

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA

*PROGRAMAÇÃO LINEAR APLICADA A SISTEMAS DE
ENERGIA ELÉTRICA: UM ESTUDO SOBRE AS MATRIZES
DE SENSIBILIDADE PARA O PROBLEMA REATIVO*

Sérgio Luís Haffner

Carlos Alberto Favarin Murari
Orientador

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica, UNICAMP,
como parte dos requisitos exigidos para a obtenção
do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Campinas, dezembro de 1990.



Este exemplar corresponde à redação final da tese
defendida por Sérgio Luís Haffner
e aprovada pela Comissão
Julgadora em 13 / 12 / 1990.

et AR. Murari
Orientador

À minha Família.

AGRADECIMENTOS

Desejo expressar meus sinceros agradecimentos

ao Prof. Carlos Alberto Favarin Murari pela dedicação e pelo estímulo no trabalho de orientação,

a Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul por tornar possível meus estudos na UNICAMP, em especial, ao Prof. Guilherme Alfredo Dentzien Dias,

ao Prof. Ariovaldo Verandio Garcia pela cooperação dispensada,

aos meus colegas de departamento pela amizade e

a Jacqueline pelo carinho e pela compreensão.

RESUMO

Neste trabalho, a partir de um problema geral denominado fluxo de carga ótimo, formula-se o problema de planejamento de reativos em um sistema de energia elétrica. Apresenta-se um algoritmo, baseado na técnica da programação linear sucessiva, que permite determinar a localização e a capacidade dos componentes reativos necessários para a operação e a expansão do sistema de forma ótima. Utiliza-se, em cada problema linear, uma especialização do algoritmo Dual-Simplex que opera com uma função objetivo linear por partes. Para o modelo incremental linear, são apresentadas quatro matrizes de sensibilidade esparsas, oriundas de diferentes aproximações. Efetuam-se testes para verificar o funcionamento do método bem como comparar o desempenho das diversas matrizes de sensibilidade.

Conteúdo

Introdução	1
1 Formulação Geral do Problema	4
1.1 Introdução	4
1.2 Variáveis do Sistema de Energia Elétrica	4
1.3 O Problema do Fluxo de Carga Ótimo	5
1.4 Decomposição do Problema do FCO	6
1.5 O Problema de Planejamento de Reativos	8
1.6 Métodos Empregados na Resolução do Problema de Planejamento de Reativos	10
1.6.1 Métodos da Programação Não-Linear	10
1.6.2 Métodos da Programação Linear	15
2 Um Modelo Incremental Linear Para o Planejamento de Reativos	19
2.1 Introdução	19
2.2 Variáveis do Problema Linear	20
2.2.1 Variáveis de Controle	20
2.2.2 Variáveis de Estado	22
2.3 Função Objetivo do Problema Linear	22
2.4 Restrições do Problema Linear	24
2.4.1 Restrições de Igualdade	24
2.4.2 Restrições de Desigualdade	24
2.5 O Problema Linear de Planejamento de Reativos	25
2.6 Resolução do PLPR	26
2.6.1 O Método Dual	29
3 Aplicação da Programação Linear Sucessiva	39
3.1 Introdução	39
3.2 Interpretação Geométrica da Programação Linear Sucessiva	39
3.3 A Interação Entre os Problemas	40
3.3.1 Variáveis de Ligação Adotadas	41
3.3.2 A Matriz de Sensibilidade	42
3.4 A Programação Linear Sucessiva	45

3.5	Exemplo de Aplicação da Programação Linear Sucessiva	48
4	Testes e Resultados	59
4.1	Introdução	59
4.2	Condições Comuns aos Testes Realizados	59
4.3	Sistema de Duas Barras	61
4.3.1	Teste A	62
4.3.2	Teste B	62
4.3.3	Teste C	63
4.3.4	Teste D	63
4.3.5	Teste E	65
4.3.6	Comentários Gerais Sobre os Testes Realizados com o Sistema de Duas Barras	65
4.4	Sistema de Trinta Barras	66
4.4.1	Testes com Variação na Rede	68
4.4.2	Testes Comparativos com o Método Primal	74
	Conclusão	89
A	Determinação das Matrizes de Sensibilidade $Q - V$	91
A.1	Introdução	91
A.2	Matriz B	91
A.3	Matriz L_{CRIC}	92
A.4	Matriz L_{CRIC}^{cte}	95
A.5	Matriz X	96
B	Ocorrência de Oscilação no Sistema de Duas Barras	97
B.1	Introdução	97
B.2	Detalhamento do Teste D com a Matriz de Sensibilidade L_{CRIC}	97
B.3	Comentários Relativos à Oscilação	110
	Bibliografia	112

Lista de Tabelas

1.1	Controles e Restrições dos Subproblemas Ativo e Reativo	7
3.1	Variáveis de Ligação Conforme o Tipo de Inicialização	42
4.1	Resultados do Teste A	62
4.2	Resultados do Teste B	62
4.3	Resultados do Teste C	63
4.4	Resultados do Teste D	63
4.5	Resultados Parciais do Teste D com L_{CRIC} - Inicialização FCPV	64
4.6	Resultados Parciais do Teste D com L_{CRIC} - Inicialização FCAC	64
4.7	Resultados do Teste E	65
4.8	Sistema IEEE30 - Barras com Capacidade Instalada	66
4.9	Sistema IEEE30 - "Taps" para o Caso Básico	68
4.10	Resultados do Caso Básico	68
4.11	Sistema IEEE30 - "Taps" para o Caso Alterado 1	69
4.12	Resultados do Caso Alterado 1	69
4.13	Desvios Obtidos no Caso Alterado 1 com L_{CRIC} - Inicialização FCPV .	70
4.14	Desvios Obtidos no Caso Alterado 1 com L_{CRIC} - Inicialização FCAC .	70
4.15	Sistema IEEE30 - "Taps" para o Caso Alterado 2	72
4.16	Resultados do Caso Alterado 2	72
4.17	Sistema IEEE30 - Valor Padrão dos "Taps"	74
4.18	Resultados dos Testes Executados com Método Primal	75
4.19	Resultados do Teste 1	75
4.20	Resultados do Teste 2	76
4.21	Desvios Obtidos no Teste 2 com L_{CRIC} - Inicialização FCPV	76
4.22	Desvios Obtidos no Teste 2 com L_{CRIC} - Inicialização FCAC	77
4.23	Resultados do Teste 3	77
4.24	Desvios Obtidos no Teste 3 com B - Inicialização FCAC	79
4.25	Desvios Obtidos no Teste 3 com L_{CRIC} - Inicialização FCPV	79
4.26	Desvios Obtidos no Teste 3 com L_{CRIC} - Inicialização FCAC	80
4.27	Coeficientes da Função Custo - Teste 4	80
4.28	Resultados do Teste 4	81
4.29	Desvios Obtidos no Teste 4 com B - Inicialização FCAC	81
4.30	Desvios Obtidos no Teste 4 com X - Inicialização FCAC	82

4.31	Coeficientes da Função Custo - Teste 5	85
4.32	Resultados do Teste 5	85
4.33	Coeficientes da Função Custo - Teste 6	86
4.34	Resultados do Teste 6	86
B.1	Custos dos Resultados Parciais	110
B.2	Valores Parciais das Variáveis de Ligação	111

Lista de Figuras

1.1	Modelo Entrada/Saída	5
1.2	Diagrama de Blocos do FCO Decomposto em Dois Subproblemas	8
1.3	Método Hierarquizado em Dois Níveis	18
2.1	Curvas de Custo das Variáveis de Controle	23
2.2	Particionamento da Matriz Básica	28
3.1	Ilustração da Interação do FC com a PL	40
3.2	Sistema Exemplo de Duas Barras	49
3.3	Curvas de Custo do Exemplo	49
4.1	Curvas de Custo Adotadas nos Exemplos	60
4.2	Sistema de Duas Barras	61
4.3	Sistema IEEE30 - Diagrama Unifilar	67
4.4	Evolução da Convergência – Caso Alterado 1	71
4.5	Evolução da Convergência – Teste 3	78
4.6	Evolução da Convergência – Teste 4	83
4.7	Evolução da Convergência – Teste 4 (continuação)	84

Introdução

A partir do final da década de 60 [1,2,3], paralelamente com o aprimoramento das técnicas de otimização e dos computadores que viabilizaram suas implementações, muitos esforços vêm sendo empregados em estudos relacionados com a otimização da operação e/ou expansão de sistemas de energia elétrica. Devido às características intrínsecas destes problemas, a maior parte dos esforços nesta área baseiam-se em métodos de programação não-linear embora hajam várias iniciativas utilizando técnicas de programação linear em problemas de planejamento, operação e controle [4 a 16] de sistemas de energia elétrica, apresentando resultados com precisão aceitável para muitas aplicações.

O problema reativo de um sistema de energia elétrica consiste em se determinar de forma ótima um conjunto de ações (despacho de potência reativa) e/ou onde instalar novos componentes reativos no sistema de modo que este opere em condições aceitáveis, quando sujeito às diversas condições de carga e alterações estruturais ocasionadas por contingências. Este problema é denominado Planejamento de Reativos podendo ser enfocado como um problema de curto prazo (operação) ou como um problema de médio e longo prazo (planejamento).

Dentre os trabalhos que enfocam o problema de planejamento de reativos, alguns baseiam-se em técnicas da programação linear:

- Hobson [6] desenvolveu um método baseado em programação linear para efetuar o controle da potência reativa. Utilizando-se de um modelo incremental linear fundamentado no fluxo de carga desacoplado rápido, incorporou os “taps” dos transformadores aos controles usuais e discutiu a aplicação de quatro funções objetivo.

- Hughes e outros [7] desenvolveram um esquema de planejamento em três estágios empregando um modelo incremental do sistema. O estágio 1 emprega o método do gradiente reduzido, com a função objetivo penalizada, para otimizar os componentes reativos do caso base e de todas as contingências independentemente. Todos os controles existentes são ampla-

mente utilizados antes de adicionar um novo componente. O estágio 2 utiliza programação linear para determinar uma configuração que simultaneamente atenda a todas as condições. Finalmente, no estágio 3 é obtida uma solução com blocos de compensação de tamanho padrão através do emprego de programação inteira.

- O controle ótimo da potência reativa, com a minimização de perdas, é estudado por Mamandur e Chenoweth [8]. Para este problema as restrições são: os limites de geração de potência reativa, os limites das magnitudes das tensões nas barras de carga e os limites de operação das variáveis de controle ("taps" dos transformadores, magnitudes das tensões nos geradores e chaveamento de outros componentes reativos). O método descrito emprega técnicas de programação linear juntamente com uma relação de sensibilidade baseada na matriz Jacobiana do fluxo de carga pelo método de Newton.

- Viltoner [10] desenvolveu um algoritmo para o planejamento de reativos utilizando como controles as injeções de potência reativa e os "taps" dos transformadores. O problema é resolvido através da técnica da programação linear sucessiva juntamente com o algoritmo Primal-Simplex. O modelo linear fundamenta-se no fluxo de carga desacoplado rápido.

- Utilizando um modelo linear fundamentado no fluxo de carga desacoplado rápido, Ariovaldo [12] empregou o algoritmo Dual-Simplex e a técnica da programação linear sucessiva para efetuar o planejamento de reativos. Os controles utilizados são as injeções de potência reativa e os "taps" dos transformadores.

- Mantovani [13] utilizou um modelo linear baseado na matriz Jacobiana Reativa considerando, de forma implícita, o acoplamento. O algoritmo Primal-Simplex foi empregado juntamente com a técnica da programação linear sucessiva.

- Kirschen e Van Meeteren [14] acrescentam, à estrutura original dos algoritmos desacoplados para fluxo de carga ótimo, um controle para corrigir violações nas restrições de magnitude da tensão, utilizando o remanejamento da potência ativa. O método utiliza modelos lineares baseados em aproximações da matriz Jacobiana do fluxo de carga pelo método de Newton.

- Um modelo linearizado para efetuar o planejamento de reativos considerando contingências foi utilizado por Opoku [15]. O método fundamentou-se no fluxo de carga desacoplado rápido e no algoritmo Dual-Simplex.

Neste trabalho o problema de Planejamento de Reativos é resolvido através de um algoritmo de programação linear sucessiva, onde as restrições são linearizadas em torno de um ponto de operação conhecido e a função objetivo representa aspectos econômicos. Na formação do modelo incremental linear várias matrizes de sensibilidade são utilizadas.

No Capítulo 1, o problema de Planejamento de Reativos é formulado a partir de um problema muito abrangente denominado Fluxo de Carga Ótimo e são apresentados de forma sumária os métodos empregados em sua solução.

No Capítulo 2, são feitas algumas aproximações no problema de Planejamento de Reativos com o intuito de obter-se um problema linear em torno de algum ponto de operação conhecido do sistema. Este problema linear é então resolvido através do algoritmo Dual-Simplex que é detalhado no final do capítulo.

No Capítulo 3, é aplicada a Técnica da Programação Linear Sucessiva ao problema de Planejamento de Reativos, utilizando-se o problema linear formulado no Capítulo 2. São descritas as formas pelas quais a aproximação linear interage com o problema não-linear e apresenta-se um exemplo detalhado do emprego desta técnica.

Os testes executados, juntamente com alguns comentários preliminares a respeito do desempenho de programas baseados na metodologia descrita nos capítulos anteriores, encontram-se no Capítulo 4. Um sistema de duas barras permitiu uma análise detalhada do comportamento da metodologia cujas características principais mantiveram-se em um sistema de trinta barras.

Finalizando, apresentam-se conclusões e comentários.

Em apêndices encontram-se as origens das matrizes de sensibilidade $Q-V$ adotadas na construção do modelo linear utilizado (Apêndice A) e o detalhamento de um caso no qual a solução não foi encontrada (Apêndice B).

Capítulo 1

Formulação Geral do Problema

1.1 Introdução

O objetivo deste capítulo é apresentar a formulação básica do problema de *Planejamento de Reativos* em um sistema de energia elétrica. Inicialmente são classificadas as variáveis do sistema de energia elétrica e apresentado o problema do Fluxo de Carga Ótimo em função destas. Após, efetua-se a decomposição do problema do Fluxo de Carga Ótimo em dois subproblemas, ativo e reativo, e descreve-se o problema de Planejamento de Reativos. Para finalizar, faz-se um breve resumo dos métodos mais comuns utilizados na resolução deste problema, dando-se ênfase aos métodos da programação linear.

1.2 Variáveis do Sistema de Energia Elétrica

Em um sistema de energia elétrica há uma razoável diversidade de variáveis (magnitude e ângulo da tensão nodal, injeção/demanda de potência ativa e reativa em cada nó, fluxos de potência ativa e reativa em cada ligação, ângulos dos defasadores, “taps” dos transformadores, etc) que podem ser agrupadas de acordo com suas características. Uma partição natural destas variáveis é a seguinte:

Controle ou Decisão ($\underline{u}$) - variáveis sobre as quais tem-se controle completo como por exemplo: as injeções de potência ativa e reativa ou as magnitudes das tensões em barras de geração, os ângulos dos defasadores e os “taps” dos transformadores;

Estado ou Dependentes ($\underline{x}$) - variáveis sobre as quais não é possível um controle direto sobre seus valores como por exemplo: os ângulos das tensões nodais e as magnitudes das tensões em barras de carga e

Saída ($\underline{y}$) - variáveis que são funções das variáveis de estado e/ou de controle como por exemplo: os fluxos de potência ativa e reativa nas ligações e a injeção de potência ativa na barra de referência.

O sistema de energia elétrica pode ser visto como um bloco que produz um conjunto de saídas ($\underline{x}$, $\underline{y}$) para cada conjunto de entradas ($\underline{u}$), conforme representado na *Figura 1.1*.

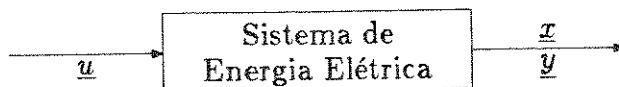


Figura 1.1: Modelo Entrada/Saída

A escolha apropriada das variáveis $\underline{u}$ e $\underline{x}$ é essencial ao processo de modelamento do sistema de energia elétrica e está fortemente vinculada à natureza do problema, podendo existir muitas escolhas possíveis para problemas distintos.

Utilizando-se esta partição das variáveis do sistema de energia elétrica (controle, estado e saída) formula-se o problema do Fluxo de Carga Ótimo.

1.3 O Problema do Fluxo de Carga Ótimo

De modo resumido, o Fluxo de Carga Ótimo (FCO) é um problema de cálculo dos valores em que as variáveis de controle devem ser ajustadas de modo a satisfazer um critério global de otimalidade. Isto pode ser feito através da definição de um objetivo e da obtenção de seu valor ótimo (mínimo ou máximo); este é um problema de otimização estática de uma função objetivo escalar (também chamada de função custo) [3]. Em geral, o problema do Fluxo de Carga Ótimo pode ser apresentado como [11,17,18]:

$$(FCO) \quad \begin{cases} \text{Min} & f(\underline{u}, \underline{x}) \\ \text{s.a.} & \underline{g}(\underline{u}, \underline{x}) = \underline{0} \\ & \underline{h}(\underline{u}, \underline{x}) \leq \underline{0} \end{cases} \quad (1.1)$$

onde:

- $\underline{u}$ - variáveis de controle;
- $\underline{x}$ - variáveis de estado;
- $f(.)$ - função objetivo;
- $\underline{g}(.)$ - equações do fluxo de carga convencional e
- $\underline{h}(.)$ - limites de operação do sistema.

Na formulação deste problema devem ser considerados alguns fatores relacionados com as restrições e a função objetivo:

Restrições de Igualdade - são funções não-lineares das variáveis de controle $\underline{u}$ e de estado $\underline{x}$;

Restrições de Desigualdade - são compostas por funções lineares das variáveis de controle $\underline{u}$ (limites das variáveis de controle) e funções geralmente não-lineares das variáveis de controle $\underline{u}$ e de estado $\underline{x}$ (demais limites de operação do sistema) e

Função Objetivo - é escalar, sendo as mais comuns a minimização das seguintes funções:

- custo da geração de potência ativa;
- perdas de potência ativa no sistema de transmissão;
- desvio de um ponto de operação e
- número de ações de controle.

Deve-se considerar também que este problema apresenta um número bastante elevado de restrições de igualdade e de desigualdade, caracterizando-o como um problema de grande porte. Objetivando a redução da sua dimensão, pode-se decompô-lo em dois subproblemas: *ativo* e *reativo*, o que possibilita utilizar em cada subproblema, funções objetivos diferentes e também técnicas de solução direcionadas a cada subproblema específico, proporcionando considerável flexibilidade na utilização do FCO [19,20].

1.4 Decomposição do Problema do FCO

Em geral, em redes de transmissão em extra-alta tensão (EAT; $> 230kV$) e ultra-alta tensão (UAT; $> 750kV$), verificam-se os seguintes fatos:

- os fluxos de *potência ativa* relacionam-se de maneira mais intensa com os *ângulos* das tensões nodais do que com as suas magnitudes e
- os fluxos de *potência reativa* relacionam-se de maneira mais intensa com as *magnitudes* das tensões nodais do que com os seus ângulos.

Desconsiderando-se os fracos acoplamentos existentes entre a potência ativa e a magnitude da tensão e entre a potência reativa e o ângulo da tensão, o problema (1.1) pode ser decomposto em dois subproblemas [9,11,19,20,21]: *ativo* e *reativo*.

Subproblema Ativo - Consiste em se determinar os valores das variáveis de controle da potência ativa que minimizem uma função objetivo que é função destas mesmas variáveis enquanto satisfaz as restrições de potência ativa, com as variáveis de controle da potência reativa mantidas constantes.

Subproblema Reativo - Consiste em se determinar os valores das variáveis de controle da potência reativa que minimizem uma função objetivo que é função destas mesmas variáveis enquanto satisfaz as restrições de potência reativa, com as variáveis de controle da potência ativa mantidas constantes.

Cada subproblema pode ser formulado, independentemente, utilizando-se algumas das variáveis de controle e restrições mais comuns apresentadas na *Tabela 1.1*.

Tabela 1.1: Controles e Restrições dos Subproblemas Ativo e Reativo

Subproblema	Controles	Restrições
Ativo	Potência Ativa Gerada Intercâmbio Ângulo dos Defasadores Potência Ativa em "Links" CC Corte ou Redução de Carga (MW) Chaveamento de Linhas	Limites nas Variáveis de Controle Ângulo entre Barras Específicas Fluxos nas Ligações (MW) Margem de Reserva (MW) Intercâmbio entre Áreas (MW) Geração Líquida por Área (MW) Balanço de Potência Ativa Magnitude das Tensões Nodais [14]
Reativo	Potência Reativa Gerada ou Magnitude da Tensão Transformadores com "tap" Variável Compensadores Estáticos "Status" de Capacitores/Reatores Corte ou Redução de Carga (MVar)	Limites nas Variáveis de Controle Magnitudes das Tensões Nodais Potência Reativa Gerada Fluxos nas Ligações (MVar) Margem de Reserva (MVar) Intercâmbio entre Áreas (MVar)

Com relação ao subproblema reativo, deve-se salientar que tanto a potência reativa gerada como a magnitude da tensão podem ser utilizadas como variáveis de controle. Quando utiliza-se a potência reativa gerada, na chamada *Formulação Q*, a magnitude da tensão passa a ser considerada variável de estado e vice-versa na chamada *Formulação V* [9].

Para um sistema totalmente desacoplado, a solução do problema do FCO pode ser obtida através de uma única resolução de cada subproblema mas como, em geral, existe acoplamento, após a resolução do subproblema reativo faz-se necessário um teste da solução atual para verificar-se se é ou não aceitável. Caso não o seja, deve-se tornar a resolver os subproblemas até a convergência, conforme mostrado no diagrama da *Figura 1.2*.

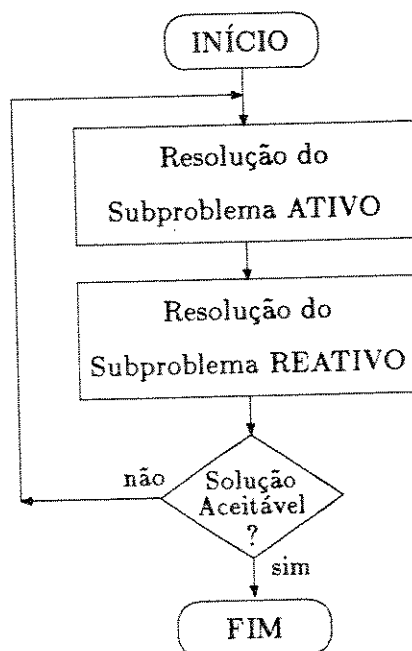


Figura 1.2: Diagrama de Blocos do FCO Decomposto em Dois Subproblemas

Uma grande vantagem desta aproximação é que cada subproblema pode ser resolvido independentemente, ou seja, enquanto resolve-se um problema, o outro é considerado como se estivesse em seu valor ótimo. Uma variante seria efetuar apenas a resolução de um dos subproblemas, ativo ou reativo, sem que o outro seja alterado. Neste sentido se insere o *Problema de Planejamento de Reativos*, operando apenas com o subproblema reativo.

1.5 O Problema de Planejamento de Reativos

Inserido no subproblema reativo, o planejamento de reativos consiste em se determinar um conjunto de ações (despacho de potência reativa) e/ou onde instalar novas fontes de potência reativa (capacitores, reatores e compensadores estáticos e síncronos) para corrigir violações nas magnitudes das tensões ou nos limites dos geradores em condições normais de operação ou sob contingência [15]. Este é um problema de otimização que busca minimizar o custo de instalação e as ações de controle.

Na formulação deste problema, foram consideradas as seguintes hipóteses:

- as variáveis de controle da potência ativa (potência ativa gerada, in-

tercâmbio, ângulo dos defasadores, potência ativa em "links" CC, corte ou redução de carga, chaveamento de linhas) não estão disponíveis para serem alteradas, isto é, são consideradas constantes;

- na função objetivo foi considerado somente o custo das variáveis de controle;
- não foram considerados os limites nos fluxos de potência nos ramos nem o intercâmbio entre áreas já que estes são predominantemente ativos e
- todas as variáveis do problema são contínuas.

A função objetivo, minimização do custo de operação/instalação das fontes de potência reativa foi escolhida por estar relacionada com aspectos econômicos e também por não ter vínculos muito fortes com o problema ativo, o que ocorre, por exemplo, com a minimização de perdas de potência ativa no sistema de transmissão que não é uma função facilmente separável.

Desta forma, considerando-se fixas as variáveis de controle da potência ativa, o problema de Planejamento de Reativos (PR) passa a ter função objetivo dependente apenas das variáveis de controle da potência reativa:

$$(PR) \quad \begin{cases} \text{Min} & f(\underline{u}) \\ \text{s.a.} & \underline{g}(\underline{u}, \underline{x}) = \underline{0} \\ & \underline{u}^{\min} \leq \underline{u} \leq \underline{u}^{\max} \\ & \underline{x}^{\min} \leq \underline{x} \leq \underline{x}^{\max} \end{cases} \quad (1.2)$$

onde:

- $\underline{u}$ - vetor das variáveis de controle: potência reativa ou magnitude da tensão nas barras de geração, posição dos "taps" controlados, potência reativa gerada por compensadores estáticos ou síncronos, chaveamento de capacitores ou reatores, corte ou redução de carga;
- $\underline{x}$ - vetor das variáveis de estado: magnitude da tensão ou potência reativa nas barras de geração, ângulo das tensões em todas as barras (exceto da referência angular);
- $f(.)$ - função objetivo: custo de operação/instalação de fontes reativas;
- $\underline{g}(.)$ - equações do fluxo de carga convencional;
- $\underline{u}^{\min}, \underline{u}^{\max}$ - limites *mínimos* e *máximos* das variáveis de controle e
- $\underline{x}^{\min}, \underline{x}^{\max}$ - limites *mínimos* e *máximos* das variáveis de estado.

Com esta formulação é possível executar o planejamento a longo prazo e também resolver o problema de operação da rede [13]. No primeiro caso, planejamento a longo prazo, busca-se (dentro de um elenco de possibilidades) a localização, o tipo e a dimensão do equipamento a ser instalado de modo que a rede prevista satisfaça as restrições operacionais com o mínimo custo de expansão. No segundo, operação da rede, existe um conjunto pré-definido de elementos de controle os quais devem ser ajustados de modo a satisfazer as restrições operacionais. Além disto muitos métodos podem ser empregados na resolução deste problema, sendo os mais comuns citados a seguir.

1.6 Métodos Empregados na Resolução do Problema de Planejamento de Reativos

Como os problemas de Fluxo de Carga Ótimo e Planejamento de Reativos têm uma estrutura muito semelhante, os métodos empregados na resolução destes também são muito semelhantes. Algumas características das principais técnicas de otimização empregadas na resolução do Fluxo de Carga Ótimo são apresentadas a seguir e estão agrupadas em: métodos da *Programação Não-Linear (PNL)* e métodos da *Programação Linear (PL)*.

1.6.1 Métodos da Programação Não-Linear

Os métodos da programação não-linear visam resolver o problema (1.2) com o mínimo de aproximações, ou seja, respeitando as características da função objetivo e das restrições. Tradicionalmente, estes métodos têm tido dificuldades com o manuseio das restrições de desigualdade que não sejam simples limites (às vezes chamadas de desigualdades funcionais) [21]. As técnicas não-lineares mais apropriadas podem ser reunidas em cinco grupos: *Kuhn-Tucker*, *Penalidades*, *Gradiente*, *Newton* e *Lagrangeano Aumentado*.

- **Kuhn-Tucker** - Estas técnicas tentam resolver o problema do FCO pela solução direta das condições de otimalidade decorrentes da aplicação do *Teorema de Kuhn-Tucker* em (1.1), isto é, para $\lambda \in \mathbb{R}^n$ e $\mu \in \mathbb{R}^m$, $\mu \geq 0$:

$$(K-T) \quad \begin{cases} \underline{g}(\underline{u}, \underline{x}) = 0 & e & \underline{h}(\underline{u}, \underline{x}) \leq 0 \\ \mu \underline{h}(\underline{u}, \underline{x}) = 0 \\ \nabla f(\underline{u}, \underline{x}) + \lambda \nabla \underline{g}(\underline{u}, \underline{x}) + \mu \nabla \underline{h}(\underline{u}, \underline{x}) = 0 \end{cases} \quad (1.3)$$

O problema (1.3) é resolvido para $\underline{u}$, $\underline{x}$, μ e λ usando técnicas de solução de sistemas de equações não-lineares, por exemplo o método de Gauss-Seidel [22]. Geralmente, o processo de convergência destes algoritmos é muito lento e irregular, depende excessivamente da solução inicial e portanto sua utilidade prática é limitada [21].

- **Penalidades** - Aqui o problema de otimização com restrições é resolvido através de uma sequência de problemas irrestritos por intermédio do uso de *funções de penalidade* para tratar as restrições de igualdade e desigualdade, isto é, o problema torna-se:

$$\text{Min } \hat{f}(\underline{u}, \underline{x}) = f(\underline{u}, \underline{x}) + \sum_{i=1}^n r_i g_i^2(\underline{u}, \underline{x}) + \sum_{j \in B} s_j h_j^2(\underline{u}, \underline{x}) \quad (1.4)$$

onde $\hat{f}(\cdot)$ é a nova função objetivo, penalizada pelos fatores r_i e s_j (escalares e positivos), n o número de restrições de igualdade e B o conjunto de restrições de desigualdade violadas ou quase-violadas. A solução do problema (1.4) pode ser obtida pela minimização de uma sequência de funções quadráticas que aproximam a função $\hat{f}(\underline{u}, \underline{x})$ [23], ou seja:

$$\hat{f}(\underline{z}^{(\nu+1)}) \approx \hat{f}(\underline{z}^{(\nu)}) + \nabla \hat{f}(\underline{z}^{(\nu)})^\top \Delta \underline{z}^{(\nu)} + \frac{1}{2} \Delta \underline{z}^{(\nu)\top} \nabla^2 \hat{f}(\underline{z}^{(\nu)}) \Delta \underline{z}^{(\nu)} \quad (1.5)$$

onde:

$\underline{z}$ - vetor das variáveis de controle e de estado: $\underline{z} = (\underline{u}, \underline{x})$;

$\nabla \hat{f}(\underline{z})$ - vetor gradiente da função objetivo penalizada e

$\nabla^2 \hat{f}(\underline{z})$ - matriz Hessiana da função objetivo penalizada.

Em cada passo a solução parcial $\underline{z}^{(\nu)}$ é melhorada aplicando-se a condição necessária de mínimo à função quadrática (1.5):

$$\Delta \underline{z}^{(\nu)} = - [\nabla^2 \hat{f}(\underline{z}^{(\nu)})]^{-1} \nabla \hat{f}(\underline{z}^{(\nu)}) \quad (1.6)$$

$$\underline{z}^{(\nu+1)} = \underline{z}^{(\nu)} + \Delta \underline{z}^{(\nu)} \quad (1.7)$$

Embora esta técnica seja teoricamente muito atrativa, surgem alguns problemas práticos em sua implementação como por exemplo a determinação dos fatores de penalidade ao longo do processo pois, para satisfazer-se todas as restrições, é necessário aumentar os fatores de penalidades (r_i e s_j) da equação (1.4) para números muito grandes que podem causar instabilidade numérica [21].

- **Gradiente** - Esta técnica pode ser utilizada para resolver o problema (1.2) diretamente ou para resolver o sistema de equações não-lineares resultante da aplicação do teorema de Kuhn-Tucker ao problema [21].

A solução ótima, $\underline{z}^* = (\underline{u}^*, \underline{x}^*)$, é obtida através de uma sequência de estimativas geradas da seguinte forma:

$$\underline{z}^{(\nu+1)} = \underline{z}^{(\nu)} + \alpha^{(\nu)} \Delta \underline{z}^{(\nu)} \quad (1.8)$$

onde:

- $\alpha^{(\nu)}$ - tamanho do passo e
- $\Delta \underline{z}^{(\nu)}$ - direção na qual a função objetivo é otimizada - geralmente relacionada com a direção contrária ao gradiente da função objetivo:
 $\Delta \underline{z}^{(\nu)} = -\nabla f(\underline{z}^{(\nu)})$.

