

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE SISTEMAS

Inv.

Este exemplar corresponde à redação final da tese defendida por Regina Maria Pimentel de Ortigoza Lobo e aprovada pela Comissão Julgadora em 08 / 03 / 91.

Secundino Soares Jr.
Orientador

MODELOS PARA PREVISÃO DE CARGA A CURTO PRAZO
APLICADOS AO SISTEMA ELÉTRICO DO PARANÁ

Dissertação apresentada à UNICAMP como parte dos requisitos para obtenção do grau de mestre

Autora : REGINA MARIA PIMENTEL DE ORTIGOZA LOBO
Orientador: SECUNDINO SOARES FILHO

→ t. aut.

Fevereiro de 1991

02/09/03796

DEDICATÓRIA

**AOS MEUS FILHOS,
CHRISTIAN E SONIA**

AGRADECIMENTOS

A ELABORAÇÃO DESTE TRABALHO DEVE MUITO:

- . A SECUNDINO, SUA CLAREZA DE IDÉIAS E SUA PACIÊNCIA.
- . AOS AMIGOS DA UNICAMP POR SEU INCENTIVO, EM ESPECIAL MARINHO E BETE.
- . AO APOIO DA COPEL, E EM PARTICULAR DOS MEUS GERENTES.
- . À MINHA FAMÍLIA E MEUS AMIGOS, POR SEU ETERNO INCENTIVO E CARINHO.

ÍNDICE

RESUMO.....	3
ABSTRACT.....	4
CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO	
1.1. Comentários preliminares.....	5
1.2. Evolução histórica dos procedimentos para previsão de carga.....	5
1.3. Os diversos horizontes de previsão de carga.....	6
1.4. Comentários adicionais.....	8
CAPÍTULO II - MODELOS PARA PREVISÃO DE CARGA A CURTO PRAZO	
2.1. Introdução.....	10
2.2. Classificação das abordagens.....	11
2.3. Métodos que usam carga padrão.....	14
2.3.1. Formulações para a carga padrão.....	14
2.3.1.1. Modelos de médias móveis.....	15
2.3.1.2. Análise harmônica.....	20
2.3.1.3. Alisamento Exponencial Geral.....	22
2.3.2. Modelagens para a carga residual.....	24
2.3.2.1. A modelagem ARIMA.....	25
2.3.2.2. Modelo Linear Dinâmico.....	29
2.3.3. Métodos que tratam da influência climática.....	33
2.3.4. Comentários adicionais.....	38
2.4. Métodos que não utilizam carga padrão.....	39
2.4.1. Modelos de Box & Jenkins.....	40
2.4.2. Representação em Forma de Espaço de Estados.....	41
2.4.3. Um modelo autoregressivo.....	44
2.4.4. Sistemas especialistas.....	45
2.4.5. Uma análise comparativa.....	47

2.5. Consideração de efeitos especiais para previsão.....	49
2.6. Comentários.....	50

CAPÍTULO III - APLICAÇÃO DE ALGUMAS METODOLOGIAS DE PREVISÃO
A CURTO PRAZO

3.1. Introdução.....	52
3.2. Determinação da carga padrão.....	52
3.2.1. Carga padrão prevista por médias móveis.....	53
3.2.2. Carga padrão prevista por análise de Fourier.....	56
3.3. A série de carga residual.....	61
3.3.1. Identificação do modelo.....	63
3.3.2. Estimação dos parâmetros.....	65
3.3.3. Análise dos resultados.....	67
3.3.4. Previsão.....	69
3.3.5. Comentários.....	71
3.4. Alisamento exponencial geral.....	71
3.5. Influências climáticas sobre a carga.....	74
3.6. Considerações finais.....	78

APÊNDICE I - A modelagem ARIMA.....	81
-------------------------------------	----

APÊNDICE II - Alisamento Exponencial Geral.....	91
---	----

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	95
---------------------------------	----

RESUMO

Um importante subsídio para a programação da operação de um sistema de potência é a disponibilidade de uma estimativa da carga desse sistema dentro do horizonte de programação. Esse trabalho tem como objetivo a descrição das principais técnicas de análise e previsão de séries temporais, do ponto de vista de sua aplicação à demanda horária de energia elétrica.

No Capítulo II, são apresentadas as técnicas mais usuais na previsão de séries temporais. Modelos bastante frequentes para a previsão da carga horária são os que separam a carga em uma componente determinística, ou carga padrão, e uma componente estocástica, ou carga residual. Entre as técnicas utilizadas para determinação a priori do valor da carga, destacam-se o alisamento exponencial, as médias móveis e a análise harmônica. A previsão da carga residual pode ser feita com modelos ARIMA e por modelos de regressão carga-clima, entre outros.

Métodos que consideram a carga como um todo são também empregados para previsão, sendo os mais usuais os modelos estocásticos e os modelos de função de transferência de Box & Jenkins, além do modelo linear dinâmico e dos sistemas especialistas.

No Capítulo III, algumas dessas metodologias são aplicadas à previsão de carga horária do sistema elétrico do Paraná, e seus resultados avaliados comparativamente, do ponto de vista da flexibilidade operacional, uso de recursos e exatidão. Finalmente, é comentada a influência da temperatura sobre a carga, analisando-se a correlação existente entre a temperatura diária e a carga elétrica, no verão e no inverno.

ABSTRACT

A significant support to the operation scheduling of a power system is the availability of a reliable estimation of the system load along the short term operation horizon. The objective of this work is to describe the main techniques for analysis and forecasting of time series, from the viewpoint of its application to the hourly demand of electric energy.

In Chapter II, some of the most usual techniques for time series prediction are shown. Quite common models in short-term load forecasting are those that decompose series into a deterministic component, or standard load, and a stochastic component, named residual load. Exponential smoothing, moving averages and harmonic analysis, could be mentioned among the techniques applied to the previous determination of the standard load. Forecasts of the residual load can be made by ARIMA models and by climatic regression models, among others.

Methods that consider load as a whole are likewise employed in load forecasting. The most used are Box & Jenkins stochastic models and transfer function models, besides dynamic linear models and expert systems.

In Chapter III, some of these methodologies are applied to hourly load forecasting of the Paraná power system. The results are comparatively evaluated from the viewpoint of operational flexibility, computational requirements and accuracy. Finally, the influence of the temperature over the load is briefly discussed, showing the correlations between daily temperature and electric load, in summer and winter.

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1. COMENTÁRIOS PRELIMINARES

Um importante subsídio para a programação da operação de um sistema de potência é a disponibilidade de uma estimativa da carga desse sistema dentro do horizonte de programação. Esse trabalho tem como objetivo a descrição das principais técnicas de análise e previsão de séries temporais, do ponto de vista de sua aplicação à demanda horária de energia elétrica. A seguir, desenvolve-se um estudo de previsão da carga de curto prazo para o sistema elétrico do Paraná, analisando-se as técnicas aplicadas do ponto de vista da exatidão, bem como da facilidade e rapidez de implementação e utilização. Neste trabalho, denomina-se como carga elétrica horária a demanda de potência ativa média em uma hora, medida em MWh/h.

1.2. EVOLUÇÃO HISTÓRICA DOS PROCEDIMENTOS PARA PREVISÃO DE CARGA

Historicamente, métodos de previsão de carga têm sido utilizados desde que se constituíram companhias de energia elétrica para atender a demanda de consumidores.

Desde logo percebeu-se que algumas variáveis climáticas exercem influência sobre a carga, algumas vezes de forma acentuada. Estudos de regressão carga-clima (28, 29) foram então implementados e utilizados, até que se notou que um modelo estático, como era o caso desses modelos de regressão, não assegura que no futuro a qualidade da previsão é mantida.

Em busca de adaptabilidade, passou-se a trabalhar com abordagens de séries temporais, extrapolando-se para o futuro uma descrição da ciclicidade da série de carga, tais como, por exemplo, funções características, análise harmônica e alisamento exponencial (8, 12, 15, 20). Variáveis climáticas, nesse enfoque, não são consideradas.

Posteriormente, surgiram trabalhos que identificam, na carga observada, uma curva padrão de características cíclicas acrescida de um resíduo que sofre influência climática (2, 9, 15 e 29). Passou-se, simultaneamente com a abordagem de séries temporais, a associar à previsão uma medida de credibilidade, fornecendo a margem esperada de dispersão da carga observada futura em relação à prevista.

Mais recentemente, têm sido aplicados métodos de séries temporais baseados nos modelos ARIMA (1, 14, 16, 19 e 31), e a modelagem de Função de Transferência (16), ambas desenvolvidas por Box & Jenkins (3), bem como as técnicas de espaço de estados usando Filtro de Kalman para estimação recursiva do estado (6, 21, 25). Essas abordagens têm sido, via de regra, aplicadas ao resíduo resultante da identificação da carga padrão. Grande parte dos trabalhos publicados nos últimos quinze anos procura levar em consideração tanto as características da série histórica de carga quanto a influência de variáveis climáticas sobre a carga.

1.3. OS DIVERSOS HORIZONTES DE PREVISÃO DE CARGA

Num sistema de potência, a previsão da demanda elétrica visa atender a necessidade de se fornecer energia elétrica de maneira segura e econômica.

Os diversos níveis de planejamento da operação, e sua execução, definem o horizonte de interesse da previsão, o qual é usualmente enquadrado nas seguintes categorias:

LONGO PRAZO:

o horizonte de previsão de carga para o planejamento da expansão do sistema elétrico e energético, determinando a necessidade e o cronograma de construção dos sistemas de transmissão e geração, bem como subsidiando a fixação dos preços dos suprimentos;

MÉDIO PRAZO:

abrange um horizonte de poucos meses até cinco anos, coincidente com a fase de planejamento da operação do sistema elétrico e energético; necessário para a fixação de cronogramas de manutenção de equipamentos de geração e transmissão, bem como determinação de contratos de suprimentos de energia e potência entre empresas, de maneira a se atender a demanda prevista com a capacidade disponível, e também estabelecer os preços de médio prazo;

CURTO PRAZO:

é a previsão feita com antecedência desde algumas horas até algumas semanas; utilizada na fase de programação da operação, onde se procura atender as metas de intercâmbio estabelecidas no médio prazo, levando-se em conta as variações elétricas e energéticas não esperadas. Nessa fase, é realizada a análise da segurança do sistema nos aspectos elétrico, energético e hidráulico, adequado o cronograma de manutenção elaborado no médio prazo, e fixados os intercâmbios de otimização energética para o sistema interligado.

CURTÍSSIMO PRAZO:

num horizonte de poucos minutos a uma hora, estaremos na fase de operação em tempo real, e a previsão de carga é utilizada para detectar condições perigosas de operação e para a análise

on-line de contingências, possibilitando intervenções corretivas a tempo.

Cabe aqui um comentário genérico quanto à natureza dos modelos adequados a cada diferente horizonte. Para o planejamento da expansão, a carga histórica é de pouca utilidade, pois cinco anos à frente o ambiente de demanda pode sofrer alterações conjunturais por evolução da composição da carga do sistema ou por decisões setoriais e globais de natureza governamental (como programas de conservação de energia e incentivos industriais dirigidos). Técnicas de cenário, portanto, são indispensáveis para a decisão quanto à carga sobre a qual se trabalhará.

A observação e análise do passado da demanda crescem de importância à medida que o horizonte decresce. Num prazo mais curto, a ciclicidade do comportamento da carga é mais observável e mais significativa. No entanto, quando chegamos ao curto e curtíssimo prazo, o requisito fundamental passa a ser a adaptabilidade da previsão, considerando-se os impactos climáticos que atuam sobre a carga ou monitorando-se continuamente a variação da carga observada em relação à prevista, de modo a possibilitar ações corretivas. Quanto mais curto o horizonte de previsão, em geral, maior a necessidade de precisão e detalhe. Outro requisito, nesse horizonte, é a robustez do modelo adotado para a previsão, já que ele deve se recuperar rapidamente de situações não usuais.

1.4. COMENTÁRIOS ADICIONAIS

Estaremos nesse trabalho envolvidos com a previsão de carga a curto prazo, de interesse para a fase de programação da operação. Serão descritas inicialmente as categorias genéricas nas quais as várias metodologias de previsão se inserem, comentando-se, nesse contexto, alguns procedimentos propostos na literatura. Serão então apresentados os resultados da aplicação de algumas metodologias de previsão de carga a curto prazo à carga elétrica

da COPEL, cuja área de responsabilidade é o Estado do Paraná, na região sul brasileira. Finalmente, são comentadas as conclusões obtidas, e sugeridas direções para futuras pesquisas de utilidade no setor de operação do sistema.

CAPITULO II

MODELOS PARA PREVISAO DE CARGA A CURTO PRAZO

2.1. INTRODUCAO

Usualmente, um horizonte de curto prazo para previsão da carga elétrica de um sistema de potência é aquele que abrange desde algumas horas até poucas semanas. Uma estimativa precisa da carga horária em tal horizonte é requerida na fase de programação da operação, onde se adequa a geração para, ao mesmo tempo em que se cumpre as metas de intercâmbio estabelecidas no médio prazo, atender as necessidades, previstas ou não, de manutenção, bem como as variações hidrológicas. Também a distribuição horária do intercâmbio entre empresas e as folgas de geração para segurança do sistema são definidas em função do atendimento da carga horária estimada, e é evidente que quanto maior a variância da previsão tanto maior será a folga de geração necessária.

Um modelo, ou descrição de uma série temporal, é construído quando analisamos essa série e deduzimos informações sobre a natureza do processo estocástico subjacente. Um modelo de previsão é proposto quando utilizamos essa descrição para predizer as observações futuras desta série. A previsão será tanto melhor sucedida quanto maior for a habilidade do modelo em extrair as características essenciais da realidade e de projetá-las efetivamente para o futuro. Isso é válido também quando o processo em questão sofre impactos ambientais: supõe-se que ele se comportará no futuro, frente a esses impactos, como se comportou no passado.

2.2. CLASSIFICAÇÃO DAS ABORDAGENS

Alguns autores têm classificado os modelos de previsão em relação a duas características: a natureza das variáveis que incorporam e as técnicas adotadas.

Goh, Choi, Tan e Tan (13) distinguem, *grosso modo*, os modelos causais, que adotam variáveis exógenas à série histórica como explicativas da carga real, dos modelos que se baseiam em métodos de análise univariada de séries temporais.

Vemuri, Hovelda e Mohebbi (31), similarmente, classificam os modelos existentes em *modelos de carga não-climática e modelos de carga climática*, os quais por sua vez podem ser *modelos de regressão*, que não consideram o comportamento estocástico da carga, e *modelos estocásticos*, que, apesar de levar em conta a natureza estocástica das flutuações da carga em torno de um padrão, apresentam a limitação de trabalhar com apenas uma variável climática.

Quanto às técnicas adotadas, Campo e Ruiz (6) classificam as abordagens em:

- . algoritmos baseados em regressão;
- . técnicas de análise de séries temporais de Box e Jenkins;
- . modelos de espaço de estados;
- . técnicas de análise de séries temporais, como alisamento exponencial e decomposição espectral.

Srinivasam (26) elaborou uma classificação geral das técnicas de previsão de carga a médio e curto prazo de acordo com algumas características principais:

- a. Os efeitos modelados: podem ser os efeitos climáticos, o padrão para a carga de um determinado dia da semana a uma determinada hora, e o comportamento mais recente da carga, e também o modelamento da curva de carga diária total ou apenas da carga de pico:

hora, e o comportamento mais recente da carga, e também o modelamento da curva de carga diária total ou apenas da carga de pico;

- b. O modelo matemático utilizado: pode ser uma função do tempo, que reflete o comportamento histórico da carga, ou um modelo dinâmico, que considera explicitamente as variações mais recentes da carga;
- c. Requisitos computacionais para identificação dos parâmetros do modelo: os modelos de carga de pico em geral analisam picos diários da carga de 3 a 5 anos anteriores; os modelos de séries temporais utilizam um período de cerca de 10 semanas, e os modelos dinâmicos requerem uma pequena quantidade de dados observados, que diminui na proporção da eficiência do algoritmo.
- d. Requisitos de dados para previsão: modelos que consideram a influência climática necessitam, além dos dados da carga, previsões climáticas confiáveis, e modelos que apenas consideram a carga histórica necessitam de parâmetros que reflitam o comportamento padrão da série.

Bunn e Farmer (5) editaram uma coletânea de trabalhos de previsão de carga a curto prazo onde, a título de introdução de algumas abordagens selecionadas, apresentam uma classificação clara e detalhada dos procedimentos de previsão nesse horizonte.

Essa classificação relaciona, como principais características de distinção entre os métodos de previsão, o uso ou não de uma curva de carga padrão, a maneira como tratam as variáveis climáticas, se for o caso, e o uso de dados de demanda instantânea ou integralizada, descrevendo-se da seguinte maneira cada um desses fatores:

a. Curva de carga padrão

Geralmente, é um padrão de periodicidade diária, também chamado *curva de carga de referência ou nominal*, que reflete o

comportamento médio de longo termo. São previstos, no horizonte desejado, os desvios da carga real em relação a esse padrão prévio. A grande vantagem do método é conferir ao operador uma boa sensibilidade com relação aos desvios do padrão esperado, admitindo interveniência exógena na previsão on-line.

b. Efeitos climáticos

O consumo total de energia elétrica de uma área de atendimento contém parcelas de carga que são sujeitas à influência do clima, o qual pode ditar tanto as variações no nível desse tipo de carga quanto o horário do dia em que ela ocorre. O grau em que essa influência se verifica no consumo total da área é dependente do montante relativo dessas cargas. As variáveis climáticas mais referidas nos estudos a esse respeito são temperatura, velocidade do vento, luminosidade e umidade do ar.

c. Natureza dos dados de carga

É considerada importante, além dessas, a distinção entre dados instantâneos e integralizados. Enquanto os dados integralizados são usados para alocação de unidades e despacho de geração, os dados instantâneos, originados da telemedição por sinais a intervalos de um minuto ou menos, indicam um interesse na previsão quinze minutos à frente para procedimentos de segurança. Nesse trabalho, para se apresentar sucintamente parte da literatura existente sobre o assunto, adotaremos uma classificação simples, baseada na metodologia e nas técnicas que se adotam para definição da curva de carga horária. Distinguiremos, assim, entre os métodos que usam e os que não usam carga padrão, e, para cada uma dessas duas categorias, serão apresentadas as técnicas mais comumente aplicadas.

2.3. MÉTODOS QUE USAM CARGA PADRÃO

2.3.1. FORMULAÇÕES PARA A CARGA PADRÃO

A carga real $L(i,j)$, para a hora j do dia i , pode ser descrita como sendo a soma de uma componente padrão, $S(i,j)$ (periódica, no caso da carga elétrica de um sistema de potência), mais uma carga residual $R(i,j)$:

$$L(i,j) = S(i,j) + R(i,j) \quad (1)$$

Essa composição habitualmente é aditiva, podendo apresentar alternativamente uma forma multiplicativa. A adoção de uma ou outra formulação dependerá dos testes de adequação à série de carga que estiver sob estudo.

A maior parte dos métodos utilizados na literatura, para estimativa da carga padrão, adotam a descrição de um padrão histórico, onde, a partir das informações do passado, extrapola-se um padrão de comportamento para a carga futura $S(i,j)$.

A análise da série de carga mostra que o comportamento da carga é altamente correlacionado com padrões históricos. A periodicidade que se verifica na série de carga se deve basicamente a que:

- . há um padrão diário que reflete as variações nos níveis de atividade durante o dia;
- . há um padrão semanal que reflete uma atividade comercial variável durante a semana;
- . enquanto o aumento do número de consumidores causa um crescimento estável da demanda de energia, o aumento da demanda por consumidor varia ao longo do ano, em grande parte acompanhando as variações sazonais de temperatura, o que confere à carga um comportamento sazonal periódico.

A seguir, serão comentadas algumas formulações possíveis para a carga padrão, bastante usadas na literatura existente.

2.3.1.1. Modelos de médias móveis

Uma sistemática simples para a determinação de um padrão histórico da carga para previsão são os métodos de médias móveis, os quais foram usados, inicialmente, para dados dos quais foi retirada a sazonalidade anual e a tendência de crescimento. Esse tipo de método consiste em tomar simplesmente a média aritmética das n observações passadas da série como estimativa do valor presente:

$$\hat{x}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=t-n}^{t-1} x(i) \quad (2)$$

onde $\hat{x}(t)$ designa o valor previsto para o instante t .

Os métodos de alisamento exponencial, cuja forma básica é:

$$\begin{aligned} \hat{x}(t) &= \hat{x}(t-1) + \alpha [x(t-1) - \hat{x}(t-1)] \\ &= (1-\alpha) \hat{x}(t-1) + \alpha x(t-1) \end{aligned} \quad (3)$$

são uma derivação do conceito de média móvel, conferindo às observações passadas pesos progressivamente menores. A estimativa para $x(t)$ é $\hat{x}(t)$, e α , parâmetro do alisamento exponencial que varia entre 0 e 1, dita a medida em que a nova observação irá alterar a estimativa histórica $\hat{x}(t)$, na previsão um passo à frente.

