

VINCENZO ALBANESE

MÉTODOS DE RESOLUÇÃO DA
EQUAÇÃO DIFERENCIAL DO
MOVIMENTO

TESE APRESENTADA A FACULDADE
DE ENGENHARIA DE LIMEIRA
DA UNIVERSIDADE DE CAMPINAS
PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
"DOUTOR ENGENHEIRO"

Dedicatoria

ao meu pai "in memoriam" cujo exemplo de homem e professor foram elementos marcantes de minha vida.

a minha mãe
a qual tudo devo de minha vida

a minha esposa
sem a ajuda da qual não me teria sido possível realizar o presente trabalho

a minha irmã Anna
que muito colaborou para minha formatura.

Agradecimentos

ao orientador

Prof. Dr. Ricardo Brasília Paes de Barros Schroeder, Titular de Transportes da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, pelo estímulo e incentivo recebido.

aos colegas

Prof. Almanir Silveira e Prof. Antonio Clóvis Pinto Ferraz pela ajuda e colaboração recebida.

aos colegas e funcionários

do Departamento de Vias de Transporte e Topografia (S.T.T.) e do Centro de Processamento de Dados da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo pela ajuda e colaboração prestada.

aos colegas e funcionários

da Escola de Engenharia de Limeira da Universidade de Campinas pela ajuda e colaboração recebida.

a todos

aqueles que colaboraram na feitura do presente trabalho, em especial atenção ao Sr. Nelson Ferreira França ao Sr. Antonio João Tessarin e Sr. Vicente Rafael Daló pela dactilografia e desenhos.

INDICE

1a. Parte

1-1	Introdução	1
1-2	Objetivo do estudo	4
1-3	Finalidade do estudo	5

2a. Parte

2	Descrição dos tres métodos	6
2-1	Método gráfico	6
2-1-1	Curva da velocidade	6
2-1-2	Curva da frenagem	14
2-1-3	Curva dos tempos	15
2-2	Método analítico	19
2-2-1	Elaboração da tabela para obtenção dos valores da velocidade v , em função das distancias l	19
2-2-2	Elaboração da tabela para obtenção dos valores dos tempos em função das distancias l	21
2-3	Método gráfico e analítico por intermédio de compu tador	22

3a. Parte

3-1	Aplicação prática da solução da equação do movimen to, pelos tres métodos	23
3-1-1	Problema proposto	23
3-1-2	Cálculos preliminares	24
3-2	Método gráfico	27
3-2-1	Cálculo das tabelas T e R_n	27
3-2-2	Relações modulares para curva da velocidade ...	27
3-2-3	Relações modulares para curva dos tempos	30
3-3	Método analítico	32
3-3-1	Cálculo dos elementos para elaboração da tabela da velocidade em função das distancias	32
3-3-2	Considerações práticas e teóricas sobre a frena gem	34
3-3-3	Cálculos dos elementos para a elaboração da tabe la da frenagem	37

3-3-4	Cálculo dos elementos para a elaboração da tabela dos tempos	38
3-4	Método gráfico e analítico por computador	40
3-4-1	Desempenho mecânico dos veículos ferroviários.	40
3-4-1-1	Fase de aceleração	40
3-4-1-2	Fase de regime	43
3-4-1-3	Fase de frenagem	43
3-4-2	Descrição do processo iterativo para a resolu- ção da equação diferencial do movimento	44
3-4-3	Descrição do programa para IBM - 1130	45
3-4-3-1	Sub rotina TRCUR	45
3-4-3-2	Programa principal	46
 <u>4a. Parte</u>		
4-1	Análise dos resultados obtidos	49
4-2	Conclusões finais	53
 <u>5a. Parte</u>		
	Referencias bibliograficas	54
 <u>6a. Parte</u>		
	Figuras	56
	Tabelas	61
	Solução grafica da equação diferencial do movimento..	65
 <u>7a. Parte - Anexo 1</u>		
	Diagrama de Bloco	67
	Formato dos dados de entrada	74
	Listagem do programa principal	75
	Grafico da sub-rotina do Plotter	80

1ª PARTE

1-1 Introdução.

Para a resolução da equação do movimento, da mecânica da locomoção, no caso de transporte ferroviário, vamos estudar o movimento das massas econômicas entre dois pontos A e B (origem e destino), transporte este feito através de composições ferroviárias na via permanente. O que vamos analisar é justamente como se efetua o movimento da composição ou seja a marcha do trem entre os dois pontos considerados.

No movimento da composição, entre dois pontos de parada consecutiva, que correspondem a origem e destino, nos destacamos, de modo geral, 4 fases que são as características da marcha do trem:

- 1)- aceleração
- 2)- regime
- 3)- "coasting"
- 4)- frenagem

Na primeira fase - aceleração - a composição sai do repouso, ponto de partida origem, com velocidade inicial V_i igual a zero ($V_i = 0$), para atingir a velocidade máxima V_m permitida pelas características do projeto. Nesta primeira fase, a velocidade varia de 0 (zero) até V_m (velocidade máxima).

Na segunda fase - regime - a composição, uma vez atingida a velocidade máxima V_m , continua com velocidade constante determinada pelas características do projeto. Nesta fase a velocidade não varia.

Na terceira fase - coasting - o maquinista da composição, aproveita a inércia do trem, antes de iniciar a última fase, ou seja a fase de frenagem.

Esta terceira fase, nem sempre existe, o maquinista pode passar diretamente da fase de regime para a fase de frenagem, existindo a velocidade diminuída ligeiramente

devida as resistências de rolamento, é como se o trem andasse em ponto morto, isto é, o maquinista não usufrue da potência dos motores.

Na quarta e última fase - frenagem - a composição retarda o seu movimento, passando de uma velocidade V a uma velocidade final V_f igual a zero ($V_f = 0$).

Seria o ponto de chegada, a composição atingiu o seu destino. Nesta fase a velocidade decresce (aceleração negativa) até o ponto final em que $V = 0$.

Lembramos que, para que haja movimento da composição, devem ser satisfeitas sempre as duas condições fundamentais, ou seja:

$$1) - T \geq \Sigma R$$

O esforço trator disponível T deve ser maior ou igual a soma de todas as resistências ΣR que se opõem ao movimento.

$$2) - T < A$$

O esforço trator T deve ser menor da aderência A .

Sempre que verificamos estas duas condições básicas, a equação do movimento é dada pela equação fundamental - da dinâmica, ou seja:

$$F = m\gamma$$

a força é igual ao produto da massa pela aceleração.

Para o caso de transporte ferroviário temos que:

1)- a força F , é a força necessária para que haja movimento, isto é, a reserva de esforço trator.

A reserva de esforço trator é dada pela relação - $T - \Sigma R$, onde temos: T é o esforço trator dado pela locomotiva e ΣR é a somatória de todas as resistências que se opõem ao movimento.

2)- m é a massa da composição ou seja $\frac{P}{g}$, onde P é o peso total da composição e g é a aceleração de gravidade.

3)- γ é a aceleração ou seja:

$$\gamma = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dl} \times \frac{dl}{dt} = v \frac{dv}{dl}$$

Substituindo estes valores na equação fundamental da dinâmica $F = m\gamma$ temos:

$$(T - \Sigma R) = \frac{P}{g} v \frac{dv}{dl} \quad (1)$$

A partir desta equação é que vamos fazer o estudo da equação do movimento de uma composição ferroviária, entre dois pontos, origem e destino, isto é, analisar as quatro fases - aceleração, regime, coasting e frenagem compreendidas entre dois pontos de parada consecutivas, de um trecho de estrada de ferro.

1-2 Objetivo do estudo.

O objetivo do estudo da equação do movimento de uma composição, é de conhecermos a velocidade desta, em qualquer ponto ao longo do trajeto entre origem e destino e de conhecermos também o tempo gasto para atingir o ponto considerado.

Este estudo, uma vez conhecidas as características do projeto entre as duas estações e conhecidas também as características técnicas da composição que vai trafegar no trajeto considerado, pode ser feito de diversas maneiras.

Podemos desenhar a curva da velocidade e dos tempos em função do espaço ou escrevermos os resultados, obtidos analiticamente em forma de tabelas, ou enfim efetuarmos o estudo através de um computador.

Podemos ter desta forma, as seguintes soluções:

- 1)- solução gráfica
- 2)- solução analítica
- 3)- solução por intermédio de computadores

No primeiro caso - solução gráfica - vamos ver como podemos traçar graficamente as curvas da velocidade e dos tempos em função do espaço, quando conhecidas as características do traçado entre dois pontos origem e destino, e da composição.

No segundo caso - solução analítica - vamos escrever os resultados em forma de tabelas, estas tabelas serão calculadas analiticamente com a ajuda de calculadoras de bolso.

No terceiro caso - solução por intermédio de computadores o problema será resolvido pelo computador, sendo que este fornecerá diretamente o gráfico das curvas da velocidade e dos tempos em função do espaço e também fornecerá os resultados sob forma de tabelas.

1-3 Finalidade do presente estudo.

Neste trabalho vamos mostrar como podemos resolver de uma maneira simples e fácil o problema da equação do movimento para uma composição ferroviária, de acordo com as soluções mencionadas.

Para a solução gráfica apresentaremos um método bastante simplificado e de rápida execução, usando esquadros para o traçado de perpendiculares.

Para a solução analítica, mostraremos como podemos tabular rapidamente os valores das velocidades e dos tempos, usando uma simples calculadora de bolso. Usaremos uma calculadora Hewlett Pachard - 45.

Para a terceira solução, resolveremos o problema com um computador, obtendo o gráfico das curvas da velocidade e dos tempos e simultaneamente os valores desejados em forma de tabelas. Usaremos o computador da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo.

Para isto, resolveremos o problema para um trecho entre duas estações origem destino, para uma determinada composição, pelos três métodos mencionados, verificando posteriormente os resultados obtidos, examinando a precisão dos mesmos, as vantagens dos três métodos um em relação ao outro e tirando as devidas conclusões.

2ª PARTE2 Descrição dos três métodos.2-1 Método gráfico.2-1-1 Curva da velocidade.

O estudo gráfico da equação do movimento, já foi feito, a tempo, por diversos autores, tais como: Kopniaeff, Parodí, Corini e outros.

A solução que vamos apresentar, no presente trabalho, é uma das mais fácil e rápida de se executar.

A equação da dinâmica, aplicada ao caso dos transportes ferroviários, já vimos que se reduz a seguinte forma:

$$(T - \Sigma R) = \frac{P}{g} \cdot v \frac{dv}{dl} \quad (1)$$

Conhecidas as características da composição, podemos - tabelar: a) os valores do esforço trator T em função - da velocidade V e desenharmos a curva representativa,

É de se observar que o primeiro trecho da curva de T é dada pela curva da aderência $A = P_a f_a$, até o valor da velocidade básica e a partir deste valor a curva é dada pela equação da potência $N = \frac{TV}{270}$.

A divisão da curva de T_v em dois trechos, se deve a segunda condição geral para que haja movimento, que já - vimos ser $T < A$; b) os valores de ΣR , somatórias das - resistências que se opoem ao movimento. A ΣR se compoe de três parcelas, ou seja:

$$\Sigma R = R_n + R_i + R_c$$

onde temos: R_n resistências normais de rolamento em reta e nível; R_i resistência de rampa; R_c resistência de curva. Destas três resistências são a primeira R_n dependem da velocidade V, isto é, são função de V e apare-cem ao longo de todo o traçado. As outras duas R_i e R_c resistência de rampa e de curva, não dependem da velo-cidade V e são aparecem nos trechos em curva ou em ram

pa, são as resistências chamadas de resistências acidentais. Estas resistências são constantes ao longo de todo o trecho em curva ou em rampa, seja qual for a velocidade V da composição.

Uma vez tabelados os valores R_n , R_i e R_c desenhamos as curvas representativas das resistências separadamente: desenhamos uma curva para as R_n que dependem da velocidade V , representamos os R_i só para os trechos em que aparecem as rampas i e representamos os R_c nos trechos em que aparecem as curvas de raio R . A representação gráfica destas curvas T , R_n , R_i e R_c , é feita da seguinte maneira: tomamos um par de eixos ortogonais X e Y e marcamos os valores dos esforços tratores T no semi-eixo negativo dos X ; a velocidade V nos semi-eixo positivo dos Y ; as resistências R_n no semi eixo negativo dos X ; as distâncias l no semi-eixo positivo dos X ; as resistências R_i e R_c que são constantes no trecho em que aparecem, as marcamos no semi-eixo positivo dos X , conforme fig. nº 1.

Desenhadas as curvas dos T e dos R_n , para obter a curva da velocidade, em função do trajeto l , ou seja, a curva $V(l)$, efetuamos a seguinte construção: supomos conhecida a curva até um certo ponto S e continuamos a construção da seguinte maneira; traçamos uma paralela ao eixo dos X que passa pelo ponto S até encontrarmos as curvas T e R_n nos pontos A e B respectivamente; pelo ponto B baixamos a perpendicular ao eixo dos X , obtendo o ponto D ; unimos A com D e traçamos a perpendicular, a esta reta, que passa pelo ponto S , até encontrarmos a primeira malha de integração, no ponto N .

Este ponto N pertence à curva das velocidades e vamos prova-lo.

De fato, os triângulos SNM e ABD são semelhantes, por terem os respectivos lados perpendiculares, no triângulo SNM temos:

$$\text{tag } \gamma = \frac{MN}{SM}$$

MN é o acréscimo de velocidade dv ,

SM é o acréscimo do trajeto dl , temos então

$$\text{tag } \gamma = \frac{dv}{dl}$$

no triângulo ABD temos:

$$\text{tag } \gamma = \frac{AB}{BD}$$

AB é a reserva de esforço trator $T - R_n$ ou $T - \Sigma R$

BD é a velocidade v naquele ponto, temos então

$$\text{tag } \gamma = \frac{(T - \Sigma R)}{v}$$

onde resulta

$$\frac{dv}{dl} = \frac{(T - \Sigma R)}{v}$$

que justamente corresponde a equação (1), a menos do fator $\frac{P}{g}$ que é uma constante da composição e será leva

do em conta na relação modular das escalas de v , l e T .
(ver fig. nº 2).

RELAÇÃO MODULAR

Sejam: μ_v o módulo da escala das velocidades

μ_l o módulo da escala das distâncias

μ_T o módulo da escala do esforço trator

vamos procurar a relação entre eles.

Da semelhança dos triângulos SNM e ABD, fig nº 2, temos:

$$\frac{dv}{dl} = \frac{(T - \Sigma R)}{v}$$

conforme já vimos.

Multiplicando cada um destes valores, pelo seu respectivo módulo da escala temos:

$$\frac{dv}{dl} \times \frac{\mu_v}{\mu_l} = \frac{(T - \Sigma R)}{v} \times \frac{\mu_T}{\mu_v} \quad (2)$$

da equação (1) temos:

$$\frac{dv}{dl} = \frac{(T - \Sigma R)}{v} \times \frac{g}{P} \quad (3)$$

substituindo a equação (3) na (2) e simplificando temos:

$$\mu_T = \frac{\mu_v^2}{\mu_l} \times \frac{g}{P} \quad (4)$$

A relação (4), liga entre si os três módulos das escalas e leva em conta o fator constante da composição $\frac{P}{g}$.

Para o cálculo deles, escolhamos dois dos três e calculamos o terceiro.

CÁLCULO DO PRIMEIRO PONTO DA CURVA DA VELOCIDADE.

Para a construção da curva da velocidade, supomos conhecida esta, até um certo ponto e a partir deste continuamos a construção.

Vamos determinar agora o primeiro ponto da curva.

Nos pontos de partida e de chegada da composição, isto é, nos pontos de velocidade nula, a curva da velocidade v , tem tangentes paralelas ao eixo dos v .

Nestes pontos então, começaremos a curva por intermédio do círculo osculador, até a primeira malha de integração.

O raio do círculo osculador é dado pela expressão:

$$\rho = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{3/2}}{\frac{d^2 y}{dx^2}}$$

No nosso caso, temos nos eixos dos Y as velocidades v e nos eixos dos X as distâncias l , substituindo temos:

$$\rho = \frac{\left[1 + \left(\frac{dv}{dl} \right)^2 \right]^{3/2}}{\frac{d^2 v}{dl^2}}$$

multiplicando os valores de dv e dl pelos módulos das escalas, para obtermos o valor do raio $\rho_{\mu\rho}$ pronto para ser usado no gráfico, temos:

$$\rho_{\mu\rho} = \frac{\left[1 + \left(\frac{dv}{dl} \times \frac{\mu v}{\mu l} \right)^2 \right]^{3/2}}{\frac{d^2 v}{dl^2} \times \frac{\mu v}{\mu l}} \quad (5)$$

A aceleração vale:

$$\gamma = \frac{vdv}{dl} \quad (6)$$

derivando a expressão (6) em relação a l, temos:

$$\frac{d\gamma}{dl} = \frac{(dv)^2}{(dl)^2} + \frac{vd^2v}{(dl)^2}$$

de onde tiramos:

$$\frac{d^2v}{dl^2} = \frac{d\gamma}{dl} - \frac{(dv)^2}{(dl)^2} \times \frac{1}{v} \quad (7)$$

substituindo (6) e (7) em (5) temos:

$$\rho_{\mu\rho} = \frac{\left[1 + \left(\frac{\gamma}{v} \times \frac{\mu v}{\mu l} \right)^2 \right]^{3/2}}{\frac{d\gamma}{dl} - \left(\frac{dv}{dl} \right)^2 \times \frac{1}{v} \times \frac{\mu v}{\mu l^2}}$$

simplificando vem

$$\rho_{\mu\rho} = \frac{(v^2_{\mu l^2} + \gamma^2_{\mu v^2})}{\frac{d\gamma}{dl} v^2_{\mu l \mu v} - \gamma^2_{\mu l \mu v}}$$

para v = 0, velocidade inicial nula, temos:

$$\rho_{\mu\rho} = \frac{\gamma^3_{\mu v^3}}{-\gamma^2_{\mu l \mu v}} = -\gamma \frac{\mu v^2}{\mu l}$$

mas

$$\gamma = \frac{(T - R)}{P} \times g$$

substituindo teremos, em valor absoluto, o valor do raio do círculo osculador, pronto para ser usado no gráfico:

$$\rho_{\mu\rho} = \frac{(T - R) g}{P} \times \frac{\mu v^2}{\mu l}$$

substituindo o valor do módulo da escala do esforço trator μT , temos finalmente:

$$\rho_{\mu\rho} = (T - R) \mu T$$

Isto quer dizer, que o raio do círculo osculador \tilde{r} é igual a reserva de esforço trator $(T - \Sigma R)$, multiplicado pelo próprio módulo da escala do esforço trator, para $v = 0$ (velocidade inicial nula).