As restrições de desigualdade são consideradas quando determina-se o tamanho do passo $\alpha^{(\nu)}$ e, algumas vezes, via funções de penalidades [3], quando a direção utilizada é contrária ao gradiente da função objetivo penalizada:

$$\Delta \underline{z}^{(\nu)} = -\nabla \hat{f}(\underline{z}^{(\nu)}) \quad (1.9)$$

Geralmente, o conjunto de variáveis $\underline{z}$ é particionado em variáveis independentes (ou de controle), $\underline{u}$, e variáveis dependentes (ou de estado), $\underline{x}$, sendo a direção $\Delta \underline{z}^{(\nu)}$ calculada somente no espaço das variáveis independentes - o chamado *Gradiente Reduzido*. Uma extensão da técnica do Gradiente Reduzido para problemas com restrições não-lineares é conhecida como *Gradiente Reduzido Generalizado* [21] cujo problema padrão tem a seguinte forma:

$$\begin{cases} \text{Min} & f(\underline{z}) \\ \text{s.a.} & \underline{g}(\underline{z}) = \underline{0} \\ & \underline{z}^{\min} \leq \underline{z} \leq \underline{z}^{\max} \end{cases} \quad (1.10)$$

Dado um ponto inicial factível $\underline{z}^0 = (\underline{u}^0, \underline{x}^0)$, o algoritmo do Gradiente Reduzido Generalizado é o seguinte [21]:

- i* - Calcular a direção de movimento das variáveis independentes de modo que a função objetivo seja otimizada: $\Delta \underline{u}^0$
- i.1* - Calcular o gradiente reduzido, $\underline{r}^0$, com relação a $\underline{u}$:

$$\underline{r}^0 = \frac{\partial f(\underline{z})}{\partial \underline{u}} - \frac{\partial f(\underline{z})}{\partial \underline{x}} \left(\frac{\partial g(\underline{z})}{\partial \underline{x}} \right)^{-1} \frac{\partial g(\underline{z})}{\partial \underline{u}} \bigg|_{(\underline{u}^0, \underline{x}^0)}$$

- i.2 - Determinar a projeção do gradiente reduzido, $\underline{p}^\circ$, que corresponde a uma direção factível com relação às restrições de desigualdade das variáveis de controle, isto é:

$$\underline{p}_i^\circ = \begin{cases} 0, & \text{se } u_i = u_i^{max} \text{ e } r_i^\circ > 0 \\ 0, & \text{se } u_i = u_i^{min} \text{ e } r_i^\circ < 0 \\ r_i^\circ, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- i.3 - Fazer $\Delta \underline{u}^\circ = \underline{p}^\circ$. Isto pode ser modificado para acelerar a convergência utilizando-se direções conjugadas (Fletcher-Reeves).
- ii - Calcular o valor inicial do tamanho do passo α .
- iii - Calcular o valor temporário das variáveis de controle, $\underline{u}^{temp}$, da seguinte forma:

$$\underline{u}_i^{temp} = \begin{cases} u_i^{max} & \text{se } u_i^\circ - \alpha \Delta u_i^\circ > u_i^{max} \\ u_i^{min} & \text{se } u_i^\circ - \alpha \Delta u_i^\circ < u_i^{min} \\ u_i^\circ - \alpha \Delta u_i^\circ & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- iv - Calcular o vetor temporário das variáveis dependentes, $\underline{x}^{temp}$, correspondentes a $\underline{u}^{temp}$, através da solução do sistema de equações não-lineares $\underline{g}(\underline{u}^{temp}, \underline{x}^{temp}) = \underline{0}$, obtendo-se o ponto $\underline{z}^{temp}$.
- v - Se $f(\underline{z}^{temp}) \geq f(\underline{z}^\circ)$, reduzir α e retornar para o passo iii com o mesmo valor de $\Delta \underline{u}^\circ$. Se $f(\underline{z}^{temp}) < f(\underline{z}^\circ)$, fazer $\underline{u}^\circ = \underline{u}^{temp}$ e começar uma nova iteração, retornando ao passo i, ou melhorar o último valor de α e voltar para o passo iii.

Em alguns algoritmos, a partição $\underline{z} = (\underline{u}, \underline{x})$, é mantida constante durante todo processo de otimização, enquanto que em outros, uma lógica é incorporada para modificar esta partição quando algumas variáveis dependentes alcançam seus limites.

- **Newton [21]** - Esta técnica é, basicamente, um processo iterativo que tenta resolver o problema não-linear através da geração de uma sequência de estimativas ($\underline{z}^1, \underline{z}^2, \underline{z}^3, \dots$) que converge para a solução $\underline{z}^*$ de forma quadrática (técnica de Newton pura) ou superlinear (Quase-Newton). Cada estimativa prévia $\underline{z}^{(\nu)}$ é melhorada efetuando-se um passo de tamanho $\alpha^{(\nu)}$ na direção $\Delta \underline{z}^{(\nu)}$ de modo tal que $\underline{z}^{(\nu+1)} = \underline{z}^{(\nu)} + \alpha^{(\nu)} \Delta \underline{z}^{(\nu)}$. A direção $\Delta \underline{z}^{(\nu)}$ em que a função objetivo será otimizada é obtida pela solução, em cada iteração, de uma versão simplificada do problema (1.2) que é obtida trocando-se a função objetivo $f(\underline{z})$ por uma aproximação de segunda ordem e linearizando-se as restrições. Portanto, a determinação de $\Delta \underline{z}$ torna-se um problema de Programação Quadrática.

Sem perda de generalidade, assume-se que o problema (1.1) pode ser formulado da seguinte forma:

$$\begin{cases} \text{Min} & f(\underline{z}) \\ \text{s.a.} & \underline{c}(\underline{z}) = \underline{0} \end{cases} \quad (1.11)$$

O problema (1.11) é então resolvido por uma sequência de problemas de programação quadrática da forma:

$$\begin{cases} \text{Min} & f(\underline{z}^{(\nu+1)}) = f(\underline{z}^{(\nu)}) + \nabla f(\underline{z}^{(\nu)})^\top \Delta \underline{z}^{(\nu)} + \frac{1}{2} \Delta \underline{z}^{(\nu)\top} H \Delta \underline{z}^{(\nu)} \\ \text{s.a.} & J \underline{z} = \underline{0} \end{cases} \quad (1.12)$$

onde:

H - na técnica de Newton pura, é a Hessiana do Lagrangeano do problema (1.1) em relação a $\underline{z}$ e é calculada analiticamente; nas formulações Quase-Newton, é uma aproximação positiva definida desta matriz sendo geralmente inicializada com a matriz identidade e atualizada para toda iteração ν , mediante uma fórmula que preserva sua característica positiva definida e utilize informação da iteração $\nu - 1$ e

J - matriz Jacobiana das restrições em relação a $\underline{z}$.

O problema (1.12) pode ser resolvido aplicando-se o Teorema de Kuhn-Tucker e resolvendo-se o sistema de equações lineares resultante para $\Delta \underline{z}$, ou seja resolvendo-se:

$$\begin{bmatrix} H & -A^\top \\ A & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \underline{z}^{(\nu)} \\ \lambda^{(\nu)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\nabla f(\underline{z}^{(\nu)}) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

onde a matriz A é formada pelas linhas da matriz J que correspondem às restrições ativas ($J_i \in A \Leftrightarrow J_i \underline{z} = 0$), geralmente consumindo algum tempo para ser determinada [21]. Um método através do qual isto pode ser feito é descrito em [24].

- **Lagrangeano Aumentado** [21] - Foi criado para remediar o problema da convergência lenta associado com os métodos que utilizavam somente funções de penalidade. Como originalmente proposto, o método é baseado na transformação do problema (1.1) em um problema irrestrito onde a função objetivo é:

$$\text{Min } \hat{f}(\underline{z}) = f(\underline{z}) + \underline{\lambda} \underline{g}(\underline{z}) + \underline{\mu} \underline{h}(\underline{z}) + \sum_{i=1}^n r_i g_i^2(\underline{z}) + \sum_{j \in B} s_j h_j^2(\underline{z}) \quad (1.14)$$

onde $\hat{f}(\cdot)$ é o Lagrangeano Aumentado da função objetivo cujos fatores de penalidade são r_i e s_j (escalares e positivos), n o número de restrições de igualdade e B o conjunto de restrições de desigualdade violadas ou quase-violadas. Esta expressão difere da expressão (1.4) nos termos $\underline{\lambda}g(\underline{z})$ e $\underline{\mu}h(\underline{z})$, os quais evitam o problema de mau condicionamento associado com os métodos clássicos de penalidades. Em cada iteração ν do processo, a função objetivo (1.14) é otimizada com $\underline{\lambda}^{(\nu)}$, $\underline{\mu}^{(\nu)}$, $\underline{r}^{(\nu)}$ e $\underline{s}^{(\nu)}$ que são atualizadas de acordo com as seguintes regras:

$$r_i^{(\nu+1)} \geq r_i^{(\nu)} \quad (1.15)$$

$$s_i^{(\nu+1)} \geq s_i^{(\nu)} \quad (1.16)$$

$$\lambda_i^{(\nu+1)} = \lambda_i^{(\nu)} + r_i^{(\nu)} g_i(\underline{z}^{*(\nu)}) \quad (1.17)$$

$$\mu_i^{(\nu+1)} = \mu_i^{(\nu)} + s_i^{(\nu)} h_i(\underline{z}^{*(\nu)}) \quad (1.18)$$

onde $\underline{z}^{*(\nu)}$ é a solução ótima da equação (1.14) na iteração ν .

1.6.2 Métodos da Programação Linear

Nos métodos da programação linear, a função objetivo é aproximada por uma função linear por partes e as restrições são linearizadas em torno de um dado ponto de operação. Para resolver-se o problema linear resultante, existem basicamente dois métodos [4]:

Método Primal - A partir de um ponto inicial que corresponde a um vértice *factível* busca-se, a cada iteração da PL, uma solução que optimize a função objetivo (custo menor, por exemplo).

O ponto inicial factível pode ser obtido através de um *Fluxo de Carga PV* [10] – onde todas as barras são PVs com os limites de geração de potência reativa abertos – ou de um *Fluxo de Carga Especial* [13] – que transforma em PVs, as barras cujas tensões violam algum limite, com tensão estipulada no próprio limite violado. Pode ocorrer que algumas barras, transformadas em PVs pelo Fluxo de Carga Especial, não tenham condições de possuir o suporte de reativos necessário para manterem-se com suas tensões nos valores determinados. Neste caso, a solução obtida viola alguns limites, devendo-se executar a chamada Fase I [27] que consiste na resolução de um PL, com a inclusão de variáveis e função objetivo artificiais, para obter-se uma solução factível [13].

Cada problema linear é resolvido executando-se os seguintes passos:

Programação Linear - Método Primal [4]

- i* - Determinar um ponto de partida *factível* e formar a inversa da base;
- ii* - Selecionar dentre todas as restrições *ativas*¹ a restrição α a ser relaxada (a sair do limite), correspondendo àquela que melhor otimiza a função objetivo;
- iii* - Se *existe* a restrição α então:
 - 1. Encontrar (entre as restrições *não-ativas*²) a restrição β que primeiro atinge seu limite se a restrição α for afastada do seu;
 - 2. Fazer a restrição β ativa e a restrição α não-ativa, alterando a base;
 - 3. Atualizar a inversa da base e voltar para o passo *ii*;
- iv* - Caso *não exista* esta restrição, o problema está resolvido e a solução atual é ótima.

Método Dual - A partir de um ponto inicial que corresponde a uma solução *otimista* mas não *factível*, busca-se a cada iteração da PL, atingir a *factibilidade* em detrimento do valor da função objetivo mas mantendo-se a *otimalidade*. Para a obtenção deste ponto *otimista* inicial, ignoram-se todas as restrições de desigualdade e portanto o valor da função objetivo será o melhor possível.

No método dual, cada problema linear é resolvido executando-se os seguintes passos:

Programação Linear - Método Dual [4]

- i* - Determinar um ponto de partida *otimista* (desconsiderando as restrições) e formar a inversa da base;
- ii* - Selecionar dentre todas as restrições *não-ativas* a restrição mais violada, restrição α ;
- iii* - Se *existe* a restrição α então:
 - 1. Encontrar (entre as restrições *ativas*) a restrição β que ao deixar seu limite, ocasiona o menor acréscimo na função objetivo se trocada pela restrição α ;
 - 2. Fazer a restrição α ativa e a restrição β não-ativa, alterando a base;
 - 3. Atualizar a inversa da base e voltar para o passo *ii*;
- iv* - Caso *não exista* esta restrição, o problema está resolvido e a solução atual é ótima.

¹Restrições de desigualdade que estão sem folga: $\underline{h}(\underline{u}, \underline{x}) = 0$

²Restrições de desigualdade que estão com folga: $\underline{h}(\underline{u}, \underline{x}) < 0$

O problema não-linear (1.2) é resolvido interagindo-se os resultados obtidos através da programação linear com o modelo não-linear, representado pelo fluxo de carga AC, executando-se os seguintes passos:

Programação Linear Sucessiva

- i* - Fazer $\nu = 0$ e obter os valores iniciais das variáveis;
- ii* - Determinar o estado inicial através da solução do fluxo de carga AC;
- iii* - Formar o modelo incremental linear em torno deste estado;
- iv* - Resolver o problema linear para determinar uma solução *ótima* – Método Primal ou Dual;
- v* - Atualizar as variáveis e fazer $\nu = \nu + 1$;
- vi* - Testar convergência: caso *não* seja obtida, voltar para o passo *ii*; caso contrário *fim*.

Recentemente, um método hierarquizado em dois níveis, baseado na Decomposição de Benders Generalizada, tem sido empregado para solucionar o problema de planejamento de reativos [21,25,26]. O problema de otimização das fontes reativas é decomposto em duas partes:

- subproblema de investimento, onde são tomadas as decisões sobre a localização e a capacidade das novas fontes e
- subproblema de operação, no qual estas fontes são utilizadas para otimizar a operação do sistema.

O método aproveita-se das diferenças entre o subproblema de investimento (determinação das novas fontes de potência reativa com o mínimo custo de expansão) e o subproblema de operação (despacho ótimo das fontes de potência reativa disponíveis) e a solução é determinada pela interação entre os resultados de cada subproblema conforme ilustra a *Figura 1.3*.

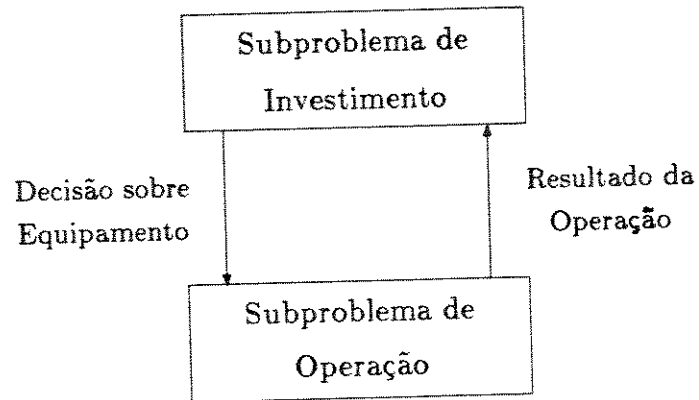


Figura 1.3: Método Hierarquizado em Dois Níveis

Neste trabalho, que visou o Problema de Planejamento de Reativos, foi utilizada a técnica da Programação Linear Sucessiva em conjunto com o Método Dual pelo fato de ser mais fácil obter-se um ponto de partida *otimista* para o dual do que um *factível* para o primal.

Capítulo 2

Um Modelo Incremental Linear Para o Planejamento de Reativos

2.1 Introdução

Conforme descrito no capítulo anterior, o problema não-linear de Planejamento de Reativos (PR) pode ser formulado da seguinte maneira:

$$(PR) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Min} \quad f(\underline{u}) \\ \text{s.a.} \quad \underline{g}(\underline{u}, \underline{x}) = \underline{0} \\ \quad \underline{u}^{min} \leq \underline{u} \leq \underline{u}^{max} \\ \quad \underline{x}^{min} \leq \underline{x} \leq \underline{x}^{max} \end{array} \right. \quad (2.1)$$

onde:

- $\underline{u}$ - variáveis de controle;
- $\underline{x}$ - variáveis de estado;
- $f(.)$ - função objetivo;
- $\underline{g}(.)$ - equações do fluxo de carga convencional;
- $\underline{u}^{min}, \underline{u}^{max}$ - limites *mínimos* e *máximos* das variáveis de controle e
- $\underline{x}^{min}, \underline{x}^{max}$ - limites *mínimos* e *máximos* das variáveis de estado.

De forma a utilizar-se a Técnica da Programação Linear Sucessiva para a sua resolução, um problema incremental linear foi formulado – em torno de um estado inicial $(\underline{V}^\circ, \underline{\theta}^\circ)$ que satisfaz as restrições de igualdade – tomando-se uma aproximação linear das restrições de desigualdade. As restrições não-lineares do fluxo de carga AC não fazem parte deste problema que será chamado de *Problema Linear de Planejamento de Reativos (PLPR)*:

$$(PLPR) \quad \begin{cases} \text{Min} & f(\Delta \underline{u}) \\ \text{s.a.} & \Delta \underline{u}^{\min} \leq \Delta \underline{u} \leq \Delta \underline{u}^{\max} \\ & \Delta \underline{x}^{\min} \leq \Delta \underline{x} \leq \Delta \underline{x}^{\max} \end{cases} \quad (2.2)$$

onde:

- $\Delta \underline{u}$ - variações nas variáveis de controle: $\Delta \underline{u} = \underline{u} - \underline{u}^0$;
- $\Delta \underline{x}$ - variações nas variáveis de estado: $\Delta \underline{x} = \underline{x} - \underline{x}^0$;
- $\Delta \underline{u}^{\min}$ - limites *mínimos* das variações nas variáveis de controle: $\Delta \underline{u}^{\min} = \underline{u}^{\min} - \underline{u}^0$;
- $\Delta \underline{u}^{\max}$ - limites *máximos* das variações nas variáveis de controle: $\Delta \underline{u}^{\max} = \underline{u}^{\max} - \underline{u}^0$;
- $\Delta \underline{x}^{\min}$ - limites *mínimos* das variações nas variáveis de estado: $\Delta \underline{x}^{\min} = \underline{x}^{\min} - \underline{x}^0$;
- $\Delta \underline{x}^{\max}$ - limites *máximos* das variações nas variáveis de estado: $\Delta \underline{x}^{\max} = \underline{x}^{\max} - \underline{x}^0$.

Neste capítulo descrevem-se as variáveis, a função objetivo e as restrições consideradas, com o intuito de se formular o Problema Linear de Planejamento de Reativos ao qual é aplicado o método dual.

2.2 Variáveis do Problema Linear

A formulação do Problema Linear de Planejamento de Reativos (2.2) envolve, basicamente, dois tipos de variáveis: de *Controle* e de *Estado*.

2.2.1 Variáveis de Controle

As variáveis de controle consideradas são as injeções líquidas de potência reativa de um subconjunto de barras da rede. Este subconjunto – denominado *conjunto I* – é formado pelas barras onde já existem componentes reativos (geradores, capacitores, reatores e compensadores síncronos e estáticos) e também por aquelas onde é possível instalar estes componentes. Estas barras são chamadas de *candidatas* e a elas associam-se as seguintes variáveis:

- Q_i - injeção líquida de potência reativa na barra i ;
- Q_i^{esp} - valor *especificado* para a potência reativa na barra i (por exemplo, uma carga);
- Q_i^{inf} - limite *inferior* da injeção líquida de potência reativa na barra i : potência reativa especificada mais o limite inferior da potência reativa da fonte já existente;
- Q_i^{sup} - limite *superior* da injeção líquida de potência reativa na barra i : potência reativa especificada mais o limite superior da potência reativa da fonte já existente;

Q_i^{min} - limite *mínimo* da injeção líquida de potência reativa na barra i : limite inferior da injeção líquida de potência reativa mais o limite mínimo da potência reativa da fonte a ser instalada e

Q_i^{max} - limite *máximo* da injeção líquida de potência reativa na barra i : limite superior da injeção líquida de potência reativa mais o limite máximo da potência reativa da fonte a ser instalada.

Deve-se salientar que os limites inferior e superior (Q_i^{inf} e Q_i^{sup}) relacionam-se com os componentes já existentes – no caso destes não existirem, estas variáveis assumem o mesmo valor da injeção especificada ($Q_i^{inf} = Q_i^{sup} = Q_i^{esp}$). A violação destes limites é indício de que novos componentes devem ser instalados. Neste caso, os limites a serem considerados são os limites extremos (Q_i^{min} e Q_i^{max}) que se relacionam com a capacidade de instalação de novos componentes.

No modelo incremental linear, as variáveis de controle utilizadas correspondem às variações nas injeções líquidas de potência reativa nas barras candidatas em função do estado inicial ($\underline{V}^\circ, \underline{\theta}^\circ$):

$$\Delta Q_i = Q_i - Q_i(\underline{V}^\circ, \underline{\theta}^\circ), \quad i \in \mathbf{I} \quad (2.3)$$

onde $Q_i(\underline{V}^\circ, \underline{\theta}^\circ)$ é a injeção líquida de potência reativa calculada para o estado inicial ($\underline{V}^\circ, \underline{\theta}^\circ$). Para as demais barras do sistema, esta variação deve corresponder ao valor especificado, isto é:

$$\Delta Q_j = \Delta Q_j^{esp} = Q_j^{esp} - Q_j(\underline{V}^\circ, \underline{\theta}^\circ), \quad j \notin \mathbf{I} \quad (2.4)$$

As variáveis associadas às variáveis de controle são:

$$\Delta Q_i^{min} = Q_i^{min} - Q_i(\underline{V}^\circ, \underline{\theta}^\circ), \quad i \in \mathbf{I} \quad (2.5)$$

$$\Delta Q_i^{inf} = Q_i^{inf} - Q_i(\underline{V}^\circ, \underline{\theta}^\circ), \quad i \in \mathbf{I} \quad (2.6)$$

$$\Delta Q_i^{esp} = Q_i^{esp} - Q_i(\underline{V}^\circ, \underline{\theta}^\circ), \quad i \in \mathbf{I} \quad (2.7)$$

$$\Delta Q_i^{sup} = Q_i^{sup} - Q_i(\underline{V}^\circ, \underline{\theta}^\circ), \quad i \in \mathbf{I} \quad (2.8)$$

$$\Delta Q_i^{max} = Q_i^{max} - Q_i(\underline{V}^\circ, \underline{\theta}^\circ), \quad i \in \mathbf{I} \quad (2.9)$$

onde ΔQ_i^{min} , ΔQ_i^{inf} , ΔQ_i^{esp} , ΔQ_i^{sup} , e ΔQ_i^{max} são respectivamente os valores *mínimo*, *inferior*, *especificado*, *superior* e *máximo* da variação na injeção líquida de potência reativa em cada barra candidata.

Assim, de maneira geral, as variáveis de controle na forma incremental estão limitadas da seguinte forma:

$$\Delta \underline{u}^{min} \leq \Delta \underline{u} \leq \Delta \underline{u}^{max} \quad \begin{cases} \Delta Q_i^{min} \leq \Delta Q_i \leq \Delta Q_i^{max} & i \in \mathbf{I} \\ \Delta Q_j = \Delta Q_j^{esp} & j \notin \mathbf{I} \end{cases} \quad (2.10)$$

2.2.2 Variáveis de Estado

As variáveis de estado do problema são as magnitudes e os ângulos das tensões em todas as barras do sistema e como os ângulos são considerados constantes durante a resolução de cada problema linear, associam-se a cada barra as seguintes variáveis:

- θ_k - ângulo da tensão na barra k , $\theta_k = \theta_k^\circ$, $\forall k$;
- V_k - magnitude da tensão na barra k ;
- V_k^{min} - limite *mínimo* da magnitude da tensão na barra k e
- V_k^{max} - limite *máximo* da magnitude da tensão na barra k .

No modelo incremental linear, as variáveis de estado que devem ser monitoradas são as variações nas magnitudes das tensões em relação ao estado inicial ($\underline{V}^\circ, \underline{\theta}^\circ$), ou seja:

$$\Delta V_k = V_k - V_k^\circ, \quad \forall k \quad (2.11)$$

Os limites associados a estas variações são:

$$\Delta V_k^{min} = V_k^{min} - V_k^\circ, \quad \forall k \quad (2.12)$$

$$\Delta V_k^{max} = V_k^{max} - V_k^\circ, \quad \forall k \quad (2.13)$$

onde ΔV_k^{min} e ΔV_k^{max} são os limites *mínimo* e *máximo*, respectivamente.

Assim, de maneira geral, as variáveis de estado estão limitadas da seguinte forma:

$$\Delta \underline{x}^{min} \leq \Delta \underline{x} \leq \Delta \underline{x}^{max} \quad \begin{cases} \Delta V_k^{min} \leq \Delta V_k \leq \Delta V_k^{max} & \forall k \\ \Delta \theta_k = 0 & \forall k \end{cases} \quad (2.14)$$

2.3 Função Objetivo do Problema Linear

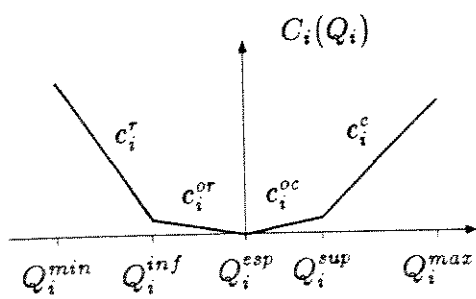
A função objetivo adotada, representa o custo de operação dos componentes reativos existentes bem como o custo de instalação de novos componentes [7,15,13,12], ou seja, representa o custo total das variáveis de controle. Este custo total é obtido através do somatório do custo parcial em cada barra candidata, isto é:

$$f(\underline{u}) = \sum_{i \in I} C_i(Q_i) \quad (2.15)$$

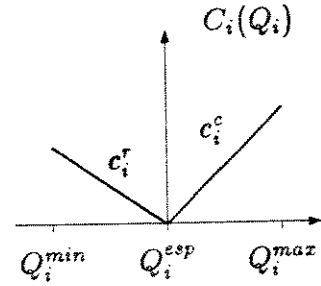
onde $C_i(Q_i)$ é uma função linear por partes que corresponde ao custo da potência reativa gerada na barra candidata i . Os segmentos de reta que formam esta curva referem-se ao custo de operação dos componentes reativos existentes e ao custo de instalação de

novos componentes. A *Figura 2.1* mostra as curvas de custo para o caso onde existe componente reativo instalado (capacidade instalada) e para o caso onde não existe. Em cada segmento de reta está indicada a respectiva declividade que é uma das seguintes:

- c_i^r - quando necessita a instalação de um componente com característica Indutiva (Reator): $Q_i^{min} \leq Q_i < Q_i^{inf}$;
- c_i^{or} - quando está Operando como Indutor (Reator): $Q_i^{inf} \leq Q_i < Q_i^{esp}$;
- c_i^{oc} - quando está Operando como Capacitor: $Q_i^{esp} < Q_i \leq Q_i^{sup}$ e
- c_i^c - quando necessita a instalação de um componente com característica Capacitiva: $Q_i^{sup} < Q_i \leq Q_i^{maz}$.



(a) Barra com capacidade instalada



(b) Barra sem capacidade instalada

Figura 2.1: Curvas de Custo das Variáveis de Controle

Examinando-se a *Figura 2.1(a)*, tem-se:

$$C_i(Q_i) = \begin{cases} c_i^r(Q_i - Q_i^{inf}) + c_i^{or}(Q_i^{inf} - Q_i^{esp}), & Q_i^{min} \leq Q_i < Q_i^{inf} \\ c_i^{or}(Q_i - Q_i^{esp}), & Q_i^{inf} \leq Q_i < Q_i^{esp} \\ 0, & Q_i = Q_i^{esp} \\ c_i^{oc}(Q_i - Q_i^{esp}), & Q_i^{esp} < Q_i \leq Q_i^{sup} \\ c_i^c(Q_i - Q_i^{sup}) + c_i^{oc}(Q_i^{sup} - Q_i^{esp}), & Q_i^{sup} < Q_i \leq Q_i^{maz} \end{cases} \quad (2.16)$$

E com base na *Figura 2.1(b)*, tem-se:

$$C_i(Q_i) = \begin{cases} c_i^r(Q_i - Q_i^{esp}), & Q_i^{min} \leq Q_i < Q_i^{esp} \\ 0, & Q_i = Q_i^{esp} \\ c_i^c(Q_i - Q_i^{esp}), & Q_i^{esp} < Q_i \leq Q_i^{maz} \end{cases} \quad (2.17)$$

No modelo incremental linear, a função objetivo passa a ser função das variações nas injeções líquidas de potência reativa, isto é:

$$f(\underline{u}) = f(\Delta \underline{Q}) = \sum_{i \in \mathbf{I}} C_i(\Delta Q_i) \quad (2.18)$$

2.4 Restrições do Problema Linear

Na formulação do problema (2.1) existem dois conjuntos distintos de restrições: de *igualdade* e de *desigualdade*.

2.4.1 Restrições de Igualdade

São as equações algébricas não-lineares do Fluxo de Carga convencional, ou seja:

$$\underline{g}(\underline{u}, \underline{x}) = \underline{0} \quad \left\{ \begin{array}{ll} P_k^{esp} - P_k(\underline{V}, \underline{\theta}) = 0 & k \in \{PQ + PV\} \\ Q_k^{esp} - Q_k(\underline{V}, \underline{\theta}) = 0 & k \in \{PQ\} \end{array} \right. \quad (2.19)$$

onde, a cada barra k associam-se:

- P_k^{esp} - injeção de potência ativa *especificada*;
- $P_k(\underline{V}, \underline{\theta})$ - injeção de potência ativa *calculada*;
- Q_k^{esp} - injeção de potência reativa *especificada*;
- $Q_k(\underline{V}, \underline{\theta})$ - injeção de potência reativa *calculada*;

sendo:

- $\{PQ + PV\}$ - conjunto formado pelas barras PQ (potências ativa e reativa especificadas) e PV (potência ativa e magnitude da tensão especificadas)
e
- $\{PQ\}$ - conjunto formado pelas barras PQ .

Este conjunto de restrições é considerado através de sucessivas interações da PL com o fluxo de carga AC (*Programação Linear Sucessiva*), ou seja, durante o processo de resolução de cada problema linear, estas restrições são tratadas como se estivessem atendidas, sendo retiradas de sua formulação.

2.4.2 Restrições de Desigualdade

São os limites das variáveis de controle (2.10) e de estado (2.14), ou seja:

$$\underline{h}(\underline{u}, \underline{x}) \leq \underline{0} \quad \left\{ \begin{array}{ll} \Delta Q_i^{min} \leq \Delta Q_i \leq \Delta Q_i^{max} & i \in \mathbf{I} \\ \Delta Q_j = \Delta Q_j^{esp} & j \notin \mathbf{I} \\ \Delta V_k^{min} \leq \Delta V_k \leq \Delta V_k^{max} & \forall k \\ \Delta \theta_k = 0 & \forall k \end{array} \right. \quad (2.20)$$

Retirando-se as variáveis cujo valor permanece fixo em (2.20), o conjunto de restrições do PLPR resume-se a:

$$\underline{h}(\underline{u}, \underline{x}) \leq \underline{0} \quad \left\{ \begin{array}{ll} \Delta Q_i^{min} \leq \Delta Q_i \leq \Delta Q_i^{max} & i \in \mathbf{I} \\ \Delta V_k^{min} \leq \Delta V_k \leq \Delta V_k^{max} & \forall k \end{array} \right. \quad (2.21)$$

Considerando-se que as variáveis de controle ($\Delta \underline{Q}$) relacionam-se com as variáveis de estado ($\Delta \underline{V}$) da seguinte forma:

$$\Delta \underline{Q} = S \Delta \underline{V} \quad (2.22)$$

onde:

$\Delta \underline{Q}$ - variações nas injeções líquidas de potência reativa, com $\Delta Q_j = \Delta Q_j^{esp}$ se $j \notin \mathbf{I}$;

$\Delta \underline{V}$ - variações nas magnitudes das tensões e

S - *Matriz de Sensibilidade* entre as variações nas injeções líquidas de potência reativa e as variações nas magnitudes das tensões: $S = \frac{\partial Q}{\partial V}$

pode-se escrever as restrições do PLPR apenas em função das variáveis de controle:

$$\underline{h}(\underline{u}, \underline{x}) \leq \underline{0} \quad \left\{ \begin{array}{ll} \Delta Q_i^{min} \leq \Delta Q_i \leq \Delta Q_i^{max} & i \in \mathbf{I} \\ \Delta V_k^{min} \leq S_k^{-1} \Delta \underline{Q} \leq \Delta V_k^{max} & \forall k \end{array} \right. \quad (2.23)$$

onde S_k^{-1} corresponde à linha k da inversa da matriz S . Somente as linhas correspondentes às restrições de magnitude de tensão que devem ser ativadas ($\Delta V = \Delta V^{min}$ e/ou $\Delta V = \Delta V^{max}$) são calculadas.