Os métodos que utilizam alisamento exponencial, se aplicados a séries que contêm tendência ou sazonalidade, acompanham essas variações com um certo retardo. Por essa razão, Winters desenvolveu um método de alisamento exponencial (7), conhecido como método sazonal de Holt-Winters, que leva em conta a sazonalidade existente na série:

$$M(t) = \alpha [X(t)/I(t-L)] + (1-\alpha) [S(t-1) + b(t-1)] \quad (4)$$

$$b(t) = \gamma [M(t) - M(t-1)] + (1-\gamma) b(t-1) \quad (5)$$

$$I(t) = \beta [X(t)/M(t)] + (1-\beta) I(t-L) \quad (6)$$

e

$$\hat{x}(t+m) = [M(t) + b(t).m].I(t-L+m) \quad (7)$$

onde α , β e γ são constantes de alisamento com valores entre 0 e 1, L é o período de sazonalidade, $I(t)$ é o fator sazonal, $b(t)$ é o fator tendência, $M(t)$ é a estimativa atual alisada para a série, e m é o número de passos à frente para previsão.

Essa classe de métodos apresenta como principal inconveniente o fato de que os parâmetros do alisamento devem ser estimados de forma experimental, o que requer bastante trabalho quando se trata de mais de um parâmetro e, na previsão a curto prazo, nada assegura que o melhor valor para os parâmetros não estarão se modificando com o tempo.

Uma sistemática de alisamento exponencial que utiliza essa incorporação da sazonalidade da série foi aplicada por Goh, Choi, Tan e Tan (13) no estudo comparativo que fizeram para a energia diária e a carga de pico, com resultados bastante satisfatórios.

Os autores elaboraram um estudo comparativo no qual analisam os resultados da implementação de modelos de médias móveis de ordem 3 e 5, alisamento exponencial simples, alisamento exponencial duplo e o modelo sazonal de Winter, concluindo que, nas séries sazonais, o modelo de melhor desempenho é o modelo de Winter, que leva em conta, além disso, a tendência apresentada pela série. Posteriormente, a mesma comparação é feita entre esses modelos e modelos probabilísticos, os quais possuem desempenho ainda melhor.

Gupta e Yamada (15) propõem uma abordagem que incorpora a uma carga básica extrapolada do histórico um modelo estocástico para a carga residual, e ainda um modelo carga-clima para a parcela da carga que é sensível às diversas variáveis climáticas. Nessa abordagem, a carga horária L para a hora j do dia i é descrita por:

$$L(i,j) = D(i,j) + W(i,j) + R(i,j) \quad (8)$$

onde:

$D(i,j)$ - componente que corresponde ao efeito da hora j na curva diária de carga;

$W(i,j)$ - componente que corresponde ao efeito do dia i no ciclo semanal, para a hora j ;

$R(i,j)$ - resíduo que contém, além da aleatoriedade própria da carga, os efeitos climáticos;

A componente básica da carga horária, portanto, é a somatória de $D(i,j)$ e $W(i,j)$, com $D(i,j)$ variando diariamente e $W(i,j)$ semanalmente. Cada elemento de $D(i,j)$ é obtido pela filtragem dos padrões semanais e da componente residual dos dados de carga, através de médias semanais para cada hora, sendo dado por:

$$D(i,j) = \frac{1}{7} \sum_{k=i-7}^{i-1} L(k,j) \quad \begin{array}{l} j = 1, 2, \dots, 24 \\ i = 8, 9, \dots, N \end{array} \quad (9)$$

O padrão semanal $W(i,j)$ é obtido por alisamento exponencial da diferença $L(i,j) - D(i,j)$, para cada dia da semana:

$$W(i,j) = \alpha [L(i,j) - D(i,j)] + (1-\alpha) W(i-7,j) \quad (10)$$

Obtém-se então a componente residual pela diferença dos padrões básico e semanal da carga real. No procedimento adaptativo de previsão, a atualização é feita a cada dia.

A utilização de médias móveis simples ou exponencialmente ponderadas apresenta, como inconveniente, o fato de retardar no

tempo o nível de crescimento da série, razão pela qual algumas séries requerem a incorporação de um efeito tendência na formulação da carga padrão. No entanto, as séries de carga horária em geral não apresentam um nível de crescimento que possa ser detectado no horizonte de curto prazo.

Liljesen e Rosing (20) propõem uma metodologia adaptativa para previsão de carga horária, utilizando tanto os dados passados de carga quanto informações climáticas. A carga é decomposta em duas parcelas, nominal e residual, sendo a previsão feita por composição da previsão dessas duas parcelas separadamente. A previsão é feita diariamente para as 24 horas do dia, baseada na carga mais recente e na previsão climática a curto prazo.

A modelagem separa a carga em:

- . carga nominal, que reflete os requisitos agregados dos consumidores e é influenciada pela tendência e ciclicidade de longo termo;
- . carga residual, que representa a diferença entre a carga real e a carga nominal, e é em grande parte resultante dos desvios climáticos em torno do padrão de longo prazo.

A carga nominal (ou padrão) é expressa por:

$$S(i, j) = S_1(k, j) + S_2(l, j) \quad \begin{array}{l} k = 1, 2, \dots, 52 \\ l = 1, 2, \dots, 7 \end{array} \quad (11)$$

onde $S_1(k, j)$ representa a carga média semanal dentro do ciclo anual, e $S_2(l, j)$ é a componente semanal para o dia l , ou seja, a maneira como o dia da semana varia em relação à média semanal. Os autores sugerem, para determinação de $S_1(k, j)$, um procedimento simples, para cada hora do dia independentemente:

- . ajustam-se modelos de regressão linear da forma $a(j) + b(j).k$, subtraindo-se essa reta da série original;
- . sobre a série sem tendência, ajusta-se então um modelo periódico, obtendo como resultado final:

$$S_1(k, j) = a(j) + b(j).k + c(j) \sin \frac{2\pi k}{52} + d(j) \cos \frac{2\pi k}{52} \quad (12)$$

sendo $a(j)$, $b(j)$, $c(j)$ e $d(j)$ os parâmetros da função periódica com crescimento linear.

Alternativamente, $S_1(k, j)$ pode ser estimado pela extrapolação simples, para cada horário, da média dos últimos 7 dias, sendo então atualizada diariamente, similarmente ao que foi proposto por Gupta e Yamada (14).

O termo $S_2(i, j)$, que descreve o efeito do dia da semana, é o valor esperado do desvio entre o efeito sazonal para a semana k e a carga total do dia i da mesma semana. Pode ser obtido subtraindo-se o efeito sazonal S_1 , na sua formulação periódica, dos dados originais de carga, calculando-se depois uma média para a hora j do dia i da semana.

O termo $S_2(i(i), j)$, segundo os autores, pode também ser obtido por alisamento exponencial. Calculando-se previamente

$$S_2^*(i(i), j) = L(i, j) - S_1(k(i), j) \quad (13)$$

e determinando-se a previsão por:

$$S_2(i(i), j) = \alpha.S_2^*(i(i), j) + (1-\alpha) S_2(i(i-7), j) \quad (14)$$

onde α é a constante de alisamento especificada experimentalmente. Essa forma alternativa confere adaptatividade ao método.

Acerca dos métodos de médias móveis, pode-se afirmar que via de regra produzem resíduos com correlação serial, que necessitam de uma modelagem posterior. A sistemática de previsão de Goh *et alii*, acima referida, levou a bons resultados utilizando médias móveis, mas note-se que eles trabalharam sobre séries de energia e demanda mensais, e utilizando a carga elétrica de uma região (Singapura) onde não há variações climáticas significativas.

2.3.1.2. Análise harmônica

Uma formulação possível para um padrão histórico da carga é o desenvolvimento de uma série de Fourier finita. O matemático francês Fourier demonstrou, em 1822, que qualquer função periódica do tempo, satisfazendo certas propriedades, pode ser representada por uma somatória de funções senoidais e cossenoidais. Uma série de valores de carga obtidos a intervalos equidistantes de tempo pode ser adequadamente descrita por:

$$L(t) = a_0 + \sum_{i=1}^k (a_i \cos \omega_i t + b_i \sin \omega_i t) + R(t) \quad (15)$$

onde:

- . a_0 é uma constante a ser adicionada à função periódica, oscilando em torno de zero, estimada como sendo o valor médio da série;
- . $\omega_i t$ é o argumento das funções seno e cosseno, sendo i o número de ordem dos harmônicos da frequência fundamental $1/p$;
- . a_i e b_i são os coeficientes das funções seno e cosseno;
- . $R(t)$ é a parcela de erro que reflete o resíduo não periódico;
- . k é o número de frequências harmônicas tal que:

$$k = \begin{cases} (p-1)/2, & \text{para } p \text{ ímpar} \\ p/2, & \text{para } p \text{ par.} \end{cases} \quad (16)$$

onde p é o número de observações utilizadas para expansão;

O valor limite para a representação espectral de processos discretos é a frequência angular $\omega = 2\pi f = \pi$, denominada frequência de Nyquist. Esse limite significa que variações em frequências angulares superiores a π não serão observadas, pois estariam ocorrendo entre duas observações consecutivas. Portanto, o argumento correspondente ao harmônico de máxima frequência da expansão de Fourier será:

$$\frac{2\pi i t}{p} = \pi t, \text{ o que implica em } i = p/2 \quad (17)$$

O valor $\sqrt{a_i^2 + b_i^2}$ é a amplitude do harmônico i , e as estimativas de mínimos quadrados dos coeficientes a_i e b_i são:

$$\hat{a}_i = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n x_t \cos 2\pi f_i t \quad (18)$$

$$\hat{b}_i = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n x_t \sin 2\pi f_i t \quad (19)$$

Para p par, o harmônico de ordem $k = p/2$ é estimado como:

$$\hat{a}_k = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (-1)^t x_t^t \quad (20)$$

sendo a componente senoidal b_k nula.

A determinação da carga padrão por série de Fourier é uma das alternativas sugeridas por Galiana, Handschin e Fiechter (12). Esses autores apresentam as etapas de identificação de três modelos progressivamente mais complexos, que levam em conta:

1. a periodicidade no tempo;
2. periodicidade no tempo mais o comportamento autocorrelacionado da carga;
3. periodicidade no tempo mais o comportamento autocorrelacionado da carga mais os efeitos dinâmicos da temperatura.

O modelo periódico da carga foi proposto por ser o comportamento periódico a principal característica da carga elétrica de um sistema de potência. Uma análise da carga média semanal evidencia uma lenta variação com as estações do ano e um crescimento estável entre dois anos consecutivos. A função de autocovariância, empiricamente determinada, indica numa série de dados horários de carga um período fundamental de variação de uma semana, ou 168 horas. Por essa razão, foi considerado adequado um modelo semanal, descrito por uma função periódica do tempo com

período de uma semana que, devido às tendências sazonais, deve ser atualizado frequentemente.

O modelo semanal para a hora t , $S(t)$, pode ser estruturado de dois modos:

1. representando $S(t)$ por uma sequência de 168 pontos (a cada hora da semana), cada ponto calculado como sendo a média das N semanas passadas;
2. parametrizando o modelo periódico $S(t)$ por uma série de Fourier finita, com período fundamental 168, estimando os parâmetros com base em um critério de mínimos quadrados ponderados.

Um algoritmo de previsão baseado no modelo periódico é bastante simples e rápido; sua precisão, que na aplicação citada chegou a valores de 5 a 8% da carga de pico, é considerada suficiente para a maior parte das aplicações. O modelo geral para a carga é então descrito por:

$$L(t) = S(t) + R(t) \quad (21)$$

onde $S(t)$ é o modelo periódico da carga e $R(t)$ é o erro de previsão do modelo periódico. Essa formulação é complementada posteriormente com uma modelagem autorregressiva para $R(t)$, e depois por um modelo mais completo de regressão com valores passados de carga e temperatura.

2.3.1.3. Alisamento exponencial geral

Brown (4), em 1970, desenvolveu uma técnica de modelagem de séries temporais que descreve o valor corrente como combinação linear de funções determinísticas do tempo, e que determina os coeficientes dessa combinação através da minimização da soma descontada dos erros quadráticos. Essa técnica foi denominada *alisamento exponencial geral*. O valor observado $x(t)$ pode ser assim representado:

$$x(t) = \underline{a}' \underline{f}(t) + R(t) \quad (22)$$

onde a é um vetor de coeficientes e f é o conjunto de funções do tempo, denominadas funções de ajuste. As previsões são feitas extrapolando-se essa expressão para um intervalo à frente:

$$\hat{x}(T+\tau) = \underline{a}'(T) \underline{f}(\tau) \quad (23)$$

sendo T o tempo presente e τ o horizonte de previsão. O emprego deste método requer um conjunto apropriado de funções de ajuste, as quais, no caso da carga própria, descrevem a forma padrão da carga histórica, bem como um método para estimar os coeficientes, horariamente, a partir dos valores observados de carga. As funções de ajuste são selecionadas de forma que o valor esperado da carga futura possa ser descrito como combinação linear destas funções. Portanto, elas devem ser linearmente independentes, e devem ser conhecidas para valores futuros do tempo. Apesar das estimativas dos coeficientes serem revisadas horariamente, as funções de ajuste são estacionárias.

O alisamento exponencial geral (AEG) determina as estimativas $\hat{a}_i(t)$ dos coeficientes de maneira similar à regressão múltipla de mínimos quadrados. Mas enquanto esta última minimiza a soma dos quadrados dos resíduos, o AEG minimiza a soma exponencialmente descontada dos quadrados dos resíduos.

A respeito deste método, Box & Jenkins (3) fazem as seguintes críticas, à luz da metodologia ARIMA por eles desenvolvida:

- . a natureza da função de previsão deve ser decidida pelo operador autorregressivo $\phi(B)$ no modelo estocástico, e não arbitrariamente (ver Apêndice 1).
- . a escolha da função de ponderação β deve também ser decidida pelo modelo estocástico, e não arbitrariamente. O uso do procedimento de ajuste por mínimo quadrado produzirá previsões

de mínimo erro quadrático apenas em casos muito restritos;
o procedimento de mínimos quadrados exponencialmente ponderados força todos os $(p+q)$ coeficientes no vetor de atualização h a ser funções do parâmetro β de desconto. Na verdade, elas deveriam ser funções dos $(p+q)$ parâmetros independentes (ϕ, θ) .

Christiaanse (8) utilizou essa técnica para previsão da carga horária, ajustando funções senoidais e cossenoidais com frequência dada por $k_i/168$, sendo onde k_i é o número de ordem das frequências harmônicas, designado por um inteiro positivo inferior a 84.

Nessa aplicação, as estimativas dos erros de previsão para vários horizontes são atualizadas por alisamento exponencial do erro de previsão atual com o erro de previsão passado. Quando as funções f são funções trigonométricas o procedimento de estimação dos coeficientes difere da expansão em série de Fourier apenas nos critérios de estimação.

2.3.2. MODELAGENS PARA A CARGA RESIDUAL

Uma vez obtida uma representação funcional para a componente padrão da carga real, nos modelos que trabalham com padrões históricos, a parcela adicional ainda não descrita é a carga residual, definida como:

$$R(i,j) = L(i,j) - S(i,j) \quad (24)$$

onde $L(i,j)$ e $S(i,j)$ são, respectivamente, a carga real e a carga padrão identificada segundo os métodos que foram descritos acima, para a hora i do dia j .

Note-se que, na previsão de curto e curtíssimo prazo, a estimativa da carga residual para o instante seguinte deve levar em conta as observações mais recentes disponíveis, ou seja, deve ser adaptativa, procurando descrever corretamente um processo dinâmico como a carga elétrica. Entende-se aqui adaptividade como

sendo a característica do modelo de se adaptar às variações que a carga sofreu depois do modelamento, isto, a habilidade do modelo de atualizar seus próprios parâmetros de acordo com sua performance passada.

Apresentamos a seguir algumas abordagens que têm sido aplicadas à previsão da carga residual, e procuraremos mostrar resumidamente as técnicas usadas mais correntemente quando se trabalha com resíduos de carga. As metodologias aqui comentadas podem ser:

- . univariadas, quando se referem apenas aos valores passados da série residual, ou
- . multivariadas, quando procuram considerar, além desses, outras variáveis, essas exógenas, que possam exercer influência apreciável sobre a carga (no caso de carga de curto prazo, variáveis climáticas).

2.3.2.1. A modelagem ARIMA

Uma importante categoria de modelos de séries temporais são os modelos probabilísticos desenvolvidos por Box e Jenkins (3), dos quais vamos apresentar um brevíssimo resumo. Essa metodologia trata de séries temporais com observações realizadas em intervalos equiespaçados e estacionárias, isto é, apresentando média e variância constantes ao longo de todo o processo. Séries não estacionárias podem ser reduzidas à estacionariedade através de um número finito de transformações lineares.

Um processo que ocorre com frequência no tipo de série que estamos estudando é o processo autorregressivo, onde o valor corrente é descrito como um agregado linear e finito de valores prévios do mesmo processo, mais um choque aleatório a_t . Inicialmente, os seguintes operadores devem ser definidos, para clareza de notação:

$$B z_t = z_{t-1}, \quad B^m z_t = z_{t-m} \quad (25)$$

O modelo autoregressivo AR(p), assim, é descrito como :

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \dots + \phi_p z_{t-p} + a_t \quad (26)$$

ou $\phi(B)z_t = a$ (27)

onde : $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$ (28)

Outro modelo bastante útil é aquele em que o valor corrente é expresso como um agregado linear de q choques aleatórios passados a_t , denominado modelo de médias móveis, MA(q):

$$z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (29)$$

ou $z_t = \theta(B) a_t$ (30)

onde: $\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q$ (31)

Combinando-se os dois modelos, obteremos o modelo misto autorregressivo-médias móveis ARMA(p,q):

$$z_t - \phi_1 z_{t-1} - \dots - \phi_p z_{t-p} = a_t + \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (32)$$

ou $\phi(B) z_t = \theta(B) a_t$ (33)

Essa equação pode se aplicar a processos estacionários e inversíveis com variância finita, assumindo-se que as raízes dos polinômios $\phi(B)$ e $\theta(B)$ estão fora do círculo unitário. Alguns tipos de não estacionariedade podem ser eliminados através de diferenciações sucessivas da série original:

$$w_t = \nabla^d z_t \quad (34)$$

onde ∇^d é o operador diferença de ordem d , tal que:

$$\nabla^d z_t = z_t - z_{t-d} \quad (35)$$

Uma série assim diferenciada pode ser descrita por um modelo autorregressivo integrado de médias móveis ARIMA (p,d,q):

$$\phi(B) \nabla^d z_t = \theta(B) a_t \quad (36)$$

Para dados que exibem características sazonais, uma forma mais geral do modelo é:

$$\phi_p(B) \Phi_P(B) \nabla^d \nabla_s^D z_t = \theta_q(B) \Theta_Q(B) a_t \quad (37)$$

onde P, Q e D representam a ordem do modelo ARIMA sazonal, e s é período de sazonalidade, no caso da carga horária, igual a 24, ∇_s^D é o operador diferença sazonal, ϕ_p e Φ_P são os coeficientes do modelo ARIMA sazonal.

A metodologia envolve as seguintes etapas:

- . postulação de uma classe geral de modelos;
- . identificação de um modelo;
- . estimação dos parâmetros do modelo;
- . diagnóstico da adequação do modelo à série sob estudo;
- . retorno à etapa inicial, caso o modelo não seja adequado, ou utilização para previsão.

Uma das principais características dessa metodologia é a parcimônia: procura-se definir o menor número de parâmetros que leve a uma descrição adequada da série, num contraste com algumas metodologias apresentadas acima, as quais podem requerer um número bastante grande de parâmetros.

Galiana, Handschin e Flechter (12) aplicaram um modelo autorregressivo para o resíduo resultante do ajuste de um modelo periódico à carga histórica:

$$R(t) = L(t) - S(t) \quad (38)$$

onde $R(t)$ é o resíduo da hora t , $L(t)$ é a carga real na hora t e $S(t)$ é o valor obtido para a hora t pelo modelo periódico.

A função de autocorrelação empírica de $R(t)$, nos casos estudados, mostrou uma forte correlação do resíduo com os resíduos obtidos de 1 a 4 horas atrás. Além disso, a série de resíduos permaneceu exibindo uma periodicidade remanescente, devido à estimação incompleta do modelo periódico $S(t)$. Sendo assim, a essa componente os autores ajustaram um modelo autorregressivo da forma:

$$R(t) = \sum_{i=1}^p \alpha_i R(t-i) + w(t) \quad (39)$$

cuja ordem p foi definida experimentalmente com base na análise da variância do erro um passo à frente, para diferentes valores de p . Segundo os autores, modelos AR de ordem 1 ou 2 foram os que melhor se ajustaram aos resíduos. O erro de previsão se aproxima, depois de ajustados à carga real sucessivamente um modelo periódico e um modelo autorregressivo, a um ruído branco.

2.3.2.2. Modelo linear dinâmico

Uma classe de modelos bastante apropriada ao horizonte de curto prazo é o *modelo linear dinâmico*, também conhecido como *forma em espaço de estados*. Esse modelo utiliza, para estimação recursiva de seus parâmetros, um algoritmo desenvolvido por R.E.Kalman, em 1961, para estimar o estado de sistemas lineares dinâmicos. Esse algoritmo, conhecido como *Filtro de Kalman*, incorpora ao estado do sistema, a cada instante, a observação mais recente.

A abordagem clássica de mínimos quadrados recursivos, considerando as observações e os estimadores como variáveis aleatórias, descreve a observação no instante t como:

$$y = X \theta + v \quad (40)$$

onde:

- y - vetor T -dimensional de valores observados;
- X - matriz $(T \times n)$ de variáveis independentes no instante t ;
- θ - vetor n -dimensional de parâmetros constantes;
- v - ruído aleatório.

O estimador de mínimos quadrados para os parâmetros é assim obtido:

$$\hat{\theta} = (X'X)^{-1} X'y \quad (41)$$

sendo a variância da estimativa dos parâmetros dada por:

$$R = (X'X)^{-1} \sigma_v^2 \quad (42)$$

onde σ_v^2 é a variância da estimativa para y .

