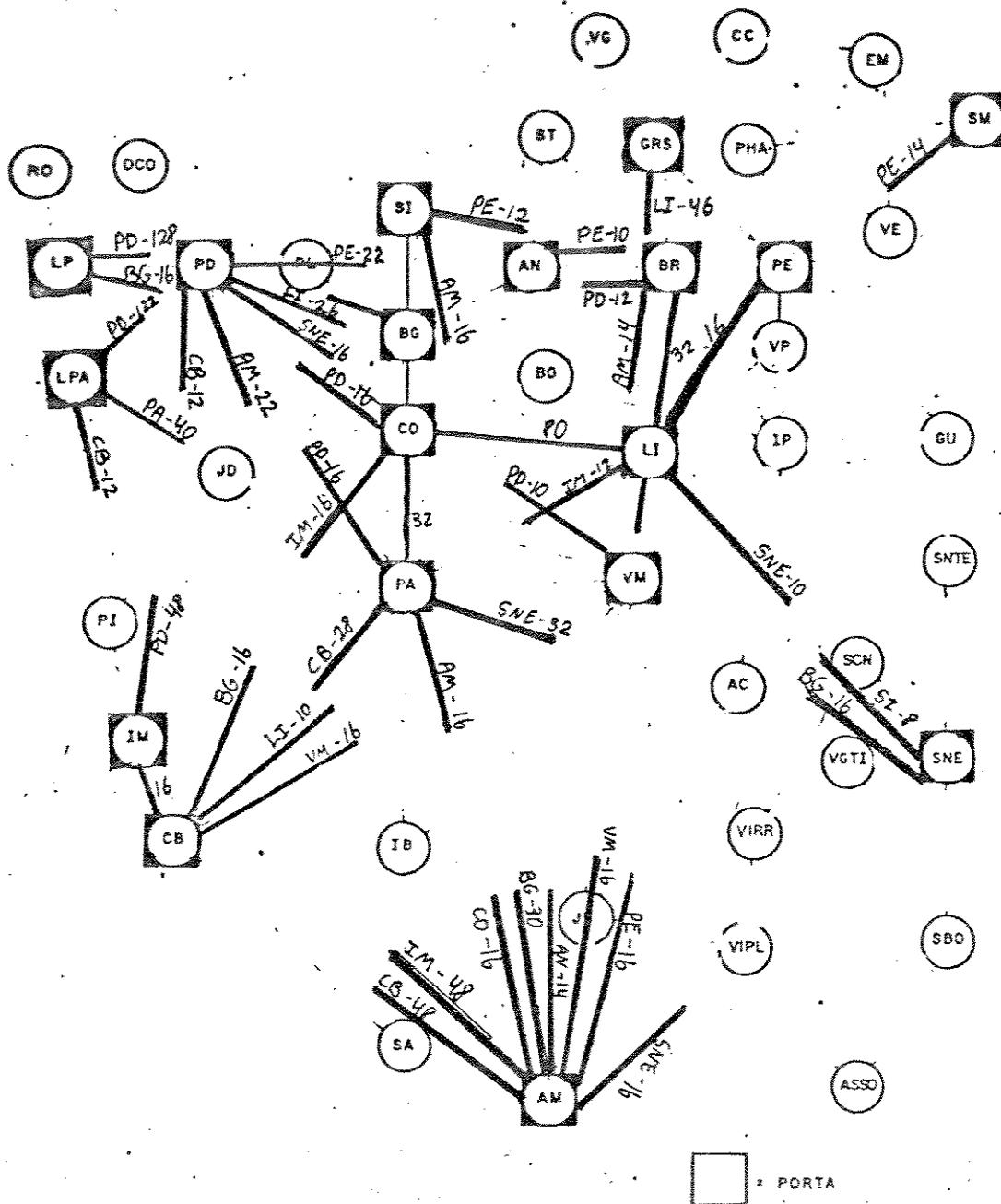
Note-se a redução da diferença entre os custos lineares e real : de 12×10^6 UM para menos de 1×10^6 .



● Figura 6.5: rede a 2 Mbps

7ª iteração ; solução a 2/34 Mbps

Comparando a rede da figura 6.5 com aquela da figura 6.3, nota-se o aumento do número de enlaces a 2 Mbps. Este aumento resulta da eliminação de enlaces a 34 Mbps com baixa taxa de utilização.



● Figura 6.6: rede a 34 Mbps
7ª iteração ; solução a 2/34 Mbps

Dos 70 enlaces presentes na primeira iteração, apenas 48 permaneceram até a solução final. Nota-se que a grande parte deles possui exatamente 16 ou um múltiplo de 16 sistemas S2. Esta característica é benéfica do ponto de vista de uso dos equipamentos, já que a maioria dos multiplexadores e repetidores ópticos será utilizado em plena capacidade. Note a pequena diferença entre os custos linearizados (fornecidos pela aplicação da heurística tipo III) e os custos reais na sétima iteração ($55,85$ e $56,16 \times 10^6$ UM, respectivamente).

6.2.2) SOLUÇÃO USANDO ROTAS A 2, 34 E 140 MBPS

Neste caso, além das rotas candidatas a 2 e 34 Mbps, utilizam-se as rotas a 140 Mbps. Em particular, diversas destas rotas passam por mais de um enlace-140 Mbps, formando anéis de alta hierarquia. A figura 6.7 permite identificar vários destes anéis.

A sequência de aplicação de heurísticas adotada segue a metodologia proposta no capítulo IV : em uma primeira fase determina-se uma topologia de alta hierarquia que é "factível", somente depois promovendo um refinamento da solução.

A solução inicial do processo é obtida através da aplicação da heurística de tipo I a todos os enlaces. Esta primeira iteração apresenta grandes diferenças entre os custos reais e lineares, que podem ser observadas na tabela 6.2. O motivo desta diferença é a não consideração das modularidades (64 sistemas S2 para os arcos a 140 Mbps, 16 para os alimentadores remotos, locais ou enlaces a 34 Mbps).

Outra característica não considerada pela heurística I é a limitação quanto ao número de entradas admitida pelos MUX-1920 (4 entradas a 34 Mbps por MUX). Daí a necessidade de "factibilizar" a rede. Como já foi explicado no capítulo IV, isto é feito através da aplicação da heurística de tipo VI aos arcos que representam estas "entradas": alimentadores locais, remotos e arcos de ligação.

A segunda fase do roteamento procura distribuir o fluxo de S2 considerando esta estrutura factível de alimentadores e enlaces a 140 Mbps.

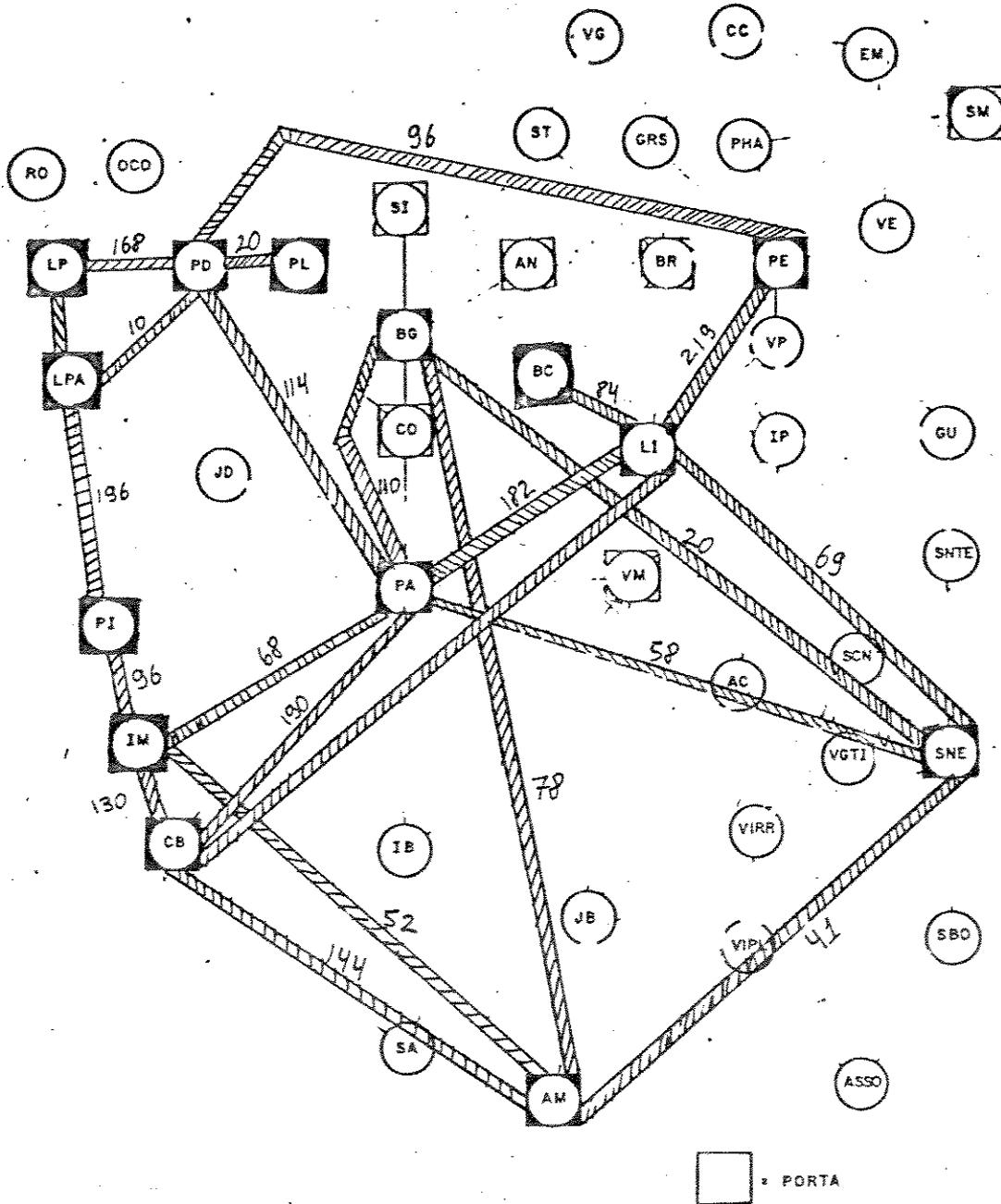
● Limitantes Inferiores ao Custo da Solução Final

A aplicação da heurística I fornece um primeiro limitante inferior ao custo da solução ótima (LI1). Entretanto, a primeira fase do roteamento reduz o universo de soluções possíveis ao fixar uma topologia para o anel de alta hierarquia. Com isto, obtém-se um segundo limitante inferior (LI2), específico para aquela estrutura de enlaces a 140 Mbps e alimentadores. O custo real da solução final pode ser comparado com estes dois limitantes inferiores, verificando a qualidade da solução obtida.

Sempre se obterá um limitante LI2 maior que LI1. A diferença entre estes limitantes é um indicador da qualidade da

topologia escolhida.

