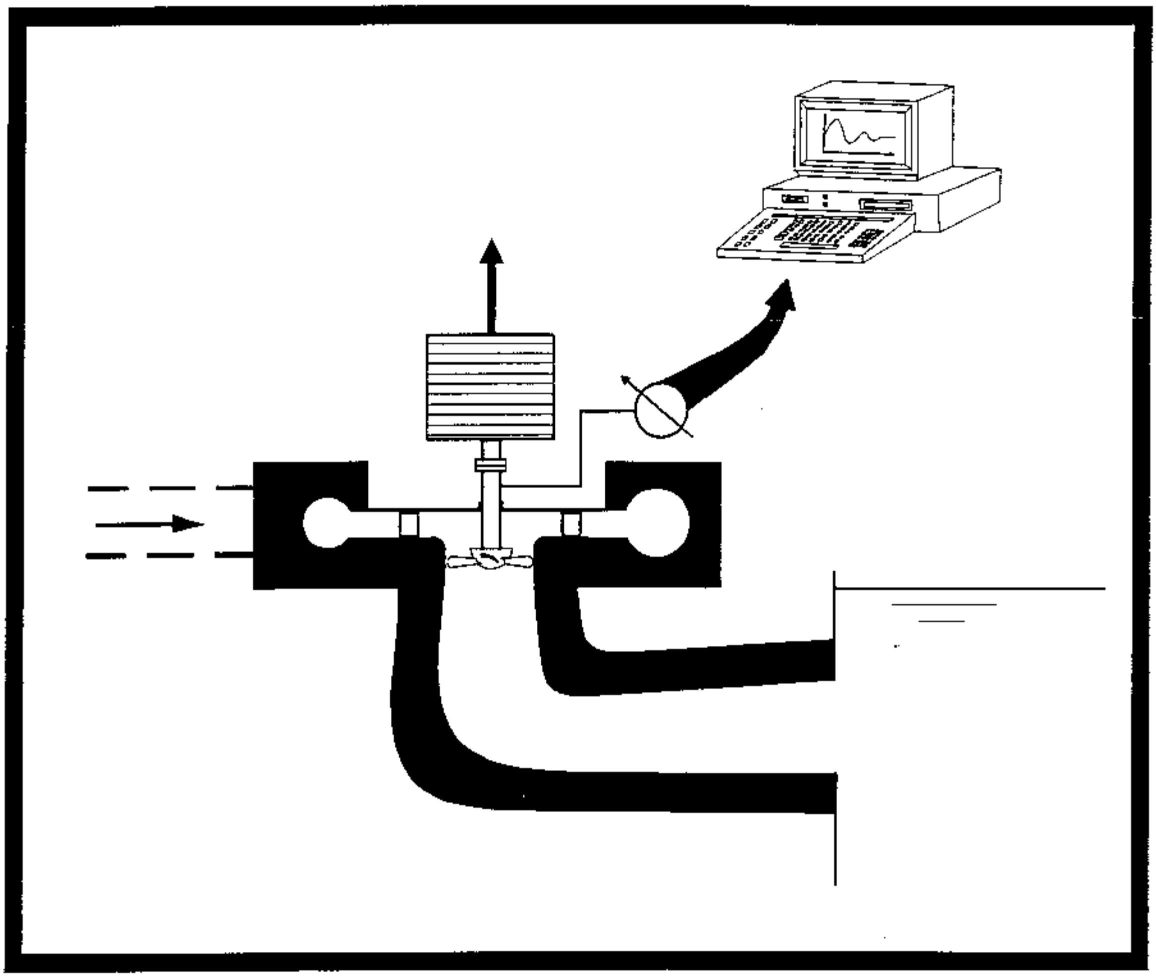
Análise e Otimização da Operação de Usinas Hidrelétricas



José Geraldo Pena de Andrade

Análise e Otimização da Operação de Usinas Hidrelétricas

José Geraldo Pena de Andrade

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Civil, da Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, para a obtenção do título de Livre Docente na Área de Mecânica dos Fluidos

Campinas - S.P.
setembro, 1994

Cristina *todo homem procura seu caminho e a felicidade, eu encontrei ambos no dia 04/05/1985, depois disso tudo tem sido consequência* ...obrigado pela compreensão, apoio e estímulo ...**te amo.**

Rafael e Fábio *esperamos, eu e a mamãe, orientá-los e contribuir para que atinjam seus objetivos* ...obrigado pela paciência e compreensão do tempo que não pude estar com voces ...amamos voces.

Papai e Mamãe *quanto mais o tempo passa, mais importância vejo em seus ensinamentos, orientações e exemplo de vida* ...obrigado por toda dedicação e sacrifício na formação de seus filhos.

Sr. Arlindo *a satisfação de poder viver com sua pessoa me enobrece* ...obrigado pelo apoio na vida diária, inclusive me substituindo em muitas tarefas caseiras.

Prof. Koelle *tentar medir a sua contribuição neste trabalho é uma tarefa difícil, mas possível, imensurável é a sua contribuição na minha formação técnica, humana e acima de tudo de cidadão brasileiro* ...obrigado - Deus lhe pague.

Edevar *a sua capacidade de trabalho e competência contagia nossa sala* ...Obrigado pela paciência nas discussões e pelo auxílio computacional.

† **Carlos Henrique Junqueira de Andrade Filho,** meu irmão, saudades, como seria se estivesse aqui ...

† **Jandyra Antunes da Silva Rosa,** minha sogra, seu exemplo de vida e ensinamentos fazem com que esteja sempre conosco ...

† **Ademir Valentin Penna,** meu tio, sua contagiante alegria nos faz muita falta ...

† **Jorge Penna,** meu avó, demonstrou ao longo de sua vida que o homem pode vencer e ser honesto ao mesmo tempo, **basta trabalhar** ...obrigado pelo exemplo.

Agradecimentos

À DEUS pelos dons e oportunidades

- **Ao Prof. Dr. Dayr Schiozer**, UNICAMP, pela oportunidade e orientações dadas no início de minha carreira como pesquisador;

- **Ao Prof. C. S. Martin**, *Georgia Institute of Technology - USA*, pelo fornecimento dos dados necessários ao desenvolvimento deste trabalho;

- **Ao Eng. MSc. Manoel Narcísio Ferreirra Gonçalves,** USP e Voith, pelas discussões e informações à respeito da regulação de turbinas;

- **Ao Prof. José Ulysses de Miranda**, UNICAMP, pela oportunidade de poder desfrutar de sua longa experiência de vida e pela revisão e sugestões no texto final;

- **Ao CNPq**, pelo auxílio financeiro via Bolsa Pesquisador;

- **À FAPESP**, pela Bolsa de Pós Doutorado, *Georgia Institute of Technology - USA*, quando parte deste trabalho foi desenvolvido;

- **Aos colegas da UNICAMP, professores e funcionários**, que trabalham para o fortalecimento da **nossa** Faculdade de Engenharia Civil;

- **À Diretoria da FEC**, em nome do Prof. Dr. Régis Latorraca Ribeiro Lima e **à Chefia do DHS**, em nome da Profa. Dra. Lucila Chebel Labaki, pelo apoio no desenvolvimento deste trabalho;

Conteúdo

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Variáveis e Símbolos

a	-	Celeridade	LT^{-1}
a_o	-	Abertura adimensional	1
a_j	-	Coeficientes das Séries de Fourier geral	1
a	-	Constante	1
awh_j	-	Coeficientes das Séries de Fouriers da curva de carga	1
awb_j	-	Coeficientes das Séries de Fouriers da curva de momento	1
A	-	Área do conduto	L^2
b	-	constante	1
b_j	-	Coeficientes da Série de Fourier geral	1
bt	-	Estatismo transitório	T
bp	-	Estatismo permanente	T
bwh_j	-	Coeficientes das Séries de Fouriers da curva de carga	1
bwb_j	-	Coeficientes das Séries de Fouriers da curva de momento	1
B	-	Constante do método das características	$L^{-2}T$
B_E	-	Constante relativa ao contorno máquina hidráulica	$L^{-2}T$
B_N	-	Constante associano ao nó	L^2T^{-1}
c_i	-	Constantes no sistema em um controlador geral	1
C	-	Sinal de comando	1
	-	Constante do método das características	L
C_1	-	Constante relativa ao contorno turbina	T
C_i	-	Constante da equação do sistema de controle linearizada	1
C^+	-	Reta característica positiva	
C^-	-	Reta característica negativa	
C_{c_1}	-	Constante relativa à chaminé	L
C_{c_2}	-	Constante relativa à chaminé	L^2T
C_E	-	Coeficiente de energia	1
C_N	-	Coeficiente de rotação	1
C_P	-	Coeficiente de potência	1
C_Q	-	Coeficiente de vazão	1
C_T	-	Coeficiente de momento	1
C_{WH}	-	Coeficiente de transformação da variável de carga	1
C_{WB}	-	Coeficiente de transformação da variável de momento	1
C^*_{WH}	-	Coeficiente proposto de transformação da variável de carga	1
C^*_{WB}	-	Coeficiente proposto de transformação da variável de momento	1
D	-	Dimensão geométrica característica	L
		Diâmetro do tubo	L
DWH	-	Derivada da curva de carga	1
DWB	-	Derivada da curva de momento	1
ϵ	-	Desvio na variável controlada	1
e_i	-	Desvios nas variáveis controladas em um controlador geral	1
$e(t)$	-	Função degrau ou rampa	1
E	-	Energia por unidade de massa	L^2T^{-2}
E_E	-	Constante relativa ao contorno máquina hidráulica	L^3T^{-1}
E_i	-	Aproximações nos desvios em torno das referências	1
E_G	-	Constante associada ao ENO girante (máquina)	1
E_N	-	Constante associado ao nó	L^3T^{-1}
$E(s)$	-	Transformada de Laplace entrada no controlador	1

Lista de Variáveis e Símbolos, continuação ...

f	-	Coeficiente de atrito	1
	-	Frequência	T^{-1}
$f(x)$	-	Função representativa da Série de Fourier	1
f_i	-	Valores discretos da operação da máquina	1
$f(t)$	-	Função do tempo	1
$f_i(t)$	-	Função genéricas do tempo	1
F	-	Programa do controlador - função de transferência	
F_i	-	Programa do controlador - função de transferência	
	-	Funções gerais	
F_s	-	Transformada de Laplace de uma função	
g	-	Aceleração da gravidade	LT^2
G_s	-	Função de transferência do sistema de controle	1
h	-	Carga adimensional	1
H_0	-	Carga estática	L
H	-	Carga hidráulica	L
H_{P_M}	-	Carga na máquina	L
i	-	Indexador	1
I	-	Momento de inércia das partes girantes	ML^2
	-	Número de ordem	1
j	-	Indexador	1
K_{c_p}	-	Perda localizada na entrada da chaminé	1
K_{c_m}	-	Perda localizada na entrada da chaminé	1
K_d	-	Constante derivativa	T
K_i	-	Constante integral	T^{-1}
K_p	-	Ganho ou constante proporcional	1
K_{p_b}	-	Constante de tempo de retroalimentação	T^-1
K_{p_u}	-	Constante proporcional com ganho último	1
L	-	Inteiro da metade dos dados da operação da máquina	1
	-	Comprimento do trecho de conduto	L
m	-	Número de termos das Séries de Fourier	1
	-	Número de trechos do conduto	1
MC	-	Número de tubos que convergem ao nó	1
MD	-	Número de tubos que divergem do nó	1
N	-	Rotação da máquina hidráulica	T^{-1}
	-	Número de elementos em um conjunto	1
N_1	-	Nó de montante	1
N_S	-	Rotação específica	1
$N_{S_{US}}$	-	Rotação específica no sistema americano	$L^{3/4}T^{-3/2}$
$N_{S_{métrico}}$	-	Rotação específica no sistema métrico	$L^{3/4}T^{-3/2}$
N_{11}	-	Rotação unitária	T^{-1}
P	-	Potência no eixo	FLT^{-1}
	-	Regulador proporcional	
	-	Ponto desconhecido da malha de cálculo	
P_1 e P_2	-	Pontos interiores à malha de cálculo	
PI	-	Regulador proporcional+integral	
PD	-	Regulador proporcional+derivativo	
PID	-	Regulador proporcional+integral+derivativo	
P_u	-	Período último	T

Lista de Variáveis e Símbolos, continuação ...

Q	-	Vazão	LT^{-3}
Q_0	-	Vazão de demanda	LT^{-3}
Q_D	-	Vazão de demanda variável com o tempo	L^3T_1
Q_{11}	-	Vazão unitária	L^3T^1
Q_{P_E}	-	Vazão que passa pelo ENO não tubo	LT^3
$\mathcal{R}$	-	Número de Reynolds	1
R	-	Constante de atrito - MOC	$L^{-5}T^2$
s	-	Variável complexa de Laplace	T^{-1}
v	-	Vazão adimensional	1
V	-	Velocidade	LT^{-1}
V_z	-	Velocidade de movimento das pás do distribuidor	LT^{-1}
t	-	Tempo	T
T	-	Momento	FL
	-	Código numérico	1
T_{11}	-	Momento unitário	FL
T_d	-	Tempo derivativo	T
T_i	-	Tempo integral	T
T_G	-	Tempo de fechamento das pás do distribuidor	T
T_m	-	Tempo da máquina	T
T_M	-	Momento no eixo da turbina	FL
T_n	-	Constante de amortecimento	T
T_{RE}	-	Momento resistente no eixo do gerador	FL
T_w	-	Tempo da gua	T
u	-	Variável de saída do controlador	1
U	-	Aproximação na variável de saída nas proximidades da referência	1
$U(s)$	-	Transformada de Laplace para a saída do controlador	1
WH	-	Variável de Suter associada à carga	1
WB	-	Variável de Suter associada ao momento	1
WH^*	-	Variável de Suter modificada associada à carga	1
WB^*	-	Variável de Suter modificada associada ao momento	1
x	-	Distância medida ao longo do conduto	L
		Variável de Suter	1
Z	-	Abertura do distribuidor	L
Z_2	-	Nível da chaminé no instante conhecido	L
Z_{P_2}	-	Nível da chaminé no instante desconhecido	L
Y	-	Abertura do distribuidor adimensionalizada	1
α	-	Rotação adimensional	1
α_{ref}	-	Valor da rotação de referência	1
β	-	Momento adimensional	1
η	-	Rendimento da máquina	1
η_G	-	Rendimento do gerador	1
δ_m^2	-	Desvio quadrático do ajuste por Séries Séries de Fourier	1
δ_{ot}	-	Adimensional relativo às condições ótimas	1
ΔQ_0	-	Amplitude na vazão oscilatória	L^3T^{-1}
Δt	-	Intervalo de tempo	T
$\Delta\alpha$	-	Correção na rotação adimensional	1

Lista de Variáveis e Símbolos, continuação ...

Δv	-	Correção na vazão adimensional	1
ΔY	-	Correção na abertura adimensional	1
γ	-	Peso específico da água	FL^{-3}
		Potência adimensional	1
μ	-	Viscosidade dinâmica do fluido	$ML^{-1}T^{-1}$
ρ	-	Massa específica do fluido	ML^{-3}
σ^2	-	Variância do ajuste por Séries de Fourier	1
Δx	-	Espaçamento dos pontos usados no ajuste por Séries de Fourier	1
Φ	-	Fase da vazão oscilatória	1
Φ_i	-	Função adimensional	
ω	-	Rotação da máquina	T^{-1}

Lista dos Índices

$_b$	-	Relativo à bomba
$_c$	-	Relativo à chaminé de equilíbrio
$_F$	-	Indicativo da abertura máxima do distribuidor
$_{ot}$	-	Relativo ao operação otimizada em cada abertura
$_p$	-	Relativo a valores nos pontos desconhecidos da malha de cálculo
$_{p_i}$	-	Relativos a valores intermediários na malha escalonada cruzada
$_{ref}$	-	Valor da variável controlada adotado como referência - *setpoint*
$_R$	-	Ponto de máximo rendimento da máquina hidráulica
$_t$	-	Relativo à turbina
$_0$	-	Relativo a valores em um instante de cálculo anterior
$_{00}$	-	Relativo a valores em dois instantes de cálculo anteriores

Resumo

No trabalho são apresentadas as diretrizes para a simulação operacional de Usinas Hidrelétricas (Reversíveis) em **tempo real**, através de um modelo matemático completo, no qual, são configuradas todas as características funcionais dos elementos (ENOS) da instalação.

As simulações de escoamentos permanentes, transitórios e oscilatórios em tempo extensivo, possibilitam avaliar as características mais adequadas para o **projeto de uma Usina Hidrelétrica Reversível**, incluindo-se os parâmetros do **regulador** e as várias **manobras** usuais, tais como, aceitação/rejeição total ou parcial de carga, em uma ou várias máquinas instaladas na Usina; o regulador poderá ser do tipo **adaptativo**. A rotina de cálculo desenvolvida no trabalho permite definir o **controle ótimo** para qualquer demanda de carga da Usina, através da determinação da rotação adequada para máximo rendimento operacional. O uso de um controlador programável (PLC), acoplado ao **sistema de regulação**, proporciona o controle da operação adaptativa em tempo real.

A topologia adotada para a descrição da instalação hidráulica facilita a aplicação do equacionamento original desenvolvido no trabalho, utilizando o método de cálculo proposto - **Método das Características (MOC)**-, para simular a operação da Usina Hidrelétrica. A representação das **curvas características** das máquinas hidráulicas através das **Séries de Fourier**, conforme apresentado, permite interpolações para quaisquer condições operacionais, definidas por valores ótimos de funções contínuas, utilizando as variáveis de Suter. O regulador **PID**, com **controle adaptativo**, ajusta-se a qualquer condição operacional e proporciona a solução ótima para a operação do conjunto girante, instalado com cicloconversores, conforme é atualmente proposto para as Usinas Hidrelétricas Reversíveis modernas.

A determinação dos "**modos naturais, ou de vibrar da instalação**", efetuada no domínio tempo, apresenta vantagens inequívocas ao possibilitar análisar conjuntamente os fenômenos oscilatórios provocados por perturbações internas que auto-excitam a instalação.

As proposições apresentadas no trabalho são confirmadas através de simulações computacionais ilustrativas, nas quais ressaltam-se as vantagens na utilização da metodologia proposta para modelar matematicamente uma instalação hidrelétrica qualquer, com todos os seus elementos (ENOS) dinamicamente representados em tempo real.

Abstract

The directions to simulate the operation of a Hydroelectric Power Plants (Reversible) in a real time by a mathematics model, in that, all the operational conditions of the system components (ENOS) are described, are presented in this research.

Steady, transient and oscilatory in a extensive period simulations allow to evaluate the adequate configuration to **design a Pumped Storage Scheme**, including the **regulator** parameters and the several common **maneuvers**, such as, total or partial load acceptance/rejection, with one or more hydraulic machines. The regulator can be a **adaptive** one, and the computational procedure developed allow to define the **optimum control** to any load demand, by setting the machine speed for the best efficiency point. The use of a Programable Logical Controllers (PLC) connected to the **actuator system** provides the adaptive operational control in a real time.

The structured process for the description of the hydraulic network topology make easy the application of proposed method, applying the **Method of Caracteristics(MOC)**, to simulate Power Plant operation. As showed the representation of the hydraulic machine characteristics by using **Fourier Series**, allowing interpolations to any operational conditions, which are definided in a Suter Plane. The PID regulator, with **adaptive control**, can adjust to any operational condition and provide the optimum solution for the rotate set, using cycloconverter system, as recently used in a Reversible Power Storage Schemes.

The determination of the **system natural or vibration modes**, done in a time domain, shows unmistakable advantages providing to analyse oscillatory flow from inner disturbance that self excitates the system.

The guidelines here proposed are validated by illustratives computer simulations, in which stands out the advantages for modeling mathematically a general hydroelectric system with all elements (ENOS) dynamically represented in a real time.

1 Apresentação

O transiente hidráulico é definido como a transição entre dois escoamentos permanentes. Nessa transição as variações das grandezas associadas ao escoamento, principalmente a pressão, são de interesse para o dimensionamento de toda a instalação hidráulica. Os estudos das situações transitórias, associadas às **Manobras** que as provocam, são fundamentais para se garantir a segurança operacional das instalações hidráulicas em geral: hidrelétricas, bombeamentos, redes de condutos e quaisquer sistemas destinados ao transporte de fluidos.

Qualquer sistema destinado ao transporte de fluidos sofre interferência dos transitórios hidráulicos, sendo necessários cuidados especiais na fase de projeto e, posteriormente, na operação de tais sistemas, para que o **controle de riscos** possa previnir danos nos componentes do sistema.

As Usinas Hidrelétricas estão, particularmente, sujeitas aos efeitos do transiente hidráulico. Dentre as **Manobras** comuns que provocam situações transitórias em Usinas Hidréletricas podemos citar: mudanças na posição de válvulas, operação de ligar ou desligar turbinas, bombas e variações nas cargas acopladas às Máquinas Hidráulicas. Essas situações podem ser planejadas ou acidentais; mas a análise de cada umas delas é necessária para avaliar as mudanças de pressão, com a consequente providência para proteger a instalação e seus equipamentos, isto é, garantir que os valores extremos das solicitações dinâmicas sejam compatíveis com o dimensionamento estrutural.

O transiente hidráulico é descrito através das equações da continuidade e da quantidade de movimento e das equações de estado e propriedades físicas do fluido e do material dos condutos, submetidas às condições iniciais e de contorno. O estudo do transitório hidráulico com empregos destes conceitos mencionados, resultam em duas equações são equações diferenciais parciais hiperbólicas e quasi-lineares. Até a década de 1960 prevaleceu-se a solução aritmética simplificada e/ou gráfica, desprezando-se o atrito. No método gráfico, posteriormente, foi desenvolvida metodologia aproximada para considerar o efeito do atrito.

Após 1960, com o surgimento dos computadores digitais, os métodos anteriores foram suplantados pelos métodos numéricos. A solução numérica mais utilizada é conhecida como **método das retas características - MOC**. Este método transforma as duas equações a derivadas parciais, válidas em todo o plano x-t, em equações a derivadas totais, válidas somente ao longo das retas características, chamadas de característica positiva - C^+ e característica negativa -

C^-. Essas equações, expressas na forma de diferenças finitas usando-se um intervalo de tempo especificado, são resolvidas partindo-se de um instante conhecido - **condições iniciais**, normalmente igual ao regime permanente inicial. Para a completa solução das equações em um instante qualquer, equações complementares às da continuidade e da quantidade de movimento serão necessárias, para caracterizar as condições de contorno, que representam o desempenho físico de cada elemento **Não-Tubo** da instalação, durante o transitório.

Uma das condições de contorno cujo tratamento matemático requer cuidadosa análise dinâmica é, sem dúvida, a máquina hidráulica utilizada em Usinas Hidrelétricas e, dentre elas, a bomba-turbina. A turbina ou bomba-turbina governa a resposta transitória em toda a instalação e, portanto, o modelo matemático deve caracterizar com detalhes o seu comportamento dinâmico, para que os resultados numéricos associados ao transitório sejam significativos e representem com fidelidade o desempenho físico de toda a instalação.

A operação de uma turbina ou bomba-turbina é representada pelas suas **curvas características**, obtidas em ensaios de laboratório com o uso de um modelo reduzido. Medindo-se, no ensaios, os valores da carga, de vazão, de rotação e do momento, para um determinado número discreto de aberturas do distribuidor, conseguem-se resultados de desempenho, normalmente apresentados em forma gráfica ou tabular, forma esta que dificulta a análise computacional em simulações de transitórios hidráulicos. O equacionamento dos outros elementos (**ENOS**) definidos como **condições de contorno**, tais como chaminés de equilíbrio, reservatórios, válvulas, junção de tubos ..., completam o conjunto de equações para a análise de toda a instalação. O equacionamento destes **ENOS**, **não dinâmicos**, não oferece maiores dificuldades e permite represetar com precisão o desempenho físico real.

Como resultado das pesquisas desenvolvidas, é apresentada neste trabalho uma nova forma para a representação das características de uma máquina hidráulica, facilitando-se as análises de situações transitórias com o emprego de métodos computacionais e sugerindo-se a representação das curvas características com o usos das Séries de Fourier. Tal sistemática mostra-se vantajosa pois, ao transformar as curvas características em funções contínuas e deriváveis ao longo de todos os possíveis modos de operação da máquina, facilita interpolações e reproduz fielmente qualquer condição operacional, conforme se demonstrará.

A transformação para Séries de Fourier, ao facilitar a interpolação entre aberturas do distribuidor, proporciona um equacionamento objetivo para compatibilizar as condições de contorno com a evolução do transitório em toda a instalação.

Será mostrado que a representação utilizando Séries de Fourier proporciona a determinação das condições otimizadas da operação da máquina hidráulica, como da operação com a máxima potência, ou com o máximo rendimento, ou com a vazão constante. As informações obtidas podem ser transferidas ao regulador através de um **controle adaptativo** permitindo, assim, regular a máquina para as condições desejadas.

As simulações para uma instalação ilustram o processo, conforme apresentado neste trabalho com dados de uma bomba-turbina, real, ensaida pelo **Prof. Samuel C. Martin**, *Georgia Institute of Technology, Georgia - USA*, no laboratório de Máquinas Hidráulicas da Universidade de Munique - Alemanha.

2 Revisão Bibliográfica

2.1 Início dos estudos do transitório hidráulico

Na revisão histórica do desenvolvimento dos estudos do transitório hidráulico apresentado por Chaudhry [1], 1986, e Walmsley [2], 1896, fica evidente que as análises do transitório hidráulico, iniciadas no século XIX, produziram resultados significativos somente após a virada do século com a divulgação dos conhecimentos.

Em 1897, Joukowski, apresentou seu clássico trabalho sobre transitórios hidráulicos. Ele conduziu uma série de experimentos, em Moscou, em tubos de comprimentos e diâmetros diferentes. Com base nos resultados experimentais, propôs um tratamento analítico para o fenômeno. Dentre suas importantes contribuições pode-se citar: desenvolveu uma fórmula para a velocidade da onda (**celeridade**) levando em consideração a elasticidade da água e do tubo[1], desenvolveu a equação que relaciona a redução de velocidade e o aumento de pressão, discutiu a propagação e reflexão da onda de pressão, e estudou efeitos os de alguns dispositivos atenuadores do aumento de pressão, como chaminés, reservatórios hidro-pneumáticos e válvulas de segurança.

Allievi, 1902, publica a teoria básica do fenômeno transitório hidráulico. A equação dinâmica mostrou-se mais completa do que as anteriores. Mostrou que o termo convectivo ($V\partial V/\partial x$) na equação dinâmica poderia ser desprezado face aos demais termos. Provou que a pressão máxima pode ser maior que duas vezes a carga estática. Introduziu dois parâmetros adimensionais e apresentou solução gráfica para o aumento-diminuição de pressão para o fechamento-abertura

[1] Korteweg, 1878, foi o primeiro a determinar a velocidade da onda considerando a elasticidade do tubo e do líquido de uma só vez.

de uma válvula. Este método de aplicação é válido somente para sistemas hidráulicos simples e sem atrito.

Camichel e outros, 1919, demonstram que o dobro da pressão estática somente é possível se $H_0 > aV_0/g$. Gibson, 1920, baseado na teoria de Joukowski, incluiu, pela primeira vez, na análise do transitório o termo não linear de atrito. Strowger & Kerr, 1926, apresentaram uma metodologia para determinar a variação da velocidade angular em uma turbina hidráulica, provocada por queda de tensão. While e Wood, 1926, na discussão do trabalho de Strowger e Kerr, introduziram o método gráfico, melhor que o anteriormente proposto por Allievi, para o cálculo do transitório hidráulico. Independentemente Löwy, 1928, desenvolveu e apresentou um método gráfico idêntico. Schnyder, 1929, acrescentou as características completas de uma bomba na análise do transitório hidráulico em instalações contendo uma bomba centrífuga. Bergeron, 1931, extendeu o metodo gráfico para a determinação das condições em seções intermediárias da tubulação. Schnyder, 1932, foi o primeiro a acrescentar as perdas de carga na análise gráfica do transitório hidráulico. As três ultimas contribuições resultaram no método reconhecido internacionalmente como **Método Gráfico de Schnyder-Bergeron** para a solução do transitório hidráulico.

Grande impulso foi dado na área de transientes hidráulicos com a ocorrência de dois simpósios, o primeiro em 1933 organizado pela *American Society of Mechanical Engineering* e pela *American Society of Civil Engineering* e o segundo em 1937 organizado pela *American Society of Mechanical Engineering.* Desde então vários livros surgiram mostrando contribuições na aplicação do método gráfico de Schnyder-Bergeron. Dentre eles pode-se citar: **Bergeron, L.** *Du coup de belier en hydraulique au coup de foudre en electricite, Dunod, Paris, 1950* e **Parmakian, J.** *Waterhammer Analysis, Prentice-Hall, Inc., New York, 1955.* Entretando, com o aparecimento do computador digital no início de 1960, o método gráfico passou a ser preterido pelos métodos numéricos. Hoje em dia, o método gráfico, citado por razões históricas, é ainda extremamente adequado para elucidar didaticamente o método das características. De fato, o método gráfico é dedutível à partir do método das características, desprezando-se o atrito na instalação. Koelle [6], 1982.

2.2 Métodos numéricos para a solução do transitório hidráulico

A introdução dos computadores digitais, em 1960, permitiu o desenvolvimento das técnicas numéricas para a solução dos problemas de transientes hidráulicos. Esses métodos mostraram

-se superiores ao método gráfico, permitindo a solução de sistemas hidráulicos com componentes complexos, resultando maior precisão nos cálculos e reduzindo enormemente o tempo de análise para a obtenção da resposta. Com as facilidades proporcionadas pelo uso do computador desenvolveram-se novos métodos numéricos, possibilitando aos projetistas analisar várias concepções de um dado projeto, para obter soluções técnica e economicamente otimizadas.

Já em 1953, Gray, defendia o uso do método das características para a análise do transitório hidráulico. Neste caminho, Streeter & Lai [3], 1962, inspirados nos estudos em escoamentos supersônicos de Courant e Friedrich, 1948, e na sugestão de Lister, 1960, para o uso do método das características na solução de equações a derivadas parciais do tipo hiperbólico, iniciam o uso do **Método das Características** para a solução do transitório. Streeter publica, a partir daí, vários trabalhos difundindo o método e, mais tarde, essas contribuições resultaram no conhecido livro, de publicação conjunta, **Wylie & Streeter** [4], 1967. Em sequência muitos outros autores como J.P. Tullis, J.A. Fox, M.H. Chaudhry, C.S. Martin, A. B. Almeida, E. Koelle e G. Evangelisti, demonstram a aplicação do método das características no cálculo do transitório hidráulico, generalizando as condições de contorno e sua aplicação para sistemas cada vez mais complexos. Outros métodos foram apresentados, como o método explícito de diferenças finitas, o método implícito de diferenças finitas e o método dos elementos finitos, mas o método das características permanece o preferido para o cálculo do transitório hidráulico em condutos forçados, pois se associa de forma clara à evolução temporal do fenômeno físico de propagação que caracteriza o transitório hidráulico elástico.

Contribuição significativa foi dada por Chaudhry [5], 1985, ao apresentar o método da matriz de transferência para a avaliação da ressonância em sistemas hidráulicos, como opção ao método de impedância proposto por Wylie & Streeter [4], 1978. Ambos os métodos analisam o fenômeno no domínio da frequência. Chaudhry, com significativas contribuições na área dos transitórios hidráulicos, consolida através do livro de sua autoria [1] o tratamento moderno dos fenômenos transitórios e oscilatórios. Os livros de Chaudhry [1] e Wylie & Streeter [4] são as referências básicas para o estudo dos transitórios hidráulicos.

No Brasil, impulso significativo nas pesquisas na área dos transitórios hidráulicos e mesmo na divulgação dos problemas pertinentes à área, foi obtido com a realização do **Intercâmbio Internacional Sobre Transientes Hidráulicos e Cavitação.** Organizado pelo Centro Técnológico de Hidráulico do Departamento de Águas e Energia Elétrica - CTH/DAEE e a Associação Brasileira de Recursos Hídricos - ABRH. **Coordenado por Edmundo Koelle e**

M. Hanif Chaudhry, São Paulo, Brasil, 1982 [6]. Neste evento, Koelle [6], apresenta trabalho introduzindo procedimento para sistematizar a análise de redes hidráulicas e, baseado no método das características, propõe o modelo computacional para o cálculo do regime permanente e transitório hidráulico nas redes hidráulicas. Os elementos componentes do sistema hidráulico como tubos, bombas, turbinas, bombas-turbinas, válvulas, reservatórios, chaminés de equilíbrio, etc, são denominados **ENOS** [2]. Denomina-se **NÓ** o ponto de encontro de **ENOS** e, para a generalização do modelo computacional, apenas um **ENO - não tubo** pode estar vinculado ao **NÓ**. Este método apresenta vantagens significativas para o programador, pois utilizando **linguagem estruturada** permite que no tratamento das condições de contorno elas sejam agrupadas independentemente do programa principal de cálculo, facilitando a inclusão de outras, desenvolvidas posteriormente. Koelle & Ribeiro [7], 1988, desenvolveram um modelo baseado no método das características para o controle operacional do regime permanente em instalações hidráulicas, proporcionando avanços no modelo anterior, pois a mesma estrutura do programa computacional podia ser usada para calcular o regime permanente, oscilatório e transitório. Calcula-se o regime permanente no sistema hidráulico e, posteriormente, fornece-se o tipo de **manobra** sobre o elemento que provovará o transitório, utilizando-se o mesmo equacionamento geral. Recentemente, Almeida & Koelle [8], 1992, publicaram livro com a descrição detalhada deste modelo, utilizado neste trabalho, por ser o mais adequado na análise de sistemas hidráulicos de condutos forçados (redes), conforme será demonstrado.

2.3 Máquinas Hidráulicas

Nos estudos iniciais dos transitórios hidráulicos em usinas hidrelétricas, os efeitos de inércia da turbina eram desprezados; assim, a turbina era normalmente tratada como uma válvula. Os primeiros a modificarem esta situação foram Strowger e Kerr, em [2], 1926, ao considerarem a mudança da rotação e a variação da eficiência da turbina devido as uma variação de carga. Para incluir essas variáveis tornava-se necessário utilizar as características da turbina.

Essas **curvas características das máquinas hidráulicas**, infelizmente, são escassas na literatura. Os fabricantes de turbinas são relutantes em publicar tais dados e, assim, os trabalhos iniciais em máquinas hidráulicas foram concentrados em instalações de bombeamento, uma vez que as características de desempenho de uma bomba eram mais facilmente obtidas.

Em 1931, Kittredge, em [2], publica uma série de estudos feitos sobre a operação normal e

[2]ENOS - abreviação de Elemento entre NÓS.

anormal de uma bomba hidráulica; apresenta os resultados na forma gráfica em dois diagramas: o primeiro com as relações de carga, potência e vazão para rotação constante e o segundo com as relações de carga, potência e rotação para vazão constante. Mais tarde, 1937, Knapp, em [2], estendeu esses estudos e apresentou os resultados em um único diagrama conhecido hoje como **Diagrama de Círculo de Karman-Knapp**. Donsky [9], 1961, e Parmakian, em [2],1963, usaram o círculo de Karman-Knapp, mas expressaram-no de uma forma adimensional mais conveniente e demonstraram seu uso em uma solução gráfica. Mostraram ser esta a representação ideal para a utilização do método gráfico mas, com o surgimento do computador e as soluções sendo orientadas para métodos numéricos, tal representação mostrou-se inadequada. Em 1964, Wylie & Streeter [4], utilizaram, na representação das caraterísticas, relações homólogas, definindo parâmetros adimensionais, reduzindo para duas o número de curvas características, o que se mostrou interessante para o armazenamento dos dados, através de um conjunto discreto de pontos. A principal dificuldade exposta neste tipo de representação é consequência da definição dos parâmetros adimensionais, tendendo ao infinito para certas situações operacionais, e que dificulta os cálculos computacionais, face às interpolações necessárias e introduz erros significativos nos resultados.

Marchal, Flesch e Suter [10], 1965, resolvem os problemas manifestados na representação com relações homólogas introduzindo uma função trigonométrica para a representação das características da máquina. Com isto, os parâmetros resultaram entre limites finitos e a curva resultante não apresentava singularidades, mostrando-se contínua ao longo de todas as condições operacionais da máquina. Este tipo de representação, conhecida hoje como **Plano de Suter** ou **Representação de Suter**, tornou-se a mais utilizada na análise computacional do transitório hidráulico em instalações que contenham máquinas hidráulicas. Uma crítica feita a este tipo de representação é a dificuldade na interpetração física dos parâmetros, o que é irrelevante na simulação computacional.

As experiências acumuladas na análise do transitório hidráulico em estações de bombeamento, contribuiram para o rápido progresso da análise do transitório hidráulico em usinas hidrelétricas. O tratamento básico da condição de contorno na bomba é praticamente o mesmo para a condição de contorno na turbina, exceto pelas curvas características. Em geral, bombas operam com a abertura do **distribuidor fixa** , ao passo que, as turbinas operam com a abertura do distribuidor variável, sendo necessário especificar as relações existentes entre a carga, a vazão, a rotação e o momento da turbina para cada abertura do distribuidor. O conhecimento dessas características, para qualquer abertura do distribuidor, é obtido por interpolação, a partir dos dados de ensaio para um número pequeno de aberturas, em torno de dez.

Atualmente, os fabricantes de turbinas ainda apresentam as características de uma turbina utilizando-se da representação em planos unitários. Este tipo de representação resulta em dois gráficos, um para a vazão unitária versus rotação unitária e outro para o momento unitário versus rotação unitária, necessários para a analise da operação na fase de seleção das turbinas para um dado projeto.

Para todos os tipos citados de representação das características da turbina hidráulica, os dados são armazenados no computador de forma discreta; assim, para o uso dos mesmos em programas computacionais, devem ser acrescentadas rotinas auxiliares para a avaliação de seus valores em pontos intermediários aos conhecidos e para verificar, após processos numéricos iterativos, se a convergência se deu dentro do intervalo escolhido.

Van Lammeren, Van Manen & Oosterveld [11], 1969, estudando propulsores de navios, foram os primeiros a propôr o uso de **Séries de Fourier** para representar as características de desempenho do propulsor.

Para resolver os problemas de interpolação e de armazenamento das características da máquina hidráulica em pontos discretos, Koelle & Andrade [12], 1990, utilizando os dados da operação de bombas publicado por Chaudhry [1], 1986, aplicaram a mesma técnica de Séries de Fourier para ajustar os pontos na Plano de Suter, obtendo ótimos resultados. Com isto, somaram-se as vantagens da representação no Plano de Suter ao conhecimento da função analítica, permitindo o cálculo das características da máquina em qualquer condição, gerando facilidades para a avaliação das derivadas, necessárias na simulação do transitório hidráulico, reduzindo o tempo computacional e aumentando a precisão dos resultados.

Posteriormente, Koelle, Andrade & Luvizotto [13], 1990, apresentam as modificação no equacionamento da condição de contorno com bomba hidráulica, cujas características são aproximadas por Séries de Fourier. Neste mesmo trabalho, apresentam um exemplo elucidativo de cálculo do transitório em um sistema de bombeamento utilizando o método proposto e a representação da bomba com pontos discretos, mostrando as vantagens do mesmo no equacionamento das condições de contorno.

Paralelamente, utilizando dados de uma bomba-turbina, Andrade & Martin [14], 1992, com dados cedidos por Martin do *Georgia Institute of Technology - Georgia, USA*, e Luvizotto &

Koelle [15], 1992, com dados fornecidos por A. P. Boldy da *University of Warwick, U.K.*, mostram que a técnica de se usar Séries de Fourier para representar as características de uma bomba-turbina, para cada abertura do distribuidor, é tão precisa quanto para a bomba.

O problema de interpolação das curvas característiicas para aberturas intermediárias do distribuidor merece considerações especiais, pois é fundamental para a análise dos transitórios em instalações com bomba-turbina.

A análise do transitório hidráulico em Usinas Hidrelétricas requer o conhecimento das características da turbina em aberturas para as quais não necessariamente foram ensaidas e assim, torna-se necessária a interpolação entre valores conhecidos das aberturas ensaidas.

Chaudhry & Portfors, em [1], 1986, sugerem para uma turbina, interpolação linear no plano unitário, tanto entre os valores discretos de uma mesma abertura como entre as aberturas do distribuidor. As curvas características das aberturas do distribuidor da turbina utilizada, mostravam ser predominantemente paralelas ao eixo de rotação unitária, facilitando a interpolação.

Boldy [16], 1976, mostra ser o método acima inadequado para uma bomba-turbina, quando as curvas características de determinadas aberturas do distribuidor se tornam, praticamente, perpendiculares ao eixo da rotação unitária, para certas condições de operação. Propõe uma transformação do plano unitário em uma malha curvilínea e interpolação linear entre as aberturas do distribuidor. Este método é de difícil aplicação, principalmente, no que diz respeito a sua total implementação via computador.

Martin [17], 1982, sugere uma modificação no plano de Suter, introduzindo a relação entre a máxima abertura do distribuidor e a abertura da curva em questão. Isto faz com que ocorra um afastamento nas curvas características entre aberturas e uma diminuição nas diferenças relativas dos valores numéricos das características entre as aberturas máxima e mínima. Esta representação apresenta o inconveniente de não ser definida para o distribuidor totalmente fechado e um tratamento especial torna-se necessário para pequenas aberturas. Mais tarde, Martin [18], 1986, mostra que para a transformação das características da máquina é melhor usar a abertura ótima ao invés da abertura máxima.

Recentemente, Andrade & Martin [19], 1992, apresentam parâmetros para melhorar a interpolação no plano de Suter. Os resultados de interpolações são mostrados e comparados com valores reais, onde se obtém boa precisão independentemente do método de cálculo utilizado.

3 Representação das características da máquina hidráulica

Numa situação transitória a máquina sofre variações de rotação e. à rigor. as características obtidas em ensaios **estáticos** não seriam aplicáveis nas condições transitórias, claramente dinâmicas. Assume-se, no entanto, face às comprovações experimentais, que as curvas **estáticas** são aplicáveis em situações transitórias desde que se obedeçam as equações dinâmicas associadas a:

- Conservação de energia no escoamento através da máquina hidráulica;
- Conservação do momento angular para o conjunto girante.

A precisão da simulação numérica está diretamente relacionada à confiabilidade nos dados da máquina e, portanto, dependerá da forma de representação adotada para esses dados e dos processos usados para a interpolação dos valores. Utilizando-se as relações de semelhança dinâmica, os dados do modelo serão válidos para o protótipo, corrigindo-se os efeitos do atrito (efeito de escala no número Reynolds) e, à partir destes, representados por Séries de Fourier utilizando as variáveis de Suter, são efetuados os processamentos numéricos.

3.1 Semelhança Dinâmica de Máquinas Hidráulicas

3.1.1 Coeficientes Adimensionais

O estudo analítico do comportamento de máquinas hidráulicas é complexo e, o estudo experimental é sempre necessário para definir suas características.

Nos ensaios de máquinas hidráulicas podemos considerá-las como uma **Caixa Preta**, conforme Figura (1), ou seja, analisa-se a máquina através da medição das variáveis nas **entradas** e **saídas**, sem preocupações com os detalhes dos eventos no interior ou do processo de transferência de energia.

As variáveis que traduzem o desempenho da máquina são:

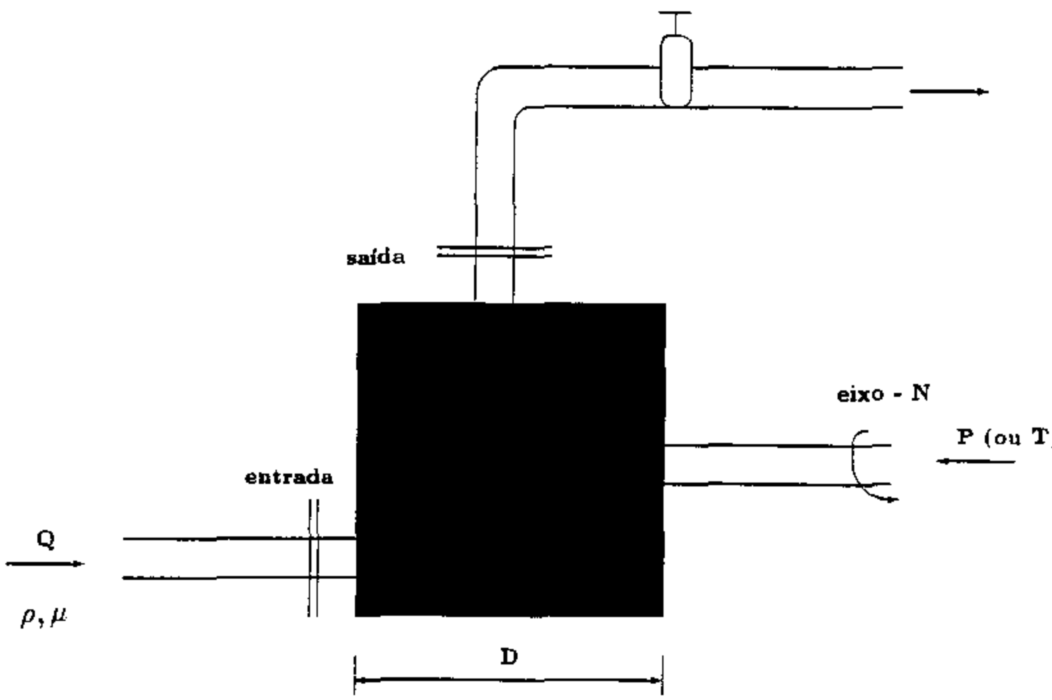


Figura 1: Teoria da **Caixa Preta** para uma bomba, similar para uma turbina.

Variável	Descrição	Dimensão
E	Energia por unidade de massa	L^2T^{-2}
T	Momento	ML^2T^{-2}
ρ	Massa específica do fluido	ML^{-3}
μ	Viscosidade dinâmica do fluido	$ML^{-1}T^{-1}$
D	Dimensão característica - diâmetro do rotor	L
z	Abertura do distribuidor, no caso de turbina	L
Q	Vazão volumétrica através da máquina	L^3T^{-1}
N	Rotação	T^{-1}

Na caracterização das variáveis necessárias ao estudo da máquina algumas variáveis significativas foram desconsideradas por sua pequena influência ou, mesmo, para simplificação do modelo, à saber:

1. O efeito da compressibilidade poderá estar presente em uma maquina hidráulica nos seguintes casos: presença de vapor ou de bolhas de ar, no caso de severas oscilações de pressão e na passagem de ondas de pressão. Para o caso de escoamento permanente ou transitório conduzindo líquidos unifásicos, o efeito da compressibilidade pode ser desconsiderado, permitindo a eliminação da velocidade sônica: no domínio da máquina hidráulica considera-se o escoamento rigorosamente incompressível.

2. A tensão superficial estaria presente somente nos casos da existência de pequenas bolhas de

vapor ou gás, sendo assim, possível, para o caso de escoamento unifásico e na maioria dos que contém pequenas quantidades de bolhas, desprezar-se o efeito da tensão superficial.

3. A cavitação é, com certeza, importante no estudo de máquinas hidráulicas, mas será desprezada nesta análise e é considerada em estudo específico, ou seja, as características são apresentadas para a condição de ausência de cavitação.

