

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE SISTEMAS

Este exemplar corresponde à redação final da tese  
defendida por Takaaki Ohishi

\_\_\_\_\_ e aprovada pela Comissão  
Julgadora em 21 / 12 / 90.

Secundino Soares F.  
Orientador

PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DE CURTO PRAZO DE

SISTEMAS HIDROTÉRMICOS PREDOMINANTEMENTE HIDRÁULICOS

Takaaki Ohishi

Prof. Dr. Secundino Soares Filho  
Orientador

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica - UNICAMP,  
como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de  
DOUTOR EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

DEZEMBRO DE 1990



## RESUMO

Este trabalho propõe uma abordagem ao problema de planejamento da operação de curto prazo de sistemas hidrotérmicos predominantemente hidráulicos. A metodologia proposta permite considerar em detalhe a operação de curto prazo do sistema hidráulico e leva em conta as limitações do sistema de transmissão, em termos do fluxo de potência ativa. A operação hidráulica é representada através de um simulador, o qual define as condições de geração para a operação do sistema de transmissão. A operação do sistema de transmissão, por sua vez, é representada por um modelo de fluxo de carga ativo ótimo que leva em conta os limites operativos, as condições de geração definidas pelo simulador e as metas estabelecidas pelos planejamentos de longo e médio prazos.

À

*Patricia e Suyla*

## AGRADECIMENTOS

Ao Secundino, pela orientação, incentivo e paciência.

À Patrícia, pelo apoio e compreensão.

À todos, que direta ou indiretamente, colaboraram no desenvolvimento deste trabalho.

Este trabalho de pesquisa contou com o suporte financeiro da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - FAPESP e Centrais Elétricas Brasileiras S.A. - ELETROBRÁS.

## NOTAÇÃO

- As variáveis escalares serão representadas por letras minúsculas.
- As matrizes serão representadas por letras maiúsculas.
- As funções serão representadas por letras góticas minúsculas.
- Os vetores serão representados por letras minúsculas sublinhadas.
- Os elementos dos vetores serão representados por letras minúsculas com índices.
- Os índices superiores indicarão sempre intervalo de tempo, com exceção das letras  $m$  e  $M$ , que indicarão respectivamente os limites inferior e superior da variável.
- Os conjuntos serão representados por uma ou mais letras maiúsculas.

## LISTA DE SÍMBOLOS E SEUS SIGNIFICADOS

- A - Matriz incidência nó-ramo.
- $\alpha$  - Taxa de resfriamento da caldeira de uma unidade térmica.
- B - Matriz do tipo admitância.
- $B_{ij}$  - Elementos da matriz admitância.
- C - Matriz de incidência do grafo preparado.
- $c_i$  - Limite de tomada de carga na unidade térmica i.
- $c(t)$  - Custo de produção térmica.
- d - Demanda de carga.
- $E^t$  - Conjunto das soluções eletricamente factíveis no intervalo t.
- $\delta(t)$  - Função de custo térmico e/ou função de desempenho do sistema elétrico.
- $\delta_j^t$  - Produtividade da usina hidráulica j no intervalo de tempo t.
- $e(t)$  - Função que converte a geração de potência ativa em vazão turbinada.
- $f_i$  - Fluxo de potência ativa na linha i.
- $f(t)$  - Função de desempenho do sistema elétrico.
- $f^m, f^M$  - Limites inferior e superior de fluxo de potência ativa.
- $fp_i$  - Fator de penalidade associado à geração i.
- FD - Conjunto das unidades a fio d'água.

- G - Conjunto das soluções que atendem as restrições de entrada e saída de unidades térmicas.
- $g_o$  - Custo de ligação térmica a partir da máquina fria.
- $g(.)$  - Custo de ligação de uma unidade térmica.
- H - Conjunto de todas as unidades hidráulicas.
- $h_{1j}(.)$  - Polinômio que fornece a cota do reservatório j em função do volume armazenado.
- $h_{2j}(.)$  - Polinômio que fornece a cota do canal de fuga em função da vazão defluente.
- I - Conjunto das unidades térmicas.
- $K_m$  - Conjunto de arcos que constituem a malha m.
- $\mu$  - variável booleana
- $\lambda$  - Multiplicador de Lagrange.
- M - Conjunto das malhas elementares da rede.
- $m_j$  - Meta energética da usina j.
- $p$  - Vetor de injeção de potência ativa nas barras.
- $p(.)$  - Função de geração hidráulica.
- $p_L$  - Perda no sistema de transmissão.
- $p^m, p^M$  - Limites inferior e superior de geração.
- $P^t$  - Conjunto das gerações que satisfazem as condições de operação do sistema hidráulico no intervalo t.
- $p_j^t$  - Potência ativa gerada na usina j durante o intervalo t.
- $q_j^t$  - Turbinagem,  $q_j^t = \min(u_j^t, q_j^M)$ .
- $q(.)$  - Função objetivo do subproblema elétrico.
- $q_j^m, q_j^M$  - Limites inferior e superior de turbinagem.
- $\rho_j$  - Constante que depende do rendimento do conjunto turbina/gerador.

- $r(.)$  - Equações do fluxo de carga.
- $R$  - Conjunto de todos os reservatórios com metas energéticas definidas.
- $\underline{r}$  - Vetor de variáveis dependentes.
- $\underline{r}^m, \underline{r}^M$  - Limites inferior e superior das variáveis dependentes.
- $RC$  - Conjunto de reservatórios de curto prazo.
- $RL$  - Conjunto de reservatórios de grande capacidade de regularização.
- $RC$  - Conjunto de reservatórios de curto prazo.
- $\underline{s}$  - Vetor de variáveis independentes.
- $\underline{s}^m, \underline{s}^M$  - Limites inferior e superior das variáveis independentes.
- $S_k$  - Conjunto das usinas imediatamente a montante da usina  $k$ .
- $t$  - Índice de intervalo de tempo.
- $\tau$  - Número de intervalos de tempo.
- $\tau_{sk}$  - Tempo de atraso de transporte da água entre os reservatórios  $s$  e  $k$ .
- $\underline{\theta}$  - Vetor de ângulos de fase das magnitudes de tensão.
- $\Delta\theta_i$  - Abertura angular na linha  $i$ .
- $U^t$  - Conjunto das soluções que satisfazem as restrições hidráulicas "adicionais" no intervalo  $t$ .
- $\underline{u}^m, \underline{u}^M$  - Limites inferior e superior de defluência.
- $u_j^t$  - Defluência na usina  $j$  no período  $t$ .
- $\underline{v}^m, \underline{v}^M$  - Limites inferior e superior de armazenagem.
- $v_j^t$  - Volume armazenado no reservatório  $j$  no intervalo  $t$ .
- $V_i$  - Conjunto das barras que estão ligadas à barra  $i$ .
- $X$  - Matriz (diagonal) de reatâncias.
- $x_{lm}$  - Reatância da linha  $l-m$ .

- $y_k^t$  - Afluência incremental (lateral) da usina  $k$  no intervalo de tempo  $t$ .
- $w$  - Conjunto das soluções hidráulica e eletricamente factíveis.
- $z$  - Tempo em que uma unidade térmica ficou desativada.

## ÍNDICE

Cap. I	- PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA	1
I.1	- INTRODUÇÃO	1
I.2	- OPERAÇÃO EM TEMPO REAL E PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO	3
I.3	- A CADEIA DE PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO	4
I.4	- OBJETIVO DA TESE	7
Cap. II	- OPERAÇÃO DE CURTO PRAZO DE SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA	8
II.1	- INTRODUÇÃO	8
II.2	- SISTEMA HIDRÁULICO	9
II.3	- SISTEMA TÉRMICO	18
II.4	- SISTEMA ELÉTRICO	21
II.4.1	- ATENDIMENTO DA DEMANDA GLOBAL	
	- DESPACHO ECONÔMICO -	22
II.4.2	- FLUXO DE CARGA ÓTIMO	25
II.4.3	- FLUXO DE CARGA ATIVO ÓTIMO	26

Cap. III	- O ESTADO DA ARTE	32
III.1	- INTRODUÇÃO	32
III.2	- SISTEMAS PURAMENTE TÉRMMICOS	33
III.2.1	- SEM CUSTO DE LIGAÇÃO	33
III.2.2	- COM CUSTO DE LIGAÇÃO	34
III.3	- SISTEMAS HIDRO-TÉRMICOS	35
III.3.1	- USINAS HIDRÁULICAS DESACOPLADAS	36
III.3.1.1	- SEM REPRESENTAÇÃO DA REDE ELÉTRICA	36
III.3.1.2	- COM REPRESENTAÇÃO DA REDE ELÉTRICA - MODELO DC	38
III.3.1.3	- COM REPRESENTAÇÃO DA REDE ELÉTRICA - MODELO AC	39
III.3.2	- USINAS HIDRÁULICAS ACOPLADAS	39
III.3.2.1	- SEM REPRESENTAÇÃO DA REDE ELÉTRICA	39
III.3.2.2	- COM REPRESENTAÇÃO DA REDE ELÉTRICA - MODELO DC	43
III.3.2.3	- SEM REPRESENTAÇÃO DA REDE ELÉTRICA - MODELO AC	44
III.3.2.4	- COM CUSTO DE PARTIDA	46
III.4	- SISTEMAS PURAMENTE HIDRÁULICOS	47
III.5	- COMENTÁRIOS GERAIS	48
Cap. IV	- METODOLOGIA PROPOSTA	50
IV.1	- INTRODUÇÃO	50
IV.2	- FORMULAÇÃO DO PROBLEMA	51
IV.3	- METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO	56
IV.3.1	- OPERAÇÃO ELÉTRICA - FLUXO DE CARGA ATIVO ÓTIMO	59
IV.3.2	- A OPERAÇÃO HIDRÁULICA	63
IV.3.3	- METAS ENERGÉTICAS	64

IV.4	-	RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO ELÉTRICA ATRAVÉS DE UM ALGORITMO DE FLUXO EM REDE	67
Cap. V	-	IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL E RESULTADOS NUMÉRICOS	74
V.1	-	INTRODUÇÃO	74
V.2	-	INICIALIZAÇÃO DOS CUSTOS	75
V.2.1	-	FACTIBILIZAÇÃO DAS METAS DIÁRIAS	75
V.3	-	FACTIBILIZAÇÃO DAS METAS SEMANAIS	81
V.4	-	RESOLUÇÃO DO SUBPROBLEMA ELÉTRICO POR UM ALGORITMO DE FLUXO EM REDE	93
V.4.1	-	SOLUÇÃO INICIAL - FASE I	93
V.4.2	-	FASE II	97
V.5	-	RESOLUÇÃO DOS SUBPROBLEMAS ELÉTRICOS DOS PRÓXIMOS INTERVALOS	102
V.5.1	-	VARIAÇÃO DE CARGA DE UM INTERVALO A OUTRO	103
V.6	-	OTIMIZAÇÃO ELÉTRICA COM RESTRIÇÕES HIDRÁULICAS	106
V.6.1	-	TEMPO DE ATRASO DIFERENTE DE ZERO	106
V.6.2	-	TEMPO DE ATRASO NULO	108
V.7	-	COMENTÁRIOS GERAIS	109
		CONCLUSÃO	111
APÊNDICE I	-	CRITÉRIOS DE DESEMPENHO DO SISTEMA ELÉTRICO	113
APÊNDICE II	-	CÁLCULO APROXIMADO DAS PERDAS DE POTÊNCIA ATIVA NA REDE DE TRANSMISSÃO	117
		REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	121

## APRESENTAÇÃO

Neste trabalho é proposta uma abordagem ao problema de planejamento da operação de curto prazo de sistemas hidrotérmicos predominantemente hidráulicos. A metodologia proposta considera a operação de curto prazo de sistemas hidráulicos de grande porte, levando em conta as restrições operativas do sistema de transmissão.

Inicialmente, analisa-se brevemente a operação de sistemas de energia elétrica, com o intuito de situar o problema de planejamento da operação de curto prazo no contexto da operação global do sistema.

No segundo capítulo, caracteriza-se a operação dos sistemas térmico, hidráulico e elétrico, destacando características operacionais importantes no horizonte de curto prazo. Para cada sistema apresenta-se uma representação matemática. E, no terceiro capítulo, apresenta-se uma revisão bibliográfica.

No quarto capítulo, uma metodologia para o planejamento da operação de curto prazo é apresentada. E, finalmente, no quinto capítulo, são apresentados detalhes da implementação computacional da metodologia proposta, e os resultados de sua aplicação a dois sistemas ilustrativos.

## CAPÍTULO I

### PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA

#### I.1 - INTRODUÇÃO

A operação de um sistema de energia elétrica visa, prioritariamente, o atendimento das necessidades de um dado mercado consumidor, em termos de energia elétrica. Este atendimento deve satisfazer a determinados requisitos, tendo em vista a sua qualidade e custos econômicos. O modo como cada um destes aspectos influi na operação depende das características de cada sistema. No entanto, alguns requisitos básicos são válidos para todos os tipos de sistemas:

i) A demanda primária deve ser sempre atendida, pois, ao contrário, incorre-se em graves prejuízos de ordem econômica e social. O atendimento da demanda secundária ( consumo intermitente, exportação de energia, etc...), por outro lado, é passível de negociação quanto ao custo e ao modo de atendimento, dependendo das condições de oferta e demanda do sistema.

ii) A qualidade do atendimento depende, principalmente, dos seguintes fatores [41] : constância na frequência e tensão, e um nível mínimo de confiabilidade.

As variações na frequência e tensão afetam o desempenho de muitos equipamentos, principalmente, as máquinas síncronas, relógios e medidores elétricos. Esta estabilidade na frequência e tensão depende do equilíbrio entre as demandas e as gerações das potências ativa e reativa. Este ponto de equilíbrio é variável ao longo do tempo, pois, as demandas das potências ativa e reativa variam a todo instante. A manutenção deste equilíbrio é obtida através do Controle Automático de Geração [69].

O nível de segurança depende da capacidade do sistema de assimilar faltas imprevistas, tais como, sobrecargas, perdas de unidades geradoras, de transformadores e de linhas de transmissão, sem a interrupção de fornecimento aos consumidores.

Como os requisitos, acima mencionados, estão mais fortemente relacionados com a operação em tempo real do sistema, e, mais especificamente, com a operação do sistema elétrico, tais requisitos são designados de confiabilidade elétrica.

iii) Porém, a confiabilidade depende também da disponibilidade de recursos energéticos, como por exemplo, óleo combustível e água armazenada nos reservatórios, para atender a demanda mesmo nos períodos críticos. Este último aspecto, por depender da operação energética do sistema, é designado de confiabilidade energética.

iv) Os custos operativos dependem de diversos fatores, entre os quais os custos de produção, manutenção e expansão do sistema.

Alguns dos aspectos da operação do sistema, acima relacionados, são definidos a nível de planeamento da expansão do sistema, como é o caso de dimensionamentos de equipamentos, enquanto que outros aspectos dependem mais da operação e do planeamento da operação do sistema, como é o caso da segurança operacional e a confiabilidade energética. No caso dos aspectos relacionados com a operação, alguns destes são mais fortemente influenciados pelo modo de operação em tempo real, como é o caso do controle de carga e frequência. Outros aspectos necessitam de uma visão da operação mais a longo prazo, e são definidos a nível do planeamento da operação, como é o caso da confiabilidade energética. Entretanto, o planeamento da operação e a operação em tempo real são fortemente relacionados entre si. De um lado, o planeamento fornece parâmetros para a operação em tempo real de modo a procurar assegurar que a operação esteja de acordo com as expectativas a longo prazo, e, por outro lado, as condições operativas da operação em tempo real condicionam o planeamento de tal forma que seja operacionalmente factível.

## I.2 - OPERAÇÃO EM TEMPO REAL E PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO

O estabelecimento da relação entre a operação em tempo real e o planeamento da operação é de difícil equacionamento, pois, na operação as condições são ditadas mais em função das restrições de operação do sistema elétrico, enfrentando problemas como controle de carga e frequência, estabilidade, etc... Já, no planeamento, a operação do sistema é considerada em termos médios

e o aspecto energético passa a ser mais importante do que o aspecto elétrico.

Um outro aspecto, que complica o problema, é que o planejamento da operação depende do tipo de sistema. Por exemplo, para sistemas térmicos, a alocação da carga entre as unidades geradoras é extremamente importante em termos de custos econômicos, enquanto que, para sistemas hidráulicos, isto é pouco significativo, pois, o seu custo direto de geração é desprezível. Entretanto, do ponto de vista operacional, o sistema hidráulico constitui, em geral, um sistema operacionalmente mais complexo devido a interdependência espacial e temporal entre as suas unidades. Além disso, em sistemas hidráulicos de grande porte, a consideração do sistema de transmissão torna-se importante porque, em geral, as unidades hidráulicas se encontram a grandes distâncias dos centros de consumo. Já os sistemas térmicos, por sua vez, não apresentam interdependência operacional entre as unidades geradoras e se localizam, em geral, próximos dos centros de carga. No entanto, apresentam outras restrições operativas, como é o caso de limites de tomada de carga e restrições de variação na configuração das unidades em operação.

Em síntese, pode-se afirmar que, a grosso modo, a operação em tempo real constitui um problema elétrico (operação elétrica), enquanto que, o planejamento da operação trata do gerenciamento da disponibilidade de recursos energéticos no tempo (operação energética).

### I.3 - A CADÉIA DE PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO

A questão da disponibilidade de recursos, por sua vez, é mais crítica nos sistemas hidráulicos, pois, o montante de recursos disponíveis depende das afluências naturais às hidroelétricas. Estas afluências são incertas e limitadas e obedecem a um ciclo anual, composto de um período chuvoso e um

período seco. Além deste ciclo anual, podem ocorrer, ainda, sequências de anos com baixas aflúncias. Devido a estas características, há a necessidade de um planejamento que considere a operação por vários anos [64].

O planejamento da operação de um sistema hidrotérmico de grande porte, que considere um horizonte de vários anos, constitui um problema extremamente complexo devido as aleatoriedades nas vazões naturais, as características não lineares do sistema e a sua dimensão. Para contornar estas dificuldades o planejamento é, geralmente, dividido em três etapas com as características apresentadas a seguir [64] :

i) Planejamento de Longo Prazo : Considera a operação por vários anos, onde os sistemas hidráulico e térmico são representados, respectivamente, por um único reservatório equivalente, expressos em termos de energia, e uma única unidade térmica equivalente. As vazões naturais são, também, representadas por uma aflúncia equivalente em termos de energia, levando-se em conta a estocasticidade das vazões afluentes [5]. O objetivo é avaliar as condições de atendimento dos requisitos de mercado, em termos de economia e confiabilidade energética. Determina-se, nesta etapa, a proporção entre a geração hidráulica total e a geração térmica total ao longo do horizonte e o correspondente custo marginal. No caso do sistema sul/sudeste brasileiro o horizonte considerado é de 5 anos.

ii) Planejamento de Médio Prazo : Considera a operação individualizada, tanto do sistema hidráulico quanto do sistema térmico, relativo ao primeiro ano do horizonte de longo prazo. O objetivo desta etapa é determinar uma política de operação individualizada para cada unidade geradora, atendendo as suas restrições operativas e a demanda global a cada intervalo, e de acordo com os custos definidos no planejamento de longo prazo. Este planejamento determina a disponibilidade semanal de recursos

para cada reservatório, em termos de volume total de água a ser utilizado durante a semana. Este dado é fornecido ao planejamento de curto prazo e constitui a meta energética de curto prazo a ser satisfeita pelo planejamento de curto prazo.

O problema de planejamento de médio prazo tem sido tratado por alguns autores [56] como um problema de natureza estocástica, às custas da representação individualizada das unidades hidráulicas. Outros autores tratam o problema deterministicamente [11], [20], atualizando a solução de acordo com a operação verificada.

iii) Planejamento de Curto Prazo : Neste planejamento determina-se a alocação da geração entre as unidades hidroelétricas e térmicas sobre um horizonte de curto prazo, usualmente uma semana discretizada em intervalos horários. Por se tratar de um problema de planejamento para um horizonte muito próximo da operação em tempo real, tem por objetivo a compatibilização da operação elétrica com a operação energética. Ou seja, o planejamento de curto prazo fornece à operação em tempo real uma referência, visando assegurar a confiabilidade e a economia energética do sistema.

Supondo-se que as condições previstas, em termos de demanda de carga, vazão afluente e disponibilidade de equipamentos, se confirmem na operação real, então o despacho em cada intervalo deverá ser aproximadamente igual à programação fornecida pelo planejamento de curto prazo. Como o despacho em cada intervalo, por sua vez, fornece o ponto de operação base e os fatores de participação para o controle em tempo real do sistema [63], [71], então, o planejamento de curto prazo deverá considerar detalhadamente as condições operacionais do sistema, para assegurar uma programação operacionalmente factível e coerente com as metas energéticas semanais.

O problema do planejamento a curto prazo é, em geral, tratado como um problema determinístico, pois, consegue-se obter

uma boa previsão de afluência e de carga.

#### I.4 - OBJETIVO DA TESE

O objetivo desta tese é desenvolver uma abordagem ao problema de planejamento da operação de curto prazo de sistemas predominantemente hidráulicos. Tais sistemas apresentam, em geral, um sistema hidráulico de grande porte, constituído de unidades de diferentes características, incluindo desde reservatórios de regularização plurianual até unidades a fio d'água, com restrições operacionais, ambientais, econômicas, etc... Além disso, estas fontes geradoras geralmente se localizam afastadas dos grandes centros de consumo, necessitando, assim, de um sistema de transmissão de grande porte. Devido a estas características faz-se necessário abordagens que tratem adequadamente tais sistemas. A metodologia desenvolvida neste trabalho considera em detalhe a operação do sistema hidráulico, considerando, ainda, as restrições de capacidade do sistema de transmissão, em termos de potência ativa, além de compatibilizar a operação de curto prazo com as metas energéticas estabelecidas pelos planejamentos de longo e médio prazos.

## CAPÍTULO II

### OPERAÇÃO DE CURTO PRAZO DE SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA

#### II.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo, apresentam-se as características da operação de curto prazo de sistemas de energia elétrica e uma representação matemática para os diversos subsistemas que o compõe. O sistema de energia elétrica, a ser considerado, é constituído de um sistema de geração, composto de usinas hidroelétricas e térmicas, e um sistema de transmissão que interliga as gerações aos centros de consumo.

