



**PROGRAMAÇÃO LINEAR APLICADA
AO PROBLEMA DE MINIMIZAÇÃO DE PERDAS
EM REDES DE ENERGIA ELÉTRICA**

por

Fernando Antonio Tavares Pereira

Este exemplar corresponde a redação final da tese	
defendida por	<u>Fernando Antonio Tavares</u>
<u>Pereira</u>	aprovada pela Comissão
Julgada em	<u>18</u> / <u>10</u> / <u>97</u>
	<u>[Assinatura]</u>
	Orientador



Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
Departamento de Sistemas de Energia Elétrica

Tese apresentada à FEEC - UNICAMP,
como parte dos requisitos exigidos
para a obtenção do título de
Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador : Prof. Dr. Carlos Alberto Favarin Murari

Campinas, outubro de 1997.



UNIDADE	BC
N.º CHAMADA	TIVUNICAMP
	P414p
V.	Ex
TOMBO BC	32.369
PROC.	281/97
C	☐
D	☒
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	03/12/97
N.º CPD	

CM-00103868-9

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

P414p

Pereira, Fernando Antonio Tavares

Programação linear aplicada ao problema de
minimização de perdas em redes de energia elétrica. /
Fernando Antonio Tavares Pereira.--Campinas, SP:
[s.n.], 1997.

Orientador: Carlos Alberto Favarin Murari
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de
Computação.

1. Sistemas de energia elétrica - Controle. 2.
Programação linear. 3. Potência reativa (Engenharia
elétrica) - Planejamento. I. Murari, Carlos Alberto
Favarin. II. Universidade Estadual de Campinas.
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III.
Título.

Aos meus pais Antonio e Inalda,
e à minha Rossana.

AGRADECIMENTOS

Às pessoas que de alguma forma fizeram minha estada em Campinas um pouco mais alegre, em especial companheiros do departamento com os quais compartilhamos momentos saudáveis. Espero carregar comigo para sempre o respeito de todos e quem sabe algum dia ser capaz de retribuir a solidariedade recebida.

Ao professor Murari não apenas pelo trabalho de orientação, mas também pelo seu irrestrito apoio, cordialidade e respeito que sempre me dispensou.

A Antonio, meu pai herói, a Inalda, minha mãe guerreira, e às minhas irmãs, Goreth, Vera, e Anna Maria pelo apoio incondicional.

A minha Rossana, a “*GRANDE*” companheira de todos os momentos, pela sua confiança, lealdade e amor.

Ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) pelo suporte financeiro.

RESUMO

Neste trabalho é apresentada uma formulação matemática, baseada em modelos lineares para o controle ótimo da potência reativa. Com um algoritmo baseado nas técnicas da programação linear é possível encontrar novos ajustes para as variáveis de controle: ajustes dos taps dos transformadores, tensões nos terminais dos geradores e injeções de potência reativa das fontes controláveis, visando melhoria no perfil de tensão e minimização das perdas ativas. Através de relações lineares atualiza-se o estado da rede para ângulo e tensão nodais, evitando-se a execução de um fluxo de carga AC completo a cada iteração, executando-o apenas uma única vez, ao final do processo, representando uma economia de esforço computacional. Com o intuito de avaliar a habilidade do algoritmo em reduzir perdas e manter níveis de tensão aceitáveis; são apresentados resultados com alguns sistemas elétricos e comparados com uma variação do algoritmo em que se executa um fluxo de carga a cada iteração.

Conteúdo

1	Introdução	1
2	Características Gerais do Problema	8
2.1	Transformador com Tap Variável	11
2.1.1	Representação do Transformador	11
2.1.2	Equivalente π	11
2.1.3	Cálculo de Injeções	13
2.2	Modelo da Carga Reativa Variável com a Tensão	15
2.3	Problema de Otimização	16
2.3.1	Problema de Programação Linear	18
2.3.2	Função Objetivo	19
2.3.3	Restrições de Operação da Rede Elétrica	21
3	Algoritmo	32
3.1	Algoritmo de PL Incremental Aplicado à Minimização de Perdas	34
3.2	Descrição Detalhada	35
3.3	Caso Exemplo	42
3.4	Comentários	63
4	Proposta com Execução de Fluxo de Carga AC a cada Iteração de PL	65
4.1	Algoritmo II	66
4.2	Execução do Algoritmo II	68
4.3	Algoritmo I vs Algoritmo II	70
4.4	Comparações entre Diferentes Metodologias	73
4.4.1	Influência do ΔQ_{step} nos Algoritmos I e II	74

5	Testes e Resultados	76
5.1	Testes com IEEE 30 BUS	77
5.1.1	Resultados - Algoritmo I	78
5.1.2	Resultados - Algoritmo II	80
5.1.3	Algoritmo I vs Algoritmo II	81
5.1.4	Aumento das Injeções de Potência em 20%	84
5.1.5	Aumento das Injeções de Potência em 30%	85
5.1.6	Comentários	87
5.2	Testes com IEEE 57 BUS	87
5.2.1	Resultados - Algoritmo I	88
5.2.2	Resultados - Algoritmo II	89
5.2.3	Comentários	91
6	Conclusões	92

Lista de Tabelas

3.1	Dados de Barras e Limites de Geração	43
3.2	Dados das Linhas	43
4.1	Evolução da perda ativa - Algoritmo II	69
4.2	Perfil de Tensão - IEEE 6-BUS: Algoritmo I vs Algoritmo II .	70
4.3	Estado final das variáveis de controle obtido via 4 algoritmos de Planejamento de Reativos - minimização de perdas	73
4.4	Iteração vs Perda Final	74
4.5	Influência do ΔQ_{step} no processo de otimização.	75
5.1	Evolução do processo iterativo IEEE 30 BUS - Algoritmo I . .	79
5.2	Estado final das variáveis de controle - Algoritmo I	79
5.3	Evolução do processo iterativo IEEE 30 BUS - Algoritmo II .	80
5.4	Estado final das variáveis de controle - Algoritmo II	81
5.5	Tensão e ângulo - Algoritmo I vs Algoritmo II	82
5.6	Estado das variáveis de controle	84
5.7	Estado das variáveis de controle - Algoritmo II	86
5.8	Resultado final para ambos os casos.	88
5.9	Estado final das variáveis de controle - Algoritmo I	89
5.10	Resultado final para ambos os casos	89
5.11	Evolução do processo iterativo IEEE 57 BUS - Algoritmo II .	90
5.12	Estado final das variáveis de controle - Algoritmo II	91

Lista de Figuras

1.1	Visão geral do problema reativo	2
2.1	Opções de modelo elétrico para transformador	11
2.2	Modelo 1	12
2.3	Representação π do Modelo 1	12
2.4	Representação das injeções de reativos	14
2.5	Balanco de Potência Reativa	22
2.6	Balanco de Potência - Equivalente π	23
2.7	Balanco de Potência Reativa na Barra i	25
2.8	Balanco de Geração Reativa na Barra l	26
3.1	Resposta Linearizada vs Resposta Não-Linear	32
3.2	Representação Gráfica da PL Incremental para Funções Não-lineares	33
3.3	Fluxograma do Algoritmo de Planejamento de Reativos	41
3.4	Estado Inicial de Rede IEEE-6BUS	44
3.5	Estado Final da Rede IEEE-6BUS	63
4.1	Fluxograma com fluxo AC a cada iteração	67
4.2	Estado Final da Rede IEEE-6BUS - Algoritmo II	69
4.3	Evolução do Processo - Algoritmo I	71
4.4	Evolução do Processo - Algoritmo II	71
4.5	Evolução do Processo - Algoritmo I vs Algoritmo II	72
5.1	Evolução do Processo Iterativo - Algoritmo I vs Algoritmo II	83
5.2	Carregamento de 20% acima do ponto inicial - Algoritmo I vs Algoritmo II	85
5.3	Algoritmo I vs Algoritmo II	86

Capítulo 1

Introdução

As redes elétricas em sistemas de potência devem estar preparadas para atender as necessidades dos consumidores, em condições normais ou sob contingências, sempre com qualidade e confiabilidade. Manter as tensões em níveis aceitáveis e garantir o suprimento da demanda de energia são as exigências mínimas.

Uma vez que o fornecimento de energia elétrica deve ocorrer sob tensão nominal e, para isto, as condições de operação do sistema podem requerer o controle do fluxo de potência reativa em algumas linhas, é imprescindível a atuação dos dispositivos de controle reativo/tensão

Isso proporciona um serviço de boa qualidade e possibilita uma adequada circulação de reativos entre, ou dentro, dos sistemas de energia elétrica, reduzindo as perdas na transmissão e procurando manter as tensões nos seus valores nominais, o que contribui para durabilidade dos componentes dos sistemas.

Sabe-se que é difícil estabelecer um controle integrado da potência reativa e da tensão, devido à variedade de dispositivos com essa finalidade em diversos pontos do sistema elétrico. Devido a essa variedade de dispositivos controladores, o controle individual das tensões nas barras de um sistema nem sempre é apropriado, pois a operação de um deles sempre influencia, em maior ou menor grau, as tensões das barras adjacentes à sua barra de atuação.

A alocação da potência reativa tem o objetivo principal de abastecer os sistemas com as injeções de reativos capazes manter o perfil de tensão em níveis aceitáveis. Paralelamente, existe o interesse das concessionárias em reduzir as perdas na transmissão, tanto para melhorar o rendimento do sistema como também por questões econômicas. Tem-se, portanto, que um dos objetivos do *Problema de Planejamento de Reativos* é o de reduzir os níveis de perdas de potência ativa além de assegurar o bom perfil de tensão.

A figura 1.1 fornece uma visão geral para o problema da potência reativa. Uma adequada realocação da geração da potência reativa utilizando dispositivos de controle como ajuste de taps de transformadores, das tensões terminais dos geradores e instalação de capacitores, e/ou reatores, em pontos estratégicos, podem assegurar a manutenção das tensões nodais na faixa desejável de operação, ou seja, evitar quedas ou elevações de tensão excessivas. O controle de tensão realizado por geradores e compensadores síncronos tem-se mostrado bastante eficiente. Entretanto, o controle local da injeção dos reativos através de capacitores e reatores trata-se de uma opção mais econômica. O tipo de instalação de potência reativa mais adequado é uma decisão que considera aspectos operacionais e econômicos associados a esse tipo de problema.

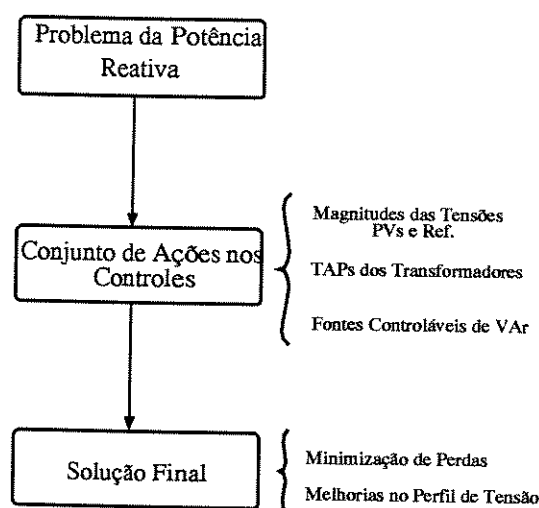


Figura 1.1: Visão geral do problema reativo

Um outro aspecto que pode ser levado em consideração é o alto grau de carregamento das redes elétricas, o que pode ocasionar problemas de instabilidade de tensão. A falta de potência reativa, ou incapacidade de transmissão pode inviabilizar o atendimento da demanda da rede. Dessa forma, o controle e manutenção do perfil de tensão das redes elétricas é imposição operacional.

Matematicamente, o problema de planejamento de reativo é apresentado da seguinte forma:

$$\begin{aligned} & \text{Min } \mathcal{F}(u, x) \\ & \text{s.a.} \\ & \quad g(u, x) = 0 \\ & \quad u^{min} \leq u \leq u^{max} \\ & \quad x^{min} \leq x \leq x^{max} \end{aligned}$$

onde

-
- u representa o vetor das variáveis de controle;
 - x representa o vetor das variáveis dependentes;
 - $\mathcal{F}$ função objetivo;
 - $g(\cdot)$ equações do fluxo de carga;
 - u^{min}, u^{max} limites nas variáveis de controle;
 - x^{min}, x^{max} limites nas variáveis dependentes.

Duas linhas de pesquisas operacionais destacaram-se no estudo dos problemas de planejamento ou operação de rede elétricas: as técnicas de programação linear (PL) e técnicas de programação não-linear (PNL). O aperfeiçoamento de modelos apropriados permitiu o desenvolvimento de algoritmos para resolver problemas como: despacho econômico, controle de frequência de carga, minimização de perdas e despacho de reativos. A seguir são descritas algumas abordagens para o problema de despacho de reativos.

Abordagens Não-Lineares

A partir da década de 60 têm sido realizadas diversas pesquisas para o desenvolvimento de algoritmos para otimização da distribuição de potência ativa e reativa. Modelos apresentados por Peschon [1] e Dommel & Tinney [2] baseiam-se na solução do fluxo de carga pelo método de Newton,

em algoritmos de gradientes ajustados para a obtenção da solução mínima e funções de penalidades para representar restrições de operação. Em geral essas propostas apresentam boas características de convergência local embora a solução global não estivesse garantida. Outra desvantagem detectada foi o problema de oscilação numérica, além do alto tempo de processamento.

Com o tempo, passou a existir a necessidade algoritmos mais eficientes para controle de operação em tempo real, foi quando surgiu a proposta de Barcelo *et al* [5] utilizando equações algébricas e algumas aproximações para reduzir o número de termos da matriz hessiana.

Em 1982, Shoults & Sun [9] propuseram o desacoplamento do fluxo de potência ótimo “clássico” em dois subproblemas um ativo e outro reativo. Também foi observada a possibilidade da aplicação do método do gradiente tanto para o problema da alocação de potência reativa como de potência ativa. A proposta de Sun *et al* [14] faz a decomposição do problema em um subproblema P e subproblema Q , entretanto não considerava a possibilidade de adição de novas fontes de reativos aos sistemas.

Flatabø *et al* [16] fazem um tratamento para incorporar os taps de transformadores como variável de controle, através das técnicas de gradiente reduzido, para isso utiliza-se das sensibilidades da injeção de potência complexa injetada nos terminais dos transformadores com relação a variação nas tensões.

Já o modelo apresentado por Mansour & Abdel-Rahman [12] está fundamentado em conceitos de decomposição e coordenação. A idéia é decompor todo o sistema em alguns subsistemas. Para selecioná-los, é preciso agrupar os dispositivos de controle de reativos de acordo com a proximidade, localização, similaridades nas características de controle e tipo. Foi a primeira proposta que aplicou a técnica de decomposição para a solução do despacho de potência.

Shoults & Chen [3] propuseram um método para controle de potência reativa através dos ajustes ótimos das magnitudes de tensão de geradores e/ou ajuste de taps. A técnica utilizada foi a minimização dos mínimos quadrados tendo como variáveis de controle as fontes de suprimento de reativos,

a tensão nominal dos geradores e tap de transformadores.

Em [4] Savulescu apresenta uma modelagem em que é necessário calcular índices de sensibilidade de perda, de transmissão de potência reativa e de estabilidade de regime permanente. Baseado neles, é proposto um algoritmo de busca da solução ótima. Esse método pode não refletir o comportamento de todas as variáveis do sistema, e sob algumas condições pode não alcançar a solução ótima.

Abordagens Lineares

As técnicas da Programação Linear (PL) tem-se mostrado uma ferramenta confiável, eficiente e precisa no planejamento e operação de sistemas de potência. Os conceitos da PL possibilitaram o desenvolvimento de alguns modelos para o planejamento de reativos.

Hobson [6] desenvolveu um modelo em que foi possível conciliar os ajustes de taps de transformadores a outros dispositivos de controle de potência reativa. O modelo incremental desenvolvido foi baseado nas equações do fluxo de carga desacoplado rápido.

Mamandur & Chenoweth [8] propuseram um algoritmo de PL dual para o controle de potência reativa, para minimizar as perdas e melhorar o perfil de tensão. As variáveis de controle são: tensão dos geradores, tap dos transformadores e fontes de reativos (capacitores e reatores). Essa formulação é utilizada como base para trabalhos posteriores.

Rama Iyer *et al* [10] também apresentaram um algoritmo para minimização de perdas e melhoria do perfil de tensão em que é incorporada uma técnica para evitar a oscilação numérica em torno da solução ótima.

O algoritmo desenvolvido por Elangovan [11] baseia-se na sensibilidade das perdas em linhas de transmissão em relação às variáveis de controle.

Lee *et al* [15] desenvolveram um modelo para despacho ativo e reativo, para operações econômicas em sistemas de potência. Para isso, o problema foi decomposto em subproblemas P e Q. Um modelo matemático foi desen-

volvido para representar a sensibilidade das variáveis dependente com relação às variáveis de controle.

Iba *et al* [19] propuseram algumas modificações na proposta de Maman-dur & Chenoweth, incorporando a possibilidade de considerar o problema de investimento. Foi verificada a ausência de *zig-zag* na solução durante o processo.

Aoki *et al* [21] também apresentaram um modelo baseado em técnicas de programação inteira-mista. Esse modelo abordava apenas condições normais de operação.

Qiu & Shahidehpour [17] propuseram um algoritmo para despacho ótimo de reativos, para minimizar perdas e ajustar o perfil de tensão do sistema. Formula-se um modelo baseado em linearizações da função objetivo e das restrições de operação em função da variação dos incrementos de tensão. Os ajustes para variáveis de controle e incrementos de tensão são relacionados por uma matriz jacobiana modificada. A variação das variáveis de controle são restritas por *steps*, embora seja detectado um *zig-zag* desprezível.

Dando continuidade aos estudos iniciados em [17], Deeb & Shahidehpour [22] aplicaram técnicas de decomposição de Dantzig-Wolfe. Isso permitiu o planejamento de sistemas de grande porte através da decomposição do sistema em subsistemas correspondentes a áreas específicas.

Optou-se por um maior enfoque no estudo de modelos lineares para o problema de planejamento e operação de reativos. Algumas propostas foram analisadas, despertando maior interesse as apresentadas por Qiu & Shahidehpour [17] e Deeb & Shahidehpour [18], servindo como base para o desenvolvimento deste trabalho. Propõe-se algumas modificações nos algoritmos de planejamento de reativos propostos nesses trabalhos, com o objetivo de eliminar a execução do fluxo de carga a cada iteração do algoritmo de solução iterativa, significando uma redução no esforço computacional.

A apresentação está dividida da seguinte maneira:

- inicialmente descrevem-se as características gerais do problema, como

por exemplo, linearizações dos componentes dos sistemas de potência;

- descreve-se o problema de programação linear de uma forma genérica;
- faz-se sua transição para formulá-lo como um problema elétrico para a minimização de perdas e a melhoria de perfil de tensão.

Em seguida são descritos algoritmos lineares para otimização da potência reativa, utilizados nas implementações computacionais.

No decorrer do trabalho, propõem-se soluções para amenizar as dificuldades em se trabalhar com problemas não-convexos, através de técnicas lineares. São apresentados resultados das simulações com algumas redes testes. Finalizando, tem-se as conclusões e comentários.

Capítulo 2

Características Gerais do Problema

As propostas de solução para o problema *Fluxo de Potência Ótimo* (FPO) encontrou na *Programação Linear* (PL) uma importante ferramenta de apoio que serve como fonte de estímulo de pesquisas para o desenvolvimento de modelos linearizados capazes de resolvê-lo. Algumas abordagens, cada qual com suas peculiaridades matemáticas e computacionais, foram desenvolvidas, para diversos objetivos, entre outros:

- despacho econômico;
- seleção e análise de contingências;
- minimização de perdas e despacho reativo.

Entretanto, alguns desses problemas, como o de minimização de perdas, por exemplo, têm uma característica bastante não-linear. E desse modo, a escolha do método linearizado a ser empregado varia para cada tipo de problema, de acordo com as suas necessidades, características e sobretudo adaptabilidade do modelo desenvolvido.

Devido à própria natureza do problema, há a necessidade de incorporar, aos diferentes modelos, características essenciais a qualquer proposta, tais como precisão e eficiência, já que os esforços computacionais para a solução de um FPO não são desprezíveis. Com desejo dos pesquisadores em solucionar problemas complexos através de modelos simples, pesquisas têm sido

realizadas no sentido de aperfeiçoar as melhores características das diversas abordagens e agrupá-las em uma única proposta, numa busca contínua da simplicidade aliada à confiabilidade.

Operar as redes elétricas sob a melhor condição possível é o objetivo de um Centro de Operação de Sistema (C.O.S). Isso não se trata de uma tarefa das mais fáceis, pois muitos fatores estão em jogo para se atingir esse objetivo. Respeitar os limites operacionais dos sistemas, como por exemplo o limite de tensão, é fundamental para a operação dos sistemas de energia.

Em 1987, Qiu & Shahidehpour [17] propõem um algoritmo de PL baseado no modelo de *Programação Linear Incremental* (PLI) e na técnica de aproximações lineares sucessivas para minimização das perdas ativas e o melhoramento do perfil de tensão nodal em sistemas de potência. Isso é obtido por monitoração dos seguintes dispositivos de controle (variáveis de controle) da distribuição da potência reativa:

- tensão terminal dos geradores;
- ajustes de taps dos transformadores;
- compensação de reativos por elementos shunts (capacitores/reatores).

Este trabalho de Qiu & Shahidehpour tem a vantagem de não exigir procedimento de inversão de matrizes, ao contrário de outros métodos [8, 10, 11, 19]. A proposta consiste em linearizar as equações de perdas ativas do sistema em relação às tensões nodais, obtendo assim uma sensibilidade da variação das perdas na transmissão com relação às variações das tensões nodais da rede elétrica. Entretanto, a principal inovação do método encontra-se na inclusão dos efeitos da variação da carga reativa e do efeito da variação dos taps dos transformadores na matriz de sensibilidade do problema de otimização que representam as restrições operacionais do sistema elétrico.