O valor do raio do círculo osculador, pode então ser obtido do próprio gráfico, sendo igual ao segmento EF. (Ver figura nº 2).

CASO EM QUE APARECAM AS RESISTÊNCIAS ACIDENTAIS R_i e R_c .

No caso em que apareçam as resistências acidentais R_i e R_c , efetuamos a seguinte construção.

Seja conforme a figura nº 3, um trecho de estrada onde temos rampas e curvas: trecho BC declive, trecho DE a clive, trecho B' C' e trecho D' E' curvas.

Para as resistências que se opoem ao movimento usaremos o sinal + (mais), e para as resistências que favorecem o movimento o sinal -(menos).

No trecho 12, só temos resistência de curva (sinal +)

No trecho 23, temos ao mesmo tempo resistência de curva e de rampa: neste trecho, calculamos R_c e R_i e somamos algebricamente as duas.

No trecho 34, só temos resistência de rampa (declive - sinal -).

Marcamos estes valores, ao longo do eixo dos X, acima marcamos os valores positivos, e abaixo marcamos os valores negativos, ambos multiplicados pelo módulo das escalas das forças, isto é, dos esforços tratores T.

Na figura nº 3, temos: no trecho 12 o valor a; no trecho 23 o valor b; no trecho 34 o valor c.

Para os trechos DE e D' E', repetimos a construção como nos trechos AB e A' B'.

Os valores positivos a e d, serão marcados a direita da curva do esforço trator T: a uma diminuição de reserva de esforço trator, pois são resistências que se opoem ao movimento.

Os valores negativos \underline{b} e \underline{c} , serão marcados a esquerda da curva do esforço trator T: a um aumento de reserva de esforço trator, pois são resistências que favorecem o movimento.

Temos assim as novas curvas do esforço trator T, levando-se em conta as resistências acidentais R_i e R_c .

Estas novas curvas deverão ser usadas ao longo dos trechos onde aparecem as resistências acidentais.

2-1-2 CURVA DA FRENAGEM.

Para desenharmos a curva de frenagem, temos que considerar o seguinte: no ponto em que a composição começa a frenagem, para chegar a velocidade final $v = 0$, o esforço trator é negativo e é a soma de duas parcelas; a primeira é a própria resistência do rolamento, e a segunda é a força freiante F_f . Temos:

$$T_f = R_n + F_f$$

A força de frenagem F_f é dada por $P' \cdot f$, onde P' é o peso freiante e f é o coeficiente de atrito entre trilho e roda. O peso freiante P' é uma parcela do peso da composição P ; temos $P' = \gamma P$, onde γ representa a parcela a ser considerada, que de modo geral, varia em volta de 60%. ($\gamma = 0,6$)

O esforço trator para frenagem passa a ser:

$$T_f = R_n + \gamma f P$$

No gráfico já temos marcadas as resistências R_n , marcamos a força de frenagem F_f , que consideramos constante, a direita dos eixo dos v , temos assim T_f .

A construção da curva de frenagem é feita com valor de T_f , da mesma maneira como foi feita a curva da velocidade. Por exemplo, figura nº 4:

seja o ponto A, onde a composição começa freiar, por este ponto traçamos a paralela ao eixo 1, obtemos os pontos B e C; projetamos C nos eixo dos T, temos o ponto D; unimos B com D e traçamos a perpendicular a este segmento de reta que passa pelo ponto A até encontrarmos a próxima malha de integração, ou seja o ponto E.

Continuamos a construção até encontrarmos o eixo 1, - ponto este onde a velocidade será nula $v = 0$, terminando assim a curva de frenagem.

2-1-3 CURVA DOS TEMPOS.

Para obtermos a curva dos tempos t , marcamos estes no semi-eixo negativo dos Y , e conhecida a curva das velocidades v , fazemos a seguinte construção: (figura nº5) tomamos uma reta r paralela ao eixo das velocidades v a uma distância p , supomos conhecida a curva dos t até um certo ponto C e continuamos a curva da seguinte maneira; projetamos o ponto C' , que é o ponto da curva v que está na mesma vertical do ponto C , sobre r , temos o ponto A ; unimos A com O e traçamos a perpendicular a este segmento de reta que passa pelo ponto C , até encontrarmos a próxima malha de integração, ou seja o ponto E .

O ponto E assim achado, pertence a curva dos t , e vamos prova-lo.

De fato, os dois triângulos OBA e CDE são semelhantes, lados respectivamente perpendiculares, e podemos escrever:

$$\frac{AB}{OB} = \frac{CD}{DE}$$

AB corresponde a velocidade v

OB corresponde a distância p

CD corresponde ao acréscimo linear dl

DE corresponde ao acréscimo de tempo dt
então temos:

$$\frac{v}{p} = \frac{dl}{dt}$$

a menos da distância p , que será acertada na relação modular, isto prova que o ponto E pertence a curva dos tempos t .

RELACÃO MODULAR.

Sejam: μt o módulo da escala dos tempos t

μp o módulo correspondente a distâncias p .

Da semelhança dos triângulos OBA e CDE, como já vimos, podemos escrever:

$$\frac{v}{p} = \frac{dl}{dt}$$

multiplicando cada valor pelo seu respectivo módulo - temos:

$$\frac{v \mu v}{p \mu p} = \frac{dl}{dt} \times \frac{\mu l}{\mu t}$$

sendo $\frac{dl}{dt} = v$ e simplificando vem

$$\frac{\mu v}{p \mu p} = \frac{\mu l}{\mu t}$$

ou $\mu t = \frac{\mu l}{\mu v} \times p \mu p$

que é o módulo da curva dos tempos t , uma vez escolhido o valor de $p \mu p$, já pronto para ser usado no gráfico, pois já está multiplicado pelo módulo.

Na prática podemos escolher $p \mu p$ e calcular μt ou vice versa.

CÁLCULO DO PRIMEIRO PONTO DA CURVA DOS TEMPOS

No começo da curva para $v = 0$, a tangente a curva dos tempos é paralela ao eixo das velocidades.

Começaremos a curva usando o raio do círculo osculador, até a primeira malha de integração, e daí para frente usaremos a construção supra indicada.

O raio do círculo osculador é dado pela expressão:

$$\rho = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{3/2}}{\frac{d^2 y}{dx^2}}$$

No nosso caso temos no eixo dos Y os tempos t e no eixo dos X as distâncias l , multiplicando os valores de dt e dl pelos seus respectivos módulos e substituindo na expressão do raio do círculo osculador temos:

$$\rho_{\mu_t} = \frac{\left[1 + \left(\frac{dt}{dl} \times \frac{\mu_t}{\mu_l} \right)^2 \right]^{3/2}}{\frac{dt}{dl} \times \frac{\mu_t}{\mu_l}}$$

mas $\frac{dt}{dl} = \frac{1}{v}$ e

$$\frac{d^2 t}{dl^2} = - \frac{1}{2} \times \frac{dv}{dl}$$
 substituindo na expressão -

acima temos;

$$\rho_{\mu_t} = \frac{\left[1 + \left(\frac{1}{v} \times \frac{\mu_t}{\mu_l} \right)^2 \right]^{3/2}}{- \frac{1}{v^2} \times \frac{dv}{dl} \times \frac{\mu_t}{\mu_l^2}}$$

$$\rho_{\mu_t} = \frac{(v^2 \mu_l^2 + \mu_t^2)^{3/2}}{- \frac{dv}{dl} \times \mu_t \times \mu_l \times v}$$

sendo

$$\frac{dv}{dl} = \frac{(T - \Sigma R)}{v} \times \frac{g}{P}$$

temos:

$$\rho_{\mu_t} = \frac{(v^2 \mu_l^2 + \mu_t^2)^{3/2}}{\frac{(T - \Sigma R)}{v} \times \frac{g}{P} \times \mu_t \times \mu_l \times v}$$

para $v = 0$, velocidade inicial nula, temos:

$$\rho_{\mu_t} = \frac{\mu_t^3}{(T - \Sigma R) \times g \times \mu_l \times \mu_t}$$

sendo $\mu_t = \frac{p \mu p \mu l}{\mu v}$, substituindo e simplificando

vem

$$\rho_{\mu_t} = \frac{(p \mu p)^2 \times \mu l \times P}{(T - \Sigma R) \times \mu v^2 \times g}$$

substituindo

$$\frac{\mu l \times P}{\mu v^2 \times g} = \frac{1}{\mu T} \quad \text{finalmente temos:}$$

$$\rho_{\mu_t} = \frac{(p \mu p)^2}{(T - \Sigma R) \times \mu T}$$

Esta expressão nos dá o valor do raio do círculo osculador para a curva dos tempos t , já na sua escala pronto para ser usado no gráfico.

Note-se que o raio do círculo osculador para a curva dos tempos é 3^o proporcional entre $(T - \Sigma R) \times \mu T$ e $p \mu p$.

2-2 MÉTODO ANALÍTICO

2-2-1 Elaboração da tabela para obtenção dos valores da velocidade v , em função das distâncias l .

Como já vimos a equação do movimento da mecânica da locomoção é dada pela expressão:

$$(T - \Sigma R) = \frac{P}{g} \frac{dv}{dl} v$$

que também pode ser escrita, da seguinte maneira,

$$\frac{(T - \Sigma R)}{v} \frac{g}{P} = \frac{dv}{dl}$$

Para podermos tabelar os vários valores da velocidade em função do percurso, consideramos o seguinte: passamos a equação diferencial do movimento, para variações finitas, escrevemos então:

$$\Delta l = \frac{v \Delta v}{T - R} \times \frac{P}{g}$$

isto é, consideramos um Δv correspondente a um aumento de velocidade determinado e constante, variamos a velocidade v e obtemos o acréscimo do trajeto percorrido - pela composição Δl durante aquela variação de velocidade.

Somando as variações Δl , para cada aumento de velocidade, teremos a somatoria $\Sigma \Delta l$ ou seja l , que representa o trajeto percorrido até atingirmos aquela velocidade num determinado ponto do percurso, entre os dois pontos origem destino.

Podemos formar a seguinte tabela:

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
v	T	R _n	R _i	R _c	F _f	Δl	ΣΔl	Δt	ΣΔt
0									
5									
10									

Na coluna (1), marcamos as velocidades v, de acordo com a variação escolhida.

Na coluna (2), marcamos os esforços tratores: até a velocidade básica $T = P_a f_a$, além desta $T = \frac{270 N}{v}$.

Na coluna (3), marcamos as resistências normais de rolamento em reta e nível R_n.

Na coluna (4), marcamos as resistências de rampa R_i.

Na coluna (5), marcamos as resistências de curva R_c.

Na coluna (6), marcamos a força freiante F_f.

Na coluna (7), marcamos os aumentos das distâncias Δl, percorridos durante a variação de velocidade correspondente.

Na coluna (8), marcamos a somatória dos Δl.

O valor da força freiante F_f, que marcamos na coluna (6), é necessário, para a determinação dos Δl, durante a frenagem, até a composição parar.

As colunas (9) e (10), da tabela supra, serão utilizadas para marcarmos os valores dos tempos, como veremos adiante.

2-2-2 ELABORAÇÃO DA TABELA PARA OBTENÇÃO DOS VALORES DOS TEMPOS EM FUNÇÃO DAS DISTÂNCIAS l.

Para podermos tabelar os valores dos tempos em função das distâncias l, passando também neste caso para variações finitas, temos:

$$\Delta t = \frac{\Delta l}{v}$$

onde Δl já foi calculado na tabela anterior.

Podemos achar então, os acréscimos do tempo Δt , para as correspondentes variações das velocidades.

Somando os Δt , obteremos a somatória dos Δt , ou seja o tempo necessário para atingirmos uma determinada velocidade e conseqüentemente saberemos o tempo necessário para percorrer a distância em foco.

A tabela a ser usada é a mesma tabela anterior, onde aumentamos as colunas (9) e (10).

Na coluna (9), marcamos os tempos necessários para a composição percorre o Δl , ou seja o Δt .

Na coluna (10), marcamos a somatória dos Δt .

Em resumo: - se queremos saber qual a velocidade de uma composição ao passar num determinado ponto e o tempo necessário para atingi-lo, procuramos na coluna (8) a distância da origem ao ponto, na coluna (1) lemos a velocidade e na coluna (10) o tempo.

2-3 Método por intermédio de computador.

A descrição do método por intermédio de computador, será feito junto da aplicação prática.

A resolução da equação diferencial do movimento, será feita através de um programa para o Computador IBM - 1130 da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo.

O programa terá a subrotina do Plotter, para traçar as curvas da velocidade em função das distâncias e do tempo em função das distâncias.

Desta maneira a solução por intermédio de computador, será uma solução analítica e gráfica ao mesmo tempo.

Antes da descrição, prôpriamente dita, da resolução, que é um processo iterativo, repetiremos as fórmulas e conceitos a serem usados, para melhor entrosamento com a linguagem de computação.

3ª PARTE

3-1 Aplicação prática da solução da equação do movimento - pelos três métodos:

- a) gráfico
- b) analítico
- c) gráfico e analítico por computador

3-1-1 Problema proposto.

Uma composição formada por uma locomotiva, rebocando 10 vagões, deve percorrer um trecho entre duas estações - origem destino - cujas características são:

Características da locomotiva:

peso total = peso aderente = 144 t.

potência N = 4450 CV

número de eixos 6 (C-C)

secção transversal S = 11m²

Características dos vagões de passageiros:

peso 60t.

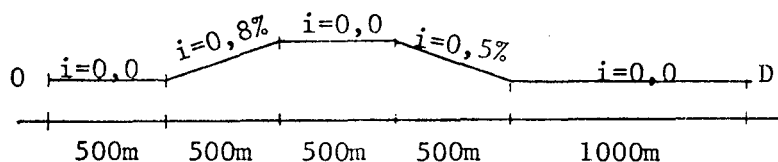
número de eixos 4

secção transversal S = 10m²

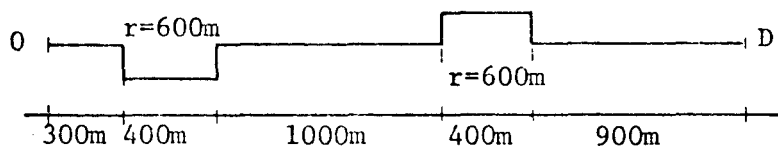
Características do traçado:

bitola b = 1,60m

perfil



planta



velocidade máxima $V_m = 100 \text{ Km/h}$

3-1-2 Cálculos preliminares.

Cálculo da velocidade básica:

O cálculo da velocidade básica é feito igualando-se a expressão do esforço trator dado pela aderência com a expressão do esforço trator dado pela potência dos motores da locomotiva. Temos:

$$T (A) = P_a f_a = P_a \frac{f_o}{1 + 0,01V} \quad \text{onde}$$

P_a é o peso aderente da locomotiva em Kgf.

f_o é o coeficiente estático de atrito entre roda e trilho, adotamos $f_o = 0,25$

V é a velocidade expressa em Km/h

$$T (N) = \frac{270 N}{V} \quad \text{onde}$$

N é a potência da locomotiva em CV

V é a velocidade em Km/h

fazendo $T (A) = T (N)$ temos:

$$P_a \frac{0,25}{1 + 0,01V} = \frac{270 N}{V}$$

substituindo os valores do nosso problema, em que

$P_a = 144.000$ kgf e $N = 4450$ CV temos que V_b velocidade básica, vale: (valor aproximado $V_b = 50,09$ Km/h)

$$\underline{V_b = 50,00 \text{ Km/h}}$$

Cálculo das resistências.

Resistência normal em reta e nível R_n .

Para o cálculo de R_n usamos a formula de "DAVIS".

$$r_n = 0,65 + \frac{13,15}{p} + aV + \frac{B S V^2}{P}$$

r_n - resistência específica de rolamento em Kgf/ton.

p - peso médio por eixo do veículo em ton.

Cálculo das resistências de rampa.

Temos no trajeto duas rampas: uma em aclive com $i=0,8\%$ a outra em declive com $i=0,5\%$.

Para a primeira com $i=0,8\%$ temos:

$r_i = 10i$ expressão que nos dá a resistência de rampa

$$r_i = 10 \times 0,8 = 8 \text{ kgf/ton,}$$

$$R_i = r_i \times (P_l + \Sigma P_v) = 5.952,00 \text{ Kgf}$$

$$R_{i_{0,8}} = 5.952,00 \text{ kgf.}$$

Para a segunda com $i=0,5\%$ temos:

$$r_i = 10i = 10 \times 0,5 = 5 \text{ kgf/ton.}$$

$$R_i = r_i \times (P_l + \Sigma P_v) = 3.720,00 \text{ kgf.}$$

$$R_{i_{0,5}} = 3.720,00 \text{ kgf.}$$

Resumo dos valores calculados:

$$1) - V_b = \underline{50,00 \text{ Km/h}}$$

$$2) - R_n = \underline{1.088,7 + 6,92V + 0,1132V^2}$$

$$3) - R_c = \underline{787,4 \text{ kgf.}}$$

$$4) - R_{i_{0,8}} = \underline{5.952,00 \text{ Kgf.}}$$

$$5) - R_{i_{0,5}} = \underline{3.720,00 \text{ kgf.}}$$

3-2 Método gráfico.

3-2-1 Cálculo das tabelas de T e R_n.

Na tabela nº 1, temos os valores de T e R_n, de V = 0 até V = 100Km/h.

A variação da velocidade foi de 5 em 5km/h.

Os valores de T foram calculados com T(A) até a velocidade básica de 50Km/h e depois com T(N),

Os valores de R_n, foram calculados com a expressão (1), vista nos cálculos preliminares.

Os valores de V, T e R_n estão nas colunas (1), (2) e (3) da tabela nº 1.

3-2-2 Relações modulares para a curva da velocidade.

Para a curva da velocidade temos a relação modular

$$\mu_T = \frac{\mu V^2}{\mu l} \times \frac{g}{P}$$

μ_T = módulo da escala do esforço trator

μ_V = módulo da escala das velocidades

μ_l = módulo da escala linear

g = aceleração da gravidade

P = peso dinâmico da composição, que vale $P = P_e (1 + \Sigma)$

P_e = peso estática da composição

Σ = coeficiente de inércia, que tomamos $\Sigma = 0,1$

Para o nosso problema escolhemos:

$$\mu_V = \frac{1\text{cm}}{5\text{Km/h}} = \frac{1\text{cm}}{\frac{5000}{3600\text{s}}} = 0,72 \frac{\text{cm}}{\text{m/s}}$$

$$\mu_l = \frac{1\text{cm}}{100\text{m}} = 0,01 \text{ cm/m}$$

sendo $P_e = (P_1 + \Sigma P_v) = 144 + 10 \times 60 = 744$ ton, em que
 $P = P_e (1 + \Sigma) = 744 \times 1,1 = 818,4$ ton ou $P = 818.400$ kgf e
 substituindo estes valores na relação modular temos:

$$\mu_T = \frac{0,72^2}{0,01} \times \frac{9,81}{818.400} = 0,000621 \text{ cm/kgf}$$

$$\mu_T = 0,000621 \text{ cm/kgf.}$$

Calculado o valor do módulo da escala do esforço tra-
 tor μ_T , na tabela nº 1, acrescentamos as colunas (4) e
 (5), onde escrevemos os valores de T e R_n , multiplica-
 dos pelo módulo μ_T .