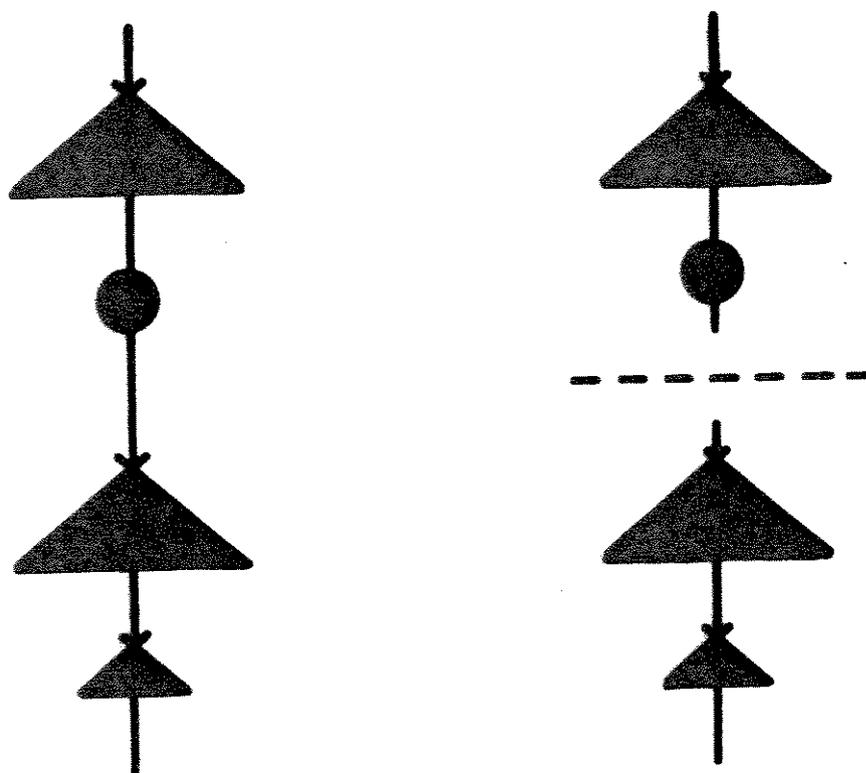
## II.2 - SISTEMA HIDRÁULICO

A operação do sistema hidroelétrico no horizonte de curto prazo é condicionada, de um lado, pelas disponibilidades de recursos hídricos, estabelecida nos planejamentos de longo e médio prazos, e, por outro lado, pelas condições operacionais do sistema hidráulico e do sistema elétrico. Estas condições dependem das características de cada unidade, do seu estado atual em termos de disponibilidade de máquinas e volume armazenado, das previsões de aflúncias incrementais (laterais), das dependências operacionais entre as unidades em consequência dos acoplamentos hidráulicos e da coordenação com outros usos da água como irrigação, recreação, navegação, etc...

O sistema hidroelétrico a ser considerado é constituído de usinas hidroelétricas convencionais em cascata, com características bem variadas, que vão desde usinas com reservatórios de regularização plurianual até unidades a fio d'água. Existem, basicamente, três tipos de usinas hidroelétricas. As usinas do primeiro tipo são as usinas com reservatórios de grande capacidade de regularização, que apresentam uma dinâmica muito lenta, mantendo praticamente inalteradas as suas cotas de montante no horizonte de curto prazo. Do segundo tipo são as usinas com reservatórios de média e pequena capacidade de regularização, que podem acumular água durante alguns períodos do horizonte de curto prazo para utilização em outros períodos. E, por último, as usinas a fio d'água, as quais mantêm suas cotas de montante constantes por ausência de reservatórios.

No horizonte de curto prazo, os reservatórios de grande capacidade de regularização são pouco sensíveis às operações a montante. Assim, estes reservatórios permitem simplificar a representação do sistema hidroelétrico, decompondo a cascata em sub-cascatas independentes [51] (figura II.1). Por outro lado, as

unidades de pequeno e médio porte são mais sensíveis às variações em seus volumes armazenados, e, conseqüentemente, são sensíveis às operações a montante. Para essas unidades é importante uma representação detalhada de sua operação.



onde

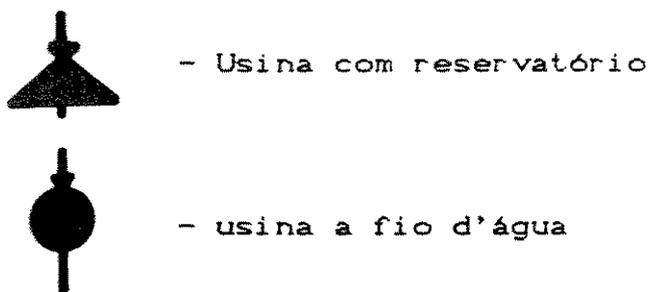


Figura II.1

Por outro lado, a variação na turbinagem durante um horizonte de curto prazo é, geralmente, significativa, pois, a grosso modo, a turbinagem varia de acordo com a demanda de carga, de forma que ao longo de um dia, uma unidade pode operar com turbinagem mínima no intervalo de demanda mínima e turbinagem máxima nos intervalos de demanda de pico. A título de ilustração, as tabelas II.1 e II.2 mostram as variações percentuais nas produtividades em função das variações no volume armazenado e na vazão defluente de diversas unidades hidráulicas do sistema sul/sudeste brasileiro. A tabela II.1 apresenta as variações percentuais nas produtividades supondo-se variações percentuais nos volumes armazenados respectivamente de 5% e 10% do volume útil a partir do volume máximo. E a tabela II.2 apresenta as variações percentuais em função das variações na turbinagem, desde a turbinagem mínima até a turbinagem média (50%) e da turbinagem mínima até a turbinagem máxima (100%), respectivamente.

Dos valores apresentados nas tabelas II.1 e II.2, pode-se observar que variações percentuais significativas ocorrem em função das variações na cota de jusante. Por outro lado, as variações no volume armazenado no horizonte de curto prazo são pequenas, raramente atingindo variações dessas ordens. Portanto, para a grande maioria das usinas do sistema sul/sudeste brasileiro a produtividade no horizonte de curto prazo é influenciada principalmente pela variação na cota de jusante.

Do acima exposto, pode-se concluir que a operação de curto prazo de um sistema hidroelétrico em cascata é equivalente à operação de um conjunto de sub-cascatas menores e independentes, onde a produtividade das usinas é, em geral, mais sensível à variação da cota de jusante.

usina	5%	10%
CAMARGOS	1.1	2.4
FURNAS	.5	1.9
PEIXOTO	.8	2.3
VOLTA GRANDE	1.3	2.7
GRAMINHA	.6	1.3
MARIMBONDO	.9	2.3
AGUA VERMELHA	.8	2.3
EMBORCAÇÃO	1.2	2.5
ITUMBIARA	.9	2.4
SÃO SIMÃO	.5	1.1
ILHA SOLTEIRA	.7	1.5
BARRA BONITA	1.4	3.3
PROMISSÃO	.7	1.9
JURUMIRIM	.9	2.5
XAVANTES	.5	1.2
CAPIVARA	1.3	3.0
ITAIPU	.6	1.8
FOZ DO AREIA	.1	.2
SALTO SANTIAGO	.9	1.9
SALTO OSORIO	.4	.9
JAGUARI	1.8	3.6
PARAIBUNA	.8	1.7

tabela II.1

50%	100%
.0	.0
1.6	4.2
6.4	15.3
1.5	2.7
.0	.0
3.9	9.2
2.8	9.5
.0	.0
2.9	5.7
1.9	3.0
1.8	3.5
3.9	8.0
4.6	10.3
1.8	3.9
.9	2.5
1.5	3.6
5.9	13.5
.0	.0
.0	.0
.0	.0
.0	.0
.0	.0

tabela II.2

Apresenta-se, a seguir, uma representação matemática para a operação de um sistema hidroelétrico.

1 - Metas Energéticas : definem a disponibilidade total de recursos hídricos ao longo do horizonte de curto prazo para cada unidade. As metas energéticas são definidas no

planejamento de médio prazo visando, principalmente, otimizar o aproveitamento dos recursos hídricos afluentes ao sistema ao longo do ano, gerenciando as transferências de grandes blocos de energia dos períodos úmidos para os períodos secos. As unidades que efetivamente contribuem neste processo de transferência são os grandes reservatórios, que são as únicas unidades que possibilitam o armazenamento da vazão excedente nas cheias. As demais unidades, com reduzida ou nenhuma capacidade de regularização, podem ser consideradas como unidades a fio d'água e agregadas às gerações dos reservatórios de grande capacidade imediatamente a montante [36]. Assim, as metas energéticas são definidas unicamente para os reservatórios de longo prazo:

$$\sum_{t=1}^{\tau} u_j^t = m_j, \quad j \in RL$$

onde  $u_j^t$  - defluência da usina  $j$  no período  $t$ ,

$m_j$  - meta energética da usina  $j$ ,

$\tau$  - número de intervalos de tempo,

RL - conjunto de reservatórios de grande capacidade de regularização.

Para os reservatórios de pequeno e médio porte, que no horizonte de longo prazo são considerados como unidades a fio d'água, não são definidos metas energéticas, adotando-se que a disponibilidade total de recursos hídricos para essas unidades é igual à afluência total ao reservatório ao longo do horizonte. Ou seja, o reservatório deverá terminar com o mesmo armazenamento que começou. Portanto, para o reservatório de pequeno/médio porte  $k$ , a disponibilidade de recursos hídricos é definida como :

$$\sum_{t=1}^T u_k^t = \sum_{s \in S_k} \left[ \sum_{t=1}^T u_{sk}^{t-\tau_{sk}} \right] + \sum_{t=1}^T y_k^t$$

onde  $S_k$  - conjunto das usinas imediatamente a montante da usina  $k$ ,

$\tau_{sk}$  - tempo de atraso de transporte da água entre os reservatórios  $s$  e  $k$ ,

$y_k^t$  - afluência incremental (lateral) da usina  $k$  no período  $t$ .

Portanto, as disponibilidades acima definidas são consideradas as metas para as unidades de pequeno e médio portes. Desse modo, para todos os reservatórios são definidas metas energéticas. O conjunto de todos os reservatórios será designada pela letra  $R$ .

2 - Equação dinâmica : representa a evolução temporal do volume armazenado. Conhecer exatamente o volume armazenado a cada intervalo é importante para os reservatórios de pequeno/médio porte.

$$v_j^{t+1} = v_j^t + y_j^t + \sum_{s \in S_j} u_{sj}^{t-\tau_{sj}} - u_j^t \quad , j \in RC$$

onde  $v_j^t$  - volume armazenado no reservatório  $j$  no período  $t$ ,  
 RC - conjunto de reservatórios de curto prazo.

Quanto às unidades a fio d'água, estas estão sujeitas a uma restrição que estabelece a sua defluência em função das defluências das unidades imediatamente a montante, defasadas dos tempos de atraso de transporte da água :

$$u_j^t = \sum_{s \in S_j} u_s^{t-\tau_{sj}} + y_j^t \quad , j \in FD$$

onde FD - conjunto de todas as unidades a fio d'água.

3 - Função de geração : A potência gerada em uma usina hidroelétrica é função da vazão turbinada, do rendimento do conjunto turbina-gerador e da altura de queda, que por sua vez, é função do volume armazenado e da vazão defluente. No sistema brasileiro, a fórmula comumente utilizada para representar a geração é a seguinte :

$$P_j^t = \rho_j ( b_{1j}(v_j^t) - b_{2j}(u_j^t) ) q_j^t \quad , j \in H \quad (1)$$

onde  $p_j^t$  - potência ativa gerada na usina  $j$  no período  $t$ ,  
 $\rho_j$  - constante que depende do rendimento do conjunto turbina/gerador,

- $h_{1j}$  - polinômio que fornece a cota do reservatório  $j$  em função do volume armazenado,
- $h_{2j}$  - polinômio que fornece a cota do canal de fuga em função da vazão defluente,
- $q_j^t$  - turbinagem,  $q_j^t = \min \langle u_j^t, q_j^M \rangle$ ,
- $q_j^M$  - engolimento máximo da turbina.
- $H$  - conjunto de todas as unidades hidráulicas.

Na equação (1), a altura de queda é dada pela diferença entre os polinômios  $h_1$  e  $h_2$  e o rendimento é considerado constante. Esta é uma representação aproximada que pode acarretar erros significativos em relação aos valores reais, pois, na operação em tempo real, este rendimento apresenta variações em função do seu ponto de funcionamento. Esta é uma representação conveniente para o planejamento de médio prazo, onde considera-se a operação em termos médios. Para o planejamento de curto prazo é necessária uma função de geração que considere mais detalhadamente a operação da usina. Porém, a representação da geração através de uma função analítica nem sempre é possível. Em muitos casos a relação entre a geração, o volume armazenado e a turbinagem é representada por um conjunto de curvas. Em outros casos, pode-se obter uma função de geração que apresente não diferenciabilidade em alguns pontos [9], e até casos em que os valores reais de geração em função do armazenamento e defluência só são disponíveis em valores tabelados [32]. Neste trabalho, a representação acima será adotada, pois para a geração de funções mais realistas seria necessário um levantamento de dados reais, tarefa que foge ao escopo deste trabalho.

#### 4 - Limites de Defluência e Turbinagem :

$$u_j^m \leq u_j^t \leq u_j^M, \quad t=1,T, \quad j \in H \quad (2)$$

$$q_j^m \leq q_j^t \leq q_j^M, \quad t=1,T, \quad j \in H \quad (3)$$

O limite mínimo de defluência (2) depende da capacidade de turbinagem mínima e restrições de usos da água a jusante, e o limite superior depende da capacidade máxima de turbinagem e vertimento e também de restrições de usos da água a jusante. Os limites de turbinagem (3) dependem das capacidades mínima e máxima de engolimento das turbinas, e portanto da disponibilidade de máquinas.

A restrição (3) supõe uma faixa de operação contínua entre a turbinagem mínima e a turbinagem máxima. Entretanto, para algumas unidades esta faixa de operação apresenta descontinuidades, principalmente devido a problemas de cavitação.

#### 5 - Limites de Armazenamento nos Reservatórios :

$$v_j^m \leq v_j^t \leq v_j^M, \quad t=1,T, \quad j \in H$$

Estes limites não são dados somente pelos limites físicos dos reservatórios. Outros aspectos devem ser levados em conta como controle de cheias, irrigação e navegação.

### II.3 - SISTEMA TÉRMICO

A operação de um sistema térmico apresenta características totalmente diferentes da operação de um sistema hidráulico pois, a princípio, o sistema térmico não está sujeito à limitações de recursos, não há dependência operacional entre as unidades e a sua operação é condicionada por um alto custo, devido ao preço dos combustíveis. Quanto ao tempo de partida, as unidades térmicas são, em geral, muito mais lentas do que as usinas hidráulicas, devido ao tempo de aquecimento das caldeiras. E, finalmente, as usinas hidráulicas apresentam menos restrições de tomada de carga do que as unidades térmicas. O custo de operação das usinas térmicas depende, basicamente, do custo de ligação e do custo de geração. Todos os aspectos acima apontados variam muito, dependendo do tipo de unidade. Por exemplo, as usinas a gás são mais caras do que as usinas a carvão, porém requerem um tempo de ligação menor [29].

As restrições de entrada e saída definem as possibilidades de variação na configuração das unidades em operação ao longo do horizonte. A otimização da configuração térmica é particularmente importante para sistemas predominantemente térmicos, onde a variação da carga é acompanhado por geração térmica. Associado à partida da unidade, há um custo devido ao tempo de aquecimento de suas caldeiras e este custo depende do intervalo de tempo em que a unidade térmica ficou desativada. Comumente este custo é expresso por uma função exponencial do tempo de desativação [7] :

$$g(z) = g_0 (1 - e^{-\alpha z})$$

onde  $g_0$  é o custo de ligação a partir da máquina fria,  $\alpha$  é a taxa de resfriamento e  $z$  é o tempo em que a máquina ficou desativada.

Além deste custo de ligação, a entrada/saída das unidades térmicas está, em geral, sujeita a outras restrições [8], tais como, tempo de funcionamento mínimo, tempo de desativação mínima, número máximo de partidas ao longo do horizonte e número máximo de unidades partindo em um mesmo intervalo de tempo. Estas restrições são funções das variáveis booleanas ( $\mu$ ), e que aqui serão sinteticamente representadas por

$$\underline{\mu}^t \in G, \quad t=0, T-1$$

onde  $G$  - conjunto das soluções que atendem as restrições de entrada e saída de unidades térmicas.

Em termos de modelo matemático, a operação de curto prazo de um sistema térmico pode ser representada por :

1 - Minimização dos custos de operação :

$$h = \sum_{t=1}^T \left( \sum_{i \in I} [ g_i(z_i^t) \mu_i^t + c_i(p_i^t) ] \right) \quad (4)$$

onde  $I$  - conjunto de todas as unidades térmicas.

2 - Restrições de entrada e saída :

$$\underline{p}_i^t \in G \quad , \quad t = 0, T-1 \quad (5)$$

3 - Restrições de produção :

3.1 - Limites de geração :

$$p_i^m \leq p_i^t \leq p_i^M \quad (6)$$

3.2 - Restrições de tomada de carga :

$$| p_i^t - p_i^{t-1} | \leq l_i \quad (7)$$

onde  $l_i$  - máxima variação na geração da usina térmica  $i$  de um intervalo a outro.

O modelo matemático (4) - (7) constitui um problema misto de difícil resolução quando aplicado a sistemas reais de grande porte. A resolução deste problema já foi extensamente pesquisado [8], [10], [47], [62], principalmente, dando ênfase a metodologias aplicáveis a sistemas de grande porte.

## II.4 - SISTEMA ELÉTRICO

A cada período, as gerações hidráulicas mais as gerações térmicas devem atender a demanda média de carga daquele período. Para o transporte destas potências geradas até os pontos de carga é necessário um sistema de transmissão e de distribuição. Historicamente, os primeiros sistemas de energia elétrica necessitavam de pequenos sistemas de transmissão pois as gerações localizavam-se próximas dos centros de carga. Para atender ao crescimento da demanda de energia elétrica necessitou-se, cada vez mais, do transporte de grandes blocos de energia a grandes distâncias, seja pela exploração de potenciais hídricos afastados ou pela interligação com outros sistemas.

A exploração de potenciais hídricos afastados é característico de sistemas predominantemente hidráulicos, como é o caso brasileiro. Em particular, no sistema sul/sudeste brasileiro, a concentração de geração hidráulica se dá no interior do país, principalmente nos rios Grande, Paraná, Tieté, Paranapanema e Iguçu, ao passo que, os principais centros de consumo estão localizados próximos ao litoral. O sistema de transmissão brasileiro já possui linhas de transmissão de aproximadamente 1.000 km. Além disso, existem projetos para a exploração do potencial hidroelétrico da região amazônica, o qual exigirá linhas de transmissão com mais de 2.000 km [55].

A interligação entre sistemas tomou grande impulso a partir da Segunda Guerra Mundial. Inicialmente, por uma questão estratégica, as interligações eram utilizadas somente em situações emergenciais. Posteriormente, o intercâmbio passou a ser de uso cotidiano devido a motivações econômicas e maior segurança operacional. No caso brasileiro, além de projetos de interligação entre os sistemas nacionais, já existe um projeto de interligação com o sistema argentino.

Neste contexto, é importante levar em conta as condições operacionais do sistema de transmissão, pois, estas também condicionam o planejamento da geração.

#### II.4.1 - ATENDIMENTO DA DEMANDA GLOBAL - DESPACHO ECONÔMICO

Na operação em tempo real, a cada intervalo, em geral de 5 minutos [57], é resolvido um problema no qual define-se as gerações hidráulicas e térmicas para aquele intervalo. Este problema é conhecido como despacho econômico, o qual aloca a carga entre os geradores, de modo a atender a demanda global daquele intervalo.

O problema de despacho econômico surgiu da necessidade de alocar economicamente a carga entre as unidades térmicas com custos e características diferentes. No início dos anos 30, Steinberger e Smith [65] demonstraram que a solução mais econômica era operar todas as unidades ao mesmo custo marginal. Isto pode ser facilmente demonstrado solucionando-se o seguinte problema:

$$\text{Min } \sum_{i \in I} c_i(p_i)$$

$$\text{s. a } \sum_{i \in I} p_i = d \quad (\lambda) \quad (13)$$

Definindo a função Lagrangeana por:

$$L = \sum_{i \in I} [c_i(p_i) - \lambda p_i] + \lambda d$$

a solução ótima [43] do problema será dada pela seguinte condição de estacionaridade da função Lagrangeana :

$$\frac{\partial L}{\partial p_i} = \frac{\partial c_i}{\partial p_i} - \lambda = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial c_i}{\partial p_i} = \lambda$$

O multiplicador de Lagrange ( $\lambda$ ) representa economicamente o custo marginal do sistema, e é interpretado como o custo adicional para o atendimento de 1 MW a mais na demanda. Nesta formulação, considera-se somente o atendimento da demanda global (barra única), não levando-se em conta as restrições do sistema de transmissão e nem as perdas. Tal abordagem simplificada é aceitável para sistemas de transmissão de pequeno porte que não apresentam sobrecargas. Em particular, os sistemas térmicos de pequeno porte são, em geral, sistemas deste tipo, pois as unidades geradoras se localizam próximos dos centros de carga.

Posteriormente, as perdas no sistema de transmissão ( $P_L$ ), geralmente aproximadas por uma função quadrática das injeções de potência nas barras [40], foram incluídas na equação de balanço de carga (13).

$$\sum_{i \in I} p_i = d + p_L$$

A solução ótima para sistemas com perdas é dado por (14), onde o fator de penalização ( $fp_i$ ) pode ser interpretado como um fator que estima, aproximadamente, a perda causada por uma variação incremental na injeção de potência na usina  $i$ . Novamente, esta abordagem também só é aceitável para sistemas que não apresentam sobrecarga.

$$\frac{\partial c_i}{\partial p_i} (fp_i) = \lambda \quad (14)$$

onde

$$fp_i = \frac{1}{1 - \frac{\partial p_L}{\partial p_i}}$$

## II.4.2 - FLUXO DE CARGA ÓTIMO

No modelo apresentado em II.4.1, o sistema de transmissão não é considerado, assegurando somente o atendimento da demanda global. A partir da formulação do problema de fluxo de carga ótimo, apresentado por Carpentier em 1962 [17], foi possível representar rigorosamente todas as condições operacionais do sistema elétrico, supondo-se uma situação de regime permanente. A diferença básica entre os modelos de despacho econômico e os modelos de fluxo de carga ótimo é a substituição da equação de balanço de carga (barra única) pelas equações do fluxo de carga na rede de transmissão. Estas equações, além de considerar o balanço de demanda em cada barra do sistema, incluindo as perdas, fornecem ainda o fluxo de potência ativa e reativa em cada linha, possibilitando, assim, gerenciar os seus limites de capacidade.

