

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA

AGOSTO DE 1990

PLANEJAMENTO A LONGO PRAZO EM  
SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO  
DE ENERGIA ELÉTRICA

Este exemplar corresponde à  
tese de Marcos Carneiro  
da Silva defendida em  
20/8/90 perante a  
comissão Julgadora.

Marcos Carneiro da Silva

Orientador: Paulo Morelato França



20/9/90

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade  
de Engenharia Elétrica da Universidade  
Estadual de Campinas - UNICAMP

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL

À Maria Amélia  
pela sua falta.

À Mariana, André e Maria  
pelo amor, estímulo, amizade  
e pelas horas de ausência.

## AGRADECIMENTOS

Ao Paulo França pela orientação tranquila e segura e pelo apoio e amizade durante todos esses anos.

Ao Paulo Daniel pela amizade, pelas discussões, pela grande ajuda em todas as etapas do trabalho.

Aos amigos que ajudaram na elaboração deste trabalho dando grandes contribuições: Anilton, Aurélio e Hermano.

Aos demais amigos da UNICAMP e da CPFL que de alguma forma contribuíram para a conclusão deste trabalho: Agripino, Artur, Amir, Celso, Christiano, Edilberto, Eugênio, Eustáquio, Ieda, Jurandir, Luiz Fernando, Marcius, Marinho, Neuza, Oroz, Paulinho, Renê, Takaaki e Wagner.

Ao Simoni e à Ione, sem a compreensão dos quais não seria possível a realização deste trabalho.

À minha grande família pelo amor, apoio e interesse: Zelo, Bernadete, Fábio, Raquel, Julica, Djalma, Dilma, Sérgio, Tereza, Cabral, Nana e Gris.

## R E S U M O

Esta dissertação apresenta uma nova proposta metodológica para o Planejamento da Expansão dos Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica. Os problemas referentes à rede primária e à rede secundária são tratados de forma hierárquica. As alternativas de expansão das redes são delineadas através da resolução de modelos matemáticos baseados na teoria de otimização de sistemas. O modelo da rede primária compreende simultaneamente os problemas de localizar e dimensionar as subestações e de rotear os alimentadores. Consideram-se os custos fixos das subestações e dos alimentadores novos, bem como de suas ampliações. O custo variável das perdas é tratado de forma quadrática. Um eficiente algoritmo de enumeração implícita é usado para resolver o problema. A radialidade da rede é obtida por meio de heurísticas que trabalham com o custo real. Para a rede secundária é proposta uma metodologia em três etapas sequenciais: na primeira localizam-se transformadores, depois definem-se as rotas dos alimentadores secundários e, por fim, decide-se a interligação entre as redes primária e secundária. Essas etapas são resolvidas de forma otimizada através da solução dos clássicos problemas das  $p$ -medianas, de localização quadrático e de Steiner, respectivamente. A metodologia é testada em um exemplo real e são feitas comparações qualitativas e quantitativas com o enfoque normalmente empregado para propor alternativas de expansão.

## A B S T R A C T

This thesis presents a new methodological approach for Electric Energy Distribution Systems Expansion Planning. The problems related to primary and secondary networks are treated in a hierarchical model. In the primary system the aspects of location and sizing of substations as well as feeders routing are considered simultaneously. The model includes fixed costs of new substation and feeders and also their expansions. The variable costs of losses receives a quadratic approach. An efficient Branch and Bound algorithm is utilized in problem solving. Network radiality is obtained through heuristic methods, which work under real cost function. On the secondary network, a heuristic procedure was developed which sequentially enumerates transformers and for each one of these configurations it studies in an optimized manner the transformers location, the secondary feeders routing and primary feeders and transformers interconnection. These three phases were modeled respectively as  $p$ -medians, quadratic facilities location problem and Steiner's problem.

## Í N D I C E

<b>Capítulo 1. Planejamento a Longo Prazo em Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica</b>	
1.1 - Introdução .....	02
1.2 - Revisão Bibliográfica .....	05
1.2.1 - Modelos para o Planejamento do Primário .....	06
1.2.2 - Modelos para o Planejamento do Secundário ...	12
1.3 - Nova Proposta Metodológica para o Planejamento ..	13
<b>Capítulo 2. O Problema do Planejamento da Expansão</b>	
2.1 - Introdução .....	18
2.2 - Horizonte de Estudos .....	20
2.3 - Previsão de Demandas .....	21
2.4 - Planejamento da Expansão da Distribuição .....	26
2.4.1 - Expansão do Sistema Primário .....	32
2.4.2 - Expansão do Sistema Secundário .....	38
2.4.3 - O problema da Expansão Hierarquizado .....	41
<b>Capítulo 3 - Construindo os Modelos Matemáticos</b>	
3.1 - Introdução .....	43
3.2 - Modelamento da Expansão do Sistema Primário .....	45
3.2.1 - Escolha dos Locais Candidatos a Subestação ..	54
3.2.2 - Modelo para a Expansão do Sistema Primário ..	59
3.2.3 - Recondutoramento .....	64
3.3 - Modelamento da Expansão do Sistema Secundário ...	68
3.4 - Esquema da Hierarquização .....	80

Capítulo 4 - Técnicas Utilizadas na Resolução dos Modelos Matemáticos

4.1 - Introdução .....	82
4.2 - Problema da Entrada e Saída de Dados .....	87
4.3 - Algoritmo de Fluxo de Custo Mínimo Linear por Partes .....	88
4.4 - Técnica para Localizar Centros de Carga .....	97
4.4.1 - Montagem da Matriz de Resistências Mínimas ..	98
4.4.2 - Escolha das Medianas .....	101
4.5 - Técnica para a Expansão da Rede Primária .....	102
4.5.1 Algoritmo "Branch and Bound" .....	103
4.5.1.1 - Obtenção do Limitante Inferior .....	105
4.5.1.2 - Recondutoramento .....	110
4.5.1.3 - Critério de Seleção .....	112
4.5.1.4 - Solução Arredondada .....	114
4.5.2 - Radialidade e Queda de Tensão .....	115
4.5.2.1 - Heurística de Radialização .....	116
4.5.2.2 - Heurística de Factibilização .....	118
4.5.2.3 - Heurística de Balanceamento .....	120
4.5.2.4 - Queda de Tensão .....	121
4.5.3 - Cronograma de Decisões .....	122
4.6 - Técnicas para a Expansão da Rede Secundária ....	124
4.6.1 - Localização dos Transformadores .....	126
4.6.2 - Roteamento dos Alimentadores Secundários ...	129
4.6.3 - Interligação Primário-Transformador .....	132

## Capítulo 5 - Aplicação da Metodologia a um Sistema Real

5.1 - Introdução .....	137
5.2 - Expansão da Rede Primária de Bauru .....	138
5.2.1 - Locais para Instalação de Novas Subestações	140
5.2.2 - Determinação da Rede Alvo .....	142
5.2.3 - Testes Computacionais do "Branch and Bound"	143
5.2.4 - Análise da Solução .....	149
5.2.5 - Testes com o Custo Fixo dos Novos Trechos ..	152
5.2.6 - Solução Radial .....	154
5.2.7 - Solução Radial Factível .....	157
5.2.8 - Solução Radial Factível Balanceada .....	160
5.2.9 - Cronograma de Expansão .....	163
5.3 - Resultados da Expansão da Rede Secundária .....	166
5.3.1 - Localização dos Transformadores .....	172
5.3.2 - Roteamento do Secundário .....	173
5.3.3 - Roteamento do Primário .....	174
5.4 - Comparação dos Resultados .....	175

## Capítulo 6 - Conclusões

6.1 - Considerações Gerais .....	182
6.2 - Propostas de Estudos Futuros .....	187

Referências Bibliográficas .....	189
----------------------------------	-----

# CAPÍTULO 1

## PLANEJAMENTO A LONGO PRAZO EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

## 1.1 - Introdução

Os sistemas de distribuição de energia elétrica são definidos como a parte dos sistemas de potência que vai da subestação abaixadora de distribuição até a entrada dos consumidores. Estes sistemas são subdivididos nas partes primária e secundária. Basicamente, o circuito primário é composto das subestações e dos alimentadores primários, enquanto o circuito secundário abrange os transformadores de distribuição e os alimentadores secundários.

As subestações são alimentadas pelo anel de subtransmissão que normalmente circunda as grandes cidades. Delas partem os alimentadores primários levando energia aos transformadores de distribuição. Estes fazem a fronteira entre o primário e o secundário. Deles saem os alimentadores secundários que atendem aos consumidores. A figura 1.1 mostra esquematicamente um sistema de distribuição.

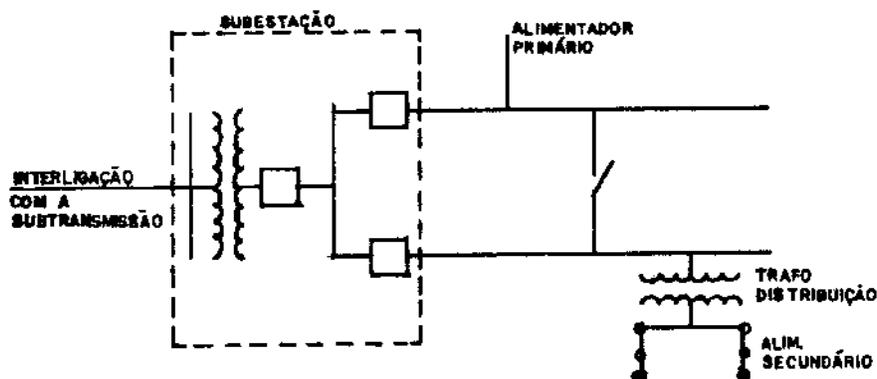


Figura 1.1

Vários aspectos ditam a importância dos sistemas de distribuição. Entre eles destacam-se: a proximidade com os consumidores, o fato de grande parte das perdas do sistema elétrico ocorrer na distribuição e os altos custos envolvidos na sua expansão, operação e manutenção.

A proximidade com os consumidores delega à distribuição de energia um papel particularmente importante. Sendo o elo de ligação entre o consumidor e o sistema, a qualidade da prestação de serviço se faz sentir diretamente. Essa qualidade é, geralmente, aferida pelo nível de tensão entregue e pelo número de interrupções no fornecimento.

Segundo Wolff (1982), as perdas na distribuição chegam a representar mais da metade das perdas existentes num sistema elétrico típico. Esse fato se deve principalmente à baixa tensão de operação destes sistemas. São níveis de tensão típicos, 13,8 kV para o circuito primário e 220 V para o circuito secundário.

No Brasil, os níveis históricos de investimento na distribuição têm sido por volta de 10% do investimento global feito pelo setor elétrico. Esse pequeno percentual sobre um todo bastante reduzido, vem causando uma rápida degradação dos sistemas, tornando a distribuição uma parte especialmente frágil dos sistemas de potência.

Quando estes fatores são analisados conjuntamente, fica claro que mesmo pequenas melhorias na forma de expandir e de operar os sistemas podem propiciar ganhos substanciais para as empresas, além de melhorias na qualidade do serviço. Mais, numa época em que todos os especialistas apontam para o aspecto da conservação de energia como a forma de evitar uma profunda crise de suprimento, é natural que os sistemas que geram a maior parte das perdas mereçam atenção especial.

Neste contexto, o planejamento dos sistemas de distribuição tem importância capital, auxiliando no processo de tomada de decisões, dando suporte a elas e permitindo dimensionar adequadamente os níveis de investimentos necessários para se promover a recuperação dos sistemas. O desenvolvimento de ferramentas mais poderosas, de análise e de síntese, cumpre papel importante dentro deste processo.

A primeira divisão existente a nível de planejamento se dá no aspecto temporal do problema. Assim, são problemas tratados no curto e médio prazo entre outros: correções do nível de tensão e o tratamento de sobrecargas existentes. No longo prazo, seriam vistos os problemas da determinação do nível de tensão de operação e da expansão das redes. Neste caso, prever a demanda futura, localizar e dimensionar equipamentos transformadores e rotear os alimentadores são as questões preponderantes.

Neste trabalho aborda-se especificamente a questão de longo prazo referente à expansão de capacidade nos sistemas de distribuição. O nível de tensão de operação é normalmente usado para subdividir o problema do planejamento no longo prazo. Assim, de um lado trata-se a expansão da rede primária e de outro a expansão da rede secundária.

## 1.2 - Revisão Bibliográfica

A evolução dos estudos do planejamento da expansão em redes de distribuição de energia elétrica aponta nitidamente para o desenvolvimento de ferramentas de síntese mais poderosas e, cada vez mais, baseadas nas técnicas de programação matemática. Um aspecto interessante da bibliografia é que enquanto os estudos do primário são encontrados fartamente na literatura, os do secundário são muito raros. Gonen e Mahmoud (1983), fizeram um levantamento bibliográfico com 90 modelos usados na distribuição; apenas 3 tratam do problema do secundário. Essa diferenciação não se justifica, já que os grandes motivadores dos estudos de planejamento da distribuição citados, também se encontram no circuito secundário. A seguir são comentados alguns dos principais modelos desenvolvidos para a rede primária.

### 1.2.1 - Modelos para o Planejamento do Primário

As primeiras tentativas de construir ferramentas de apoio ao planejamento da distribuição baseadas em modelos matemáticos, concentravam-se exclusivamente nos problemas das subestações. Os trabalhos de Masud (1974) e (1978), são pioneiros nesse enfoque. Nestes trabalhos, dado os locais plausíveis para a instalação das subestações, procura-se dimensioná-las da maneira mais econômica usando um modelo 0/1 puro. As questões relativas aos alimentadores primários não eram consideradas. Assim como em Adams e Laughton (1974), era estudada apenas a possibilidade de transferência de cargas entre as áreas de influência das subestações, definindo montantes de energia a serem trocados.

Em Holt e Crawford (1975) e Adams e outros (1984), o custo da rede de alimentadores já é melhor representado através do produto distância x carga. Os sistemas de distribuição eram divididos em quadrículas para as quais se atribua uma carga prevista para um ano horizonte pré-definido. Depois, identificavam-se as quadrículas onde poderiam ser instaladas as subestações e calculava-se o caminho mínimo entre as quadrículas fontes e todas as outras. O resultado desse problema era colocado como um problema de transporte da programação linear onde era realizada a filiação das cargas às fontes.

As principais desvantagens dessa abordagem eram: praticamente não considera a rede existente, não consegue contemplar o custo das perdas, não trata a questão dos custos de investimentos em subestações, não especifica caminhos para a energia e conseqüentemente não consegue considerar restrições de capacidade nos trechos dos alimentadores.

Wall e outros (1979), desenvolveram um modelo para planejar apenas os alimentadores primários fazendo uma representação mais apurada da rede. Eles transformaram o mapa de quadrículas num grafo onde cada nó representa um quadrado e as ligações entre eles são feitas pelos seus lados, através de arcos orientados. As quadrículas que tinham subestação instalada foram consideradas como nós fontes e as outras como nós de demanda. O problema resultante era resolvido por um algoritmo de transporte.

Propostas mais elaboradas começam a surgir com a utilização de modelos de programação linear inteira-mista. Com ela é possível representar convenientemente os custos fixos das subestações e dos alimentadores, através de variáveis 0/1. Porém, aparece o problema da dimensão dos problemas reais e, conseqüentemente, a dificuldade de resolvê-los. Surgem então as propostas de resolução do problema em uma ou em duas fases.

Na resolução do problema em uma única fase, o custo fixo dos alimentadores é desprezado por ser pequeno em relação ao das subestações. O problema fica então modelado com variáveis 0/1 somente para as subestações e com a rede real dos alimentadores representada simplificada através de um modelo de transporte ou através de um modelo de fluxo em redes. São exemplos desta abordagem os trabalhos de Hindi e Brameller (1977); Thompson e Wall (1981); Sun e outros (1982); Gonen e Foote (1981), entre outros.

Na proposta de duas fases, após a obtenção dos resultados dos problemas referentes às subestações, procura-se tratar de uma maneira mais refinada a expansão dos alimentadores. Em Fawzi e outros (1983), o roteamento dos alimentadores primários é considerado através de uma eficiente heurística que considera o custo fixo dos novos trechos. Essa heurística consiste em calibrar o custo linear dos arcos de acordo com o seu fluxo. Em Backlund e Bubenko (1979), este problema é tratado através de um modelo de roteamento de veículos, que procura estabelecer rotas de custo mínimo. Essas rotas iniciam e terminam numa subestação formando laços de alimentadores. Depois, esses laços são abertos em pontos determinados para a obtenção de uma rede radial. Assim, segundo os autores, contempla-se de alguma forma o problema da confiabilidade do sistema.

Todos os modelos citados trabalham com custo linear para as perdas e tratam as restrições de radialidade e de queda de tensão após a obtenção do resultado final. El-Kady (1984) e Gonen e Ramirez-Rosado (1987), propõem o modelamento do problema incluindo essas restrições no processo de otimização. O problema resultante fica com dimensão muito elevada sendo aplicado apenas a redes muito pequenas. Por exemplo, em Gonen e Ramirez-Rosado (1987), a rede de estudo tem 9 nós e 12 ramos.

De uma maneira geral, a obtenção da radialidade depois do processo de otimização é tentada por meio de uma heurística que identifica os nós que são alimentados por mais de uma subestação e retira o arco mais caro que incide neles, tentando nova solução (Wall e outros, 1979).

A questão do recondutoramento, ou seja, do aumento do diâmetro dos condutores em trechos já existentes não é abordada por nenhum dos modelos explicitamente.

A metodologia de resolução utilizada pelos autores emprega, geralmente, métodos de enumeração implícita para tratar o problema inteiro-misto. A exceção fica por conta de Backlund e Bubenko (1979), que utilizam o método de Benders. Os subproblemas são resolvidos utilizando-se algoritmos de transporte, transbordo ou de fluxo de custo mínimo.

Em relação ao aspecto temporal, os métodos podem ser classificados como estáticos, pseudo-dinâmicos e dinâmicos (Gonen e outros, 1985). Os métodos estáticos fornecem planos de expansão para um determinado ano. O período de planejamento é considerado como sendo composto de um único estágio. As principais contribuições dentro deste enfoque são: Masud (1974); Holt e Crawford (1975); Gonen e Foote (1981); Hindi e Brameller (1977); Backlund e Bubenko (1979); Fawzi e outros (1983).

Os métodos estáticos podem ser aplicados sucessivamente a cada estágio do período de planejamento, constituindo-se num processo pseudo-dinâmico. Sun e outros (1982), sugerem que numa primeira fase seja elaborado um plano ótimo de expansão para o último ano do período de planejamento (ano horizonte) usando um método estático. Numa segunda fase aplica-se o mesmo método estático sucessivamente à cada estágio do planejamento, utilizando apenas os equipamentos escolhidos na primeira fase. Obtém-se assim, um cronograma coerente com os objetivos do longo prazo.

Mais recentemente têm aparecido contribuições de modelos de programação linear inteira mista completamente dinâmicos, ou seja, onde todos os estágios de planejamento são resolvidos de uma única vez.

Restringindo-se aos modelos onde os dois problemas, de subestações e de alimentadores, são resolvidos simultaneamente é possível citar os trabalhos de El-Kady (1984) e Gonen e Ramirez-Rosado (1987). Porém, os exemplos resolvidos nestes trabalhos referem-se a problemas muito pequenos e sem interesse prático. O grande número de variáveis de decisão necessário nos modelos dinâmicos, que utilizam o enfoque da programação inteira mista, mais a necessidade de resolver modelos não-lineares dificultam a sua aplicação para sistemas reais.

No Brasil, tem-se conhecimento de duas concessionárias que trabalham o planejamento da distribuição dentro do enfoque de programação matemática. Ambas usam um programa desenvolvido pela Divisão de Planejamento de Sistemas da Jacksonville Electric Authority, que auxilia na localização de subestações e determinação de suas áreas de influência (Burani, 1985). A metodologia usada é baseada na proposta de Holt e Crawford (1975), que trabalha com quadrículas e procura minimizar o critério distância x carga. Ela apresenta as limitações já discutidas acima.

Dentro da Companhia Paulista de Força e Luz, CPFL, vêm sendo envidados esforços no desenvolvimento de uma metodologia para planejar os alimentadores primários e acoplá-la ao planejamento de subestações existente.

A primeira proposta de modelamento usando programação linear inteira mista foi feita por Oliveira (1983), dentro de uma monografia onde são abordados os diversos aspectos do problema.

Burani (1985), sugere um enfoque similar ao proposto por Wall e outros (1979), utilizando o algoritmo "Out of Kilter" para resolver o problema do roteamento dos alimentadores. Baseado em Thompson e Wall (1981), ele sugere a utilização do algoritmo branch and bound para fazer a localização das subestações. Os resultados apresentados são para redes muito pequenas.

### 1.2.2 - Modelos para o Planejamento do Secundário

Na literatura disponível a única abordagem através de programação matemática feita para o secundário que se tem conhecimento foi a realizada por Backlund e Bubenko (1979). A metodologia empregada resume-se a propor, para uma dada localização possível para os transformadores, o roteamento dos alimentadores secundários. A configuração inicial é obtida pelo algoritmo da árvore geradora de custo mínimo. Tenta-se melhorar esta solução através de uma heurística que busca novas rotas com um custo menor. Na última etapa, os condutores são dimensionados considerando o fluxo nos arcos.

### 1.3 - Nova Proposta Metodológica para o Planejamento

Neste trabalho é apresentada uma proposta de metodologia para o problema do planejamento das redes de distribuição onde serão considerados os problemas referentes ao sistema primário e ao sistema secundário, através de uma abordagem hierarquizada. No nível superior trata-se do planejamento primário e no nível inferior o do secundário. Essa metodologia foi desenvolvida pensando na sua utilização dentro da área urbana das grandes cidades.

As principais características da abordagem proposta para o sistema primário são: o procedimento de escolha de locais candidatos à subestações através de um modelo matemático; a resolução simultânea dos problemas de localização e dimensionamento das subestações e do roteamento e determinação da bitola para os alimentadores; o recondutoramento ser tratado de forma explícita e conjuntamente através de uma heurística que força a convexidade das funções de custo durante o processo de otimização. O critério de otimização é a minimização dos investimentos e contempla as perdas de energia e de demanda na forma quadrática, além de considerar os custos fixos dos alimentadores e das subestações.

Como as soluções obtidas pelo modelo quadrático normalmente não são radiais, foram desenvolvidas heurísticas para conformar a topologia da rede e deixá-la numa situação de operação equilibrada, buscando a mínima degradação do critério econômico. Essas heurísticas utilizam o custo real da rede, o que lhes confere a propriedade de propor alternativas de expansão com orçamentos bastante realistas.

A metodologia proposta para o sistema secundário constitui-se numa heurística dividida em três etapas: na primeira, localiza-se os transformadores de distribuição nos centros de carga dos subsistemas; na segunda, roteia-se os alimentadores secundários segundo o critério de minimização dos custos de investimento e de perdas e dimensionam-se os transformadores de acordo com a sua área de influência; finalmente, são traçadas as rotas das derivações primárias dentro do subsistema observando o critério do investimento mínimo.

Estas três etapas foram implementadas de forma muito eficiente permitindo fazer a definição do número de transformadores a serem instalados através de uma enumeração sequencial. Será escolhida a configuração que apresentar o menor custo real total. Esse custo é composto de uma parcela de perdas e outra dos investimentos necessários para a expansão do sistema.

A interação entre os dois níveis de planejamento se dará principalmente pelo estabelecimento das rotas dos alimentadores primários, que demarcarão os pontos de captação de energia para o secundário. Da mesma forma, espera-se que o estudo do secundário realmente o de nível superior, através da localização dos transformadores e das rotas das derivações primárias dentro dos subsistemas.

Todos os programas utilizados foram desenvolvidos em microcomputador e primando pelo uso de estrutura de dados compactas e de algoritmos muito eficientes. Isso permite que os sistemas implementados sejam utilizados em problemas reais de grande porte. Recursos de computação gráfica são usados intensivamente, promovendo uma interface amigável com os planejadores.

A seguir nesta dissertação temos o capítulo 2, onde é discutido de forma detalhada o problema do planejamento a longo prazo na distribuição de energia elétrica, chamando atenção para a série de aspectos que tornam este problema de difícil resolução.

O capítulo 3 apresenta o modelamento matemático. São discutidas as considerações feitas no problema real para a obtenção de modelos resolvíveis matematicamente e de suas prováveis consequências nos resultados obtidos.

No capítulo 4 as técnicas de resolução dos problemas matemáticos obtidos na etapa anterior são mostradas e discutidas, assim como alguns detalhes da implementação computacional.

No capítulo 5 aplicam-se as metodologias propostas, para o primário e para o secundário, a sistemas reais e faz-se uma análise detalhada dos resultados. Também serão feitas comparações com as metodologias normalmente empregadas na resolução destes problemas.

Finalmente, no capítulo 6 são apresentadas as conclusões dos estudos realizados e feitas sugestões para continuidade deste trabalho.

## CAPÍTULO 2

### O PROBLEMA DO PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO

## 2.1 - Introdução

O planejamento a longo prazo na distribuição de energia elétrica preocupa-se fundamentalmente com as ampliações que deverão ser realizadas no sistema para atender a uma demanda prevista de energia. Seu objetivo é planejar um acréscimo na capacidade do sistema de distribuição que atenda essa demanda de forma confiável, segura e econômica. Para tanto, o problema do planejamento a longo prazo considera simultaneamente aspectos técnicos, econômicos, espaciais e temporais.

Este problema é normalmente dividido em duas etapas consecutivas. A primeira, projetiva, procura prever em termos de magnitude e localização a demanda futura de energia, partindo de dados históricos de carga ou de fatores de ocupação do solo e, geralmente, utilizando modelos tendenciais e sazonais de previsão.

Na segunda etapa são realizados estudos sobre as alternativas de expansão do sistema para o atendimento à demanda projetada na fase anterior. Essas alternativas são avaliadas quanto aos requisitos técnicos da distribuição, ao desempenho e ao custo total do sistema, durante um horizonte de estudos.

Como resultado do processo de planejamento é esperada a escolha de uma dessas alternativas, caracterizada através do estabelecimento de um cronograma das decisões a serem implementadas. Este cronograma deve contemplar: onde e quando deverão ser instalados os novos equipamentos, quando deverão sofrer ampliações os existentes, além de especificar a capacidade nominal dos elementos envolvidos no problema.

Em princípio, a alternativa escolhida deve ser a que atenda as necessidades de demanda, as restrições inerentes ao problema e os critérios de desempenho do sistema com o menor custo possível. Essas restrições incluem entre outras, o respeito à capacidade dos equipamentos, aos limites de queda de tensão e à forma de operação, se radial ou em anel. Os critérios de desempenho dizem respeito basicamente às questões de confiabilidade e de continuidade dos serviços, esta aferida pelos índices DEC e FEC, Duração e Frequência Equivalentes de Interrupção por Consumidor.

Para buscar esta alternativa, procura-se trabalhar no desenvolvimento de ferramentas de síntese, cada vez mais baseadas em programação matemática, com o intuito de auxiliar o planejador nas tomadas de decisões, que minimizem o custo de expansão do sistema durante um certo intervalo de tempo pré-determinado.

## 2.2 - Horizonte de Estudos

Nos estudos de longo prazo a primeira definição importante é a escolha criteriosa do horizonte de estudos. O horizonte mais adequado à análise econômica em problemas de expansão de capacidade é o infinito (Freidenfelds, 1981). Isto porque o truncamento do período de estudos num determinado número de anos  $T$ , pode levar a decisões erradas do ponto de vista econômico, dependendo das considerações que se façam sobre o que vai ocorrer após o ano  $T$ .

Portanto, pelo menos teoricamente, deve-se avaliar as consequências das decisões atuais sobre todo o futuro. Praticamente, procura-se de alguma forma limitar esse horizonte. Por exemplo, se pudermos chegar à conclusão que as alternativas em análise terão consequências similares sobre o sistema para além do ano  $T$ , pode-se truncar o horizonte de estudo nesse ano, definindo a sua duração.

Outro fator que na prática deve se considerar para um truncamento do horizonte de estudos é a qualidade da previsão de demanda. É claro que o horizonte não deve se estender a ponto de tornar a etapa de projeção uma atividade meramente especulativa, pois sobre seus resultados serão traçados os planos de expansão futuros.

A dinâmica do sistema, isto é, o tempo necessário ao sistema para atender a uma solicitação de demanda, através da colocação em operação de novos equipamentos também influi na escolha do horizonte de estudos. Aliás, na distribuição de energia elétrica, esta questão pode ser considerada como um dos demarcadores da subdivisão do sistema em parte primária e parte secundária.

Normalmente são caracterizados como horizontes de longo prazo, em problemas da distribuição, períodos que variam entre 3 e 20 anos, de acordo com a parte do sistema que está sendo estudada e com os instrumentos de previsão de demanda e planejamento disponíveis nas empresas.

### 2.3 - Previsão de Demandas

A previsão de demanda em sistemas de distribuição, para efeitos de planejamento, procura projetar para cada ano do horizonte de estudo a magnitude das cargas já existentes e a magnitude e localização geográfica das cargas futuras. Este problema é normalmente abordado de duas maneiras: dividindo a área de estudos em quadrículas ou considerando a área de serviço dos equipamentos (Wolff, 1982).

A metodologia de quadriculas consiste na divisão da área de estudo em quadrados, cuja dimensão varia de acordo com o nível de densidade de carga e de precisão que se deseje obter. São utilizadas, por exemplo, quadriculas de 500m por 500m em áreas urbanas e quadriculas bem maiores, 5000m por 5000m, em regiões rurais.

Este tipo de abordagem possui as vantagens de ser facilmente armazenada em forma matricial e necessitar de um volume de dados menor para se fazer a projeção, devido ao agrupamento de cargas dentro de uma quadricula. Suas principais desvantagens são: não distinguir a natureza das cargas, residencial, comercial e industrial, atribuir a todos os elementos de uma quadricula a mesma taxa de crescimento, não precisar o local de ocorrência das demandas e não conseguir representar a topologia da rede de distribuição.

A questão da topologia da rede é citada como uma desvantagem, já dentro desta etapa, se lembrarmos que a expansão física dos sistemas, a ser idealizada através da elaboração dos estudos de planejamento, tem como um dos aspectos mais determinantes a rede existente. Assim, pode-se dizer que esses estudos devem contemplar a rede atual e para tanto, é interessante contar com dados de demanda onde a topologia da rede possa ser evidenciada.

Quando se trata o problema de previsão de demandas com base na área de influência dos equipamentos, existem vários níveis de agregação das cargas, subestações, alimentadores e transformadores. A utilização da área de influência de subestações abrange um número muito grande de cargas sem especificação da sua natureza, além de não permitir qualquer representação da rede.

Com a área dos alimentadores, consegue-se uma certa representação da rede atual mas o problema com relação às cargas permanece. Mais, existe o agravante de ocorrerem mudanças constantes na rede, isto é, parte das cargas que recebem energia atualmente por determinado alimentador, pode ser remanejada para um outro, por exemplo, pelo fato deste último estar menos carregado, ou mesmo pela construção de um novo alimentador. Como esse tipo de manobra é executada com certa frequência, as demandas projetadas para o longo prazo ficam prejudicadas.

A projeção de demandas feita a nível dos transformadores de distribuição possui as vantagens de permitir um tratamento mais homogêneo das cargas, em termos da sua natureza, e de possibilitar uma representação topológica adequada da rede. Tem como principal desvantagem o enorme volume de dados necessários para se fazer a previsão e o seu gerenciamento.

A literatura de planejamento a longo prazo em sistemas de distribuição utilizava quase que unanimemente a abordagem por quadrículas, com a justificativa de que para horizontes longos não havia necessidade de uma localização mais fina dos pontos de carga. Somava-se ainda o fato de que o problema a ser resolvido incluía apenas a parte referente às subestações, e portanto, a "topologia" da rede, dada apenas em termos da distância das cargas às subestações, se mostrava satisfatoriamente representada.

Imposta a necessidade de se contemplar também os alimentadores, tentou-se representar a topologia da rede pelos lados da quadrículas: porém, logo notou-se que essa representação não era adequada. Mais recentemente, com o interesse crescente por uma abordagem conjunta do problema, somado à evolução da tecnologia de "hardware" e dos bancos de dados, há uma tendência em se adotar a abordagem por área de influência de transformadores de distribuição.

Há farta literatura sobre os métodos que podem ser utilizados para projetar a demanda futura (Mahmoud e outros, 1980 e 1981). Normalmente, a análise tendencial e sazonal dos históricos é utilizada em partes do sistema já existentes, enquanto técnicas que estudam ocupação do solo e depois a transformam em demanda de energia são usadas em áreas onde se prevê o aparecimento de cargas futuras.

Vários esforços vêm sendo realizados no problema de prever a demanda com o objetivo de refinar cada vez mais os métodos de previsão. Nos estudos de longo prazo, ganharam ênfase os modelos econométricos que trabalham no sentido de buscár o equilíbrio da demanda de energia, nas diversas fontes disponíveis, com o preço dos energéticos, levando em consideração aspectos como renda da população, estoque de material consumidor de energia e coeficientes de rendimento, entre outros (Taylor, 1975).

O conhecimento da demanda futura de energia é o principal condicionante para a elaboração de planos confiáveis para a expansão dos sistemas de distribuição. Portanto, a qualidade da previsão de demanda, aferida pela capacidade de tratar aleatoriedades e de considerar aspectos da diversificação das cargas, é essencial para tomadas de decisão adequadas no processo de planejamento.

De qualquer modo, pode-se afirmar que num sistema de distribuição de energia elétrica a demanda atual é conhecida e a futura pode ser prevista ano a ano até um horizonte de tempo pré-determinado. Neste trabalho a demanda futura será um dado exógeno, estando fora do escopo discutir a metodologia utilizada na sua previsão. Sendo assim, a questão do planejamento a longo prazo se constitui no problema da expansão da capacidade propriamente dito.

## 2.4 - Planejamento da Expansão da Distribuição

O problema do planejamento da expansão de sistemas de distribuição de energia elétrica pode ser resumido à seguinte forma: conhecendo-se a magnitude e localização das cargas para todos os anos do período de estudo, procura-se expandir o sistema de forma a garantir o atendimento à demanda de energia, ano a ano, dentro de padrões técnicos de fornecimento e de operação, ao menor custo total possível.

O custo total deste problema é composto de duas partes principais: investimentos e perdas. Na parcela de investimentos destaca-se o custo dos equipamentos, componente de maior peso neste montante. Especificamente, ele corresponde a aproximadamente 80% do custo final de uma subestação. Incluem-se ainda nesta parcela as despesas com instalações físicas, obras realizadas, manutenção do sistema e a interligação com a subtransmissão.

A segunda parcela é composta dos custos das perdas de energia e de demanda. Estes custos são normalmente calculados em bases anuais, correspondendo respectivamente ao valor da energia e da capacidade útil do sistema todo, incluindo geração, transmissão e distribuição, perdas devido ao efeito Joule ( $R I^2$ ) nos condutores da distribuição.

Uma característica dos sistemas de distribuição é a elevada relação entre os custos de investimento e os das perdas. Este fato poderia, em princípio, sugerir uma atenção maior à primeira parcela. Acontece, que os investimentos se realizam num espaço de tempo relativamente curto, ao passo que as perdas ocorrem durante toda a vida útil dos equipamentos. Portanto, torna-se necessário contemplar esse aspecto temporal no equacionamento do problema.

A garantia dos padrões técnicos de atendimento se dá pelo respeito às capacidades dos equipamentos e pela imposição de uma queda de tensão máxima tida como aceitável. Em relação à queda de tensão é importante comentar que existem equipamentos específicos que atuam no sentido de regular a tensão de fornecimento: os reguladores de tensão e os bancos de capacitores. Estes equipamentos estão quase sempre presentes nas redes e podem ser realocados conforme necessidade.

A questão da confiabilidade e da continuidade de serviços foge ao escopo deste trabalho. Geralmente, estes estudos são realizados como última etapa do processo: diversas alternativas de expansão com custos competitivos entre si podem ser comparadas em relação aos índices pertinentes, podendo favorecer uma delas e, portanto, auxiliar a escolha da solução.