A minimização das perdas será alcançada através da regulação nos dispositivos de controle das tensões terminais das barras de geração, ajustes dos taps de transformadores e por compensação de reativos locais para as barras de carga, que eventualmente dispõem de alguma fonte. Esta abordagem requer que injeções de potências ativas sejam constantes durante todo o processo, exceto para a barra de folga (*slack*) que assumirá todas as perdas do

sistema. Um despacho de potência ativa deve ser realizado previamente, fornecendo um ponto de operação inicial para o problema reativo. Cada barra da rede é classificada de acordo com a sua capacidade de exercer alguma influência na distribuição dos reativos, podendo ser classificada em um dos três grupos a seguir:

- barras de geração;
- barras terminais conectadas a transformadores com tap variável;
- barras de carga e de junção não conectadas a transformadores.

É importante que ao final do processo, tanto as variáveis de controle como as dependentes (injeção de potência reativa dos geradores e os limites de tensões nas barras de carga) satisfaçam aos limites de operacionais da rede elétrica.

A formulação matemática do problema está baseada nas equações do fluxo de carga. De acordo com a classificação das barras feita anteriormente, as restrições de operação da rede são linearizadas em torno do ponto de operação. A partir da submatriz L do fluxo de carga Newton ($\frac{\partial Q}{\partial V}$) são feitas algumas modificações para que os efeitos das variações de carga reativa e variações de taps de transformadores sejam incorporados na matriz de restrições, dando origem à *Matriz Jacobiana Modificada* (J'').

Utilizando-se do modelo incremental, a minimização da perda ativa P_{loss} é obtida pela minimização de ΔP_{loss} , que é o incremento de potência ativa injetada na barra de referência, nas equações linearizadas que descrevem o sistema. Os ajustes incrementais dos taps dos transformadores e dos elementos de compensação *shunt* (capacitores e/ou reatores) são encontrados de forma implícita, uma vez que se relacionam com a variação de tensão através de J'' .

Neste modelo, as tensões nas barras de cargas não estão representadas em função das tensões nas barras de geração, o que propicia a vantagem de não haver a necessidade de inversão de matrizes no decorrer do processo iterativo. Embora ocorra um aumento na quantidade de variáveis do problema, tem-se uma redução na quantidade de restrições no problema de otimização, embora não signifique maiores dificuldades em processo de otimização por PL.

2.1 Transformador com Tap Variável

O transformador com tap variável exerce uma importância fundamental no controle da potência reativa nos sistemas de transmissão de energia elétrica, uma vez que um ajuste do tap repercute em alterações nas tensões nodais das barras conectadas aos seus terminais e, portanto, determinam mudanças no balanço das injeções de potência reativa nesses nós. Daí a importância em se ter uma perfeita compreensão da representação elétrica de um transformador. O equivalente π [29] trata-se de uma modelagem bastante didática e de fácil compreensão, o qual é detalhado a seguir.

2.1.1 Representação do Transformador

Há quatro opções de modelo elétrico para o transformador em-fase, conforme figura 2.1. Como cada uma dessas possibilidades implica em alterações no conjunto de equações do problema, é fundamental a escolha de uma dessas opções antes da formulação matemática do problema FPO. Neste trabalho, o desenvolvimento do algoritmo para otimização da potência reativa está baseada no modelo 1.

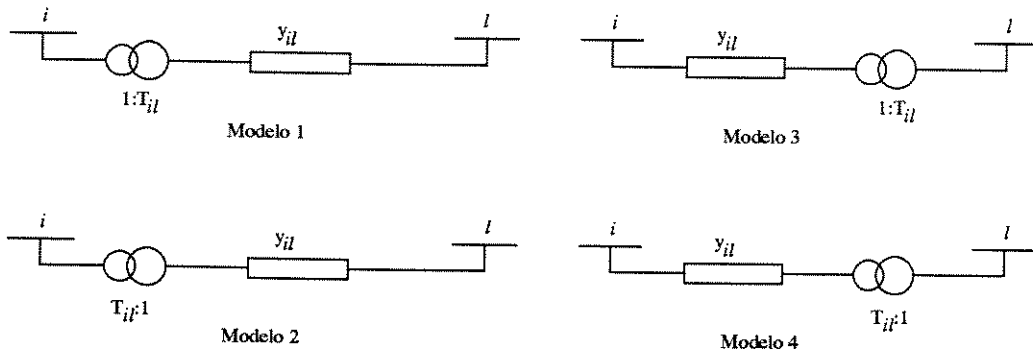


Figura 2.1: Opções de modelo elétrico para transformador

2.1.2 Equivalente π

Na figura 2.2 tem-se o modelo 1 para transformador em-fase.

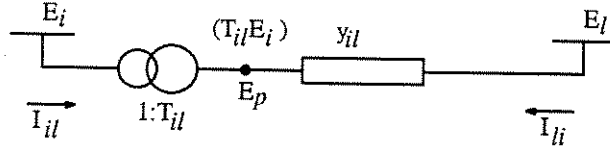


Figura 2.2: Modelo 1

As relações das magnitudes de tensão e corrente complexas dos nós i e p são dadas por:

$$\begin{aligned} \frac{E_i}{E_p} &= T_{il} \\ \frac{I_{il}}{I_{li}} &= -T_{il} \end{aligned} \quad (2.1)$$

As equações do fluxo de corrente, considerando-se as relações (2.1), podem ser expressas da seguinte maneira:

$$I_{il} = -T_{il}y_{il}(E_l - E_p) = (T_{il}^2y_{il})E_i + (-T_{il}y_{il})E_l \quad (2.2)$$

$$I_{li} = y_{il}(E_l - E_p) = (-T_{il}y_{il})E_i + (y_{il})E_l \quad (2.3)$$

Já é conhecido que o transformador em-fase pode ser representado por um circuito equivalente π (figura 2.3).

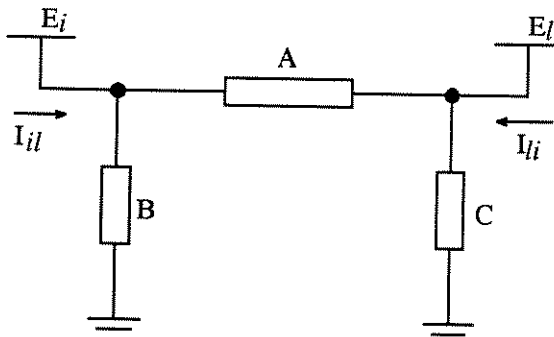


Figura 2.3: Representação π do Modelo 1

A determinação dos elementos A , B e C ocorre pela identificação das equações (2.2) e (2.3) com as correspondentes correntes do equivalente π dadas por:

$$I_{il} = (A + B)E_i + (-A)E_l \quad (2.4)$$

$$I_{li} = (-A)E_i + (A + C)E_l \quad (2.5)$$

Tem-se então:

$$\begin{aligned} A &= T_{il}y_{il} \\ B &= T_{il}(T_{il} - 1)y_{il} \\ C &= (1 - T_{il})y_{il} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Este tipo de representação proporciona uma adequada compreensão da forma como os ajustes dos taps dos transformadores influenciam nos fluxos de potência reativa e também como funcionam na regulação de tensão nos seus terminais. Quando T_{il} é unitário, as admitâncias B e C são nulas e o circuito é reduzido à admitância série y_{il} . Alterando-se a relação para um valor $T_{il} > 1$, B terá um sinal contrário a y_{il} e, portanto, será do tipo capacitivo, enquanto C será do tipo indutivo; há uma tendência em aumentar E_i e reduzir E_l . Ao contrário, fazendo $T_{il} < 1$, B será indutivo enquanto C apresentará um comportamento capacitivo; percebe-se uma tendência em diminuir E_i e aumentar E_l . Se uma das barras terminais tiver tensão regulada ou estiver eletricamente próxima a uma barra desse tipo, somente a outra sofrerá os efeitos das alterações no ajuste do tap. Nestes casos, ou seja, quando uma das tensões terminais é rígida, tudo se passa como se o transformador se apoiasse em um de seus terminais para elevar ou diminuir a magnitude da tensão do terminal oposto.

2.1.3 Cálculo de Injeções

O cálculo das injeções de reativos, nas barras conectadas aos terminais dos transformadores, fornece subsídios importantes para uma perfeita compreensão da influência dos transformadores como agentes de controle do perfil de tensão. As injeções das potências aparentes nas barras i e l estão representadas na figura 2.4 por S_{it} e S_{lt} , respectivamente.

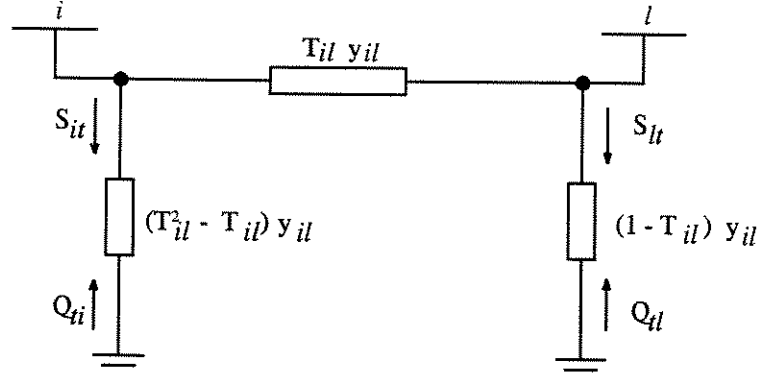


Figura 2.4: Representação das injeções de reativos

Dado que:

$$\begin{aligned}\bar{S}_{it} &= P_{it} + jQ_{it} = \bar{E}_i \bar{I}_i^* = \bar{E}_i [\bar{E}_i (T_{il}^2 - T_{il}) y_{il}]^* \\ \bar{S}_{lt} &= P_{lt} + jQ_{lt} = \bar{E}_l \bar{I}_l^* = \bar{E}_l [\bar{E}_l (1 - T_{il}) y_{il}]^*\end{aligned}$$

Como $y_{il} = g_{il} + jb_{il}$, as equações acima são reescritas da seguinte maneira:

$$\bar{S}_{it} = E_i^2 (T_{il}^2 - T_{il}) g_{il} - j E_i^2 (T_{il}^2 - T_{il}) b_{il} \quad (2.7)$$

$$\bar{S}_{lt} = E_l^2 (1 - T_{il}) g_{il} - j E_l^2 (1 - T_{il}) b_{il} \quad (2.8)$$

Isolando a parte imaginária que corresponde ao termo referente à componente da injeção reativa:

$$Q_{it} = -b_{il} V_i^2 (T_{il}^2 - T_{il}) \quad (2.9)$$

$$Q_{lt} = -b_{il} V_l^2 (1 - T_{il}) \quad (2.10)$$

Sendo $\mathcal{F}$ uma função das variáveis $\mathbf{u}$ e $\mathbf{x}$, sua diferenciação em relação a essas variáveis é expressa na forma:

$$\Delta \mathcal{F} = \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathbf{x}} \Delta \mathbf{x} + \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathbf{u}} \Delta \mathbf{u} \quad (2.11)$$

Portanto, a variação incremental das componentes reativas em função da variação do tap do transformador e das tensões nodais pode ser representada

pelas seguintes expressões:

$$\Delta Q_{it} = \frac{\partial Q_{it}}{\partial V_i} \Delta V_i + \frac{\partial Q_{it}}{\partial T_{il}} \Delta T_{il} \quad (2.12)$$

$$\Delta Q_{lt} = \frac{\partial Q_{lt}}{\partial V_l} \Delta V_l + \frac{\partial Q_{lt}}{\partial T_{il}} \Delta T_{il} \quad (2.13)$$

É facilmente visto na figura 2.4 que:

$$\Delta Q_{ti} = -\Delta Q_{it}$$

$$\Delta Q_{tl} = -\Delta Q_{lt}$$

Então, através da diferenciação das equações (2.9) e (2.10), chega-se à expressão incremental das componentes reativas do transformador.

$$\Delta Q_{ti} = 2b_{il}V_i(T_{il}^2 - T_{il})\Delta V_i + b_{il}V_i^2(2T_{il} - 1)\Delta T_{il} \quad (2.14)$$

$$\Delta Q_{tl} = 2b_{il}V_l(1 - T_{il})\Delta V_l - b_{il}V_l^2\Delta T_{il} \quad (2.15)$$

A incorporação da variação dos taps na matriz de sensibilidade utiliza muitos dos conceitos que foram aqui apresentados.

2.2 Modelo da Carga Reativa Variável com a Tensão

A partir do momento em que as perdas são minimizadas através do controle da distribuição de reativos, ocorrem mudanças no perfil de tensão e nas potências reativas recebidas pelas cargas. O efeito da variação da tensão na carga reativa depende do tipo de carga. Portanto, há a necessidade de representá-las da maneira mais próxima do seu comportamento real.

Uma possível representação é:

$$Q_l = Q_{ls} \left(\frac{V}{V_s} \right)^q \quad (2.16)$$

onde os valores iniciais da carga reativa e da tensão são dados por Q_{ls} e V_s , respectivamente, e o índice q refere-se ao tipo de carga que está sendo alimentada:

$$q = \begin{cases} 0 & \text{carga de potência constante} \\ 1 & \text{carga de corrente constante} \\ 2 & \text{carga de impedância constante} \end{cases}$$

Finalmente, chega-se à expressão que define a variação incremental da carga reativa em relação à variação da tensão.

$$\Delta Q_l = \frac{\partial Q_l}{\partial V} \Delta V = \frac{q Q_{ls}}{V_s} \left(\frac{V}{V_s} \right)^{q-1} \Delta V \quad (2.17)$$

2.3 Problema de Otimização

Otimizar, sob o ponto de vista matemático, significa dispor do melhor resultado possível sob determinadas circunstâncias ou, de uma maneira genérica, pode-se definir otimização como a minimização de esforços para atingir os objetivos, ou como a maximização dos benefícios desejados. Em situações reais, esses esforços ou benefícios podem ser tratados como funções de certas variáveis de decisão, tendo-se, portanto, que otimização é o processo de encontrar as condições que dão o valor máximo ou o mínimo de uma função.

Um problema genérico de otimização é formulado da seguinte maneira:

$$\text{Determinar } \bar{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \text{ que minimize (maximize) } f(\bar{\mathbf{x}}) \text{ sujeito às restrições:}$$

$$\begin{aligned} g_i(\bar{\mathbf{x}}) &\leq 0 & i = 1, 2, \dots, m \\ l_j(\bar{\mathbf{x}}) &= 0 & j = 1, 2, \dots, p \end{aligned}$$

onde $\bar{\mathbf{x}}$ é um vetor n -dimensional chamado vetor de decisão; $f(\bar{\mathbf{x}})$ é uma função objetivo e $g_i(\bar{\mathbf{x}})$ e $l_j(\bar{\mathbf{x}})$ representam os limites operacionais do problema. Não há necessariamente uma relação entre o número de restrições p

e o número de variáveis de decisão n . Em muitos problemas, p pode ser zero e tais problemas são chamados de irrestritos.

- **Vetor de decisão $\bar{x}$:**

Todo e qualquer componente ou sistemas de engenharia são descritos por um conjunto de parâmetros. Alguns deles são tratados como variáveis durante o processo de decisão. Normalmente, certos parâmetros são fixos e por isso são ditos pré-determinados. Os demais são tratados como variáveis no processo de decisão e são ditos *variáveis de decisão* ou *variáveis de projeto*.

- **Restrições de decisão:**

Na maioria dos problemas reais, as variáveis de decisão **não** podem ser escolhidas arbitrariamente, devendo satisfazer certas exigências específicas e funcionais. As restrições que devem ser satisfeitas a fim de produzir uma decisão aceitável, são ditas coletivamente restrições de decisão. As restrições tem a finalidade de representar limitações sobre o comportamento do sistema e as limitações físicas sobre as variáveis de decisão.

- **Função objetivo $f(\bar{x})$**

Os procedimentos de decisão convencionais procuram encontrar uma decisão aceitável ou adequada, que meramente satisfaz as necessidades funcionais e outras quaisquer do problema. Em geral, haverá mais do que uma decisão aceitável e o processo de otimização consiste em escolher a melhor dentro do conjunto de variáveis de decisão aceitáveis disponíveis. Um critério em relação ao qual a decisão é otimizada, quando expresso como uma função das variáveis de decisão, é conhecido como *função objetivo*. A escolha da função objetivo trata-se de uma das etapas mais importantes no processo global de decisão.

2.3.1 Problema de Programação Linear

Programação Linear (PL) é um método de otimização aplicável à solução de problemas nos quais a função objetivo e as restrições aparecem como funções lineares das variáveis de decisão [30]. As equações, num problema de PL, podem ser escritas na forma de igualdades ou desigualdades. Uma forma de se representar matematicamente um problema qualquer de PL é a forma matricial:

$$\text{Min} \quad f(\bar{x}) = \bar{c}^t \bar{x}$$

sujeito a:

$$\begin{array}{ccc} \bar{b}^{inf} & \leq & \mathbf{A} \bar{x} \leq \bar{b}^{sup} \\ \bar{x}^{inf} & \leq & \bar{x} \leq \bar{x}^{sup} \end{array}$$

onde

- $\bar{c}$ e $\bar{b}$ são vetores constantes, conhecidos, com dimensões n ;
- $\mathbf{A}$ é a matriz de restrições ($m \times n$);
- $\bar{x}$ é o vetor com n variáveis de decisão.

Neste caso as restrições envolvidas no problema de PL são dos seguintes tipos:

1. Limites superior e inferior sobre as variáveis de decisão;
2. Relações lineares entre as variáveis expressas como desigualdades ou igualdades.

Essas restrições delimitam uma *Região Viável* no $\mathbb{R}^n$, o espaço euclidiano n -dimensional, no qual as coordenadas são as variáveis x . O problema de PL é determinar o ponto dentro da região viável, ou seja, os valores das variáveis que minimizem (ou maximizem) a função objetivo.

Dispondo da ferramenta matemática para a resolução do problema de otimização, aplicá-la a problemas de sistemas de potência, como por exemplo no problema de planejamento e/ou operação de reativos, exige o desenvolvimento de modelos capazes de representar o comportamento de uma rede

elétrica. O processo visa encontrar ajustes ótimos ajustes nas variáveis de controle (variáveis de decisão) para se atingir a melhor condição de um determinado objetivo. Obviamente, respeitando-se as restrições impostas pelo sistema elétrico.

Um problema de otimização cujo objetivo é a redução de perdas ativas, através da redistribuição da potência reativa, pode ser expresso da seguinte forma:

$$\text{Min} \quad \Delta P_{loss} = \bar{\mathbf{c}}^t \Delta \bar{\mathbf{V}}$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{\mathbf{Q}}^{min} &\leq \Delta \mathbf{Q} \leq \Delta \bar{\mathbf{Q}}^{max} \\ \Delta \bar{\mathbf{V}}^{min} &\leq \Delta \bar{\mathbf{V}} \leq \Delta \bar{\mathbf{V}}^{max} \end{aligned}$$

onde $\Delta Q = J'' \Delta \bar{V}$.

A função é objetivo representada pela variação incremental das perdas ativas. Os limites na variação da potência reativa e na tensão correspondem às restrições do sistema elétrico.

A seguir são apresentados os componentes que formam o problema de programação linear, modelado de forma incremental para um problema de planejamento/operação de reativos, cuja função objetivo são as perdas dos sistemas.

2.3.2 Função Objetivo

A perda ativa em um sistema elétrico trata-se de uma função não-linear, tendo como variáveis a tensão e os ângulos nodais. Podendo ser calculada pela seguinte expressão:

$$P_{loss} = \sum_{k=1}^{nls} G_k (V_i^2 + V_l^2 - 2V_i V_l \cos(\delta_i - \delta_l))$$

onde

G_k é a condutância da linha entre as barras i e l ;
 δ_j é o ângulo da tensão nodal numa barra j e
 nls é o número de linhas de transmissão da rede.

Tem-se que para funções $\mathcal{F}(x)$ não-lineares, pequenas alterações em suas variáveis podem ser aproximadas por:

$$\Delta \mathcal{F}(x) \approx \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial x} \Delta x$$

Aplicando esse conceito para a função de perdas chega-se a:

$$\Delta P_{loss} \approx \frac{\partial P_{loss}}{\partial \bar{V}} \Delta \bar{V}$$

Para obter cada um dos elementos do vetor que representa uma sensibilidade da variação das perdas totais na transmissão em relação às tensões nodais de todos os ramos da rede, inicialmente calculam-se as derivadas parciais:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{loss}}{\partial V_i} &= G_K [2V_i - 2V_l \cos(\delta_i - \delta_l)] \\ \frac{\partial P_{loss}}{\partial V_l} &= G_K [2V_l - 2V_i \cos(\delta_i - \delta_l)] \end{aligned}$$

Acumulando-se as derivadas aos seus respectivos nós, obtém-se a sensibilidade da variação da perda ativa em relação às variações das tensões nodais. Portanto, tem-se os componentes da função objetivo do problema de minimização de perdas ativas:

$$\Delta P_{loss} = \left[\frac{\partial P_{loss}}{\partial V_1} \frac{\partial P_{loss}}{\partial V_2} \cdots \frac{\partial P_{loss}}{\partial V_{nb}} \right] \begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_{nb} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Uma outra maneira de se encontrar esse vetor seria obter a variação das perdas na barra *slack* em relação à variação na tensão, uma vez que apenas essa barra sofre alteração na potência real.

2.3.3 Restrições de Operação da Rede Elétrica

Neste item apresenta-se a formação da matriz de restrição com a inclusão do efeito das variações da injeção reativa e das variações dos taps dos transformadores. Trata-se da principal etapa desta proposta, na qual se obtém uma matriz de sensibilidade que relaciona as variações das tensões nodais com as variações nas injeções de potência reativa.

1. Matriz J

Esta sensibilidade é bastante utilizada em análises de sistemas de potência e corresponde à submatriz L do fluxo de carga Newton [29], seu processo de obtenção não requer muito esforço computacional.