A formulação geral do problema de fluxo de carga ótimo pode ser sinteticamente colocada na forma [19] :

$$\text{Min } c(\underline{s}, \underline{r}) \quad (15)$$

$$\text{s.a } f(\underline{s}, \underline{r}) = 0 \quad (16)$$

$$\underline{s}^m \leq \underline{s} \leq \underline{s}^M \quad (17)$$

$$\underline{r}^m \leq \underline{r} \leq \underline{r}^M \quad (18)$$

onde  $s$  é o vetor das variáveis controláveis como, por exemplo, geração de potência ativa e magnitude de tensão nas barras de geração, taps variáveis de transformadores, geração de reativo em capacitores e reatâncias, etc... O vetor das variáveis de estado  $r$  compreende todas as outras variáveis necessárias para definir o estado do sistema, como os ângulos de fase das barras e as magnitudes de tensão nas barras de carga.

A função objetivo (15) mais usual é o custo de operação, porém, outros objetivos também podem ser adotados, tais como, perdas no sistema elétrico ou desvio de um dado ponto de operação. A restrição (16) estabelece a relação entre as variáveis  $r$  e  $s$ , através das equações do fluxo de carga, as quais representam as leis de Kirchhoff e asseguram o atendimento das demandas ativa e reativa. As restrições (17)-(18) representam os limites das variáveis.

#### II.4.3 - FLUXO DE CARGA ATIVO ÓTIMO

O inconveniente da formulação acima é o alto custo computacional para a sua resolução, devido, principalmente, a restrição não linear (16). Uma abordagem alternativa, que assegura a factibilidade elétrica do ponto de vista de potência ativa, são os modelos que utilizam uma representação linearizada das equações do fluxo de carga. Estas formulações se baseiam na hipótese de que a potência ativa depende fortemente dos ângulos de tensão nodal e fracamente das magnitudes de tensão, e a potência reativa depende fortemente das magnitudes de tensão e fracamente dos ângulos de

tensão nodal [48]. Estas suposições só são válidas para sistemas de transmissão que operam em alta tensão. O desvio que este modelo linearizado apresenta em relação a solução do fluxo de carga completo é geralmente pequeno, da ordem de 5 % para o sistema brasileiro [53]. Para fins de planejamento, tal precisão é suficiente, pois, deseja-se apenas ter uma estimativa aproximada do fluxo de potência no sistema de transmissão.

A formulação básica é dada por :

$$\text{Min } \delta(\underline{p}, \underline{f})$$

$$\text{s. a } \underline{p} = B \underline{\theta}$$

$$f_i = \Delta\theta_i / x_i$$

$$\underline{f}^m \leq \underline{f} \leq \underline{f}^M$$

$$\underline{p}^m \leq \underline{p} \leq \underline{p}^M$$

onde  $\underline{p}$  é o vetor de injeções de potência ativa nas barras. As injeções nas barras de carga são conhecidas e iguais às suas cargas.  $\underline{\theta}$  é o vetor de ângulos de fase das magnitudes de tensão,  $f_i$  é o fluxo de potência ativa na linha  $i$ ,  $\Delta\theta_i$  é a abertura angular na

linha  $i$ , e  $B$  é uma matriz do tipo susceptância. O objetivo do problema acima é determinar as gerações e os fluxos de potência ativa nas linhas de transmissão, de modo a otimizar um critério de desempenho do sistema de transmissão.

Os elementos da matriz admitância são dados por :

$$b_{ii} = \sum_{m \in V_i} x_{im}^{-1}$$

$$b_{ij} = -x_{ij}^{-1}$$

A resolução do fluxo de carga linearizado pode também ser interpretada como a determinação da corrente em um circuito de corrente contínua, fazendo-se uma analogia entre a injeção de potência ativa com a injeção de corrente, o fluxo de potência ativa com a corrente em cada linha, o ângulo de fase com a tensão em cada nó e a reatância com a resistência. Desse modo, há uma maneira alternativa para se determinar o fluxo de potência nas linhas através da resolução de um problema de mínimo esforço elétrico [49] :

$$\text{Min} \quad \frac{1}{2} \underline{f}' \times \underline{f} \quad (36)$$

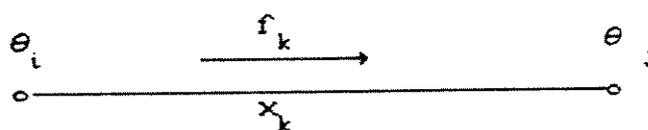
$$\text{sujeito a} \quad : \quad A \underline{f} = p \quad (37)$$

$$\underline{f}^m \leq \underline{f} \leq \underline{f}^M \quad (38)$$

$$\underline{p}^m \leq p \leq \underline{p}^M$$

É possível mostrar [2] que a solução deste problema é equivalente a solução do fluxo de carga linearizado, desde que a sua solução ótima não apresente fluxos em algum de seus limites (38). Isto ocorre apesar de que a formulação acima considere como restrição somente a primeira lei de Kirchhoff (37), a qual representa a lei dos nós. Na verdade, a 2ª. lei é assegurada pela função objetivo na solução ótima.

A segunda lei de Kirchhoff exige que o somatório das "quedas de tensões" em qualquer malha na rede de transmissão seja nula. No modelo linearizado, a "queda de tensão" ( $\Delta\theta$ ) em uma dada linha  $k$  é definido por :



$$\Delta\theta_k = \theta_i - \theta_j = x_k f_k$$

Portanto a "queda de tensão" em uma malha é dada por :

$$\sum_{k \in K_m} \Delta\theta_k = \sum_{k \in K_m} x_k f_k = 0$$

onde  $K_m$  - conjunto dos arcos que constituem a malha  $m$ .

Portanto, uma formulação alternativa, considerando as duas leis de Kirchhoff através de restrições, pode ser da seguinte forma:

$$\text{Min } \delta(\underline{p}, \underline{f})$$

$$\text{sujeito a } : \quad A \underline{f} = \underline{p}$$

$$\sum_{k \in K_m} \Delta\theta_k = \sum_{k \in K_m} x_k f_k = 0 \quad , \quad m \in M$$

$$\underline{f}^m \leq \underline{f} \leq \underline{f}^M$$

$$\underline{p}^m \leq \underline{p} \leq \underline{p}^M$$

onde  $M$  - conjunto de todas as malhas elementares.

Como a formulação acima considera explicitamente as duas leis de Kirchhoff, a equivalência com o fluxo de carga linearizado é sempre assegurada, mesmo na presença de limites de transmissão ativos.

Se na formulação acima adotar-se o critério de mínimo esforço, a solução do problema privilegiará as unidades mais próximas dos centros de consumo.

## CAPÍTULO III

### ESTADO DA ARTE

#### III.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo, apresenta-se uma revisão bibliográfica sobre o problema de planejamento da operação de curto prazo de sistemas hidrotérmicos. Enfoca-se, inicialmente, os modelos que tratam exclusivamente os sistemas térmicos. Em seguida, comenta-se os trabalhos que consideram os sistemas hidrotérmicos e finalmente, comenta-se os modelos que tratam os sistemas exclusivamente hidráulicos.

## III.2 - SISTEMAS PURAMENTE TÉRMICOS

### III.2.1 - SEM CUSTO DE LIGAÇÃO

Em sistemas térmicos, para os quais as restrições de tomada de carga e de entrada e saída de unidades não são aspectos relevantes, o planejamento de curto prazo se resume a um problema de distribuição de geração em cada intervalo, de modo a atender a demanda daquele intervalo. Desse modo, o planejamento de curto prazo para tais sistemas constitui-se em uma sequência de problemas de despacho econômico independentes para cada intervalo, os quais podem ser resolvidos através do método de despacho econômico clássico [35]. As unidades térmicas, no entanto, estão sujeitas às restrições de tomada de carga, que limitam as variações nas gerações de um intervalo a outro. Esta restrição de tomada de carga torna o planejamento da operação de curto prazo um problema dinâmico, pois, a geração em um intervalo passa a depender da geração do intervalo anterior, requerendo assim uma análise global da operação sobre todo o horizonte. Neste sentido, diversos trabalhos foram publicados [57], [60], tratando o problema segundo esta visão, destacando as vantagens desta abordagem em relação aos modelos de despacho econômico.

A solução obtida pelo despacho econômico, para um dado intervalo de tempo, possivelmente será diferente da solução obtida pelo despacho dinâmico, devido às restrições dinâmicas. A compatibilização entre o despacho econômico e o despacho dinâmico foi estabelecida por Carpentier [18], no qual propõe uma alteração na formulação do problema de despacho econômico clássico, de modo que a solução obtida pelo despacho econômico seja compatível com a solução do despacho dinâmico. Esta compatibilização é obtida baseada na seguinte propriedade de separabilidade do despacho dinâmico :

" Seja  $p^*$  a solução do problema de despacho dinâmico para o intervalo de tempo  $t$ . É possível determinar um custo ( $s_i$ ), de modo que se o termo  $s_i p_i$  é adicionado ao custo de operação da unidade  $i$  considerado no problema de despacho econômico, então, tem-se :

a) A solução do despacho econômico é igual à solução do despacho dinâmico se as restrições instantâneas são as mesmas em ambos os problemas,

b) A solução do despacho econômico será a mais próxima possível da solução do despacho dinâmico se as restrições instantâneas consideradas apresentarem pequenas variações. "

Em outras palavras, é possível decompor o problema dinâmico em uma sequência de problemas estáticos - despacho econômico -, onde a compatibilização entre o problema dinâmico e os despachos econômicos é obtida por custos. Esse resultado é fundamental para a abordagem proposta nessa tese, e constitui a base da decomposição temporal adotado neste trabalho.

### III.2.2 - COM CUSTO DE PARTIDA

Os sistemas térmicos de grande porte, onde a curva de carga é acompanhada por unidades térmicas, enfrentam um outro problema que é a necessidade de variar a configuração de unidades térmicas em operação em determinados intervalos, em função da

demanda de carga. Esta variação na configuração implica na entrada e saída de unidades térmicas, a qual constitui um problema complexo, principalmente devido às restrições de integralidade. Neste caso, o problema de planejamento de curto prazo otimiza a configuração de unidades térmicas em operação a cada intervalo, no sentido de minimizar também os custos de entrada e saída de unidades, resultando em complexos problemas de programação mista.

Nos modelos propostos por Merlin e Sandrin [47] e Bertsekas e outros [10] consideram-se somente unidades térmicas. A operação térmica a cada intervalo deve levar em conta os seus limites de geração, atendendo a demanda de cada intervalo, e com um nível mínimo de reserva girante. A função objetivo é constituída pela minimização do custo de produção mais o custo de partida. Nas duas propostas o problema é decomposto através da técnica de dualidade, e os subproblemas são resolvidos por programação dinâmica. Van den Bosch e Honderd [68] consideram também as restrições de tempo mínimo de funcionamento e tempo mínimo fora de operação. Decompõe o problema através da técnica de decomposição de Benders e os subproblemas são resolvidos por programação dinâmica.

### III.3 - SISTEMAS HIDRO-TÉRMICOS

O despacho hidro-térmico constitui um problema mais complexo do que o despacho de um sistema puramente térmico, devido as restrições operativas do sistema hidráulico. Os modelos mais simples consideram as unidades hidráulicas desacopladas, onde as

unidades operam independentemente e os modelos mais complexos levam em conta o acoplamento entre as unidades hidráulicas e a conexão com o sistema de transmissão.

### III.3.1 - USINAS HIDRÁULICAS DESACOPLADAS

#### III.3.1.1 - SEM REPRESENTAÇÃO DA REDE ELÉTRICA

As formulações mais simples do problema hidro-térmico consideram as usinas hidráulicas de queda fixa e levam em conta unicamente as metas energéticas, como por exemplo, o problema formulado a seguir.

$$\text{Min } \sum_{t=1}^T \sum_{i \in I} c(p_i^t) \quad (1)$$

sujeito a

$$\sum_{j \in H} p_j^t + \sum_{i \in I} p_i^t = d^t + p_L^t \quad , t=1, T$$

$$u_j^t = e(p_j^t) \quad , j \in H, t=1, T$$

$$\sum_{t=1}^T u_j^t = m_j \quad , j \in R \quad (2)$$

onde

R - conjunto de todos os reservatórios com metas energéticas

No pioneiro trabalho de Ricard [59] e posteriormente em Chandler e outros [22] e Dommel [25], o problema acima formulado, foi tratado através das denominadas "equações de coordenação". Zaghlool e Trutt [74] tratam o problema via técnica de programação não linear, e Calderon e Galiana [16] resolvem através do método da continuação. Bernholtz e Graham [9] incluem no problema limites de turbinagem e de geração térmica, e resolvem o problema através de programação dinâmica diferencial. Já, El-Hawary e Landrigan [30] consideram uma formulação similar, porém em termos de variáveis contínuas. Nesta formulação as variáveis representam valores instantâneos e as somatórias das equações (1) e (2) são substituídas por integrais. A técnica de resolução é através de programação não linear.

Um modelo mais sofisticado, onde a geração é representada em função do volume armazenado e da vazão defluente, foi tratado por Glimn e Kirchmayer [33] e Arismunandar e Noakes [4]. Estes últimos resolvem o problema por equações de coordenação e os primeiros por cálculo variacional.

Yang e Chen [73] resolvem o problema acima considerando ainda restrições de tomada de carga, através da técnica de programação dinâmica com aproximações sucessivas.

### III.3.1.2 - COM REPRESENTAÇÃO DA REDE ELÉTRICA - MODELO DC

Os trabalhos a seguir comentados consideram, além dos sistemas hidráulico e térmico, o sistema de transmissão, representado por um modelo linearizado.

No trabalho apresentado por Pereira e Pinto [53] o sistema hidráulico é constituído somente de grandes reservatórios, para os quais não é necessário considerar os acoplamentos hidráulicos. Desse modo, a representação do sistema hidráulico torna-se simplificada, considerando-se somente os limites de geração e as metas energéticas, tudo expresso em termos de energia. O sistema de transmissão é representado por um modelo linearizado e os seus limites de transmissão são também levados em conta.

A metodologia supõe disponível uma solução energeticamente factível, mas que pode, eventualmente, acarretar sobrecargas no sistema de transmissão. O procedimento inicia resolvendo um fluxo de carga linearizado para cada intervalo de tempo, supondo a geração proposta na solução inicial. Se não houver nenhuma sobrecarga no sistema de transmissão, esta solução é considerada ótima. Se em algum intervalo houver sobrecarga, então reprograma-se a geração de modo a eliminar as sobrecargas, através de um algoritmo de reprogramação ótima [Stott], que leva em conta os limites de transmissão e de geração. Estas reprogramações acarretam um erro nas metas energéticas. Se este desvio for pequeno, então esta solução é ainda considerada aceitável. Caso contrário, resolve-se um problema que considera as restrições elétricas e de geração, conjuntamente. Este problema é resolvido através do método de decomposição de Dantzig-Wolfe, onde o problema mestre procura o atendimento das metas, e os subproblemas determinam as gerações que satisfazem as restrições elétricas, pelo mesmo algoritmo de reprogramação.

### III.3.1.3 - COM REPRESENTAÇÃO DA REDE ELÉTRICA - MODELO AC

No modelo proposto por Ramamoorthy e Gapola Rao [58] e posteriormente em um outro trabalho apresentado por El-Hawary e Tsang [31], o sistema hidráulico é considerado desacoplado com queda fixa, acoplado a uma rede de transmissão representada por um modelo de fluxo de carga completo. Ramamoorthy decompõe o problema através de técnica de dualidade e resolve os subproblemas através do método de Newton-Raphson. El-Hawary formula este problema de modo contínuo e deriva as suas condições de otimalidade. O sistema de equações resultante é resolvido pelo método de Newton-Raphson.

Agarwal e Nagrath [1] apresentam um modelo um pouco mais sofisticado, em que a geração das usinas hidráulicas depende do volume armazenado e da vazão turbinada. O problema resultante é decomposto por dualidade e os subproblemas resolvidos por técnica de programação não linear.

### III.3.2 - USINAS HIDRÁULICAS ACOPLADAS

#### III.3.2.1 - SEM REPRESENTAÇÃO DA REDE ELÉTRICA

Nos artigos, acima referenciados, a representação do sistema hidráulico é muito simplificada, aplicável somente para sistemas hidráulicos situados em bacias independentes, ou sistemas hidráulicos acoplados, porém constituídos somente de reservatórios

de grande capacidade de regularização.

Os primeiros trabalhos formularam o problema utilizando variáveis contínuas e resolveram através da técnica de cálculo variacional. Drake e outros [26] consideraram a queda fixa, enquanto que Cypser [23] considerou a variação da queda em função do volume armazenado e da vazão defluente. Posteriormente, Dahlin e Shen [24] apresentaram uma abordagem bastante sofisticada, levando em conta vários cenários, considerando sistemas de queda fixa, queda variável, com atraso de transporte e fenômeno de propagação de onda. A técnica utilizada foi o princípio do máximo de Pontryagin.

Os trabalhos, a seguir comentados, tratam da resolução do seguinte problema :

$$\text{Min } \sum_{t=1}^T \sum_{i \in I} c(p_i^t) \quad (3)$$

sujeito a :

$$\sum_{j \in H} p_j^t + \sum_{i \in I} p_i^t = d^t + p_L^t \quad , t=1, T \quad (4)$$

$$v_j^{t+1} = v_j^t + \sum_{s \in S_j} u^{t-T} s_j + y_j^t - u_j^t \quad , j \in R \quad , t=1, T \quad (5)$$

$$p_j^t = p(v_j^t, u_j^t) \quad , j \in H \quad (6)$$

$$\sum_{t=1}^T u_j^t = m_j \quad , j \in R \quad (7)$$

onde

$p(\cdot)$  - função de geração

O modelo proposto por Saha e Khaparde [61] trata a resolução deste problema através de técnicas de programação não linear, Wood e Wollemberg [71] propõem uma solução utilizando programação dinâmica, e Pinto e Pereira [54] decompõem o problema acima em um subproblema hidráulico e um subproblema de atendimento à demanda. Esta decomposição é realizada através do método de decomposição de Dantzig-Wolfe, onde o problema mestre é dado pelo subproblema de atendimento à demanda e os subproblemas definem a operação hidráulica, resolvida por um algoritmo de fluxo em rede. Turgeon [67] trata este problema através do Princípio de Otimalidade Progressiva. Nesta mesma linha, Lee [43] propõe uma modificação no método do Princípio da Otimalidade Progressiva, para superar dificuldades de convergência no método, quando aplicado a determinados problemas de planejamento de curto prazo.

O modelo OVIDE [46], desenvolvido na Electricité de France (EDF), leva em conta o sistema hidráulico particular da EDF. O modelo considera as unidades hidráulicas como unidades de queda fixa e a função objetivo é constituída do custo de geração térmica mais uma penalização sobre as variações na turbinagem das unidades hidráulicas. O problema é resolvido via programação linear, explorando-se a estrutura de grafo do sistema hidráulico. A metodologia inicia o processo considerando somente um subconjunto de restrições. Se a solução ótima satisfizer todas as restrições

relaxadas, então, esta é a solução ótima do problema. Caso contrário, resolve-se um novo problema incluindo as restrições violadas. Este processo continua até que todas as restrições sejam satisfeitas.

Os modelos propostos por Wakamori e outros [70] e Brännlund e outros [15], embora considerem somente a operação hidráulica, minimizam uma função objetivo que, em última instância, reflete os custos das térmicas. No modelo proposto por Wakamori, a distribuição da geração ao longo do dia é realizada segundo uma curva de prioridade de geração proporcionalmente à demanda em cada intervalo. O problema é formulado como um problema de fluxo em grafo e resolvido através de algoritmo de fluxo com custo mínimo. Na proposta de Brännlund, a função objetivo é dada por uma função que fornece o custo de produção total do sistema em função da geração hidráulica total. Neste modelo impõe-se que o montante de geração hidráulica em uma dada região seja inferior a um dado valor devido a limitações na capacidade de transmissão interregional. Na resolução deste problema, utiliza-se o método de gradiente reduzido, especializado para problemas de fluxo em rede no tratamento da operação hidráulica, e um método de projeção para levar em conta as restrições adicionais devido às limitações de transmissão.

Na metodologia proposta por Brännlund e outros [14], considera-se um sistema hidráulico acoplado com função de geração não linear e limites operativos. No sistema térmico considera-se, além dos limites de geração, restrições de tomada de carga. As limitações na capacidade de transmissão entre regiões são consideradas através de limitações sobre a geração hidráulica total em dadas áreas a cada intervalo de tempo.

O problema é resolvido pela decomposição do problema em um subproblema hidráulico e um subproblema térmico. O subproblema hidráulico maximiza uma função que representa a substituição térmica em função da geração hidráulica total, sujeito as restrições operativas do sistema hidráulico. Com a geração hidráulica definida, resolve-se o despacho térmico, utilizando-se

para isso de uma lista de prioridades. Com a definição do despacho térmico, tem-se o custo marginal do sistema, com o qual atualiza-se a função de substituição térmica e resolve-se novamente o subproblema hidráulico, iniciando-se assim uma nova iteração. O subproblema hidráulico é resolvido por um algoritmo de fluxo em rede com restrições adicionais impostas pelas restrições de transmissão.

### III.3.2.2 - COM REPRESENTAÇÃO DA REDE ELÉTRICA E RESTRIÇÕES DE SEGURANÇA - MODELO DC

Um interessante trabalho foi apresentado recentemente por Johannesen e outros [38], que considera, além de um sistema hidráulico acoplado e o sistema de transmissão por um modelo linearizado, a possibilidade de ocorrências de algumas contingências previamente selecionadas.

A resolução deste modelo se dá em duas etapas: Na primeira etapa obtem-se uma solução hidráulica e eletricamente factível, e na segunda etapa, refina-se a solução obtida na primeira etapa considerando-se as contingências.