Para se estimar esses índices, são necessários modelos probabilísticos alimentados por dados históricos de taxas de falhas e de reparação dos equipamentos (Oliveira, 1983). Um levantamento completo sobre confiabilidade em sistemas de distribuição é encontrado em EPRI (1981).

Quanto à forma de operação, os sistemas de distribuição podem estar radiais ou anelados. Os sistemas radiais se caracterizam por existir um único caminho disponível para a energia fluir das subestações para os blocos de carga. Os anelados permitem que o atendimento de uma carga se faça por vários caminhos diferentes. Caminhos alternativos para a energia, provocam melhorias nas características elétricas e nas perdas, porém, dificultam o aspecto da proteção. No problema da expansão deve-se esperar que as redes sejam planejadas da forma pela qual serão operadas no futuro.

A tarefa de gerar planos de expansão para um sistema de distribuição fica dificultada quando são levados em consideração outros aspectos que não somente os técnicos e econômicos. Um desses aspectos, que no caso brasileiro assume particular importância, está relacionado com as altas taxas de crescimento da demanda, notadamente nas grandes cidades, aliado à falta de um planejamento urbano capaz de orientar esse crescimento.

Essa falta de planejamento conduz a uma série de distorções, que acabam levando a projeções de demanda pouco confiáveis, que por sua vez, condicionam planos de expansão de alto risco. Existem ainda outros fatores, originários desta questão, que contribuem para aumentar a complexidade da resolução do problema. Entre eles podemos citar: a supervalorização do solo urbano, a escassez de áreas disponíveis em determinadas regiões e as densidades de carga muito elevadas e crescentes.

Outros aspectos restritivos ao processo de planejamento dizem respeito à consideração de restrições ambientais, de estética e de segurança, que muitas vezes impedem a instalação de equipamentos em determinados locais considerados interessantes do ponto de vista técnico. Além disso, a padronização e a economia de escala envolvidas no processo fazem com que as opções dos equipamentos devam vir de uma lista pré-determinada, tirando muitas vezes a liberdade de escolha do planejador, principalmente em termos de potência nominal.

A baixa capacidade de investimento do setor elétrico também dificulta a tarefa de planejar. Frequentemente soluções atrativas no longo prazo devem ser descartadas por demandarem investimentos de curto prazo não compatíveis com as disponibilidades orçamentárias.

As diversas questões mencionadas acima contribuem de alguma forma para dificultar a obtenção de boas soluções para o problema da expansão. Porém, a causa principal desta dificuldade está ligada à dimensão dos sistemas a expandir e, conseqüentemente, à dimensão do problema gerado. As redes de distribuição são sistemas integrados entre si e ligados à subtransmissão. Este fato sugere que, na medida do possível, sejam considerados conjuntamente.

Os equipamentos a serem instalados ou substituídos possuem várias opções de capacidade, localização e interconexão dentro do sistema. Ainda, pelo fato de estarmos trabalhando no longo prazo, existe a necessidade de se contemplar o aspecto dinâmico do problema, ou seja, do crescimento ano a ano da demanda, através do estabelecimento de um cronograma de ações que possibilite a entrada em operação dos novos equipamentos da rede no momento oportuno.

Todas essas considerações vão nos permitir mostrar que o planejamento da expansão é um problema de grande porte com características combinatoriais e de difícil resolução. É praticamente impossível a análise de todas as alternativas de expansão. Mais, a existência de incertezas advindas da etapa de previsão de cargas, sugere que o sistema seja avaliado para vários cenários de demanda, exigindo esforços adicionais consideráveis.

Resumindo, o problema do planejamento procura, dentro de um horizonte determinado, minimizar os custos de ligações da subtransmissão, de subestações, alimentadores primários e secundários, transformadores de distribuição e também das perdas do sistema contemplando um grande número de restrições que abrangem aspectos bastante diversos.

As numerosas questões e elementos envolvidos parecem demonstrar que uma abordagem global para o problema da expansão da distribuição é uma idéia que deve ser desconsiderada. Para contornar essa questão, normalmente se faz uma partição deste problema com o objetivo de torná-lo mais tratável. Nesse sentido os sistemas de distribuição apresentam pelo menos uma demarcação clara. Levando-se em conta aspectos que variam desde os níveis de tensão até a dinâmica das partes do sistema, existe uma divisão intrínseca, em sistema primário e sistema secundário, que deve ser utilizada para reduzir a dimensão do problema.

No problema de planejamento do sistema primário se trabalha com os maiores blocos de energia, onde serão definidos o número, a localização e o dimensionamento das subestações de distribuição e o roteamento e bitola dos alimentadores primários. Também dentro desta etapa do processo devem ser considerados os problemas relativos à interligação com o sistema de subtransmissão.

No planejamento do sistema secundário procura-se definir o número, os locais de instalação e as potências dos transformadores de distribuição, bem como a rota e a bitola dos alimentadores secundários. Além disso, devem ser definidas as rotas dos alimentadores primários até atingirem os transformadores.

#### 2.4.1 - Expansão do Sistema Primário

Nesta etapa do planejamento, serão estudadas as alternativas de expansão relacionadas às subestações de distribuição e aos alimentadores primários. No caso das subestações são problemas a serem resolvidos: o número, a localização, a tecnologia utilizada, o dimensionamento e a interligação com a subtransmissão. Em relação aos alimentadores deve-se atentar para as questões do roteamento e da escolha da bitola mais adequada para os novos trechos, e do recondutoramento para os trechos existentes.

Dada a rede de distribuição existente, procura-se localizar os novos pontos de carga e as rotas plausíveis de estendimento do sistema primário. Determinada a magnitude da demanda de todos os elementos consumidores para o ano horizonte, pode-se partir em busca da melhor solução para o problema da expansão.

Uma primeira questão a ser resolvida diz respeito à escolha de locais candidatos a abrigarem novas subestações. Numa análise superficial, a idéia básica é se localizar as subestações nos centros de carga do sistema (baricentros), objetivando minimizar a distância total de atendimento à demanda em tensão primária. É bom salientar que para essa escolha a rede existente tem papel preponderante, pois as subestações já instaladas, os tipos de condutores e as rotas atuais de atendimento influenciam decisivamente na localização dos novos centros de carga.

O problema de localização das subestações fica mais complexo quando se percebe que há necessidade de contemplar outros aspectos já comentados. Entre os que mais influenciam neste problema podemos citar: a disponibilidade de terrenos nos locais determinados, as restrições ambientais e a interligação com a subtransmissão.

Portanto, é interessante na escolha dos locais candidatos estabelecer, a priori, uma classificação de quais não podem abrigar uma subestação, quais já foram escolhidos e aqueles que permitem a instalação. Essa classificação deve ser feita pelo planejador que possui, geralmente, um grande conhecimento da rede e das restrições envolvidas. São as características desses locais que vão determinar os tipos de equipamentos a serem instalados.

A adição de capacidade de transformação dentro do sistema se dá, normalmente, através de módulos com potência nominal constante, por exemplo, 25 MVA. Assim, para uma subestação nova o dimensionamento é feito através da determinação do número de módulos a serem instalados. Para as subestações existentes deve-se averiguar primeiramente se há possibilidade de expansão. Em caso afirmativo, deve-se especificar para que valor será elevada sua capacidade de transformação, mediante a instalação de novos módulos.

Quanto à tecnologia a ser utilizada, existem as subestações normais e as compactas, que se diferenciam pelo tamanho das instalações necessárias e pelo custo dos equipamentos. As subestações compactas utilizam tecnologia que permite grande redução no espaço entre os equipamentos e portanto na área total da subestação. Entretanto, o seu custo é elevadíssimo. Pode-se inclusive afirmar que este tipo de subestação deve ser utilizada sómente em regiões especiais, como centros de cidades, e com densidade de carga muito elevada.

De qualquer forma, é interessante que o planejador possa especificar qual o tipo de tecnologia mais adequada, ou mesmo obrigatória, a ser instalada em cada um dos locais candidatos. No caso de existirem dúvidas é importante permitir a representação das duas opções.

Ainda relativo às subestações, há o problema da interligação com a subtransmissão. Ele é de extrema importância pois implica na construção de um ramal em alta tensão e eventualmente pode determinar necessidades de reforços nessa parte do sistema. Esses ramaís têm custo muito elevado e dependem, geralmente, da reserva de grandes faixas de servidão para o seu traçado.

Na parte dos alimentadores, deve-se escolher a rota para atendimento das novas cargas dentre um conjunto de opções previamente estipulado. Este conjunto advém, principalmente, dos traçados das ruas disponíveis e, para novas áreas, leva em consideração a existência de acidentes geográficos, planos de ocupação do solo, entre outros aspectos. Ele representa as possibilidades de expansão física do sistema primário.

A determinação da bitola mais adequada para cada um dos novos trechos deve ser feita a partir de um conjunto de cabos normalmente utilizados na distribuição. Cada tipo de cabo possui um custo de aquisição e uma perda associada. Isso faz com que a escolha da bitola mais econômica deva ser orientada por um compromisso entre esses dois fatores pois, se por um lado, as perdas diminuem com o aumento do diâmetro do condutor, por outro, o custo de aquisição fica maior.

Na questão do recondutoramento procura-se identificar quais trechos do sistema já existente devem sofrer expansão, isto é, aumento no diâmetro do condutor. Quando se realiza um recondutoramento há, geralmente, a necessidade de se trocar a maioria dos componentes do sistema, fazendo com que o custo dessa operação possa ser considerado igual ao custo da construção de novos trechos.

A identificação do fluxo passante a partir do qual é interessante se efetuar o recondutoramento é uma questão crucial para este problema. Atingido ou superado esse fluxo, deve-se determinar qual a nova bitola para esse trecho. Em problemas de planejamento essa operação deve ocorrer com certa frequência devido a instalação de novas subestações, o que exige um aumento na capacidade de transmissão de energia na sua vizinhança.

Com relação à forma de operação, as redes radiais são mais utilizadas mundialmente devido ao seu custo ser bem inferior ao das redes aneladas. Essa diferença advém do fato deste último tipo ser normalmente subterrânea, objetivando minimizar a ocorrência de defeitos, devido a dificuldades na área de proteção. As redes radiais são geralmente aéreas e portanto sujeitas a um número maior de defeitos. Suas características elétricas são inferiores às redes aneladas, porém, a proteção é mais simples de ser calibrada.

A definição do tipo de sistema a ser utilizado, praticamente pode ser feita a priori. As densidades de carga que viabilizam economicamente as redes aneladas são tão elevadas, que são encontradas apenas em determinadas regiões das grandes metrópoles. Portanto, pode-se esperar que a maioria dos sistemas de distribuição operem de forma radial e devam ser planejados dessa forma.

Uma questão importante que aparece com a radialidade diz respeito à localização de chaves na rede futura. Cargas que nos anos seguintes serão trocadas de alimentador são pontos, em princípio, adequados para a instalação de chaves. É claro que este não é o único critério para a instalação, mas é interessante que o planejamento possa dar indicações sobre esses locais.

Nos sistemas radiais procura-se contemplar o problema do fornecimento de energia às cargas por caminhos diferentes do normalmente empregado, através da manutenção de capacidade ociosa nos alimentadores, principalmente nas saídas das subestações. Nesses casos, existem normas de segurança que estabelecem níveis de fluxo que não devem ser superados. Para efeitos de planejamento, esses níveis de fluxo servem como indicadores da necessidade de estudarmos a criação de mais alimentadores para uma subestação, caso na solução obtida haja violação do valor determinado.

## 2.4.2 - Expansão do Sistema Secundário

Nesta etapa serão definidas questões relativas aos transformadores de distribuição, aos alimentadores secundários e às ligações primário-transformadores. No caso dos transformadores são problemas a serem resolvidos, o número, a localização e o dimensionamento. Para a interligação e para os alimentadores devemos nos preocupar com o traçado das rotas e com as bitolas a serem utilizadas.

A questão da localização e dimensionamento dos transformadores de distribuição apresenta características bastante diferentes do problema equivalente na rede primária, relativo às subestações. Inicialmente, não existe o aspecto da modularização, uma vez que os transformadores estão disponíveis em diversas potências nominais. Depois, eles podem ser instalados em qualquer ponto do sistema secundário, não havendo necessidade de contemplar outros aspectos além dos técnicos. Finalmente, não se costuma instalar mais que um transformador no mesmo local.

Como objetivo, busca-se localizar os trafos nos centros de carga na tentativa de minimizar perdas e queda de tensão no secundário, questões muito delicadas devido à baixa tensão de operação. A escolha dos centros de carga contempla os mesmos aspectos do problema anterior.

A determinação da área de influência de um transformador é um aspecto importante do problema: a sua carga determina o dimensionamento adequado, devendo ser escolhido o equipamento cuja potência nominal seja mais próxima da demanda da área. É nessa região que serão traçadas as rotas dos alimentadores secundários.

O custo de instalação dos transformadores apresenta uma grande economia de escala. Isto dificulta a determinação do número de equipamentos a serem instalados. Na realidade existe um compromisso entre instalar um número menor de equipamentos de maior potência e, em consequência, ser necessário maior extensão de rede, com maior perda, ou instalar mais transformadores de menor potência e, com isso, menor rede e menor perda.

A rota de interligação primário-transformador possui características particulares. Como a região abrangida e as cargas atendidas por uma rede secundária são, em geral, relativamente menores quando comparadas com a área de atuação e a demanda de todo o alimentador primário, pode-se supor que essas ligações não gerem perdas nem queda de tensão significativas. Assim, o objetivo principal nesta parte do problema é esticar o menor comprimento de rede primária. Isto quer dizer que podemos nos preocupar apenas com o custo de instalação dos condutores.

Já a escolha do traçado das rotas para os alimentadores secundários possui características diferentes. Como a tensão de operação é baixa, devemos nos preocupar em atender as cargas pelo caminho mais curto. Dessa forma priorizam-se as questões de perdas e queda de tensão.

No sistema secundário, permite-se anelar a rede para melhorar as características elétricas e diminuir as perdas. Esses anéis são formados com os alimentadores que se originam de um mesmo transformador, ou seja, dentro de um mesmo circuito secundário. Essa operação ocorre raramente na prática porque demandaria circuitos de comprimento muito longo, provocando quedas de tensão elevadas. Contudo, é interessante checar a possibilidade de se criarem anéis.

Quanto à escolha da bitola para os condutores, valem as mesmas considerações feitas para o sistema primário. A escolha deve vir de um conjunto de cabos normalmente empregados nessa parte do sistema, e se dará de acordo com o fluxo em cada um dos trechos. Como cada cabo possui um custo de aquisição e gera um custo de perdas particular, deve-se escolher aquele que minimize a soma das duas parcelas. No caso de reforços, pode-se pensar da mesma forma do recondutoramento: deve-se identificar a necessidade de substituição dos trechos e fazer a especificação da nova bitola a ser utilizada.

### 2.4.3. - O Problema da Expansão Hierarquizado

A grande integração entre os sistemas primário e secundário, somado à falta de condições de um tratamento conjunto do problema de planejamento da expansão na distribuição, sugere uma hierarquização dos objetivos. Assim, o planejamento do sistema primário seria resolvido num nível superior onde se procuraria aumentar a capacidade de atendimento do sistema da melhor maneira possível, enquanto no nível inferior, o planejamento do sistema secundário buscaria identificar a estratégia ótima de ligação do primário até o consumidor.

Essa hierarquização é reforçada quando levamos em consideração o tempo necessário ao sistema para atender novas solicitações de demanda e as reservas de espaço físico a serem providenciadas para a instalação de novos equipamentos. Para encadeá-la cronologicamente, podemos pensar na elaboração de um cronograma ótimo de expansão para o primário até o ano horizonte em cujas discretizações seriam realizados os estudos de planejamento do secundário.

Dessa forma, fica contemplada, a nível de planejamento, toda a logística da energia nos sistemas de distribuição, desde a sua captação junto a subtransmissão até a entrega ao consumidor final.

## CAPÍTULO 3

### CONSTRUINDO OS MODELOS MATEMÁTICOS

### 3.1 - Introdução

Sucintamente, pode-se dizer que a etapa de modelamento consiste na atividade de transcrever um problema estudado num conjunto de equações matemáticas que procuram exprimir a sua realidade. O objetivo é obter um problema matemático, caracterizado por uma função objetivo e um conjunto de restrições, aderente e possível de ser resolvido pelas técnicas de otimização e pelo "hardware" disponível.

É reconhecido que necessariamente essa transcrição envolve simplificações do problema real. Logo, a compreensão dessas simplificações e de suas conseqüências fornece elementos imprescindíveis para a obtenção de bons resultados (Correia e outros, 1985). De nada adianta a obtenção de modelos aparentemente completos porém insolúveis; por outro lado, modelos muito simplificados são fáceis de serem resolvidos, mas não proporcionam resultados condizentes com a realidade. Assim, a obtenção de resultados satisfatórios passa por um compromisso entre esses dois enfoques extremos.

A abordagem proposta para modelar a expansão da distribuição de energia elétrica, simplifica, numa primeira etapa, o problema real dividindo-o em dois subsistemas a serem estudados separadamente: primário e secundário.

Esse desacoplamento é realizado objetivando uma redução na dimensão do problema: ele não deve introduzir dissociações do modelo com a realidade devido as características próprias de cada uma das partes do sistema, comentadas no capítulo anterior, principalmente no que diz respeito aos prazos para tomada de decisão.

Para contemplar a forte inter-relação entre os subsistemas os modelos foram hierarquizados: no nível superior trabalha-se com a parte primária e no nível inferior com a parte secundária. Dessa forma, pretende-se que os resultados de cada um realimentem o outro, propiciando a integração desejada e atingindo o objetivo do trabalho: uma abordagem completa para o planejamento da distribuição. Evidentemente, também se poderia pensar no acoplamento, em níveis superiores, dos planejamentos da subtransmissão e da transmissão, perfazendo todo o circuito de transporte de energia elétrica. Porém, esse fechamento está para ser estudado em outros trabalhos.

Na sequência deste capítulo discorre-se sobre a construção de cada um dos modelos matemáticos, chamando-se a atenção para os principais aspectos inerentes a cada um dos problemas, bem como para as simplificações realizadas, no sentido de se obterem formulações resolvíveis, e de suas prováveis consequências.

### 3.2 - Modelamento da Expansão do Sistema Primário

Neste trabalho, o sistema primário de distribuição será estudado num horizonte de dez anos. Este período foi escolhido de modo a contemplar diversos aspectos pertinentes ao estudo, como a disponibilidade de métodos de previsão de demandas, o tempo necessário para realização de obras e os instrumentos de planejamento utilizados nas empresas do setor. Esses instrumentos são normalmente materializados em planos plurianuais, cuja duração média é de cinco anos.

Dentro do planejamento devemos nos preocupar com o atendimento à demanda prevista ano a ano. Isto sugere que a discretização natural para o nosso horizonte de estudo seja anual. Assim, é de se esperar que os modelos mais acurados tenham características dinâmicas, ou seja, realizem estudos do sistema ano a ano simultaneamente, conseguindo explicitar os instantes de tomada de decisão durante todo o horizonte.

Isso no entanto, traria de volta a questão da dimensão do problema, mesmo dentro deste contexto no qual se trata apenas o primário. Como resultado dessa abordagem, seriam elaborados modelos que não poderiam ser resolvidos pelas atuais técnicas de otimização para redes de grande dimensão, que caracterizam os problemas reais.

Por isso, optou-se por trabalhar com uma abordagem pseudo-dinâmica, que consiste na elaboração de um plano ótimo de expansão para o ano horizonte através de uma metodologia estática, resultando na rede alvo, seguido da aplicação sucessiva desse mesmo tipo de metodologia a cada estágio do período de planejamento. Se garantirmos que durante os estágios intermediários sejam utilizados apenas os equipamentos presentes na rede alvo, consegue-se elaborar um cronograma coerente de expansões, que não necessariamente é a solução ótima para o problema, mas que tem apresentado bons resultados na prática (Sun e outros, 1982).

Nada impede que esse tipo de metodologia estática, obedecendo condições de contorno impostas pela rede alvo, seja aplicada ano a ano ao problema, gerando um cronograma de expansão anual. Ocorre que esse período geralmente não é suficiente para a entrada em operação ou ampliação da capacidade dos equipamentos utilizados no sistema primário. Para ilustrar, podemos citar o fato do tempo médio de concepção de uma subestação ser aproximadamente três anos.

Esse foi o principal motivo que nos levou a estagiar o horizonte de estudos de maneira menos fina. Foram demarcados o terceiro, o sexto e o décimo anos como discretizações do horizonte. A evolução da rede será apresentada através dos sistemas já instalados nesses anos.

Dessa forma, no problema de planejamento da rede primária procuraríamos obter uma rede ótima para o ano horizonte e elaborar planos de expansão para o terceiro e sexto anos desse período, gerando o cronograma de decisões. Os equipamentos utilizados nessas expansões intermediárias devem estar presentes na rede alvo, mais, as ampliações necessárias também já devem ser feitas de acordo com as especificações previstas para o ano horizonte.

O sistema de distribuição existente é representado por um grafo não orientado  $G(N,M)$  onde  $N$  é o conjunto de nós e  $M$  o de ramos. O conjunto  $N = \{1,2,\dots,n\}$  é dividido em duas classes: subestações - nós que ofertam energia - e os blocos de carga - nós que demandam energia. Os blocos de carga são compostos por um ou mais transformadores, aos quais está associada uma demanda de energia requerida por um grupo de consumidores. Cada subestação tem associada a sua capacidade de transformação. Os ramos representam os trechos existentes dos alimentadores primários. Cada trecho tem como dado o tipo de cabo instalado, o alimentador do qual faz parte, o seu comprimento e os blocos de carga que ele interliga.

A opção pela representação por grafos se deu pela sua quase total similitude à rede real, destacando as possibilidades de evidenciar os trechos dos alimentadores e os caminhos físicos possíveis para o fluxo de energia.

A opção pela representação por grafos se deu pela sua quase total similitude à rede real, destacando as possibilidades de evidenciar os trechos dos alimentadores e os caminhos físicos possíveis para o fluxo de energia. Esta formulação representa um avanço no modelamento das redes de distribuição em relação aos modelos de transporte, onde essas características ficam geralmente mascaradas.

A figura 3.1 mostra a atual rede de distribuição de Bauru, uma das maiores cidades da área de concessão da CPFL, escolhida para estudo de caso. As quatro subestações existentes têm capacidade de 25 MVA cada e estão demarcadas por triângulos com seus respectivos nomes.

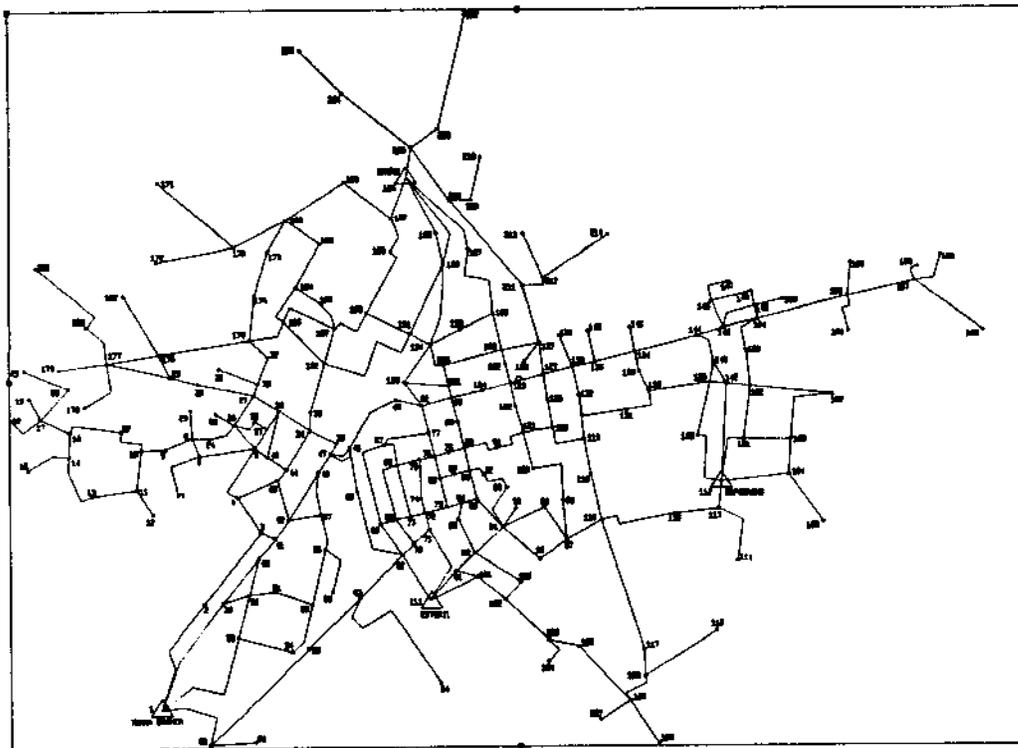


Figura 3.1

Fazendo-se uma análise espacial da previsão de crescimento da demanda, definem-se os locais onde deverão aparecer novas cargas e as possibilidades de atendê-las futuramente pela ampliação da rede primária.

A figura 3.2 mostra, além da rede existente, a previsão dos locais onde aparecerão novas cargas e as rotas plausíveis de pertencerem à rede primária no ano 2000, escolhido como ano horizonte. Os candidatos a trechos de alimentadores estão representados em linhas tracejadas. Os novos blocos de carga são os nós cujo grau é formado apenas por ramos candidatos.

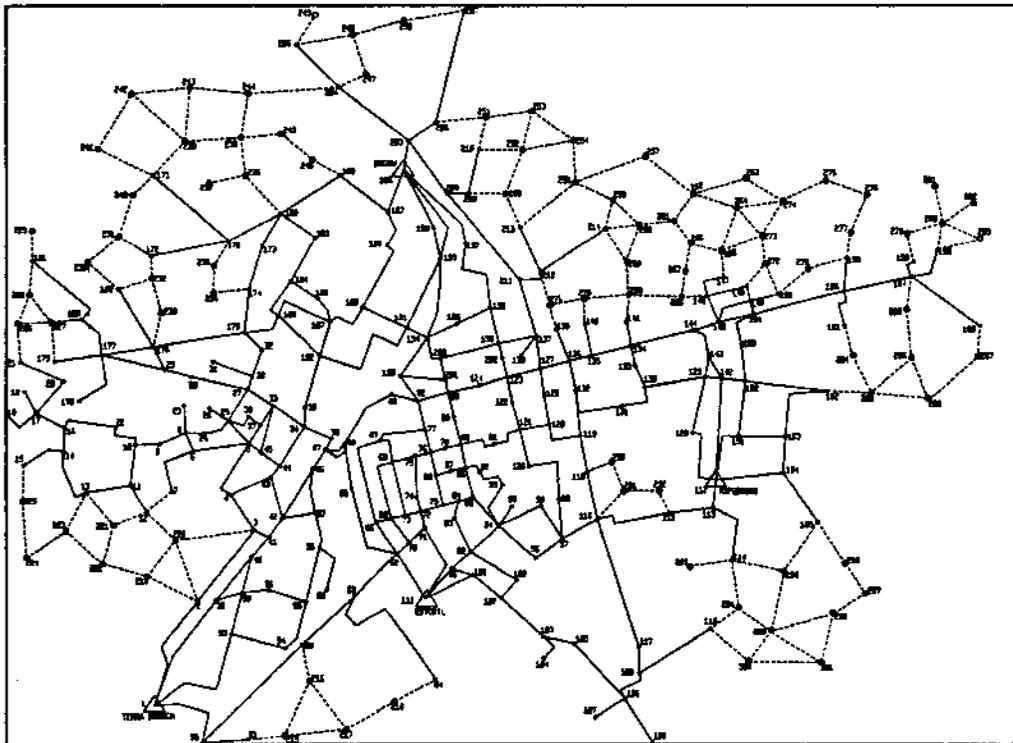


Figura 3.2

Com a inclusão no grafo destes elementos novos e com a atribuição da demanda projetada para o ano horizonte a todos os blocos de carga, estabelece-se a rede na qual se buscará a melhor solução para o problema do planejamento. É importante salientar que para o modelo matemático que está sendo desenvolvido é transparente a forma que essa demanda foi obtida, ou seja, ele independe da metodologia usada. A demanda é um dado exógeno, previamente determinado, e caracterizado por uma magnitude e uma localização.

A melhor solução para o problema do planejamento será aquela que atender a essa demanda futura de energia dentro dos padrões técnicos de operação, respeitando vários tipos de restrições, e ao menor custo possível. Esse custo é composto de duas parcelas, investimento e perdas. Elas possuem características temporais diferentes: enquanto a de investimento ocorre num espaço de tempo relativamente curto a de perdas perdura durante toda a vida útil do equipamento.

Para tratar essa questão temporal de maneira bem realista seria necessário dotar o modelo de características dinâmicas, hipótese já descartada pelo problema da dimensão. Uma maneira de contornar esse problema em metodologias estáticas é a anualização dos custos de investimentos a uma taxa constante de retorno do capital por um período equivalente à vida útil do equipamento.

Para realizar a anualização dos custos de investimento utilizou-se uma taxa de retorno de 12% ao ano, tida como constitucional para o setor e considerou-se a vida útil de uma subestação como sendo de 25 anos e a de um alimentador 20 anos. Com esses dados, podemos fazer:

$$CA = INV * \frac{j}{1 - (1+j)^{-n}} \quad [\text{US\$/ano}] \quad (1)$$

onde: CA = custo anual equivalente

INV = valor do investimento

j = taxa de retorno do capital

n = número de anos da vida útil do equipamento

O custo de perdas de energia ( $C_{pe}$ ) é dado por:

$$C_{pe} = C_e * 3R I^2 * 8,760 * F_p \quad (10^{-9} \text{ US\$/km*ano}) \quad (2)$$

onde:  $C_e$  = custo da energia assumido igual a 20 milis/KWh

R = resistência do trecho em  $\Omega/\text{km}$

I = corrente elétrica no trecho

8760 = número de horas do ano

$F_p$  = fator de perdas anual

O fator de perdas pode ser definido como a razão entre a perda média e a perda no pico de carga durante um intervalo de tempo especificado (Gonen, 1986).

É difícil determinar diretamente o fator de perdas. Por isso são utilizadas estimativas obtidas através de outros dados de demanda do sistema de distribuição. Esse fator geralmente não pode ser calculado através de uma correlação direta com o fator de carga ( $F_c$ ). Entretanto, valores limites dessa relação podem ser encontrados (Westinghouse Electric Corporation, 1965). Daí temos:

$$F_c < F_p < F_c$$

A maior facilidade de se conhecer o  $F_c$ , levou ao desenvolvimento de fórmulas aproximadas que o relacionam com o  $F_p$  (Buller e Woodrow, 1928). Neste trabalho, utiliza-se:

$$F_p = 0.25 F_c + 0.75 F_c^2 \quad (3)$$

O custo de perdas de demanda ( $C_{pd}$ ) reflete o valor da capacidade útil do sistema como um todo, utilizada para suprir as perdas nos condutores da distribuição. Portanto é uma função da demanda máxima do sistema, sendo dada por:

$$C_{pd} = C_d * 3Rl^2/1000 \quad [\text{US\$/km*ano}] \quad (4)$$

onde:  $C_d$  = custo de demanda assumido igual a 100 US\$/KW\*ano

$R$  = resistência do trecho em  $\Omega/\text{km}$

$l$  = corrente elétrica no trecho

Como se vê, os custos de perdas são essencialmente quadráticos, em função da corrente, e o coeficiente do fluxo  $I^2$  depende do comprimento do trecho. É interessante notar a importância da caracterização de cada trecho de alimentador, possível pelo modelamento através de grafos, que permite o cálculo destes custos de maneira precisa, pois pode-se sempre conhecer a resistência dos trechos na rede existente. Isto evita a utilização de fatores de localização de cargas e de hipóteses simplificadoras como a que supõe que as cargas são uniformemente distribuídas.

Todos os custos pertinentes ao problema estão agora em bases anuais, criando condições de comparação entre eles e portanto viabilizando o processo de otimização. O objetivo do modelo será minimizar o custo anualizado global do sistema composto pela soma das três parcelas. O processo de otimização se estabelece e se justifica pelo fato da relação entre os custos se dar de maneira oposta, isto é, quanto maior o investimento, menor as perdas e vice versa. A solução ótima do modelo representa o melhor compromisso entre custos de investimento e de perdas.

Sendo assim, definidos o horizonte de estudos e o modelo da rede de distribuição e equacionada a questão temporal dos custos, pode-se passar à fase de formulação dos problemas ligados ao planejamento do sistema primário.

### 3.2.1 - Escolha dos Locais Candidatos a Subestação

A primeira questão a ser estudada, antes do problema da expansão propriamente dito, é a escolha de locais candidatos a abrigarem novas subestações. Esses locais devem atender a uma série de requisitos e tecnicamente, é interessante que se situem nos centros de carga do sistema.

A maneira usual de resolver este problema, é deixar que os planejadores façam a escolha, baseado na sua experiência. Aqui, propõe-se utilizar simultaneamente essa experiência com técnicas que localizem os centros de carga. Essa forma parece mais adequada por realizar uma abordagem sistêmica do ponto de vista da demanda, da mesma forma que permite contemplar, via planejadores, aspectos tais como restrições ambientais e falta de espaço físico entre outros.

O estudo da localização de facilidades em grafos está bastante desenvolvido e há farta literatura sobre o assunto (Christofides, 1975). Um dos modelos de localização tem como objetivo minimizar a somatória das distâncias dos nós do grafo às facilidades a serem instaladas. Esse modelo, conhecido como  $p$ -medianas, é aplicável ao problema de escolher locais candidatos a subestações, com pequenas alterações na função objetivo.

Matematicamente, p-medianas pode ser visto como um problema de localização não-capacitado tendo a seguinte formulação:

$$\text{Min } \sum_{k \in N} \sum_{j \in N} d_{kj} x_{kj} \quad (5)$$

$$\text{s.a. } \sum_{j \in N} x_{kj} = 1 \quad \text{para todo } k \in N \quad (6)$$

$$\sum_{j \in N} x_{jj} = p \quad (7)$$

$$x_{kj} \leq x_{jj} \quad \text{para todo } k, j \in N \quad (8)$$

$$x_{kj} \in \{0, 1\} \quad \text{para todo } k, j \in N \quad (9)$$

onde:

$N$  : conjunto de nós do grafo

$p$  : número de medianas a se localizar

$d_{kj}$  : distância mínima entre  $k$  e  $j$

$$x_{kj} \begin{cases} 1 & \text{quando o nó } k \text{ está ligado à mediana } j \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

O conjunto de restrições (8), garante que os nós do grafo estarão ligados somente aos nós que já tenham sido escolhidos como medianas,  $x_{jj} = 1$ ; enquanto as restrições (6) permitem que cada nó esteja ligado a uma única mediana. O conjunto (7) estabelece que o número de medianas a instalar é  $p$ . Finalmente, (9) garante a integralidade da solução.

A função objetivo (5) contempla apenas a distância física de atendimento. Então, a primeira alteração a ser realizada é calcular o caminho de resistência mínima ao invés do caminho de distância mínima entre todos os nós. Com isso, ficam considerados também os tipos de cabos que farão a ligação entre os nós e as medianas. O custo dos ramos passa a ser a resistência do trecho de alimentador que ele representa. Nos ramos candidatos, para os quais ainda não se conhece o tipo de cabo instalado, utilizou-se um valor médio de resistência dos cabos usados na distribuição.

Mais, como a cada nó do grafo está associada uma demanda, podemos multiplicá-la pelo valor do caminho de resistência mínima, e alterar novamente o nosso critério de otimização, agora para o produto resistência x KVA. O valor de  $d_{kj}$  na função objetivo do problema passa a representar o momento elétrico mínimo para se ligar o nó k ao nó j. Minimizar o somatório desse momento tende a deslocar as medianas para os centros de carga.