Quando uma nova observação $y(T+1)$ está disponível, podemos calcular recursivamente novas estimativas:

$$\hat{\theta}(T+1) = \hat{\theta}(T) + \frac{R(T+1)}{\sigma_v^2} X [y(T) - X \hat{\theta}(T)] \quad (43)$$

onde:

$\hat{\theta}(T)$ - é a estimativa de mínimos quadrados para os parâmetros tendo-se considerado T observações do processo;

$R(T+1)$ - é a variância de $\hat{\theta}(T)$ extrapolada para o instante $(T+1)$, dada por:

$$R(T+1) = R(T) - [R(T)X'X R(T)] [\sigma_v^2 + X R(T) X']^{-1} \quad (44)$$

O algoritmo acima considera implícita a hipótese de que os parâmetros não variam ao longo do processo. Quando esses parâmetros não são constantes, pode-se utilizar dois tipos de procedimentos para levar isso em conta:

- . ponderar exponencialmente os erros do modelo no algoritmo de estimação dos parâmetros (o que é feito na técnica do Alisamento Exponencial Geral, item 2.3.1.3);
- . utilizar um algoritmo de estimação composto de previsão e correção, que utiliza como lei de recorrência o Filtro Discreto de Kalman, e que permite, exogenamente, informações sobre a variação dos parâmetros.

Esse último procedimento é o denominado Modelo Linear Dinâmico, que veremos a seguir.

O sistema é definido por uma *equação de medida*, como:

$$y(t) = X \theta(t) + v(t) \quad (45)$$

e uma *equação de estado*:

$$\theta(t+1) = G \theta(t) + w(t) \quad (46)$$

onde:

- $y(t)$ - vetor das k observações do processo no instante t ;
- $\theta(t)$ - vetor de estado n -dimensional;
- $v(t)$ e $w(t)$ - vetores aleatórios independentes normais com média zero e covariâncias:
 - $\text{cov}(v(t)) = V$
 - $\text{cov}(w(t)) = W$
- G - matriz de transição de estados;
- X - matriz que estabelece a relação funcional entre o estado $\theta(t)$ e a observação $y(t)$.

O estado inicial $\theta(t_0)$ é normal com média m e covariância R_0 .

A estimativa do estado um passo à frente é:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(t+1|t) &= E [\theta(t+1) | y(t_1), y(t_2), \dots, y(t_N)] \\ &= G \hat{\theta}(t|t-1) + K(t) \tilde{y}(t) \end{aligned} \quad (47)$$

onde:

- . $\hat{\theta}(t|t-1)$ é suposto conhecido;
- . $K(t)$ é a matriz de ganho de Kalman, dada por:

$$K(t) = G P(t) X' [X P(t) X' + V]^{-1} \quad (48)$$

- . $\tilde{y}(t)$ é o erro na estimativa da observação um passo à frente, dado por:

$$\tilde{y}(t) = y(t) - X \hat{\theta}(t) \quad (49)$$

. $P(t)$ é a matriz de covariância do erro de estimativa do estado, dada por:

$$P(t+1) = [G - K(t) X] P(t) G' + W \quad (50)$$

onde $P(t_0) = R_0$.

A previsão um passo à frente é obtida como:

$$\hat{y}(t+1) = X \hat{\theta}(t+1) \quad (51)$$

A variância da previsão é:

$$\text{var}(\hat{y}(t+1)) = X P(t) X' + V \quad (52)$$

A modelagem em espaço de estados origina uma previsão que é uma distribuição de probabilidade da ocorrência futura do processo. Não há portanto necessidade de se tomar como valor previsto a média dessa distribuição. Se for conveniente num determinado instante, valores tendenciosos podem ser usados.

Gupta e Yamada (15) utilizam esse tipo de formulação para modelar os resíduos de carga obtidos do ajuste à série de carga de uma carga padrão. Após definirem um padrão de carga através de médias móveis e alisamento exponencial dos dados passados da série, como visto no item 2.3.1.1, aplicam ao resíduo resultante uma modelagem linear dinâmica onde $R(i)$ (vetor de dimensão 24 dos resíduos horários do dia i), é definido como:

$$R(i) = A R(i-1) + W(i-1) \quad (53)$$

onde A é a matriz dos coeficientes do modelo linear e $W(i-1)$ é um vetor coluna dos termos de erro do modelo, os quais têm média zero e são estatisticamente independentes entre si. Além disso, define-se uma matriz de covariância Q dos termos de erro. A identificação preliminar de A e Q é baseada na componente residual $R(i,j)$ dos dados históricos de carga.

2.3.3. Modelos que tratam da influência climática

A maior parte das abordagens propostas na literatura trabalha com uma carga padrão extraída do histórico. Todavia, em algumas séries de carga, uma formulação descritiva da série de carga pode ser extrapolada apenas para horizontes muito curtos. Quando se necessita previsão horária para mais de um dia, abordagens que incorporam a dependência climática são indicadas. Por isso, têm sido desenvolvidas algumas abordagens que prevêem a carga padrão através de correlação com variáveis climáticas, simultaneamente com a extrapolação do comportamento passado da série de carga. As flutuações da carga com relação ao clima são incorporadas à modelagem como uma componente adicional $C(i,j)$:

$$L(i,j) = S(i,j) + R(i,j) + C(i,j) \quad (54)$$

A utilização de variáveis climáticas depende de uma análise extensiva da correlação carga-clima em vários patamares de carga ao longo do ano. Segundo vários estudos, essa influência apresenta características não lineares, pois a parcela da carga elétrica sensível ao clima é composta basicamente por cargas de aquecimento e refrigeração, que crescem exponencialmente com o acréscimo ou decréscimo da temperatura, umidade, velocidade do vento (sensação térmica) e outras variáveis, até atingir um patamar de saturação.

Corpening, Reppen e Ringlee (9) determinaram experimentalmente uma relação funcional não linear da carga com a temperatura de bulbo seco e o ponto de orvalho. Stanton e Gupta (28) notaram que a inerente não linearidade da relação carga-clima se reflete na não normalidade da função densidade de probabilidade da componente de carga sensível ao clima.

Krogh, Llinas e Lesser (19) utilizam uma abordagem climática para a carga de pico. A carga horária de um sistema pode ser considerada como uma série temporal estocástica não estacionária, à qual pode ser aplicado um modelo ARIMA univariado. Essa

modelagem é desenvolvida para uma série de carga da qual já foram removidas, através de uma relação carga-clima, as tendências plurisemanais da carga de pico e do vale de carga.

No que tange as variáveis climáticas consideradas para previsão de carga, os trabalhos existentes têm se referido, na maior parte, a temperatura, velocidade do vento, luminosidade e umidade do ar. A propósito do número de semanas tomados como sendo o histórico utilizável da carga, é interessante observar que ele varia conforme o conceito de carga básica que se utiliza. A abordagem adotada por Galiana *et alii*, citada acima, considera, como período adequado para estimar a carga básica através do modelo periódico, dados de 5 a 10 semanas, já que esse é o maior intervalo dentro do qual parece não haver mudança de tendência na série. Portanto, a carga básica é definida a partir de um padrão mais recente, com as condições climáticas prevalecentes. Trata-se como adaptativa a carga representada pelo padrão + flutuações devidas ao clima, deixando-se para identificar com uma modelagem carga-clima complementar a parcela efetivamente devida a influência climática.

Diferentemente, Thompson (29) elaborou um modelo para a carga de pico no qual a carga básica é definida como a carga média observada num largo período de tempo com as condições médias do sistema, que são, segundo o autor, o formato da carga de pico e as condições climáticas de longo termo para a época específica do ano. A adaptividade, no caso, se refere à incorporação, à carga padrão, da carga que sofre a influência climática mais recente. Os desvios da carga de pico em relação a essa carga básica são relacionados aos desvios climáticos em torno das condições de longo termo.

Esse autor desenvolveu vários modelos alternativos, que determinam uma equação para a previsão da carga de pico diária. Uma vez que o pico esteja especificado, as cargas horárias restantes são obtidas através de seu relacionamento com a carga de pico, com os dados de carga mais atuais disponíveis, modificando a carga básica de pico por uma correção de carga determinada através de estudos de correlação entre a carga histórica e diversas

variáveis climáticas alternativas.

A série residual resultante da diferença entre o padrão histórico de carga e a carga real pode ser encarada como sendo resultante apenas do comportamento das cargas sensíveis ao clima frente aos impactos climáticos não esperados. Nesse enfoque, diversas variáveis climáticas devem ser analisadas quanto à influência sobre o resíduo de carga. Nessa abordagem multivariada de Thompson, a carga básica é definida como a carga média observada num longo período de tempo com as condições médias do sistema, e em que se modela o resíduo ou, como ele o denomina, a carga sensível ao clima, através de regressão linear 'stepwise'. A equação de regressão assim obtida permite obter o pico diário da carga. As cargas horárias serão obtidas pelas relações históricas existentes entre a energia diária, as demandas horárias e a carga de pico.

As variáveis climáticas significativas não são as mesmas para qualquer ambiente, e isso só pode ser determinado através da análise da série particular. A complexidade dessa abordagem reside no número de variáveis climáticas para as quais se requer tanto um histórico quanto uma previsão confiável, e é justificável apenas quando existe uma componente de carga fortemente dependente de condições climáticas.

Galiana, Handschin e Fiechter (12), após ajustarem sucessivamente um modelo periódico para a série de carga e um modelo autorregressivo para o erro de previsão, analisaram a série de resíduos resultante desses ajustes em relação à dependência climática. A análise mostrou que esses resíduos não apresentam correlação serial. Os autores pesquisaram a significância da relação com diferentes variáveis climáticas, o que levou à seleção da temperatura como influência dominante.

O modelo periódico anteriormente estabelecido para a componente básica da carga já incorpora, evidentemente, os efeitos sazonais da temperatura ao longo do ano. O que se modelou na série de resíduos não correlacionados horários são as variações da

temperatura horária em torno do padrão climático de longo termo

A função de correlação cruzada entre a série de erros sob investigação e $\Delta(t)$ mostrou que a influência da temperatura é dinâmica, havendo uma correlação mais forte entre o valor presente do erro e a temperatura de duas horas atrás. Após doze horas de defasagem, a correlação entre as duas variáveis decai a níveis não significativos. O modelo autorregressivo proposto para a série de resíduos originados da subtração da carga padrão da carga real, $y(t)$, é então acrescido de uma parcela que reflete os efeitos da temperatura:

$$R(t) = \sum_{i=1}^n \alpha_i y(t-i) + \sum_{j=1}^m \beta_j u(t-j) + w(t) \quad (55)$$

onde a primeira parcela é a modelagem autorregressiva do resíduo, $w(t)$ é uma sequência de choques aleatórios e a segunda parcela é o modelamento univariado da influência climática como uma função estática não linear da temperatura média histórica e da temperatura observada.

O efeito da temperatura é modelado como sendo uma combinação linear de uma função $u(t)$ não linear da temperatura nos m instantes passados, até a hora t . Os parâmetros da modelagem são determinados simultaneamente com os parâmetros dos modelos periódico e autorregressivo, por um algoritmo de otimização baseado no método de máxima verossimilhança.

Gupta e Yamada (15), após elaborarem um modelo estocástico para a série de carga, modelam a carga de pico diária através de uma formulação carga-clima, da seguinte forma:

$$L_p(i) = S_p(i) + W_p(i) + C_p(i) + \epsilon(i) \quad (56)$$

onde:

i - índice que denota o dia;

$L_p(i)$ - carga de pico;

$S_p(i)$ - componente básico da carga de pico;

$W_p(i)$ - padrão semanal da carga de pico;

$G_P(i)$ - componente da carga de pico sensível ao clima;
 $\epsilon(i)$ - componente aleatório da carga de pico.

$S_P(i)$ e $W_P(i)$ são estimados independentemente das componentes de carga padrão do modelo estocástico, embora sejam também descritores da carga padrão de pico: segundo os autores, essa estimativa independente da carga padrão de pico assegura melhores resultados.

$G_P(i)$, componente sensível ao clima na carga de pico diária, é função linear das variáveis climáticas selecionadas, ou de uma transformação dessas variáveis. As variáveis selecionadas pelos autores foram a temperatura média diária e a velocidade média do vento.

A combinação da previsão horária do modelo estocástico e da previsão da carga de pico sensível ao clima, para o dia $(i+1)$ em todas as horas do dia (índice j) feita da seguinte forma:

$$L_P(i+1, j) = L_S(i+1, j) + \frac{[L_P(i+1) - L_{SP}(i+1) \cdot Q(j, p)]}{Q(p, p) + \text{var}_y} \quad (57)$$

onde:

- $L_S(i+1, j)$ - previsão para a hora j no dia $i+1$;
- $L_{SP}(i+1, j)$ - valor máximo previsto pelo modelo estocástico para o dia $(i+1)$;
- p - hora do dia associada ponta;
- var_y - variância da previsão de $L_P(i+1, j)$;
- $Q(p, p)$ e $Q(j, p)$ - elementos da matriz Q de covariâncias dos erros do modelo estocástico;

2.3.4. Comentários adicionais

Como observação final, pode-se dizer que a previsão de carga com base nos valores históricos, utilizando métodos extrapolativos, apresenta as seguintes vantagens:

- . o fato de em geral obter um nível de desempenho adequado para aplicações on-line;
- . a possibilidade de se obter um padrão de comportamento diário da carga, útil para outros propósitos além da previsão de carga.

Em contrapartida, essa classe de métodos não explora as propriedades estatísticas dos dados, as quais refletem a dinâmica das variações instante a instante.

Com relação à carga residual, pode-se observar que os resíduos constituem uma série da qual foi retirada a sazonalidade e a tendência, ambas levadas em conta pela carga padrão. Eles contêm, além da aleatoriedade da série, os erros inerentes à modelagem da carga padrão e perturbações devidas à influência climática.

Quanto aos modelos climáticos de maneira geral, cabe observar que as limitações no desenvolvimento de um modelo global carga clima se prendem principalmente ao horizonte em que se trabalha. Previsões on-line, a muito curto prazo, requeririam medições e predições climáticas em intervalos compatíveis com os horizontes de previsão de carga, o que exigiria procedimentos custosos, além de comprometer a robustez da aplicação. Além disso, supõe-se que os procedimentos adaptativos para previsão on-line estão continuamente levando em conta as flutuações da carga em função das alterações climáticas.

Na previsão 24 horas à frente, há uma consideração importante: a influência de fatores climáticos sobre a carga, inferida dos valores observados no passado, só terá interesse prático quando o fator climático em questão puder ser previsto com boa precisão para um horizonte equivalente.

2.4. MÉTODOS QUE NÃO UTILIZAM CARGA PADRÃO

Enquanto os métodos que formulam explicitamente um padrão para a carga geram uma série horária de resíduos cuja previsão deve ser incorporada ao padrão previamente definido, os métodos que não trabalham com padrões de carga identificam um modelo único, global, que deve gerar um erro puramente aleatório.

Outro ponto de distinção é o fato de que os modelos que usam carga padrão a atualizam com frequência bem inferior à frequência com que são atualizados os resíduos resultantes da comparação do padrão com a carga real. O padrão da carga, uma vez estabelecido, é considerado como evoluindo muito lentamente. Diferentemente, os métodos que consideram a carga como um todo devem atualizar recursivamente o modelo todo, a cada nova observação.

A seguir, relacionam-se algumas das técnicas que têm sido utilizadas na formulação de modelos globais para a carga.

2.4.1. MODELOS DE BOX & JENKINS

Hagan e Behr (16) utilizaram, na modelagem global da série de carga, a metodologia de análise e previsão de séries temporais desenvolvida por Box & Jenkins (3). Os modelos ARIMA já foram sumariamente descritos no item 2.3.2.1. Como as previsões baseadas na modelagem ARIMA são essencialmente extrapolações da carga histórica, não apresentam boas estimativas quando há variações climáticas súbitas. Por essa razão, os autores citados elaboraram, adicionalmente, uma modelagem de Função de Transferência que inclui as variáveis climáticas de interesse:

$$y_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} x_{t-b} + n_t \quad (58)$$

onde y_t é a série de carga e x_{t-b} é a temperatura na hora t com um retardo b , $\omega(B)$ e $\delta(B)$ são polinômios em B (operador regressão), de ordens respectivamente s e r .

O ruído n_t é representado por uma modelagem ARIMA da forma:

$$\phi(B) n_t = \theta(B) a_t \quad (59)$$

Uma terceira modelagem é introduzida para levar em conta a não-linearidade da relação carga-clima, visto que a função de transferência é linear.

A classe dos modelos e sua ordem são identificados examinando-se as funções de autocorrelação e autocorrelação parcial da série, e os parâmetros estimados usando-se o método da máxima verossimilhança (ver Apêndice I). Após isso, os resíduos são então examinados quanto a uma eventual correlação serial remanescente, caso em que o modelo será alterado, e as etapas de identificação e estimação repetidas. O modelo de função de transferência será ajustado através de etapas similares. Os autores sugerem que o modelo não linear da relação carga-clima pode ainda ser melhorado em busca de maior precisão.

Goh, Choi, Tan e Tan (14), em seu estudo comparativo de métodos de previsão de carga de pico e energia mensais, analisam o desempenho dos métodos extrapolativos e dos métodos de modelagem estocástica, aplicando uma metodologia ARIMA.

Utilizando o erro médio quadrático (MSE) da previsão como critério de avaliação da performance, concluem que o modelo estocástico é superior em desempenho aos métodos convencionais de extrapolação, como médias móveis e alisamento exponencial. O MSE obtido chega a ser reduzido em 40% com a utilização de um modelo ARIMA. Observam os autores que é requerido um considerável esforço computacional e humano nas etapas de identificação do modelo e estimação de seus parâmetros, mas os requisitos para previsão são bastante reduzidos, e portanto adequados para previsão a curto prazo.

Bezerra e Falcão (11) utilizam essa técnica para previsão da potência ativa de barramentos de carga, num horizonte de curtíssimo prazo.

2.4.2. REPRESENTAÇÃO EM ESPAÇO DE ESTADOS

O *modelo linear dinâmico*, ou *forma em espaço de estados*, foi descrito no item 2.3.2.2. Essa formulação pode ser aplicada à carga como um todo. Apresenta as seguintes características:

- . é um modelo paramétrico, ou de espaço de estados, e não um modelo funcional;
- . fornece informação probabilística;
- . a definição sequencial do modelo descreve como os parâmetros mudam com o tempo, tanto sistemática quanto aleatoriamente;
- . essa modelagem pode expressar também as incertezas quanto à própria forma do modelo, entre algumas alternativas discretas.

Esse modelo se aplica, genericamente, ao problema de estimação do sinal $x_1(t)$ com ruído $x_2(t)$, quando é observável apenas o valor

agregado $y(t) = x_1(t) + x_2(t)$.

Sharma e Mahalanabis (25) desenvolveram uma aplicação onde se utiliza a teoria de estimação adaptativa desenvolvida por Kalman, na carga de curtíssimo prazo, da forma:

$$\text{Equação de medida: } y_k = H X_k + v_k \quad (60)$$

$$\text{Equação de estado: } X_{k+1} = f(X_k) + w_k \quad (61)$$

onde:

- . x_k - sinal de carga no instante k ;
- . v_k - ruído de carga no instante k ;
- . $X_k = [x_k, a_k, b_k]'$ são os estados do sistema; (62)

- . $W_k = [w_k^1, w_k^2, w_k^3]'$ são os ruídos associados a cada estado; (63)

- . $f(X_k) = [a_k x_k, b_k a_k, b_k]'$ é a relação funcional entre o estado no instante $k+1$ e o estado no instante k ; (64)

$$H = [1, 0, 0] \quad (65)$$

Como os autores apontam, a principal vantagem do algoritmo recursivo de Kalman é a de não requerer uma análise extensiva do passado, já que os valores iniciais para as variáveis não afetam o valor final dos parâmetros do modelo.

Campo e Ruiz (6) desenvolveram uma formulação de espaço de estados em três etapas. A primeira representa a carga como um estado mais um resíduo.

A equação de medida é:

$$L(k, t) = X(1, t) + \delta(2, k) X(2, t) + \dots + \delta(8, k) X(8, t) + N(t) \quad (66)$$

sendo:

$L(k,t)$ - carga no dia k , hora t ;

$X(1,t)$ - componente básica da carga na hora t ;

$X(i,t)$ - componente diária para o dia i (igual a 2 para a segunda-feira e igual a 8 para domingo);

$\delta(j,k)$ - função delta de Dirac, igual a 1 se $j = k$, e 0 caso contrário, com $j = 2, \dots, 8$;

$N(t)$ - resíduo de carga.

A equação de estado é:

$$X(i,t+24) = X(i,t) + W(i,t) \quad (67)$$

onde $W(i,t)$ é o erro de estimação do estado da carga.

A segunda etapa da formulação estabelece um modelo de espaço de estado para cada variável climática, da forma:

Equação de medida: $W(t) = WP(t) + NW(t) \quad (68)$

Equação de estado: $WP(t+24) = WP(t) + Q(t) \quad (69)$

onde:

$W(t)$ - variável climática na hora t ;

$WP(t)$ - estado da variável climática;

$NW(t)$ - resíduo climático, em relação ao padrão de clima;

$Q(t)$ - erros no modelo de estado climático.

A relação entre os resíduos de carga e os resíduos climáticos é modelada por uma Função de Transferência de Box & Jenkins (ver item 2.4.1). Os parâmetros do modelo de Função de Transferência são também atualizados por um Filtro de Kalman.