Os valores assim obtidos e escritos nestas últimas -
 duas colunas, já são em centímetros, prontos para se-
 rem marcados no gráfico.

Resistências acidentais.

Os valores das resistências acidentais a serem marca-
 dos no gráfico são:

$$R_c = 787,4 \text{ Kgf.} \quad R_c \times \mu_T = 0,49 \text{ cm. (positivo)}$$

$$R_{i_{0,8}} = 5.952,00 \text{ kgf.} \quad R_{i_{0,8}} \times \mu_T = 3,70 \text{ cm (positivo)}$$

$$R_{i_{0,5}} = 3.720,00 \text{ Kgf.} \quad R_{i_{0,5}} \times \mu_T = 2,31 \text{ cm (negativo)}$$

Raio do círculo osculador.

O raio do círculo osculador para o primeiro ponto da
 curva da velocidade é dado por $\rho_{\mu\rho} = (T - \Sigma R) \times \mu_T$, para
 a velocidade inicial $V = 0$. Temos então:

$$\rho_{\mu\rho} = (36.000 - 1.088,70) \times 0,000621 \text{ cm}$$

$$\rho_{\mu\rho} = 21,68 \text{ cm.}$$

Curva de frenagem.

O esforço trator para a frenagem é dado pela relação

$T_f = R_n + \gamma \times f \times P$, onde tomamos $\gamma = 0,6$ e $f = 0,25$ sendo

$P = 818.400$ kgf. temos: $T_f = R_n + 0,6 \times 0,25 \times P$

$T_f = R_n + 122.760$ kgf. Multiplicando este valor pelo

modulo μ_T , temos:

$$\mu_T \times T_f = R_n \times \mu_T + 76,23 \text{ cm}$$

3-2-3 Relações modulares para a curva dos tempos.

Para a curva dos tempos, temos a relação modular:

$$\mu_t = \frac{\mu_1}{\mu_V} \times p \mu p$$

$$\mu_1 = 0,01 \text{ cm/m}$$

$$\mu_V = 0,72 \frac{\text{cm}}{\text{m/s}}$$

substituindo estes valores, vem

$$\mu_t = 0,013889 p \mu p$$

temos incógnitos μ_t e $p \mu p$, escolhendo entre os dois valores o módulo da escala dos tempos, para

$$\mu_t = \frac{1 \text{ cm}}{10 \text{ s}} = 0,1 \text{ cm/s} \quad \text{temos} \quad p \mu p = 7,20 \text{ cm.}$$

Raio do círculo osculador.

O raio do círculo osculador para o primeiro ponto da curva dos tempos, é dado pela expressão:

$$\rho_{\mu_t} = \frac{(p \mu p)^2}{(T - \Sigma R) \mu_T}$$

para a velocidade inicial $V = 0$.

Temos então:

$$\rho_{\mu_t} = \frac{7,20^2}{21,68} = 2,40 \text{ cm}$$

RESUMO DOS VALORES CALCULADOS PARA O MÉTODO GRÁFICO.

- 1)- tabela nº 1.
- 2)- $\mu_v = 0,72 \frac{\text{cm}}{\text{m/s}}$
- 3)- $\mu_l = 0,01 \text{ cm/m}$
- 4)- $\mu_T = 0,000621 \text{ cm/kgf.}$
- 5)- $R_c \times \mu_T = 0,49 \text{ cm}$ (positivo)
- 6)- $R_i \times \mu_T = 3,70 \text{ cm}$ (positivo) $i = 0,8\%$
- 7)- $R_i \times \mu_T = 2,31 \text{ cm}$ (negativo) $i = 0,5\%$
- 8)- $\rho\mu\rho = 21,68 \text{ cm}$
- 9)- $\mu_T \times T_f = R_n \times \mu_T + F_f = R_n \times \mu_T + 76,23 \text{ cm}$
- 10)- $\mu_t = 0,013889\rho\mu\rho$
- 11)- $\mu_t = 0,1 \text{ cm/s}$
- 12)- $p\mu p = 7,20 \text{ cm}$
- 13)- $\rho\mu_t = 2,40 \text{ cm}$

3-3 Método analítico.

3-3-1 Cálculo dos elementos para a elaboração da tabela da velocidade em função das distâncias. Tabela nº 2

Vamos tabelar os valores das distâncias em função da velocidade. Para isto, conforme já visto, temos que resolver a equação:

$$\Delta l = \frac{V \Delta V}{T - \Sigma R} \times \frac{P}{g}$$

Δl é o aumento do percurso l quando a velocidade V varia de $V = 0$ até a velocidade máxima $V = 100\text{km/h}$ uma vez estabelecido o aumento de velocidade ΔV

$$\Delta V = r\text{km/h};$$

T é o esforço trator em função da velocidade V .

ΣR é a soma das resistências em função da velocidade e das resistências acidentais.

P é o peso dinâmico da composição.

g é a aceleração da gravidade.

Para o nosso problema temos:

$$P = 818.400 \text{ kgf}$$

$$g = 9,81\text{m/s}^2$$

A velocidade V é dada em km/h , vamos introduzir o fator de conversão para termos a resposta de Δl em metros, teremos:

$$\Delta l = \frac{V \Delta V}{T - \Sigma R} \times \frac{818.400}{9,81} \times \frac{1}{(3,6)^2}$$

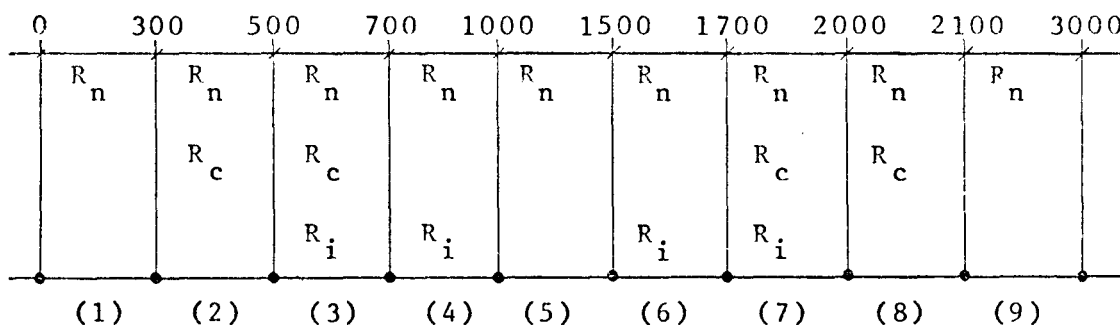
$$\Delta l = \frac{V \Delta V}{T - \Sigma R} \times 6.437,12$$

Δl em metros, V e ΔV em km/h e T e ΣR em kgf .

Para formarmos a tabela, lembramos que no trajeto, temos as seguintes resistências:

de	0m até	300m	temos	R_n
de	300m até	500m	temos	R_n e R_c
de	500m até	700m	temos	R_n , R_c e R_i
de	700m até	1000m	temos	R_n , e R_i
de	1000m até	1500m	temos	R_n
de	1500m até	1700m	temos	R_n e R_i
de	1700m até	2000m	temos	R_n , R_i e R_c
de	2000m até	2100m	temos	R_n e R_c
de	2100m até	3000m	temos	R_n

ou esquematicamente teremos o percurso dividido em no ve trechos



De acordo com o trecho e as respectivas resistências, vamos calcular:

$$\Delta t = \frac{V}{T - \Sigma R} \times 5 \times 6.437,12$$

$$\Delta t = \frac{V}{T - \Sigma R} \times 32.185,60$$

onde V varia de 5 em rkm/h; T é calculado até a V_b
 $V_b = 50\text{km/h}$ com a fórmula $T(\Lambda)$, além da V_b até a velo
 cidade máxima de $V = 100\text{km/h}$ com a fórmula $T(N)$.

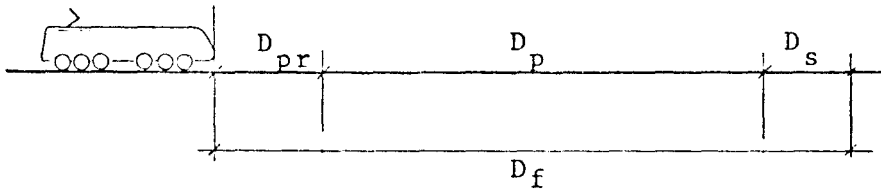
ΣR é a soma de R_n , R_i e R_c , sendo que:

$$R_n = 1.088,7 + 6,92V + 0,1132V^2; R_c = 787,4 \text{ kgf}$$

$$R_{i_{0,8}} = 5.920,00 \text{ kgf}; R_{i_{0,5}} = 3.720,00 \text{ kgf.}$$

3-3-2 Considerações práticas e teóricas sobre a frenagem.

Para a curva de frenagem, temos que analisar o seguinte: a distância de frenagem $D_f = D_{pr} + D_p + D_s$



D_{pr} é a distância de percepção, isto é: é a distância percorrida pela composição durante o tempo necessário para o maquinista acionar os freios, uma vez que vê o sinal para parar. Este valor, no caso de ferrovias e - para o nosso exemplo, pode ser eliminado, se for colocado um sinal de aviso, antes do sinal de parada.

D_p é a distância propriamente dita de frenagem, é o espaço necessário para a composição, da velocidade V em que estiver, ir até a velocidade final $V_f = 0$.

D_s é uma distância de segurança, que de modo geral varia de 6 a 10 metros, e para o nosso caso, vamos considerá-la já inclusa nas próprias medidas da estação.

Consequentemente só calcularemos a distância D_p .

Para o cálculo de D_p partimos da igualdade entre o trabalho de frenagem e a energia cinética da composição.

$$T_f = E_c$$

O trabalho de frenagem T_f é dado por $T_f = P_f \times D_p$ onde

P_f é a força freiante.

A energia cinética E_c é dada por $E_c = \frac{m V^2}{2}$.

Fazendo $m = \frac{P_e}{g}$ e igualando as duas expressões temos:

$$P_f \times D_p = \frac{P_e v^2}{2g} \quad \text{ou} \quad D_p = \frac{P_e v^2}{P_f^2 g}$$

A força freiante P_f , corresponde ao esforço trator necessário para a frenagem T_f , que é dado por:

$$T_f = R_n + F_f = R_n + P' \times f$$

R_n é a resistência normal

P' é o peso freiante

f é o coeficiente de atrito entre trilho e roda.

Para f tomamos $f = 0,25$; para P' temos que $P' = \gamma P$

P é o peso dinâmico da composição de γ é a parcela de P que vamos tomar: $\gamma = 0,6$ (60%).

Temos então:

$$T_f = R_n + \gamma f P = R_n + 0,25 \times 0,6P$$

$$T_f = R_n + 0,15P$$

De modo geral $f \times P'$ varia entre 0,15 a 0,20 de P , no nosso caso, por ser uma composição de vagões de passageiros, deu 0,15 assim a parada será mais soave.

A distância D_p será:

$$D_p = \frac{P_e v^2}{(R_n + 0,15P) 2g} = \frac{P_e v^2}{(r_n + 0,165) P_e 2g}$$

$$D_p = \frac{v^2}{(r_n + 0,165) 2g}$$

r_n é dado em kgf/ton, isto é em milésimos

g em m/s^2 ; usaremos V em km/h, introduzindo o fator de transformação para m/s, assim a distância de frenagem D_p será dada em metros

$$D_p = \frac{v^2}{(r_n + 0,165) 2 \times 9,81 \times 3,6^2}$$

$$D_p = \frac{v^2}{(r_n + 0,165) 254,28}$$

Considerando a r_n constante, temos para $V = 100\text{km/h}$
 $r_n = 3,91\text{kgf/ton}$ ou escrevendo em milésimo $r_n = 0,00391$
substituindo este valores na fórmula da distância D_p ,
temos $D_p = 232,83\text{m}$

Esta distância, na realidade, é menor da verdadeira, -
porque r_n varia com velocidade; r_n decresce com o de-
crescer de V .

Por isto, calculando D_p graficamente iremos encontrar
um valor maior, mesmo com o cálculo analítico, se
variarmos r_n , que é o que faremos, vamos encontrar um
valor maior.

Esta diferença, não tem muita importância, porque pode
ser compensada pelo maquinista, usando um peso freian-
te maior, isto é: ao contrario de calcularmos

$\gamma = 0,6$ (60%), seria o mesmo de usarmos $\gamma = 0,7$ ou mais.
(no máximo = 1)

3-3-3 Cálculos dos elementos para a elaboração da tabela da frenagem.

Para o cálculo da distância de frenagem D_p , partimos da fórmula:

$$\Delta l = \frac{V \Delta V}{T - \Sigma R} \times \frac{P}{g}$$

Para o nosso caso, conforme já vimos, temos

$$\Delta l = \frac{V}{T - \Sigma R} \times 32.185,60$$

sendo que a reserva de esforço trator $T - \Sigma R$ passa a ser agora o esforço trator necessário para a frenagem, ou seja T_f , que já vimos ser $T_f = R_n + 0,15P$ substituindo temos:

$$\Delta l = \frac{V}{(r_n + 0,165)P_e} \times 32.185,6$$

onde V e r_n variam de 100 até 0km/h. Sendo $P_e = 744.000$ kgf, temos a fórmula final

$$\Delta l = \frac{V}{r_n + 0,165} \times 0,04326$$

Com esta fórmula tabelamos os valores de l para a frenagem.

A tabela da frenagem foi iniciada do ponto $L=2750m$ deixando um espaço de 250m para D_p e eventualmente D_s .

Ver Tabela nº 3.

3-3-4 Cálculo dos elementos para a elaboração da tabela dos tempos.

Para o cálculo dos valores dos tempos t , vimos que

$$\Delta t = \frac{\Delta l}{V}$$

Já temos os valores de Δl , dividindo estes pelos correspondentes valores de V temos os Δt .

Somando estes teremos $\Sigma \Delta t$, ou seja o tempo gasto pela composição para percorrer um determinado trecho do trajeto.

Para usarmos a fórmula supra, temos que analisar as unidades.

Na expressão de Δl a velocidade V entra em km/h e incorporamos na fórmula o coeficiente de transformação para m/s, faremos agora a mesma coisa.

Para o cálculo de Δt , usaremos V em Km/h e usamos o coeficiente de transformação para m/s.

temos:

$$\Delta t = \frac{3,6 \Delta l}{V}$$

Obtidos os valores de Δt , imediatamente calculamos os valores de $\Sigma \Delta t$.

Os valores de Δt de $\Sigma \Delta t$ estão na tabela nº 2.

RESUMO DOS ELEMENTOS CALCULADOS PARA O MÉTODO ANALÍTICO

1)- Para a aceleração:

$$\Delta l = \frac{V}{T - \Sigma R} \times 32.185,60$$

2)- Para a frenagem:

$$\Delta l = \frac{V}{r_n + 0,165} \times 0,04326$$

3)- Para a curva dos tempos:

$$\Delta t = \frac{3,6 \Delta l}{V}$$

3-4 Processo iterativo para a resolução da equação diferencial do movimento para os veículos ferroviários.

3-4-1 Desempenho mecânico dos veículos ferroviários.

A equação diferencial do movimento, que rege o desempenho mecânico dos veículos ferroviários entre 2 estações pode ser escrita, para cada fase do movimento, conforme abaixo:

3-4-1-1 Fase de aceleração

$$(T - \Sigma R) = \frac{P'}{g} \frac{dv}{dt} \quad (1)$$

sendo

T = esforço trator nos aros das rodas motoras da locomotiva (Kgf)

ΣR = soma das resistências opostas ao movimento da composição ferroviária (Kgf)

P' = peso total de inércia da composição ferroviária (Kgf)

g = aceleração da gravidade (m/s^2)

$\frac{dv}{dt}$ = aceleração instantânea do veículo ferroviário (m/s^2)

$$\text{Exprimindo-se: } \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{ds} \frac{ds}{dt} \quad (2)$$

após a substituição de (2) em (1) vem:

$$(T - \Sigma R) = \frac{P'}{g} \frac{dv}{ds} v \quad (3)$$

e passando-se para intervalos finitos, tem-se

$$(T - \Sigma R) = \frac{P'}{g} \frac{\Delta V}{\Delta S} v \text{ donde, explicitando-se } \Delta S \text{ vem:}$$

$$\Delta S = K \frac{P'}{g} v \frac{\Delta V}{T - \Sigma R} \quad (4)$$

sendo:

ΔS = espaço percorrido, em metros, correspondente a viação de velocidade ΔV .

$K = 1/(3,6)^2 =$ constante para compatibilidade de sistema de unidades.

$\Delta V =$ incrementos de velocidade (Km/h).

$V =$ velocidade tangencial linear nos aros das rodas motoras da locomotiva (kgf).

$P', g, T, \Sigma R =$ definidos como anteriormente.