A resolução da primeira etapa se inicia a partir de uma solução hidraulicamente factível para as usinas em cascata. De posse desta solução, resolve-se um problema de otimização elétrica, onde determina-se a compra de energia de um mercado de energia ( "Spot Market" ) e a geração das usinas hidráulicas independentes, levando-se em conta as restrições do sistema de

transmissão sem contingências. A função objetivo deste problema é dada pela minimização do custo de compra de energia mais a valorização da água armazenada nos reservatórios das usinas independentes no final do horizonte.

A solução do problema elétrico fornece o multiplicador de Lagrange associado à geração de cada usina hidráulica, o qual reflete o custo marginal associado àquela geração. Com estes valores, o subproblema hidráulico é resolvido, o qual maximiza a geração hidráulica de acordo com os multiplicadores de Lagrange mais a valorização do volume armazenado nos reservatórios acoplados no final do horizonte. Com esta geração hidráulica definida, resolve-se novamente o subproblema elétrico, iniciando-se uma nova iteração. A convergência deste processo encerra a primeira etapa.

Com a solução hidráulica obtida na primeira etapa analisa-se a operação elétrica, considerando-se as contingências. Se não houver nenhuma violação, a presente solução é a solução ótima. Caso contrário, é necessário uma reprogramação de modo a evitar as sobrecargas. Este processo de reprogramação é obtido pelo método de decomposição de Benders. O problema mestre determina as novas gerações e compras de energia de modo a eliminar as sobrecargas. Com a nova solução, analisa-se novamente as contingências. No caso de novas violações, gera-se uma nova restrição ao problema mestre, dando início a uma nova iteração.

### III.3.2.3 - COM REPRESENTAÇÃO DA REDE ELÉTRICA - MODELO AC

Os modelos mais completos consideram um sistema hidráulico acoplado, com tempo de atraso de transporte, função de geração não linear e limites operativos, e o sistema de

transmissão por meio de um modelo de fluxo de carga completo.

Bonaert e outros [12] decompõem o problema em um subproblema hidráulico e um subproblema térmico. O procedimento inicia com uma solução hidraulicamente factível. Com esta geração fixada, resolve-se um fluxo de carga ótimo para cada intervalo de tempo, determinando a geração térmica para cada intervalo e o correspondente custo marginal. Então, determina-se uma perturbação na geração hidráulica de modo a maximizar a substituição térmica, atendendo as restrições do sistema hidráulico. Para assegurar que esta perturbação na operação hidráulica seja também eletricamente factível, determina-se uma faixa de variação máxima de perturbação para cada geração hidráulica, através de um problema auxiliar. Com esta nova geração hidráulica, inicia-se uma nova iteração.

Em [13], Bonaert e Koivo fazem uma comparação entre o método de decomposição via método de perturbação [12] e um método de decomposição por dualidade, onde concluem que a decomposição por perturbação apresenta melhor desempenho.

Nanda e Bijwe [50] propõem também um esquema de decomposição em subproblema hidráulico e subproblema térmico, iniciando o procedimento também com uma solução hidraulicamente factível, e resolvendo para cada intervalo um fluxo de carga ótimo. Com o custo marginal determinado pelo fluxo de carga ótimo, define-se um fator para cada unidade hidráulica, o qual valoriza a geração hidráulica em termos de substituição de geração térmica. Com estes fatores determina-se uma nova geração hidráulica, e repete-se o procedimento até a convergência. O subproblema hidráulico é resolvido pelo Princípio da Otimalidade Progressiva.

Recentemente, Luo e outros [45] apresentaram mais uma contribuição a este problema, onde o esquema de resolução é basicamente o mesmo. A principal diferença em relação aos trabalhos de Bonaert [12] e Nanda [50] está na determinação dos novos custos marginais correspondentes a uma nova solução hidráulica. Nas propostas de Bonaert e Nanda, os custos marginais eram obtidos pela resolução de um fluxo de carga ótimo para cada

intervalo. Na proposta apresentada por Luo, o valor do custo marginal é obtido resolvendo-se um problema de despacho econômico, o qual é computacionalmente muito mais simples e rápido do que a resolução de um fluxo de carga ótimo.

El-Hawary e Christensen [29] formulam este problema em termos de variáveis contínuas e resolvem através de análise funcional.

#### III.3.2.4 - COM CUSTO DE PARTIDA

Os trabalhos a seguir comentados consideram além da operação de sistemas hidrotérmicos os custos de partidas das unidades térmicas.

Na metodologia proposta por Duncan e outros [27], o problema é decomposto em um subproblema hidráulico e um subproblema térmico. O subproblema hidráulico determina uma solução de modo a minimizar o custo térmico. Este problema é resolvido através de programação linear e o custo térmico inicial é calculado supondo-se todas as térmicas em operação. O déficit de energia é atendido pelas unidades térmicas. A geração térmica, com custo de partida, é resolvida por um método heurístico. Atualiza-se os custos e resolve-se novamente o subproblema hidráulico. Este processo repete-se até a convergência.

Shaw e Bertsekas [62] e Ea e Monti [28] resolvem o mesmo problema decompondo-o, através de técnica de dualidade, em um subproblema hidráulico e um subproblema térmico. O subproblema térmico é resolvido por programação dinâmica nas duas propostas. Shaw resolve o subproblema hidráulico como um problema de controle

convexo, e Ea resolve por programação linear.

Baptistella e Geromel [8] propõem um modelo mais completo com um sistema hidráulico acoplado, restrições de entrada e saída, e demanda estocástica. O problema é resolvido pelo método de decomposição de Benders, onde no primeiro nível (Problema Mestre) resolve-se um problema unicamente inteiro que define a configuração das unidades térmicas. No segundo nível resolve-se o subproblema hidráulico por um método de decomposição dual, e no terceiro nível resolve-se analiticamente o subproblema de despacho térmico e o subproblema estocástico.

Habibollahzadeh e Bubenko [34] propõem um modelo que considera, além de um sistema hidráulico acoplado e restrições de entrada e saída, restrições de operação do sistema elétrico, representadas por um modelo linearizado. O problema é decomposto pelo método de decomposição de Benders, onde o problema mestre define a configuração térmica (problema inteiro), e o subproblema resolve o problema de despacho hidro-térmico. Como a estrutura do subproblema é bloco angular, o subproblema é resolvido por um método de decomposição de Dantzig-Wolfe.

#### III.4 - SISTEMAS PURAMENTE HIDRAULICOS

O problema da operação de curto prazo de sistemas puramente hidráulicos pode ser formulado como um problema semelhante ao tratado em (3)-(7). A diferença se resume, na maioria das vezes, na substituição da função objetivo.

O trabalho apresentado por Gagnon e Bolton [32] descreve a aplicação de um modelo de planejamento [37] no sistema da Bonneville Power Administration (EUA). Nesta abordagem

considera-se somente o sistema hidráulico, e a função objetivo é dada pela minimização da perda de energia potencial. O modelo considera o sistema de geração dos rios Columbia e Snake River (EUA), onde leva em conta o acoplamento entre as unidades, os tempos de atraso e os limites operativos. Neste sistema, muitas relações, por exemplo, a cota de montante em função do volume armazenado e vazão afluente, só são disponíveis em valores tabelados. Este problema é transformado em um problema irrestrito, via funções de penalização, e resolvido por um método de gradiente conjugado apresentado por Hicks e outros [37].

Uma interessante formulação ao problema de planejamento de um sistema puramente hidráulico é formulado por Amado e Ribeiro [3], onde o sistema hidráulico é constituído de diferentes empresas. Neste caso, além das restrições comuns em um sistema hidráulico, leva-se em conta o intercâmbio entre as empresas, através de uma conta de energia. O problema é resolvido utilizando o Princípio da Otimalidade Progressiva. A função objetivo adotada é a minimização dos déficits de atendimento de carga.

### III.5 - COMENTÁRIO GERAL

Os sistemas hidrotérmicos de grande porte, com predominância de geração hidráulica, apresentam características particulares, os quais não foram tratados conjuntamente em nenhum dos trabalhos comentados neste capítulo.

As características especiais são basicamente uma reduzida

participação da geração térmica, um sistema hidráulico de grande porte e restrições no sistema de transmissão.

A operação do sistema térmico é, em geral, definida nos planejamentos de Longo/Médio prazos, em função do armazenamento nos reservatórios e das previsões de aflúncias. Assim, para o planejamento de curto prazo, a geração térmica, já definida, pode ser subtraída da carga, e o planejamento de curto prazo pode ser encarado como o planejamento da operação de um sistema exclusivamente hidráulico.

Por outro lado, a operação de curto prazo de sistemas hidráulicos de grande porte é, em geral, mais complexa do que a operação hidráulica considerada nas abordagens comentadas. Entre os aspectos não levados em conta, podem-se destacar : restrições de navegação, irrigação e outros usos da água, restrições ambientais, unidades com faixa de operação descontínua, condições de operação especiais para manutenção, controle de cheias, unidades hidráulicas com funções mais específicas, como por exemplo unidades para atendimento de ponta. Além disso, como já mencionado no capítulo II, em muitas unidades a relação entre a geração, o volume armazenado e a vazão turbinada é disponível somente em valores tabelados.

Finalmente, a consideração do sistema de transmissão é importante, pois, as suas limitações operativas podem interferir na definição da política de geração, e também devido as perdas, que em sistemas de transmissão de grande porte podem ser significativas.

Portanto, para definir uma política de operação de curto prazo, é importante dispor-se de metodologias que considerem os diversos aspectos acima mencionados. Na metodologia proposta a seguir, a operação do sistema hidráulico é representada através de um simulador, o qual possibilita considerar a operação hidráulica em maior detalhe, ao passo que, a operação do sistema elétrico é otimizada através de um fluxo de carga ativo ótimo.

## CAPITULO IV

### METODOLOGIA PROPOSTA

#### IV.1 - INTRODUÇÃO

Apresenta-se, neste capítulo, uma abordagem ao problema de planejamento da operação de curto prazo de sistemas hidrotérmicos de grande porte. O cenário básico a ser considerado é de um sistema hidrotérmico, em que a predominância é de geração hidráulica, conectado a um sistema de transmissão com limites de fluxo em suas linhas.

Como já mencionado na capítulo anterior, em tais sistemas, a operação do sistema térmico é, em geral, definida nos planejamentos de Longo/Médio prazos. Consequentemente, o planejamento de curto prazo pode ser encarado como o planejamento da operação de um sistema exclusivamente hidráulico. Embora a metodologia, apresentada a seguir, considere somente a operação do sistema hidráulico, a operação térmica também poderia ser levado em conta sem nenhuma dificuldade.

#### IV.2 - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Apresenta-se, a seguir, uma formulação do problema de planejamento da operação de curto prazo de um sistema exclusivamente hidráulico, conectado a um sistema de transmissão, representado por um modelo de fluxo de carga linearizado. O sistema hidro-elétrico a ser tratado pode, esquematicamente, ser representado como na figura IV.1, onde  $p_i^t$  é a potência ativa gerada na usina  $i$  no período  $t$ . Esta potência é injetada no sistema de transmissão na barra de carga associada à esta usina, e  $d_j^t$  é a demanda de potência ativa na barra  $j$  durante o intervalo  $t$ .

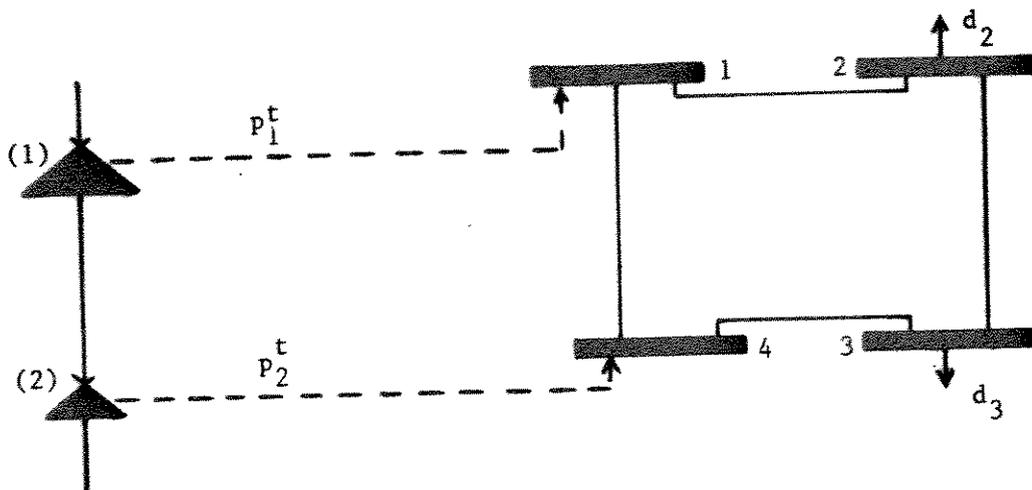


Fig. IV.1

FORMULAÇÃO :

$$\text{Minimizar } J = \sum_{t=1}^T f(c_t^b) \quad (1)$$

sujeito as - restrições elétricas

$$A \underline{f}^t = \underline{p}^t \quad , \quad t=1, T \quad (2)$$

$$\sum_{k \in K_m} x_k f_k^t = 0 \quad , \quad m \in M, \quad t=1, T \quad (3)$$

$$\underline{f}^m \leq \underline{f}^t \leq \underline{f}^M \quad , \quad t=1, T \quad (4)$$

- restrições hidráulicas

$$v_j^{t+1} = v_j^t + y_j^t + \sum_{s \in S_j} u_s^{t-T} e_{sj} - u_j^t \quad , \quad j \in RC, \quad t=1, T \quad (5)$$

$$u_j^m \leq u_j^t \leq u_j^M \quad , \quad j \in H, \quad t=1, T \quad (6)$$

$$v_j^m \leq v_j^t \leq v_j^M \quad , \quad j \in H, \quad t=1, T \quad (7)$$

$$p_j^t = p_j(v_j^t, u_j^t) \quad , \quad j \in H \quad , \quad t=1, T \quad (8)$$

$$(v_j^t, u_j^t) \in U^t \quad , \quad t=1, T \quad (9)$$

- metas energéticas

$$\sum_{t=1}^T u_j^t = m_j \quad , \quad j \in R \quad , \quad t=1, T \quad (10)$$

A função objetivo (1) é dada por uma função de desempenho do sistema elétrico [Apêndice II]. Assim, esta formulação leva em conta somente a otimização da operação elétrica, desprezando os possíveis ganhos energéticos advindos da operação hidráulica. Em termos de operação, a formulação (1)-(9) significa compatibilizar as operações dos sistemas hidráulico e elétrico de modo coerente com as metas energéticas.

A relação (8), para algumas unidades, só é disponível em valores tabelados, e a relação (9) representa, sinteticamente, outras restrições operativas do sistema hidráulico, a serem detalhadas posteriormente. O conjunto  $U^t$  representa o conjunto das soluções que satisfazem essas restrições hidráulicas no intervalo  $t$ .

Dualizando-se em relação a (10), tem-se o Lagrangeano :

$$L = J + \sum_{j \in R} \lambda_j \left( \sum_{t=1}^T u_j^t - m_j \right)$$

ou,

$$L = \sum_{t=1}^T L_t - \sum_{j \in R} \lambda_j m_j$$

onde

$$L_t = f(\underline{f}^t) + \sum_{j \in R} \lambda_j u_j^t$$

A variável hidráulica  $u_j^t$  pode ser substituída em função da potência ativa  $p_j^t$  através de

$$L_t = f(\underline{f}^t) + \sum_{j \in R} \lambda_j \frac{p_j^t}{\delta_j^t}$$

A avaliação da função dual, para um dado multiplicador de Lagrange  $\lambda$ , é dada por

$$K(\underline{\lambda}) = \min_W \left[ \sum_{t=1}^T L_t - \sum_{j \in R} \lambda_j m_j \right]$$

onde  $W$  representa o conjunto de soluções que satisfazem as restrições (2) - (9). Essa avaliação é computacionalmente muito cara devido aos acoplamentos hidráulicos entre as unidades geradoras. Então, propõe-se a avaliação de uma solução aproximada

$$K_a(\underline{\lambda}) = \sum_{t=1}^T \left( \min_{E^t} L_t \right) + \sum_{j \in R} \lambda_j m_j$$

onde  $E^t$  representa o conjunto das possíveis operações do sistema elétrico no intervalo de tempo  $t$ , resultantes da operação do sistema hidro-elétrico até esse intervalo.

O cálculo de  $K_a(\lambda)$ , no lugar de  $K(\lambda)$ , é obtido através da combinação de simulação hidráulica - otimização elétrica. As decisões obtidas na solução do subproblema elétrico para cada intervalo de tempo  $t$ , ou seja,

$$\text{Min}_{E^t} L_t \quad (11)$$

são as gerações em cada usina do sistema. A partir dessa solução, determina-se as defluências (turbinagens e vertimentos) em cada usina hidroelétrica que, através da simulação hidráulica do sistema, determinarão as condições de operação do sistema para o próximo intervalo de tempo.

#### IV.3 - METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO

A presente metodologia consiste na resolução sequencial de um problema de fluxo de carga ativo ótimo (FCAO), que otimiza a operação do sistema de transmissão - otimização elétrica, e de um modelo que simula a operação hidráulica correspondente. O procedimento pode ser resumido segundo o diagrama apresentado na figura IV.2.

O ciclo interno deste diagrama é constituído de um modelo de FCAO (otimização elétrica) e de um modelo de simulação hidráulica. O FCAO determina a geração de potência ativa nas barras de geração para cada intervalo de tempo  $t$ , levando-se em conta a capacidade de transmissão e as condições de geração para este intervalo, e o modelo de simulação hidráulica representa a operação do sistema hidráulico necessária para gerar a potência ativa definida pela otimização elétrica. Este simulador determina também as condições de geração para o próximo intervalo de acordo com as condições do sistema hidráulico naquele intervalo, em termos do volume armazenado, disponibilidade de máquinas, etc... Portanto, o ciclo interno fornece uma operação de curto prazo elétrica e hidraulicamente factíveis. Porém, esta operação não assegura o atendimento das metas energéticas. O atendimento das metas é feito via a atribuição de um custo a cada geração hidráulica ( $\lambda$ ), penalizando o desvio em relação às metas energéticas. Esta atualização dos preços ( $\lambda$ ) é realizada no ciclo externo do diagrama.

Esta abordagem define a geração visando somente a otimização da operação elétrica, obtendo assim uma solução sub-ótima do ponto de vista da operação hidráulica. Esta solução será mais próxima da solução ótima quanto menos variar a produtividade hidráulica ao longo do horizonte de curto prazo. Em contrapartida a esta sub-otimalidade, esta metodologia possibilita levar em conta com maiores detalhes a operação hidráulica.

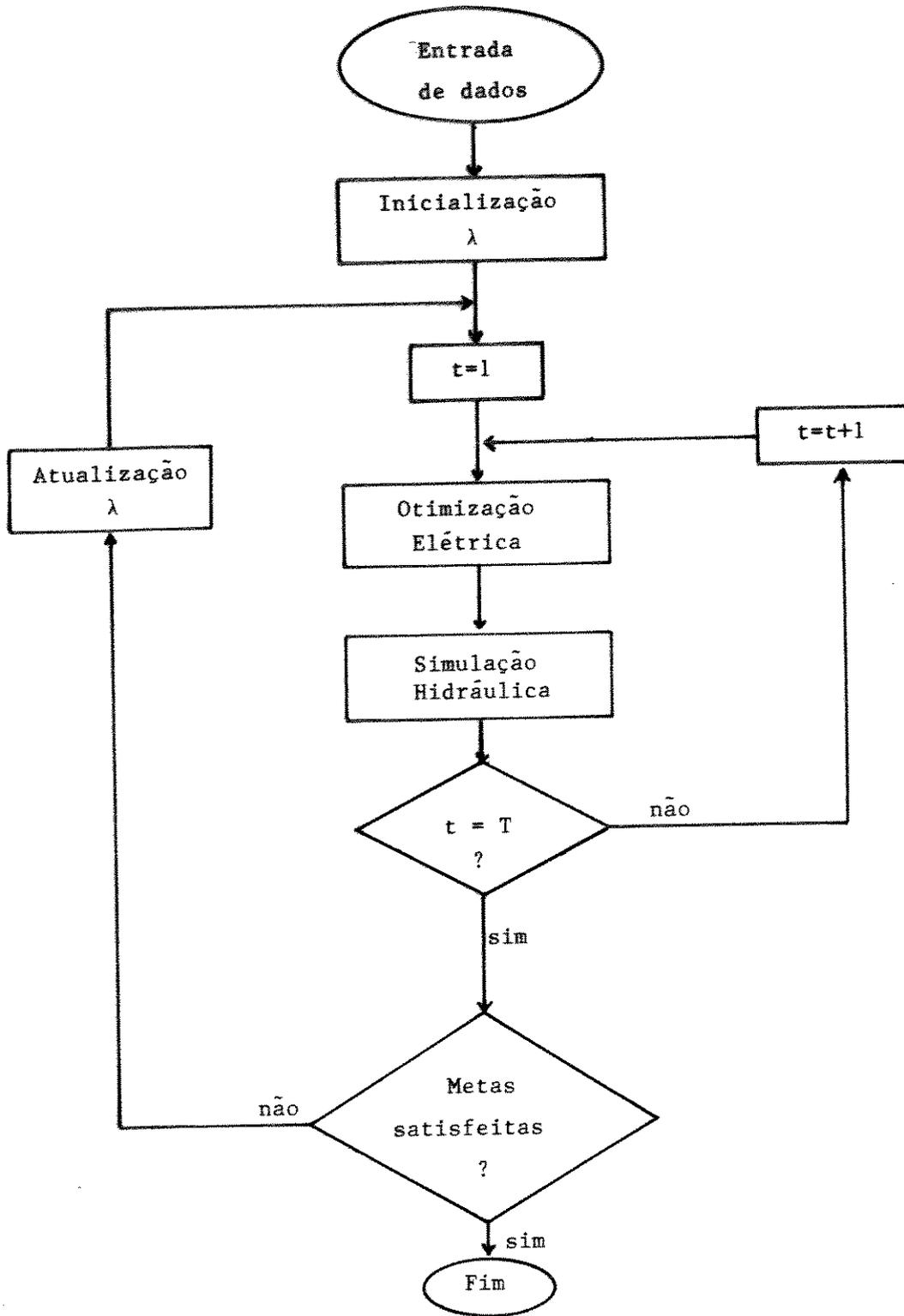


Figura IV.2

Detalha-se, a seguir, cada um dos principais blocos do diagrama apresentado na figura IV.2, iniciando-se pelo fluxo de carga ativo ótimo.

