



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**

FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL - FEC

DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

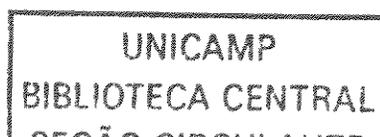
ESTUDO DO COMPORTAMENTO DE LIGAÇÕES DE  
PLACAS DE BASE PARA ESTRUTURAS METÁLICAS  
TUBULARES

200833975

Eng<sup>a</sup> Daniela Grintaci Vasconcellos Minchillo

Orientador: Prof. Dr. João Alberto Venegas Requena

CAMPINAS, FEVEREIRO DE 2003





UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL - FEC

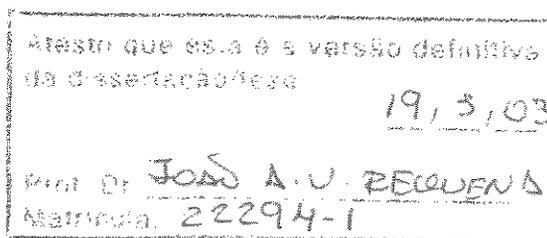
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

ESTUDO DO COMPORTAMENTO DE LIGAÇÕES DE  
PLACAS DE BASE PARA ESTRUTURAS METÁLICAS  
TUBULARES

Eng<sup>a</sup> Daniela Grintaci Vasconcellos Minchillo

Orientador: Prof. Dr. João Alberto Venegas Requena

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Civil como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, na área de concentração em Engenharia de Estruturas



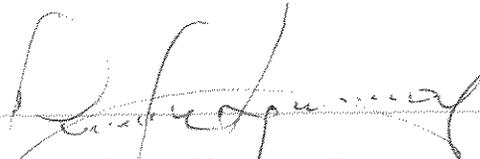
CAMPINAS, FEVEREIRO DE 2003

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL  
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

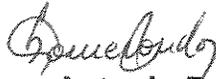
**ESTUDO DO COMPORTAMENTO DE LIGAÇÕES DE PLACA DE BASE  
PARA ESTRUTURAS METÁLICAS TUBULARES**

**Eng<sup>a</sup> Daniela Grintaci Vasconcellos Minchillo**

Dissertação de Mestrado aprovada pela Banca Examinadora, constituída por:



**Prof. Dr. João Alberto Venegas Requena**  
Presidente e Orientador / FEC - UNICAMP

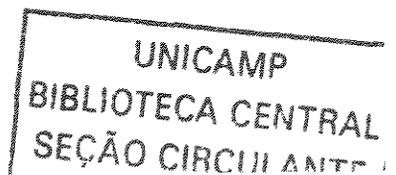


**Prof. Dr. Francisco Antonio Romero Gesualdo**  
UFU



**Prof. Dr. Vinicius Fernando Arcaro**  
FEC - UNICAMP

Campinas, 24 de Fevereiro de 2003



## **Agradecimentos**

Ao meu orientador Prof. João Alberto Venegas Requena pela dedicação e incentivo.

Ao Prof. Vinícius Fernando Arcaro pela colaboração no desenvolvimento deste trabalho.

À CAPES e à V&M do Brasil pelo apoio durante a realização deste trabalho.

## Sumário

1	Introdução .....	1
1.1	Considerações Gerais .....	1
1.1.1	Ligações Tubulares .....	1
1.1.2	Placas de Bases de Ligações Tubulares .....	4
1.2	Estado da Arte .....	7
1.3	Proposta do Trabalho .....	15
2	Placas de Base .....	16
2.1	Introdução .....	16
2.2	Dimensionamento .....	17
2.2.1	Placas de Bases de Pilares Solicitados à Força Axial .....	17
2.2.2	Placas de Bases de Pilares Solicitados à Força Axial e Momento Fletor .....	22
2.2.3	Roteiro Utilizado no Dimensionamento dos Exemplos .....	28
2.2.4	Placas de Bases com Enrijecedores .....	33
3	Análise Numérica de Placas de Base .....	38
3.1	O Método dos Elementos Finitos .....	38
3.1.1	Introdução .....	38
3.1.2	Conceitos Básicos .....	39
3.2	O Modelo de Elementos Finitos .....	41
3.2.1	O Elemento .....	41
3.2.2	Definição da Geometria e Condições de Contorno do Modelo .....	42
3.3	Análise de Placas de Bases de Pilares Solicitados à Compressão Axial e à Flexão .....	49

3.4	Análise de Placas de Bases com Enrijecedores.....	50
3.4.1	Detalhes dos Enrijecedores .....	50
3.5	Determinação da Linha Neutra na Análise de Elementos Finitos .....	52
3.6	Estudo da Influência da Constante de Rigidez da Fundação Elástica na Análise de Placas de Bases .....	60
4	Exemplos .....	61
4.1	– Exemplo 1 – Dimensionamento para Força Axial.....	61
4.2	– Exemplo 2 – Dimensionamento para Força Axial e Momento Fletor .....	64
4.3	– Exemplo 3 – Dimensionamento e Análise de Placa de Base de Pilar Solicitada à Compressão Axial .....	68
4.3.1	Cálculo das Dimensões da Placa.....	69
4.3.2	Cálculo da Pressão de Contato.....	70
4.3.3	Cálculo do Momento nas Bordas .....	71
4.3.4	Espessura Requerida para a Placa de Base.....	72
4.3.5	Análise Numérica .....	72
5	Resultados .....	76
5.1	Análise à Compressão Axial.....	76
5.2	Análise à Compressão e Flexão .....	77
5.3	Avaliação das Tensões para Espessura Constante e Excentricidade Variável .....	80
5.4	Placas de Bases com Enrijecedores .....	83
5.4.1	Compressão Axial .....	85
5.4.2	Compressão e Flexão .....	87
6	Considerações Finais.....	94
	Referências Bibliográficas.....	98

## Lista de Figuras

Figura 1.1 – Equipamento automatizado para cortes.....	2
Figura 1.2 – Amassamento das Pontas .....	3
Figura 1.3 – Ponteiras de Barras.....	3
Figura 1.4 – Ponteiras de Barras Formadas por Placas.....	4
Figura 1.5 – Situações de carregamento de Placas de Base.....	5
Figura 1.6 – Placas de Base enrijecidas para uma ou mais barras.....	6
Figura 1.7 – Base com placa de cisalhamento.....	6
Figura 2.1 – Tipos de Bases .....	17
Figura 2.2 – Detalhe de base com força axial .....	18
Figura 2.3 – Base onde os chumbadores são solicitados – “ $e$ ” > $L/6$ .....	23
Figura 2.4 – Representação do comportamento elástico da base do pilar.....	25
Figura 2.5 – Base submetida ao momento fletor e força normal de compressão.	26
Figura 2.6 – Projeção $m$ .....	29
Figura 2.7 – Placas com enrijecedores .....	34
Figura 2.8 – Placa de base com enrijecedores para momento em uma direção...	36
Figura 2.9 – Placa de base com enrijecedores para momento em duas direções	37
Figura 3.1 – Elemento SHELL63.....	41
Figura 3.2 – Modelo 1 de elementos finitos.....	43
Figura 3.3 – Carregamento aplicado nos modelos 1 e 2.....	46
Figura 3.3 – Modelo 2 de elementos finitos.....	46
Figura 3.4 – Modelo 3 de elementos finitos.....	47
Figura 3.5 – Modelo 4 de elementos finitos.....	48

Figura 3.6 – Geometria do modelo de elementos finitos .....	49
Figura 3.7 – Geometria dos enrijecedores no modelo A .....	50
Figura 3.8 – Geometria dos enrijecedores no modelo B .....	51
Figura 3.9 – Geometria dos enrijecedores no modelo C .....	51
Figura 3.10 – Variáveis para determinação da linha neutra .....	52
Figura 3.11 – Deslocamentos ( $\Delta_{Y_{m\acute{a}x}}=0,0673\text{mm}$ ; $\Delta_{Y_{m\acute{i}n}}=-0,2485\text{mm}$ ).....	55
Figura 3.12 – Nós tracionados .....	55
Figura 3.13 – Constante real diferente para os elementos tracionados .....	56
Figura 3.14 – Novos deslocamentos ( $\Delta_{Y_{m\acute{a}x}}=0,1339\text{mm}$ ; $\Delta_{Y_{m\acute{i}n}}=-0,2529\text{mm}$ ).....	56
Figura 4.1 – Detalhes da ligação.....	62
Figura 4.2 – Situações de carregamento .....	65
Figura 4.3 – Pressão de contato .....	66
Figura 4.4 – Projeção do balanço.....	70
Figura 4.5 – Detalhes da ligação.....	74
Figura 4.6 – Tensões principais .....	75
Figura 5.1 – Tensões $\sigma_1$ na face inferior da placa de base .....	77
Figura 5.2 – Tensões $\sigma_1$ na placa de base na face inferior para cada excentricidade.....	79
Figura 5.3 – Gráfico – Tensão X Excentricidade.....	80
Figura 5.4 – Gráfico – Tensão X Excentricidade para $t_p = 25\text{mm}$ .....	81
Figura 5.5 – Tensão Principal $\sigma_1$ da placa de base isolada.....	82
Figura 5.6 – Tensão Principal $\sigma_1$ do perfil tubular isolado .....	82
Figura 5.7 – Modelo A.....	83
Figura 5.8 – Modelo B .....	84
Figura 5.9 – Modelo C.....	84

Figura 5.10 – Tensões  $\sigma_1$  na face inferior da placa de base para compressão axial ..... 86

Figura 5.11 – Tensões  $\sigma_1$  na placa de base para cada excentricidade - Modelo A ..... 89

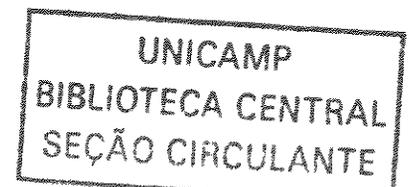
Figura 5.12 – Tensões  $\sigma_1$  na placa de base para cada excentricidade - Modelo B ..... 90

Figura 5.13 – Tensões  $\sigma_1$  na placa de base para cada excentricidade - Modelo C ..... 91

Figura 5.14 – Gráfico -Tensões na placa de base X Excentricidade..... 92

Figura 5.15 – Gráfico -Tensões no perfil tubular X Excentricidade ..... 93

---



## Lista de Tabelas

Tabela 3.1 – Dimensionamento de placas de base.....	42
Tabela 3.2 – Tensões máximas na placa de base .....	43
Tabela 3.3 – Cálculo da linha neutra.....	54
Tabela 3.4 – Deslocamentos $\Delta_{Ym\acute{a}x}$ e tensões principais $\sigma_1$ .....	58
Tabela 3.5 – Posição da linha neutra .....	59
Tabela 3.6 – Variação da tensão em função do $f_{ck}$ .....	60
Tabela 4.1 – Dimensões para placas de base quadradas .....	66
Tabela 4.2 – Pressão de contato nas placas de bases para as várias excentricidades. ....	67
Tabela 4.3 – Espessuras das placas de bases para as várias excentricidades....	68
Tabela 5.1 – Tensão principal $\sigma_1$ na região crítica da placa de base .....	78
Tabela 5.2 – Variação das tensões em função da excentricidade para uma espessura fixa de 25mm .....	80
Tabela 5.3 – Variação das tensões para cada modelo de enrijecedor.....	85
Tabela 5.4 – Tensões na placa de base para cada modelo de enrijecedor .....	87
Tabela 5.5 – Variação percentual nas tensões na placa de base .....	88
Tabela 5.6 – Tensões no perfil tubular para cada modelo de enrijecedor.....	92
Tabela 5.7 – Variação percentual nas tensões no perfil tubular.....	93

## Lista de Símbolos

### a) Letras romanas maiúsculas

- $A_1$  - área da placa de base
- $A_2$  - área do bloco de concreto que é geometricamente similar à placa
- $A_s$  - área de aço total dos chumbadores tracionados
- $B$  - altura da placa de base retangular
- $D$  - diâmetro externo do perfil tubular
- $E_c$  - módulo de elasticidade do concreto
- $E_s$  - módulo de elasticidade do aço
- $F_x$  - força aplicada na direção do eixo X
- $F_z$  - força aplicada na direção do eixo Z
- $L$  - largura da placa de base retangular e lado da placa quadrada
- $K$  - matriz de rigidez global
- 
- $K_e$  - matriz de rigidez do elemento
- $K_c$  - constante de rigidez da fundação elástica
- $M_b$  - momento fletor na borda
- $M_{sd}$  - momento fletor de cálculo
- $N_d$  - força axial de cálculo
- $N_{sd}$  - força axial majorada
- $W$  - módulo resistente elástico
- $Z$  - módulo resistente plástico

## b) Letras romanas minúsculas

- $e$  - excentricidade do carregamento,
  - $f$  - distância entre o eixo do chumbador tracionado e o centro do pilar
  - $f_c$  - resistência do concreto à compressão
  - $f_{ck}$  - resistência característica do concreto à compressão
  - $f_y$  - limite de escoamento do aço
  - $m$  - projeção da placa de base
  - $n$  - projeção da placa de base
  - $n_e$  - relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto
  - $p$  - pressão de contato admissível
  - $p_1$  - pressão de contato máxima na borda inferior da placa
  - $p_2$  - pressão na posição de ligação entre o pilar e a placa
  - $t_p$  - espessura da placa de base
  - $y$  - posição da linha neutra
- 

## c) Letras gregas

- $\Delta_{Ym\acute{a}x}$  - deslocamento máximo na direção Y
- $\Delta_{Ym\acute{i}n}$  - deslocamento mínimo na direção Y
- $\nu$  - coeficiente de Poisson
- $\sigma$  - tensão resultante
- $\sigma_c$  - tensão no concreto
- $\sigma_x$  - tensão na direção do eixo X
- $\sigma_1$  - tensão na direção principal
- $\varphi_c$  - coeficiente de ponderação do concreto, segundo a AISC-LRFD (1996)

## Resumo

Neste trabalho, são apresentadas análises de ligações metálicas tubulares de placas de bases para pilares de perfis de seção circular através de modelagem pelo método dos elementos finitos. O Método dos Elementos Finitos é uma técnica que permite uma modelagem eficaz para a simulação do comportamento real das ligações em estudo. Para esta análise, foi utilizado o programa computacional ANSYS. Foram analisadas diferentes situações de carregamento na conexão pilar-placa de base, bem como vários tipos de enrijecedores e as respectivas distribuições de tensões obtidas para cada caso. O estudo foi desenvolvido de forma comparativa entre a modelagem computacional e as expressões analíticas encontradas em normas internacionais, destacando: AISC-Hollow Structural Sections (Connections Manual), AISC-LRFD (1996)-(Load and Resistance Factor Design) e o EUROCODE3 (1992). São apresentados exemplos numéricos, evidenciando as diferenças encontradas no estudo.

---

**Palavras Chave:** Estruturas Metálicas, Ligações Tubulares, Placas de base de pilares, Elementos Finitos.

## Abstract

In this work finite element analysis of steel column base plate connections joining circular hollow sections are presented. The finite element method is a technique that allows investigating the real behavior of the studied connection. For this analysis, the computer program ANSYS was used. Different load situations had been analyzed in the base-plate connection, as well as various types of stiffeners and the respective distributions of tensions for each case. Different load situations had been analyzed in the base-plate connection, as well as various types of stiffeners and the respective distributions of tensions for each case. The study was developed in a comparative way between the computer modeling and the analytic expressions found in international codes, highlighting: AISC-Hollow Structural Sections (Connections Manual), AISC-LRFD (Load and Resistance Factor Design) and Eurocode3. Numeric examples are presented and compared to evidence the differences among the codes and procedures used in this study.

---

**Key words:** Steel structure, HSS, tubular connections, finite element, column base plates.

# 1 Introdução

## 1.1 Considerações Gerais

### 1.1.1 Ligações Tubulares

---

A utilização de estruturas tubulares vem crescendo significativamente a cada ano, não apenas por considerações estéticas, já que pela sua versatilidade possibilitam a criação de belas estruturas aparentes, mas por nítidas vantagens econômicas. Suas formas simples e suas excelentes propriedades mecânicas dão origem à estruturas leves. São elementos modernos e adaptáveis. No mundo todo vários arquitetos têm utilizado estruturas metálicas tubulares para projetar pontes, edifícios, shoppings e coberturas de todo tipo, conseguindo assim estruturas de grande impacto visual.

À medida que a utilização de estruturas tubulares aumentou, percebeu-se que as ligações dessas peças não era tão simples, o que poderia onerar a sua fabricação, já que o custo das estruturas metálicas, especialmente das estruturas

tubulares, é significativamente influenciado pelo seu custo de fabricação. É necessário que o engenheiro tenha em mente que a padronização, na medida do possível, das ligações, em uma determinada estrutura é fator determinante na otimização da fabricação da mesma.

Desse modo, é necessário buscar minorar custos de cortes, preparação das extremidades dos tubos e soldagem, adequando-os às modalidades produtivas do fabricante.

Atualmente, foram desenvolvidos equipamentos de corte automático, capazes de realizar cortes em “boca de lobo”, como mostra a figura 1.1, com grande precisão e alta produtividade, efetuando simultaneamente quaisquer cortes e respectivos chanfros projetados. O uso de tais equipamentos representa significativa redução de custo de fabricação das estruturas tubulares, com alto padrão de qualidade. (ARAÚJO et al, 2002).

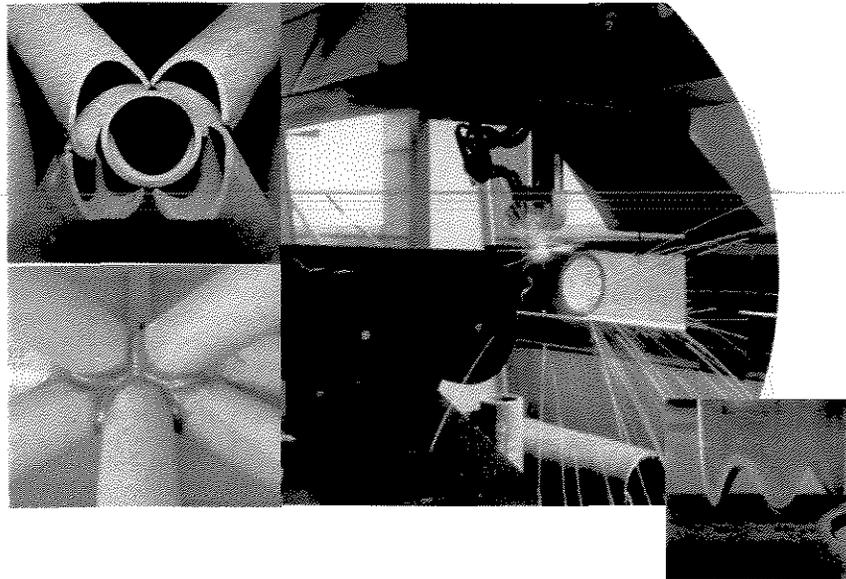


Figura 1.1 – Equipamento automatizado para cortes

Fonte: ARAÚJO et al (2002)

As ligações freqüentemente determinam a escolha do perfil tubular nas estruturas metálicas. Desse modo, é necessário que se tenha alguma idéia do

comportamento das mesmas ainda no estágio da concepção estrutural, o que poderá garantir a máxima economia na utilização das seções tubulares.

Alguns processos de ligação entre tubos de seção transversal circular são apresentados a seguir. É usual também a utilização de elementos auxiliares, tais como placas, perfis laminados e outras composições de placas para a execução das ligações de extremidade, conforme as figuras 1.2 e 1.3.

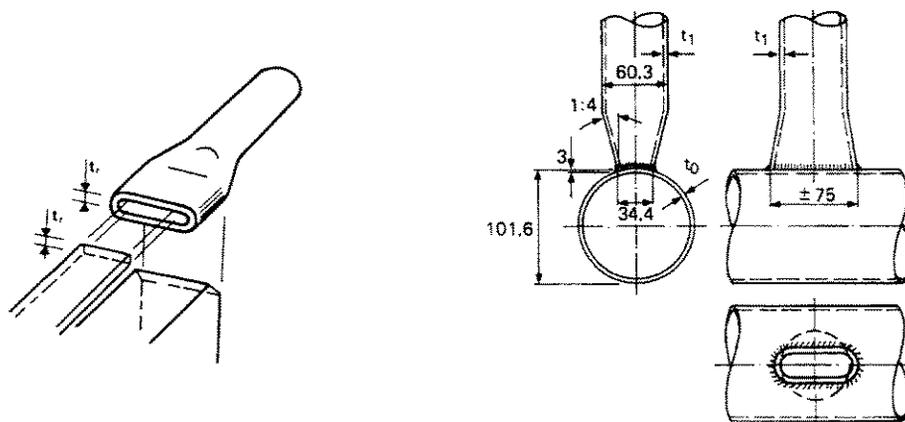


Figura 1.2 – Amassamento das Pontas

Fonte: ARAÚJO et al (2002)

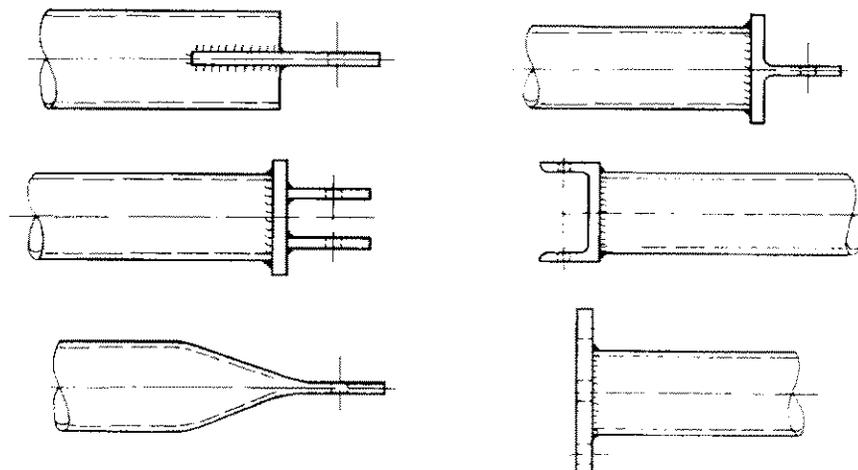


Figura 1.3 – Ponteiras de Barras

Fonte: ARAÚJO et al (2002)

As placas de ligações para estruturas existentes ou estruturas compostas de outros tipos de seção transversal, figura 1.4, são também de simples execução e não se diferenciam muito dos sistemas convencionais empregados nas estruturas compostas de perfis abertos.

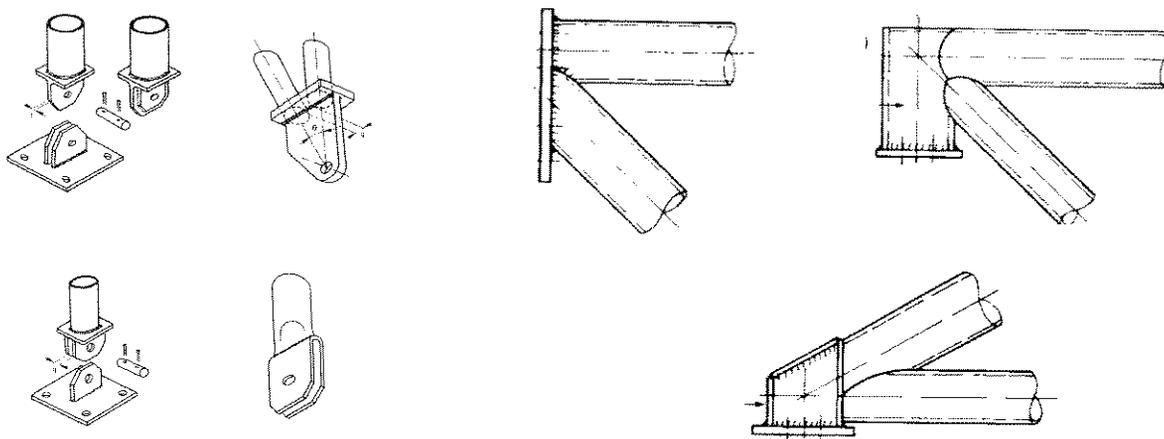


Figura 1.4 – Ponteiras de Barras Formadas por Placas

Fonte: ARAÚJO et al (2002)

### 1.1.2 Placas de Bases de Ligações Tubulares

As placas de bases de pilares são elementos utilizados para distribuir o carregamento de pilares metálicos no bloco de concreto da fundação e garantir a fixação da extremidade inferior do pilar neste bloco. O carregamento deve ser distribuído de forma que se evite o esmagamento do concreto. Estas ligações são compostas geralmente de uma placa de base e chumbadores.

A figura 1.5 ilustra as situações de carregamento comuns no projeto de uma placa de base de pilar. Para cada uma destas solicitações são necessárias adaptações no detalhamento das bases.

No primeiro caso, figura 1.5(a), a placa de base é carregada axialmente. A força é perpendicular à placa e passa pelo centro de gravidade da seção

transversal do pilar. São usadas em estruturas que requerem placas de base flexíveis ou rotuladas. As bases de pilares solicitados apenas à força axial não necessitam de chumbadores, mas estes são necessários durante a fase de montagem para se obter estabilidade e garantir a verticalidade do pilar, tendo sua resistência desprezada. Quando o carregamento axial for relativamente pequeno, o tamanho de placa necessário, determinado pela pressão de contato, será aproximadamente igual ao tamanho do pilar. DEWOLF & RICKER (1990) denominam estas placas de levemente carregadas e seu dimensionamento requer uma abordagem diferenciada.

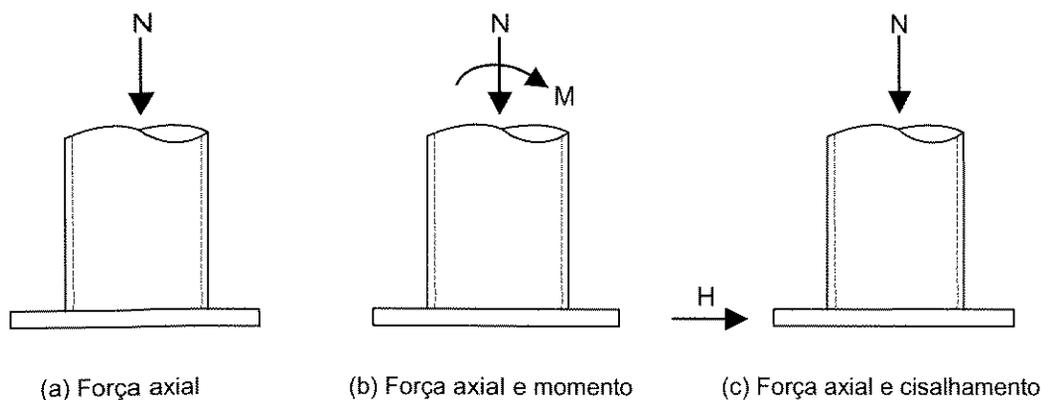


Figura 1.5 – Situações de carregamento de Placas de Base

Fonte: DEWOLF & RICKER (1990)

O segundo caso, figura 1.5(b), inclui momento fletor e força axial. Este tipo de ligação é utilizado em bases de pórticos que necessitam resistir ao momento fletor, ou seja, são bases rígidas ou engastadas. Também são utilizadas quando a força axial é aplicada excêntrica ao eixo do pilar e o momento resultante deve ser resistido pela placa de base. Se o momento fletor é relativamente pequeno, a ligação pode ser dimensionada sem o uso de chumbadores, além daqueles necessários durante a montagem. É comum a utilização de enrijecedores quando o momento atuante é muito grande. BLODGETT (1966), mostra alguns exemplos de detalhamento destas bases. A figura 1.6 ilustra alguns tipos de detalhes em placas de bases com enrijecedores.