As figuras 6.7 a 6.10 ilustram a rede obtida através da aplicação da heurística de tipo I a todos os enlaces de alta hierarquia (2 e 34 Mbps). Para maior clareza, cada figura apresenta apenas um tipo de enlace.



● Figura 6.7: rede a 140 Mbps

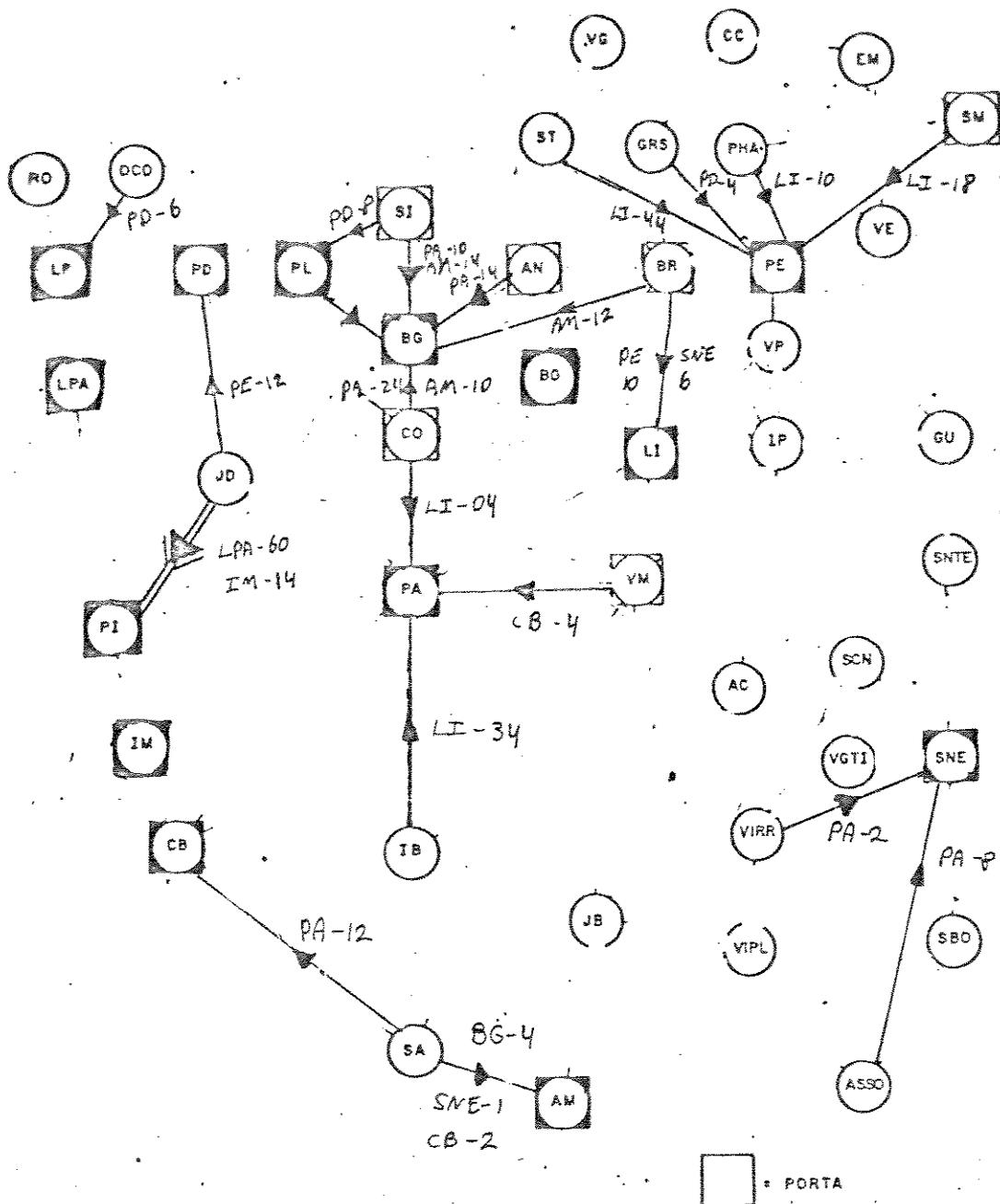
1ª iteração : solução a 2/34/140 Mbps

Os enlaces a 140 Mbps, como pode se observar na figura 6.7, recebem grande volume de sistemas S2. Vários anéis de alta hierarquia

podem ser identificados, o que permitiria tratar aspectos de segurança da rede, a exemplo do sistema PORRUS (Bim,1987). Não existe preocupação com a modularidade de 1920 canais (64 S2). O enlace IM-PA, por exemplo, exige o uso de um sistema de fibra óptica-140 Mbps para apenas 4 S2. Isto se traduzirá em uma grande diferença entre os custos real e linear destes enlaces na tabela 6.2 ($9,82$ e $6,32 \times 10^6$ UM, respectivamente). O mesmo acontece com os enlaces a 34 Mbps e os alimentadores remotos e locais, que têm modularidade de 16 sistemas S2 (480 canais).

A economia de escala permitida pelos enlaces a 140 Mbps atrai a maior parte do fluxo de S2 para o anel de alta hierarquia. A diminuição do volume de transmissão a 34 Mbps (em relação à solução usando apenas enlaces à 2 e 34 Mbps) pode ser observada de duas formas: comparando as figuras 6.4 e 6.9, ou os custos reais dos enlaces a 34 Mbps na primeira linha das tabelas 6.1 e 6.2 ($37,87$ e $8,50 \times 10^6$ UM, respectivamente).

A quantidade de alimentadores remotos e locais imposta por esta primeira iteração, entretanto, torna a rede infactível. Os alimentadores remotos são ilustrados na figura 6.8, identificados por um segmento de reta orientado. Ao lado deste segmento, descreve-se a destinação do sinal que passa pelo alimentador remoto e o volume de S2 transmitido.



● Figura 6.8: rede de alimentadores remotos
1ª iteração : solução a 2/34/140 Mbps

Nota-se uma grande quantidade destes enlaces, que em conjunto com os alimentadores locais, infactibilizam a construção da rede proposta. Por exemplo, dois alimentadores remotos partem de SA, entrando em MUX-1920 no ponto AM, sendo que um deles ocupa canais do enlace-140 Mbps AM-SNE e outro de AM-CB. Estes dois alimentadores exigem um par de elos ópticos, um MUX-120 e outro MUX-480, para transportarem apenas 1 e 2 S2, respectivamente.

As figuras 6.9 e 6.10 ilustram as redes a 34 e 2 Mbps da

iteração. Este processo seria bastante dispendioso se realizado manualmente, mas poderia ser automatizado por técnicas do tipo *Branch & Bound*, por exemplo.

No caso presente, entretanto, a aplicação de heurísticas foi feita de maneira generalizante. A cada iteração, cada tipo de enlace de alta hierarquia (alimentadores, 34 e 140 Mbps) recebeu um único tipo de heurística de custo. A tabela 6.2 apresenta a heurística de custo aplicada a cada tipo de enlace por iteração. No caso de heurísticas do tipo III, indica também o tamanho do módulo considerado (4, 16 ou 64 sistemas S2).

TABELA 6.2 : CUSTO DAS ITERAÇÕES ; ROTAS A 2/34/140 Mbps

it nº	custos totais		custos por hierarquia de transmissão									
			2 Mbps	34 Mbps		140 Mbps			alimenta- dores			
	lin.	real		tp he	lin	real	tp he	lin	real	tp he	lin.	real
1	34,24	42,29	12,53	I	05,30	08,50	I	06,32	09,82	I	07,04	09,04
2	35,99	48,29	13,49	I	07,11	16,40	I	05,79	08,19	V	06,30	06,92
3	37,96	49,64	14,15	I	08,73	19,39	II	06,09	06,63	II	05,62	06,10
4	41,08	43,74	20,03	II	06,44	07,29	III 64	05,33	06,63	III 16	05,64	06,14
5	40,21	43,33	19,97	III 04	05,99	07,40	-	05,10	06,53	V	05,47	05,75
6	41,65	43,20	20,07	III 16	06,62	07,45	II	06,19	06,53	II	05,44	05,47
7	40,89	43,52	20,45	III 04	06,38	07,39	III 64	04,96	06,53	III 04	05,42	05,47

Na segunda iteração, os enlaces alimentadores e de ligação dos MUX-1920 receberam a heurística de custo de tipo V, que elimina qualquer enlace com utilização inferior a 50%. Seu efeito pode ser notado na aproximação dos custos real e linear destes arcos na segunda iteração (veja tabela 6.2). Todos ou outros enlaces permaneceram com a heurística de tipo I. Note que a eliminação de enlaces alimentadores acarretou uma alteração da topologia do anel a 140 Mbps (o custo real dos enlaces a 140 Mbps caiu de 9,82 para $8,19 \times 10^6$ UM).

A terceira iteração restringe o uso de enlaces a 140 Mbps através da aplicação de heurísticas do tipo II aos enlaces alimentadores e do anel. Desta forma, retiram-se da rede solução alguns módulos de fibra óptica (mais MUX-1920 e elos ópticos) que transmitiam poucos S2. Assim se reduz a diferença entre o custo real e o custo linearizado dos enlaces a 140 Mbps.