2.5 O Problema Linear de Planejamento de Reativos

Seja $(\underline{V}^\circ, \underline{\theta}^\circ)$ um determinado estado inicial, no qual as restrições de igualdade – equações do fluxo de carga AC convencional (2.19) – estão atendidas. Em torno deste estado inicial é construído um modelo incremental linear com as seguintes características:

- as variáveis de controle são as variações nas injeções líquidas de potência reativa nas barras candidatas, em função deste estado inicial;
- as variáveis de estado que devem ser monitoradas, são as variações nas magnitudes das tensões, em relação ao estado inicial;
- as variáveis de controle $\Delta \underline{Q}$ relacionam-se de forma linear, com as variáveis de estado $\Delta \underline{V}$, equação (2.22);

- a função objetivo é linear por partes conforme a equação (2.18);
- as restrições de igualdade (2.19) são consideradas atendidas, sendo os ângulos das tensões mantidos constantes durante a resolução de cada problema linear e
- as restrições de desigualdade (2.21), linearizadas em torno do estado inicial, correspondem aos limites nas variáveis de controle e de estado.

Desta forma, em torno do estado inicial $(\underline{V}^\circ, \underline{\theta}^\circ)$ que satisfaz às restrições de igualdade, o Problema Linear de Planejamento de Reativos é dado por:

$$(PLPR) \quad \begin{cases} \text{Min} & f(\Delta \underline{Q}) = \sum_{i \in \mathbf{I}} C_i(\Delta Q_i) \\ \text{s.a.} & \Delta Q_i^{\min} \leq \Delta Q_i \leq \Delta Q_i^{\max} \\ & \Delta V_k^{\min} \leq \Delta V_k \leq \Delta V_k^{\max} \end{cases} \quad \begin{matrix} i \in \mathbf{I} \\ \forall k \end{matrix} \quad (2.24)$$

com

$$\begin{aligned} \Delta Q_i &= Q_i - Q_i(\underline{V}^\circ, \underline{\theta}^\circ) & i \in \mathbf{I} \\ \Delta V_k &= V_k - V_k^\circ & \forall k \\ \Delta V_k &= S_k^{-1} \Delta \underline{Q} \\ P_k^{esp} - P_k(\underline{V}^\circ, \underline{\theta}^\circ) &= 0 & k \in \{PQ + PV\} \\ Q_k^{esp} - Q_k(\underline{V}^\circ, \underline{\theta}^\circ) &= 0 & k \in \{PQ\} \end{aligned}$$

2.6 Resolução do PLPR

Conforme mencionado no final do Capítulo 1, o método empregado para a resolução do PLPR baseia-se no Método Dual Simplex [5].

O problema consiste em minimizar a função objetivo:

$$f(\Delta \underline{Q}) = \sum_{i \in \mathbf{I}} C_i(\Delta Q_i) \quad (2.25)$$

que está sujeita a um grande conjunto de restrições cuja forma geral é a seguinte:

$$L_l^{\min} \leq A_l \Delta \underline{Q} \leq L_l^{\max}, \quad l = 1, 2, \dots \quad (2.26)$$

Neste conjunto tem-se dois tipos de restrições:

Tipo A - Restrições nas variáveis de controle, indicadas pelo superíndice g (Limite de Geração: L^g), para o qual o vetor linha A_l é nulo exceto na posição correspondente à respectiva barra candidata.

Exemplos:

1. Restrição com folga (desativada):

$$L_x^{g\ min} < [0 \dots 0 \ 1 \ 0 \dots 0] \Delta \underline{Q} < L_x^{g\ max} \quad (2.27)$$

sendo os limites $L_x^{g\ min}$ e $L_x^{g\ max}$ dados pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned} L_x^{g\ min} &= \Delta Q_x^{min} & \text{e} & & L_x^{g\ max} &= \Delta Q_x^{inf}, & \Delta Q_x^{min} < \Delta Q_x < \Delta Q_x^{inf} \\ L_x^{g\ min} &= \Delta Q_x^{inf} & \text{e} & & L_x^{g\ max} &= \Delta Q_x^{esp}, & \Delta Q_x^{inf} < \Delta Q_x < \Delta Q_x^{esp} \\ L_x^{g\ min} &= \Delta Q_x^{esp} & \text{e} & & L_x^{g\ max} &= \Delta Q_x^{sup}, & \Delta Q_x^{esp} < \Delta Q_x < \Delta Q_x^{sup} \\ L_x^{g\ min} &= \Delta Q_x^{sup} & \text{e} & & L_x^{g\ max} &= \Delta Q_x^{max}, & \Delta Q_x^{sup} < \Delta Q_x < \Delta Q_x^{max} \end{aligned}$$

2. Restrição ativa:

$$[0 \dots 0 \ 1 \ 0 \dots 0] \Delta \underline{Q} = L_y^g \quad (2.28)$$

sendo L_y^g igual a ΔQ_y^{min} , ΔQ_y^{inf} , ΔQ_y^{esp} , ΔQ_y^{sup} ou ΔQ_y^{max} .

Tipo B - Restrições nas variáveis de estado, indicadas pelo superíndice v (Limite em V : L^v), para o qual o vetor linha A_l é não-esparso pois cada um de seus elementos é um fator de distribuição que relaciona as variações na magnitude da tensão da barra em limite com as mudanças nas injeções de potência reativa das barras candidatas. Estas restrições só são calculadas explicitamente quando forem ativas.

Exemplos:

1. Restrição com folga:

$$L_x^{v\ min} < [\gamma_1 \ \gamma_2 \dots \gamma_n] \Delta \underline{Q} < L_x^{v\ max} \quad (2.29)$$

sendo $L_x^{v\ min} = \Delta V_x^{min}$ e $L_x^{v\ max} = \Delta V_x^{max}$.

2. Restrição ativa:

$$[\gamma_1 \ \gamma_2 \dots \gamma_n] \Delta \underline{Q} = L_y^v \quad (2.30)$$

sendo L_y^v igual a ΔV_y^{min} ou ΔV_y^{max} .

Em qualquer estágio do processo, o estado de operação correspondente é dado pela equação da matriz da base:

$$\underline{L} = B \Delta \underline{Q} \quad (2.31)$$

onde:

$\underline{L}$ - vetor dos limites ativos (*Tipos A e/ou B*) e

B - Matriz da Base

A dimensão da matriz da base (B) é igual ao número de variáveis do problema, isto é, o número de barras candidatas do sistema.

Particionando-se os vetores $\underline{L}$ e $\Delta \underline{Q}$:

$$\underline{L} = \begin{bmatrix} \underline{L}^v \\ \underline{L}^g \end{bmatrix} \quad \Delta \underline{Q} = \begin{bmatrix} \Delta \underline{Q}^c \\ \Delta \underline{Q}^e \end{bmatrix}$$

onde:

$\underline{L}^v$ - vetor dos limites ativos do *Tipo B*;

$\underline{L}^g$ - vetor dos limites ativos do *Tipo A*;

$\Delta \underline{Q}^c$ - vetor das variáveis de controle *Calculadas* a partir da equação (2.31) de modo a satisfazerem os limites do *Tipo B* e

$\Delta \underline{Q}^e$ - vetor das variáveis de controle *Estipuladas* correspondentes a limites do *Tipo A*.

pode-se reescrever a equação (2.31) conforme está mostrado na *Figura 2.2*.

$$\begin{array}{l} \text{Limites de Tensão} \rightarrow \\ \text{Limites de Geração} \rightarrow \end{array} \begin{bmatrix} \underline{L}^v \\ \underline{L}^g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B^c & B^e \\ \mathbf{0} & \begin{matrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{matrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \underline{Q}^c \\ \Delta \underline{Q}^e \end{bmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow \text{Variáveis Calculadas} \\ \leftarrow \text{Variáveis Especificadas} \end{array}$$

Figura 2.2: Particionamento da Matriz Básica

As linhas inferiores, correspondentes às restrições ativas dos limites de geração *Tipo A*, são triviais ($\underline{L}^g = \Delta \underline{Q}^e$). Assim, somente as linhas não-esparsas superiores são armazenadas e manipuladas explicitamente. Estas formam a equação da *Base Reduzida* (B^r):

$$\underline{L}^v = B^c \Delta \underline{Q}^c + B^e \Delta \underline{Q}^e = B^r \Delta \underline{Q} \quad (2.32)$$

Quando os valores das gerações calculadas são necessários, resolve-se (2.32) para $\Delta \underline{Q}^c$, isto é:

$$\Delta \underline{Q}^c = (B^c)^{-1} (\underline{L}^v - B^c \Delta \underline{Q}^c) \quad (2.33)$$

Para calcular os valores das variações nas magnitudes das tensões que não estão em algum limite, ou seja, não correspondem a limites do *Tipo B*, utilizam-se os fatores triangulares [28] da matriz S^{-1} :

$$\Delta \underline{V} = S^{-1} \Delta \underline{Q} \quad (2.34)$$

Os aspectos relacionados com a definição da matriz S encontram-se no capítulo seguinte. Pode-se adiantar que esta deve ser esparsa para viabilizar a utilização deste método em sistemas de médio e grande porte.

2.6.1 O Método Dual

O algoritmo empregado consiste em uma especialização do Método Dual-Simplex de forma que este opere com uma função custo linear por partes, utilizando apenas uma variável na PL para cada variável de controle do problema linear (2.24).

A seguir, apresenta-se o algoritmo de forma sumária e logo após ele é descrito em detalhes.

Método Dual – Algoritmo Básico

- i* - Determinar um ponto de partida ótimo e formar a inversa da base;
- ii* - Selecionar dentre todas as restrições não-ativas de limite de tensão a restrição mais violada, restrição α ;
- iii* - Existindo a restrição α :
 - iii.1* - Calcular a linha $\underline{A}_{vio}$ correspondente à restrição α ;
 - iii.2* - Calcular o vetor sensibilidade $\underline{s}$ entre a restrição α e cada uma das restrições ativas;
 - iii.3* - Por meio de $\underline{s}$, testar e assinalar as restrições elegíveis entre as ativas;
 - iii.4* - Calcular o vetor custo incremental $\underline{\lambda}$;
 - iii.5* - Por meio do teste da razão mínima, determinar a restrição β que deve ser relaxada para a ativação da restrição α ;
 - iii.6* - Atualizar a base: entra a restrição α e sai a restrição β ;
 - iii.7* - Retornar para o passo *ii*;
- iv* - Não existindo a restrição α , o problema está resolvido e a solução atual é ótima.

Método Dual – Algoritmo Detalhado

- i - Determinar um ponto de partida ótimo e formar a inversa da base;

Este ponto de partida é obtido relaxando-se as restrições das variáveis de estado para fazer com que, no modelo linear, as variações nas injeções de potência reativa em todas as barras sejam iguais ao valor especificado, assim:

$$\text{Ponto de Partida} \quad \begin{cases} \Delta \underline{Q} = \Delta \underline{Q}^{esp} \\ \Delta \underline{V} = S^{-1} \Delta \underline{Q} = S^{-1} \Delta \underline{Q}^{esp} \end{cases}$$

Como todas as restrições do *Tipo B* foram ignoradas, para obter-se o ponto de partida, as restrições ativas relacionam-se exclusivamente com os limites de geração e o problema linear tem a seguinte base inicial:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \Delta Q_1^{esp} \\ \Delta Q_2^{esp} \\ \vdots \\ \Delta Q_n^{esp} \end{bmatrix}}_{\underline{L}^g} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}}_B \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_n \end{bmatrix}}_{\Delta \underline{Q}^e}$$

Portanto, para o ponto de partida, a matriz da base é igual à identidade.

- ii - Selecionar, dentre todas as restrições não-ativas de limite de tensão, a restrição mais violada (restrição α);

Seja k uma barra genérica cujo valor atual da variação na magnitude da tensão (ΔV_k) viola o limite L_{vio}^k , dado por:

$$L_{vio}^k = \begin{cases} \Delta V_k^{min}, & \Delta V_k < \Delta V_k^{min} \\ \Delta V_k^{max}, & \Delta V_k > \Delta V_k^{max} \end{cases} \quad (2.35)$$

Portanto, o quanto ΔV_k precisa ser corrigido para ser fixado no limite violado L_{vio}^k corresponde a:

$$\Delta \phi_{vio}^k = \Delta V_k - L_{vio}^k \quad (2.36)$$

A restrição α é selecionada determinando-se entre as restrições não-ativas que estejam violadas, aquela que maximiza o valor de $\Delta \phi_{vio}$:

$$\Delta \phi_{vio} = \max_k \{ |\Delta \phi_{vio}^k|, \quad k \text{ não-ativa e violada} \} \quad (2.37)$$

A escolha da restrição correspondente à maior violação é um procedimento usual; qualquer outra restrição não-ativa violada pode ser utilizada sem perda de otimalidade [5,27].

Resumindo:

- α - restrição não-ativa violada selecionada;
- L_{vio} - limite violado correspondente que deverá ser ativado e
- $\Delta\phi_{vio}$ - valor da correção a ser efetuada.

iii - Existindo a restrição α então:

iii.1 - Calcular a linha A_{vio} correspondente à restrição α ;

Supondo uma violação na barra α , a restrição correspondente será a linha α da matriz S^{-1} sem os elementos que não correspondem às barras candidatas:

$$A_{vio} = S_{\alpha i}^{-1}, \quad i \in \mathbf{I} \quad (2.38)$$

Logo, a restrição α que deverá ser ativada apresenta:

$$L_{vio} = A_{vio} \Delta Q \quad (2.39)$$

iii.2 - Calcular o vetor sensibilidade $\underline{s}$ entre a restrição α e cada uma das restrições ativas;

O vetor sensibilidade $\underline{s}$ é formado pelo quociente entre o quanto a restrição α deve ser corrigida para entrar na base ($\Delta\phi_{vio}$) e a variação $\Delta\phi_m$ em cada restrição ativa caso seja relaxada:

$$\underline{s} = \left[\frac{\Delta\phi_{vio}}{\Delta\phi_1} \quad \frac{\Delta\phi_{vio}}{\Delta\phi_2} \quad \dots \quad \frac{\Delta\phi_{vio}}{\Delta\phi_n} \right] = \frac{\Delta\phi_{vio}}{\Delta\phi_m}, \quad m = 1, 2, \dots, n \quad (2.40)$$

Este quociente é obtido através do produto entre a linha correspondente à restrição violada (A_{vio}) e a inversa da matriz da base (B^{-1}):

$$\underline{s} = A_{vio} B^{-1} \quad (2.41)$$

Para aproveitar-se a estrutura esparsa da matriz B , apresentada na Figura 2.2, os vetores $\underline{s}$ e A_{vio} são particionados da seguinte maneira:

$$\underline{s} = \left[\underline{s}^v \mid \underline{s}^g \right] \quad A_{vio} = \left[A_{vio}^v \mid A_{vio}^g \right]$$

onde:

- $\underline{s}^v$ - partição do vetor sensibilidade relativa aos limites do *Tipo B*;
- $\underline{s}^g$ - partição do vetor sensibilidade relativa aos limites do *Tipo A*;
- $\underline{A}_{vio}^c$ - vetor dos coeficientes da restrição violada relativos às variáveis de controle que são *Calculadas* e
- $\underline{A}_{vio}^e$ - vetor dos coeficientes da restrição violada relativos às variáveis de controle que são *Especificadas*.

Assim, (2.41) pode ser dividida em duas partes:

$$\underline{s} = \underline{A}_{vio} B^{-1} \quad \begin{cases} \underline{s}^v = \underline{A}_{vio}^c (B^c)^{-1} \\ \underline{s}^g = \underline{A}_{vio}^e - \underline{s}^v B^e \end{cases} \quad (2.42)$$

iii.3 - Por meio de $\underline{s}$ testar e assinalar as restrições elegíveis entre as ativas;

Uma restrição m é *elegível* se pelo menos uma das três condições for satisfeita:

1. Ela e a restrição violada estão no *mesmo* limite, máximo ou mínimo, e s_m é positivo;
2. Ela e a restrição violada estão em limites *opostos*, uma no máximo e a outra no mínimo, e s_m é negativo ou
3. Se m é do *Tipo A* e está em algum ponto intermediário (ΔQ^{inf} , ΔQ^{esp} ou ΔQ^{sup}).

Portanto, são elegíveis as restrições ativas que ao serem relaxadas não violam seus respectivos limites: ΔQ^{min} ou ΔQ^{max} para o Tipo A e ΔV^{min} ou ΔV^{max} para o Tipo B.

Caso não exista restrição elegível, o problema linear é *infactível*.

iii.4 - Calcular o vetor custo incremental ($\underline{\lambda}$);

O *vetor custo incremental* $\underline{\lambda}$ representa a alteração que ocorreria na função objetivo se cada uma das restrições ativas fosse relaxada para que a restrição α fosse aliviada. Ele é obtido através da seguinte expressão:

$$\underline{\lambda} = \underline{c} B^{-1} \quad (2.43)$$

onde $\underline{c}$ é o vetor que contém o custo atual de cada barra candidata.

Efetuando o particionamento dos vetores $\underline{\lambda}$ e $\underline{c}$ da seguinte maneira:

$$\underline{\lambda} = [\underline{\lambda}^v \mid \underline{\lambda}^g] \quad \underline{c} = [\underline{c}^v \mid \underline{c}^g]$$

onde:

- $\underline{\lambda}^v$ - partição do vetor custo incremental relativa aos limites do Tipo B;
- $\underline{\lambda}^g$ - partição do vetor custo incremental relativa aos limites do Tipo A;
- $\underline{c}^c$ - vetor dos custos atuais das variáveis de controle que são Calculadas e
- $\underline{c}^e$ - vetor dos custos atuais das variáveis de controle que são Especificadas.

Assim, (2.43) pode ser dividida em duas partes:

$$\underline{\lambda} = \underline{c} B^{-1} \quad \left\{ \begin{array}{l} \underline{\lambda}^v = \underline{c}^c (B^c)^{-1} \\ \underline{\lambda}^g = \underline{c}^e - \underline{\lambda}^v B^e \end{array} \right. \quad (2.44)$$

- iii.5 - Por meio do teste da razão mínima, determinar a restrição β que deve ser relaxada para a ativação da restrição α ;

A ativação da restrição α consiste em eliminar sua violação, fazendo-se com que o limite violado (L_{vio}) seja imposto e, em troca disto, uma das restrições (a restrição β), que anteriormente estava ativa, seja relaxada. Para determinar a restrição β , de modo que o acréscimo na função custo seja o menor possível, é utilizado o *Teste da Razão Mínima (TRM)* que consiste do quociente entre o custo incremental λ_m e a sensibilidade s_m de cada uma das restrições elegíveis:

$$(TRM) : \min \left\{ \left| \frac{\lambda_m}{s_m} \right|, m \text{ elegível} \right\} \quad (2.45)$$

- iii.6 - Atualizar a base: entra a restrição α e sai a restrição β ;

O tipo de restrição a ser relaxada determina o tipo de atualização a ser feita na base.

- Se a restrição β a ser relaxada for do Tipo A:

Para eliminar a violação na restrição α ($\Delta\phi_{vio}$), a variação $\Delta\phi_\beta$ na potência reativa da barra eleita corresponde a:

$$\Delta\phi_\beta = -\frac{\Delta\phi_{vio}}{s_\beta} \quad (2.46)$$

sendo s_β o valor da sensibilidade da restrição β .

E o novo valor da geração corresponde a:

$$\Delta Q_\beta^{e(novo)} = \Delta Q_\beta^{e(atual)} + \Delta\phi_\beta \quad (2.47)$$

A otimalidade da solução será mantida se, após esta alteração, um dos dois fatos seguintes for verdadeiro:

1. Todas as gerações calculadas mantêm-se em seus respectivos segmentos (isto inclui a restrição β que está sendo relaxada), ou seja, mantêm-se os custos utilizados no cálculo de $\underline{\lambda}$ ou
2. A geração correspondente a β troca de segmento mas, após a atualização de $\underline{\lambda}$, a razão $\left|\frac{\lambda_\beta}{s_\beta}\right|$ permanece mínima e as demais gerações calculadas permanecem nos seus respectivos segmentos.

iii.6.1 - Calcular o vetor $\Delta\underline{Q}^{e(novo)}$;

O cálculo destas variáveis é efetuado para cada mudança de vértice pretendida na função custo de geração (para reduzir a violação $\Delta\phi_{vio}$) e também antes de relaxar a restrição (para eliminar a violação).

Para a alteração em um dos elementos do vetor $\Delta\underline{Q}^e$ as gerações calculadas ($\Delta\underline{Q}^e$) são dadas por:

$$\Delta\underline{Q}^{e(novo)} = (B^e)^{-1} (\underline{L}^v - B^e \Delta\underline{Q}^{e(novo)}) \quad (2.48)$$

com:

$$\Delta\underline{Q}^{e(novo)} = \Delta\underline{Q}^{e(atual)} + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ dQ_\beta \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \Delta\underline{Q}^{e(atual)} + d\underline{Q}_\beta \quad (2.49)$$

onde $d\underline{Q}_\beta$ é um vetor esparso cujo único elemento diferente de zero é dQ_β , que corresponde à *variação pretendida* na variável relacionada com a restrição β , calculado da seguinte maneira:

$$dQ_\beta = \begin{cases} \Delta\phi_\beta, & L_\beta^{min} \leq \Delta Q_\beta^e + \Delta\phi_\beta \leq L_\beta^{max} \\ L_\beta^{max} - L_\beta^{min}, & \Delta Q_\beta^e = L_\beta^{min} \text{ e } \Delta Q_\beta^e + \Delta\phi_\beta > L_\beta^{max} \\ L_\beta^{min} - L_\beta^{max}, & \Delta Q_\beta^e = L_\beta^{max} \text{ e } \Delta Q_\beta^e + \Delta\phi_\beta < L_\beta^{min} \end{cases} \quad (2.50)$$

No primeiro caso, $dQ_\beta = \Delta\phi_\beta$, a variação necessária para eliminar a violação na restrição α , não implicará na violação dos limites atuais da restrição β (que ficaria com folga, $L_\beta^{min} \leq \Delta Q_\beta^{novo} \leq L_\beta^{max}$) e portanto, será esta a variação pretendida. Nos outros dois casos, esta variação provocaria a violação de um dos limites (L_β^{min} ou L_β^{max}), e assim a variação pretendida é a excursão máxima dentro do atual segmento que corresponde a uma mudança de limite, ou seja, uma mudança de vértice, esta não eliminando a violação na restrição α , apenas reduzindo o seu valor. Observar que os limites L_β^{min} e L_β^{max} são os respectivos limites *mínimo* e *máximo* do segmento onde a restrição β foi selecionada para excursionar – um destes limites atualmente é ativo.

Finalmente, considerando-se a expressão (2.33):

$$\Delta \underline{Q}^c(novo) = \Delta \underline{Q}^c(atual) - (B^c)^{-1} B^e d\underline{Q}_\beta \quad (2.51)$$

iii.6.2 - Verificar os limites de $\Delta \underline{Q}^c(novo)$;

Após obter-se os novos valores das injeções calculadas, estas são testadas com relação aos seus limites, podendo ocorrer uma das seguintes situações:

1. Se todas estiverem dentro de seus limites ($\underline{L}^{min} \leq \Delta \underline{Q}^c(novo) \leq \underline{L}^{max}$) então a variação pretendida (dQ_β), para eliminar a violação ou reduzir o seu valor, pode ser efetuada da seguinte maneira:

Caso $dQ_\beta = \Delta\phi_\beta$ - Executar a relaxação da restrição β e inserir a restrição α na base. Retornar ao passo ii;

Caso $dQ_\beta \neq \Delta\phi_\beta$ - Executar uma mudança de vértice e atualizar os valores de ΔQ_β^e (pela atualização de L_β^g) e λ_β (através da atualização de c_β^e pois $\lambda_\beta^{(novo)} = \lambda_\beta^{(atual)} - c_\beta^{(atual)} + c_\beta^{(novo)}$). Esta

mudança de vértice proporciona uma redução no valor da violação da restrição α , cujo novo valor será:

$$\Delta\phi_{vio}^{(novo)} = \Delta\phi_{vio}^{(atual)} - |s_\beta dQ_\beta| \quad (2.52)$$

Enquanto a razão $\left| \frac{\lambda_\beta^{(novo)}}{s_\beta} \right|$ permanecer mínima, é permitido o deslocamento desta variável de vértice em vértice (se não atingir algum limite extremo). Quando não for mínima ou atingir algum limite, o processo retorna ao passo *iii.4* para determinar qual a restrição β .

2. Havendo uma ou mais gerações calculadas fora de seus limites, será selecionada a que violar em primeiro lugar. A variável correspondente a esta geração, que antes era calculada, passa a ser especificada no valor do limite violado e a geração correspondente à restrição β , que antes era especificada, passa a ser calculada. Portanto, deve-se atualizar a partição dos vetores $\underline{L}^g$ (apenas um elemento se altera) e ΔQ (um elemento de ΔQ^c é trocado por outro de ΔQ^e) e também atualizar as partições da matriz da base reduzida (B^c e B^e). Também neste caso, a violação na restrição α não foi eliminada. Seu valor deve ser recalculado e retorna-se ao passo *iii.2*.

- Se a restrição β a ser relaxada for do Tipo B;

Para eliminar a violação na restrição α ($\Delta\phi_{vio}$), a restrição de limite de tensão será aliviada em:

$$\Delta\phi_\beta = -\frac{\Delta\phi_{vio}}{s_\beta} \quad (2.53)$$

E o novo valor da tensão na barra corresponde a

$$\Delta V_\beta^{(novo)} = \Delta V_\beta^{(atual)} + \Delta\phi_\beta \quad (2.54)$$

A otimalidade da solução será mantida se, após esta alteração, $\Delta V_\beta^{(novo)}$ permanecer dentro de seus limites, isto é, $\Delta V_\beta^{min} \leq \Delta V_\beta^{(novo)} \leq \Delta V_\beta^{max}$ e todas as gerações calculadas (ΔQ^c) mantiverem-se em seus respectivos segmentos, ou seja, mantém-se os custos utilizados no cálculo de $\underline{\lambda}$.

iii.6.1 - Calcular o vetor $\Delta \underline{Q}^c (novo)$;

Uma alteração no valor de ΔV_β é equivalente a uma alteração no vetor $\underline{L}^v$, logo as gerações calculadas ($\Delta \underline{Q}^c$) são dadas por:

$$\Delta \underline{Q}^c (novo) = (B^c)^{-1} (\underline{L}^v (novo) - B^c \Delta \underline{Q}^c) \quad (2.55)$$

com:

$$\underline{L}^v (novo) = \underline{L}^v (atual) + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ dV_\beta \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \underline{L}^v (atual) + d\underline{V}_\beta \quad (2.56)$$

onde $d\underline{V}_\beta$ é um vetor esparso cujo único elemento diferente de zero é dV_β , que corresponde à *variação pretendida* na variável relacionada com a restrição β , é calculado da seguinte maneira:

$$dV_\beta = \begin{cases} \Delta \phi_\beta, & \Delta V_\beta^{min} \leq L_\beta^v + \Delta \phi_\beta \leq \Delta V_\beta^{max} \\ \Delta V_\beta^{max} - \Delta V_\beta^{min}, & L_\beta^v = \Delta V_\beta^{min} \text{ e } L_\beta^v + \Delta \phi_\beta > \Delta V_\beta^{max} \\ \Delta V_\beta^{min} - \Delta V_\beta^{max}, & L_\beta^v = \Delta V_\beta^{max} \text{ e } L_\beta^v + \Delta \phi_\beta < \Delta V_\beta^{min} \end{cases} \quad (2.57)$$

No primeiro caso, $dV_\beta = \Delta \phi_\beta$, a variação necessária para eliminar a violação na restrição α , não implicará na violação dos limites da restrição β (que ficaria com folga, $\Delta V_\beta^{min} \leq \Delta V_\beta^{novo} \leq \Delta V_\beta^{max}$) e portanto, será esta a variação pretendida. Nos outros dois casos, esta variação provocaria a violação de um dos limites (ΔV_β^{min} ou ΔV_β^{max}) e assim a variação pretendida é a excursão máxima que corresponde a uma mudança de limite (do mínimo para o máximo ou vice-versa), não eliminando a violação na restrição α , apenas reduzindo o seu valor.

Finalmente, considerando-se a expressão (2.55):

$$\Delta \underline{Q}^c (novo) = \Delta \underline{Q}^c (atual) - (B^c)^{-1} d\underline{V}_\beta \quad (2.58)$$

iii.6.2 - Verificar os limites de $\Delta \underline{Q}^c (novo)$;

Após obter-se os novos valores das injeções calculadas, estas são testadas com relação aos seus limites, podendo ocorrer uma das seguintes

situações:

1. Se todas estiverem dentro de seus limites ($\underline{L}^{min} \leq \Delta Q_{novo}^c \leq \underline{L}^{max}$) então a variação pretendida (dV_β), para eliminar a violação ou reduzir o seu valor, pode ser efetuada da seguinte maneira:

Caso $dV_\beta = \Delta\phi_\beta$ - Executar a relaxação da restrição β e inserir a restrição α na base. Retornar ao passo *ii*;

Caso $dV_\beta \neq \Delta\phi_\beta$ - A restrição β apenas muda de limite e deixa de ser elegível, a violação na restrição α é reduzida e seu novo valor será:

$$\Delta\phi_{vio}^{(novo)} = \Delta\phi_{vio}^{(atual)} - |s_\beta dV_\beta| \quad (2.59)$$

O processo retorna ao passo *iii.4* para determinar a nova restrição β .

2. Havendo uma ou mais gerações calculadas fora de seus limites, será selecionada a que violar em primeiro lugar. A variável correspondente a esta geração, que antes era calculada, passa a ser especificada no valor do limite violado e a restrição de tensão β , que antes era ativa, é relaxada. Portanto deve-se atualizar a partição dos vetores $\underline{L}$ ($\underline{L}^v$ perde um elemento, correspondente à restrição β , e $\underline{L}^g$ é acrescido de um, correspondente à geração que violaria seu limite) e ΔQ (um elemento de ΔQ^c passa para ΔQ^e) e também atualizar as partições da matriz da base reduzida (B^c e B^e) que perdeu uma linha. Também neste caso, a violação na restrição α não foi eliminada. Seu valor deve ser recalculado e retorna-se ao passo *iii.2*.

iii.7 - Retornar para o passo *ii*;

iv - Não existindo a restrição α , o problema está resolvido e a solução atual é ótima.

A solução exata do problema não-linear de planejamento de reativos (2.1) é determinada através de sucessivas interações do resultado obtido para o PLPR, através deste algoritmo, com o fluxo de carga AC, o que é exposto no capítulo seguinte.

Capítulo 3

Aplicação da Programação Linear Sucessiva

3.1 Introdução

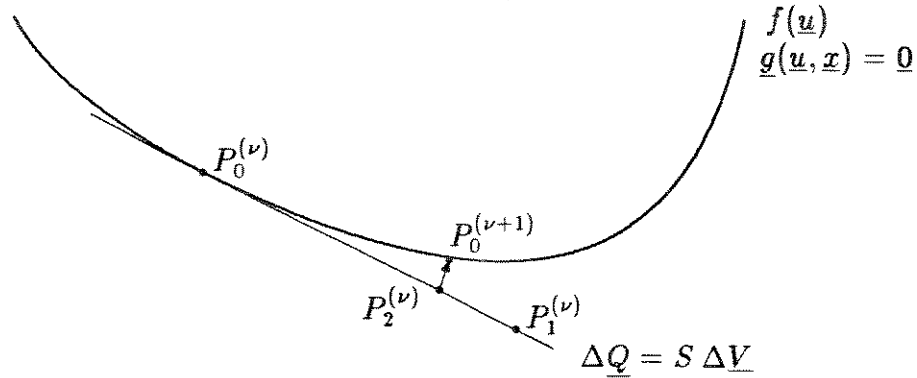
No Capítulo anterior obteve-se a formulação de um problema linear para efetuar o planejamento de reativos (*PLPR*) e apresentou-se um algoritmo para a sua solução (Método Dual-Simplex). Como o problema de planejamento de reativos que origina esta linearização é não-linear, a solução encontrada para o modelo linear pode ser muito diferente da solução exata. O procedimento adotado para contornar este problema consiste em efetuar repetidas linearizações, sempre em torno da solução parcial obtida no passo anterior, ou seja, Programação Linear Sucessiva (PLS). A convergência ocorre quando a solução do *PLPR* estiver próxima da solução do problema não-linear.