Assim, a transferência de energia (E) na máquina, por unidade de massa, pode ser representada por:

$$E = f(\rho, \mu, D, z, Q, N) \tag{1}$$

onde
- E - Energia transferida
- ρ - Massa específica do fluido
- D - Diâmetro do rotor - característica geométrica
- z - Abertura do distribuidor
- Q - Vazão
- N - Rotação da máquina

Da mesma forma o momento (T) retirado (**no caso de turbina**), ou fornecido (**no caso de bomba**) pode também ser representado por:

$$T = f(\rho, \mu, D, z, Q, N) \tag{2}$$

Pode-se demonstrar através da análise dimensional, usando o Teorema de Buckingham ou Teorema dos Π's, que, para as duas funções acima, chega-se às seguintes funções adimensionais:

$$\frac{E}{N^2 D^2} = \Phi_1 \left(\frac{Q}{N D^3}, \frac{\rho N D^2}{\mu}, \frac{z}{D} \right) \tag{3}$$

e

$$\frac{T}{\rho N^2 D^5} = \Phi_2 \left(\frac{Q}{N D^3}, \frac{\rho N D^2}{\mu}, \frac{z}{D} \right) \tag{4}$$

As funções adimensionais acima apresentam grupos adimensionais que recebem nomes especiais, como segue:

Número de Reynolds $\longrightarrow$ $$\Re = \frac{\rho N D^2}{\mu} \tag{5}$$

Coeficiente de energia $\longrightarrow$ $$C_E = \frac{E}{N^2 D^2} \tag{6}$$

Coeficiente de momento $\longrightarrow$ $$C_T = \frac{T}{\rho N^2 D5} \tag{7}$$

Coeficiente de vazão $\longrightarrow$ $$C_Q = \frac{Q}{N D^3} \tag{8}$$

Abertura adimensional $\longrightarrow$ $$a_0 = \frac{z}{D} \tag{9}$$

Permitindo reescrever as funções adimensionais como:

$$C_E = \Phi_1 (C_Q, \Re, a_0) \tag{10}$$

e

$$C_T = \Phi_2 (C_Q, \Re, a_0) \tag{11}$$

O efeito da força viscosa, representada pelo número de Reynolds, estará sempre presente para qualquer escoamento. Para o caso de máquinas onde o número de Reynolds é relativamente alto, os efeitos da viscosidade podem ser desprezados. O adimensional a_0 que representa a abertura do distribuidor para uma turbina poderá ser desconsiderado, neste momento, considerando que as análises que se seguem serão baseadas em uma abertura fixa. Resulta finalmente que:

$$C_E = \Phi_1 (C_Q) \tag{12}$$

e

$$C_T = \Phi_2 (C_Q) \tag{13}$$

Essas duas funções definem as características de uma máquina e são conhecidas como **Curvas Universais de Desempenho** ou **Curvas Características**.

Definme-se outras grandezas importantes na caracterização de uma máquina em função das anteriores:

- **Coeficiente de potência** (C_P) - obtido do coeficiente de momento (C_T), uma vez que $P = T\ N$, resultando que

$$C_P = \frac{P}{\rho N^3 D^5} \tag{14}$$

- **Coeficiente de rotação** (C_N) - obtido da relação do coeficiente de vazão (C_Q) e do coeficiente de energia (C_E), de tal forma a desaparecer a característica geométrica da máquina, assim:

$$C_N = \frac{(C_Q)^{1/2}}{C_E^{3/4}} = \frac{\left(\frac{Q}{ND^3}\right)^{1/2}}{\left(\frac{E}{N^2D^2}\right)^{3/4}} \tag{15}$$

  resultando que:

$$C_N = \frac{NQ^{1/2}}{E^{3/4}} = \frac{NQ^{1/2}}{(gH)^{3/4}} \tag{16}$$

  lembrando que em termos da carga manométrica (H) a energia pode ser expressa como $E = gH$, onde g é a aceleração da gravidade.

No ponto correspondente à situação de máximo rendimento, a máquina estará operando com uma rotação N_R, transportando uma vazão Q_R, correpondendo a uma transferência de energia E_R, e no caso de turbina, para uma abertura do distribuidor a_R. Neste ponto o coeficiente de rotação recebe o nome de **coeficiente de rotação específica** ou simplesmente **rotação específica**, usualmente representada por N_S. Assim:

$$N_S = \frac{N_R Q_R^{1/2}}{E_R^{3/4}} = \frac{N_R Q_R^{1/2}}{(gH_R)^{3/4}} \tag{17}$$

O cálculo da rotação específica na forma apresentada na equação (17), em um sistema coerente de unidades, resulta em um número adimensional. Assim, utilizando o Sistema Internacional de Unidades (SI), onde se tem que $[Q] = m^3/s$, $[H] = m$, $[g] = m/s^2$ e $[N] = rd/s$, alguns autores definem o de $N_{S_{SI}}$, o qual significa rotação específica no Sistema Internacional de Unidades. Tal notação se torna necessária a fim de diferenciá-la da de outros sistemas não coerentes de unidades, à saber

- **Rotação no Sistema Americano** ($N_{S_{US}}$) - muitos fabricantes americanos de bombas definem a rotação específica omitindo a aceleração da gravidade (g), como:

$$N_{S_{US}} = \frac{N_R Q_R^{1/2}}{(H_R)^{3/4}} \quad (18)$$

onde $[Q] = gpm$ (galões (US) por minuto)[3], $[N] = rpm$ (revoluções por minuto) e $[H] = ft$ (pé).

- **Rotação no sistema métrico** ($N_{S_{métrico}}$) - alguns autores preferem também omitir a aceleração da gravidade (g), mas utilizando o Sistema Métrico de Unidades, resultando que:

$$N_{S_{métrico}} = \frac{N_R Q_R^{1/2}}{(H_R)^{3/4}} \quad (19)$$

sendo $[Q] = m^3/s$, $[H] = m$ e $[N] = rpm$ (revoluções por minuto)[4].

3.1.2 Relações de semelhança

As relações de semelhança são utilizadas no campo das máquinas hidráulicas quer para a obtenção de valores no protótipo, à partir de valores testados em modelo em escala, quer para a condensação de dados de ensaio conseguidos em diferentes rotações; ainda, a previção de desempenho de uma máquina funcionando numa rotação não ensaida, tomando-se como base ensaios em outra rotação.

A semelhança completa, ou condição de semelhança, entre duas máquinas hidráulicas operando em duas condições (1) e (2), ocorre quando elas são geometricamente semelhantes, as linhas de corrente cinematicamente semelhantes e há semelhança na distribuição dinâmica das forças em pontos homólogos. A condição de semelhança é obtida da igualdade dos grupos adimensionais obtidos anteriormente, assim:

$$C_{E_1} = C_{E_2} \quad (20) \quad — \quad \frac{E_1}{N_1^2 D_1^2} = \frac{E_2}{N_2^2 D_2^2} \quad (21)$$

$$C_{Q_1} = C_{Q_2} \quad (22) \quad — \quad \frac{Q_1}{N_1 D_1^3} = \frac{Q_2}{N_2 D_2^3} \quad (23)$$

[3]Utilizando as seguintes relações: $1gal(US) = 3.78541 \times 10^{-3} m^3$ resulta que $1m^3/s = 15.850,331 gpm$, $1ft = 0.3048m$ e que $g = 9.80665 m^2/s$ tem-se que $N_{S_{US}} = 2.733 N_{S_{SI}}$.

[4]Utilizando a seguinte relação: $1rpm = 2\pi/60(rd/s)$ e que $g = 9.80665 m^2/s$ resulta que $N_{S_{métrico}} = 52,92 N_{S_{SI}}$.

$$C_{T_1} = C_{T_2} \qquad (24) \qquad \longrightarrow \qquad \frac{T_1}{\rho_1 N_1^2 D_1^5} = \frac{T_2}{\rho_2 N_2^2 D_2^5} \qquad (25)$$

Quando as condições de semelhança estão restritas a uma máquina particular, a característica geométrica D passa a ser constante para as duas situações, ou seja, $D_1 = D_2$, lembrando que $E = gH$, onde H é a carga hidráulica, e considerando o mesmo fluido para as duas situações ($\rho_1 = \rho_2$). As relações anteriores tornam-se:

$$\frac{gH_1}{N_1^2} = \frac{gH_2}{N_2^2} \qquad \longrightarrow \qquad \frac{H}{N^2} = constante \qquad (26)$$

$$\frac{Q_1}{N_1} = \frac{Q_2}{N_2} \qquad \longrightarrow \qquad \frac{Q}{N} = constante \qquad (27)$$

$$\frac{T_1}{N_1^2} = \frac{T_2}{N_2^2} \qquad \longrightarrow \qquad \frac{T}{N^2} = constante \qquad (28)$$

Considerando-se valores característicos de referência, usualmente tomados no ponto de maior rendimento da máquina, distinguidos pelo índice $_R$, ou sejam, H_R, N_R, Q_R e T_R, definem-se as seguintes relações adimensionais:

$$h = \frac{H}{H_R} \qquad (29) \qquad\qquad \alpha = \frac{N}{N_R} \qquad (31)$$

$$v = \frac{Q}{Q_R} \qquad (30) \qquad\qquad \beta = \frac{T}{T_R} \qquad (32)$$

Com os resultados acima pode-se reescrever as relações de semelhança como:

$$\frac{h}{\alpha^2} = constante \qquad (33)$$

$$\frac{v}{\alpha} = constante \qquad (34)$$

$$\frac{\beta}{\alpha} = constante \qquad (35)$$

onde as constantes acima contém os valores característicos no ponto de maior rendimento.

O rendimento da máquina pode ser avaliado pelas relações adimensionais definidas nas equações (33), (34) e (35). Esta análise será feita para uma bomba e para uma turbina.

- Em relação à **Bomba**

  Usando a expressão de potência,

$$P = TN = \frac{\gamma QH}{\eta_b} \tag{36}$$

  tem-se

$$\eta_b = \frac{\gamma QH}{TN} \tag{37}$$

  1. Adimensionalizando-se com o rendimento máximo como bomba:

     Definindo η_{R_b} como o ponto de maior rendimento da máquina como bomba e utilizando os valores característicos neste mesmo ponto, pode-se escrever que,

$$\frac{\eta_b}{\eta_{R_b}} = \frac{\gamma QH}{\gamma Q_R H_R} \frac{T_R N_R}{TN} \tag{38}$$

     Substituindo-se as relações adimensionais resulta,

$$\frac{\eta_b}{\eta_{R_b}} = \frac{vh}{\alpha\beta} \tag{39}$$

  2. Adimensionalizando-se com o rendimento máximo como turbina:

     Definindo η_{R_t} como o ponto de maior rendimento da máquina como turbina e utilizando os valores característicos neste mesmo ponto, pode-se escrever que,

$$\eta_b \eta_{R_t} = \frac{\gamma QH}{\gamma Q_R H_R} \frac{T_R N_R}{TN} \tag{40}$$

     Substituindo-se as relações adimensionais resulta,

$$\eta_b \eta_{R_t} = \frac{vh}{\alpha\beta} \tag{41}$$

- Em relação à **Turbina**

  Usando a expressão de potência,

$$P = TN = \gamma QH \eta_t \tag{42}$$

tem-se

$$\eta_t = \frac{TN}{\gamma QH} \tag{43}$$

1. Adimensionalizando-se com o rendimento máximo como bomba:

   Definindo η_{R_b} como o ponto de maior rendimento da máquina como bomba e utilizando os valores característicos neste mesmo ponto, pode-se escrever,

$$\eta_t \eta_{R_b} = \frac{\gamma Q_R H_R}{\gamma QH} \frac{TN}{T_R N_R} \tag{44}$$

   Substituindo-se as relações adimensionais resulta,

$$\eta_t \eta_{R_b} = \frac{\alpha\beta}{vh} \tag{45}$$

2. Adimensionalizando-se com o rendimento máximo como turbina:

   Definindo-se η_{R_t} como o ponto de maior rendimento da máquina como turbina e utilizando-se os valores característicos neste mesmo ponto, pode-se escrever,

$$\frac{\eta_t}{\eta_{R_t}} = \frac{\gamma Q_R H_R}{\gamma QH} \frac{TN}{T_R N_R} \tag{46}$$

   Substituindo-se as relações adimensionais resulta,

$$\frac{\eta_t}{\eta_{R_t}} = \frac{\alpha\beta}{vh} \tag{47}$$

3.1.3 Zonas de operação de uma máquina hidráulica

As características de funcionamento de uma máquina hidráulica devem conter informações sobre todos os possíveis modos de operação da máquina. A máquina, que é projetada para operar como uma bomba, ou uma turbina, ou mesmo ambas, pode experimentar outros tipos anormais de operação durante uma situação transiente. Assim, pode-se inverter o escoamento, a rotação, ou mesmo ambos, dependendo da situação transiente. Também é possível que o momento e a carga mudem de sinal durante a passagem da máquina por zonas anormais de funcionamento.

De acordo com o trabalho de Knapp [20], 1937, e Donsky [9], 1961, é possível indentificar oito zonas de operação para uma máquina de fluxo, em particular para uma hidráulica. A Figura (2) apresenta esquematicamente as oito zonas de operação da máquina.

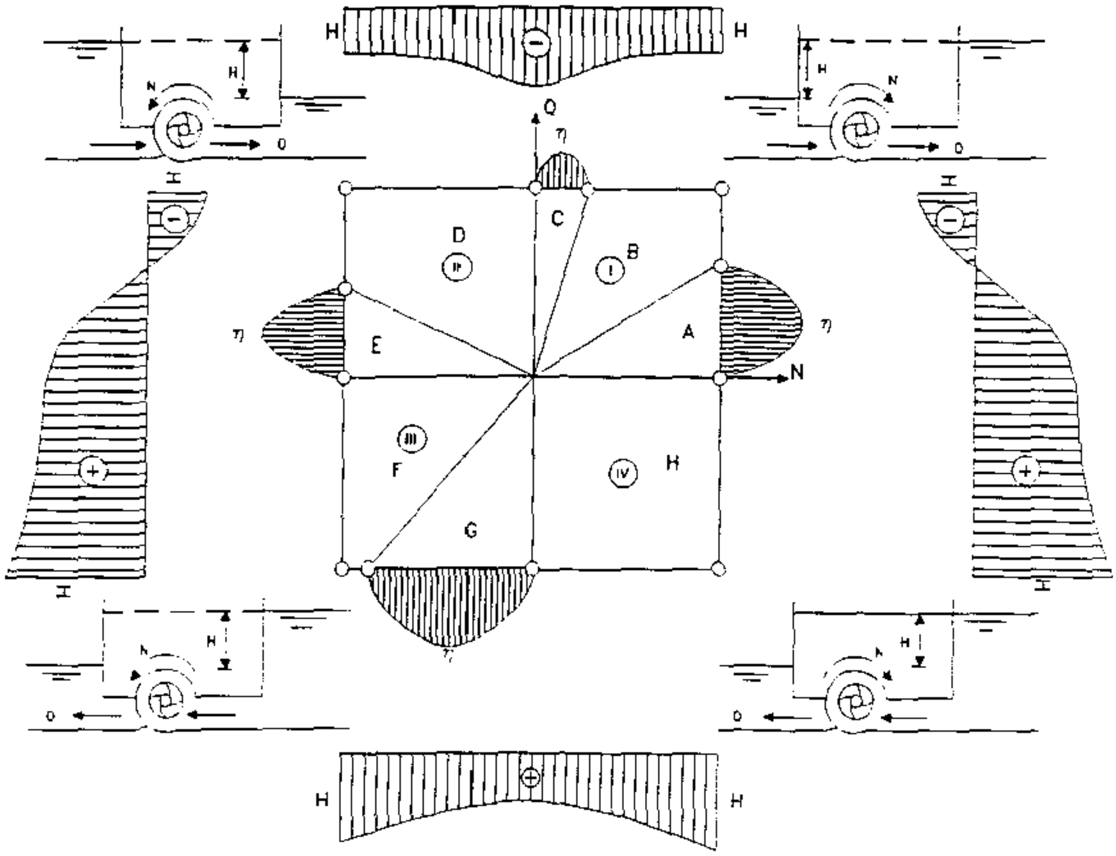


Figura 2: Esquema dos quadrantes e zonas de operação de uma máquina hidráulica, *segundo Luvizotto [21]*

As oito zonas de operação, quatro normais e quatro anormais, são representadas pelas letras de A a H, e serão discutidas com base nas Figuras (2) e (3).

A **Zona A (bombeamento normal)** representa uma bomba operando em situação normal onde as quatro quantidades, vazão (Q), rotação (N), carga (H) e momento (T), são consideradas positivas, resultando assim que $\eta > 0$, o que significa um aproveitamento útil de energia. A **Zona B (dissipação de energia)** é uma condição de vazão, rotação e momento, positivos, mas de carga negativa - **condição anormal**, onde se obtém que $\eta < 0$. Uma máquina pode operar na Zona B nas seguintes condições: estar superada por outra bomba (**booster**) ou por um reservatório, durante operação em regime permanente, ou por causa de uma queda repentina da carga durante um transitório ocasionado por falta de energia.

É possível, mas não desejável, que uma bomba gere potência para vazão e rotação na direção normal positiva, **Zona C (turbina inversa)**, devido a uma carga negativa, o que resulta em um rendimento positivo por causa do momento negativo; porém, o rendimento máximo seria muito baixo devido às más condições de entrada do escoamento e do triângulo anormal de velocidades

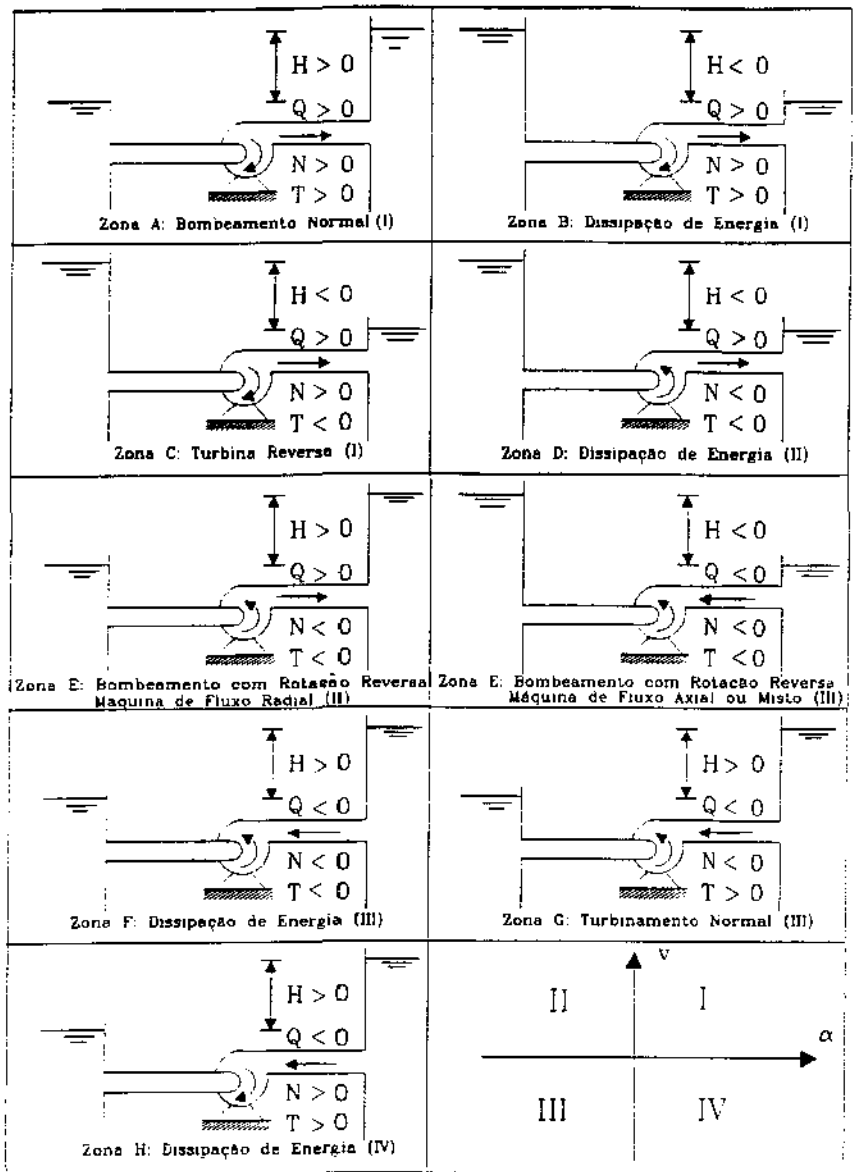


Figura 3: Definição das oito zonas de operação da máquina hidráulica e os respectivos quadrantes, *segundo Martin [17]*

na saída.

A **Zona H (dissipação de energia)**, é frequentemente encontrada após um desligamento súbito ou falta de energia fornecida à bomba. Neste caso a energia combinada de todos os elementos girantes - **motor, bomba e líquido nela contido, e eixo** - mantém a rotação da bomba positiva, mas num valor reduzido no instante da inversão do escoamento (vazão negativa), causada pela carga positiva na máquina. Esse modo puramente dissipativo resulta em um rendimento negativo ou nulo. Uma máquina operando normalmente como bomba, que passe pela Zona H durante a falta de energia, entrará na **Zona G (turbinamento normal)**, desde que a rotação inversa do eixo não seja impedida. Embora uma máquina em disparo não gere potência, a Zona G é precisamente o modo de operação de uma turbina hidráulica. Observe-se que a carga e o momento são positivos, como para uma bomba, mas o escoamento e a rotação são negativos, o oposto do que ocorre numa bomba em operação normal (Zona A). Subsequentemente a um desligamento súbito, ou a uma rejeição de carga de uma turbina hidráulica, ou à operação posterior de uma máquina que falhou anteriormente como bomba, pode-se encontrar a **Zona F (dissipação de energia)**. A diferença entre as Zonas F e G é que o momento mudou de sinal na Zona F, resultando num efeito frenante, que tende a retardar a máquina em disparo. Na verdade, a condição de disparo é obtida na fronteira entre as duas zonas, quando $T = 0$.

As **Zonas D (dissipação de energia) e E (bombeamento com rotação invertida - Bombeamento Reverso)** são incomuns e dificilmente encontradas na operação de uma máquina, exceção para bombas-turbina entrando na Zona E durante um transitório. Novamente deve ser ressaltado que essas duas zonas podem ser experimentadas por uma bomba num circuito de ensaio ou, na prática, no evento da máquina ser acidentalmente girada na direção errada, em virtude de ligação imprópria do motor elétrico. A Zona D é um modo puramente dissipativo e que normalmente não ocorreria na prática, a menos que uma bomba, projetada para aumentar a vazão de um reservatório mais alto para um mais baixo, fosse acionada em sentido inverso, mas sem ter capacidade de inverter o escoamento (Zona E - escoamento misto ou axial), resultando que $Q > 0$, $N < 0$, $T < 0$ para $H < 0$. A Zona E, para a qual $\eta > 0$, poderia ocorrer na prática em regime permanente se o sentido de rotação normal da bomba fosse invertido.

Todas essas condições operacionais, normais e anormais, podem ser reproduzidas num circuito de ensaio de laboratório, usando-se, para os modos anormais de operação, uma ou mais bombas adicionais como mestras e a bomba de ensaio como escrava. A maioria dessas condições operacionais, se não todas, podem também ocorrer em uma bomba ou bomba-turbina durante um transitório, desde que as condições da instalação venham a permitir.

3.1.4 Representação matemática das características das máquinas hidráulicas

As relações entre vazão (Q), carga (H), rotação (N) e momento (T) devem ser especificadas, a fim de se incluir a máquina hidráulica em um modelo matemático para a solução de sistemas hidráulicos. Poucas informações são disponíveis a respeito do comportamento dinâmico de máquinas hidráulicas. Apenas dados gerados em ensaios feitos em regime permanente são utilizados nas simulações em regime transitório; muito embora esta sistemática seja aproximada.

é, no entanto, suficiente para as análises de engenharia.

As curvas que mostram as relações entre as quatro variáveis de interesse para uma máquina hidráulica (Q , H, N e T) são chamadas de **curvas características**. Os valores dessas grandezas, conforme definidas anteriormente, no ponto de maior eficiência são denominados de **valores de referência** e representados pelo índice $_R$, assim Q_R, H_R, N_R e T_R representam a vazão, carga, rotação e momento de referência. Para esses valores de referência duas alternativas de condição operacional da máquina podem ser utilizadas, como bomba ou como turbina. Para cada uma das alternativas, sinais diferentes serão obtidos para as grandezas adimensionais mostradas nas equações (29) a (32), conforme as condições operacionais da máquina hidráulica. A Tabela (1) mostra os sinais das grandezas adimensionais para essas duas alternativas.

Zona	Grandezas				Bomba				Turbina				Rendimento
	H	Q	N	T	h	v	α	β	h	v	α	β	η
A	>0	>0	>0	>0	+	+	+	+	+	−	−	+	+
B	<0	>0	>0	>0	−	+	+	+	−	−	−	+	−
C	<0	>0	>0	<0	−	+	+	−	−	−	−	−	+
D	<0	>0	<0	<0	−	+	−	−	−	−	+	−	−
E	$><0$	$><0$	<0	<0	$\pm$	$\pm$	−	−	$\pm$	$\mp$	+	−	+
F	>0	<0	<0	<0	+	−	−	−	+	+	+	−	−
G	>0	<0	<0	>0	+	−	−	+	+	+	+	+	+
H	>0	<0	>0	>0	+	−	+	+	+	+	−	+	−

Tabela 1: Sinais dos adimensionais em função das zonas de operação para a referência como bomba e como turbina

3.2 Tipos de representação das características de máquinas hidráulicas

3.2.1 Representação utilizando relações homólogas

Uma das formas mais antigas de representação das características de máquinas hidráulicas é através da utilização de relações homólogas, a saber:

$$\frac{h}{\alpha^2} = f_1\left(\frac{v}{\alpha}\right) \tag{48}$$

e

$$\frac{h}{\beta^2} = f_2\left(\frac{v}{\alpha}\right) \tag{49}$$

A Figura (4)[5] apresenta as curvas características de uma bomba radial nesta representação, para a rotação positiva ($\alpha > 0$), mostrando as zonas de operação como bomba, zonas A, B e C, para $v > 0$ e a região de dissipação de energia, zona H, subsequente a uma falta de energia fornecida à bomba, para a qual $v < 0$. A Figura (5) apresenta as características restantes da mesma bomba, para $\alpha < 0$.

Esta forma de representação torna-se inadequada para pequenas rotações da máquina quando $\alpha \rightarrow 0$, fato comum no caso de máquinas reversíveis, e que pode ocorrer nas bombas durante um transitório. Outra desvantagem desta representação é o fato de que os quadrantes não são individualmente definidos, permitindo mais de uma ordenada para cada abscissa, pois para um mesmo valor de (v/α) encontram-se dois modos de operação, dificultando a sua utilização em rotinas computacionais.

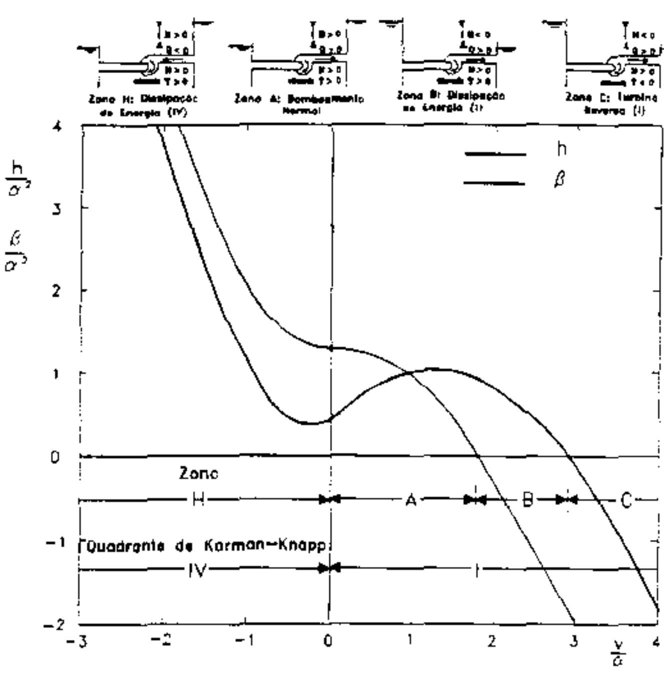


Figura 4: Características de carga e momento homólogos para uma bomba de fluxo radial e rotação positiva ($\alpha > 0$). $N_s = 0.465(SI)$, *segundo Martin [17]*.

[5]O desenho esquemático das zonas de operação apresentadas nas Figuras (4) e (5), encontram-se na Figura (3) em maior escala, permitindo uma melhor visualização.

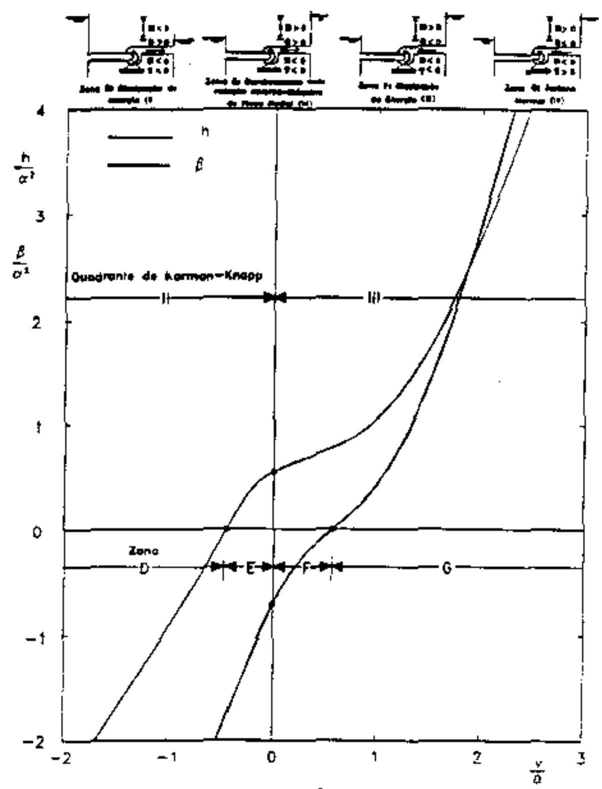


Figura 5: Características de carga e momento homólogos para uma bomba de fluxo radial e rotação negativa ($\alpha < 0$), $N_s = 0.465(SI)$, *segundo Martin [17]*.

3.2.2 Diagrama de Círculo de Karman-Knapp

As características completas da bomba reveladas nas Figuras (4) e (5) podem ser representadas na forma de um diagrama em círculo ou círculo de Karman-Knapp, que vem a ser um gráfico de linhas de carga (h) e momento (β) constantes, em coordenadas de vazão (v) e rotação (α) adimensionais. Assim, as características completas da bomba exigem seis curvas, três para a carga e três para o momento. A Figura (6) apresenta o resultado desta representação para a mesma bomba anterior.

3.2.3 Curvas características em planos unitários

Os Planos Unitários utilizam parâmetros unitários, definidos com o conceito de uma máquina unitária, ou seja, $D_1 = 1m$ e $|H_1| = 1m$. Assim, empregando-se as relações de semelhança dinâmica entre a máquina unitária e uma outra máquina qualquer, pode-se escrever que:

$$C_E = C_{E_1} \qquad C_Q = C_{Q_1} \qquad C_T = C_{T_1} \tag{50}$$

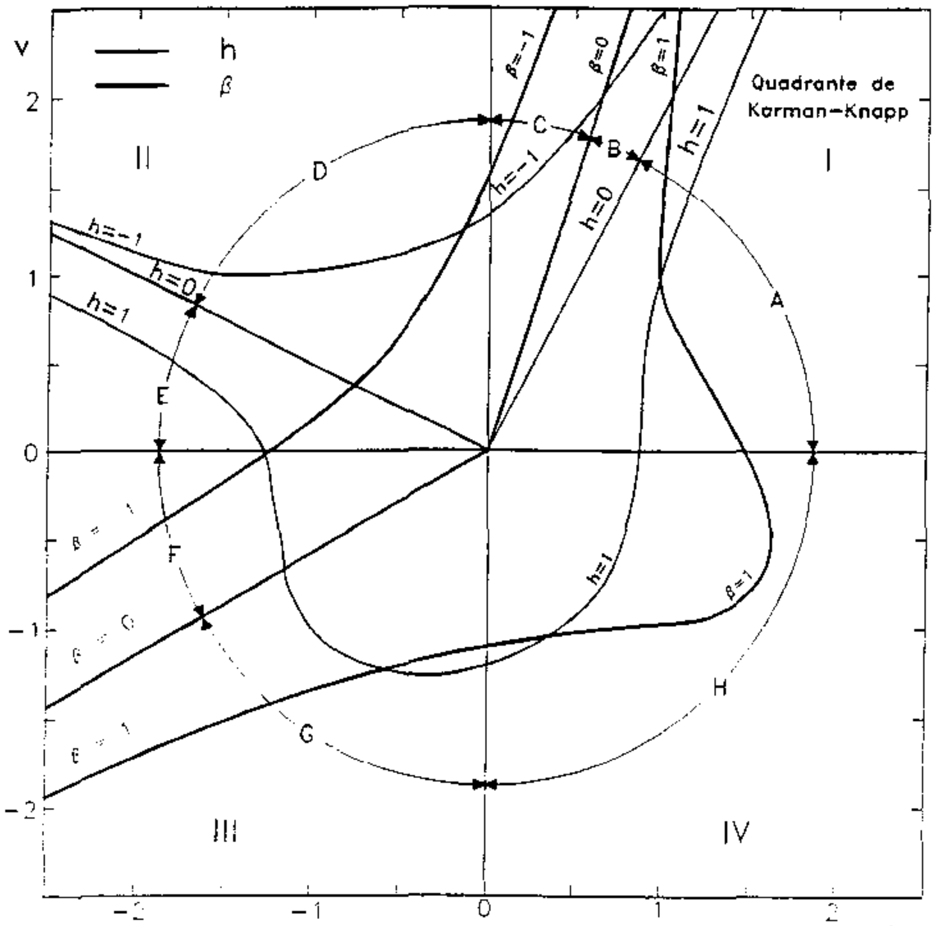


Figura 6: Diagrama em círculo de Karman-Knapp para uma bomba de fluxo radial - $N_s = 0.465(SI)$, *segundo Martin [17]*.

onde o índice $_{(1)}$ se refere à máquina unitária.

Analisando cada igualdade, com a substituição da expressão de cada adimensional, tem-se:

- Para o coeficiente de energia, lembrando que $E = gH$,

$$\frac{g|H|}{N^2D^2} = \frac{g_1|H_1|}{N_1^2D_1^2} \tag{51}$$

Como $g_1 = g$, $|H_1| = 1m$, $D_1 = 1m$ e fazendo-se com que $N_1 = N_{11}$, tem-se,

$$N_{11} = \frac{ND}{\sqrt{|H|}} \tag{52}$$

- Para o coeficiente de momento,

$$\frac{T}{\rho N^2 D^5} = \frac{T_1}{\rho_1 N_1^2 D_1^5} \tag{53}$$

Como $\rho_1 = \rho$, $D_1 = 1m$, $N_1 = N_{11}$ e fazendo-se com que $T_1 = T_{11}$, tem-se,

$$T_{11} = \frac{N^2 D^2 T}{N_{11}^2 D^2} \tag{54}$$

Substituindo-se o valor de N_{11} resulta,

$$T_{11} = \frac{T}{D^3 |H|} \tag{55}$$

- Para o coeficiente de vazão,

$$\frac{Q}{ND^3} = \frac{Q_1}{N_1 D_1^3} \tag{56}$$

Como $D_1 = 1m$, $N_1 = N_{11}$ e fazendo com que $Q_1 = Q_{11}$ tem-se,

$$Q_{11} = \frac{N_{11} Q}{ND^3} \tag{57}$$

Substituindo-se o valor de N_{11} resulta,

$$Q_{11} = \frac{Q}{D^2 \sqrt{|H|}} \tag{58}$$

As relações N_{11}, T_{11} e Q_{11} são definidas como parâmetros de rotação unitária, momento unitário e vazão unitária, respectivamente.

A representação das características da máquina hidráulica utilizando-se os parâmetros unitários pode ser feita através das seguintes funções:

$$N_{11} = f_1(Q_{11}) \tag{59}$$

$$T_{11} = f_2(Q_{11}) \tag{60}$$

Usando-se dados experimentais cedidos por Martin, obtidos na Universidade Técnica de Munique, para uma bomba-turbina com diâmetro de $D = 0.344m$, onde foram medidos valores de vazão $Q(m^3/s)$, carga $H(m)$, rotação $N(rpm)$ e momento $T(M.m)$ para 14 aberturas do distribuidor com $H > 0$ e 4 aberturas do distribuidor para todas as possíveis zonas de operação.

ou seja, com $H < 0$ e $H > 0$, obtiveram-se os Planos Unitários, representados na Figura (7) para $H > 0$, na qual apresentam-se todas as abertura, e na Figura (8) para $H > 0$ e $H < 0$, onde apresenta-se, para exemplificar, apenas uma das quatro aberturas do distribuidor. Esta forma de representação mostra desvantagens como, apresentar para uma abertura do distribuidor mais de uma abscissa para cada ordenada, fato conhecido como curva em forma de "S" e dificuldade no estabelecimento do ponto de operação quando os parâmetros unitários tendem para o infinito, devido à descontinuidade na representação.

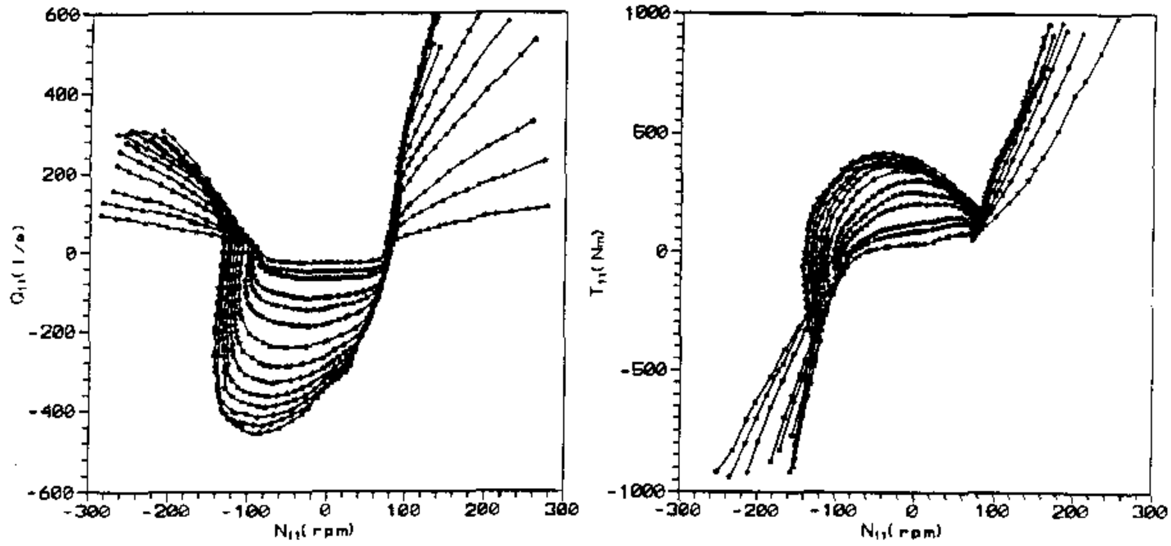


Figura 7: Curvas características de uma bomba-turbina representadas nos Planos Unitários para $H > 0$, *segundo Andrade & Martin [14].*

3.2.4 Forma sugerida por Wylie & Streeter baseada nas relações homólogas

Em função dos problemas apresentados nas formas de representação anteriores, surgiram outros tipos de representação das características de máquinas hidráulicas e, de uma forma geral, eram variações na maneira de representar os parâmetros até então definidos.

Tentando solucionar o problema surgido na representação com parâmetros homólogos, ou seja, dificuldade de representação quando $\alpha \to 0$, Wylie & Streeter [4], 1978, propuseram a utilização simultânea das equações:

Para $-1 \leq v/\alpha \leq 1$

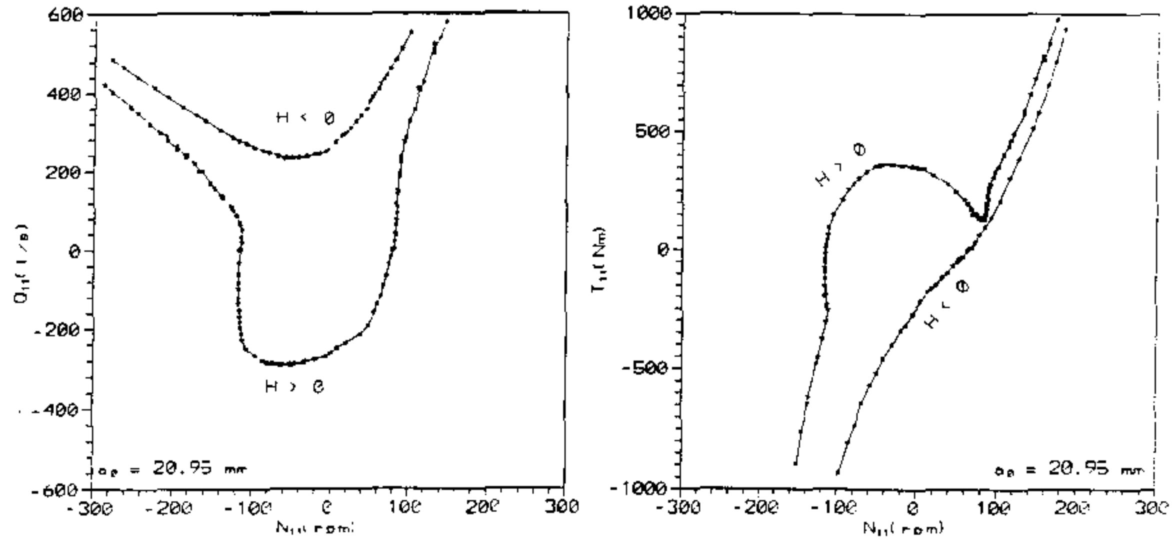


Figura 8: Curvas características de uma abertura do distribuidor para uma bomba-turbina, representadas nos Planos Unitários para $H > 0$ e $H < 0$, *segundo Andrade & Martin [14]*.

$$\frac{h}{\alpha^2} = f\left(\frac{v}{\alpha}\right) \tag{61}$$

$$\frac{\beta}{\alpha^2} = f\left(\frac{v}{\alpha}\right) \tag{62}$$

Para $-1 < \alpha/v < 1$

$$\frac{h}{v^2} = f\left(\frac{\alpha}{v}\right) \tag{63}$$

$$\frac{\beta}{v^2} = f\left(\frac{\alpha}{v}\right) \tag{64}$$

Armazenam-se as curvas características em tabelas de valores discretos. Para a obtenção de valores intermediários, os autores sugerem a interpolação parabólica. Esta representação apresenta alguns inconvenientes, tais como: necessidade de um grande número de dados para caracterizar a máquina e os quadrantes não serem definidos de forma individual. A Figura (9) apresenta um exemplo deste tipo de representação, para os mesmos dados da Figura (8).

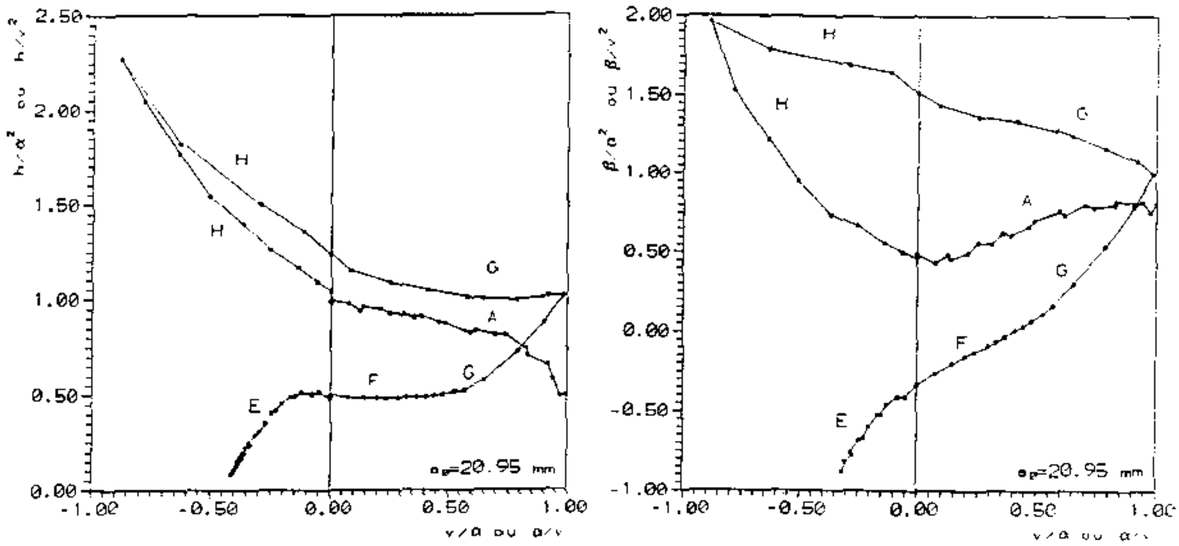


Figura 9: Características da abertura de uma bomba-turbina, segundo proposição de Wylie & Streeter, para $H > 0$.

3.2.5 Forma proposta por Marchal, Flesch e Suter

Marchal, Flesch e Suter [10], 1965, propõem uma forma transformada da representação anterior, onde foi eliminado o problema da relação (v/α) tornar-se infinita, para pequenos valores de (α), sem se criar relações adicionais. A proposta original de representação dos autores era:

$$WH(x) = sinal(h)\sqrt{\frac{h}{\alpha^2 + v^2}} \tag{65}$$

$$WB(x) = sinal(\beta)\sqrt{\frac{\beta}{\alpha^2 + v^2}} \tag{66}$$

onde:

$$x = tan^{-1}\left(\frac{v}{\alpha}\right) \tag{67}$$

Alterações foram feitas nessas relações a fim de adequá-las melhor às rotinas computacionais. Chegou-se atualmente a:

$$WH(x) = \frac{h}{\alpha^2 + v^2} \tag{68}$$

$$WB(x) = \frac{\beta}{\alpha^2 + v^2} \tag{69}$$

onde:

$$x = \pi + tan^{-1}\left(\frac{v}{\alpha}\right) \tag{70}$$

Nota: *Deve ser alertado que com relação à definição da variável* $\underline{x}$ *não existe um consenso; adotaremos ao longo do trabalho a definição acima e exceção será feita quando os resultados apresentados se referirem aos dados publicados na referência Chaudhry [1], onde* $\underline{x}$ *foi definido como:*

$$x = \pi + tan^{-1}\left(\frac{\alpha}{v}\right) \tag{71}$$

Este tipo de representação resulta em uma função contínua ao longo de todas as condições operacionais da máquina hidráulica, as quais podem ser representadas na faixa de $0 - 2\pi$, resultando um único valor para cada abscissa ao longo de todas as condições operacionais. A localização, no Plano de Suter, das zonas operacionais pode ser feita de várias formas, tais como,

1. **Sugestão de Martin** [17] Ao longo do desenvolvimento deste trabalho a localização das zonas operacionais seguirá a proposta mostrada na Figura (10).