O esforço trator T , nos aros das rodas motoras da locomotiva, é função da velocidade V , e pode ser calculado pelas relações:

$$T = \frac{Pa \cdot fo}{1 + 0,01V} \quad \text{para } V \leq V_B \quad (5)$$

$$T = \frac{270 \text{ N}}{V} \quad \text{para } V \geq V_B \quad (6)$$

sendo:

$$V_B = \frac{270 \text{ N}}{Pa \cdot fo - 2,7 \text{ N}} \quad (7)$$

onde:

$T =$ kgf

$V_B =$ velocidade básica da locomotiva (km/h)

$Pa =$ peso aderente da locomotiva (kgf)

$fo =$ fator de aderência entre trilho e rodas motoras da locomotiva (adimensional) para $V = 0$

$N =$ potência bruta da locomotiva (CV)

Por sua vez, a soma das resistências opostas ao movimento (ΣR) depende da velocidade (V), das declividades das rampas (i), e dos raios das curvas horizontais (R_c), conforme o que se segue:

$$\Sigma R = R_n + R_i + R_c \quad (8)$$

sendo:

Rn = resistência total oposta ao movimento em reta e nível (kgf)

Ri = resistência total oposta ao movimento em rampa (kgf)

Rc = resistência total oposta ao movimento em curva (kgf)

A resistência total oposta ao movimento em reta e nível, tanto para a locomotiva, como para cada vagão, pode ser determinada por:

$$R_n = P \times r_n = P \times \left(0,65 + \frac{13,15 s n_e}{P} + b v + \frac{C S v^2}{P} \right) \quad (9)$$

sendo:

Rn = (kgf)

P = peso da unidade da composição ferroviária (ton)

ne = nº de eixos da unidade da composição ferroviária

S = área de secção frontal da unidade da composição ferroviária (m²)

b, c = coeficiente tabelados

A resistência total oposta ao movimento em rampa (Ri) - pode ser calculada, tanto para a locomotiva, como para cada vagão, pela relação:

$$R_i = 10 P i \quad (10)$$

sendo:

Ri = (kgf)

i = declividade da rampa (%)

P = peso da unidade da composição ferroviária (ton)

finalmente, a resistência total oposta ao movimento em curva (Rc), tanto para a locomotiva, como para cada vagão, pode ser calculada por:

$$R_c = P \times r_c = P \times \frac{500 \times B}{R_c} \quad (11)$$

sendo:

$R_c = \text{kgf}$

$B = \text{bitola da unidade da composição ferroviária (m)}$

$P = \text{peso da unidade da composição ferroviária (ton)}$

$R_c = \text{raio da curva horizontal (m)}$

Assim, o problema do desempenho mecânico dos veículos ferroviários, nesta fase pode ser analisado basicamente, resolvendo-se, a Equação do Movimento (4), por um processo iterativo, para um intervalo finito ΔV , calculando-se T e ΣR , respectivamente, pelas relações 5,6,7 e 8,9,10,11.

Determinado ΔS pela (4) calcula-se Δt por:

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{V} \times 3,6 \quad (12)$$

sendo

$\Delta t = \text{tempo decorrido em segundos, correspondente a uma variação de velocidade } \Delta V.$

3-4-1-2 Fase de Regime

Nesta fase a velocidade é mantida constante e igual a velocidade máxima permitida na ferrovia; tem-se então:

$$V = V_{\max} = \text{constante}$$

portanto

$$\frac{dv}{dt} = 0 \quad \frac{dv}{ds} \frac{ds}{dt} = 0 \quad \frac{dv}{ds} = 0$$

Então escolhido ΔS arbitrário, determina-se

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{V_{\max}} \times 3,6 \quad (13)$$

3-4-1-3 Fase de frenagem

Nesta fase a equação diferencial do movimento pode ser escrita:

$$(f_f + \Sigma R) = \frac{P}{g} \frac{dv}{dt} \quad (14)$$

sendo:

F_f = força frenante da composição ferroviária (kgf), e após as mesmas transformações anteriores obteremos

$$\Delta S = K \frac{P'}{g} v \frac{\Delta V}{F_f + \Sigma K} \quad (15)$$

sendo: ΔS , K , p' , g , v , ΔV e ΣR tais como foram descritos na fase de aceleração.

3-4-2 Descrição do processo iterativo para a resolução da equação diferencial do movimento.

A resolução da equação diferencial do movimento (4) por processo iterativo, foi feita através de um programa para Computador IBM-1130, com a sub-rotina do Plotter para traçar as curvas: velocidade x distância, e tempo x distância, e está baseado na sequência abaixo:

Fixados: a composição ferroviária, e a geometria do perfil e da planta do trecho da ferrovia entre duas estações - tem-se:

a) $S_1 = 0 \quad t_1 = 0 \quad v_1 = 0, \Delta S, = 0, \Delta t_1 = 0$

b) $v_2 = v_1 + \Delta v$

c) calcula-se $\Delta S_2 = \frac{K P'}{g} v_2 \frac{\Delta V}{T_2 - \Sigma R}$

com $\Delta V = 5 \text{ km/h}$ adotado

T_2 e ΣR_2 determinados, respectivamente, pelas equações 5,6,7 e 8,9,10,11 correspondentes a v_2 , rampa i_1 , e raio de curva R_{c1}

d) calcula-se $\Delta t_2 = \frac{\Delta S_1}{v_2} \times 3,6$

e) $S_2 = S_1 + \Delta S_2; t_2 = t_1 + \Delta t_2; v_3 = v_2 + \Delta V,$

f) A seguir calcula-se ΔS_3 e Δt_3 pelas (14) e (12), com v_3 , e $S_3 = S_2 + \Delta S_3; t_3 = t_2 + \Delta t_3; v_4 = v_3 + \Delta V$, e assim sucessivamente.

g) Genericamente teríamos:

$$S_{n+1} = S_n + \Delta S_{n+1} \quad t_{n+1} = t_n + \Delta t_{n+1} \quad \text{com } \Delta S_{n+1} \text{ e } \Delta t_{n+1},$$

calculados, respectivamente, pela (4) com

$$V_{n+1} = V_n + \Delta V \text{ e } T_n \text{ e } \Sigma R_n \text{ correspondentes a } V_{n+1}.$$

A condição que determina se a velocidade deve ser mantida constante (velocidade de regime) ou não, é verificada pela comparação de velocidade com a velocidade máxima atingida no trecho estudado, em cada iteração:

A condição que verifica a alteração dos valores das declividades das rampas (i), ou dos raios das curvas horizontais (Rc), é satisfeita pela comparação, em cada iteração, do espaço calculado com a posição dos pontos extremos de cada subtrecho da planta, ou do perfil, da ferrovia entre as estações estudadas.

Analogamente a passagem da fase de regime para a fase de frenagem, é detectada, pela comparação do espaço calculado, em cada iteração, durante a fase de regime, com o ponto de início da frenagem; em virtude da distância de frenagem ser determinada no programa, em função da velocidade de regime e das características da composição ferroviária.

No Anexo 1 acham-se inclusos os diagramas de bloco, formato dos dados de entrada, listagem da sub-rotina e do programa principal.

3-4-3 Descrição do programa para IBM - 1130

A seguir faz-se uma descrição sumária das variáveis, da sub-rotina e do programa principal para o Computador IBM - 1130.

3-4-3-1 Sub-rotina TRCUR: traça os eixos e as curvas velocidade x distância = $V = f(s)$ e tempo x distância = $t = g(s)$ a partir dos resultados do programa principal.

Descrição das variáveis

- DELTV = incremento ΔV de velocidade em cada iteração - (km/h)
- VELMX = valor da velocidade máxima permitida no trecho (km/h)
- DISTA = distância entre as 2 estações consideradas
- TEMAX = tempo máximo adotado para limitar o eixo dos tempos (segundos)
- V = vetor contendo os valores das velocidades variando de 0 a V_{max} , com variação ΔV (km/h), obtido no programa principal (saida)
- S = vetor contendo os espaços calculados em função das velocidades, conforme sequência já explicada (saida)
- t = vetor contendo os tempos calculados (segundos) em função das velocidades conforme sequência já explicada (saida)

3-4-3-2 Programa Principal: Calcula e tabela as distâncias percorridas, e os tempos gastos para percorrê-las em função das velocidades.

Descrição dos dados de entrada

A seguir faz-se uma descrição dos dados de entrada, por cartão, na ordem do processamento, sendo que os respectivos formatos estão mostrados no Anexo 1.

1º cartão : TIPO = tipo da locomotiva, modelo, marca, potência dos motores, etc.

2º cartão : BITOL, PAL, PTL, PFT, NEIXL, PTV, NEIXV, NV, XE, POT

BITOL = bitola da linha (metros)

PAL = peso aderente da locomotiva (kgf)

PTL = peso total da locomotiva (kgf)

PFT = peso freiante total da composição ferroviária (kgf)

NEIXL = n^o de eixos motores da locomotiva
PTV = peso total de um vagão (kgf)
NEIXV = n^o de eixos de um vagão
NV = n^o de vagões na composição ferroviária
XE = coeficiente de inércia (E) das peças girantes
POT = potência dos motores da locomotiva (CV)

3^o cartão: BL, CL, SL, BV, CV, SV, FO, VMAX

BL = coeficiente b na equação (9) para a locomotiva.
CL = coeficiente c na equação (9) para a locomotiva.
SL = área da secção frontal da locomotiva (m²)
BV = coeficiente b na equação (9) para vagão
CV = coeficiente c na equação (9) para vagão
SV = área da secção frontal do vagão (m²)
FO = fator de aderência para V=0
VMAX= velocidade máxima permitida no trecho (km/h)

4^o cartão: NV = n^o de sub-trechos da planta ou do perfil do trecho entre as estações estudadas onde há mudança do valor da rampa (i), ou do raio da curva horizontal (R_c), ou de de ambos.

5^o cartão em diante: (por cartão) = LI (I)m IRAIO (I), -
RAMPA (I).

LI (I) = comprimento do sub-trecho i (metros)
IRAIO (I)= raio da curva horizontal no sub-trecho i (metros)
RAMPA (I)= valor da declividade da rampa do perfil, no sub-trecho i (%)

Descrição da saída:

a) Saida na impressora

O programa tabela, para cada valor da velocidade V, variando de 0 a VMAX, o valor dos esforços tratores (T) (na fase de frenagem, substitue T, por F_f), soma das resistênci

as (\bar{v}), espaços percorridos (S), e tempos gastos (t), correspondentes.

b) Saída no Plotter

No Plotter são traçadas as curvas $v = f(s)$ e $t = g(s)$ para a composição ferroviária, no trecho compreendido entre as duas estações estudadas.

4^a Parte

4-1 Análise dos resultados obtidos

Resolvido o problema pelos três métodos, isto é, método do gráfico, método analítico e por computador, vamos analisar os resultados obtidos. Pelo método analítico, até o início da frenagem a uma distância de 2750 m da origem, a composição demorou um tempo de 150,29 segundos. Pelo método gráfico nas mesmas condições, isto é, com início da frenagem a uma distância de 2750 m da origem o tempo necessário obtido foi de 151,5 segundos. A velocidade com que a composição inicia a frenagem em ambos os casos é de 100 km/h que é a velocidade máxima imposta no trecho.

Pelo computador, a frenagem foi iniciada a uma distância de 2741,4 m, e o tempo necessário para atingir este ponto foi de 149,3 segundos.

Iniciando a frenagem pelo método analítico a mesma distância do computador, isto é, a 2741,4 m da origem, 8,6 metros antes, o tempo necessário seria de 149,98 segundos

$$\Delta l = 71,12 \text{ m}; \Delta t = 2,56 \text{ seg. } \Sigma \Delta t = 149,98 \text{ seg.}$$

Há uma diferença a mais pelo método analítico de $149,98 - 149,3 = 0,68$ segundos, ou seja de 0,45 %, diferença esta insignificante, mas existe o motivo de ser. De fato: pelo método analítico, toda vez que houve uma mudança nos valores das resistências valores estes que caracterizaram os 9 trechos, foi calculada uma velocidade intermediária, para que $\Sigma \Delta l$, desse o mais próximo possível do valor onde se dava a mudança das resistências. Assim que obtivemos na tabela nº 2, a velocidade de 46,54 km/h para a mudança do trecho (1) para o trecho (2) obtendo para $\Sigma \Delta l$ o valor de 300,08 metros, dando apenas uma diferença de 0,08 metros (8 centímetros).

Pelo computador a passagem do trecho (1) para o trecho (2), por outro lado, se deu a velocidade de 50 km/h sendo que o valor de $\Sigma \Delta l$ é 352,1 m, isto é, 52,1 metros depois.

Isto acontece pelo próprio método de trabalho do computador, ou seja: para cada valor de V o computador examina se o valor $\Sigma \Delta l$ ultrapassou o valor marcado para a mudança -

dos trechos, caso isto aconteça então a partir daquele valor é que passa a usar os valores das novas resistências, e então pequenos trechos em que os valores das resistências usadas não são as corretas, ocasionando esta pequena diferença.

Considerando que em transportes e, de modo particular, nos transportes ferroviários, os horários são dados no máximo em minutos, desprezando-se os segundos, podemos considerar certos os resultados obtidos pelos dois métodos. Para justificar mais a igualdade dos resultados, lembramos também que diversos fatores usados na fórmula diferencial do movimento, são fatores experimentais, ditados pela prática, como por exemplo o coeficiente de atrito f_0 . As próprias fórmulas para o cálculo das resistências (resistências de rolamento em reta e nível e resistência de curva) são fórmulas experimentais, mudando de autor para autor, sendo que as vezes, a diferença dos resultados obtidos é bastante sensível.

Em vista disto, então, podemos calcular também analiticamente a tabela nº 2 sem a interpolação dos valores da velocidade V , para obtermos um valor de $\Sigma \Delta l$ mais próximo do real. A interpolação da velocidade é um trabalho exaustivo e demorado que não se justifica.

Recalculando a tabela nº 2 obtivemos a tabela nº 2-a.

Nesta tabela obtivemos que o tempo necessário para percorrer a distância de 2750 m, onde se inicia a frenagem, é de $\Sigma \Delta t = 149,59$ seg. a diferença com o valor obtido anteriormente é de $150,29 - 149,59 = 0,70$ segundos, diferença desprezível.

Comparando o valor de $\Sigma \Delta t$ obtido na tabela nº 2-a com o valor obtido pelo computador temos: para o início da frenagem a uma distância de 2741,4m. analiticamente, temos $\Sigma \Delta t = 149,28$ seg.

($\Delta l = 284,71$ m $\Delta t = 10,25$ seg. $\Sigma \Delta t = 149,28$ seg.), valor idêntico ao obtido pelo computador ($\Sigma \Delta t = 149,3$ seg), se trabalhassemos com uma só casa decimal, assim como foi feito pelo computador.

Pelo método gráfico o valor obtido para uma distância - de 2750 m foi $\Sigma\Delta t = 151,5$ segundos. Em relação ao método - analítico há uma diferença de para mais de $151,5 - 150,29 = 1,21$ segundos. Esta diferença de 0,8% é devida em parte ao erro de graficismo, e em parte ao fato de que, só neste método é que a passagem nos trechos onde há mudança de resistências se dá nos pontos certos.

Tomando uma distância da origem de 2741,4 para comparar o valor do método gráfico com o valor obtido pelo computador, que é o mesmo valor obtido analiticamente, temos: para $L = 2741,4$ $\Sigma\Delta t = 151,0$ seg. temos portanto uma diferença de $151,0 - 149,3 = 1,7$ seg. o que dá um erro de 1,13% erro ainda desprezível.

Para a curva de frenagem obtivemos os seguintes resultados; analiticamente:

distância de frenagem $D_f = 244,97$ m
tempo de frenagem $t_f = 18,60$ seg.

pelo computador:

distância de frenagem $D_f = 244,90$ m
tempo de frenagem $t_f = 18,60$ seg.

valores iguais nestes dois métodos.

Pelo método gráfico obtivemos:

distância de frenagem $D_f = 242,00$ m
tempo de frenagem $t_f = 15,5$ seg.

Estes resultados, apesar de pequena diferença com os resultados analíticos e pelo computador, podemos considerá-los como certos, considerando também que são os resultados do fim da construção gráfica, onde se dá o acúmulo do erro de graficismo transportado durante a construção.

Em vista do acima exposto, podemos considerar os resultados dos três métodos certos e equivalentes não havendo diferença na escolha de um dos três métodos, mas lembrando sempre, que o método gráfico é sempre o mais impreciso em relação ao método analítico e pelo computador que são iguais.

Para maior verificação dos resultados obtidos pelos três métodos foram comparados os seguintes valores:

Ponto P_1 para uma velocidade de $V = 35$ km/h

	Método analítico	Pelo computador	Método gráfico
$\Sigma\Delta l$	164,23 m	164,20 m	160m
$\Sigma\Delta t$	28,27 seg	28,20 seg	29 seg

Ponto P_2 para uma velocidade de $V = 70$ km/h

	Método analítico	Pelo computador	Método gráfico
$\Sigma\Delta l$	1017,10 m	1018,70 m	1020m
$\Sigma\Delta t$	80,54 seg	80,60 seg	81,5 seg

Ponto P_3 para uma velocidade de $V = 95$ km/h

	Método analítico	Pelo computador	Método gráfico
$\Sigma\Delta l$	2069,61 m	2071,8 m	2050 m
$\Sigma\Delta t$	125,10 seg	125,20 seg	125 seg

Ponto P_4 para uma velocidade $V = 50$ km/h este ponto foi tomado na curva de frenagem

	Método analítico	Pelo computador	Método gráfico
$\Sigma\Delta l$	2928,03 m	2928,00 m	2926,40 m
$\Sigma\Delta t$	158,87 seg	158,6 seg	159,5 seg

Para efetuar a comparação dos valores de P_4 , para o método analítico e método gráfico, foram calculados os valores considerados a distância de início da frenagem como sendo $\Sigma\Delta l = 2741,4$ m igual a distância tomada pelo computador.

Para o trecho todo, isto é, do ponto de velocidade inicial $V_i = 0$ (zero) até o ponto de velocidade final $V_f = 0$ (zero) temos, considerando o início da frenagem a uma distância $\Sigma\Delta l = 2741,4$ m para os três métodos.

Método analítico	$\Sigma\Delta l = 2986,37$ m	$\Sigma\Delta t = 167,88$ seg.
Pelo computador	$\Sigma\Delta l = 2986,30$ m	$\Sigma\Delta t = 167,90$ seg.
Método gráfico	$\Sigma\Delta l = 2983,40$ m	$\Sigma\Delta t = 166,5$ seg.

4-2 Conclusões finais

Pela análise dos três métodos, poderemos concluir o seguinte:

Como precisão de resultado, o método analítico e o método pelo computador são iguais, e são mais precisos do que o método gráfico, devendo ser os preferidos.

O método gráfico, apresenta a vantagem de mostrar melhor o andamento da composição no trecho em estudo, destacando bem as fases de aceleração, regime e frenagem, podendo ser o mais prático para um estudo de melhoria do traçado ou mudança de diretrizes.

No método gráfico a precisão dos resultados é menor mas bem satisfatória.

Para um trecho pequeno, uma variante por exemplo o método analítico apresenta a vantagem de ser mais rápido do que o método pelo computador e ser também mais econômico, pois a hora de computador é bem cara.

Para um trecho longo, ou um projeto de centenas de quilômetros, o computador apresenta a vantagem de ser mais rápido e a possibilidade de erros também ser bem menor, posto a condição fundamental de que a Companhia de Estradas de Ferro possua um computador.

No caso de depender de terceiros para o uso de computador o método analítico, não só, não leva desvantagem como exatidão dos resultados, mas poderá ser que, se torne também mais rápido do que o método pelo computador, devendo ser o escolhido.

Com o aprimoramento cada vez maior das calculadoras eletrônicas de bolso, tendo hoje em dia já calculadoras eletrônicas programáveis, é de se prever quase que exclusivamente o uso do método analítico.

