

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL, ARQUITETURA E URBANISMO

***ESTUDO SOBRE OS CRITÉRIOS DE
DIMENSIONAMENTO DE PILARES MISTOS DE
AÇO E CONCRETO***

Engº. Alessandro de Souza Campos

Campinas - SP

2006

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL, ARQUITETURA E URBANISMO

***ESTUDO SOBRE OS CRITÉRIOS DE
DIMENSIONAMENTO DE PILARES MISTOS DE
AÇO E CONCRETO***

Engº. Alessandro de Souza Campos

**Orientador: Prof. Dr. Leandro Palermo Junior
Co-orientador: Prof. Dr. Valdir Pignatta e Silva**

Dissertação de Mestrado apresentada à Comissão de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo da Universidade Estadual de Campinas, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, na área de concentração de Engenharia de Estruturas.

**Campinas – SP
2006**

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

C161e Campos, Alessandro de Souza
Estudo sobre os critérios de dimensionamento de pilares mistos de aço e concreto / Alessandro de Souza Campos.--Campinas, SP: [s.n.], 2006.

Orientadores: Leandro Palermo Junior, Valdir Pignatta e Silva
Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo.

1. Construção mista. 2. Colunas. 3. Aço. 4. Flexão (Engenharia Civil). 5. Resistência de materiais. I. Palermo Junior, Leandro. II. Silva, Valdir Pignatta e. III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo. IV. Título.

Titulo em Inglês: Study about formulations to design the composite columns.
Palavras-chave em Inglês: Composite column, Steel, Concrete, Compression, Bending, Strength.

Área de concentração: Engenharia de Estruturas

Titulação: Mestre em Engenharia Civil

Banca examinadora: João Alberto Venegas Requena e Ricardo Hallal Fakury.

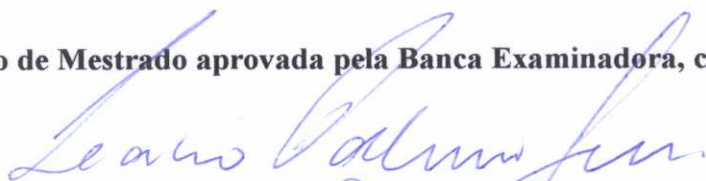
Data da defesa: 21/02/2006.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL, ARQUITETURA E URBANISMO

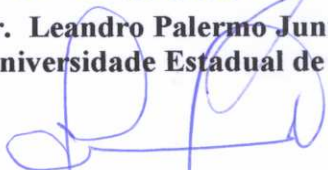
***ESTUDO SOBRE OS CRITÉRIOS DE
DIMENSIONAMENTO DE PILARES MISTOS DE
AÇO E CONCRETO***

Engº. Alessandro de Souza Campos

Dissertação de Mestrado aprovada pela Banca Examinadora, constituída por:



Prof. Dr. Leandro Palermo Junior
Orientador - Universidade Estadual de Campinas



Prof. Dr. João Alberto Venegas Requena
Universidade Estadual de Campinas



Prof. Dr. Ricardo Hallal Fakury
Universidade Federal de Minas Gerais

Campinas, 21 de fevereiro de 2006.

À minha mãe vencedora, Dona Irma.

AGRADECIMENTOS

A DEUS, agradeço por colocar tantas pessoas queridas e iluminadas em meu caminho.

À minha mãe e meu “pai”, Irma e Aziz, pelo grande incentivo e esforço para que este trabalho se concretizasse.

Ao meu irmão Fernando agradeço pela ajuda e paciência.

À minha esposa Paula pelo carinho e dedicação.

Ao meu filho, Pedro, pelos momentos em que me fez parar de estudar para brincarmos.

Ao meu grande amigo Marcelo Palmeira, que foi fundamental para o meu início profissional.

Aos amigos Mauri Resende e Valdir Pignatta e Silva agradeço pelo incentivo e colaboração.

Aos amigos Licia, Inaba, Amaury, Akira, Paulo Cesar e Daniel agradeço pela paciência ao longo de todo esse tempo.

Ao professor e amigo Leandro Palermo Junior agradeço pelo verdadeiro trabalho de orientação.

A todos os meus AMIGOS e pessoas que, de alguma forma, ajudaram a realizar este sonho.

À COSIPA e USIMINAS agradeço pela oportunidade oferecida na realização deste trabalho.

SUMÁRIO

Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xv
Resumo	xvii
Abstract	xix
1. Introdução	1
2. Pilares Mistos	7
3. Dimensionamento Conforme Eurocode 4 de 1992 e 2004	23
4. Dimensionamento Conforme ABNT NBR 14.323 de 1999	55
5. Dimensionamento Conforme AISC/LRFD de 1999 e 2005	73
6. Comparação Entre Critérios de Resistência	97
6.1 Força axial e flexão combinadas	103
6.2 Exemplo de cálculo	135
7. Conclusões	143
Referências Bibliográficas	147
Bibliografia Consultada	153

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	Torre Mayor – Cidade do México.	03
Figura 1.2	Centro Empresarial do Aço – São Paulo.	03
Figura 1.3	New Century – São Paulo.	04
Figura 1.4	World Trade Center 7 – Nova Iorque.	04
Figura 2.1	Museu Landesmuseum- Mannheim.	08
Figura 2.2	Three Houston Center Gulf Tower Building – Houston.	09
Figura 2.3	Seções transversais típicas para os pilares mistos de aço e concreto.	10
Figura 2.4	Pilares totalmente revestidos com concreto.	10
Figura 2.5	Pilares parcialmente revestidos com concreto.	11
Figura 2.6	Pilar cruciforme parcialmente revestido com concreto.	11
Figura 2.7	Pilar tubular circular preenchido com concreto.	12
Figura 2.8	Modos de flambagem de pilares de aço e pilares tubulares retangulares preenchidos com concreto.	12
Figura 2.9	Exemplos de ligação de pilar misto e viga mista.	15
Figura 2.10	Esquema de ligação usando chapa de apoio.	16
Figura 2.11	Esquema da seqüência construtiva de um edifício com estrutura mista.	19
Figura 2.12	Contraventamentos provisórios utilizados na montagem de pilares mistos.	20
Figura 3.1	Seções transversais típicas de pilares mistos de aço e concreto.	25
Figura 3.2	Distribuição de tensão da resistência plástica.	28
Figura 3.3	Tensões de confinamento em pilares mistos tubulares circulares preenchidos com concreto.	29
Figura 3.4	Curvas européias de flambagem aplicáveis aos pilares mistos.	35
Figura 3.5	Curva de interação para compressão e flexão em um só plano combinadas.	38
Figura 3.6	Curva ABCDE de interação M-N para flexão em um só plano.	39
Figura 3.7	Diagrama de tensões em diferentes pontos da curva de interação.	40
Figura 3.8	Relação r dos momentos de extremidade.	43
Figura 3.9	Resistência à compressão axial e momento fletor atuando em um só plano.	45
Figura 3.10	Resistência à compressão axial e momento fletor atuando em dois planos.	47
Figura 3.11	Formas de colocação dos estribos no pilar misto.	50
Figura 3.12	Transferência de forças em uma ligação típica viga-pilar.	51

Figura 3.13	Uso de conectores para melhorar a força de transferência no pilar misto.	52
Figura 4.1	Tipos de seções transversais de pilares mistos.	56
Figura 4.2	Pilar submetido à carga de compressão excêntrica.	57
Figura 4.3	Tipos de modos de instabilidade de pórticos.	57
Figura 4.4	Transferência de esforços e região de introdução das cargas.	59
Figura 4.5	Tensão de aderência no pilar misto.	60
Figura 4.6	Distribuição de tensão da resistência plástica.	62
Figura 4.7	Diagrama de interação força normal x momento fletor.	70
Figura 5.1	Seções transversais mistas típicas de pilares mistos.	74
Figura 5.2	Curva de flambagem para pilares de aço.	79
Figura 5.3	Equações de interação para pilares mistos sujeitos à flexo-compressão.	86
Figura 5.4	Comparação exata e simplificada entre as curvas de interação força de compressão x momento fletor.	89
Figura 5.5	Curvas de interação para pilares mistos de aço e concreto sujeitos à compressão axial e momento fletor.	91
Figura 5.6	Efeitos $P - \delta$ e $P - \Delta$ no pilar flexo-comprimido.	92
Figura 5.7	Decomposição dos deslocamentos e momentos fletores de 1ª ordem.	93
Figura 6.1	Modelo de superfície de contorno: (a) Modelo de superfície finita (elemento de aço) – (b) Modelo de superfície degenerativa (concreto armado e elemento misto).	99
Figura 6.2	Discretização das fibras da seção transversal mista de um pilar.	101
Figura 6.3	Comparação dos resultados de ensaios (considerando a tensão residual) e da Equação 6.3 usada na verificação da resistência.	106
Figura 6.4	Curva de interação para pilar de aço submetido à flexo-compressão, segundo a ABNT NBR 8800(1986), sem o efeito da esbeltez.	110
Figura 6.5	Curva de interação para pilar de aço submetido à flexo-compressão, segundo a ABNT NBR 8800(1986), levando em consideração o efeito da esbeltez.	111
Figura 6.6	Comparação exata e simplificada entre as curvas força de compressão x momento fletor.	112
Figura 6.7	Curva de interação para pilares mistos de aço e de concreto flexo-comprimidos.	113

Figura 6.8	Curva simplificada de interação para pilares mistos de aço e de concreto flexo-comprimidos.	117
Figura 6.9	Representação gráfica do fator de redução da resistência μ , para a situação $\chi_d \geq \chi_{pm}$ com $\chi_n = 0$.	119
Figura 6.10	Representação gráfica do fator de redução da resistência μ , para a situação $\chi_d < \chi_{pm}$ com $\chi_n \neq 0$.	120
Figura 6.11	Representação gráfica do fator de redução da resistência μ , para a situação $\chi_d < \chi_{pm}$ com $\chi_n = 0$.	121
Figura 6.12	Curvas de interação para pilares mistos de aço e concreto sujeitos à compressão axial e momento fletor.	122
Figura 6.13	Representação gráfica do fator de redução da resistência μ , para a situação do AISC/LRFD (2005).	126
Figura 6.14	Fator de resistência em função da variação esbeltez para fator de contribuição do aço (δ) igual a 0,8, tomando como base o Eurocode 4 (2004).	129
Figura 6.15	Fator de resistência em função da variação esbeltez para fator de contribuição do aço igual (δ) a 0,6, tomando como base o Eurocode 4 (2004).	129
Figura 6.16	Fator de resistência em função da variação esbeltez para fator de contribuição do aço igual (δ) a 0,4, tomando como base o Eurocode 4(2004).	130
Figura 6.17	Fator de resistência em função da variação esbeltez para fator de contribuição do aço igual (δ) a 0,8, tomando como base o AISC/LRFD(2005).	130
Figura 6.18	Fator de resistência em função da variação esbeltez para fator de contribuição do aço igual (δ) a 0,6, tomando como base o AISC/LRFD(2005).	131
Figura 6.19	Fator de resistência em função da variação esbeltez para fator de contribuição do aço igual (δ) a 0,4, tomando como base o AISC/LRFD(2005).	131
Figura 6.20	Fator de resistência em função da variação esbeltez para fator de contribuição do aço igual (δ) a 0,8, 0,6 e 0,4, tomando como base o AISC/LRFD(1999)	133
Figura 6.21	Pilar misto de aço e concreto: (a) Esquema de carregamento e vinculação - (b) Seção transversal mista de aço e concreto.	136

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1	Comparativo entre os dois tipos mais comuns de pilares mistos de aço e concreto.	13
Tabela 2.2	Descrição das atividades construtivas de um edifício com estrutura mista.	19
Tabela 2.3	Comparação entre pilar misto totalmente revestido com concreto e pilar de concreto armado.	21
Tabela 3.1	Valores limites de $\bar{\lambda}$ para a carga de longa duração.	33
Tabela 3.2	Curvas de flambagem e imperfeições das peças.	36
Tabela 3.3	Valores do fator de imperfeição α .	38
Tabela 3.4	Valores da tensão de cálculo ao cisalhamento (τ_{Rd}).	53
Tabela 4.1	Valores limites de $\bar{\lambda}$ abaixo dos quais são desprezados os efeitos de retração e deformação lenta do concreto.	67
Tabela 4.2	Curvas de flambagem para pilares mistos.	67

RESUMO

CAMPOS, A.S. **Estudo sobre os critérios de dimensionamento de pilares mistos de aço e concreto**. Campinas, Brasil: UNICAMP, FEC, 2006. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, 2006. 158 p.

Inicialmente, os pilares mistos de aço e concreto eram utilizados na construção de edifícios apenas como forma de aumentar a resistência à corrosão e ao incêndio. Posteriormente, a evolução da construção, fazendo uso de edifícios cada vez mais altos, levou a comunidade técnica a desenvolver metodologias de cálculo em que o aço e o concreto trabalhassem conjuntamente, o aço contribuindo com elevada resistência e leveza e o concreto com sua grande rigidez e inércia. A crescente demanda pelo uso de pilares mistos de aço e concreto tem motivado o aprofundamento de estudos para representar seu comportamento com objetivo de serem obtidos pilares mais seguros e mais econômicos. Atualmente, com o avanço dos métodos computacionais e da construção de edifícios cada vez mais altos, a deformação lenta, o confinamento, a retração e a aderência podem ser limitantes no cálculo dos pilares mistos. Nesse sentido, motivados pelas diferentes limitações de esbeltez global e local impostas pelas normas, o trabalho procura discutir as diferentes formulações presentes na ABNT NBR14323 (1999), EUROCODE 4 (2004) e AISC/LRFD (2005). As hipóteses que levaram às respectivas formulações são apresentadas e avaliadas frente às condições de trabalho no Brasil. Alguns exemplos numéricos são apresentados e discutidos no final.

Palavras-chave: Pilar misto, aço, concreto, compressão, flexão, resistência.

.

ABSTRACT

CAMPOS, A.S. **Study about formulations to design the composite columns**. Campinas, Brasil: UNICAMP, FEC, 2006. Dissertation (Master) – Universidade Estadual de Campinas, 2006. 158 p.

In the past, steel-concrete composites were used in building construction just as a way of increasing the strength against corrosion and fire. Later, because of the evolution of construction through higher and higher buildings the technical community was led to develop calculation techniques that considered steel and concrete working together – the steel contributing with high resistance and lightness and the concrete with its stiffness and inertia. The growing demand in use of steel-concrete composite columns has motivated deeper studies to represent its behavior with the aim of obtaining more secure and more economic columns. Nowadays, with the advance of computation methods and construction of higher and higher buildings, we have other factors, such as creep, confining, retraction and the adherence, which can establish a limit in the calculation of composite columns. In this way, motivated by different borderlines of global and local slender made compulsory by rules, the paper tries to discuss different formulations present on NBR14323 (1999), EUROCODE 4 (2004), AISC/LRFD (2005). The hypotheses that took the respective formulations are presented and evaluated according to the conditions of work in Brazil. Some numerical examples are presented and discussed at the end.

Keywords: Composite column, steel, concrete, compression, bending, strength.

1. INTRODUÇÃO

É importante ressaltar a necessidade de se ter, de forma clara e bem definida, o conceito que permite visualizar a diferença entre um elemento estrutural misto de aço e concreto e um sistema estrutural misto de aço e concreto, também conhecido como sistema estrutural híbrido.

Entende-se por elemento estrutural misto de aço e concreto, aquele que é formado por elementos de aço como: perfil, fôrma-laje ou chapas, ligados ao concreto, podendo o mesmo ser protendido ou armado. Para essa combinação, leva-se em consideração que, tanto o aço quanto o concreto, trabalham em conjunto para resistir às solicitações, tanto vertical como horizontal e na estabilidade estrutural local e global da edificação. Dentre os tipos de elementos estruturais mistos, pode-se citar o pilar misto, a viga mista, a laje mista e a ligação mista.

Em Queiroz et al. (2001), as estruturas híbridas são definidas como sendo um sistema que mistura soluções utilizando mais de um material estrutural. Podem-se citar, como exemplos, um edifício que possua lajes mistas, compostas por fôrma metálica preenchida com concreto, apoiada sobre vigas metálicas e que estão conectadas a pilares de concreto ou um edifício com estrutura de aço (pilares e vigas) ligado à caixa de escadas feita em concreto.

De uma forma mais ampla toda edificação, seja em estrutura de aço ou a de concreto, possui um sistema estrutural híbrido, uma vez que as lajes são feitas de concreto.

Para Viest (2003), o depósito da Druecker, construído em Chicago em 1898, foi uma das primeiras obras com a utilização de pilares mistos revestidos com concreto. Este mesmo conceito foi utilizado em 1901, porém de forma invertida, onde pilares tubulares de aço foram preenchidos com concreto a fim de aumentar a capacidade da grua utilizada na construção da nova gráfica do governo americano, em Washington, DC.

De acordo com Salmon & Johnson (1996), a utilização da estrutura mista de aço e concreto, com o aço trabalhando junto ao concreto, teve seu início por volta de 1900, onde as vigas eram revestidas de concreto para aumentar a resistência ao incêndio e protegê-las da corrosão. Essa prática se deu até meados dos anos 40 com o surgimento de outros materiais mais leves. Naquela época, não se considerava que a laje de concreto trabalharia conectada com a viga de aço e somente após o surgimento da solda e da utilização de conectores de cisalhamento, resistindo aos esforços horizontais de cisalhamento, é que os conceitos começaram a serem modificados.

Segundo The Steel Construction Institute (1994b), por volta dos anos 50, as construções mistas de aço e concreto passaram a ser aceitas pelos profissionais de engenharia, quando foram usadas nas construções de pontes nos Estados Unidos e em alguns países da Europa. Na década seguinte, esse conceito começa a se popularizar e ser difundido, trazendo para as construções, não só benefícios técnicos, como também econômicos. Daí por diante essa técnica passa a ser utilizada em edifícios.

Figueiredo (1998) relatou que em 1930 foi introduzido no New York City Building Code, os primeiros registros de normatização de estruturas mistas. Malite (1990) referiu que, em 1944 a American Association of State Highway Officials (AASHO), atualmente conhecida como AASHTO, introduziu esse assunto em seus códigos, seguida pelo American Institute Of Steel Construction (AISC) em 1952 (NARDIN, 1999).

No Brasil, o primeiro registro de normatização de estruturas mistas se deu em meados de 1986, com a publicação da ABNT NBR 8800, referente ao projeto e execução de estruturas de aço de edifícios. No entanto, essa norma aborda somente vigas mistas. Já em 1999, com a publicação da norma de dimensionamento de estruturas de aço e edifícios em situação de incêndio – ABNT NBR 14323, além de normatizar os elementos mistos em situação de incêndio, como viga mista, pilar misto e laje mista, aproveitou-se para incorporar a regulamentação de cálculo em temperatura ambiente para pilares mistos e lajes mistas, complementando dessa forma a ABNT NBR 8800:1986.

A seguir são vistos alguns exemplos de edifícios com sistema estrutural híbrido:



Figura 1.1 – Torre Mayor - Cidade do México.



Figura 1.2 – Centro Empresarial do Aço – São Paulo.



Figura 1.3 – New Century - São Paulo.



Figura 1.4 – World Trade Center 7 – Nova Iorque.

Pode-se dizer que ao serem utilizadas estruturas de aço, algumas vantagens estão intrinsecamente ligadas a esse sistema como: flexibilidade e liberdade no projeto arquitetônico, menor prazo de execução, alívio de cargas nas fundações, obras mais rápidas e limpas. Por outro lado, a utilização do concreto apresenta vantagens como: resistência ao incêndio e à corrosão, além disso, a maior inércia da seção transversal contribui para a estabilidade de edificação.

É importante ressaltar que grandes vantagens são inerentes quando se trabalha com sistemas mistos de aço e concreto e, que o profissional, seja ele um arquiteto ou um engenheiro, conheça não só as características e o comportamento isolado de cada material (aço e concreto), mas também como eles se comportam juntos (elemento misto), para que, dessa maneira, possa extrair adequadamente o melhor desempenho de cada material utilizado, sejam eles isolados ou na forma híbrida.

2. PILARES MISTOS

Pilares mistos são elementos estruturais em que o perfil de aço e o concreto atuam em conjunto por meio da adesão, atrito e ligação mecânica entre os seus componentes. São projetados para maximizar a eficiência de cada um dos dois materiais usados, quando possível, o perfil de aço trabalhando à tração e o concreto à compressão.

A capacidade resistente aos carregamentos dos pilares mistos de aço e concreto é governada por vários modos de colapso, tais como colapso do perfil metálico, colapso do concreto, falha na interface entre os dois componentes e a instabilidade do conjunto.

Para o pilar de aço, o escoamento e a flambagem são fatores primários que podem ser limitantes na sua capacidade de resistir aos esforços. Para o concreto, os limitantes primários são as fissuras e o esmagamento. Já para a interface entre o aço e o concreto podem-se citar os fenômenos da aderência e da falha dos conectores de cisalhamento, ou até mesmo um deslocamento relativo excessivo e vazio entre os componentes.

Fukumoto (1997) relatou que o comportamento de colapso do pilar misto é essencialmente influenciado pela interação entre o perfil de aço e o concreto. No entanto, a

contenção mútua entre os dois elementos, como resultado da sua interação, pode melhorar o desempenho do pilar misto.

Além disso, deve-se tirar proveito das características de tensão-deformação de cada elemento, a fim de aumentar a capacidade resistente do pilar misto advinda da interação entre o aço e o concreto. De acordo com Galambos (1998), um exemplo disso, seria usar o concreto como limitante global e o perfil de aço para problemas de flambagem local.

As aplicações práticas do uso dos pilares mistos de aço e concreto podem ser encontradas tanto em edifícios baixos quanto em altos. Nos edifícios baixos, pode-se citar sua aplicação em edificações como shoppings, depósitos e armazéns, museus, centros esportivos e de entretenimento, estação e terminais. A *Figura 2.1* ilustra a aplicação de pilares mistos em uma edificação de baixa altura.



Figura 2.1 – Museu Landesmuseum- Mannheim.

Para esses tipos de ocupações pode haver a necessidade, por razões práticas ou até mesmo estéticas, que os pilares mistos de aço e concreto sejam totalmente revestidos com concreto, por exemplo: aparência arquitetônica, resistência à corrosão, segurança contra o incêndio, proteção contra impacto de veículos.

Nos edifícios altos, o uso dos pilares mistos de aço e concreto está mais relacionados à sua grande capacidade resistente, onde a utilização está intimamente ligada às vantagens estruturais intrínsecas proporcionadas pelo aço e pelo concreto. O aço proporciona maior velocidade de montagem, alta resistência e leveza estrutural enquanto o concreto, melhora a estabilidade do conjunto devido a uma maior seção transversal e possui baixo custo.

Uma aplicação prática e freqüente do uso dos pilares mistos de aço e concreto em edifícios altos, conforme ilustrado na *Figura 2.2*, é a sua utilização nos pilares perimetrais da edificação, trabalhando em conjunto com as vigas de borda, para resistir às forças laterais.



Figura 2.2 – Three Houston Center Gulf Tower Building – Houston.

Uma prática mais recente é a utilização de grandes pilares mistos nos cantos, ou próximo a eles, fazendo parte de um grande pórtico a fim de resistir às elevadas forças de vento.

Segundo o Eurocode 4 (2004), os pilares mistos podem ser divididos e classificados em duas classes principais, são elas:

- a) Pilar misto de aço e concreto revestidos com concreto, representados nas *Figuras 2.3-a, -b e -c*;

b) Pilar misto de aço e concreto tubulares preenchidos com concreto, representados nas *Figuras 2.3-d, -e -f*.

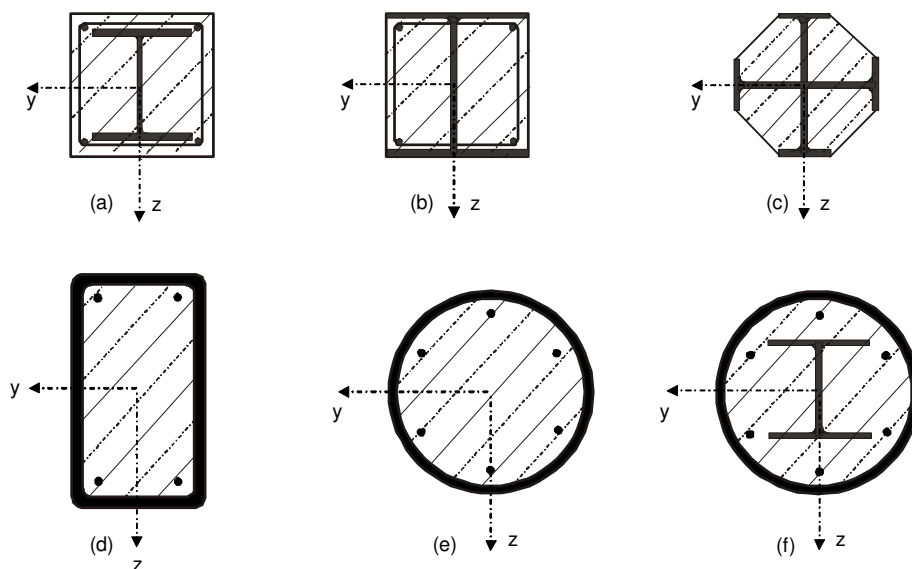


Figura 2.3 – Seções transversais típicas para os pilares mistos de aço e concreto.

Os pilares mistos são classificados de acordo com a seção transversal, em pilares de aço totalmente revestidos (*Figuras 2.3-a e 2.4*), todo o perfil se encontra revestido com concreto, com um cobrimento mínimo em seu contorno. Pilares parcialmente revestidos, ilustrados nas *Figuras 2.3-b, -c, 2.5 e 2.6*, são constituídos por perfis de aço com seção transversal do tipo “I” ou “H”, com o espaço entre as mesas preenchidas com concreto.



Figura 2.4 – Pilares totalmente revestidos com concreto.



Figura 2.5 – Pilares parcialmente revestidos com concreto.

Os chamados pilares mistos do tipo cruciforme parcialmente revestidos com concreto, apresentados nas *Figuras 2.3-c e 2.6*, são utilizados quando a carga de flambagem é substancial nos dois eixos de simetria.



Figura 2.6 – Pilar cruciforme parcialmente revestido com concreto.

Na *Figura 2.6*, o pilar misto cruciforme, é composto por três perfis de aço soldados. O espaço entre as mesas é preenchido com concreto. Esse concreto tem a função de proteger as

partes internas da seção de aço e contribuir com a resistência. Caso seja necessário, armadura adicional pode ser utilizada.

A seção transversal dos pilares mistos preenchidos com concreto pode ser do tipo circular ou retangular. São mais aplicáveis em pilares sujeitos a grandes cargas de compressão axial, onde sua resistência à compressão é aumentada devido ao confinamento do concreto no interior do tubo de aço. Vale ressaltar ainda que se faz uso da armadura longitudinal, no interior do pilar de aço, a fim de aumentar a resistência ao incêndio do pilar misto. Entretanto sua utilização não é obrigatória. A *Figura 2.7* mostra um exemplo de aplicação do pilar misto circular preenchido com concreto.



Figura 2.7 – Pilar tubular circular preenchido com concreto.

Além do benefício do confinamento, o concreto no interior do tubo de aço ajuda a prevenir a flambagem local das paredes do tubo. Na *Figura 2.8* são apresentados esquemas ilustrativos com os alguns modos de flambagem que ocorrem no pilar tubular de aço e misto.

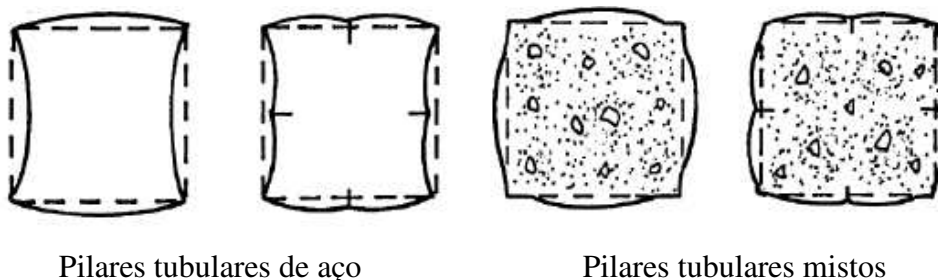
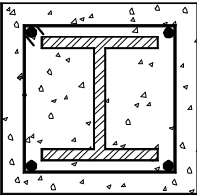
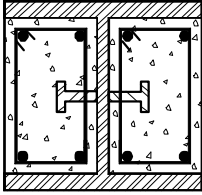


Figura 2.8 – Modos de flambagem de pilares de aço e pilares tubulares retangulares preenchidos com concreto.

Os pilares mistos revestidos total ou parcialmente com concreto, apresentados na *Figuras 2.3-a, -b e -c*, são os tipos mais utilizados nas edificações. Em sua publicação *Perfil Arbed*, a Arcelor traz uma tabela comparativa, descrita na *Tabela 2.1*, entre essas duas alternativas de pilares.

Tabela 2.1 – Comparativo entre os dois tipos mais comuns de pilares mistos de aço e concreto.

Totalmente revestido com concreto	Parcialmente revestido com concreto
	
Necessidade do uso de forma de madeira.	Dispensa o uso de forma de madeira (a menos que haja problema na montagem ou por razões arquitetônicas tenha a necessidade de uma aparência final acabada).
Concretado verticalmente após a montagem do perfil de aço.	Concretado horizontalmente antes da montagem do perfil de aço.
O perfil de aço fica totalmente revestido.	O perfil de aço fica parcialmente revestido.
Utiliza, preferencialmente, perfil com mesas mais espessas.	Utiliza, preferencialmente, perfil com mesas mais esbeltas.
A armadura pode ser colocada após a montagem do pilar de aço.	A armadura é facilmente colocada no pilar de aço, antes de sua montagem.
É necessária uma porcentagem relativamente baixa de armadura.	Maior consumo de armadura devido a menor resistência ao incêndio.
Dispensa pintura no perfil de aço.	Necessidade de pintura nas mesas expostas do perfil de aço.
Utiliza pequeno número de conectores de cisalhamento. Sendo fundamental sua aplicação nas regiões de introdução de cargas.	Utilizam-se os conectores de cisalhamento ao longo do comprimento do pilar de aço, como forma de proteger o concreto contra a ação do incêndio.
Elevada resistência ao incêndio	Moderada resistência ao incêndio.
A resistência total do pilar misto se dá somente após a cura do concreto que envolve o perfil.	Após a montagem já pode contar com a resistência máxima do pilar misto.

Por outro lado, independentemente do tipo de pilar misto usado nas edificações, o perfil de aço e o concreto armado são combinados para otimizar as qualidades dos materiais e algumas vantagens associadas ao seu uso são:

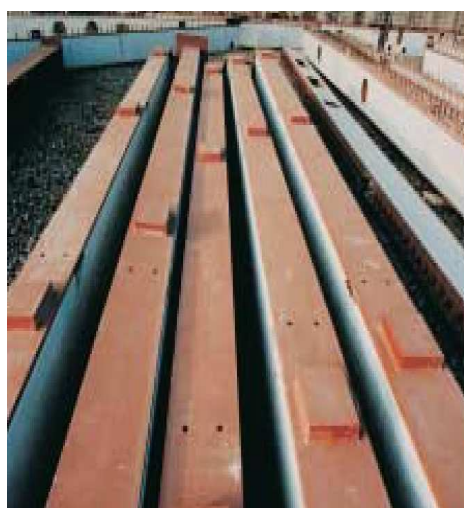
- a) Maior capacidade resistente aos carregamentos verticais e momentos;
- b) Maior rigidez quando submetidos aos carregamentos laterais;
- c) Seção transversal menor se comparada ao concreto armado convencional;
- d) Pilares com mesmas dimensões externas resistindo aos diferentes carregamentos podem ser projetados, variando a espessura do perfil de aço, a resistência do concreto e a armadura. Desta forma as distâncias entre os pilares podem ser mantidas constantes nos andares da edificação, facilitando o detalhamento arquitetônico;
- e) Economia proveniente do uso do concreto, material de custo relativamente baixo;
- f) Velocidade na montagem da estrutura uma vez que as ligações são feitas por meio dos perfis de aço;
- g) Maior resistência ao incêndio e à corrosão se comparado a um pilar de aço;
- h) Nos pilares de seção transversal tubular, o próprio perfil de aço já serve como forma para a concretagem. Esse tipo de seção de aço permite ainda que a concretagem dos tubos seja executada após a montagem da estrutura de aço, reduzindo assim o tempo e o porte dos equipamentos de montagem.

Como todo sistema estrutural, os pilares mistos de aço e concreto, também, apresentam desvantagens e limitações, sejam de projeto ou de execução.

Dentro do processo executivo, Queiroz e Chaves (2000), relataram que, no caso de pilares revestidos com concreto, a execução de fôrma para a contenção do concreto leva ao

incremento de mais uma etapa construtiva para a obra se comparada com a utilização de estruturas com pilares de aço.

Outra desvantagem são as ligações entre o pilar misto e os demais elementos estruturais, uma vez que ela apresenta maiores dificuldades de execução se comparados com os pilares de concreto. As ligações entre os componentes estruturais mistos se dão por meio dos elementos de aço e são projetadas de acordo com as normas de aço relacionadas. As *Figuras 2.9-a e -b* ilustram um detalhe de ligação, entre elementos estruturais mistos, antes e depois da montagem, respectivamente.



(a)



(b)

Figura 2.9 – Exemplo de ligação entre pilar misto e viga mista.