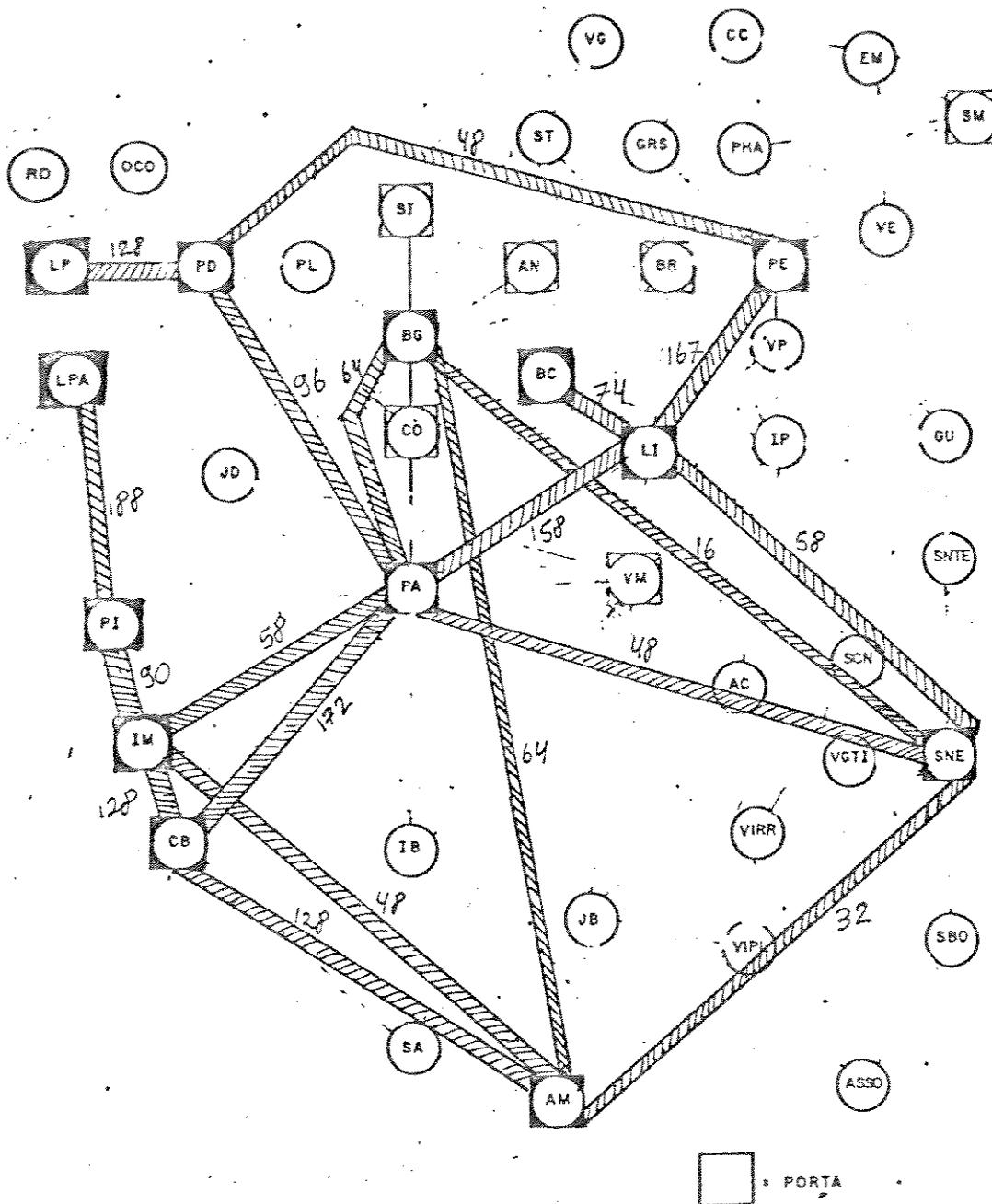
Tanto a segunda quanto a terceira iteração promovem um uso mais intenso dos enlaces a 34 Mbps (seu custo real passa de 8,5 para 16,40 e 19,39 x 10⁶ UM). Este fluxo de S2 provém de rotas candidatas que passavam através do anel a 140 Mbps e que tiveram um ou mais de seus arcos nesta hierarquia eliminados da rede.

Com estas duas iterações já se obtém uma rede factível, onde se reduziu bastante o volume de arcos a 140 Mbps e alimentadores em relação ao proposto na primeira iteração. Esta redução, aliada à inexistência de alguns enlaces a 34 Mbps (que já havia sido identificado na solução a 2/34 Mbps), provocou um aumento no volume de enlaces a 2 Mbps (custo arcos 2 Mbps cresceu de 12,53 para 20,03 x 10⁶ UM), encarecendo bastante a rede em comparação com o LI1. Portanto, a fase de definição da topologia em alta hierarquia tem grande importância na formação do custo real final.

A quarta e quinta iterações definem o limite inferior para o custo desta rede factibilizada. Enquanto o limitante inferior LI1 está em torno de 34 x 10⁶ UM, o limitante inferior da rede factibilizada (LI2) vale aproximadamente 40 x 10⁶ UM. Esta diferença se deve, principalmente, ao aumento no volume de sistemas a 2 Mbps, já que os custos lineares e reais dos enlaces de alta hierarquia se reduziram em relação à primeira iteração.

Note como o custo real dos enlaces a 140 Mbps se mantém constante daí por diante, indicando que o anel de alta hierarquia está definido. Também os alimentadores do anel mantêm um custo real aproximadamente constante. Algumas alterações ainda ocorrem com os enlaces a 34 Mbps, na medida em que se procura eliminar a diferença entre custo real e linearizado através de aplicações de heurísticas de tipo III com diferentes modularidades.

As figuras 6.11 a 6.14 ilustram a redes a 140 Mbps, de alimentadores remotos, a 34 e 2 Mbps respectivamente.



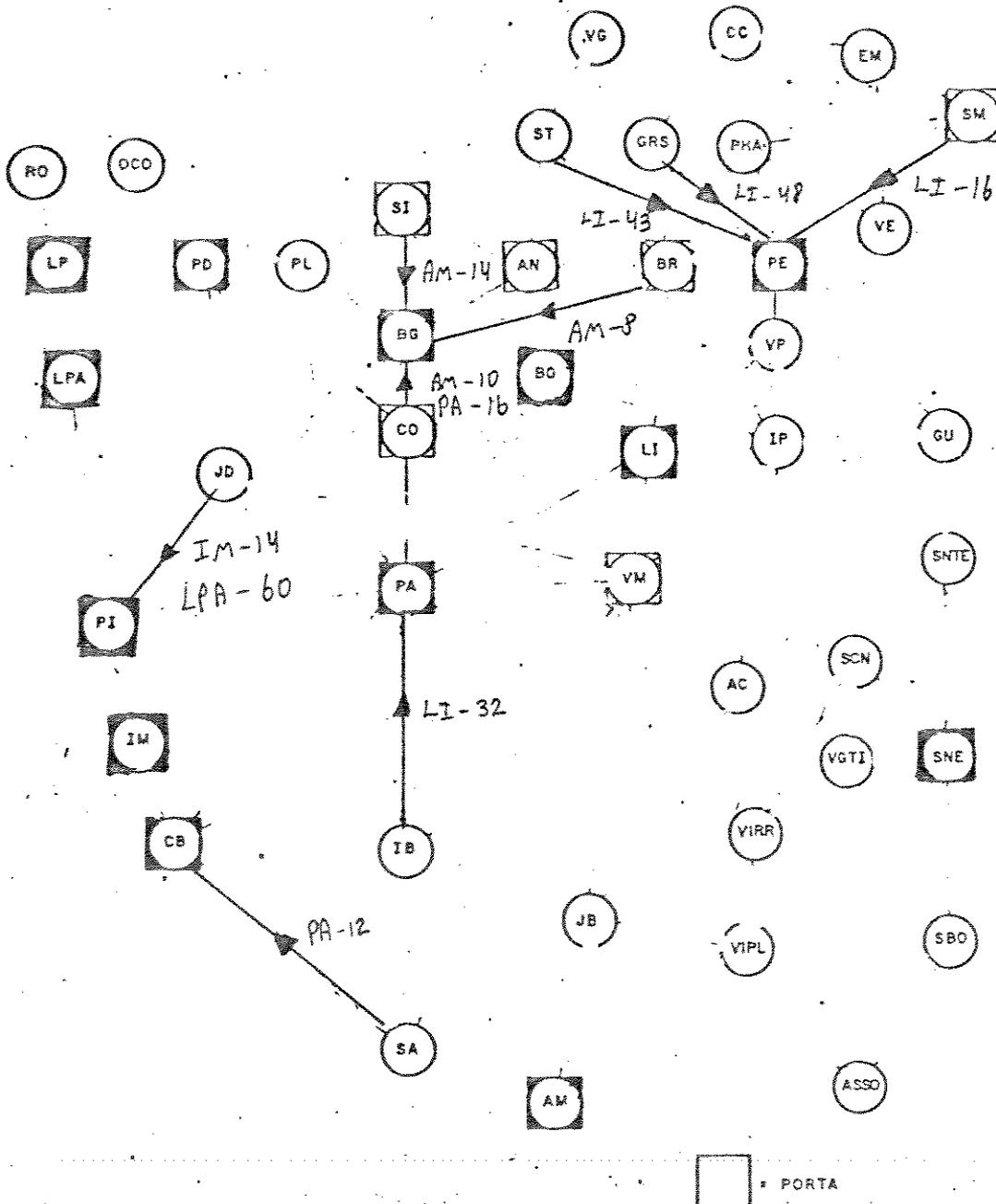
● Figura 6.11: rede de enlaces a 140 Mbps
 7ª iteração ; solução a 2/34/140 Mbps

A figura 6.11 apresenta uma rede a 140 Mbps com boa ocupação dos enlaces. Grande parte deles apresenta utilização completa (64, 128 ou 192 enlaces) ou próxima a ela. Alguns arcos com baixa ocupação transmitem 16, 32 ou 48 sistemas, indicando uso completo de enlaces alimentadores.

Note a formação de diversos anéis com grande volume de sistemas. Isto permite a utilização de rotas arco-disjuntas, aumentando a segurança da rede. Outra vantagem é a facilidade de

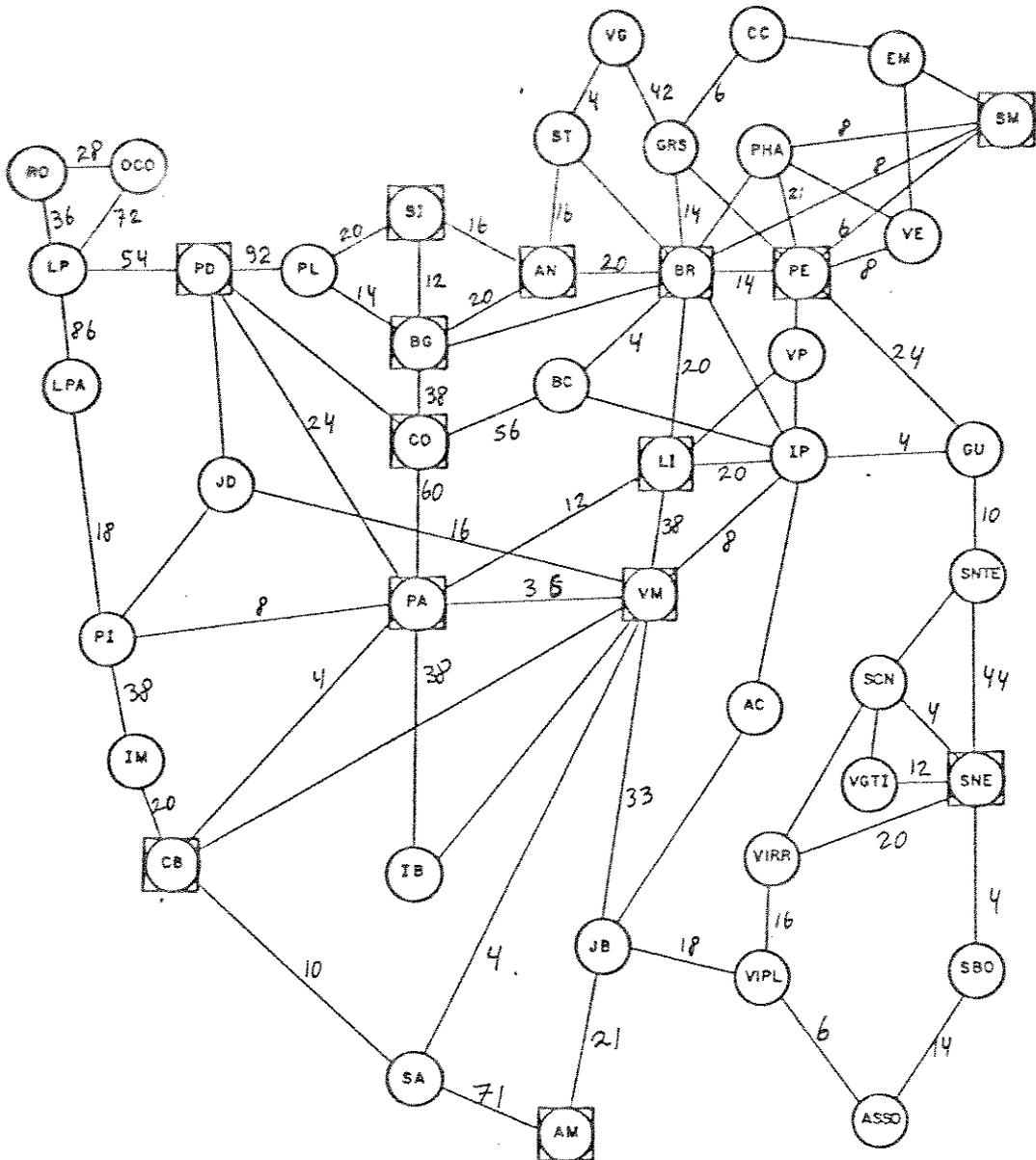
execução de futuras expansões, aproveitando a capacidade não-utilizada nos enlaces.