Neste Capítulo, partindo-se do algoritmo básico apresentado no Capítulo 1, detalham-se as etapas que compreendem a interação entre o Fluxo de Carga AC (FCAC) e a PL. Faz-se uma interpretação geométrica desta interação, descrevem-se as formas pelas quais o problema linear interage com o problema não-linear e apresenta-se um algoritmo de programação linear sucessiva, seguido de um exemplo bastante simples para melhor entendê-lo.

3.2 Interpretação Geométrica da Programação Linear Sucessiva

A interação entre a PL e o FCAC está ilustrada na *Figura 3.1*, onde a curva representa a função objetivo do problema não-linear, $f(\underline{u})$, considerando as restrições de igualdade atendidas ($\underline{g}(\underline{u}, \underline{x}) = \underline{0}$), e o segmento de reta representa o modelo incremental, $\Delta Q = S \Delta V$, construído em torno de um estado $P_0^{(\nu)}$ correspondente a uma Solução Parcial do problema não-linear. As restrições de desigualdade, $\underline{h}(\underline{u}, \underline{x}) \leq \underline{0}$, foram omitidas para

simplificar esta representação e manter sua generalidade pois, a cada interação entre o FCAC e a PL, há um conjunto de restrições oriundo da linearização destas.



Ponto	Estado	Descrição
$P_0^{(\nu)}$	$(\underline{V}^\circ, \underline{\theta}^\circ)^{(\nu)}$	Solução Parcial do PR no passo ν
$P_1^{(\nu)}$	$(\underline{V}^r, \underline{\theta}^\circ)^{(\nu)}$	Ponto de Partida do PLPR no passo ν
$P_2^{(\nu)}$	$(\underline{V}^{PL}, \underline{\theta}^{PL})^{(\nu)}$	Solução Ótima do PLPR no passo ν
$P_0^{(\nu+1)}$	$(\underline{V}^\circ, \underline{\theta}^\circ)^{(\nu+1)}$	Solução Parcial do PR no passo $\nu + 1$

Figura 3.1: Ilustração da Interação do FC com a PL

De acordo com a *Figura 3.1*, em um determinado passo ν , tem-se um estado (ponto $P_0^{(\nu)}$) no qual as restrições do FCAC são satisfeitas. Em torno deste estado é formulado o PLPR cujo ponto de partida é $P_1^{(\nu)}$. O processo de otimização (programação linear) determina a solução do PLPR ($P_2^{(\nu)}$) – no caso desta ser factível com relação às restrições de igualdade, será também a solução do problema não-linear. Caso seja infactível, executa-se o FCAC e chega-se a uma solução parcial para o problema não-linear (ponto $P_0^{(\nu+1)}$) no qual se reinicializa o processo de programação linear sucessiva.

3.3 A Interação Entre os Problemas

A interação entre o problema linear e o problema não-linear ocorre de duas maneiras: uma direta e outra indireta. A direta faz-se através de um conjunto de variáveis, chamadas de *Variáveis de Ligação* cujos valores, calculados em um dos problemas, são passados ao outro; a indireta relaciona-se com a obtenção do modelo incremental linear, mais precisamente através da matriz de sensibilidade S .

3.3.1 Variáveis de Ligação Adotadas

As variáveis de ligação têm a função de levar a solução de cada problema linear ao problema não-linear, ou seja, serem a interface entre a PL e o FCAC. Para a formulação descrita neste trabalho, duas variáveis poderiam ser utilizadas: a magnitude da tensão ou a potência reativa. Foi escolhida a magnitude da tensão devido aos seguintes fatores:

1. Maior facilidade de convergência do FCAC pois se fosse utilizada a potência reativa, esta deveria ser especificada, fazendo com que as barras correspondentes fossem PQs tornando a convergência do fluxo de carga lenta ou até mesmo impossível. Além disto, considerando-se que em geral uma barra é do tipo $V\theta$ (referência), o seu respectivo valor calculado para a potência reativa, pode ser muito diferente do obtido pela PL.
2. Manutenção da factibilidade da solução quando levada ao problema não-linear, em relação às restrições de magnitude de tensão ($\underline{V}^{min} \leq \underline{V} \leq \underline{V}^{max}$) pois os valores determinados para a solução do *PLPR* são sempre factíveis. Se fosse utilizada a potência reativa isto não poderia ser garantido.
3. Facilidade para determinar-se um valor inicial que seja próximo da solução final ($V_k = 1,0 pu, \forall k$).

Com a magnitude da tensão oriunda da solução da PL no passo anterior (no caso de ser o passo inicial: $V_k = 1,0 pu, \forall k$) executa-se o FCAC cuja solução será o novo estado, em torno do qual constrói-se o modelo incremental linear. Esta etapa é chamada de *Inicialização* e pode ser feita de duas maneiras, conforme a quantidade de tensões mantidas constantes no FCAC:

Inicialização FCPV [12] - resolve-se o FCAC com todas as barras sendo tratadas como PVs, isto é, com as magnitudes das tensões especificadas nos valores resultantes da PL e

Inicialização FCAC - apenas as barras que no resultado final de cada PL apresentem valores de potência reativa diferentes dos valores especificados são tratadas como PVs, isto é, têm a magnitude da tensão especificada no valor obtido pela PL. Para o passo inicial todas as barras candidatas são consideradas PVs.

Em resumo: a inicialização *FCPV* utiliza as magnitudes das tensões em todas as barras como variáveis de ligação e a inicialização *FCAC* utiliza apenas as magnitudes das tensões nas barras com valores de potência reativa distintos dos valores especificados após a solução do *PLPR*, conforme mostra a *Tabela 3.1*.

Tabela 3.1: Variáveis de Ligação Conforme o Tipo de Inicialização

Inicialização	Variáveis de Ligação	Variáveis Calculadas no Fluxo de Carga
<i>FCPV</i>	$V_k, \forall k$	$\theta_k, k \neq \text{referência}$
<i>FCAC</i>	$V_i, \text{ se } \Delta Q_i^{PL} \neq \Delta Q_i^{esp}, i \in \mathbf{I}$	$\theta_k, k \neq \text{referência}$ $V_i, \text{ se } \Delta Q_i^{PL} = \Delta Q_i^{esp}, i \in \mathbf{I}$ $V_j, \text{ se } j \notin \mathbf{I}$

3.3.2 A Matriz de Sensibilidade

O modelo incremental linear ($\Delta \underline{Q} = S \Delta \underline{V}$) é obtido através da aproximação linear da função que determina as variações nas injeções líquidas de potência reativa com relação às variações nas magnitudes das tensões, ou seja:

$$\underline{Q}(\underline{V}, \underline{\theta}^\circ) = \underline{Q}(\underline{V}^\circ, \underline{\theta}^\circ) + \Delta \underline{Q} \quad (3.1)$$

$$\Delta \underline{Q} = \frac{\partial \underline{Q}}{\partial \underline{V}} \Delta \underline{V} \quad (3.2)$$

Desta forma, a matriz de sensibilidade S é dada por:

$$S = \frac{\partial \underline{Q}}{\partial \underline{V}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_1}{\partial V_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial V_n} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial V_1} & \frac{\partial Q_2}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial V_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_n}{\partial V_1} & \frac{\partial Q_n}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial V_n} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Para determinar-se a matriz S , efetua-se uma série de aproximações com o intuito de preservar a esparsidade da matriz admitância na matriz S e também simplificar o seu cálculo. Estas aproximações originam diferentes matrizes de sensibilidade e espera-se que quanto melhor for a linearização mais próximo estará o resultado do *PLPR* do resultado exato do problema não-linear.

Neste trabalho foram consideradas quatro aproximações esparsas para a matriz S assim denominadas: B , X , L_{CRIC} e L_{CRIC}^{cte} . A seguir apresenta-se as *leis de formação* de cada uma delas, precedidas das respectivas hipóteses que aplicadas a (3.9) as originam. Maiores detalhes encontram-se no *Apêndice A*.

Matriz B [10,12]

Hipóteses:

- $\cos\theta_{km} \approx 1$
- $|B_{km}| \gg |G_{km}\sin\theta_{km}|$
- $V_k \approx 1, \forall k$

onde:

θ_{km} - abertura angular entre as barras k e m : $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$ e
 G_{km}, B_{km} - elementos (k, m) das matrizes condutância e susceptância nodal, respectivamente.

A matriz resultante é semelhante à matriz susceptância nodal com o sinal trocado, motivo pelo qual é chamada de:

$$\text{Matriz } B \quad \begin{cases} S_{km} = -B_{km} & k \neq m \\ S_{kk} = -B_{kk} - B_k^{sh} \end{cases} \quad (3.4)$$

onde B_k^{sh} é o somatório de todas as susceptâncias que ligam a barra k à terra.

Esta matriz independe do estado sendo, portanto, constante durante todo o processo.

Matriz X

Hipóteses:

- O fluxo de potência ativa, P_{km} , é praticamente constante para pequenas variações nas magnitudes das tensões;
- $V_k \approx 1, \forall k$ e
- $\theta_{km} \approx 0$.

A matriz resultante depende significativamente das reatâncias das ligações, motivo pelo qual é chamada de:

$$\text{Matriz } X \quad \begin{cases} S_{km} = \frac{-1}{x_{km}} & k \neq m \\ S_{kk} = -2B_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} \frac{1}{x_{km}} \end{cases} \quad (3.5)$$

onde:

- x_{km} - reatância equivalente entre os nós k e m e
 - Ω_K - conjunto de todas as barras adjacentes à barra k .
- Também a matriz X independe do estado.

Matriz L_{CRIC}^1 [13]

Hipótese:

- O fluxo de potência ativa, P_{km} , é praticamente constante para pequenas variações nas magnitudes das tensões.

A matriz resultante é:

$$\text{Matriz } L_{CRIC} \begin{cases} S_{km} = \frac{-|Y_{km}|^2 V_k}{B_{km} \cos \theta_{km} - G_{km} \sin \theta_{km}} & k \neq m \\ S_{kk} = -2B_{kk}V_k + \\ - \sum_{m \in \Omega_k} \left[\frac{|Y_{km}|^2 V_m - 2V_k G_{km} [B_{km} \sin \theta_{km} + G_{km} \cos \theta_{km}]}{B_{km} \cos \theta_{km} - G_{km} \sin \theta_{km}} \right] \end{cases} \quad (3.6)$$

onde Y_{km} é o elemento (k, m) da matriz admitância nodal. Neste caso, a matriz de sensibilidade depende do estado e deve ser recalculada.

Matriz L_{CRIC}^{cte}

Hipóteses:

- O fluxo de potência ativa, P_{km} , é praticamente constante para pequenas variações nas magnitudes das tensões.
- $V_k \approx 1$, $\forall k$ e
- $\theta_{km}^{(\nu)} \approx \theta_{km}^{(0)}$ - aberturas angulares constantes durante todo o processo.

Resulta uma matriz constante que é função das aberturas angulares $\theta_{km}^{(0)}$ do estado inicial:

$$\text{Matriz } L_{CRIC}^{cte} \begin{cases} S_{km} = \frac{-|Y_{km}|^2}{B_{km} \cos \theta_{km}^{(0)} - G_{km} \sin \theta_{km}^{(0)}} & k \neq m \\ S_{kk} = -2B_{kk} + \\ - \sum_{m \in \Omega_k} \left[\frac{|Y_{km}|^2 - 2G_{km} [B_{km} \sin \theta_{km}^{(0)} + G_{km} \cos \theta_{km}^{(0)}]}{B_{km} \cos \theta_{km}^{(0)} - G_{km} \sin \theta_{km}^{(0)}} \right] \end{cases} \quad (3.7)$$

¹CRIC: "Calcul de Reseaux Implicitement Couples".

3.4 A Programação Linear Sucessiva

Considerando-se os pontos $P_0^{(\nu)}$, $P_1^{(\nu)}$, $P_2^{(\nu)}$ e $P_0^{(\nu+1)}$ (Figura 3.1) e que o *PLPR* será resolvido através do Método Dual-Simplex, o algoritmo que efetua a interação entre o Fluxo de Carga e a Programação Linear é constituído dos seguintes passos:

Interação FC/PL – Algoritmo Básico

- i* - Fazer $\nu = 0$ e obter os valores iniciais das variáveis de ligação;
- ii* - Determinar o estado, ponto $P_0^{(\nu)}$, através da solução do FCAC;
- iii* - Formar o modelo incremental linear (*PLPR*) em torno deste estado;
- iv* - Resolver o *PLPR* para determinar uma solução ótima – Método Dual, conforme descrito no Capítulo anterior:
 - iv.1* - Determinar um ponto de partida ótimo, ponto $P_1^{(\nu)}$, e formar a inversa da base;
 - iv.2* - Selecionar, dentre todas as restrições não-ativas de limite de tensão, a restrição mais violada (restrição α);
 - iv.3* - Se existir a restrição α então:
 - (a) Calcular a linha $\underline{A}_{vio}$ correspondente à restrição α ;
 - (b) Calcular o vetor sensibilidade $\underline{s}$ entre a restrição α e cada uma das restrições ativas;
 - (c) Por meio de $\underline{s}$, testar e assinalar as restrições elegíveis entre as ativas;
 - (d) Calcular o vetor custo incremental $\underline{\lambda}$;
 - (e) Por meio do teste da razão mínima, determinar a restrição β que deve ser relaxada para a ativação da restrição α ;
 - (f) Atualizar a base: entra a restrição α e sai a restrição β ;
 - (g) Retornar para o passo *iv.2*;
 - iv.4* - Não existindo a restrição α o problema está resolvido e a solução atual (ponto $P_2^{(\nu)}$) é ótima.
- v* - Atualizar as variáveis de ligação e fazer $\nu = \nu + 1$;
- vi* - Testar convergência: caso não seja obtida, voltar para o passo *ii*; caso contrário *fim*.

Interação FC/PL – Algoritmo Detalhado

- i* - Fazer $\nu = 0$ e obter os valores iniciais das variáveis de ligação;

Quando utiliza-se a inicialização com o *FCPV*, ou seja, quando as variáveis de ligação são as magnitudes das tensões de todas as barras do sistema, o valor inicial destas pode corresponder a um ponto de operação conhecido ou, na falta deste, inicia-se com todas as magnitudes das tensões em 1,0 pu:

$$\text{FCPV} \quad V_k^{(0)} = 1,0 \text{ pu} \quad \forall k$$

Quando utiliza-se o *FCAC*, as variáveis utilizadas para fazer a ligação podem variar de um passo para outro pois, durante a interação entre o FC e a PL, problemas lineares bastante diferentes podem ser formulados quando o estado varia. Assim, além do valor em que as variáveis de ligação serão inicializadas, deve-se determinar quais serão estas. Neste caso também, os valores correspondentes a um ponto de operação conhecido juntamente com as barras que neste caso têm a tensão estipulada (PVs), podem servir de valor inicial e conjunto inicial de variáveis de ligação, respectivamente. Caso este ponto de operação não seja disponível, faz-se com que as magnitudes das tensões de todas as barras candidatas sejam especificadas em 1,0 pu:

$$\text{FCAC} \quad V_i^{(0)} = 1,0 \text{ pu} \quad i \in \mathbf{I}$$

Caso todas as barras sejam candidatas, o valor inicial das variáveis de ligação será rigorosamente o mesmo para os dois tipos de inicialização.

- ii* - Determinar o estado, ponto $P_0^{(\nu)}$, através da solução do FCAC;

O estado $(\underline{V}^\circ, \underline{\theta}^\circ)$ é determinado considerando, no fluxo de carga AC, as variáveis de ligação como PVs – com a magnitude da tensão especificada no valor atualizado. As demais variáveis devem ser calculadas conforme mostra a *Tabela 8.1*.

- iii* - Formar o modelo incremental linear (*PLPR*) em torno deste estado;

O modelo incremental linear é formado a partir da escolha da matriz de sensibilidade S que pode ser qualquer uma das citadas anteriormente:

- Matriz B dada pela equação (3.4);
- Matriz X dada pela equação (3.5);
- Matriz L_{CRIC} dada pela equação (3.6) ou
- Matriz L_{CRIC}^{cte} dada pela equação (3.7).

Feita a escolha da matriz de sensibilidade, calcula-se o valor das variáveis e limites incrementais:

$$\begin{aligned}
 \Delta Q_i &= 0 & i \in \mathbf{I} \\
 \Delta Q_i^{min} &= Q_i^{min} - Q_i(V^\circ, \theta^\circ) & i \in \mathbf{I} \\
 \Delta Q_i^{inf} &= Q_i^{inf} - Q_i(V^\circ, \theta^\circ) & i \in \mathbf{I} \\
 \Delta Q_i^{esp} &= Q_i^{esp} - Q_i(V^\circ, \theta^\circ) & i \in \mathbf{I} \\
 \Delta Q_i^{sup} &= Q_i^{sup} - Q_i(V^\circ, \theta^\circ) & i \in \mathbf{I} \\
 \Delta Q_i^{maz} &= Q_i^{maz} - Q_i(V^\circ, \theta^\circ) & i \in \mathbf{I} \\
 \Delta Q_j &= Q_j^{esp} - Q_j(V^\circ, \theta^\circ) & j \notin \mathbf{I} \\
 \Delta V_k &= 0 & \forall k \\
 \Delta V_k^{min} &= V_k^{min} - V_k^\circ & \forall k \\
 \Delta V_k^{maz} &= V_k^{maz} - V_k^\circ & \forall k
 \end{aligned}$$

- iv - Resolver o *PLPR* para determinar uma solução ótima – Método Dual, conforme descrito no Capítulo anterior;
- v - Atualizar as variáveis de ligação e fazer $\nu = \nu + 1$;

Para a inicialização em *FCPV*, fazer:

$$FCPV \quad V_k^{(\nu+1)} = V_k^{(\nu)} + \Delta V_k^{PL}, \quad \forall k$$

Para a inicialização em *FCAC* apenas as barras candidatas que tiverem, na solução do *PLPR*, o valor da injeção de potência reativa diferente do valor especificado ($\Delta Q_i^{PL} \neq \Delta Q_i^{esp}$, $i \in \mathbf{I}$) são as variáveis de ligação e têm seus valores atualizados:

$$FCAC \quad V_i^{(\nu+1)} = V_i^{(\nu)} + \Delta V_i^{PL}, \quad \text{se } \Delta Q_i^{PL} \neq \Delta Q_i^{esp}, \quad i \in \mathbf{I}$$

- vi - Testar convergência: caso não seja obtida, voltar para o passo ii; caso contrário fim

O teste de convergência consiste em verificar se a solução encontrada para o *PLPR* satisfaz todas as restrições do *PR*. Isto pode ser feito comparando-se duas soluções consecutivas objetivando detectar quando estas começam a repetir-se e, portanto, a solução encontrada não pode ser melhorada. Outra maneira de efetuar este teste seria verificar se o valor final das variáveis do *PLPR* é próximo ao valor exato calculado no modelo não-linear.

Para testar se a solução encontrada no passo ν é próxima da solução anterior (passo $\nu - 1$), pode-se comparar os ângulos e/ou as magnitudes das tensões, isto é, verificar se:

$$\begin{array}{ll} \text{Critério } \theta & \max_{k=1, N_B} |\theta_k^{(\nu)} - \theta_k^{(\nu-1)}| \leq \varepsilon_\theta \\ \text{Critério } V & \max_{k=1, N_B} |V_k^{(\nu)} - V_k^{(\nu-1)}| \leq \varepsilon_V \end{array}$$

onde N_B é o número total de barras do sistema, ε_θ a tolerância para ângulos das tensões e ε_V a tolerância para suas magnitudes.

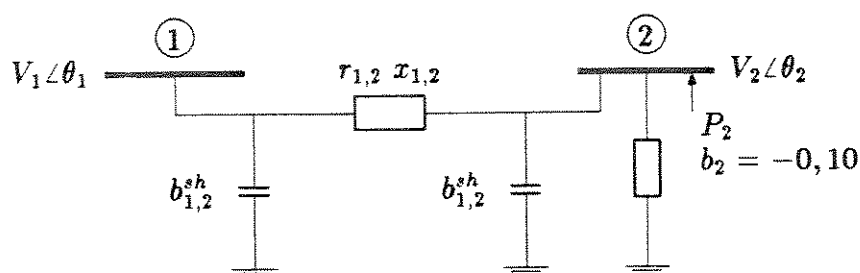
Por outro lado, para testar se a solução encontrada no *PLPR* é próxima da solução exata, basta comparar os valores das injeções calculadas nos diferentes problemas, isto é, verificar se:

$$\text{Critério } Q \quad \max_{i \in I} |Q_i^{PL} - Q_i^{FC}| \leq \varepsilon_Q$$

onde ε_Q é a tolerância para as injeções de potência reativa.

3.5 Exemplo de Aplicação da Programação Linear Sucessiva

Para ilustrar o funcionamento do algoritmo descrito, foi utilizado um sistema de duas barras, uma linha e um elemento “shunt” (reator), conforme a *Figura 3.2*.



Dados das barras (pu)

Barra	P	Q	V	θ
1	—	—	—	0,0
2	-0,30	—	—	—

Dados da linha (pu)

$r_{1,2}$	$x_{1,2}$	$b_{1,2}^{sh}$
0,2	1,0	0,02

Figura 3.2: Sistema Exemplo de Duas Barras

As duas barras são candidatas à instalação de componentes reativos e não possuem capacidade instalada. A declividade da função custo é unitária e os limites de instalação estão abertos ($Q^{min} = -\infty$ e $Q^{max} = +\infty$), como ilustra a Figura 3.3.

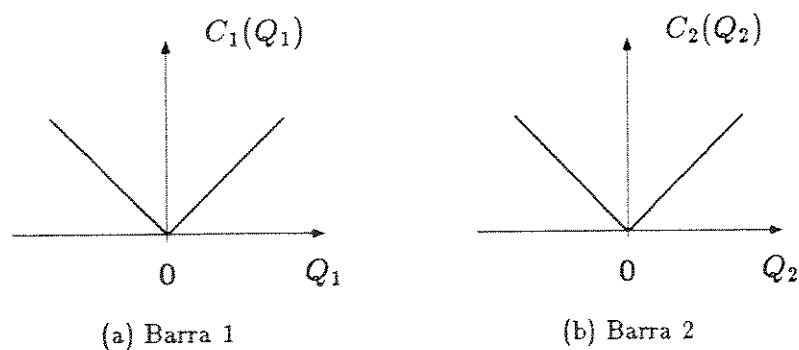


Figura 3.3: Curvas de Custo do Exemplo

Portanto, as funções que determinam o custo são:

$$C_1(Q_1) = \begin{cases} -Q_1, & \text{se } Q_1 < 0 \\ 0, & \text{se } Q_1 = 0 \\ Q_1, & \text{se } Q_1 > 0 \end{cases}$$

$$C_2(Q_2) = \begin{cases} -Q_2, & \text{se } Q_2 < 0 \\ 0, & \text{se } Q_2 = 0 \\ Q_2, & \text{se } Q_2 > 0 \end{cases}$$

Os limites da injeção de potência reativa em cada barra são:

$$\begin{array}{ll} Q_1^{min} = -\infty & Q_2^{min} = -\infty \\ Q_1^{esp} = 0 & Q_2^{esp} = 0 \\ Q_1^{max} = +\infty & Q_2^{max} = +\infty \end{array}$$

Os limites nas magnitudes das tensões são:

$$\begin{array}{ll} V_1^{min} = 0,95 & V_2^{min} = 0,95 \\ V_1^{max} = 1,05 & V_2^{max} = 1,05 \end{array}$$

Foram escolhidas a matriz L_{CRIC}^{cte} como sensibilidade e a inicialização com o FCPV. As tolerâncias utilizadas são:

$$\begin{array}{ll} \varepsilon_\theta &= 10^{-3} \text{ radianos} \\ \varepsilon_V &= 10^{-3} \text{ pu} \\ \varepsilon_Q &= 10^{-3} \text{ pu} \end{array}$$

Os passos executados, para obter-se a solução deste problema foram os seguintes:

i - Fazer $\nu = 0$ e obter os valores iniciais das variáveis de ligação;

$$\begin{array}{lll} \nu = 0 & & \\ V_1^{(0)} = 1,0 \text{ pu} & & V_2^{(0)} = 1,0 \text{ pu} \\ \theta_1 = 0 & (\text{referência}) & \end{array}$$

ii - Determinar o estado, ponto $P_0^{(\nu)}$, através da solução do FCAC;

$$\begin{array}{ll} Q_1^{(0)} = -0,0306 \text{ pu} & \theta_2^{(0)} = -0,3285 \text{ radianos} \\ & Q_2^{(0)} = 0,1935 \text{ pu} \end{array}$$

iii - Formar o modelo incremental linear (PLPR) em torno deste estado;

$$S = L_{CRIC}^{cte} = \begin{bmatrix} 0,8433 & -0,9891 \\ -1,1338 & 1,1726 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{ll}
\Delta Q_1 & = 0 \\
\Delta Q_1^{esp} & = 0,0306 \\
\Delta Q_1^{min} & = -\infty \\
\Delta Q_1^{max} & = +\infty \\
\Delta V_1 & = 0 \\
\Delta V_1^{min} & = -0,05 \\
\Delta V_1^{max} & = +0,05
\end{array}
\qquad
\begin{array}{ll}
\Delta Q_2 & = 0 \\
\Delta Q_2^{esp} & = -0,1935 \\
\Delta Q_2^{min} & = -\infty \\
\Delta Q_2^{max} & = +\infty \\
\Delta V_2 & = 0 \\
\Delta V_2^{min} & = -0,05 \\
\Delta V_2^{max} & = +0,05
\end{array}$$

iv - Resolver o *PLPR* para determinar uma solução ótima – Método Dual;

iv.1 - Determinar um ponto de partida ótimo, ponto $P_1^{(\nu)}$, e formar a inversa da base;

$$\Delta Q_1 = \Delta Q_1^{esp} = 0,0306 \qquad \Delta Q_2 = \Delta Q_2^{esp} = -0,1935$$

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix} = S^{-1} \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,1717 \\ 0,9680 \end{bmatrix}$$

A base reduzida é vazia e a matriz da base é a identidade:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

iv.2 - Selecionar, dentre todas as restrições não-ativas de limite de tensão, a restrição mais violada (restrição α);

$$\begin{array}{ll}
\alpha & : \text{ limite máximo de tensão da barra 1} \\
L_{vio} & = 0,05 \\
\Delta \phi_{vio} & = 1,1217
\end{array}$$

iv.3 - Se existir a restrição α então:

(a) Calcular a linha $\underline{A}_{vio}$ correspondente à restrição α ;

$$\underline{A}_{vio} = S_1^{-1} = \begin{bmatrix} -8,8368 & -7,4542 \end{bmatrix}$$

(b) Calcular o vetor sensibilidade $\underline{s}$ entre a restrição α e cada uma das restrições ativas;

$$\underline{s} = \underline{A}_{vio} B^{-1} = \begin{bmatrix} -8,8368 & -7,4542 \end{bmatrix}$$

- (c) Por meio de $\underline{s}$, testar e assinalar as restrições elegíveis entre as ativas;

As duas restrições são elegíveis pois são limites de geração e estão em pontos intermediários (ΔQ^{esp}).

- (d) Calcular o vetor custo incremental $\underline{\lambda}$;

O vetor custo atual é:

$$\underline{c} = [1 \ 1]$$

Portanto, o vetor custo incremental é:

$$\underline{\lambda} = \underline{c} B^{-1} = [1 \ 1]$$

- (e) Por meio do teste da razão mínima, determinar a restrição β que deve ser relaxada para a ativação da restrição α ;

$$\left| \frac{\lambda_1}{s_1} \right| = 0,1132 \quad \left| \frac{\lambda_2}{s_2} \right| = 0,1342$$

Logo, a restrição β é o limite de geração da barra 1.

- (f) Atualizar a base: entra a restrição α e sai a restrição β ;

Após a atualização, a equação da base fica sendo:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1^{max} \\ \Delta Q_2^{esp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,05 \\ -0,1935 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8,8368 & -7,4542 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix}$$

E as variações nas injeções de potência reativa e nas tensões são:

$$\Delta Q_1^c = 0,1576 \quad \Delta Q_2^c = -0,1935$$

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix} = S^{-1} \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,05 \\ -0,1167 \end{bmatrix}$$

- (g) Retornar para o passo *iv.2*;

iv.2 - Selecionar, dentre todas as restrições não-ativas de limite de tensão, a restrição mais violada (restrição α);

$$\begin{aligned} \alpha &: \text{limite mínimo de tensão da barra 2} \\ L_{vio} &= -0,05 \\ \Delta \phi_{vio} &= 0,0667 \end{aligned}$$

iv.3 - Se existir a restrição α então:

- (a) Calcular a linha $\underline{A}_{vio}$ correspondente à restrição α ;

$$\underline{A}_{vio} = S_2^{-1} = \begin{bmatrix} -8,5451 & -6,3553 \end{bmatrix}$$

- (b) Calcular o vetor sensibilidade $\underline{s}$ entre a restrição α e cada uma das restrições ativas;

$$\begin{aligned} \underline{s}^v &= \underline{A}_{vio}^c (B^c)^{-1} = \begin{bmatrix} 0,9670 \end{bmatrix} \\ \underline{s}^g &= \underline{A}_{vio}^c - \underline{s}^v B^c = \begin{bmatrix} 0,8529 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

- (c) Por meio de $\underline{s}$, testar e assinalar as restrições elegíveis entre as ativas;

A restrição 1 é de tensão, está no limite superior – oposto ao limite violado – e tem a sensibilidade maior que zero ($s_1^v > 0$), logo não é elegível. A restrição 2 é de geração e está em um pontos intermediário (ΔQ^{esp}), logo é elegível.

Como só existe uma restrição elegível não é necessário calcular o vetor custo incremental nem efetuar o teste da razão mínima: a restrição β é o limite de geração da barra 2.

- (f) Atualizar a base: entra a restrição α e sai a restrição β ;

Após a atualização, a equação da base fica sendo:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1^{max} \\ \Delta V_2^{min} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,05 \\ -0,05 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8,8368 & -7,4542 \\ -8,5451 & -6,3553 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix}$$

E as variações nas injeções de potência reativa e nas tensões são:

$$\Delta Q_1^c = 0,0916 \quad \Delta Q_2^c = -0,1153$$

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,05 \\ -0,05 \end{bmatrix}$$

- (g) Retornar para o passo iv.2;

iv.2 - Selecionar, dentre todas as restrições não-ativas de limite de tensão, a restrição mais violada (restrição α);

Não existem restrições de tensão não ativas.

iv.4 - Não existindo a restrição α o problema está resolvido e a solução atual (ponto $P_2^{(\nu)}$) é ótima.

A solução ótima é:

$$\begin{aligned}\Delta V_1^{PL} &= 0,05 & \Delta V_2^{PL} &= -0,05 \\ \Delta Q_1^{PL} &= 0,0916 & \Delta Q_2^{PL} &= -0,1153\end{aligned}$$

v - Atualizar as variáveis de ligação e fazer $\nu = \nu + 1$;

$$\begin{aligned}V_1^{(1)} &= V_1^{(0)} + \Delta V_1^{PL} = 1,05 & V_2^{(1)} &= V_2^{(0)} + \Delta V_2^{PL} = 0,95 \\ Q_1^{PL} &= Q_1^{(0)} + \Delta Q_1^{PL} = 0,0610 & Q_2^{PL} &= Q_2^{(0)} + \Delta Q_2^{PL} = 0,0782 \\ \nu &= 1\end{aligned}$$

vi - Testar convergência: caso *não* seja obtida, voltar para o passo ii; caso contrário *fim*.