Esse modelo foi desenvolvido para um ambiente de carga onde a influência climática é bastante significativa. Isso parece justificar o uso de um modelo que engloba tantas variáveis.

Segundo os autores, isso só é possível porque o algoritmo de Kalman dispensa o uso de dados passados, baseando a estimativa do estado apenas no último estado observado.

2.4.3. UM MODELO AUTORREGRESSIVO

Supõe-se que a carga atual pode ser expressa como uma combinação dos valores passados da série, com parâmetros identificados empiricamente. Uma modelagem assim foi utilizada por Srinivasam e Pronovost (27). Em uma abordagem não usual, os autores levam em conta apenas as correlações com a hora anterior, com a mesma hora do dia, semana e ano anteriores. O método é baseado na teoria da estimação linear, e combina as previsões obtidas por cada um dos modelos autorregressivos citados de maneira inversamente proporcional a suas respectivas variâncias. A carga de pico é subdividida, para maior precisão, em intervalos semi-horários.

O modelo baseia-se na observação (corroborada pela função de autocorrelação estimada) de que as correlações seriais mais importantes na série de demandas horárias são as correlações com a hora anterior e com a mesma hora defasada de um dia, uma semana e um ano. Propõem um modelo autorregressivo linear de primeira ordem para cada um dos intervalos citados, da seguinte forma (usando aqui a notação dos autores):

$$X(k) = A(k-1).X(k-1) + B(k-1) + W(k-1) \quad (70)$$

onde $X(k)$ é a carga no instante k , $A(k)$ e $B(k)$ são parâmetros não nulos dependentes de k , identificados a partir dos dados de carga, e $W(k)$ é um ruído aleatório normalmente distribuído, estatisticamente independente, com média zero e variância $Q(k)$.

A previsão de $X(k)$, dado $X(k-1)$, é obtida através da expectância condicional de $X(k)$, que foi formulado acima:

$$\hat{X}(k) = \bar{X}(k) + A(k-1) [\hat{X}(k-1) - X(k-1)] \quad (71)$$

onde $X(k) = E [\bar{X}(k)]$, e a variância da previsão é dada por:

$$P(k) = A(k-1)^2 P(k-1) + Q(k-1) \quad (72)$$

Cada um dos modelos, horário, diário, semanal e anual, originam uma previsão com a respectiva variância associada, as quais são então combinadas:

$$X_m = P_m [P_h^{-1} X_h + P_j^{-1} X_j + P_s^{-1} X_s + P_a^{-1} X_a] \quad (73)$$

onde $P_m^{-1} = P_h^{-1} + P_j^{-1} + P_s^{-1} + P_a^{-1} \quad (74)$

Os feriados ou outros períodos de carga anômala são tratados desprezando-se seletivamente uma ou mais das componentes do modelo.

2.4.4. SISTEMAS ESPECIALISTAS

Uma metodologia possível para previsão de carga é a elaboração de um sistema especialista, que é um conjunto de regras lógicas às quais se supõe que um processo obedeça, e que são estabelecidas heurísticamente. Procura formalizar matematicamente o conhecimento intuitivo e a experiência do operador na tomada de decisões para a resolução de um problema e na identificação das variáveis significativas. Esse método evoluiu juntamente com as técnicas de inteligência artificial, que possibilitam sua implementação computacional.

A título de exemplo da aplicação de um sistema especialista à previsão de carga, vejamos a abordagem de Rahman e Bhatnagar (23) ao problema da previsão de carga a curto prazo, levando em conta as características próprias da carga e influências climáticas. As variáveis relatadas como sendo de interesse são:

- . a estação do ano, que indicará a lógica genérica a ser seguida no relacionamento carga-clima, tal como correlações negativas no

Inverno e positivas no verão;

- . a forma histórica da curva de carga na estação;
- . o efeito do dia da semana;
- . a temperatura de bulbo seco e a variação nessa temperatura, Δt (esse fator determinará como as condições climáticas atuais afetarão a carga);
- . o retardo na resposta da carga as variações climáticas, devido à massa térmica das edificações urbanas.

A variável prevista não é o valor da carga horária, mas sim a variação esperada na carga, sabendo-se que a variação da carga horária (ΔMW) para um dado tipo de dia e estação depende não somente da forma histórica da carga mas também das condições climáticas prevalecentes.

Incorpora-se ao modelo regras ditadas pela experiência e observação, do tipo:

- . das 23:00 às 5:00 h, o maior impacto é da curva de carga histórica e não das variáveis climáticas;
- . das 6:00 às 22:00 h, para uma temperatura considerada normal, só se considera o impacto climático quando ΔMW é superior a um determinado valor;
- . se a temperatura é superior a uma temperatura limite pré-fixada, então usa-se a curva de carga típica de verão, isto é, uma correlação positiva com a temperatura;
- . se a temperatura é inferior a um determinado valor, usa-se uma correlação carga-clima negativa, isto é, típica de inverno.

A eficiência desta técnica, evidentemente, depende inteiramente da determinação adequada das regras lógicas que devem ser obedecidas para previsão automática, e uma monitoração dos erros de previsão verificados servirão como base para se adaptar, modificar ou criar regras ao longo do tempo.

2.4.5. UMA ANÁLISE COMPARATIVA

Moghram e Rahman (22) analisaram comparativamente cinco técnicas de previsão de carga a curto prazo, aplicando cada uma delas sobre uma mesma base de dados, modelada como um todo. As técnicas utilizadas foram as seguintes:

1. Regressão linear múltipla

Descreve-se a carga como combinação linear de variáveis climáticas, com coeficientes estimados pelo método dos mínimos quadrados, havendo uma equação diferente para cada hora do dia. As variáveis climáticas de regressão utilizadas foram:

- . temperatura de bulbo seco e de ponto do orvalho na hora;
- . temperatura de bulbo seco, média das últimas 24 horas e essa mesma média defasada de três horas com relação à hora corrente;
- . temperatura de bulbo seco e de ponto de orvalho médias para a hora, nesta estação.

2. Modelo estocástico

É modelado um ARIMA sazonal com período 168 (e subperíodos de 24). É também empregada uma modelagem de Função de Transferência, usando-se a temperatura de bulbo seco com série de entrada, sem defasagem de tempo com relação à série de carga (ver itens 2.3.2.1 e 2.4.1).

3. Alisamento exponencial geral

É implementada a técnica desenvolvida por Brown (4), utilizando-se um período fundamental de 24, com 11 harmônicos (ver item 2.3.1.3).

4. Espaço de estados

Utiliza-se a formulação em espaço de estados, aplicando-se o Filtro de Kalman para atualização recursiva dos parâmetros do modelo (ver item 2.3.2.2).

5. Sistema especialista

São desenvolvidas regras para a previsão da carga futura baseadas em relações empíricas da carga com outras variáveis (ver item 2.4.4).

Com base nas previsões feitas para 24 horas à frente, para um dia de verão e um dia de inverno, os autores comparam essas cinco técnicas. Obtiveram as seguintes conclusões:

- a. Enquanto o modelo de Função de Transferência deu os melhores resultados para o verão, não foi tão adequado para a carga de inverno, uma vez que, sendo fortemente dependente dos dados históricos, não consegue acompanhar com eficiência as mudanças abruptas de temperatura; o mesmo é válido para a modelagem ARIMA.
- b. A técnica de alisamento exponencial geral apresenta o pior desempenho tanto no verão como no inverno, possivelmente devido à dificuldade de se ajustar a constante de alisamento ideal.
- c. O modelo de regressão múltipla consegue acompanhar as variações súbitas da carga devido a impactos climáticos, mas é o que atinge os maiores erros (10 a 18%), provavelmente porque não leva em conta uma carga padrão adaptativa.
- d. O sistema especialista desenvolvido para essa série de carga apresentou desempenho aceitável em relação aos demais, não havendo erros superiores a 3%.
- e. A modelagem de espaço de estados tem um bom desempenho no verão e um mau desempenho no inverno; no entanto, como essa técnica apresenta grandes dificuldades na identificação correta das componentes do modelo, é provável que se devesse usar um modelo diferente para cada estação.

2.5. CONSIDERAÇÃO DE EFEITOS ESPECIAIS PARA PREVISÃO

Qualquer que seja a metodologia adotada para previsão, um cuidado especial deverá ser tomado quanto à consideração de fatores que causem alterações anômalas no padrão de carga. São eles:

1. Comportamento da audiência televisiva

Têm sido observadas distorções significativas nos horários de carga máxima em dias coincidentes com programas de televisão de grande audiência. Essas distorções devem ser eliminadas, desde que conhecidas com antecedência, por algum mecanismo de intervenção exógena nos valores previstos.

2. Feriados

A carga de feriados apresenta um comportamento bastante diferente não só nos dias equivalentes na mesma semana e nas anteriores, mas também do mesmo feriado em anos anteriores, uma vez que a cada ano correspondem a um dia da semana diferente. É desejável manter em arquivo um calendário com os feriados do ano, de maneira a adotar-se automaticamente um procedimento adequado tanto para os feriados como para os dias antecedentes e subsequentes.

3. Horário da ponta de carga

A hora em que ocorre a máxima demanda durante o dia desloca-se ao longo do ano devido basicamente às variações sazonais do horário do crepúsculo. No entanto, as reduções de luminosidade, devido à intensa cobertura nebulosa, podem afetar significativamente a forma da curva de carga no período de ponta, das 17:00 as 22:00 h.

4. Horário de verão

Observou-se uma modificação no nível e na forma da curva de carga nos períodos de ponta, a partir do ano em que passou-se a adotar no Brasil o horário de verão, isto é, o adiantamento de uma hora nos relógios no final da primavera. Um cuidado especial deve ser tomado na correta interpretação dessa influência sobre a carga.

5. Cargas industriais

As cargas industriais significativas para o sistema devem ser monitoradas de forma que um desligamento, paralisação ou conexão de novas cargas ao sistema sejam incorporados exogenamente à previsão.

6. Fatores climáticos

Como foi visto, alguns procedimentos para previsão de carga levam em consideração explicitamente a influência climática. Aqueles que não o fazem devem adotar rotinas que permitam a intervenção do operador no caso de alterações climáticas bruscas.

2.6. COMENTARIOS

Procurou-se, neste capítulo, apresentar de forma abreviada os principais procedimentos para previsão de carga a curto prazo. Algumas dessas metodologias foram mais detalhadas que outras, devido ao interesse maior que suscitam para aplicações no sistema elétrico brasileiro. Assinale-se ainda que os trabalhos apresentados aqui foram desenvolvidos via de regra para ambientes de demanda energética diversos do ambiente brasileiro.

O presente trabalho se propõe a discutir a aplicabilidade e eficiência de algumas das metodologias existentes sobre a carga elétrica do Estado do Paraná, situado na Região sul brasileira. A carga elétrica no Brasil apresenta algumas características próprias. O padrão de consumo brasileiro, comparativamente às

séries de consumo utilizadas na maior parte da literatura existente a respeito do tema, possui patamares per capita significativamente menores. Seu potencial de modulação diária em relação a fatores climáticos, por exemplo, é bastante baixo, apesar de haver alguma influência, principalmente, da temperatura e da cobertura nebulosa sobre a curva de carga diária.

Outro fator de diferenciação da carga brasileira é o fato do Hemisfério Sul estar submetido a variações climáticas entre estações apreciavelmente inferiores às do Hemisfério Norte. Por isso, a componente de carga sensível à temperatura, no Brasil, é menos significativa do que nas séries analisadas na maior parte dos trabalhos que se referem a previsão de carga a curto prazo.

Em suma, o perfil da carga é consideravelmente conservativo, dentro da perspectiva de curto prazo, o que leva a crer que metodologias baseadas na decomposição da série de carga em padrões de periodicidade diária e semanal serão bem sucedidas. Com base nessas observações, a seguir algumas das metodologias apresentadas nesse capítulo serão aplicadas sobre a série de carga horária paranaense, e serão comentados os resultados obtidos, do ponto de vista da flexibilidade operacional e do grau de exatidão.

CAPITULO III

APLICACAO DE ALGUMAS METODOLOGIAS DE PREVISAO DE CARGA A CURTO PRAZO AO SISTEMA ELETRICO DO PARANA

3.1. INTRODUÇÃO

No capítulo anterior, abordamos alguns dos métodos que foram desenvolvidos para previsão de carga a curto prazo. Passaremos agora a aplicar algumas dessas abordagens à carga horária do sistema elétrico da Companhia Paranaense de Energia - COPEL, cuja área de responsabilidade é o Estado do Paraná, situado na região sul brasileira. Selecionou-se o período de janeiro a junho de 1989, cobrindo assim tanto o ápice do verão e do inverno como uma estação intermediária.

Note-se também que, dentro de um horizonte de curto prazo, a adaptividade a nível diário permite que as variações da curva horária observadas na transição entre as estações sejam rapidamente incorporadas pelo sistema de previsão à medida em que ocorrem.

3.2. A DETERMINACAO DA CARGA PADRAO

A série de carga horária de um sistema de potência, por sua própria natureza, apresenta forte correlação serial com intervalos de 24 e 168 horas, devido à modulação diária e semanal das demandas horárias. Respondem por essas duas modulações o ciclo diuturno e o ritmo da atividade comercial e industrial. Isso posto, procuraremos descrever essa periodicidade de duas maneiras diferentes (entre outras possíveis):

1. Supondo que há um padrão de carga diário ao qual se superpõe um outro padrão, esse semanal, sendo a carga em cada hora diferente representada pelo somatório desses dois padrões. Cada um deles pode ser definido por uma média móvel convenientemente ajustada.
2. Supondo que a série de carga horária é uma sequência periódica de valores, que pode ser representada por uma somatória de funções periódicas do tempo, determinadas para as frequências mais significativas.

3.2.1. Carga padrão prevista por médias móveis

A carga numa dada hora de um determinado dia da semana pode ser descrita como:

$$L(i,j) = D(i,j) + W(i,j) + R(i,j) \quad (1)$$

onde:

$L(i,j)$ - carga observada na hora j do dia i ;

$D(i,j)$ - componente básica da carga decorrente do ciclo diário;

$W(i,j)$ - componente básica da carga decorrente do ciclo semanal;

$R(i,j)$ - carga residual não explicada pelos padrões diário e semanal.

A propósito, esta é a modelagem que Gupta e Yamada (15) adotam para a carga padrão, e que foi descrita no item 2.3.1.1 deste trabalho. Basicamente, considera-se a periodicidade diária e semanal da seguinte forma:

- a. O modo como uma particular hora do dia se relaciona com as demais ao longo da curva de carga diária é determinado tomando-se a média simples daquela hora durante os sete dias anteriores. Obtém-se assim a componente básica da carga, ou seja, a carga média da semana em cada um dos 24 horários:

$$D(i,j) = \frac{1}{7} \sum_{k=i-7}^{i-1} L(k,j) \quad (2)$$

Observe-se que é usada no cálculo adaptativo da componente básica uma média móvel, para que se confira o mesmo peso a todos os dias da semana, o que não é possível usando-se alisamento exponencial. Esse último é em síntese uma média ponderada cujos pesos são progressivamente menores à medida em que se regride no tempo.

- b. Em cada dia da semana, uma determinada hora se diferencia da mesma hora em dias diferentes pelo efeito da sazonalidade intrasemanal. Para determinação desta componente semanal, como se deseja que o cálculo adaptativo leve em conta as modificações na carga ocorridas entre uma semana e outra, é usado o alisamento exponencial:

$$W(i,j) = W(i-7,j) + \alpha [L(i,j) - D(i,j) - W(i-7,j)] \quad (3)$$

onde α é a constante de alisamento. A respeito da escolha desta constante, Brown (4) sugere valores entre 0,01 e 0,3. Quando valores acima deste limite parecem ser mais convenientes para o ajuste da série em questão, provavelmente o modelo foi incorretamente proposto.

Na verdade, constantes de alisamento mais elevadas melhoram a resposta a alterações no padrão, mas comprometem a habilidade do modelo de eliminar flutuações aleatórias. No entanto, como já foi observado, a curva padrão no caso brasileiro parece ser bastante conservativa, o que sugere um valor baixo para α , de maneira a não levar em conta as variações súbitas, que muito provavelmente não representam mudanças permanentes no nível da série.

Ilustrando o que foi comentado, a Figura 1 mostra a função de autocorrelação estimada (ver Apêndice 1) da série de seis meses de carga horária. Na Figura 2, a relação existente entre os diferentes valores de α e o erro médio quadrático, feita para as últimas quatro semanas da série de trabalho, é mostrada. O valor $\alpha^* = 0,05$ mostrou ser o mais adequado.

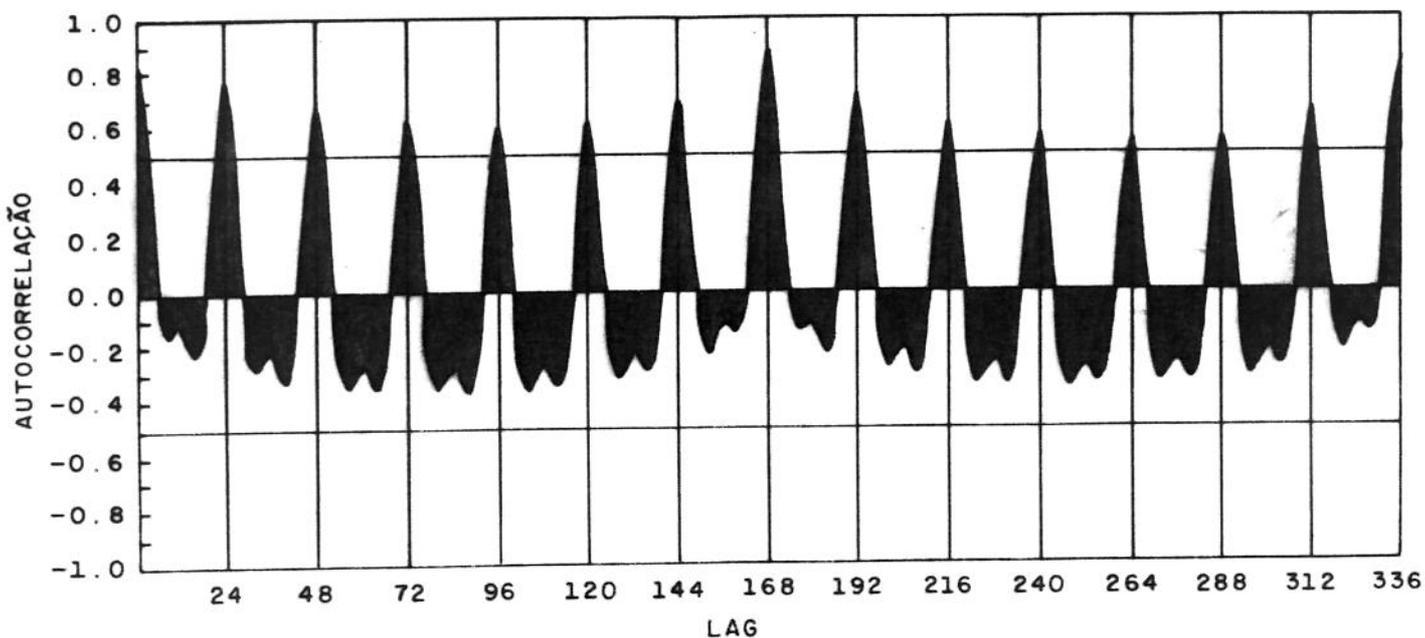


FIGURA 1 - Função de autocorrelação da série de carga
(1.º semestre de 1989)

A modelagem por carga padrão foi utilizada para previsão 24 horas à frente, com atualização diária dos estimadores da componente diária e semanal para cada hora.

Sobre os erros inerentes a se projetar a carga por um método automático baseado em inferências históricas, pode-se comentar o seguinte:

- . Uma das fontes de erro é o nível de parametrização do sistema de previsão, que pode deixar de modelar algumas características da série; quando há pouco ganho em exatidão, pode não valer a pena tornar mais complexo o modelo.
- . Erros derivam também das flutuações aleatórias, sem correlação serial, inerentes ao próprio processo físico, ou a imprecisões introduzidas durante o processo de medição da série real.