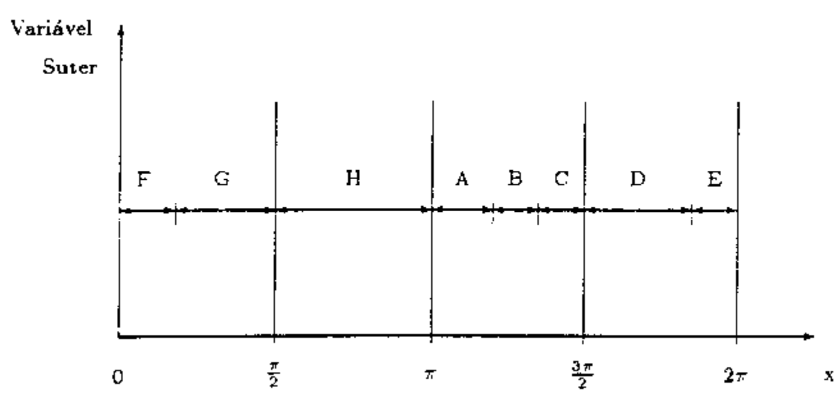


Figura 10: Localização das zonas operacionais no Plano de Suter, *segundo Martin [17]*

2. **Sugestão de Chaudhry** [1] Quando forem analisados os dados de bombas apresentados por este autor, a localização das zonas operacionais seguirá a sugestão mostrada na Figura (11).

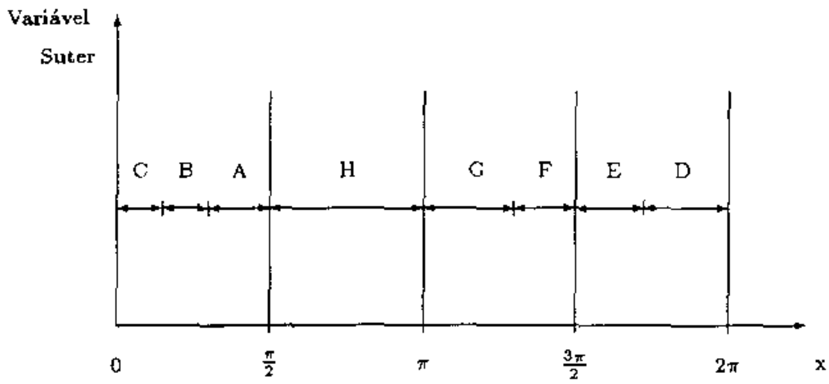


Figura 11: Localização das zonas operacionais no Plano de Suter, *segundo Chaudhry [1]*

Nesta representação, as características de uma bomba podem ser figuradas por um par de curvas ($WH(x)$ e $WB(x)$), e, para uma turbina ou bomba-turbina, também pares por dessas curvas, apenas que, um par para cada abertura do distribuidor. A Figura (12) apresenta um exemplo para o caso de uma bomba de fluxo radial.

3.2.6 Forma sugerida por Wozniak

Baseado na representação em Planos Unitários, a fim de se promover um afastamento das curvas características para as várias aberturas do distribuidor, Wozniak, em [2], propôs o uso de um fator de abertura definido como (Z/Z_f), onde Z é a abertura do distribuidor e Z_f a abertura máxima, resultando a seguinte modificação nas relações dimensionais vistas anteriormente para os Planos Unitários:

$$N_{11} = f_1(\frac{Z}{Z_f}Q_{11}) \tag{72}$$

$$T_{11} = f_2(\frac{Z}{Z_f}Q_{11}) \tag{73}$$

Para exemplificar o efeito do fator de abertura, os dados da Figura (7) foram plotados com a utilização deste fator e encontram-se na Figura 13.

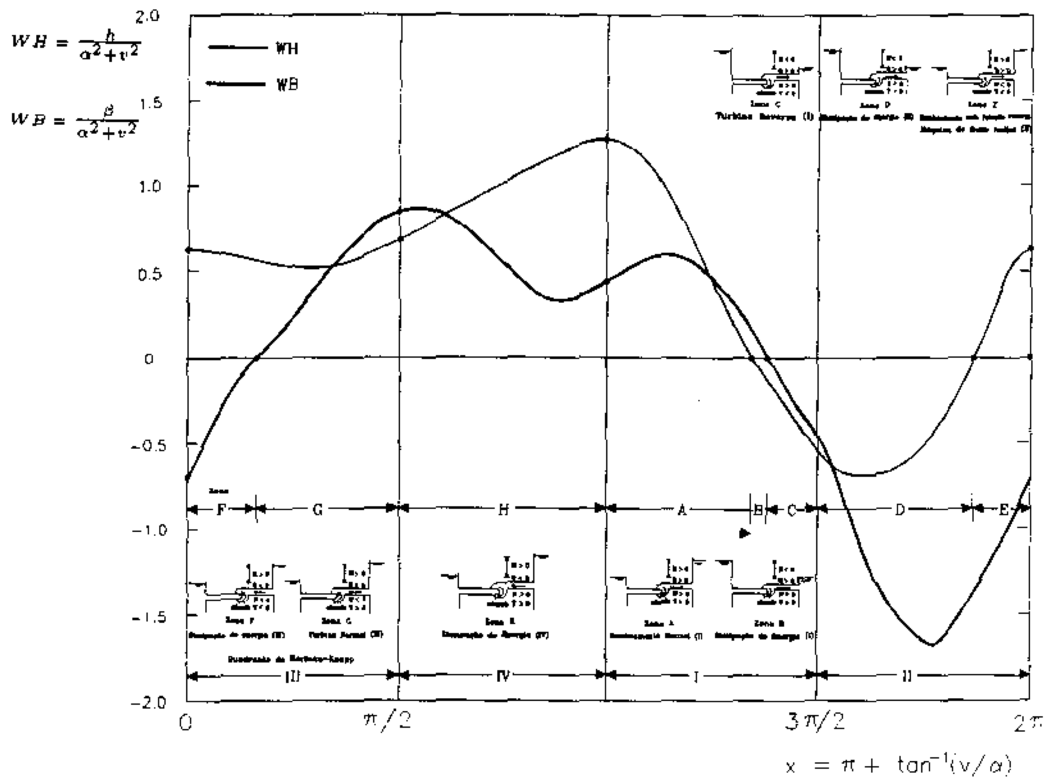


Figura 12: Curvas características na representação de Suter para uma bomba de fluxo radial, $N_s = 0.465(SI)$, *segundo Martin [17].*

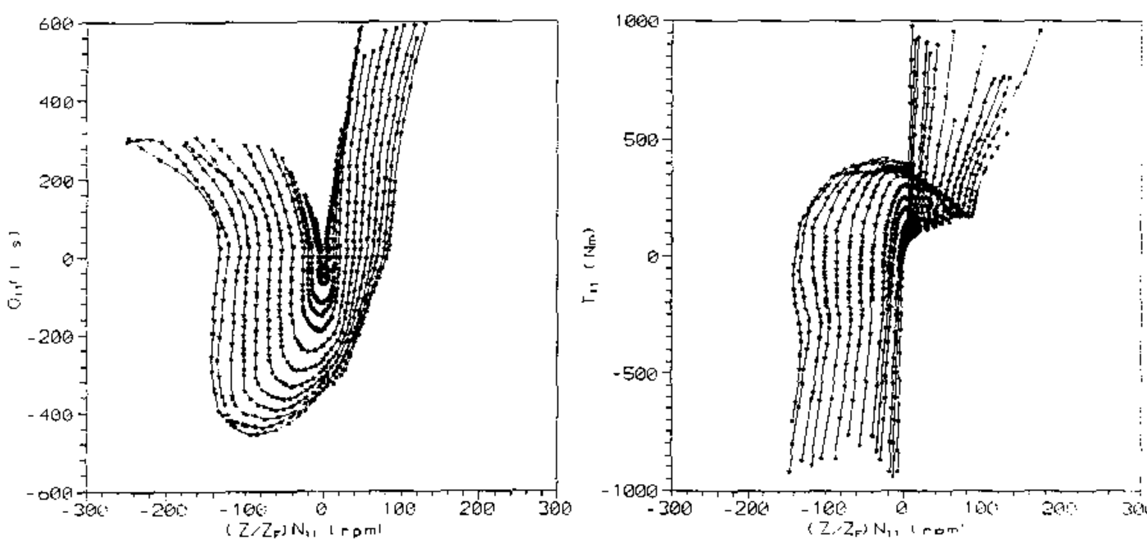


Figura 13: Curvas características de uma bomba-turbina representadas nos Planos Unitários para $H > 0$, utilizando o fator de abertura de Wozniak.

4 Utilização de Séries de Fourier para representação das características de máquinas hidráulicas

Será conferida uma ênfase especial a este tipo de representação, por se tratar de peça básica na elaboração do presente trabalho.

Os primeiros a se utilizarem ddas Séries de Fourier para representar as características de máquinas hidráulicas foram Van Lammerem & outros [11], onde mostram as características completas da operação de propulsores navais, utilizando Séries de Fourier com vinte termos, permitindo obter com precisão as características dos hélices para as diferentes geometrias.

4.1 Ajuste para os dados de uma bomba

Utilizando os dados apresentados em Chaudhry [1] para bombas de quatro diferentes rotações específicas, ou sejam $N_{S_{SI}} = 0.46$, 1.61, 2.78 e 4.94, **Koelle & Andrade [12]**, empregaram a mesma técnica no ajuste dos dados discretos de bombas com distribuidor fixo. Para esses dados as condições operacionais são localizadas no Plano de Suter conforme Figura (11) e a variável independente $\underline{x}$ tratada segundo a equação (71).

Para se proceder o ajuste, as Séries de Fourier foram definidas, segundo Ralston [22], como:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^{m}(a_j\ cos(jx) + b_j\ sin(jx)) \tag{74}$$

onde a_j e b_j são os coeficientes de Fourier com j=0, 1, 2 ...m, sendo m o número de termos das Séries de Fourier.

Para avaliar os coeficientes pode-se utilizar a técnica dos mínimos quadrados para pontos igualmente espaçados, resultando que:

$$a_j = \frac{2}{N}\sum_{i=0}^{n-1} \mathbf{f}_i\ cos(j\mathbf{x}_i) \qquad j = 0, 1, 2 \ldots m \tag{75}$$

$$bj = \frac{2}{N}\sum_{i=1}^{n-1} \mathbf{f}_i\ sen(j\mathbf{x}_i) \qquad j = 1, 2 \ldots m \tag{76}$$

A precisão do ajuste é calculada por,

$$\delta_m^2 = \sum_{i=0}^{n-1} \left\{ \mathbf{f}_i - \left[\frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^{m} (a_j \, cos(j\mathbf{x}_i) + b_j \, sin(j\mathbf{x}_i)) \right] \right\}^2 \tag{77}$$

onde $\mathbf{f}_i$ e $\mathbf{x}_i$ são os valores tabulados e n é o número de pontos disponíveis.

A variância é dada por,

$$\sigma^2 = \frac{\delta_m^2}{2(L-m)} \tag{78}$$

onde L é o inteiro da metade dos pontos disponívies.

Este ajuste foi tentado para vários números de termos das Séries de Fourier. As Figuras (14) e (15) apresentam os resultados do ajuste das curvas de $WH(x)$ e $WB(x)$ para $N_S = 0.46$ com $m = 1$ e $m = 3$. Percebe-se que à medida que se aumenta m, ou seja, os harmônicos, o ajuste melhora. Conclui-se que para $m = 20$ o ajuste já era suficientemente preciso, Figura (16), e, com certeza, os erros cometidos bem menores que os erros experimentais havidos quando da obtenção desses dados no laboratório.

Assim, adotando-se $m = 20$ para as demais rotações específicas, procedeu-se o ajuste da mesma forma e esses resultados podem ser vistos nas Figuras (17), (18) e (19), onde apresentam-se os dados originais e a curva ajustada pelas Séries de Fourier. Nota-se que o ajuste é muito preciso para as quatro rotações, inclusive não se notando diferenças ao se fazer uma análise visual. A Tabelas (2) e (3) resumem os coeficientes das Séries de Fourier para $WH(x)$ e $WB(x)$, respectivamente.

Esta técnica permite somar as vantagens anteriormente citadas da representação de Suter, ao fato de se conhecer a função analítica das características da máquina hidráulica, facilitando o conhecimento da função nos pontos intermediários aos ensaiados, e o cálculo das derivadas, sempre necessárias nos processos iterativos aplicados na resolução dos escoamentos transitórios.

Resumindo, as características de uma máquina hidráulica podem ser, então, dadas por duas Séries de Fourier, a saber:

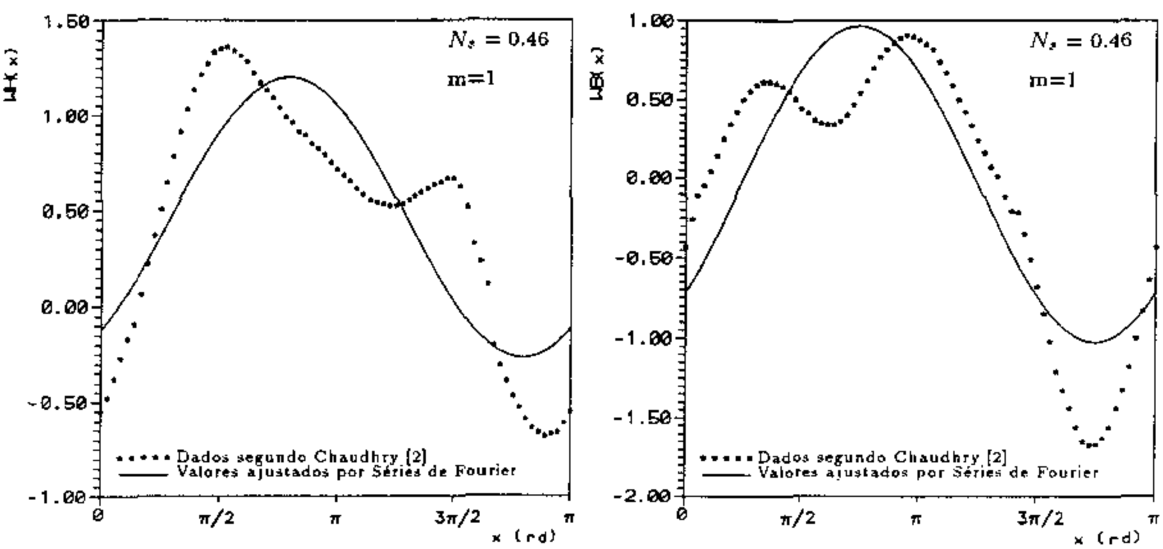


Figura 14: Dados da bomba de $N_s = 0.46$ e ajuste por Séries de Fourier com 1 termo ($m = 1$), *segundo Koelle & Andrade [12].*

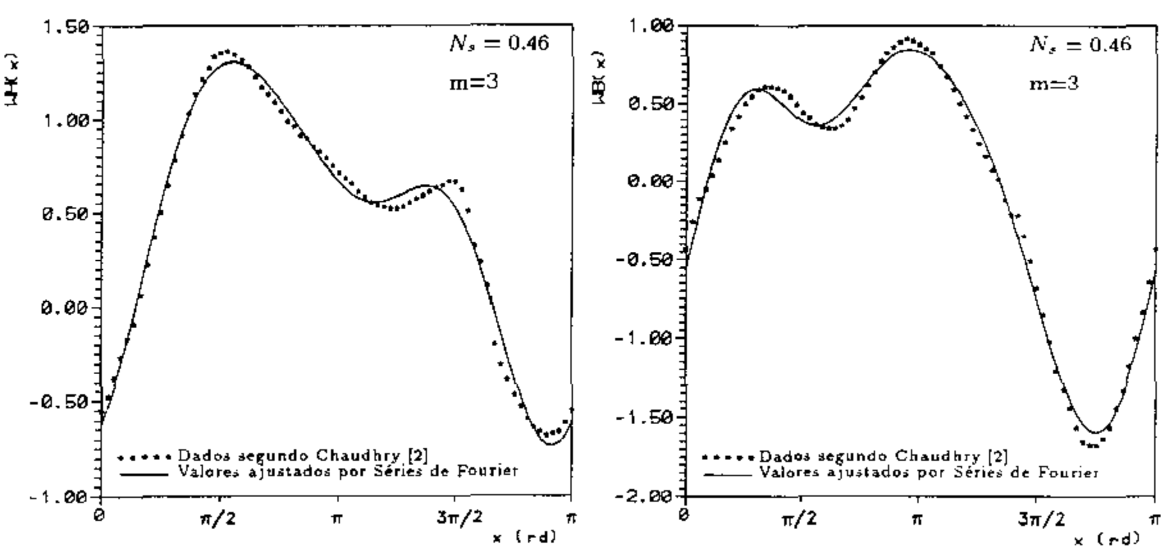


Figura 15: Dados da bomba de $N_s = 0.46$ e ajuste por Séries de Fourier com 3 termos ($m = 3$), *segundo Koelle & Andrade [12].*

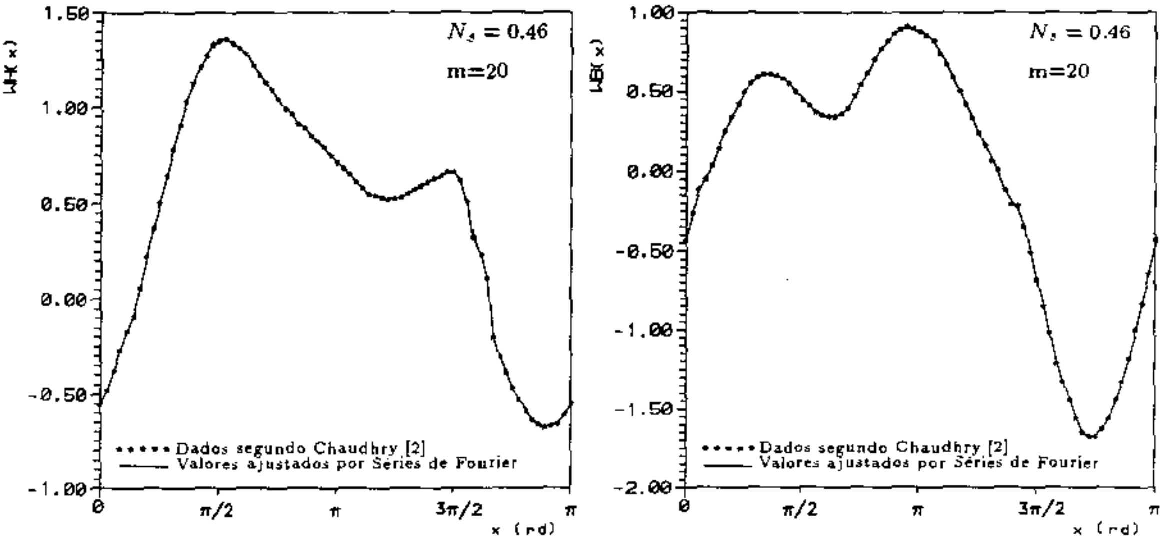


Figura 16: Dados da bomba de $N_s = 0.46$, e ajuste por Séries de Fourier com 20 termos ($m = 20$), *segundo Koelle & Andrade [12].*

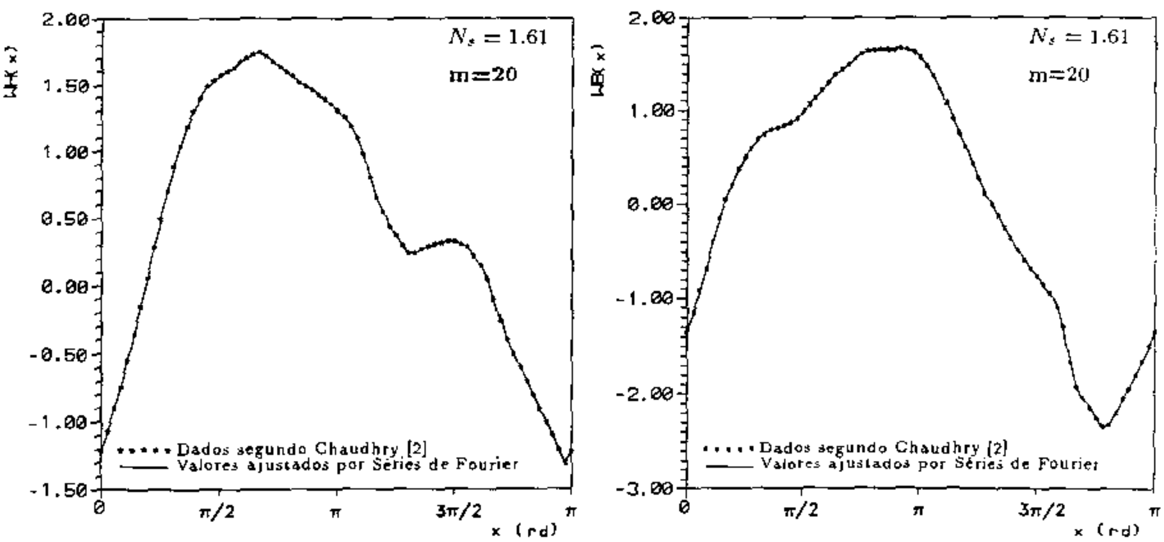


Figura 17: Dados da bomba de $N_s = 1.61$ e ajuste por Séries de Fourier com 20 termos ($m = 20$). *segundo Koelle & Andrade [12].*

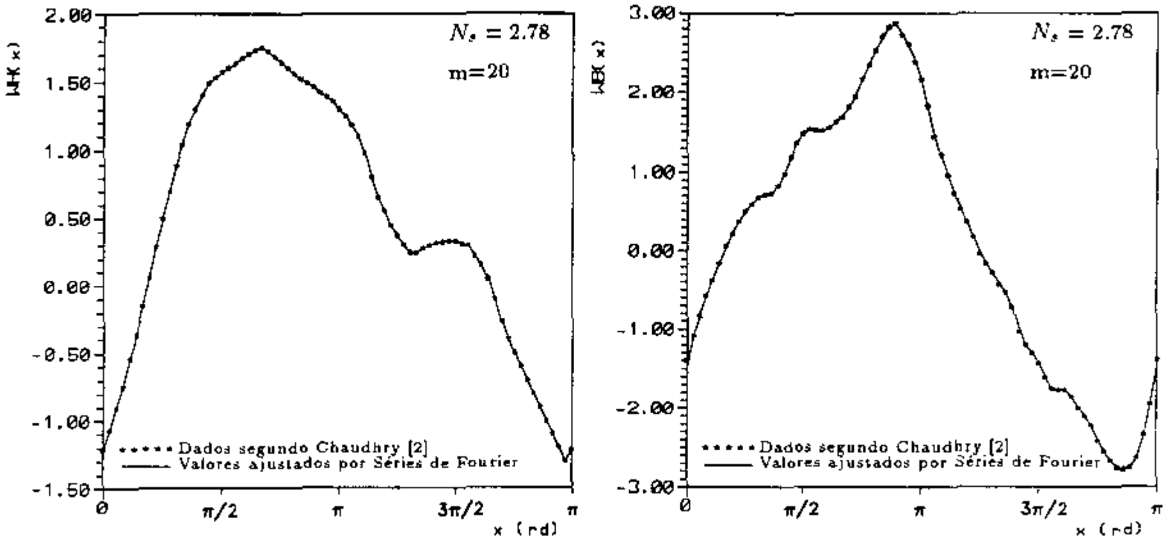


Figura 18: Dados da bomba de $N_s = 2.78$ e ajuste por Séries de Fourier com 20 termos ($m = 20$). *segundo Koelle & Andrade [12].*

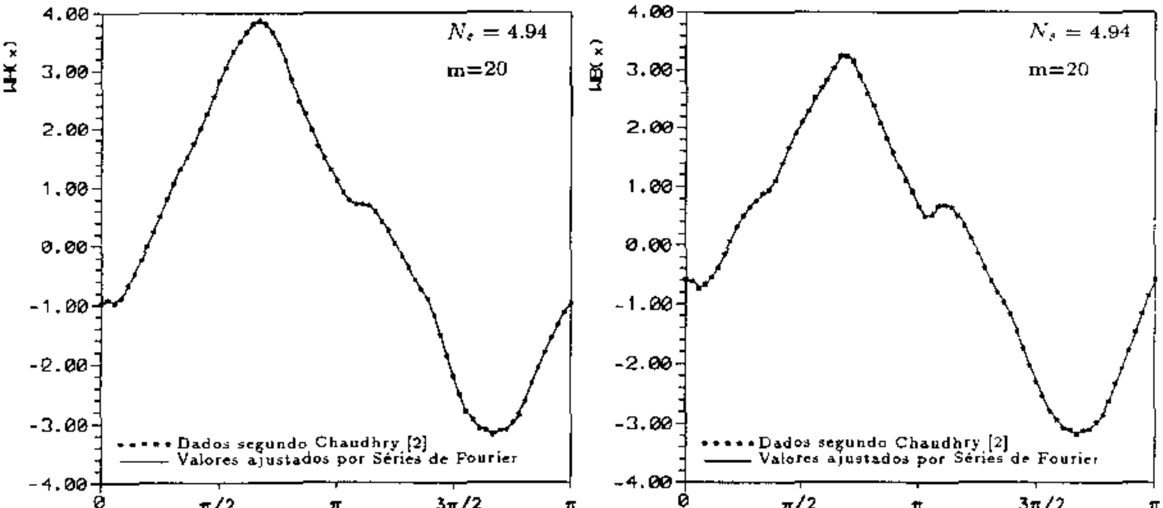


Figura 19: Dados da bomba de $N_s = 4.94$ e ajuste por Séries de Fourier com 20 termos ($m = 20$). *segundo Koelle & Andrade [12].*

j	$N_s = 0.46$		$N_s = 1.61$		$N_s = 2.78$		$N_s = 4.94$	
	awh_j	bwh_j	awh_j	bwh_j	awh_j	bwh_j	awh_j	bwh_j
0	0.929722	0.000000	1.035833	0.000000	0.820556	0.000000	0.420278	0.000000
1	-0.582587	0.446555	-0.956250	0.711053	-1.709499	1.498457	-1.609408	2.446358
2	-0.441489	0.107809	-0.433191	-0.068367	-0.177021	-0.069997	-0.178297	0.016813
3	-0.053523	0.065831	-0.241246	0.049694	-0.183483	0.338593	0.516181	-0.141945
4	0.073307	-0.006977	0.004241	0.026743	0.037022	-0.017722	-0.049271	-0.028629
5	0.010035	-0.023824	-0.030382	-0.047096	-0.033894	0.158348	0.005421	-0.115924
6	-0.018040	-0.011088	-0.010709	0.012125	0.033583	-0.048545	0.031829	-0.012532
7	-0.011006	0.009362	-0.023924	0.002752	-0.000193	-0.024586	0.039948	-0.010861
8	0.004417	0.011866	-0.020754	0.008941	0.018390	-0.004072	0.001020	-0.047571
9	0.005982	0.003827	-0.003617	0.009470	-0.005169	0.041945	-0.004397	0.023480
10	0.001671	-0.001453	-0.006316	0.013761	-0.002092	0.026671	0.007527	-0.011187
11	0.000686	0.000402	-0.002374	-0.000890	-0.002437	-0.018172	0.008813	-0.003910
12	-0.001528	0.000241	-0.007639	0.001203	0.009028	-0.015155	0.012639	-0.005533
13	-0.004936	-0.002514	-0.001172	0.004083	-0.016942	-0.024311	0.012931	0.003079
14	-0.007374	0.002572	-0.006856	0.000005	0.006330	0.018094	0.013060	-0.000866
15	-0.001262	0.003564	-0.002770	0.007744	0.005688	0.015322	0.002433	0.000542
16	0.004667	-0.000642	0.000253	0.002952	0.000779	0.001138	0.010088	0.004150
17	0.005394	-0.005237	-0.000864	0.002056	-0.007997	-0.001120	-0.001129	-0.004805
18	-0.002778	-0.006944	0.001667	0.001389	-0.000833	-0.007500	0.003611	0.000556
19	-0.003687	-0.001078	-0.001863	0.002727	0.005832	-0.003039	-0.001514	0.007488
20	0.000554	0.004667	-0.001405	0.001052	0.001653	-0.008117	0.002254	0.001473

Tabela 2: Coeficientes das Séries de Fourier para $WH(x)$, *segundo Koelle & Andrade [12]*

j	$N_s = 0.46$		$N_s = 1.61$		$N_s = 2.78$		$N_s = 4.94$	
	awb_j	bwb_j	awb_j	bwb_j	awb_j	bwb_j	awb_j	awb_j
0	-0.052778	0.000000	0.154722	0.000000	0.170278	0.000000	-0.019444	0.000000
1	-0.689391	0.719215	-1.342473	1.152485	-1.678088	1.596529	-1.371507	2.198532
2	0.163895	0.471457	0.003352	0.330949	0.150802	0.177863	0.029874	0.092248
3	-0.002804	0.140888	-0.080201	0.236319	-0.191214	0.368890	0.517192	-0.077073
4	0.077526	-0.050356	0.047798	0.055269	0.035433	0.021201	-0.068229	0.035192
5	0.016291	-0.012812	0.003999	-0.062827	0.001465	0.212913	0.060674	-0.133182
6	0.000630	0.010292	-0.003527	-0.041837	0.012708	0.000186	0.016160	-0.013179
7	0.014243	0.005433	-0.032119	-0.012254	0.048092	-0.004007	0.064796	-0.027586
8	0.007359	0.002327	-0.010556	0.008207	0.026484	0.011738	0.019048	-0.057020
9	-0.000934	0.002323	-0.000149	-0.000379	0.019869	0.037420	0.048733	0.040360
10	0.004155	0.010451	0.003250	-0.014306	0.005122	0.012344	-0.003866	-0.006305
11	0.006011	0.004484	-0.009913	-0.007055	0.000590	0.002147	0.015280	-0.001281
12	-0.000278	-0.001443	-0.007361	0.003608	0.026528	0.003608	0.014722	-0.005292
13	-0.001328	0.002819	0.001906	0.009890	0.008195	-0.002727	0.016571	0.004527
14	0.001045	0.004876	0.007089	0.005558	0.001354	0.010063	0.014625	-0.015219
15	0.000083	0.001111	0.011861	-0.003954	0.004664	0.010168	0.008463	0.016648
16	-0.004486	0.002514	0.003554	-0.007750	0.016401	-0.003531	0.002016	-0.010299
17	0.002057	0.003508	-0.005093	-0.003743	-0.006390	-0.007127	0.007914	-0.003344
18	0.000278	-0.002500	-0.006667	-0.000278	0.001389	-0.000556	0.006667	-0.001667
19	-0.004271	-0.001226	-0.002866	0.005465	0.002830	0.008864	0.003271	0.010310
20	-0.003880	0.005234	-0.000100	0.003987	0.009665	-0.000001	0.003780	0.001026

Tabela 3: Coeficientes das Séries de Fourier para $WB(x)$, *segundo Koelle & Andrade [12]*

$$WH(x) = \frac{awh_0}{2} + \sum_{j=1}^{m}(awh_j\ cos(jx) + bwh_j\ sin(jx)) \tag{79}$$

e,

$$WB(x) = \frac{awb_0}{2} + \sum_{j=1}^{m}(awb_j\ cos(jx) + bwb_j\ sin(jx)) \tag{80}$$

onde:	$WH(x)$	-	variável de Suter relativa à carga hidráulica
	$WB(x)$	-	variável de Suter relativa ao momento
	awh e bwh	-	coeficientes de Fourier para a curva WH
	awb e bwb	-	coeficientes de Fourier para a curva WB

As derivadas podem ser facilmente avaliadas pela derivação das equações (79) e (80), em função da variável independente x, resultando-se que:

$$\frac{\partial}{\partial x}(WH(x)) = DWH(x) = \sum_{j=1}^{m}(-awh_j\ j\ sin(jx) + bwh_j\ j\ cos(jx)) \tag{81}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(WB(x)) = DWB(x) = \sum_{j=1}^{m}(-awb_j\ j\ sin(jx) + bwb_j\ j\ cos(jx)) \tag{82}$$

4.2 Ajuste para os dados de uma bomba-turbina

Esta mesma técnica foi também aplicada para os dados de uma bomba-turbina por Andrade & Martin [19] e Luvizotto & Koelle [15]. A seguir far-se-á a descrição do ajuste efetuado por [19].

4.2.1 Dados disponíveis

Os dados utilizados foram experimentados por **Martin** na *Technical University of Munich, Germany.* Ensaiou-se uma bomba-turbina com $D = 0.344m$, sendo medidos valores de vazão ($Q(m^3/s)$, carga ($H(m)$), rotação ($N(rpm)$) e torque ($T(N.m)$) para 14 aberturas do distribuidor com $H > 0$ e sendo obtido um conjunto completo das características para quatro aberturas do distribuidor, com a bomba-turbina operando nos quatro quadrantes, ou seja, $H > 0$ e $H < 0$. Esses dados foram agrupados em dois conjuntos a saber:

Conjunto 1: Os dados das quatro aberturas do distribuidor (8.81, 11.25, 16.20 e 20.95 mm), com a bomba-turbina operando com $H > 0$ e $H < 0$.

Conjunto 2: Os dados das quatorze aberturas do distribuidor (1.50, 2.70, 3.90, 6.97, 8.81, 11.25, 16.20, 20.95, 25.40, 29.90, 33.90, 37.20, 41.00 e 43.70 mm), com a bomba-turbina operando somente com $H > 0$.

Os dados resultantes disponíveis apresentavam-se na forma de parâmetros unitários, ou sejam, valores de n_{11}, Q_{11} e T_{11} para cada abertura do distribuidor, sendo que a máxima eficiência como turbina tinha os seguintes valores: $n_{11_R} = -81.1$ (rpm), $Q_{11_R} = -289.0$ (l/s), $T_{11_R} = 286.5$ (Nm) e $\eta_R = 86\%$.

4.2.2 Transformação para a representação de Suter

Utilizando as relações dadas pelas equações (52), (55) e (58), considerando a mesma máquina ($D = D_R$), assumindo que $H = H_R = 1m$ e lembrando as relações homólogas, pode-se escrever que:

1. Rotação unitária

$$\frac{N_{11}}{N_{11_R}} = \frac{N D}{\sqrt{|H|}} \frac{\sqrt{|H_R|}}{N_R D_R} = \frac{N}{N_R} \frac{D}{D_R} \sqrt{\frac{|H_R|}{|H|}} \tag{83}$$

Define-se,

$$\alpha = \frac{N_{11}}{N_{11_R}} \tag{84}$$

2. Vazão unitária

$$\frac{Q_{11}}{Q_{11_R}} = \frac{Q}{D^2\sqrt{|H|}} \frac{D_R^2\sqrt{|H_R|}}{Q_R} = \frac{Q}{Q_R} \left(\frac{D_R}{D}\right)^2 \sqrt{\frac{|H_R|}{|H|}} \tag{85}$$

Define-se,

$$v = \frac{Q_{11}}{Q_{11_R}} \tag{86}$$

3. Torque unitário

$$\frac{T_{11}}{T_{11_R}} = \frac{T}{D^3|H|} \frac{D_R^3|H_R|}{T_R} = \frac{T}{T_R} \left(\frac{D_R}{D}\right)^3 \frac{|H_R|}{|H|} \tag{87}$$

Define-se,

$$\beta = \frac{T_{11}}{T_{11_R}} \tag{88}$$

Com as relações acima podem-se calcular os valores de α, v e β para todos os pontos ensaiados e posteriormente as variáveis de Suter; para o cálculo da variável independente $\underline{x}$ uma correção deve ser feita, a fim de se proceder a correta localização no Plano de Suter, segundo a Figura (10). Isto se torna necessário uma vez que a maioria das linguagens de programação calculam a função arco-tangente na faixa de $-\pi/2$ a $+\pi/2$. A Tabela (4) resume esta correção, lembrando que a referência adotada, as condições de operação ótima como turbina, apresenta $n_{11_R} < 0$, $Q_{11_R} < 0$ e $T_{11_R} > 0$.

	n_{11}	Q_{11}	T_{11}	α	v	β	h	$tan^{-1}(v/\alpha)$	Quadrante	x
A	>0	>0	>0	$-$	$-$	$+$	1	>0	III	$\pi + tan^{-1}(v/\alpha)$
B	>0	>0	>0	$-$	$-$	$+$	-1	>0	III	$\pi + tan^{-1}(v/\alpha)$
C	>0	>0	<0	$-$	$-$	$-$	-1	>0	III	$\pi + tan^{-1}(v/\alpha)$
D	<0	>0	<0	$+$	$-$	$-$	-1	<0	IV	$2\pi + tan^{-1}(v/\alpha)$
E	<0	>0	<0	$+$	$-$	$-$	1	<0	IV	$2\pi + tan^{-1}(v/\alpha)$
F	<0	<0	<0	$+$	$+$	$-$	1	>0	I	$tan^{-1}(v/\alpha)$
G	<0	<0	>0	$+$	$+$	$+$	1	>0	I	$tan^{-1}(v/\alpha)$
H	>0	<0	>0	$-$	$+$	$-$	1	<0	II	$\pi + tan^{-1}(v/\alpha)$

Tabela 4: Localização da variável de Suter (x) nos quadrantes, adotando-se como referência a operação ótima como turbina.

4.2.3 Cálculo dos coeficientes das Séries de Fourier

Para se efetuar o ajuste de um conjunto de pares de pontos por Séries de Fourier utilizando as equações (74) a (78), há a necessidade de que os pontos (abscissa) sejam igualmente espaçados; assim, para os dados do Conjunto-1, utilizando-se a interpolação spline-cúbica, calculam-se pontos igualmente espaçados de $\Delta x = \pi/90 = 2^o$, resultando em 180 pontos para cada abertura. O ajuste foi testado para vários valores de coeficientes das Séries de Fourier. A Figura (20) apresenta os resultados para $m = 3$ na abertura $a_o = 20.95mm$. Percebe-se que o ajuste se mostra similar ao obtido anteriormente para uma bomba, mas não é preciso; assim, aumentou-se o número de termos (harmônicos) e chegou-se novamente a $m = 20$, para uma precisão adequada. Figura (21). Com o intuito de se visualizar a qualidade do ajuste nos Planos Unitários, os valores calculados, usando-se as Séries de Fourier, foram transformados para a representação unitária. Os resultados são mostrados na Figura (22), onde se nota a boa precisão do ajuste efetuado.

inclusive obtendo boa precisão na região onde a máquina apresenta curva em forma de "S" (Zona E-F), Figura (23).

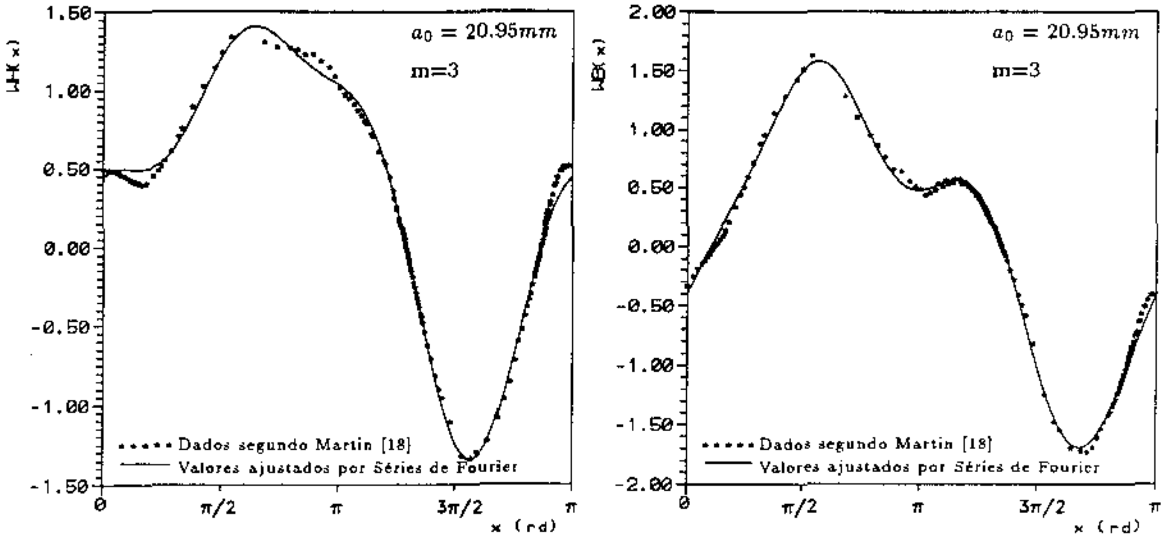


Figura 20: Dados para a_0=20.95mm e ajuste por Séries de Fourier m=3, no Plano de Suter. *segundo Andrade & Martin [14].*

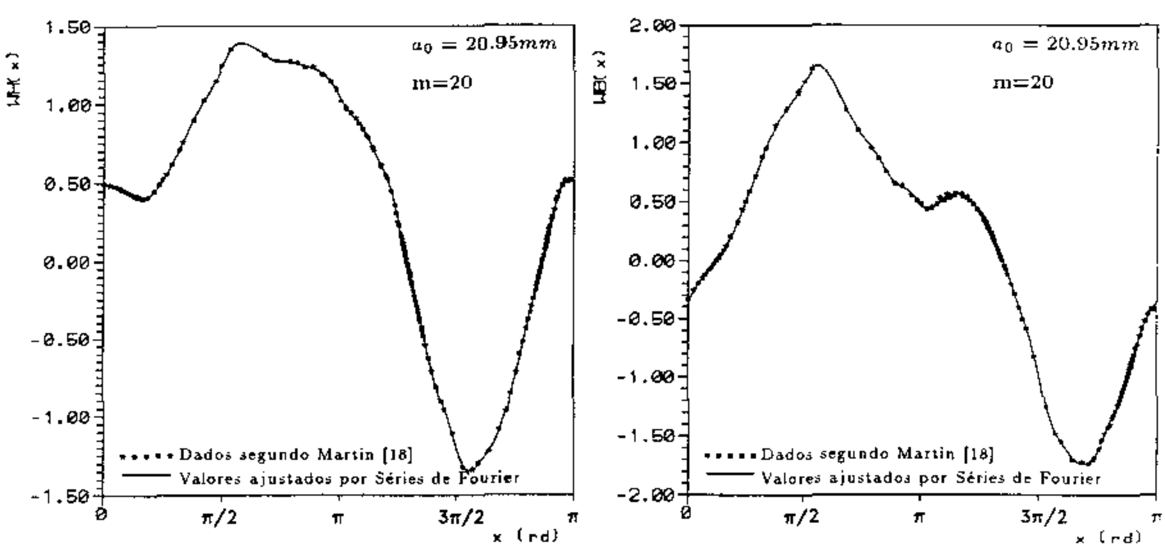


Figura 21: Dados para a_0=20.95mm e ajuste por Séries de Fourier m=20, no Plano de Suter. *segundo Andrade & Martin [14].*

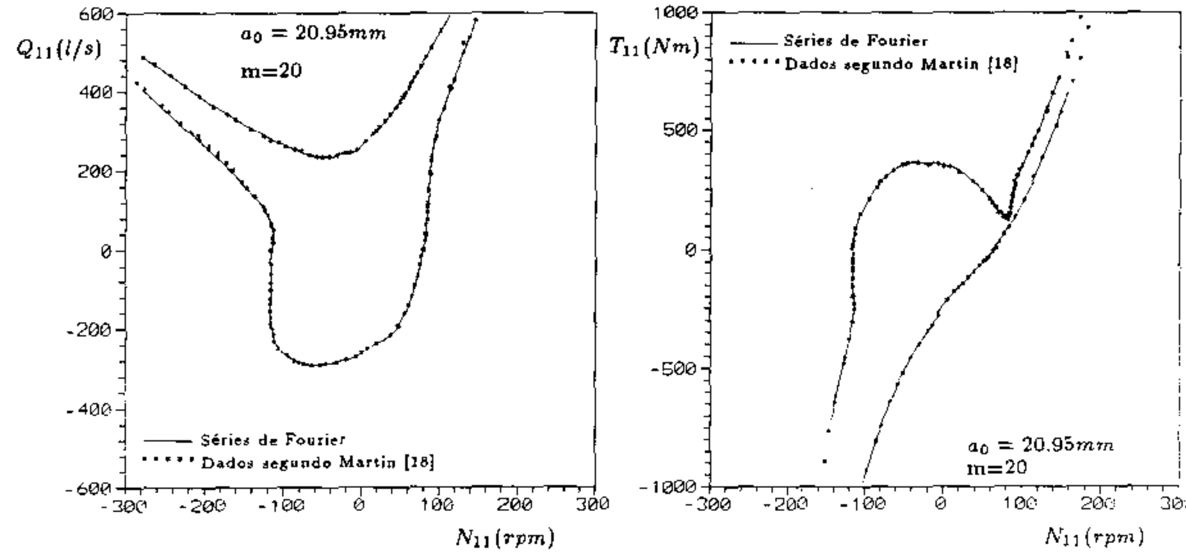


Figura 22: Dados para a_0=20.95mm e ajuste por Séries de Fourier m=20, no Plano Unitário, *segundo Andrade & Martin [14].*

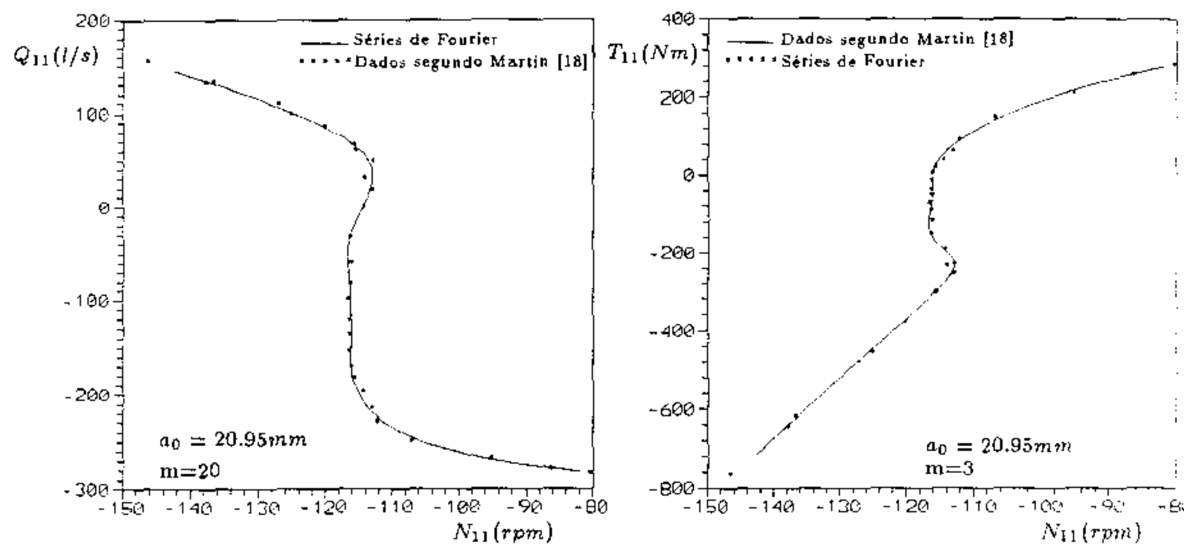


Figura 23: Dados para a_0=20.95mm e ajuste por Séries de Fourier m=20, no Plano Unitário - região valores múltiplos, *segundo Andrade & Martin [14].*

Para os dados pertencentes ao Conjunto-2, somente com a condição $H > 0$, o ajuste pode ser procedido da mesma forma; observa-se que na região onde não se têm dados uma das seguintes sugestões pode ser seguida:

- fornecer um valor constante para toda a faixa, por exemplo $\underline{0}$ (zero);
- fornecer alguns valores fictícios intermediários e interpolar os demais.