Um importante conceito ao projetar as ligações entre os pilares mistos e os demais elementos estruturais é de projetá-las de maneira que não fiquem sujeitas às altas temperaturas do incêndio. Na *Figura 2.10* é apresentado um esquema que mostra esse tipo de cuidado, em que os parafusos da ligação ficam protegidos da ação do incêndio pelo concreto da laje.

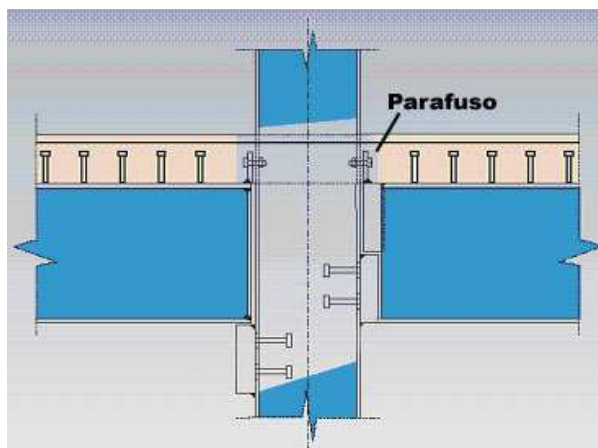


Figura 2.10 – Esquema de ligação usando chapa de apoio.

Atenção especial deve ser dada a alguns fatores ligados diretamente ao uso do concreto nos pilares mistos, dentre eles pode-se citar: a retração, a deformação lenta, a aderência e o confinamento. Esses fatores não só estão relacionados diretamente com o desempenho da edificação ao longo do seu uso, mas também, com o aumento de resistência proporcionado pela atuação conjugada entre o aço e o concreto, seja ele revestindo ou preenchendo o pilar. Assim, é de responsabilidade do engenheiro calculista o difícil prognóstico desses efeitos.

Tais afirmações são comprovadas por Figueiredo (1998), ao afirmar que um pilar misto esbelto sob ação permanente de um carregamento tem suas deformações, ao longo do tempo, gradualmente aumentadas e, eventualmente podem ser várias vezes maiores que a deformação instantânea.

Segundo Vasconcellos (2004), após o endurecimento do concreto, aço e concreto passam a trabalhar de maneira conjunta, onde há caracterização do comportamento misto do pilar. Após essa etapa, os efeitos da retração e da fluência produzem deformações adicionais ao concreto e que são transferidas gradualmente ao aço.

Esse efeito, também, é abordado pelo American Institute of Steel Construction (1992), onde foi relatado que o uso de pilares mistos na construção dos pórticos nos edifícios altos pode levar a dificuldade no controle do nível e da proporção do encurtamento dos pilares mistos com relação aos outros sistemas estruturais utilizados como pilares de aço adjacente ou paredes de

cisalhamento. Esse problema toma proporções maiores quando há grandes variações nas etapas construtivas e são constatados nos casos de pilares mistos revestidos com concreto, onde os pilares de aço são primeiramente montados e posteriormente faz-se a concretagem, *in loco* dos mesmos.

O efeito da aderência que ocorre na interface entre o perfil de aço e o concreto é responsável pela transferência dos esforços entre esses dois materiais e ocorre por três maneiras distintas: a aderência mecânica, proporcionada pelo uso de conectores de cisalhamento, a aderência química, desprezada quando há deslocamentos relativos excessivos e por atrito, cuja força é proporcional à área de interface, entre o aço e o concreto e à força axial aplicada.

É importante salientar que, pelo fato do pilar misto ser um elemento estrutural predominantemente sujeito a esforço de compressão, a norma americana de cálculo (AISC/LRFD) sugere a utilização de conectores de cisalhamento ou outros dispositivos que assegurem a aderência, a fim de garantir a interação total entre o perfil de aço e o concreto.

O efeito do confinamento nos pilares mistos de aço e concreto é um fenômeno considerado apenas nos pilares tubulares circulares preenchidos com concreto. Esse efeito confere ao pilar misto tubular um ganho na capacidade resistente à compressão axial, se comparado com o pilar misto, parcialmente ou totalmente, revestido com concreto.

Esse efeito se justifica pela contenção que o perfil de aço tubular profere ao concreto, que se encontra sob o estado triaxial de tensões. Nardin (1999) referiu que esse assunto ainda é pouco explorado e sobre ele pairam muitas dúvidas acerca da sua ocorrência e magnitude para as seções retangulares e quadradas.

Deve-se ressaltar, também, a importância das considerações de projeto inerentes aos pórticos mistos, onde o pilar misto é parte integrante desse sistema.

Griffis (1986) ressaltou a necessidade de considerações adicionais em projetos de pórticos mistos de forma que o engenheiro torne clara a real importância dos carregamentos para a estrutura durante a fase de montagem. O autor ressaltou ainda a importância das pesquisas, a

fim de verificar e modificar as hipóteses usadas ao projetar e montar as estruturas mistas, dentre as quais se podem citar: os conectores de cisalhamento nos pilares mistos, o comportamento das ligações viga-pilar, os procedimentos de cálculo dos pilares mistos, a rigidez dos pórticos, a sequência de carregamento, a responsabilidade da montagem e a fissuração do concreto.

Nos pilares mistos, o perfil de aço é responsável em resistir às cargas iniciais do tipo gravitacional, construtiva e lateral, até que num determinado momento, o concreto que envolve o perfil de aço, ou que está no interior do tubo de aço, adquire resistência suficiente, formando o pilar misto. Esse conjunto será capaz de resistir ao carregamento total de projeto, ou seja, o perfil de aço resiste às cargas construtivas e o perfil de aço trabalhando em conjunto com o concreto resiste à carga total da edificação.

Vale ressaltar que o uso de pilares mistos não implica somente na otimização da resistência aos carregamentos, da rigidez e ductibilidade, mas também, devem ser considerados aspectos dos tipos construtivos, econômicos e arquitetônicos.

Dentro dos aspectos construtivos, pode-se destacar que o uso da estrutura mista nas edificações possibilita que a obra adquira uma grande velocidade construtiva, pois o seu uso permite a verticalização das etapas construtivas e, além disso, possibilita que várias frentes de trabalho atuem simultaneamente na construção do edifício. A *Figura 2.11* e a *Tabela 2.2* apresentam a representação esquemática e a descrição, respectivamente, da simultaneidade das atividades construtivas.

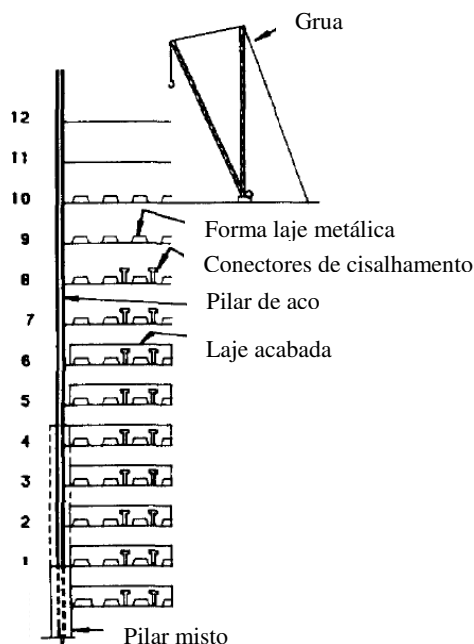


Figura 2.11 – Esquema da seqüência construtiva de um edifício com estrutura mista.

Tabela 2.2 – Descrição das atividades construtivas de um edifício com estrutura mista.

Pavimentos	Atividades
1 – 2	Montagem das formas dos pilares; Concretagem dos pilares.
3 – 4	Colocação da armadura do pilar.
5 – 6	Concretagem da laje.
7 – 8	Colocação dos conectores de cisalhamento.
9 – 10	Soldagem do pórtico; Colocação da forma-laje metálica.
11 – 12	Montagem da estrutura.

Tradicionalmente, em edifícios com estrutura de aço ou de concreto armado, a estabilidade e a resistência aos carregamentos laterais são, automaticamente, alcançadas ao mesmo tempo em que a estrutura é montada ou concretada.

Contraventamentos nos pilares e ligações rígidas são maneiras de garantir a estabilidade e resistir aos carregamentos laterais nos edifícios estruturados em aço. Paredes de cisalhamento e ligações monolíticas entre vigas e pilares conferem, após a sua cura, a estabilidade e a resistência lateral necessária nas estruturas de concreto.

No entanto, para as edificações com estrutura mista, contraventamentos provisórios devem ser utilizados nas partes da estrutura onde o concreto não teve a sua cura completa (*Figura 2.12*).



Figura 2.12 – Contraventamentos provisórios utilizados na montagem de pilares mistos.

Para os fatores econômicos que influenciam o uso dos pilares mistos de aço e concreto, pode-se citar a redução do custo devido as menores dimensões dos pilares. Tal fato está associado à leveza e a alta resistência dos perfis dos perfis de aço e grande rigidez proferida pelo concreto.

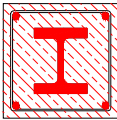
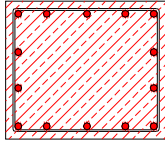
Em um estudo comparativo entre pilar misto e pilar de aço, submetidos às mesmas condições de carregamento, Queiroz et al. (2001), concluíram que a resistência de um pilar misto pode ser 57% superior ao de aço.

A real economia proporcionada pelo uso dos pilares mistos de aço e concreto, ao invés dos pilares de aço em edifícios de múltiplos andares, é apresentada por Tarnoczy (2001), que por meio de estudos comparativos entre pilares de aço e mistos, obteve economia de até 50%.

Já nos aspectos arquitetônicos, os projetos com a utilização de pilares mistos oferecem muitas variações podendo combinar diferentes tipos de elemento mistos. Além disso, pode-se contar com o aumento da área útil, pois os pilares mistos apresentam dimensões reduzidas se comparadas, principalmente, aos pilares de concreto.

Tal fato é comprovado em SSEDTA (2001) e está ilustrado na *Tabela 2.3*, que apresenta uma comparação entre um pilar misto totalmente revestido com concreto e um pilar de concreto, ambos submetidos às mesmas condições de carregamento.

Tabela 2.3 – Comparação entre pilar misto totalmente revestido com concreto e pilar de concreto armado.

	Misto	Concreto armado
Pilar		
Dimensões (cm)	70/70	80/120
Área transversal (cm ²)	4900	9600

No que diz respeito à normatização dos pilares mistos de aço e concreto, Helsinki University of Technology (2004) lembra que, nos últimos anos, pesquisas e métodos analíticos e de projetos foram elaborados e, normas técnicas estão sendo criadas e aperfeiçoadas. Estes códigos, por sua vez, refletem as filosofias de projeto e executivas do meio técnico de seus países. Dentre eles pode-se citar as seguintes entidades regulamentadoras:

- a) European Committee for Standardization;
- b) American Institute of Steel Construction (AISC);
- c) American Concrete Institute (ACI);

- d) British Standard Institute (BSI);
- e) Architecture Institute of Japan (AIJ);
- f) Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT).

Devido à grande variedade de normas disponíveis e em virtude de suas relevâncias, neste trabalho, serão abordadas apenas as normas brasileira (ABNT NBR 14323 de 1999), européia (EUROCODE 4 de 1992 e 2004) e americana (AISC/LRFD de 1999 e 2005).

3. DIMENSIONAMENTO CONFORME EUROCODE 4 DE 1992 e 2004

O Eurocode 4 é a norma européia que define a regulamentação para projeto dos pilares mistos. Nesta seção são apresentadas comparações entre as especificações contidas na versão de 1992 e na versão de 2004, recentemente publicada.

Vale ressaltar que o Eurocode 4 foi a norma que serviu de base para o desenvolvimento da norma brasileira ABNT NBR14323 (1999).

Para o cálculo da capacidade resistente dos pilares mistos de aço e concreto, essa norma proporciona ao calculista dois métodos. O primeiro é chamado Método Geral, no qual levam-se em consideração, de forma explícita, os efeitos da não-linearidade geométrica. Esse método aplica-se, em particular, a pilares de seção transversal assimétrica e a pilares cuja seção transversal varia com a altura. Para a utilização desse método é necessário o emprego de ferramentas computacionais numéricas e que se disponha de software adequado para tal análise.

O segundo é um método simplificado que utiliza as curvas européias de dimensionamento (flambagem) para os pilares de aço, nas quais as imperfeições estão consideradas implicitamente. Esse método aplica-se somente aos pilares mistos duplamente

simétricos, de seção transversal constante ao longo de seu comprimento e possui as seguintes premissas de cálculo:

- a) Existência de interação total entre a seção de aço e o concreto;
- b) As imperfeições geométricas e as tensões residuais são levadas em consideração no cálculo;
- c) As seções permanecem planas após o carregamento.

Dessa forma será abordado neste trabalho apenas o método simplificado, pois sua aplicabilidade abrange a maioria dos casos usuais.

Em ambas as versões o Eurocode considera três tipos distintos de seção transversal para o pilar misto, são elas:

- a) Seções de aço totalmente revestidas com concreto (*Figura 3.1-a*);
- b) Seções de aço parcialmente revestidas com concreto (*Figuras 3.1-b, -c*);
- c) Seções tubulares de aço preenchidas com concreto (*Figuras 3.1-d, -e, -f*).

A *Figura 3.1* apresenta as seções transversais típicas utilizadas nos pilares mistos.

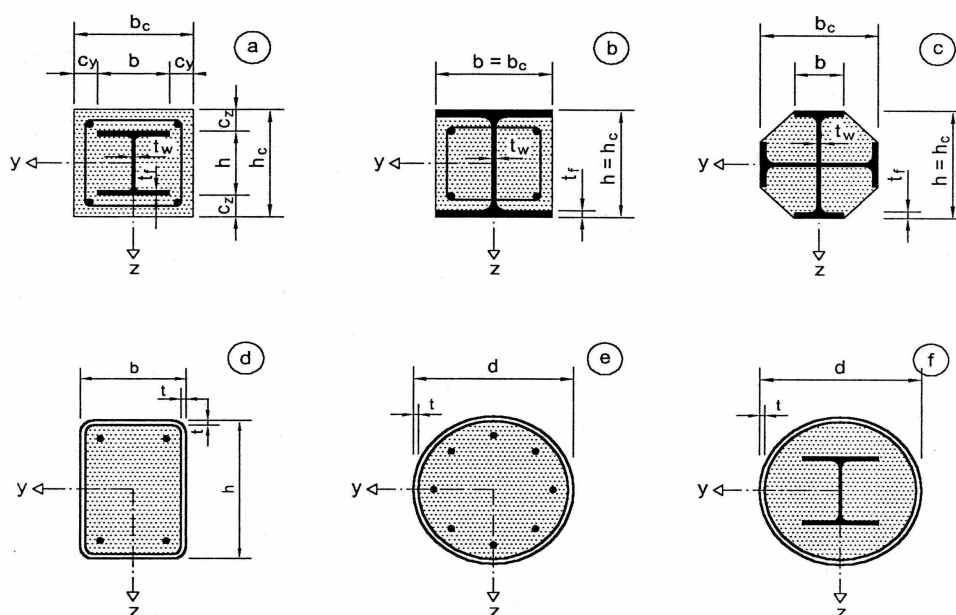


Figura 3.1 – Seções transversais típicas de pilares mistos de aço e concreto.

Nos pilares mistos totalmente revestidos (*Figura 3.1-a*), a presença do concreto evita a flambagem local das chapas de aço que formam o perfil de aço, desde que o cobrimento de concreto seja adequado.

Para garantir que esse fenômeno não ocorra, o cobrimento não deverá ser menor que o maior dos dois valores descritos a seguir:

- a) 40mm ;
- b) Um sexto da largura (b) da mesa da seção de aço.

Essas limitações para o cobrimento têm como premissas assegurar a transmissão das forças de aderência, proporcionar uma adequada contenção frente à flambagem local das mesas, evitar danos causados por impactos, proteger o perfil de aço contra a corrosão e o lascamento do concreto (*spalling*) em situação de incêndio.

Para as seções parcialmente revestidas e seções tubulares preenchidas com concreto, a esbeltez dos elementos da seção transversal do pilar de aço devem satisfazer as seguintes condições:

- a) Seções de aço parcialmente revestidas com concreto (*Figura 3.1-b e -c*):

$$\frac{b}{t_f} \leq 44\varepsilon \quad (3.1)$$

- b) Seções tubulares retangulares de aço preenchidas com concreto (*Figura 3.1-d*):

$$\frac{h}{t} \leq 52\varepsilon \quad (3.2)$$

- c) Seções tubulares circulares de aço preenchidas com concreto (*Figura 3.1-e e -f*):

$$\frac{d}{t} \leq 90\varepsilon^2 \quad (3.3)$$

Onde:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \quad (3.4)$$

f_y é a resistência ao escoamento da seção de aço;

d é o diâmetro externo da seção tubular circular;

h é a maior dimensão paralela ao eixo de simetria da seção tubular retangular;

b é a largura total da mesa da seção;

t é a espessura da parede da seção tubular;

t_f é a espessura da mesa da seção aberta.

Em ambas as versões do Eurocode para o uso do método de cálculo simplificado, as seguintes limitações devem ser respeitadas:

- a) A seção transversal do pilar deve ser prismática e simétrica em ambos os eixos e ao longo de toda sua altura, respeitando a relação dimensional $5,0 > h_c / b_c > 0,2$;
- b) O fator de contribuição relativa da seção de aço (δ) à resistência de cálculo da seção mista, dado por $\delta = (A_a f_y / \gamma_a) / N_{pl,Rd}$, deve estar entre 0,2 e 0,9;
- c) A esbeltez relativa ($\bar{\lambda}$) do pilar misto, descrita na *Equação 3.18*, deve ser menor ou igual do que 2,0;
- d) Para as seções revestidas com concreto, a armadura longitudinal de reforço deve ser no mínimo 0,3% da área total de concreto da seção transversal do pilar;
- e) A versão de 2004 diz que a máxima área da seção transversal da armadura longitudinal de reforço que pode ser utilizada no cálculo não deve ser maior que 6% da área de concreto. Já na versão de 1992 o limite era de 4%. Caso seja necessário adicionar armaduras a fim de assegurar a resistência ao incêndio, somente poderá ser utilizado o valor limite no cálculo da resistência da seção transversal mista;
- f) A versão 2004 do Eurocode traz, de maneira explícita que a categoria do perfil de aço do pilar misto deve estar entre S235 e S460, ou seja, ter um limite de escoamento (f_y) variando de 235MPa a 460MPa. A resistência à compressão do concreto de densidade normal limitadas deve variar de 20MPa a 50MPa, ou seja, deve estar entre as categorias C20/25 e C50/60;
- g) Para os pilares totalmente revestidos com concreto, o cobrimento utilizado no cálculo deve seguir as seguintes limitações descritas nas *Equações 3.5 e 3.6*:

$$40mm \leq c_y \leq 0,4b \quad (3.5)$$

$$40mm \leq c_z \leq 0,3h \quad (3.6)$$

Freqüentemente, é necessário especificar cobrimento de concreto com base em outros critérios mais significativos, por exemplo, para assegurar a resistência ao incêndio, porém esses valores de cobrimento devem estar dentro dos valores mencionados em 3.5 e 3.6.

A resistência plástica à compressão axial da seção transversal do pilar misto ($N_{pl,Rd}$), representa o carregamento máximo que pode ser aplicado a seção transversal de um pilar misto e é definida como sendo a soma das resistências individuais de cada elemento do pilar misto.

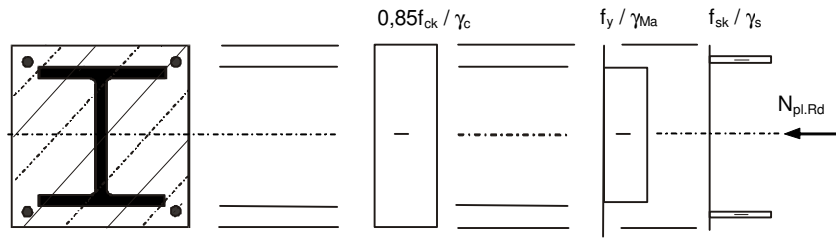


Figura 3.2 – Distribuição de tensão da resistência plástica.

Dessa forma, o Eurocode 4 trata a resistência plástica à compressão axial da seção transversal mista ($N_{pl,Rd}$) de duas maneiras distintas.

A primeira é usada nos pilares mistos cuja seção é totalmente ou parcialmente revestida com concreto ou para as seções tubulares retangulares preenchidas com concreto e sua resistência plástica é dada por:

$$N_{pl,Rd} = \frac{A_a f_y}{\gamma_{Ma}} + \frac{\alpha_c A_c f_{ck}}{\gamma_c} + \frac{A_s f_{sk}}{\gamma_s} \quad (3.7)$$

Onde:

- A_a é a área da seção transversal do perfil de aço;
 A_s é a área da seção transversal da armadura longitudinal;
 A_c é a área da seção transversal do concreto;
 f_y é o limite de escoamento do aço do perfil;
 f_{sk} é o limite de escoamento do aço da armadura;
 f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto;
 γ_{Ma} é o coeficiente de resistência do aço do perfil, igual a 1,1;
 γ_s é o coeficiente de resistência do aço da armadura, igual a 1,15;
 γ_c é o coeficiente de resistência do concreto, igual a 1,5;
 $\alpha_c = 1,0$ para seções tubulares retangulares preenchidas com concreto;
 $\alpha_c = 0,85$ para seções parcialmente ou completamente revestidas com concreto.

Pode-se considerar o incremento de resistência do concreto, devido ao efeito de confinamento no interior do tubo, no cálculo da resistência plástica à compressão axial ($N_{pl,Rd}$) das seções tubulares circulares preenchidas com concreto.

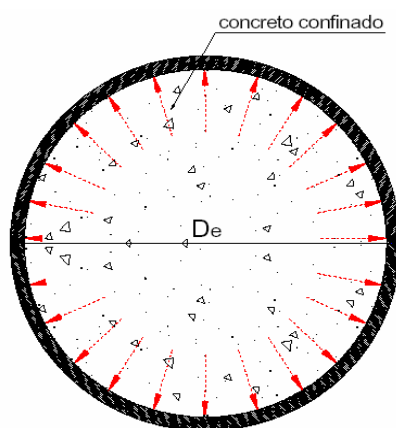


Figura 3.3 – Tensões de confinamento em pilares mistos tubulares circulares preenchidos com concreto.

Esse incremento de resistência ao concreto é resultado da contenção da deformação transversal tri-dimensional de confinamento. Ao mesmo tempo, tensões elásticas na seção tubular circular também aparecem e contribuem para a redução dessa resistência axial.

A resistência plástica de cálculo da seção tubular circular sujeita à compressão pode ser obtida da seguinte forma:

$$N_{pl,Rd} = \eta_a A_a \frac{f_y}{\gamma_{Ma}} + \left(A_c \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \right) \left[1 + \eta_c \left(\frac{t}{d} \right) \left(\frac{f_y}{f_{ck}} \right) \right] + A_s \frac{f_{sk}}{\gamma_s} \quad (3.9)$$

Onde:

t é a espessura da parede do tubo.

$$n_a = n_{a0} + (1 - n_a) 10 \frac{e}{d} \quad (3.10)$$

$$n_c = n_{c0} \left(1 - 10 \frac{e}{d} \right) \quad (3.11)$$

$$n_{a0} = 0,25(3 + 2\bar{\lambda}) \leq 1,0 \quad (3.12)$$

$$n_{c0} = 4,9 - 18,5\bar{\lambda} + 17\bar{\lambda}^2 \geq 0 \quad (3.13)$$

Os valores impostos nas expressões de 3.10 a 3.13, representam os efeitos da excentricidade (e) e da esbeltez relativa ($\bar{\lambda}$) do pilar misto respectivamente.

Porém, como o efeito no aumento da resistência do concreto depende também da esbeltez ($\bar{\lambda}$) do pilar misto e da excentricidade (e) do carregamento aplicado, se essa esbeltez

exceder a 0,5 e a excentricidade exceder $d/10$, onde d é o diâmetro externo da seção tubular circular, o efeito de confinamento não poderá ser levado em conta. Dessa forma, tem-se $n_a = 1,0$ e $n_c = zero$.

A excentricidade (e) é definida como:

$$e = \frac{M_{máx,Sd}}{N_{Sd}} \quad (3.8)$$

Onde:

$M_{máx,Sd}$ é momento máximo solicitante de cálculo, determinado por meio da análise de 1ª ordem;

N_{Sd} é a força axial solicitante de cálculo na barra, considerada constante ao longo da barra.

É importante ressaltar que o aumento da resistência plástica, devido ao confinamento do concreto, não se pode utilizar no caso dos pilares com seções tubulares retangulares, pois suas faces planas se deformam com a expansão do concreto.

A carga crítica elástica (N_{cr}) do pilar misto se calcula por meio da equação de flambagem de Euler, dada por:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 (EI)_{eff}}{L_{fl}^2} \quad (3.14)$$

Onde:

$(EI)_{eff}$ é a rigidez à flexão efetiva da seção transversal mista;

L_{fl} é o comprimento de flambagem do pilar.

Se o pilar pertencer a uma estrutura indeslocável, o comprimento de flambagem L_{fl} pode ser considerado, a favor da segurança, igual ao comprimento do sistema L .

Para as cargas de curta duração à rigidez e à flexão elástica efetiva $(EI)_{eff}$ da seção mista é dada por:

$$(EI)_{eff} = E_a I_a + K_e E_{cm} I_c + E_s I_s \quad (3.15)$$

Onde:

I_a é o momento de inércia da área do aço estrutural;

I_s é o momento de inércia da área do aço da armadura do concreto;

I_c é o momento de inércia da área do concreto;

E_a é o módulo de elasticidade do aço estrutural;

E_s é o módulo de elasticidade do aço da armadura;

E_{cm} é o módulo secante do concreto;

K_e é o fator de correção para o concreto fissurado, podendo ser tomado como 0,6.

A deformação lenta e a retração do concreto levam a uma redução da rigidez à flexão elástica efetiva do pilar misto, e consecutivamente a redução da resistência à flambagem para os pilares esbeltos sujeitos à cargas de longa duração. Com isso, o módulo secante do concreto (E_{cm}) será trocado pelo valor inferior $E_{c,eff}$, o qual é calculado da seguinte maneira:

$$E_{c,eff} = E_{cm} \frac{1}{1 + \frac{N_{G,Sd}}{N_{Sd}} \varphi_t} \quad (3.16)$$

Onde:

N_{sd} é a força normal de projeto;

$N_{G,Sd}$ é a parcela força normal de projeto devida à ação permanente;

φ_t é o coeficiente de fissuração do concreto.

Na versão de 1992 do Eurocode o módulo secante do concreto (E_{cm}) assumia o seguinte valor:

$$E_{c,eff} = E_{cm} \left(1 - \frac{0,5N_{G,Sd}}{N_{sd}} \right) \quad (3.17)$$

O Eurocode de 1992, diferentemente da versão de 2004, traz de forma explícita, as condições necessárias para levar em consideração o uso do efeito das cargas de longa duração na determinação da rigidez efetiva do pilar misto. São elas:

- a) A excentricidade relativa $e/d < 2,0$ (sendo d a dimensão da seção transversal no plano de flexão considerado);
- b) A esbeltez relativa ($\bar{\lambda}$), para o plano de flexão considerado, exceder os valores da *Tabela 3.1* a seguir:

Tabela 3.1 – Valores limites de $\bar{\lambda}$ para a carga de longa duração.

	Sistemas indeslocáveis	Sistemas deslocáveis
Seções revestidas de concreto	0,8	0,5
Seções tubulares preenchidas com concreto	$0,8/(1-\delta)$	$0,5/(1-\delta)$

A esbeltez relativa ($\bar{\lambda}$) de um pilar misto em seu plano de flexão considerado é dada por:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr}}} \quad (3.18)$$

Onde:

$N_{pl,Rk}$ é o valor de $N_{pl,Rd}$ com os coeficientes de resistência γ_a, γ_s e γ_c tomados iguais a 1,0;

N_{cr} é a carga crítica elástica por flexão.

A resistência à flambagem por flexão do pilar misto comprimido deve, para cada um dos seus planos de flexão, satisfazer a desigualdade a seguir:

$$N_{Sd} \leq \chi N_{pl,Rd} \quad (3.19)$$

Onde:

$N_{pl,Rd}$ é a resistência plástica à compressão axial da seção transversal do pilar misto;

χ é o fator de redução da resistência no plano de flambagem considerada.

Este coeficiente é uma função da esbeltez relativa $\bar{\lambda}$, calculado conforme *Equação 3.18*, e da curva de flambagem apropriada.

A *Figura 3.4* ilustra as curvas de flambagem européias usadas para os pilares mistos.

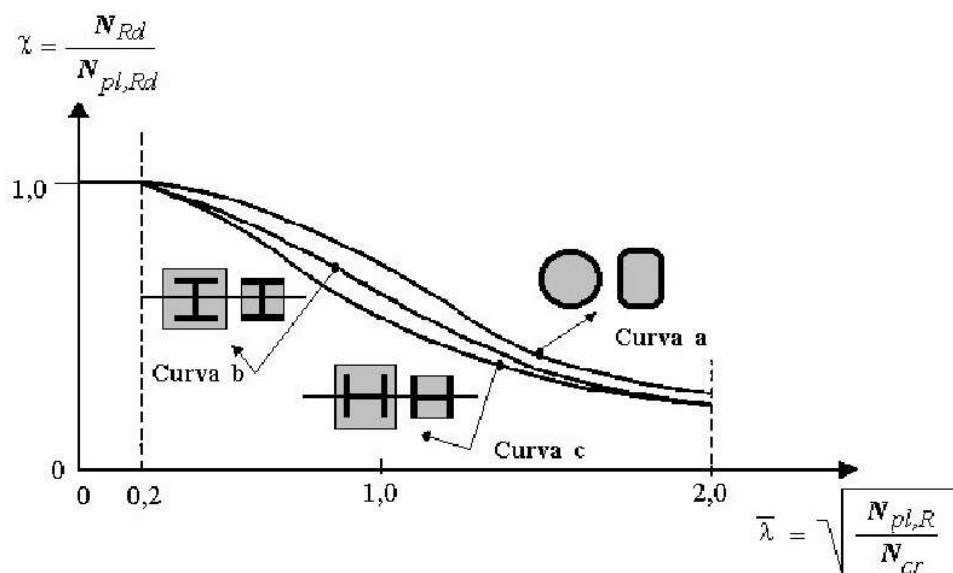
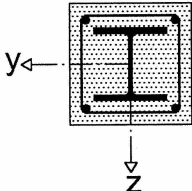
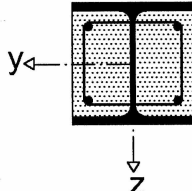
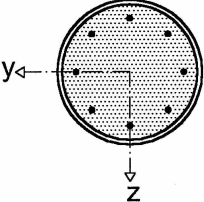
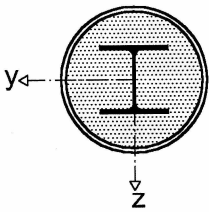
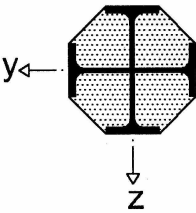


Figura 3.4 – Curvas europeias de flambagem aplicáveis aos pilares mistos.

Para uma escolha apropriada da curva de flambagem são considerados critérios como o tipo da seção transversal mista e o eixo de flexão do pilar. A Tabela 3.2 apresenta as curvas de flambagem apropriadas aos pilares mistos.

Tabela 3.2 – Curvas de flambagem e imperfeições das peças.

Seção Transversal	Limites	Eixo de Flambagem	Curva de Flambagem	Imperfeições do perfil
Totalmente revestida com concreto 		y-y	b	$L/200$
		z-z	c	$L/150$
Parcialmente revestida com concreto 		y-y	b	$L/200$
		z-z	c	$L/150$
Tubular circular e retangular preenchidas com concreto 	$\frac{A_s}{A_c} \leq 3\%$	Qualquer	a	$L/300$
	$3\% < \frac{A_s}{A_c} \leq 6\%$	Qualquer	b	$L/200$

Tubular circular com adição de perfil I de aço 		y-y	b	$L/200$
		z-z	b	$L/200$
Cruciforme parcialmente revestidas com concreto 		Qualquer	b	$L/200$

O Eurocode permite ainda, calcular o fator de redução de resistência (χ) mediante o uso da *Equação 3.20*, descrita a seguir:

$$\chi = \frac{1}{\phi + \left[\phi^2 - \bar{\lambda}^2 \right]^{1/2}} \leq 1,0 \quad (3.20)$$

Onde:

$$\phi = 0,5 \left[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] \quad (3.21)$$

Sendo α um fator generalizado de imperfeição que leva em conta os efeitos desfavoráveis da falta de linearidade inicial do perfil e das tensões residuais. Os valores de α podem ser obtidos na *Tabela 3.3*.

Tabela 3.3 – Valores do fator de imperfeição α .

Curva de Flambagem	A	b	C
Fator de imperfeição α	0,21	0,34	0,49

Para os pilares mistos submetidos a esforços combinados de compressão axial e momento fletor é necessário satisfazer os requisitos de resistência em cada um dos planos principais, levando-se em conta a esbeltez, o diagrama de momentos fletores e a resistência à flexão no plano considerado.