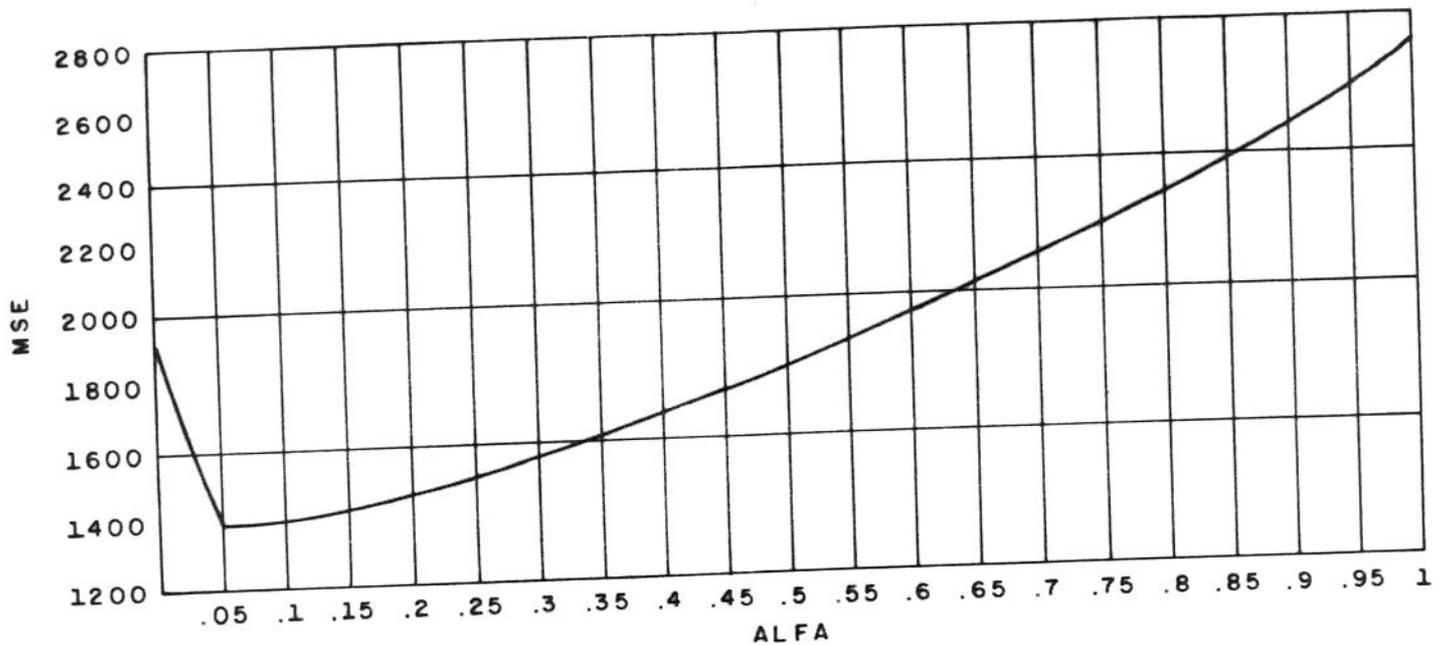


FIGURA 2 - Erro médio quadrático x parâmetro do alisamento (α)
Ajuste por médias móveis

3.2.2. Carga padrão prevista por análise de Fourier

Podemos descrever bastante bem o perfil de uma série de carga utilizando-se uma somatória de funções periódicas do tempo. Esse processo foi descrito no item 2.3.1.2 do Capítulo II, onde nos referimos à expansão de uma série temporal, com N observações, em série de Fourier. A carga horária, nesse enfoque, é assim definida:

$$L(t) = a_0 + \sum_{i=1}^k (a_i \cos 2\pi f_i t + b_i \sin 2\pi f_i t) \quad (4)$$

onde: a_0 é a média do processo;

$$a_i = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N L(t) \cos 2\pi f_i t_i \quad (5)$$

$$b_i = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N L(t) \sin 2\pi f_i t_i \quad (6)$$

A maior frequência que pode ser detectada embutida na série é $f_k = k/N$, que corresponde à frequência de Nyquist. Teremos, portanto, no máximo k frequências harmônicas da frequência fundamental $1/N$. A equação (4) não contém termo de erro devido ao fato de que, ao trabalharmos com uma série finita, as N observações serão descritas por N parâmetros, e a representação em série de Fourier se ajustará perfeitamente aos dados.

Trabalharemos aqui com um período básico de uma semana, ou 168 horas, o que vale dizer que a frequência fundamental para a nossa expansão em série de Fourier é $1/168$. O ajuste aos dados semanais implicará, portanto, na determinação de $k = N/2 = 84$ coeficientes para as funções cosseno e igual número para as funções seno. No entanto, por razões de economia computacional, optou-se por selecionar as frequências de maior representatividade para a descrição da ciclicidade da carga horária na semana. Observe-se que, assim procedendo, estaremos introduzindo na equação (4) um termo de erro, que responde pela imperfeita descrição da série, e a carga passa a ser definida como:

$$L(t) = a_0 + \sum_{i=1}^k (a_i \cos 2\pi f_i t + b_i \sin 2\pi f_i t) + R(t) \quad (7)$$

onde $R(t)$ é a carga residual não explicada pela somatória das funções calculadas para os harmônicos selecionados.

O *periodograma*, descrito no Apêndice 1, é uma ferramenta bastante útil na seleção das frequências mais representativas. Nessa fase, o periodograma foi utilizado para detectar, na série sob estudo, as frequências das ondas cuja amplitude é notável. Foram assim selecionados os harmônicos de ordens 1 a 9, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63 e 70, num período fundamental de 168. A Figura 3 mostra o periodograma da série de carga da última semana

do período, de maneira a expor graficamente a escolha feita. As demais semanas apresentam comportamento periódico similar.

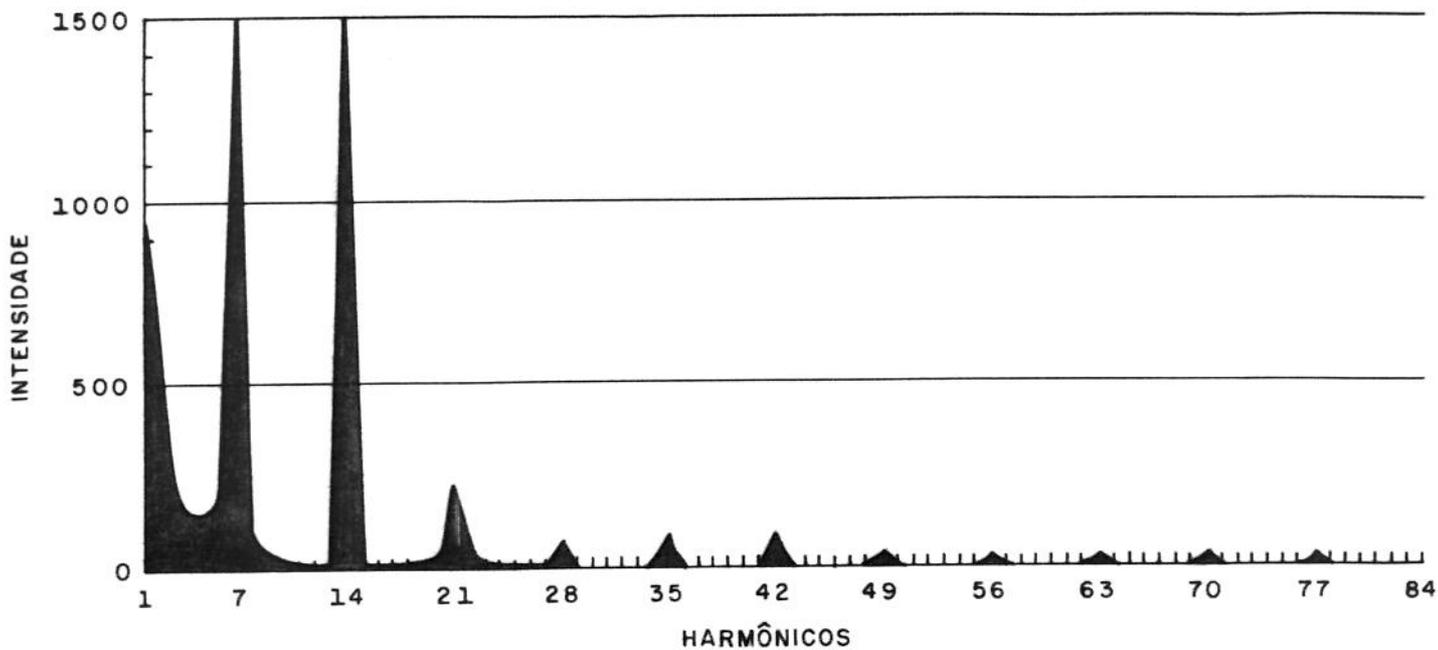


FIGURA 3 - Periodograma da série de carga

Analisou-se ainda diversas combinações de harmônicos, a fim de se comparar a redução do MSE obtida com a inclusão de mais harmônicos. Os resultados, sumarizados na Tabela 1, confirmam a seleção feita através do periodograma.

HARMÔNICOS SELECIONADOS	MSE
1 a 9, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63 e 70 (*)	3229
1 a 9, 14, 21, 35, 42, 49, 56, 63 e 70	4141
1 a 9, 19, 20, 21, 28, 35, 42, 49, 56 e 63	3192
1 a 14, 19, 20, 21, 28, 35, 42, 49, 56 e 63	3165
1 a 9, 14, 21, 28, 34 a 36, 41 a 43, 49, 56, 63, 70 E 77	3111
Todos os 84 harmônicos	2949

(*) seleção de harmônicos que foi adotada

TABELA 1 - Erro médio quadrático x harmônicos incluídos

Note-se que a função de autocorrelação apresentada na Figura 1 leva igualmente a concluir que existe uma periodicidade diária (correspondente ao período 7 no periodograma), com um forte conteúdo de harmônicos de ordem superior, responsáveis pela aparência achatada da onda.

A expansão do histórico em série de Fourier leva a resultados bastante bons. Note-se que a adaptividade se verifica, nesse caso, a nível semanal, e não mais diário, como no caso da utilização de médias móveis. O período básico de 168 horas foi selecionado por ser esse o maior lapso de tempo que cobre todo um ciclo de variação da carga, no horizonte de curto prazo. O próximo período sazonal de 52 semanas, e sua utilização como período fundamental é totalmente inconveniente para esse tipo de aplicação, quer pelo número de parâmetros envolvidos quer pela impossibilidade de adaptividade dentro de um prazo razoável.

Os resultados obtidos são mostrados a seguir. A Figura 4 mostra a variação do erro médio quadrático (MSE) com α , parâmetro do alisamento exponencial feito entre os coeficientes da expansão de Fourier obtidos para uma semana e aqueles calculados quando se tem disponíveis os dados da semana seguinte. Isso possibilita que se

calibre a velocidade com que a forma da curva de carga varia semana a semana. O valor de α que minimiza o MSE é $\alpha^* = 0,32$.

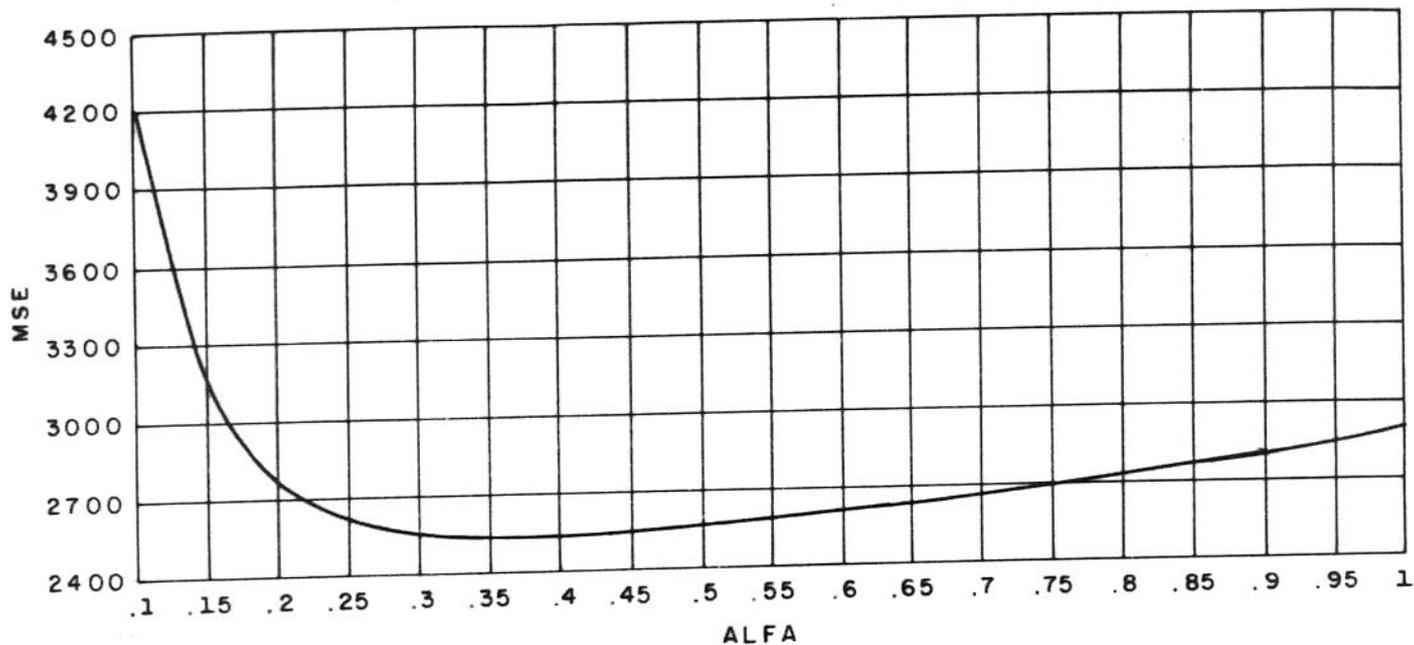


FIGURA 4 - Erro médio quadrático x parâmetro do alisamento (α)
Ajuste por série de Fourier

A série de erros obtida reflete dois fatores:

- o erro devido à utilização apenas dos harmônicos principais;
- o erro devido à extrapolação dos dados para uma semana à frente.

A Tabela II mostra os erros de previsão 24 horas à frente, tanto da previsão pelo processo de médias móveis como pelo de expansão de Fourier, utilizando-se as últimas 4 semanas do histórico como período de previsão. Podemos observar que ambos os procedimentos apresentam resultados bastante semelhantes. A média dos erros de previsão está em torno de zero, e os erros absolutos são também bastante baixos, em ambos os casos. Os desvios máximos ultrapassam 13%, nas quatro semanas previstas, valor bastante alto, mas que ocorre em quatro semanas de dados horários. Na seqüência, veremos que a distinção mais

significativa entre os dois padrões de carga que foram estabelecidos se refere à natureza das correlações seriais observadas nos resíduos da carga padrão por médias móveis e por série de Fourier.

	Carga padrão p/ médias móveis		Carga padrão p/ análise de Fourier	
Erro médio	0,24		-0,11	
Erro médio abs.	2,45		3,00	
Desvio padrão	3,15		3,85	
Desvio máximo	-14,9		+12,6	
Faixas percentuais de até (\leq)	freq. absol.	freq. rel.(%)	freq. absol.	freq. rel.(%)
-12 -10	1	0,1	5	0,7
-10 -8	1	0,1	6	0,9
-8 -6	16	2,4	31	4,6
-6 -4	47	7,0	51	7,6
-4 -2	90	13,4	97	14,4
-2 0	146	21,7	146	21,7
0 2	184	27,4	130	19,3
2 4	115	17,1	123	18,3
4 6	52	9,7	48	7,1
6 8	12	1,8	20	3,0
8 10	5	0,7	6	0,9
10 12	2	0,3	4	0,6

TABELA II - Erros percentuais de previsão da carga padrão

3.3. A SÉRIE DE CARGA RESIDUAL

A partir dos processos descritos acima, a melhor estimativa que temos definida, até agora, para a carga prevista $\hat{L}(i,j)$, para a hora j do dia i , é:

$$\hat{L}(i,j) = S(i,j) \quad (8)$$

onde $S(i,j)$ é a carga padrão para a hora j do dia i , descrita ou pela composição de uma parcela diária e uma parcela semanal, como:

$$S(i,j) = D(i,j) + W(i,j) \quad (9)$$

ou por uma somatória de senos e cossenos, como:

$$S(i,j) = \bar{S}(i,j) + \sum_{i=1}^k (a_i \cos 2\pi f_i t + b_i \sin 2\pi f_i t) \quad (10)$$

Essa previsão original, quando comparada à série de carga real, um resíduo da forma:

$$R(i,j) = L(i,j) - S(i,j) \quad (11)$$

onde $L(i,j)$ é a carga verificada.

Esse resíduo reflete dois fenômenos:

- . uma variação aleatória em torno do valor real;
- . os resíduos originados pela inabilidade do modelo em descrever a série real tão bem quanto se propôs, quer quanto à formulação do próprio modelo quer quanto à estimação adequada de seus parâmetros.

O erro estocástico de média zero e variância constante corresponde àquelas flutuações de carga que se compensam a longo termo e que não possuem absolutamente nenhum padrão identificável. Assim sendo, a parcela do erro que estará sob exame é a parcela referente à inadequação do modelo ou de seus parâmetros, e a análise se destina justamente a complementar o modelo inicial, ou seja, introduzir na carga prevista mais uma parcela, correspondente ao valor previsto deste resíduo:

$$\hat{L}(i,j) = S(i,j) + \hat{R}(i,j) \quad (12)$$

$$e \quad L(i,j) - \hat{L}(i,j) = \epsilon(i,j) \quad (13)$$

onde $\hat{R}(i,j)$ é a previsão para o resíduo $R(i,j)$ e $\epsilon(i,j)$ é uma sequência de variáveis mutuamente independentes e identicamente distribuídas, com média zero e variância constante. Esse tipo de sequência é chamado *ruído branco*.

Vários métodos para modelagem da carga residual foram expostos no Capítulo II deste trabalho. Dentre esses métodos,

selecionaremos, para a análise e previsão da carga residual, a metodologia de Box & Jenkins, já que os procedimentos para identificação do modelo lançam luz sobre diversos aspectos da série.

Os resultados da metodologia serão apresentados tanto para a carga padrão obtida por médias móveis como para a carga padrão obtida por análise de Fourier. Para facilidade de referência, chamaremos de:

Série A - resíduos da carga padrão obtida por médias móveis;

Série B - resíduos da carga padrão obtida por análise de Fourier.

Essas duas séries serão analisadas do ponto de vista da metodologia ARIMA. As etapas iterativas para a construção de um modelo ARIMA, repetindo o que foi exposto no breve resumo dessa metodologia no item 2.3.2.1 do Capítulo II, são as seguintes:

1. identificação do modelo;
2. estimativa dos parâmetros do modelo;
3. diagnose da adequabilidade do modelo;
4. retorno à etapa inicial, postulando um novo modelo, se o modelo não for adequado, ou sua utilização para previsão, em caso contrário.

3.3.1. Identificação do modelo

Essa etapa pressupõe a postulação, primeiro, de uma classe geral de modelos, e posteriormente de uma sub-classe de modelos, utilizando-se, para isso, de métodos que atendam ao requisito de parcimônia, característica dos modelos ARIMA. Nessa fase, são ainda obtidas estimativas grosseiras dos parâmetros do modelo. As principais ferramentas utilizadas no processo de identificação do modelo são a função de autocorrelação (fac) e de autocorrelação parcial (facp) (ver Apêndice I).

As Figuras 5.a e b mostram a função de autocorrelação e de autocorrelação parcial dos resíduos de modelagem da carga padrão, tanto por médias móveis quanto por expansão de Fourier. A análise do comportamento dessas funções permite algumas conclusões:

1. Os resíduos tanto do processo de médias móveis como do modelo de série de Fourier configuram processos autorregressivos, já que ambas as fac's decaem exponencialmente, e suas facp's são truncadas após os primeiros lags.
2. Pode-se observar na série B um comportamento sazonal com período 24, o que não ocorre na série A. Isso se deve ao fato de que a carga prevista por médias móveis é extrapolada e atualizada para 24 horas à frente, enquanto que a carga padrão definida por série de Fourier é extrapolada para as próximas 168 horas.

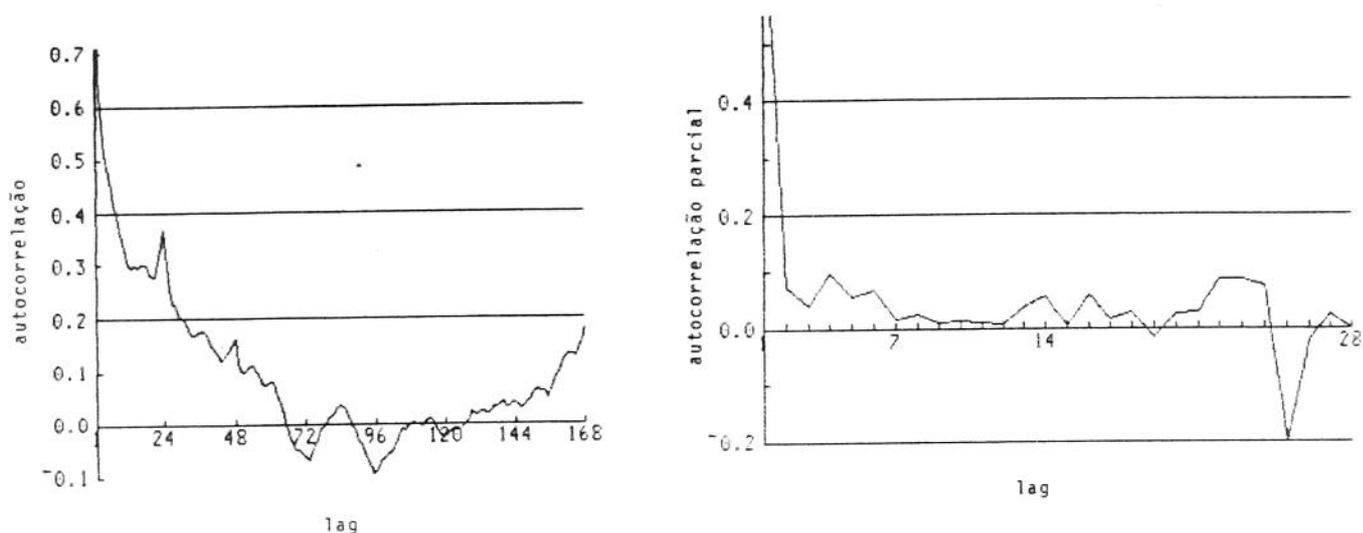


FIGURA 5 - Funções de autocorrelação e de autocorrelação parcial
a) Ajuste por médias móveis

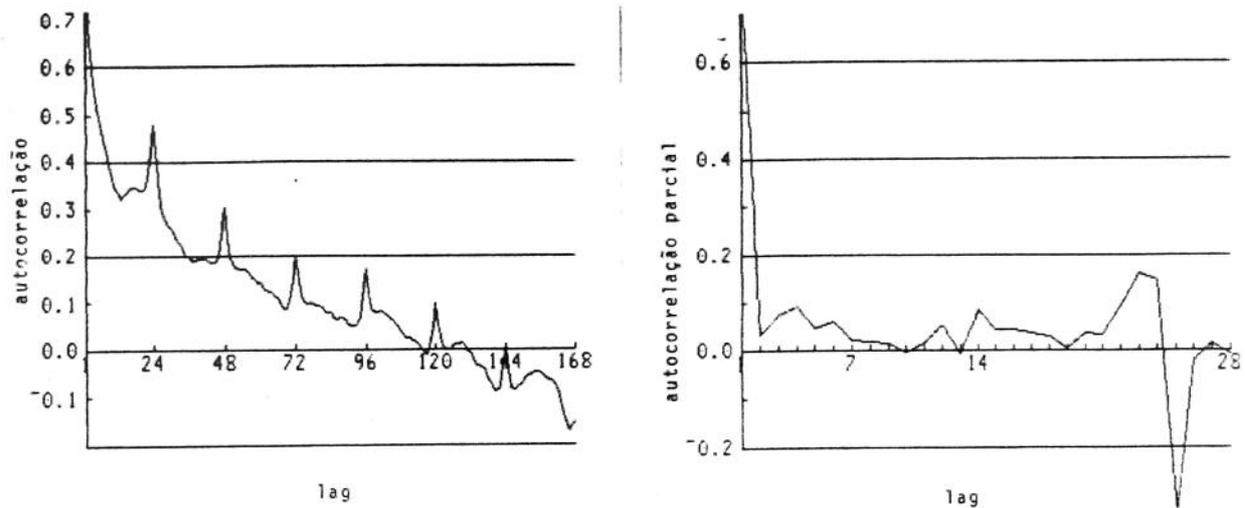


FIGURA 5 - Funções de autocorrelação e de autocorrelação parcial
b) Ajuste por série de Fourier

Estimativas preliminares dos parâmetros são obtidas nessa fase, em função dos valores estimados de autocorrelação da série.