Tal sistemática visa apenas contornar o problema da falta de dados na região com $H < 0$, uma vez que tais valores assumidos não serão utilizados em futuras simulações.

A segunda sugestão foi adotada e a Figura (25) mostra um exemplo para a abertura a_0=37.20mm, com os pontos acrescentados e a curva interpolada usando spline-cúbica. A partir daí o ajuste se processa de forma similar à anteriormente descrita.

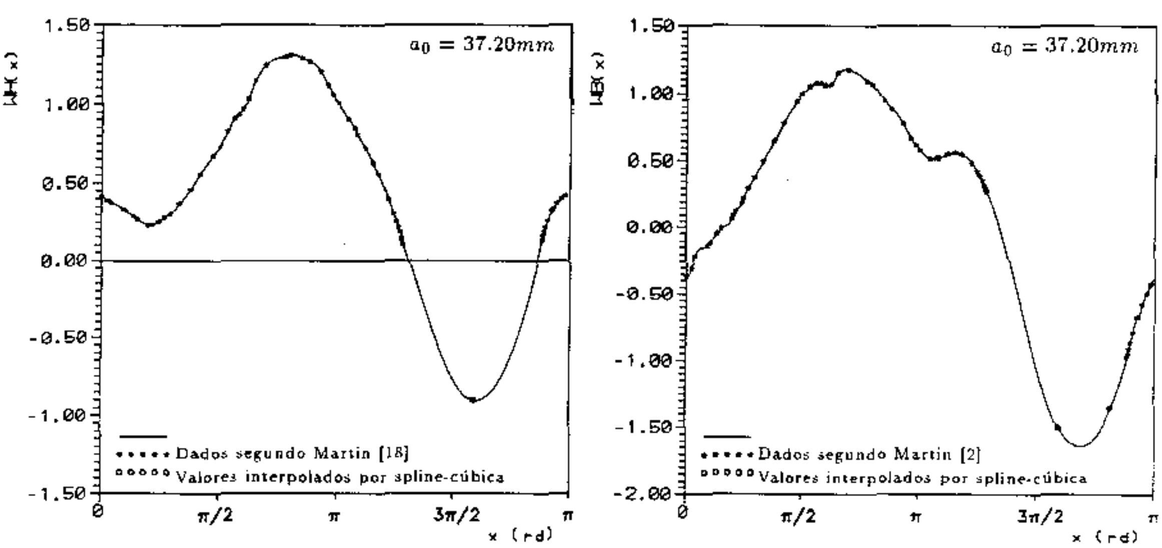


Figura 24: Curva interpolada por spline-cúbica e valores acrescentados para a_0=37.20mm, *segundo Andrade & Martin [14].*

Para as aberturas pequenas (Conjunto-2: 1.50mm e 2.70 mm), percebeu-se que com $m = 20$ os resultados ainda não eram suficientemente precisos; assim, tornou-se necessário aumentar m e, depois de vários testes, propôs-se o seguinte critério para a definição do número de coeficientes das Séries de Fourier, Andrade & Martin [14]:

- $m \geq 20$. Com 20 termos, para as aberturas maiores, o ajuste é muito preciso, e o aumento deste valor não aumenta, de forma significativa, a precisão (variância);

- $\sigma^2_{WH(x)} \leq 3 \times 10^{-4}$. Com este limite permite-se manter a mesma precisão do ajuste ao longo de todas as aberturas do distribuidor, inclusive para as menores;

- Mantém-se o mesmo valor de m do ajuste de $WH(x)$ para o ajuste de $WB(x)$. Isto devido ao fato de que o ajuste de $WH(x)$ é mais exigente, sendo necessário mais termos, uma vez que $WH(x)$ apresenta maior variação ao longo de x.

A Tabela (5) apresenta o número de termos das Series de Fourier e a precisão para o ajuste efetuado com os dados das 14 aberturas do distribuidor. Salienta-se novamente que, com a diminuição da abertura do distribuidor, necessitou-se acrescentar mais termos nas Séries de Fourier, devido ao fato que a curva de $WH(x)$, para aberturas menores, apresenta uma grande variação ao longo de x. A Tabela (6) apresenta os coeficientes das Séries de Fourier, como exemplo, para a abertura $a_o = 20.95mm$.

GVO	m	$\delta^2_{m_{WH(x)}}$	$\sigma^2_{m_{WH(x)}}$	$\delta^2_{m_{WB(x)}}$	$\sigma^2_{m_{WB(x)}}$
1.50	35	3.164×10^{-2}	2.876×10^{-4}	8.596×10^{-3}	7.815×10^{-5}
2.70	25	1.510×10^{-2}	1.162×10^{-4}	6.742×10^{-3}	5.186×10^{-5}
3.90	20	1.846×10^{-2}	1.318×10^{-4}	7.701×10^{-3}	5.500×10^{-5}
6.97	20	1.096×10^{-2}	7.828×10^{-5}	4.681×10^{-3}	3.343×10^{-5}
8.81	20	4.673×10^{-3}	3.338×10^{-5}	3.502×10^{-3}	2.501×10^{-5}
11.25	20	2.159×10^{-3}	1.542×10^{-5}	2.728×10^{-3}	1.948×10^{-5}
16.20	20	3.901×10^{-3}	2.786×10^{-5}	2.264×10^{-3}	1.617×10^{-5}
20.95	20	2.310×10^{-3}	1.650×10^{-5}	3.665×10^{-3}	2.618×10^{-5}
25.40	20	6.195×10^{-4}	4.425×10^{-6}	5.475×10^{-4}	3.911×10^{-6}
29.90	20	1.188×10^{-3}	8.484×10^{-6}	1.133×10^{-3}	8.094×10^{-6}
33.90	20	9.306×10^{-4}	6.647×10^{-6}	2.222×10^{-3}	1.587×10^{-5}
37.20	20	1.273×10^{-3}	9.095×10^{-6}	5.984×10^{-3}	4.274×10^{-5}
41.00	20	7.756×10^{-4}	5.540×10^{-6}	3.263×10^{-3}	2.331×10^{-5}
43.70	20	7.526×10^{-4}	5.376×10^{-6}	2.740×10^{-3}	1.957×10^{-5}

Tabela 5: Número de termos e precisão do ajuste por Séries de Fourier, *segundo Andrade & Martin [14]*.

4.3 Interpolação das características da máquina hidráulica entre aberturas do distribuidor

O problema de interpolação em pontos não ensaiados, para uma abertura do distribuidor constante, fica automaticamente resolvido ao se utilizar a técnica de representação das características da máquina por Séries de Fourier.

j	WH(x)		WB(x)	
	A_j	B_j	A_j	B_j
0	7.2287×10^{-1}	-	2.6230×10^{-1}	-
1	-4.4815×10^{-1}	1.0181	-6.7627×10^{-1}	1.1283
2	3.7379×10^{-1}	3.3610×10^{-2}	-8.7429×10^{-2}	3.6528×10^{-1}
3	1.5116×10^{-1}	-2.0710×10^{-1}	2.3232×10^{-1}	-1.5065×10^{-1}
4	3.7765×10^{-2}	-4.7250×10^{-2}	4.4135×10^{-2}	-3.9738×10^{-2}
5	2.3534×10^{-2}	1.0926×10^{-3}	1.4554×10^{-2}	-9.7057×10^{-3}
6	2.9123×10^{-3}	-2.7068×10^{-2}	-2.6697×10^{-3}	-1.1425×10^{-2}
7	1.8521×10^{-2}	1.4538×10^{-3}	3.2273×10^{-2}	2.6504×10^{-3}
8	-2.1434×10^{-3}	-6.7641×10^{-3}	-7.5240×10^{-4}	-2.0478×10^{-3}
9	-9.3357×10^{-3}	-3.1315×10^{-3}	-1.2181×10^{-2}	-9.4339×10^{-4}
10	3.5224×10^{-3}	-4.3443×10^{-3}	1.8082×10^{-3}	-5.9062×10^{-3}
11	5.1943×10^{-3}	-3.0242×10^{-3}	1.1586×10^{-2}	1.2017×10^{-3}
12	-5.0766×10^{-3}	-6.8781×10^{-3}	-3.4153×10^{-3}	-7.8285×10^{-3}
13	-7.7896×10^{-3}	-2.4517×10^{-3}	-7.0488×10^{-3}	-7.0618×10^{-4}
14	-3.7729×10^{-3}	-2.1294×10^{-3}	-7.7241×10^{-3}	-2.1771×10^{-3}
15	2.6238×10^{-3}	1.3148×10^{-3}	6.0839×10^{-3}	2.9139×10^{-3}
16	-2.7279×10^{-4}	-4.1602×10^{-3}	-4.5614×10^{-3}	-8.4906×10^{-4}
17	-4.8317×10^{-3}	2.0171×10^{-3}	-1.2341×10^{-3}	-1.7486×10^{-3}
18	1.0951×10^{-3}	-3.3101×10^{-4}	-6.7260×10^{-4}	3.3308×10^{-3}
19	8.9019×10^{-4}	1.6726×10^{-3}	4.0838×10^{-3}	7.4191×10^{-4}
20	1.1078×10^{-3}	-1.0997×10^{-3}	3.5637×10^{-4}	-1.6974×10^{-3}

Tabela 6: Coeficientes de Fourier para a abertura $a_0 = 20.95mm$, *segundo Andrade & Martin [14].*

A questão a ser discutida a seguir será a interpolação entre as aberturas ensaidas do distribuidor.

Várias formas de interpolação foram introduzidas. Boldy & Walmsley [23], 1983, sugerem a interpolação curvilínea, baseada nos planos unitários. Este método apresenta dificuldades na aplicação, principalmente para o estabelecimento da malha curvilínea, sendo difícil sua implementação automatica via computador, Andrade & Martin [19], 1992.

A representação das caraterísticas da máquina hidráulica no Plano de Suter tornou-se a mais utilizada em simulações computacionais. Contudo, a interpolação, para uma determinada abertura do distribuidor, com as variáveis de Suter, pode levar a valores incorretos, dada a grande variação que esses valores sofrem entre as aberturas do distribuidor, principalmente entre as aberturas menores; vide Figura (25), onde se apresenta, na representação de Suter, usando-se Séries de Fourier, os dados obtidos por Martin.

Martin [18], 1986, sugere uma modificação no Plano de Suter a fim de aumentar a precisão nos resultados da interpolação e propõe que:

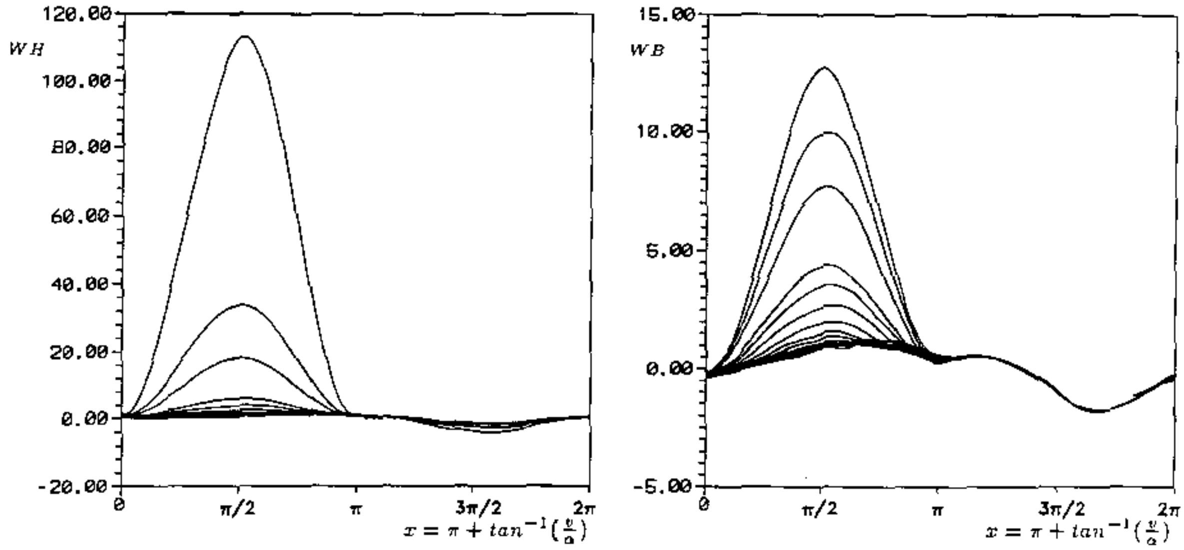


Figura 25: Dados da bomba-turbina pesquisados por Martin no Plano de Suter representados por Séries de Fourier.

$$\frac{h}{\alpha^2 + \left(\frac{Z_F}{Z}\frac{v}{\alpha}\right)^2} \qquad e \qquad x = tan^{-1}\left(\frac{Z_F}{Z}\frac{v}{\alpha}\right) \tag{89}$$

e

$$\frac{\beta}{\alpha^2 + \left(\frac{Z_F}{Z}\frac{v}{\alpha}\right)} \qquad e \qquad x = tan^{-1}\left(\frac{Z_F}{Z}\frac{v}{\alpha}\right) \tag{90}$$

onde Z é a abertura do distribuidor e Z_F a abertura máxima. Este tipo de representação *abre* as características de cada abertura do distribuidor, reduz a diferença relativa dos valores característicos entre as aberturas e mantém as vantagens da representação de Suter. A Figura (26) indica o resultado desta modificação, e comparada à Figura (25), mostra que a diferença relativa dos valores característicos foi sensivelmente diminuida.

Tendo em vista as grandes vantagens obtidas com a representação das características das máquinas hidráulicas usando-se Séries de Fourier, Andrade & Martin [19], 1992, propõem o uso de coeficientes a serem aplicados diretamente nas variáveis de Suter, ou seja:

- Para $WH(x)$

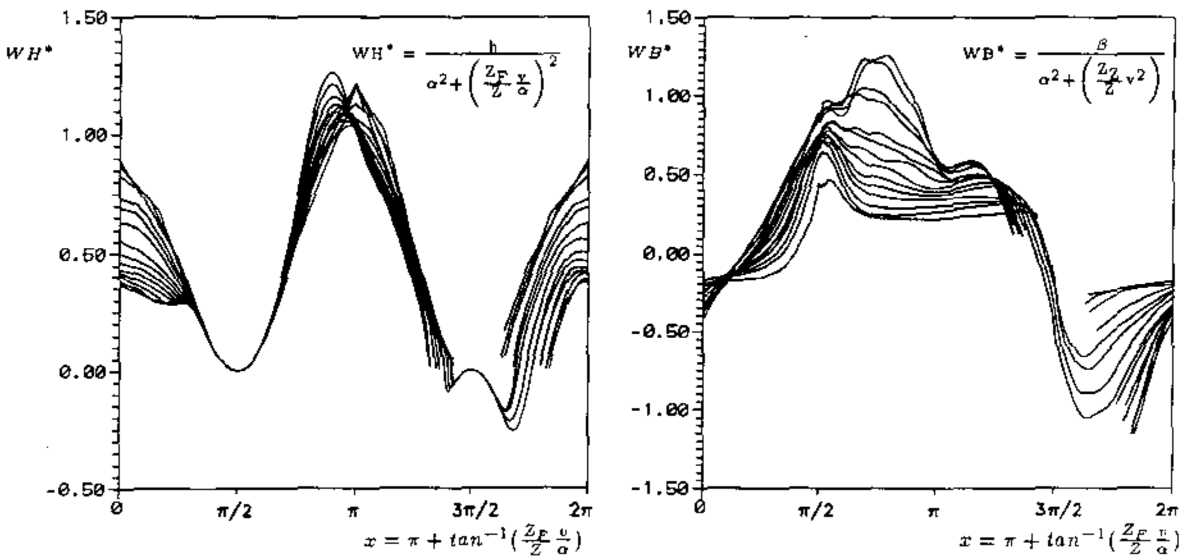


Figura 26: Dados da bomba-turbina pesquisados por Martin no Plano de Suter modificado, segundo equações (89) e (90).

$$C_{WH} = 1 + 2|tan(x)| \left(\frac{Z_\wedge}{Z}\right)^2 \qquad para \qquad |tan(x)| \leq 0.5 \tag{91}$$

e

$$C_{WH} = 1 + 2 \left(\frac{Z_\wedge}{Z}\right)^2 \qquad para \qquad |tan(x)| > 0.5 \tag{92}$$

- Para $WB(x)$

$$C_{WB} = 1 + 2|tan(x)| \left(\frac{Z_\wedge}{Z}\right) \qquad para \qquad |tan(x)| \leq 0.5 \tag{93}$$

e

$$C_{WB} = 1 + 2 \left(\frac{Z_\wedge}{Z}\right) \qquad para \qquad |tan(x)| > 0.5 \tag{94}$$

onde Z é a abertura do distribuidor e $Z_\wedge$ é a abertura ótima. Assim, os valores a serem interpolados devem ser divido por esses coeficientes. A Figura (27) apresenta os resultados da aplicação desses coeficientes aos dados da Figura (25). Percebe-se que houve uma boa diminuição relativa dos valores característicos, mas criando uma descontinuidade na representação. Tentando solucionar este problema propõe-se um novo coeficiente, constante ao longo de toda a abscissa x, ou seja:

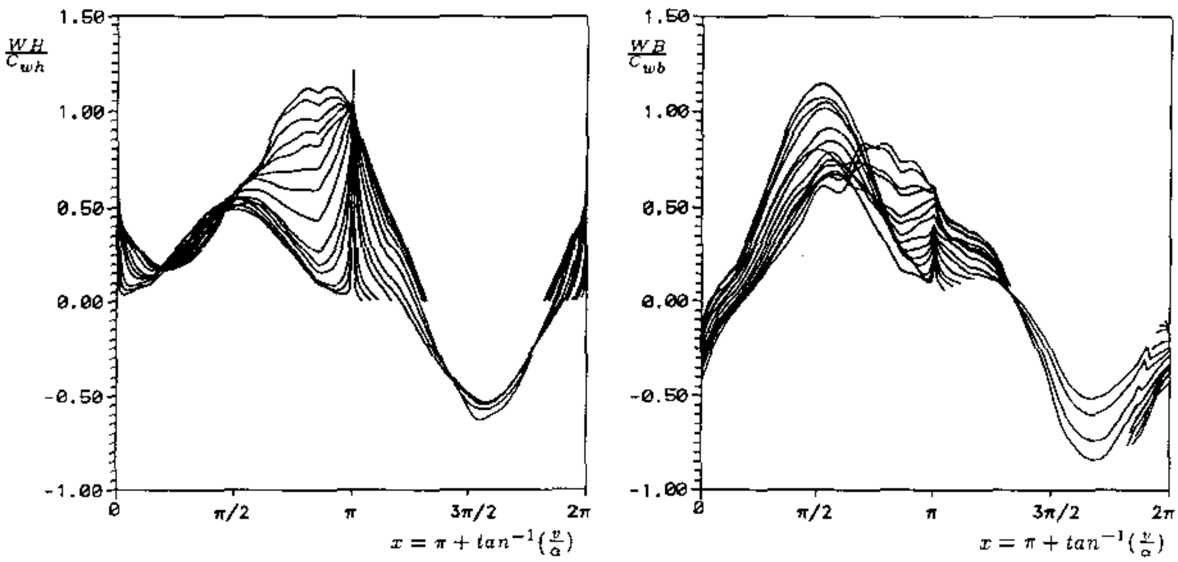


Figura 27: Dados da bomba-turbina pesquisados por Martin no Plano de Suter modificado pelos coeficientes C_{wh} e C_{wb}.

- Para $WH(x)$

$$C^*_{WH} = 1 + 2\left(\frac{Z_F}{Z}\right)^2 \tag{95}$$

- Para $WB(x)$

$$C^*_{WB} = 1 + 2\left(\frac{Z_F}{Z}\right) \tag{96}$$

onde Z é a abertura do distribuidor e Z_F a abertura máxima. Os valores característicos de Suter ($WH(x)$ e $WB(x)$) devem ser divididos por esses coeficientes. A Figura (28) mostra a aplicação desses coeficientes aos dados da Figura (25), podendo-se ver que foi mantida a continuidade das curvas ao longo da abscissa x, bem como, garantiu-se a diminuição nas diferenças relativas dos valores característicos entre as aberturas.

Andrade & Martin [19], 1992, mostram que, após a transformação das variáveis de Suter, os resultados da interpolação não foram significativamente influenciados pelo método utilizado na interpolação. Foram testados os métodos: linear, polinomial e spline-cúbica. Apesar desta constatação sugere-se a adoção do método de spline-cúbica com quatro pontos.

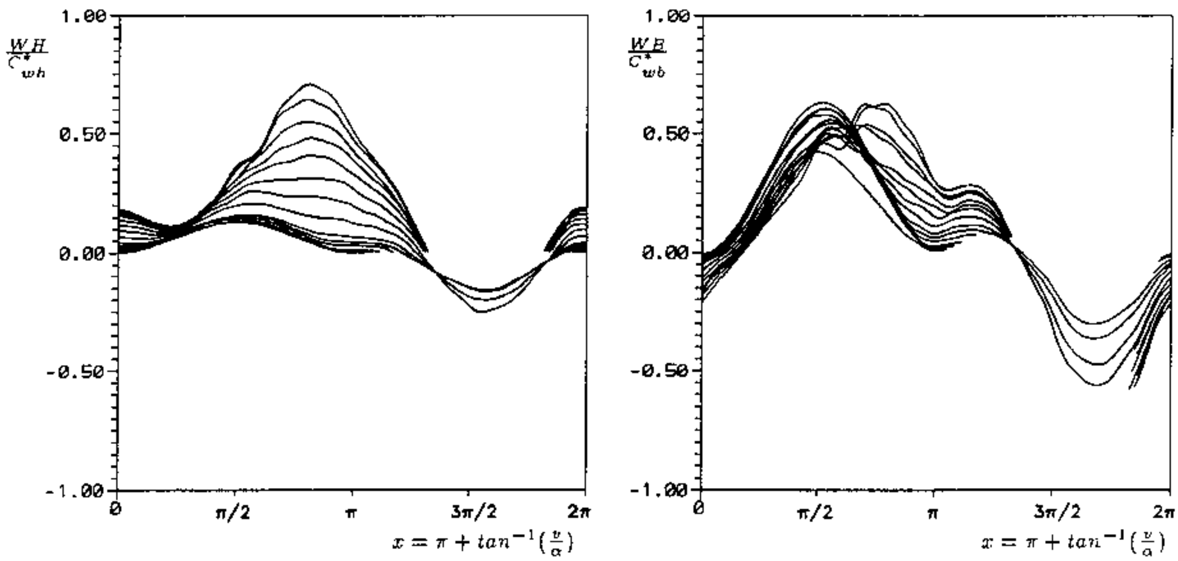


Figura 28: Dados da bomba-turbina pesquisados por Martin no Plano de Suter modificado pelos coeficientes propostos C^*_{wh} e C^*_{wb}.

4.3.1 Resumo - Tratamento das características de máquinas hidráulicas

Com base nas considerações efetuadas, conclue-se que as **Curvas Características das Máquinas Hidráulicas** devem:

1. Ser representadas no plano de Suter, conforme equações (68) a (70);
2. Ser ajustadas por Séries de Fourier, conforme equações (74) a (78) e fixado o número de termos das Séries segundo o critério do item 4.2.3.;
3. Ser interpoladas no Plano de Suter, modificado pelos coeficientes propostos, equações (95) e (96).

5 Análise do Transitório em Usinas Hidrelétricas

A simulação computacional do transiente hidráulico em Usinas Hidrelétricas compõe uma das fases do projeto dessas instalações. A simulação de diferentes alternativas de projeto quanto ao esquema a ser adotado, bem como as especificações dos equipamentos hidromecânicos, devem ser analisadas com máxima eficiência e relativa rapidez. As análises computacionais constituem uma eficiente alternativa aos ensaios em modelos físicos, os quais são extremamente caros e restritos.

As simulações computacionais permitem analisar a instalação como um todo, ou em partes, pela simples mudança nos dados de entrada; assim, as dimensões dos componentes mecânicos dentro do sistema podem ser testadas, a fim de se chegar a dimensões e arranjos otimizados. Sendo utilizado o modelo físico, um modelo individual deveria ser providenciado para cada alternativa de projeto. As análises computacionais são, portanto, mais versáteis e menos dispendiosas quando comparadas com modelos físicos. Dado ao exposto acima, atualmente grande parte das pesquisas na área tecnológica estão concentradas no desenvolvimento de modelos físico-matemático-computacionais e, quanto mais precisos esses forem, mais desnecessária tornar-se-á a análise em modelos fisícos.

A análise do transitório hidráulico em Usinas Hidrelétricas, tem como objetivo prever os efeitos da propagação das ondas de pressão, originadas nas mudanças das condições de operação. Essas mudanças podem ser planejadas (normais) ou acidentais, mas em ambo casos e em outras situações possíveis de ocorrem, análises devem feitas, a fim de que a instalação e seus equipamentos sejam protegidos contra as pressões adversas originadas. Várias formas de proteção contra as pressões adversas estão disponíveis e a análise das vantagens e desvantagens de cada uma deve ser feita. Com a simulação computacional é possível avaliar todas as alternativas em tempo conveniente e auxiliando o processo da decisão mais eficiente.

5.1 Descrição e causas do transitório hidráulico

Para o projeto de Usinas Hidrelétrica três condições transitórias devem ser consideradas, as quais serão generalizadas para contemplar as Usinas Hidrelétricas Reversíveis:

1. **Condição normal:** É a condição prevista em projeto com **manobra normal**. Entende-se como **manobra normal**:

   (a) Abertura e fechamento de válvulas (distribuidor) durante a geração e o bombeamento;

   (b) Paradas e partidas das máquinas (turbinas, bombas ou bomba-turbinas);

   (c) Mudança, aceitação ou rejeição de carga na rede elétrica;

   (d) Mudança de geração para bombeamento e vice-versa, no caso de Usinas Hidrelétricas Reversíveis;

   (e) Vibração de válvulas e aletas do distribuidor;

   (f) Vibração no tubo de sucção induzida pelo escoamento;

(g) Curvas características da máquina instáveis.

2. **Condição de Emergência:** Nesta condição, as **manobras** resultam de falhas operacionais em alguns componentes, nos quais, falharam as previsões de projeto. Dentre as possíveis **manobras de emergência**, destacam-se:

   (a) Turbina operando na rotação de fuga, seguida de um fechamento de emergência;

   (b) Falha do regulador - o distribuidor da turbina fecha, acionado pelo sistema de proteção, estrangulando o escoamento;

   (c) Regulação instável com a turbina funcionando em vazio e a consequente ocorrência do *hunting*;

   (d) Ressonância;

   (e) Fechamento de emergência das válvulas de bloqueio com o escoamento normal.

3. **Condição anormal extrema - Catástrofe:** Deve ser estudada para cada caso, face aos componentes da instalação. Geralmente verifica-se com a possibilidade de superposição de **manobras** e, portanto, é de ocorrência remota. Deve ser assumida como verificação final do projeto.

A severidade do transitório hidráulico depende de muitos fatores, os quais devem ser investigados em todas as fases do desenvolvimento do projeto de uma Usina Hidrelétrica. Apesar de todas as precauções tomadas para a proteção da instalação contra os efeitos danosos dos transitórios, muitos acidentes ocorreram e são relatados na literatura, Chaudhry [1] e Walmsley [2], tais como:

1. **Estação de Bombeamento de Las Blanc-Lac Noir** , na Europa, 1933, onde um tubo se rompeu causando a morte de várias pessoas. O rompimento foi atribuído à auto-excitação (ressonância) provocada pela vibração das aletas do distribuidor da bomba;

2. **Usina de Bersimis II** , Quebec, Canada, 1963, vibrações auto-excitadas foram medidas. As investigações mostraram que um pequeno vazamento através da válvula foi o responsável pelo início da ampliação da pressão através de todo o sistema;

3. **Usina de Oigawa** . Japão, 1960. Devido a erros de operação e mau funcionamento dos equipamentos de proteção, o conduto forçado - *penstock* - rompeu-se devido a sobrepressão e, devido a subpressão, posteriormente colapsou.

Nos três exemplos de acidentes citados, os dois primeiros estão relacionados a problemas de ressonância ao passo que o terceiro é um exemplo típico de **manobra anormal extrema**, na qual houve uma superposição de erros operacionais.

5.2 Operação da Usina Hidrelétrica

As Usinas Hidrelétricas modernas são concebidas para suportar uma variedade de **manobras operacionais**. Essas **manobras** devem ser realizadas de forma eficiente e rápida a fim de não provocar a perda da capacidade de geração e não devem produzir pressões transitórias excessivas. A tecnologia moderna e o acúmulo de experiências têm resultado em Usinas Hidrelétricas com cargas e velocidades cada vez mais altas, o que as torna fortemente susceptíveis aos efeitos do transitório hidráulico; desta forma, a avaliação do transitório hidráulico adquire importância cada vez mais maior na avaliação dos **riscos** operacionais.

A avaliação dos **riscos** é efetuada considerando-se basicamente as seguintes operações normais:

1. Partida da máquina até geração;
2. Geração até parada da máquina ;
3. Ajustes para adequação à carga requerida pela rede.

As seguintes operações devem ser acrescidas, se a Usina for do tipo Reversível:

4. Partida da máquina até bombeamento;
5. Geração para bombeamento;
6. Bombeamento para geração;
7. Bombeamento até parada da máquina.

A descrição da sequência de eventos envolvidos em cada uma dessas **manobras** é a seguinte:

1. **Partida da máquina até geração:** A válvula de entrada, ou a comporta principal, é aberta para pressurizar a caixa espiral. O regulador começa a operar a fim de promover uma abertura gradual das pás do distribuidor. Com o aumento de rotação da máquina a excitação

é fornecida. Quando a rotação da máquina e a voltagem ficam dentro dos limites estabelecidos, o gerador é sincronizado manualmente ou, mais usual, automaticamente, e a carga é então aplicada.

2. **Geração até parada da máquina:** A carga é removida do conjunto de geração e a unidade é isolada do sistema elétrico. A unidade desenergizada causa uma diminuição da excitação do gerador e o distribuidor se fecha. Dependendo do tipo de desenergização, a válvula principal pode ou não ser totalmente fechada. Quando a diminuição natural de rotação atinge o valor pré definido, usualmente de 25% a 30% da rotação síncrona, freios mecânicos são acionados para a parada completa da máquina.

3. **Ajustes para adequação à carga requerida pela rede:** As pás do distribuidor são automaticamente ajustadas pelo regulador, a fim de se encontrar nova condição operacional para a carga requerida, dentro dos limites estabelecidos.

4. **Partida da máquina até bombeamento:** Com o rotor da bomba-turbina sem água, o motor é acionado até a unidade atingir a rotação síncrona, antes que a água seja admitida. A válvulas ou comporta de descarga é aberta e o bombeamento começa com a abertura das pás do distribuidor.

5. **Geração para bombeamento:** Retira-se a carga da bomba-turbina e esta é completamente parada conforme **ítem 2.**. O bombeamento começa como descrito no **ítem 4.**.

6. **Bombeamento para geração:** Geralmente o distribuidor é fechado, seguido pelas válvulas principais, uma vez que a carga foi removida. A unidade é parada pela desaceleração natural e em seguida pelos freios mecânicos. Posteriormente, com a inversão de rotação, a máquina é acelerada até a geração conforme descrito no ítem 1.. Alternativamente, a inversão de rotação pode ser conseguida hidraulicamente, através de um fechamento parcial do distribuidor, antes de desenergizar a unidade. O escoamento reverso rapidamente desacelera o rotor e o levando à rotação reversa. Com o aumento da rotação no sentido de geração a unidade é sincronizada e a carga é aplicada.

7. **Bombeamento até parada da máquina:** Com a retirada da carga, o distribuidor, válvulas ou comportas de descarga são fechados. Quando a máquina, com a diminuição natural de rotação, atinge valores pré estabelecidos, freios mecânicos são aplicados para a completa parada da máquina.

A fim de se reduzirem os tempos de **manobras**, provocando mudanças na operação, os conjuntos de máquinas são mantidas em rotação, isto é, elimina-se o tempo para acelerar a máquina do repouso até a rotação síncrona. Isto é aplicado tanto para o bombeamento como para a geração. A máquina é mantida em rotação, sem água no rotor; a água será admitida ao se proceder a mudança de operação. Ressalta-se no entanto, que um dos principais fatores na determinação dos tempos das sequências de mudança de operação que acarretam em aceleração e desaceleração de massas de água, é a necessidade de se limitarem as cargas transitórias dentro de limites seguros, previamente estabelecidos.

Todas essas operações classificadas como normais e as outras operações enumeradas que causam transitórios hidráulicos, deverão ser simuladas, a fim de se garantir a segurança e a operação da unidade sem riscos.

5.3 Dados necessários à análise do transitório hidráulico

As simulações computacionais do transitório hidráulico em Usinas Hidrelétricas, dependem tanto da precisão dos modelos matemáticos usados para a descrição das partes físicas do sistema, como da precisão dos dados fornecidos ao modelo de cálculo. Os dados compreendem informações do sistema hidráulico e dos componentes mecânicos. Imprecisões nesses dados podem levar a resultados incorretos nas simulações. A fim de se evitar este problema cuidados especiais devem ser tomados na seleção dos dados.

A maioria dos dados requeridos para a análise do transitório hidráulico é assumida nos estágios iniciais do projeto, incluindo: nível máximo e mínimo dos reservatórios, dimensões dos túneis e condutos e, se for o caso, as dimensões e localização de chaminés de equilíbrio, e a especificação da turbina ou bomba-turbina. As alternativas de arranjo são simuladas utilizando-se dados aproximados da turbina ou bomba-turbina pois, frequentemente, não se dispõe dos dados integrais e definitivos nas fases iniciais do projeto.

Uma Usina Hidrelétrica opera sob certas condições hidráulicas para produzir uma potência especificada. Uma turbina ou bomba-turbina, definida pelo seu tipo e rotação específica, é selecionada a fim de atender essa necessidade. Os dados básicos, tipo e rotação específica, mostram-se insuficientes para o estudo do transitório hidráulico, onde se necessita de informações muito mais precisas sobre o desempenho da turbina ou bomba-turbina, ou seja, necessita-se das **Curvas Características da Máquina Hidráulica**; nos estudos preliminares, os dados representativos para o desempenho da máquina devem ser obtidos de fontes alternativas, disponíveis na literatura para turbinas similares ensaiadas. Os objetivos desta análise preliminar concentram-se na definição do arranjo da Usina e na especificação básica dos seus componentes, compatíveis com uma **regulação** eficaz da operação; procuram-se definir os limites, para se estabelecer o **controle** operacional, com segurança adequada.

6 Controle em hidráulica

As informações básicas ao estudo de regulação em Instalações Hidráulicas não são normalmente acessíveis ao Engenheiro Civil, pois, usualmente envolvem a participação do Engenheiro Eletromecânico. No entanto, nos dias atuais, o Controle e a Automação ocupam cada vez mais espaço, substituição ao homem na operação de sistemas hidráulicos. O conhecimento de noções básicas do Controle em Hidráulica, Koelle [24], 1993, Ogata [24], 1990, Coghi [26], 1994, é apresentada com a finalidade de se justificar os parâmetros adotados para definir as características do **regulador** nas simulações de operação.

6.1 Introdução

Numa instalação hidráulica genérica há, em geral, a necessidade de se estabelecer um desempenho pré determinado, definido através dos valores que as grandezas físicas assumem durante a sua operação.

Em princípio, qualquer **grandeza física** pode ser **controlada**, isto é, pode ter o seu valor intencionalmente alterado ou pré fixado. Há, obviamente, **limitações práticas** para se estabelecer tal controle, citando-se, como exemplos, a restrição da energia de que se dispõe para afetar a operação da instalação e o tempo necessário para se obter uma determinada **resposta**, definida como a função que representa o valor da grandeza controlada no decorrer do tempo, à partir do instante em que se interfere na instalação.

A interferência na instalação é efetuada através do **sistema de controle** ou simplesmente **controle**. Este pode ser **manual**, quando se tem um operador presente que, de acordo com alguma **regra** do seu conhecimento, opera um componente qualquer da instalação ou o **elemento de controle** (uma válvula, alavanca, chave elétrica ...).

O controle diz-se **automático** quando uma parte, ou a totalidade, das funções do operador forem realizadas por um equipamento mecânico, hidráulico, elétrico ...ou uma combinação destes. O **controle automático** pode ser classificado genericamente como:

1. **a realimentação:** a ação sobre o elemento de controle é feita como base em informações de **medida da variável controlada**;

2. **a programa:** a ação sobre o elemento de controle envolve a existência de programas de ações que se cumprem com base no decurso de tempo (**programa temporal**), ou à partir de modificações eventuais em variáveis externas à instalação (**programa lógico**).

A aplicação de um **programa** faz-se, modernamente, por meios eletrônicos e a **automação** envolve a capacidade de se escolherem os programa e os valores desejados das grandezas a controlar, com base nas medidas de seus valores e nas perturbações provocadas na instalação. Busca-se atingir certos objetivos, tais como, **maximizar** uma determinada função de expressão analítica complexa, **função objetivo**, ligada diretamente à operação e que envolve, por exemplo, custos, eficácia operacional, duração ....

Na automação encontramos integradas as formas de controle automático, a realimentação e o programa, sendo o **processador de dados** (computador) o elemento que permite definir a ação sobre a instalação. A maior vantagem no emprego do controle, a realimentação, é obtida pela contínua comparação do valor da variável controlada, **saída**, com o seu **valor de referência**, independentemente de **perturbações externas**, definidas como sendo quaisquer influências que tendem a modificar a variável sob controle. A ação contínua do **comparador** promove a obtenção do **desvio**, isto é, da diferença entre os valores de referência e o instantâneo desta grandeza.

6.2 Representação do sistema de controle

As relações matemáticas que relacionam os parâmetros e as grandezas físicas envolvidas no processo de controle são, usualmente, representadas em **diagramas de blocos**. Nesta representação, os blocos e as suas interligações permitem visualizar o fluxo de informações e os componentes básicos que constituem o sistema de controle; adicionalmente, é fácil obter-se um diagrama complexo combinando-se diagramas parciais que representam os seus componentes.

É particularmente importante salientar que cada componente do sistema de controle é representado por um bloco funcional de fácil interpretação, mesmo que não se possa conceber a sua caracterização física real; o maior interesse desta representação está na relação entre os sinais de entrada e saída de um determinado bloco e na forma pela qual ocorre o fluxo de informações entre eles.

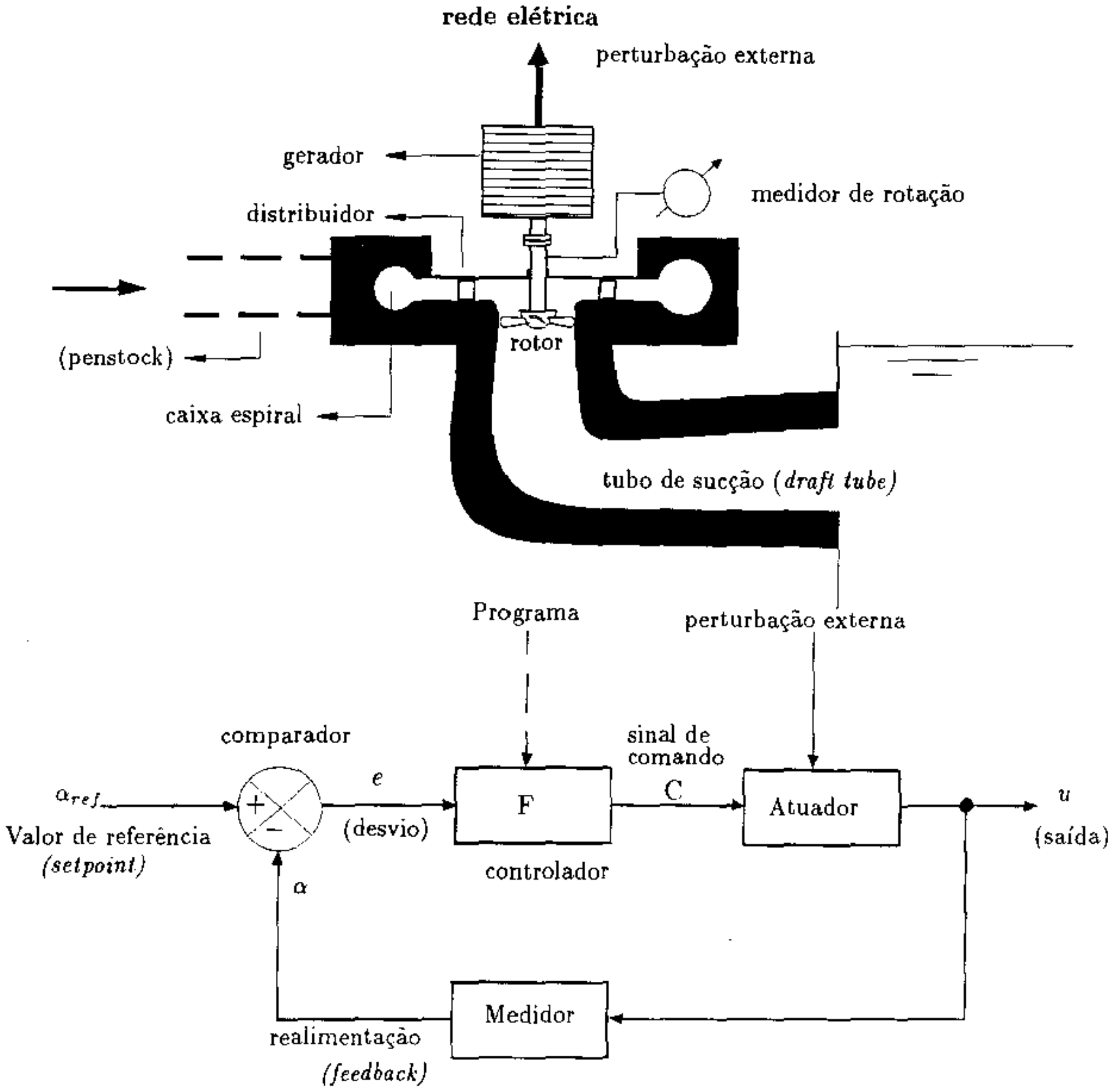


Figura 29: Representação do Sistema de Controle (Física e Diagrama de Blocos).

A Figura (29) retrata uma configuração real de uma Usina Hidrelétrica. Na geração de energia elétrica a frequência deve ser mantida constante. Para isto deve-se manter a rotação da turbina hidráulica constante ou as variações dentro de limites aceitáveis. Assim, estar a máquina operando à rotação constante, significa que existe um equilíbrio dinâmico entre o conjunto turbina-gerador, ou seja, todo o trabalho produzido na turbina é consumido no gerador para produzir carga absorvida pela rede elétrica.

Devido ao exposto anteriormente, a função do controle será manter a rotação (α) constante.

no **valor de referência** (α_{ref}) - *set-point*, apesas das **perturbações externas** que, por ventura, ajam sobre o conjunto turbina-gerador. Para elucidar o controle considere-se uma variação na solicitação de carga na rede elétrica; com isto ocorrerá um desequilíbrio dinâmico no conjunto turbina-gerador, que tenderá a acelerar (diminuição da carga) ou a desacelerar (aumento de carga) a máquina hidráulica. Esta mudança de rotação será sentida no **medidor de rotação**, que alimentará o **comparador** com esta informação e este calculará o **desvio** $\epsilon = \alpha - \alpha_{ref}$. O **controlador** será alimentado com o desvio e, dotado de um **programa - F** função do desvio, processará a informação, emitindo então um **sinal de comando (C)** ao **atuador** que, por sua vez, agirá sobre o distribuidor, **saída - u**, fechando-o (diminuição de carga) ou abrindo-o (aumento de carga), resultando na mudança do trabalho produzido pela turbina. O processo continua até que o **desvio** - (ϵ) seja zero ou esteja dentro de limites aceitáveis.

Na Figuras (29), **F** é chamada de **função de transferência**, a qual caracteriza a operação proporcionada pelo sistema de controle, e mesmo o tipifica, permitindo assim escrever que:

$$C = F e \tag{97}$$

Definem-se **sistemas de controles lineares** como sendo aqueles nos quais a relação entre as variáveis é representada por equações diferenciais lineares, usualmente com coeficientes constantes. Obtém-se equações diferenciais ao invés de equações algébricas, visto que no sistema de controle à realimentação as variáveis dependem do tempo. Dada a linearidade pode-se estudar o comportamento do controle usando-se o **princípio da superposição**, válido para sistemas lineares, justificando-se, assim, o tratamento matemático dos componentes do controle visando a linearização das equações diferenciais resultantes.

6.3 Linearização, Transformação de Laplace e Função de Transferência

O **princípio da superposição**, que permite a adição de respostas de componentes lineares do sistema de controle, facilita a compreensão da sua ação e é aplicável à quaisquer sistemas desde que convenientemente linearizado.

6.3.1 Linearização de funções

A equação que representa um sistema de controle à realimentação é uma equação diferencial não algébrica, pois as variáveis envolvidas nos componentes variam com o tempo. Por exemplo, o sistema de regulação da turbina da Figura (29), projetado para manter a rotação da turbina constante, recebe como sinal de entrada, no controlador, o desvio da rotação nominal. O sinal de saída, de ação, provocará a variação da potência da turbina; haverá um intervalo de tempo, necessário para que o conjunto girante acelere ou desacelere, até atingir a rotação nominal (*set-point*).

Se no sistema de controle há componentes não lineares que realizam uma função específica, estes deverão ser linearizados para se obter como consequência uma equação linear, de fácil tratamento, que caracterize todo o sistema de controle.

Imagine-se, que para um determinado sistema de controle, se tenham várias entradas e_1, e_2, $e_3 \ldots e_n$, para que a equação relacionando a saída y com tais valores seja linear, deve-se ter que

$$u = c_1e_1 + c_2e_2 + c_3e_3 + \cdots + c_ne_n \tag{98}$$

Se a relação funcional $u = f(e_1, e_2, e_3, \ldots e_n)$ não é linear, pode-se linearizá-la nas vizinhanças de uma condição de referência u_0, e_{1_0}, e_{2_0}, e_{3_0} $\cdots$ e_{n_0}, mediante as seguintes aproximações, em termos dos desvios,

$$U = u - u_0 \quad E_1 = e_1 - e_{1_0} \quad E_2 = e_2 - e_{2_0} \quad E_3 = e_3 - e_{3_0} \cdots \quad E_n = e_n - e_{n_0} \tag{99}$$

Usando-se os conceitos de Cálculo pode-se escrever que:

$$U = \left(\frac{\partial u}{\partial e_1}\right)_0 E_1 + \left(\frac{\partial u}{\partial e_2}\right)_0 E_2 + \left(\frac{\partial u}{\partial e_3}\right)_0 E_3 + \cdots \left(\frac{\partial u}{\partial e_n}\right)_0 E_n \tag{100}$$

e, como as derivadas parciais calculadas em um dado ponto são valores numéricas conhecidos, tem-se,

$$u \cong C_1E_1 + C_2E_2 + C_3E_3 + \cdots C_nE_n \qquad \text{onde} \;\; C_i = \left(\frac{\partial u}{\partial e_i}\right)_0 E_i \qquad \text{i} = 1,2,3 \cdots \text{n} \tag{101}$$

Em resumo, a linearização envolve a aplicação da equação geral (100) na relação funcional ou gráfica representativa da dependência entre as variáveis de entrada e de saída, envolvidas com um dado componente do sistema de controle. Pode-se desta forma obter, separadamente, para cada componente, as relações lineares que o caracteriza e, à partir destas, compondo-se os blocos, obter o diagrama final que representa todo o **Sistema de Controle**, conforme se indica na Figura (30), onde à partir dos blocos dos componentes (a) e (b) pode-se montar o bloco (c) do sistema de controle.