Essas alterações propiciaram a consideração no modelo, da localização e da magnitude da demanda, dos caminhos de resistência mínima utilizados para as ligações e dos tipos de cabo presentes na rede, criando, assim, as condições necessárias para a identificação dos centros de carga do sistema.

Dessa forma, o modelo das  $p$ -medianas aplicado ao problema da escolha de locais candidatos a abrigarem novas subestações consiste em eleger entre todos os nós do grafo, que representem blocos de carga e que permitam a instalação, os  $p$  nós que tornando-se fornecedores de energia minimizem o momento elétrico da rede.

Vale a pena comentar dois aspectos que mostram a aderência do modelo proposto e a sua operacionalidade. O primeiro, é que a localização de medianas guarda estreita relação com os interesses iniciais dos planejadores, localizar centros de carga na rede. O segundo é que este modelo trata com muita facilidade a questão de impedir que determinados nós venham a ser medianas ou de obrigar outros a serem, garantindo, assim, a consideração da experiência acumulada dos planejadores e das várias outras restrições desse problema. Apenas as subestações existentes já são obrigatoriamente medianas.

Uma outra questão que merece ser discutida no modelamento deste problema, é a escolha do número  $p$  de medianas a serem localizadas. Em princípio, cada um dos locais seleccionados representa um candidato a abrigar uma nova subestação. Sendo assim, era de se esperar que um critério interessante para essa escolha fosse a economia gerada pela entrada em operação de mais uma subestação.

De fato, um problema de p-medianas generalizado, com custo fixo de instalação, pode ser pensado dessa forma. Quanto mais subestações forem instaladas maior o custo de investimento e menor o custo de perdas. Assim, vale a pena mais uma subestação operando quando a economia propiciada pela sua instalação for superior ao seu custo fixo.

Ocorre, porém, que este tipo de análise pode levar a resultados enganosos, mesmo dentro deste contexto de gerar apenas uma proposta inicial de locais para as subestações novas, baseada na distribuição de demanda. Devido ao custo fixo de uma subestação ser extremamente elevado, o algoritmo marginalista tenderia a gerar um número muito reduzido de locais candidatos. Some-se ainda o fato das capacidades não serem contempladas no problema das p-medianas, o que poderia não garantir o atendimento à demanda.

É de se esperar que o número de subestações instaladas na solução ótima seja próximo ao menor possível, isto é, um número que apenas complete a capacidade de atendimento. Porém, nossa proposta inicial não deve impedir, por falta de candidatos, a escolha de uma configuração ótima para a rede, pois deverão ser considerados outros aspectos. Sendo  $\lceil x \rceil$  o menor inteiro maior que  $x$ , sugere-se que:

$$p = 3 * \left\lceil \frac{\text{demanda total}}{\text{capacidade da SE}} \right\rceil \quad (10)$$

### 3.2.2 - Modelo para a Expansão do Sistema Primário

Determinados os pontos que marcam os centros de carga do sistema, faz-se uma análise criteriosa dos locais escolhidos no sentido de averiguar a plausibilidade de instalar subestações. Admitindo, por hipótese, que o resultado dessa análise seja positivo para todos os locais, consegue-se caracterizar no grafo o elenco de opções, subestações e alimentadores, do problema de planejamento.

As subestações serão representadas por arcos (ramos orientados) capacitados. Todos eles têm origem comum, num nó hipotético denominado nó fonte de energia. Quanto ao destino, cada qual terá um nó que marca uma subestação, existente ou candidata, no grafo. Assim, a orientação desses arcos é no sentido de permitir entrada de energia na rede.

A capacidade desses arcos é de 25 MVA, devido ao aspecto da modularização. Isto implica que para cada módulo de transformação esteja associado um arco. Caso o planejador entenda que um determinado local comporta, por exemplo, 50 MVA's instalados, existirão dois arcos chegando ao nó correspondente. A modularização é um simplificador importante para o modelo, porque evita a criação de diversos arcos, um para cada potência disponível, e as possíveis combinações para montar uma subestação.

O que vai diferir um arco que representa uma subestação existente de uma candidata é a função de custo associada a ele. Para as subestações candidatas deve-se levar em conta o custo fixo de colocá-la em operação, investimentos, mais o custo variável de perdas: já para as existentes que não podem ser expandidas, leva-se em conta apenas a última parcela. As figuras 3.3 e 3.3a mostram as respectivas funções de custos. Cabe ressaltar que o custo de perdas de uma subestação é relativamente pequeno, daí a representação linear ser adequada.

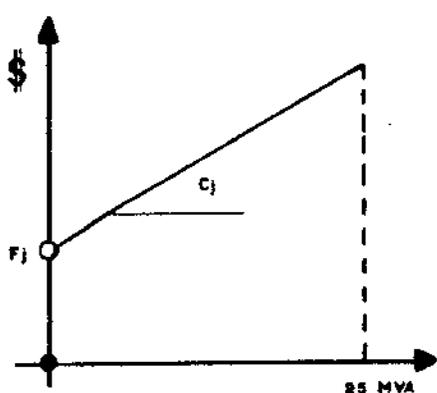


Figura 3.3

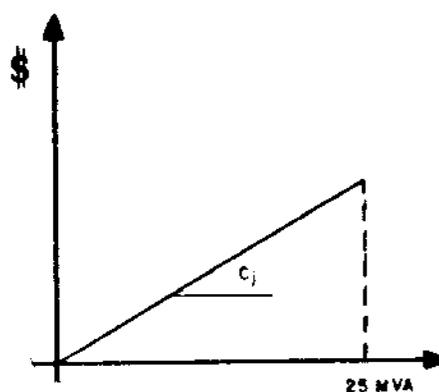


Figura 3.3a

Uma outra situação ocorre quando uma subestação existente pode ser ampliada. Neste caso ela é representada obrigatoriamente por dois arcos. O primeiro representa os equipamentos já instalados, portanto, seu custo é apenas o de perdas. O segundo representa a possibilidade dela vir a ser ampliada e conseqüentemente a sua função de custo deve contemplar também o custo dos investimentos.

A figura 3.4 a seguir mostra a função de custos resultante e a representação no grafo desta situação.

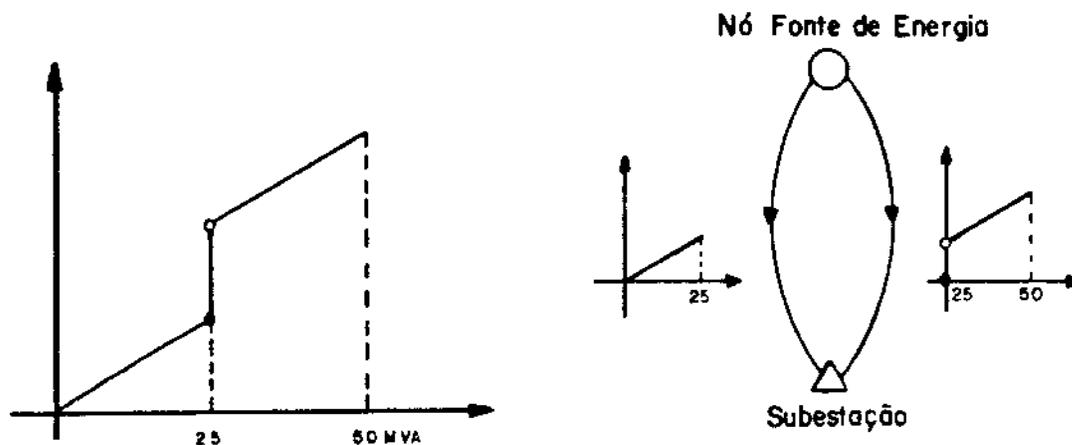


Figura 3.4

Um aspecto interessante deste modelo é o tratamento individualizado das subestações. Isto permite, no que diz respeito às candidatas, caracterizar de maneira precisa a diferença de custos entre elas através da montagem do custo fixo próprio de cada uma, já que pelo lado das perdas é razoável assumir o mesmo custo variável.

Devido a modularização, as diferenças no custo fixo podem advir de duas vertentes. A primeira, vem da escolha da tecnologia utilizada. Como essa decisão é feita a priori, e praticamente não deverá deixar margem de dúvidas, o planejador atribui a cada local candidato o valor da parcela do custo fixo que virá de equipamentos.

A segunda, diz respeito à questão da interligação com a subtransmissão. Aqui deve-se contemplar três aspectos: o comprimento da ligação, já que os locais candidatos devem ficar espalhados pela rede e portanto podem estar a distâncias diferentes dos pontos de interligação; o caminho do ramal de alta tensão, que implica em reservas de faixa de servidão que podem ter características bastante diferentes; e a necessidade de reforços na subtransmissão para suportar o aumento de carga.

Assim, consegue-se atribuir custos aos arcos que representam as subestações, contemplando os aspectos mais relevantes da instalação e operação deste equipamento. Com isso garante-se que as subestações escolhidas dentro do processo de otimização têm a sua capacidade respeitada e são efetivamente as mais econômicas.

Faltam ser modelados os custos dos ramos do grafo que representam os trechos dos alimentadores. Esses custos, obviamente, também dependem do trecho ser novo ou existente. Nos trechos novos o modelo deve considerar duas questões básicas: a primeira, está ligada à rota do alimentador, que será definida através da escolha dos trechos que serão de fato construídos; a segunda, trata da especificação da bitola econômica para o condutor em cada um dos trechos escolhidos.

A figura 3.5 mostra a curva do custo total anualizado por quilômetro de um conjunto de cabos utilizados na distribuição. É fácil notar que dependendo do fluxo existe uma bitola mais econômica.

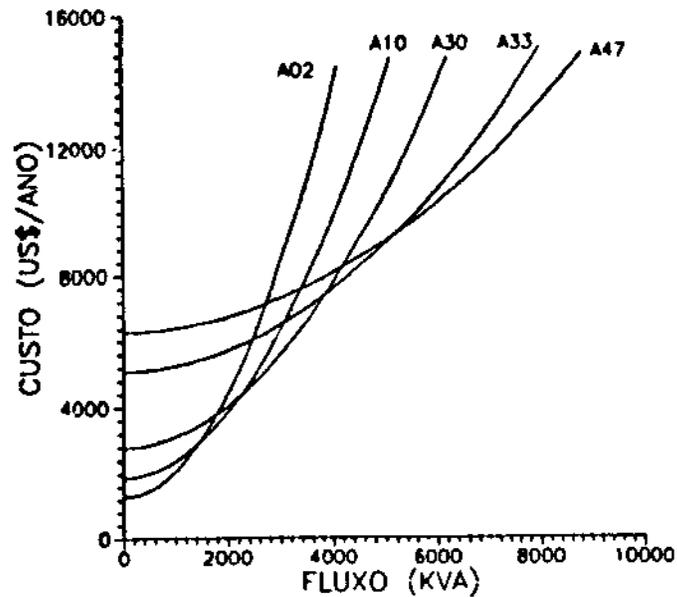


Figura 3.5

Para estes trechos, o custo será formado pela melhor aproximação linear inferior a essas curvas. Isto foi feito de modo a evitar que para cada um dos trechos novos existissem, no modelo matemático, vários ramos representando cada uma das bitolas disponíveis. Essa aproximação contempla por uma questão de precisão, um custo fixo para a construção dos alimentadores. Com isso, espera-se que as novas rotas dos alimentadores sejam definidas considerando os aspectos econômicos mais relevantes para a expansão da rede primária.

### 3.2.3 - Recondutoramento

Para os trechos existentes são considerados apenas o custo das perdas de energia e demanda calculados da forma discutida anteriormente (eq.2-4). Como o tipo de cabo é conhecido, bem como o seu comprimento, não há dificuldades em se determinar o custo em função do fluxo. Obtemos assim, uma função específica para cada trecho, com característica puramente quadrática e convexa. Porém, nestes trechos é preciso levar em conta o problema do recondutoramento. Como na prática essa operação implica, na maioria das vezes, numa nova construção do trecho, sua função de custo pode ser vista como uma sobreposição da curva de perdas do alimentador existente com a curva de construção de novos trechos. A figura 3.6 mostra, a título de exemplo, a função resultante para um cabo A02.

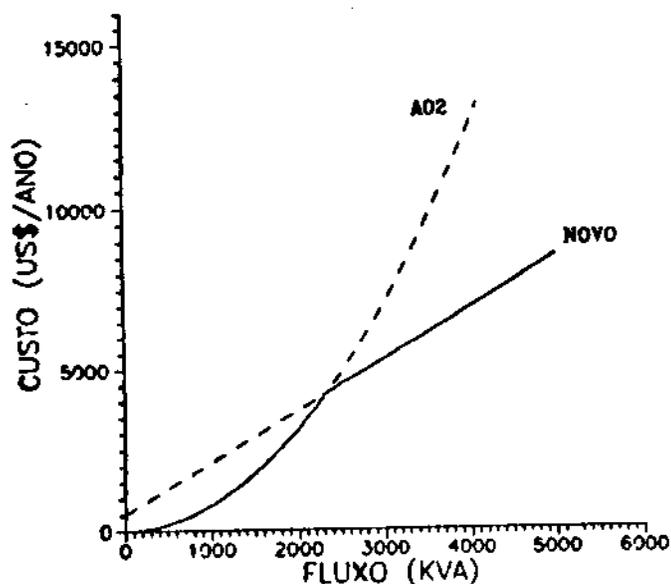


Figura 3.6

Feitas essas curvas para cada tipo de cabo fica fácil determinar o fluxo que ao passar por um trecho tornaria mais econômico o recondutoramento. Um aspecto interessante é que essa análise puramente econômica é suficiente para caracterizar a necessidade de substituição do trecho já que esse fator se mostra mais restritivo que, por exemplo, a capacidade do condutor. No caso específico do A02 em tensão primária a capacidade é de 4.300 kVA's.

Outro aspecto que merece ser ressaltado, agora em termos de modelamento é que, partindo do pressuposto de que sempre haverá bitola econômica para transportar a carga demandada, o grafo que representa o sistema de distribuição fica não-capacitado em termos dos ramos que representam os trechos dos alimentadores. Este fato possibilita o respeito à segunda lei de Kirchoff em grafos.

Acontece que quando existem ramos capacitados, os métodos de resolução não permitem que o fluxo deles exceda o limite superior especificado. Porém, isto não ocorre com o sistema elétrico real. Neles, não se pode afirmar que não vai passar mais corrente, ou seja potência, por determinado trecho, pois isto depende da diferença de tensão existente entre seus terminais, não existindo limites pré-fixados. Este resultado é muito importante por viabilizar a aplicação das eficientes técnicas de grafos ao problema.

Todas essas funções que apresentam custo fixo são modeladas de forma muito aderente por variáveis de decisão do tipo 0/1, que indicam o que deve ser construído (variáveis cujo valor na solução final é igual a 1), ou o que deve ser deixado como está (valor 0). Dessa forma estabelece-se um problema de localização quadrático, com restrições adicionais, capacitado em termos da potência das subestações, que matematicamente pode ser escrito como:

$$\text{Min } \sum_{j \in M} c_j x_j^q + F_j y_j \quad (11)$$

$$\text{s.a. } A x = b \quad (12)$$

$$x \leq y \bar{x} \quad (13)$$

$$y \in \{0,1\} \quad (14)$$

$$\text{queda de tensão} \quad (15)$$

$$\text{radialidade} \quad (16)$$

onde:

- M : conjunto de ramos e arcos
- A : matriz de incidência nó-ramo
- x : vetor de fluxo de potência
- b : vetor de demandas do ano estudado
- $c_j$  : custo variável do ramo ou arco j
- $F_j$  : custo fixo associado ao ramo ou arco j
- y : variáveis de decisão binárias 0/1
- $\bar{x}$  : vetor limite superior de fluxo
- $q \begin{cases} 1 \text{ se } j \text{ é índice de subestação ou trecho novo} \\ 2 \text{ se } j \text{ é índice de trecho existente} \end{cases}$

Para os elementos já instalados na rede, o custo fixo  $F_j$  correspondente vale zero e a variável binária de decisão associada tem valor 1. Com isso a função objetivo (11), procura minimizar o custo anualizado global do sistema, composto da parcela de investimentos (custos fixos), e da parcela de perdas (custos variáveis).

O conjunto de restrições (12) garante a conservação do fluxo de potência nos nós (primeira lei de Kirchoff), enquanto (13) só permite a passagem de fluxo por elementos existentes ou pelos que estão sendo testados ( $y_j=1$ ) numa determinada realização do conjunto de soluções, e ainda garante respeito às capacidades dos equipamentos. Quando o elemento representado não for capacitado o valor de  $\bar{x}_j$  correspondente deve ser bastante elevado. As restrições (14) asseguram a integralidade da solução obtida. Esses três grupos de restrições fazem parte do problema clássico de localização.

As restrições (16) pedem que a rede projetada pelo planejamento seja radial. Isto em termos matemáticos é equivalente a se pedir que a solução obtida seja uma árvore enraizada no nó fonte de energia. Para atender o conjunto de restrições (15) deve-se garantir que as quedas de tensão nas folhas da árvore proposta como solução estejam dentro de limites pré-fixados.

### 3.3 - Modelamento da Expansão do Sistema Secundário

A expansão do sistema secundário possui uma dinâmica própria que leva à seguinte constatação: não existem problemas de tomada de decisão que justifiquem extensos períodos de estudo. Isto porque não há necessidade de fazer aquisição prévia dos locais onde serão instalados novos equipamentos e nem é esperado que as obras a serem executadas tenham longas durações. Por outro lado, quando se trata com essa parte da distribuição, está-se referindo a um conjunto de subsistemas que na maioria das vezes são fisicamente isolados entre si. Como, em geral, o número de subsistemas é grande seria temerário pensar em prazos de planejamento muito curtos, devido a possíveis acúmulos de serviços.

O sistema secundário será estudado num horizonte de três anos. Esse período foi escolhido após um balanço entre as exigências por execução de serviços, que tenderia a ampliar esse prazo, e o tempo necessário para implementação das decisões, que aponta para o seu encurtamento. É claro que esse balanço não indica de maneira exclusiva o terceiro ano. Nesse ponto, a definição foi influenciada pela duração do primeiro estágio do planejamento no primário, propiciando o acoplamento temporal dos dois estudos.

Os subsistemas secundários são caracterizados por regiões relativamente pequenas, por exemplo, um loteamento. A interligação entre os subsistemas existentes se dá através do alimentador primário no qual estão pendurados. Observa-se pouca inter-relação entre os subsistemas, devido as distâncias alcançadas pelos alimentadores e o fato da rede primária operar radialmente. Portanto, a primeira tarefa a ser realizada consiste na demarcação desses subsistemas.

Feito isso e dado que o planejamento no sistema primário já foi realizado numa etapa anterior, garantindo respeito às capacidades e definindo, entre outras coisas, as rotas dos alimentadores primários e os blocos de carga atendidos por eles, é possível definir com precisão a região abrangida e os pontos de captação de energia para cada um dos subsistemas. A partir daí, pode-se estudá-los de maneira independente, ou seja, prever o crescimento da demanda nessas áreas e elaborar planos ótimos individuais de expansão.

No caso da previsão de demandas não se vai entrar no mérito de como ela foi feita. Apenas seria interessante ressaltar que a demanda é geralmente prevista por consumidor e depois agrupada, por exemplo, por postes, onde se ligam três a quatro deles normalmente. Os dados atuais de consumo são facilmente conhecidos através das contas das empresas.

A elaboração dos planos de expansão será feita através de uma metodologia estática, que consiste em projetar a rede secundária para atender a demanda do ano horizonte, presumivelmente a maior do período de estudos. Esse tipo de abordagem se adequa bem ao problema, porque não serão realizadas expansões graduais nos subsistemas devido à duração do período de estudos.

A rede ótima será aquela que atender a demanda prevista respeitando as restrições inerentes ao problema, com o menor custo possível. Novamente, o critério a ser otimizado será composto da soma do custo de investimento mais o custo das perdas de energia e demanda. Portanto, são válidas aqui as considerações feitas no item 3.2 deste capítulo quanto ao aspecto temporal desses custos. Dessa forma os custos de investimentos estarão anualizados, bem como o custo quadrático das perdas.

As restrições que devem ser atendidas se referem especificamente às questões técnicas do problema. Devemos respeitar as capacidades dos equipamentos e manter a tensão de fornecimento dentro de limites pré-estabelecidos. A questão da queda de tensão possui especial importância. Primeiro porque é efetivamente o nível de tensão entregue ao consumidor e, depois, porque não são instalados equipamentos corretores nesta parte do sistema.

Os subsistemas secundários serão representados por um grafo não orientado  $G(N,M)$ , onde  $N$  é o conjunto de nós e  $M$  é o conjunto de ramos. O conjunto  $N=\{1,2,\dots,n\}$  marca a localização dos postes colocados na área em estudo. Eles representam literalmente os locais onde poderão ser instalados os transformadores de distribuição. A cada nó está associada uma demanda de energia requerida por um determinado número de consumidores que estão ou estarão ligados ao poste que ele representa.

Os ramos representam trechos dos alimentadores secundários, candidatos ou existentes. A cada um está associado o seu comprimento e referenciado os nós que ele liga. No caso de trechos existentes, também são fornecidos os tipos de cabos instalados.

O modelamento dos custos para esses trechos guarda estreita relação com aquele apresentado no item 3.2.2 para o planejamento do primário. Resumindo: a cada trecho novo corresponderá um custo fixo de instalação e um custo de perdas resultado da melhor aproximação linear das funções de custo específicas de cada tipo de cabo utilizado no secundário; e para os existentes estarão especificados o seu custo de perdas e, possivelmente, um custo de ampliação. A função de custo para ampliação de trechos é análoga à discutida para a questão do recondutoramento no primário.

Montado esse grafo e identificados os pontos de captação de energia a nível de tensão primária, o problema de planeamento da rede secundária se resume nas seguintes questões básicas: localizar e dimensionar os transformadores de distribuição, rotear os novos trechos de alimentadores, especificar a bitola ótima para todos eles e fazer a interligação com o primário.

O tratamento da questão de interligação com o nível de tensão superior é diferente daquela proposta no planeamento do sistema primário. A principal diferença é que naquele estudo se propunha uma interligação com a subtransmissão individualizada por subestação, por uma questão de segurança. Assim era possível caracterizar a interligação dentro do custo fixo de cada subestação potencial.

Aqui, no sistema secundário, a interligação com o sistema primário pode se dar em cascata, isto é, uma mesma derivação primária pode atender diversos transformadores. Logo, a definição da rota dos alimentadores primários dentro dos subsistemas é um parâmetro a ser otimizado. Conforme foi comentado no ítem 2.4.2 o objetivo dessa interligação seria a extensão mínima de rede, porque a questão das perdas nos alimentadores primários dentro de um subsistema deste pode ser, praticamente, desprezada.

A necessidade de contemplar explicitamente dentro do processo de otimização a questão da interligação, confere ao planejamento do sistema secundário um caráter biproduto: existe demanda por energia a nível de tensão primária, oferecida pelos transformadores, e a nível de tensão secundária, oferecida pelos consumidores. Ocorre, porém, que os dois produtos fluem através de redes próprias, fato que descaracteriza o clássico problema de multifluxo em redes.

Sendo assim, e como, possivelmente, os caminhos permitidos para o roteamento primário serão os mesmos disponíveis para os alimentadores secundários, o grafo resultante do modelamento do subsistema foi dividido em dois planos. No plano superior apresenta-se a rede candidata para os alimentadores primários, enquanto que no plano inferior, a rede do sistema secundário.

Fazendo a ligação entre os dois planos são criados arcos para representar a instalação de transformadores. Como em princípio cada nó pode vir a abrigar um transformador, existem arcos para cada par de nós correspondente. O número de arcos entre cada par de nós, estará determinado pelas opções de potência nominal disponíveis. É necessário a criação de um arco para cada potência porque o custo de investimento em transformadores é uma função côncava devido à forte economia de escala existente.

As diferenças básicas entre esses dois grafos são as seguintes: no nível superior todos os nós são pontos de passagem, isto é, têm demanda nula, e os custos associados aos ramos são exclusivamente os referentes aos investimentos necessários para a construção da rede primária. O objetivo é minimizar a extensão da rede. No nível inferior, todos os nós possuem demanda e os ramos apresentam também o custo das perdas. O objetivo é minimizar o custo de investimento mais o de perdas.

A figura 3.7 mostra o grafo resultante do modelamento de um subsistema hipotético. Está representado somente uma potência de transformação (um arco) apenas por uma questão de clareza da figura. Os pontos de interligação com o primário, já conhecidos, estão preenchidos.

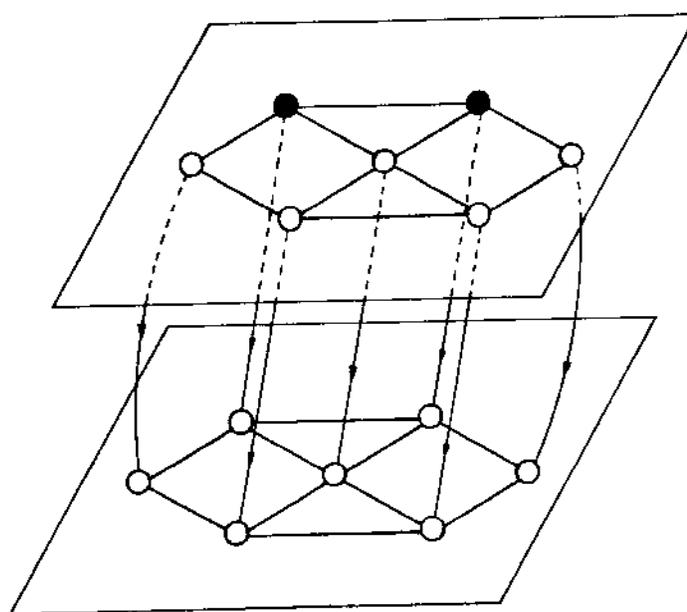


Figura 3.7

A minimização dos custos neste grafo de dois níveis pode ser modelada como um problema de localização quadrático e capacitado, semelhante àquele proposto para o sistema primário, equações (eq.11-16). Apenas as restrições de radialidade seriam de certa forma relaxadas para permitir a formação de anéis dentro de um mesmo circuito. Porém, como se sabe de antemão que essa possibilidade é remota, a rede ótima projetada será radial e depois analisa-se a viabilidade de serem criados anéis.

É possível antever dificuldades para uma abordagem global do problema devido ao número de variáveis 0/1 geradas em redes reais. Esse número é muito elevado porque cada poste é candidato a abrigar um transformador que são disponíveis em pelo menos cinco potências nominais.

Só para se ter uma idéia do tamanho do problema, imaginando um loteamento novo onde vão ser instalados 150 postes seriam geradas 750 variáveis 0/1. Apenas o problema relativo aos transformadores já assume dimensões enormes sem contar, ainda, as variáveis que adviriam das possibilidades de rotas, dada pela construção de novos trechos, para o primário e para o secundário. Com certeza teríamos mais de 1000 dessas variáveis gerando um problema com  $2^{1000}$  soluções possíveis e, portanto, muito difícil de ser solucionado pelas técnicas de programação matemática disponíveis.

Para contornar tais dificuldades apela-se, novamente, para a divisão do problema. Essa divisão é feita através do estabelecimento de prioridades para a sua resolução. Manter a tensão dentro de limites pré-fixados foi a primeira. Ela está ligada diretamente ao problema da rede secundária: localizar os transformadores e definir as rotas dos alimentadores secundários. Em segunda prioridade, procura-se fornecer energia aos transformadores da forma mais econômica possível, através da definição das rotas das derivações primárias dentro do subsistema em estudo.

Olhando apenas para o problema referente à rede secundária ele ainda apresenta uma dimensão formidável que praticamente impede sua resolução. Por isso, foi feita uma nova divisão. Procura-se localizar os transformadores primeiro, para depois estudar as rotas dos alimentadores.

Para localizar transformadores será utilizado o modelo das  $p$ -medianas, discutido no item 3.2.1 e descrito pelas equações (eq.5-9). Este modelo foi escolhido devido a sua capacidade de encontrar centros de carga no subsistema e a facilidade de se considerar equipamentos já instalados. Esses centros de carga são adequados para a instalação porque minimizam a somatória das distâncias elétricas de atendimento em tensão secundária e, por consequência, as quedas de tensão.

Por outro lado, p-medianas é um problema de localização não-capacitado. Como tratar, então, a restrição de capacidade dos transformadores?

Admitindo que já foram determinados os locais para a instalação de um certo número de transformadores, basta identificar quais cargas (consumidores) serão atendidas por quais transformadores, de acordo com o critério de otimização pré-estabelecido. Feita essa filiação consegue-se demarcar a área de influência de cada transformador e contabilizar sua carga definindo, assim, a sua potência nominal.

De fato, é como se o objetivo dessa parte fosse exclusivamente determinar locais interessantes para a instalação de transformadores, enquanto o dimensionamento adequado viria depois, junto com o roteamento do secundário. No caso da carga da área de influência ser maior do que a potência máxima disponível, pode-se buscar refiliações ou aumentar o número de transformadores na área.

Para encontrar as rotas dos alimentadores secundários depara-se com a seguinte situação: o grafo em estudo representa apenas uma rede secundária, e já foram identificados os pontos pelos quais se permitirá a entrada de energia para o subsistema.

Assim, se criarmos arcos de um nó fonte de energia para cada um desses pontos nos quais se supõe vão ser instalados transformadores, estabelece-se um problema de localização quadrático igual àquele proposto para o primário (eq.11-16). Como o número de variáveis 0/1 foi sensivelmente reduzido, restando apenas as que decidem pela instalação de novos trechos, pode-se considerar o problema passível de resolução.

Passemos ao problema da rede primária. Deseja-se modelar a interligação do primário com os transformadores. Um modelo possível é através da árvore geradora de custo mínimo. Esse modelo é aplicado a problemas onde se deseja cobrir todos os nós de um grafo com um comprimento mínimo possível. Nesse modelo o custo dos ramos é o seu comprimento e os fluxos não são considerados para efeitos de otimização. Esse tipo de modelo está próximo ao que se espera para a interligação. O senão é que nem todos os nós do subsistema precisam ser cobertos pela rede primária, dado que não existem transformadores em todos os postes.

Esta característica é contemplada através do problema de Steiner. Nele, o objetivo é cobrir apenas um subconjunto de cardinalidade  $t$  de nós do grafo. Os outros  $n-t$  nós podem ser cobertos ou não. Eles o serão, apenas se contribuírem para minimizar o comprimento total utilizado.

Assim, num primeiro passo define-se a árvore geradora considerando apenas os pontos de interligação com a rede primária e os locais definidos para os transformadores. A partir daí, buscam-se os chamados pontos de Steiner, ou seja, aqueles pontos que determinam uma redução no comprimento total da rede necessária para cobrir todos os transformadores.

Ainda resta discutir, nesta parte do planejamento da distribuição, o problema do número de transformadores a ser instalado. É claro que este também é um parâmetro a ser otimizado. Quando esse número cresce, aumenta o custo de transformação e da interligação, porque é necessário cobrir mais postes, e diminui o custo do secundário e também o custo das perdas.

A abordagem proposta para essa questão consiste em aumentar um a um o número de transformadores na rede e avaliar o custo total em cada uma das situações. Todas as parcelas deste custo já foram determinadas em etapas anteriores. Como é de se esperar que o custo total seja elevado tanto para um número muito pequeno de transformadores quanto para um número muito grande, essa enumeração consegue identificar quantos deverão ser instalados para se atingir o custo mínimo.

### 3.4 - Esquema da Hierarquização

A figura 3.8 apresenta esquematicamente a metodologia hierarquizada proposta para o planejamento de sistemas de distribuição de energia elétrica.

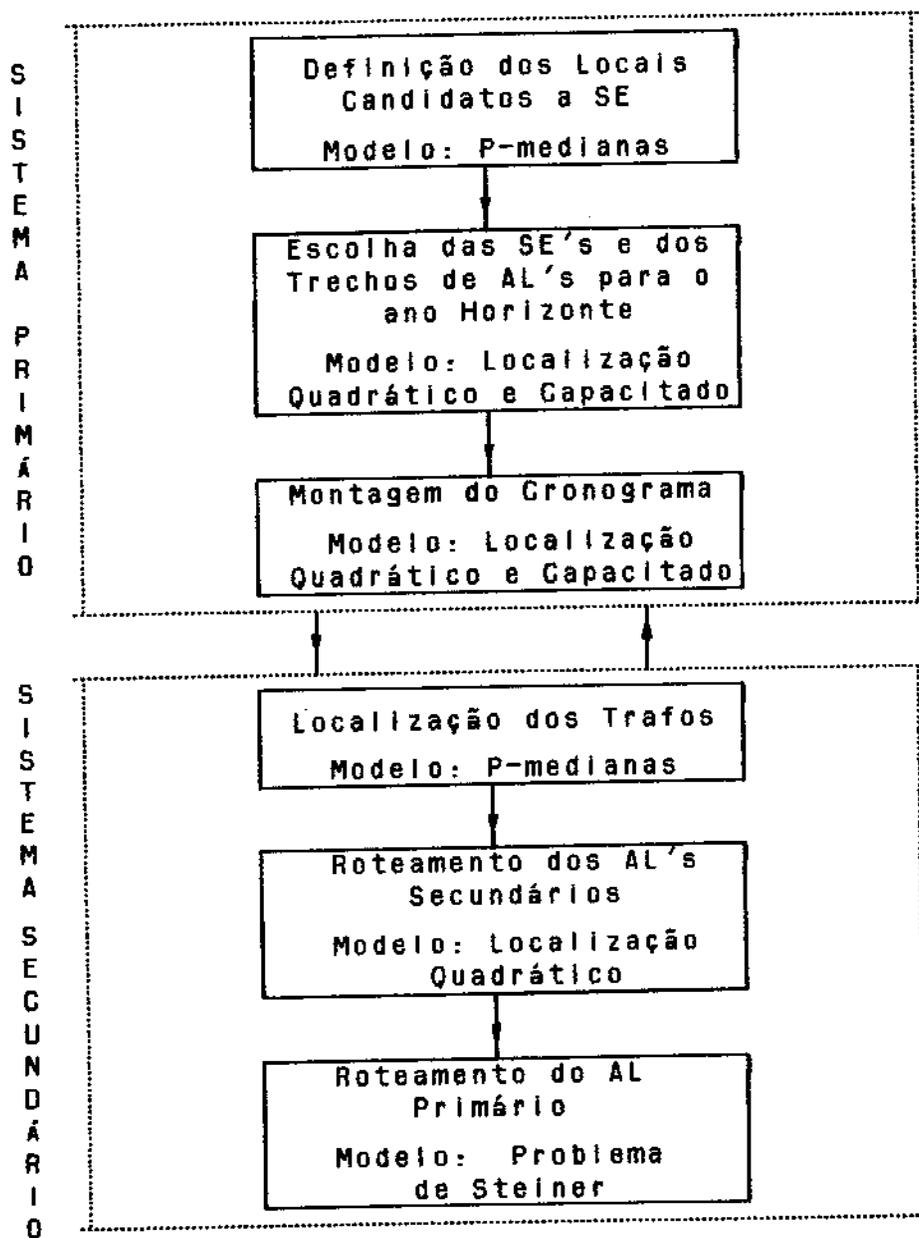


Figura 3.8

## CAPÍTULO 4

TÉCNICAS UTILIZADAS NA RESOLUÇÃO

DOS MODELOS MATEMÁTICOS

#### 4.1 - Introdução

A escolha das técnicas de otimização a serem utilizadas na resolução dos modelos elaborados para o planejamento da distribuição de energia elétrica constitui a próxima etapa, dentro da abordagem de resolver problemas através da sua formulação matemática.

Os problemas matemáticos, obtidos na etapa de modelamento, admitem ser classificados em famílias dependendo da natureza da função objetivo e do conjunto de restrições envolvidos. A escolha da técnica de resolução mais apropriada e a avaliação do grau de dificuldade inerente ao tratamento de um problema específico, podem ser derivadas, parcialmente, desta classificação.