Do fluxo de carga AC:

$$\begin{aligned}Q_1^{(1)} &= 0,0659 \text{ pu} & \theta_2^{(1)} &= -0,3081 \text{ radianos} \\ & & Q_2^{(1)} &= 0,0842 \text{ pu}\end{aligned}$$

E a convergência não foi obtida para nenhum dos critérios:

$$\begin{aligned}\text{Critério } \theta & \quad |\theta_2^{(1)} - \theta_2^{(0)}| = 0,0204 > \varepsilon_\theta \\ \text{Critério } V & \quad |V_1^{(1)} - V_1^{(0)}| = |V_2^{(1)} - V_2^{(0)}| = 0,05 > \varepsilon_V \\ \text{Critério } Q & \quad |Q_1^{PL} - Q_1^{(1)}| = 0,0049 > \varepsilon_Q \\ & \quad |Q_2^{PL} - Q_2^{(1)}| = 0,006 > \varepsilon_Q\end{aligned}$$

ii - Determinar o estado, ponto $P_0^{(\nu)}$, através da solução do FCAC;

$$\begin{aligned}Q_1^{(1)} &= 0,0659 \text{ pu} & \theta_2^{(1)} &= -0,3081 \text{ radianos} \\ & & Q_2^{(1)} &= 0,0842 \text{ pu}\end{aligned}$$

iii - Formar o modelo incremental linear (*PLPR*) em torno deste estado;

A matriz de sensibilidade mantem-se e novos valores incrementais são:

$$\begin{array}{ll} \Delta Q_1 & = 0 \\ \Delta Q_1^{esp} & = -0,0659 \\ \Delta Q_1^{min} & = -\infty \\ \Delta Q_1^{maz} & = +\infty \\ \Delta V_1 & = 0 \\ \Delta V_1^{min} & = -0,10 \\ \Delta V_1^{maz} & = 0,0 \end{array} \quad \begin{array}{ll} \Delta Q_2 & = 0 \\ \Delta Q_2^{esp} & = -0,0842 \\ \Delta Q_2^{min} & = -\infty \\ \Delta Q_2^{maz} & = +\infty \\ \Delta V_2 & = 0 \\ \Delta V_2^{min} & = 0,0 \\ \Delta V_2^{maz} & = +0,10 \end{array}$$

iv - Resolver o *PLPR* para determinar uma solução ótima – Método Dual;

iv.1 - Determinar um ponto de partida ótimo, ponto $P_1^{(\nu)}$, e formar a inversa da base;

$$\Delta Q_1 = \Delta Q_1^{esp} = -0,0659 \quad \Delta Q_2 = \Delta Q_2^{esp} = -0,0842$$

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix} = S^{-1} \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,2096 \\ 1,0979 \end{bmatrix}$$

A base reduzida é vazia e a matriz da base é a identidade:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

iv.2 - Selecionar, dentre todas as restrições não-ativas de limite de tensão, a restrição mais violada (restrição α);

$$\begin{array}{ll} \alpha & : \text{ limite máximo de tensão da barra 1} \\ L_{vio} & = 0,0 \\ \Delta \phi_{vio} & = 1,2096 \end{array}$$

iv.3 - Se existir a restrição α então:

(a) Calcular a linha $\underline{A}_{vio}$ correspondente à restrição α ;

$$\underline{A}_{vio} = S_1^{-1} = \begin{bmatrix} -8,8368 & -7,4542 \end{bmatrix}$$

(b) Calcular o vetor sensibilidade $\underline{s}$ entre a restrição α e cada uma das restrições ativas;

$$\underline{s} = \underline{A}_{vio} B^{-1} = \begin{bmatrix} -8,8368 & -7,4542 \end{bmatrix}$$

- (c) Por meio de $\underline{s}$, testar e assinalar as restrições elegíveis entre as ativas;

As duas restrições são elegíveis pois são limites de geração e estão em pontos intermediários (ΔQ^{esp}).

- (d) Calcular o vetor custo incremental $\underline{\lambda}$;

O vetor custo atual é:

$$\underline{c} = [1 \ 1]$$

Portanto, o vetor custo incremental é:

$$\underline{\lambda} = \underline{c} B^{-1} = [1 \ 1]$$

- (e) Por meio do teste da razão mínima, determinar a restrição β que deve ser relaxada para a ativação da restrição α ;

$$\left| \frac{\lambda_1}{s_1} \right| = 0,1132 \quad \left| \frac{\lambda_2}{s_2} \right| = 0,1342$$

Logo, a restrição β é o limite de geração da barra 1.

- (f) Atualizar a base: entra a restrição α e sai a restrição β ;

Após a atualização, a equação da base fica sendo:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1^{maz} \\ \Delta Q_2^{esp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0 \\ -0,0842 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8,8368 & -7,4542 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix}$$

E as variações nas injeções de potência reativa e nas tensões são:

$$\Delta Q_1^e = 0,0710 \quad \Delta Q_2^e = -0,0842$$

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix} = S^{-1} \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0 \\ -0,0718 \end{bmatrix}$$

- (g) Retornar para o passo *iv.2*;

iv.2 - Selecionar, dentre todas as restrições não-ativas de limite de tensão, a restrição mais violada (restrição α);

$$\begin{aligned} \alpha &: \text{limite mínimo de tensão da barra 2} \\ L_{vio} &= 0,0 \\ \Delta \phi_{vio} &= 0,0718 \end{aligned}$$

iv.3 - Se existir a restrição α então:

- (a) Calcular a linha $\underline{A}_{vio}$ correspondente à restrição α ;

$$\underline{A}_{vio} = S_2^{-1} = [-8,5451 \quad -6,3553]$$

- (b) Calcular o vetor sensibilidade $\underline{s}$ entre a restrição α e cada uma das restrições ativas;

$$\begin{aligned}\underline{s}^v &= \underline{A}_{vio}^c (B^c)^{-1} = [0,9670] \\ \underline{s}^g &= \underline{A}_{vio}^e - \underline{s}^v B^e = [0,8529]\end{aligned}$$

- (c) Por meio de $\underline{s}$, testar e assinalar as restrições elegíveis entre as ativas;

A restrição 1 é de tensão, está no limite superior – oposto ao limite violado – e tem a sensibilidade maior que zero ($s_1^v > 0$), logo não é elegível. A restrição 2 é de geração e está em um pontos intermediário (ΔQ^{esp}), logo é elegível.

Como só existe uma restrição elegível não é necessário calcular o vetor custo incremental nem efetuar o teste da razão mínima: a restrição β é o limite de geração da barra 2.

- (f) Atualizar a base: entra a restrição α e sai a restrição β ;
Após a atualização, a equação da base fica sendo:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1^{max} \\ \Delta V_2^{min} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0 \\ 0,0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8,8368 & -7,4542 \\ -8,5451 & -6,3553 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix}$$

E as variações nas injeções de potência reativa e nas tensões são:

$$\Delta Q_1^c = 0,0 \quad \Delta Q_2^c = 0,0$$

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0 \\ 0,0 \end{bmatrix}$$

- (g) Retornar para o passo *iv.2*;

iv.2 - Selecionar, dentre todas as restrições não-ativas de limite de tensão, a restrição mais violada (restrição α);

Não existem restrições de tensão não ativas.

iv.4 - Não existindo a restrição α o problema está resolvido e a solução atual (ponto $P_2^{(\nu)}$) é ótima.

A solução ótima é:

$$\begin{aligned}\Delta V_1^{PL} &= 0,0 & \Delta V_2^{PL} &= 0,0 \\ \Delta Q_1^{PL} &= 0,0 & \Delta Q_2^{PL} &= 0,0\end{aligned}$$

v - Atualizar as variáveis de ligação e fazer $\nu = \nu + 1$;

$$\begin{aligned}V_1^{(2)} &= V_1^{(1)} + \Delta V_1^{PL} = 1,05 & V_2^{(2)} &= V_2^{(1)} + \Delta V_2^{PL} = 0,95 \\ Q_1^{PL} &= Q_1^{(1)} + \Delta Q_1^{PL} = 0,0659 & Q_2^{PL} &= Q_2^{(1)} + \Delta Q_2^{PL} = 0,0842 \\ \nu &= 2\end{aligned}$$

vi - Testar convergência: caso *não* seja obtida, voltar para o passo ii; caso contrário *fim*.

Do fluxo de carga AC:

$$\begin{aligned}Q_1^{(2)} &= 0,0659 \text{ pu} & \theta_2^{(2)} &= -0,3081 \text{ radianos} \\ & & Q_2^{(2)} &= 0,0842 \text{ pu}\end{aligned}$$

E a convergência foi obtida para todos os critérios no passo 2 ($\nu = 2$):

$$\begin{aligned}\text{Critério } \theta & \quad |\theta_2^{(2)} - \theta_2^{(1)}| = 0,0 < \varepsilon_\theta \\ \text{Critério } V & \quad |V_1^{(2)} - V_1^{(1)}| = |V_2^{(2)} - V_2^{(1)}| = 0,0 < \varepsilon_V \\ \text{Critério } Q & \quad |Q_1^{PL} - Q_1^{(2)}| = |Q_2^{PL} - Q_2^{(2)}| = 0,0 < \varepsilon_Q\end{aligned}$$

Portanto a solução final, obtida após 2 passos FC/PL, é:

$$\begin{aligned}V_1 &= 1,05 & V_2 &= 0,95 \\ Q_1 &= 0,0659 & Q_2 &= 0,0842 \\ \text{Custo} &: 0,1501 \text{ pu}\end{aligned}$$

Capítulo 4

Testes e Resultados

4.1 Introdução

Neste capítulo são descritos os testes computacionais para se averiguar o desempenho de programas baseados na metodologia descrita nos capítulos anteriores. Inicialmente expõem-se as condições comuns aos testes realizados e onde há diferença dos valores padronizados está explicitado. Para verificar o desempenho do algoritmo implementado utilizou-se um sistema de duas barras e o sistema *IEEE90*.

4.2 Condições Comuns aos Testes Realizados

Os resultados apresentados nos testes foram obtidos utilizando-se os dois tipos de inicialização: *FCPV* e *FCAC*; e os quatro tipos de matriz de sensibilidade *Q-V*: *B*, *X*, *L_{CRIC}* e *L_{CRIC}^{cte}*, totalizando oito resultados para cada teste. Foram adotados os três critérios de convergência *FC/PL*:

1. Critério θ : $\max_{k=1, N_B} |\theta_k^\nu - \theta_k^{\nu-1}| \leq \varepsilon_\theta$;
2. Critério V : $\max_{k=1, N_B} |V_k^\nu - V_k^{\nu-1}| \leq \varepsilon_V$ e
3. Critério Q : $\max_{i \in I} |Q_i^{PL} - Q_i^{FC}| \leq \varepsilon_Q$.

A solução final de cada teste, composta por oito conjuntos de resultados (um para cada combinação dos tipos de inicialização e matriz de sensibilidade) compreende:

- a magnitude da tensão das barras;
- o custo (valor da função objetivo) e
- o número de passos *FC/PL* necessários para a obtenção da solução para os três critérios de convergência.

Dado que a solução obtida pelos diferentes critérios de convergência pode ser ligeiramente diferente, adotou-se como solução final aquela que corresponde a execução do maior número de passos *FC/PL* (que é a solução mais precisa).

Para todos os testes estabeleceram-se algumas características comuns tais como as curvas de custo das gerações de potência reativa, os limites para as magnitudes das tensões, o tipo de fluxo de carga e o critério de convergência para o programa que envolveu metodologias de fluxo de carga AC e Programação Linear (PL).

- **Curvas de Custo** - Na *Figura 4.1* tem-se as curvas de custo padrão para os casos onde há *componentes reativos* ((a) Barra com capacidade instalada) e para os casos onde não há (b). Fixou-se um custo fictício de $0,01 \text{ pu}^1$ para a capacidade instalada e $1,00 \text{ pu}$ para o custo de alocação de potência reativa. Por componentes reativos entenda-se: capacitores, reatores e síncronos.

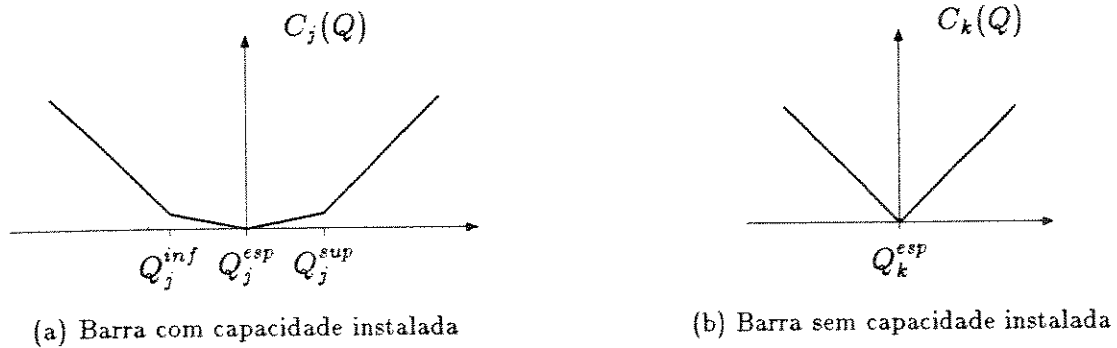


Figura 4.1: Curvas de Custo Adotadas nos Exemplos

- **Limites nas Magnitudes das Tensões** - Os limites adotados foram:

$$V^{min} = 0,95 \text{ pu}$$

$$V^{max} = 1,05 \text{ pu}$$

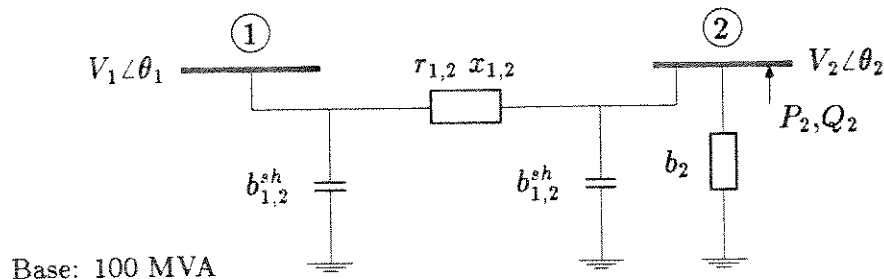
- **Fluxo de Carga** - O método de fluxo de carga empregado foi o Desacoplado Rápido versão *BX* [29].
- **Convergência do Fluxo de Carga AC** - Adotou-se $|\Delta \underline{P}| \leq 0,01 \text{ MW}$ e $|\Delta \underline{Q}| \leq 0,01 \text{ MVar}$. $\Delta \underline{P}$ e $\Delta \underline{Q}$ correspondem às diferenças entre os valores especificados e os calculados para as potências ativa e reativa respectivamente.

¹Relação: custo em *pu* / potência reativa em *pu*

- **Convergência do PL** - O valor utilizado foi de 10^{-3} pu para as violações nos limites de tensão.
- **Convergência FC/PL** - Para todos os critérios implementados (diferença entre ângulos e/ou magnitude da tensão entre duas iterações consecutivas ou diferença entre a potência reativa calculada no PL e no FC) utilizou-se 10^{-3} pu, isto é, $\varepsilon_\theta = \varepsilon_V = \varepsilon_Q = 10^{-3}$.

4.3 Sistema de Duas Barras

Esta rede é composta por duas barras, uma linha e um elemento “shunt”, conforme mostra a *Figura 4.2*.



Dados das barras (pu)

Barra	P	Q	V	θ
1	—	—	—	0,0
2	-0,30	—	—	—

Dados da linha (pu)

$r_{1,2}$	$x_{1,2}$	$b_{1,2}^{sh}$
0,2	1,0	0,02

Figura 4.2: Sistema de Duas Barras

As duas barras são candidatas à instalação de componentes reativos e não possuem capacidade instalada. Foram executados cinco testes, variando-se os valores da potência reativa na barra 2 (Q_2) e da susceptância do elemento “shunt” (b_2).

Visando forçar uma maior diferença entre os dois tipos de inicialização, quando foi utilizado o *FCAC*, apenas a barra 1 teve sua magnitude da tensão estipulada no cálculo do primeiro fluxo de carga, ou seja, a magnitude da tensão da barra 2 foi calculada.

4.3.1 Teste A

Para Q_2 e b_2 nulos obteve-se:

Tabela 4.1: Resultados do Teste A

	Número da Barra	Inicialização FCPV				Inicialização FCAC			
		B	X	L_{CRIC}	L_{CRIC}^{cte}	B	X	L_{CRIC}	L_{CRIC}^{cte}
Tensão [pu]	1	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050
	2	1,014	1,013	1,013	1,013	1,014	1,013	1,013	1,013
Custo [pu]		0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050
Passos	Critério θ	2	2	2	2	3	3	3	3
	Critério V	3	3	3	3	3	3	3	3
FC/PL	Critério Q	2	2	2	2	3	2	2	2

Todos os métodos chegam praticamente à mesma solução e o número de passos necessários também é muito semelhante.

4.3.2 Teste B

Para $Q_2 = -0,10$ pu e $b_2 = 0,0$ pu obteve-se:

Tabela 4.2: Resultados do Teste B

	Número da Barra	Inicialização FCPV				Inicialização FCAC			
		B	X	L_{CRIC}	L_{CRIC}^{cte}	B	X	L_{CRIC}	L_{CRIC}^{cte}
Tensão [pu]	1	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050
	2	1,014	1,013	1,013	1,013	1,013	1,014	1,013	1,013
Custo [pu]		0,150	0,150	0,150	0,150	0,150	0,150	0,150	0,150
Passos	Critério θ	2	2	2	2	3	3	3	3
	Critério V	3	3	3	3	4	3	3	3
FC/PL	Critério Q	2	2	2	2	3	3	2	2

Novamente, todos os métodos chegam à mesma solução executando um número de passos semelhante. Nota-se, também, que a magnitude da tensão das barras é a mesma do teste anterior mas o custo desta é superior pois houve necessidade de atender a carga reativa da barra 2 ($Q_2 = -0,10$ pu).

4.3.3 Teste C

Para $Q_2 = 0,10 \text{ pu}$ e $b_2 = 0,0 \text{ pu}$ obteve-se:

Tabela 4.3: Resultados do Teste C

	Número da Barra	Inicialização FCPV				Inicialização FCAC			
		B	X	L_{CRIC}	L_{CRIC}^{cte}	B	X	L_{CRIC}	L_{CRIC}^{cte}
Tensão [pu]	1	0,952	0,952	0,952	0,952	0,952	0,952	0,952	0,952
	2	0,950	0,950	0,950	0,950	0,950	0,950	0,950	0,950
Custo [pu]		0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021
Passos	Critério θ	3	3	2	2	3	3	2	2
	Critério V	3	3	2	2	3	3	2	2
FC/PL	Critério Q	2	2	1	1	2	2	2	2

Com a geração de potência reativa na barra 2 ($Q_2 = 0,10 \text{ pu}$) ocorreu um “excesso de reativos” que provocou a redução do nível da tensão para minimizar o efeito capacitivo dos elementos “shunt” e, por conseguinte, a necessidade de compensação via reatores.

4.3.4 Teste D

Para $Q_2 = 0,0 \text{ pu}$ e $b_2 = -0,10 \text{ pu}$ obteve-se:

Tabela 4.4: Resultados do Teste D

	Número da Barra	Inicialização FCPV				Inicialização FCAC			
		B	X	L_{CRIC}	L_{CRIC}^{cte}	B	X	L_{CRIC}	L_{CRIC}^{cte}
Tensão [pu]	1	1,050	1,050		1,050	1,050	1,050		1,050
	2	0,950	0,950		0,950	0,950	0,950		0,950
Custo [pu]		0,150	0,150	—	0,150	0,150	0,150	—	0,150
Passos	Critério θ	2	2	—	2	2	2	—	2
	Critério V	2	2	—	2	2	2	—	2
FC/PL	Critério Q	2	2	—	2	2	2	—	2

Para a L_{CRIC} como sensibilidade, após a execução de poucos passos FC/PL, o processo repete uma sequência de dois resultados próximos a possíveis soluções. Nestes resultados parciais os desvios encontrados nos ângulos e nas magnitudes das tensões,

entre iterações consecutivas, e entre a potência reativa calculada no *PL* e no *FC* são maiores que a tolerância utilizada, razão pela qual a convergência *FC/PL* não é obtida. Para a inicialização *FCPV* esta oscilação ocorreu a partir do segundo passo *FC/PL* conforme mostra a *Tabela 4.5*. Observa-se também que o resultado parcial obtido nos passos ímpares (1,3,5,...) é próximo à solução final encontrada pelos demais métodos.

Tabela 4.5: Resultados Parciais do Teste D com L_{CRIC} - Inicialização *FCPV*

Passo	V_1 [pu]		V_2 [pu]		θ_2 [graus]		Q_1 [pu]		Q_2 [pu]		Custo [pu]
	PL	FC	PL	FC	PL	FC	PL	FC	PL	FC	
0	—	1,000	—	1,000	—	-18,82	—	-0,0306	—	0,1935	—
1	1,050	1,050	0,950	0,950	-18,82	-17,65	0,0610	0,0659	0,0782	0,0842	0,1392
2	1,050	1,050	1,014	1,014	-17,65	-17,17	0,0	-0,0001	0,1480	0,1527	0,1480
3	1,050	1,050	0,950	0,950	-17,17	-17,65	0,0657	0,0659	0,0795	0,0842	0,1452
4	1,050	1,050	1,014	1,014	-17,65	-17,17	0,0	-0,0001	0,1480	0,1527	0,1480
5	1,050	1,050	0,950	0,950	-17,17	-17,65	0,0657	0,0659	0,0795	0,0842	0,1452

Para a inicialização *FCAC* a oscilação ocorreu a partir do terceiro passo *FC/PL*, conforme mostra a *Tabela 4.6*. Neste caso, o resultado parcial obtido nos passos pares (2,4,6,...) é próximo à solução final encontrada pelos demais métodos.

Tabela 4.6: Resultados Parciais do Teste D com L_{CRIC} - Inicialização *FCAC*

Passo	V_1 [pu]		V_2 [pu]		θ_2 [graus]		Q_1 [pu]		Q_2 [pu]		Custo [pu]
	PL	FC	PL	FC	PL	FC	PL	FC	PL	FC	
0	—	1,000	—	0,791	—	-21,49	—	0,1778	—	0,0	—
1	1,050	1,059	1,021	1,021	-21,49	-16,87	0,0	0,0	0,1097	0,1518	0,1097
2	1,050	1,050	0,950	0,950	-16,87	-17,65	0,0662	0,0659	0,0789	0,0842	0,1451
3	1,050	1,050	1,014	1,014	-17,65	-17,16	0,0	0,0	0,1480	0,1526	0,1480
4	1,050	1,050	0,950	0,950	-17,16	-17,65	0,0657	0,0659	0,0795	0,0842	0,1452
5	1,050	1,050	1,014	1,014	-17,65	-17,16	0,0	0,0	0,1480	0,1526	0,1480
6	1,050	1,050	0,950	0,950	-17,16	-17,65	0,0657	0,0659	0,0795	0,0842	0,1452

Maiores detalhes encontram-se no *Apêndice B*.

Com as matrizes B , X e L_{CRIC}^{cte} , a solução encontrada e o número de passos executados foram os mesmos. Nota-se que a magnitude da tensão da barra 2 convergiu para seu limite mínimo para minimizar o consumo de potência reativa nesta barra – lembrar

que a potência reativa gerada pelo elemento “shunt” ali colocado (b_2) é uma função quadrática da magnitude da tensão ($Q_{shunt} = V^2 b_{shunt}$) e que o efeito deste elemento predomina perante o efeito capacitivo da linha. Por outro lado, a magnitude da tensão da barra 1 convergiu para o limite superior objetivando a maximização da geração de potência reativa do elemento capacitivo da linha para ajudar a atender a demanda da barra 2.

4.3.5 Teste E

Para $Q_2 = 0,0 \text{ pu}$ e $b_2 = 0,10 \text{ pu}$, obteve-se os resultados apresentados na Tabela 4.7.

Tabela 4.7: Resultados do Teste E

	Número da Barra	Inicialização FCPV				Inicialização FCAC			
		B	X	L_{CRIC}	L_{CRIC}^{cte}	B	X	L_{CRIC}	L_{CRIC}^{cte}
Tensão [pu]	1	0,961	0,961	0,961	0,961	0,961	0,961	0,961	0,961
	2	0,950	0,950	0,950	0,950	0,950	0,950	0,950	0,950
Custo [pu]		0,014	0,014	0,014	0,014	0,014	0,014	0,014	0,014
Passos	Critério θ	3	3	2	2	3	3	2	2
	Critério V	3	3	2	2	3	3	3	2
FC/PL	Critério Q	2	2	1	1	3	3	2	1

Com a troca da característica do elemento “shunt” da barra 2 ocorreu, como no Teste C, um “excesso de reativos” provocando a redução dos valores de magnitude de tensão de ambas barras para minimizar o efeito desta capacitância bem como da capacitância da linha.

4.3.6 Comentários Gerais Sobre os Testes Realizados com o Sistema de Duas Barras

Com exceção do Teste D, todas as soluções encontradas pelos diferentes métodos foram sempre idênticas. Observa-se que o número de passos FC/PL varia conforme os valores atribuídos a Q_2 e b_2 e também conforme o tipo de inicialização. Em geral, quando inicializou-se com o FCPV obteve-se resultados em número menor de passos.

O critério de convergência FC/PL também influenciou no número de passos executados. Quando utilizou-se a máxima diferença entre a potência reativa calculada no PL e no FC o número de passos executados foi menor; por outro lado, a máxima diferença nas magnitudes das tensões entre duas soluções consecutivas necessita de um número

maior de passos. Deve-se considerar o fato de que a mesma tolerância foi adotada para os três critérios que são de natureza diferente. Dois deles comparam resultados obtidos em passos consecutivos – um utiliza diferença angular (radianos) outro diferença em magnitude (*pu* de tensão) – e um compara o resultado encontrado no modelo linear com o resultado exato do modelo não-linear (diferença em *pu* de potência reativa).

4.4 Sistema de Trinta Barras

O Sistema *IEEE30*, mostrado na *Figura 4.9*, é composto por trinta barras (seis de tensão controlada), trinta e sete linhas, quatro transformadores com “taps” controlados automaticamente e dois elementos “shunts”.

Os limites de geração de potência reativa (capacidade instalada) das barras de tensão controlada encontram-se na *Tabela 4.8*. Os demais dados (dados de barra e dados de linha) encontram-se na referência [30].

Tabela 4.8: Sistema IEEE30 - Barras com Capacidade Instalada

Barra	Tipo Original	Q^{inf} [MVar]	Q^{sup} [MVar]
1	<i>Vθ</i>	-9,0	9,0
2	<i>PV</i>	-40,0	50,0
5	<i>PV</i>	-40,0	40,0
8	<i>PV</i>	-40,0	40,0
11	<i>PV</i>	-6,0	24,0
13	<i>PV</i>	-6,0	24,0

Base: 100 MVA

Foram realizados testes com variação na rede original e comparações com o método primal apresentado em [13].

Por concisão são apresentados somente os valores de tensão das barras cuja potência reativa gerada, no final do processo *FC/PL*, não é nula. Estas barras são consideradas PVs.

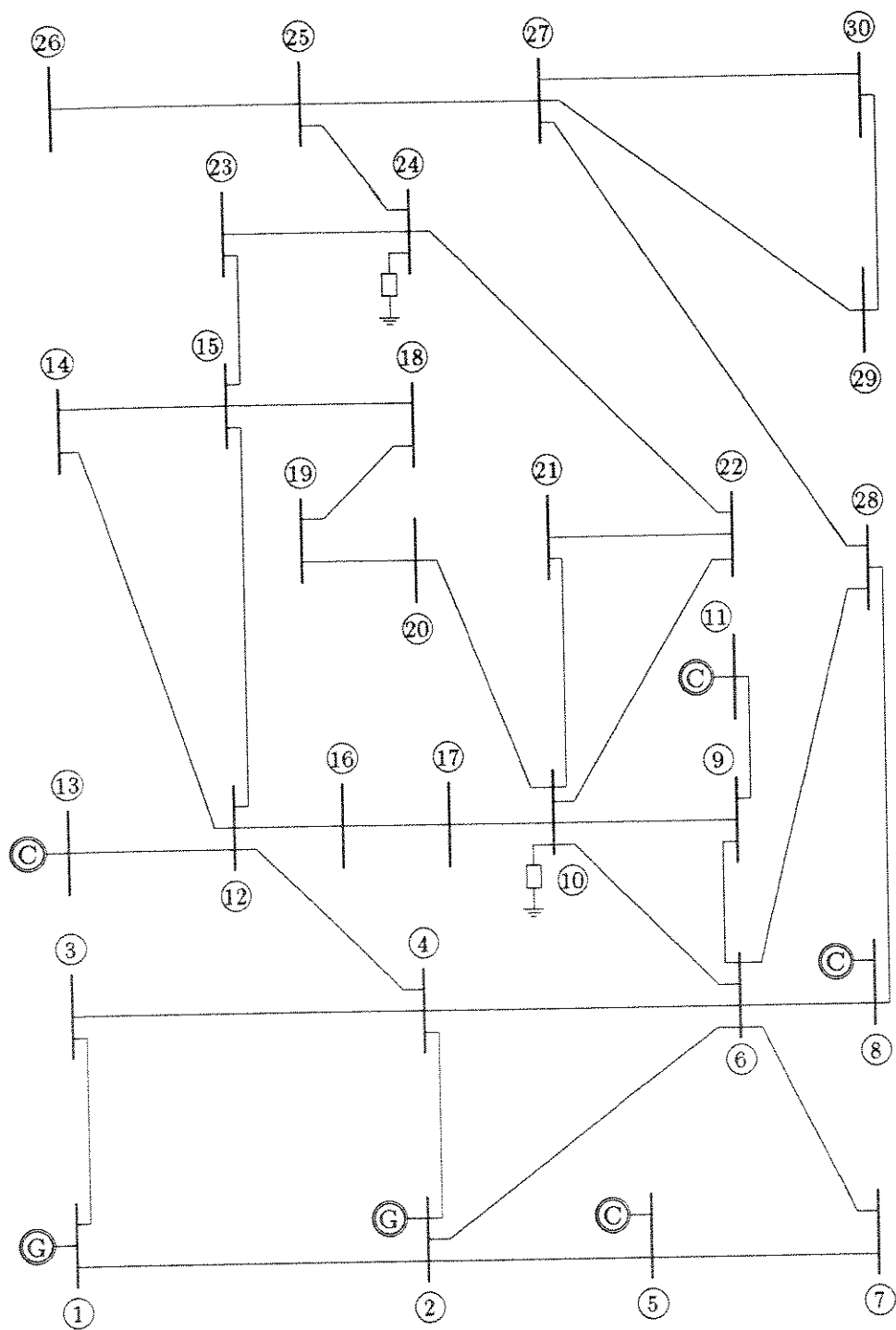


Figura 4.3: Sistema IEEE30 - Diagrama Unifilar

4.4.1 Testes com Variação na Rede

Realizou-se os seguintes testes: Caso Básico, Caso Alterado 1 e Caso Alterado 2. Em cada teste os “taps” dos transformadores foram fixados em valores oriundos de um processo de otimização [12].

- **Caso Básico** - Utilizou-se a rede completa com os valores dos “taps” conforme a *Tabela 4.9* com possibilidade de se alocar componentes reativos em todas as barras.

Tabela 4.9: Sistema IEEE30 - “Taps” para o Caso Básico

Número da Barra		Tap
Inicial	Final	
6	9	1,000
6	10	1,000
4	12	1,000
28	27	0,974

Conforme mostra a *Tabela 4.10* todas as matrizes de sensibilidade e inicializações encontraram o mesmo resultado. O número de passos executados foi semelhante, com exceção de quando foi utilizada a matriz *B* com inicialização *FCPV* onde este número foi maior.

Tabela 4.10: Resultados do Caso Básico

		Inicialização <i>FCPV</i>				Inicialização <i>FCAC</i>			
		<i>B</i>	<i>X</i>	<i>L_{CRIC}</i>	<i>L_{CRIC}^{cte}</i>	<i>B</i>	<i>X</i>	<i>L_{CRIC}</i>	<i>L_{CRIC}^{cte}</i>
Tensão das <i>PVs</i> [pu]	2	1,023	1,023	1,023	1,023	1,023	1,023	1,023	1,023
	5	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997
	8	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999
	11	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050
	13	1,044	1,044	1,044	1,044	1,044	1,044	1,044	1,044
Custo [pu]		0,014	0,014	0,014	0,014	0,014	0,014	0,014	0,014
Passos <i>FC/PL</i>	Critério θ	4	2	2	2	3	2	3	3
	Critério <i>V</i>	5	3	3	3	3	3	3	3
	Critério <i>Q</i>	8	2	2	2	3	2	2	3

- **Caso Alterado 1** - É utilizada a rede sem a linha que liga a barra 1 à barra 2 e os valores dos “taps” conforme a *Tabela 4.11*. Novamente todas as barras são candidatas a gerarem potência reativa.

