

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS DE CONTROLE E ENERGIA (DSCE)

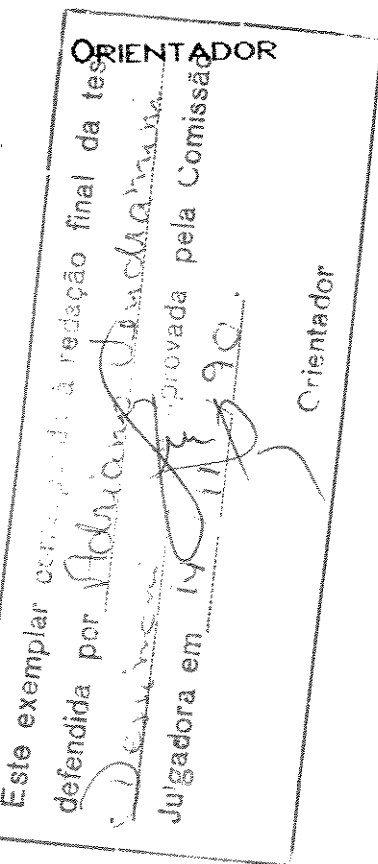
CÁLCULO DE SOBRETENSÕES EM LINHAS DE TRANSMISSÃO

AUTOR

: ADRIANO VENDRAMINI DESSIMONI

ORIENTADOR

: PROF. DR. JOSÉ PISSOLATO FILHO.



Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Novembro de 1990

12/1910-790

Aos meus pais,
Lourenço e Natália
Aos meus irmãos,
Carlo e Marco

Meus sinceros agradecimentos:

Ao prof. José Pissolato Filho pela dedicação e amizade dispensadas na orientação deste trabalho.

Ao amigo Álvaro Vieira Vinhas que com certeza, iluminado pelo Menino Jesus, mostrou-me como entrar para o seletto e gratificante mundo da pesquisa.

Ao amigo Pedro da Costa Júnior pelos relevantes trabalhos realizados para a implementação deste método no software SIMLINE.

Aos colegas do Departamento de Sistemas de Controle e Energia e demais Departamentos da F.E.E. pela infra-estrutura e apoio recebidos.

Aos colegas do Laboratório de Alta Tensão (LAT):

Brito, Marcus Vinicius, Marcos Xavier, Angelo, Oscar e em especial a Eliane pelos trabalhos de datilografia.

Aos colegas professores do Instituto Nacional de Telecomunicações de Santa Rita do Sapucaí, responsáveis pelo embasamento teórico e incentivo, para que este estudo se tornasse realidade.

A PHT Sistemas Eletrônicos em especial aos colegas do Departamento de Controle e Automação pelo apoio e incentivos recebidos.

A todos aqueles que contribuíram, direta ou indiretamente, para a realização deste trabalho.

ÍNDICE

INTRODUÇÃO.

PAG

I - LINHA DE TRANSMISSÃO

I.1	- INTRODUÇÃO À TEORIA DE LINHA	9
I.2	- SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DA LINHA DE TRANSMISSÃO	15
I.3	- RELAÇÃO ENTRE TENSÃO E CORRENTE	18
I.4	- DIAGRAMA DE TRELIÇAS	22
I.5	- FUNÇÕES DE TENSÃO E DE CORRENTE EM RELAÇÃO A X (ESPAÇO) E T (TEMPO)	26
I.6	- MÉTODO DE BERGERON OU DAS CARACTERÍSTICAS	28

II - REVISÃO DOS MÉTODOS DE ANÁLISE DE SOBRETENSÕES

II.1	- INTRODUÇÃO	33
II.2	- MÉTODO ANALÓGICO (TNA)	33
II.3	- MÉTODO DAS ONDAS VIAJANTES	34
II.4	- MÉTODO DA ANÁLISE DE FOURIER	35
II.5	- MÉTODO DA TRANSFORMADA Z	39
II.6	- MÉTODO DA ANÁLISE DE CIRCUITOS	39
II.7	- MÉTODO DO CASAMENTO DE RAÍZES	42
II.7.1	- MODELO DA LINHA DE TRANSMISSÃO	43

III - EQUACIONAMENTO DO SISTEMA EM ESTUDO

III.1	- INTRODUÇÃO	46
III.2	- LINHA DE TRANSMISSÃO	46

IV	-	SISTEMA DE ESTUDO - EXEMPLOS	
IV.1	-	EXEMPLO Nº 01	55
IV.2	-	GERADOR DE IMPULSO	57
IV.2.1	-	EXEMPLO Nº 02	64
IV.3	-	GERADOR DE IMPULSOS EM UM PONTO QUALQUER DA LINHA	65
IV.3.1	-	EXEMPLO Nº 03	68
IV.4	-	CENTELHADOR	71
IV.4.1	-	EXEMPLO Nº 04	75
V	-	PROGRAMA COMPUTACIONAL	
V.1	-	INTRODUÇÃO	78
V.2	-	CARACTERÍSTICAS GERAIS DO SIMULADOR SIMLINE	79
V.3	-	ALGORÍTMO E DIAGRAMA DE BLOCOS	79
VI	-	SIMULAÇÃO	
VI.1	-	MÉTODO TRAPEZOIDAL X MÉTODO CASAMENTO DE RAÍZES	84
VI.2	-	MÉTODO TRAPEZOIDAL E CASAMENTO DE RAÍZES X SLA	95
VII	-	CONCLUSÃO	102
		REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	103
		APÊNDICES	

INTRODUÇÃO

Em meados de 1983 iniciou no Laboratório de Alta Tensão da FEE uma nova fase de pesquisa que concentrava objetivos na proteção elétrica dos equipamentos conectados nas linhas de telecomunicações. O convênio estabelecido entre a UNICAMP e a TELEBRÁS [7,38] teve como proposta de trabalho a construção de um gerador de impulsos dedicado para testes em dispositivos de proteção (centelhadores) usados nas centrais telefônicas. Outros convênios de 1983 a 1988 foram assinados, e equipamentos tais como, gerador de corrente, voltímetro de pico, etc, foram desenvolvidos.

Essa fase se encerrou quando a maioria dos equipamentos para testes dos dispositivos de proteção estavam numa boa performance.

Nesta primeira fase a ênfase estava na construção dos equipamentos de testes dos dispositivos de proteção. Numa segunda etapa que se iniciou em 1987 os estudos se concentravam no dispositivo de proteção propriamente dito, sua caracterização modo de operação e testes. O convênio [38] seguinte visava sobretudo a melhor configuração dos gaps dos centelhadores a gás e seu desempenho frente a diferentes formas de onda. Para que a proteção tenha um bom desempenho resta saber como e onde a incidência de descargas atmosféricas é preponderante. O convênio [7] de out/87 teve como objetivo principal a coleta de dados no sistema telefônico. Este estudo se baseou no fato da necessidade de se conhecer com maiores detalhes as magnitudes, formas de onda e frequência da ocorrência de raios que causam sobretensões nas linhas telefônicas em uma área onde existe alta incidência de descargas atmosféricas.

Dentro deste espírito foram desenvolvidos dois protótipos. O primeiro de custo baixo (um canal) que objetiva contar as sobretensões incidentes nas linhas. O outro protótipo, construído para 8 canais permite obter informações distintas e no mesmo instante dos eventos nos cabos e nos pares de assinantes. Neste último período foram desenvolvido os primeiros estudos da propagação de uma sobretensão atmosférica em uma linha de transmissão via simulação digital. A solução completa via simulação digital da propagação de sobretensões em linhas de telecomunicações é mostrada na referência [47,50] .

Dentre os métodos analisados optou-se pela aplicação do método da análise de circuitos [12] pois este método é capaz de considerar a presença de elementos não-lineares e parâmetros dependentes do tempo.

Este trabalho propõe a continuação do estudo acima citado e uma alternativa à técnica de simulação proposta na referência [12] a integração trapezoidal às equações diferenciais aplicada ao método da análise de circuitos.

No capítulo I é feita uma análise bibliográfica dos métodos de estudo da propagação de sobretensões em linhas de transmissão.

O equacionamento do sistema é desenvolvido no capítulo III bem como o estudo de 3 diferentes modos da configuração.

O algoritmo computacional é implementado no capítulo V, assim como a técnica de resolução de sistemas algébricos que explora a esparsidade de matrizes [15] .

O capítulo VI mostra os exemplos de simulação utilizando métodos distintos : domínio da frequência e domínio do tempo.

CAPÍTULO I

LINHA DE TRANSMISSÃO

I- LINHAS DE TRANSMISSÃO

I.1 - INTRODUÇÃO À TEORIA DE LINHAS: [51]

Uma linha de transmissão é um meio de propagação de sinais elétricos, constituída muitas vezes por um par de condutores paralelos, placas paralelas (strip line), condutores coaxiais ou de maneira geral por dois condutores separados por um dielétrico como os mostrados na figura I.1.

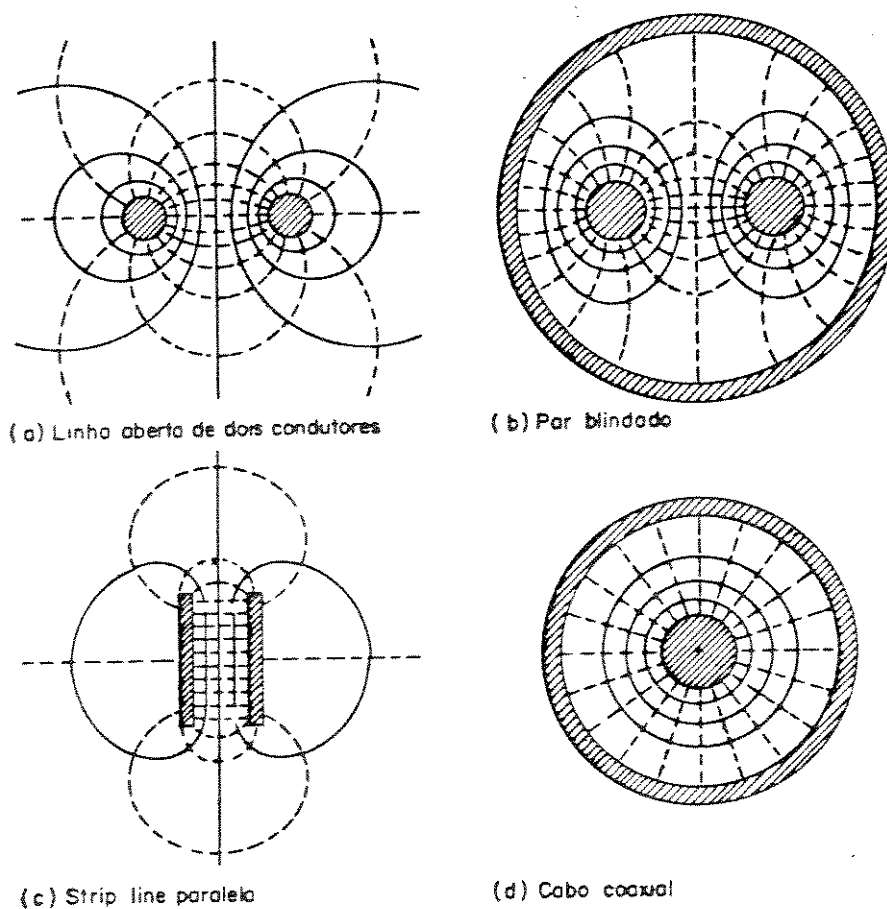


Figura I.1 Tipos de Linhas de Transmissão

A análise do comportamento de uma linha de transmissão pode ser feita de maneira rigorosa através da teoria eletromagnética. Aqui no entanto, seguiremos um caminho alternativo, empregando o método tradicional baseado na teoria de circuitos de elementos distribuídos. Sendo assim, define-se os quatro elementos primários de uma linha :

- r = resistência série da linha por unidade de comprimento [Ω/m]
- l = indutância série de linha por unidade de comprimento [H/m]
- c = capacitância paralela da linha por unidade de comprimento [F/m]
- g = condutância paralela da linha por unidade de comprimento [S/m]

O circuito equivalente utilizado para dedução das equações da linha de transmissão, na teoria de ondas trafegantes, é mostrado na figura 1.2 a seguir. As equações de corrente e tensão para este circuito podem ser escritas da seguinte forma :

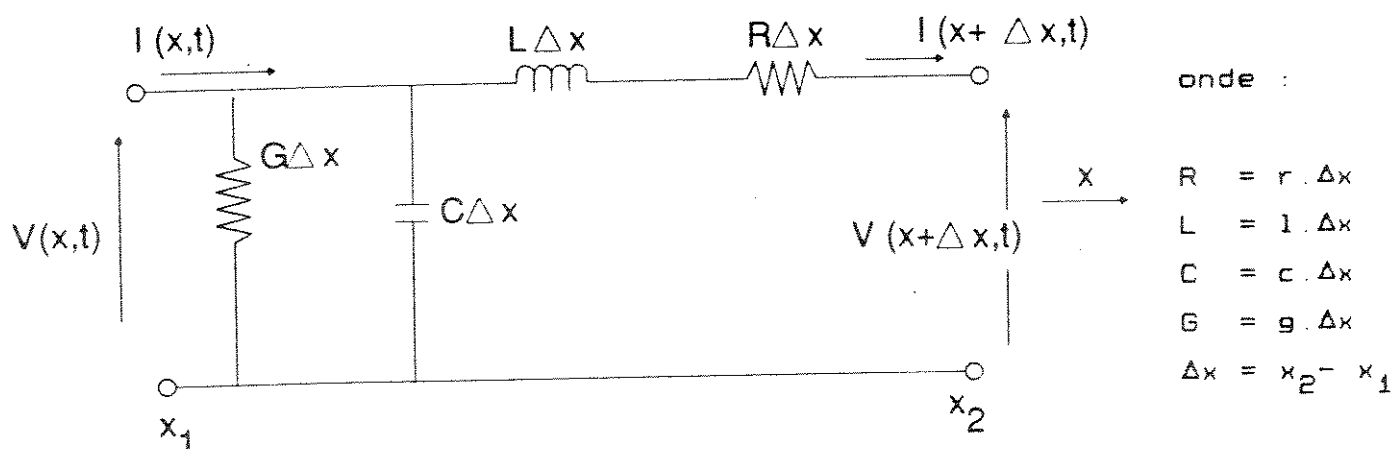


Fig. 1.2 - Circuito Elementar de uma Linha de Transmissão

$$i(x+\Delta x, t) = i(x, t) - g \cdot \Delta x \cdot v(x, t) - c \cdot \Delta x \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} \quad (I.1)$$

$$v(x+\Delta x, t) = v(x, t) - l \cdot \Delta x \frac{\partial i(x+\Delta x, t)}{\partial t} - r \cdot \Delta x \cdot i(x+\Delta t) \quad (I.2)$$

A corrente e a derivada de primeira ordem da corrente podem ser expandidas numa série de Taylor :

$$i(x+\Delta x, t) \simeq i(x, t) + \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} \Delta x + \dots \quad (I.3)$$

$$\frac{\partial i(x+\Delta x, t)}{\partial t} \simeq \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial^2 i(x, t)}{\partial x \cdot \partial t} \Delta x + \dots \quad (I.4)$$

Substituindo-se as equações (I.1) e (I.2) em (I.3) e (I.4), da tensão e desprezando-se os termos do ordem superior, tem-se :

$$\begin{aligned} v(x+\Delta x, t) - v(x, t) &= -l \cdot \Delta x \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} - r \cdot \Delta x \cdot i(x, t) - \\ &- l \cdot \Delta x^2 \frac{\partial^2 i(x, t)}{\partial x \cdot \partial t} - r \cdot \Delta x^2 \frac{\partial i(x, t)}{\partial x} \end{aligned} \quad (I.5)$$

Dividindo-se a equação (I.5) por Δx , e tomando o limite quando $\Delta x \rightarrow 0$, tem-se :

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{v(x+\Delta x, t) - v(x, t)}{x_2 - x_1} = \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} \quad (I.6)$$

Então tem-se :

$$- \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} = r \cdot i(x,t) + l \cdot \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \quad (I.7)$$

Usando-se a mesma sistemática obtém-se uma equação similar para a corrente, cuja equação em (I.2) é reescrita abaixo :

$$i(x+\Delta x,t) - i(x,t) = g \cdot \Delta x \cdot v(x,t) - c \cdot \Delta x \cdot \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} \quad (I.8)$$

Dividindo-se a equação (I.8) por Δx , e tomando-se o limite quando $\Delta x \rightarrow 0$, tem-se :

$$\frac{i(x+\Delta x,t) - i(x,t)}{\Delta x} = -g \cdot v(x,t) - c \cdot \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} \quad (I.9)$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{i(x+\Delta x,t) - i(x,t)}{\Delta x} = - \frac{\partial i(x,t)}{\partial x} \quad (I.10)$$

Então tem-se :

$$- \frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = g \cdot v(x,t) + c \cdot \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} \quad (I.11)$$

As equações (I.7) e (I.11), da tensão e da corrente, podem ser escritas de maneira simplificada.

$$- \frac{\partial v}{\partial x} = r \cdot i + l \cdot \frac{\partial i}{\partial t} \quad (I.12)$$

$$- \frac{\partial i}{\partial x} = g \cdot v + c \cdot \frac{\partial v}{\partial t} \quad (I.13)$$

onde : $v = v(x, t)$
 $i = i(x, t)$

A partir de (I.12), tem-se :

$$-\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 1 \cdot \frac{\partial^2 i}{\partial t \cdot \partial x} + r \cdot \frac{\partial i}{\partial x} \quad (\text{I.14})$$

$$-\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 1 \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial i}{\partial t} \right] + r \cdot \frac{\partial i}{\partial x} \quad (\text{I.15})$$

Substituindo-se o valor de $\frac{\partial i}{\partial x}$ dado pela equação (I.13) na equação (I.15), tem-se :

$$-\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 1 \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left[-g \cdot v - c \cdot \frac{\partial v}{\partial t} \right] + r \cdot \left[-g \cdot v - c \cdot \frac{\partial v}{\partial t} \right] \quad (\text{I.16})$$

$$-\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = -1 \cdot g \cdot \frac{\partial v}{\partial t} - 1 \cdot c \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - r \cdot g \cdot v - r \cdot c \cdot \frac{\partial v}{\partial t} \quad (\text{I.17})$$

finalmente, ao ordenar a equação (I.17), tem-se :

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = r \cdot g \cdot v + \left[1 \cdot g + r \cdot c \right] \frac{\partial v}{\partial t} + 1 \cdot c \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (\text{I.18})$$

A partir de (I.13), tem-se :

$$-\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = g \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + c \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x \cdot \partial t} \quad (I.19)$$

$$-\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = g \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + c \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial v}{\partial x} \right] \quad (I.20)$$

Substituindo-se o valor $\frac{\partial v}{\partial x}$ dado pela equação (I.12) na equação (I.20), tem-se :

$$-\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = -g \cdot \left[1 \cdot \frac{\partial i}{\partial t} + r \cdot i \right] - c \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left[1 \cdot \frac{\partial i}{\partial t} + r \cdot i \right] \quad (I.21)$$

$$-\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = -1 \cdot g \cdot \frac{\partial i}{\partial t} - r \cdot g \cdot i - 1 \cdot c \cdot \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} - r \cdot c \cdot \frac{\partial i}{\partial t} \quad (I.22)$$

finalmente, ao se ordenar a equação (I.22), tem-se :

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = r \cdot g \cdot i + \left[1 \cdot g + r \cdot c \right] \frac{\partial i}{\partial t} + 1 \cdot c \cdot \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} \quad (I.23)$$

A solução das equações (I.18) e (I.23) dará como resultado funções que descrevem o comportamento da tensão e da corrente ao longo da linha de transmissão. Fazendo-se $r = g = 0$, isto é, considerando-se as linhas sem perdas, as equações (I.18) e (I.23) podem ser reescritas de forma simplificada.

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = l.c \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (I.24)$$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = l.c \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} \quad (I.25)$$

I.2 . SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DA LINHA DE TRANSMISSÃO

Para se mostrar que as equações (I.24) e (I.25) representam ondas trafegantes, toma-se a transformada de Laplace das mesmas. Esta solução será iniciada pela transformação da equação da tensão (I.24).

$$\frac{\partial^2 v(x,s)}{\partial x^2} = s^2 l.c.v(x,s) \quad (I.26)$$

onde : $v(x,s)$ é a transformada de Laplace de $v(x,t)$.

As condições iniciais podem ser incorporadas mais tarde, quando forem aplicadas as condições de contorno.

A solução para equação (I.26) pode ser obtida supondo-se uma solução da forma.

$$V(x, s) = M(s) \cdot e^{\pm mx} \quad (I.27)$$

onde "m" deverá ser calculado, a partir da equação diferencial.

Substituindo-se a equação (I.27) na equação (I.26) resulta em :

$$m^2 \cdot M(s) e^{\pm mx} = 1.c.s^2 \cdot M(s) \cdot e^{\pm mx} \quad (I.28)$$

$$m^2 = s^2 \cdot 1.c \quad \text{ou} \quad M = \pm s \sqrt{1.c} \quad (I.29)$$

Substituindo-se o valor de "m" na equação (I.27). Como a equação (I.26) é uma equação diferencial de 2ª ordem, a solução apresenta duas constantes arbitrárias a serem calculadas pelas condições de contorno do problema.

A solução pode ser escrita como :

$$v(s, x) = A(s) \cdot e^{-s \sqrt{1.c} \cdot x} + B(s) \cdot e^{+s \sqrt{1.c} \cdot x} \quad (I.30)$$

Uma descrição completa para a porção, que é função de x, está contida na exponencial, enquanto que a solução que é função do tempo está incluída tanto nas constantes arbitrárias A(s) e B(s) como na exponencial.

Pela teoria das transformadas de Laplace pode-se escrever :

$$\mathcal{L} \left[u(t-a) \cdot f(t-a) \right] = e^{-as} \cdot F(s) \quad (I.31)$$

ou então :

$$\mathcal{L}^{-1} \left[e^{-as} \cdot F(s) \right] = u(t-a) \cdot f(t-a) \quad (I.32)$$

$$\mathcal{L} \left[f(t) \right] = F(s) \quad \text{ou} \quad \mathcal{L}^{-1} \left[F(s) \right] = f(t) \quad (I.33)$$

Aplicando-se as relações obtidas através da teoria das Transformadas de Laplace, mostradas acima, a solução no tempo para a equação (I.30) pode ser escrita como :

$$v(x,t) = A(t-\sqrt{1/c} \cdot x) \cdot u(t-\sqrt{1/c} \cdot x) + B(t+\sqrt{1/c} \cdot x) \cdot u(t+\sqrt{1/c} \cdot x) \quad (I.34)$$

Este resultado pode ser interpretado como duas ondas viajantes de tensão, uma direta na direção (+ x) e a outra reversa na direção (- x), ambas se deslocando com a velocidade $V_t = 1/\sqrt{1/c}$.

Considerando a semelhança entre as equações (I.24) e (I.25), pode se escrever diretamente, tanto no domínio da frequência, como no domínio do tempo, a solução da corrente ao longo da linha.

$$i(x,s) = D(s) \cdot e^{-s\sqrt{1/c} \cdot x} + E(s) \cdot e^{+s\sqrt{1/c} \cdot x} \quad (I.35)$$

$$i(x,t) = D(t-\sqrt{1/c} \cdot x) \cdot u(t-\sqrt{1/c} \cdot x) + E(t+\sqrt{1/c} \cdot x) \cdot u(t+\sqrt{1/c} \cdot x) \quad (I.36)$$

A equação (I.36) pode ser interpretada da mesma forma que a equação (I.34). Existirão duas ondas viajantes de corrente, uma direta na direção (+ x) e outra reversa na direção (- x), ambas se deslocando com a velocidade $V_t = 1/\sqrt{1/c}$.

I.3 - RELAÇÃO ENTRE TENSÃO E CORRENTE

Para determinação da relação entre as equações da tensão e da corrente, basta substituir as soluções encontradas, mostradas nas equações (I.30) e (I.35), nas equações de origem (sem perdas), isto é, nas equações (I.12) e (I.13) cujas transformadas de Laplace são mostradas abaixo.

$$- \frac{dv(x,s)}{dx} = s \cdot l \cdot i(x,s) \quad (I.37)$$

$$- \frac{di(x,s)}{dx} = s \cdot c \cdot v(x,s) \quad (I.38)$$

Substituindo-se as equações (I.30) e (I.35) na equação (I.37) obtém-se :

$$\begin{aligned} s\sqrt{1/c} \cdot A(s) \cdot e^{-s\sqrt{1/c} \cdot x} - s\sqrt{1/c} \cdot B(s) \cdot e^{s\sqrt{1/c} \cdot x} = \\ = s \cdot 1 \cdot D(s) \cdot e^{-s\sqrt{1/c} \cdot x} + s \cdot 1 \cdot E(s) \cdot e^{-s\sqrt{1/c} \cdot x} \end{aligned} \quad (I.39)$$

Os termos de mesmo exponenciais podem ser agrupados :

$$\left[s \cdot \sqrt{1/c} \cdot A(s) - s \cdot 1 \cdot D(s) \right] \cdot e^{-s\sqrt{1/c} \cdot x} - \left[s \cdot \sqrt{1/c} \cdot B(s) + s \cdot 1 \cdot E(s) \right] \cdot e^{-s\sqrt{1/c} \cdot x} = 0 \quad (I.40)$$

Os coeficientes das exponenciais devem ser iguais a zero :

$$\sqrt{1/c} \cdot A(s) = 1 \cdot D(s) \quad \text{ou} \quad D(s) = \frac{1}{\sqrt{1/c}} \cdot A(s) \quad (I.41)$$

e

$$\sqrt{1/c} \cdot B(s) = -1 \cdot E(s) \quad \text{ou} \quad E(s) = -\frac{1}{\sqrt{1/c}} \cdot B(s) \quad (I.42)$$

Conforme mostrado nas equações (I.41) e (I.42), as constantes D e E podem ser expressas em função das constantes A e B e as soluções das equações (I.30) e (I.35) podem ser escritas como :

$$v(x,s) = A(s) \cdot e^{-s\sqrt{l \cdot c} \cdot x} + B(s) \cdot e^{+s\sqrt{l \cdot c} \cdot x} \quad (I.43)$$

$$i(x,s) = \frac{A(s)}{Z_0} \cdot e^{-s\sqrt{l \cdot c} \cdot x} - \frac{B(s)}{Z_0} \cdot e^{+s\sqrt{l \cdot c} \cdot x} \quad (I.44)$$

Nesta expressão, o termo Z_0 é chamado impedância característica da linha (sem perdas) de transmissão.