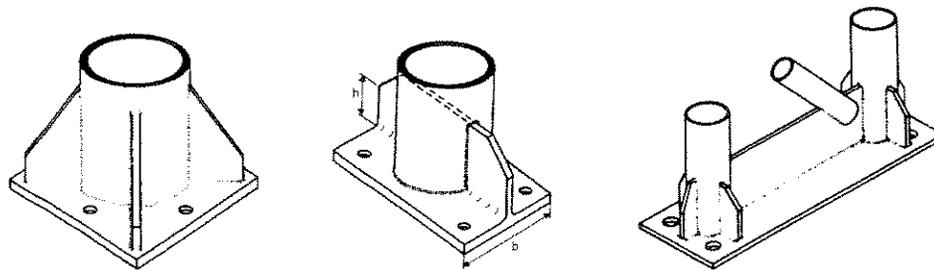


Figura 1.6 – Placas de Base enrijecidas para uma ou mais barras

Fonte: ARAÚJO et al (2002)

Por último, a figura 1.5(c) ilustra a solicitação à força axial e ao cisalhamento. Normalmente o cisalhamento que aparece em placas de bases é resistido pelo atrito que surge devido à força axial e também pela resistência dos chumbadores ao cisalhamento. Entretanto, no caso de barras rígidas, ou quando se coloca contraventamentos ligados à base, ou mesmo quando ocorre inversão de carregamento, resultando em tração no pilar, o cisalhamento pode exceder a resistência ao atrito e a resistência dos chumbadores, e deve ser transferido para a fundação de uma outra maneira. Uma alternativa é a colocação de uma placa de cisalhamento como a mostrada na figura 1.7.

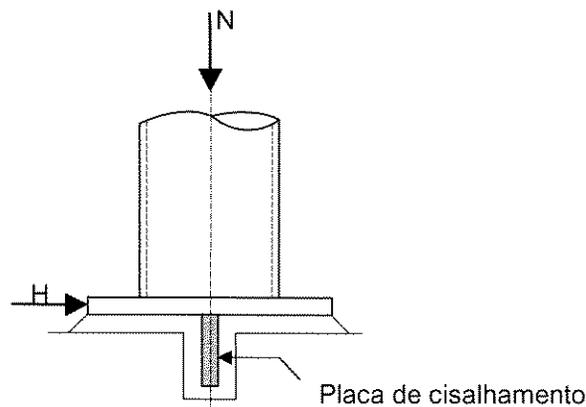


Figura 1.7 – Base com placa de cisalhamento

Fonte: DEWOLF & RICKER (1990)

Esta placa é soldada perpendicularmente à superfície inferior da placa de base. O cisalhamento é transferido através desta placa que atua como uma viga em balanço. Deve-se utilizar uma argamassa de preenchimento em torno de toda a placa de cisalhamento. Outra maneira para se resistir ao cisalhamento seria embutir o pilar no bloco de fundação.

Normalmente a placa de base é retangular, e suas dimensões requerem dimensionamento, entretanto exigências práticas podem resultar em placas de bases maiores que as obtidas no dimensionamento.

## **1.2 Estado da Arte**

As ligações de placas de base são os elementos mais comuns para apoio de pilares nas fundações, e seu desempenho é muito significativo no comportamento global da estrutura (distribuição dos esforços, deslocamentos, estabilidade etc). Vários estudos analíticos e experimentais têm sido realizados, a fim de determinar o comportamento real e a interação entre o carregamento axial e o momento fletor atuante nestas ligações. A maioria das normas atuais apresenta poucas informações sobre o comportamento destas ligações.

FLING (1970) propôs a utilização da teoria da linha de escoamento para os pilares levemente carregados. Ele assumiu que a flexão da placa de base se mantém no regime elástico e o deslocamento entre a placa e o bloco de concreto deveriam se manter a um valor fixo. FLING reconheceu que seu método era muito conservador devido as suas hipóteses. Em uma discussão, GOGATE (1970) ressaltou que FLING negligenciou a influência favorável que os chumbadores exercem nestas ligações. Em resposta FLING declarou que seria difícil levar em consideração essa influência, pelas grandes variações no projeto dos chumbadores.

STOCKWELL (1975) notou que a flexibilidade das placas e a distribuição da pressão de contato não eram consistentes com a solução analítica, que considera a pressão de contato uniformemente distribuída sob a placa. Ele propôs que somente a área da placa diretamente sob o pilar, deveria ser considerada como área efetiva no dimensionamento da placa de base.

DEWOLF (1978) avaliou experimentalmente ligações de placas de base submetidas a carregamento axial e mostrou que a proposta da literatura era conservadora. Propôs, então uma abordagem empírica simples, válida para diversas espessuras de placas. A formulação leva em consideração as resistências do concreto e da placa e a relação entre a distância da excentricidade do carregamento e a espessura da placa.

DEWOLF & SARISLEY (1980) analisaram experimentalmente ligações de placas de base submetidas a carregamento axial e momento fletor cujas variáveis foram: a relação entre as áreas do concreto e da placa, a espessura relativa da placa e o tamanho do bloco de concreto. Notaram que a ruptura do bloco carregado axialmente ocorreu com a formação de uma pirâmide invertida no concreto, na região do contato, fazendo com que o bloco se partisse.

Desenvolveram um equacionamento para a pressão de contato baseado nas variáveis estudadas, ou seja, na relação entre as áreas do concreto e da placa, na resistência do concreto e na espessura relativa da placa. A flexibilidade da placa é o fator mais relevante no dimensionamento. Placas muito espessas comportam-se como placas rígidas e tendem a se levantar na borda, dando origem a uma pressão de contato muito grande e à uma falha prematura.

MURRAY (1983) desenvolveu um estudo sobre placas de bases levemente carregadas. De acordo com sua definição, são bases relativamente flexíveis, com dimensões aproximadamente iguais aos pilares que nelas se apóiam. Estas placas são encontradas em estruturas convencionais leves, e em construções metálicas pré-fabricadas. Nessa classe construtiva, o peso próprio relativamente baixo e o telhado apresentando pequena inclinação, comumente resultam em

inversão do carregamento, provocando tração nos pilares, que transmitem este esforço para a fundação através da placa de base.

Utilizando dados da análise da linha de escoamento, e outros bastante limitados de análises experimentais, MURRAY utiliza o Método dos Elementos Finitos para propor critérios de dimensionamento de placas de bases levemente carregadas para pilares de perfil I e realiza análises experimentais a fim de verificar seus resultados, considerando os carregamentos axiais de compressão (gravitacional) e de tração (levantamento).

THAMBIRATNAM & PARAMASIVAM (1986) realizaram testes para avaliar a excentricidade do carregamento e a espessura das placas de base. Utilizaram *strain gages* em vários pontos da base para medir a tensão nas diferentes etapas de carregamento, e conseqüente determinação do carregamento de ruptura. Foram observados três modos de ruptura:

- 1) esmagamento do concreto,
- 2) escoamento da placa de base e
- 3) colapso do parafuso de ancoragem.

---

Pela teoria, a tensão na placa depende da resistência à compressão do concreto, mas os testes mostraram que não, a menos que a ruptura seja no esmagamento do concreto (caso em que se tem placa espessa e pequena excentricidade). Já as bases flexíveis, carregadas à pequena excentricidade rompem por escoamento e seu comportamento independe da resistência do concreto.

Os autores apresentaram curvas iterativas indicando que em ligações de bases com placas espessas, o sistema não tem a maior capacidade de carga, pois a placa rígida, provoca o colapso prematuro do concreto. Pela distribuição de tensões e pelo carregamento, é evidente que para um carregamento constante a tensão aumenta com a excentricidade, e reduz com o aumento da espessura da placa.

THAMBIRATNAM, D.P. & KRISHNAMURTY (1989) procederam a uma análise tridimensional de placas de bases carregadas axialmente e com momento fletor pelo método dos elementos finitos, dos modelos testados experimentalmente por THAMBIRATNAM & PARAMASIVAM (1986), utilizando a metade da força de escoamento obtida nos testes. Doze modelos diferentes foram analisados, e os parâmetros foram: a espessura da placa e a excentricidade do carregamento. Os autores observaram que:

- a tensão máxima na placa ocorre na região logo abaixo ou bem próxima ao perfil do pilar;

- para um carregamento constante aplicado a uma certa excentricidade, a tensão aumenta com o decréscimo da espessura da placa, principalmente a grandes excentricidades;

- os resultados de elementos finitos tiveram tendências semelhantes às observadas nos testes e as tensões máximas de compressão (que são importantes no dimensionamento) na superfície superior da placa eram da mesma ordem. Na superfície superior da placa, as tensões elásticas obtidas analiticamente estavam ausentes nas investigações experimentais.

---

- as variações das tensões corresponderam ao esperado. Os valores máximos de tração e compressão na superfície superior da placa ocorrem em seções diferentes;

- os diagramas de deformação da placa mostram o levantamento da placa de base que teriam resultado em distribuições de pressão de contato localizadas.

PENSERINI & COLSON (1989) analisaram a resistência última das ligações de placa de base, considerando vários modos de ruptura para o bloco de concreto, os chumbadores, a placa e até mesmo para o pilar. Os autores utilizaram o método dos estados limites para o cálculo da resistência última, e fizeram comparações com resultados experimentais para ligações de placas de base rígidas e flexíveis.

KRISHNAMURTY, N. & THAMBIRATNAM (1990) analisaram placas de bases carregadas excentricamente através de um modelo bi-dimensional de elementos finitos. Os resultados foram avaliados para determinar a influência de vários parâmetros, e compará-los com os resultados experimentais de THAMBIRATNAM & PARAMASIVAM (1986). O procedimento para a modelagem foi o seguinte: o carregamento excêntrico foi aplicado ao modelo de elementos finitos pela combinação de força axial e momento fletor, através de forças concentradas nos nós, correspondentes à distribuição linear da tensão atuante nas áreas de contribuição no topo do perfil do pilar. O domínio foi analisado como um problema bi-dimensional plano paralelo ao perfil do pilar e a largura de cada um dos elementos, placa, tubo, parafuso, foi considerada através de espessuras correspondentes.

O estudo da convergência foi conduzido em quatro densidades diferentes de malhas, designadas: grossa, média, fina e extrafina. Era notável que embora houvesse uma tendência distinta para convergência assintótica, os resultados para as malhas finas e extrafinas não eram próximos o bastante para garantir a aceitação dos mesmos como suficientemente precisos. Como os recursos computacionais disponíveis impediram um refinamento adicional da malha, os autores decidiram analisar todos os casos com malhas finas e extrafinas, e estimar valores melhores, pela aplicação da extrapolação de Richardson aos resultados correspondentes entre as duas malhas.

A concordância entre os resultados da análise computacional e os dos testes, não foram boas o suficiente para fornecer provas conclusivas da precisão do modelo de elementos finitos (ou dos testes). Porém, os padrões de comportamento preditos pela análise computacional e observados nos testes foram qualitativamente semelhantes e quantitativamente da mesma ordem de grandeza especialmente na seção crítica.

Os resultados de elemento finitos foram consistentes nas suas predições, exibindo variações uniformes e suaves, mudanças proporcionais, e tendências previsíveis. Isto mais adiante, confirmou a validade do modelo e da análise de

elementos finitos. As seguintes conclusões gerais da análise podem ser resumidas:

- o comportamento das placas de base mostrou-se consideravelmente diferente da hipótese de comportamento como placa rígida.

- o dimensionamento baseado no comportamento de placa rígida é muito conservador.

- o Método dos Elementos Finitos mostrou-se uma ferramenta poderosa para a análise de placas de base, para entender melhor o seu comportamento e desenvolver um método de dimensionamento mais eficaz.

ERMOPOULOS & STAMATOPOULOS (1996) desenvolveram, baseado na teoria clássica, um procedimento de cálculo para a derivação das curvas  $M-\phi$  da ligação de placa de base, propondo uma nova formulação capaz de descrever com boa precisão a não-linearidade da relação Momento-Rotação. Foram fornecidos todos os coeficientes utilizados na formulação para cada caso particular de placa de base.

STAMAPOULOS & ERMOPOULOS (1997) estudaram o estado limite último das ligações de placas de base, e obtiveram curvas de interação M-P, levando-se em conta os principais parâmetros do problema. O método proposto é baseado na consideração dos três modos de ruptura, os mesmos já observados por THAMBIRATNAM & PARAMASIVAM (1986), de acordo com a pressão de contato na placa de base. Os parâmetros avaliados foram o tamanho e a espessura da placa, o diâmetro, o comprimento e a localização dos chumbadores, e o carregamento axial.

ERMOPOULOS & MICHALTSOS (1998) propuseram uma nova metodologia capaz de conduzir a um modelo analítico que descrevesse a distribuição não-linear de tensão na placa de base e simular o comportamento elástico e elasto-plástico da ligação. Para cada tipo particular de placa (rígida, semi-rígida e flexível), os parâmetros correspondentes necessários foram calculados e introduzidos nas expressões analíticas propostas. Utilizando as

equações de equilíbrio para o modelo considerado, a tensão de compressão máxima, a largura da área de compressão e a força de tensão dos chumbadores foram obtidas. Os autores avaliaram também o comportamento plástico da ligação.

KONTOLEON et al. (1999) desenvolveram uma análise paramétrica das ligações de aço semi-rígidas de placa de base. O método foi baseado nos resultados teóricos da mecânica irregular (nonsmooth mechanics), que é um ramo relativamente novo da mecânica, iniciado há três décadas, que lida com problemas mecânicos e/ou de análise estrutural que envolvem generalizações do gradiente.

A análise paramétrica do modelo mostra que a rigidez da placa de base é um parâmetro significativo, afetando o desenvolvimento do efeito prying nas áreas de contato ativas da placa. O aparecimento do efeito prying cria zonas de plastificação nas interfaces das ligações, em áreas que não poderiam ser consideradas usando métodos clássicos de dimensionamento. Os respectivos estados de tensão da ligação sob o carregamento estático são calculados levando em consideração o desenvolvimento das zonas de plastificação e os efeitos do atrito por contato unilateral nas interfaces de ligação entre as peças.

Um modelo de elementos finitos bidimensional capaz de descrever os fenômenos previamente mencionados foi construído. Este modelo é uma simplificação do respectivo tridimensional, e visa reduzir de uma maneira confiável o esforço computacional que a análise tridimensional de uma ligação metálica discretizada requer. Uma aplicação numérica demonstra a eficácia e a aplicabilidade do método que altera dois parâmetros, a espessura da placa de base e a força axial do modelo.

O leitor deve ter em mente que um modelo bidimensional é analisado em vez de um modelo tridimensional, mais exato (os processos obviamente mais sutis, por exemplo, o mecanismo do cone não pode ser predito). Deve-se observar aqui que uma análise bidimensional abrange todas as características essenciais e mecanismos de plastificação dominantes no problema considerado com a

geometria dada. Certamente, o modelo da analogia de barras tracionadas (que é usado também para a verificação estrutural da ligação da placa de base de acordo com EUROCODE 3(1992)) atinge o colapso na modalidade 1 (escoamento total do flange), que significa o desenvolvimento de duas rótulas plásticas. Conseqüentemente, a estrutura inteira está mais ou menos em uma configuração deformada bidimensional, algo que justifica a validade das suposições que conduziram ao modelo atual.( KONTOLEON et al., 1999, p.102)

KONTOLEON & BANIOPOULOS (2000) aplicaram uma abordagem usando funções aproximadoras quadráticas de Elementos Finitos ao tratamento numérico dos problemas que envolvem atrito por contato entre corpos elasto-plásticos e/ou um obstáculo rígido. O método pretende simular efetivamente o problema de atrito por contato unilateral que aparece em uma ligação de placa de base. Fenômenos de escoamento também foram considerados. O esquema de solução proposto é iterativo, onde primeira a etapa da iteração foi usada para calcular as forças de contato na direção normal à superfície, e a segunda corresponde ao cálculo das forças de atrito na direção tangencial. Ilustra-se o método por meio de um exemplo numérico de um modelo bidimensional de elementos finitos de uma ligação de placa de base.

MARTINS et al (2002) verificaram os métodos de dimensionamento propostos por BLODGETT (1966) e DEWOLF (1990), através do método dos elementos finitos. Os autores avaliaram o comportamento de cada um dos componentes da ligação: placa de base, chumbadores e o bloco de concreto, e concluíram que os métodos de dimensionamento tanto de BLODGETT (1966) quanto de DEWOLF (1990), são conservadores no que diz respeito à placa de base, fornecendo espessuras maiores que as necessárias. Observaram ainda que a força de tração nos chumbadores, fornecida pela análise numérica, ficou muito acima de sua resistência de cálculo à tração, de acordo com BLODGETT (1966) este valor foi três vezes menor, fornecendo indícios de que os chumbadores são subdimensionados pelo procedimento de BLODGETT (1966).

### 1.3 Proposta do Trabalho

O objetivo deste trabalho é estudar o comportamento das ligações de placas de bases de pilares de perfil circular solicitadas à força axial e momento fletor através de análises pelo método dos elementos finitos.

Apesar de se haver realizado muitas pesquisas experimentais e teóricas sobre o assunto, a maioria das normas atuais, traz poucas informações sobre o comportamento real das placas de bases (por exemplo, o EUROCODE 3 (1992) trata somente de compressão axial simples) e além disso, segundo ERMOPOULOS & STAMATOPOULOS (1996), a classificação dessas ligações em rígidas ou flexíveis é apenas uma aproximação pois que na realidade, a maioria das ligações de placas de bases se comporta como semi-rígida, entre estes dois extremos, e o grau de semi-rigidez depende das propriedades e configurações de vários elementos que compõem a ligação (placa de base, chumbadores, concreto, etc.) assim como dependem também da grandeza da compressão axial atuante no pilar.

A razão pela qual o dimensionamento das placas de bases não foi além da utilização de métodos simplificados baseados na resistência dos materiais e na teoria da linha de escoamento, é que embora se possa prever que a pressão de contato sob a placa de base seria altamente localizada nessa região, nenhum método clássico poderia prever a distribuição dessa variação. O advento da computação digital e o conseqüente desenvolvimento do Método dos Elementos Finitos apresentaram aos pesquisadores uma poderosa ferramenta capaz de tratar de um problema de tamanha complexidade, com relativa facilidade e precisão.

Mesmo que alguns autores tenham dedicado suas pesquisas mais recentes à análises das placas de bases através do método dos elementos finitos, e ainda que outros tenham focalizado as placas de bases de perfis tubulares, os trabalhos encontrados na revisão literária foram desenvolvidos com a utilização de perfis de seção quadrada ou retangular. Dessa forma o enfoque deste trabalho será em perfis tubulares de seção circular.

## 2 Placas de Base

### 2.1 Introdução

Tradicionalmente, placas de bases são modeladas como flexíveis ou rígidas, ainda que se reconheça que a realidade se posiciona em algum lugar entre os dois extremos. A fixação das bases tem um efeito importante no comportamento estrutural, particularmente nos deslocamentos estruturais.

As bases flexíveis ou rotuladas são aquelas que não oferecem restrição ao giro. Na prática, bases flexíveis são freqüentemente detalhadas com quatro chumbadores para se obter estabilidade durante a montagem e garantir a verticalidade do pilar, e com uma placa de base que é significativamente maior que as dimensões globais da seção do pilar. Uma base detalhada deste modo terá rigidez significativa e poderá transmitir momento. Na teoria, tal base deveria ser detalhada para suportar uma capacidade considerável de rotação, entretanto na prática, isto raramente é levado em conta.

Bases rígidas ou engastadas são aquelas usadas para resistir ao momento fletor. Comparadas com bases flexíveis, é provável que bases rígidas tenham uma

espessura maior, podendo ter uma quantidade maior de chumbadores. Ocasionalmente, estas placas possuem enrijecedores, e estes podem ser fabricados de chapas, ou peças de aço como canaletas.

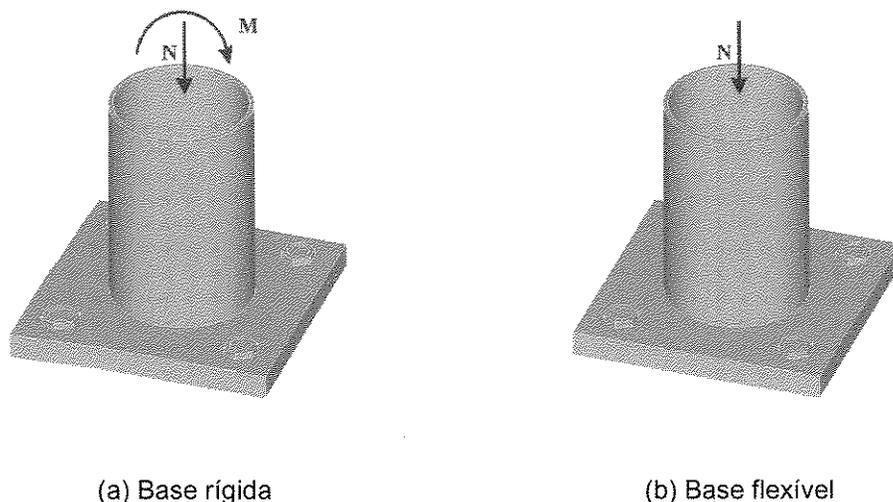


Figura 2.1 – Tipos de Bases

## 2.2 Dimensionamento

---

Para a elaboração dos modelos de elementos finitos foram utilizados os métodos de dimensionamento de placas de bases propostos por PACKER (1997), AISC (1997) e RAUTARUUKKI (1998), sendo que este último se baseia principalmente no EUROCODE 3 (1992). A maioria dos autores segue o mesmo critério de dimensionamento descrito a seguir.

### 2.2.1 Placas de Bases de Pilares Solicitados à Força Axial

O método recomendado para o dimensionamento de placas de bases carregadas axialmente, aquelas admitidas flexíveis, é dado pela AISC Manual of

Steel Construction (AISC 1986, 1989a). O modelo é mostrado na figura 2.2. Admite-se que o pilar está centralizado na placa de base, e esta é centralizada no bloco de concreto. O método AISC possui dois passos. Primeiro determina-se a área necessária para a placa, baseado na pressão de contato admissível uniforme definida na seção J9 da AISC Specification (AISC 1986, 1989a).

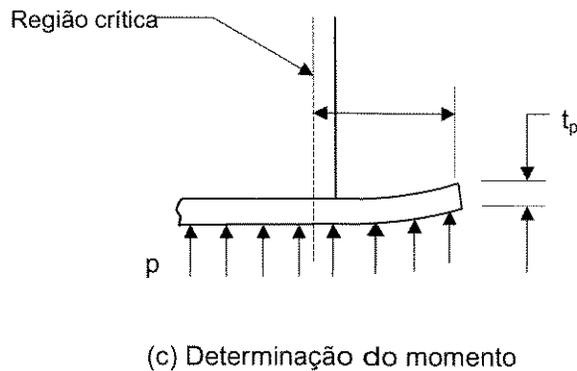
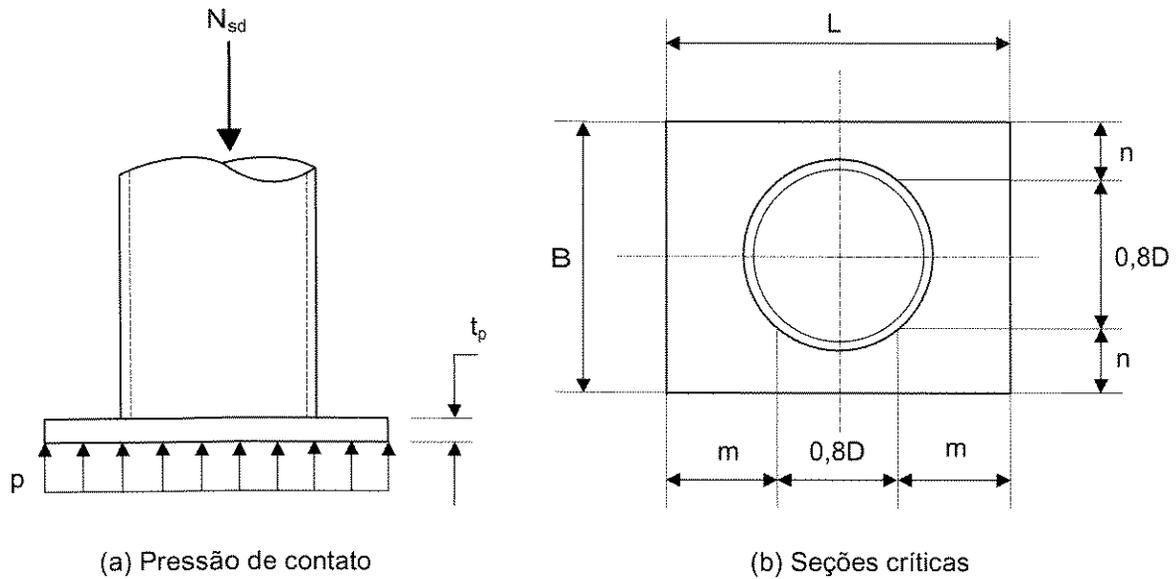


Figura 2.2 – Detalhe de base com força axial

Fonte: BLODGETT (1966)

As placas de bases de pilares tubulares, assim como as demais, são dimensionadas baseando-se na projeção do balanço que se forma na placa pela

transferência do carregamento através das paredes do perfil tubular. DEWOLF & RICKER (1990) indicam que para perfis tubulares de seção circular a projeção do balanço deve ser calculada, subtraindo-se à largura da placa um valor igual a 0,8 vezes o diâmetro do tubo.