Tabela 4.11: Sistema IEEE30 - “Taps” para o Caso Alterado 1

Número da Barra		Tap
Inicial	Final	
6	9	1,100
6	10	1,029
4	12	1,033
28	27	1,000

Os resultados obtidos na execução deste caso encontram-se na *Tabela 4.12*.

Tabela 4.12: Resultados do Caso Alterado 1

	Número da Barra	Inicialização <i>FCPV</i>				Inicialização <i>FCAC</i>			
		<i>B</i>	<i>X</i>	<i>LCRIC</i>	<i>L^{cte}_{CRIC}</i>	<i>B</i>	<i>X</i>	<i>LCRIC</i>	<i>L^{cte}_{CRIC}</i>
Tensão das <i>PVs</i> [pu]	1	1,050	1,050		1,050	1,050	1,050		1,050
	2	1,050	1,050		1,050	1,050	1,050		1,050
	3	—	—		1,041	—	—		1,041
	5	1,030	1,030		1,024	1,030	1,030		1,027
	6	1,040	1,040		—	1,040	1,040		—
	8	1,050	1,050		1,029	1,050	1,050		1,027
	11	1,035	1,035		1,029	1,035	1,035		1,026
	13	1,025	1,025		1,031	1,025	1,025		1,028
	28	1,050	1,050		—	1,050	1,050		—
	29	—	—		1,006	—	—		—
Custo [pu]		1,264	1,266	—	1,033	1,264	1,265	—	1,040
Passos	Critério θ	4	3	—	3	4	3	—	3
	Critério <i>V</i>	5	3	—	3	4	3	—	3
<i>FC/PL</i>	Critério <i>Q</i>	7	3	—	3	5	4	—	3

Quando utilizou-se L_{CRIC} como sensibilidade a convergência FC/PL não foi obtida. Para a inicialização $FCPV$, após a execução do quarto passo FC/PL , repetiu-se uma sequência de dois resultados próximos a soluções conforme mostram os desvios encontrados na *Tabela 4.13*.

Tabela 4.13: Desvios Obtidos no Caso Alterado 1 com L_{CRIC} - Inicialização $FCPV$

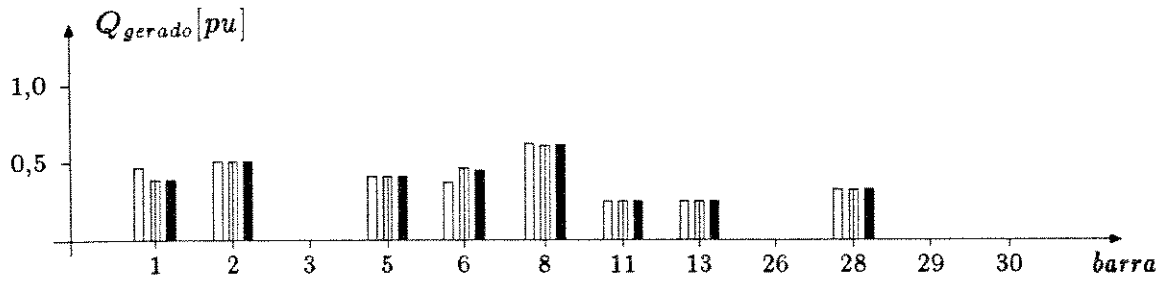
Passo	$\max \theta^\nu - \theta^{\nu-1} $ [rad]	$\max V^\nu - V^{\nu-1} $ [pu]	$\max Q^{PL} - Q^{FC} $ [pu]	Custo [pu]
5,7,...	0,0201	0,0307	0,0030	1,030
6,8,...	0,0201	0,0307	0,0024	1,030

Para a inicialização $FCAC$, também após a execução do quarto passo FC/PL , repetiu-se uma sequência de dois resultados próximos a soluções conforme mostram os desvios encontrados na *Tabela 4.14*.

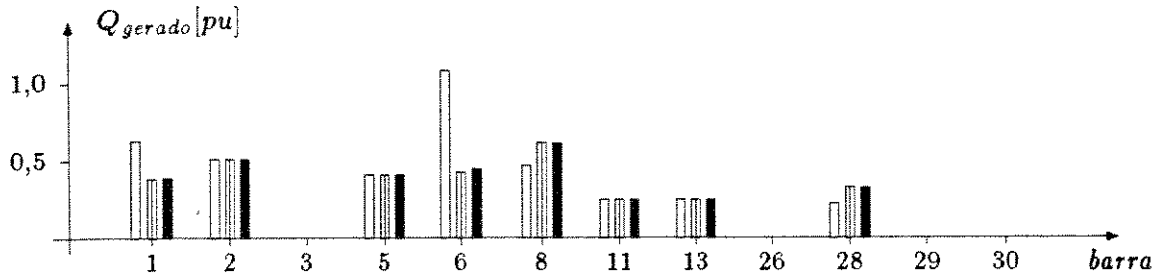
Tabela 4.14: Desvios Obtidos no Caso Alterado 1 com L_{CRIC} - Inicialização $FCAC$

Passo	$\max \theta^\nu - \theta^{\nu-1} $ [rad]	$\max V^\nu - V^{\nu-1} $ [pu]	$\max Q^{PL} - Q^{FC} $ [pu]	Custo [pu]
5,7,...	0,0209	0,0320	0,0027	1,030
6,8,...	0,0209	0,0267	0,0019	1,030

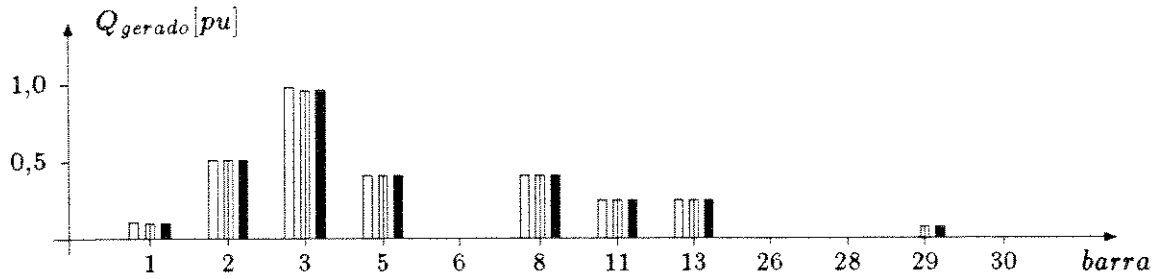
Além destes dois casos, onde não se obteve solução (com a precisão estipulada), constatou-se que o processo de convergência percorreu caminhos muito distintos quando foi alterada a matriz de sensibilidade, resultando na obtenção de duas famílias de soluções: uma pelas matrizes B e X e outra pela matriz L_{CRIC}^{cte} . Isto pode ser observado através do acompanhamento dos valores de potência reativa gerada nas barras candidatas após a execução de cada passo FC/PL , conforme mostra a *Figura 4.4*. Com relação ao tipo de inicialização não foram observadas alterações significativas no percurso percorrido pelo processo, apenas nota-se que a solução parcial obtida após o primeiro passo é pior quando utiliza-se o $FCAC$. Quanto ao custo, a solução obtida pelas matrizes B e X é bastante pior do que a obtida pela matriz L_{CRIC}^{cte} - o custo da primeira é superior em mais de 20 %.



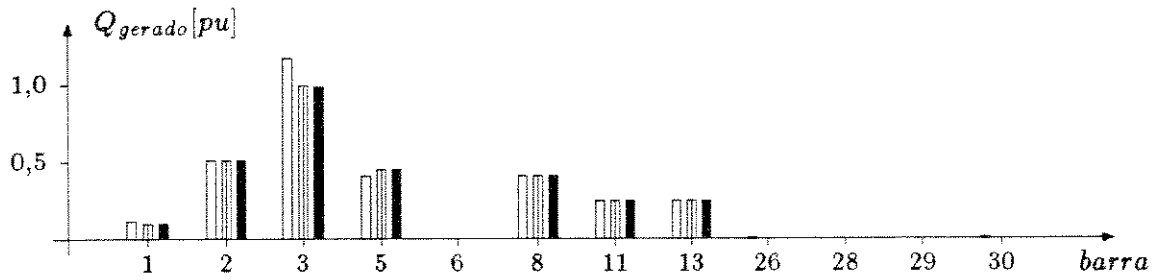
(a) Matrizes B e X – Inicialização FCPV



(b) Matrizes B e X – Inicialização FCAC



(c) Matriz L_{CRIC}^{cte} – Inicialização FCPV



(d) Matriz L_{CRIC}^{cte} – Inicialização FCAC

Legenda

- Resultado após primeiro passo FC/PL
- ▨ Resultado após segundo passo FC/PL
- Resultado após terceiro passo FC/PL

Figura 4.4: Evolução da Convergência – Caso Alterado 1

- **Caso Alterado 2** - Com a mesma rede do *Caso Alterado 1* (sem a linha que liga a barra 1 à barra 2) e “taps” conforme a *Tabela 4.15*. Neste caso, as barras candidatas a gerarem potência reativa são as barras que originalmente eram de tensão controlada ($V\theta$ e PVs conforme *Tabela 4.8*).

Tabela 4.15: Sistema IEEE30 - “Taps” para o Caso Alterado 2

Número da Barra		Tap
Inicial	Final	
6	9	1,100
6	10	0,922
4	12	1,004
28	27	0,934

Os resultados obtidos na execução deste caso encontram-se na *Tabela 4.16*. Novamente, a solução encontrada pelos diferentes métodos foi muito semelhante ocorrendo, apenas, um maior número de passos quando foi utilizada a matriz B com inicialização $FCPV$.

Tabela 4.16: Resultados do Caso Alterado 2

		Número da Barra	Inicialização $FCPV$				Inicialização $FCAC$			
			B	X	L_{CRIC}	L_{CRIC}^{cte}	B	X	L_{CRIC}	L_{CRIC}^{cte}
Tensão das PVs [pu]		1	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050
		2	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050
		5	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050
		8	1,048	1,048	1,048	1,049	1,048	1,048	1,048	1,049
		11	1,049	1,049	1,049	1,050	1,049	1,049	1,049	1,050
		13	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050
Custo [pu]			1,351	1,351	1,351	1,348	1,350	1,350	1,350	1,348
Passos	Critério θ		5	3	4	3	2	2	3	2
	Critério V		6	3	4	3	3	3	3	2
FC/PL	Critério Q		8	4	4	3	3	3	2	2

- **Comentários Sobre os Testes Realizados com Variação na Rede** - No *Caso Básico* e no *Caso Alterado 2* todos os métodos chegaram à mesma solução. Isto não ocorreu no *Caso Alterado 1*, onde houve oscilação (quando foi utilizada L_{CRIC} como matriz de sensibilidade) e também a obtenção de duas soluções diferentes (uma delas obtida pelas matrizes B e X ; outra pela matriz L_{CRIC}^{cte}). Deve-se ressaltar que a solução encontrada pela matriz L_{CRIC}^{cte} tem um custo inferior às demais.

Quando utilizou-se as mesmas matrizes de sensibilidade, a inicialização *FCAC* efetuou, em geral, menor número de passos *FC/PL* que a inicialização *FCPV*. Por outro lado, o número médio de meias iterações de fluxo de carga executadas para a inicialização *FCAC* foi significativamente maior (aproximadamente três vezes).

Quanto à matriz de sensibilidade adotada, pode-se constatar geralmente o seguinte:

- B , com ambas inicializações, necessitou efetuar maior número de passos *FC/PL* e
- L_{CRIC}^{cte} obteve sempre a melhor solução executando o menor número de passos, ou seja, apresentou a melhor performance.

Com relação ao tempo de processamento necessário para a obtenção da solução final, observou-se que:

- Para todas as matrizes de sensibilidade, a convergência foi obtida com maior rapidez quando inicializou-se com o *FCPV* e
- Quando B foi utilizada como matriz de sensibilidade, o tempo necessário para obter a solução final foi geralmente o maior e quando L_{CRIC}^{cte} foi utilizada, este tempo foi sempre o menor.

4.4.2 Testes Comparativos com o Método Primal

A formulação descrita em [13] tem como restrições de igualdade as equações do fluxo de carga. As restrições de desigualdade consideradas foram os limites nas magnitudes das tensões em todas as barras do sistema e a potência reativa das barras de controle. A função objetivo adotada é a minimização do custo de instalação de componentes reativos. Para considerar as restrições de igualdade são efetuadas iterações sucessivas com o fluxo de carga. Em cada passo uma solução parcial é obtida através do algoritmo *Primal Simplex* no qual a rede é linearizada em torno de uma solução viável inicial. A matriz de sensibilidade $Q-V$ adotada foi a L_{CRIC} e a solução inicial é determinada através de um *Fluxo de Carga Especial*. Caso esta solução não seja uma *Solução Básica Factível*, são incluídas variáveis fictícias com custo elevado, executando-se a chamada *Fase I*. O problema não-linear era considerado resolvido quando a diferença entre o custo calculado no PL e o calculado no fluxo de carga fosse menor que uma tolerância estipulada.

Para todos os testes os “taps” adotados são fixos e seus valores encontram-se na *Tabela 4.17*.

Tabela 4.17: Sistema IEEE30 - Valor Padrão dos “Taps”

Número da Barra		Tap
Inicial	Final	
6	9	0,978
6	10	0,969
4	12	0,932
28	27	0,968

Nestes testes não foi utilizado custo fictício para a capacidade instalada, isto é, o custo para a capacidade instalada é nulo. Nos testes 4, 5 e 6 foram adotados custos diferenciados para instalação de reator e capacitor e também entre uma barra e outra.

Em todos os testes as barras candidatas a instalação de componentes reativos são as barras de tensão controlada ($V\theta$ e PVs conforme *Tabela 4.8*).

- **Resultados Obtidos pela Formulação Primal** - Os resultados dos seis testes realizados encontram-se na *Tabela 4.18* e foram retirados de [13].

Tabela 4.18: Resultados dos Testes Executados com Método Primal

	Barra	Teste 1	Teste 2	Teste 3	Teste 4	Teste 5	Teste 6
Tensão das PVs [pu]	1	1,050	1,050	1,100	1,050	1,050	1,050
	2	1,030	1,027	1,032	1,018	1,050	1,050
	5	0,998	0,994	1,002	0,965	0,998	1,038
	8	0,996	1,001	1,015	1,050	0,986	0,980
	11	1,050	1,050	1,100	1,050	1,050	1,050
	13	1,050	1,050	1,095	1,050	1,050	1,050
Custo [pu]		0,0	1,544	1,021	2,590	6,114	8,635

- **Teste 1 (Caso Básico)** - É utilizada a rede completa. Os resultados obtidos encontram-se na *Tabela 4.19*.

Tabela 4.19: Resultados do Teste 1

	Número da Barra	Inicialização FCPV				Inicialização FCAC			
		B	X	L_{CRIC}	L_{CRIC}^{cte}	B	X	L_{CRIC}	L_{CRIC}^{cte}
Tensão das PVs [pu]	1	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050
	2	1,024	1,024	1,024	1,024	1,024	1,024	1,024	1,024
	5	0,987	0,987	0,987	0,987	0,987	0,987	0,987	0,987
	8	0,980	0,980	0,980	0,980	0,980	0,980	0,980	0,980
	11	1,011	1,011	1,011	1,011	1,011	1,011	1,011	1,011
Custo [pu]		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Passos	Critério θ	5	2	3	3	2	2	2	2
	Critério V	5	3	3	3	3	3	3	3
FC/PL	Critério Q	8	3	3	3	4	3	2	2

Para este teste, não houve a necessidade de instalação de novos componentes reativos. Todos os métodos obtêm a mesma solução mas esta é diferente da solução encontrada pela formulação primal. Quando utilizou-se a matriz B foi necessário executar um número maior de passos do que as demais matrizes.

- **Teste 2** - É utilizada a rede sem a linha que liga a barra 1 à barra 2. Os resultados obtidos encontram-se na *Tabela 4.20*.

Tabela 4.20: Resultados do Teste 2

	Número da Barra	Inicialização $FCPV$				Inicialização $FCAC$			
		B	X	L_{CRIC}	L_{CRIC}^{cte}	B	X	L_{CRIC}	L_{CRIC}^{cte}
Tensão das PVs [pu]	1	1,050	1,050		1,050	1,050	1,050		1,050
	2	1,050	1,050		1,050	1,050	1,050		1,050
	5	1,038	1,038		1,038	1,038	1,038		1,038
	8	0,980	0,980		0,980	0,980	0,980		0,980
	11	1,050	1,050		1,050	1,050	1,050		1,050
	13	1,050	1,050		1,050	1,050	1,050		1,050
Custo [pu]		1,628	1,626	—	1,626	1,627	1,627	—	1,627
Passos	Critério θ	5	4	—	4	5	4	—	3
	Critério V	5	5	—	5	5	5	—	4
FC/PL	Critério Q	8	5	—	5	5	5	—	4

Com a retirada da linha que ligava a barra 1 à barra 2 surgiu a necessidade de acrescentar novos componentes reativos. Neste teste, a matriz L_{CRIC} apresentou oscilação, repetindo uma sequência de dois resultados que apresentavam desvios superiores à tolerância. Para a inicialização $FCPV$ este processo teve início no quarto passo, conforme mostra a *Tabela 4.21*.

Tabela 4.21: Desvios Obtidos no Teste 2 com L_{CRIC} - Inicialização $FCPV$

Passo	$\max \theta^\nu - \theta^{\nu-1} $ [rad]	$\max V^\nu - V^{\nu-1} $ [pu]	$\max Q^{PL} - Q^{FC} $ [pu]	Custo [pu]
4,6,...	0,0216	0,0661	0,0720	1,588
5,7,...	0,0216	0,0661	0,0586	1,499

Com a inicialização $FCAC$ o processo de oscilação iniciou no terceiro passo, conforme mostra a *Tabela 4.22*.

Tabela 4.22: Desvios Obtidos no Teste 2 com L_{CRIC} - Inicialização FCAC

Passo	$\max \theta^\nu - \theta^{\nu-1} $ [rad]	$\max V^\nu - V^{\nu-1} $ [pu]	$\max Q^{PL} - Q^{FC} $ [pu]	Custo [pu]
3,5,...	0,0281	0,0660	0,0539	1,488
4,6,...	0,0281	0,0660	0,0376	1,592

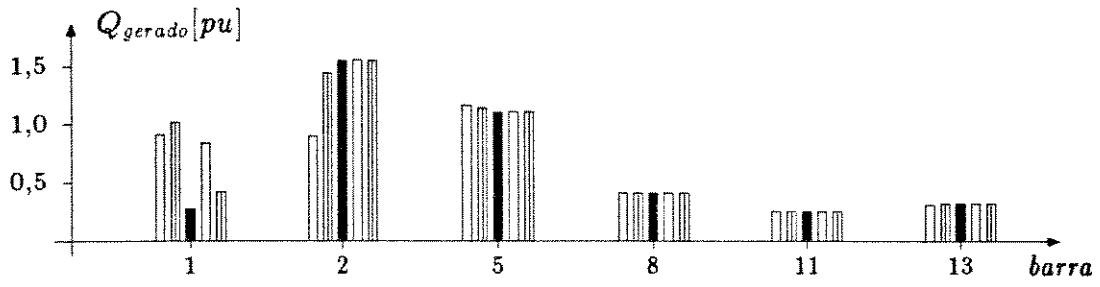
Os demais métodos chegaram a uma solução diferente da obtida pelo método primal, com um custo ligeiramente superior (aproximadamente 6%).

- **Teste 3** - É utilizada a rede sem a linha que liga a barra 1 à barra 2, com os limites de tensão alterados: $V_{min} = 0,90$ pu e $V_{max} = 1,10$ pu. Os resultados obtidos encontram-se na Tabela 4.23.

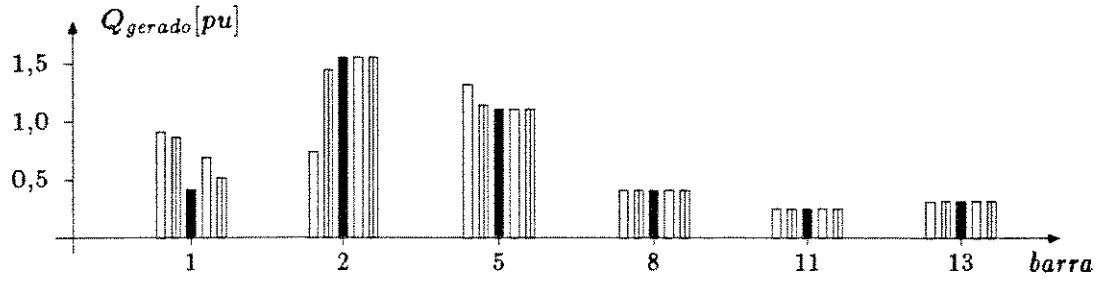
Tabela 4.23: Resultados do Teste 3

	Número da Barra	Inicialização FCPV				Inicialização FCAC			
		B	X	L_{CRIC}	L_{CRIC}^{cte}	B	X	L_{CRIC}	L_{CRIC}^{cte}
Tensão das PVs [pu]	1	0,973	0,973		1,100				1,100
	2	1,100	1,100		1,035				1,035
	5	1,100	1,100		1,050				1,050
	8	1,006	1,006		1,004				1,004
	11	1,100	1,100		1,100				1,100
	13	1,100	1,100		1,100				1,100
Custo [pu]		2,287	2,287	—	1,070	—	—	—	1,070
Passos FC/PL	Critério θ	15	11	—	4	—	—	—	3
	Critério V	14	10	—	4	—	—	—	4
	Critério Q	16	12	—	4	—	—	—	4

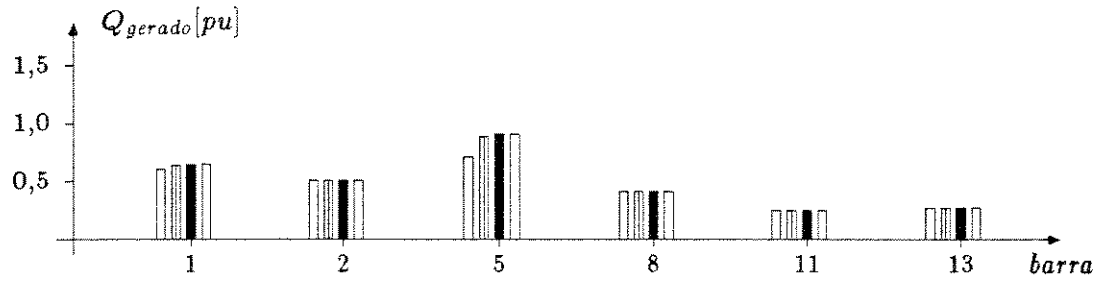
Para a inicialização FCPV, com as matrizes B e X , foi necessário um número elevado de passos FC/PL e obteve-se uma solução muito diferente em relação ao método primal – custo muito maior (mais de duas vezes). Com a matriz L_{CRIC}^{cte} , para ambas inicializações, foi obtida uma solução mais próxima, com um custo ligeiramente superior (aproximadamente 5%). Assim, foram encontradas duas famílias de soluções que percorreram caminhos distintos, conforme mostra a Figura 4.5.



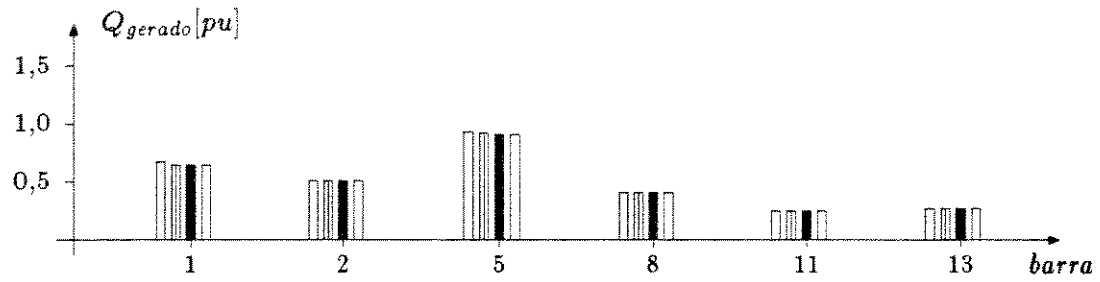
(a) Matriz B - Inicialização FCPV



(b) Matriz X - Inicialização FCPV



(c) Matriz L_{CRIC}^{cte} - Inicialização FCPV



(d) Matriz L_{CRIC}^{cte} - Inicialização FCAC

Legenda

- Resultado após primeiro e/ou quarto passo FC/PL
- ▨ Resultado após segundo e/ou quinto passo FC/PL
- Resultado após terceiro passo FC/PL

Figura 4.5: Evolução da Convergência - Teste 3

Nos demais casos – isto é, com as matrizes B e X e inicialização $FCAC$ e com a matriz L_{CRIC} e ambas inicializações – a solução final não foi encontrada devido aos seguintes fatores:

Matriz B , inicialização $FCAC$ - Após a execução do passo 4 repete um ciclo de *quatro* soluções que apresentam desvios elevados, conforme mostra a *Tabela 4.24*. Além disto no fluxo de carga a convergência foi muito lenta.

Tabela 4.24: Desvios Obtidos no Teste 3 com B - Inicialização $FCAC$

Passo	$\max \theta^\nu - \theta^{\nu-1} $ [rad]	$\max V^\nu - V^{\nu-1} $ [pu]	$\max Q^{PL} - Q^{FC} $ [pu]	Custo [pu]
5,9,...	0,344	0,145	0,655	1,136
6,10,...	0,283	0,105	0,565	2,652
7,11,...	0,368	0,125	0,790	1,382
8,12,...	0,431	0,164	0,883	3,141

Matriz X , inicialização $FCAC$ - Para a solução do primeiro passo FC/PL o fluxo de carga não converge.

Matriz L_{CRIC} , inicialização $FCPV$ - O processo repete, a partir do quarto passo, uma sequência de duas soluções, cujos desvios são apresentados na *Tabela 4.25*.

Tabela 4.25: Desvios Obtidos no Teste 3 com L_{CRIC} - Inicialização $FCPV$

Passo	$\max \theta^\nu - \theta^{\nu-1} $ [rad]	$\max V^\nu - V^{\nu-1} $ [pu]	$\max Q^{PL} - Q^{FC} $ [pu]	Custo [pu]
5,7,...	0,009	0,060	0,028	1,003
6,8,...	0,009	0,060	0,060	1,055

Matriz L_{CRIC} , inicialização FCAC - O processo repete, a partir do quarto passo, uma sequência de duas soluções, cujos desvios são apresentados na *Tabela 4.26*.

Tabela 4.26: Desvios Obtidos no Teste 3 com L_{CRIC} - Inicialização FCAC

Passo	$\max \theta^\nu - \theta^{\nu-1} $ [rad]	$\max V^\nu - V^{\nu-1} $ [pu]	$\max Q^{PL} - Q^{FC} $ [pu]	Custo [pu]
3,5,...	0,009	0,059	0,024	0,999
4,6,...	0,009	0,059	0,038	1,057

- **Teste 4** - É utilizada a rede sem a linha que liga a barra 1 à barra 2, com os coeficientes da função custo dados pela *Tabela 4.27*.

Tabela 4.27: Coeficientes da Função Custo - Teste 4

Barra	Custo de Instalação [pu]	
	Reator	Capacitor
1	2,0	3,0
2	1,0	4,0
5	1,0	2,0
8	1,0	1,0
11	1,0	1,0
13	1,0	1,0

Os resultados obtidos encontram-se na *Tabela 4.28*.

Tabela 4.28: Resultados do Teste 4

	Número da Barra	Inicialização $FCPV$				Inicialização $FCAC$			
		B	X	L_{CRIC}	L_{CRIC}^{cte}	B	X	L_{CRIC}	L_{CRIC}^{cte}
Tensão das PVs [pu]	1	1,028	1,028	1,050	1,050			1,050	1,050
	2	1,011	1,011	1,018	1,018			1,018	1,018
	5	0,992	0,992	0,998	0,998			0,998	0,998
	8	1,050	1,050	1,050	1,050			1,050	1,050
	11	1,050	1,050	1,050	1,050			1,050	1,050
	13	1,050	1,050	1,050	1,050			1,050	1,050
Custo [pu]		2,758	2,756	2,593	2,587	—	—	2,589	2,589
Passos	Critério θ	7	7	3	4	—	—	2	3
	Critério V	7	7	3	4	—	—	3	3
FC/PL	Critério Q	9	7	3	4	—	—	2	3

Para a inicialização $FCAC$, com as matrizes B e X não obteve-se solução pois ocorreram problemas de oscilação entre o FC e a PL :

Matriz B - A partir do passo 1 oscila entre duas soluções, convergindo lentamente para uma solução intermediária. Isto pode ser constatado analisando-se, na Tabela 4.29, a evolução do custo, o menor cresce o maior decresce de forma contínua.

Tabela 4.29: Desvios Obtidos no Teste 4 com B - Inicialização $FCAC$

Passo	$\max \theta^\nu - \theta^{\nu-1} $ [rad]	$\max V^\nu - V^{\nu-1} $ [pu]	$\max Q^{PL} - Q^{FC} $ [pu]	Custo [pu]
2	0,102	0,066	0,179	2,246
3	0,089	0,043	0,161	3,307
4	0,085	0,042	0,153	2,297
5	0,083	0,042	0,149	3,255
6	0,081	0,041	0,144	2,321
7	0,079	0,039	0,141	3,228

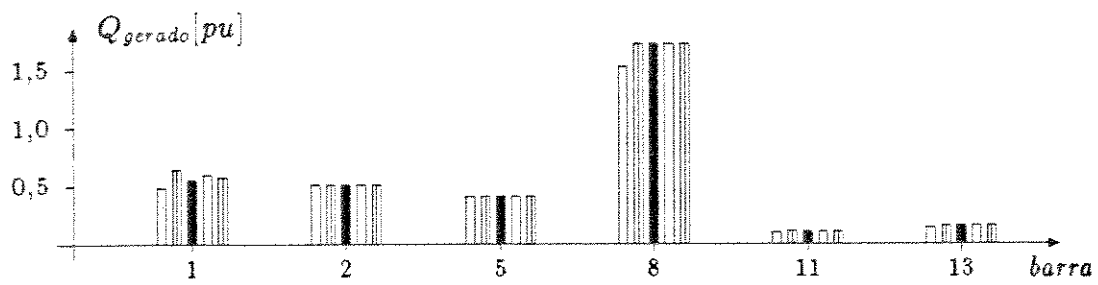
Matriz X - Como no caso anterior, a partir do passo 1 oscila entre duas soluções, convergindo lentamente para uma solução intermediária, conforme mostra a *Tabela 4.30*.

Tabela 4.30: Desvios Obtidos no Teste 4 com X - Inicialização FCAC

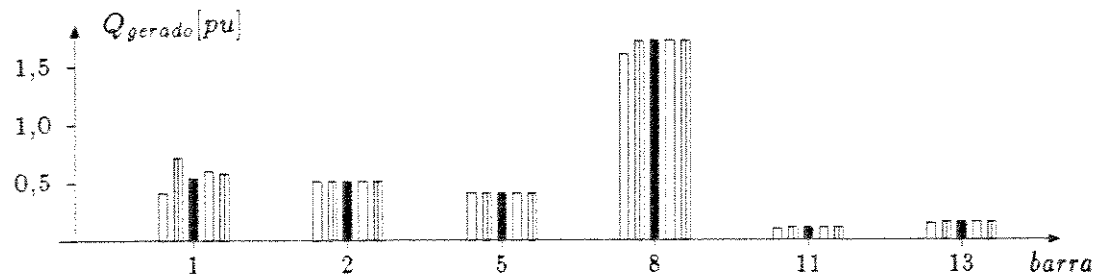
Passo	$\max \theta^\nu - \theta^{\nu-1} $ [rad]	$\max V^\nu - V^{\nu-1} $ [pu]	$\max Q^{PL} - Q^{FC} $ [pu]	Custo [pu]
2	0,106	0,061	0,193	2,209
3	0,094	0,045	0,181	3,400
4	0,088	0,043	0,171	2,260
5	0,088	0,043	0,169	3,315
6	0,086	0,043	0,166	2,273
7	0,086	0,043	0,166	3,297

Nos demais casos, duas famílias de soluções foram encontradas: uma pelas matrizes B e X com inicialização $FCPV$ e outra pelas matrizes L_{CRIC} e L_{CRIC}^{cte} com ambas inicializações. Novamente, as matrizes B e X com inicialização $FCPV$ obtêm uma solução com um número elevado de passos e um custo maior (aproximadamente 7%) percorrendo um caminho diferente das matrizes L_{CRIC} e L_{CRIC}^{cte} , conforme mostram as *Figuras 4.6* e *4.7*.