Nas equações (I.43) e (I.44) vê-se que as ondas da tensão e da corrente possuem, basicamente, a mesma forma, com a onda da corrente reduzida, em sua magnitude, de $\left[1/Z_0\right]$. A onda viajante da corrente, em uma direção negativa, também tem sinal oposto àquele da onda de tensão associada. Um esboço das ondas de tensão e corrente em uma linha de transmissão pode ser usado para fornecer uma interpretação clara do significado do sinal menos, na onda móvel negativa da corrente.

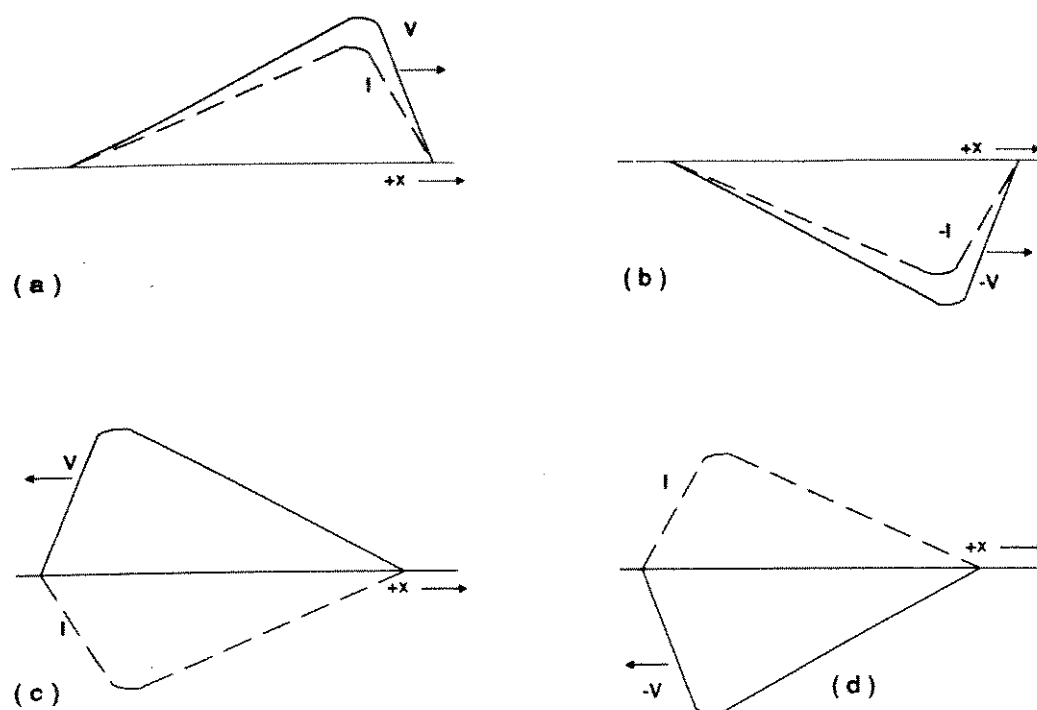


Figura 1.3 Ondas de corrente de tensão trafegando em uma linha de transmissão

De uma forma simplificada, pode-se escrever as equações da tensão e da corrente, na linha de transmissão, no domínio do tempo, na forma abaixo :

$$v(x, t) = F_1 \left[t - \frac{x}{v_t} \right] + F_2 \left[t + \frac{x}{v_t} \right] \quad (I.45)$$

$$i(x, t) = \frac{1}{Z_0} \left[F_1 \left[t - \frac{x}{v_t} \right] - F_2 \left[t + \frac{x}{v_t} \right] \right] \quad (I.46)$$

14 - DIAGRAMA DE TRELIÇAS

As múltiplas reflexões que podem ocorrer numa linha podem ser melhor visualizadas, fazendo uso do chamado diagrama de treliças. Este diagrama será explicado mediante a aplicação do mesmo num problema simples.

Seja o caso de uma linha sem perdas ($R=G=0$), ver Fig. I.5, excitada por um degrau de tensão de amplitude E (volts), no instante $t=0$ e na posição $x=0$ (entrada da linha).

A condição de contorno é então :

$e(t,0) = E.u(t)$ [V] onde como já vimos $u(t)$ é a notação para degrau unitário ou seja ,

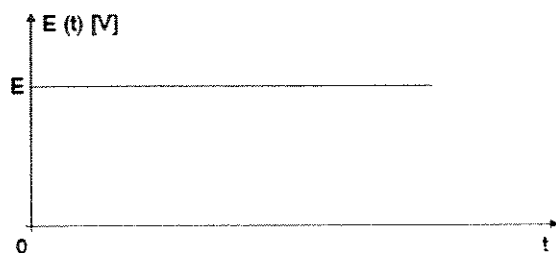


Fig. I.4 - Degrau unitário de tensão ocorrendo em $t=0$

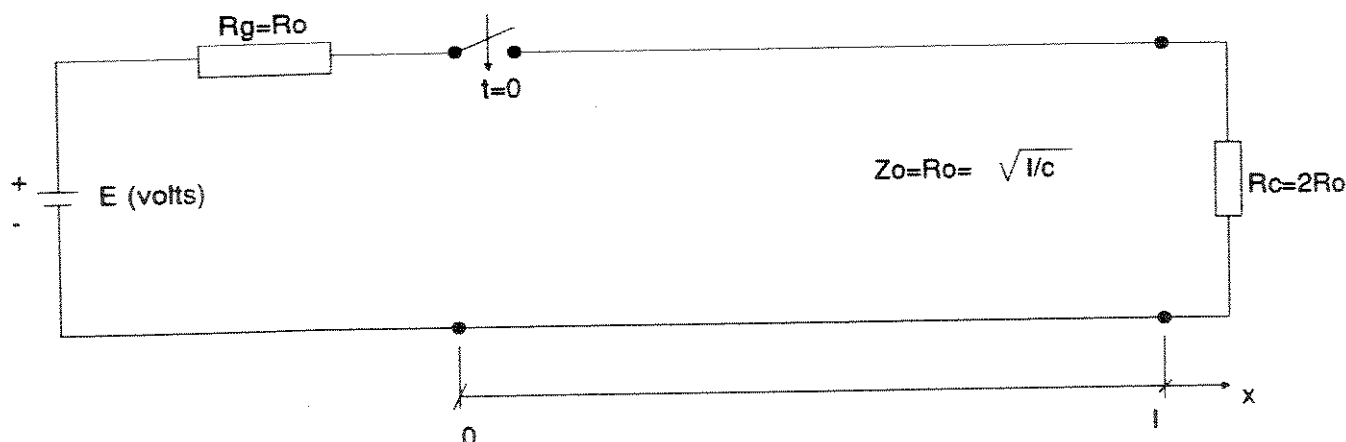


Fig. I.5 Exemplo para aplicação do diagrama de treliça

A fonte de tensão é real, e tem uma resistência interna R_g que, no exemplo dado, coincide com a impedância característica da linha. Ou seja $r_g = Z_o = \sqrt{1/c}$ [Ω]. Também neste caso, o resistor de carga vale $R_c = 2R_o$ [Ω].

Uma vez que a linha fornece ondas como solução para a tensão e para a corrente, o degrau gerado no lado do gerador da linha propaga-se pela linha, com velocidade de propagação $v = 1/\sqrt{1.c}$ [m/s]. Depois de decorridos $t = T = \frac{1}{v}$ [s], o degrau de tensão deve atingir a carga colocada em ($x=1$).

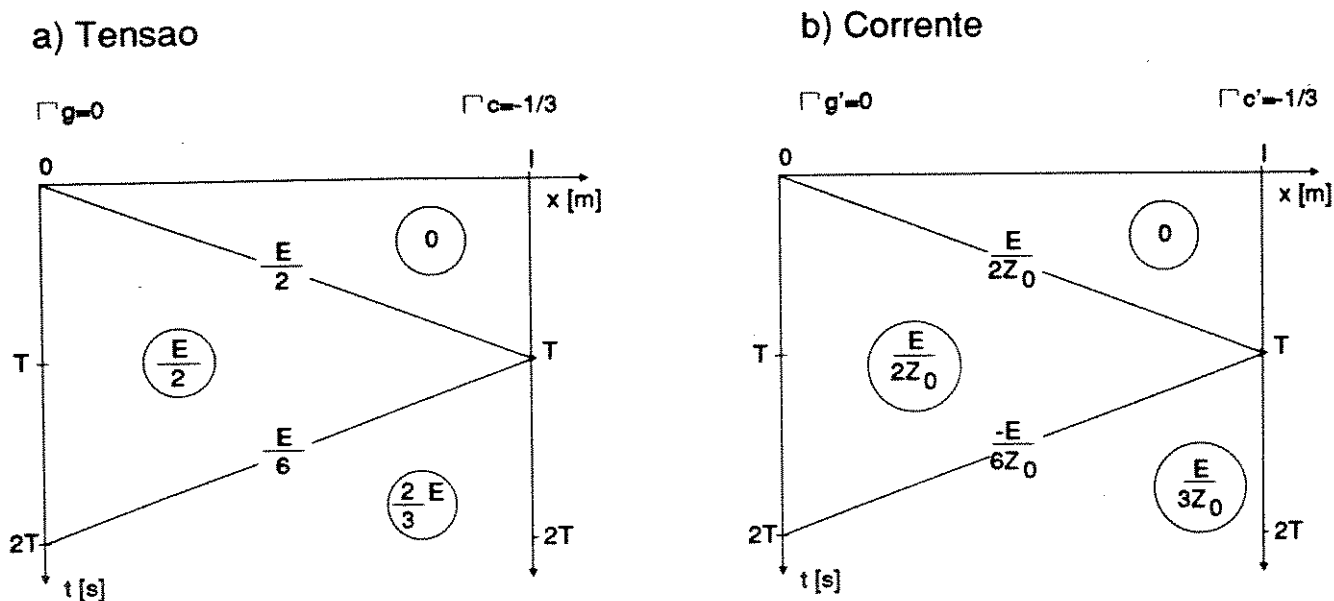
Para a construção do diagrama de treliças de tensão é necessário obter os coeficientes de reflexão na posição da carga (Γ_c) e na posição do gerador (Γ_g).

No exemplo dado tem-se:

$$\Gamma_c = \frac{r_c - r_o}{r_c + r_o} = \frac{2r_o - r_o}{2r_o + r_o} = \frac{r_o}{3r_o} = \frac{1}{3} \quad (I.47)$$

$$\Gamma_g = \frac{r_g - r_o}{r_g + r_o} = \frac{r_o - r_o}{r_o + r_o} = 0 \quad (I.48)$$

O diagrama de treliças de tensão está ilustrado na Fig. I6a e o diagrama de corrente na Fig. I6b.



A tensão inicial injetada na linha é facilmente obtida através de uma divisão resistiva da tensão $E(V)$ da bateria entre o valor $Z_0 = r_0$ [Ω] da linha e sua própria resistência interna r_g , ou seja :

$$e_g^+ = E \cdot \frac{r_0}{r_0 + r_g} \quad (1.49)$$

Como $r_g = r_o$ (o gerador está casado com a linha) a equação (I.49) fornece o valor inicial injetado $e_g^+ = E/2$ [V]. O degrau de amplitude $E/2$ trafega então pela linha e, depois de T [s], atinge o resistor de carga $r_c = 2r_o$, ocorrendo uma reflexão. A tensão incidente $E/2$ multiplicada por $\Gamma_c = 1/3$ fornece então o valor $E/6$ para a tensão degrau, que retorna ao gerador depois de T [s] adicionais, ou seja, no instante $t=2T$ [s]. Neste instante, cessam então as reflexões, uma vez que a transmissão está casada, pois $r_g = r_o$ [Ω]. Como $\Gamma_c = 0$, não há onda refletida.

Para o diagrama de treliça de corrente o raciocínio é semelhante àquele já feito acima para a tensão. Obviamente, usa-se agora os coeficientes de reflexão de corrente Γ_c e Γ_g . O valor inicial de corrente é $E/2Z_o$, ou seja, tensão inicial injetada dividida pela impedância característica $Z_o = r_o$.

Os valores marcados por círculos são os valores de tensão e corrente já acumulados, após cada reflexão. Após cada reflexão, renova-se o valor da soma acumulada.

Finalmente deve-se observar que se Γ_g fosse diferente de zero no exemplo dado, os diagramas da Fig.I.6 se estenderiam indefinidamente (não terminariam em $t=2T$)

I.5 - FUNÇÕES DE TENSÃO E DE CORRENTE EM RELAÇÃO A X (ESPAÇO) E T (TEMPO)

Os diagramas da fig. I.6 constituem-se numa ferramenta simples e rápida para se determinar as funções $e(x, t_1)$ e $i(x, t_1)$ onde t_1 é um instante qualquer de interesse. Obtém-se neste caso as chamadas distribuições de tensão e de corrente (função só de x) fazendo-se um corte horizontal em $t = t_1$.

A figura I.7a ilustra a distribuição de tensão para $t = T/2$.

Na figura I.7b, vê-se a distribuição de corrente para $t = 1,5T$.

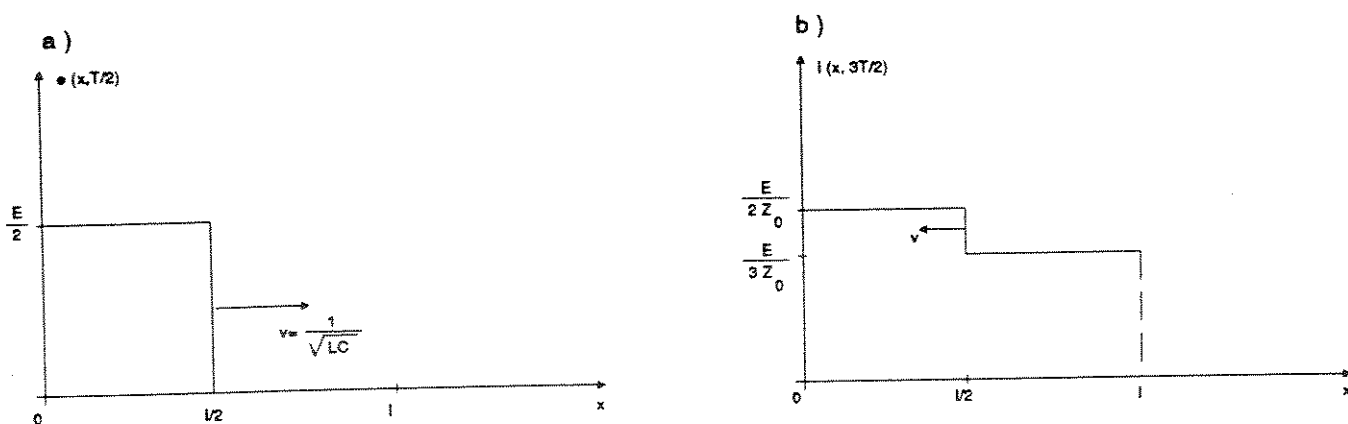


Fig. I.7 Instantâneos de tensão e corrente na linha para o exemplo dado.

Se, por outro lado, for desejado as formas de onda $v(x_1, t)$ e $i(x_1, t)$ para uma posição $x = x_1$ qualquer na linha, basta fazer cortes verticais em $x = x_1$ nos diagramas da fig. I.6.

A figura (I.8a) mostra a forma de onda de tensão para $x = 0$. A figura (I.8b) ilustra a corrente para $x = l/2$.

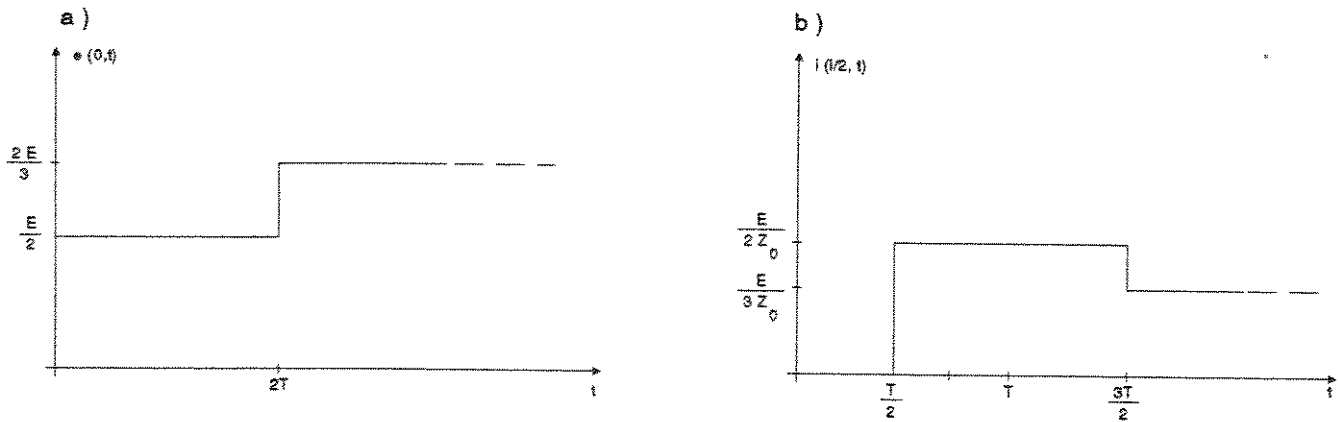


Fig. I-8 - Funções de tensão e corrente

I.6 - MÉTODO DE BERGERON OU DAS CARACTERÍSTICAS

Para ondas de tensão e corrente, de amplitude V e I , respectivamente, propagando-se através de uma linha com impedância característica Z_0 , a "característica" associada com a propagação é obtida a partir de $V + Z.I$.

A "característica" relacionada com a propagação reversa, das ondas refletidas, é dada por $V - Z.I$.

Do item I.3, tem-se as equações (I.45) e (I.46) que rearranjadas resultam em :

$$v(x,t) = F_1 \left[x - V_t t \right] + F_2 \left[x + V_t t \right] \quad (I.50)$$

$$i(x,t) = \frac{1}{Z_0} \left[F_1 \left[x - V_t t \right] - F_2 \left[x + V_t t \right] \right] \quad (I.51)$$

A partir de (I.50) e (I.51) e das características do método de Bergeron pode-se escrever :

$$v(x,t) + Z_o \cdot i(x,t) = 2 \cdot F_1 \left[x - v_t t \right] \quad (I.52)$$

$$v(x,t) - Z_o \cdot i(x,t) = 2 \cdot F_2 \left[x + v_t t \right] \quad (I.53)$$

com

$$F_1 \left[x - v_t t \right] = 0 \quad \text{para} \quad x - v_t t < 0$$

$$F_2 \left[x + v_t t \right] = 0 \quad \text{para} \quad x + v_t t > 0$$

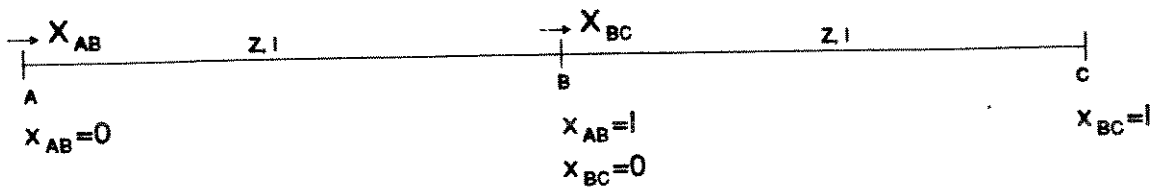
logo pode-se escrever (I.52) e (I.53) simplifcadamente :

$$v + Z_o \cdot i = 2 F_1 (x - v_t t) \quad (I.54)$$

$$v - Z_o \cdot i = 2 F_2 (x + v_t t) \quad (I.55)$$

Para ondas trafegantes diretas (ou reversas) a relação corrente-tensão, para tempos ou posições específicas na linha de transmissão, tais que $(x - v_t t)$ ou $(x + v_t t)$ seja constante, é uma linha reta. Para melhor entendimento suponha que A e C sejam pontos equidistantes, a uma distância l , do ponto B conforme é mostrado na figura I.9, e que no tempo t_1 , comecem a trafegar a partir dos pontos A e C ondas de tensão e corrente conhecidas. A impedância característica (Z_o) é a impedância dos trechos de linha AB e BC.

(a)



(b)

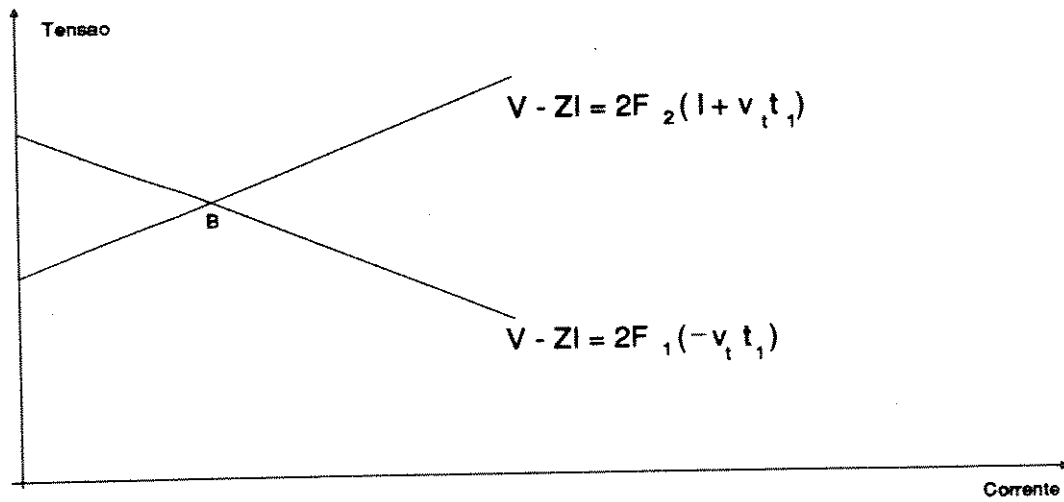


Fig. 1.9 - a) LT dividida em duas seções de comprimento l .

b) Características corrente e tensão

Em A, no tempo $t = t_1$:

$$v + Z_0 i = 2 F_1(-v_t t_1) = \text{constante} \quad (1.56)$$

Em B, num tempo $t = t_2$, tal que :

$$1 - v_t \cdot t_2 = -v_t t_1 \quad \text{ou} \quad t_2 = t_1 + 1/v_t \quad (I.57)$$

$$v + Z_o \cdot i = 2F_1 \left[x - v_t t_2 \right] = 2F_1 \left[1 - v_t (t_1 + 1/v_t) \right] \quad (I.58)$$

$$v + Z_o \cdot i = 2F_1 (1 - v_t t_1 - 1) \quad (I.59)$$

$$v + Z_o \cdot i = 2F_1 (-v_t t_1) = \text{constante} \quad (I.60)$$

A relação corrente-tensão para o ponto B dada pela equação (I.60) é a mesma que para o ponto A dada pela equação (I.56).

Similarmente, em C, no tempo $t = t_1$:

$$v - Z_o \cdot i = 2 \cdot F_2 (1 + v_t t_1) \quad (I.61)$$

Novamente, em B, num tempo $t = t_3$, tal que :

$$1 + V_t \cdot t_3 = V_t t_2 \quad \text{ou} \quad t_3 = t_2 + 1/V_t = t_1 \quad (I.62)$$

$$v - Z_o \cdot i = 2F_2 (x + V_t t_3) = 2F_2 \left[0 + V_t (t_2 + 1/V_t) \right] \quad (I.63)$$

$$v - Z_o \cdot i = 2F_e (1 + V_{t_1} t_1) \quad (I.64)$$

A relação corrente-tensão para o ponto B dada pela equação (I.61) é a mesma que para o ponto C dada por (I.64).

O ponto B, em um tempo $t = t_e = t_2$, a corrente e a tensão, cujas relações (características) são definidas pelas equações (I.60) e (I.64), estarão sobre a interseção das mesmas, conforme mostrado na figura (I.9.b).

CAPÍTULO II

REVISÃO DOS MÉTODOS DE ANÁLISE DE SOBRETENSÕES

II - REVISÃO DOS MÉTODOS DE ANÁLISE DE SOBRETENSÕES [21]

II.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo estão reunidos os diversos métodos de análise de fenômenos transitórios em sistemas elétricos (de potência ou de telecomunicações). Estes sistemas, em condições transitórias, podem ficar sujeitos à tensões e correntes contendo uma ampla faixa do espectro de frequência acima dos 100 KHz. Nesta faixa, os parâmetros do sistema e do retorno por terra têm valores que variam significativamente com a frequência. Como consequência, todo método de cálculo deve ser capaz de representar parâmetros concentrados e distribuídos sobre uma larga faixa de frequências, inclusive outros efeitos de não-linearidades tais como centelhadores, saturação magnética e formação de arco elétrico. Na prática, tal método não é de fácil desenvolvimento e os métodos correntemente utilizados estão comprometidos em algum aspecto.

II.2 - MÉTODO ANALÓGICO (TNA)

O analisador de transitórios de rede, mais conhecido como TNA [22], consiste na formação de um modelo de rede usando elementos concentrados de indutância, capacitância e resistência. Neste modelo, tanto a escala de impedância como a de frequência podem ser empregadas. Assim, energizado por uma fonte de baixa tensão, o modelo pode, por exemplo, simular transitórios de chaveamento através de micro-chaves.

A TNA pode ser de particular vantagem onde o exato mecanismo do fenômeno transitório é conhecido e onde o trabalho seja de natureza exploratória. Uma combinação nas características do TNA com a facilidade de uma análise digital pode consistir em uma poderosa ferramenta de pesquisa.