No caso da expansão dos sistemas de distribuição, pode-se observar que o objetivo dos modelos matemáticos, tanto do primário quanto do secundário, é a minimização da soma dos custos de perdas e de investimento. Assim, a função objetivo possui uma componente quadrática com característica convexa, relativa às perdas, que depende do fluxo nos ramos; e uma componente fixa, de investimento, que depende da instalação ou não da facilidade.

A consideração explícita dessa componente fixa, feita através do modelamento das ampliações e das expansões por meio de variáveis 0/1, confere à função de custo dos arcos e ramos candidatos uma característica côncava. A concavidade nos custos, por si só, prejudica de maneira acentuada a eficiência das técnicas de otimização em problemas de minimização. Isto porque, diferentemente dos problemas convexos, pode haver diversos pontos de mínimo local.

A simples consideração de custos côncavos na função objetivo introduz grandes mudanças, não apenas nas características da solução mas também na forma de encontrá-la. Uma maneira de buscar soluções, é procurar entre todos os mínimos locais qual o melhor para o critério estudado.

Nos casos onde a concavidade é gerada pela presença de variáveis 0/1 existirá, em problemas reais, um número muito grande de realizações possíveis e, em princípio, a cada uma delas corresponderá um mínimo local. Logo, qualquer tentativa de enumeração completa pode ser desconsiderada para problemas da dimensão dos tratados aqui. Mais, isto equivale a dizer que apenas um subconjunto muito pequeno das realizações, pode ser efetivamente testado.

Quanto ao conjunto de restrições, pode-se dizer que, no geral, ele envolve: a conservação do fluxo nos nós (primeira lei de Kirchoff), o respeito às capacidades dos equipamentos, limites à queda de tensão e a imposição da radialidade. Os dois primeiros grupos são restrições lineares, comuns nos modelos de fluxo em redes, e portanto podem ser rotuladas como "fáceis" de serem consideradas.

Já os dois últimos grupos podem ser chamadas de restrições "difíceis" de serem tratadas. Quando o fluxo nos arcos e as bitolas dos condutores estão para ser determinados dentro do processo de otimização, as restrições de queda de tensão são não-lineares (El-Kady, 1984); para que a solução encontrada seja radial, ou seja, uma árvore, é preciso garantir que a entrada de energia em um determinado bloco de carga se dê por um único ramo, isto implica num grande acréscimo de variáveis 0/1.

Portanto, no problema da expansão de capacidade dos sistemas de distribuição, existem várias outras questões que, acrescidas à sua dimensão, dificultam a resolução do ponto de vista matemático. Foram citadas, a existência de custos côncavos na função objetivo e a presença das restrições de queda de tensão e de radialidade, no entanto, a principal dificuldade desse tipo de problema, advém do seu caráter fortemente combinatorial.

Existe uma vasta gama de problemas combinatoriais estudados na literatura mundial (Papadimitriou e Steiglitz, 1982). Eles podem ser classificados de acordo com a complexidade dos algoritmos (Ribeiro, 1988) existentes para suas resoluções. São chamados de problemas NP-completos, aqueles para os quais não são conhecidos algoritmos polinomiais para resolvê-los. Todos os algoritmos existentes são exponenciais no tempo de resolução. Como exemplo, os algoritmos para resolver de maneira exata o problema de localização capacitado têm complexidade  $O(2^{mc})$  onde  $mc$  é o número de variáveis com custo côncavo.

Na essência, praticamente todos os modelos propostos para o planejamento da distribuição pertencem à classe dos NP-completos. O problema de localização capacitado, o problema das  $p$ -medianas e o problema de Steiner são exemplos clássicos.

Três tipos de estratégia são normalmente empregadas na resolução destes problemas: algoritmos exatos, heurísticas ou abordagens mistas. As heurísticas, ou algoritmos aproximados, procuram encontrar boas soluções em tempos computacionais bastante reduzidos. É claro que essas soluções, geralmente, não atendem aos critérios de otimalidade. É importante dentro desta estratégia, a obtenção de limitantes para o valor da solução ótima.

Esses limitantes, inferiores ou superiores, servem para se ter uma medida de quão boa é a solução encontrada heurísticamente. Existem diversas maneiras de obtê-los, entre outras temos: a teoria de dualidade e as técnicas de relaxação. A diferença entre o valor da solução heurística e o valor do limitante poderá, em princípio, informar a qualidade da heurística testada. Na maioria das vezes é interessante que esse tipo de análise não fique restrito a um caso específico mas a todos os casos onde ela possa ser utilizada. Um modo de se fazer, a priori, essa avaliação é a análise do pior caso (Nemhauser e Wolsey, 1988).

Para os algoritmos exatos as abordagens mais utilizadas são: as técnicas de enumeração implícita, as de decomposição e os métodos de planos de cortes. Na estratégia mista, parte-se para resolver o problema através de heurísticas e depois utiliza-se a solução encontrada como inicializadora do processo exato. Ela se adequa bem com as técnicas de enumeração implícita, que utilizam a solução heurística como um limitante para o critério de sondagem.

A estratégia a ser utilizada depende basicamente da capacidade de resolver o problema através de algoritmos exatos. Descartada essa opção, as heurísticas são testadas. A análise de seu desempenho, mais a qualidade da solução requerida, indicam a necessidade de abordagens mistas.

#### 4.2 - Problema da Entrada e Saída de Dados

Uma séria dificuldade ao utilizar ferramentas computacionais de apoio ao planejamento da distribuição é o tratamento dos dados. A dimensão dos sistemas, somada à necessidade de especificar praticamente todos os trechos dos alimentadores, de saber a localização dos transformadores, e de agregar e projetar as suas demandas, para dar origem aos blocos de carga, geram um volume considerável de dados.

Para amenizar a tarefa de gerenciar os dados e facilitar a interação do planejador com o sistema, foram utilizados recursos de computação gráfica de um GIS (Graphical Information System) disponível. Assim, a rede primária de Bauru pôde ser toda digitalizada bem como alguns subsistemas secundários. Os dados referentes às coordenadas dos nós dos grafos e ao tipo de bitola por trecho foram armazenados. Com a posição dos nós obteve-se o comprimento dos trechos. A demanda atual foi conseguida através de um banco de dados existente na CPFL a nível de transformador.

Dessa forma, criou-se um ambiente onde alterações nos dados, de entrada ou de saída, podem ser facilmente realizadas e visualizadas, ajudando a análise do planejador e permitindo sua interferência direta nas soluções.

#### 4.3 - Algoritmo de Fluxo de Custo Mínimo Linear por Partes

Antes de passar à apresentação das técnicas usadas na resolução dos problemas matemáticos, é interessante discutir alguns pontos de um algoritmo que será utilizado em quase todas elas: o do Problema de Fluxo de Custo Mínimo (PFCM) com critério linear por partes (PFCMLPP).

No PFCM o objetivo é determinar como um produto deve fluir através dos arcos de uma rede para minimizar os custos de transporte. Essa rede pode ser representada por um grafo orientado, definido por um conjunto de nós  $N$  e um conjunto de arcos  $A$ . Nela circula um único tipo de produto e seus arcos são conservativos, isto é, não geram perdas.

Cada arco possui um nó origem ( $no$ ) e um nó destino ( $nd$ ), definindo seu sentido, um custo linear por unidade do produto transportado e os limites inferiores e superiores para a passagem de fluxo. Cada nó pode ser classificado como de oferta, demanda ou de passagem.

O problema é minimizar o custo total de transporte respeitando a capacidade dos arcos e fazendo o balanço de fluxo em cada nó. Matematicamente, o PFCM pode ser escrito como a seguir:

$$\min \sum_{k \in A} c_k x_k \quad (17)$$

$$\text{s a } \sum_{k \in O_i} x_k - \sum_{k \in T_i} x_k = b_i \quad i \in N \quad (18)$$

$$\underline{x}_k \leq x_k \leq \bar{x}_k \quad (19)$$

onde:

A : conjunto de arcos do grafo

$O_i$  : conjunto de arcos que se originam no nó i

$T_i$  : conjunto de arcos que terminam no nó i

$c_k$  : custo do arco k

$x_k$  : fluxo do arco k

$\bar{x}_k$  : limite superior de fluxo no arco k

$\underline{x}_k$  : limite inferior de fluxo no arco k

$b_i$  :  $\begin{cases} > 0 - \text{ caso o nó i oferece o produto} \\ < 0 - \text{ caso o nó i demande o produto} \\ = 0 - \text{ caso o nó i seja de passagem} \end{cases}$

O algoritmo utilizado na resolução deste problema é uma especialização do método primal simplex para a programação linear genérica. Essa especialização explora o fato de a base poder sempre ser arrumada como uma matriz triangular. Isto facilita sobremaneira a resolução dos sistemas lineares envolvidos: cálculo do vetor multiplicador e da coluna atualizada. Outra simplificação muito importante ocorre na operação de pivoteamento, que pode ser realizada por uma retriangularização simples e eficiente para cada base nova.

Essa triangularização inerente é mantida de maneira muito eficiente por uma costura na árvore (solução básica) do tipo pré-ordem (Glover e Klingman, 1975). Essa costura denominada fio é feita de forma que todos os descendentes apareçam depois dos seus ancestrais. Garantindo que ela comece por um nó raiz, essa ordem de visita dos nós mantém a matriz básica triangularizada.

Todas essas operações aumentam excepcionalmente a eficiência do algoritmo. Some-se ainda: a unimodularidade da matriz incidência nó-arco, que permite trabalhar apenas com números inteiros, aumentando a velocidade de processamento e a capacidade de armazenamento; e a exploração total da esparsidade dos grafos, muito comum em problemas de grande porte, trabalhando apenas com os elementos existentes na rede. Segundo Kennington e Helgason (1980), esse algoritmo é da ordem de cem vezes mais rápido que o simplex tradicional.

A implementação feita, baseada na proposta de Jensen e Barnes (1980), possui quatro índices para o armazenamento da árvore: pai, fio, nível e arco que liga ao pai. O índice pai indica qual é o antecessor imediato de um nó. O fio mostra a ordem de visita dos nós, enquanto o nível diz o quão longe da raiz está cada nó. Finalmente, o arco que liga ao pai indica os arcos presentes na base e a sua orientação na árvore.

O algoritmo PFCM trabalha com arcos orientados e custos lineares associados a eles. Essas características não favorecem a sua utilização em problemas que tratam com redes elétricas. Primeiro, porque a função objetivo é quadrática e depois porque não se pode impor o sentido do fluxo de potência nos alimentadores.

Porém, devido a sua eficiência e a similitude das redes de distribuição com grafos procura-se contornar essas questões. Linearizar o custo das perdas na faixa de operação prevista para o condutor e criar dois arcos para cada ramo com características idênticas, mas sentidos opostos, é a forma mais comum encontrada.

As principais desvantagens dessas simplificações são: a introdução de erros grosseiros na função de custos, fato que pode levar a soluções bastante distantes da ótima, e a duplicação do número de arcos, que pode ocasionar problemas quando estes representam trechos novos de alimentadores.

Conforme foi comentado no item 3.2.1, é importante também que os arcos não tenham limitantes superiores para o fluxo. Isto porque o PFCM, como todo o algoritmo de grafos, não permite que se exceda o valor pré-determinado e isso não condiz com a realidade das redes elétricas.

A forma usada para melhorar a precisão nos custos foi dotar o PFCM da capacidade de tratar critérios linear por partes (Garcia e Tavares, 1978). Esta técnica consiste em representar a função de custos através de segmentos de reta. Estes segmentos são colocados de maneira a minimizar o erro gerado pela linearização. O problema linear por partes pode ser escrito como o PFCM comum, exceção feita à função objetivo (1) que agora é separável de acordo com o fluxo dos arcos ( $x_k$ ). Sendo  $n_s$  o número de segmentos utilizados temos:

$$c(x_k) = \sum_{i=1}^{n_s} c_i x_i \quad (20)$$

O custo de perdas num determinado trecho de alimentador é uma parábola com vértice no ponto (0,0). A figura 4.1 abaixo mostra para o cabo A02, essa parábola e a linearização por partes. Também é mostrada a representação através de grafos da função resultante.

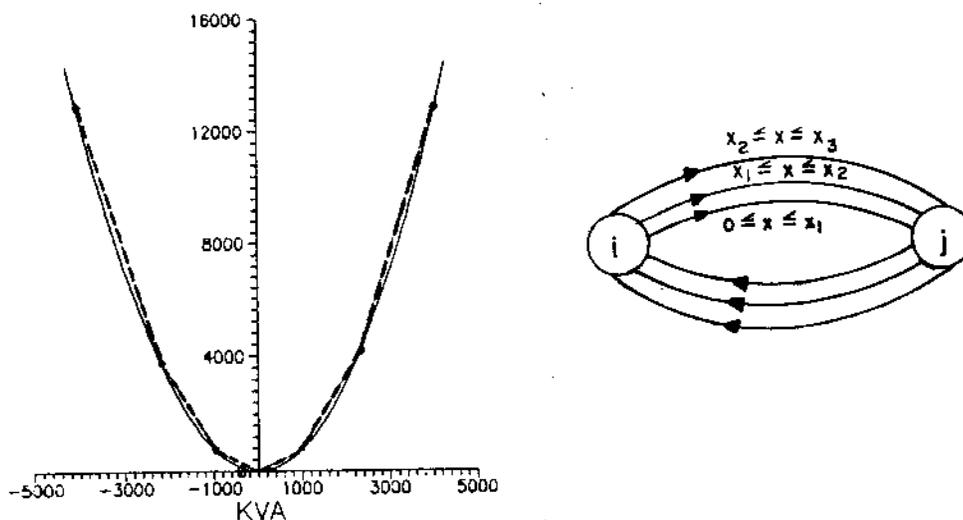


Figura 4.1

Como se vê da figura acima, o erro da aproximação linear por partes para a função de custo é bastante pequeno. Porém, a questão do sentido do fluxo permanece e tem ainda um agravante, a associação de um arco para cada trecho de reta.

A duplicação feita para permitir fluxo em ambos os sentidos, somado ao desdobramento dos arcos para representar cada segmento de reta, provocam um aumento significativo do número de arcos em relação ao número de ramos do modelo. Para amenizar este problema, foram criadas marcas (apontadores) que indicam qual o segmento de reta que está ativo e também permitiu-se a passagem de fluxo "negativo" nos arcos. Isto é possível pela convexidade da função linear por partes. Assim, para cada ramo do modelo matemático é associado um único arco, cuja função de custo é similar à apresentada na figura 4.1.

Um aspecto interessante dessa associação biunívoca arco-ramo é que, além da grande economia de memória proporcionada, ela acaba resultando também num aumento de eficiência do algoritmo. Muito embora isso pareça paradoxal, ocorre que uma das operações mais caras dentro do PFCM, do ponto de vista do tempo computacional, é o cálculo do custo relativo. Sendo assim, uma redução acentuada no número de arcos representa ganhos efetivos nos tempos.

Mas sem dúvida, a principal vantagem de ter o número de arcos do PFCMLPP igual ao número de ramos do modelo matemático, se deve ao fato de não haver necessidade de, praticamente, duplicar as variáveis 0/1 que representam a construção de novos trechos.

Também relacionado à eficiência computacional do algoritmo implementado, há que se destacar a multi-iteração (Nakagawa, 1984). Esse procedimento consiste em realizar várias trocas de base num mesmo ciclo, enquanto houver ganho na função objetivo. Com isso, procura-se evitar a reestruturação da árvore cada vez que há troca de base.

A multi-iteração pode ser vista da seguinte forma: quando se define o arco que entra na base ( $k_e$ ), a sua colocação na árvore forma um ciclo. Supondo que o custo relativo de  $k_e$  seja negativo, faz-se o seu fluxo crescer até que o fluxo de algum arco do ciclo atinja um ponto de quebra da função linear por partes. Os pontos de quebra situam-se na intersecção de dois segmentos de reta dessa função. O arco que fez o bloqueio será chamado arco que sai da base ( $k_s$ ). Admitindo que o aumento do fluxo em  $k_e$  faça o fluxo de  $k_s$  diminuir, ele sai da base no seu ponto de quebra anterior. Essas hipóteses representam apenas um dos casos de troca de base que podem vir a ocorrer na execução do algoritmo, porém todos podem ser pensados de forma análoga.

Neste caso, a multi-iteração observaria a seguinte pergunta: será que  $k_s$  seria candidato a entrar novamente na base, na próxima iteração, através do segmento de reta à esquerda do qual estava ativo?

Pode-se mostrar que o custo relativo à esquerda de  $k_s$  é numericamente igual ao custo relativo calculado para  $k_e$ , caso o segmento de reta ativo de  $k_s$  na base inicial fosse o imediatamente à esquerda ao qual ele estava. Assim, basta recalcular o custo relativo de  $k_e$  nessa nova situação para ver se  $k_s$  seria novamente candidato a entrar na base. A variação do custo relativo de  $k_e$  depende apenas da diferença de custo entre os segmentos de reta anterior e posterior ao ponto de quebra em que  $k_s$  saiu da base, sendo facilmente calculada. Se  $k_s$  for novamente candidato, marca-se o seu segmento à esquerda do inicial como ativo e procede-se novamente a operação de bloqueio dentro do mesmo ciclo, evitando a reestruturação da árvore e, possivelmente, aumentando o fluxo de  $k_e$ .

Pode-se mostrar também, que essa variação no custo relativo de  $k_e$  é sempre no sentido de torná-lo de sinal contrário ao que estava. Assim, depois de algumas trocas, ele não deve ter o custo relativo interessante para reduzir a função objetivo. Consequentemente, o arco que sai nessa situação não é mais candidato a entrar na base.

A estrutura de dados usada para armazenar os arcos e a árvore básica são mostradas respectivamente nas figuras 4.2 e 4.3.

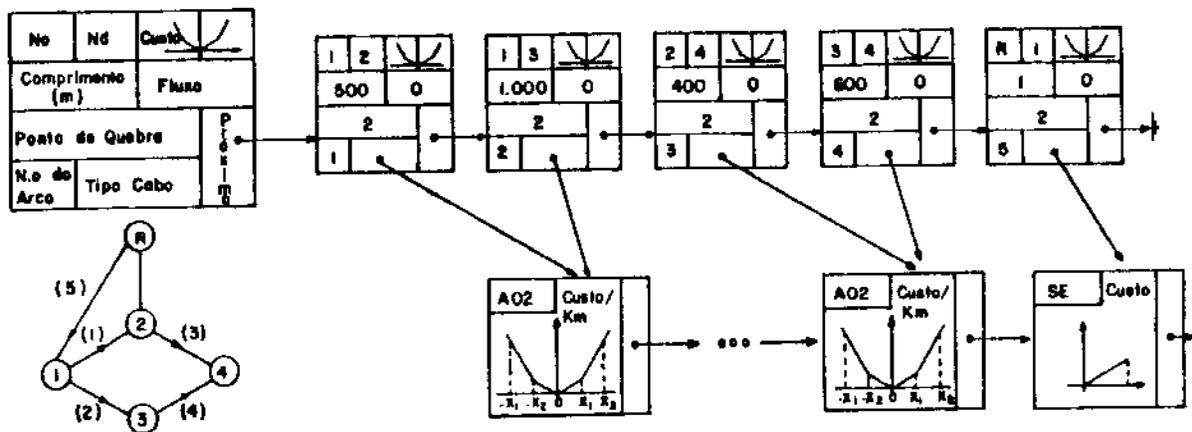


Figura 4.2

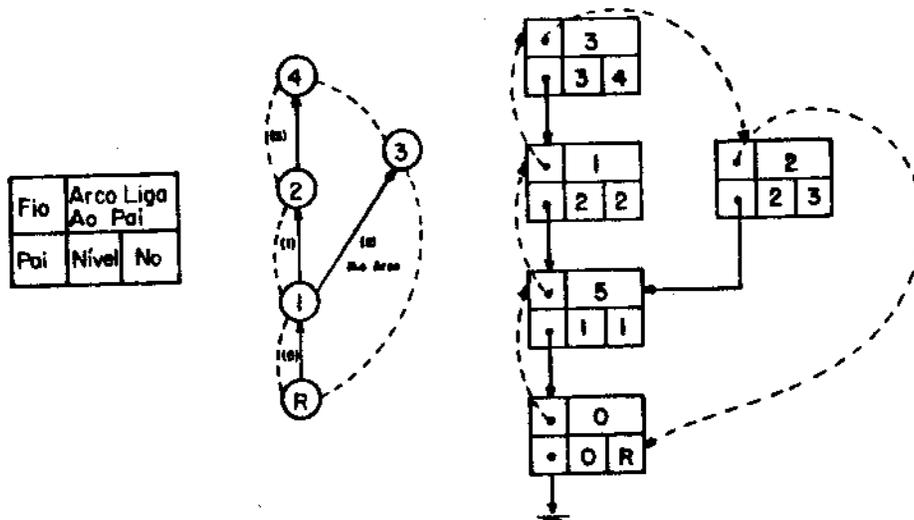


Figura 4.3

#### 4.4 - Técnica para Localizar os Centros de Carga do Sistema

Voltando à discussão das técnicas de resolução específicas para cada um dos modelos, tem-se que o primeiro problema era o de p-medianas ligado à escolha de locais candidatos a serem subestações. Conforme foi comentado, esse problema é NP-completo e, como normalmente as redes reais de distribuição têm centenas de nós, optou-se por um método heurístico do tipo "guloso" (Said e França, 1988) para resolvê-lo.

Essa opção foi feita por ser uma heurística extremamente eficiente e também porque espera-se de seu resultado apenas uma localização indicativa para as candidatas a subestações, devendo a definição final dos locais recair sobre o planejador e seus múltiplos critérios.

A heurística "gulosa", consiste em escolher sucessivamente dentre todos os nós do grafo, excluindo os que são subestações ou candidatos já eleitos, aquele que ao se tornar um novo ponto de fornecimento de energia, dê o maior ganho de acordo com o critério resistência x kVA. Entenda-se por todos os nós aqueles que dentro de uma análise inicial foram considerados aptos a abrigarem novas subestações.

#### 4.4.1 - Montagem da Matriz de Momentos Mínimos (MM)

O primeiro passo na resolução das p-mediana é montar a MM entre os nós de rede. Tradicionalmente isto é feito com algoritmos de caminho mínimo atribuindo aos ramos do grafo um custo igual à resistência dos trechos. Calculado o caminho de resistência mínima entre, por exemplo, os nós  $k$  e  $j$  multiplica-se esse valor pela demanda de  $j$  obtendo-se o momento mínimo de atender  $j$  por  $k$ . Porém, pode-se economizar tempo de processamento e memória usando o PFCMLPP. O ganho de memória deve-se à consideração das subestações existentes. Isto permite armazenar apenas os blocos de carga que compõem a área de influência dos outros nós, a medida em que, um por vez, vão sendo testados como mediana. Mais, não armazenam-se dados para nós não-candidatos, porque as filiações serão feitas no processo de otimização. A figura 4.4 mostra a estrutura DESCEND usada: os nós 5 e 6 não são candidatos a instalação de mediana enquanto o nó 1 já é mediana.

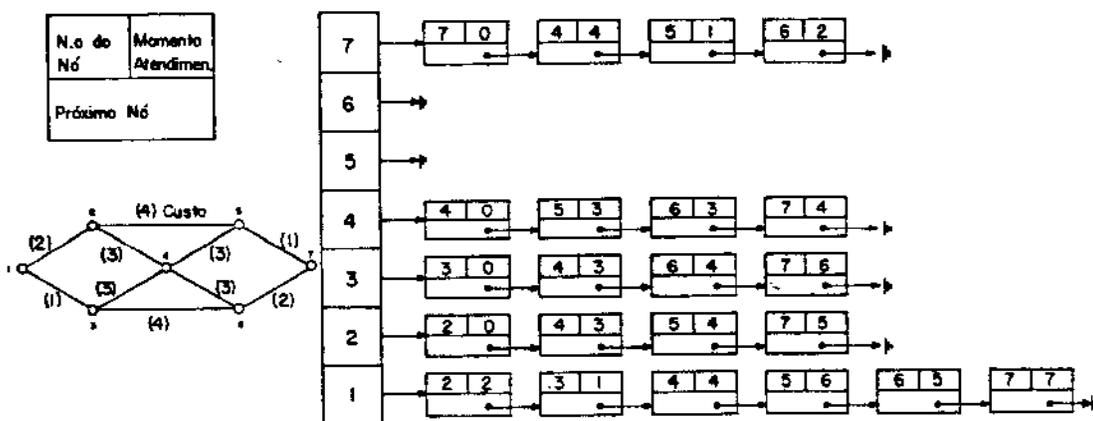


Figura 4.4

No caso do tempo de processamento, a vantagem advém da possibilidade de utilizar a solução anterior como inicializadora para o teste do próximo nó candidato. Isto quer dizer que se busca basicamente a reutilização dos blocos de carga ligados a um determinado nó, quando este deixa de ser testado como mediana.

Para inicializar o processo, criam-se arcos do nó fonte de energia para os todos os nós da rede. Este procedimento é igual ao realizado para se fazer a fase I do método simplex para grafos. Os arcos que têm como destino os nós que representam as subestações existentes na rede têm custo nulo. Todos os demais terão custo bastante elevado, evitando a sua participação na solução, já que o problema é de minimização e não capacitado.

Rodando o PFCMLPP nessa situação, consegue-se montar a área de influência das subestações existentes e determinar o momento de cada bloco de carga ao ser atendido por uma delas. O cálculo do momento é muito simples de ser realizado, bastando multiplicar o potencial (variável dual) de cada nó na solução final pela sua demanda. Esses resultados são armazenados em dois vetores com dimensão igual ao número de nós. O primeiro mostra qual o momento ótimo atual para atender cada nó, e o segundo qual a área de influência das medianas.

A seguir parte-se para a determinação das áreas de influência de cada um dos nós candidatos a abrigar subestações. Para tanto, percorre-se um a um esses nós, de maneira sequencial e independente. Definido o primeiro, o custo elevado do arco que o liga ao nó fonte de energia é substituído por zero. Ao se executar novamente o PFCMLPP, ficam ligados ao candidato todos os blocos de carga cujo custo (momento) de atendimento mínimo se consiga através dele. Nesse ponto armazenam-se os blocos de carga que fazem parte da sua área de influência e o momento de atendimento obtido para cada um dos descendentes.

Para o próximo candidato, anula-se o custo do arco correspondente. Volta-se o custo do arco do candidato anterior a um valor elevado e atualizam-se os potenciais de seus descendentes. Rodando novamente o PFCMLPP, será feita a reafiliação dos nós que compunham a área de influência do candidato anterior e determinada a do novo candidato.

A grande eficiência obtida se deve ao fato de alterarmos apenas custos dos arcos de uma solução para outra, isto casa muito bem com algoritmos primais porque só se perde a otimalidade do problema mas não a factibilidade. Assim, a reotimização do sistema é bastante rápida. Ao se proceder dessa forma para todos os candidatos a mediana, tem-se montada a matriz de resistências mínimas.

#### 4.4.2 - Escolha das Medianas

As novas medianas serão escolhidas de acordo com o ganho proporcionado à função objetivo. O cálculo desse ganho é realizado de maneira muito simples com o uso da estrutura "DESCEND". Basta percorrer a lista ligada de descendentes de todos os nós candidatos e acumular a diferença entre o momento ótimo atual e o momento de atendimento pelo nó testado. Quanto maior a diferença apurada, maior o ganho obtido. Assim, pela heurística utilizada, escolhe-se o nó que oferecer o maior ganho e atribui-se a ele o status de mediana. A seguir, procedem-se as alterações necessárias nos vetores momento ótimo atual e área de influência de forma a contemplar a entrada da nova mediana no sistema.

Para prosseguir com esse tipo de procedimento após a escolha de novas medianas, deve-se manter como descendentes de um nó candidato apenas aqueles cujo momento de atendimento através dele seja menor que momento ótimo atual. Como estes descendentes estão armazenados numa lista ligada, essa operação é trivial de ser realizada.

A escolha de novas medianas deve continuar até que se atinja o número  $p$ , que foi arbitrado inicialmente. Nesse ponto ficam determinados os  $p$  centros de carga do sistema e que possivelmente serão candidatos a abrigarem subestações.

#### 4.5 - Técnica para a Expansão da Rede Primária

Supondo que os  $p$  centros de carga propostos sejam aprovados pelos planejadores, criam-se os arcos que ligam o nó fonte de energia a cada um desses nós. A cada um deles é associada a função de custo pertinente e a sua capacidade. Esses arcos completam o grafo no qual se buscará a melhor solução para o problema da expansão.

A primeira providência para resolver este problema consiste na relaxação das restrições de queda de tensão e de radialidade. O problema resultante dessa relaxação é um problema de localização capacitado não-linear e será resolvido através de um algoritmo "branch and bound", que fornecerá as subestações e os trechos dos alimentadores que serão construídos ou ampliados no ano horizonte.

Como se espera que a solução obtida não seja radial, devido a presença de custos quadráticos na função objetivo, serão utilizadas heurísticas para forçar a radialidade. Encontrada a solução radial, as quedas de tensão nas folhas da árvore, serão calculadas para ver se estão dentro dos limites pré-estabelecidos. Caso não estejam, novas heurísticas são usadas visando melhorar o perfil de tensão.

#### 4.5.1 - Algoritmo "Branch and Bound"

O espaço de soluções em problemas com variáveis 0/1, pode ser imaginado como uma árvore binária onde a cada nível uma delas tem o seu valor fixado em 0 ou em 1. Isso nos leva a ter  $2^{nD1}$  folhas nessa árvore, onde  $nD1$  é o número de variáveis de decisão. Cada uma dessas folhas representa uma realização possível das variáveis binárias.

Devido ao crescimento exponencial do número de folhas, a enumeração completa desse espaço de soluções não é possível na maioria dos problemas reais. Por essa razão, buscam-se testes que permitam "sondar" nós antes que as folhas sejam efetivamente criadas. Sondar um nó é rejeitá-lo do processo de busca, bem como seus descendentes, sem realmente avaliá-lo. Esse tipo de procedimento se enquadra nos chamados métodos de enumeração implícita.

O "branch and bound" é um algoritmo de enumeração implícita que procura sondar os nós através de um teste que utiliza um limitante inferior para a função objetivo. Este teste é feito da seguinte maneira: suponha que seja conhecida uma solução factível para o problema cujo valor é  $Z^F$ . Suponha ainda, que estejamos num determinado nível  $nv$ , intermediário, da árvore binária de decisão. Isso quer dizer que já temos  $nv$  variáveis fixas.

O nó corrente (nc) dessa árvore representa um conjunto de soluções que podem ser enumeradas fazendo as combinações possíveis das  $n_01-n_v$  variáveis, que ainda não foram fixadas. Se por algum método, obtivermos um limitante inferior  $\underline{z}^{nc}$  para todo esse conjunto de soluções, e ocorrer que:

$$\underline{z}^{nc} \geq z^F$$

então todas elas podem ser classificadas como não ótimas. Dessa forma, todos os nós descendentes de nc podem ser considerados como enumerados implicitamente e portanto não precisam ser testados. Diz-se que nc está sondado.

Existem outros testes que podem ser utilizados juntamente com o do limitante inferior com o objetivo de tornar mais efetiva a enumeração implícita. O teste de factibilidade com relação a capacidade de atender a demanda é um exemplo. Em princípio, qualquer restrição que ajude a "podar" a árvore mais depressa, deve ser considerada.

A eficiência do algoritmo "branch and bound" depende da capacidade de se gerar bons limitantes inferiores da solução ótima, da resolução eficiente dos subproblemas e da sensibilidade da função objetivo com relação às variáveis de decisão. Essa sensibilidade depende do problema que está sendo resolvido. Os dois primeiros aspectos são questões de implementação que serão discutidas a seguir.

#### 4.5.1.1 - Obtenção do Limitante Inferior

Quanto ao limitante inferior gerado, o algoritmo implementado trabalha com relaxação linear para sua obtenção, isto é, relaxam-se as restrições que forçam a integralidade da solução, permitindo que as variáveis de decisão, que ainda não estejam fixas em um dos valores factíveis, possam variar continuamente entre zero e um.

Num estágio intermediário do processo de enumeração, caracterizado por um nó da árvore binária, algumas variáveis de decisão têm valor 1, outras 0 e as demais estão livres. Elas são armazenadas respectivamente nos conjuntos  $W^+$ ,  $W^-$ , e  $W^0$ . Nessa situação, chamando  $A_c$  o conjunto de arcos que apresentam custo fixo, e com a nomenclatura das variáveis igual a de (eq.11-16), o subproblema em questão pode ser escrito como:

$$\text{Min } \sum_{j \in W^+} F_j + \sum_{j \in W^0} F_j y_j + \sum_{k \in A_c} c_k x_k + \sum_{k \notin A_c} c_k^q x_k \quad (21)$$

$$\text{s. a. } A x = b \quad (22)$$

$$0 \leq x \leq \bar{x} \quad (23)$$

$$x_k \leq y_j \bar{x}_k \quad \text{para } j \in W^0, k = A_c(j); \quad (24)$$

$$x_k = 0 \quad \text{para } j \in W^-, k = A_c(j); \quad (25)$$

$$y_j = \{0, 1\} \quad \text{para } j \in W^0; \quad (26)$$

Para se obter um limitante inferior para todos os descendentes de  $nc$ , permite-se que as variáveis livres possam variar continuamente entre 0 e 1. Dessa forma, amplia-se a região factível do problema. Conseqüentemente, o valor da função objetivo desse problema relaxado passa a ser um limitante inferior para a solução do problema inteiro misto.

A estratégia de resolução desse problema relaxado, é transformá-lo num problema de fluxo em redes e utilizar o PFCM para resolvê-lo. Assim, a eficiência na resolução dos subproblemas fica garantida. Porém, a aplicação direta desse algoritmo não é possível basicamente por duas questões: para os arcos que representam trechos já instalados temos a concavidade na função de custo devido ao recondutoramento; para os arcos que representam facilidades novas e cujas variáveis de decisão ainda estejam livres, temos a presença das variáveis  $y_j$  na função objetivo e no conjunto de restrições.

Também descaracterizam o problema clássico de fluxos em redes o fato de existirem custos quadráticos na função objetivo e do grafo gerado pelo modelo matemático ser não-orientado. Porém, essas duas últimas questões já foram comentados e resolvidas no item 4.3 deste capítulo com a adoção da técnica linear por partes.

Para contornar a questão da presença das variáveis  $y_j$  no problema relaxado, substitui-se a função de custo real das variáveis de decisão livres por um custo linearizado através dos pontos com as seguintes coordenadas:  $\{0,0\}$  e  $\{\bar{x}_k, (c_k \bar{x}_k + F_j)\}$ ,  $j \in W^0$  e  $k = A_c(j)$  (Soland, 1984). No caso dos arcos que representam novos trechos de alimentadores, onde não existe restrição de capacidade, escolhe-se um valor alto para  $\bar{x}_j$ .

A figura 4.5 mostra a função de custo real para  $y_j$  com seu custo fixo  $F_j$ , seu custo variável  $c_k$  e a linearização realizada.