Tem-se que a injeção de potência reativa é expressa por:

$$Q_i = \sum_{l=1}^{nbv} V_i V_l Y_{il} \sin(\delta_i - \delta_l - \theta_{il}) \quad (2.19)$$

onde

- Y_{il} → magnitude do elemento da posição il da matriz admitância Y ;
- θ_{il} → ângulo de fase do elemento da posição il da matriz admitância Y e
- nbv → conjunto das barras vizinhas.

Derivando a equação (2.19) em relação à variação de tensão, chega-se à regra de formação dos elementos da sensibilidade J :

$$J_{il} = \frac{\partial Q_i}{\partial V_l} = V_i Y_{il} \cos(\delta_i - \delta_l - \theta_{il}) \quad (2.20)$$

$$J_{ii} = \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} = \sum_{l=1}^{nbv} V_l Y_{il} \cos(\delta_i - \delta_l - \theta_{il}) \quad (2.21)$$

2. Inclusão do Efeito da Variação da Injeção Reativa

• Balanço de Potência

Conforme dito anteriormente, os fluxos de potência reativa em redes elétricas sofrem variações devido a alterações nos ajustes dos taps nos transformadores e nas fontes de reativos. Isto é facilmente constatado ao se calcular as injeções líquidas de potência através de um exemplo simples: balanço de carga reativa para uma barra que esteja conectada a um dos terminais de um transformador com tap variável e a uma fonte de reativos.

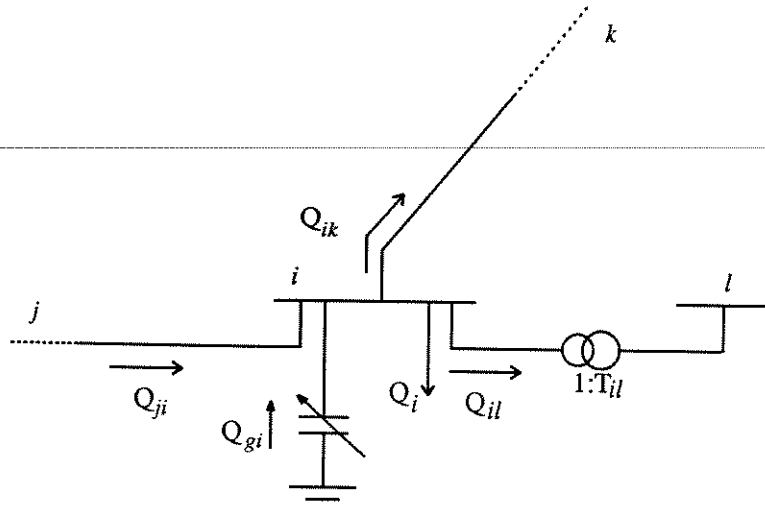


Figura 2.5: Balanço de Potência Reativa

Para a barra i (figura 2.5) tem-se que:

$$Q_i + Q_{ik} - Q_{gi} - Q_{ji} + Q_{il} = 0 \quad (2.22)$$

Considerando que o transformador está modelado pelo equivalente π , nota-se que a injeção líquida de reativos pode ser expressa levando-se em conta a existência de uma componente reativa, devido o modelo do transformador adotado.

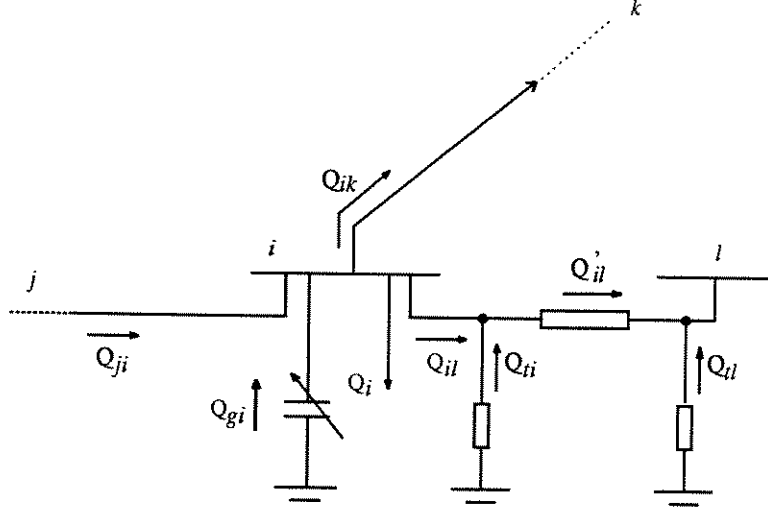


Figura 2.6: Balanço de Potência - Equivalente π

Da figura 2.6, tem-se que o fluxo de potência no ramo em que há um transformador, pode ser decomposto em duas componentes:

$$Q_{il} = Q'_{il} - Q_{ti} \quad (2.23)$$

Logo, $Q_{il} = Q'_{il} - Q_{ti}$ e portanto, a injeção líquida de reativos Q_i pode ser reescrita pelas seguintes expressões:

$$Q_i + Q_{ik} - Q_{gi} - Q_{ji} - Q'_{il} - Q_{ti} = 0 \quad (2.24)$$

agrupando-se os termos de forma conveniente:

$$Q_i = \underbrace{(Q_{gi} + Q_{ti})}_{Q_{G_i}} - \underbrace{(Q_{ik} + Q_{ji} - Q'_{ji})}_{Q_{D_i}} \quad (2.25)$$

Portanto, tem-se:

$$Q_i = Q_{G_i} - Q_{D_i} \quad (2.26)$$

A componente Q_G está relacionada com os meios de geração de reativos ou a parte da controlável da potência reativa, podendo ser decomposta em:

1. Componente de injeção do equivalente do transformador Q_{ti} ;
2. Componente de injeção das fontes de geração de reativos Q_{gi} .

A componente Q_D refere-se às demandas. Conforme visto, tem um comportamento distinto para cada tipo de carga.

• Modelo Incremental

Apresentada sob um modelo incremental [17], a equação (2.26) é expressa por:

$$\Delta Q_G = \Delta Q + \Delta Q_D \quad (2.27)$$

É conhecida das equações de fluxo de carga, metodologia Newton-Raphson, uma sensibilidade que relaciona as variações das injeções de reativos com as variações das magnitudes das tensões:

$$\Delta Q = J \Delta V \quad (2.28)$$

Sendo $\Delta Q_D = \frac{Q_{ds}}{V_s} \left(\frac{V}{V_s}\right)^{q-1} \Delta V$ (ver seção 2.2) tem-se:

$$\begin{aligned} \Delta Q_G &= J \Delta V + q \frac{Q_{ds}}{V_s} \left(\frac{V}{V_s}\right)^{q-1} \Delta V \\ &= \underbrace{\left(J + q \frac{Q_{ds}}{V_s} \left(\frac{V}{V_s}\right)^{q-1} \right)}_{J'} \Delta V \end{aligned} \quad (2.29)$$

Finalmente, chega-se à seguinte regra de formação dos elementos de J' :

$$J'_{ii} = J_{ii} + q_i Q_{lis} \left(\frac{V}{V_{is}} \right)^{q_i-1}$$

$$J'_{il} = J_{il} \quad i, j = 1, \dots, nb, \quad i \neq j$$

3. Inclusão do Efeito da Variação dos Taps dos Transformadores

Para a incorporação das variações dos ajustes nos taps na matriz de restrição de operação, é necessário relacionar essas alterações às variações incrementais das tensões nodais. Para tanto, algumas considerações devem ser feitas, sobretudo no que diz respeito à presença de fontes de reativos ligadas aos terminais dos transformadores.

Considere a situação onde ocorre a presença de fonte(s) de reativos em apenas um dos terminais do transformador com tap variável (figura 2.7).

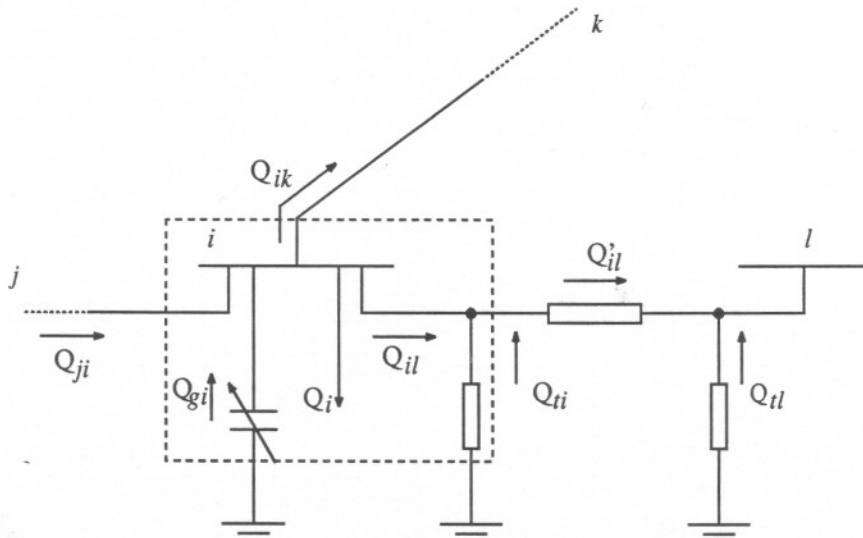


Figura 2.7: Balanço de Potência Reativa na Barra i

Como anteriormente apresentado, a parte controlável da geração de reativos é decomposta em duas componentes, uma devida a fontes de reativos propriamente ditas (geradores e fontes chaveáveis de reativos) e outra devida a

injeções provenientes dos transformadores. Portanto, para uma barra k qualquer, o modelo incremental da variação da geração é resumida da seguinte maneira:

$$\Delta Q_{G_k} = \Delta Q_{gk} + \Delta Q_{tk} \quad (2.30)$$

Voltando à figura 2.7 e fazendo as devidas associações com as equações (2.29) e (2.30), tem-se que o incremento na potência reativa devido apenas às fontes de reativos na barra i (ΔQ_{gi}) pode também ser expresso da seguinte maneira:

$$\Delta Q_{gi} = J' \Delta V - \Delta Q_{ti} \quad (2.31)$$

Por outro lado isolando a barra l (figura 2.8):

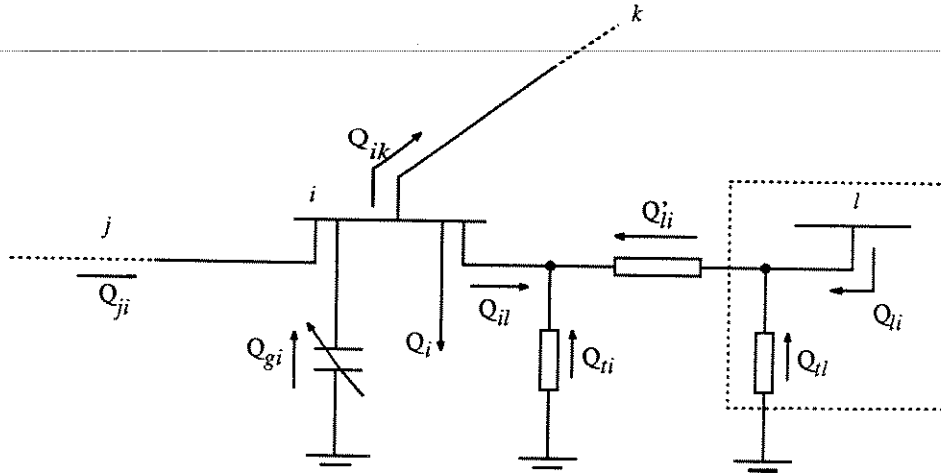


Figura 2.8: Balanço de Geração Reativa na Barra l

Realizando um balanço da variação de potência reativa apenas na componente de geração controlável (figura 2.8), verifica-se uma influência apenas das injeções dos transformadores, logo:

$$\Delta Q_{G_l} = \Delta Q_{tl} \quad (2.32)$$

Ou então, após algumas associações com as equações (2.29) e (2.32), obtém-se que:

$$\Delta Q_{tl} = J' \Delta V \quad (2.33)$$

O sistema de equações da variação incremental das fontes de reativos é resumido por:

$$\Delta Q_{Gi} = \Delta Q_{gi} + \Delta Q_{ti} = [J'_{i1} \dots J'_{inb}] \Delta \bar{V} \quad (2.34)$$

$$\Delta Q_{G_l} = \Delta Q_{tl} = [J'_{l1} \dots J'_{lnb}] \Delta \bar{V} \quad (2.35)$$

Destas equações, obtém-se que:

$$\Delta Q_{gi} = [J'_{i1} \dots J'_{inb}] \Delta \bar{V} - \Delta Q_{ti} = [J''_{i1} \dots J''_{inb}] \Delta \bar{V} \quad (2.36)$$

$$\Delta Q_{tl} = [J'_{l1} \dots J'_{lnb}] \Delta \bar{V} = [J''_{l1} \dots J''_{lnb}] \Delta \bar{V} \quad (2.37)$$

Portanto J'' representa a sensibilidade $\frac{\partial Q}{\partial V}$ com o inclusão dos efeitos da variação da injeção reativa e da variação do tap do transformador. A seguir são apresentados os passos para a obtenção dos elementos.

Inicialmente reescreve-se as equações (2.14) e (2.15), da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \Delta Q_{ti} &= 2b_{il}V_i(T_{il}^2 - T_{il})\Delta V_i + 2b_{il}\frac{V_i^2}{V_l}(2T_{il} - 1) \\ &\quad (1 - T_{il})\Delta V_l - \frac{V_i^2}{V_l^2}(2T_{il} - 1)\Delta Q_{tl} \end{aligned} \quad (2.38)$$

$$\Delta T_{il} = \frac{1}{b_{il}V_l^2}(2b_{il}V_l(1 - T_{il})\Delta V_l - \Delta Q_{tl}) \quad (2.39)$$

Substituindo-se (2.38) em (2.36):

$$\begin{aligned} \Delta Q_{gi} &= [J'_{i1} \dots J'_{inb}] \Delta \bar{V} - 2b_{il}V_i(T_{il}^2 - T_{il})\Delta V_i + \\ &\quad + 2b_{il}\frac{V_i^2}{V_l}(2T_{il} - 1)(1 - T_{il})\Delta V_l - \\ &\quad - \frac{V_i^2}{V_l^2}(2T_{il} - 1)\Delta Q_{tl} \end{aligned} \quad (2.40)$$

Em seguida (2.35) em (2.40) , chega-se a seguinte expressão:

$$\begin{aligned}\Delta Q_{gi} = & [J'_{i1} \dots J'_{inb}] \Delta \bar{V} - 2b_{il} V_i (T_{il}^2 - T_{il}) \Delta V_i + \\ & + 2b_{il} \frac{V_i^2}{V_l} (2T_{il} - 1) (1 - T_{il}) \Delta V_l - \\ & - \frac{V_i^2}{V_l^2} (2T_{il} - 1) [J'_{i1} \dots J'_{inb}] \Delta \bar{V}\end{aligned}\quad (2.41)$$

Associando cada elemento à sua posição correspondente na equação (2.41) chega-se à regra de formação dos elementos da *Matriz Jacobiana Modificada* J'' :

Regra de formação de J''_i

$$\begin{aligned}J''_{ii} &= J'_{ii} - 2b_{il} V_i (T_{il}^2 - T_{il}) + \frac{V_i^2}{V_l^2} (2T_{il} - 1) J'_{li} \\ J''_{il} &= J'_{il} - 2b_{il} \frac{V_i^2}{V_l} (2T_{il} - 1) (1 - T_{il}) + \frac{V_i^2}{V_l^2} (2T_{il} - 1) J'_{ll} \\ J''_{ik} &= J'_{ik} + \frac{V_i^2}{V_l^2} (2T_{il} - 1) J'_{lk} \quad k = 1, \dots, nb; \quad k \neq i, l\end{aligned}$$

Procedimento análogo pode ser realizado se a fonte de reativos estiver conectada ao terminal l .

Regra de formação de J''_l

$$\begin{aligned}J''_{ll} &= J'_{ll} - 2b_{il} V_l (1 - T_{il}) + \frac{V_l^2}{V_i^2 (2T_{il} - 1)} J'_{il} \\ J''_{li} &= J'_{li} - 2b_{il} \frac{V_l^2}{V_i} \left(\frac{T_{il}^2 - T_{il}}{2T_{il} - 1} \right) + \frac{V_l^2}{V_i^2 (2T_{il} - 1)} J'_{ii} \\ J''_{lk} &= J'_{lk} + \frac{V_l^2}{V_i^2 (2T_{il} - 1)} J'_{ik} \quad k = 1, \dots, nb; \quad k \neq i, l\end{aligned}$$

- **Limites das Restrições**

Os limites das equações de restrição são classificados de acordo com o tipo das barras. A seguir, os possíveis casos são analisados separadamente.

- **Barras com fontes de reativos não conectadas a transformadores**

Este grupo está relacionado com as barras que tenham de alguma forma fontes de reativos (geradores ou banco de capacitores/reatores). A obtenção dos limites de variação de reativos para o modelo incremental é simples, bastando apenas aplicar os conceitos de variação incremental.

$$\begin{cases} \Delta Q_{gi}^{max} &= Q_{gi}^{max} - Q_i^{op} \\ \Delta Q_{gi}^{min} &= Q_{gi}^{min} - Q_i^{op} \end{cases} \quad (2.42)$$

Os valores de Q_{gi}^{max} e Q_{gi}^{min} são fornecidos.

- **Barras sem fonte de reativos conectadas aos terminais do transformador com tap variável**

Neste caso, o tratamento deve ser um pouco diferente e merece um maior detalhamento. É necessário distinguir se os incrementos em potência reativa são devidos às variações nas injeções de reativos ou devidos às variações em taps de transformadores. Levando-se em conta que o valor do tap é muito próximo de 1 e que os elementos de $\Delta \bar{V}$ podem ser desprezados, os limites da equação (2.15) são simplificados por:

$$\begin{cases} \Delta Q_{tl}^{max} &= -b_{il} V_l^2 (\Delta T_{il}^{max}) \\ \Delta Q_{tl}^{min} &= -b_{il} V_l^2 (\Delta T_{il}^{min}) \end{cases} \quad (2.43)$$

Seguindo o mesmo raciocínio para a equação (2.14) :

$$\begin{cases} \Delta Q_{ti}^{max} &= b_{il} V_i^2 (2T_{il} - 1) (\Delta T_{il}^{min}) \\ \Delta Q_{ti}^{min} &= b_{il} V_i^2 (2T_{il} - 1) (\Delta T_{il}^{max}) \end{cases} \quad (2.44)$$

Os limites da variação do tap são dados por:

$$\begin{aligned}\Delta T^{max} &= T^{max} - T^{op} \longrightarrow \min(\Delta T^{max}, \Delta T_{step}) \\ \Delta T^{min} &= T^{min} - T^{op} \longrightarrow \max(\Delta T^{min}, -\Delta T_{step})\end{aligned}\quad (2.45)$$

A importância dos *steps* nessa modelagem é discutida posteriormente. É nesta etapa que se limita a variação dos taps dos transformadores.

- **Barras com fontes de reativos com conexão com transformadores**

Já para as fontes de reativos tem tratamento semelhante para as barras com apenas fontes de reativos.

Tem-se que (equação 2.36):

$$\Delta Q_{gi} = J' \Delta V - \Delta Q_{ti}$$

Conforme demonstrado, $J' \Delta V = \Delta Q_{Gi} = \Delta Q_{gi} + \Delta Q_{ti}$ e dessa forma os limites em ΔQ_{gi} refletirão apenas a variação incremental da componente referente as fontes de reativos. Sua variação para uma barra genérica k é apresentada da seguinte forma:

$$\begin{cases} \Delta Q_{gk}^{max} = Q_{gk}^{max} - Q_{gk}^{op} \longrightarrow \min(\Delta Q_{gk}^{max}, \Delta Q_{step}) \\ \Delta Q_{gk}^{min} = Q_{gk}^{min} - Q_{gk}^{op} \longrightarrow \max(\Delta Q_{gk}^{min}, -\Delta Q_{step}) \end{cases} \quad (2.46)$$

- **Barras de Carga e de Junção sem Conexão com Transformadores**

A existência desses tipos de barras determinará o surgimento de restrições de igualdade na formulação do PL, tendo em vista não haver nenhuma variação na potência ativa para essas barras.

- **Limites da Variação de Tensão**

A restrição de operação da tensão está limitada conforme os conceitos de limites incrementais.

$$\begin{cases} \Delta V^{max} = V^{max} - V^{op} \longrightarrow \min(\Delta V_i^{max}, \Delta V_{step}) \\ \Delta V^{min} = V^{min} - V^{op} \longrightarrow \max(\Delta V^{min}, -\Delta V_{step}) \end{cases} \quad (2.47)$$

Capítulo 3

Algoritmo

A adoção de modelos linearizados para solucionar problemas com um comportamento não-linear merece cuidados especiais, tendo em vista que essas soluções linearizadas são válidas apenas para as regiões nas vizinhanças em torno do ponto de operação. A monitoração dos incrementos das variáveis de controle nos problemas de otimização trata-se de uma eficiente estratégia para que essas regiões sejam respeitadas.

Graficamente (figura 3.1) percebe-se o porquê de se estabelecer limites para as regiões em que as aproximações lineares são válidas, pois a solução linearizada (segmento de reta) somente aproxima-se à resposta não-linear (segmento de curva) dentro de uma faixa bastante restrita, denominada *Região de Boa Linearização*.

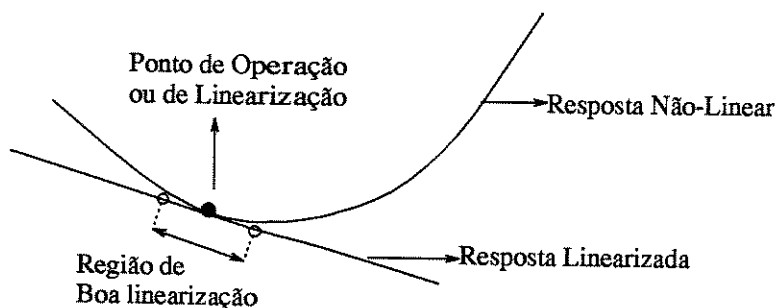


Figura 3.1: Resposta Linearizada vs Resposta Não-Linear

Portanto, a monitoração dos incrementos das variáveis de controle é fundamental para problemas não-lineares resolvidos por meio das técnicas da programação linear, pois além de assegurar um estado de operação dentro da faixa aceitável, influencia no caminho a ser percorrido em busca da solução ideal, evitando alguns problemas de oscilação numérica (*zig-zag*).