5^a Parte

Referencias Bibliograficas

- 1) Luigi Stabilini - Construzioni stradali e ferroviarie.
Librerio Editrice Politecnica Cesaie Tamburini
Milano
- 2) Felice Corini - Tecnica ed Economia dei Transporti
Ferroviari
Unione Tipografico - Editrice Torinese - Torino
- 3) M. Pacheco de Carvalho - Curso de Estradas
Editora Científica - Rio de Janeiro
- 4) Jeronymo Monteiro Filho - Traçados de Estradas
Rio de Janeiro 1 Ferrovias
- 5) Ricardo Brasílico Paes de Barros Schroeder - Mecânica
da Locomoção Ferroviária - Estudo de Viabilidade Técnica
e Economia do Emprego do Trem-Unidade.
Seção de Publicações da EESC-USP - São Carlos
- 6) Jorge Washington de Oliveira - Integração Gráfica da
equação do movimento pelo método de Kapiniaeff - São
Paulo.

6^a Parte

Figuras.

Tabelas.

Solução grafica da equação diferencial do movimento

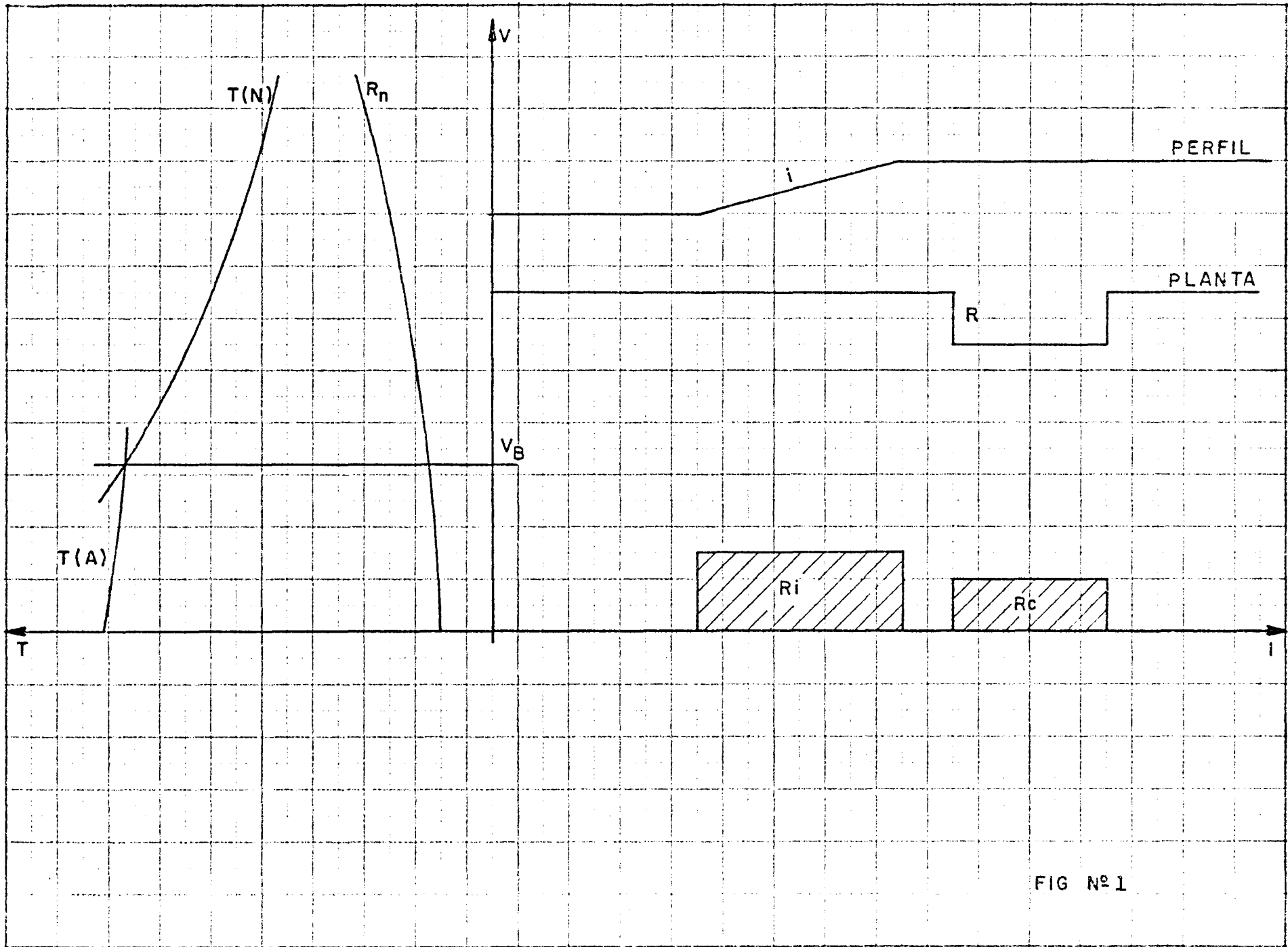


FIG Nº 1

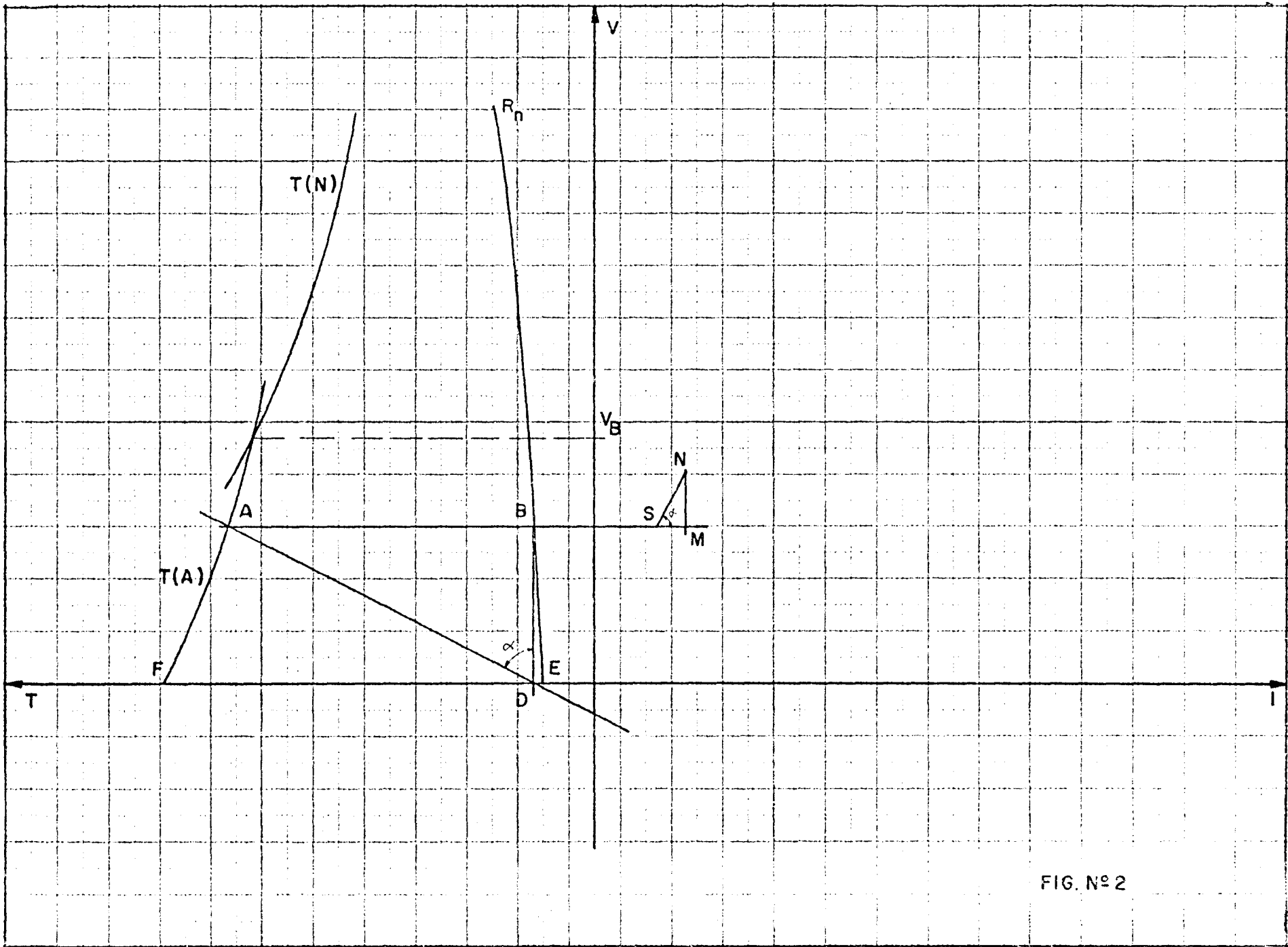


FIG. N° 2

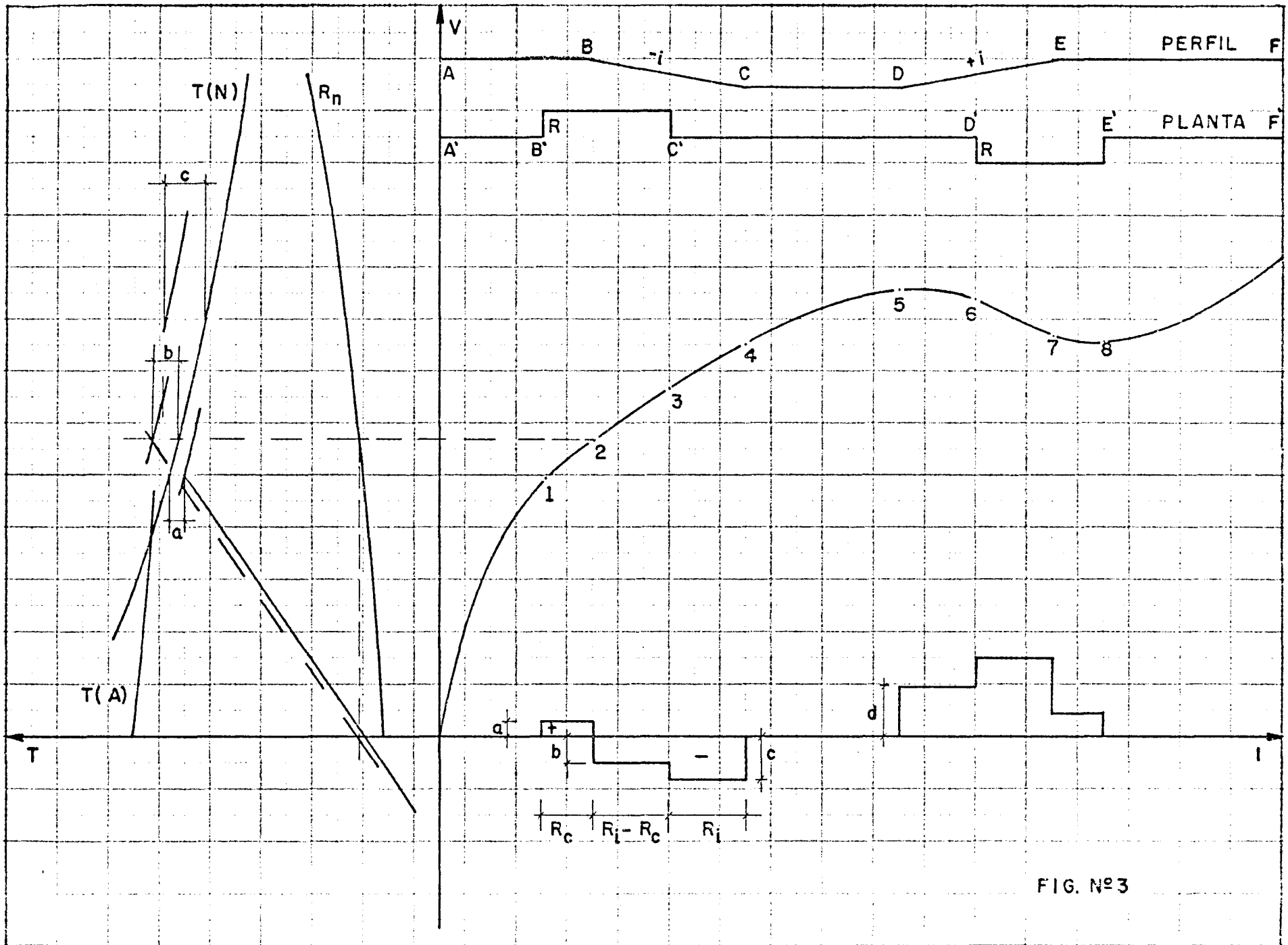


FIG. Nº3

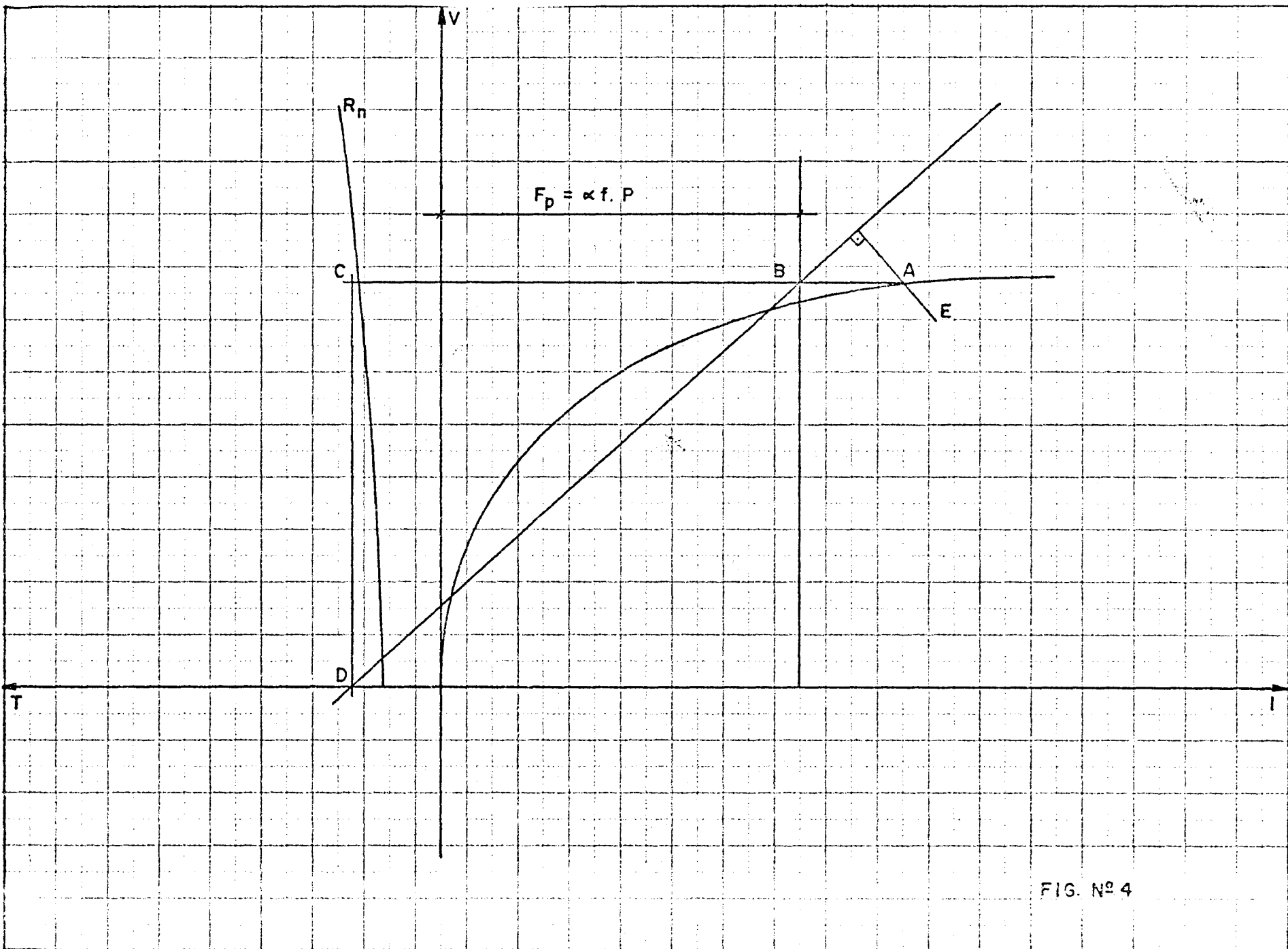


FIG. № 4

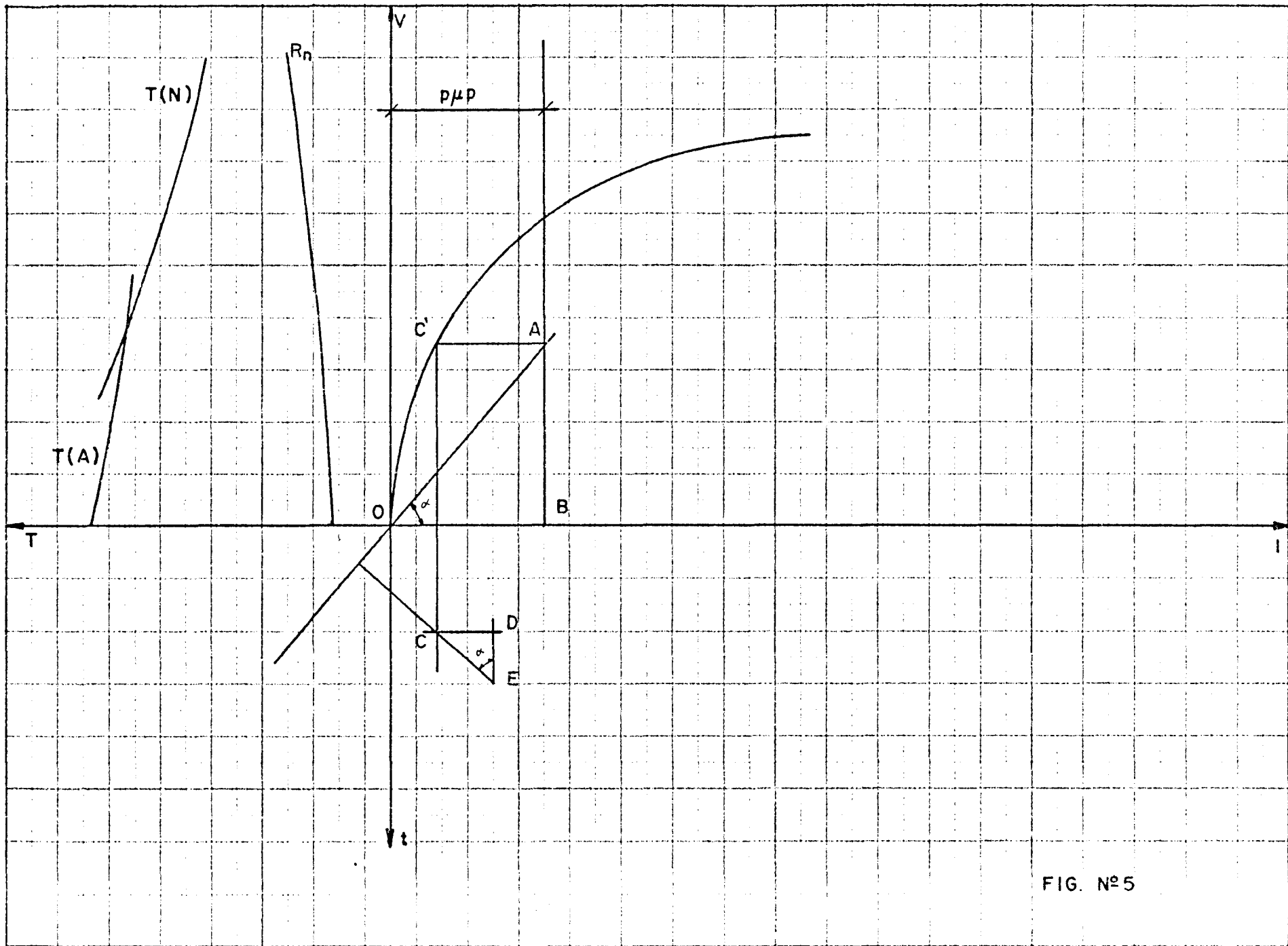


FIG. № 5

TABELA nº 1

(1)	(2)		(3)	(4)	(5)
V	T(A)	T	R _n	T _x T	R _n ^x T
km/h	kgf	kgf	kgf	cm	cm
0	36000		1.088,70	22,36	0,68
5	34286		1.126,13	21,30	0,70
10	32727		1.169,22	20,32	0,73
15	31304		1.218,00	19,44	0,76
20	30000		1.272,40	18,63	0,79
25	28800		1.332,40	17,88	0,83
30	27692		1.398,20	17,20	0,87
35	26667		1.469,60	16,56	0,91
40	25714		1.548,60	15,97	0,96
45	24827	26700	1.629,30	15,42	1,01
50	24000	24030	1.717,70	14,90	1,07
55	23226	21845	1.811,70	13,57	1,12
60		20025	1.911,40	12,43	1,19
65		18485	2.016,80	11,48	1,25
70		17164	2.127,80	10,65	1,32
75		16020	2.244,40	9,95	1,39
80		15019	2.336,80	9,33	1,45
85		14135	2.494,80	8,78	1,54
90		13350	2.628,40	8,29	1,63
95		12647	2.767,70	7,85	1,72
100		12015	2.912,70	7,46	1,81