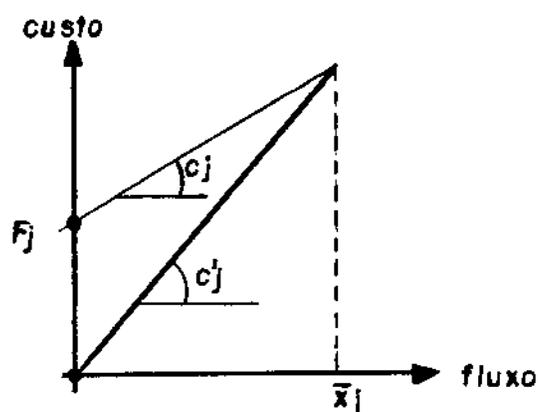


Figura 4.5

Essa linearização se deve ao fato de na solução ótima do subproblema, o valor das variáveis livres ser:

$$y_j = \frac{x_k}{\bar{x}_k} \quad \text{para } j \in W^0, \quad k = A_c(j); \quad (27)$$

Isso ocorre porque o coeficiente de  $y_j$  na função objetivo  $F_j$ , é positivo e  $x_k$  somente aparece na restrição de canalização que limita seu fluxo. Como o problema é de minimização, ele aparece no valor mínimo factível. Sendo assim, podemos fazer o custo das variáveis livres ser:

$$c'_k = \left[ \frac{F_j}{\bar{x}_k} + c_k \right] \quad \text{para } j \in W^0, k = A_c(j) \quad (28)$$

Com esse resultado, e colocando na função objetivo a parcela linear por partes (20), o problema relaxado para o nó corrente,  $nc$ , da árvore binária pode ser reescrito como:

$$\text{Min } \sum_{j \in W^+} F_j + \sum_{k \in A_c} c'_k x_k + \sum_{k \notin A_c} \left( \sum_{i=1}^{ns} c_i x_i \right) \quad (29)$$

$$\text{s.a. } A x = b \quad (30)$$

$$0 \leq x \leq \bar{x} \quad (31)$$

$$x_k = 0 \quad \text{para } k = A_c(j), j \in W^- \text{ de } nc \quad (32)$$

onde:

$$c'_k = \begin{cases} c_k & \text{para } k = A_c(j), j \in W^+ \text{ de } nc; \\ (28) & \text{para } k = A_c(j), j \in W^0 \text{ de } nc; \end{cases}$$

É interessante notar, que o custo linear criado, subestima o valor da função real em todos os seus pontos, a menos dos pontos terminais. Esse é mais um motivo para justificar que a solução do problema relaxado é um limitante inferior do problema original.

Uma alteração interessante de ser implementada, que ajudará na resolução dos subproblemas, é contemplar o conjunto de restrições que exige que o fluxo seja zero nos arcos que representam variáveis fechadas (32), através da função objetivo. Isto pode ser conseguido, associando-se um custo bem elevado aos arcos que representam as variáveis pertencentes ao conjunto  $W^-$ .

Devido a esse alto custo, o fluxo nesses arcos só não será nulo se ele for necessário para manter a factibilidade do problema, por exemplo, no caso em que a demanda for maior que a disponibilidade de energia do sistema, dada pela soma da capacidade das subestações existentes mais as que estão sendo testadas como abertas e como livres nessa solução.

No caso de existir fluxo nesses arcos fechados na solução final do problema relaxado, então ela é infactível, já que partimos da premissa que a variável em questão estava fechada. Todas as soluções descendentes do nó corrente, não precisam ser testadas, estando implicitamente enumeradas.

Essa alteração na forma de considerar as restrições de fechamento de arcos do conjunto  $W^-$  proporcionará um grande aumento na eficiência do algoritmo conforme será discutido no próximo item.

#### 4.5.1.2 - Recondutoramento

Para tratar o recondutoramento convenientemente, foi usada uma heurística que força a convexidade da curva. Para facilitar a explanação dessa heurística vamos tomar um trecho com cabo A02 como exemplo. A figura 4.6 mostra a sua curva de custo de recondutoramento linearizada por partes. A função linear por partes é aderente à função de real, a menos de seu último trecho. Neste caso, o custo foi obtido fazendo a linearização da curva real nos pontos com abcissas de valor 1500 e 5000 kVA. Esse custo deve ser maior que o do segmento de reta anterior, para manter a convexidade da curva. O valor de 5000 kVA, foi escolhido a fim de se contemplar a capacidade de manobra nos alimentadores. Para efeitos de planejamento, não se impede ultrapassar esse valor, mas cria-se uma penalização para os fluxos maiores.

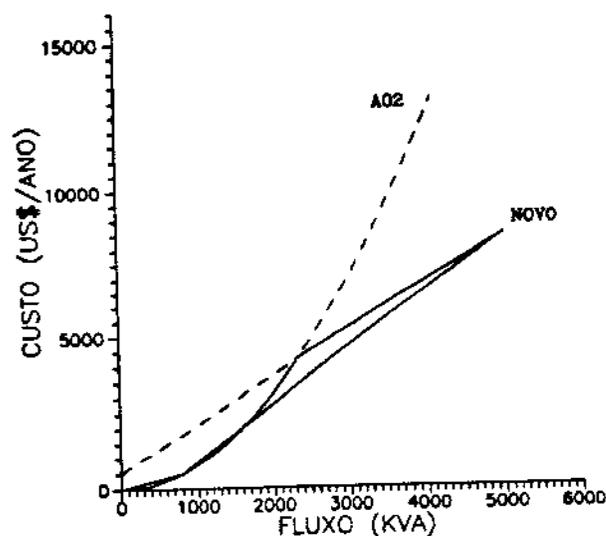


Figura 4.6

Na solução de um subproblema relaxado, caso um trecho com cabo AD2 apresente fluxo neste último segmento, é feita nova linearização com o objetivo de calibrar o seu custo. Para tanto, são utilizados os pontos da curva de custo real com abscissas 1500 e  $x'_k$  kVA's, onde  $x'_k = x_k$  se  $2300 \leq x_k \leq 5000$  e  $x'_k = 2300$  caso contrário. Esse novo custo é maior que o inicial. Feita essa calibragem, acertam-se os potenciais dos nós da árvore básica e parte-se em busca de nova solução para o subproblema.

Nessa nova solução, caso o fluxo desse arco diminua, repete-se o procedimento descrito acima; caso aumente, é realizada nova linearização utilizando como segundo ponto o novo valor do fluxo  $x_k$ . O custo nesta situação deve diminuir; caso o fluxo permaneça constante o custo atual é mantido.

A solução definitiva só é encontrada quando não há mais necessidade de alteração no custo de nenhum arco presente na rede. Esse ponto de equilíbrio é identificado quando o valor da função objetivo calculada com o custo linear por partes está dentro de uma tolerância do valor calculado com a função de custo real. Dessa forma, em qualquer nível do processo de enumeração o aspecto da concavidade nos custos, gerada pelas variáveis livres e pelo recondutoramento ficam resolvidas.

#### 4.5.1.3 - Critério de Seleção

O algoritmo "branch and bound" controla uma árvore binária de decisões através da fixação seletiva das variáveis 0/1 livres. O critério de seleção utilizado é escolher entre as variáveis livres aquela com maior diferença entre o seu custo real e o seu custo linearizado, fixando o seu valor em zero caso o fluxo no arco correspondente seja inferior a  $\bar{x}_k/2$ , e em um caso contrário.

Um aspecto interessante do algoritmo implementado é que, no processo de enumeração, a fixação de uma variável livre, em zero ou em um, é realizada apenas com alterações no seu custo. Isto é, se uma variável de decisão  $y_j$  é livre num determinado nível da árvore binária, então o seu custo atual no subproblema é o custo linear que subestima o custo real. Supondo que  $y_j$  seja a variável a ser fixada no próximo nível da árvore, por exemplo em zero, então o seu custo é artificialmente levado a um valor muito alto. Como o problema é de minimização,  $y_j$  não deve mais aparecer na solução do subproblema, ou seja, deve valer zero. Caso ela esteja presente na solução, é porque houve necessidade de se contar com ela para manter a factibilidade do subproblema que está sendo resolvido. Como foi assumido que seu valor era fixo em zero, a solução obtida é infactível. O nó foi sondado.

No caso de  $y_j$  ser fixado em um, o custo linear do arco correspondente é substituído pelo custo real e seu custo fixo adicionado à função objetivo na solução ótima do subproblema.

Dessa forma, existe a alteração de um único custo entre os níveis subsequentes, à medida que se desce pela árvore de decisão. Conforme já foi mencionado, alterar apenas custos casa muito bem com algoritmos primais, como o PFCMLPP, porque perde-se a otimalidade dos problemas mas a factibilidade continua mantida.

Existem duas possibilidades de alteração no custo dos arcos: a primeira se ele for básico e a segunda se for não-básico. Caso a variável que sofreu alteração no custo for básica, basta reatualizar os potenciais dos nós descendentes do nó de menor nível que esse arco liga. A partir daí, o algoritmo segue normalmente em busca de candidatos a entrar na base que melhorem a função objetivo.

Se a variável for não básica, basta recalcular o seu novo custo relativo. Caso o sinal desse custo relativo seja interessante, isto é, propicie uma queda no valor da função objetivo, esta variável torna-se candidata a entrar na base e o algoritmo segue normalmente. Se ela não se tornar candidata a solução anterior continua ótima.

#### 4.5.1.4 - Solução Arredondada

Na árvore binária de decisão, apenas as folhas representam soluções factíveis. Isto porque apenas no último nível de decisão todas as variáveis 0/1 estarão fixas em um dos dois valores possíveis. Para evitar que seja necessário atingir o último nível para obter soluções factíveis, o algoritmo implementado faz um arredondamento na solução do problema relaxado.

Quando se obtém o valor de uma solução de um subproblema  $Z^{nc}$ , e se ela não for pior que o valor da melhor solução conhecida, podemos transformá-la numa solução inteira factível com valor  $Z^R$ , fazendo o arredondamento das variáveis de decisão que não estiverem fixas. As variáveis livres em cujos arcos exista fluxo serão levadas ao valor 1, sendo considerada como abertas. As variáveis livres com fluxo nulo continuam com o valor zero. Assim, o valor de  $Z^R$  pode ser facilmente calculado.

$$Z^R = Z^{nc} + F_j + (c_k - c'_k) x_k \quad \text{para } j \in W^0 / x_k \neq 0, k = A_c(j) \quad (33)$$

Com isso, em todos os níveis intermediários da árvore de decisão conseguem-se soluções inteiras factíveis. Caso o valor da solução arredondada  $Z_R$  seja menor que a melhor solução factível conhecida  $Z^F$  então ela é armazenada.

#### 4.5.2 - Radialidade e Queda de Tensão

Após o término do "branch and bound", obtém-se a solução ótima para o problema quadrático de localização capacitado. Há porém, dois grupos de restrições que ainda não foram considerados: o da radialidade e o da queda de tensão. Como a solução ótima não é necessariamente radial, deve-se começar por forçar a radialidade e depois avaliar a queda de tensão, pois no procedimento de radialização as tensões devem se alterar.

A solução obtida pode não ser radial pela presença de custos quadráticos na função objetivo. Quando se trabalha com esse tipo de custo, torna-se mais barato enviar energia simultaneamente por caminhos diferentes ao mesmo destino, devido ao custo marginal crescente. Isso se reflete na solução como se deixasse de haver concorrência entre as subestações para alimentar as cargas, como no caso do custo linear, passando a existir uma cooperação entre elas para promover o atendimento mais econômico.

Para se obter uma rede radial, implementou-se um conjunto de heurísticas que realizam os seguintes passos: (1) Encontrar uma rede radial por algum critério; (2) Factibilizar a rede radial, caso haja necessidade; (3) Balancear as cargas dos alimentadores das subestações.

#### 4.5.2.1 - Heurística de Radialização

Radializar uma rede é torná-la uma árvore, ou seja, um grafo conexo sem ciclo. Isto é equivalente a cobrir todo o grafo com apenas  $n-1$  ramos onde  $n$  é o número de nós. No caso da rede de distribuição, pode-se dizer que só haverá fluxo em  $n-1$  trechos de alimentadores para atender a demanda dos  $n$  blocos de carga.

Dois tipos de heurísticas foram desenvolvidos para fazer esse "acerto" na solução do problema de expansão. No primeiro, a idéia básica é retirar os arcos com menor fluxo da rede, procurando não se distanciar demais da solução quadrática. No segundo, procura-se obter uma certa noção do custo que está sendo envolvido na operação, através de uma análise do custo relativo das variáveis não-básicas que possuem fluxo.

Do primeiro tipo, implementamos duas heurísticas: a primeira procura retirar os arcos com o menor fluxo de cada ciclo do grafo gerado por um arco não-básico; e a segunda procura retirar sucessivamente os arcos com menor fluxo do grafo. Para se retirar os arcos com menor fluxo de cada ciclo, percorrem-se um a um os arcos não-básicos com fluxo diferente de zero e calcula-se o bloqueio com seu fluxo aumentando e diminuindo.

Ao se escolher o menor desses dois valores, consegue-se identificar o arco que fez o bloqueio e que terá o seu fluxo zerado. Se for necessário, faz-se a troca de base. Terminada essa operação para o último arco não básico, obtém-se uma solução radial para o problema.

A segunda heurística trabalha de forma semelhante, apenas pode ocorrer que o arco com menor fluxo seja básico. Neste caso, deve-se primeiro identificar se ele está ou não inserido dentro de um ciclo. Se estiver, marcam-se todos os arcos do ciclo, faz-se a operação de bloqueio no sentido de zerar o seu fluxo e troca-se a base. Se não estiver, toma-se o próximo arco com menor fluxo e prossegue-se com a heurística. Esse procedimento é realizado enquanto o número de arcos com fluxo for superior a  $n-1$ .

No segundo tipo de heurística, trabalha-se com os arcos não-básicos com fluxo. Ao serem identificados, avalia-se o seu custo relativo à direita e à esquerda e procede-se a operação de bloqueio com seu fluxo aumentando e diminuindo. A seguir, calcula-se de forma adequada o produto do custo relativo com o diferencial de fluxo conseguido no bloqueio para cada um dos lados. A "direção" a se tomar é aquela cujo produto for menor. Se necessário, faz-se a troca de base. Ao final desse procedimento obtém-se uma solução radial para o problema.

#### 4.5.2.2 - Heurística de Factibilização

O processo de radialização pode ter como efeito colateral a possível infactibilização da solução, com o aparecimento de subestações infactíveis, isto é, que atendam demanda maior que a sua capacidade. Para resolver este problema, é utilizada uma heurística de factibilização que procura transferir carga dessas subestações para outras que estejam com capacidade ociosa.

Inicialmente, cria-se uma lista das subestações que ficaram infactíveis com a radialização. Caso não exista nenhuma, a solução radial é factível. Caso contrário, toma-se a mais infactível e estudam-se as possibilidades de transferência de carga. O primeiro passo é marcar a área de influência dessa subestação e calcular o custo real de atendimento de todos os blocos de carga que a compõem. O custo real é calculado utilizando-se a função de custo real específica para cada trecho de alimentador.

Para estudar as transferências de cargas, são identificados todos os arcos que ligam as áreas de influência da subestação infactível em questão com a de suas vizinhas. Essa identificação é bastante simples, bastando realizar um "OU Exclusivo" entre a marca do nó origem e do nó destino de todos os arcos do grafo.

Os critérios utilizados para classificar os candidatos são o custo envolvido na transação e a magnitude da carga transferida. O custo é dado pela diferença do custo real ao se atender essa carga pela subestação vizinha e pela atual. A magnitude da carga é imediatamente conhecida pelo fluxo que passa no arco que liga ao pai do bloco que é raiz da subárvore a ser transferida.

Em princípio, o arco escolhido para fazer a transferência é aquele que apresentar o menor custo na transação e que não infactibilize a subestação vizinha. Podem ocorrer alguns casos onde a carga transferida seja atendida de maneira mais econômica pela subestação vizinha. Isto acontece por causa do desbalanceamento introduzido pela radialização. Nesses casos, permite-se que a capacidade da subestação que recebe a carga seja ultrapassada até certo limite. O valor arbitrado é de 1%. A partir daí ela é tratada como infactível. Outro caso no qual se permite que seja ultrapassada a capacidade de uma subestação vizinha, é quando todos os candidatos levam a essa situação. Aqui, não se impõe um limitante para o valor da infactibilidade.

A heurística prossegue até que não haja nenhuma subestação atendendo carga acima da sua capacidade. Nessa situação a solução radial obtida é factível.

#### 4.5.2.3 - Heurística de Balanceamento

A utilização das heurísticas anteriores promove um desbalanceamento no atendimento das cargas em relação a solução quadrática. Para minimizar esse efeito e tentar recuperar parte da otimalidade perdida, procura-se dentro da área de influência de cada subestação transferir carga entre seus alimentadores. Ao se trabalhar dentro da área de influência, não existe mais o perigo de infactibilizar a subestação. Então, dentro desta heurística o critério utilizado para a transferência é exclusivamente o custo envolvido na transação.

Primeiramente, são marcados todos os blocos de carga de cada alimentador. Para isso, marcam-se todos os descendentes dos nós que têm como pai as subestações. A seguir é calculado o custo real total de atendimento para a subestação e identificados os arcos que interligam os alimentadores. Para cada um desses arcos vê-se qual a carga a ser transferida e avalia-se novamente o custo total, mas com essa carga já atendida pelo alimentador adjacente. Se houver economia é realizada a troca.

O fato de trabalhar com o custo real de atendimento, que é quadrático, força o balanceamento das cargas dentro das áreas das subestações.

#### 4.5.2.4 - Queda de Tensão

Na solução radial balanceada, avalia-se a queda de tensão nos nós como a seguir (Gonen e Ramirez-Rosado 1987):

$$\Delta V = \left[ \frac{S}{V_{nom}^2} \right] l ( R \cos\phi + X \operatorname{sen}\phi ) 100 \quad (34)$$

onde: S : Potência Aparente Trifásica  
l : Comprimento do trecho em km  
R : Resistência do trecho em  $\Omega/\text{km}$   
X : Reatância do trecho em  $\Omega/\text{km}$   
 $\cos\phi$  : Fator de Potência  
 $V_{nom}$  : Tensão Nominal de Operação

Se houver queda de tensão fora do especificado identifica-se a subárvore com problema e marca-se o caminho da sua folha até a subestação. Caso existam trechos novos de alimentadores no caminho, vê-se se com o aumento gradativo da bitola nesses trechos resolve-se o problema. Se não for possível, avalia-se o custo de remanejar essa subárvore para outro alimentador ou de instalar um equipamento corretivo optando-se pelo menor dispêndio. Vale ressaltar que quando se minimizam as perdas de uma rede de distribuição, que são função da corrente ao quadrado, as quedas de tensão elevadas são penalizadas. Portanto, espera-se que não haja quedas de tensão significativas na solução final pois esse problema foi implicitamente tratado durante o processo de otimização.

#### 4.5.3 - Cronograma de Decisões

A rede radial balanceada dentro dos limites de queda de tensão é considerada como a solução matemática para o ano horizonte do problema de expansão. Pela metodologia empregada, essa solução é a rede alvo, ou seja, apenas os equipamentos utilizados nessa solução deverão ser instalados no decorrer do período de estudo.

Para determinar o cronograma de entrada em operação desses equipamentos é usada a mesma abordagem que determinou a rede alvo, descrita anteriormente neste capítulo. Ela é utilizada para atender a demanda do terceiro e sexto anos do período de planejamento.

Visando aproveitar os resultados já conhecidos, são feitas alterações nos dados, que exploram a condição de contorno imposta pela rede alvo. Como a bitola e as rotas dos novos trechos de alimentadores já estão definidas, elas não precisam mais ser modeladas como variáveis de decisão. Permanecem com esse status apenas aquelas associadas aos novos trechos de alimentadores que representam alternativas de atendimento às cargas existentes. Mais, todos os trechos que alimentam cargas novas e não foram utilizados na solução ótima deixam de ser candidatos. Isto causa uma grande redução do número de variáveis 0/1 do problema.

Para os trechos que sofreram aumento no diâmetro do condutor são montadas funções de custos específicas para cada possibilidade de recondutoramento. Nos trechos onde não houve recondutoramento, se mantém a mesma função de custo original. Isto equivale a dizer que serão permitidos outros aumentos na bitola dos condutores mesmo que não constem na rede alvo. Essa possibilidade é importante de ser mantida pois muitas vezes é mais econômico ampliar a capacidade de transmissão a, por exemplo, antecipar a entrada em operação de uma nova subestação.

Assim, partindo-se da rede atualmente existente associa-se aos blocos de carga a demanda prevista para o terceiro ano a frente. Os blocos de carga que não existirem nessa época têm demanda nula. Associando-se variáveis 0/1 apenas às subestações que foram instaladas na rede alvo e aos trechos de alimentadores comentados anteriormente, monta-se o grafo no qual se buscará a solução mais econômica para o primeiro estágio de planejamento.

A rede resultante do processo de otimização para o primeiro estágio do planejamento é utilizada como inicializadora para o segundo. Assim, atribuem-se as demandas previstas para o sexto ano aos blocos de carga e aplica-se a metodologia utilizada. Ao final deste procedimento, tem-se um cronograma de expansão para a rede primária.

#### 4.6 - Técnicas para a Expansão da Rede Secundária

No modelamento da expansão do sistema secundário mostrou-se ser necessário uma separação do problema resultante devido à dimensão do enfoque global. O primeiro, preocupado com a queda de tensão, está relacionado com a localização dos transformadores nos centros de carga dos subsistemas. O segundo, procura ampliar a rede secundária, minimizando a soma dos custos de investimento e de perdas. Finalmente, busca-se fornecer energia aos transformadores da maneira mais econômica, estando esta questão ligada ao roteamento dos alimentadores primários.

A técnica utilizada para elaborar planos de expansão do sistema secundário, consiste num procedimento heurístico em que, dado um número inicial de transformadores buscam-se soluções otimizadas para os problemas citados acima. A seguir, calcula-se o custo total real da solução obtida. Incrementa-se em um o número de transformadores e repete-se o procedimento.

O número inicial de transformadores (nIT) é obtido da seguinte maneira:

$$nIT = \left[ \frac{\text{carga total do subsistema}}{\text{maior potência de transformação disponível}} \right]$$

Algoritmicamente, a metodologia proposta para a resolução do problema de expansão do secundário pode ser vista na figura 4.7 abaixo.

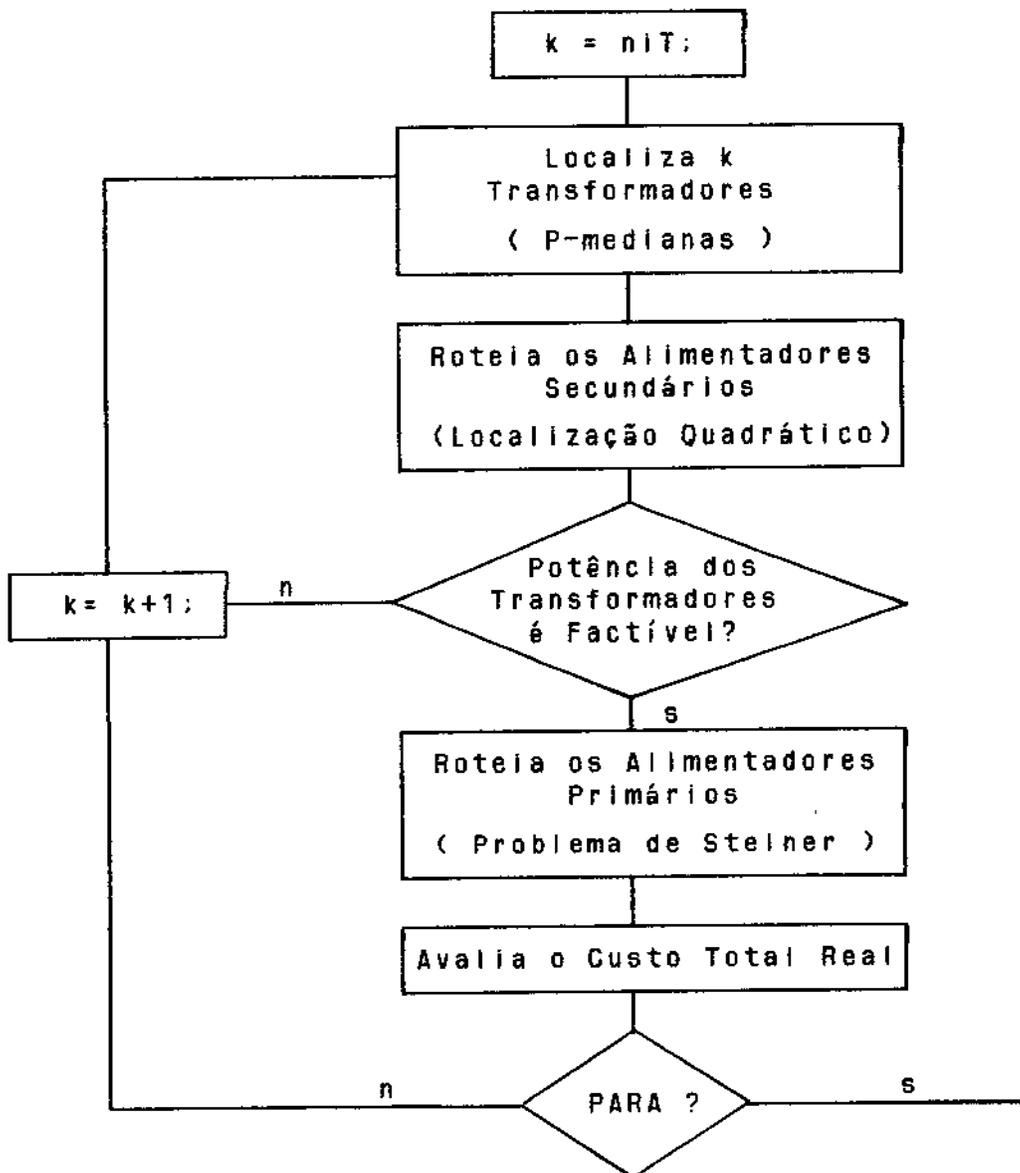


Figura 4.7

Passamos agora a detalhar cada um dos blocos apresentados acima chamando atenção para a técnica utilizada na resolução dos problemas.

#### 4.6.1 - Localização dos Transformadores

A localização dos transformadores de distribuição foi modelada como um problema das  $p$ -medianas. A resolução deste problema continuará a ser realizada por um método heurístico devido à sua dimensão. Agora, como não existem restrições que impedem a colocação dos transformadores nos locais determinados e o resultado do processo de otimização é a solução proposta, optou-se por utilizar uma heurística mais fina, a de substituição (Teitz e Bartz, 1968). O método de substituição foi escolhido pela sua eficiência e pela qualidade da solução obtida.

Essa heurística consiste em partir de uma solução inicial obtida através do método guloso e testar se há ganhos na função objetivo ao se substituir os nós que são medianas na atual solução pelos outros nós da rede. Existem vários critérios para substituições, a saber: substituição com decréscimo máximo, substituição ao primeiro decréscimo e substituição com decréscimo máximo para cada nó que pertença ao conjunto  $S$  de medianas.

Segundo Galvão e outros (1982), o último critério apresentou melhores resultados em testes padrões que estudam problemas com até 150 nós. Porém, a escolha do critério a ser utilizado depende do problema a ser resolvido.

No método de substituição é necessário determinar muitas vezes o valor da função objetivo, em princípio, uma vez a cada tentativa de troca de um nó mediano corrente. Isso torna ineficiente a utilização do PFGMLPP e, por isso, foi criada uma estrutura de dados específica para o problema. Assim, a matriz de momentos mínimos (D) foi montada pelo algoritmo de Floyd para caminhos mínimos (Gondran e Minoux, 1984) e armazenada integralmente.

Para computar o valor da função objetivo eficientemente, montou-se uma outra matriz (M), da seguinte forma: a cada linha  $l$  de M, armazenam-se os índices dos nós com ordenação crescente do momento de atendimento, caso ele fosse realizado pelo nó  $l$ . Dessa forma,  $m_{l1}$  é sempre igual a  $l$ ,  $m_{l2}$  é o índice do nó que tem o menor momento ao ser atendido pelo nó  $l$  e assim sucessivamente sendo que  $m_{ln}$  é o nó com maior momento ao ser atendido pelo nó  $l$ .

Com as matrizes M e D montadas, o valor da função objetivo de uma solução pode ser facilmente calculada por:

$$Z(S) = \sum_{i=1}^n d_{i, m(i)}$$

onde:

$n$  : número de nós da rede

$m(i)$  : primeiro elemento da linha  $i$  de M  
que pertence ao conjunto S de medianas

Então, ao se substituir um nó mediano por outro que não seja, a refiliação dos nós que estavam ligados a ele é rapidamente feita percorrendo-se as linhas da matriz  $M$  referentes à cada nó refilado, até que se encontre uma mediana. A seguir, compara-se o momento de atendimento dos nós ligados às outras medianas com o que seria obtido ao se atender a carga pela mediana testada. Caso este último seja menor, para um determinado nó, ele é realocado para a área de influência da mediana testada. Todo esse procedimento é extremamente rápido, permitindo que se estudem substituições de maneira exaustiva.

Assim, a heurística de substituição, partindo de uma solução gulosa, escolhe um nó  $j$  que seja mediana, ( $j$  não pode ser um local onde já exista um transformador instalado) e começa a avaliar o valor da função objetivo, com ele sendo trocado pelos outros nós da rede. Caso haja ganho ao se trocar  $j$  por algum dos outros nós, escolhe-se o que propiciar o maior, por exemplo  $k$ , e substitue-se  $j$  por  $k$  no conjunto de medianas.

O procedimento de substituição é repetido para todos os nós do conjunto  $S$  que representem medianas novas. A heurística termina quando se percorre um determinado número de vezes o conjunto  $S$  ou quando não se obtêm mais ganhos com as substituições.

#### 4.6.2 - Roteamento dos Alimentadores Secundários

Identificados os locais para a instalação do número inicial de transformadores, parte-se para o estudo do roteamento dos alimentadores secundários. A metodologia utilizada é a mesma que determinou a rede alvo para o sistema primário, ou seja, roda-se o algoritmo "branch and bound", depois radializa-se a rede e estuda-se a queda de tensão.

A definição dessas rotas leva à determinação da área de influência dos transformadores. Demarcada essa área, fica conhecida a potência nominal de transformação requerida e, como o fluxo dos trechos é conhecido, também ficam especificadas as bitolas dos alimentadores. Com isso, o custo real da parte referente ao secundário pode ser determinado.

O pior caso para se trabalhar com o "branch and bound" neste problema ocorre quando vão ser planejados sistemas novos. Isso porque todos os trechos são candidatos e, portanto, o número de variáveis 0/1 é máximo. Como no procedimento heurístico proposto há o acréscimo um a um do número de transformadores, o roteamento deve ser determinado inúmeras vezes. Logo, é interessante estudar o emprego de metodologias mais eficientes.

No modelamento matemático, a função de custo dos trechos novos é composta do custo fixo de instalação e de um custo linear de perdas. O compromisso entre esses dois valores fornece a solução ótima. Soluções provavelmente inferiores a essa podem ser encontradas eficientemente, priorizando-se um desses custos. No caso de se escolher o custo de investimento, usa-se a árvore geradora de custo mínimo (AGCM), no caso do custo das perdas, um algoritmo do tipo caminho mínimo.

A utilização da AGCM deve gerar soluções muito inferiores à ótima porque descaracteriza a distância de ligação entre a fonte de energia e os pontos de carga. Com isso, podem aparecer rotas extremamente longas e profundos desbalanceamentos nas cargas dos transformadores. Para amenizar estes problemas, essa metodologia será estudada apenas dentro da área de influência dos transformadores, demarcada pelo algoritmo das p-medianas.

No caso da utilização de algoritmos de caminho mínimo, espera-se que a solução encontrada seja bastante interessante, por considerar o custo das perdas e, implicitamente, a queda de tensão. Com essas questões (muito importantes devido a baixa tensão de operação) sendo priorizadas, as soluções obtidas devem estar muito próximas da ótima.

As soluções obtidas por essa metodologia podem ser inferiores devido à possibilidade de haver instalação de um número maior de novos trechos em relação às soluções obtidas quando se considera a função de custo completa.

Outro aspecto que favorece a utilização da técnica de caminhos mínimos é que a área de influência obtida da solução das p-medianas já utilizou esse critério e portanto a carga dos transformadores está conhecida. Assim, casos de infactibilidade serão imediatamente tratados: transferindo cargas das medianas cuja demanda é maior que máxima potência disponível, ou aumentando o número de transformadores.

Para determinar as rotas de maneira eficiente, montou-se uma matriz  $P(n \times n)$ , onde a cada linha  $i$  está armazenado o índice pai da árvore que é resultante da determinação do caminho mínimo do nó  $i$  para todos os outros. Assim, como os nós medianos serão sempre raízes das árvores geradas no subsistema, a identificação da rota utilizada é muito simples, bastando seguir o índice pai até encontrar a raiz. Na realidade, não seria necessário se caminhar até a raiz todas as vezes, porém, a bitola do condutor a ser utilizada é escolhida de acordo com o fluxo do trecho. Sendo assim, pode-se aproveitar o procedimento anterior e promover o carregamento da rede, acumulando a carga dos blocos no caminho até a raiz.

#### 4.8.3 - Interligação Primário-Transformador

O problema da interligação primário-transformador foi modelado como um problema de Steiner. Esse problema é de difícil resolução, e os métodos exatos são aplicáveis apenas em redes muito pequenas. Portanto, novamente parte-se para o emprego de procedimentos heurísticos.

Com os pontos de interligação definidos, assim como os nós onde serão instalados os transformadores, monta-se um grafo não-orientado completo com esse subconjunto  $T$  de nós, cuja cardinalidade é  $n' < n$ . Os custos associados aos ramos deste grafo, correspondem ao valor do caminho mínimo entre os respectivos nós.

Com esse grafo formado, monta-se a árvore geradora de custo mínimo (AGCM) da seguinte forma: cria-se uma lista ligada de todos os ramos, com eles ordenados de maneira que os custos sejam crescentes, e depois, começa-se a unir os nós com os ramos mais baratos evitando a formação de ciclos: quando  $n'-1$  arcos tiverem sido colocados neste subgrafo, a AGCM estará montada. Os ramos que pertencem à AGCM ficam armazenados numa lista. Um aspecto interessante é que este procedimento, que pode ser considerado como "guloso", é muito eficiente e resulta na solução ótima para o problema da AGCM.

A partir dessa solução inicializadora, parte-se para a determinação dos pontos de Steiner. É conhecido que um nó para ser um desses pontos, precisa ter no mínimo grau 3. Este é o primeiro teste realizado. Então, caso um nó possua grau  $\geq 3$  cria-se uma lista com suas distâncias a todos os nós do subconjunto T e ordena-se o custo desses arcos de forma crescente. A seguir, faz-se um "merge" dessa lista com aquela que mostra os arcos presentes na AGCM até que tenham sido colocados n' arcos sem a formação de ciclos. Nesse ponto, avalia-se o custo total dessa nova árvore obtida e observa-se se houve ganho. Caso tenha havido, esse é um ponto de Steiner.

Na heurística implementada, testam-se todos os nós candidatos a ponto de Steiner e escolhe-se aquele que propiciar o maior ganho na situação corrente. Este ponto é inserido na AGCM atual. O procedimento é repetido até que não haja mais pontos de Steiner.

Um aspecto crucial para a eficiência dessa heurística proposta é que as ordenações realizadas sejam feitas rapidamente. Nesse sentido, utilizou-se o RADIX (Knuth, 1973) que possui complexidade linear com o número de arcos. Esse algoritmo possui uma forma interessante de fazer a ordenação por não realizar comparações durante todo o processo.

Suponha que se deseje ordenar de forma crescente os seguintes números: 42, 35, 24, 32, 46, 17, 15, 73, 51, 12, 21, 44 e 09. A forma de operar do Radix pode ser vista da seguinte maneira: na ordem natural das distâncias, elas são colocadas em listas específicas de acordo com o seu dígito menos significativo. A figura 4.8 mostra a situação resultante dessa operação.

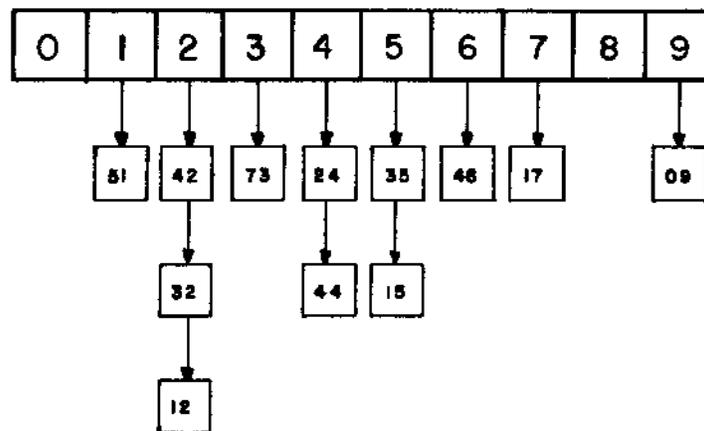


Figura 4.8

A seguir, forma-se uma lista única ligando-se as listas específicas de cada dígito. Nesse ponto, os números estão ordenados de acordo com o dígito menos significativo. Seguindo essa lista formada, repete-se a operação descrita acima, só que agora em relação ao dígito mais significativo. Ao final, os números estarão ordenados em ordem crescente. Na forma implementada, como as distâncias são números inteiros positivos, a ordenação se faz primeiro pelo byte menos significativo e depois pelo mais significativo.