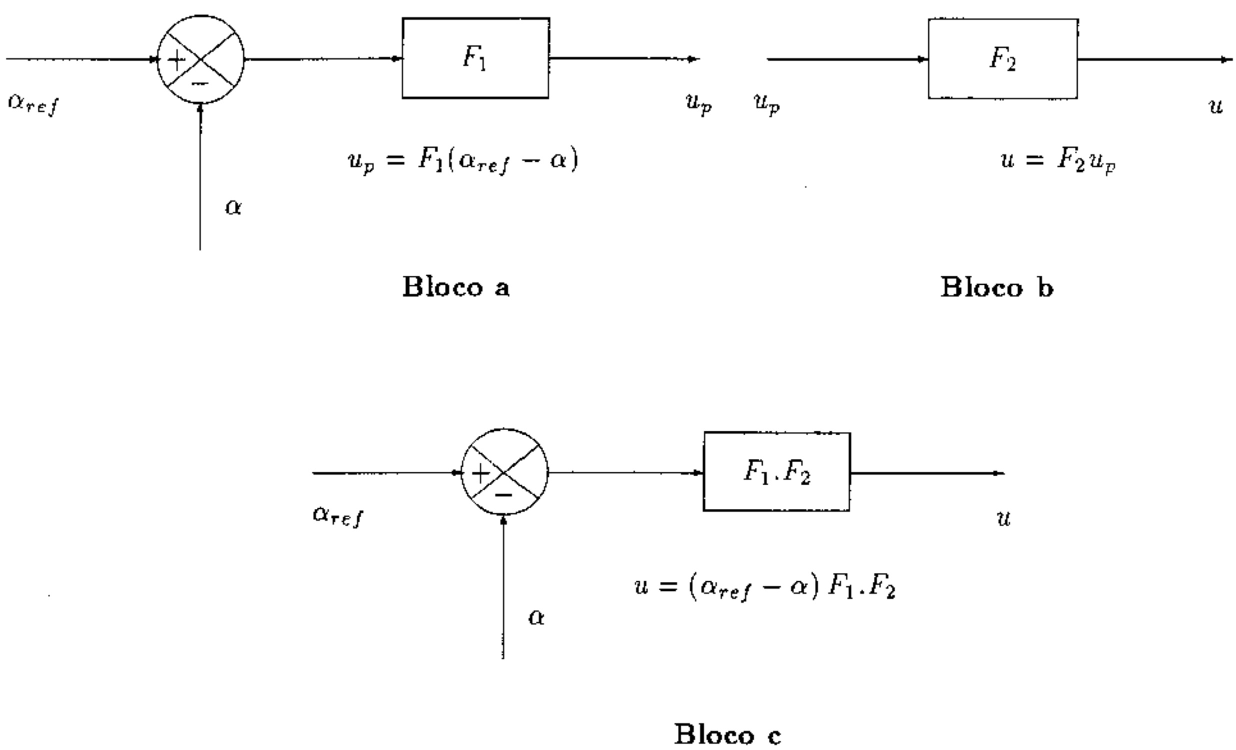


Figura 30: Composição do diagrama de blocos (c) a partir dos componentes (a) e (b).

Efetuando operações com os blocos, percebe-se que o sistema resultante não será linear, razão pela qual prefere-se efetuar uma mudança de variável, que transforma uma equação diferencial linear numa equação algébrica. Tal transformação é chamada de **Transformação de Laplace**.

6.3.2 Transformação de Laplace

A transformação de Laplace é um método operacional que pode ser usado para resolver equações diferenciais lineares, onde a equação diferencial linear na **variável real t** é transformada numa equação algébrica na **variável complexa s, dita de Laplace**. A solução da equação diferencial é efetuada manipulando-se algebricamente no domínio da variável s e para se obter a solução em t inverte-se a transformação obtida em s. Cumpre observar que, na maioria dos casos, a análise direta da solução em s já nos permite a obtenção de informações suficientes, o que torna desnecessária a transformação inversa.

A transformada de Laplace é definida como:

$$F(s) = \mathcal{L}\left[f(t)\right] = \int_0^\infty f(t)\, e^{-st}\, dt \tag{102}$$

onde f(t) - função do tempo tal que f(t)=0 para $t < 0$;
s - variável complexa de Laplace;
F(s) - transformada de Laplace de f(t).

Na integral do segundo membro da equação a variável t irá desaparecer depois de se avaliar a integral nos limites e, para a maioria das funções f(t) encontradas nos problemas de engenharia, a transformada F(s) é convergente. Algumas propriedades importantes da transformada de Laplace devem ser notadas:

1. A transformada $f(s) = \mathcal{L}\left[f(t)\right]$ não contém nenhuma informação sobre o comportamento de f(t) para $t \leq 0$. Tal fato não é restritivo, uma vez que nos estudos de regulação interessa o desempenho do sistema para $t > 0$ e as variáveis são definidas para que f(t)=0 para $t \leq 0$;

2. Como a transformada é definida por uma integral imprópria, ela pode não existir para alguma função f(t). No entanto, para as funções f(t) usuais nos sistemas de controle não há tal restrição;

3. A transformada de Laplace é linear, ou seja,

$$\mathcal{L}\left[a\, f_1(t) + b\, f_2(t)\right] = a\, \mathcal{L}\left[f_1(t)\right] + b\, \mathcal{L}\left[f_2(t)\right] = a\, F_1(s) + b\, F_2(s)$$

4. A transformada de Laplace de derivadas é

$$\mathcal{L}\left[\frac{d\, f(t)}{dt}\right] = s\, F(s) - F(0)$$

5. A transformada de Laplace de uma integral é

$$\mathcal{L}\left[\int_0^t f(t)dt\right] = \frac{F(s)}{s}$$

6.3.3 Função de Transferência

No estudo de controle a função de transferência é bastante utilizada para caracterizar a relação que existe entre a entrada-saída de um componente, ou um sistema de controle. A função de transferência é definida como a relação da transformada de Laplace da saída (resposta) para a transformada de Laplace da entrada (excitação), considerando nulas todas as condições iniciais. Sua notação é normalmente a letra G, assim:

$$G(s) = \frac{\mathcal{L}[\text{saída}]}{\mathcal{L}[\text{entrada}]} = \frac{U[s]}{E[s]} \tag{103}$$

onde U[s] e E[s] são as transformada de Laplace para a saída e entrada do componente, ou sistema de controle, respectivamente.

6.4 Principais ações para um sistema de controle

Com o intuito de se visualizar as principais ações de um sistema de controle utilizar-se-ão dois tipos de função de entrada (*excitação ou desvio*), a saber:

- **Função degrau** (*step function)* unitária, a qual pode ser matematicamente escrita como:

$$f(t) = e(t) = \begin{cases} 0 & \text{para } t < 0 \\ 1 & \text{para } t \geq 0 \end{cases} \tag{104}$$

- **Função rampa** (ramp function) unitária, a qual pode ser matematicamente expressa como:

$$f(t) = e(t) = \begin{cases} 0 & \text{para } t < 0 \\ t & \text{para } t \geq 0 \end{cases} \tag{105}$$

6.4.1 Ação de controle proporcional (P)

Um controlador com ação proporcional tem o efeito de gerar uma ação de resposta (saída) proporcional à perturbação (entrada), a qual é o *erro ou desvio* entre o valor desejado e o valor medido. A relação entre a variável de saída [u(t)] e a de entrada [e(t)] é:

$$u(t) = K_p\, e(t) \tag{106}$$

ou ainda na forma de transformada de Laplace com sua função de transferência,

$$G(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \tag{107}$$

onde K_p é chamado de ganho ou constante proporcional.

A Figura (31) apresenta o diagrama de blocos e a resposta para um desvio [e(t)] tipo degrau, para um controle do tipo proporcional e a Figura (32) apresenta o mesmo para um desvio tipo rampa. Neste tipo de regulador verifica-se que o novo valor de equilíbrio da variável controlada é diferente de seu valor de equilíbrio inicial, Macyntire [27], 1983. Esta diferença recebe o nome de **irregularidade estática**, ou **estatismo**, ou **off-set** do regulador; a Figura (33) mostra esquematicamente este efeito. Para que um regulador proporcional entre em ação é necessário sempre que tenha havido um desvio no valor nominal (*set-point*) da variável controlada.

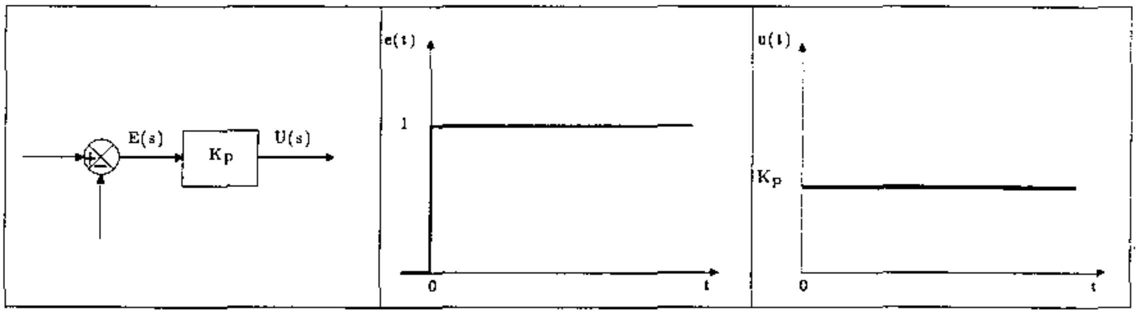


Figura 31: Diagrama de blocos para o controle proporcional e resposta [u(t)] para um desvio [e(t)] tipo degrau unitário.

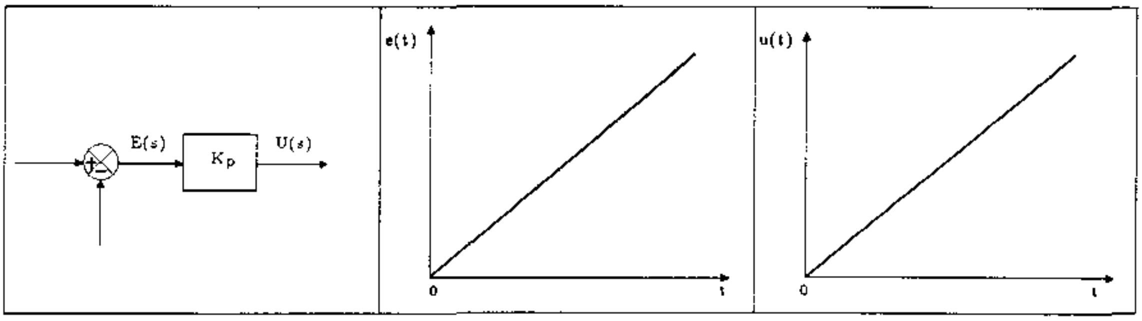


Figura 32: Diagrama de blocos para o controle proporcional e resposta [u(t)] para um desvio [e(t)] tipo rampa unitário.

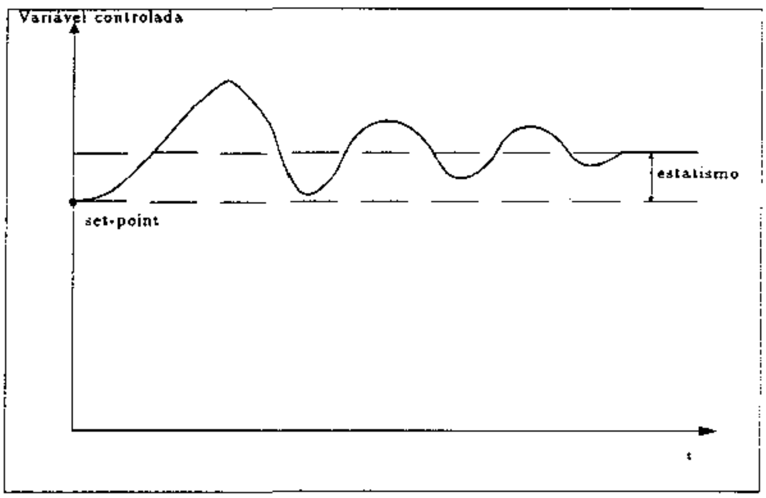


Figura 33: Curva esquemática do resultado da regulação de um regulador proporcional.

6.4.2 Ação de controle integral (I)

Um controlador com ação integral, também chamado *reset*, tem o efeito de gerar uma taxa de ação de resposta (saída) proporcional à grandeza da perturbação (entrada), a qual é o *erro ou desvio* entre o valor desejado e o valor medido. A relação entre a taxa da variável de saída [u(t)] e a de entrada [e(t)] é:

$$\frac{du(t)}{dt} = K_i\, e(t) \tag{108}$$

ou,

$$u(t) = K_i \int_0^t e(t)\,dt \tag{109}$$

Ou ainda, na forma de transformada de Laplace com sua função de transferência,

$$G(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{s} \tag{110}$$

onde K_i é chamado de constante integral.

A Figura (34) apresenta o diagrama de blocos para a ação do tipo integral. Esse tipo de ação faz com que o valor da variável controlada, após o equilíbrio, seja recolocada no valor inicial antes da perturbação (*set-point*), daí receber o nome *reset*. Com isto, a irregularidade estática ou estaticismo é igual a zero. A ação integral ocorre simultaneamente com a ação proporcional, resultando em um regulador capaz de regular a variável de controle no valor nominal (*set-point*), o qual é descrito a seguir:

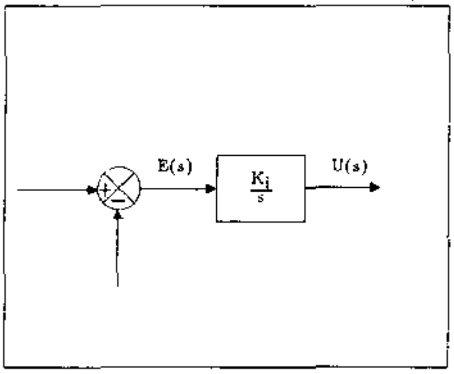


Figura 34: Diagrama de blocos para o controle integral.

6.4.3 Ação de controle proporcional + integral (PI)

Um controlador com ação proporcional e integral, é representado pela soma das duas ações, ou seja,

$$u(t) = K_p\,e(t) + K_i \int_0^t e(t)\,dt \tag{111}$$

Ou ainda, na forma de transformada de Laplace com sua função de transferência,

$$G(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \left(K_p + \frac{K_i}{s}\right) \tag{112}$$

A constante integral é definida como $Ki = K_p/T_i$, onde T_i é o tempo integral, uma vez que a ação integral depende da ação proporcional.

A Figura (35) apresenta o diagrama de blocos e a resposta, para um desvio [e(t)] tipo degrau para um controle do tipo proporcional + integral (PI), e a Figura (36) mostra esquematicamente a ação conjugada desses dois efeitos, onde nota-se que o estatismo foi eliminado.

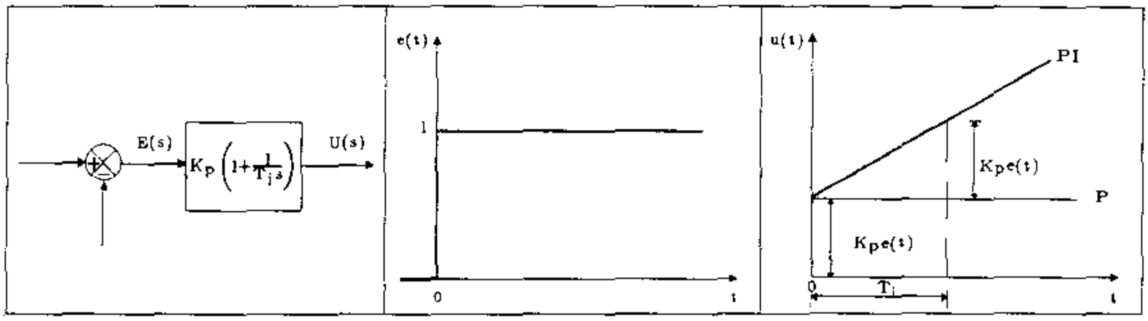


Figura 35: Diagrama de blocos para o controle proporcional + integral (PI) e resposta [u(t)] para um desvio [e(t)] tipo degrau unitário.

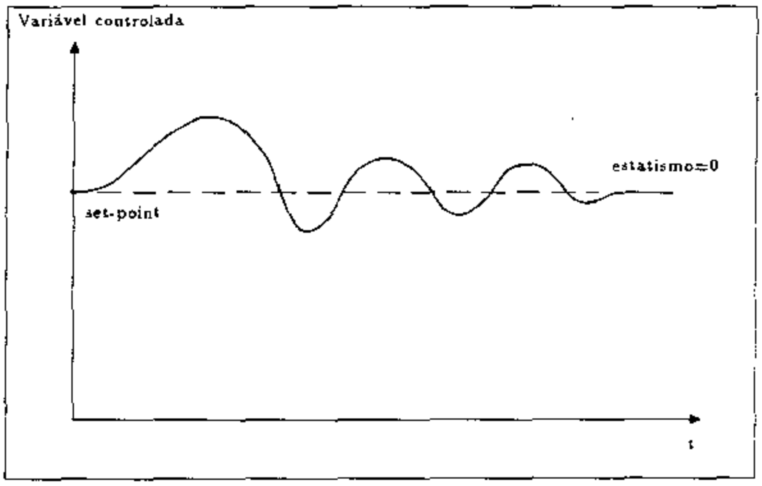


Figura 36: Curva esquemática do resultado da regulação de um regulador proporcional + integral (PI).

6.4.4 Ação de controle proporcional + derivativo (PD)

Um controlador com ação derivativa tem o efeito de gerar uma ação de resposta (saída) proporcional à variação da perturbação (entrada), ou seja, velocidade de variação do desvio ou erro. A relação entre a variável de saída [u(t)] e a de entrada [e(t)] é:

$$u(t) = K_d \frac{d\,e(t)}{dt} \tag{113}$$

onde K_d é a constante derivativa.

Um controlador com ação proporcional e derivativa é representado pela soma das duas ações, ou seja,

$$u(t) = K_p\, e(t) + K_d \frac{d\,e(t)}{dt} \tag{114}$$

Ou ainda na forma de transformada de Laplace com sua função de transferência,

$$G(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = (K_p + K_d s) \tag{115}$$

A constante derivativa é definida como $Kd = K_p T_d$, onde T_d é o tempo derivativo, uma vez que a ação derivativa depende da ação proporcional.

A Figura (37) apresenta o diagrama de blocos e a resposta para um desvio [e(t)] tipo rampa para um controle do tipo proporcional + derivativo (PD), e a Figura (38) mostra esquematicamente a ação conjugada desses dois efeitos, comparada com a do regulador proporcional. Percebe-se que a ação do regulador PD é semelhante à ação do P, mas seu uso diminue o tempo de estabilização. Pela Figura (37) percebe-se que a ação de controle derivativa tem um caráter antecipatório; com isto, tenta-se antecipar a correção em função da tendência do erro.

6.5 Ação de controle proporcional + derivativo + integral (PID)

A combinação das três ações proporcional, derivativa e integral, resulta num controlador do tipo PID, que oferece a vantagem de se contar com as três ações individuais. A relação entre a variável de saída [u(t)] e a de entrada [e(t)] é:

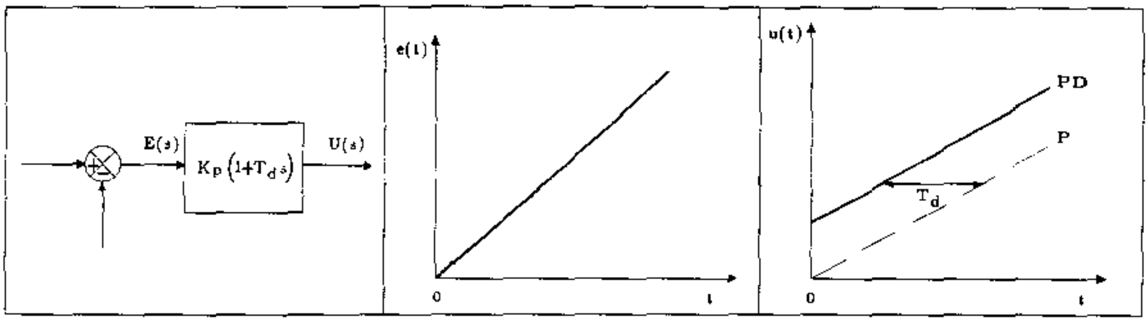


Figura 37: Diagrama de blocos para o controle proporcional + derivativo (PD) e resposta [u(t)] para um desvio [e(t)] tipo rampa.

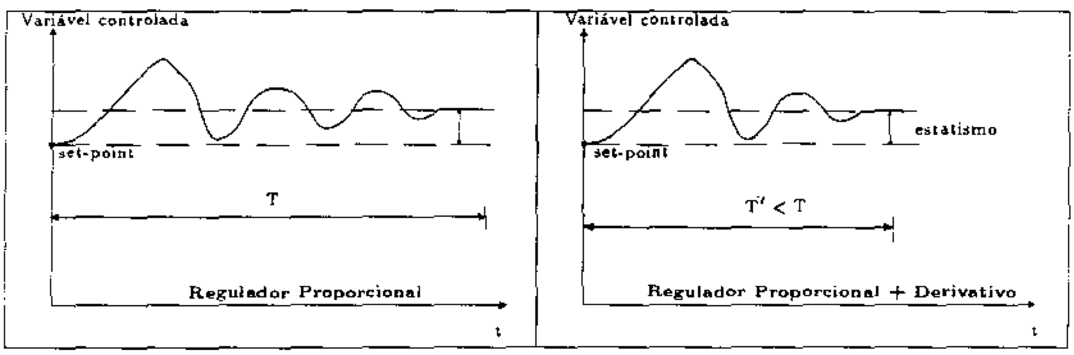


Figura 38: Comparação das curvas esquemáticas do resultado da regulação de um regulador proporcional + derivativo (PD) e um proporcional (P).

$$u(t) = K_p\, e(t) + \frac{K_p}{Ti} \int_0^t e(t)\, dt + K_p\, T_d\, \frac{d\, e(t)}{dt} \tag{116}$$

Ou ainda, na forma de transformada de Laplace com sua função de transferência,

$$G(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) \tag{117}$$

A Figura (39) apresenta o diagrama de blocos e a resposta para um desvio [e(t)] tipo rampa para um controle do tipo proporcional + derivativo + integral (PID).

6.6 Sistema de controle moderno

Inicialmente, a fim de se conseguir reproduzir uma determinada ação do sistema de controle, engenhosos sistemas mecânicos eram utilizados.

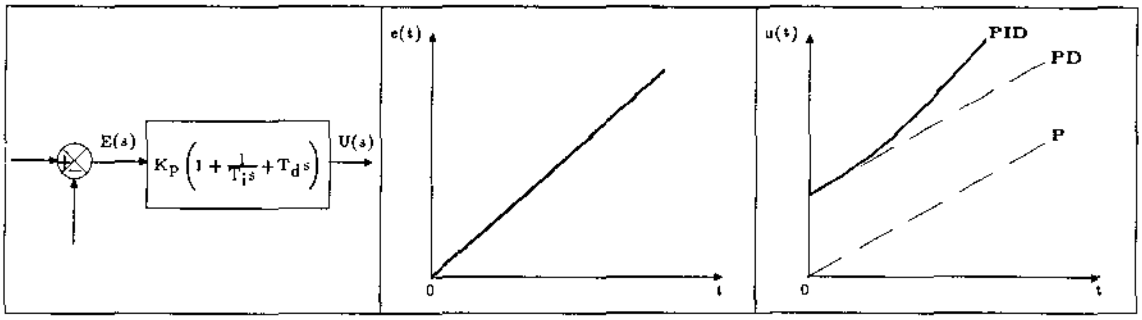


Figura 39: Diagrama de blocos para o controle proporcional + derivativo + integral (PID) e resposta [u(t)] para um desvio [e(t)] tipo rampa.

Atualmente, os sistema de controle incorporaram os avanços de tecnologia na área da eletrônica, onde modernos PLC's - *Programable Logical Controllers* passaram a executar as funções de regulação e outras adicionais, como as de otimização.

Assim, os antigos sistemas de controles mecânicos, com limitações para o ajuste de sua estrutura e de suas variáveis, foram substituidos pelos PLC's, os quais têm a função, no caso de máquinas hidráulicas, de regular a rotação da máquina hidráulica e, adicionalmente, controlar o sistema para otimizar e supervisionar a sua operação, através do processo mostrado na Figura (40).

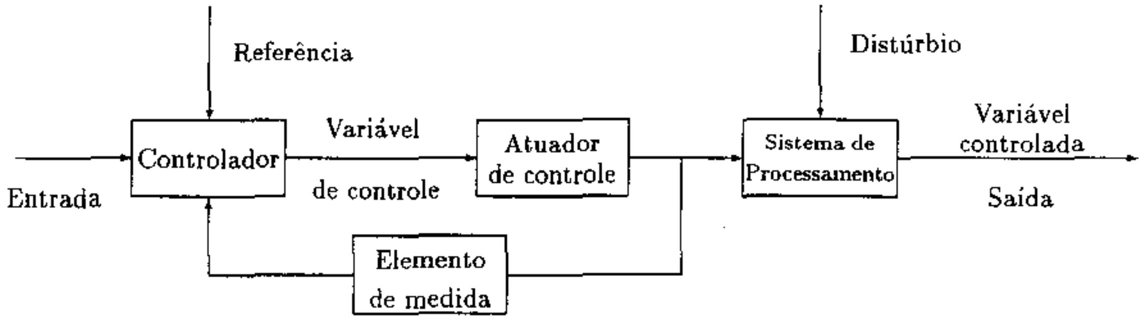


Figura 40: Diagrama de blocos de uma sistema de controle geral.

Os componentes do sistema de controle serão definidos tendo-se em mente sua aplicação em uma Usina Hidrelétrica.

Sistema de processamento é um arranjo de unidades de processamento integradas de forma sistemática, de modo a incluir a máquina hidráulica, gerador, rede, etc. **Distúrbio** é um sinal que tende a modificar a saída do sistema como, por exemplo, mudança na potência, mudança na rotação de referência, mudança na carga, etc. **Variável de controle** é a variável a ser mantida dentro de uma faixa desejada (rotação da máquina). **Referência** é o valor desejado para a variável de controle (rotação de referência da máquina). **Controlador** é o componente que tem a função de reduzir a diferença entre o sinal de saída e o de referência de entrada. **Atuador de controle** é o elemento que atua sobre sistema (abertura do distribuidor).

O projeto do sistema de controle deve eliminar influências de distúrbios externos, a fim de assegurar estabilidade e manter a variável controlada na faixa desejada. Para este propósito, um controlador PID (*Proportional - Integral - Derivative*) tem sido largamente utilizado como instrumento de controle. Este controlador combinado tem a vantagem, conforme mencionado anteriormente, de introduzir as três ações individuais: **Proporcional**, **Integral** e **Derivativa**, do erro. Este regulador é descrito pela equação (116), que será reescrita acrescentando o sinal negativo, pois, no caso de uma turbina hidráulica, a variavel de saída (abertura do distribuidor) varia contrariamente à variável de entrada (desvio ou erro na rotação), assim:

$$u(t) = -K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t)dt + T_d \frac{d(e(t))}{dt} \right] \tag{118}$$

onde $e(t)$ é o sinal do erro e $u(t)$ é a variável de saída adimensionalizada.

Em Usinas Hidrelétricas com mais de uma máquina, é recomendado introduzir um sinal para reduzir a sensibilidade da variação dos parâmetros, resultando em um controlador tipo retro-alimentado *(Feedback Controller)*; veja Figura (41).

A equação do PID retroalimentado, de acordo com a DIN-4321, pode ser expressa por:

$$\frac{K_i}{K_{p_b}} u + \frac{du}{dt} = - \left[K_i e + K_p \frac{de}{dt} + K_d \frac{d^2 e}{dt^2} \right] \tag{119}$$

Nesta equação os parâmetros podem ser relacionados com os do antigo controlador mecânico, assim:

- $K_p = 1/bt$ - ganho proporcional, com bt - estatismo transitório - *speed droop*;
- $T_i = Tn$ - ganho integral, com Tn - constante de amortecimento - *dashpot*;
- $K_{pb} = 1/bp$ - constante de tempo de retroalimentação, com bp - estatismo permanente.

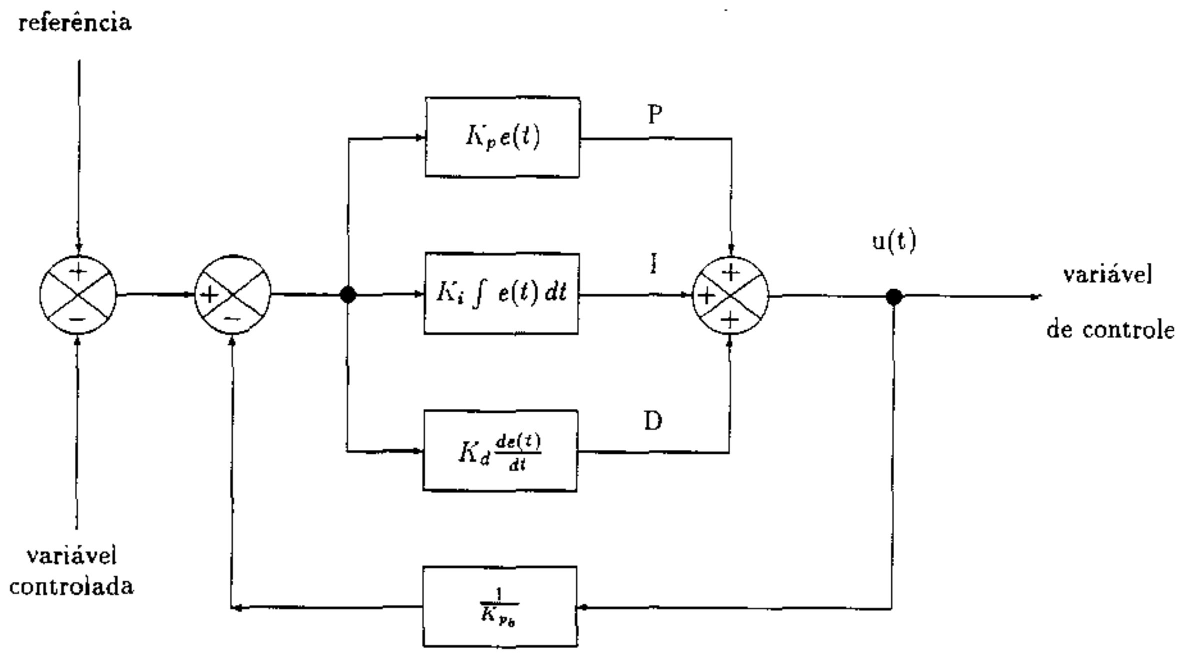


Figura 41: Controlador Proporcional - Integral- Derivativo (PID) retroalimentado (feedback).

6.7 Definição das constantes e estudo de estabilidade dos sistemas de controle

A definição das constantes de um sistema de controle consiste na identificação dos termos proporcional, integral, derivativo e retroalimentação, a serem usados pelo controlador. A fim de se definirem os parâmetros ótimos de um determinado regulador, os fabricantes, além de usarem algumas propostas encontradas na bibliografia, utilizam-se, em muito, de experiências adquiridas com a prática.

Para a determinação desses parâmetros definem-se dois *tempos caracteristicos*, à saber:

1. **Tempo da máquina (T_m)** - este tempo pode ser entendido como o tempo, em segundos, necessário para acelerar uma máquina do repouso até a rotação do regime permanente, com todo o momento aplicado e sendo assumido que máquina não esteja conectada à rede elétrica. Na análise que se segue considerar-se-á que o regime permanente será o ponto de maior eficiência da máquina, indíce $_R$; assim, o tempo da máquina pode ser expresso pela equação:

$$T_m = \frac{I\omega_R^2}{P_R} \tag{120}$$

Como $T_R = P_R/\omega_R$, pode-se ainda escrever que:

$$T_m = \frac{2\pi}{60}\frac{I N_R}{T_R} \tag{121}$$

onde: T_m - tempo da máquina (s)
I - momento de inércia das partes girantes ($kg\ m^2$)
ω_R - rotação da máquina no ponto de maior eficiência (rd/s)
N_R - rotação da máquina no ponto de maior eficiência (rpm)
T_R - momento hidráulico no ponto de maior eficiência ($N\ m$)
P_R - potência hidráulica no ponto de maior eficiência (W)

2. **Tempo da água (T_w)** - este tempo pode ser entendido como o tempo, em segundos, necessário para acelerar o escoamento no conduto forçado (*penstock*), do repouso até o regime permanente definido para a máquina hidráulica. Novamente, assumindo que o regime permanente seja o ponto de maior eficiência da instalação, o tempo da água pode ser expresso pela equação:

$$T_w = \frac{Q_R}{g H_R}\sum_{i=1}^{m}\frac{L_i}{A_i} \tag{122}$$

onde T_w - tempo da água (s)
Q_R - vazão na máquina no ponto de maior eficiência (m^3/s)
H_R - carga na máquina no ponto de maior eficiência (m)
L_i - comprimento do trecho do conduto forçado (*penstock*) (m)
A_i - área do trecho do conduto forçado (*penstock*) (m^2)
m - número de trechos do conduto forçado (*penstock*)
g - aceleração da gravidade (m/s^2)

Dentre as sugestões apresentadas na bibliografia para a definição dos parâmetros do regulador, segundo Ma & Brekke [28], citam-se:

1. **Parâmetros segundo Hovey**

$$b_t = \frac{1}{K_p} = 2\,\frac{T_w}{T_m} \tag{123}$$

$$T_i = 4\,T_w \tag{124}$$

2. **Parâmetros segundo Paynter**

$$b_t = \frac{1}{K_p} = \frac{T_w}{0.4\,T_m} \cong \frac{2.5\,T_w}{T_m} \tag{125}$$

$$T_i = \frac{T_w}{0.17} \cong 6\,T_w \tag{126}$$

É bem sabido que a inadequada definição dos parâmetros de um sistema de controle de uma Usina Hidrelétrica, pode resultar em um regulador instável, provocando o aparecimento de pressões transitórias indesejáveis e oscilações na rotação da turbina. Com isto, a definição dos parâmetros do regulador está intrinsicamente ligada ao estudo de sua estabilidade.

Na teoria de controle são encontrados vários métodos de análise de estabilidade de sistemas de controle, tais como:

1. **Método do teste da frequência** - este método consiste em ligar um gerador de onda senoidal na saída do controlador, que é desligado do processo, e excitar a entrada com ondas senoidais de diversas frequências. O sinal gráfico da entrada e a resposta são registrados para cada frequência; assim, determina-se o ganho e fase, resultando nos diagramas de controle, Bode, Nichols e Nysquist. Com esses diagramas, torna-se possível definir, por métodos gráficos, o controlador mais apropriado e seus parâmetros para melhor estabilidade.

2. **Método de Zielger-Nichols** - muito conhecido no meio prático, consiste em se considerar no controlador somente o tempo proporcional e se procederem medições ou simulações, para ganhos crescentes (K_p), até que a resposta comece a oscilar com amplitude constante; para esta situação, o período é conhecido como período últimò (P_u) e a constante proporcional como ganho último (K_{p_u}). Com esses valores determinam-se os parâmetros do regulador, da seguinte forma:

$$\text{Regulador PI} \quad \begin{cases} K_p = 0.45\, K_{p_u} \\ T_i = \frac{P_u}{1.2} \end{cases} \tag{127}$$

$$\text{Regulador PID} \quad \begin{cases} K_p = 0.67\, K_{p_u} \\ T_i = \frac{P_u}{2} \\ T_d = \frac{P_u}{8} \end{cases} \tag{128}$$

Embora existam inúmeros métodos para se estudar a estabilidade dos sistemas de controle, cada um oferece vantagens e desvantagens, dependendo da aplicação; mas, em sua maioria, oferecem a grande desvantagem de não considerarem, na definição dos parâmetros e estabilidade, as características dinâmicas do processo a ser controlado.

Vislumbra-se que o próximo desafio na área de controle será o desenvolvimento de modelos fisíco-matemático-computacionais, suficientemente precisos, que permitam considerar, de uma só vez o conjunto regulador-processo. Tal ferramenta permitirá, devido a possibilidade atual de se efetuarem cálculos rapidamente, analisar o conjunto regulador-processo no domínio do tempo e inclusive, permitindo a inclusão das características não lineares do processo e do regulador. A modelação proposta, acredita-se ser ferramenta indispensável para a definição dos parâmetros do regulador em uma Usina Hidrelétrica.

7 Equacionamento para resolução do transitório hidráulico

O equacionamento do transitório hidráulico já foi extensivamente discutido por inúmeros autores Chaudhry [1], 1986, Streeter & Wylie [4], 1992, Almeida & Koelle [8], 1992. A representação das equações, particularizando-as para a representação das características da máquina hidráulica por Séries de Fourier, permite definir algoritmo a ser utilizado no equacionamento da **condição de contorno** composta, **Turbina-Regulador**, de uma Usina Hidrelétrica.

7.1 Modelo Topológico

Na formulação de um modelo matemático destinado à simulação do transitório hidráulico, é fundamental estabelecer uma forma adequada para a codificação dos componentes hidráulicos da instalação. Dentre todas as proposições analisadas concluiu-se que a melhor forma de codificação é a feita por Koelle [6], 1982.

Neste modelo, os elementos da instalação (reservatórios, válvulas, tubos, turbinas, bombas, bomba-turbina ...) são chamados de **ENOS**. Os pontos de interligação de vários ENOS são denominados de **NÓS**. Para facilitar o equacionamento matemático o autor sugere que a cada NÓ seja vinculado no máximo **um** ENO não tubo.

Atribuindo-se um sentido arbitrário positivo para a vazão, é possível fixar os NÓS de montante (N1) e de jusante (N2) de cada ENO. A identificação do ENO é feita com a associação de um código numérico (T) que representa o tipo do elemento e um número de ordem (I), que permite identificar o ENO da rede. Desta forma, a identificação completa dos ENOS e a forma como eles se interligam é feita através de um conjunto de vetores do tipo (I,T,N1,N2).

7.2 Modelo Matemático - Método das Características

As equações básicas que descrevem o fenômeno do transiente hidráulico em condutos forçados elásticos são as equações da continuidade e da quantidade de movimento. Em muitas aplicações práticas pode-se desprezar, nessas equações, os termos convectivos e o relativo à não horizontalidade da tubulação, resultando,

Equação da continuidade:
$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g}\frac{\partial V}{\partial x} = 0 \tag{129}$$

Equação da quantidade de movimento:
$$\frac{\partial V}{\partial t} + g\frac{\partial H}{\partial x} + f\frac{V|V|}{2D} = 0 \tag{130}$$

Essas equações são hiperbólicas e formam um par de equações a derivadas parciais. válidas em todo o plano (x,t). Para a sua solução o método mais empregado é o método das retas características ou. simplesmente, **Método das Características - MOC.**

O **MOC** transforma o par de equações a derivadas parciais, válidas em todo o plano (x,t), em equações a derivadas totais, válidas duas a duas somente ao longo das retas características. resultando [1], [4] e [8]:

C^+

$$\frac{g}{a}\frac{dH}{dt} + \frac{dH}{dt} + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \tag{131}$$

válida sobre a reta,

$$\frac{dx}{dt} = +a \tag{132}$$

e

C^-

$$-\frac{g}{a}\frac{dH}{dt} + \frac{dH}{dt} + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \tag{133}$$

válida sobre a reta,

$$\frac{dx}{dt} = -a \tag{134}$$

O processo de solução numérica é possível a partir do conhecimento de valores da carga e de vazão num instante inicial ($t = 0$), conhecida como **condição inicial**, e que normalmente é o **regime permanente inicial**. Assim, o processo é progressivo no tempo, sobre uma malha especificada no plano (x,t). Para agilizar o processo computacional, Koelle & Ribeiro [7], utilizando sugestão de Shimada [29], 1988, apresentam o equacionamento sobre uma malha escalonada cruzada, Figura (42). Tal sistemática apresenta a vantagem de não se ter dois conjuntos de retas características independentes e se poder usar qualquer número de divisões.

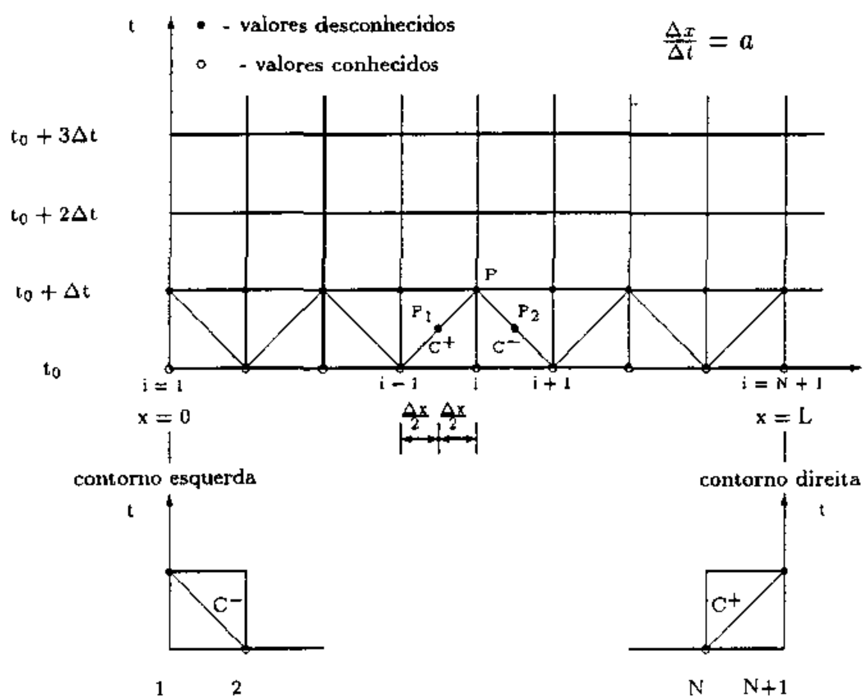


Figura 42: Representação da malha escalonada cruzada.

O método das características utilizando a malha escalonada cruzada, efetua um cálculo provisório de carga e vazão para $\Delta x/2$, nos pontos P_1 e P_2, utilizando valores conhecidos de um instante anterior e, com esses, calculam-se os valores desconhecidos no próximo intervalo de tempo, ponto P.

Integram-se as equações (131) e (133) ao longo das retas características C^+ (equação (132)) e C^- (equação (134)), primeiro para os pontos intermediários à malha (P_1 e P_2) e, posteriormente para os pontos desconhecidos P. Adotar-se-á uma aproximação mista para o termo Q^2 e, para se conservar o sinal da vazão, far-se-á que $Q^2 = Q|Q|$. Assim, obtém-se as seguintes equações:

$$Q_{p_i} = \frac{C_{P_1} - C_{P_2}}{B_{P_1} + B_{P_2}} \tag{135}$$

$$C^+ : \quad H_{p_i} = C_{P_1} - B_{P_1}\, Q_{p_i} \qquad C^- : \quad H_{p_i} = C_{P_2} + B_{P_2}\, Q_{p_i} \tag{136}$$

onde:

$$C_{P_1} = H_{i-1} + B\, Q_{i-1} - \frac{R}{2}\, Q_{i-1}\, |Q_{P_1}| \qquad C_{P_2} = H_{i+1} - B\, Q_{i+1} + \frac{R}{2}\, Q_{i+1}\, |Q_{P_2}| \tag{137}$$

$$B_{P_1} = B + \frac{R}{2}\, |Q_{P_1}| \qquad B_{P_2} = B + \frac{R}{2}\, |Q_{P_2}| \tag{138}$$

$$Q_{P_1} = \frac{(H_{i-1} - H_i) + B\,(Q_{i-1} + Q_i)}{2\,B + \frac{R}{2}\,(|Q_{i-1}| + |Q_i|)} \qquad Q_{P_2} = -\frac{(H_{i+1} - H_i) - B\,(Q_{i+1} + Q_i)}{2\,B + \frac{R}{2}\,(|Q_{i+1}| + |Q_i|)} \tag{139}$$

com:

$$B = \frac{a}{g\,A} \tag{140}$$

e

$$R = \frac{f\,\Delta x}{2\,g\,D\,A^2} \tag{141}$$

Com essas equações, H_{p_i} e Q_{p}, podem ser determinadas em um dado instante, nos pontos interiores, ou seja, $2 \leq i \leq N$. Para a completa solução no instante de cálculo $t_0 + \Delta t$ são necessárias equações adicionais relacionando H_p e Q_p nas extremidades. Como no modelo topológico adotado as extremidades dos condutos são vinculados a NÓS, pode-se estabelecer uma equação para o NÓ. Essa equação depende dos elementos (ENOS) vinculados ao NÓ. Desta forma, para um NÓ genérico da instalação, Figura (43), no qual pode haver uma demanda variável com o tempo $Q_D(t)$, mostra-se que, [8]:

$$Q_{P_E} = E_N - B_N\ H_P \tag{142}$$

onde Q_{P_E} é a vazão que passa pelo ENO não tubo vinculado ao NÓ e H_P é a carga no NÓ, com:

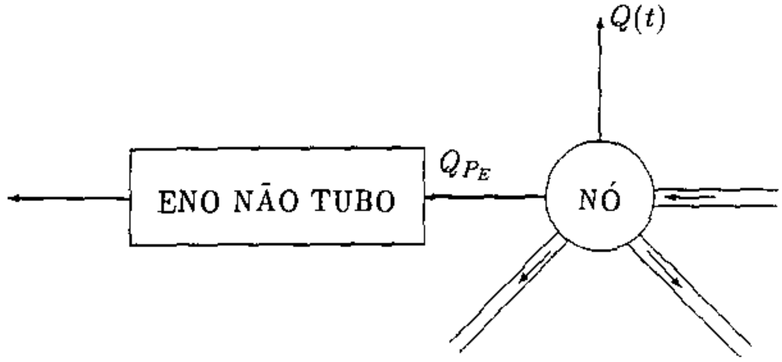


Figura 43: Esquema de um nó genérico.

$$E_N = \Big(\sum_{j=1}^{MC} \frac{C_{P_1}(j)}{B_{P_1}(j)} + \sum_{k=1}^{MD} \frac{C_{P_2}(k)}{B_{P_2}(k)}\Big) - Q_D(t) \tag{143}$$

e

$$B_N = \sum_{j=1}^{MC} \frac{1}{B_{P_1}} + \sum_{k=1}^{MD} \frac{1}{B_{P_2}} \tag{144}$$

sendo MC o número de tubos que convergem para o NÓ e MD é o número de tubos que divergem do NÓ. Se não existe ENO não tubo vinculado ao NÓ, $Q_{P_E} = 0$ e a carga H_P será avaliada como:

$$H_P = \frac{E_N}{B_N} \tag{145}$$

A vazão $Q_D(t)$ é uma vazão de demanda imposta no NÓ e, no caso do estudo de escoamento oscilatório, assume o valor de:

$$Q_D(t) = \Delta Q_D\ \ sen(2\,\pi\, f_D\ t + \phi_D) \tag{146}$$

sendo f_D e ϕ_D a frequência e a fase da vazão oscilatória e ΔQ_D a amplitude das oscilações.