A figura 2.2(b) representa o esquema para determinação do valor da projeção  $m$ , que é dado pela expressão:

$$m = \frac{L - 0,8.D}{2} \quad (2.1)$$

onde:

$L$  = largura da placa

$D$  = diâmetro externo do perfil tubular.

A pressão de contato admissível  $P$  é função da resistência do concreto e da relação entre as áreas do concreto e da placa, como a seguir:

---

$$P = 0,35f_{ck} \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \leq 0,70f_{ck} \quad (2.2)$$

onde

$f_{ck}$  = resistência do concreto à compressão

$A_1$  = área da placa de base

$A_2$  = área do bloco de concreto que é geometricamente similar à placa.

Para definição da área do bloco de concreto, DEWOLF & RICKER (1990) baseiam-se em resultados de análises experimentais de DEWOLF & SARISLEY (1980). Os testes demonstraram que a pressão de contato admissível aumenta

quando a área do bloco de concreto é maior do que a área da placa. A maior pressão de contato admissível ocorre quando a área do bloco é maior ou igual a quatro vezes a área da placa. A área total da placa é usada para determinar as dimensões planas do bloco. A perda da área devida aos furos dos chumbadores, e devida aos furos usados para a colocação do grout é normalmente ignorada. No formato da LRFD (1996), a força axial majorada  $N_{sd}$  do pilar deve ser calculada pela seguinte expressão:

$$N_{sd} = 0,85 \cdot \varphi_c \cdot f_{ck} \cdot A_1 \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \leq \varphi_c \cdot 1,7 f_{ck} \cdot A_1 \quad (2.3)$$

onde

$\varphi_c$  = coeficiente de concreto, igual a 0,60

A segunda etapa é então determinar a espessura da placa que de acordo com a AISC deve ser dimensionada para comportar-se como uma placa rígida. Assume-se que a placa flexiona-se sobre as seções críticas como uma viga em balanço, carregada com uma pressão uniformemente distribuída. As seções críticas estão perto das bordas do pilar, mostradas na figura 2.2(b), e o balanço usado no dimensionamento é mostrado na figura 2.2(c). A tensão de flexão é calculada em uma análise elástica baseada no maior valor entre as projeções de balanço  $m$  ou  $n$ .

O dimensionamento da AISC-LRFD (1996) baseia-se no limite plástico, sendo igual a  $Z \cdot f_y$ , onde  $Z$  é o módulo plástico da seção, calculado para uma seção da placa de largura unitária:

$$Z = \frac{t_p^2}{4} \quad (2.4)$$

onde:

$t_p$  = espessura da placa de base

$f_y$  = tensão de escoamento do aço da placa de base

A placa mais econômica ocorre quando  $m$  e  $n$  mostrados na figura 2.2(b), são iguais e a relação entre a área do concreto e a área da placa é maior ou igual a 4,0. As dimensões da placa,  $B$  e  $L$ , mostradas na figura 2.2(b), devem ser determinadas de modo que  $m$  e  $n$  sejam aproximadamente iguais.

Determina-se a espessura necessária da placa  $t_p$  baseada no maior valor entre  $m$  e  $n$ :

$$t_p = m \sqrt{\frac{2.N_{sd}}{0,90f_y.B.L}} \quad (2.5)$$

As dimensões do bloco de concreto são então determinadas. Desde que o procedimento foi baseado na maior tensão admissível, a área mínima do bloco de concreto deverá ser:

---

$$A_2 = 4.B.L \quad (2.6)$$

Nem sempre é viável o dimensionamento do bloco de concreto com a superfície de área igual a quatro vezes a área da placa. Se a relação entre a área do concreto e a área da placa for determinada antes do dimensionamento da placa, os critérios seriam os mesmos do exemplo precedente, com a mudança adequada na pressão de contato admissível. Quando as dimensões do bloco são conhecidas, não é possível calcular diretamente a pressão de contato admissível. Neste caso o procedimento sugerido pela LRFD (1996) é o seguinte:

- Determinar o carregamento majorado  $N_{sd}$ ,
- A área da placa deve ser a maior entre:

$$A_1 = \frac{1}{A_2} \left[ \frac{N_{sd}}{0,60 \times 0,85 \cdot f_{ck}} \right]^2 \quad (2.7)$$

$$A_1 = \frac{N_{sd}}{0,60 \times 1,7 \times f_{ck}} \quad (2.8)$$

OBS.: Se a equação (2.8) resultar no maior valor para  $A_1$ , então a área do concreto  $A_2$  será maior ou igual a quatro vezes a área da placa  $A_1$ .

### 2.2.2 Placas de Bases de Pilares Solicitados à Força Axial e Momento Fletor

Aproximações tradicionais para o dimensionamento de bases resistentes ao momento fletor envolvem duas abordagens distintas: uma análise elástica, baseada na suposição de que seções planas permanecem planas e a outra baseada no carregamento último. A primeira é geralmente abordada em textos e referências de dimensionamento que tratam de bases de pilares solicitados ao momento fletor. A segunda é citada em textos cujo objetivo é a obtenção do fator de segurança na ruptura.

Nas duas abordagens, as dimensões da placa de base são pré-determinadas e então hipóteses são feitas sobre a grandeza e distribuição da pressão de contato no bloco de concreto e a tensão ou força nos chumbadores.

Segundo BLODGETT (1966), as seções planas da junção entre a placa de base e o bloco de concreto permanecem planas, supondo, portanto, que a placa de base seja perfeitamente rígida.

De acordo com a figura 2.3, quando a excentricidade “e” ultrapassa  $L/6$ , assume-se que a tensão de contato seja máxima na extremidade da placa onde ocorre o contato, e que decresça linearmente até uma distância y. Para a situação

em que “ $e$ ”  $< L/6$ , o contato ocorre em toda extensão da placa de base, não havendo, portanto, tração nos chumbadores.

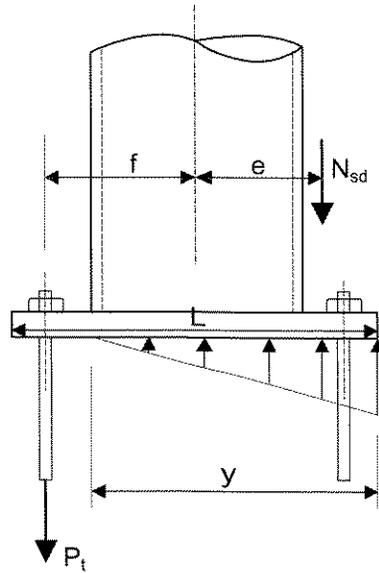


Figura 2.3 – Base onde os chumbadores são solicitados – “ $e$ ”  $> L/6$ .

Fonte: BLODGETT (1966)

Através das equações de equilíbrio de forças e momentos, juntamente com a representação do comportamento elástico do concreto do bloco e os chumbadores de aço conforme a equação de compatibilidade (2.9), de onde se obtém uma relação entre deslocamentos e deformações (figura 2.4), obtém-se um polinômio de 3º grau, cuja incógnita é a posição da linha neutra  $y$ .

$$\frac{a}{b} = \frac{e_s}{e_c} \quad (2.9)$$

onde:

$a$  e  $b$  são deslocamentos indicados na figura 2.4;

$e_s$  = deformação do chumbador;

$e_c$  = deformação do bloco de concreto.

$$y^3 + k_1 y^2 + k_2 y + k_3 = 0 \quad (2.10)$$

Os coeficientes  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$  são funções da geometria da ligação, da área de aço dos chumbadores e da excentricidade do carregamento, e são calculados pelas expressões:

$$k_1 = 3 \left( e - \frac{L}{2} \right) \quad (2.11)$$

$$k_2 = \frac{6n_e \cdot A_s}{L} (f + e) \quad (2.12)$$

---

$$k_3 = -k_2 \left( \frac{L}{2} + f \right) \quad (2.13)$$

onde:

$y$  = posição da linha neutra,

$e$  = excentricidade do carregamento,

$L$  = largura da placa,

$n_e$  = relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto,

$A_s$  = área de aço total dos chumbadores tracionados,

$f$  = distância entre o eixo do chumbador tracionado e o centro do pilar.

Ao contrário do que admite BLODGETT (1966), DEWOLF (1990) considera que as seções planas da junção entre a placa e bloco de concreto não permanecem planas. Assim a força nos chumbadores e a tensão de contato são independentes. Supõe-se uma distribuição de tensão elástica linear, como ilustrado na figura 2.4. Relaciona-se ao cálculo uma excentricidade equivalente “ $e$ ”, igual ao momento fletor  $M$  dividido pela força axial  $N$ . Substitui-se então o momento e a força axial por esta mesma força aplicada a uma distância  $e$  do eixo do pilar.

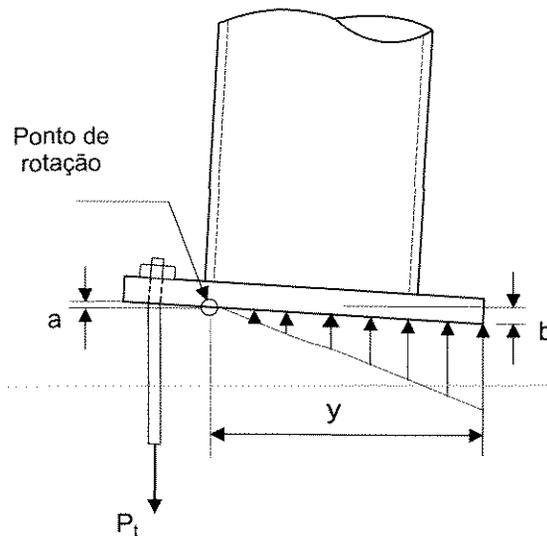


Figura 2.4 – Representação do comportamento elástico da base do pilar.

Fonte: BLODGETT (1966)

Para excentricidades pequenas e moderadas de acordo com as figuras 2.5(a) e 2.5(b), a força axial equivalente é resistida somente pelo contato entre a placa de base e o bloco de concreto.

Para grandes excentricidades como na figura 2.5(c), é necessário o uso de chumbadores. Nesse caso, assume-se que o valor máximo da tensão de contato, seja igual a resistência de cálculo à compressão do concreto,  $f_{cd}$ .

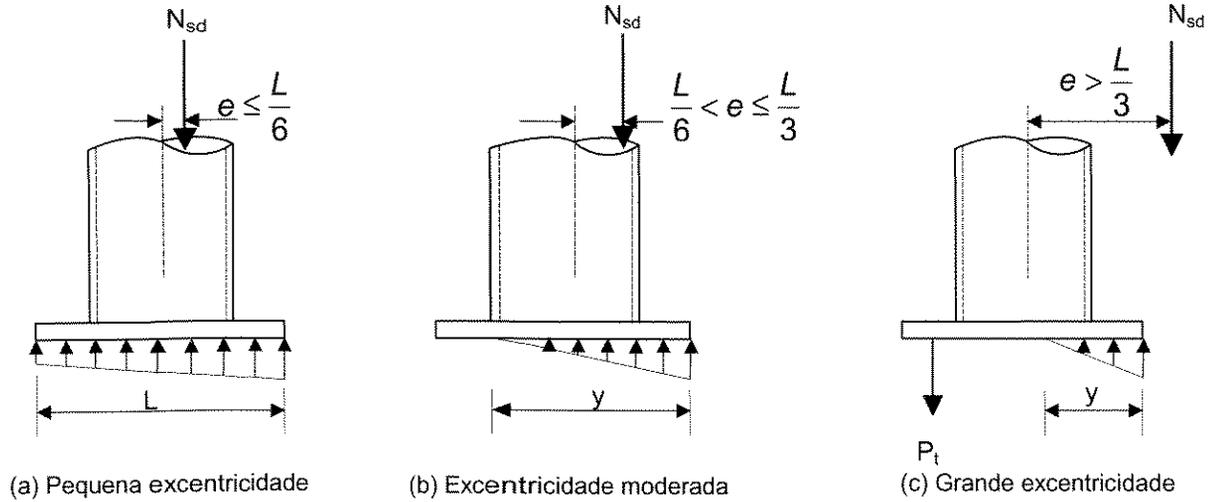


Figura 2.5 – Base submetida ao momento fletor e força normal de compressão.

Fonte: BLODGETT (1966)

A pressão de contato é dada por:

$$p_1 = \frac{N_{sd}}{L \cdot B} + \frac{6 \cdot M_{sd}}{L^2 \cdot B} \quad (2.14)$$

$$p_2 = p_1 - \frac{12 \cdot M_{sd}}{L^3 \cdot B} \cdot m \quad (2.15)$$

onde  $M_{sd}$  é :

$$M_{sd} = N_{sd} \cdot e \quad (2.16)$$

O cálculo da dimensão  $m$  é o mesmo esquematizado pela figura 2.2 do item 2.2.1 anterior e o momento nas bordas é:

$$M_{sd} = \left[ \left( \frac{\rho_2 \cdot m^2}{2} \right) + \left( \frac{(\rho_1 - \rho_2) \cdot m^2}{3} \right) \right] \quad (2.17)$$

O momento resistente segundo o EUROCODE 3(1992) no regime elástico é dado por:

$$M_{elRd} = \frac{W_{el} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \quad (2.18)$$

onde  $\gamma_{M0}=1,1$  é o fator de segurança do material, utilizado pelo EUROCODE 3 (1992). A relação para o cálculo de  $t_p$  é análoga ao caso da força axial:

$$t_p = \sqrt{\frac{6 \cdot M_{sd} \cdot \gamma_{M0}}{f_y}} \quad (2.19)$$

O momento resistente segundo PACKER (1997) no regime plástico é dado por:

$$M_r = \phi \cdot Z \cdot f_y \quad (2.20)$$

Sendo  $Z = 1,5 \cdot W$  para seção retangular,  $\phi = 0,90$  e a relação para o cálculo de  $t_p$  é análoga ao caso da força axial, tem-se:

$$t_p = \sqrt{\frac{4 \cdot M_{sd}}{\phi \cdot f_y}} \quad (2.21)$$

### 2.2.3 Roteiro Utilizado no Dimensionamento dos Exemplos

Este roteiro foi baseado nas expressões expostas anteriormente.

#### 2.2.3.1 Dimensões da Placa

A determinação das dimensões da placa é baseada na pressão de reação que o concreto exerce sob a placa em resposta à solicitação da mesma.

$$\sigma = \pm \left( \frac{N}{A} \right) \pm \left( \frac{M.L}{2.I} \right) \quad (2.22)$$

Para uma placa de base quadrada:

$$\sigma_c = + \left( \frac{N_{sd}}{L^2} \right) + \left( \frac{6.M_{sd}}{L^3} \right) \quad (2.23)$$

Isolando-se a variável  $L$  na equação, obtém-se a seguinte equação de 3º grau:

$$L^3 - \frac{N_{sd}}{\sigma_c} \cdot L - \frac{6.M_{sd}}{\sigma_c} = 0 \quad (2.24)$$

onde, sabendo-se qual a resistência já minorada do concreto  $\sigma_c$  que será utilizado na base, define-se o lado da placa.

### 2.2.3.2 Cálculo da Pressão de Contato

A figura 2.6 representa o esquema para determinação do valor da projeção  $m$ , que é dado pela expressão 2.1 do item 2.2.1

$$m = \frac{L - 0,8.D}{2} \quad (2.25)$$

onde:

$D$  = diâmetro externo do perfil tubular.

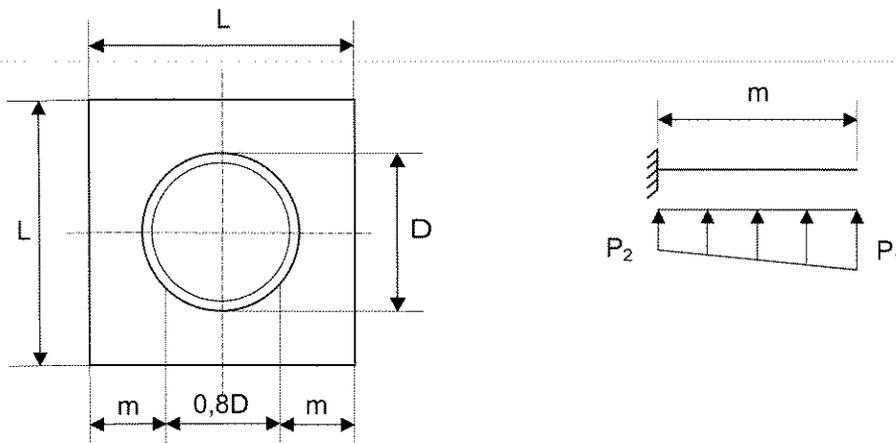


Figura 2.6 – Projeção  $m$

Calcula-se, então a pressão de contato uniformemente variável sob a placa:

$$p_1 = \frac{N_{sd}}{A} + \frac{M_{sd}}{I} \cdot m \quad (2.26)$$

$$p_2 = p_1 - \frac{M_{sd}}{I} \cdot m \quad (2.27)$$

onde:

$p_1$  = pressão de contato máxima na borda inferior da placa;

$p_2$  = pressão na posição de ligação entre o pilar e a placa, conforme esquematizado na figura 2.6.

### 2.2.3.3 Cálculo do Momento nas Bordas

$$M_{sd} = \left( \frac{p_2 \cdot m^2}{2} + \frac{(p_1 - p_2) \cdot m^2}{3} \right) b \quad (2.28)$$

onde:

$b$  é uma faixa de largura unitária.

### 2.2.3.4 Espessura Requerida Para a Placa de Base

Para a determinação da espessura  $t_p$  da placa, foram encontradas na literatura duas abordagens. A primeira adota o módulo de resistência elástica da placa de aço, e a segunda adota o módulo de resistência plástica. Neste trabalho as placas de bases serão dimensionadas segundo a abordagem elástica, conforme RAUTARUUKKI (1998):

$$t_p = \sqrt{\frac{6.M_{sd}}{\phi.f_y}} \quad (2.29)$$

onde:

$t_p$  = espessura da placa de base;

$M_{sd}$  = força axial de compressão aplicada ao pilar;

$\phi = 0,9 \rightarrow$  coeficiente de segurança da NBR-8800 (1986)

$f_y$  = tensão de escoamento do aço da placa de base.

### 2.2.3.5 Posição da Linha Neutra

A determinação da posição da linha neutra fez-se necessária para a determinação das condições de contorno do modelo de elementos finitos. Para este cálculo foram utilizadas as expressões (2.10) a (2.13) do item 2.2.2 deste capítulo.

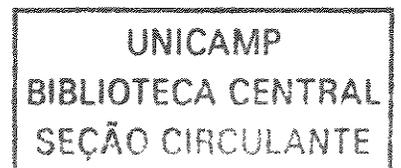
### 2.2.3.6 Cálculo da Tensão Máxima na Placa de Base

O dimensionamento da espessura da placa é tal que as tensões na mesma não ultrapassem a tensão de escoamento do aço  $f_y$  minorada por um coeficiente de segurança  $\phi = 0,90$  como demonstrado a seguir:

$$\sigma = \frac{M_{sd}}{W} \quad (2.30)$$

onde:

$M_{sd}$  = momento na borda



$W$  = módulo de resistência elástico, sendo igual a:

$$W = \frac{I}{y} \quad (2.31)$$

mas,

$$y = \frac{t_p}{2} \quad (2.32)$$

$$I = \frac{b \times t_p^3}{12} \quad (2.33)$$

onde :

$I$  = momento de inércia da placa

$b$  = uma faixa da placa de largura unitária;

---

Substituindo-se as expressões (2.32) e (2.33), na expressão (2.30), chega-se à:

$$\sigma = \frac{6.M_{sd}}{t_p^2} \quad (2.34)$$

Como a espessura da placa é dada pela expressão:

$$t_p = \sqrt{\frac{6.M_{sd}}{\phi \cdot f_y}} \quad (2.35)$$

conclui-se que a tensão máxima na placa deve ser:

$$\sigma = \phi \cdot f_y \quad (2.36)$$

#### 2.2.4 Placas de Bases com Enrijecedores

Segundo PACKER (1997), se uma placa de base para ligação de um pilar de seção tubular atuar como uma base rígida para resistir a momento fletor, esta placa invariavelmente requer enrijecedores. Uma exceção pode ser feita nos casos em que um pilar com um carregamento muito pequeno é ligado a uma placa muito espessa.

A função de um enrijecedor em uma placa de base é auxiliar na distribuição do carregamento atuante, aumentando a área de contato entre o pilar e a placa de base.

BLODGETT (1966) apresenta uma série de detalhamentos dessas bases, para pilares de seção "I", que serão mostrados a seguir.

Na figura 2.7(a), pequenos enrijecedores são ligados às extremidades das mesas do pilar através de uma solda de entalhe, para aumentar a resistência da ligação ao momento fletor tanto na direção do eixo X, como na direção do eixo Y.

Para perfis cujas mesas possuam espessura nominal, fica bem simples a colocação de dois enrijecedores ligados à base do perfil através de uma solda de filete, como mostram as figuras 2.7(b) e 2.7(c).

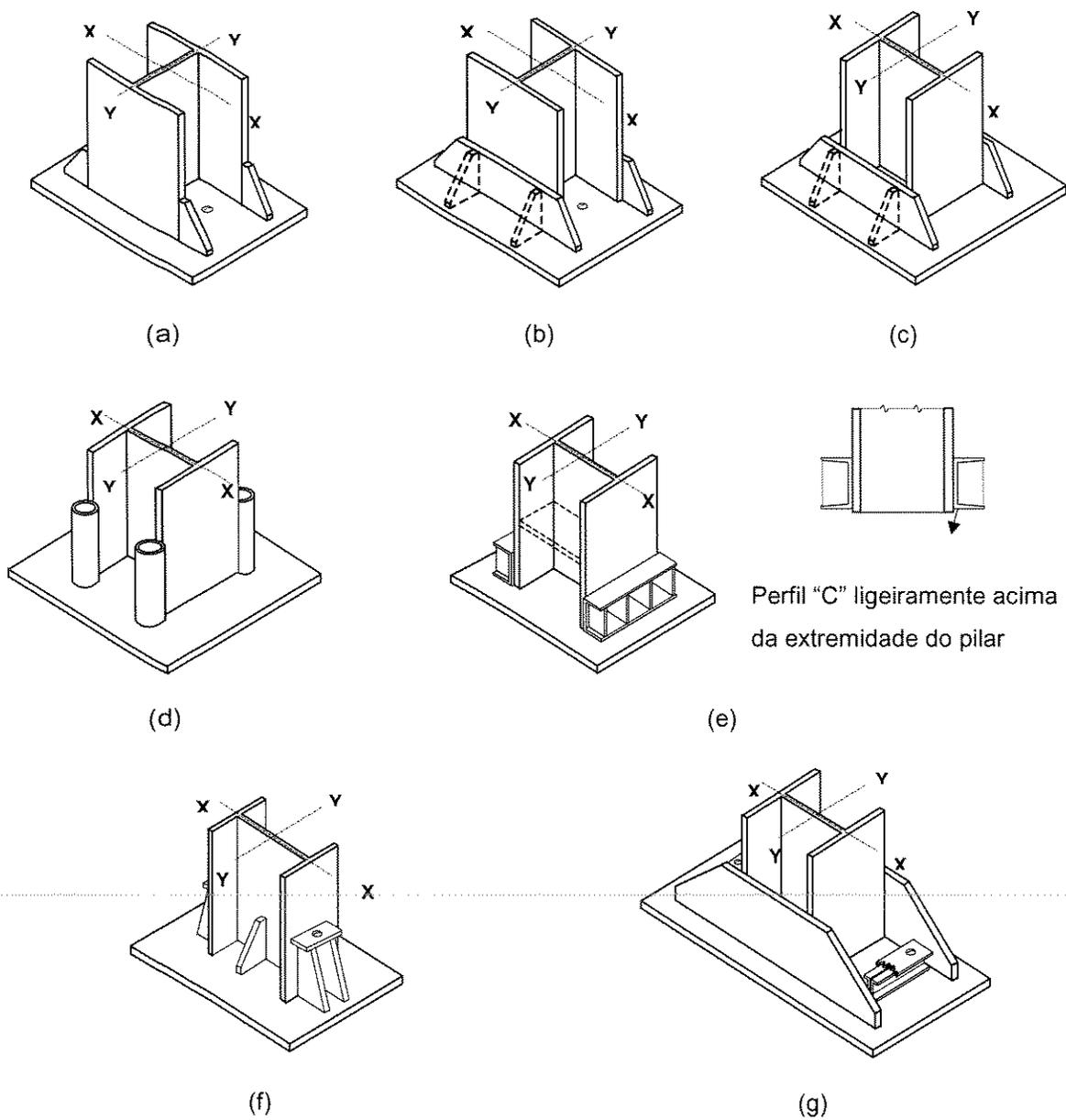


Figura 2.7 – Placas com enrijecedores

Fonte: BLODGETT (1966)

Na figura 2.7(b) os enrijecedores são unidos à superfície da mesa do perfil e na figura 2.7(c) estes são colocados na extremidade das mesas. Em qualquer perfil laminado utilizado como pilar, a maior resistência e rigidez ao momento é obtida em relação ao eixo X. Se o momento é em torno de X, seria melhor posicionar os enrijecedores paralelos às mesas como mostra a figura 2.7(b). Os

enrijecedores e a solda que os liga à placa de base estão na melhor posição e localização para transferir este momento. A única desvantagem é que os enrijecedores não vão impedir a flexão da borda da placa devido à tração nos chumbadores ou devido à pressão de reação do bloco de concreto. Entretanto, se este problema existir, pequenos enrijecedores mostrados em linhas pontilhadas nas figuras 2.7(b) e 2.7(c) podem ser facilmente acrescentados.

Pequenas seções de perfil tubular também podem ser soldados nas extremidades das mesas, como mostra a figura 2.7(d).

Na figura 2.7(e) dois enrijecedores compostos de um perfil "C" com várias chapas adicionais, são ligados às mesas do pilar. Quando se posiciona este conjunto ligeiramente acima da extremidade inferior do pilar (detalhe na figura 2.7(e)), este não precisa ser dimensionado para resistir à flexão, mas apenas à tração que aparece nos chumbadores. Se o conjunto é posicionado diretamente ligado à extremidade do pilar, então um carregamento de flexão adicional deve ser considerado no seu dimensionamento. Qualquer esforço vertical produzido no conjunto pelos chumbadores, ou ainda, esforço de flexão transmitido pela placa de base (caso haja contato), resultará em uma força horizontal localizada na parte superior do conjunto que será transmitida transversalmente às mesas do pilar. Se essas mesas forem muito finas, deve-se então colocar enrijecedores horizontais entre as mesas para que os esforços sejam efetivamente transmitidos. Esses enrijecedores estão representados na figura 2.7(e) por linhas pontilhadas.

Na figura 2.7(f), suportes para os chumbadores são soldados às mesas do pilar, podendo ser projetados em qualquer dimensão e para qualquer valor de momento.