II.3 - MÉTODO DAS ONDAS VIAJANTES

Este método é baseado na solução das equações de linha de transmissão, as quais podem ser expressas como uma combinação de ondas viajantes nos dois sentidos de uma linha. Duas formas gráficas de solução existem, uma devido a Schnyder [23] e Bergeron [24] e frequentemente referida como o método Schnyder-Bergeron e outra referida como o método do diagrama de Treliça, o qual foi desenvolvido por Bewley [3] . O advento do computador digital permitiu a utilização de ambas as técnicas na solução dos problemas envolvendo redes mono e trifásicas. Este desenvolvimento é descrito na literatura tanto para o método Schnyder-Bergeron [14,25] , como para o método do diagrama de Treliça [26] .

A distorção e atenuação da linha de transmissão podem ser representadas por ambos os métodos e permitem a representação da dependência da frequência dos parâmetros da linha [27,28,29] .

II.4 - MÉTODO DA ANÁLISE DE FOURIER [30.31]

Qualquer cálculo no domínio da frequência que utilize a transformada ou série de Fourier pode tratar qualquer função de excitação arbitrária, desde que envolva apenas elementos e sistemas lineares. A resposta de um sistema linear a uma onda senoidal é simplesmente outra onda senoidal deferindo da original, no máximo, em amplitude e fase. Esta afirmação fornece o significado físico da análise de Fourier e dos conceitos de espectro de frequência e resposta em frequência, os quais são intuitivos nos cálculos de engenharia. Através da formulação do problema em termos de uma função periódica, qualquer função de excitação pode ser representada como uma soma de ondas senoidais. A saída de qualquer sistema linear consistirá no mesmo número de ondas senoidais, cada qual modificada em amplitude e fase como determinado pela resposta do sistema, a qual deve ser conhecida em amplitude e em fase para a faixa de ondas senoidais empregada. Toda onda senoidal será transmitida como se apenas ela estivesse presente. A superposição de cada onda senoidal de saída, isto é, a soma das ondas senoidais de saída fornecerá a onda de saída como uma função do tempo.

A vantagem deste método pode ser completamente apreciada quando a dependência da frequência de um ou mais parâmetros, tais como r , l , g , c , impedância e característica Z_0 e constante de programação $(\alpha + j\beta)$, devem ser tomadas em consideração a fim de se obter a verdadeira representação de um sistema físico. Consequentemente, a resposta de um sistema linear compreendido tanto de parâmetros

concentrados quanto de parâmetros distribuídos que dependam da frequência pode ser obtida para qualquer precisão desejada, limitada somente pela precisão na qual os parâmetros são conhecidos. Por exemplo, a resposta de um sistema físico a um pulso quadrado unitário atinge um regime, para todos os propósitos práticos, após um intervalo de tempo T . Se o pulso é substituído por uma onda quadrada periódica com um intervalo de repetição maior que Δt , informação completa com respeito ao comportamento transitório do sistema é disponível da resposta. Para determinar a resposta é necessário primeiro modificar, em magnitude e fase, os coeficientes de Fourier da onda quadrada de excitação pela função da resposta em frequência avaliada na frequência fundamental e harmônicas. Pela soma de um número razoável de harmônicas de saída é possível determinar a resposta transitória para dentro de certos limites. A onda de saída é sintetizada através de somas efetuadas em intervalos discretos, os quais devem ser escolhidos para delinear a mais alta frequência antecipadamente. Estas somas estão prontamente programadas em uma linguagem computacional de alto nível.

Este método é sempre aplicável quando a resposta de um sistema físico qualquer não pode mostrar descontinuidades. Isto é evidente do fato de que todo gerador deve ter uma pequena impedância interna e prover correntes em cabos ou linhas, as quais por si próprias têm capacitâncias em junções e terminações. O erro quadrático médio pode ser reduzido a um valor desejável pela soma de um número suficientemente alto de termos. A série de Fourier para uma onda quadrada $f(t)$ de fundamental ω_0 e amplitude V_g é dada por :

$$f(t) = V_g / 2 + \frac{2 \cdot V_g}{\pi} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin(2n + 1) \cdot \omega_0 \cdot t}{2n + 1}$$

A remoção do termo DC fornece simetria de meia-onda e uma série de ondas senoidais de harmônicas ímpares somente como função de transferência da rede em consideração. Isto substitui a excitação por pulso usual no domínio do tempo. As redes têm, como regra, caminhos de correntes contínua nos pontos em consideração e o termo DC é modificado, onde aplicável, e por último adicionado à resposta senoidal para a obtenção da resposta completa.

A resposta em regime da tensão em qualquer ponto x sobre a linha de transmissão é dado por :

$$V(x) = V_1 \frac{Z_0}{Z_L + Z_0} \frac{\exp(-\gamma x) + \theta_1 \exp[-\gamma(2l - x)]}{1 - \theta_1 \theta_g \exp(-2\gamma l)}$$

onde :

$$\theta_1 = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} ; \quad \theta_g = \frac{Z_g - Z_0}{Z_g + Z_0} ;$$

são coeficientes de reflexão na carga e gerador, respectivamente, com :

Z_L - impedância da carga; Z_g - impedância do gerador;

γ - constante de propagação da linha; l - comprimento da linha.

Esta é a expressão mais simples de usar quando uma linha ou cabo único tem uma terminação complexa. Além disso, quando se deseja estudar uma cascata de linhas, cabos e impedâncias concentradas, o seguinte cálculo pode ser aplicado [32] : as propriedades de transmissão de qualquer linha homogênea de comprimento l podem ser representadas por uma seção Π ou T equivalente como mostra a fig. II.1. Os elementos série e derivação são dependentes da frequência via constante de propagação a qual é, em geral, uma função complexa da frequência.

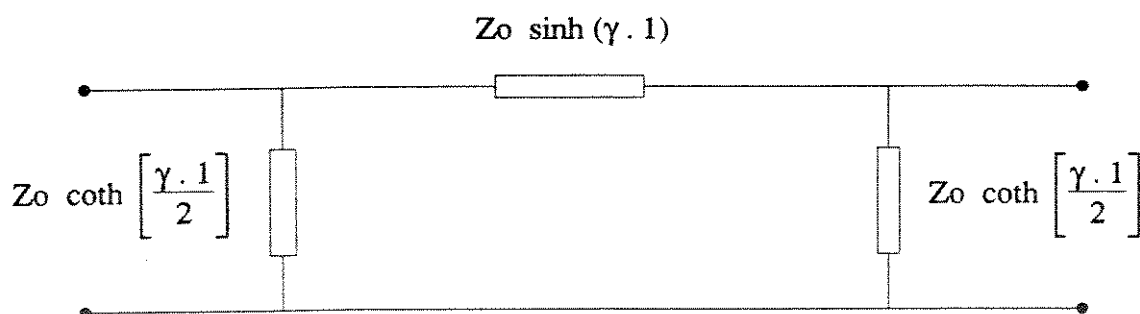


Fig. II.1 - Circuito Π Equivalente

II.5 - MÉTODO DA TRANSFORMADA Z

Mais recentemente [33] , a transformada Z tem sido aplicada na análise de sistemas de potência. Este é um método que procura evitar a transformação inversa do domínio da frequência para o domínio do tempo usando a transformada inversa de Fourier, com suas dificuldades inerentes devido a erros de truncamentos e necessidade de se utilizar o fator sigma. O método processa do domínio da frequência para o domínio Z e então diretamente para o domínio do tempo. Tal método faz uso da similaridade entre a forma exponencial da transformada Z e aquela da resposta da linha de transmissão no domínio da frequência. A aplicação deste método está descrita completamente na literatura [34,35,36] .

II.6 - MÉTODO DA ANÁLISE DE CIRCUITOS

A linha também pode ser representada por um número finito de trechos π ou τ tendo parâmetros concentrados fixos. O número de trechos deve ser escolhido tal que se obtenha um número mínimo consistente com, o requerido desempenho em altas frequências da representação limitada.

Quando um grande número de trechos é necessário para a representação, é essencial que métodos de análise nodal sejam empregados para prover um processo factível de solução de tais problemas de circuitos lineares, onde as equações são lineares com coeficientes constantes. A razão de se optar pelo método a parâmetros concentrados é que a ação de resistores dependentes da tensão

(supressores de surtos de tensão) pode ser levada em consideração em uma computação de sobretensões [12]. Uma forma geral monofásica de circuito equivalente a parâmetros concentrados é mostrada na fig. II.2 onde a corrente i é considerada fluir através do supressor de surtos após v_0 ter excedido um dado nível de tensão. O circuito pode ser descrito por um número finito de equações diferenciais, as quais podem ser expressas na forma de equação diferencial vetorial.

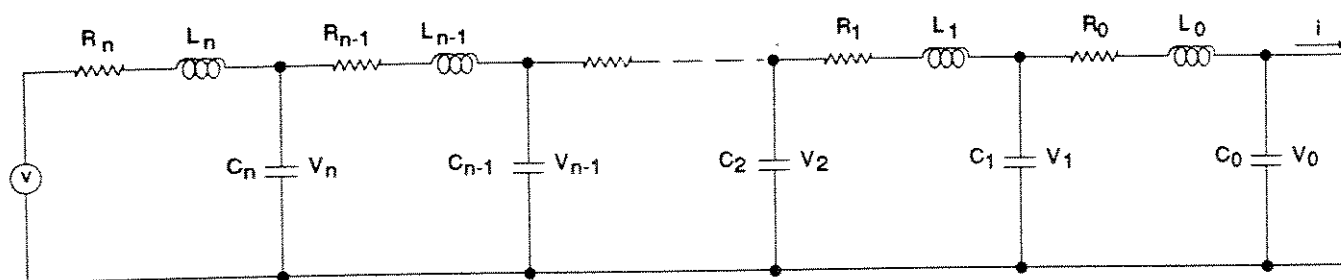


Fig. II.2 - Representação de uma linha com parâmetros concentrados

Este trabalho propõe a resolução das equações diferenciais da linha através de um sistema a parâmetros concentrados que, como já foi dito, é capaz de considerar a atuação de elementos não-lineares e/ou dependentes do tempo.

O método das ondas viajantes tal como é descrito na literatura aproxima as perdas distribuídas por efeito Joule pela colocação de resistores derivação fictícios nos extremos e centro da linha de energia. Neste caso, o artifício de concentrar as perdas não provoca prejuízos consideráveis nos resultados de análise transitória. No entanto, em linhas de telecomunicação, o efeito das perdas distribuídas é mais acentuado pois as bitolas dos cabos para este fim são muito menores, isto é, possuem resistências distribuídas que chegam a valores 10.000 vezes maior que nos casos das linhas de transmissão típicas de energia elétrica. Os valores típicos de resistência por unidade de comprimento para linhas de energia se encontram na faixa de 0.03 a 5 Ω/km [37] enquanto que, para linhas de telecomunicação, de 50 a 270 Ω/km [8] .

1.7 - MÉTODO DO CASAMENTO DE RAÍZES - "ROOT-MATCHING METHOD"

O método de casamento de raízes [50] é baseado no conceito de que qualquer método de simulação eventualmente resulta em uma equação-diferença ou sistema de equações-diferença as quais devem ser relacionadas em um computador digital. O sistema de equações-diferença terá um conjunto de raízes características, valores finais, e algumas relações de fase com o sistema contínuo em estudo. Além disso, em qualquer sistema válido de equações discretas de simulação :

1- as equações-diferença aproximarão as equações diferenciais no limite quando o tamanho do passo de discretização se aproxima de zero, e:

2- os pólos, zeros e valores finais do sistema discreto se aproximarão dos pólos, zeros e valores finais do sistema contínuo. Heuristicamente, parece razoável esperar que se fossemos sintetizar um sistema de equações-diferença cujos pólos, zeros e valores finais estão casados com aqueles do sistema contínuo, a princípio obteríamos um sistema de equações-diferença capaz de simular o sistema contínuo.

Não surpreendentemente, este é o caso. O objetivo do casamento de raízes na simulação é formar um sistema de equações-diferença cujas dinâmicas sejam similares às dinâmicas do sistema contínuo a ser simulado. Uma vez que a dinâmica do sistema contínuo é completamente caracterizada por suas raízes e valor final, parece apropriado fazer as raízes e valor final das equações-diferença de simulação casarem com aquelas do sistema simulado.

O método de casamento de raízes é similar ao método discreto/analógico do ponto de vista de que ambos enfocam a dinâmica do processo a simular e não envolvem integração numérica. O método de casamento de raízes é diferente do método discreto/analógico porque o primeiro é um método analítico para a síntese da equação-diferença de simulação do processo contínuo sendo oposto à um método que faz a síntese de um sistema discreto/analógico ao sistema contínuo, utilizando então tal sistema de equações-diferença para simular o sistema contínuo.

II.7.1 MODELO DA LINHA DE TRANSMISSÃO

Seja uma linha de transmissão cujos parâmetros distribuídos são l (H/km), G (S/km), r (Ω /km) e c (F/km).

Subdividindo a linha de comprimento x (Km) em N trechos de comprimento $\Delta x = x/N$, cada trecho pode ser representado pelo modelo T de parâmetros concentrados Fig. II.3 tal que :

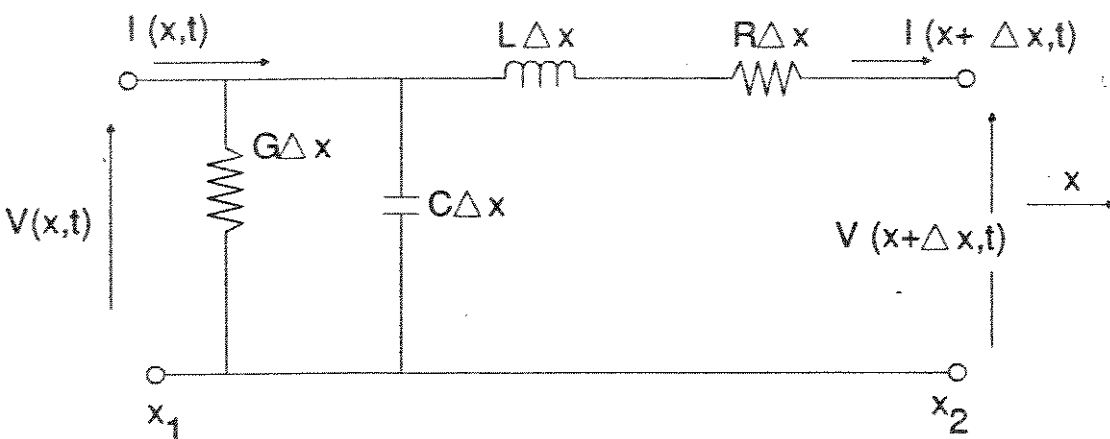


Fig. II.3 Trecho de Linha de Comprimento Δx

$$\begin{aligned}
 L &= l \cdot \Delta x & V(x, t) &= V_{in} \\
 R &= r \cdot \Delta x & I(x, t) &= I_{in} \\
 G &= g \cdot \Delta x & V(x + \Delta x, t) &= V_{out} \\
 C &= c \cdot \Delta x & I(x + \Delta x, t) &= I_{out}
 \end{aligned}
 \tag{11.7.1}$$

Aplicando as leis de Kirchhoff no circuito da fig.11.3, tem-se :

$$\frac{L}{R} \cdot \frac{dI_{in}}{dt} + I_{in} = \frac{V_{in} - V_{out}}{R}
 \tag{11.7.2}$$

$$\frac{C}{G} \cdot \frac{dV_{out}}{dt} + V_{out} = \frac{I_{in} - I_{out}}{G}
 \tag{11.7.3}$$

De acordo com [50] , uma equação diferencial do tipo :

$$\tau \cdot \dot{x} + x = f$$

conduz a uma equação diferença do tipo :

$$x_{(n)} = e^{-\Delta t/\tau} \cdot x_{(n-1)} + (1 - e^{-\Delta t/\tau}) \cdot f_{(n)}$$

onde os índices (n) e (n-1) indicam o passo de simulação atual e anterior.

Aplicando o casamento de raízes, segue :

$$i_{in(n)} = c_1 \cdot i_{in(n-1)} + \left[\frac{1-c_1}{R} \right] \cdot \left[v_{in(n)} + v_{out(n)} \right] \quad (II.7.4)$$

$$v_{out(n)} = c_2 \cdot v_{out(n-1)} + \left[\frac{1-c_2}{G} \right] \cdot \left[i_{in(n)} + i_{out(n)} \right] \quad (II.7.5)$$

onde

$$c_1 = e^{-\Delta t \cdot (R/L)} \quad \text{e} \quad c_2 = e^{-\Delta t \cdot (G/C)} \quad (II.7.6)$$

onde os índices (n) e (n-1) indicam o passo de simulação atual e anterior.

CAPÍTULO III

EQUACIONAMENTO DO SISTEMA EM ESTUDO

III - EQUACIONAMENTO DO SISTEMA EM ESTUDO

III.1 - INTRODUÇÃO

A partir da aplicação das técnicas apresentadas [5], desenvolve-se as equações matriciais do sistema em estudo, a cada elemento em particular: linha de assinante, gerador de impulsos e centelhadores. Neste trabalho a fonte de sobretensão é considerada pontual, porém sabe-se que uma descarga atmosférica induz tensões ao longo de toda a linha. Deve-se ressaltar que o modelo de linha aqui proposto é bem apropriado à representação de tensão induzida ao longo de toda a linha [6].

III.2 - LINHA DE TRANSMISSÃO

Seja uma linha de transmissão cujos parâmetros distribuídos são l (H/Km), g (S/Km), r (Ω /Km) e c (F/Km). Subdividindo a linha de comprimento X (Km) em N_t trechos de comprimento $\Delta x = x/N_t$, cada trecho pode ser representado pelo modelo T de parâmetros concentrados (fig. III.1), tal que:

$$L = l \cdot \Delta x,$$

$$G = g \cdot \Delta x,$$

$$R = r \cdot \Delta x,$$

$$C = c \cdot \Delta x.$$

(III.1)

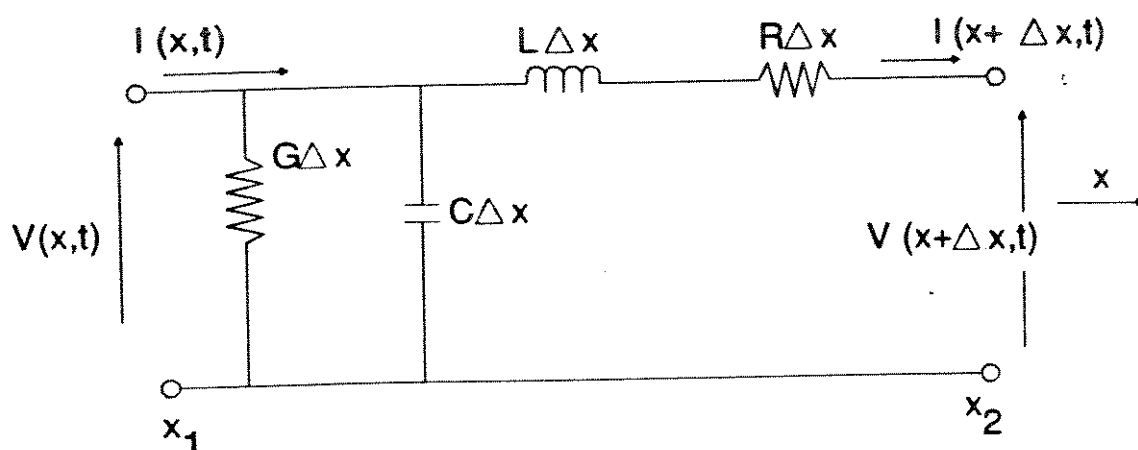


Fig. III.1 - Trecho de linha de comprimento Δx .

Aplicando as leis de Kirchhoff no circuito da fig. III.1, tem-se:

$$\frac{L}{R} \cdot \left[\frac{di_{in}}{dt} \right] + i_{in} = \frac{1}{R} \cdot [v_{in} - v_{out}] \quad (\text{III.2})$$

$$\frac{C}{G} \cdot \left[\frac{dv_{out}}{dt} \right] + v_{out} = \frac{1}{C} \cdot [i_{in} - i_{out}] \quad (\text{III.3})$$

Rearranjando as equações (III.2) e (III.3) temos:

$$\frac{di_{in}}{dt} = - \left[\frac{R}{L} \right] \cdot i_{in} + \frac{1}{L} \cdot [v_{in} - v_{out}] \quad (\text{III.4})$$

$$\frac{dv_{out}}{dt} = - \left[\frac{G}{C} \right] \cdot v_{out} + \frac{1}{C} \cdot [i_{in} - i_{out}] \quad (\text{III.5})$$

De acordo com [5], uma equação diferencial do tipo:

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot u$$

conduz a uma equação diferença do tipo:

$$\left[\frac{1-AT}{2} \right] \cdot x_{(k+1)} = \left[\frac{1+AT}{2} \right] \cdot x_{(k)} + \left[\frac{BT}{2} \right] \cdot \left[u_{(k)} + u_{(k+1)} \right] \quad (\text{III.6})$$

onde os índices (k) e (k+1) indicam o passo de simulação atual e posterior. Por analogia, as equações (III.4) e (III.5) conduzem às seguintes equações de simulação:

$$\left[1 + \frac{RT}{2L} \right] \cdot i_{in(k+1)} = \left[1 - \frac{RT}{2L} \right] \cdot i_{in(k)} + \left[\frac{T}{2L} \right] \cdot \left[v_{in(k)} - v_{out(k)} + \right. \\ \left. + v_{in(k+1)} - v_{out(k+1)} \right] \quad (\text{III.7})$$

$$\left[1 + \frac{GT}{2C} \right] \cdot v_{out(k+1)} = \left[1 - \frac{GT}{2C} \right] \cdot v_{out(k)} + \left[\frac{T}{2C} \right] \cdot \left[i_{in(k)} - i_{out(k)} + \right. \\ \left. + i_{in(k+1)} - i_{out(k+1)} \right] \quad (\text{III.8})$$

rearranjando (III.7) e (III.8) temos:

$$i_{in(k+1)} = \left[\frac{2L-RT}{2L+RT} \right] \cdot i_{in(k)} + \left[\frac{T}{2L+RT} \right] \left[v_{in(k)} - v_{out(k)} + v_{in(k+1)} + v_{out(k+1)} \right]$$

$$v_{out(k+1)} = \left[\frac{2C-6T}{2C+6T} \right] \cdot v_{out(k)} + \left[\frac{T}{2C+6T} \right] \left[i_{in(k)} - i_{out(k)} + i_{in(k+1)} + v_{out(k+1)} \right] \quad (III.10)$$

$$M_1 = \left[\frac{2L-RT}{2L+RT} \right] \quad M_2 = \left[\frac{T}{2L+RT} \right] \quad M_3 = \left[\frac{2C-6T}{2C+6T} \right] \quad M_4 = \left[\frac{T}{2C+6T} \right]$$

para cada trecho 'n' temos:

$$i_{in(k+1)} = M_1 \cdot i_{in(k)} + M_2 \cdot \left[v_{in(k)} - v_{out(k)} + v_{in(k+1)} - v_{out(k+1)} \right] \quad (III.11)$$

$$v_{out(k+1)} = M_3 \cdot v_{out(k)} + M_4 \cdot \left[i_{in(k)} - i_{out(k)} + i_{in(k+1)} - i_{out(k+1)} \right] \quad (III.12)$$

Sejam três trechos encadeados como a fig. III.2:

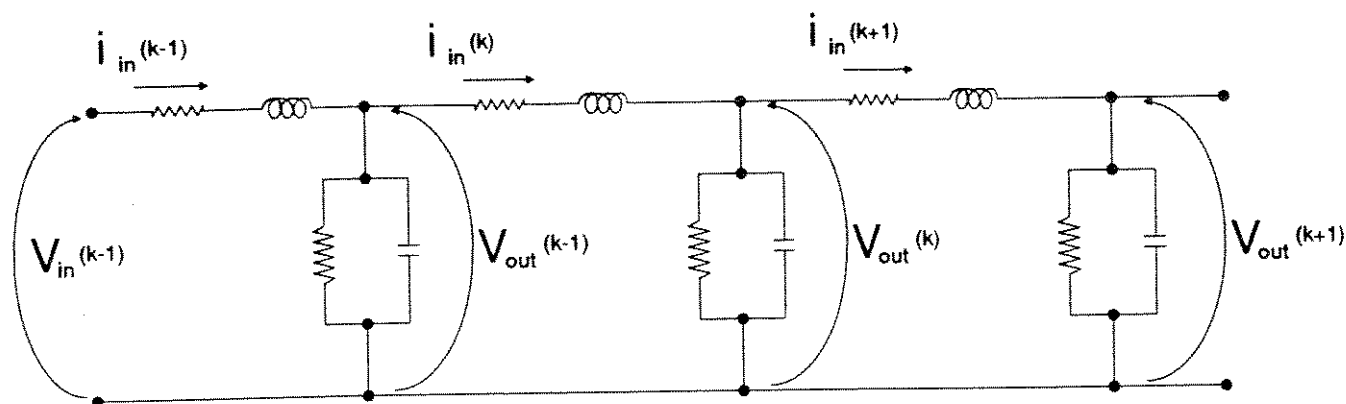


Fig. II.2 - Três trechos encadeados.