Um ENO não tubo, Figura (44), fornece equações adicionais (condição de contorno), aos NÓS a que está vinculado. Tais equações podem ser escritas na forma genérica:

$$\phi(Q_{P_E}, H_{P_1}, H_{P_2}, a_1, a_2, ..., an) = 0 \tag{147}$$

onde $(a_1, a_2, ..., a_n)$ são os parâmetros característicos associados ao ENO.

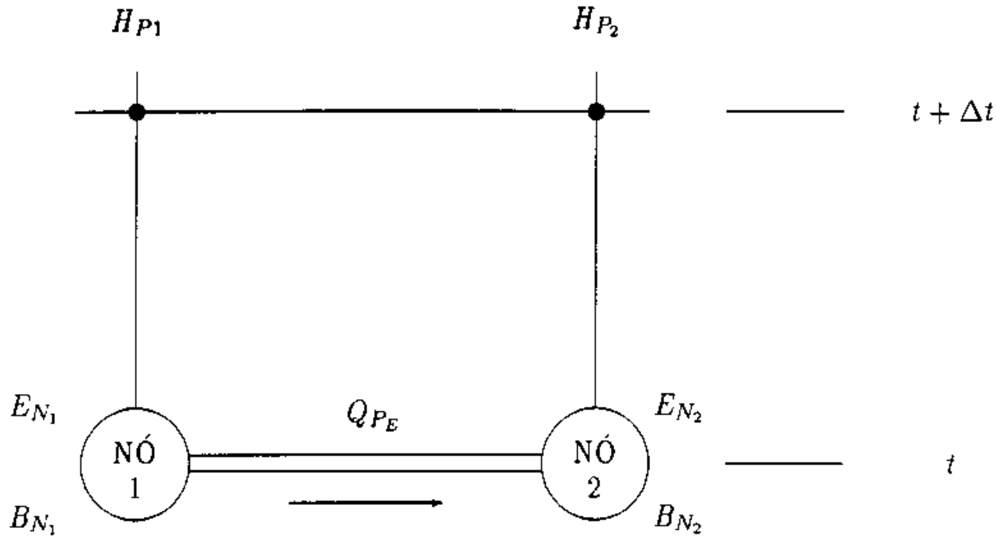


Figura 44: Esquema geral de um **ENO** não tubo.

O tratamento matemático dos vários ENOS que descrevem as condições de contorno de uma instalação hidráulica são descritos na literatura especializada. Far-se-á uma descrição das condições de contorno a serem utilizadas neste trabalho. a saber, máquina hidráulica (turbina) e chaminé de equilíbrio.

7.3 Contorno máquina hidráulica - turbina

A Figura (45) mostra a representração genérica de uma máquina (turbina) em uma rede hidráulica.

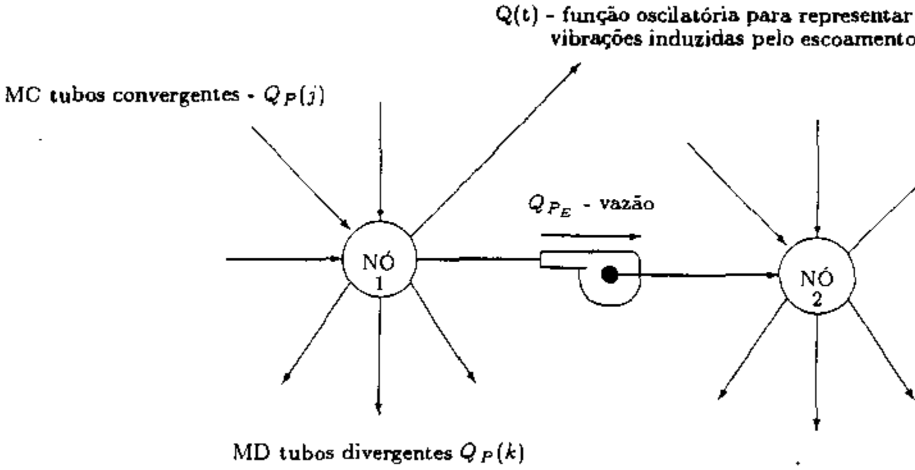


Figura 45: Representação geral de uma máquina em uma rede hidráulica.

7.3.1 Equação da Energia

A equação da energia para o ENO turbina associado ao NÓ 1 de montante e ao NÓ 2 de jusante, Figura (45), pode ser escrita como:

$$H_{P_1} - H_{P_2} = \left[\frac{E_{N_1}}{B_{N_2}} - \frac{E_{N_2}}{B_{N_2}}\right] - \left[\frac{1}{B_{N_1}} + \frac{1}{B_{N_2}}\right] Q_{P_E} \tag{148}$$

definindo que:

$$H_{P_M} = H_{P_1} - H_{P_2} \qquad E_E = \left[\frac{E_{N_1}}{B_{N_2}} - \frac{E_{N_2}}{B_{N_2}}\right] \qquad B_E = \left[\frac{1}{B_{N_1}} + \frac{1}{B_{N_2}}\right]$$

tem-se que:

$$H_{P_M} = E_E - B_E Q_{P_E} \tag{149}$$

Nota-se que H_{P_M} é a própria carga hidráulica absorvida pela turbina. Usando-se as relações homólogas adimensionais e, com as equações (29) e (30) escritas nas formas. $h = H_{P_M}/H_R$ e $v = Q_{P_E}/Q_R$, pode-se concluir que:

$$hH_R = E_E - B_E Q_R v \tag{150}$$

As grandezas adimensionias h e v são valores característicos da turbina. Assim, usando-se a representação de Suter, equação (68), pode-se escrever que:

$$WH(x)\,(\alpha^2 + v^2)\,H_R = E_E - B_E\,Q_R\,v \tag{151}$$

e finalmente chega-se à primeira equação de compatibilidade para a máquina hidráulica (turbina), ou seja:

$$F_1 = WH(x)\,(\alpha^2 + v^2)\,H_R - E_E + B_E\,Q_R\,v = 0 \tag{152}$$

7.3.2 Equação da quantidade de momento

Devido ao momento desbalanceado entre o conjunto turbina-gerador, a rotação varia segundo a equação:

$$T_M - T_{RE} = I\,\frac{dw}{dt} \tag{153}$$

ou

$$T_M - T_{RE} = I\,\frac{2\pi}{60}\,\frac{dN}{dt} \tag{154}$$

onde:
- T_M - momento hidráulico no eixo da turbina ($N\ m$)
- T_{RE} - momento resistente no eixo do gerador ($N\ m$)
- I - momento de inércia das partes girantes ($kg\ m^2$)
- t - tempo (s)
- w - rotação do conjunto turbogerador (rad/s)
- N - rotação do conjunto turbogerador (rpm)

Usando-se as relações homólogas adimensionais, equações (31) e (32) escritas nas formas $\beta = T_M/T_R$, $\alpha = N/N_R$, e considerando-se que P é a potência (P) no eixo do gerador, cujo rendimento é η_R, resulta:

com $$T_{RE} = \frac{P}{\eta_G\ w} = \frac{P}{\eta_G\ \frac{2\pi N}{60}}$$

a expressão:

$$\beta\, T_R - \frac{P}{\eta_G\, \frac{2\pi\, \alpha\, N_R}{60}} = I\, \frac{2\,\pi}{60}\, N_R\, \frac{d\alpha}{dt} \tag{155}$$

Para a condição de rendimento máximo, representado pelo índice $_R$, pode-se escrever que:

$$P_R = T_R\, w_R\, \eta_{G_R} = T_R\, \frac{2\pi\, N_R}{60}\, \eta_{G_R} \tag{156}$$

e resulta de (149)

$$\beta - \frac{\gamma}{\alpha} = C_1\, \frac{d\alpha}{dt} \tag{157}$$

com:

$$\gamma = P/P_R \tag{158}$$

e

$$C_1 = \frac{I\, \pi\, N_R}{30\, T_R} \tag{159}$$

Esta equação pode ser integrada entre o instante conhecido 0 e o instante desconhecido t, resultando com valores médios:

$$\frac{\beta + \beta_0}{2}\, dt - \left(\frac{\gamma_0}{\alpha_0} + \frac{\gamma}{\alpha}\right) \frac{1}{2}\, dt = C_1\, (\alpha - \alpha_0) \tag{160}$$

ou ainda que:

$$\beta + \beta_0 - \left(\frac{\gamma_0}{\alpha_0} + \frac{\gamma}{\alpha}\right) = \frac{2\, C_1}{dt}\, (\alpha - \alpha_0) \tag{161}$$

Definindo que:

$$E_G = \frac{2\, C_1}{dt} \tag{162}$$

onde E_G será chamada de constante do **ENO conjunto girante**, tem-se:

$$\beta + \beta_0 - \left(\frac{\gamma_0}{\alpha_0} + \frac{\gamma}{\alpha}\right) = E_G\,(\alpha - \alpha_0) \tag{163}$$

As grandezas adimensionias β e α são valores característicos da turbina. Assim, usando-se a representação de Suter, equação (69), pode-se escrever que:

$$WB(x)\,(\alpha^2 + v^2) + \beta_0 - \left(\frac{\gamma_0}{\alpha_0} + \frac{\gamma}{\alpha}\right) = E_G\,(\alpha - \alpha_0) \tag{164}$$

e, finalmente, chega-se à segunda equação de compatibilidade para a máquina hidráulica (turbina), ou seja:

$$F_2 = WB(x)\,(\alpha^2 + v^2) + \beta_0 - \left(\frac{\gamma_0}{\alpha_0} + \frac{\gamma}{\alpha}\right) - E_G\,(\alpha - \alpha_0) = 0 \tag{165}$$

7.3.3 Equação do regulador da turbina

O regulador do tipo PID com retro-alimentação de acordo com a DIN-4321 foi mostrado ser expresso pela equação (119), ou seja:

$$\frac{K_i}{K_{p_b}}\,u + \frac{du}{dt} = -\left[K_i\,e + K_p\,\frac{de}{dt} + K_d\,\frac{d^2e}{dt^2}\right] \tag{119}$$

Considerando-se que as variáveis indicadas sejam expressas por:

- variável de resposta (u),

$$u = \frac{Z - Z_0}{Z_F} = \frac{Z}{Z_F - \frac{Z}{Z_F}} = Y - Y_0 \tag{166}$$

onde Z é a abertura do distribuidor e Y a sua forma adimensionalizada. O índice $_{(0)}$ se refere às condições no instante de tempo anterior e $_{(F)}$ à abertura total do distribuidor.

- variável de entrada (erro ou desvio - e),

$$e = \frac{\alpha - \alpha_{ref}}{\alpha_{ref}} = \frac{\alpha}{\alpha_{ref}} - 1 \tag{167}$$

onde α é a rotação adimensional da turbina e o índice $_{(ref)}$ se refere ao valor nominal (*set-point*) desta variável no regulador.

A equação do regulador pode ser reescrita como:

$$\frac{K_i}{K_{p_b}}(Y - Y_0) + \frac{du}{dt} = K_i\left(\frac{\alpha}{\alpha_{ref}} - 1\right) + \frac{K_p}{\alpha_{ref}}\frac{d\alpha}{dt} + \frac{K_d}{\alpha_{ref}}\frac{d^2\alpha}{dt^2} \tag{168}$$

Usando uma aproximação de primeira ordem para as derivadas, esta equação pode ser integrada, resultando na terceira equação de compatibilidade para o regulador da máquina hidráulica, ou seja:

$$F3 = \frac{K_i}{K_{p_b}}\frac{(Y + Y_0)}{2} - \frac{K_i}{K_{p_b}}Y_0 + \frac{1}{\Delta t}(Y - Y_0) - \frac{K_i}{2\alpha_{ref}}(\alpha + \alpha_0 - 2\alpha_{ref}) - \frac{K_p}{\Delta t\,\alpha_{ref}}(\alpha - \alpha_0) - \frac{K_d}{\alpha_{ref}\,\Delta t^2}(\alpha - 2\alpha_0 + \alpha_{00}) = 0 \tag{169}$$

onde o índice $(_{(00)})$ significa o valor da variável a dois intervalos de tempo anteriores. Nesta equação, para uma máquina de rotação constante, $\alpha_{ref} = 1$.

Resumindo, o sistema de equações a ser resolvido, para a determinação das variáveis (α), (v) e (Y), em cada instante t, consiste nas equações (152), (165) e (169), ou seja:

$$\begin{cases} F_1 = WH(x)\,(\alpha^2 + v^2)\,H_R - E_E + B_E\,Q_R\,v = 0 \\ F_2 = WB(x)\,(\alpha^2 + v^2) + \beta_0 - \left(\frac{\gamma_0}{\alpha_0} + \frac{\gamma}{\alpha}\right) - E_G(\alpha - \alpha_0) = 0 \\ F_3 = \frac{K_i}{K_{p_b}}\frac{(Y+Y_0)}{2} - \frac{K_i}{K_{p_b}}Y_0 + \frac{1}{\Delta t}(Y - Y_0) - \frac{K_i}{2\,\alpha_{ref}}(\alpha + \alpha_0 - 2\alpha_{ref}) - \\ \qquad \frac{K_p}{\Delta t\alpha_{ref}}(\alpha - \alpha_0) - \frac{K_d}{\alpha_{ref}\Delta t^2}(\alpha - 2\alpha_0 + \alpha_{00}) = 0 \end{cases} \tag{170}$$

7.3.4 Método de solução

O sistema de equações (170) pode ser resolvido pelo método numérico de Newton-Raphson, determinando os desvios $(\Delta\alpha)$, (Δv) e (ΔY) no seguinte sistema:

$$\begin{aligned} F_1 + \frac{\partial F_1}{\partial \alpha}\,\Delta\alpha + \frac{\partial F_1}{\partial v}\,\Delta v + \frac{\partial F_1}{\partial Y}\,\Delta Y &= 0 \\ F_2 + \frac{\partial F_2}{\partial \alpha}\,\Delta\alpha + \frac{\partial F_2}{\partial v}\,\Delta v + \frac{\partial F_2}{\partial Y}\,\Delta Y &= 0 \\ F_3 + \frac{\partial F_3}{\partial \alpha}\,\Delta\alpha + \frac{\partial F_3}{\partial v}\,\Delta v + \frac{\partial F_3}{\partial Y}\,\Delta Y &= 0 \end{aligned} \tag{171}$$

A solução é iniciada com valores estimativos (α), (v) e (Y), obtidos da extrapolação de valores previamente calculados. O processo iterativo é repetido até que a soma das correções $|\Delta\alpha| + |\Delta v| + |\Delta Y| <$ ***tolerância***, onde o valor da tolerância é admitida em função da precisão desejada na solução. Deve-se levar em conta no processo iterativo a limitação para o valor Y, ou seja, para a abertura adimensionalizada deve-se impor limites quanto a:

- **velocidade de fechamento das pás do distribuidor** - V_z - definida como:

$$V_z = \frac{Z_F}{T_G} \tag{172}$$

  onde T_G é o tempo de fechamento das pás do distribuidor, da abertura máxima Z_F até o fechamento total. Para cada intervalo de tempo o movimento das pás do distribuidor não deve ultrapassar este valor; se ocorrer, recalcula-se este intervalo de tempo com a abertura das pás do distribuidor dada por V_z.

- **abertura máxima** - se a correção no valor da abertura das pás do distribuidor resultar numa abertura superior à máxima, esta deve ser adotada;

- **abertura mínima** - se a correção no valor da abertura das pás do distribuidor resultar numa abertura inferior à mínima, esta deve ser adotada ou, rotina especial, para a extrapolação para as condições de escoamento nulo, devem ser implementadas. Neste trabalho, adotou-se a primeira.

Para o cálculo das derivadas parciais será necessário derivar a equação (70), em relação a (v) e a (α). Efetuando essas derivadas chega-se a:

$$\frac{dx}{dv} = \frac{\alpha}{\alpha^2 + v^2} \tag{173}$$

$$\frac{dx}{d\alpha} = -\frac{v}{\alpha^2 + v^2} \tag{174}$$

Com esses resultados podem-se calcular as derivadas das funções F_i, com i=1, 2 e 3, resultando:

1. **Para** F_1

$$\frac{\partial F_1}{\partial v} = \alpha\ DWH\ H_R + 2\ v\ WH\ H_R + B_E\ Q_R \tag{175}$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial \alpha} = -DWH\ v\ H_R + 2\ WH\ H_R\ \alpha \tag{176}$$

2. **Para** F_2

$$\frac{\partial F_2}{\partial v} = DWB\ \alpha + 2\ WB\ v \tag{177}$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial \alpha} = -DWB\ v + 2\ WB\ \alpha + \frac{\gamma}{\alpha^2} - E_G \tag{178}$$

3. **Para** F_3

$$\frac{\partial F_3}{\partial Y} = \frac{K_i}{K_{p_b}}\frac{1}{2} + \frac{1}{\Delta t} \tag{179}$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial \alpha} = -\frac{K_i}{2\ \alpha_{ref}} - \frac{K_p}{\Delta t\ \alpha_{ref}} - \frac{K_d}{\Delta t^2\ \alpha_{ref}} \tag{180}$$

Nessas equações os valores de WH, WB, DWH e DWB são obtidos através dos ajustes feitos nas características da máquina por séries de Fourier, equações (79), (80), (81) e (82). Vale a pena lembrar que as derivadas nas curvas de carga e torque podem ser avaliadas diretamente das Séries de Fourier, vantagem significativa sobre os dados discretos tabelados.

7.4 Contorno chaminé de equilíbrio

Nesta análise será considerada uma chaminé de equilíbrio simples, isto é de seção constante, pois o objetivo será apenas mostrar a validade do método proposto para qualquer tipo de contorno e não discutir os efeitos do projeto da chaminé. A Figura (46) mostra uma chaminé de equilíbrio típica, apresentada de acordo com o modelo topológico adotado.

A equação do ENO pode ser escrita como:

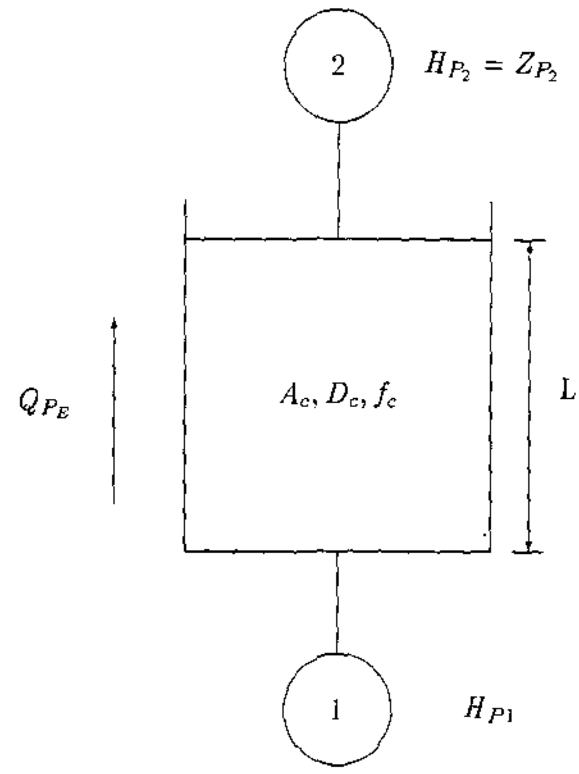


Figura 46: Chaminé de equilíbrio típica segundo o modelo topológico.

$$H_{P_1} - Z_{P_2} = \frac{E_{N_1} - Q_{P_E}}{B_{N_1}} \tag{181}$$

Aplicando a segunda Lei de Newton para a massa de fluido dentro da chaminé e adotando uma aproximação mista para o termo de Q^2 ($Q^2 = Q_{P_E}|Q_E|$) nos termos de perda de carga, resulta que:

$$H_{P_1} - Z_{P_2} = Z_2 - H_1 - \frac{2\,L_c}{g\,A_c\,\Delta t}\,Q_E + \left(\frac{f_c\,L_c\,|Q_E|}{g\,D_c\,A_c^2} + \frac{2\,L_c}{g\,A_c\,\Delta t} + \frac{K_c\,|Q_E|}{g\,A_c^2}\right)\,Q_{P_E} \tag{182}$$

onde
- Q_E - é a vazão na chaminé no instante de tempo conhecido
- Q_{P_E} - é a vazão na chaminé no instante de tempo desconhecido
- A_c - é a área da chaminé (considerada constante)
- L_c - é a comprimento molhado da chaminé
- D_c - é o diâmetro da chaminé
- Z_2 - é o nível da chaminé no instante de tempo conhecido
- Z_{P_2} - é o nível da chaminé no instante de tempo desconhecido
- f_c - coeficiente de perda de carga distribuída na chaminé
- K_c - coeficiente de perda de carga localizada na entrada ou saída da chaminé
- g - aceleração da gravidade

Definindo

$$C_{c_1} = Z_2 - H_1 - \frac{2\,L_c}{g\,A_c\,\Delta t}\,Q_E \tag{183}$$

e

$$C_{c_2} = \left(\frac{f_c\,L_c\,|Q_E|}{g\,D_c\,A_c^2} + \frac{2\,L_c}{g\,A_c\,\Delta t} + \frac{K_c\,|Q_E|}{g\,A_c^2}\right) \tag{184}$$

A equação (182) pode ser simplificada para:

$$H_{P_1} - Z_{P_2} = C_{c_1} + C_{c_2}\,Q_{P_E}\,. \tag{185}$$

O nível da chaminé pode ser calculado pela seguinte equação:

$$Z_{P_2} = Z_2 + \left(\frac{Q_{P_E} + Q_E}{2\,A_c}\,\Delta t\right) \tag{186}$$

As três equações (181), (185) e (186) representam a modelagem física do contorno chaminé de equilíbrio, com as incógnitas Q_{P_E}, Z_{P_2} and H_{P_1}. Assim, combinando essas equações, o valor de Q_{P_E} torna-se:

$$Q_{P_E} = \frac{\frac{E_{N_1}}{B_{N_1}} - Z_2 - \frac{Q_E \Delta t}{2\,A_c} - C_{c_1}}{\frac{1}{B_{N_1}} + \frac{\Delta t}{2\,A_c} + C_{c_2}} \tag{187}$$

e pelas equações (186) e (185) calculam-se os valores de Z_{P_2} e H_{P_1}.

8 Busca das condições operacionais ótimas para a máquina hidráulica

Representando as características da máquina hidráulica por Séries de Fourier, Luvizotto & Koelle [15], 1992, mostram o tratamento analítico dessas características para o estabelecimento da eficiência ótima da máquina nas regiões onde se tem uma aplicação útil de energia e, consequentemente, a definição das condições de máxima eficiência operacional como bomba e como turbina, para quaisquer condições de carga, assumida a variação de rotação.

Nas análises que se seguem, considerar-se-á o **ponto de máxima eficiência da máquina hidráulica como turbina**, para efeito de adimensionalização das variáveis correspondentes.

8.1 Eficiência da máquina

Como visto anteriormente, equação (41) e (47), o rendimento de uma máquina adimensionalizado, com as condições de máxima eficiência como turbina, pode ser escrito como:

$$\eta_b \, \eta_{R_t} = \frac{v \, h}{\beta \, \alpha} \qquad \text{bomba} \qquad (41)$$

$$\frac{\eta_t}{\eta_{R_t}} = \frac{\beta \, \alpha}{v \, h} \qquad \text{Turbina} \qquad (47)$$

Utilizando as variáveis de Suter, equações (68), (69) e (70), representadas por Séries de Fourier, equações (79), (80), pode-se reescrever as equações (41) e (47):

$$\eta_b \, \eta_{R_t} = \frac{WH(x)}{WB(x)} \, tan(x) \qquad \text{Bomba} \qquad (188)$$

$$\frac{\eta_t}{\eta_{R_t}} = \frac{WB(x)}{WH(x)} \, \frac{1}{tan(x)} \qquad \text{Turbina} \qquad (189)$$

Aplicando essas equações para cada abertura do distribuidor, nas regiões onde se tem aplicação útil de energia ($\eta > 0$), pode-se traçar a curva de rendimento em cada região, como mostrado na Figura (47).

8.2 Definição da curva de maior eficiência da máquina

Com as equações da eficiência da máquina, $WH(x)$ e $WB(x)$ dados pelas Séries de Fourier, pode-se cálcular o ponto de operação da máquina nas condições ótimas, como turbina e bomba, à partir das condições:

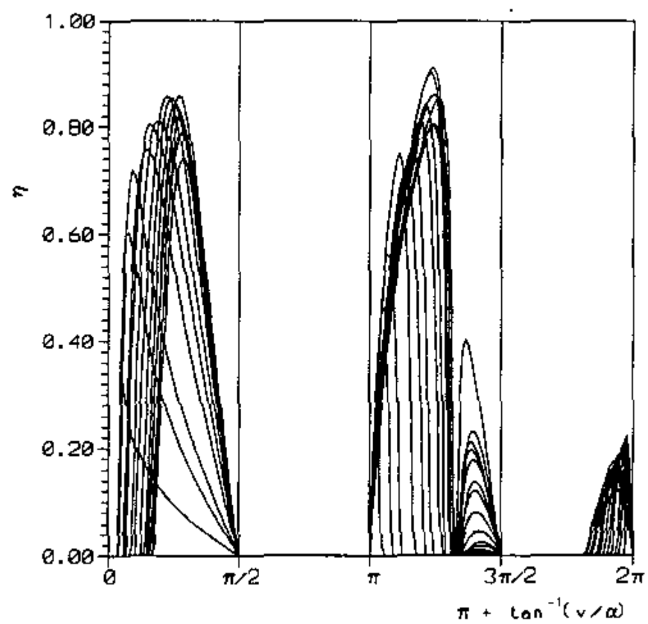


Figura 47: Rendimento η da máquina na faixa de utilização útil de energia.

$$\frac{d\eta_b}{dx} = 0 \qquad e, \qquad \frac{d\eta_t}{dx} = 0 \tag{190}$$

Obtemos:

$$\frac{d\eta_b}{dx} = \frac{tan(x)}{\eta_{R_t}} \left(\frac{d(WH(x))}{dx} \frac{1}{WB(x)} - \frac{WH(x)}{WB^2(x)} \frac{d(WB(x))}{dx} \right) + \frac{WH(x)}{WB(x)} \frac{1}{cos^2(x)\,\eta_{R_t}} \tag{191}$$

e

$$\frac{d\eta_t}{dx} = \frac{1}{(WH(x)\,tan(x))^2} \left(\frac{d(WB(x))}{dx} \eta_{R_t}\, WH(x)\, tan(x) - \right.$$

$$\left. WB(x)\,\eta_{R_t} \left[\frac{d(WH(x))}{dx} tan(x) + \frac{WH(x)}{cos^2(x)} \right] \right) \tag{192}$$

Igualando essas funções a zero chega-se a:

$$F_b = \frac{sen(2x)}{2}\left(\frac{d(WH(x))}{dx} - \frac{WH(x)}{WB(x)}\frac{d(WB(x))}{dx}\right) + WH(x) = 0 \tag{193}$$

e

$$F_t = \frac{sen(2x)}{2}\left(\frac{d(WB(x))}{dx}WH(x) - WB(x)\frac{d(WH(x))}{dx}\right). - WH(x)\,WB(x) = 0 \tag{194}$$

Como as equações analíticas dessas funções são conhecidas, pode-se utilizar o método numérico de Newton-Raphson para o cáculo de suas raízes. Efetuando, novamente, o cálculo da derivada dessas funções, necessárias ao método iterativo, resultam:

$$\begin{aligned}\frac{F_b}{dx} = {} & \frac{WH(x)}{dx} + cos(2x)\left(\frac{d(WH(x))}{dx} - \frac{WH(x)}{WB(x)}\frac{d(WB(x))}{dx}\right) + \frac{sen(2x)}{2}\left[\frac{d^2(WH(x))}{dx^2} - \right.\\ & \left\{\left(\frac{d(WH(x))}{dx}\frac{1}{WB(x)} - \frac{WH(x)}{WB^2(x)}\frac{d(WB(x))}{dx}\right)\frac{d(WB(x))}{dx} + \right.\\ & \left.\left.\frac{WH(x)}{WB(x)}\frac{d^2(WB(x))}{dx^2}\right\}\right]\end{aligned} \tag{195}$$

e

$$\begin{aligned}\frac{F_t}{dx} = {} & cos(2x)\left(\frac{d(WB(x))}{dx}WH(x) - WB(x)\frac{d(WH(x))}{dx}\right) + \frac{sen(2x)}{2}\left(\frac{d^2(WB(x))}{dx^2}WH(x) - \right.\\ & \left. WB(x)\frac{d^2(WH(x))}{dx^2}\right) - \left(\frac{d(WH(x))}{dx}WB(x) + WH(x)\frac{d(WB(x))}{dx}\right)\end{aligned} \tag{196}$$

Com esse equacionamento desenvolveu-se um programa computacional em Turbo-Pascal (versão 6.0), para calcular o ponto de máximo rendimento em uma dada abertura. O valor assumido para o início do processo iterativo de busca da solução na região como turbina foi $x_a = \pi/4$ e na região como bomba foi $x_a = 5\pi/4$; veja Figura (47).

Conhecendo-se o valor do rendimento ótimo e da respectiva variável x para cada abertura do distribuidor, podem-se traçar, utilizando-se cubic-spline, as curvas do rendimento ótimo e da variável x, para a máquina operando como bomba e como turbina. A Figura (48) apresenta esses resultados.

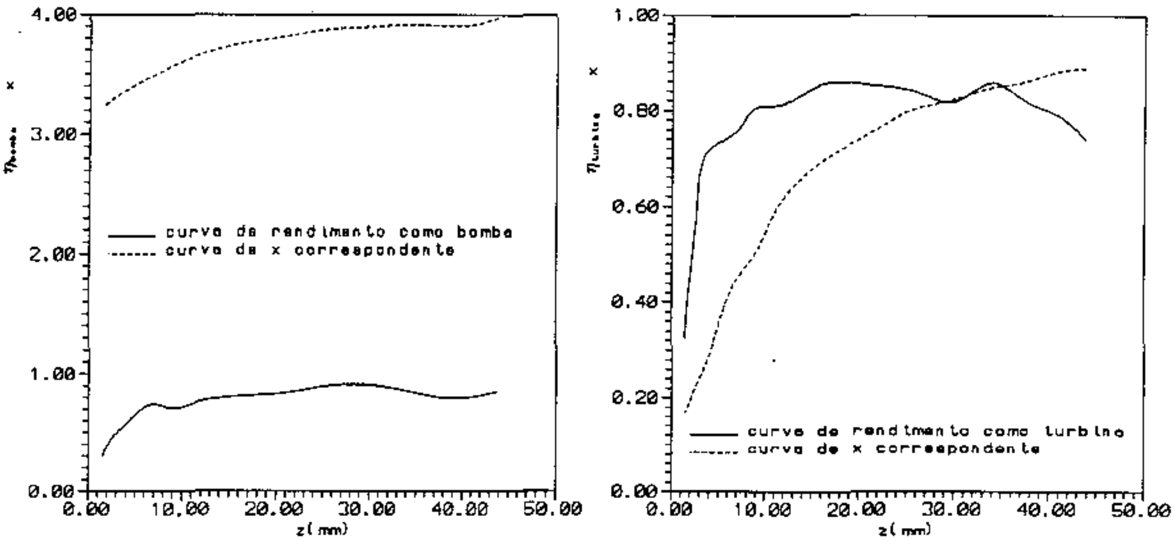


Figura 48: Curva de rendimento (η) ótimo e a respectiva variável x para a máquina operando como bomba e como turbina.

8.3 Busca do ponto operacional ótimo para um sistema hidráulico

Máquinas reversíveis de rotação variável foram recentemente propostas com a finalidade de se aumentar a eficiência operacional do sistema, operando quer como bomba ou quer como turbina. Dadas as flutuações que ocorrem na rede elétrica, as instalações de bombeamento são convertidas em unidades reversíveis de rotação variável, utilizando-se um ciclo-conversor. O mesmo princípio está sendo utilizado para ajustar as instalações hidrelétricas à solicitação de potência da rede elétrica, conforme proposto por Tanaka [30], (1991), para uma Usina de 82 MW e Kita & outros [31], (1991), para uma Usina de 400 MW, ambas localizadas no Japão.

As vantagens operacionais da Usina Hidrelétrica com máquinas de rotação variável podem ser resumidas como segue:

1. Facilidade para ajustar a frequência do sistema e melhorar sua estabilidade. Uma unidade de rotação variável pode ser operada de acordo com a solicitação da rede pelo ajuste da rotação, sendo possível eliminar sistemas de partida em instalações reversíveis;
2. Melhora na eficiência hidráulica quando operada como bomba ou como turbina, em todas as condições operacionais possíveis;
3. Melhora considerável no comportamento dinâmico dos componentes mecânicos da máqui-

na, pela seleção da operação adequada, a fim de se evitarem vibrações e/ou fenômeno de cavitação.

Para atingir tais objetivos, a rotação da bomba-turbina e a abertura do distribuidor devem ser otimizadas de acordo com a solicitação (**turbina**) ou disponibilidade (**bomba**) de carga na rede elétrica e da carga hidráulica disponível, através de um **Sistema de Controle Adaptativo**, o qual ajusta a rotação de referência para o valor ótimo, definido para cada condição operacional. Tal valor depende do sistema hidráulico e das características da máquina.

Representando as características da máquina hidráulica por Séries de Fourier, mostrou-se como obter as curvas de máximo rendimento da máquina hidráulica (Figura (48)).

A potência hidráulica no eixo da máquina pode ser dada pela equação:

$$P = T\omega \tag{197}$$

onde P - potência hidráulica (W)
T - momento hidráulico ($N\ m$)
ω - rotação da máquina (rd/s)

Esta potência pode ser adimensionalizada em função da potência no ponto de maior rendimento (P_R):

$$\gamma = \frac{P}{P_R} = \frac{T\,\omega}{T_R\,\omega_R} \qquad \text{lembrando que:} \quad \beta = \frac{T}{T_R}, \quad \alpha = \frac{\omega}{\omega_R}$$

onde γ - potência hidráulica adimensional
P_R - potência hidráulica no ponto de maior rendimento (W)
T_R - momento hidráulico no ponto de maior rendimento ($N\ m$)
ω - rotação da máquina (rd/s)

resulta que:

$$\gamma = \alpha\beta \tag{198}$$

Definindo o adimensional δ_{ot} como sendo a relação entre as variáveis de Suter WH e WB, no ponto de maior rendimento para uma determinada condição operacional, tem-se que:

$$\delta_{ot} = \frac{WH_{ot}}{WB_{ot}} = \frac{h}{\beta} \tag{199}$$

Usando-se a equação (192), resulta que:

$$\delta_{ot} = \frac{WH_{ot}}{WB_{ot}} = \frac{h\,\alpha}{\gamma} \tag{200}$$

Esta equação é adequada para definir o processo iterativo pois é uma relação entre a potência adimensional (γ) e as grandezas adimensionais relativas à condição operacional da máquina (α) e ao sistema hidráulico em questão (h). A Figura (49) mostra as curvas de δ_{ot}, x_{ot} e WH_{ot} em função da abertura (Z) para a máquina hidráulica operando como bomba e como turbina.

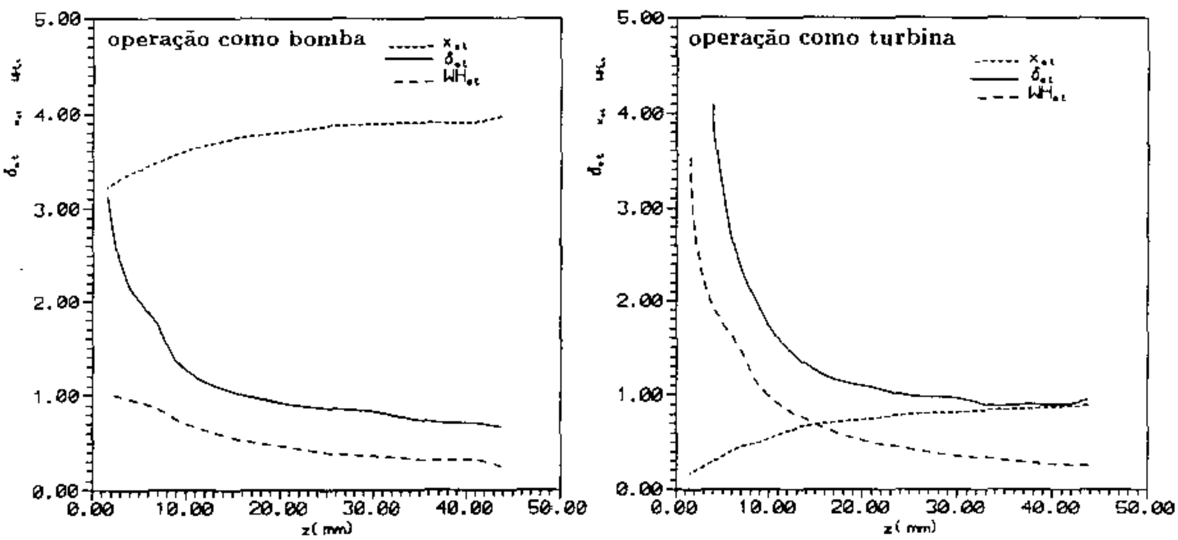


Figura 49: Curva de valores ótimos para a operação como bomba e como turbina.

O algoritmo iterativo é desenvolvido com o objetivo de se determinar o ponto de rendimento ótimo, para um determinado desnível geométrico (**carga hidráulica** - h) e uma dada solicitação de carga (**potência**) na rede elétrica (γ). Apresenta-se este algoritmo na Figura (50), o qual é baseado no método de tentativa-erro. Para uma dada potência (γ), a busca inicia-se adotando-se valores para a carga h e para abertura do distribuidor (Z). O processo inicialmente busca a condição operacional ótima para o valor adotado de h; assim, com esses valores, resolve-se o regime permanente para o sistema hidráulico até que a carga h adotada seja igual à calculada pelo regime permanente.

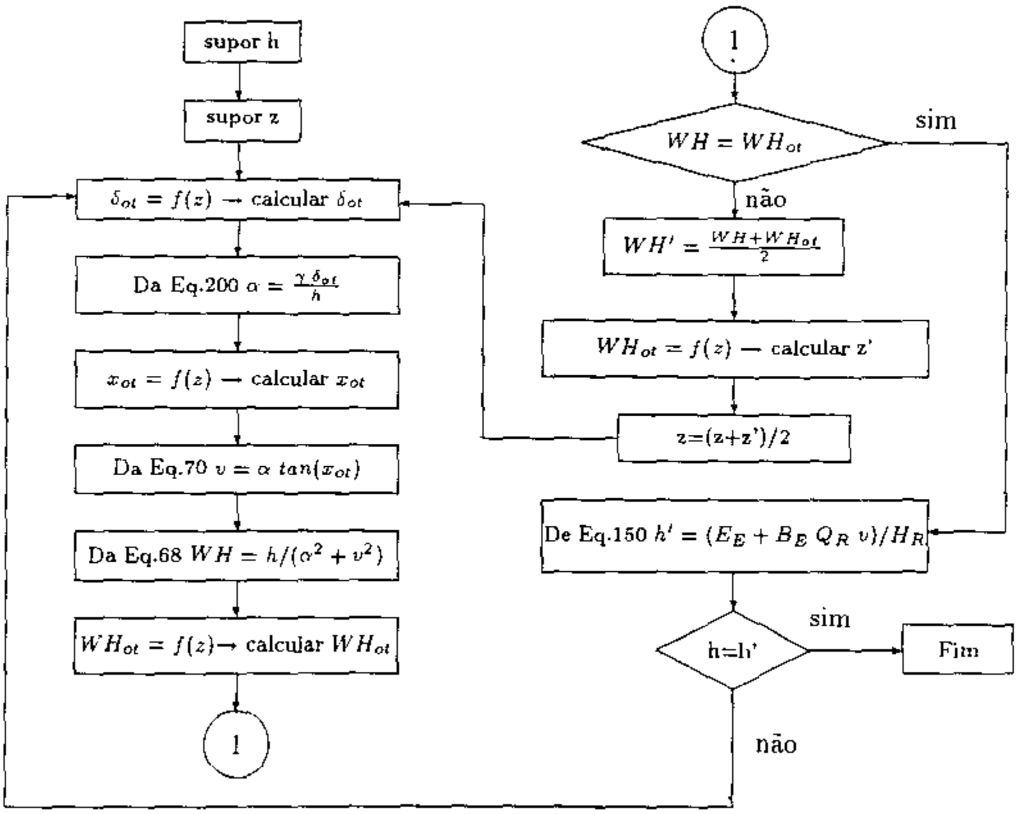


Figura 50: Algoritmo para o cálculo do ponto de máximo rendimento para um sistema hidráulico particular (h) e uma dada solicitação de carga na rede (γ).

9 Aplicativo computacional do modelo proposto e simulações

Baseando-se no modelo matemático proposto para os componentes da Usina Hidrelétrica e na proposta do modelo topológico, desenvolveu-se um programa computacional geral, com o qual simulam-se as mais variadas condições da operação real da Usina, com ênfase para as ações do regulador, cujos parâmetros devem ser adequadamente fixados para se obter respostas adequadas às manobras efetuadas sobre o conjunto girante.

9.1 Sensibilidade nos parâmetros do regulador

A correta definição dos parâmetros do regulador é fundamental para se garantir a operação da Usina e atender às demandas de carga. Combinações diferentes dos parâmetros do regulador, analisados no domínio tempo, em uma instalação completa, proporcionam condições para o correto dimensionamento do sistema de controle. O exemplo adotado para configurar as análises é mostrado na Figura (51). Em todas as simulações, a manobra de variação de carga na Usina foi assumida como uma rejeição de carga de 10% ($\gamma_{inicial} = 1.0$, $\gamma_{final} = 0.9$) em 0.1s. A variável controlada é a rotação da máquina e seu valor nominal ou de referência será em todos os casos $\alpha_{ref} = 1.00$.

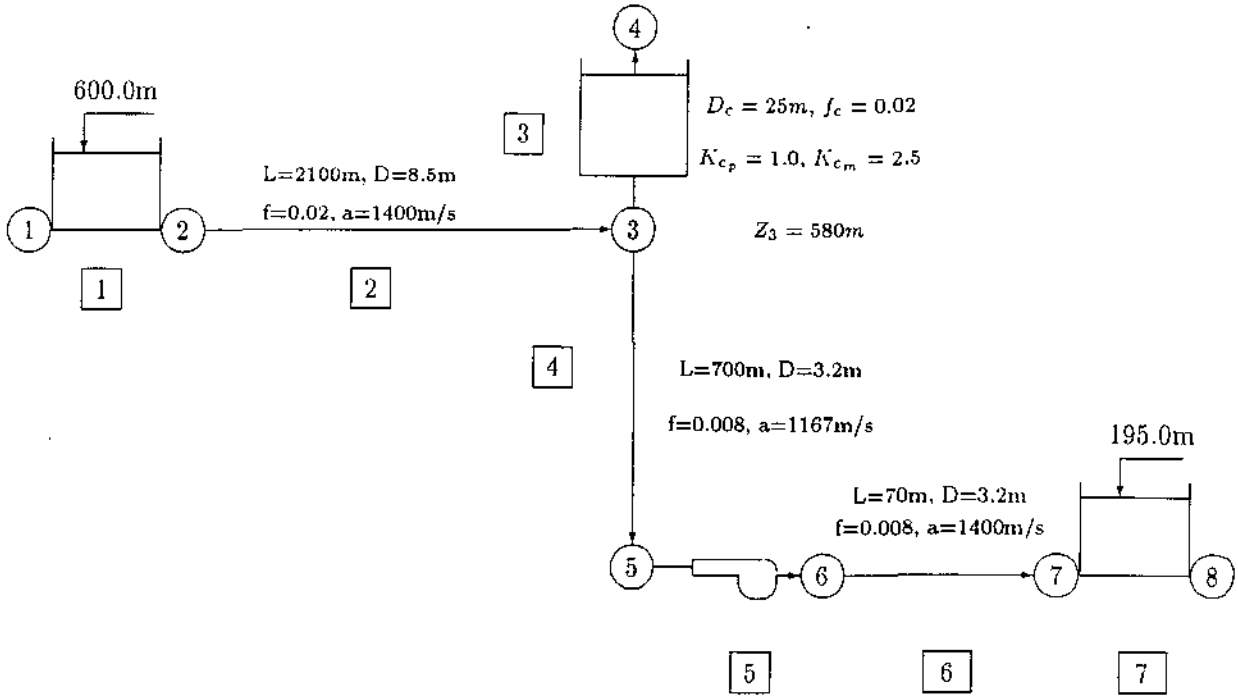


Figura 51: **SisHidra1** - Sistema hidráulico usado na simulação da sensibilidade dos parâmetros do regulador.

9.1.1 Dados necessários para a implementação do modelo computacional

Com base na Figura (51), onde o sistema **SisHidra1** é apresentado segundo o modelo topológico proposto, prepara-se a entrada dos dados necessários para as simulações, por blocos, como se segue:

A - Caracterização do sistema

Neno	Nnos	Ntub	Nres	Nturb	Ncha
7	8	3	2	1	1

onde: Neno - número de elementos
Nnos - número de nós
Ntub - número de tubos
Nres - número de reservatórios
Nturb - número de turbinas
Ncha - número de chaminés

B - Caracterização da Topologia

Neno	Tipo	Nm	Nj
1	1	1	2
2	2	2	3
3	4	3	4
4	2	3	5
5	3	5	6
6	2	6	7
7	1	7	8

com os seguintes códigos

Tipo	Cógigo
Reservatório	1
Tubo	2
Turbina	3
Chaminé	4

onde: Nm - nó de montante
Nj - nó de jusante

C - Dados dos ENOS

C.1 - Dados dos reservatórios

$Nres_i$	$Neno_i$	Nm	Nj	cota(m)
1	1	1	2	600
2	7	7	8	195

onde: $Nres_i$ - número do reservatório
cota - cota do nível de água

C.2 - Dados dos tubos

$Ntub_i$	$Neno_i$	Nm	Nj	L (m)	D (m)	f	a (m/s)
1	2	2	3	2100	8.5	0.02	1400
2	4	3	5	700	3.2	0.008	1167
3	6	6	7	70	3.2	0.008	1400

onde: $Ntub_i$ - número do tubo
$Neno_i$ - número do elemento
Nm - nó de montante
Nj - nó de jusante
L - comprimento do tubo
D - diâmetro do tubo
f - coeficiente de atrito
a - celeridade

C.3 - Dados da Turbina

$Nturb_i$	$Neno_i$	Nm	Nj	H_R (m)	Q_R (m^3/s)	N_R (rpm)	P_R (MW)	T_R (Nm)	D (m)	z (mm)	I kg m^2
1	5	5	6	400	42.24	600	141.9	$2.26\ 10^6$	2.7	22.3	$2.75\ 10^5$
Coeficientes das Séries de Fourier para WH - 14 aberturas											
Coeficientes das Séries de Fourier para WB - 14 aberturas											

onde: $Nturb_i$ - número da turbina
D - diâmetro do rotor

C.4 - Dados da Chaminé

$Ncha_i$	$Neno_i$	Nm	Nj	D_c (m)	f_c	K_{c_p}	K_{c_m}	cota (m)
1	3	3	4	25	0.02	1.0	2.5	580

onde: $Ncha_i$ - número da chaminé
cota - cota da base da chaminé

9.1.2 Definição das constantes do regulador

Para a definição das constantes do regulador torna-se necessário o cálculo dos tempos da máquina (T_m) e da água (T_w). Assim, utilizando-se as equações (121) e (122) tem-se:

$$T_m = \frac{2\pi}{60}\frac{I\,N_R}{T_R} = \frac{2\pi}{60}\frac{275000\,600}{2.26 10^6} = 7.65s$$

$$T_w = \frac{Q_R}{g\,H_R}\sum_{i=1}^{m}\frac{L_i}{A_i} = \frac{42.24}{9.8\,400}\sum_{i=1}^{1}\frac{700}{\pi 3.2^2/4} = 0.94s$$

Definindo-se os parâmetros do regulador, segundo Hovey, equações (123) e (124), tem-se:

$$bt = \frac{1}{K_p} = 2\,\frac{T_w}{T_m} = 2\,\frac{0.94}{6.65} = 0.25 \qquad e, \qquad K_p = \frac{1}{0.25} = 4.00$$

$$T_i = 4\,T_w = 4\,0.94 = 3.76s$$

9.1.3 Sensibilidade da constante proporcional - K_p

Fazendo com que as constantes integral e derivativa assumissem o valor zero, variou-se o valor da constante proporcional.