A Figura 4.9 mostra que com a formação de uma lista única as distâncias estarão ordenadas em ordem crescente.

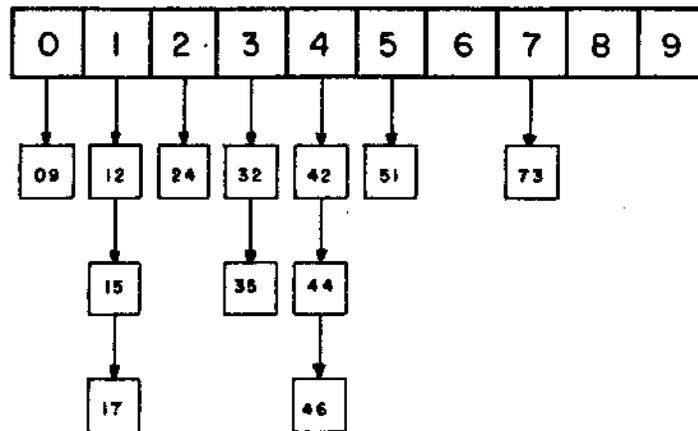


Figura 4.9

## CAPÍTULO 5

### APLICAÇÃO DA METODOLOGIA A UM SISTEMA REAL

## 5.1 - Introdução

Para testar a metodologia proposta para o problema do planejamento da expansão da distribuição de energia elétrica foi escolhida a cidade de Bauru, que possui hoje 300.000 habitantes e uma carga prevista de 190 MVA para o ano 2000, sendo um dos maiores municípios da área de concessão da CPFL. O estudo do sistema primário será feito sobre a rede urbana da cidade. Para estudar o secundário foi escolhida a área de um loteamento a ser instalado.

Todos os programas computacionais foram implementados na linguagem "C". Os tempos computacionais foram obtidos com a utilização de um microcomputador do tipo XT, dotado de co-processador aritmético e "clock" de 10 Mhz.

Na sequência deste capítulo serão apresentadas as soluções obtidas para os modelos elaborados. Não vão ser discutidas as questões relacionadas à obtenção dos dados e ao tratamento realizado com eles para a utilização dos recursos de computação gráfica, por serem muito específicas. Ainda, na parte referente ao sistema primário será feita a comparação com a metodologia linear normalmente empregada, enquanto que na parte secundária será feita a comparação com um projeto já implantado.

## 5.2 - Expansão da Rede Primária de Bauru

A rede primária prevista para a cidade de Bauru no ano 2000, ano horizonte do estudo, é rerepresentada na figura 5.1. Nesta figura, as subestações existentes são marcadas por triângulos com seus respectivos nomes. Os novos pontos de carga são aqueles nos quais todos os arcos incidentes são candidatos, mostrados em linha tracejada. Assim, o grafo tem 301 nós e 438 arcos, dos quais 155 são arcos candidatos.

Atribuindo aos nós a demanda prevista para o ano horizonte e aos arcos um custo correspondente à resistência do trecho, procura-se inicialmente identificar os centros de carga do sistema, locais que servirão como candidatos à instalação de novas subestações. Para os arcos que representam novos trechos, foi definido um custo igual ao valor médio das resistências de um conjunto de cabos usados na distribuição.

É pouco provável que sejam escolhidas medianas próximas às subestações existentes. Mas, para fins de testes foi considerada plausível a instalação em praticamente todos os nós que representam blocos de carga. A única exceção ficou por conta do nó 49 que está localizado no centro da cidade. Com isso, existem 296 possíveis medianas.

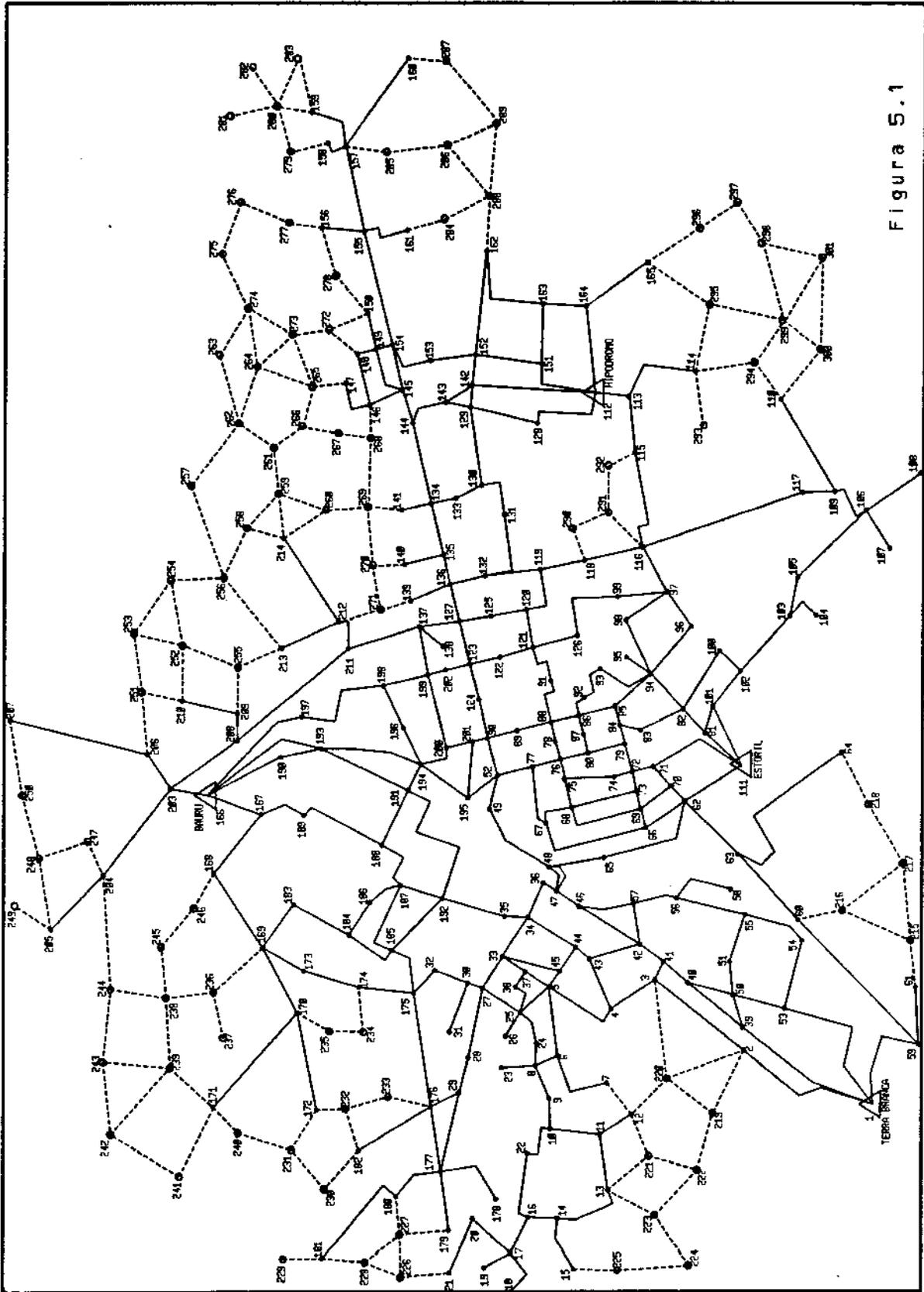


Figura 5.1

### 5.2.1 - Locais para Instalação de Novas Subestações

A solução do problema da escolha de locais para a instalação de novas subestações, obtida através de uma heurística gulosa para o modelo das p-medianas indicou, pela ordem, os seguintes nós como centros de carga do sistema: 211, 177, 52, 154, 214, 46, 231, 13, 192, 8 e 280. A figura 5.2 mostra essa solução, indicando os locais escolhidos por meio de triângulos sem nome. Os tempos computacionais, em segundos, obtidos na montagem da matriz de momentos mínimos e na escolha das medianas foram:

Operação	tempo[s]
Montagem da Matriz	74,1
Definição das Medianas	3,2

Para a montagem da matriz, foram rodadas 297 vezes o PFCM linear por partes. Na primeira vez, o tempo gasto foi de 3 segundos. As demais gastaram, em média, 0,24 segundos, confirmando que a reotimização é muito eficiente.

Quanto à disposição das medianas, nota-se que existe uma certa aglomeração próxima ao centro da cidade. Isto se deve à densidade de carga daquela região. É interessante acompanhar nesta solução o deslocamento do centro de carga, a medida que vão sendo instaladas medianas.

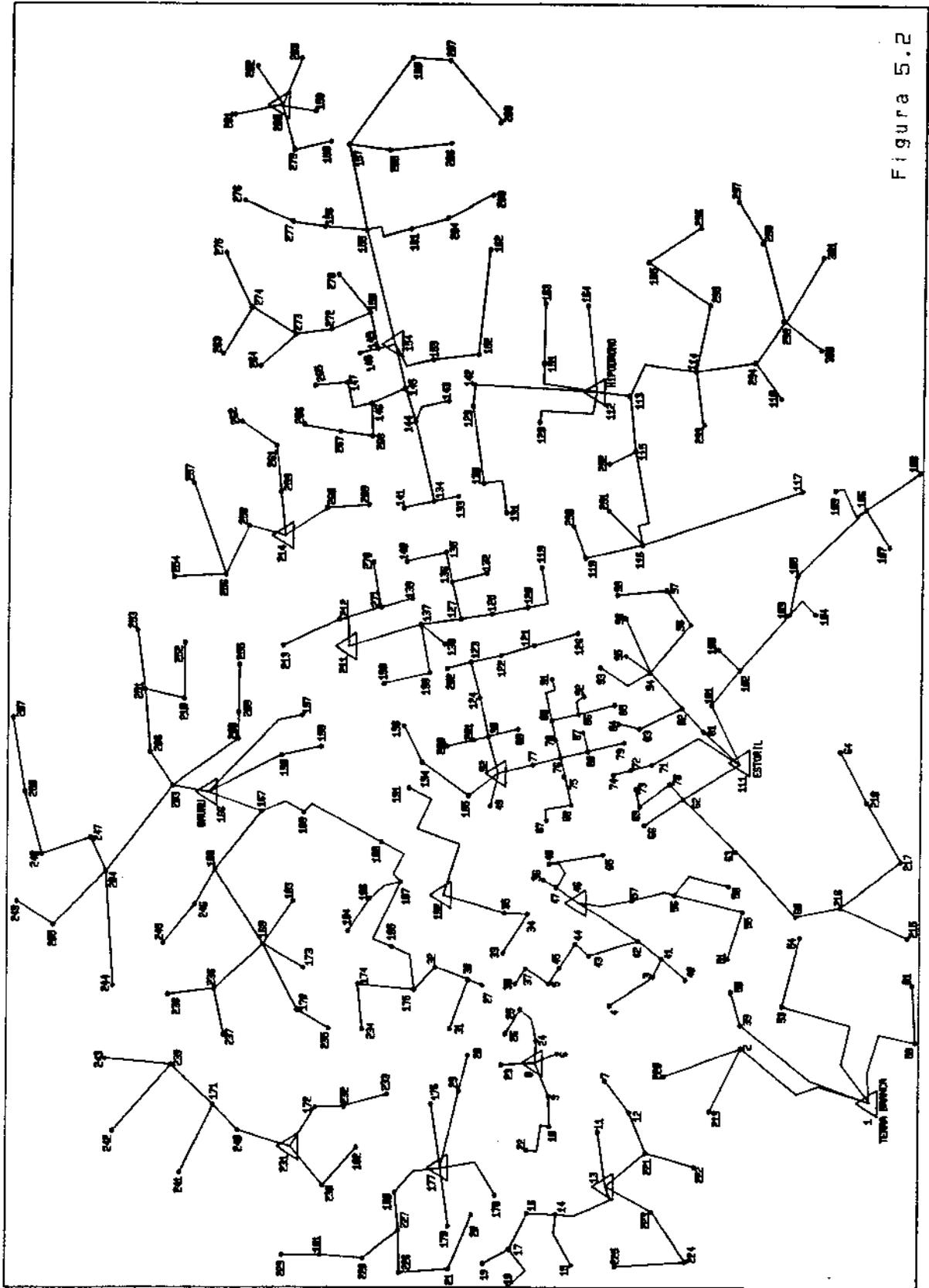


Figura 5.2

### 5.2.2 - Determinação da Rede Alvo

Feita a análise dos locais escolhidos como medianas, começa-se a montar o custo de instalação das subestações para aqueles que foram considerados factíveis. Por hipótese, admite-se que todos tenham sido. A principal parcela desse custo advém dos equipamentos e, nesse sentido, a tecnologia usada é o aspecto determinante. Nas medianas 46 e 52 foi considerado obrigatório o uso de tecnologia compacta devido as suas localizações. Todas as demais podem usar tecnologia normal. Contabilizados também os custos de aquisição do terreno e da interligação com a subtransmissão entre outros, associa-se o valor final aos arcos criados especificamente para representar a instalação de cada subestação, conforme foi discutido no item 3.2.2.

Para as subestações existentes cria-se o arco que representa os atuais equipamentos e verifica-se se há condições para ampliação. Todas foram consideradas aptas, à exceção da SE Bauru. Criados os arcos para representar as três ampliações possíveis, o grafo completo passa a ter 302 nós e 456 arcos, dos quais 169 apresentam funções de custo côncavas modeladas através de variáveis 0/1, 155 para novos trechos e 14 para subestações. A seguir serão apresentados alguns testes computacionais realizados dentro do "branch and bound" e, em seguida, as melhores soluções encontradas.

### 5.2.3 - Testes Computacionais do "Branch and Bound"

Um procedimento comum dentro de algoritmos de enumeração implícita é estabelecer um percentual (PER) de tolerância para a melhor solução factível conhecida até o momento ( $Z^F$ ) e utilizá-lo no teste de sondagem. Se o valor da solução do problema relaxado de um nó corrente da árvore de decisão ( $Z^{nc}$ ), que é um limitante inferior para todos os descendentes de  $nc$ , mostrar que:

$$Z^{nc} \geq Z^F - \text{PER} * ( Z^F / 100 ),$$

então, considera-se  $nc$  sondado. Esse percentual ajuda a tornar mais efetivo o teste de sondagem. Muito embora a solução ótima do problema possa ser descartada com esse procedimento, sabe-se que o valor da solução encontrada ao final ( $Z^*$ ) estará no máximo a PER% da solução ótima. O quadro abaixo mostra, para os valores de PER testados, o valor da solução encontrada, o número de nós testados na árvore do "branch and bound" e o tempo de processamento:

PER	Número NÓS	$Z^*$ (10 <sup>6</sup> US\$)	Tempo[m]
7%	50	1,334	3:28
5%	78	1,310	5:23
4%	130	1,310	9:20
3%	172	1,310	12:10
2%	234	1,310	16:12
1%	exc	1,398	27:41

Quando se diminui o valor de PER para 1%, o "branch and bound" excede o número máximo permitido de nós a serem testados, no caso 1000. Isto acontece devido ao baixo custo de instalação dos novos trechos, que advém do fato de se contemplar todos os tipos de bitola num único arco. Assim, o algoritmo começa a identificar soluções muito próximas e portanto a "podar" a árvore lentamente. A melhor solução obtida até aquele momento era de má qualidade em relação à melhor solução encontrada.

Por outro lado, quando se utiliza PER= 7%, poda-se a árvore muito depressa e descartam-se as melhores soluções. inclusive, existe alteração nas subestações propostas. Para os outros valores de PER, a solução encontrada foi praticamente a mesma.

Conforme havia sido comentado no ítem 4.5.1, um dos aspectos que dita a eficiência do "branch and bound" é a sensibilidade da função objetivo com relação ao custo fixo das variáveis de decisão. Neste problema, enquanto o custo fixo de uma subestação é decisivo, ou seja, sensibiliza a função objetivo, o de um trecho novo é praticamente desprezível. Por isso, é muito importante auxiliar o teste de sondagem com esse percentual. Além disso, a identificação do percentual adequado é fundamental para a obtenção de boas soluções. Optou-se por trabalhar com PER= 5%.

Outro aspecto que diz respeito à eficiência do "branch and bound" é a capacidade de resolver subproblemas rapidamente. Nesse sentido, a utilização do PFCM é uma "garantia". Dentro do PFCM, um dos aspectos importantes para o seu desempenho é o critério de escolha de entrada na base (Bradley e outros, 1977).

Foram estudados três desses critérios: o da lista circular de arcos, o nó cíclica e o nó cíclica continuada. O primeiro critério consiste em percorrer a lista de arcos e pegar o primeiro com custo relativo favorável, fazer uma iteração, e continuar a partir dele a busca de outros candidatos. Nos outros dois, percorre-se sequencialmente uma lista de nós e identificam-se todos os arcos que se originam nele. Elege-se o que tiver melhor custo relativo para entrar na base, faz-se uma iteração e aí surge a diferença entre eles: no primeiro pega-se o próximo nó da lista e repete-se o procedimento descrito acima, enquanto que no segundo, permanece-se estudando o mesmo nó. O quadro abaixo mostra o número de iterações realizadas por cada um e o tempo de processamento gasto.

Critério	Iterações	Tempo(m)
Lista ARCOS	18.303	5:23
Nó Cíclica	19.930	7:00
NC Continuada	18.209	6:30

Era de se esperar que os dois últimos critérios, por serem mais elaborados, gastassem mais tempo para identificar o arco a entrar na base, mas resultassem em menos iterações. Isso aconteceu com o nó cíclica continuada porém, não num nível suficiente para ser eleito o melhor critério. O nó cíclica se saiu pior em todos os sentidos. Assim, pegar o primeiro candidato a entrar na base (Lista Circular de Arcos) foi o critério que se saiu melhor. As soluções obtidas foram idênticas para os três.

Durante a resolução do problema, usando a lista circular de arcos, foram rodadas 78 vezes o PFCM linear por partes. Na primeira, o tempo de execução foi de 14 segundos. Isto resulta numa média de 4.0 segundos para as demais, confirmando a eficiência de se buscar apenas a otimalidade perdida quando se evolui na árvore de busca.

A multiteração propiciou uma economia de aproximadamente 30% no tempo computacional. Sem ela, o tempo gasto para rodar o "branch and bound" foi de 6:55 minutos, contra os 5:23 gastos com ela. O número de iterações sem a utilização da multiteração salta dos 18.303 para 30.093. Essa redução de quase 40% nas trocas de base foi conseguida com a realização de 23.965 bloqueios múltiplos durante toda a execução do programa, ou seja, na média economizou-se uma troca de base a cada dois bloqueios múltiplos.

A heurística de recondução teve um desempenho plenamente satisfatório. Com o critério de identificação da convergência estabelecendo que o valor da função objetivo linear por partes estivesse a menos de  $EPS = 1,0\%$  do valor obtido com a função de custo modelada, não houve necessidade da realização de mais do que três iterações para convergir, em todos os casos testados. O diferencial máximo que apareceu foi da ordem de  $0,6\%$ .

Apertando gradativamente o valor que identifica a convergência até  $EPS = 0,5\%$ , seu comportamento continuou praticamente o mesmo. Neste último valor, aconteceu um caso do diferencial ciclar entre valores maiores que  $EPS$ . Aí, o próprio programa percebendo este fato aumenta em  $0,1\%$  o valor do diferencial máximo. No primeiro aumento desse valor a heurística convergiu. Não houve alteração na solução obtida variando-se o critério, por isso, optou-se por trabalhar com o valor de  $EPS = 1,0\%$ .

Utilizando os valores dos parâmetros discutidos acima, a solução ótima para o problema de expansão da rede primária de Bauru, com as restrições de radialidade e de queda de tensão relaxadas, indicou a instalação das SE's 211, 154 e 192 e a ampliação da capacidade da SE Estoril (111) para 50 MVA's. A figura 5.3 a seguir mostra a solução obtida.

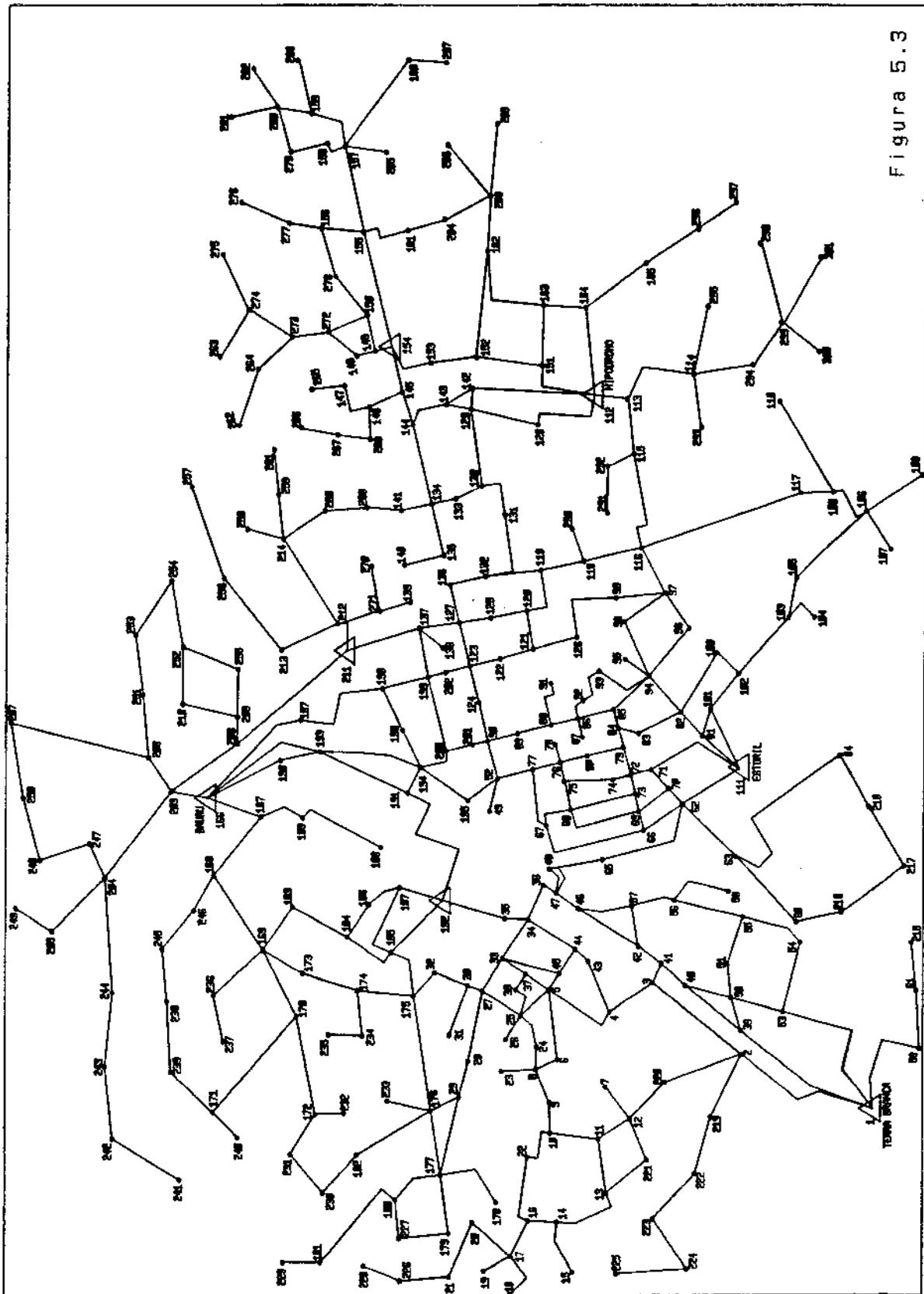


Figura 5.3

#### 5.2.4 - Análise da Solução

Conforme era esperado, a topologia da rede é reticulada devido a presença de custos quadráticos na função objetivo. Nas partes mais externas, existe a formação de algumas rotas radiais, porque a função de custo para os novos trechos é linear. A principal característica dessa solução é o balanceamento da rede, devido à utilização simultânea de diversos caminhos para o atendimento das cargas. Isso resulta do caráter das funções de custo usadas, com custo marginal crescente, que faz com que o fluxo nos arcos se distribua de forma equilibrada. Todas as SE's estão fornecendo a capacidade máxima, à exceção da SE Estoril que tem uma carga de 42 MVA's. Para conseguir esta rede balanceada, foram utilizados 371 trechos de alimentadores, número bem maior que o que seria usado numa solução radial. Desses trechos, 102 são novos e a maioria com bitola A02 suficiente para atender as cargas da periferia da rede.

O recondutoramento aconteceu num número pequeno de casos, sete especificamente. Foram eles, os arcos (34,35), (71,72), (72,79), (192,187), (212,214), (27,28) e (169,170). Os quatro primeiros mudam da bitola A02 para A47 enquanto os dois últimos da A02 para A30. Os trechos que passarão a ter bitola A47, estão próximos aos pontos onde houve ampliação da capacidade de transformação.

Os demais trechos que saem das subestações não foram reconduzidos porque a bitola existente já era A47. Na saída da SE Estoril haverá necessidade de se aumentar a capacidade de transmissão, devido à sua ampliação, através de novos alimentadores ou da duplicação dos existentes.

O custo de expansão da capacidade de transformação é preponderante. Isso faz com que as melhores soluções enumeradas pelo "branch and bound" proponham a instalação de quatro módulos. As quatro melhores soluções enumeradas (em valores anualizados) foram:

SE's Instaladas	valor(10 <sup>6</sup> US\$)
111 154 192 211	1,311
111 154 192 214	1,325
111 154 177 211	1,326
8 111 154 211	1,332

O custo real anualizado da solução ótima foi de aproximadamente  $1,335 \times 10^6$  US\$, divididos assim:

Parcela do Custo	valor(10 <sup>9</sup> US\$)
Instalação de SE	570,0
Ampliação de SE	150,0
Construção de AL	99,6
Perdas	515,5

Essa diferença de 1,8% entre o custo real e o obtido no "branch and bound" se deve, praticamente, ao erro introduzido pela linearização da curva de custo dos novos trechos quando o fluxo nos arcos é pequeno.

Nas melhores soluções, nota-se que a ampliação da SE Estoril e a instalação da SE 154 estão presentes em todas elas. A primeira pela sua proximidade com o centro e porque a candidata 52 é muito cara devido à tecnologia necessária. A segunda por ser a opção de expansão melhor localizada pelo lado direito da rede. Ainda, as SE's 211 e 192 cedem alternadamente lugar para uma candidata vizinha, SE 214 no caso da SE 211 e SE's 177 e 8 no caso da SE 192. Qualquer solução dessas pode ser escolhida para continuação do estudo. Para se ter uma idéia, a melhor solução enumerada pelo algoritmo que instala cinco módulos de transformação, custa aproximadamente  $1,5 \times 10^6$  US\$ que, em valores anualizados, é bastante superior aos indicados acima.

Com relação às medianas escolhidas, nota-se que na terceira melhor solução existe alguma relação com a ordem que foram escolhidas. Nas outras soluções aparece sempre uma das últimas da lista. Isto ocorre porque a instalação da candidata 52 é anti-econômica e assim quebra a ordem natural das medianas. Esse é um dos motivos pelos quais o número inicial de medianas deve ser relativamente elevado.

### 5.2.5 - Testes com o Custo Fixo dos Novos Trechos

A pequena influência do custo fixo de um trecho novo na função objetivo, nos levou a avaliar a solução obtida de duas outras formas diferentes: a primeira, simplesmente desconsiderando esses custos e a segunda usando uma heurística semelhante à do recondutoramento.

Essa heurística consiste em associar inicialmente um custo linear para cada trecho novo, obtido através dos pontos  $\{0,0\}$  e  $\{\bar{x}_k, (F_j + c_k \bar{x}_k)\}$ ,  $k=A_c(j)$ , da função de custo. A partir daí, esse custo é calibrado de acordo com o fluxo no arco numa determinada solução do PFCM, através de nova linearização, feita nos pontos  $\{0,0\}$  e  $\{x'_k, (F_j + c_k x'_k)\}$ . Assim, se o fluxo do arco diminui, o custo aumenta e vice versa. A heurística converge quando não há mais necessidade de alteração nos custos. O valor real anualizado em ( $10^8$  US\$) e os dados de instalações de trechos foram:

	Com Custo Fixo	Sem Custo Fixo	Heurística
Instalação de SE	720,0	720,0	720,0
Instalação de AL	99,6	101,2	94,6
Perdas	515,5	515,3	516,9
Custo Total	1335,1	1336,5	1331,5
Recondutoramentos	7	9	10
Novos Trechos	102	102	88

As soluções com e sem custo fixo são muito parecidas. Existe uma pequena diferença em favor da solução original devido ao custo fixo de instalação de alimentadores ser um pouco menor por causa do número de reconduzimentos, 7 contra 9. O número de trechos novos instalados é 102 em ambas as soluções.

No caso da heurística, houve um ganho apreciável no custo fixo dos alimentadores devido à instalação de apenas 88 novos trechos. Esse fato acontece porque essa heurística trata melhor o pequeno custo fixo dos novos trechos, fazendo com que eles não sejam instalados se o fluxo no arco é baixo. Isso ocorre porque fluxo baixo significa custo linear elevado e, assim, força-se o seu fechamento. Dentro do "branch and bound", conforme já foi comentado no item 5.2.3 esse custo fixo não é tratado adequadamente por ser relativamente pequeno.

Em ambos os testes existe uma redução considerável no tempo computacional devido a redução das variáveis 0/1 do problema. No caso da heurística são rodados 42 subproblemas em 180 segundos. Quando se desconsideram os custos fixos, são rodados 52 subproblemas em 200 segundos aproximadamente. A seguir, continua-se a aplicação da metodologia proposta para os resultados obtidos considerando-se os custos fixos de instalação de novos trechos.

### 5.2.6 - Solução Radial

As três heurísticas usadas para radialização, discutidas no item 4.5.2.1, promovem um desbalanceamento geral na rede e produzem subestações com carga superior à sua capacidade. Esse resultado era esperado, primeiro porque é forçado existir fluxo em apenas 294 trechos de alimentadores e depois porque nesta heurística não há preocupação com a factibilidade da solução.

As duas heurísticas que trabalham exclusivamente com arcos não-básicos apresentaram resultados muito semelhantes e superiores à heurística que retira o arco com o menor fluxo da rede. O quadro a seguir mostra os resultados obtidos em ( $10^3$  US\$) anualizados.

Parcela do Custo	M. Bloqueio	M. Fluxo	M. "Custo" Relativo
Construção de AL	96,3	96,3	103,0
Perdas	577,1	590,8	566,4
Custo TOTAL	673,4	687,1	669,4

Em todas as soluções existe a instalação de 91 novos trechos de alimentadores. As duas primeiras propõem o recondutoramento de 8 trechos, enquanto a última o faz para 14. Isto torna o seu custo de instalação superior em relação às outras. Ela é a que apresenta o menor custo de perdas.

O aumento do número de reconduzimentos e do valor do custo de perdas de aproximadamente 12%, em relação à solução quadrática, se deve ao fluxo maior em praticamente todos os arcos básicos da rede.

O tempo computacional das heurísticas que trabalham com arcos não-básicos é inferior a 1 segundo. A outra gasta por volta de 140 segundos devido à demora de identificação do arco com menor fluxo. Essa demora se deve ao fato deles não estarem ordenados.

A carga de cada uma das subestações, em MVA's, após a radialização é mostrada a seguir. Aquelas que se tornaram inactivéis estão marcadas.

Subestação	M. Bloqueio	M. Fluxo	M. "Custo" Relativo
SE 1	25,1 *	25,1 *	25,1 *
SE 111	44,3	44,3	39,7
SE 112	22,8	23,4	25,8 *
SE 166	25,1 *	27,3 *	27,3 *
SE 154	26,7 *	26,7 *	26,7 *
SE 192	23,3	24,5	24,5
SE 211	24,9	20,1	23,1

A figura 5.4 a seguir mostra a solução radial obtida com a utilização da heurística do menor bloqueio.

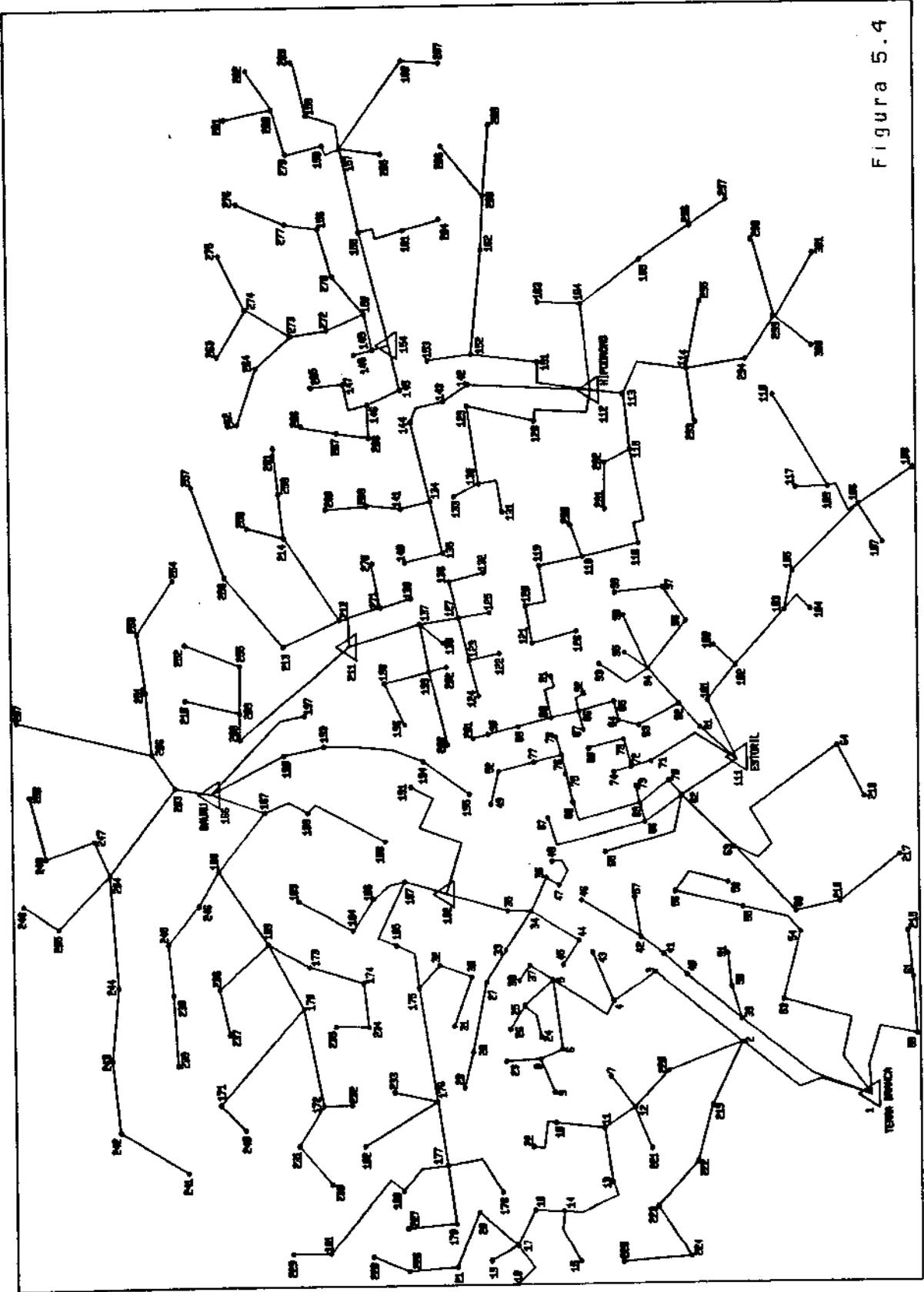


Figura 5.4

### 5.2.7 - Solução Radial Factível

A aplicação da heurística de factibilização, (item 4.5.2.2, provoca uma pequena piora nos resultados obtidos. Essa piora foi mais significativa na solução radial conseguida através da heurística de menor "custo relativo". O quadro a seguir mostra o valor das soluções em ( $10^8$  US\$) anualizados e os dados da instalação de alimentadores.