No circuito da fig. II.2 observa-se que:

$$v_{in}(n) = v_{out}(n-1) \quad e \quad (III.13)$$

$$i_{out}(n) = i_{in}(n+1) \quad (III.14)$$

Das relações acima, pode-se generalizar as equações (III.11) e III.12) para um bloco qualquer 'n'.

$$i_{in}(n) = M_1 \cdot i_{in}(n) + M_2 \cdot \left[v_{out}(n-1) - v_{out}(n) + v_{out}(n-1) - v_{out}(n) \right] \quad (III.15)$$

$$v_{out(k+1)}^{(n)} = M_3 \cdot v_{out(k)}^{(n)} + M_4 \cdot \left[i_{in(k)}^{(n)} - i_{in(k)}^{(n+1)} + i_{in(k+1)}^{(n)} - i_{in(k+1)}^{(n+1)} \right] \quad (III.16)$$

isolando $i_{in(k)}^{(n)}$ e $v_{out(k)}^{(n)}$ temos:

$$M_1 \cdot i_{in(k)}^{(n)} = i_{in(k+1)}^{(n)} - M_2 \cdot \left[v_{out(k)}^{(n-1)} - v_{out(k)}^{(n)} + v_{out(k+1)}^{(n-1)} - v_{out(k+1)}^{(n)} \right] \quad (III.17)$$

$$M_3 \cdot v_{out(k)}^{(n)} = v_{out(k+1)}^{(n)} - M_4 \cdot \left[i_{in(k)}^{(n)} - i_{in(k)}^{(n+1)} + i_{in(k+1)}^{(n)} - i_{in(k+1)}^{(n+1)} \right] \quad (III.18)$$

onde:

$$N_1 = \frac{1}{M_1} \quad N_2 = \frac{M_2}{M_1} \quad N_3 = \frac{1}{M_3} \quad N_4 = \frac{M_4}{M_3}$$

$$i_{in(k)}^{(n)} = N_1 \cdot i_{in(k+1)}^{(n)} - N_2 v_{out(k)}^{(n-1)} + N_2 v_{out(k)}^{(n)} - N_2 v_{out(k+1)}^{(n-1)} + N_2 v_{out(k+1)}^{(n)} \quad (III.19)$$

$$v_{out(k)}^{(n)} = N_3 v_{out(k+1)}^{(n)} - N_4 i_{in(k)}^{(n)} + N_4 i_{in(k)}^{(n+1)} - N_4 i_{in(k+1)}^{(n)} + N_4 i_{in(k+1)}^{(n+1)} \quad (III.20)$$

substituindo-se:

$v_{out} = v$ e $i_{in} = i$, temos:

$$i(n) = -N_2 v(n-1) + N_2 v(n) + N_1 i(n) - N_2 v(n-1) + N_2 v(n) \\ (k) \quad (k) \quad (k) \quad (k+1) \quad (k+1) \quad (k+1) \quad (k+1)$$

(III.21)

$$v(n) = -N_4 i(n) - N_4 i(n+1) + N_3 v(n) - N_4 i(n) + N_4 i(n+1) \\ (k) \quad (k) \quad (k) \quad (k+1) \quad (k+1) \quad (k+1) \quad (k+1)$$

(III.22)

onde:

v_0 = representa a excitação por tensão na extremidade esquerda da linha ;

$$\zeta = (N_3 + N_4 \cdot \varphi) ;$$

$$\varphi = i_{(k+1)} (N+1) ;$$

$$\rho = N_4 \cdot \delta ;$$

$$\delta = i_{(k)} (N+1) .$$

φ : representa uma função da corrente consumida na extremidade direita da linha, isto é, da equação (III.22).

V - SISTEMA DE ESTUDO - EXEMPLOS

V.1 - EXEMPLO Nº 01

Neste caso a representação da linha é feita com três trechos e fonte de tensão que é uma função do tempo, isto é, $v_o = f(t)$. A carga (R_L) é resistiva e colocada no final da linha (fig.IV.1).

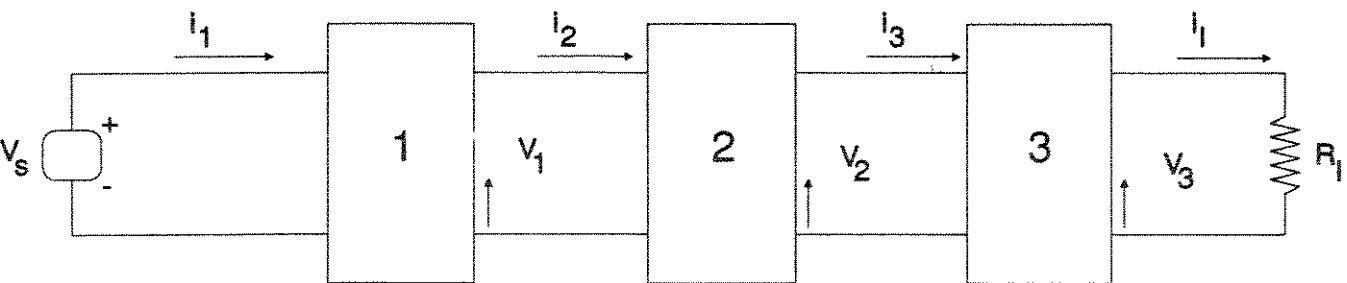


Fig.IV.1 - Diagrama de blocos do exemplo nº 01

CAPÍTULO IV

SISTEMA DE ESTUDO - EXEMPLOS

Para este sistema, vale a seguinte equação matricial de simulação:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} N_2 \cdot v_0 \\ \vdots \end{bmatrix}_{(k)} + \begin{bmatrix} i(1) \\ v(1) \\ i(2) \\ v(2) \\ i(3) \\ v(3) \end{bmatrix}_{(k)} = \begin{bmatrix} N_2 \cdot v_0 \\ \vdots \end{bmatrix}_{(k+1)} + \begin{bmatrix} i(1) \\ v(1) \\ i(2) \\ v(2) \\ i(3) \\ v(3) \end{bmatrix}_{(k+1)} \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & & & & \\ -N_4 & N_3 & N_4 & & & \\ & -N_2 & -N_1 & N_2 & & \\ & & -N_4 & N_3 & N_4 & \\ & & & -N_2 & N_1 & N_2 \\ & & & & -N_4 & \zeta \end{bmatrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} v(1) \\ i(1) \\ i(2) \\ v(2) \\ i(3) \\ v(3) \end{bmatrix}_{(k)} \begin{bmatrix} N_2 & & & & & \\ & -N_4 & -N_4 & & & \\ -N_2 & & N_2 & & & \\ & & -N_4 & -N_4 & & \\ & & & -N_2 & N_2 & \\ & & & & -N_4 & \rho \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

onde:

$$\zeta = (N_2 + N_4 \cdot \rho) ; \quad \rho = i_{(k+1)} \quad (4)$$

$$\rho = (N_4 \cdot \Delta) ; \quad \Delta = i_{(k)} \quad (4)$$

comparando com (III.23), $\rho = 1/R_L$; $\Delta = 1/R_L$.

V.2 - GERADOR DE IMPULSO

Simulações em laboratórios para ensaios de equipamentos de alta tensão são realizados com a utilização de geradores de tensões de magnitudes e formas diferentes. Para determinar as equações de simulação em função de v_g , v_D e i_g , considera-se o circuito da (fig. IV.2).

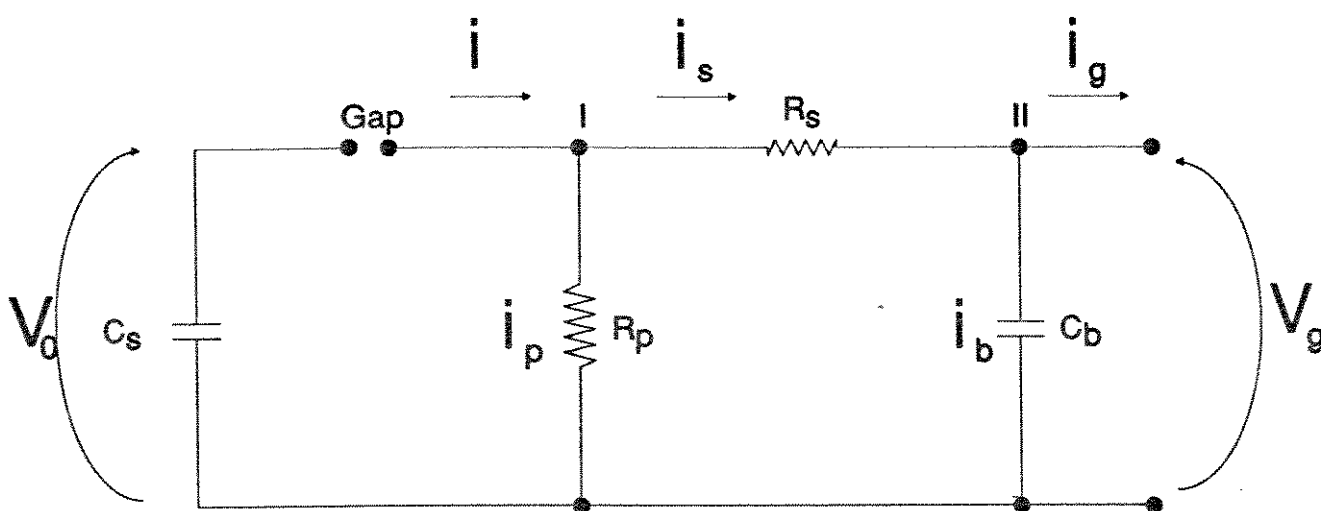


Fig. IV.2 - Gerador de impulso após a abertura de arco no Gap

Do circuito acima temos:

$$i = -C_s \cdot \frac{dv_D}{dt} \quad ; \quad (IV.24)$$

$$i_p = \frac{v_D}{R_p} \quad ; \quad (IV.25)$$

$$i_s = \frac{v_D - v_g}{R_s} \quad ; \quad (IV.26)$$

obtendo-se o somatório das correntes no nó I, tem-se:

$$i_s = i - i_p ; \quad (IV.27)$$

Substituindo-se as equações (IV.24), (IV.25), (IV.26) na equação (IV.27), segue-se:

$$\frac{v_0 - v_g}{R_s} = - C_s \cdot \frac{dv_0}{dt} - \frac{v_0}{R_p} \quad (IV.28)$$

Separando-se os termos em v_0 à direita e os termos em v_g à esquerda, segue-se:

$$C_s \cdot \dot{v}_0 + \frac{v_0}{R_p} + \frac{v_0}{R_s} = \frac{v_g}{R_s} \quad (IV.29)$$

$$\text{onde } \dot{v}_0 = \frac{dv_0}{dt} \quad (IV.30)$$

Manipulando os termos da equação (IV.29), pode-se escrever:

$$R_s \cdot R_p \cdot C_s \cdot \dot{v}_0 + (R_p + R_s) \cdot v_0 = R_p \cdot v_g ; \quad (IV.31)$$

ou ainda:

$$\left[\frac{R_s \cdot R_p}{R_s + R_p} \right] \cdot C_s \cdot \dot{v}_o + v_o = \left[\frac{R_p}{R_s + R_p} \right] \cdot v_g \quad (\text{IV.32})$$

Para obter a segunda equação de simulação, toma-se a corrente

i_b :

$$i_b = C_b \cdot \frac{dv_g}{dt} \quad ; \quad (\text{IV.33})$$

Tomando o somatório das correntes no nó II, tem-se:

$$i_g = i_s - i_b \quad ; \quad (\text{IV.34})$$

Substituindo-se as equações (IV.26) e (IV.33) na equação (IV.34), temos:

$$i_g = \left[\frac{v_o - v_g}{R_s} \right] - C_b \left[\frac{dv_g}{dt} \right] \quad ; \quad (\text{IV.35})$$

ou ainda,

$$R_s \cdot C_b \cdot \dot{v}_g + v_g = v_o - R_s \cdot i_g \quad (\text{IV.36})$$

onde:

$$v_g = \frac{dv_g}{dt} \quad (\text{IV.37})$$

As equações (IV.32) e (IV.36) podem ser reescritas da seguinte forma:

$$P_1 \cdot v_0 + v_0 = P_2 \cdot v_g \quad (\text{IV.38})$$

$$P_3 \cdot v_g + v_g = v_0 - R_s \cdot i_g \quad (\text{IV.39})$$

onde:

$$P_1 = \left[\frac{R_s \cdot R_p}{R_s + R_p} \right] \cdot C_s ; \quad (\text{IV.40})$$

$$P_2 = \left[\frac{R_p}{R_s + R_p} \right] ; \quad (\text{IV.41})$$

$$P_3 = R_s \cdot C_b ; \quad (\text{IV.42})$$

rearranjando (IV.38) e (IV.39) na forma:

$\dot{x} = A.x + B.u$, temos,

$$\dot{v}_0 = -\left[\frac{1}{P_1}\right] \cdot v_0 + \left[\frac{P_2}{P_1}\right] \cdot v_g \quad (\text{IV.43})$$

$$\dot{v}_g = -\left[\frac{1}{P_3}\right] \cdot v_g + \left[\frac{1}{P_3}\right] \cdot [v_0 - R_s \cdot i_g] \quad (\text{IV.44})$$

Nota-se que as equações (IV.43) e (IV.44) são equações diferenciais lineares de primeira ordem. A equação desenvolvida para a simulação no método trapezoidal segue-se abaixo:

$$\left[1 - \frac{AT}{2}\right] x_{(k+1)} = \left[1 + \frac{AT}{2}\right] x_{(k)} + \frac{BT}{2} [u_{(k)} + u_{(k+1)}] \quad (\text{IV.45})$$

$$x_{(k+1)} = \left[\frac{2 - AT}{2 + AT}\right] x_{(k)} + \left[\frac{BT}{2 + AT}\right] [u_{(k)} + u_{(k+1)}] \quad (\text{IV.46})$$

$$v_{0(k+1)} = \left[\frac{2 - (1/P_1)T}{2 + (1/P_1)T}\right] \cdot v_{0(k)} + \left[\frac{(P_2/P_1)T}{2 + (1/P_1)T}\right] [v_{g(k)} + v_{g(k+1)}] \quad (\text{IV.47})$$

$$v_{g(k+1)} = \left[\frac{2 - (1/P_3)T}{2 + (1/P_3)T} \right] \cdot v_{g(k)} + \left[\frac{(1/P_3)T}{2 + (1/P_3)T} \right] \left[v_{0(k)} - R_s \cdot i_{g(k)} + \right. \\ \left. + v_{0(k+1)} - R_s \cdot i_{g(k+1)} \right] \quad (\text{IV.48})$$

$$v_{0(k+1)} = P_4 \cdot v_{0(k)} + P_5 \cdot \left[v_{g(k)} + v_{g(k+1)} \right] \quad (\text{IV.49})$$

$$v_{g(k+1)} = P_6 \cdot v_{g(k)} + P_7 \cdot \left[v_{0(k)} - R_s \cdot i_{g(k)} + v_{0(k+1)} - R_s \cdot i_{g(k+1)} \right] \quad (\text{IV.50})$$

Rearranjando as equações (IV.49) e (IV.50) temos:

$$v_{0(k)} = \frac{1}{P_4} \cdot v_{0(k+1)} - \frac{P_5}{P_4} \cdot v_{g(k)} - \frac{P_5}{P_4} \cdot v_{g(k+1)} \quad (\text{IV.51})$$

$$v_{g(k)} = \frac{1}{P_6} \cdot v_{g(k+1)} - \frac{P_7}{P_6} \cdot v_{0(k)} + \frac{P_7}{P_6} \cdot R_s \cdot i_{g(k)} - \frac{P_7}{P_6} \cdot v_{0(k+1)} + \\ + \frac{P_7}{P_6} \cdot R_s \cdot i_{g(k+1)} \quad (\text{IV.52})$$

onde $\frac{1}{P_4} = J_1$; $-\frac{P_5}{P_4} = J_2$; $\frac{1}{P_6} = J_3$; $\frac{P_7}{P_6} = J_4$; $J_4 \cdot R_5 = J_5$;

rearrmando (IV.51) e (IV.52) temos:

$$v_{0(k)} = J_1 \cdot v_{0(k+1)} + J_2 \cdot v_{g(k)} + J_2 \cdot v_{g(k+1)} \quad (\text{IV.53})$$

$$v_{g(k)} = J_3 \cdot v_{g(k+1)} - J_4 \cdot v_{0(k)} + J_5 \cdot i_{g(k)} - J_4 \cdot v_{0(k+1)} + J_5 \cdot i_{g(k+1)} \quad (\text{IV.54})$$

Logo a equação matricial fica como a seguir:

$$\begin{bmatrix} J_1 & J_2 & \\ -J_4 & J_3 & J_5 \\ & 1 & \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_0 \\ v_g \\ i_g \end{bmatrix}_{(k+1)} + \begin{bmatrix} J_2 & & \\ & -J_4 & J_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_g \\ v_0 \\ i_g \end{bmatrix}_{(k)} = \begin{bmatrix} v_0 \\ v_g \\ 0 \end{bmatrix}_{(k)} \quad (\text{IV.55})$$

IV.2.1 - EXEMPLO Nº 02

Seja o gerador de impulsos, equacionado acima, com uma carga resistiva acoplada, onde a equação que representa a dinâmica do resistor é dada por:

$$v_g = R_L \cdot i_g \quad v_g - R_L \cdot i_g = 0 ; \text{ nota-se que } \phi = -R_L$$

$$\begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ -J_4 & J_3 & J_5 \\ & 1 & -R_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_0 \\ v_g \\ i_g \end{bmatrix}_{(k+1)} + \begin{bmatrix} J_2 \\ -J_4 & J_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_g \\ v_0 \\ i_g \end{bmatrix}_{(k)} = \begin{bmatrix} v_0 \\ v_g \\ 0 \end{bmatrix}_{(k)} \quad (\text{IV.56})$$

IV.3 - GERADOR DE IMPULSOS EM UM PONTO QUALQUER DA LINHA

Neste ítem é desenvolvida a equação matricial de simulação para um sistema tal que o gerador de impulsos esteja localizado em um ponto qualquer da linha de transmissão. Seja a representação dos elementos do sistema dada na figura IV.2:

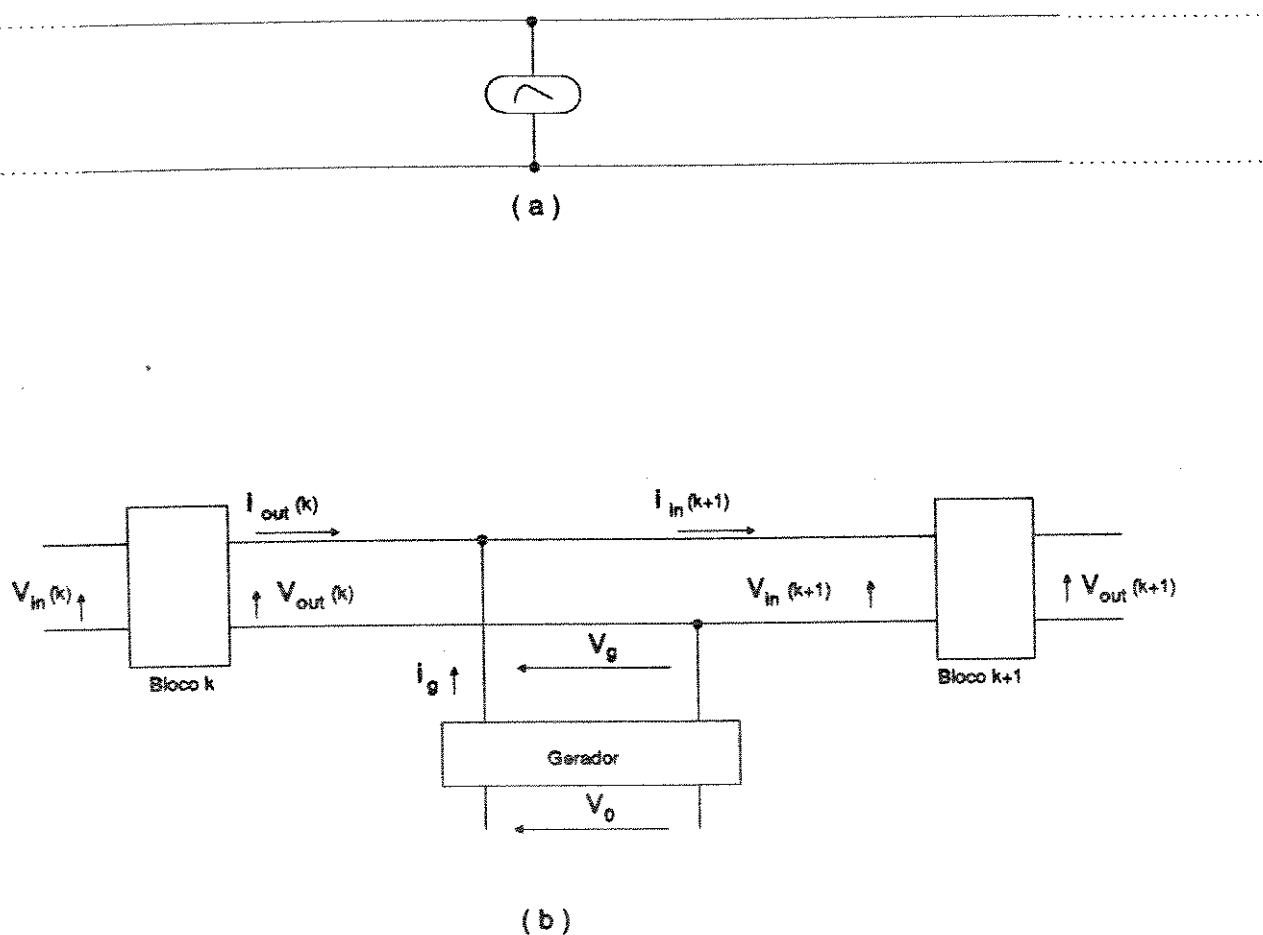


Fig.IV.3 - Gerador de impulsos conectado em um ponto qualquer da L.T

(a) Diagrama Esquemático;

(b) Diagrama de Blocos.

As equações de simulação para o bloco genérico (n) são dadas

por:

$$i_{(k)}^{(n)} = -N_2 \cdot v_{(k)}^{(n-1)} + N_2 \cdot v_{(k)}^{(n)} + N_1 \cdot i_{(k+1)}^{(n)} - N_2 \cdot v_{(k+1)}^{(n-1)} + N_2 \cdot v_{(k+1)}^{(n)} \quad (\text{IV.57})$$

$$v_{(k)}^{(n)} = -N_4 \cdot i_{(k)}^{(n)} - N_4 \cdot i_{(k)}^{(n+1)} + N_3 \cdot v_{(k+1)}^{(n)} - N_4 \cdot i_{(k+1)}^{(n)} + N_4 \cdot i_{(k+1)}^{(n+1)} \quad (\text{IV.58})$$

Da mesma forma, as equações de simulação para o bloco (n+1)

são dadas por:

$$i_{(k)}^{(n+1)} = -N_2 \cdot v_{(k)}^{(n)} + N_2 \cdot v_{(k)}^{(n+1)} + N_1 \cdot i_{(k+1)}^{(n+1)} - N_2 \cdot v_{(k+1)}^{(n)} + N_2 \cdot v_{(k+1)}^{(n+1)} \quad (\text{IV.59})$$

$$v_{(k)}^{(n+1)} = -N_4 \cdot i_{(k)}^{(n+1)} - N_4 \cdot i_{(k)}^{(n+2)} + N_3 \cdot v_{(k+1)}^{(n+1)} - N_4 \cdot i_{(k+1)}^{(n+1)} + N_4 \cdot i_{(k+1)}^{(n+2)} \quad (\text{IV.60})$$

Equacionando-se as tensões e correntes no nó de conexão,

obtem-se:

$$v_{\text{out}}^{(n)} = v_{\text{in}}^{(n+1)} = v_g ; \quad (\text{IV.61})$$

$$i_{\text{out}}^{(n)} = i_{\text{in}}^{(n+1)} - i_g ; \quad (\text{IV.62})$$

Uma vez que as relações acima devem valer para todos os passos de simulação, pode-se escrever:

$$v_{out(n)} = v_{in(n+1)} = v_{g(k)} \quad (IV.63)$$

$$i_{out(n)} = i_{in(n+1)} - i_{g(k)} \quad (IV.64)$$

Utilizando-se as relações acima, pode-se reescrever as equações para o trecho (n).

$$i_{in(n)} = -N_2 \cdot v_{out(n-1)} + N_2 \cdot v_{g(k)} + N_1 \cdot i_{in(n)} - N_2 \cdot v_{out(n-1)} + N_2 \cdot v_{g(k+1)} \quad (IV.65)$$

$$v_{out(n)} = -N_4 \cdot i_{in(n)} - N_4 \cdot [i_{in(n+1)} - i_{g(k)}] + N_3 \cdot v_{g(k+1)} - N_4 \cdot i_{in(n)} +$$

$$+ N_4 \cdot [i_{in(n+1)} - i_{g(k)}] \quad (IV.66)$$

E para o trecho (n+1), temos:

$$i_{in(k)} = -N_2 \cdot v_{out(k)} + N_2 \cdot v_{g(k)} + N_1 \cdot i_{in(k+1)} - N_2 \cdot v_{out(k+1)} + N_2 \cdot v_{g(k+1)} \quad (IV.67)$$

$$v_{out(k)} = -N_4 \cdot i_{in(k)} - N_4 \cdot [i_{in(n+2)} - i_g] + N_3 \cdot v_{g(k+1)} - N_4 \cdot i_{in(k+1)} + N_4 \cdot [i_{in(n+2)} - i_g] \quad (IV.68)$$