Na figura 2.7(g), os enrijecedores foram alongados para resistir a grandes momentos. Este detalhe em particular, utiliza um par de perfis "C" unidos por uma placa de topo para que os chumbadores possam transferir a tensão de volta para os enrijecedores principais e destes para o pilar.

PACKER (1997) traz algumas considerações sobre enrijecedores para placas de bases de perfis tubulares.

O autor sugere que quando as placas de bases são solicitadas ao momento fletor predominantemente em uma direção, duas soluções possíveis podem ser adotadas. A primeira, mostrada na figura 2.8(a), apresenta um enrijecedor que consiste de uma chapa soldada na parte central da placa de base (formando um perfil “T”), que atravessa as paredes do perfil tubular através de recortes. A outra opção, aplicada a perfis tubulares de seção quadrada ou retangular, mostrada na figura 2.8(b), utiliza duas placas soldadas nas laterais do perfil tubular.

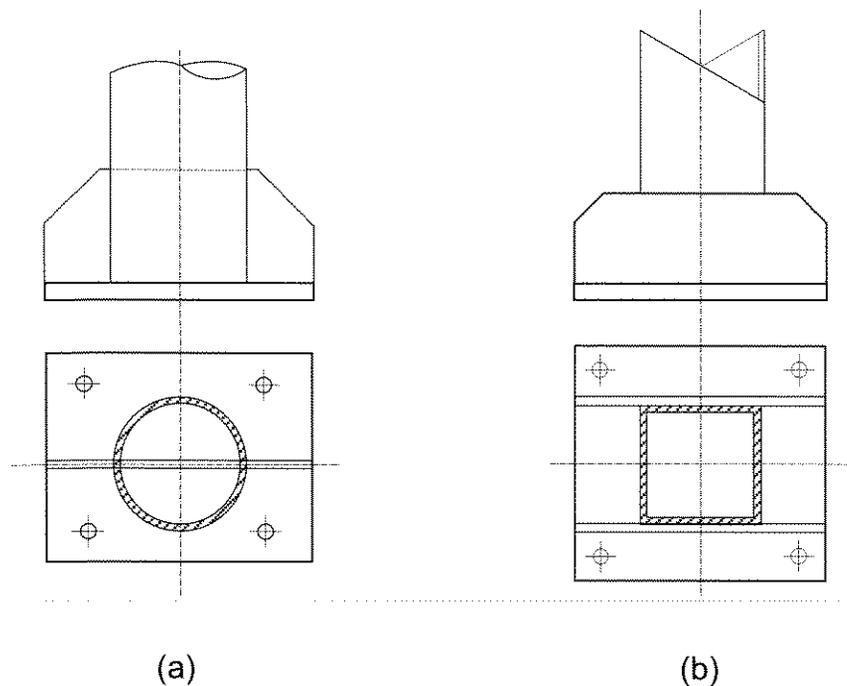


Figura 2.8 – Placa de base com enrijecedores para momento em uma direção

Fonte: PACKER (1997)

Já nos casos em que se necessita de resistência ao momento fletor nas duas direções, podem ser utilizados os detalhes mostrados na figura 2.9.

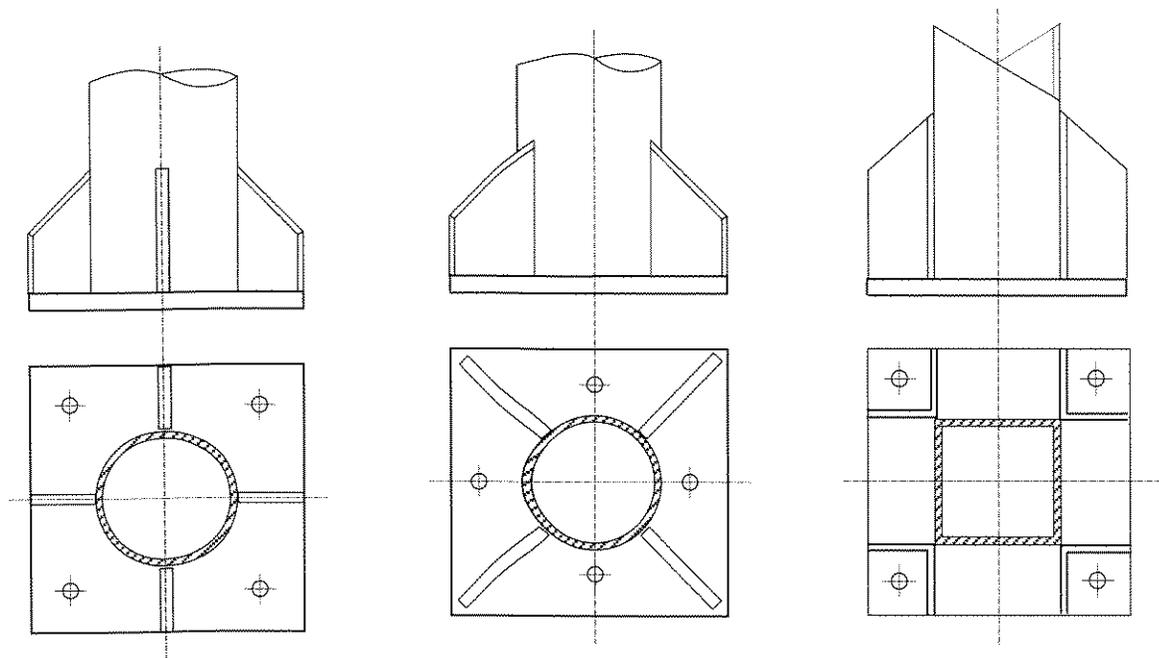


Figura 2.9 – Placa de base com enrijecedores para momento em duas direções

Fonte: PACKER (1997)

## **3 Análise Numérica de Placas de Base**

### **3.1 O Método dos Elementos Finitos**

#### **3.1.1 Introdução**

---

Método dos Elementos Finitos foi desenvolvido na década de 40 para aplicações de Engenharia Civil. Com o posterior interesse de matemáticos desenvolveu-se uma sólida base teórica para o método. Desta forma, pode-se considerar o Método dos Elementos Finitos, basicamente, como um método numérico para a resolução de equações diferenciais ordinárias e parciais.

Como grande parte dos fenômenos físicos de engenharia podem ser descritos por equações diferenciais, tem se aplicado o Método dos Elementos Finitos na engenharia estrutural para os mais diversos tipos de análises, como problemas de elasticidade linear de placas, cascas, e sólidos tridimensionais.

A partir da década de 60 e início da década de 70, vários programas computacionais implementaram a técnica de elementos finitos. No entanto, a baixa

performance e o alto custo dos computadores não permitiu o estudo de problemas mais complexos e a disseminação do método nos centros de pesquisa.

Atualmente, com os recentes progressos da indústria eletrônica, e conseqüente diminuição dos custos dos computadores, ao lado do sensível aumento da capacidade das máquinas, viabilizou-se a aplicação do Método dos Elementos Finitos.

É crescente o número de empresas que vêm desenvolvendo os seus produtos com a utilização de modernas ferramentas de análise, aplicando o Método dos Elementos Finitos na solução de problemas estruturais, e em outras aplicações mecânicas. Tais recursos tornaram-se fatores essenciais à obtenção de produtos com alta qualidade e desempenho. Procura-se obter significativos ganhos com o uso da simulação computacional (protótipo eletrônico), em que são previstas as falhas e as conseqüentes correções dos problemas, permitindo a otimização dos projetos e redução dos custos.

### **3.1.2 Conceitos Básicos**

---

Considere um corpo genérico. Suponha que este corpo seja um meio contínuo, possuindo infinitos pontos. Devida à aplicação de um sistema de forças externas  $F_1, \dots, F_n$ , o corpo vai apresentar uma deformação caracterizada pelos deslocamentos de seus pontos. Em geral, para determinar estes deslocamentos deve-se resolver uma equação diferencial.

Em alguns casos, devida a geometria do corpo, não-linearidades do material e condições de contorno, a resolução analítica do problema não é possível. Assim, técnicas numéricas são utilizadas para a obtenção de uma solução aproximada.

O Método dos Elementos Finitos consiste na divisão do domínio de integração (contínuo) em um número finito de pequenas regiões denominadas de

*elementos finitos* e determinação da solução aproximada considerando-se apenas alguns pontos ou *nós*. Desta forma, o meio contínuo é transformado em discreto.

Para uma análise estática, cada elemento finito representa parte da rigidez do corpo. Através de uma formulação adequada, é possível determinar uma matriz de rigidez do elemento  $[K_e]$ . Esta matriz é função das propriedades geométricas e do material do corpo, assim como das coordenadas nodais do elemento especificadas segundo um sistema de referência adotado.

Supondo uma malha com  $m$  elementos finitos e  $n$  nós, determina-se a rigidez do corpo pela superposição ou soma das matrizes de rigidez de cada elemento finito  $[K_e^{(i)}]$  ( $i=1, \dots, m$ ) na matriz de rigidez global  $[K]$ . De maneira análoga, obtém-se um vetor de carregamento externo  $\{f\}$ .

Ao final chega-se a um sistema de equações na seguinte forma,

$$[K] \{u\} = \{f\} \quad (3.1)$$

onde  $\{u\}$  é o vetor de incógnitas contendo os deslocamentos dos nós da malha considerada. Aplicando-se métodos numéricos apropriados, determinam-se os deslocamentos nodais e a partir daí, as deformações e as tensões.

Verifica-se que o Método dos Elementos Finitos implica em duas aproximações:

- A geometria do corpo é representada pelas arestas dos elementos finitos situados no contorno. Para geometrias mais complexas, torna-se necessário utilizar uma malha mais refinada ao longo do contorno ou elementos com maior número de nós.
- As grandezas de interesse, como por exemplo os deslocamentos, são obtidas apenas para os nós. Para os demais pontos do corpo, aplicam-se *funções de interpolação* a partir dos valores determinados para os nós. Assim, o Método dos Elementos Finitos é tal que a solução

aproximada tende à solução analítica do problema quando se aumenta o número de nós e/ou elementos finitos.

### 3.2 O Modelo de Elementos Finitos

Para a análise de elementos finitos proposta neste trabalho, utilizou-se o programa computacional ANSYS. Este programa possui diversos recursos de geração de malhas e uma biblioteca com uma grande variedade de elementos, possibilitando a elaboração de modelos sofisticados para a simulação e verificação do comportamento estrutural.

#### 3.2.1 O Elemento

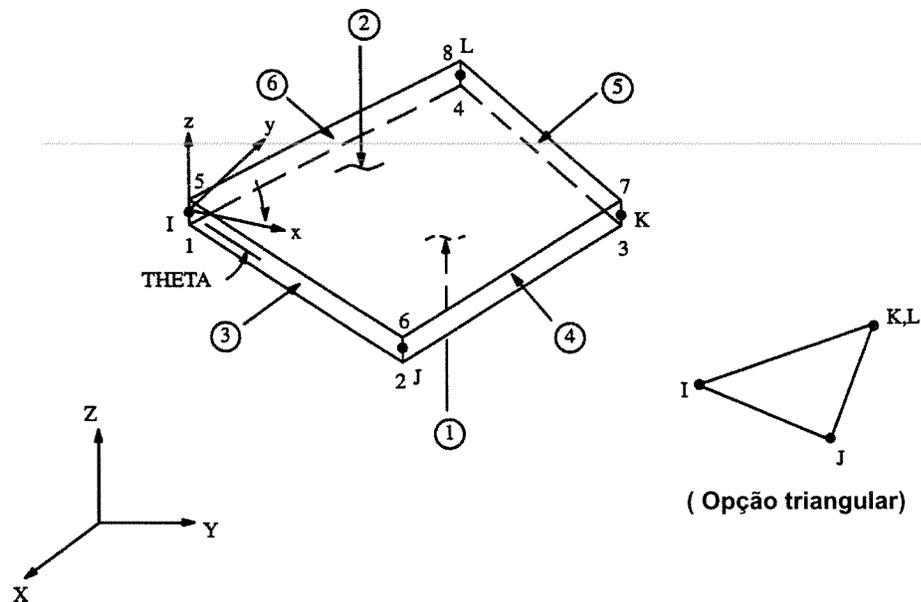


Figura 3.1 – Elemento SHELL63

Fonte: ANSYS User's Manual – Volume III – Elements

Para a modelagem da placa de base e do pilar, utilizou-se o elemento SHELL63. Este é um elemento de casca que pode trabalhar como membrana ou como placa, possibilitando a aplicação de carregamento paralelo e perpendicular ao plano do elemento. É definido por quatro nós e apresenta seis graus de liberdade por nó: translações nas direções X, Y e Z, e rotações em torno de X, Y, Z. A figura 3.1 mostra a geometria, a posição dos nós e o sistema de coordenadas deste elemento.

### 3.2.2 Definição da Geometria e Condições de Contorno do Modelo

Antes de se estabelecer o modelo de elementos finitos definitivo, várias hipóteses preliminares de modelagem foram avaliadas. Para testar estes modelos, dimensionou-se a espessura de uma placa de 300x300 mm<sup>2</sup>, carregada com uma força normal à 84,15 mm do eixo do perfil tubular, para três valores diferentes de força (100, 200 e 250 kN) para a mesma excentricidade.

Os detalhes da geometria e carregamento dos modelos utilizados para o estudo da modelagem mais adequada estão na tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Dimensionamento de placas de base

<b>e</b> <b>(mm)</b>	<b>N<sub>d</sub></b> <b>(N)</b>	<b>M<sub>d</sub></b> <b>(KN.mm)</b>	<b>p<sub>1</sub></b> <b>(N/mm<sup>2</sup>)</b>	<b>p<sub>2</sub></b> <b>(N/mm<sup>2</sup>)</b>	<b>M<sub>sd</sub></b> <b>(N.mm)</b>	<b>t<sub>p</sub></b> <b>(mm)</b>
84,15	100000	8415,0	2,98	1,95	9015,10	15,50
84,15	200000	16830,0	5,96	3,90	18030,11	22,00
84,15	250000	21037,5	7,46	4,88	22537,63	24,50

A tabela 3.2 mostra as tensões obtidas de acordo com cada um dos modelos avaliados.

Tabela 3.2 – Tensões máximas na placa de base

Modelo de elementos finitos	Tensão ( $\sigma_1$ ) (N/mm <sup>2</sup> )		
	250 KN	200 KN	100 KN
1	226,13	212,46	176,07
2	218,90	205,72	169,90
3	219,06	205,85	170,13
4	221,96	208,40	173,21
Procedimento analítico	$\phi.f_y = 225 \text{ N/mm}^2$		

A seguir apresenta-se a descrição dos modelos da tabela acima:

### Modelo 1

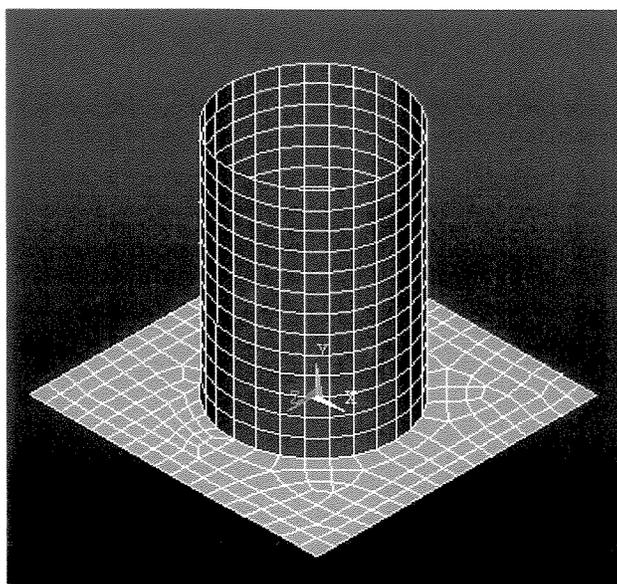


Figura 3.2 – Modelo 1 de elementos finitos

Este modelo consiste de uma placa de dimensões 300x300mm<sup>2</sup> e um cilindro de altura 250 mm e diâmetro 168,3 mm, modelados com o elemento SHELL63. A espessura do tubo é constante e igual a 11 mm, já a espessura da placa foi variada durante as análises em função do carregamento (ver tabela 3.1).

As características físicas dos materiais utilizados, no caso o aço da placa e do tubo foram:

- Modulo de elasticidade do aço,  $E_{aço} = 205000 \text{ N/mm}^2$ ;
- Coeficiente de Poison,  $\nu = 0,3$ .

Para simular a interação entre as partes metálicas (placa de base e pilar) e o bloco de concreto utilizou-se, uma constante real de rigidez da fundação elástica (EFS) do elemento SHELL63, cujo valor fosse equivalente à rigidez do concreto. Esta constante foi definida para atuar apenas nas áreas de compressão da placa de base delimitadas pela linha neutra. O cálculo da posição da linha neutra foi baseado nas expressões de BLODGETT (1966), e estão descritas no item 2.2.2 deste trabalho.

Considerando-se que as placas de bases são apoiadas em um bloco de concreto de resistência igual a 20 MPa, através da equação abaixo define-se o valor do módulo de elasticidade do concreto em função da sua resistência à compressão  $f_c$ :

$$E_c = 4700\sqrt{f_c} \quad (3.2)$$

OBS.: A expressão (3.2) só é válida para  $f_c$  em MPa.

Desse modo,  $E_c = 21019,04 \text{ MPa}$ .

A constante de rigidez da fundação elástica depende da altura adotada para o bloco de concreto e do módulo de elasticidade e pode ser deduzida como se segue:

Um corpo de concreto de área  $A$  e altura  $H$ , quando submetido a uma força de compressão  $F$ , apresentará um encurtamento  $\Delta$  dado por:

$$\frac{F}{A} = E_c \cdot \left( \frac{\Delta}{H} \right) \rightarrow \Delta = \left( \frac{F}{A} \right) \cdot \frac{E_c}{H} \quad (3.3)$$

Uma fundação elástica, quando submetida a uma força de compressão  $F$  numa área  $A$ , apresentará um deslocamento  $\Delta$  dado por:

$$\frac{F}{A} = K_c \cdot \Delta \rightarrow \Delta = \left( \frac{F}{A} \right) \cdot \frac{1}{K_c} \quad (3.4)$$

Igualando o deslocamento da fundação elástica com o encurtamento do corpo de concreto, segue:

---

$$\left( \frac{F}{A} \right) \cdot \frac{1}{K_c} = \left( \frac{F}{A} \right) \cdot \frac{H}{E_c} \rightarrow K_c = \frac{E_c}{H} \quad (3.5)$$

Neste trabalho considerou-se um bloco de concreto de 700mm de altura, chegando-se a  $K_c \approx 30 \text{ N/mm}^3$ .

Para aplicação do carregamento excêntrico, optou-se pela decomposição do mesmo em uma força horizontal equivalente, mais o carregamento axial distribuído nos nós do perfil tubular. A tabela 3.1 traz os valores do carregamento aplicado. A figura 3.3 ilustra a distribuição do carregamento aplicado nos modelos 1 e 2.

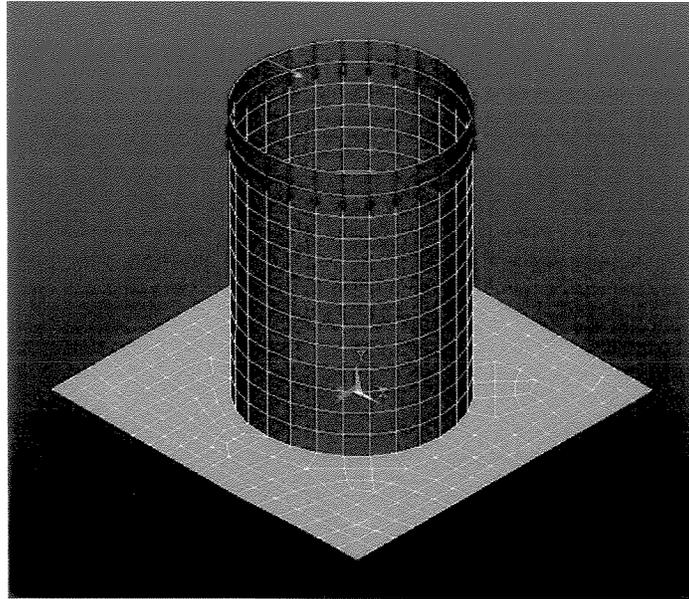


Figura 3.3 – Carregamento aplicado nos modelos 1 e 2

Os chumbadores foram considerados na análise como nós com restrições ao deslocamento, sendo que estas restrições são impostas nas direções X, Y e Z para os chumbadores tracionados, e nas direções X e Z nos demais.

## Modelo 2

---

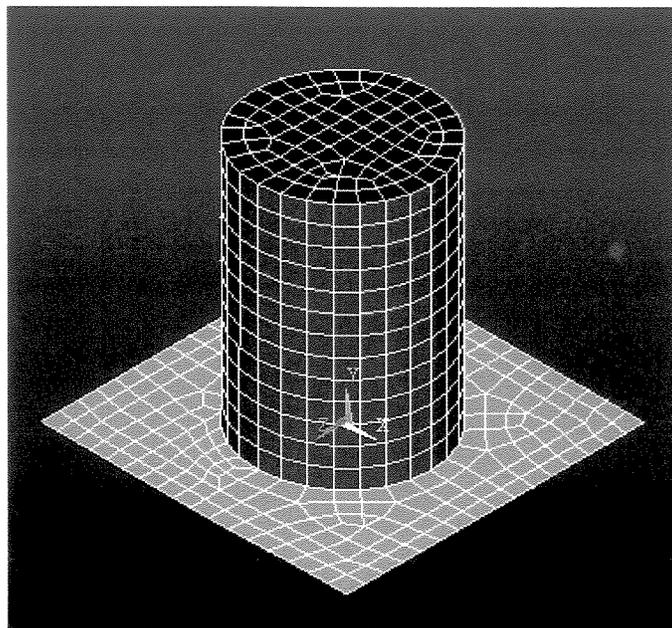


Figura 3.3 – Modelo 2 de elementos finitos

Este modelo é basicamente o mesmo anterior, no que diz respeito às características físicas, condições de contorno e aplicação do carregamento. A principal diferença está na geometria. Para evitar a concentração de tensões na parede do perfil tubular na região de aplicação da força horizontal, colocou-se uma placa de espessura 16 mm, na parte superior do perfil tubular.

### Modelo 3

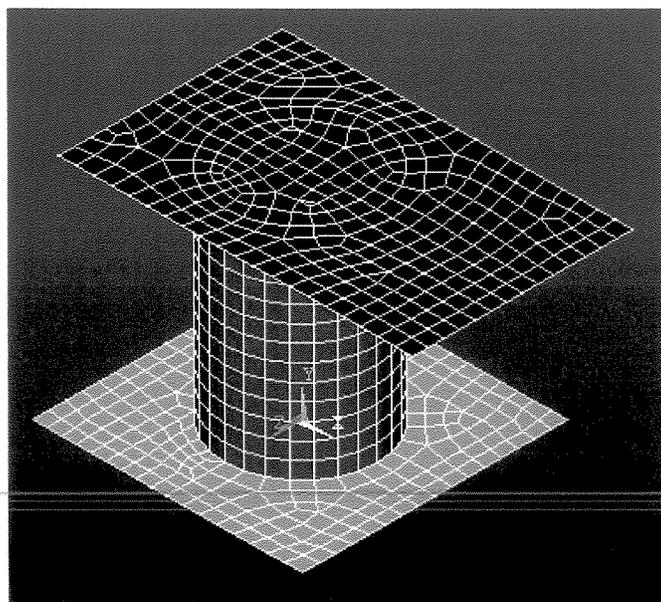


Figura 3.4 – Modelo 3 de elementos finitos

Este modelo, parte do anterior, mas difere dos dois primeiros na forma de aplicação do carregamento. Agora não mais se utiliza o recurso da força horizontal. O carregamento é aplicado como uma força vertical excêntrica ao perfil tubular. Para isso, criou-se uma placa no topo do perfil, cujas dimensões fossem adequadas para possibilitar o posicionamento da força axial de acordo com as excentricidades especificadas no próximo capítulo. A espessura da placa de aplicação de força é 16 mm.

## Modelo 4

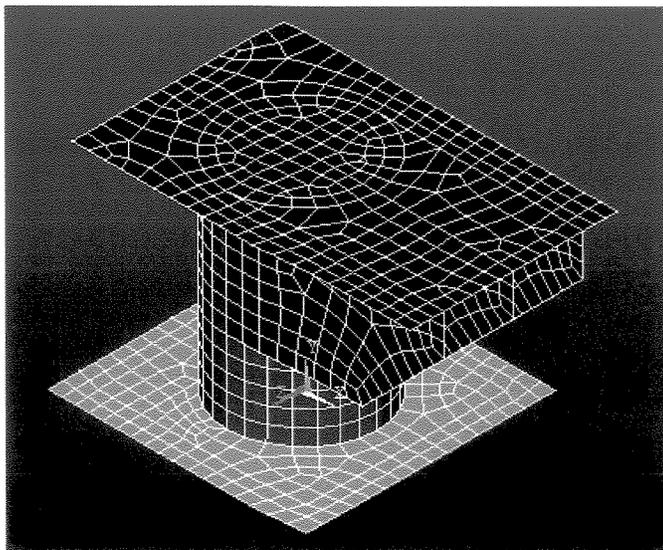


Figura 3.5 – Modelo 4 de elementos finitos

Este modelo é o mesmo anterior com o acréscimo de 3 enrijecedores sob a placa de aplicação de cargas, com a mesma espessura desta, ou seja, 16 mm. Um deles é central, atravessando o tubo, e os outros dois são laterais. Este modelo é aproximadamente a reprodução dos protótipos de análises experimentais, encontrados na revisão literária, com as devidas adaptações para o perfil de seção circular. THAMBIRATNAM & KRISHNAMURTHY (1989) apresentam em seu trabalho um modelo semelhante para perfil tubular de seção quadrada.

OBS.: Embora os modelos 1 e 2 não sejam estaticamente equivalentes aos modelos 3 e 4 devido ao modo de aplicação do carregamento, já que os primeiros, apresentam uma reação de apoio horizontal que não aparece nos outros dois, esta reação não interfere na análise das tensões da placa de base, pois na modelagem os chumbadores aparecem apenas como nós com restrição ao deslocamento, e esta reação horizontal se restringe a esses nós não

comprometendo a análise da distribuição de tensões na placa de base como mostra a tabela 3.2 na página 43.

### 3.1.3.3 Definição da Malha

Após a definição da geometria do modelo, foram criadas algumas malhas com diferentes densidades para testes e definição da malha ideal. A malha foi refinada até que não apresentasse diferenças expressivas nos resultados das tensões obtidas na placa de base.