Transportando alguns desses conceitos para uma representação gráfica e genérica da solução iterativa em um processo de otimização de um problema não-linear via *PL Incremental*, tem-se a curva como sendo a função objetivo e os segmentos de reta são as soluções linearizadas em torno de pontos de operação (figura 3.2). A cada iteração resolve-se um PL cuja solução resulta em novos ajustes nas variáveis de controle, obtendo-se um novo estado de operação em torno do qual as equações não-lineares serão novamente linearizadas, a menos que objetivo tenha sido atingido.

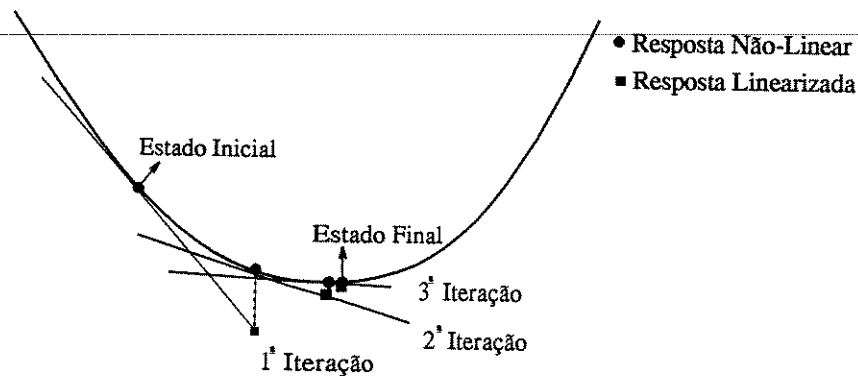


Figura 3.2: Representação Gráfica da PL Incremental para Funções Não-lineares

Não deve ser esquecido que na solução de um problema de não-linear por técnicas de PL, as equações envolvidas no processo são linearizadas em torno de um ponto de operação. Portanto, a solução final não se encontra muito distante do estado inicial, isto devido as próprias propriedades dos problemas não-convexos. Diante disso, conclui-se: quanto mais próximo da solução final estiver o ponto inicial de linearização, maior é a probabilidade de se obter boas propriedades de convergência.

Um perfeita interação entre a solução do problema não-linear e a solução linearizada ocorrerá quando a diferença entre ambas for desprezível ou tolerável. Ocorre que para as variáveis dependentes, sobre as quais não é exercido qualquer controle, pode acontecer que a diferença entre o resultado aproximado e o não-linear não possa ser considerada desprezível. Uma alternativa para se corrigir eventuais distorções é determinar o ponto de operação corrente com os novos ajustes das variáveis de controle, via formulação não-linear.

Isto impedirá que o erro se propague e comprometa os resultados. Trata-se, portanto, de uma maneira segura de interagir com as respostas, apesar de exigir um maior esforço computacional. Mas, se existir confiabilidade na solução aproximada, pode-se eliminar a execução de um processo não-linear em cada iteração do processo de solução.

Neste trabalho optou-se por explorar ao máximo as aproximações lineares para todas as variáveis do problema, inclusive para as variáveis dependentes. Trata-se de uma tentativa de se reduzir o esforço computacional e procurar alternativas para tratar problemas complexos com metodologias menos sofisticadas.

3.1 Algoritmo de PL Incremental Aplicado à Minimização de Perdas

O objetivo do problema é minimizar as perdas ativas respeitando simultaneamente os limites sobre as variáveis de controle (taps dos transformadores, tensões terminais nos geradores e as potência reativas das fontes chaveáveis ou controláveis) e as restrições de operação das redes elétricas (limites nas tensões nodais e nas potências reativas dos geradores).

Resultados apresentados em [8] mostram que as sensibilidades das perdas com relação as variáveis de controle não varia linearmente nas faixas dos limites referentes aos taps dos transformadores e as tensões nas barras de gerações. Portanto, as linearizações para as equações de perdas têm sua validade restrita em torno de pequenas faixas desse ponto de linearização e não sobre os limites dessas variáveis. Ou seja, pode acontecer que os limites

incrementais para algumas variáveis estejam folgados para tratar problemas não-lineares por técnicas lineares. Faz-se necessários restringir esses limites incrementais em uma faixa em torno do ponto de operação, em que sensibilidades lineares das perdas em relação as variáveis de controle seja válidas.

Sendo este problema não-linear solucionado por um modelo linearizado, necessita-se de um algoritmo de solução iterativa. A adaptação do problema elétrico ao problema de programação linear foi descrita no capítulo anterior. Com a resolução da PL, determina-se os incrementos necessários para os novos ajustes para as variáveis de controle, tendo-se a cada iteração um novo ponto de operação para o sistema. O processo iterativo continua até não ser possível obter uma alteração considerável na perda ativa.

3.2 Descrição Detalhada

1º Passo: Despacho de Potência Ativa

O despacho de potência ativa normalmente está relacionado a objetivos econômicos vinculados à disponibilidade de geração. Também não está totalmente desacoplado do despacho reativo, exercendo influência sobre o fluxo de potência reativa.

Neste trabalho, considera-se que o despacho de potência ativa deve ser tratado anteriormente ao algoritmo de planejamento de reativos. Portanto, o despacho ativo, resultado de um fluxo de carga, é a primeira etapa deste processo. Deseja-se, dessa forma, manter os ângulos das tensões nodais constantes, em cada iteração do processo de otimização, com os incrementos de potência ativa (ΔP) nulos em todas as barras do sistema, exceto para a barra de referência (*slack*).

2º Passo: Formulação da PL

Cada estado de operação corresponde a um novo conjunto de equações, sendo necessário atualizar os parâmetros que compõem a PL.

Matrizes de Restrição

Os elementos da matriz de restrição são obtidos conforme descrito no capítulo anterior. Envolve três etapas:

- Formação da Matriz J ;
- Inclusão do efeito da Carga (matriz J');
- Adição do efeito da variação do tap do transformador (matriz J'').

Limites de Operação

Neste passo determina-se os limites (máximos e mínimos) para os incrementos nas variáveis de controle. Esses limites estão sujeitos a serem restritos pelos *steps*, que tem o poder de delimitar suas variações.

O uso de *steps*, delimitando os incrementos das variáveis de controle (ΔV_{step} , ΔQ_{step} , ΔT_{step}), tem demonstrado ser eficaz. Contudo, suas especificações requerem cuidados especiais, pois, por exemplo, valores de *steps* muito pequenos podem levar a um grande número de iterações para a convergência do processo iterativo ou até "travar" o processo de solução do problema. No caso desses *steps* serem grandes, podem comprometer a qualidade dos resultados ou surgirem problemas de oscilação numérica, conhecidos como *zig-zag*. Uma alternativa, então, é relaxar os limites, ou seja, adotar *steps* maiores para poucas iterações (uma ou duas) e logo em seguida voltar aos valores normais para as subseqüentes. Em situações em que o ponto de operação esteja distante da solução ótima, também é aconselhável que haja uma relaxação temporária sobre as variáveis de estado.

Os limites incrementais das variáveis controladas são redefinidos da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \max(\Delta Q^{min}, -\Delta Q_{step}) &\leq \Delta Q \leq \min(\Delta Q^{max}, \Delta Q_{step}) \\ \max(\Delta T^{min}, -\Delta T_{step}) &\leq \Delta T \leq \min(\Delta T^{max}, \Delta T_{step}) \\ \max(\Delta V^{min}, -\Delta V_{step}) &\leq \Delta V \leq \min(\Delta V^{max}, \Delta V_{step}) \end{aligned}$$

Função Objetivo

Os coeficientes da função objetivo devem ser calculados com base no estado de operação, definido na equação (2.18).

3º Passo: Resolução da PL

Optou-se pela utilização do *MINOS* (versão 5.4) [26], um pacote computacional de otimização reconhecidamente de grande portabilidade e sobretudo confiabilidade na precisão de seus resultados.

O método utilizado pelo *MINOS* para se resolver problemas de programação linear é o *Simplex Primal*, entretanto diferentes metodologias de resolução de PL poderiam ser utilizadas sem nenhum comprometimento aos resultados.

4º Passo: Calcular os Incrementos das Variáveis do Problema

O resultado da PL fornece os incrementos nas tensões em todas as barras do sistema. Os incrementos das injeções das fontes chaveáveis de reativos (ΔQ_g) e dos taps de transformadores (ΔT_{it}) são calculados implicitamente, conforme equacionamento descrito no capítulo anterior (eqs. 2.36 e 2.38).

Portanto, para as barras com tensão controlada, a atualização das tensões terminais de seus geradores é dada por:

$$V^{atual} = V^{ant} + \Delta V \quad (3.1)$$

Os incrementos dos reativos, para as barras que dispõem de fontes controláveis, são obtidos diretamente do resultado $\Delta \bar{Q} = J'' \Delta \bar{V}$, sendo então atualizados da seguinte maneira:

$$Q_g^{atual} = Q_g^{ant} + \Delta Q_g \quad (3.2)$$

Com relação aos ajustes dos taps dos transformadores ΔT_{il} , tem-se a partir do produto $\Delta \bar{Q} = J'' \Delta \bar{V}$ as variações de reativos que refletem as alterações nos taps dos transformadores (ΔQ_{il}), nas barras terminais que não dispõem de fontes de reativos. Dado que os incrementos dos ajustes dos taps estão relacionados com ΔQ_{il} e com os incrementos de tensão pela equação (2.15), então calculam-se os valores de ΔT_{il} e os novos ajustes de taps dos transformadores pela seguinte expressão:

$$T_{il}^{atual} = T_{il}^{ant} + \Delta T_{il} \quad (3.3)$$

Nesse algoritmo, as tensões nas barras PQ estão sendo atualizadas com o mesmo procedimento adotado para atualizar as tensões nas barras de geração, uma vez que os incrementos de tensão para essas barras também é resultado da PL.

Apesar da relação $Q-V$ ser muito mais forte que $Q-\theta$, existe a necessidade de haver uma correção de ângulos nodais, tendo em vista que os problemas não estão totalmente desacoplados. Então, a alternativa adotada é o cálculo das variações de ângulo ($\Delta \theta$) associadas às variações de tensão (ΔV).

Da formulação do fluxo de carga Newton tem-se uma relação das variações de potência ativa com as variações das magnitudes e dos ângulos das tensões nodais:

$$\Delta P = H \Delta \theta + N \Delta V$$

Com a prévia condição que as injeções de potência ativa sejam constantes durante todo o processo, este fato implicará em incrementos de potência ativa (ΔP) nulos, exceto na barra de referência, que por sua vez também não sofre correção de ângulo. Dessa forma, as variações de ângulos são calculadas por:

$$\Delta\theta = -H^{-1}N\Delta V \quad (3.4)$$

onde H e N são submatrizes da matriz Jacobiana.

Encontrou-se, portanto, uma maneira de corrigir (“melhorar”) os valores dos ângulos das tensões nodais, sem necessidade de execução de um novo fluxo de carga ao final de cada iteração do processo. Os novos valores dos ângulos são dados por:

$$\theta^{atual} = \theta^{ant} + \Delta\theta \quad (3.5)$$

5º Passo: Conferir se o novo Estado de Operação e das Variáveis Respeita os Limites de Operação

Com a finalidade de dar um maior garantia aos resultados, certifica-se que nenhuma variável de controle está fora dos limites. Caso ocorra esse problema a solução adotada é voltar ao 2º passo do algoritmo, reduzindo os tamanhos dos *steps* das variáveis de controle. Caso contrário, obtém-se as perdas ativas utilizando o estado linearizado, e segue-se adiante.

6º Passo: Teste de Convergência

Considera-se o processo convergido quando a diferença nos valores das perdas do sistema entre duas iterações subseqüentes for inferior a determinado ϵ . Enquanto não ocorrer a convergência, retorna-se ao passo 2 considerando-se o estado atual como o novo ponto de operação.

A convergência do processo também pode ser verificada pela diferença na geração ativas da barra *slack* entre duas iterações consecutivas. Por certo trata-se da mesma coisa, pois nesta barra são acumuladas todas as perdas no sistema.

7º Passo: Obtenção do Estado Final

Como foi adotado um modelo linearizado durante todo processo iterativo, é possível, e muito provável, que ocorram algumas distorções entre a resposta linear e a não-linear. Portanto, a execução de um fluxo de carga AC, ao fim do processo iterativo, funciona como um atenuador das distorções consequentes das linearizações.

Na figura 3.3 é apresentado, em forma de fluxograma, o algoritmo de planejamento/operação de reativos que foi apresentado em detalhes.

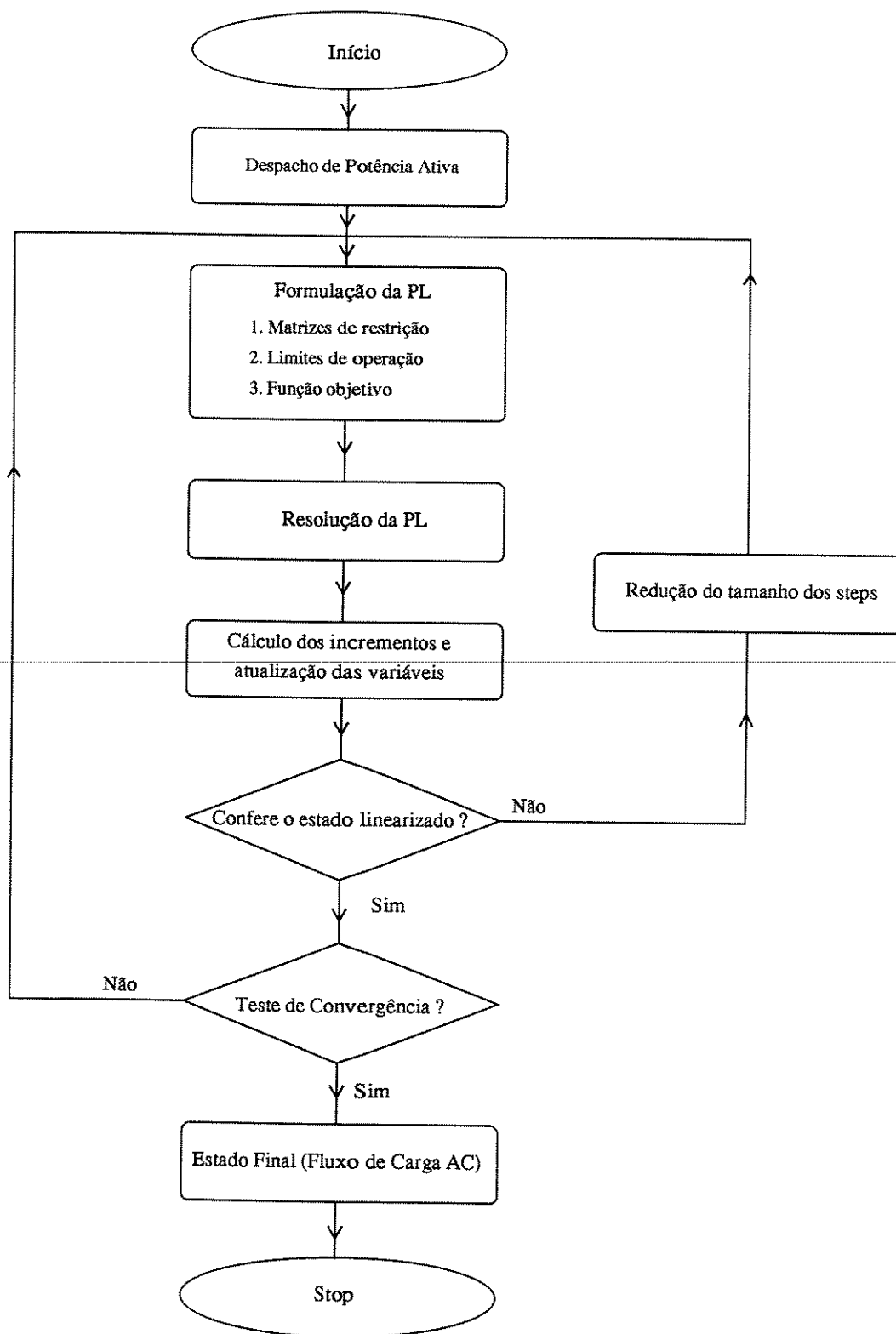


Figura 3.3: Fluxograma do Algoritmo de Planejamento de Reativos

3.3 Caso Exemplo

A metodologia apresentada é aplicada à rede teste IEEE-6BUS [17], cujos dados de barra, limites sobre as variáveis de controle e dados de ramos estão disponíveis nas tabelas 3.1 e 3.2, respectivamente. Através dessa rede é demonstrado cada passo do algoritmo.

Inicialmente é preciso determinar alguns parâmetros que são fundamentais para o bom andamento do processo. A escolha do modelo do transformador é imprescindível e neste exemplo optou-se pelo modelo 1 (ver seção 2.1), se bem que qualquer uma das quatro opções pode ser utilizada sem nenhum problema, desde que se conserve a coerência na formatação dos dados da rede. O parâmetro q , conforme visto anteriormente, está relacionado ao modelo de carga reativa e também deve ser previamente determinado, sendo que a opção foi considerar as cargas reativas como potência constante. Os *steps* das variáveis de controle podem ser considerados os parâmetros mais importantes, pois trata-se de um mecanismo ou artifício para o monitoramento do “tamanho” de suas variações. É sabido que influenciam decisivamente no número de iterações como também podem comprometer a factibilidade do problema de otimização. Os “tamanhos” dos *steps* adotados são:

Incrementos de tensão	0,025 pu
Incrementos das fontes de reativos	0,150 pu
Taps dos transformadores	5% T_{il}^{atual}

Note que o ΔT_{step} é alterado em cada iteração sendo atualizado de acordo com o ajuste corrente, isto se deve ao fato por que em certas situações é importante nos cálculos da componente de reativos devido ao transformadore. Tanto para a precisão do fluxo de carga como para a tolerância do FPO tem a precisão fixou-se 10^{-4} pu.

As barras do tipo PQ marcadas com * (tabela 3.1) foram escolhidas para a alocação de bancos de capacitores/reatores, cujas capacidades máximas e mínimas estão indicadas nos limites de geração.

Tabela 3.1: Dados de Barras e Limites de Geração

Barra n°	Tipo	Tensão (pu)	Geração				Carga	
			P (MW)	Q (MVar)	MVar Mín.	MVar Máx.	P (MW)	Q (MVar)
1	$V\theta$	1,05	50,10		-20,00	100,00	50,00	5,00
2	PV	1,10			-20,00	100,00		
3	PQ*				0,00	5,50		
4	PQ*				0,00	5,00		
5	PQ						30,00	18,00
6	PQ						55,00	13,00

Tabela 3.2: Dados das Linhas

Ramo n°	Barra		Impedância		Transformador		
	NI	NF	R(pu)	X(pu)	Tap	Mín.	Máx.
1	1	4	0,080	0,370			
2	1	3	0,123	0,518			
3	2	6	0,723	1,050			
4	2	5	0,282	0,640			
5	3	5	0,000	0,300	0,9756	0,9091	1,1111
6	4	3	0,097	0,407	0,9091	0,9091	1,1111
7	4	6	0,000	0,133			

1º Passo: Despacho Ativo

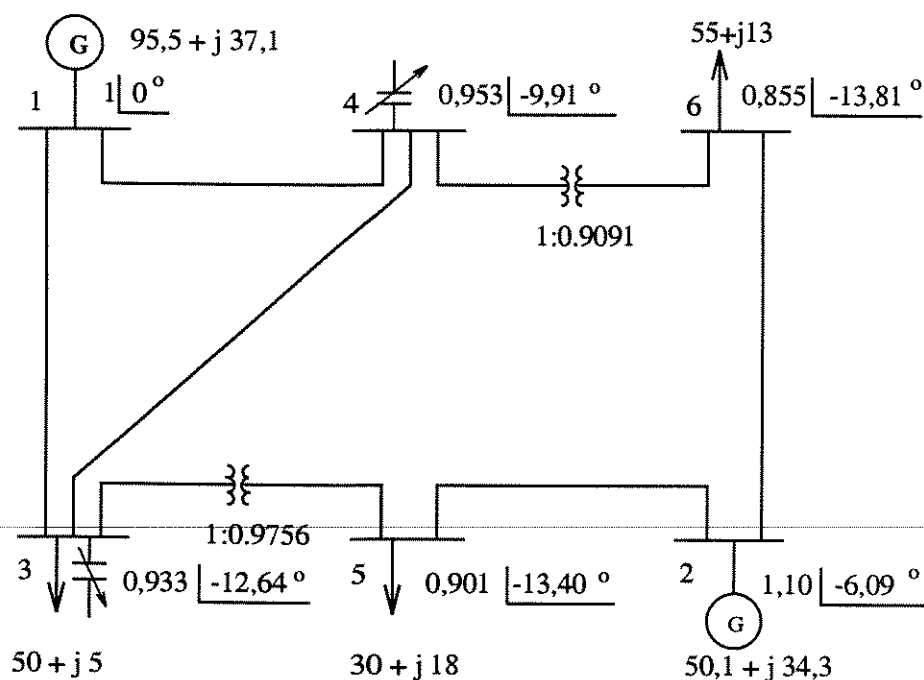


Figura 3.4: Estado Inicial de Rede IEEE-6BUS

A figura 3.4 representa a configuração do sistema e contém o estado inicial ou primeiro ponto de linearização. Observa-se que o módulo da tensão da barra 6 (0,855 pu) está violando o limite inferior e a perda ativa inicial é de 11,619 MW. No quadro abaixo está resumido o ponto atual de operação da rede elétrica, sendo que os valores negativos nas colunas referentes às injeções líquidas correspondem a cargas.