IV.3.1 - EXEMPLO Nº 03

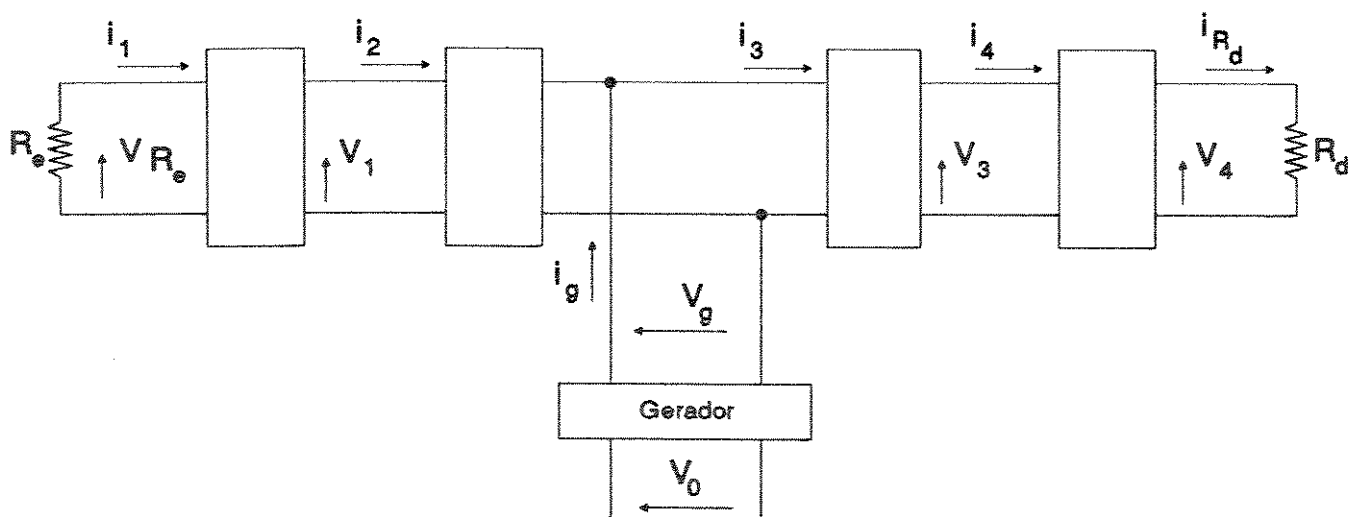


Fig. IV.4 Diagrama em Blocos do Exemplo 03

Seja uma linha representada por 4 (quatro) trechos, com as extremidades conectadas à resistências R_E (esquerda) e R_D (direita). Se um gerador de impulsos é colocado no meio da linha, a equação matricial de simulação do sistema pode ser escrita como segue:

$$\begin{bmatrix} J_1 & J_2 & & & & & & & & & \\ -J_4 & J_3 & J_5 & & & & & & & & \\ & N_3 & -N_4 & & & & & & & & \\ & & & 1 & -R_E & & & & & & \\ & & & -N_2 & N_1 & N_2 & & & & & \\ & & & & -N_4 & N_3 & N_4 & & & & \\ & & & & & -N_2 & N_1 & & & & \\ & N_2 & & & & & & N_1 & N_2 & & \\ -N_2 & & & & & & & -N_4 & & & \\ N_3 & -N_4 & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & N_2 & N_1 & N_2 \\ & & & & & & & & -N_4 & N_3 & N_4 \\ & & & & & & & & & -\frac{1}{R_D} & 1 \\ & & & & & & & & & & N_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_0 \\ v_g \\ i_g \\ v_e \\ i_1 \\ v_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ v_3 \\ i_4 \\ v_4 \\ i_d \end{bmatrix} + \dots$$

(k+1)

IV.4 - CENTELHADOR

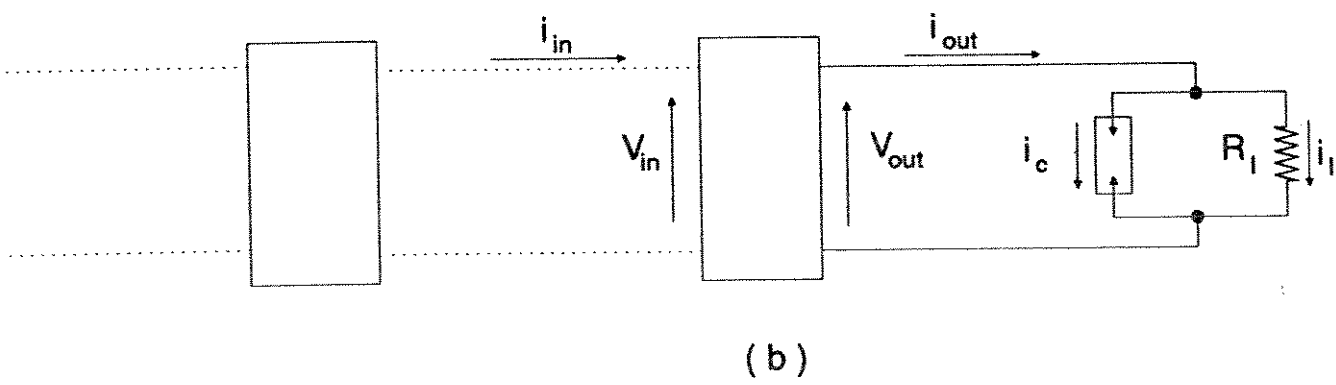
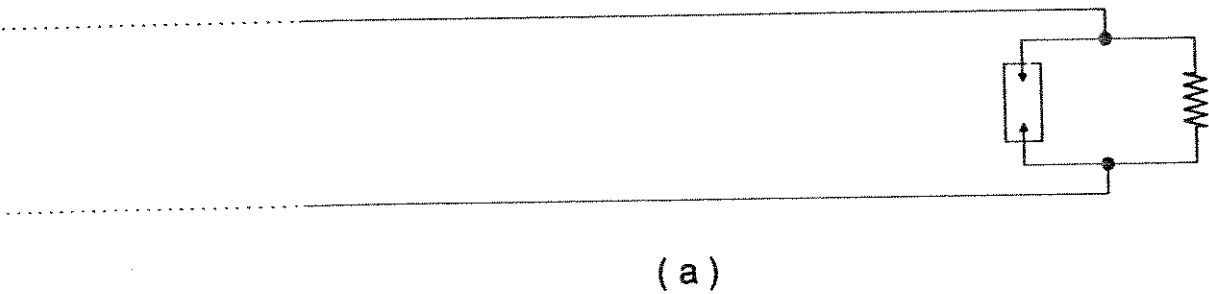


Fig. IV.5 - Centelhador em uma extremidade da L.T.

se $V_{out} < V_d$, então $i_c = 0$

$$\text{se } V_{out} \geq V_d \text{ e } i_c > i_{min}, \text{ então } i_c = \frac{V_{out}^5}{R_o V_d^4} \quad (\text{IV.69})$$

V_d = tensão de disparo do centelhador

i_c = corrente do centelhador

i_{min} = corrente mínima de manutenção de arco

R_o = resistência inicial de arco do centelhador

Como já foi visto, para o último trecho da linha vale a seguinte relação :

$$\frac{C}{G} \cdot \frac{dV_{out}}{dt} + V_{out} = \frac{i_{in} - i_{out}}{G} \quad (\text{IV.70})$$

Por outro lado,

se $i_c = 0$, então $i_{out} = i_L$

$$\text{se } i_c = 0, \text{ então } i_{out} = i_L + \frac{V_{out}^5}{R_o V_d^4} \quad (\text{IV.71})$$

$$\frac{dV_{out}}{dt} = S_1 - V_{out} - S_2 \cdot V_{out}^* + f(t) \quad (IV.73)$$

onde :

$$S_1 = -\frac{G}{C} ; \quad S_2 = \frac{1}{C \cdot R_o \cdot V_d^*} ; \quad f(t) = \frac{i_{in} - i_L}{C} \quad (IV.74)$$

$$\frac{d^2 V_{out}}{dt^2} = \left[S_1 + 5 \cdot S_2 \cdot V_{out}^* \right] \cdot V_{out} + f(t) \quad (IV.75)$$

$$\frac{d^2 V_{out}}{dt^2} = J \cdot V_{out} + f(t) \quad \text{onde } J : \text{ Jacobiano} \quad (IV.76)$$

$$J = S_1 + 5S_2 \cdot V_{out}^*$$

Como já deduzida em [50], a equação de simulação para a equação diferencial do tipo da equação acima, isto é, se um sistema é descrito como segue:

$$\ddot{x} = J \cdot \dot{x} + \frac{\partial f}{\partial t} ; \quad (IV.77)$$

sua equação de simulação pode ser dada por :

$$x_{(k+1)} = x_{(k)} + J_{(k)}^{-1} \cdot \left[e^{J_{(k)} \cdot \Delta t} - 1 \right] \cdot \dot{x}_{(k)} +$$

$$+ J_{(k)}^{-1} \cdot \left[e^{J_{(k)} \cdot \Delta t} - \Delta t \cdot J_{(k)} - 1 \right] \cdot \dot{f}_{(k)} \quad (\text{IV.78})$$

logo por analogia às equações acima obtém-se a equação para simulação do centelhador :

$$V_{out_{(k+1)}} = V_{out_{(k)}} + J_{(k)}^{-1} \cdot \left[e^{J_{(k)} \cdot \Delta t} - 1 \right] \cdot V_{out_{(k)}} + J_{(k)}^{-1} \cdot \left[e^{J_{(k)} \cdot \Delta t} - \Delta t \cdot J_{(k)} - 1 \right] \cdot \dot{f}_{(k)} \quad (\text{IV.79})$$

onde :

$$J_{(k)} = S_1 + SS_2 V_{out_{(k)}}^4$$

$$\dot{f}_{(k)} = \frac{f(t)_{(k)} - f(t)_{(k-1)}}{\Delta t} \quad (\text{IV.80})$$

$$\dot{V}_{out_{(k)}} = S_1 \cdot V_{out_{(k)}} + S_2 \cdot V_{out_{(k)}}^3 + f_{(k)} \quad (\text{IV.81})$$

$$f_{(k)} = \frac{i_{in_{(k)}} - i_{L_{(k)}}}{C} \quad (\text{IV.82})$$

IV.4.1 . EXEMPLO Nº 04

No caso de uma linha ser representada por três trechos, com um centelhador conectado na extremidade direita, a equação matricial de simulação será dada pela equação enquanto o centelhador permanecer inativo.

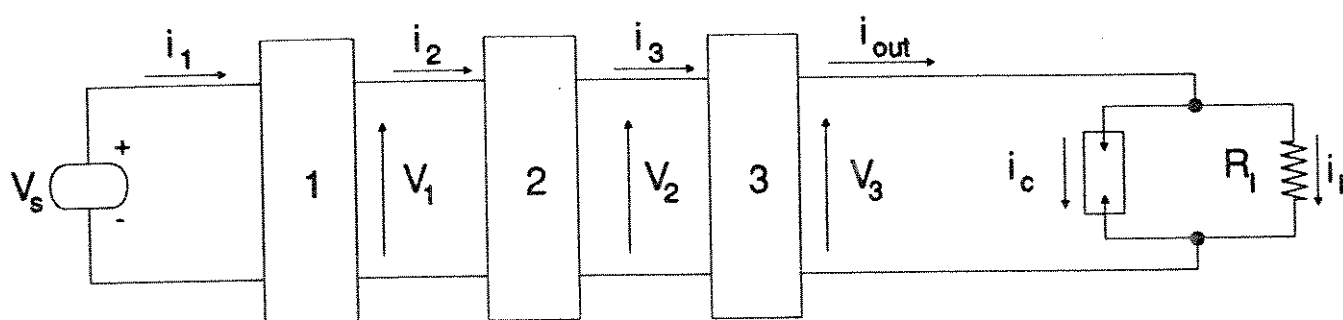


Fig. IV.6 - Diagrama em blocos do centelhador na extremidade L.T.

$$\begin{bmatrix} N_2 \cdot v_s \end{bmatrix}_{(k)} + \begin{bmatrix} i(1) \\ v(1) \\ i(2) \\ v(2) \\ i(3) \\ \xi \end{bmatrix}_{(k)} = \begin{bmatrix} N_2 \cdot v_s \end{bmatrix}_{(k+1)} + \begin{bmatrix} i(1) \\ v(1) \\ i(2) \\ v(2) \\ i(3) \\ v(3) \end{bmatrix}_{(k+1)} \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & & & & \\ -N_4 & N_3 & N_4 & & & \\ & -N_2 & -N_1 & N_2 & & \\ & & -N_4 & N_3 & N_4 & \\ & & & -N_2 & N_1 & N_2 \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} v(1) \\ i(1) \\ i(2) \\ v(2) \\ i(3) \\ v(3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_2 & & & & & \\ & -N_4 & -N_4 & & & \\ & & & N_2 & & \\ -N_2 & & & & -N_4 & \\ & & -N_4 & & & \\ & & & -N_2 & & N_2 \\ & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \xi &= v_{3(k)} + J_{(k)}^{-1} \cdot \left[e^{J_{(k)} \cdot \Delta t} - 1 \right] \cdot v_{3(k)} + \\ &+ J_{(k)}^{-1} \cdot \left[e^{J_{(k)} \cdot \Delta t} - \Delta t \cdot J_{(k)} - 1 \right] \cdot f_{(k)} \end{aligned} \quad (\text{IV.83})$$

$$J_{(k)} = S_1 + S_2 \cdot v_{3(k)}^* \quad (\text{IV.84})$$

$$v_{3(k)} = S_1 \cdot v_{3(k)} + S_2 \cdot v_{3(k)}^* + f_{(k)} \quad (\text{IV.85})$$

$$f_{(k)} = \frac{i_{3(k)} - i_{L(k)}}{C} \quad (\text{IV.86})$$

$$\dot{f}_{(k)} = \frac{f(t)_{(k)} - f(t)_{(k-1)}}{\Delta t} \quad e^{i_{L(k)}} = \frac{v_{3(k)}}{R_L} \quad (\text{IV.87})$$

Deste modo nota-se que a simulação deste sistema, é necessário trabalhar com duas equações matriciais : uma válida enquanto o centelhador está inativo e outra, válida enquanto o centelhador estiver ativo.

CAPÍTULO V

PROGRAMA COMPUTACIONAL

V - PROGRAMA COMPUTACIONAL

V.1 - INTRODUÇÃO

Utilizando as técnicas e expressões desenvolvidas nos capítulos III e IV, implementamos um programa digital simulador de linhas de transmissão, o qual denomina-se SIMLINE.

Este capítulo objetiva apresentar o algoritmo implementado, bem como algumas das características do programa SIMLINE.

Como forma de validar os resultados obtidos com o simulador SIMLINE, utilizamos os resultados obtidos com o simulador SLA para comparações e validações [50].

Objetivando caracterizar o desempenho do simulador SIMLINE, são mostrados estudos sobre o tempo computacional necessário nas simulações e sua relação com o número de trechos utilizados para a representação da linha.

Para ilustrar algumas das aplicações possíveis de serem realizadas com programa SIMLINE, apresentamos um caso de configuração possível.

V.2 - CARACTERÍSTICAS GERAIS DO SIMULADOR SIMLINE

Desenvolvido para micro-computadores do tipo PC, o simulador SIMLINE possui duas versões quanto à utilização ou não de um co-processador aritmético.

Programado em Turbo Pascal, v.5.5, o programa SIMLINE é do tipo conversacional e é provido de recursos gráficos que permitem o ajuste de escalas, automática ou manualmente, a qualquer momento da simulação.

O programa SIMLINE é capaz de mostrar a resposta temporal da tensão e corrente em diversos pontos do sistema ao mesmo tempo.

O item seguinte descreve o algoritmo implementado.

V.3 - ALGORITMO E DIAGRAMA DE BLOCOS

O algoritmo básico consiste em determinar o estado do sistema pela solução de um sistema linear de equações algébricas do tipo :

$$A. \bar{V}_{(n)} = \bar{V}_{(n-1)}$$

onde :

- $\bar{V}_{(n)}$ - vetor de tensões e correntes a serem determinadas a cada passo de simulação;
- A - matriz real simétrica, característica do sistema ;
- $\bar{V}_{(n-1)}$ - vetor conhecido e determinado pelas funções de excitação no instante t e do estado do sistema nos passos anteriores ("história" da simulação);

Uma vez que poucos elementos de A são diferentes de zero, técnicas esparsidade com eliminação ordenada de maneira ótima são utilizadas para triangularizar A e executar uma solução repetida a cada passo de simulação. A fig. V.1 mostra o fluxograma do programa SIMLINE.

No fluxograma da fig. V.1 tem-se as seguintes convenções :

- t - tempo;
- ch - variável de controle de abertura de arco no centelhador ;
- V_c - tensão entre os bornes do centelhador;
- V_d - tensão de abertura de arco no centelhador;
- i_c - corrente através do centelhador;
- i_{min} - corrente mínima de manutenção de arco no centelhador;
- Δt - passo de integração no tempo;
- R_o - resistência do centelhador na abertura de arco;
- C - capacitância de um trecho;
- S_z - constante

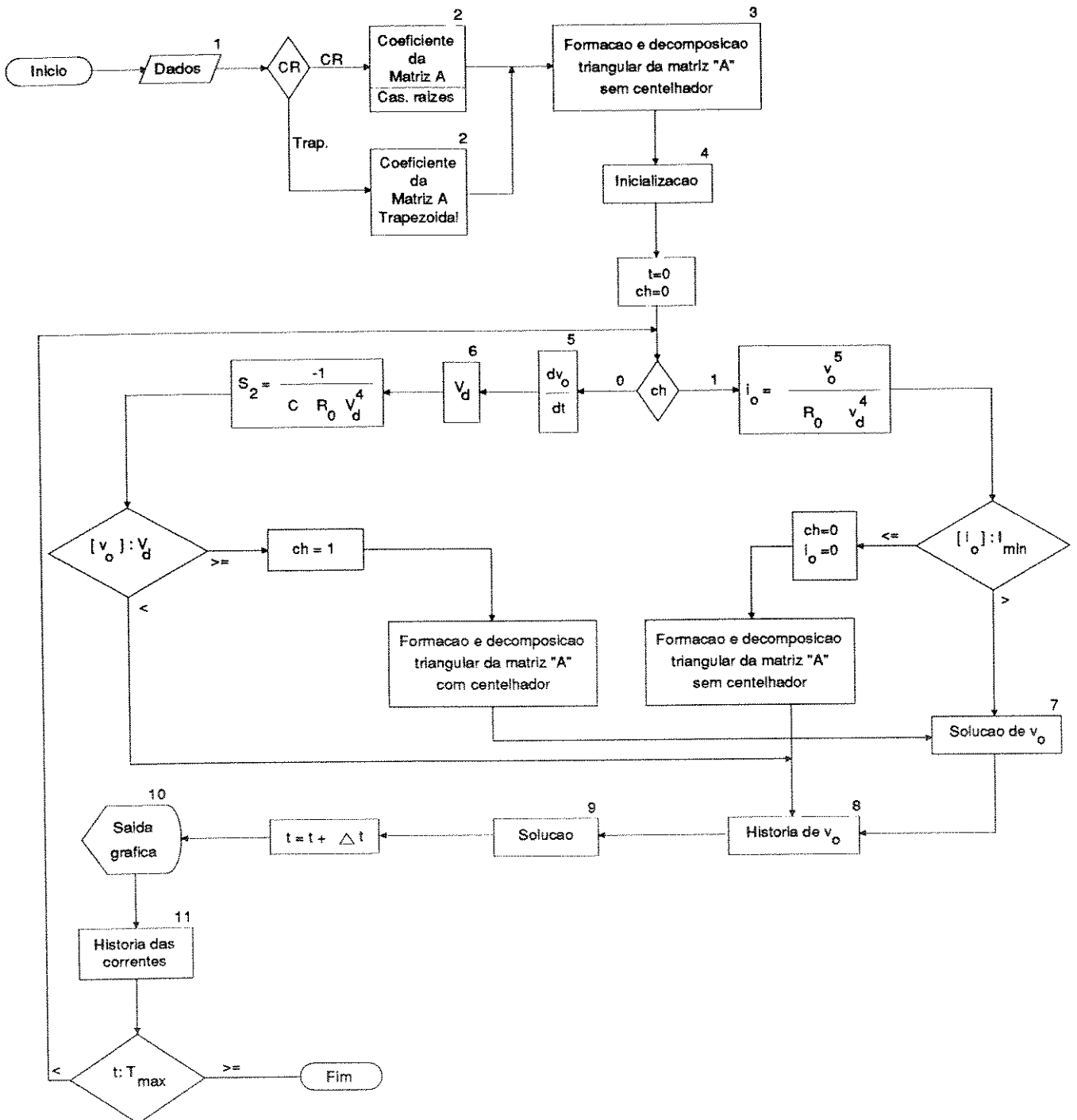


Fig. V.1 - Fluxograma Programa SIMLINE

DESCRIÇÃO DOS BLOCOS NUMERADOS

1. Leitura de Dados :

- configuração do sistema;
- parâmetros distribuídos da linha e/ou derivação;
- parâmetros da fonte de tensão ou gerador de impulsos;
- parâmetros do centelhador;
- Δx ;
- Δt .

2.1 - Cálculo dos coeficientes da Matriz A [50]

(Método Casamento de Raízes)

- para linha e derivação:
equações V.1, V.8, V.9, V.10, V.11 e V.22.
- para o gerador de impulsos :
equações V.44, V.45, V.46, V.52 e V.56.
- para o centelhador :
equações V.94 e V.95.

2.2 - Cálculo dos coeficientes da Matriz A

(Método Trapezoidal)

- Utiliza-se das equações das configurações do capítulo IV.

3. - Neste bloco :

- de acordo com a posição do elemento na matriz, formar o armazenamento compacto dos coeficientes gerados no bloco 2.
- subrotina de Simulação e Ordenação (Apêndice 1).
- subrotina Redução (Apêndice 2).

- 4. - Estabelecer as condições iniciais de carregamento da linha no vetor $\bar{V}$.
- 5. - Cálculo da taxa de crescimento da tensão nos bornes do centelhador.
- 6. - Através do resultado do bloco 5, calcular a tensão V_d através da curva tensão de disparo do centelhador a gás em função do crescimento da onda de tensão.
- 7. - Calcular a tensão no centelhador (IV.79)
- 8. - Memorizar a tensão no centelhador.
- 9. - Subrotina Solução (Apêndice 3).
- 10. - Saída gráfica : tensão e corrente em pontos selecionados.
- 11. - Memorizar as correntes necessárias na utilização da fórmula (IV.80).

CAPÍTULO VI

SIMULAÇÃO

VI - SIMULAÇÃO

VI.1 - MÉTODO TRAPEZOIDAL X MÉTODO CASAMENTO DE RAÍZES

Neste item será analisado um caso de Linha de Transmissão para um Sistema de Potência [5] .

Os dados da linha de transmissão assim como os dados dos elementos que a compõe seguem-se abaixo:

$$L = 1 \text{ mH/Km}$$

$$C = 11.11 \text{ nF/Km}$$

$$r = 50. \text{ m}\Omega/\text{Km}$$

$$g = 556 \text{ nS/Km}$$

O comprimento da linha de transmissão é de 2.000 metros sendo que a parte de tensão, que gera um pulso quadrado de amplitude 20[kV] e duração de 20 micro segundos, está acoplada à metade da linha, sendo que na extremidade esquerda a linha se encontra aberta e à direita encontra-se um transformador, que é modelado por um capacitor, protegido por um para-raio com asseguintes características :

modelo linearizado

resistência antes da atuação $2\text{ M}\Omega$

resistência durante a atuação $4,5\ \Omega$

tensão de abertura do arco 55 kV

corrente mínima de manutenção do arco 100 mA .

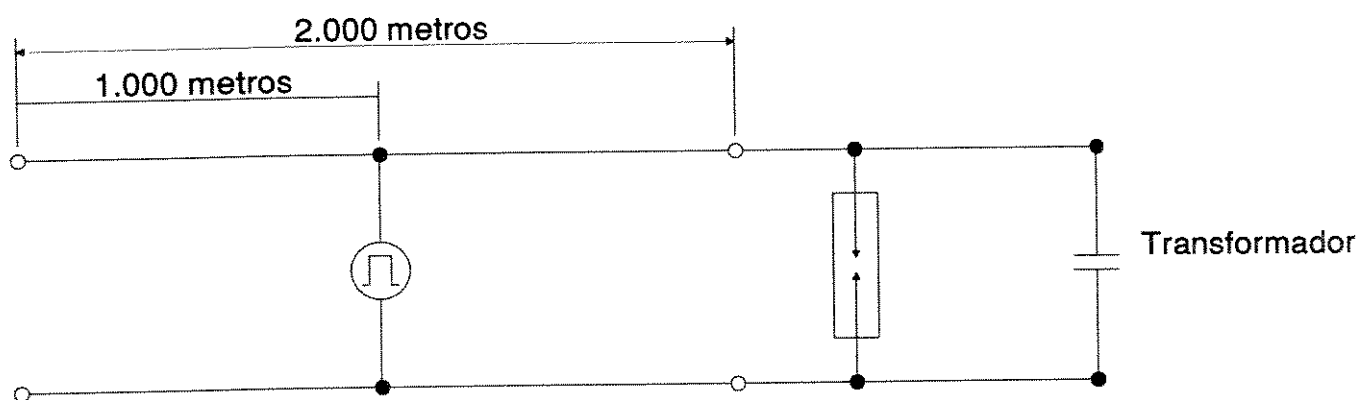
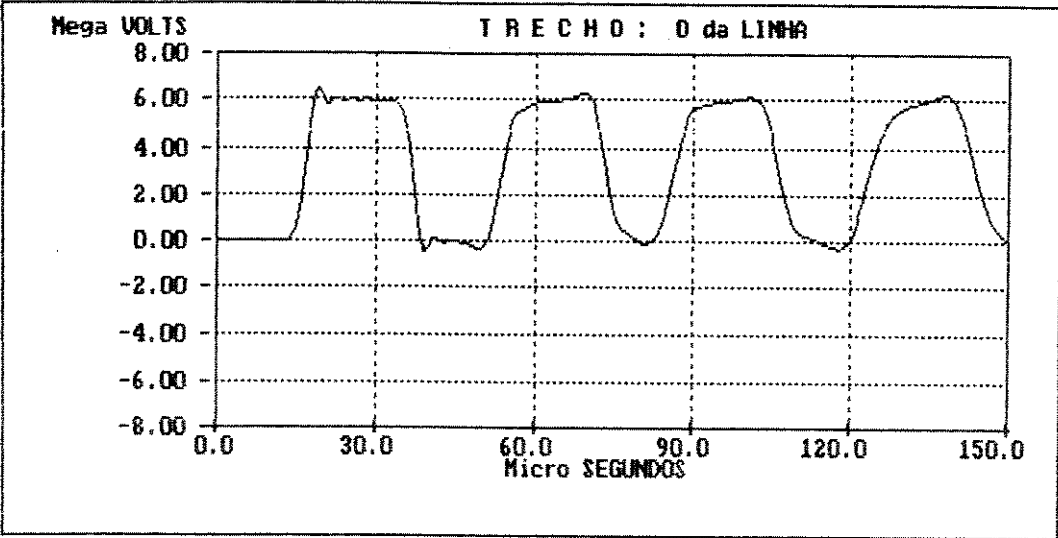


Fig. VI.1 - Sistema Utilizado para o Exemplo

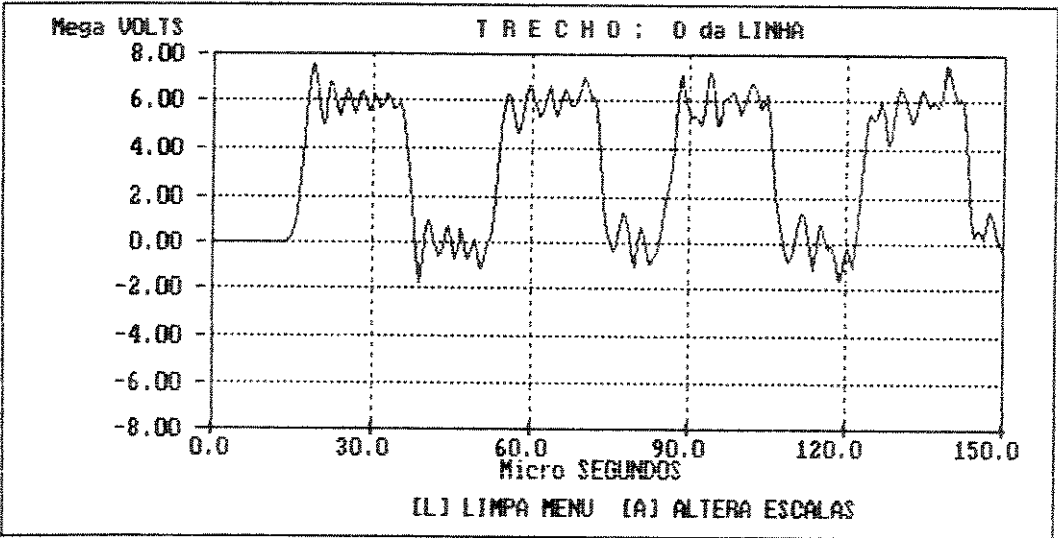
Para as figuras a seguir estabelecemos trecho 0 a extremidade esquerda da linha . Trecho 25 no ponto central e finalmente trecho 50 o último trecho na parte direita da fig.VI-1.