TABELA Nº 2

V km/h	T kgf	Rn kgf	Rl kgf	Rc kgf	T - ΣR kgf	Δl m	ΣΔl m	Δt̄ seg.	ΣΔt seg.	TRECHOS
0	36.000,00	1.088,70	-	-	34.911,50	-	-	-	-	
5	34.286,70	1.126,13	-	-	33.159,57	4.85	4.85	3.49	3.49	
10	32.727,20	1.169,22	-	-	31.557,98	10.20	15.05	3.67	7.16	
15	31.304,30	1.218,00	-	-	30.086,30	16.05	31.10	3.85	11.01	
20	30.000,00	1.272,40	-	-	28.727,60	22.41	53.51	4.03	15.04	
25	28.800,00	1.332,40	-	-	27.467,60	29.29	82.80	4.22	19.26	①
30	27.692,30	1.398,20	-	-	26.294,10	36.72	119.52	4.41	23.67	
35	26.666,00	1.469,60	-	-	25.197,00	44.71	164.23	4.60	28.27	
40	25.714,20	1.548,60	-	-	24.165,60	53.28	217.51	4.79	33.06	
45	24.827,50	1.629,30	-	-	23.198,20	62.43	279.94	4.99	38.05	
46,54	24.567,00	1.655,95	-	-	22.911,05	20.14	300.08	1.56	39.61	
50	24.000,00	1.717,70	-	787,40	21.494,90	51.81	351.89	3.73	43.34	②
55	21.845,40	1.811,70	-	787,40	19.246,30	91.98	443.87	6.02	49.36	
57,74	20.808,80	1.865,66	-	787,40	18.155,74	56.09	499.96	3.50	52.86	
60	20.025,00	1.911,40	5920,00	787,40	11.406,20	76.53	576.49	4.59	57.45	③
63,14	19.029,14	1.976,92	5920,00	787,40	10.344,82	123.37	699.86	7.03	64.48	
65	18.484,60	2.016,80	5920,00	-	10.547,80	73.78	773.64	4.09	68.57	④
69,65	17.250,54	2.119,83	5920,00	-	9.210,71	226.35	999.99	11.70	80.27	
70	17.164,20	2.217,80	-	-	15.036,40	10.49	1010.48	0.54	80.81	
75	16.020,00	2.244,40	-	-	13.775,60	175.23	1185.71	8.41	89.22	⑤
80	15.018,70	2.336,80	-	-	12.681,90	203.03	1388.74	9.14	98.36	
82,54	14.556,58	2.431,09	-	-	12.125,49	111.30	1500.04	4.85	103.21	
85	14.135,20	2.494,40	3720,00	-	15.360,80	87.63	1587.67	3.71	107.92	⑥
87,94	13.662,72	2.572,67	3720,00	-	14.810,05	112.37	1700.04	4.60	111.52	
90	13.350,00	2.628,40	3720,00	787,40	13.654,20	87.40	1787.44	3.50	115.02	⑦
94,51	12.712,94	2.753,83	3720,00	787,40	12.891,71	212.83	2000.27	8.11	123.13	
95	12.647,30	2.767,70	-	787,40	9.092,20	32.96	2033.23	1.25	124.38	⑧
95,97	12.519,54	2.795,41	-	787,40	8.936,73	67.05	2100.28	2.52	126.90	
100	12.015,00	2.912,70	-	-	9.102,30	285.00	2385.28	10.26	137.16	
100	12.015,00	2.912,70	-	-	9.102,30	285.00	2670.28	10.26	147.42	⑨
100	12.015,00	2.912,70	-	-	9.102,30	79.72	2750.00	2.87	140.29	

início

da frenagem

TABELA Nº 2.a

V km/h	T kgf	Rn kgf	Rl kgf	Rc kgf	T - ΣR kgf	Δl m	ΣΔl m	Δt seg.	ΣΔt seg.	TRECHOS
0	36.000,00	1.088,70	-	-	34.911,50	-	-	-	-	
5	34.286,70	1.126,13	-	-	33.154,57	4.85	4.85	3.49	3.49	
10	32.727,20	1.169,22	-	-	31.557,98	10.20	15.05	3.67	7.16	
15	31.304,30	1.218,00	-	-	30.086,30	16.05	31.10	3.85	11.01	
20	30.000,00	1.272,40	-	-	28.727,60	22.41	53.51	4.03	15.04	
25	28.800,00	1.332,40	-	-	27.467,60	29.29	82.80	4.22	19.26	
30	27.692,30	1.398,20	-	-	26.294,10	36.72	119,52	4.41	23.67	①
35	26.666,60	1.469,60	-	-	25.197,00	44.71	164.23	4.60	28.27	
40	25.714,20	1.548,60	-	-	24.165,60	53.28	217.51	4.79	33.06	
45	24.827,50	1.629,30	-	-	23.198,20	62.43	279.94	4.99	38.05	
50	24.000,00	1.717,70	-	-	22.282,10	72.22	352,16	5.20	43.25	
55	21.845,40	1.811,70	-	787,40	19.246,30	91.98	44,14	6.02	49.27	②
60	20.025,00	1.911,40	-	787,40	17.326,20	111.46	555.60	6.69	55.96	
65	18.484,60	2.016,80	5920,00	787,40	9.759,80	214.36	679,96	11.87	67.83	③
70	17.164,20	2.127,80	5920,00	-	9.116,40	247.14	1017.14	12.71	80.54	④
75	16.020,00	2.244,40	-	-	13.775,60	175.23	1192.33	8.41	88,95	
80	15.018,70	2.336,80	-	-	12.681,90	203.03	1395.36	9.14	98.09	⑤
85	14.135,20	2.494,80	-	-	11.640,40	235.02	1630.38	9.95	108.04	
90	13.350,00	2.628,40	3720,00	-	14.441,60	200.58	1830.96	8.02	116.06	⑥
95	12.647,30	2.767,70	3720,00	787,40	12.812,20	238.65	2069.61	9.04	125.10	⑦
100	12.015,00	2.912,70	-	787,40	8.314,90	383.08	2456.69	13.93	139.03	⑧
100	12.015,00	2.912,70	-	-	9.102,30	293.31	2750.00	10.56	149.59	⑨

$$\Delta l = \frac{V}{T - R} \times 32.185,60$$

$$\Delta t = \frac{3,6}{V} \times \Delta l$$

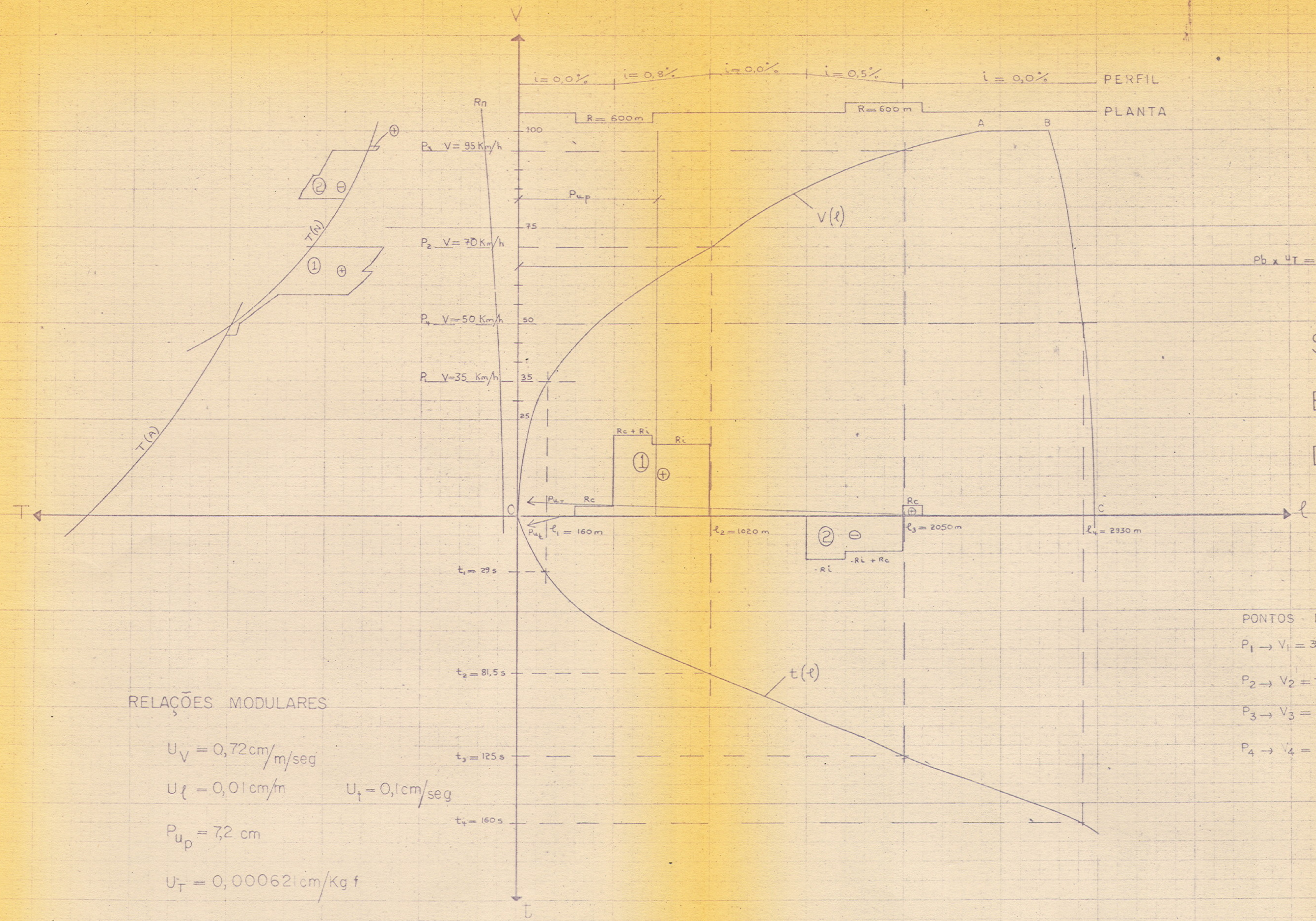
inicio da
frenagem

TABELA Nº 3

V km/h	2m %	Δl m	$\Sigma \Delta l$ m	Δt seg.	$\Sigma \Delta t$ seg.
			2750.00		150.29
95	0.00372	24,36	2774.36	0.92	151.21
90	0.00353	23.10	2797.46	0.92	152.13
85	0.00335	21.84	2819.30	0.93	153.06
80	0.00318	20.58	2839.88	0.93	153.99
75	0.00302	19.31	2859.19	0.93	154.92
70	0.00286	18.04	2877.23	0.93	155.85
65	0.00271	16.77	2894.00	0.93	156.78
60	0.00257	15.49	2909.49	0.93	157.71
55	0.00243	14.21	2923.70	0.93	158.64
50	0.00231	12.93	2936.63	0.93	159.57
45	0.0219	11.64	2984.27	0.93	160.50
40	0.00208	10.36	2958.63	0.93	161.43
35	0.00197	9.07	2967.70	0.93	162.36
30	0.00188	7.78	2975.48	0.93	163.29
25	0.00179	6.48	2981.96	0.93	164.22
20	0.00171	5.19	2987.15	0.93	165.15
15	0.0164	3.89	2991.04	0.93	166.08
10	0.00157	2.60	2993.64	0.93	167.01
5	0.00151	1.30	2994.94	0.94	167.95
0	0.00146	0.03	2994.97	0.94	168.89
		Dp		tf	

Dp = 244,97m distancia propriamente dita de frenagem

tf = 18,60 seg. tempo de frenagem



OA → fase de aceleração
 AB → fase de regime
 BC → fase de frenagem

$P_b \times 4T = 76.23\text{cm}$

SOLUÇÃO GRÁFICA DA EQUAÇÃO DIFERENCIAL DO MOVIMENTO

RELAÇÕES MODULARES

$U_V = 0,72\text{cm/m/seg}$
 $U_\ell = 0,01\text{cm/m}$ $U_t = 0,1\text{cm/seg}$
 $P_{u_p} = 7,2\text{ cm}$
 $U_T = 0,000621\text{cm/Kg f}$

PONTOS DE VERIFICAÇÃO

$P_1 \rightarrow V_1 = 35\text{ km/h}$	$\Delta \ell_1 = 160\text{ m}$	$\Delta t_1 = 29\text{ s}$
$P_2 \rightarrow V_2 = 70\text{ km/h}$	$\Delta \ell_2 = 1020\text{ m}$	$\Delta t_2 = 81,5\text{ s}$
$P_3 \rightarrow V_3 = 95\text{ km/h}$	$\Delta \ell_3 = 2050\text{ m}$	$\Delta t_3 = 125\text{ s}$
$P_4 \rightarrow V_4 = 50\text{ km/h}$	$\Delta \ell_4 = 2930\text{ m}$	$\Delta t_4 = 160\text{ s}$