Parcela do Custo	M. Bloqueio	M. Fluxo	M. "Custo" Relativo
Construção de AL	101,0	99,1	102,3
Perdas	577,8	596,1	593,8
Custo TOTAL	678,8	695,2	696,1
Recondutoramentos	9	10	12
Novos Trechos	91	91	91

Nesse quadro nota-se que quanto mais infactível for a solução radial, maior será a piora introduzida pela factibilização. As heurísticas que trabalharam com o menor bloqueio e com o menor fluxo perderam pouco. A outra heurística de radialização que gerou quatro SE's infactíveis teve o processo mais complicado. Aliás, na factibilização dessa solução ocorreu o único caso de ainda existir SE infactível e de todas as vizinhas não poderem mais receber cargas. Foi com a SE 154. Houve necessidade de se relaxar as capacidades das SE's vizinhas para se obter a solução.

Ao final do processo de factibilização, a carga de cada SE em MVA's está mostrada a seguir. Permaneceu uma divisão de cargas próxima àquela conseguida na solução quadrática: apenas a SE Estoril (111) operando com folga.

Subestação	M. Bloqueio	M. Fluxo	M. "Custo" Relativo
SE 1	24,7	24,7	24,7
SE 111	44,3	44,3	43,3
SE 112	24,6	24,7	24,9
SE 166	24,7	25,0	24,6
SE 154	25,0	25,0	25,0
SE 192	24,2	24,9	24,9
SE 211	24,9	23,7	24,8

As trocas de cargas para factibilizar a solução radial do menor bloqueio, que foi a mais simples e a menos custosa, foram as seguintes:

Bloco de Carga	Carga kVA	SE original	SE nova
228	440	1	192
230	440	166	192
268	1320	154	112
284	440	154	112

A figura 5.5 a seguir, mostra a solução radial factível de melhor resultado.

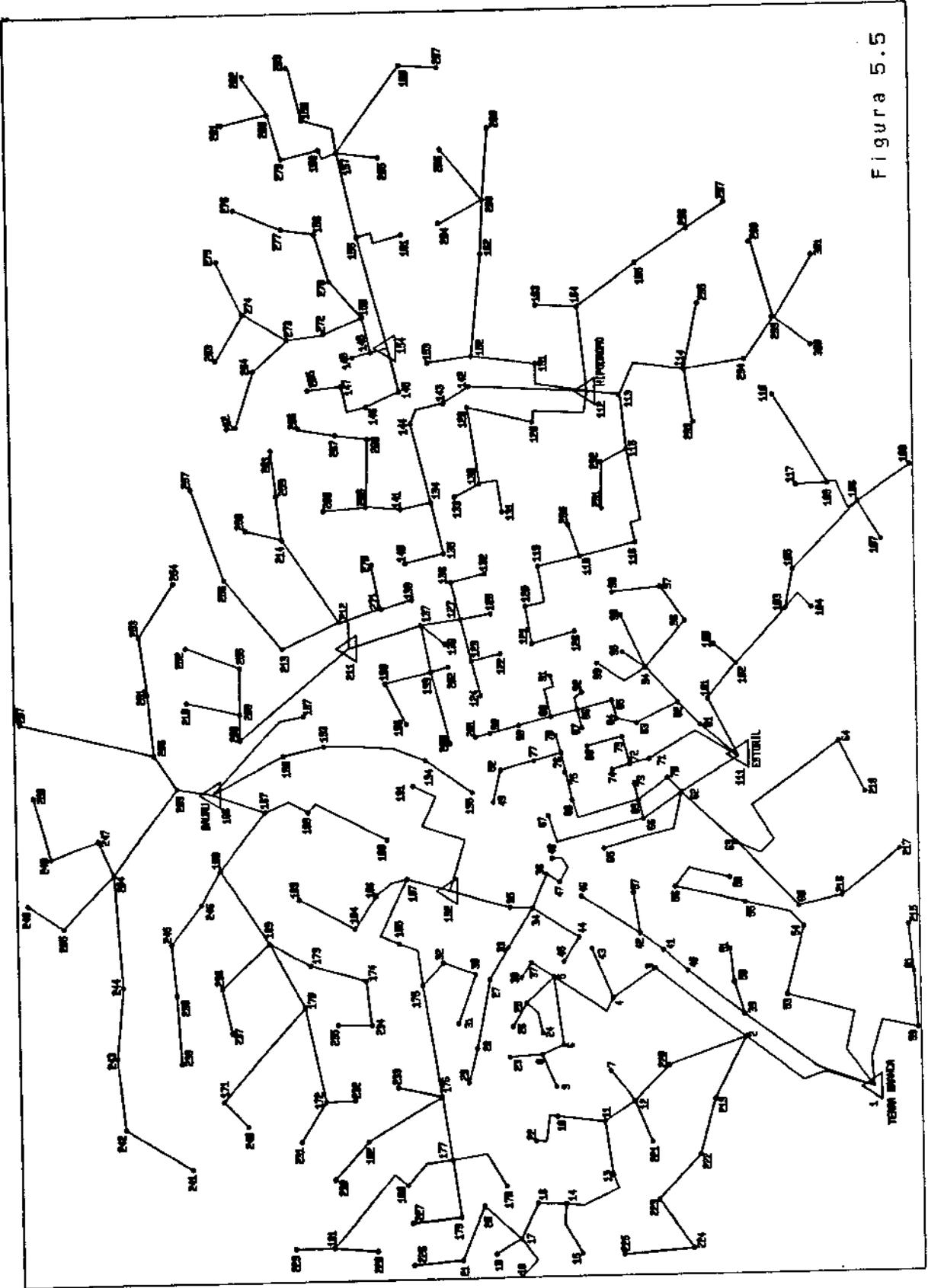


Figura 5.5

### 5.2.8 - Solução Radial Factível Balanceada

O balanceamento das cargas dos alimentadores, de uma subestação, discutida no item 4.5.2.3, provoca melhorias consideráveis nas soluções. Os valores obtidos em ( $10^9$  US\$) anualizados e os dados de instalação de alimentadores foram:

Parcela do Custo	M. Bloqueio	M. Fluxo	M. "Custo" Relativo
Construção de AL	106,9	104,1	102,1
Perdas	543,1	547,8	549,2
Custo TOTAL	650,0	651,9	651,3
Recondutoramentos	13	14	12
Novos Trechos	90	90	91

O custo total real da melhor solução acrescido dos valores referentes à instalação de SE's é de  $1,370 \times 10^6$  US\$, 2,6% maior que o da solução quadrática. A maior parte dessa diferença, vem do custo de perdas que sofreu uma elevação de 5,3%. O custo de instalação de alimentadores subiu 7,3% devido ao aumento na bitola nos trechos novos e do número de recondutoramentos. Os trechos para os quais foi proposto o recondutoramento foram: (34,35), (71,72), (72,74), (74,75), (192,187) e (212,214) de A02 para A47; (177,176) de A02 para A33; (34,36), (36,47), (134,141), (152,162) e (169,170) de A02 para A30 e finalmente (176,175) de A10 para A47.

Na saída da SE Estoril, haverá necessidade de criação de circuitos paralelos nos trechos (111,62), (111,71) e (111,81) que apresentam fluxo elevado devido à ampliação na capacidade de transformação.

Na solução radial factível balanceada foi calculada a queda de tensão nos blocos de carga. Não houve casos de violação dos limites pré-fixados. Dessa forma, essa rede constitui-se na rede alvo do nosso exemplo. A partir dela serão geradas as expansões intermediárias do sistema, que determinarão o cronograma de decisões a ser implementado. A figura 5.6 apresenta a rede alvo. O quadro a seguir apresenta, a título de ilustração, as soluções finais obtidas para os testes com o custo fixo dos alimentadores. Os valores estão apresentados em  $10^3$  US\$ anualizados.

	Com Custo Fixo	Sem Custo Fixo	Heurística
Instalação de SE	720,0	720,0	720,0
Instalação de AL	106,9	108,7	114,0
Perdas	543,1	543,5	550,5
Custo Total	1370,0	1372,2	1384,5
Recondutoramentos	13	12	15
Novos Trechos	90	89	88

Os resultados apresentados para a expansão do primário estão publicados em Carneiro e outros (1989).

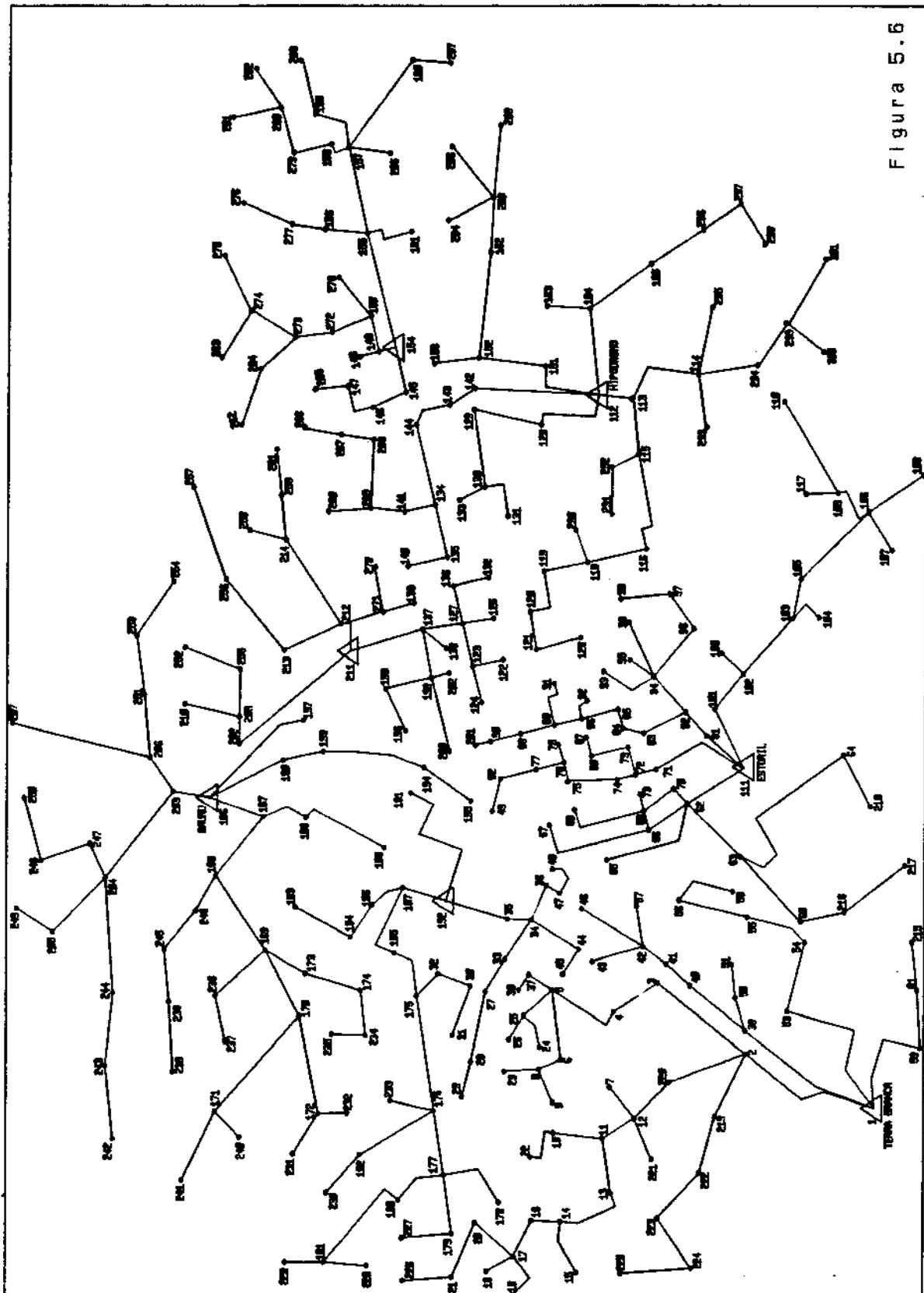


Figura 5.6

### 5.2.9 - Cronograma de Expansão

Utilizando a mesma metodologia aplicada para a determinação da rede alvo, geram-se as soluções para as etapas intermediárias do planejamento (1993 e 1996). As figuras 5.7 e 5.8 mostram as respectivas soluções obtidas. Os nós que aparecem desconexos do grafo representam as cargas que ainda não estão previstas para o ano do estudo.

Para a solução 1993, que influencia as tomadas de decisão imediatas, fica proposta a instalação da SE 211 e o recondutoramento dos trechos (71,72) e (212,214) que já estavam previstos na rede alvo. Também foi proposto o aumento na bitola do trecho (72,79) de A02 para A47 e que não estava previsto. Serão instalados 33 novos trechos. O custo real anualizado da solução encontrada foi de  $560 \times 10^9$  US\$ divididos da seguinte maneira:

Parcela do Custo	valor( $10^9$ US\$)
Instalação de SE	190,0
Ampliação de SE	-
Construção de AL	30,3
Perdas	340,0

Para a solução 1996 fica proposta a instalação da SE 154, ficando para o ano horizonte a instalação da SE 192 e a ampliação da SE Estoril (111).

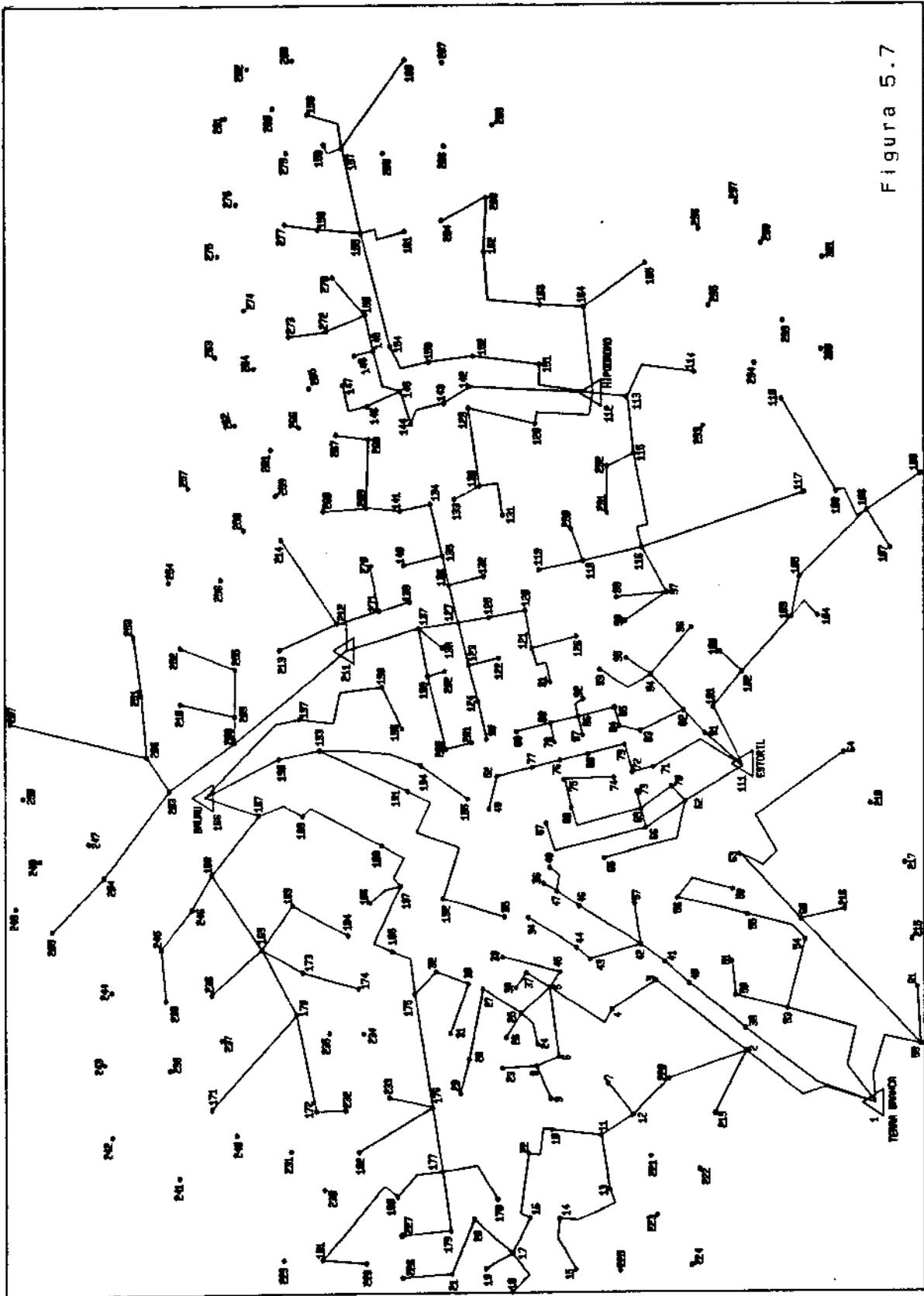


Figura 5.7

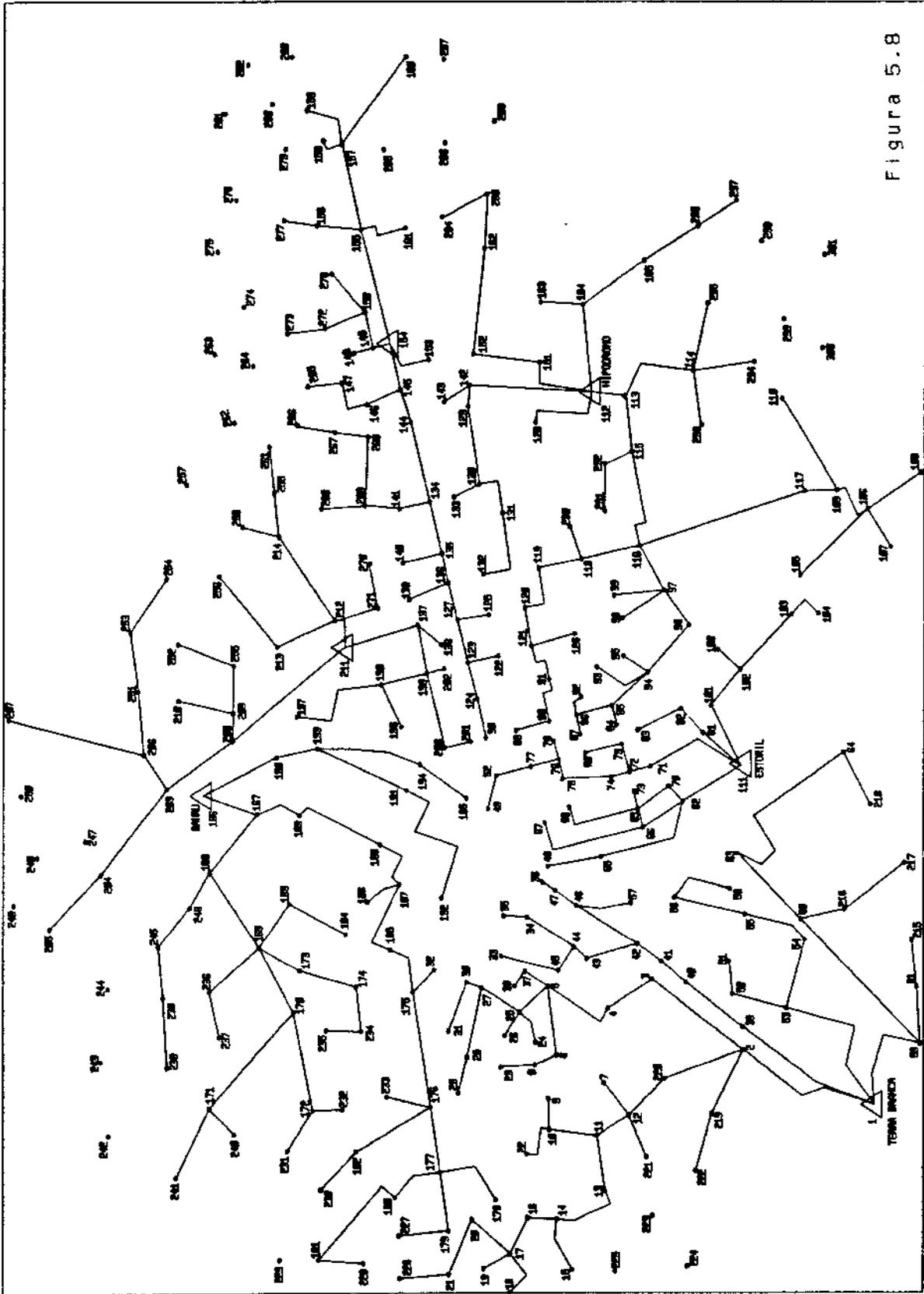


Figura 5.8

### 5.3 - Resultados da Expansão do Sistema Secundário

O estudo da metodologia proposta para o planejamento da rede secundária será aplicado a um loteamento novo, correspondente aos blocos de carga 245 e 246 do estudo anterior. A figura 5.9 mostra a disposição dos postes (nós do grafo) e as possibilidades de roteamento para os condutores primários e secundários dentro do subsistema (arcos do grafo).

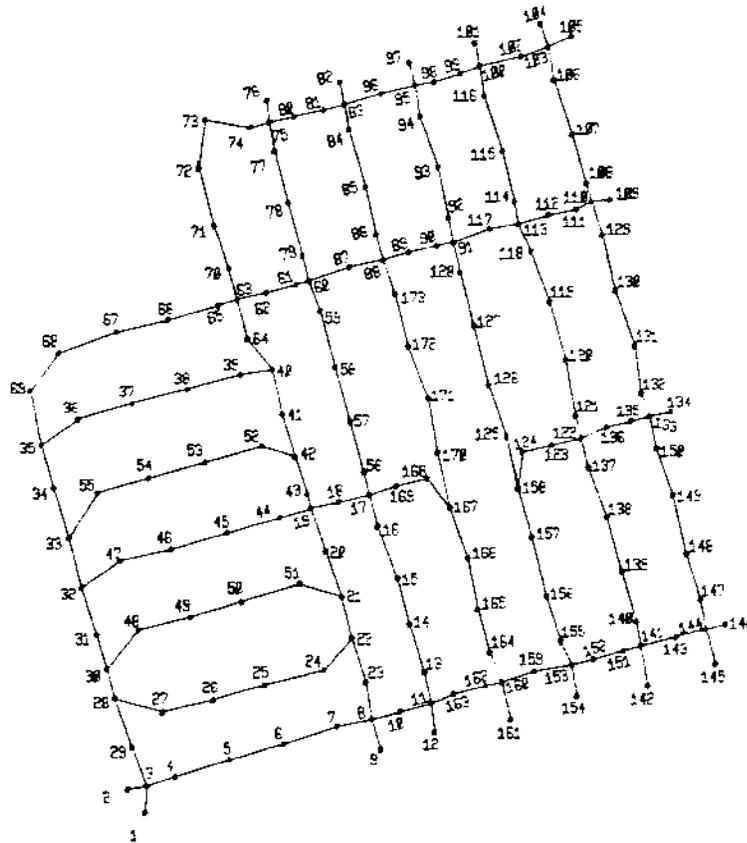


Figura 5.9

Do planejamento anterior, tem-se que a rota do alimentador primário cruza o loteamento pela sua área central, tornando os nós de número {11 a 17}, {56 a 60} e {73 a 79} pontos de interligação entre os dois níveis de tensão. A bitola proposta para esse alimentador é A02, logo todas as derivações primárias também terão este cabo.

Dessa forma, o grafo que representa o subsistema secundário fica com 173 nós, 182 arcos e 18 pontos de interligação. Todos os arcos representam trechos novos. A carga estimada para 1993 foi de 5kVA por poste. Não existe a necessidade das cargas serem consideradas iguais; o modelo das p-medianas trata qualquer distribuição. As potências disponíveis para os transformadores e o custo anualizado de cada um estão mostrados a seguir.

Potência (kVA)	Custo (US\$)
15	178,8
30	240,6
45	276,7
75	348,9
112,5	468,3

Como se vê, o custo dos transformadores apresenta uma forte economia de escala. Foram considerados quatro tipos de cabos para o roteamento dos alimentadores secundários. São eles: A02, A10, A20, A40.

Utilizando a metodologia mostrada na figura 4.7, a solução ótima para o planejamento do subsistema secundário indicou a instalação de 11 transformadores com um custo total real anualizado de  $7,835 \times 10^9$  US\$. O quadro a seguir mostra a divisão deste custo.

Parcela do Custo	Valor (US\$)
Transformadores	3740
AL Secundários	1464
AL Primários	917
Perdas	1713

Os nós escolhidos para medianas e a potência dos transformadores instalados são apresentados a seguir.

Medianas "Guloso"	Medianas Substituição	Potência Instalada
87	90	75
163	10	75
32	35	45
135	136	75
98	99	75
43	18	112
151	151	75
112	111	45
28	28	75
65	62	75
80	80	45

A figura 5.10 mostra a solução obtida para a parte secundária do subsistema.

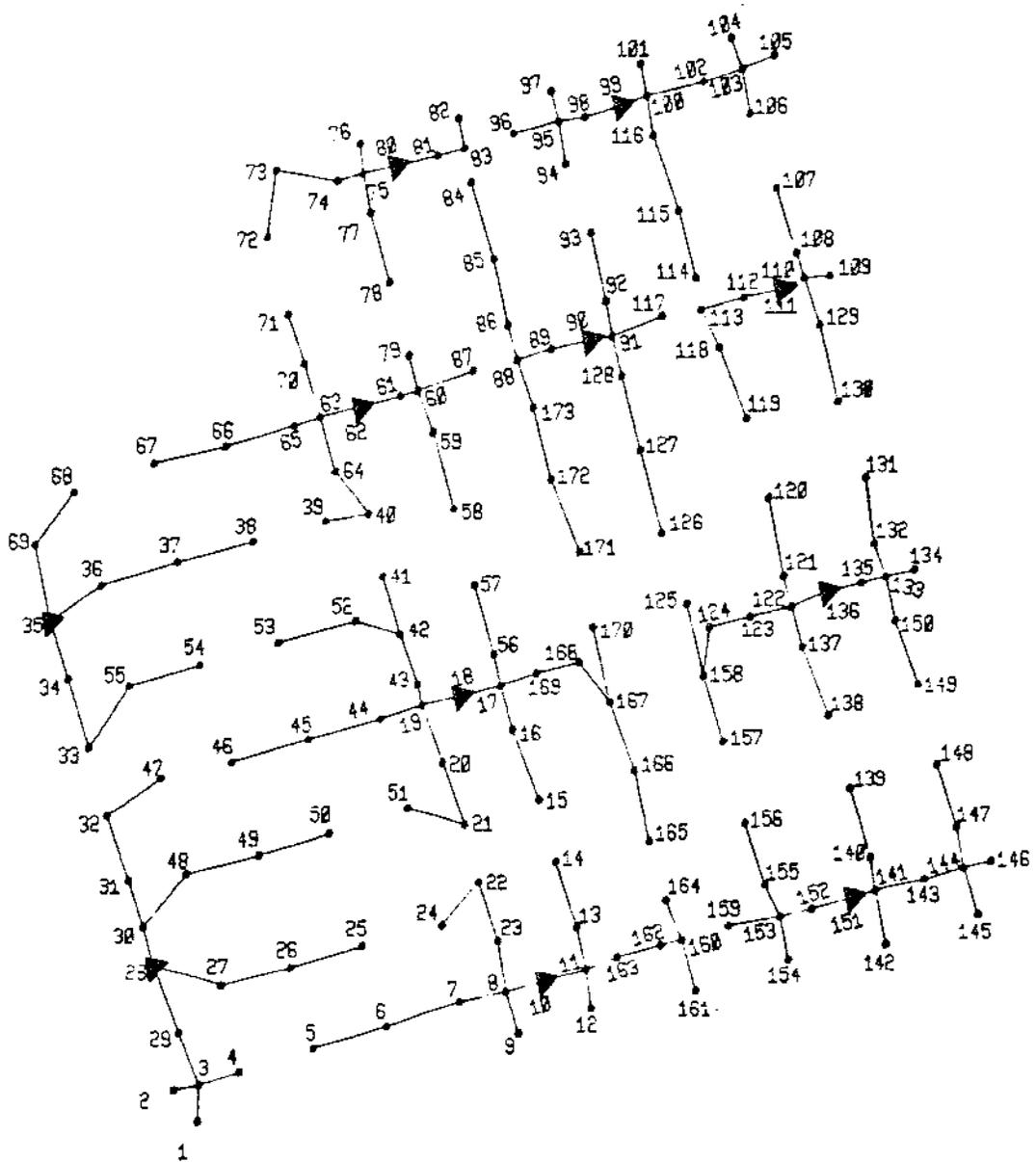


Figura 5.10

A figura 5.11 mostra o roteamento dos alimentadores primários dentro do loteamento.

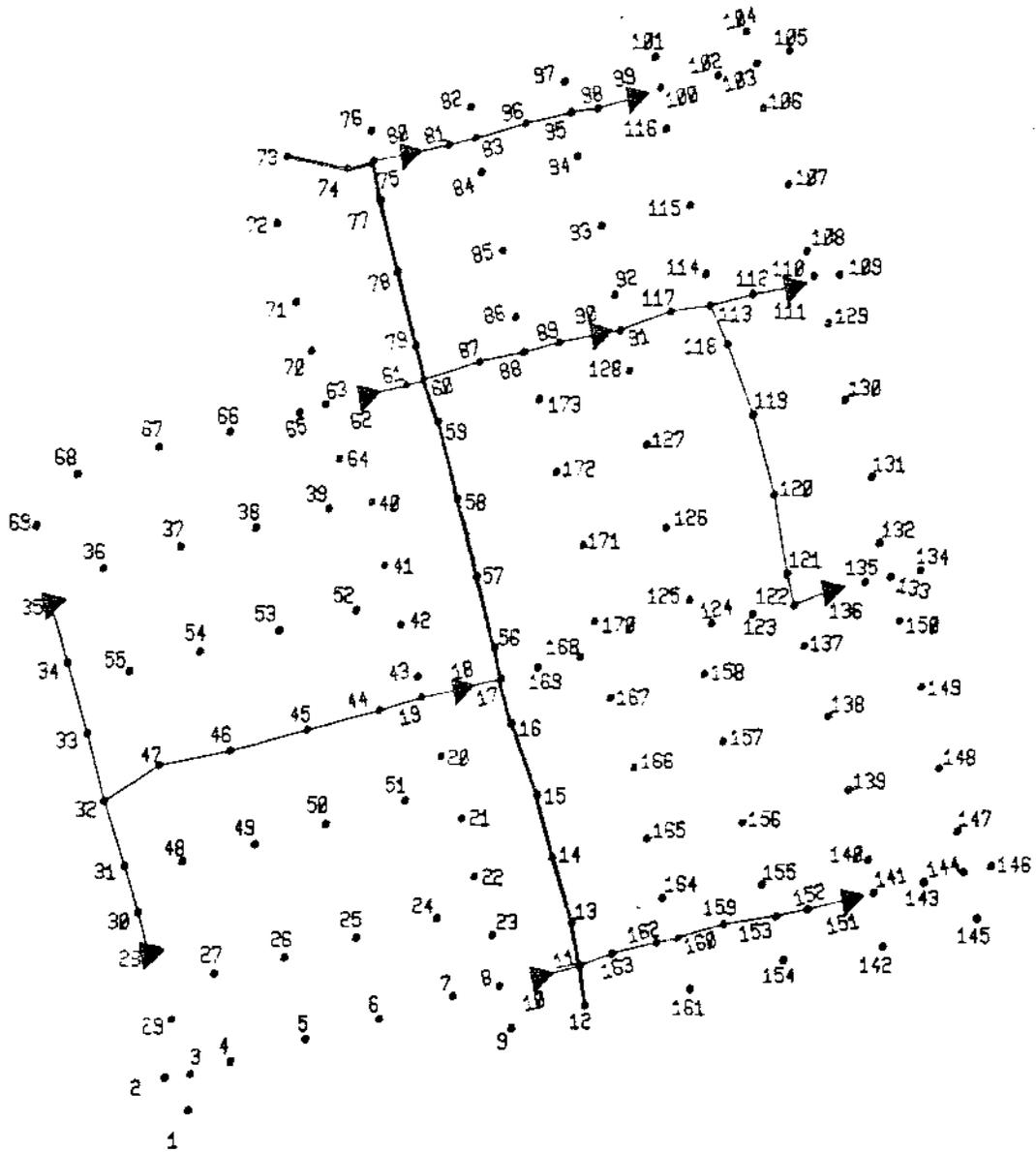


Figura 5.11

O quadro a seguir mostra a evolução do custo total de implantação do sistema secundário com a variação do número de transformadores instalados. As soluções marcadas apresentam queda de tensão fora do especificado. A figura 5.12 coloca esses dados em forma de gráfico.

Número de Trafos	Custo (US\$)
8	8.100 *
9	8.018 *
10	7.975
11	7.834
12	7.857
13	8.060
14	8.202
15	8.236
16	8.340
20	8.950

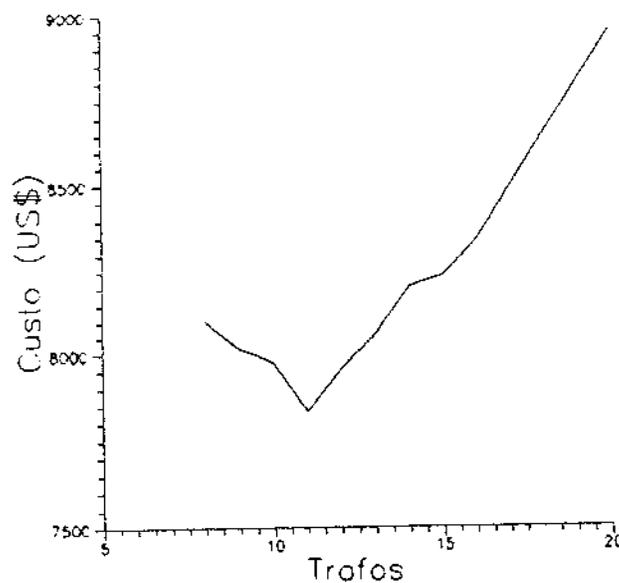


Figura 5.12

### 5.3.1 - Localização dos Transformadores

A heurística de substituição apresenta ganhos em todos os casos em relação a solução "gulosa". No caso específico da solução mais econômica, o valor da função objetivo do problema, que é o momento elétrico da rede, foi reduzido de 51.455, obtido gulosamente, para 48.675 com a substituição. Um ganho de 5,4% aproximadamente. Os ganhos auferidos são reduzidos com o aumento do número de medianas, chegando a menos de 2% para 17 medianas, no caso testado.

Normalmente se tenta a substituição de uma mediana por todos os outros nós da rede que não sejam. Porém, isto pode tornar a heurística um tanto ineficiente para problemas reais. Como a solução gulosa é um bom inicializador, é pouco provável que as medianas escolhidas dessa forma sejam substituídas por outros nós a longas distâncias. Então, traçou-se um raio dentro do qual se tenta a substituição. Esse raio é igual a maior distância de atendimento de uma carga. Os resultados obtidos foram idênticos e houve uma economia considerável no tempo computacional. Em média, o procedimento de substituição gasta 2,5 segundos. O critério de substituição foi o do decréscimo máximo para cada nó mediana, que apresentou os melhores resultados. O número de ciclos ficou em aberto, ou seja, faz-se substituições até que não haja ganhos na função objetivo.