#### IV.3.1 - OPERAÇÃO ELÉTRICA - FLUXO DE CARGA ATIVO ÓTIMO (FCAO)

A operação do sistema elétrico para o intervalo  $t$  é definido através do fluxo de carga ativo ótimo (11), no qual as condições de geração são definidas pelas restrições de operação do sistema hidráulico. O subproblema elétrico (11) para cada intervalo  $t$  pode ser formulado como o seguinte problema

$$\text{Minimizar } L_t = f(\underline{f}^t) + \sum_{j \in R} \lambda_j \frac{P_j^t}{\delta_j^t}$$

sujeito as - restrições elétricas

$$A \underline{f}^t = \underline{p}^t \quad , \quad t=1, T$$

$$\sum_{k \in K_m} x_k f_k^t = 0 \quad , \quad m \in M \quad , \quad t=1, T$$

$$\underline{f}^m \leq \underline{f}^t \leq \underline{f}^M, \quad t=1, T$$

- restrições de geração

$$p_j^t \in P_t, \quad j \in H, \quad t=1, T$$

O objetivo deste problema é determinar uma distribuição de fluxos no intervalo de tempo  $t$  ( $\underline{f}^t$ ), e conseqüentemente de injeção de potência ( $p^t$ ), de modo a minimizar um critério de desempenho do sistema elétrico ( $f$ ) e um custo associado às gerações. As gerações de potência ativa ( $p^t$ ) dependem das condições de operação do sistema hidráulico  $P^t$ , as quais serão apresentadas a seguir.

#### RESTRIÇÕES HIDRÁULICAS - DEFINIÇÃO DE $P^t$

As principais restrições operativas do sistema hidráulico são as seguintes :

- Limites de turbinagem :

$$u_i^m \delta_i^t \leq p_i^t \leq u_i^M \delta_i^t \quad (*) \quad (12)$$

(\*) Como o FCAO é formulado em termos de potência

ativa, é conveniente expressar também as restrições do sistema hidráulico, normalmente expresso em termos de variáveis hidráulicas, em termos de potência ativa.

- Limites de Variação na Turbinagem de um intervalo a outro.

Esta restrição está comumente relacionada às condições de uso múltiplo, como por exemplo, restrições de navegação, irrigação, restrições ambientais, etc...

$$-\Delta u_i \leq u_i^{t-1} - u_i^t \leq \Delta u_i$$

$$-\rho_i^t \Delta u_i \leq p_i^{t-1} - p_i^t \leq \rho_i^t \Delta u_i$$

$$p_i^{t-1} - \Delta p_i \leq p_i^t \leq p_i^{t-1} + \Delta p_i \quad (13)$$

Das condições (12) e (13) tem-se que a limitação da geração é

$$p_i^t \leq p_i^t \leq \bar{p}_i^t \quad (14)$$

onde

$$\bar{p}_i^t = \max \langle (p_i^{t-1} - \Delta p_i), p_i^m \rangle$$

$$\bar{p}_i^t = \min (p_i^{t-1} + \Delta p_i, p_i^M)$$

- Acoplamento hidráulico com unidade a fio d'água.

. Tempo de atraso maior que o intervalo de discretização:

Seja uma unidade a fio d'água  $j$  que recebe água da unidade a montante  $k$ , com atraso de transporte  $\tau_{jk}$ . Neste caso a geração no intervalo  $t$  para a unidade  $j$  já está pré-definida e vale :

$$p_j^t = \sum_{k \in S_j} \delta_k^t \cdot u_k^{t - \tau_{jk}} + \hat{y}_j^t \quad (15)$$

onde  $\hat{y}_j^t$  é a energia afluyente (incremental) ao reservatório  $j$  no intervalo  $t$ .

. Tempo de atraso nulo (menor do que o intervalo de discretização).

No caso em que o atraso de transporte é menor que o intervalo de discretização, considera-se que vazão da unidade a montante chega a unidade a fio d'água a jusante instantaneamente. Neste caso, a geração desta unidade a fio d'água depende da defluência da unidade a montante deste mesmo intervalo.

$$u_j^t = \sum_{k \in S_j} u_k^t + y_j^t$$

ou ainda,

$$p_j^t = \sum_{k \in S} p_k^t + \hat{y}_j^t \quad (16)$$

A geração na usina  $j$  está ainda sujeita às limitações de geração :

$$p_{-j}^t \leq p_j^t \leq p_{+j}^t$$

#### IV.3.2 - A OPERAÇÃO HIDRÁULICA

A resolução do FCAO para o intervalo de tempo  $t$  fornece a geração de potência ativa para cada usina hidroelétrica para este intervalo. A esta geração corresponde uma operação do sistema hidráulico, o qual é representada através do simulador hidráulico. A simulação hidráulica pode ser resumida em três etapas :

- 1.- Cálculo da turbinagem correspondente: Nesta etapa determina-se a turbinagem correspondente à geração definida pelo FCAO. Normalmente, esta turbinagem é definida através de um processo iterativo, pois em geral, não dispõe-se de uma função explícita da turbinagem em função da geração. No caso em que a relação da geração e da turbinagem é dado em valores tabelados, pode-se utilizar o mesmo procedimento.
  
- 2.- Atualização do estado do sistema hidráulico : De posse da turbinagem, atualiza-se o estado do sistema hidráulico, obtendo-se o volume armazenado no final do intervalo de tempo  $t$ .
  
- 3.- Definição das condições de geração : Com o estado do sistema hidráulico atualizado e de acordo com a condições de operação para o intervalo  $t+1$ , tais como disponibilidade de máquinas, restrições de tomada de carga, requisitos de defluência mínima e máxima, restrições de uso múltiplos, operação das usinas a fio d'água, etc..., define-se as condições de geração para o FCAO do intervalo  $t+1$ .

#### IV.3.3 - METAS ENERGÉTICAS

A resolução sequencial da simulação hidráulica - otimização elétrica fornece uma programação que considera somente as restrições hidráulicas e elétricas de todos os intervalos. O atendimento dos requisitos de metas energéticas é representada na

função objetivo através da atribuição de um custo para cada geração. Para um dado valor de  $\lambda$  o ciclo interno (fig.IV.2) define um consumo de água. O erro nas metas usina  $k$ , definido como a diferença entre o consumo total de água na usina  $k$  ao longo do horizonte de curto prazo e a meta de curto prazo da usina  $k$ , é dado por :

$$\epsilon_k = \sum_{t=1}^T u_k^t - m_k, \quad k \in R \quad (17)$$

Atribui-se um custo maior para as unidades que ultrapassam as suas metas e vice-versa para as unidades que utilizam menos água. Através desta valorização da geração, coordena-se a resolução dos subproblemas de otimização elétrica, de modo a satisfazer as metas energéticas.

### COORDENAÇÃO

A atualização do custo da usina  $k$  é realizada em função do erro em relação à meta da usina  $k$  (17):

$$\lambda_{i,k+1} = \lambda_{ik} + \alpha_k \epsilon_{ik} \quad (18)$$

onde  $k$  é o contador de iterações do ciclo externo e  $\alpha_k > 0$  é o tamanho do passo.

A eficiência do procedimento, que corresponde a um processo corretivo de primeira ordem, é fortemente influenciada pelo valor inicial atribuído ao custo ( $\lambda$ ).

### INICIALIZAÇÃO DE $\lambda$

Na ausência de um valor inicial para  $\lambda$ , adota-se o custo nulo. Neste caso, a solução da sequência simulação-otimização elétrica leva em conta somente o critério elétrico. Esta inicialização privilegia as unidades "eletricamente" mais próximas dos centros de carga, pois, estas acarretam um menor esforço elétrico. No entanto, tal solução dificilmente atende as metas energéticas, pois, as usinas com maior disponibilidade de recursos não são necessariamente as unidades "eletricamente" mais próximas dos centros de consumo. Na prática, no entanto, a melhor inicialização é partir dos custos ótimos obtidos no planejamento anterior, isto porque há, em geral, uma pequena variação nas condições de demanda, geração e afluência de uma semana para outra.

IV.4 - RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO ELÉTRICA ATRAVÉS DE UM ALGORITMO DE FLUXO EM REDE

A seguir, é descrita a resolução do problema formulado em IV.3.1, considerando-se somente a restrição de limites de geração (14). Posteriormente, no capítulo V, outras restrições hidráulicas serão tratadas. Neste caso, o problema de fluxo de carga ativo ótimo para o intervalo de tempo  $t$  consiste do seguinte problema

$$\text{Minimizar} \quad \frac{1}{2} f^t X f^t + \sum_{j \in H} \lambda_j p_j^t / \delta_j$$

sujeita as restrições

$$A \underline{f}^t = \underline{p}^t \quad , t=1, T \quad (19)$$

$$\sum_{k \in K_m} x_k f_k^t = 0 \quad , m \in M, t=1, T \quad (20)$$

$$\underline{f}^m \leq \underline{f}^t \leq \underline{f}^M \quad , t=1, T \quad (21)$$

$$\underline{p}_i^t \leq p_i^t \leq \bar{p}_i^t \quad , i \in I, t=1, T \quad (22)$$

Eliminando-se a restrição (20), a estrutura do problema corresponde a um problema de fluxo em rede. Assim, para beneficiar-se da eficiência dos algoritmos especializados para problemas de fluxo em rede, a restrição (20) é eliminada do conjunto de restrições e tratada na função objetivo via função de penalização. Como o critério de desempenho elétrico adotado é o critério de mínimo esforço elétrico, a tendência natural da solução do problema acima é satisfazer a restrição (20). A restrição (20) é sempre satisfeita quando a restrição (21) não é ativa para nenhuma linha [2]. Como nos sistemas reais, geralmente, os pontos críticos no sistema de transmissão localizam-se em poucos pontos, a restrição (20) só é considerada para as malhas que apresentem sobrecarga. Portanto, o problema a ser resolvido por um algoritmo de fluxo em rede é o seguinte :

$$\text{Minimizar } \frac{1}{2} f^t X f^t + \sum_{j \in H} \lambda_j \frac{P_j^t}{\delta_j} + \beta \sum_{l \in MS} \left( \sum_{k \in K_l} x_k f_k \right)^2 \quad (23)$$

s.a (19), (21), (22)

onde MS é conjunto de malhas que apresentam sobrecargas.

O problema (23) está exemplificado no grafo apresentado na figura IV.3 , onde os arcos contínuos representam a rede de transmissão, e os arcos pontilhados representam as gerações e as cargas. Os arcos que conectam o nó artificial com as barras geração são os arcos de geração, e os arcos pontilhados que conectam os nós de carga com o nó artificial são os arcos de carga. Os limites de um arco de geração são dados pelos limites de geração, quanto aos arcos de carga, o limite inferior é igual a zero e o limite superior é igual à demanda de carga na respectiva barra.

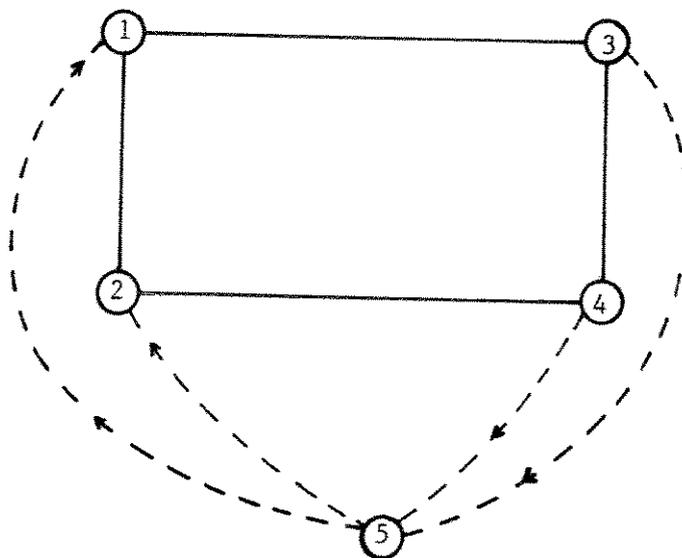
O problema (23) pode ser resumidamente reescrito como a seguir

$$\text{Min } q(\underline{x}) \quad (24)$$

sujeita a :

$$C \underline{x} = \underline{0} \quad (25)$$

$$\underline{x}^m \leq \underline{x} \leq \underline{x}^M \quad (26)$$



nós 1,2 - barras de geração  
nós 3,4 - barras de carga  
nó 5 - nó artificial.

fig. IV.3

onde a função objetivo  $q(\cdot)$  é uma função quadrática,  $C$  é a matriz de incidência nó - ramo do grafo da figura IV.3 e  $x$  o vetor dos fluxos nos arcos do grafo aumentado.

Este problema é resolvido através de um algoritmo de fluxo em rede [39], utilizando um método de gradiente reduzido conjugado projetado. O algoritmo pode ser esquematizado segundo o diagrama da fig. IV.4.

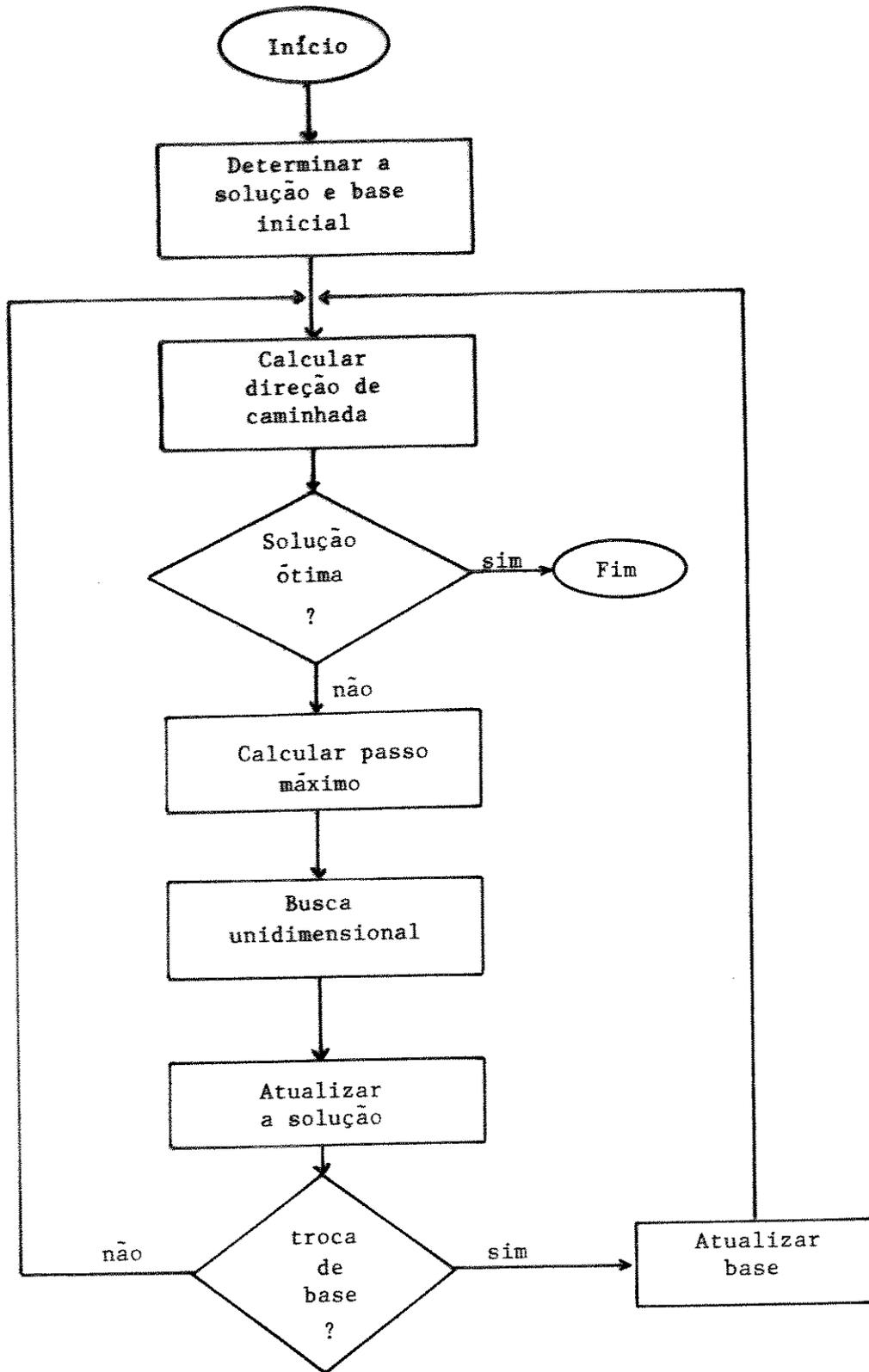


Figura IV.4

Detalha-se a seguir cada um dos blocos do diagrama :

1) A solução inicial é obtida via a resolução de um problema de transporte artificial, similar ao problema (24)-(26), com função objetivo linear. A solução deste problema auxiliar determina uma distribuição de geração que atende as cargas em cada barra, seja eletricamente factível e respeite os seus limites de geração.

2) O cálculo da direção de caminhada pode ser dividido nos seguintes passos :

- i) Cálculo do gradiente.
- ii) Cálculo do gradiente reduzido.
- iii) Projeção do gradiente reduzido.
- iv) Cálculo da direção conjugada.
- v) Projeção da direção conjugada.

Esta constitui a direção de caminhada das variáveis não básicas.

- vi) Cálculo da direção de caminhada das variáveis básicas.

3) Teste de Otimalidade : Se a direção de caminhada acima calculada se anular (menor que um dado valor), a presente solução é ótima. Caso contrário, segue para 4.

4) Cálculo do passo máximo ( $\bar{\alpha}$ ) de modo a assegurar a factibilidade da solução.

5) O cálculo do passo ótimo ( $\alpha^*$ ) é feita através do método da aproximação quadrática [44]. Como a função objetivo é uma função quadrática o passo ótimo é determinado analiticamente.

6) Cálculo da nova solução : Dá-se um passo na direção de caminhada determinado em (2), onde o tamanho do passo é definido por :

$$\alpha = \min ( \alpha^* , \bar{\alpha} )$$

7) Se nenhuma variável básica atingir os limites, então volta-se ao passo 2.

Caso contrário, deve substituir esta variável básica por uma não básica, e atualizar a base. Volta-se ao passo 2.

Muitas operações do algoritmo acima exposto podem ser eficientemente efetuadas aproveitando-se da estrutura de grafo do problema [39].

## CAPÍTULO V

### IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL E RESULTADOS NUMÉRICOS

#### V.1 - INTRODUÇÃO

Serão apresentados neste capítulo alguns aspectos da implementação computacional da metodologia proposta no capítulo anterior e resultados numéricos, obtidos pela aplicação do algoritmo a dois sistemas ilustrativos.

## V.2 - INICIALIZAÇÃO DOS CUSTOS (λ)

A factibilização das metas, obtida pela atribuição de um custo para cada geração, depende fortemente do valor inicial e do modo como este custo é calculado. Para o caso em que não dispõe-se de uma boa estimativa inicial, adota-se um procedimento alternativo que consiste em determinar, inicialmente, os custos de geração para o atendimento da meta do primeiro dia. E estes custos, para o primeiro dia, são utilizados como os valores iniciais para a factibilização das metas semanais.

### V.2.1 - FACTIBILIZAÇÃO DAS METAS DIÁRIAS

Este procedimento baseia-se na hipótese de que, a grosso modo, o perfil de demanda de carga diária é aproximadamente igual para todos os dias úteis da semana. Consequentemente, o perfil de operação diária das usinas deve também ser, a grosso modo, aproximadamente igual para todos os dias úteis. Baseado nisso, calcula-se as metas diárias segundo a seguinte regra :

$$m_i^1 = \frac{c^1}{c_T} m_i$$

onde  $m_i^1$  é a meta energética para o primeiro dia da usina  $i$ ,  $c^1$  é a carga total do primeiro dia,  $c_T$  a carga total de toda a semana e  $m_i$  a meta semanal da usina  $i$ . Ou seja, a meta do primeiro dia é calculada proporcionalmente à carga total do primeiro dia.

Exemplo 1 : Atendimento da Meta do 1.<sup>o</sup> dia.

Supõe-se que o sistema 1, decrito a seguir, deve atender a uma demanda diária de carga (segunda-feira) apresentada na tabela V.3. Supõe-se que os intervalos de discretização são uniformes e iguais a 4 horas.

SISTEMA 1 :

O sistema 1 (Figura V.1) é constituído de 4 usinas hidroelétricas conectadas a uma rede de transmissão com 10 barras e 14 linhas. As características deste sistemas estão resumidas nas tabelas V.1 - V.2.

usina	$\underline{u}$	$\bar{u}$	$\underline{x}$	$\bar{x}$	$x^o$	$\theta$
	(m <sup>3</sup> /s)	(m <sup>3</sup> /s)	(10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> )	(10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> )	(10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> )	(n. <sup>o</sup> de int.)
1	245.0	1700.0	6170.0	20800.0	10000.0	1
2	265.0	1750.0	3000.0	3000.0	3000.0	1
3	125.0	830.0	2000.0	5000.0	4000.0	2
4	1400.0	8800.0	12700.0	21200.0	18000.0	0

Tab. V.1 - Características das usinas - SISTEMA 1.