A resistência da seção transversal de um pilar misto flexo-comprimido e a correspondente curva de interação M - N têm por base a resistência plástica em regime último onde são usados diagramas retangulares para tensão, como ilustrado na *Figura 3.5*. Além disso a resistência da seção transversal leva em conta o efeito da força cortante, quando ela é elevada, como mostrado na sequência.

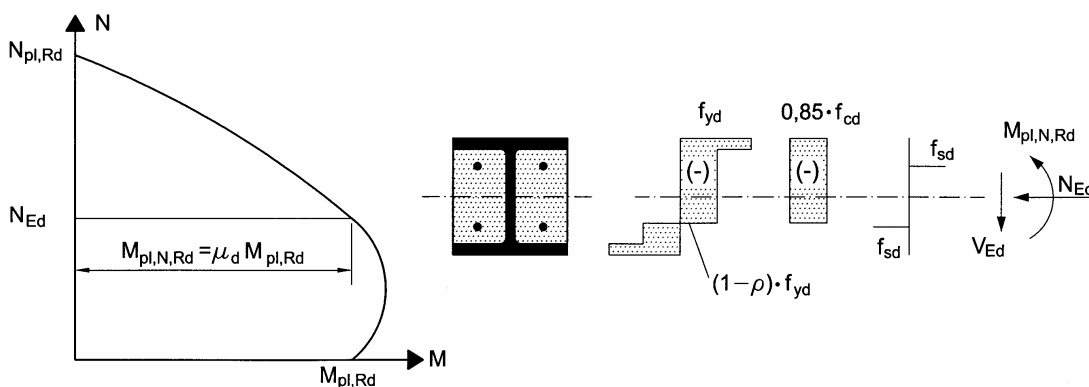


Figura 3.5 – Curva de interação para compressão e flexão em um só plano combinadas.

Essa curva de interação pode ser construída ponto a ponto, conforme a *Figura 3.6*, considerando posições da linha neutra plástica no plano principal considerado. Os valores concorrentes da resistência à carga axial e ao momento são obtidos por meio da distribuição de tensões, junto com as duas equações de equilíbrio para momento e forças axiais.

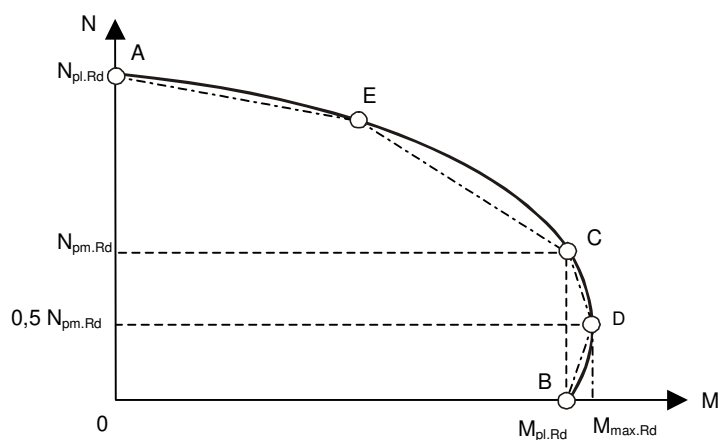


Figura 3.6 – Curva ABCDE de interação M-N para flexão em um só plano.

O ponto *D* sobre essa curva de interação corresponde ao momento máximo resistente $M_{max,Rd}$ que a seção transversal mista pode alcançar. Esse por sua vez é maior que $M_{pl,Rd}$ pois a força de compressão axial inibe a fissuração por tração do concreto, aumentando assim a sua resistência à flexão.

A Figura 3.7 ilustra esse processo, tomando como exemplo uma seção de aço totalmente revestida com concreto, para quatro posições particulares da linha neutra plástica que correspondem respectivamente aos pontos *A*, *B*, *C* e *D* marcados na Figura 3.6.

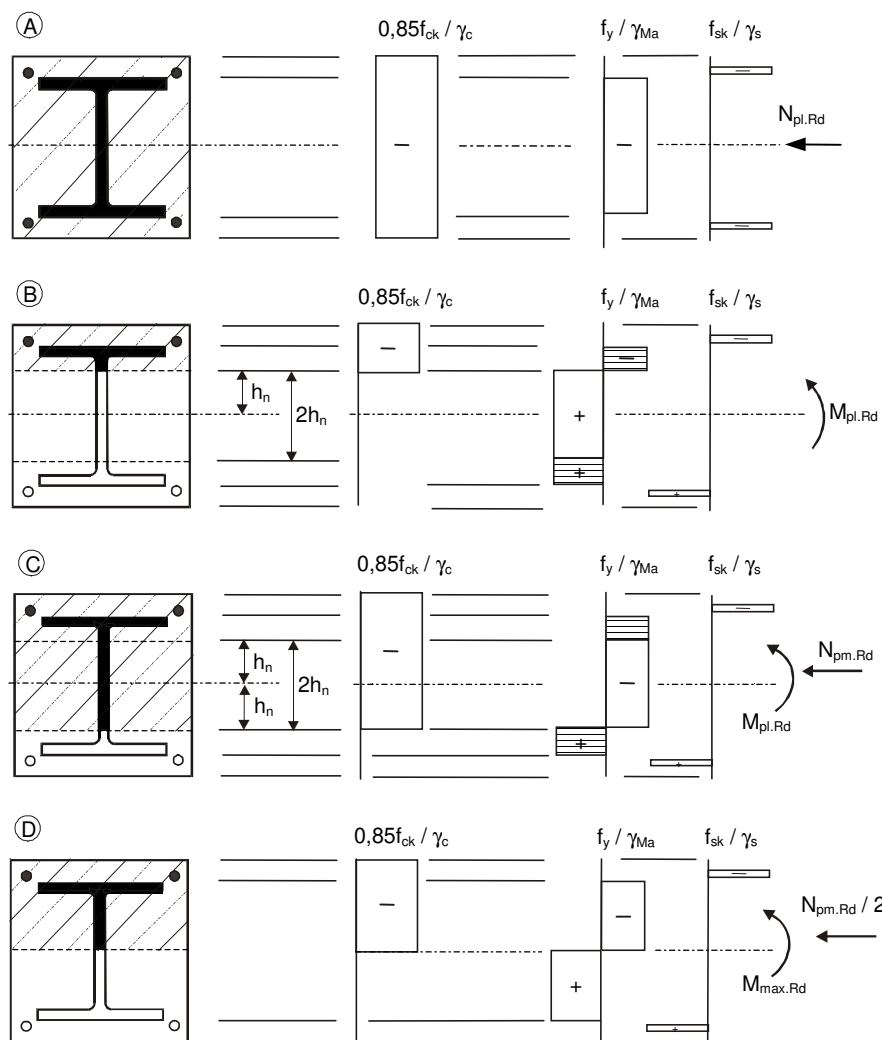


Figura 3.7 – Diagrama de tensões em diferentes pontos da curva de interação.

Abaixo se tem uma descrição dos esforços atuantes em cada ponto das Figuras 3.6 e 3.7:

Ponto A: resistência à compressão simples:

$$N_A = N_{pl,Rd} \quad (3.22)$$

$$M_A = 0 \quad (3.23)$$

Ponto *B*: resistência à flexão simples em só plano:

$$N_B = 0 \quad (3.24)$$

$$M_B = M_{pl,Rd} \quad (3.25)$$

Ponto *C*: resistência à flexão simples em um só plano, idêntica ao ponto *B*, porém com força de compressão não nula:

$$N_c = N_{pm,Rd} = A_c 0,85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \text{ (seção revestida com concreto)} \quad (3.26a)$$

$$N_c = N_{pm,Rd} = A_c \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \text{ (seção tubular preenchida com concreto)} \quad (3.26b)$$

$$M_c = M_{pl,Rd} \quad (3.27)$$

Ponto *D*: momento resistente máximo:

$$N_D = \frac{1}{2} N_{pm,Rd} = \frac{1}{2} A_c 0,85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \text{ (seção revestida com concreto)} \quad (3.28a)$$

$$N_D = \frac{1}{2} N_{pm,Rd} = \frac{1}{2} \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \text{ (seção tubular preenchida com concreto)} \quad (3.28b)$$

$$M_D = W_{pa} \frac{f_y}{\gamma_a} + W_{ps} \frac{f_s}{\gamma_s} + \frac{1}{2} W_{pc} 0,85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (3.29)$$

Onde:

W_{pa} é o módulo de resistência plástico da seção de aço estrutural;

W_{ps} é o módulo de resistência plástico da seção da armadura do concreto;

W_{pc} é o módulo de resistência plástico da seção de concreto.

Ponto *E*: situado no meio da trajetória entre os pontos *A* e *C*:

O aumento da resistência no ponto *E* é pouco superior aquela proporcionada pela interpolação linear entre os pontos *A* e *C* e, portanto o seu cálculo pode ser omitido.

É possível substituir a versão linearizada *AECDDB* (ou a mais simples *ACDB*), mostrada na *Figura 3.6*, por uma curva de interação mais precisa uma vez realizados os cálculos para obtenção destes pontos. Tal fato pode ser encontrado em Caldas (2004).

Nota-se ainda que a distribuição de tensões do tipo *C*, representada na *Figura 3.7*, tem o mesmo valor do momento resistente à representação do tipo *B*, desde que o momento seja obtido pelas tensões resultantes na região de $2h_n$. Além disso, a resultante resistente de força axial tem a mesma intensidade que a resistência à compressão axial da parte de concreto no pilar misto ($N_{pm,Rd}$).

Isso corresponde à somatória da distribuição de tensões em *B* e *C* da *Figura 3.7*, considerando o equilíbrio de forças na seção transversal do pilar. Isso é válido porque a resistência à compressão axial em *B* é igual à zero.

A influência da não-linearidade geométrica deve ser considerada na análise estrutural. Entretanto, pode ser desprezada para pilares contidos lateralmente ou para sistemas estruturais indeslocáveis, desde que ambas as condições seguintes sejam satisfeitas:

$$a) \quad N_{sd} / N_{cr} \leq 0,1;$$

$$b) \quad \bar{\lambda} < 0,2(2 - r).$$

Onde:

N_{cr} é a carga crítica elástica calculada usando a rigidez efetiva $(EI)_{ff,II}$ descrita pela equação 3.31.

r é a relação dos momentos de extremidade aplicados no pilar ($-1 \leq r \leq +1$), ilustrado na Figura 3.8. Assumindo o valor de 1,0 quando os momentos provocarem curvatura simples e, -1,0 quando provocar curvatura reversa.

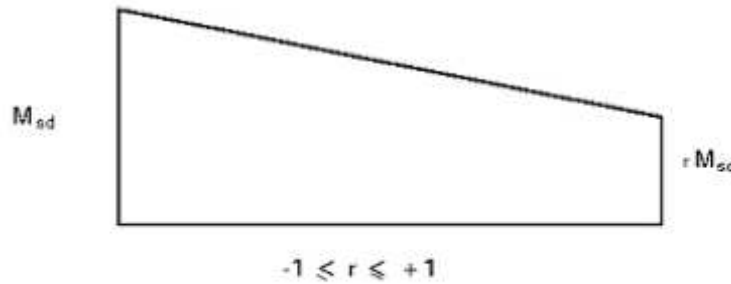


Figura 3.8 – Relação r dos momentos de extremidade.

Nas situações em que os efeitos de segunda ordem devem ser considerados, pode-se considerar, de forma aproximada e simplificada, a aplicação de um fator de amplificação (k) ao momento fletor máximo de primeira ordem (M_{sd}). Esse fator é dado por:

$$k = \frac{\beta}{1 - \frac{N_{sd}}{N_{cr}}} \geq 1,0 \quad (3.30)$$

Sendo:

$\beta = 0,66 + 0,44r$ para pilares sujeitos a momentos de extremidade;

$\beta = 1,0$ quando a flexão é causada pelo carregamento lateral no pilar

Onde:

- β é o fator dos momentos equivalentes;
 r é a relação dos momentos de extremidade, conforme descrito anteriormente e ilustrado na *Figura 3.8*.

A versão Eurocode de 2004 considera, nesse caso, que a rigidez efetiva $(EI)_{eff}$, utilizada no cálculo da carga crítica elástica (N_{cr}) da na *Equação 3.30*, deve ser substituída por $(EI)_{eff,II}$, definida abaixo como:

$$(EI)_{eff,II} = K_0 (E_a I_a + E_s I_s + K_{e,II} E_{cm} I_c) \quad (3.31)$$

Onde:

- $K_{e,II}$ é o fator de correção tomado igual a 0,5;
 K_0 é o fator de calibração tomado igual a 0,9.

O Eurocode 4 permite ainda, de forma simplificada, que a influência da geometria e da imperfeição estrutural, na análise de segunda ordem, possa ser considerada, como fator de amplificação momento solicitante de cálculo (M_{sd}) , pela utilização da imperfeição geométrica equivalente. Seus valores são expressos na *Tabela 3.2*, onde L é o comprimento do pilar misto.

A análise de primeira ordem pode ser utilizada quando o efeito não-linear aumenta em 10% os esforços solicitantes e a carga crítica elástica for determinada para uma rigidez efetiva $(EI)_{eff,II}$ reduzida, conforme *Equação 3.31*.

O The Steel Construction Institute (1994a) traz uma verificação adicional para pilares mistos considerados esbeltos, onde a relação comprimento de flambagem (L_{fl}) pela altura da seção transversal do pilar misto for superior a 15, o efeito da carga de longa duração e os efeitos

não-lineares deverão ser considerados. Entende-se como altura da seção transversal a dimensão do elemento medida da direção dos deslocamentos devido à instabilidade.

Os princípios do método proposto pelo Eurocode 4, para o cálculo da resistência de uma peça submetida à compressão axial e momento fletor em um plano, podem ser demonstrados esquematicamente na *Figura 3.9*. Com isso, para uma força de compressão axial de cálculo (N_{sd}) a resistência plástica da seção (M_{Rd}), que é uma proporção (μ_d) da resistência plástica completa ($M_{pl,Rd}$), é obtida mediante a curva de interação.

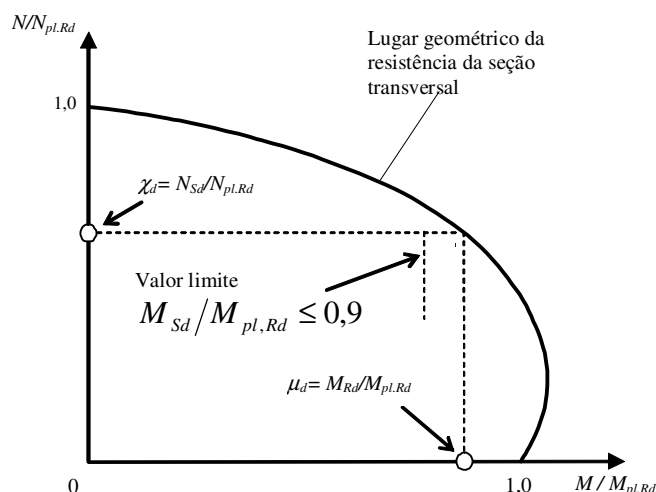


Figura 3.9 – Resistência à compressão axial e momento fletor atuando em um só plano.

O momento de cálculo (M_{sd}) é o momento máximo que ocorre ao longo do comprimento do pilar misto, incluindo qualquer incremento causado por imperfeições no pilar e amplificação dos momentos totais de primeira ordem devido ao efeito de segunda ordem " $P - \delta$ ". O Pilar misto, sob uma força axial de cálculo (N_{sd}), possui resistência suficiente se:

$$M_{sd} \leq 0,9 \mu_d M_{pl,Rd} \quad (3.32)$$

A redução de 10% na resistência, indicada pelo fator 0,9 serve para compensar simplificações implícitas no método de cálculo. Conseqüentemente, os momentos fletores,

incluindo os efeitos de segunda ordem, são calculados usando a rigidez efetiva à flexão determinada a partir da área total da seção transversal de concreto.

Pode-se observar na *Figura 3.6* que valores de μ_d , obtidos a partir do diagrama de interação, podem ser no máximo 1,0 na região do *ponto D*, onde certo nível de compressão axial aumenta a capacidade ao momento da seção. Na prática, valores de μ_d acima de 1,0 não devem ser usados, a menos que o momento M_{sd} seja diretamente causado pela força axial N_{sd} , atuando a uma excentricidade fixa no pilar calculado estaticamente.

Na versão de 2004, o fator 0,9, da *Equação 3.32*, é substituído pelo coeficiente α_M , que leva em consideração incertezas de cálculo e variações dimensionais. O coeficiente α_M deve ser tomado igual a 0,8, para pilares mistos com perfil de aço de categoria entre S420 e S460 e, 0,9 para perfil com categorias entre S235 e S355 inclusive. Observa-se que a grandeza S_{xxx} é relacionada à resistência ao escoamento do aço.

Dessa maneira a *Equação 3.32* toma a seguinte forma:

$$M_{sd} \leq \alpha_M \mu_d M_{pl,Rd} \quad (3.33)$$

Quando um pilar misto está sujeito à compressão axial combinado com momentos nos dois planos, é necessário analisar separadamente a resistência à flexo-compressão para cada plano distinto.

Além disso, é necessário analisar o comportamento da flexão composta, ou seja, dos momentos atuando em conjunto nos dois planos de flexão. Nesse caso é necessário considerar as imperfeições no plano que tenham mais possibilidade de falha (*Figura 3.10 – a*). Para o outro plano de flexão se despreza o efeito das imperfeições (*Figura 3.10 – b*).

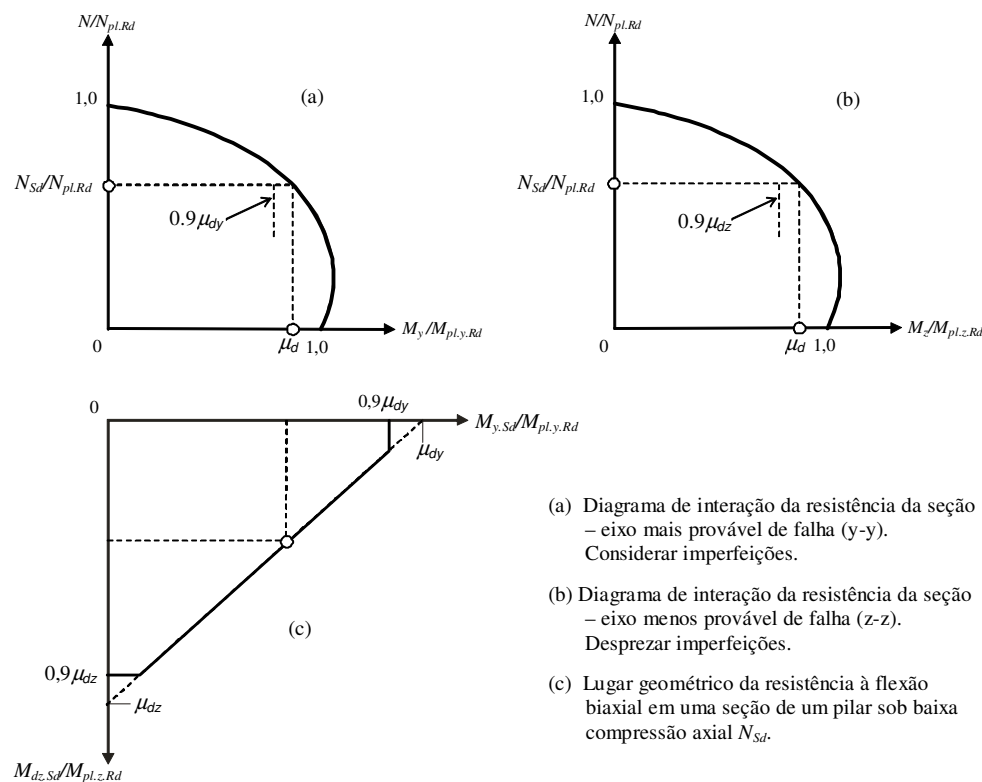


Figura 3.10 – Resistência à compressão axial e momento fletor atuando em dois planos.

Isto pode ser representado por meio de duas condições simultâneas:

$$M_{y,Sd} \leq 0,9\mu_{dy} M_{pl,y,Rd} \quad (3.34)$$

$$M_{z,Sd} \leq 0,9\mu_{dz} M_{pl,z,Rd} \quad (3.35)$$

Caso haja dúvida sobre qual o plano mais provável de falha, recomenda-se ao calculista considerar o efeito da imperfeição em ambos os planos de flexão.

Da mesma maneira que nos pilares mistos sujeitos à compressão e momento, um só plano de flexão, a versão de 2004, substitui o valor de 0,9 pelo fator α_M para o caso de flexão composta combinada com compressão.

Dessa maneira as *Equações 3.34 e 3.35* tomam a seguinte forma:

$$M_{y,Sd} \leq \alpha_{My} \mu_{dy} M_{pl,y,Rd} \quad (3.36)$$

$$M_{z,Sd} \leq \alpha_{Mz} \mu_{dz} M_{pl,z,Rd} \quad (3.37)$$

Os valores e condições definidas para α_M , no caso de pilares sujeitos a compressão e flexão simples, descritos anteriormente, são os mesmos para α_{My} e α_{Mz} .

Para se levar em consideração os picos de tensões, causados pelos momentos entre os limites dados pelas desigualdades acima, atuando sobre os dois eixos ortogonais, a fórmula de interação linear deverá também ser satisfeita entre os dois momentos solicitantes de cálculo. Os momentos de cálculo são novamente determinados incluindo ambas as imperfeições e amplificações devido aos efeitos locais de segunda ordem " $P - \delta$ ".

$$\frac{M_{y,Sd}}{\mu_{dy} M_{pl,y,Rd}} + \frac{M_{z,Sd}}{\mu_{dz} M_{pl,z,Rd}} \leq 1,0 \quad (3.38)$$

As três condições de desigualdades juntas, descritas nas *Equações 3.36, 3.37 e 3.38* definem o lugar geométrico da resistência última em termos de momentos de cálculo ortogonais para os valores da compressão de cálculo (N_{sd}) como mostrado na *Figura 3.10 – c*.

Em geral, as forças e momentos provenientes de elementos ligados às extremidades dos pilares são distribuídos entre o perfil de aço e o concreto do pilar misto. Com isso, determinados requisitos devem ser seguidos a fim de garantir a distribuição adequada desses esforços.

A resistência ao cisalhamento, tanto transversal como longitudinal, entre perfil de aço e o concreto pode ocorrer por duas formas distintas:

- a) pela aderência química e atrito na interface ou;
- b) por conectores de cisalhamento.

A influência da força de cisalhamento transversal na resistência à flexo-compressão deve ser considerada na determinação da curva de interação (*Figura 3.5*) se:

$$V_{a,Sd} > 0,5V_{pl,a,Rd} \quad (3.39)$$

Onde:

$V_{a,Sd}$ é a força de cisalhamento no perfil de aço;

$V_{pl,a,Sd}$ é a resistência plástica de cálculo ao cisalhamento do perfil de aço.

Quando $V_{a,Sd} > 0,5V_{pl,a,Rd}$ acontecer, a influência do cisalhamento transversal, na resistência a flexo-compressão do pilar misto, deve ser levada em conta e, a resistência plástica do perfil de aço será reduzida por $(1-\rho)$ na região da área de cisalhamento (A_v), conforme esquema da *Figura 3.5*. O fator de redução ρ é definido como:

$$\rho = \left(2 \frac{V_{Sd}}{V_{Rd}} - 1 \right)^2 \quad (3.40)$$

A resistência transversal ao cisalhamento pode ser assumida agindo somente no perfil de aço ou entre o perfil de aço e o concreto da seção mista. A resistência ao cisalhamento do concreto deve ser determinada de acordo com o Eurocode 2.

A menos que análises mais precisas sejam usadas, a força de cisalhamento que atua na seção mista (V_{Sd}), pode ser distribuída entre força de cisalhamento no perfil de aço ($V_{a,Sd}$) e força de cisalhamento no concreto ($V_{c,Sd}$) da seguinte maneira:

$$V_{a,Sd} = V_{Sd} \frac{M_{pl,a,Rd}}{M_{pl,Rd}} \quad (3.41)$$

$$V_{c,Sd} = V_{Sd} - V_{a,Sd} \quad (3.42)$$

Onde:

$M_{pl,Rd}$ é o momento plástico do pilar misto;

$M_{pl,a,Rd}$ é o momento plástico do perfil de aço.

A *Figura 3.11* a seguir, traz alguns esquemas de colocação das armaduras transversais em pilares mistos de aço e de concreto parcialmente revestido com concreto.

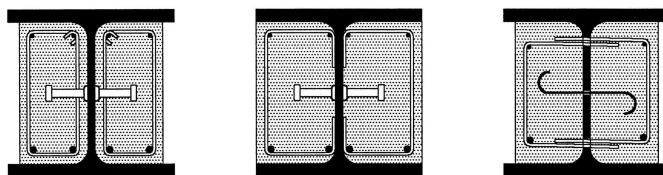


Figura 3.11 – Formas de colocação dos estribos no pilar misto.

Para garantir a transferência adequada dos esforços do perfil de aço para o concreto, os detalhes estruturais e a definição do caminhamento das cargas têm que ser claramente identificados.

O comprimento de introdução de carga (p), necessário para o completo desenvolvimento da força de compressão que age na parte de concreto do pilar misto não deve exceder $2,0d$, onde d é a menor dimensão transversal do pilar.

O Eurocode 4 (2004) acrescenta ainda que o comprimento de introdução de carga também não deve exceder $L/3$, onde L é o comprimento do pilar.

O cálculo detalhado da conexão viga-pilar tem uma influência considerável sobre a resistência à força cortante e, os efeitos do aumento da tensão, o confinamento e o atrito estão intimamente ligados com a tipologia da união das peças.

A *Figura 3.12* mostra uma ligação típica viga-pilar e define o comprimento de introdução de carga (p). A força transmitida nesse comprimento não é a reação total, mas sim uma parte que se transfere ao concreto da seção transversal mista. Uma parte de reação deve sempre ser suportada pelo concreto para que a seção trabalhe adequadamente.

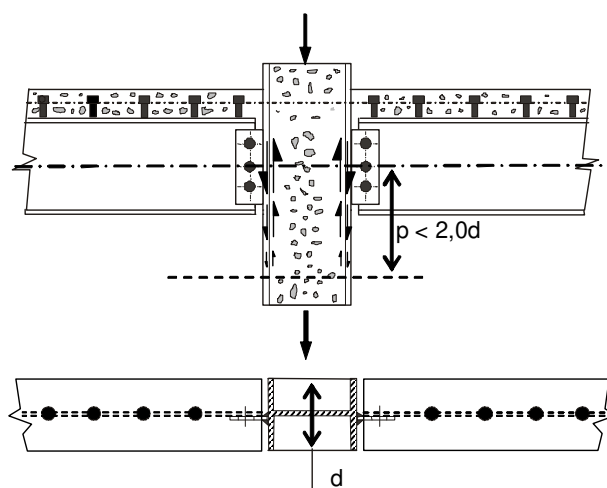


Figura 3.12 – Transferência de forças em uma ligação típica viga-pilar.

Para pilares comprimidos, o cisalhamento longitudinal atuando fora da região de introdução de cargas não necessita ser considerado.

No caso particular dos pilares mistos totalmente ou parcialmente revestidos com concreto, para o qual a resistência de aderência entre o aço e o concreto seja insuficiente para transferir esforço à porção de concreto, dentro do comprimento admissível, é possível utilizar conectores de cisalhamento soldados à alma da seção de aço. Então, nesse caso é possível levar em conta a resistência ao cisalhamento (P_{Rd}) dos conectores como um incremento da aderência entre o aço e o concreto.

Essa resistência adicional de aderência, somente atuando nas faces internas das mesas, pode ser tomada como sendo $\mu P_{Rd}/2$ em cada mesa. O coeficiente μ pode ser tomado inicialmente como 0,5, ainda que o seu valor dependa do grau de confinamento do concreto entre as mesas da seção. Esta suposição somente é válida se a distância entre as mesas for menor que os valores, em milímetros, como demonstrados na *Figura 3.13*:

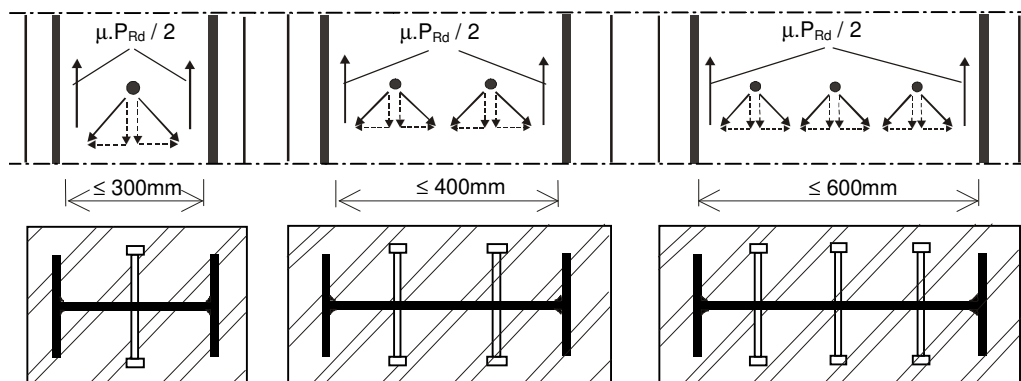


Figura 3.13 – Uso de conectores para melhorar a força de transferência no pilar misto.

Fora da região de introdução de cargas são necessários conectores de cisalhamento para garantir a correta transmissão da tensão de cisalhamento de cálculo longitudinal, quando esta exceder à tensão de cálculo ao cisalhamento (τ_{Rd}).

Desde que a superfície do perfil de aço em contato com o concreto esteja livre de pintura, óleos, carepas, graxa e qualquer outro elemento que prejudique a aderência entre ambos os elementos, os seguintes valores, descritos na *Tabela 3.4*, para a tensão de cálculo ao cisalhamento (τ_{Rd}) podem ser usados:

Tabela 3.4 – Valores da tensão de cálculo ao cisalhamento (τ_{Rd}).

Tipo de seção transversal	τ_{Rd} (MPa)
Para seções totalmente revestidas de concreto	0,6
Para seções tubulares preenchidas com concreto	0,4
Para mesas de seções parcialmente revestidas	0,2
Para as almas de seções parcialmente revestidas	<i>zero</i>

A versão de 2004 do Eurocode apresenta a mudança de 0,6MPa para 0,3MPa no caso de seções totalmente revestidas de concreto e de 0,4MPa para 0,55MPa no caso de seções tubulares circulares preenchidas com concreto, permanecendo 0,4MPa para seções tubulares retangulares preenchidas com concreto.

4. DIMENSIONAMENTO CONFORME ABNT NBR 14.323:1999

A norma brasileira que regulamenta o uso de estruturas mistas no Brasil é a ABNT NBR 14323 (1999) – Dimensionamento de estruturas de aço de edifícios em situação de incêndio – Procedimento. A parte referente a pilares mistos encontra-se no Anexo B, o qual trata, exclusivamente, do projeto e do dimensionamento de pilares mistos de aço e concreto, tanto à temperatura ambiente quanto em situação de incêndio, submetidos à compressão simples ou à flexo-compressão pelo método simplificado. Neste trabalho, são abordados somente pilares mistos em temperatura ambiente.

As seções transversais dos pilares mistos podem ser do tipo totalmente ou parcialmente revestidas com concreto (*Figuras 4.1 - a e - b*) ou do tipo preenchidas com concreto (*Figuras 4.1 - c e - d*).

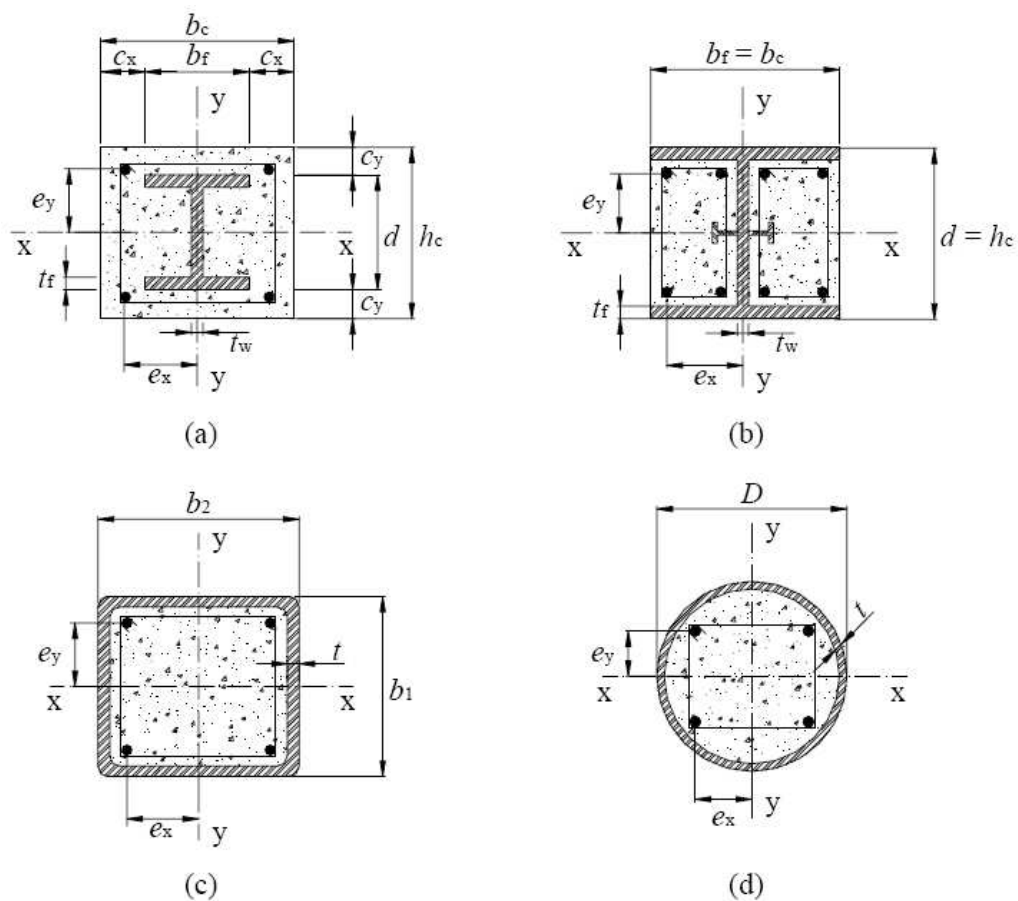


Figura 4.1 - Tipos de seções transversais de pilares mistos.