### 5.3.2 - Roteamento do Secundário

O algoritmo "branch and bound" não consegue demarcar a área de influência dos transformadores, traçando a rota dos alimentadores secundários. Isto ocorre, novamente, devido ao pequeno custo fixo de instalação de novos trechos. Existem muitas soluções próximas, tornando o teste de sondagem inoperante. Para se obter uma solução que contemplasse o custo fixo, utilizou-se a heurística descrita no item 5.2.5, que apresentou bons resultados no primário. Essa solução, tomada como base de comparação, demora em média 2 segundos para a sua obtenção.

Utilizando o critério do caminho mínimo para fazer o roteamento, os resultados obtidos foram idênticos ao da heurística em todos os casos testados. Como o resultado de caminhos mínimos, além de mais eficiente, faz naturalmente parte da solução das p-medianas, optou-se por trabalhar com ele. A solução apresentada acima já usou este critério.

A AGCM não deve ser utilizada neste problema, mesmo que seja apenas dentro da área de influência do transformador, que foi demarcada pelo algoritmo das p-medianas. Além do problema já comentado no item 4.6.2, nota-se que o custo de perdas é preponderante em relação ao de investimentos em cabos. Isso descaracteriza a AGCM.

### 5.3.3 - Roteamento do Primário

A utilização da heurística proposta para a resolução do problema de Steiner sempre promove ganhos no comprimento total da rede primária.

No caso da solução mais econômica, houve uma redução de 1176 metros, conseguido através da AGCM para 1136 metros obtidos com a heurística. Um ganho de 3,5% aproximadamente na metragem construída. Esse número também reflete a média dos ganhos auferidos ao se resolver o problema de Steiner neste exemplo.

Em outros testes realizados, os ganhos obtidos foram maiores. Por exemplo, no roteamento que será utilizado para efeitos de comparação entre a metodologia proposta e um projeto conhecido, essa média fica um pouco superior a dez por cento.

O tempo médio de execução dos programas que fazem o roteamento dos alimentadores primários é da ordem de 3 segundos. Isso faz com que o tempo total de obtenção da solução, para um determinado número de transformadores, seja inferior a 10 segundos, possibilitando testes exaustivos e análises de diversos cenários de demanda.

#### 5.4 - Comparação dos Resultados

Neste item, procura-se estabelecer comparações entre os resultados obtidos com as metodologias propostas e o que se pode chamar de metodologias normalmente empregadas.

No caso da rede primária de Bauru, resolveu-se o problema de expansão usando custos lineares para os arcos (Fawzi e outros, 1983). As subestações instaladas continuam a ser as SE's 154, 192, 211 e a ampliação da SE Estoril. O "branch and bound" rodou 80 subproblemas em aproximadamente 100 segundos. A solução final tem um custo real anualizado de  $1,474 \times 10^6$  US\$. O quadro a seguir mostra os resultados.

Parcela do Custo	valor( $10^9$ US\$)
Instalação de SE	570,0
Ampliação de SE	150,0
Construção de AL	112,8
Perdas	641,6

A solução propõe a instalação de 100 novos trechos e o recondutoramento de 9. Esse resultado é 7,6% superior ao obtido utilizando custos quadráticos e as heurísticas de radialização. A diferença principal advém do custo de perdas que é 18,1% superior. O custo de instalação de alimentadores é 5,5% superior.

Esses resultados se devem ao desbalanceamento profundo da rede introduzido quando se trabalha com custos lineares. A solução obtida não é radial devido à canalização do fluxo nos arcos que representam subestações. Existem quatro arcos não-básicos no limite superior. Para continuar com o enfoque normalmente empregado, seriam identificados os nós que estão sendo alimentados por mais de uma subestação, deletado o que apresentasse maior custo e obtida nova solução (Fawzi, 1983). Porém, isso não foi realizado já que implicaria em um aumento do custo.

Para comparação da metodologia do secundário utilizou-se um loteamento situado no distrito de Souza, Campinas. A figura 5.13 mostra esse loteamento.

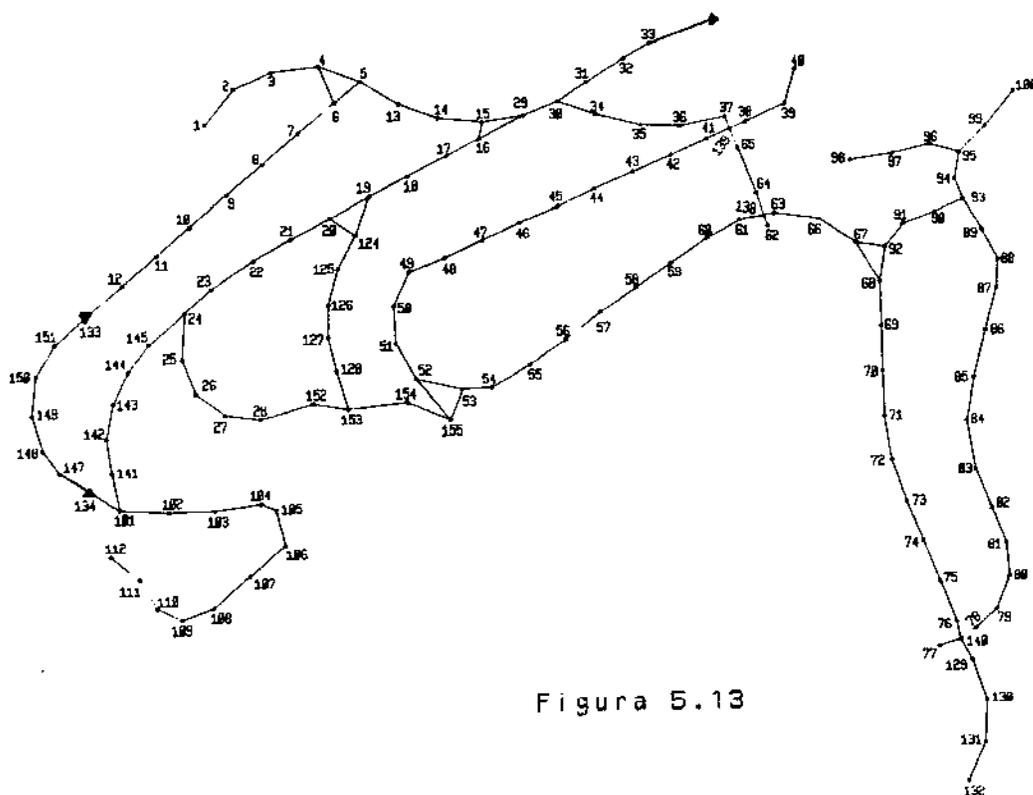


Figura 5.13

Esse grafo tem 143 nós e 154 arcos candidatos. A demanda prevista por consumidor é de 4kVA. Isso leva a uma distribuição de demanda diferente por poste, dependendo do número de consumidores que estão pendurados nele. O quadro a seguir mostra na primeira coluna a solução projetada empiricamente e na segunda a solução obtida pela metodologia proposta. Ambas estão em valores anualizados e se referem à parte secundária do sistema, que é a mais onerosa.

	Atual	Proposta
N. de trafos	12	11
Custo de Trafos	4.208	3.596
Custo de AL	2.415	1.490
Custo de Perdas	1.261	1.587
Custo TOTAL	7.884	6.674

A rede do projeto original é mais pesada fazendo com que o custo de perdas seja menor e o de investimento maior. No custo final, a metodologia proposta consegue obter uma economia da ordem de 18%. A parte referente ao primário ficou excluída por problemas de definição dos pontos de interligação. Mas, isso não invalida a comparação. Apenas a título de ilustração apresenta-se a solução do primário na figura 5.14. A diferença obtida pela heurística de Steiner foi de 2.420 metros para 2.165, que corresponde a 11,7%. As duas soluções comparadas estão apresentadas a seguir. Os pontos desconexos do grafo não apresentam cargas.

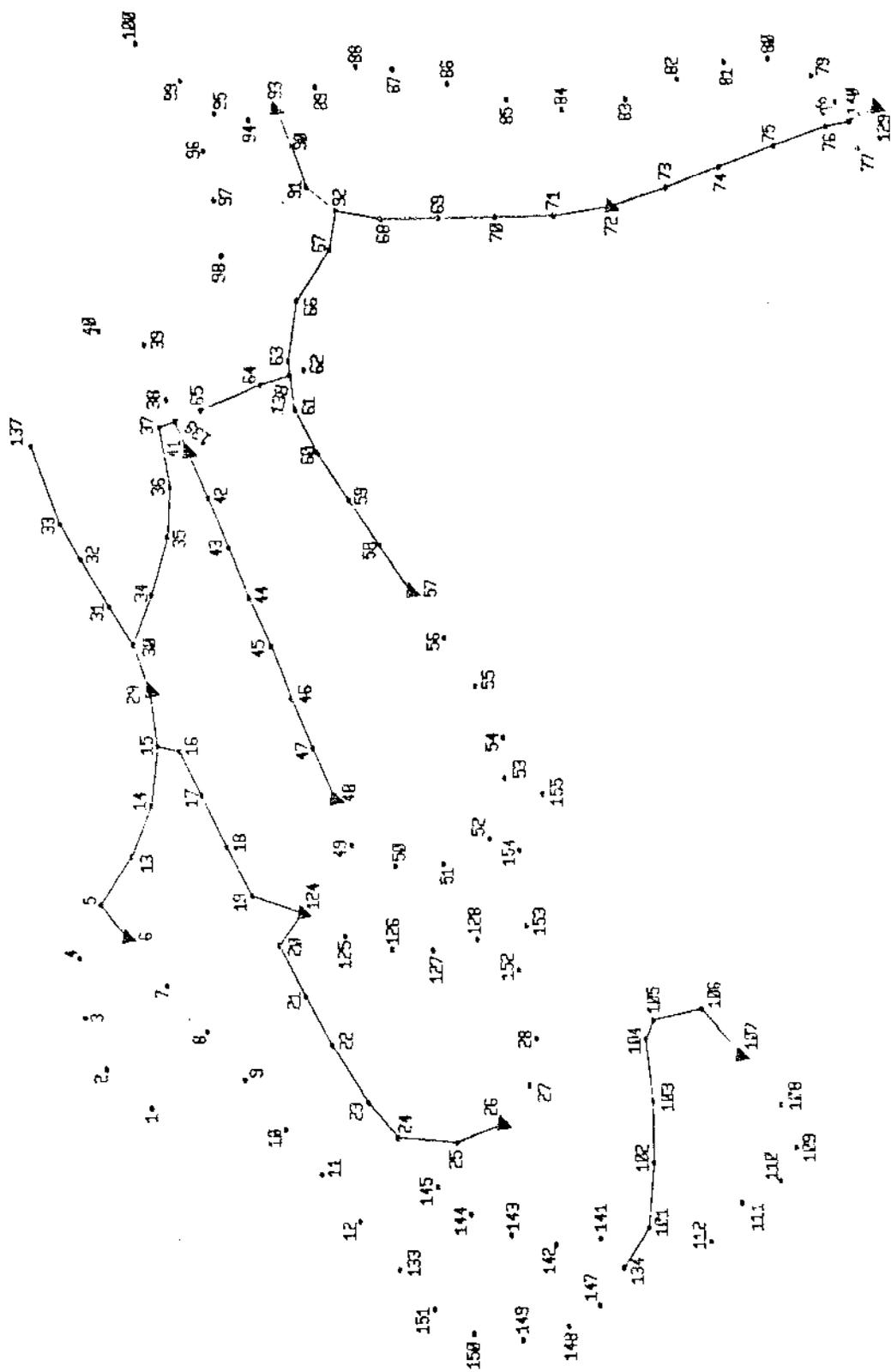


Figura 5.14

•130

131.

132

A figura 5.15 mostra a localização dos transformadores e as rotas dos alimentadores secundários da solução obtida com a metodologia proposta.

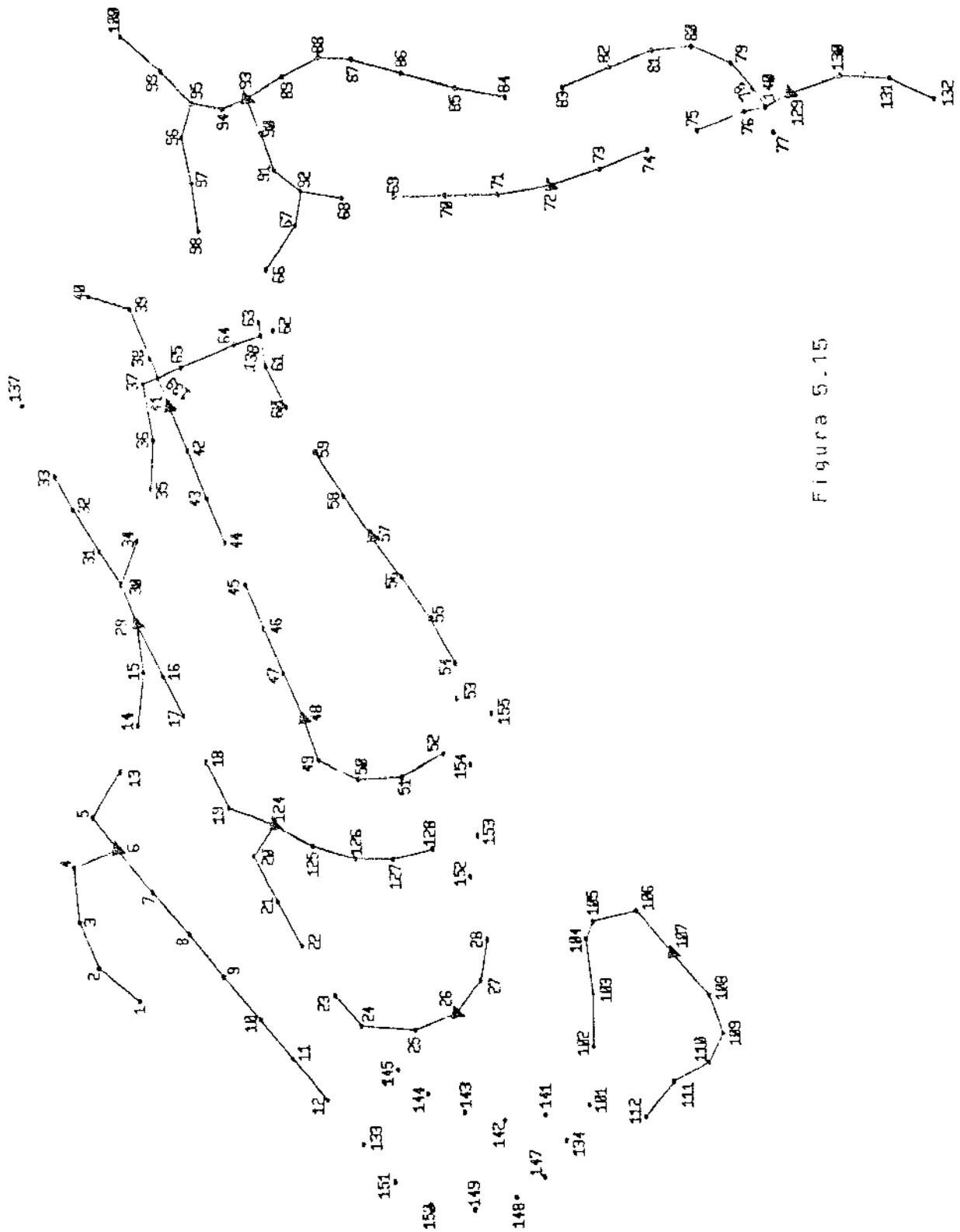


Figura 5.15

A figura 5.16 mostra a localização dos transformadores e as rotas dos alimentadores secundários da solução projetada empiricamente.

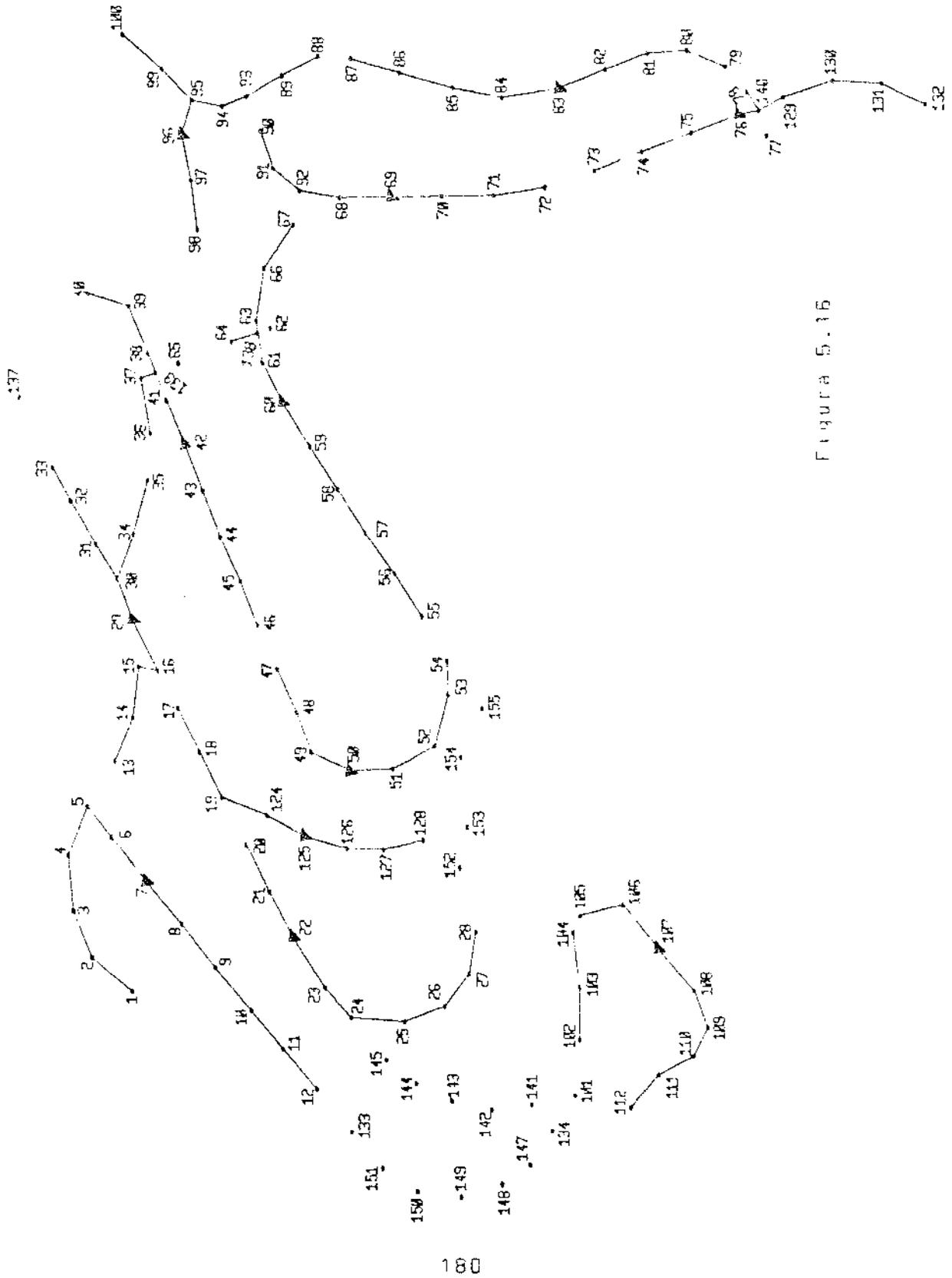


Figura 5.16

## CAPÍTULO 6

### CONCLUSÕES

## 6.1 - Considerações Gerais

Os resultados obtidos com a aplicação das metodologias propostas para o planejamento de sistemas de distribuição de energia elétrica foram plenamente satisfatórios. Tanto no problema do sistema primário quanto no do secundário, pode-se dizer que, nos exemplos estudados, houve ganhos metodológicos, computacionais e econômicos com a utilização dos modelos matemáticos e dos sistemas implementados para as suas resoluções.

Especificamente em relação ao problema da expansão do sistema primário pôde-se notar que a utilização de custos quadráticos na função objetivo resultou numa rede balanceada e de topologia reticulada. Isso credita à metodologia uma aplicação direta em sistemas onde se procure planejar a rede de forma malhada.

Ainda neste problema, as dificuldades de tratamento do custo fixo dos novos trechos de alimentadores conseguiu ser resolvida a contento. Porém, a conclusão que se chega ao analisar os resultados é de que eles devem ser tratados pela heurística discutida no ítem 5.2.5 e não explicitamente através de variáveis 0/1. Esse resultado condiz com a abordagem que é utilizada mundialmente.

A abordagem proposta para o recondutoramento, problema que não é tratado explicitamente em nenhum dos modelos apresentados na literatura, propiciou uma grande redução do número de variáveis de decisão dentro do modelo, evitando a necessidade de colocar uma dessas variáveis por trecho de alimentador existente. Ela ainda permitiu a utilização do algoritmo de fluxo de custo mínimo, respeitando a segunda lei de Kirchoff e fazendo com que o grafo do modelo matemático ficasse não-capacitado em termos do fluxo nos seu ramos.

O fato de se utilizar o enfoque tradicional de custo linear para as perdas na função objetivo, como forma de forçar a radialidade, não garante que a rede ótima obtida seja radial e ainda causa profundos desbalanceamentos no sistema primário. Isto acaba ocasionando um aumento considerável no valor das perdas.

A utilização das heurísticas de radialização, factibilização e balanceamento da rede dão um tratamento mais adequado ao problema de conformar a rede à topologia radial. Os melhores resultados obtidos com essa abordagem foram sempre aqueles nos quais a radialização resultou num número menor de subestações inactiváveis. Isto sugere que este seja um bom critério para se radializar a rede ótima quadrática.

A utilização desse conjunto de heurísticas teve um resultado final coerente, ou seja, se uma determinada solução quadrática fosse mais cara que outra, o resultado obtido para a rede radial também o era e, as vezes, até mais evidenciada a diferença. A única exceção nos testes realizados ficou por conta da solução obtida pela heurística que trata o custo fixo dos alimentadores. Neste caso, embora fosse a melhor solução quadrática obtida, a solução radial era menos econômica. Esse fato aconteceu devido à pouca redução no custo de perdas conseguida com a utilização da heurística de balanceamento.

A consideração explícita das restrições de radialidade não deveria proporcionar ganhos consideráveis nas soluções dos testes realizados, além de implicar em esforços computacionais adicionais consideráveis.

O problema da queda de tensão está diretamente ligado à questão do balanceamento da rede. Isso se deve ao fato da rede desbalanceada gerar perdas excessivas, e a queda de tensão e as perdas serem grandezas proporcionais. Como todo o procedimento heurístico de radialização tem como objetivo manter a rede próxima à solução quadrática, onde a queda de tensão é muito pequena, o problema de queda da tensão deve ser apenas checado na solução obtida.

O cronograma de expansão montado a partir da determinação das redes ótimas para o terceiro e sexto anos do período de planejamento, utilizando as condições de contorno impostas pela rede alvo, fornece informações suficientes para o processo de tomada de decisão presente. Na realidade, a rede proposta para o terceiro ano é que deve desencadear o conjunto de ações. Esta rede é limitada pela rede alvo, apenas para manter os planos de expansão em conformidade com os objetivos do longo prazo. A rede ótima para o sexto ano tem interesse apenas na identificação da entrada de alguma subestação. Isso tudo nos leva a concluir que a metodologia proposta deve ser empregada com a periodicidade de três anos para o estabelecimento dos planos de expansão.

Quanto aos aspectos computacionais, pode-se afirmar que os tempos de processamento estão dentro de limites perfeitamente razoáveis, principalmente se for levado em consideração que o equipamento usado era um microcomputador do tipo XT. Esse fato mostra também que a estrutura de dados utilizada é bastante adequada por necessitar de requisitos de memória relativamente pequenos. Os resultados obtidos durante os testes mostram que o sistema computacional implementado está capacitado a resolver problemas de cidades maiores que a utilizada como teste.

Cabe ressaltar que durante a implementação destes programas montou-se uma poderosa biblioteca computacional de grafos que vem sendo utilizada em aplicações do curto prazo (Oliveira e outros, 1988) e (Cavallucci e outros, 1988). Essa biblioteca se adapta perfeitamente às redes de distribuição por elas operarem de forma radial. Devido à extrema eficiência sua utilização vem dando bons resultados em diversas aplicações inclusive nas de tempo real.

Especificamente em relação ao problema do sistema secundário, a metodologia proposta alcançou totalmente o objetivo de criar uma ferramenta de auxílio à tomada de decisão. Várias discussões com técnicos da CPFL, lotados na regional de Campinas, evidenciaram a utilidade de uma ferramenta como esta. Mais, os resultados conseguidos até o momento apontam para uma perfeita conciliação entre os interesses dos planejadores e as soluções apresentadas pelo sistema.

Quanto aos aspectos computacionais valem as mesmas considerações feitas anteriormente para o problema primário no que diz respeito à eficiência e ao "hardware" utilizado. Cabe destacar que a interface gráfica do sistema é feita no próprio microcomputador, dispensando o uso recursos mais poderosos. Assim, os resultados são visualizados com grande rapidez tornando o sistema muito agradável de se trabalhar.

## 6.2 - Propostas de Estudos Futuros

São, basicamente, três as propostas de continuação para este estudo, todas estão ligadas ao problema do primário. A primeira, dado que o custo fixo dos alimentadores não precisa ser considerado, que o número de subestações é relativamente pequeno e que as discretizações do horizonte de estudo não precisam ser muito finas, é de fazer uma abordagem totalmente dinâmica do problema e verificar se há ganhos significativos para as tomadas de decisão. Ao que tudo indica, a principal vantagem desta abordagem seria um tratamento mais fino ao aspecto temporal dos custos de investimento e de demanda.

A segunda é fazer uma abordagem do problema por técnicas de multiobjetivo onde seriam considerados, além dos aspectos econômicos ligados aos investimentos e às perdas, os aspectos econômicos ligados à interrupção do fornecimento de energia. Esse tipo de enfoque procuraria encontrar soluções não dominadas levando em conta a questão da confiabilidade diretamente no processo de otimização.

A terceira e última proposta é estudar o sistema utilizando o mesmo tipo de metodologia, mas considerando o aspecto da diversificação da demanda (Willis e outros, 1987).

Isto significa que seriam projetados dois sistemas simultaneamente, um para atender a ponta de demanda, que se dá entre 17:00 e 21:00 horas, e um para atender a demanda diurna, por exemplo. Assim, se conseguiria tratar de forma mais adequada a classe de consumidor que existe em cada região das cidades. Esse enfoque deve gerar a necessidade de uma rede primária mais pesada porém pode-se conseguir, em casos extremos, a redução da capacidade de transformação a ser instalada. Outro resultado que seria obtido com essa abordagem é a identificação de locais "interessantes" para a instalação de chaves a óleo telecomandadas que fariam a reafiliação das cargas às subestações.

## REFÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Adams, R.N. & M.A. Laughton (1974). Optimal Planning of Networks Using Mixed - Integer Programming. Proc. IEE, vol.121, n.2, pp 139-148.
- Adams, R.N. & A.Afuso & A.Rodrigues & V. Gerez (1984). A Methodology for Distribution System Planning. 8th Power Systems Computation Conference, Helsinki, Finland.
- Backlund, Y. & J. A. Bubenko (1979). Computer-Aided Distribution System Planning. Electrical Power & Energy Systems, vol. 1, N.1, pp 35-45.
- Bradley, G.W. & G.G.Brown & G.W.Graves (1977). Design and implementation of Large Scale Primal Transshipment Algorithms. Management Science, vol.24, n.1, pp. 1-34.
- Buller, F.H. & C.A.Woodrow (1928). Load Factor Equivalent Hour Values Compared. Electrical World, vol.92, n.2, July, pp- 59-60.
- Burani, G.F. (1985). Aplicação de Técnicas de Transporte no Planejamento da Distribuição de Energia Elétrica. Tese de Doutorado - Politécnica - USP.

- Carneiro, M., P. França e P. Silveira (1989). Planejamento a Longo Prazo em Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica. A ser publicada na Revista Pesquisa Operacional.
- Cavellucci, G. , A. R. Oliveira e M. Carneiro S. (1988). Simulador de Manobra para Redes de Distribuição Elétrica. 1<sup>o</sup> Encontro de Usuários de Informática da CPFL.
- Christofides, N. (1975). Graph Theory - An Algorithmic Approach. Academic Press Inc.LTD. - London.
- Correia, P.B., M. Carneiro S. e C. Lyra F. (1985). Otimização do Suprimento de Energia - Aplicações e Perspectivas. Relatório Técnico para o Ministério das Minas e Energia - Programa de Implementação do Modelo Energético Brasileiro (PIMEB).
- El-Kady, M.A. (1984) Computer Aided Planning of Distribution Substation and Primary Feeders. IEEE, vol PAS-103, n.6, June, pp 1183-1189.
- EPRI (1981). Distribution Reability and Risk Models. EL-2098, vol. 1 2 and 3.
- Fawzi, T.H. & K.F.Ali & S.M.El-Sobki (1982). Routing Optimization of Primary Rural Distribution Feeders. IEEE, Trans. on PAS, vol.PAS-101,n.5, pp 1129-1133.

- Fawzi, T.H. & K.F. Ali & S.M. El-Sobki (1983). A New Planning Model for Distribution Systems. IEEE Trans. on PAS, vol. PAS-102, n.9, pp 3010-3017.
  
- Freidenfelds, J. (1981). Capacity Expansion: Analysis of Simple Models with Applications. North Holland - New York.
  
- Galvão, R.D. e outros (1982). Métodos de Substituição de Vértices na Solução de Problemas de Localização em Redes. Publicação Interna COPPE/UFRJ.
  
- Garcia, A.S. (1978). Método Dual-Simplex para Problemas com Critério Linear por Partes. Tese de Mestrado - IMECC - UNICAMP.
  
- Glover, F. & D.Klingman, (1975). Improved Labeling of L.P. Bases in Networks. Research Report CCS 218, Center of Cybernetics Studies. The University of Texas. Austin.
  
- Gondran, M. & M. Minoux, (1984). Graphs and Algorithms. John Wiley & Sons. Ltd. New York.
  
- Gonen, T. & B.L.Foote (1981). Distribution System Planning Using Mixed - Integer Programming. Proc. IEE, vol.128, pt. C, n.2, pp 70-79.

- Gonen, T. & B.L. Foote (1982). Mathematical Dynamic Optimization Model for Electrical Distribution System Planning. *Electrical Power & Energy Systems*, vol.4, n.2, pp 129-136.
- Gonen, T. & A.A. Mahmoud (1983). Bibliography of Power Distribution System Planning. *IEEE Trans. on PAS*, vol. PAS-102, n.6, pp 1778-1787.
- Gonen, T. & I.J. Ramirez-Rosado & C.L. Brooks (1985). A Review of Selected Electric Power Distribution System Planning Models. In: *Proceedings of Sixteenth Annual Pittsburgh Conference*. pp.1221-1226.
- Gonen, T. (1986). *Electric Power Distribution System Engineering*. McGraw-Hill, Inc., New York.
- Gonen, T. & I.J. Ramirez-Rosado (1987). Optimal Multi-Stage Planning of Power Distribution Systems. *IEEE - Trans. on Power Delivery*, vol. PWRD-2, n.2, pp 512-519.
- Hindi, K.S. & A. Brameller, (1977). Design of Low-Voltage Distribution Networks: A Mathematical Programming Method. *Proc. IEE*, vol.124, n.1, pp 54-58.
- Holt, S.B. & D.M. Crawford, (1975). A Mathematical Optimization Technique for Locating and Sizing Distribution Substations and Deriving Their Optimal Service Areas. *IEEE*, vol. PAS-94, n.2, pp. 230-235.

- Jensen, P. & R. Barnes (1980). Network Flow Programming, John Wiley.
- Kennington, J.L. & R.V. Helgason (1980). Algorithms for Network Programming. John Wiley & Sons, inc. New York.
- Knuth, D.E. (1973). The Art of Computer Programming vol. 3 Sorting and Searching. Addison-Wesley, Publishing Company.
- Mahmoud, A.A. and others (1980). Load Forecast Bibliography - Phase I. IEEE, vol PAS 99, n.1, pp. 53 a 58.
- Mahmoud, A.A. and others (1981). Load Forecast Bibliography - Phase II. IEEE, vol PAS 100, n.7, pp. 3217 a 3220.
- Masud, E. (1974). An Interactive Procedure for Sizing and Timing Distribution Substations Using Optimization Techniques. IEEE Trans. on PAS, vol. PAS-93, n.5, pp 1281-1286.
- Masud, E. (1978). Distribution Planning: State-of-the-Art and Extensions to Substation Sizing. Electric Power Systems Research, vol.1, pp 203-212.
- Nakagawa, J.M. (1984). Planejamento de Sistemas Telefônicos: Alocação de Centro de Fios. Tese de Mestrado, FEE-UNICAMP.

- Nemhauser, G.L. & L.A. Wolsey, (1988). Integer and Combinatorial Optimization. John Wiley & Sons, Inc. New York.
- Oliveira, A. R., C. Cavellucci e M. Carneiro S. (1988). Um Gerenciador da Topologia de Redes Elétricas. 1<sup>o</sup> Encontro de Usuários de Informática da CPFL.
- Oliveira, G.C. (1983). Metodologias de Planejamento de Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica - Um levantamento do Estado Atual da Arte. Relatório.T.CEPEL, RJ.
- Papadimitriou, C.H. & K. Steiglitz, (1982). Combinatorial Optimization - Algorithms and Complexity. Prentice-Hall inc. New Jersey.
- Ribeiro, C.C. (1988). Análise e Complexidade de Algoritmos. Monografia GSM-16/88. Grupo de Sistemas - Departamento de Eng. Elétrica - PUC. Rio de Janeiro.
- Said, A. e P. M. França (1988). Combinando Heurísticas e Métodos de Subgradientes para Resolver o Problema das P-Medianas. Anais VII Congresso SBA, S.J. Campos.
- Soland, R.M. (1974). Optimal Facility Location with Concave Costs. Operations Research, n.17, pp. 373-382.

- Sun, D.I. and others (1982). Optimal Distribution Substation and Primary Feeder Planning via the Fixed Charge Network Formulation. IEEE, vol PAS-101, n.3, pp 602-609.
  
- Taylor, L.D. (1975). The Demand for Electricity: A Survey. Bell Journal of Economics, vol. 6, n.1, pp 74-110.
  
- Teltz, M.B. & P.Bartz (1968). Heuristic Methods for Estimating the Generalized Vertex Median of a Weighted Graph. Operations Research, n.16, pp. 955-965.
  
- Thompson, G.L. & D.L.Wall (1981). A Branch and Bound Model for Choosing Optimal Substation Locations. IEEE, vol. PAS-100, n.5, pp 602-609.
  
- Youssef, H.K. and others (1985). Novel Optimization Model for Long Range Distribution Planning. IEEE Trans. on PAS, vol. PAS-104, n.11, pp 3195-3202.
  
- Wall, D.L. & G.L.Thompson & J.D.Northcote-Green (1979). An Optimization Model for Planning Radial Distribution Networks. IEEE Trans.on PAS, vol.PAS-98, n.3, pp 1061-1067.
  
- Westinghouse Electric Corporation, (1965). Electric Utility Engineering Reference Book - Distribution Systems, vol.3. East Pittsburgh.

- Willis, H.L. & J.E.D.Northcote-Green (1985). Comparison of Several Computerized Distribution Planning Methods. IEEE Trans. PAS, vol.PAS-104, n.1, pp 233-240.
- Willis, H.L. & R.W.Powell & H.N.Tram (1987). Long Range Distribution Planning with Load Forecast Uncertainty. IEEE Transactions on Power Systems. Vol PWRS-2, n.3, pp.684-691.
- Willis, H.L. & H.N.Tram & R.W.Powell (1987). Substation Siting and Capacity Selection Based on Diversity Maximization. IEEE Transactions on Power Systems. Vol PWRS-2, n.3, pp. 692-699.
- Wolff, R.F. (1982). The New Electronic Frontier Distribution Design. Electrical World, May, pp 65-80.