SISTEMA 1 :

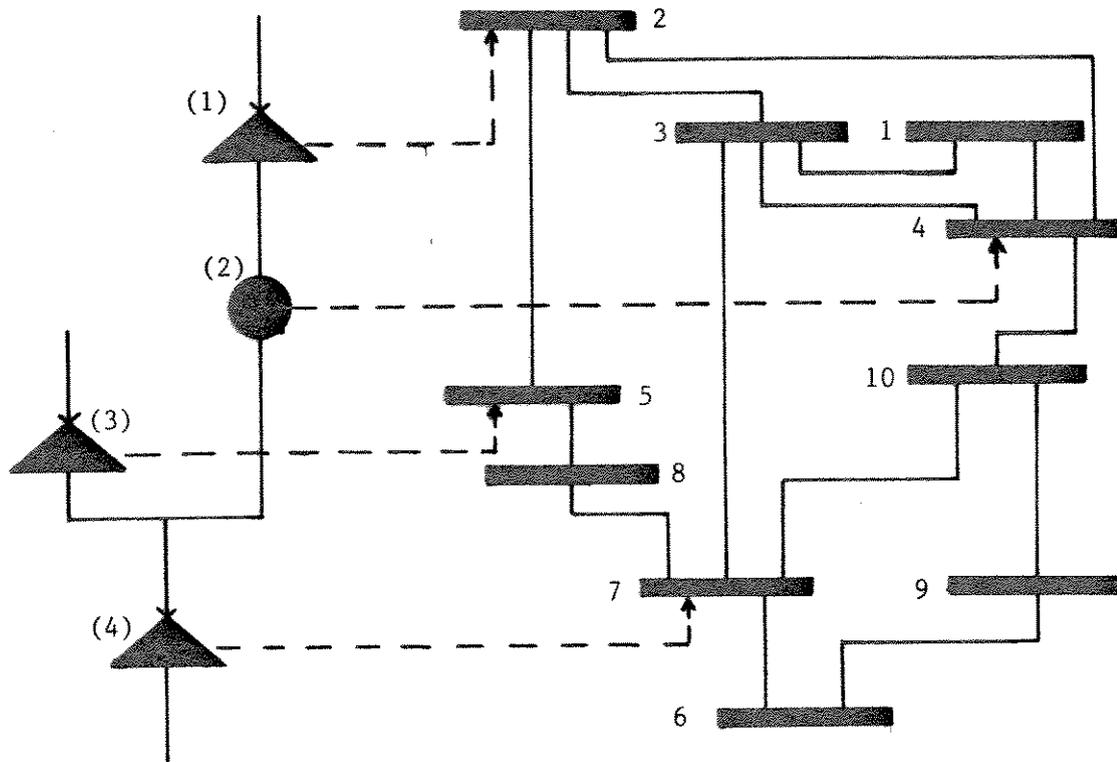


Fig. V.1 - Sistema 1

Linha	Origem	Destino	Reatância
1	1	3	0.32
2	1	4	0.48
3	2	5	7.01
4	2	3	1.03
5	2	4	3.26
6	3	7	0.68
7	3	4	4.12
8	4	10	2.14
9	5	8	20.18
10	6	9	1.87
11	6	7	0.72
12	7	8	5.69
13	7	10	2.74
14	9	10	1.58

Tab. V.2 - Sistema de Transmissão - Sistema 1

barra	cargas por barra (MW)					
	1	2	3	4	5	6
1	150.6	274.6	304.9	288.9	400.0	304.0
2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
3	1150.5	1150.5	1250.8	1240.8	1200.0	1230.0
4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
6	350.5	448.5	460.0	480.0	486.8	464.0
7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
8	400.0	523.0	400.9	450.9	480.7	530.7
9	145.5	161.5	156.1	156.1	192.2	192.2
10	480.1	560.1	560.8	620.8	720.6	625.6

Tab. V.3 - cargas por barra para o primeiro dia

A tabela V.4 mostra as turbinagens determinadas pelo FCAO's para cada intervalo, considerando-se inicialmente que os custos de geração são iguais a zero. A tabela V.5 mostra o número de iterações do FCAO para cada intervalo, correspondente a solução apresentada na tabela V.4, e a tabela V.6 apresenta os erros em relação às metas diárias correspondentes. Os tempos de CPU para a resolução de cada um dos intervalos estão apresentados na tabela V.7. Estes tempos computacionais foram obtidos no supermicro DIGIREDE I-8000 (1.2 MIPS).

usina	turbinagens (m <sup>3</sup> /s)					
	1	2	3	4	5	6
1	1210.0	1100.0	1257.0	1203.0	1338.0	1188.0
2	547.0	1310.0	1200.0	1357.0	1303.0	1438.0
3	408.0	533.0	408.0	459.0	489.0	540.0
4	3017.0	3339.0	3428.0	3540.0	3894.0	3611.0

Tab. V.4 - turbinagens para o primeiro dia (  $\lambda = 0$  )

números de iterações						
Interv.	1	2	3	4	5	6
	50	17	17	18	19	18

Tab. V.5 - número de iterações

usina	erros nas metas ( $10^6 \text{ m}^3$ )
1	11.46
2	-
3	24.24
4	- 85.23

Tab. V.6 - erros nas metas

Os valores negativos indicam que o montante de água turbinada durante o dia excedeu a meta estabelecida.

tempos computacionais (s)						
Interv.	1	2	3	4	5	6
	0.6	0.2	0.3	0.3	0.3	0.3

Tab. V.7 - Tempos de CPU

Através de um procedimento de atualizações dos custos, obteve-se a factibilização das metas do primeiro dia. Após 6 atualizações de  $\lambda$ , obteve-se a convergência para o primeiro dia, com uma precisão de 1 %. A tabela V.8 mostra as turbinagens que factibilizam as metas do primeiro dia e a tabela V.9 mostra os custos de geração correspondentes.

usina	turbinagens (m <sup>3</sup> /s)					
	1	2	3	4	5	6
1	1380.0	1346.0	1399.0	1416.0	1544.0	1429.0
2	705.0	1480.0	1446.0	1499.0	1516.0	1644.0
3	805.0	805.0	805.0	805.0	805.0	805.0
4	1760.0	2175.0	2146.0	2327.0	2684.0	2441.0

Tab. V.8 - turbinagens que factibilizam metas do 1.º dia.

usina	custos de geração
1	-4.56
2	-
3	-8.99
4	55.81

Tab. V.9 - custos de geração para o 1.º dia.

### V.3 - FACTIBILIZAÇÃO DAS METAS SEMANAIS

#### Exemplo 2 : Atendimento das Metas Semanais - Sistema 1

Com os valores obtidos na factibilização das metas do primeiro dia (tab. V.9), simulou-se os dias restantes da semana. O perfil de demanda de carga para os dias restantes da semana foram considerados iguais para os dias restantes, e os valores de cada dia foram obtidos multiplicando-se a demanda da tabela V.3 pelos fatores indicados na tabela V.10.

dia	1	2	3	4	5	6	7
	1.0	1.05	1.1	1.1	1.05	0.6	0.6

Tab. V.10 - Fator de correção para as cargas de cada dia

A tabela V.11 mostra os custos que factibilizam as metas semanais, e as tabelas V.12 - V.18 apresentam as turbinagens que factibilizam as metas semanais. O tempo total de CPU foi de 20s.

usina	custos
1	-11.50
2	-
3	-4.48
4	63.23

Tab. V.11 - Custos que factibilizam as metas semanais

Dia 1 :

usina	turbinagens (m <sup>3</sup> /s)					
	1	2	3	4	5	6
1	1423.0	1339.0	1443.0	1409.0	1553.0	1433.0
2	705.0	1523.0	1439.0	1543.0	1509.0	1653.0
3	752.0	805.0	751.0	802.0	805.0	805.0
4	1787.0	2149.0	2175.0	2303.0	2673.0	2425.0

Tab. V.12 - turbinagens para o dia 1.

Dia 2 :

usina	turbinagens (m <sup>3</sup> /s)					
	1	2	3	4	5	6
1	1230.0	1452.0	1528.0	1525.0	1608.0	1541.0
2	1533.0	1330.0	1552.0	1628.0	1625.0	1708.0
3	772.0	805.0	805.0	805.0	805.0	805.0
4	1727.0	2371.0	2365.0	2531.0	3004.0	2654.0

Tab. V.13 - turbinagens para o dia 2.

Dia 3 :

usina	turbinagens (m <sup>3</sup> /s)					
	1	2	3	4	5	6
1	1570.0	1067.0	1608.0	1608.0	1608.0	1608.0
2	1641.0	1670.0	1167.0	1708.0	1708.0	1708.0
3	792.0	805.0	798.0	805.0	805.0	805.0
4	2109.0	2178.0	2559.0	2785.0	3445.0	2952.0

Tab. V.14 - turbinagens para o dia 3.

Dia 4 :

usina	turbinagens (m <sup>3</sup> /s)					
	1	2	3	4	5	6
1	1570.0	1525.0	1608.0	1608.0	1608.0	1608.0
2	1708.0	1670.0	1525.0	1708.0	1708.0	1708.0
3	792.0	805.0	789.0	805.0	805.0	805.0
4	2109.0	2559.0	2559.0	2785.0	3445.0	2952.0

Tab. V.15 - turbinagens para o dia 4.

Dia 5 :

usina	trbinagens (m <sup>3</sup> /s)					
	1	2	3	4	5	6
1	1497.0	1426.0	1528.0	1525.0	1608.0	1542.0
2	1708.0	1597.0	1526.0	1628.0	1625.0	1708.0
3	771.0	805.0	771.0	805.0	805.0	805.0
4	1948.0	2349.0	2365.0	2531.0	3004.0	2653.0

Tab. V.16 - turbinagens para o dia 5

Dia 6 :

usina	turbinagens (m <sup>3</sup> /s)					
	1	2	3	4	5	6
1	1095.0	944.0	1087.0	1037.0	1159.0	1033.0
2	1643.0	1195.0	1430.0	1187.0	1137.0	1259.0
3	558.0	732.0	662.0	711.0	735.0	776.0
4	1425.0	1425.0	1425.0	1516.0	1782.0	1550.0

Tab. V.17 - turbinagens para o dia 6

Dia 7 :

usina	turbinagens (m <sup>3</sup> /s)					
	1	2	3	4	5	6
1	1095.0	944.0	1087.0	1073.0	1159.0	1033.0
2	1133.0	1195.0	1044.0	1187.0	1173.0	1259.0
3	558.0	732.0	662.0	711.0	735.0	779.0
4	1425.0	1425.0	1425.0	1516.0	1782.0	1550.0

Tab. V.18 - turbinagens para o dia 7

Exemplo 3 : Atendimento das Metas Semanais - Sistema 2

SISTEMA 2 :

O sistema 2 (Figura V.2) é constituído de 9 usinas hidroelétricas, um sistema elétrico com 23 barras e 33 linhas de transmissão. As características deste sistema estão apresentados nas tabelas V.19 - V.21.

usina	$u^m$ ( $m^3/s$ )	$u^M$ ( $m^3/s$ )	$x^m$ ( $10^6 m^3$ )	$x^M$ ( $10^6 m^3$ )	$x^o$ ( $10^6 m^3$ )	$\theta$ (n.º de int.)
1	1105.0	9365.0	3680.0	5500.0	3680.0	1
2	1400.0	8810.0	12745.0	21200.0	19000.0	1
3	800.0	4700.0	1000.0	3000.0	2000.0	2
4	244.0	1630.0	5200.0	7400.0	6000.0	1
5	800.0	4700.0	1000.0	3000.0	2500.0	3
6	695.0	4625.0	7000.0	12500.0	10000.0	2
7	485.0	3220.0	4400.0	11000.0	9000.0	1
8	485.0	3215.0	4400.0	11000.0	6545.0	2
9	490.0	3215.0	4400.0	11500.0	8000.0	1

Tab. V.19 - Características das usinas - SISTEMA 2.

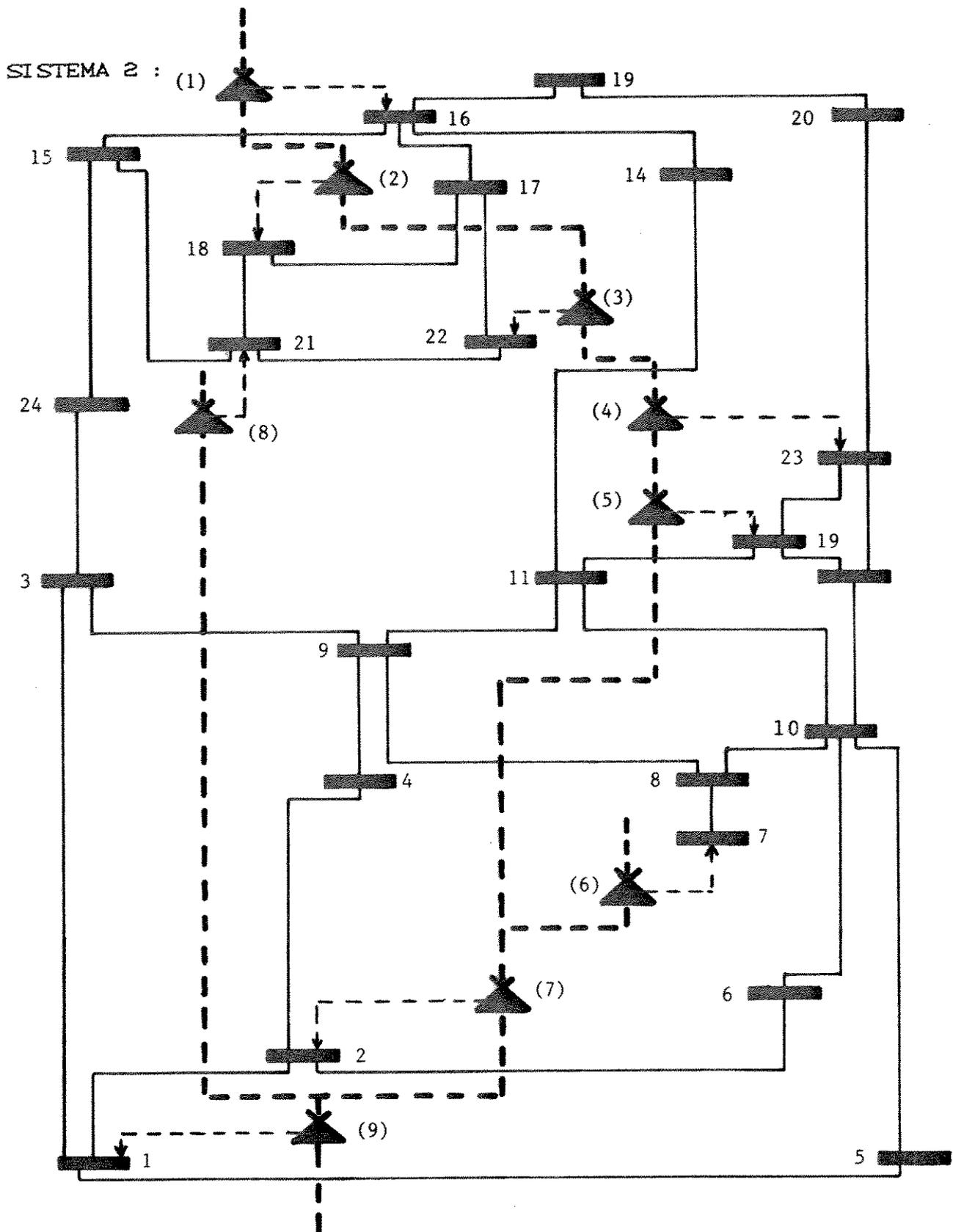


Figura V.2

Linha	Origem	Destino	Reatância
1	1	2	71.94
2	1	3	4.73
3	1	5	11.83
4	2	4	7.89
5	2	6	5.21
6	3	9	8.40
7	3	24	11.92
8	4	9	9.64
9	5	10	11.33
10	6	10	16.53
11	7	8	16.29
12	8	9	6.06
13	8	10	6.06
14	9	11	11.92
15	10	11	11.92
16	10	12	11.92
17	11	13	21.01
18	11	14	23.92
19	12	13	21.01
20	12	23	10.35
21	13	23	11.56
22	14	16	25.71
23	15	16	57.80
24	15	21	40.82
25	15	24	19.27
26	16	17	38.61
27	16	19	43.29
28	17	18	69.44
29	17	22	9.50
30	18	21	76.92
31	19	20	50.51
32	20	23	92.59
33	21	22	14.75

Tab. V.20 - Sistema de transmissão - SISTEMA 2.

barra	Cargas por barra (MW)					
	1	2	3	4	5	6
1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
3	300.4	347.8	368.5	333.3	257.0	333.3
4	96.4	101.5	100.9	91.3	134.4	91.3
5	73.3	77.2	124.7	112.9	175.5	112.8
6	375.1	400.1	463.6	409.9	522.2	309.9
7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
8	1613.1	866.4	741.4	742.2	473.0	642.2
9	260.0	273.7	335.9	303.9	364.5	303.9
10	218.5	230.0	290.5	262.8	218.3	262.8
11	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
12	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
13	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
14	1111.7	117.6	133.7	121.0	150.3	121.0
15	111.7	117.6	133.7	121.0	150.3	121.0
16	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
17	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
18	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
19	139.5	146.8	173.2	156.7	178.8	156.7
20	111.7	117.6	133.7	121.0	140.3	121.0
21	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
22	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
23	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Tab. V.21 - Cargas por barra para o 1.º dia

O sistema 2 ( figura V.2 ) também foi resolvido pelo algoritmo. Os custos obtidos para a resolução do sistema 2 estão apresentados na tabela V.22. A primeira coluna apresenta os custos que factibilizam as metas diárias, e a segunda coluna apresenta os custos que factibilizam as metas semanais. O tempo total de CPU para a resolução do sistema 2 foi de 1.2 minutos. As tabelas V.23-V.29 apresentam as turbinagens que factibilizam as metas semanais.

usina	custos	
	metas diárias	metas semanais
1	443.0	703.4
2	- 401.1	- 546.4
3	1439.2	2141.9
4	221.6	559.4
5	58.5	374.6
6	- 36.0	- 61.7
7	- 24.5	- 30.6
8	- 138.7	- 292.8
9	125.6	454.7

Tab. V.22 - Custos que factibilizam as metas diárias e semanais

dia 1

usina	intervalo de tempo					
	1	2	3	4	5	6
1	4325.8	2209.6	2632.0	2228.7	2078.4	2052.1
2	2852.6	2112.3	2298.6	2100.5	2293.4	1837.0
3	3206.4	1467.9	1429.9	1342.5	958.7	1130.9
4	1500.6	650.4	747.5	645.6	603.8	570.6
5	2228.0	972.6	972.6	972.6	972.6	972.6
6	701.1	701.1	701.1	701.1	701.1	701.1
7	516.0	516.0	516.0	516.0	516.0	516.0
8	531.0	531.0	531.0	531.0	531.0	531.0
9	2426.7	1059.3	1245.3	1087.4	1135.6	1015.6

Tab. V.23 - turbinagens para o dia 1

dia 2

usina	intervalo de tempo					
	1	2	3	4	5	6
1	4603.5	2450.9	2894.4	2471.1	2313.3	2285.6
2	2986.3	2218.6	2414.2	2206.2	2408.7	1929.6
3	3401.6	1588.1	1548.2	1437.6	1053.5	1234.3
4	1500.6	719.1	821.1	714.1	670.2	635.4
5	2518.6	972.6	972.6	972.6	972.6	972.6
6	701.1	701.1	701.1	701.1	701.1	701.1
7	516.0	516.0	516.0	516.0	516.0	516.0
8	531.0	531.0	531.0	531.0	531.0	531.0
9	2619.3	1150.8	1345.7	1180.0	1231.0	1104.6

Tab. V.24 - turbinagens para o dia 2

dia 3

usina	intervalo de tempo					
	1	2	3	4	5	6
1	4881.3	2692.2	3157.0	2713.4	2548.2	2519.1
2	3120.0	2325.0	2529.8	2311.9	2524.1	2022.1
3	3596.9	1708.3	1666.5	1550.8	1148.3	1337.7
4	1500.6	787.8	894.7	782.6	736.7	700.1
5	2809.2	972.6	972.6	972.6	972.6	972.6
6	701.1	701.1	701.1	701.1	701.1	701.1
7	516.0	516.0	516.0	516.0	516.0	516.0
8	531.0	531.0	531.0	531.0	531.0	531.0
9	2812.0	1242.0	1446.6	1272.6	1326.3	1193.7

Tab. V.25 - turbinagens para o dia 3

dia 4

usina	intervalo de tempo					
	1	2	3	4	5	6
1	4881.3	2692.2	3157.0	2713.4	2548.2	2519.1
2	3120.0	2325.0	2529.5	2311.9	2524.1	2022.1
3	3596.9	1708.3	1666.5	1550.8	1148.3	1337.7
4	1500.6	787.8	894.7	782.6	736.7	700.1
5	2809.2	972.6	972.6	972.6	972.6	972.6
6	701.1	701.1	701.1	701.1	701.1	701.1
7	516.0	516.0	516.0	516.0	516.0	516.0
8	531.0	531.0	531.0	531.0	531.0	531.0
9	2812.0	1242.0	1446.6	1272.6	1326.3	1193.7

Tab. V.26 - turbinagens para o dia 4

dia 5

usina	intervalo de tempo					
	1	2	3	4	5	6
1	4603.7	2451.1	2894.5	2471.2	2313.4	2285.8
2	2986.3	2218.7	2414.2	2206.2	2408.7	1929.6
3	3401.6	1588.1	1548.2	1437.7	1053.5	1234.4
4	1500.6	719.1	821.1	714.1	670.2	635.4
5	2518.6	972.6	972.6	972.6	972.6	972.6
6	701.1	701.1	701.1	701.1	701.1	701.1
7	516.0	516.0	516.0	516.0	516.0	516.0
8	531.0	531.0	531.0	531.0	531.0	531.0
9	2619.1	1150.5	1345.7	1179.8	1230.9	1104.4

Tab. V.27 - turbinagens para o dia 5

dia 6

usina	intervalo de tempo					
	1	2	3	4	5	6
1	3214.9	1255.8	1581.5	1258.9	1255.8	1255.8
2	2317.8	1683.8	1836.1	1677.5	1748.2	1424.7
3	2425.4	984.2	956.5	871.9	800.0	800.0
4	1500.6	373.0	452.8	371.2	270.9	562.1
5	1064.4	972.6	972.6	972.6	972.6	972.6
6	701.1	701.1	701.1	701.1	701.1	701.1
7	516.0	516.0	516.0	516.0	516.0	516.0
8	531.0	531.0	531.0	531.0	531.0	531.0
9	1654.6	690.9	841.5	714.9	694.4	585.5

Tab. V.28 - turbinagens para o dia 6

dia 7

usina	intervalo de tempo					
	1	2	3	4	5	6
1	3214.9	1255.8	1581.5	1258.9	1255.8	1255.8
2	2317.8	1683.8	1836.1	1677.5	1748.2	1424.7
3	2425.4	984.2	956.5	871.9	800.0	800.0
4	1500.6	373.0	452.8	371.2	270.9	562.1
5	1064.4	972.6	972.6	972.6	972.6	972.6
6	701.1	701.1	701.1	701.1	701.1	701.1
7	516.0	516.0	516.0	516.0	516.0	516.0
8	531.0	531.0	531.0	531.0	531.0	531.0
9	1654.6	690.9	841.5	714.9	694.4	585.5

Tab. V.29 - turbinagens para o dia 7

#### V.4 - RESOLUÇÃO DO SUBPROBLEMA ELÉTRICO POR UM ALGORITMO DE FLUXO EM REDE

Como mencionado em IV.3, a solução inicial (Fase I) é obtida pela resolução de um problema de transporte artificial, através da aplicação do mesmo algoritmo de fluxo em rede, utilizado para solucionar o problema original.