## 3.3 Análise de Placas de Bases de Pilares Solicitados à Compressão Axial e à Flexão

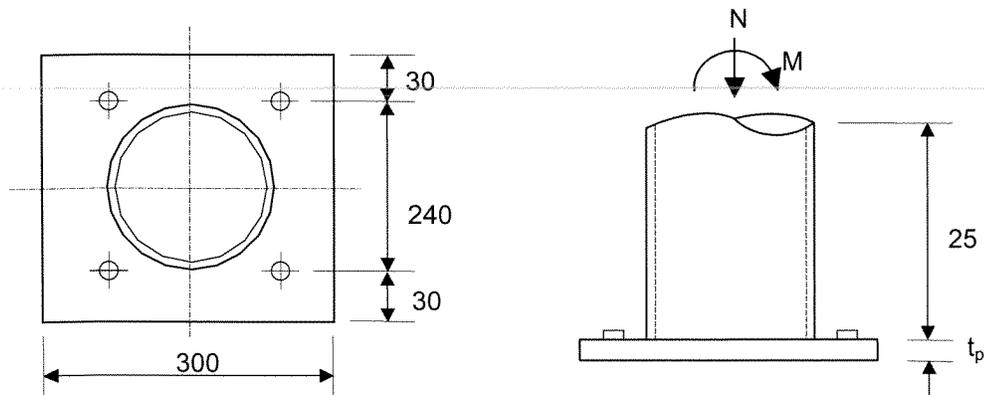


Figura 3.6 – Geometria do modelo de elementos finitos

Para as análises de placas de pilares carregados axialmente e axialmente com momento fletor, o modelo escolhido é o modelo 4, por ser o mais próximo dos protótipos das análises experimentais. O dimensionamento das espessuras e o

carregamento aplicado estão detalhados no capítulo de exemplos. A figura 3.6 mostra os detalhes da geometria do modelo de elementos finitos dessas análises.

### 3.4 Análise de Placas de Bases com Enrijecedores

Para as análises das placas de bases com enrijecedores, foram utilizados três detalhamentos diferentes. Estes três modelos foram baseados no Modelo 4 de elementos finitos, já mostrado no item 3.2.2, e a definição da posição dos enrijecedores, foi feita segundo PACKER (1997), conforme as figura 2.8 e 2.9. Assim como a placa para aplicação de cargas do Modelo 4, os enrijecedores também foram modelados com uma espessura de 16 mm. O ângulo de inclinação adotado foi de  $45^\circ$ , e a partir daí, chega-se às dimensões de cada um deles como mostrado a seguir.

#### 3.4.1 Detalhes dos Enrijecedores

O modelo A possui quatro enrijecedores ligados às paredes do perfil tubular e à placa de base, como mostra a figura 3.7.

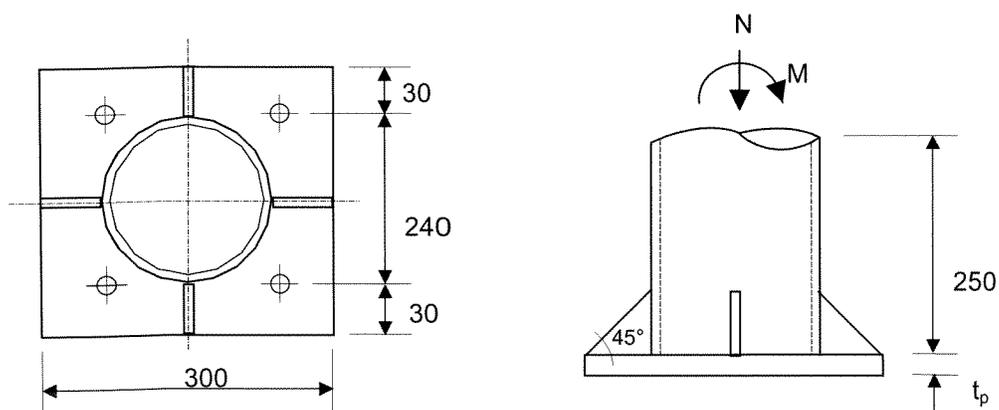


Figura 3.7 – Geometria dos enrijecedores no modelo A

No modelo B, apenas um enrijecedor central passa através das paredes do perfil tubular. A figura 3.8 ilustra este modelo.

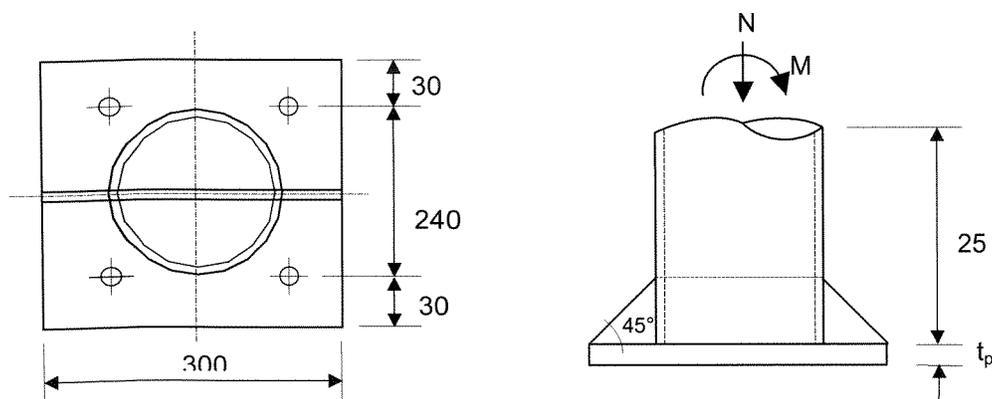


Figura 3.8 – Geometria dos enrijecedores no modelo B

Na figura 3.9 tem-se o modelo C que possui quatro placas posicionadas nas diagonais da placa de base. Este modelo equivale ao modelo A com um giro de 45° simultâneo nos chumbadores e nos enrijecedores.

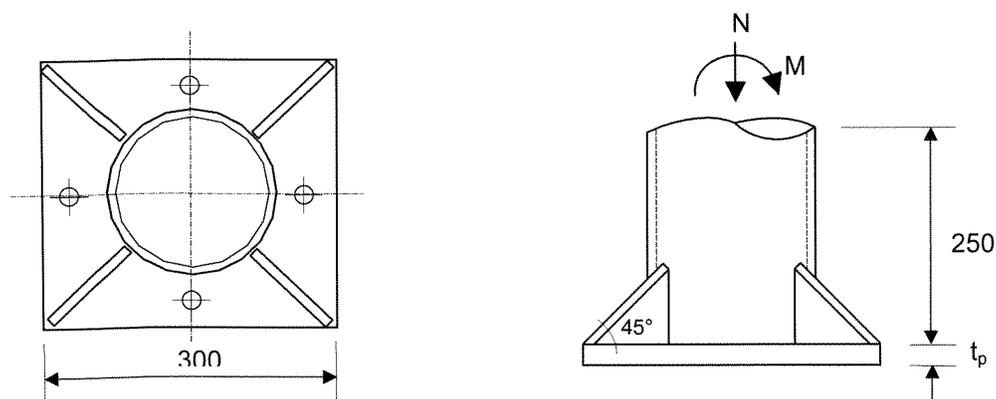


Figura 3.9 – Geometria dos enrijecedores no modelo C

### 3.5 Determinação da Linha Neutra na Análise de Elementos Finitos

A definição da posição da linha neutra segundo BLODGETT (1966), mostrada no capítulo 2, é baseada na compatibilidade de deslocamentos entre os chumbadores tracionados e o bloco de concreto, e determina as áreas de tração e compressão da placa.

Para este cálculo foram utilizados os seguintes dados:

- Excentricidade do carregamento “ $e$ ” variável de acordo com a tabela 3.3
- Largura da placa  $L = 300 \text{ mm}$
- Relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto  $n_e=10$
- Área de aço total dos chumbadores tracionados  $A_s = 1013,42 \text{ mm}^2$  (equivalente a dois chumbadores de 1”)
- Distância entre o eixo do chumbador tracionado e o centro da pilar  $f = 106 \text{ mm}$

Na figura 3.10 pode-se observar cada uma das variáveis envolvidas neste cálculo:

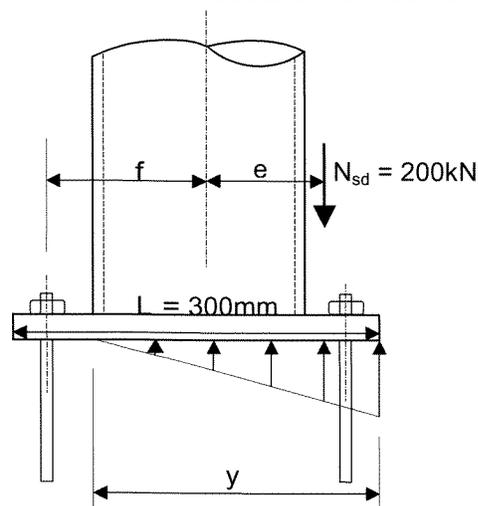


Figura 3.10 – Variáveis para determinação da linha neutra

Utilizando as expressões do item 2.2.2, calcula-se os coeficientes  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$ , aqui exemplificados para o caso de excentricidade  $e_1=25,4$  mm:

$$k_1 = 3\left(e - \frac{L}{2}\right) \rightarrow k_1 = -373,80$$

$$k_2 = \frac{6n_e \cdot A_s}{L} (f + e) \rightarrow k_2 = -221,40$$

$$k_3 = -k_2 \left(\frac{L}{2} + f\right) \rightarrow k_3 = -6,81797 \times 10^6$$

Substituindo-os na expressão (2.10) obtém-se a posição da linha neutra  $y$ .

---

$$y^3 + k_1 y^2 + k_2 y + k_3 = 0 \rightarrow y = 353,62 \text{ mm}$$

Como este valor é maior que a largura  $L$  da placa de base, conclui-se que para o caso de excentricidade  $e_1$ , toda a área da placa de base está comprimida.

A tabela 3.3 mostra os coeficientes calculados e a posição da linha neutra para cada caso de excentricidade.

Tabela 3.3 – Cálculo da linha neutra segundo BLODGETT (1966)

Caso de carregamento	Excentricidade (mm)	$K_1$	$K_2$	$K_3$	$y$ (mm)
$e_1$	25,40	-373,8	26632,7	$-6,81797 \times 10^6$	353,62
$e_2$	76,20	-221,4	36929,0	$-9,45383 \times 10^6$	235,25
$e_3$	84,15	-197,55	38540,9	$-9,86633 \times 10^6$	223,06
$e_4$	127,00	-69,00	47225,4	$-1,20897 \times 10^7$	179,94
$e_5$	177,80	83,4	57521,7	$-1,47256 \times 10^7$	155,53

Para verificar as hipóteses de BLODGETT (1966), determinou-se a linha neutra dos modelos de elementos finitos utilizados nas análises de flexão. O procedimento utilizado envolve os seguintes passos:

1º) Considera-se que todos os nós da placa possuem constante de rigidez da fundação elástica de resistência igual à resistência do bloco de concreto, conforme definido em 3.2.2., onde, para o concreto de 20MPa,  $K \approx 30$  N/mm.

2º) Então, executa-se a análise e verifica-se o deslocamento em Y.

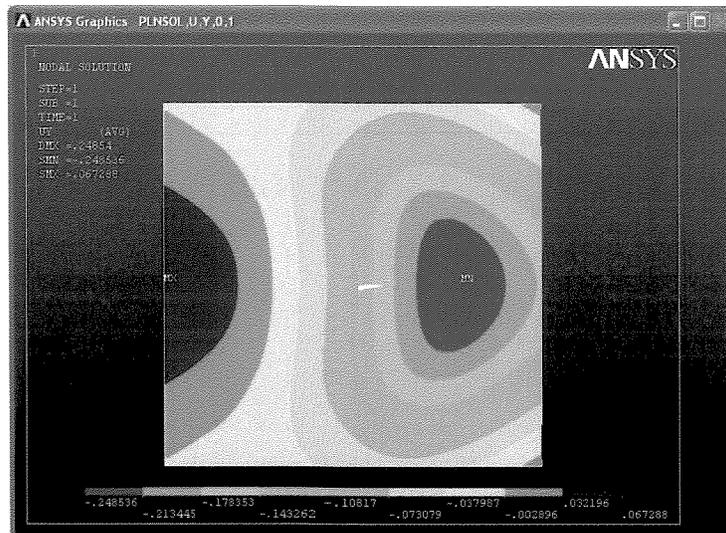


Figura 3.11 – Deslocamentos ( $\Delta_{Y_{\text{máx}}}=0,0673\text{mm}$ ;  $\Delta_{Y_{\text{mín}}}=-0,2485\text{mm}$ )

3º) Selecionam-se os nós tracionados, e posteriormente, os elementos adjacentes à estes nós.

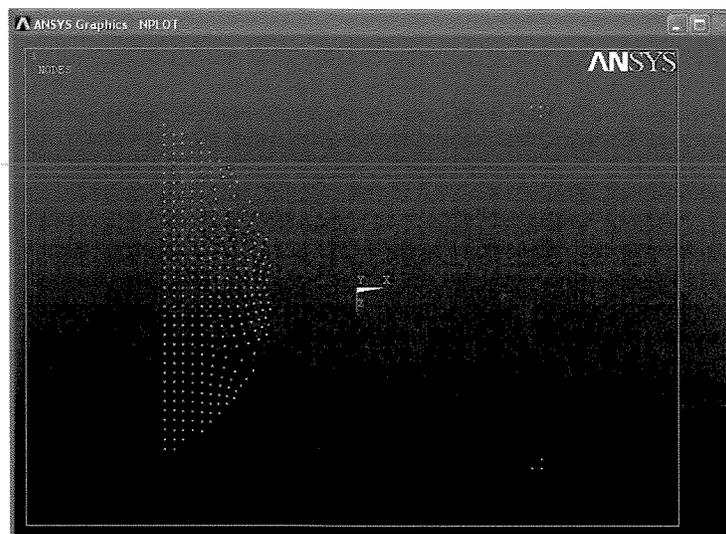


Figura 3.12 – Nós tracionados

4º) Modifica-se a constante real destes elementos retirando a constante de rigidez da fundação elástica de modo que o deslocamento em Y não sofra restrição.

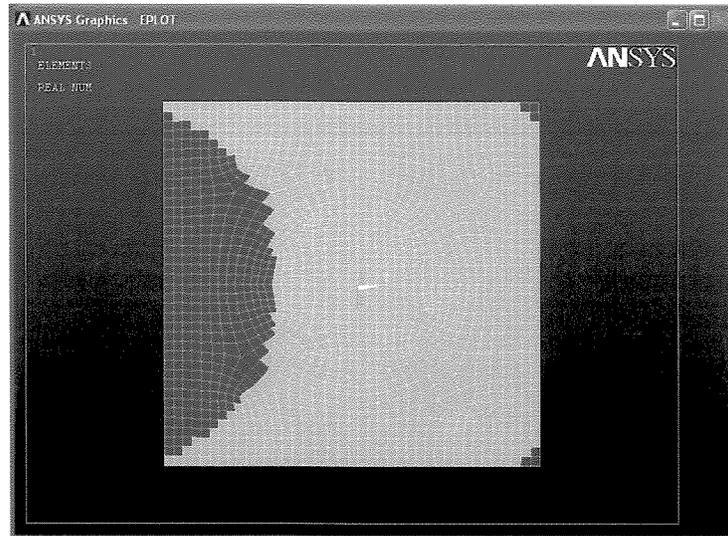


Figura 3.13 – Constante real diferente para os elementos tracionados

5º) Executa-se nova análise, e através dos deslocamentos em Y, pode-se verificar a posição da linha neutra. Na figura 3.14, pode-se observar que os valores mais próximos de zero são aqueles situados entre as faixas amarela e verde claro da figura.



Figura 3.14 – Novos deslocamentos ( $\Delta_{Y_{\text{máx}}}=0,1339\text{mm}$ ;  $\Delta_{Y_{\text{mín}}}=-0,2529\text{mm}$ )

OBS.: As figuras 3.11 a 3.14 ilustram os passos do procedimento acima para um exemplo de placa de base carregada com força normal de compressão de 200 kN e excentricidade igual a 84,15 mm.

Para avaliar os valores das tensões e dos deslocamentos máximos obtidos, nas duas análises de elementos finitos, a tabela 3.4 mostra os resultados em dois casos:

- Caso A: linha neutra definida pelos procedimentos descritos acima;
- Caso B: linha neutra definida pelos critérios de BLODGETT (1966).

Dados utilizados nestas análises:

- Tubo VMB 250cor:  $f_y = 250$  MPa
- Diâmetro: 168,3 mm
- Espessura: 11,0 mm
- $f_{ck}$  do bloco: 20 MPa
- Carregamento axial: 200 kN
- Excentricidade variável conforme tabela 3.4
- Placa de base: 300x300 mm<sup>2</sup>
- Aço da placa:  $f_y = 250$  MPa
- Espessura variável conforme tabela 3.4

Tabela 3.4 – Deslocamentos  $\Delta_{Y_{\text{máx}}}$  e tensões principais  $\sigma_1$  na placa de base

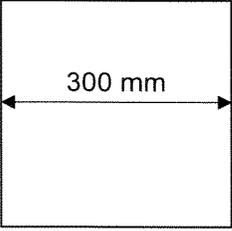
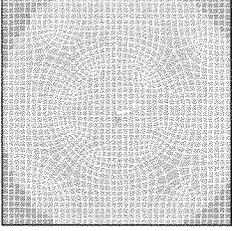
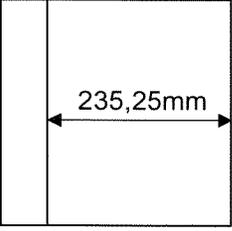
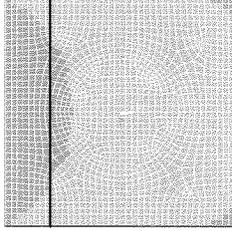
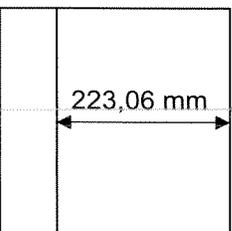
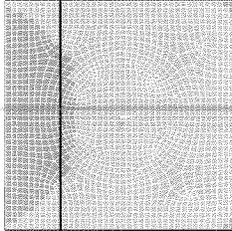
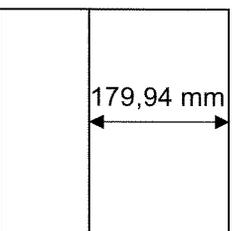
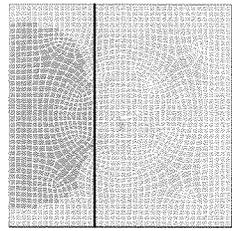
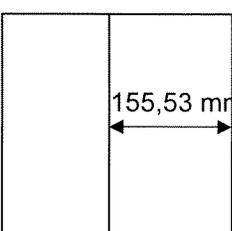
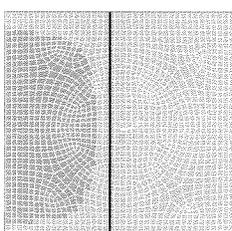
Excentricidade (mm)	Espessura (mm)	Diferença percentual* (%)	ANSYS		BLODGETT	
			$\sigma_1$ (N/mm <sup>2</sup> )	$\Delta_{Y_{\text{máx}}}$ (mm)	$\sigma_1$ (N/mm <sup>2</sup> )	$\Delta_{Y_{\text{máx}}}$ (mm)
25,40	16,93	0,04	158,41	0,070108	158,34	0,05438
76,20	21,32	0,31	209,089	0,116519	208,45	0,112909
84,15	21,93	0,88	210,94	0,133892	209,09	0,133867
127,00	24,95	-0,55	234,071	0,22887	235,37	0,234489
177,80	28,12	-1,00	253,392	0,302188	255,92	0,305964

\*Diferença percentual entre as tensões  $\sigma_1$  obtidas pelos procedimentos do ANSYS e de BLODGETT .

Pela tabela 3.4, pode-se observar que a análise das tensões na placa de base utilizando a linha neutra de BLODGETT apresenta resultados bem próximos àqueles obtidos pelo procedimento de determinação da linha neutra acima descrito. A diferença entre os resultados nos dois procedimentos é de apenas 1% no caso mais discrepante, e se mantém praticamente constante para todos os casos de excentricidade.

A tabela 3.5 apresenta figuras que ilustram a posição da linha neutra calculada tanto pelas expressões de BLODGETT quanto pelo software de elementos finitos. É claro que por se tratar de uma ligação de placa de base para um pilar de perfil tubular, a distribuição de tensões e conseqüentemente a configuração da linha neutra ocorrem de forma bastante diversa daquela estimada pela aproximação bi-dimensional das expressões teóricas.

Tabela 3.5 – Posição da linha neutra determinada segundo BLODGETT (1966) e segundo a análise numérica

Excentricidade	Posição da Linha Neutra	
	BLODGETT	ANSYS
1		
2		
3		
4		
5		

### 3.6 Estudo da Influência da Constante de Rigidez da Fundação Elástica na Análise de Placas de Bases

No item 3.2.2 deste capítulo foi explicado como se define a constante de rigidez da fundação elástica para o elemento de placa SHELL63 do programa ANSYS. Agora será analisada a influência desta constante na análise de placas de base. Para isso, a resistência à compressão do concreto  $f_{ck}$ , será variada de acordo com a tabela 3.6. Calcula-se o módulo de elasticidade  $E_c$  e a constante  $K_c$ .

Estes valores são aplicados ao exemplo de análise numérica de placa de base solicitada à compressão axial por uma força normal de 200 kN, apoiada sobre um bloco de concreto de 700 mm de altura. As tensões obtidas bem como os demais parâmetros acima citados estão na tabela 3.5. Demais detalhes da geometria da ligação e do dimensionamento da mesma podem ser encontrados no exemplo1 do capítulo seguinte.

Tabela 3.6 – Variação da tensão em função do  $f_{ck}$

$f_{ck}$ (MPa)	$E_c$ (N/mm <sup>2</sup> )	$K_c$ (N/mm <sup>3</sup> )	Tensão (N/mm <sup>2</sup> )
15	18203,02	26,00	116,51
20	21019,04	30,03	108,58
25	23500,00	33,57	103,10
30	25742,96	36,78	99,21
35	27805,57	39,72	96,99

## 4 Exemplos

Neste capítulo são apresentados os exemplos numéricos do dimensionamento de placas de bases para perfil circular. O roteiro utilizado está detalhado no capítulo 2, e segue o dimensionamento na abordagem elástica. As características físicas dos materiais da placa e do perfil tubular são as mesmas para todos os exemplos.

### 4.1 – Exemplo 1 – Dimensionamento para Força Axial

Neste exemplo um pilar metálico de perfil tubular de 168,3 mm de diâmetro é solicitado por uma força axial, devidamente majorada pelos coeficientes de segurança, de 200 kN. A ligação está esquematizada na figura 4.1. As características físicas e geométricas são:

- Tubo VMB 250cor:  $f_y = 250$  MPa
- Diâmetro: 168,3 mm

- Espessura: 11,0 mm
- $f_{ck}$  do bloco: 20 MPa
- Aço da placa:  $f_y = 250$  MPa
- Carregamento axial: 200 kN
- Módulo de elasticidade do aço,  $E_s$ : 205000 N/mm<sup>2</sup>
- Módulo de elasticidade do concreto,  $E_c$ : 21000 N/mm<sup>2</sup>

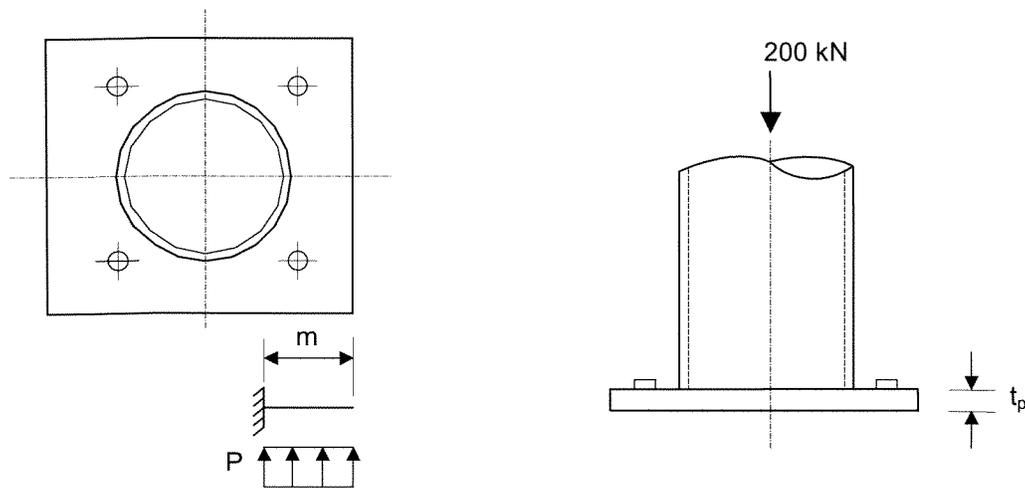


Figura 4.1 – Detalhes da ligação

O primeiro passo é a determinação das dimensões  $B$  e  $L$  da placa. Essas dimensões são baseadas na máxima pressão de reação que o concreto exerce sob a placa, e depende, portanto de sua resistência à compressão.

$$\sigma = \frac{N_{sd}}{A} \leq \sigma_c$$

onde  $\sigma_c$  é a tensão no concreto, dada por:

$$\sigma_c = \frac{f_{ck}}{1,4} \rightarrow \sigma_c = 14,29 \text{ N/mm}^2$$

$$A = \frac{N_{sd}}{\sigma_c} \rightarrow A = 13995,80 \text{ mm}^2$$

Para uma placa de base quadrada:

$$L = 118,30 \text{ mm}$$

Como o carregamento é relativamente pequeno, as dimensões necessárias para a placa são pequenas, menores que o diâmetro do perfil tubular. Então, por questões construtivas adotou-se uma placa de dimensões 300x300 mm<sup>2</sup>, e procede-se ao dimensionamento da espessura da placa:

---

a) Pressão de contato:

$$p = \frac{N_{sd}}{A} \rightarrow p = 2,22 \text{ N/mm}^2$$

b) Projeção do momento na borda:

$$m = \frac{L - 0,8D}{2} \rightarrow m = 82,68 \text{ mm}$$

c) Momento no balanço:

$$M_{sd} = \left( \frac{P \cdot m^2}{2} \right) \cdot b \rightarrow M_{sd} = 7595,54 \text{ N.mm}$$

onde:

$b$  é uma faixa da placa de largura unitária.

d) Espessura da placa:

$$t_p = \sqrt{\frac{6 \cdot M_{sd}}{\phi \cdot f_y}} \rightarrow t_p = 14,23 \text{ mm}$$

#### 4.2 – Exemplo 2 – Dimensionamento para Força Axial e Momento Fletor

Este exemplo parte do anterior, mas o carregamento de 200 kN é aplicado excentricamente ao eixo do pilar.