Inicialmente, fez-se o valor de $K_p = 4.00$, sugerido por Hovey e, depois, para $K_p = 2.00$ e $K_p = 1.00$. A Figura (52) apresenta esses resultados, onde pode-se notar que o valor da constante proporcional, sugerida por Hovey, é inadequado para a regulagem da instalação somente com um regulador proporcional, uma vez que a proposta de Hovey foi para um regulador proporcional+integral (PI). Diminuindo o valor da constante proporcional, percebe-se que ocorreu a

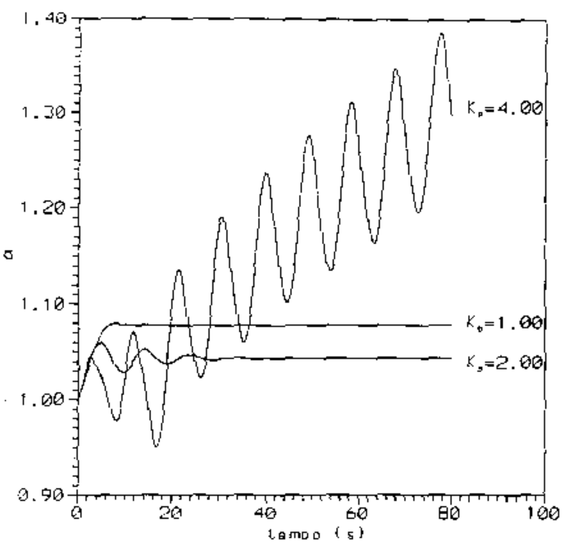


Figura 52: Resposta transitória da ação do regulador proporcional (P), para os valores da constante proporcional K_p igual a 4.00, 2.00 e 1.00 - **SisHidra1**.

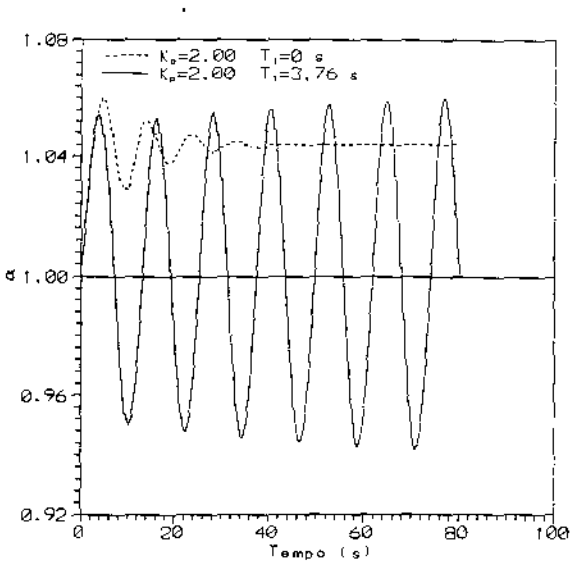


Figura 53: Comparação da resposta transitória da ação do regulador proporcional (P), $K_p = 2.00$, com um proporcional + integral (PI), $K_p = 2.00$ e $T_i = 3.76s$ - **SisHidra1**.

estabilização do sistema, mas como mencionado anteriormente, o regulador proporcional regula a variável controlada (α) para um valor diferente do existente inicialmente, ou seja, introduz estatismo, o qual é maior quanto menor for K_p.

9.1.4 Sensibilidade do tempo integral - T_i

Mantendo a constante proporcional constante $K_p = 2.00$ e fazendo-se com que o tempo derivativo assumisse o valor zero, variou-se o valor do tempo integral.

Inicialmente, fez-se o valor de $T_i = 3.76s$, sugerido por Hovey e depois para $T_i = 5.00s$ e $T_i = 8.00s$. A Figura (53) apresenta os resultados para 3.76s, onde pode-se notar que o valor da constante integral, sugerida por Hovey, é inadequada para a constante proporcional assumida; oscilações ocorrem em torno do valor de referência ($\alpha = 1.00$). Para demonstrar a sensibilidade do tempo integral, aumentou-se seu valor para 5.00, onde percebe-se que o sistema começa a ter uma tendência de estabilização para o valor de referência (1.0), ou seja, o valor da variável controlado tende a ser recolocada no seu valor inicial (*reset*), Figura (54). Tal afirmação pode ser facilmente confirmada ao aumentar o valor do tempo integral para 8.00, Figura (55).

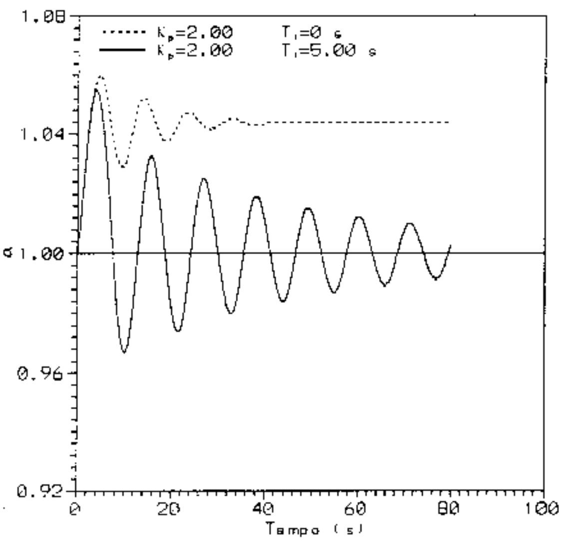


Figura 54: Resposta transitória da ação do regulador proporcional (P), $K_p = 2.00$, com um proporcional + integral (PI), $K_p = 2.00$ e $T_i = 5.00s$ - **SisHidral**.

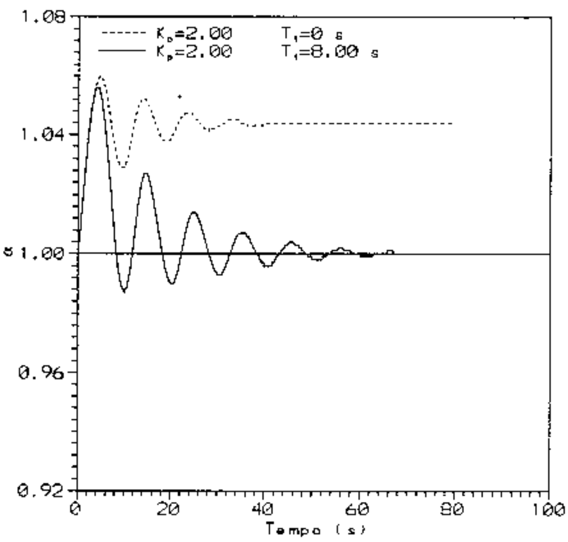


Figura 55: Comparação da resposta transitória da ação do regulador proporcional (P), $K_p = 2.00$, com um proporcional + integral (PI), $K_p = 2.00$ e $T_i = 8.00s$ - **SisHidral**.

9.1.5 Resposta transitória para as constantes originais de Hovey

Fez-se uma simulação com as constantes originais de Hovey, ou sejam, $K_p = 4.00$ e $Ti = 3.76s$, para um regulador PI. O resultado é mostrado na Figura (56).

Nota-se que não ocorreu a estabilização, demonstrando que as constantes propostas por Hovey são inadequadas para esta situação. Fato que pode ser explicado, uma vez que a proposta original de Hovey foi para um regulador do tipo mecânico.

9.1.6 Sensibilidade do tempo derivativo - T_d

Com o objetivo de mostrar a ação da constante derivativa, manteve-se invariável a constante proporcional e o tempo integral ($K_p = 2.00$ e $T_i = 8.00s$) e variou-se o valor da constante derivativa.

Inicialmente, adotou-se o valor de $T_d = 0.2s$. O resultado desta simulação é apresentado na Figura (57), comparando-a com a anteriormente feita para $T_d = 0$. Percebe-se que a inclusão do tempo derivativo fez com que o tempo de estabilização diminuisse, conforme discutido ante-

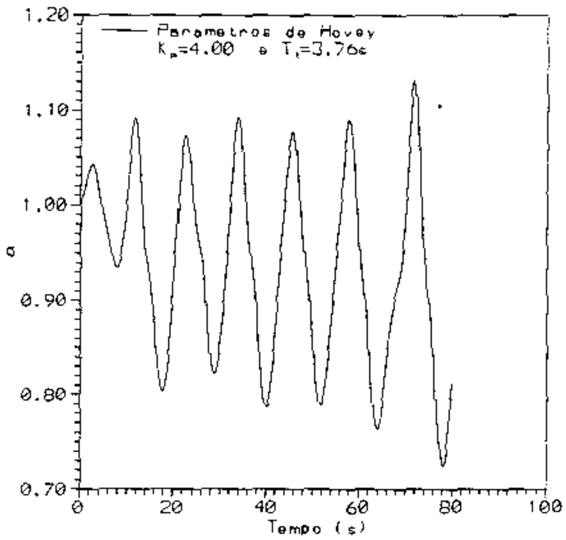


Figura 56: Resposta transitória da ação do regulador proporcional+integral (PI), para os valores das constantes dadas segundo Hovey - **SisHidral**.

riormente, quando da sua definição. Quanto maior for o tempo derivativo, menor será o tempo de estabilização, fato que pode ser visto na Figura (58) para $T_d = 0.5s$.

9.1.7 Comentários

Conforme mostrou-se, o modelo proposto permite analisar o comportamento de um conjunto de parâmetros do regulador no domínio tempo.

Esta análise no domínio tempo apresenta vantagens significativas sobre a análise no domínio da frequência, pois incluem-se, nela, todas as não linearidades dos componentes da instalação, usam-se as curvas características completas da máquina e não se restringe o comportamento não linear do regulador.

Assim, conforme mostrado, o método é adequado e expedito, para a definição e verificação dos parâmetros do regulador em uma Usina Hidrelétrica.

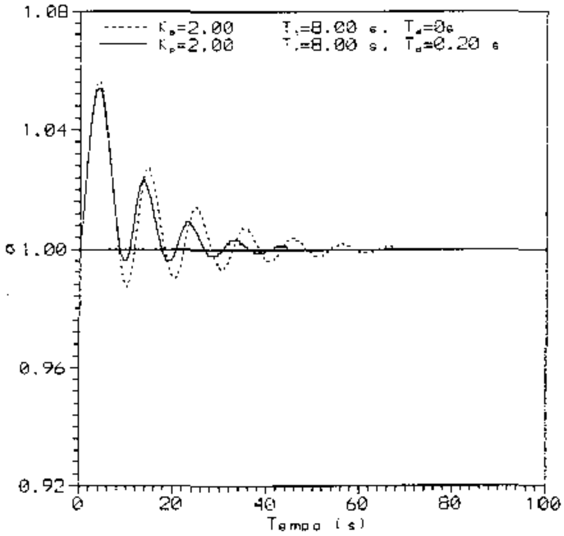


Figura 57: Comparação da resposta transitória da ação do regulador proporcional + integral (PI), $K_p = 2.00$ e $T_i = 8.00s$, com um proporcional + integral + derivativo (PID), $K_p = 2.00$, $T_i = 8.00s$ e $T_d = 0.20s$ - **SisHidra1**.

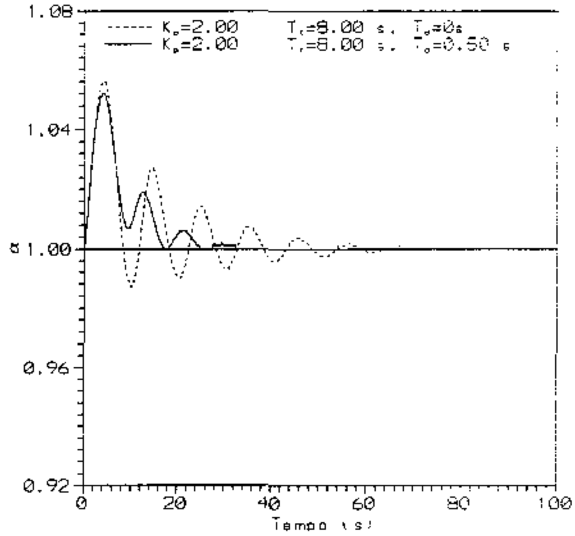


Figura 58: Comparação da resposta transitória da ação do regulador proporcional + Integral (PI), $K_p = 2.00$ e $T_i = 8.00s$, com um proporcional + integral + derivativo (PID), $K_p = 2.00$, $T_i = 8.00s$ e $T_d = 0.50s$ - **SisHidra1**.

9.2 Simulação da regulação da rejeição de carga para turbina de rotação constante

Conforme visto no item anterior, simulações devem ser feitas a fim de que, para uma dada instalação e condição operacional, os parâmetros para o regulador sejam definidos adequadamente.

Utilizando a mesma instalação, **SisHidra1**, obteve-se através de simulações, os seguintes parâmetros do regulador tipo PID com retroalimentação, para $\gamma = 1.0$ e dados da turbina fornecidos anteriormente:

$$K_p = \frac{1}{0.69} = 1.45 \qquad T_i = 10.50s \qquad T_d = 0.20s \qquad K_{p_b} = 20.00s^{-1}$$

Para a verificação destes parâmetros, simulou-se uma rejeição de carga de 20%, ou seja de $\gamma = 1.0$ para $\gamma = 0.8$. A variável de controle, rotação da bomba-turbina, foi mantida constante e igual a 600 rpm (α_{ref}=1.00).

A Figura (59) apresenta a história das relações homólogas adimensionais α, v, β e abertura adimensional Y. Nota-se que os parâmetros possibilitaram a regulação adequada da máquina.

Outra simulação para uma rejeição maior de carga, igual a 50% (γ foi de 1.0 para 0.5), indicou que os parâmetros do regulador mostraram-se inadequados, como confirmado por Brekke [28], ou seja, para diferentes solicitações de carga, existe um conjunto adequado para os parâmetros do regulador. Após as correções, chegou-se a:

$$K_p = \frac{1}{2.1} = 0.48 \qquad T_i = 10.50s \qquad T_d = 0.20s \qquad K_{p_b} = 20.00s^{-1}$$

Novamente pela Figura (60), percebe-se que ocorreu a regulação e, inclusive, as sobre-velocidades, para ambos os casos, permaneceram entre os limites permitidos ($\Delta\alpha < 30$ *a* 40%).

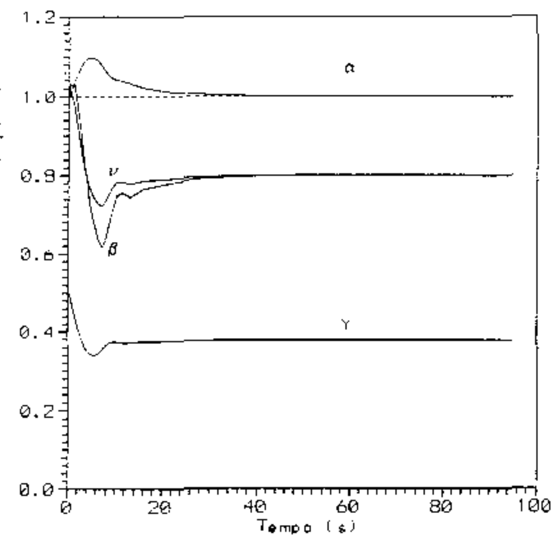


Figura 59: Variáveis adimensionais para uma rejeição parcial de carga (20%) $\gamma = 1$ para $\gamma = 0.8$ com a máquina de rotação constante ($\alpha_{ref} = 1.00$), com $K_p = 1.45$, $T_i = 10.50s$, $T_d = 0.20s$ e $K_{p_b} = 20.00s^{-1}$ **SisHidra1**.

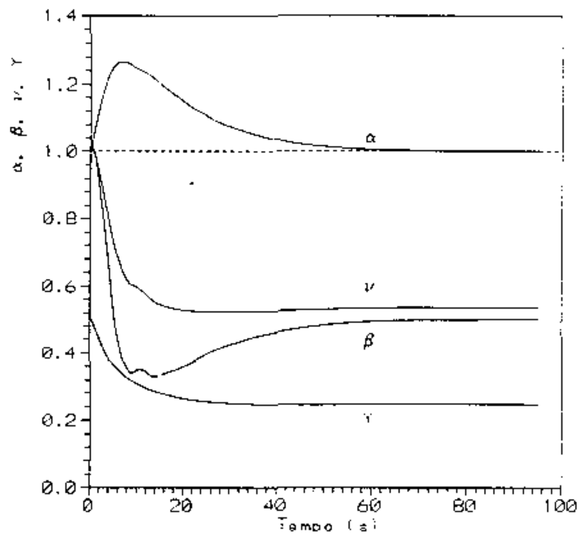


Figura 60: Variáveis adimensionais para uma rejeição parcial de carga (50%) $\gamma = 1$ para $\gamma = 0.5$ com a máquina de rotação constante ($\alpha_{ref} = 1.00$), $K_p = 0.48$, $T_i = 10.50s$, $T_d = 0.20s$ e $K_{p_b} = 20.00s^{-1}$ - **SisHidra1**.

9.2.1 Comentários

Nas Usinas Hidrelétricas convencionais, a regulação objetiva manter a rotação da turbina constante ou dentro de limites aceitáveis, para se garantir a frequência da rede elétrica.

As simulações operacionais são produzidas assumindo-se, na entrada de dados, que o valor nominal - (*set-point*) da variável de controle (rotação - α_{ref}) é igual a 1.00 ($\alpha_{ref} = 1.00$) e efetuando-se diferentes manobras de rejeição de carga para se estudar o comportamento do regulador.

Com a utilização dos computadores lógicos programáveis (PLC's) e empregando-se o modelo proposto, viabiliza-se o desenvolvimento de reguladores com parâmetros variáveis em função da condição operacional do sistema, conforme demonstrado.

9.3 Regulação para a condição operacional ótima

Com base no algoritmo da Figura (50), desenvolveu-se um programa computacional para a busca da condição operacional ótima para uma instalação qualquer. Nesta busca, o interesse está na definição da rotação da máquina (α_{ref}), para a qual, dadas as condições do sistema (solicitação de carga da rede e carga hidráulica) a máquina operará em uma situação ótima.

Assim, para o sistema **SisHidra1** utilizando-se o algoritmo proposto, calculou-se para cada uma das simulações anteriores, ou seja, rejeição de 20% e 50%, a correspondente rotação ótima. Resultaram os seguintes valores:

- Para a rejeição de 20% $\rightarrow \alpha_{ref} = 0.95$;
- Para a rejeição de 50% $\rightarrow \alpha_{ref} = 0.86$;

Utilizando os mesmos parâmetros do regulador vistos anteriormente, repetiram-se as simulações anteriores, alimentando-se o regulador com a respectiva rotação ótima. As Figuras (61) e (62) apresentam esses resultados. Verifica-se a ação estabilizadora do regulador para as duas situações, nas novas rotações, conduzindo a máquina para a condição operacional ótima. Comprova-se facilmente que, no caso da rejeição de 20%, o ganho de potência foi da ordem de 0.5% e no caso de 50% foi de 3.5%; valores significativos na operação de uma Usina Hidrelétrica. Note-se que se trata da operação de uma bomba-turbina, projetada com uma eficiência adequada para uma faixa ampla de carga. Se as mesmas situações fossem consideradas na operação de uma **turbina** Francis, os ganhos seriam sensivelmente maiores, além do que, com a variação de rotação otimizam-se as condições do escoamento, reduzindo-se efeitos dinâmicos indesejáveis (vibrações e cavitação).

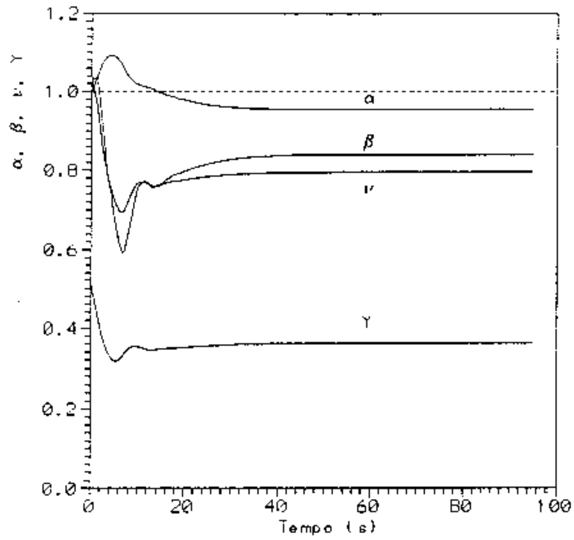


Figura 61: Variáveis adimensionais para uma rejeição parcial de carga (20%) $\gamma = 1$ para $\gamma = 0.8$ com a máquina na rotação ótima ($\alpha_{ref} = 0.95$), com $K_p = 1.45$, $T_i = 10.50s$, $T_d = 0.20s$ e $K_{p_b} = 20.00s^{-1}$ - **SisHidra1**.

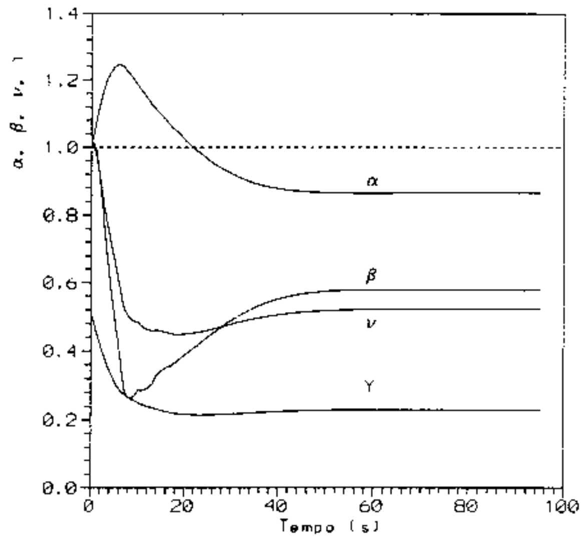


Figura 62: Variáveis adimensionais para uma rejeição parcial de carga (50%) $\gamma = 1$ para $\gamma = 0.5$ com a máquina na rotação ótima ($\alpha_{ref} = 0.86$), $K_p = 0.48$, $T_i = 10.50s$, $T_d = 0.20s$ e $K_{p_b} = 20.00s^{-1}$ - **SisHidra1**.

9.3.1 Comentários

Comprovou-se que o modelo proposto permite a definição da condição operacional ótima para uma turbina em uma Usina Hidrelétrica. A turbina operando nas condições ótimas oferece, como mencionado anteriormente, vantagens elétricas e dinâmicas, além de permitir ganho de eficiência no sistema.

O algoritmo mostrado poderá ser acoplado via *software* ao regulador e, este, automaticamente, através do **controle adaptativo** proposto, define qual o novo valor (ótimo) da variável de controle (*set-point*), para as mudanças ocorridas no sistema, fazendo com que a nova condição operacional ótima seja alcançada, para qualquer solicitação de carga.

9.4 Duas Turbinas - Aceitação/Rejeição

A simulação de aceitação/rejeição é normal na operação de uma Usina Hidrelétrica e a programação de carga nas diversas máquinas da Usina pode ser imposta. Uma das condições indicadas para a análise do modelo proposto consiste em se fixar, numa instalação com duas turbinas, que a carga seja constante e permaneça nesta condição com a rejeição em uma máquina e a aceitação na outra, conforme exemplificado a seguir.

9.4.1 Exemplo de Simulação - Duas turbinas em condutos independentes

Para a simulação utilizou-se o sistema **SisHidra2**, conforme apresentado na Figura (63).

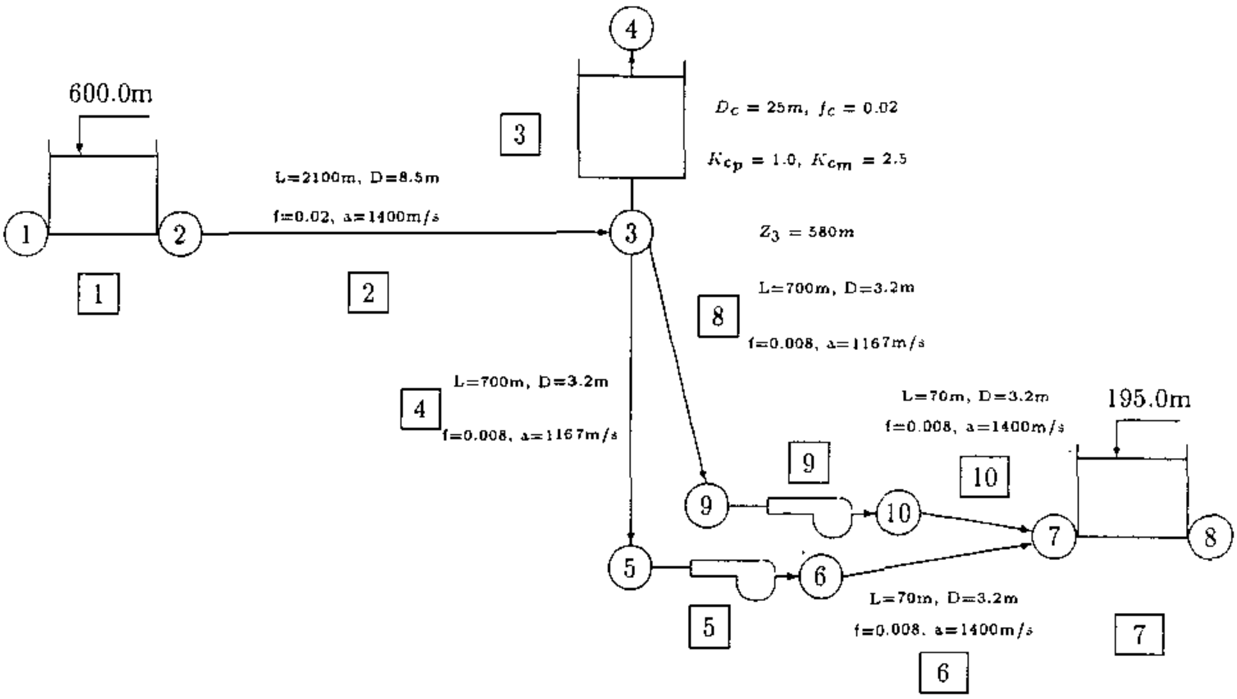


Figura 63: **SisHidra2** - Sistema hidráulico usado na simulação da rejeição/aceitação de carga, com dois condutos independentes.

A turbina utilizada e as grandezas no ponto de maior eficiência, são as mesmas definidas anteriormente. Preparando-se a entrada de dados, conforme já apresentado, efetuam-se as manobras assumidas. Os parâmetros do regulador, após testes de sensibilidade, foram definidos como:

$$K_p = \frac{1}{0.6} = 1.67 \qquad T_i = 12.00s \qquad T_d = 2.00s \qquad K_{p_b} = 25.00s^{-1}$$

Inicialmente, as duas turbinas produziam a potência nominal ($\gamma = 1$); promoveu-se uma rejeição de carga na turbina $\boxed{5}$ de 10%, $\gamma = 0.9$ e aceitação na turbina $\boxed{9}$ de 10%, $\gamma = 1.1$, de tal forma que a carga total permaneceu a mesma. A Figura (64) apresenta a evolução das variáveis adimensionais para as duas turbinas e a Figura (65) mostra a resposta transitória da pressão nos dois condutos forçados, tubos 4 e 8.

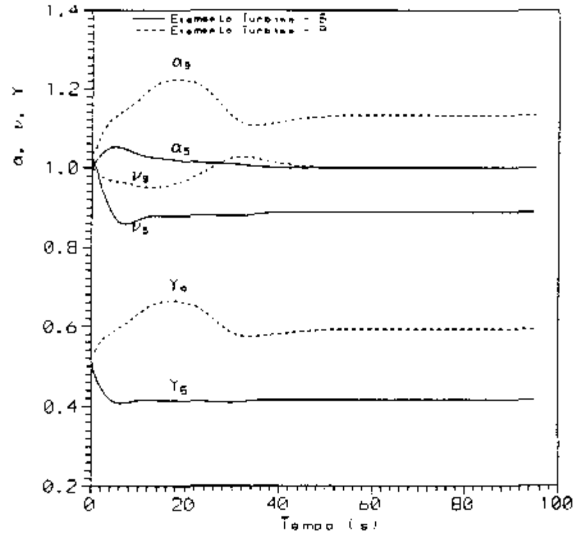


Figura 64: Rejeição no ENO-turbina-5 de 10% e aceitação no ENO-turbina-9 de 10%, com K_p = 1.67, T_i = 12.00s, T_d = 2.00s e K_{p_b} = 25.00s^{-1} - **SisHidra2**.

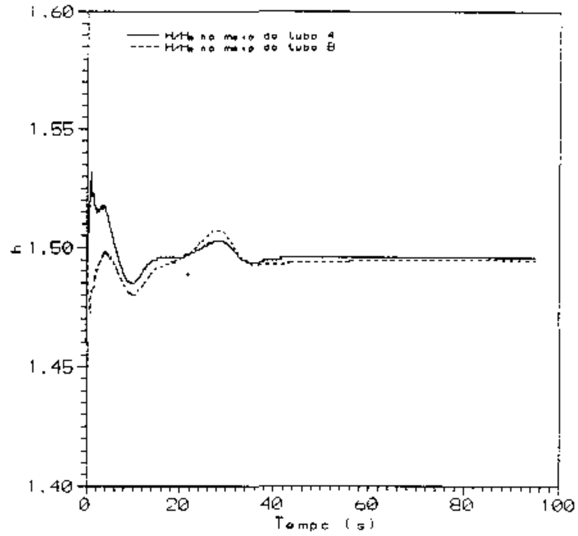


Figura 65: Carga adimensional no ponto médio dos condutos forçados, ENO-Tubo 4 e 8 - **SisHidra2**.

9.4.2 Comentários

O modelo proposto permite a variação simultânea das cargas das várias máquinas de uma Usina Hidrelétrica. Considerando-se as particularidades de cada máquina resultados da simulação mostram as interferências mútuas ocorridas na instalação, devido às manobras distintas em cada uma delas. Obtém-se as evoluções das pressões em qualquer seção da malha de cálculo (por exemplo na seção média dos dois condutos), com as quais verificam-se os dimensionamentos das estruturas projetadas.

9.5 Duas turbinas em um único conduto forçado

O modelo de cálculo é geral, conforme tem-se demonstrado através dos exemplos e, em particular, permite a simulação operacional de Usinas Hidrelétricas com mais de uma turbina por conduto forçado, conforme o sistema **SisHidra3** apresentado na Figura (66).

As turbinas utilizadas e as grandezas no ponto de maior eficiência são as mesmas definidas anteriormente. Os dados são indicados na figura; os parâmetros adequados do regulador, obtidos em simulações preliminares, são os seguintes:

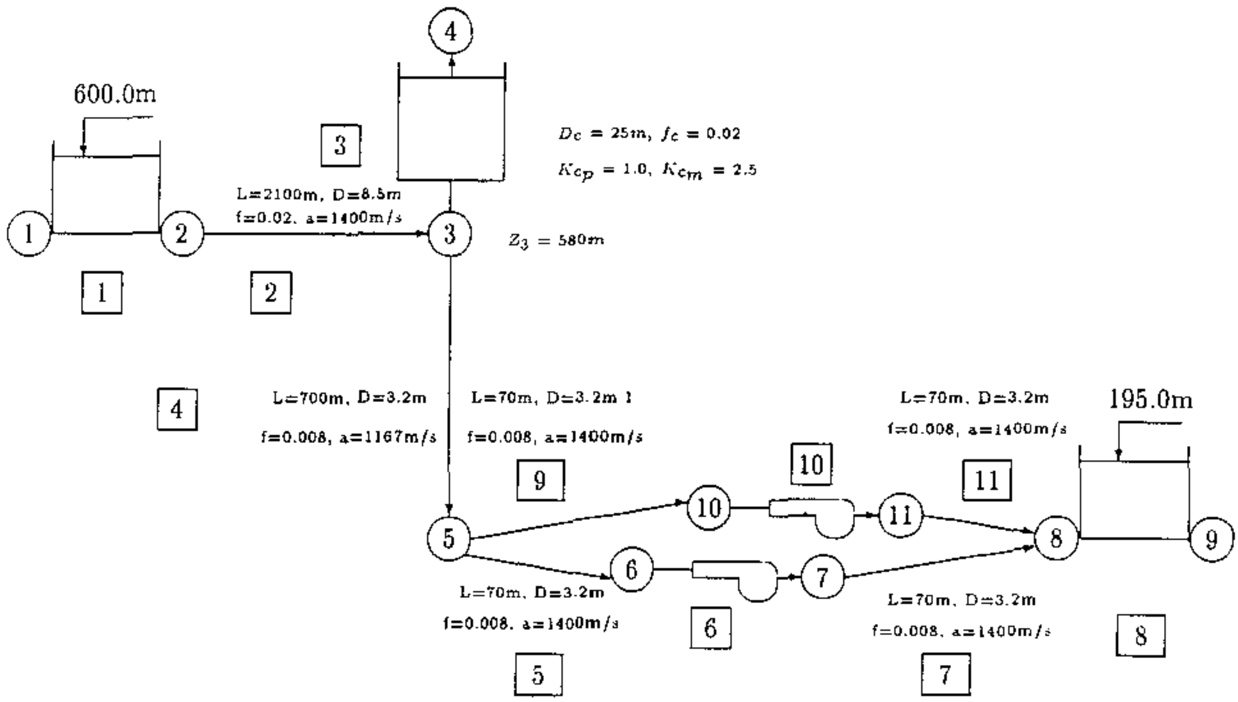


Figura 66: **SisHidra3** - Sistema hidráulico utilizado para a simulação de duas turbinas em um mesmo conduto forçado.

$$K_p = \frac{1}{0.7} = 1.43 \qquad T_i = 10.00s \qquad T_d = 1.00s \qquad K_{p_b} = 25.00s^{-1}$$

9.5.1 Exemplo de Simulação

É basicamente o mesmo exemplo anterior. Inicialmente, as duas turbinas produzem a mesma potência nominal ($\gamma = 1.0$). Assume-se rejeição de 10% da carga na turbina $\boxed{6}$, $\gamma = 0.9$, e a aceitação de 10% da carga na turbina $\boxed{10}$, $\gamma = 1.1$. A Figura (67) apresenta as variáveis adimensionais para as duas turbinas e a Figura (68) apresenta a pressão transitória nos **NÓS** 6 e 10.

9.5.2 Comentários

O modelo de cálculo proposto, escrito em linguagem estruturada, permite simular operações em Usinas Hidrelétricas de concepções quaisquer. Assim, a viabilidade da concepção prevendo a instalação de mais de uma turbina por conduto forçado é facilmente analisada. A tentativa de diminuir-se o número de condutos forçados da Usina contribue para que se aliviem os custos

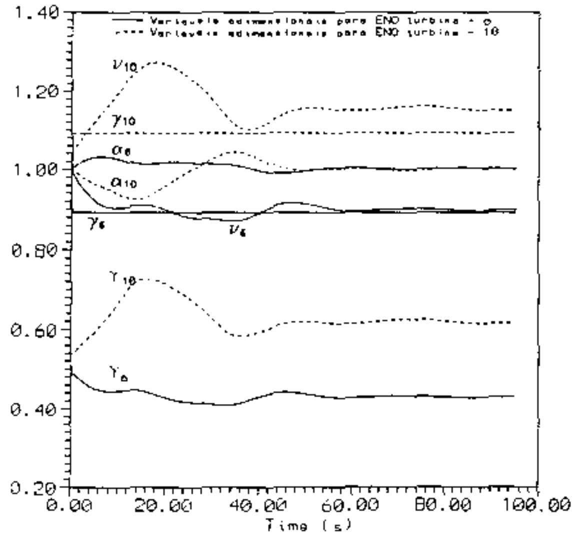


Figura 67: Rejeição na ENO-turbina-6 de 10% e aceitação no ENO-turbina-9 de 10%, com $K_p = 1.43$, $T_i = 10.00s$, $T_d = 1.00s$ e $K_{p_b} = 25.00s^{-1}$ - **SisHidra3** - um só conduto forçado.

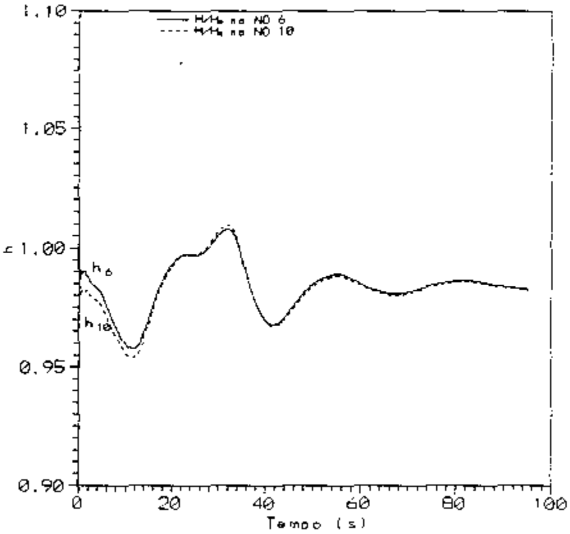


Figura 68: Carga adimensional nos NÓS 6 e 10 **SisHidra3** - um só conduto forçado.

e é possível, conforme se verifica preliminarmente pela evolução das pressões em qualquer seção da malha de cálculo, neste caso, a caixa espiral das duas turbinas.

9.6 Análise da sensibilidade do regulador com duas turbinas

Conforme já mencionado, as análises para a definição dos parâmetros do regulador devem, necessariamente, resultar das simulações no domínio tempo, a fim de se verificar o comportamento global da Usina Hidrelétrica. A análise para o caso de Usinas com uma turbina já foi ilustrada no item 9.1..

A seguir, exemplificar-se-á o caso de Usinas com duas turbinas, resultando que o exemplo poderá ser generalizado para qualquer número de turbinas.

9.6.1 Exemplo de Simulação

Utilizando a topologia **SisHidra3**, verificar-se-á a sensibilidade da operação para a variação dos parâmetros do regulador, no caso de se terem duas turbinas operando vinculadas ao mesmo conduto forçado.

Os parâmetros do regulador adequados para o caso de dois condutos forçados - **SisHidra2**, são: $K_p = 1.67, T_i = 12.00s, T_d = 2.00s$ e $K_{p_b} = 25.00s^{-1}$. Considerando-se que tais parâmetros sejam válidos para o caso de um conduto forçado - **SisHidra3**, simulou-se a rejeição de 10% da carga na turbina $\boxed{6}$ e aceitação de 10% da carga na turbina $\boxed{10}$. Os resultados são mostrados nas Figuras (69) e (70). Nota-se que esse conjunto de parâmetros do regulador é inadequado, provocando instabilidade na operação, conforme se verifica nas figuras. Correções deverão ser efetuadas para se definir o conjunto de parâmetros do regulador adequados para esta nova situação da instalação.

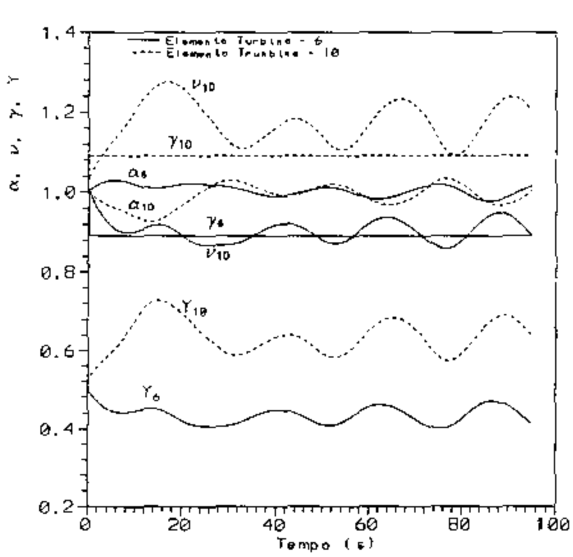


Figura 69: Rejeição na ENO-turbina-6 de 10% e aceitação no ENO-turbina-9 de 10%, com $K_p = 1.67$, $T_i = 12.00s$, $T_d = 2.00s$ e $K_{p_b} = 25.00s^{-1}$ - **SisHidra3** - um só conduto forçado.

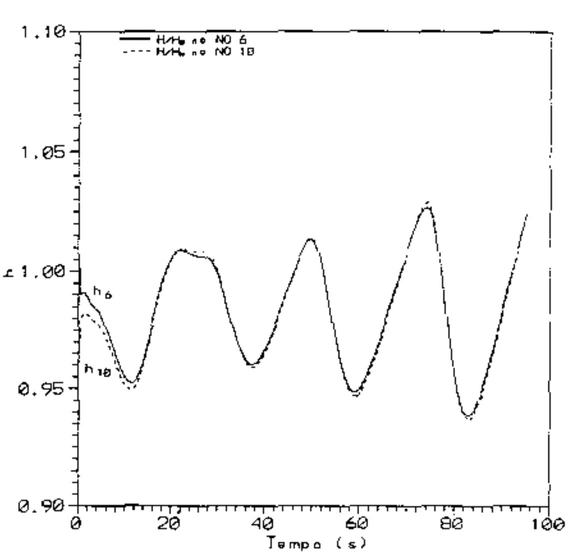


Figura 70: Carga adimensional nos NÓS 6 e 10 - **SisHidra3**.

9.7 Simulação em período extensivo de uma Usina Reversível

A análise operacional de Usinas Hidrelétricas convencionais e de Usinas Hidrelétricas Reversível (UHR), difere quanto às variações dos níveis operacionais dos reservatórios e às variações contínuas das cargas.

Em uma UHR a capacidade do reservatório superior é fixada com base na energia necessária durante o período de geração e na energia armazenada durante o período de bombeamento.

As dimensões dos componentes (tubulações e máquinas) são definidas pela máxima potência solicitada e pela energia demandada pelo sistema interligado, definidos no diagrama de carga associado à UHR.

Se os custos específicos (US$/kWh) na geração e no bombeamento, durante a operação da UHR, forem dados por p_T e p_B respectivamente, pode-se facilmente demonstrar que:

$$\frac{p_T}{p_B} \geq \frac{1}{\eta_B \eta_T} \left[\frac{1 + \Delta H_B / H_G}{1 - \Delta H_T / H_G} \right] \tag{201}$$

onde:
- η_B - rendimento durante bombeamento
- η_T - rendimento durante o turbinamento
- H_G - carga estática (m)
- ΔH_B - perda de carga durante bombeamento (m)
- ΔH_T - perda de carga durante turbinamento (m)

Usualmente, ΔH_B e ΔH_T são da mesma ordem de grandeza e representam 5% a 10% da carga estática ($\Delta H / H_G \approx$ 5% a 10%). Considerando o rendimento durante o bombeamento como, $\eta_B \simeq 90\%$, e no turbinamento como $\eta_T \simeq 93\%$, obtém-se:

$$p_B \leq 0.7 p_T \tag{202}$$

Assim, como valor estimativo, o custo específico durante o bombeamento deve ser menor que 70% do custo durante o turbinamento, a fim de se viabilizar uma UHR.

Durante a operação da UHR, ocorrem variações na potência imposta à máquina hidráulica, resultando em mudanças no rendimento e na introdução de problemas dinâmicos em certas zonas de operação da máquina. Assim, a possibilidade de se usar uma máquina de rotação variável, com cicloconversor, apresenta, conforme citado anteriormente, vantagens elétricas e hidráulicas, como poder-se-á verificar na simulação da operação em tempo extensivo da UHR.

9.7.1 Condição de contorno reservatório para o período extensivo

Conhecendo-se os níveis do reservatórios superior e inferior e um dado diagrama de carga γ(t), o propósito da simulação será o de definir, para cada período de simulação, a abertura do distribuidor (Z), a rotação da máquina (α) e vazão (v), compatíveis com a operação mais eficiente da máquina.

A simulação no período extensivo resulta de sucessivos cálculos de regime permanente, usando o Método das Características (MOC) e o algoritmo proposto para a definição da condição de melhor eficiência operacional da Usina. Os níveis dos reservatórios são atualizados em um dado período, em função das vazões operacionais que ocorrem nos instantes inicial e final de cálculo, conforme a expressão abaixo e a Figura (71):

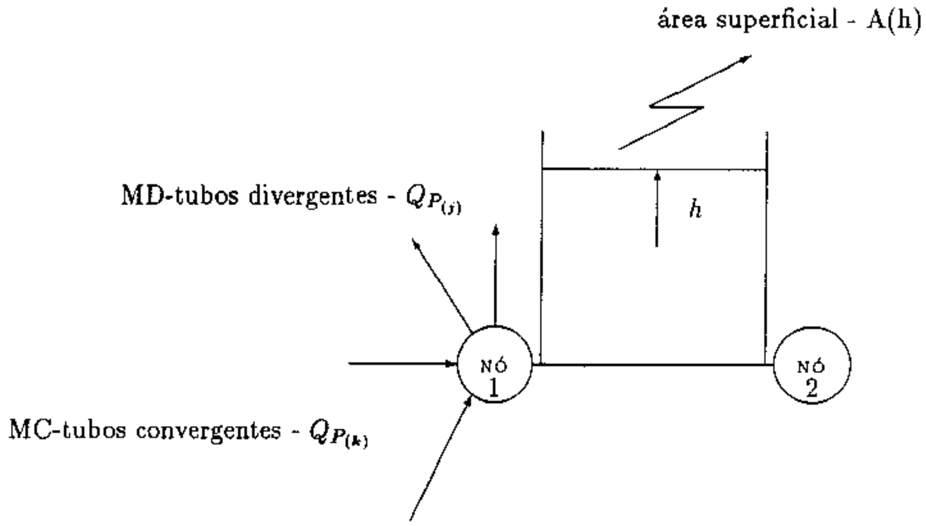


Figura 71: Condição de contorno reservatório para simulação do período extensivo.

$$\frac{\sum Q_{P_i} + \sum Q_i}{2} \Delta t = \Delta V = V_P - V \tag{203}$$

onde: Q_{P_i} - vazão desconhecida nos tubos convergentes e divergentes em t (m^3/s);
Q_i - vazão conhecida nos tubos convergentes e divergentes em t-Δt (m^3/s);
ΔV - volume de entrada e saída no reservatório em Δt (m^3);
V - volume do reservatório no início do intervalo de tempo (m^3/s);
V_P - volume do reservatório no fim do intervalo de tempo (m^3/s);
Δt - intervalo de tempo (s).