Barra	Tensão (pu)	Ângulo (graus)	Injeção Líquida	
			P(MW)	Q(MVar)
1	1,050	0,00°	96,52	38,12
2	1,100	-6,09°	50,10	34,78
3	0,933	-12,64°	-50,00	-5,00
4	0,953	-9,91°	0,00	0,00
5	0,901	-13,40°	-30,00	-18,00
6	0,855	-13,81°	-55,00	-13,00

1ª ITERAÇÃO

2º Passo: Formação da PL

Matriz de Restrição

A obtenção da matriz de restrição envolve três etapas (J, J', J'') cujos processos de formação foram apresentados no item 2.3.3.

1. Matriz J

$$\begin{bmatrix} 4,9930 & 0,0000 & -1,9720 & -2,7715 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 2,4662 & 0,0000 & 0,0000 & -1,5083 & -0,7700 \\ -1,5754 & 0,0000 & 6,7819 & -2,1425 & -3,0344 & 0,0000 \\ -2,3312 & 0,0000 & -2,2372 & 10,5932 & 0,0000 & -6,4959 \\ 0,0000 & -1,1031 & -2,9293 & 0,0000 & 3,9818 & 0,0000 \\ 0,0000 & -0,4964 & 0,0000 & -5,8318 & 0,0000 & 6,8303 \end{bmatrix}$$

2. Matriz J'

Considerando-se as cargas reativas do tipo potência constante, o índice q é igual a 0 (zero); dessa forma a matriz J' não apresenta alteração em relação à matriz J .

3. Matriz J''

Esta matriz incorpora as sensibilidades tanto das variações das cargas reativas, bem como dos ajustes dos taps de transformadores com relação à variação de tensão. Observa-se que ocorrem mudanças significativas tanto em simetria como em estrutura.

$$\begin{bmatrix} 4,9930 & 0,0000 & -1,9720 & -2,7715 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 2,4662 & 0,0000 & 0,0000 & -1,5083 & -0,7700 \\ -1,5754 & -1,1259 & 3,6440 & -2,1425 & 1,1792 & 0,0000 \\ -2,3312 & -0,5039 & -2,2372 & 3,4894 & 0,0000 & 1,6245 \\ 0,0000 & -1,1031 & -2,9293 & 0,0000 & 3,9818 & 0,0000 \\ 0,0000 & -0,4964 & 0,0000 & -5,8318 & 0,0000 & 6,8303 \end{bmatrix}$$

Limites Operacionais

1. Taps de Transformadores

A equação 2.45 é aplicada para obtenção dos limites incrementais para as variações dos taps dos transformadores. No quadro a seguir tem-se como se comportam os incrementais dos taps dos transformadores, com e sem a influência dos *steps*.

Ramo	T_{il}^{atual}	ΔT_{step} 5% T_{il}^{atual}	ΔT^{min}		ΔT^{max}	
			s/step	c/step	s/step	c/step
3 - 5	0,9756	0,0488	-0,0665	-0,0488	0,1355	0,0488
4 - 6	0,9091	0,0455	0,0000	0,0000	0,2020	0,0455

2. Reativos

De acordo com a classificação das barras em relação à disponibilidade de reativos, tem-se:

- Barras com fontes de reativos sem conexão com transformadores.

Com o auxílio da equação (2.42), tem-se os limites incrementais para as barras nesta situação, com e sem *steps*.

Barra	Tipo	Q_g^{atual} (pu)	ΔQ_{step} (pu)	ΔQ^{min}		ΔQ^{max}	
				s/step	c/step	s/step	c/step
1	V θ	0,3812	0,1500	-0,5812	-0,1500	0,6188	0,1500
2	PV	0,3478	0,1500	-0,5478	-0,1500	0,6522	0,1500

- Barras com fontes de reativos conectadas a terminais dos transformadores.

Trata-se de um conjunto de barras disponíveis para a alocação de potência reativa que também são terminais de transformadores. Quando foi a apresentada a regra de formação dos elementos de J'' (ver item

2.3.3), fica evidente que os limites incrementais de reativos para essas barras estão associados apenas às variações da geração (eq. 2.46). Dessa forma tem-se:

Barra	Tipo	Q_g^{atual} (pu)	ΔQ_{step} (pu)	ΔQ^{min}		ΔQ^{max}	
				s/step	c/step	s/step	c/step
3	PQ	0,0000	0,1500	0,0000	0,0000	0,0550	0,0550
4	PQ	0,0000	0,1500	0,0000	0,0000	0,0500	0,0500

- Barras sem fontes de reativos conectadas a transformadores

Constata-se que a variação incremental de reativos para esse grupo de barras está relacionada com as alterações dos ajustes dos taps. Os limites são calculados de acordo com as equações (2.43) e (2.44):

Barra	Tipo	ΔQ_{step} (pu)	ΔQ^{min}		ΔQ^{max}	
			s/step	c/step	s/step	c/step
5	PQ	0,1500	-0,1320	-0,1320	0,1320	0,1320
6	PQ	0,1500	0,0000	0,0000	0,2499	0,1500

3. Magnitude das Tensões

Os limites de tensão são calculados de acordo com a equação (2.47):

Barra	V^{atual}	ΔV_{step}	ΔV^{min}		ΔV^{max}	
			s/step	c/step	s/step	c/step
1	1,050	0,075	0,000	0,000	0,050	0,050
2	1,100	0,075	0,000	0,000	0,050	0,050
3	0,933	0,075	-0,033	-0,033	0,064	0,067
4	0,953	0,075	-0,053	-0,053	0,047	0,047
5	0,901	0,075	-0,002	-0,002	0,095	0,075
6	0,855	0,075	0,045	0,045	0,145	0,075

Função Objetivo

Os coeficientes da função objetivo foram calculados de acordo com a equação (2.18). Os valores estão no quadro a seguir:

Barra	Coeficiente	Valor
1	C[1]	0,2456
2	C[2]	0,4628
3	C[3]	-0,0996
4	C[4]	-0,0686
5	C[5]	-0,2193
6	C[6]	-0,2090

Observações:

- i. Na primeira iteração, quando o valor do *step* de tensão é triplicado, por motivos já expostos, fica bastante evidente a importância desta estratégia, evitando-se possíveis infactibilidades no problema de otimização propriamente dito. Neste exemplo, caso permanecesse com o *step* de 0,025 pu na tensão, surgiria uma incoerência nos limites incrementais para a barra 6.

$$\begin{aligned}\Delta V_6^{min} &= 0,9000 - 0,855 &&= 0,045 \text{ pu} \\ &= \max(0,045; 0,025) &&= 0,045 \text{ pu} \\ \Delta V_6^{max} &= 1,0000 - 0,855 &&= 0,145 \text{ pu} \\ &= \min(0,145; 0,025) &&= 0,025 \text{ pu}\end{aligned}$$

Trata-se de uma inconsistência ter $\Delta V_6^{max} < \Delta V_6^{min}$. Ao se fazer uso de *steps* maiores de tensão, para a primeira iteração, não se corre o risco de estar diante dessa contradição.

- ii. O valor do ΔQ , para as barras 3 e 4, está relacionado com as fontes controláveis de potência reativa.
- iii. O valor de ΔQ , para as barras 5 e 6, refere-se exclusivamente às alterações nos fluxos reativos devido às variações nos taps dos transformadores.

3º Passo: Resolução da PL

Uma vez formulado o problema de PL é obtida uma solução para os incrementos de tensão ΔV , tornando possível o cálculo dos ajustes para as demais variáveis de controle. O resultado desta iteração é:

Resultado da PL	
ΔV_1	= 0,0500 pu
ΔV_2	= 0,0500 pu
ΔV_3	= 0,0558 pu
ΔV_4	= 0,0474 pu
ΔV_5	= 0,0750 pu
ΔV_6	= 0,0661 pu

4º Passo: Cálculo dos Incrementos e Atualização das Variáveis do Problema

Variáveis de Controle

1. Magnitudes das tensões nos geradores

Os incrementos de tensão são obtidos diretamente da solução do PL. A atualização dos valores é feito de acordo com a expressão (eq. 3.1). Então, para as barras de geração tem-se:

$$\begin{aligned} V_1^{atual} &= V_1^{ant} + \Delta V_1 = 1,050 + 0,0500 = 1,1000 \text{ pu} \\ V_2^{atual} &= V_2^{ant} + \Delta V_2 = 1,100 + 0,0500 = 1,1500 \text{ pu} \end{aligned}$$

2. Ajustes dos taps

Solucionado o PL e calculado $\Delta \bar{Q} = J'' \Delta \bar{V}$, calculam-se os valores dos incrementos dos taps pela seguinte expressão:

$$\Delta T_{il} = \frac{1}{b_{il}V_l^2}(2b_{il}V_l(1 - T_{il})\Delta V_l - \Delta Q_{il})$$

Então, tem-se:

$$\begin{aligned}\Delta T_{35} &= \frac{1}{(-3,333)(0,901)^2}[2(-3,333)0,901(1 - 0,9756) - 0,0800] \\ &= -0,0173 \\ \Delta T_{46} &= \frac{1}{(-7,518)(0,855)^2}[2(-7,518)0,901(1 - 0,9091) - 0,1500] \\ &= 0,0186\end{aligned}$$

Em seguida, faz-se as correções nos ajustes do taps utilizando a equação (3.3), então:

$$\begin{aligned}T_{35}^{atual} &= T_{35}^{ant} + \Delta T_{35} = 0,9756 + 0,0337 = 1,0093 \\ T_{46}^{atual} &= T_{46}^{ant} + \Delta T_{46} = 0,9091 + 0,0413 = 0,9504\end{aligned}$$

3. Fontes controláveis de reativos

Também do produto $\Delta \overline{Q} = J'' \Delta \overline{V}$ obtém-se os incrementos de reativos para as fontes chaveáveis de reativos. Fazendo uso da equação (3.2) atualiza-se as injeções:

$$\begin{aligned}Q_{g3}^{atual} &= Q_{g3}^{ant} + \Delta Q_{g3} = 0,0000 + 0,0550 = 0,0550 \text{ pu} \\ Q_{g4}^{atual} &= Q_{g4}^{ant} + \Delta Q_{g4} = 0,0000 + 0,0064 = 0,0064 \text{ pu}\end{aligned}$$

Nas barras PQ que não dispõem de fontes de reativos, os valores das potências reativas não sofrem modificações nas injeções de reativos.

Variáveis Dependentes

1. Magnitudes das tensões nas barras de carga

As tensões nas barras de carga são atualizadas pelos incrementos de tensão (ΔV) fornecidos pelo PL, sendo os novos valores obtidos da seguinte forma:

$$\begin{aligned} V_3^{atual} &= V_3^{ant} + \Delta V_3 = 0,933 + 0,056 = 0,989 \text{ pu} \\ V_4^{atual} &= V_4^{ant} + \Delta V_4 = 0,952 + 0,048 = 1,000 \text{ pu} \\ V_5^{atual} &= V_5^{ant} + \Delta V_5 = 0,901 + 0,075 = 0,976 \text{ pu} \\ V_6^{atual} &= V_6^{ant} + \Delta V_6 = 0,855 + 0,066 = 0,921 \text{ pu} \end{aligned}$$

2. Ângulos nodais

Com relação aos ângulos nodais, são calculados valores aproximados dos incrementos $\Delta\theta$ (eq.3.4) associados à variação de tensão ΔV , isso é possível por as injeções ativas serem constantes durante todo processo (exceto a barra *slack*). Então, os ângulos são atualizados conforme a equação (3.5):

$$\begin{aligned} \theta_1^{atual} &= \theta_1^{ant} + \Delta\theta_1 = 0,000^\circ + 0,000^\circ = 0,000^\circ \\ \theta_2^{atual} &= \theta_2^{ant} + \Delta\theta_2 = -6,095^\circ + 1,132^\circ = -4,963^\circ \\ \theta_3^{atual} &= \theta_3^{ant} + \Delta\theta_3 = -12,636^\circ + 1,415^\circ = -11,221^\circ \\ \theta_4^{atual} &= \theta_4^{ant} + \Delta\theta_4 = -9,912^\circ + 1,179^\circ = -8,732^\circ \\ \theta_5^{atual} &= \theta_5^{ant} + \Delta\theta_5 = -13,398^\circ + 1,592^\circ = -11,806^\circ \\ \theta_6^{atual} &= \theta_6^{ant} + \Delta\theta_6 = -13,815^\circ + 1,683^\circ = -12,132^\circ \end{aligned}$$

3. Reativos nas barras de geração

Para as barras do tipo PV e *slack* (barras de geração), o incremento em ΔQ representa uma variação de geração de reativos. Dessa forma, tem-se:

$$\begin{aligned} Q_{g1}^{atual} &= Q_{g1}^{ant} + \Delta Q_{g1} = 0,3812 + 0,0081 = 0,3893 \text{ pu} \\ Q_{g2}^{atual} &= Q_{g2}^{ant} + \Delta Q_{g2} = 0,3478 - 0,0471 = 0,3007 \text{ pu} \end{aligned}$$

5º Passo: Conferir se o novo estado tem todas as variáveis dentro dos limites

Após uma iteração completa, é obtido um novo estado do sistema. Caso não seja atingida a convergência, este ponto de operação servirá como ponto inicial para a iteração seguinte. É importante ressaltar que trata-se de uma solução **aproximada** e, portanto, passível de encontrar distorções, se comparada com a resposta obtida por métodos não-lineares.

6º Passo: Teste de Convergência

Tem-se que:

$$\begin{aligned} P_{loss}^{atual} &= 10,166 \text{ MW} \\ P_{loss}^{ant} &= 11,619 \text{ MW} \end{aligned}$$

O módulo da diferença

$$\| P_{loss}^{atual} - P_{loss}^{ant} \| = \| 10,166 - 11,619 \| = 1,453 \text{ MW}$$

Esse valor é maior que a tolerância (0,01 MW) para a convergência do processo iterativo, e portanto, mais uma iteração deve ocorrer.

2ª ITERAÇÃO

O ponto de linearização é dado pelo estado final da iteração anterior. Os *steps* das variáveis de controle não estão relaxados, pois espera-se que todos os limites estejam respeitados.

2º Passo: Formação da PL

• Matrizes de Restrições de Operação

As matrizes J , J' e J'' têm seus valores atualizados levando em consideração os novos valores das tensões, ângulos e taps.

1. Matrizes J e J'

$$\begin{bmatrix} 5,2078 & 0,0000 & -2,0647 & -2,9005 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 2,5189 & 0,0000 & 0,0000 & -1,5730 & -0,8010 \\ -1,6892 & 0,0000 & 7,4683 & -2,2733 & -3,3268 & 0,0000 \\ -2,4673 & 0,0000 & -2,3468 & 11,7908 & 0,0000 & -7,1335 \\ 0,0000 & -1,2007 & -3,2828 & 0,0000 & 4,3176 & 0,0000 \\ 0,0000 & -0,5394 & 0,0000 & -6,5720 & 0,0000 & 7,2374 \end{bmatrix}$$

2. Matriz J''

$$\begin{bmatrix} 5,2078 & 0,0000 & -2,0647 & -2,9005 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 2,5189 & 0,0000 & 0,0000 & -1,5730 & -0,8010 \\ -1,6892 & -1,2560 & 4,0960 & -2,2733 & 1,1265 & 0,0000 \\ -2,4673 & -0,5725 & -2,3468 & 4,1069 & 0,0000 & 1,2770 \\ 0,0000 & -1,2007 & -3,2828 & 0,0000 & 4,3176 & 0,0000 \\ 0,0000 & -0,5394 & 0,0000 & -6,5720 & 0,0000 & 7,2374 \end{bmatrix}$$

Limites Operacionais

1. Taps de transformadores

Ramo	Tap ^{atual}	ΔT_{step} 5% Tap ^{atual}	ΔT^{min}		ΔT^{max}	
			s/step	c/step	s/step	c/step
3 - 5	1,0093	0,0505	-0,1002	-0,0505	0,1018	0,0505
4 - 6	0,9504	0,0475	-0,0413	-0,0413	0,1607	0,0475

2. Reativos

- Barras com fontes de reativos sem conexão com transformadores.

Barra	Tipo	Q_g^{atual} (pu)	ΔQ_{step} (pu)	ΔQ^{min}		ΔQ^{max}	
				s/step	c/step	s/step	c/step
1	V θ	0,3312	0,1500	-0,5312	-0,0500	0,6688	0,0500
2	PV	0,2978	0,1500	-0,5978	-0,0500	0,7022	0,0500

- Barras com fontes de reativos conectadas a terminais dos transformadores.

Barra	Tipo	Q_g^{atual} (pu)	ΔQ_{step} (pu)	ΔQ^{min}		ΔQ^{max}	
				s/step	c/step	s/step	c/step
3	PQ	0,0550	0,1500	-0,0550	-0,0550	0,0000	0,0000
4	PQ	0,0064	0,1500	-0,0064	-0,0064	0,0436	0,0436

- Barras sem fontes de reativos conectadas a transformadores.

Barra	Tipo	ΔQ_{step} (pu)	ΔQ^{min}		ΔQ^{max}	
			s/step	c/step	s/step	c/step
5	PQ	0,1500	-0,1602	-0,1500	0,1602	0,1500
6	PQ	0,1500	-0,2638	-0,1500	0,3033	0,1500

3. Magnitudes das tensões

Barra	V^{atual}	ΔV_{step}	ΔV^{min}		ΔV^{max}	
			s/step	c/step	s/step	c/step
1	1,100	0,025	-0,050	-0,025	0,000	0,000
2	1,150	0,025	-0,050	-0,025	0,000	0,000
3	0,989	0,025	-0,089	-0,025	0,011	0,011
4	1,000	0,025	-0,100	-0,025	0,000	0,000
5	0,976	0,025	-0,076	-0,025	0,024	0,025
6	0,921	0,025	-0,213	-0,025	0,078	0,025

Função Objetivo

Barra	Coefficiente	Valor
1	C[1]	0,2374
2	C[2]	0,4187
3	C[3]	-0,0893
4	C[4]	-0,0841
5	C[5]	-0,1914
6	C[6]	-0,1955

3º Passo: Resolução da PL

Os incrementos de tensão são dados por:

Resultado da PL	
ΔV_1	= 0,0000 pu
ΔV_2	= 0,0000 pu
ΔV_3	= -0,0066 pu
ΔV_4	= 0,0000 pu
ΔV_5	= 0,0241 pu
ΔV_6	= 0,0207 pu

4º Passo: Cálculo dos Incrementos e Atualização das Variáveis do Problema

Variáveis de Controle

1. Magnitudes das tensões nos geradores

$$\begin{aligned} V_1^{atual} &= V_1^{ant} + \Delta V_1 = 1,1000 + 0,0000 = 1,1000 \text{ pu} \\ V_2^{atual} &= V_2^{ant} + \Delta V_2 = 1,1500 - 0,0000 = 1,1500 \text{ pu} \end{aligned}$$

2. Ajustes dos taps

Tem-se, que:

$$\begin{aligned}\Delta T_{35} &= \frac{1}{(-3,333)(0,976)^2} [2(-3,333)0,976(1 - 1,0093) - 0,126] \\ &= 0,0393 \\ \Delta T_{46} &= \frac{1}{(-7,518)(0,921)^2} [2(-7,518)0,921(1 - 0,9504) - 0,150] \\ &= 0,0257\end{aligned}$$

portanto:

$$\begin{aligned}T_{35}^{atual} &= T_{35}^{ant} + \Delta T_{35} = 1,0093 + 0,0393 = 1,0485 \\ T_{46}^{atual} &= T_{46}^{ant} + \Delta T_{46} = 0,9504 + 0,0257 = 0,9762\end{aligned}$$

3. Fontes controláveis de reativos

$$\begin{aligned}Qg_3^{atual} &= Qg_3^{ant} + \Delta Qg_3 = 0,0550 + 0,0000 = 0,0550 \text{ pu} \\ Qg_4^{atual} &= Qg_4^{ant} + \Delta Qg_4 = 0,0064 + 0,0421 = 0,0485 \text{ pu}\end{aligned}$$

Variáveis Dependentes

1. Magnitudess das tensões nas barras de carga

$$\begin{aligned}V_3^{atual} &= V_3^{ant} + \Delta V_3 = 0,989 + 0,007 = 0,982 \text{ pu} \\ V_4^{atual} &= V_4^{ant} + \Delta V_4 = 1,000 + 0,000 = 1,000 \text{ pu} \\ V_5^{atual} &= V_5^{ant} + \Delta V_5 = 0,976 + 0,024 = 1,000 \text{ pu} \\ V_6^{atual} &= V_6^{ant} + \Delta V_6 = 0,921 + 0,021 = 0,942 \text{ pu}\end{aligned}$$

2. Ângulos nodais

$$\begin{aligned}
\theta_1^{atual} &= \theta_1^{ant} + \Delta\theta_1 = 0,000^\circ + 0,000^\circ = 0,000^\circ \\
\theta_2^{atual} &= \theta_2^{ant} + \Delta\theta_2 = -4,963^\circ + 0,901^\circ = -3,572^\circ \\
\theta_3^{atual} &= \theta_3^{ant} + \Delta\theta_3 = -11,221^\circ + 0,662^\circ = -11,108^\circ \\
\theta_4^{atual} &= \theta_4^{ant} + \Delta\theta_4 = -8,732^\circ + 0,030^\circ = -8,702^\circ \\
\theta_5^{atual} &= \theta_5^{ant} + \Delta\theta_5 = -11,806^\circ + 0,190^\circ = -11,616^\circ \\
\theta_6^{atual} &= \theta_6^{ant} + \Delta\theta_6 = -12,132^\circ + 0,115^\circ = -12,017^\circ
\end{aligned}$$

3. Reativos nas barras de geração

$$\begin{aligned}
Q_{g1}^{atual} &= Q_{g1}^{ant} + \Delta Q_{g1} = 0,3893 + 0,0137 = 0,4030 \text{ pu} \\
Q_{g2}^{atual} &= Q_{g2}^{ant} + \Delta Q_{g2} = 0,3071 - 0,0546 = 0,2525 \text{ pu}
\end{aligned}$$

5º Passo: Conferir se o novo estado tem todas as variáveis dentro dos limites

Obtido o estado linearizado da rede elétrica, constata-se que todas as variáveis dependentes e independentes estão dentro dos limites. Em seguida, testa-se a convergência; caso ainda não tenha convergido, este ponto de operação servirá como estado inicial da próxima iteração.