A flambagem nos pilares mistos, assim como nos pilares de aço ou de concreto, é o fenômeno no qual uma estrutura comprimida pode perder sua forma original, acomodando-se em outra posição de equilíbrio, *Figura 4.2*, com geometria diferente da inicial.

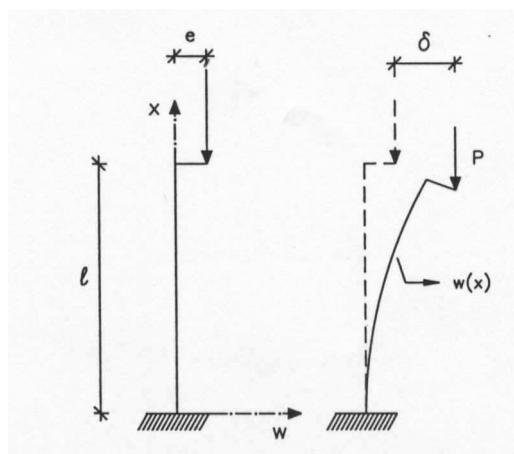


Figura 4.2 – Pilar submetido à carga de compressão excêntrica.

O pilar misto pode pertencer a uma estrutura deslocável (Figura 4.3 – a) ou a uma estrutura indeslocável (Figura 4.3 – b) desde que os efeitos de segunda ordem sejam levados em consideração diretamente na análise estrutural.

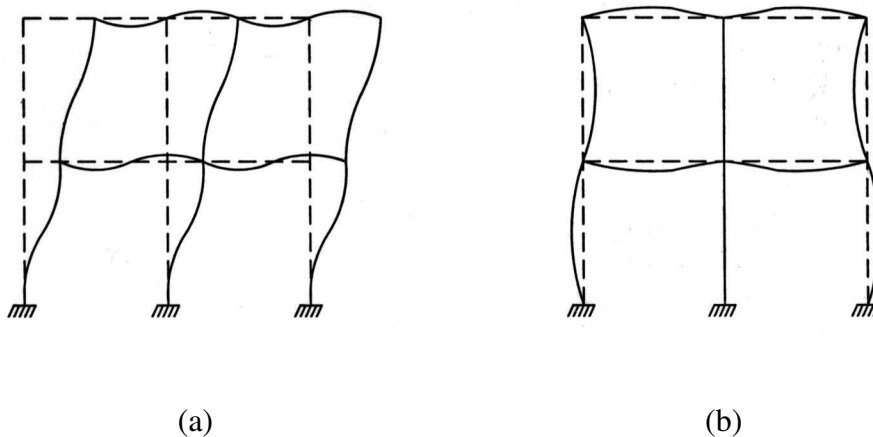


Figura 4.3 – Tipos de modos de instabilidade de pórticos.

Como forma de garantir a integridade do pilar misto e consecutivamente da estrutura, a flambagem local de qualquer elemento que compõe a seção transversal do perfil de aço não deve ocorrer antes que se atinja o limite de resistência do pilar.

Nas seções totalmente revestidas com concreto (*Figura 4.1-a*), a presença do concreto evita a flambagem local dos elementos que compõem o perfil de aço, desde que sejam obedecidos os valores limites de cobrimento de concreto dados a seguir:

$$a) \quad 40mm \leq c_x \leq 0,4b_f ;$$

$$b) \quad 40mm \leq c_y \leq 0,3h \text{ e } c_y \geq b_f/6 .$$

Caso o cobrimento de concreto esteja dentro dos padrões anteriormente descritos, não há necessidade de verificação de flambagem local.

Já para as seções I parcialmente revestidas de concreto e para seções tubulares preenchidas com concreto, os valores limites das relações largura/espessura não devem ser superiores aos descritos a seguir, a fim de se evitar a flambagem local:

a) Seções I de aço parcialmente revestidas com concreto (*Figura 4.1-b*):

$$\frac{b_f}{t_f} \leq 1,47 \left(\frac{E}{f_y} \right)^{1/2} \quad (4.1)$$

b) Seções tubulares retangulares preenchidas com concreto (*Figura 4.1-c*):

$$\frac{h}{t} \leq 1,76 \left(\frac{E}{f_y} \right)^{1/2} \quad (4.2)$$

c) Seções tubulares circulares preenchidas com concreto (*Figura 4.1-d*):

$$\frac{d}{t} \leq 0,11 \left(\frac{E}{f_y} \right) \quad (4.3)$$

Onde:

- E é o módulo de elasticidade do aço;
- d é o diâmetro externo da seção tubular circular;
- h é a maior dimensão (parte plana) paralela ao eixo de simetria da seção tubular retangular;
- b_f é a largura total da mesa da seção I;
- t é a espessura da parede da seção tubular;
- t_f é a espessura da mesa da seção I.

Os esforços transmitidos pela viga, por meio das ligações viga-pilar, devem distribuir-se entre o aço e o concreto. A natureza dessa transferência, desde o aço até o concreto, está intimamente ligada ao detalhe da ligação estrutural e segue uma trajetória que deve ser claramente definida.

Para introdução da força cortante é necessária a consideração de um comprimento (p), denominado de comprimento de transição da cortante, a partir do qual a porção do concreto absorve parte da força cortante total. Esse comprimento não deve exceder duas vezes a menor dimensão da seção transversal do pilar misto, conforme ilustrado na *Figura 4.4*:

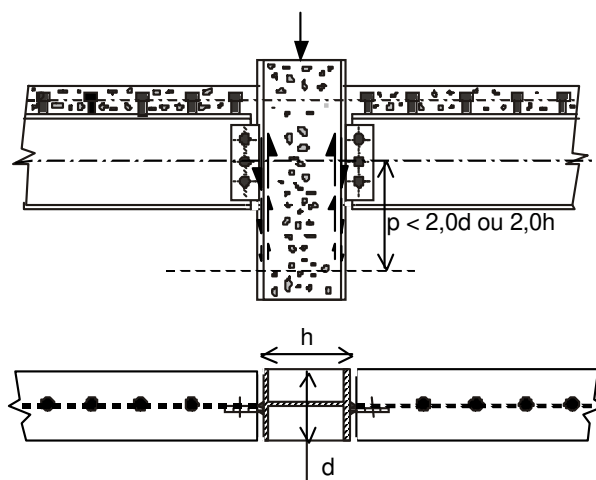


Figura 4.4 – Transferência de esforços e região de introdução das cargas.

As tensões de aderência, conforme esquematizadas na *Figura 4.5* na região de contato entre os materiais e os conectores de cisalhamento, são responsáveis em garantir a resistência de cálculo de cisalhamento. O dimensionamento dos conectores deve estar em conformidade com a ABNT NBR 8800.

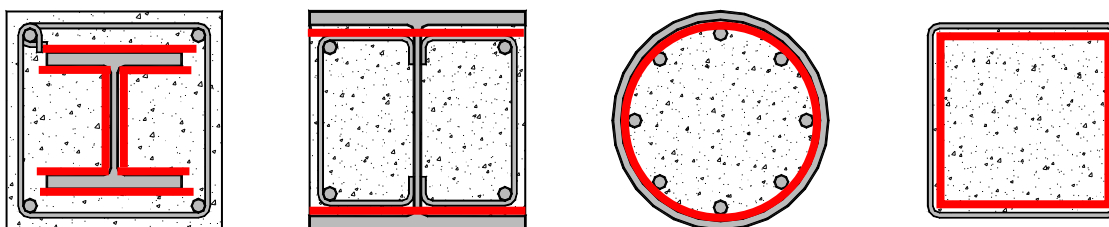


Figura 4.5 – Tensão de aderência no pilar misto.

Os valores limites da resistência de cálculo ao cisalhamento, para que não ocorra o deslizamento relativo entre o perfil de aço e o concreto, devem ser tomados como sendo:

- a) Para seções totalmente revestidas de concreto: 0,6 MPa;
- b) Para seções preenchidas com concreto: 0,4 MPa;
- c) Para mesas de seções parcialmente revestidas: 0,2 MPa;
- d) Para as almas de seções parcialmente revestidas: zero.

Valores diferentes dos acima descritos são permitidos desde que seja feita uma análise mais apurada.

O esforço a ser desenvolvido na ligação entre o aço e o concreto pode, a favor da segurança, ser igual ao menor valor entre a resistência plástica de cálculo da seção transversal do perfil de aço e a do concreto ($N_{pl,Rd}$), sem os respectivos coeficientes de resistência.

Para o dimensionamento dos pilares mistos, essa norma utiliza a metodologia simplificada de cálculo a qual deve obedecer aos limitantes a seguir descritos:

a) Os pilares devem ser duplamente simétricos e com seção transversal constante;

b) O fator de contribuição do aço (δ), definido como $\delta = (\phi_a f_y A_a) / N_{pl,Rd}$, deve estar entre os valores de 0,2 e 0,9. Caso $\delta \leq 0,2$, o pilar misto deve ser dimensionado conforme a ABNT NBR 6118, ou seja, como um pilar de concreto e se $\delta \geq 0,9$, o mesmo deverá ser dimensionado de acordo com a ABNT NBR 8800, ou seja, como um pilar de aço;

c) A esbeltez relativa do pilar misto ($\bar{\lambda}$) não pode ser maior do que 2,0;

d) Seções transversais preenchidas com concreto podem ser fabricadas sem quaisquer armaduras longitudinais; nos demais casos, a área da seção transversal da armadura longitudinal, utilizada no cálculo da resistência do pilar deve ficar entre 0,3% e 4% da área da seção transversal do concreto. Caso essa área exceda 4%, o cálculo será feito com esse limite;

e) Maiores porcentagens de armaduras longitudinais podem ser usadas para o caso de proteção contra incêndio, mas não poderão ser utilizadas no seu dimensionamento.

A resistência dos pilares mistos sujeitos à compressão axial tem por base a resistência plástica de cálculo da seção transversal ($N_{pl,Rd}$) como um limite de dimensionamento. Essa resistência plástica consiste na soma das resistências individuais de cada elemento que compõe a seção mista e é definida como sendo:

$$N_{pl,Rd} = \phi_a A_a f_y + \phi_c \alpha A_c f_{ck} + \phi_s A_s f_{sy} \quad (4.4)$$

Onde:

A_a é a área da seção transversal do perfil de aço;

- A_s é a área da seção transversal da armadura longitudinal;
 A_c é a área da seção transversal do concreto;
 f_y é o limite de escoamento do aço do perfil;
 f_{sy} é o limite de escoamento do aço da armadura;
 f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto;
 ϕ_a é o coeficiente de resistência do aço do perfil, igual a 0,9;
 ϕ_s é o coeficiente de resistência do aço da armadura, igual a 0,85;
 ϕ_c é o coeficiente de resistência do concreto, igual a 0,7;
 $\alpha = 1,0$ para seções tubulares retangulares preenchidas com concreto;
 $\alpha = 0,85$ para seções parcialmente ou completamente revestidas com concreto.

A seguir, na *Figura 4.6*, tem-se uma representação esquemática da distribuição de tensões das resistências plásticas da seção transversal de um pilar misto totalmente revestido de concreto submetido à compressão axial.

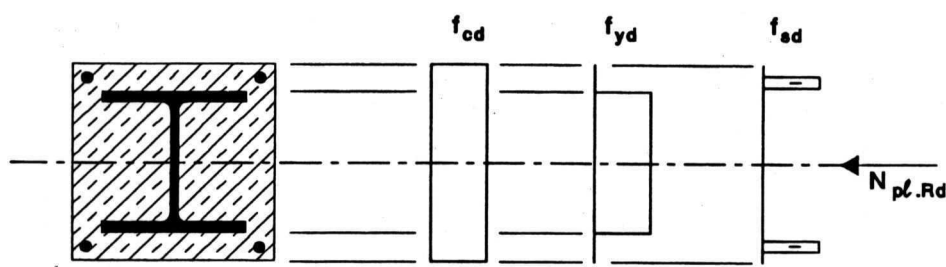


Figura 4.6 – Distribuição de tensão da resistência plástica.

No caso de seções tubulares circulares preenchidas com concreto, há um incremento da resistência plástica de cálculo proporcionada pelo confinamento do concreto dentro da seção. Esse efeito somente poderá ser considerado se o tubo de aço for suficientemente rígido para conter a expansão lateral do concreto de baixa compressão e com isso $N_{pl,Rd}$ assumirá a seguinte forma:

$$N_{pl,Rd} = \eta_2 \phi_a A_a f_y + (\phi_c A_c f_{ck}) \left[1 + \eta_1 \left(\frac{t}{d} \right) \left(\frac{f_y}{f_{ck}} \right) \right] + \phi_s A_s f_{sy} \quad (4.5)$$

Onde:

t é a espessura da parede do tubo.

$$n_1 = n_{10} \left(1 - 10 \frac{e}{d} \right) \quad (4.6)$$

$$n_2 = n_{20} + (1 - n_{20}) 10 \frac{e}{d} \quad (4.7)$$

$$n_{10} = 4,9 - 18,5 \bar{\lambda} + 17 \bar{\lambda}^2 \geq 0 \quad (4.8)$$

$$n_{20} = 0,25(3 + 2 \bar{\lambda}) \leq 1,0 \quad (4.9)$$

Onde:

d é o diâmetro externo da seção tubular circular;

$\bar{\lambda}$ é a esbeltez relativa de um pilar misto no plano de flexão considerado, determinado de acordo com a *Equação 4.11*;

e é a excentricidade do carregamento, definida pela *Equação 4.10*:

$$e = \frac{M_{\max, Sd}}{N_{Sd}} \quad (4.10)$$

Onde:

$M_{máx,Sd}$ é o momento máximo solicitante de cálculo, determinado por meio da análise de 1ª ordem;

N_{Sd} é a força axial solicitante de cálculo na barra, considerada constante ao longo da barra, nesta Norma.

Essa resistência adicional, proferida pelo concreto confinado, somente poderá ser considerada nos cálculos se a esbeltez relativa ($\bar{\lambda}$) não exceder 0,5 ou a excentricidade (e) não exceder $d/10$, caso contrário deveremos considerar $n_1 = zero$ e $n_2 = 1,0$.

A presença do momento fletor (M_{Sd}) tem o efeito de reduzir as tensões médias de compressão no pilar fissurado, reduzindo, deste modo, o efeito favorável de confinamento sobre a resistência plástica do pilar misto.

Já os limites impostos para n_1 e n_2 , e sobre n_{10} e n_{20} representam os efeitos da excentricidade e da esbeltez respectivamente sobre a capacidade de carregamento.

A esbeltez relativa ($\bar{\lambda}$) de um pilar misto no plano de flexão considerado é definida como:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{pl,R}}{N_e}} \quad (4.11)$$

Onde:

$N_{pl,R}$ é o valor de $N_{pl,R}$ quando com os coeficientes de resistência ϕ_a, ϕ_s e ϕ_c iguais a 1,0;

N_e é a carga crítica de flambagem elástica por flexão.

A carga crítica de flambagem elástica por flexão N_e é calculada por meio da equação de flambagem de Euler e é dada por:

$$N_e = \frac{\pi^2 (EI)_e}{l^2} \quad (4.12)$$

Onde:

$(EI)_e$ é a rigidez à flexão efetiva da seção transversal mista;

l é o comprimento de flambagem do pilar.

O cálculo do comprimento de flambagem l do pilar misto está descrito no item 5.3 da ABNT NBR 8800 (1986).

Para as cargas de curta duração, a rigidez efetiva da seção transversal do pilar misto $(EI)_e$ é dada por:

$$(EI)_e = E_a I_a + 0,8 \frac{E_c I_c}{\gamma_c} + E_s I_s \quad (4.13)$$

Onde:

I_a é o momento de inércia da área do aço estrutural;

I_s é o momento de inércia da área do aço da armadura do concreto;

I_c é o momento de inércia da área do concreto;

E_a é o módulo de elasticidade do aço estrutural;

E_s é o módulo de elasticidade do aço da armadura, igual a $205000MPa$;

E_c é o módulo de elasticidade do concreto de densidade normal, dado por;

γ_c é o coeficiente de segurança.

$$E_c = 42 \gamma^{1,5} \sqrt{f_{ck}} \quad (4.14)$$

Onde:

γ_c é o peso específico do concreto em kN/m^3 (valor mínimo previsto de $15kN/m^3$);
 E_c e f_{ck} em MPa .

No caso das cargas de longa duração, a rigidez à flexão do concreto pode ser obtida trocando-se o módulo de elasticidade do concreto E_c por um valor inferior E_{cr} , que leva em conta os efeitos da deformação lenta do concreto, e se calcula conforme descrito abaixo:

$$E_{cr} = E_c \left[1,0 - 0,5 \left(\frac{N_{G,Sd}}{N_{Sd}} \right) \right] \quad (4.15)$$

Onde:

N_{Sd} é a força normal de cálculo;
 $N_{G,Sd}$ é a parcela desta força normal de cálculo devida à ação permanente e à ação decorrente do uso de atuação quase permanente.

Essa modificação do módulo de elasticidade do concreto, na rigidez efetiva do pilar misto, somente deve ser levada em conta se:

- a) A excentricidade relativa $e/d < 2,0$ (sendo d a dimensão da seção transversal no plano de flexão considerado);
- b) A esbeltez relativa $(\bar{\lambda})$, para o plano de flexão considerado, exceder os valores da *Tabela 4.1*, apresentada a seguir:

Tabela 4.1 – Valores limites de $\bar{\lambda}$ abaixo dos quais são desprezados os efeitos de retração e deformação lenta do concreto.

	Sistemas indeslocáveis	Sistemas deslocáveis
Seções revestidas de concreto	0,8	0,5
Seções tubulares preenchidas com concreto	$0,8/(1-\delta)$	$0,5/(1-\delta)$

A resistência de cálculo de um pilar misto axialmente comprimido sujeito à flambagem por flexão em um de seus eixos é dada por:

$$N_{Rd} = \rho N_{pl,Rd} \quad (4.16)$$

Onde:

$N_{pl,Rd}$ é a resistência plástica de cálculo da seção transversal;

ρ é o fator de redução da resistência no plano de flambagem considerada, calculado de acordo com o item 5.3 da ABNT NBR 8800 (1986).

As curvas de flambagem aplicáveis aos pilares mistos se apresentam descritas na *Tabela 4.2*:

Tabela 4.2 – Curvas de flambagem para pilares mistos.

Curva de Flambagem	Tipo de Seção Transversal
Curva <i>a</i>	Seções tubulares preenchidas com concreto;
Curva <i>b</i>	Seções I total ou parcialmente revestidas de concreto, com flambagem em torno do eixo de maior inércia do perfil de aço;
Curva <i>c</i>	Seções I total ou parcialmente revestidas de concreto, com flambagem em torno do eixo de menor inércia do perfil de aço.

Para os casos de pilares mistos sujeitos aos efeitos combinados da força normal de compressão e dos momentos fletores, aplicados em um ou em ambos os eixos de simetria, utiliza-se para a validação e verificação a expressão de interação a seguir:

$$\mu_k \frac{N_{Sd} - N_n}{N_{Rd} - N_n} + \frac{C_{mx} M_{x,Sd}}{\left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_{ex}}\right) 0,9 M_{x,pl,Rd}} + \frac{C_{my} M_{y,Sd}}{\left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_{ey}}\right) 0,9 M_{y,pl,Rd}} \leq \mu_d \quad (4.17)$$

Onde:

$$\mu_k = \frac{N_{pl,Rd} - N_{Rd}}{N_{pl,Rd} - N_c} \leq 1,0 \quad (4.18)$$

$$\mu_d = \frac{N_{pl,Rd} - N_{Sd}}{N_{pl,Rd} - N_c} \leq 1,0 \quad (4.19)$$

$$N_n = N_{Rd} \frac{(1+r)}{4} \leq N_{Sd} \quad (4.20)$$

$$r = \frac{M_1}{M_2} \quad (4.21)$$

$$N_c = \alpha \phi_c f_{ck} A_c \quad (4.22)$$

N_{Sd} é a força normal de cálculo;

$M_{x,Sd}$ é o momento fletor de cálculo em torno do eixo "x" da seção considerada;

$M_{y,Sd}$ é o momento fletor de cálculo em torno do eixo "y" da seção considerada;

- $N_{pl,Rd}$ é a resistência plástica de cálculo da seção transversal mista;
- N_{Rd} é a resistência de cálculo do pilar misto à flambagem;
- $M_{x,pl,Rd}$ é a resistência de cálculo seção mista ao momento fletor de plastificação em torno do eixo "x";
- $M_{y,pl,Rd}$ é a resistência de cálculo seção mista ao momento fletor de plastificação em torno do eixo "y";
- N_{ex} é a carga de flambagem elástica por flexão em torno do eixo "x";
- N_{ey} é a carga de flambagem elástica por flexão em torno do eixo "y";
- C_{mx}, C_{my} são coeficientes referentes à flexão em torno dos eixos "x" e "y", respectivamente, calculados conforme item 5.6 da ABNT NBR 8800 (1986);
- $\alpha = 1,0$ para seções tubulares ou retangulares preenchidas com concreto;
- $\alpha = 0,85$ para seções revestidas com concreto.

A relação (r) entre o menor e o maior momento de extremidade do pilar, M_1/M_2 , é positiva quando esses momentos provocarem curvatura reversa e negativa em caso de curvatura simples. Quando o momento em alguma seção intermediária for superior, em valor absoluto, a M_1 e M_2 , r deve ser tomado igual a 1,0. Também no caso de balanços, r deverá ser tomado igual a 1,0.

Queiroz et al. (2001) apresentaram um diagrama de interação força normal $\times$ momento fletor, representado na *Figura 4.7*, que mostra a relação entre as forças normais e momentos fletores que agem no pilar misto.

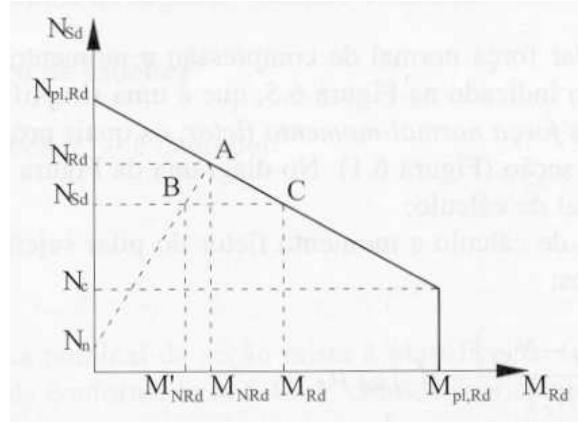


Figura 4.7 – Diagrama de interação força normal x momento fletor.

Uma grandeza importante para o cálculo da expressão de interação da resistência do pilar flexo-comprimido é a resistência de cálculo de seção transversal mista ao momento fletor de plastificação ($M_{pl,Rd}$), que consiste na soma das resistências individuais de cada elemento que compõe a seção, e é definida como sendo:

$$M_{pl,Rd} = f_{yd} (Z_{pa} - Z_{pan}) + 0,5 f_{cd} (Z_{pc} - Z_{pcn}) + (Z_{ps} - Z_{psn}) \quad (4.23)$$

Onde:

$$f_{yd} = \phi_a f_y \quad (4.24)$$

$$f_{sd} = \phi_s f_{sy} \quad (4.25)$$

$$f_{cd} = \alpha \phi_c f_{ck} \quad (4.26)$$

Sendo:

f_y	é o limite de escoamento do aço do perfil;
f_{sy}	é o limite de escoamento do aço da armadura;
f_{ck}	é a resistência característica à compressão do concreto;
ϕ_a	é o coeficiente de resistência do aço do perfil, igual a 0,9;
ϕ_s	é o coeficiente de resistência do aço da armadura, igual a 0,85;
ϕ_c	é o coeficiente de resistência do concreto, igual a 0,7;
$\alpha = 1,0$	para seções tubulares ou retangulares preenchidas com concreto;
$\alpha = 0,85$	para seções revestidas com concreto;
Z_{pa}	é o módulo de resistência plástico da seção de aço estrutural;
Z_{ps}	é o módulo de resistência plástico da seção da armadura do concreto;
Z_{pc}	é o módulo de resistência plástico da seção de concreto, considerado não fissurado;
Z_{pan} , Z_{pcn} e Z_{psn}	são os módulos de resistência plásticos definidos nas subseções B.2.7.5 e B.2.7.6 da ABNT NBR 14323 (1999).

Com relação à força cortante, a ABNT NBR 14323 (1999) não apresenta nenhum tratamento diferenciado para os pilares mistos, sendo que o cálculo resistente da seção transversal mista deve ser feito de acordo com o item 5.6.1.2 da ABNT NBR 8800 (1986), considerando que a força cortante, agindo no eixo de simetria da seção mista, pode ser assumida atuando somente no perfil de aço.

5. DIMENSIONAMENTO CONFORME AISC/LRFD DE 1999 E 2005

A regulamentação do uso do pilar misto está contida no capítulo I do “Load and Resistance Factor Design (LRFD) Specification for Structural Steel Buildings” da “American Institute of Steel Construction (AISC)”.

Neste capítulo serão apresentadas as principais diferenças e modificações entre as especificações do AISC/LRFD de 1999 e a recente publicação da versão de 2005.

O LRFD define o pilar misto com um pilar de aço laminado ou composto por chapas de aço revestido com concreto estrutural (*Figura 5.1 – a*) ou perfil de aço tubular circular (*Figura 5.1 – b*) ou retangular (*Figura 5.1 – c*) preenchidos com concreto estrutural.

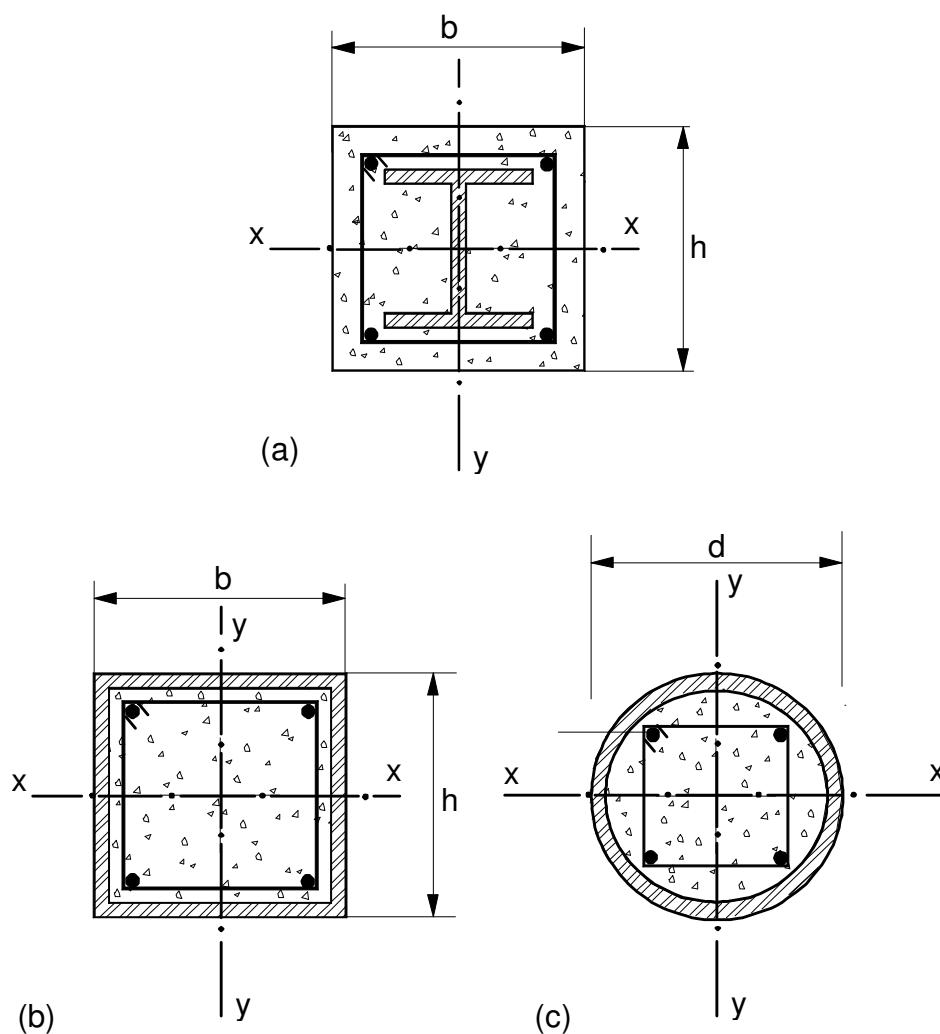


Figura 5.1 – Seções transversais mistas típicas de pilares mistos.

Para a qualificação de um pilar misto dentro das especificações do LRFD as seguintes limitações devem ser satisfeitas:

- a) A área da seção transversal do perfil de aço deve representar no mínimo 4% da área total da seção transversal mista; na versão de 2005 esse valor passou para no mínimo 1%. Para valores menores o dimensionamento deverá ser feito como pilar de concreto armado;

b) Na versão de 1999, a resistência à compressão específica do concreto (f'_c) não deve ser menor do que 21MPa nem maior do que 55MPa para o concreto de densidade normal e não deve ser menor do que 28MPa para o concreto leve. Já em 2005, para o concreto de densidade normal o limite superior passou para 70MPa e, para o concreto leve, a resistência à compressão específica não deve ser inferior a 21MPa e nem maior do que 42MPa. Esses valores limites de resistência foram baseados em ensaios laboratoriais e tem como um dos objetivos assegurar o bom uso do material e garantir o seu adequado desempenho;

c) Anteriormente, a especificação mínima da tensão de escoamento do aço estrutural do perfil (F_y) e da barra de armadura (F_{yr}) usadas no cálculo da resistência do pilar misto, não deveria exceder 415MPa. Atualmente, esse limite passou para 525MPa;

d) O concreto que reveste o pilar de aço deve ter armadura para resistir aos carregamentos longitudinais, barras longitudinais para contenção do concreto e estribos;

e) As armaduras responsáveis em resistir aos carregamentos longitudinais devem ser contínuas nos níveis dos pórticos da estrutura. A versão de 2005 acrescenta que os pilares totalmente revestidos com concreto possuam no mínimo 4 (quatro) barras longitudinais. O LRFD de 1999 considera ainda que, as armaduras longitudinais utilizadas apenas para contenção do concreto podem ser interrompidas nos níveis dos andares, porém essa regra não é encontrada na versão atual;

f) Em 1999, as áreas das seções transversais das armaduras longitudinal e transversal devem ser no mínimo 180 mm^2 por metro de espaçamento de barra. Em 2005, o LRFD especifica que a mínima armadura transversal deve ser, no mínimo, de 6 mm^2 por milímetro de espaçamento entre estribos. Além disso, a nova versão introduz o conceito de relação de armadura mínima (ρ_{sr}) para as armaduras longitudinais contínuas, definido como sendo:

$$\rho_{Sr} = \frac{A_{Sr}}{A_g} \quad (5.1)$$

Onde:

A_{Sr} é área de armadura longitudinal contínua;

A_g é área bruta do pilar misto.

Fica então estabelecida que essa relação deva ser no mínimo igual a 0,004. Essas especificações mínimas têm por objetivo ajudar no adequado confinamento do concreto.

g) A versão de 2005 apresenta que o espaçamento mínimo entre a armadura transversal deve ser tomado como o menor valor entre 16 vezes o diâmetro da armadura longitudinal, 48 vezes o diâmetro do estribo e metade da menor dimensão da seção transversal do pilar misto. Diferentemente, a versão de 1999, apresenta apenas um valor, não devendo ser maior do que $2/3$ da menor dimensão da seção transversal do pilar misto;

h) O concreto que reveste o pilar de aço deve ter no mínimo 38mm de cobrimento para as armaduras transversais. Essa especificação permaneceu inalterada na versão atual;

i) Na comparação das mínimas espessuras da parede do tubo de aço, a nova versão mostra-se menos conservadora e permitindo tubos com paredes mais esbeltas. Para pilares tubulares quadrados preenchidos com concreto vale a relação $(b/t) \leq 2,26\sqrt{E/F_y}$ e para os circulares $(D/t) \leq 0,15E/F_y$. Para a versão de 1999, vale $t = b\sqrt{F_y/3E}$ para o perfil tubular retangular e $D\sqrt{F_y/8E}$ para o perfil tubular circular.