FRENAGEM

$D_p = 242\text{m}$
 $t_p = 15,5\text{seg}$

PARA $\Delta \ell = 2992\text{m}$ (trecho todo)
 $\Delta t = 167\text{seg}$

7^a Parte

Anexo nº 1

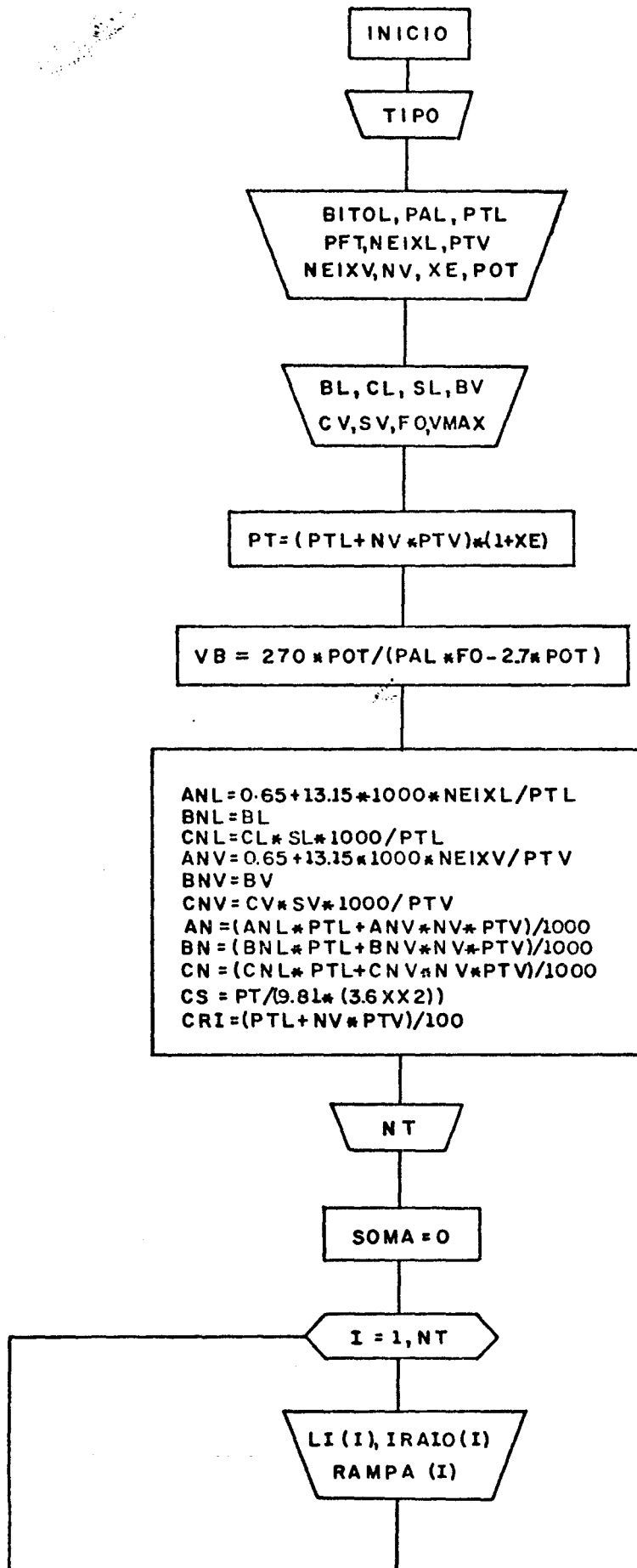
Diagrama de Bloco

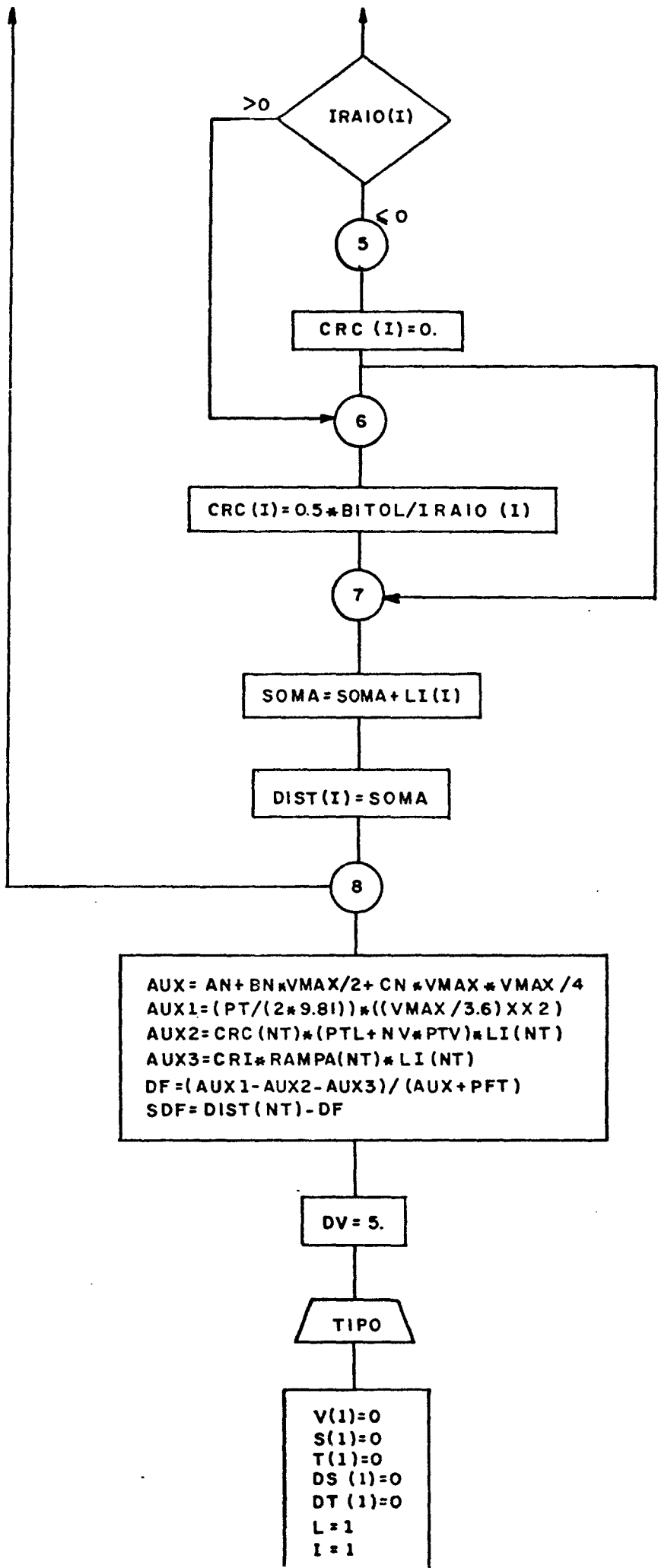
Formato dos Dados de Entrada

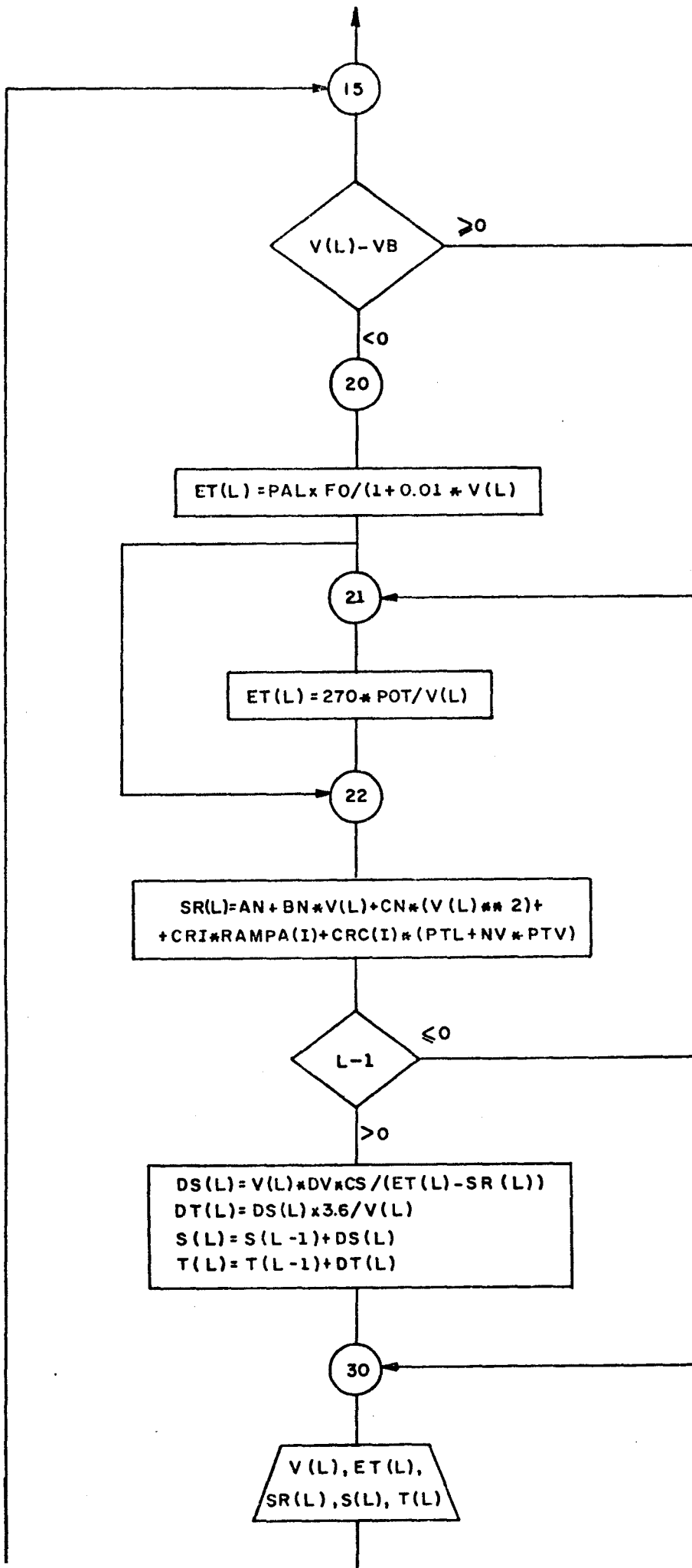
Listagem do Programa Principal

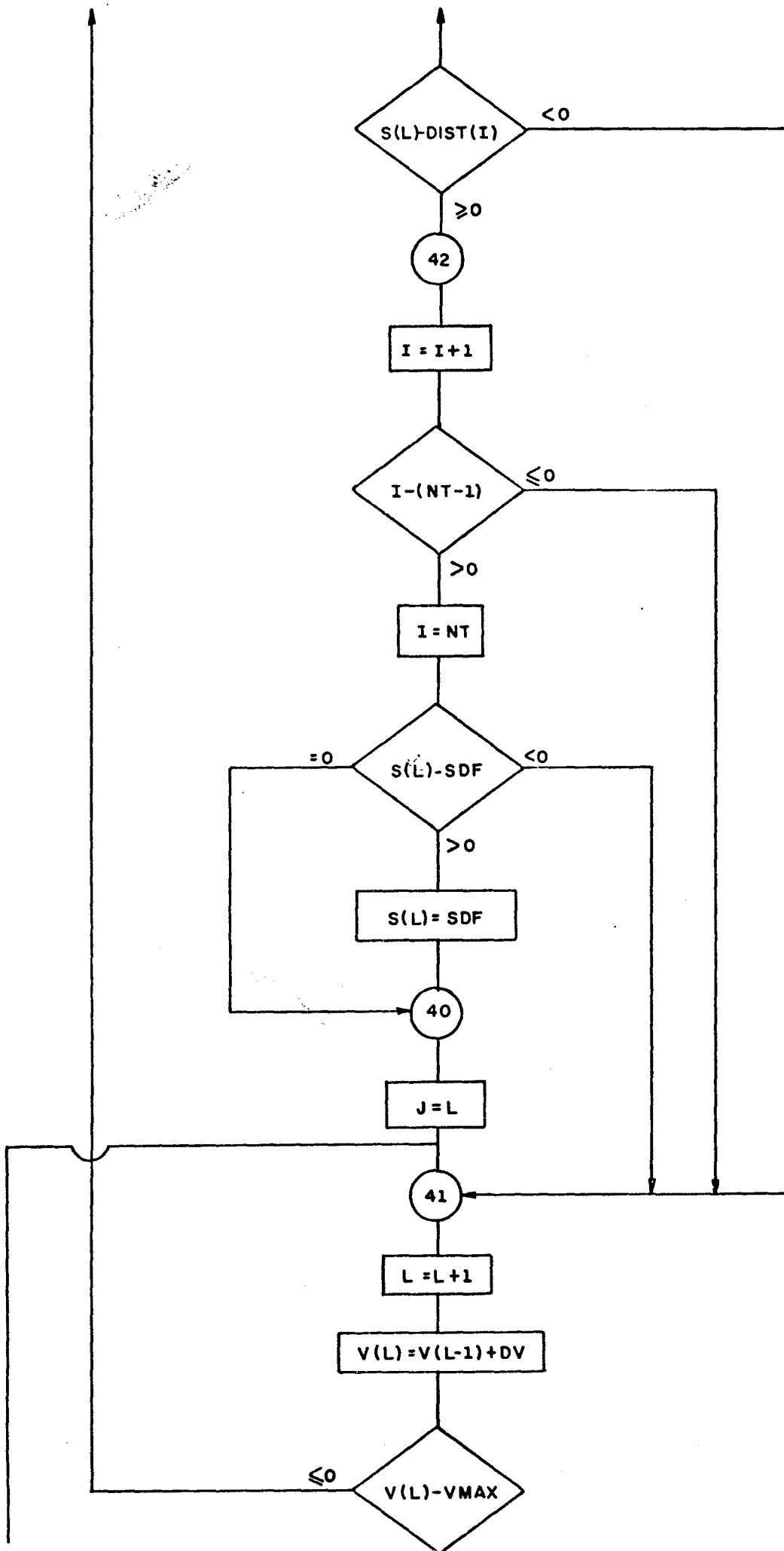
Grafico da sub-rotina do Plotter

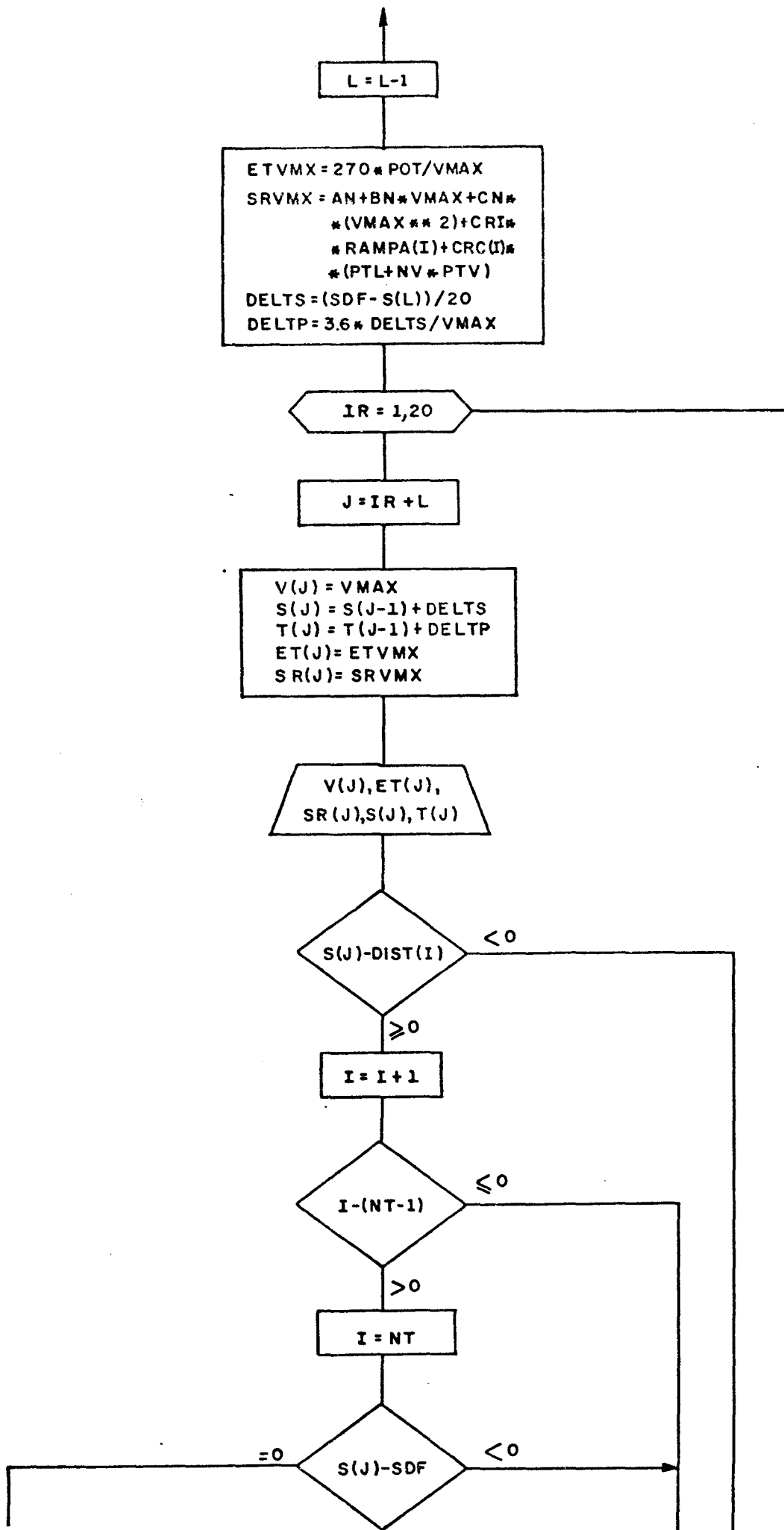
DIAGRAMA DE BLOCO PROGRAMA PRINCIPAL

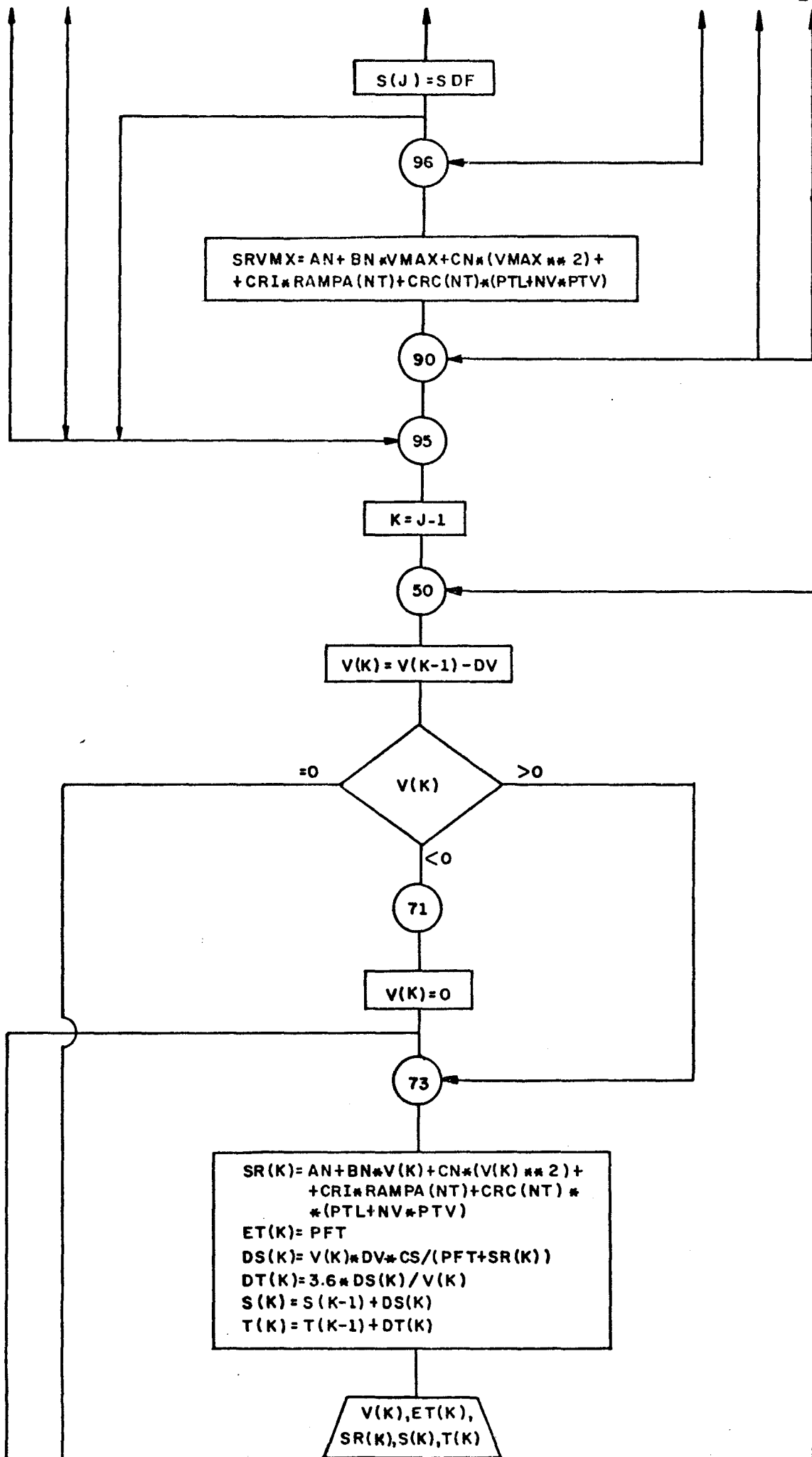












S(J) = S D F

96

SRVMX = AN + BN * VMAX + CN * (VMAX ** 2) +
+ CRI * RAMPA (NT) + CRC (NT) * (PTL + NV * PTV)