##### V.4.1 - SOLUÇÃO INICIAL - FASE I

A solução factível inicial para o subproblema elétrico do intervalo de tempo  $t$  é obtida pela resolução de um problema de fluxo de custo mínimo em um grafo, apresentado na figura V.1.

Note que neste grafo a geração da unidade  $i$  ( $p_i^t$ ) é representada por duas variáveis

$$p_i^t = p_{i1}^t + p_{i2}^t$$

onde  $p_{i1}^t = p_i^m$  e  $p_{i2}^t = p_i - p_i^m$ , assim cada geração é representada por dois arcos. O arco  $p_{i1}^t$  é designado de arco de limite inferior de geração e o arco  $p_{i2}^t$  como arco de geração variável. A carga em cada barra de carga é representado por um único arco com limite inferior igual a zero e limite superior igual à carga. Os limites de fluxo e os custos ( $c_i$ ) em cada um desses arcos e os arcos de carga são dados por :

$$0 \leq p_{i1}^t \leq p_i^m, \quad c_{i1}^t \ll 0$$

$$0 \leq p_{i2}^t \leq (p_i^M - p_i^m), \quad c_{i2}^t = 0$$

$$0 \leq p_j^t \leq d_j^t, \quad c_j^t \ll 0$$

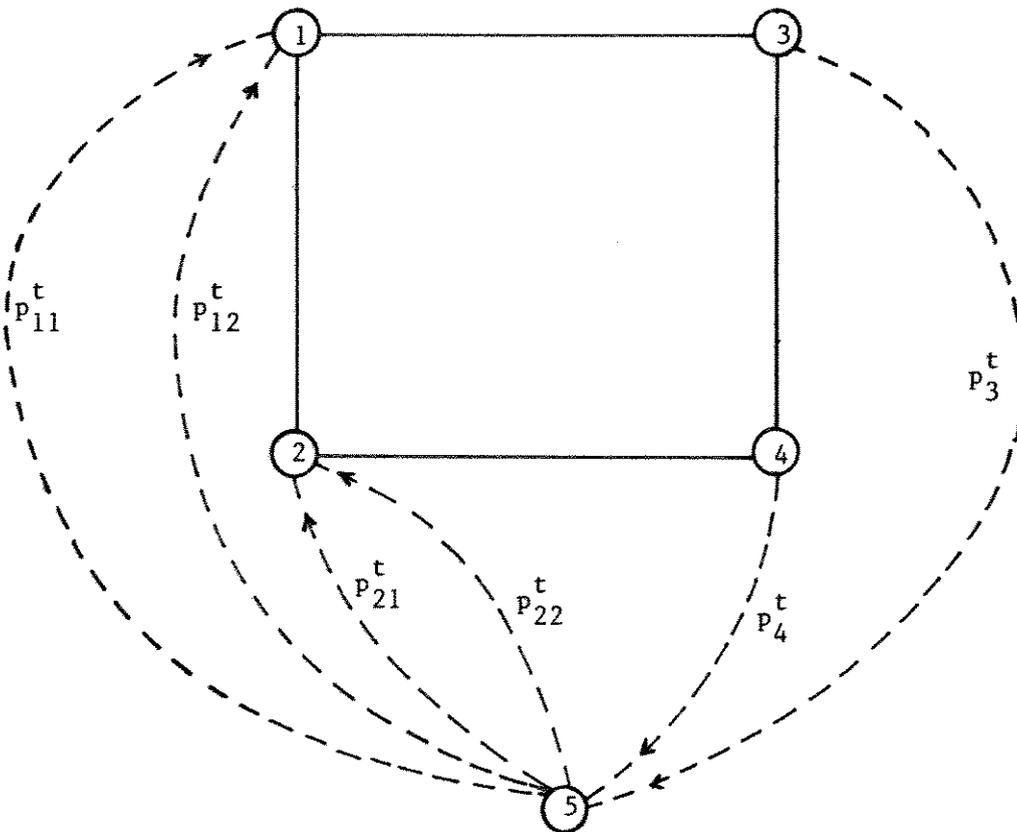


Fig. V.3 - Grafo Preparado

Considera-se como solução básica inicial do problema artificial a base indicada na figura V.4, tendo como variáveis básicas os arcos de geração variável e os arcos de carga, todos com valores iniciais iguais a zero. Esta solução corresponde a uma situação de geração nula e carga nula. Como os custos associados aos arcos de carga são negativos, o processo de otimização da fase I força um aumento de fluxo nestes arcos até os seus limites superiores, gerando assim uma solução que atenda as demandas e os limites de geração. Ou seja, há um processo de "energização" da rede.

No sentido de facilitar a transição da fase I para a fase II adotou-se a seguinte numeração para os arcos :

- Os primeiros  $n_l$  arcos representam as linhas de transmissão

$$I_1 = \langle 1, 2, \dots, n_l \rangle$$

$n_l$  - número de linhas de transmissão.

- Os próximos  $n_h$  arcos representam os arcos de geração variável

$$I_2 = \langle n_l + 1, \dots, n_l + n_h \rangle$$

$n_h$  - número de geradores.

- Os próximos  $n_c$  arcos representam as cargas

$$I_3 = \langle n_l + n_h + 1, \dots, n_l + n_h + n_c \rangle.$$

$n_c$  - número de barras de carga

- Os próximos  $n_h$  arcos representam as gerações mínimas

$$I_4 = \langle n_l + n_h + n_c, \dots, n_l + 2n_h + n_c \rangle.$$

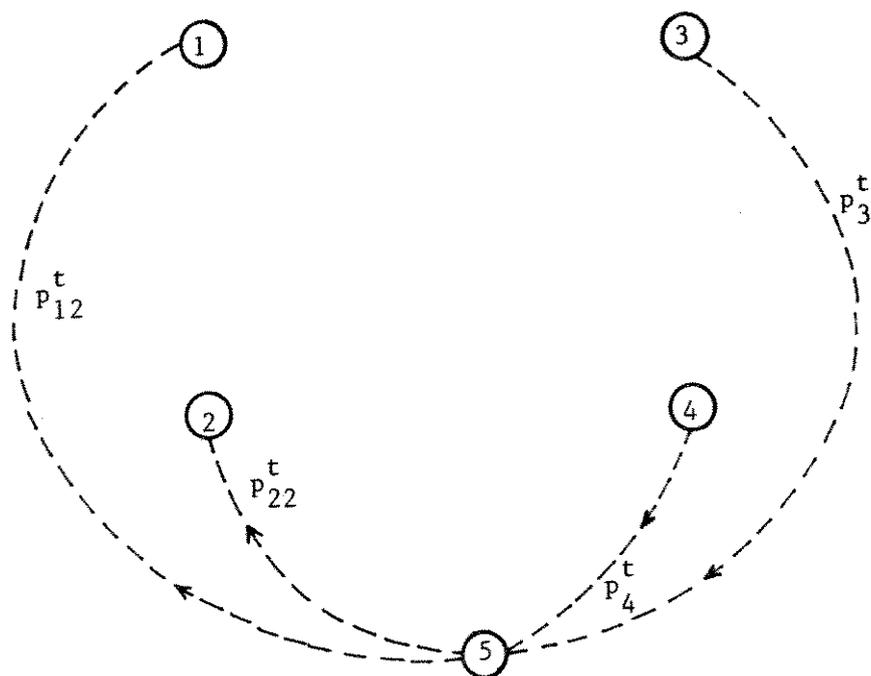


Fig. V.4 - base inicial ( árvore )

A fase I termina quando todos os arcos artificiais, que representam as cargas e os arcos de geração mínima, estão com seus fluxos nos seus limites superiores, obtendo-se assim uma solução básica factível.

Se na solução ótima da fase I algum arco  $i \in I_4$  apresentar o seu fluxo abaixo de seu limite superior, isto quer dizer que não é possível atender o requisito de geração mínima.

Se os requisitos de geração mínima forem atendidos, mas algum arco  $i \in I_3$  apresentar fluxo inferior ao seu limite superior então os requisitos de carga não poderão ser atendidos.

#### V.4.2 - FASE II

Quando todos os fluxos nos arcos  $i \in I_3 \cup I_4$  atingem os seus limites superiores, inicia-se a fase II. Nesta fase, o problema considera somente os arcos  $i \in I_1 \cup I_2$ .

#### Exemplo 4 : Resolução do Subproblema Elétrico - Sistema 1

Detalha-se a seguir a aplicação do algoritmo no sistema 1.

A solução inicial está mostrada na tabela V.30.

arco	origem	destino	custos	sol. inicial
1	1	3	.0	0.0
2	2	4	.0	0.0
3	2	5	.0	0.0
4	2	3	.0	0.0
5	2	4	.0	0.0
6	3	7	.0	0.0
7	3	4	.0	0.0
8	4	10	.0	0.0
9	5	8	.0	0.0
10	6	9	.0	0.0
11	6	7	.0	0.0
12	7	8	.0	0.0
13	7	10	.0	0.0
14	9	10	.0	0.0
15	11	2	.0	0.0
16	11	4	.0	0.0
17	11	5	.0	0.0
18	11	7	.0	0.0
19	1	11	-1.0	0.0
20	3	11	-1.0	0.0
21	6	11	-1.0	0.0
22	8	11	-1.0	0.0
23	9	11	-1.0	0.0
24	10	11	-1.0	0.0
25	11	2	-1.0	0.0
26	11	4	-1.0	0.0
27	11	5	-1.0	0.0
27	11	7	-1.0	0.0

$\downarrow$   
 $I_1$   
 $\uparrow$

$\downarrow$   
 $I_2$   
 $\uparrow$

$\downarrow$   
 $I_3$   
 $\uparrow$

$\downarrow$   
 $I_4$   
 $\uparrow$

Tab. V.30 - Grafo e solução inicial

Os custos associados à geração variável são nulos, isto é, não há nenhuma priorização para alguma geração em particular.

Para a resolução do sistema 1 apresentado na figura V.1 , o algoritmo apresentou o seguinte desempenho :

Fase	Iterações
Fase I	14
Fase II	36

Tab. V.31 - Resolução do sistema 1

A solução obtida para o sistema 1 está apresentada nas tabelas V.32 e V.33.

arco	solução ótima (MW)
1	-31.1
2	-119.5
3	-.2
4	335.3
5	566.7
6	-221.3
7	-625.0
8	95.7
9	312.8
10	-68.9
11	-218.6
12	87.9
13	598.7
14	-214.4

Tab. V.32 - fluxos de potência ativa na rede

Os sinais negativos indicam que o fluxo vai na direção do destino para a origem no grafo orientado associado ao problema do sistema 1.

usina	geração pot. ativa (MW)	Turbinagem (m <sup>3</sup> /s)
1	901.7	1210.0
2	218.8	547.0
3	313.2	408.0
4	1189.7	3017.0

Tab. V.33 - Geração de potência ativa nas usinas e as suas turbinagens

A solução ótima de cada intervalo é armazenada, de modo que a resolução do FCAO deste mesmo intervalo, para um valor de  $\lambda$ , possa adotar esta solução como a solução inicial, otimizando a resolução da fase I.

Exemplo 5 : Resolução do Subproblema Elétrico do Sistema 2

A resolução do sistema 2 está resumida nas tabelas V.34 - V.36 a seguir.

Fase	Iterações
Fase I	50
Fase II	30

Tab. V.34 - Resolução do sistema 2

arco	solução ótima (MW)
1	0.0
2	573.2
3	320.9
4	435.3
5	588.9
6	474.8
7	-201.9
8	338.9
9	247.6
10	213.9
11	597.3
12	-499.4
13	-516.1
14	54.2
15	62.7
16	-335.8
17	-310.7
18	427.7
19	-84.6
20	-251.2
21	-71.1
22	-684.0
23	62.0
24	-375.7
25	201.9
26	-420.4
27	162.5
28	-250.9
29	-169.4
30	191.6
31	23.1
32	-88.6
33	73.1

Tab. V.35 - fluxos de potência ativa na rede

usina	geração pot. ativa (MW)	Turbinagem (m <sup>3</sup> /s)
1	894.3	4559.0
2	1024.3	2545.0
3	597.4	3744.0
4	324.2	1501.0
5	364.2	2192.0
6	442.6	701.0
7	257.2	516.0
8	96.3	531.0
9	411.0	2416.0

Tab. V.36 - Geração de potência ativa nas usinas e as suas turbinagens

V.5. - RESOLUÇÃO DOS SUBPROBLEMAS ELÉTRICOS DOS PRÓXIMOS INTERVALOS

No procedimento descrito em IV.2, resolve-se um FCAO para cada intervalo. No sentido de aumentar a eficiência computacional do algoritmo, resolve-se o FCAO de um intervalo a partir da solução ótima obtida para o FCAO do intervalo anterior.

Como a carga não se mantém de um intervalo para outro, é necessário gerar, primeiramente, uma solução inicial factível (Fase I) para o FCAO do próximo intervalo, e depois obter a solução ótima (Fase II) :

- FASE I : A solução inicial é obtida da solução ótima do intervalo anterior, através da simulação de variação de carga.

#### V.5.1 - VARIAÇÃO DE CARGA DE UM INTERVALO A OUTRO

Supõe-se o FCAO resolvido para o intervalo de tempo  $t$  e a carga no nó  $i$  iguais a  $d_i^t$  e  $d_i^{t+1}$  nos intervalos  $t$  e  $t+1$ , respectivamente. A simulação de variação de carga pode ser representada através da introdução de um arco artificial que liga o nó  $i$  com o nó artificial (figura V.5). O limite superior de fluxo deste arco é dado pela diferença  $(d_i^{t+1} - d_i^t)$ , e o seu custo de transporte é negativo, de modo a forçar o seu fluxo ao seu limite superior. Assim, a carga resultante atendida na barra  $i$  é igual a  $d_i^{t+1}$ . No caso em que há diminuição de carga basta inverter o sentido do arco artificial, e o limite superior seria dado pela diferença  $(d_i^t - d_i^{t+1})$ .

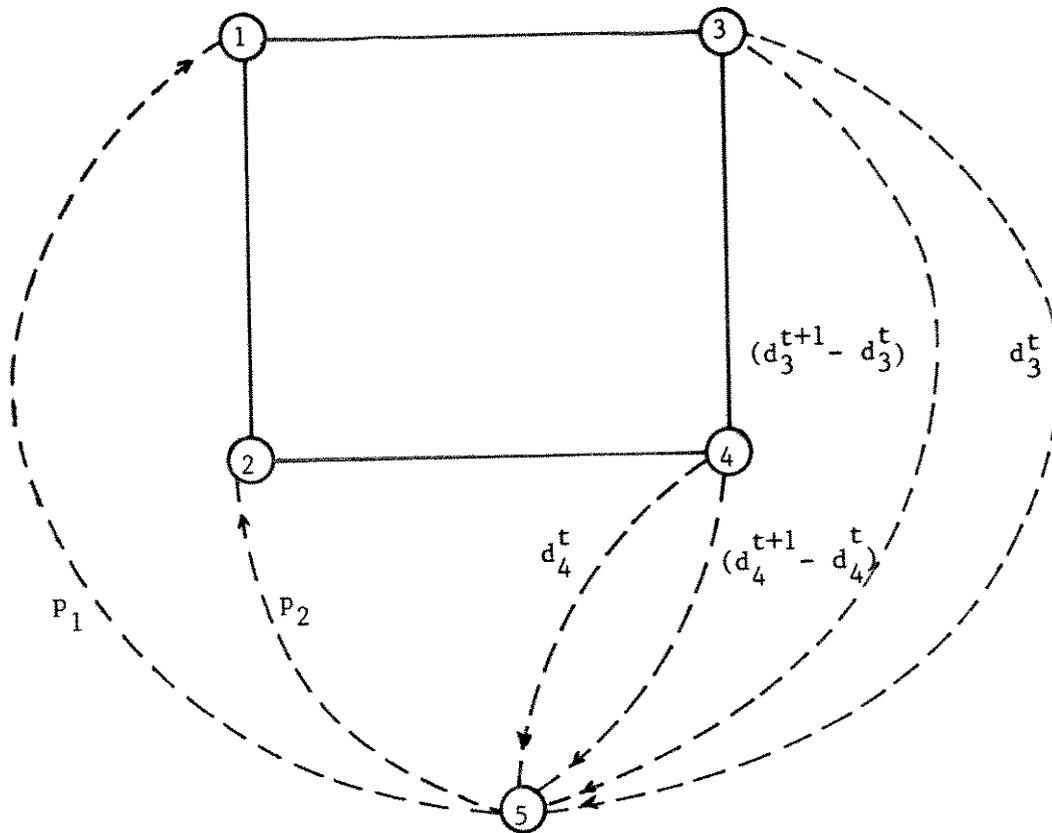


Fig. V.5 - Variação de carga

Exemplo 6 : Subproblema Elétrico do Próximo Intervalo - Sistema 1

Neste exemplo, supõe-se que a carga no intervalo  $t$  para o sistema 1 é dado pela carga considerada no exemplo 1 e a carga no intervalo  $t+1$  como indicado na tabela V.37 :

barra	carga (MW)	
	t	t+1
1	150.6	274.6
2	0.0	0.0
3	1150.5	1150.5
4	0.0	0.0
5	0.0	0.0
6	350.5	448.5
7	0.0	0.0
8	400.8	523.8
9	145.5	161.5
10	480.1	560.1

Tab. V.37 - cargas por barras nos intervalos t e t+1

A resolução do FCAO para o intervalo t+1 apresentou os seguintes resultados :

Fase	Iterações
Fase I	6
Fase II	19

Tab. V.38 - Resolução do exemplo 6

As soluções (turbinagens) para os intervalos t e t+1 estão apresentados na tabela V.39.

usina	Turbinagem (m <sup>3</sup> /s)	
	t	t+1
1	1210.0	1098.0
2	547.0	1310.0
3	408.0	533.0
4	3017.0	3339.0

Tab. V.39 - turbinagens para os intervalos t e t+1

#### V.6 - OTIMIZAÇÃO ELÉTRICA COM RESTRIÇÕES HIDRÁULICAS

A seguir, serão consideradas as restrições (15) e (16), apresentadas no capítulo IV. A primeira destas restrições está relacionada com os casos em que a geração de uma certa usina para o intervalo t já está pré-definida. A segunda restrição simula o caso de dependência entre uma usina a fio d'água com a usina a montante com tempo de atraso nulo.

##### V.6.1 - TEMPO DE ATRASO DIFERENTE DE ZERO

Supondo que a geração da usina i no intervalo de tempo t+1 seja definida a priori e igual a  $\bar{p}_i$ , então o fluxo no arco de

geração  $i$  é fixado no valor de  $\bar{p}_i$ . Esta fixação é obtida através da seguinte função de penalidade, que é acrescida à função objetivo :

$$J_{p1} = \gamma ( p_i^{t+1} - \bar{p}_i )^2$$

onde  $\gamma$  é o fator de penalização (  $\gamma \gg 0$  ). Quando  $J_{p1}$  se anula, então fixa-se o valor dos limites do arco de geração  $i$  em :

$$\bar{p}_i \leq p_i^t \leq \bar{p}_i$$

#### Exemplo 7 : Restrição Hidráulica - Dependência Temporal

No exemplo 6, a vazão incremental à usina 2 no intervalo  $t+1$ , é igual a  $100 \text{ m}^3/\text{s}$ . Note que a turbinagem da usina 2 (tabela V.39), no intervalo  $t+1$ , é igual à turbinagem da usina (1) no intervalo de tempo  $t$  mais a vazão incremental.

### V.6.2 - TEMPO DE ATRASO NULO

O caso de tempo de atraso de transporte nulo é simulada através da seguinte função de penalização, que é também acrescida à função objetivo. Supõe-se que a usina imediatamente a jusante da usina  $k$  é a usina a fio d'água  $j$ , então, tem-se :

$$J_{p2} = \beta \left( \frac{P_k^t}{\delta_k} - \frac{P_j^t + y_j^t}{\delta_j} \right)^2$$

onde  $\delta_k$  é a produtividade da usina  $k$  e  $y_j^t$  é a vazão incremental à usina  $j$  no intervalo de tempo  $t$ .

#### Exemplo 8 : Restrições Hidráulicas - Dependência Espacial

Supõe-se que no exemplo 7, o tempo de atraso de transporte entre as usinas 1 e 2 é nulo. A resolução do FCAO para este caso está resumido na tabela V.40, onde a geração da usina 2 é igual à turbinagem da usina 1 deste mesmo intervalo mais a vazão incremental de  $100 \text{ m}^3/\text{s}$ .

usina	turbinagens (m <sup>3</sup> /s)
1	1390.0
2	1390.0
3	125.0
4	2510.0

Tab. V.40 - turbinagens com tempo de atraso nulo

#### V.7 - COMENTARIOS GERAIS

Dos resultados apresentados neste capítulo pode-se destacar os seguintes pontos :

- i) A presente metodologia permite tratar com facilidade as restrições hidráulicas consideradas nos exemplos.
- ii) A determinação da geração hidráulica por meio do FCAO constitui um método eficiente, que considera com facilidade as

restrições de geração e os limites de transmissão.

iii) A coordenação da resolução dos FCAO's por meio de custos apresenta um bom desempenho na busca da satisfação das metas energéticas.

A restrição hidráulica que apresenta maior dificuldade de consideração é a descontinuidade na faixa de operação das unidades hidráulicas, pois, isto implicaria em resolver o FCAO com descontinuidade na faixa de geração. Uma possível alternativa para contornar esta dificuldade seria, uma vez solucionado o FCAO ignorando-se as faixas descontínuas, verificar as possíveis infactibilidades nas gerações. No caso de infactibilidades, reprogramar a geração de modo a eliminá-las. Esta reprogramação poderia ser efetuada utilizando-se o mesmo algoritmo do FCAO.