O volume do reservatório, atualizado para o próximo intervalo de tempo da simulação extensiva, será:

$$V_P = V + \Delta V \tag{204}$$

Conhecendo-se a geometria dos reservatórios (curvas cota-volume), pode-se calcular o nível do reservatório (h), que prevalecerá no próximo intervalo de tempo adotado no cálculo numérico.

9.7.2 Instalação Reversível para simulação do tempo extensivo

Considerar-se-á, como exemplo, a instalação cuja topologia **SisHidra4** é representada na Figura (72)

O reservatório superior tem capacidade de $10^6 m^3$, com uma variação de nível de 20 m. O reservatório inferior, para o mesmo volume, sofre uma variação de nível de 10 m. As curvas cota-volumes, para os dois reservatórios, são apresentadas na Figura (73).

A turbina utilizada é a mesma das simulações anteriores e consequentemente, tem-se as mesmas variáveis na condição de operação ótima. As constante do regulador definidas após simulações, visando atender todas as variações de níveis e cargas, assumem os valores:

$$K_p = \frac{1}{0.6} = 1.67 \qquad T_i = 7.00s \qquad T_d = 1.50s \qquad K_{p_b} = 25.00s^{-1}$$

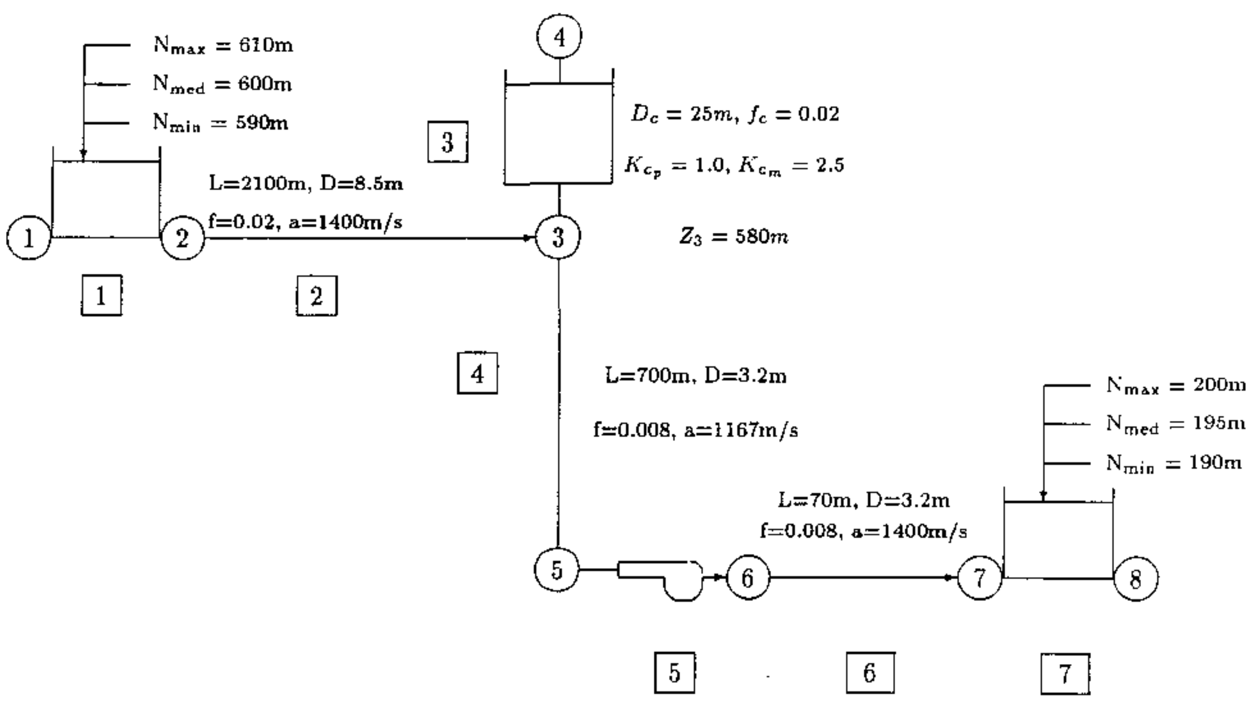


Figura 72: **SisHidra4** - Sistema hidráulico utilizado na simulação em tempo extensivo.

9.7.3 Diagrama de carga

A Usina Hidrelétrica Reversível UHR deve operar de acordo com um diagrama de carga pré-especificado. O excesso de energia no sistema elétrico, em horários fora de ponta, é utilizado para armazenar energia hidráulica potencial, através do bombeamento de água. Esta energia estocada no reservatório superior é utilizada na geração de energia nos horários de ponta de consumo ou em situações emergênciais.

O diagrama de cargas na forma adimensionalizada ($\gamma = P/P_R$) é apresentado na Figura (74), destacando-se os períodos de bombeamento das 0:00 às 11:00 horas e os de turbinamento das 15:00 às 23:00 horas.

A operação da bomba-turbina deve ser otimizada como bomba e como turbina, para cada período correspondente, para se obter máxima eficiência operacional.

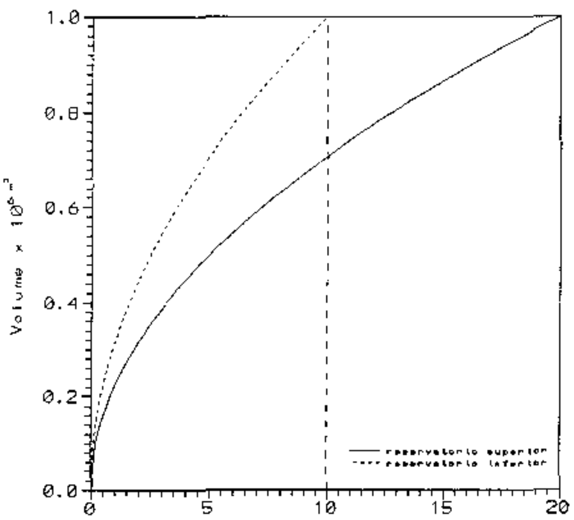


Figura 73: Curva cota-volume para os reservatórios superior e inferior.

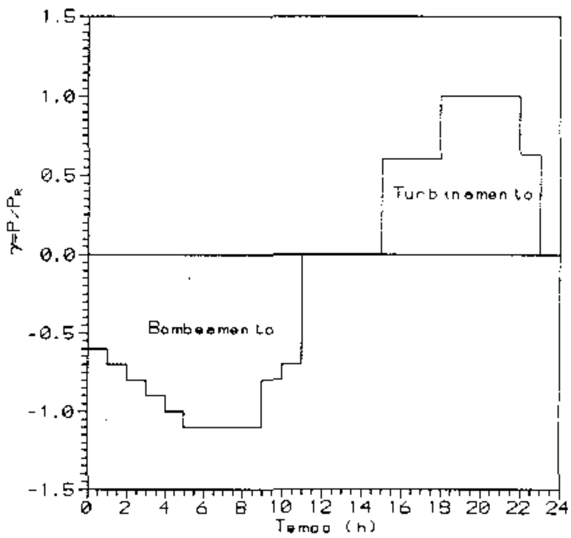


Figura 74: Diagrama de carga para um período característico (dia).

9.7.4 Tempo extensivo com uma bomba-turbina de rotação variável

Usando uma bomba-turbina de rotação variável, pode-se definir a rotação para a operação ótima em cada período, com o emprego do programa computacional desenvolvido segundo o algoritmo da Figura (50). Conhecendo-se os níveis dos reservatórios no início do intervalo de tempo e a potência γ (gerada - turbina ou consumida - bomba), a rotação ótima pode ser calculada e o regime permanente pode ser estabelecido através do MOC. Os novos níveis dos reservatórios são calculados, atualizados e o processo é repetido no próximo período. A Tabela (7) mostra a potência adimensionalizada (γ), com os correspondentes valores ótimos da rotação

Time (h)	(γ)	α	ν	Time (h)	(γ)	α	ν
0	-0.60	-1.005	-0.39	12			
1	-0.70	-1.026	-0.44	13			
2	-0.80	-1.039	-0.50	14			
3	-0.90	-1.068	-0.61	15	0.60	0.895	0.60
4	-1.00	-1.109	-0.70	16	0.60	0.892	0.61
5	-1.10	-1.120	-0.77	17	0.60	0.889	0.62
6	-1.10	-1.125	-0.77	18	1.00	1.047	1.00
7	-1.10	-1.130	-0.76	19	1.00	1.044	1.02
8	-1.10	-1.135	-0.75	20	1.00	1.042	1.03
9	-0.80	-1.056	-0.48	21	1.00	1.041	1.04
10	-0.70	-1.046	-0.43	22	0.63	0.883	0.67
11				23			
12				24			

Tabela 7: Valores adimensionais da potência, rotação e vazão, ótimas, para cada período.

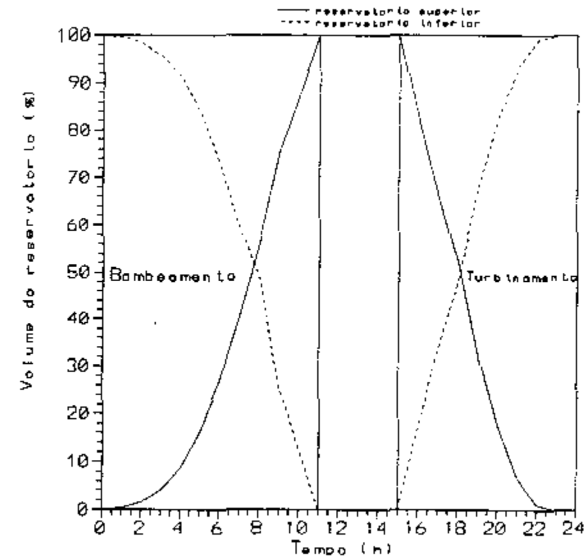


Figura 75: Variação nos níveis dos reservatórios durante bombeamento e turbinamento.

e da vazão adimensionais. A Figura (75) mostra a variação nos níveis dos reservatórios durante o bombeamento e o turbinamento.

9.7.5 Tempo extensivo com uma turbina de rotação constante

A avaliação do ganho de eficiência, ao se usar uma máquina de rotação variável, resulta da análise comparativa com a simulação operacional, em período extensivo, mantendo-se a rotação constante, (α = 1.00), no período de turbinamento. No início do período de turbinamento (15:00 h), o reservatório superior foi considerado completamente cheio, ou seja, nível máximo (610m) e o reservatório inferior completamente vazio, ou seja, nível mínimo (190m). Na Tabela (8) compara a rotação e vazão adimensional para a turbina de rotação constante, índice ($_c$), e variável, índice ($_v$). A Figura (76) mostra a variação da rotação durante o período de turbinamento e o volume porcentual gasto a mais do que no caso de rotação variável. O volume acumulado resultou da ordem de 0.8%, durante a operação de um dia. Situação idêntica ocorre no período de bombeamento, onde para um mesmo diagrama de potência, com um bomba de rotação variável, armazena-se um volume maior de água, estocando-se mais energia potencial no reservatório superior.

Time (h)	γ	α_v	v_v	α_c	v_c
15:00	0.60	0.895	0.60	1.0	0.61
16:00	0.60	0.892	0.61	1.0	0.62
17:00	0.60	0.889	0.62	1.0	0.63
18:00	1.00	1.047	1.00	1.0	1.00
19:00	1.00	1.044	1.02	1.0	1.02
20:00	1.00	1.042	1.03	1.0	1.03
21:00	1.00	1.041	1.04	1.0	1.04
22:00	0.63	0.883	0.67	1.0	0.67

Tabela 8: Valores adimensionais de potência, rotação e vazão para uma bomba-turbina de rotação variável e rotação constante para cada intervalo de tempo, operando como turbina.

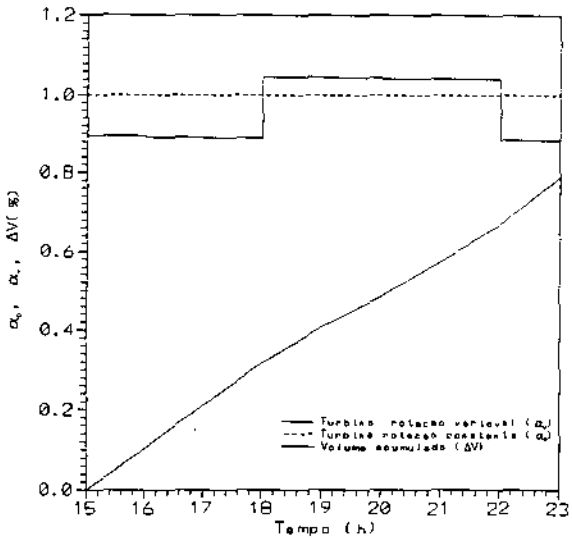


Figura 76: Variação da rotação da turbina e volume acumulado em porcentagem.

9.7.6 Comentários

A simulação em tempo extensivo estende a utilização do programa de cálculo proposto e permite estabelecer o melhor esquema operacional para um dado diagrama de carga, resultando na economia global do sistema de geração no qual se insere a UHR.

9.8 Efeitos hidráulico devidos aos fenômenos oscilatórios

Dentre vários fenômenos oscilatórios que podem ocorrer numa Usina, destacam-se os vórtices no tubo de sucção - *draft tube*, que podem gerar vibrações ao excitarem os componentes da UHR. A possibilidade de tais ocorrências pode ser avaliada em todo o sistema hidráulico, ao se simular a operação da Usina com a presença de um vórtice, gerado quando a turbina opera com cargas parciais face às menores demandas do sistema elétrico.

O escoamento oscilatório, gerado no tubo de sucção pela presença do vórtice, poderá ser simulado através do modelo proposto, introduzindo-se uma vazão oscilatória no **NÓ** à jusante do tubo de sucção. Caso se deseja simular outros fenômenos oscilatórios ou pesquisar os **modos naturais de vibrar** da instalação, basta acrescentar uma vazão oscilatória num dado **NÓ**, expressa por:

$$\Delta Q = \Delta Q_0 \, sin(2\pi \, f \, t) \tag{205}$$

onde: ΔQ - vazão oscilatória (m^3/s);
ΔQ_0 - amplitude na vazão devido à esteira de vórtice ou de um fenômeno localizado (m^3/s);
f - frequência de oscilação devido ao vórtice ou de um fenômeno oscilatório localizado (Hz);
t - tempo (s).

O resultado da simulação apresenta os efeitos da excitação nodal, dada pela equação (205), em toda a instalação.

9.8.1 Exemplos de simulações - Vórtice no tubo de sucção

A frequência dos vórtices gerados no tubo de sucção de uma turbina operando com carga parcial, pode ser estimada na faixa de 2.3 to 2.7 Hz, Fazalare, em [32], 1990.

Considerando a topologia **SisHidra4** na situação operacional abaixo apresentada, pode-se demonstrar o método de investigação do fenômeno oscilatório resultante desta excitação.

γ	v	α	Z (mm)	N_{sup} (m)	N_{inf} (m)	K_p	T_i (s)	T_d (s)	$K_{p_b}(s^{-1})$
0.6	0.60	0.89	11.54	603.31	193.35	0.60	7.00	1.50	25.00

Com a introdução da excitação no **NÓ** 6, foram consideradas as simulações abaixo, observando-se: nos itens 1, 2 e 3 o intervalo de tempo (Δt) adotado foi de 0.05s e no item 4 foi de 0.01s, para se obter a influência da perturbação oscilatória na instalação.

1. $\Delta Q_0 = 1.0 \, m^3/s$ e $f = 2.5 \, Hz$. Os resultados são apresentados nas Figuras (77) a (80);

2. $\Delta Q_0 = 2.0 \, m^3/s$ e $f = 2.5 \, Hz$. Objetiva mostrar a influência da amplitude da vazão oscilatória numa dada frequência. As Figuras (81) a (84) apresentam os resultados.

3. $\Delta Q_0 = 1.0 \, m^3/s$ e $f = 1.0 \, Hz$. Procura demonstrar a possibilidade de se efetuar ou pesquisa dos **modos naturais** no domínio tempo; manteve-se a amplitude constante e variou-se a frequência. As Figuras (85) a (88) apresentam os resultados;

4. $\Delta Q_0 = 1.0 \, m^3/s$ e $f = 5.0 \, Hz$. Idem ao item anterior com outro valor de frequência. As Figuras (89) a (92) apresentam os resultados. Verifica-se na Figura (89) que apareceu

estatismo, ou seja, a regulagem da variável de controle α afastou-se do valor nominal e, se tal frequência for passível de ocorrência na Usina, deverão ser feitas correções nos parâmetros do regulador, ou em sua estrutura.

9.8.2 Comentários

As simulações demonstraram a utilidade do modelo proposto na determinação da **personalidade dinâmica** da Usina Hidrelétrica ou de uma UHR, uma vez que ele permite variar o valor da frequência de excitação para qualquer valor desejado. As envoltórias das pressões resultantes da excitação permitem a definição das regiões dos tubos estruturalmente mais solicitadas e caracterizam o possível **modo natural** de vibrar. A análise permite considerar os efeitos de vórtices, ou fenômenos oscilatórios quaisquer, influindo dinamicamente em todos os componentes da Usina, representados analiticamente com todas as suas não linearidades.

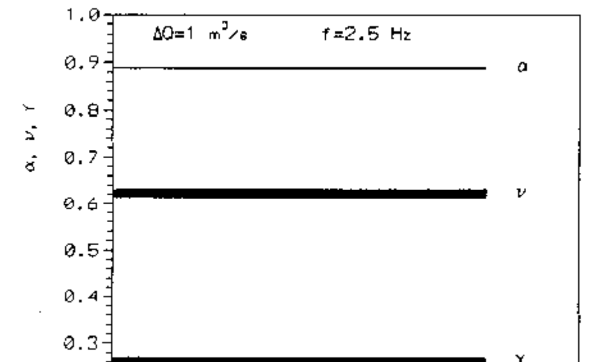


Figura 77: Efeitos na turbina devido aos vórtices no tubo de descarga - **SisHidra4**, $\Delta Q_0 = 1.0m^3/s$ e $f = 2.5Hz$.

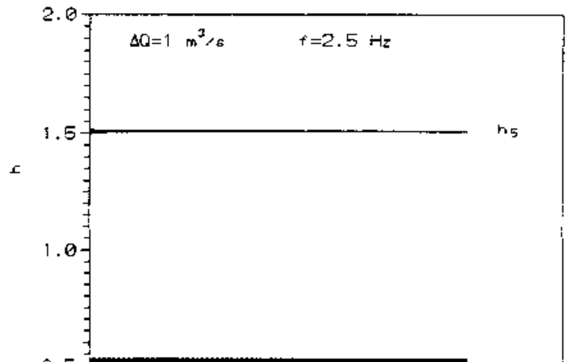


Figura 78: Efeitos hidráulicos do escoamento oscilatório devido aos vórtices no tubo de descarga; (h_5) - pulsação de pressão na caixa espiral; (h_6) - pulsação de pressão no tubo de sucção - **SisHidra4**, $\Delta Q_0 = 1.0m^3/s$ e $f = 2.5Hz$.

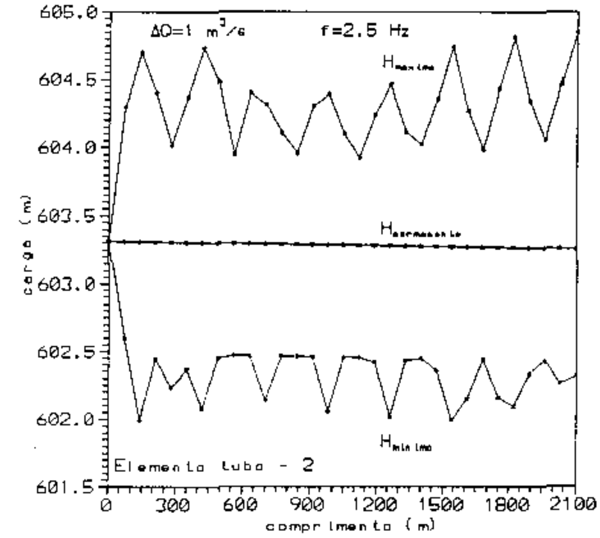


Figura 79: Envoltória de pressões para o **ENO** Tubo 2 **SisHidra4**, $\Delta Q_0 = 1.0m^3/s$ e $f = 2.5Hz$.

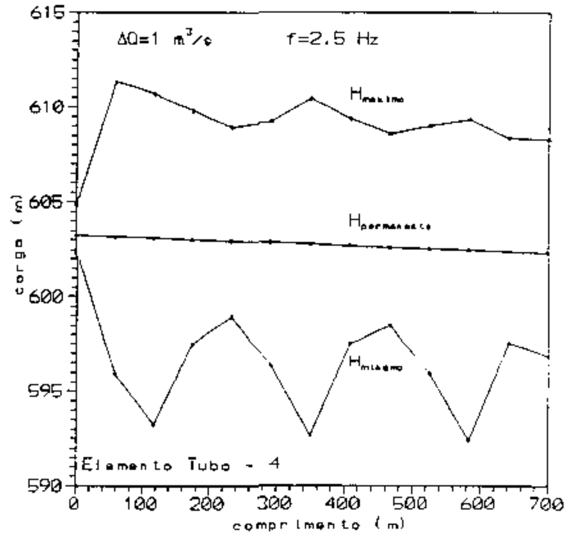


Figura 80: Envoltória de pressões para o **ENO** Tubo 4 - **SisHidra4**, $\Delta Q_0 = 1.0m^3/s$ e $f = 2.5Hz$.

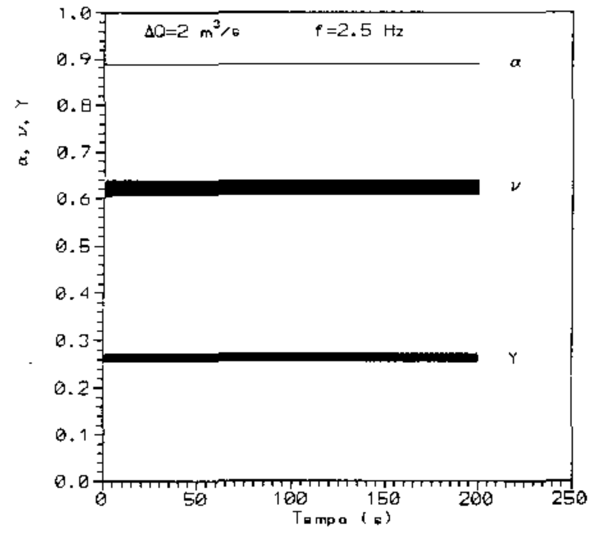


Figura 81: Efeitos na turbina devido aos vórtices no tubo de descarga - **SisHidra4**, $\Delta Q_0 = 2.0m^3/s$ e $f = 2.5Hz$.

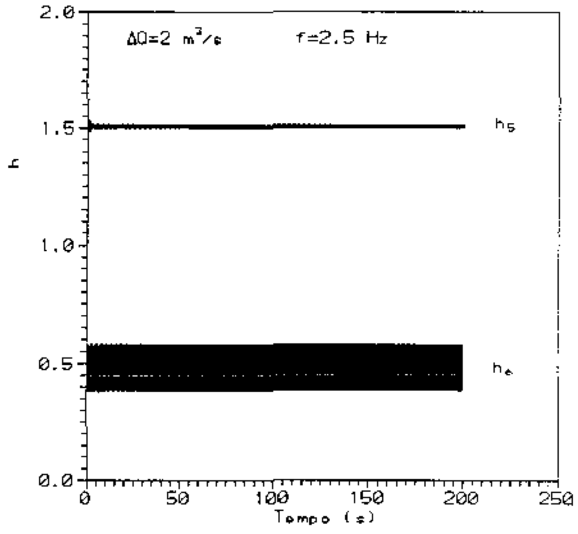


Figura 82: Efeitos hidráulicos do escoamento oscilatório devido aos vórtices no tubo de descarga; (h_5) - pulsação de pressão na caixa espiral; (h_6) .- pulsação de pressão no tubo de sucção - **SisHidra4**, $\Delta Q_0 = 2.0m^3/s$ e $f = 2.5Hz$.

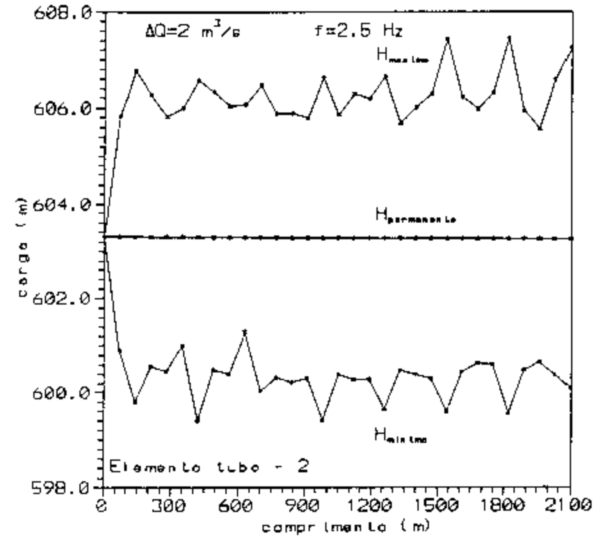


Figura 83: Envoltória de pressões para o **ENO** Tubo 2 **SisHidra4**, $\Delta Q_0 = 2.0m^3/s$ e $f = 2.5Hz$.

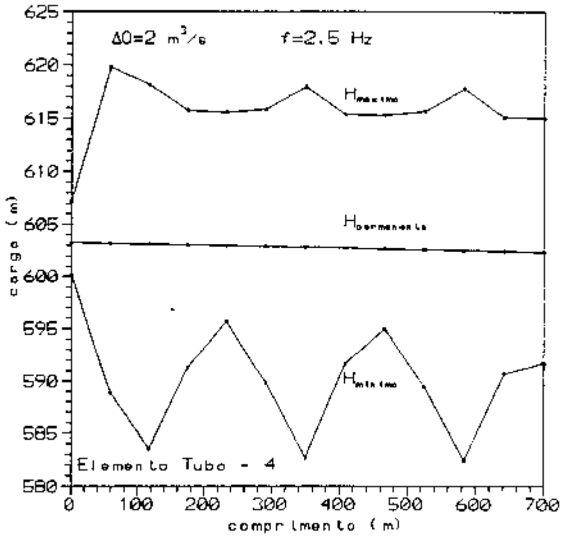


Figura 84: Envoltória de pressões para o **ENO** Tubo 4 - **SisHidra4**, $\Delta Q_0 = 2.0m^3/s$ e $f = 2.5Hz$.

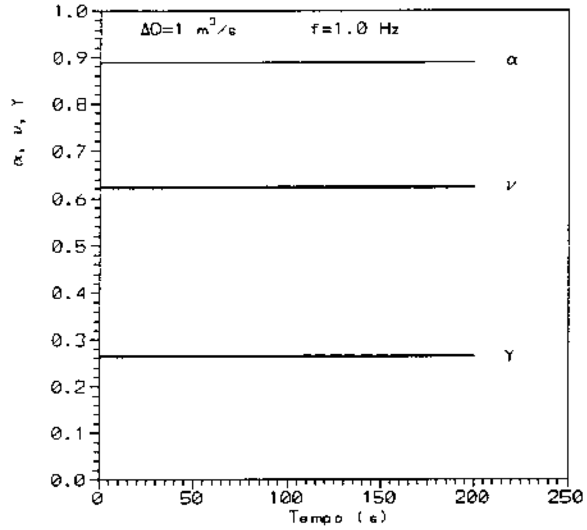


Figura 85: Efeitos na turbina devido aos vórtice no tubo de descarga - **SisHidra4**, $\Delta Q_0 = 1.0m^3/s$ e $f = 1.0Hz$.

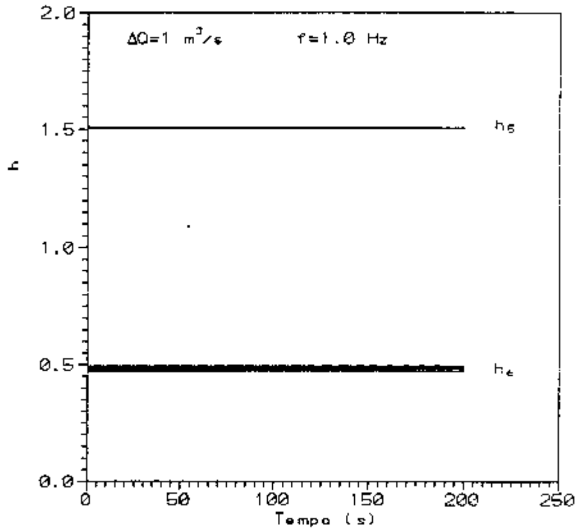


Figura 86: Efeitos hidráulicos do escoamento oscilatório devido aos vórtices no tubo de descarga; (h_5) - pulsação de pressão na caixa espiral; (h_6) - pulsação de pressão no tubo de sucção - **SisHidra4**, $\Delta Q_0 = 1.0m^3/s$ e $f = 1.0Hz$.

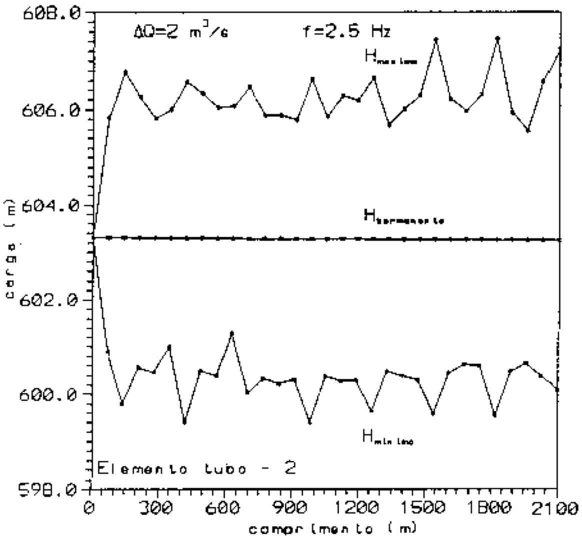


Figura 87: Envoltória de pressões para o **ENO** Tubo 2 **SisHidra4**, $\Delta Q_0 = 1.0 m^3/s$ e $f = 1.0Hz$.

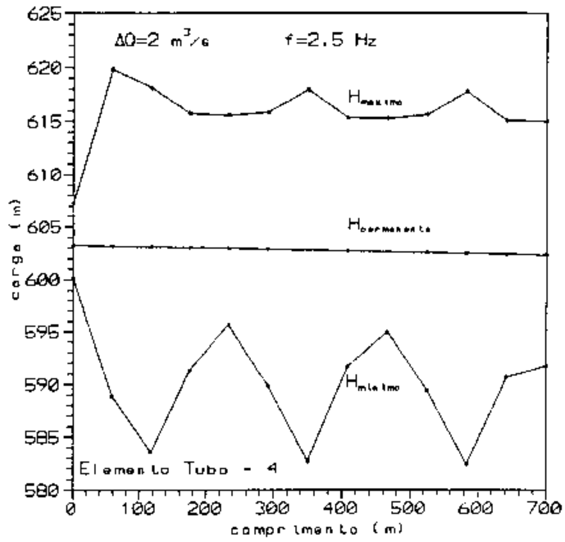


Figura 88: Envoltória de pressões para o **ENO** Tubo 4 - **SisHidra4**, $\Delta Q_0 = 1.0 m^3/s$ e $f = 1.0Hz$.

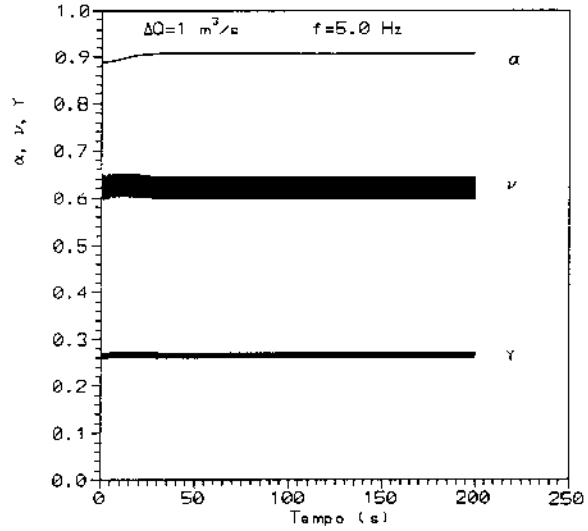


Figura 89: Efeitos na turbina devido aos vórtices no tubo de descarga - **SisHidra4**, $\Delta Q_0 = 1.0 m^3/s$ e $f = 5.0Hz$.

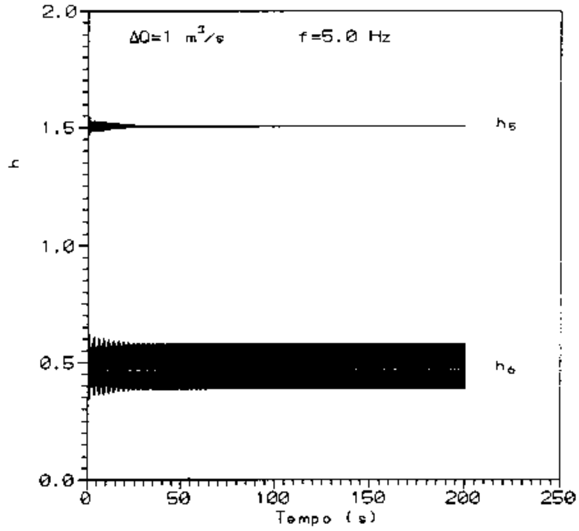


Figura 90: Efeitos hidráulicos do escoamento oscilatório devido aos vórtices no tubo de descarga; (h_5) - pulsação de pressão na caixa espiral; (h_6) - pulsação de pressão no tubo de sucção - **SisHidra4**, $\Delta Q_0 = 1.0 m^3/s$ e $f = 5.0Hz$.

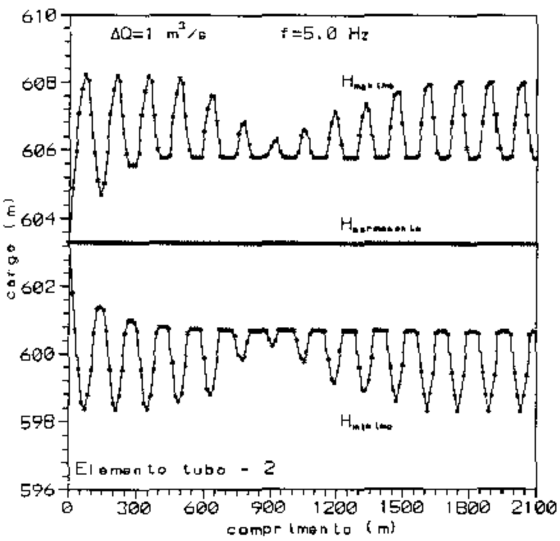


Figura 91: Envoltória de pressões para o **ENO** Tubo 2 **SisHidra4**, $\Delta Q_0 = 1.0m^3/s$ e $f = 5.0Hz$.

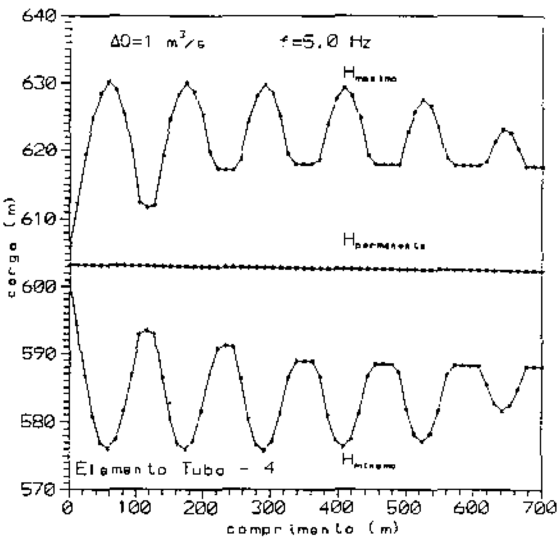


Figura 92: Envoltória de pressões para o **ENO** Tubo 4 - **SisHidra4**, $\Delta Q_0 = 1.0m^3/s$ e $f = 5.0Hz$.

10 Conclusões e Recomendações

1. A representação das características das **máquinas hidráulicas**, ajustadas por **Séries de Fourier**, utilizando as variáveis de Suter, associa as vantagens da representação contínua das condições operacionais com a obtenção das situações não ensaiadas, que prevalecem nos fenômenos transitórios e oscilatórios, usuais em Usinas Hidrelétricas. Esta representação **deve ser generalizada para representar os resultados dos ensaios com Máquinas Hidráulicas**;

2. O equacionamento do **ENO - Máquina Hidráulica-Regulador Adaptativo** é completo, através das três equações que caracterizam o seu comportamento dinâmico, incluindo todas as **não linearidades** associadas ao desempenho físico dos componentes. A introdução do **controle adaptativo** é imediata e facilita a simulação operacional da Usina em **tempo real**, utilizando controladores lógicos programáveis (PLC's) adaptados ao regulador **PID**, conforme demonstrado neste trabalho e ilustrado através dos exemplos;

3. As simulações em tempo extensivo e a análise do regime permanente utilizando o Método das Características - MOC, adaptado à representação topológica utilizada no trabalho são recomendadas. Permitem verificar as vantagens na utilização do **controle adaptativo** para a otimização da operação da Usina.

Os ganhos obtidos com esse sistema de controle proporcionam vantagens econômicas ponderáveis, aumentando a eficácia do sistema de produção de energia hidrelétrica, conforme demonstrado neste trabalho e deverão ser de uso futuro generalizado;

4. A análise dos escoamentos oscilatórios e a determinação dos **modos naturais, ou de vibrar**, no **domínio tempo**, é adequada para se investigar o comportamento dinâmico da Usina submetida a perturbações intrínsecas ao sistema hidráulico, provocando fenômenos de auto-excitação. Apresenta vantagens inequívocas quando comparadas às análises no **domínio da frequência**, utilizando equações linearizadas, tanto no Método da Impedância como no Método das Matrizes de Transferência.

   A evolução técnica dos computadores pessoais elimina a desvantagem de um tempo maior de processamento, quando se analisa o comportamento dinâmico da instalação no **domínio tempo**, no qual são consideradas todas as **não linearidades** inerentes aos elementos (ENOS) componentes;

5. O algoritmo para a definição das **condições operacionais ótimas**, utilizando o controle adaptativo acoplado ao regulador PID, mostrou-se eficaz e recomenda-se utilizá-los nos **controladores lógicos programáveis (PLC)**, que possibilitam o **controle em tempo real** da operação da Usina Hidrelétrica, na qual, são instaladas cicloconversores.

6. A **condição ótima** não será sempre definida pelo máximo rendimento operacional da máquina hidráulica, face às alterações usuais associadas às demanda de carga. A operação com cargas máximas e cargas reduzidas, induzindo condições dinâmicas inadequadas com a presença de vórtices no tubo de sucção, e a existência de possíveis zonas de cavitação, definem limites operacionais que devem ser respeitados e deverão ser considerados na operação em tempo real.

7. A indicação das zonas de operação com cargas extremas, induzindo efeitos secundários, como cavitação e (ou) vibrações, deverá ser assinalada sobre as caraterísticas das máquinas hidráulicas representadas através das Séries de Fourier, utilizando as variáveis de Suter. A definição dessas zonas deve ser **pesquisada** na aquisição dos dados de ensaios com modelos reduzidos e deve ser adicionada em combinação com as curvas características apresentadas neste trabalho. Notar que a representação de **efeitos secundários** sobre as funções contínuas poderá proporcionar indicações significativas para as possíveis causas e sobre a evolução destes efeitos.

8. Sugere-se a pesquisa do critério mais adequado para a definição dos parâmetros do regulador, ajustados para cada condição operacional da máquina. Os riscos de se obter

instabilidade operacional são aparentes conforme ilustramos através dos exemplos simulados, confirmando as afirmações de outros autores [28].

O critério para a seleção dos parâmetros poderá ser obtido utilizando-se o modelo de cálculo proposto neste trabalho para a verificação da sensibilidade da operação às variações das **constantes** do regulador PID;

9. Os resultados obtidos nas simulações deverão ser verificados na operação de uma Usina, para confirmação das conclusões obtidas neste trabalho. As comparações efetuadas com os resultados apresentados na bibliografia não incluem o **controle adaptativo** para a operação de Usinas Hidrelétricas (Reversíveis), analisado pela primeira vez neste trabalho;

10. A análise dos diagramas de carga dos **Centros Urbanos da Região Sudeste** do nosso país (São Paulo e Rio de Janeiro, principalmente) mostram que há vantagens com a instalação de Usina(s) Hidrelétrica(s) Reversível(eis) para a otimização na utilização das linhas de transmissão e "aumento" da disponibilidade de energia no **sistema de geração de energia elétrica**. A tarifa diferenciada nos horários de **ponta de carga** deverá induzir os investidores privados na aplicação de capital para construção destas Usinas, nas vizinhanças daqueles centros urbanos.

    Serão Usinas de alta queda, utilizando bombas-turbinas, e a instalação poderá ser projetada e analisada dinamicamente através do modelo proposto neste trabalho.

11 Bibliografia

[1] **Chaudhry, M.H.** *Applied Hydraulic Transients.* Van Nostrand Reinhold Company, 2nd Edition, New York, 1986.

[2] **Walmsley, N.** *The Numerical Representation of Pump-Turbine Performance Characteristics.*, Doctor Thesis, University of Warwick, Engineering Departament, August, 1986.

[3] **Streeter, V.L. & Lai, C.** *Waterhammer Analysis Including Fluid Friction,* Journal of Hydraulics Division, ASCE, vol. 88, No. HY3, May 1962.

[4] **Wylie,E.B. and Streeter, V.L.** *Fluid Transients* McGraw-Hill Book Co., New York, 1967, 1978 e 1992.

[5] **Chaudhry, M.H.** *Resonance in Pressurized Piping Systems.* Tese de Doutorado apresentado na *University of British Columbia*, Vancouver - Canada, 1970.

[6] **Koelle, E.** *Análise de Transientes Hidráulicos em Sistemas de Condutos Forçados. Intercâmbio Internacional Sobre Transientes Hidráulicos e Cavitação*, Organizado pelo Centro Técnológico de Hidráulica do Departamento de Águas e Energia Elétrica - CTH/DAEE e Associação Brasileira de Recursos Hídricos - ABRH, São Paulo, Brasil, 1982.

[7] **Koelle,E. & Ribeiro, C.** *Steady Oscillatory and Transient State Simulation and Hydraulic Networks Control.* Invited Paper to Computer Methods and Water Resources, Rabat, Morocco, 1988.

[8] **Almeida, A. B. & Koelle, E.** *Fluid Transients in Pipe Networks.* Computacional Mechanics Publications and Elsevier Applied Science, December, 1992.

[9] **Donsky,B.** *Complete Pump Characteristic and the Effects of Specific Speeds on Hydraulic Transients.* Journal of Basic Engineering, Transactions, ASME, Vol 83 pp 685-699, December, 1961.

[10] **Marchal,M., Flesch,G. and Suter,P.** *The Calculation of Waterhammer Problems by Means of Digital Computer.* Proceedings of International Symposium on Waterhammer in Pumped Storage Projects, ASME, Chicago, 1965.

[11] **Van Lammeren, W.P.A., Van Manen, J.D. and Oosterveld, M.W.C.** *The Wageningem B-Screw Series.* Transactions SNAMEM, vol 77, 1969.

[12] **Koelle,E. & Andrade,J.G.P.** *Hydroelectric Plant Operation Analysis - The Analytic Representation of the Characteristics of the Hydraulic Machines.* International Symposium HIDRO-90 Small-Medium. São Paulo, Brasil, March - 1990.

[13] **Koelle,E., Andrade, J.G.P. and Luvizotto, E.** *Transient and Oscillatory Analysis in Hydraulic Networks Using Fourier Series to Represent the Machine Performance Characteristics.* XVI IAHR, Montevideo, Uruguai, 1990.

[14] **Andrade,J.G.P. and Martin,C.S.** *Representation of Pump-Turbine Characteristics Using Fourier Series.* International Conference on Unsteady Flow and Fluid Transients, Durham, UK, 1992.

[15] **Luvizotto,E. and Koelle,E.** *The Analytic Representation of the Characteristics of Hydraulic Machines for Computer Simulations.* International Conference on Unsteady Flow and Fluid Transients, Durham, UK, 1992.

[16] **Boldy,A.P.** *Waterhammer Analysis in Hydroelectric Pumped Storage Installations.* Second International Conference on Pressures Surges, BHRA, September, 1976.

[17] **Martin, C.S.** *Transformation of Pump-Turbine Characteristics for Hydraulic Transient Analysis.* Proceedings $11^{\underline{th}}$ IAHR Symposium - Section on Hydralic Machinery, Amsterdam, 1982.

[18] **Martin, C.S.** *Transformation of Pump-Turbine Characteristics for Hydraulics Transients Analysis.* Paper C2, pp 52-60, presented at $5^{\underline{th}}$ International Conference on Pressures Surges, Hannover, Germany, September, 1986.

[19] **Andrade,J.G.P. and Martin,C.S.** *Interpolation Between Guide Vane Openings of Pump-Turbine Characteristics Represented by Fourier Series.* $16^{\underline{th}}$ Symposium of the IAHR - Section on Hydraulic Machinery and Cavitation. São Paulo, Brasil, September, 1992.

[20] **Knapp, R.T.** *Complete characteristics of centrifugal pums and their uses in the prediction of transients behavior.* Transaction ASME, Vol 59, pp 683-689, 1937.

[21] **Luvizotto, E.** *A representação analítica das curvas características das máquinas hidráulicas para uso em rotinas de simulações computacionais.* Dissertação de Mestrado apresentada na POLI/USP - São Paulo - 1992

[22] **Ralston, A.** *A First Course in Numerical Analysis.* McGraw-Hill Book Company, New York, 1965.

[23] **Boldy,A.P., & Walmsley,N.** *Representation of the characteristics of reversible pump turbines for use in waterhammer simulations.* Paper G1, pp 287-296, 4^{th} International conference on pressure surges. Bath, England, September - 1983.

[24] **Koelle, E.** *Notas de aula: Controle em Hidráulica, do curso Problemas Especiais em Instalações Hidráulicas.* Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, POLI-USP, São Paulo, 1992.

[25] **Ogata, K.** *Modern Control Engineering.* Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J. - USA, 2ª Edição - 1990.

[26] **Coghi, M.A.** *Análise e Sintonia de Malhas de Controle.* Revista Automação e Controle, Ano 4 - nº 26 - Março - 1994

[27] **Macyntire, A. J.** *Máquinas Motrizes Hidráulicas.* Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1983.

[28] **Ma, Ch. & Brekke, H.** *Numerical Simulation of Hydraulic Turbine and its Governor Transients.* International Conference on Unsteady Flow and Fluid Transients. Durham - UK, October 1992.

[29] **Shimada, M.** *Time-Marching Approach for Pipe Steady Flows.* Journal of Hydraulic Division, ASCE, Vol 114, No. HY11, 1988

[30] **Tanaka,H.** *A 82 MW Variable Speed Pumped-Storage System.* Water Power and Dam Construction, pg 25-26, November 1991.

[31] **Kita,E. & authors** *A 400 MW Adjustable Speed Pumped-Storage System.* Water Power and Dam Construction, pg 37-39, November 1991.

[32] **Gonçalves, M.N.F.** *Análise de Fenômenos Oscilatórios e Vibrações Induzidas por Escoamentos Secundários em Usinas Hidrelétricas e Redes Hidráulicas de Condutos Forçados.* Dissertação de Mestrado, POLI-USP, São Paulo, Brasil, 1990.