3.3.2. Estimacão dos parâmetros do modelo

Com base nas fac e $facp$ das séries residuais, alguns modelos podem ser propostos. Preliminarmente, podem ser identificados os modelos abaixo, todos autorregressivos, já que não há nenhuma evidência de componentes de médias móveis nas séries estudadas:

Série A

$$1) (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2)(1 - \Phi B^{24}) z_t = a_t \quad (14)$$

$$2) (1 - \phi B)(1 - \Phi B^{24}) z_t = a_t \quad (15)$$

$$3) (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3 - \phi_4 B^4) z_t = a_t \quad (16)$$

Série B

$$1) (1 - \phi B) (1 - \psi B^{24}) z_t = a_t \quad (17)$$

$$2) (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2) (1 - \psi B^{24}) z_t = a_t \quad (18)$$

$$3) (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3 - \phi_4 B^4) z_t = a_t \quad (19)$$

A Tabela III sumariza os resultados da estimativa dos parâmetros para os modelos seleccionados.

MODELO	Série A		
	1	2	3
AIC (*)	7232	7237	7231
Parâmetros Otimizados (com erro padrão da estimativa)	$\theta_1 = 0,733 (0,029)$ $\theta_2 = 0,078 (0,029)$ $\theta_{24} = 0,0796 (0,030)$ $\theta_{23} = -0,047 (0,037)$ $\theta_{24} = -0,032 (0,030)$	$\theta_1 = 0,7957 (0,018)$ $\theta_{24} = 0,0789 (0,03)$ $\theta_{23} = -0,064 (0,03)$	$\theta_1 = 0,7278 (0,028)$ $\theta_2 = 0,0555 (0,035)$ $\theta_3 = -0,026 (0,036)**$ $\theta_4 = 0,075 (0,029)$
MODELO	Série B		
	1	2	3
AIC (*)	5074	5078	5181
Parâmetros Otimizados (com erro padrão da estimativa)	$\theta_1 = 0,7949 (0,021)$ $\theta_{24} = 0,3759 (0,033)$ $\theta_{23} = -0,2975 (0,034)$	$\theta_1 = 0,785 (0,036)$ $\theta_2 = -0,049 (0,036)$ $\theta_{24} = 0,249 (0,033)$ $\theta_{23} = -0,251 (0,044)$ $\theta_{24} = -0,032 (0,036)**$	$\theta_1 = 0,8263 (0,035)$ $\theta_2 = -0,1053 (0,047)$ $\theta_3 = -0,0627 (0,045)$ $\theta_4 = 0,0606 (0,029)$

* - Akaike Information Criterion - função da verossimilhança maximizada, sendo seu menor valor correspond. ao melhor conjunto de parâmetros;

** - Os parâmetros assinalados não são significativos, pois são inferiores ao erro padrão da estimativa.

TABELA III - Estimação de parâmetros

3.3.3. Análise dos resultados

O modelo tentativamente ajustado irá gerar uma série que, subtraída da série de dados original, resulta numa série de resíduos. Essa série residual, caso o modelo ajustado tenha corretamente descrito as propriedades e características da série sob estudo, deverá constituir um processo puramente aleatório, isto é, uma sequência de valores mutuamente independentes, com média zero e variância constante.

As fac's, bem como o periodograma acumulado, relativos aos resíduos gerados pelos três modelos ajustados estão apresentadas nas Figuras 6 e 7, para o horizonte de 1 hora. Com base nesses gráficos, bem como nos resultados mostrados na Tabela III, selecionou-se para cada série um único modelo, como sendo aqueles que apresentaram a melhor performance global. A Figura 8 mostra a fac e o periodograma acumulado dos erros de previsão 24 horas à frente para o Modelo 1 da Série A, ilustrando o fato de que para horizontes maiores que 1 permanecem correlações seriais bastante significativas.

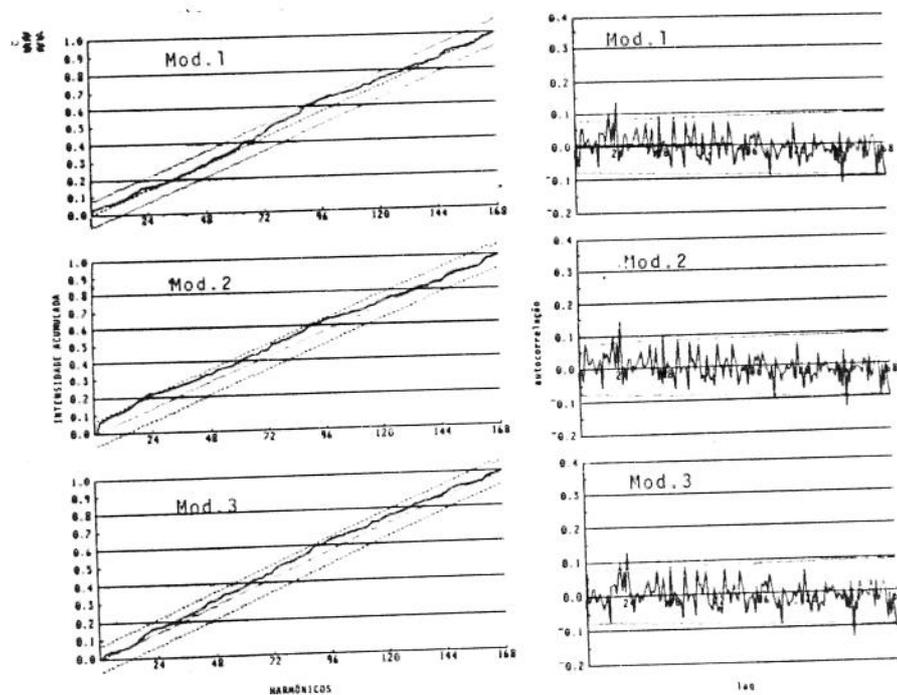


FIGURA 6 - Fac e Periodograma acumulado dos erros dos Modelos 1, 2 e 3 (Série A)

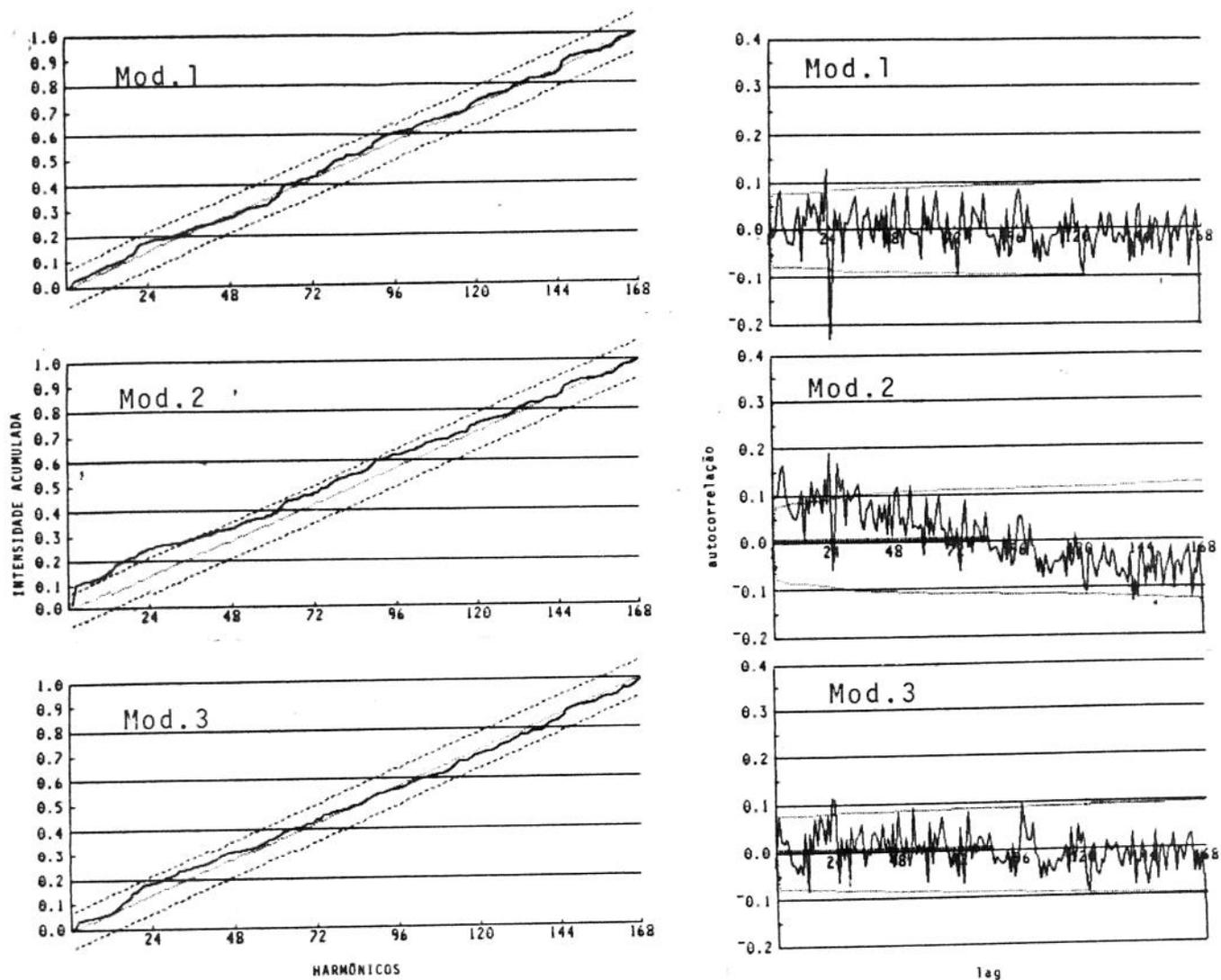


FIGURA 7 - FAC e Periodograma acumulado dos erros dos modelos 1, 2 e 3 (Série B)

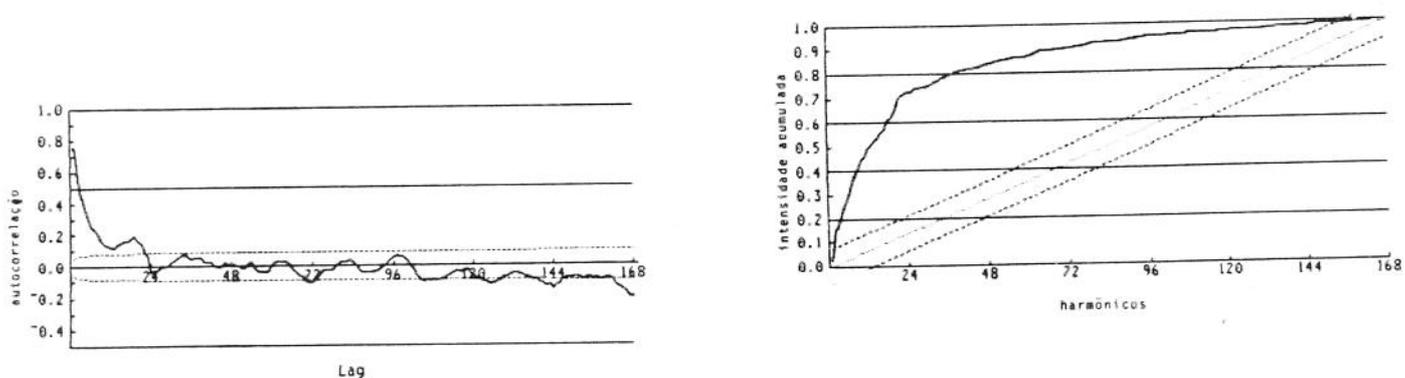


FIGURA 8 - FAC e period.acum. dos erros de previsão 24 h à frente (Modelo 1, Série A)

3.3.4. Previsão

A carga residual horária prevista, $\hat{z}_t(h)$, que denota o valor previsto para o instante $(t+h)$, após definido o modelo autoregressivo, é dada pelas equações de previsão descritas no item 2.3.2.1.

Para cada um dos modelos autorregressivos ajustados, a previsão para h passos frente é dada por uma combinação linear de valores passados da série ou das previsões para esses valores, se eles ainda não estiverem disponíveis. Os coeficientes para essa combinação linear são os parâmetros autorregressivos obtidos na etapa de estimação dos parâmetros. Dessa maneira, a previsão da carga horária total, na hora J do dia i , após termos definido a carga padrão e modelado a série de resíduos gerada pela diferença entre o padrão histórico e a série real, é dada por:

$$\hat{L}(i, J) = \hat{S}(i, J) + \hat{R}(i, J) \quad (20)$$

onde $\hat{R}(i, J) = \hat{z}_t(J)$, previsão para a hora J do próximo dia.

A TABELA IV mostra um comparativo de resíduos percentuais do ajuste dos modelos ARIMA definidos para cada uma das duas séries.

MODELO	MSE	Erro med. absoluto %	Erro médio %	Erro máximo %
Série A (s/mod.ARIMA)	1305	2,45	0,24	+12,6
Série A - Mod.1	435	1,25	0,05	+ 6,0
Série A - Mod.2	433	1,24	0,05	+ 8,0
Série A - Mod.3	430	1,22	0,04	+ 6,0
Série B (s/mod.ARIMA)	2100	3,00	-0,11	-14,9
Série B - Mod.1	576	1,46	0,01	+8,8
Série B - Mod.2	595	1,50	-0,07	+8,3
Série B - Mod.3	600	1,48	-0,10	+9,3

TABELA IV - Resíduos percentuais do ajuste ARIMA

Atendendo ao requisito da parcimônia, selecionamos para a Série A o modelo 3, AR(4), e para a Série B, que apresenta características periódicas mais marcantes, o modelo 1, AR(1) sazonal de ordem 24. A Figura 9 apresenta a previsão com horizontes de 1 e 24 horas com os modelos selecionados para as Séries A e B.

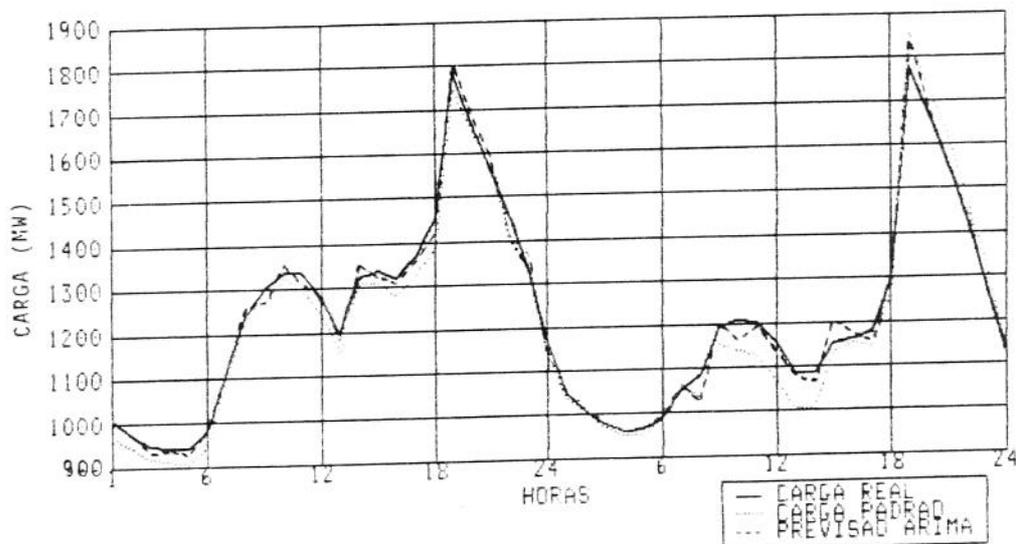
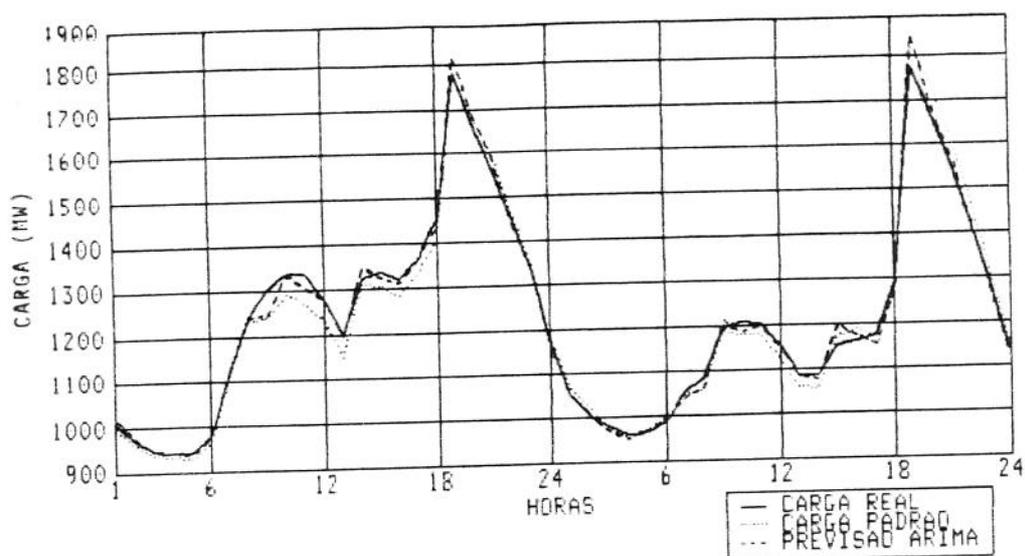


FIGURA 9a) - Previsão para a série A, com o Modelo 3.

9b) - Previsão para a série B, com o Modelo 1.

3.3.5. Comentários

Os modelos da classe ARIMA requerem algum esforço para seleção do modelo específico, mas, uma vez selecionado o modelo adequado e estimados seus parâmetros, são facilmente utilizáveis para complementação da previsão da carga padrão. No entanto, já comentamos que, na previsão feita para horizontes superiores a um instante à frente, ocorre a indução de correlações serials nos erros de previsão. Isso faz com que esta seja uma modelagem apropriada apenas para pequenos horizontes, quando utilizada para previsão dos resíduos de carga horária.

Um outro inconveniente é o fato de que os parâmetros do modelo são estáticos. Devem ser reestimados sempre que se considerar que existem alterações significativas na natureza da série de carga.

3.4. ALISAMENTO EXPONENCIAL GERAL

A técnica desenvolvida por Brown (4), e que foi descrita no item 2.3.1.3, foi utilizada para previsão da série de carga sem decomposição. Essa metodologia, como já se comentou, trabalha sobre a série de carga supondo que existe nela um padrão periódico, e estimando os parâmetros para esse modelo periódico como sendo os que minimizam a soma descontada dos erros quadráticos.

Adotou-se uma formulação semelhante à de Christiaanse (8). Utilizou-se como funções de ajuste sinus e cosenos, com período fundamental de 168 horas, calculadas apenas frequências harmônicas correspondentes aos períodos de 1 a 8, 14, 21 e 28. Não se utilizaram todos os harmônicos definidos através do periodograma, como se descreveu quando falamos de expansão em série de Fourier, por razões computacionais, uma vez que o alisamento exponencial geral trabalha com multiplicação de matrizes.

A Tabela V mostra as razões da seleção dessa série reduzida de harmônicos, em função da pequena redução do MSE obtida com o acréscimo de mais harmônicos. O parâmetro β para o ajuste foi estabelecido como sendo igual a 0,988, correspondente ao valor de β que leva ao menor erro médio quadrático no ajuste.

Pode-se observar que a exclusão do harmônico 28 leva a um MSE muito mais alto, e, por outro lado, a inclusão de harmônicos adicionais, se comparada com o tempo computacional envolvido no trabalho com matrizes de dimensão maior, não parece ser conveniente.