VI.1.1 - RESULTADOS

VI.1.A - TENSÃO NO TRECHO 0 EM AMBOS OS MÉTODOS, CENTELHADORES INATIVO

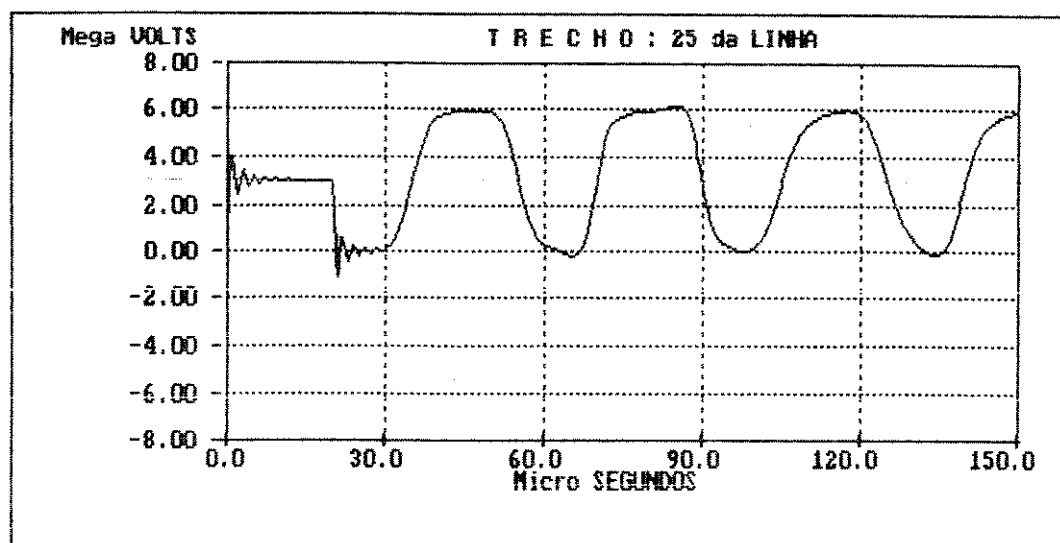


Método Casamento de Raízes

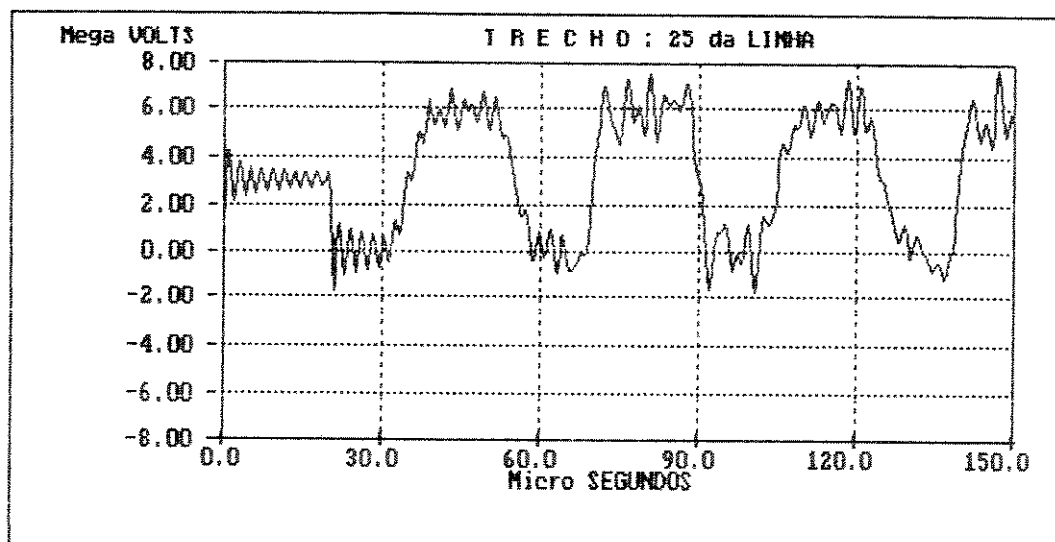


Método Trapezoidal

VI.1.B - TENSÃO NO TRECHO 25 - AMBOS OS MÉTODOS - CENTELHADOR INATIVO

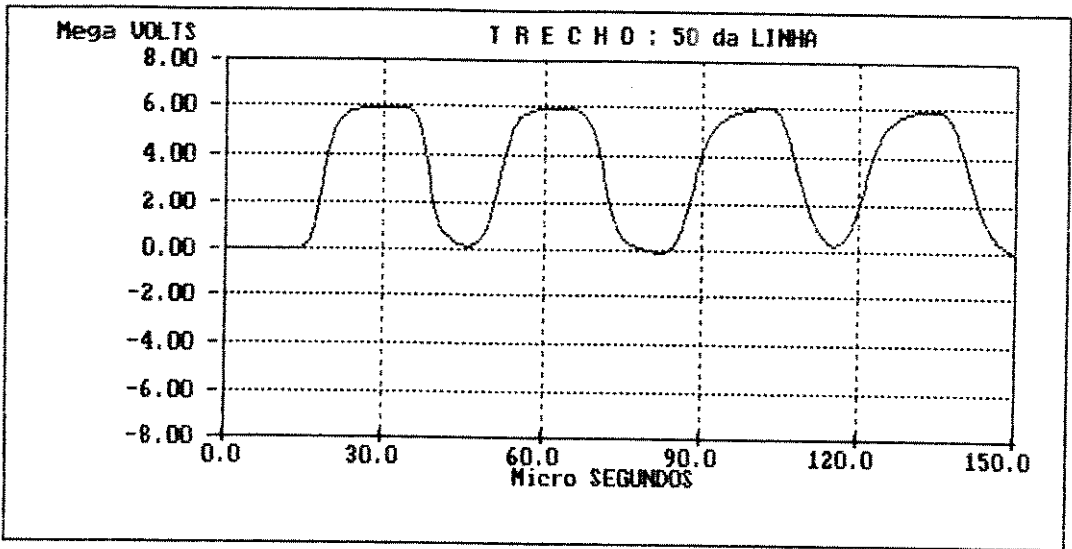


Método Casamento de Raízes

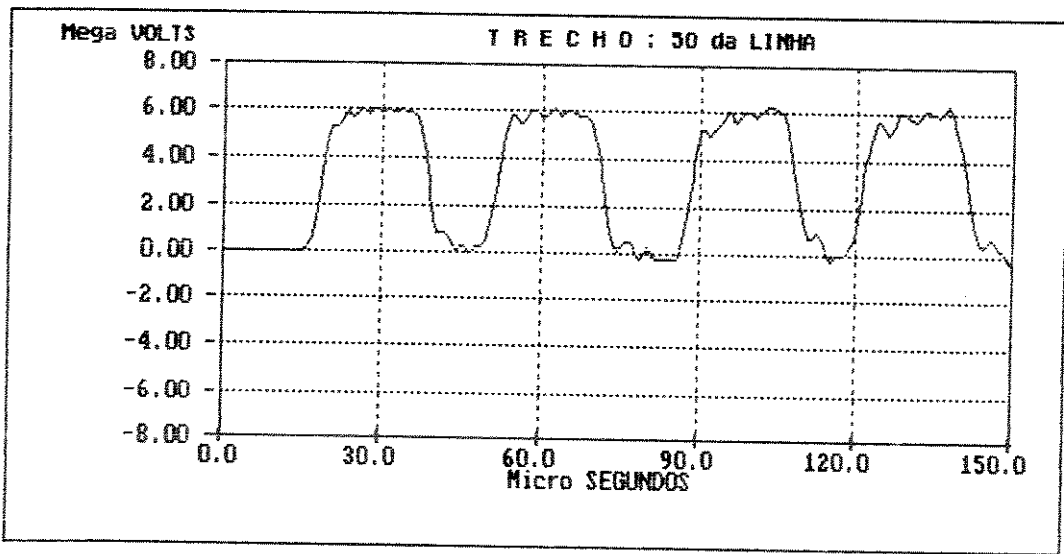


Método Trapezoidal

VI.1.c - TENSÃO NO TRECHO 50 EM AMBOS OS MÉTODOS - CENTELHADOR INATIVO

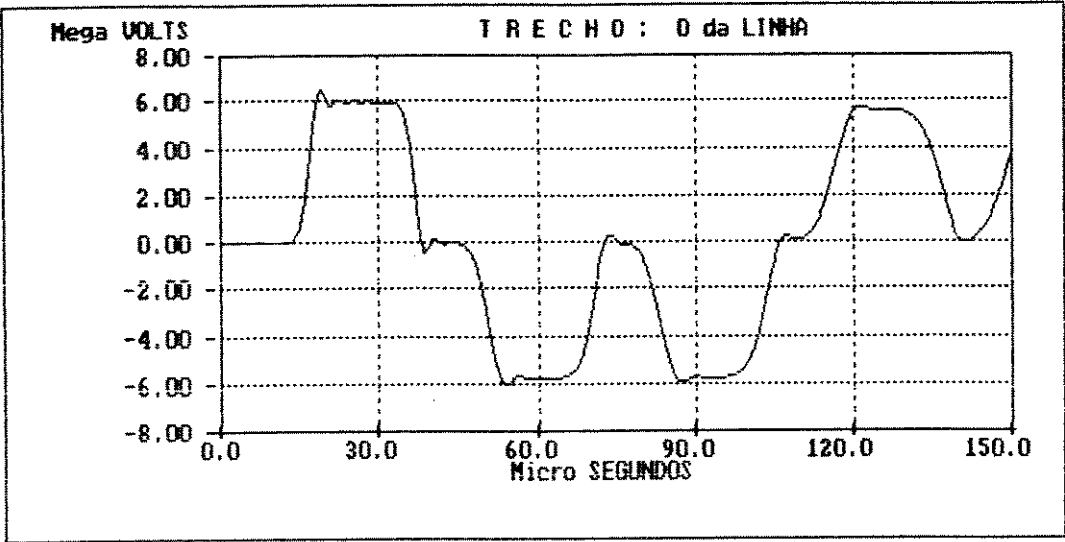


Método Casamento de Raízes

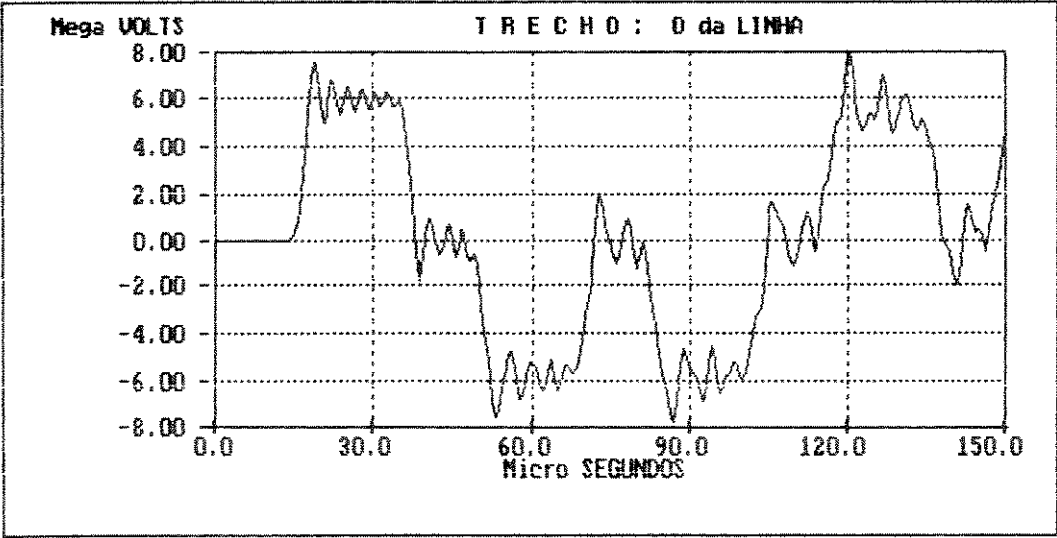


Método Trapezoidal

VI.1.D - TENSÃO NO TRECHO 0 - AMBOS OS MÉTODOS - CENTELHADOR ATIVO

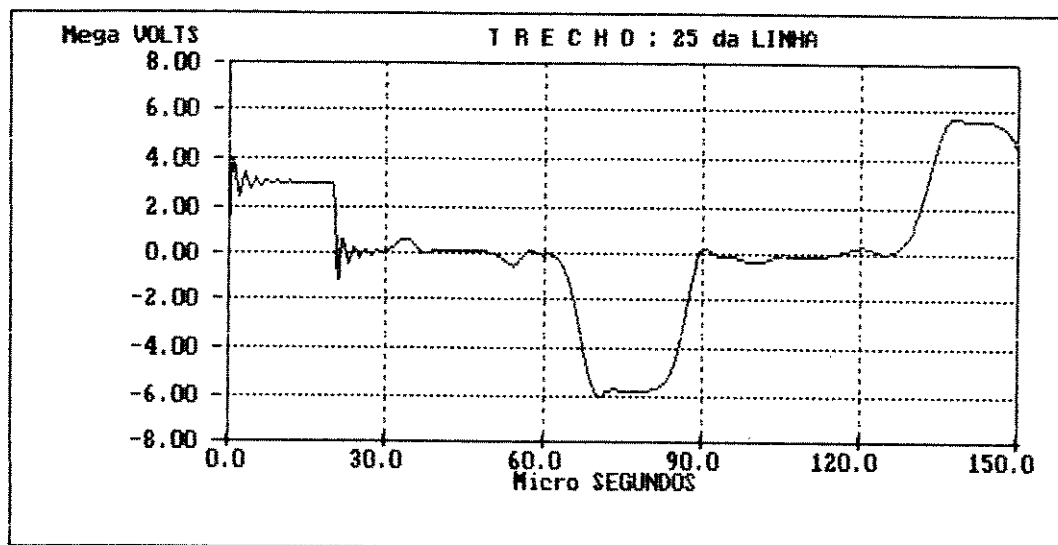


Método Casamento de Raízes

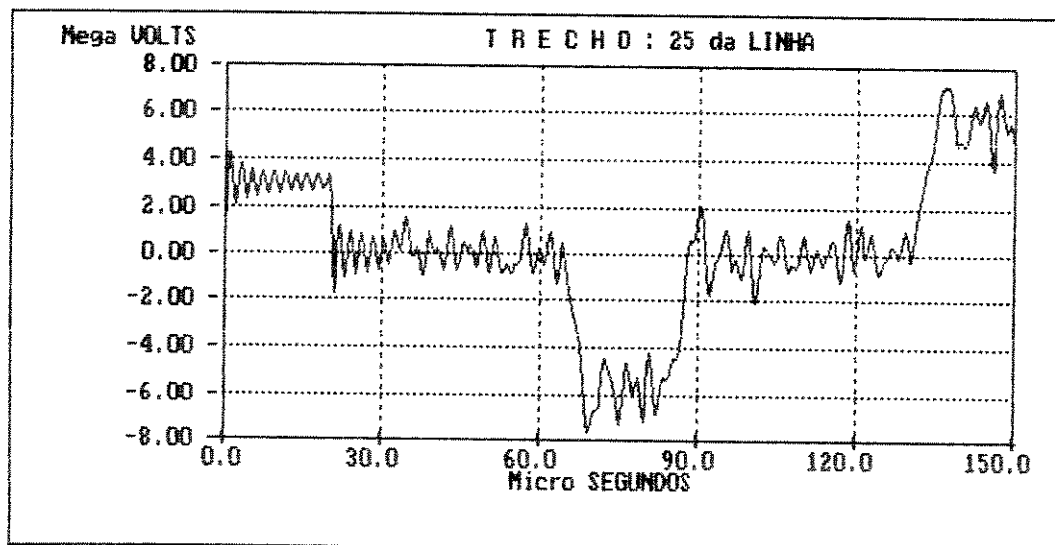


Método Trapezoidal

VI.1.E - TENSÃO NO TRECHO 25 - AMBOS OS MÉTODOS - CENTELHADOR ATIVO

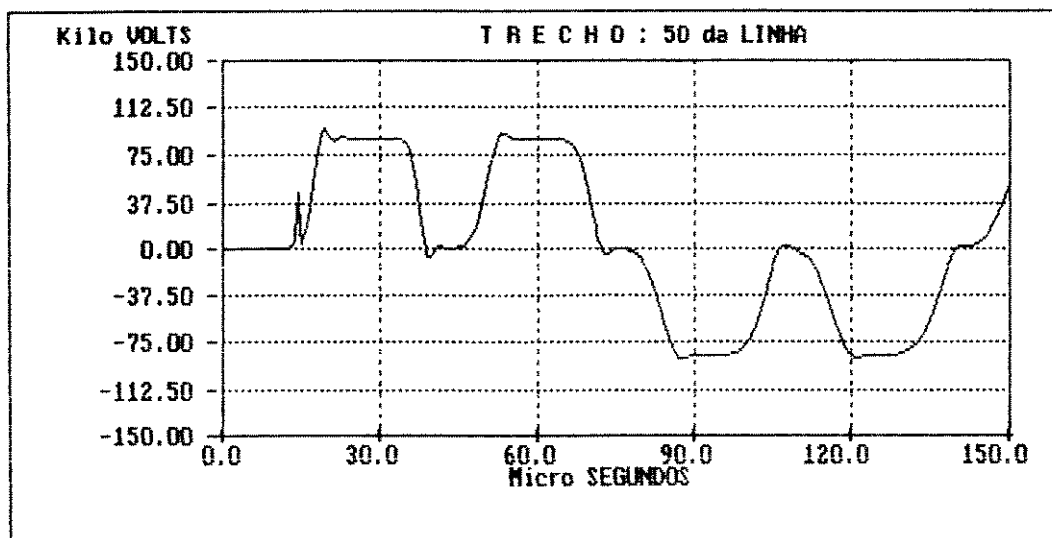


Método Casamento de Raízes

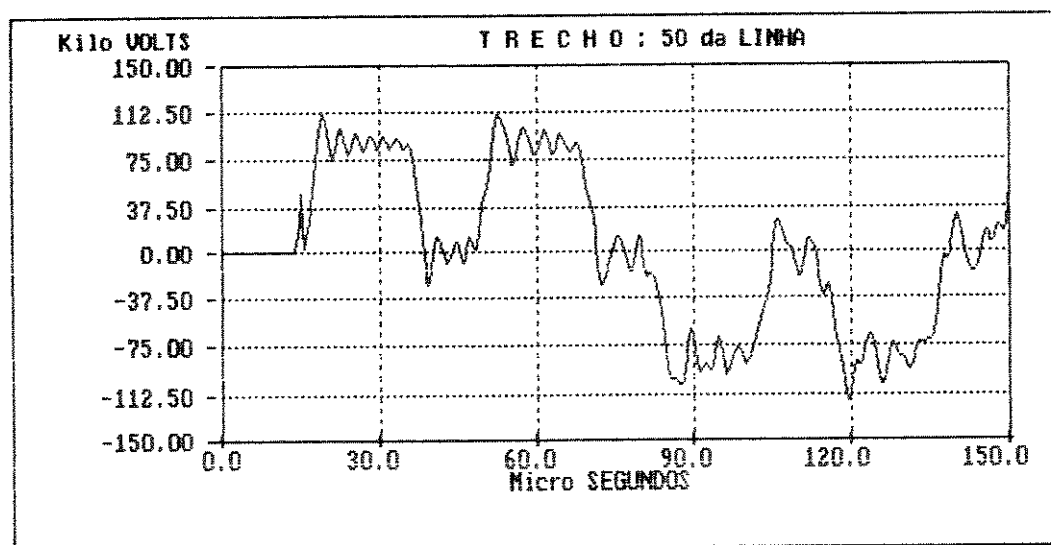


Método Trapezoidal

VI.1.F - TENSÃO NO TRECHO 50 EM AMBOS OS MÉTODOS - CENTELHADOR ATIVO

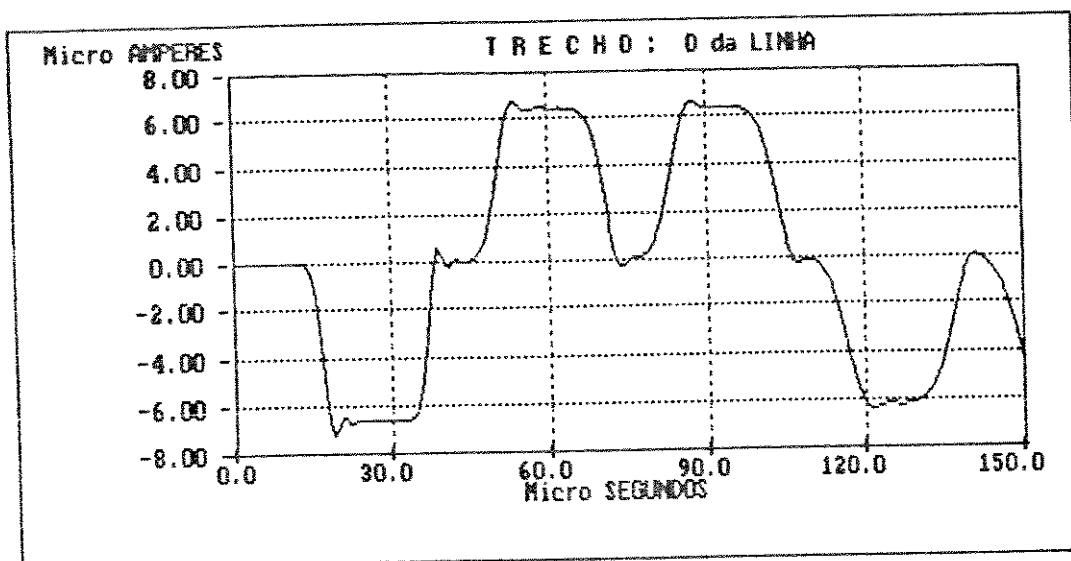


Método Casamento de Raízes

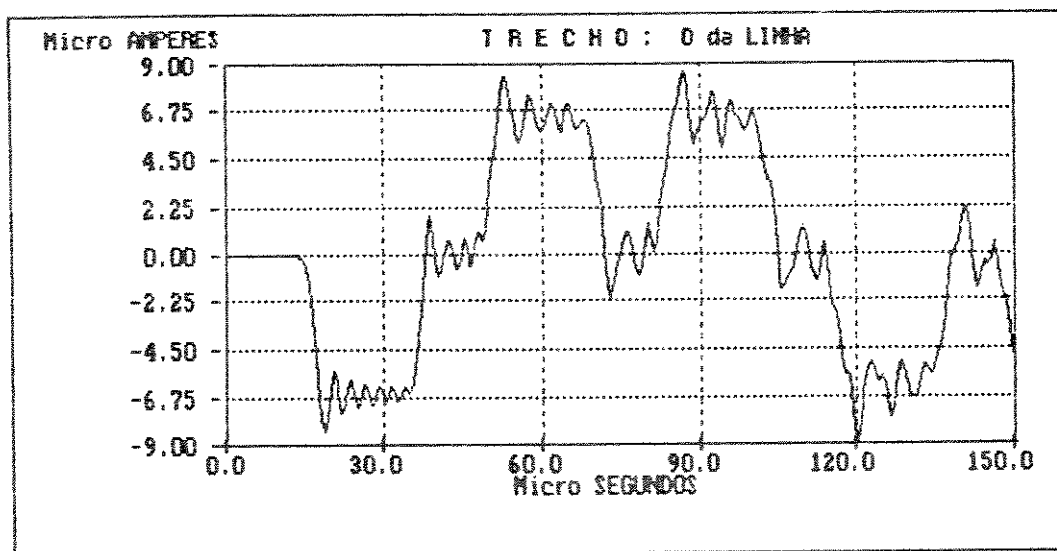


Método Trapezoidal

VI.1.G - CORRENTE NO TRECHO 0, AMBOS OS MÉTODOS, CENTELHADOR ATIVO

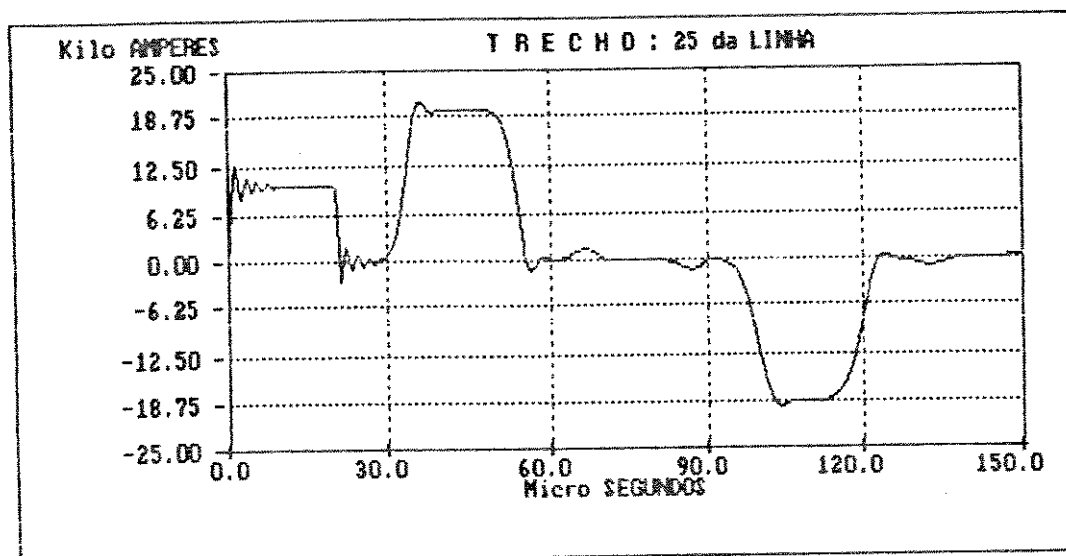


Método Casamento de Raízes

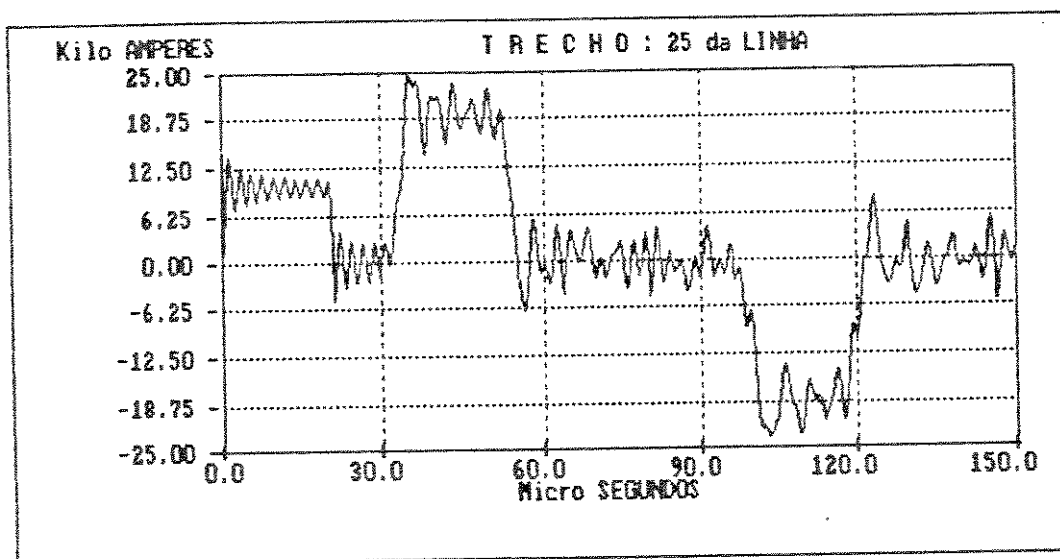


Método Trapezoidal

VI.1.H - TENSÃO NO TRECHO 25 - AMBOS OS MÉTODOS - CENTELHADOR ATIVO

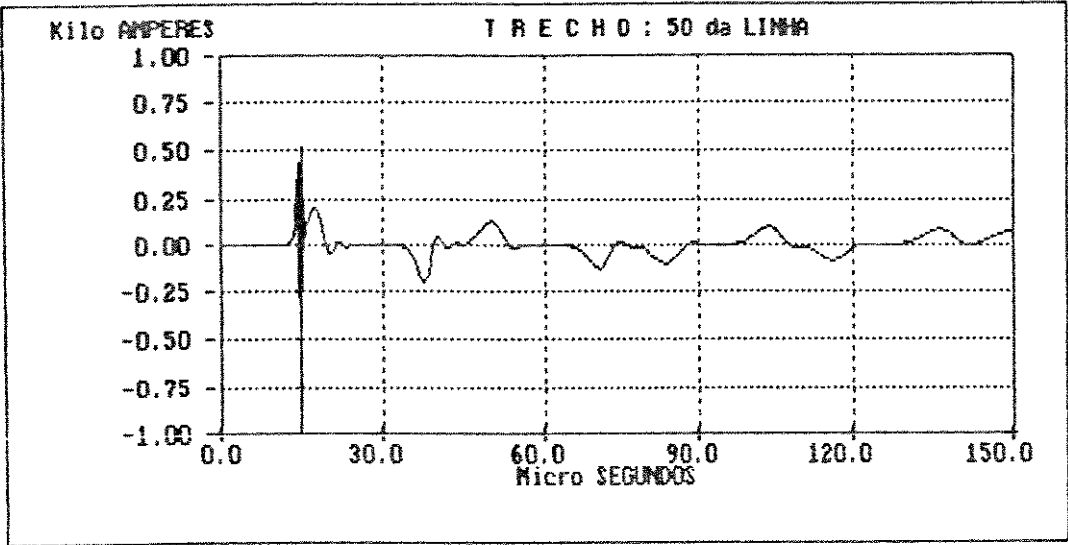


Método Casamento de Raizes

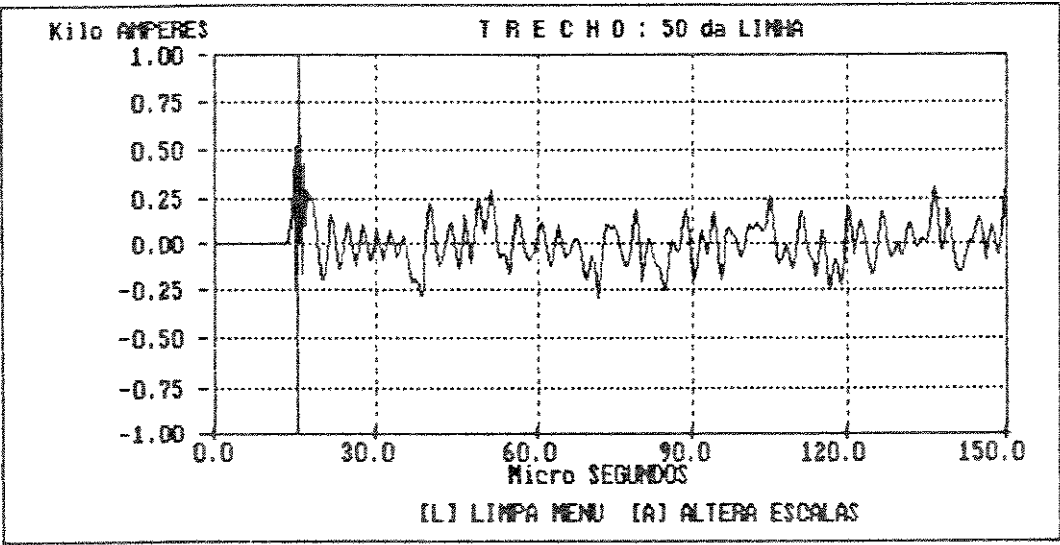


Método Trapezoidal

VI.1.1 - CORRENTE NO TRECHO 50, AMBOS OS MÉTODOS - CENTELHADOR ATIVO



Método Casamento de Raizes



Método Trapezoidal

VI.2 - MÉTODO TRAPEZOIDAL E CASAMENTO DE RAÍZES X SLA

VI.2.A - CASO 1

Neste item será analisado um caso de linha de transmissão de um sistema de telecomunicações [50] .