Nos procedimentos adotados, na versão de 1999 do LRFD, o cálculo de pilares mistos axialmente carregados baseiam-se em equações de resistência de pilares curtos e na redução da esbeltez, especificadas na *Seção E2*, para pilares de aço. Essa metodologia de cálculo segue a

mesma utilizada para os pilares de aço, porém com tensão de escoamento (F_y), o módulo de elasticidade do aço (E) e o raio de giração (r) da seção de aço modificados para levar em conta os efeitos do concreto e da armadura longitudinal. Em Task Group 20 (SSRC) (1979) encontra-se, de forma detalhada, a explanação da origem dessas modificações.

A resistência de cálculo de um pilar misto axialmente comprimido é dado por:

$$\phi_c P_n \quad (5.2)$$

Onde:

ϕ_c é o coeficiente de segurança da resistência à compressão dada por 0,85;

P_n é a resistência nominal à compressão axial.

A resistência nominal à compressão axial (P_n) é determinada de seguinte forma:

$$P_n = A_s F_{cr} \quad (5.3)$$

Onde:

a) Para $\lambda_c \leq 1,5$, tem-se:

$$F_{cr} = (0,658^{\lambda_c^2}) F_{my} \quad (5.4)$$

b) Para $\lambda_c > 1,5$, tem-se:

$$F_{cr} = \left(\frac{0,877}{\lambda_c^2} \right) F_{my} \quad (5.5)$$

Sendo:

$$\lambda_c = \frac{Kl}{r_m \pi} \sqrt{\frac{F_{my}}{E_m}} \quad (5.6)$$

$$F_{my} = F_y + c_1 F_{yr} (A_r / A_s) + c_2 f'_c (A_c / A_s) \quad (5.7)$$

$$E_m = E + c_3 E_c (A_c / A_s) \quad (5.8)$$

Onde:

A_c é a área da seção transversal de concreto;

A_r é a área da seção transversal da armadura longitudinal;

A_s é a área da seção transversal do perfil de aço;

λ_c é o parâmetro de esbeltez do pilar misto de aço e concreto;

K é o fator do comprimento efetivo de flambagem;

l é o comprimento destravado do pilar;

r_m é o raio de giração modificado do perfil misto de aço e concreto no plano de flambagem. Para os perfis de aço com seção transversal aberta r_m deverá ser o maior valor entre o raio de giração do perfil de aço e $0,3h$, onde h é altura da seção transversal mista no plano de flambagem considerado;

E_m é o módulo de elasticidade modificado do pilar misto de aço e concreto;

E é o módulo de elasticidade do aço;

E_c é o módulo de elasticidade do concreto. Seu cálculo para o sistema métrico é permitido a partir de equação $E_c = 0,041w^{1,5} \sqrt{f'_c}$, onde w é o peso específico do concreto de densidade normal, expresso em kg/m^3 e f'_c expresso em MPa ;

F_{cr} é a tensão crítica de flambagem;

F_{my} é a tensão de escoamento modificada do pilar misto de aço e concreto;

F_y é a tensão de escoamento mínima do perfil de aço;

F_{yr} é a tensão de escoamento mínima do aço da armadura longitudinal;

f'_c é a resistência específica à compressão do concreto.

A curva de flambagem para os pilares mistos de aço e concreto, apresentada na *Figura 5.2*, é a mesma da usada para os pilares de aço, substituindo no cálculo da tensão crítica de flambagem (F_{cr}) os valores modificados da tensão de escoamento (F_{my}), módulo de elasticidade (E_m) e raio de giração (r_m).

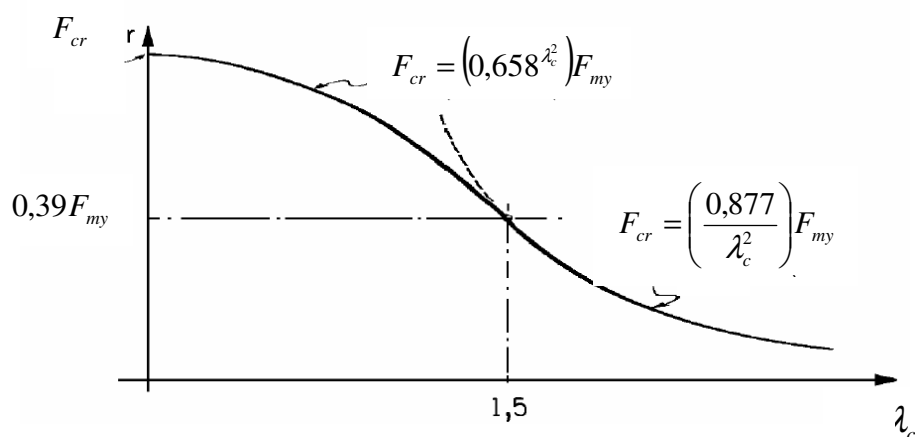


Figura 5.2 – Curva de flambagem para pilares de aço.

Para o pilar misto cuja seção transversal de aço é totalmente revestida com concreto, os coeficientes de minoração c_1 , c_2 e c_3 assumirão os valores de 0,7, 0,6 e 0,2 respectivamente. Para as seções mistas formadas por perfis tubulares circulares ou retangulares preenchidos com concreto os coeficientes c_1 , c_2 e c_3 assumirão os valores de 1,0, 0,85 e 0,4 respectivamente.

Já versão de 2005, o tratamento para a obtenção da resistência de cálculo de um pilar misto axialmente comprimido ($\phi_c P_n$), descrito na *Equação 5.2*, apresenta mudanças nos

conceitos e na maneira de cálculo, tornando-se mais conservador, uma vez que o coeficiente de segurança da resistência à compressão (ϕ_c) foi reduzido para 0,75.

Dessa maneira, o cálculo da resistência nominal à compressão axial (P_n) é determinado de seguinte forma pelo AISC/LRFD de 2005:

a) Para $P_e \geq 0,44P_o$, tem-se:

$$P_n = P_o \left[0,658^{\left(\frac{P_o}{P_e} \right)} \right] \quad (5.9)$$

b) Para $P_e < 0,44P_o$, tem-se:

$$P_n = 0,877P_e \quad (5.10)$$

Sendo:

$$P_e = \frac{\pi^2(EI)_{eff}}{(KL)^2} \quad (5.11)$$

Onde:

P_e é a carga crítica de flambagem de Euler;

P_o é resistência nominal à compressão axial sem considerar o efeito do comprimento efetivo.

Para o cálculo da resistência nominal à compressão da seção transversal do pilar misto (P_o), o AISC (2005), diferentemente da versão anterior, trata de maneira diferenciada o cálculo para pilares revestidos e preenchidos com concreto. Seguindo a mesma linha das normas européia

e brasileira, a versão de 2005 considera o aumento da resistência à compressão devido ao efeito do confinamento do concreto no interior dos perfis tubulares.

Dessa forma, a determinação de P_o é dada da seguinte maneira:

a) Para pilares revestidos com concreto, tem-se:

$$P_o = A_s F_y + A_{sr} F_{yr} + 0,85 A_c f_c' \quad (5.12)$$

$$(EI)_{eff} = E_s I_s + 0,5 E_s I_{sr} + C_1 E_c I_c \quad (5.13)$$

$$C_1 = 0,1 + 2 \left(\frac{A_s}{A_c + A_s} \right) \leq 0,3 \quad (5.14)$$

b) Para pilares tubulares preenchidos com concreto, tem-se:

$$P_o = A_s F_y + A_{sr} F_{yr} + C_2 A_c f_c' \quad (5.15)$$

$$(EI)_{eff} = E_s I_s + 0,5 E_s I_{sr} + C_3 E_c I_c \quad (5.16)$$

$$C_3 = 0,6 + 2 \left(\frac{A_s}{A_c + A_s} \right) \leq 0,9 \quad (5.17)$$

Sendo:

C_2 igual a 0,85 para pilares tubulares retangulares e 0,95 para pilares tubulares circulares.

Verifica-se, nesse caso, que os pilares circulares possuem maior resistência devido ao efeito de confinamento do concreto.

Onde:

- A_c é a área da seção transversal de concreto;
- A_r é a área da seção transversal da armadura longitudinal;
- A_s é a área da seção transversal do perfil de aço;
- K é o fator do comprimento efetivo de flambagem;
- L é o comprimento destravado do pilar;
- $(EI)_{eff}$ é a rigidez efetiva do pilar misto;
- E_s é o módulo de elasticidade do aço;
- E_c é o módulo de elasticidade do concreto. Seu cálculo para o sistema métrico é permitido a partir de equação $E_c = 0,043w_c^{1,5}\sqrt{f'_c}$, onde w_c é o peso específico do concreto de densidade normal ($1500 \leq w_c \leq 2500 \text{ kg/m}^3$), expresso em kg/m^3 e f'_c expresso em MPa ;
- F_y é a tensão de escoamento mínima do perfil de aço;
- F_{yr} é a tensão de escoamento mínima do aço da armadura longitudinal;
- f'_c é a resistência específica à compressão do concreto;
- I_c é o momento de inércia da seção de concreto;
- I_s é o momento de inércia do perfil de aço;
- I_{sr} é o momento de inércia da armadura.

Os carregamentos axiais aplicados aos pilares mistos totalmente revestidos com concreto devem ser distribuídos entre o perfil de aço e concreto. Em ambas as versões do AISC/LRFD, são apresentadas três condições para sua determinação. São elas:

- a) Quando o carregamento externo é aplicado diretamente à seção de aço, os conectores de cisalhamento devem garantir a transferência da força V_u' determinada da seguinte forma:

$$V_u' = V_u \left(1 - \frac{A_s F_y}{P_n} \right) \quad (5.18)$$

b) Quando o carregamento externo é aplicado diretamente ao concreto, os conectores de cisalhamento devem garantir a transferência da força V_u' da seguinte forma:

$$V_u' = V_u \left(\frac{A_s F_y}{P_n} \right) \quad (5.19)$$

Onde:

V_u é a força aplicada ao pilar;

A_s é a área da seção transversal do perfil de aço;

F_y é a tensão de escoamento do perfil de aço;

P_n é a resistência nominal à compressão axial do pilar misto sem considerar o efeito da esbeltez.

c) Quando o carregamento aplicado ao concreto dos pilares totalmente revestidos faz-se diretamente pela viga à resistência de cálculo definida por $\phi_B P_p$, onde:

$$P_p = 1,7 f_c' A_B \quad (5.20)$$

Onde:

ϕ_B é o coeficiente de segurança da resistência ao carregamento, igual a 0,85;

A_B é a área carregada de concreto.

No caso de pilares tubulares preenchidos com concreto, a versão de 2005 considera que o valor do coeficiente de segurança da resistência ao carregamento deve ser igual a 0,65.

Para evitar o excesso de tensão dos elementos (perfil de aço ou o concreto), na transferência de cargas dos pilares mistos revestidos com concreto, são necessários conectores de cisalhamento ou que a transferência do esforço seja feito diretamente pela viga ou pela combinação de ambos os casos. Sabe-se também, que a transferência ocorre por meio da aderência entre o perfil de aço e o concreto, porém esse efeito é desprezado.

Quando os conectores de cisalhamento são utilizados, é recomendada uma distribuição uniforme no espaçamento entre eles, mas caso a força aplicada seja de grande intensidade, são permitidos outros arranjos a fim de se evitar o excesso de carregamento nos elementos (perfil de aço ou concreto revestido).

Apesar de se reconhecer que a transferência de forças também ocorre pela aderência entre o perfil de aço e o concreto, essa consideração é desprezada no caso de pilares mistos totalmente revestidos com concreto. A transferência de forças pelo contato é normalmente utilizada no caso de perfil tubular circular preenchido com concreto, contanto que as ligações sejam projetadas para as deformações locais limites.

O espaçamento máximo entre conectores deve ser de $405mm$ e devem ser colocados simetricamente e no mínimo em duas faces do perfil de aço.

Os conectores de cisalhamento que transferem da força V_u' devem ser distribuídos ao longo do comprimento do pilar. A versão de 2005 especifica um comprimento mínimo para distribuição dos conectores de cisalhamento ao longo do perfil. Esse comprimento deve ter no mínimo 2,5 vezes a largura da seção transversal mista revestida acima e abaixo da região de introdução de carga.

Nos casos onde o pilar misto está sujeito à força axial e momento fletor, atuando simultaneamente em um ou ambos os eixos de simetria, o atual LRFD apresenta diferentes metodologias se comparadas com a versão anterior e, essas novas abordagens tornam o entendimento e utilização do AISC mais coerentes com o real comportamento dos elementos estruturais que compõem os pilares mistos de aço e concreto.

Para a versão do LRFD de 1999 o tratamento para a flexo-compressão de pilares mistos é dado pelas seguintes condições, definidas conforme Seção H1.2 e ilustradas na *Figura 5.3*, que devem, por meio de suas equações de interação, ser atendidas:

$$\text{a) Para } \frac{P_u}{\phi_c P_n} \geq 0,2$$

Tem-se:

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1,0 \quad (5.21)$$

$$\text{b) Para } \frac{P_u}{\phi_c P_n} < 0,2$$

Tem-se:

$$\frac{P_u}{2\phi_c P_n} + \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1,0 \quad (5.22)$$

Onde:

P_u é a força de compressão de cálculo aplicada no pilar misto;

P_n é a resistência nominal à compressão axial do pilar misto;

ϕ_c é o coeficiente de segurança da resistência à compressão dado por 0,85;

ϕ_b é o coeficiente de segurança da resistência à flexão definido na Seção I3;

M_u é o momento fletor de cálculo aplicado no pilar, incluindo as imperfeições e os efeitos da não linearidade geométrica;

M_n é a resistência nominal à flexão do pilar misto.

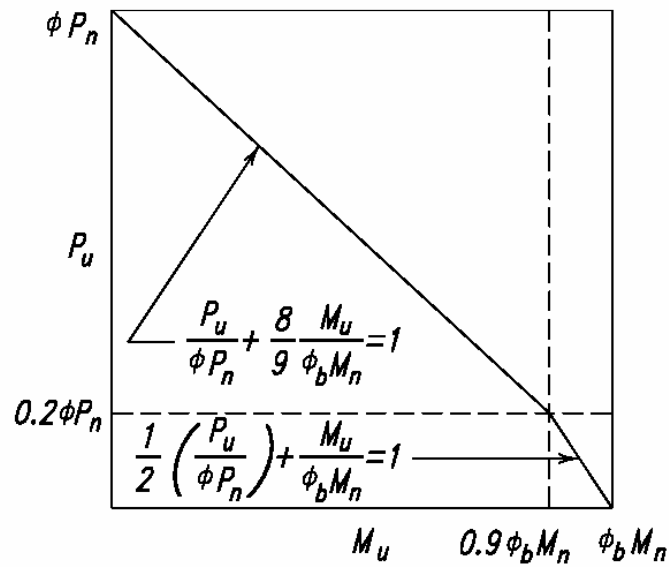


Figura 5.3 – Equações de interação para pilares mistos sujeitos à flexo-compressão.

Para o cálculo da resistência nominal à flexão do pilar misto (M_n) o AISC de 1999 considera a distribuição plástica das tensões na seção transversal mista e apresenta a seguinte expressão aproximada para o seu cálculo:

$$M_n = M_p = ZF_y + \frac{(h_2 - 2c_r)}{3} A_r F_{yr} + \left(\frac{h_2}{2} - \frac{A_w F_y}{1.7 f'_c h_1} \right) A_w F_y \quad (5.23)$$

Onde:

A_w é a área da alma do perfil revestido com concreto; para perfis tubulares preenchidos com concreto $A_w = 0$;

Z é a módulo de resistência plástico da seção de aço;

c_r é a média das distâncias compreendidas entre a borda comprimida até a armadura longitudinal dessa borda e a borda tracionada até a armadura longitudinal dessa borda;

h_1 é a largura da seção transversal mista perpendicular ao plano de flexão;

h_2 é a largura da seção transversal mista paralela ao plano de flexão.

A expressão aproximada da *Equação 5.23*, apresentada no AISC/LRFD (1999), é também citada em Galambos (1998) e foi desenvolvida por Galambos e Chapius (1980) e foi obtida por meio de ensaios comparativos com pilares de aço totalmente envolvidos com concreto e pilares tubulares circulares e quadrados de aço preenchidos com concreto. Representa assim, a somatória das capacidades resistentes plásticas à flexão de cada elemento, perfil de aço, concreto e armadura, que compõe o pilar misto.

Porém, a versão de 1999 impõe condições para o uso do conceito da distribuição plástica de tensões na obtenção da resistência nominal à flexão (M_n) dos pilares mistos sujeitos a flexo-compressão e, consecutivamente, fazer uso da *Equação 5.23*. Essas condições estão descritas abaixo:

$$\text{a) Para } \frac{P_u}{\phi_c P_n} > 0,3$$

A resistência nominal à flexão do pilar misto (M_n) poderá ser determinada a partir da distribuição plástica das tensões na seção transversal mista e o coeficiente de segurança da resistência à flexão (ϕ_b) assumirá o valor de 0,85.

$$\text{b) Para } 0 \leq \frac{P_u}{\phi_c P_n} \leq 0,3$$

Para essa condição a resistência nominal à flexão do pilar misto (M_n) poderá ser determinada de três maneiras. A primeira, por meio da superposição das tensões elásticas, considerando que o pilar seja escorado (*shoring*) até que a cura do concreto seja tal que o elemento de aço esteja trabalhando em conjunto com o concreto a fim de resistir aos carregamentos.

A segunda, pela distribuição plástica de tensões apenas do perfil de aço. Em ambos os casos o coeficiente de segurança da resistência à flexão (ϕ_b) assumirá o valor de 0,90.

Para a terceira e última alternativa é permitido o uso da distribuição plástica de tensões da seção transversal do pilar misto, porém, o perfil de aço deverá possuir conectores de cisalhamento a fim de garantir a transferência de esforços entre o concreto e o pilar de aço e, nesse caso o coeficiente de segurança da resistência a flexão (ϕ_b) assume o valor de 0,85.

Essas relações, descritas acima nos itens “a” e “b”, estabelecem uma forma de transição entre elementos flexo-comprimidos (viga-coluna) e elementos sujeitos apenas à flexão (vigas) e, está relacionada com a aderência entre o perfil de aço e o concreto. No entanto, o AISC/LRFD (2005) ressalta que o uso da resistência à flexão, obtida pela distribuição de plástica de tensões, só pode ser feito com o uso de conectores de cisalhamento.

Na versão de 2005 do AISC, o cálculo da resistência disponível pode ser feito tanto pelo critério de distribuição plástica de tensões quanto pelo método de compatibilidade de deformações.

O AISC/LRFD (2005) recomenda que deva ser usado, primeiramente, o critério da compatibilidade de deformações e, em segundo, o método de distribuição plástica de tensões, o qual é uma simplificação do primeiro critério e provém um método de cálculo simples e conveniente para a maioria das situações de projeto.

A versão 2005 do AISC, no intuito de auxiliar a obtenção da resistência disponível dos pilares mistos flexo-comprimidos, apresenta três métodos simplificados para a determinação da superfície resistente.

A primeira maneira utilizada quando se trabalha com pilares mistos flexo-comprimidos de seção transversal duplamente simétrica, permite um caminho mais simples de cálculo por meio do uso das *Equações 5.21 e 5.22* para dimensionamento dos pilares de aço.

A segunda aproximação tem por base o desenvolvimento da superfície de interação para flexo-compressão, usando o método da distribuição plástica de tensões. Esses resultados nas superfícies de interação são similares aos mostrados na *Figura 5.4*.

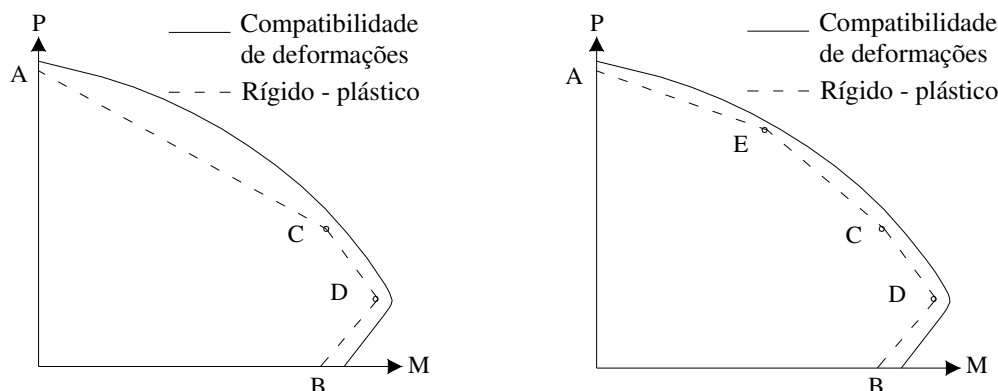


Figura 5.4 – Comparação exata e simplificada entre as curvas de interação força de compressão x momento fletor.

Os cinco pontos identificados na *Figura 5.4* são definidos pelo uso da distribuição plástica de tensões. O ponto A corresponde à resistência da seção assumindo que a peça seja somente axialmente comprimida.

O ponto B é determinado tendo em conta a resistência à flexão simples da seção transversal, ou seja, sem carga axial e devem seguir as especificações contidas na Seção I3. Nesse item, o AISC de 2005, da mesma forma que o AISC/LRFD (1999), apresenta três maneiras para o cálculo da resistência nominal à flexão (M_n) do pilar misto revestido e preenchido com concreto.

A primeira pela superposição das tensões elásticas, considerando o escoramento do pilar. A segunda, por meio da distribuição plástica de tensões apenas do perfil de aço. Em ambos os casos o coeficiente de segurança da resistência à flexão (ϕ_b) assumirá o valor de 0,90. Para a terceira e última alternativa é permitido o uso da distribuição plástica de tensões da seção transversal do pilar misto ou o método da compatibilidade de deformações. No entanto, o perfil de aço deverá possuir conectores de cisalhamento a fim de garantir a transferência de esforços

entre o concreto e o pilar de aço. Nesse caso, o coeficiente de segurança da resistência à flexão (ϕ_b) assumirá o valor de 0,85.

Essas três maneiras acima descritas foram baseadas em testes de vigas revestidas com concreto. Esses ensaios, por sua vez, mostraram que o perfil de aço revestido com concreto reduz drasticamente a possibilidade da instabilidade lateral e torcional, além de prevenir a flambagem local dos elementos do perfil de aço. Outro ponto relevante é o fato de que concreto, por estar envolvendo o perfil, previne a falha na aderência devido ao escoamento do mesmo e, a falha na aderência não necessariamente limita o momento resistente da uma viga totalmente revestida com concreto.

O ponto *C* considera a localização da linha neutra usada para obter o ponto *B*, porém introduzindo o efeito da carga axial de compressão. O ponto *D* corresponde à metade da resistência axial obtida no ponto *C*. O ponto *E* é um ponto arbitrário, necessário para refletir uma melhor resistência à flexão em relação ao eixo *y*, podendo-se usar a curva obtida da interpolação linear entre esses pontos.

A terceira aproximação é uma simplificação bi-linear como mostrada na *Figura 5.5*. A resistência axial do pilar (ponto *A* da *Figura 5.5*) é minorada levando em conta o efeito do comprimento efetivo. O ponto no eixo horizontal B_d é determinado por meio da resistência à flexão da seção transversal, ponto *B*, modificado pelo fator de resistência à flexão ou fator de segurança apropriado.

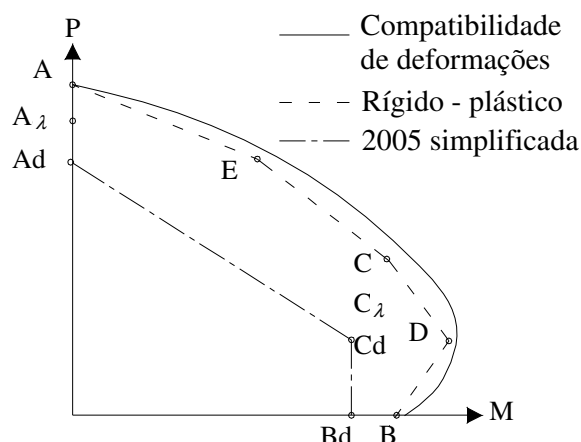


Figura 5.5 – Curvas de interação para pilares mistos de aço e concreto sujeitos à compressão axial e momento fletor.

O ponto C é ajustado para baixo pela mesma redução de comprimento efetivo, aplicada ao ponto A para obter o ponto C_λ . O ponto C_λ é então ajustado para baixo por meio de ϕ_c e para esquerda por ϕ_b a fim de se obter o ponto C_d . A utilização da aproximação pela linha reta pode ser determinada ligando-se os pontos A_d , C_d e B_d como mostrado na Figura 5.5. Usando-se essa interpolação, equações como as descritas a seguir podem ser derivadas para os pilares mistos sujeitos à flexo-compressão:

a) Para: $P_r < P_C$, tem-se:

$$\frac{M_{rx}}{M_{Cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{Cy}} \leq 1,0 \quad (5.24)$$

b) Para: $P_r \geq P_C$, tem-se:

$$\frac{(P_r - P_C)}{(P_A - P_C)} + \frac{M_{rx}}{M_{Cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{Cy}} \leq 1,0 \quad (5.25)$$

Onde:

$P_r = P_u$ é a resistência à compressão requerida;

$P_A = P_{Ad}$ é a resistência à compressão disponível no ponto A_d ;

$P_C = P_{Cd}$ é a resistência à compressão disponível no ponto C_d ;

$M_r = M_u$ é a resistência ao momento fletor requerido;

$M_C = M_{Cd} = M_{Bd}$ é a resistência ao momento fletor disponível no ponto B_d .

Devido à influência do comprimento efetivo do pilar na resistência axial, a resistência de cálculo de um pilar misto axialmente comprimido ($\phi_c P_n$), determinado conforme Seção I2 do AISC (2005) deve ser feita com o valor P_o , no lugar de P_n .

Na determinação do momento fletor de cálculo (M_u), ambas as versões do AISC enfatizam a necessidade de se considerar as imperfeições do perfil de aço e a excentricidade das cargas.

Tais considerações podem ser obtidas, de forma simplificada, com a aplicação do método da análise elástica de segunda ordem, o qual consiste na amplificação das forças axiais e momentos fletores, obtidos por meio da análise de primeira ordem, e levando em consideração os efeitos da esbeltez ($P-\delta$) e deslocabilidade ($P-\Delta$) dos nós da estrutura.



Figura 5.6 – Efeitos $P-\delta$ e $P-\Delta$ no pilar flexo-comprimido.

Dessa forma o momento fletor de cálculo (M_u) pode ser expresso por:

$$M_u = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt} \quad (5.26)$$

Onde:

M_{nt} é o momento fletor solicitante de cálculo, obtido por análise elástica de 1ª ordem, com os nós da estrutura impedidos de se deslocar horizontalmente (usando-se, na análise, contenções horizontais fictícias em cada andar);

M_{lt} é o momento fletor solicitante de cálculo, obtido por análise elástica de 1ª ordem, correspondente apenas ao efeito dos deslocamentos horizontais dos nós da estrutura (efeito das reações das contenções fictícias aplicadas em sentido contrário, nos mesmos pontos onde tais contenções foram colocadas).

A Figura 5.7 mostra um esquema que representa os deslocamentos que provocam M_{nt} e M_{lt} .

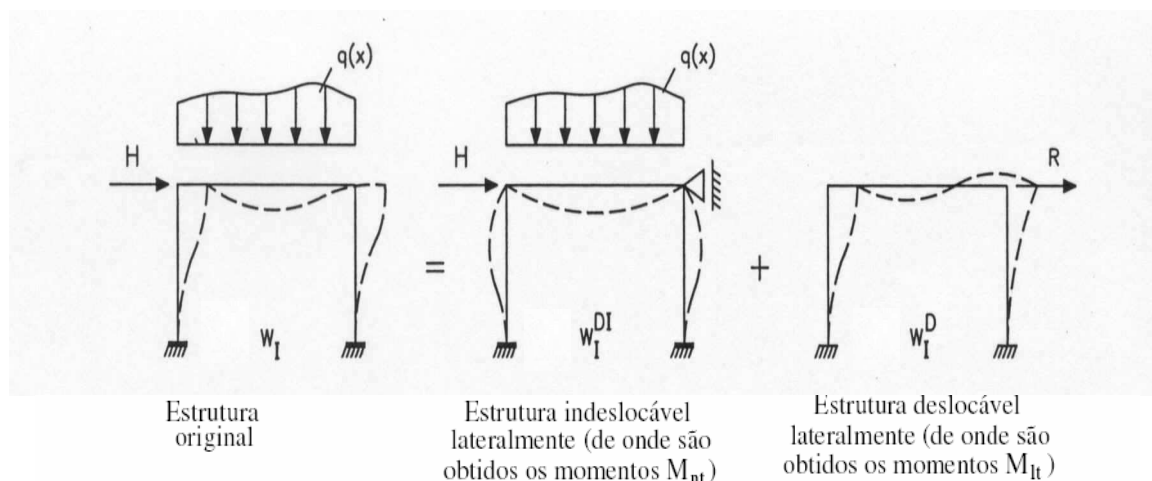


Figura 5.7 – Decomposição dos deslocamentos e momentos fletores de 1ª ordem.

O AISC define o coeficiente B_1 como sendo:

$$B_1 = \frac{C_m}{(1 - P_u/P_{e1})} \geq 1,0 \quad (5.27)$$

Onde:

P_u é a força axial solicitante de cálculo na barra considerada;

P_{e1} é a força que provoca a flambagem elástica da barra no plano de atuação do momento fletor, calculada com o comprimento de flambagem (KL) para a estrutura com os nós impedidos de se deslocar horizontalmente;

C_m é o coeficiente de equivalência de momentos.

O coeficiente C_m terá seu valor definido conforme as seguintes condições:

a) Se não houver forças transversais entre as extremidades da barra no plano de flexão:

$$C_m = 0,6 - 0,4 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \quad (5.28)$$

Sendo:

M_1/M_2 é a relação entre o menor e o maior dos momentos fletores solicitantes de cálculo no plano de flexão, nas extremidades apoiadas da barra, tomada como positiva quando os momentos provocarem curvatura reversa e negativa quando provocarem curvatura simples.

b) Se houver forças transversais entre as extremidades da barra no plano de flexão, o valor de C_m deve ser determinado por análise racional ou ser tomado igual a

0,85 no caso de barras com ambas as extremidades engastadas e a 1,0 nos demais casos.

A determinação do fator B_2 é dada por:

$$B_2 = \frac{1}{1 - \sum P_u \left(\frac{\Delta_{oh}}{L \sum H} \right)} \quad (5.29)$$

ou

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{\sum P_{e2}}} \quad (5.30)$$

Onde:

$\sum P_u$ é a somatória das forças de compressão solicitante de cálculo em todos os pilares e outros elementos resistentes a cargas verticais (inclusive no pilares e outros elementos que não pertençam ao sistema resistente às forças horizontais) no pavimento analisado;

Δ_{oh} é o deslocamento horizontal relativo entre o pavimento analisado e o imediatamente abaixo;

L é a altura do pavimento analisado;

$\sum H$ é a somatória de todas as forças horizontais do pavimento produzidas por Δ_{oh} ;

$\sum P_{e2}$ é a somatória das cargas críticas de flambagem elástica dos pilares mistos do pavimento, no plano de flexão considerado.

6. COMPARAÇÃO ENTRE CRITÉRIOS DE RESISTÊNCIA

As formas usuais de projeto para estruturas mistas de aço e concreto são, geralmente, extrapolações dos procedimentos de projeto das estruturas de aço ou de concreto, sendo exemplos o AISC/LRFD (1999) e (2005), ACI-318 (2004) e o Eurocode 4 (2004). Vale ressaltar que o comportamento inelástico dos sistemas e elementos mistos é particularmente importante no cálculo de edifícios sob a ação de terremotos, porém ainda não é totalmente compreendido. Sabe-se que a não-linearidade das estruturas mistas de aço e concreto está relacionada à inelasticidade dos materiais, ao sistema misto ou às mudanças na geometria da estrutura. O crescimento de pesquisas teóricas e experimentais, juntamente com o recente desenvolvimento das especificações destinadas às construções mistas, por exemplo, *Building Seismic Safety Council – BSSC e Seismic Provisions for Structural Steel Buildings – AISC*, melhoraram o suporte aos engenheiros nas análises e projetos de elementos e sistemas mistos nessa condição de trabalho da estrutura.

O concreto é um material frágil, com diferentes respostas à tração e compressão (vale lembrar que sua resistência à tração é pequena, a ponto de ser desprezada nos cálculos). Em contrapartida, o aço exibe um comportamento elastoplástico tanto na tração quanto na compressão e os perfis de aço possuem tensão residual devido ao seu processo de fabricação.

As ligações entre os componentes de aço e concreto contribuem para a não-linearidade dos sistemas mistos por meio do mecanismo de transferência de esforços entre os diferentes componentes que, por sua vez, podem exibir comportamentos complexos e altamente não-lineares.

A mudança de geometria da estrutura relaciona-se ao efeito da não-linearidade geométrica, que é geralmente classificado em local e global. A não-linearidade geométrica global inclui a ampliação de esforços no pilar devido a sua esbeltez, conhecida como resposta $P-\delta$ e ao efeito da deslocabilidade do conjunto conhecido como resposta $P-\Delta$. A atual disponibilidade de recursos computacionais permite que a não-linearidade geométrica possa ser tratada com boa precisão nos projetos, porém, algumas normas de cálculo permitem a incorporação desse efeito a modelos clássicos de análise global pelo de procedimento simplificado, derivado da análise não-linear de pórticos, mas que têm utilização restrita a condições particulares de trabalho.