A figura 6.12 apresenta os enlaces alimentadores remotos mantidos na rede. Comparando com a figura 6.8, nota-se que grande parte dos enlaces alimentadores propostos na primeira iteração foram eliminados ao longo do processo. Os arcos alimentadores remotos remanescentes têm todos uma taxa de utilização maior que 50%.



● Figura 6.12: rede de enlaces alimentadores remotos
7ª iteração ; solução a 2/34/140 Mbps

O volume de enlaces a 34 Mbps é bastante menor que aquele



● Figura 6.14: rede de enlaces a 2 Mbps
7ª iteração : solução a 2/34/140 Mbps

Em resumo, verifica-se que não há grande diferença entre o custo real da solução apresentada e o LI2 (limitante inferior do custo da rede com a topologia adotada), que são iguais a $43,52$ e $40,0 \times 10^6$ UM respectivamente. Contudo há uma diferença significativa do LI2 para o LI1 (40 e 34×10^6 UM). Isto indica que a topologia de alta hierarquia obtida na primeira fase da metodologia poderia ser melhorada, permitindo um maior fluxo através dos anéis a 140 Mbps. Para a topologia apresentada, entretanto, a solução encontrada tem custo próximo ao da solução ótima.

7) CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA CONTINUIDADE DO TRABALHO

Este trabalho apresentou um estudo sobre o planejamento da rede de troncos telefônicos em uma área urbana. O problema do roteamento físico dos circuitos através da malha de meios de transmissão é estudado de forma detalhada, enfatizando o uso de sistemas de transmissão digital em alta hierarquia (taxas de 34 e 140 Mbps). Neste intuito, apresentou-se :

- 1) uma revisão de alguns conceitos de planejamento de redes locais de telefonia, apontando os benefícios e complicadores gerados pela introdução da tecnologia de transmissão digital na rede de troncos.

- 2) um estudo da influência da modularidade dos meios de transmissão sobre o problema de roteamento de troncos, inclusive o uso de rotas mistas, que usam enlaces a 2, 34 e/ou 140 Mbps para sua construção.

- 4) uma nova modelagem matemática, baseada na formulação arco-rota de redes de fluxo multi-produto, cujas principais características são :

- emprego de funções de custo côncavas na forma de uma escada irregular, que são aproximadas através de funções convexas lineares por partes (a exemplo do Sistema PRETA; Garcia, 1987).

- consideração das disponibilidades instaladas, através de funções de custo lineares por partes apropriadas para cada caso:

- a representação dos multiplexadores de 120 e 480 canais, que alimentam os MUX-1920; esta se dá por meio dos arcos de "alimentação local" ou pelos arcos de "alimentação remota" utilizadas nas rotas mistas.

- a representação das ligações (cabos coaxiais) entre as entradas de dois MUX-1920 localizados em uma mesma estação responsável pela implementação do anel a 140 Mbps : esta representação é feita por um arco especial denominado de "arco de ligação";

- 5) o desenvolvimento de uma metodologia de planejamento da rede

de troncos que, usando o modelo matemático apresentado, procura aproveitar ao máximo as economias de escala das hierarquias superiores. A principal característica desta metodologia é a aplicação sequencial e alternada de diversos tipos de heurísticas de custo lineares por partes. Além disso, promove-se a divisão do problema em duas fases : a definição da topologia em alta hierarquia e o refinamento da solução:

● 6) o desenvolvimento de um algoritmo para o cálculo do fluxo de custo mínimo em redes multiproduto com custos convexos lineares por partes. Este foi denominado PMFCM-LPP, já que guarda algumas semelhanças com o clássico algoritmo PFCM (Kennington, 1980). Trata-se de uma especialização do método SIMPLEX que aproveita a estrutura especial do problema, dispensando o uso da inversa da base de trabalho na obtenção dos custos relativos e do bloqueio, o que lhe confere grande eficiência;

● 7) a descrição de uma implementação computacional deste algoritmo, com interfaces especializadas de entrada e saída, que permite a análise do roteamento em redes de grande porte (cerca de 4000 variáveis) em micro-computadores. Uma rede exemplo, baseada na rede de troncos da cidade de São Paulo é utilizada para demonstrar a aplicação da metodologia.

Para maior clareza de exposição, as conclusões resultantes das experiências com a metodologia proposta foram divididas em três grupos :

- do modelo matemático;
- da metodologia de roteamento;
- do algoritmo e da implementação computacional.

7.1) DO MODELO MATEMÁTICO

As experiências efetuadas comprovaram a adequação da formulação arco-rota (ou arco-caminho) ao problema de roteamento em geral. Sua grande vantagem reside na coincidência entre as variáveis de decisão do modelo e aquelas com que trabalha o planejador. Isto facilita a implementação de interfaces homem-máquina adequadas ao

processo de planejamento.

As heurísticas de custo tipo IV e V revelaram-se, como ferramentas, bastante úteis ao planejamento. A primeira permite ao planejador a imposição de sua preferência pela expansão de um certo enlace, definindo que o volume de sistemas PCM-30 por ele transmitido será sempre superior a um limite mínimo. Enquanto isto, a heurística V atua como uma "eliminadora" de enlaces sub-utilizados, que o planejador também pode usar para impor restrições ao crescimento de um enlace da rede isoladamente. Este tipo de facilidade não existia em implementações de metodologias anteriores.

O modelo matemático do roteamento desenvolvido aqui permite considerar, com pequenas alterações, o uso de outras hierarquias (8 e 565 Mbps), ou mesmo de outras tecnologias de transmissão digital (como a tecnologia síncrona descrita em Brungard (1990)).

7.2) DA METODOLOGIA DE ROTEAMENTO

A metodologia de roteamento é composta de duas fases : a primeira define a topologia em alta hierarquia (140 Mbps), enquanto a segunda executa um refinamento da solução, eliminando enlaces e alimentadores a 34 Mbps com baixas taxas de utilização. Ambas as fases se utilizam de aplicações sequenciais e alternadas das diversas heurísticas de custo. Estas são definidas a cada iteração para cada um dos tipos de arcos (2, 34 e 140 Mbps, alimentadores e de ligação). Uma vantagem da metodologia é a geração de dois limitantes inferiores ao custo da solução ótima: um para a rede como um todo, e outro específico para cada topologia em alta hierarquia definida na primeira fase.

A metodologia admite variações na sequência de heurísticas adotada. Diferentes sequências , especialmente na primeira fase, podem levar a soluções finais diferentes. A geração de um conjunto de soluções tecnicamente factíveis constitui-se um importante auxílio no processo de tomada de decisão.

A comparação entre soluções diferentes é dificultada pelas características do planejamento da rede de troncos. Por exemplo, é importante que se considere, além de seu custo, a capacidade de

expansão das soluções alternativas. Muitas vezes, uma solução um pouco mais cara possui uma capacidade de expansão maior na topologia em alta hierarquia, gerando uma solução mais econômica a longo prazo.

O processo de escolha das heurísticas de custo a aplicar em cada iteração também é bastante discutível. A estratégia de escolher a heurística baseado apenas em uma sequência fixa apresentou resultados conflitantes. Uma mesma sequência de aplicação de heurísticas pode produzir uma solução quase-ótima para algumas redes, ao mesmo tempo que gera soluções de baixa qualidade para outras. Isto se deve ao fato de que o procedimento adotado age como um "algoritmo guloso", eliminando enlaces com baixa taxa de utilização logo nas primeiras iterações.

Deve-se lembrar que a qualidade das soluções pode ser estimada pela diferença entre seu custo total e o limitante inferior gerado. Caso a diferença seja relativamente elevada (acima de 20%, por exemplo), pode-se questionar a adequação da topologia escolhida.

Uma outra observação é que a aplicação generalizada da heurística V deve ser evitada. Esta heurística acaba provocando uma eliminação exagerada dos enlaces alimentadores, "empobrecendo" a sub-rede em alta hierarquia. Esta aplicação deve ser limitada somente àqueles pontos onde estejam ocorrendo infactibilidades na implementação da rede (mais de quatro entradas a 34 Mbps por MUX-1920). Aplicar as heurísticas baseado apenas nos tipos de enlaces é uma estratégia simplificada para resolver o problema, podendo gerar soluções um tanto distantes do ótimo.

Assim, sugerem-se três extensões a este trabalho, no que se refere à metodologia de roteamento :

- o desenvolvimento de métodos para estudos de longo prazo, com decisões estagiadas, reduzindo as dúvidas sobre que topologia adotar ao considerar a capacidade de expansão nos vários estágios;

- o desenvolvimento de um algoritmo que "gerencie" a aplicação das heurísticas de custo, baseando-se em um maior conhecimento do fluxo de produtos na rede. Este deve reconhecer os pontos de infactibilidade da solução e gerar soluções alternativas com as devidas correções;

- a utilização de técnicas especializadas do tipo *Branch & Bound*, A^* ou outras na sub-fase de definição da topologia de alta hierarquia. Para isto, o limitante inferior fornecido pelo presente método é uma ferramenta de apoio muito útil.

Uma outra característica desta metodologia é a necessidade de uma maior quantidade de rotas por produto (cerca de 15), se se deseja uma boa utilização da sub-rede a 140 Mbps, especialmente quando se utilizam alimentadores remotos.

Assim, há necessidade de se desenvolver também um algoritmo que gere automaticamente as rotas que utilizam a topologia de alta hierarquia; este procedimento foi executado manualmente neste trabalho.