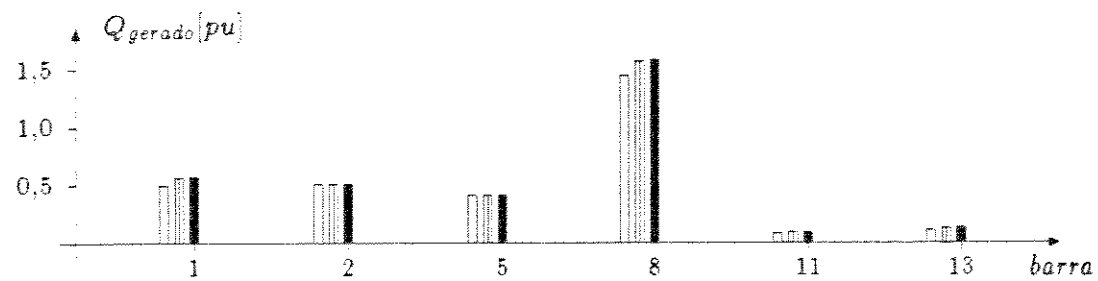
Já que os custos de instalação dos componentes reativos nas barras são diferenciados (vide *Tabela 4.27*), o processo de otimização tentou instalar os novos componentes nas barras cujo custo fosse menor (por exemplo a barra 8), como pode ser visto nas *Figuras 4.6* e *4.7*.



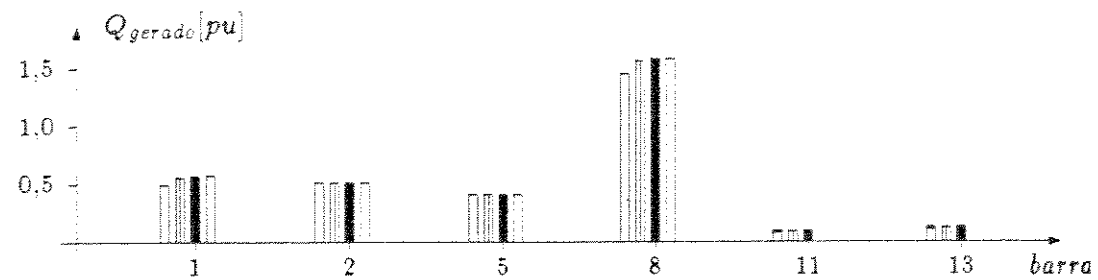
(a) Matriz B - Inicialização FCPV



(b) Matriz X - Inicialização FCPV



(c) Matriz L_{CRIC} - Inicialização FCPV

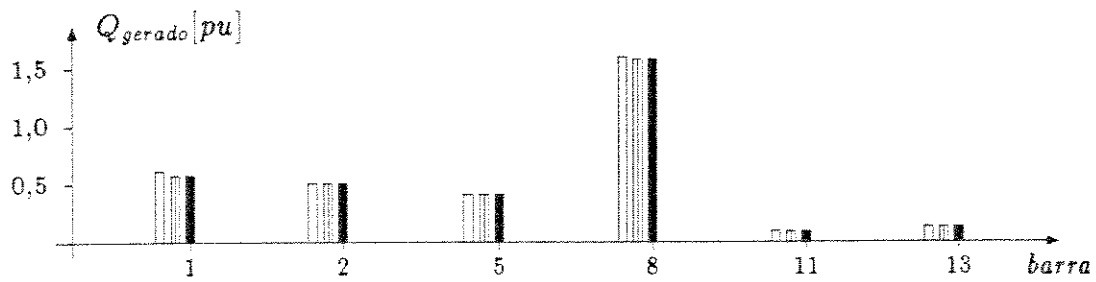


(d) Matriz L_{CRIC}^{cte} - Inicialização FCPV

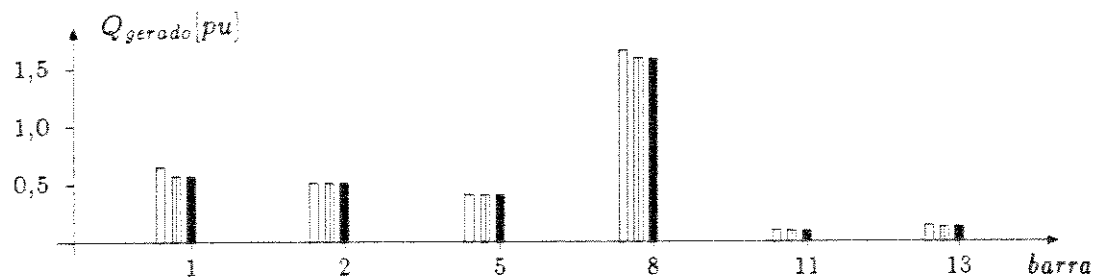
Legenda

- Resultado após primeiro e/ou quarto passo FC/PL
- ▒ Resultado após segundo e/ou quinto passo FC/PL
- Resultado após terceiro passo FC/PL

Figura 4.6: Evolução da Convergência - Teste 4



(a) Matriz L_{CRIC} - Inicialização FCAC



(b) Matriz L_{CRIC}^{cte} - Inicialização FCAC

Legenda

- Resultado após primeiro passo FC/PL
- ▒ Resultado após segundo passo FC/PL
- Resultado após terceiro passo FC/PL

Figura 4.7: Evolução da Convergência – Teste 4 (continuação)

- **Teste 5** - É utilizada a rede sem a linha que liga a barra 1 à barra 2. Os coeficientes da função custo adotados encontram-se na *Tabela 4.31*.

Tabela 4.31: Coeficientes da Função Custo - Teste 5

Barra	Custo de Instalação [pu]	
	Reator	Capacitor
1	2,0	3,0
2	1,0	4,0
5	1,0	5,0
8	1,0	6,0
11	1,0	1,0
13	1,0	1,0

Os resultados obtidos encontram-se na *Tabela 4.32*.

Tabela 4.32: Resultados do Teste 5

	Número da Barra	Inicialização $FCPV$				Inicialização $FCAC$			
		B	X	L_{CRIC}	L_{CRIC}^{cte}	B	X	L_{CRIC}	L_{CRIC}^{cte}
Tensão das PVs [pu]	1	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050
	2	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050
	5	1,038	1,038	1,038	1,038	1,038	1,038	1,038	1,038
	8	0,980	0,980	0,980	0,980	0,980	0,980	0,980	0,980
	11	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050
	13	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050
Custo [pu]		6,355	6,346	6,341	6,344	6,348	6,352	6,348	6,347
Passos	Critério θ	5	4	4	4	5	4	2	3
	Critério V	5	5	5	5	5	5	4	4
FC/PL	Critério Q	8	5	5	5	5	5	3	4

Todos os métodos obtêm a mesma solução que é diferente da encontrada pelo método primal apresentando um custo ligeiramente superior (aproximadamente 4%).

- **Teste 6** - É utilizada a rede sem a linha que liga a barra 1 à barra 2. Os coeficientes da função custo adotados encontram-se na *Tabela 4.33*.

Tabela 4.33: Coeficientes da Função Custo - Teste 6

Barra	Custo de Instalação [pu]	
	Reator	Capacitor
1	2,0	7,0
2	1,0	4,0
5	1,0	5,0
8	1,0	9,0
11	1,0	1,0
13	1,0	1,0

Os resultados obtidos encontram-se na *Tabela 4.34*.

Tabela 4.34: Resultados do Teste 6

	Número da Barra	Inicialização $FCPV$				Inicialização $FCAC$			
		B	X	L_{CRIC}	L_{CRIC}^{cte}	B	X	L_{CRIC}	L_{CRIC}^{cte}
Tensão das PVs [pu]	1	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050
	2	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050
	5	1,038	1,038	1,038	1,038	1,038	1,038	1,038	1,038
	8	0,980	0,980	0,980	0,980	0,980	0,980	0,980	0,980
	11	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050
	13	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050
Custo [pu]		8,649	8,642	8,634	8,638	8,640	8,645	8,641	8,641
Passos	Critério θ	5	3	4	4	5	4	2	3
	Critério V	5	4	5	5	5	5	4	4
FC/PL	Critério Q	9	4	5	5	5	5	3	4

Para todas as matrizes de sensibilidade e inicializações, a solução obtida é idêntica à do método primal e também ao teste anterior.

- **Comentários Gerais dos Testes Comparativos com o Método Primal** - Nos *Testes 1, 5 e 6* o mesmo resultado foi obtido por todas matrizes de sensibilidade e inicializações utilizadas, o que não ocorreu nos seguintes casos:

- *Teste 2*, quando foi utilizada a matriz L_{CRIC} : o processo iterativo ficou oscilando entre dois pontos sem atingir a convergência;
- *Teste 3*, quando foram utilizadas as matrizes B e X com inicialização $FCPV$: foi encontrada uma solução muito pior do que as obtidas pela matriz L_{CRIC}^{cte} ou pelo método primal;
- *Teste 3*, quando foram utilizadas as matrizes B e X com inicialização $FCAC$ ou a matriz L_{CRIC} : a solução final não foi obtida devido a ocorrência de oscilações (para as matrizes B e L_{CRIC}) e a não convergência do fluxo de carga (para a matriz X);
- *Teste 4*, quando foram utilizadas as matrizes B e X com inicialização $FCPV$: foi encontrada uma solução um pouco pior do que as obtidas pelas matrizes L_{CRIC} e L_{CRIC}^{cte} ou pelo método primal e
- *Teste 4*, quando foram utilizadas as matrizes B e X com inicialização $FCAC$: a solução final não foi obtida devido a ocorrência de oscilações.

Deste modo, a ocorrência de oscilações foi influenciada por dois fatores:

1. Tipo de Inicialização: acontecendo com maior frequência quando foi adotado o $FCAC$ (Testes 3 e 4) e
2. Matriz de Sensibilidade: ocorrendo com a matriz L_{CRIC} para ambas inicializações (Testes 2 e 3) e com as matrizes B e X quando foi utilizado o $FCAC$.

Quanto à performance das matrizes de sensibilidade $Q - V$, B não demonstrou-se muito boa, obtendo soluções com custos superiores (*Testes 3 e 4*) e também executando sempre o maior número de passos; X também levou a obtenção de soluções piores (*Testes 3 e 4*) necessitando, nestes casos, de um número elevado de passos; L_{CRIC} apresentou oscilações (*Testes 2 e 3*) e L_{CRIC}^{cte} obteve sempre os melhores resultados com um número reduzido de passos.

Como nos *Testes com Variação na Rede*, para as mesmas matrizes de sensibilidade, a inicialização *FCAC* efetuou, em geral, menor número de passos *FC/PL* que a inicialização *FCPV*. Por outro lado, o número médio de meias iterações de fluxo de carga executadas para a inicialização *FCAC* foi significativamente maior (aproximadamente três vezes).

Com relação ao tempo de processamento, foi constatado o seguinte:

- Para todas as matrizes de sensibilidade, a convergência foi obtida com maior rapidez quando foi utilizada a inicialização *FCPV* e
- Quando *B* foi utilizada como matriz de sensibilidade, o tempo necessário para obter a solução final foi geralmente o maior; quando foi utilizada L_{CRIC}^{cte} este tempo foi sempre o menor.

Em geral os custos das soluções encontradas pelos métodos dual e primal são bastante próximos. Em alguns casos, o custo da solução obtida pelo método dual foi ligeiramente maior do que o do primal – aproximadamente 5%.

Conclusão

Nos testes realizados, constatou-se a habilidade do algoritmo proposto em obter uma configuração adequada para os componentes reativos do sistema visando atender às restrições nas magnitudes das tensões e também às restrições nos componentes. E embora sejam utilizadas no processo de otimização, técnicas de programação linear, a solução obtida satisfaz todas as restrições do problema não-linear sendo que a opção pela instalação de um novo componente no sistema foi sempre precedida do esgotamento da capacidade instalada.

O algoritmo mostrou-se versátil, podendo ser utilizado tanto para a operação quanto para o planejamento, bastando que os dados sejam fornecidos de forma conveniente. Para a operação não são permitidas instalações de novos componentes enquanto que para o planejamento é fornecido um conjunto de alternativas, com custos associados. Além disto, podem ser aplicados diferentes limites para as magnitudes das tensões ou até mesmo impor que a magnitude da tensão e/ou o valor da injeção líquida de potência reativa assumam um determinado valor, em qualquer barra.

Para o sistema IEEE30, o algoritmo de programação linear implementado mostrou-se bastante eficiente pois o tempo médio gasto foi inferior a 30 % do tempo total – o fluxo de carga, pelo método desacoplado rápido versão BX [29], ocupa mais de 50 % do tempo total. Em um microcomputador do tipo PC-AT, o tempo total médio foi de 10 segundos.

A Técnica da Programação Linear Sucessiva apresentou um desempenho bastante bom, pois a solução do problema não-linear para uma tolerância de 0,1 MVA_r foi obtida com poucos passos FC/PL (3 ou 4) na maioria dos testes. Com relação à proposta que utiliza o método primal para resolver a programação linear [13], a comparação dos resultados não indicou diferenças significativas, estando estas mais relacionadas com a diferença de tolerâncias e critérios de convergência – lembrar que em [13] foi utilizada a matriz L_{CRIC} e que foi empregada uma heurística para evitar oscilações entre o FC e a PL.

Os tipos de inicialização utilizados não afetaram significativamente os resultados. Quando utilizado o $FCAC$, o número de passos FC/PL normalmente foi menor mas sacrificava-se tanto a convergência do processo quanto a do fluxo de carga.

Com relação às matrizes de sensibilidade utilizadas constatou-se o seguinte:

- em alguns casos, a utilização de uma matriz de sensibilidade muito simplificada como as matrizes B e X levou o processo a um ponto de mínimo local (*Caso Alterado 1* e *Teste 4*) ou a um ponto muito distante da solução (*Teste 3*), além de necessitar um maior número de passos FC/PL ;
- quando a matriz de sensibilidade não é constante (L_{CRIC}), ocorreram oscilações em torno de pontos próximos a solução como no *Teste D*.

Nos testes realizados, a mais indicada para o problema abordado neste trabalho, foi a matriz L_{CRIC}^{cte} que apesar de requerer um pouco mais de tempo para o seu cálculo, por ser constante e razoavelmente precisa, necessitou de um menor número de passos FC/PL .

Alguns estudos futuros relacionam-se com:

- determinar uma sensibilidade para os “taps”;
- determinar uma sensibilidade apropriada para o despacho da potência ativa, visando a correção das violações nas magnitudes das tensões [14];
- efetuar um maior detalhamento na curva de custo, visando considerar também os custos de instalação [12] e
- testar outras funções objetivo como por exemplo mínimo desvio e minimização de perdas.

Apêndice A

Determinação das Matrizes de Sensibilidade $Q - V$

A.1 Introdução

De forma geral, a matriz de sensibilidade $Q-V$ é obtida a partir do cálculo da derivada parcial da função que determina o valor da injeção líquida de potência reativa com relação à magnitude da tensão, isto é:

$$S = \frac{\partial Q}{\partial \underline{V}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_1}{\partial V_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial V_n} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial V_1} & \frac{\partial Q_2}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial V_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_n}{\partial V_1} & \frac{\partial Q_n}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial V_n} \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

As matrizes de sensibilidade $Q-V$ utilizadas (B , X , L_{CRIC} e L_{CRIC}^{et}) são oriundas de diferentes aproximações que são descritas a seguir.

A.2 Matriz B

Para uma barra genérica k , a injeção líquida de potência reativa é dada pela seguinte expressão:

$$Q_k(\underline{V}, \underline{\theta}) = V_k \sum_{m \in \mathbf{K}} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{A.2})$$

onde:

$\mathbf{K}$ - conjunto das barras m adjacentes à barra k , incluindo a própria barra k ;

θ_{km} - abertura angular entre as barras k e m : $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$ e

G_{km} , B_{km} - elementos (k, m) das matrizes condutância e susceptância nodal respectivamente.

Os elementos da matriz de sensibilidade B são obtidos a partir da derivada da expressão (A.2), ou seja, a partir da submatriz L do jacobiano do fluxo de carga pelo Método de Newton [31]:

$$L \quad \left\{ \begin{array}{ll} L_{km} = \frac{\partial Q_k(V, \theta)}{\partial V_m} = V_k(G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) & k \neq m \\ L_{kk} = \frac{\partial Q_k(V, \theta)}{\partial V_k} = -2V_k B_{kk} + \sum_{m \in \Omega_K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \\ & = -V_k B_{kk} + \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \end{array} \right. \quad (A.3)$$

onde Ω_K é o conjunto de todas as barras adjacentes à barra k , excluindo a própria barra k .

Efetuando-se em (A.3) as mesmas aproximações que originam o fluxo de carga desacoplado rápido [31,32], isto é:

- $\cos \theta_{km} \approx 1$
- $|B_{km}| \gg |G_{km} \sin \theta_{km}|$

e considerando-se que a magnitude da tensão das barras é próxima da unidade ($V_k \approx V_m \approx 1$), chega-se a expressão da matriz de sensibilidade que será chamada de *Matriz B* - pela sua semelhança com a matriz de susceptância nodal:

$$\text{Matriz } B \quad \left\{ \begin{array}{ll} S_{km} = -B_{km} & k \neq m \\ S_{kk} = -2B_{kk} - \sum_{m \in \Omega_K} B_{km} \\ & = -B_{kk} - B_k^{sh} \end{array} \right.$$

onde B_k^{sh} é o somatório de todas as susceptâncias que ligam a barra k à terra.

A.3 Matriz L_{CRIC}

Os fluxos de potência ativa e reativa em linhas de transmissão, transformadores em fase, defasadores puros e defasadores, obedecem às seguintes expressões gerais [31]:

$$P_{km} = (a_{km} V_{km})^2 g_{km} - (a_{km} V_k) V_m [g_{km} \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) + b_{km} \sin(\theta_{km} + \varphi_{km})] \quad (A.4)$$

$$Q_{km} = -(a_{km} V_{km})^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) + (a_{km} V_k) V_m [b_{km} \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) + g_{km} \sin(\theta_{km} + \varphi_{km})] \quad (A.5)$$

onde:

a_{km} - relação de transformação entre as barras k e m de um eventual transformador;

- φ_{km} - ângulo de defasagem entre as barras k e m de um eventual defasador;
- g_{km}, b_{km} - condutância e susceptância que interligam a barra k à barra m respectivamente e
- b_{km}^{sh} - susceptância "shunt" do equivalente π de uma eventual linha de transmissão que interligue a barra k à barra m .

Definindo-se:

$$\alpha_{km} = \tan^{-1} \left(\frac{r_{km}}{x_{km}} \right)$$

$$y_{km} = |g_{km} + j b_{km}|$$

onde r_{km} e x_{km} são, respectivamente, a resistência e a indutância que interligam a barra k à barra m , pode-se estabelecer as seguintes expressões:

$$g_{km} = y_{km} \sin \alpha_{km} \quad (A.6)$$

$$b_{km} = -y_{km} \cos \alpha_{km} \quad (A.7)$$

Substituindo-se (A.6) e (A.7) em (A.4) e (A.5) chega-se a:

$$P_{km} = (a_{km} V_{km})^2 y_{km} \sin \alpha_{km} + (a_{km} V_k) V_m y_{km} \sin(\theta_{km} + \varphi_{km} - \alpha_{km}) \quad (A.8)$$

$$Q_{km} = -(a_{km} V_{km})^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) - (a_{km} V_k) V_m y_{km} \cos(\theta_{km} + \varphi_{km} - \alpha_{km}) \quad (A.9)$$

onde:

$$\begin{aligned} \sin(\theta_{km} + \varphi_{km} - \alpha_{km}) &= -\sin \alpha_{km} \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) + \cos \alpha_{km} \sin(\theta_{km} + \varphi_{km}) \\ \cos(\theta_{km} + \varphi_{km} - \alpha_{km}) &= \cos \alpha_{km} \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) + \sin \alpha_{km} \sin(\theta_{km} + \varphi_{km}) \end{aligned}$$

Dividindo-se os dois lados da expressão do fluxo de potência ativa (A.8) por $a_{km} y_{km}$, chega-se a:

$$\frac{P_{km}}{a_{km} y_{km}} = a_{km} V_{km}^2 \sin \alpha_{km} + V_k V_m \sin(\theta_{km} + \varphi_{km} - \alpha_{km}) \quad (A.10)$$

e definindo-se:

$$\begin{aligned} A_{km} &= \frac{P_{km}}{a_{km} y_{km}} \\ \beta_{km} &= a_{km} \sin \alpha_{km} \end{aligned}$$

pode-se reescrever a expressão (A.10) da seguinte maneira:

$$A_{km} = V_k^2 \beta_{km} + V_k V_m \sin(\theta_{km} + \varphi_{km} - \alpha_{km})$$

então:

$$\text{sen}(\theta_{km} + \varphi_{km} - \alpha_{km}) = \frac{A_{km} - V_k^2 \beta_{km}}{V_k V_m} \quad (\text{A.11})$$

$$\text{cos}(\theta_{km} + \varphi_{km} - \alpha_{km}) = \sqrt{1 - \text{sen}^2(\theta_{km} + \varphi_{km} - \alpha_{km})} \quad (\text{A.12})$$

que são funções apenas das magnitudes das tensões quando P_{km} é considerado constante (pois A_{km} é constante).

Substituindo-se (A.12) em (A.9):

$$\begin{aligned} Q_{km} = & -(a_{km} V_k)^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) + \\ & -(a_{km} V_k) V_m y_{km} \sqrt{1 - \text{sen}^2(\theta_{km} + \varphi_{km} - \alpha_{km})} \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Utilizando-se esta expressão para determinar o fluxo de potência reativa e sabendo-se que a injeção líquida de potência reativa é dada pela soma algébrica da potência gerada pelo elemento em derivação ("shunt") com os fluxos, isto é:

$$Q_k(\underline{V}, \underline{\theta}) = -V_k^2 b_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} Q_{km}$$

onde b_k^{sh} é a susceptância do elemento em derivação da barra k , chega-se a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} Q_k(\underline{V}, \underline{\theta}) = & -V_k^2 b_k^{sh} - V_k^2 \sum_{m \in \Omega_k} a_{km}^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) + \\ & - \sum_{m \in \Omega_k} (a_{km} V_k) V_m y_{km} \sqrt{1 - \text{sen}^2(\theta_{km} + \varphi_{km} - \alpha_{km})} \\ = & -V_k^2 B_{kk} - \sum_{m \in \Omega_k} (a_{km} V_k) V_m y_{km} \sqrt{1 - \text{sen}^2(\theta_{km} + \varphi_{km} - \alpha_{km})} \end{aligned}$$

Como o fluxo de potência ativa em todos os ramos é considerado constante (logo, $\text{sen}(\theta_{km} + \varphi_{km} - \alpha_{km})$ é função apenas de V_k e V_m), a injeção de potência reativa pode ser escrita como função da magnitude da tensão ($\underline{V}$):

$$Q_k(\underline{V}, \underline{\theta}) \stackrel{P_{km} = \text{cte}}{=} Q_k(\underline{V})$$

ou

$$Q_k(\underline{V}) = -V_k^2 B_{kk} - \sum_{m \in \Omega_k} (a_{km} V_k) V_m y_{km} \sqrt{1 - \sin^2(\theta_{km} + \varphi_{km} - \alpha_{km})} \quad (A.14)$$

Os elementos da matriz L_{CRIC} são obtidos derivando-se a expressão (A.14) com relação à magnitude da tensão, ou seja:

$$L_{CRIC} \begin{cases} L_{km} = \frac{\partial Q_k(\underline{V})}{\partial V_m} \\ L_{kk} = \frac{\partial Q_k(\underline{V})}{\partial V_k} \end{cases} \quad k \neq m$$

Após algumas manipulações [33] chega-se a:

$$L_{CRIC} \begin{cases} L_{km} = \frac{-y_{km}^2 a_{km} V_k}{-b_{km} \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) + g_{km} \sin(\theta_{km} + \varphi_{km})} & k \neq m \\ L_{kk} = -2B_{kk} V_k + \\ - \sum_{m \in \Omega_k} \left[\frac{y_{km}^2 a_{km} V_m - 2a_{km} V_k g_{km} [b_{km} \sin(\theta_{km} + \varphi_{km}) + g_{km} \cos(\theta_{km} + \varphi_{km})]}{-b_{km} \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) + g_{km} \sin(\theta_{km} + \varphi_{km})} \right] \end{cases}$$

Para simplificar esta expressão, assume-se que todos os transformadores estão representados pelo seu equivalente π [31] e que os ângulos dos defasadores são nulos ($\varphi_{km} = 0$, $\forall k, m$). Nestas condições, a matriz de sensibilidade S resultante é:

$$\text{Matriz } L_{CRIC} \begin{cases} S_{km} = \frac{-|Y_{km}|^2 V_k}{B_{km} \cos \theta_{km} - G_{km} \sin \theta_{km}} & k \neq m \\ S_{kk} = -2B_{kk} V_k + \\ - \sum_{m \in \Omega_k} \left[\frac{|Y_{km}|^2 V_m - 2V_k G_{km} [B_{km} \sin \theta_{km} + G_{km} \cos \theta_{km}]}{B_{km} \cos \theta_{km} - G_{km} \sin \theta_{km}} \right] \end{cases}$$

onde Y_{km} é o elemento (k, m) da matriz admitância nodal. Analizando-se esta expressão, observa-se que os elementos da matriz de sensibilidade S , quando calculados desta forma, são funções do estado $(\underline{V}, \underline{\theta})$.

A.4 Matriz L_{CRIC}^{cte}

Esta matriz de sensibilidade é obtida efetuando-se duas aproximações na expressão da Matriz L_{CRIC} :

- $V_k \approx V_m \approx 1$
- $\theta_{km}^{(\nu)} \approx \theta_{km}^{(0)}$, isto é, as aberturas angulares são consideradas constantes durante todo processo.

A matriz de sensibilidade resultante é função apenas das aberturas angulares da iteração inicial $\theta_{km}^{(0)}$ sendo, portanto, constante:

$$\text{Matriz } L_{CRIC}^{cte} \begin{cases} S_{km} = \frac{-|Y_{km}|^2}{B_{km} \cos \theta_{km}^{(0)} - G_{km} \sin \theta_{km}^{(0)}} & k \neq m \\ S_{kk} = -2B_{kk} + \\ - \sum_{m \in \Omega_k} \left[\frac{|Y_{km}|^2 - 2G_{km} [B_{km} \sin \theta_{km}^{(0)} + G_{km} \cos \theta_{km}^{(0)}]}{B_{km} \cos \theta_{km}^{(0)} - G_{km} \sin \theta_{km}^{(0)}} \right] \end{cases}$$

A.5 Matriz X

A matriz X é obtida acrescentando-se as seguintes aproximações na expressão da Matriz L_{CRIC} [29,34]:

- $V_k \approx V_m \approx 1$
- $\theta_{km} \approx 0$

Disto resulta:

$$\text{Matriz } X \quad \begin{cases} S_{km} &= \frac{-1}{x_{km}} & k \neq m \\ S_{kk} &= -2 \left(b_k^{sh} - \sum_{m \in \Omega_k} b_{km}^{sh} \right) + \sum_{m \in \Omega_k} \frac{1}{x_{km}} \\ &= -2B_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} \frac{1}{x_{km}} \end{cases}$$

onde x_{km} é a reatância equivalente entre os nós k e m .

Apêndice B

Ocorrência de Oscilação no Sistema de Duas Barras

B.1 Introdução

No Sistema de Duas Barras utilizado no *Capítulo 4* detectou-se oscilações no *Teste D*, entre os resultados obtidos pelo fluxo de carga e os obtidos pela programação linear, quando foi utilizada uma matriz de sensibilidade variável – a matriz L_{CRIC} . Assim, para ambas inicializações, os problemas lineares formulados em iterações consecutivas apresentaram uma sequência de dois pontos, próximos a possíveis soluções, da seguinte forma:

$P_0^{(\nu)}$	Solução Parcial no Passo (ν)
$P_0^{(\nu+1)}$	Solução Parcial no Passo ($\nu + 1$)
$P_0^{(\nu)}$	Solução Parcial no Passo ($\nu + 2$)
$P_0^{(\nu+1)}$	Solução Parcial no Passo ($\nu + 3$)

Embora este sistema seja teórico e muito simples, em outros testes também foram constatadas dificuldades de convergência quando foi utilizada a matriz L_{CRIC} como sensibilidade $Q-V$. Isto motivou um estudo mais profundo no qual buscou-se as razões pelas quais esta matriz de sensibilidade não apresentava boa performance. É lógico que estes resultados não possam ser extrapolados diretamente para outros casos mas a validade destes reside nas dificuldades de se executar um estudo semelhante em sistemas mais complexos.

B.2 Detalhamento do Teste D com a Matriz de Sensibilidade L_{CRIC}

Os dados deste teste encontram-se no *Capítulo 4* e são os mesmos do exemplo detalhado no *Capítulo 8*, isto é:

- As funções que determinam o custo são:

$$C_1(Q_1) = \begin{cases} -Q_1, & \text{se } Q_1 < 0 \\ 0, & \text{se } Q_1 = 0 \\ Q_1, & \text{se } Q_1 > 0 \end{cases}$$

$$C_2(Q_2) = \begin{cases} -Q_2, & \text{se } Q_2 < 0 \\ 0, & \text{se } Q_2 = 0 \\ Q_2, & \text{se } Q_2 > 0 \end{cases}$$

- Os limites da injeção de potência reativa em cada barra são:

$$\begin{array}{ll} Q_1^{min} = -\infty & Q_2^{min} = -\infty \\ Q_1^{esp} = 0 & Q_2^{esp} = 0 \\ Q_1^{maz} = +\infty & Q_2^{maz} = +\infty \end{array}$$

- Os limites nas magnitudes das tensões são:

$$\begin{array}{ll} V_1^{min} = 0,95 & V_2^{min} = 0,95 \\ V_1^{maz} = 1,05 & V_2^{maz} = 1,05 \end{array}$$

- As tolerâncias utilizadas são:

$$\begin{array}{ll} \varepsilon_\theta &= 10^{-3} \text{ radianos} \\ \varepsilon_V &= 10^{-3} \text{ pu} \\ \varepsilon_Q &= 10^{-3} \text{ pu} \end{array}$$

Quando utiliza-se a inicialização com o *FCPV*, os passos executados, na tentativa de obter-se a solução deste problema foram os seguintes:

- i* - Fazer $\nu = 0$ e obter os valores iniciais das variáveis de ligação;

$$\begin{array}{ll} \nu = 0 & \\ V_1^{(0)} = 1,0 \text{ pu} & V_2^{(0)} = 1,0 \text{ pu} \\ \theta_1 = 0 & \text{(referência)} \end{array}$$

- ii* - Determinar o estado, ponto $P_0^{(\nu)}$, através da solução do FCAC;

$$\begin{array}{ll} Q_1^{(0)} = -0,0306 \text{ pu} & \theta_2^{(0)} = -0,3285 \text{ radianos} \\ & Q_2^{(0)} = 0,1935 \text{ pu} \end{array}$$

iii - Formar o modelo incremental linear (*PLPR*) em torno deste estado;

$$S = L_{CRIC} = \begin{bmatrix} 0,8433 & -0,9891 \\ -1,1338 & 1,1726 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{ll} \Delta Q_1 & = 0 \\ \Delta Q_1^{esp} & = 0,0306 \\ \Delta Q_1^{min} & = -\infty \\ \Delta Q_1^{max} & = +\infty \\ \Delta V_1 & = 0 \\ \Delta V_1^{min} & = -0,05 \\ \Delta V_1^{max} & = +0,05 \end{array} \quad \begin{array}{ll} \Delta Q_2 & = 0 \\ \Delta Q_2^{esp} & = -0,1935 \\ \Delta Q_2^{min} & = -\infty \\ \Delta Q_2^{max} & = +\infty \\ \Delta V_2 & = 0 \\ \Delta V_2^{min} & = -0,05 \\ \Delta V_2^{max} & = +0,05 \end{array}$$

iv - Resolver o *PLPR* para determinar uma solução ótima – Método Dual;

iv.1 - Determinar um ponto de partida ótimo, ponto $P_1^{(\nu)}$, e formar a inversa da base;

$$\Delta Q_1 = \Delta Q_1^{esp} = 0,0306 \quad \Delta Q_2 = \Delta Q_2^{esp} = -0,1935$$

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix} = S^{-1} \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,1717 \\ 0,9680 \end{bmatrix}$$

A base reduzida é vazia e a matriz da base é a identidade:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

iv.2 - Selecionar, dentre todas as restrições não-ativas de limite de tensão, a restrição mais violada (restrição α);

$$\begin{array}{ll} \alpha & : \text{ limite máximo de tensão da barra 1} \\ L_{vio} & = 0,05 \\ \Delta \phi_{vio} & = 1,1217 \end{array}$$

iv.3 - Se existir a restrição α então:

(a) Calcular a linha $\underline{A}_{vio}$ correspondente à restrição α ;

$$\underline{A}_{vio} = S_1^{-1} = \begin{bmatrix} -8,8368 & -7,4542 \end{bmatrix}$$

- (b) Calcular o vetor sensibilidade $\underline{s}$ entre a restrição α e cada uma das restrições ativas;

$$\underline{s} = \underline{A}_{vio} B^{-1} = \begin{bmatrix} -8,8368 & -7,4542 \end{bmatrix}$$

- (c) Por meio de $\underline{s}$, testar e assinalar as restrições elegíveis entre as ativas;

As duas restrições são elegíveis pois são limites de geração e estão em pontos intermediários (ΔQ^{esp}).