Foram analisados cinco diferentes casos de excentricidade:  $e_1 = 25,4\text{mm}$ ,  $e_2 = 76,2\text{mm}$ ,  $e_3 = 84,15$ ,  $e_4 = 127,0\text{mm}$ , e  $e_5 = 177,8\text{mm}$ , conforme a figura 4.2.

As excentricidades  $e_1$  e  $e_2$  estão dentro do núcleo central do perfil,  $e_3$  é aplicada no raio externo do pilar,  $e_4$  e  $e_5$  estão fora do núcleo central. De acordo com a classificação de DEWOLF (1990) tem-se:

- $e_1 =$  pequena excentricidade:

$$e \leq \frac{L}{6} \rightarrow e \leq 50 \text{ mm}$$

- $e_2, e_3$  = excentricidade moderada:

$$\frac{L}{6} \leq e \leq \frac{L}{3} \rightarrow 100 \leq e \leq 50 \text{ mm}$$

- $e_4, e_5$  = grande excentricidade:

$$e > \frac{L}{3} \rightarrow e > 100 \text{ mm}$$

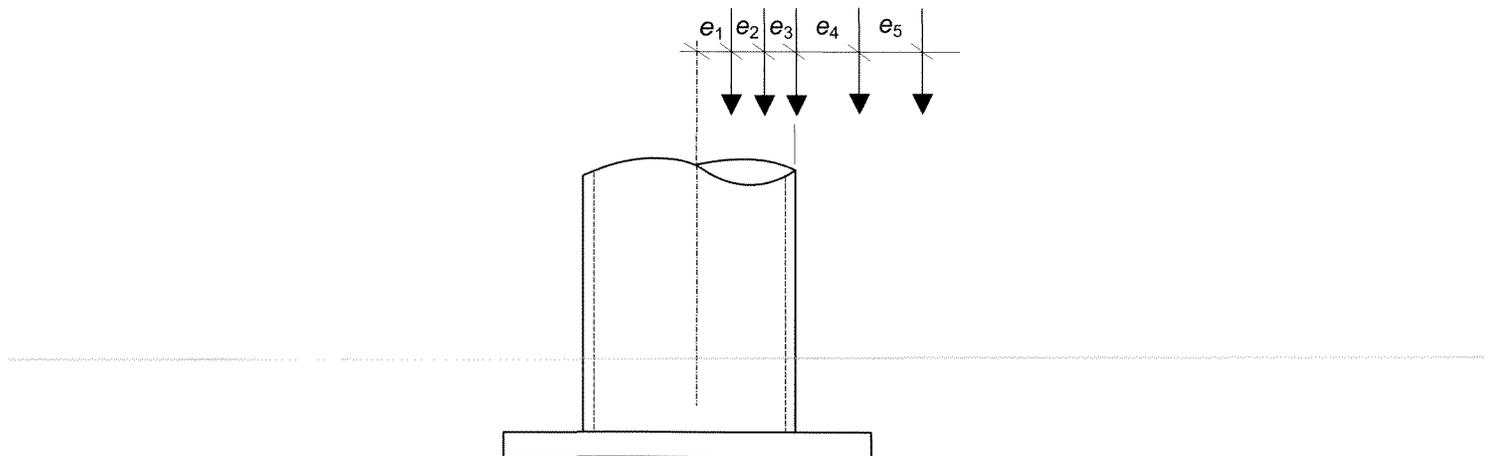


Figura 4.2 – Situações de carregamento

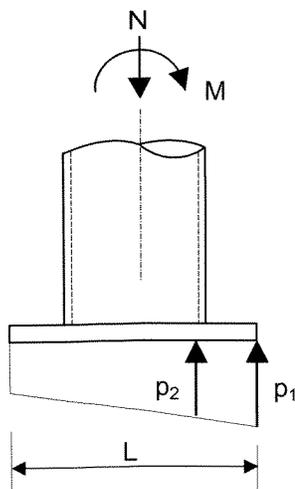
Como no exemplo anterior, as dimensões necessárias para a placa, baseado na máxima pressão de reação do concreto, seriam construtivamente inviáveis, conforme mostra a tabela 4.1. A largura  $L$  necessária para a placa é calculada pela expressão:

$$L^3 - \frac{N_{sd}}{\sigma_C} \cdot L - \frac{6 \cdot M_{sd}}{\sigma_C} = 0$$

Tabela 4.1 – Dimensões para placas de base quadradas

Caso de carregamento	Excentricidade (mm)	L (mm)
$e_1$	25,40	164,28
$e_2$	76,20	210,67
$e_3$	84,15	216,12
$e_4$	127,00	241,28
$e_5$	177,80	265,18

Portanto, fixou-se a largura da placa de base em 300 mm como no exemplo anterior. A projeção  $m$  do balanço é de 82,68 mm. Calcula-se solicitação de cálculo  $M_{sd}$  e a pressão de contato,  $p_1$  e  $p_2$ , variando em função da excentricidade do carregamento axial, conforme ilustra a figura 4.3.



$$p_1 = \frac{N_{sd}}{A} + \frac{M_{sd}}{I} \cdot m$$

$$p_2 = p_1 - \frac{M_{sd}}{I} \cdot m$$

Figura 4.3 – Pressão de contato

A tabela 4.2 traz o momento da borda e a pressão de contato uniformemente variável, para cada caso de excentricidade.

Tabela 4.2 – Pressão de contato nas placas de bases para as várias excentricidades.

<b>Excentricidade (mm)</b>	<b>Momento (KN.mm)</b>	<b><math>p_1</math> (N/mm<sup>2</sup>)</b>	<b><math>p_2</math> (N/mm<sup>2</sup>)</b>
<b><math>e_1</math></b>	5080	3,35	2,73
<b><math>e_2</math></b>	15240	5,61	3,74
<b><math>e_3</math></b>	16830	5,96	3,90
<b><math>e_4</math></b>	25400	7,87	4,76
<b><math>e_5</math></b>	35560	10,12	5,77

Pelas expressões da literatura, na abordagem elástica, variando em função da excentricidade do carregamento, tem-se na tabela 4.3 o momento nas bordas e as espessuras  $t_p$  requeridas para as placas de bases:

$$M_{sd} = \left( \frac{p_2 \cdot m^2}{2} + \frac{(p_1 - p_2) \cdot m^2}{3} \right) b$$

$$t_p = \sqrt{\frac{6 \cdot M_{sd}}{\phi \cdot f_y}}$$

Tabela 4.3 – Espessuras das placas de bases para as várias excentricidades.

Excentricidade (mm)	Momento na borda (N.mm)	Espessura (mm)
$e_1$	10745,13	16,93
$e_2$	17044,31	21,32
$e_3$	18030,11	21,93
$e_4$	23343,49	24,95
$e_5$	29642,68	28,12

#### 4.3 – Exemplo 3 – Dimensionamento e Análise de Placa de Base de Pilar Solicitada à Compressão Axial

Neste exemplo são apresentados o dimensionamento e a análise numérica pelo método dos elementos finitos, de uma ligação de placa de base para um pilar metálico de perfil tubular de 273 mm de diâmetro, carregado por uma força axial de 163,6 kN e um momento fletor de 40887,8 kN.mm. As características do tubo e da placa são:

- Tubo VMB 250cor:  $f_y = 250$  MPa
- Diâmetro: 273,0 mm
- Espessura: 11,1 mm
- $f_{ck}$  do bloco: 25 MPa
- Aço da placa:  $f_y = 250$  MPa

- Carregamento axial: 163,6 kN
- Momento fletor: 40887,8 kN.mm
- Módulo de elasticidade do aço,  $E_s$ : 205000 N/mm<sup>2</sup>

#### 4.3.1 Cálculo das Dimensões da Placa

A dimensão L para uma placa de base quadrada é determinada pela expressão:

$$L^3 - \frac{N_{sd}}{\sigma_c} \cdot L - \frac{6 \cdot M_{sd}}{\sigma_c} = 0$$

onde,  $\sigma_c$  é a resistência já minorada do concreto.

---


$$\sigma_c = \frac{f_{ck}}{1,4} \rightarrow \sigma_c = \frac{25}{1,4} \rightarrow \sigma_c = 17,86 \text{ N/mm}^2$$

$$L^3 - \frac{163551,2}{17,86} \cdot L - \frac{6 \cdot 40887800}{17,86} = 0 \rightarrow L = 252,24 \text{ mm}$$

Como as dimensões necessárias para a placa são pequenas, por questões construtivas adota-se uma placa de dimensões 374x374 mm<sup>2</sup>, e procede-se ao dimensionamento da espessura da mesma.

### 4.3.2 Cálculo da Pressão de Contato

A figura 4.4 representa o esquema para determinação do valor da projeção  $m$ , que é dado pela expressão:

$$m = \frac{L - 0,8.D}{2}$$

$$m = \frac{374 - 0,8.273}{2} \rightarrow m = 77,8\text{mm}$$

onde:

$D$  = diâmetro externo do perfil tubular.

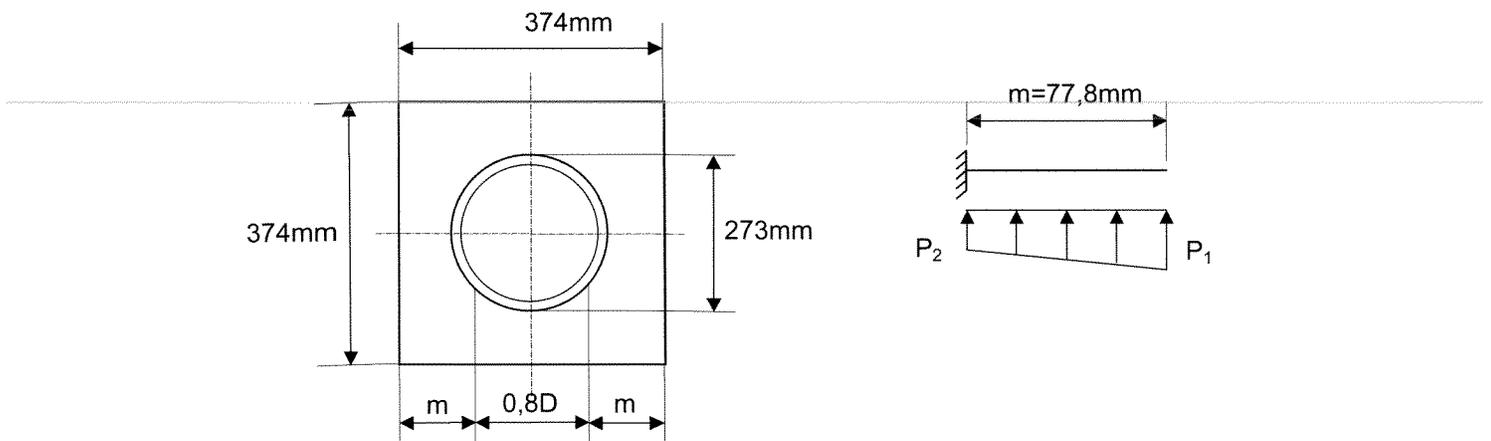


Figura 4.4 – Projeção do balanço

Calcula-se, então a pressão de contato uniformemente variável sob a placa:

- $p_1 = \frac{N_{sd}}{A} + \frac{6.M_{sd}}{L^3}$

$$p_1 = \frac{163551,2}{374^2} + \frac{6 \times 40887800}{374^3} \rightarrow p_1 = 5,86 \text{ N/mm}^2$$

- $p_2 = p_1 - \frac{M_{sd}}{I} . m$

$$p_2 = 5,86 - \frac{12 \times 40887800}{374^4} . 77,8 \rightarrow p_2 = 3,91 \text{ N/mm}^2$$

onde:

$p_1$  = pressão de contato máxima na borda inferior da placa;

$p_2$  = pressão na posição de ligação entre o pilar e a placa, conforme esquematizado na figura 4.4.

#### 4.3.3 Cálculo do Momento nas Bordas

$$M_{sd} = \left( \frac{p_2 . m^2}{2} + \frac{(p_1 - p_2) . m^2}{3} \right) b$$

onde  $b$  é uma faixa de largura unitária.

$$M_{sd} = \left( \frac{3,91 \times 77,8^2}{2} + \frac{(5,86 - 3,91) \times 77,8^2}{3} \right) 1 \rightarrow M_{sd} = 15762,95 \text{ N.m}$$

#### 4.3.4 Espessura Requerida para a Placa de Base

A determinação da espessura  $t_p$  da placa, se faz pela expressão:

$$t_p = \sqrt{\frac{6.M_{sd}}{\phi.f_y}}$$

onde:

$t_p$  = espessura da placa de base;

$M_{sd}$  = força axial de compressão aplicada ao pilar;

$\phi = 0,9$  → coeficiente de segurança da NBR-8800(1986)

$f_y$  = tensão de escoamento do aço da placa de base.

---

$$t_p = \sqrt{\frac{6 \times 15762,95}{0,9 \times 250}} \rightarrow t_p = 20,5mm$$

#### 4.3.5 Análise Numérica

Para a análise numérica são necessários os cálculos do módulo de elasticidade do concreto e da constante de rigidez da fundação elástica, conforme descrito em 3.2.2.

#### 4.3.5.1 - Módulo de Elasticidade do Concreto

O módulo de elasticidade do concreto pode ser calculado pela expressão, válida para  $f_c$  em MPa :

$$E_c = 4700\sqrt{f_c}$$

$$E_c = 4700\sqrt{25} \rightarrow E_c = 23500 \text{ N / mm}^2$$

#### 4.3.5.2 - Constante de Rigidez da Fundação Elástica

Considerando-se o bloco de concreto com altura de 700 mm e resistência de 25MPa, a constante de rigidez da fundação elástica é:

---

$$K_c = \frac{E_c}{H}$$

$$K_c = \frac{23500}{700} \rightarrow K_c = 33,57 \text{ N / mm}$$

#### 4.3.5.3 – Características físicas e geométricas do modelo de elementos finitos

- Espessura da placa: 20,5 mm
- Diâmetro do tubo: 273,0 mm

- Espessura do tubo: 11,1 mm
- Dimensões da placa: 374x374mm
- Distância entre o eixo dos chumbadores e a borda da placa: 45 mm
- Módulo de elasticidade do concreto  $E_c = 23500 \text{ N/mm}^2$
- Constante de rigidez da fundação elástica  $K_c = 33,57 \text{ N/mm}^3$
- Carregamento axial: 163,6 kN
- Momento fletor: 40887800 N.mm

A figura 4.5 mostra a geometria de modelagem da ligação:

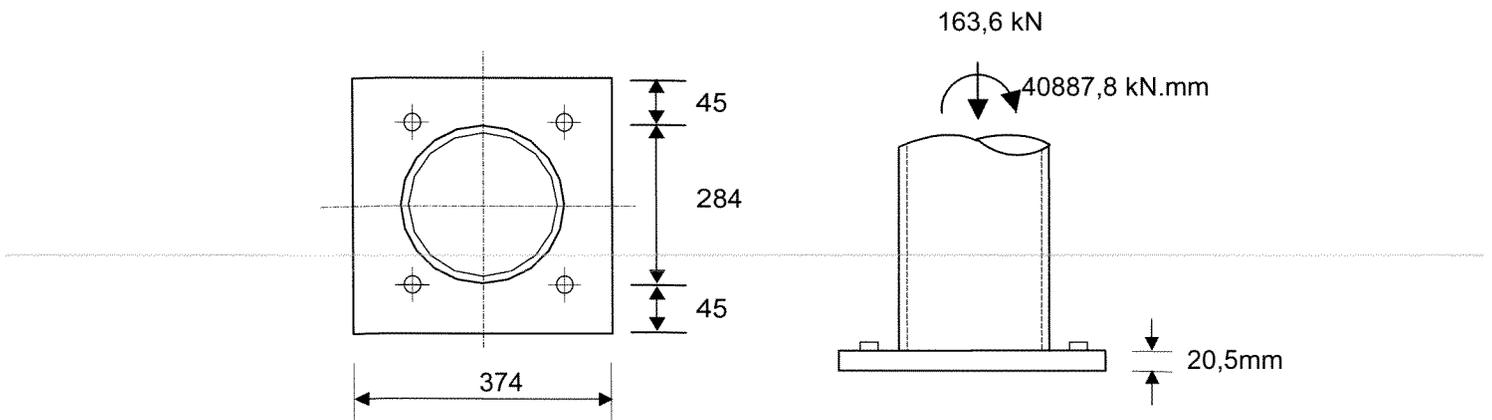


Figura 4.5 – Detalhes da ligação

#### 4.3.5.4 – Tensões Principais na Placa de Base

O resultado da análise de elementos finitos fornece a tensão principal na placa de base que é 221,96 N/mm<sup>2</sup>. Pode-se observar na figura a seguir a

distribuição das tensões máximas nessa placa, na face superior e inferior respectivamente.

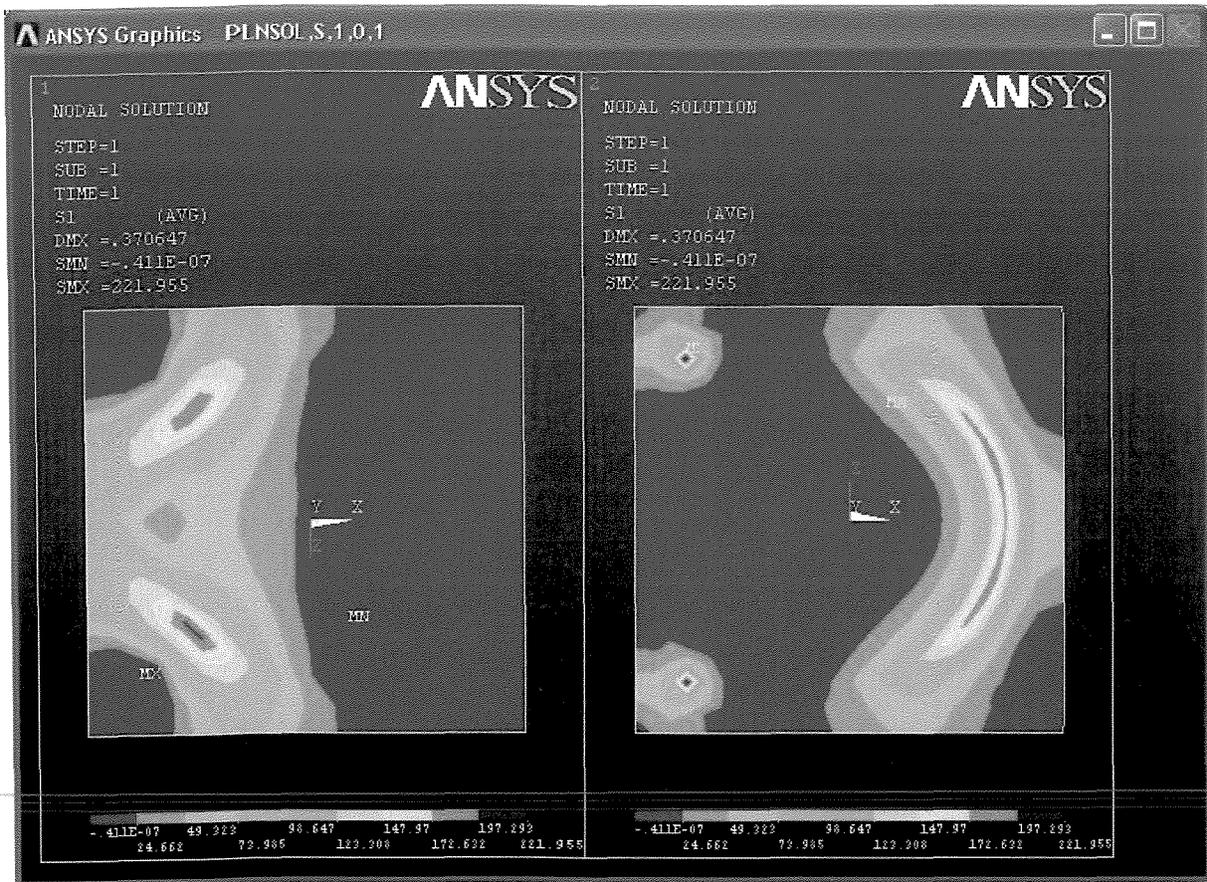


Figura 4.6 – Tensões principais

## 5 Resultados

Este capítulo mostra os resultados obtidos nas análises placas de base detalhadas no capítulo 3 e dimensionadas no capítulo 4. Foram verificados o comportamento das placas de bases de pilares solicitados aos esforços de compressão axial, compressão com flexão e as placas com enrijecedores. Todos os detalhes da geometria, características físicas dos materiais e carregamentos podem ser encontrados nos capítulos acima citados.

### 5.1 Análise à Compressão Axial

O exemplo 1 do capítulo anterior mostra o dimensionamento de uma placa de base para um perfil tubular de seção circular solicitado a uma força axial de 200kN.

As tensões máximas na placa devem ficar em torno de  $\phi.f_y$ , como demonstrado em 2.2.2.6. Como  $\phi = 0,90$  e  $f_y = 250$  MPa, a tensão máxima será  $225$  N/mm<sup>2</sup>.

A espessura obtida para a placa é de 14,23mm, e a tensão máxima obtida da análise numérica foi de 129,32 N/mm<sup>2</sup>. A figura 5.1 mostra a tensão principal  $\sigma_1$  na face inferior da placa de base.

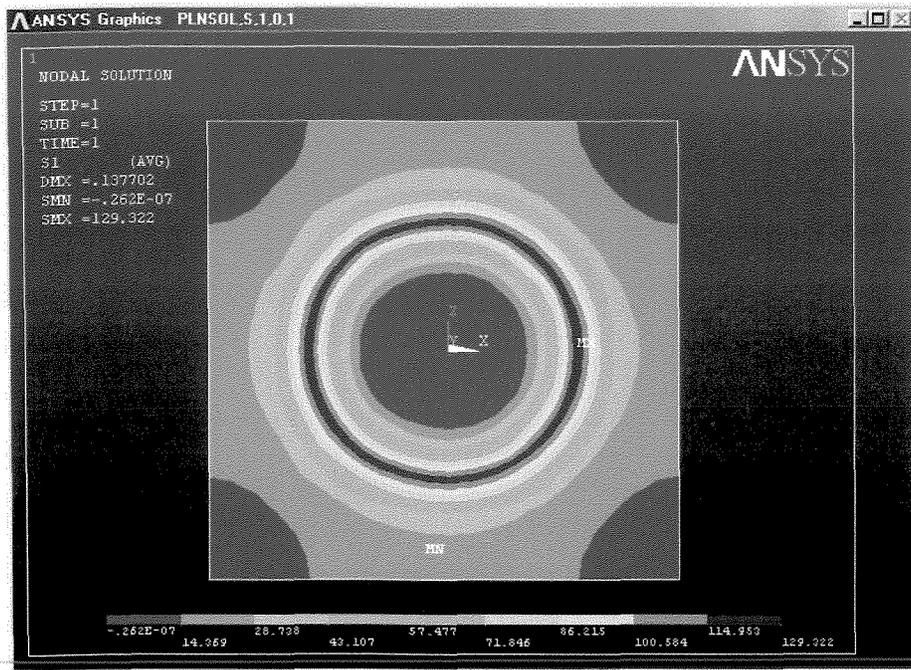


Figura 5.1 – Tensões  $\sigma_1$  na face inferior da placa de base

A tensão máxima obtida na análise é muito inferior à tensão teórica, isso se justificaria em parte porque na teoria assume-se que a pressão de contato sob a placa é uniforme, e na realidade, como pode ser observado na figura acima, a concentração de tensões é bem maior na região próxima ao perfil.

## 5.2 Análise à Compressão e Flexão

Nesta análise foram utilizados os dados calculados no exemplo 2. Cada caso de excentricidade foi modelado com sua respectiva espessura, lembrando

que as placas foram dimensionadas para uma força normal de 200kN excêntrica ao eixo do perfil em cinco diferentes casos de excentricidades.

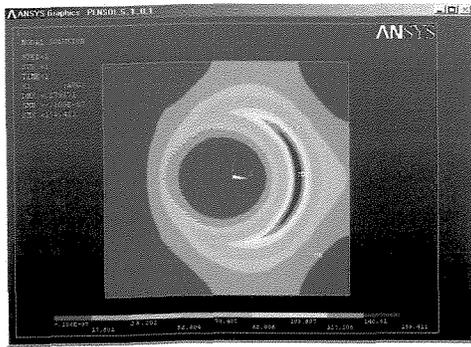
A tabela 5.1 e a figura 5.2 apresentam as tensões na região crítica da placa de base obtidas pela análise de elementos finitos para cada caso de carregamento.

Pelos resultados da tabela 5.1, pode-se verificar que à medida que a excentricidade se afasta do núcleo central do pilar, as tensões vão ficando mais críticas, chegando mesmo a ultrapassar  $f_y$ , no caso de  $e_5$ . Este talvez seja um indicativo de que para grandes excentricidades os coeficientes de segurança devam ser mais rigorosos.

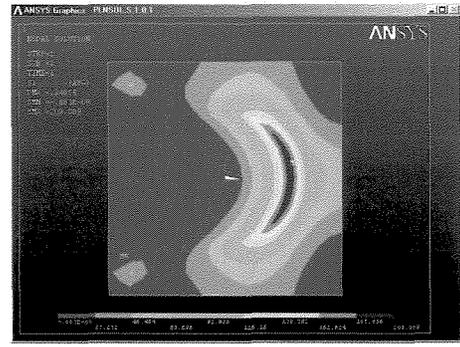
Tabela 5.1 – Tensão principal  $\sigma_1$  na região crítica da placa de base

<b>Caso de carregamento</b>	<b>Excentricidade (mm)</b>	<b>Espessura (mm)</b>	<b><math>\sigma_1</math> (N/mm<sup>2</sup>)</b>
<b><math>e_1</math></b>	25,40	17,0	158,41
<b><math>e_2</math></b>	76,20	21,0	209,09
<b><math>e_3</math></b>	84,15	22,0	209,32
<b><math>e_4</math></b>	127,00	25,0	234,07
<b><math>e_5</math></b>	177,80	28,0	253,39

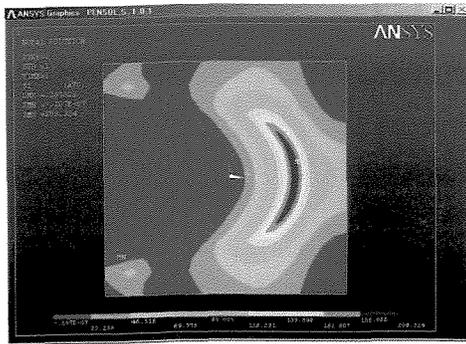
A figura 5.2 ilustra a variação na distribuição das tensões principais na placa de base dimensionadas segundo a abordagem elástica para as diversas situações de carregamento.