Finalmente, cabe ressaltar que a evolução tecnológica da transmissão digital deve ser considerada nos futuros modelos matemáticos de planejamento, sob pena de se prejudicar a utilidade destes no apoio ao planejador. Algumas extensões possíveis já poderiam ser estudadas, como por exemplo :

- execução de estudos de tráfego mais detalhados, a fim de se aproveitar a não-coincidência dos horários de pico de demanda dos diversos produtos. Caso esta não-coincidência seja significativa, dever-se-ia adaptar as metodologias de cálculo do entroncamento para considerar este efeito.

- consideração da possibilidade de encaminhamento dinâmico das chamadas telefônicas, incluindo sua influência nos problemas de entroncamento e roteamento.

7.3) DO ALGORITMO E SUA IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Apesar desta ser a primeira implementação do algoritmo PMFCM-LPP, o mesmo apresentou um excelente desempenho na resolução de problemas de grande porte.

Uma de suas principais características é a pequena quantidade de iterações necessárias para alcançar a otimalidade. Para isto contribuiu bastante a presença do critério de escolha da direção de descida, que seleciona entre cada 30 direções aquela que mais reduz

o valor da função objetivo. Esta estratégia somente é possível pelo baixo custo computacional do cálculo dos custos relativos e do valor do bloqueio.

O PMFCM-LPP é um algoritmo bastante robusto, no qual não são necessárias preocupações quanto a estabilidade numérica. Isto se deve à inexistência de operações de atualização ou inversão de bases de trabalho. Esta característica é importante para utilização em processos interativos e/ou iterativos de apoio ao planejamento, pois permite que sempre se utilize a última solução como ponto de partida da iteração seguinte.

Os parâmetros que podem afetar a eficiência computacional do algoritmo são o número de produtos e, principalmente, o número de rotas candidatas por produto. O primeiro tem uma influência linear, isto é : se todo produto possui o mesmo número de rotas candidatas, aumentando número de produtos se obtém um aumento proporcional sobre o tempo de processamento.

Por outro lado, o número de rotas por produto exibe uma influência não-linear sobre o tempo computacional. Isto ocorre porque o algoritmo se baseia na geração do conjunto de direções de descida, que nada mais são que as rotas de cada produto associadas aos pares. Assim, este conjunto cresce, no pior caso, com o quadrado do número de rotas. Entretanto, a cardinalidade do conjunto de direções de descida depende também do número de rotas cheias, isto é, aquelas com fluxo diferente de zero. Como o algoritmo (melhorado com um critério eficiente de escolha da direção de descida) mantém sempre reduzido o conjunto das rotas cheias, o tempo de processamento do algoritmo cresce linearmente com o número de rotas por produto no caso médio.

Todas estas conclusões foram obtidas a partir de um conjunto de experiências reduzido. Testes mais conclusivos exigiriam a construção de um gerador aleatório de redes e comparações com outras técnicas de solução do problema de fluxo multi-produto de custo mínimo, o que vai além do escopo deste trabalho.

De uma forma geral, pode-se afirmar que o PMFCM-LPP é aconselhável para problemas de grande porte, já que não mantém uma matriz inversa da base de trabalho. Esta característica faz com que seja comparado favoravelmente ao GUB-LPP, por exemplo, na medida em

que elimina problemas de estabilidade numérica e dispensa a manutenção de uma matriz inversa de grande dimensão. O novo algoritmo também é aconselhado para problemas menores em que exista um grande número de produtos e arcos, mas com um conjunto de rotas candidatas reduzido. O mesmo não será competitivo, todavia, em redes com pequeno número de produtos, um conjunto de rotas candidatas muito grande e um pequeno número de arcos. Nestes casos, é provável que as formulações nó-arco sejam mais bem sucedidas.

De qualquer forma, a presente implementação do PMFCM-LPP ainda pode ser melhorada, principalmente no procedimento de geração de direções de descida e na estratégia de marcação de rotas. Estas melhorias exigem um trabalho de experimentação mais aprimorado, que não foi executado aqui. Mesmo assim, a implementação atual consegue tempos abaixo de 2 minutos para otimizar uma rede com cerca de 150 produtos, 750 rotas e 250 arcos, em um micro-computador.

Uma última consideração diz respeito às interfaces homem-máquina empregadas neste trabalho. Apesar dos relatórios apresentarem quase toda a informação desejável, gasta-se mais tempo na obtenção/interpretação destas do que com o tempo de otimização em si. Assim, é fundamental que se desenvolvam interfaces gráficas para apoio ao planejamento da rede.

APÊNDICE A

CUSTOS DOS SISTEMAS DE TRANSMISSÃO

• CUSTO DE SISTEMAS A 2 MBPS (30 CANAIS)

Seja um enlace a 2 Mbps com um comprimento L, transmitindo X sistemas S2 (sistemas PCM-30). Os elementos de custo a serem considerados neste caso são :

- T_2 custo por kilometro linear de fio ou de cabo coaxial;
- R_2 custo por unidade de regeneração de sinal;

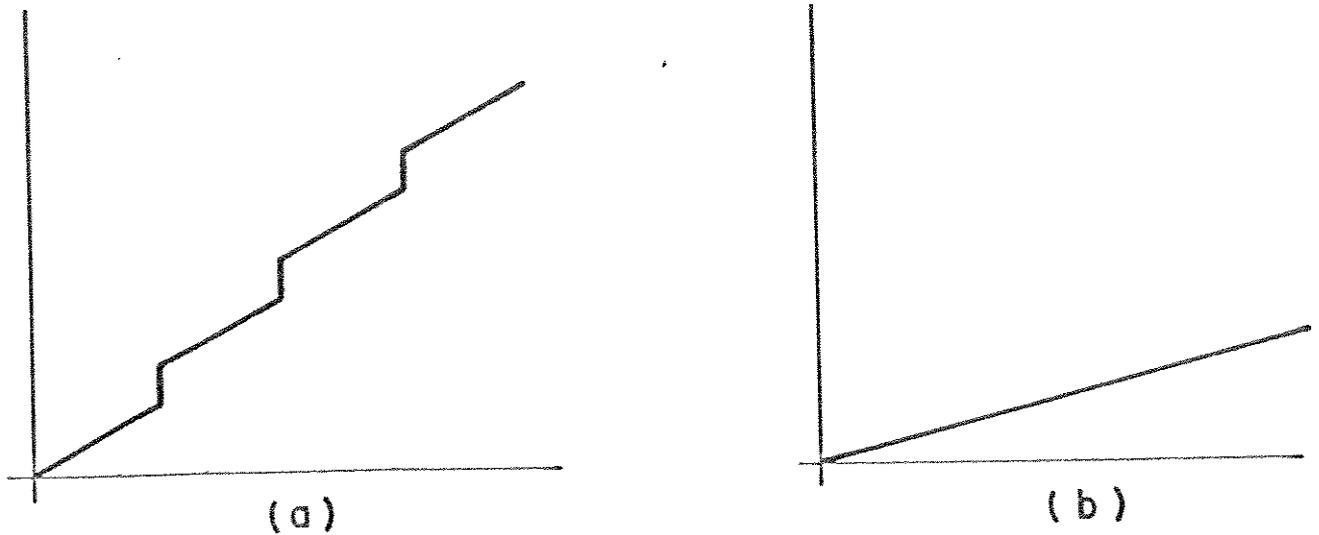
A função de custo associada é :

$$F_2(X,L) = \left[T_2 * L + R_2 \left[\frac{L}{D_2} - 1 \right] \right] * X \quad (A.1)$$

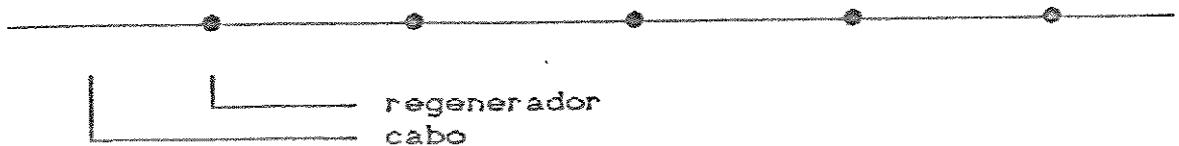
onde D_2 é a distância entre regeneradores de sinal. As figuras A.1 e A.2 apresentam interpretações funções de custo e a estrutura deste enlace, respectivamente.

1

o símbolo $\lceil x \rceil$ denota o menor número inteiro maior que x



- Figura A.1 : custo de transmissão a 2 Mbps :
 - a) em função da distância, •
 - b) em função do número de S2



- Figura A.2 : enlace a 2 Mbps

• CUSTO DE SISTEMAS A 34 MBPS (480 CANAIS)

Seja um sistema a 34 Mbps transmitindo X S2 a uma distância de L Km. Seja também :

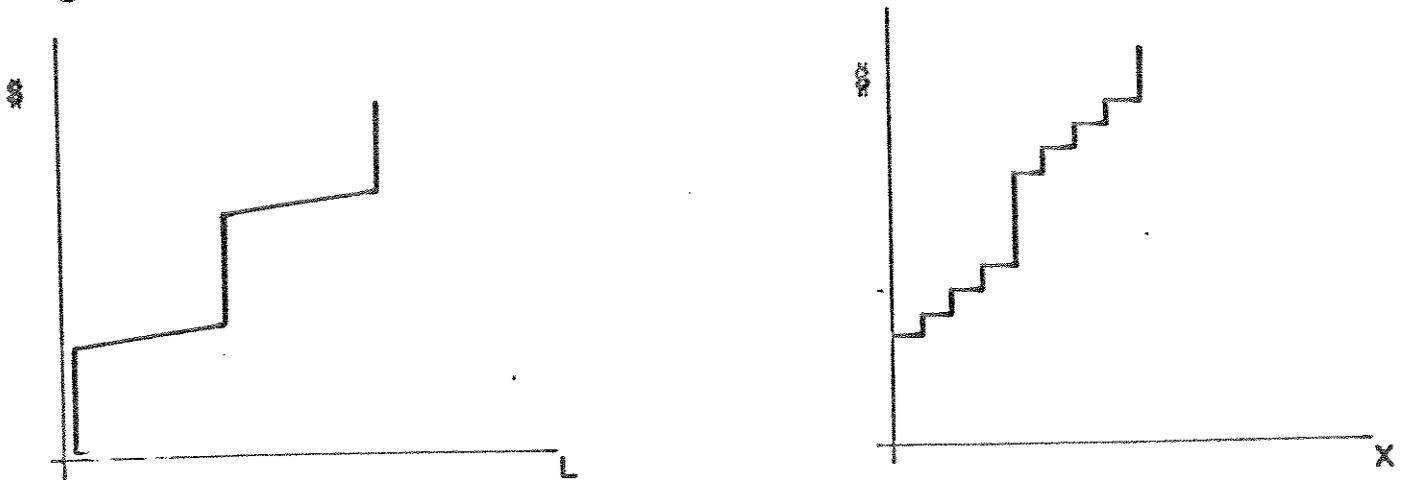
- T_{34} o custo por quilômetro de fibra óptica ;
- R_{34} , custo por repetidor óptico 34 Mbps;
- E_{34} , custo por elo óptico 34 Mbps;
- M_8 , custo por multiplexador de 120 canais;
- M_{34} , custo por multiplexador de 480 canais;

- D_{34} , a distância entre repetidores ópticos 34 Mbps.