6º Passo: Teste de Convergência

Tem-se que:

$$\begin{aligned}
P_{loss}^{atual} &= 9,617 \text{ MW} \\
P_{loss}^{ant} &= 10,166 \text{ MW}
\end{aligned}$$

O módulo da diferença $\| P_{loss}^{atual} - P_{loss}^{ant} \|$ é 0,549 MW. Sendo esse valor maior que a tolerância para a convergência do processo iterativo, uma nova iteração é iniciada.

Nas próximas iterações é apenas mostrado um quadro resumido do estado da rede e evolução das perdas, pois trata-se de um processo repetitivo.

3ª ITERAÇÃO

Barra	Tensão (pu)			Ângulo (graus)		
	V^{ant}	ΔV	V^{atual}	θ^{ant}	$\Delta \theta$	θ^{atual}
1	1,100	0,000	1,100	0,000°	0,000°	0,000°
2	1,150	0,000	1,150	-4,301°	0,240°	-4,060°
3	0,982	-0,002	0,980	-11,108°	0,036°	-11,072°
4	1,000	-0,004	0,996	-8,702°	0,020°	-8,682°
5	1,000	0,000	1,000	-11,616°	0,095°	-11,521°
6	0,942	0,016	0,958	-12,017°	0,047°	-11,970°

Taps			
Ramo	T_{il}^{ant}	ΔT	T_{il}^{atual}
3 → 5	1,0485	0,0024	1,0509
4 → 6	0,9762	0,0233	0,9995

Reativos nas Barras de Geração			
Barra	Q^{ant} (pu)	ΔQ (pu)	Q^{atual} (pu)
1	0,4030	0,0173	0,4203
2	0,2525	-0,0131	0,2394

Fontes Controláveis de Reativos			
Barra	Q^{ant} (pu)	ΔQ (pu)	Q^{atual} (pu)
3	0,0550	0,0000	0,0550
4	0,0485	0,0015	0,0500

Perda Ativas (P_{loss}^{atual})		9,247 MW
-------------------------------------	--	----------

Teste de convergência: $\| P_{loss}^{atual} - P_{loss}^{ant} \| = \| 9,472 - 9,617 \| = 0,146 MW$

4ª ITERAÇÃO

Barra	Tensão (pu)			Ângulo (graus)		
	V^{ant}	ΔV	V^{atual}	θ^{ant}	$\Delta \theta$	θ^{atual}
1	1,100	0,000	1,100	0,000°	0,000°	0,000°
2	1,150	0,000	1,150	-4,060°	0,247°	-8,813°
3	0,980	-0,002	0,978	-11,072°	0,040°	-11,033°
4	0,996	-0,003	0,993	-8,682°	0,011°	-8,670°
5	1,000	0,000	1,000	-11,521°	0,099°	-11,422°
6	0,958	0,017	0,975	-11,970°	0,043°	-11,927°

Taps			
Ramo	T_{il}^{ant}	ΔT	T_{il}^{atual}
3 → 5	1,0509	0,0017	1,0526
4 → 6	0,9995	0,0217	1,0212

Reativos nas Barras de Geração			
Barra	Q^{ant} (pu)	ΔQ (pu)	Q^{atual} (pu)
1	0,4204	0,0122	0,4326
2	0,2394	-0,0137	0,2257

Fontes Controláveis de Reativos			
Barra	Q^{ant} (pu)	ΔQ (pu)	Q^{atual} (pu)
3	0,0550	0,0000	0,0550
4	0,0500	0,0000	0,0500

Perda Ativas (P_{loss}^{atual})		9,323 MW
-------------------------------------	--	----------

Teste de convergência: $\| P_{loss}^{atual} - P_{loss}^{ant} \| = \| 9,323 - 9,461 \| = 0,141 MW$

5ª ITERAÇÃO

Barra	Tensão (pu)			Ângulo (graus)		
	V^{ant}	ΔV	V^{atual}	θ^{ant}	$\Delta \theta$	θ^{atual}
1	1,100	0,000	1,100	0,000°	0,000°	0,000°
2	1,150	0,000	1,150	-3,813°	0,258°	-3,554°
3	0,978	0,000	0,978	-11,033°	0,044°	-10,988°
4	0,993	-0,002	0,991	-8,670°	0,001°	-8,669°
5	1,000	0,000	1,000	-11,422°	0,106°	-11,316°
6	0,975	0,018	0,993	-11,927°	0,038°	-11,890°

Taps			
Ramo	T_{il}^{ant}	ΔT	T_{il}^{atual}
3 → 5	1,0526	0,0008	1,0534
4 → 6	1,0212	0,0202	1,0414

Reativos nas Barras de Geração			
Barra	Q^{ant} (pu)	ΔQ (pu)	Q^{atual} (pu)
1	0,4326	0,0059	0,4385
2	0,2257	-0,0146	0,2111

Fontes Chaveáveis de Reativos			
Barra	Q^{ant} (pu)	ΔQ (pu)	Q^{atual} (pu)
3	0,0550	0,0000	0,0550
4	0,0500	0,0000	0,0500

Perda Ativas (P_{loss}^{atual})		9,188 MW
-------------------------------------	--	----------

Teste de convergência: $\| P_{loss}^{atual} - P_{loss}^{ant} \| = \| 9,188 - 9,323 \| = 0,141 MW$

6ª ITERAÇÃO

Barra	Tensão (pu)			Ângulo (graus)		
	V^{ant}	ΔV	V^{atual}	θ^{ant}	$\Delta \theta$	θ^{atual}
1	1,100	0,000	1,100	0,000°	0,000°	0,000°
2	1,150	0,000	1,150	-3,554°	0,093°	-3,461°
3	0,978	0,000	0,978	-10,988°	0,017°	-10,971°
4	0,991	0,000	0,991	-8,669°	-0,002°	-8,672°
5	1,000	0,000	1,000	-11,316°	0,039°	-11,276°
6	0,993	0,007	1,000	-11,890°	0,012°	-11,877°

Taps			
Ramo	T_{il}^{ant}	ΔT	T_{il}^{atual}
3 → 5	1,0534	0,0000	1,0534
4 → 6	1,0414	0,0064	1,0478

Reativos nas Barras de Geração			
Barra	Q^{ant} (pu)	ΔQ (pu)	Q^{atual} (pu)
1	0,4385	0,0000	0,4385
2	0,2111	-0,0053	0,2057

Fontes Chaveáveis de Reativos			
Barra	Q^{ant} (pu)	ΔQ (pu)	Q^{atual} (pu)
3	0,0550	0,0000	0,0550
4	0,0500	0,0000	0,0500

Perda Ativas (P_{loss}^{atual})		9,138 MW
-------------------------------------	--	----------

Teste de convergência: $\| P_{loss}^{atual} - P_{loss}^{ant} \| = \| 9,188 - 9,138 \| = 0,050 \text{ MW}$

7ª ITERAÇÃO

Barra	Tensão (pu)			Ângulo (graus)		
	V^{ant}	ΔV	V^{atual}	θ^{ant}	$\Delta \theta$	θ^{atual}
1	1,100	0,000	1,100	0,000°	0,000°	0,000°
2	1,150	0,000	1,150	-3,461°	0,000°	-3,461°
3	0,978	0,000	0,978	-10,971°	0,000°	-10,971°
4	0,991	0,000	0,991	-8,762°	0,000°	-8,672°
5	1,000	0,000	1,000	-11,276°	0,000°	-11,276°
6	1,000	0,000	1,000	-11,877°	0,000°	-11,877°

Taps			
Ramo	T_{il}^{ant}	ΔT	T_{il}^{atual}
3 → 5	1,0534	0,0000	1,0534
4 → 6	1,0478	0,0000	1,0478

Reativos nas Barras de Geração			
Barra	Q^{ant} (pu)	ΔQ (pu)	Q^{atual} (pu)
1	0,4385	0,0000	0,4385
2	0,2057	0,0000	0,2057

Fontes Chaveáveis de Reativos			
Barra	Q^{ant} (pu)	ΔQ (pu)	Q^{atual} (pu)
3	0,0550	0,0000	0,0550
4	0,0500	0,0000	0,0500

Perda Ativas (P_{loss}^{atual})		9,138 MW
-------------------------------------	--	----------

Teste de convergência: $\| P_{loss}^{atual} - P_{loss}^{ant} \| = \| 9,138 - 9,137 \| = 0,001 MW$

7º Passo: Obtenção do Estado Final

Após a convergência do processo iterativo, executa-se um fluxo de carga AC com os novos ajustes de taps, tensão terminal dos geradores e injeções de potência das fontes controláveis de reativos; o resultado de um fluxo de carga determina o estado final de operação do sistema elétrico — trata-se de uma tentativa de eliminar alguns erros eventualmente acumulados no processo iterativo. Pelo fato de não se estar executando um fluxo de carga ao final de cada iteração é natural que ocorram erros, mesmo que pequenos, entre a resposta do modelo linearizado e a resposta do fluxo de carga. É interessante agir com um pouco de bom senso e relaxar os limites nas restrições das variáveis dependentes, desde que permaneçam em níveis aceitáveis.

3.4 Comentários

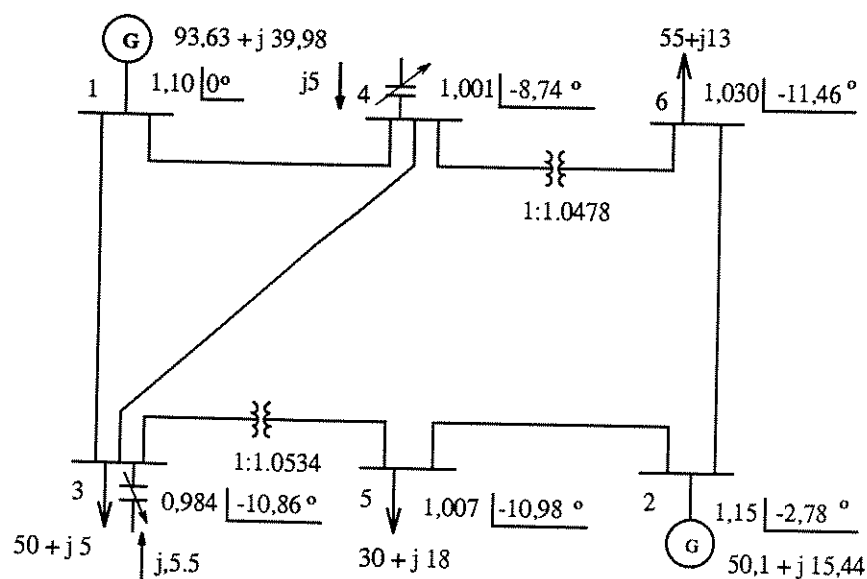


Figura 3.5: Estado Final da Rede IEEE-6BUS

A perda final do sistema resultou em 8,72 MW, apresentando portanto uma redução de cerca de 24,95% em relação ao ponto inicial. O estado final da rede é apresentado na figura 3.5.

Observa-se que a tensão na barra 6 está em 1,030 pu, um pouco acima do limite pré-estabelecido, mas nada preocupante se considerarmos que os limites não são absolutamente rígidos. A mesma observação também vale para as tensões nas barras PQ um pouco fora de seus limites. Em relação às variáveis de controle, a rede encontra-se operando dentro da faixa permitida. Constata-se também que com ajuste dos “tamanhos” das variações dos dispositivos de controle, durante o processo iterativo linearizado, não ocorrem oscilações numéricas.

Um outro fato que também merece algum comentário é a respeito da diferença entre o estado final linearizado e o estado final do fluxo de carga, ocorre que o fluxo de carga AC é usado para corrigir distorções conseqüentes das linearizações.

Capítulo 4

Proposta com Execução de Fluxo de Carga AC a cada Iteração de PL

A solução de problemas de sistemas de potência, através de algoritmos baseados em técnicas lineares, depende fundamentalmente das sensibilidades utilizadas, ou seja, quanto melhor a fidelidade do modelo linear à realidade, maiores são as possibilidades de se obter bons resultados. O problema de despacho ótimo de potência ativa, resolvido por abordagens lineares, representa o exemplo de uma boa aproximação, justamente porque as variações da potência ativa com as variações dos ângulos nodais têm um comportamento razoavelmente “suave”. No caso do problema de despacho de reativos, a situação é bastante diferente, pois as relações são mais sensíveis, no sentido de que a menor perturbação pode representar uma mudança radical no comportamento do problema.

A grande maioria das propostas para o problema de minimização de perdas por abordagens lineares [8, 10, 11, 19], após atualizar os ajustes das variáveis de controle, adota o procedimento de executar um fluxo de carga a cada iteração do processo iterativo, numa tentativa de atenuar ou evitar a propagação de erros das aproximações lineares. No capítulo 3 foi apresentada uma alteração na proposta inicial de Qiu & Shahidehpour [17] para o problema reativo, sendo que a idéia básica consiste em incorporar ao modelo, relações lineares para todas as variáveis do problema; inclusive para algumas

ainda não exploradas, como ângulos nodais, tensões nas barras PQ e injeções de reativos nas barras de geração. Tudo isso com o propósito explícito de evitar o esforço do cálculo de um fluxo de carga ao final de cada etapa do processo iterativo. É interessante relembrar que os *steps* para as variáveis do problema, propositadamente, permitem variações muito pequenas em relação ao ponto atual de operação. Dessa forma, independentemente de se executar ou não um fluxo de carga em cada iteração, o novo ponto de operação estará próximo do ponto anterior; como é desejável, não muito distante da solução não-linear.

4.1 Algoritmo II

Em [17] é apresentado o algoritmo de planejamento/operação de reativos, que aqui é denominado algoritmo II, sendo que a diferença básica em relação ao apresentado no capítulo 3 (algoritmo I) está na execução do fluxo de carga a cada iteração. Se, por um lado, ganha-se uma maior segurança e qualidade nos resultados, por outro, perde-se a oportunidade de ter um processo mais eficiente sob o ponto de vista computacional, tendo em vista que o esforço para a execução do fluxo de carga não pode ser desprezado.

Sob o ponto de vista geométrico, a diferença básica entre as duas propostas encontra-se no estado que serve de ponto de linearização para a próxima iteração. Na primeira proposta, tem-se um estado aproximado que geometricamente encontra-se localizado no segmento de reta; na segunda alternativa, a idéia de se obter o estado com os novos ajustes das variáveis de controle, pelas equações do sistema elétrico, significa que esse ponto de fato encontra-se na curva, solução do fluxo de carga. Entretanto, também não deixa de se tratar de uma aproximação, uma vez que os incrementos das variáveis de controle foram obtidos por meio de linearizações. O algoritmo I, a grosso modo, trata-se de uma tentativa, baseada nas sensibilidades de injeções de reativos com relação à tensão, de construir uma curva não-linear por pequenos segmentos de reta. O segundo algoritmo tem a mesma idéia, só que os possíveis erros são atenuados a cada iteração, levando a um maior esforço computacional, por conduzir o ponto de operação para a curva que representa as equações da rede pela execução do fluxo de carga AC.

Algumas alterações devem ser feitas no fluxograma do algoritmo I proposto no capítulo 3 (figura4.1).

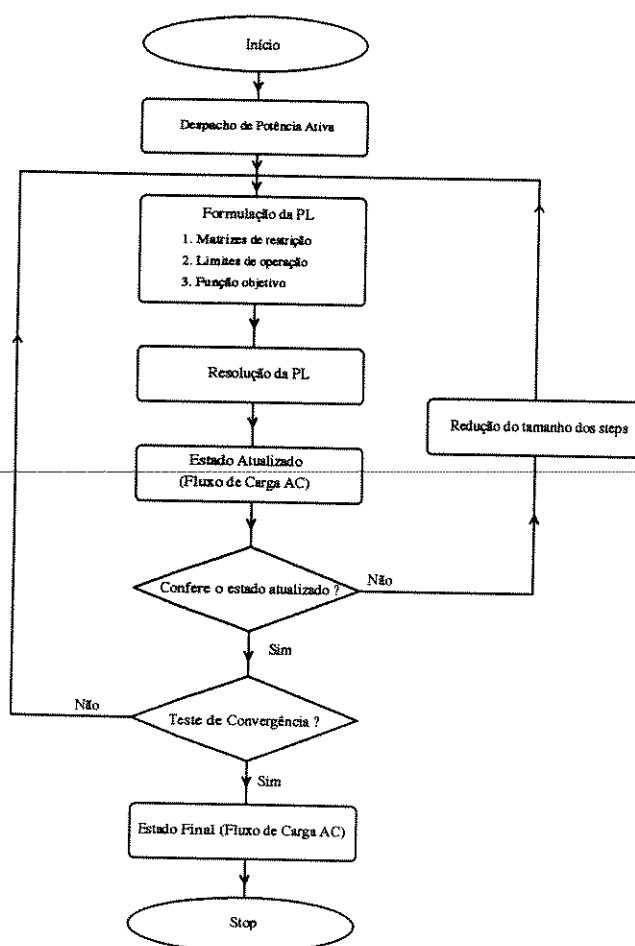


Figura 4.1: Fluxograma com fluxo AC a cada iteração

Se antes o estado das variáveis dependentes era calculado de forma aproximada, agora é calculado pelas próprias equações do fluxo de carga, o que requer algumas mudanças na sequência do algoritmo, e obviamente, a retirada da execução do fluxo AC ao final do processo, uma vez que o estado do sistema já foi obtido.

4.2 Execução do Algoritmo II

Tendo como base a mesma rede e as mesmas condições apresentadas no item 3.3, executa-se o algoritmo II de distribuição de reativos. É desnecessário repetir passo a passo as etapas do processo, pois, como já foi dito, a essência é a mesma; a única diferença é na atualização das variáveis dependentes, que não serão mais corrigidas através de relações lineares. Tendo o mesmo ponto inicial de linearização para a primeira iteração do processo, é evidente que o vetor $\Delta \bar{V}$ tem a mesma solução em ambas as propostas.

No algoritmo II, os limites para as variáveis dependentes, sobretudo nas tensões nas barras PQ, estão sujeitos a uma maior rigidez devido à sua própria estrutura. Entretanto, isto não significa que não há controle dos limites no algoritmo I, mas sim, que a conferência estava sendo feita em função de valores aproximados; portanto, passivos de erros devido às aproximações, mesmo que pequenos.

Executado o algoritmo II, chega-se a uma perda final de 8,96 MW, portanto, uma redução de 22,87% em relação ao ponto inicial. O processo alcança a convergência após 5 iterações, constatando-se o que já era mais ou menos esperado, vale destacar que os limites das variáveis dependentes são mais respeitados no algoritmo I de que no algoritmo II pelo fato deste realizar uma maior interação com o problema não-linear. Pode ser vista na tabela 4.1 a evolução do processo iterativo em relação às perdas no sistema, destacando-se a ausência de oscilação numérica.

Não se apresenta o estado a cada iteração, mas apenas o estado final, após o processo convergido, com todos os ajustes das variáveis de controle (figura 4.2).

Tabela 4.1: Evolução da perda ativa - Algoritmo II

Evolução das Perdas	
Iteração	Perdas (MW)
0	11,619
1	9,441
2	9,318
3	9,100
4	8,971
5	8,962

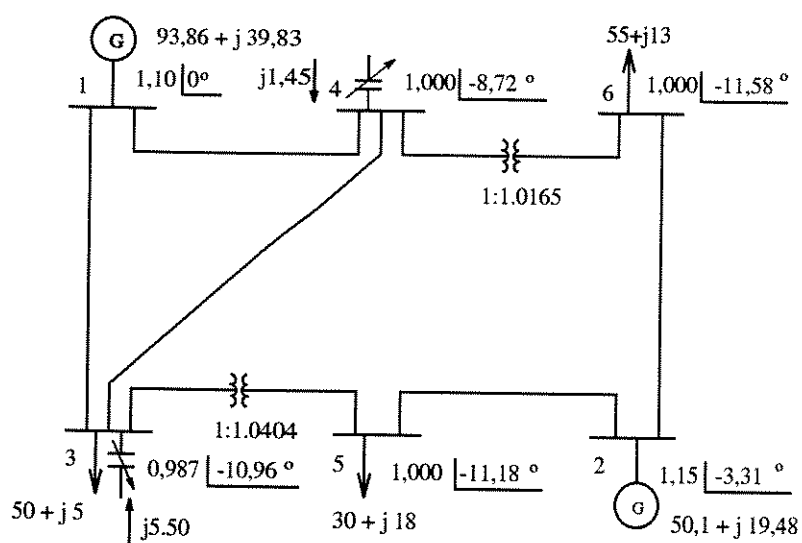


Figura 4.2: Estado Final da Rede IEEE-6BUS - Algoritmo II

4.3 Algoritmo I vs Algoritmo II

Nesta seção são feitos alguns comentários e comparações dos resultados obtidos em ambas as propostas. Inicialmente, percebe-se em comum uma elevação no perfil das tensões em todas as barras do sistema, apesar do algoritmo I ter algumas de suas barras com tensão um pouco acima dos limites pré-estabelecidos (tabela 4.2), como já foi discutido.

Tabela 4.2: Perfil de Tensão - IEEE 6-BUS: Algoritmo I vs Algoritmo II

Barra	Tensão Inicial	Tensão Final		Limite Superior
		Algoritmo I	Algoritmo II	
1	1,050	1,100	1,100	1,100
2	1,100	1,150	1,150	1,150
3	0,933	0,984	0,987	1,000
4	0,953	1,001	1,000	1,000
5	0,901	1,007	1,000	1,000
6	0,855	1,030	1,000	1,000

Em relação aos ajustes dos taps dos transformadores, constata-se que apresentam uma tendência de crescimento em relação ao ponto de operação inicial, muito embora não estejam com os mesmo ajustes. Como já dito, os transformadores funcionam como reguladores do perfil de tensão e influenciam fortemente na distribuição do fluxo da potência reativa; diferença de ajustes dos taps justifica, em parte, a pequena diferença nas tensões das barras terminais e na injeção de reativos na barra 4.