## CONCLUSAO

A metodologia proposta nesta tese baseou-se na premissa de que o principal objetivo do planejamento da operação de curto prazo de sistemas hidrotérmicos predominantemente hidráulicos é determinar uma política de operação que compatibilize a operação hidráulica com a operação elétrica. Como estes sistemas apresentam, em geral, um sistema hidráulico de grande porte e de operação complexa, conectado a um sistema de transmissão com restrições operativas, faz-se necessário metodologias que tratem detalhadamente a operação do sistema, de forma a assegurar que o planejamento de curto prazo seja operacionalmente factível. Neste sentido, a metodologia proposta nesta tese constitui uma abordagem adequada ao problema pois, possibilita uma representação detalhada da operação do sistema hidráulico e também considera as restrições do sistema de transmissão em termos de potência ativa.

Por outro lado, a decomposição temporal do problema e a resolução dos subproblemas elétricos através de um algoritmo de fluxo em rede, tornam a metodologia proposta muito eficiente do ponto de vista computacional. Além disso, a formulação dos subproblemas elétricos como um problema de fluxo de carga ativo ótimo permite tratar com facilidade as diversas restrições do

sistema hidráulico, bem como uma eficiente coordenação das resoluções destes subproblemas para a satisfação das metas energéticas.

Ainda no âmbito da metodologia proposta, alguns pontos devem ser investigados. O primeiro aspecto é o aperfeiçoamento do modelo proposto através da comparação entre diferentes técnicas para solucionar o subproblema elétrico (FCAO). O subproblema elétrico pode ser solucionado utilizando-se variadas técnicas, entre elas, programação quadrática, programação quadrática paramétrica, algoritmos de transporte com restrições adicionais [21] e método da continuação [16]. O segundo aspecto a ser desenvolvido é a aplicação da metodologia no planejamento de um sistema real de grande porte, por exemplo, o sistema sul/sudeste brasileiro, verificando o seu desempenho e os resultados obtidos.

Um outro aspecto importante nos sistemas reais, e não considerados neste trabalho, ligada a questão institucional do sistema elétrico brasileiro, é a questão do intercâmbio entre empresas [6], o qual constitui na prática uma restrição muito mais forte que as restrições de metas energéticas, principalmente devido as implicações financeiras.

Embora, a presente metodologia aborde a operação hidráulica em detalhe e a operação do sistema de transmissão, em termos de potência ativa, muitos outros aspectos precisam ser levados em conta, para assegurar um planejamento operacionalmente factível, confiável e eficiente. Entre os vários aspectos, pode-se citar a questão da geração e transmissão de potência reativa, análise de contingências e estabilidade.

## APÊNDICE I

### CRITÉRIOS DE DESEMPENHO DO SISTEMA ELÉTRICO

A operação do sistema elétrico, aqui representada por um modelo de fluxo de carga linearizado, visa determinar a distribuição do fluxo de potência ativa na rede de transmissão, a qual depende da injeção líquida de potência ativa nas barras. Em outras palavras, o desempenho do sistema elétrico pode ser expresso como função da operação do sistema hidráulico. Os dois critérios, apresentados a seguir, relacionam a geração com o desempenho da operação elétrica.

a) MINIMIZACAO DE PERDAS ELETRICAS

A perda de potência ativa na rede de transmissão é aproximadamente dada por [Apêndice III] :

$$p_L = \underline{f}' R \underline{f} \quad (1)$$

onde R é a matriz diagonal das resistências séries.

Define-se então o critério de mínima perda elétrica como

$$\text{Min } f(\underline{f}) = \underline{f}' R \underline{f}$$

Ainda do modelo linearizado, tem-se que o fluxo de potência ativa é dado por

$$\underline{f} = X^{-1} A' \underline{\theta} \quad (2)$$

Como a relação entre o ângulo de fase e a potência injetada vale

$$\underline{\theta} = B^{-1} \underline{p} \quad (3)$$

de (2) e (3), tem-se que

$$\underline{f} = X^{-1}A'B^{-1}\underline{p} \quad (4)$$

E, de (1) e (4), tem-se

$$P_L = \underline{p}'B^{-1}A X^{-1}R X^{-1}A'\underline{p} = \underline{p}'T \underline{p} \quad (5)$$

De (5), tem-se que as perdas elétricas podem ser expressas por uma função quadrática das injeções de potência nas barras. Como as cargas são fixas, então as perdas são funções das alocações das gerações.

#### b) MINIMIZACAO DO ESFORÇO ELÉTRICO

Um outro critério de desempenho elétrico que poderia ser adotado é o critério de mínimo esforço elétrico, definido como

$$\text{Min } f(\underline{f}) = \underline{f}'X \underline{f} \quad (6)$$

Este critério tem a mesma forma quadrática que o critério de mínima perda, diferindo apenas nos coeficientes.

A solução do problema utilizando o critério de mínimo esforço elétrico (6) será mais próximo da solução do problema de mínima perda (5), quanto mais homogêneo a relação dos parâmetros  $R/X$  das linhas de transmissão. Isto é, a solução dos dois problemas coincidem quando a relação  $R/X$  é a mesma para todas as linhas. Porém, mesmo que esta relação não se mantenha constante para todas as linhas, a solução do problema de mínimo esforço elétrico tende a minimizar as perdas, uma vez que, o critério (6) igualmente penaliza de forma quadrática o fluxo nas linhas de transmissão.

## APÊNDICE II

### CÁLCULO APROXIMADO DAS PERDAS DE POTÊNCIA ATIVA NA REDE DE TRANSMISSÃO

O fluxo de potência ativa que deixa a barra  $k$  em direção à barra  $m$  é dada pela expressão [48]

$$f_{km} = V_k^2 g_{km} - V_k V_m g_{km} \cos \theta_{km} + V_k V_m \text{sen } \theta_{km}$$

e o fluxo que sai da barra  $m$  para  $k$  é dado por

$$f_{mk} = V_m^2 g_{km} - V_k V_m g_{km} \cos \theta_{mk} + V_k V_m \text{sen } \theta_{mk}$$

Assim, a perda na transmissão na linha  $k$ - $m$  vale

$$f_{mk} + f_{km} = g_{km} ( V_m^2 + V_k^2 - 2 V_k V_m \cos \theta_{mk} )$$

Adotando-se a aproximação para o modelo linearizado

$$V_k \cong V_m \cong 1 \text{ p.u.}$$

a perda na linha k-m fica

$$P_{L_{km}} = g_{km} ( 2 - 2 \cos \theta_{km} ) = 4 g_{km} \left( \sin \frac{1}{2} \theta_{mk} \right)^2 \quad (1)$$

Admitindo-se também a aproximação  $\sin \theta \cong \theta$ , (1) pode ser reescrito como

$$P_{L_{km}} = 4 g_{km} \left( \sin \frac{1}{2} \theta_{mk} \right)^2 = g_{km} \theta_{km}^2 \quad (2)$$

Em sistemas de transmissão de alta e extra-alta tensão os valores da resistência em série  $r_{km}$  são menores que os valores da reatância série  $x_{km}$ . Por exemplo, os valores médios e aproximados da relação X/R de algumas empresas do sistema sul/sudeste brasileiro estão na tabela a seguir .

empresa	tensão (KV)	X/R
FURNAS	500	18
CESP	440	13
FURNAS	345	10

Para estes valores de R e X,  $g_{km}$  pode ser aproximado para

$$g_{km} = \frac{r_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \cong \frac{r_{km}}{x_{km}^2} \quad (3)$$

Tem-se ainda dos modelos linearizados que o fluxo de potência ativa é dado por :

$$f_{km} = \frac{\theta_{km}}{x_{km}} \quad (4)$$

Portanto, de (2) - (4), tem-se

$$P_{L_{km}} \cong g_{km} \theta_{km}^2 \cong \frac{r_{km}}{x_{km}^2} \theta_{km}^2 \cong r_{km} f_{km}^2$$

Generalizando para toda a rede, a perda total  $p_L$  pode ser reescrita como

$$p_L = \underline{f}' R \underline{f}$$

onde R é a matriz diagonal das resistências séries :



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [ 1] Agarwal, S.K e Nagrath, I.J., "Optimal Scheduling of Hydrothermal Systems ", PROC. IEE, Vol. 119, n. 2, fevereiro, 1972.
  
- [ 2] Almeida, K.C., " Estudos em Fluxo de Potência Ativa Usando o Princípio de Mínimo Esforço ", Tese de Mestrado apresentado à Faculdade de Engenharia Elétrica da UNICAMP, Campinas, abril, 1987.
  
- [ 3] Amado, S.M. e Ribeiro, C.C., " Short-term Generation Scheduling of Hydraulic Multi-Reservoir Multi-Area Interconnected Systems ", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. PWRS-2, n.3, agosto, 1987.
  
- [ 4] Arismunandar, A. e Noakes, F., " General Time Dependent Equations for Short-Range Optimization of Hydrothermal Electric Systems", AIEE Trans., Vol. 63, pt. III, abril, 1962.

- [ 5] Arvanitidis, N.V., Rosing, J., " Composite Representation of a Multireservoir Hydroelectric Power System ", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-89, n. 2, fevereiro, 1970.
- [ 6] Arteiro, F.J., Severino, J., Rodrigues, A., Carvalho, G. e Zuchi, M., " Programação Diária da Operação do Sistema Interligado Brasileiro ", 3º. ERLAC - CIGRÉ, Foz do Iguaçu, 1989.
- [ 7] Baldwin, C.J., Dale, K.M. e Dittrich, R.F., " A Study of the Economic Shutdown of Generating Units in Daily Dispatch ", AIEE Trans., Vol. 78, dezembro, 1959.
- [ 8] Baptistella, L.F.B. e Geromel, J.C., " Decomposition Approach to Problem of Unit Commitment Scheduling for Hydrothermal Systems ", IEE proc., Vol. 127, pt. D, n.6, novembro, 1980.
- [ 9] Bernholtz, B. e Graham, L.J., " Hydrothermal Economic Scheduling", AIEE Trans., Vol. 79, pt.III, dezembro, 1960.
- [10] Bertsekas, D.P., Lauer, G.S., Sandell, N.R. e Posbergh, T.A., " Optimal Short-Term Scheduling of Large-Scale Power Systems ", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-28, n. 1, janeiro, 1983.
- [11] Bissonette, V., Lafond, L. e Coté, " A Hydrothermal Scheduling Model for the Hydro-Québec Production System ", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. PWRS-1, n. 2, maio.

- [12] Bonaert, A.P., El-Abiad, A.H. e Koivo, A.J., " Optimal Scheduling of Hydro-Thermal Power Systems ", AIEE Trans., Vol. PAS-91, 1972.
- [13] Bonaert, A.P. e Koivo, A.J., " A Comparative Study of Decomposition in Optimizing Hydro-Thermal Power Scheduling", IEEE PES Winter Meeting, New York, janeiro/fevereiro, 1973.
- [14] Brännlund, H., Bubenko, J.A., Sjelvgren, D. e Anderson, N., "Optimal Short Term Operation Planning of a Large Hydrothermal Power System Based on a Nonlinear Network Flow Concept ", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. PWRs-1, n. 4, novembro, 1986.
- [15] Brännlund, H., Sjelvgren, D. e Bubenko, J.A., " Short Term Generation with Security Constraints ", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 3, n. 1, fevereiro, 1988.
- [16] Calderon, L.R. e Galiana, F.D., " Continuous Solution Simulation in the Short Term Hydrothermal Coordination Problem ", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. PwrS-2, n. 3, agosto, 1987.
- [17] Carpentier, J.L., " Contribution à l'étude du Dispatching Economique ", Bulletin de la Société Française des Electriciens, Ser. 8, Vol. 3, agosto, 1962.
- [18] Carpentier, J.L., " A Link Between Short Term and

Dispatching : Separability of Dynamic Dispatch ", Proc. PSCC Conf., Helsinki, Agosto, 1984.

- [19] Carpentier, J.L., " Optimal Power Flows : Uses, Methods and Developments ", Proc. IFAC Symposium on Planning and Operation of Electric Energy Systems, julho, 1985.
- [20] Carneiro, A.A.F.M., Soares, S. e Bond, P.S., " A Large Scale Application of an Optimal Deterministic Hydrothermal Scheduling Algorithm ", IEEE Trans. on Power Systems, Vol.5, n. 1, fevereiro,1990.
- [21] Carvalho, M.F., Soares, S. e Ohishi, T., " Optimal Active Power Dispatch by Network Flow Approach ", IEEE PES Winter Meeting, New York, janeiro/fevereiro, 1988.
- [22] Chandler, W.G., Dandeno, P.L., Glimn, A.F. e Kirchmayer, L.K., " Short-term Economic Operation of a Combined Thermal and Hydro-Electric Power System ", AIEE Trans., Vol. 72, pt. III, outubro,1953.
- [23] Cypser, R.J., " Computer Search for Economical Operation of a Hydrothermal Electric System ", AIEE Trans., Vol. 73, pt. III, outubro 1954.
- [24] Dahlin, E.B. e Shen, D.W.C., " Optimal Solution to the Hydro-Steam Dispatch Problem for Certain Practical Systems ", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-85, n. 5, maio, 1966.
- [25] Dommel, H.W. " Economic Dispatch and Optimal Power Flow

Methods for Planning and operation ", CEA Engineering and Operation Division Meeting, Março, 1978.

- [26] Drake, J.H., Kirchmayer, L.K., Mayall, R.B. e Wood, H., " Optimum Operation of a Hydrothermal System ", AIEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-81, 1962.
- [27] Duncan, R.A, Seymore, G.E., Streiffert, D.L. e Engberg, D.J., " Optimal Hydrothermal Coordination for Multiple Reservoir River Systems ", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-104, n. 5, maio, 1985.
- [28] Ea, K. e Monti, M., " Daily Operational Planning of the EDF Plant Mix Proposal for a New Method ", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. PWRS-1, n. 3, agosto, 1986.
- [29] El-Hawary, M.E. e Christensen, G.S., Optimal Economic Operation of Electric Power Systems, Academic Press, New York, 1979.
- [30] El-Hawary, M.E. e Landrigan, J.K., " Optimum Operation of Fixed-Head Hydro-Thermal Electric Power Systems : Powell's Hybrid Method Versus Newton-Raphson Method ", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, n. 3, março, 1982.
- [31] El-Hawary, M.E. e Tsang, D.H., " The Hydrothermal Optimal Load Flow, A Practical Formulation and Solution Technics Using Newton's Approach ", IEEE Trans. on Power Systems,

- [32] Gagnon, C.R e Bolton, J.F., " Optimal Hydro Scheduling at the Bonneville Power Administration ", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-97, n. 3, Maio/junho 1978.
- [33] Glimn, A.F. e Kirchmayer, L.K., " Economic Operation of Variable-Head Hydroelectric Plants ", AIEE Trans., Vol. 77, pt. III, dezembro, 1958.
- [34] Habibollahzadeh, H. e Bubenko, J.A., " Application of Decomposition Techniques to Short Term Operation Planning of Hydrothermal Power System ", IEEE Trans. on Power Systems, vol. PWRs-1, n. 1, fevereiro, 1986.
- [35] Happ, H.H., " Optimal Power Dispatch - A Comprehensive Survey", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-96, n. 3, maio/junho, 1977.
- [36] Hanscom, M.A., Lafond, L., Lasdon, L. e Pronovost, G., " Modelling and Resolution of the Mid-Term Generation Planning Problem for a Large Scale Hydroelectric System ", Management Science, Vol. 28, julho, 1980.
- [37] Hicks, R.H., Gagnon, C.R., Jacoby, S.L.S e Kowalik, J.S., " Large Scale, Nonlinear Optimization of Energy Capability for the Pacific Northwest Hydroelectric System ", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-93, setembro/outubro, 1974.

- [38] Johannesen, A., Gjelsvik, A., Fosso, O.B. e Fiatabo, N., "Optimal Short Term Hydro Scheduling Including Security Constraints ", IEEE/PES 1990 Summer Meeting, Mineapolis, julho, 1990.
- [39] Kennington, J.L. e Helgason, R.V., Algorithms for Network Programming, Wiley, New York, 1981.
- [40] Kirchmayer, L.K. e Stagg, G.W., " Analysis of Total and Incremental Losses in Transmission Systems ", AIEE Trans., Vol. 70, Parte II, 1951.
- [41] Laithwaite, E.R. e Freris, L.L., Electric Energy : Its Generation, Transmission and Use, McGraw-Hill, Londres, 1980.
- [42] Lasdon, L.S., Optimization Theory of Large Systems, Mac-Millan Series in Operation Research, Mac-Millan Company, New York, 1970.
- [43] Lee, F.N., " A Method to Eliminate Solution Trapping in Applying Progressive Optimality Principle to Short-Term Hydrothermal Scheduling ", IEEE/PES 1989 Winter Meeting, New York, janeiro/fevereiro, 1989.
- [44] Luenberger, D.C., Linear and Nonlinear Programming, Addison-Wesley Publishing Company Reading, Massachusetts, 1984.

- [45] Luo, G.X., Habibollahzadeh, H. e Semlyen, A., " Short-Term Hydro-Thermal Dispatch Detailed Model and Solution ", IEEE/PES 1989 Winter Meeting, New York, janeiro/fevereiro, 1989.
- [46] Merlin, A., Lauzanne, B., Maurras, J.F., Auge, J. e Ziglioli, M., " Optimization of Short-term Scheduling of EDF Hydraulic Valleys with Coupling Constraints : The Ovide Model ", Proc. PSCC Conf., Lausanne, agosto, 1981.
- [47] Merlin, A. e Sandrin, P., " A New Method for Unit Commitment at Electricite de France ", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-102, n. 5, maio, 1983.
- [48] Monticelli, A.J., Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica, Edgar Blucker, 1983.
- [49] Monticelli, A.J., Santos, A., Pereira, M.V.F., Cunha, S.H., Parker, B.J. e Praça, J.C.G., " Interactive Transmission Network Planning Using a Least Effort Criterion ", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, n.10, outubro, 1982.
- [50] Nanda, J. e Bijwe, P.R., " Optimal Hydrothermal Scheduling with Cascade Plants Using Progressive Optimality Algorithm ", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-100, n. 4, abril, 1981.

- [51] Ohishi, T e Soares, S., " Optimal Short-Term Multireservoir Operation by Primal Decomposition ", International Congress on Mathematical Programming, Rio de Janeiro, abril 1981.
- [52] Ohishi, T., Soares, S. e Carvalho, M.F.H., " A Short Term Hydrothermal Scheduling Approach for Dominantly Hydro Systems ", IEEE PES Summer Meeting, Mineapolis, julho, 1990.
- [53] Pereira, M.V.F. e Pinto, L.M.V.G., " A Decomposition Approach to the Economic Dispatch of Hydrothermal Systems", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, n. 10, outubro, 1982.
- [54] Pinto, L.M.V.G. e Pereira, M.V.F., " Modelo de Operação Ótima a Curto Prazo de Sistemas Hidrotérmicos ", 7.º Congresso CBA,
- [55] Plano 2010 - Plano Nacional de Energia Elétrica 1987/2010, Centrais Elétricas Brasileiras S.A. - ELETROBRÁS, Rio de Janeiro, dezembro, 1987.
- [56] Pronovost, R. e Boulva, J., " Long-Range Operation Planning of a Hydro-Thermal Modelling and Optimization ", Canadian Electric Association, Spring Meeting, Toronto, 1978.
- [57] Raithel, R., Virmani, S., Kim, S. e Ross, D., " Improved Allocation of Generation Through Dynamic Economic

Dispatch", Proc. PSCC Conf., Lausanne, Julho, 1981.

- [58] Ramamoorthy, M. e Gopala Rao, J., " Load Scheduling of Hydroelectric/thermal Generating Systems Using Nonlinear Programming Techniques ", PROC. IEE, vol. 117, n. 4, abril, 1970.
- [59] Ricard, M.J., " La détermination du programme optimum de production d'usines génératrices hydrauliques et thermiques interconnectées ", Revue Générale de L'Electricite, setembro, 1940.
- [60] Ross, D.W. e Kim, S., " Dynamic Economic Dispatch of Generation ", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-99, n. 6, novembro/dezembro 1980.
- [61] Saha, T.N. e Khaparde, S.A., " An Application of a Direct Method to the Optimal Scheduling of Hydrothermal Systems", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-97, n.3, maio/junho, 1978.
- [62] Shaw, J.J. e Bertsekas, D.P., " Optimal Scheduling of Large Hydrothermal Power Systems ", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-104, n. 2, fevereiro, 1985.
- [63] Sanders, C.W. e Monroe, C.A., " An Algorithm for Real-Time Security Constrained Economic Dispatch ", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. PWR-2, n. 4, novembro, 1987.

- [64] Soares, S., " Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos ", SBA: Controle de Automação, Vol. 1, n.2,
- [65] Steinberg, M.J. e Smith, T.H., " The theory of Incremental Rates ", Parte I, Electrical Engineering, março, 1934. Parte II, Electrical Engineering, abril,1934.
- [66] Stot, B. e Marinho, J.L., " Linear Programming for Power System Network Applications ", IEEE Trans. on Power Apparatus and System, maio/junho, 1979.
- [67] Turgeon, A., " Optimal Short-Term Hydro Scheduling from the Principle of Progressive Optimality ", Water Resources Research, Vol. 17, n.3, junho,1981.
- [68] Van den Bosch, P.P.J. e Honderd, G., " A Solution of the Unit Commitment Problem via Decomposition and Dynamic Programming " , IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-104, n.7, julho,1985.
- [69] Vieira Filho, X., Operação de Sistemas de Potência com Controle Automático de Geração, Editora Campus Ltda, Rio de Janeiro, 1984.
- [70] Wakamori, F., Masui, S., Morita,K. e Sugiyama, T., " Layered Network Model Approach to Optimal Daily Hydro Scheduling", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, n. 9, setembro, 1982.

- [71] Wollenberg, B.F. e Stadlin, W.O., " A Real Time Optimizer for Security Dispatch ", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-93, 1974.
- [72] Wood, A.J. e Wollenberg, B.F., Power Generation, Operation and Control, John Wiley and Sons, New York, 1984.
- [73] Yang, J. e Chen, N., " Short Term Hydrothermal Coordination Using Multi-Pass Dynamic Programming ", IEEE/PES 1989 Winter Meeting, New York, janeiro/fevereiro, 1989.
- [74] Zaghlool, M.F. e Trutt, F.C., " Efficient Methods for Optimal Scheduling of Fixed Head Hydrothermal Power Systems ", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 3, n. 1, fevereiro, 1988.