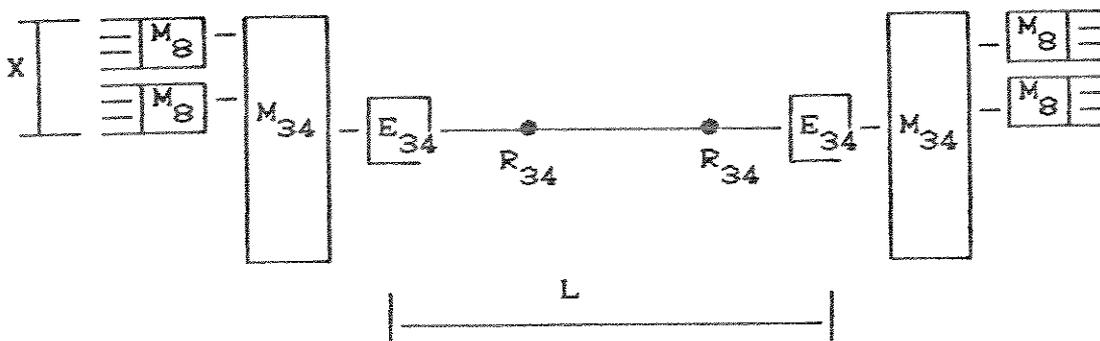
A função de custo associada será :

$$F_{34}(L, X) = \left[2 M_{34} + 2 E_{34} + T_{34} * L + R_{34} * \left[\frac{L}{D_{34}} - 1 \right] \right] \left[\frac{X}{16} \right] + M_8 * \left[\frac{X}{4} \right] \quad (A.2)$$

Esta função pode ter suas características observadas na figura A.3 :



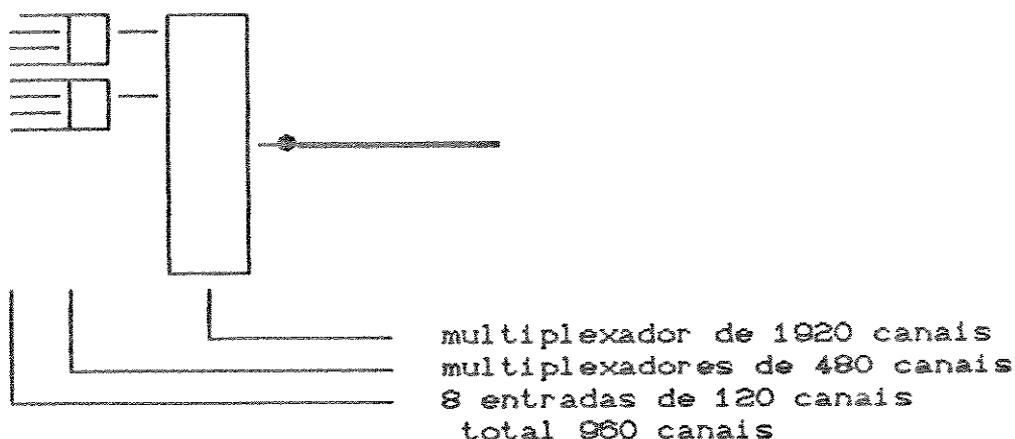
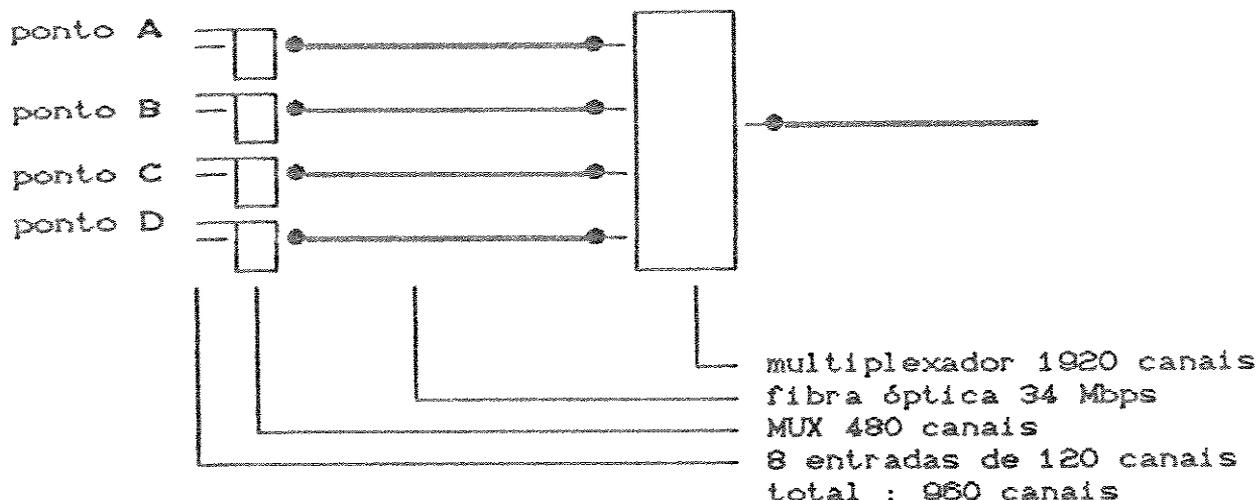
● Figura A.3 : Funções de custo de sistemas a 34 Mbps
 a) em função da distância , e
 b) em função do número de S2



● Figura A.4 : elementos de custo de um sistema 34 Mbps

● CUSTO DE SISTEMAS A 140 MBPS (1920 CANAIS)

Os sistemas de 4ª hierarquia trazem uma dificuldade maior para formulação do custo. Algumas (ou todas) as entradas a 34 Mbps que alimentam o multiplexador de 1920 canais podem estar sendo usadas de maneira incompleta. Assim, se fosse usado o mesmo artifício da fórmula A.2, poder-se-ia incorrer no erro de "comprar" menos multiplexadores que o necessário. Por exemplo, quatro multiplexadores de 480 canais podem estar sendo utilizados pela metade (apenas 240 canais instalados em cada um). No entanto, se estes multiplexadores estiverem instalados em quatro diferentes pontos, todos distantes do MUX-1920 e usando de fibras ópticas para alcançá-lo, é impossível utilizar apenas dois MUX-480. A figura A.5 ilustra esta possibilidade.



● Figura A.5 : dois enlaces a 140 Mbps transmitindo 960 canais, com diferentes números de MUX-480

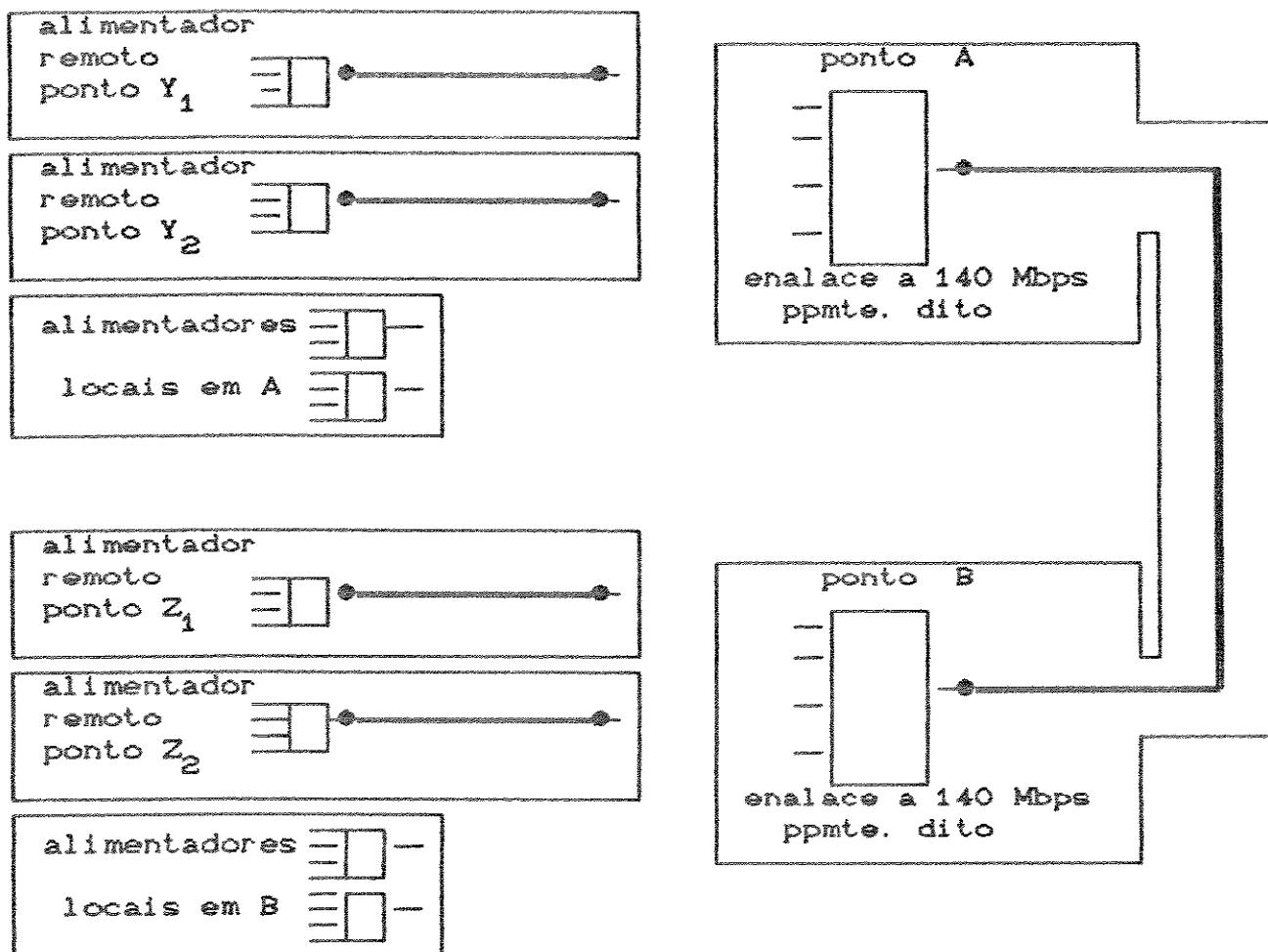
Para solucionar este problema "dividem-se", para fins de modelagem e análise, os enlaces a 140 Mbps em três tipos de unidades diferentes :

- enlace a 140 Mbps propriamente dito, envolvendo :
 - 2 multiplexadores de 1920 canais e 2 elos ópticos 140 Mbps;
 - fibra óptica e repetidores 140 Mbps;
- alimentadores a 34 Mbps remotos, envolvendo :
 - um multiplexador 480 canais e 2 elos ópticos 34 Mbps;
 - fibra óptica e repetidores 34 Mbps;
 - tantos multiplexadores 120 canais quantos necessários

- alimentadores a 34 Mbps locais, envolvendo :

- um multiplexador 480 canais;
- tantos multiplexadores 120 canais quantos necessários;

Os alimentadores a 34 Mbps remotos trazem / enviam o sinal entre a origem de um enlace a 34 Mbps (onde se encontra o MUX-480) e uma das extremidades do enlace a 140 Mbps. A Figura A.6 ilustra bem este tipo de enlace. Os alimentadores locais apenas fazem a elevação de nível hierárquico, sem efetuar conversão para sinal óptico.