Os dados da linha de transmissão assim como os dados dos elementos que a compõe seguem-se abaixo :

$$L = 620 \mu / \text{Km}$$

$$C = 51 \text{ nF/Km}$$

$$r = 106 \Omega / \text{Km}$$

$$g = 1.30 \mu \text{S/Km}$$

O comprimento da linha de transmissão é de 2.000 metros sendo que a fonte de tensão, que gera um pulso quadrado de 100 [V] e duração de 5 [μ S], acoplada na extremidade esquerda da linha e na terminação à direita, uma carga puramente resistiva de impedância igual a 100 [Ω] .

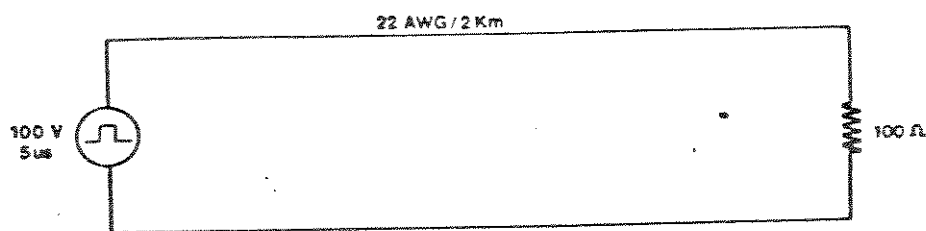
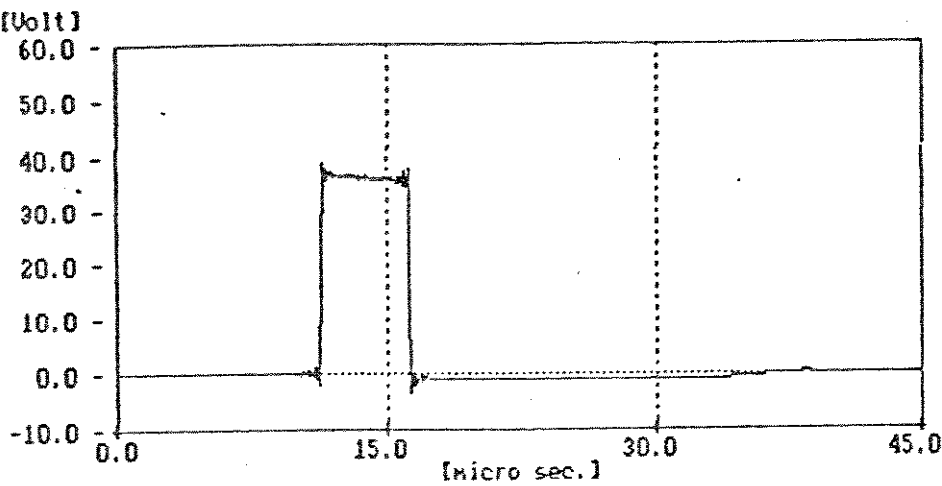
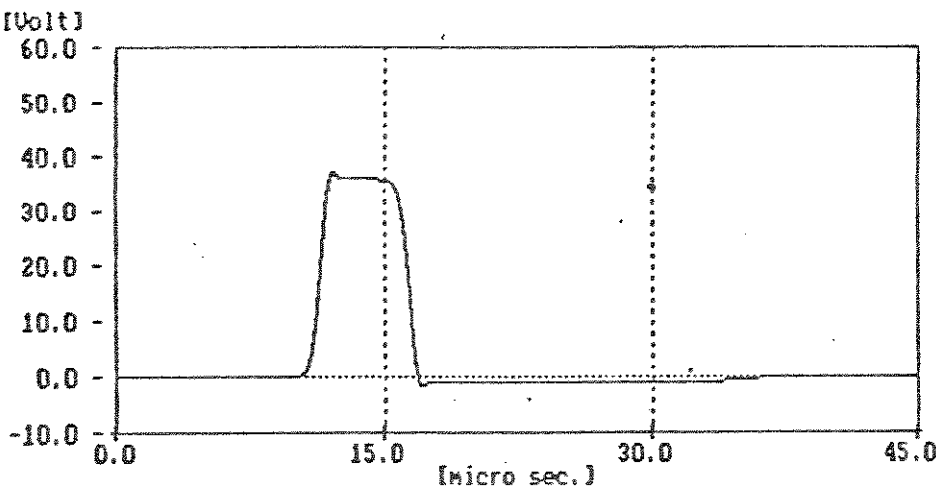


Fig. VI.2.a - Sistema utilizado para o caso 1

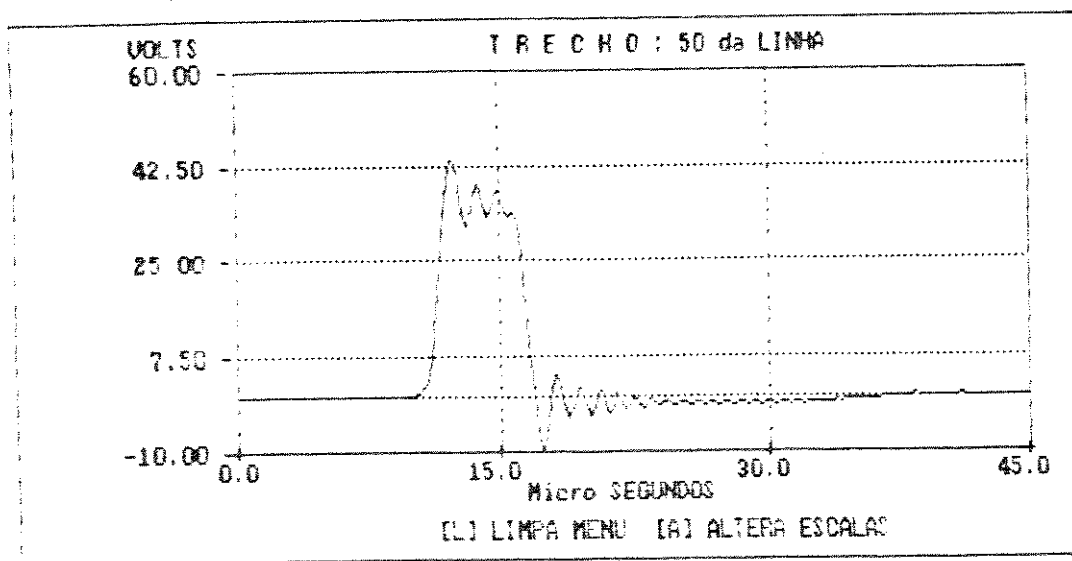
VI.2.A.1 - RESULTADOS TRAPEZOIDAL X CASAMENTO DE RAÍZES X SLA



Método SLA



Método Casamento Raízes



Método Trapezoidal

VI.2.B - CASO 2

Neste caso será analisada a mesma linha de transmissão do caso 1, só que agora será colocada uma derivação no meio da mesma, com os mesmos parâmetros distribuídos da linha de transmissão do caso 1 ou seja :

$$\begin{aligned} l &= 620 \mu\text{H/Km} \\ r &= 106 \Omega/\text{Km} \\ g &= 1,30 \mu\text{S/Km} \\ c &= 51 \text{ nF/Km} \end{aligned}$$

A fonte de tensão é a mesma do caso 1, ou seja, pulso quadrado de amplitude 100 [V] e duração 5 [μS] .

A impedância de carga é igual a 100 [Ω] .

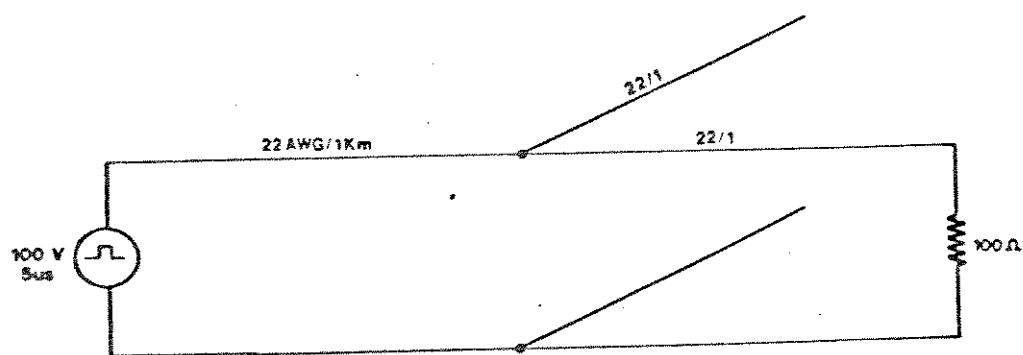
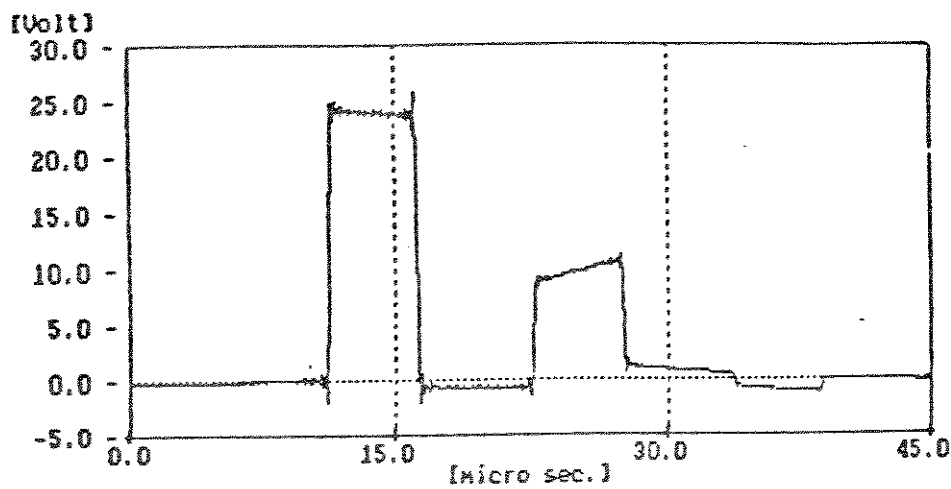
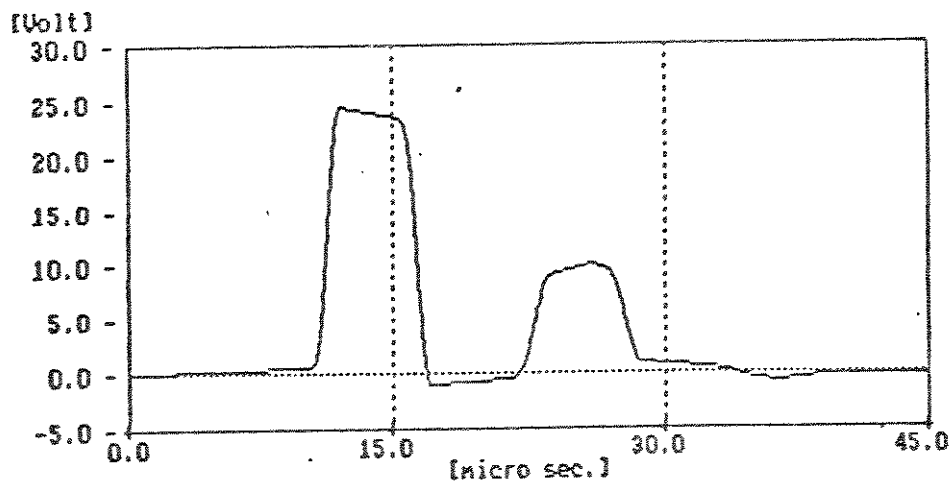


Fig. VI.2.b - Sistema utilizado para o caso 2

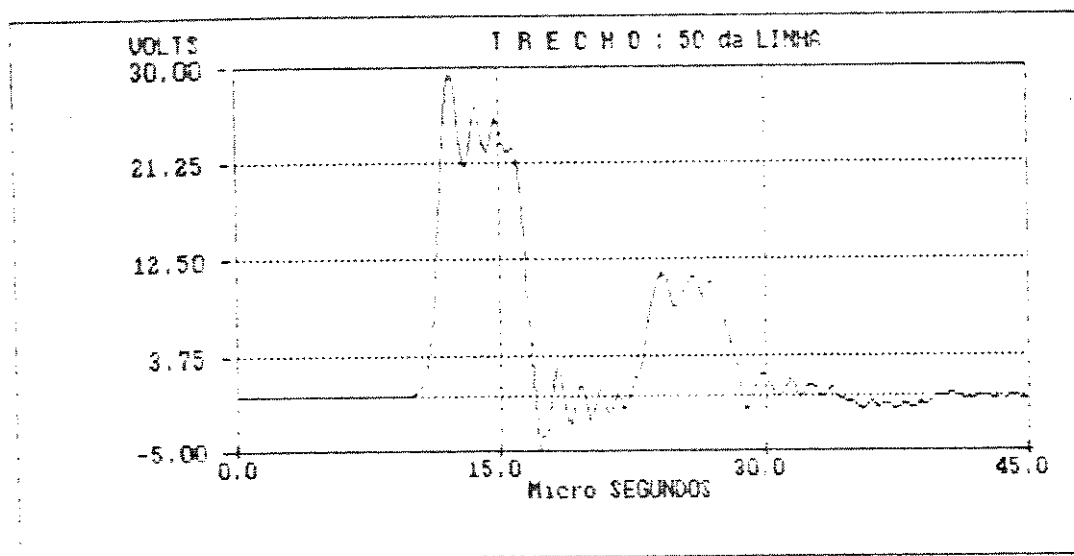
VI.2.B.1 - RESULTADOS TRAPEZOIDAL X CASAMENTO DE RAÍZES X SLA



Método SLA



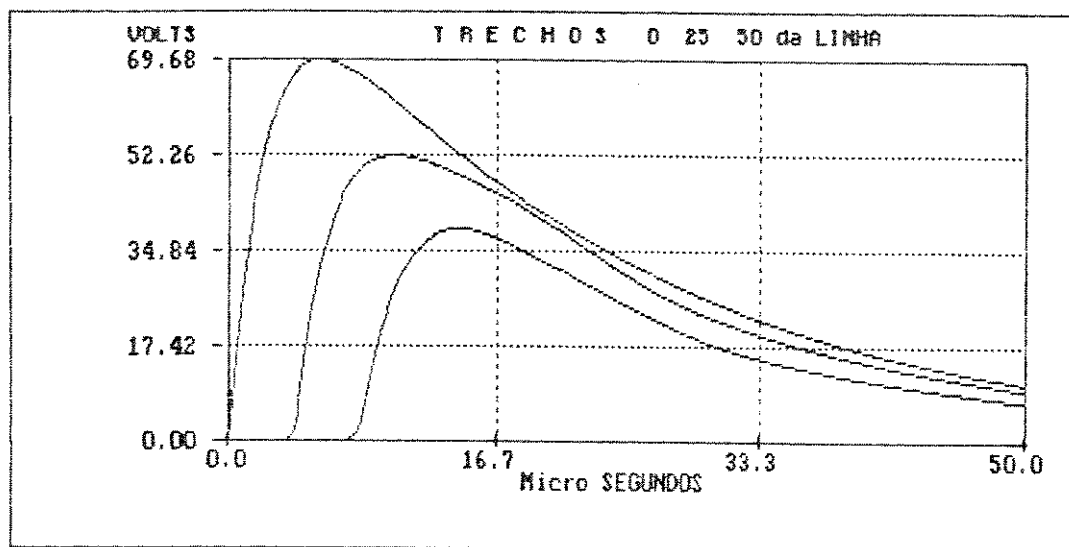
Método Casamento de Raízes



Método Trapezoidal

VI.3 - RESULTADOS TRAPEZOIDAL X CASAMENTO DE RAÍZES

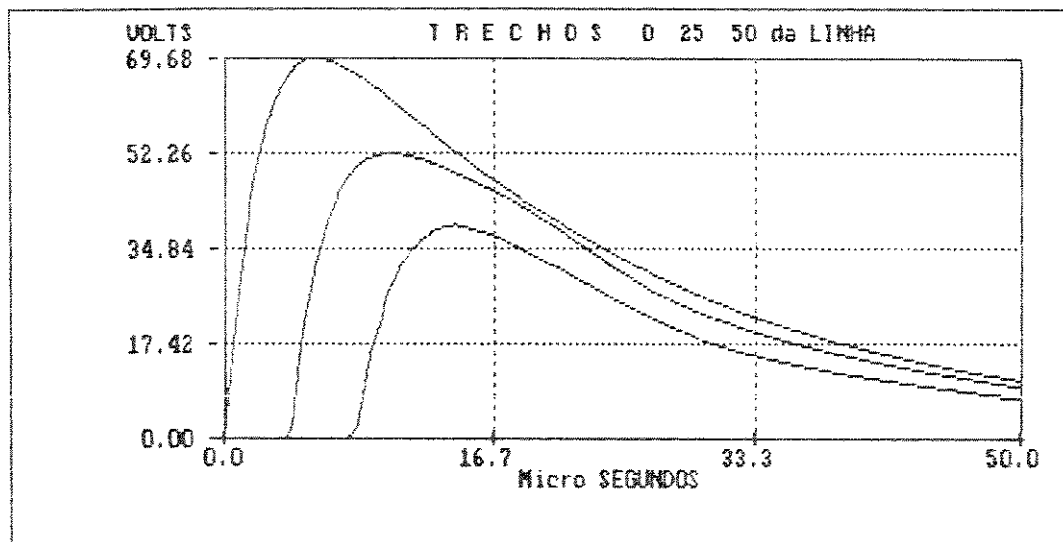
Os resultados abaixo mostram um surto atmosférico propagando-se na mesma linha do item anterior.