Os métodos de análise das seções mistas possuem duas aplicações essenciais: registrar o comportamento de uma seção sujeita aos diferentes históricos de carga e, a outra é determinação da condição de plastificação de uma seção em um elemento de pórtico.

Na primeira aplicação, o modelo, tipicamente, remete ao comportamento momento-curvatura de seção sujeita a carga axial constante. A segunda aplicação nos leva a um conjunto de forças que correspondem às deformações da seção (corresponde à deformação axial e à curvatura provocada pela flexão simples).

Na análise de seções de um pilar misto de aço e concreto, geralmente são usados dois procedimentos para se encontrar as respostas, são eles: o método do modelo resultante e o método do modelo de fibra.

O método do modelo resultante, apresentado em Spacone e El-Tawil (2004), define explicitamente o comportamento do pilar em termos da relação momento-curvatura, relação carga axial-deformação axial, etc. Sua simplificação suaviza as respostas da relação flexão e cargas axiais, onde cada uma pode seguir relações lineares ou não-lineares.

Um modelo resultante mais avançado, melhor adaptado para a análise de pilares sujeitos a flexo-compressão, considera as interações da carga axial e a flexão atuante na seção transversal.

El-Tawil e Deierlein (2001), desenvolveram um modelo plástico de superfície de contorno implementado no espaço resultante de tensão. O modelo foi desenvolvido, de forma geral, para ser aplicado tanto ao aço quanto ao concreto armado e, também, para elementos mistos de aço e concreto, conforme representado na *Figura 6.1*.

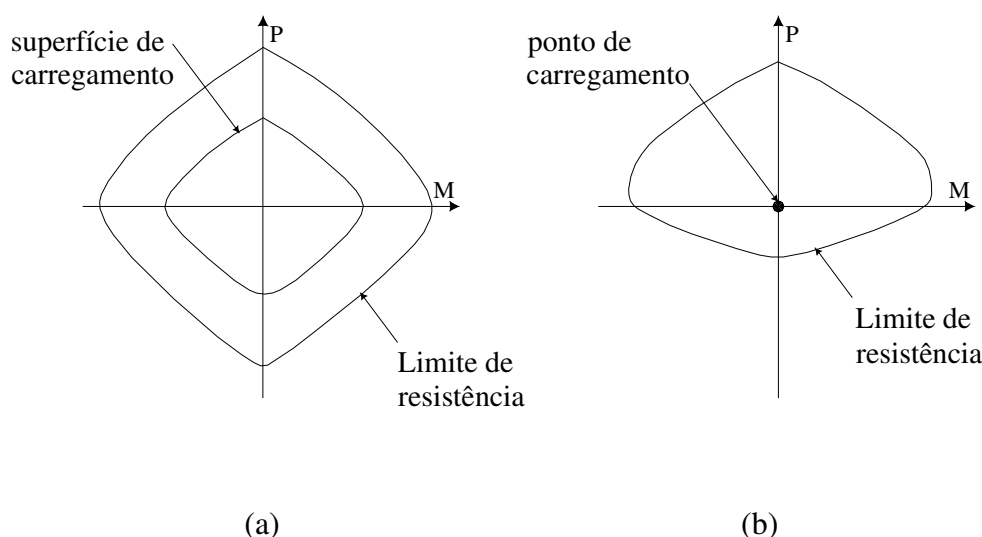


Figura 6.1 – Modelo de superfície de contorno: (a) Modelo de superfície finita (elemento de aço) – (b) Modelo de superfície degenerativa (concreto armado e elemento misto).

A *Figura 6.1* apresenta duas variações do modelo de plasticidade consideradas: a versão de superfície finita e de superfície degenerada. O modelo de superfície finita, representado na *Figura 6.1 - a*, considera explicitamente uma região de resposta completamente elástica atuando na superfície interna e é aplicável aos elementos de aço, que geralmente possuem tal comportamento.

O modelo de superfície degenerada, representado na *Figura 6.1 – b* escolhe a região elástica como o ponto, então o comportamento passa a atuar como inelástico em qualquer direção de carregamento. Esta versão é apropriada para seções que têm pequena ou nenhuma região com resposta elástica, tal como àquelas em concreto armado e as mistas em aço e concreto. A

degradação da rigidez é considerada como uma função de energia de deformação plástica absorvida pelos elementos mistos.

O outro método utilizado, para a análise do comportamento de seções de um pilar misto de aço e concreto, é conhecido como modelo de fibra. Nele, a seção é subdividida em n fibras, não necessariamente de igual área, e as tensões são integradas em toda área de seção transversal, a fim de se obter as tensões resultantes tais como força ou momento. Para tanto, o modelo de fibra faz uso de algumas hipóteses:

- a) As seções transversais planas permanecem planas após a flexão. Considera-se que essa hipótese é razoavelmente precisa no campo inelástico;
- b) As tensões de cisalhamento e torção são desprezadas. Por essa razão, o método de fibra é geralmente usado para a análise de elementos dominados pela flexão, onde o modelo de Euler-Bernoulli pode ser razoavelmente aplicado;
- c) Embora as relações constitutivas sejam tipicamente definidas como estados de tensão uniaxial. Estados de tensões multiaxiais, como os devido ao efeito de confinamento do concreto no interior do tubo de aço, podem ser considerados devidos ao aumento da resistência do concreto;
- d) As fissuras no concreto são consideradas. No entanto, admitem-se que elas desenvolvam-se em uma região de superfície normal ao eixo do elemento como resposta à hipótese das seções planas;
- e) A flambagem local dos elementos de aço, as tensões iniciais resultantes das cargas de montagem e dos efeitos da tensão residual podem ser consideradas na modelagem.

O modelo de fibra permite ainda que, as armaduras da seção transversal possam ser incluídas na análise e, que as propriedades de cada um dos materiais tais como o concreto, o

perfil de aço ou vergalhão possam ser discretizados na seção. A *Figura 6.2* representa a discretização de uma seção transversal mista de aço e concreto.

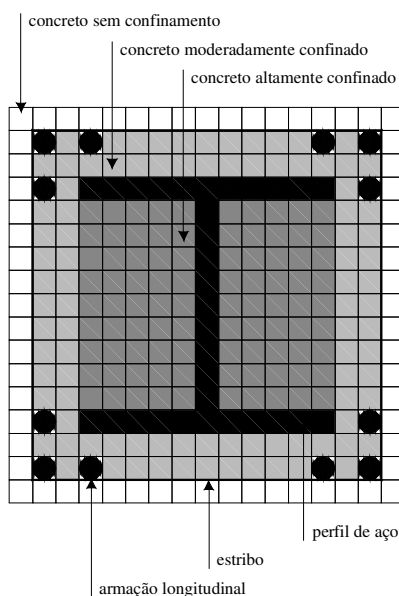


Figura 6.2 – Discretização das fibras da seção transversal mista de um pilar.

A partir dos modelos constitutivos e considerando a hipótese de que “seções transversais planas permanecem planas” as tensões das fibras são determinadas a partir das deformações nas mesmas.

Existem diferentes abordagens para obter as deformações nas fibras e o histórico da carga na seção. Estudos definem a deformação axial da seção em função da curvatura, a partir do sistema de referência fixado e não necessitam traçar a evolução da posição da linha neutra. El Tawil e Deierlein (2001), por outro lado, seguem o movimento da linha neutra da seção durante o histórico da carga.

Kent e Park (1971) têm usado, na análise de seções transversais de elementos em concreto armado ou misto de aço e concreto, modelos constitutivos uniaxiais para o aço e o concreto a fim de avaliar as tensões nos elementos da seção transversal bem como o módulo de elasticidade.

A hipótese de que o concreto não possui resistência ou rigidez no momento de início da fissura vêm sendo amplamente utilizada nas análises de seções mistas pelo modelo de fibra.

Spacone e El-Tawil (2004) salientam que existem tentativas no sentido de considerar o efeito da porção tracionada na rigidez da seção mista em aço-concreto, comumente baseados em modelos desenvolvidos para concreto armado, e admitindo-se, nessa outra abordagem, a possibilidade segundo a qual as características de resistência e rigidez da armadura são modificadas ao invés de se usar as propriedades do concreto.

Spacone e El-Tawil (2004) lembram ainda que as relações constitutivas usadas para modelar seções de aço são uniaxiais lineares, enquanto são bi-lineares para as estruturas mistas com ou sem o efeito do encruamento após o escoamento e os resultados obtidos se mostram satisfatórios na comparação entre respostas experimentais e analíticas.

Embora a análise de fibra requeira apenas relações constitutivas uniaxiais, a resposta do aço nas estruturas mistas será o resultado de efeitos multiaxiais complexos que incluem flambagem local e tensão residual devido ao processo de conformação e soldagem do perfil, mas que podem ser introduzidos nesta modelagem.

Tendo em conta este horizonte, este trabalho procurará fazer um estudo comparativo entre os critérios de resistência usados nas normas brasileira, européia e americana. Lembrando a boa relação entre os critérios de dimensionamento para estruturas de aço na ABNT NBR8800(1986) e a norma americana AISC/LRFD, uma atenção especial será direcionada à recente versão da norma americana AISC/LRFD (2005) e seus reflexos no dimensionamento dos elementos mistos.

6.1. Força axial e flexão combinadas

As técnicas comumente empregadas para análise teórica da resistência das seções mistas flexo-comprimidas têm por base a interação entre a força axial e o momento fletor dos elementos mistos de aço e concreto pelas relações simplificadas.

A determinação de valores finais dos esforços devido às ações externas deve levar em conta tanto o efeito da esbeltez do elemento quanto a deslocabilidade da estrutura que o contém.

A partir de 1994, o AISC/LRFD passou a usar uma metodologia bastante didática para correção de esforços obtidos quando uma análise não linear geométrica era omitida em sua determinação. A estratégia permitia que o calculista obtivesse valores de esforços mais consistentes ao dimensionamento pelo uso de expressões algébricas simplificadas.

A interação entre a força axial e o momento fletor dos elementos mistos de aço e concreto é empregada na avaliação da resistência disponível, onde o equilíbrio das porções tracionada e comprimida é obtido a partir da posição da linha neutra, à semelhança do que ocorre no dimensionamento de peças em concreto armado.

O cálculo da resistência disponível pode ser feito tanto pelo critério de distribuição plástica de tensões quanto pelo método de compatibilidade de deformações. Cabe notar que essa denominação provém do AISC/LRFD, onde a determinação da resistência nominal do elemento de aço, pela utilização do método da distribuição plástica de tensões ocorre quando o perfil alcança a tensão F_y de tração ou compressão e o concreto atinge a tensão de compressão igual a $0,85f_c$. Havendo pequenas variações para perfis tubulares de aço preenchidos por concreto sem alterar este conceito.

O AISC/LRFD (2005) recomenda primeiramente a utilização preferencial do critério da compatibilidade de deformações e em segundo, o método de distribuição plástica de tensões, o qual é uma simplificação do primeiro critério e fornece um método de cálculo conveniente aos engenheiros para a maioria das situações de projeto.

O critério da compatibilidade de deformações estabelece uma distribuição linear da deformação na seção transversal, com a máxima deformação do concreto igual a $0,003\text{mm/mm}$, enquanto as relações tensão-deformação para o aço e o concreto devem ser obtidas por meio de ensaios experimentais ou publicações para materiais similares.

No tratamento de pilares mistos com seção transversal irregular e de perfis de aço que não apresentam comportamento elastoplástico, este critério deve ser utilizado para a determinação da resistência nominal.

Tanto no AISC (1992), quanto no ACI 318 (2004), podem ser encontrados requisitos gerais do método de compatibilidade de deformações para pilares mistos totalmente revestidos por concreto.

Deve-se observar que o método de compatibilidade de deformações é o mais preciso para avaliação da resistência, porém demandando um maior esforço de cálculo. Justifica-se, assim, a preferência por este método, enquanto o método de distribuição plástica de tensões é uma simplificação do primeiro critério, provendo um método de cálculo simples e conveniente para a maioria das situações de projeto.

Quando se trabalha com pilares mistos flexo-comprimidos de seção transversal duplamente simétrica, que é a geometria mais usada nas construções, o AISC/LRFD permite um caminho mais simples de cálculo por meio da utilização das equações para dimensionamento dos pilares em aço mostradas a seguir:

$$\text{a) Para } \frac{P_u}{\phi_c P_n} \geq 0,2$$

Usa-se:

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1,0 \quad (6.1)$$

b) Para $\frac{P_u}{\phi_c P_n} < 0,2$

Usa-se:

$$\frac{P_u}{2\phi_c P_n} + \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1,0 \quad (6.2)$$

Onde:

P_u é a força de compressão de cálculo no pilar;

P_n é a resistência nominal à compressão axial do pilar misto;

ϕ_c é o coeficiente de segurança da resistência à compressão dado por 0,85;

ϕ_b é o coeficiente de segurança da resistência à flexão;

M_u é o momento fletor de cálculo aplicado no pilar, incluindo as imperfeições e os efeitos da não linearidade geométrica;

M_n é a resistência nominal à flexão do pilar misto.

Estas equações foram apresentadas na versão de 1994 e fazem uma avaliação conservadora da resistência. O grau de conservadorismo, geralmente, depende de quanto admite o concreto contribui em relação ao aço na resistência total. Deste modo, por exemplo, as equações são geralmente mais conservadoras para elementos com concreto de alta resistência submetidos à compressão do que em relação ao uso do concreto comum.

Por outro lado, deve-se lembrar que as *Equações 6.1 e 6.2* foram concebidas para os pilares de aço a partir de boas qualidades do material, que possui igual resistência à tração e à compressão. Esta razão é a base para definir a superfície de resistência mostrada na *Figura 6.1*.

Ressalta-se ainda que contando com hipóteses bastante favoráveis para a análise até a plastificação, pilares de aço flexo-comprimidos e sem problemas de estabilidade podem ter uma

curva de interação bem definida entre a força de compressão e momento fletor de uma seção plastificada (*Figura 6.1*). A equação aproximada desta curva, mostrada na *Equação 6.3* a seguir, foi à base em que foram estabelecidas as curvas de dimensionamento dos pilares em aço:

$$\frac{P_u}{P_y} + \frac{M_u}{1,18 M_p} \leq 1,0 \quad (6.3)$$

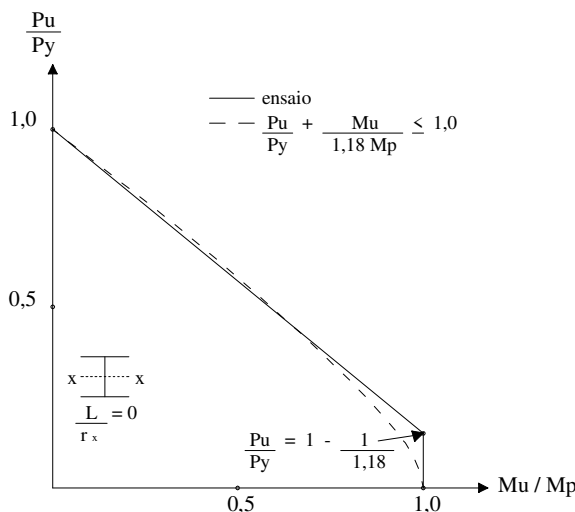


Figura 6.3 – Comparação dos resultados de ensaio (considerando a tensão residual) e da Equação 6.3 usada na verificação da resistência.

Porém, a grande esbeltez dos pilares em aço, bem como a deslocabilidade associada de suas estruturas levam a um cuidado maior na definição dos esforços solicitantes pelo caráter não linear das respostas devido ao efeito local da esbeltez ($P-\delta$) e do efeito global da deslocabilidade ($P-\Delta$). A inclusão destes efeitos associados à verificação da resistência levou ao estabelecimento das duas equações de verificação de resistência dos pilares de aço no AISC/ASD e seguidas no AISC/LRFD de 1986, escritas a seguir para flexão-normal composta:

$$\frac{P_u}{P_n} + \frac{M_u}{M_n} \leq 1,0 \quad (6.4)$$

$$\frac{P_u}{P_n} + \frac{C_m M_u}{M_n \left(1 - \frac{P_u}{P_e} \right)} \leq 1,0 \quad (6.5)$$

Cabendo observar que o efeito da deslocabilidade não foi incluído como termo auxiliar nas *Equações 6.4 e 6.5*.

Após estudos de Bjorhovde et al. (1978) sobre a relação $C_m/(1 - P/P_e)$ e tendo em conta a análise plástica dos pilares de aço flexo-comprimidos, no AISC/LRFD(1994) foram estabelecidas as grandezas B_1 e B_2 , definidas nas *Equações 6.6 e 6.7*, referindo-se especificamente ao efeito não-linear no pilar e à translação da estrutura respectivamente.

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \frac{P}{P_e}} \geq 1,0 \quad (6.6)$$

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\Sigma P_u \Delta_{oh}}{\Sigma HL}} \quad \text{ou} \quad B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\Sigma P_u}{\Sigma P_e}} \quad (6.7)$$

Os termos B_1 e B_2 são usados na determinação do momento de cálculo com a expressão $M_u = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt}$.

Com o requisito da grandeza B_1 superior ou igual a 1, *Equações 6.4 e 6.5* são reduzidas a uma equação apenas. Assim, usando as conclusões de Ketter (1961), relativo à curva aproximada (*Equação 6.2*), o critério de resistência passou a empregar as *Equações 6.1 e 6.2* posto que agora os esforços solicitantes são mais próximos do real com o uso de B_1 e B_2 .

No Brasil a ABNT NBR 8800 (1986) faz uso de equações semelhantes às usadas pelo AISC/LRFD de 1986 (*Equações 6.4 e 6.5*) e, são descritas pelas *Equações 6.8 e 6.9* a seguir para o caso da flexão normal composta:

$$\frac{N_d}{\phi N_n} + \frac{M_{dx}}{\phi_b M_{nx}} \leq 1 \quad (6.8)$$

$$\frac{N_d}{\phi_c N_n} + \frac{C_m M_{dx}}{\left(1 - \frac{N_d}{0,73 N_{ex}}\right) \phi_b M_{nx}} \leq 1 \quad (6.9)$$

A primeira, *Equação 6.8*, prevalece nos pilares curtos, no caso em que não se considera o efeito da esbeltez do pilar, ou flexo-tração. Já a *Equação 6.9* considera tal fenômeno por meio da utilização do coeficiente B_1 , reduzindo a resistência do elemento flexo-comprimido.

Aplicando os conceitos de B_1 e B_2 às *Equações 6.8 e 6.9*, ou admitindo que os momentos fletores de cálculo fossem determinados com o efeito da não-linearidade devido à esbeltez e a deslocabilidade, chega-se às seguintes equações:

$$\frac{N_d}{\phi N_n} + \frac{M_{dx}}{\phi_b M_{nx}} \leq 1 \quad (6.10)$$

$$\frac{N_d}{\phi_c N_n} + \frac{M_{dx}}{\phi_b M_{nx}} \leq 1 \quad (6.11)$$

As *Equações 6.10 e 6.11* admitem uma representação semelhante à da *Figura 6.3*. Assim, pode-se manipulá-las algebricamente, da seguinte forma:

$$\frac{M_d}{\phi_b M_{nx}} \leq 1 - \frac{N_d}{\phi N_n} \quad (6.12)$$

$$\frac{M_d}{\phi_b M_{nx}} \leq 1 - \frac{N_d}{\phi_c N_n} \quad (6.13)$$

Para facilitar o entendimento e a manipulação das expressões de interação chamou-se de μ o segundo termo das *Equações 6.12 e 6.13*, descritas acima, o qual corresponde a um

coeficiente redutor da resistência à flexão do pilar. Com isso os coeficientes μ , das *Equações 6.12 e 6.13*, assumem respectivamente as seguintes formas:

$$\mu = 1 - \frac{N_d}{\phi N_n} \quad (6.14)$$

$$\mu = 1 - \frac{N_d}{\phi_c N_n} \quad (6.15)$$

Se definirmos a grandeza χ_d como sendo a relação entre o esforço solicitante e a capacidade plástica à compressão do pilar de aço e χ sendo a relação entre a resistência à compressão do pilar esbelto e a capacidade plástica à compressão do pilar de aço, têm-se:

$$\chi_d = \frac{N_d}{\phi N_n} \quad (6.16)$$

$$\chi = \frac{\phi_c N_n}{\phi N_n} \quad (6.17)$$

Com isso as *Equações 6.14 e 6.15* assumem a seguinte forma:

$$\mu = 1 - \chi_d \quad (6.18)$$

$$\mu = \frac{(\chi - \chi_d)}{\chi} \quad (6.19)$$

Tais equações também podem ser obtidas utilizando as relações geométricas extraídas de suas curvas de interação, mostradas nas *Figuras 6.4 e 6.5*, apresentadas na sequência:

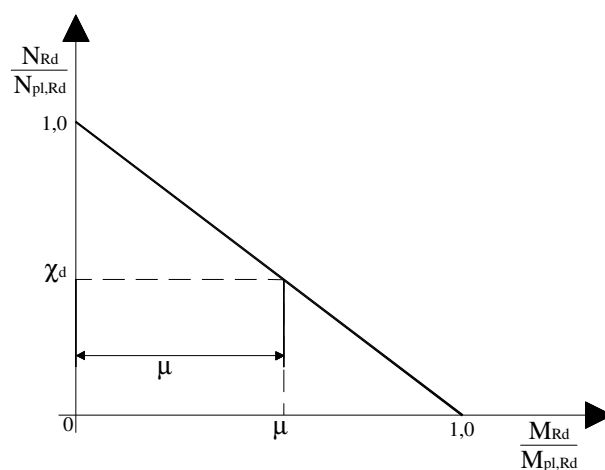


Figura 6.4 – Curva de interação para pilar de aço submetido à flexo-compressão, segundo a ABNT NBR 8800(1986), sem o efeito da esbeltez.

Sendo:

$$\frac{(1 - \chi_d)}{1} = \frac{\mu}{1} \quad (6.20)$$

Logo:

$$\mu = 1 - \chi_d \quad (6.21)$$

Para se considerar o efeito da esbeltez do pilar na curva de interação, introduz-se uma reta auxiliar na curva da *Figura 6.4*, a fim de determinar a diminuição da capacidade portante à flexão dada pelo coeficiente μ devido ao efeito da esbeltez. Dessa maneira, a curva de interação da peça flexo-comprimida adquire a seguinte configuração:

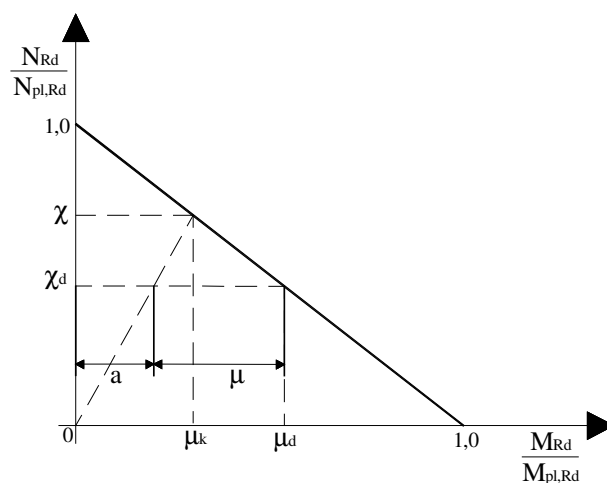


Figura 6.5 – Curva de interação para pilar de aço submetido à flexo-compressão, segundo a ABNT NBR 8800(1986), levando em consideração o efeito da esbeltez.

$$a + \mu = \mu_d \quad (6.22)$$

$$\frac{\chi}{\chi_d} = \frac{\mu_k}{a} \Rightarrow a = \frac{\chi_d}{\chi} \mu_k \quad (6.23)$$

$$\frac{1-\chi}{1} = \frac{\mu_k}{1} \Rightarrow \mu_k = (1-\chi) \quad (6.24)$$

$$\frac{1-\chi_d}{1} = \frac{\mu_d}{1} \Rightarrow \mu_d = (1-\chi_d) \quad (6.25)$$

Substituindo as Equações 6.23 em 6.22, chega-se:

$$\mu = \mu_d - \frac{\chi_d}{\chi} \mu_k \quad (6.26)$$

Substituindo as Equações 6.24 e 6.25 em 6.26, chega-se:

$$\mu = (1 - \chi_d) - \frac{\chi_d}{\chi} (1 - \chi) \Rightarrow \therefore \mu = \frac{\chi - \chi_d}{\chi} \quad (6.27)$$

Quando se analisa o concreto sabe-se, a priori, que o mesmo tem resistência característica à tração e compressão diferentes. Esta diferença de comportamento é a justificativa da segunda superfície mostrada na *Figura 6.1* e é o aspecto principal a ser considerado nos pilares mistos em aço e concreto.

Para resolver este problema surgem alternativas de dimensionamento. A melhor aproximação tem por base o desenvolvimento da superfície de interação para flexo-compressão usando o método da compatibilidade de deformações. Porém, uma outra boa alternativa é o uso da distribuição plástica de tensões, conhecido também como mecanismo rígido-plástico, que tem por base o desenvolvimento da superfície de interação para flexo-compressão.

Este tratamento é usado pelo Eurocode 4, ABNT NBR 14323(1999), que é derivada do Eurocode 4, e permitido pelo AISC/LRFD (2005). Os resultados nas superfícies de interação são similares aos mostrados na *Figura 6.6* a seguir:

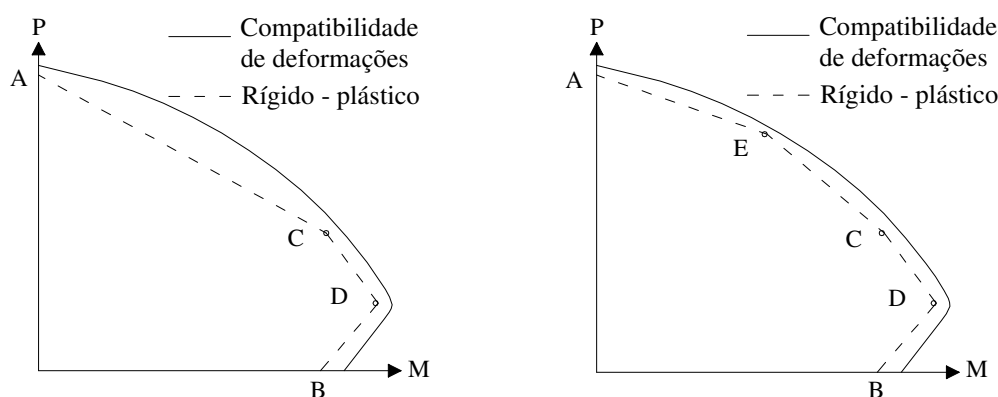


Figura 6.6 – Comparação exata e simplificada entre as curvas de interação força de compressão x momento fletor.

Os cinco pontos, AECDDB, identificados na *Figura 6.6* são definidos por meio do uso da distribuição plástica de tensões. O ponto A corresponde à resistência da seção assumindo que a

peça seja somente axialmente comprimida. O ponto *B* é determinado considerando-se a resistência à flexão simples da seção transversal, ou seja, sem carga axial.

O ponto *C* considera a localização da linha neutra usada para obter o ponto *B*, porém introduzindo o efeito da carga axial de compressão. O ponto *D* corresponde à metade da resistência axial obtida no ponto *C*. O ponto *E* é um ponto arbitrário, necessário para refletir melhor resistência à flexão em relação ao eixo "y". Geralmente é usada a curva obtida da interpolação linear entre esses os pontos sem o ponto *E*.

Ressalta-se que o momento resistente deve ser verificado com a esbeltez atuando no plano de flexão e as imperfeições iniciais do pilar misto devem ser incorporadas. Tal verificação é realizada pela análise da curva de interação *M-N*, ilustrada na *Figura 6.7* abaixo.

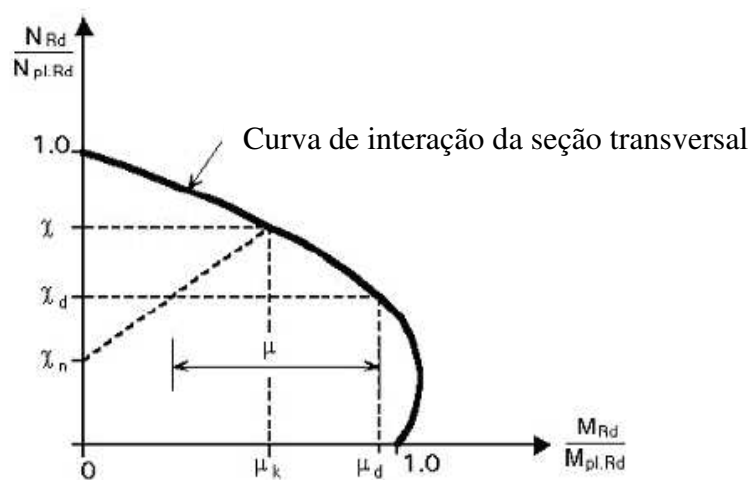


Figura 6.7 – Curva de interação para pilares mistos de aço e de concreto flexo-comprimidos.

Entretanto, o The Steel Construction Institute (1994a) lembra que em certas regiões da curva de interação, o fator de redução da resistência de um pilar misto (μ) pode assumir valores superiores à unidade, ou seja, $\mu > 1$. Quando isso ocorrer, deve-se, a favor da segurança, limitar o valor de μ a 1,0.

Cumpra-se notar que o tratamento dado pelo Eurocode (1992) ou pela ABNT NBR 14323(1999) não fazem uso do acréscimo de resistência à flexão obtido no ponto D . Existe uma possibilidade do uso de μ maior do que 1 a partir do Eurocode (1992) quando a flexão é somente devido à força de compressão sem o efeito de cargas transversais. Assim, é usual ligar os pontos C e D por uma reta vertical. O AISC/LRFD(2005) recomenda que ao posicionar-se o ponto D deve-se tomar cuidado a fim de reduzir a capacidade de compressão relacionada (valor associado no eixo da ordenadas) por um fator de resistência para levar em conta o efeito da esbeltez do elemento. Isto se faz necessário, pois se pode chegar a uma situação insegura devido à resistência à flexão adicional contabilizada neste ponto. Assim, recomenda-se a utilização de valores menores de resistência à compressão axial, do que os preconizados para resistência de seção transversal do elemento.

No caso da ABNT NBR 14323(1999), norma que regulamenta o cálculo de pilares mistos de aço e concreto, apenas uma única expressão, descrita a seguir, é utilizada para a verificação da resistência dos pilares submetidos à flexo-compressão.

$$\mu_k \frac{(N_{Sd} - N_n)}{(N_{Rd} - N_n)} + \frac{B_1 M_{Sd}}{\phi_b M_{pl,Rd}} \leq \mu_d \quad (6.28)$$

Manipulando a *Equação 6.28*, pode-se escrevê-la da seguinte maneira:

$$\frac{B_1 M_{Sd}}{\phi_b M_{pl,Rd}} \leq \mu_d - \mu_k \frac{(N_{Sd} - N_n)}{(N_{Rd} - N_n)} \quad (6.29)$$

A norma define ainda as grandezas μ_k e μ_d , como sendo:

$$\mu_k = \frac{N_{pl,Rd} - N_{Rd}}{N_{pl,Rd} - N_c} \leq 1,0 \quad (6.30)$$

$$\mu_d = \frac{N_{pl,Rd} - N_{Sd}}{N_{pl,Rd} - N_c} \leq 1,0 \quad (6.31)$$

Analogamente ao conceito utilizado nas *Equações 6.16 e 6.17* para os pilares de aço, pode-se dividir os fatores usados na *Equação (6.29)* pela capacidade plástica à compressão do pilar misto ($N_{pl,Rd}$), chegando-se a:

$$\frac{B_1 M_{sd}}{\phi_b M_{pl,Rd}} \leq \frac{(1 - \chi_d)}{(1 - \chi_{pm})} - \frac{(1 - \chi)}{(1 - \chi_{pm})} \frac{(\chi_d - \chi_n)}{(\chi - \chi_n)} \quad (6.32)$$

A variável χ é o fator de redução da resistência à compressão da seção transversal do pilar dado por:

$$\chi = \frac{N_{Rd}}{N_{pl,Rd}} \quad (6.33)$$

A grandeza χ_d é a relação da resistência à compressão de projeto, dada por:

$$\chi_d = \frac{N_{sd}}{N_{pl,Rd}} \quad (6.34)$$

A grandeza χ_{pm} é a relação da resistência à compressão do concreto, definida por:

$$\chi_{pm} = \frac{N_c}{N_{pl,Rd}} \quad (6.35)$$

Sendo N_c a resistência à compressão axial do pilar de concreto.

A relação que leva em consideração os momentos de extremidade (r) e o fator de redução da resistência axial do pilar misto (χ) é a definida como:

$$\chi_n = \frac{(1 + r)}{4} \frac{N_{Rd}}{N_{pl,Rd}} = \frac{(1 + r)}{4} \chi \quad (6.36)$$

Dessa maneira, pode-se observar, claramente, que o segundo termo da *Equação 6.32*, corresponde ao fator μ (*Equação 6.37*) de redução da resistência de um pilar misto de aço e concreto submetidos à flexo-compressão, ou seja:

$$\mu = \frac{(1 - \chi_d)}{(1 - \chi_{pm})} - \frac{(1 - \chi)}{(1 - \chi_{pm})} \frac{(\chi_d - \chi_n)}{(\chi - \chi_n)} \quad (6.37)$$

Desenvolvendo a *Equação 6.37* acima, pode-se escrevê-la da seguinte maneira:

$$\mu = \frac{(1 - \chi_n)}{(1 - \chi_{pm})} \frac{(\chi - \chi_d)}{(\chi - \chi_n)} \quad (6.38)$$

Com isso, a resistência à flexo-compressão do pilar misto deve respeitar a seguinte expressão:

$$B_1 M_{Sd} \leq \mu (\phi_b M_{pl,Rd}) = \frac{(1 - \chi_n)}{(1 - \chi_{pm})} \frac{(\chi - \chi_d)}{(\chi - \chi_n)} (\phi_b M_{pl,Rd}) \quad (6.39)$$

Essa situação expressa pela *Equação 6.39* é válida para o caso em que a relação da resistência à compressão de projeto (χ_d) é maior ou igual à relação da resistência à compressão do concreto (χ_{pm}), ou seja, para o caso $\chi_d \geq \chi_{pm}$.