Com relação ao processo iterativo propriamente dito, os gráficos das figuras 4.3, 4.4 e 4.5 nos permitem tecer algumas observações. Em ambas as propostas não ocorrem oscilações numéricas e tem-se a mesma tendência em busca do ponto de mínimo.

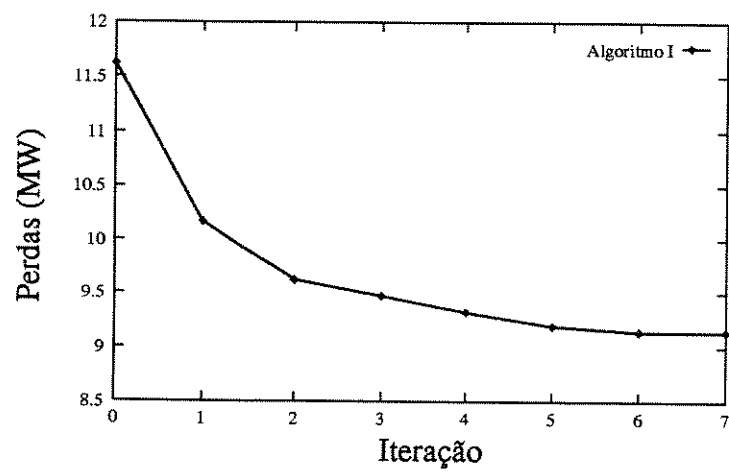


Figura 4.3: Evolução do Processo - Algoritmo I

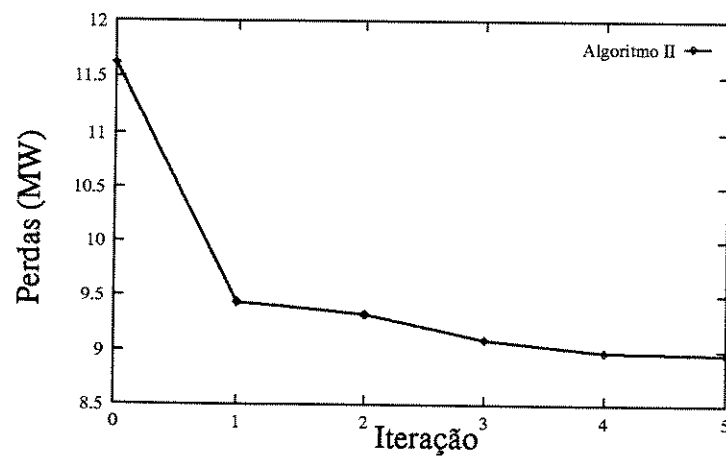


Figura 4.4: Evolução do Processo - Algoritmo II

Na figura 4.5 tem-se o confronto da evolução do processo iterativo entre os algoritmo I e II. O primeiro converge após 6 iterações enquanto o segundo após 5, mas com um maior esforço computacional, pois no algoritmo I executa-se o fluxo de carga AC apenas ao fim do processo enquanto no algoritmo II a cada iteração da PL.

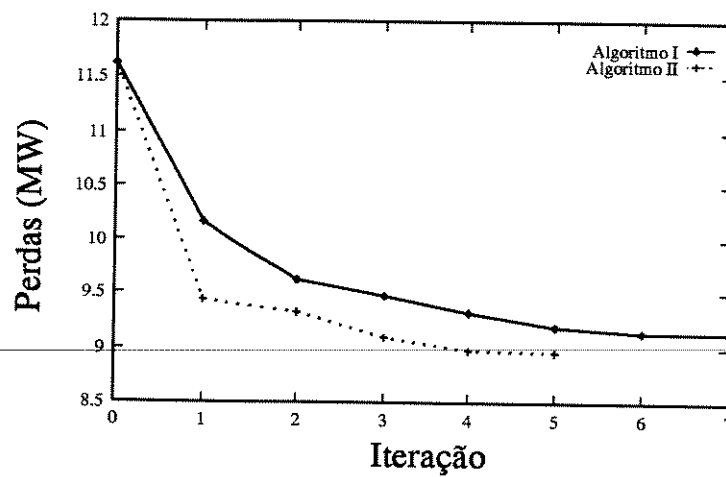


Figura 4.5: Evolução do Processo - Algoritmo I vs Algoritmo II

Ao analisar o resultado da perda final do algoritmo I com o encontrado pelo algoritmo II, constata-se que essa diferença é de aproximadamente 2,5%. Essa análise serve para comprovar que os estados estão próximos e que as linearizações se mostraram razoáveis, levando em consideração que a função de perda ativa é altamente não-linear e que a sensibilidade $Q - V$ nos sistemas elétricos tem um comportamento reconhecidamente delicado.

O tratamento de problemas não-convexos por algoritmos lineares não é uma tarefa das mais fáceis, de forma que o ponto inicial de partida do processo influenciará decisivamente na resposta final, da mesma maneira não se trata de um problema de uma solução única, em virtude da presença de alguns pontos de mínimos locais.

4.4 Comparações entre Diferentes Metodologias

Nesta seção são comparados os resultados das propostas apresentadas anteriormente (Algoritmo I e Algoritmo II) com dois outros modelos: um que utiliza técnicas não-lineares (Gradiente Ótimo e Hessiano Aproximado [7]) e um outro baseado em técnicas de programação linear-dual, proposto por Mamandur & Chenoweth [8]. A rede teste é a IEEE 6-BUS sob as mesmas condições.

Como já foi dito, a função perdas é fortemente não-linear. Em todas as propostas baseadas nos métodos lineares, as sensibilidades aproximadas nem sempre são capazes de representar perfeitamente as características da curva. Obviamente isso pode causar alguns transtornos no direcionamento e conduzir a soluções não tão boas quanto se espera. Este fato também pode ser observado para as propostas baseadas em técnicas lineares, pois, às vezes, ao se fazerem algumas simplificações é possível que a proposta deixe de incorporar algumas propriedades elétricas.

Vale ressaltar que os valores do ajustes finais do taps dos transformadores em relação a [8] estão com valores invertidos em virtude de ter sido adotado modelo 2 para transformadores.

Tabela 4.3: Estado final das variáveis de controle obtido via 4 algoritmos de Planejamento de Reativos - minimização de perdas

Modelo	Tensões dos Geradores		Ajustes dos Taps dos Trafos		Reativos (controláveis)	
	V_1	V_2	T_{35}	T_{46}	Qg_3	Qg_4
Algoritmo I	1,100	1,150	1,0534	1,0478	5,500	5,000
Algoritmo II	1,100	1,150	1,0404	1,0165	5,500	1,450
Murari	1,099	1,131	1,0330	1,0190	5,500	5,000
Mamandur	1,092	1,150	1,0460	1,0194	5,500	5,000

Na tabela 4.3 é apresentado o estado final das variáveis de controle do problema, observa-se que todas apresentam tendência de crescimento em rela-

ção ao estado inicial, alguns comentários com relação injeção de reativos para para barra 4 no algoritmo II já foram feitos na seção 4.3. Também constata-se que resultado numérico final das perdas finais estão muitos próximos (tabela 4.4).

Tabela 4.4: Iteração vs Perda Final

Modelo	Número de Iterações	Perda Final (MW)
Algoritmo I	6	8,72
Algoritmo II	5	8,96
Murari	30	8,95
Mamandur	11	8,93

Lembramos que se está procurando minimizar o valor numérico da função objetivo (perdas incrementais - ΔP_{loss}) e não propriamente o estado das variáveis do problema. Com relação ao número de iterações, depende em muito da característica da formulação, sendo que no caso das propostas lineares, há dependência de alguns parâmetros, como os *steps* e do critério de convergência. Dessa forma é arriscado avaliar a eficiência de um método apenas através do número de iterações, pois muitos fatores estão em jogo.

4.4.1 Influência do ΔQ_{step} nos Algoritmos I e II

Em [18] é feita uma análise da influência de ΔV_{step} no processo de convergência. Apresenta-se o comportamento do processo com diferentes valores de *steps* de tensão (0,25 pu, 0,15 pu e 0,10 pu). Observa-se que quanto maior o controle sobre as variáveis, melhores as características de convergência, em detrimento de um maior número de iterações.

Nas implementações e simulações dos algoritmos I e II, é detectado que os *steps* de reativos (ΔQ_{step}) tem a capacidade de exercer um maior controle sobre o processo de otimização, quando comparados com os *steps* de tensão. Então, opta-se por fazer uma análise sendo mais conservador na monitoração da variação da tensão, permitindo apenas pequenas alterações. Verifica-se também r até que ponto os *steps* de reativos podem influenciar no processo.

Tabela 4.5: Influência do ΔQ_{step} no processo de otimização.

ΔQ_{step} (pu)	Algoritmo I		Algoritmo II	
	número de iterações	Perda Final (MW)	número de iterações	Perda Final (MW)
0,005	47	9,167	4	10,477
0,005*	160	8,739	132	8,961
0,050	17	8,734	15	8,961
0,150	6	8,726	5	8,962
0,500	5	8,724	5	8,961
0,750	5	8,724	5	8,961

Na tabela 4.5, com ΔQ_{step} de 0,005* pu, foi necessário alterar a tolerância de convergência para 10^{-6} pu ou 0,0001 MW, pois com 10^{-4} pu o processo convergia para outros pontos: 9,167 MW (45 iterações) e 10,447 MW (4 iterações), nos algoritmos I e II, respectivamente. Percebe-se que ao permitir pequenas variações, o estado do sistema não sofre alterações consideráveis entre duas iterações consecutivas, o que pode determinar uma convergência em um ponto intermediário de solução. Quando a tolerância foi mais severa o número de iterações foi excessivo, mas o ponto de operação caminhou para a região da solução considerada ótima.

À medida que ΔQ_{step} foi aumentando, permitiu um maior grau de liberdade de variação nos limites incrementais, o que determinou maiores variações nos incrementos dos dispositivos de controle, acelerando o processo de convergência. Ao se referir a *steps* maiores, pode dar impressão que os limites estavam folgados, mas na realidade *steps* maiores significam que existe uma maior possibilidade de crescimento dentro da faixa estabelecida pela formulação incremental. Outro aspecto que também pode ser abordado é que o valor do *step* pode saturar e tornar sem efeito a sua atuação. Dessa forma a determinação do valor do *step* para as variáveis de controle depende muito do conhecimento da características da rede e de certa forma uma familiaridade com a modelagem do problema.

Capítulo 5

Testes e Resultados

Neste capítulo são apresentados os resultados de algumas simulações com as redes IEEE 30 BUS e IEEE 57 BUS em diferentes condições de carregamento e configurações para fontes controláveis de reativos. Escolhe-se aleatoriamente barras de carga para dispor de bancos de capacitores e/ou reatores para uma compensação local.

Para averiguar a capacidade dos algoritmos I e II em conduzir os sistemas a níveis desejáveis de operação, utiliza-se o artifício de “prejudicar” o comportamento da rede elevando o carregamento. Com isso, compromete-se o perfil de tensão como também a capacidade de geração de potência, tanto ativa como reativa, em todo sistema. Após a redistribuição da potência reativa, através de ajustes nos dispositivos de controle, deseja-se encontrar um estado final de operação em faixas aceitáveis.

Como é necessário determinar limites operacionais para cada situação, utiliza-se a tática de verificar o ponto inicial de operação com o intuito de estipular limites de tensão e de potência reativa de uma forma mais coerente. Já foi mencionado em capítulos anteriores, este trabalho não está diretamente envolvido com o problema de despacho ativo. Desse modo assume-se que os geradores são capazes de suprir as necessidades de potência ativa do sistema, preocupando-se apenas com os limites de geração reativa.

5.1 Testes com IEEE 30 BUS

Como o estado original da rede IEEE 30 BUS tem um perfil de tensão bastante comportado, para “prejudicá-lo” dobram-se apenas as cargas reativas. Sob essa condição é obtido um despacho ativo, o qual no processo de otimização representa o primeiro ponto de linearização. Ao se estabelecer os limites de tensão e de potência reativa para as barras de geração, sem um total domínio sobre as características da rede, surge a preocupação ou necessidade em se descobrir quais barras estão operando com a tensão mais crítica e quais as barras de geração são capazes de responder às necessidade de reativos. Na realidade estes testes iniciais funcionam como referência para os demais casos a serem analisados.

Optou-se por conservar alguns parâmetros “secundários” utilizados para o teste com a rede IEEE 6 BUS, como a precisão do fluxo de carga e a tolerância do processo iterativo ($10^{-4} pu$), como também para os *steps*: ΔQ_{step} e ΔV_{step} , ou seja 0,15 pu e 0,025 pu respectivamente. Baseados no ponto inicial de operação, estabeleceu-se as seguintes faixas para os limites operacionais de:

- Tensão para as barras de carga — 1,000 a 1,100 pu;
- Tensão para as barras de geração — 1,000 a 1,150 pu;
- Fontes controláveis de reativos — 0 a 10 MVar;
- Ajustes de taps dos transformadores — 0,9000 a 1,1000.

Sob essas condições, constata-se que inicialmente existem 13 barras (todas PQ) com tensões violadas e todas abaixo do limite mínimo de 1,000 pu, sendo que a maior distorção se encontra na barra 26 cuja tensão se encontra em 0,942 pu ou seja, cerca de 5,8% abaixo do limite inferior. As perdas estão em 18,823 MW. Escolhe-se as barras 17,19,21,24 e 30 para alocar fontes de reativos. Com relação aos limites de geração reativa (para barras PV e *slack*) determinou-se as seguintes condições:

Barra	Limites (MVar)	
	Inferior	Superior
1	-30,00	50,00
2	0,00	100,00
5	0,00	50,00
8	0,00	100,00
11	0,00	50,00
13	0,00	100,00

5.1.1 Resultados - Algoritmo I

A grosso modo, uma forma de entender melhor o conceito desta proposta é tentar visualizar a tentativa de construir a curva de uma função não-linear por pequenos trechos de linearizações. Então, num processo de otimização é necessário acompanhar cuidadosamente o comportamento das variáveis principalmente nas primeiras iterações, afim de que as linearizações não implique no distanciamento do problema não-linear.

O algoritmo I não é executado o fluxo de carga a cada iteração, sendo os valores das variáveis do problema são corrigidas através de relações lineares. De acordo com a descrição apresentada esta proposta está sustentada em dois aspectos:

1. Monitorar as alterações nas variáveis de controle, não permitindo grandes perturbações;
2. Dispor de boas sensibilidades lineares.

No capítulo 4, quando foi descrita a característica deste algoritmo, diversas vezes foi ressaltado que trata-se de uma aproximação. Possíveis distorções são amenizadas no fim do processo, com a execução do fluxo de carga.

Obtêm-se alguns resultados significativos. O perfil de tensão apresenta uma melhoria considerável e a maioria das tensões operam dentro da faixa pré-especificada. A maior distorção ocorreu para a barra 3 que tem seu estado final em 1,106 pu (máximo 1,100 pu), o que representa uma distorção

de 0,53% em relação ao valor máximo, as perdas finais estão em 15,749 MW o que representa uma redução de 16,33%. Na tabela 5.1 tem-se uma idéia da evolução do processo iterativo.

Tabela 5.1: Evolução do processo iterativo IEEE 30 BUS - Algoritmo I

Iteração	Perdas(MW)
0	18,822
1	16,888
2	16,569
3	16,361
4	16,223
5	16,219

O estado final das variáveis de controle pode ser resumido no quadro a seguir (tabela 5.2):

Tabela 5.2: Estado final das variáveis de controle - Algoritmo I

Mag. das Tensões nas Barras de Ger.		Fontes Controláveis de Pot. Reativa		Ajustes dos Taps de Transformadores	
Barra	V (pu)	Barra	Q_g (MVar)	Trafo	Valor
1	1,150	17	5,22	T_{6-9}	1,0195
2	1,136	19	3,62	T_{6-10}	1,0511
5	1,109	21	9,90	T_{4-12}	0,9996
8	1,100	24	2,50	T_{28-27}	1,0357
11	1,080	30	0,22		
13	1,058				

5.1.2 Resultados - Algoritmo II

No algoritmo II executa-se um fluxo AC a cada iteração como já discutido, trata-se de uma maneira mais segura do modelo linear interagir com o PNL, em troca de um maior custo computacional. Mas é bom ter sempre em mente que esse processo também trata-se de uma aproximação, uma vez que os ajustes das variáveis de controle são obtidos por meio de sensibilidades lineares.

Sob a mesma condição apresentada anteriormente para a rede IEEE 30 BUS tem-se que os resultados finais estão bastante próximos do apresentado pelo algoritmo I. O estado final da rede apresentou novamente a barra 3 violando em 0,61% o limite superior de tensão. Com relação à convergência (tabela 5.3) detecta-se uma pequena oscilação numérica. A redução das perdas representa uma economia de 3,055 MW ou 16,23% em relação ao ponto inicial. O estado final das variáveis de controle é apresentada na tabela 5.4.

Tabela 5.3: Evolução do processo iterativo IEEE 30 BUS - Algoritmo II

Iteração	Perdas(MW)
0	18,822
1	16,215
2	16,265
3	16,187
4	15,776
5	15,767

Tabela 5.4: Estado final das variáveis de controle - Algoritmo II

Mag. das Tensões nas Barras de Ger.		Fontes Controláveis de Pot. Reativa		Ajustes dos Taps de Transformadores	
Barra	V (pu)	Barra	Q_g (MVar)	Trafo	Valor
1	1,150	17	6,26	T_{6-9}	1,0141
2	1,139	19	4,35	T_{6-10}	1,0532
5	1,100	21	9,82	T_{4-12}	1,0002
8	1,100	24	3,04	T_{28-27}	1,0354
11	1,088	30	0,25		
13	1,052				

5.1.3 Algoritmo I vs Algoritmo II

Da mesma forma que foi observado com rede IEEE-6 BUS, os resultados das perdas entre as duas soluções estão próximos, entretanto o estado final das variáveis um pouco diferente.

É óbvio que quanto menor a margem de erro entre esses resultados, melhor a qualidade da sensibilidade utilizada, de modo que é interessante em fazer um acompanhamento do estado atualizado por relações lineares, sobretudo para as variáveis dependente (magnitude de tensão das barras PQ e ângulo nodais). Para dar uma idéia de como está se comportando essas variáveis, na tabela 5.5 apresenta o estado atualizado de tensão e ângulo obtido após a primeira iteração para os testes anteriores com os algoritmo I e algoritmo II, pode-se constatar que são satisfatórios. Salienta-se que as tensão nas barras 1,2,5,8,11,13 não apresentam diferença pelo fato de serem barras de geração.

Tabela 5.5: Tensão e ângulo - Algoritmo I vs Algoritmo II

Barra	Algoritmo I		Algoritmo II	
	Tensão (pu)	Ângulo (graus)	Tensão (pu)	Ângulo (graus)
1	1,135	0,00°	1,135	0,00°
2	1,117	-4,78°	1,117	-4,76°
3	1,072	-6,58°	1,085	-6,75°
4	1,079	-9,95°	1,074	-8,15°
5	1,085	-12,59°	1,085	-12,56°
6	1,063	-9,62°	1,071	-9,69°
7	1,060	-11,21°	1,064	-11,24°
8	1,076	-10,50°	1,076	-10,45°
9	1,060	-12,50°	1,063	-12,61°
10	1,051	-14,08°	1,053	-14,17°
11	1,084	-12,50°	1,084	-12,61°
12	1,050	-13,15°	1,055	-13,41°
13	1,069	-13,15°	1,069	-13,41°
14	1,031	-14,03°	1,036	-14,16°
15	1,028	-14,03°	1,032	-14,22°
16	1,039	-13,74°	1,043	-13,92°
17	1,039	-14,12°	1,042	-14,24°
18	1,019	-14,61°	1,022	-14,77°
19	1,018	-14,80°	1,021	-14,94°
20	1,025	-14,67°	1,028	-14,80°
21	1,038	-14,49°	1,039	-14,54°
22	1,038	-14,45°	1,039	-14,51°
23	1,020	-14,34°	1,022	-14,48°
24	1,020	-14,57°	1,022	-14,60°
25	1,036	-14,40°	1,034	-14,36°
26	1,010	-14,44°	1,008	-14,44°
27	1,059	-14,17°	1,055	-14,07°
28	1,067	-10,33°	1,064	-10,24°
29	1,033	-15,11°	1,030	-15,07°
30	1,018	-15,84°	1,017	-15,83°

O número de iteração é semelhante, como as maneiras de atualização das variáveis de controle são diferentes não existe a obrigação de que o estado e a evolução do processo sejam idêntico, porém não muito distantes da solução final. Na figura 5.1 apresenta-se uma comparação entre a evolução das perdas em ambos os casos durante os processos iterativos, nota-se um comportamento semelhante em ambos os casos.

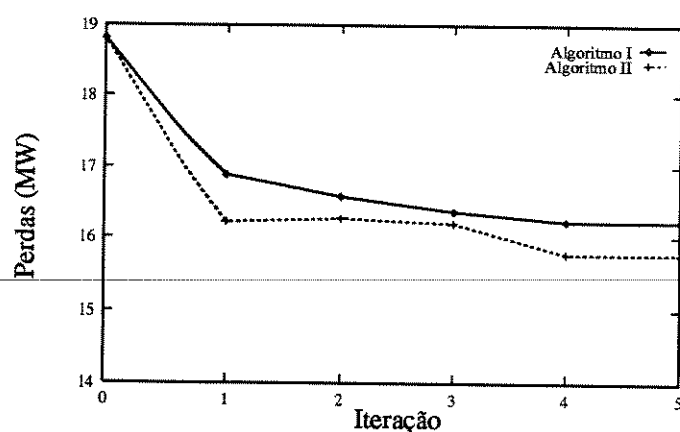


Figura 5.1: Evolução do Processo Iterativo - Algoritmo I vs Algoritmo II

Com a finalidade de verificar a capacidade dos algoritmos em atuar sob condições mais adversas, eleva-se o nível de carregamento para o caso anterior. Também utiliza-se o artifício de multiplicar por um fator as injeções líquidas de potências ativas e reativas. Tem-se, portanto, que o perfil de tensão fica comprometido, com algumas barras de carga operando abaixo dos limites inferiores e ao mesmo tempo há uma elevação das perdas ativas. Porém esse aumento de carga não pode ser muito grande sob pena de não conseguir obter o ponto inicial, pois o fluxo de carga pode não convergir. São analisados casos com elevação de 20% e 30% da injeção líquida de potência. Os limites das variáveis de controle permanecem os mesmos, assim como os demais parâmetros (*steps*, tolerância de convergência).