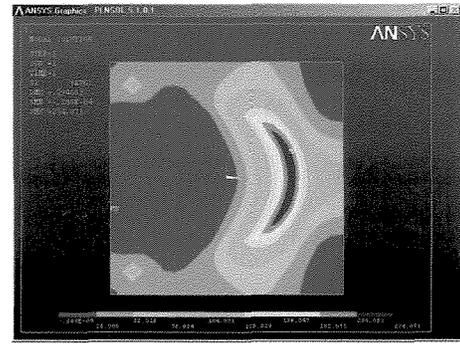
$e_1$



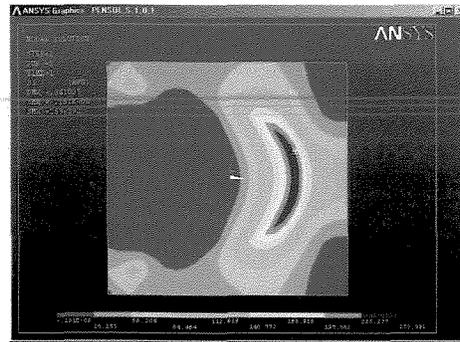
$e_2$



$e_3$



$e_4$



$e_5$

Figura 5.2 – Tensões  $\sigma_1$  na placa de base na face inferior para cada excentricidade.

O gráfico da figura 5.3 mostra que para pequenas excentricidades as tensões na placa de base são menores que o limite de  $0,9.f_y$  e à medida que a excentricidade aumenta, estas tensões também aumentam chegando a ultrapassar o limite de segurança representado no gráfico pela reta azul.

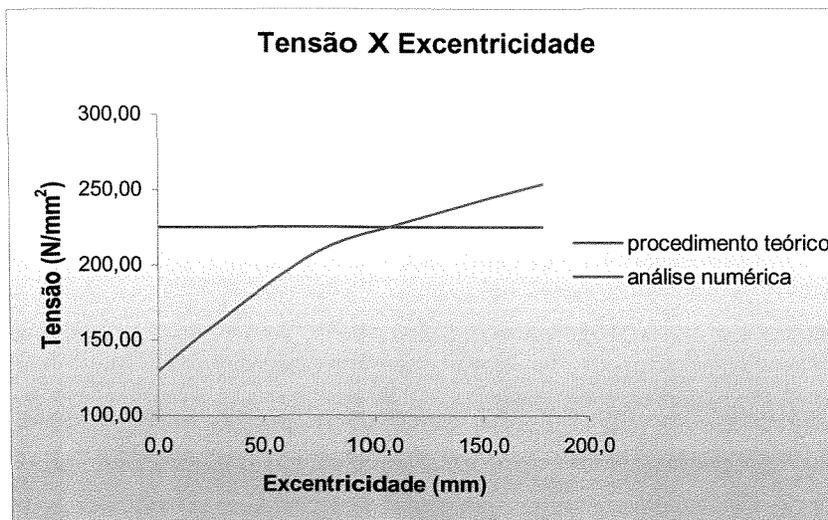


Figura 5.3 – Gráfico – Tensão X Excentricidade

### 5.3 Avaliação das Tensões para Espessura Constante e Excentricidade Variável

Para análise da variação das tensões dentro de uma mesma espessura, variou-se a excentricidade do carregamento, mantendo-se fixa a espessura da placa em 25mm e, o resultado obtido é mostrado na tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Variação das tensões em função da excentricidade para uma espessura fixa de 25mm .

<b>Excentricidade (mm)</b>	<b>Procedimento analítico (N/mm<sup>2</sup>)</b>	<b>Análise numérica (N/mm<sup>2</sup>)</b>
<b>e<sub>1</sub></b>	103,15	91,72
<b>e<sub>2</sub></b>	163,63	159,53
<b>e<sub>3</sub></b>	173,09	170,89
<b>e<sub>4</sub></b>	224,10	230,88
<b>e<sub>5</sub></b>	284,57	310,59

Do mesmo modo que ocorre nos exemplos mostrados na tabela 5.1, os casos de excentricidade fora de núcleo central do perfil ( $e_4$  e  $e_5$ ) apresentam tensões maiores do que o previsto pelo procedimento analítico.

O gráfico da figura 5.4 abaixo representa a variação da tensão em função da excentricidade do carregamento nos dois procedimentos:

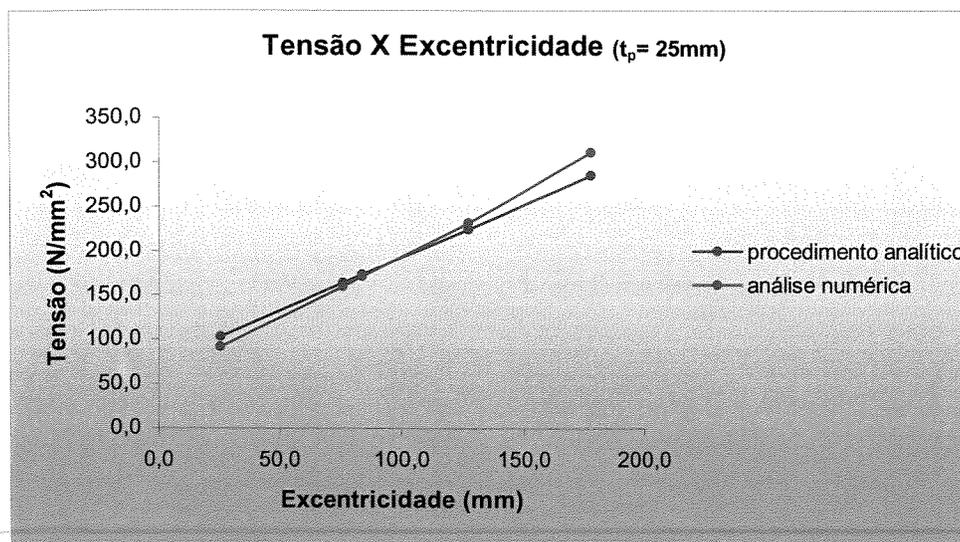


Figura 5.4 – Gráfico – Tensão X Excentricidade para  $t_p = 25\text{mm}$

As figuras 5.5 e 5.6 ilustram respectivamente a configuração deformada da placa de base e do perfil tubular isolados para o caso de excentricidade  $e_4$  acima:

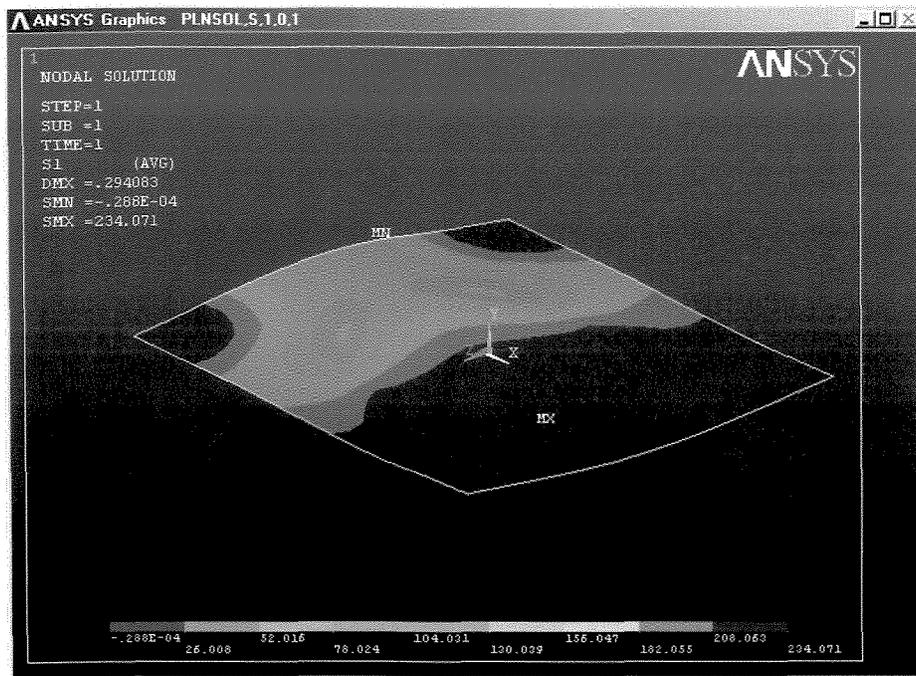


Figura 5.5 – Tensão Principal  $\sigma_1$  da placa de base isolada

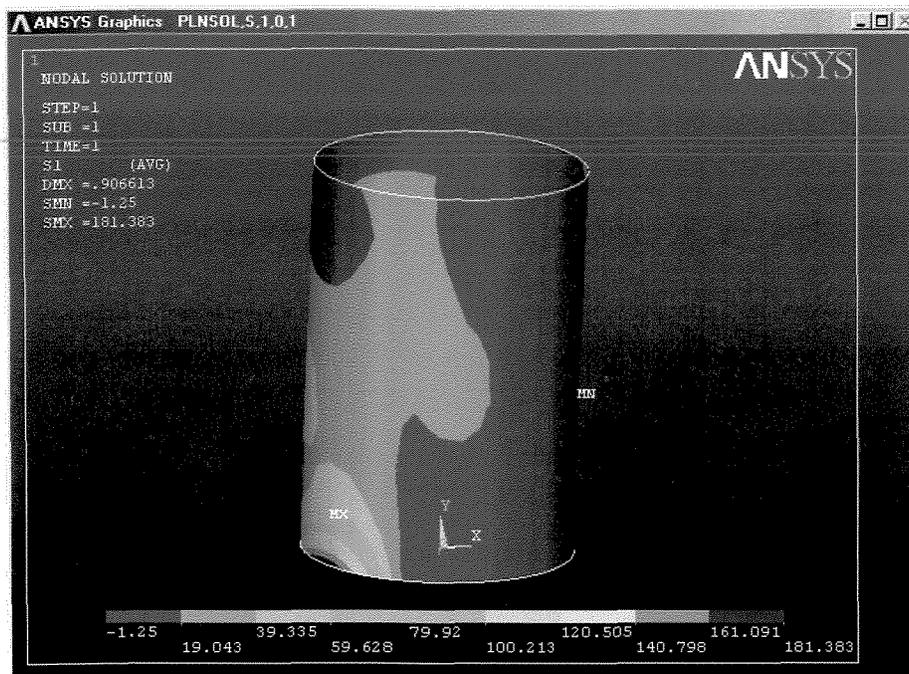


Figura 5.6 – Tensão Principal  $\sigma_1$  do perfil tubular isolado

## 5.4 Placas de Bases com Enrijecedores

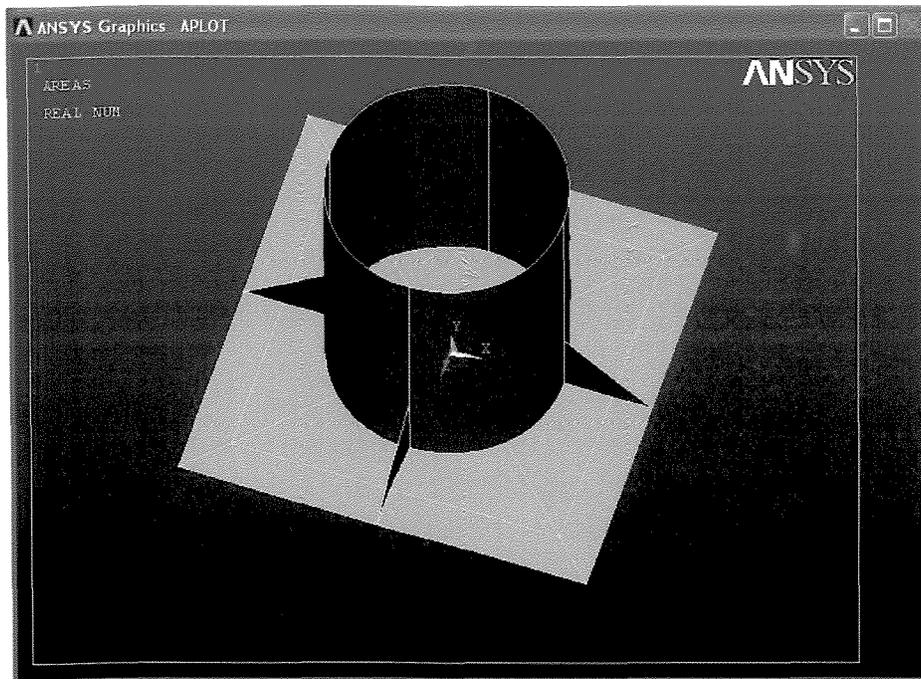


Figura 5.7 – Modelo A

Na análise de placas de bases com enrijecedores foram utilizados três modelos diferentes, apresentados no item 3.4.1. A geometria de elementos finitos do modelo A de placas com enrijecedores é apresentada na figura 5.7. Nesta figura, foram retirados a placa de aplicação de carga e os enrijecedores que ficam sob ela, para possibilitar uma melhor visualização dos enrijecedores que foram acrescentadas na base do pilar. O mesmo foi feito para as figuras 5.8 e 5.9, que representam os modelos B e C.

Para cada um dos três modelos com enrijecedores, foram feitas análises à compressão axial, e compressão com momento fletor. As espessuras das placas foram as mesmas dimensionadas no capítulo 4, para que se pudesse efetuar uma comparação.

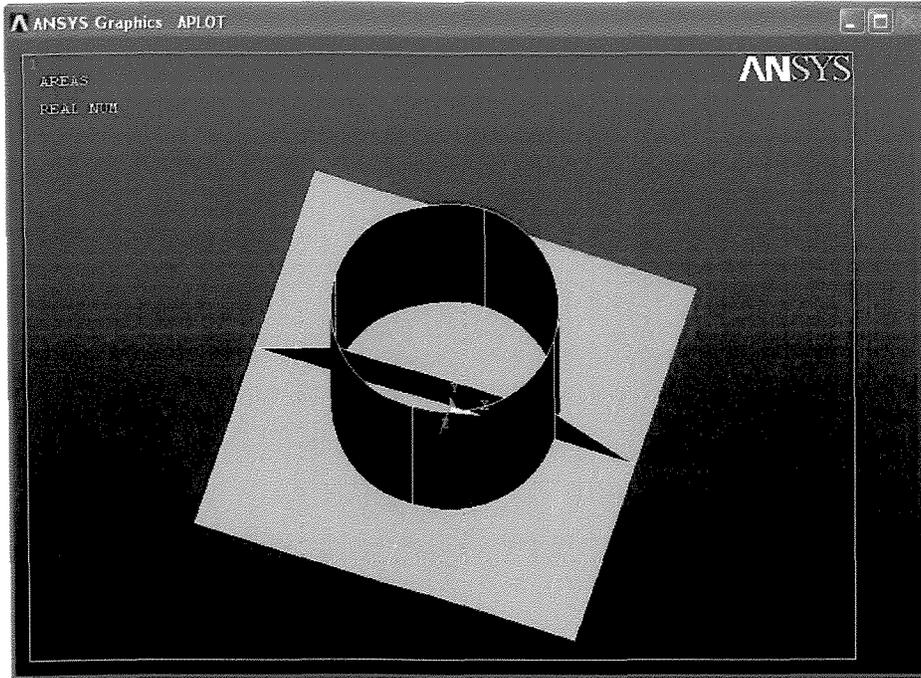


Figura 5.8 – Modelo B

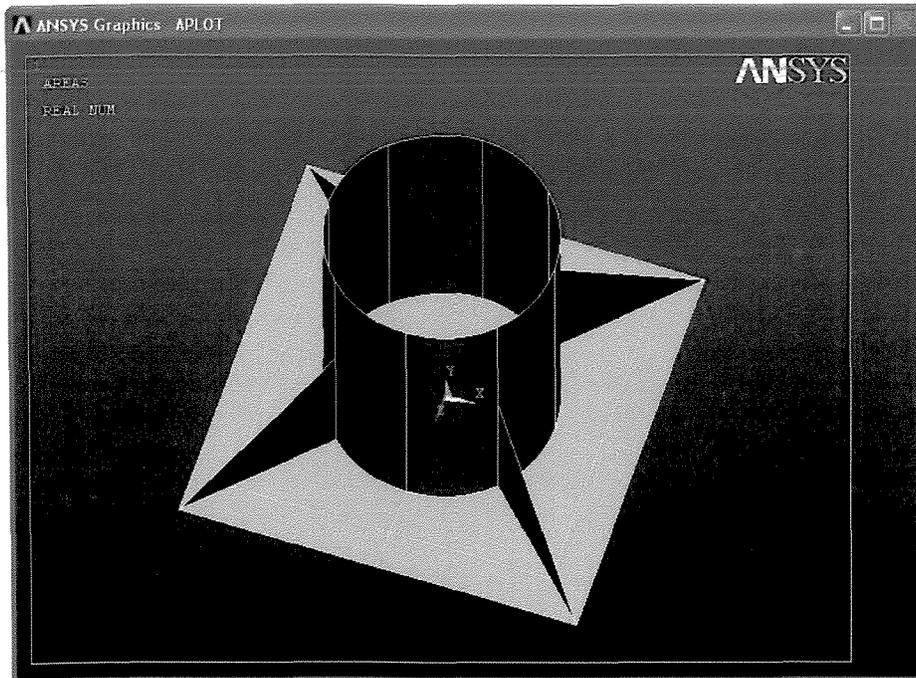


Figura 5.9 – Modelo C

Os resultados obtidos nas análises foram apresentados a seguir.

#### 5.4.1 Compressão Axial

O carregamento aplicado foi uma força axial de 200 kN e a espessura da placa é de 14,23 mm (o dimensionamento se encontra no exemplo 1 do capítulo anterior). A tabela 5.3 mostra os valores das tensões obtidas nas análises de elementos finitos para os três modelos estudados.

Tabela 5.3 – Variação das tensões para cada modelo de enrijecedor

Modelo	Tensões (N/mm <sup>2</sup> )	
	Placa de base	Perfil tubular*
<b>A</b>	115,96	63,49
<b>B</b>	111,43	44,00
<b>C</b>	101,27	79,34
<b>Sem enrijecedor</b>	<b>129,32</b>	<b>37,73</b>

\* Tensões nas paredes do perfil tubular na região dos enrijecedores

Pode-se observar que as tensões na placa nos três modelos foram menores do que aquela obtida na placa sem enrijecedores. No modelo C, esta diferença é de 22%, e nos modelos A e B esta diferença foi de 10 % e 14%, respectivamente.

Já no perfil tubular, ocorre o inverso. A tensão no tubo que era de 37,73N/mm<sup>2</sup>, chega a aumentar 110% com os enrijecedores modelo C. Apesar deste aumento percentual enorme, em termos de segurança, as tensões no perfil

tubular ainda assim, são muito baixas, já que o tubo possui tensão de escoamento  $f_y = 250 \text{ N/mm}^2$ . No modelo A o aumento é de 68%, mas no modelo B este acréscimo é de apenas 17%, o que comprova as recomendações de PACKER (1997) para o caso de momento em apenas uma direção.

A figura 5.10 mostra a distribuição de tensões na face inferior da placa em cada uma das situações acima.

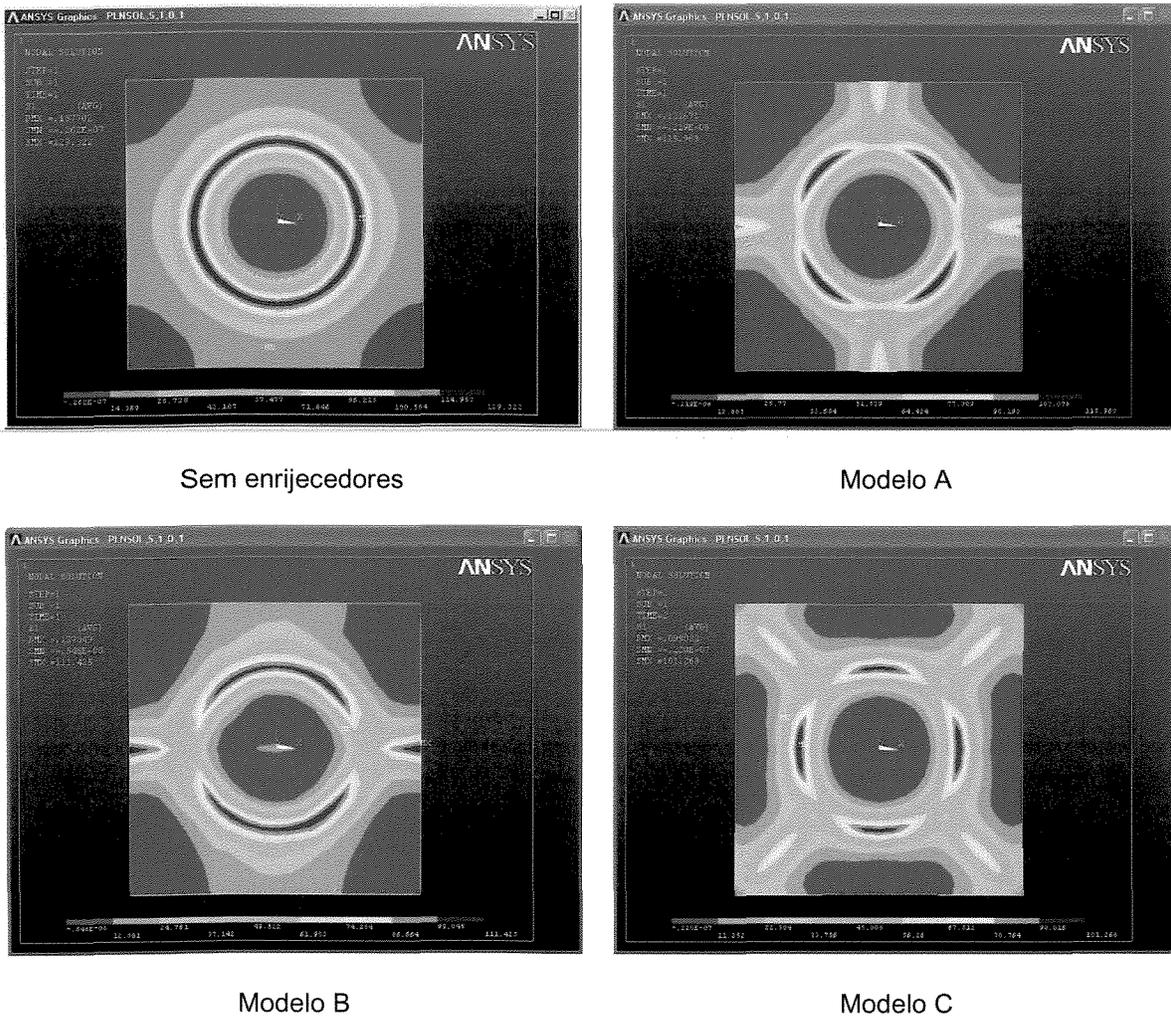


Figura 5.10 – Tensões  $\sigma_r$  na face inferior da placa de base para compressão axial

## 5.4.2 Compressão e Flexão

Assim com no item 5.2, nesta análise foram utilizados os dados calculados no exemplo 2. O carregamento de 200 kN foi aplicado nos três modelos para cada caso de excentricidade e sua respectiva espessura.

A tabela 5.4 mostra as tensões na placa de base para cada uma das análises e a tabela 5.5 traz a redução percentual das tensões na placa para todos os casos avaliados.

Tabela 5.4 – Tensões na placa de base para cada modelo de enrijecedor

Excentricidade	Tensões (N/mm <sup>2</sup> )			
	Sem enrijecedor	Modelo A	Modelo B	Modelo C
<b>e<sub>1</sub></b>	<b>158,41</b>	129,26	137,71	107,88
<b>e<sub>2</sub></b>	<b>209,09</b>	166,73	180,70	121,07
<b>e<sub>3</sub></b>	<b>209,32</b>	167,79	179,98	118,64
<b>e<sub>4</sub></b>	<b>234,07</b>	191,99	195,10	169,47
<b>e<sub>5</sub></b>	<b>253,39</b>	212,32	201,61	261,00

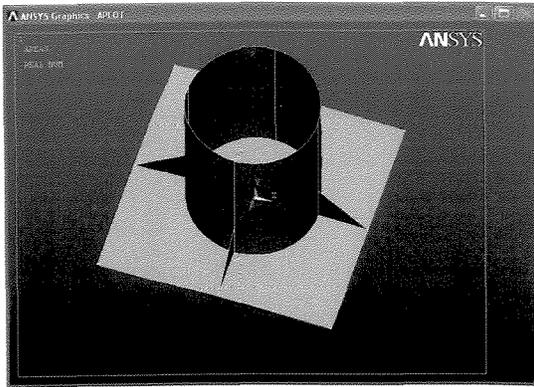
De um modo geral as tensões diminuem com a colocação dos enrijecedores, uma exceção ocorre no modelo C para o caso de excentricidade “e”= 177,8mm. No modelo A, a variação é mais uniforme, mas no modelo C, salvo a exceção acima citada, a redução é bem mais expressiva.

Tabela 5.5 – Variação percentual nas tensões na placa de base

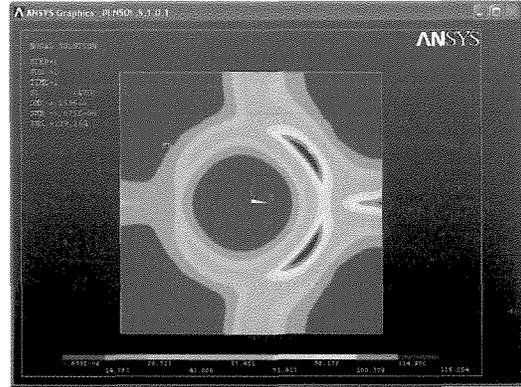
Caso de carregamento	Excentricidade (mm)	Diferença de Tensões (%)		
		Modelo A	Modelo B	Modelo C
<b>e<sub>1</sub></b>	25,4	18,40	13,07	31,90
<b>e<sub>2</sub></b>	76,2	20,26	13,58	42,10
<b>e<sub>3</sub></b>	84,15	19,84	14,02	43,32
<b>e<sub>4</sub></b>	127	17,98	16,65	27,60
<b>e<sub>5</sub></b>	177,8	16,21	20,43	-3,00*
<b>Percentual médio</b>		18,54	15,55	28,38

\* O sinal negativo significa que ocorreu um aumento nas tensões para este caso.