Para a situação em que $\chi_d < \chi_{pm}$, a grandeza μ_d , definida pela *Equação 6.31*, assume o valor igual a 1,0 ($\mu_d = 1,0$) e, a *Equação 6.39* passa ser escrita da seguinte forma:

$$B_1 M_{Sd} \leq \mu (\phi_b M_{pl,Rd}) = 1 - \frac{(1 - \chi)}{(1 - \chi_{pm})} \frac{(\chi_d - \chi_n)}{(\chi - \chi_n)} (\phi_b M_{pl,Rd}) \quad (6.40)$$

No Eurocode 4 (2004), o tratamento dado para o comportamento da resistência de pilares mistos de aço e de concreto, submetidos à compressão e momento fletor, é muito

semelhante ao da ABNT NBR14323 (1999) e para que o projeto seja adequado, a seguinte equação deve ser atendida:

$$B_1 M_{sd} \leq \mu 0,9 M_{pl,Rd} \quad (6.41)$$

A manipulação algébrica mostrada é uma linearização da curva de interação da seção transversal, mostrada na *Figura 6.7* e tem uma forma bilinear, passando pelos pontos ACB, conforme mostrado na *Figura 6.8* a seguir:

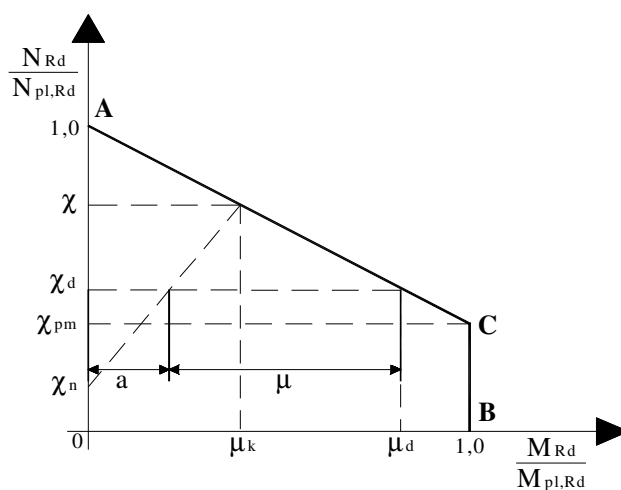


Figura 6.8 – Curva simplificada de interação para pilares mistos de aço e de concreto flexo-comprimidos.

Nesse caso, a expressão para a determinação do fator de redução da resistência μ é dada por:

a) Para $\chi_d \geq \chi_{pm}$ e $\chi_n \neq 0$ tem-se:

$$\mu = \frac{(\chi - \chi_d)(1 - \chi_n)}{(1 - \chi_{pm})(\chi - \chi_n)} \quad (6.42)$$

A seguir, tem-se a seqüência de relações obtidas da *Figura 6.8*, que levam a obtenção da *Equação 6.42*:

$$a + \mu = \mu_d \quad (6.43)$$

$$\frac{\chi - \chi_n}{\chi_d - \chi_n} = \frac{\mu_k}{a} \Rightarrow a = \frac{(\chi_d - \chi_n)}{(\chi - \chi_n)} \mu_k \quad (6.44)$$

$$\frac{1 - \chi}{1 - \chi_{pm}} = \frac{\mu_k}{1} \Rightarrow \mu_k = \frac{(1 - \chi)}{(1 - \chi_{pm})} \quad (6.45)$$

$$\frac{\chi - \chi_d}{1 - \chi_{pm}} = \frac{\mu_d}{1} \Rightarrow \mu_d = \frac{(1 - \chi_d)}{(1 - \chi_{pm})} \quad (6.46)$$

Substituindo 6.44 em 6.43, tem-se:

$$\mu = \mu_d - \frac{(\chi_d - \chi_n)}{(\chi - \chi_n)} \mu_k \quad (6.47)$$

Substituindo 6.45 e 6.46 em 6.47, tem-se:

$$\therefore \mu = \frac{(\chi - \chi_d)(1 - \chi_n)}{(\chi - \chi_n)(1 - \chi_{pm})} \quad (6.48)$$

Se, a favor da segurança, considerarmos $\chi_n = 0$, ou seja, pilar submetido à flexão pura, o valor de μ é dado por:

$$\mu = \frac{\chi - \chi_d}{\chi(1 - \chi_{pm})} \quad (6.49)$$

A *Figura 6.9* representa graficamente o valor do fator de redução da resistência μ , para a situação de $\chi_n = 0$.

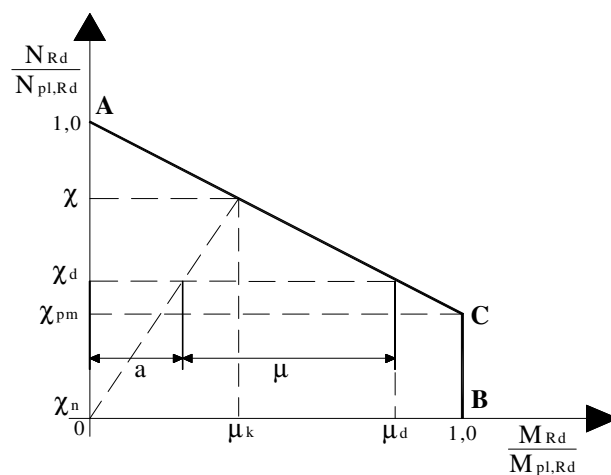


Figura 6.9 – Representação gráfica do fator de redução da resistência μ , para a situação $\chi_d \geq \chi_{pm}$ com $\chi_n = 0$.

b) Para $\chi_d < \chi_{pm}$ e $\chi_n \neq 0$ tem-se:

$$\mu = 1 - \frac{(1 - \chi)(\chi_d - \chi_n)}{(1 - \chi_{pm})(\chi - \chi_n)} \quad (6.50)$$

A *Figura 6.10*, apresentada a seguir, representa a condição para a obtenção da *Equação 6.50* descrita acima.

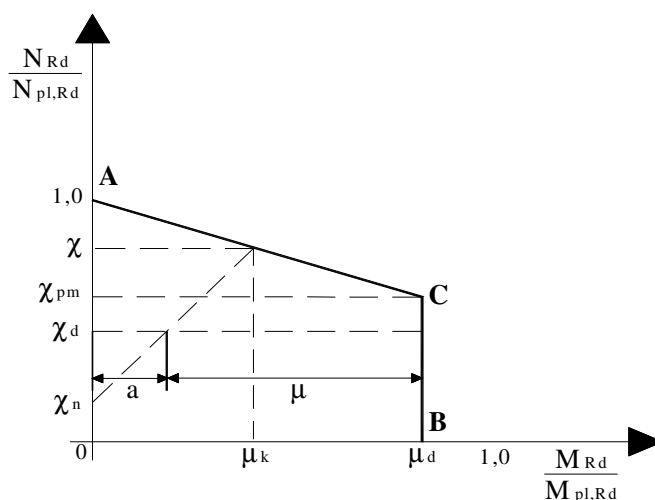


Figura 6.10 – Representação gráfica do fator de redução da resistência μ , para a situação $\chi_d < \chi_{pm}$ com $\chi_n \neq 0$.

A partir da *Figura 6.10* pode-se escrever a *Equação 6.50* a partir das seguintes relações:

$$a + \mu = 1 \tag{6.51}$$

$$\frac{\chi - \chi_n}{\chi_d - \chi_n} = \frac{\mu_k}{a} \Rightarrow a = \frac{(\chi_d - \chi_n)}{(\chi - \chi_n)} \mu_k \quad (6.52)$$

$$\frac{1-\chi}{1-\chi_{pm}} = \frac{\mu_k}{1} \Rightarrow \mu_k = \frac{(1-\chi)}{(1-\chi_{pm})} \quad (6.53)$$

Substituindo 6.52 em 6.51, tem-se:

$$\mu=1,0-\frac{(\chi_d-\chi_n)}{(\chi-\chi_n)}\mu_k \quad (6.54)$$

Substituindo 6.53 em 6.54, tem-se:

$$\therefore \mu = 1 - \frac{(1-\chi)(\chi_d - \chi_n)}{(1-\chi_{pm})(\chi - \chi_n)} \quad (6.55)$$

Analogamente à *Equação 6.49*, se admitirmos conservadoramente que $\chi_n = 0$, o valor de μ , é dado por:

$$\therefore \mu = 1 - \frac{\chi_d(1 - \chi)}{\chi(1 - \chi_{pm})} \quad (6.56)$$

A *Figura 6.11* representa graficamente o valor do fator de redução da resistência μ , para a situação da *Equação 6.56*.

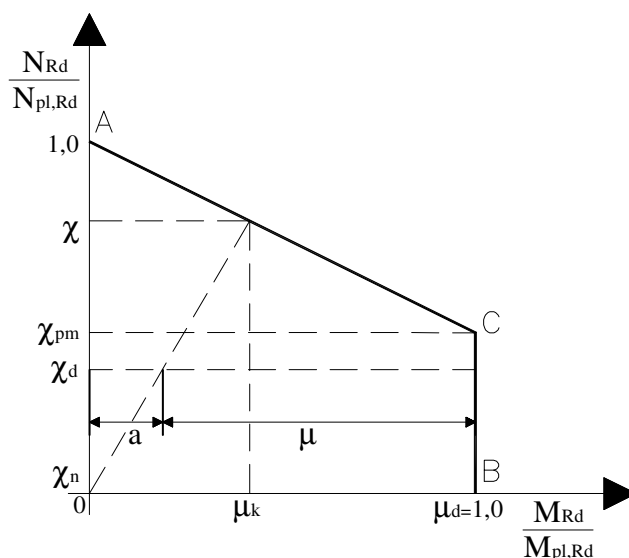


Figura 6.11 – Representação gráfica do fator de redução da resistência μ , para a situação $\chi_d < \chi_{pm}$ com $\chi_n = 0$.

Diante das manipulações algébricas das expressões de resistências para pilares mistos de aço e concreto submetidos à flexo-compressão, pode-se observar que a equação da ABNT NBR 14323 (1999), descrita na *Equação 6.28*, e do Eurocode 4 (2004), representada na *Equação 6.41*, mesmos tendo formas diferentes de apresentação, possuem os mesmos critérios de resistência para a verificação dos pilares mistos sujeitos a esforços de compressão axial e momento fletor. Tal fato pode ser confirmado comparando as *Equações 6.38 e 6.40*, que expressam os critérios da norma brasileira, com os critérios da norma européia, apresentados nas *Equações 6.48 e 6.55*.

O AISC/LRFD, em sua versão de 2005, apresenta uma simplificação bi-linear, como mostrada na *Figura 6.12*, da curva de interação $N-M$ para os elementos flexo-comprimidos.

Nessa simplificação a resistência axial do pilar (ponto A) é minorada, considerando o efeito do comprimento efetivo, a fim de se obter o ponto A_λ . Na sequência, aplica-se o fator de resistência ϕ_c para definir o ponto A_d .

O ponto no eixo horizontal B_d é determinado por meio da resistência à flexão da seção transversal, ou seja, o ponto B é modificado pelo fator de resistência à flexão ou fator de segurança apropriado.

O ponto C é ajustado para baixo pela mesma redução de comprimento efetivo aplicada ao ponto A , para obter o ponto C_λ . O ponto C_λ é então ajustado para baixo por meio de ϕ_c e para esquerda por ϕ_b a fim de se obter o ponto C_d .

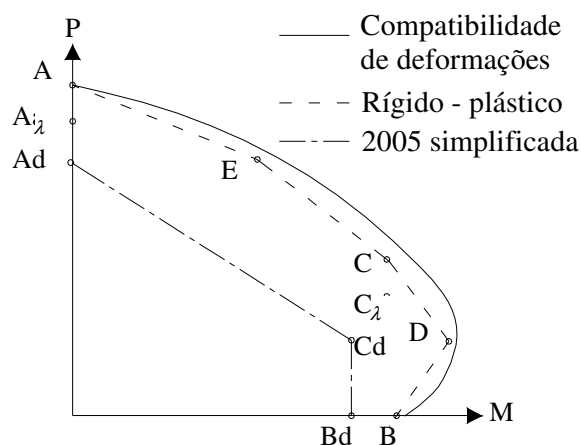


Figura 6.12 – Curvas de interação para pilares mistos de aço e concreto sujeitos à compressão axial e momento fletor.

A utilização da aproximação pela linha reta pode ser determinada ligando-se os pontos A_d , C_d e B_d e conduzem as seguintes equações para a verificação para os pilares mistos flexo-comprimidos:

a) Para: $P_r < P_C$, tem-se:

$$\frac{M_{rx}}{M_{Cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{Cy}} \leq 1,0 \quad (6.57)$$

b) Para: $P_r \geq P_C$, tem-se:

$$\frac{(P_r - P_C)}{(P_A - P_C)} + \frac{M_{rx}}{M_{Cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{Cy}} \leq 1,0 \quad (6.58)$$

Onde:

- $P_r = P_u$ é a resistência à compressão requerida;
- $P_A = P_{Ad}$ é a resistência à compressão disponível no ponto A_d ;
- $P_C = P_{Cd}$ é a resistência à compressão disponível no ponto C_d ;
- $M_r = M_u$ é a resistência ao momento fletor requerido;
- $M_C = M_{Cd} = M_{Bd}$ é a resistência ao momento fletor disponível no ponto B_d .

Escrevendo as equações de verificação à flexo-compressão do AISC/LRFD (2005), em função do fator μ de redução da resistência do pilar tem-se:

a) Para $P_r < P_C$:

$$\frac{M_r}{M_C} \leq 1 \quad (6.59)$$

Onde:

P_r é a resistência à compressão requerida;

P_c é a resistência à compressão disponível no ponto C_d ;

M_r é a resistência ao momento fletor requerido, levando em conta os efeitos da não linearidade geométrica;

M_c é a resistência ao momento fletor disponível no ponto B_d .

Dessa maneira, desde que o pilar misto seja provido em número suficiente de conectores de cisalhamento, a *Equação 6.59*, pode ser escrita da seguinte maneira:

$$M_r \leq \mu \phi_b M_{pl,Rd} \quad (6.60)$$

Se a relação do *item “a”* for dividida pela capacidade plástica à compressão do pilar misto ($N_{pl,Rd}$), pode-se escrevê-la em função da grandeza χ da seguinte maneira:

$$\chi_d < \chi_{pm} \quad (6.61)$$

Onde χ_d é a relação da resistência à compressão de projeto e, χ_{pm} é a relação da resistência à compressão do concreto, definidas nas *Equações 6.34 e 6.35*, respectivamente.

Como isso, pode-se observar que, para tal situação, onde a resistência à compressão de projeto é inferior à resistência à compressão do concreto no pilar misto, o AISC/LRFD (2005) considera os elementos trabalhando apenas à flexão simples e o valor de μ é tomado como igual a 1,0, desprezando, assim, o efeito da compressão axial.

b) Para $P_r \geq P_C$:

$$\frac{M_r}{M_C} \leq 1 - \frac{(P_r - P_C)}{(P_A - P_C)} \quad (6.62)$$

Onde:

P_A é a resistência à compressão disponível no ponto A_d ;

Escrevendo a relação do *item* “b” em função de χ , tem-se:

$$\chi_d \geq \chi_{pm} \quad (6.63)$$

Como isso, a *Equação 6.61*, assume a seguinte forma:

$$\frac{M_r}{M_C} \leq \frac{(\chi - \chi_d)}{(\chi - \chi_{pm})} \quad (6.64)$$

O valor do fator de redução da resistência do pilar μ é dado por:

$$\mu = \frac{(\chi - \chi_d)}{(\chi - \chi_{pm})} \quad (6.65)$$

Tal fato, descrito na *Equação 6.65*, é facilmente obtido utilizando as relações geométricas extraídas de suas curvas de interação a seguir:

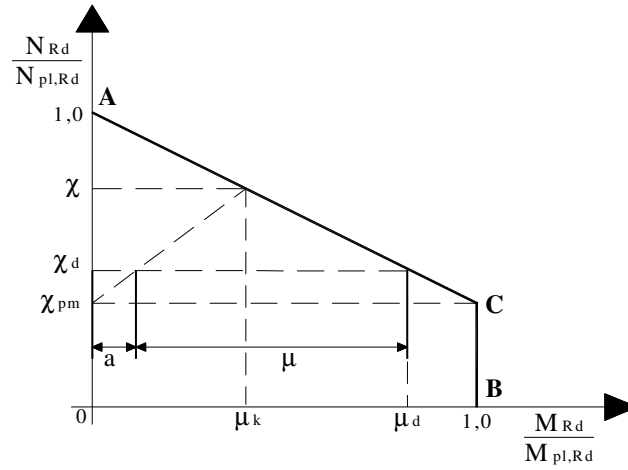


Figura 6.13 – Representação gráfica do fator de redução da resistência μ , para a situação do AISC/LRFD (2005).

Onde:

$$a + \mu = \mu_d \quad (6.66)$$

$$\frac{\chi - \chi_{pm}}{\chi_d - \chi_{pm}} = \frac{\mu_k}{a} \Rightarrow a = \frac{(\chi_d - \chi_{pm})}{(\chi - \chi_{pm})} \mu_k \quad (6.67)$$

$$\frac{1 - \chi}{1 - \chi_{pm}} = \frac{\mu_k}{1} \Rightarrow \mu_k = \frac{(1 - \chi)}{(1 - \chi_{pm})} \quad (6.68)$$

$$\frac{\chi - \chi_d}{1 - \chi_{pm}} = \frac{\mu_d}{1} \Rightarrow \mu_d = \frac{(1 - \chi_d)}{(1 - \chi_{pm})} \quad (6.69)$$

Substituindo a Equação 6.69 em 6.66, chega-se:

$$\mu = \frac{(1 - \chi_d)}{(1 - \chi_{pm})} - a \quad (6.70)$$

Substituindo as *Equações 6.67 e 6.68* em 6.70, obtém-se:

$$\therefore \mu = \frac{(\chi - \chi_d)}{(\chi - \chi_{pm})} \quad (6.71)$$

Após analisar de que forma as normas brasileira, americana e européia, tratam os critérios de resistência (μ) para os pilares mistos de aço e concreto flexo-comprimidos. Pode-se realizar, de forma simples, uma comparação direta entre esses critérios, a fim de tentar encontrar diferenças e semelhanças entre eles.

Com isso, se compararmos por meio de diferença, os critérios obtidos do AISC/LRFD (2005), *Equação 6.60*, com o do Eurocode 4 (2004), descrito na *Equação 6.55*, para a situação de $\chi_d < \chi_{pm}$, ou seja, caso em que o esforço solicitante, agindo no pilar, é menor que a resistência à compressão do concreto, obtém-se a seguinte expressão.

$$\omega = \mu_{LRFD} - \mu_{EUROCODE} = \frac{(1 - \chi) (\chi_d - \chi_n)}{(1 - \chi_{pm}) (\chi - \chi_n)} \quad (6.72)$$

Dessa maneira, pode-se observar que o valor de ω torna-se positivo ($\omega > 0$) no caso de a grandeza χ_n ser igual a zero e mostra-se que, para essa situação, o Eurocode 4 (2004) é mais conservador que o AISC/LRFD (2005).

Para a mesma comparação da *Equação 6.72*, no caso de $\chi_n \neq 0$ tem-se duas situações:

- a) No caso de $\chi_d > \chi_n$ obtém-se $\omega > 0$ e o Eurocode 4 (2004) continua sendo mais conservador que o AISC/LRFD (2005);
- b) No caso em que $\chi_d < \chi_n$, ω assume o negativo ($\omega < 0$) e é quando o AISC/LRFD (2005) torna-se mais conservador que o Eurocode 4 (2004).

Analogamente ao estudo feito para a *Equação 6.72*, se for considerada a situação de $\chi_d \geq \chi_{pm}$, o valor de ω obtido da diferença entre as *Equações 6.65 e 6.48*:

$$\omega = \mu_{LRFD} - \mu_{EUROCODE} = (\chi - \chi_d) \frac{(1 - \chi)(\chi_{pm} - \chi_n)}{(\chi - \chi_{pm})(1 - \chi_{pm})(\chi - \chi_n)} \quad (6.73)$$

Então, conclui-se que para $\chi_{pm} \geq \chi_n$, tem-se $\omega \geq 0$ e o Eurocode leva a valores mais conservadores que o AISC/LRFD (2005). Entretanto, para $\chi_{pm} < \chi_n$, tem-se $\omega < 0$ e com isso o Eurocode 4 (2004) torna-se mais conservador se comparado com o AISC/LRFD (2005).

Outra maneira de comparar os dois critérios de resistência anteriormente estudados, e com o intuito de ter maior clareza acerca do comportamento de pilares mistos flexo-comprimidos frente às aplicações dos conceitos das diferentes normas estudas nesse trabalho, fez-se uma série de simulações a fim tentar conhecer o comportamento da resistência do pilar misto sujeito a flexo-compressão em função da variação da esbeltez.

Tais estudos também levaram em consideração o fator de contribuição do aço (δ), que avalia a proporção de aço utilizada no pilar misto. Para esse estudo, utilizou-se fatores de contribuição de 0,8, 0,6 e 0,4. Além disso, outra variação foi feita acerca do grau de solicitação axial no pilar, onde usou-se valores de 90% ($\chi_d = 0,9\chi$), 60% ($\chi_d = 0,6\chi$) e 30% ($\chi_d = 0,3\chi$) da resistência a compressão axial do pilar misto, ou seja, pilares sujeito a alta compressão, medianamente comprimidos e com baixa compressão.

Os resultados dessas comparações são apresentados nas *Figuras* a seguir. Vale ressaltar que as avaliações foram realizadas tomando como base o Eurocode (2004), AISC/LRFD (2005) e o AISC/LRFD (1999). A norma brasileira ABNT NBR 14323 (1999) não foi utilizada nesta comparação devido aos seus resultados serem similares aos do Eurocode 4 (2004).

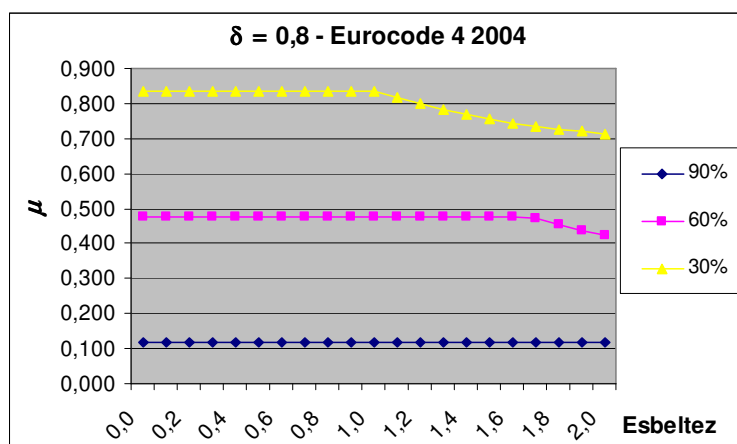


Figura 6.14 – Fator de resistência em função da variação esbeltez para fator de contribuição do aço (δ) igual a 0,8, tomando como base o Eurocode 4 (2004).

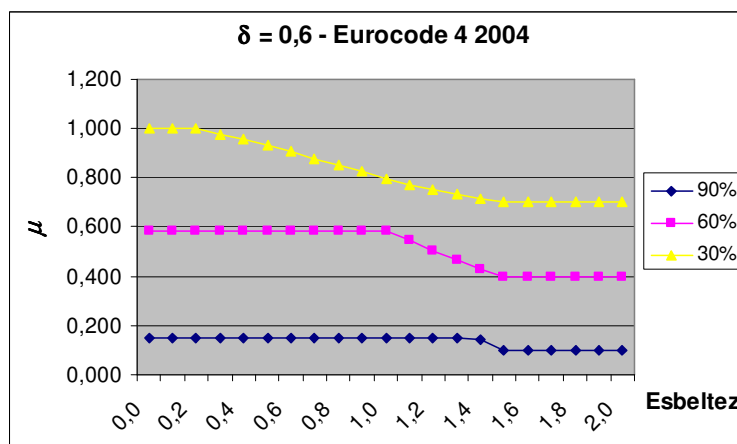


Figura 6.15 – Fator de resistência em função da variação esbeltez para fator de contribuição do aço igual (δ) a 0,6, tomando como base o Eurocode 4 (2004).

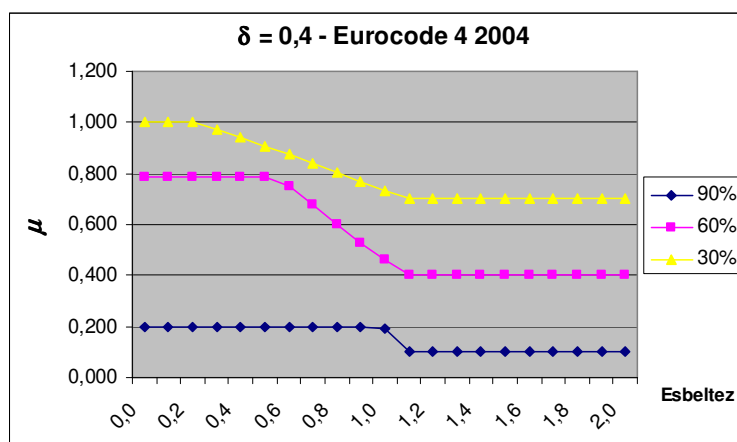


Figura 6.16 – Fator de resistência em função da variação esbeltez para fator de contribuição do aço igual (δ) a 0,4, tomando como base o Eurocode 4(2004).

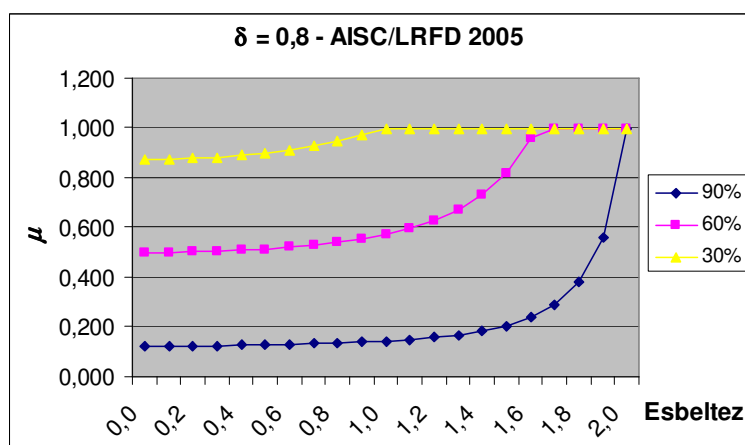


Figura 6.17 – Fator de resistência em função da variação esbeltez para fator de contribuição do aço igual (δ) a 0,8, tomando como base o AISC/LRFD(2005).

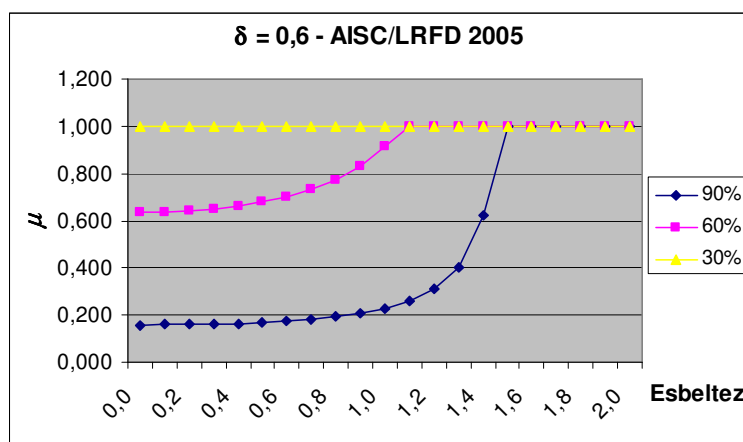


Figura 6.18 – Fator de resistência em função da variação esbelteza para fator de contribuição do aço igual (δ) a 0,6, tomando como base o AISC/LRFD(2005).

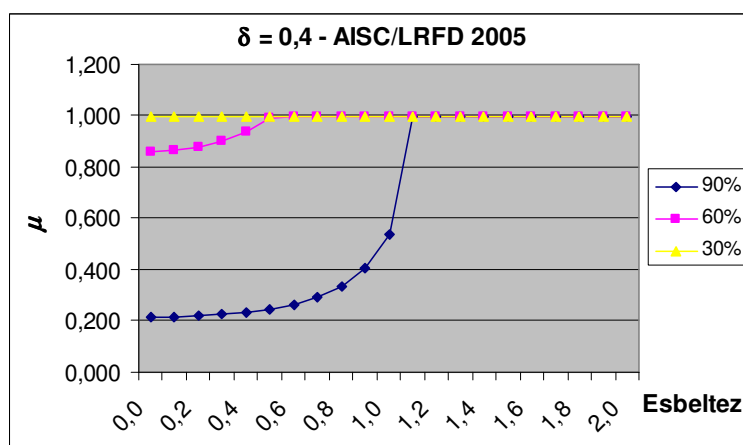


Figura 6.19 – Fator de resistência em função da variação esbelteza para fator de contribuição do aço igual (δ) a 0,4, tomando como base o AISC/LRFD(2005).

Cumpra notar, conforme Figuras 6.14, 6.15 e 6.16, que a metodologia de cálculo utilizada pelo Eurocode4 (2004) proporciona, para pilares com o mesmo fator de contribuição do aço (δ), fatores de resistência maiores para os pilares que apresentam menor solicitação axial. Ou seja, quanto maior a solicitação axial do pilar menor a resistência a flexo-compressão. Fato

que também ocorre para o AISC/LRFD (2005) e pode ser comprovado pelas *Figuras 6.17, 6.18 e 6.19*.

Entretanto, mantido o mesmo fator de contribuição do aço (δ), o Eurocode 4 (2004) apresenta uma diminuição do fator de resistência com o aumento da esbeltez do pilar misto (*Figuras 6.14, 6.15 e 6.16*). Esse fato acontece independentemente da intensidade da solicitação axial, porém mostra-se mais acentuada no caso de pilares com menores cargas axiais.

Para o AISC/LRFD (2005), contrariamente ao que acontece no Eurocode 4 (2004), pilares submetidos à flexo-compressão, mantido o mesmo fator de contribuição do aço (δ), apresentam aumento da resistência à flexão (μ) a medida que o pilar têm esbeltez aumentada (*Figuras 6.17, 6.18 e 6.19*). Este ganho de resistência é mais significativo para pilares com valores de compressão elevado ($\chi_d = 0,9\chi$).

A razão desse aspecto do critério de resistência do AISC provém da consideração de dimensionamento à flexão simples, em peças sob flexão normal composta, quando $\chi_d < \chi_{pm}$. Pilares muito esbeltos, naturalmente, limitam a condição de trabalho a valores baixos de χ_d e o uso da condição de dimensionamento à flexão simples poderá levar a uma condição insegura de utilização.

Para a versão do AISC/LRFD (1999), o fator de resistência do pilar permanece constante com a variação da esbeltez (*Equações 6.1 e 6.2*), como mostra a *Figura 6.20* a seguir. Porém, cabe notar que esse critério de dimensionamento torna-se mais conservador se comparado às *Figuras 6.17 à 6.19*, anteriores.

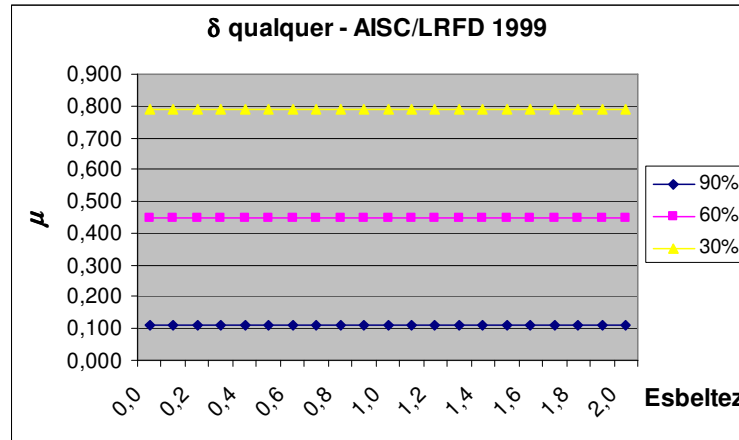


Figura 6.20 – Fator de resistência em função da variação esbeltez para fator de contribuição do aço igual (δ) a 0,8, 0,6 e 0,4, tomando como base o AISC/LRFD(1999).