90

95

K = J - 1

50

V(K) = V(K-1) - DV

V(K)

=0

>0

<0

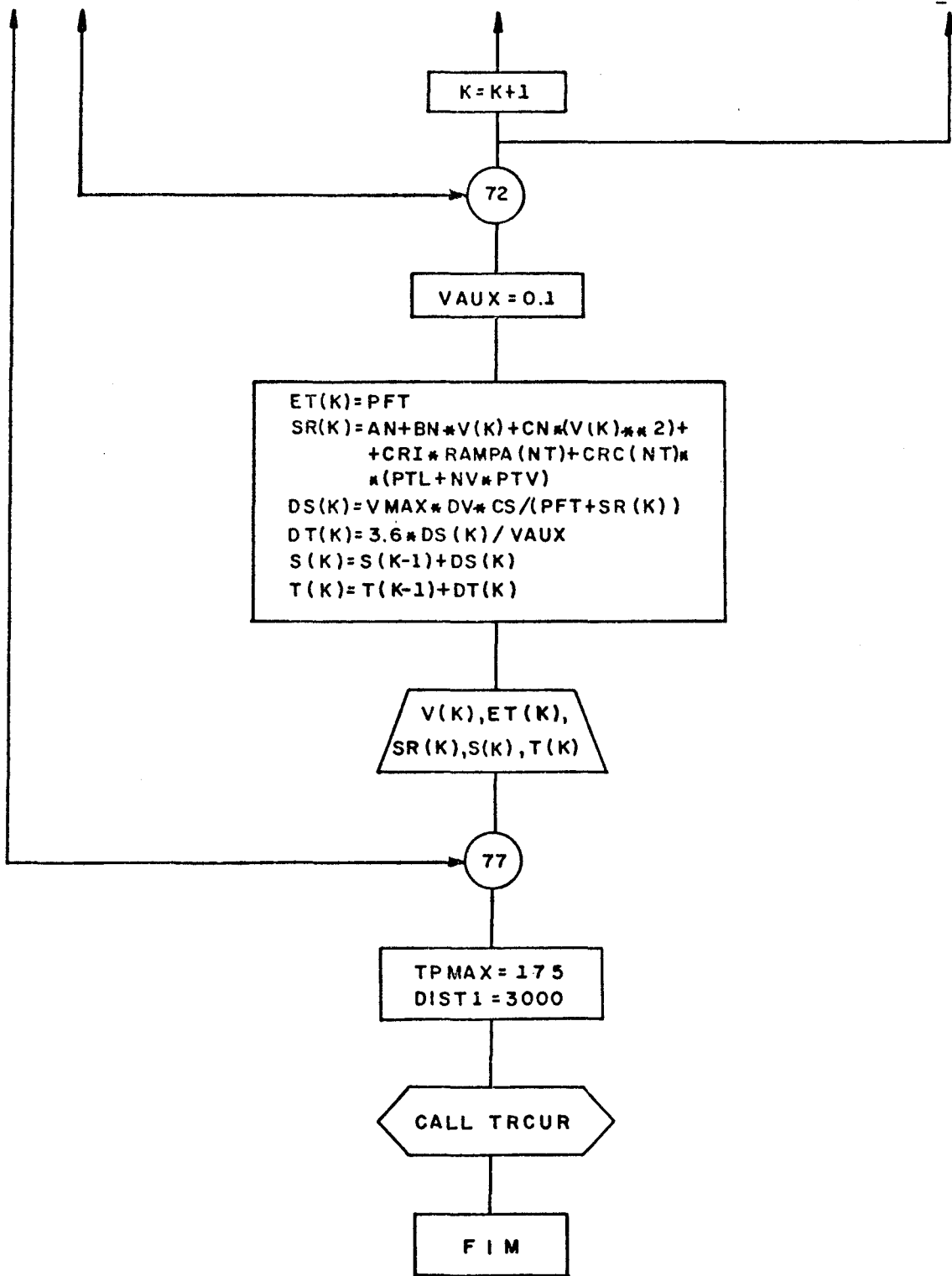
71

V(K) = 0

73

SR(K) = AN + BN * V(K) + CN * (V(K) ** 2) +
+ CRI * RAMPA (NT) + CRC (NT) *
* (PTL + NV * PTV)
ET(K) = PFT
DS(K) = V(K) * DV * CS / (PFT + SR(K))
DT(K) = 3.6 * DS(K) / V(K)
S(K) = S(K-1) + DS(K)
T(K) = T(K-1) + DT(K)

V(K), ET(K),
SR(K), S(K), T(K)



K = K + 1

72

VAUX = 0.1

ET(K) = PFT
SR(K) = AN + BN * V(K) + CN * (V(K) ** 2) +
CRI * RAMPA(NT) + CRC(NT) *
(PTL + NV * PTV)
DS(K) = VMAX * DV * CS / (PFT + SR(K))
DT(K) = 3.6 * DS(K) / VAUX
S(K) = S(K-1) + DS(K)
T(K) = T(K-1) + DT(K)

V(K), ET(K),
SR(K), S(K), T(K)

77

TP MAX = 175
DIST 1 = 3000

CALL TRCUR

FIM

PAGE 2 VINCENZO

```

CALL FCHAR(XP,YP,0.1,0.1,0.)
WRITE(7,515)VI(J)
515 FORMAT(F5.1)
516 CONTINUE
YP=VLLMX-0.1*EV
XP=-0.6*ED
CALL FCHAR(XP,YP,0.1,0.1,0.)
WRITE(7,517)VI(6)
517 FORMAT(F5.1)
XL=-0.8*ED
YL=VLLMX-1.6*EV
CALL FCHAR(XL,YL,0.1,0.1,PI/2.)
WRITE(7,518)
518 FORMAT('VELOCIDADE(KM/H)')
CALL FPLT(-2,0.,0.)
DO 522 K=1,NP
IF(S(K)-DISTA)519,519,520
519 CALL FPLT(0,S(K),V(K))
522 CONTINUE
520 CONTINUE
CALL FPLT(1,0.,0.)
CALL SCALF(US,UI,0.,0.)
CALL FPLT(2,0.,0.)
CALL FPRIO(3,0.,0.,UTG,10)
DO 530 I=2,5
IF(TI(I)-100.)525,527,527
525 XP=-0.5*ED
YP=-(TI(I)+ET/20.)
CALL FCHAR(XP,YP,0.1,0.1,0.)
WRITE(7,526)TI(I)
526 FORMAT(F4.1)
DO 530 I=2,5
YP=-(TI(I)+ET/20.)
CALL FCHAR(XP,YP,0.1,0.1,0.)
WRITE(7,526)TI(I)
528 FORMAT(F5.1)
530 CONTINUE
YP=-TEMAX
XP=-0.4*ED
CALL FCHAR(XP,YP,0.1,0.1,0.)
WRITE(7,528)TI(I)
XL=-0.8*ED
YL=-TEMAX
CALL FCHAR(XL,YL,0.1,0.1,PI/2.)
WRITE(7,531)
531 FORMAT('TEMPO(S)')
CALL FPLT(-2,0.,0.)
DO 533 K=1,NP
IF(S(K)-DISTA)532,532,534
532 CALL FPLT(0,S(K),-1.*T(K))
533 CONTINUE
534 CONTINUE
CALL FPLT(1,0.,0.)
RETURN
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR TRCUR
COMMON 0 VARIABLES 170 PROGRAM 1042

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0102 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP -

*STORE WS UA TRCUR
CART ID 0016 DB ADDR 4470 DB CNT 004A

// FOR
*IUCS(CARD,1132PRINTER,TYPEWRITER,KEYBOARD,DISK,PLOTTER,1403PRINTER)
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS

INTEGER TIPO(40)
DIMENSION LI(40),IRAI0(40),KAMPA(40),DIST(40),V(221),S(221)
DIMENSION ET(221),CRC(40),T(221),SR(221),DS(221),DT(221)
C CARACTERISTICAS DA COMPOSICAO E VELOCIDADES BASICA E MAXIMA
READ(2,1) (TIPO(I),I=1,40)
1 FORMAT(40A2)
READ(2,2) BITOL,PAL,PTL,PFT,NEIXL,PTV,NEIXV,NV,XE,POT

www.farnborough.gov.uk

PAGE 3 VINCENZO

```

2 READ(2,200) BL,CL,SL,BV,CV,SV,FO,VMAX
200 FORMAT(F8.0,F8.0,F8.0,F8.0,I2,F8.0,I2,I3,F8.0,F8.0)
FORMAT(8F10.0)
PT=(PTL+NV*PTV)/(1+XE)
VB=270*PT/(PAL*FO-2.7*PT)
CONSTANTES DA COMPOSICAO
ANL=0.65 + 13.15*1000*NEIXL/PTL
BNL=BL
CNL=CL*SL*1000/PTL
ANV=0.65 + 13.15*1000*NEIXV/PTV
BNV=BV
CNV=CV*SV*1000/PTV
AN=(ANL*PTL+ANV*PTV*NV)/1000
BN=(BNL*PTL+BNV*PTV*NV)/1000
CN=(CNL*PTL+CNV*PTV*NV)/1000
CS=PT/(9.81*(3.6**2))
CRI=(PTL+NV*PTV)/100
CARACTERISTICAS GEOMETRICAS DO TRECHO
3 READ(2,3)NT
FORMAT(I2)
SOMA=0.
DO 8 I=1,NT
4 READ(2,4)LI(I),IRAIO(I),RAMPA(I)
FORMAT(I4,I4,F4.0)
5 IF(IRAIO(I))5,5,6
6 CRC(I)=0.
GO TO 7
6 CRC(I)=0.5*BITOL/IRAIO(I)
7 SOMA=SOMA+LI(I)
8 DIST(I)=SOMA
C CALCULO DA DISTANCIA DE FRENAGEM - DF
AUX=AN+(BN*VMAX/2.)+(CN*VMAX*VMAX/4.)
AUX1=(PT/(2*3.6**2))*(VMAX/3.6)**2
AUX2=CRC(NT)*(PTL+NV*PTV)*LI(NT)
AUX3=CRI*RAMPA(NT)*LI(NT)
DF=(AUX1-AUX2-AUX3)/(AUX+PFT)
SDF=DIST(NT)-DF
C INTERVALO DE INTEGRACAO -DV- KM/H
DV=5.
WRITE(5,9)
9 FORMAT(1H1,10X,'EQUACAO DIFERENCIAL DO MOVIMENTO - TRANSPORTE FERR
/OVIARIO',/)
WRITE(5,10) (TIPO(I),I=1,40)
10 FORMAT(40A2)
WRITE(5,11)
11 FORMAT(//,13X,'VELOC.',5X,'ESF.TRAT.',5X,'RES.TOT.',6X,'DIST.',6X,
/'TEMPO',/,14X,'KM/H',8X,'KGF.',10X,'KGF.',9X,'M.',10X,'S.',/)
C FASE DE ACELERAÇÃO
V(1)=0.
S(1)=0.
T(1)=0.
DS(1)=0.
DT(1)=0.
L=1
I=1
15 IF(V(L)-VB)20,21,21
20 ET(L)=PAL*FO/(1+0.01*V(L))
GO TO 22
21 ET(L)=270*PT/V(L)
22 SR(L)=AN+BV*V(L)+CN*(V(L)**2)+CRI*RAMPA(I)+CRC(I)*(PTL+NV*PTV)
IF(L-1)3,3,31
31 DS(L)=V(L)*V*CS/(ET(L)-SR(L))
DT(L)=DS(L)*3.6/V(L)
S(L)=S(L-1)+DS(L)
T(L)=T(L-1)+DT(L)
30 WRITE(5,100)V(L),ET(L),SR(L),S(L),T(L)
100 FORMAT(13X,F5.1,5X,F8.1,7X,F7.1,5X,F7.1,5X,F6.1)
C VERIFICA SE HAQ HA MUDANCA DE TRECHO
IF(S(L)-DIST(I))41,42,42
42 I=I+1
IF(I-(NT-1))41,41,43
43 I=NT
C COMPARA COM O PUNTO DE INICIO DA FRENAGEM
IF(S(L)-SDF)41,40,44
44 S(L)=SDF
40 J=L
GO TO 95
41 L=L+1
V(L)=V(L-1)+DV
C COMPARA COM A VELOCIDADE MAXIMA PERMITIDA
IF(V(L)-VMAX)15,15,17
17 L=L-1
C MANTEM A VELOCIDADE DE REGIME CONSTANTE

```

PAGE 4 VINCENZO

```

ETVMX=27.5*PFT/VMAX
SRVMX=A1+BN*VMAX+CN*(VMAX**2)+CRI*RAMPA(I)+CRC(I)*(PTL+NV*PTV)
DLLIS=(S(L)-S(L))/20.
DELLIP=3.6*DELLIS/VMAX
DO 90 I=1,20
J=I+L
V(J)=VMAX
S(J)=S(J-1)+DELLIS
T(J)=T(J-1)+DELLIP
ET(J)=ETVMX
SR(J)=SRVMX
WRITE(5,100)V(J),ET(J),SR(J),S(J),T(J)
IF(S(J)-DIST(I))90,91,91
91 I=I+1
IF(I-(NT-1))96,96,93
93 I=NT
IF(S(J)-CDF)96,95,94
94 S(J)=SDF
GO TO 95
96 SRVMX=A1+BN*VMAX+CN*(VMAX**2)+CRI*RAMPA(I)+CRC(I)*(PTL+NV*PTV)
90 CONTINUE
C FASE DE FREINAGE
95 K=J+1
50 V(K)=V(K-1)-UV
IF(V(K))71,72,73
71 V(K)=0
GO TO 77
73 SR(K)=A1+BN*V(K)+CN*(V(K)**2)+CRI*RAMPA(NT)+CRC(NT)*(PTL+NV*PTV)
ET(K)=PFT
DS(K)=V(K)*V*CS/(PFT+SR(K))
DT(K)=DS(K)*3.6/V(K)
S(K)=S(K-1)+DS(K)
T(K)=T(K-1)+DT(K)
WRITE(5,100)V(K),ET(K),SR(K),S(K),T(K)
K=K+1
GO TO 50
72 VAUX=0.1
ET(K)=PFT
SR(K)=A1+BN*V(K)+CN*(V(K)**2)+CRI*RAMPA(NT)+CRC(NT)*(PTL+NV*PTV)
DS(K)=VAUX*V*CS/(PFT+SR(K))
DT(K)=DS(K)*3.6/VAUX
S(K)=S(K-1)+DS(K)
T(K)=T(K-1)+DT(K)
WRITE(5,100)V(K),ET(K),SR(K),S(K),T(K)
77 CONTINUE
TPMAX=175.
DIST1=3.000.
CALL TRCUR(DV,VMAX,TPMAX,DIST1,V,S,T)
CALL EXIT
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
:IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
COMMON C VARIABLES 3562 PROGRAM 1632

END OF COMPILATION

// XEQ

EQUACAO DIFERENCIAL DO MOVIMENTO - TRANSPORTE FERROVIARIO

LOCOMOTIVA GE - POTENCIA=4450 CV - TIPO C-C -

VELOC. KM/H	ESF. TRAT. KGF.	RES. TOT. KGF.	DIST. M.	TEMPO S.
0.0	36000.0	1088.4	0.0	0.0
5.0	34265.7	1125.9	4.8	3.4
10.0	32727.2	1169.0	15.0	7.1
15.0	31304.3	1217.8	31.0	11.0
20.0	30000.0	1272.2	53.5	15.0
25.0	28800.0	1332.4	82.7	19.2
30.0	27692.3	1398.2	119.5	23.6
35.0	26666.6	1469.7	164.2	28.2
40.0	25714.2	1546.8	217.5	33.0
45.0	24827.5	1629.7	279.9	38.0
50.0	24000.0	1718.2	352.1	43.2
55.0	21845.4	2599.6	444.1	49.2
60.0	22025.0	2699.5	555.6	55.9
65.0	18484.6	8757.0	770.6	67.8
70.0	17164.2	8080.9	1018.7	80.6
75.0	16020.0	2245.8	1193.9	89.0
80.0	15018.7	2368.4	1397.4	98.2
85.0	14135.2	2496.6	1632.5	108.1
90.0	13350.0	-1089.4	1833.1	116.1
95.0	12647.3	-162.5	2071.8	125.2
100.0	12015.0	3702.7	2459.0	139.1
100.0	12015.0	2915.4	2473.1	139.6
100.0	12015.0	2915.4	2487.2	140.1
100.0	12015.0	2915.4	2501.4	140.6
100.0	12015.0	2915.4	2515.5	141.2
100.0	12015.0	2915.4	2529.6	141.7
100.0	12015.0	2915.4	2543.7	142.2
100.0	12015.0	2915.4	2557.8	142.7
100.0	12015.0	2915.4	2572.0	143.2
100.0	12015.0	2915.4	2586.1	143.7
100.0	12015.0	2915.4	2600.2	144.2
100.0	12015.0	2915.4	2614.3	144.7
100.0	12015.0	2915.4	2628.4	145.2
100.0	12015.0	2915.4	2642.6	145.7
100.0	12015.0	2915.4	2656.7	146.2
100.0	12015.0	2915.4	2670.8	146.7
100.0	12015.0	2915.4	2684.9	147.3
100.0	12015.0	2915.4	2699.0	147.8
100.0	12015.0	2915.4	2713.1	148.3
100.0	12015.0	2915.4	2727.3	148.8
100.0	12015.0	2915.4	2741.4	149.3
95.0	122760.0	2770.1	2765.7	150.2
90.0	122760.0	2630.5	2788.8	151.1
85.0	122760.0	2496.6	2810.7	152.1
80.0	122760.0	2368.4	2831.3	153.0
75.0	122760.0	2245.8	2850.6	153.9
70.0	122760.0	2128.9	2868.6	154.8
65.0	122760.0	2017.7	2885.4	155.8
60.0	122760.0	1912.2	2901.9	156.7
55.0	122760.0	1812.3	2915.1	157.6
50.0	122760.0	1718.2	2928.0	158.6
45.0	122760.0	1620.7	2939.6	159.5
40.0	122760.0	1546.8	2950.0	160.4
35.0	122760.0	1469.7	2959.1	161.4
30.0	122760.0	1398.2	2966.8	162.3
25.0	122760.0	1332.4	2973.3	163.2
20.0	122760.0	1272.2	2978.5	164.2
15.0	122760.0	1217.8	2982.4	165.1
10.0	122760.0	1169.0	2985.0	166.0
5.0	122760.0	1125.9	2986.3	167.0
0.0	122760.0	1088.4	2986.3	167.9

GRAFICO DA SUB-ROTINA DO PLOTTER