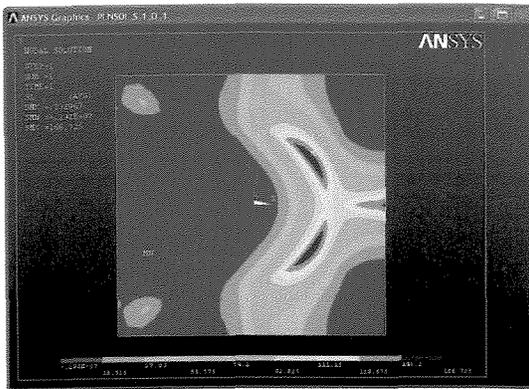
As figuras 5.11, 5.12 e 5.13 mostram a distribuição das tensões principais na placa para os modelos A, B e C respectivamente.



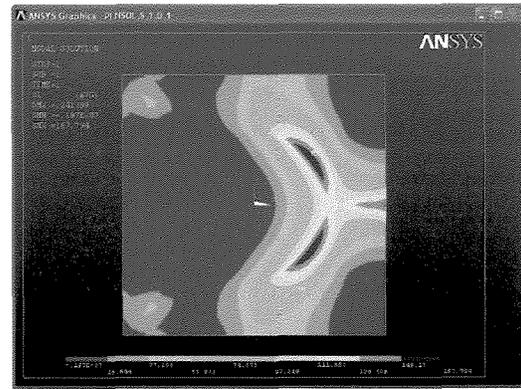
Modelo A



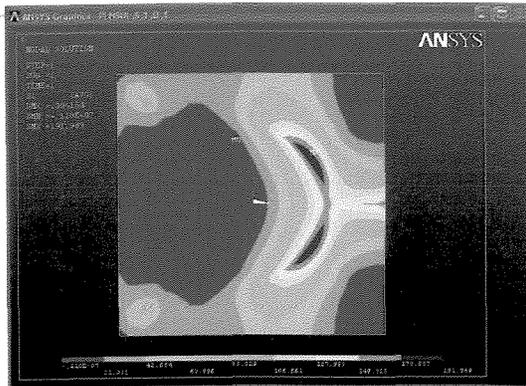
$e_1$



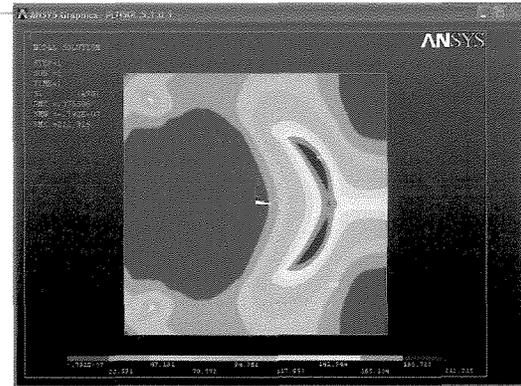
$e_2$



$e_3$

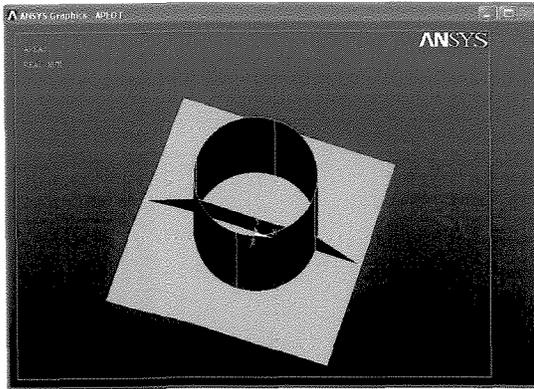


$e_4$

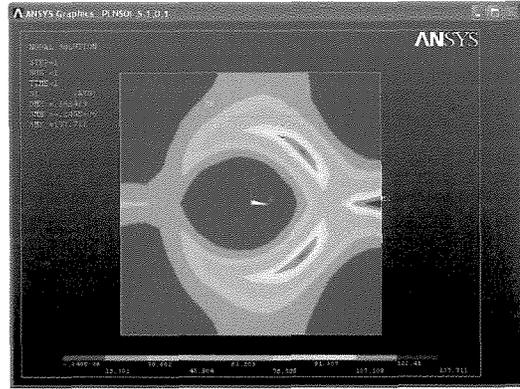


$e_5$

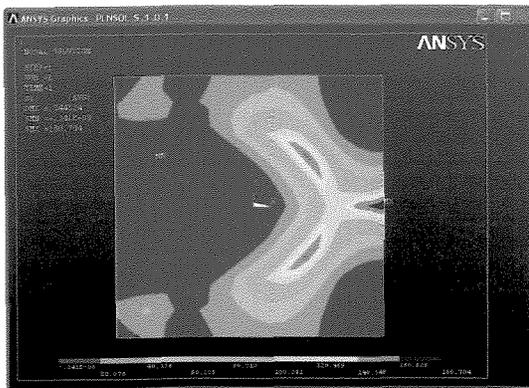
Figura 5.11 – Tensões  $\sigma_1$  na placa de base para cada excentricidade - Modelo A



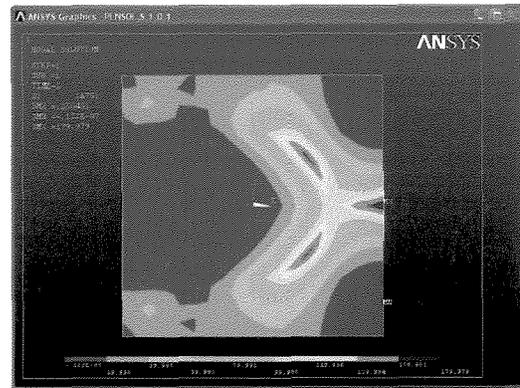
Modelo B



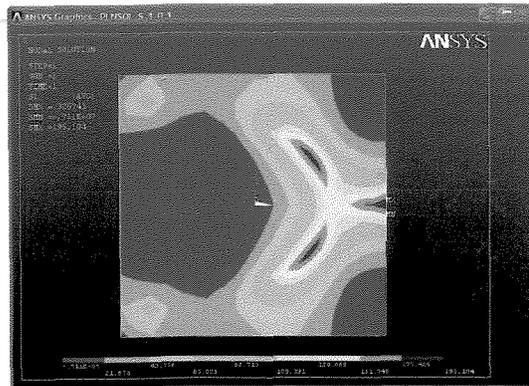
$e_1$



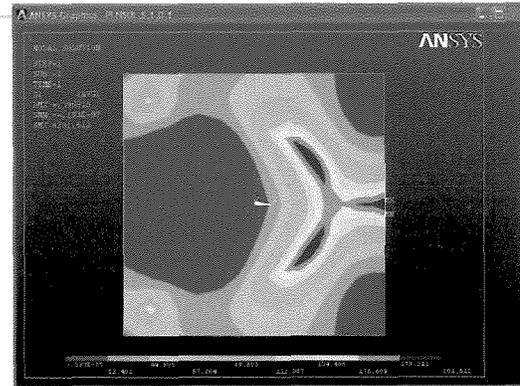
$e_2$



$e_3$

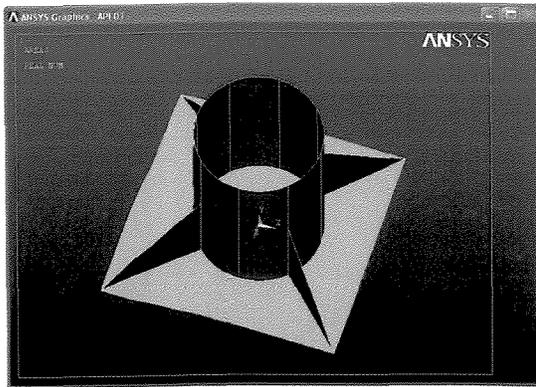


$e_4$

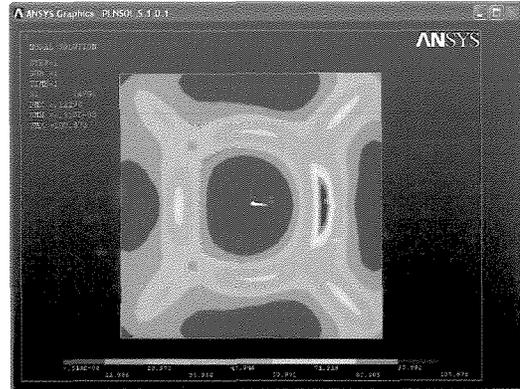


$e_5$

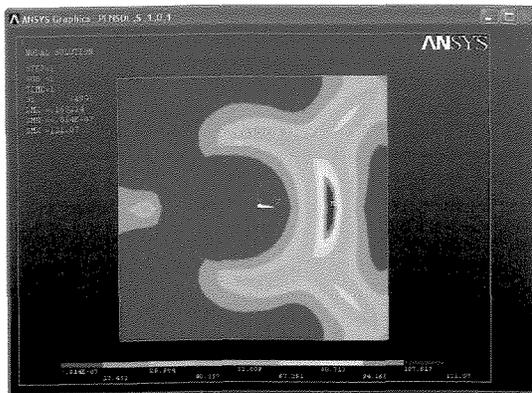
Figura 5.12 – Tensões  $\sigma_1$  na placa de base para cada excentricidade - Modelo B



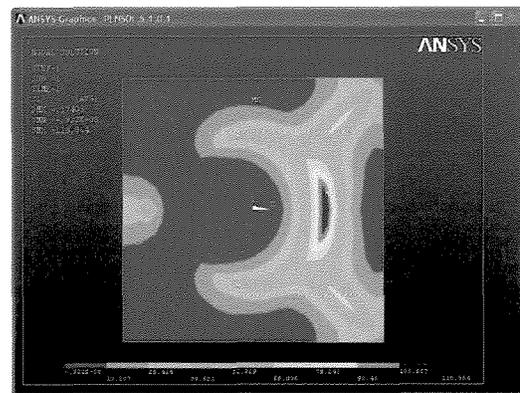
Modelo C



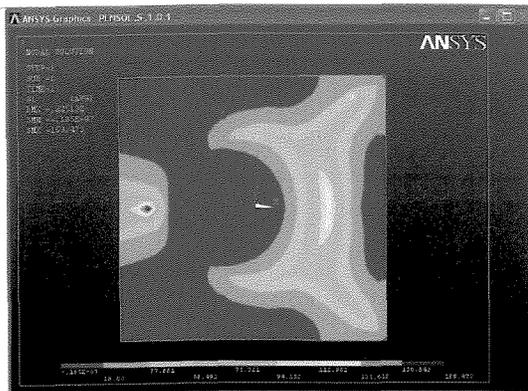
$e_1$



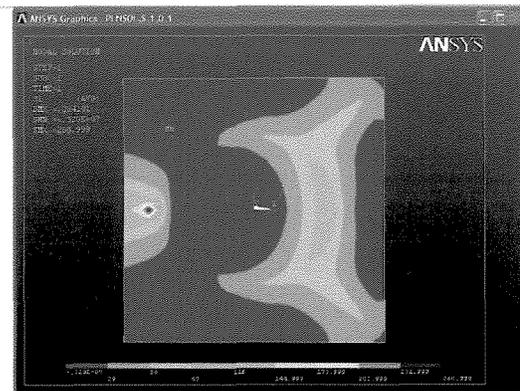
$e_2$



$e_3$



$e_4$



$e_5$

Figura 5.13 – Tensões  $\sigma_1$  na placa de base para cada excentricidade - Modelo C

Para uma avaliação global de todas estas tensões, o gráfico da figura 5.14 ilustra o comportamento das mesmas em cada modelo, variando em função das excentricidades.

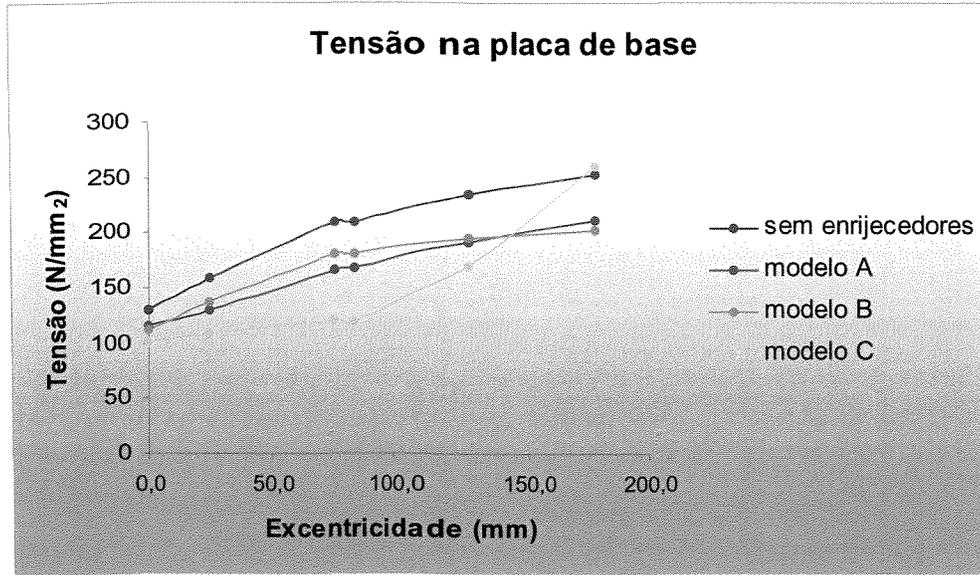


Figura 5.14 – Gráfico -Tensões na placa de base X Excentricidade

Para o perfil tubular, a tabela 5.6 mostra as tensões obtidas em cada uma das análises e a tabela 5.7 traz a diferença percentual das tensões no tubo para todos os casos avaliados.

Tabela 5.6 – Tensões no perfil tubular para cada modelo de enrijecedor

Excentricidade	Tensões (N/mm <sup>2</sup> )			
	Sem enrijecedor	Modelo A	Modelo B	Modelo C
<b>e<sub>1</sub></b>	<b>70,28</b>	100,54	56,68	92,70
<b>e<sub>2</sub></b>	<b>102,53</b>	166,14	69,98	120,32
<b>e<sub>3</sub></b>	<b>100,70</b>	170,50	68,64	122,59
<b>e<sub>4</sub></b>	<b>114,62</b>	214,95	149,22	186,62
<b>e<sub>5</sub></b>	<b>178,83</b>	272,73	246,84	286,88

Tabela 5.7 – Variação percentual nas tensões no perfil tubular

Caso de carregamento	Excentricidade (mm)	Diferença de Tensões (%)		
		Modelo A	Modelo B	Modelo C
e <sub>1</sub>	25,4	-43,06	19,35	-31,90
e <sub>2</sub>	76,2	-62,04	31,75	-17,35
e <sub>3</sub>	84,15	-69,31	31,84	-21,74
e <sub>4</sub>	127	-87,53	-30,19	-62,82
e <sub>5</sub>	177,8	-52,51	-38,03	-60,42

A figura 5.15 mostra o gráfico com a variação das tensões na parede do perfil tubular para cada modelo em função das excentricidades.

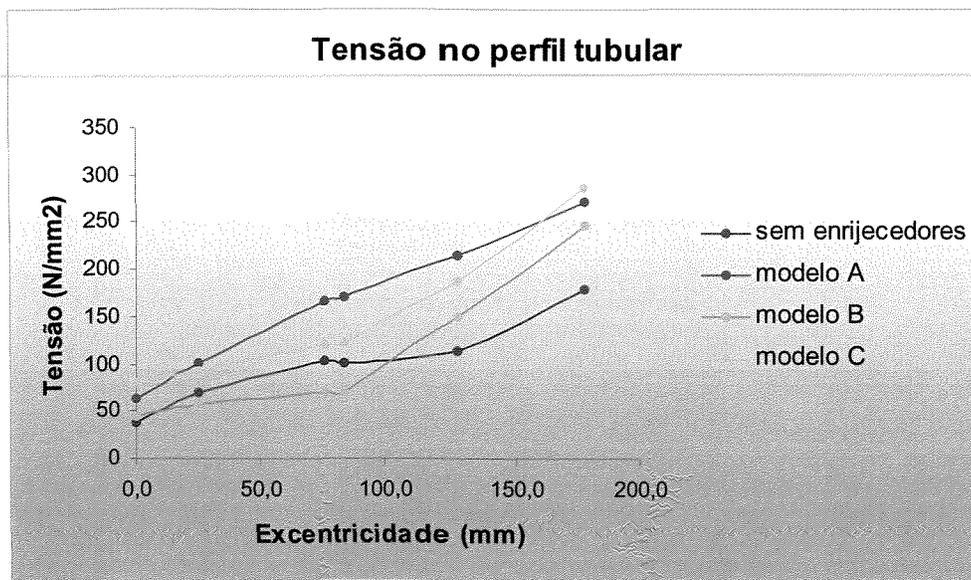


Figura 5.15 – Gráfico -Tensões no perfil tubular X Excentricidade

## 6 Considerações Finais

Este trabalho apresenta os resultados de uma análise de placas de base solicitadas à força normal e momento fletor pelo método dos elementos finitos, utilizando o software ANSYS. O estudo se desenvolveu de forma comparativa entre os resultados da análise teórica e os obtidos pela análise numérica. Os parâmetros analisados foram a excentricidade do carregamento e a espessura da placa.

Através dos resultados obtidos pôde-se observar:

- a maior tensão ocorre sempre abaixo ou muito próxima à seção do perfil tubular conforme previsto;
- as tensões variam muito com o aumento da excentricidade para um dado carregamento axial, e uma mesma espessura de placa (ver tabela 5.2);
- a distribuição de tensões no carregamento axial mostra que a aproximação da teoria de uma viga em balanço com carregamento uniformemente distribuído, é conservadora e fornece placas espessas;

- para grandes excentricidades a análise numérica e a análise teórica apresentaram algumas discrepâncias, agora não mais a favor da segurança, o que poderá dar ênfase a novas investigações no tema.

É importante ressaltar que nesta análise de elementos finitos considerou-se que a placa está apoiada sobre um bloco de concreto de  $f_{ck} = 20$  MPa, parâmetro este utilizado para a determinação do coeficiente de rigidez do bloco. Esta hipótese é fundamental para a obtenção das tensões na placa de base, pois um bloco de concreto muito rígido limitaria a deformação da placa, afetando diretamente na distribuição de tensões da mesma (ver tabela 3.6).

Foram também analisadas as placas de bases de pilares solicitados ao momento fletor com enrijecedores. Esta análise foi realizada de uma maneira comparativa entre os resultados obtidos para placas sem enrijecedores e os resultados para três diferentes disposições dos mesmos. Pode-se observar que:

- de uma maneira geral, a colocação de enrijecedores melhora a distribuição de tensões na placa de base, havendo uma redução destas tensões de no mínimo 10% na sua grandeza para o caso de carregamento axial, chegando-se a 43% de redução no caso mais favorável, conforme mostram os dados das tabelas 5.4 e 5.5;
- ao contrário do que ocorre na placa de base, as tensões na parede do perfil tubular na região dos enrijecedores, aumentam em quase todos os casos avaliados, chegando a 110% no caso mais crítico (compressão axial). Uma exceção ocorre no modelo B de enrijecedores, em que para os carregamentos de excentricidade  $e_1$ ,  $e_2$  e  $e_3$ , as tensões se reduzem com a colocação do enrijecedor único que passa através da parede do perfil tubular (ver tabelas 5.6 e 5.7);
- no caso de excentricidade  $e_5$ , que se enquadra em “grandes excentricidades”, ou de um modo mais prático, excentricidades maiores que um terço da largura da placa, a colocação de enrijecedores do modelo C, provocou um ligeiro aumento das tensões na placa (da ordem de 3%). Este é um caso de carregamento em que a placa já demonstrava sinais de sub-

dimensionamento mesmo antes da colocação dos enrijecedores. Portanto deve-se tomar um cuidado especial no dimensionamento para essas excentricidades;

- o modelo B é o melhor no que se refere ao perfil tubular (ver gráfico na figura 5.14). Mesmo nos casos de grande excentricidade em que a tensão no perfil tubular aumenta para todos os modelos, o aumento no modelo B é menor, tanto na compressão axial quanto na compressão com flexão;
- o modelo C apresenta melhor comportamento no que se refere à placa de base, com exceção da excentricidade  $e_5$ , em que o modelo B apresenta o melhor resultado;
- o modelo A apresenta um comportamento similar ao modelo B, no que se refere à placa de base, mas se mostrou o mais crítico em relação ao perfil tubular.

É necessário que se tenha em mente que a colocação de enrijecedores para aliviar as tensões na placa de base, pode acarretar em uma sobrecarga de tensões no pilar. Portanto é indispensável saber se no dimensionamento do pilar, as tensões estão próximas ao limite, e verificar se este suporta a colocação dos enrijecedores.

Como diretrizes de detalhamento de placas de bases com enrijecedores, sugere-se a utilização de enrijecedores do tipo B para uma melhor distribuição das tensões nas bases de pilares solicitados ao momento em apenas uma direção, pois deste modo consegue-se evitar um acréscimo excessivo de tensões no perfil tubular.

Algumas sugestões para outros trabalhos nesta mesma linha de pesquisa:

- Modelagem de placas de bases de pilares solicitados à flexão oblíqua com enrijecedores. Desta maneira poderia se confirmar a melhor disposição dos enrijecedores para este tipo de esforço, bem como a quantidade ideal a ser utilizada dependendo do caso;

- Análise da relação entre a altura dos enrijecedores e as tensões na parede do perfil tubular, a fim de verificar a melhor geometria para os mesmos;
- Inclusão da solda no modelo de elementos finitos;
- Análise não-linear destas ligações.

## Referências Bibliográficas

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION –AISC, **Hollow Structural Sections** – Connections Manual, 1997.

---

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION –AISC, **Manual of steel construction**, Load and Resistance Factor Design-LRFD, VOL.1&2, 2<sup>nd</sup> editon, Illinois, 1996.

ARAÚJO, A.H.M., REQUENA, J.A.V., MINCHILLO, D.G.V., THOMAZ, S.A.M., Projeto, Fabricação e Montagem de Estruturas Metálicas Tubulares com Seção Circular, **Revista Construção Metálica** – ABCEM, n.53, Mar/Abr. Págs: 29-35, 2002.

Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT, **Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios - NBR 8800**, Rio de Janeiro/RJ, 1986.

Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT, **Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado - NBR 6118**, Rio de Janeiro/RJ, 2000.

BLODGETT, O. W. **Design of Welded Structure**, The James F. Lincoln Arc Welding Foundation, Cleveland, Ohio, 1966.

DEWOLF, J.T. Axially Loaded Column Base Plates. **Journal of the Structural Division ASCE**, v.104, p. 781-794, 1978.

DEWOLF, J.T.& RICKER, D. T. Column Base Plates, AISC Design Guide Series I. **American Institute of Steel Construction**. Chicago, IL, 1990.

DEWOLF, J.T.& SANSLEY, E.F. Column Base Plates with Axial Loads and Moments. **Journal of the Structural Division ASCE**, v.106, p. 2167-84, 1980.

---

DUTTA, D.; KUROBANE, Y.; PACKER, J.A.; RONDAL, J.; WARDENIER, J.; WÜRKER, K.; YEOMANS, N.; **Construction with Hollow Steel Sections**, Paris,

ERMOPOULOS J. Ch.; MICHALTSOS G. T. Analytical modelling of stress distribution under column base plates. **J. Construct. Steel Res.**, v. 46, n.1-3, Paper N°. 136, 1998.

ERMOPOULOS, J. C. & STAMAPOULOS, G. N. Mathematical Modeling of Column Base-Plate Connections. **J. Construct. Steel Res.**, v. 36, n.2, p. 79-100, 1996

European Committee for Standardisation, **EUROCODE 3: Design of steel structures: ENV 1993 – 1 - 1: General rules and rules for buildings**, 1992.

FLING, R.S. Design of Steel Bearing Plates. **Engineering Journal, AISC**, v.7, n.2, p. 37-40, 1970.

GOGATE, A. B. discussion of "Design of Steel Bearing Plates" by R. S. Fling **Engineering Journal, AISC**, v.7, n. 4, p. 134, 1970.

KONTOLEON M. J., BANIOTOPOULOS C. C. Computational aspects on the frictional unilateral contact problem arising on steel base plate connections. **Computers and Structures** v.78, p. 303-309, 2000.

KONTOLEON, M.J.; MISTAKIDIS, E.S.; BANIOTOPOULOS, C.C.; PANAGIOTOPOULOS, P.D. Parametric analysis of the structural response of steel base plate connections. **Computers and Structures**, v.71, p. 87-103, 1999.

KRISHNAMURTY, N. & THAMBIRATNAM, D.P. Finite Element Analysis of Column Base Plates. **Computers and Structures**, v.34, p. 215-223, 1990.

McGUIRE, W. **Steel Structures**. Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1968.

MURRAY, T. M. Design of Lightly Loaded Steel Column Base Plates. **Engineering Journal, AISC**, v.20, n. 4, p. 143-152, 1983.

PACKER, J.A.; HENDERSON, J.E., **Hollow Structural Section: Connections and Trusses - a Design Guide**. Canadian Institute of Steel Construction, Universal Offset Limited, Toronto, Canada, 2.ed, 1997.

PENSERINI, P. & COLSON, A. Ultimate Limit Strength of Column Base Connections. **J. Construct. Steel Res.**, v. 14, p. 301-320, 1989.

RAUTARUUKKI OYJ; HANNU VAINIO. Design Handbook for Rautaruukki **Structural Hollow Sections**. Hämeenlinna, Finlandia, 1998.

SALMON, C. G. & JOHNSON, J. E., **Steel Structures: Design and Behavior**. New York:Harper & Row. ed.2,1007 p, 1980.

STAMAPOULOS, G. N. & ERMOPOULOS, J. C. Interaction Curves for Column Base-Plate Connections. **J. Construct. Steel Res.**, v. 44,n.1-2, p. 69-89,1997.

STOCKWELL, F. W. Preliminary Base Plate Selection. **Engineering Journal, AISC**, v.12, n. 3, p. 92-99, 1975.

---

THAMBIRATNAM, D.P. & KRISHNAMURTY, N. Computer Analysis of Column Base Plates. **Computers and Structures**, v.33, p. 839-850, 1989.

THAMBIRATNAM, D.P. & PARAMASIVAM, P. Base plates under axial loads and moments. **Journal of Structural Engineering**, v.112, n.5, p.1166-1181, 1986.

WHEELER, A.T.; CLARKE, M. J.; HANCOCK, G. H.; MURRAY, T. M. Design Model for bolted Moment End Plate connections Joining Rectangular Hollow Sections. **Journal of Structural Engineering**, v.124, n. 2, p.164-173,FEV, 1998.