- (d) Calcular o vetor custo incremental $\underline{\lambda}$;

O vetor custo atual é:

$$\underline{c} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Portanto, o vetor custo incremental é:

$$\underline{\lambda} = \underline{c} B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- (e) Por meio do teste da razão mínima, determinar a restrição β que deve ser relaxada para a ativação da restrição α ;

$$\left| \frac{\lambda_1}{s_1} \right| = 0,1132 \quad \left| \frac{\lambda_2}{s_2} \right| = 0,1342$$

Logo, a restrição β é o limite de geração da barra 1.

- (f) Atualizar a base: entra a restrição α e sai a restrição β ;

Após a atualização, a equação da base fica sendo:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1^{max} \\ \Delta Q_2^{esp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,05 \\ -0,1935 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8,8368 & -7,4542 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix}$$

E as variações nas injeções de potência reativa e nas tensões são:

$$\Delta Q_1^e = 0,1576 \quad \Delta Q_2^e = -0,1935$$

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix} = S^{-1} \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,05 \\ -0,1167 \end{bmatrix}$$

- (g) Retornar para o passo *iv.2*;

iv.2 - Selecionar, dentre todas as restrições não-ativas de limite de tensão, a restrição mais violada (restrição α);

$$\begin{aligned}\alpha & : \text{ limite mínimo de tensão da barra 2} \\ L_{vio} & = -0,05 \\ \Delta\phi_{vio} & = 0,0667\end{aligned}$$

iv.3 - Se existir a restrição α então:

(a) Calcular a linha $\underline{A}_{vio}$ correspondente à restrição α ;

$$\underline{A}_{vio} = S_2^{-1} = \begin{bmatrix} -8,5451 & -6,3553 \end{bmatrix}$$

(b) Calcular o vetor sensibilidade $\underline{s}$ entre a restrição α e cada uma das restrições ativas;

$$\begin{aligned}\underline{s}^v & = \underline{A}_{vio}^e (B^e)^{-1} = \begin{bmatrix} 0,9670 \end{bmatrix} \\ \underline{s}^g & = \underline{A}_{vio}^e - \underline{s}^v B^e = \begin{bmatrix} 0,8529 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

(c) Por meio de $\underline{s}$, testar e assinalar as restrições elegíveis entre as ativas;

A restrição 1 é de tensão, está no limite superior – oposto ao limite violado – e tem a sensibilidade maior que zero ($s_1^v > 0$), logo não é elegível. A restrição 2 é de geração e está em um pontos intermediário (ΔQ^{esp}), logo é elegível.

Como só existe uma restrição elegível não é necessário calcular o vetor custo incremental nem efetuar o teste da razão mínima: a restrição β é o limite de geração da barra 2.

(f) Atualizar a base: entra a restrição α e sai a restrição β ;

Após a atualização, a equação da base fica sendo:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1^{max} \\ \Delta V_2^{min} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,05 \\ -0,05 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8,8368 & -7,4542 \\ -8,5451 & -6,3553 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix}$$

E as variações nas injeções de potência reativa e nas tensões são:

$$\Delta Q_1^e = 0,0916 \quad \Delta Q_2^e = -0,1153$$

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,05 \\ -0,05 \end{bmatrix}$$

(g) Retornar para o passo iv.2;

- iv.2 - Selecionar, dentre todas as restrições não-ativas de limite de tensão, a restrição mais violada (restrição α);

Não existem restrições de tensão não ativas.

- iv.4 - Não existindo a restrição α o problema está resolvido e a solução atual (ponto $P_2^{(\nu)}$) é ótima.

A solução ótima é:

$$\begin{array}{ll} \Delta V_1^{PL} = 0,05 & \Delta V_2^{PL} = -0,05 \\ \Delta Q_1^{PL} = 0,0916 & \Delta Q_2^{PL} = -0,1153 \end{array}$$

- v - Atualizar as variáveis de ligação e fazer $\nu = \nu + 1$;

$$\begin{array}{ll} V_1^{(1)} = V_1^{(0)} + \Delta V_1^{PL} = 1,05 & V_2^{(1)} = V_2^{(0)} + \Delta V_2^{PL} = 0,95 \\ Q_1^{PL} = Q_1^{(0)} + \Delta Q_1^{PL} = 0,0610 & Q_2^{PL} = Q_2^{(0)} + \Delta Q_2^{PL} = 0,0782 \\ \nu = 1 \end{array}$$

- vi - Testar convergência: caso *não* seja obtida, voltar para o passo ii; caso contrário *fim*.

Do fluxo de carga AC:

$$\begin{array}{ll} Q_1^{(1)} = 0,0659 \text{ pu} & \theta_2^{(1)} = -0,3081 \text{ radianos} \\ & Q_2^{(1)} = 0,0842 \text{ pu} \end{array}$$

E a convergência não foi obtida para nenhum dos critérios:

$$\begin{array}{ll} \text{Critério } \theta & |\theta_2^{(1)} - \theta_2^{(0)}| = 0,0204 > \varepsilon_\theta \\ \text{Critério } V & |V_1^{(1)} - V_1^{(0)}| = |V_2^{(1)} - V_2^{(0)}| = 0,05 > \varepsilon_V \\ \text{Critério } Q & |Q_1^{PL} - Q_1^{(1)}| = 0,0049 > \varepsilon_Q \\ & |Q_2^{PL} - Q_2^{(1)}| = 0,006 > \varepsilon_Q \end{array}$$

- ii - Determinar o estado inicial, ponto $P_0^{(\nu)}$, através da solução do fluxo de carga AC;

$$\begin{array}{ll} Q_1^{(1)} = 0,0659 \text{ pu} & \theta_2^{(1)} = -0,3081 \text{ radianos} \\ & Q_2^{(1)} = 0,0842 \text{ pu} \end{array}$$

iii - Formar o modelo incremental linear (*PLPR*) em torno do estado inicial;

Para este passo, a matriz de sensibilidade é:

$$S = L_{CRIC} = \begin{bmatrix} 0,9951 & -1,0359 \\ -1,0646 & 1,0044 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{ll} \Delta Q_1 & = 0 \\ \Delta Q_1^{esp} & = -0,0659 \\ \Delta Q_1^{min} & = -\infty \\ \Delta Q_1^{maz} & = +\infty \\ \Delta V_1 & = 0 \\ \Delta V_1^{min} & = -0,10 \\ \Delta V_1^{maz} & = 0,0 \end{array} \quad \begin{array}{ll} \Delta Q_2 & = 0 \\ \Delta Q_2^{esp} & = -0,0842 \\ \Delta Q_2^{min} & = -\infty \\ \Delta Q_2^{maz} & = +\infty \\ \Delta V_2 & = 0 \\ \Delta V_2^{min} & = 0,0 \\ \Delta V_2^{maz} & = +0,10 \end{array}$$

iv - Resolver o *PLPR* para determinar uma solução ótima - Método Dual;

iv.1 - Determinar um ponto de partida ótimo, ponto $P_1^{(\nu)}$, e formar a inversa da base;

$$\Delta Q_1 = \Delta Q_1^{esp} = -0,0659 \quad \Delta Q_2 = \Delta Q_2^{esp} = -0,0842$$

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix} = S^{-1} \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,4820 \\ 1,4872 \end{bmatrix}$$

A base reduzida é vazia e a matriz da base é a identidade:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

iv.2 - Selecionar, dentre todas as restrições não-ativas de limite de tensão, a restrição mais violada (restrição α);

$$\begin{array}{ll} \alpha & : \text{ limite máximo de tensão da barra 1} \\ L_{vio} & = 0,0 \\ \Delta \phi_{vio} & = 1,4820 \end{array}$$

iv.3 - Se existir a restrição α então:

(a) Calcular a linha $\underline{A}_{vio}$ correspondente à restrição α ;

$$\underline{A}_{vio} = S_1^{-1} = \begin{bmatrix} -9,7060 & -10,0111 \end{bmatrix}$$

- (b) Calcular o vetor sensibilidade $\underline{s}$ entre a restrição α e cada uma das restrições ativas;

$$\underline{s} = \underline{A}_{vio} B^{-1} = \begin{bmatrix} -9,7060 & -10,0111 \end{bmatrix}$$

- (c) Por meio de $\underline{s}$, testar e assinalar as restrições elegíveis entre as ativas;

As duas restrições são elegíveis pois são limites de geração e estão em pontos intermediários (ΔQ^{esp}).

- (d) Calcular o vetor custo incremental $\underline{\lambda}$;

O vetor custo atual é:

$$\underline{c} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Portanto, o vetor custo incremental é:

$$\underline{\lambda} = \underline{c} B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- (e) Por meio do teste da razão mínima, determinar a restrição β que deve ser relaxada para a ativação da restrição α ;

$$\left| \frac{\lambda_1}{s_1} \right| = 0,1030 \quad \left| \frac{\lambda_2}{s_2} \right| = 0,0999$$

Logo, a restrição β é o limite de geração da barra 2.

NOTA: No passo *FC/PL* anterior as razões calculadas foram: $\left| \frac{\lambda_1}{s_1} \right| = 0,1132$ e $\left| \frac{\lambda_2}{s_2} \right| = 0,1342$, ou seja, a primeira razão era menor do que a segunda. Neste passo, a razão mínima é a segunda devido às alterações ocorridas nos elementos da matriz de sensibilidade e, conseqüentemente, no problema linear.

- (f) Atualizar a base: entra a restrição α e sai a restrição β ;

Após a atualização, a equação da base fica sendo:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1^{max} \\ \Delta Q_1^{esp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0 \\ -0,0659 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10,0111 & -9,7060 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q_2 \\ \Delta Q_1 \end{bmatrix}$$

E as variações nas injeções de potência reativa e nas tensões são:

$$\Delta Q_2^c = 0,0639 \quad \Delta Q_1^c = -0,0659$$

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix} = S^{-1} \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0 \\ 0,0636 \end{bmatrix}$$

(g) Retornar para o passo iv.2;

iv.2 - Selecionar, dentre todas as restrições não-ativas de limite de tensão, a restrição mais violada (restrição α);

Diferentemente do passo anterior, após a imposição do limite máximo de variação na magnitude da tensão da barra 1, não ocorre a violação do limite mínimo da barra 2 e, portanto, não existem restrições de tensão não ativas que estejam violadas.

iv.4 - Não existindo a restrição α o problema está resolvido e a solução atual (ponto $P_2^{(\nu)}$) é ótima.

A solução ótima é:

$$\begin{aligned} \Delta V_1^{PL} &= 0,0 & \Delta V_2^{PL} &= 0,0636 \\ \Delta Q_1^{PL} &= -0,0659 & \Delta Q_2^{PL} &= 0,0639 \end{aligned}$$

v - Atualizar as variáveis de ligação e fazer $\nu = \nu + 1$;

$$\begin{aligned} V_1^{(2)} &= V_1^{(1)} + \Delta V_1^{PL} = 1,05 & V_2^{(2)} &= V_2^{(1)} + \Delta V_2^{PL} = 1,0136 \\ Q_1^{PL} &= Q_1^{(1)} + \Delta Q_1^{PL} = 0,0 & Q_2^{PL} &= Q_2^{(1)} + \Delta Q_2^{PL} = 0,1481 \\ \nu &= 2 \end{aligned}$$

vi - Testar convergência: caso *não* seja obtida, voltar para o passo ii; caso contrário *fim*.

Do fluxo de carga AC:

$$\begin{aligned} Q_1^{(2)} &= -0,0001 \text{ pu} & \theta_2^{(2)} &= -0,2996 \text{ radianos} \\ & & Q_2^{(2)} &= 0,1527 \text{ pu} \end{aligned}$$

E a convergência não foi obtida para nenhum dos critérios:

$$\begin{aligned} \text{Critério } \theta & \quad |\theta_2^{(2)} - \theta_2^{(1)}| = 0,0085 > \varepsilon_\theta \\ \text{Critério } V & \quad |V_1^{(2)} - V_1^{(1)}| = 0,0 < \varepsilon_V \\ & \quad |V_2^{(2)} - V_2^{(1)}| = 0,0636 > \varepsilon_V \\ \text{Critério } Q & \quad |Q_1^{PL} - Q_1^{(2)}| = 0,0001 = \varepsilon_Q \\ & \quad |Q_2^{PL} - Q_2^{(2)}| = 0,0046 > \varepsilon_Q \end{aligned}$$

ii - Determinar o estado inicial, ponto $P_0^{(\nu)}$, através da solução do fluxo de carga AC;

$$\begin{aligned} Q_1^{(2)} &= -0,0001 \text{ pu} & \theta_2^{(2)} &= -0,2996 \text{ radianos} \\ & & Q_2^{(2)} &= 0,1527 \text{ pu} \end{aligned}$$

iii - Formar o modelo incremental linear (*PLPR*) em torno do estado inicial;

$$S = L_{CRIC} = \begin{bmatrix} 0,9366 & -1,0349 \\ -1,1307 & 1,1515 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{ll} \Delta Q_1 & = 0 \\ \Delta Q_1^{esp} & = 0,0001 \\ \Delta Q_1^{min} & = -\infty \\ \Delta Q_1^{max} & = +\infty \\ \Delta V_1 & = 0 \\ \Delta V_1^{min} & = -0,10 \\ \Delta V_1^{max} & = +0,0 \end{array} \quad \begin{array}{ll} \Delta Q_2 & = 0 \\ \Delta Q_2^{esp} & = -0,1527 \\ \Delta Q_2^{min} & = -\infty \\ \Delta Q_2^{max} & = +\infty \\ \Delta V_2 & = 0 \\ \Delta V_2^{min} & = -0,0636 \\ \Delta V_2^{max} & = +0,0364 \end{array}$$

iv - Resolver o *PLPR* para determinar uma solução ótima – Método Dual;

iv.1 - Determinar um ponto de partida ótimo, ponto $P_1^{(\nu)}$, e formar a inversa da base;

$$\Delta Q_1 = \Delta Q_1^{esp} = 0,0001 \quad \Delta Q_2 = \Delta Q_2^{esp} = -0,1527$$

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix} = S^{-1} \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,7217 \\ 1,5579 \end{bmatrix}$$

A base reduzida é vazia e a matriz da base é a identidade:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

iv.2 - Selecionar, dentre todas as restrições não-ativas de limite de tensão, a restrição mais violada (restrição α);

$$\begin{array}{ll} \alpha & : \text{ limite máximo de tensão da barra 1} \\ L_{vio} & = 0,05 \\ \Delta \phi_{vio} & = 1,7217 \end{array}$$

iv.3 - Se existir a restrição α então:

(a) Calcular a linha $\underline{A}_{vio}$ correspondente à restrição α ;

$$\underline{A}_{vio} = S_1^{-1} = \begin{bmatrix} -12,5527 & -11,2823 \end{bmatrix}$$

(b) Calcular o vetor sensibilidade $\underline{s}$ entre a restrição α e cada uma das restrições ativas;

$$\underline{s} = \underline{A}_{vio} B^{-1} = \begin{bmatrix} -12,5527 & -11,2823 \end{bmatrix}$$

- (c) Por meio de $\underline{s}$, testar e assinalar as restrições elegíveis entre as ativas;

As duas restrições são elegíveis pois são limites de geração e estão em pontos intermediários (ΔQ^{esp}).

- (d) Calcular o vetor custo incremental $\underline{\lambda}$;

O vetor custo atual é:

$$\underline{c} = [1 \ 1]$$

Portanto, o vetor custo incremental é:

$$\underline{\lambda} = \underline{c} B^{-1} = [1 \ 1]$$

- (e) Por meio do teste da razão mínima, determinar a restrição β que deve ser relaxada para a ativação da restrição α ;

$$\left| \frac{\lambda_1}{s_1} \right| = 0,0797 \quad \left| \frac{\lambda_2}{s_2} \right| = 0,0886$$

Logo, a restrição β é o limite de geração da barra 1.

NOTA: No passo *FC/PL* anterior as razões calculadas foram: $\left| \frac{\lambda_1}{s_1} \right| = 0,1030$ e $\left| \frac{\lambda_2}{s_2} \right| = 0,0999$, ou seja, a segunda razão era menor do que a primeira. Neste passo, como ocorreu no primeiro passo, a razão mínima volta a ser a primeira devido às novas alterações ocorridas nos elementos da matriz de sensibilidade.

- (f) Atualizar a base: entra a restrição α e sai a restrição β ;

Após a atualização, a equação da base fica sendo:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1^{max} \\ \Delta Q_2^{esp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0 \\ -0,1527 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12,5527 & -11,2823 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix}$$

E as variações nas injeções de potência reativa e nas tensões são:

$$\Delta Q_1^e = 0,1373 \quad \Delta Q_2^e = -0,1527$$

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix} = S^{-1} \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0 \\ -0,1326 \end{bmatrix}$$

(g) Retornar para o passo *iv.2*;

iv.2 - Selecionar, dentre todas as restrições não-ativas de limite de tensão, a restrição mais violada (restrição α);

Repetindo-se de forma semelhante ao primeiro passo, após a imposição do limite máximo de variação na magnitude da tensão da barra 1, ocorre a violação do limite mínimo da barra 2.

$$\begin{aligned}\alpha & : \text{ limite mínimo de tensão da barra 2} \\ L_{vio} & = -0,0636 \\ \Delta\phi_{vio} & = 0,0690\end{aligned}$$

iv.3 - Se existir a restrição α então:

(a) Calcular a linha $\underline{A}_{vio}$ correspondente à restrição α ;

$$\underline{A}_{vio} = S_2^{-1} = [-12,3259 \quad -10,2100]$$

(b) Calcular o vetor sensibilidade $\underline{s}$ entre a restrição α e cada uma das restrições ativas;

$$\begin{aligned}\underline{s}^v & = \underline{A}_{vio}^c (B^c)^{-1} = [0,9819] \\ \underline{s}^g & = \underline{A}_{vio}^c - \underline{s}^v B^c = [0,8684]\end{aligned}$$

(c) Por meio de $\underline{s}$, testar e assinalar as restrições elegíveis entre as ativas;

A restrição 1 é de tensão, está no limite superior – oposto ao limite violado – e tem a sensibilidade maior que zero ($s_1^v > 0$), logo não é elegível. A restrição 2 é de geração e está em um pontos intermediário (ΔQ^{esp}), logo é elegível.

Como só existe uma restrição elegível não é necessário calcular o vetor custo incremental nem efetuar o teste da razão mínima: a restrição β é o limite de geração da barra 2.

(f) Atualizar a base: entra a restrição α e sai a restrição β ;

Após a atualização, a equação da base fica sendo:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1^{maz} \\ \Delta V_2^{min} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0 \\ -0,0636 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12,5527 & -11,2823 \\ -12,3259 & -10,2100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix}$$

E as variações nas injeções de potência reativa e nas tensões são:

$$\Delta Q_1^c = 0,0658 \quad \Delta Q_2^c = -0,0733$$

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0 \\ -0,0636 \end{bmatrix}$$

(g) Retornar para o passo *iv.2*;

iv.2 - Selecionar, dentre todas as restrições não-ativas de limite de tensão, a restrição mais violada (restrição α);

Não existem restrições de tensão não ativas.

iv.4 - Não existindo a restrição α o problema está resolvido e a solução atual (ponto $P_2^{(\nu)}$) é ótima.

A solução ótima é:

$$\begin{aligned} \Delta V_1^{PL} &= 0,0 & \Delta V_2^{PL} &= -0,0636 \\ \Delta Q_1^{PL} &= 0,0658 & \Delta Q_2^{PL} &= -0,0733 \end{aligned}$$

v - Atualizar as variáveis de ligação e fazer $\nu = \nu + 1$;

$$\begin{aligned} V_1^{(3)} &= V_2^{(0)} + \Delta V_1^{PL} = 1,05 & V_2^{(3)} &= V_2^{(2)} + \Delta V_2^{PL} = 0,95 \\ Q_1^{PL} &= Q_1^{(2)} + \Delta Q_1^{PL} = 0,0657 & Q_2^{PL} &= Q_2^{(0)} + \Delta Q_2^{PL} = 0,0794 \end{aligned}$$

$\nu = 3$

NOTA: Observa-se que os valores das variáveis de ligação (V_1 e V_2) calculados após executar-se três passos FC/PL é igual aos valores encontrados após a execução do primeiro passo.

vi - Testar convergência: caso não seja obtida, voltar para o passo *ii*; caso contrário *fim*.

Do fluxo de carga AC:

$$\begin{aligned} Q_1^{(3)} &= 0,0659 \text{ pu} & \theta_2^{(3)} &= -0,3081 \text{ radianos} \\ & & Q_2^{(3)} &= 0,0842 \text{ pu} \end{aligned}$$

E a convergência não foi obtida para nenhum dos critérios:

$$\begin{array}{llll}
 \text{Critério } \theta & |\theta_2^{(3)} - \theta_2^{(2)}| & = & 0,0085 > \epsilon_\theta \\
 \text{Critério } V & |V_1^{(3)} - V_1^{(2)}| & = & 0,0 < \epsilon_V \\
 & |V_2^{(3)} - V_2^{(2)}| & = & 0,0636 > \epsilon_V \\
 \text{Critério } Q & |Q_1^{PL} - Q_1^{(3)}| & = & 0,0002 > \epsilon_\theta \\
 & |Q_2^{PL} - Q_2^{(3)}| & = & 0,0048 > \epsilon_\theta
 \end{array}$$

Como o valor determinado para as variáveis de ligação ao final deste passo é mesmo que foi encontrado após o primeiro passo, o processo irá repetir esta sequência de soluções até atingir o limite máximo de passos.

Esta processo de oscilação ocorre de forma semelhante quando utiliza-se a inicialização com o *FCAC*. Neste caso, as variáveis de ligação calculadas ao final do quarto passo *FC/PL* são idênticas às calculadas após o segundo.

B.3 Comentários Relativos à Oscilação

No *Teste D*, com a matriz *L_{CRIC}* e ambas inicializações, ocorreu oscilação e com as demais matrizes o número de passos *FC/PL* foi o mesmo, chegando ao mesmo resultado, sem qualquer dificuldade de convergência. Deve-se considerar ainda que, para a inicialização com o *FCPV*, a matriz *L_{CRIC}^{cte}* é idêntica à matriz *L_{CRIC}* no primeiro passo *FC/PL*, ou seja, a oscilação não ocorreu por causa da má qualidade da matriz de sensibilidade mas devido às alterações ocorridas nesta matriz que, em cada passo, determinava uma solução diferente sem tentar melhorar a anterior. Isto fica evidente comparando-se, em cada resultado parcial, o custo calculado na PL com seu valor exato, conforme a *Tabela B.1*.

Tabela B.1: Custos dos Resultados Parciais

Passo <i>FC/PL</i>	Inicialização <i>FCPV</i>		Inicialização <i>FCAC</i>	
	Custo PL (<i>pu</i>)	Custo Exato (<i>pu</i>)	Custo PL (<i>pu</i>)	Custo Exato (<i>pu</i>)
1	0,1392	0,1501	0,1097	0,1518
2	0,1480	0,1528	0,1451	0,1501
3	0,1452	0,1501	0,1480	0,1526
4	0,1480	0,1528	0,1452	0,1501
5	0,1452	0,1501	0,1480	0,1526

Nesta tabela nota-se que sempre a solução encontrada pela PL estava bastante longe do resultado exato e como os resultados parciais obtidos alternavam-se (*Tabela B.2*), a solução encontrada em cada passo nunca era melhorada pois o processo sempre indicava uma nova solução.

Tabela B.2: Valores Parciais das Variáveis de Ligação

Passo <i>FC/PL</i>	Inicialização <i>FCPV</i>		Inicialização <i>FCAC</i>	
	V_1	V_2	V_1	V_2
0	1,000	1,000	1,000	—
1	1,050	0,950	—	1,021
2	1,050	1,014	1,050	0,950
3	1,050	0,950	—	1,014
4	1,050	1,014	1,000	0,950
5	1,050	0,950	—	1,014

Bibliografia

- [1] *J. F. Dopazo, O. A. Klitin, G. W. Stagg e M. Watson*: "An Optimization Technique for Real and Reactive Power Allocation", *Proceedings of IEEE*, Vol. 55, No. 11, November 1967, pp. 1877-1885.
- [2] *John Peschon, D. S. Piercy, William F. Tinney, Odd J. Tveit e Michael Cuénod*: "Optimum Control of Reactive Power Flow", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol PAS-87, No. 1, January 1968, pp. 40-48.
- [3] *H. W. Dommel e W. F. Tinney*: "Optimal Power Flow Solution", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol PAS-87, No. 10, October 1968, pp. 1866-1876.
- [4] *B. Stott, J. L. Marinho e O. Alsac*: "Review of Linear Programming Applied to Power System Rescheduling", *Power Industry Computer Applications Conference*, Cleveland, 1979, pp. 142-154.
- [5] *B. Stott e J. L. Marinho*: "Linear Programming for Power-System Network Security Applications", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-98, No. 3, May/June 1979, pp. 837-848.
- [6] *Eric Hobson*: "Network Constrained Reactive Power Control Using Linear Programming", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-99, No. 3, May/June 1980, pp. 868-875.
- [7] *A. Hughes, G. Jee e R. R. Shoults*: "Optimal Reactive Planning", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-100, No. 5, May 1981, pp. 2189-2196.
- [8] *K. R. C. Mamandur, R. D. Chenoweth*: "Optimal Control of Reactive Power Flow for Improvements in Voltage Profiles and for Real Power Loss Minimization", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-100, No. 7, July 1981, pp. 3185-3193.
- [9] *B. Stott e O. Alsac*: "Experience with Successive Linear Programming for Optimal Rescheduling of Active and Reactive Power", Paper 104-01, *CIGRE-IFAC Symposium on Control Applications to Power System Security*, Florence, Sept. 1983.

- [10] *Viltoner J. Ávila*: "Planejamento de Reativos em Sistemas de Energia Elétrica Usando um Algoritmo de Programação Linear por Partes", Tese de Mestrado apresentada na UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, Novembro de 1984.
- [11] *G. C. Contaxis, C. Delkis e G. Korres*: "Decoupled Optimal Load Flow Using Linear or Quadratic Programming", IEEE Transactions on Power Systems, Vol PWRS-1, No. 2, May 1986, pp. 1-7.
- [12] *Ariovaldo V. Garcia*: "Relatório Final do convênio CEPEL/UNICAMP Sobre Planejamento de Reativos, Campinas, Janeiro, 1987.
- [13] *José Roberto S. Mantovani*: "Planejamento de Reativos em Sistemas de Energia Elétrica: Solução via Programação Linear Sucessiva Utilizando um Modelo Implicitamente Acoplado", Tese de Mestrado apresentada na UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, Novembro de 1987.
- [14] *D. S. Kirschen e H. P. Van Meeteren*: "MW/Voltage Control in a Linear Programming Based Optimal Power Flow", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 3, No. 2, May 1988, pp. 481-489.
- [15] *George Opoku*: "Optimal Power System VAR Planning", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 5, No. 1, February 1990, pp. 53-60.
- [16] *O. Alsac, J. Bright, M. Prais e B. Stott*: "Further Developments in LP-Based Optimal Power Flow", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 5, No. 3, August 1990, pp. 697-711.
- [17] *O. Alsac e B. Stott*: "Optimal Load Flow with Steady-State Security", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-93, No. 3, May/June 1974, pp. 745-751.
- [18] *B. Stott, O. Alsac e A. Monticelli*: "Security Analysis and Optimization", Proceedings of the IEEE, Vol. 75, No. 12, December 1987, pp. 1623-1644.
- [19] *Alex D. Papalexopoulos, Carl F. Imparato e Felix F. Wu*: "Large-Scale Optimal Power Flow: Effects of Initialization, Decoupling & Discretization", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 4, No. 2, May 1989, pp. 748-755.
- [20] *Alex D. Papalexopoulos, Carl F. Imparato e Felix F. Wu*: "Correction to Large-Scale Optimal Power Flow: Effects of Initialization, Decoupling & Discretization", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 4, No. 3, August 1989, pp. 1236-1237.
- [21] *EPRI*: "Optimization of Reactive Volt-Ampere (VAR) Sources in System Planning", Volume 1, preparado por Scientific Systems, Inc. (SSI), Report EL-3729, November 1984.

- [22] *J. Carpentier*: "Contribution a l' Étude du Dispatching Économique", Bulletin de la Societe Francaise des Electriciens, Ser. 8, Vol. 3, August 1962, pp. 431-447.
- [23] *A. Sasson, F. Vitoria e F. Aboytes*: "Optimal Load Flow Solution Using the Hessian Matriz", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-92, No. 1, January/February 1973, pp. 31-41.
- [24] *David I. Sun, Bruce Ashley, Brian Brewer, Art Hughes e William F. Tinney*: "Optimal Power Flow by Newton Approach", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-103, No. 10, October 1984, pp. 2864-2880.
- [25] *S. Granville, M. V. F. Pereira e A. Monticelli*: "An Integrated Methodology for VAR Planning", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 3, No. 2, May 1988, pp. 549-557.
- [26] *O. O. Obadina e G. J. Berg*: "VAR Planning for Power System Security", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 4, No. 2, May 1989, pp. 677-686.
- [27] *K. Murty*: "Linear Programming", John Wiley & Sons, 1983.
- [28] *K. Zollenkopf*: "Bi-Factorization Basic Computational Algorithm and Programming Techniques, in Large Sparse Sets of Linear Equations, in Proceedings of the Oxford Conference of the Institute of Mathematics and Its Applications, Editado por J. K. Reid, Academic Press, London, 1971, pp. 75-96.
- [29] *A. Monticelli, A. Garcia e O. R. Saavedra*: "Fast Decoupled Load Flow: Hypothesis, Derivations and Testing", 89 WM 172-8 IEEE/PES 1989 Winter Meeting, New York, January-February 1989.
- [30] *L. L. Freris, M. Sasson*: "Investigation of the Load-Flow Problem", PROC. IEE, Vol 115, No. 10, October 1968, pp. 1459-1470.
- [31] *A. Monticelli*: "Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica", Editora Edgard Blucher Ltda, São Paulo, 1983.
- [32] *B. Stott e O. Alsac*: "Fast Decoupled Load Flow", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-93, No. 3, May/June 1974, pp. 859-869.
- [33] *J. L. Carpentier*: "CRIC, a New Active Reactive Decoupling Process in Load Flows, Optimal Power Flow and System Control", Proc. IFAC Conference on Power Systems and Power Plan Control, Beijing, August 1986, pp. 65-70.
- [34] *Osvaldo R. Saavedra Méndez*: "Cálculo de Fluxo de Carga Desacoplado: Modelo de Matrizes Constantes Baseado na Filosofia de Acoplamento Implícito", Tese de Mestrado apresentada na UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, Junho de 1988.