Na manipulação algébrica foi usada a resistência à compressão axial dos pilares mistos ($N_{pl,Rd}$). Suas definições são mostradas, a seguir, nas Equações 6.74, 6.75 e 6.76 e correspondem respectivamente àsquelas do Eurocode 4 (2004), AISC/LRFD (2005) e o AISC/LRFD (1999):

$$N_{pl,Rd} = 0,9(A_s f_y + A_r f_{yr}) + 0,57 A_c f_{ck} \quad (6.74)$$

$$N_{pl,Rd} = \phi_c P_0 = 0,75(A_s f_y + A_r f_{yr}) + 0,64 A_c f_{ck} \quad (6.75)$$

$$N_{pl,Rd} = \phi_c P_n = 0,85(A_s f_y + 0,71 A_r f_{yr}) + 0,51 A_c f_{ck} \quad (6.76)$$

Em comparação do Eurocode 4 (2004), Equação 6.74, com o AISC/LRFD (1999), Equação 6.76, constata-se que ambos os critérios da resistência plástica à compressão axial da seção transversal mista ($N_{pl,Rd}$), atribuem parcelas muito próximas da contribuição à resistência dos materiais (perfil, armadura e concreto). Sendo o AISC/LRFD (1999), ligeiramente mais conservador.

Entretanto, comparando-se o Eurocode 4 (2004), *Equação 6.74*, com a versão de 2005 do AISC/LRFD, *Equação 6.76*, pode-se observar que o conceito adotado pela norma americana, mostra que a parcela de contribuição do aço (perfil e armadura), na resistência plástica à compressão do pilar misto ($N_{pl,Rd}$), é inferior ao preconizado pelo Eurocode 4 (2004). Chegando a uma diferença de, aproximadamente, 17%. Fato contrário acontece com a parcela da resistência atribuída ao concreto, onde AISC/LRFD (2005) apresenta uma contribuição, cerca de 12% maior.

Analisando as *Equações 6.75 e 6.76*, pode-se concluir que a versão de 2005 do AISC/LRFD, comparada com a versão de 1999, atribui ao aço do pilar misto (perfil e armadura) uma redução, na ordem de 12%, da parcela de contribuição da resistência à compressão axial. Porém aumentou-se em cerca de 20% a responsabilidade do concreto para a resistência plástica axial ($N_{pl,Rd}$).

6.2. Exemplo de cálculo

A seguir apresenta-se um exemplo de cálculo de um pilar misto de aço e concreto totalmente revestido por concreto, para ilustrar a metodologia do AISC/LRFD 1999, ABNT NBR 14323 (1999) e AISC/LRFD 2005.

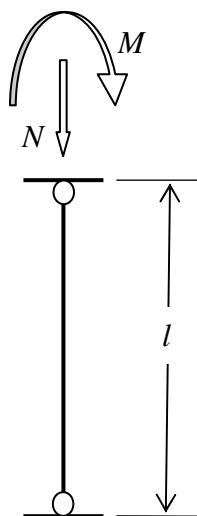
a) Especificações do pilar misto

- Comprimento efetivo: 4,00 m;
- Pilar isolado indeslocável sem ação de carregamentos laterais intermediários;
- Compressão axial de projeto: $P_u = N_{sd} = 1100kN$;
- Momento fletor de projeto em torno do eixo xx : $M_{x,Sd} = M_{x,nt} = 100kN.m$;
- A influência da força cortante será desprezada.

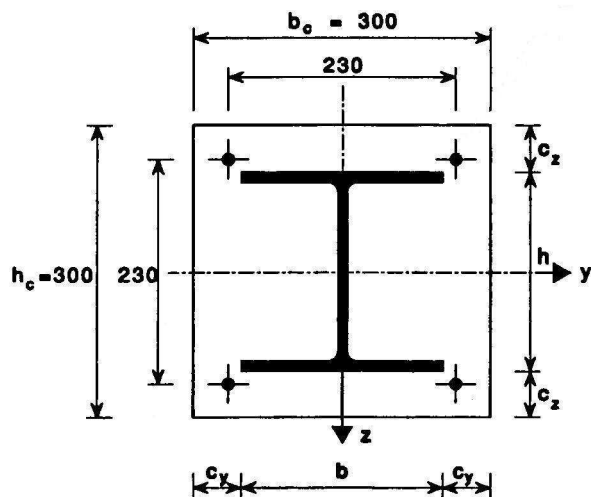
b) Propriedades dos materiais

- Perfil de aço: $f_y = F_y = 355 N/mm^2$ e $E_a = 210kN/mm^2$;
- Concreto (densidade normal): $f_{ck} = f'_c = 21kN/mm^2$;
- Armadura: $f_{sy} = F_{yr} = 500 N/mm^2$ e $E_s = 210kN/mm^2$;

c) Geometria e propriedades da seção transversal



(a)



(b)

6.21 – Pilar misto de aço e concreto: (a) Esquema de carregamento e vinculação - (b) Seção transversal mista de aço e concreto.

$$b = 203,2 \text{ mm}$$

$$h = 203,2 \text{ mm}$$

$$t_w = 7,3 \text{ mm}$$

$$t_f = 11,0 \text{ mm}$$

$$A_a = A_s = 58,8 \times 10^2 \text{ mm}^2$$

$$A_c = 83.668 \text{ mm}^2$$

$$A_s = A_r = 452 \text{ mm}^2$$

$$I_x = 4.565 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

$$I_y = 1.539 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

$$Z_x = 497 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

$$Z_y = 230 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

6.2.1. Cálculo conforme AISC/LRFD de 1999

a) Determinação da resistência de cálculo à compressão do pilar misto ($\phi_c P_n$):

$$F_{my} = F_y + c_1 F_{yr} \frac{A_r}{A_s} + c_2 f'_c \frac{A_c}{A_s} = 556,6 \text{ N/mm}^2 \quad (6.77)$$

$$E_m = E_s + c_3 E_c \frac{A_c}{A_s} = 269.340 \text{ N/mm}^2 \quad (6.78)$$

$$r_m = 90 \text{ mm} \quad (6.79)$$

$$\lambda_c = \frac{Kl}{r_m \pi} \sqrt{\frac{F_{my}}{E_m}} = 0,643 \leq 1,5 \quad (6.80)$$

$$\text{Então: } F_{cr} = (0,658^{\lambda_c^2}) F_{my} = 468,2 \text{ N/mm}^2 \quad (6.81)$$

$$\text{Logo: } \phi_c P_n = \phi_c A_s F_{cr} = 2340 \text{ kN} \quad (6.82)$$

b) Determinação da resistência de cálculo à flexo-compressão do pilar misto:

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} = 0,47 \geq 0,2 \quad (6.83)$$

$$M_{nx} = Z_x F_y + \left(\frac{h_2 - 2c_r}{3} \right) A_r F_{yr} + \left(\frac{h_2}{2} - \frac{A_w F_y}{1,7 f'_c h_1} \right) A_w F_y = 241 \text{ kN.m} \quad (6.84)$$

O uso da distribuição plástica das tensões na seção transversal mista no cálculo da resistência nominal à flexão do pilar misto (M_{nx}), apresentado na *Equação 6.84*, implica que perfil de aço deverá possuir conectores de cisalhamento a fim de garantir a transferência de esforços entre o concreto e o pilar de aço.

$$C_m = 0,6 - 0,4(M_1/M_2) = 1,0 \quad (6.85)$$

$$P_{e1} = \frac{A_s F_{my}}{\lambda_c^2} = 7675 kN \quad (6.86)$$

$$B_1 = \frac{C_m}{(1 - P_u/P_{e1})} = 1,17 \geq 1,0 \quad (6.87)$$

$$M_{ux} = B_1 M_{x,nt} = 117 kN.m \quad (6.88)$$

$$\text{Logo: } \frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) = 0,98 < 1,0 \quad (6.89)$$

6.2.2. Cálculo conforme NBR 14323 de 1999

a) Determinação da resistência de cálculo à compressão do pilar misto (N_{Rd}):

$$N_{pl,Rd} = \phi_a A_a f_y + \phi_c \alpha A_c f_{ck} + \phi_s A_s f_{sy} = 3083kN \quad (6.90)$$

$$(EI)_{ex} = E_a I_x + 0,8 \frac{E_c I_c}{\gamma_c} + E_s I_s = 19.000 \times 10^6 kN.mm^2 = 19.000kN.m^2 \quad (6.91)$$

$$(EI)_{ey} = E_a I_y + 0,8 \frac{E_c I_c}{\gamma_c} + E_s I_s = 13.600 \times 10^6 kN.mm^2 = 13.600kN.m^2 \quad (6.92)$$

$$N_{pl,R} = A_a f_y + \alpha A_c f_{ck} + A_s f_{sy} = 3768kN \quad (6.93)$$

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 (EI)_{ex}}{l_x^2} = 11.720kN \quad (6.94)$$

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 (EI)_{ey}}{l_y^2} = 8.389kN \quad (6.95)$$

$$\bar{\lambda}_x = \sqrt{\frac{N_{pl,R}}{N_{ex}}} = 0,567 \quad (6.96)$$

$$\bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{N_{pl,R}}{N_{ey}}} = 0,670 \quad (6.97)$$

Como: No plano de flexão $\bar{\lambda}_x = 0,565 < 0,8$ e $e/d = 0,3 < 2,0$, não há necessidade de considerar os efeitos de longa duração.

Para a situação mais desfavorável da resistência de cálculo à compressão axial do pilar misto tem-se: (6.98)

- $\bar{\lambda}_y = 0,670 \Rightarrow \text{curva } c \Rightarrow \rho = 0,738$

$$\text{Logo: } N_{Rd} = \rho N_{pl,Rd} = 2275kN \quad (6.99)$$

b) Determinação da resistência de cálculo à flexo-compressão do pilar misto:

$$M_{x,pl,Rd} = (Z_{pa} - Z_{pan})f_y + 0,5(Z_{pc} - Z_{pcn})f_{cd} + (Z_{ps} - Z_{psn})f_{sd} = 199kN.m \quad (6.100)$$

$$N_n = N_{Rd} \left(\frac{1 + M_1/M_2}{4} \right) = 0 \quad (6.101)$$

$$C_{mx} = 0,6 - 0,4(M_1/M_2) = 1,0 \geq 0,4 \quad (6.102)$$

$$N_c = \alpha\phi_c f_{ck} A_c = 1045kN \quad (6.103)$$

$$\mu_k = \frac{(N_{pl,Rd} - N_{Rd})}{(N_{pl,Rd} - N_c)} = 0,397 \leq 1,0 \quad (6.104)$$

$$\mu_d = \frac{(N_{pl,Rd} - N_{Sd})}{(N_{pl,Rd} - N_c)} = 0,97 \leq 1,0 \quad (6.105)$$

Logo:

$$\mu_k \frac{(N_{Sd} - N_n)}{(N_{Rd} - N_n)} + \frac{C_{mx} M_{x,Sd}}{\left[1 - \left(\frac{N_{Sd}}{N_{ex}} \right) \right] 0,9 M_{x,pl,Rd}} = 0,19 + 0,62 = 0,81 < 0,97 = \mu_d \quad (6.106)$$

6.2.3. Cálculo conforme AISC/LRFD de 2005

a) Determinação da resistência de cálculo à compressão do pilar misto ($\phi_c P_n$):

$$P_0 = A_s F_y + A_{sr} F_{yr} + 0,85 A_c f'_c = 3768 kN \quad (6.107)$$

$$(EI)_{eff} = E_s I_s + 0,5 E_s I_{sr} + c_1 E_c I_c = 13.210 \times 10^6 kN.mm^2 = 13.210 kN.m^2 \quad (6.108)$$

$$P_{ex} = \frac{\pi^2 (EI)_{eff}}{(kl)_x^2} = 8.148 kN \quad (6.109)$$

$$\frac{P_{ex}}{P_0} = 2,162 \geq 0,44 \quad (6.110)$$

$$\text{Então: } P_n = P_0 \left[0,658 \left(\frac{P_0}{P_{ex}} \right) \right] = 3105 kN \quad (6.111)$$

$$\text{Logo: } \phi_c P_n = 2329 kN \quad (6.112)$$

b) Determinação da resistência de cálculo à flexo-compressão do pilar misto:

$$P_r = P_u = 1100 kN \quad (6.113)$$

$$P_c = P_{cd} = \phi_c P_{c\lambda} = \phi_c P_c \left[0,658 \left(\frac{P_0}{P_{ex}} \right) \right] = 647 kN \quad (6.114)$$

$$\text{Como: } P_r \geq P_c \quad (6.115)$$

$$P_a = P_{ad} = \phi_c P_n = 2329 kN \quad (6.116)$$

$$C_m = 0,6 - 0,4 (M_1 / M_2) = 1,0 \quad (6.117)$$

$$B_1 = \frac{C_m}{(1 - P_u / P_{ex})} = 1,16 \geq 1,0 \quad (6.118)$$

$$M_{rx} = M_{ux} = B_1 M_{x,nt} = 116 kN.m \quad (6.119)$$

$$M_{x,pl,Rd} = (Z_{pa} - Z_{pan})f_y + 0,5(Z_{pc} - Z_{pcn})f_{cd} + (Z_{ps} - Z_{psn})f_{sd} = 199kN.m \quad (6.120)$$

$$M_{Cx} = M_{Bd} = \phi_b M_{x,pl,Rd} = 169kN.m \quad (6.121)$$

A utilização do $M_{pl,Rd}$ na determinação da resistência momento fletor disponível implica que perfil de aço deverá possuir conectores de cisalhamento a fim de garantir a transferência de esforços entre o concreto e o pilar de aço.

$$\text{Logo: } \frac{P_r - P_c}{P_a - P_c} + \frac{M_{rx}}{M_{Cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{Cy}} = 0,27 + 0,69 + 0 = 0,96 < 1,0 \quad (6.122)$$

7. CONCLUSÕES

Estudos relacionados aos pilares mistos de aço e concreto se deram de forma mais intensa a partir das últimas décadas. Tal fato se configurou pelo aumento das pesquisas que sugerem métodos analíticos e procedimento de cálculo cada vez mais avançado.

Ressalta-se que as normas publicadas em cada país são reflexos de suas filosofias de cálculo e de seus procedimentos, frutos de várias décadas de conhecimento e experiência adquirida.

Percebe-se que as normas e códigos internacionais estão, cada vez mais, utilizando, além de ensaios experimentais, resultados de análises avançadas no estudo dos pilares mistos. Esta situação tornar-se-á cada vez mais freqüente a medida que os programas de análises não-lineares se tornarem popularmente utilizados pelos projetistas.

O AISC/LRFD é uma das principais normas de cálculo internacionalmente reconhecida. A versão de 1999 baseou-se em equações para pilares de aço. A versão de 2005, que substituiu a de 1999, baseia-se em equações que traduzem melhor o comportamento misto do pilar, atribuindo a cada elemento (perfil, armadura e concreto) sua devida parcela de resistência.

A resistência nominal do AISC/LRFD leva em consideração a resistência última dos carregamentos e a aplicação de fatores de redução. A capacidade de carregamento axial do pilar misto é reduzida tomando-se como base a esbeltez do pilar. O aumento da resistência à compressão devido ao efeito do confinamento no interior dos tubos de aço é desprezado.

No caso da resistência dos pilares mistos flexo-comprimidos, o AISC/LRFD (1999), baseia-se em equações bi-lineares de interação, as quais são as mesmas utilizadas para os pilares de aço. A versão de 2005 traz, além dessa possibilidade, outras duas maneiras para a análise dos pilares mistos flexo-comprimidos.

Uma permite o uso de uma curva de interação que leva em consideração a análise plástica da seção transversal mista desde que conectores de cisalhamento sejam utilizados no pilar misto. Esse método se assemelha ao preconizado pelo Eurocode. A outra maneira consiste na utilização de equações simplificadas que levam em consideração, além dos efeitos da flexão e da resistência à compressão do pilar misto, os efeitos da resistência à compressão do concreto.

Ressalta-se que em ambas as versões publicadas pelo AISC a influência da aderência entre o concreto e o perfil de aço é desprezada.

A versão brasileira da norma de pilar misto de aço e concreto, ABNT NBR 14323 (1999), foi baseada nas prescrições e conceitos preconizados pelo Eurocode 4 (1992). Por isso os comentários e conclusões relativos ao Eurocode 4 são extensivos à norma brasileira.

O modelo de cálculo do Eurocode 4, outra norma internacionalmente conceituada e amplamente utilizada, se comparado ao AISC/LRFD, é mais completo além de ser baseado em comportamento mais realístico. Entretanto, o AISC/LRFD permite um modelo de cálculo mais simples e prático para o usuário com o uso das equações dos pilares de aço. Devendo-se notar que o uso do critério alternativo do AISC/LRFD (2005), apresentado nas *Equações 6.72 e 6.73*, apresentou critérios de resistência inseguro quando comparado ao Eurocode 4 (2004) ou ABNT NBR 14323 (1999).

O Eurocode 4 (2004) permite que as seções transversais dos pilares mistos de aço e concreto, sejam do tipo tubular preenchida com concreto ou totalmente revestida com concreto. Essas tipologias também são permitidas pelo AISC/LRFD. Entretanto, somente o Eurocode 4, permite o uso de pilares de aço parcialmente revestidos com concreto. Tal fato deve ser ressaltado, pois não foi encontrada nenhuma justificativa teórica explícita para a restrição quanto ao uso dessa tipologia de pilar misto no AISC/LRFD. Porém é necessário lembrar que a utilização da capacidade plástica à flexão da seção mista no AISC (desde 1999) requer o uso de conectores de cisalhamento.

Para o Eurocode 4, a resistência do pilar misto submetido à compressão e momento fletor pode ser determinada usando um diagrama de interação, baseado na resistência plástica da seção transversal, que considera, ainda, a redução da resistência proveniente das imperfeições e a amplificação dos efeitos da não-linearidade geométrica.

A condição de redução da resistência à flexo-compressão dos pilares mistos devido aos efeitos da imperfeição é adotada apenas pelo Eurocode 4 e pela ABNT NBR 14323 (1999). Tal critério não é abordado pela metodologia de cálculo do AISC/LRFD.

Atenção especial é dada pelo Eurocode 4 aos efeitos de aderência, retração e deformação lenta na rigidez à flexão para os efeitos de longa duração do concreto. Esse cuidado não é visto no AISC/LRFD.

Com equações de dimensionamento da ABNT NBR 14323 (1999) e do Eurocode 4 (1992) é possível incluir o aumento da resistência no ponto D , ilustrado na *Figura 6.12*, mediante a inclusão de um fator adicional para a situação de $\chi_d < \chi_{pm}$. Porém é necessário lembrar que o Eurocode 4 (2004) não permite o uso de $\mu_d > 1,0$ quando o momento fletor e a carga de compressão são devidos às ações de diferentes origens.

Diante de todos os esforços para o entendimento das diferentes abordagens aplicadas aos pilares mistos de aço e concreto, sugerem-se para a continuidade deste trabalho e, melhor

compreensão do comportamento dos pilares mistos, os seguintes estudos com embasamentos experimentais e ou numéricos:

1. Avaliar o comportamento da aderência, bem como a transferência de cargas entre o perfil de aço e o concreto;
2. O efeito dos conectores de cisalhamento nos pilares mistos;
3. O comportamento da fluência, retração e deformação como o tempo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (ACI). **Manual of concrete practice. Part 3.** USA: Farmington Hills, 2004, 318/18R-134-136.

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION (AISC). **Steel design guide series 6: load and resistance factor design of W-shapes encased in concrete.** Chicago, 1992, 312p.

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION (AISC). **Load and resistance factor design specification for structural steel buildings.** Chicago, 1994. 276p.

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION (AISC). **Manual of steel construction - Load and resistance factor design.** Chicago, 1999, Vol. I.

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION (AISC). **Specification for structural steel buildings.** Chicago, 2005. 198p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 8800 – Projeto e execução de estruturas de aço em edifícios: método dos estados limites - procedimento.** Rio de Janeiro, 1986, 187p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 14323 – Dimensionamento de estruturas de aço de edifícios em situação de incêndio - Procedimento.** Rio de Janeiro, 1999, 46p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto - Procedimento.** Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **Projeto de revisão da NBR 8800 – Projeto e execução de estruturas de aço e de estruturas mistas aço-concreto em edifícios - Procedimento.** Rio de Janeiro, 2003, 289p.

BJORHOVDE, R.; GALAMBOS, T.V.; RAVINDRA, M.K. LRFD. Criteria for steel beam-columns. **Journal of the Structural Division.** 104, ST9, September, p. 1371-1387, 1978.

CALDAS, R.B. **Análise numérica de pilares mistos aço-concreto.** 2004. 182p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

EL-TALWIN, S.; DEIERLEIN, G.G.. Nonlinear analysis of mixed steel-concrete frames. I: element formulation. **Journal of Structural Engineering.** p. 647-665, junho, 2001.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **ENV 1994-1-1 Eurocode 4: design of composite steel and concrete structures – Part1-1: general rules and rules for buildings.** Bruxelas, 1992, 180p.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EN 1992-1-1 – Eurocode 2: design of concrete structures – Part1-1: general rules and rules for buildings.** Bruxelas, 2003.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EN 1994-1-1 Eurocode 4: design of composite steel and concrete structures – Part1-1: general rules and rules for buildings.** Bruxelas, 2004, 118p.

FIGUEIREDO, L. M. B. **Projeto e construção de pilares mistos aço-concreto.** 1998. 143p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Carlos, São Carlos.

FUKUMOTO, Y. **Structural stability design: steel and composite structures.** 1 ed. Grã Bretanha: Pergamon, 1997, 417p.

GALAMBOS, T. V. Composite columns and structural systems. In: _____. **Guide to stability design criteria for metal structures.** 5 ed. USA: Wiley-Interscience Publication, 1998, p. 383-417.

GALAMBOS, T.V.; CHAPUIS, J. **LRFD criteria for composite columns and beam-columns.** Revised draft. Washington University, Dept. of Civil Engineering: St. Louis, MO, December, 1980.

GRIFFIS, L. G. Some design considerations for composite-frame structures. **Engineering Journal/American Institute of Steel Construction**, p.59-64, second quarter, 1986.

HELSINKI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY. **Design of composite columns.** Primavera, 2004. 27p.

KENT, D.C.; PARK, R. Flexural members with confined concrete. **Journal of the Structural Division**, ASCE, 97, p. 1969-1990, 1971.

KETTER, R.L. Further studies of the strength of beam-columns. **Journal of the Structural Division**, ASCE, 127, p. 244-266, 1962.

NARDIN, S. **Estudo teórico-experimental de pilares mistos compostos por tubos de aço preenchidos com concreto de alta resistência.** 1999. 148p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Carlos, São Carlos.

PROFIL ARBED. **Steel-concrete composite construction using rolled sections.** Luxemburgo.

QUEIROZ, G.; CHAVES, L. B. Repartição de cargas entre aço e concreto em uma ligação viga-pilar misto. In: III SEMINÁRIO INTERNACIONAL “O USO DE ESTRUTURAS METÁLICAS NA CONSTRUÇÃO CIVIL”. 2000.

QUEIROZ, G.; PIMENTA, R. J.; MATA, L. A. C. DA. **Elementos das estruturas mistas aço-concreto.** Belo Horizonte: Editora O Lutador, 2001, 336p.

SALMON, C. G.; JOHNSON, J. E. Combined bending and axial load. In: _____. **Steel structures: design and behavior.** 4 ed. New York: HarperCollins College Publishers, 1996a, p.703 – 787.

SPACONE, E.; EL-TAWIN, S. Nonlinear analysis of steel-concrete composite structures: state of art. **Journal of Structural Engineering**, p. 159-168, fevereiro, 2004.

SSEDTA: Structural steelwork Eurocodes development of a trans-national approach. Lecture 1: introduction to composite construction of buildings. ©SSEDTA 2001, Last modified 29/03/2001.

TARNOCZY, E. J. Custo comparativo entre colunas mistas e metálicas. In: IV SEMINÁRIO INTERNACIONAL “O USO DE ESTRUTURAS METÁLICAS NA CONSTRUÇÃO CIVIL” / I Congresso Internacional da Construção Metálica. 2001, São Paulo.

TASK GROUP 20, STRUCTURAL STABILITY RESEARCH COUNCIL. A specification for the design of steel-concrete composite columns. **Engineering Journal**, p.101-115, fourth quarter, 1979.

THE STEEL CONSTRUCTION INSTITUTE (SCI). Composite column design to Eurocode 4. United Kingdom: SCI publication 142, 1994a. 106p.

THE STEEL CONSTRUCTION INSTITUTE (SCI). **European steel design education programme (ESDEP): composite construction I**. United Kingdom: Group 10, vol. 13, 1994b.

VASCONCELLOS, A. L. **Curso de cálculo completo de um edifício de aço com estruturas mistas**, Goiânia, 2004.

VIEST, I.M. Development of design rules for composite construction. **Engineering Journal**, p. 181-188, fourth quarter, 2003.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION (AISC). **Manual of steel construction - Load and resistance factor design**. Chicago, 1999a Vol. II.

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION (AISC). **Load and resistance factor design specification for structural steel buildings**. Chicago, 1999b, 193p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6118 – Projeto e execução obras de concreto armado - Procedimento**. Rio de Janeiro, 1980, 170p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 14432 – Exigências de resistência ao fogo de elementos construtivos de edificações - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2000, 14p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **Projeto de revisão da NBR 14323 – Dimensionamento de estruturas de aço de estruturas mistas aço-concreto de edifícios em situação de incêndio - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2003. 89p.

BAUER, D.B. Calculation on the plastic section modulus using the computer. **Engineering Journal**. P. 104-107, third quarter, 1997.

BRITISH STANDARD INSTITUTION. **BS5400-5:1979 – Steel, concrete and composite bridges**. Prate 5: Code of practice for design of composite bridges. Londres, 2004, 46p.

CALDAS, R.B.; FAKURY, R.H.; SOUSA JR., J.B.M. Dimensionamento de pilares mistos de aço e concreto segundo as normas brasileiras e as prescrições do Eurocode 4. In: XXVI IBERIAN LATIN-AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING – CILAMCE 2005. ABMEC & AMC. 2005. Guarapari-ES.

CHEN, W.F.; LUI, E.M. Columns with end restraint and bending in load and resistance factor design. **Engineering Journal**, AISC, 22, 3, 1985, 105-132. Errata: 25, 2, 1988, 59.

DUAN, L.; SOHAL, I.S.; CHEN, W.F. On beam-column moment amplification factor. **Engineering Journal/American Institute of Steel Construction**, p. 130-135, fourth quarter, 1989.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EN 1993-1-1:20xx. Eurocode 3: design of steel structures – Part1-1: General rules and rules for buildings**. Bruxelas, 2001.

FAKURY, R. H. **Ciclo de palestras de estruturas metálicas - Módulo 3 - Pilares mistos de aço e concreto**. 2004, Divisão de Estruturas – Instituto de Engenharia. São Paulo.

FIGUEIREDO, L. M. B. **Ligações mistas viga-pilar – Análise teórica experimental**. 2004. **Total de Páginas**. Tese (Doutorado em Engenharia) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Carlos, São Carlos.

FOURTH EUROPEAN CONFERENCE ON STEEL AND COMPOSITE STRUCTURES. **Research-Eurocode-Practice**. Maastricht, Holanda 8 a 10 de Junho, 2005.

FUJIMOTO, T.; MUKAI, A.; NICHIIYAMA I.; KENJI, S. Behavior of eccentrically loaded concrete-filled steel tubular columns. **Journal of Structural Engineering ASCE**, p. 203-212, fevereiro, 2004.

FURLONG, R. W. AISC column design logic makes sense for composite columns, too. **Engineering Journal**, p.1-7, first quarter, 1976.

GALAMBOS, T.V. Load and resistance factor design. **Engineering Journal/American Institute of Steel Construction**. p. 74-81, third quarter, 1981.

GALAMBOS, T. V. Composite Columns. In: _____. **Guide to stability design criteria for metal structures**. 4 ed. USA: Wiley-Interscience Publication, 1988, p. 359-386.

ITANI, A.M. Future use of composite steel-concrete columns in highways bridges. **Engineering Journal**, third quarter, p. 110-115, 1996.

JOHANSSON, M.; GYLLTOLFT, K. Structural behavior of slender circular steel-concrete composite columns under various means of load application. **Steel and Composite Structures**. v. 01, n. 4, p. 393-410, 2001.

KODUR, V.K.R; MACKINNON, D.H. Design of concrete-filled hollow structural steel columns for fire endurance. **Engineering Journal**, p. 13-24, first quarter, 2000.

LEON, R.; QUEIROZ, G.; FAKURY, R.H. **Curso de estruturas mistas**. In: IV SEMINÁRIO INTERNACIONAL “O USO DE ESTRUTURAS METÁLICAS NA CONSTRUÇÃO CIVIL” / I CONGRESSO INTERNACIONAL DA CONSTRUÇÃO METÁLICA – I CICOM, São Paulo, 2001.

LUNDBERG, J. E.; GALAMBOS, T. V. Load and resistance factor of composite columns. **Structural Safety**, Amsterdam, Vol.18, No. 2/3, p.169-177, 1996.

MALITE, M. Estruturas mistas aço-concreto: dimensionamento de colunas. **Revista Construção Metálica**, São Paulo, nº.16, p.E4–E8, 1994.

METHA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concreto: estrutura, propriedades e materiais**. São Paulo: Pini, 1994.

MEDBERRY, S.B.; SHAHROOZ, B.M. Perfobond shear connector for composite construction. **Engineering Journal**, p. 2-12, first quarter, 2002.

NARDIN, S.; DEBS, A. L. EL; MARQUES, S. P. C. Comportamento de pilares preenchidos submetidos a flexão normal composta. In: IV SEMINÁRIO INTERNACIONAL “O USO DE ESTRUTURAS METÁLICAS NA CONSTRUÇÃO CIVIL” / I CONGRESSO INTERNACIONAL DA CONSTRUÇÃO METÁLICA, 2001, São Paulo.

PRESTES, J. A. S. **Análise teórico-experimental de pilares mistos parcialmente revestidos com concreto**. 2003. 101p. Qualificação de Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas). Departamento de Engenharia de Estruturas - Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte.

PRESTES, J. A. S. Pilares mistos – estudo comparativo e soluções construtivas. In: SEMINÁRIO NACIONAL DA CONSTRUÇÃO EM ESTRUTURAS METÁLICAS, 2004, Belo Horizonte.

QUEIROZ, G. Revisão da NBR 8800: elementos estruturais mistos aço-concreto. In: III SEMINÁRIO INTERNACIONAL “O USO DE ESTRUTURAS METÁLICAS NA CONSTRUÇÃO CIVIL”. 2000.

QUEIROZ, G.; PRESTES, J. A. S. Pilares mistos parcialmente revestidos de concreto. In: IV SEMINÁRIO INTERNACIONAL “O USO DE ESTRUTURAS METÁLICAS NA CONSTRUÇÃO CIVIL” / I Congresso Internacional da Construção Metálica. 2001, São Paulo.

QUEIROZ, G.; RODRIGUES, F. C.; CHAVES, L. B. Análise de repartição de cargas entre aço e concreto nos pilares mistos. In: IV SEMINÁRIO INTERNACIONAL “O USO DE ESTRUTURAS METÁLICAS NA CONSTRUÇÃO CIVIL” / I Congresso Internacional da Construção Metálica. 2001, São Paulo.

REIS, A.; CAMOTIM, D. **Estabilidade estrutural**. Portugal: McGraw-Hill, 2001, 470p.

SALMON, C. G.; JOHNSON, J. E. Composite steel-concrete construction. In: _____. **Steel structures: design and behavior**. 4 ed. New York: HarperCollins College Publishers, 1996b, p.955 – 1004.

SILVA, R. C. G. **Dimensionamento de pilares mistos à temperatura ambiente e em situação de incêndio**. 1999. 25p. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP). São Paulo.

SILVA, V. P. **Estruturas de aço em situação de incêndio**. 1ed. São Paulo: Zigurate Editora, 2001, 256p.

SOUSA JR., J.B.M.; CALDAS, R.B. Numerical analysis of composite steel-concrete columns of arbitrary cross section. **Journal of Structural Engineering ASCE**, p.1-9, 2004.

SSEDTA: Structural steelwork eurocodes development of a trans-national approach. Lecture 8: composite columns. ©SSEDTA 2001, Last modified 23/05/2001.

STARK, J.W.B. European developments in steel and composite structures. In: IV SEMINAR ON THE USE OF STEEL STRUCTURES IN CIVIL CONSTRUCTION/I INTERNATIONAL CONFERENCE ON STEEL CONSTRUCTION – I CICOM, Novembro, 2001, São Paulo.

THE STEEL CONSTRUCTION INSTITUTE (SCI). **European steel design education programme (ESDEP): composite construction II**. United Kingdom: Group 10, vol. 14, 1994.

UANG, C.M.; WATTAR, S.W.; LEET, K.M. Proposed revision of the equivalent axial load method for LRFD steel and composite beam-column design. **Engineering Journal/American Institute of Steel Construction**, p.150-157, fourth quarter, 1990.

VIEST, I.M.; COLACO, J.P.; FURLONG, R.W.; GRIFFIS, L.G.; LEON, R.T.; WYLLIE JR., L.A. **Composite construction design for buildings**. New York: ASCE McGraw-Hill, 1997.

WARDENIER, J. **Hollow sections in structural applications**. University of Technology the Netherlands, Comité International pour le Développement et l'Etude de la Construction Tubulaire. Delft, Holanda, 2000, pp 4.1 – 4.12.

WHITE, D.W.; HAJJAR, J.F. Application of second-order elastic analysis in LRFD: research to practice. **Engineering Journal/American Institute of Steel Construction**. P. 133-148, fourth quarter, 1991.