5.1.4 Aumento das Injeções de Potência em 20%

Essa condição implica em uma perda inicial de 28,248 MW e todas as barras de cargas violando os limites inferiores de tensão. A barra 26 representa o pior caso, com a tensão em 0,906 pu. O objetivo é fazer uma comparação entre os resultados obtidos pelos algoritmos I e II.

Estado Final da Perda Ativa e Avaliação do Perfil de Tensão

O algoritmo I resulta em uma perda final de 23,216 MW, o que representa uma redução de 17,81%. O perfil de tensão encontra-se em níveis que podem ser considerados bons. Algumas barras apresentam algumas violações, sendo que 0,3526% acima do limite superior na barra 3 é o caso mais severo.

Com o algoritmo II reduz-se as perdas para 23,056 MW (18,38%), também e observada a capacidade de levar a rede para operar com um melhor perfil de tensão. Tem-se a tensão na barra 3 o caso mais violando, com seu limite superior violado em 0,2224%, constatando-se uma considerável melhora no perfil de tensão em todo o sistema.

Variáveis de Controles

A comparação das variáveis de controles entre os algoritmos I e II é apresentada na tabela 5.6.

Tabela 5.6: Estado das variáveis de controle

Mag. das Tensões nas Barras de Ger. (pu)			Fontes Controláveis de Reativos (MVar)			Ajustes de Taps de Transformadores		
Barra	Alg. I	Alg. II	Barra	Alg. I	Alg. II	Trafo	Alg. I	Alg. II
1	1,150	1,150	17	10,00	8,01	T_{6-9}	1,0198	1,0211
2	1,138	1,138	19	9,27	4,84	T_{6-10}	1,0974	1,0768
5	1,124	1,110	21	10,00	9,85	T_{4-12}	0,9962	0,9976
8	1,100	1,100	24	6,96	3,43	T_{28-27}	1,0423	1,0189
11	1,100	1,100	30	0,60	0,38			
13	1,054	1,059						

Evolução do Processo Iterativo

Na figura 5.2 representa a evolução do processo iterativo dos algoritmos I e II. O número de iterações são diferentes, destacando-se para o fato da ausência de oscilação numérica.

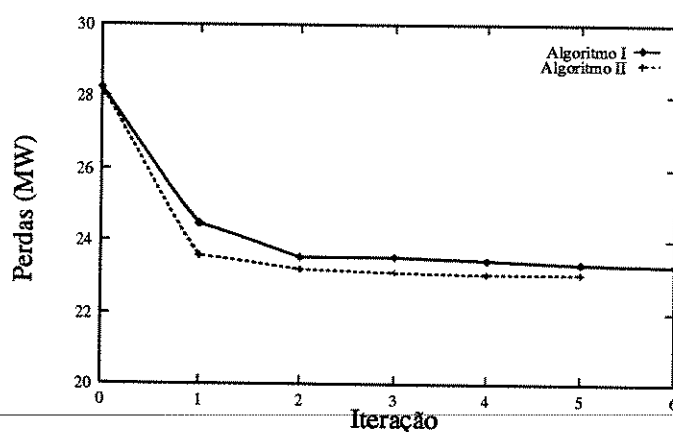


Figura 5.2: Carregamento de 20% acima do ponto inicial - Algoritmo I vs Algoritmo II

5.1.5 Aumento das Injeções de Potência em 30%

Os mesmos testes foram realizados para uma condição de carregamento mais pesado, e os resultados, como podem ser vistos a seguir, foram satisfatórios. A perda inicial é de 33,887 MW e todas as barras de carga apresentam violações nos limites de tensão.

Estado Final da Perda Ativa e Avaliação do Perfil de Tensão

Uma sensível queda nos níveis de perdas, assim como o enquadramento do perfil de tensão em níveis desejáveis são observados. Para o algoritmo I, tem-se o resultado final com perdas de 26,542 MW, significando uma redução de 21,67% em relação ao ponto inicial. Tem-se uma significativa melhora para o perfil de tensão de toda rede. No estado final, a pior situação ocorre na barra 3 onde o limite superior é violado em 1,1229%.

Com o algoritmo II tem-se as perdas finais em 26,808 MW, ou seja, uma redução de 20,88% em relação ao estado inicial. Novamente a barra 3 representa a violação mais severo, agora em 0,7769% em relação limite superior.

Variáveis de Controles

A comparação das variáveis de controles entre o algoritmo I e algoritmo II é apresentada na tabela 5.7.

Tabela 5.7: Estado das variáveis de controle - Algoritmo II

Mag. das Tensões nos Geradores (pu)			Fontes Controláveis de Reativos (MVar)			Ajustes de Taps de Transformadores		
Barra	Alg. I	Alg. II	Barra	Alg. I	Alg. II	Trafo	Alg. I	Alg. II
1	1,150	1,147	17	10,00	10,00	T_{6-9}	1,0187	1,0290
2	1,139	1,130	19	10,00	10,00	T_{6-10}	1,0999	1,1000
5	1,095	1,091	21	10,00	10,00	T_{4-12}	0,9015	0,9000
8	1,100	1,100	24	10,00	10,00	T_{28-27}	1,0032	1,0432
11	1,100	1,100	30	8,32	8,61			
13	1,112	1,109						

Evolução do Processo Iterativo

Na figura 5.3 tem-se a evolução do processo iterativo dos algoritmos I e II.

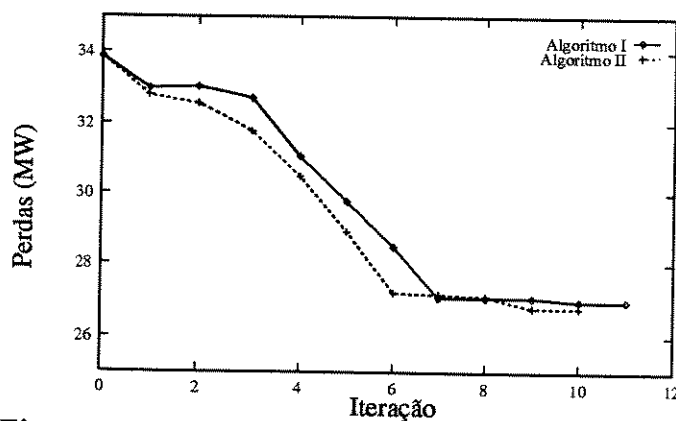


Figura 5.3: Algoritmo I vs Algoritmo II

5.1.6 Comentários

Percebe-se que os algoritmos I e II têm um comportamento semelhante em diversos aspectos, sobretudo no resultado final das perdas ativas. Vale salientar a importância de executar um fluxo de carga AC ao final do processo com a finalidade amenizar os erros causados pelas linearizações.

5.2 Testes com IEEE 57 BUS

Os limites operacionais como, por exemplo, nas gerações de potência reativa bem como os limites de tensão são obtidos da mesma forma que para os testes anteriores. Para piorar a qualidade do perfil de tensão apenas elevaram-se as injeções líquidas de potência tanto ativa como reativa, apresentando-se resultados com aumentos de carregamento de 10% e 15%, sendo que em situações mais pesadas tem-se alguma dificuldade de convergência para a obtenção do ponto inicial de operação. Os parâmetros sofreram algumas alterações em relação aos testes com IEEE 30 BUS e que são resumidos a seguir:

- Tensão para as barras de carga — 0,95 a 1,100 pu;
- Fontes controláveis de reativos — 0 a 10 MVar;
- Ajustes de taps dos transformadores — 0,9000 a 1,1000.

Em relação aos limites de tensão e de geração de reativos, foram atribuídos limites diferenciados como pode ser visto no quadro a seguir:

Barra	Limites (MVar)		Tensão (pu)	
	Inferior	Superior	Inferior	Superior
1	0,00	300,00	1,040	1,200
2	0,00	100,00	1,010	1,150
3	-100,00	150,00	0,985	1,150
6	0,00	50,00	0,980	1,150
8	0,00	200,00	1,005	1,150
9	-100,00	150,00	0,980	1,150
12	-50,00	250,00	1,015	1,150

5.2.1 Resultados - Algoritmo I

Nesta seção são apresentados os resultados com elevação de carregamento de 10% e 15%, em relação a rede original. Como pode ser visto na tabela 5.8 em ambos os casos percebe-se um melhor enquadramento no perfil de tensão, como também uma considerável economia de potência, através da minimização das perdas.

Para a condição de carregamento de 10% tem-se uma redução nas perdas de 21,62% e de 22,11% para o carregamento de 15%. Em relação aos perfis de tensão, inicialmente tem-se para a barra 31 a pior violação: 4,21% (carreg. de 10%) e 5,57% (carreg. de 15%) em relação ao limite inferior, o resultado final indica que a pior situação está na barra 25 violando o limite superior em 2,47% e 1,75%, respectivamente.

Tabela 5.8: Resultado final para ambos os casos.

Elevação de Carregamento	Perdas (MW)		Violações de Tensões	
	Inicial	Final	Inicial	Final
10%	33,883	26,555	4,21%	2,47%
15%	37,197	28,971	5,57%	1,75%

Variáveis de Controle

O estado final das variáveis de controle estão na tabela 5.9.

Tabela 5.9: Estado final das variáveis de controle - Algoritmo I

Mag. das Tensões nas Barras de Ger. (pu)			Fontes Controláveis de Reativos (MVar)			Ajustes de Taps de Transformadores		
Barra	10%	15%	Barra	10%	15%	Trafo	10%	15%
1	1,127	1,125	10	10,00	10,00	T_{4-18}	0,9691	0,9736
2	1,114	1,112	26	10,00	10,00	T_{4-18}	0,9749	0,9784
3	1,110	1,102	34	10,00	10,00	T_{20-21}	1,0028	0,9967
6	1,105	1,105	53	10,00	10,00	T_{24-25}	1,0602	1,0587
8	1,130	1,130	57	10,00	10,00	T_{24-26}	0,9099	0,9101
9	1,105	1,105				T_{7-29}	1,0062	1,0071
12	1,097	1,100				T_{34-32}	1,0279	1,0249
						T_{11-41}	1,0260	1,0976
						T_{15-46}	0,9907	0,9885
						T_{14-46}	1,0142	1,0146
						T_{10-51}	1,0081	1,0081
						T_{13-49}	1,0499	1,0526
						T_{11-43}	0,9986	0,9539
						T_{40-56}	1,0974	1,0975
						T_{39-57}	0,9463	0,9168
						T_{9-55}	0,9921	0,9926

5.2.2 Resultados - Algoritmo II

Estes resultados também se mostraram bastante satisfatórios, tanto para a redução das perdas como para a melhoria do perfil de tensão. Na tabela 5.10 pode-se verificar que houve uma redução de perdas de 22,90% e 22,75% para os carregamentos de 10% e 15%, respectivamente.

Tabela 5.10: Resultado final para ambos os casos

Elevação de Carregamento	Perdas		Violações de Tensões	
	Inicial	Final	Inicial	Final
10%	33,883	26,121	4,21%	0,93%
15%	37,197	28,732	5,57%	0,83%

Evolução do Processo Iterativo

Na tabela 5.11 é demonstrado o comportamento do processo iterativo para o algoritmo II. Nota-se a ausência de oscilação numérica em ambas as condições de carregamento.

Tabela 5.11: Evolução do processo iterativo IEEE 57 BUS - Algoritmo II

Iteração	Perdas(MW)	
	10%	15%
0	33,831	37,197
1	28,269	30,131
2	26,575	29,086
3	26,439	29,056
4	26,575	28,765
5	26,125	28,739
6	26,121	28,732

Variáveis de Controle

A seguir, na tabela 5.12, é apresentado o estado final para as variáveis de controle para ambas as condições de carregamento.

Tabela 5.12: Estado final das variáveis de controle - Algoritmo II

Mag. das Tensões nas Barras de Ger. (pu)			Fontes Controláveis de Reativos (MVar)			Ajustes de Taps de Transformadores		
Barra	10%	15%	Barra	10%	15%	Trafo	10%	15%
1	1,126	1,125	10	9,85	10,00	T_{4-18}	0,9904	0,9982
2	1,117	1,115	26	10,00	10,00	T_{4-18}	0,9914	0,9974
3	1,108	1,107	34	10,00	10,00	T_{20-21}	0,9926	0,9847
6	1,105	1,101	53	10,00	10,00	T_{24-25}	1,0048	1,0148
8	1,130	1,130	57	10,00	10,00	T_{24-26}	0,9426	0,9348
9	1,105	1,105				T_{7-29}	1,0043	1,0053
12	1,091	1,095				T_{34-32}	1,0629	1,0515
						T_{11-41}	1,0592	1,0668
						T_{15-46}	0,9929	0,9927
						T_{14-46}	1,0123	1,0117
						T_{10-51}	1,0284	1,0110
						T_{13-49}	1,0576	1,0596
						T_{11-43}	0,9757	0,9743
						T_{40-56}	1,0970	1,0976
						T_{39-57}	0,9090	0,9089
						T_{9-55}	0,9992	0,9995

5.2.3 Comentários

Uma análise comparativa entre os algoritmos I e II com relação ao estado final das variáveis de controle, perfil de tensão e redução nos níveis de perdas é apresentada baseada em algoritmos lineares de otimização com diferentes conceitos. Com tudo, vale ressaltar que os resultados finais de ambos bastante próximos no que se referem-se às perdas finais e violações de tensões, embora o mesmo não possa ser dito para as variáveis de controle. Algumas considerações já foram feitas para esse tipo de divergência, mas apesar desse fato não detectou-se um complementamento nos resultados finais.

Capítulo 6

Conclusões

Nos testes realizados, constatou-se a capacidade dos algoritmos baseados em técnicas lineares em obter significativas reduções nos níveis de perdas e melhorias no perfil de tensão dos sistemas elétricos.

Para se determinar limites operacionais que sejam capazes de refletir o comportamento do sistema em questão, é preciso um bom domínio das reações dos sistemas elétricos face às alterações dos seus dispositivos controle, que é fruto da experiência e de conhecimentos específicos das características das redes elétricas.

Os *steps* para as variáveis do problema, cumpriram bem o seu objetivo, não permitindo que durante o processo de solução ocorressem alterações que comprometessem, de forma irrecuperável, as soluções obtidas através dos modelos aproximados. O seu dimensionamento requer muito bom senso, pois valores muito pequenos podem impedir o andamento do processo e valores muito grandes, determinar a perda da linearização.

Mesmo com supressão do fluxo de carga a cada iteração do algoritmo, a alternativa proposta neste trabalho mostrou-se viável. A atualização do ângulo nodal, mesmo que por relações lineares, é importante para retratar o comportamento do sistema elétrico, mesmo nos problemas de potência reativa. Contudo, ainda faz-se preciso o aprimoramento de todo modelo, como por exemplo, incluir sensibilidades mais precisas para o problema de reativos.

Como sugestão para estudos futuros relacionam-se:

- dispor de uma forma eficiente de escolher quais as melhores opções para alocar fontes de reativos que, juntamente com a incorporação do problema de investimento à função objetivo, possibilitaria um tratamento para o planejamento de reativos e expansão de redes;
 - tornar possível a discretização das variáveis de controle, uma vez que nem sempre os bancos de capacitores e ajustes de taps dos transformadores tratam-se de variáveis contínuas;
 - investigar a possibilidade do uso de algoritmos com técnicas combinatoriais, como por exemplo, Algoritmo Genéticos [25] e Busca Tabu.
-

Bibliografia

- [1] Peschon, J. , Piercy, D. S. ,Tinney, W. F. ,Tveit, O. J. & Cuenod, M.,
“Optimum Control of Reactive Power Flow”,IEEE Trans. on Power on
Apparatus and Systems, Vol. PAS-87 Jan. 1968 pp. 40-48.
- [2] Dommel, H. W. & Tinney,W. F., “Optimal Power Flow Solutions”, IEEE
Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-87, Oct 1968, pp.
1866-1876.

- [3] Shoults, R. R. & Chen, M. S. , “Reactive Power Control by Least Squares
Minimization”, IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-
95, Jan./Feb. 1976, pp.325-334.
- [4] Savulescu, S. C., “Qualitative Indices for the System Voltage and Reac-
tive Power Control”, IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol.
PAS-95, July/Aug. 1976, pp. 1413-1421.
- [5] Barcelo. W.R., Lemmon, W.W. & Koen, H.R. “Optimization of the Real-
Time Dispatch with Constraints for Secure Operation of Bulk Power
Systems”, IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-96,
May/June 1977, pp. 741-757.
- [6] Hobson, E. ,“Network Constrained Reactive Power Control Using Linear
Programming”, IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-
99, May/June 1980, pp. 868-877.
- [7] Murari, C.A.F., Monticelli, A.J. e Garcia, A.V., “ Minimização de Perdas
em Sistema de Energia Elétrica de Grandes Dimensões”, 3º Congresso
Brasileiro de Automática, Rio de Janeiro, pp. 269-274, 1980.

- [8] Mamandur, K. R. C. & Chenoweth, R. D., "Optimal Control of Reactive Power Flow for Improvements in Voltage Profiles and for Real Power Loss Minimization", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-100, July 1981, pp. 3185-3194.
- [9] Shoults, R.R. & Sun, D.T., "Optimal Power Flow Based Upon P-Q Decomposition", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, Feb. 1982 pp. 397-405.
- [10] Rama Iyer, S, Ramachandran, K. & Hariharan, S. "New Technique for Optimal Reactive-Power Allocation for Loss Minimization in Power Systems", IEE Proceedings, Vol. 130, Pt C, No. 4 July 1983, pp. 178-182
- [11] Elangovan. S. "New Approach for Real Power Loss Minimisation", IEE Proceedings, Vol. 130, Pt C, No. 6, November 1983, pp. 295-299
-
- [12] Mansour, M. O. & Abdel-Rahman, T. M. , "Non-Linear VAR Optimization Using Decomposition and Coordination", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-103, Feb. 1984, pp. 246-255.
- [13] Rama Iyer, S., Ramachandran, K. & Hariharan, S. "Optimal Reactive Power Allocation for Improved System Performance", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-103, June 1984, pp. 1509-1515.
- [14] Sun, D. I., Ashley, B., Brewer, B., Hughes, A., & Tinney, W. F. , "Optimal Power Flow by Newton Approach", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, PAS-103, Oct. 1984, pp. 2864-2880.
- [15] Lee, K.Y., Park, Y.M, & Ortiz, J.L. "A United Approach to Optimal Reactive Power Dispatch", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-104, May, 1985, pp. 1147-1153.
- [16] Flatabø, N., Foosnæ, Berntsen, T. -O , "Transformer Tap Setting in Optimal Load Flow ", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-104, June 1985, pp. 1356-1362.
- [17] Qiu, J. & Shahidehpour, S. M. "A New Approach for Minimizing Power Losses and Improving Voltage Profile", IEEE Trans. on Power and Systems, Vol. PWRS-2, No.2, May 1987, pp. 287-295.

- [18] Deeb, N. & Shahidehpour, S. M. " An Efficient Technique for Reactive Power Dispatch Using a Revised Linear Programming Approach", *Electric Power System Research*, Vol. 15, No. 1, 1988, pp. 121-134.
- [19] Iba, K., Hiroshi, S., Suzuki, K. & Suzuki, K. , " Practical Reactive Power Allocation/Operation planning Using Successive Linear Programming", *IEEE Trans. on Power Systems*. vol.3 No. 2, 1988, pp. 558-566.
- [20] Granville, S. , Pereira, M.V.F. , & Monticelli, A. " An Integrated Methodology for VAR Sources Planning ", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 3, No. 2, 1988, pp. 549-557.
- [21] Aoki, K., Fan, W. & Nishikori A. " Optimal VAR Planning by Approximation Method for Recursive Mixed-Integer Linear Programming ", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 3 No. 4, 1988, pp. 1741-1747.
- [22] Deeb, N. & Shahidehpour, S. M. "Linear Reactive Power Optimization in a Large Power Network Using the Decomposition Approach", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 5, No. 2, May 1990, pp. 428-438
- [23] Deeb, N. & Shahidehpour, S. M. "Improved System Operation by Optimal Adjustment of Reactive Generation in Electric Power Networks", *International Journal of Energy Research*, vol 14, pp. 651-664, 1990.
- [24] Alsac, O., Bright, J., Prais, M., Stott, B. "Further Developments in LP-Based Optimal Power Flow", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol.5, pp. 697-711, August 1990.
- [25] Lee, K.Y., Bai, X. & Park, Y. "Optimization Method for Reactive Power Planning by Using a Modified Simplex Genetic Algorithm", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol.10, No.4, pp. 1843-1850, November 1995.
- [26] Murtagh, B. A. & Saunders, M.A. "Minos 5.1 User's Guide", Technical Report SOL 83-20R, Systems Optimization Laboratory, Stanford University, Stanford, CA, December 1983; revised January 1987.
- [27] Haffner, S.L. , "Programação Linear Aplicada a Sistemas de Energia Elétrica: Um Estudo sobre as Matrizes de Sensibilidade para o Problema Reativo", Tese de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica, UNICAMP, Dezembro de 1990.

- [28] Torres, G.L. , “Modelos Lineares de Distribuição Ótima da Potência Reativa em Redes Elétricas”, Tese de Mestrado apresentada à Universidade Federal de Pernambuco, Agosto de 1991.
 - [29] Monticelli, A., “Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica”, Editora Edgard Blucher Ltda., São Paulo, 1983.
 - [30] Bazarra, M.S., Jarvis, J.J. & Sherali, H. D., “Linear Programming and Networks Flows”, Jonh Wiley & Sons, Inc., Second Edition, 1990.
 - [31] Moré, J. J. & Wright, S. J. , “Optimization Software Guide”, SIAM, Philadelphia, 1993.
-