● Figura A.6 : divisão de um enlace a 140 Mbps para estudos de custo

Seja um enlace a 140 Mbps entre dois pontos A e B, com distância L_{140} . Sejam os alimentadores remotos da extremidade A definidos como Y_1, \dots, Y_{na} , transmitindo as quantidades de troncos $X_{Y_1}, \dots, X_{Y_{na}}$, respectivamente. Cada alimentador i do lado A percorre uma distância L_i^A . Analogamente, são definidos para a extremidade B : Z_1, \dots, Z_{nb} , $X_{Z_1}, \dots, X_{Z_{nb}}$ e L_1^B, \dots, L_{nb}^B .

Da mesma forma, devem ser definidos os valores para os alimentadores locais de cada lado. Estes não precisam da grandeza "comprimento de fibra óptica" L , uma vez que não há transmissão desta natureza entre os MUX de 480 e 1920 canais. Além disso, não é necessário individualizar os multiplexadores de acordo com sua origem, como é feito com os alimentadores remotos. Isto é, pode-se colocar tão poucos MUX-480 quanto possível em cada extremidade do enlace a 140 Mbps. Assim, são definidos X^{AL} e X^{BL} (números de sistemas S2 transmitidos pelos alimentadores locais do lado A e B, respectivamente). Os arcos alimentadores locais e remotos se unem aos arcos a 140 Mbps, formando conjuntos semelhantes ao da Figura A.7.

Sejam também :

- M_8 : custo do multiplexador de 120 canais;
- M_{34} : custo do multiplexador de 480 canais;
- M_{140} : custo do multiplexador de 1920 canais;
- E_{34} : custo do elo óptico 34 Mbps;
- E_{140} : custo do elo óptico 140 Mbps;
- R_{34} : custo do repetidor óptico 34 Mbps;
- R_{140} : custo do repetidor óptico 140 Mbps;
- T_{34} : custo da fibra óptica usada nos enlaces a 34 Mbps;
- T_{140} : custo da fibra óptica usada nos enlaces a 140 Mbps;
- D_{34} : distância máxima entre repetidores ópticos a 34 Mbps;
- D_{140} : distância máxima entre repetidores ópticos a 140 Mbps;

Assim, o custo total dos enlaces a 140 Mbps entre A e B,

considerando a transmissão de sinais através de enlaces alimentadores a 34 Mbps Desde pontos distantes, será :

$$F_{140}(X_{AL}, X_{BL}, X_{Y_1}, \dots, X_{Y_{na}}, X_{Z_1}, \dots, X_{Z_{nb}}) = \left[2 M_{140} + 2 E_{140} + \left[\frac{L}{D_{140}} - 1 \right] R_{140} + L T_{140} \right] N_{140} +$$

custo de MUX-140, ELOS-140, REPETIDORES-140 E FIBRA no enlace 140 ppmt.e.dito

$$\sum_{i=1}^{na} \left[M_{34} + 2 E_{34} + \left[\frac{L_i^A}{D_{34}} - 1 \right] R_{34} + L_i^A T_{34} \right] \left[\frac{X_{Y_i}}{16} \right] +$$

somatório dos custos dos MUX-34, ELOS-34, REPETIDORES-34 E FIBRA nos enlaces alimentadores remotos a 34 Mbps no lado A

$$\sum_{i=1}^{nb} \left[M_{34} + 2 E_{34} + \left[\frac{L_i^B}{D_{34}} - 1 \right] R_{34} + L_i^B T_{34} \right] \left[\frac{X_{Z_i}}{16} \right] +$$

somatório dos custos dos MUX-34, ELOS-34, REPETIDORES-34 E FIBRA nos enlaces alimentadores remotos a 34 Mbps no lado B

$$\sum_{i=1}^{na} \left(\left[\frac{X_{Y_i}}{4} \right] M_8 \right) + \sum_{i=1}^{nb} \left(\left[\frac{X_{Z_i}}{4} \right] M_8 \right) +$$

somas dos custos de MUX-8 nos alimentadores remotos dos lados A e B

$$\left[\frac{X^{AL}}{16} \right] M_{34} + \left[\frac{X^{BL}}{16} \right] M_{34} +$$

custos dos MUX-34 nos alimentadores locais dos lados A e B

$$\left[\frac{X^{AL}}{4} \right] M_8 + \left[\frac{X^{BL}}{4} \right] M_8$$

custos dos MUX-8 nos alimentadores locais dos lados A e B

onde N_{140} é o número de enlaces de fibra óptica necessários para transmitir todos os canais de entrada saída. Para obter este número, deve-se determinar qual dos dois lados tem a maior quantidade de entradas a 34 Mbps.

Assim,

$$N_{140}'' = \text{MAX} \left\{ \sum_{i=1}^{na} \left\lceil \frac{X_{Y_i}}{16} \right\rceil + \left\lceil \frac{X^{AL}}{16} \right\rceil ; \sum_{i=1}^{nb} \left\lceil \frac{X_{Z_i}}{16} \right\rceil + \left\lceil \frac{X^{AL}}{16} \right\rceil \right\}$$

e :

$$N_{140} = \left\lceil \frac{N_{140}''}{4} \right\rceil$$

Este número é suficiente para dar passagem a todos os sistemas de 30 canais entre A e B, além do que, cada enlace a 140 Mbps deve ser alimentado (local ou remotamente) por no máximo 4 sistemas a 34 Mbps, de cada lado.

Técnicamente, ainda é necessário considerar que cada tronco utiliza apenas um enlace a 140 Mbps. Por exemplo, imagine que entre A e B existam dois enlaces a 140 Mbps (A1-B1 e A2-B2), isto é, duas fibras ópticas e dois pares de multiplexadores de 1920 canais. Imagine também dois pontos remotos C e D, ligados a A e B respectivamente, através de alimentadores remotos a 34 Mbps. Se um tronco entre C e D é implementado utilizando o enlace a 140 Mbps entre A e B, então este tronco será transmitido desde C até um dos dois multiplexadores de 1920 canais de A (que chamaremos A1 e A2). Se usar A1, então sairá obrigatoriamente por B1. Caso use A2, sairá por B2. No entanto, o cálculo do número de enlaces proposto acima supõe que possam existir ligações entre A1 e B2 !! Este tipo de erro pode ocorrer em situações semelhantes à exemplificada na Figura A.8.

Todavia, algumas soluções técnicas podem ser adotadas, como por exemplo, executar transmissão remota a 8 Mbps (ao invés de 34 Mbps), o que aumentaria o número de alimentadores remotos possíveis em um mesmo enlace.

Finalmente, trabalhos recentes apontam o uso de novos

equipamentos de multiplexação digital (já normalizados pelo CCITT) que " permitem um acesso e reconfiguração flexíveis dos canais a 2 Mbps em cada nó da rede " física (Brungard, 1990). Esta evolução da tecnologia digital gera o que se chama de Hierarquia de Transmissão Digital Síncrona. Através de um multiplexador especial, adaptado às extremidades dos pares de fibra óptica, pode-se reconfigurar os canais de transmissão (Digital Cross Connected - DCC). Com isto, a fórmula proposta acima aproxima-se ainda mais dos custos reais da rede.

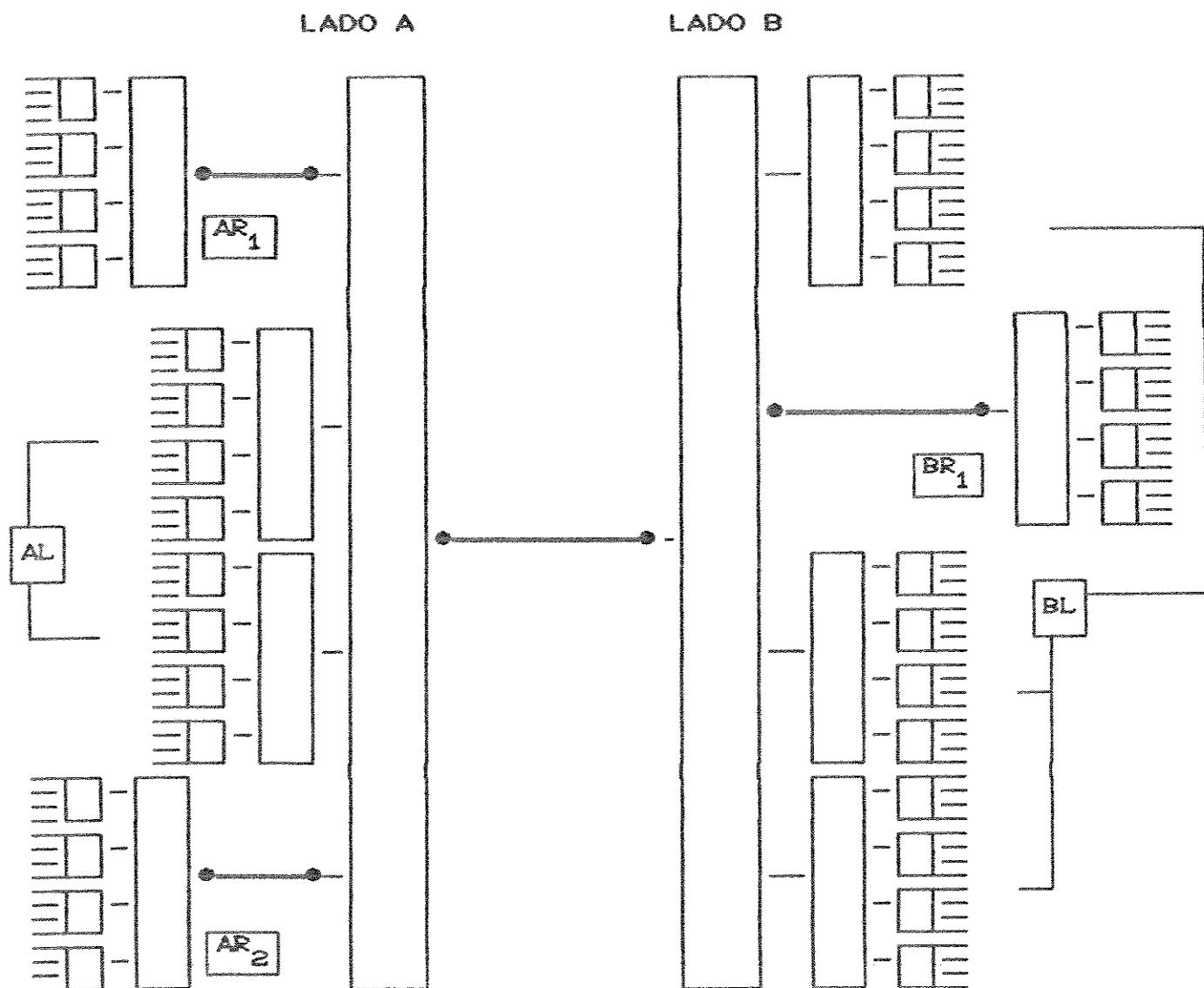


Figura A.7 alimentadores remotos e locais em um enlace a 140 Mbps.