HARMÔNICOS SELECIONADOS	MSE
1 a 8, 14, 21 e 28 (*)	2885
1 a 9, 14, 21 e 28	2459
1 a 9, 14, 21, 28 e 35	1779
1 a 8, 14 e 21	4433
1 a 10, 14, 21, 28 e 35	1749

(*) seleção adotada

TABELA V - MSE x harmônicos incluídos na modelagem (AEG)

Morettin e Toloi (23) assinalam que os erros de previsão do modelo apresentam correlação serial. Com efeito, a Figura 10 mostra a fac amostral dos erros de previsão para horizontes respectivamente de 1 e 168 horas. A essa série de erros poderá, evidentemente, ser ajustado um modelo adicional. A Tabela VI mostra os erros obtidos com a metodologia do alisamento exponencial geral para horizontes de 1 e 168 horas. Os desvios máximos para uma hora à frente são considerados aceitáveis, uma vez que o resíduo ainda pode sofrer uma análise da influência climática. A previsão para os dois últimos dias do histórico, com horizontes de 1 e 168 horas, respectivamente, é mostrada graficamente na Figura 11.

	erro médio	erro med.abs.	desvio padrão
h = 1	0,97	4,2	5,3
h = 168	1,68	5,5	6,6

TABELA VI - Erros percentuais da previsão com AEG

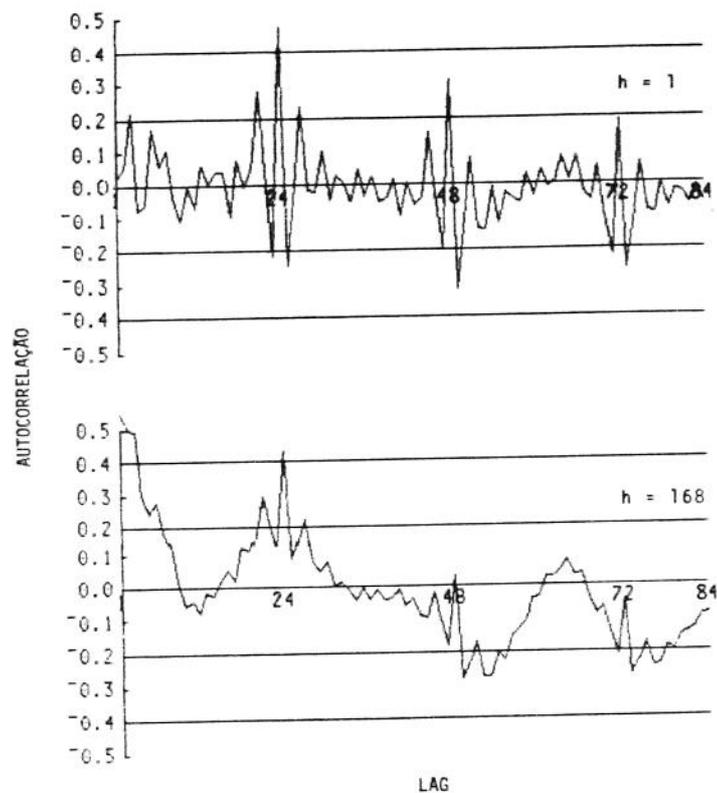


FIGURA 10 - Fac dos erros de previsão para 1 e 168 horas

Essa metodologia é complexa do ponto de vista da determinação dos parâmetros e dos harmônicos mais significativos, e consome recursos computacionais significativos a cada atualização dos coeficientes. Além disso, não reduz a margem de erro obtida com metodologias bem mais simples. No entanto, como a previsão para 48 à frente apresentou resultados adequados, pode ser de interesse para previsão horária em horizontes maiores.

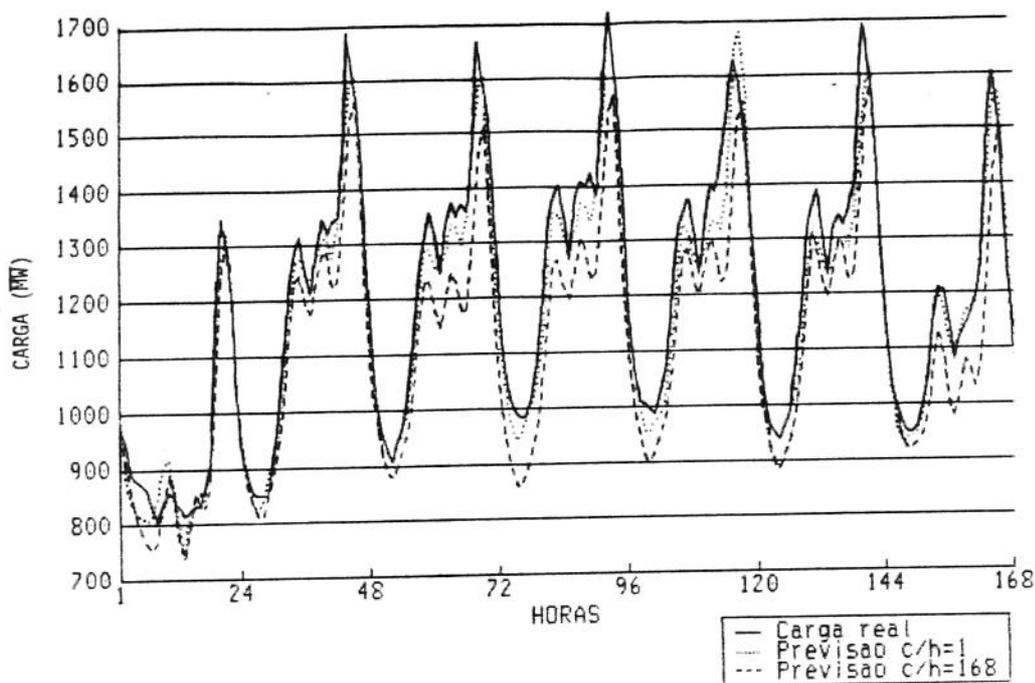


FIGURA 11 - Previsão com AEG ($h = 1$ e $h = 168$)

3.5. INFLUÊNCIAS CLIMÁTICAS SOBRE A CARGA

As investigações realizadas em empresas do setor elétrico a respeito da influência das variáveis climáticas sobre a carga de curto prazo mostram que algumas dessas variáveis são responsáveis em grande parte pela flutuação da carga em redor de um 'padrão' que se considere normal para um determinado dia e horário. As variáveis que têm sido consideradas particularmente interessantes na literatura são a temperatura de bulbo seco e bulbo úmido, luminosidade e velocidade do vento.

O montante em que essas variáveis influem sobre a carga está bastante relacionado à composição da carga total, principalmente no que se refere às cargas de iluminação (iluminamento e cobertura nebulosa) e de condicionamento de ar (comportamento sazonal de aquecimento e refrigeração de ambientes).

Nesse trabalho, é verificada a correlação existente entre a temperatura e a carga, utilizando as temperaturas média, máxima e mínima diária. Visto a área de responsabilidade da COPEL apresentar diversidade climática considerável entre regiões, adotou-se para o estudo uma composição de temperaturas regionais coletadas em estações meteorológicas apropriadamente localizadas. Essa composição baseia-se simplesmente na ponderação da série de temperaturas regionais pelo montante de carga de cada região, obtendo-se assim uma série de temperatura equivalente para todo o sistema.

Analisou-se então as correlações entre a série de carga residual (Série A já referidas anteriormente) e a série de temperaturas máxima, mínima e média diárias. Os resultados estão sumarizados na Tabela VII. É considerado o resíduo médio diário e o resíduo médio dos cinco horários de ponta de carga (17:00 às 22:00 h) com relação à temperatura que excede a temperatura média. Adotou-se como temperatura média uma média móvel de 10 pontos, já que o propósito é amortecer o impacto das 'frentes frias' e 'frentes quentes'. Separa-se a série de temperaturas em temperatura de verão e temperatura de inverno.

	verão			inverno		
	t.max.	t.min.	t.med	t.max.	t.min.	t.med.
Resíduo med.	-0,115	-0,217	-0,229	-0,468	-0,364	-0,467
Res.na ponta	-0,058	-0,145	-0,133	-0,270	-0,104	-0,226

TABELA VII - Correlações entre resíduo de carga e variações de temperatura

Podemos observar que as correlações no verão são baixíssimas, e só se considera diferentes de zero as correlações entre o resíduo médio de carga e as variações com relação à média da temperatura mínima e média. Já no inverno, ocorrem correlações significativas entre o resíduo médio de carga e as temperaturas máxima, mínima e média.

Conforme comentado anteriormente, a relação carga-clima não é linear. Efetivamente, não foi possível estabelecer uma relação linear entre a série de resíduos de carga e a série de temperaturas. No entanto, há uma redução significativa do resíduo de carga com a temperatura que excede uma dada temperatura média. Procurou-se portanto determinar uma relação funcional entre a variação não esperada de temperatura e a carga residual, nos meses de inverno, onde existe uma correlação carga-clima significativa. As seguintes relações são então utilizadas para complementar a previsão de carga padrão:

$$R_c(i) = a t(i) + b \quad (21)$$

$$\hat{L}(i,j) = \hat{S}(i,j) + \frac{R_c(i)}{24} \quad (22)$$

onde:

$R_c(i)$ - carga residual média diária devida ao impacto climático não esperado;

a e b - coeficientes da regressão linear entre o resíduo de carga e a quantidade de temperatura diferente da média;

$\hat{L}(i,j)$ - carga total prevista

$\hat{S}(i,j)$ - carga padrão prevista.

A modelagem descrita acima foi usada sobre a série de resíduos resultantes do ajuste da carga padrão, sem complementação da modelagem ARIMA, em virtude de não se dispor dos registros horários de temperatura. Como vimos, os modelos ARIMA ajustados são bons apenas quando se prevê a carga um passo à frente. A regressão climática que ajustamos agora determina uma quantidade adicional de carga devida às variações não esperadas de temperatura, e não uma série horária.

Cabe aqui notar que a influência da temperatura sobre a carga é dinâmica, isto é, há um defasamento de tempo entre a alteração da temperatura e a correspondente alteração da carga (*Galiana et alii*, 11). Essa consideração é desprezada enquanto analisamos dados diários de temperatura e carga.

Pode-se ajustar um modelo de regressão linear da forma da equação (21) aos resíduos de carga no inverno:

$$R_c(i) = 2,38 - 5,01 t(i) \quad (23)$$

onde $t(i)$ é a temperatura que excede a temperatura média nos meses de inverno. Essa modelagem, bastante simples, irá fazer decrescer o erro médio percentual de previsão durante o inverno em cerca de 1%. No entanto, o erro na ponta não é apreciavelmente afetado. Pesquisas nessa área serão mais válidas à medida em que se dispuser de um banco adequado de informações climáticas.

3.6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Selecionou-se, para aplicação à série de carga, algumas das metodologias apresentadas no Capítulo II. As modelagens da carga padrão são bastante simples e intuitivas, oferecendo bons resultados em termos de exatidão, rapidez, eficiência computacional e volume de dados requeridos, de maneira geral. A complementação da previsão da carga padrão por uma previsão de carga residual mostrou que um modelo autorregressivo é suficiente para levar os erros de previsão a patamares ainda menores, e bastante aceitáveis para a finalidade.

Os programas utilizados nesse trabalho para :

- . identificação e extrapolação da carga padrão por médias móveis e série de Fourier;
- . identificação, diagnóstico do ajuste e previsão da carga residual, utilizando a metodologia ARIMA;
- . aplicação do AEG à carga total;
- . identificação de correlação carga-clima e estabelecimento de regressão linear do resíduo de carga com a temperatura;
- . determinação dos erros percentuais obtidos para cada uma das modelagens;

foram desenvolvidas em linguagem APL, implantada em ambiente VM num computador IBM-3090.

A estimação dos parâmetros do modelo ARIMA foi feita com o MICROTAB, conjunto de programas estatísticos para microcomputador, destinado a análise e previsão de séries temporais.

Uma metodologia que, como vimos, não é adequada para essa finalidade é o alisamento exponencial geral, devido ao excessivo número de parâmetros e constantes que utiliza, e dos cálculos necessários para atualização horária da previsão. A utilização de análise harmônica na determinação da carga padrão mostra resultados similares ao emprego de médias móveis, necessitando, no entanto, de maior armazenamento de dados. Dessa forma, a previsão

da carga padrão pode ser preferencialmente feita por médias móveis, que, sendo uma sistemática extremamente simples e econômica, leva a resultados adequados em termos de exatidão e rapidez. Essa sistemática deverá ser complementada por uma modelagem autorregressiva do resíduo, ressalvando-se, no entanto, que as previsões, no horizonte de programação da operação, deverão ser feitas para 48 horas à frente, com as consequências já comentadas no item 3.3.4.

A sistemática adotada atualmente pela COPEL para previsão da carga horária consiste em extrapolar a curva semanal verificada, com intervenção do operador quando sua experiência sugere alterações no montante ou na curva de carga. Esse procedimento não automático leva a erros máximos que chegam a 15%. Os erros obtidos com a dupla modelagem da carga padrão e da carga residual indicam uma melhoria sensível na acurácia da previsão, sendo, além disso, procedimentos automáticos, requerendo intervenção apenas quando fatores exógenos ocorrem.

A consideração da influência climática sobre a carga é um tema relevante, mas carece-se no Brasil de informações climáticas confiáveis e abrangentes o suficiente para que se possa levar a termo uma análise exaustiva. O modelo simples de regressão linear com a temperatura média de inverno que excede a temperatura típica para a época, mostrado no item 3.5, reduz apenas o erro na energia média diária, mantendo desvios altos no horário de ponta de carga. Isso ocorre porque não se dispõe ainda de registros horários de temperatura, que possibilitem uma análise do comportamento da curva de carga. Dessa forma, pesquisas complementares deverão, posteriormente, desenvolver modelos climáticos adequados.

Deve-se comentar também que, sendo o parque gerador brasileiro predominantemente hidráulico, o nível de precisão com que se prevê a carga elétrica se prende mais a razões de segurança operacional do que a motivações econômicas, diferentemente do que ocorre quando a carga é atendida basicamente com geração térmica.

Analisou-se ao longo deste capítulo a possibilidade de se desenvolver algoritmos eficientes, rápidos e baratos para previsão da carga elétrica horária, levando em consideração inclusive as variáveis climáticas mais significativas no nosso ambiente. Verificou-se que métodos de previsão de fácil desenvolvimento e de baixos requisitos computacionais são factíveis para a carga elétrica paranaense, levando a erros aceitáveis sem requisitar intervenção do operador.

APENDICE I

MODELOS ARIMA

Box & Jenkins (3) desenvolveram uma poderosa ferramenta para análise, controle e previsão de processos estocásticos. Esses modelos aplicam-se a séries discretas estacionárias. Séries não estacionárias são reduzidas à estacionariedade através de transformações lineares. Resumidamente, definem-se os seguintes modelos:

Modelo autorregressivo - AR(p)

O valor corrente é descrito como um agregado linear e finito de valores prévios do mesmo processo, mais um choque aleatório a_t :

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \dots + \phi_p z_{t-p} + a_t \quad (1)$$

onde p é a ordem do modelo, ou, mais compactamente:

$$\phi(B)z_t = a_t \quad (2)$$

onde B é o operador *backward*, assim definido:

$$B z_t = z_{t-1}, \quad B^m z_t = z_{t-m} \quad (3)$$

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p \quad (4)$$

Modelo de médias móveis - MA(q)

O valor corrente é expresso como um agregado linear de q choques aleatórios passados a_t :

$$z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (5)$$

ou
$$z_t = \theta(B) a_t \quad (6)$$

onde:
$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q \quad (7)$$

Modelo misto ARMA(p,q)

É a combinação dos dois modelos anteriores, da forma:

$$z_t - \phi_1 z_{t-1} + \dots + \phi_p z_{t-p} = \theta_1 a_{t-1} + \dots + \theta_q a_{t-q} \quad (8)$$

ou
$$\phi(B) z_t = \theta(B) a_t \quad (9)$$

Essa equação pode se aplicar a processos estacionários e inversíveis com variância finita, assumindo-se que as raízes dos polinômios $\phi(B)$ e $\theta(B)$ estão fora do círculo unitário.

Modelos integrados ARIMA(p,d,q)

Alguns tipos de não estacionariedade podem ser eliminados através de diferenciações sucessivas da série original:

$$w_t = \nabla^d z_t \quad (10)$$

onde ∇^d é o operador diferença de ordem d, tal que:

$$\nabla^d z_t = z_t - z_{t-d} \quad (11)$$

Uma série assim diferenciada pode ser descrita por um modelo autorregressivo integrado de médias móveis ARIMA (p,d,q):

$$\phi(B) \nabla^d z_t = \theta(B) a_t \quad (12)$$

Modelos sazonais ARIMA (p,d,q)x(P,D,Q)^s

Para dados que exibem características sazonais, uma forma mais geral do modelo é:

$$\phi_p(B) \Phi_P(B) \nabla_s^d \nabla^D z_t = \theta_q(B) \Theta_Q(B) a_t \quad (13)$$

onde P, Q e D representam a ordem do modelo ARIMA sazonal, e s é período de sazonalidade, no caso da carga horária, igual a 24, ∇_s^D é o operador diferença sazonal, ϕ_p e Φ_P são os coeficientes do modelo ARIMA sazonal.

A metodologia envolve etapas de procedimentos para o desenvolvimento de um modelo apropriado à série em questão:

- . identifica-se uma classe geral de modelos;
- . estimam-se os parâmetros;
- . analisa-se a performance do modelo;
- . caso o modelo postulado seja adequado, pode ser utilizado para previsão; se não, retorna-se à etapa inicial, postulando-se um novo modelo.

1. Identificação do modelo

A forma do modelo, definida inteiramente pelo valor dos parâmetros p , q , P e Q , é inicialmente identificada através das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial da série, e os coeficientes do modelo são estimados pelo método dos mínimos quadrados. A etapa de identificação pressupõe a postulação, primeiro, de uma classe geral de modelos, e posteriormente de uma sub-classe de modelos, utilizando-se, para isso, de métodos que atendam ao requisito de parcimônia, característica dos modelos ARIMA. Nessa fase, são ainda obtidas estimativas grosseiras dos parâmetros do modelo. As principais ferramentas utilizadas no processo de identificação do modelo são a *função de autocorrelação* e a *função de autocorrelação parcial*, apresentadas a seguir.

A função de autocorrelação

Da mesma forma que é identificado um grau quantitativo de correlação entre duas variáveis, denotando o quanto elas variam junto, define-se também o grau de correlação existente entre os valores de uma série temporal estacionária e os valores dessa mesma série defasados no tempo de um intervalo constante, ou lag (mantendo-se o termo inglês para defasagem temporal), k :

$$\rho_k = \frac{E [(z_t - \mu) (z_{t+k} - \mu)]}{\sigma_z^2} \quad (14)$$

onde μ é a média do processo z_t , e σ_z^2 sua variância.

Similarmente, a covariância entre as variáveis representadas pela série e pela mesma série defasada de um lag k é denominada autocovariância no lag k , assim definida:

$$\hat{\gamma}_k = E [(z_t - \mu) (z_{t+k} - \mu)] \quad (15)$$

As funções de autocovariância e autocorrelação consistem na sequência de valores, respectivamente, de γ_k e ρ_k fazendo-se k assumir valores inteiros a partir de zero. Para uma dada série temporal, os estimadores c_k e r_k das funções de autocovariância e autocorrelação, respectivamente, são:

$$\hat{\gamma}_k = c_k = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-k} (z_t - \bar{z}) \cdot (z_{t+k} - \bar{z}) \quad (16)$$

onde \bar{z} é a média da série, e

$$\hat{\rho}_k = r_k = \frac{c_k}{c_0} \quad (17)$$

onde c_0 é a estimativa da autocovariância no lag zero, ou simplesmente a variância da série. A sequência de valores r_k é também denominada correlograma. É indispensável, na tentativa de identificação de um modelo para a carga, a representação gráfica da função de autocorrelação (fac) estimada versus k . A simples inspeção da forma desse gráfico já nos permitirá algumas conclusões:

- . se r_k não possui valores significativamente diferentes de zero para nenhum lag, a série é completamente aleatória;
- . uma série temporal onde exista uma tendência apresentará um correlograma que não decai a zero a não ser em lags muito altos;
- . qualquer periodicidade existente na série se reflete na fac, às mesmas frequências em que ocorrem na série original.

A fac é útil na identificação do tipo de modelo adequado à série sob estudo. Vimos que o correlograma de um processo autorregressivo estacionário, por exemplo, é dominado por exponenciais ou senóides amortecidas.

A função de autocorrelação parcial

Uma vez que tenhamos detectado um processo autorregressivo, enfrentamos a seguir a tarefa de determinar a ordem p do modelo. Podemos conseguir isso ajustando modelos autorregressivos de ordens progressivamente maiores, calculando-se o erro médio quadrático de cada ajuste, e seleccionando-se p tal que ordens maiores que essa não apresentem ganho significativo de exatidão.

Outra forma de se identificar a ordem do modelo é através da chamada função de autocorrelação parcial (facp). Ela é obtida através do ajuste de sucessivos processos autorregressivos com $p = 1, 2, 3, \dots$, tomando-se para cada valor de p o p -ésimo coeficiente do modelo ajustado a cada estágio. O p -ésimo valor de autocorrelação parcial assim obtido denota o montante de autocorrelação excedente entre X_t e X_{t+p} não levado em conta por um modelo autorregressivo de ordem $p-1$.