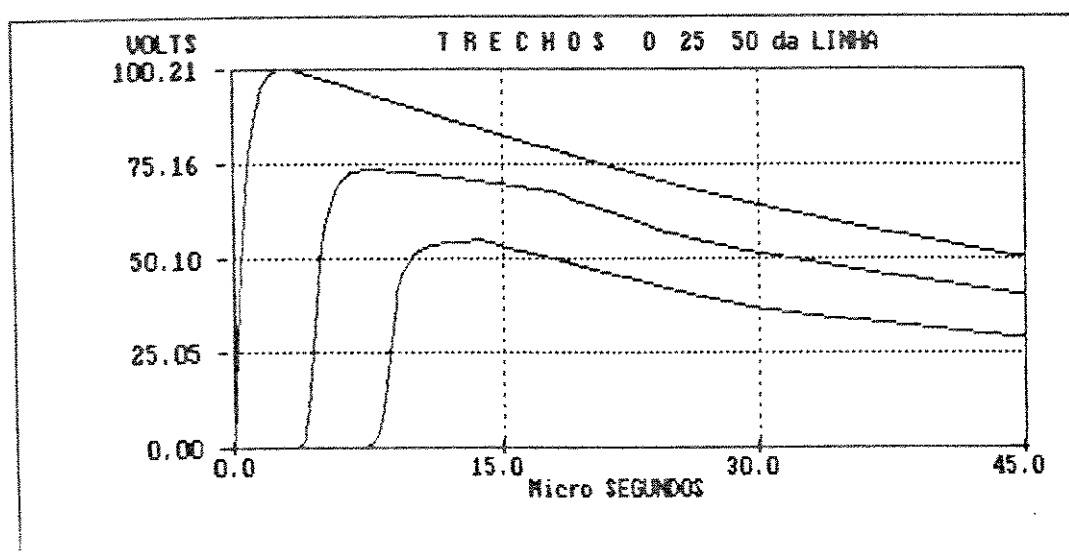
Método Casamento de Raízes

$\Delta t = 10 \text{ ns}$

Surto = $4/23 \mu\text{s}$



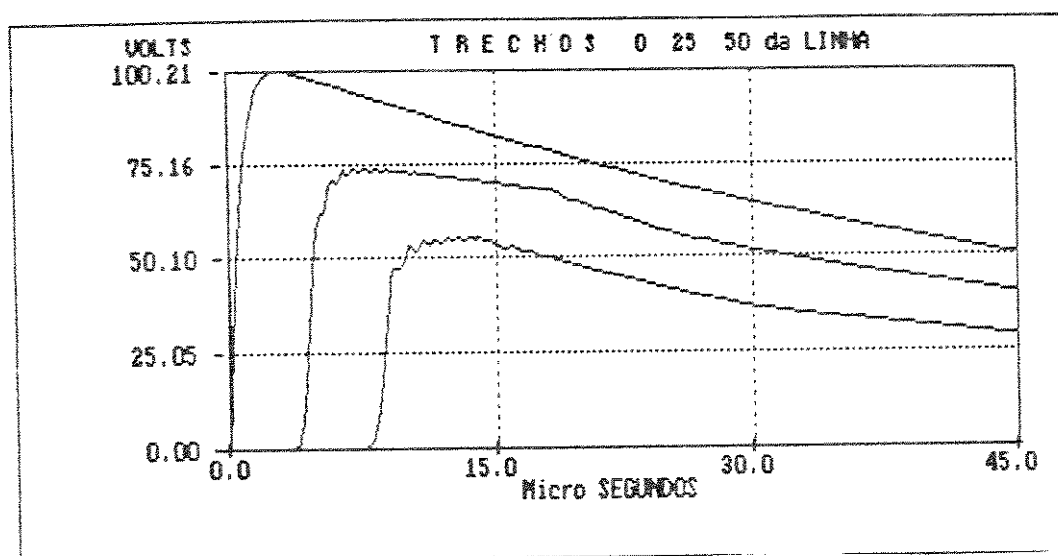
Método Trapezoidal



Método Casamento de Raízes

$\Delta t = 10 \text{ ns}$

Surto = $1.2/50 \mu\text{s}$



Método Trapezoidal

CAPÍTULO VII

CONCLUSÃO

CONCLUSÃO

A previsão da sobretensão sobre as linhas de transmissão é de grande importância para a otimização dos dispositivos de proteção dos usuários bem como dos equipamentos a ela conectados. Dentro desta análise o algoritmo computacional apresentado e algumas aplicações ilustram a praticabilidade das técnicas propostas.

O comportamento de um sinal sobre uma linha de transmissão é descrito por uma equação linear em derivada (espaço-tempo), a célebre equação dos telegrafistas. O estudo da linha através da análise de circuitos leva a dois dentre outros métodos numéricos de resolução, o método do casamento de raízes e o método trapezoidal. A aplicação dos dois métodos para os exemplos apresentados mostrou idênticos resultados. Os parâmetros da linha de telecomunicações usados nos exemplos estudados são caracterizados como linha distorsiva.

Esses resultados são mostrados no artigo [52] publicado recentemente.

Para o caso-exemplo de uma linha de potência mostrado neste trabalho, os resultados também foram apresentados no 8º CBA - Belém [53] .

O modelo do pára-raio ou centelhador ainda é objeto de estudo para futuros trabalhos, o qual poderia ser aperfeiçoado através das equações diferenciais.

Em futuros trabalhos será necessário encontrar uma técnica satisfatória para apresentar a dependência dos parâmetros da linha com a frequência.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 . MACKERRAS, D., "Characteristics and Rate of Occurrence of Lightning-Caused Induced Voltage Surges in Telephone Line", Journal of Electrical and Electronics Engineering, IEE Aust. & IREE Aust, vol. 5, no 03, pp. 227-234, 1985.
- 2 . PARKER Jr., J.C., "A Probabilistic Characterization of 60 Hz Induction from Power Distribution Lines", National Telecommunication Conference, vol. 12.1-1, 12.1-5, 1976.
- 3 . BEWLEY, L.V., "Travelling Waves on Transmission Systems", John Wiley & Sons, New York, 1951.
- 4 . DUTT, J., "Overvoltages on Subscriber Lines", Electrical Communication, vol. 54, no 02, 1979.
- 5 . NELMS, R.M. SHEBLE, G.B., NEWTON, S.R. e GRIGSBY, L.L., "Using a Personal Computer to Teach Power System Transients", paper 88 WM 044-8 PWR5, IEEE/PES Meeting, N.Y., 1988.
- 6 . SOUKA, V., "Induced Effects of Lightning Electromagnetic Pulses", I International Seminarium on Lightning and Lightning Protection, I SIPDA, São Paulo, Brasil, Novembro, 1988.

- 7 . RELATÓRIO DE PESQUISA, "Centelhadores a Gás e Geradores de Surtos para seus Testes Elétricos," Contrato TELEBRÁS/UNICAMP/FUNCAMP Nº 104/86 - JDPqD, 1987.
- 8 . FREITAS, J.P., "Digitalização da Linha de Assinante: Modelamento e Simulação, Tese de Mestrado, FEC-UNICAMP, Março, 1985.
- 9 . ALMEIDA, M.G., "A Linha de Assinante na Rede Digital de Serviços Integrados: Modelamento e Simulação", Tese de Mestrado, FEC-UNICAMP, Abril, 1988.
- 10 . CATÁLOGO SIEMENS, "Descargadores de Sobretensão Rellenos de Gas Noble".
- 11 . BICKFORD, J.P. e HEATON, A.G., "Transient Overvoltages on Power Systems", IEE Proceedings, vol. 133, Pt. C, nº 4, pp. 201-225, may, 1986.
- 12 . ANDERSON, C.H. e HEATON, A.G. "Transient Analysis of Power Line/Cable Systems including reactive terminations with surge diverters", Proc. IEE, vol. 113, nº 12, pp. 2017-2022, december, 1966.
- 13 . SMITH, J.M., "Mathematical Modeling and Digital Simulation for Engineers and Scientists", John Wiley & Sons, Inc., New York, 1977.

- 14 . DOMMEL, H.W., MEYER, W.S., "Computation of Electromagnetic Transients", proc. of IEEE, vol. 62, no 07, pp. 983-993, 1974.
- 15 . REID, J.K., "Bi-Factorisation Basic Computational Algorithm and Programming Techniques", Proceedings of the Oxford Conference of the Institute of Mathematics and its applications", Academic Press, inc., London, 1971, pp. 75-96.
- 16 . MATIK, R.E., "Transmission Line for Digital and Communication Networks", McGraw-Hill Book Company, 1965.
- 17 . SESHADRI, S.R., "Fundamentals of Transmission Lines and Electromagnetic Fields", Addison-Wesley Publishing Company, 1971.
- 18 . MINICOM, "Plano de Transmissão Telefônica, Ministério das Comunicações, Brasília-Brasil, 1973.
- 19 . ABNT NBR 5389/81, "Técnicas de Ensaios Elétricos de Alta Tensão - Método de Ensaio"
- 20 . ETZEL, V.O. e HELMCHEN, G, "Berechnung der Elemente des Stoßspannungskreises für die Stoßspannungen 1.2/50, 1.2/5 und 1.2/200", ETZ-A Bd. 85 H. 18, pp. 578-582, 1964.

- 21 . TREGUIER, J.P., "Les Composants de Protection", Seminaire DPR-CNET Protections, pp. 157-188, Abril, 1985.
- 22 . PETERSON, H.A., "An Electric Circuit Transient Analyser", Gen. Elect. Rev., p. 394, 1939.
- 23 . SCHNYDER, O., "Durchstrosse in Pumpensteiglectungen", Schwertz. Bantzg., 94, (22), p. 271, 1929.
- 24 . BERGERON, L.J.B., "Etude des Variations de Regime dans les Conduites d'eau: Solution Graphique Generale", Rev. Gen. Hydraulique, 1, p.12, 1935.
- 25 . DOMMEL, H.W., "Digital Computer Solution of Eletromagnetic Transients in Single and Multiphase Networks", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-88, n° 4, pp. 338-398, Abril, 1969.
- 26 . BICKFORD, J.P. e DOEPEL, P.S., "Calculation of Switching Transients with Particular Reference to line Energisation", Proc. IEE, 144, 4, pp. 465-477, 1967.
- 27 . AMETANI, A., "Modified Travelling Wave Techniques to solve Electrical Transients on Lumped and Distributed Constants Circuits", Proc. IEE, 120, 4, p. 497, 1973.

- 28 . BICKFORD, J.P., SANDERSON, J,V,H., ABDELSALEM, M.M., MOHAMED, S.E.T., MORAIS, S.A. e OLIPADE, "Developments in Calculation of Waveforms and Frequency Spectra Currents and Voltages", *ibid.*, 127, pp. 145-152, 1980.

- 29 . MARTI, J.R., "Accurate Modelling of Frequency-Dependent Transmission Lines in Eletromagnetic Transient Simulations", *IEEE, PAS-101*, nº 1, pp. 147-155, January, 1982.

- 30 . HEATON, A.G. e EDWARDS, R., "Implementation of a Numerical Method for Transient Analysis of Power with Lumped and Distributed Frequency-Dependent Parameters", *IEEE Summer Power Meeting New Orleans*, paper 31, pp. 66-413, La, USA, 1966.

- 31 . HEATON, A.G. e REID, I.A., "Transient Overvoltages and Power-Line Terminations", *Proc. IEE*, vol. 113, nº 3, pp. 461-470, March, 1966.

- 32 . HEATON, A.G., EDWARDS, R e HILL, R., "An Inherently Accurate Method for Transient Analysis of Linear Power Systems", *Int. J. Electr. Eng. Educ.*, 7, pp 7-14, 1969.

- 33 . HUMPAGE, W.D., "Z-transform Electromagnetic Transient Analysis in High-Voltage Networks", *IEE Power Engineering Series 3 (Peter Peregrinus)*, 1982.

- 34 . HUMPAGE, W.D., WONG, K.P., T.T. e SUTANO, D.,
"Z-transform Transient Analysis in Power Systems", IEE
Proc. C, Gener., Trans. & Distrib., 127, pp 370-378,
1980.

- 35 . HUMPAGE, W.D., WONG, K.P. e NGUYEN, T.T., "Development of
Z-transform Electromagnetic Transient Analysis for
Multinode Power Netwprks", ibid., 127, pp 379-385, 1980.

- 36 . HUMPAGE, W.D., WONG, K.P. e NGUYEN, T.T., "Time
Convolution and Z-transform Methods of Electromagnetic
Transient in Power Systems", ibid., 127, pp. 386-394,
1980.

- 37 . ZABORSZKY, J. e RITTENHOUSE, J.W., "Eletric Power
Transmission", vol. 1 and 2, The Rensselaer Bookstore -
Troy, New York, 1969.

- 38 . RELATÓRIO DE PESQUISA, "Estudo e Pesquisa de Perturbações
Elétricas em Redes Telefônicas", Contrato
TELEBRÁS/UNICAMP/FUNCAMP Nº 104/86 - JDPqD, Julho, 1988.

- 39 . TUTSIM, "User's Manual", versão 5.0, Março, 1986.

- 40 . ANDREW, V.T., "Microcomputer Circuit Analysing Program
(MICROCAP)", Spectrum Software, 1983.

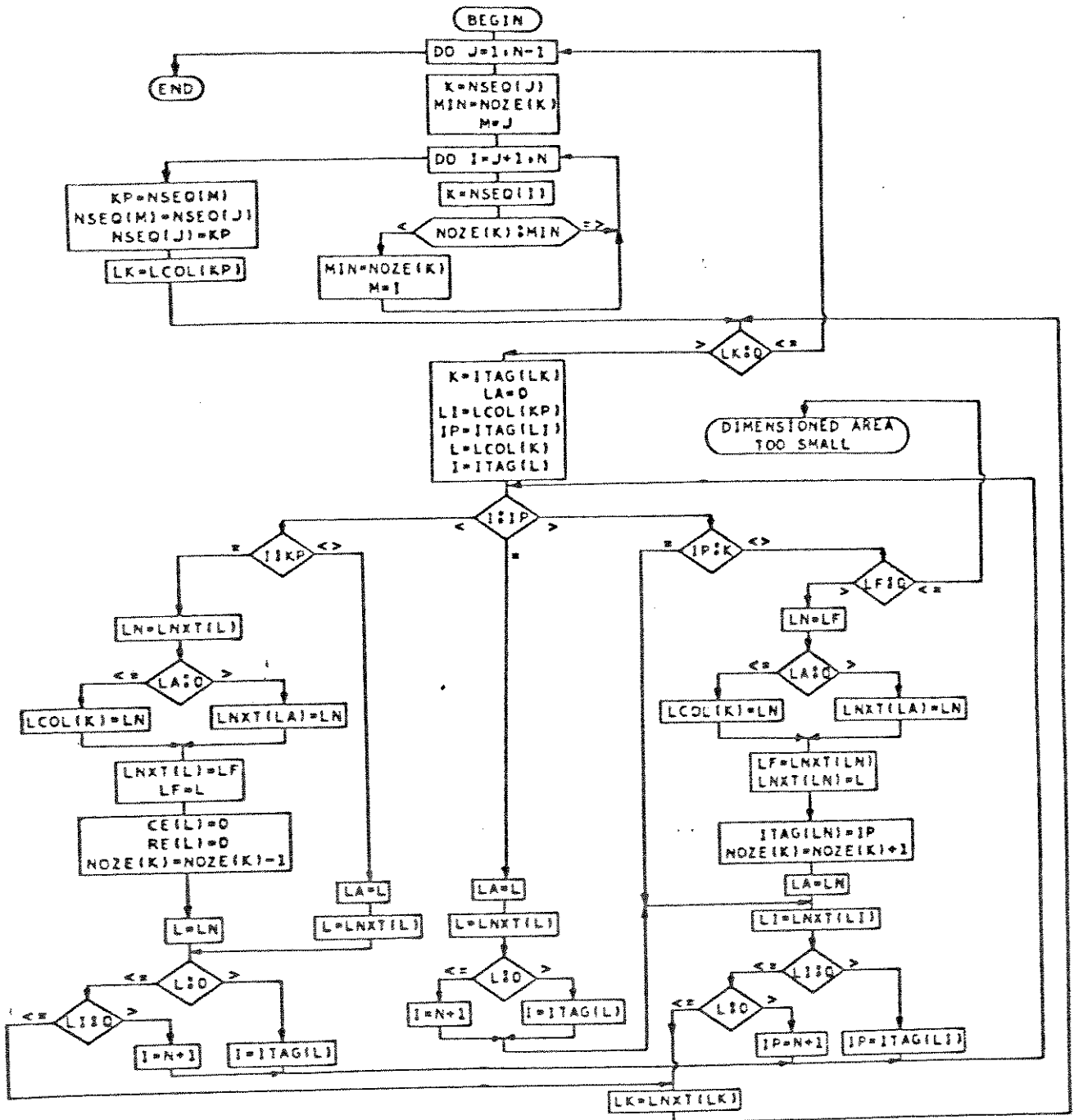
- 41 . PEIXOTO, A.O.A., ROCHA, M.M., VIEIRA, S.V., CAVALCANTI, S.C., "Turbo Pascal : Manual Básico de Referência", Ciência Moderna Computação LTDA, 1987.
- 42 . STERE WOOD, "Turbo Pascal : Guia do Usuário", McGraw-Hill, 1987.
- 43 . TURBO PASCAL, "Owner's Handbook" versão 4.0, USA, 1987.
- 44 . FOWLER, "A New Numerical Method for Simulation", Simulation, vol. 6, nº 02, pp 90-92, Fevereiro, 1966; vol. 6, pp. v e vi, Junho, 1966; vol. 8, pp 308-310, Junho, 1967.
- 45 . TINNEY, W.F. e WALKER, J.W., "Solutions of Sparse Network Equations by Optimally Ordered Triangular Factorization", Proc. IEEE, 55, pp 1801-1809, 1967.
- 46 . GREENWOOD, A., "Electrical Transients in Power Systems", Wiley-Interscience, 1971.
- 47 . BRITO, J.A., MOREIRA, M.A., COSTA Jr., P. e PISSOLATO Fº, J., "Detecção de Perturbações Elétricas em Linhas Telefônicas" X Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Curitiba - PR, 01 à 05 de outubro de 1989.

- 48 . COSTA Jr., P., PISSOLATO Fg, J., BONATTI, I.S.,
"Lightning Surges on Subscriber Lines: Modelling and
Simulation", International Symposium on Electromagnetic
Metrology'89 (ISEM), Beijing, China, 19 à 22 de agosto de
1989.
- 49 . COSTA Jr., P., PISSOLATO Fg, J. e BONATTI, I.S.,
"Overvoltages on Subscriber Lines : Modelling and
Simulation", international Symposium on Electromagnetic
Compatibility (EMC'89), Nagoya, Japão, 8 à 10 de setembro
de 1989.
- 50 . COSTA Jr., "Método do Casamento de Raízes Aplicado à
Simulação Digital de Sobretensões em Linhas de
Assinantes", Tese de Mestrado, FEE-UNICAMP, Julho de
1989.
- 51 . D'AJUZ, A., FONSECA, C., CARVALHO F., AMON Fg., J.,
DIAS, L., PEREIRA, M., ESMERALDO, P., VAISMAN, R.,
FRONTIN, S., "Transitórios Elétricos e Coordenação de
Isolamento Aplicado em Sistemas de Potência de Alta
Tensão", Universidade Federal Fluminense - Furnas,
Centrais Elétricas.
- 52 . COSTA Jr. P., PISSOLATO Fg., J., VENDRAMINI A.D. e
BONATTI, I.S., "Electromagnetic Transients on Subscriber
Lines, Polônia, Agosto de 1990.

- 53 . COSTA Jr., P., PISSOLATO F^o., J. e BONATTI, I.S.,
"Técnica de Simulação Alternativa na Análise de
Transitórios Eletromagnéticos", 8^o CBA - Belém, Setembro
de 1990.

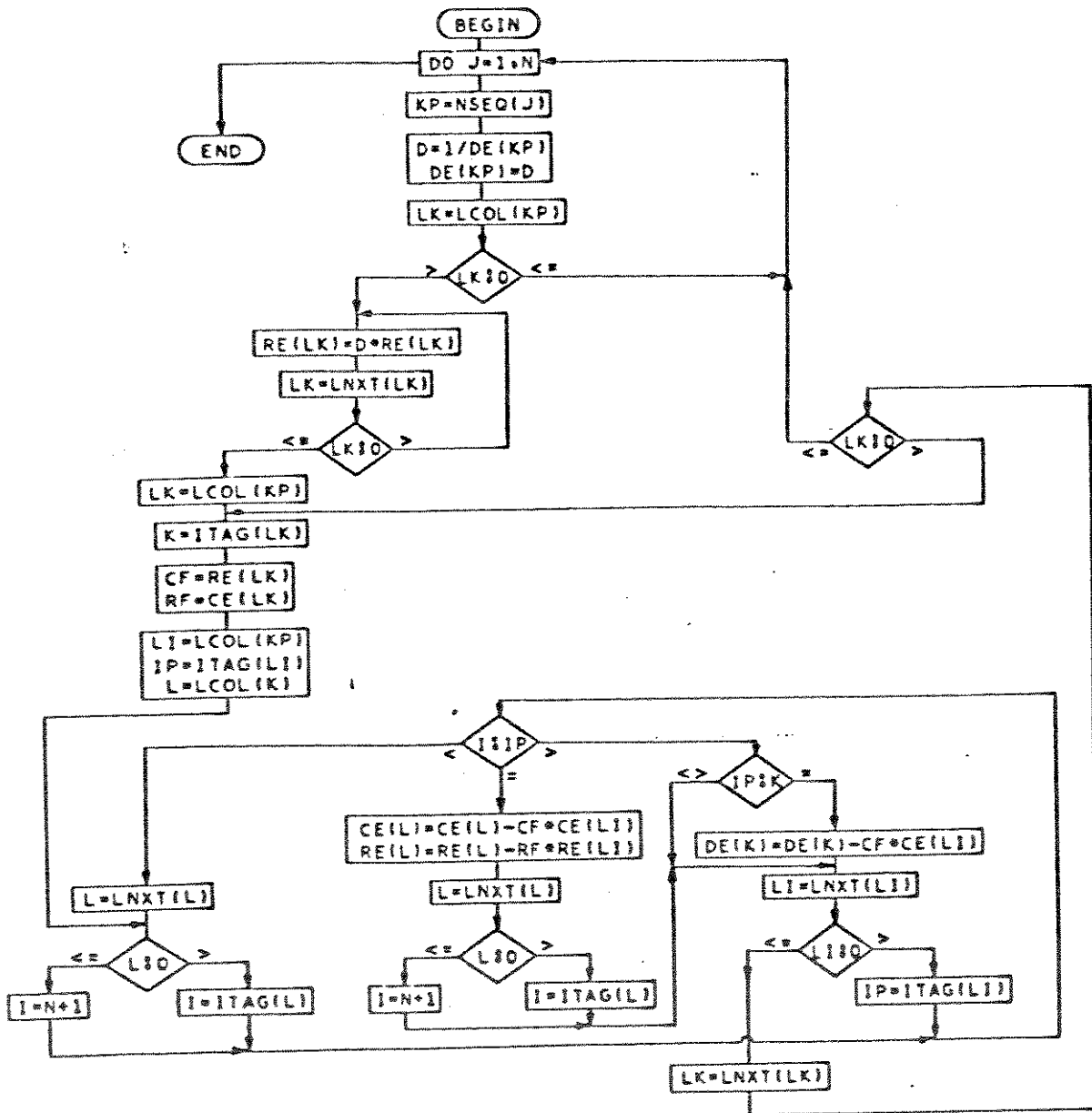
APÊNDICES

APÊNDICE I



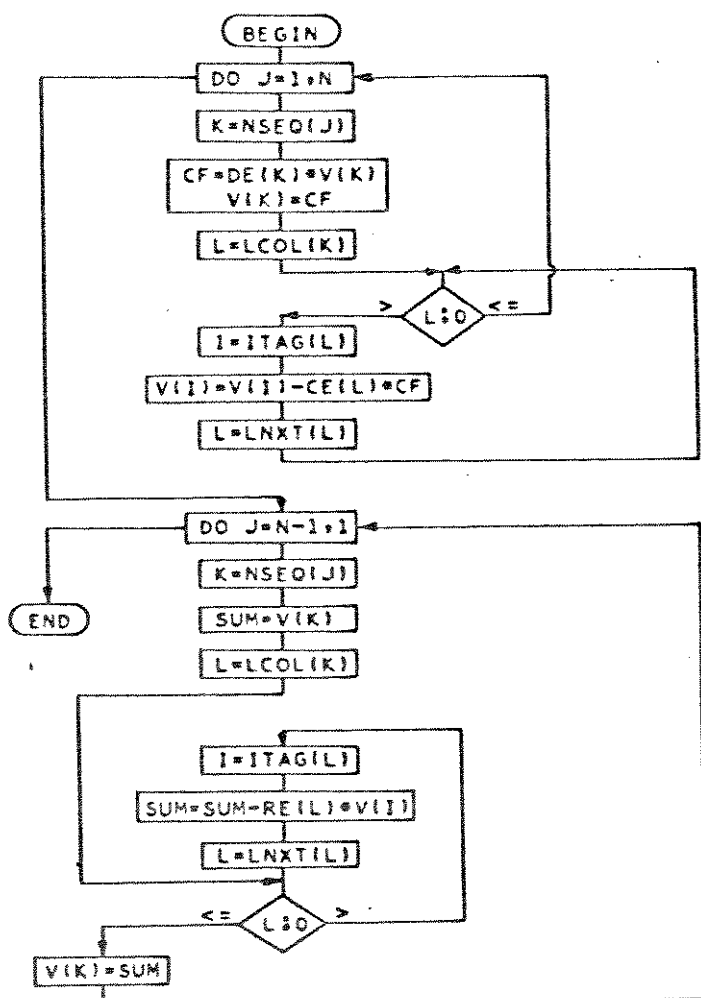
SUBROTINA DE SIMULAÇÃO E ORDENAÇÃO

APÊNDICE II



SUBROTINA DE REDUÇÃO

APÊNDICE III



SUBROTINA SOLUÇÃO