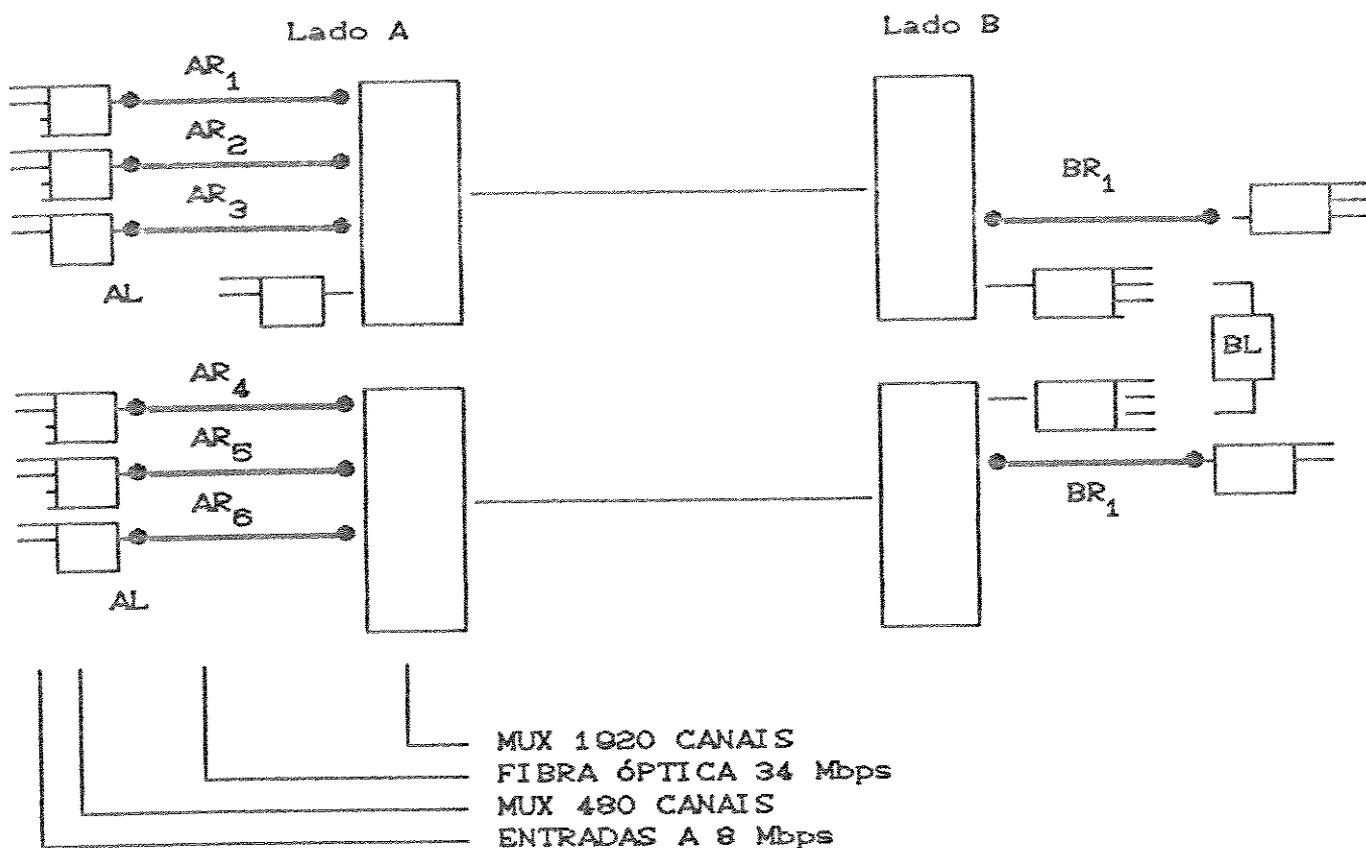


Figura A.8 : enlaces a 140 Mbps entre dois pontos A e B.
 Note que devido ao grande número de alimentadores remotos no lado A, foram necessários 2 pares de MUX-1920 entre os dois pontos.

BIBLIOGRAFIA

- J. M. Akinpelu, "The Overload Performance of Engineered Networks With Nonhierarchical and Hierarchical Routing", AT&T Bell Laboratories Technical Journal, Vol. 63, Nº 7, Setembro, 1984, pp. 1261-1281.
- G. R. Ash, R. H. Cardwell e R. P. Murray, "Design and Optimization of Networks With Dynamic Routing", The Bell System Technical Journal, Vol. 60, Nº 8, Outubro, 1981, pp. 1787-1820.
- G. Authié, Algoritmos de Fluxos em Redes, Apostila - FEE / UNICAMP, 1976
- H. Azevedo, "Otimização do Roteamento de Redes Telefônicas Urbanas com Utilização de Fibras ópticas", Tese Mestrado, FEE/UNICAMP, Janeiro, 1987.
- I. Baybars e R. H. Edhal, "A Heuristic Method for Facility Planning in Telecommunications Networks with Multiple Alternate Routes", Naval Research Logistics, vol. 35, 1988, pp. 503-528.
- G. Bel & P. Chemouil & J. Garcia & F. Le Gall & J. Bernussou, "Adaptative Traffic Routing in Telephone Networks", Large Scale Systems, Nº 8, 1985, pp. 267-282.
- T. M. F. Bim, "Planejamento do Roteamento de Troncos Telefônicos", Tese de Mestrado, FEE/UNICAMP, Abril, 1988.
- S. Bortolon & A. S. Garcia, "Algoritmos de Caminhos Mínimos Aplicados ao Roteamento Telefônico", XXII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 1989, pp. 443-450.
- S. Bortolon & A. S. Garcia, "Um Método Heurístico para Otimização do Roteamento Considerando a Modularidade dos Sistemas de Transmissão", 8º Congresso Brasileiro de Automática, 1990, pp. 1237-1244.
- V. N. Brashnov e V. M. Dubrovinskyy, "Design of Networks with Alternative Routing Taking Noncoinciding Busy Hours into Account", Elektrosvyaz, Nº 9, 1984, pp. 22-24.
- D. Brungard & H. Grotjohann & P. Kallenberg, "Impact of New Transmission Technologies on the Network Architecture: Network Management and Economies", XIII International Switching Symposium, Vol. I, 1990, pp. 9-14.

- J. M. F. Craveirinha e J. P. Sumner, "Application of the Product Graph to a Large Multiexchange Digital Network, IEE Proceedings, Vol. 136, Pt. I, Nº 3, Junho, 1989, pp. 189-196.
- V. G. Dedoborrshch, L. D. Il'ina e G. B. Levina, "Calculation of the Number of Channels in a Toll Telephone Network with Alternate Routes Taking the Modularity of Transmission Systems into Account", Electrosyovaz, Nº 3, 1985, pp. 24-29.
- E. W. Dijkstra, "A note o Two Problems in connection with Graphs", Numerisch Mathematics, Vol. 1, pp. 269-271, 1989.
- W. B. Elsner, "A Descent Algorithm for The Multihour Sizing of Traffic Networks", The Bell System Technical Journal, Vol. 56, Nº 8, Outubro, 1977, pp. 1405-1138.
- W. B. Elsner, "Dimensioning Trunk Groups for Digital Networks", The Bell System Technical Journal, Vol. 59, Nº 7, Setembro, 1980, pp. 1123-1137.
- A. S. Garcia, H. M. F. Tavares, R. V. Ribeiro e T. M. F. Bim, "Uma Metodologia para Otimização do Roteamento de Troncos e, Redes Telefônicas Urbanas com Segurança", II Congresso Latino-Americano de Investigation Operativa, 1984, Buenos Aires.
- A. S. Garcia, H. M. F. Tavares, R. V. Ribeiro e R. B. Guerra, "Um Procedimento para Otimização do Roteamento em Horizonte de Longo Prazo", Anais do VI Congresso Brasileiro de Automática, Belo Horizonte, 1986.
- A.S. Garcia, "Planejamento do Entroncamento em Redes Telefônicas Urbanas em Processo de Digitalização", Tese de Doutorado, FEE/UNICAMP, 1987.
- K.D. Hackbarth, "Implications of the ISDN-Concept on Telecommunications Network Planning", Computer Networks and ISDN Systems, Nº 13, 1987, pp. 269-274.
- D. L. Jagerman, "Methods in Traffic Calculations", AT&T Bell Laboratories Technical Journal, Vol. 63, Nº 7, Setembro, 1984, pp. 1283-1310.
- H. L. Kennington & R. V. Helgasson, "Algorithms for Network Programming", John Wiley & Sons, 1980.

- G. A. Kochman & C. J. McCallum, "Facility Location Models for Planning a Transatlantic Communications Network", *European Journal of Operational Research*, 6, 1981, pp. 205-211.
- L. C. M. Lage, "Planejamento de Redes de Entroncamento em Áreas Urbanas Multicentrais", Tese de Mestrado, DCC/ICEx/UFMG, Outubro, 1989.
- H. Luchesi, "Alocação de Material Rodante em Ferrovias", Tese de Mestrado, FEE/UNICAMP, 1990.
- G. J. McCallum, "A Generalized Upper Bounding Approach to a Communications Network Planning Problem", *Networks*, 1977, pp. 1-23.
- M. Minoux, "Network Synthesis and Optimum Network Design Problems: Models, Solution Methods and Applications", *Network*, Vol. 19, 1989, pp. 313-360.
- M. Shibata, "Otimização do Investimento a Curto Prazo em Redes de Transmissão Telefônicas em Áreas Multi-Centrais", Tese de Mestrado, IMECC/UNICAMP, 1981.
- M. Shinohara, "Circuit Dimensioning Algorithm for Optimizing Circuit-Switched Networks", *Electronics and Communications in Japan*, part 1, Vol. 71, Nº 7, 1988, pp. 43-54.
- B. Yaged, "Minimum Cost Routing for Static Network Models", *Networks*, 1, 1971, pp. 139-172.