A facp pode ser estimada tomando-se o p -ésimo coeficiente resultante do ajuste de sucessivos processos AR(p) série. Alternativamente, se os parâmetros não estiverem muito próximos do limite de não-estacionariedade, ela pode ser estimada pelas equações de Yule-Walker, definidas como abaixo, e resolvendo-se as equações resultantes para $k = 1, 2, \dots$ (usamos aqui a notação de Box & Jenkins, para facilidade de referência):

$$r_j = \hat{\phi}_{k1} r_{j-1} + \hat{\phi}_{k2} r_{j-2} + \dots + \hat{\phi}_{k(k-1)} r_{j-k+1} + \hat{\phi}_{kk} r_{j-k} \quad (18)$$

com $j = 1, 2, \dots, k$, e onde:

r_j - é a estimativa para os ρ_j ;

$\hat{\phi}_{kj}$ - é a estimativa para o j -ésimo coeficiente em um processo autorregressivo de ordem k ;

$\hat{\phi}_{kk}$ - é a autocorrelação parcial estimada de ordem k .

O comportamento da fac e da facp estimados de uma série é um poderoso indicativo a respeito da natureza do modelo a ser ajustado. Pode-se afirmar que:

- . processos autorregressivos apresentam uma facp finita que se anula após o lag correspondente à ordem do modelo, enquanto que sua fac é infinita amortecida;
- . processos de médias móveis apresentam, inversamente, uma facp infinita em extensão, e uma fac que se anula após o lag correspondente à ordem q do modelo;
- . processos mistos têm tanto a fac quanto a facp infinitas em extensão.

2. Estimação dos parâmetros

Os parâmetros do modelo ARIMA geral são estimados pela maximização da *função de verossimilhança*. Essa função é definida como sendo a função densidade de probabilidade conjunta de n variáveis aleatórias Z_n , considerada como sendo função dos parâmetros (ϕ, θ, σ) do modelo ARIMA, sendo σ a variância de a_t :

$$L(\phi, \theta, \sigma; z_1, \dots, z_n) = p_Z(z_1, \dots, z_n; \phi, \theta, \sigma) \quad (19)$$

O estimador de máxima verossimilhança é o valor de (ϕ, θ, σ) que maximiza a função L .

Sob suposição de normalidade do ruído a_t , as estimativas de máxima verossimilhança para os parâmetros são idênticas às estimativas de mínimos quadrados dos resíduos a_t resultantes da substituição dos valores conhecidos de z_t em:

$$z_t - \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \dots + \phi_p z_{t-p} = a_t \quad (20)$$

Os coeficientes autorregressivos ϕ podem também ser obtidos através das equações de Yule-Walker, utilizando-se, como coeficientes de autocorrelação, os respectivos estimadores amostrais (ver fac). Esses estimadores tendem assintoticamente aos de máxima verossimilhança.

Nos modelos que contém componentes de médias móveis, não se pode determinar estimadores de forma explícita, pois a soma dos a_t

não é uma função quadrática dos parâmetros, como no caso autorregressivo. A utilização das equações de Yule-Walker, além disso, origina estimadores ineficientes. Sendo assim, Box e Jenkins (3) sugerem um procedimento numérico que consiste em se calcular, recursivamente, para cada conjunto de parâmetros, a soma dos resíduos quadráticos. Obtém-se assim uma plotagem dos valores dos parâmetros versus a soma dos resíduos quadráticos, e por inspeção determina-se o conjunto de parâmetros para o qual essa soma é mínima. Essas estimativas são também estimativas de máxima verossimilhança condicionadas em a_0 , para um processo a_t normal.

A alternativa a esse procedimento é ajustar, ao invés de um modelo MA(q), um modelo AR de ordem mais alta, utilizando a dualidade entre os processos AR e MA.

3. Diagnóstico

Nessa etapa, a análise dos resíduos do modelo deverá indicar se o modelo postulado capturou todas as propriedades estatísticas significantes da série. O resíduo resultante deverá ser, nesse caso, um ruído branco, isto é, uma sequência de valores aleatórios com média zero e variância constante. Nessa etapa, verifica-se se o modelo postulado capturou todas as propriedades estatísticas significantes da série. Para isso, são analisados os resíduos, ou seja, a diferença entre as observações e os valores ajustados pelo modelo.

Um modelo adequado deverá gerar um resíduo que seja um ruído branco. A função de autocorrelação teórica desse tipo de série deverá ser da forma:

$$\begin{aligned} r_0 &= 1 \\ r_k &= 0, \quad |k| \geq 1 \end{aligned} \quad (21)$$

sendo os limites de confiança dados por $\pm 2/\sqrt{N}$.

Outra técnica útil para verificação da adequação do modelo é o

ajuste de modelos de ordem mais alta. Se os parâmetros forem significativos, e se sua inclusão reduz a variância residual significativamente, adota-se esse novo modelo.

Pode-se ainda verificar a aleatoriedade dos resíduos através do *periodograma acumulado*, que é descrito a seguir.

O periodograma

Referindo-nos ao item 2.3.1.2, já observamos que, na expansão em série de Fourier, os coeficientes a_i e b_i representam as amplitudes das componentes senoidal e cossenoidal à frequência f_i . Podemos definir a seguinte quantidade:

$$I(f_i) = \frac{N}{2} (a_i^2 + b_i^2) \quad (22)$$

onde $I(f_i)$ é denominada intensidade à frequência f_i . A sequência de valores de $I(f_i)$ para $i = 1, 2, \dots, q$ é denominada *periodograma* periodicidades remanescentes na série.

Um cheque eficiente da aleatoriedade do erro de previsão é o *periodograma acumulado*, que é assim estimado:

$$G(f_j) = \frac{I(f_i)}{n s^2} \quad (23)$$

onde s^2 é a variância da série, e n o número de dados disponíveis.

Uma modelagem ARIMA bem sucedida leva a uma série de resíduos a_t puramente aleatória. O periodograma acumulado normalizado de uma série assim seria uma linha reta. Se houver periodicidades remanescentes, deverá surgir um desvio dessa linha reta ao redor da frequência correspondente ao período existente na série. Podemos utilizar o teste de Kolmogorov-Smirnov para estabelecer limites em torno dessa linha, os quais são dados pelas distâncias $\pm k_\alpha/q$ à reta teórica, onde k_α é igual a, por exemplo, 1,36 para uma probabilidade de haver 5% dos valores fora dos limites.

A função de autocorrelação dessa série de resíduos não deverá

apresentar, numa boa modelagem, valores significativamente diferentes de zero em nenhum lag. Bartlett (Box & Jenkins, página 35) fornece uma expressão para a variância dos coeficientes estimados de autocorrelação de um processo estacionário normal:

$$\text{var}[r_k] = \frac{1}{N} \left\{ 1 + 2 \sum_{v=1}^q \rho_v^2 \right\}, \quad k > q \quad (24)$$

4. Previsão

Uma vez estabelecido um modelo adequado, ele já pode ser usado para previsão dos valores futuros da série. O modelo ARIMA (p,d,q) é, como já vimos, assim escrito:

$$\varphi(B) z_t = \theta(B) a_t \quad (25)$$

onde $\varphi(B) = \phi(B) \nabla^d$ (26)

Utilizando-se o modelo para previsão l passos à frente, podemos escrevê-lo em termos da equação a diferenças:

$$z_{t+l} = \varphi_1 z_{t+l-1} + \dots + \varphi_{p+d} z_{t+l-p-d} - \theta_1 a_{t+l-1} - \dots - \theta_q a_{t+l-q} + a_{t+l} \quad (27)$$

A previsão de mínimo desvio quadrático pode ser feita tomando-se a esperança condicional da equação a diferenças, denotando-se $E[\cdot]$ por $[\cdot]$:

$$[z_{t+k}] = \varphi_1 [z_{t+k-1}] + \dots + \varphi_{p+d} [z_{t+k-p-d}] - \theta_1 [a_{t+k-1}] - \dots - \theta_q [a_{t+k-q}] + [a_{t+k}] \quad (28)$$

Para o cálculo da previsão $\hat{z}_t(l)$, devem ser observadas as seguintes relações:

$$[z_{t+k}] = \hat{z}_t(k) \quad \text{e} \quad [a_{t+k}] = 0, \quad p/k = 1, 2, \dots \quad (29)$$

e $[z_{t+k}] = z_{t+k} \quad \text{e} \quad [a_{t+k}] = a_{t+k}, \quad p/k = 0, 1, 2, \dots \quad (30)$

como por uma correção devido aos erros decorrentes da última estimativa.

3. A variância da previsão é dada por:

$$\begin{aligned} \text{Var} (\hat{x}_t(t)) &= \text{Var} (\underline{f}'(t) \hat{\underline{a}}(t)) \\ &= [\underline{f}'(t) V \underline{f}(h)] \sigma_e^2 \end{aligned} \quad (14)$$

onde:

. σ_e^2 é a variância do resíduo aleatório;

. V é a matriz de covariância dos coeficientes $\hat{\underline{a}}(t)$, dada por:

$$V = F^{-1} K F^{-1} \quad (15)$$

sendo
$$K = \sum_{t=1}^N \beta^{2(N-t)} \underline{f}(t-N) \underline{f}'(t-N) \quad (16)$$

O alisamento exponencial geral pode ser visto como um algoritmo recursivo de mínimos quadrados, considerando-se parâmetros constantes. Difere deste na obtenção da estimativa inicial dos parâmetros, e no fato da atualização recursiva descontar exponencialmente no tempo os erros de previsão.

Como há muito mais observações do que graus de liberdade no modelo ($N \gg k$, número de funções de ajuste no modelo), F tem uma inversa F^{-1} , e a estimativa de mínimos quadrados descontados para os coeficientes é:

$$\hat{\underline{a}} = \underline{X} W^2 H' F^{-1} \quad (9)$$

Uma vez obtidas as funções de ajuste e as estimativas iniciais dos coeficientes, o algoritmo de previsão segue as seguintes etapas:

1. A previsão para um período à frente é:

$$\hat{x}(T+1) = \underline{a}'(T) \underline{f}(1) \quad (10)$$

2. Logo que a observação seguinte está disponível, os coeficientes são revisados de acordo com:

$$\hat{\underline{a}}(T+1) = L' \underline{a}(T) + h [x(T+1) - \hat{x}_1(T+1)] \quad (11)$$

onde:

. h é um vetor de alisamento exponencial dado por:

$$h = F^{-1} \underline{f}(0) \quad (12)$$

. L é a matriz de transição de estado, que apresenta a propriedade:

$$\underline{f}(t) = L \underline{f}(t-1) \quad (13)$$

. $\hat{x}_1(T+1)$ é a previsão um passo à frente feita no instante $(T+1)$.

Essa equação define a mudança no conjunto de coeficientes a cada passo tanto pela definição de um novo instante de origem

H - matriz (N x k) com os valores das funções de ajuste em cada um dos N instantes em que há observações disponíveis;

R(t) - resíduo dado por:

$$R(t) = x(t) - a'f(t) \quad (3)$$

W - matriz diagonal (N x N) tendo como elementos na diagonal:

$$w_{ii} = \beta^{(N-i)/2} \quad (4)$$

Deve-se minimizar a soma:

$$\sum_{j=0}^N \beta^j [x(N-j) - \underline{a}'(N) \underline{f}(N-j)]^2 \quad (5)$$

onde $0 < \beta < 1$. A constante β controla a taxa na qual os erros passados são descontados. Altos valores de β conferem maior peso ao passado, sendo portanto apropriados quando a série oscila com muita rapidez, permitindo que a influência do ruído nas estimativas dos coeficientes seja reduzida.

As condições de mínimo desta expressão, em notação matricial, são derivadas como se segue:

. devemos minimizar:

$$(\underline{x}W - \underline{a}'HW)(\underline{x}W - \underline{a}'HW) \quad (6)$$

onde \underline{x} é o vetor de valores observados em T instantes;

. as condições de mínimo levam a que:

$$\underline{x} WW'H' = \underline{a}' WW'H' \quad (7)$$

. façamos agora:

$$F = HWW'H' = \sum_{t=1}^N \beta^{N-t} \underline{f}(t-N) \underline{f}'(t-N) \quad (8)$$

APENDICE II

ALISAMENTO EXPONENCIAL GERAL

Brown (4), em 1970, desenvolveu uma técnica de modelagem de séries temporais que descreve o valor corrente como combinação linear de funções determinísticas do tempo, denominadas funções de ajuste, e que determina os parâmetros dessa relação através da minimização da soma descontada dos erros quadráticos.

O valor corrente da série, $x(t)$, é representado como:

$$x(t) = \underline{a}' \underline{f}(t) + R(t) \quad (1)$$

onde \underline{f} é o conjunto de funções de ajuste, e \underline{a} são os coeficientes da combinação linear dessas funções.

Quando o alisamento exponencial geral é usado para previsão da carga elétrica, as funções de ajuste devem ser periódicas, para que possam representar a série de carga, também periódica. As frequências de oscilação dessas funções devem ser aquelas nas quais a amplitude da onda é significativa, para a série em questão.

As previsões são feitas extrapolando-se essa expressão para τ intervalos à frente:

$$x(T+\tau) = \underline{a}'(T) \underline{f}(\tau) \quad (2)$$

Os coeficientes \underline{a} são inicialmente estimados para as N observações disponíveis da série.

As seguintes entidades são definidas:

$\underline{f}(t)$ - vetor que contém os valores das k funções de ajuste no instante t ;

A previsão de mínimo desvio quadrático leva a erros de previsão não correlacionados para um horizonte igual à unidade. Isso se evidencia porque, na hipótese oposta de haver correlação serial nos erros, seria possível prever a_{t+1} a partir de a_t , e a previsão seria acrescida de uma parcela $\hat{a}_t(1)$, de forma a eliminar essa correlação, o que nos leva novamente a erros de previsão não correlacionados.

Para horizontes maiores que um, os erros geralmente são correlacionados, o que faz com que a previsão para 2 passos à frente esteja inteiramente abaixo ou acima dos valores reais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. M.A., Abu-el.Magd e N.K. Sinha, MODELLING AND FORECASTING SHORT-TERM LOAD DEMAND: A MULTIVARIATE APPROACH, 'Automatica', vol.18, n.3, pp.329-333, 1982.
2. G.E.Asbury, WEATHER LOAD MODEL FOR ELECTRIC DEMAND AND ENERGY FORECASTING, IEEE PES 1973 Summer Meeting, Vancouver, Canada.
3. G.E.P. Box e G.M. Jenkins, TIME SERIES ANALYSIS AND CONTROL, Holden-Day, S.Francisco, 1970.
4. R.G.Brown, SMOOTHING, FORECASTING AND PREDICTION OF DISCRETE TIME SERIES, Englewood cliffs, N.J., Prentice-Hall Inc., 1965.
5. D.W.Bunn e E.D.Farmer, COMPARATIVE MODELS FOR ELECTRIC LOAD FORECASTING, John Wiley & Sons, 1985.
6. R.Campo e P.Ruiz, ADAPTIVE WEATHER SENSITIVE SHORT-TERM LOAD FORECAST, IEEE Trans. on Power Systems, vol.PWRS-2, n.3, agosto, 1987.
7. C.Chatfield, THE ANALYSIS OF TIME-SERIES - AN INTRODUCTION, Chapman & Hall, 3.edição, 1984.
8. W.R.Christiaanse, SHORT TERM LOAD FORECASTING USING GENERAL EXPONENTIAL SMOOTHING, IEEE Trans on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-90, n.2, pp.900-907, março, 1971.
9. S.L.Corpening, N.D.Reppen e R.J.Ringlee, EXPERIENCE WITH WEATHER SENSITIVE LOAD MODELS FOR SHORT AND LONG TERM FORECASTING, IEEE Trans. vol. PAS-92, n.6, pp.1966-72, dez., 1973.
10. A.S.Dehdasti, J.R.Tudor, M.G.Smith, FORECASTING OF HOURLY LOAD BY PATTERN RECOGNITION - A DETERMINISTIC APPROACH, IEEE Trans. vol. PAS-101, n.9, setembro, 1982.

11. Bezerra, U.H., Falcão, D.M., PREVISÃO MULTINODAL DA DEMANDA ATIVA EM SISTEMAS DE POTÊNCIA USANDO TÉCNICAS DE BOX & JENKINS, 6.Congresso Brasileiro de Automática, Belo Horizonte, 1986.
12. F.D.Galliana, E.Handschin, A.Flechter, IDENTIFICATION OF STOCHASTIC ELECTRIC LOAD MODELS FOR PHYSICAL DATA, IEEE Trans. on Automatic Control, vol. AC-19, n.6, pp.887-93, dez., 1974.
13. T.N.Goh, S.S.Choi, C.H.Tan e K.C.Tan, A COMPARATIVE STUDY OF SHORT TERM FORECASTING OF ENERGY AND PEAK POWER DEMAND, 'Electric Power Systems Research', n.5, pp.63-71, 1982.
14. T.N.Goh, H.L.Ong e Y.O.Lee; A NEW APPROACH TO STATISTICAL FORECASTING OF DAILY PEAK POWER DEMAND, 'Electric Power Systems Research', n.10, pp.145-148, 1986.
15. P.C.Gupta e K.Yamada, ADAPTIVE SHORT TERM FORECASTING OF HOURLY LOADS USING WEATHER INFORMATION, IEEE Trans.on Power App.and Sys., PAS-91, set/out 1972, pp.2085-94.
16. M.T.Hagan e S.M.Behr, THE TIME SERIES APPROACH TO SHORT TERM LOAD FORECASTING, IEEE Trans.on Power Systems, vol.PWRS-2, n.3, agosto, 1987.
17. IEEE Committee Report, LOAD FORECAST BIBLIOGRAPHY, PHASE I, IEEE Trans.on Power App. and Sys., PAS-99, pp.53-58, 1980.
18. IEEE Committee Report, LOAD FORECAST BIBLIOGRAPHY, PHASE II, IEEE Trans.on Power App. and Sys., PAS-100, pp.3217-3220, 1981.
19. B.Krogh, E.S.de Llinas e D.Lesser, DESIGN AND IMPLEMENTATION OF AN ON-LINE LOAD FORECASTING ALGORITHM, IEEE Trans. on PA&S, vol. PAS-101, n.9, pp.3284-89, setembro, 1982.

20. D.P.Lijesen e J.Rosing, ADAPTIVE FORECASTING OF HOURLY LOADS BASED ON LOAD MEASUREMENTS AND WEATHER INFORMATION, IEEE Trans on P.App. and Sys., PAS-90, pp.1757-67, julho 1971.
21. Mendes, L.E.P. e Pereira, B.B., MÉTODO BAYESIANO DE PREVISÃO DE SÉRIES TEMPORAIS: APLICAÇÃO A UMA SÉRIE DE DEMANDA DE ENERGIA ELÉTRICA, 3^o.SINAPE, 1978.
22. I.Moghram e S.Rahman, ANALYSIS AND EVALUATION OF FIVE SHORT TERM LOAD FORECASTING TECHNIQUES, IEEE PES Winter Meeting, 89 WM 171-PWRS.
23. Morettin, P.A. e Toloi, C.M.C., PREVISÃO DE SÉRIES TEMPORAIS, Atual Editora Ltda, São Paulo, 1985.
24. S.Rahman e R.Bhatnagar, AN EXPERT SYSTEM BASED ALGORITHM FOR SHORT-TERM LOAD FORECAST, IEEE Trans. on Power Sys., vol.3, n.2, pp.392-399, 1988.
25. K.L.S.Sharma e A.K.Mahalanabis, APPLICATION OF ADAPTIVE ESTIMATION TECHNIQUES FOR SHORT TERM LOAD PREDICTION, C72-455-4, IEEE PES Summer Meeting, 1972.
26. K.Srinivasam, LONG, MEDIUM AND SHORT TERM LOAD FORECASTING, apostila com notas de aula, IREQ, 1977.
27. K.Srinivasam e R.Pronovost, SHORT TERM LOAD FORECASTING USING MULTIPLE CORRELATION MODELS, IEEE Trans. on Power App. and Sys., PAS-94, n.5, pp.1854-58, setembro, 1975.
28. K.N.Stanton e P.C.Gupta, FORECASTING ANNUAL OR SEASONAL PEAK DEMAND IN ELECTRIC UTILITY SYSTEMS, IEEE Summer Meeting, 69TTP 648-PWR, 1969.
29. R.P.Thompson, WEATHER SENSITIVE ELECTRIC DEMAND AND ENERGY ANALYSIS ON A LARGE GEOGRAPHICALLY DIVERSE POWER SYSTEM - APPLICATION TO SHORT TERM HOURLY DEMAND FORECASTING,

F75-513-2, IEEE Summer Meeting, Julho, 1975.

30. J.Toyoda, M.Chen e Y.Inoue, AN APPLICATION OF STATE ESTIMATION TO SHORT TERM LOAD FORECASTING, IEEE Trans. on P.App.and Sys., PAS-89,n.7, pp.1678-88, 1970.
31. S.Vemuri, B.Hoveida e S.Mohebbi, SHORT TERM LOAD FORECASTING BASED ON WEATHER LOAD MODELS, IFAC Power Systems and Power Plant Control, 1986.

REFERÊNCIAS ADICIONAIS

32. Bras, R.L. e Rodriguez-Iturbe, RANDOM FUNCTIONS AND HYDROLOGY, Capítulos 2 e 8, Addison-Wesley Publishing Company, 1985.
33. Aström, K.J., INTRODUCTION TO STOCHASTIC CONTROL THEORY, Academic Press, 1970.
34. Maybeck, P.S., STOCHASTIC MODELS, ESTIMATION AND CONTROL, vol.1, Academic Press, 1979.